RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté Égalité Fraternité

Université de Toulouse

Doctorat de l'Université de Toulouse

préparé à l'ISAE-SUPAERO

Modélisation numérique et analyse de criticité en conditions givrantes pour des sondes aéronautiques réchauffées

---

Thèse présentée et soutenue, le 9 février 2026 par

Laury-Ann BOUCHERIT

École doctorale
MEGEP - Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés

Spécialité
Energétique et transferts

Unité de recherche
ISAE-ONERA EDyF Energétique et Dynamique des Fluides

Thèse dirigée par
Philippe VILLEDIEU et Natacha SZULGA

Composition du jury
M. Pierre TRONTIN, Président, Université Claude Bernard Lyon 1
M. Philippe HELLUY, Rapporteur, Université de Strasbourg
M. Alexandre LABERGUE, Rapporteur, Université de Lorraine
Mme Valérie POMMIER-BUDINGER, Examinatrice, ISAE-SUPAERO
Mme Natacha SZULGA, Co-directrice de thèse du monde socio-économique, Thales AVS

Membres invités
M. Maxime BOUYGES, ONERA
M. Lokman BENNANI, Co-encadrant, ONERA

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
Liberté
Égalité
Fraternité

Université de Toulouse

Titre : Modélisation numérique et analyse de criticité en conditions givrantes pour des sondes aéronautiques réchauffées.

Mots clés : Givrage, Sondes aéronautiques, Anti-givrage, Modélisation numérique, Optimisation

Résumé : Le givrage est l'un des phénomènes les plus sévères pouvant être rencontrés en vol. Causé par la présence dans les nuages de cristaux de glace ou de gouttelettes d'eau surfondues, le givrage peut conduire à une dégradation des performances aérodynamiques ou à une perturbation des sondes de mesure, constituant de fait un risque opérationnel. Pour y faire face, les parties critiques d'un aéronef, notamment les sondes de vitesse et d'incidence, sont protégées par un système d'anti-givrage thermique devant être dimensionné au plus juste. Il est nécessaire pour cela d'identifier les conditions givrantes les plus sévères d'une enveloppe de vol, et ce dès le début de la phase de développement d'une sonde. L'objectif de cette thèse était de développer un outil de simulation numérique capable d'identifier rapidement les conditions de vol les plus sévères, afin d'assister les phases de conception et de certification de certaines sondes aéronautiques. La méthodologie mise en place repose sur deux étapes principales complémentaires: le développement d'un modèle simplifié représentant le comportement en opération d'une sonde d'incidence, validé via des simulations haute-fidélité et des essais en soufflerie, et la mise en place d'une méthode de recherche de points critiques basée sur des processus gaussiens et permettant d'explorer efficacement une enveloppe de vol. Le modèle simplifié restitue avec précision les évolutions thermiques et la hiérarchie des conditions critiques pour les quatre régimes de vol considérés (air sec, gouttelettes surfondues, cristaux de glace et conditions mixtes). La méthode de recherche de points critiques, intégrant ce modèle, permet d'identifier en quelques heures de calcul les points de vol les plus sévères, démontrant ainsi la faisabilité d'analyses CPA dans un cadre opérationnel.

Title: Numerical modeling and criticality analysis in icing conditions for heated aeronautical probes.

Key words: Icing, Aeronautical probes, Anti-icing, Numerical modeling, Optimization

Abstract: Icing is one of the most severe phenomena encountered in flight. Caused by the presence of ice crystals or supercooled water droplets in clouds, icing can lead to a deterioration of aerodynamic performance and disrupt measurement probes, thus posing an operational risk. To mitigate this, critical parts of an aircraft, notably speed and angle-of-attack sensors, are protected by a thermal anti-icing system that must be accurately dimensioned. Identifying the most severe icing conditions across the flight envelope is therefore essential, starting from the early stages of probe development. The aim of this thesis was to develop a numerical simulation tool capable of rapidly identifying the most severe flight conditions to support the design and certification phases of such probes. The methodology relies on two main complementary steps: the development of a simplified model representing the operational behavior of an angle-of-attack probe, validated through high-fidelity simulations and wind tunnel experiments, and the implementation of a critical-point search method based on Gaussian processes, enabling efficient exploration of the flight envelope. The simplified model accurately reproduces thermal evolutions and the hierarchy of critical conditions for the four considered flight regimes (dry air, supercooled droplets, ice crystals, and mixed conditions). The critical-point search method, incorporating this model, allows the identification of the most severe flight conditions within a few hours of computation, thereby demonstrating the feasibility of CPA analyses in an operational context.

A tous ceux qui ont un jour cru en moi,

Remerciements

"people come into our lives for a reason..."

Il arrive parfois de discuter des remerciements entre doctorants, ces fameux mots qui ouvrent le manuscrit. Je pense que l'on a tous conscience que l'écriture de ces quelques paragraphes constitue un petit cap symbolique, l'un des derniers à passer avant que la page du doctorat ne se tourne définitivement. Ce que de mon côté je n'avais pas forcément anticipé, c'est que l'exercice même d'écrire ces lignes me ferait mesurer à quel point ces trois années ont été riches en découvertes, en rencontres et en nouvelles expériences. C'est sans doute pour cette raison que, comme il semblerait que j'aie une certaine propension à écrire – ce manuscrit en étant peut-être la preuve –, ces remerciements suivront le même chemin ; il faudra donc me pardonner leur longueur.

J'aimerais tout d'abord remercier les personnes qui ont accompagné et conclu cette aventure. Merci à Alexandre Labergue et Phillipe Helluy d'avoir accepté de rapporter ce travail, et à Alexandre Labergue pour avoir fait le voyage depuis l'Est de la France jusque dans le Sud. Je remercie également Pierre Trontin d'avoir présidé ce jury, ainsi que Valérie Pommier-Budinger pour sa participation en tant qu'examinatrice. Merci à chacun d'entre vous pour votre bienveillance dans les commentaires et dans les questions, et pour l'atmosphère sereine dans laquelle s'est déroulée la soutenance, ce qui a rendu l'expérience bien moins redoutable que je ne l'imaginais.

Je tiens ensuite à remercier sincèrement mon équipe encadrante à l'Onera, sans laquelle ce travail n'aurait pas vu le jour. Tout d'abord, un grand merci à mon directeur de thèse, Philippe Villedieu, pour avoir accepté de me guider pendant ces trois années, avec une bienveillance constante. Philippe, merci pour ton implication à chaque étape, pour les discussions, les remises en cause des résultats, et pour ton soutien lors des moments de blocage. Au-delà de tout cela, je retiendrai surtout ta patience, ta gentillesse et ton efficacité pour m'expliquer les différents concepts d'aérodynamique et plus largement de physique, sans jamais compter ton temps ou me faire ressentir un quelconque jugement – même s'il y a quelques fois où j'admets que ça aurait été mérité ! Merci d'avoir spontanément adapté ton discours et tes explications en prenant un angle un peu plus maths pour me permettre de mieux comprendre plusieurs concepts ; j'ai conscience de la chance que j'ai eue d'avoir un directeur aussi passionné, patient et enclin à partager ses connaissances.

Un énorme merci également à Maxime Bouyges et Lokman Bennani pour m'avoir accompagnée tout au long de ce travail, même bien avant mon arrivée physique à l'Onera. Merci à toi Lokman pour toutes tes explications sur le givrage, l'aérodynamique, mais aussi le fonctionnement interne de l'Onera. Merci également pour ton soutien lors des présentations, et pour les conseils que tu as

pu me donner au cours de ces trois années et qui s'appliquent bien au-delà du cadre de la thèse. Maxime, je ne pense pas qu'un simple merci suffise à traduire toute la reconnaissance que j'ai de t'avoir eu comme encadrant, ni la chance que j'ai eue de travailler à tes côtés. Merci pour toute l'aide que tu as pu m'apporter, dans tous les aspects de cette thèse. Je ne compte plus tout ce que tu m'as appris en informatique : le fonctionnement de Gmsh, l'utilisation de ParaView – avec des fonctionnalités dont personne n'avait jamais entendu parler –, les commandes Linux, Bash, et j'en passe. Merci également de m'avoir initiée à Julia et appris à utiliser BCube – même si son efficacité redoutable n'a fait que confirmer ce que je pensais déjà de mon propre code – et je n'oublierai pas de sitôt la rapidité avec laquelle tu te sers d'un clavier, qui m'a laissée sans voix à plusieurs occasions. Surtout, je voulais te remercier pour toutes les heures passées à mon bureau, à réfléchir, chercher les bugs, ou simplement à discuter. Quelle qu'en soit la raison, tu étais toujours disponible pour passer, même s'il s'agissait uniquement de résoudre des problèmes d'installation ; je pense d'ailleurs honnêtement que, sans tes interventions, ma liste de tickets pour la DSI aurait été interminable. Même si je resterai toujours admirative de l'étendue de tes connaissances, aussi bien physiques que numériques, c'est surtout de ta gentillesse et de la manière dont tu abordes ton travail dont je me souviendrai longtemps. J'espère que les années passées à tes côtés me permettront de suivre un peu ton exemple.

A vous trois, je mesure la chance que j'ai eue de travailler à vos côtés et de vous avoir eu comme équipe encadrante. J'espère ne vexer personne en disant que vous formez, à mon sens, le meilleur trio qu'une doctorante en givrage puisse avoir à l'Onera.

Ce travail étant le fruit d'une collaboration, je souhaite saluer l'ensemble des personnes rencontrées chez Thales AVS, principalement pendant les premiers mois de ma thèse : Natacha Szulga tout d'abord, à l'origine de ce projet et qui m'a accompagnée pendant ces trois années, ainsi que Valentin Heisel et Yannick Bailly, qui ont pris le relais pendant quelques mois. Je salue plus largement toute l'équipe du pôle Calcul et Pack, à Châtellerault, Valence ou Bordeaux, et remercie plus particulièrement François, Florian et Jérémy pour leur bienveillance et l'ambiance lors des déplacements. Une mention spéciale à Lynda Commont, la femme de l'ombre qui m'a tant aidée dans la gestion des aspects logistiques et administratifs à distance, me permettant de gagner un temps considérable et surtout de préserver ma patience. Ton implication n'était pas une obligation, et je tiens à ce que tu saches combien je l'ai appréciée. A toutes les personnes de Thales AVS croisées de près ou de loin, je vous remercie de m'avoir fait découvrir un environnement et des méthodes de travail dont je ne soupçonnais pas l'existence avant d'en faire partie.

De retour à l'Onera, je tiens à remercier deux personnes qui ont également contribué à cette thèse : Adèle Veilleux et Patricia Klotz. Merci tout d'abord à toi Adèle pour m'avoir fait bénéficier de ton travail sur Digisonde et m'avoir permis de lancer facilement des simulations avec les chaînes Onera. Merci également pour nos discussions sur le projet ou sur ton travail en général, pour ta franchise et ta bonne humeur. Un grand merci également à toi Patricia pour ton accompagnement sur la partie Optimisation. Je ne devrais pas être étonnée par ta maîtrise de toutes ces techniques ou ta culture dans le domaine, mais cela reste tout de même impressionnant, surtout lorsque tu en parles avec une telle aisance. J'ai beaucoup apprécié nos discussions de maths, qui m'ont rappelé des souvenirs de fac et les raisons pour lesquelles j'avais choisi ce domaine en premier lieu. Je

n'oublierai d'ailleurs pas de sitôt ton plaidoyer en faveur de la beauté d'un LHS ou de l'efficacité d'une optimisation par PG.

Je me souviendrai également des moments passés avec les doctorants, stagiaires et alternants côtoyés à l'Onera – je m'excuse d'ailleurs par avance de me concentrer ici sur les doctorants et de ne pas citer tous les noms. A peu près par ordre d'apparition, je tiens à remercier Hippolyte, Erwann, Baptiste, Guillaume, Yohann, Maxime, Basile, Chloé, Vicky, Tiffany, Jules, Lina, Maxence, Luna, Lucie, Ludo, Mathieu et Nahel. Merci pour la bonne ambiance générale, les discussions le midi, les débats au soleil lors des pauses café, et pour avoir enrichi cette expérience de thèse bien au-delà des heures passées au labo, que ce soit avec des parties de badminton, des spectacles d'impro, des escape games, des visites de Toulouse, des sorties resto ou des après-midi jeux. Merci également à Morgane, la happiness manager du Dmpe, dont le titre est amplement mérité au vu de ta bonne humeur incessante et de ton énergie débordante.
Hippolyte, merci d'avoir été le meilleur co-bureau que je pouvais avoir. Je sais que nous n'étions pas destinés à le partager, mais je suis ravie d'avoir atterri dans ton bureau de combustion et d'avoir pu bénéficier de ta sagesse à plusieurs reprises pendant ces deux années et demie. Merci d'avoir fait de ce bureau un peu isolé un lieu chaleureux, où mes chocolats trouvaient toujours preneur – bien souvent auprès d'Olivier – tandis que ta tradition du calendrier de l'Avent commun faisait sourire chaque personne qui passait nous voir. Je pense que tu resteras l'une des personnes les plus gentilles et accueillantes que j'aie jamais rencontrées, et je te souhaite tout le meilleur pour la suite.
Nahel et Andres, je vous souhaite également le meilleur pour la suite de votre aventure ; vous êtes entre de bonnes mains (et, si je peux me permettre, dans le meilleur bureau).

Je souhaite également saluer Coralie et Rawi, même s'ils ne font pas forcément partie de l'Onera, pour les moments partagés à Las Vegas. J'en profite également pour remercier plus particulièrement Vicky pour sa démonstration exemplaire de Black Jack, ainsi que pour les spectacles et sorties qui ont rythmé cette semaine de conférence. Merci également à Olivier Mazet pour l'opportunité de tester l'enseignement à l'Insa – une expérience plus qu'instructive – et Olivier Rouzaud pour avoir toujours pris quelques minutes pour prendre des nouvelles lors de ses nombreux passages dans le bureau.

Cette thèse n'aurait pas été la même sans l'incroyable amie qui a accompagné ces deux dernières années. Merci, Tiffany, pour tous les moments passés ensemble et pour les innombrables discussions, que ce soit dans mon bureau, au QG, à la salle ou lors de nos nombreuses sorties – et même pendant quelques cours de pâtisserie improvisés. Je n'oublierai pas non plus les longues heures passées sur différents parkings, volontaires ou non, et j'associerai désormais toujours un peu ces lieux à toi et à la thèse (et encore merci pour tes talents de chimiste improvisée qui m'ont permis de rentrer chez moi sans encombre). Plus largement, je voulais te remercier pour ta bonne humeur permanente, ta gentillesse et ton ouverture d'esprit, et pour m'avoir laissé l'espace de m'étendre – parfois (souvent) un peu trop – sur le cinéma, les voyages ou le monde en général. Je suis profondément reconnaissante d'avoir eu la chance, via cette thèse, de rencontrer une personne à la fois si semblable et si différente de moi, avec laquelle je partage autant de valeurs et d'opinions, même sur les choses les plus futiles. Je te souhaite des aventures à venir à la hauteur de ce que tu mérites, en espérant qu'elles soient plus agréables et paisibles que celles de ces dernières années.

Je ne peux pas écrire ces remerciements sans mentionner les trois personnes qui ont contribué à faire mûrir l'idée de réaliser une thèse. Merci ainsi à Michel Berthier pour m'avoir présenté avec constance les atouts d'une thèse Cifre, même lorsque je ne voulais pas les entendre ; à Catherine Choquet pour avoir pris le temps de répondre à mes interrogations lorsque j'ai commencé à envisager sérieusement le doctorat ; et à Emmanuel Frénod pour avoir vanté les mérites de ce "voyage initiatique" et m'avoir proposé une première Cifre, même si elle n'a finalement pas abouti. Je crois pouvoir dire qu'ils ont su bien avant moi que cette aventure pourrait me correspondre, et il est juste que je reconnaisse aujourd'hui leurs encouragements répétés, même si parfois peu subtils.

De façon plus personnelle, merci également à mes amis de (très) longue date, pour leur soutien mais surtout pour les moments d'évasion que l'on a partagés. Merci à Angélique pour les restos, les concerts et les voyages (j'ai d'ailleurs déjà hâte au prochain), merci à Aurélien pour les weeks-ends plus ou moins farfelus, merci à Anne-Sophie de m'avoir fait vivre tes péripéties réunionnaises à distance, et enfin merci à Paul de m'avoir soutenue en début de thèse en me faisant découvrir quelques restaurants et bars de Poitiers, avant que je ne tente de faire de même une fois arrivée à Toulouse.

Limiter ma gratitude envers ma famille à cette thèse serait assez réducteur. Je tiens donc ici simplement à remercier mes grands-parents, qu'ils soient de La Rochelle ou de Lorient, pour leur soutien constant, tant dans mes études que dans la vie. A mes parents, merci papa de m'avoir transmis ta passion pour l'aéronautique et l'aérospatial, sans laquelle je n'aurais sans doute jamais envisagé cette thèse, et de m'avoir donné le goût d'aller toujours plus loin. Maman, merci de m'avoir montré tout ce que l'on peut accomplir lorsqu'on choisit de se battre plutôt que de renoncer, et de me le rappeler par l'exemple à chaque fois que c'est nécessaire. Et Mary, merci simplement d'avoir toujours été là pour m'accompagner dans tous les aspects de ma vie, en particulier ceux que personne d'autre ne voit. Il est certain que sans vous trois, je ne serais jamais arrivée jusqu'ici.

A ma petite famille, merci de m'avoir toujours encouragée et répété que je pouvais devenir tout ce que je voulais. Je n'ai jamais vraiment su ce que cela signifiait pour moi, mais j'espère que cette aventure est un pas de plus dans la bonne direction.

Et enfin, parce qu'une promesse est une promesse, mes remerciements s'achèveront par ces quelques mots qui, bien au-delà de la thèse, résument avec justesse mon parcours jusqu'à présent.

I don't have the guts to give up, but I have the will to complain.

– GDQ

Table des matières

Résumé iii

Remerciements vii

Nomenclature xv

Introduction 1

I État de l'art 7

1 La problématique du givrage en aéronautique 9
1.1 Le phénomène de givrage en aéronautique . . . 10
1.1.1 Processus de formation du givre . . . 10
1.1.2 Paramètres influents . . . 12
1.1.3 Type de givre . . . 14
1.1.4 Classification des risques . . . 16
1.1.5 Systèmes de protection . . . 17
1.2 Les instruments de mesure d'un aéronef . . . 21
1.2.1 Système anémobaroclinométrique . . . 21
1.2.2 Sonde de pression totale . . . 22
1.2.3 Sonde d'incidence . . . 25
1.3 Les exigences de conformité et le besoin de qualification . . . 28
1.3.1 Normes et réglementation . . . 28
1.3.2 Méthodes de qualification . . . 30

2 La modélisation numérique du givrage 33
2.1 Méthodes classiques de modélisation et de simulation numérique du givrage . . . 34
2.1.1 Modèles de givrage . . . 34
2.1.2 Chaînes de calculs . . . 37
2.2 Méthodes de réduction de modèle . . . 40
2.2.1 Approche de réduction classique . . . 41
2.2.2 Approche de réduction basée sur l'apprentissage automatique . . . 42
2.2.3 Applications aux systèmes de protection . . . 44
2.3 Études appliquées aux sondes de mesure . . . 45

2.3.1 Approche expérimentale . . . 45
2.3.2 Approche numérique . . . 46

3 Contexte industriel et objectifs de la thèse 49
3.1 Stratégie de qualification des sondes anémométriques . . . 50
3.2 Étude préliminaire . . . 52
3.3 Objectifs de la thèse . . . 53

II Modélisation 57

4 Développement d'un modèle simplifié représentant le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence 59
4.1 Identification des paramètres de conception essentiels au fonctionnement nominal de la sonde d'incidence . . . 60
4.1.1 Fonctionnement d'une sonde d'incidence . . . 60
4.1.2 Zones d'intérêt . . . 61
4.1.3 Hypothèses simplificatrices pour la représentation géométrique . . . 62
4.2 Développement d'un modèle simplifié . . . 65
4.2.1 Développement du modèle aérothermique . . . 65
4.2.2 Intégration des conditions givrantes . . . 67
4.3 Mise en place de méthodes simplifiées de modélisation . . . 80
4.3.1 Modélisation de l'écoulement externe . . . 81
4.3.2 Modélisation de l'écoulement interne . . . 83
4.3.3 Modélisation du système de protection thermique . . . 88
4.3.4 Modélisation des conditions givrantes . . . 90

5 Développement d'un solveur numérique permettant la résolution du modèle physique simplifié 95
5.1 Méthode des éléments finis . . . 97
5.1.1 Formulation faible et discrétisation par éléments finis . . . 97
5.1.2 Éléments de référence et transformation vers le maillage réel . . . 99
5.2 Développement d'un module paramétrable de génération de maillage . . . 100
5.2.1 Présentation générale de GMSH . . . 100
5.2.2 Génération paramétrable de maillage avec GMSH . . . 101
5.3 Développement du solveur thermique complet . . . 104
5.3.1 Construction du solveur éléments finis . . . 105
5.3.2 Traitement de la non-linéarité . . . 106
5.3.3 Organisation logicielle et architecture modulaire . . . 107
5.4 Vérification et performances . . . 110
5.4.1 Vérification du solveur éléments finis . . . 111
5.4.2 Vérification sur le problème thermique de la sonde . . . 115
5.4.3 Performances de l'outil de simulation . . . 118

6 Calibration et validation du modèle simplifié de comportement aérothermique d'une sonde d'incidence 123
6.1 Présentation des méthodes de validation . . . 125
6.1.1 Simulations numériques haute-fidélité . . . 125
6.1.2 Campagnes d'essais en soufflerie givrante . . . 127
6.2 Étude des erreurs associées aux choix de modélisation de l'écoulement . . . 129
6.2.1 Erreurs associées à la modélisation de l'écoulement externe . . . 130
6.2.2 Erreurs associées à la modélisation de l'écoulement interne . . . 134
6.2.3 Étude de sensibilité portant sur la modélisation de l'écoulement . . . 141
6.3 Étude des erreurs associées aux choix de modélisation des conditions givrantes . . . 144
6.3.1 Erreurs associées à la modélisation de la trajectoire des particules . . . 144
6.3.2 Erreurs associées à la modélisation du film d'eau . . . 148
6.3.3 Erreurs associées à la captation des cristaux . . . 149
6.4 Calibration du modèle . . . 151
6.4.1 Calibration pour l'écoulement . . . 151
6.4.2 Calibration pour la trajectoire des particules . . . 153
6.4.3 Calibration pour le film d'eau liquide . . . 154
6.4.4 Calibration pour la captation des cristaux . . . 156
6.5 Étude de la capacité du modèle simplifié à reproduire des essais en soufflerie . . . 159
6.5.1 Définition des critères de précision . . . 159
6.5.2 Analyse des performances thermiques du modèle simplifié en condition air sec 161
6.5.3 Analyse des performances thermiques du modèle simplifié en conditions givrantes 170

III Optimisation 183

7 Sélection d'une méthode d'optimisation adaptée aux fonctions coûteuses 185
7.1 Stratégie d'optimisation de fonctions coûteuses . . . 187
7.1.1 Principe général de l'optimisation par modèle de substitution . . . 187
7.1.2 Régression par Processus Gaussiens ou krigeage . . . 188
7.1.3 Stratégie d'optimisation bayésienne . . . 194
7.2 Construction d'un plan d'expériences initial . . . 197
7.2.1 Rôle du plan d'expériences initial . . . 197
7.2.2 Méthode de tirage : Hypercube Latin (LHS) . . . 198
7.3 Illustration de la méthode d'optimisation retenue sur un cas académique . . . 199
7.3.1 Présentation de l'algorithme d'optimisation retenu . . . 200
7.3.2 Application à la fonction de Branin-Hoo . . . 200
7.3.3 Résultats et comparaison des performances . . . 202

8 Identification des points critiques d'une enveloppe de vol 205
8.1 Identification du point de vol le plus critique d'une enveloppe de vol . . . 206
8.1.1 Mise en place d'une méthode de recherche du pire point critique . . . 206
8.1.2 Recherche du pire point critique en condition air sec . . . 209
8.1.3 Recherche du pire point critique en conditions givrantes . . . 211

8.2 Identification d'un ensemble de points critiques d'une enveloppe de vol 219
8.2.1 Construction d'une matrice de points critiques 219
8.2.2 Application de la méthode au cas industriel 221

Conclusion **225**

Annexes **229**

A Puissance dissipée par effet Joule **231**

B Jeux de paramètres pour les validations analytiques **235**

C Jeu de paramètres pour les simulations CHARME **237**

D Jeu de paramètres pour les simulations IGLOO2D **239**

E Résultats de campagnes en air sec **241**
E.1 Campagne AIWTEC 2017 241
E.2 Campagne AIWTEC 2019 243

F Résultats de campagnes en conditions givrantes **245**
F.1 Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes 245
F.2 Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes 247
F.3 Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes 249
F.4 Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux 249
F.5 Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes 250

Bibliographie **251**

Liste des figures **276**

Liste des tableaux **278**

Nomenclature

Grandeurs physiques

c_p	capacité thermique massique ($J.K^{-1}.kg^{-1}$)
h	coefficient de transfert thermique ($W.m^{-2}.K^{-1}$)
h_m	coefficient de transfert massique ($kg.m^{-2}.K^{-1}$)
k, λ	conductivités thermiques ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
K	tenseur de conductivité thermique ($W.m^{-1}.K^{-1}$)
φ	flux thermique ($W.m^{-2}$)
ρ	densité de l'air ($kg.m^{-3}$)
$\dot{m}$	débit massique ($kg.s^{-1}$)
η	enthalpie massique (spécifique) ($J.kg^{-1}$)
η^{tot}	enthalpie massique totale ($J.kg^{-1}$)
L	longueur caractéristique (m)
L_m, L_v	chaleurs latentes de fusion et de vaporisation ($J.kg^{-1}$)
S_{heater}	densité de puissance dissipée ($W.m^{-3}$)
T	température (K)
T_r	température de récupération (K)
T_m	température de fusion (K)
T_b	température d'ébullition (K)
$\mathbf{u}$	champ de vitesse ($m.s^{-1}$)
U_∞	vitesse de l'écoulement ($m.s^{-1}$)
V_∞	vecteur vitesse de l'écoulement ($m.s^{-1}$)
β	efficacité de collecte (collection efficiency)
ϵ_S	efficacité de collage
η_m	taux de fonte
w	facteur de mouillage

Notations géométriques

Ω	domaine d'étude
Ω_{Air}	air interne à l'intérieur de la cavité
Γ_{conv}, Γ_{lim}	frontières du domaine

Acronymes et sigles

IWC	Concentration en cristaux de glace (*Ice Water Content*)
LWC	Concentration en gouttelettes d'eau surfondues *(Liquid Water Content)*
TWC	Concentration en eau totale *(Total Water Content)*
MVD	Diamètre médian volumique des gouttelettes (*Mean Volumetric droplet Diameter*)
CEDRE	Chaîne de calcul développée à l'ONERA Calcul des Écoulements Diphasiques Réactifs pour l'Énergétique
CHARME	Solveur dédié à la simulation d'écoulements réactifs complexes 3D Appartient à la chaîne de calcul CEDRE
IGLOO2D	Chaîne de Calcul 2D de Givrage de l'ONERA (IcinG tooL bOx Onera)
SPIREE	Solveur de trajectographie 3D Appartient à la chaîne de calcul CEDRE
FETA	Finite Element Thermal Analysis
THICE	Code développé dans le cadre de cette thèse

Introduction

Avant-propos

Le phénomène de givrage en aéronautique fait l'objet de beaucoup d'attention, et ce depuis des décennies. On peut retrouver des rapports issus des premières études initiées sur le sujet datant de la fin des années 20 [1], et depuis, les efforts de recherche dans ce domaine n'ont jamais cessé et proviennent aussi bien d'organismes de recherche gouvernementaux, publics, ou privés ([2], [3], [4], [5], [6]). Si la problématique du givrage retient autant l'attention des différents acteurs du monde aéronautique, c'est tout d'abord en raison des risques de sécurité qu'il représente pour un appareil et ses passagers. Dès 1929, Smith présentait le phénomène de givrage comme étant probablement le "plus grand danger pour l'aviation" [7], et bien des années plus tard, dans une note rédigée en 1986 [8], la National Transportation Safety Board indiquait avoir identifié sur la période s'étalant de 1975 à 1984, 285 accidents d'aviation générale pour lesquels le givrage avait été cité comme cause principale ou facteur déterminant des défaillances observées. Ce phénomène est d'autant plus préoccupant que les accidents qu'il génère peuvent se révéler particulièrement mortels ; selon les statistiques effectuées par l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale dans les années 1986 à 1996, pour 42 accidents dus au givrage, le taux de mortalité parmi les passagers s'élevait à 39% [9].

Le phénomène de givrage est causé par la présence dans les nuages de cristaux de glace ou de gouttelettes d'eau surfondues, c'est-à-dire de gouttelettes d'eau liquide à température négative qui gèlent lors de l'impact sur une surface. Ces conditions atmosphériques particulières dans lesquelles des gouttelettes d'eau surfondues ou des cristaux peuvent être présents voire coexister sont qualifiées de conditions givrantes [10], et si elles sont rencontrées par un appareil en opération, elles peuvent mener à la formation d'une couche de givre potentiellement dangereuse. De fait, la grande majorité des accidents dus au givrage se produisent au cours du vol – 92% d'entre eux selon une étude statistique datant de 2004 et portant sur les accidents survenus entre 1982 et 2000 aux États-Unis [11] – et la phase de vol la plus touchée est la phase de croisière, qui représente à elle seule près de 40% des accidents recensés et plus de 50% des accidents mortels constatés, selon cette même étude.

Nombreux sont les composants essentiels d'un aéronef à être exposés au risque de givrage que ce soit en vol ou au sol ; en considérant le cas d'un avion, les ailes sont souvent citées en premier lieu, principalement puisqu'elles sont extrêmement sensibles au givre et que les conséquences d'une

accumulation de glace sur cette partie de l'appareil peuvent être particulièrement dramatiques. La présence de givre sur les ailes d'un avion peut en effet entraîner une augmentation de la masse et provoquer une surcharge de l'aéronef, en plus de pouvoir conduire à une dégradation des performances aérodynamiques comme notamment une diminution de la portance, une augmentation de la trainée ou même un décrochage [12]. Le crash du vol Comair 3272 qui devait relier l'aéroport de Cincinnati à celui de Détroit dans le Michigan en 1997 et qui a coûté la vie à 26 passagers et 3 membres d'équipage, fait à titre d'exemple partie des multiples catastrophes aériennes imputables au givrage des ailes, le rapport d'accident ayant conclu que "la tendance au roulis gauche de l'avion accidenté a été précipitée par une fine couche de glace rugueuse qui s'est accumulée sur le bord d'attaque de l'aile pendant la descente en croisière de l'avion" [13]. Malheureusement, les ailes ne sont pas les seules parties d'un avion concernées par les problèmes de givrage, et les moteurs sont pour leur part particulièrement sensibles à l'ingestion de cristaux de glace [14], qui peut entraîner une perte de puissance voire l'extinction du moteur. Dans une conférence de 2011, la NASA faisait ainsi référence à une série d'études portant sur des incidents de moteurs d'avions en mentionnant que le givrage au cœur du moteur était responsable de plus de 140 des évènements de pertes de puissance recensés depuis les années 1980 [15]. Enfin, les sondes anémométriques ne font pas figure d'exception et ne sont pas épargnées par les problématiques liées au givrage, bien au contraire. La moindre perturbation d'une sonde de mesure peut en effet entraîner la dégradation voire la perte totale d'informations jugées capitales pour les pilotes, et cela peut être la source de conséquences désastreuses pour un appareil et son équipage. L'un des exemples les plus connus de l'histoire récente est celui du vol AF 447 (le Rio-Paris), qui s'est abîmé dans l'océan Atlantique en 2009 à la suite d'une défaillance liée au givrage des sondes Pitot. Dans le rapport d'accident final qui détaille les circonstances ayant mené au crash de l'appareil et au décès des 216 passagers et 12 membres d'équipage [16], le Bureau d'Enquêtes et d'Analyse (BEA) a estimé qu'une incohérence dans les indications de vitesse remontées par les sondes Pitot était à l'origine de l'accident. L'enquête du BEA a également montré par le biais d'une analyse météorologique complémentaire qu'une "forte condensation vers le niveau de vol de l'AF 447" était présente et "probablement associée à des phénomènes de convection". Cette observation – couplée aux autres faits établis lors de leur enquête – a conduit le BEA à estimer que le problème d'incohérence des vitesses qui a ultimement mené à la catastrophe avait été provoqué par l'obstruction des sondes Pitot par des cristaux de glace, et ce malgré le fait que les sondes équipant l'appareil répondaient en réalité à des exigences concernant le givrage plus contraignantes que les normes de certification de l'époque. Suite à ces conclusions, les enquêteurs ont recommandé à l'Agence de l'Union Européenne pour la Sécurité Aérienne (EASA [17]) une évolution des critères de certification, en indiquant que les "tests destinés à la validation et la certification de ces équipements ne paraissaient pas adaptés" à l'ensemble des conditions de vol possibles, notamment les vols à haute altitude.

Les sondes Pitot, et plus globalement toutes les sondes anémométriques équipant un aéronef, se doivent en effet de répondre à un ensemble d'exigences émises par les autorités de certification ([18], [19], [20]). Celles-ci sont décrites au sein de différentes normes, comme par exemple la CS-25 éditée par l'EASA, qui est dédiée aux gros porteurs et fait figure de référence au sein de l'Union Européenne [21]. La robustesse des équipements face au risque de givrage constitue un volet majeur

de ces exigences, et pour les respecter, les industriels doivent être en mesure de démontrer que leurs sondes restent opérationnelles en présence de conditions givrantes. Pour cela, des essais en soufflerie givrante sont généralement conduits pour démontrer la conformité des équipements. Cette méthode est reconnue par les autorités de certification et fait même figure de référence, cependant, elle présente tout de même certaines limitations ; d'une part, ce type d'installation ne permet pas de simuler l'ensemble des conditions de vol, et d'autre part, le coût associé à ce type d'essais est généralement très élevé, sans oublier les difficultés techniques que leur mise en oeuvre peut représenter. En réponse à ces limitations, les industriels ont de plus en plus recours aux simulations numériques et les intègrent dans leur développement dès les premières phases de conception d'un produit. Beaucoup moins coûteuses, elles donnent accès à l'ensemble des valeurs simulées, permettent de réaliser des études paramétriques facilement [22], ou encore offrent la possibilité de modéliser des configurations de vol impossibles à reproduire en soufflerie. Elles sont ainsi plus adaptées pour des phases amont de pré-conception ou de conception, lors desquelles elles peuvent être utilisées pour valider ou non les solutions proposées.

Néanmoins, bien que les outils numériques actuels permettent en partie de répondre aux limitations associées aux moyens d'essais expérimentaux, ils ne sont pour autant pas nécessairement adaptés à l'ensemble des problématiques pouvant être rencontrées dans le domaine. Les méthodes de simulation numérique du givrage sont en effet encore à ce jour associées à des coûts en terme de temps de calcul non-négligeables, liés en grande partie au caractère multi-physique du phénomène qui rend sa modélisation complexe. Ces outils peuvent alors se révéler difficilement exploitables dans certains contextes industriels, comme par exemple lors d'études de fiabilité, pour lesquelles les configurations traitées peuvent être tridimensionnelles et où un nombre important de calculs est souvent nécessaire. De plus, il est également important de souligner que la majorité des modèles de givrage ont à l'origine été développés afin de traiter le cas d'ailes ou de profils aérodynamiques ; certaines adaptations sont ainsi nécessaires lorsque ce sont des objets différents qui doivent être étudiés, et ne sont pas forcément immédiates.

Problématique industrielle et objectifs scientifiques

Dans le domaine des études de fiabilité, en particulier celles s'effectuant lors des phases de pré-conception, de conception ou de certification des sondes aéronautiques, disposer d'un outil d'évaluation rapide de la robustesse des sondes et de leur système de protection face au risque de givrage représente un enjeu majeur. Ce besoin se heurte néanmoins aux limitations des outils de simulation actuels, qui ne sont pas forcément adaptés aux configurations particulières des sondes aéronautiques, en plus d'être associés à des coûts de calcul incompatibles avec le traitement d'un grand nombre de configurations de vol. En l'absence d'outils de simulation simples, rapides et adaptés aux spécificités des sondes aéronautiques, les phases de conception peuvent par conséquent s'avérer longues, coûteuses, ou bien même déboucher sur des configurations non-optimales.

Il existe quelques études qui se sont attachées à traiter certains aspects associés à cette problématique. Une étude interne à Thales a tenté de développer un outil d'évaluation rapide de la robustesse dans un cadre contrôlé, en développant un outil de simulation simplifié permettant de représenter

le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence particulière. Leur étude s'est pour cela appuyée d'une part sur une modélisation géométrique réduite et 2.5D de la sonde, et d'autre part sur une modélisation simplifiée des phénomènes physiques intervenant. L'ensemble des paramètres du modèle a été recalé en utilisant une base de données d'essais effectués en soufflerie, afin d'obtenir un comportement représentatif de la sonde modélisée. L'outil développé a permis de réaliser des simulations du comportement aérothermique de la sonde en quelques secondes seulement, contre plusieurs heures voire plusieurs jours pour les méthodes classiques. Cela a par la suite permis de mettre en place une analyse de criticité des conditions en opération, qui a mené à l'identification de la pire condition de vol associée à cette sonde particulière. Néanmoins, le modèle développé lors de cette étude n'a pu être validé que pour des conditions de vol en air sec, et ne permet pas la prise en compte des conditions givrantes. De plus, il ne peut pas être appliqué à un autre design de sonde puisqu'il nécessite un recalage complet des paramètres à l'aide de données d'essais.

En ce qui concerne le givrage des sondes de Pitot, une méthodologie prédictive permettant d'identifier les conditions environnementales critiques qui conduisent au givrage des tubes de Pitot a été proposée par Chen et al [23]. En s'appuyant sur un outil de simulation numérique modélisant le processus de givrage dans quelques conditions de croisière particulières, l'impact de chaque paramètre environnemental sur le givrage du tube et notamment le temps de blocage associé ont pu être étudiés. Des corrélations entre certaines conditions environnementales et les temps de blocage ont pu être établies, ce qui a permis d'isoler les conditions pouvant potentiellement mener à une défaillance du tube de Pitot. Grâce aux informations recueillies, il a été possible par la suite d'établir des bornes sur les conditions environnementales en fonction des marges de sécurité. L'objectif de cette approche était d'offrir un système d'alerte en temps réel aux pilotes, en croisant les enveloppes établies avec les données remontées par des capteurs lors des vols. Cependant, le nombre de conditions de vol analysées était faible, et le LWC et le MVD étaient les seuls paramètres de givrage considérés dans cette étude.

Les études dédiées au comportement des sondes aéronautiques en conditions givrantes restant rares, des travaux visant à améliorer la compréhension du phénomène de givrage pour les sondes Pitot ont été entrepris en parallèle. Un ensemble d'outils numériques CFD a été développé par Szilder et Forsyth [24] pour prédire la formation de givre sur un tube de Pitot dans des conditions de givrage associées à la présence d'eau liquide surfondue. Les résultats obtenus présentaient des formes réalistes, aussi bien pour les régions associées au givre rime que glaze, ainsi que pour différentes orientations du tube de Pitot. Néanmoins, le réchauffage de la sonde n'a pas du tout été considéré dans cette étude. Cela a permis l'évaluation du modèle proposé sans la complexité supplémentaire associée à la modélisation du ruissellement d'un film d'eau à la surface de la sonde, mais rend en revanche la simulation du mode antigivrage par les outils proposés impossible sans développement supplémentaire.

Par ailleurs, en s'éloignant du cas particulier des sondes aéronautiques, il existe quelques travaux s'intégrant dans le développement d'outils d'aide à la conception de systèmes aéronautiques. En ce qui concerne la conception de systèmes de protection thermique, une méthode permettant de déterminer les paramètres de conception du système antigivrage des ailes reposant sur l'identification des points de conception critiques a été proposée par Zhu et al [25]. Pourbagian et Habashi [26] ont

pour leur part cherché à optimiser la consommation des systèmes de protection thermique des ailes, tandis que Targui and Habashi [27] ont proposé un cadre 3D pour l'optimisation des systèmes de protection contre le givre des giravions électrothermiques.

En résumé, différents travaux ont été menés afin de développer des méthodes permettant d'évaluer le comportement de certains objets aéronautiques en conditions givrantes, et certaines approches ont été proposées afin d'assister les phases de conception de ces systèmes. Toutefois, il existe encore très peu d'études portant spécifiquement sur les sondes aéronautiques et la modélisation de leur comportement aérothermique en conditions givrantes. Celles existantes concernent en majorité la sonde de Pitot, et les différents éléments nécessaires à la réalisation d'une étude de fiabilité – comme la modélisation des systèmes de protection thermique, l'intégration des multiples paramètres de conception – ne sont pas nécessairement pris en compte dans ces études. Ces aspects peuvent être traités par des approches reposant sur l'application des méthodes classiques de simulation du givrage au cas particulier des sondes, mais cela se fait néanmoins au détriment de la rapidité d'exécution d'une simulation, ce qui limite leur utilisation pour des études de fiabilité.

Ces limitations actuelles justifient cette étude. L'objectif ici consiste à évaluer rapidement la robustesse d'une sonde aéronautique réchauffée face au risque de givrage, à travers la modélisation numérique des transferts thermiques et la réalisation d'une analyse de criticité des conditions en opération.

Cette thèse se focalise sur le cas particulier d'une sonde d'incidence, et la méthodologie proposée ici repose sur la succession de deux étapes complémentaires. La première consiste à développer un modèle réduit permettant de représenter le comportement en opération de la sonde d'incidence. La seconde s'attache à mettre en place une méthode de recherche de points critiques reposant sur ce modèle réduit. L'approche proposée ici est adaptée à l'exploration rapide d'enveloppes de vol complètes, et mène à l'identification des conditions de vol les plus sévères pour la sonde en terme de givrage. La connaissance des points de vol critiques rend par la suite possible l'évaluation des performances de la sonde et de son système de protection, et permet ainsi d'analyser sa robustesse face aux conditions rencontrées en opération.

Organisation du manuscrit

Cette thèse s'articule autour de trois grandes parties.

Afin de situer clairement le contexte général de l'étude, la première partie propose un état de l'Art couvrant les différents aspects liés à la thématique traitée. Le chapitre I concerne tout d'abord la problématique du givrage en aéronautique : le phénomène physique et les défis qu'il pose au secteur sont présentés, et une attention particulière est portée aux sondes anémométriques et à leurs systèmes de protection, au cœur de cette thèse. L'aspect réglementaire et les exigences de conformité imposées par les autorités de certification sont également examinés, de même que les méthodes existantes permettant d'y répondre. Le chapitre II est ensuite consacré à la modélisation et à la simulation numérique du givrage. Les modèles fondamentaux et les approches couramment employées y sont présentés, suivis d'une revue des méthodes de réduction de modèle appliquées au domaine du givrage aéronautique. Une analyse des travaux portant plus spécifiquement sur les

sondes de mesure vient compléter cette synthèse. Le chapitre III introduit le contexte industriel de la thèse, avec un accent mis sur la stratégie de qualification des sondes. Ce chapitre se conclut par la présentation des objectifs principaux de l'étude, et vient clore cette première partie.

La deuxième partie regroupe les aspects liés à la modélisation et au développement numérique. Le chapitre IV détaille les différentes étapes ayant conduit à l'élaboration d'un modèle simplifié représentant le comportement aérothermique de la sonde d'incidence en opération. Le fonctionnement de la sonde, ses éléments de conception et les phénomènes physiques associés sont analysés, avant de présenter les choix de modélisation et les simplifications retenues. Le chapitre V décrit ensuite le développement de l'outil de simulation permettant de résoudre numériquement ce modèle. La méthode numérique employée, l'architecture générale du solveur ainsi que sa validation et ses performances y sont exposées. Le chapitre VI est consacré à la validation du modèle simplifié à l'aide de simulations réalisées avec le solveur développé précédemment. Les méthodes de validation disponibles sont d'abord passées en revue puis exploitées afin de quantifier les erreurs associées aux hypothèses de modélisation. Ce travail conduit à la calibration du modèle final, utilisé pour simuler le comportement aérothermique de la sonde dans des conditions opérationnelles. La comparaison entre les résultats simulés et les données de référence permet enfin d'évaluer la pertinence et les performances du modèle simplifié développé dans cette partie.

La troisième et dernière partie de cette thèse est dédiée à la mise en place d'une méthode d'analyse de criticité des conditions en opération. Ce problème pouvant être formulé comme un problème d'optimisation, le chapitre VII présente la méthode d'optimisation retenue ainsi que les motivations ayant conduit à ce choix. Enfin, le chapitre VIII illustre son application au cas industriel. La procédure permettant d'identifier le point critique d'une enveloppe de vol est décrite et mise en œuvre sur plusieurs cas d'étude, ce qui permet une évaluation globale de la démarche développée dans cette thèse.

Partie I

État de l'art

The world unwraps itself to you, again and again as soon as you are ready to see it anew.

– Gregory Maguire

CHAPITRE 1

La problématique du givrage en aéronautique

Afin de bien comprendre le contexte général dans lequel s'inscrit cette thèse, ce premier chapitre propose un état de l'Art portant sur la problématique du givrage en aéronautique. Dans un premier temps, le phénomène de givrage ainsi que les défis qu'il représente pour le monde aéronautique sont détaillés. Par la suite, une attention particulière est accordée à la présentation des sondes anémométriques et des systèmes de protection qui les équipent, ces instruments étant au cœur de cette thèse. Pour clore ce chapitre, l'aspect réglementaire et les besoins de conformité exigés par les autorités de certification sont passés en revue, avant que les différentes méthodes permettant de les adresser ne soient présentées.

Sommaire

1.1 Le phénomène de givrage en aéronautique **10**
1.1.1 Processus de formation du givre 10
1.1.2 Paramètres influents 12
1.1.3 Type de givre 14
1.1.4 Classification des risques 16
1.1.5 Systèmes de protection 17
1.2 Les instruments de mesure d'un aéronef **21**
1.2.1 Système anémobaroclinométrique 21
1.2.2 Sonde de pression totale 22
1.2.3 Sonde d'incidence 25
1.3 Les exigences de conformité et le besoin de qualification **28**
1.3.1 Normes et réglementation 28
1.3.2 Méthodes de qualification 30

1.1 Le phénomène de givrage en aéronautique

1.1.1 Processus de formation du givre

Le phénomène de givrage trouve son origine dans les particules d'eau présentes naturellement dans l'atmosphère. Issues de la vapeur d'eau qui se condense en altitude, ces particules mènent à la formation de nuages évoluant généralement entre le sol et 13 000 mètres d'altitude, bien que certains d'entre-eux (cumulonimbus) puissent parfois s'élever à plus de 18 000 mètres d'altitude dans les régions tropicales [28]. Les principaux types de nuages ainsi que les altitudes auxquelles ils sont généralement rencontrés sont illustrés par la figure 1.1. A titre de comparaison, de nos jours la plupart des avions de ligne opèrent à des altitudes de vol se situant entre 5 000 et 12 000 mètres au-dessus du niveau de la mer, il est ainsi plus que courant pour un appareil en opération de rencontrer un nuage, et cela sans compter la densification des vols dans l'espace aérien qui rend la rencontre avec un nuage d'autant plus fréquente. En fonction de la composition et de l'altitude de ce dernier, cette rencontre peut provoquer ou non la formation d'une couche de givre sur l'avion, et le terme "potentiel givrant" est souvent utilisé pour qualifier le risque que peut représenter la traversée d'un nuage pour un appareil [29]. En d'autres termes, le potentiel givrant permet de décrire la probabilité d'apparition d'une accrétion de givre sur une surface de l'aéronef en fonction des conditions environnementales rencontrées.

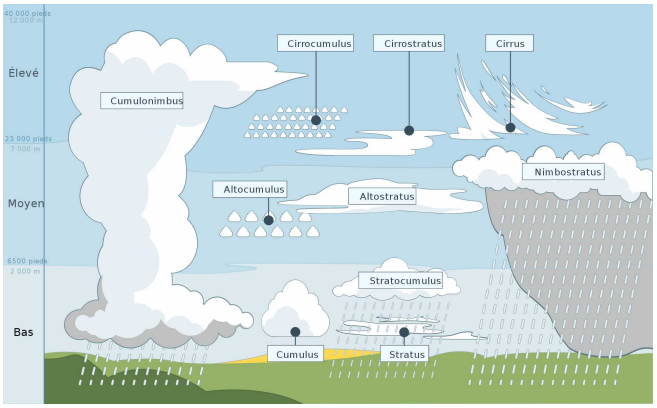


Figure 1.1 – *Classification des nuages - [30]*

Le phénomène de givrage sur des surfaces non-réchauffées est principalement dû au fait que des gouttelettes d'eau[1] surfondues – c'est-à-dire des particules d'eau à l'état liquide et à température négative – existent au sein des nuages ; cet état particulier est qualifié d'état de surfusion. Lors d'une collision avec un aéronef, l'équilibre métastable dans lequel se trouvent ces particules est rompu au moment de l'impact, ce qui entraîne la solidification de la gouttelette d'eau et conduit à une accrétion de givre sur la partie exposée de l'appareil. La présence ainsi que la concentration de gouttelettes d'eau surfondues apparaissent alors naturellement comme étant des facteurs déterminants pour évaluer le potentiel givrant d'un nuage. Par conséquent, ce dernier est considéré comme maximal lorsque le nuage est essentiellement composé de gouttelettes, ce qui est typiquement le cas pour des nuages situés à basse altitude et associés à des températures comprises entre 0 et -12°C. A

1. On entend par "eau" l'eau liquide, en opposition au mot "glace".

contrario, le potentiel givrant est jugé comme faible à haute altitude, notamment en raison de la température associée qui est inférieure à -40°C. A ces températures négatives extrêmes, le nuage est composé uniquement de cristaux de glace, et comme ces derniers ont plutôt tendance à rebondir lors d'un impact avec une paroi – s'ils ne sont pas accompagnés de gouttelettes – au lieu d'adhérer à la surface d'un appareil, ils ne représentent pas de menace particulière dans cette configuration. En revanche, les cristaux peuvent s'avérer dangereux pour un aéronef dans le cas d'un impact sur une paroi chauffée (bord d'attaque, sonde ou moteur) ou bien lorsqu'ils coexistent avec des gouttelettes d'eau surfondues, notamment parce qu'ils peuvent alors être emprisonnés dans un mélange d'eau et de glace formé à la surface de l'appareil [31]. Ces conditions pour lesquelles les deux états sont présents simultanément sont qualifiées de conditions mixtes ; elles sont généralement rencontrées à des températures comprises entre -15° et -40°C. Associées à un risque de givrage intermédiaire pour les ailes d'un aéronef, elles sont néanmoins considérées comme étant celles représentant le plus grand danger pour les sondes de mesure. Enfin, le potentiel givrant est considéré comme nul si l'eau présente dans un nuage est à l'état non-surfondu, ce qui est le cas pour des températures supérieures à 0°C. Cette classification est résumée par la figure 1.2 ci-dessous, qui illustre les risques de givrage en fonction de la composition d'un nuage et de la température associée.

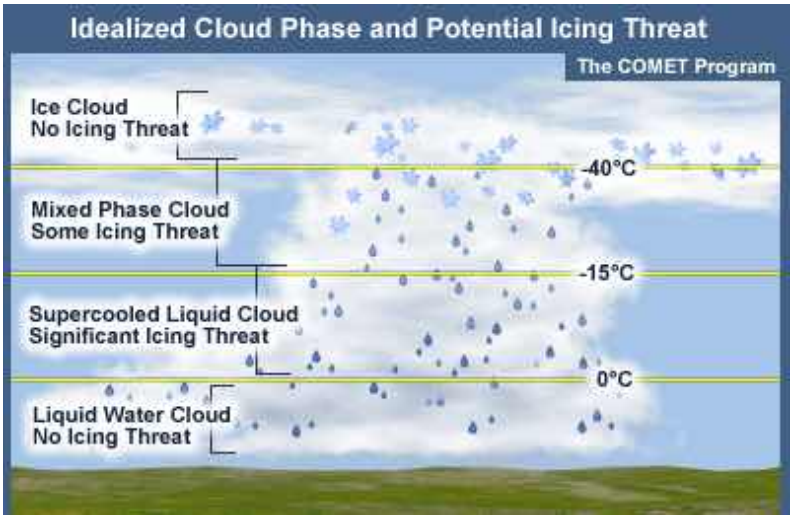


Figure 1.2 – *Illustration du potentiel givrant d'un nuage - National Weather Service - [32]*

En plus de leur composition, certains processus atmosphériques associés aux nuages peuvent favoriser les risques de givrage. Les zones de convection sont ainsi considérées comme des lieux de givrage majeurs car elles donnent généralement naissance à des nuages convectifs ; comme ces derniers se forment lorsque certaines couches de l'atmosphère sont instables, ils sont caractérisés par de forts mouvements internes ainsi qu'une humidité très importante et sont notamment responsables de la formation des cellules orageuses, des fortes précipitations ou encore des tempêtes de grêle. Les zones de front sont également considérées à risque pour le givrage, et plus particulièrement les zones de front chaud dans lesquelles les masses d'air chaud surmontent les masses d'air froid. Ces forts mouvements ascendants sont généralement accompagnés d'une humidité très importante, et cette association est souvent synonyme de risques de précipitations ou même de bruine givrante. Enfin, une forte humidité au sol couplée à des températures négatives peut donner naissance à du brouillard givrant, dont l'intensité de givrage est directement liée à la densité du brouillard.

1.1.2 Paramètres influents

Il apparaît ainsi que les conditions givrantes sont le résultat d'un ensemble de phénomènes météorologiques qui s'accompagnent de plusieurs facteurs environnementaux pouvant influer sur la sévérité du phénomène de givrage. Dans leurs spécifications de certification, les agences de régulation considèrent ainsi que parmi les différents paramètres intervenant, trois d'entre eux jouent un rôle prépondérant sur le type et la sévérité du givrage ; il s'agit de la température ambiante, du contenu en eau liquide et de la taille des gouttelettes d'eau ([33], [34]).

Température ambiante

Comme indiqué précédemment, les gouttelettes d'eau surfondues peuvent être formées entre 0 et -40°C et les températures les plus favorables aux conditions givrantes sont celles qui s'étalent de 0 à -15°C. A ces températures, les noyaux glaçogènes – qui sont les particules qui donnent naissance à de la glace – sont très peu présents, les nuages ne contiennent alors peu ou pas de cristaux de glace et sont composés en majorité de gouttelettes d'eau surfondues.

Contenu en Eau Liquide

Ces gouttelettes d'eau surfondues confèrent au nuage une certaine teneur en eau liquide qui est mesurée via le Contenu en Eau Liquide (CEL) ou Liquid Water Content (LWC) ; cette variable fait référence à la quantité d'eau liquide contenue dans une unité de volume, et s'exprime en gramme d'eau liquide par mètre cube d'air nuageux (g/m^3). Le LWC varie énormément en fonction des types de nuages, par exemple pour des nuages à faible densité qui contiennent donc très peu d'eau, il est relativement faible et peut osciller entre 0.03 et 0.5 g/m^3, tandis que pour les nuages plus instables, il atteint généralement des valeurs comprises entre 1 et $5g/m^3$. Comme le LWC peut être différent au sein d'une même couche nuageuse, il peut être considéré comme un paramètre peu stable dans le temps et dans l'espace.

Taille des gouttelettes

Il existe plusieurs manières de caractériser la taille des gouttelettes d'eau, par exemple grâce au diamètre effectif moyen (Mean Effective Diameter - MED) ou encore grâce au diamètre médian volumique (Median Volume Diameter - MVD). La différence entre les deux paramètres provient du fait que le calcul du MED est basé sur la distribution hypothétique des gouttelettes d'eau, tandis que celui du MVD est basé sur la mesure de la taille réelle des gouttelettes, mais en général, les deux sont considérés comme équivalents [9]. Le diamètre des gouttelettes est généralement compris entre 15 et 40 microns et constitue l'un des facteurs déterminants pour évaluer la sévérité du givrage puisqu'il influence en grande partie le comportement de ces dernières. En effet, comme les gouttelettes de petites tailles sont plus facilement transportables par l'écoulement autour de l'appareil, elles rentrent plus rarement en collision avec la paroi, et lorsque c'est le cas, elles frappent en majorité les parties les plus frontales de l'aéronef (nez, bord d'attaque, lèvre des entrées d'air, etc.). Les gouttelettes possédant un diamètre plus important – associé à une plus grande inertie – présentent quant à elles des trajectoires se rapprochant de trajectoires balistiques, elles impactent alors davantage les zones qui sont en contact direct avec le vent relatif, et peuvent ainsi atteindre des parties situées plus en

aval sur l'appareil. La contribution au givrage des gouttelettes possédant un diamètre inférieur à 15 microns est ainsi souvent jugé comme étant très faible, tandis que pour les gouttelettes les plus courantes, le risque de givrage s'accentue lorsque le diamètre augmente.

Jusqu'à récemment, les autorités se sont toujours basées sur la plage $[15, 40]$ microns pour établir leur code de navigabilité, néanmoins au cours des dernières années, de multiples rapports de vol ont fait état de rencontres entre des appareils et des gouttelettes de plus grande taille. Connues sous le nom de SLD (Supercooled Large Droplets), ces gouttes d'eau se caractérisent par un diamètre supérieur à 50 microns et sont généralement rencontrées lors de la traversée de bruines givrantes (MVD compris entre 50 à 500 microns) ou lors de pluies verglaçantes (MVD supérieur à 500 microns). Leur grande inertie les rend capables d'atteindre et de s'accumuler derrière les zones de l'appareil protégées par les systèmes d'antigivrage, ce qui peut conduire à de nouveaux types d'accidents. Par ailleurs, les SLD présentent également des comportements complexes lors de l'impact : elles peuvent provoquer un dépôt partiel, suivi d'une réémission de liquide susceptible de réimpacter des zones plus en aval, modifiant la distribution locale de l'eau et les mécanismes de givrage. Ces caractéristiques ont conduit les autorités à étendre leurs spécifications d'exploitation pour les prendre en compte et ainsi couvrir l'intégralité des conditions de givrage des gouttelettes d'eau surfondues [35].

L'influence de ces trois paramètres (température, contenu en eau liquide et taille des gouttelettes) est communément reconnue depuis de nombreuses années, c'est la raison pour laquelle ils ont servi de base à la définition de deux enveloppes ayant pour objectif de décrire le givrage atmosphérique dans un cadre aéronautique. Proposées initialement en 1955 par la Civil Aeronautic Board (CAB - [36]), une agence gouvernementale américaine qui réglementait les services aériens aux États-Unis de 1938 à 1985, ces deux enveloppes ont été acceptées dès leur définition ; elles sont depuis largement utilisées pour la certification des aéronefs pour les vols en conditions givrantes, et les autorités telles que la FAA (Federal Aviation Administration) ou l'EASA (European Union Aviation Safety Agency) les intègrent systématiquement dans leurs spécifications de certification ([33], [21]), même si les données sur lesquelles elles reposent dérivent de rapports de mesure de la NASA datant de plusieurs décennies [9].

Enveloppes de conditions givrantes

Il existe deux classes d'enveloppes de givrage, connues sous le nom de "maximum continu" et "maximum intermittent" [37], et chacune d'elles permet de caractériser les types de conditions givrantes pouvant être rencontrées en opération en termes d'altitude, de température, de contenu en eau liquide (LWC) et de taille de gouttes (représentée par le diamètre médian (MVD)), sans oublier le temps d'exposition d'un appareil aux conditions givrantes qui est lui-aussi pris en compte par ces enveloppes. Parmi ces paramètres, la température est souvent liée à l'altitude, tandis que la teneur en eau liquide, le diamètre des gouttelettes et le temps d'exposition dépendent principalement du type de nuage traversé. De façon générale, les nuages stratiformes sont majoritairement composés d'une faible quantité de gouttelettes de petit diamètre, mais ils présentent une grande étendue horizontale ; en les traversant, un appareil sera donc exposé à des conditions localement moins sévères mais sur un laps de temps plus important. L'occurrence de givrage dans ce contexte est définie comme un givrage maximal continu, et la figure 1.3 illustre la relation entre la teneur en eau liquide du nuage,

le diamètre des gouttelettes et la température de l'air pour ce cas. La seconde enveloppe décrit quant à elle une condition de givrage maximal intermittent, et est davantage destinée aux nuages dont l'étendue verticale est importante et qui sont associés à une forte teneur en eau liquide, ce qui est le cas des nuages cumuliformes ; la relation entre les trois paramètres est illustrée de la même façon que précédemment par la figure 1.4. Il est à noter que ces deux enveloppes principales – reliant la teneur en eau liquide, le diamètre des gouttelettes et la température de l'air – peuvent également fournir des relations entre la température ambiante et l'altitude-pression. Coupler l'ensemble de ces informations peut alors permettre d'obtenir des graphes détaillant les relations entre la teneur en eau liquide des nuages, le diamètre des gouttelettes et l'altitude.

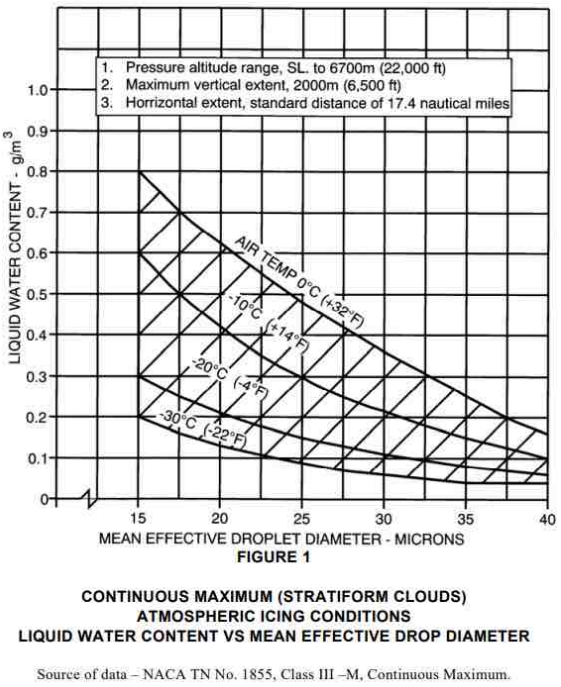


Figure 1.3 – *Enveloppe givrante pour une Exposition Continue - Annexe C du Code de Navigabilité, EASA [21]*

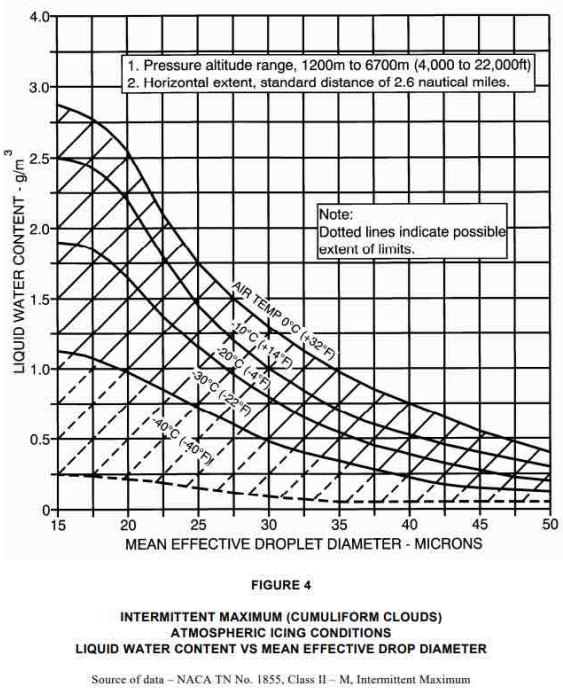


Figure 1.4 – *Enveloppe givrante pour une Exposition Intermittente - Annexe C du Code de Navigabilité, EASA [21]*

1.1.3 Type de givre

En fonction des conditions givrantes rencontrées et de certains facteurs aérodynamiques, le givre formé à la surface d'un appareil peut être de plusieurs types, dont les trois principaux sont le givre blanc, le givre transparent, et le givre mixte.

Rime Ice ou Givre blanc

Le givre blanc se forme généralement lorsque la température des gouttelettes est si basse (températures inférieures à -10 °C) qu'elles gèlent instantanément lorsqu'elles entrent en collision avec une surface. Au cours de ce processus, la congélation est si rapide que de petites bulles d'air sont emprisonnées entre les gouttelettes, ce qui donne à ce type de givre son aspect blanc caractéristique. Le givre blanc apparaît habituellement dans un environnement à faible vitesse, basse température, faible teneur en eau liquide et faible diamètre de gouttelettes ; il s'accumule puis s'étend principalement sur les parties exposées d'un appareil, ce qui lui confère une géométrie profilée. Dans le cas d'une aile, ce givre est assez cassant et s'enlève relativement facilement, mais il dispose d'une surface plutôt rugueuse qui dégrade rapidement les performances aérodynamiques (diminue la portance et augmente la trainée).

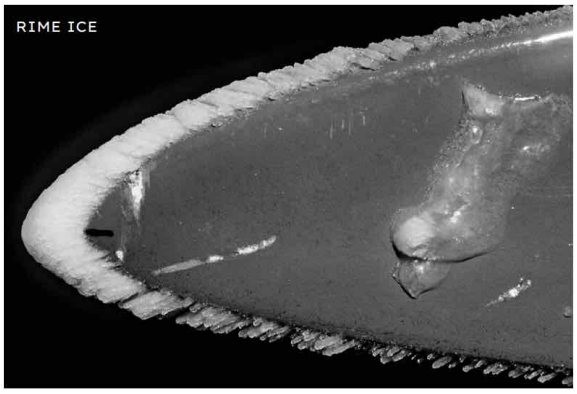


Figure 1.5 – *Illustration du givre blanc sur un profil d'UAV - [38]*

Glaze Ice ou Givre transparent

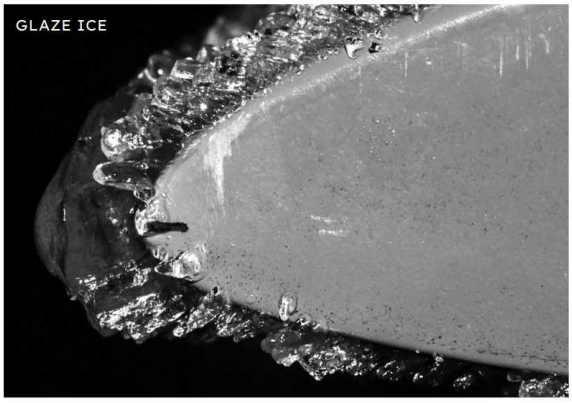


Figure 1.6 – *Illustration du givre transparent sur un profil d'UAV - [38]*

Le givre transparent se forme à des températures relativement proches du point de congélation. Dans ce régime de température, la majorité des gouttelettes ne gèlent pas instantanément mais restent en partie dans leur phase liquide même après l'impact. Le film d'eau liquide qui en résulte gèle progressivement en s'écoulant le long de la surface, et cela entraîne la formation d'une couche de glace fine et lisse qui peut présenter des géométries plus complexes (ruisselets, raies, bosses, etc.). La présence de grosses gouttelettes, une forte teneur en eau liquide et une vitesse élevée constituent un environnement propice à la formation de ce type de givre. Contrairement au givre blanc, très peu d'air est emprisonné dans la glace, ce qui rend le givre transparent plus dense et plus résistant, et son élimination par un équipement de dégivrage est alors particulièrement difficile. Des études ont par ailleurs montré qu'en comparaison avec le givre blanc ou mixte, le givre transparent pouvait dégrader plus sévèrement les performances aérodynamiques d'un appareil [39] tout en étant plus difficile à simuler numériquement du fait d'un processus de formation plus complexe que celui du givre blanc [40].

Mixed Ice ou Givre mixte

La glace mixte se forme généralement à des températures s'étalant de -10° à -20°C. Elle est le résultat d'un mélange des deux formes de givre présentées précédemment, et est souvent composée d'une succession de couches alternant entre ces deux types. Cette superposition est due au fait qu'en opération réelle, les conditions givrantes peuvent varier considérablement, il n'est donc pas rare pour un appareil de faire face à différentes valeurs de contenu en eau liquide, de température et de taille des gouttelettes en l'espace de quelques dizaines de kilomètres seulement. Le givre mixte peut alors se former très rapidement et intègre les caractéristiques des deux types précédents : comme le givre blanc, il peut présenter une surface parfois très rugueuse, et comme le givre transparent, il peut s'étaler le long de la paroi et donner naissance à des géométries très variables, ce qui le rend là-encore relativement difficile à éliminer.

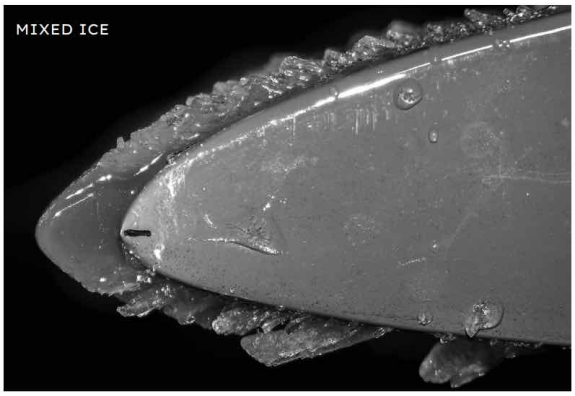


Figure 1.7 – *Illustration du givre mixte sur un profil d'UAV - [38]*

1.1.4 Classification des risques

Le principal effet négatif du givre concerne ainsi la dégradation des performances aérodynamiques. Celle-ci est fortement influencée par la nature du givre formé, qui peut alors présenter différents niveaux de dangerosité pour un appareil. Suite à l'identification de ce phénomène, les différents acteurs aéronautiques ont cherché à établir une classification de l'intensité du givrage rencontré. Le US Weather Bureau a été la première institution à définir une telle échelle d'intensité dans les années 1940 [41], et par la suite d'autres classifications ont également été proposées ([42], [43]). A des fins de normalisation, le comité national de coordination pour la météorologie aéronautique (NCCAM) a vu le jour en 1964. Regroupant la FAA, la NASA, le National Weather Bureau, et des représentants de l'aviation civile et militaire. Sa raison d'être était de fournir aux pilotes une classification des risques associés à l'intensité du givrage structurel des aéronefs. Cette classification permettait aux pilotes d'évaluer rapidement la sévérité des conditions rencontrées, d'anticiper la dégradation des performances de l'appareil et d'adapter en conséquence leurs décisions opérationnelles – telles que la trajectoire, le niveau de vol ou la nécessité de contourner une zone givrante. Après une légère révision en 1968 [44], la table proposée par la NCCAM est devenue une référence parmi les pilotes, qui l'utilisent comme guide pour estimer l'intensité avec laquelle le givre affectera leur appareil, qu'il soit équipé d'un système de protection ou non. Il existe quatre niveaux d'intensité dans cette classification :

1. Trace : la glace formée devient perceptible. Le taux d'accumulation est généralement supérieur au taux de sublimation. Même en l'absence d'utilisation des systèmes de protection (équipements de dégivrage ou d'antigivrage), ce type de givrage n'est pas dangereux, à moins qu'il ne soit rencontré pendant une période de temps prolongée (supérieure à une heure).
2. Léger : le taux d'accumulation peut créer un problème lorsque l'appareil est exposé de façon

prolongée à ce type de conditions (exposition supérieure à une heure). L'utilisation de systèmes de dégivrage et d'antigivrage permet d'éliminer facilement ou d'empêcher la formation d'un givrage léger, il ne constitue alors pas un problème si les systèmes de protection sont utilisés.

3. Modéré : le taux d'accumulation est tel que même de brèves rencontres avec ce type de conditions peuvent être dangereuses. L'utilisation permanente des systèmes de protection, un changement d'altitude ou même le déroutement du vol peuvent être nécessaires.
4. Sévère : le taux d'accumulation est si sévère dans ces conditions que les systèmes de protection ne parviennent pas à contrôler ou réduire l'accumulation de glace sur l'appareil. Le déroutement immédiat de l'appareil est nécessaire afin d'assurer la sécurité du vol.

Cette classification, bien qu'elle reste largement utilisée par les pilotes, demeure tout de même subjective, ce qui a fait d'elle l'objet de plusieurs critiques au cours des années. Il existe ainsi des méthodes parallèles qui permettent d'évaluer l'intensité du givrage, cette fois à partir des paramètres météorologiques ; l'US Air Force avait par exemple proposé dès 1956 [43] une échelle de sévérité basée sur le contenu en eau liquide (LWC) et le taux d'accrétion de givre, tandis que dans un rapport de 2002, la FAA détaillait pour sa part une procédure permettant d'obtenir des échelles d'intensité à partir des enveloppes givrantes définies précédemment [45]. Ces approches majoritairement basées sur les paramètres météorologiques sont depuis quelques années largement employées en complément des classifications plus anciennes, notamment grâce aux récents progrès technologiques qui ont permis d'obtenir des mesures et données bien plus précises que celles utilisées initialement.

1.1.5 Systèmes de protection

Comme indiqué précédemment, le givre peut entraîner des dégradations de performances aérodynamiques dont la nature et l'intensité sont déterminées par plusieurs paramètres qui sont en grande partie liés au type de givre formé (rugosité de l'accrétion, géométrie, position sur l'appareil). Néanmoins, des caractéristiques propres à l'aéronef – que ce soit en termes de conception (forme, profil) ou d'opération (vitesse, angle d'attaque) – peuvent également jouer un rôle, que ce soit sur les formes d'accrétion ou bien sur les conséquences provoquées par le givre accumulé [21]. Les paramètres liés à l'aéronef sont notamment primordiaux en raison de leur influence sur les phénomènes de portance, de traînée et de décrochage, qui constituent pour leur part trois des quatre principaux facteurs affectant les performances en vol d'un appareil [46]. A titre d'illustration, dans son guide de recommandations dédié aux pilotes devant effectuer des vols en conditions givrantes [47], la FAA indique que la présence – même faible – de glace sur un appareil réduit considérablement le coefficient de portance (de 30 à 50%) mais également l'angle d'attaque auquel un décrochage se produit. Elle y mentionne de plus que la vitesse de décrochage peut augmenter significativement suite à la formation d'une fine couche de glace sur le bord d'attaque des ailes, et que cet effet est d'autant plus marqué si ce sont des zones arrières qui sont touchées.

Bien que de nombreuses études permettent désormais d'expliciter et de quantifier les conséquences possibles d'une accrétion de givre sur les performances de vol d'un aéronef, les risques associés à ce phénomène avaient déjà été identifiés bien des années auparavant. Mesurant le danger majeur que le givre pouvait représenter pour les aéronefs et, à défaut de meilleures options, les autorités de l'époque n'avaient d'autre choix que de conseiller aux pilotes d'éviter les zones propices au givrage.

Illustrée par une note de la National Advisory Committee for Aeronautics (NACA [48]) datant de 1929 dans laquelle il est indiqué qu'"il semble possible d'éviter les conditions dans lesquelles [le givre] se forme et ainsi échapper aux dangers qu'il engendrerait" et que "la sécurité, par conséquent, réside évidemment dans l'évitement" [49], cette stratégie a pu être en grande partie abandonnée suite à la création de systèmes de protection qui offrent aux appareils la possibilité de voler en toute sécurité même en présence de conditions givrantes.

Les systèmes de protection contre le givre se déclinent en deux grandes catégories : les systèmes de dégivrage et les systèmes d'antigivrage. Les systèmes d'antigivrage sont conçus pour protéger la zone qu'ils équipent de toute formation de givre, et pour cela, ils fonctionnent donc le plus souvent de manière continue. A l'opposé, les systèmes de dégivrage fonctionnent eux de façon intermittente, et leur activation a pour objectif d'éliminer la couche de glace qui s'est formée sur la zone protégée entre deux utilisations. Au sein de ces deux catégories, les systèmes de protection peuvent historiquement être de trois types : mécanique, chimique ou thermique.

Systèmes mécaniques

Les systèmes de protection mécaniques fonctionnent uniquement en mode dégivrage, et la couche de glace est éliminée grâce à la déformation de la surface protégée. Les boudins pneumatiques en sont l'un des exemples les plus parlants, et sans doute le premier système de protection contre la glace entièrement opérationnel puisqu'il date des années 30 [51]. Le principe consiste à recouvrir le bord d'attaque d'une aile avec des boudins connectés à un système d'actionnement pneumatique et contrôlés par un système de capteurs ; en présence de conditions givrantes, l'activation des boudins se fait de façon périodique, et suite au choc provoqué par le gonflement de ces derniers, la liaison entre la paroi et la couche de glace va être rompue et cette dernière va être emportée par les forces aérodynamiques [52]. Ce mécanisme est illustré par la figure 1.8.

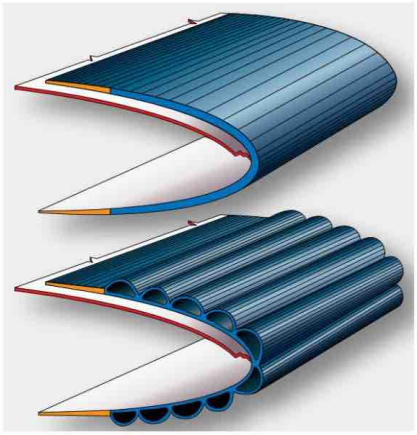


Figure 1.8 – *Illustration du fonctionnement de boudins pneumatiques - German Aerospace Center - [50]*

Systèmes chimiques

Les systèmes de protection basés sur des composés chimiques n'ont pas vocation à être utilisés de façon autonome, mais plutôt en complément des autres équipements. Leur objectif est généralement de protéger la surface qu'ils recouvrent le temps que les systèmes d'antigivrage ou de dégivrage soient totalement opérationnels [52]. Les substances utilisées cherchent alors à empêcher l'accrétion mais également à retarder le processus de givrage, elles sont ainsi habituellement composées de glycol, qui permet d'abaisser le point de fusion des particules d'eau. De telles substances chimiques sont principalement utilisées au sol pour dégivrer les appareils avant le décollage (figure 1.9), mais les aéronefs peuvent également être équipés de membranes qui diffusent des fluides antigivrants

au cours du vol ; ces dernières équipent alors principalement les bords d'attaques des ailes et de l'empennage, comme illustré par la figure 1.10.



Figure 1.9 – *Illustration d'un dégivrage au sol - [53]*

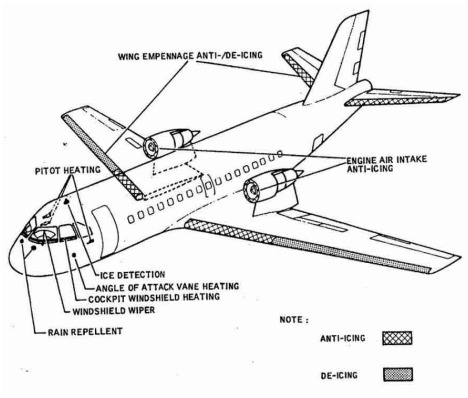


Figure 1.10 – *Zones protégées par des membranes de diffusion - German Aerospace Center - [50]*

Systèmes thermiques

Le principe des systèmes de protection thermique consiste à chauffer la surface à protéger, ce qui les rend adaptés à la fois pour un usage de dégivrage et d'antigivrage. Utilisés dans un cadre de dégivrage pour lequel une légère accrétion de glace est présente, ces systèmes permettent d'apporter à la surface protégée une quantité de chaleur suffisante pour faire fondre une partie de la couche de glace en contact avec la paroi. Cette fonte partielle diminue l'adhérence de la couche de glace, et cet effet, combiné aux forces aérodynamiques qui s'exercent, mène à son détachement de la surface de l'appareil. Dans un cadre d'antigivrage pour lequel aucune formation de givre n'est autorisée, ces systèmes peuvent présenter deux comportements en fonction de l'énergie mise en jeu : si la chaleur apportée à la paroi est suffisamment importante, elle peut provoquer l'évaporation complète des gouttelettes, ou si la chaleur est plus faible, simplement empêcher les particules de geler lors de l'impact. Le mode de fonctionnement basé sur l'évaporation a l'avantage d'éliminer la possibilité de ruissellement, qui constitue l'un des risques les souvent associés aux systèmes de protection thermique et celui identifié dès leur introduction [54]. Lorsque le système empêche uniquement les gouttelettes d'eau de geler sur la surface critique, ces dernières ne sont pas totalement éliminées comme c'est le cas lors de l'évaporation, et elles forment alors généralement un film d'eau liquide qui ruisselle ensuite le long de la surface protégée. Dans certains cas, ce film d'eau peut former de la glace lorsqu'il atteint les zones non-protégées, et ainsi représenter un danger encore plus difficile à éliminer (illustration sur la figure 1.11). Le mode d'évaporation apparaît donc comme le plus efficace pour protéger les appareils, mais en contrepartie il requiert une dépense d'énergie beaucoup plus importante.

Les systèmes de protection thermique sont généralement séparés en deux groupes, avec d'un côté les systèmes à gaz chauds et de l'autre les systèmes électrothermiques. Les systèmes à gaz chauds ont été initialement proposés dans les années 1920, et reposent sur un processus consistant à prélever de l'air chaud au niveau du moteur avant de le redistribuer vers les zones à protéger [51].

Les systèmes électrothermiques ou ETIPS (ElectroThermal Ice Protection System) intègrent quant à eux directement des technologies permettant de maintenir les surfaces protégées à une température positive, et l'élévation de la température peut se faire soit par résistivité soit par induction [52]. Dans la première option, la circulation d'un courant électrique (la plupart du temps continu et contrôlé électroniquement) permet de faire chauffer des résistances électriques qui vont ensuite réchauffer la surface à protéger par conduction, tandis que pour la seconde, la surface critique est réchauffée directement grâce à la circulation de courants induits. Les ETIPS ont depuis longtemps démontré leur efficacité au sein des systèmes d'antigivrage thermique qui équipent traditionnellement les avions de ligne, cependant cela ne les empêche pas d'être toujours au centre de nombreuses recherches. Les acteurs industriels cherchent en effet continuellement à réduire les puissances nécessaires à la protection thermique de leurs appareils, et comme les systèmes électrothermiques sont particulièrement adaptés à un fonctionnement en mode dégivrage, ils apparaissent naturellement comme solution d'économie d'énergie. Des configurations récentes de systèmes de protection des ailes intègrent ainsi les deux utilisations possibles des ETIPS (figure 1.12) : une utilisation en mode antigivrage pour les bords d'attaque (pour des raisons de sécurité ces derniers doivent être protégés de façon continue), et une utilisation en mode dégivrage pour les parties adjacentes jugées comme moins critiques. Ces zones sont alors dégivrées par intermittence, généralement en suivant une activation cyclique, et cette combinaison d'activation continue et intermittente permet une réduction de la consommation.

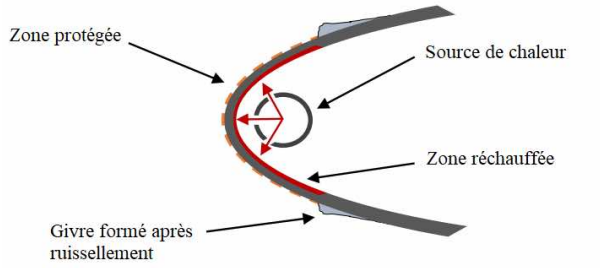


Figure 1.11 – *Illustration d'un système de protection thermique - [55]*

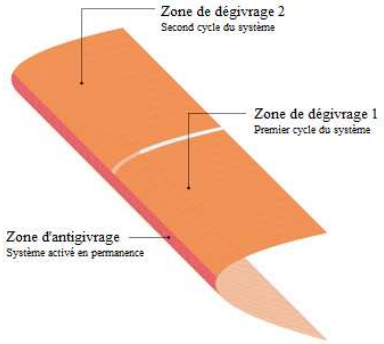


Figure 1.12 – *Illustration ETIPS en mode antigivrage/dégivrage - [56]*

Les différents types d'équipements abordés ici font partie des catégories principales de systèmes de protection, mais au fil des années de nombreuses déclinaisons ont vu le jour et sont généralement issues d'une combinaison des systèmes originaux (système thermomécanique, système hybride). Bien que les exemples les plus classiques d'utilisation de ces systèmes concernent majoritairement les surfaces exposées d'un aéronef (bords d'attaque des ailes), ce ne sont malheureusement pas les seules parties à être concernées par les risques induits par la formation de givre. Les différentes sondes (anémométriques, de décrochage), les entrées d'air et certains éléments du moteur, les bords d'attaque du plan fixe horizontal (parfois la dérive) et les fenêtres frontales et latérales sont également des éléments d'un avion qui doivent être dégivrés ou antigivrés, et chaque système se doit d'être dimensionné au plus juste afin de répondre aux besoins spécifiques de ces différents équipements. Dans son manuel de maintenance mis à jour en 2018 [57], la FAA présente ainsi les méthodes de protection les plus adéquates en fonction de la partie de l'appareil à protéger, elles sont reprises ici

dans le tableau 1.1.

Zone critique	Système de protection
Bord d'attaque de l'aile	Thermique pneumatique, thermique électrique, chimique et pneumatique (dégivrage)
Bords d'attaque des stabilisateurs	Thermique pneumatique, thermique électrique et pneumatique (dégivrage)
Pare-brise, fenêtres	Thermique pneumatique, thermique électrique et chimique
Entrées d'air réchauffeur et moteur	Thermique pneumatique et thermique électrique
Capteurs de données Pitot et air statique	Thermique électrique

Tableau 1.1 – *Les systèmes de protection en fonction des zones à protéger - FAA [57]*

Ce tableau permet de rappeler qu'au sein d'un même appareil, un système unique de protection n'est pas envisageable. Bien que le givrage représente un danger majeur pour l'ensemble des constituants critiques d'un aéronef, la manière dont il affecte chacun d'entre-eux varie, il est donc primordial que chaque élément soit équipé d'un système de protection adapté le plus possible à ses besoins et que les stratégies employées restent compatibles avec les contraintes associées à ces composants. Les instruments de mesure, et notamment les sondes anémométriques, font partie de ces zones critiques nécessitant une protection particulière, et ces besoins ainsi que les réponses apportées par les systèmes de protection dédiés à ces instruments font l'objet des parties suivantes.

1.2 Les instruments de mesure d'un aéronef

1.2.1 Système anémobaroclinométrique

Afin d'assurer un bon contrôle de leur appareil en vol, il est vital pour les pilotes de disposer d'un ensemble de données aérodynamiques qui reflètent à la fois le comportement de leur aéronef en opération mais également l'environnement dans lequel celui-ci évolue. Jugées comme essentielles pour la navigation, ces différentes notions sont connues sous le nom de paramètres anémobaroclinométriques ; elles regroupent des informations telles que la pression statique, la pression dynamique ou la température totale, mais aussi des références comme l'angle d'incidence, l'angle de dérapage ou encore la vitesse en vol [58]. Ces différents paramètres sont obtenus à l'aide d'instruments de mesure positionnés à l'extérieur de l'appareil qui permettent soit d'obtenir directement les données souhaitées, soit de capter des paramètres intermédiaires à partir desquels les informations destinées aux pilotes pourront ensuite être dérivées. Les aéronefs actuels sont ainsi équipés de systèmes anémobaroclinométriques complets (ou Air Data System) comprenant des systèmes de détection, des systèmes de traitement et des systèmes de transmission [59].

De façon classique, les systèmes de détection sont divisés en deux circuits indépendants : le circuit primaire (ou principal) et le circuit secondaire (ou circuit de secours), qui n'est utilisé qu'en cas de dysfonctionnement ou de perte du circuit principal. Ces systèmes parallèles fonctionnent en totale

autonomie, et reposent sur différentes voies de mesure qui sont composées d'un ensemble de sondes. Il est à noter que ces voies ainsi que les sondes qui les équipent sont identiques et permettent toutes d'accéder aux mêmes paramètres ; une unique voie de mesure est alors théoriquement suffisante pour obtenir l'ensemble des informations nécessaires au pilotage d'un appareil. Néanmoins, pour des raisons de sécurité, les voies de mesure sont dans les faits dupliquées, dans le but de générer une redondance dans les mesures et ainsi renforcer la fiabilité des valeurs obtenues. Le circuit de détection primaire comporte par conséquent généralement trois voies de mesure, chacune composée d'une ou plusieurs sondes fournissant la pression statique, la pression totale, la température totale et l'angle d'attaque, tandis que le circuit secondaire n'en compte traditionnellement qu'une seule puisqu'il constitue déjà en lui-même un dispositif de secours supplémentaire. Chacune des voies de mesure est ensuite reliée à un système de traitement de données connu sous le nom d'ADIRU (Air Data Inertial Reference Unit), qui assure le traitement et l'analyse des données brutes captées par les sondes, en plus d'intégrer le calcul des paramètres non-mesurés ; c'est également au sein de ce dispositif qu'a lieu un couplage entre les informations issues des systèmes anémobaroclinométriques et celles provenant des systèmes complémentaires de navigation, tels que les systèmes GPS ou les systèmes IRS (Inertial Reference System). Un système de transmission se charge par la suite de diffuser l'ensemble des paramètres critiques aux différents sous-systèmes de gestion de vol, tout en les rendant en parallèle accessibles aux pilotes au sein du cockpit via des systèmes d'affichage (Primary Flight Display).

Dans le cadre des systèmes anémobaroclinométriques actuels, aucun paramètre anémométrique ne serait disponible sans la présence des sondes de mesure qui équipent les aéronefs. Positionnées sur le fuselage de l'appareil, ces sondes se déclinent habituellement en quatre catégories, à savoir :

- Les sondes de pression statique ;
- Les sondes de pression totale (sondes de Pitot) ;
- Les sondes de température totale ;
- Les sondes d'incidence.

Il est à noter que certains appareils – notamment ceux de type militaire – sont parfois équipés de sondes multifonctions qui offrent la possibilité de mesurer simultanément plusieurs paramètres anémométriques à l'aide d'une unique sonde [60]. Les avions civils sont en revanche majoritairement équipés de sondes dites monofonctions (une sonde est associée à une seule mesure) afin de réduire au maximum l'impact d'une défaillance ; la classification ci-dessus reste dans ce cas adaptée. Parmi ces différentes catégories, les sondes de pression totale et les sondes d'incidence sont celles concernées par la méthode développée au sein de cette thèse, elles sont donc présentées par la suite.

1.2.2 Sonde de pression totale

Dans le domaine aéronautique, la mesure de la vitesse aérodynamique s'effectue traditionnellement via une sonde de mesure appelée tube de Pitot. Introduit en 1732 à l'Académie des Sciences par Henri Pitot qui lui a légué son nom, cet instrument a été initialement proposé afin de mesurer la vitesse des eaux courantes [61], avant que son concept ne soit repris et amélioré, lui assurant par la suite une place de premier rang au sein des instruments les plus largement utilisés pour mesurer la vitesse d'écoulement dans les fluides [62]. Le système initial reposait sur l'intuition de

Pitot qu'il existait une relation entre la vitesse de l'écoulement et l'élévation du niveau d'eau au sein d'un tube coudé placé face au courant, l'instrument était ainsi simplement constitué d'un tube vertical ouvert aux deux extrémités et recourbé [63]. Ce dispositif présentait néanmoins certaines difficultés, notamment au niveau de la mesure de l'élévation d'eau, et c'est en 1858 que le physicien Darcy a perfectionné le système en le dotant d'un second tube facilitant cette observation [64]. Qualifié d'"avancée majeure dans la dynamique des fluides expérimentale" [65], l'intuition au coeur de l'invention de Pitot n'a pu être justifiée théoriquement que des années plus tard grâce aux travaux de Bernoulli [66], mais elle a eu pour conséquence de mener à une généralisation du principe à tout type de fluide et a ouvert la voie à une multitude d'applications.

Le rôle fondamental du tube de Pitot consiste ainsi à déterminer la vitesse d'un fluide, et le dispositif repose pour cela sur une mesure de la pression totale liée à l'écoulement, aussi appelée pression d'arrêt. De façon générale, la pression s'exprime en Pascals (Pa) ou en Newtons par mètre carré (N/m^2) – en prenant comme référence le Système International – et correspond à l'intensité de la force qu'exerce un fluide par unité de surface. Il existe cependant différents niveaux de pression qui intègrent chacun certaines nuances, et leur distinction revêt une importance non-négligeable notamment dans le domaine aéronautique. La pression statique correspond à la pression exercée dans toutes les directions par un fluide au repos. La pression dynamique (ou pression cinétique), quant à elle, représente la contribution liée à la vitesse de l'écoulement - c'est-à-dire la part de pression associée à l'énergie cinétique du fluide. La pression totale est alors définie comme la somme de la pression statique et de la pression dynamique.

Dans son concept initial, la mesure de la pression dynamique au sein du tube de Pitot s'effectuait en comparant le niveau de l'eau à l'intérieur du tube. En considérant en effet un tube en forme de "U" et contenant un liquide, une différence de hauteur peut être observée entre les deux côtés du tube lorsque ses deux extrémités ne sont pas soumises à la même pression (comme illustré par la figure 1.13), et cette différence de hauteur est proportionnelle à la différence de pression. De nos jours, la mesure de pression totale s'effectue via un instrument appelé manomètre qui peut se décliner sous différentes formes (manomètre à valve, à soufflet, à ionisation [67]), et à titre d'information, le manomètre à colonne de liquide qui fait partie des manomètres hydrostatiques est celui reproduisant le principe introduit par Pitot. Bien que primordiale, l'information de pression totale ne suffit pas à elle seule à déterminer la vitesse de l'écoulement ; elle doit pour ce faire être couplée à celle de pression statique, qui est classiquement mesurée par l'intermédiaire d'un petit orifice placé au niveau d'une paroi autour de laquelle un fluide circule. Cette prise de mesure peut sans problème s'effectuer sur le même dispositif que celui assurant la prise de pression totale, ce qui a donné lieu à deux catégories de tubes Pitot [68] :

- Le tube de Pitot, qui est composé d'un tube cylindrique avec une extrémité ouverte en amont ; il permet de mesurer la pression totale.
- Le tube Pitot-statique ou antenne de Prandlt, qui présente un tube coaxial combinant un tube de Pitot et une prise de mesure statique ; il permet de mesurer la pression totale et la pression statique, et d'en déduire la pression dynamique.

Une fois les pressions totale et statique connues, la détermination de la vitesse s'effectue via l'équation de Bernoulli, qui traduit le principe de conservation de l'énergie mécanique le long d'une ligne

de courant dans le cadre de l'écoulement stationnaire d'un fluide parfait et incompressible. Cette conservation implique qu'en tout point d'une même ligne de courant, l'équation 1.1 doit être vérifiée :

$$P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = C \tag{1.1}$$

où C est une constante le long de la ligne de courant, g l'accélération de la pesanteur, z l'altitude, et P, ρ, v, respectivement la pression, la masse volumique et la vitesse du fluide en ce point. Dans sa forme présentée ici, le premier membre correspond à la pression totale (ou charge ou encore à l'énergie mécanique du fluide par unité de volume). L'interprétation de l'équation de Bernoulli peut alors se faire tant du point de vue de la conservation d'énergie mécanique – il n'y pas a de dissipation au cours de l'écoulement – que de la conservation de pression totale – il n'y a pas de perte de charge lorsque le fluide est parfait [69]. C'est ce principe fondamental de conservation qui est au coeur du fonctionnement du tube de Pitot, comme illustré ci-dessous.

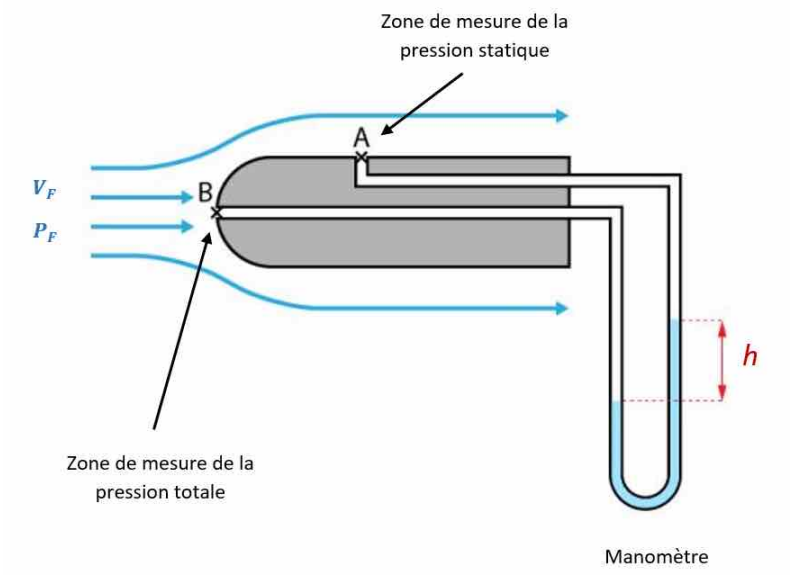


Figure 1.13 – *Illustration du fonctionnement d'une antenne de Prandtl*

En considérant le cas représenté sur la figure 1.13, correspondant à un tube Pitot-statique placé au sein d'un fluide s'écoulant à une vitesse V_F, la pression statique P_A est mesurée au point A, tandis que la pression totale est mesurée au point B, où la vitesse s'annule ($V_B = 0$) et la pression vaut P_{t_0} (B est nommé point d'arrêt ou point de stagnation). En s'approchant de l'entrée du tube, le fluide voit sa vitesse diminuer progressivement jusqu'à l'arrêt complet à l'embouchure. Comme l'équation de Bernoulli stipule que la pression augmente lorsque la vitesse diminue, la pression mesurée au point de stagnation correspond à pression totale P_{t_0}. En appliquant l'équation de Bernoulli 1.1 entre les points A et B, la conservation de l'énergie s'écrit sous la forme :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho V_F^2 = P_{t_0}. \tag{1.2}$$

La vitesse du fluide s'exprime alors en fonction de la pression dynamique :

$$V_F = \sqrt{\frac{2(P_{t_0} - P_A)}{\rho}}. \tag{1.3}$$

C'est en s'appuyant sur ce principe que le tube de Pitot est devenu le premier instrument capable de fournir une telle information de vitesse pour un fluide en écoulement. La valeur que pouvait apporter la connaissance de cette mesure a été reconnue immédiatement et dans de nombreux secteurs, ce qui a naturellement placé le système de Pitot au centre de nombreux travaux dans les années qui ont suivi son introduction ([70], [71]). Nombres d'entre eux ont permis d'élargir les domaines d'application de cet instrument, par exemple en étendant son utilisation à des fluides incompressibles et compressibles dans des environnements subsoniques ou supersoniques [68], ou bien d'optimiser ses performances, via notamment l'étude des géométries associées aux différentes parties le constituant [72]. Néanmoins, même si le tube de Pitot a connu de multiples évolutions au fil des siècles, son principe de fonctionnement est pour sa part resté inchangé ; il se retrouve ainsi directement dans les sondes de pression totale qui équipent désormais l'ensemble des aéronefs, sondes sans lesquelles il serait impossible pour un appareil de voler en toute sécurité.

1.2.3 Sonde d'incidence

L'angle d'incidence est un paramètre aérodynamique jouant un rôle essentiel dans la stabilité, le contrôle et les performances d'un avion ; il correspond à l'angle formé entre la trajectoire d'un appareil et le vent relatif, et coïncide avec l'angle d'attaque lorsque l'angle de calage est nul (angle entre l'axe longitudinal du profil et l'axe du fuselage pour lequel la traînée sera minimale, résulte de la conception de l'appareil uniquement). Il existe deux autres angles de référence en vol, qui sont la pente – l'angle formé entre l'axe horizontal (ou l'horizon) et la trajectoire de l'avion (ou la direction de son vecteur vitesse) – et l'assiette – l'angle formé entre l'axe horizontal et l'axe longitudinal de l'avion, et l'angle d'incidence peut également s'exprimer comme la différence entre l'assiette et la pente ; ces trois paramètres sont représentés sur la figure 1.14.

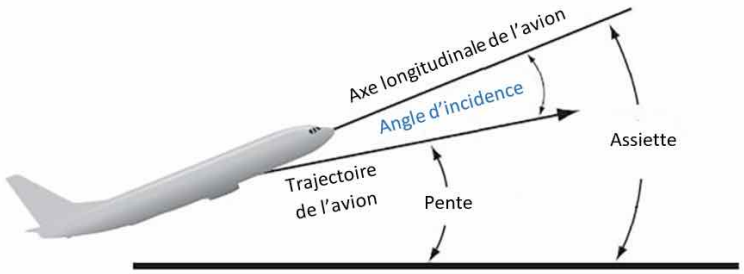


Figure 1.14 – *Illustration des différents angles en vol*

En mécanique du vol classique, un avion est assimilé à un corps placé dans un écoulement d'air qui est soumis à l'action de trois types de forces extérieures, à savoir la pesanteur, les forces aérodynamiques et les forces de propulsion. Parmi elles, les forces aérodynamiques découlent des changements de

pression et des effets de frottement visqueux qui s'opèrent au niveau des surfaces d'un appareil, elles trouvent ainsi leur origine dans les mouvements de l'avion dans l'air et se décomposent usuellement en trois composantes distinctes, qui sont :

1. La force de traînée, qui est parallèle au vent relatif ;
2. La force de portance, qui est perpendiculaire au vent relatif dans le plan vertical ;
3. La force de dérive, qui est perpendiculaire au vent relatif dans le plan horizontal.

Déterminantes dans la dynamique du vol, la majorité des composants des avions modernes sont aujourd'hui étudiés et conçus afin d'optimiser les effets liés à ces forces. C'est le cas notamment des ailes qui cherchent souvent à maximiser les effets de portance tout en minimisant ceux associés à la traînée, et cela se traduit généralement par une optimisation du profil [73]. En plus des paramètres géométriques, d'autres variables associées aux conditions de vol (propriétés de l'écoulement, position de l'appareil) peuvent influencer les forces aérodynamiques ; la détermination de la portance générée par une aile nécessite par exemple la connaissance de la vitesse de vol, de la densité de l'air, de la surface de l'aile et du coefficient de portance. Ce coefficient est lié au profil de l'aile, mais il est surtout fortement dépendant de l'angle d'incidence. L'impact de l'incidence sur ce coefficient, et par extension sur la portance, peut être déterminé pour chaque profil, et la figure 1.15 en donne un exemple d'illustration.

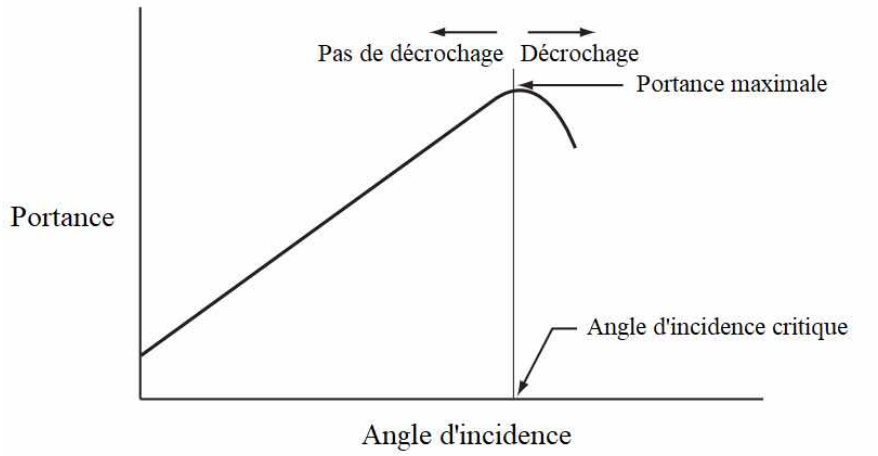


Figure 1.15 – *Courbe représentant la portance en fonction de l'angle d'incidence - [74]*

Cette courbe indique que pour une vitesse et une densité d'air constantes, une augmentation de l'angle d'incidence entraîne une croissance linéaire de la portance associée à l'aile. Du point de vue du fluide, cette évolution traduit le fait que l'écoulement reste accroché au profil, et cette configuration se poursuit jusqu'à ce que l'angle d'incidence atteigne une valeur critique à partir de laquelle l'écoulement se décolle du profil, entraînant alors une diminution brutale de la portance ; ce phénomène est connu sous le nom de décrochage. Il est à noter que cette condition de décrochage peut se produire à n'importe quelle vitesse, altitude ou attitude, mais se produira toujours à l'angle d'incidence critique correspondant à ces conditions particulières [75]. Une aile, et plus globalement un avion, possède ainsi une plage d'angles d'incidence pour laquelle la portance associée permet au système d'être opérationnel ; il est alors crucial pour les pilotes de respecter ces conditions et de s'assurer en tout temps que leur appareil vole à un angle d'incidence inférieur à l'angle de décrochage.

Il est à noter de plus que la traînée dépend elle aussi de l'incidence. Il existe ainsi une incidence – appelée incidence d'adaptation – pour laquelle le rapport traînée sur portance est minimal. Se placer à cette valeur d'incidence en vol de croisière permet alors notamment de réaliser des économies de carburant.

De nombreux capteurs d'incidence ont été développés depuis les débuts de l'aviation [76], mais deux types sont aujourd'hui particulièrement utilisés pour mesurer l'incidence en vol ; il s'agit des sondes à girouette et des sondes à fentes (figure 1.16). Les sondes à girouette (ou sondes à palette) sont celles qui équipent la plupart des avions commerciaux, et comme leur nom l'indique, elles sont composées d'une girouette pivotante qui peut se déplacer librement autour d'un axe ; lorsqu'elle s'aligne en temps réel dans le lit du vent, la girouette entraîne la rotation de l'axe sur lequel elle est montée, et l'évolution de cette dernière peut être mesurée à l'aide d'un capteur de position angulaire. Les sondes à fentes sont pour leur part des indicateurs de pression différentielle, elles déterminent ainsi l'angle d'incidence en examinant la différence de pression induite par différents orifices. Pour cela, une sonde à fentes est généralement composée d'une palette mobile reliée à de multiples ouvertures présentes à sa surface, qui permettent au flux d'air de pénétrer à l'intérieur de l'instrument. Un changement d'incidence entraîne une évolution de la pression d'air apportée par chacune des fentes, et la palette modifie alors sa position afin de neutraliser ces différences et égaliser la pression interne. Là encore, un capteur de position angulaire intervient et permet de mesurer le déplacement des systèmes, ce qui permet une mesure de l'angle associé [77].

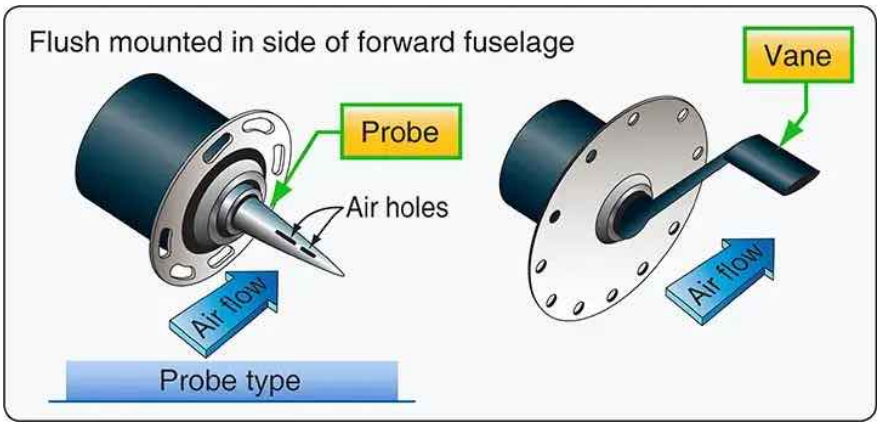


Figure 1.16 – *Illustration des deux types de sondes d'incidence - [78]*

Il est à noter qu'en raison des multiples facteurs pouvant influencer la mesure et engendrer des erreurs (asymétrie due à la fabrication, installation sur l'appareil, effets liés à l'écoulement), les données brutes remontées par les sondes d'incidence sont habituellement corrigées par les calculateurs associés avant d'être transmises aux pilotes et aux autres systèmes [75]. De fait, bien que ces sondes constituent le moyen de mesure d'incidence le plus usuel, des systèmes calculant une incidence "synthétique" ont récemment été développés [79] ; pour l'instant davantage réservés aux systèmes sans pilotes [80], ils permettent de fournir une estimation de l'incidence en se basant uniquement sur des données provenant d'autres sources (sondes de pression totale, sondes de pression statique), et ne nécessitent donc plus de capteur dédié. Les systèmes d'incidence sont ainsi toujours étudiés à l'heure actuelle, et leur rôle dans la gestion et la diminution des risques associées à des pertes de contrôle en vol n'est plus à prouver ; leur intérêt ne se limite cependant pas uniquement à la

prévention du phénomène de décrochage, ils peuvent de plus servir d'outils de référence en cas de défaillance du système Pitot-statique. En cas de remontées de vitesse ou d'altitude erronées ou contradictoires, l'angle d'incidence – étant un paramètre dont la mesure est indépendante de la vitesse – peut également être utilisé pour diagnostiquer la source du problème et aider les pilotes à maintenir des conditions de vol favorables [76].

Les sondes d'incidence, aux côtés des sondes de pression totale, apparaissent ainsi comme des instruments fournissant des informations essentielles à la navigabilité et au maintien en opération d'un aéronef. Néanmoins, bien que ces sondes soient au cœur des systèmes anémobaroclino-métriques actuels et que leur bon fonctionnement se révèle crucial pour assurer la sécurité du vol, leur position sur le fuselage les expose à toutes sortes de conditions extrêmes qui sont susceptibles de perturber voire dégrader leur fonctionnement. Pour pallier au maximum les risques que pourrait engendrer une défaillance des systèmes de mesure, les agences internationales ont émis des normes et des exigences de certification que chacune des sondes montée sur un appareil se doit de respecter ; ces réglementations et plus particulièrement celles concernant le givrage sont abordées par la suite.

1.3 Les exigences de conformité et le besoin de qualification

1.3.1 Normes et réglementation

Dès les débuts de l'aviation, les autorités gouvernementales ont cherché à définir un ensemble de règles destinées à encadrer à la fois la conception des divers appareils mais aussi les conditions dans lesquelles ceux-ci étaient opérés. Un des premiers exemples de cet effort de réglementation peut être trouvé dans le "Règlement sur la navigation aérienne" (Air Navigation Regulations), publié en 1919 par le secrétaire d'État britannique à l'Air de l'époque, Winston Churchill [81]. Il y introduit pour la première fois le concept de "certificat de type", qui est un document délivré par une autorité de certification qui atteste que le produit le détenant répond à un ensemble de spécifications garantissant sa navigabilité. De nos jours, un certificat de type inclut généralement la définition de type, les limitations d'utilisation, la fiche de navigabilité, les spécifications de navigabilité applicables sur la base desquelles l'autorité de certification enregistre la conformité, et toute autre condition ou limitation requise pour le produit [82], et constitue un document nécessaire pour l'exploitation commerciale d'un appareil. Les principales autorités de certification actuelles des aéronefs civils sont l'EASA pour l'Europe, la FAA pour les États-Unis, et la CAAC pour la Chine (Civil Aviation Administration of China) ; ces entités sont chargées de publier les réglementations régissant les opérations, la maintenance, les licences et les normes de certification et de conception pour toutes les classes d'avions.

Un des volets couvert par ces certifications concerne le domaine de navigabilité d'un appareil, qui regroupe un ensemble de conditions de vol pour lesquelles l'opération d'un aéronef doit se faire en toute sécurité ; c'est ici que les attentes en terme de robustesse face aux conditions givrantes sont notamment détaillées. Les premières réglementations relatives à l'exploitation des appareils dans des conditions givrantes ont été proposées par la FAA en 1966 [43], et après de nombreux

amendements au cours des années, les normes de navigabilité relatives au givrage que les avionneurs se doivent de respecter sont désormais définies par la circulaire d'information AC 23.1419-2D de la FAA [83]. Cette norme fait partie des spécifications de certification des avions pour le vol dans des conditions givrantes, et son équivalent européen (CS 25.1419) répond aux exigences exposées dans l'annexe C de la spécification de certification CS-25 dédiée aux gros porteurs et éditée par l'EASA [21]. Afin de décrire des enveloppes de vol dans lesquelles les appareils se doivent d'opérer en toute sécurité, ces normes s'appuient sur les enveloppes de conditions givrantes abordées précédemment (enveloppe "maximum continu" et enveloppe "maximum intermittent"). Ces dernières permettent de démontrer la capacité de l'avion à voler dans un large éventail de conditions de givrage pendant des périodes importantes. Néanmoins, comme mentionné, il existe certaines conditions qui ne sont pas représentées par ces enveloppes historiques, comme notamment la présence de grosses gouttelettes surfondues (SLD) ou encore une concentration accrue de cristaux de glace [84]. Des extensions sont alors continuellement apportées aux exigences déjà en place, et prennent généralement la forme d'amendements qui viennent compléter les normes d'origine. Cela a été récemment le cas pour les conditions SLD, qui ont été reconnues comme pouvant être extrêmement dangereuses suite à la perte de contrôle mortelle d'un ATR à Roselawn en Indiana en 1994 [85]. Cet accident a été à la source d'un effort international visant à améliorer la compréhension des impacts des grosses gouttelettes en vol, et il a été démontré au cours de ces travaux que les SLD avaient été impliquées dans environ un tiers des accidents de givrage en vol d'aéronefs de toutes tailles aux États-Unis depuis 1978. Suite à ce constat et aux études qui ont suivi, les agences américaines et européennes ont complété leurs normes de certification afin qu'elles englobent dorénavant le cas des SLD [86]. Un processus similaire a pris place suite aux avancées réalisées au sein du projet européen HAIC (High Altitude Ice Crystals) ; mené de 2013 à 2016, il avait notamment pour objectif de contribuer à la définition de l'enveloppe atmosphérique associée au risque de givrage dû à la présence de cristaux de glace [14]. De même que pour les SLD avec l'annexe O, l'annexe C de la spécification CS-25 a été complétée en 2015 grâce à l'ajout de l'annexe P, qui traite le cas des cristaux de glace et les conditions de givrage en phase mixte [86]. En plus de l'ajout de nouvelles configurations de vol, l'intensité des conditions givrantes décrites par les programmes de qualification augmente au fil des années ; à titre d'illustration, entre les exigences servant de référence dans les années 1970 et celles émises vingt ans plus tard, la sévérité des conditions à satisfaire avait été multipliée par un facteur trois pour certains cas de fonctionnement [87].

Les réglementations évoluent ainsi constamment dans le sens d'une plus grande sécurité, et les normes qui en découlent sont aussi bien destinées à la certification d'un appareil au complet qu'à celle de chacun de ses composants (moteurs, instruments de mesure). De fait, afin de respecter les exigences en terme de givrage émises par les autorités de certification, les sondes anémométriques sont systématiquement équipées de systèmes de protection qui prennent traditionnellement la forme de systèmes d'antigivrage reposant sur des réchauffeurs électriques généralement autorégulants [88]. En raison de leur grande sensibilité aux conditions environnementales et au vu de la criticité des informations qu'elles transmettent, les autorités exigent en effet que les sondes anémométriques soient protégées du givre de façon continue lors du vol, et l'emploi de systèmes chauffants s'avère être une approche d'antigivrage particulièrement pertinente et efficace pour les instruments de vol [89]. A titre d'illustration, le principe de fonctionnement des sondes de pression totale les

expose directement à une détérioration de performances en cas de formation de givre, et en cas de dysfonctionnement du système de protection, des remontées de mesures erronées peuvent apparaître très rapidement (moins de quelques dizaines de secondes). Une obstruction du tube de Pitot par un glaçon provenant de l'accrétion de gouttelettes d'eau surfondues peut en effet engendrer une indication de vitesse nulle, provoquée par la chute de la valeur de pression totale vers celle de la pression statique [87]. Un givrage complet du tube de Pitot dû à la formation de glace peut pour sa part se traduire par un gel de l'indication de vitesse, résultant de la pression totale piégée à l'intérieur du circuit. Ce phénomène s'est notamment produit lors du vol 6231 qui devait relier New York à Buffalo en décembre 1974. Suite à l'accumulation de glace autour des tubes de Pitot, la mesure de pression totale a été bloquée tandis qu'en parallèle, celle de pression statique n'a pas été affectée ; les incohérences dans les données remontées ont ultimement mené à un décrochage de l'appareil, mais il est important de souligner que l'enquête conduite par la National Transportation Safety Board a montré que la formation de glace sur les tubes de Pitot ayant conduit à l'accident aurait pu être évitée par l'activation du système de réchauffage qui équipait les sondes [68]. Les systèmes de protection jouent ainsi un rôle non-négligeable dans le bon fonctionnement des instruments de mesure qu'ils équipent, et leur comportement en opération – et plus précisément le fait qu'ils permettent aux sondes de continuer à fonctionner en conditions givrantes – fait partie intégrante des critères abordés par les normes de certification.

Par conséquent, pour espérer obtenir les certificats de conformité délivrés par les autorités compétentes, les industriels doivent non seulement intégrer l'ensemble des exigences émises dès la conception de leurs équipements, mais également être en capacité de démontrer que leurs produits finaux sont effectivement conformes. Pour cela, plusieurs méthodes sont à leur disposition et permettent d'adresser les multiples volets présents dans les programmes de qualification.

1.3.2 Méthodes de qualification

La nécessité de disposer de méthodes permettant de prouver le fonctionnement d'un concept, de démontrer la fiabilité d'un équipement, ou bien encore d'étudier différentes configurations ou conditions de vol s'est faite ressentir dès les débuts de l'aviation. De façon naturelle, les premières preuves de concept liées au fonctionnement des appareils ont été apportées par le biais d'essais en vol [90], et cette approche a par la suite évolué et s'est transformée en méthodologie de test complète. Considérées comme étant la méthode la plus sûre pour prouver qu'un appareil répond de façon complète aux exigences et atteint les performances requises dans des conditions réelles d'opération, les campagnes d'essais en vol sont de nos jours systématiquement employées par les avionneurs dans leur phase finale de conception et de certification ([91], [92]). Menés dans ce type de configuration, ces essais permettent d'évaluer l'intégralité des performances opérationnelles d'un appareil de façon globale ; cependant, ils sont également couramment utilisés pour étudier des phénomènes plus spécifiques, comme notamment les comportements des systèmes en présence de conditions givrantes. Chaque campagne d'essai est alors classiquement dédiée à un enjeu précis, comme tester l'efficacité d'un système de protection ou étudier la formation d'un certain type de givre en vol [29]. Un inconvénient majeur de ces méthodes réside dans le fait qu'elles nécessitent forcément la présence de conditions météorologiques favorables au givrage ; les premiers tests de ce

genre étaient par conséquent réalisés en volant directement dans des nuages givrants, avant que des systèmes plus modernes ne soient inventés et permettent de générer artificiellement les conditions environnementales adéquates (pulvérisateur d'eau placé au sol ou transporté en vol par un autre aéronef [93]). Bien que très représentatives des phénomènes rencontrés, ces méthodes présentent néanmoins une réelle complexité de mise en oeuvre, ne sont pas aisément reproductibles, et sont de plus très coûteuses [51].

Pour faciliter le contrôle de l'environnement de test et permettre la réalisation et la répétabilité d'essais en conditions réelles, des souffleries givrantes ont été mises au point. La recherche aéronautique a tenté d'intégrer le concept de souffleries dès ses débuts, mais ce n'est qu'à partir de 1944 que des essais en conditions givrantes ont pu être réellement conduits grâce à la construction de l'IRT (Icing Research Tunnel) au centre de recherche Lewis de la NASA [94]. Première soufflerie givrante de cette envergure au monde, le principe de fonctionnement de l'IRT s'apparentait à celui des autres souffleries subsoniques de l'époque, dans le sens où elle permettait de soumettre un composant d'un aéronef (comme une aile) à un écoulement d'air dont la vitesse était contrôlée ; son innovation majeure reposait alors sur la conception et l'intégration de dispositifs supplémentaires entièrement dédiés à la simulation d'un environnement givrant. L'IRT était ainsi équipé d'un échangeur de chaleur couplé à une installation de réfrigération permettant d'atteindre les températures d'air souhaitées, en plus d'un système de pulvérisation générant des nuages de gouttelettes d'eau non-gelée ; ces différents éléments sont visibles sur la figure 1.17 qui présente un schéma de cette installation.

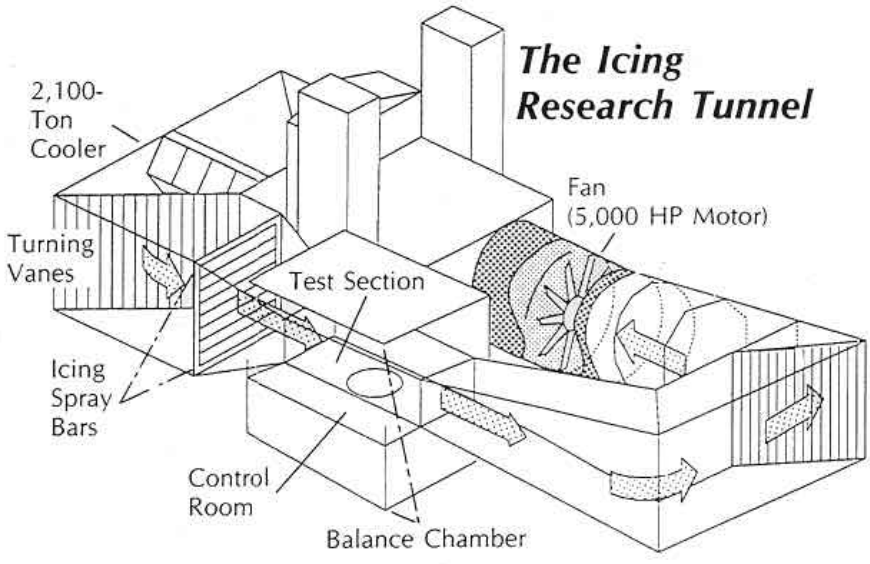


Figure 1.17 – *Schéma de la soufflerie givrante IRT [95] - NASA Lewis Research Center [96]*

Ces systèmes – révolutionnaires pour l'époque – font désormais partie de l'architecture classique d'une soufflerie givrante, et comme ils permettent le contrôle des paramètres tels que la teneur en eau liquide, la taille des gouttelettes et la température de l'air, ils rendent par conséquent possible la reproduction d'un large éventail de conditions givrantes [96]. Les possibilités qu'offrent ces souffleries ont été soulignées à plusieurs reprises, et au fil des années, ces installations ont permis de mener de nombreuses études, portant aussi bien sur l'accrétion de glace sur divers objets et profils aéronautiques, que sur l'évaluation des systèmes de protection ou encore la dégradation

des performances aérodynamiques [51], en plus d'être employées à des fins de certification pour les composants des avions, leurs systèmes de protection contre le givrage ou encore l'appareil au complet [97]. Il est néanmoins important de souligner que malgré les différentes souffleries givrantes qui existent actuellement dans le monde ([98], [99]), chacune d'entre-elles possède sa propre enveloppe d'utilisation (plages définies de vitesse, de température, de concentration en eau liquide ou en cristaux de glace), ce qui rend la reproduction de certaines conditions impossible. Des lois d'équivalence ont été développées et sont même reconnues par les autorités [2], mais il demeure qu'aucune soufflerie n'est à ce jour capable de reproduire toutes les conditions pouvant être rencontrées dans la réalité par les aéronefs [16]. L'intérêt des souffleries réside alors dans le fait qu'elles fournissent – en complément des résultats d'essais – de nombreuses données de recherche qui représentent des sources d'information déterminantes pour améliorer la compréhension des phénomènes intervenant dans le processus de givrage ; leur exploitation rend notamment possible la création, la validation, et l'enrichissement de modèles qui, une fois intégrés au sein d'outils dédiés, permettent la simulation des phénomènes de façon numérique [100].

Bilan

Ce premier chapitre, consacré au phénomène de givrage en aéronautique, a permis de situer le contexte général de cette thèse. L'objectif central de ce travail étant de développer un modèle capable de représenter le comportement aérothermique d'une sonde en conditions givrantes, il s'est dans un premier temps avéré essentiel d'identifier et de comprendre les différents paramètres influençant le processus de givrage en vol. Le mécanisme de formation du givre a ainsi d'abord été présenté, suivi d'une description des multiples facteurs environnementaux déterminant le type et la sévérité du givrage. Les risques associés au givrage aéronautique ont ensuite été exposés, avant d'aborder les systèmes de protection destinés à en limiter les effets. Suite à cette vue d'ensemble du phénomène, l'attention s'est portée sur les instruments de mesure au cœur de la présente étude, à savoir les sondes anémobaroclinométriques. Plus particulièrement, la sonde de pression totale et la sonde d'incidence ont fait l'objet d'une présentation détaillée, l'approche développée dans ce travail leur étant spécifiquement dédiée. Enfin, dans le cadre d'une démarche globale d'aide à la qualification, les exigences de conformité, incluant les normes et réglementations relatives à la sécurité aérienne, ont été discutées en lien avec les dangers posés par le givrage. Ce chapitre s'est achevé par un aperçu des méthodes actuelles de qualification, permettant de mettre en lumière certaines de leurs limitations, toujours présentes malgré les avancées techniques significatives réalisées depuis leur introduction.

CHAPITRE 2

La modélisation numérique du givrage

Ce chapitre est consacré à la modélisation et à la simulation numérique du givrage. Il débute par la présentation des modèles fondamentaux ainsi que des approches de simulation couramment employées dans le domaine. Une revue des travaux portant sur les méthodes de réduction de modèle appliquées au givrage aéronautique est ensuite proposée, suivie d'une analyse des études dédiées plus spécifiquement aux sondes de mesure. L'ensemble de ces éléments fournit une synthèse des travaux existants, et ouvre la voie à la formulation des objectifs de cette thèse.

Sommaire

2.1 Méthodes classiques de modélisation et de simulation numérique du givrage . . . **34**
2.1.1 Modèles de givrage . . . 34
2.1.2 Chaînes de calculs . . . 37
2.2 Méthodes de réduction de modèle . . . **40**
2.2.1 Approche de réduction classique . . . 41
2.2.2 Approche de réduction basée sur l'apprentissage automatique . . . 42
2.2.3 Applications aux systèmes de protection . . . 44
2.3 Études appliquées aux sondes de mesure . . . **45**
2.3.1 Approche expérimentale . . . 45
2.3.2 Approche numérique . . . 46

2.1 Méthodes classiques de modélisation et de simulation numérique du givrage

De nos jours, une grande partie des études concernant le givrage s'effectue à l'aide d'outils de simulation, devenus incontournables suite aux forts développements qu'ils ont connu à partir de la fin des années 1970 [100]. Largement reconnue comme étant une approche permettant de s'affranchir des limitations imposées par les moyens d'essais (coûts importants, complexité de mise en oeuvre, accès restreint aux installations, difficultés de reproductibilité, enveloppes de conditions incomplètes, etc.), la simulation numérique est un outil qui peut être utilisé en complément des méthodes expérimentales [101]. Dans le domaine du givrage, une telle association peut par exemple permettre d'affiner la compréhension des processus d'accrétion de glace sur un profil aérodynamique et de mieux appréhender les dégradations de performances qui en découlent, contribuant ainsi à la conception de systèmes de protection plus performants [102]. Les simulations numériques rendent également possible le traitement d'une multitude de configurations – bien plus nombreuses que celles uniquement réalisables par le biais de moyens expérimentaux – en plus de fournir un ensemble de grandeurs physiques potentiellement inaccessibles en essai [22]. Une des forces majeures de ces méthodes réside dans leur capacité de prédiction : leur utilisation peut se révéler particulièrement pertinente en amont de phases expérimentales en vue de restreindre les plages d'étude considérées. Ces divers avantages ont rapidement placé les approches numériques au centre des phases de conception menées par les acteurs industriels, qui les emploient désormais couramment comme outil de pré-dimensionnement et d'aide à la certification de leurs systèmes, leur permettant ainsi de minimiser leur recours aux moyens expérimentaux [103].

2.1.1 Modèles de givrage

Les simulations numériques s'appuient sur des modèles mathématiques qui cherchent à retranscrire le plus fidèlement possible les différents mécanismes intervenant dans le phénomène considéré [104]. Parmi eux, le givrage des aéronefs est un processus intrinsèquement compliqué, qui implique un écoulement complexe, un transfert de chaleur et un changement de phase [105] ; des travaux visant à comprendre et caractériser ses effets sur les performances et la mécanique du vol ont débuté dans les années 1940, mais ce n'est que des années plus tard que le premier modèle de simulation de givrage a vu le jour. Proposé en 1953 par Messinger [106], ce modèle décrit un bilan énergétique d'équilibre unidimensionnel destiné à "évaluer la température d'équilibre sur une surface isolée non chauffée exposée au givrage" [107], et constitue encore à ce jour la base de développement des nouveaux modèles de givrage [102].

Comme exposé dans la thèse de Rémi Chauvin [22], le modèle de Messinger s'appuie sur une décomposition de la surface exposée au givrage (typiquement la paroi d'une aile) en volumes de contrôle. L'idée consiste alors à supposer qu'il peut exister une couche de glace et une couche d'eau dans chacun d'entre-eux, tout en considérant que la température de chaque volume est uniforme. En se plaçant dans un cas stationnaire, il est possible d'appliquer le premier principe de thermodynamique à la couche d'eau liquide, qui est ici assimilée à un système ouvert ; comme ce principe implique que l'énergie totale du système est conservée, le bilan énergétique proposé par

Messinger découle alors directement de l'identification des sources de gain et de perte d'énergie subie par le volume. Dans le cadre du givrage d'un profil aérodynamique, l'énergie apportée au système (couche d'eau liquide) provient des gouttelettes d'eau incidentes, de l'eau ruisselante en amont du volume, et éventuellement du phénomène de conduction si la paroi est réchauffée, tandis que l'énergie cédée est due à l'eau ruisselante en aval du volume, à la formation de glace, aux échanges s'effectuant avec l'air (phénomène de convection) ainsi qu'à l'évaporation (potentiellement couplée à de la sublimation) ; l'ensemble de ces termes est illustré par la figure 2.1. Cette approche permet d'établir un bilan thermique, qui, dans la formulation de Messinger, s'accompagne d'un bilan massique obtenu en menant un raisonnement analogue. Comme pour la conservation de l'énergie, ce second bilan traduit la conservation de la masse, c'est-à-dire le fait que la masse d'eau entrant dans le volume considéré doit être égale à la masse d'eau sortante par ruissellement et changement de phase. La masse d'eau résiduelle n'est ici pas prise en compte, puisque l'on se place dans un régime stationnaire. Le modèle de Messinger peut donc s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} \dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}^{run} = \dot{m}_{ice} + \dot{m}_{ev} + \dot{m}_{out}^{run} \\ \\ \dot{q}_{imp} + \dot{q}_{in}^{run} = \dot{q}_{ice} + \dot{q}_{ev} + \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{out}^{run} \end{cases} \tag{2.1}$$

où $\dot{m}_{imp}$ désigne le débit massique d'eau incidente et $\dot{m}_{in}^{run}$ celui de l'eau ruisselante provenant de la cellule amont. Le débit massique d'eau gelée est noté $\dot{m}_{ice}$, celui de l'eau évaporée $\dot{m}_{ev}$ et enfin celui de la masse d'eau ruisselant vers la cellule aval $\dot{m}_{out}^{run}$. La même notation s'applique pour les différents taux de transfert de chaleur $\dot{q}$, avec en supplément $\dot{q}_{conv}$ qui traduit le taux de transfert de chaleur dû à la convection. Il est à noter que le flux de chaleur radiatif est ici considéré comme négligeable devant les autres contributions.

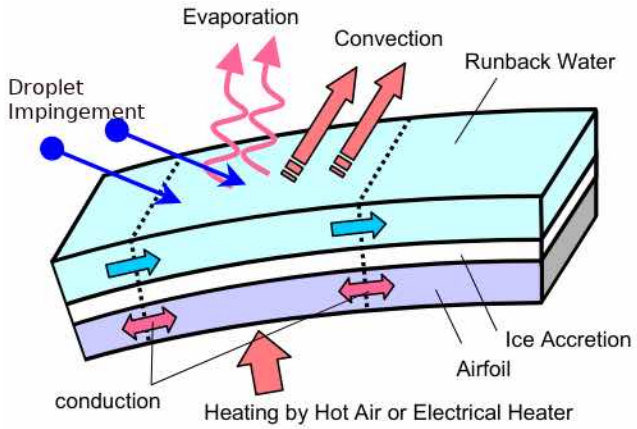


Figure 2.1 – *Schéma du bilan énergétique du modèle de Messinger - [108]*

En proposant son bilan, Messinger a également introduit ce qu'il a appelé la fraction givrante (ou *freezing fraction*) notée f. Ce paramètre correspond à la fraction massique d'eau entrante qui se transforme en glace lorsqu'elle rencontre la surface exposée du profil [109], traduite par la relation $\dot{m}_{ice} = f\dot{m}_{in}$ (en notant $\dot{m}_{in} = \dot{m}_{imp} + \dot{m}_{in}^{run}$). La fraction givrante prend des valeurs comprises entre 0 et 1, et permet de décrire les différents cas traités par le modèle. Dans les faits, les bilans de Messinger permettent d'évaluer la température d'équilibre de la surface et d'estimer le taux de

croissance de la glace. Néanmoins, à ce stade de la modélisation, le bilan présente deux équations mais trois inconnues. La résolution du modèle de Messinger s'effectue par conséquent en considérant trois cas possibles, pour lesquels les inconnues à déterminer ne sont pas les mêmes. Chacun de ces cas est associé à une valeur particulière de fraction givrante f :

1. Cas $f = 1$: Le premier cas consiste à supposer que la totalité de l'eau entrante gèle à l'impact, le volume est alors uniquement composé de glace ce qui implique que la masse d'eau ruisselante en aval est nulle. Ce cas décrit la formation de givre blanc (1.5), et les inconnues à déterminer sont alors la température de la glace formée et le taux de croissance de la couche de glace.
2. Cas $f = 0$: Le second repose sur l'hypothèse qu'aucune formation de glace n'a lieu au sein du volume. L'eau entrante peut ici uniquement s'évaporer ou rester liquide, la masse d'eau gelée est par conséquent nulle et la cellule contient uniquement un film d'eau liquide. La température de ce film d'eau liquide ainsi que la masse d'eau ruisselante constituent ici les inconnues.
3. Cas $f \in]0; 1[$: La dernière configuration envisage pour sa part un régime intermédiaire, dans lequel de la glace et de l'eau liquide coexistent. Traduisant la formation de givre transparent (1.6), la présence simultanée des deux états implique que la température du volume (supposée uniforme) est égale à la température de fusion de la glace. Les inconnues dans ce cas sont alors le taux de croissance de la couche de glace et la masse d'eau ruisselante, et leur détermination se fait par le biais des relations obtenues grâce à l'introduction de la fraction givrante dans le bilan de masse et d'énergie.

Dans la pratique, l'état exact du volume de contrôle n'est pas connu a priori. Il est néanmoins possible d'effectuer la résolution en considérant un cas particulier, puis de vérifier la cohérence des résultats en comparant la température obtenue pour le volume avec la température de fusion. Le premier cas impose en effet une température du volume inférieure à celle de fusion, tandis que le second implique nécessairement une température supérieure. La résolution du modèle de Messinger repose ainsi sur une succession d'hypothèses de régime faites a priori, hypothèses qui une fois validées ou rejetées permettent de déterminer la configuration adéquate.

Implémenté rapidement dans les premiers codes de simulation, le modèle de Messinger a permis d'obtenir des résultats en bon accord avec les données expérimentales, en particulier lorsqu'il était utilisé pour décrire la formation du givre blanc [110]. Les performances associées à la pertinence de l'approche proposée ont alors fortement contribué à rendre ce modèle incontournable, et encore aujourd'hui, les simulations d'accrétion de givre sur une paroi réchauffée ou non s'appuient en grande partie sur ces équations. La formulation originale de Messinger repose néanmoins sur des hypothèses simplificatrices, qui entraînent certaines limitations dans la modélisation de l'accrétion, et ces dernières sont notamment à l'origine des divergences observées entre certains résultats numériques et expérimentaux en condition de givre transparent. Le modèle classique suppose en effet que la température d'un volume de contrôle est uniforme, ce qui implique que les gradients de température au sein des couches de glace et d'eau ne peuvent pas être pris en compte, et en parallèle, comme le modèle ne permet pas de résoudre l'eau résiduelle, aucune information concernant l'épaisseur du film d'eau n'est accessible [107]. Enfin, le comportement transitoire du processus d'accrétion de

glace ne peut pas être capturé en raison de l'hypothèse faite sur la stationnarité du système ; cela se traduit par le fait que la transition entre un régime de givre blanc et un régime de givre transparent se fait de façon instantanée, ce qui ne correspond pas au comportement observé en réalité. Pour pallier les faiblesses induites par la formulation originale, de nouvelles méthodes ont été proposées à partir des années 2000. T. Myers a été l'un des premiers à ouvrir la voie, en présentant en 2001 une extension au modèle de Messinger qui permet de prédire une transition de régime en douceur [109]. Son modèle unidimensionnel a par la suite été repris par Özgen et Canibek, qui l'ont étendu à la dimension 2 et 3 ([111], [112]) avant de l'implémenter dans leur outil de simulation afin d'étudier numériquement la formation de glace sur les ailes et les entrées d'air des avions à basse vitesse. Hayashi et Yamamoto ont pour leur part cherché à valider cette extension, en montrant notamment par le biais d'une validation bidimensionnelle que le modèle étendu était bien équivalent au modèle de Messinger pour le cas du givre blanc [110]. En 2000, un modèle 3D d'équations aux dérivées partielles baptisé SWIM (Shallow Water Icing Model) a par ailleurs été proposé [113]. Également inspiré du modèle de Messinger, sa motivation était d'améliorer la modélisation de l'eau ruisselante à la surface de la paroi ; il s'appuie pour cela sur l'hypothèse que la principale force motrice de l'eau est la contrainte de cisaillement de l'air et impose comme condition supplémentaire une vitesse nulle du film d'eau au niveau de la paroi. Un effort similaire a été mené par Zhu en 2012 [114], qui a cherché à simuler en trois dimensions l'accrétion de glace sur des configurations complexes. Soulignant que l'hypothèse classique faite sur l'eau ruisselante ne s'appliquait pas à son cas d'étude (l'eau est supposée ruisseler à la surface d'un profil en suivant les lignes de courant), il a proposé un "modèle de Messinger 3D amélioré" (désormais connu sous le nom de modèle de Messinger itératif [115]) qui intégrait un nouveau schéma de distribution de l'eau ruisselante, lui permettant de traiter des géométries plus complexes. Une étude visant à confronter ces différents modèles a été conduite en 2018 [116], et les résultats obtenus semblent indiquer que les variations dans les formes d'accrétion de glace pour un même cas test proviennent principalement des divergences de modélisation de l'eau ruisselante [102]. Plus récemment, des améliorations au modèle de Messinger ont également été proposées au sein du projet européen HAIC (High Altitude Ice Crystals, [107], [117]), afin d'étendre son cadre d'utilisation en permettant la prise en compte des cristaux de glace. Enfin, il est à noter que bien que les modèles étendus fournissent des résultats de simulation plus précis dans certaines configurations, ils nécessitent en revanche un temps de calcul bien supérieur au modèle original de Messinger [118].

2.1.2 Chaînes de calculs

Les modèles de givrage, qu'il s'agisse du modèle de Messinger ou d'une de ses extensions, sont rarement utilisés de façon autonome et sont traditionnellement intégrés dans des chaînes complètes de simulation de givrage. De tels codes de calcul ont été développés par les principaux acteurs du domaine, et les plus cités sont généralement LEWICE (NASA, [119]), FENSAP-ICE (Université McGill, [113]), CANICE (Polytechnique Montréal, [120]), MULTI-ICE (CIRA, [121]) et IGLOO (ONERA, [122]). Ces chaînes de calcul permettent de modéliser l'ensemble des phénomènes intervenant lors du processus de givrage, et bien qu'il existe certaines nuances au sein des multiples implémentations, ces codes partagent tous une même architecture globale. Celle-ci se décompose traditionnellement en quatre modules distincts qui intègrent chacun un modèle dédié à une composante précise du

processus, à savoir : un modèle aérodynamique qui permet de résoudre l'écoulement, un modèle de trajectographie qui permet de déterminer la localisation des impacts des gouttelettes, un modèle de couche limite qui permet d'évaluer les échanges thermiques et massiques au niveau de la paroi, et enfin un modèle d'accrétion de givre qui s'accompagne généralement d'un modèle de mise à jour de la géométrie et du maillage ([123], [102]).

Modèle aérodynamique

La résolution du champ aérodynamique constitue la première étape d'une simulation numérique de givrage. Elle est essentielle car elle fournit les distributions de vitesse, de pression et de température de l'écoulement d'air. Ces informations sont ensuite utilisées pour le calcul de trajectoires des gouttelettes, l'estimation des flux convectifs et d'évaporation, ainsi que pour la détermination de grandeurs aérodynamiques locales telles que le cisaillement. Différentes méthodes peuvent être utilisées pour résoudre l'écoulement, et les premiers solveurs de givrage, comme par exemple LEWICE2D, se sont appuyés sur la théorie des écoulements potentiels. Cette approche a rapidement présenté certaines limites, en particulier pour les cas présentant un écoulement au comportement complexe, comme par exemple ceux présentant une séparation de l'écoulement due à une accumulation de glace importante. Dans ces cas particuliers, des écarts non-négligeables – principalement dans les distributions de pression calculées – ont pu être observés lors de comparaisons avec des valeurs expérimentales [124]. Les codes développés par la suite, plus récents comme FENSAP-ICE et CANICE, s'appuient quant à eux sur la méthode RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) pour traiter l'écoulement. En résolvant directement l'ensemble des équations de Navier-Stokes, ces solveurs ont pu améliorer de façon efficace la précision des calculs aérodynamiques et ont considérablement amélioré la qualité des simulations d'accrétion de givre, aussi bien dans les simulations 2D que 3D [125].

Modèle de trajectographie

Le modèle de trajectographie permet de déterminer la distribution de l'efficacité de collecte – ou taux de captation – des gouttelettes d'eau, ainsi que leur température. Cette quantité est essentielle pour la simulation du givrage puisqu'elle reflète à la fois la localisation des impacts des gouttelettes, mais aussi l'efficacité avec laquelle elles se déposent et adhèrent à la paroi. Il existe deux grandes méthodes permettant de calculer cette distribution : la méthode lagrangienne et la méthode eulérienne.
La méthode lagrangienne est la plus naturelle puisqu'elle consiste à suivre le mouvement de chaque gouttelette (ou d'un échantillon statistiquement représentatif), afin de calculer individuellement leur trajectoire en utilisant la deuxième loi de Newton. Sa facilité de mise en œuvre est fréquemment soulignée, cependant cette méthode s'accompagne d'un coût de calcul non-négligeable ; le nombre de particules numériques nécessaire pour un calcul précis de la distribution spatiale du taux de captation peut en effet être très important, en particulier dans le cas 3D [126].
La méthode eulérienne considère pour sa part le nuage de gouttelettes comme une phase pseudo-fluide et résout les équations de continuité et de quantité de mouvement liées à cette phase [127]. L'efficacité de collecte peut par la suite être facilement obtenue à partir des propriétés du champ d'écoulement des gouttelettes près de la paroi. Cette approche est généralement plus efficace en terme de coût de calcul, principalement parce que son coût ne dépend pas du nombre de particules

présentes ; de plus, elle ne souffre pas d'une dépendance à l'initialisation de la position des particules, comme cela peut être le cas pour la méthode lagrangienne. En revanche, le traitement précis de phénomènes physiques complexes est généralement plus fastidieux, comme l'interaction entre les particules et la paroi, la prise en compte des éclaboussures, ou encore la gestion du croisement de trajectoires [128].

Modèle de couche limite

Le modèle de couche limite permet de modéliser les échanges se produisant entre l'écoulement et la paroi, et permet notamment de déterminer les coefficients d'échange thermique et massique. Pour les premiers codes de givrage, le calcul de la couche limite était réalisé par un solveur dédié, couplé au solveur associé au calcul du champ aérodynamique, basé sur les équations d'Euler [127]. Dans les codes plus modernes, la résolution directe des équations de Navier-Stokes permet de déterminer les différents termes directement, sans avoir besoin de recourir aux modèles de couche limite [22].

Modèle d'accrétion et mise à jour de la géométrie

Le modèle d'accrétion permet de calculer la forme et l'épaisseur de l'accrétion de givre sur la paroi. Dans la plupart des codes de givrage, il est basé sur le modèle fondateur de Messinger – décrit à la section 2.1.1 – ou sur une de ses extensions.
Il est possible de réaliser une simulation d'accrétion de givre en une seule étape, il s'agit de l'approche dite one-shot. L'ensemble des modèles de la chaîne de calcul ne sont alors résolus qu'une unique fois, ce qui rend une simulation complète relativement peu couteuse ; cependant, les résultats obtenus dans ce cadre sont rarement représentatifs des conditions réelles. En pratique, ce sont généralement des approches multi-step – parfois aussi appelées multicouches – qui sont utilisées. Elles consistent à diviser le processus d'accrétion de givre – c'est-à-dire diviser le temps d'exposition – en plusieurs étapes, ce qui permet au givre de croître progressivement et ainsi d'obtenir des comportements beaucoup plus réalistes. Il est à noter néanmoins que plus le nombre d'étapes est important, plus ces méthodes sont associées à des temps de calcul élevés ; c'est pourquoi des méthodes intermédiaires, dites de prédiction-correction, ont été mises en place. Elles consistent à restreindre l'approche multi-step à uniquement deux étapes, une première de prédiction simple, suivie d'une deuxième permettant de corriger le résultat initial. Ces approches sont associées à des temps de calcul raisonnables et des améliorations marquées par rapport à l'approche one-shot [129]. Pour les approches multi-step, comme pour les approches prédicteur-correcteur, il est cependant nécessaire de prendre en compte le fait que l'accumulation de givre à la paroi affecte l'écoulement aérodynamique ainsi que la trajectoire et l'impact des gouttelettes à la surface. Il est alors nécessaire de mettre à jour la géométrie à chaque étape, afin de recalculer les différents champs en prenant en compte la nouvelle forme de glace. Différentes méthodes ont été développées afin de traiter cette procédure de mise à jour qui peut s'avérer longue et fastidieuse, et des travaux ont notamment été menés afin d'automatiser le processus [130]. Certains solveurs s'appuient ainsi sur un déplacement lagrangien des nœuds du maillage de surface pour déformer la surface exposée [119], tandis que d'autres privilégient plutôt des approches de type Level-Set et IBM (Immersed Boundary Method - [131], [132]).

Comme expliqué précédemment, ces différents modules s'exécutent de façon successive, leur résolu-

tion constitue alors une itération du solveur de la chaîne de givrage, et plusieurs itérations de ce type sont habituellement réalisées avant d'aboutir au résultat final [22]. Il est important de souligner que des couplages entre ces codes et des modèles de conduction rendent possible la modélisation des systèmes de protection thermique. Dans le cadre d'une simulation d'antigivrage, l'enchaînement classique est alors complété par une étape supplémentaire permettant la résolution du champ de température à l'intérieur de l'objet ; bien que la mise à jour de la géométrie ne soit plus forcément nécessaire (l'hypothèse d'antigivrage interdit toute formation de givre) comme la distribution de la température à la paroi évolue et modifie l'équilibre thermodynamique, une résolution itérative est là-aussi nécessaire pour converger vers la solution [120]. L'architecture classique complétée par la modélisation d'un système de protection est présentée par la figure 2.2. Ces différents codes ont été validés au fil des années grâce à de nombreuses données expérimentales ([133], [134], [135]), et bien qu'historiquement ils aient d'abord été développés en 2D, de nouvelles méthodes permettant d'étendre leur application à des configurations 3D ont été implémentées ou sont encore à l'étude ([136], [137]).

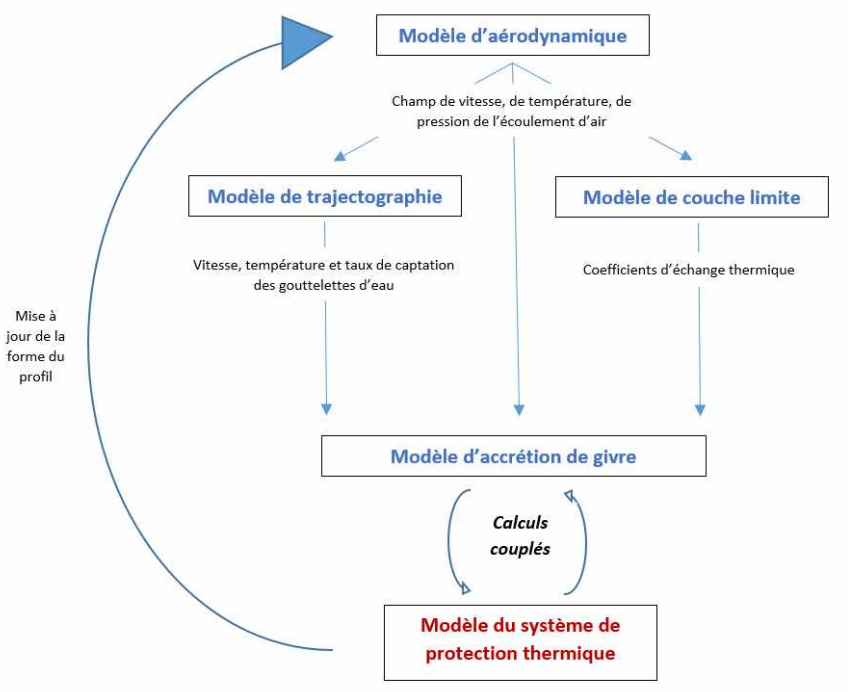


Figure 2.2 – *Illustration de l'architecture classique d'un code de givrage*

2.2 Méthodes de réduction de modèle

Les chaînes de simulation de givrage ainsi que les différents modules les composant sont désormais bien maitrisés et couramment employés pour étudier diverses configurations et cas d'études. Néanmoins, les temps de calcul associés à certaines étapes du processus de modélisation limitent leurs applications – notamment industrielles – et cette composante demeure un défi majeur dans le domaine du givrage. Dans l'optique de réduire les temps de calcul associés aux simulations, des études ont cherché à tirer profit des différentes données collectées à la fois lors de campagnes expérimentales et de simulations numériques, pour s'affranchir de la modélisation explicite du

processus de formation de givrage et de l'ensemble des phénomènes intervenant [138]. Dans le domaine du givrage aéronautique, ce type d'études repose généralement sur deux approches de réduction distinctes : celles basées sur des techniques de réduction de modèles classiques, et celles reposant sur de l'apprentissage automatique. Les travaux menés dans ce cadre ont notamment comme objectif d'améliorer la compréhension du phénomène, d'explorer les enveloppes de givrage en un temps raisonnable, ou bien encore d'assister le développement de certains systèmes de protection.

2.2.1 Approche de réduction classique

En ce qui concerne les méthodes de réduction classiques, on peut citer comme premier exemple l'étude de Jung *et al.* [139], qui ont cherché à explorer l'ensemble des conditions de vol contenues dans l'annexe C de FAR 25. Au lieu de réaliser des simulations complètes, trop couteuses au vu de l'espace considéré, leur approche consistait à exploiter les résultats d'un outil de simulation "haute-fidélité" évalué en certains points de l'espace de design, en faisant appel à des stratégies de méta-modélisation. Pour se faire, ils ont choisi d'utiliser un modèle d'ordre réduit (ROM - Reduced Order Model [140]) basé sur les propriétés de la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD - Proper Orthogonal Decomposition [141]). Leur but était de prédire les efficacités de collecte et les formes de givre sur un profil aérodynamique, en fonction du MVD, du LWC et de l'angle d'attaque, et leur approche a fourni des résultats en bon accord avec les données expérimentales pour des profils aérodynamiques 2D.

Pour leur part, Fossati *et al.* ont appliqué une approche de modélisation d'ordre réduit – basée elle aussi sur de la POD et couplée à du krigeage – au modèle d'impact des SLD (Supercooled Large Droplets) [142]. En s'appuyant sur des bases de données générées à l'aide de modèles haute-fidélité (ici en utilisant DROP3D qui est le module de trajectographie de FENSAP-ICE), leur approche ROM a fourni des distributions du taux de captation qui ont pu être comparées avec succès à des résultats expérimentaux et CFD, aussi bien pour des cas bidimensionnels que tridimensionnels. Ils ont également pu traiter le cas d'un avion complet grâce à leur approche. Zhan *et al.* [143] ont pour leur part développé une méthode permettant d'explorer de façon complète les enveloppes de givrage spécifiées par les autorités de certifications en termes de caractéristiques du givre et de dégradation aérodynamique. Ils ont pour cela proposé de construire un modèle réduit (ROM) de façon automatique, en se basant sur un nombre limité d'observations (ici des simulations de givrage obtenues avec FENSAP-ICE). Dans le but de trouver un compromis entre qualité du modèle réduit et coût de calcul associés à la génération d'observations, ils ont mis en place une stratégie d'échantillonnage itérative – basée sur la méthode de validation croisée Leave-One-Out (LOOCV) – leur permettant d'optimiser l'emplacement des observations. En considérant un profil aérodynamique bidimensionnel et en appliquant leur approche à l'annexe C éditée par la FAA [144], ils ont démontré d'une part que celle-ci pouvait être entièrement explorée, et d'autre part que le niveau de confiance des résultats reposait sur un compromis entre le coût de calcul nécessaire à la création des résultats initiaux (les observations) et la précision recherchée.

Dans une optique similaire, Massegur *et al.* ont effectué une exploration rapide de l'enveloppe de givrage maximal continu afin d'identifier les conditions de givrage critiques, c'est-à-dire celles qui conduisent à la pire dégradation des performances aérodynamiques pour un profil bidimensionnel

[145]. Pour cela, ils ont dans un premier temps construit un modèle réduit permettant de reconstruire rapidement l'accrétion de givre autour du profil. Ils ont comparé trois méthodes de construction, à savoir une méthode de POD globale, une méthode de POD locale et une méthode basée sur un réseau de neurones intégré dans un auto-encodeur convolutif, baptisée "NN+Conv-AE". En plus d'établir des corrélations entre la forme de givre et les performances aérodynamiques du profil, leur étude leur a permis de comparer et d'évaluer les capacités et la précision prédictive des techniques de réduction : celles linéaires et plus classiques, basées sur la POD, et celles plus modernes et non-linéaires, s'appuyant sur de l'apprentissage profond.

Étude	Méthode	Objectif	Points clés	Limites
Jung et al. (2011)	ROM / POD	Prédiction efficacité de collecte et forme de givre sur un profil 2D	Exploration espace FAR 25, bon accord expérimental	Limité aux profils 2D
Fossati et al. (2012)	ROM / POD + Krigeage	Modèle d'impact des SLD, prédiction des distributions du taux de captation	Comparaison réussie CFD/expériences ; appliqué à des profils 2D/3D + avion complet	Dépend qualité des bases de données
Zhan et al. (2025)	ROM automatique + LOOCV	Exploration enveloppes FAR C	Optimisation coût/précision, exploration complète	Limité aux profils 2D
Massegur et al. (2023)	POD globale / POD locale / NN+Conv-AE	Identification conditions critiques	Comparaison des techniques de réduction	Limité aux profils 2D

Tableau 2.1 – *Synthèse des méthodes classiques de réduction de modèle*

2.2.2 Approche de réduction basée sur l'apprentissage automatique

Massegur *et al.* ne sont pas les seuls à s'être intéressés aux possibilités offertes par les méthodes d'apprentissage automatique. McCann a été l'un des premiers à appliquer des méthodes d'apprentissage profond au domaine du givrage. En 2005, il a construit et entraîné une paire de réseaux neuronaux (NNICE) à reconnaître les configurations verticales favorables et défavorables au givrage, dans le but de fournir aux prévisionnistes une meilleure compréhension de l'intensité du givrage en fonction des conditions atmosphériques [146]. Par la suite, Ogretim *et al.* ont proposé une nouvelle méthode de prédiction de l'accumulation de givre en 2006, basée sur des développements de Fourier et l'entraînement d'un réseau de neurones [147]. Sur la base de simulations de givrage sur un profil NACA réalisées avec LEWICE, des coefficients de Fourier décrivant la géométrie de l'accrétion ont été obtenus puis fournis au réseau de neurones. Ce dernier a ensuite été entraîné pour prédire l'accrétion en fonction des conditions de vol et des paramètres atmosphériques (LWC, MVD, température statique, temps d'accrétion et vitesse) ; à l'issu de l'entraînement, en plus de fournir une prédiction, le réseau était de plus capable de classer les paramètres d'entrée en fonction

de leur importance dans la prédiction. Ogretim *et al.* ont montré que leurs résultats étaient plus que satisfaisants dans le cas du givre rime, tandis qu'ils pouvaient être améliorés dans le cas glaze. Ils ont alors souligné l'intérêt d'une telle approche, d'abord en termes d'efficacité en temps de calcul et ensuite parce qu'elle pouvait être étendue à d'autres cas d'études (intégration des systèmes de protection, augmentation des paramètres d'entrée).

Quelques années plus tard, Cao *et al.* [148] ont développé une méthodologie pour prédire les effets de la forme de givre sur les performances aérodynamiques du profil aérodynamique en se basant là aussi sur un réseau de neurones. Le modèle prenait en compte plusieurs caractéristiques de la géométrie de la glace, notamment le rayon du bord d'attaque de la corne de glace, la hauteur de la glace et la position de la corne de glace sur la surface du profil aérodynamique. Il a été entrainé pour prédire le coefficient de portance, le coefficient de traînée et le coefficient de moment, qui sont des coefficients aérodynamiques critiques pour la sécurité du vol, et a fourni des résultats en concordance avec les données d'essais. Pour leur part, Chang *et al.* [149] ont présenté une nouvelle technique basée sur la combinaison de la transformée en paquets d'ondelettes (Wavelet Packet Transform - WPT) et des réseaux neuronaux artificiels pour prédire l'accumulation de glace à la surface d'un profil aérodynamique 2D. Dans leur approche, la décomposition en paquets d'ondelettes est utilisée pour réduire le nombre de vecteurs d'entrée du réseau et pour améliorer la convergence de l'apprentissage. À des fins de comparaison, trois RNA différents, le réseau de rétropropagation (BP), le réseau de fonctions de base radiales (RBF) et le réseau neuronal de régression généralisée (GRNN) ont été entraînés pour simuler les coefficients des paquets d'ondelettes en fonction des conditions de vol. Ils ont constaté que le réseau BP présentait un avantage pour la prédiction du givre rime, alors que le réseau RBF était relativement adapté au givre glaze et que le GRNN pouvait être appliqué aux deux types de givre sans classement des échantillons. De plus, leurs résultats semblaient indiquer que la WPT permettait d'améliorer la précision de la prédiction du réseau.

Plus récemment, Li *et al.* ont proposé une méthode de prédiction de la sévérité du givrage des avions en fonction des conditions de vol grâce à deux études successives. Dans leur première étude [150], ils ont utilisé le modèle d'apprentissage automatique XGBoost afin d'explorer la relation entre le LWC, le MVD et le temps d'exposition. Cette première étape leur a permis d'initier le développement d'une approche de prédiction basée sur les données, néanmoins elle négligeait les facteurs aérodynamiques tels que la vitesse de vol, l'angle d'attaque et la température statique, qui ont un impact direct sur les comportements de givrage. Dans l'article qui a suivi [151], ils ont étudié l'adaptation du modèle XGBoost en fonction de six conditions de vol (vitesse de vol, angle d'attaque, temps d'exposition, LWC, MVD et température à l'infini amont) afin de représenter une situation de vol réelle. Leur objectif était de prédire le niveau de sévérité du givrage, la taille de la zone recouverte par la glace ainsi que son épaisseur maximale, en plus d'évaluer l'importance des conditions de vol sur le niveau de givrage et comprendre l'effet de chaque condition. Ils ont ainsi montré d'une part que leur approche pouvait fournir une alternative intéressante à la simulation numérique traditionnelle en raison de ses besoins limités en ressources de calcul, de ses performances rapides et de sa précision raisonnable ; d'autre part, les classements d'importance des caractéristiques de leur modèle ont indiqué que le diamètre des gouttelettes et le temps d'exposition étaient les paramètres impactant le plus significativement la sévérité du givrage.

Étude	Méthode	Objectif	Points clés	Limites
McCann (2005)	NNICE	Identifier zones favorables/défavorables au givrage	Classification de l'importance paramètres	Givre rime uniquement
Ogretim et al. (2006)	NN + Fourier	Prédiction accrétion sur profil 2D	Bonne prédiction pour cas Rime, classification des paramètres, extension possible à systèmes de protection	Prédiction glaze à améliorer, profil NACA 2D uniquement
Cao et al. (2011)	Réseau neuronal	Prédiction effets givre sur coefficients aérodynamiques	Prise en compte des paramètres géométriques, bon accord avec données essais	Cas limités, dépend données d'entraînement
Chang et al. (2016)	WPT + RN (BP, RBF, GRNN)	Prédiction accrétion sur profil 2D	Adaptation du réseau selon le type de givre, montre que WPT améliore la précision	Profil 2D uniquement
Li et al. (2020, 2021)	XGBoost	Prédiction sévérité givrage, zone recouverte, épaisseur maximale	Paramètres aérodynamiques intégrés, besoins limités en ressources de calcul	Profils, dépend des données

Tableau 2.2 – *Synthèse des approches basées sur l'apprentissage automatique*

2.2.3 Applications aux systèmes de protection

En parallèle des études cherchant à améliorer la compréhension du phénomène de givrage et à explorer des enveloppes de vol, des travaux visant à développer des modèles réduits afin de réduire les coûts associés aux phases de design de certains systèmes ont été menés. En ce qui concerne la conception de systèmes de protection thermique, Zhu *et al.* [25] ont par exemple proposé en 2013 une méthode permettant de déterminer les paramètres de conception du système antigivrage des ailes (Wing Anti-Icing System - WAIS) en identifiant les points de conception critiques. Ils proposent pour cela d'estimer les distributions de coefficients de transfert de chaleur convectifs et de flux de masse liés à l'impact des gouttelettes le long de l'aile, en résolvant au préalable les équations de Navier-Stokes pour obtenir le champ aérodynamique et le comportement des gouttelettes. Pourbagian et Habashi [26] ont pour leur part cherché à optimiser la consommation des systèmes de protection thermique. Ils ont pour cela considéré que la consommation d'énergie, la température de la surface de l'aile, l'épaisseur, le volume, la forme et l'emplacement du givre accumulé à la surface étaient les paramètres clés influençant la consommation d'énergie, la fatigue thermique et les performances aérodynamiques. Afin de réaliser une optimisation prenant en compte l'ensemble de ces paramètres, ils ont utilisé une technique sans dérivée appelée MADS (Mesh Adaptative Direct Search), et ont fait appel à une modélisation d'ordre réduit (ROM) pour construire des modèles de faible dimension

permettant de calculer les coefficients de transfert de chaleur. Dans les cas testés, l'optimisation de l'utilisation d'énergie leur a permis de réduire considérablement la consommation d'énergie des systèmes, démontrant ainsi l'intérêt de combiner les considérations énergétiques, aérodynamiques, et celles de sécurité dans la conception de systèmes de protection contre le givre. En plus des études portant sur les systèmes de protection des ailes, des travaux portant sur des systèmes destinés à protéger d'autres zones ont également été menés. On peut citer par exemple celle de Targui et Habashi [27], qui ont proposé un cadre 3D pour l'optimisation des systèmes de protection contre le givre des giravions électrothermiques, en vol stationnaire et en vol vers l'avant, elle aussi basée sur une modélisation d'ordre réduit.

2.3 Études appliquées aux sondes de mesure

Plusieurs études approfondies visant à étudier la physique du givrage, à modéliser le comportement de certaines parties protégées d'un aéronef, ou encore à mettre au point des stratégies efficaces d'antigivrage et de dégivrage ont ainsi été menées. Néanmoins, bien que certaines études aient tenté d'élargir leur domaine d'application ([152], [153], [154]), la majorité des travaux menés se sont concentrés sur le processus de givrage des surfaces des ailes et des profils aérodynamiques [89]. Les recherches concernant le givrage des sondes anémométriques restent pour leur part plutôt rares [155], malgré le fait que les phénomènes de givrage des sondes Pitot aient été jugés problématiques dès 1938 [156]. On ne trouve ainsi dans la littérature que peu d'études sur la physique fondamentale du givrage des sondes de mesure, la plupart d'entre elles concernant justement uniquement la sonde de Pitot. Quelques études sont tout de même menées sur ce sujet, et adoptent un point de vue relativement appliqué, en se focalisant notamment sur les questions d'antigivrage [157], de dégivrage [158], et traitant de configurations simplifiées [155].

2.3.1 Approche expérimentale

En ce qui concerne l'aspect expérimental, Hu *et al.* ont par exemple mené une étude expérimentale pour caractériser le processus dynamique d'accrétion de givre à la surface d'une sonde Pitot dans différentes conditions de givrage [159]. Ils ont pu reproduire les conditions de givre rime, glaze et de givre mixte dans le tunnel de recherche de l'université d'État de l'Iowa (ISU-IRT). Ils ont utilisé un système d'imagerie à grande vitesse pour enregistrer le processus dynamique d'accrétion de givre, et un système de balayage tridimensionnel leur a permis de mesurer les formes 3D des couches de glace accrétées. Les caractéristiques du processus de givrage dans les différentes conditions ont ainsi pu être comparées sur la base des formes 3D des accrétions de givre, des profils des couches de glace accrétées, mais aussi en termes de blocage de l'orifice d'entrée et de masse totale de glace accrétée sur la sonde. Ils ont également pu réaliser des corrélations entre les images d'accrétion acquises et les mesures 3D de la forme du givre. Les résultats obtenus peuvent être utilisés pour la validation et la vérification de la modélisation théorique et des simulations numériques du processus de givrage de la sonde Pitot dans différentes conditions de givrage, cependant Hu *et al.* ont souligné que les effets des principaux paramètres de conception et de fonctionnement des sondes Pitot (comme la géométrie ou les matériaux) n'avaient pas été pris en compte, et qu'ils prévoyaient de les analyser lors d'une prochaine étude. Jäckel *et al.* se sont justement intéressés à certains de ces aspects, et ont

caractérisé expérimentalement les effets de la composition interne et des propriétés des matériaux sur le processus de givrage d'une sonde Pitot ([160]). Afin d'analyser la réponse thermique de la sonde, ils ont réalisé des essais de performance dans diverses conditions de fonctionnement, et ont notamment étudié le processus de refroidissement en cas de défaillance de l'élément chauffant. Ratvasky *et al.* ont pour leur part analysé différentes campagnes de vol afin de fournir un aperçu des conditions atmosphériques qui conduisent à l'apparition d'anomalies sur des sondes de température totale et de Pitot [161].

2.3.2 Approche numérique

Adoptant un point de vue plus numérique, Ozcer *et al.* ont mené des travaux afin d'examiner les caractéristiques d'accrétion de givre à la surface d'un tube de Pitot dans différentes conditions de givrage [130], tandis que Zhang *et al.* ont étudié la détérioration des performances des systèmes Pitot-statiques en fonction des conditions de givrage [89]. Pour se faire, ils ont choisi comme critère de dégradation des performances ce qu'ils qualifient de "temps de défaillance", qui correspond au temps nécessaire pour que l'accumulation de glace obstrue complètement les trous de pression totale. En plus de constater que la température ambiante avait l'effet le plus significatif sur le temps de défaillance, ils ont également caractérisé l'évolution du temps de défaillance en fonction de la température de paroi, de la vitesse de l'écoulement, et de l'angle d'attaque. Chen *et al.* ont de leur côté présenté une méthodologie prédictive permettant d'identifier les conditions environnementales critiques qui conduisent au givrage des tubes de Pitot [23]. En s'appuyant sur un outil de simulation numérique modélisant le processus de givrage dans quelques conditions de croisière particulières, ils ont étudié l'impact de chaque paramètre environnemental sur le givrage du tube et notamment le temps de blocage associé. Cela leur a permis d'établir des corrélations entre certaines conditions environnementales et les temps de blocage, leur permettant d'isoler les conditions pouvant potentiellement mener à une défaillance du tube de Pitot. Les informations recueillies leur ont permis d'établir par la suite des bornes sur les conditions environnementales en fonction des marges de sécurité. L'objectif de leur approche était d'offrir un système d'alerte en temps réel aux pilotes, en croisant les enveloppes établies avec les données remontées par des capteurs lors des vols. Cependant, le nombre de conditions de vol analysées était faible, et le LWC et le MVD étaient les seuls paramètres de givrage considérés dans cette étude. Diniz *et al.* ont également cherché à identifier le givrage des tubes de Pitot en temps réel, en se basant pour leur part sur l'estimation des coefficients de transfert thermique à l'entrée du tube [62].

En parallèle, Szilder et Forsyth [24] ont développé un ensemble d'outils numériques CFD pour prédire la formation de givre sur un tube de Pitot dans des conditions de givrage associées à la présence d'eau liquide surfondue. Ils ont obtenu des résultats présentant des formes réalistes, aussi bien pour les régions associées au givre rime que glaze, ainsi que pour différentes orientations du tube de Pitot. Ils n'ont dans un premier temps pas du tout considéré le réchauffage de la sonde, ce qui leur a permis d'évaluer leur modèle sans la complexité supplémentaire associée à la modélisation du ruissellement d'un film d'eau à la surface de la sonde ; néanmoins, cela rend la simulation du mode antigivrage par leurs outils impossible sans développement supplémentaire. Enfin, De Sousa *et al.* ont cherché à démontrer l'importance de prendre en compte l'interaction conduction-convection

dans les modèles cherchant prédire le comportement thermique d'un système d'antigivrage en présence de conditions atmosphériques défavorables. Ils ont pour cela passé en revue les études théoriques et expérimentales traitant des problèmes de transfert de chaleur conjugué associés au comportement thermique transitoire des tubes de Pitot réchauffés et des sections d'ailes avec des systèmes d'antigivrage [162]. Cela leur a permis de proposer et de valider un modèle convectif combiné pour la conduction thermique transitoire dans les tubes de Pitot réchauffés électriquement, intégrant une formulation basée sur le modèle de Messinger étendu ainsi qu'une simplification de la géométrie. Leur modèle a pu être intégré dans l'équation de contrôle du transfert thermique pour les calculs numériques de givrage, et a contribué à l'amélioration de la précision des prédictions ([157], [155], [163]).

La quasi-totalité des études concernant les sondes de mesure se focalisent ainsi sur le cas des sondes de Pitot ; il n'existe à notre connaissance pas de travaux dédiés à d'autres sondes en particulier, à l'exception de l'étude de Gern qui traite le cas d'une sonde multifonction [164]. Son travail visait à caractériser et valider les performances de la sonde multifonction intégrée (IMFP®) d'Avionics Specialities, qui fournit l'angle d'attaque, la pression totale et la pression statique. Dans le but de déterminer les besoins en énergie du réchauffeur électrique de la sonde, Gern a réalisé une analyse thermique basée sur des modèles analytiques et de la CFD, en effectuant notamment des simulations d'antigivrage avec LEWICE, et a validé son approche à l'aide de données de soufflerie et d'essais en vol.

Ainsi, bien que le phénomène de givrage des sondes aéronautiques ait commencé à faire l'objet de plus d'attention de la part de la communauté dans les dernières années, plusieurs aspects liés à ces instruments restent encore à étudier, que ce soit dans le but d'améliorer la compréhension du phénomène ou encore afin d'étendre les approches actuellement maîtrisées à d'autres cas d'application.

Bilan

Ce second chapitre était consacré à la modélisation et à la simulation numérique du givrage. Dans un premier temps, les modèles développés pour représenter ce phénomène ont été présentés, en commençant par le modèle énergétique de Messinger, devenu une référence incontournable dans le domaine. Bien que largement utilisé, ce modèle repose néanmoins sur des hypothèses simplificatrices limitant son applicabilité dans certaines conditions. De nombreuses extensions, visant notamment à mieux représenter les phénomènes tridimensionnels, à améliorer la prise en compte de l'eau ruisselante en surface ou encore à mieux intégrer les cristaux de glace, ont ainsi été proposées et ont été abordées dans la suite du chapitre. Bien qu'essentiels, les modèles dédiés à l'accrétion ne suffisent cependant pas pour appréhender le phénomène de givrage de manière complète. La simulation numérique du processus requiert en effet des chaînes de calcul complètes, combinant plusieurs modèles complémentaires dédiés aux multiples phénomènes intervenant en givrage. Ces chaînes, leur architecture ainsi que les modèles qu'elles intègrent ont donc été détaillés dans un second temps.

À la suite de la présentation des méthodes classiques de modélisation et de simulation du givrage, il a été constaté que, malgré leur grande précision, ces approches présentent des limitations dans certains cas d'application, en particulier en raison de leur coût de calcul élevé. Plusieurs stratégies visant à réduire ces temps de calcul ont pu être identifiées et analysées. Deux grandes catégories se distinguent : d'une part, les techniques de réduction de modèles, telles que les méthodes basées sur la Proper Orthogonal Decomposition (POD), et d'autre part, les approches fondées sur l'apprentissage automatique, notamment l'utilisation de réseaux de neurones. Ces méthodes ont démontré leur efficacité dans le domaine du givrage, notamment en permettant la prédiction des formes de glace et des dégradations de performance aérodynamique en fonction des conditions environnementales et des caractéristiques géométriques des profils étudiés.

Toutefois, les travaux existants se concentrent principalement sur les ailes ou profils aérodynamiques, et très peu d'études intègrent les systèmes de protection thermique. En particulier, une revue ciblée des études portant spécifiquement sur le givrage des sondes de mesure a permis de mettre en évidence le manque de recherche sur ces instruments. La majorité des travaux existants s'attarde en effet presque exclusivement sur la sonde Pitot, en examinant les caractéristiques de l'accrétion de glace et l'influence de certains paramètres de conception sur les performances en vol. À ce jour, aucune étude n'a, à notre connaissance, été consacrée au processus de givrage de la sonde d'incidence, ni à l'influence de ses paramètres de conception sur son comportement en conditions givrantes.

Face à ces constats, ce chapitre ouvre naturellement la voie à la formulation des objectifs scientifiques et industriels de cette thèse, qui sont abordés dans le chapitre qui suit.

CHAPITRE 3

Contexte industriel et objectifs de la thèse

Ce chapitre expose le contexte industriel dans lequel s'inscrit cette thèse. Une attention particulière est d'abord portée à la stratégie de qualification des sondes aéronautiques, ce travail ayant vocation à s'intégrer dans ce cadre plus global. Les conclusions issues d'une étude interne préliminaire sont ensuite présentées ; elles permettent de mettre en évidence plusieurs difficultés techniques et d'orienter la méthodologie adoptée dans la suite de ce travail. Enfin, ce chapitre se conclut par la formulation des objectifs scientifiques et industriels de cette thèse, définis à partir des constats établis dans ce chapitre ainsi que dans les deux précédents.

Sommaire

3.1 Stratégie de qualification des sondes anémométriques 50
3.2 Étude préliminaire 52
3.3 Objectifs de la thèse 53

3.1 Stratégie de qualification des sondes anémométriques

L'ensemble des méthodes expérimentales et numériques présentées ci-dessus sont traditionnellement employées de façon conjointe afin d'étudier de multiples aspects intervenant lors du processus de givrage. Utilisées dans un cadre industriel, elles permettent également d'obtenir des informations aidant à la conception d'un produit, en plus de permettre d'assurer le respect des exigences émises d'une part par le client et d'autre part par les autorités de certification ; ces outils se révèlent ainsi particulièrement adaptés à la conception et à la qualification des sondes anémométriques. Dès les premières phases de développement, les industriels doivent en effet s'assurer de la robustesse de leurs instruments face au risque de givrage, et dans le cas particulier des sondes cela se traduit majoritairement par les performances de leur système de protection. Ainsi, afin d'évaluer leur fiabilité en opération, il est dans un premier temps primordial d'identifier les conditions de vol représentant le plus grand risque pour une sonde, avant d'évaluer le comportement du système de protection au travers des performances thermiques qui lui sont associées. Pour répondre à cet enjeu, une méthode couplant différents aspects a été développée et est présentée ici ; elle s'apparente à une stratégie présentée par la FAA [165] et se divise en trois étapes successives, qui sont :

1. la méthode CPA,
2. la simulation "haute-fidélité",
3. les essais en soufflerie givrante.

La méthode CPA (*Critical Point Analysis*) prend place dès qu'un design de sonde est proposé, et elle a pour objectif d'identifier rapidement les pires conditions de vol pouvant être rencontrées par une sonde en opération. Pour cela, elle repose en premier lieu sur la délimitation de l'enveloppe de vol susceptible de présenter des conditions givrantes, qui est représentée par l'intersection du domaine de vol d'un appareil avec les domaines d'existence des conditions givrantes (gouttelettes d'eau surfondues et/ou cristaux de glace). Le domaine de vol d'un aéronef correspond à l'espace à l'intérieur duquel celui-ci peut évoluer, et dépend des caractéristiques aérodynamiques de l'appareil ainsi que des limites de sécurité ; un exemple de domaine de vol pour un appareil standard est donné par les figures 3.1 et 3.2. La figure 3.1 représente le croisement entre le domaine de vol et le domaine d'existence des cristaux de glace dans le plan Mach/Altitude [1], et la figure 3.2 représente le même croisement dans le plan Température/Altitude.

Une fois que le domaine à explorer est identifié, une approche possible consiste à discrétiser celui-ci en une liste de points de vol définis par le nombre de Mach, l'altitude, la température statique et les concentrations en eau liquide et en cristaux de glace (LWC, IWC), en notant qu'une telle discrétisation mène généralement à l'obtention d'un grand nombre de points. L'exploration du domaine se fait par la suite via un outil de simulation numérique simplifié, dont l'objectif est de modéliser le comportement d'une sonde soumise à des conditions givrantes ; les résultats fournis en sortie sont alors le champ de température à la surface et à l'intérieur de la sonde, accompagné de la consommation électrique nécessaire au fonctionnement du système de protection thermique, le

1. Le domaine de vol est défini sur la base du modèle de l'Atmosphère Standard Internationale (ISA), avec des variations de température de ±20°C par rapport à la norme, par convention. L'altitude référencée correspond en réalité à l'altitude pression. L'utilisation de l'altitude pression basée sur la norme sélectionnée explique l'apparition de valeurs négatives d'altitude, qui surviennent lorsque la pression réelle dépasse la pression de référence au niveau de la mer.

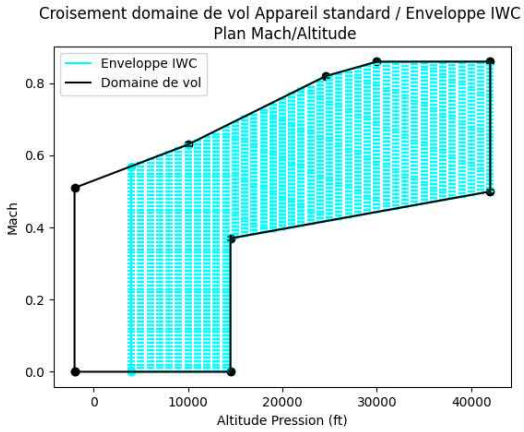


Figure 3.1 – *Exemple d'un croisement entre un domaine de vol et un domaine d'existence de cristaux - Plan Mach/Altitude*

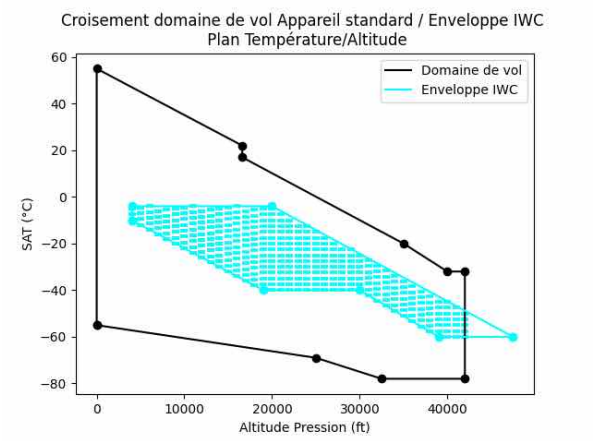


Figure 3.2 – *Exemple d'un croisement entre un domaine de vol et un domaine d'existence de cristaux - Plan Température/Altitude*

tout pour un point de vol particulier. La motivation principale de la méthode CPA étant d'obtenir rapidement un classement sur la sévérité des conditions rencontrées, le code de simulation utilisé est qualifié de "basse-fidélité", en opposition aux chaînes de calcul décrites précédemment qui calculent pour leur part des résultats dits de "haute-fidélité" compte-tenu du degré de précision qu'ils offrent. Bien que fournissant des résultats plus pertinents, les chaînes de givrage complètes nécessitent des temps de calcul qui ne sont généralement pas compatibles avec l'exploration d'un grand nombre de paramètres de vol ; la rapidité d'exécution est alors préférée à la grande précision qu'offrent ces codes, mais il est à noter que bien que certaines hypothèses simplificatrices puissent intervenir, l'ensemble des phénomènes présents doit tout de même être modélisé par l'outil de simulation simplifié. Ainsi, à l'issue de la simulation du comportement de la sonde pour l'ensemble des points du domaine, les conditions de vol les plus critiques ainsi que les performances associées sont extraites et permettent de valider ou non le concept : si les performances obtenues pour le système sont jugées comme acceptables, le design envisagé pour la sonde est conservé et l'étude de son comportement est approfondie ; si au contraire, cette première étape démontre que le système n'est pas assez performant, une évolution de design est nécessaire. Dans le cas où la méthode CPA valide le design envisagé, une seconde étape s'attachant à étudier le comportement thermique de la sonde de façon beaucoup plus précise s'opère. Les chaînes de calcul "haute-fidélité" sont alors employées, et la simulation du givrage suivie de l'analyse du comportement de la sonde s'effectuent uniquement pour un nombre de points de vol très restreint (ceux identifiés comme étant les plus critiques lors de la CPA). De la même façon que précédemment, si les résultats tendent à montrer que le système de protection n'est pas performant, une itération de design a lieu. Si les résultats sont jugés satisfaisants, la dernière étape – correspondant aux essais en soufflerie givrante – peut être menée. La configuration de test classique consiste alors à activer le système de protection thermique de la sonde avant de la soumettre à un écoulement véhiculant des gouttelettes d'eau surfondues et/ou des cristaux de glace. Les températures en surface et les puissances électriques consommées par le système de protection sont mesurées, et dans l'éventualité où cela se produirait, le phénomène d'accrétion de glace et le ruissellement de l'eau peuvent également être observés. Ces essais sont essentiels car, contrairement aux simulations numériques, ces moyens expérimentaux sont reconnus

par les autorités de certification comme étant des méthodes capables de prouver la conformité d'une sonde finale [166]. Les essais en soufflerie sont donc utilisés à la fois comme outil de validation (validation définitive du design de la sonde, validation voire enrichissement de la modélisation et des codes de simulation numérique) et également comme outil de qualification. L'intégralité de cette procédure itérative est illustrée par la figure 3.3.

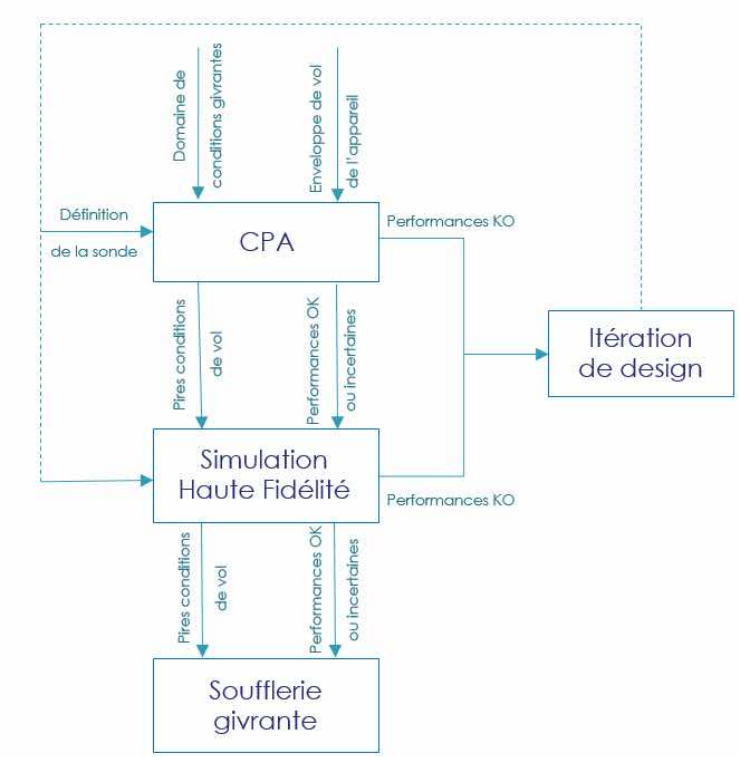


Figure 3.3 – *Illustration de la procédure dédiée au givrage*

3.2 Étude préliminaire

Un premier travail contribuant à la mise en place d'une méthode CPA au sein de Thales a été initié il y a quelques années. L'objectif était de proposer une approche permettant la réalisation d'une CPA complète, en considérant comme premier cas d'application celui d'une sonde d'incidence particulière. Dans cette optique, l'étude s'est notamment concentrée sur le développement d'un outil de simulation simplifié destiné à représenter le comportement aérothermique de la sonde, et s'est appuyée pour cela sur une représentation simplifiée de la géométrie couplée à une représentation simplifiée du comportement aérothermique. La sonde d'incidence et ses composants principaux ont ainsi été représentés numériquement par le biais d'une modélisation 2.5D, et le comportement thermique a pu être simulé en utilisant la méthode nodale [167]. Dans un premier temps appliquée uniquement aux conditions de type Air sec, cette approche a permis de réduire drastiquement les temps de calcul associés à une simulation, en rendant possible la résolution du champ de température au sein de la sonde en quelques secondes seulement, en plus de calculer les consommations électriques des systèmes de protection. Il est important de souligner qu'une telle efficacité de calcul rend possible

l'exploration d'un domaine de vol complet et discrétisé de façon exhaustive, ce qui implique par suite que la recherche d'un point de vol critique peut s'effectuer par force brute.

Cependant, pour que l'approche adoptée ici fournisse des résultats en concordance avec les mesures réalisées lors d'essais en soufflerie givrante, un recalage complet de l'ensemble des paramètres du modèle a dû s'effectuer sur la base de données d'essais. Ces recalages concernaient aussi bien la géométrie, la modélisation électrique du système de protection, ou bien encore la modélisation thermique et aérodynamique de la sonde complète. En plus d'intervenir dans l'ensemble des aspects du modèle réduit, ces différents recalages étaient également relativement nombreux, difficiles à interpréter, mais également difficiles à isoler dans le modèle. Pour mieux évaluer leurs impacts, un travail de ré-appropriation du modèle simplifié et du solveur numérique a été réalisé au début de cette thèse, afin de réécrire au complet l'outil de simulation numérique en éliminant l'intégralité des recalages. Suite à ce travail, il a été montré qu'en l'absence de ces derniers, les résultats obtenus à l'aide du modèle simplifié s'éloignaient de façon beaucoup trop marquée des données d'essais, et que les comportements exhibés par le modèle n'étaient pas forcément cohérents d'un point de vue physique.

Cette analyse préliminaire a permis d'une part de mettre en évidence les limites associées à l'approche de modélisation retenue dans ce travail initial – la nécessité d'intégrer de nombreux recalages dans le modèle – et d'autre part de reconnaître les avantages liées à la méthodologie mise en place – la capacité d'un modèle réduit à capturer le comportement aérothermique de la sonde en un temps très réduit. A partir de ce constat, il est apparu comme possible de faire évoluer l'outil de simulation simplifié, afin d'éliminer ou tout du moins restreindre les limitations précédemment identifiées. Dans cette optique, il apparaît intéressant de faire évoluer la modélisation 2.5D vers une modélisation 3D, afin de mieux représenter la sonde et ses multiples composants. De façon parallèle, un enrichissement de la modélisation physique, intégrant de façon plus détaillée les différents phénomènes intervenant, pourrait contribuer à mieux représenter le comportement de la sonde, et ainsi réduire les écarts observés entre les calculs et les mesures effectuées en soufflerie.

3.3 Objectifs de la thèse

Cette thèse se focalise sur la première étape de la stratégie de qualification des sondes face au risque de givrage, présentée à la section 3.1. L'objectif ici consiste à proposer et à mettre en place une méthodologie complète permettant de réaliser une analyse CPA, afin d'évaluer rapidement la robustesse d'une sonde aéronautique réchauffée face au risque de givrage. En raison des travaux précédemment menés au sein de Thales, le cas particulier de la sonde d'incidence est considéré dans cette thèse afin de mettre en place et de valider la méthodologie proposée.

En se basant sur les conclusions de l'étude préliminaire et sur la revue de la littérature, nous proposons dans cette thèse de développer une stratégie CPA basée sur deux approches complémentaires : le développement d'un modèle réduit tridimensionnel permettant de représenter le comportement en opération de la sonde d'incidence, et la mise en place d'une méthode de recherche optimisée de points critiques faisant appel à ce modèle.

Le premier enjeu de cette thèse concerne le développement de l'outil de simulation numérique sur

lequel s'appuie la méthode CPA. Afin de retranscrire le comportement aérothermique d'une sonde en opération, ce dernier doit être en mesure de décrire et modéliser l'ensemble des phénomènes physiques intervenant lors d'un vol en présence de conditions givrantes, puis de les coupler à la modélisation des systèmes de protection thermique qui équipent l'instrument. Comme mentionné précédemment, des méthodes destinées à modéliser le comportement de certaines parties protégées d'un aéronef ont déjà été développées, mais la plupart des études portent sur les systèmes de protection des ailes ([51], [22]). Les recherches concernant le givrage des sondes anémométriques restant pour leur part plutôt rares [155] et s'attardant principalement sur les sondes de Pitot ([168], [62], [159]), il est nécessaire ici de développer un modèle adapté aux spécificités de la sonde d'incidence. L'outil étant par ailleurs destiné à assister les phases de conception, il doit être capable d'intégrer facilement et rapidement des modifications concernant la géométrie de la sonde traitée ; bien que le design global de la sonde reste inchangé, certains paramètres géométriques sont en effet ajustables lors de cette phase. De plus, il est important de noter qu'en raison du cadre d'application industriel de cette méthode, la réalisation d'une analyse CPA ne doit pas excéder une journée en terme de temps de calcul et doit pouvoir s'effectuer sur un poste de travail classique. Afin de respecter ces critères, il est essentiel que l'outil de simulation développé ne soit pas associé à des temps de calcul trop importants. Une approche réside pour cela dans le développement d'un modèle réduit, dit *basse-fidélité*, capable de s'exécuter rapidement et de fournir des résultats suffisamment précis pour permettre une évaluation pertinente du comportement global de la sonde pour une configuration de vol donnée. Des techniques permettant de simplifier la modélisation du comportement de la sonde afin de réduire les temps de calcul tout en s'assurant de conserver une bonne représentation des phénomènes doivent ainsi être introduites dans cette thèse.

Par ailleurs, bien qu'un effort particulier doive être accordé à la réduction du temps d'exécution d'une simulation, l'outil développé doit tout de même intégrer la modélisation des différents phénomènes physiques, ainsi que les spécificités liées à la conception de la sonde. Au vu de la complexité des différents phénomènes et de leur interaction, il n'est pas raisonnable d'envisager qu'un tel outil soit compatible avec l'exploration de domaines de vol complets de façon exhaustive. Le second volet de cette thèse repose ainsi sur la mise en place d'une méthode d'optimisation permettant d'explorer l'ensemble des domaines de vol de façon efficace.

Le couplage de ces deux approches complémentaires a pour objectif de rendre possible l'identification des conditions de vol les plus sévères en terme de givrage pour une sonde d'incidence en moins d'une journée, donnant ainsi accès à une première évaluation de la robustesse de la sonde et de l'efficacité de son système de protection.

Afin de répondre à cette problématique, la suite du manuscrit est organisée selon deux grandes parties, composées des chapitres suivants :

Partie II - Modélisation

- ♢ Chapitre 4 - Développement d'un modèle simplifié représentant le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence
- ♢ Chapitre 5 - Développement d'un solveur numérique permettant la résolution du modèle physique simplifié

♢ Chapitre 6 - Calibration et validation du modèle simplifié de comportement aérothermique d'une sonde d'incidence

Partie III - Optimisation

♢ Chapitre 7 - Sélection d'une méthode d'optimisation adaptée aux fonctions coûteuses

♢ Chapitre 8 - Identification des points critiques d'une enveloppe de vol

Bilan

Ce troisième chapitre, consacré à la présentation du contexte industriel ainsi qu'à la formulation des objectifs de la thèse, vient clore la première partie de ce manuscrit dédiée à l'état de l'Art. La stratégie de qualification des sondes y a d'abord été exposée, mettant en évidence les besoins spécifiques propres à la phase de conception et soulignant la nécessité de disposer d'un outil de simulation numérique fiable et robuste, intégrant l'ensemble des paramètres de design et capable de reproduire de manière réaliste le comportement aérothermique d'une sonde en conditions opérationnelles. Les conclusions issues d'une étude préliminaire ont ensuite été discutées, ce qui a permis de faire ressortir plusieurs difficultés techniques et d'orienter la démarche méthodologique pour la suite de ce travail. En combinant l'ensemble de ces éléments avec les constats issus des deux chapitres précédents, il a été possible d'identifier les principales difficultés scientifiques et techniques liées au développement d'un tel outil. Le chapitre s'est ainsi achevé sur la formulation des objectifs scientifiques et industriels de cette thèse. Sur cette base, le premier volet de l'approche proposée peut être abordé : la partie Modélisation, qui s'ouvre par un chapitre consacré au développement d'un modèle simplifié destiné à représenter le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence en conditions opérationnelles.

Partie II

Modélisation

Experience is a hard teacher because she gives the test first, the lesson afterward.

– *Vernon Sanders Law*

CHAPITRE 4

Développement d'un modèle simplifié représentant le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence

Ce chapitre présente les différentes étapes menant au développement d'un modèle simplifié permettant de représenter le comportement aérothermique de la sonde d'incidence en opération. En premier lieu, le fonctionnement de la sonde ainsi que ses éléments de conception sont exposés. Le développement du modèle simplifié est ensuite détaillé, dans un premier temps en se focalisant uniquement sur la condition dite *air sec*, puis dans un second temps en intégrant les conditions givrantes. Pour chacune des conditions de vol considérées, les phénomènes physiques à prendre en compte sont présentés et analysés. Enfin, les choix de modélisation et les méthodes de simplification mises en œuvre sont justifiés et illustrés.

Sommaire

4.1 Identification des paramètres de conception essentiels au fonctionnement nominal de la sonde d'incidence **60**
4.1.1 Fonctionnement d'une sonde d'incidence 60
4.1.2 Zones d'intérêt 61
4.1.3 Hypothèses simplificatrices pour la représentation géométrique 62
4.2 Développement d'un modèle simplifié **65**
4.2.1 Développement du modèle aérothermique 65
4.2.2 Intégration des conditions givrantes 67
4.3 Mise en place de méthodes simplifiées de modélisation **80**
4.3.1 Modélisation de l'écoulement externe 81
4.3.2 Modélisation de l'écoulement interne 83
4.3.3 Modélisation du système de protection thermique 88
4.3.4 Modélisation des conditions givrantes 90

4.1 Identification des paramètres de conception essentiels au fonctionnement nominal de la sonde d'incidence

Dans cette section, le fonctionnement général d'une sonde d'incidence est présenté. Cette brève description permet de rappeler le principe de fonctionnement de cet instrument, et ainsi d'illustrer les zones d'intérêt qu'il est nécessaire de protéger contre le givrage. Par ailleurs, le développement du modèle réduit envisagé dans cette thèse s'accompagne d'une simplification de la représentation de la sonde, aussi bien au niveau de sa géométrie que de ses composants. Cette première étape permet dans cette optique d'identifier les paramètres essentiels au bon fonctionnement de la sonde d'incidence, et donc par suite d'identifier les principaux éléments de conception à inclure dans la modélisation simplifiée, dans le but de garantir que le comportement retranscrit par le modèle soit suffisamment fidèle à la réalité. Dans la suite de ce travail, la sonde d'incidence étudiée correspond à l'architecture de référence du design développé par Thales. Ce modèle est représentatif des architectures généralement employées par cet industriel et demeure, de ce fait, suffisamment générique pour servir de base à la modélisation.

4.1.1 Fonctionnement d'une sonde d'incidence

L'angle d'attaque est un paramètre aérodynamique jouant un rôle essentiel dans la stabilité, le contrôle et les performances d'un avion. Il correspond à l'angle formé entre la corde de l'aile et la direction du vent relatif, et peut également être exprimé comme la différence entre l'assiette longitudinale et la pente (voir 1.2.3). De nombreux capteurs ont été développés depuis les débuts de l'aviation, mais deux types de capteurs sont aujourd'hui particulièrement utilisés pour mesurer l'incidence en vol : les capteurs à girouette – ou sondes à girouette – et les capteurs à fentes. La sonde d'incidence que nous considérons dans cette étude appartient à la catégorie des capteurs à girouette et, comme leur nom l'indique, ils sont constitués d'une girouette pivotante pouvant se déplacer librement autour d'un axe rotatif. Lorsque la girouette s'aligne avec le vent, elle entraîne la rotation de l'axe sur lequel elle est montée, et l'évolution de la position angulaire peut être mesurée à l'aide d'un capteur.

Afin de permettre cette rotation, un espace est aménagé entre la girouette et le corps de la sonde ; la position de cet interstice est indiquée sur la figure 4.1, et un agrandissement en est présenté sur la figure 4.2. Bien que cet espace soit nécessaire au bon fonctionnement de la sonde, il est exposé à l'écoulement, et représente ainsi un danger en opération. En cas de vol en conditions givrantes par exemple, de la glace pourrait en effet se former au sein de cet espace, ce qui bloquerait alors la rotation de la girouette et fausserait ou empêcherait la prise de mesure. Cet interstice est considéré comme étant la zone de la sonde d'incidence la plus sensible au risque de givrage, au sens où elle est celle associée au risque de défaillance critique, c'est-à-dire à une perte totale de mesure. Néanmoins, d'autres zones exposées sont également susceptibles d'entraîner certaines défaillances en cas de givrage. Des accrétions de givre sur certaines surfaces de la sonde, comme sur le bord d'attaque et les faces latérales de la girouette, pourraient perturber l'écoulement et – sans nécessairement

l'empêcher totalement – dégrader la prise de mesure de l'incidence. Afin d'éviter autant que possible la formation de givre sur l'ensemble des zones critiques, les sondes sont équipées de systèmes de protection thermique actifs en permanence.

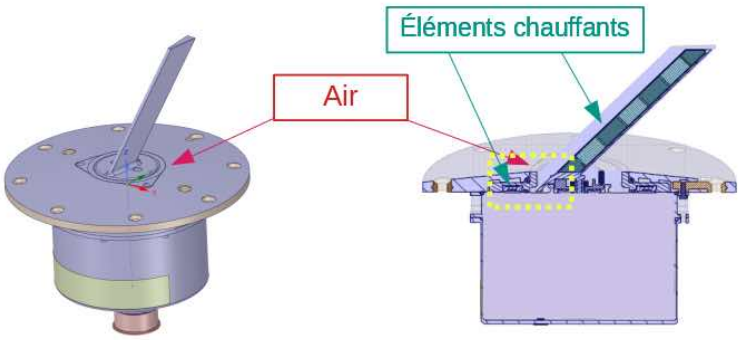


Figure 4.1 – *Illustration de la zone critique et de la position des réchauffeurs*

Dans le cas traité ici, ces systèmes de protection thermique prennent la forme de systèmes de réchauffeurs autorégulants. Cela signifie que la puissance délivrée par ces systèmes dépend de la température de la sonde. Plus la température de la sonde est basse, plus la puissance délivrée par les systèmes pour la réchauffer est importante. À l'inverse, si la température de la sonde est élevée, la puissance délivrée par les systèmes de réchauffeurs est moindre. Ce mode de fonctionnement est assuré par les propriétés des matériaux composant ces systèmes. Ici, la sonde est équipée de deux éléments chauffants : l'un est placé à la base de la sonde, dans une partie appelée boîtier annulaire qui entoure l'espace de circulation de l'air, et l'autre est placé à l'intérieur de la girouette elle-même ; leur position est indiquée sur la figure 4.1 également.

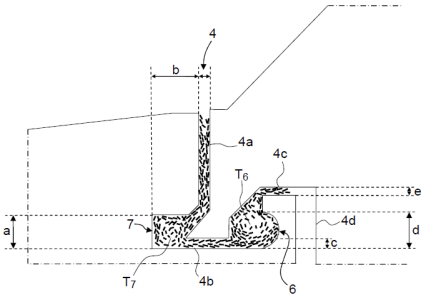


Figure 4.2 – *Illustration de la portion amont de l'interstice (zone délimitée par des pointillés jaunes sur la figure 4.1) - Vue de profil*

4.1.2 Zones d'intérêt

La sonde d'incidence est composée de différents éléments, tous contribuant à son bon fonctionnement. Le design de la sonde d'incidence considérée ici est décrit à l'aide de la figure 4.3. Celle-ci présente une vue en coupe de la sonde d'incidence, annotée par les multiples parties qui la constituent et qui sont pertinentes pour sa modélisation. Sur cette figure, la ligne noire horizontale symbolise la limite du fuselage dans le cas où la sonde serait installée sur un avion. Toute partie située au-dessus de cette ligne est donc exposée aux conditions extérieures, tandis que les parties situées en dessous

sont protégées de l'écoulement externe et ne sont en contact qu'avec les composants internes de l'avion. La partie de la sonde située en dessous de cette limite comprend une grande partie de la base du capteur. On y trouve le réchauffeur annulaire, la base de la girouette, la plaque isolante située autour du réchauffeur, mais aussi un boîtier électronique comprenant un important ensemble de cartes électroniques. Si la base de la sonde ne peut être négligée, des études internes ont montré que les échanges se produisant entre le boîtier et la partie supérieure de la sonde n'étaient pas significatifs [1], et qu'en conséquence le boîtier électronique ne jouait pas un rôle essentiel dans le comportement thermique de la partie supérieure de la sonde. Pour cette raison, mais également parce qu'une modélisation fidèle du boîtier électronique serait extrêmement complexe à mettre en place en raison de ses nombreux composants, la modélisation du boîtier électronique n'est pas intégrée au modèle simplifié. Le domaine d'intérêt considéré dans cette étude concerne ainsi uniquement la partie supérieure de la sonde, et englobe la partie exposée à l'écoulement ainsi que la base de la sonde située au-dessus du boîtier électronique. Cette limite est représentée par la ligne pointillée rouge sur la figure 4.3, et, en cas de besoin, la modélisation des éventuels échanges entre la partie supérieure de la sonde et le boîtier électronique peut être réalisée à l'aide d'une condition limite appropriée.

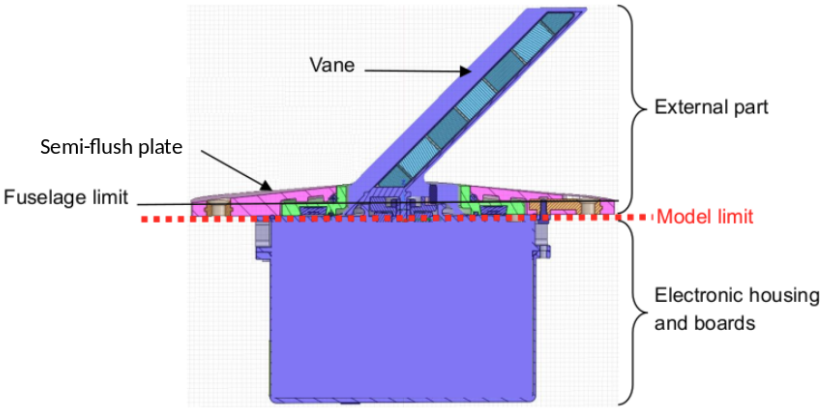


Figure 4.3 – *Vue en coupe de la sonde d'incidence - Limites du domaine d'étude*

4.1.3 Hypothèses simplificatrices pour la représentation géométrique

Le domaine d'intérêt étant désormais délimité, il est possible de procéder à certaines simplifications concernant les éléments de conception afin de simplifier la représentation géométrique de la sonde. Ainsi, une des premières simplifications géométriques envisagées dans cette thèse concerne l'interstice dans lequel l'écoulement s'infiltre. Comme expliqué précédemment, cet interstice joue un rôle majeur dans le fonctionnement de la sonde et constitue la zone d'intérêt principale pour évaluer les risques de givrage. Cependant, des contraintes mécaniques couplées à de multiples considérations de sécurité ont contribué à rendre sa géométrie particulièrement complexe. Ainsi, on y trouve par exemple la présence d'une encoche, entourée d'une réserve et d'une chicane, comme illustré par la figure 4.5(a).

1. La puissance thermique dissipée par l'électronique est de l'ordre de quelques watts, contre quelques centaines pour les réchauffeurs.

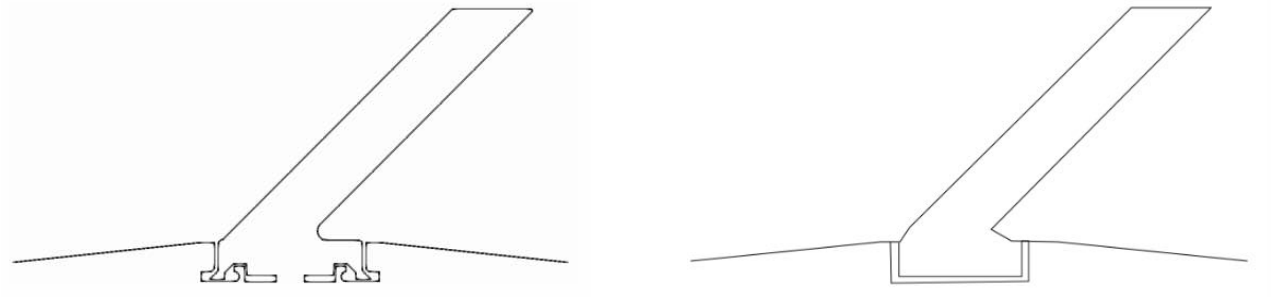
Ces éléments contribuent à tranquiliser l'écoulement au sein de l'interstice, grâce notamment à la formation de recirculations dans la réserve et dans la chicane qui permettent de réduire la vitesse de l'écoulement [169]. Dans le cas de la réserve, le tourbillon formé facilite de plus l'évacuation par aspiration des impuretés vers les trous de purge – représentés par les figures 4.4(a) et 4.4(b) – contribuant ainsi à protéger les zones situées sous la girouette.



(a) *Vue de profil* **(b)** *Vue inclinée*

Figure 4.4 – *Illustration des trous de purge pour la configuration réelle*

Cette configuration géométrique, mais aussi les multiples phénomènes aérodynamiques qui lui sont associés sont trop complexes pour être intégrés dans un modèle simplifié. La prise en compte des phénomènes de recirculation et d'aspiration s'accompagneraient en effet de besoins en modélisation et en ressources de calcul trop importants au vu de l'objectif visé ici ; c'est pourquoi la géométrie de l'interstice est simplifiée afin de représenter uniquement une cavité dans laquelle l'air peut s'infiltrer. Les spécificités géométriques, à savoir l'encoche, la chicane et la réserve sont supprimées, ainsi que les trous de purge. La géométrie retenue pour le modèle simplifié est représentée par les figures 4.5(b) et 4.6(b) ; elles sont mises en comparaison avec les figures 4.5(a) et 4.6(a) afin de bien illustrer les modifications associées à la géométrie simplifiée par rapport à la configuration réelle.



(a) *Géométrie réelle* **(b)** *Géométrie simplifiée*

Figure 4.5 – *Comparaison de la géométrie de l'interstice pour les deux configurations - Vue en coupe*

En plus des simplifications concernant l'interstice, il n'est pas envisageable d'inclure les détails mécaniques associés aux différents composants de la sonde. Ainsi, les éléments tels que les roulements à bille ou les vis sont également supprimés, tout comme la fine couche de silicone et les deux feuilles d'un alliage particulier qui entourent les éléments chauffants. La géométrie représentée dans le modèle simplifié se limite ainsi aux éléments principaux composant la sonde, à savoir :

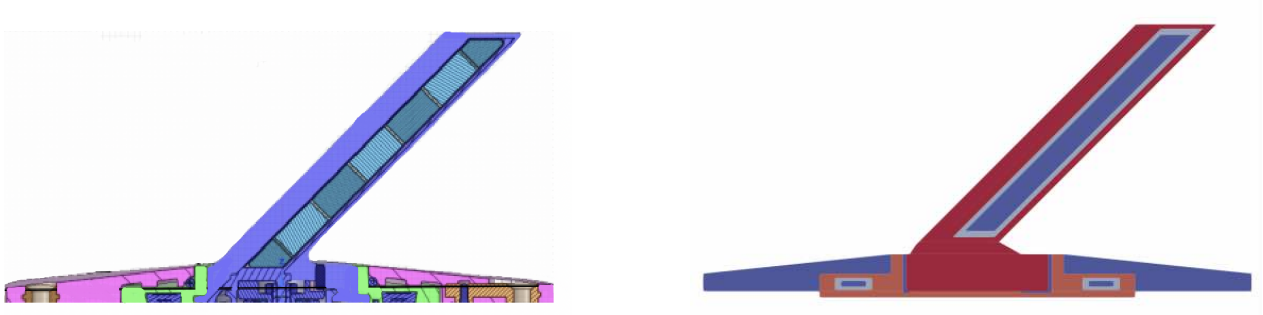
- la girouette, composée du mât, du raccord et du socle ;
- le corps réchauffeur, qui entoure le réchauffeur annulaire positionné autour de l'interstice ;
- la plaque isolante, qui recouvre le corps réchauffeur ;
- les éléments chauffants – réchauffeur annulaire et réchauffeur girouette – entouré d'une résine isolante ;
- l'arbre de la girouette, qui relie le socle de la girouette au boîtier électronique.



(a) *Géométrie réelle* **(b)** *Géométrie simplifiée*

Figure 4.6 – *Comparaison de la géométrie de la sonde d'incidence pour les deux configurations - Vue externe*

Ces différents éléments sont illustrés par la figure 4.7(a) pour la configuration réelle, et par la figure 4.7(b) pour la géométrie simplifiée. Pour faciliter la construction des différents éléments géométriques, certaines modifications sont apportées sur certaines pièces ; c'est le cas pour le réchauffeur de la girouette, dont la présence se limite au mât dans la représentation simplifiée, tout comme pour la résine dont la présence dans le raccord et le socle n'est pas représentée.



(a) *Géométrie réelle* **(b)** *Géométrie simplifiée*

Figure 4.7 – *Comparaison des différentes pièces de la sonde d'incidence - Vue en coupe*

Ces simplifications géométriques ne compromettent pas la capacité de la représentation réduite à modéliser une gamme étendue de sondes d'incidence partageant la même architecture générale. En pratique, les variations entre prototypes portent le plus souvent sur des paramètres géométriques – tels que la hauteur de la girouette ou le diamètre de la plaque isolante – ainsi que sur certaines propriétés des réchauffeurs, par exemple leur résistivité ou la nature de la résine les entourant. L'ensemble de ces paramètres de conception demeure pris en compte et entièrement paramétrable

dans le modèle, ce qui permet d'étudier différentes variantes de sondes d'incidence construites sur cette architecture de référence.

4.2 Développement d'un modèle simplifié

L'objectif de cette section est de présenter les étapes successives ayant mené au développement du modèle simplifié destiné à représenter le comportement aérothermique de la sonde d'incidence en conditions opérationnelles. Plus précisément, l'objectif retenu est de reproduire le comportement observé lors des essais en soufflerie, plutôt que celui rencontré en vol. L'étude se concentre par ailleurs sur le mode de fonctionnement en antigivrage ; le problème est donc traité dans un cadre stationnaire.

Dans un premier temps, le modèle adapté aux vols en condition dite *air sec*, c'est-à-dire en l'absence de conditions givrantes, est présenté. Il est important de souligner que le vol en condition air sec est le mode d'opération nominal de la sonde, il est ainsi essentiel d'en maîtriser la modélisation avant d'envisager d'intégrer les conditions givrantes. Par ailleurs, en raison de sa conception, qui implique la présence d'un écoulement externe couplé à un écoulement interne, le comportement aérothermique de la sonde d'incidence est particulièrement complexe à modéliser. Ce défi est renforcé par le fait que les approches traditionnellement utilisées ne sont pas compatibles avec le cadre d'application recherché, en raison des coûts de calcul qui leur sont associés. Une fois exposé, le modèle air sec est étendu afin de permettre la prise en compte des conditions givrantes. Les trois principales conditions givrantes pouvant être rencontrées en opération sont traitées, à savoir les gouttelettes d'eau surfondues, les cristaux de glace, et les conditions mixtes.

4.2.1 Développement du modèle aérothermique

Notre objectif ici est de développer un modèle simplifié capable de simuler le comportement aérothermique global de la sonde d'incidence en condition air sec en un temps de calcul raisonnable. Comme expliqué à la section 2.1.2, les simulations numériques d'antigivrage sont classiquement réalisées en couplant les solveurs dédiés au phénomène de givrage avec un solveur de conduction thermique modélisant le système de protection de l'objet considéré. Dans le cas d'une simulation en condition air sec, cet enchaînement se limite au couplage entre le solveur aérodynamique et le solveur de conduction thermique.

Le couplage entre ces deux solveurs est généralement coûteux en terme de temps de calcul, en particulier dans le cas de simulations en trois dimensions. Le couplage entre un solveur aérodynamique résolvant les équations de Navier-Stokes et un solveur de conduction thermique repose en effet sur des échanges itératifs de grandeurs physiques à l'interface fluide-solide. À chaque pas de temps ou itération de couplage, le solveur aérodynamique fournit au solveur thermique les conditions aux limites (température, flux de chaleur liés à la convection) calculées à partir des champs de vitesse, de température et de pression du fluide. En retour, le solveur thermique met à jour la température du solide. La température de surface, le flux de chaleur surfacique, ou une combinaison des deux, est ensuite réinjectée dans le solveur aérodynamique afin de recalculer les transferts de chaleur à l'interface. Dans le but de garantir la convergence des grandeurs surfaciques et par suite

la convergence du schéma global, ce mécanisme nécessite une synchronisation fine entre les deux domaines. D'une part, la qualité du maillage à l'interface est déterminante : il est nécessaire de disposer d'une résolution spatiale suffisante pour capturer avec précision les gradients thermiques et les couches limites, en plus de s'assurer d'une bonne correspondance topologique entre les maillages fluide et solide afin de limiter les erreurs d'interpolation lors des échanges. D'autre part, des problèmes de convergence peuvent également apparaître lorsque les échelles caractéristiques des phénomènes aérodynamiques et thermiques diffèrent trop fortement ; un nombre d'itérations important entre les deux solveurs est alors généralement nécessaire afin d'obtenir une solution numériquement stable et fidèle à la réalité physique.

Ainsi, bien qu'il existe des stratégies permettant de garantir la stabilité du processus de simulation et son efficacité, les simulations numériques couplées restent tout de même coûteuses. Étant donné que notre objectif ici est d'établir rapidement un bilan thermique global pour la sonde, nous proposons de nous placer dans un cadre où il est possible de s'affranchir d'un couplage entre un solveur aérodynamique et un solveur de conduction thermique. Pour ce faire, nous proposons de restreindre le domaine d'intérêt à la structure même de la sonde, et ainsi de ne pas directement résoudre l'écoulement extérieur se produisant autour de l'instrument. En revanche, en raison de sa complexité mais aussi de son rôle dans le comportement thermique de la sonde, il est essentiel d'intégrer une modélisation simplifiée de l'écoulement interne se produisant au sein de la cavité. Pour cette raison, nous décidons de considérer ici le volume d'air présent au sein de la cavité comme une composante – une pièce – de la sonde. L'air interne est ainsi assimilé à un matériau, dont les propriétés thermiques devront être déterminées de façon à prendre en compte les échanges convectifs entre l'écoulement d'air et les parois de la cavité. Grâce à cette approche, l'écoulement interne est entièrement intégré à la modélisation, tandis que le fluide dans lequel la sonde est plongée – autrement dit l'air environnant – n'est plus directement représenté ; la construction d'un maillage dédié au fluide n'est alors plus nécessaire. Le domaine d'intérêt se limitant désormais à une version étendue de la structure de la sonde, la simulation complète peut s'effectuer sur un seul maillage, à l'aide d'un unique solveur.

Équations fondamentales

Nous proposons ici de décrire le comportement aérothermique de la sonde d'incidence en utilisant l'équation d'advection-diffusion suivante (4.1) :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (K\nabla T) + \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = S_{\text{heater}}(T), \ \text{ dans } \Omega \\ \quad \text{où } \ \mathbf{u} = u_{fluid}, \ \text{ dans } \Omega_{Air} \\ \qquad\quad = 0, \qquad \text{ailleurs} \\ K\nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_{\text{r}} - T), \ \text{ sur } \Gamma_{\text{conv}} \\ T = T_{\text{lim}}, \ \text{ sur } \Gamma_{\text{lim}}. \end{cases} \tag{4.1}$$

Une description générale du modèle est donnée ici, l'obtention et le calcul des différents termes intervenant étant détaillés dans la section 4.3.

Le domaine d'intérêt Ω considéré comprend la partie supérieure de la sonde 4.1.2, et intègre l'interstice dans lequel l'écoulement interne se produit, noté Ω_{Air}. La conduction thermique au sein

de la sonde est modélisée grâce au terme de diffusion, où K désigne le tenseur de conductivité thermique. La conductivité est supposée isotrope dans l'ensemble des matériaux de la sonde, à l'exception du volume d'air. Il est donc possible d'écrire $K_m = k_m\ I$ pour chaque matériau solide m de la sonde, où k_m représente la conductivité thermique de chaque matériau. En ce qui concerne le volume d'air, un champ de conductivité thermique effective est calculé pour l'air interne avec une méthode décrite dans le paragraphe 4.3.2. Il est à noter que, dans ce modèle, toutes les conductivités thermiques sont considérées comme uniformes et constantes par rapport à la température : $\forall m,\ k_m(x,T) = k_m$. Le terme d'advection est pris en compte uniquement au sein de la cavité, et permet de modéliser le fait que l'écoulement interne apporte en continu un flux d'air froid au sein de la sonde. Le champ de vitesse moyen de l'écoulement interne, noté $\mathbf{u}$, est égal à u_{fluid} dans la cavité et est nul ailleurs ; la méthodologie permettant de le calculer est détaillée dans la section 4.3.2. Le système de protection thermique est modélisé grâce au terme source non-linéaire S_{heater}, qui représente la puissance volumique dissipée par les deux réchauffeurs, et l'expression de ce terme est détaillée au paragraphe 4.3.3. Ces derniers étant actifs en permanence – puisqu'il s'agit d'un système d'antigivrage – l'hypothèse d'un régime stationnaire suffit pour décrire le comportement aérothermique de la sonde. Les échanges avec l'air environnant sont modélisés par l'intermédiaire de coefficients de transfert thermique h, en appliquant des conditions aux bords de Robin sur l'ensemble des surfaces exposées à l'écoulement externe, notées Γ_{conv} ; la méthodologie permettant de les obtenir est décrite dans le paragraphe 4.3.1. Enfin, une condition de Dirichlet est appliquée sur Γ_{lim}, afin de refléter le fait que le bord de la plaque isolante est en contact direct avec le fuselage de l'avion, ou la plaque de la soufflerie.

La figure 4.8 illustre les domaines et frontières du modèle : le domaine d'intérêt, Ω, est représenté en gris, et le volume d'air interne, Ω_{Air}, en bleu. Les surfaces exposées à l'écoulement externe, Γ_{conv}, sont représentées en bleu clair, tandis que le bord de la plaque isolante, Γ_{lim}, est en violet. Enfin, les réchauffeurs sont indiqués en rouge.

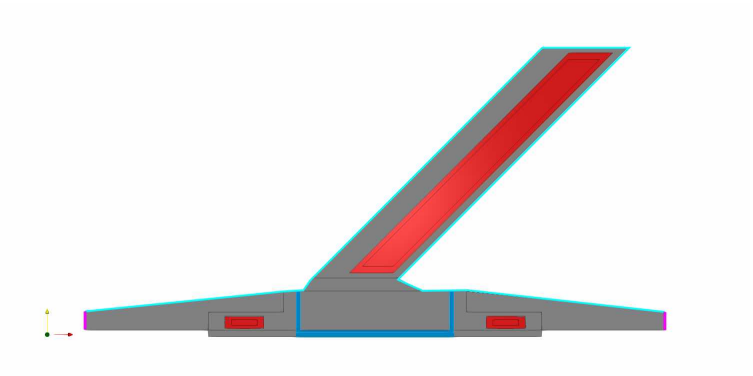


Figure 4.8 – *Vue en coupe de la sonde d'incidence - Représentation des frontières du domaine*

4.2.2 Intégration des conditions givrantes

Suite à la formulation du modèle permettant de simuler le comportement aérothermique de la sonde en conditions air sec, l'objectif est désormais d'intégrer la modélisation des conditions givrantes. Commençons par rappeler que dans le cadre de ce travail, nous cherchons à reproduire le mode de fonctionnement nominal de la sonde, en faisant l'hypothèse que son système de protection est

parfaitement adapté aux conditions pouvant être rencontrées en opération. Étant donné que la sonde est équipée d'un système d'antigivrage thermique, aucune accrétion de givre n'est autorisée, en particulier sur les zones les plus critiques telles que la girouette et la cavité. Cette hypothèse permet d'intégrer les conditions givrantes dans le modèle sans nécessiter la prise en compte explicite du phénomène d'accrétion – c'est-à-dire la formation et la croissance du givre. Il n'est donc pas nécessaire, dans ce cadre, de recourir aux modèles de givrage classiques.

Il est toutefois d'adopter une approche similaire à celle proposée par Messinger (cf. 2.1.1). En conservant l'hypothèse d'un régime stationnaire, le film d'eau peut être assimilé à un système ouvert, auquel on applique le premier principe de la thermodynamique. La conservation de la masse et de l'énergie totale du système permet d'écrire les deux bilans suivants :

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_i \dot{m}_i = 0, \\ \displaystyle\sum_i \dot{m}_i \, \eta_i^{\mathrm{tot}} \; + \; \varphi_{\mathrm{conv}} \; - \; \varphi_{\mathrm{wall}} \; = \; 0, \end{cases} \tag{4.2}$$

où $\dot{m}_i$ désigne un débit massique, η_i^{tot} une enthalpie totale, et où les flux de chaleur s'écrivent :

$$\varphi_{\mathrm{conv}} = h\,(T_r - T), \qquad \varphi_{\mathrm{wall}} = K\,\nabla T \cdot \mathbf{n}.$$

L'introduction des conditions givrantes repose sur l'identification des sources d'énergie supplémentaires affectant le film. Dans notre cas, trois contributions viennent ainsi s'ajouter au bilan d'énergie, en plus de la convection déjà présente en conditions air sec :

1. les échanges de chaleur entre la paroi et les particules incidentes (gouttelettes ou cristaux) ;
2. les échanges de chaleur entre la paroi et le film d'eau ruisselant ;
3. les échanges de chaleur dus à l'évaporation [2] du film d'eau.

Le système (4.2) devient alors :

$$\begin{cases} \dot{m}_{\mathrm{imp}} + \dot{m}_{\mathrm{run}} + \dot{m}_{\mathrm{ev}} = 0, \\ \dot{m}_{\mathrm{imp}}\,\eta_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{tot}} + \dot{m}_{\mathrm{run}}\,\eta_{\mathrm{run}}^{\mathrm{tot}} - \dot{m}_{\mathrm{ev}}\,\eta_{\mathrm{ev}}^{\mathrm{tot}} + \varphi_{\mathrm{conv}} - \varphi_{\mathrm{wall}} = 0. \end{cases} \tag{4.3}$$

où $\dot{m}_{\mathrm{imp}}$, $\dot{m}_{\mathrm{run}}$ et $\dot{m}_{\mathrm{ev}}$ désignent respectivement les débits massiques d'impact, de ruissellement et d'évaporation, et $\eta_{\mathrm{imp}}^{\mathrm{tot}}$, $\eta_{\mathrm{run}}^{\mathrm{tot}}$ et $\eta_{\mathrm{ev}}^{\mathrm{tot}}$ les enthalpies totales associées.

Par définition, l'enthalpie totale s'exprime comme :

$$\eta^{\mathrm{tot}} = \eta + \tfrac{1}{2}V^2, \tag{4.4}$$

où η est l'enthalpie et V désigne la vitesse du fluide ou des particules dans le système, selon le contexte.

Par convention, l'enthalpie de référence correspond à celle de l'eau solide à 273,15 K. Pour une température donnée T, on a :

2. Par évaporation, on entend à la fois l'évaporation et la sublimation.

- $\eta_s(T) = c_s(T - T_m)$ pour l'enthalpie de la glace,
- $\eta_\ell(T) = c_\ell(T - T_m) + L_m$ pour l'enthalpie de l'eau liquide,
- $\eta_v(T) = c_v(T - T_b) + L_v + c_\ell(T_b - T_m) + L_m$ pour l'enthalpie de la vapeur d'eau,

où c_s, c_ℓ et c_v sont respectivement les chaleurs spécifiques de la glace, de l'eau liquide et de la vapeur d'eau, T_m et T_b représentent les températures de fusion et d'ébullition, et L_m et L_v désignent les chaleurs latentes de fusion et de vaporisation.

En choisissant pour référence l'enthalpie de l'eau liquide évaluée à la température locale du film T, il est par ailleurs possible d'écrire :

$$\textstyle\sum_i \dot{m}_i \, \eta_\ell(T) \;=\; \eta_\ell(T) \; \sum_i \dot{m}_i \;=\; 0. \tag{4.5}$$

d'après la conservation de masse à l'état stationnaire.

En utilisant l'égalité 4.5, le bilan d'énergie peut se réécrire sous la forme :

$$\sum_i \dot{m}_i \left[\eta_i^{\text{tot}} - \eta_\ell(T)\right] \;+\; \varphi_{\text{conv}} \;-\; \varphi_{\text{wall}} = 0.$$

En soustrayant la même enthalpie (ici $\eta_\ell(T)$), la conservation de la masse permet de simplifier l'écriture du bilan d'énergie en ne retenant que les écarts d'enthalpie par rapport à $\eta_\ell(T)$.

En définissant

$$\tilde{\varphi}_i = \eta_i^{\text{tot}} - \eta_\ell(T),$$

le bilan devient alors :

$$\sum_i \dot{m}_i \, \tilde{\varphi}_i \;+\; \varphi_{\text{conv}} \;-\; \varphi_{\text{wall}} = 0.$$

En s'appuyant sur la structure proposée pour le modèle air sec (4.1), la prise en compte des conditions givrantes revient ainsi à modifier la condition aux limites appliquée sur les surfaces exposées à l'écoulement Γ_{conv}. Cette dernière devient :

$$\varphi_{\text{wall}} \;=\; \varphi_{\text{conv}} \;+\; \varphi_{\text{imp}} \;+\; \varphi_{\text{run}} \;+\; \varphi_{\text{evap}} \qquad \text{sur } \Gamma_{\text{conv}}. \tag{4.6}$$

où les trois termes supplémentaires de transfert thermique sont :

1. le flux de chaleur φ_{imp}, qui correspond à l'énergie nécessaire pour élever la température des particules incidentes (gouttelettes d'eau surfondues et cristaux de glace) depuis la température de l'air ambiant jusqu'à celle de la paroi,
2. le flux de chaleur φ_{run} lié au ruissellement, qui correspond au flux échangé entre la paroi et le film d'eau pour qu'ils soient en équilibre thermique (supposé instantané ici vu la très faible épaisseur du film),
3. le flux de chaleur associé à l'évaporation φ_{evap}.

La mise à jour générique de la condition aux bords présentée ci-dessus permet d'étendre le modèle air sec afin de le doter de la capacité à traiter les trois types de conditions givrantes rencontrées en opération : les gouttelettes d'eau surfondues, les cristaux de glace, et les conditions mixtes. Les

expressions détaillées de ces termes supplémentaires, ainsi que les modèles étendus associés aux différentes conditions givrantes, sont présentées dans les sous-sections suivantes.

Phénomène d'impact

Considérons tout d'abord le phénomène d'impact, modélisé par le flux de chaleur φ_{imp}.

1. **Gouttelettes d'eau surfondues**

Commençons par traiter le phénomène d'impact pour les gouttelettes d'eau surfondues. Dans ce contexte, le terme d'impact φ_{imp} représente le flux de chaleur associé à l'impact des gouttelettes sur la paroi ; il correspond alors au débit massique des gouttelettes incidentes multiplié par l'enthalpie associée, c'est-à-dire l'énergie nécessaire afin d'amener la température des gouttelettes – initialement à la température de l'air ambiant – jusqu'à la température de la paroi. Le flux de chaleur dû à l'impact des gouttelettes d'eau peut ainsi s'écrire comme :

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{imp}} &= \dot{m}_{\text{imp}} \left[\eta_{\text{imp}}^{\text{tot}} - \eta_\ell(T)\right] \\ &= \dot{m}_{\text{imp}} \left[\eta_{\text{imp}} + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2} - \eta_\ell(T)\right] \\ &= \dot{m}_{\text{imp}} \left[\eta_\ell(T_{\text{imp}}) + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2} - \eta_\ell(T)\right]\end{aligned} \tag{4.7}$$

où $\dot{m}_{\text{imp}}$ désigne le débit massique des gouttelettes incidentes, tandis que T_{imp} représente la température des gouttelettes et V_{imp} leur vitesse.

On a ainsi :

$$\varphi_{\text{imp}} = \dot{m}_{\text{imp}} \left[c_\ell \left(T_{\text{imp}} - T\right) + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2}\right]. \tag{4.8}$$

Afin de calculer le débit massique, l'expression suivante est utilisée :

$$\dot{m}_{\text{imp}} = V_\infty \, LWC \, \beta, \tag{4.9}$$

où V_∞ désigne la vitesse infini amont, LWC le contenu en eau liquide et β le coefficient de captation.

Le débit massique de gouttelettes incidentes permet de quantifier la masse de gouttelettes d'eau reçue par une surface par unité de temps, en considérant plusieurs paramètres, dont notamment la vitesse de l'écoulement. Dans un contexte de modélisation du givrage, et plus particulièrement pour le cadre étudié ici, il est important de souligner que la vitesse de l'écoulement peut être relativement élevée (pouvant ici atteindre jusqu'à $294,98\, m.s^{-1}$). Dans ces conditions, lorsqu'une gouttelette entre en collision avec une surface à grande vitesse, au lieu de s'étaler sur la surface, elle peut se pulvériser en gouttelettes secondaires – si la paroi est sèche – ou bien interagir avec le film d'eau liquide déjà présent et projeter de nombreuses petites gouttelettes – si la paroi est mouillée – ; ce phénomène est connu sous le nom de *splashing*, ou éclaboussement [170].

En considérant le cas où une gouttelette impacte une surface sèche, cinq régimes distincts peuvent être identifiés [171] :

- Dépôt : la goutte s'étale sur la surface et y reste entièrement attachée tout au long de l'impact, sans se fragmenter.
- Éclaboussure en couronne (corona splash) : après l'impact, le liquide s'étale et forme une lamelle périphérique en forme de couronne, qui se détache ensuite en générant des gouttelettes secondaires.
- Éclaboussure instantanée (prompt splash) : des gouttelettes sont éjectées dès les premières étapes de l'étalement, à partir de jets formés directement au contact de la surface, sans apparition de couronne.
- Rebond et rebond partiel : ces régimes surviennent uniquement lorsque la goutte, dotée d'une forte inertie, entre dans une phase de retrait après l'étalement, entraînant soit un rebond complet, soit un détachement partiel du liquide.

Ces différents régimes sont illustrés par la figure 4.9.

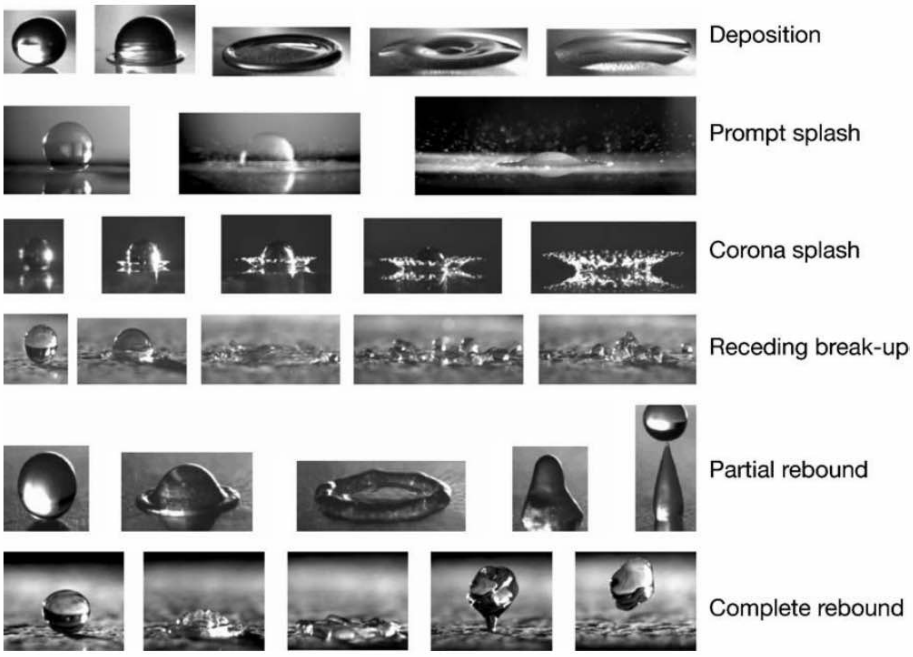


Figure 4.9 – *Illustration des différents régimes d'impact - [171]*

Une compréhension approfondie du phénomène de splashing peut s'avérer cruciale pour des applications telles que le givrage, notamment afin de quantifier le volume d'eau éjecté lors de l'impact ou pour caractériser les gouttelettes secondaires susceptibles d'impacter à nouveau des zones situées en aval, comme pour les surfaces des ailes d'avion. De nombreuses études expérimentales ont été menées afin d'affiner la compréhension de ce phénomène. Certaines se sont concentrées sur l'influence de la température de la surface et de la rugosité : Lin *et al.* [172] ont étudié l'impact de la température sur le comportement des gouttes, Liu *et al.* [173] se sont intéressés aux surfaces ultrafroides, tandis que Schremb *et al.* [174] ont examiné le cas particulier des parois recouvertes de givre, et des travaux ont également porté sur les parois chauffées ([175], [176]). D'autres recherches se sont davantage intéressés à l'influence des propriétés de mouillage de la surface, comme celle de de Goede *et al.*

[177], tandis que certaines études se sont quant à elles focalisées sur le comportement lors d'impacts à haute vitesse, comme celle d'Alary *et al.* [171], qui a examiné expérimentalement l'impact à haute vitesse de SLD sur des surfaces lisses et givrées, ou celle de Burzynski *et al.* [170], qui s'est intéressée aux impacts sur des surfaces sèches. Néanmoins, malgré les avancées apportées par les différents travaux portant sur le phénomène de splashing, les configurations expérimentales explorées restent sensiblement éloignées des conditions opérationnelles auxquelles est soumise la sonde. D'une part, la faible taille des gouttelettes rend particulièrement complexe la caractérisation précise des éclaboussures lors d'expériences. À titre d'exemple, les gouttelettes étudiées dans [171] ont un diamètre de l'ordre de $330\mu m$, tandis que celles considérées dans [170] et [173] varient entre 2 et $4mm$. En comparaison, les gouttelettes analysées dans le cadre de cette thèse présentent un diamètre nettement plus faible, de l'ordre de $20\mu m$ [3]. D'autre part, les vitesses d'impact étudiées dans la littérature sont le plus souvent limitées à quelques dizaines de mètres par seconde. Même si des régimes plus rapides peuvent être analysés – comme dans [171], où des vitesses atteignant $150\,m.s^{-1}$ sont considérées –, les vitesses effectivement rencontrées en conditions opérationnelles demeurent nettement supérieures. Enfin, il convient de noter que la surface de la sonde est non seulement réchauffée, mais présente également une géométrie significativement différente de celles étudiées dans les configurations expérimentales.

En supposant que le comportement des gouttelettes lors de l'impact soit connu, une approche possible pour prendre en compte le phénomène de splashing dans le modèle simplifié consiste à réécrire le flux de chaleur dû à l'impact, donné par l'équation (4.8), sous la forme suivante :

$$\varphi_{\text{imp}} = \tau_s \, \dot{m}_{\text{imp}} \left[c_\ell \left(T_{\text{imp}} - T \right) + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2} \right], \tag{4.10}$$

où τ_s est un coefficient introduit pour modéliser le splashing. Des essais en soufflerie givrante étaient initialement prévus en parallèle de cette thèse, dans le but d'analyser le phénomène de givrage appliqué au cas particulier de la sonde d'incidence, dans des conditions représentatives de celles rencontrées en opération. L'exploitation de ces essais aurait permis d'obtenir des informations précieuses permettant d'affiner la modélisation, notamment en ce qui concerne les mécanismes d'impact et de splashing. Ces essais n'ont toutefois pas pu être réalisés. En l'absence de données expérimentales, l'incertitude sur le comportement réel des gouttelettes lors de l'impact ne permet pas une modélisation représentative ni une calibration fiable d'un coefficient décrivant le splashing. Par conséquent, on considère en première approximation que $\tau_s = 1$ dans la modélisation de l'impact. On suppose ainsi que l'ensemble des gouttelettes incidentes sont capturées par la surface et y adhèrent intégralement. Aucun arrachement du film liquide éventuellement présent à la surface n'est considéré, pas plus qu'une éventuelle ré-émission de gouttelettes secondaires. Le flux de chaleur associé à l'impact reste celui décrit par l'équation (4.8), sans terme correctif pour le splashing, ce qui devrait entraîner une surestimation (en valeur absolue) par le modèle.

3. Seules les gouttelettes définies dans l'appendice C de la CS-25 sont considérées ici ; les SLD (appendice O), de diamètres plus importants, ne sont pas prises en compte.

Remarque

Une seconde manière de représenter le phénomène de splashing dans le modèle simplifié consiste à reformuler le flux de chaleur dû à l'impact comme :

$$\varphi_{\text{imp}} = \dot{m}_{\text{imp}} \left[\tau_s \, c_\ell \, (T_{\text{imp}} - T) + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2} \right]. \tag{4.11}$$

Ici, le coefficient τ_s représente la fraction des gouttelettes incidentes qui adhèrent réellement à la surface et y échangent de la chaleur. Cette formulation permet de prendre en compte l'énergie associée à l'impact de l'ensemble des gouttelettes sur la paroi [a] tout en reflétant le fait qu'une partie d'entre elles est immédiatement réinjectée dans l'écoulement, avant que leur température n'ait pu atteindre celle de la paroi. Autrement dit, une fraction $(1 - \tau_s)$ du flux thermique est perdue dès l'impact : les gouttelettes correspondantes sont ré-éjectées quasi instantanément et ne contribuent donc pas au transfert thermique sensible. En revanche, l'énergie cinétique de l'ensemble des gouttelettes est déposée sur la surface. Dans le cas d'une surface déjà mouillée, cette expression pourrait être complétée par un terme additionnel décrivant l'arrachement partiel du film liquide lors de l'impact, ce qui permettrait de représenter plus fidèlement le mécanisme de splashing dans les configurations présentant un ruissellement. Cette expression n'est pas retenue, d'une part parce qu'elle repose sur les mêmes hypothèses incertaines que celles évoquées précédemment, et d'autre part parce qu'elle n'est pas entièrement compatible avec les modélisations actuellement utilisées dans les codes de givrage, notamment en ce qui concerne le traitement de l'impact des cristaux. Elle demeure toutefois une piste d'évolution possible pour de futurs travaux.

a. Dans ce cadre, on considère que la vitesse moyenne des gouttes réémises est négligeable devant la vitesse d'impact, ce qui permet de simplifier l'expression du terme cinétique.

2. Cristaux de glace et conditions mixtes

Lors de vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues, l'accrétion de givre résulte de la collision de ces gouttelettes avec la paroi qui rompt l'équilibre métastable dans lequel elles se trouvent. À l'inverse, l'impact de cristaux de glace sur une paroi froide ne conduit généralement pas à la formation de givre : étant à l'état solide, les cristaux rebondissent sur la surface et sont réinjectés dans l'écoulement. L'accrétion en conditions cristaux ne se produit que si les particules adhèrent à la paroi, ce qui nécessite la présence préalable d'un film d'eau liquide favorisant leur captation. Deux mécanismes peuvent conduire à la formation de ce film liquide : soit la paroi est suffisamment réchauffée pour provoquer la fusion partielle des cristaux lors de l'impact, soit les cristaux eux-mêmes sont partiellement fondus, apportant leur propre fraction liquide. Dans le domaine du givrage, deux principaux régimes d'accrétion liés aux cristaux sont identifiés : le régime *glaciated*, correspondant à la présence de cristaux solides ou partiellement fondus, et le régime *mixed-phase* (ou conditions mixtes), caractérisé par la coexistence de cristaux et de gouttelettes d'eau surfondues [14]. Dans ce dernier cas, le film d'eau liquide provient principalement de l'impact des gouttelettes. Même si des modèles simplifiés distincts sont employés dans la suite de cette thèse pour caractériser les régimes

glaciated et *mixed-phase*, la description des mécanismes d'impact est ici traitée de manière conjointe, en raison de leur similarité.

Il convient de souligner que, bien que l'eau liquide soit essentielle au givrage en conditions cristaux, une concentration trop importante peut compromettre l'adhérence des particules solides ; le film d'eau liquide présent en surface peut en effet piéger les cristaux et favoriser leur évacuation par ruissellement, diminuant alors la sévérité du givrage. Deux variables ont été introduites en givrage pour modéliser l'influence de l'eau liquide dans l'accrétion en conditions cristaux :

- le taux de fonte, noté η_m, qui permet de décrire l'état de fonte des cristaux avant l'impact. Si $\eta_m = 0$, les cristaux sont entièrement solides, si $\eta_m = 1$, ils sont entièrement liquides.
- l'efficacité de collage, noté ϵ_S, qui dépend de la quantité d'eau liquide. Si $\epsilon_S = 1$, les cristaux adhèrent entièrement à la paroi, si $\epsilon_S = 0$, ils rebondissent après l'impact. Des corrélations permettant de déterminer l'efficacité de collage en fonction du taux de fonte ont été proposées pour le régime *glaciated* ([178]), tandis que des corrélations faisant intervenir la quantité d'eau liquide ont été introduites pour le régime *mixed-phase* ([179]).

Le flux de chaleur dû à l'impact des cristaux peut alors s'écrire comme :

$$\varphi_{\text{imp,c}} = \epsilon_s \left[(1 - \eta_m)\, \varphi_{\text{imp,cs}} + \eta_m\, \varphi_{\text{imp,cl}} \right], \tag{4.12}$$

où $\varphi_{\text{imp,cs}}$ représente le flux associé à la partie solide des cristaux de glace, et $\varphi_{\text{imp,cl}}$ celui associé à la partie liquide. De même que pour les gouttelettes, le flux de chaleur associé à l'impact des cristaux s'exprime comme le produit du débit massique par l'enthalpie associée. En revanche, contrairement aux gouttelettes, les cristaux de glace impactant une paroi réchauffée subissent un changement de phase. Lorsque les cristaux solides adhèrent à la paroi, leur température initiale est en effet portée à la température de fusion de l'eau ; les cristaux fondent et deviennent des gouttelettes d'eau liquide, avant que leur température n'augmente progressivement jusqu'à la température de la paroi. En distinguant les fractions solides et liquides des cristaux, il est ainsi possible d'écrire pour la partie solide :

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{imp,cs}} &= \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[\eta_s(T_{\text{imp,cs}}) + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2} - \eta_\ell(T) \right] \\ &= \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[c_s(T_{\text{imp,cs}} - T_m) + \frac{V_{\text{imp}}^2}{2} + c_\ell(T_m - T) - L_m \right], \end{aligned} \tag{4.13}$$

et pour la partie liquide :

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{imp,cl}} &= \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[\eta_\ell(T_{cl}) - \eta_\ell(T) \right] \\ &= \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[c_\ell(T_{imp,cl} - T) + \frac{V_{imp}^2}{2} \right], \end{aligned} \tag{4.14}$$

où $\dot{m}_{\text{imp,c}}$ désigne le débit massique des cristaux incidents.

L'expression suivante est utilisée pour calculer le débit massique :

$$\dot{m}_{\text{imp,c}} = V_\infty\, IWC\, \beta, \tag{4.15}$$

où V_∞ désigne la vitesse infini amont, IWC le contenu en cristaux et β le coefficient de captation.

De même que pour le phénomène de splashing décrit pour les gouttelettes, certains mécanismes spécifiques aux conditions cristaux peuvent être observés. L'un d'entre eux est le phénomène d'érosion de la couche de glace provoqué par l'impact des particules solides, qui joue un rôle majeur dans le processus de givrage en raison de son influence sur la forme et la taille de l'accrétion [14]. Par ailleurs, l'impact des cristaux de glace contre la paroi peut également entraîner un arrachement partiel du film liquide présent en surface, ainsi que la fragmentation des cristaux eux-mêmes. De même que pour les gouttelettes, certains fragments peuvent alors être ré-émis dans l'écoulement tandis que d'autres adhérent à la paroi. Il convient de souligner que le phénomène d'érosion n'a pas besoin d'être pris en compte dans un contexte d'antigivrage. En ce qui concerne la fragmentation des cristaux et l'arrachement éventuel du film liquide, les mêmes incertitudes que celles identifiées pour les gouttelettes d'eau subsistent. En conséquence, des coefficents permettant de modéliser ces phénomènes ne sont pas introduits (ou de façon équivalente, sont considérés égaux à 1). Par ailleurs, on considère également que les cristaux restent fixés à leur point d'impact sur la paroi, sans prise en compte de leur éventuel transport par le ruissellement du film d'eau liquide.

Phénomène d'évaporation

Considérons à présent le phénomène d'évaporation, modélisé par le flux de chaleur φ_{evap}. À l'instar du terme lié à l'impact, le flux d'énergie associé à l'évaporation est donné par le produit du débit massique d'évaporation et de l'enthalpie correspondante, ce qui s'exprime de la manière suivante :

$$\varphi_{\text{evap}} = -\,\dot{m}_{\text{ev}}(T)\, L_v(T), \tag{4.16}$$

L'enthalpie de vaporisation s'exprime comme suit :

$$L_v(T) = c_v\,(T - T_b) + L_v(T_b) - c_\ell\,(T - T_b)\,. \tag{4.17}$$

Elle représente l'énergie requise pour permettre le changement de phase d'une gouttelette d'eau liquide en vapeur. L'expression (4.17) intègre successivement la variation d'enthalpie nécessaire pour chauffer l'eau liquide de la température T à la température d'ébullition T_b, réaliser le changement de phase à T_b, puis ajuster l'enthalpie de la vapeur formée pour la porter à la température T.

Contrairement au débit massique d'impact, le débit massique d'évaporation dépend de la température de la paroi, égale par hypothèse à celle du film d'eau en paroi. Il est ici calculé à l'aide du modèle algébrique suivant :

$$\dot{m}_{\text{ev}}(T) = \rho_{air}\, h_m\, (Y_v(T) - Y_v(T_\infty)), \tag{4.18}$$

où Y_v désigne la fraction massique de vapeur d'eau transportée par l'écoulement depuis l'infini amont, T_∞ la température à l'infini amont et h_m le coefficient de transfert de masse, calculé en fonction du coefficient de transfert thermique h selon l'analogie de Chilton-Colburn [180] :

$$h_m = h\,\frac{Le^{-2/3}}{\rho_{air}\, c_{p,air}}, \tag{4.19}$$

où Le désigne le nombre de Lewis et h le coefficient de transfert thermique.

Les fractions molaires sont utilisées pour calculer les fractions massiques à l'aide de la relation suivante :

$$Y_v(T) = \frac{X_v(T)}{X_v(T) + \frac{M_a}{M_v}(1 - X_v(T))}, \tag{4.20}$$

où M_a et M_v désignent respectivement les masses molaires de l'air et de la vapeur d'eau, et X_v désigne la fraction molaire de vapeur d'eau. La loi de Raoult permet d'exprimer la fraction molaire en fonction de la pression de vapeur saturante et de la pression statique prise à la frontière de la couche limite, notée p_e, selon :

$$X_v(T) = \frac{p_{sat}(T)}{p_e}. \tag{4.21}$$

En première approximation, on considère que $p_e = p_\infty$. A l'infini amont, la fraction molaire de vapeur d'eau dépend également de l'humidité relative r_h, ce qui donne :

$$X_v(T_\infty) = r_h \frac{p_{sat}(T_\infty)}{p_\infty}. \tag{4.22}$$

La pression de vapeur saturante se calcule à l'aide de la formule de Sonntag [181] :

$$p_{sat}(T) = \exp(A/T + B + CT + DT^2 + E\ln(T)), \tag{4.23}$$

où les coefficients intervenant sont donnés dans [22], en distinguant le cas d'évaporation d'eau liquide de celui de sublimation de glace.

Phénomène de ruissellement

Dans des situations d'accrétion de givre sur paroi froide, le phénomène de ruissellement apparaît principalement lorsque les gouttes d'eau surfondues impactant la surface solide (paroi ou couche de glace) ne se solidifient pas entièrement à l'impact et s'écoulent le long de la paroi sous l'action des forces aérodynamiques externes [22]. En conditions d'antigivrage ou de dégivrage, lorsque la paroi est réchauffée, le ruissellement survient lorsque la chaleur fournie par les systèmes de protection permet de faire fondre partiellement la couche de glace existante ou les particules incidentes, sans toutefois permettre une évaporation complète du film d'eau liquide. Ce scénario correspond généralement aux conditions réelles : les systèmes de dégivrage n'ont en effet pas vocation à faire fondre intégralement la couche de givre, mais plutôt à faciliter son élimination (cf. 1.1.5). En ce qui concerne les systèmes d'antigivrage, la présence d'un film d'eau liquide en surface n'est pas incompatible avec l'objectif de prévenir toute formation de givre. Ces systèmes sont donc généralement dimensionnés afin de fonctionner en régime *running wet*, où un film d'eau liquide subsiste en surface, plutôt qu'en régime *full evaporative*, qui nécessiterait une puissance thermique bien supérieure.

Comme mentionné dans la section 2.1.1, le ruissellement en givrage reste à ce jour encore partiellement incompris. Plusieurs méthodes ont été développées pour le modéliser, qu'il s'agisse d'extensions

du modèle de Messinger ([109], [182]) ou de formulations basées sur la théorie de la lubrification ([183], [184]). Cette théorie s'applique aux régimes caractérisés par de très faibles nombres de Reynolds, pour lesquels l'écoulement peut être considéré comme quasi-parallèle, et décrit de manière pertinente le comportement de films liquides minces, correspondant à la configuration typiquement rencontrée en givrage aéronautique. Ces approches permettent alors de relier la vitesse moyenne du film liquide et son épaisseur (ou hauteur) aux forces aérodynamiques, mais nécessitent de connaître des paramètres tels que le cisaillement du gaz et le gradient de pression, qui ne sont pas accessibles dans le cadre du modèle simplifié. Le comportement du film d'eau en surface (formation de ruisselets, distribution locale du film) dépend par ailleurs également de la tension superficielle et de la rugosité de la surface [185], ce qui complique encore l'application.

A titre d'illustration, la modélisation complète du ruissellement d'un film liquide nécessiterait de résoudre le système complet suivant, qui couple la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie :

$$\begin{cases} \partial_t \rho h + \nabla \cdot (\rho h u) = -\dot{m}_{ev} + \dot{m}_d \\ \partial_t \rho h u + \nabla \cdot \left(\rho h u \otimes u + \frac{1}{2}\rho g_n h^2 I\right) = -h\nabla P_g + \rho h g_t + \dot{m}_d u_d + \frac{3}{2}\tau_g - 3\frac{\mu u}{h+b} \\ \partial_t \rho h \eta + \nabla \cdot (\rho h \eta u) = \phi_g + \phi_w - \dot{m}_{ev}\eta_v + \dot{m}_d \eta_d \end{cases} \tag{4.24}$$

où h est l'épaisseur locale du film, u la vitesse moyenne, g_n et g_t les composantes normale et tangentielle de la gravité, et τ_g le cisaillement issu du gaz.

La résolution complète de ce système pose un certain nombre de difficultés. Tout d'abord, plusieurs termes nécessaires au calcul – en particulier le taux de cisaillement du gaz τ_g et le gradient de pression ∇P_g – ne sont pas accessibles en l'absence d'un solveur aérodynamique dédié. Même en s'appuyant sur des hypothèses simplificatrices comme celles de la théorie de la lubrification (où le profil de vitesse du film est directement exprimé en fonction de l'épaisseur du film) ou de la méthode de Messinger (qui traite le film à l'échelle de la cellule), ces quantités doivent nécessairement être connues ou estimées pour décrire correctement le mouvement du film. Leur absence dans le cadre de l'approche simplifiée constitue donc un obstacle fondamental.

Par ailleurs, la dynamique du film d'eau ne peut être correctement décrite qu'en régime instationnaire, l'épaisseur locale du film h évoluant aux échelles de temps caractéristiques du ruissellement. La mise en place d'un solveur surfacique, capable de suivre le transport du film sur la géométrie tridimensionnelle de la sonde, s'avère ainsi nécessaire et impose un couplage avec le solveur volumique. Ce type de couplage est en général délicat techniquement, en plus d'être coûteux en temps de calcul. L'un des points les plus sensibles du solveur surfacique concerne également la détermination du chemin suivi par le film liquide, qui dépend des lignes de courant de l'écoulement, du cisaillement, de la pression locale et de la géométrie de la surface. Même les approches les plus simplifiées, de type Messinger, rencontrent en 3D des difficultés pour déterminer la communication entre cellules et prédire correctement le déplacement du film.

A ces aspects s'ajoute une problématique encore ouverte dans la littérature : la caractérisation du mouillage partiel et de la transition d'un film continu vers des ruisselets. Ainsi, le taux de recouvrement de la surface – qui est la quantité que l'on cherche ultimement à déterminer ici – ne

serait pas directement accessible, même si le système d'équations était résolu. Sa prédiction dépend de phénomènes multi-échelles encore activement étudiés, comme en témoignent certains travaux récents comme par exemple la thèse de Bastien Delacroix portant sur la simulation d'écoulements de films minces partiellement mouillants et traitant de la transition film/ruisselets [184]. Enfin, l'absence de données expérimentales détaillées rend extrêmement difficile la calibration et la validation d'un modèle complet de ruissellement. Ainsi, même avec davantage de temps ou de moyens de modélisation, il resterait très délicat de développer – et surtout de valider – un modèle de mouillage partiel opérationnel pour la géométrie étudiée.

Dans ce contexte, il convient d'évaluer les conséquences physiques de la négligence du ruissellement. En première approximation, cette hypothèse conduit principalement à considérer que le film liquide ne peut se former que sur les surfaces directement exposées aux gouttelettes incidentes. Deux effets potentiels sont alors ignorés : la possibilité que certaines zones, initialement non-impactées, soient tout de même mouillées par ruissellement, et la modification locale de l'épaisseur du film, et donc de la quantité d'eau susceptible de s'évaporer. La première conséquence pourrait théoriquement conduire à une augmentation de la surface sur laquelle de l'évaporation pourrait avoir lieu, tandis que la seconde pourrait modifier légèrement le bilan énergétique local.

Néanmoins, ces effets restent en pratique très limités, et ce en raison de la géométrie particulière de la sonde étudiée. En effet, en ce qui concerne la girouette, la quasi-totalité des surfaces exposées est directement mouillée par impact, tandis que pour la plaque isolante, sa partie située en aval reçoit très peu d'eau (cet aspect est illustré à la section 6.3.1). Des études réalisées à l'aide d'outils de simulations haute-fidélité ont par ailleurs montré que les interstices de la sonde restent secs, en raison notamment du gradient de pression local et du faible apport d'eau. Autrement dit, le ruissellement ne modifie pas significativement la distribution spatiale du film liquide pour la configuration étudiée. L'épaisseur du film n'intervenant par ailleurs pas explicitement dans le modèle simplifié – seule la présence d'eau affecte les flux – les effets d'un calcul détaillé du ruissellement sur le bilan thermique global resteraient modestes.

En conclusion, la modélisation explicite du ruissellement se révèle à la fois difficile à mettre en œuvre, coûteuse à simuler et, surtout, impossible à valider avec l'état actuel des connaissances et des données expérimentales disponibles. De plus, elle est peu compatible avec l'objectif d'un modèle simple et rapide. Néanmoins, plusieurs facteurs, notamment liés à la géométrie de la sonde, suggèrent que l'impact d'une approche négligeant le phénomène de ruissellement pourrait être limité.

Pour ces raisons, le ruissellement n'est pas résolu explicitement dans le modèle simplifié présenté ici. Afin d'en conserver néanmoins une représentation minimale, et en particulier afin de tenir compte du fait que le film d'eau ne recouvre pas nécessairement l'intégralité des surfaces impactées, un coefficient de mouillage w est introduit. Il représente la fraction de surface effectivement recouverte par un film liquide : $w = 1$ si la surface est entièrement recouverte par le film, $w = 0$ si la surface est sèche ([186]). Le flux d'évaporation est alors pondéré par ce coefficient afin de tenir compte du fait que seules les zones mouillées contribuent réellement à l'évaporation. L'expression (4.18) devient ainsi :

$$\dot{m}_{\text{ev}}(T) = w\,\rho_{air}\,h_m\,(Y_v(T) - Y_v(T_\infty)), \tag{4.25}$$

Cette approche permet de conserver la cohérence physique du modèle tout en évitant les difficultés associées à la résolution complète du film liquide. Elle constitue un compromis adapté aux objectifs recherchés dans le cadre du modèle simplifié.

Modèles simplifiés pour vol en présence de conditions givrantes

À la suite de la présentation et de la modélisation des différents phénomènes mis en jeu lors de vol en conditions givrantes, le modèle simplifié initialement développé pour la condition air sec est étendu afin de prendre en compte les trois types de conditions givrantes pouvant être rencontrées en opération.

Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (K\nabla T) + \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = S_{\text{heater}}(T), \text{ dans } \Omega \\ K\nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_r - T) + \dot{m}_{\text{imp,d}} \left[c_\ell \left(T_{\text{imp,d}} - T \right) + \dfrac{V_{\text{imp}}^2}{2} \right] \\ \qquad\qquad + \epsilon_s \left(1 - \eta_m\right) \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[c_s (T_{\text{imp,cs}} - T_m) + \dfrac{V_{\text{imp}}^2}{2} + c_\ell (T_m - T) - L_m \right] \\ \qquad\qquad + \epsilon_s \, \eta_m \, \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[c_\ell (T_{\text{imp,cl}} - T) + \dfrac{V_{\text{imp}}^2}{2} \right] \\ \qquad\qquad - \dot{m}_{\text{ev}}(T) L_v(T), \text{ sur } \Gamma_{\text{conv}} \\ T = T_{\text{lim}}, \text{ sur } \Gamma_{\text{lim}}. \end{cases} \tag{4.26}$$

Cette version correspond au modèle étendu complet, c'est-à-dire qu'elle permet de prendre en compte l'ensemble des phénomènes. Elle est en particulier adaptée à la modélisation du comportement lors de vols en condition de givrage mixte. Toutefois, en considérant les deux autres types de conditions givrantes, certains termes peuvent être simplifiés.

Ainsi, pour les vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues uniquement, le modèle devient :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (K\nabla T) + \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = S_{\text{heater}}(T), \text{ dans } \Omega \\ K\nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_r - T) + \dot{m}_{\text{imp,d}} \left[c_\ell \left(T_{\text{imp,d}} - T \right) + \dfrac{V_{\text{imp}}^2}{2} \right] - \dot{m}_{\text{ev}}(T) L_v(T), \text{ sur } \Gamma_{\text{conv}} \\ T = T_{\text{lim}}, \text{ sur } \Gamma_{\text{lim}}. \end{cases} \tag{4.27}$$

Pour les vols en présence de cristaux de glace, en considérant que les cristaux sont entièrement solides ($\eta_m = 0$), il se réduit à :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (K \nabla T) + \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = S_{\text{heater}}(T), \text{ dans } \Omega \\ K \nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_r - T) + \epsilon_s \dot{m}_{\text{imp,c}} \left[c_s (T_{\text{imp,cs}} - T_m) + \dfrac{V_{\text{imp}}^2}{2} + c_\ell (T_m - T) - L_m \right] \\ \qquad\qquad - \dot{m}_{\text{ev}}(T) L_v(T), \text{ sur } \Gamma_{\text{conv}} \\ T = T_{\text{lim}}, \text{ sur } \Gamma_{\text{lim}}. \end{cases} \tag{4.28}$$

4.3 Mise en place de méthodes simplifiées de modélisation

Plusieurs des termes présents dans le modèle simplifié – comme le champ de vitesse dans l'interstice, les coefficients de transfert thermique, le coefficient de captation – sont habituellement calculés à l'aide de solveurs dédiés, tels que les solveurs d'aérodynamique, les solveurs de couche limite ou les solveurs de trajectographie. L'appel à ces solveurs n'étant pas envisageable dans notre approche, des méthodes alternatives doivent être mises en place afin de calculer les multiples termes intervenant dans le modèle réduit. Ces méthodes simplifiées de modélisation sont présentées au sein de cette section.

Avant de procéder à cette présentation, il est nécessaire de souligner que bien que les outils de simulation traditionnels ne puissent pas être directement employés dans notre cas, ils peuvent tout de même être utilisés pour réaliser des simulations dites "de référence". Ces simulations constituent alors une base précieuse pour, d'une part améliorer la compréhension des différents phénomènes influençant le comportement thermique de la sonde, et d'autre part pour mettre en place et valider les approches simplifiées de modélisation. Dans cette thèse, le solveur CHARME – dédié aux écoulements compressibles multifluides, réactifs, turbulents, reposant sur une approche RANS et faisant partie de la chaîne de calcul CEDRE® développée à l'ONERA [187] – a pu être utilisé afin de réaliser des simulations de référence en condition air sec. Appartenant à la même chaîne de calcul, le solveur de trajectographie SPIREE – permettant de résoudre la phase dispersée par approche eulérienne – a quant à lui été utilisé au côté du solveur IGLOO2D [122] dans le cadre de simulations en conditions givrantes.

Dans ce qui suit, l'ensemble de ces simulations est qualifiée de "haute-fidélité", en opposition aux simulations "basse-fidélité" réalisées avec le modèle simplifié. Ces simulations haute-fidélité sont présentées en détail à la section 6.1. Aucun résultat n'est fourni dans la présente section ; néanmoins, les informations issues de ces approches ont permis de guider le développement de méthodes simplifiées pertinentes, en facilitant l'examen et la compréhension des différents phénomènes. Seules les méthodes simplifiées sont ainsi présentées ici, leur validation étant réalisée au chapitre 6.

4.3.1 Modélisation de l'écoulement externe

Champs de coefficients de transfert thermique

Dans le modèle simplifié proposé, la modélisation de l'air environnant et plus précisément des échanges thermiques convectifs se produisant entre la paroi réchauffée de la sonde et l'écoulement externe s'effectue par le biais de coefficients de transfert thermique. Pour obtenir ces coefficients, plutôt que d'utiliser un solveur de couche limite, nous proposons d'utiliser des corrélations issues de la littérature.

Le coefficient de transfert thermique h est généralement défini par :

$$h = \lambda_{\text{Air}} \frac{\text{Nu}}{L}, \tag{4.29}$$

où λ_{Air} représente la conductivité thermique de l'air, L est une longueur caractéristique qui dépend de la position de l'élément pour lequel h est calculé, et Nu est le nombre de Nusselt.

Les corrélations disponibles dans la littérature sont généralement établies pour des géométries simples, telles que les cylindres ou les plaques planes. Afin de les appliquer au cas de la sonde, les hypothèses suivantes sont formulées :

— La surface externe de la base de la sonde – incluant la base de la girouette ainsi que la plaque isolante – est assimilée à une plaque plane. Cette approximation est justifiée par le fait que l'inclinaison de la plaque ne dépasse pas 6 degrés.

— Les faces latérales de la girouette sont considérées comme des plaques planes.

— Le bord d'attaque de la girouette est modélisé comme un demi-cylindre (voir la figure 4.10).

Ces hypothèses permettent l'utilisation de corrélations classiques communément admises pour les plaques planes [188] et les cylindres [189]. Pour les plaques planes, on utilise :

— Pour un écoulement laminaire ($\text{Re} < 500000$ et $\text{Pr} \in [0.5; 15]$)

$$\text{Nu}_L = 0.664 \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_L^{1/2}. \tag{4.30}$$

— Pour un écoulement turbulent ($5.10^5 < \text{Re}_L < 5.10^6$ et $\text{Pr} \in [0.5; 1.0]$)

$$\text{Nu}_L = 0.036 \text{Pr}^{1/3} \text{Re}_L^{4/5}. \tag{4.31}$$

Et pour le cylindre :

$$\overline{\text{Nu}_D} = 0.3 + \frac{0.62 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}}{(1 + 0.543/\text{Pr}^{2/3})^{1/4}} \times \left(1 + 3.92 \times 10^{-4} \text{Re}_D^{5/8}\right)^{4/5}, \tag{4.32}$$

où Pr et Re désignent respectivement le nombre de Prandtl et le nombre de Reynolds, et D représente le diamètre du cylindre.

Contrairement à la base de la sonde, pour laquelle les formules mentionnées peuvent être appliquées directement, la girouette requiert un traitement particulier. De manière simplifiée, la girouette peut être modélisée comme l'assemblage d'un demi-cylindre à une plaque plane, comme illustré à

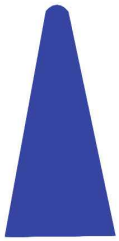


Figure 4.10 – *Vue en coupe de la girouette*

la figure 4.10. Bien que cela justifie les hypothèses formulées pour les corrélations, cela implique néanmoins que ces deux parties ne peuvent être traitées indépendamment. Pour cette raison, la longueur caractéristique associée aux faces latérales est déterminée de façon à assurer la continuité du coefficient de transfert thermique à l'interface entre le bord d'attaque et les faces latérales, que celui-ci soit calculé à partir d'une corrélation pour cylindre ou pour plaque plane. La même contrainte de continuité est imposée au niveau du bord de fuite. De plus, l'inclinaison de la girouette par rapport à l'écoulement est prise en compte par une correction des longueurs caractéristiques via l'angle d'incidence.

Enfin, soulignons que les corrélations utilisées étant formulées pour des nombres de Nusselt moyens, une approche simplifiée consisterait à définir une longueur caractéristique unique par surface et à calculer un nombre de Nusselt moyen et global pour chacune d'entre elles. Cette approche, relativement simple à mettre en œuvre, ne permettrait toutefois pas de rendre compte de la variation des coefficients le long des surfaces. Pour y remédier sans recourir à un calcul exhaustif des coefficients locaux, les surfaces de la sonde sont discrétisées en plusieurs zones selon la direction horizontale (parallèle au vecteur vitesse infini amont), permettant ainsi l'évaluation de plusieurs valeurs moyennes du nombre de Nusselt. Une illustration des champs de coefficients obtenus par chacune des deux approches est présentée par la figure 4.11 pour un point de vol particulier.

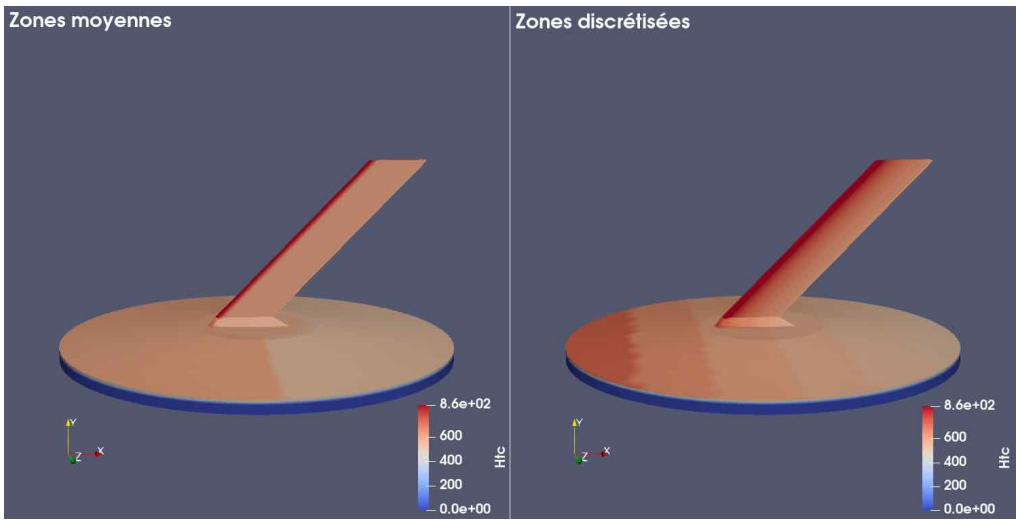


Figure 4.11 – *Illustration de la discrétisation pour le calcul des coefficients de transfert thermique - Zones moyennes vs zones discrétisées*

Le champ de gauche représente le champ de coefficients calculé en considérant un nombre de Nusselt

moyen pour chaque surface ; un unique coefficient est ainsi calculé pour chaque surface et est appliqué globalement. Le champ de droite représente l'approche consistant à discrétiser chacune des surfaces, dans le but d'associer de multiples coefficients à une même surface sans pour autant calculer l'ensemble des coefficients locaux. Cette comparaison illustre la capacité de la seconde approche à restituer plus fidèlement l'évolution globale des coefficients de transfert, la différence entre les deux champs de coefficients étant particulièrement marquée sur la face latérale de la girouette ainsi qu'aux extrémités amont et aval de la plaque isolante.

Une fois les coefficients de transfert thermique calculés, la modélisation des échanges convectifs externes se fait par application d'une condition au bord de Robin sur l'ensemble des surfaces exposées à l'écoulement externe :

$$K\nabla T \cdot n = h(T_\mathrm{r} - T), \text{ sur } \Gamma_\mathrm{conv}. \tag{4.33}$$

La température de récupération est utilisée ici pour l'écoulement. Elle peut être définie comme la température atteinte par une paroi lorsque celle-ci est considérée comme adiabatique ; elle correspond ainsi à la température d'équilibre – atteinte après un certain laps de temps – d'une paroi exposée à un écoulement. Elle est égale à :

$$T_r = T_e \left(1 + r\frac{\gamma - 1}{2} M_e^2\right), \tag{4.34}$$

où T_e et M_e représentent la température et le Mach à l'extérieur de la couche limite [4], γ est le coefficient de compressibilité de l'air (égal à 1.4) et r est le facteur de récupération. Ce dernier peut être obtenu en fonction du nombre de Prandlt de l'air [22], et dans les applications de givrage, il est généralement défini en fonction du régime associé à la couche limite par les relations suivantes :

$$\begin{cases} r_{laminaire} = Pr^{1/2} \\ r_{turbulent} = Pr^{1/3}. \end{cases} \tag{4.35}$$

4.3.2 Modélisation de l'écoulement interne

Champ de conductivité thermique effective

L'interaction entre l'écoulement externe et les surfaces exposées de la sonde peut ainsi être modélisée à l'aide de conditions aux limites appropriées. Néanmoins, il n'en est pas de même pour l'écoulement se produisant au sein de la cavité. Ce phénomène nécessite des efforts de modélisation particuliers, notamment en raison de sa complexité mais aussi du fait de son apparition dans la zone de la sonde la plus susceptible au risque de givrage.

L'approche adoptée consistant à considérer l'air interne comme un matériau équivalent implique de lui attribuer une conductivité thermique. Un choix initial serait d'utiliser celle de l'air. Cependant, cette hypothèse ne reflèterait pas fidèlement les mécanismes d'échange thermique réels se produisant dans cette zone, qui sont dominés par la convection forcée due au mouvement de l'air dans la cavité. Or, la résolution du maillage dans cette région est insuffisante pour offrir une représentation

4. Ici, on considère que $T_e = T_\infty$ et $M_e = M_\infty$.

adéquate des échanges thermiques convectifs au voisinage de la paroi – cet aspect est abordé plus en détails dans la section 5.2 du chapitre 5. Pour contourner cette difficulté, l'alternative retenue consiste à déterminer une conductivité effective à partir des coefficients de transfert thermique modélisant les échanges convectifs entre l'air et les parois de la cavité. Contrairement aux autres pièces de la sonde, la conductivité dans le volume d'air est alors considérée comme anisotrope, afin de tenir compte du fait que la conductivité effective est plus élevée dans la direction normale aux parois de la cavité.

Il convient de rappeler que la cavité contenant l'air interne est de forme cylindrique. En adoptant le système de coordonnées cylindriques $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_z})$, nous faisons l'hypothèse que les conductivités dans les directions $\vec{e_\theta}$ et $\vec{e_z}$ peuvent être décrites directement par la conductivité de l'air, les échanges dans ces directions ayant lieu le long des lignes de courant. Il est alors uniquement nécessaire de calculer la conductivité effective $\lambda_{\text{Air}}^{\text{eff}}$ dans la direction normale à la paroi (c'est-à-dire selon $\vec{e_r}$) afin de modéliser correctement les échanges thermiques dans cette direction. Le tenseur de conductivité dans le système de coordonnées cylindriques peut alors être exprimé comme suit :

$$K_{\text{Air}} = \begin{pmatrix} \lambda_{\text{Air}}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{\text{Air}} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{\text{Air}} \end{pmatrix}. \tag{4.36}$$

La détermination des coefficients de transfert thermique dans l'interstice soulève plusieurs difficultés, une des principales provenant du fait que les corrélations empiriques usuelles sont formulées pour des géométries simplifiées ainsi que des régimes d'écoulement idéalisés. Bien que la géométrie ait été simplifiée pour les besoins du modèle (cf. 4.1.3), il convient de souligner que le régime de l'écoulement interne ne peut être considéré comme établi. En outre, l'écoulement présente une nature fortement bidimensionnelle, l'air pénétrant dans l'interstice selon une composante verticale tout en contournant simultanément le pied de la sonde. Dans ce contexte, le recours aux corrélations empiriques s'avère inadapté, et une méthodologie reposant sur une approche numérique a été privilégiée.

L'objectif est de tirer parti des résultats numériques issus de simulations haute-fidélité pour constituer une petite base de données représentant les valeurs des coefficients de transfert thermique. À cette fin, plusieurs simulations ont été menées pour résoudre le champ aérodynamique, en imposant la température de paroi de la sonde et en appliquant diverses conditions initiales, représentatives de différents points de vol au sein d'un domaine de vol donné. La base de données générée comprend un ensemble de dix simulations [5]. En appliquant une méthode similaire à celle utilisée pour les surfaces externes, les surfaces en contact avec l'écoulement interne sont discrétisées en plusieurs zones. Le volume d'air est ainsi divisé en huit zones, quatre étant associées à la paroi de la plaque isolante et les quatre autres à la paroi du socle de la girouette. Une illustration pour les zones associées au socle est donnée par la figure 4.12.

Pour chacune de ces zones, un coefficient de transfert moyen $\tilde{h}$ est extrait des résultats haute-fidélité en utilisant la relation :

$$\tilde{h} = \frac{\varphi}{\widetilde{T}_{air} - T_{wall}}, \tag{4.37}$$

5. Les conditions initiales utilisées pour ces calculs sont disponibles en annexe C.

où φ représente le flux de chaleur calculé par le solveur Navier-Stokes, tandis que $\widetilde{T}_{air}$ désigne la température moyenne de l'air pour chacune des zones et T_{wall} désigne la température de paroi imposée.

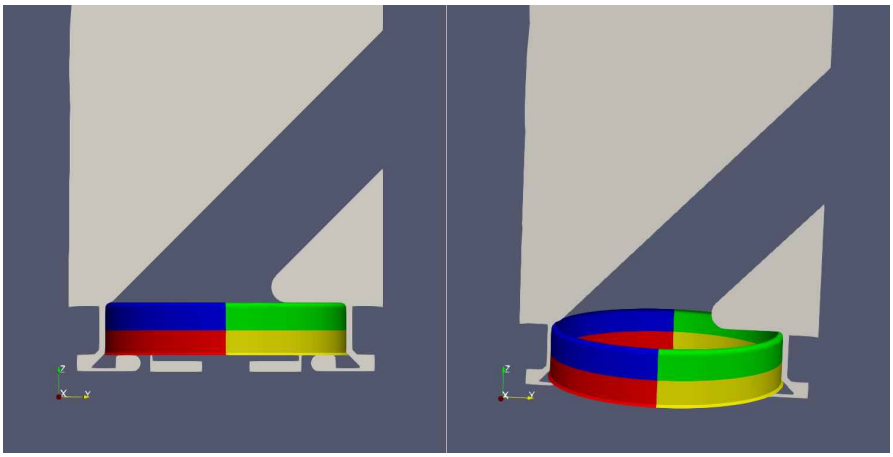


Figure 4.12 – *Illustration de la discrétisation pour la conductivité effective - Surfaces internes - Vue de profil*

À partir de ces coefficients, et comme le volume d'air est ici divisé en deux zones selon la direction radiale, il est possible de calculer directement une conductivité effective dans la direction normale à la paroi, en utilisant la relation suivante :

$$\lambda_{\text{Air}}^{\text{eff}} = \tilde{h}\,\frac{L_{X_{\text{Air}}}}{2}, \tag{4.38}$$

où $L_{X_{\text{Air}}}$ représente la section (selon l'axe X) du volume d'air (voir figure 4.13). Le calcul de ces coefficients pour chaque zone permet ensuite de déterminer un champ de conductivité effective pour l'ensemble de l'air présent dans l'interstice.

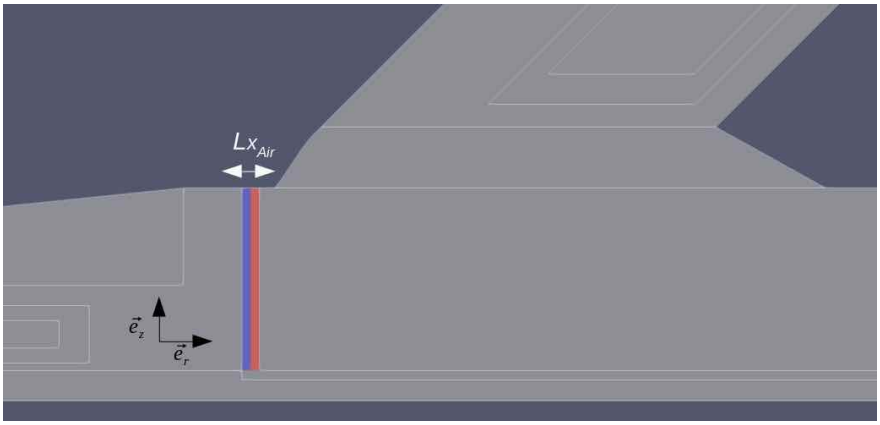


Figure 4.13 – *Illustration du calcul de la conductivité effective - Vue de profil*

Afin de traiter un point de vol ne figurant pas dans la base de données, les coefficients de transfert associés à ce point sont interpolés en fonction du nombre de Reynolds. La même procédure de calcul du champ de conductivité effective est ensuite appliquée. La base de données initiale permet ainsi de couvrir l'ensemble des points contenus dans l'enveloppe de vol.

Champ de vitesse

Bien que la présence d'un champ de conductivité soit indispensable, elle ne suffit pas à décrire de manière adéquate les échanges thermiques entre l'air interne et les parois chauffées de la sonde. Cette simplification serait valide si l'on résolvait une équation de diffusion pure, basée sur l'hypothèse que l'air interne est au repos. Or, cette hypothèse ne reflète pas adéquatement la réalité physique, puisque l'air extérieur pénètre en continu dans l'interstice. Cet écoulement agit alors comme un puits de chaleur continuellement alimenté par l'air froid, dont la capacité à extraire de la chaleur de la sonde dépend notamment de la vitesse de circulation de l'air dans l'interstice. Un tel comportement nécessite donc la prise en compte d'un terme convectif, permettant de modéliser la quantité de chaleur transportée par l'écoulement interne.

Étant donné les difficultés associées à la résolution directe de l'écoulement interne, nous proposons dans cette thèse d'introduire un cadre simplifié afin de modéliser le champ de vitesse associé à l'aide d'un modèle analytique. Pour ce faire, plusieurs hypothèses simplificatrices sont formulées, et l'obtention du champ de vitesse analytique est détaillée dans ce qui suit.

En premier lieu, nous cherchons à déterminer un champ de vitesse dans la cavité qui soit à la fois stationnaire et moyenné selon la direction radiale. Ensuite, en raison de sa très faible vitesse, l'air circulant sous la girouette est considéré comme étant au repos. Cette hypothèse implique qu'il est possible de modéliser l'écoulement interne comme un écoulement se produisant à la surface d'un cylindre de longueur finie ; plus précisément, l'écoulement est défini selon les directions $(\vec{e_\theta}, \vec{e_z})$, et représente l'écoulement moyenné radialement dans la cavité. L'écoulement, en plus d'être stationnaire, est par ailleurs supposé non visqueux, incompressible et irrotationnel ; sous ces hypothèses [6], les équations de la dynamique s'écrivent :

$$\begin{cases} u = \nabla\phi \\ \nabla \cdot u = 0 \Rightarrow \Delta\phi = 0 \\ (u \cdot \nabla)u = -\nabla p \end{cases} \tag{4.39}$$

où u désigne le champ de vitesse moyen, ϕ le potentiel de vitesse et p la pression.

Nous considérons dans ce qui suit un cylindre de rayon r_0. Comme la géométrie est symétrique par rapport à tout diamètre, nous choisissons d'utiliser la symétrie alignée avec le vecteur vitesse infini amont. Le domaine d'intérêt est donc $r = r_0$, $\theta \in [0, \pi]$, $z \in [-d, 0]$, avec d la hauteur du cylindre. Dans tout ce qui suit, r et r_0 sont confondus pour alléger les notations.

L'écoulement est supposé bidimensionnel, ainsi : $u_r = 0$ et $\partial_r \cdot = 0$.

On considère les conditions aux bords suivantes :

1. La vitesse d'entrée dans la cavité est imposée au bord supérieur du cylindre :

$$u_z(0, 0) = u_z^0. \tag{4.40}$$

6. Il convient de souligner que ces hypothèses ne reflètent pas l'écoulement réel ; elles sont formulées afin de simplifier le cadre d'étude et d'aboutir à une solution analytique.

2. La composante verticale de la vitesse est nulle à la frontière inférieure du cylindre :

$$\forall \theta,\ u_z(\theta, -d) = 0. \tag{4.41}$$

3. La composante ortho-radiale de la vitesse est nulle aux plans de symétrie :

$$\forall z,\ u_\theta(0, z) = u_\theta(\pi, z) = 0. \tag{4.42}$$

D'après l'équation (4.39), le champ de vitesse considéré dérive d'un potentiel, qui est alors soumis à l'équation $\Delta\phi = 0$; cela équivaut à :

$$\frac{1}{r^2}\partial_\theta^2\phi + \partial_z^2\phi = 0. \tag{4.43}$$

Nous cherchons une solution à variables séparées de la forme : $\phi(\theta, z) = f(\theta)g(z)$.
L'équation (4.43) donne :

$$\frac{1}{r^2}f''(\theta)g(z) + f(\theta)g''(z) = 0, \tag{4.44}$$

et la méthode de séparation des variables permet d'obtenir :

$$\begin{cases} f'' = -f \\ g'' - \dfrac{1}{r^2}g = 0. \end{cases} \tag{4.45}$$

Pour la première équation, on utilise l'hypothèse que la vitesse ortho-radiale est annulée au niveau des plans de symétrie (4.42). Comme on souhaite que cette vitesse soit positive et que $u_\theta = \dfrac{\partial_\theta\phi}{r}$, on obtient :

$$f(\theta) = -r\cos(\theta). \tag{4.46}$$

Pour la deuxième équation, on utilise les conditions aux bords (4.40) et (4.41). Ces deux conditions se traduisent pour g par :

$$\begin{cases} g'(0) = -\dfrac{u_z^0}{r} \\ g'(-d) = 0. \end{cases} \tag{4.47}$$

Or, comme la solution générale de l'équation sur g est de la forme $g(z) = A\cosh\left(\frac{z}{r}\right) + B\sinh\left(\frac{z}{r}\right)$, avec A et B deux constantes à déterminer, on obtient :

$$\begin{cases} \frac{B}{r} = -\frac{u_z^0}{r} \Rightarrow B = -u_z^0 \\ \\ \frac{A}{r}\sinh\left(\frac{-d}{r}\right) + \frac{B}{r}\cosh\left(\frac{-d}{r}\right) = 0 \Rightarrow A = u_z^0\coth\left(\frac{-d}{r}\right) \end{cases} \tag{4.48}$$

ce qui entraîne :

$$g(z) = u_z^0 \left(\coth\left(\frac{-d}{r}\right) \cosh\left(\frac{z}{r}\right) - \sinh\left(\frac{z}{r}\right) \right). \tag{4.49}$$

Au final, la solution obtenue est :

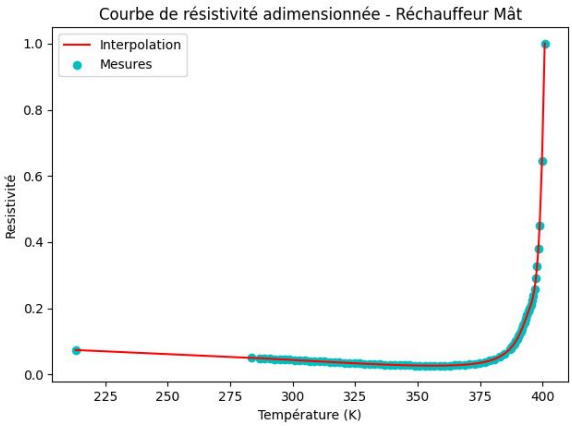
$$\begin{cases} u_\theta(\theta, z) = u_z^0 \left(\coth\left(\frac{-d}{r}\right) \cosh\left(\frac{z}{r}\right) - \sinh\left(\frac{z}{r}\right) \right) \sin(\theta) \\ u_z(\theta, z) = -u_z^0 \left(\coth\left(\frac{-d}{r}\right) \sinh\left(\frac{z}{r}\right) - \cosh\left(\frac{z}{r}\right) \right) \cos(\theta) \end{cases} \tag{4.50}$$

Un coefficient de correction α_z est extrait des simulations haute-fidélité afin de déterminer la vitesse d'entrée dans la cavité u_z^0 à partir de la vitesse infini amont [7]. Pour l'ensemble des points de vol, on a ainsi :

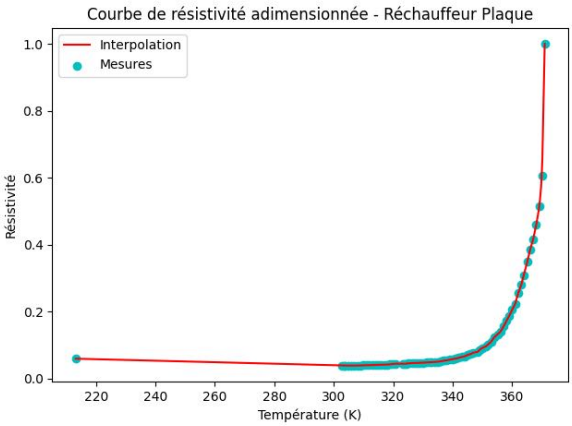
$$u_z^0 = \alpha_z u_\infty. \tag{4.51}$$

4.3.3 Modélisation du système de protection thermique

La sonde d'incidence est équipée d'un système d'antigivrage thermique composé de deux réchauffeurs, un positionné au sein de la girouette, le second intégré dans la base de la sonde et entourant le volume d'air (cf. 4.1). Ces réchauffeurs fonctionnent selon un principe d'autorégulation, ce qui signifie que la puissance dissipée s'ajuste en fonction de la température du dispositif. Ce comportement auto-adaptatif découle directement des propriétés des matériaux utilisés. Plus précisément, le comportement électrique et thermique de chaque réchauffeur peut être caractérisé en déterminant la puissance dissipée à partir de la résistivité électrique, qui elle-même varie de manière non-linéaire avec la température selon les caractéristiques du matériau. Les figures 4.14(a) et 4.14(b) illustrent les courbes de résistivité adimensionnées pour chacun des réchauffeurs, obtenues à partir de mesures expérimentales.



(a) *Courbe de résistivité adimensionnée - Réchauffeur Girouette*

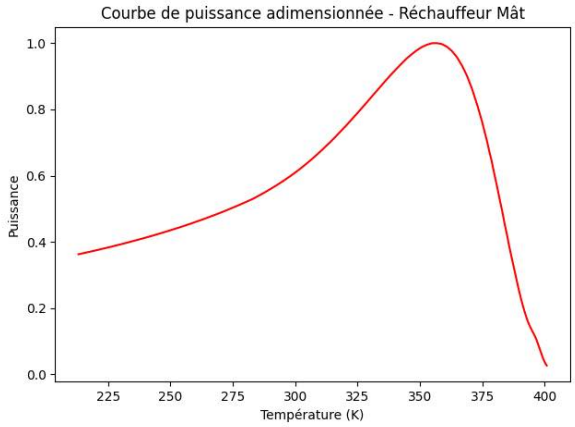


(b) *Courbe de résistivité adimensionnée - Réchauffeur plaque isolante*

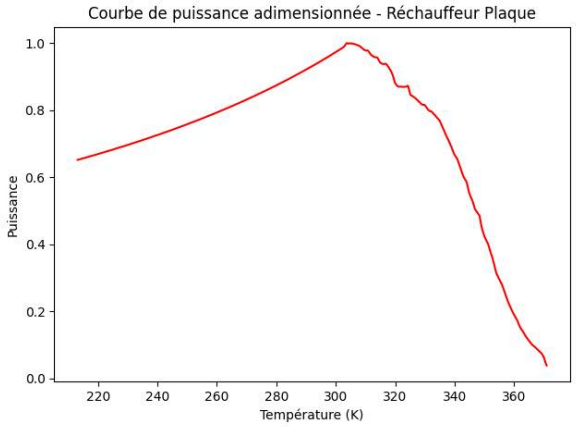
Figure 4.14 – *Courbes de résistivité adimensionnée pour les réchauffeurs*

7. La vitesse verticale u_z est intégrée sur la surface d'entrée de la cavité pour chaque simulation, afin de déterminer la vitesse en entrée u_z^0 à partir de la vitesse infini amont. A titre indicatif, ici $\alpha_z = 0.19$.

Le principe de fonctionnement de ces réchauffeurs repose sur la recherche d'un équilibre thermique : le matériau régule sa puissance thermique afin de conserver une température constante malgré les variations d'environnement. Ces réchauffeurs permettent alors de combiner les fonctions de thermostat et de système de chauffage. Leur fonctionnement se divise en deux phases distinctes, séparées par une température de transition appelée température de Curie (correspondant au point d'inflexion sur les courbes). La première phase, correspondant à une plage de températures inférieure à la température de Curie, se caractérise par une faible résistance électrique. Dans cet état, le matériau génère une puissance relativement élevée lorsqu'il est traversé par un courant électrique, puissance qui augmente à mesure que la température approche celle de Curie. La seconde phase débute au-delà de la température de Curie et se traduit par une forte augmentation de la résistance électrique, ce qui entraîne une diminution significative de la puissance dissipée. Cette phase permet de stabiliser la température, assurant ainsi une fonction de maintien thermique. La transition entre ces deux états s'effectue précisément à la température de Curie, et se caractérise par une variation très importante de la résistivité sur une plage de température réduite autour de cette température. Le comportement des puissances dissipées, représenté par les figures 4.15(a) et 4.15(b), illustre visuellement les deux phases décrites précédemment.



(a) *Courbe de puissance adimensionnée - Réchauffeur Girouette*



(b) *Courbe de puissance adimensionnée - Réchauffeur plaque isolante*

Figure 4.15 – *Courbes de puissance dissipée adimensionnée pour les réchauffeurs*

Afin de traiter un problème électrothermique, l'approche classiquement utilisée repose sur la résolution d'un schéma couplé, faisant appel à un solveur thermique et à un solveur d'électrocinétique. Le calcul de la puissance thermique dissipée s'effectue alors de manière explicite, en résolvant directement l'équation de conservation du courant :

$$\mathrm{div}(\overrightarrow{j}) = 0, \tag{4.52}$$

en notant $\overrightarrow{j}$ la densité de courant, et en considérant un régime stationnaire.

Dans notre cadre, il est néanmoins possible de se passer d'un couplage électrothermique, en modélisant la puissance dissipée à l'aide d'une expression analytique. Cette simplification est rendue possible grâce à la géométrie particulière des réchauffeurs : le courant est en effet orienté et dirigé selon une unique direction, comme illustré par la figure 4.16.

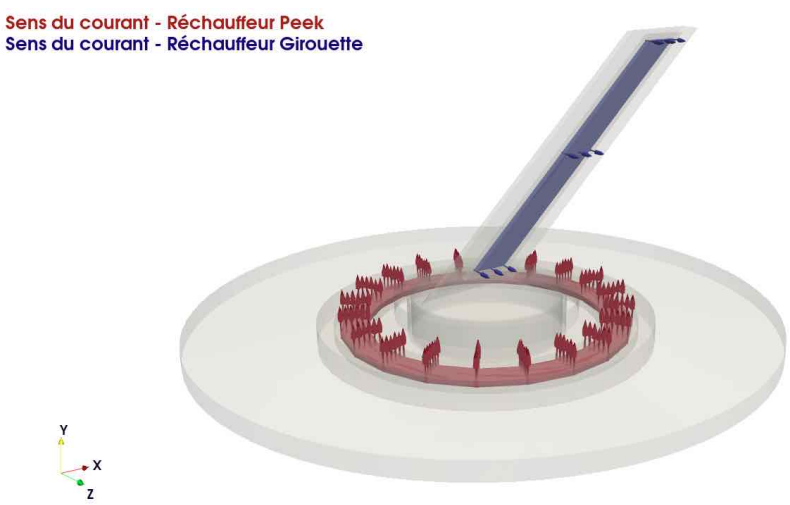


Figure 4.16 – *Sens du courant - Systèmes de réchauffeurs*

Cette caractéristique permet d'assimiler chaque réchauffeur à un élément dont le courant circule de manière homogène et uniforme. En supposant par ailleurs que les effets de bord sont négligeables, la densité de courant peut être considérée constante sur l'ensemble du réchauffeur. Elle est alors proportionnelle à l'intensité totale divisée par la section transversale, ce qui permet d'exprimer la puissance volumique dissipée en fonction de la tension appliquée, de la résistivité et des dimensions géométriques du cylindre, via à la relation :

$$P_{\text{vol}} = \rho j^2 = \frac{U^2}{\rho L^2}, \tag{4.53}$$

où ρ désigne la résistivité électrique, U la tension et L la longueur du cylindre.
En reprenant les notations de notre modèle simplifié, et en tenant compte de la dépendance de la résistivité à la température, la puissance volumique – exprimée en watts par mètre cube – s'écrit alors :

$$S_{\text{heater}}(T) = \frac{U^2}{\rho(T) L^2}. \tag{4.54}$$

Cette expression, intégrée directement dans l'équation de la chaleur comme terme source, permet de modéliser directement la puissance dissipée par effet Joule, sans recourir à un couplage électrothermique complet. L'annexe A détaille l'obtention de la relation (4.53).

4.3.4 Modélisation des conditions givrantes

Trajectoire des particules

Habituellement, l'efficacité de collecte est déterminée grâce au solveur de trajectographie intégré aux logiciels de simulation de givrage. Cependant, ce module n'étant pas disponible dans notre approche simplifiée, nous proposons de calculer cette efficacité de manière géométrique, en supposant que la trajectoire des gouttes suit un mouvement balistique. Cette hypothèse repose sur deux justifications principales : d'une part, la sonde étudiée est de très petite taille, et d'autre part, les

vitesses de vol considérées sont élevées, ce qui se traduit par des nombres de Stokes importants. Ces conditions permettent de négliger les effets de traînée et autres forces aérodynamiques sur les particules incidentes, justifiant l'approximation balistique. Dans ce cadre, l'efficacité de collecte peut être modélisée comme le produit scalaire entre le vecteur vitesse V_∞ et le vecteur normal $\vec{n_i}$ à chaque élément de surface i de la sonde. Autrement dit, pour chaque élément de surface i, l'efficacité de collecte est donnée par :

$$\beta_i = V_\infty \cdot \vec{n_i}. \tag{4.55}$$

Cette hypothèse s'avère conservative, dans la mesure où elle fournit systématiquement une estimation de l'efficacité de collecte correspondant au pire cas.

Film d'eau

Étant donné que nous avons choisi de ne pas modéliser le phénomène de ruissellement en première approximation, la fraction de surface recouverte par le film d'eau, représentée par le facteur de mouillage w, demeure inconnue. Ce facteur joue un rôle important dans le processus d'évaporation, le flux évaporatif étant proportionnel à la surface recouverte. Cependant, dans le cadre de cette étude, aucune méthode – que ce soit numérique ou expérimentale – ne permet d'estimer précisément sa valeur ni d'analyser son comportement en fonction de conditions de vol variables. Afin de lui attribuer une valeur, nous proposons ici d'exprimer le facteur de mouillage sous la forme suivante :

$$w = \gamma \, Re_{air}^{\alpha} \left(\frac{TWC}{\rho_{water}} \right)^{\beta} \tag{4.56}$$

où α, β, $\gamma \in \mathbb{R}^+$ sont des paramètres à calibrer, et $TWC = LWC + \epsilon_S IWC$.

Des études expérimentales ont montré que les propriétés de l'écoulement, la teneur en eau liquide ainsi que les caractéristiques intrinsèques des matériaux constituent des paramètres influençant significativement le comportement du film liquide [190]. En omettant l'impact des propriétés des matériaux, la formulation (4.56) permet de modéliser le rôle de différents facteurs aérodynamiques et environnementaux, sous certaines hypothèses de comportement posées a priori.

A Re_{air} fixé, l'expression (4.56) correspond à une loi de puissance en TWC, soit $w \propto TWC^{\beta}$. Une augmentation de la quantité d'eau TWC induit une augmentation du débit massique d'impact, et, par conséquent, une augmentation de la quantité d'eau déposée à la surface. Cela favorise la formation d'un film plus étendu, traduit par une augmentation de w pour $\beta > 0$. À l'inverse, une diminution de TWC réduit la surface couverte par le film liquide et donc w.

A TWC fixé, le facteur de mouillage varie comme $w \propto Re_{air}^{\alpha}$. Une hausse de Re_{air}, induite par une augmentation de la vitesse d'écoulement, se traduit par une élévation du débit massique d'impact. Cela a pour conséquence d'augmenter la quantité d'eau déposée à la surface de la sonde par unité de temps, ce qui contribue à étendre la zone mouillée ; le facteur w croît ainsi pour $\alpha > 0$. À l'inverse, une diminution de la vitesse restreint la formation du film et réduit la surface recouverte.

Ces deux tendances traduisent une évolution simplifiée du comportement du film liquide, en faisant dépendre l'extension de la surface qu'il recouvre de deux facteurs principaux, à savoir la dynamique

de l'écoulement et l'apport massique en eau.

Installation de la soufflerie

Il est important de rappeler ici que le modèle simplifié développé dans cette thèse a pour vocation de reproduire les résultats obtenus lors d'essais en soufflerie givrante, et non le comportement de la sonde installée sur un avion en vol. Un dernier aspect de la modélisation simplifiée porte ainsi sur l'intégration de paramètres spécifiques à ces environnements expérimentaux, susceptibles d'influencer de manière significative le comportement aérothermique de la sonde. Deux paramètres relatifs à la configuration des souffleries sont ainsi pris en considération dans la modélisation : le système d'injection des gouttelettes d'eau ou des cristaux de glace, ainsi que la distribution volumique des gouttelettes d'eau.

La calibration des systèmes d'injection de particules givrantes constitue une étape fondamentale pour garantir la fiabilité des essais en soufflerie givrante. Elle consiste à ajuster et valider les paramètres opérationnels du dispositif, tels que la pression d'injection, le débit d'eau, la température et la configuration des buses, afin d'assurer que la distribution des particules générées – en termes de taille, de concentration et d'homogénéité – reflète fidèlement les conditions atmosphériques visées. Ces caractéristiques influencent directement les phénomènes aérothermiques observés, et une calibration inadéquate peut compromettre la validité ainsi que la reproductibilité des résultats expérimentaux. En parallèle des caractéristiques des particules, leur distribution spatiale représente également un paramètre déterminant. Cette répartition dépend principalement de la position de l'objet testé dans la soufflerie par rapport au système d'injection. En fonction de la distance et de l'orientation par rapport aux buses, certaines zones de la surface testée peuvent en effet être exposées à des concentrations variables de particules, générant ainsi des gradients locaux de teneur en eau liquide ou de granulométrie. Ces hétérogénéités spatiales impactent directement le comportement du film liquide ou du givre à la surface de l'échantillon, ce qui peut biaiser l'interprétation des résultats si elles ne sont pas correctement prises en compte. Il est donc essentiel que la calibration inclue une caractérisation spatiale précise de la distribution des particules au niveau de l'objet étudié, afin d'assurer une simulation représentative des conditions atmosphériques réelles.

Afin d'intégrer ces paramètres dans la modélisation simplifiée, le diamètre des gouttelettes est supposé suivre une distribution gaussienne, représentative des conditions reproduites en soufflerie [8], comme illustré par la figure 4.17.

Concernant le système d'injection,les différentes zones de la sonde peuvent être soumises à des concentrations de particules variables en fonction de leur position et de l'installation en veine. La figure 4.18(a) illustre ce phénomène en représentant la distribution spatiale des particules au sein de la soufflerie.

8. Ici, il s'agit de la soufflerie givrante AIWTEC [191].

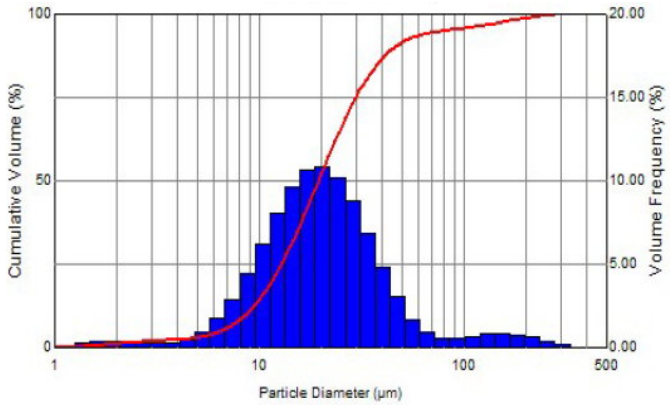
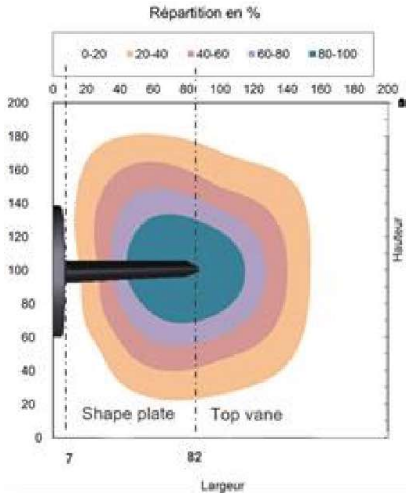
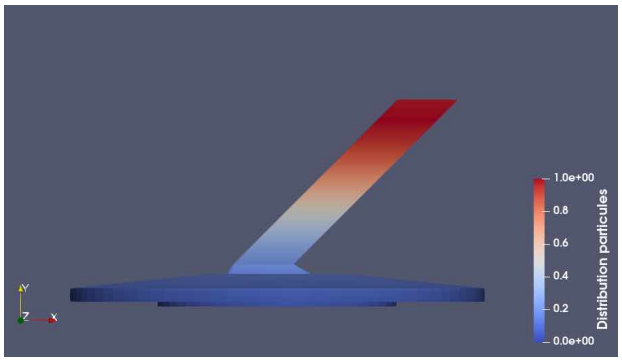


Figure 4.17 – *Distribution cumulée du volume des gouttes en fonction de leur diamètre - Extrait de [191]*



(a) *Distribution dans la soufflerie - Vue en coupe - [191]*



(b) *Distribution pour le modèle simplifié*

Figure 4.18 – *Illustration des distributions de particules*

Il apparaît que le haut de la girouette est particulièrement impacté, tandis qu'au contraire le socle de la sonde est très peu touché par les particules incidentes. Les gradients de concentration observés, particulièrement marqués le long de la girouette, soulignent l'importance de prendre en compte ce phénomène dans les simulations afin d'assurer une représentation fidèle des conditions expérimentales. Pour cela, un terme représentant la distribution spatiale des particules est introduit dans le modèle simplifié. Modélisé par une distribution gaussienne bidimensionnelle, ce terme, noté δ_{ice}, permet de corriger le terme d'impact, selon :

$$\dot{m}_{imp,\,tunnel} = \delta_{ice}\,\dot{m}_{imp}. \tag{4.57}$$

La figure 4.18(b) présente la distribution obtenue grâce à cette expression, et reflète le comportement observé en soufflerie.

Bilan

Ce chapitre a permis d'exposer le développement du modèle simplifié permettant de simuler le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence en opération. Dans un premier temps, le principe de fonctionnement général de la sonde d'incidence considérée dans cette étude a été présenté. L'analyse de sa géométrie et de ses différents composants a permis d'identifier les caractéristiques propres à l'instrument, mettant ainsi en évidence les éléments de conception essentiels à prendre en compte dans la modélisation simplifiée. Sur la base de cette analyse, le domaine d'intérêt de l'étude a pu être délimité, et plusieurs hypothèses ont été formulées afin d'aboutir à une représentation géométrique à la fois simplifiée et représentative de la sonde.

La deuxième partie de ce chapitre a été consacrée à l'élaboration d'un modèle simplifié destiné à représenter le comportement aérothermique de la sonde d'incidence en conditions opérationnelles. Dans un premier temps, l'accent a été mis sur le développement du modèle initial, conçu spécifiquement pour simuler le fonctionnement de la sonde en condition air sec. Ce choix se justifiait par deux raisons principales : d'une part, le vol en air sec constitue le mode de fonctionnement nominal de la sonde ; il apparaissait donc essentiel d'en maîtriser d'abord la modélisation, avant d'introduire les conditions givrantes qui impliquent des phénomènes supplémentaires complexes. D'autre part, le développement en air sec intègre déjà une part significative des défis liés à la modélisation simplifiée, notamment la prise en compte du système de protection thermique et, surtout, celle de l'écoulement. Cette première étape a ainsi permis de proposer une approche de modélisation capable de représenter les deux écoulements influençant l'équilibre thermique de la sonde, sans recourir à un couplage explicite entre un solveur de conduction thermique et un solveur aérodynamique. À la suite de ces développements, le modèle initial a été étendu afin d'intégrer l'ensemble des conditions givrantes susceptibles d'être rencontrées en opération. L'objectif était de disposer d'un modèle global capable de reproduire le comportement de la sonde lors de vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues, de cristaux de glace, ou encore en conditions mixtes. Pour ce faire, les phénomènes associés au givrage – à savoir l'impact, le ruissellement et l'évaporation – ont été présentés. Pour chacun d'eux, leurs spécificités, c'est-à-dire les mécanismes secondaires propres à chaque phénomène, ont été identifiées et discutées dans le cadre de leur modélisation.

Enfin, la troisième et dernière partie de ce chapitre a été consacrée à la mise en place de méthodes simplifiées de modélisation. Plusieurs grandeurs intervenant dans le modèle réduit sont en effet généralement obtenues à l'aide de solveurs spécialisés, non accessibles dans le cadre de l'approche retenue ici. Il a donc été nécessaire de développer des méthodes alternatives pour estimer ces différents termes. À cette fin, plusieurs approches ont été explorées : l'utilisation de corrélations issues de la littérature, l'introduction de simplifications permettant l'élaboration de modèles analytiques, ainsi que l'exploitation de bases de données provenant de simulations numériques. Chacune de ces méthodes a été mise en œuvre et justifiée en fonction des contraintes et des objectifs du modèle. Le modèle simplifié ayant été mis en place, l'objectif est désormais de disposer d'un solveur numérique adapté à sa résolution

CHAPITRE 5

Développement d'un solveur numérique permettant la résolution du modèle physique simplifié

Ce chapitre détaille le développement de l'outil de simulation destiné à résoudre numériquement le modèle simplifié introduit au chapitre précédent. La conception d'un outil entièrement transparent, dont l'ensemble des fonctionnalités reste accessible et modifiable, constitue une exigence centrale de ce travail. Plus particulièrement, les exigences spécifiques exprimées par Thales ont conduit à la création préalable d'un solveur numérique générique, étape indispensable avant la mise en place du solveur thermique global. La méthode des éléments finis a été retenue pour ce solveur, en raison de ses performances reconnues pour le traitement des problèmes thermiques. La première partie du chapitre est ainsi consacrée à la formulation discrète du problème, accompagnée d'un rappel sur les principes de mise en œuvre de la méthode des éléments finis. Cette section souligne notamment la nécessité de disposer d'un outil de discrétisation dédié et adapté, justifiant par la suite le développement d'un générateur de maillage paramétrable reposant sur la bibliothèque GMSH. Après une brève introduction à cette bibliothèque, la description détaillée de l'outil développé met en évidence les différentes options paramétriques qui permettent une gestion fine et personnalisée du maillage. La seconde partie du chapitre s'attache ensuite à présenter le développement complet du solveur thermique, baptisé THICE. Elle expose tout d'abord la méthodologie employée pour implémenter le solveur éléments finis, avant de décrire l'architecture globale du solveur thermique, en s'attardant sur l'organisation des différents modules qui contribuent à la construction progressive de l'outil. Enfin, la validation du solveur est menée au travers d'une série d'analyses portant à la fois sur le comportement de modules spécifiques et sur les performances globales de l'outil de simulation.

Sommaire

5.1 Méthode des éléments finis 97
5.1.1 Formulation faible et discrétisation par éléments finis 97

5.1.2 Éléments de référence et transformation vers le maillage réel 99
5.2 Développement d'un module paramétrable de génération de maillage **100**
5.2.1 Présentation générale de GMSH 100
5.2.2 Génération paramétrable de maillage avec GMSH 101
5.3 Développement du solveur thermique complet **104**
5.3.1 Construction du solveur éléments finis 105
5.3.2 Traitement de la non-linéarité 106
5.3.3 Organisation logicielle et architecture modulaire 107
5.4 Vérification et performances **110**
5.4.1 Vérification du solveur éléments finis 111
5.4.2 Vérification sur le problème thermique de la sonde 115
5.4.3 Performances de l'outil de simulation 118

5.1 Méthode des éléments finis

5.1.1 Formulation faible et discrétisation par éléments finis

La résolution numérique du problème thermique étudié repose sur la méthode des éléments finis appliquée à la conduction thermique. Dans un premier temps, le modèle Air sec est considéré afin de présenter la méthodologie. Le passage au modèle étendu, intégrant les conditions givrantes, n'entraîne en effet qu'une modification des conditions aux limites, la formulation variationnelle demeurant par ailleurs inchangée.

Le modèle Air sec est rappelé ci-dessous :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (K \nabla T) + \rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = S_{\text{heater}}(T), & \text{dans } \Omega, \\ K \nabla T \cdot \mathbf{n} = h(T_{\text{r}} - T), & \text{sur } \Gamma_{\text{conv}}, \\ T = T_{\text{lim}}, & \text{sur } \Gamma_{\text{lim}}, \end{cases} \tag{5.1}$$

où T désigne la température, K la conductivité thermique, ρ la densité, c_p la capacité thermique massique, $\mathbf{u}$ le champ de vitesse interne, et S_{heater} la puissance dissipée par les réchauffeurs. Les conditions aux limites comprennent des conditions de Robin sur Γ_{conv} et des conditions de Dirichlet sur Γ_{lim}.

Pour appliquer la méthode des éléments finis à la résolution du problème thermique, il est tout d'abord nécessaire d'introduire les espaces fonctionnels appropriés. On définit l'espace des fonctions tests :

$$V = \left\{ \varphi \in H^1(\Omega) \,\middle|\, \varphi = 0 \text{ sur } \Gamma_{\text{lim}} \right\},$$

où $H^1(\Omega)$ désigne l'espace de Sobolev des fonctions de carré intégrable sur Ω, dont les dérivées faibles premières existent et appartiennent à $L^2(\Omega)$.

L'espace V correspond ainsi aux fonctions qui s'annulent sur la partie du bord Γ_{lim} où la température est imposée, ce qui garantit la prise en compte naturelle des conditions de Dirichlet homogènes dans la formulation faible.

De manière analogue, on introduit l'espace des fonctions admissibles pour la solution :

$$\tilde{V} = \left\{ v \in H^1(\Omega) \,\middle|\, v = T_{\text{lim}} \text{ sur } \Gamma_{\text{lim}} \right\}.$$

Le choix de $\tilde{V}$ permet de satisfaire par construction la condition de Dirichlet non-homogène sur Γ_{lim}, en imposant directement la valeur de la température sur cette portion du bord.

La formulation faible du problème s'écrit alors comme suit : trouver $T \in \tilde{V}$ tel que, pour tout $\varphi \in V$,

$$\int_\Omega K \nabla T \cdot \nabla \varphi \, d\Omega + \int_\Omega \rho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla T) \, \varphi \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\text{conv}}} h \, T \, \varphi \, d\Gamma = \int_\Omega S_{\text{heater}}(T) \, \varphi \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\text{conv}}} h \, T_r \, \varphi \, d\Gamma. \tag{5.2}$$

Cette formulation est obtenue en multipliant l'équation différentielle par une fonction test, en intégrant sur Ω, puis en appliquant une intégration par parties sur le terme diffusif. Les conditions

aux limites de type Robin sont prises en compte sur Γ_{conv}, tandis que les conditions de Dirichlet sont incorporées dans le choix des espaces fonctionnels.

Afin d'obtenir une approximation numérique de T, on procède ensuite à une discrétisation spatiale. On introduit pour cela un maillage $\mathcal{T}_h$ du domaine Ω ainsi qu'un espace d'approximation $V_h \subset V$ de dimension finie, construit à partir de fonctions de forme locales associées aux nœuds du maillage. La température T est alors approchée par une fonction $T_h \in V_h \subset \tilde{V}$, définie comme une combinaison linéaire des fonctions de forme ϕ_i :

$$T_h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} T_i \, \phi_i(\mathbf{x}),$$

où N désigne le nombre total de nœuds du maillage, et T_i représente le degré de liberté associé à la fonction de forme ϕ_i. Dans le cas des éléments finis de Lagrange - adoptés ici - T_i correspond à la valeur inconnue de la température au nœud i.

L'insertion de la discrétisation spatiale dans la formulation faible conduit à l'identification de trois matrices globales : la matrice de rigidité $\mathbf{K}$ (diffusion), la matrice de convection $\mathbf{C}$, et la matrice $\mathbf{B}$ résultant des contributions des conditions aux bords de type Robin. Le second membre se décompose en un vecteur non-linéaire $\mathbf{F}_{\text{vol}}$ et un vecteur linéaire $\mathbf{F}_{\text{bord}}$, issu une fois encore des contributions des conditions de type Robin. Le système discret s'écrit alors sous la forme :

$$(\mathbf{K} + \mathbf{C} + \mathbf{B})\,\mathbf{T} \;=\; \mathbf{F}_{\text{vol}}(\mathbf{T}) + \mathbf{F}_{\text{bord}}.$$

avec $\mathbf{T} = [T_1, T_2, \ldots, T_N]^\top$.

Les matrices globales et vecteurs du second membre sont obtenus par assemblage des contributions élémentaires selon la connectivité des nœuds. En notant e un élément fini du maillage $\mathcal{T}_h$, on a :

$$\mathbf{K} = \sum_e \mathbf{K}^e, \qquad \mathbf{C} = \sum_e \mathbf{C}^e, \qquad \mathbf{B} = \sum_{e \subset \Gamma_{\text{conv}}} \mathbf{B}^e,$$

$$\mathbf{F}_{\text{vol}}(\mathbf{T}) = \sum_e \mathbf{F}^e_{\text{vol}}(\mathbf{T}), \qquad \mathbf{F}_{\text{bord}} = \sum_{e \subset \Gamma_{\text{conv}}} \mathbf{F}^e_{\text{bord}}.$$

En considérant les fonctions de forme $\{\phi_i\}_{i=1}^{n_e}$ associées aux nœuds locaux, ces contributions locales sont données par :

$$\mathbf{K}^e_{ij} = \int_{\Omega^e} K \, \nabla\phi_i \cdot \nabla\phi_j \, d\Omega, \qquad \mathbf{C}^e_{ij} = \int_{\Omega^e} \rho c_p (\mathbf{u} \cdot \nabla\phi_j) \, \phi_i \, d\Omega,$$

$$\mathbf{B}^e_{ij} = \int_{\Gamma^e_{\text{conv}}} h \, \phi_i \, \phi_j \, d\Gamma, \qquad \mathbf{F}^e_{i,\text{vol}}(\mathbf{T}) = \int_{\Omega^e} S_{\text{heater}}(T) \, \phi_i \, d\Omega, \qquad \mathbf{F}^e_{i,\text{bord}} = \int_{\Gamma^e_{\text{conv}}} h \, T_{\text{r}} \, \phi_i \, d\Gamma.$$

A titre d'illustration, la figure 5.1 montre deux éléments finis triangulaires connectés. Chaque élément contribue à ses propres matrices locales $\mathbf{K}^e$, $\mathbf{C}^e$ et à son second membre $\mathbf{F}^e$, calculés à partir des fonctions de forme associées aux nœuds de l'élément. Les nœuds T_2 et T_3 sont partagés entre les deux éléments, ce qui signifie que les contributions locales de chaque élément sont additionnées lors de

l'assemblage pour constituer les matrices globales $\mathbf{K}$, $\mathbf{C}$ et le vecteur global $\mathbf{F}$. Cette représentation permet de visualiser concrètement le lien entre la discrétisation locale d'un élément et la construction du système linéaire global, tout en illustrant le rôle de la connectivité des nœuds.

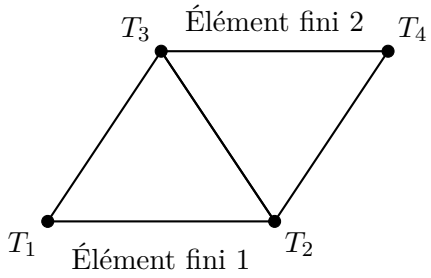


Figure 5.1 – *Illustration de deux éléments finis triangulaires connectés*

5.1.2 Éléments de référence et transformation vers le maillage réel

La méthode des éléments finis repose sur la subdivision du domaine Ω en éléments simples (triangles, quadrilatères, tétraèdres, etc.). Pour faciliter l'intégration numérique et la définition des fonctions de forme, chaque élément physique Ω^e est associé à un élément de référence $\hat{\Omega}$, sur lequel des fonctions de forme universelles $\hat{\phi}_i(\hat{\mathbf{x}})$ ainsi que des points de quadrature - nécessaires à l'évaluation numérique des intégrales - sont définis.

La figure 5.2 illustre la correspondance entre un élément de référence et un élément physique du maillage (aussi appelé élément géométrique ou élément réel), obtenue via une transformation géométrique : l'élément de référence permet de définir des fonctions de forme et des points de quadrature universels, tandis que l'élément physique reflète la géométrie fournie par le mailleur. La transformation η^e relie ces deux repères.

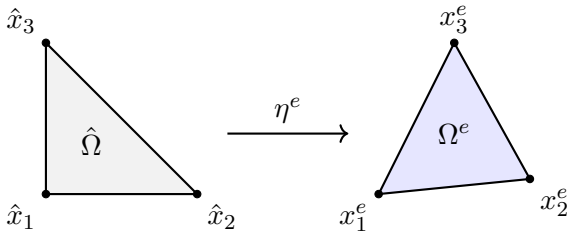


Figure 5.2 – *Correspondance entre l'élément de référence $\hat{\Omega}$ et un élément réel Ω^e.*

Cette transformation bijective, notée $\eta^e : \hat{\Omega} \to \Omega^e$, est généralement définie par une combinaison linéaire des coordonnées des nœuds de l'élément réel pondérées par les fonctions de forme définies sur $\hat{\Omega}$:

$$\mathbf{x} = \eta^e(\hat{\mathbf{x}}) = \sum_{i=1}^{n_e} \mathbf{x}_i^e \, \hat{\phi}_i(\hat{\mathbf{x}}),$$

où $\mathbf{x}_i^e$ sont les coordonnées des nœuds de l'élément réel, et n_e le nombre de nœuds par élément. Cette expression permet de reconstruire la géométrie réelle à partir de l'élément de référence.

La transformation η^e introduit un jacobien :

$$J^e(\hat{\mathbf{x}}) = \frac{\partial \eta^e}{\partial \hat{\mathbf{x}}},$$

qui permet de relier les intégrales sur l'élément réel à celles sur l'élément de référence :

$$\int_{\Omega^e} f(\mathbf{x})\, d\Omega = \int_{\hat{\Omega}} f(\eta^e(\hat{\mathbf{x}}))\, |\det J^e(\hat{\mathbf{x}})|\, d\hat{\Omega}.$$

De plus, le gradient des fonctions de forme dans le repère réel est obtenu à partir de celui dans le repère de référence par :

$$\nabla_{\mathbf{x}} \phi_i(\mathbf{x}) = (J^e(\hat{\mathbf{x}}))^{-T}\, \nabla_{\hat{\mathbf{x}}} \phi_i(\hat{\mathbf{x}}),$$

ce qui permet de calculer les contributions locales aux matrices de rigidité et de convection sur chaque élément réel du maillage.

Comme cela vient d'être illustré, la distinction entre repères locaux (élément de référence) et repères globaux (éléments réels) est fondamentale pour la mise en œuvre numérique de la méthode des éléments finis. Les fonctions de forme et les points de quadrature - définis sur l'élément de référence - doivent en effet être correctement transposés sur chaque élément réel du maillage en s'appuyant sur les coordonnées nodales. Dans cette optique, il est indispensable de disposer d'un outil de génération de maillage capable non seulement de construire et paramétrer la géométrie discrétisée, mais également de fournir l'ensemble des informations nécessaires à la résolution par éléments finis. La section suivante présente cet outil, basé sur le générateur de maillage GMSH.

5.2 Développement d'un module paramétrable de génération de maillage

5.2.1 Présentation générale de GMSH

GMSH est un logiciel *open-source* largement utilisé pour la génération de maillages dans le cadre de simulations numériques par éléments finis ou volumes finis [192]. Il permet de produire des maillages non-structurés, en 2D et 3D, composés d'éléments simples tels que des triangles, quadrilatères, tétraèdres ou hexaèdres. GMSH offre également un environnement complet pour la définition géométrique, le maillage adaptatif et la visualisation des résultats, ce qui en fait un outil polyvalent et reconnu dans la communauté scientifique.

Sa flexibilité, combinée à une interface scriptable et à une API `Python` dédiée, le rend particulièrement adapté aux besoins académiques voire industriels. L'utilisateur peut définir de manière paramétrique des géométries complexes, contrôler localement la taille de maille, effectuer des raffinements ciblés et générer des maillages reproductibles. Cette capacité à automatiser la génération et la manipulation de maillages facilite grandement son intégration dans des chaînes de calcul ou des solveurs personnalisés [193].

Dans cette étude, l'utilisation de GMSH est également motivée par sa capacité à fournir, de

manière structurée, l'ensemble des informations géométriques et topologiques associées au maillage généré, en plus de fournir un accès aux fonctions de formes et à leurs gradient. Autrement dit, GMSH ne se limite pas à produire un maillage : il constitue une véritable brique logicielle pour le développement d'un solveur éléments finis sur mesure. Grâce à ses fonctionnalités avancées, il permet une génération automatisée, paramétrable et contrôlable des données nécessaires à la discrétisation du domaine, évitant ainsi à l'utilisateur de reconstruire manuellement des structures topologiques souvent complexes et fastidieuses à définir. Les données extraites, directement accessibles via l'API `Python` de GMSH, incluent notamment :

- la liste des nœuds avec leurs coordonnées spatiales,
- la définition complète des éléments (type, connectivité, nœuds associés),
- la connectivité entre éléments, essentielle pour l'assemblage des matrices globales,
- les groupes physiques, qui permettent d'identifier les domaines ou les frontières pour appliquer les conditions aux limites,
- les entités de dimension inférieure (faces, arêtes), indispensables pour le traitement des interfaces ou des zones de contact.

Ces informations sont fournies car elles sont indispensables à la fois au cadre théorique et à la mise en place numérique de la méthode des éléments finis. D'un point de vue théorique, la méthode repose sur une description locale du problème à l'échelle de chaque élément du maillage. Afin de faciliter le calcul des intégrales et la définition des fonctions de forme, chaque élément géométrique est associé à un élément de référence. D'un point de vue numérique, ces mêmes informations permettent d'implémenter efficacement le solveur, en construisant les structures de données nécessaires à la discrétisation, au calcul des intégrales et à l'assemblage des systèmes algébriques. Ainsi, la génération automatique et structurée de ces données garantit une transition fluide entre la géométrie fournie par le maillage et la résolution numérique du problème.

5.2.2 Génération paramétrable de maillage avec GMSH

Afin d'assurer une interface directe entre GMSH et le solveur éléments finis développé, un module interne de génération de maillage entièrement paramétrable a été conçu. Cet outil constitue une étape clé de la chaîne de simulation : il permet d'automatiser la création des géométries et des maillages associés, tout en garantissant une grande flexibilité vis-à-vis des différentes configurations étudiées. Cette automatisation est un élément essentiel du code de calcul basse-fidélité, le temps nécessaire à la génération manuelle d'un maillage étant incompatible avec la finalité de l'outil.

Description de la géométrique générique de la sonde

L'objet modélisé correspond à la sonde d'incidence étudiée dans ce travail. L'architecture générique fournie par Thales est considérée comme représentative des différentes sondes d'incidence développées par l'entreprise. La représentation géométrique retenue pour le modèle numérique repose sur une forme simplifiée, constituée uniquement des éléments principaux, rappelés ci-dessous :

- La girouette, comprenant le mât, le raccord et le socle ;
- Le corps réchauffeur, entourant le réchauffeur annulaire placé autour de l'interstice ;

- La plaque isolante, couvrant le corps réchauffeur ;
- Les éléments chauffants (réchauffeur annulaire et réchauffeur girouette), enrobés dans une résine isolante ;
- L'arbre de la girouette, reliant le socle au boîtier électronique.

La figure 5.3 illustre une vue simplifiée d'un maillage potentiel de la sonde d'incidence. Certaines pièces ont été omises afin de mieux mettre en évidence la position des réchauffeurs internes (ici en vert) au sein de la structure (en rose). Une représentation précise de ces éléments est essentielle, leur emplacement influençant directement la répartition des gradients thermiques dans les zones critiques de la sonde.

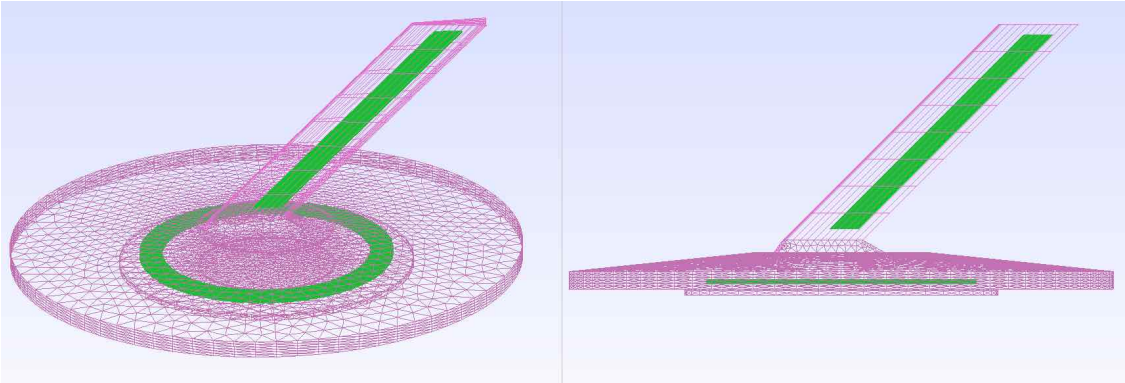


Figure 5.3 – *Illustration simplifiée du maillage de la sonde d'incidence - localisation des réchauffeurs internes.*

Paramétrage géométrique et choix de maillage

L'un des atouts majeurs du module de génération réside dans la paramétrisation complète des dimensions géométriques. Des caractéristiques telles que la hauteur, la longueur, l'épaisseur ou la position relative des composants peuvent être facilement ajustées par l'utilisateur, permettant ainsi la génération rapide de maillages adaptés à différentes variantes géométriques d'une même sonde.

Concernant la discrétisation spatiale, des choix de maillage spécifiques ont été adoptés afin de concilier précision et efficacité :

- Un maillage structuré [1] est utilisé pour les éléments chauffants, la résine isolante et le mât de la girouette, afin de représenter précisément leur géométrie et les gradients thermiques, tout en limitant le nombre d'éléments générés.
- Un maillage non-structuré est privilégié pour les autres composants, afin de mieux épouser les formes plus complexes sans imposer de contraintes excessives.

La figure 5.4 illustre ces deux approches de discrétisation. Le maillage structuré (visible notamment sur le mât de la girouette) présente une organisation régulière des éléments, particulièrement adaptée aux zones de forte conduction thermique et de géométrie simple. À l'inverse, le maillage non-structuré (visible sur la plaque isolante ou sur le raccord de la girouette) permet de mailler efficacement des volumes de forme plus complexe, tout en conservant une bonne qualité d'éléments.

1. On définit un maillage structuré comme un ensemble d'hexaèdres disposés de manière régulière, formant un pavage ordonné.

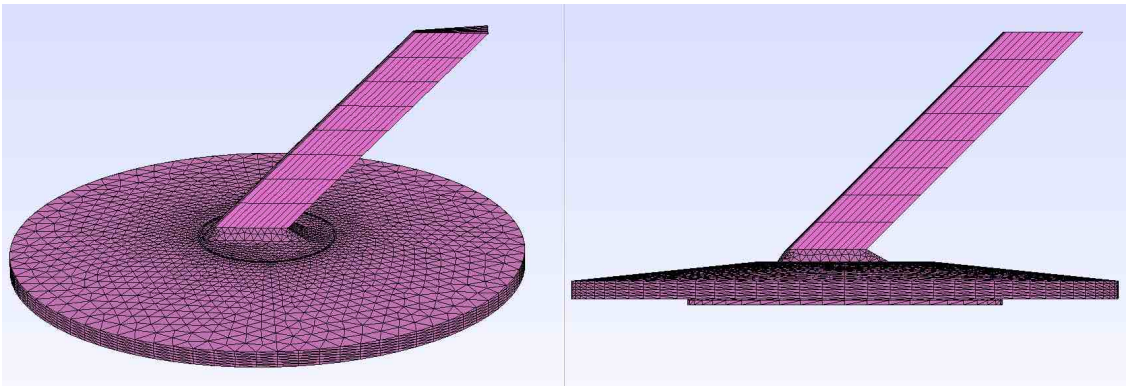


Figure 5.4 – *Illustration du maillage de la sonde d'incidence - Vue externe - Comparaison entre maillage structuré (mât) et non-structuré (plaque).*

Le niveau de raffinement du maillage est également paramétrable au sein de l'outil, avec une valeur par défaut définie de manière à assurer un compromis satisfaisant entre précision et coût numérique. Une contrainte particulière s'applique néanmoins au volume représentant l'air contenu dans l'interstice : la discrétisation selon la direction axiale (axe X) doit obligatoirement comporter deux éléments. Cette condition est directement liée à la méthode utilisée pour modéliser les transferts thermiques dans cette direction (voir section 4.3.2).

Cette spécificité est illustrée en figure 5.5, qui met en évidence le volume d'air interne ainsi que la contrainte de discrétisation imposée. Bien que cette zone joue un rôle important dans les échanges thermiques, sa modélisation est volontairement simplifiée afin de limiter la complexité numérique ; le maillage généré doit alors être adapté en conséquence, afin de maintenir la cohérence physique du modèle simplifié mis en place.

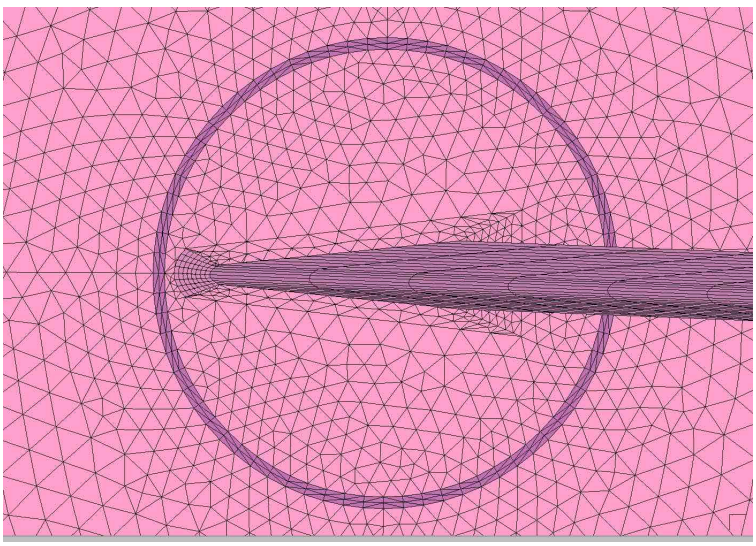


Figure 5.5 – *Illustration du maillage du volume d'air dans l'interstice - Vue du dessus - Contrainte de discrétisation axiale.*

Le module a ainsi été conçu pour permettre une gestion personnalisée des zones de raffinement local, notamment dans les régions présentant des gradients thermiques importants ou des détails géométriques fins. Ces raffinements sont spécifiés directement dans les paramètres d'entrée, ce qui

permet une adaptation simple aux besoins de chaque configuration.

Sur le plan pratique, l'implémentation repose sur une classe `Python` dédiée :

- tous les paramètres géométriques y sont définis comme variables internes ;
- une fonction globale génère automatiquement la géométrie complète au format GMSH, en intégrant les types de maillage et les zones de raffinement spécifiés ;
- chaque composant et chaque frontière sont tagués et associés à un groupe physique, permettant l'attribution automatique des propriétés thermiques et des conditions aux limites lors de la simulation.

Cette structure permet de générer automatiquement un maillage complet et prêt à l'emploi, tout en conservant un haut degré de paramétrabilité. L'utilisateur peut ainsi modifier facilement les dimensions, les types de maillage ou les raffinements, sans avoir à intervenir manuellement dans GMSH, tant que la géométrie globale reste inchangée. En pratique, les modifications portent le plus souvent sur des dimensions telles que le diamètre ou l'épaisseur du socle, ou encore la hauteur de la girouette. Au total, ce sont 39 paramètres géométriques et 9 paramètres de maillage qui restent librement ajustables.

Le module de génération de maillage présenté ici constitue un maillon central de la chaîne de calcul : il assure la cohérence entre les modèles géométriques et physiques, tout en facilitant la réalisation d'études paramétriques ou de tests de sensibilité. La génération automatisée et paramétrable du maillage représente en effet une étape préparatoire essentielle, fournissant le support discret sur lequel s'appuie la formulation et la résolution du problème thermique. Une fois cette étape finalisée, le développement du solveur thermique par éléments finis peut être abordé. Ce dernier a pour rôle de résoudre les équations de transfert de chaleur au sein de la sonde d'incidence. La section suivante en détaille les principaux composants : le solveur éléments finis dédié, le schéma de résolution associé, ainsi que l'architecture générale du solveur.

5.3 Développement du solveur thermique complet

Une exigence majeure de Thales pour ce travail était de disposer d'un outil de résolution entièrement transparent, avec des fonctionnalités accessibles et modifiables dans leur intégralité. À ce titre, l'utilisation de solveurs commerciaux ou de librairies existantes, jugés trop fermés ou trop génériques, a été exclue pour l'application industrielle. La seule exception concerne l'emploi d'une bibliothèque externe permettant la génération du maillage. Cette contrainte a conduit à l'implémentation d'un solveur complet reposant sur un solveur des éléments finis dédié. Néanmoins, afin de disposer d'un point de comparaison et de validation, un second solveur reposant sur une bibliothèque *open-source* a également été développé en parallèle.

Sur la base du maillage généré à l'aide de l'outil présenté précédemment, deux solveurs distincts, chacun dédié à la résolution du problème thermique, ont ainsi été développés :

- le premier, écrit en `Python`, intègre l'outil de génération de maillage décrit à la section précédente ainsi qu'un solveur éléments finis développé spécifiquement pour répondre aux exigences de Thales ;

- le second, implémenté en `Julia`, s'appuie sur la bibliothèque *open-source* `Bcube` développée à l'ONERA [194].

La bibliothèque `Bcube.jl` est un package `Julia` fournissant les fonctionnalités nécessaires à la discrétisation spatiale d'équations aux dérivées partielles (EDP). Elle propose une API avec un haut niveau d'abstraction qui permet de formuler et de résoudre aisément des problèmes linéaires ou non-linéaires par éléments finis continus ou discontinus (FEM-DG). Sa facilité d'utilisation et sa polyvalence en font un outil particulièrement adapté au prototypage rapide de nouveaux modèles numériques dans un contexte de recherche [194].

Les deux solveurs reposent sur la même formulation mathématique et conduisent à des résultats identiques. Toutefois, dans la suite de ce manuscrit, c'est l'architecture du solveur `Python` qui est présentée en détail, puisqu'il s'agit de la version initialement développée et destinée à l'usage industriel. En plus des différents modules dédiés à la résolution du problème thermique, il intègre notamment le solveur éléments finis interne mentionné précédemment. Le solveur `Julia`, quant à lui, a été principalement développé à des fins de recherche. La flexibilité et la rapidité offertes par ce code se prêtent en effet particulièrement bien aux phases d'exploration et de validation. Une fois les choix de modélisation et les étapes de résolution stabilisés, ce solveur a également servi d'outil de validation croisée, à la fois vis-à-vis du solveur éléments finis mais aussi du solveur thermique dans son ensemble.

5.3.1 Construction du solveur éléments finis

Bien que la formulation discrète présentée ci-dessus corresponde au modèle Air sec considéré dans cette thèse, sa rédaction a permis d'identifier précisément les fonctionnalités à implémenter dans le solveur éléments finis interne. En effet, l'expression mathématique du problème met en évidence les différentes étapes de construction nécessaires, depuis le calcul des contributions élémentaires jusqu'à l'assemblage global et l'application des conditions aux limites. Ces étapes servent de guide direct pour le développement du solveur éléments finis dédié, dont la construction repose sur les données de maillage fournies par GMSH. Les étapes principales sont les suivantes :

1. **Exploitation du maillage** : les coordonnées des nœuds, la connectivité des éléments et les groupes physiques sont importés pour définir les structures de données nécessaires à l'assemblage des matrices.
2. **Construction des matrices élémentaires** : pour chaque élément e du maillage, les matrices locales sont calculées à partir des fonctions de forme ϕ_i associées aux nœuds de l'élément, en distinguant la matrice de rigidité $\mathbf{K}^e$, la matrice de convection $\mathbf{C}^e$ et le second membre $\mathbf{F}^e_{\text{vol}}$. L'évaluation des intégrales volumiques et surfaciques est réalisée par quadrature numérique, typiquement par une règle de Gauss adaptée au type et à l'ordre des éléments :

$$\int_{\Omega^e} f(\mathbf{x})\, d\Omega \approx \sum_{k=1}^{n} w_k f(\mathbf{x}_k),$$

   avec w_k les poids et $\mathbf{x}_k$ les n points de Gauss.
3. **Assemblage global** : les contributions élémentaires $\mathbf{K}^e$, $\mathbf{C}^e$ et $\mathbf{F}^e_{\text{vol}}$ sont ajoutées dans les matrices globales $\mathbf{K}$, $\mathbf{C}$ et le second membre $\mathbf{F}_{\text{vol}}$ en respectant la connectivité des nœuds.

Cette opération permet de construire le système linéaire discret.

4. **Application des conditions aux limites** :
   - Les conditions de Dirichlet sont imposées directement sur les nœuds correspondants en modifiant la matrice et le second membre de manière à fixer les valeurs nodales à T_{lim}.
   - Les conditions de Neumann sont incorporées dans le second membre $\mathbf{F}_{\text{vol}}$ en ajoutant les contributions de flux imposé sur les faces concernées.
   - Les conditions de Robin sont intégrées à la fois dans la matrice de rigidité - via la matrice $\mathbf{B}$ - et dans le second membre - via le vecteur $\mathbf{F}_{\text{bord}}$ -, en tenant compte des coefficients de transfert h et des températures de récupération T_r sur les surfaces Γ_{conv}.
5. **Résolution du système linéaire** : selon la taille et la nature du problème, différents solveurs numériques peuvent être utilisés (directs ou itératifs) pour obtenir la solution nodale $\mathbf{T}$. Le choix du solveur tient compte de la densité des matrices, de leur conditionnement et des besoins en performance.

Toutes les fonctionnalités sont implémentées sous forme de fonctions modulaires, rendant le solveur entièrement générique. Il peut ainsi traiter tout problème stationnaire d'advection-diffusion sur des maillages GMSH, structurés ou non, en 2D ou 3D. Cette flexibilité rend le code réutilisable et facilement extensible à de nouveaux cas d'étude.

5.3.2 Traitement de la non-linéarité

Dans le cas présent, le second membre $\mathbf{F}$ dépend de manière non-linéaire de la température T via le terme source $S_{\text{heater}}(T)$. Il est donc nécessaire de résoudre le système itérativement.

Un schéma de type point fixe relaxé est ici mis en place, consistant à itérer sur la solution nodale $\mathbf{T}$ en résolvant à chaque étape le système linéarisé. Le schéma peut s'écrire :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{T}}^{(k+1)} = \text{solve}((K+C+B), \mathbf{F}(\mathbf{T}^{(k)})), \\ \mathbf{T}^{(k+1)} = \omega\, \tilde{\mathbf{T}}^{(k+1)} + (1-\omega)\, \mathbf{T}^{(k)}, \quad 0 < \omega \leq 1, \\ \text{Critère d'arrêt} \ : ||\mathbf{T}^{(k+1)} - \mathbf{T}^{(k)}|| < \epsilon, \quad \forall \epsilon > 0, \end{cases} \tag{5.3}$$

où ω est le facteur de relaxation, ϵ la tolérance de convergence et k l'indice d'itération. La résolution du système linéarisé $(K+C+B)\mathbf{T} = \mathbf{F}(\mathbf{T}^{(k)})$ à chaque itération est effectuée à l'aide d'un solveur direct LU [2], qui permet de résoudre efficacement le système linéaire creux sans calcul explicite de l'inverse de la matrice. L'introduction du facteur de relaxation ω permet de modérer l'évolution de la solution entre deux itérations, évitant des oscillations ou divergences dues à la forte non-linéarité de la source $S_{\text{heater}}(T)$. Typiquement, $\omega = 1$ correspond au point fixe classique, tandis qu'une valeur $\omega < 1$ introduit une sous-relaxation, stabilisant la convergence tout en augmentant le nombre d'itérations nécessaires.

Le schéma 5.6 explicite la boucle de traitement de la non-linéarité dans le solveur THICE : recalcul du second membre dépendant de la température, résolution du système linéaire, application de la relaxation, et contrôle de la convergence. Il illustre de manière concrète comment les fonctionnalités identifiées dans la formulation mathématique sont traduites en étapes opérationnelles dans le code.

2. `scipy.sparse.linalg.spsolve` en `Python`

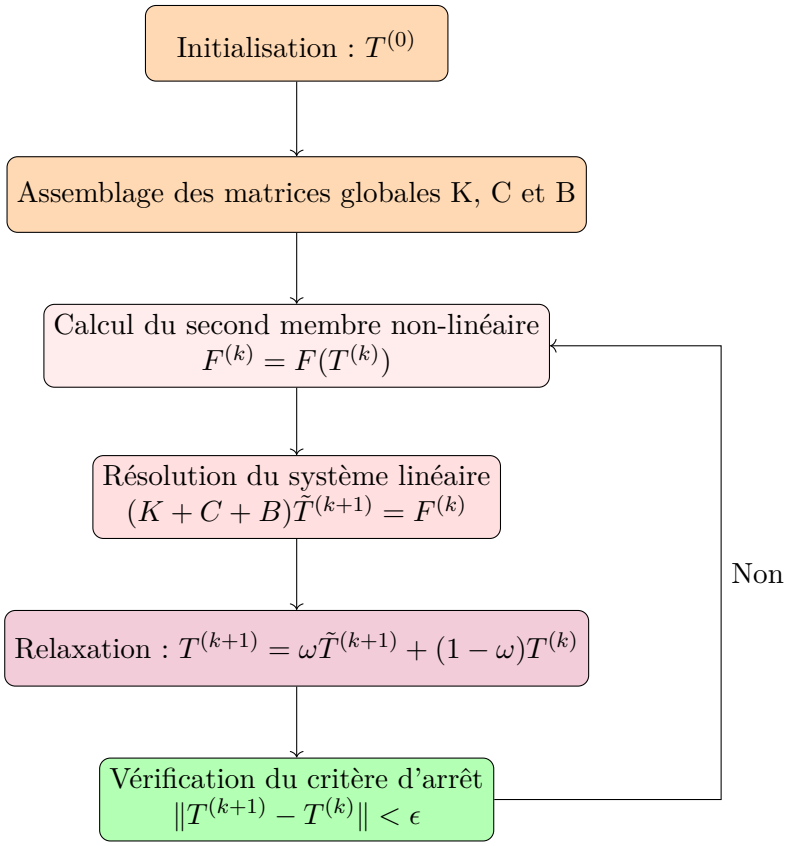


Figure 5.6 – *Illustration du schéma itératif de type point fixe avec relaxation utilisé pour la résolution du problème non-linéaire.*

En particulier, cette approche met en évidence que seuls les termes strictement dépendants de la solution sont recalculés à chaque itération. La matrice du système, invariante au cours des itérations, est ainsi assemblée et factorisée une unique fois, ce qui contribue à améliorer l'efficacité globale de la procédure de résolution. De plus, elle souligne l'articulation entre les différentes composantes du solveur : les matrices globales, issues de l'assemblage des matrices élémentaires construites à partir du maillage GMSH, sont conservées constantes, tandis que les contributions non-linéaires et les conditions aux limites évolutives (notamment Robin) sont mises à jour de manière itérative.

5.3.3 Organisation logicielle et architecture modulaire

La modélisation du comportement thermique de la sonde d'incidence repose sur la prise en compte de plusieurs phénomènes physiques interdépendants. Avant de pouvoir formuler le problème à résoudre, un ensemble d'informations doit être établi à partir des caractéristiques géométriques, des propriétés des matériaux et des conditions de vol. Ces données sont ensuite échangées ou mutualisées, afin d'être exploitées par des modules spécifiques développés au sein de la chaîne de calcul.

Trois grands types d'informations sont nécessaires pour simuler le comportement aérothermique de la sonde :

1. Propriétés thermiques et électriques : attribution des conductivités thermiques pour chaque matériau composant la sonde, ainsi que des propriétés électriques des réchauffeurs à partir de tables de résistivité.

2. Informations aérodynamiques locales : calcul des coefficients de transfert thermique pour chaque élément de surface, impliquant la détermination des longueurs caractéristiques associées.
3. Informations liées au givrage : caractérisation géométrique des éléments de surface (normales), notamment pour le calcul des trajectoires de particules, essentielle à la modélisation de l'impact.

Afin d'assurer autant que possible une séparation entre la description physique, la géométrie et la résolution numérique, ces informations sont réparties dans différents modules `Python`. Chaque script ou classe étant dédié à une fonctionnalité précise de la chaîne de calcul, il est possible de distinguer plusieurs groupes de modules selon leurs responsabilités fonctionnelles :

- Le script principal :
  - `Lancement.py` : script principal instanciant l'ensemble des classes et exécutant la résolution pour un point de vol donné.
- Les modules liés à la représentation géométrique de l'instrument :
  - `Mesh_Generator_AoA.py` : génération du maillage GMSH pour la sonde.
  - `Sonde_AoA.py` : lecture ou construction du maillage, attribution des propriétés thermiques et électriques, calcul des longueurs caractéristiques et des normales de surface.
- Les modules liés à la modélisation de l'écoulement ou du film liquide :
  - `Pts_Vol.py` : calcul des propriétés de l'écoulement (masse volumique, pressions, températures, etc.) à partir des conditions de vol.
  - `Fluide_AoA.py` : calcul des coefficients de transfert thermique et des grandeurs caractéristiques de l'écoulement, modélisation des phénomènes de film liquide (enthalpies, pressions saturantes, débits massiques, etc.).
- Les modules de résolution :
  - `Solveur_EF.py` : construction des matrices et vecteurs éléments finis, gestion générique des conditions aux limites.
  - `Solveur_Thermique_AoA.py` : définition du problème physique à résoudre, conditions initiales et aux limites, paramètres de résolution.
- Les modules *utils* :
  - `Read_msh.py` : lecture générique des fichiers Gmsh, extraction des tables de connectivité et repères élémentaires.
  - `Post_Traitement.py` : préparation et visualisation des résultats de simulation.
  - `vtk.py` : export des résultats au format VTK pour visualisation sous ParaView.

L'architecture présentée ici permet de dissocier les aspects physiques, numériques et géométriques. Ce principe de séparation vise à garantir une certaine flexibilité, facilitant les évolutions futures du code et la réutilisation de certaines briques logicielles dans d'autres contextes de simulation. Pour mieux visualiser l'organisation adoptée ainsi que les dépendances entre modules, la figure 5.7 illustre la structure modulaire de l'outil de simulation thermique développé. Il convient de souligner que ce schéma met en évidence les dépendances et échanges d'information entre les différents modules. Le classification proposée ici illustre la dynamique des interactions au sein du solveur ; elle ne

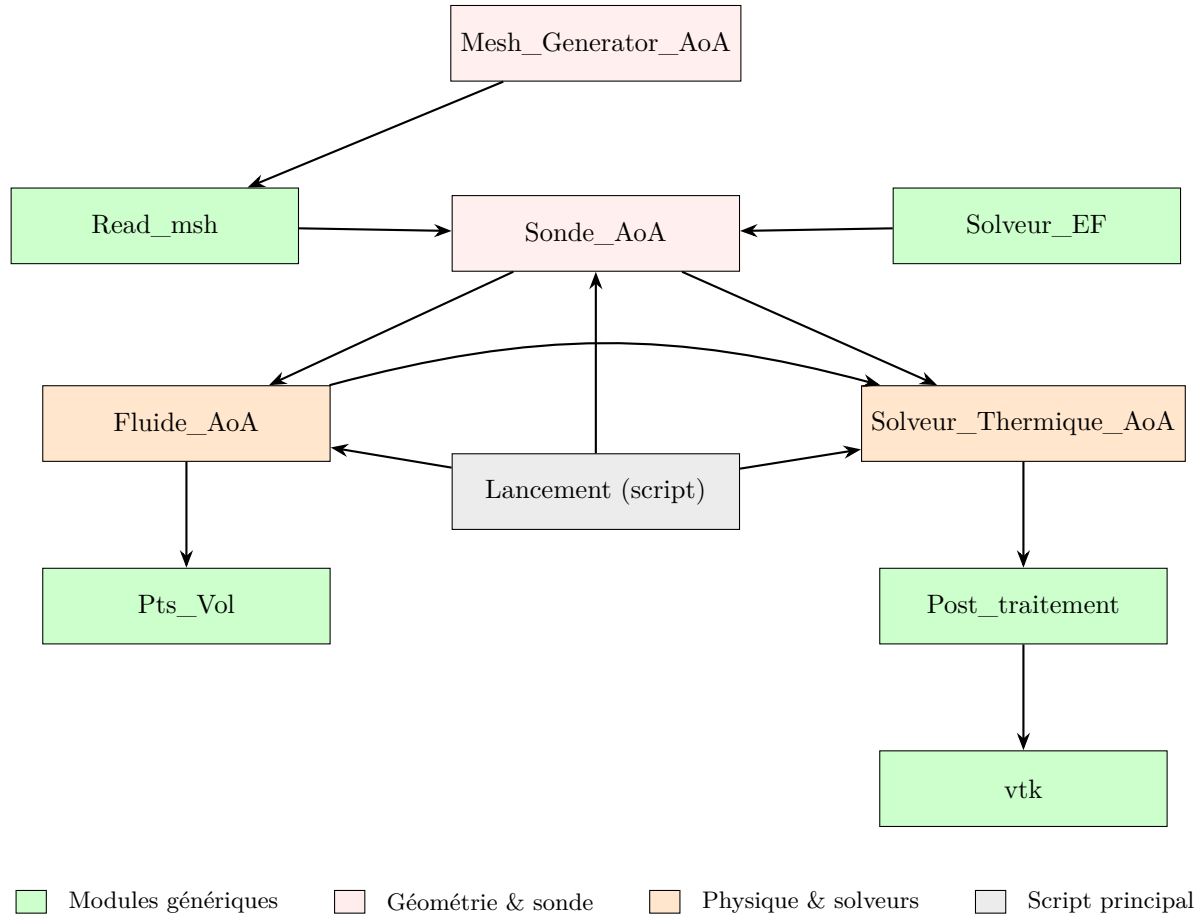


Figure 5.7 – *Schéma décrivant l'organisation modulaire du solveur thermique et les dépendances entre les classes.*

correspond donc pas à la répartition fonctionnelle présentée précédemment, mais vient la compléter en offrant une vision des flux de données et des relations entre composants logiciels.

Dans un premier temps, la partie supérieure du schéma correspond à la génération et au traitement du maillage. Le module `Mesh_AoA.py` permet de générer le maillage de la géométrie considérée, tandis que `Read_msh.py` assure la lecture et l'interprétation de ce maillage en extrayant l'ensemble des informations topologiques et géométriques nécessaires à la résolution par éléments finis (connectivités, coordonnées des nœuds, groupes physiques, etc.). Ces données sont ensuite transmises au module `Sonde_AoA.py`, qui constitue la structure de données principale décrivant la sonde, en rassemblant la description géométrique, les propriétés physiques et les informations de discrétisation. Le module `Solveur_EF.py` intervient également à ce stade, en fournissant les outils de discrétisation par éléments finis nécessaires à l'assemblage des systèmes linéaires et à la résolution des équations physiques.

À partir de cette description centralisée, le module `Fluide_AoA.py` exploite les informations géométriques et physiques pour calculer les termes liés à l'écoulement ou au film liquide, afin de permettre à `Solveur_Thermique_AoA.py` de résoudre les bilans énergétiques au sein de la sonde. Une dépendance directe relie `Fluide_AoA.py` à `Solveur_Thermique_AoA.py`, traduisant l'utilisation des résultats aérodynamiques (par exemple les coefficients caractérisant le flux convectif) comme

données d'entrée pour le calcul thermique, notamment pour fixer les conditions aux limites.

La partie inférieure du schéma correspond aux étapes de post-traitement et de pilotage global. Le module `Post_Traitement.py` agrège et analyse les résultats numériques, tandis que le module générique `vtk.py` gère l'export vers des outils de visualisation externes (tels que ParaView). Enfin, l'ensemble de la chaîne de calcul est orchestré par le script `Lancement.py`, qui définit les paramètres de simulation, enchaîne les différentes étapes et garantit la reproductibilité des calculs. Ce script confère à l'utilisateur un contrôle complet sur les paramètres de la simulation : il permet notamment de définir les conditions initiales (point de vol, tension appliquée aux réchauffeurs, etc.), les critères de résolution (nombre maximal d'itérations, tolérance sur le critère de convergence, coefficient de relaxation) ainsi que la géométrie utilisée (paramètres géométriques ou de maillage).

La structure proposée permet de distinguer les responsabilités de chaque module et de visualiser les dépendances fonctionnelles. Cette organisation hiérarchique et modulaire constitue un atout important pour la maintenance et l'extension ultérieure de l'outil.

Remarque

Le solveur présenté ci-dessus a été développé de manière progressive, en réponse aux besoins rencontrés lors de la modélisation. Si une architecture modulaire avait été envisagée dès le départ, des optimisations seraient aujourd'hui envisageables, le problème et le code étant désormais bien définis.
Certains modules, comme `Read_msh.py`, `Pts_Vol.py`, `Solveur_EF.py`, `vtk.py`, ou `Post_Traitement.py`, ont été conçus dès l'origine pour être entièrement génériques et réutilisables dans d'autres contextes. Leur contenu, indépendant de la géométrie ou du cas d'étude, peut être intégré sans modification à d'autres simulations. À l'inverse, d'autres modules sont plus étroitement liés à la géométrie et au fonctionnement de la sonde d'incidence, toute évolution du système (modification de la géométrie, ajustement du dispositif de réchauffage interne, etc.) pouvant nécessiter une adaptation des calculs de longueurs caractéristiques, des corrélations aérodynamiques ou des propriétés thermiques. Ces parties du code sont donc davantage susceptibles d'évoluer.
Toutefois, à ce stade, une piste d'amélioration structurelle consisterait à isoler de façon plus poussée les éléments véritablement génériques. Plusieurs fonctions – actuellement intégrées à des classes non-génériques (lecture de tables, fonctions d'interpolation, etc.) – pourraient ainsi être extraites et regroupées dans des modules utilitaires (*utils*), dans la mesure où leur usage ne dépend ni du cas étudié ni de la géométrie de la sonde, facilitant leur réutilisation dans d'autres contextes de simulation.

5.4 Vérification et performances

Le solveur thermique développé dans la section précédente constitue désormais un outil de simulation opérationnel. Cette section est consacrée à sa validation, en commençant par la vérification de la résolution éléments finis sur des cas académiques. La capacité du solveur à traiter correctement le problème thermique est ensuite évaluée, avant de conclure par une analyse des performances

numériques, visant à quantifier l'efficacité de la chaîne de calcul complète.

5.4.1 Vérification du solveur éléments finis

Afin de valider le bon fonctionnement du solveur éléments finis développé dans la section précédente, une première série de tests a été menée sur des cas simples pour lesquels une solution analytique est connue. L'objectif est ici de vérifier l'implémentation correcte des opérateurs de discrétisation et des conditions aux limites dans le cadre d'un maillage tridimensionnel en considérant trois configurations distinctes.

Pour cela, plusieurs maillages cubiques 3D – structurés ou non-structurés – ont été générés et extrudés le long de deux directions orthogonales y et z. Cette extrusion garantit que toutes les sections transverses présentent la même géométrie et la même connectivité, de sorte que la solution reste constante dans ces directions. Le problème physique est ainsi ramené à une dépendance strictement unidimensionnelle selon x, tout en conservant un maillage tridimensionnel complet. Plusieurs problèmes 1D, pour lesquels une solution analytique est connue, ont été formulés dans ce cadre, permettant une comparaison directe avec les résultats numériques. Ces confrontations ont permis de vérifier la cohérence et la précision du solveur éléments finis sur des configurations théoriques maîtrisées.

Dans le problème thermique traité dans cette thèse, la modélisation s'appuie sur des équations de type advection-diffusion, appliquées à plusieurs milieux aux propriétés thermiques différentes, complétées par des conditions aux limites de type Dirichlet et Robin. Au vu de la connaissance a priori du type de problèmes à traiter, on se propose ici de présenter la validation du solveur éléments finis sur des cas représentatifs des phénomènes rencontrés dans le modèle thermique final.
Trois configurations types sont ainsi retenues et présentées ici [3] :

1. une équation de diffusion dans un milieu unique, avec conditions de Dirichlet et de Robin ;
2. une équation de diffusion dans deux milieux adjacents, avec conditions de Dirichlet et de Neumann ;
3. une équation d'advection-diffusion dans un seul milieu, avec condition de Dirichlet.

Pour chacune de ces configurations, une solution analytique unidimensionnelle est calculée afin de servir de référence. L'équation mise en jeu, la solution théorique correspondante, ainsi que la comparaison visuelle entre la solution analytique et la solution numérique obtenue avec le solveur développé sont présentées pour chaque configuration. Dans le cas de la troisième configuration (advection-diffusion), une comparaison supplémentaire est proposée entre la solution numérique obtenue avec le solveur `Python` développé et celle fournie par la bibliothèque `Bcube.jl`. Ce recoupement permet de renforcer la vérification du solveur interne en le confrontant à un outil numérique indépendant, déjà éprouvé et validé [4].

3. Les paramètres utilisés sont disponibles en Annexe B.
4. Des validations supplémentaires ont également été menées par comparaison avec le logiciel COMSOL Multiphysics® [195], mais ne sont pas détaillées ici, les conclusions étant équivalentes.

Diffusion dans un seul milieu - conditions aux limites de Dirichlet/Robin

On considère tout d'abord un problème de diffusion de la chaleur dans un milieu homogène soumis à des conditions aux limites de Dirichlet et Robin. Soit $x \in [0, L]$, le problème est formulé comme suit :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (k \nabla T) = f, \text{ dans } \Omega, \\ T = h, \text{ sur } \Gamma_1, \\ \alpha T + \beta \nabla T \cdot n = g, \text{ sur } \Gamma_3. \end{cases} \tag{5.4}$$

La solution est donnée par l'expression suivante, et est illustrée par la figure 5.8 :

$$\boxed{T(x) = -\frac{f}{2k}x^2 + \frac{x}{\alpha L + \beta}\left(g + \frac{\alpha f}{2k}L^2 - \alpha h + \frac{f\beta}{k}L\right) + h} \tag{5.5}$$

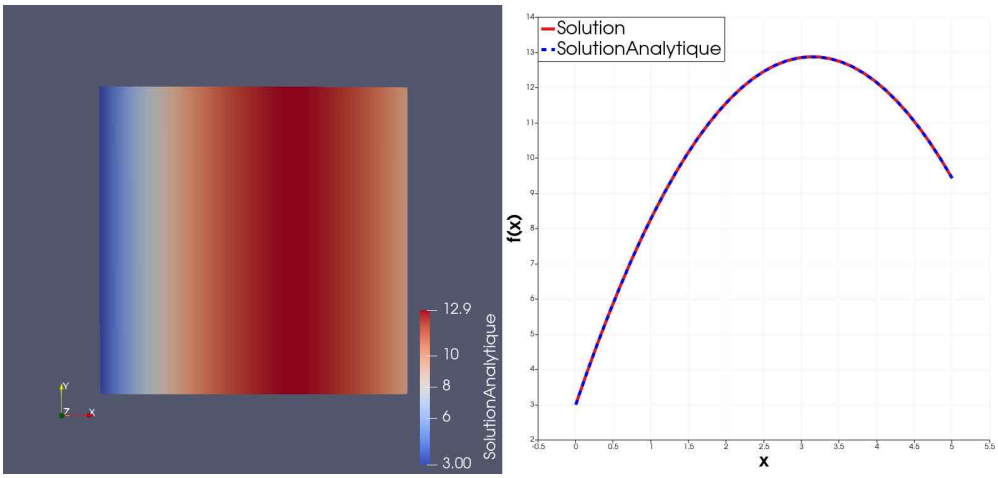


Figure 5.8 – *Comparaison solution analytique vs solution numérique - Configuration 1*

Diffusion dans deux milieux - conditions aux limites de Dirichlet/Neumann

On considère à présent un problème de diffusion de la chaleur dans un milieu composé de deux sous-domaines homogènes, soumis à des conditions aux limites de Dirichlet et Neumann. Soit $x \in [0, L]$ et $M \in [0, L]$, le problème est formulé comme suit :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (k_i \nabla T) = f_i, \text{ dans } \Omega_i, \\ T = h, \text{ sur } \Gamma_1, \\ k_1 \nabla T \cdot n = k_2 \nabla T \cdot n, \text{ sur } \Gamma_2, \\ k_2 \nabla T \cdot n = g, \text{ sur } \Gamma_3. \end{cases} \tag{5.6}$$

La solution est donnée par l'expression suivante, et est illustrée par la figure 5.9 :

$$T(x) = \begin{cases} T_1(x) = -\dfrac{f}{2k_1}x^2 + \dfrac{g + fL}{k_1}x + h, \ 0 \leq x \leq M \\ T_2(x) = -\dfrac{f}{2k_2}x^2 + \dfrac{g + fL}{k_2}x \\ \qquad + \left[\dfrac{f}{2}M^2\left(\dfrac{-1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}\right) + (g + fL)M\left(\dfrac{1}{k_1} - \dfrac{1}{k_2}\right) + h\right], \ M \leq x \leq L \end{cases} \tag{5.7}$$

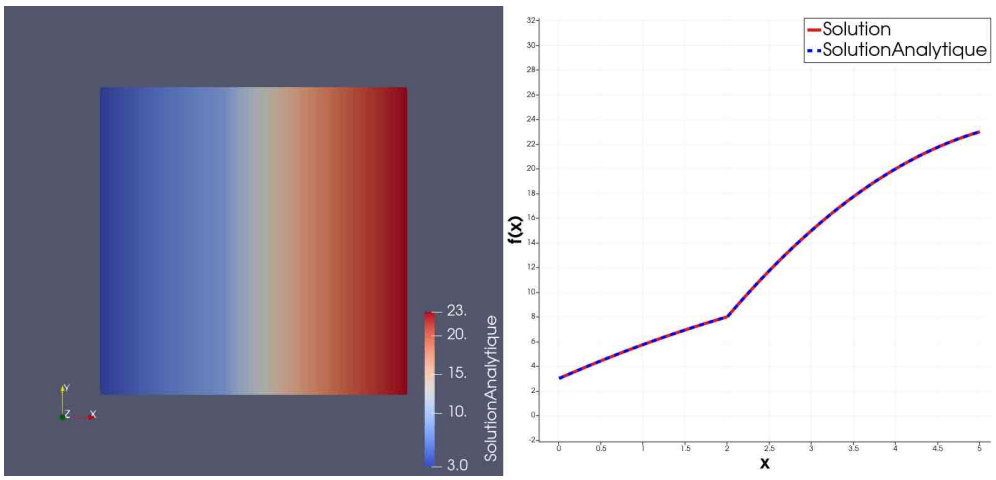


Figure 5.9 – *Comparaison solution analytique vs solution numérique - Configuration 2*

Convection-Diffusion dans un seul milieu - conditions aux limites de Dirichlet

On considère enfin un problème de convection-diffusion dans un milieu homogène, soumis à des conditions aux limites de Dirichlet. Soit $x \in [0, L]$, le problème est formulé comme suit :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (k\nabla T) + V \cdot \nabla T = 0, \text{dans } \Omega, \\ T = 1, \text{ sur } \Gamma_1, \\ T = 0, \text{ sur } \Gamma_3. \end{cases} \tag{5.8}$$

La solution est donnée par l'expression suivante, et est illustrée par la figure 5.10 [5] :

$$\boxed{T(x) = \frac{\exp(Vx/k) - \exp(VL/k)}{1 - \exp(VL/k)}} \tag{5.9}$$

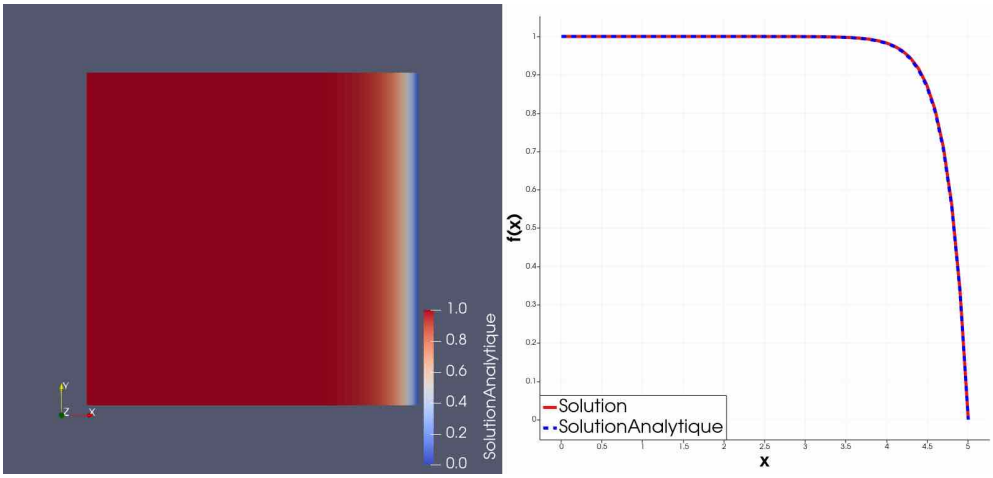


Figure 5.10 – *Comparaison solution analytique vs solution numérique - Configuration 3*

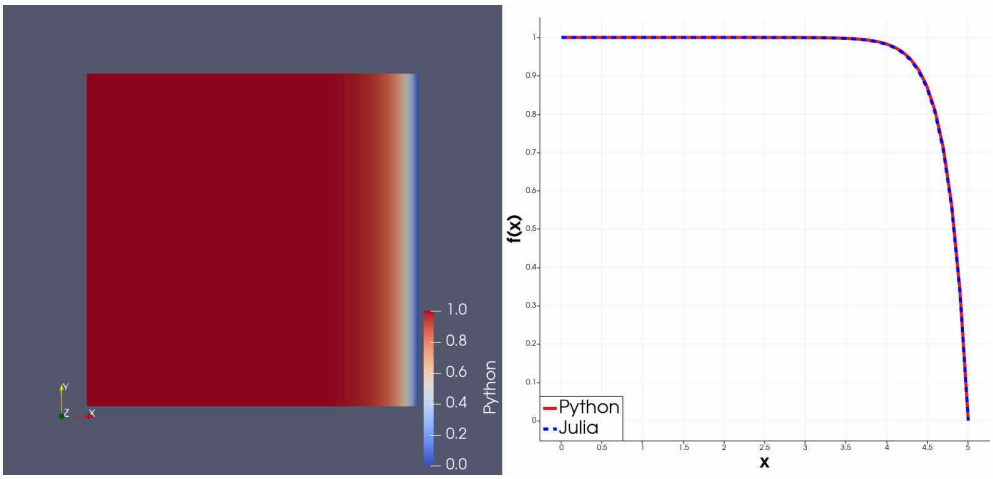


Figure 5.11 – *Comparaison solveur* **`Python`** *vs Bcube - Configuration 3*

5. Le nombre de Péclet associé à ce cas test est inférieur à l'unité, ce qui signifie que le phénomène est dominé par la diffusion. Dans ce régime, le schéma éléments finis classique reste stable et ne nécessite pas de technique de stabilisation supplémentaire (de type SUPG ou équivalent).

Les différents cas tests considérés permettent de vérifier le bon fonctionnement du solveur éléments finis développé. En effet, pour l'ensemble des configurations testées, une excellente concordance est observée entre les solutions numériques issues du solveur éléments finis et les solutions analytiques et numériques de référence. Cette cohérence est renforcée par l'analyse de l'erreur numérique en fonction de la taille caractéristique des éléments, illustrée à la figure 5.12. L'erreur, mesurée en norme L^2, décroît selon une pente log-log compatible avec une loi en $\mathcal{O}(h^2)$, ce qui correspond au comportement théorique attendu pour un schéma d'éléments finis linéaires.

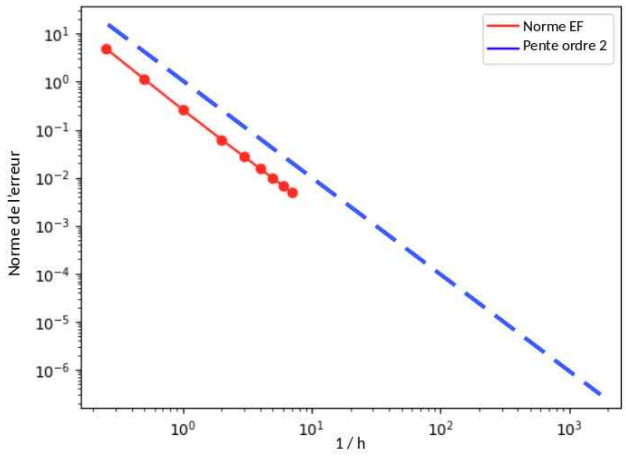


Figure 5.12 – *Évolution de la norme de l'erreur en fonction de la taille des éléments*

Ces résultats – combinant comparaisons analytiques et étude de convergence – attestent de la validité de l'implémentation du solveur éléments finis développé dans le cadre de ce travail.

5.4.2 Vérification sur le problème thermique de la sonde

À la suite de la vérification du solveur éléments finis, la validation du solveur thermique sur le cas spécifique de la sonde a été entreprise. Afin de garantir la fiabilité des résultats produits, une série de vérifications intermédiaires a d'abord été réalisée ; elles sont présentées au sein de cette section, tandis que la validation globale du solveur – c'est-à-dire la cohérence des résultats obtenus – est présentée dans le chapitre suivant.

Convergence en maillage

Dans un premier temps, une étude de convergence en maillage a été conduite sur le modèle représentant la sonde d'incidence. Un maillage de référence a été généré, comprenant 302 355 éléments et 72 329 nœuds. La solution thermique obtenue à partir de ce maillage sert de solution de référence pour l'analyse de convergence [6]. Les résultats issus de différents maillages, présentant un degré de raffinement croissant, ont été systématiquement comparés à cette solution de référence. Lors du raffinement du maillage, la discrétisation de toutes les parties de la sonde (girouette, socle, réchauffeurs, etc.) est systématiquement affinée, à l'exception du volume d'air le long de la direction axiale. La compatibilité des maillages aux interfaces entre zones est automatiquement gérée par le code.

6. Un point de vol particulier est considéré pour cette étude.

Deux critères ont été retenus pour évaluer la convergence : l'écart de température $|T_{ref} - T_i|$ dans la zone critique entre chaque solution et la solution de référence, et l'écart de puissance dissipée $|P_{ref} - P_i|$. Les figures 5.13 et 5.14 illustrent respectivement l'évolution de ces deux critères en fonction du nombre d'éléments du maillage.

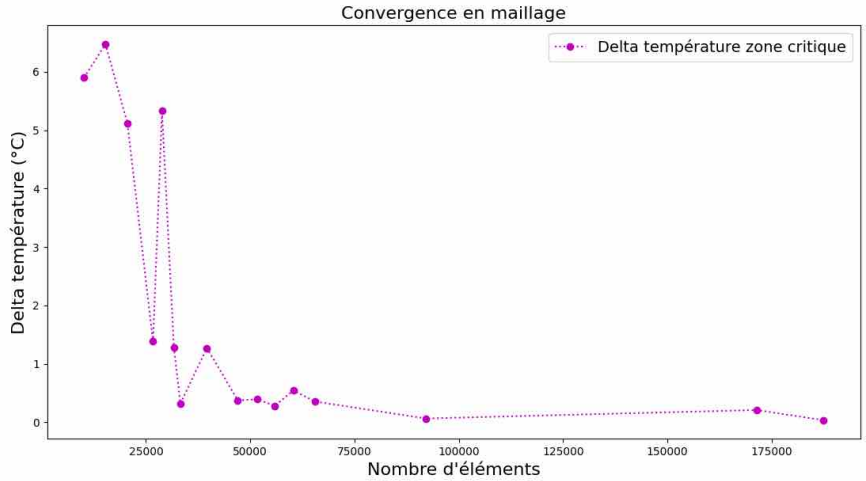


Figure 5.13 – *Convergence en maillage - Évolution de l'écart de température par rapport à la solution de référence*

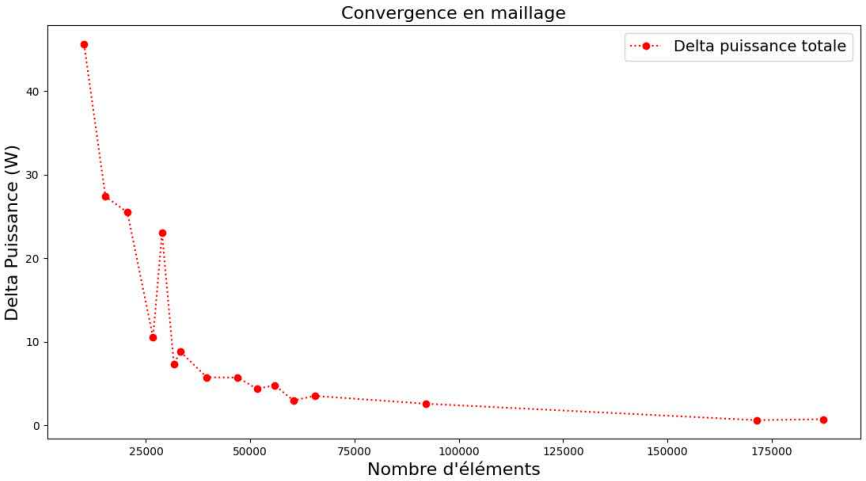


Figure 5.14 – *Convergence en maillage - Évolution de l'écart de puissance par rapport à la solution de référence*

L'analyse des deux courbes précédentes met en évidence une stabilisation apparente du champ thermique à partir d'un maillage contenant environ 100 000 éléments (correspondant à environ 24 000 nœuds). Outre la recherche de la convergence des résultats, l'objectif est également de maintenir un temps de calcul raisonnable. À cet effet, le temps de résolution total a également été pris en compte dans l'analyse. La figure 5.15 illustre l'évolution de ce temps de calcul en fonction du nombre d'éléments [7].

7. Le temps de résolution indiqué ici correspond au temps associé à la boucle itérative.

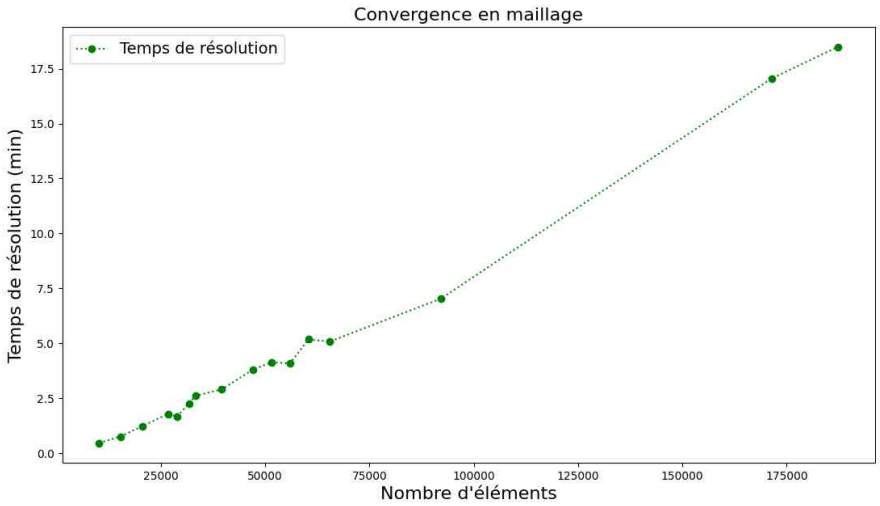


Figure 5.15 – *Convergence en maillage - Évolution du temps de résolution*

Au vu des résultats précédents, un maillage composé de 107 296 éléments et 26 177 nœuds a été retenu pour la suite des simulations. Ce choix constitue un compromis satisfaisant entre le temps de calcul requis et la précision de la solution thermique obtenue.

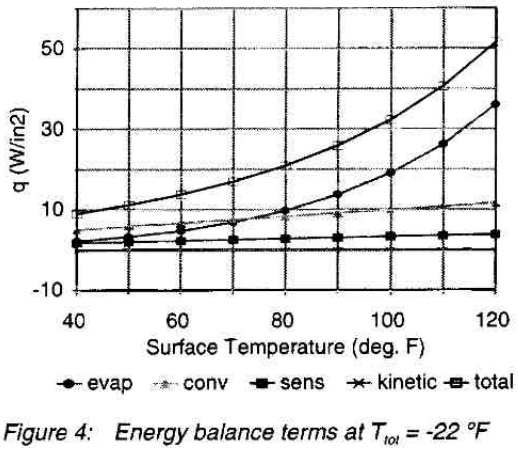
Vérification des phénomènes physiques

La correcte implémentation des conditions aux limites a ensuite été vérifiée. À cet effet, un bilan thermique a été réalisé afin de comparer les flux convectifs calculés à la puissance dissipée par le système de réchauffeurs. En condition de vol en air sec, ces flux doivent être équivalents, conformément au principe de conservation de l'énergie [8]. La confirmation de cette correspondance dans les résultats de simulation constitue un indicateur attestant de la cohérence physique du modèle. Plusieurs simulations ont ainsi été réalisées sur différents points de vol en air sec, et les écarts entre le flux convectif et la puissance dissipée ont été évalués. Pour l'ensemble des cas étudiés, l'écart relatif entre ces deux grandeurs reste inférieur à 0,45 %, ce qui confirme la validité et la robustesse du modèle thermique.

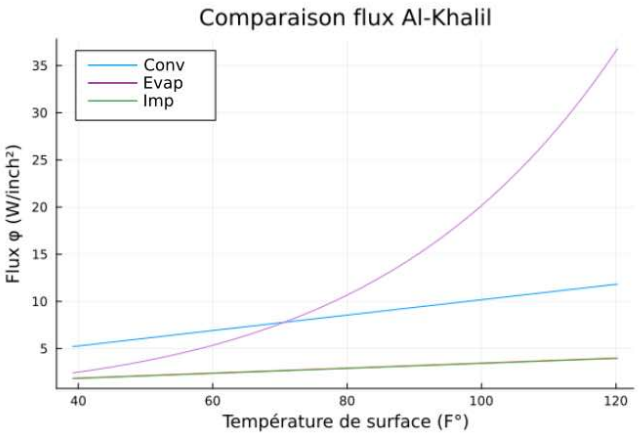
La prise en compte correcte des flux associés au phénomène de givrage a ensuite été analysée. Pour ce faire, la vérification s'est appuyée sur les résultats publiés par Al-Khalil lors de la validation du code ANTICE de la NASA [196]. Plus précisément, l'évolution des flux liés aux différents phénomènes (impact, évaporation, convection) a été comparée. La simulation a été réalisée pour un point de vol présentant la même vitesse d'opération et la même teneur en eau liquide (LWC) que ceux considérés par Al-Khalil. La température de paroi, imposée, varie dans le même intervalle que celui étudié dans cette référence. La comparaison des flux est présentée à la figure 5.16, avec les résultats d'Al-Khalil à gauche et ceux calculés avec la condition limite implémentée dans THICE à droite [9]. L'évolution des différents flux [10] suit une tendance similaire, ce qui rassure quant à la correcte implémentation

8. Cette égalité ne s'applique pas en air humide : une partie de la puissance des réchauffeurs est utilisée pour le changement de phase de l'eau (chauffage et évaporation des gouttelettes).
9. Une plage restreinte a été utilisée sur l'axe des ordonnées afin de faciliter la lecture des trois courbes THICE.
10. Le flux d'impact correspond au flux "sens" dans la légende d'Al-Khalil.

des bilans thermiques liés au givrage.



(a) *Bilan de flux - Al-Khalil [196]*



(b) *Bilan de flux - THICE*

Figure 5.16 – *Comparaison des flux - Al-Khalil vs THICE*

5.4.3 Performances de l'outil de simulation

Choix du langage de programmation

Le solveur éléments finis développé dans cette étude a été implémenté en deux langages : `Python` et `Julia`. Le premier a été choisi pour sa capacité d'intégration industrielle et sa capacité modulaire, le second, pour sa flexibilité et ses performances d'exécution supérieures. Bien que les deux solveurs fournissent les mêmes résultats concernant le champ thermique calculé, ils présentent tout de même des différences, notamment au niveau du temps de calcul nécessaire pour compléter une simulation. Ces différences observées en termes de temps de calcul proviennent directement de la nature des deux langages, et ces différences de performances sont bien documentées dans la littérature scientifique ([197] [198], [199]).

`Python` est un langage dit interprété : le code n'est pas directement traduit en instructions machine, mais lu et exécuté ligne par ligne par un interpréteur (généralement `CPython`) [200]. Cette approche rend le développement très flexible et interactif, mais elle introduit un coût supplémentaire lors de l'exécution, en particulier dans les boucles de calcul intensif, les manipulations répétées de grands tableaux, ou bien encore les opérations élément par élément – qui sont caractéristiques d'un solveur éléments finis. Les performances de `Python` peuvent être améliorées par le recours à des bibliothèques optimisées (telles que `NumPy` ou `SciPy`) reposant sur des noyaux compilés en `C` ou `Fortran`, mais la flexibilité de haut niveau du langage reste souvent pénalisante pour les calculs à grande échelle.

À l'inverse, `Julia` est un langage compilé à la volée (*Just-In-Time*) grâce au compilateur `LLVM` [201]. Concrètement, cela signifie que le code `Julia` est traduit en code machine natif dès sa première exécution, puis réutilisé sans recompilation. Cette approche permet d'obtenir des performances similaires à celles du `C` ou du `Fortran`, tout en conservant une syntaxe de haut niveau. Elle permet notamment une vectorisation automatique, une allocation mémoire plus efficace et une gestion optimisée des boucles, particulièrement avantageuse pour les opérations locales sur les éléments finis (assemblage, calculs de gradients, intégration sur les points de Gauss, etc.). Dans le cas présent,

la version `Julia` du solveur montre un gain de performance significatif par rapport à la version `Python`, tout en conservant une structure de code similaire. Cette comparaison illustre l'intérêt de `Julia` pour le calcul scientifique et le développement de solveurs numériques personnalisés : il combine la souplesse d'une syntaxe haut niveau avec la rapidité d'un langage compilé, et permet ainsi de développer des outils performants sans sacrifier la clarté du code.

Optimisation du solveur Python

Afin d'améliorer les performances du solveur éléments finis implémenté en `Python`, deux approches d'optimisation ont été introduites. La première concerne la structure de stockage des matrices du système linéaire. Dans les méthodes par éléments finis, la matrice de rigidité K est généralement creuse (*sparse*) : la plupart de ses coefficients sont nuls, chaque élément ne connectant qu'un nombre limité de nœuds voisins. L'utilisation des structures de données creuses proposées par la bibliothèque `SciPy` [202], telles que `csr_matrix` (Compressed Sparse Row), permet de stocker uniquement les coefficients non-nuls et leurs indices, ce qui réduit considérablement la mémoire utilisée. De plus, ces structures sont compatibles avec des solveurs linéaires spécialisés (par exemple `spsolve` ou `cg`), optimisés pour l'arithmétique creuse, ce qui améliore également les temps de résolution. Cette structure est également compatible avec une approche de factorisation : si la matrice de rigidité est constante, cette dernière peut par exemple être factorisée lors de l'initialisation.

La seconde amélioration repose sur l'utilisation de la compilation JIT (Just-In-Time) fournie par la bibliothèque `Numba` [203]. `Numba` traduit dynamiquement le code `Python` en code machine natif lors de l'exécution, ce qui permet d'éliminer une partie du surcoût inhérent à l'interpréteur `Python`. Cette approche est particulièrement efficace pour les boucles intensives typiques des calculs éléments finis (assemblage des matrices locales, intégration sur les éléments, calcul des jacobiens, etc.), permettant d'obtenir des gains de performance significatifs (proches de ceux d'un code compilé en `C`).

Le tableau 5.1 présente les temps de calcul associés à certaines étapes de la simulation, en comparant les performances du solveur `Python` – en distinguant l'utilisation de `Numba`[11] de l'utilisation standard – avec celles du solveur `Julia` ; les temps de calcul présentés correspondent à une simulation en air sec.

Code / Appel	Phase	Temps (s)	Temps (min :sec)
`Julia`	1ère simulation	346	5 :46
	Simulation suivante	**107**	**1 :47**
`Python (Numba)`	Calcul de K	43	0 :43
	Boucle de résolution	202	3 :22
	Simulation complète	**258**	**4 :18**
`Python (sans Numba)`	Calcul de K	434	7 :14
	Boucle de résolution	445	7 :25
	Simulation complète	**892**	**14 :52**

Tableau 5.1 – *Comparaison des performances en air sec entre `Julia` et `Python`*

Il ressort de ces résultats que le solveur développé en `Julia` est sensiblement plus rapide que son

11. Le premier appel avec `Numba` est plus coûteux dû à la compilation JIT ; les valeurs affichées pour `Python Numba` correspondent aux appels suivants. De même, le premier appel en `Julia` est également plus coûteux.

équivalent en `Python`, avec une durée de simulation complète réduite d'un facteur d'environ 2.5. L'intégration de `Numba` permet néanmoins d'améliorer significativement les performances du code `Python`, en diminuant de manière notable les temps de calcul par rapport à une exécution sans optimisation. À titre d'exemple, la phase de construction de la matrice de rigidité voit son temps réduit d'un facteur 10 grâce à `Numba`, tandis que la boucle de résolution est accélérée par un facteur 2. Pour les simulations en air humide, les temps d'exécution sont globalement plus élevés dans les deux cas, en raison de calculs supplémentaires et d'un nombre d'itérations plus important. Toutefois, les tendances observées en termes de performance relative restent similaires : une simulation en `Julia` nécessite en moyenne 3 min 43 s, contre 6 min 21 s pour la version `Python`, soit un temps d'exécution presque réduit de moitié.

Ces deux optimisations – matrices creuses et accélération JIT – ne modifient pas la formulation fondamentale du problème, mais permettent de rapprocher sensiblement les performances du solveur `Python` de celles obtenues avec `Julia`. Cependant, malgré ces améliorations, `Python` reste limité par sa nature interprétée et la gestion dynamique des types, qui induisent un surcoût difficile à éliminer totalement. À l'inverse, `Julia`, grâce à sa compilation JIT native et à son modèle de typage statique, produit du code machine optimisé dès la première exécution, offrant ainsi des temps de calcul significativement inférieurs pour les mêmes opérations numériques. En pratique, ces écarts de performance se traduisent par un gain de vitesse allant d'un facteur 2 à 8 en faveur de `Julia`, selon les optimisations mises en œuvre. Ce résultat souligne l'intérêt d'un langage compilé dans le contexte de solveurs à forte intensité de calcul.

L'analyse comparative des performances met ainsi en évidence les limites inhérentes à une implémentation purement interprétée en `Python`, malgré les optimisations introduites via les structures creuses et la compilation JIT. À l'inverse, le langage `Julia` se distingue par une efficacité d'exécution quasi native, ce qui en fait un choix particulièrement pertinent pour le développement de solveurs éléments finis performants et évolutifs. En plus de conclure la présentation du solveur thermique, cette comparaison et les observations qui en découlent soulignent plus largement l'importance du choix de l'environnement de calcul dans la conception d'un outil numérique scientifique : selon les objectifs visés – prototypage rapide, adaptabilité, ou performance –, la combinaison entre `Python` (souple et riche en bibliothèques) et `Julia` (rapide et optimisé) peut constituer une approche complémentaire.

Bilan

Ce chapitre a présenté la méthodologie complète de développement du solveur thermique stationnaire permettant de résoudre le modèle simplifié introduit dans cette thèse. Une attention particulière a été portée à la construction du maillage et à l'exploitation des informations géométriques et topologiques fournies par GMSH. Ce logiciel, et son intégration dans la chaîne de calcul, assurent une correspondance rigoureuse entre la géométrie physique et la structure de données numérique sans nécessiter de reconstruction manuelle fastidieuse, tout en mettant directement à disposition les informations nécessaires à la discrétisation et à la résolution du problème thermique. La formulation mathématique du problème, fondée sur

la méthode des éléments finis, a également été introduite. Elle conduit naturellement à la discrétisation spatiale et à l'établissement d'un système d'équations global, dont la résolution repose sur un schéma itératif adapté à la présence d'un terme source non-linéaire dépendant de la température. Sur le plan algorithmique, le schéma de résolution adopté, basé sur une approche de type point fixe relaxé, a démontré sa robustesse face à la non-linéarité du problème, tandis que l'usage de solveurs directs et de structures creuses a permis d'améliorer la stabilité et l'efficacité du calcul. Enfin, les comparaisons entre les implémentations `Python` et `Julia` ont mis en évidence l'influence du langage de programmation sur les performances numériques. `Python` offre un environnement souple, modulaire et hautement lisible, particulièrement adapté à l'intégration dans des chaînes industrielles. `Julia`, de son côté, se distingue par son efficacité d'exécution, sa compilation à la volée et son intégration native du calcul vectorisé, offrant ainsi un gain de performance significatif pour les simulations de grande taille. Bien que le solveur `Julia` ait initialement été développé à des fins exploratoires, il s'est imposé comme une alternative particulièrement pertinente dans le cadre de cette thèse : il permet en effet d'obtenir des temps de calcul nettement réduits, tout en conservant la flexibilité nécessaire à l'étude de diverses configurations géométriques. Il est important de souligner que les résultats obtenus avec les deux solveurs sont strictement identiques sur le plan numérique, la principale différence résidant dans les temps de calcul associés à une simulation. Pour cette raison, le solveur `Julia` est retenu pour la suite des travaux, en tant qu'outil de référence répondant pleinement aux critères d'efficacité et de modularité fixés pour un solveur personnalisé. Au-delà de ces performances, `Julia` met également à disposition des outils de différentiation automatique, qui constituent un atout majeur pour la réalisation d'analyses de sensibilité ; cette capacité sera d'ailleurs exploitée dans les étapes suivantes de cette thèse. Le solveur `Python`, développé en réponse à une demande industrielle spécifique, est toutefois maintenu, et la reproductibilité des résultats obtenus sous `Julia` est systématiquement vérifiée à chaque étape. Suite au développement de ce solveur thermique personnalisé, le chapitre suivant s'appuie sur son utilisation pour réaliser des simulations et analyser les résultats, afin d'évaluer la capacité de l'outil et du modèle simplifié à reproduire fidèlement les phénomènes physiques ciblés.

CHAPITRE 6

Calibration et validation du modèle simplifié de comportement aérothermique d'une sonde d'incidence

Ce chapitre est consacré à la validation du modèle simplifié introduit dans le chapitre 4, en s'appuyant sur des simulations effectuées à l'aide du solveur numérique développé au chapitre 5. Dans un premier temps, les différentes méthodes disponibles pour valider les aspects clés de la modélisation sont présentées. À partir des informations issues de ces approches complémentaires, les erreurs associées aux choix de modélisation sont examinées. Ce travail conduit à la calibration du modèle final, qui peut alors être utilisé pour simuler le comportement aérothermique de la sonde dans des conditions opérationnelles. Les résultats obtenus sont ensuite confrontés aux données provenant de campagnes expérimentales et de simulations de référence, permettant ainsi d'évaluer la pertinence et les performances du modèle simplifié.

Sommaire

6.1 Présentation des méthodes de validation **125**
6.1.1 Simulations numériques haute-fidélité 125
6.1.2 Campagnes d'essais en soufflerie givrante 127
6.2 Étude des erreurs associées aux choix de modélisation de l'écoulement **129**
6.2.1 Erreurs associées à la modélisation de l'écoulement externe 130
6.2.2 Erreurs associées à la modélisation de l'écoulement interne 134
6.2.3 Étude de sensibilité portant sur la modélisation de l'écoulement 141
6.3 Étude des erreurs associées aux choix de modélisation des conditions givrantes . **144**
6.3.1 Erreurs associées à la modélisation de la trajectoire des particules 144
6.3.2 Erreurs associées à la modélisation du film d'eau 148
6.3.3 Erreurs associées à la captation des cristaux 149

6.4 Calibration du modèle **151**
6.4.1 Calibration pour l'écoulement 151
6.4.2 Calibration pour la trajectoire des particules 153
6.4.3 Calibration pour le film d'eau liquide 154
6.4.4 Calibration pour la captation des cristaux 156
6.5 Étude de la capacité du modèle simplifié à reproduire des essais en soufflerie . . **159**
6.5.1 Définition des critères de précision 159
6.5.2 Analyse des performances thermiques du modèle simplifié en condition air sec 161
6.5.3 Analyse des performances thermiques du modèle simplifié en conditions givrantes 170

6.1 Présentation des méthodes de validation

La validation d'un modèle est une étape essentielle pour vérifier la bonne représentation des phénomènes physiques ainsi que la cohérence de son comportement global. Dans le cadre d'une approche simplifiée, cette phase est d'autant plus importante afin de s'assurer que les hypothèses retenues ne compromettent pas la capacité du modèle à reproduire de manière fiable les phénomènes réels. Dans le cadre de cette thèse, la phase de validation repose sur deux approches complémentaires : d'une part des simulations numériques dites haute-fidélité, permettant une analyse détaillée des mécanismes physiques à l'échelle locale ; d'autre part des essais expérimentaux en soufflerie givrante, fournissant des données de référence permettant d'évaluer les comportements du modèle simplifié à une échelle plus globale, en particulier en ce qui concerne son comportement thermique.

6.1.1 Simulations numériques haute-fidélité

Simulations ONERA

Dans le cadre d'un projet ONERA/Thales, des simulations numériques de référence ont pu être réalisées à l'aide des chaînes de calcul développées à l'ONERA. En particulier, le solveur volumes finis CHARME, intégré à la plateforme CEDRE[187], a été utilisé pour calculer le champ aérodynamique autour de la sonde, en reproduisant une configuration représentative d'une installation en soufflerie. Ces calculs reposent sur la résolution tridimensionnelle des équations de Navier-Stokes par une approche RANS avec une modélisation de la turbulence de type $k-\omega$. Le maillage utilisé, fourni par Thales, comporte environ 14 millions de cellules. Il discrétise à la fois la veine d'essai, les parois externes de la sonde, ainsi que ses interstices internes. Bien qu'il représente une configuration légèrement simplifiée de la sonde d'incidence réelle, ce maillage reste significativement plus complexe que celui développé dans le cadre du modèle simplifié présenté dans cette thèse. Concernant les conditions aux limites, une température de paroi imposée est appliquée sur l'ensemble des surfaces de la sonde, tandis que les parois de la soufflerie sont considérées comme adiabatiques. La mise en œuvre de cette configuration a été validée au moyen de deux simulations réalisées sur 132 processeurs, chacune nécessitant environ 10 heures de calcul. Un état stationnaire convergé a été atteint, la convergence ayant été confirmée par la tendance des flux de masse entrants et sortants à s'équilibrer. La résolution du champ aérodynamique permet non seulement de caractériser l'ensemble des grandeurs associées à l'écoulement, mais également de déterminer les flux de chaleur aux interfaces solides, utilisés par la suite pour le calcul des coefficients de transfert convectif. Dans le cadre de ce travail, dix simulations de ce type ont été réalisées afin de constituer une base de données de référence. Les conditions initiales utilisées pour ces calculs sont détaillées en annexe C.

Faisant également partie de la plateforme CEDRE, le solveur phase dispersée SPIREE, reposant sur une approche eulérienne, a pu être utilisé afin de simuler les trajectoires des gouttelettes d'eau surfondues sur la géométrie 3D de la sonde. Le solveur IGLOO2D [122] a quant à lui était utilisé pour simuler les trajectoires des particules sur le profil 2D de la girouette. Dans le cadre des simulations de référence, les gouttelettes sont caractérisées par un diamètre médian volumique (MVD) de 20 microns. Il est à noter que le calcul effectué avec SPIREE, permettant d'estimer l'efficacité de collecte en trois dimensions, a nécessité environ 5 heures de calcul sur 132 processeurs pour converger.

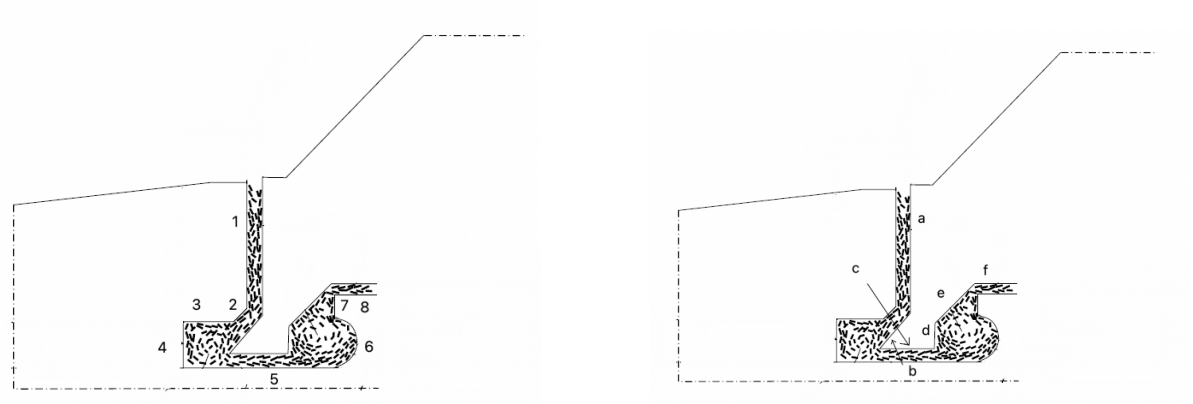
Simulations Thales

D'autres simulations, réalisées lors d'une étude précédente au sein de Thales et également qualifiées de haute-fidélité, ont pu fournir certaines informations lors de cette thèse. Ces simulations thermiques – de la sonde uniquement (la veine n'est pas représentée) – ont été effectuées à l'aide du logiciel de calcul par éléments finis ANSYS® Mechanical [204], en considérant les trois principaux mécanismes de transfert de chaleur – rayonnement, convection et conduction – dans un régime stationnaire. Une architecture similaire à celle de la sonde d'incidence étudiée dans cette thèse a été utilisée. Toutefois, contrairement au modèle simplifié ou aux simulations menées à l'ONERA, la représentation géométrique de la sonde est ici presque parfaitement fidèle à la réalité. Elle intègre en effet l'ensemble des composants et spécificités de conception, les rares exceptions faites concernant uniquement la représentation de quelques vis : certaines d'entre-elles ne sont pas modélisées directement, mais prises en compte par l'introduction d'une conductance thermique de contact entre les différentes pièces mécaniques pour faciliter la modélisation. Par ailleurs, l'ensemble des matériaux sont supposés homogènes et isotropes. Le modèle par éléments finis est basé sur un maillage 3D, contenant 4 046 393 nœuds, avec un degré de liberté en température par nœud pour les parties mécaniques, et deux degrés de liberté (température et tension) pour les réchauffeurs.

Afin de simuler le comportement thermique en condition air sec, l'écoulement a été caractérisé au moyen d'une procédure itérative visant à déterminer les coefficients de transfert thermique pour le point de vol considéré. Une première simulation a pour cela été réalisée à l'aide du modèle thermique, permettant d'établir une cartographie initiale des températures de surface de la sonde. Ces résultats ont ensuite été transmis à Airbus, où ils ont servi de base au calcul des coefficients de transfert thermique sur les parois externes de la sonde, à l'aide d'un modèle fluide développé sous ANSYS® Fluent. Il convient de souligner que le modèle fluide d'Airbus intègre à la fois le fuselage de l'avion et la peau externe de la sonde d'incidence, contrairement au modèle utilisé à l'ONERA, qui représente quant à lui l'installation de la sonde en soufflerie. Les coefficients obtenus, accompagnés des températures d'échange correspondantes, ont été réinjectés dans le modèle thermique en tant que conditions aux limites. Plusieurs itérations de ce processus ont été nécessaires pour atteindre la convergence, considérée ici comme atteinte lorsque l'écart de température entre deux itérations successives devient inférieur à 1°C.

Pour intégrer les coefficients de transfert issus du modèle fluide dans le modèle thermique, une interpolation a été réalisée sur les zones externes de ce dernier. Toutefois, en raison des différences de raffinement entre les maillages des deux modèles, cette opération pouvait introduire des erreurs. Afin de limiter ces erreurs d'interpolation, des moyennes des couples $\{HTC;\, T_{ref}\}$ ont été calculées pour des zones définies. Ces zones ont été distinguées selon leur position : d'une part, le côté correspondant à la plaque isolante, et d'autre part, celui associé au socle de la girouette. Les figures 6.1(a) et 6.1(b) illustrent respectivement cette répartition pour le côté plaque et le côté socle. Il convient de noter que lors de cette étude, il a été observé que les coefficients de transfert situés dans l'interstice avaient une influence significative sur le comportement thermique de la sonde. Par conséquent, une attention particulière devait être accordée à leur évaluation, afin de garantir la cohérence physique des résultats obtenus.

La validation du modèle a été réalisée par comparaison avec des données expérimentales, en



(a) *Zones HTC - Plaque isolante* **(b)** *Zones HTC - Socle girouette*

Figure 6.1 – *Délimitation des zones internes pour les HTC - Simulations industrielles*

particulier avec un point de vol testé dans la soufflerie du NRC. Il convient de souligner que, pour un point de vol particulier, ce modèle nécessite environ un mois de temps de calcul pour atteindre la convergence.

> **Remarque**
>
> Il est important de souligner que l'ensemble des simulations présentées ci-dessus ont été réalisées en parallèle ou préalablement à ce travail. Seule la construction d'une base de données de référence a été effectuée spécifiquement pour cette thèse, à partir de la mise en données des simulations ONERA. Il apparaît toutefois pertinent de décrire le processus suivi pour ces différentes simulations afin de mettre en évidence les différences entre ces approches dites haute-fidélité et celle basse-fidélité utilisée dans ce travail.
> En particulier, bien que les méthodes adoptées pour les traiter diffèrent, certaines difficultés sont communes à l'ensemble des approches (modélisation géométrique, détermination des coefficients de transfert thermique, etc.). Cette présentation permet également souligner l'intérêt d'une approche simplifiée au regard des temps de calcul associés aux approches haute-fidélité.

6.1.2 Campagnes d'essais en soufflerie givrante

Au cours des différentes phases de développement de la sonde d'incidence, plusieurs campagnes d'essais en soufflerie ont été menées dans deux installations spécialisées : la soufflerie givrante AIWTEC, située à Bourges [191], et la soufflerie givrante de recherche du Conseil national de recherches du Canada (NRC), située à Ottawa [205]. Ces campagnes ont permis de constituer des bases de données regroupant de nombreux résultats expérimentaux, exploitables dans le cadre de cette thèse.

Chaque essai a permis d'acquérir des données relatives au comportement thermique et électrique de la sonde. Six capteurs de température ont été installés à des emplacements distincts sur l'instrument, tandis que la consommation électrique de chacun des réchauffeurs a été enregistrée. Le modèle

géométrique simplifié utilisé dans cette étude ne fait apparaître que trois des six points de mesure, les trois autres étant localisés au niveau du boîtier électronique. Les points de mesure considérés sont illustrés sur la figure 6.2. Ils sont situés à proximité de l'interstice, ce qui permet de contrôler le comportement thermique dans la zone identifiée comme la plus critique de la sonde. Comme décrit à la section 4.1.1, la partie centrale de la sonde – comprenant le socle rotatif sur lequel repose la girouette, ainsi que l'interstice où circule l'air – est en effet la région la plus exposée au risque de givrage. Parmi les trois capteurs considérés, le point RTD1 est localisé au cœur de cette zone critique. Les capteurs RTD2 et RTD3 sont, quant à eux, placés à la jonction entre le corps réchauffeur et le boîtier électronique, à égale distance du réchauffeur annulaire et de l'encoche associée à l'interstice. Il convient de souligner que les capteurs de température sont positionnés sur la partie externe de la sonde. En raison de sa position, RTD1 est considéré comme le capteur le plus représentatif du comportement thermique dans la zone critique. Il est à noter de plus que, pour l'ensemble des essais réalisés, le capteur RTD1 enregistre systématiquement la température la plus basse parmi les trois points de mesure, et présente la plus grande sensibilité aux variations des conditions de fonctionnement. Dans la suite de ce travail, le point RTD1, en association avec les puissances dissipées, sera donc utilisé comme référence principale pour caractériser le comportement thermique de la sonde. Les capteurs RTD2 et RTD3 seront quant à eux principalement utilisés comme sources d'informations complémentaires. Pour des raisons de confidentialité, les puissances dissipées seront systématiquement présentées sous forme adimensionnelle.

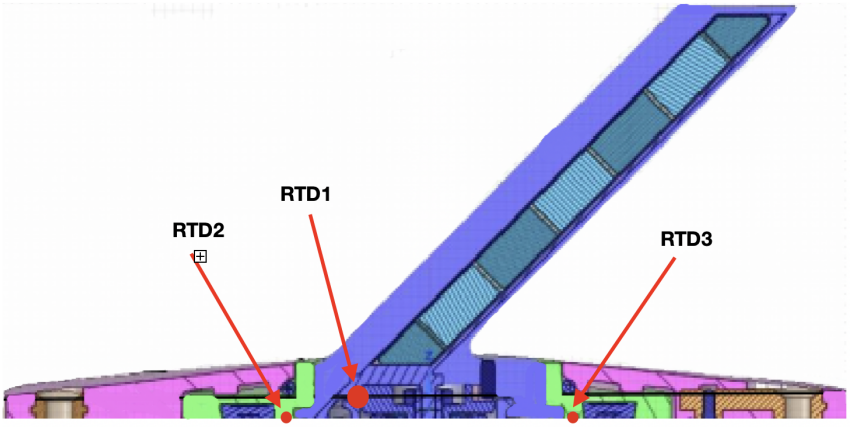


Figure 6.2 – *Localisation des points de mesure lors des essais en soufflerie*

A titre d'information, la figure 6.3 présente le montage expérimental de la sonde d'incidence dans la section d'essais de la soufflerie givrante du NRC. Cette figure permet de visualiser le positionnement de l'instrument par rapport à l'écoulement d'air ainsi que son exposition aux phénomènes de givrage simulés.

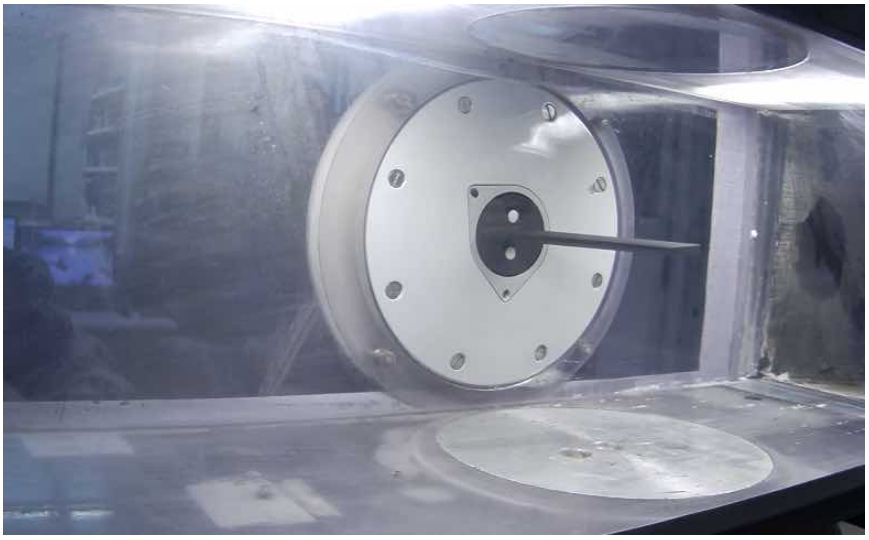


Figure 6.3 – *Vue de la sonde d'incidence dans la section d'essai de la soufflerie NRC*

Remarque

Les deux souffleries utilisées pour les essais permettent de reproduire un large éventail de conditions de vol opérationnelles (cf .1.3.2), grâce au contrôle de plusieurs paramètres atmosphériques et aérodynamiques, tels que la température statique, la vitesse de l'écoulement, ou encore la pression statique, cette dernière étant ajustée afin de simuler différentes altitudes de vol. Toutefois, il convient de souligner que l'infrastructure – notamment la taille de la section d'essais – ainsi que l'isolation thermique de la sonde et les équipements utilisés pour reproduire les conditions de givrage – en particulier les systèmes d'injection de particules – diffèrent entre les deux installations, ce qui peut influencer à la fois la représentativité et la reproductibilité des conditions simulées (cf. 4.3.4). Il convient de préciser qu'en raison d'une meilleure connaissance des caractéristiques de la soufflerie AIWTEC – notamment en ce qui concerne les systèmes dédiés à la reproduction des conditions de givrage – la majorité des données d'essais exploitées dans ce chapitre provient des campagnes réalisées au sein de cette installation. Les données mesurées dans la soufflerie du NRC demeurent néanmoins exploitables, en particulier pour les configurations de vol en air sec.

6.2 Étude des erreurs associées aux choix de modélisation de l'écoulement

Les méthodes simplifiées de modélisation présentées à la section 4.3 permettent d'estimer les différents termes intervenant dans le modèle réduit, tout en offrant une réduction significative des temps de calcul. Toutefois, les hypothèses et approximations inhérentes à ces approches introduisent des erreurs de modélisation qu'il est nécessaire d'évaluer et de quantifier en fonction des données de comparaison disponibles. Au sein de cette section, l'étude des erreurs porte spécifiquement sur les choix de modélisation du comportement en air sec. Ce sont ainsi les erreurs associées à la modélisation de l'écoulement qui sont étudiées : pour l'écoulement externe, les champs de coefficients

de transfert thermiques ; pour l'écoulement interne, le champ de conductivité effective ainsi que le champ de vitesse. Les simulations haute-fidélité réalisées au sein de l'ONERA sont principalement utilisées ici.

6.2.1 Erreurs associées à la modélisation de l'écoulement externe

Champs de coefficients de transfert thermique

Concernant la modélisation de l'écoulement externe, les champs de coefficient de transfert thermique calculés à l'aide des corrélations empiriques peuvent être directement comparés à ceux issus des simulations haute-fidélité réalisées à l'ONERA. Une illustration d'une telle comparaison est présentée par la figure 6.4 pour un point de vol donné, et représente le cas où un écoulement turbulent est imposé pour les simulations.

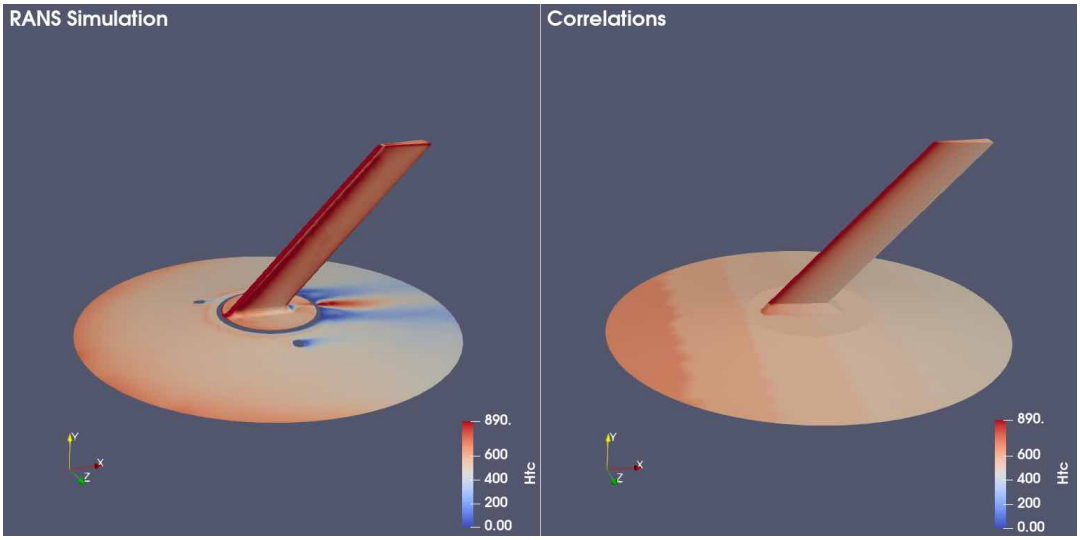


Figure 6.4 – *Comparaison des champs de coefficients de transfert thermique - simulation RANS vs corrélations*

Cette comparaison met en évidence une des limites principales de la méthode de calcul fondée sur les corrélations empiriques. Conformément aux attentes, cette dernière ne permet en effet pas de restituer l'ensemble des variations locales induites par la géométrie complexe de la sonde. Un exemple représentatif de ce phénomène peut être observé sur la partie avale de la plaque isolante, dans le sillage de la girouette. Dans cette zone, la variation locale des coefficients de transfert thermique résulte de l'interaction entre la girouette et l'écoulement incident, qui génère des perturbations en aval, au niveau de la plaque. Ce comportement ne peut être capturé par les corrélations empiriques classiques : d'une part, parce que ce type d'approche ne tient pas compte des obstacles physiques dans les formulations, et d'autre part, parce que la girouette et la plaque isolante sont modélisées de manière indépendante dans le cadre de cette étude. Toutefois, malgré ces limitations, et bien que les corrélations tendent à sous-estimer les coefficients sur les surfaces de la girouette, il apparaît visuellement que les ordres de grandeur obtenus par les deux méthodes demeurent comparables. Ce constat se vérifie sur l'ensemble des configurations analysées : les champs de coefficients ont été systématiquement comparés à partir de la base de données haute-fidélité mentionnée précédemment – comprenant les dix simulations – et présentent des comportements similaires.

Afin de comparer plus en détail les différents champs, des coupes ont été réalisées sur la girouette et la plaque isolante afin de mieux analyser les divergences entre les deux méthodes de calcul. Elles sont illustrées par les figures 6.5 pour la girouette et 6.6 pour la plaque isolante. Bien que les positions des coupes aient été définies de manière arbitraire, elles restent représentatives du comportement local des coefficients observé dans les simulations haute-fidélité. L'évolution des coefficients le long de la girouette est relativement indépendante de la hauteur (axe Y), et la profondeur (axe Z) a une influence négligeable sur la plaque isolante. Pour limiter les perturbations liées au sillage de la girouette et aux trous de purge, la coupe sur la plaque isolante a été décalée par rapport à l'axe de symétrie.

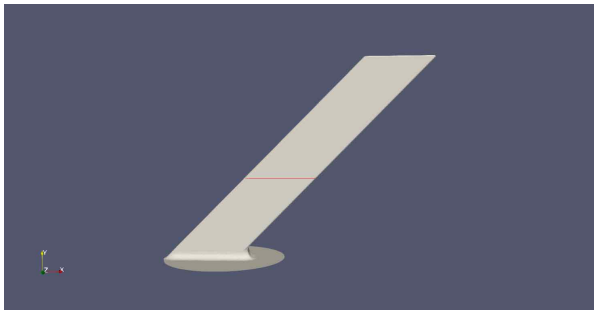


Figure 6.5 – *Coupe pour le calcul de l'erreur - Girouette*

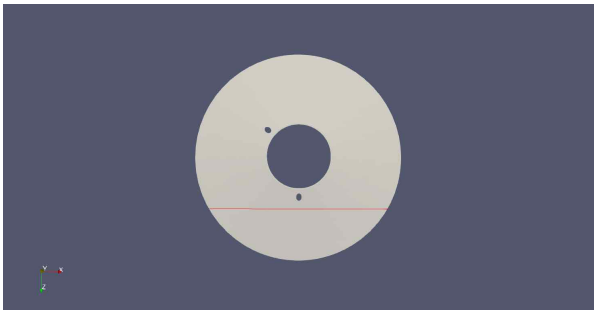


Figure 6.6 – *Coupe pour le calcul de l'erreur - Plaque isolante*

Ces coupes permettent d'extraire l'évolution des coefficients en fonction des coordonnées selon un axe donné. La figure 6.7 présente la comparaison des coefficients le long du profil de la girouette, selon la coupe définie en figure 6.5. Cette visualisation confirme la tendance des corrélations à sous-estimer les coefficients d'échange sur la girouette, notamment au niveau du bord d'attaque [1]. Elle met également en évidence, dans le cas de référence (simulation haute-fidélité), une variation locale des coefficients à l'interface entre le bord d'attaque et les faces latérales. Cette diminution ponctuelle peut être attribuée à un décollement de la couche limite, induit par la géométrie particulière de la girouette. Une fois encore, l'approche fondée sur les corrélations ne permet pas de reproduire ce phénomène. Toutefois, en raison de son caractère très localisé, cette variation n'impacte pas significativement le comportement thermique à l'échelle globale.

Au-delà de l'analyse visuelle des coefficients, les coupes précédentes sont également exploitées pour le calcul d'indicateurs d'erreur. L'indicateur retenu ici est l'erreur moyenne absolue en pourcentage, notée MAPE (Mean Absolute Percentage Error), calculée selon l'expression suivante :

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{x^i - \hat{x}^i}{x^i}\right|, \tag{6.1}$$

où x^i désigne la valeur de référence et $\hat{x}^i$ la valeur prédite.

Dans cette étude, les dix simulations haute-fidélité sont utilisées comme référence pour le calcul de l'erreur. En moyenne, l'erreur commise sur les coefficients de la plaque isolante est de 22%, tandis qu'elle atteint 18% pour la girouette. En excluant le bord d'attaque de la girouette – zone où les

1. Bien que les écarts observés au bord d'attaque soient les plus marqués, ils ont un impact limité sur le comportement global, cette zone représentant une surface faible par rapport à celles des faces latérales.

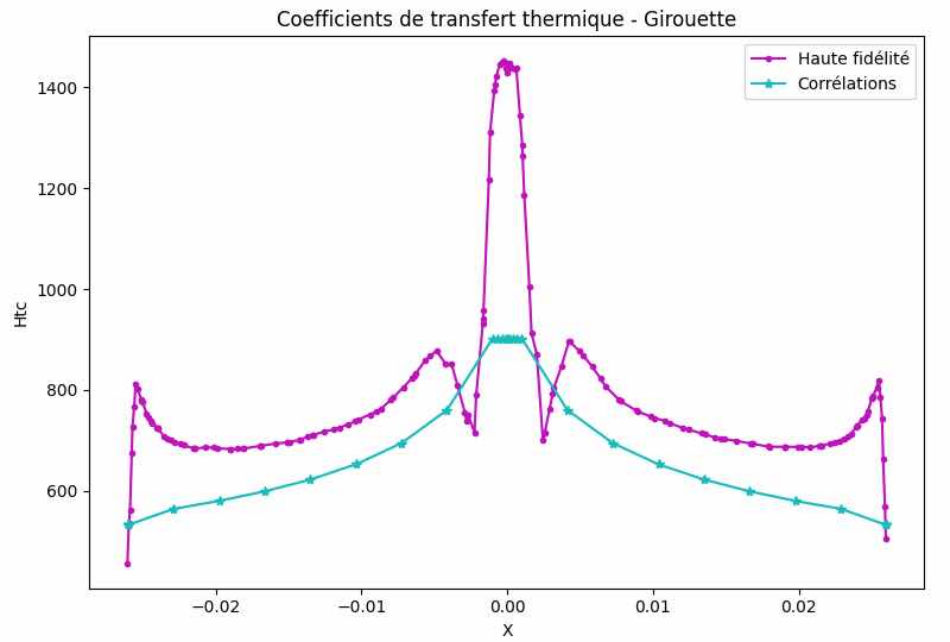


Figure 6.7 – *Comparaison des champs de coefficients de transfert thermique - Profil de la girouette*

écarts sont les plus marqués – l'erreur moyenne tombe à 13%. Il convient de rappeler que l'objectif du présent travail est le développement d'un modèle simplifié ; dans ce cadre, les ordres de grandeur observés semblent acceptables au regard du compromis entre la précision et le temps de calcul. En effet, l'obtention de l'ensemble des coefficients de transfert thermique via les corrélations ne requiert que quelques secondes de calcul. De plus, la tendance des erreurs demeure globalement stable quel que soit le point de vol considéré, ce qui renforce la robustesse du modèle proposé.

Afin d'évaluer l'impact des coefficients de transfert thermique sur le comportement thermique de la sonde, des simulations ont été menées en modifiant les coefficients obtenus par corrélation. Les champs de coefficients de la girouette et de la plaque sont corrigés en fonction de l'erreur moyenne observée par rapport aux simulations haute-fidélité [2]. Pour les mêmes points de vol que ceux considérés dans les simulations haute-fidélité, le comportement thermique global de la sonde obtenu avec les coefficients corrigés est comparé à celui issu des coefficients initiaux non-corrigés. La correction appliquée à la girouette est traitée séparément de celle appliquée à la base de la sonde (plaque et socle). Pour quantifier les écarts entre les deux approches, l'erreur relative moyenne (exprimée en pourcentage) est calculée pour les puissances dissipées par les réchauffeurs. En ce qui concerne la température mesurée au point RTD1, c'est l'erreur moyenne (exprimée en degrés Celsius) qui est retenue, notamment puisqu'elle permet une interprétation plus directe de l'influence des coefficients de transfert. Le tableau 6.1 synthétise les résultats obtenus pour l'ensemble des cas simulés.

Cette analyse met en évidence une influence significative des coefficients de transfert thermique sur le comportement thermique de la sonde. En particulier, la température RTD1 se révèle particulièrement sensible à ces variations : une augmentation de 13% dans les coefficients associés à la girouette entraîne en effet une baisse moyenne de température de 2.16°C. En revanche, l'impact sur les

2. $\widetilde{Htc}_{gir} = 1.13 \times Htc_{gir}$ et $\widetilde{Htc}_{plaque} = 0.78 \times Htc_{plaque}$.

	Réchauffeur girouette (%)	**Réchauffeur annulaire (%)**	**Puissance totale (%)**	**Température RTD1 (°C)**
Correction girouette	5.15	0.52	3.51	-2.16
Correction plaque	0.4	5.23	2.11	2.8

Tableau 6.1 – *Influence des coefficients de transfert externes sur le comportement thermique*

puissances dissipées reste plus modéré, avec une augmentation de 5.15% pour le réchauffeur de la girouette et de seulement 0.52% pour le réchauffeur annulaire. La puissance totale dissipée varie quant à elle de 3,11%. La sensibilité marquée de la température RTD1 s'explique par le fait que, pour les conditions simulées ici, l'augmentation des coefficients de transfert n'engendre qu'une hausse limitée de la puissance dissipée totale. Or, cette dernière est équivalente, en condition air sec, au flux convectif. Ainsi, si ce flux reste relativement constant tandis que les coefficients de transfert augmentent, l'équilibre thermique impose une diminution du champ de température au sein de la sonde. Cette analyse montre ainsi que les variations des coefficients de transfert thermique affectent principalement le champ thermique de la sonde, bien que leur influence sur les puissances dissipées, bien que plus modérée, demeure non-négligeable. Il est par ailleurs intéressant de souligner que les variations des coefficients de transfert thermique affectant la girouette ont un impact très limité sur le comportement thermique du réchauffeur annulaire, et réciproquement. Cette observation suggère que, bien que les deux principaux composants de la sonde ne puissent être entièrement découplés, leurs comportements thermiques – et, dans une certaine mesure, leurs comportements aérodynamiques – peuvent être étudiés de manière relativement indépendante.

Un dernier aspect lié à l'utilisation des corrélations pour le calcul des coefficients de transfert thermique concerne la définition des longueurs caractéristiques selon la direction horizontale (axe X, cf. 4.3.1). Afin d'évaluer l'influence du niveau de subdivision, plusieurs configurations ont été testées en faisant varier le nombre de zones utilisées pour appliquer les coefficients moyens :

- Cas de référence : discrétisation fine, dans laquelle le nombre de zones correspond exactement au maillage de la girouette selon l'axe X (chaque espace entre deux nœuds est considéré comme une zone distincte).
- Discrétisation moyenne : le nombre de zones est réduit de moitié par rapport au cas de référence.
- Discrétisation grossière : un seul coefficient moyen est appliqué à chaque zone (girouette ou plaque).

Les puissances dissipées par chaque réchauffeur, ainsi que la puissance totale – équivalente au flux convectif dans les conditions de type air sec – sont utilisées comme critères d'évaluation. L'impact du niveau de subdivision est quantifié par le pourcentage d'erreur relative à ces grandeurs, calculé par rapport au cas de référence. L'analyse est menée séparément pour les zones de la girouette et celles de la plaque isolante. Le tableau suivant synthétise les écarts induits par le niveau de subdivision, autrement dit par le nombre de coefficients moyens utilisés dans les simulations.

Il ressort de cette analyse que le niveau de subdivision appliqué à la girouette est celui qui influence le plus significativement le comportement thermique de la sonde, avec un écart de 4.48% pour la

	Réchauffeur girouette (%)	**Réchauffeur annulaire (%)**	**Puissance totale (%)**
Girouette - Discrétisation grossière	4.48	0.51	3.11
Girouette - Discrétisation moyenne	0.9	0.1	0.61
Plaque - Discrétisation grossière	0.05	0.67	0.27
Plaque - Discrétisation moyenne	0.01	0.17	0.07

Tableau 6.2 – *Pourcentages d'erreur relative sur les puissances dissipées en fonction du niveau de subdivision - Coefficients de transfert externes*

discrétisation la plus grossière, c'est-à-dire celle reposant sur l'application d'un seul coefficient par zone. Ce résultat était attendu, dans la mesure où le matériau constituant la girouette présente une conductivité thermique élevée. À l'inverse, la plaque isolante étant composée d'un matériau fortement isolant, l'impact d'une variation de sa subdivision reste très limité, avec une erreur relative moyenne qui n'excède pas 1% pour cette même configuration. Par ailleurs, la remarque précédente concernant la relative indépendance des deux zones de la sonde (girouette et plaque) peut également être observée ici. Il convient de rappeler que pour cette étude, la discrétisation correspondant au cas de référence, c'est-à-dire celle pour laquelle le nombre de zones correspond exactement au maillage de la girouette selon l'axe X, est appliquée automatiquement et de façon systématique pour l'ensemble des simulations.

6.2.2 Erreurs associées à la modélisation de l'écoulement interne

Contrairement à l'écoulement externe, où les champs de coefficients pouvaient être comparés directement, les simulations haute-fidélité ne permettent pas de valider directement la méthode mise en place pour modéliser l'écoulement interne. Il est en revanche possible de contrôler les erreurs commises à certaines étapes de la modélisation.

Champ de conductivité effective

En ce qui concerne le champ de conductivité interne, les simulations haute-fidélité peuvent être exploitées pour évaluer la performance de la méthode proposée afin de traiter les points de vol ne figurant pas dans la base de données initiale. Comme indiqué à la section 4.3.2, les coefficients de transfert thermique pour ces points sont interpolés en fonction du nombre de Reynolds. Afin de vérifier que les erreurs introduites lors du processus d'interpolation demeurent négligeables, la base de données a été scindée en deux groupes : une base d'entraînement comprenant sept simulations, et une base de test contenant les trois dernières. La méthode d'interpolation est appliquée aux points de la base de test, puis les coefficients prédits sont comparés aux résultats correspondants issus des simulations haute-fidélité. L'erreur de prédiction est calculée pour les huit zones définies, et la figure 6.8 illustre ce processus pour l'une d'entre elles.

Les coefficients issus de la base d'entraînement sont représentés en bleu, tandis que ceux de la base de test apparaissent en jaune – ils ne sont pas pris en compte lors de la prédiction mais servent de référence pour la comparaison. Les coefficients obtenus par interpolation sont quant

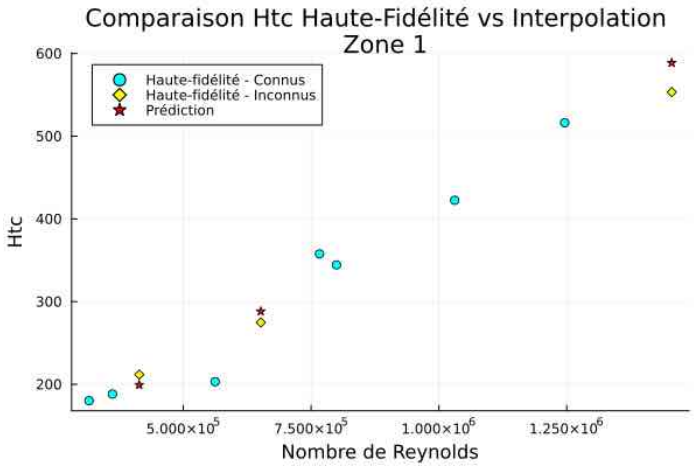
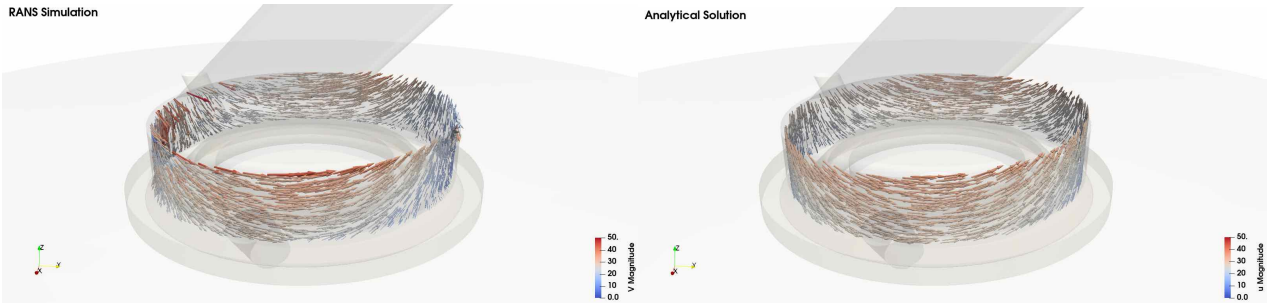


Figure 6.8 – *Analyse de la méthode d'interpolation pour les coefficients de transfert internes*

à eux représentés en rouge. La zone sélectionnée ici correspond à la région située en amont de la girouette, sur la face interne adjacente à la plaque isolante. Il s'agit de la zone pour laquelle l'erreur moyenne de prédiction est la plus élevée, atteignant 5,72%. Les coefficients présentent ici une évolution relativement linéaire avec le nombre de Reynolds, ce comportement étant globalement observé sur l'ensemble des zones analysées. Pour l'ensemble des zones internes, l'erreur moyenne d'interpolation s'élève à 3,46%, ce qui reste dans un ordre de grandeur acceptable au regard des objectifs de cette étude.

Champ de vitesse

L'évaluation de la validité de l'approche proposée pour modéliser le champ de vitesse de l'écoulement au sein de la cavité s'avère délicate, principalement en raison des nombreuses simplifications introduites dans le modèle, notamment concernant la géométrie de l'interstice. Néanmoins, une première vérification qualitative peut être menée en comparant visuellement les champs de vitesse issus de l'approche analytique à ceux calculés par les simulations haute-fidélité. Dans cette optique, les figures 6.9(a) et 6.9(b) représentent une vue du champ de vitesse, accompagnée d'une représentation tridimensionnelle de la structure de la sonde, afin de faciliter la visualisation de la zone où s'établit l'écoulement. Il convient de préciser que cette visualisation ne représente pas le champ de vitesse dans l'ensemble du volume d'air, mais uniquement au centre de l'interstice.



(a) *Simulation haute-fidélité* **(b)** *Solution analytique*

Figure 6.9 – *Comparaison des champ de vitesse au sein de la cavité - Simulation haute-fidélité vs solution analytique*

La comparaison des deux figures suggère que, bien que la solution analytique tende à sous-estimer légèrement la vitesse de l'écoulement, elle parvient néanmoins à en reproduire correctement la direction. En effet, les champs de vitesse représentés dans les deux cas sont globalement similaires et décrivent un écoulement bidimensionnel s'organisant autour du socle supportant la girouette. Celui-ci pénètre ainsi initialement à la base de la girouette selon une direction verticale (axe Z ici), contourne ensuite le pied de sonde, avant de ressortir de l'interstice en aval de la girouette. La variation de la vitesse est également bien restituée par la solution analytique : une légère accélération est observée lors du contournement du socle, suivie d'une décélération à la sortie de l'interstice. La figure 6.10 propose une comparaison complémentaire des champs de vitesse, en adoptant un point de vue de profil permettant de mieux suivre les lignes de courant dans la direction principale de l'écoulement. Une coupe de la sonde est, là encore, intégrée aux représentations pour faciliter la visualisation.

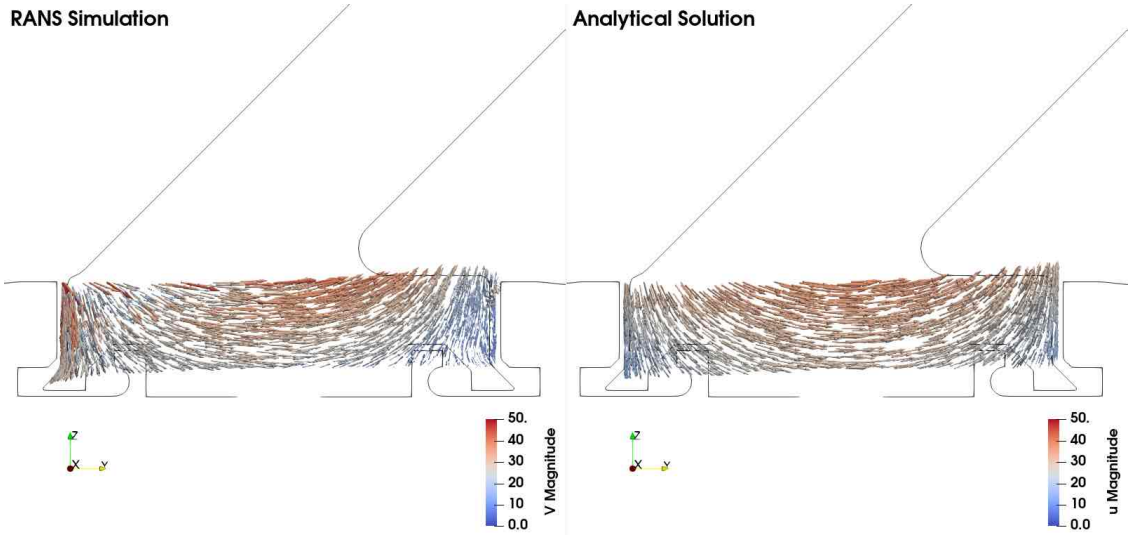


Figure 6.10 – *Comparaison des champs de vitesse - Simulation haute-fidélité vs solution analytique - Vue de profil*

L'analyse de ces figures montre ainsi que, malgré la simplification volontaire du cadre d'étude, les hypothèses retenues, combinées aux conditions aux limites imposées, permettent de représenter de manière cohérente le champ de vitesse moyen de l'écoulement interne, tant sur le plan de la norme que de l'orientation du champ.

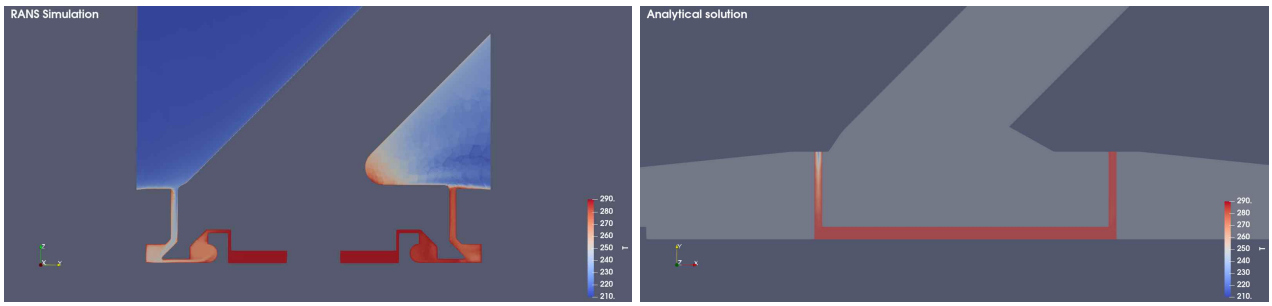
Comportement thermique au sein de l'interstice

À la suite de l'analyse qualitative du champ de vitesse, une seconde étude peut être menée, cette fois-ci centrée sur le comportement thermique au sein de l'interstice. Dans cette optique, deux simulations air sec sont réalisées : l'une en haute-fidélité, l'autre à l'aide du modèle simplifié. Dans les deux cas, le même point de vol est considéré et une température de paroi constante est imposée sur l'ensemble de la surface de la sonde [3].

Dans un premier temps, il est possible de comparer les champs de température de l'air dans l'interstice. La figure 6.11(a) présente une coupe du champ de température issu de la simulation

3. Point de vol : Mach=0.5, SAT=-60°C, Alt=31500 ft et $T_{\text{Wall}} = 288.15\text{K}$.

haute-fidélité, tandis que la figure 6.11(b) illustre celui obtenu avec le modèle simplifié. Une différence notable apparaît immédiatement lors de la comparaison de ces deux profils. En effet, la simulation haute-fidélité révèle des températures significativement plus basses dans l'interstice, avec une zone étendue où l'air reste relativement froid. L'échauffement de l'air ne devient significatif qu'à proximité des encoches, avant d'atteindre progressivement la température de la paroi dans la zone située sous le socle. À l'inverse, dans le cas du modèle simplifié, l'air se réchauffe beaucoup plus rapidement. La température s'approche de celle de la paroi dès la base du socle ainsi qu'en sortie d'interstice, contrairement à la simulation haute-fidélité où l'air y demeure plus froid.



(a) *Champ de température dans l'interstice - Simulation haute-fidélité*

(b) *Champ de température dans l'interstice - Modèle simplifié*

Figure 6.11 – *Comparaison des champs de température dans l'interstice - Simulation haute-fidélité vs modèle simplifié*

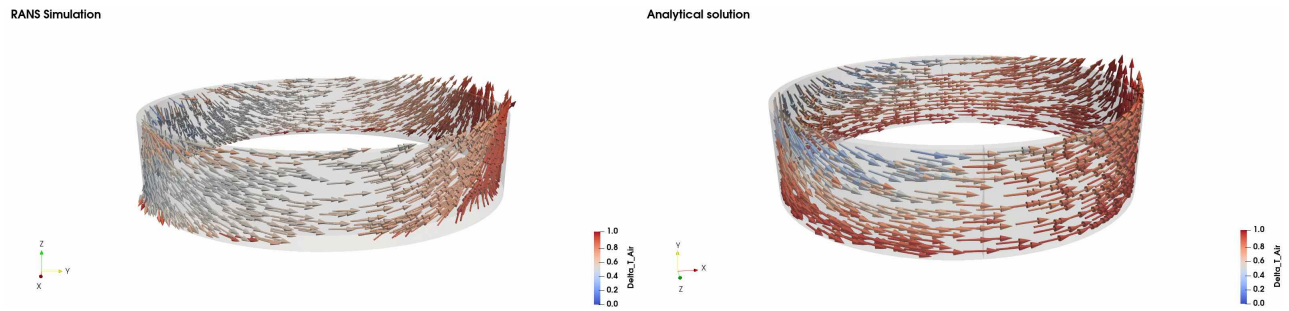
Afin de mieux visualiser les différences dans les deux champs, les figures 6.12(a) – pour la simulation haute-fidélité – et 6.12(b) – pour le modèle simplifié – présentent une normalisation du champ de température associé à chaque simulation, en vue de profil et en vue inclinée. La normalisation est calculée à l'aide de l'expression suivante :

$$\delta_{T_{Air}} = \frac{T_{Air} - T_\infty}{T_{max}^{HF} - T_\infty}, \tag{6.2}$$

où T_{Air} désigne la température de l'air dans l'interstice, T_∞ la température statique de l'écoulement incident, et T_{max}^{HF} la température maximale atteinte dans la simulation haute-fidélité. Cette normalisation permet de quantifier l'échauffement de l'air dans l'interstice : lorsque la température de l'air est égale à celle de l'écoulement incident, le paramètre $\delta_{T_{Air}}$ est nul ; à l'inverse, lorsqu'elle atteint la température de paroi, $\delta_{T_{Air}}$ est égal à 1.

Ces deux figures viennent confirmer les observations précédemment formulées, en mettant en évidence que l'échauffement de l'air est nettement plus rapide dans le cas du modèle simplifié. La figure 6.12(a), correspondant au cas haute-fidélité, illustre une évolution progressive du champ de température au sein de l'interstice. En amont, le réchauffement de l'air s'effectue lentement selon les deux directions de l'écoulement – à la fois dans la direction verticale et selon la composante incidente. En revanche, dans la partie aval de l'interstice, le réchauffement devient nettement plus prononcé, la température de l'air tendant alors progressivement vers celle de la paroi en sortie.

Dans le cas du modèle simplifié, la température de l'air en entrée est légèrement plus faible que dans le cas haute-fidélité, se rapprochant davantage de la température de l'écoulement incident.



(a) *Simulation haute-fidélité* **(b)** *Modèle simplifié*

Figure 6.12 – *Comparaison des champs de température normalisés - Simulation haute-fidélité vs modèle simplifié - Vue de profil*

Toutefois, l'échauffement de l'air s'opère de manière beaucoup plus rapide, en particulier selon la composante verticale. Cela conduit à une élévation significative de la température dans la partie inférieure de l'interstice – tant en amont qu'en aval – où l'air atteint une température proche, voire équivalente, à celle de la paroi. Ainsi, l'échauffement n'est progressif que dans la partie supérieure de l'interstice, tout en restant plus rapide que dans le cas haute-fidélité.

Il apparaît ici que le comportement décrit par le modèle simplifié, en particulier concernant l'échauffement de l'air au sein de l'interstice, s'écarte de manière significative de celui observé dans les simulations haute-fidélité. Cette divergence s'explique principalement par les simplifications géométriques et les hypothèses simplificatrices retenues pour la modélisation analytique du champ de vitesse. Dans cette approche simplifiée, l'écoulement de l'air est restreint à l'interstice cylindrique, tandis que la zone inférieure – située sous le socle et intégrant les encoches ainsi que les chicanes présentes dans le modèle haute-fidélité – est supposée inactive, l'air y étant considéré comme immobile. De plus, les conditions aux limites imposées dans le cadre analytique fixent la composante verticale de la vitesse comme étant nulle à la base de l'interstice. Bien que cohérente avec le cadre simplifié, cette condition ne reflète pas fidèlement le comportement réel de l'écoulement, dans lequel l'air continue de circuler à travers les encoches. Ce phénomène est donc ignoré dans le modèle réduit. Il en résulte une vitesse d'écoulement plus faible dans cette région, ce qui favorise un réchauffement plus rapide de l'air, et contribue ainsi aux écarts observés entre les résultats des deux simulations.

Afin de mieux appréhender les divergences observées, une seconde simulation faisant appel au modèle simplifié a été réalisée. Toutes les conditions et paramètres de simulation ont été conservés, à l'exception de la vitesse d'entrée imposée pour le calcul du champ de vitesse interne. Comme indiqué à la section 4.3.2, la vitesse d'entrée u_z^0 est définie telle que :

$$u_z^0 = \alpha_z u_\infty. \tag{6.3}$$

où α_z est un coefficient extrait des simulations haute-fidélité, en se basant sur la vitesse verticale. En suivant la même méthodologie, mais cette fois-ci en considérant la norme du champ de vitesse au lieu de la vitesse selon la composante verticale seule, un second coefficient – noté α_n – est obtenu. La vitesse d'entrée obtenue en utilisant ce coefficient est plus élevée que celle imposée précédemment (coefficient plus de deux fois supérieur au précédent), et permet d'analyser l'impact de ce facteur sur le champ de température au sein de l'interstice. Les mêmes visualisations que celles présentées

précédemment ont été réalisées afin de comparer les comportements obtenus. Ainsi, dans un premier temps, la figure 6.13 représente le profil de température pour cette nouvelle simulation, et la figure 6.14 illustre la normalisation décrite précédemment.

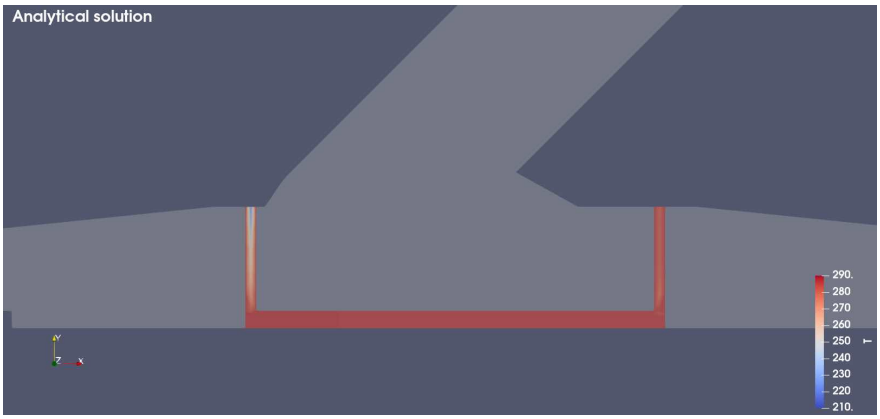


Figure 6.13 – *Champ de température dans l'interstice - Modèle simplifié - Cas 2*

En ce qui concerne la coupe représentant le champ de température, cette nouvelle simulation présente un profil thermique plus proche de celui observé dans la simulation haute-fidélité (cf. 6.11(a)), malgré les divergences liées à la géométrie. Plus précisément, l'échauffement de l'air s'effectue de manière plus progressive le long de la direction verticale, sans atteindre la température de paroi aussi rapidement que dans la première simulation basse-fidélité (cf. 6.11(b)). Par ailleurs, il apparaît que, dans la partie avale de l'interstice, l'air n'a pas entièrement atteint la température de paroi, ce qui constitue là aussi une différence notable par rapport à la simulation précédente.

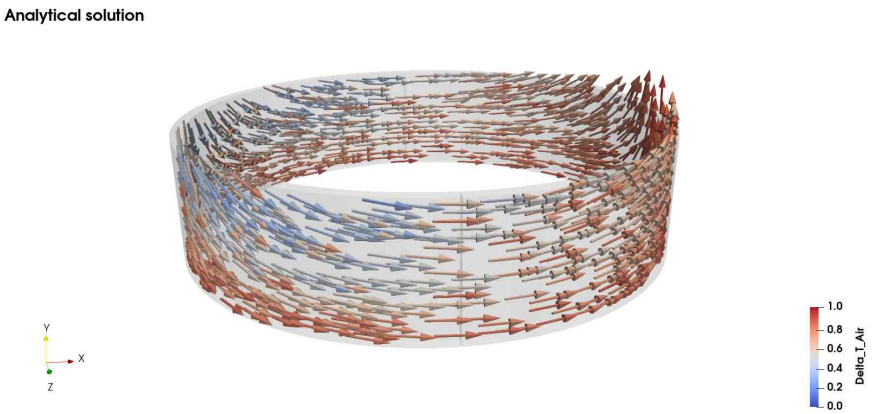


Figure 6.14 – *Champ de température normalisé - Modèle simplifié - Vue de profil - Cas 2*

Ce comportement est confirmé par l'analyse du champ de température normalisé. Celle-ci met en évidence un échauffement de l'air effectivement plus progressif dans cette seconde simulation, avec une évolution de température davantage conforme à celle observée dans les résultats haute-fidélité. La température augmente plus lentement selon les deux directions de l'écoulement, avec tout de même une transition visible entre la partie amont et avale de l'interstice. Enfin, de façon similaire, la température de paroi n'est atteinte qu'en sortie de l'interstice.

Ce type de différence entre les deux simulations basse-fidélité apparaît cohérent. En effet, l'augmentation de la vitesse imposée à l'entrée de la cavité entraîne une accélération de l'écoulement au

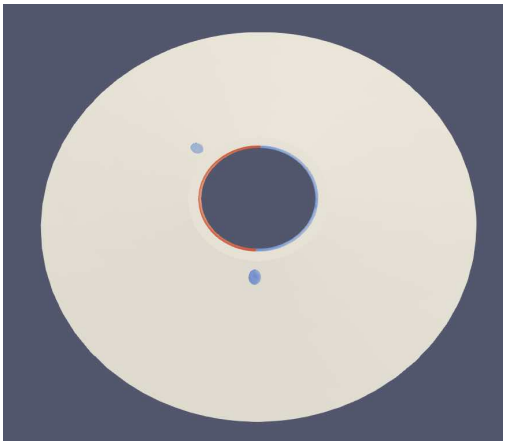


Figure 6.15 – *Illustration des zones d'entrée et de sortie de l'écoulement*

sein de l'interstice ; l'air y circule plus rapidement, ce qui se traduit par un échauffement plus lent. Toutefois, bien que le comportement exhibé par la seconde simulation basse-fidélité semble mieux correspondre au comportement décrit par les simulations haute-fidélité, il convient de rappeler que l'objectif principal du modèle simplifié est de reproduire au mieux l'équilibre thermique atteint par la sonde. Au-delà du contrôle des caractéristiques du champ de vitesse, il apparaît alors également pertinent d'analyser les flux thermiques échangés au voisinage de l'interstice.

Dans cette perspective, les flux thermiques associés à l'écoulement interne ont été extraits des différentes simulations. Dans un premier temps, le flux de chaleur transporté par l'écoulement a été évalué à l'aide de la relation suivante :

$$\Phi = \dot{m}.c_p.(T_{in} - T_{out}), \tag{6.4}$$

où Φ désigne le flux de chaleur en Watts, $\dot{m}$ le débit massique d'air ($kg.s^{-1}$), c_p la capacité thermique massique de l'air ($J.K^{-1}.kg^{-1}$), et T_{in} et T_{out} les températures moyennes de l'air (K) mesurées respectivement à l'entrée et à la sortie de l'interstice. La figure 6.15 illustre les zones retenues pour ces mesures : la température T_{in} est obtenue à partir de la moyenne sur la zone d'entrée (en rouge), tandis que trois valeurs distinctes de T^n_{out} sont extraites des trois zones de sortie représentées en bleu – correspondant à la sortie principale de l'interstice ainsi qu'aux deux trous de purge. Dans le cas de la simulation basse-fidélité, seule l'entrée et la sortie de l'interstice sont considérées, les trous de purge n'étant pas présents dans la modélisation simplifiée.

En complément, les flux de chaleur échangés aux interfaces internes de l'interstice ont également été extraits. Leur évaluation porte sur quatre surfaces distinctes, à savoir les faces amont et aval en contact avec le socle, ainsi que les deux surfaces opposées adjacentes à la plaque isolante. Les différents flux thermiques obtenus sont renseignés dans le tableau 6.3.

L'analyse montre que le modèle simplifié de l'écoulement interne ne permet pas de reproduire simultanément de manière satisfaisante le champ de température de l'air et les flux thermiques aux interfaces. La première simulation basse-fidélité montre en effet un échauffement de l'air nettement plus rapide que celui observé dans le modèle haute-fidélité, avec en parallèle des flux thermiques sous-estimés (par exemple 6,33W contre 9,23W pour la face amont du socle). En revanche, le

	Flux Socle Amont (W)	**Flux Socle Aval (W)**	**Flux Plaque Amont (W)**	**Flux Plaque Aval (W)**	**Flux Entrée - Sortie (W)**
Haute-fidélité	9.23	1.46	4.73	1.36	35.55
Modèle simplifié - $u_z^0 = \alpha_z V_\infty$	6.33	0.9	3.1	0.89	31.9
Modèle simplifié - $u_z^0 = \alpha_n V_\infty$	8.29	1.93	4.54	1.99	64.11

Tableau 6.3 – *Comparaison des flux thermiques - Interstice*

flux thermique transporté par l'écoulement à travers l'interstice est relativement bien reproduit (31,9W contre 35,55W en haute-fidélité). A l'inverse, la seconde simulation basse-fidélité capture mieux l'échauffement de l'air interne et les flux aux interfaces, mais surestime le flux transporté par l'écoulement (près du double de la valeur obtenue en haute-fidélité) du fait d'un débit d'air plus élevé. Ces résultats mettent en évidence les limites de l'approche simplifiée : améliorer la représentation d'un phénomène conduit systématiquement à dégrader celle de l'autre. Un compromis est donc nécessaire pour conserver la cohérence du modèle simplifié.

6.2.3 Étude de sensibilité portant sur la modélisation de l'écoulement

Une dernière analyse, portant sur le comportement du modèle simplifié en condition air sec, a été réalisée à travers une étude de sensibilité locale. L'analyse de sensibilité est une méthode permettant d'étudier les relations entre les facteurs d'entrée et les valeurs de sortie d'un modèle. Ces facteurs d'entrée peuvent être de différentes natures – conditions initiales, paramètres du modèle, instants de mesure – et l'objectif est d'évaluer l'impact de leur perturbation sur la réponse du modèle.

L'objectif ici est d'analyser l'influence de certains paramètres liés à la modélisation de l'écoulement sur le comportement thermique global de la sonde. Pour ce faire, des analyses de sensibilité locale ont été menées en étudiant le gradient du champ de température par rapport aux paramètres d'entrée. Trois paramètres décrivant l'écoulement sont considérés : les coefficients de transfert thermique associés à la girouette et à la plaque isolante (modélisant l'écoulement externe), ainsi que la vitesse d'entrée dans la cavité (modélisant le champ de vitesse de l'écoulement interne). Le gradient du champ de température par rapport à ces paramètres est calculé par différentiation automatique pour un point de vol donné.

Plus précisément, pour chaque paramètre γ, la fonction $T = f(\gamma)$ renvoie le champ thermique dans la sonde et encapsule la résolution complète du modèle simplifié, incluant l'algorithme itératif de point fixe et la résolution du système matriciel. L'intégralité de cette fonction est différentiable automatiquement via la librairie `ForwardDiff` en `Julia` [206], ce qui permet le calcul exact du gradient du champ de température par rapport aux paramètres d'entrée, $\frac{\partial f}{\partial \gamma}$.

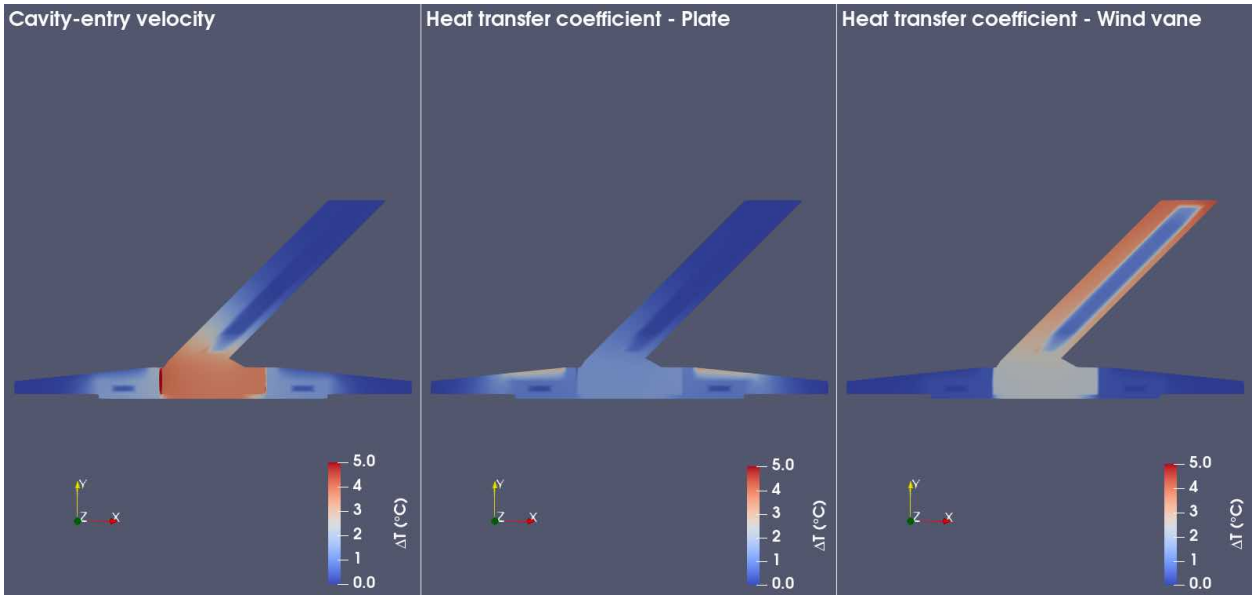


Figure 6.16 – *Champ de température - Analyse de sensibilité - Vue en coupe*

Un exemple représentatif des résultats obtenus est présenté par les figures 6.16 et 6.17. Ces figures illustrent l'impact d'une variation de 10% des valeurs des paramètres cités ci-dessus sur le champ de température calculé par le modèle. Parmi les paramètres étudiés, la vitesse d'entrée dans la cavité apparaît comme celui exerçant l'influence la plus marquée sur le champ de température – voir figure de gauche sur les deux images. Ce résultat confirme les conclusions de l'analyse précédente (cf. 6.2.2), selon lesquelles ce paramètre joue un rôle déterminant dans le comportement thermique de la sonde, tant au niveau local, à proximité de l'interstice, qu'à l'échelle globale. Par ailleurs, cette observation est cohérente avec les principes physiques, dans la mesure où l'écoulement interne constitue le principal mécanisme gouvernant les transferts thermiques au sein de la sonde, en particulier au niveau du socle.

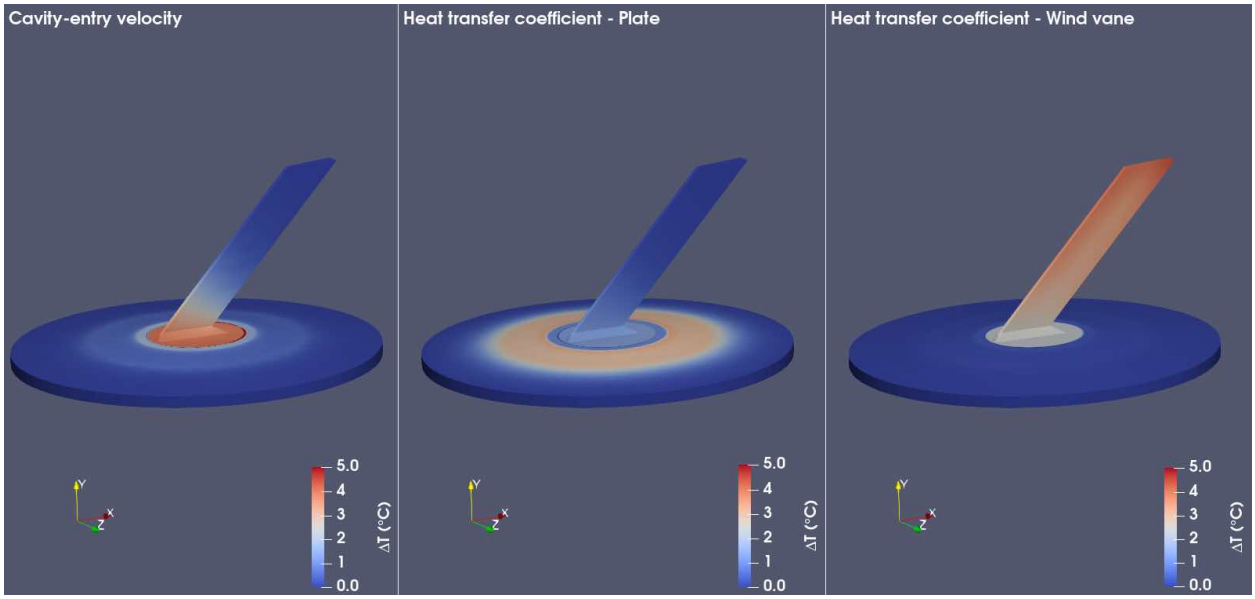


Figure 6.17 – *Champ de température - Analyse de sensibilité - Vue inclinée*

Les coefficients de transfert thermique associés aux surfaces de la girouette – voir figure de droite

– exercent également une influence non-négligeable sur le champ de température. Leur effet est principalement localisé dans la zone centrale de la sonde, c'est-à-dire au niveau du socle et de la girouette. L'impact est particulièrement marqué sur la partie supérieure de cette dernière, là où l'écoulement externe joue un rôle prépondérant dans les échanges thermiques. Cette observation est en accord avec la conception de l'instrument, notamment le fait que la girouette est constituée d'un matériau à forte conductivité thermique. À l'inverse, la plaque est réalisée à partir d'un matériau fortement isolant, dans le but de concentrer la chaleur produite par les réchauffeurs vers le centre de la sonde. Une variation des coefficients de transfert thermique associés à cette plaque devrait donc, en théorie, avoir un impact limité sur les échanges de chaleur avec l'écoulement externe, d'autant plus que l'écart de température entre la plaque et l'air ambiant reste faible. Ce comportement est confirmé par les résultats (voir figure centrale) : la variation des coefficients de transfert thermique de la plaque n'induit qu'une faible modification du champ thermique global, à l'exception des surfaces de la plaque elles-mêmes. Par ailleurs, les résultats relatifs aux coefficients de transfert thermique mettent une fois de plus en évidence l'indépendance relative entre les deux parties de la sonde. Une variation des coefficients associés à girouette a un impact très limité sur le comportement thermique de la plaque isolante. L'inverse est également observé, avec un impact légèrement plus marqué sur la base de la sonde, puisque les coefficients appliqués à la plaque englobent également la face supérieure du socle. Cette décorrélation tend à confirmer que chaque zone fonctionne de manière relativement autonome du point de vue des échanges thermiques, comme observé dans la section 6.2.1.

Synthèse

Cette analyse de sensibilité offre une meilleure compréhension de l'impact des paramètres décrivant l'écoulement sur le comportement thermique de la sonde, tout en permettant de hiérarchiser ces paramètres selon leur influence sur le champ de température. Associée aux analyses précédentes, elle contribue également à valider la cohérence physique des choix de modélisation retenus. Par ailleurs, l'examen des erreurs liées à la modélisation de l'écoulement, qu'il soit interne ou externe, permet de mieux cerner les limites du modèle simplifié ainsi que sa capacité à reproduire fidèlement les phénomènes aérodynamiques.

Il convient de souligner que certains aspects de la modélisation pourrait être améliorés. A titre d'exemple, la description du champ de vitesse interne pourrait être enrichie en intégrant les effets visqueux. Néanmoins, de tels enrichissements ne seraient pas compatibles avec une approche basse-fidélité. Les analyses réalisées montrent que les méthodes mises en place apparaissent suffisantes pour capturer le comportement global des différents phénomènes, malgré les choix de modélisation effectués.

6.3 Étude des erreurs associées aux choix de modélisation des conditions givrantes

Après avoir étudié les erreurs associées aux différents paramètres de modélisation de l'écoulement, l'analyse peut désormais se focaliser sur les erreurs liées à l'intégration des conditions givrantes. En particulier, les hypothèses relatives la trajectoire des particules, à la modélisation du film d'eau, ainsi qu'à la captation des cristaux sont analysées.

6.3.1 Erreurs associées à la modélisation de la trajectoire des particules

Afin de valider l'hypothèse d'une trajectoire balistique pour les particules incidentes, deux analyses ont été réalisées. La première consistait en une comparaison tridimensionnelle portant sur l'ensemble de la surface de la sonde, en confrontant les champs d'efficacité de collecte obtenus à l'aide du solveur de trajectoire eulérien 3D SPIREE (de CEDRE) à ceux issus de la méthode "géométrique" (cf. 4.3.4). Une seconde comparaison, plus ciblée, a été menée sur le profil de la girouette – zone la plus exposée de la sonde – à l'aide du solveur IGLOO2D développé par l'ONERA [122].

La figure 6.18 présente la première comparaison entre le champ d'efficacité de collecte calculé par le solveur haute-fidélité (à gauche) et celui obtenu sous l'hypothèse d'une trajectoire balistique (à droite) pour l'ensemble de la sonde. Il convient de noter que la géométrie utilisée dans le calcul haute-fidélité correspond à celle du maillage fourni pour les simulations ONERA, tandis que la représentation géométrique simplifiée est utilisée pour le modèle basse-fidélité. La figure 6.19 présente la même comparaison, en offrant néanmoins une vue plus détaillée du comportement sur la girouette.

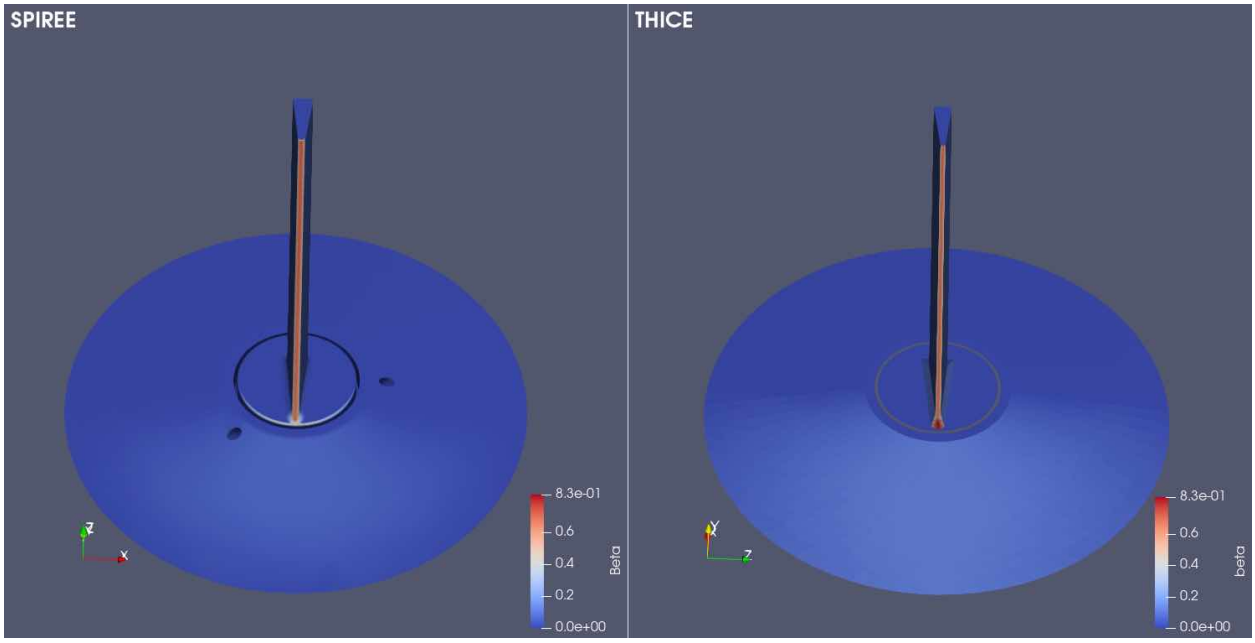


Figure 6.18 – *Comparaison des champs d'efficacité de collecte - Haute-fidélité vs modèle simplifié - Sonde complète*

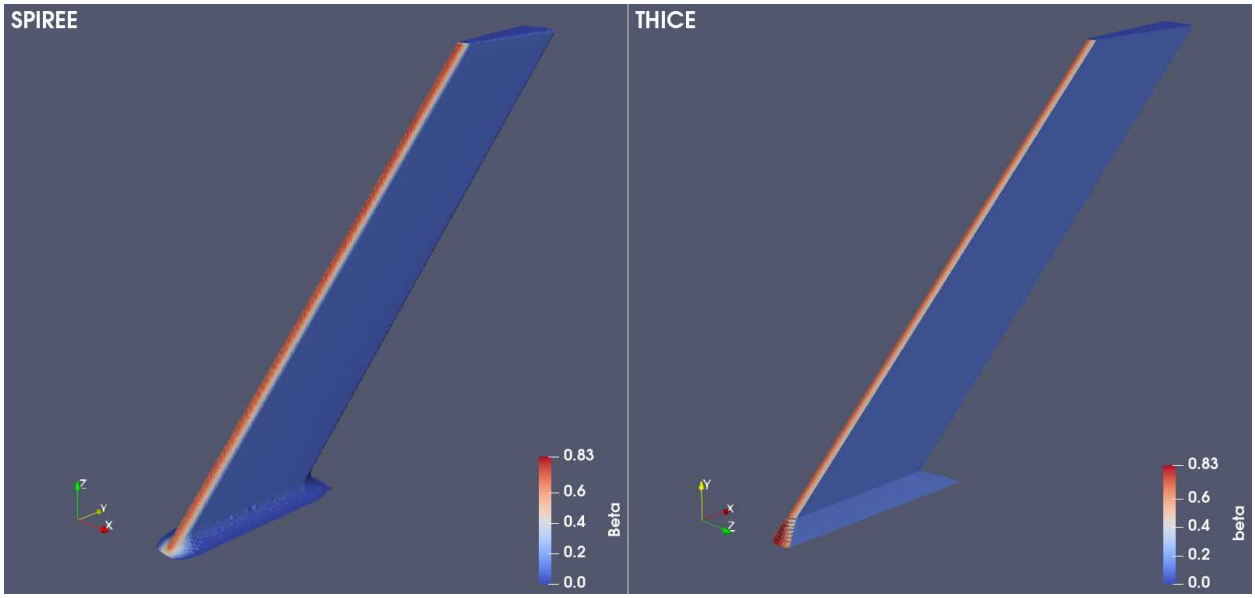


Figure 6.19 – *Comparaison des champs d'efficacité de collecte - Haute-fidélité vs modèle simplifié - Girouette*

La répartition spatiale ainsi que l'ordre de grandeur de l'efficacité de collecte apparaissent globalement similaires entre les deux approches. Les zones d'impact des particules coïncident, à l'exception de la partie supérieure du socle sur lequel repose la girouette, où aucun impact n'est observé dans le modèle simplifié. Cette divergence s'explique par la configuration réelle de la sonde, dans laquelle le socle de la girouette est légèrement surélevé (de moins de 1 mm) par rapport à la plaque isolante. Cette surélévation, non prise en compte dans la représentation géométrique simplifiée, entraîne l'absence de surface exposée dans cette région. Par ailleurs, la figure 6.18 révèle que la méthode géométrique tend à surestimer l'efficacité de collecte sur la face amont de la plaque isolante, avec une zone d'impact légèrement étendue et avec des valeurs plus élevées. Toutefois, la faible conductivité thermique de cette plaque limite fortement les conséquences de cette surestimation.

La girouette, en raison de son exposition et de sa conductivité thermique élevée, constitue la région la plus sensible aux impacts de particules. Pour cette raison, une seconde analyse a été réalisée en se concentrant spécifiquement sur cette zone. Cette étude a été limitée à l'évaluation de l'efficacité de collecte le long du profil bidimensionnel de la girouette, et plusieurs simulations ont été menées afin d'examiner l'influence des conditions de vol sur ce paramètre. Plus précisément, son évolution en fonction du nombre de Stokes a été analysée, en faisant varier simultanément les conditions de vol – pression, température et vitesse – ainsi que le diamètre des gouttelettes. [4]

La figure 6.20 présente une comparaison de l'efficacité de collecte pour une condition de vol caractérisée par une vitesse d'écoulement de 193.64 $m.s^{-1}$. Les nombres de Stokes correspondants sont calculés pour des diamètres de gouttelettes de 10, 15, 20 et 30 microns. La courbe noire représente l'efficacité de collecte géométrique (balistique), tandis que les courbes colorées illustrent l'efficacité en fonction du nombre de Stokes. Un très bon accord est observé au niveau du bord d'attaque pour l'ensemble des simulations. En revanche, l'efficacité de collecte est légèrement surestimée par l'approche géométrique sur les bords latéraux, avec un écart qui augmente lorsque le

4. Le jeu de paramètres utilisé est disponible en annexe D.

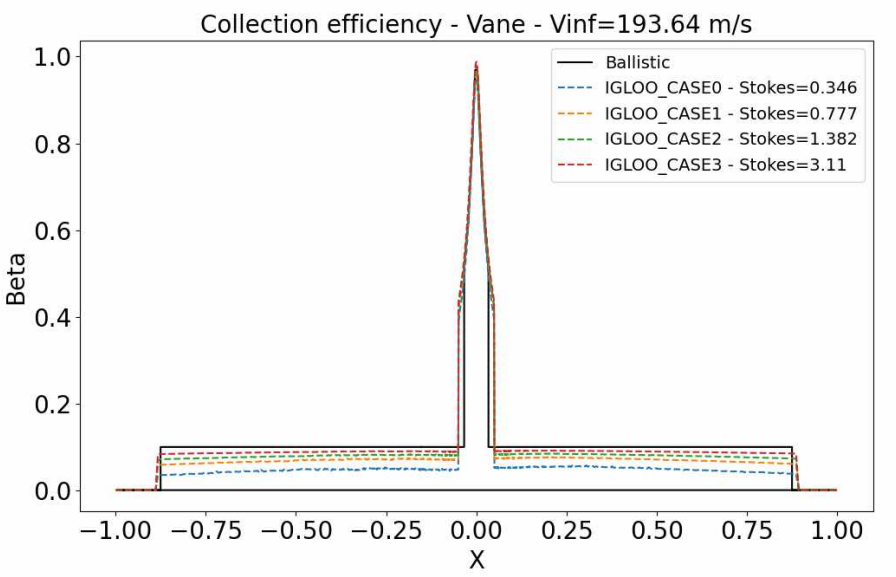


Figure 6.20 – *Comparaison de l'efficacité de collecte sur le profil de la girouette - Simulation IGLOO2D vs hypothèse balistique - Cas 1*

nombre de Stokes diminue. Ce comportement est attendu, puisque les particules ont tendance à suivre les lignes de courant de l'écoulement lorsque le nombre de Stokes est faible, ce qui les éloigne de l'hypothèse balistique. Cette dernière demeure cependant valable pour les gouttelettes de plus grande taille.

Le comportement exhibé est confirmé par l'analyse d'un second point de vol, caractérisé cette fois-ci par une vitesse nettement plus faible de 30.59 $m.s^{-1}$, entraînant des nombres de Stokes significativement réduits. La figure 6.21 présente la comparaison des efficacités de collecte pour ce cas particulier. Il apparaît que, pour des nombres de Stokes inférieurs à 0.5, l'hypothèse balistique surestime de manière significative l'efficacité de collecte sur les faces latérales de la girouette. Par exemple, dans le cas de la simulation représentée en vert sur la figure, correspondant à un nombre de Stokes de 0.226, la méthode géométrique prédit une efficacité environ deux fois supérieure à celle calculée avec IGLOO2D. Ces résultats montrent que, bien que l'hypothèse balistique demeure globalement pertinente pour la configuration spécifique de la sonde d'incidence, elle ne permet pas de couvrir l'ensemble des conditions de vol rencontrées en opération. En revanche, elle s'avère conservative, dans la mesure où elle fournit systématiquement une estimation correspondant au pire cas.

Afin d'évaluer l'impact d'une estimation imprécise du coefficient de collecte sur les bords latéraux de la girouette, une comparaison du comportement thermique de la sonde a été réalisée pour un même point de vol, en présence de gouttelettes d'eau, en ne modifiant que la vitesse d'écoulement [5]. La première configuration correspond à une vitesse de 193.64 $m.s^{-1}$, conduisant à des nombres de Stokes compris entre 0.35 (pour les plus petites gouttelettes) et 3.11 (pour les plus grosses). Dans la seconde configuration, la vitesse est réduite à 31.23 $m.s^{-1}$, ce qui entraîne des nombres de Stokes allant de 0.056 à 0.5. Pour chacune de ces configurations, deux simulations sont effectuées : l'une

5. Point de vol : Alt = 7000 ft, SAT = -30.42°C ; LWC = 3.26 $g.m^{-3}$; Mach = 0.62 (193.64 $m.s^{-1}$) ; Mach = 0.1 (31.23 $m.s^{-1}$).

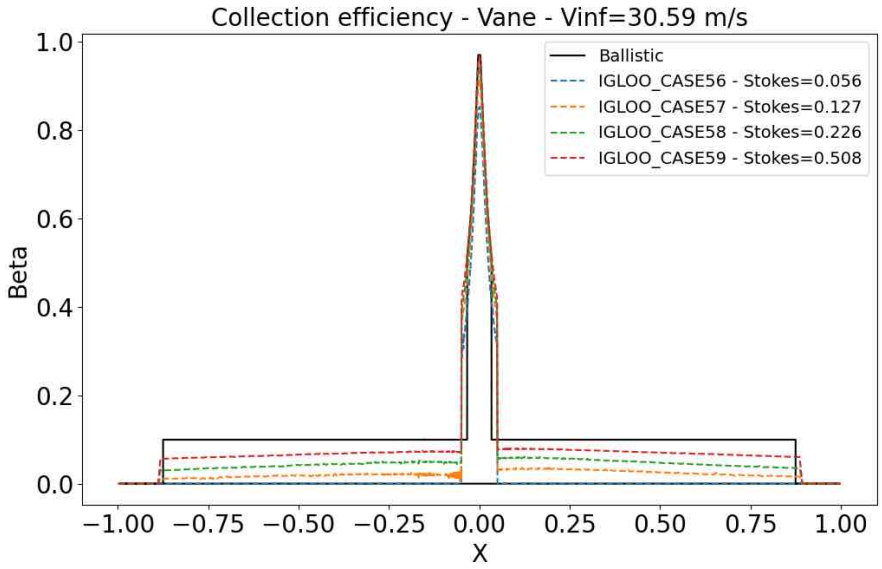


Figure 6.21 – *Comparaison de l'efficacité de collecte sur le profil de la girouette - Simulation IGLOO2D vs hypothèse balistique - Cas 2*

repose sur l'hypothèse balistique pour la trajectoire des gouttelettes, tandis que l'autre intègre une correction du coefficient de collecte sur les bords latéraux, fondée sur les résultats des simulations IGLOO2D. Les puissances dissipées par le réchauffeur de la girouette et par le réchauffeur annulaire, ainsi que la température mesurée au point RTD1, sont utilisées pour calculer des erreurs relatives exprimées en pourcentage, la simulation balistique servant de référence. Le tableau 6.4 présente un résumé de ces erreurs.

	Puissance girouette (%)	**Puissance annulaire (%)**	**Température RTD1 (%)**
$U_\infty = 193.64\, m.s^{-1}$	0.49	0.07	1.59
$U_\infty = 31.23\, m.s^{-1}$	10.41	1.6	8.3

Tableau 6.4 – *Comparaison des erreurs relatives en fonction de l'efficacité de collecte*

Cette comparaison confirme que l'hypothèse balistique n'est pas adaptée aux conditions de vol caractérisées par de très faibles nombres de Stokes. Si cette conclusion est attendue d'un point de vue physique, l'intérêt principal de cette analyse réside dans la mise en évidence de l'impact qu'une mauvaise estimation du coefficient de collecte sur la girouette peut avoir sur le comportement thermique de la sonde. Un écart supérieur à 10% est ainsi observé sur la puissance dissipée par la girouette en cas de surestimation marquée de l'efficacité de collecte, entraînant une différence de 8.3% sur la température mesurée au point RTD1. Ces résultats confirment que la girouette constitue une zone particulièrement sensible vis-à-vis des impacts de particules, et soulignent l'importance d'une estimation précise du coefficient de collecte pour garantir une modélisation fidèle du comportement thermique global de la sonde.

6.3.2 Erreurs associées à la modélisation du film d'eau

Comme indiqué à la section 4.2.2, le phénomène de ruissellement n'est pris en compte dans l'approche simplifiée qu'à travers l'introduction d'un coefficient de mouillage w, représentant la fraction de la surface recouverte par le film d'eau liquide. En l'absence de simulations haute-fidélité permettant de décrire précisément le comportement de la sonde d'incidence en conditions givrantes, il demeure difficile d'estimer avec précision les erreurs associées à ce choix de modélisation. Toutefois, il reste possible d'évaluer l'influence de ce paramètre sur le comportement thermique de la sonde.

Dans ce but, plusieurs simulations ont été réalisées en faisant varier la valeur du coefficient de mouillage w. Les points de vol retenus proviennent d'une campagne d'essais menée dans la soufflerie AIWTEC, et correspondent à des conditions de vol en présence de gouttelettes d'eau. Pour les configurations étudiées, w n'est pas déterminé à partir de la relation 4.56 présentée en section 4.3.4, mais fixé de manière arbitraire aux valeurs suivantes : $\{0, 0.15, 0.25, 0.5, 0.75, 1\}$. En l'absence de données de référence, l'objectif ici n'est pas d'évaluer des erreurs relatives, mais plutôt d'analyser l'évolution de certaines grandeurs en fonction de la variation de w. La figure 6.22 illustre ainsi, dans un premier temps, l'évolution des différents flux thermiques en fonction du coefficient de mouillage. Ces flux sont normalisés par le flux total maximal, puis sont moyennés sur l'ensemble des points de vol considérés.

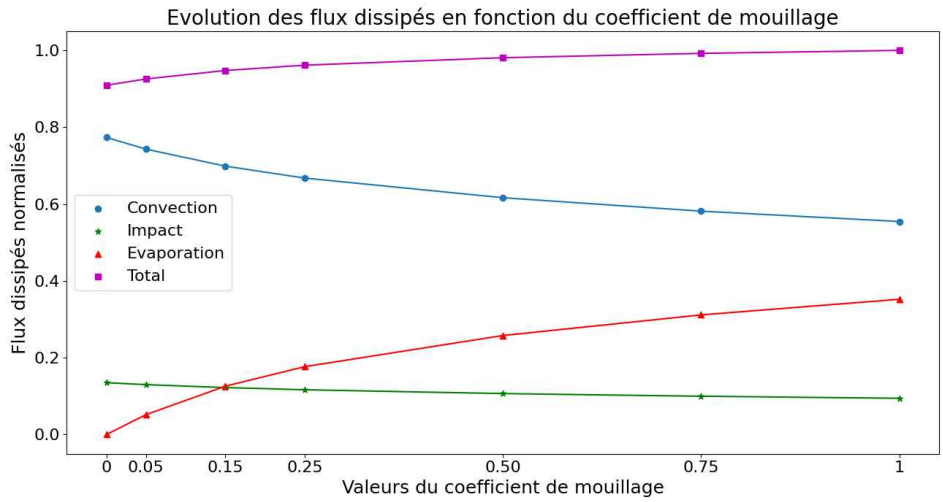


Figure 6.22 – *Évolution des flux thermiques en fonction du coefficient de mouillage*

Il apparaît que le coefficient de mouillage w agit principalement sur les flux convectif et évaporatif. Ce dernier, étant directement proportionnel à la surface recouverte par le film d'eau - donc à w - augmente ainsi de façon significative dès les premières valeurs de w, cette tendance se confirmant à mesure que w tend vers 1. L'influence de w sur le flux convectif est tout aussi marqué, mais intervient de manière indirecte. En effet, la figure 6.24 illustre que l'augmentation de la surface mouillée ne provoque qu'une légère diminution du flux d'impact et une augmentation modérée du flux total. Étant donné la stabilité relative de ces deux flux, l'intensification du phénomène d'évaporation impose nécessairement une diminution du flux convectif afin de préserver l'équilibre énergétique, et cette réduction du flux convectif est associée à une baisse de la température de la sonde. Cette évolution thermique est confirmée par la figure 6.23, qui montre une diminution significative de la

température mesurée au point RTD1 lorsque le coefficient de mouillage tend vers 1.

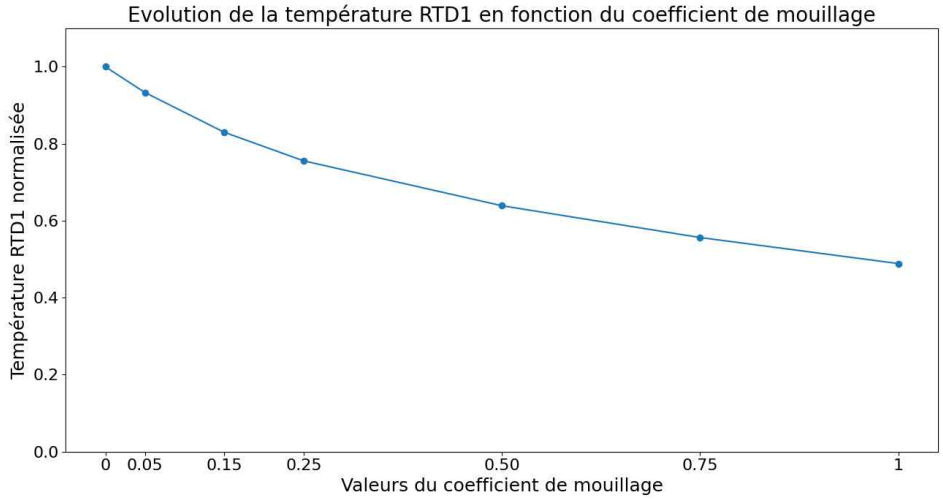


Figure 6.23 – *Évolution de la température RTD1 en fonction du coefficient de mouillage*

Enfin, la figure 6.24 présente l'évolution des puissances dissipées par les réchauffeurs, également exprimées sous forme normalisée. Il ressort que le coefficient de mouillage influence principalement le comportement du réchauffeur de la girouette, tandis que la puissance dissipée par le réchauffeur annulaire demeure quasi-constante quelle que soit la valeur de w. Ce comportement s'explique, une fois de plus, par la faible conductivité thermique de la plaque isolante, qui limite non seulement les échanges thermiques entre les deux zones, mais aussi l'influence du coefficient de mouillage sur cette partie de la sonde.

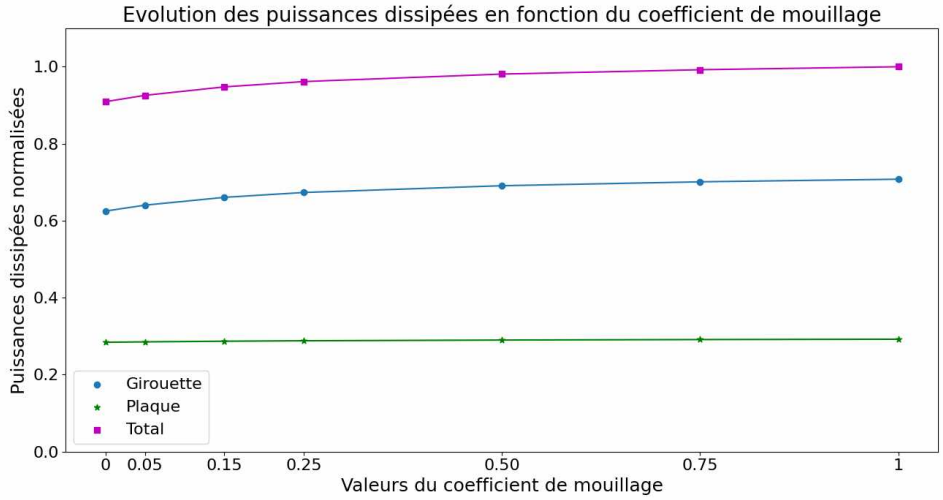


Figure 6.24 – *Évolution des puissances dissipées en fonction du coefficient de mouillage*

6.3.3 Erreurs associées à la captation des cristaux

Un dernier aspect à considérer pour le modèle intégrant les conditions givrantes concerne la modélisation du phénomène d'impact des cristaux, en particulier la description de leur captation. Pour ce faire, une analyse similaire à celle menée précédemment sur le coefficient de mouillage est

réalisée. Plus précisément, l'influence du coefficient décrivant l'efficacité de collage des cristaux, noté ϵ_S, est étudiée en considérant successivement les valeurs suivantes : {0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.35, 0.5, 0.75, 1}. Les points de vol considérés sont issus de la même campagne d'essais que celle utilisée pour l'analyse du coefficient de mouillage ; les conditions de vol correspondent toutefois à des vols en conditions *glaciated*.

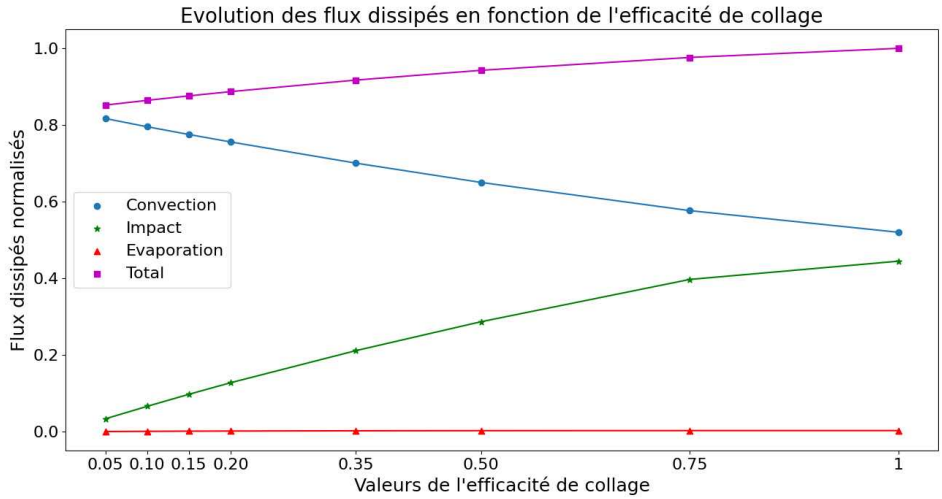


Figure 6.25 – *Évolution des flux thermique en fonction de l'efficacité de collage*

De même que pour le coefficient de mouillage, la figure 6.25 présente l'évolution des flux thermiques en fonction de l'efficacité de collage. Il ressort que ce paramètre influence principalement les flux d'impact et de convection, le flux évaporatif et le flux total étant pour leur part très peu impactés par une augmentation de l'efficacité de collage des cristaux. Pour la même raison que celle évoquée précédemment, la diminution du flux convectif est associée à une baisse de la température de la sonde, illustrée par la figure 6.26. L'évolution des puissances dissipées suit la même tendance que celle observée pour le coefficient de mouillage, avec une augmentation de la puissance principalement observée pour le réchauffeur de la girouette.

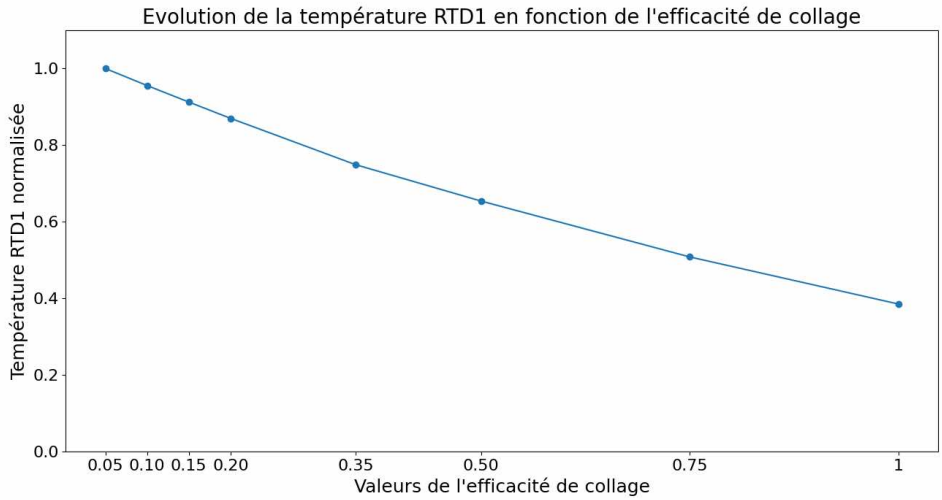


Figure 6.26 – *Évolution de la température RTD1 en fonction de l'efficacité de collage*

Synthèse

L'analyse menée sur les paramètres propres aux conditions givrantes – à savoir le coefficient de captation des particules incidentes, le coefficient de mouillage et l'efficacité de collage des cristaux – a mis en évidence leur influence significative sur le comportement thermique de la sonde. En particulier, la girouette se distingue comme la zone la plus sensible à ces variations, confirmant sa forte dépendance aux mécanismes liés à la présence de givre. Ces résultats viennent compléter ceux obtenus en condition air sec et renforcent la compréhension du rôle joué par chacun des paramètres dans la réponse thermique du modèle.

6.4 Calibration du modèle

Les sections précédentes ont permis d'identifier les paramètres ayant l'influence la plus marquée sur le comportement thermique de la sonde, aussi bien en air sec qu'en présence de conditions givrantes. Elles ont également fourni une estimation des erreurs introduites à différentes étapes de la modélisation, tout en mettant en lumière les limites associées à certaines hypothèses simplificatrices. Dans ce contexte, une étape de calibration apparaît nécessaire afin d'ajuster le modèle aux observations physiques. L'objectif est d'obtenir une représentation suffisamment fidèle du comportement réel, tout en restreignant autant que possible le nombre de paramètres ajustés. Ainsi, seuls les paramètres jugés comme étant les plus influents sur la réponse thermique, ou ceux pour lesquels la base physique disponible reste insuffisante, sont calibrés.

6.4.1 Calibration pour l'écoulement

Concernant la modélisation de l'écoulement, les analyses réalisées ont mis en évidence que les différentes méthodes de modélisation simplifiées sélectionnées comportent chacune des sources d'erreurs. En particulier, pour la modélisation de l'écoulement externe, la méthode reposant sur l'utilisation de corrélations empiriques pour calculer les coefficients de transfert thermique sous-estiment de façon presque systématique les coefficients associés à la girouette, comme l'ont montré les comparaisons réalisées avec des simulations haute-fidélité. Cette sous-estimation peut entraîner des écarts significatifs dans le champ de température, notamment au niveau de la partie centrale de la sonde. Pour pallier ce biais, une solution envisageable consiste à introduire un coefficient de calibration, issu des simulations haute-fidélité, afin de corriger systématiquement les coefficients calculés par corrélation.

Cependant, bien que les coefficients issus des corrélations ne soient pas parfaitement représentatifs, les paramètres intervenants ainsi que leur méthode de calcul sont entièrement maîtrisés et explicables. Ils présentent par ailleurs l'avantage d'être aisément adaptables à une modification géométrique ou à une installation en soufflerie différente. A l'inverse, les simulations haute-fidélité, bien que plus précises, sont limitées à la configuration étudiée. La prise en compte d'une évolution du design de la sonde ou des conditions d'installation, susceptibles d'impacter les coefficients de transfert thermique – et par conséquent le coefficient de correction à appliquer – nécessiterait un investissement en temps

non-négligeable, que ce soit pour adapter la simulation ou bien pour régénérer une base de données adéquate. Dans la mesure où il est possible d'éviter le recours aux simulations haute-fidélité pour cet aspect de la modélisation simplifiée, le choix a été fait ici de ne pas corriger les coefficients de transfert thermique externes à l'aide d'un facteur issu de ces simulations, et de plutôt conserver les valeurs calculées directement à partir des corrélations empiriques.

Ce choix est également lié à l'influence de la modélisation de l'écoulement interne. Comme attendu au vu du comportement physique en conditions réelles, ce phénomène joue un rôle déterminant dans le comportement de la sonde, et les analyses précédentes ont confirmé que cet aspect est correctement restitué par le modèle simplifié, l'écoulement interne influençant fortement le champ thermique. En particulier, le coefficient employé pour déterminer la vitesse à l'entrée de l'interstice s'est révélé particulièrement influent. Contrairement à la modélisation de l'écoulement externe, plusieurs simplifications intervenant dans la représentation de l'écoulement interne ne peuvent pas être entièrement contrôlées. Par exemple, la géométrie complexe de l'interstice ne peut être fidèlement reproduite par une approche simplifiée, pas plus que la complexité de l'écoulement lui-même. Un modèle simplifié, reposant sur une expression analytique, limite nécessairement la représentation des phénomènes physiques, tandis qu'en parallèle, une modélisation plus précise exigerait un raffinement de maillage incompatible avec le cadre simplifié.

Pour ces différentes raisons, il paraît raisonnable d'introduire un coefficient de calibration destiné à ajuster la modélisation de l'écoulement interne. Parmi les paramètres impliqués dans cette modélisation, la vitesse imposée en entrée d'interstice a montré une influence significative sur l'écoulement, et par conséquent sur le comportement thermique de la sonde. Ce paramètre conditionne en grand partie les échanges thermiques au voisinage de l'interstice. Or, sa détermination repose déjà sur un coefficient extrait de simulations haute-fidélité, à partir d'un choix relativement arbitraire. Dès lors, il apparaît pertinent d'envisager l'application d'un facteur de calibration sur ce paramètre afin d'améliorer la précision du modèle simplifié.

Initialement, la vitesse d'entrée était obtenue grâce à la relation :

$$u_z^0 = \alpha_z u_\infty, \tag{6.5}$$

où α_z représente le coefficient issu des simulations haute-fidélité. En s'appuyant sur cette relation, le coefficient de calibration pour l'écoulement interne ζ_v est introduit de la manière suivante :

$$u_z^0 = \zeta_v \alpha_z u_\infty. \tag{6.6}$$

Pour déterminer la valeur optimale de ζ_v, une série de simulations a été réalisée en s'appuyant sur une base de données expérimentale comprenant quinze points de vol représentatifs de conditions de type air sec. Afin d'éviter un sur-ajustement du coefficient à cette base spécifique – et ainsi favoriser sa généralisation à d'autres jeux de données – plusieurs simulations ont été menées pour des valeurs de ζ_v, variant entre $[0.5\,;\,3.5]$ avec un pas de 0.5. A titre indicatif, le coefficient α_z extrait des simulations haute-fidélité est égal à 0.19 ; l'intervalle de variation sélectionné ici permet ainsi de faire varier la vitesse imposée entre environ 10% et 70% de la vitesse infini amont. Pour chaque valeur de ζ_v l'erreur absolue moyenne sur la température mesurée au capteur RTD1 a été calculée

sur l'ensemble des points de vol. Afin de discriminer entre plusieurs valeurs de ζ_v conduisant à des erreurs globalement similaires, la valeur retenue est celle qui minimise en priorité l'écart sur les points de vol critiques, c'est-à-dire ceux associés à des températures RTD1 négatives. Ici, $\zeta_v = 2.5$, et est associé à une erreur moyenne sur les points critiques de 0.89°C. Une fois fixé, ce coefficient est conservé pour l'ensemble des essais partageant la même installation en veine et réalisés dans cette même soufflerie.

Remarque

Il aurait également était envisageable d'introduire des facteurs de calibration sur les coefficients de transfert utilisés pour calculer le champ de conductivité thermique effective, ces coefficients étant eux aussi extraits des simulations haute-fidélité. Néanmoins, le choix a été fait ici de conserver ces coefficients sans calibration. En effet, la présence de multiples zones distinctes impliquerait la nécessité d'introduire plusieurs coefficients de calibration, chacun associé à une zone spécifique. Leur interprétation physique, ainsi que leur détermination, s'avèrent moins directes et moins aisées que celles du coefficient lié à la vitesse d'entrée. Par ailleurs, en privilégiant la vitesse imposée comme unique paramètre de calibration, la correction de l'écoulement interne est réalisée au travers d'un seul coefficient, simplifiant ainsi la démarche tout en conservant une efficacité satisfaisante.

6.4.2 Calibration pour la trajectoire des particules

Les analyses effectuées en section 6.3.1 ont montré que l'hypothèse de trajectoire balistique pour les particules incidentes constitue une approximation globalement pertinente, notamment en raison de la faible dimension de la sonde d'incidence et des vitesses de vol généralement élevées rencontrées dans la majorité des cas. Néanmoins, lorsque les conditions d'opération s'écartent de ce cadre – notamment lorsque les vitesses de vol diminuent – il a été montré que cette hypothèse ne permet plus de représenter fidèlement la trajectoire des particules, en particulier au niveau des faces latérales de la girouette. Afin de pallier cette faiblesse et de ne pas surestimer l'impact ou la captation des particules sur cette zone, une correction ciblée de l'efficacité de collecte est introduite pour les configurations de vol caractérisées par de faibles nombres de Stokes. Cette correction n'est appliquée que pour des nombres de Stokes inférieurs à 1.5 ; au-delà de ce seuil, la valeur obtenue avec l'hypothèse balistique est conservée.

Pour cela, la base de données générée précédemment à l'aide d'IGLOO2D, contenant les efficacités de collecte calculées pour le profil de la girouette, est exploitée. Dans un premier temps, pour chacune des simulations réalisées, la valeur moyenne de l'efficacité de collecte sur la face latérale de la girouette, notée $\overline{\beta^i_{HF}}$, est extraite. De même, la valeur moyenne correspondant à l'hypothèse balistique, notée $\overline{\beta^i_{bal}}$, est également déterminée. Un coefficient de correction ζ^i est ensuite calculé pour chaque simulation i, fournissant ainsi une base de données de facteurs de correction en fonction du nombre de Stokes :

$$\zeta^i = \frac{\overline{\beta^i_{HF}}}{\overline{\beta^i_{bal}}}. \tag{6.7}$$

Dans un second temps, une relation entre le facteur de correction et le nombre de Stokes peut être établie. Compte tenu de la distribution observée de ces facteurs, une fonction sigmoïde paramétrée [6] a été sélectionnée pour modéliser cette dépendance. Une optimisation numérique a été mise en place afin d'en ajuster les paramètres, fournissant ainsi une expression analytique permettant de corriger l'efficacité de collecte en fonction du nombre de Stokes. La figure 6.7 présente les facteurs de correction extraits des simulations, ainsi que la sigmoïde ajustée en fonction de ces données.

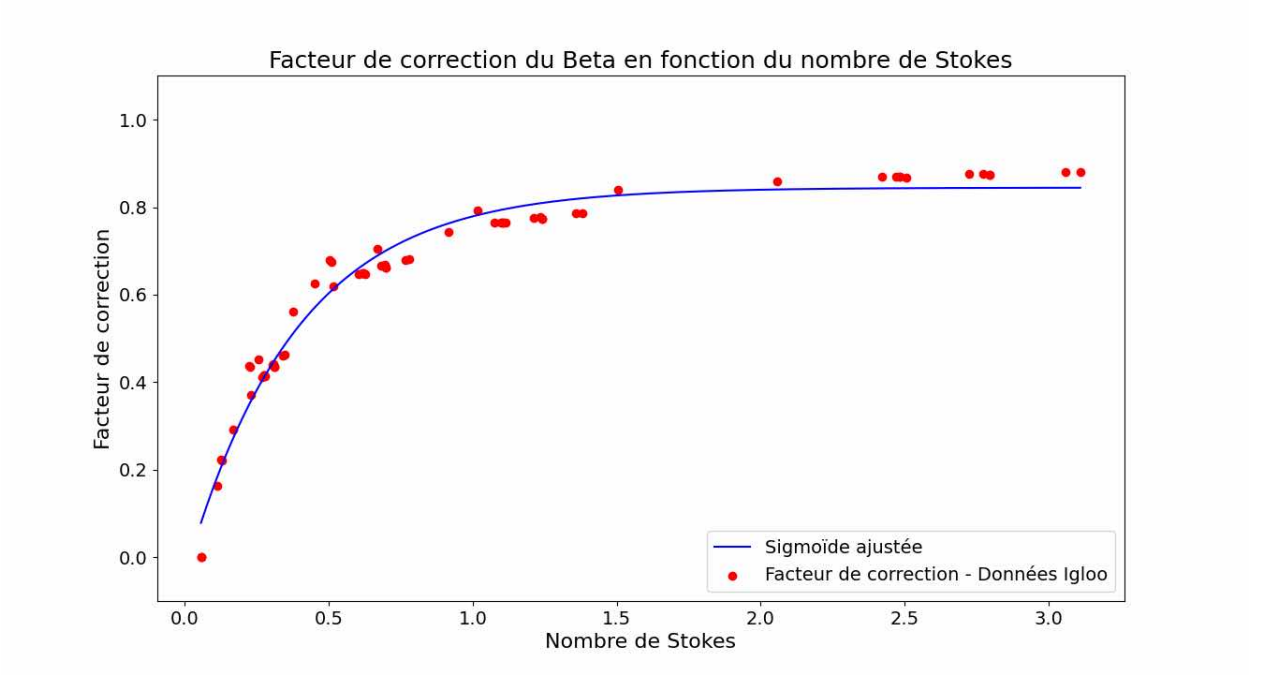


Figure 6.27 – *Facteur de correction de l'efficacité de collecte sur les faces latérales de la girouette en fonction du nombre de Stokes*

6.4.3 Calibration pour le film d'eau liquide

Concernant le phénomène de ruissellement, sa modélisation s'effectue au travers du coefficient de mouillage w, dont l'influence sur le comportement thermique est significative. En effet, ce paramètre intervient directement dans le calcul du flux évaporatif, et impacte ainsi de manière non-négligeable l'équilibre thermique de la sonde (cf. 6.3.2). Compte tenu de la complexité associée à la détermination précise de ce coefficient, il est proposé dans cette thèse de l'exprimer sous la forme suivante (cf. 4.3.4) :

$$w = \gamma \, Re_{air}^{\alpha} \left(\frac{TWC}{\rho_{water}} \right)^{\beta} \tag{6.8}$$

Afin de déterminer les coefficients α, β et γ une procédure d'optimisation a été mise en œuvre en s'appuyant sur une base de données d'essais en présence de gouttelettes d'eau surfondues. Étant donné la forte influence du coefficient de mouillage sur les flux (et les puissances dissipées) – en particulier ceux associés à la girouette – l'objectif de l'optimisation est de minimiser l'écart absolu moyen entre les puissances dissipées par le réchauffeur de la girouette.

6. $S(x) = L \cdot \frac{1}{1+e^{-k(x-x_0)}} + b$.

Toutefois, la mise en place d'une telle optimisation soulève plusieurs difficultés. D'une part, le coût de calcul lié au traitement d'un ensemble de points de vol peut s'avérer important. D'autre part, l'optimisation nécessite de définir a priori des intervalles de variation pour chacun des trois coefficients recherchés. Or, hormis le fait que ces coefficients doivent être strictement positifs, il est difficile de justifier des bornes précises sans connaissance approfondie du comportement du film ou des interactions entre les paramètres. Par ailleurs, bien que le coefficient de mouillage soit par définition contraint à l'intervalle [0 ;1], il est probable que certaines combinaisons de α, β et γ issues de l'optimisation conduisent à des valeurs hors de ce domaine de validité. Pour ces différentes raisons, les bornes de variation ont été fixées de façon arbitraire et l'optimisation a été réalisée à l'aide d'une approche basée sur les processus gaussiens. Ce type d'approche présente l'avantage de limiter le nombre d'évaluations nécessaires du modèle, tout en explorant efficacement l'espace des paramètres. Cette méthode particulière d'optimisation n'est pas détaillée ici, une section complète lui étant consacrée au chapitre 7. A l'issue de cette optimisation, les valeurs retenues pour α, β et γ fournissent des coefficients de mouillage relativement faibles, de l'ordre de quelques pourcents.

Il est difficile d'évaluer la représentativité physique de ce coefficient. D'une part, les films ruisselants restent encore peu caractérisés dans le cadre du givrage aéronautique, en particulier sur des géométries complexes. Il est donc délicat de déterminer si le régime correspond à un film d'eau liquide continu à la surface ou à une situation où des gouttes distinctes ruissellent sans former de film continu. D'autre part, l'interprétation du coefficient de mouillage peut également être appréhender de manière indirecte, en tant que paramètre modulant l'impact global des phénomènes liés au givrage. En effet, l'intégration des conditions givrantes dans le modèle simplifié repose sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, introduisant des biais potentiels. Plus spécifiquement, le phénomène de splashing est supposé inexistant dans la modélisation (cf. 4.2.2). Autrement dit, l'intégralité des particules incidentes captées est considérée comme adhérant à la paroi. Si cette hypothèse peut se justifier par le manque de données expérimentales disponibles dans le cadre spécifique de cette étude, elle apparaît néanmoins peu représentative de la réalité physique, notamment en raison des vitesses d'opération élevées. Cette simplification conduit probablement à surestimer le flux d'impact, et, par conséquent, le volume d'eau supposé ruisseler sur la surface de la sonde. Dans ce contexte, une sous-estimation du coefficient de mouillage – et donc une réduction du flux évaporatif simulé – peut permettre de compenser cette surestimation initiale. Ce mécanisme de compensation permet d'interpréter les faibles valeurs obtenues pour w à l'issue de l'optimisation, sans les considérer comme incohérentes sur le plan physique.

Pour consolider cette analyse, le tableau 6.5 présente quelques données expérimentales issues d'essais réalisés en présence de gouttelettes d'eau surfondues. Pour trois points de vol considérés, l'évolution de la température mesurée au capteur RTD1 et des puissances dissipées par les réchauffeurs est comparée entre les configurations "Air sec" et "Gouttelettes" [7]. Ces résultats mettent en évidence que, pour les trois points considérés, la présence de gouttelettes a un impact particulièrement marqué sur la puissance dissipée par la girouette, la température RTD1 étant également affectée, mais de manière plus modérée. A titre d'exemple, le point de vol 3, caractérisé par un LWC de $7.06\,g.m^{-3}$ [8],

7. Les puissances sont adimensionnées par la puissance maximale de chaque réchauffeur.

8. Un tel LWC est extrêmement élevé au regard des valeurs répertoriées dans l'appendice C, qui sont généralement de l'ordre de $1\,g.m^{-3}$ ou moins.

présente une diminution de température au capteur RTD1 de 1.6°C, soit une réduction d'environ 10% par rapport au cas sans gouttelettes. Au regard de ces écarts relativement modérés, et en les confrontant aux résultats de l'analyse de sensibilité menée en section 6.3.2, il apparaît que la valeur du coefficient de mouillage utilisée dans le modèle simplifié ne peut être trop élevée. Une valeur trop importante conduirait en effet à une surestimation du flux évaporatif – associée à une diminution excessive de la température simulée – et un tel comportement ne serait pas cohérent avec les observations expérimentales disponibles.

Point de vol	**LWC** ($g.m^{-3}$)	**Température RTD1 (°C)**	**Puissance girouette (%)**	**Puissance annulaire (%)**
Point 1 Dry	0	11.2	89.36	92.29
Point 1 LWCa	0.66	10.7	92.16	92.83
Point 1 LWCb	3.26	10.2	96.79	93.81
Point 2 Dry	0	1	95.01	100
Point 2 LWC	2	0.5	100	99.28
Point 3 Dry	0	15.2	84.79	87.35
Point 3 LWC	7.06	13.6	97.37	87.35

Tableau 6.5 – *Évolution des résultats d'essais en conditions gouttelettes*

6.4.4 Calibration pour la captation des cristaux

Concernant la modélisation du phénomène d'impact des cristaux, la calibration s'effectue sur le coefficient décrivant l'efficacité de collage des cristaux. Afin de calibrer au mieux ce paramètre dans le cadre de cette étude, le tableau 6.6 présente tout d'abord quelques données expérimentales issues d'essais réalisés en présence de cristaux de glace, avec les mêmes types d'informations que celles présentées pour les gouttelettes d'eau surfondues. Ces résultats révèlent une influence très faible de la quantité de cristaux sur les mesures réalisées. Par exemple, pour le premier point de vol, caractérisé par un IWC de 8.41 $g.m^{-3}$, la température mesurée au capteur RTD1 diminue seulement de 0.5°C, soit légèrement plus de 2% par rapport à la même condition en air sec, tandis que les puissances dissipées par les réchauffeurs demeurent quasiment constantes. Cette tendance est confirmée par l'ensemble des résultats expérimentaux présenté ici, et, confrontée aux conclusions de l'analyse de sensibilité menée en section 6.3.3, semble suggérer que la majorité des cristaux impactant la paroi n'adhèrent pas, mais ont plutôt tendance à rebondir, traduisant ainsi une efficacité de collage faible.

Ce comportement peut s'expliquer en partie par les vitesses d'opération mises en jeu lors de ces essais. En effet, les travaux récents de Malik et al [207], qui ont notamment permis de calibrer un modèle numérique de formation de givre par cristaux de glace, indiquent que l'efficacité de collage semble fortement dépendre de la vitesse d'impact des cristaux. Dans leur étude, Malik et al proposent en effet de modéliser cette efficacité à l'aide d'une fonction – notée F_2 – dépendant d'un paramètre empirique, de la fraction liquide des cristaux, ainsi que de la vitesse d'impact des cristaux. Cette relation est fondée sur des données expérimentales obtenues sur des plaques planes chauffées, en considérant trois vitesses d'impact, à savoir 20, 40 et 60 $m.s^{-1}$ et une fraction liquide

Point de vol	IWC ($g.m^{-3}$)	Température RTD1 (°C)	Puissance girouette (%)	Puissance annulaire (%)
Point 1 Dry	0	22.7	80.33	69.14
Point 1 IWC	8.41	22.2	80.99	70.03
Point 2 Dry	0	18.3	83.61	75.16
Point 2 IWC	6.67	17.9	84.57	75.49
Point 3 Dry	0	6.1	89.12	88.03
Point 3 IWC	6.67	3.6	91.39	89.09
Point 4 Dry	0	14.3	87.33	76.95
Point 4 IWC	6.74	13.8	87.89	78.18
Point 5 Dry	0	-9.9	99.34	99.92
Point 5 IWC	6.53	-10.3	100	100
Point 6 Dry	0	-11	98.95	98.94
Point 6 IWC	8.4	-11.3	99.52	98.86

Tableau 6.6 – *Évolution des résultats d'essais en conditions cristaux*

égale à 1. L'intégration de valeurs plus faibles de fraction liquide (de 0 à 0.3) s'appuie quant à elle sur les données fournies par Baumert et al [208], avec un ajustement polynomial réalisé sur l'ensemble des données. La figure 6.28 illustre les résultats obtenus pour la fonction F_2 décrivant l'efficacité de collage en fonction de la fraction liquide, pour les trois vitesses considérées.

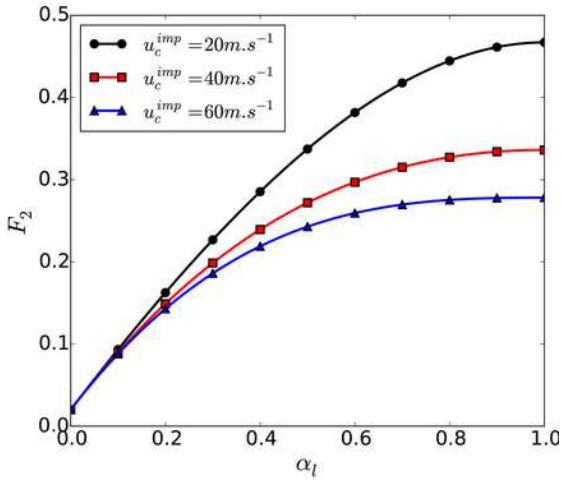


Figure 6.28 – *Evolution de l'efficacité de collage, en fonction de la vitesse d'impact et de la fraction liquide - Issu de [207]*

Il apparaît que l'efficacité de collage diminue nettement lorsque la vitesse d'impact augmente, passant par exemple de plus de 45% pour une vitesse d'impact de 20 $m.s^{-1}$ à environ 25% pour une vitesse de 60 $m.s^{-1}$ - en considérant une fraction liquide de 1. Dès lors, il semble raisonnable de supposer que cette diminution serait encore plus marquée pour des vitesses plus élevées, telles que celles rencontrées en opération, souvent supérieures à une centaine de mètres par seconde et pouvant atteindre près de 300 $m.s^{-1}$. Par ailleurs, bien que les observations rapportées ici concernent des

configurations de plaques planes, la tendance d'évolution peut être extrapolée à des configurations plus complexes, comme celle rencontrée pour la sonde d'incidence. Ces résultats confirment les tendances observées expérimentalement, à savoir que l'efficacité de collage semble relativement faible.

Contrairement au coefficient de mouillage, il a été décidé dans cette thèse de ne pas introduire, dans un premier temps, de modèle spécifique pour décrire l'efficacité de collage des cristaux, bien que les analyses présentées ci-dessus montrent que celle-ci dépend en partie de la fraction liquide et la vitesse d'impact des cristaux. L'efficacité de collage est donc, en première approche, fixée à une valeur constante pour l'ensemble des points de vol, principalement en raison du manque d'informations et de données expérimentales disponibles [9]. En se basant sur les ordres de grandeur proposés par Malik et al, ainsi que sur les données expérimentales disponibles, l'efficacité de collage est ainsi fixée telle que $\epsilon_S = 0.05$, pour l'ensemble des points représentant des vols en présence de cristaux de glace. Les résultats obtenus avec cette valeur présentent un bon accord avec les données expérimentales utilisées pour étudier l'influence de ce coefficient sur le comportement thermique de la sonde. Il convient de souligner que ce choix constitue une première approche de modélisation ; il serait pertinent, dans un second temps, d'introduire un modèle décrivant l'efficacité de collage en fonction des paramètres identifiés, et donc par extension des conditions de vol.

Synthèse

La comparaison des comportements des phénomènes physiques simulés par le modèle simplifié avec ceux issus des simulations haute-fidélité, combinée à l'analyse des erreurs inhérentes aux différentes approches de modélisation, a permis de mieux cerner les capacités et les limites du modèle simplifié. Ces analyses ont, d'une part, mis en lumière certaines limites intrinsèques de ce modèle et, d'autre part, confirmé les phénomènes ayant l'influence la plus significative sur le comportement thermique de la sonde, ainsi que les zones les plus sensibles de celle-ci au regard des phénomènes modélisés.
Les limites identifiées dans l'approche simplifiée ont révélé la nécessité d'un calibrage du modèle afin de garantir une représentation physique cohérente du comportement thermique de la sonde, et les analyses d'erreurs ont orienté le choix des paramètres à ajuster. À l'issue de cette démarche, le modèle simplifié a été calibré à l'aide de quatre paramètres, chacun étant associé à un phénomène physique spécifique :

1. La vitesse imposée en entrée d'interstice, associée à l'écoulement au sein de la cavité.
2. Le coefficient de captation appliqué aux zones latérales de la girouette, associé à la modélisation de la trajectoire des particules.
3. Le coefficient de mouillage, associé à la modélisation du ruissellement.
4. L'efficacité de collage, associée à la modélisation du phénomène d'impact des cristaux de glace.

9. Très peu d'essais représentatifs de vols en présence de cristaux sont référencés dans les bases de données.

6.5 Étude de la capacité du modèle simplifié à reproduire des essais en soufflerie

L'étude des erreurs associées aux choix de modélisation a conduit à la calibration du modèle simplifié. L'objectif est désormais de s'assurer que ce modèle retranscrit de manière suffisamment fidèle le comportement thermique global de la sonde d'incidence en conditions opérationnelles. Cette section présente cette phase de validation, qui se décompose en deux étapes successives. La première vise à valider la représentation du comportement aérothermique lors de vols en condition air sec, étape nécessaire avant d'aborder la seconde phase de validation, qui concerne les vols en présence de conditions givrantes.

6.5.1 Définition des critères de précision

Avant d'aborder la phase de validation à proprement parler, il convient de définir les critères de précision attendus. Dans le cadre de cette thèse, deux éléments principaux doivent être pris en compte. D'une part, le modèle simplifié est destiné à être intégré dans un outil d'aide à la conception. Son objectif est de fournir une première évaluation rapide de la robustesse de la sonde, en identifiant, au sein d'une enveloppe de vol, le ou les points les plus critiques du point de vue du givrage. Un fort degré de précision – tant sur le champ de température que sur les puissances dissipées – n'est donc pas requis a priori, dès lors que le modèle parvient à restituer fidèlement les tendances générales du comportement aérothermique en fonction des conditions de vol. Cependant, l'identification des cas les plus critiques repose sur un classement établi à partir de la température mesurée au point RTD1 (voir 6.1.2). Plus cette température – qu'elle soit issue d'essais ou de simulations – est basse, plus le point de vol est jugé à risque. Dès lors, un certain niveau de précision est requis afin de pouvoir discriminer efficacement entre des conditions de vol proches, et ainsi assurer la fiabilité du classement.

Le second aspect à prendre en compte pour définir les critères de validation concerne les moyens expérimentaux disponibles. Dans le cadre de cette thèse, les essais en soufflerie sont considérés comme les plus fiables et les plus représentatifs du comportement réel de la sonde. Ils constituent ainsi la référence retenue pour valider son comportement thermique global. Toutefois, les mesures issues de ces campagnes d'essais comportent une part d'incertitude, liée soit aux moyens de mesure eux-mêmes, soit aux prototypes testés.

A titre d'illustration, une comparaison est réalisée entre les résultats obtenus lors de deux campagnes successives menées dans la soufflerie AIWTEC, en 2021 et 2022. La figure 6.29 présente les températures mesurées au point RTD1 pour des conditions de vol identiques, tandis que la figure 6.30 montre la comparaison sur la puissance totale dissipée. Les points de vol sont classés selon le critère de sévérité, c'est-à-dire par ordre croissant de température mesurée au point RTD1 (d'après la campagne de 2021).

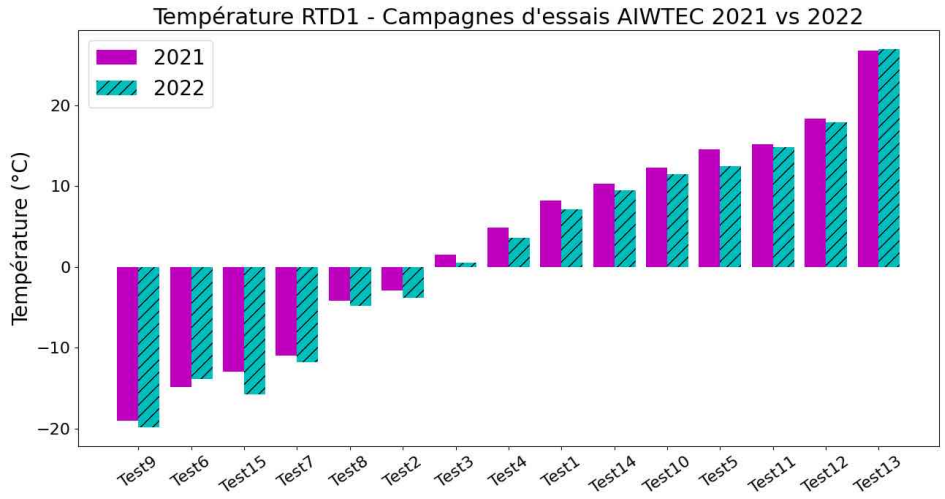


Figure 6.29 – *Comparaison des températures pour le point critique entre deux campagnes d'essais - Soufflerie AIWTEC*

Ces figures mettent en évidence que, pour un même point de vol, les mesures peuvent varier d'une campagne à l'autre. Si la puissance dissipée demeure relativement stable, des écarts significatifs sont observés sur les températures mesurées, pouvant aller jusqu'à altérer le classement des points en termes de sévérité (inversion Test6 et Test15 ici).

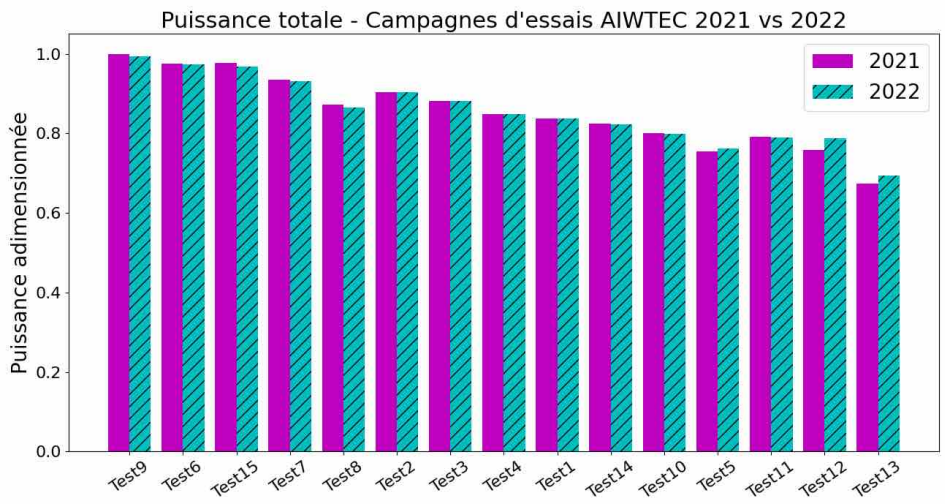


Figure 6.30 – *Comparaison des puissances totales dissipées entre deux campagnes d'essais - Soufflerie AIWTEC*

La figure 6.31 illustre ces écarts de température entre les deux campagnes, triés par ordre croissant. Bien que l'écart moyen soit de l'ordre de 1°C, un écart maximal de 2.8°C peut être observé. Ces écarts peuvent s'expliquer, en partie, par de légères modifications apportées aux prototypes entre les deux campagnes. Bien que ces ajustements puissent avoir une incidence perceptible sur les résultats, ils sont officiellement considérés comme mineurs. La sonde étudiée dans cette thèse étant de plus supposée représentative de l'ensemble des sondes testées, ces variations ne sont pas intégrées dans le modèle simplifié. Il convient toutefois de garder à l'esprit qu'elles peuvent, dans certains cas, introduire une part de variabilité dans les résultats obtenus.

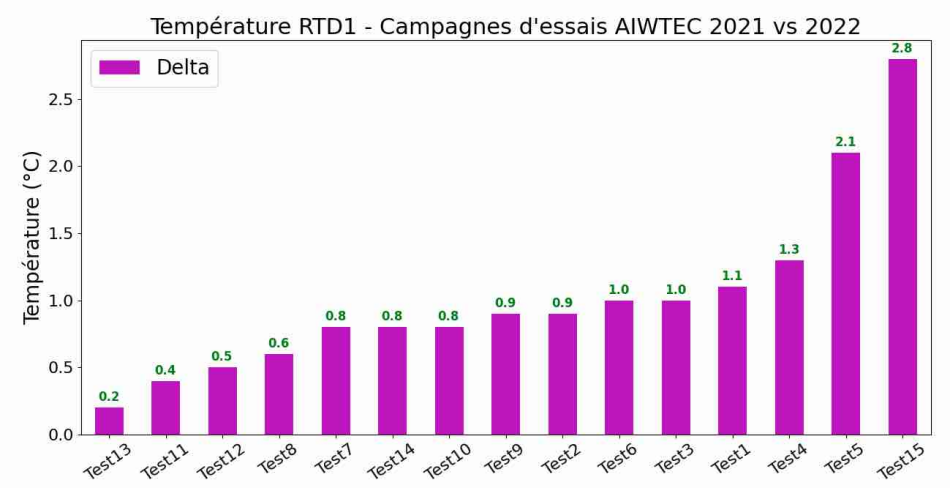


Figure 6.31 – *Classement des écarts de température au point critique entre deux campagnes d'essais - Soufflerie AIWTEC*

Pour cette raison, ainsi que celles évoquées précédemment, les critères de précision retenus dans le cadre de cette étude sont les suivants :

1. La conservation du classement des conditions de vol selon le critère de sévérité (défini à partir de la température mesurée au point RTD1).
2. Un écart maximal de l'ordre de 3°C entre les températures simulées et mesurées au point RTD1.
3. Le respect des tendances d'évolution des puissances dissipées en fonction des conditions de vol.

6.5.2 Analyse des performances thermiques du modèle simplifié en condition air sec

Analyse des performances thermiques par comparaison avec des essais en soufflerie

La validation du comportement aérothermique de la sonde lors de vols en condition air sec s'est effectuée en reproduisant les essais réalisés lors de quatre campagnes de test. Trois d'entre-elles ont été menées dans la soufflerie AIWTEC, et couvrent des points de vol associés à des altitudes basses – généralement comprises entre 300 à 2 500 mètres. Ces altitudes correspondent classiquement aux phases de décollage ou d'approche. La quatrième campagne, menée dans la soufflerie du NRC, concerne des vols en haute-altitude – entre 5 000 à 10 000 mètres, correspondant aux phase de croisière. La campagne la plus récente réalisée à AIWTEC ainsi que celle du NRC sont présentées ici en détail, accompagnées d'un tableau récapitulatif des résultats issus des quatre campagnes [10]. Les résultats détaillés des deux autres campagnes menées à AIWTEC sont disponibles en annexe E.

10. On rappelle que le modèle a été calibré sur la base d'essais menés dans la soufflerie AIWTEC. Des variations dans la configuration expérimentale du NRC sont susceptibles d'avoir un impact sur les simulations.

Campagne AIWTEC 2021

La figure 6.32 présente une comparaison entre les températures mesurées au point RTD1 lors de la campagne de 2021 et celles prédites par le modèle simplifié. Les essais, correspondant aux différents points de vol, sont classés par ordre croissant de température, c'est-à-dire selon le critère de sévérité sélectionné, en se basant sur les mesures obtenues en essais. Les résultats expérimentaux sont représentés en vert, tandis que les prédictions issues des simulations basse-fidélité sont indiquées en rose hachuré. Afin de mieux visualiser les écarts entre les mesures et les simulations, la figure 6.33 présente les différences de température classées par ordre de sévérité.

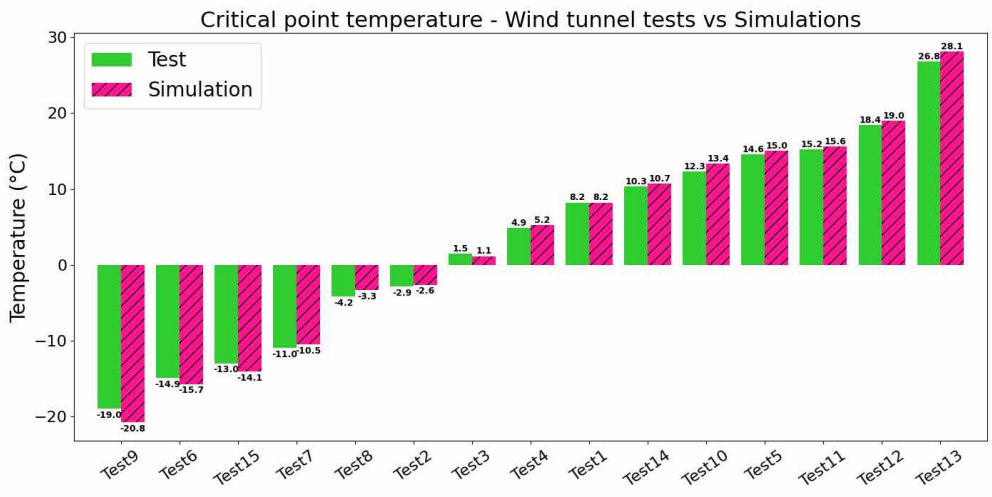


Figure 6.32 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2021*

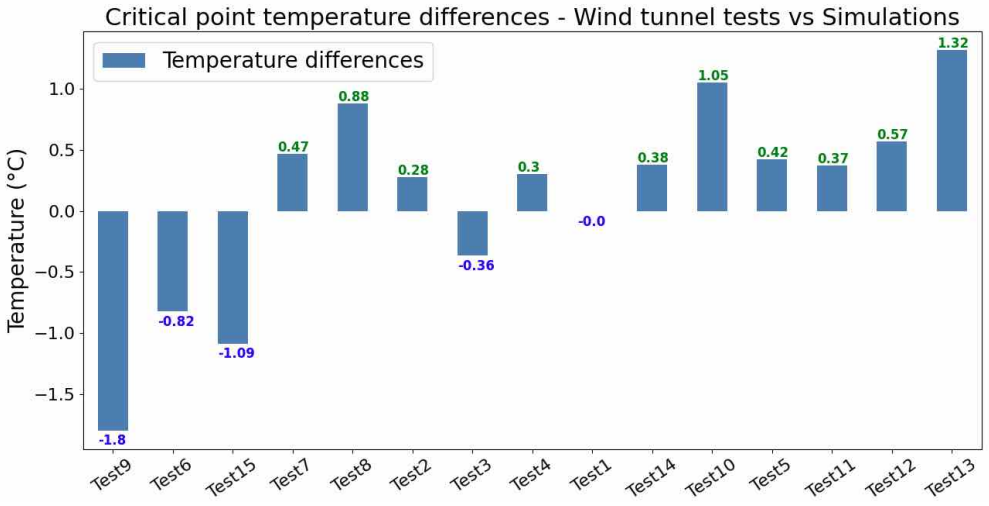


Figure 6.33 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2021*

La moyenne des écarts entre les températures simulées et celles mesurées est de 0.67°C, avec un écart maximal de 1.8°C et une médiane de 0.47°C. Ces valeurs restent bien dans les marges d'erreurs définies précédemment, ce qui montre que le modèle simplifié permet une prédiction des températures au point RTD1 avec un degré de précision satisfaisant. Par ailleurs, au-delà des valeurs de température, l'objectif principal est d'assurer une reproduction fidèle du classement des essais, qui reflète le classement des conditions de vol. Pour cette campagne, ce classement est parfaitement

identique entre les essais et les simulations.

La figure 6.34 présente la puissance totale dissipée par le système de réchauffeurs, normalisée par rapport à la valeur maximale enregistrée lors des essais. Bien qu'un écart puisse être observé entre les puissances mesurées expérimentalement et celles simulées, l'évolution de la puissance dissipée en fonction des points de vol est correctement reproduite par le modèle simplifié. Par ailleurs, les essais étant ici réalisés en condition air sec, la puissance dissipée est représentative du flux convectif, et est donc fortement corrélée aux coefficients de transfert thermique. Les divergences observées sur ces coefficients (cf. 6.2.1) peuvent alors expliquer les écarts constatés sur la puissance dissipée. Néanmoins, l'observation formulée précédemment concernant les coefficients de transfert s'applique également à la puissance dissipée : l'ordre de grandeur des écarts reste similaire quel que soit le point de vol, un comportement bien illustré par la figure 6.34.

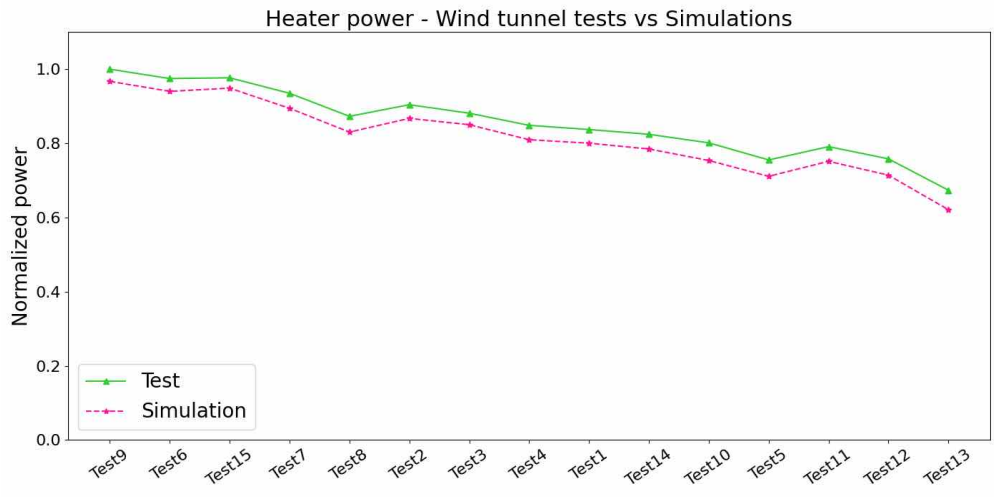
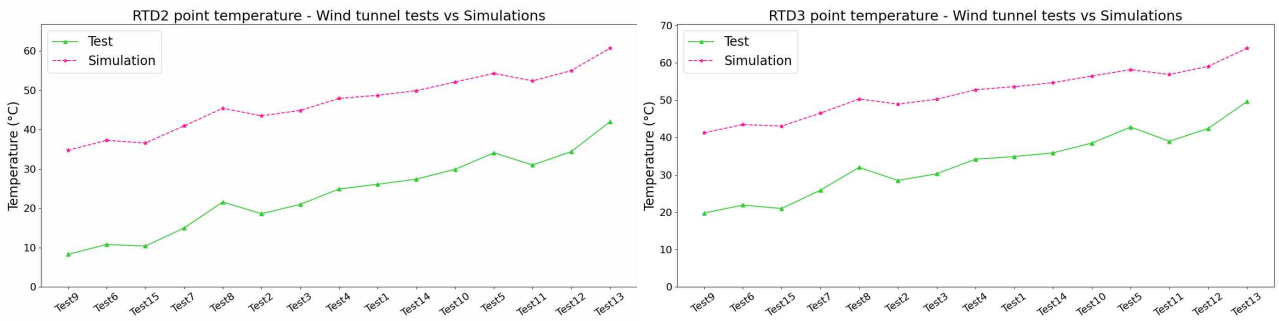


Figure 6.34 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2021*

La figure 6.35 présente une comparaison entre les températures mesurées aux deux autres points de mesure RTD2 et RTD3 (cf. 6.1.2).



(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure 6.35 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2021*

La moyenne des écarts est de 23.24°C pour le point RTD2, et de 18.83°C pour RTD3. Ces différences significatives peuvent s'expliquer par la modélisation de l'écoulement interne dans le modèle simplifié. En effet, comme évoqué à la section 6.2.2, l'approche retenue ne permet pas de représenter simultanément de manière fiable le champ de température de l'air au sein de la cavité

et les échanges thermiques aux interfaces. Un compromis entre ces deux aspects est imposé par la calibration du paramètre définissant la vitesse en entrée de l'interstice dans le modèle simplifié. Au regard des résultats obtenus sur la température au point RTD1 et sur la puissance dissipée, cette calibration semble permettre une reproduction satisfaisante des échanges thermiques au niveau du socle. En revanche, l'air interne paraît se réchauffer trop rapidement, notamment à la base de la sonde – un phénomène identifié lors de l'analyse des erreurs. Les capteurs RTD2 et RTD3 étant situés précisément dans cette zone, les températures simulées s'écartent en conséquence significativement des mesures expérimentales. Cependant, bien que ces divergences soulignent certaines limites du modèle simplifié, elles concernent des critères moins déterminants dans le cadre global de l'étude. Ainsi, bien que ces écarts ne puissent être ignorés, ils ne remettent pas en cause la pertinence générale du modèle. Par ailleurs, il convient de noter que, même si les valeurs absolues des températures ne sont pas parfaitement reproduites, le modèle simplifié reste capable de suivre correctement leur évolution en fonction des conditions de vol, aux deux points de mesure.

Campagne NRC 2023

De même que précédemment, la figure 6.36 présente la comparaison entre les températures mesurées au point RTD1 et celles prédites par le modèle simplifié pour la campagne menée au NRC en 2023, accompagnée de la figure 6.37 présentant les différences de température classées par ordre de sévérité.

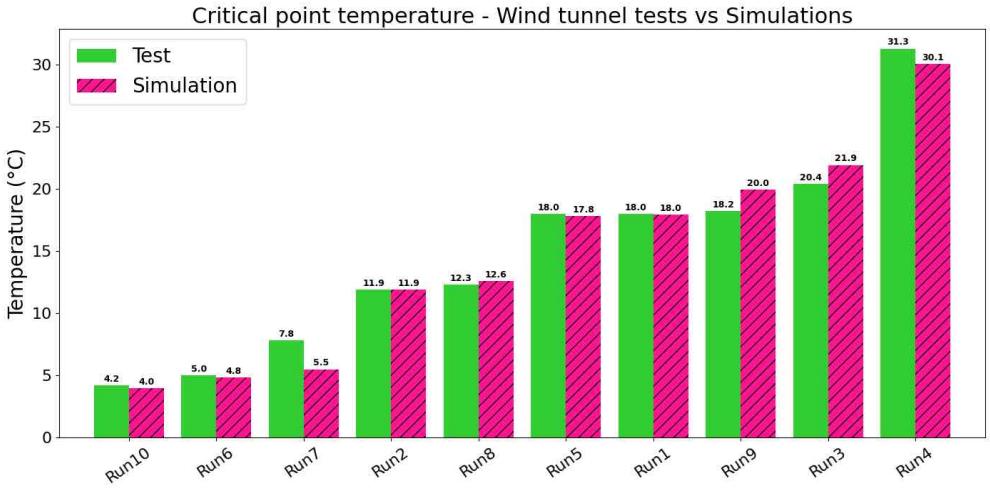


Figure 6.36 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne NRC 2023*

Pour cette campagne, la moyenne des écarts entre les températures est de 0.78°C, avec un écart maximal de 2.3°C et une médiane de 0.27°C. Ces valeurs respectent à nouveau les marges d'erreur définies, et le classement des conditions de vol est également parfaitement reproduit par les simulations.

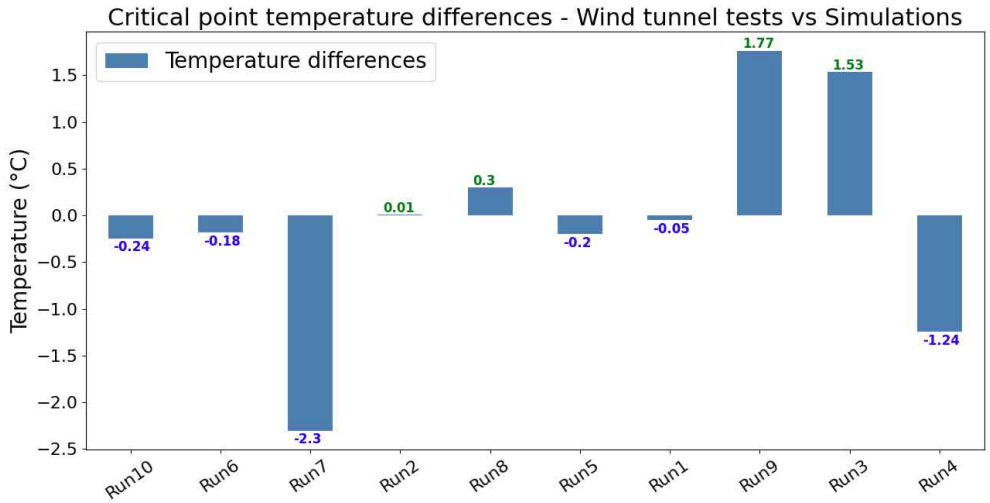


Figure 6.37 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne NRC 2023*

La figure 6.38, qui présente la puissance totale dissipée par le système de réchauffeurs, révèle un écart légèrement plus marqué entre les puissances mesurées et simulées comparé à celui observé pour la campagne AIWTEC. Toutefois, l'évolution de ces dernières en fonction des points de vol est correctement capturée par le modèle simplifié.

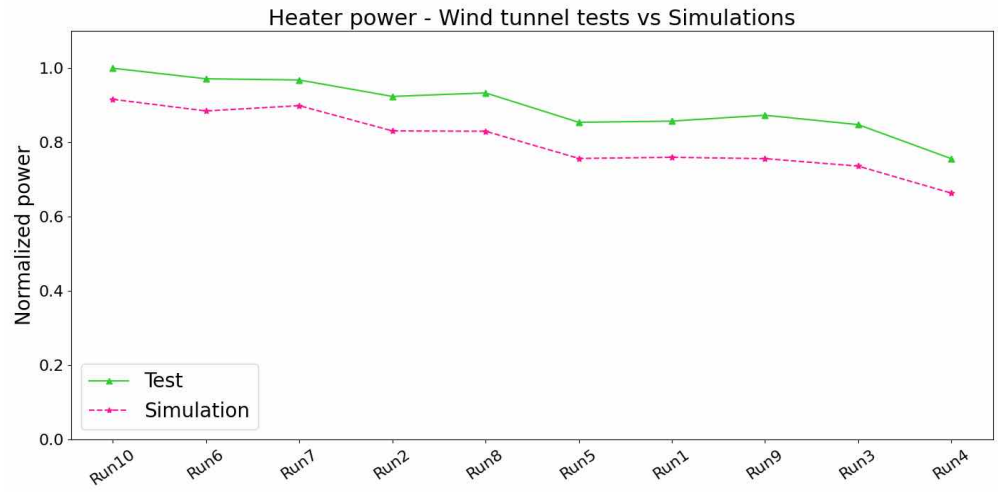
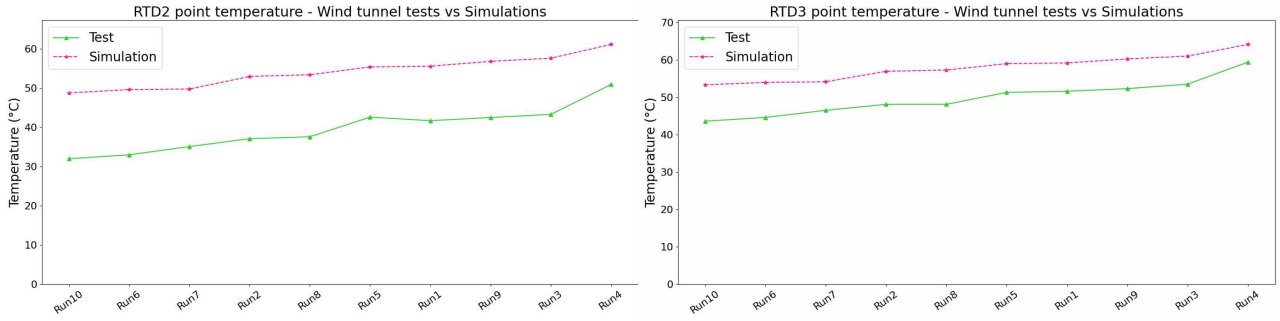


Figure 6.38 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne NRC 2023*

Concernant les températures mesurées aux points RTD2 et RTD3, présentées par la figure 6.39, les écarts moyens observés sont inférieurs à ceux constatés lors de la campagne AIWTEC. Ils s'élèvent respectivement à 14.53°C pour le point RTD2, et à 8.02°C pour RTD3. Cette meilleure estimation peut s'expliquer par le fait que les conditions de vol reproduites correspondent à des vols en haute-altitude, caractérisés par une densité d'air plus faible. Or, ce paramètre influence directement le comportement de l'écoulement interne, et une diminution de sa valeur tend à accélérer le réchauffement de l'air au sein de la cavité. Étant donné que la principale source de divergence du modèle simplifié réside dans une surestimation de la vitesse de réchauffement de l'air, il apparaît cohérent que le modèle produise un meilleur accord dans des conditions où l'air se réchauffe effectivement plus rapidement.



(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure 6.39 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne NRC 2023*

Bilan des campagnes en condition air sec

Les tableaux 6.7 et 6.8 présentent une synthèse des écarts observés sur les cinq grandeurs expérimentales disponibles, pour les quatre campagnes reproduisant des vols en condition air sec. Les erreurs sur les températures correspondent à la moyenne des écarts absolus entre les mesures et les résultats de simulation $\epsilon_T = \frac{1}{n}\sum_i^n |T^i_{essai} - T^i_{simu}|$, tandis que celles sur les puissances sont exprimées en tant que moyennes des erreurs relatives absolues $\epsilon_P = \frac{1}{n}\sum_i^n 100 \times \frac{|P^i_{essai} - P^i_{simu}|}{P^i_{essai}}$.

Campagnes	**Écart RTD1 (°C)**	**Écart RTD2 (°C)**	**Écart RTD3 (°C)**	**Classement respecté**
Campagne AIWTEC 2017	0.26	23.26	17.71	OK
Campagne AIWTEC 2019	0.49	21.61	17.55	OK
Campagne AIWTEC 2021	0.67	23.24	18.83	OK
Campagne NRC 2023	0.78	14.53	8.02	OK

Tableau 6.7 – *Bilan des écarts moyens de température observés entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Condition air sec*

De façon globale, ce premier tableau met en évidence le respect des critères de performance définis en amont de la phase de validation. Concernant la température au point RTD1, le modèle simplifié permet une prédiction avec une erreur moyenne inférieure à 1°C, l'écart maximal observé sur l'ensemble des campagnes étant de 2.3°C. Par ailleurs, les écarts relevés sur les températures RTD2 et RTD3 lors de la campagne AIWTEC de 2021 se retrouvent dans l'ensemble des campagnes réalisées au sein de cette même soufflerie. Bien que ces écarts soient relativement élevés, leur récurrence à travers les différentes campagnes tend à confirmer qu'ils résultent principalement des limites identifiées dans la modélisation de l'écoulement interne du modèle simplifié. Enfin, et c'est l'élément le plus important, le classement des conditions de vol selon leur sévérité, tel que prédit par le modèle simplifié, est strictement identique à celui issu des essais en soufflerie, pour les quatre campagnes considérées ici.

Pour compléter cette synthèse, le second tableau met en évidence que les erreurs associées aux puissances dissipées sont globalement acceptables. En particulier, la puissance totale dissipée présente une erreur relative inférieure à 6%, à l'exception de la campagne réalisée au NRC. La puissance

Campagnes	Erreur puissance girouette (%)	Erreur puissance annulaire (%)	Erreur puissance totale (%)
Campagne AIWTEC 2017	2.79	4.01	3.22
Campagne AIWTEC 2019	1.45	14.98	5.46
Campagne AIWTEC 2021	1.31	10.6	4.71
Campagne NRC 2023	6.61	17.14	10.71

Tableau 6.8 – *Bilan des erreurs relatives moyennes observées sur les puissances dissipées entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Condition air sec*

dissipée par le réchauffeur annulaire est celle pour laquelle l'erreur relative est la plus élevée. Cette divergence s'explique, d'une part, par le fait que les erreurs sur les coefficients de transfert sont les plus marquées au niveau de la plaque isolante, et d'autre part, par la faible puissance délivrée par ce réchauffeur. Comparativement à celui de la girouette, le réchauffeur annulaire dissipe une puissance nettement plus faible, de sorte qu'un écart de quelques watts devient plus significatif dans le calcul de l'erreur relative. Bien que ces erreurs soient plus marquées, elles restent toutefois acceptables dans le cadre de cette étude, d'autant plus que les écarts constatés sur le réchauffeur de la girouette sont faibles.

Analyse des performances thermiques par comparaison avec des simulations industrielles haute-fidélité

En complément des mesures expérimentales, les simulations industrielles présentées en section 6.1.1 peuvent être exploitées pour enrichir la validation du comportement en condition air sec. Deux simulations sont ainsi disponibles [11]. L'une d'entre elles correspond à un point de vol ayant également fait l'objet d'un essai en soufflerie ; elle permet donc une comparaison croisée entre le modèle simplifié, la simulation industrielle et l'essai. Pour la seconde, aucune donnée expérimentale n'est disponible, et la comparaison se limite aux résultats issus des deux approches numériques.

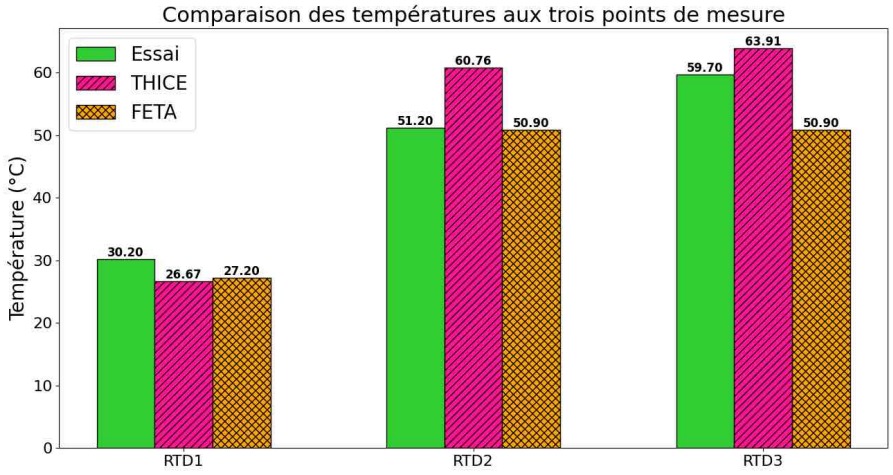


Figure 6.40 – *Comparaison des températures aux trois points de mesure - Essai/FETA/THICE*

11. Désignées sous le nom de FETA (Finite Element Thermal Analysis).

La figure 6.40 présente une comparaison des températures aux trois points de mesure pour le point de vol correspondant à l'essai. Les résultats montrent que les deux simulations sous-estiment légèrement la température au point RTD1. Pour les points RTD2 et RTD3, la même tendance que celle observée précédemment pour la simulation basse-fidélité – à savoir une surestimation des températures – est retrouvée ici. Dans le cas de la simulation industrielle, la température restituée correspond à la valeur moyenne sur l'ensemble du corps réchauffeur, sans distinction entre l'amont et l'aval. Cette température moyenne se rapproche de celle mesurée au point RTD2, mais reste inférieure à la température relevée au point RTD3.

La figure 6.41 présente une comparaison similaire, cette fois sur les puissances dissipées par les réchauffeurs, exprimée de manière adimensionnée par rapport aux puissances mesurées lors de l'essai. Un bon accord est observé entre les deux simulations et l'essai en ce qui concerne la puissance dissipée par la girouette. En revanche, la puissance dissipée par le réchauffeur annulaire est surestimée par les deux approches numériques, avec un écart plus important dans le cas de la simulation industrielle.

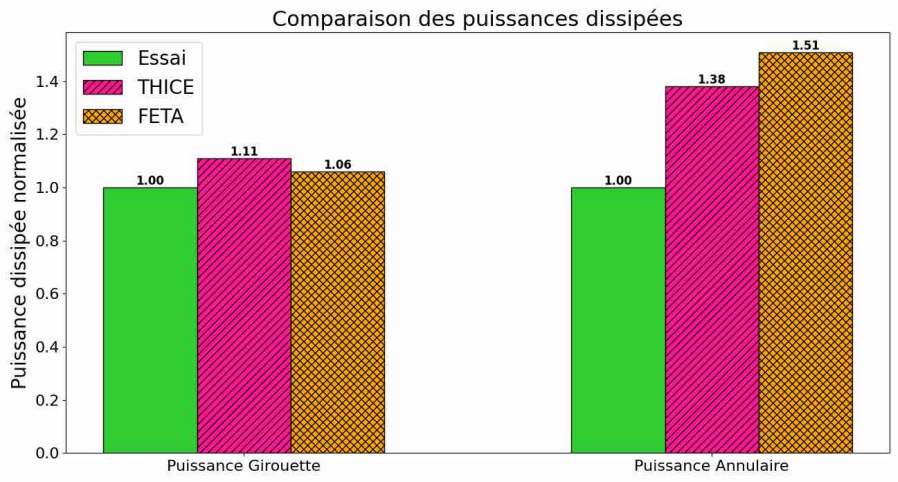


Figure 6.41 – *Comparaison des puissances dissipées - Essai/FETA/THICE*

Le tableau 6.9 synthétise les écarts observés entre les deux simulations numériques pour les deux conditions de vol. De même que pour les campagnes, les erreurs relatives aux températures sont exprimées en tant que moyennes des écarts absolus, tandis que celles associées aux puissances correspondent aux moyennes des erreurs relatives absolues. Les résultats issus des simulations industrielles sont ici utilisés en tant que référence. Il est intéressant de noter que les ordres de grandeur des erreurs restent comparables à ceux observés lors des comparaisons avec les essais. En particulier, les erreurs sur la température RTD1 demeurent inférieures à 1°C.

Simulation	Écart RTD1 (°C)	Écart Corps réchauffeur (°C)	Écart puissance girouette (%)	Écart puissance annulaire (%)
Point Essai	0.53	13	4.87	8.59
Point CPA	0.12	11	3.41	0.29

Tableau 6.9 – *Bilan des écarts observés entre la simulation industrielle et la simulation basse-fidélité - Condition air sec*

Un dernier avantage lié au fait de disposer de résultats de simulations numériques réside dans la possibilité de comparer visuellement les champs thermiques calculés. Dans ce but, la figure 6.42 illustre le champ de température issu de la simulation haute-fidélité industrielle, tandis que la figure 6.43 présente celui obtenu avec la simulation basse-fidélité, pour le point CPA [12].

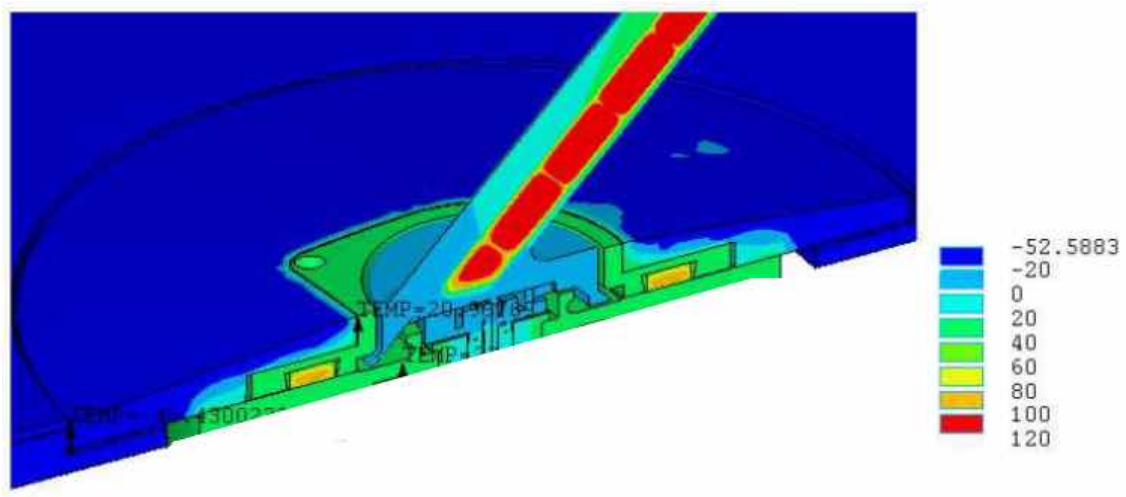


Figure 6.42 – *Visualisation du champ thermique - Simulation industrielle*

Cette analyse visuelle apporte une lecture plus globale du comportement thermique de la sonde, qui ne peut être obtenue à partir des mesures expérimentales seules. La comparaison des champs thermiques met en évidence une bonne concordance entre les résultats du modèle simplifié et ceux de la simulation industrielle. En particulier, la répartition des températures sur les différentes parties de la sonde est correctement reproduite. Ces observations viennent ainsi, en complément des performances déjà constatées lors de la validation par comparaison aux essais en soufflerie, renforcer la confiance dans la capacité du modèle simplifié à restituer suffisamment fidèlement le comportement thermique global de la sonde, tant d'un point de vue quantitatif (valeurs prédites) que qualitatif (répartition du champ thermique).

12. La colormap utilisée pour la visualisation de la simulation basse-fidélité a été définie afin de reproduire au mieux celle de la simulation industrielle ; il est à noter que les températures sont exprimées en degrés Celsius pour la simulation industrielle, tandis qu'elles le sont en Kelvins pour la simulation basse-fidélité. Les champs sont toutefois directement comparables.

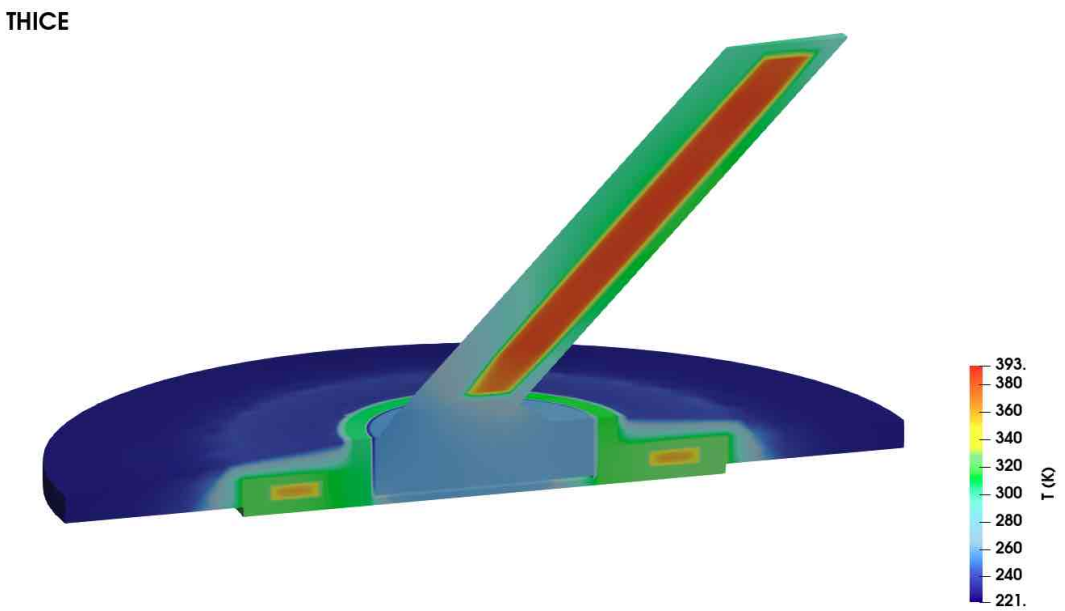


Figure 6.43 – *Visualisation du champ thermique - Simulation basse-fidélité*

Synthèse

A l'issue de la confrontation entre les mesures expérimentales issues des quatre campagnes d'essais et les résultats des simulations basse-fidélité, il apparaît que le modèle simplifié est en mesure de reproduire fidèlement le comportement aérothermique de la sonde d'incidence dans des conditions de vol de type air sec. L'intégralité des critères de performance préalablement définis est en effet respectée pour toutes les grandeurs représentatives du comportement thermique de la sonde. En particulier, le classement des conditions de vol selon leur sévérité – critère central de l'approche proposée ici – est systématiquement reproduit par les simulations. Par ailleurs, la comparaison avec les simulations industrielles, en montrant des écarts du même ordre que ceux observés face aux essais tout en mettant en évidence un bon accord sur la distribution des températures au sein de la sonde, permet de renforcer la validité du modèle simplifié.
Le modèle simplifié peut donc être considéré, à ce stade, comme validé pour les conditions de vol de type air sec.

6.5.3 Analyse des performances thermiques du modèle simplifié en conditions givrantes

L'ensemble des campagnes utilisées pour valider le comportement thermique de la sonde lors de vols en présence de conditions givrantes a été mené au sein de la soufflerie AIWTEC. La validation des trois régimes de vol présentant un risque de givrage, à savoir des vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues, de cristaux de glace, ou de conditions mixtes, est présentée séparément. Pour chacun d'eux, les résultats sont exposés selon une démarche similaire à celle utilisée pour la validation en air sec.

Gouttelettes d'eau surfondues

Deux campagnes d'essais sont disponibles afin de valider le comportement aérothermique pour des vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues. La campagne menée en 2019 est celle présentée en détail ici. La seconde a été menée en 2017, et est celle utilisée afin de calibrer les coefficients intervenant dans le calcul du coefficient de mouillage ; les résultats associés sont disponibles dans l'annexe F.1.

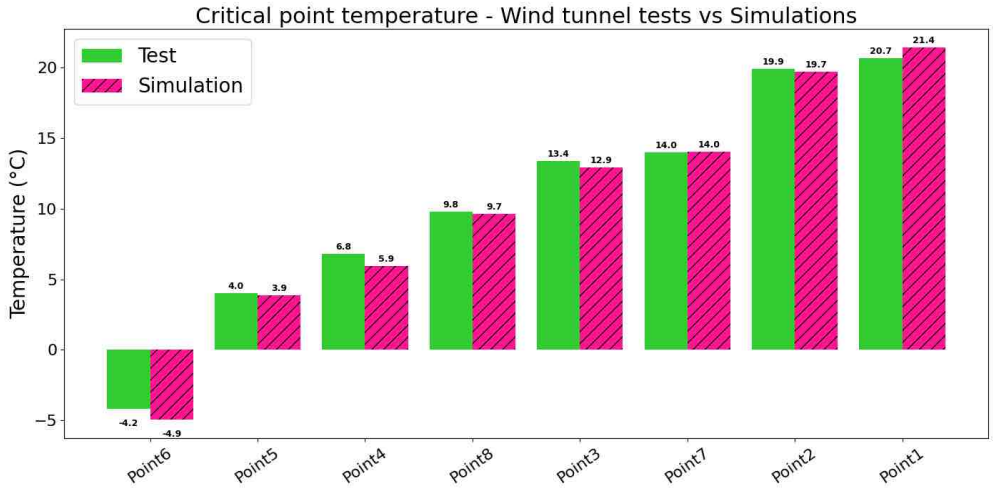


Figure 6.44 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes*

La figure 6.44 compare les températures mesurées au point RTD1 à celles prédites par le modèle simplifié lors de la campagne de 2019. Pour cette campagne, l'écart moyen observé entre les températures mesurées et celles simulées s'élève à 0.41°C, avec un écart maximal de 0.87°C et une médiane de 0.44°C. Comme pour les essais en air sec, ces résultats demeurent conformes aux marges d'erreur établies, tandis que le classement des conditions de vol est fidèlement restitué par les simulations. En ce qui concerne les températures mesurées aux points RTD2 et RTD3, présentées par en annexe F.3, les divergences déjà observées en condition air sec se retrouvent également lors de vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues, avec des écarts marqués sur ces deux températures. Les écarts moyens atteignent respectivement à 16.71°C pour le point RTD2, et 15.31°C pour RTD3.

La figure 6.45 complète cette analyse en illustrant les écarts de température, classés par ordre croissant. Il est intéressant de noter que, pour la majorité des points de vol, le modèle simplifié tend à sous-estimer la température RTD1 par rapport aux mesures effectuées en essai. Les conditions de vol présentées ici présentent l'avantage de correspondre à des points de vol ayant chacun un équivalent simulé en conditions air sec. Il est ainsi possible de comparer l'évolution des écarts de température pour un même point de vol, d'une part en air sec, et d'autre part en présence de gouttelettes d'eau surfondues. La figure 6.46 illustre cette évolution : pour chaque point, les résultats obtenus en air sec sont comparés à ceux obtenus en air humide. Ces évolutions sont ensuite confrontées aux prédictions du modèle basse-fidélité, et sont classées selon le LWC, par ordre croissant.

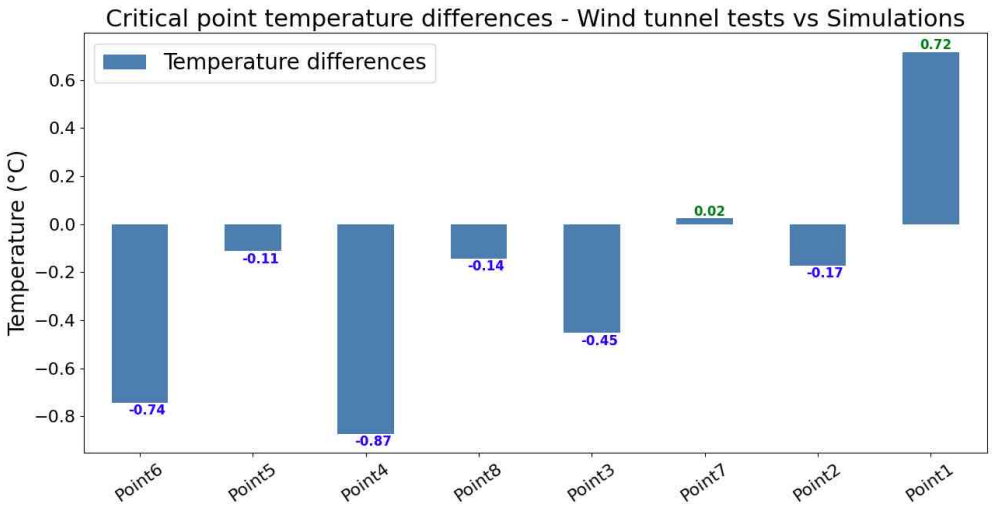


Figure 6.45 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes*

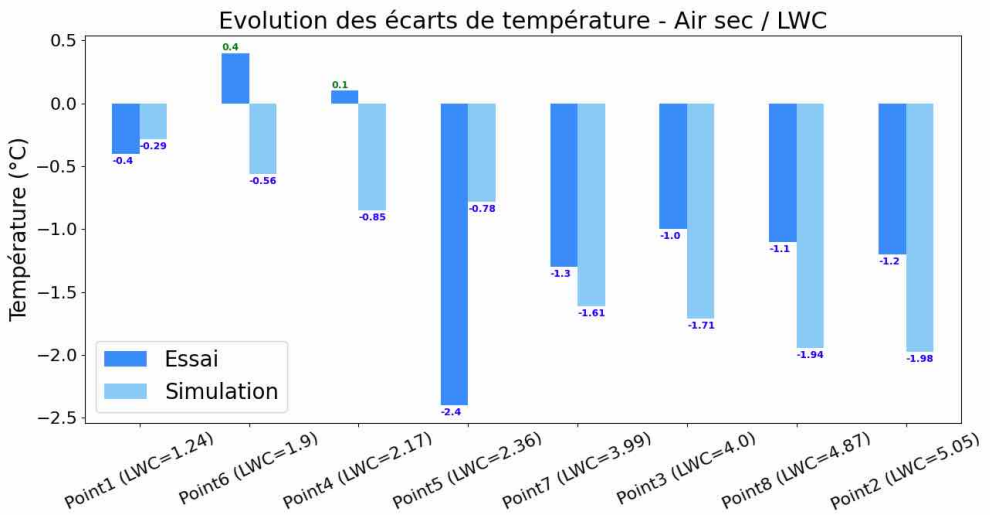


Figure 6.46 – *Évolution des écarts de températures RTD1 par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes*

Cette figure confirme que le modèle simplifié prédit une baisse de température RTD1 plus marquée que celle observée en essai, à l'exception du point 5 [13]. Par ailleurs, cette diminution de température suit globalement l'augmentation du LWC. Dans le cas des essais, cette relation est moins systématique. Une seconde divergence est observée pour les points 4 et 6 : dans ces cas, l'ajout de gouttelettes d'eau surfondues conduit à une légère hausse de la température mesurée au point RTD1. Ce comportement n'est pas reproduit par le modèle, pour lequel la présence de gouttelettes entraîne systématiquement une diminution de température.

La figure 6.47 présente une comparaison équivalente, cette fois concernant l'évolution de la puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette. Il apparaît ici que l'augmentation de cette puissance est légèrement sous-estimée par le modèle simplifié. Parallèlement, la figure 6.48 met en évidence une bonne concordance entre les puissances mesurées et simulées, avec un écart qui tend à se réduire

13. Cet écart peut s'expliquer par le fait que la température prédite par la simulation basse-fidélité en air sec est déjà nettement plus basse que celle mesurée en essai (cf. 6.49).

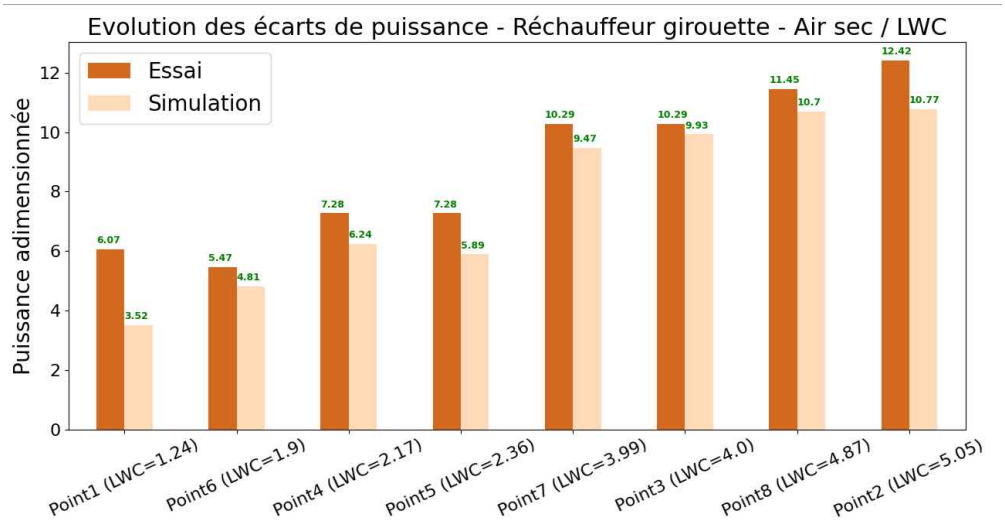


Figure 6.47 – *Évolution des écarts de puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes*

pour les deux derniers points de vol (points 1 et 2). Comme en condition air sec, les puissances dissipées au global sont également légèrement surestimées par le modèle simplifié.

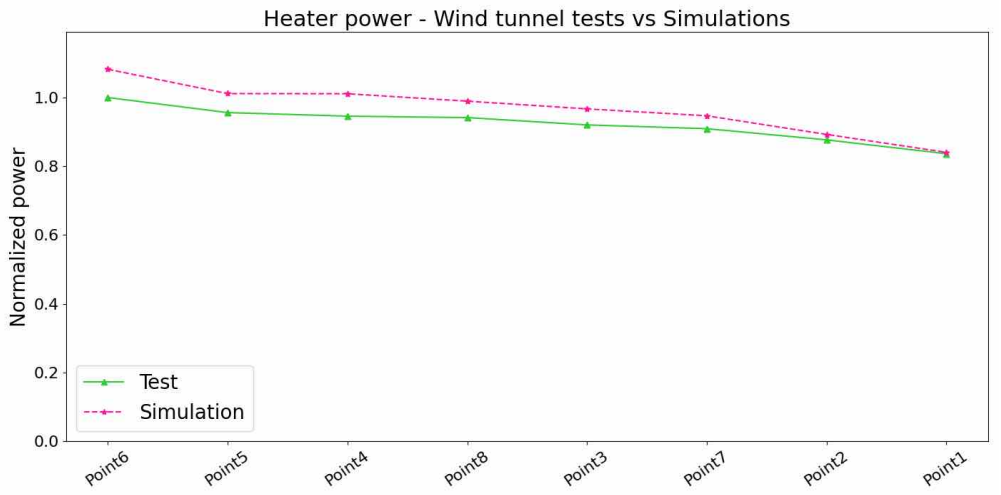


Figure 6.48 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes*

Ce comportement exhibé par le modèle simplifié peut s'expliquer en partie par sa forte sensibilité aux paramètres utilisés pour la modélisation des phénomènes de givrage. En particulier, dans l'approche adoptée ici, certains de ces paramètres peuvent être surestimés (comme l'impact) ou sous-estimés (comme le ruissellement), ce qui peut entraîner des variations notables du comportement thermique. La calibration du coefficient de mouillage visait justement à équilibrer les différents flux en jeu. Néanmoins, il apparaît que l'augmentation de la puissance dissipée ne suffit globalement pas – que ce soit dans le modèle ou lors des essais – à compenser totalement les flux liés au givrage. Toutefois, cette augmentation étant plus marquée expérimentalement, la baisse de température y reste moins prononcée que dans la simulation basse-fidélité. Cela dit, au regard des écarts observés au niveau de la température RTD1, cette tendance reste acceptable, d'autant qu'elle confère au modèle simplifié

un caractère conservatif par rapport aux essais.

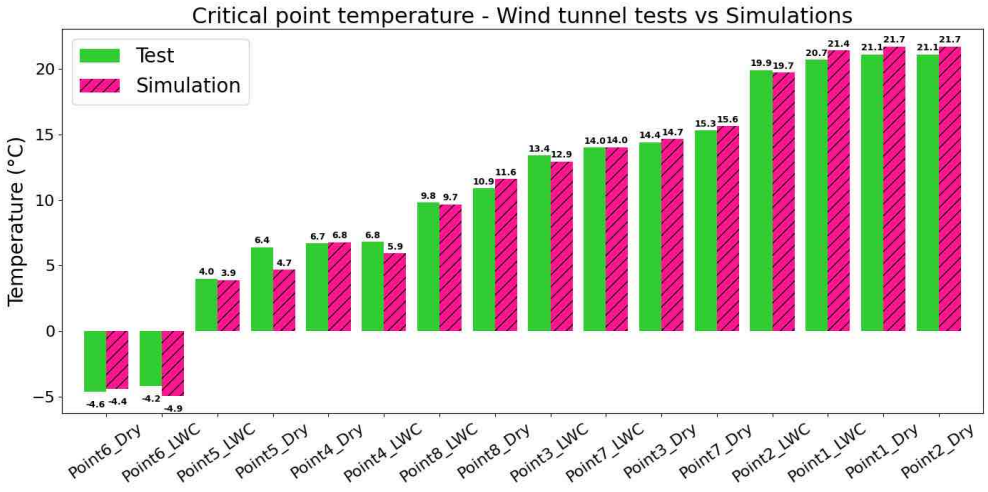


Figure 6.49 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Air sec & Gouttelettes*

Pour conclure l'analyse de cette campagne, la figure 6.49 compare les températures mesurées au point RTD1 à celles prédites par le modèle simplifié, en intégrant à la fois les points simulés en air sec et en présence de gouttelettes. L'intérêt de cette comparaison réside dans le classement des conditions selon le critère de sévérité. Il apparaît que, malgré certaines divergences entre les comportements observés en essai et en simulation, le modèle simplifié parvient globalement à discriminer les différents points de vol. Deux exceptions sont toutefois à noter : les points 4 et 6, pour lesquels l'ordre de sévérité est inversé par rapport aux résultats expérimentaux. Ce comportement est attendu, puisqu'il s'agit des seuls cas où la présence de gouttelettes induit une élévation de température, phénomène non-reproduit par le modèle. Ces exceptions mises à part, le modèle simplifié offre une représentation cohérente du classement global.

Cristaux de glace

À ce jour, une seule campagne expérimentale permet de valider le comportement aérothermique en présence de cristaux de glace lors du vol. La figure 6.50 présente une comparaison entre les températures mesurées au point RTD1 et celles prédites par le modèle simplifié, dans le cadre de la campagne réalisée en 2017. Étant donné le nombre limité de cas en présence de cristaux – six conditions simulées dans cette étude – le classement intègre également les vols correspondants simulés en condition air sec.

Pour cette campagne, l'écart moyen entre les températures mesurées et simulées est de 0.35°C, avec un écart maximal de 1.08°C et une médiane de 0.285°C. Ces écarts sont calculés uniquement pour les conditions cristaux, afin de les distinguer de la validation air sec.

La figure 6.51 illustre la puissance totale dissipée par le système de réchauffeurs. Une nouvelle fois, une bonne concordance est observée entre les valeurs mesurées et celles simulées, la tendance globale étant correctement reproduite par le modèle basse-fidélité sur l'ensemble des points de vol. Les tendances d'évolution des températures mesurées aux points RTD2 et RTD3 – disponibles à l'annexe

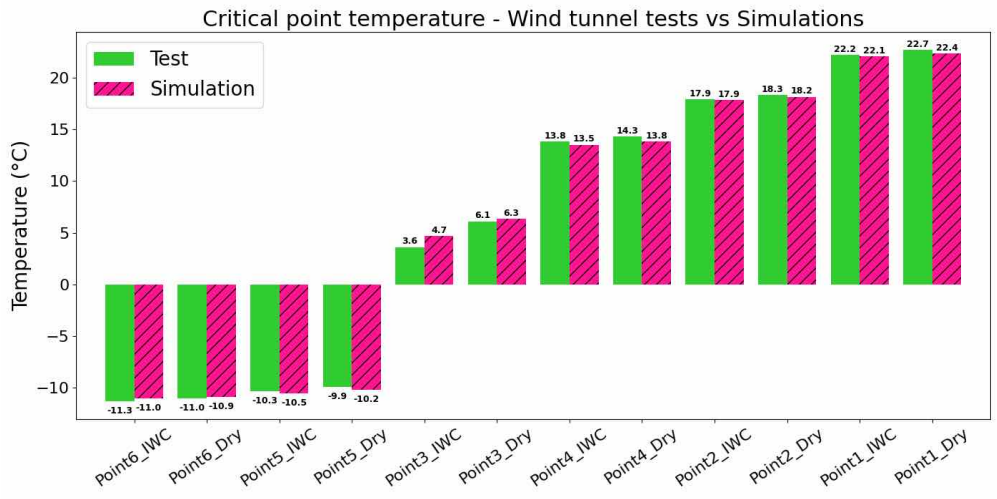


Figure 6.50 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux & Air sec*

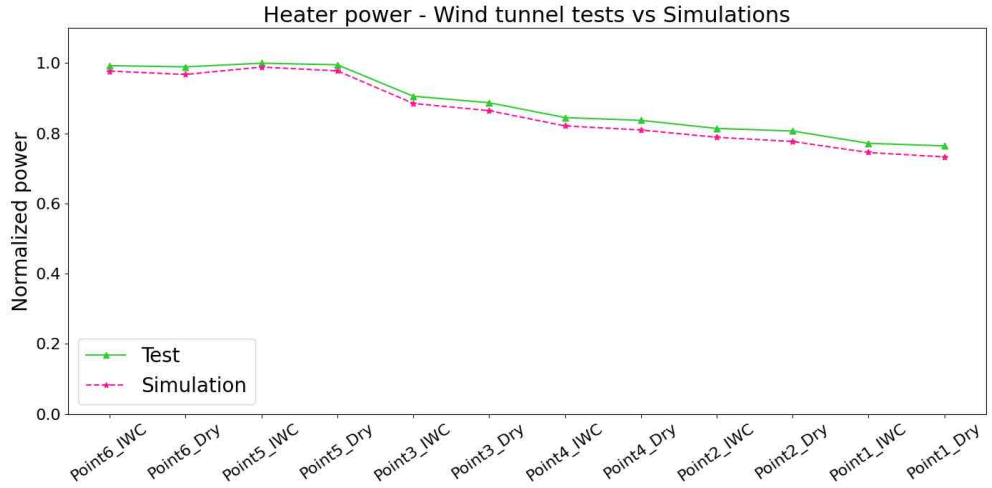


Figure 6.51 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux & Air sec*

F.4 – sont de nouveau correctement reproduites par le modèle simplifié. Toutefois, comme dans les comparaisons précédentes, des écarts subsistent pour ces capteurs, les écarts moyens atteignant respectivement 23.16°C pour le point RTD2, et 17.96°C pour RTD3.

A l'instar des comparaisons effectuées pour les vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues, l'évolution entre les points de vol en air sec et ceux réalisés en présence de cristaux de glace peut être analysée. A cette fin, la figure 6.55 présente les variations des écarts de température, pour un même point de vol, en confrontant les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle. Les points sont cette fois classés en fonction de la teneur en glace (IWC).

Il ressort de cette analyse que le IWC exerce une influence relativement faible sur le comportement thermique, les écarts de température restant généralement modérés. Une exception notable concerne le point de vol 3, pour lequel une baisse de température plus marquée est observée, aussi bien en essai qu'en simulation. Cette diminution ne semble toutefois pas directement liée à la présence

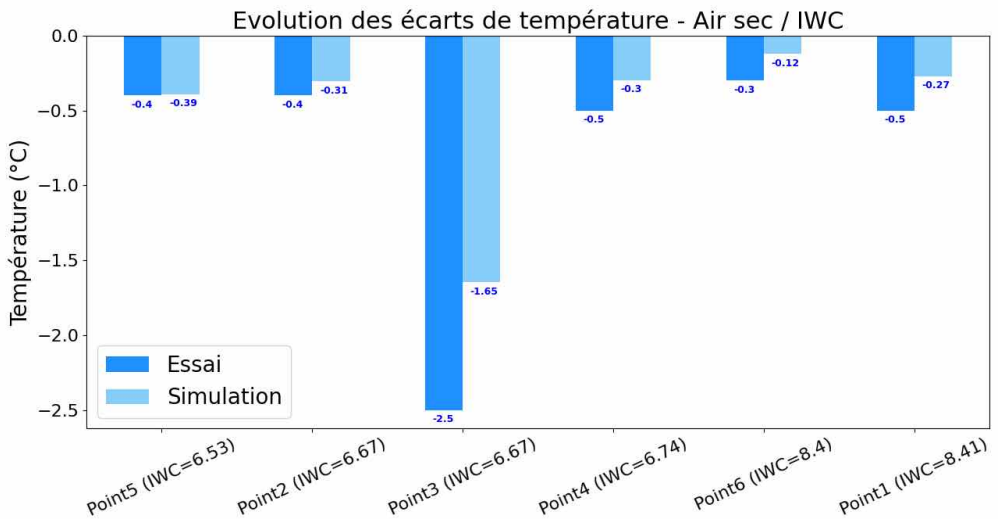


Figure 6.52 – *Évolution des écarts de températures RTD1 par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux*

de cristaux, puisque la condition air sec associée à ce point présente une température statique T_∞ supérieure de 1.47°C à celle utilisée pour l'essai cristaux, alors que la vitesse et l'altitude sont similaires. Les deux conditions de vol n'étant pas en réalité pas exactement identiques, cette différence de température statique pourrait expliquer l'écart observé. La faible influence des cristaux de glace sur le comportement thermique avait déjà été mise en évidence en section **??**, et attribuée à une efficacité de collage faible. Après calibration de ce paramètre, cette tendance est correctement reproduite par le modèle simplifié. Il apparaît ainsi que, dans le cas des vols en présence de cristaux de glace, le classement de la sévérité des conditions repose essentiellement sur une hiérarchisation cohérente des points de vol en condition air sec.

Conditions mixtes

Deux campagnes expérimentales sont disponibles pour valider le comportement aérothermique lors de vols en conditions mixtes. La campagne menée en 2017 est présentée ici car elle comporte un point de vol supplémentaire par rapport à celle de 2019, dont les résultats sont disponibles en annexe F.2. La figure 6.53 compare les températures mesurées et simulées au point RTD1, en intégrant de nouveau les conditions de vol correspondantes en air sec.

L'écart moyen entre les températures mesurées et simulées est légèrement plus élevé que dans les campagnes précédentes, en s'élevant à 1.09°C. L'écart maximal atteint 1.61°C, avec une médiane de 0.895°C ; ces écarts sont là-aussi calculés uniquement pour les conditions mixtes. La figure 6.51 présente la puissance totale dissipée par le système de réchauffeurs, et confirme la bonne reproduction de l'évolution des puissances par les simulations basse-fidélité.

Concernant les températures RTD2 et RTD3, les écarts atteignent respectivement 20.64°C pour le point RTD2, et 15.76°C pour RTD3 (voir annexe F.5). Les mêmes conclusions que celles formulées précédemment pour ces deux points de mesure s'appliquent ici.

De manière similaire à ce qui avait été observé lors de la validation des vols en présence de gouttelettes d'eau, le modèle simplifié tend à surestimer la baisse de température induite par la

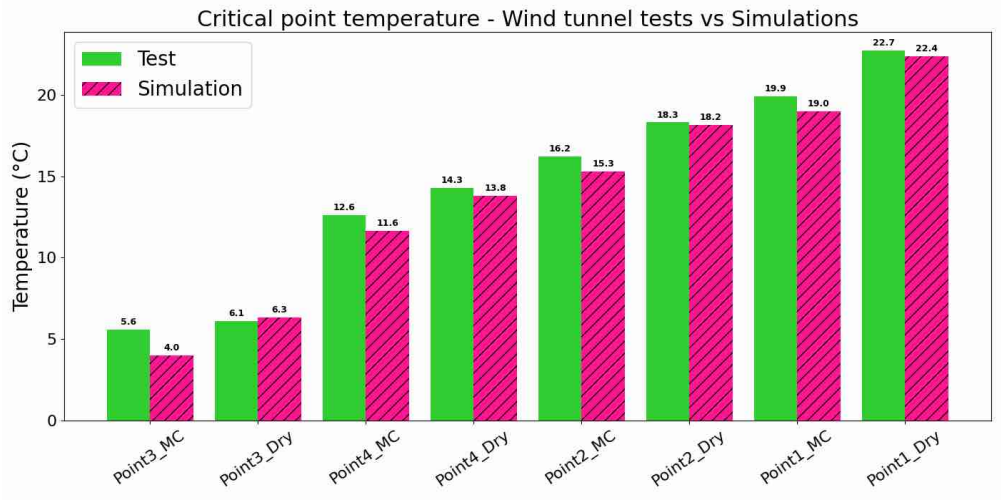


Figure 6.53 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes & Air sec*

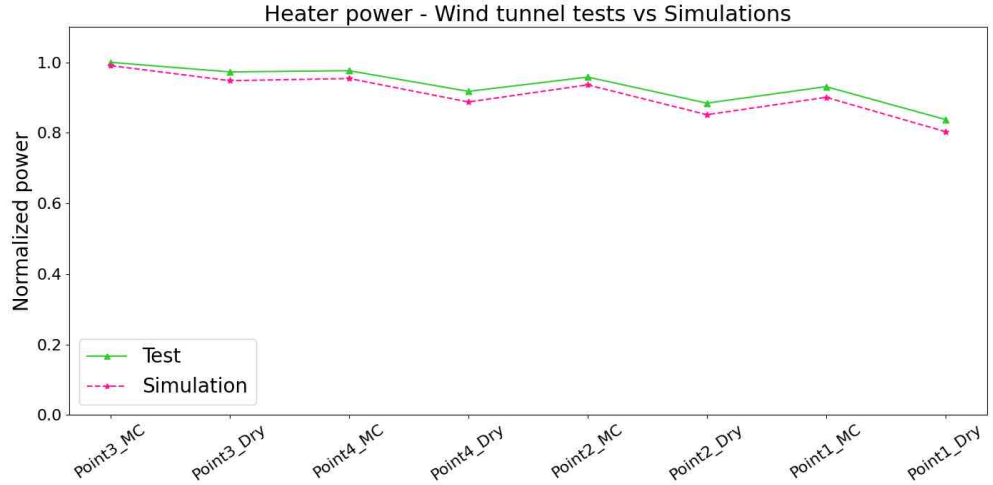


Figure 6.54 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes & Air sec*

présence simultanée de gouttelettes et de cristaux. La figure 6.55 illustre cette tendance et, en excluant le point de vol 3, met en évidence que cette divergence semble suivre l'augmentation du LWC. Cette relation avait déjà été constatée pour les vols en présence exclusive de gouttelettes.

Par ailleurs, l'augmentation de la puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette – présentée en figure 6.56 – montre que le modèle simplifié parvient à reproduire correctement l'évolution observée en essai. L'augmentation est légèrement surestimée par le modèle, mais de manière modérée. Les conclusions tirées des vols en présence de gouttelettes semblent également s'appliquer aux vols en conditions mixtes : bien que l'augmentation des puissances dissipées observée lors des essais ne suffise pas à compenser intégralement les flux liés au givrage, elle permet néanmoins de mieux en limiter les effets que dans les simulations. Cette différence pourrait s'expliquer par le fait que, dans les simulations, les puissances dissipées sont correctement estimées mais restent insuffisantes face à des flux de givrage simulés plus importants (et probablement surestimés), comme cela avait déjà été suggéré précédemment. Toutefois, de même que pour les vols en présence exclusive de

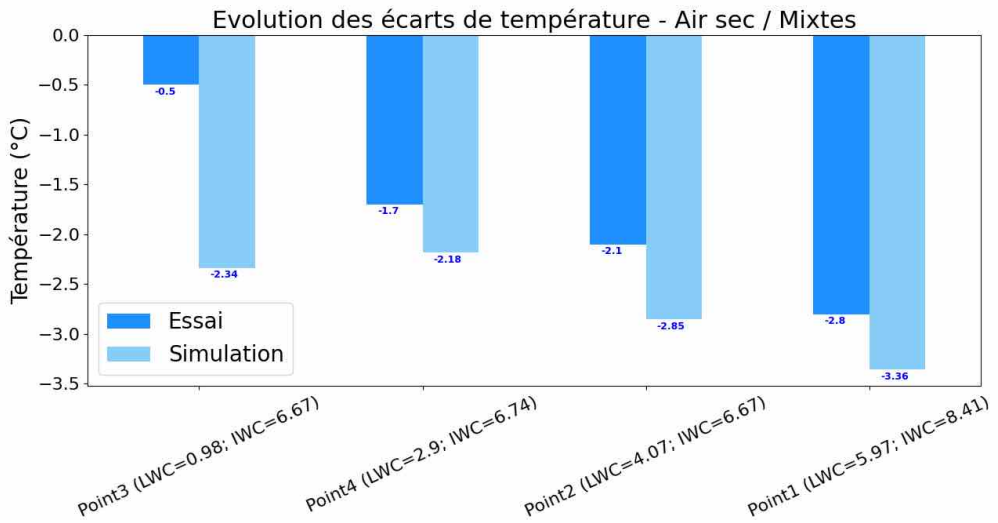


Figure 6.55 – *Évolution des écarts de températures RTD1 par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes*

gouttelettes d'eau, l'évolution dans les écarts observés entre les vols en air sec et en air humide est bien reproduite par le modèle, et le classement des conditions de vol établi par le modèle simplifié demeure cohérent avec celui issu des essais.

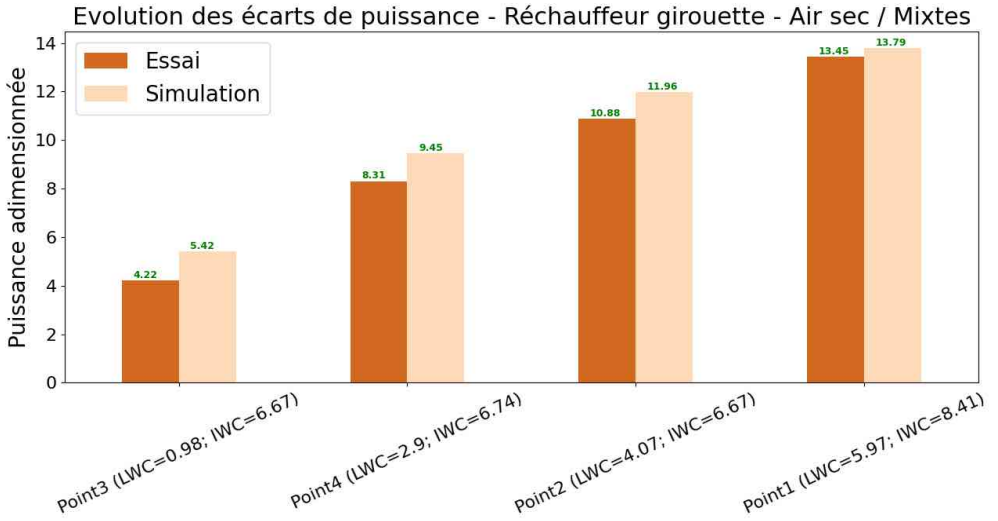


Figure 6.56 – *Évolution des écarts de puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes*

Bilan des campagnes en conditions givrantes

Les tableaux 6.10 et 6.11 présentent une synthèse des écarts observés sur les cinq grandeurs expérimentales disponibles pour la validation, pour l'ensemble des campagnes reproduisant des vols en conditions givrantes. De même que pour le cas air sec, les erreurs relatives aux températures correspondent aux moyennes des écarts absolus entre les mesures et les simulations, tandis que celles associées aux puissances sont exprimées en tant que moyennes des erreurs relatives absolues.

Campagnes	Écart RTD1 (°C)	Écart RTD2 (°C)	Écart RTD3 (°C)	Classement respecté
AIWTEC 2017 - Gouttelettes	0.61	23.26	18.	OK
AIWTEC 2017 - Cristaux	0.35	23.16	17.96	OK
AIWTEC 2017 - Mixtes	1.09	20.63	15.76	OK
AIWTEC 2019 - Gouttelettes	0.41	16.71	15.31	OK
AIWTEC 2019 - Mixtes	0.75	22.27	18.93	OK

Tableau 6.10 – *Bilan des écarts moyens de température observés entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Conditions givrantes*

Ce premier tableau met en évidence le respect des critères de performance. Plus précisément, l'erreur moyenne commise par le modèle simplifié sur la température RTD1 reste inférieure à 3°C, avec une erreur moyenne maximale de 1.09°C pour la campagne de 2017 en conditions mixtes. L'écart maximal observé sur l'ensemble des campagnes atteint 1.61°C pour un point de vol représentant également une condition mixte. Par ailleurs, les écarts constatés sur les températures RTD2 et RTD3 lors des campagnes en air sec se retrouvent dans l'ensemble des campagnes réalisées en conditions givrantes. Le classement des conditions de vol selon leur sévérité est, quant à lui, systématiquement reproduit par les simulations basse-fidélité, ce qui souligne la robustesse du modèle simplifié étendu.

Campagnes	Erreur puissance girouette (%)	Erreur puissance annulaire (%)	Erreur puissance totale (%)
AIWTEC 2017 - Gouttelettes	2.38	6.27	3.63
AIWTEC 2017 - Cristaux	1.89	3.32	2.37
AIWTEC 2017 - Mixtes	2.22	2.54	2.18
AIWTEC 2019 - Gouttelettes	1.51	18.31	4.68
AIWTEC 2019 - Mixtes	1.97	15.04	6.09

Tableau 6.11 – *Bilan des erreurs relatives moyennes observées sur les puissances dissipées entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Conditions givrantes*

Pour conclure cette validation en conditions givrantes, le second tableau souligne que les erreurs relatives aux puissances dissipées restent une nouvelle fois acceptables. En particulier, une bonne concordance est observée pour la puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette sur l'ensemble des campagnes. En revanche, la puissance dissipée par le réchauffeur annulaire présente une erreur relative plus élevée, notamment lors des deux campagnes de 2019. Pour ces essais, le modèle simplifié tend à légèrement surestimer la puissance associée à ce réchauffeur, ce qui conduit à des erreurs plus importantes non seulement sur cette puissance, mais également sur la puissance totale dissipée. Cette surestimation avait toutefois déjà été constatée pour cette même campagne en condition air sec ; le fait qu'elle se manifeste également lors de vols en conditions givrantes paraît donc cohérent.

Bilan

Ce chapitre avait pour objectif d'évaluer la capacité du modèle simplifié à reproduire de manière suffisamment fidèle le comportement aérothermique d'une sonde d'incidence en conditions opérationnelles. Pour ce faire, différentes méthodes de validation ont été mobilisées, regroupées en deux catégories principales : les simulations haute-fidélité, notamment celles issues de l'ONERA, et les données expérimentales provenant de campagnes menées en soufflerie givrante.

Dans un premier temps, les simulations haute-fidélité ont permis d'identifier les erreurs liées aux hypothèses simplificatrices retenues. L'influence de plusieurs phénomènes clés a été mise en évidence, en particulier celle de l'écoulement interne dans l'interstice et des processus liés au givrage (impact, ruissellement, évaporation). Des analyses de sensibilité ont contribué à hiérarchiser ces effets selon leur impact sur la réponse thermique du modèle. Ces études ont également permis de confirmer que la girouette constitue la partie la plus sensible de la sonde face aux phénomènes de givrage – une caractéristique attendue compte tenu du design de l'instrument – renforçant ainsi la cohérence physique du modèle. Cette phase a également révélé certaines limites de la modélisation, notamment l'impossibilité de reproduire simultanément et avec précision le champ de température de l'air interne et les flux thermiques locaux à proximité de l'interstice.

À partir des enseignements tirés de cette analyse, une seconde étape a consisté à introduire quatre coefficients de calibration ciblant les phénomènes les plus influents ou ceux pour lesquels la compréhension physique reste limitée, rendant leur modélisation plus incertaine : l'écoulement dans la cavité, la trajectoire des particules, le ruissellement et l'impact des cristaux de glace. Cette démarche visait à corriger de manière ciblée les limites identifiées du modèle simplifié, afin d'améliorer la représentation du comportement aérothermique de la sonde, tout en évitant un ajustement excessif susceptible de compromettre sa généricité.

Une fois calibré, le modèle a été confronté aux résultats expérimentaux pour valider sa robustesse. La validation s'est déroulée en deux temps. En condition air sec, les simulations ont montré une très bonne capacité à restituer les évolutions thermiques mesurées, notamment la température au point critique, avec une erreur moyenne inférieure à un degré. Le classement des conditions de vol selon leur sévérité a été systématiquement reproduit, et les puissances dissipées correctement capturées. Cette validation a également permis de confirmer certaines limites précédemment identifiées du modèle simplifié. En particulier, la vitesse d'échauffement de l'air au sein de l'interstice reste difficile à modéliser avec précision, ce qui se traduit par une surestimation des températures aux deux autres points de mesure. Toutefois, l'évolution de ces grandeurs reste bien reproduite, ce qui témoigne de la cohérence globale du comportement prédit. Ces résultats ont été renforcés par une comparaison avec une simulation industrielle, confirmant la représentativité du champ thermique global calculé.

En conditions givrantes, trois régimes ont été analysés. Pour chacun d'eux, le modèle a confirmé sa capacité à restituer le classement des conditions de vol ainsi que les tendances associées aux puissances dissipées, tout en respectant les écarts de température imposés.

Une analyse approfondie a montré que, pour les vols avec présence de gouttelettes d'eau surfondues (seules ou mixtes), le modèle s'avère systématiquement conservatif. En revanche, pour les conditions dominées par les cristaux de glace, le comportement du modèle reste très proche de celui observé en air sec, comme cela avait été constaté lors des essais. Cette différence s'explique vraisemblablement par le rôle accru des phénomènes d'évaporation et de ruissellement, associés à une quantité d'eau de surface plus importante en présence de gouttelettes, et suggère que le modèle simplifié tend à surestimer ces effets. Cela met par ailleurs en évidence que la robustesse du modèle en condition air sec constitue une étape clé, indispensable pour garantir la fiabilité des prédictions en environnement givrant.
En conclusion, cette démarche progressive, s'appuyant sur des approches complémentaires, a permis de valider le modèle simplifié sur l'ensemble des conditions de vol représentatives de celles rencontrées en opération. Il peut ainsi être considéré comme un outil suffisamment fiable pour simuler le comportement aérothermique de la sonde dans un cadre opérationnel.
Ce chapitre, et les conclusions qu'il apporte, clôt la partie de cette thèse consacrée à la modélisation. Le modèle simplifié développé ayant été validé, il peut désormais servir de base pour la recherche des conditions de vol les plus sévères d'une enveloppe de vol. La prochaine et dernière partie de cette thèse est ainsi dédiée à la procédure d'optimisation mise en œuvre afin de réaliser une analyse CPA.

Partie III

Optimisation

The beautiful thing about learning is nobody can take it away from you.

– *B.B. King*

CHAPITRE 7

Sélection d'une méthode d'optimisation adaptée aux fonctions coûteuses

Les phénomènes étudiés dans cette thèse impliquent des simulations numériques complexes dont le coût de calcul, malgré les efforts de réduction appliqués, demeure trop élevé pour être directement intégré dans des boucles d'optimisation classiques, qui requièrent généralement un grand nombre d'évaluations. Face à cette contrainte, les approches dites de *Surrogate-Based Optimization* constituent une solution intéressante. Ces méthodes reposent sur la construction d'un modèle statistique approché de la fonction objectif, permettant de guider la recherche de l'optimum global tout en limitant fortement le nombre d'appels au solveur.

L'objectif de ce chapitre est de présenter la méthode d'optimisation retenue, fondée sur les processus gaussiens (PG) utilisés dans un cadre d'optimisation itérative. Après un rappel des principes généraux de l'optimisation par modèle de substitution, la section détaille la modélisation par processus gaussiens et son intégration dans une stratégie d'optimisation bayésienne. La construction du plan d'expériences initial, sur laquelle repose l'élaboration du modèle de substitution, est également exposée. Enfin, une brève comparaison avec d'autres stratégies d'optimisation permet de justifier ce choix méthodologique.

Sommaire

7.1 Stratégie d'optimisation de fonctions coûteuses **187**
7.1.1 Principe général de l'optimisation par modèle de substitution 187
7.1.2 Régression par Processus Gaussiens ou krigeage 188
7.1.3 Stratégie d'optimisation bayésienne 194
7.2 Construction d'un plan d'expériences initial **197**
7.2.1 Rôle du plan d'expériences initial 197
7.2.2 Méthode de tirage : Hypercube Latin (LHS) 198
7.3 Illustration de la méthode d'optimisation retenue sur un cas académique **199**

7.3.1 Présentation de l'algorithme d'optimisation retenu 200
7.3.2 Application à la fonction de Branin-Hoo 200
7.3.3 Résultats et comparaison des performances 202

7.1 Stratégie d'optimisation de fonctions coûteuses

L'optimisation de fonctions numériques coûteuses, non-linéaires et potentiellement bruitées constitue un enjeu majeur dans de nombreux domaines de l'ingénierie et de la recherche opérationnelle. Lorsque l'évaluation directe de la fonction objectif repose sur une simulation numérique complexe – telle qu'une simulation par éléments finis ou un calcul multiphysique – le coût en temps de calcul devient un frein important à toute stratégie d'optimisation directe. Un temps de calcul élevé se traduisant généralement par un nombre limité d'évaluations, il apparaît alors important de disposer d'une méthode capable d'exploiter au mieux l'information issue de chaque évaluation afin d'orienter efficacement la recherche de l'optimum global. Pour répondre à cette problématique, les approches dites *Surrogate-Based Optimization* proposent de remplacer le modèle direct par un modèle approché, ou modèle de substitution, construit à partir d'un échantillon restreint d'évaluations. Ce modèle est ensuite exploité dans un cadre d'optimisation itérative avec enrichissement, permettant de réduire significativement le coût global tout en maintenant une qualité de solution satisfaisante [209].

7.1.1 Principe général de l'optimisation par modèle de substitution

Formulation générale du problème d'optimisation

Un problème d'optimisation mono-objectif peut être formulé de manière générale comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Minimiser :} \quad & f(\mathbf{x}) && \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \\ \text{Sous contraintes :} \quad & g_j(\mathbf{x}) \leq 0 && j = 1, \ldots, m, \\ & h_k(\mathbf{x}) = 0 && k = 1, \ldots, p, \\ & x_{iL} \leq x_i \leq x_{iU} && i = 1, \ldots, n, \end{aligned} \tag{7.1}$$

où f désigne la fonction objectif à minimiser, g_j des contraintes d'inégalité, h_k des contraintes d'égalité, et $\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_n]^\top$ le vecteur des variables de conception. L'espace de conception est limité par les bornes x_{iL} et x_{iU}. Dans ce formalisme, les fonctions objectif et de contraintes peuvent être linéaires ou non-linéaires, explicites ou non [210]. Ces fonctions sont souvent qualifiées de fonctions "boîte noire" ou *black-box*, et apparaissent typiquement lorsque leur évaluation repose sur une simulation numérique, comme des analyses par éléments finis. Ces simulations sont souvent coûteuses en temps de calcul, et leurs gradients étant généralement inaccessibles, l'optimisation directe de telles fonctions devient rapidement inenvisageable. Pour contourner cette difficulté, des méthodes reposant sur la construction de modèles de substitution, ou métamodèles, sont fréquemment employées. A partir d'un nombre restreint d'évaluations de la fonction d'intérêt f (complexe et coûteuse), ces modèles permettent d'approximer f par une fonction $\hat{f}$ plus rapide à évaluer. L'optimisation peut alors être effectuée sur $\hat{f}$, permettant d'obtenir un compromis satisfaisant entre précision de la recherche et coût de calcul.

L'optimisation par modèle de substitution repose alors sur une boucle itérative composée de cinq étapes principales :

1. **Initialisation du plan d'expériences (DOE - *Design Of Experiments*) :** génération d'un échantillon initial sur lequel la fonction réelle f est évaluée afin d'obtenir une première approximation de son comportement global.
2. **Construction du modèle de substitution :** ajustement d'un modèle statistique sur les données disponibles, fournissant une estimation de la fonction $\hat{f}$.
3. **Maximisation de la fonction d'acquisition :** évaluation, à partir de la fonction $\hat{f}$, du critère de décision I permettant d'identifier la prochaine observation.
4. **Sélection du nouveau point :** sélection du point suivant $\mathbf{x}_{N+1} = \arg\max_{\mathbf{x}} I(\mathbf{x})$ et évaluation de la fonction réelle $f(\mathbf{x}_{N+1})$.
5. **Mise à jour et enrichissement du modèle :** ajout du nouveau couple $\{\mathbf{x}_{N+1}, f(\mathbf{x}_{N+1})\}$ au jeu de données, ré-entraînement du modèle, et itération jusqu'à satisfaction d'un critère d'arrêt (budget d'évaluations ou convergence d'un critère).

Cette stratégie itérative vise à améliorer progressivement la précision du modèle approché pour un nombre d'évaluations restreint. La phase d'enrichissement constitue un des aspects clés de l'optimisation par modèle de substitution. Cet enrichissement du plan d'expériences permet de mettre à jour le modèle de substitution et constitue un élément essentiel pour assurer la convergence du processus d'optimisation [211].

De nombreuses méthodes permettent de construire des modèles de substitution, telles que la régression polynomiale, les réseaux de neurones ou les machines à vecteurs de support (SVM) [212]. Parmi ces différentes techniques, la régression par processus gaussiens (*Gaussian Process Regression*) – également appelée krigeage (*kriging*) – s'est imposée comme une méthode de référence pour l'optimisation de fonctions coûteuses, notamment en raison de sa capacité à fournir naturellement une estimation de l'incertitude associée à la prédiction [213]. Cette méthode, retenue dans le cadre de ce travail, fait l'objet de la section suivante.

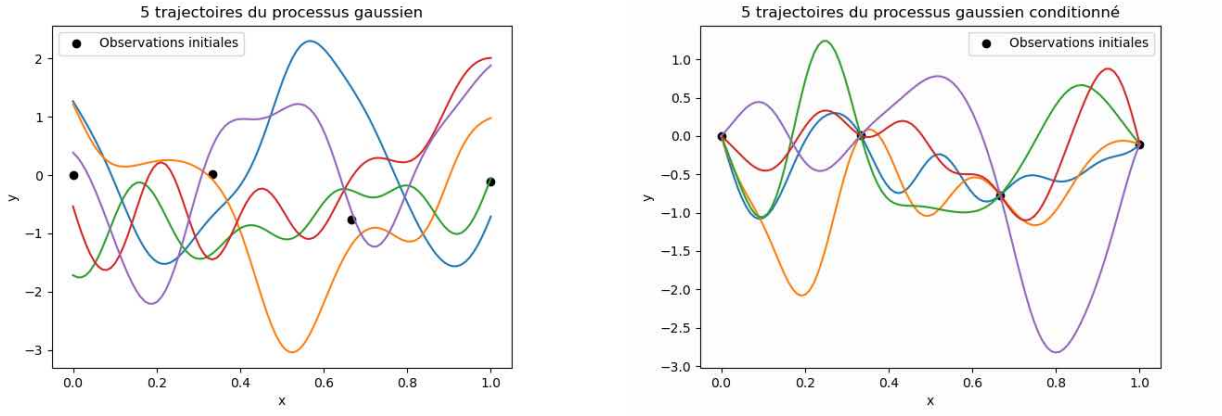
7.1.2 Régression par Processus Gaussiens ou krigeage

Les modèles de krigeage ont été introduits dans les années 1950 par Daniel Krige [214], avant d'être formalisés et étendus par Georges Matheron [215]. Initialement développés pour traiter des problèmes en géostatistique, ces modèles ont par la suite gagné en popularité dans les domaines de l'ingénierie et du Machine Learning. Le krigeage repose sur l'idée que la fonction cible à approximer peut être vue comme une réalisation d'un processus gaussien, ce qui permet d'estimer les valeurs inconnues à partir des observations disponibles tout en quantifiant l'incertitude associée à ces estimations.

Définition d'un processus gaussien

Les processus gaussiens (PG) constituent une approche probabiliste de la régression. L'idée centrale consiste à considérer la fonction cible comme une réalisation d'un processus stochastique gaussien, c'est-à-dire un générateur aléatoire de fonctions. Chaque échantillon du processus correspond à une trajectoire possible de la fonction cible, et le modèle fournit une distribution de probabilité sur l'ensemble de ces fonctions.

Avant d'en donner une définition formelle, la figure 7.1 illustre ce principe de génération : la figure 7.1(a) montre quelques trajectoires d'un processus gaussien non-conditionné, tandis que la figure 7.1(b) présente des trajectoires obtenues en conditionnant le processus par des observations.



(a) *Processus gaussien non-conditionné*

(b) *Processus gaussien conditionné par les observations*

Figure 7.1 – *Illustration de la génération de trajectoires par processus gaussien*

Définition 7.1

Processus stochastique Gaussien : Un processus gaussien $f(\cdot)$ est une famille de variables aléatoires $\{f(x)\}_{x\in\mathbb{D}}$, où $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^d$, telle que toute collection finie $\{f(x_1), \ldots, f(x_D)\}$ suit une loi normale multivariée :

$$\mathcal{N}(f; \mu; \Sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^D |\Sigma|^{1/2}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(f-\mu)^\top \Sigma^{-1}(f-\mu)\right], \tag{7.2}$$

où $f = (f(x_1), \ldots, f(x_D))^\top$, $\mu = \mathbb{E}[f] \in \mathbb{R}^D$ est le vecteur des moyennes, et $\Sigma \in M_D(\mathbb{R})$ la matrice de covariance, avec $\Sigma_{ij} = \mathrm{Cov}(f(x_i), f(x_j)) = \mathbb{E}[(f(x_i) - \mathbb{E}[f(x_i)])(f(x_j) - \mathbb{E}[f(x_j)])]$.

Un processus gaussien est ainsi une distribution de probabilité définie sur un espace de fonctions, et peut être vu comme une généralisation multidimensionnelle de la loi normale : au lieu d'attribuer une distribution à un vecteur fini de variables, il associe une distribution conjointe gaussienne à l'ensemble des valeurs possibles d'une fonction f sur un domaine $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}^d$.

Un processus gaussien est entièrement caractérisé par une fonction moyenne $m : \mathbb{D} \to \mathbb{R}$ et une fonction de covariance $k : \mathbb{D} \times \mathbb{D} \to \mathbb{R}$, et s'écrit généralement :

$$f(x) \sim \mathcal{GP}(m(x), k(x, x')), \tag{7.3}$$

où x et x' désignent des points quelconques de l'espace d'entrée $\mathbb{D}$, $m(x) = \mathbb{E}[f(x)]$ est la fonction moyenne a priori et $k(x, x') = \mathrm{Cov}(f(x), f(x'))$ la fonction de covariance (ou noyau).

Lorsque le processus est évalué sur un ensemble discret de points $X = [x_1, \ldots, x_N]^\top$, la distribution

induite $f(X) = [f(x_1), \ldots, f(x_N)]^\top$ (ou vecteur des évaluations) suit une loi normale multivariée :

$$f(X) \sim \mathcal{N}(m(X), K(X, X)), \tag{7.4}$$

avec :

$$m(X) = [m(x_1), \ldots, m(x_N)]^\top, \quad K(X, X) = [k(x_i, x_j)]_{1 \leq i,j \leq N}.$$

Le choix de la fonction de covariance, aussi appelée noyau, détermine les hypothèses de régularité et de corrélation spatiale de la fonction modélisée, et constitue un élément central dans la construction d'un processus gaussien [216].

Processus gaussien conditionné

De manière similaire au conditionnement d'une variable aléatoire par des observations, un processus gaussien peut être conditionné à partir d'un ensemble d'observations interpolantes

$$\mathcal{O} = \{(x_i, y_i)\}_{i=1}^N, \quad y_i = f(x_i),$$

où chaque y_i représente une évaluation (potentiellement bruitée) de la fonction f en un point $x_i \in \mathbb{D}$. Le processus conditionné reste un processus gaussien, dont les trajectoires passent par les points observés. Les expressions de la moyenne et de la fonction de covariance sont alors modifiées, et pour tout nouveau point en lequel $y^* = f(x^*)$ n'est pas connu, avec $x^* \in \mathbb{D}$, elles s'écrivent [217] :

$$\begin{cases} \mu(x^*) = m(x^*) + k(x^*, X)K^{-1}(Y - m(X)), \\ \sigma^2(x^*) = C(x^*, x^*) = k(x^*, x^*) - k(x^*, X)K^{-1}k(X, x^*), \end{cases} \tag{7.5}$$

où :

- $X = [x_1, \ldots, x_N]^\top$ est la matrice des points d'observation ;
- $Y = [y_1, \ldots, y_N]^\top$ est le vecteur des observations ;
- $m(\cdot)$ est la fonction moyenne a priori [1] ;
- $k(\cdot, \cdot)$ est la fonction de covariance a priori ;
- $K = k(X, X)$ est la matrice de covariance entre les points d'observation ;
- $k(x^*, X)$ est le vecteur des covariances entre le point x^* et les points d'observation X.

Ces expressions résultent du conditionnement d'une loi normale multivariée. En notant $Y = f(X)$ et $Y^* = f(x^*)$, le vecteur gaussien conjoint s'écrit :

$$\begin{bmatrix} Y \\ Y^* \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} m(X) \\ m(x^*) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} K & k(X, x^*) \\ k(x^*, X) & k(x^*, x^*) \end{bmatrix} \right),$$

où $K = k(X, X)$ désigne la matrice de covariance entre les points d'observation. En appliquant la formule générale du conditionnement d'une normale multivariée, on obtient les expressions de la moyenne et de la variance conditionnelles données en (7.5) ([216]). Lorsque les observations sont

1. Au sens bayésien, "a priori" renvoie aux caractéristiques du processus avant mise à jour par les données.

supposées exactes (sans bruit), le processus gaussien conditionné interpole strictement les valeurs observées, et $\mu(x_i) = y_i$ et $\sigma^2(x_i) = 0$ pour tout $i = 1, \ldots, N$.

Ce résultat justifie l'utilisation des processus gaussiens comme outils de régression : le conditionnement permet de construire un modèle prédictif probabiliste, dans lequel toute nouvelle prédiction en x^* est une distribution gaussienne caractérisée par une moyenne $\mu(x^*)$ et une variance $\sigma^2(x^*)$, reflétant à la fois les observations passées et l'incertitude du processus. La figure 7.2 illustre ces notions en représentant une régression par processus gaussien : la fonction cible à approximer est affichée en pointillés, une trajectoire issue du processus gaussien conditionné est représentée en rouge, et l'intervalle d'incertitude associé est illustré par l'enveloppe bleue.

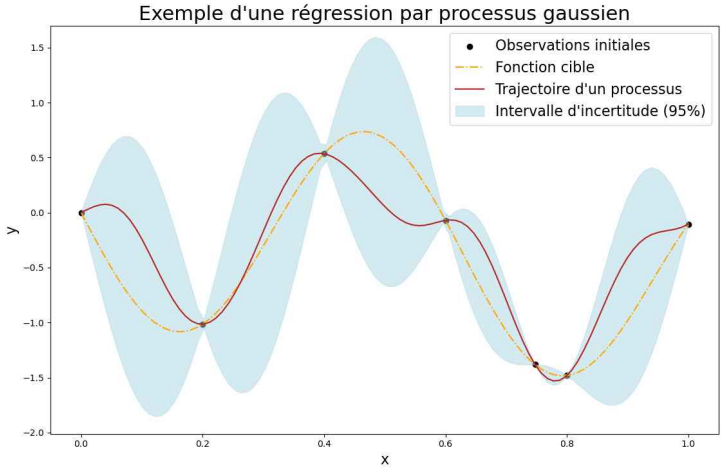


Figure 7.2 – *Illustration d'un processus gaussien conditionné - Représentation de l'intervalle de confiance et de la fonction cible*

En krigeage, le modèle de substitution obtenu correspond ainsi à une distribution gaussienne conditionnée sur les observations $\mathcal{O}$, la distribution a posteriori étant reliée à la distribution a priori via le théorème de Bayes [218].

Prise en compte de l'incertitude et effet nugget

Dans un processus gaussien conditionné, chaque prédiction en un nouveau point x^* est ainsi caractérisée par une moyenne $\mu(x^*)$ et une variance $\sigma^2(x^*)$ reflétant l'incertitude sur la valeur de la fonction réelle, compte tenu des observations disponibles. Dans le cas interpolant, si les observations sont supposées exactes (sans bruit), la variance prédictive s'annule exactement aux points déjà évalués :

$$\sigma^2(x_i) = 0, \quad \forall i = 1, \ldots, N.$$

Il est toutefois possible de prendre en compte des observations bruitées en supposant le modèle suivant :

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \qquad \varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \tau^2),$$

où τ^2 représente la variance du bruit d'observation.

Cette hypothèse conduit à une variance prédictive non-nulle aux points déjà évalués :

$$\sigma^2(x_i) = \tau^2, \quad \forall i = 1, \dots, N.$$

En pratique, cette modélisation est introduite via un terme appelé *nugget* (ou *pépite*) [219], qui consiste à ajouter le terme τ^2 sur la diagonale de la matrice de covariance K :

$$K_{\text{nugget}} = K + \tau^2 I, \tag{7.6}$$

où $K = k(X, X)$ est la matrice de covariance a priori et I la matrice identité. L'effet *nugget*, en plus de permettre un modèle non-interpolant, est couramment utilisé pour stabiliser les calculs numériques en améliorant le conditionnement de la matrice de covariance lors de son inversion.

Dans ce travail, le processus gaussien conditionné est considéré comme quasi-interpolant, c'est-à-dire que les observations sont supposées presque exactes, avec éventuellement un petit terme *nugget* pour stabiliser les calculs numériques ou modéliser une incertitude très faible. Il est toutefois intéressant de souligner que, pour des perspectives futures et notamment dans le cas d'observations réellement bruitées, la prise en compte d'une incertitude plus importante est possible via ce mécanisme.

Choix et rôle du noyau

Lors de la construction d'un processus gaussien, il est courant de supposer que la fonction moyenne est nulle, l'incertitude associée pouvant être intégrée au noyau. Dans ce cadre, le processus est entièrement défini par son noyau, ou fonction de covariance, qui renseigne l'a priori sur le modèle, c'est-à-dire les hypothèses relatives à la régularité, la continuité et à la corrélation spatiale de la fonction cible [220].

Le noyau $k(x, x')$ définit ainsi la structure de dépendance entre les valeurs de la fonction en différents points du domaine : deux points proches, selon la métrique induite par le noyau, auront des valeurs fortement corrélées, tandis que des points éloignés seront considérés comme quasi indépendants. Chaque noyau possède des propriétés spécifiques permettant d'ajuster la flexibilité du modèle en fonction du comportement attendu de la fonction à approximer [216]. Parmi les noyaux les plus couramment utilisés, on retrouve :

- Le noyau exponentiel quadratique (RBF ou *Squared Exponential Kernel*) : c'est le noyau le plus répandu, défini par :

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2\ell^2}\right) \tag{7.7}$$

  où σ_f^2 contrôle la variance et ℓ la longueur de corrélation [2]. Ce noyau suppose une régularité très élevée de la fonction modélisée : les réalisations du processus sont infiniment dérivables. En pratique, il induit des modèles particulièrement lisses, bien adaptés aux phénomènes continus

2. La longueur de corrélation, de même que les autres hyperparamètres du noyau, est généralement estimée à partir des données, par maximisation de la vraisemblance marginale du processus gaussien (*Maximum Likekihood Estimation*) ou via validation croisée [216].

et sans discontinuités fortes. Cette hypothèse de forte corrélation peut toutefois conduire à une sous-modélisation de comportements abrupts ou bruités.

- Le noyau de Matérn : il généralise le précédent en introduisant un paramètre de lissage $\nu > 0$, contrôlant la différentiabilité moyenne des fonctions :

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\sqrt{2\nu}}{\ell} \|x - x'\| \right)^{\nu} K_\nu \left(\frac{\sqrt{2\nu}}{\ell} \|x - x'\| \right) \tag{7.8}$$

où $\Gamma(\cdot)$ est la fonction gamma et $K_\nu(\cdot)$ la fonction de Bessel modifiée du second type [216]. Pour $\nu \to \infty$, on retrouve le noyau RBF. Les valeurs usuelles de $\nu = \{1/2, 3/2, 5/2\}$ correspondent respectivement à des fonctions continues non-dérivables, une fois dérivables, ou deux fois dérivables. Ce noyau offre un compromis entre flexibilité et régularité, le rendant particulièrement adapté à la modélisation de phénomènes physiques ou de résultats issus de modèles numériques, même lorsqu'ils présentent des gradients abrupts ou des variations locales importantes. En pratique, l'utilisation de ce noyau dans un processus gaussien permet de construire des approximations lisses tout en conservant la capacité à capturer des variations significatives dans les données simulées ou mesurées.

- Le noyau quadratique rationnel (*Rational Quadratic Kernel*) : il peut être interprété comme une moyenne infinie de noyaux exponentiels quadratiques de différentes échelles de longueur :

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \left(1 + \frac{\|x - x'\|^2}{2\alpha\ell^2} \right)^{-\alpha} \tag{7.9}$$

où α est un paramètre de forme. Lorsque $\alpha \to \infty$, il correspond au noyau RBF, tandis que des valeurs faibles de α traduisent une plus grande variabilité d'échelle. Ce comportement multi-échelle permet au modèle de capturer simultanément les tendances globales et les variations locales de la fonction, ce qui le rend particulièrement adapté aux fonctions présentant des structures hiérarchiques ou des régimes de comportement distincts.

Le choix du noyau doit ainsi être guidé par la connaissance a priori du problème étudié et la nature des données disponibles. Des approches récentes proposent toutefois d'apprendre automatiquement la structure du noyau, ou de combiner plusieurs familles de noyaux élémentaires, afin d'augmenter la capacité de représentation du modèle tout en conservant un cadre probabiliste interprétable ([221], [222]).

Avantages des processus gaussiens

L'un des principaux avantages des processus gaussiens réside dans leur nature non-paramétrique et probabiliste, qui leur permet de s'adapter à des comportements complexes sans nécessiter de structure explicite de la fonction modélisée [223]. Cette flexibilité s'accompagne de la capacité à fournir, en plus d'une estimation ponctuelle de la fonction $\hat{f}$, une mesure de l'incertitude associée à cette prédiction. Cette double information découle directement de la nature gaussienne du processus et s'avère particulièrement précieuse dans le cadre de l'optimisation bayésienne.

7.1.3 Stratégie d'optimisation bayésienne

L'optimisation bayésienne s'inscrit parmi les méthodes d'optimisation reposant sur la construction d'un modèle de substitution de la fonction objectif. Elle se distingue toutefois par le caractère probabiliste de ce modèle, construit à l'aide de processus gaussiens et capable de fournir une estimation de la valeur de la fonction cible ainsi que l'incertitude associée.

Dans ce cadre, la fonction à optimiser, considérée comme inconnue, est modélisée par une distribution a priori $P(f)$, combinée à la vraisemblance des observations $\mathcal{O} = \{(\mathbf{x}_i, y_i = f(\mathbf{x}_i))\}_{i=1}^{N}$ pour obtenir la distribution a posteriori sur f, selon la règle de Bayes [218] :

$$P(f \mid \mathcal{O}) \propto P(\mathcal{O} \mid f)P(f), \tag{7.10}$$

où $P(f \mid \mathcal{O})$ désigne la distribution a posteriori sur la fonction f conditionnellement aux observations $\mathcal{O}$, $P(\mathcal{O} \mid f)$ la vraisemblance, c'est-à-dire la distribution des données $\mathcal{O}$ sachant une fonction f donnée, et $P(f)$ la distribution a priori sur f.

Le modèle probabiliste est mis à jour au fur et à mesure des nouvelles observations, choisies via une fonction d'acquisition I. La mesure explicite de l'incertitude sur les prédictions, issue de la distribution a posteriori, joue un rôle central dans la recherche d'optimum : elle est précisément exploitée par la fonction d'acquisition pour déterminer la prochaine observation [224]. Grâce à cette stratégie d'exploration intelligente de l'espace de conception, l'optimisation bayésienne s'est imposée comme une méthode particulièrement efficace pour traiter les problèmes de nature coûteuse ou à échantillonnage limité. À chaque itération, la fonction d'acquisition gère le compromis entre *exploration* (amélioration de la connaissance globale du domaine) et *exploitation* (recherche locale autour des optima estimés) [225], permettant de concentrer les évaluations dans les zones les plus prometteuses tout en contrôlant la qualité de l'approximation.

Fonction d'acquisition et exploration du domaine

La puissance des méthodes bayésiennes réside dans leur capacité à équilibrer deux stratégies antagonistes [225] :

- L'exploration, qui consiste à échantillonner dans des régions du domaine encore peu connues, caractérisées par une variance prédictive élevée. Cette phase permet de réduire l'incertitude globale du modèle et d'éviter le piégeage dans des minima locaux.
- L'exploitation, qui privilégie au contraire les zones où la valeur prédite par le modèle est faible (ou élevée, selon le sens de l'optimisation), afin d'affiner la recherche autour des régions prometteuses déjà identifiées.

La gestion de ce compromis, souvent désignée sous le terme de *dilemme exploration-exploitation*, constitue un aspect central de l'optimisation bayésienne. Un déséquilibre trop fort vers l'exploitation conduit à une convergence prématurée, tandis qu'une exploration excessive ralentit inutilement la progression du modèle. Les fonctions d'acquisition jouent précisément le rôle de régulateur entre ces deux tendances, en fournissant un critère unifié de décision séquentielle [223].

Parmi les fonctions d'acquisition les plus utilisées, on trouve l'*Expected Improvement (EI)*, introduite

par Jones dans l'algorithme EGO [211]. Cette fonction maximise l'espérance du gain attendu par rapport au meilleur point connu $f_{\min}$. Pour un problème de minimisation, l'EI est défini de manière générale comme :

$$EI(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[\max(f_{\min} - F(\mathbf{x}), 0)], \tag{7.11}$$

où $f_{\min} = \min(f(x_1), \ldots, f(x_N))$ est la meilleure évaluation observée jusqu'à présent et $F(\mathbf{x})$ est une variable aléatoire représentant la valeur de la fonction objectif au point candidat $\mathbf{x}$ en connaissant les observations disponibles.

Cette définition est valable quel que soit le modèle utilisé pour approximer la fonction objectif. Néanmoins, dans le cas particulier où le modèle de substitution est un processus gaussien, $F(\mathbf{x})$ suit une loi normale $F(\mathbf{x}) \sim \mathcal{N}(\mu(\mathbf{x}), \sigma^2(\mathbf{x}))$, ce qui permet d'obtenir une expression analytique explicite :

$$EI(\mathbf{x}) = \begin{cases} (f_{\min} - \mu(\mathbf{x}))\,\Phi\left(\frac{f_{\min}-\mu(\mathbf{x})}{\sigma(\mathbf{x})}\right) + \sigma(\mathbf{x})\,\phi\left(\frac{f_{\min}-\mu(\mathbf{x})}{\sigma(\mathbf{x})}\right), & \text{si } \sigma(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, & \text{si } \sigma(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \tag{7.12}$$

où Φ et ϕ désignent respectivement la fonction de répartition et la densité de probabilité de la loi normale standard [224]. Cette formulation analytique est particulièrement pratique car elle permet de calculer directement l'EI à partir de la moyenne prédictive $\mu(\mathbf{x})$ et de l'écart-type $\sigma(\mathbf{x})$ fournis par le processus gaussien, tout en conservant l'interprétation générale de l'EI comme espérance du gain attendu.

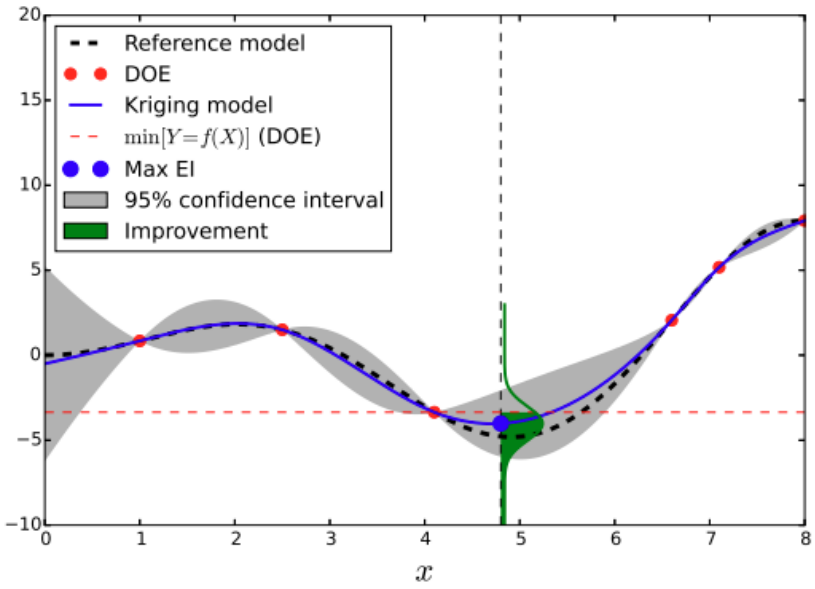


Figure 7.3 – *Illustration d'un processus gaussien conditionné - Intervalle de confiance et Expected Improvement - [226]*

La figure 7.3 illustre visuellement le principe de l'*Expected Improvement*. La courbe représente la distribution prédite par le processus gaussien pour un point candidat, et la zone verte correspond à l'amélioration attendue, c'est-à-dire la partie de la densité située en dessous du minimum courant. Plus cette zone est étendue (en probabilité et en écart à la valeur minimale), plus le critère EI sera

élevé. Le point qui maximise cette quantité – et qui est donc choisi comme prochaine évaluation – est indiqué en bleu sur la figure.

L'*Expected Improvement* favorise ainsi naturellement les zones présentant soit une forte incertitude, soit une valeur prédite inférieure au minimum connu, assurant ainsi un compromis adaptatif entre exploration et exploitation [227]. Bien qu'il s'agisse de celle utilisée dans ce travail, il existe toutefois d'autres fonctions d'acquisition, parmi lesquelles on peut citer :

- Le *Upper/Lower Confidence Bound (UCB/LCB)* : cette approche repose sur une borne de confiance paramétrée par un facteur κ, contrôlant l'équilibre entre performance prédite et incertitude. Pour une minimisation, le *LCB* est utilisé, tandis que le *UCB* est privilégié dans le cas d'une maximisation :

$$\mathrm{LCB}(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}) - \kappa\,\sigma(\mathbf{x}), \tag{7.13}$$

$$\mathrm{UCB}(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{x}) + \kappa\,\sigma(\mathbf{x}). \tag{7.14}$$

  avec $\kappa \geq 0$ régulant le compromis exploration/exploitation. Des valeurs élevées favorisent l'exploration, tandis que des valeurs faibles accentuent l'exploitation [228].

- La *Probability of Improvement (PI)* : initialement proposé par Kushner [229], il s'agit d'un critère plus simple que l'EI, qui maximise la probabilité que le point testé améliore le meilleur résultat actuel :

$$\mathrm{PI}(\mathbf{x}) = \Phi\left(\frac{f_{min} - \mu(\mathbf{x})}{\sigma(\mathbf{x})}\right) \tag{7.15}$$

  L'inconvénient de ce critère est que cette formulation tend à surexploiter les régions prometteuses (et donc l'exploitation) au détriment de l'exploration. Des points ayant une forte probabilité d'être légèrement meilleurs que f_{min} seront privilégiés par rapport à d'autres offrant un gain potentiel plus important, mais associé à une incertitude plus élevée.

Des variantes plus récentes, comme le *Entropy Search* [230] ou le *Predictive Entropy Search* [231] visent à maximiser directement le gain d'information attendu sur la position du minimum global. Ces approches, bien que plus coûteuses numériquement, peuvent être mieux adaptées aux problèmes fortement non-convexes ou bruités.

Par ailleurs, plusieurs extensions de la fonction d'acquisition ont été développées pour traiter les problèmes d'optimisation sous contraintes. En particulier, afin d'étendre l'algorithme EGO original, initialement conçu pour des problèmes d'optimisation non-contraints, plusieurs approches ont été développées dans la littérature [219], comme par exemple *SuperEGO* [232]. Le principe général de ces extensions repose sur la modélisation conjointe de la fonction objectif et des contraintes à l'aide de processus gaussiens indépendants. Chaque contrainte $g_j(\mathbf{x})$ est associée à un modèle de substitution $\hat{g}_j(\mathbf{x})$ décrivant son comportement dans l'espace de recherche. Cette approche probabiliste permet d'estimer, pour chaque point candidat $\mathbf{x}$, la probabilité de satisfaction des contraintes $P(g_j(\mathbf{x}) \leq 0)$. La prise en compte des contraintes s'effectue par la suite via la fonction d'acquisition, qui est alors modifiée afin de prendre en compte simultanément la recherche d'amélioration de la fonction objectif et la faisabilité vis-à-vis des contraintes. L'une des formulations les plus utilisées repose sur le produit de la probabilité d'amélioration espérée (*Expected Improvement*, *EI*) et de la probabilité conjointe

de faisabilité (*Probability of Feasibility*, *PF*) ; l'*Expected Improvement* devient alors l'*Expected Constrained Improvement*, définie comme :

$$EI_C(\mathbf{x}) = EI(\mathbf{x}) \times PF(\mathbf{x}) \tag{7.16}$$

soit, pour un problème présentant plusieurs contraintes d'inégalités :

$$EI_C(\mathbf{x}) = EI(\mathbf{x}) \times \prod_{j=1}^{m} P(g_j(\mathbf{x}) \leq 0). \tag{7.17}$$

La fonction d'acquisition EI_C ainsi définie représente l'amélioration espérée classique de $\mathbf{x}$ par rapport au meilleur point actuellement faisable, pondérée par la probabilité que $\mathbf{x}$ respecte l'ensemble des contraintes. Cette formulation, introduite par Schonlau [233] et reprise par Gardner *et al.* [234], oriente ainsi la recherche vers les régions de l'espace de recherche à la fois prometteuses en terme de performance et respectueuses des contraintes.

Indépendamment de la fonction d'acquisition choisie, l'identification du nouveau point à évaluer se fait par optimisation de cette fonction, souvent via des méthodes classiques comme les algorithmes par gradient ou génétiques [219].

En résumé, l'optimisation bayésienne fournit un cadre probabiliste capable d'orienter de manière itérative et efficace les évaluations de la fonction objectif, en combinant exploitation des zones prometteuses et exploration des régions incertaines. La section suivante présente la construction du plan d'expériences, qui constitue l'étape préalable essentielle pour initier ce processus d'apprentissage du modèle.

7.2 Construction d'un plan d'expériences initial

7.2.1 Rôle du plan d'expériences initial

La première étape de toute procédure d'optimisation par modèle de substitution consiste à construire un ensemble initial de points d'évaluation, appelé plan d'expériences initial (ou *Design Of Experiments*, DOE). Ce plan joue un rôle déterminant, car il conditionne à la fois la qualité de la modélisation initiale et la rapidité de convergence de l'algorithme. Un plan mal réparti peut conduire à un modèle biaisé, tandis qu'un plan trop dense serait inutilement coûteux. Un échantillonnage équilibré de l'espace de conception permet ainsi d'obtenir dès les premières itérations une approximation représentative de la fonction cible, facilitant la phase séquentielle d'optimisation.

Le choix du plan initial constitue donc un problème d'échantillonnage : il s'agit de sélectionner N_0 points dans un espace généralement normalisé $[0,1]^d$, de sorte que la couverture soit aussi uniforme que possible. En pratique, la littérature recommande souvent un nombre de points compris entre $5d$ et $10d$ pour la phase d'apprentissage initiale [235]. Ce compromis assure une couverture raisonnable de l'espace tout en conservant un budget suffisant pour la phase de recherche. Parmi les nombreuses approches d'échantillonnage – échantillonnage aléatoire, plans factoriels, grilles régulières, suites de Sobol ou de Halton [209] – ce sont généralement les méthodes dites *space-filling*,

visant à couvrir uniformément l'espace, qui sont privilégiées. En particulier, le plan d'Hypercube Latin (*Latin Hypercube Sampling*, LHS) constitue un compromis efficace entre uniformité, flexibilité et simplicité de mise en œuvre, offrant de bonnes performances dans de nombreux cas [236]. Son principe est détaillé ci-après, cette méthode ayant été retenue dans le cadre de ce travail.

7.2.2 Méthode de tirage : Hypercube Latin (LHS)

L'échantillonnage par hypercube latin (*Latin Hypercube Sampling*, LHS), introduit par McKay *et al.* [237], vise à améliorer la qualité des échantillons aléatoires en garantissant une répartition uniforme marginalement sur chaque variable d'entrée. Son principe repose sur une stratification systématique de chaque dimension de l'espace de conception, combinée à une répartition aléatoire globale des points.

Considérons un espace d'entrée à d dimensions. Afin de générer un DOE de taille N_0, chaque dimension est divisée en N_0 intervalles d'égale probabilité. Pour chaque variable, une valeur est tirée aléatoirement dans chacun de ces intervalles, puis les échantillons ainsi générés sont combinés aléatoirement entre dimensions, de sorte que chaque intervalle de chaque axe soit représenté exactement une fois dans le plan. Cette propriété, dite de *stratification latine*, assure une couverture uniforme des projections du plan sur chaque axe, tout en préservant la variabilité multidimensionnelle.

Mathématiquement, si x_j désigne la j-ième variable d'entrée, un vecteur $\{x_j^{(1)}, \ldots, x_j^{(N_0)}\}$ est généré pour chaque dimension selon :

$$x_j^{(i)} = \frac{\pi_j(i) - u_i}{N_0}, \quad i = 1, \ldots, N_0,$$

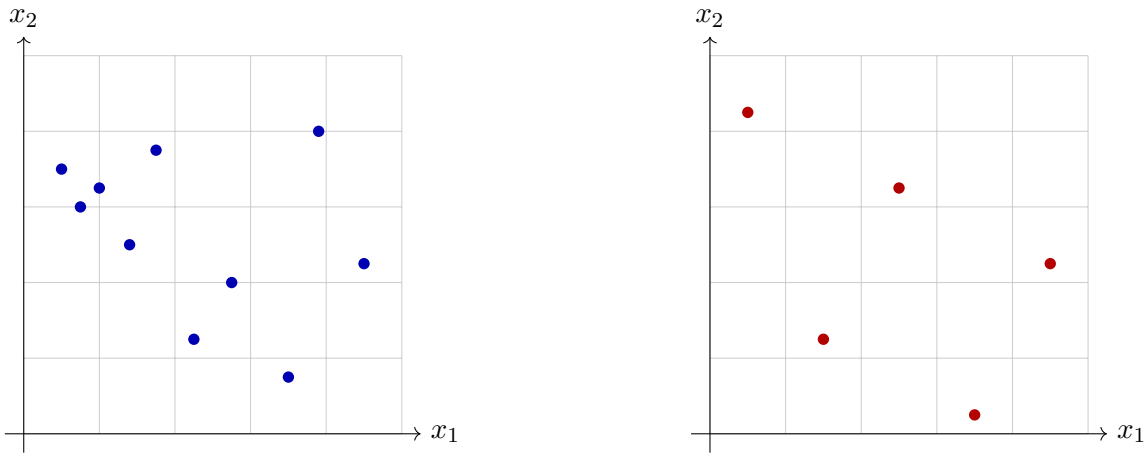
où π_j est une permutation aléatoire de $\{1, \ldots, N_0\}$ et u_i une variable uniforme sur $[0, 1]$.

Le LHS offre ainsi un bon compromis entre couverture uniforme et caractère aléatoire, tout en nécessitant un nombre d'échantillons modéré. Il constitue une méthode standard pour la génération de plans d'expériences dans les approches de modélisation par métamodèles et d'optimisation bayésienne.

Le plan LHS présente plusieurs avantages majeurs :

- il assure une bonne dispersion des points sur chaque dimension ;
- il permet de couvrir efficacement l'ensemble de l'espace de conception (*space-filling*) ;
- il est simple à générer et reste applicable dans des espaces de grande dimension ;
- il peut être adapté à différentes distributions d'entrée (uniformes, normales, log-normales, etc.).

Contrairement à un échantillonnage aléatoire pur, le LHS réduit significativement les zones vides et évite les regroupements de points, assurant ainsi une meilleure représentativité statistique de l'échantillon. La figure 7.4 illustre cette différence : à gauche, un tirage aléatoire classique présente une répartition irrégulière, laissant certaines zones de l'espace non couvertes ; à droite, l'échantillonnage par Hypercube Latin assure une couverture homogène marginalement sur chaque axe, tout en conservant un caractère aléatoire global. En particulier, la propriété de stratification latine est illustrée ici par le fait que chaque ligne et chaque colonne contiennent exactement un point.



Échantillonnage aléatoire (Random sampling) Échantillonnage par Hypercube Latin (LHS)

Figure 7.4 – *Comparaison entre un échantillonnage aléatoire (gauche) et un échantillonnage par Hypercube Latin (droite).*

Bien que le plan LHS assure déjà une bonne couverture de l'espace de conception, il peut arriver que la répartition globale dans l'espace multidimensionnel ne soit pas nécessairement optimale : deux points peuvent se retrouver proches dans certaines zones malgré la stratification unidimensionnelle. Pour pallier cette limite, plusieurs variantes ont été proposées dans la littérature afin d'améliorer encore la qualité géométrique du plan, notamment :

- le LHS Maximin [238], qui maximise la distance minimale entre deux points du plan, assurant ainsi une meilleure dispersion globale ;
- le LHS Min-Correlation [239], qui vise à minimiser la corrélation linéaire entre les colonnes du plan ;
- le LHS Orthogonal ou *OLHS* [240], qui impose une orthogonalité partielle entre sous-groupes de variables pour mieux explorer les interactions.

Parmi ces approches, le critère Maximin est souvent retenu pour les problèmes d'optimisation, car il favorise la diversité des points et évite la concentration excessive dans certaines zones du domaine. Dans le cadre de cette étude, le plan d'expériences initial a ainsi été généré selon une approche LHS optimisée par critère Maximin. Les variables d'entrée ont été normalisées dans l'intervalle $[0, 1]$ avant tirage, puis ramenées dans leurs unités physiques respectives. Le plan obtenu constitue alors la base de données initiale sur laquelle est construit le premier modèle de processus gaussiens.

7.3 Illustration de la méthode d'optimisation retenue sur un cas académique

Afin d'illustrer les avantages d'une optimisation par processus gaussiens et de justifier le choix de cette approche, celle-ci est appliquée à un cas académique et comparée à deux autres méthodes d'optimisation reposant également sur des modèles de substitution. La fonction de Branin-Hoo sert de cas test pour évaluer l'influence du choix du modèle de substitution sur les performances de l'optimisation, en termes de précision et de robustesse.

7.3.1 Présentation de l'algorithme d'optimisation retenu

La procédure d'optimisation par processus gaussien testée ici s'appuie sur la méthodologie introduite par Jones dans le cadre de son algorithme EGO (Efficient Global Optimization) [211]. L'algorithme 1 en présente les différentes étapes.

Algorithme 1 : Procédure d'optimisation basée sur l'algorithme EGO - [211]

Entrées : Nombre d'échantillons initiaux N_0, nombre maximal d'échantillons N_{max}, fonction à minimiser f, fonction d'acquisition I

Sorties : Minimum de la fonction f_{min} et point où il est atteint x_{min} (argument du minimum)

Procédure OPTIMISATION
- Générer les échantillons initiaux X_{state}
- Évaluer $Y_{state} = f(X_{state})$
- **tant que** $N_{state} < N_{max}$ **faire**
  - Construire le modèle de substitution $\hat{f}$
  - Rechercher $X_{new} = \arg\max_x I(x)$
  - Évaluer $Y_{new} = f(X_{new})$
  - Mettre à jour $X_{state} = \{X_{state}, X_{new}\}$
- **fin**
- $f_{min} = \min_{x \in X_{state}} f(x)$
- $x_{min} = \arg\min_{x \in X_{state}} f(x)$

Fin procédure

Le processus débute par la construction de l'échantillon initial X_{state} (*DOE*) permettant l'évaluation des points par le modèle physique f et la construction du modèle de substitution initial $\hat{f}$. Cette étape est suivie d'une phase d'enrichissement itérative, au cours de laquelle de nouveaux points sont sélectionnés via la fonction d'acquisition I (ici l'*Expected Improvement*), évalués, puis intégrés afin de mettre à jour le modèle de substitution et ainsi améliorer l'estimation de la fonction objectif. La convergence est atteinte lorsque le nombre maximal d'itérations, ou une tolérance prédéfinie, est atteint.

Le noyau du processus gaussien, choisi ici comme un Rational Quadratic Kernel avec ARD (*Automatic Relevance Determination*) [3], est automatiquement ajusté à chaque mise à jour du modèle en optimisant ses paramètres internes pour maximiser la log-vraisemblance des observations, ce qui permet au modèle de mieux représenter les données ([216], [241]).

7.3.2 Application à la fonction de Branin-Hoo

Afin d'évaluer les performances de l'algorithme EGO dans un contexte contrôlé, la fonction de Branin-Hoo est considérée. Cette dernière, souvent utilisée pour la validation d'algorithmes d'optimisation, est définie par :

$$f(x,y) = a\left(y - bx^2 + cx - r\right)^2 + s(1-t)\cos(x) + s, \quad (x,y) \in [-5,10] \times [0,15], \tag{7.18}$$

3. Chaque variable d'entrée possède sa propre longueur de corrélation, apprise pour évaluer son importance relative.

avec les constantes : $a = 1$, $b = \frac{5.1}{4\pi^2}$, $c = \frac{5}{\pi}$, $r = 6$, $s = 10$, $t = \frac{1}{8\pi}$.

Cette fonction possède trois minima globaux égaux à $f(x^*) = 0.397887$, atteints en :

$$x^* = (-\pi, 12.275), \quad x^* = (\pi, 2.275), \quad x^* = (9.42478, 2.475).$$

La figure 7.5 permet d'illustrer la fonction ainsi que ses trois minima.

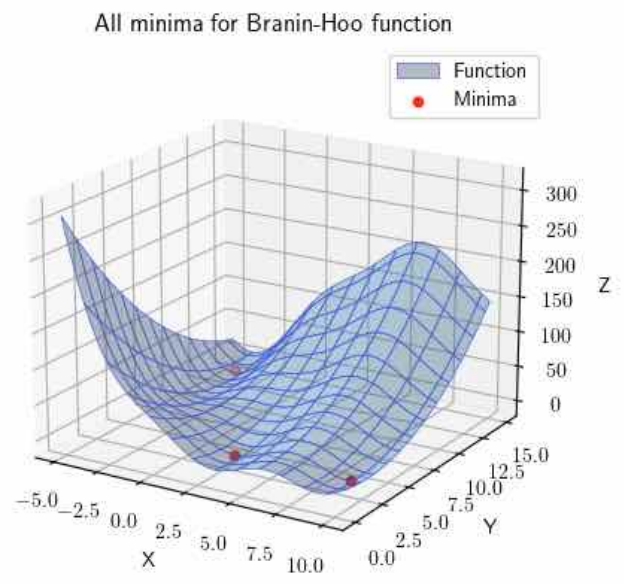


Figure 7.5 – *Illustration de la fonction de Branin-Hoo, avec ses trois minima*

Trois méthodes de construction de modèles de substitution sont considérées : une régression polynomiale, un processus gaussien et un réseau de neurones artificiels de type MLP (*MultiLayer Perceptron* ou perceptron multicouche). Bien que chacune permette de mettre en œuvre une stratégie d'optimisation itérative reposant sur la construction d'un modèle de substitution, seule la régression par processus gaussiens s'inscrit dans un cadre bayésien. Le processus d'optimisation, commun aux trois méthodes, suit alors les étapes classiques suivantes :

1. Définition d'un plan d'expériences initial (*Latin Hypercube Sampling*) ;
2. Construction du modèle de substitution à partir des données issues du plan ;
3. Minimisation du modèle de substitution via un algorithme d'optimisation classique ;
4. Enrichissement du modèle de substitution par ajout de nouveaux points évalués sur la fonction réelle.

Paramétrage des essais

Pour chaque méthode, deux algorithmes d'optimisation sont employés : un algorithme de recherche locale (*Pattern Search*) et un algorithme génétique, afin d'évaluer l'impact de la stratégie d'optimisation classique choisie sur la performance globale. De plus, une approche *L-BFGS-B* avec *Multistart* est appliquée sur la fonction exacte, tandis que l'algorithme *DIRECT* développé par Jones [242] et particulièrement adapté à l'optimisation de la fonction d'acquisition *Expected Improvement* (EI), est utilisé pour les processus gaussiens.

Le tableau 7.1 ci-dessous résume les principaux paramètres utilisés pour chaque configuration :

Méthode	Paramètres et configuration
Régression polynomiale :	◦ 50 points initiaux (plan LHS) ; ◦ Optimisation avec *Pattern Search* et algorithme génétique.
Processus gaussiens :	◦ 50 points initiaux (plan LHS) ; ◦ Optimisation avec *Pattern Search*, algorithme génétique et *Direct*.
Réseaux de neurones :	◦ 50 points d'entraînement (plan LHS) ; ◦ Architecture : une couche cachée comportant 10 neurones ; ◦ Optimisation avec *Pattern Search* et algorithme génétique.
Fonction exacte :	◦ Optimisation avec *Pattern Search*, algorithme génétique et *L-BFGS-B Multistart*.

Tableau 7.1 – *Paramètres des différentes méthodes d'optimisation*

Les conditions d'arrêt de l'optimisation varient selon les méthodes utilisées. Pour la régression polynomiale et le réseau de neurones, elles reposent sur un nombre maximal de cycles ou sur l'absence de nouvelles solutions significativement différentes des points déjà connus. Pour le processus gaussien, il s'agit également d'un nombre maximal de cycles ou d'un nombre maximal de cycles successifs d'enrichissement sans amélioration de l'optimum. Pour les algorithmes PatternSearch et génétique appliqués à la fonction exacte, l'optimisation s'arrête dès que le nombre maximal de cycles est atteint ou qu'aucune nouvelle solution suffisamment distincte des points déjà évalués n'est trouvée pendant un certain nombre de cycles consécutifs. Enfin, pour *L-BFGS-B Multistart*, la convergence est déterminée localement pour chaque départ : l'algorithme s'arrête lorsque la norme du gradient est inférieure à une tolérance, lorsque l'amélioration de la fonction objectif entre deux itérations consécutives devient négligeable, ou lorsque le nombre maximal d'itérations est atteint, le résultat final étant le meilleur minimum trouvé parmi l'ensemble des départs aléatoires.

7.3.3 Résultats et comparaison des performances

Les performances des trois approches sont comparées à celles obtenues par une optimisation directe de la fonction de Branin-Hoo. Cette fonction possédant trois minima globaux égaux, l'objectif de cette comparaison n'est pas d'identifier tous les minima simultanément, mais de vérifier que chaque méthode converge vers un minimum correct et représentatif. Le tableau 7.2 présente une synthèse des résultats obtenus pour chacune des approches d'optimisation testées, permettant de comparer leur capacité à identifier les minima tout en maîtrisant le nombre total d'évaluations de la fonction cible (DOE et cycles d'enrichissement).

Il est à noter que plusieurs optimisations ont été réalisées en variant les plans d'expériences initiaux. Pour chaque méthode, un seul résultat est présenté, à l'exception des réseaux de neurones, qui ont montré une sensibilité plus marquée au DOE.

Méthode	Algorithme	$\mathbf{x}^*$	$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}^*)$	Nombre d'évaluations
Régression polynomiale	Pattern Search	(9.3799, 2.38)	0.41085	76
	GA	(-3.1342, 12.3128)	0.40125	73
Processus gaussiens	Pattern Search	(9.4299, 2.4719)	**0.39807**	56
	GA	(9.4247, 2.47097)	**0.39790**	71
	Direct	(3.1425, 2.2771)	**0.39789**	76
Réseaux de neurones	Pattern Search	(9.4638, 2.8978)	0.5571	150
	GA	(9.4638, 2.8978)	0.5571	60
	Pattern Search	(3.1571, 2.1601)	0.4096	56
	GA	(3.1571, 2.1601)	0.4096	62
Fonction exacte	Pattern Search	(9.4248, 2.4750)	**0.39789**	161
	GA	(3.1412, 2.2749)	**0.39789**	2050
	L-BFGS-B	(9.4248, 2.4749)	**0.39789**	627

Tableau 7.2 – *Comparaison des performances de chaque méthode d'optimisation*

Il apparaît ici que le modèle basé sur des processus gaussiens permet d'obtenir des minima très proches de la solution exacte avec un nombre limité de points initiaux (50 points), et ce, quel que soit l'algorithme d'optimisation utilisé.

En comparaison, la régression polynomiale nécessite un nombre similaire d'appels à la fonction, mais identifie les minima de manière moins robuste. Pour les réseaux de neurones, les résultats sont plus variables, leur performance dépendant fortement du DOE initial. Dans certains cas, ils parviennent à identifier un minimum proche avec peu d'évaluations ; dans d'autres, ils ne trouvent pas de minimum proche malgré un plus grand nombre d'appels à la fonction. Enfin, les optimisations réalisées directement sur la fonction exacte requièrent un nombre élevé d'évaluations, mais offrent une identification fiable des minima.

Cette comparaison met en évidence l'atout majeur des processus gaussiens, à savoir leur capacité à guider l'optimisation vers les zones les plus prometteuses de l'espace de conception grâce à l'estimation de l'incertitude associée à la prédiction. L'exploitation de cette propriété conduit à une identification robuste du minimum, tout en limitant les appels à la fonction.

Bilan

Ce chapitre a présenté la méthodologie d'optimisation de fonctions coûteuses retenue dans ce travail. Après un rappel des principes de l'optimisation bayésienne, la modélisation par processus gaussiens a été détaillée, suivie de la description de l'approche utilisée pour la construction du plan d'expériences initial, réalisée ici via la méthode de l'Hypercube Latin. Une illustration sur un cas académique a ensuite permis de comparer plusieurs stratégies

d'optimisation reposant sur un modèle de substitution, mettant en évidence la capacité des processus gaussiens à guider la recherche vers des optima robustes tout en limitant le nombre d'appels à la fonction. Le principe d'un problème sera abordé dans le chapitre suivant. Grâce à leur capacité à traiter des problèmes complexes tout en maîtrisant le coût de calcul, les processus gaussiens constituent une solution méthodologique adaptée pour traiter le problème d'optimisation considéré dans cette thèse ; ils seront ainsi utilisés dans la suite de ce travail.

CHAPITRE 8

Identification des points critiques d'une enveloppe de vol

La méthode d'optimisation présentée au chapitre 7, reposant sur l'utilisation de processus gaussiens, est mise en œuvre dans ce chapitre afin d'identifier le point critique d'une enveloppe de vol. Dans un premier temps, la procédure développée pour cette recherche est détaillée, puis appliquée à une enveloppe représentative de conditions de vol de type air sec. Cette configuration, retenue comme cas de référence, correspond à une situation dont le point critique est déjà connu grâce à des études antérieures. Cette première application permet ainsi de confronter le point identifié par la méthode proposée à celui de référence, afin d'en évaluer la pertinence et la robustesse. Dans un second temps, des analyses similaires sont menées sur des enveloppes associées à différentes conditions givrantes. Ces études complémentaires permettent de valider la généricité de la méthode et d'analyser son comportement lorsque les phénomènes de givrage sont pris en compte, contribuant ainsi à l'évaluation globale de la démarche développée dans le cadre de cette thèse. Enfin, l'approche est étendue à la construction d'une matrice de points critiques, offrant une vision plus complète des zones sensibles et une meilleure évaluation de la robustesse du dimensionnement face à la variabilité des conditions de vol.

Sommaire

8.1 Identification du point de vol le plus critique d'une enveloppe de vol **206**
8.1.1 Mise en place d'une méthode de recherche du pire point critique 206
8.1.2 Recherche du pire point critique en condition air sec 209
8.1.3 Recherche du pire point critique en conditions givrantes 211
8.2 Identification d'un ensemble de points critiques d'une enveloppe de vol **219**
8.2.1 Construction d'une matrice de points critiques 219
8.2.2 Application de la méthode au cas industriel 221

8.1 Identification du point de vol le plus critique d'une enveloppe de vol

Cette section a pour objectif la mise en application de l'approche proposée au sein de cette thèse permettant de mener une recherche de points critiques. Plus précisément, la pertinence du couplage entre le modèle basse-fidélité, développé au chapitre 4, et la stratégie d'optimisation reposant sur l'utilisation de processus gaussiens, présentés au chapitre 7, est évaluée. On précise ici que les algorithmes d'optimisation utilisés font appel à une bibliothèque développée au sein du département DTIS de l'ONERA (Traitement de l'Information et Systèmes), dédiée à l'optimisation par processus gaussiens et reposant sur des bibliothèques *open-source* existantes, notamment `GPyTorch` ([243]) et `BoTorch` ([241]). Ainsi, seuls les scripts nécessaires à la définition spécifique du problème considéré ont été développés pour ce travail.

8.1.1 Mise en place d'une méthode de recherche du pire point critique

Un point critique est défini comme un point de vol susceptible d'engendrer un risque de défaillance pour l'instrument. Dans le contexte de ce travail, où une défaillance n'est pas forcément attendue, un point critique correspond à un point de vol pour lequel la température atteinte dans la zone critique de la sonde fait partie des températures les plus basses observées [1]. L'identification de ces points, démarche classiquement qualifiée d'Analyse de Points Critiques (*Critical Point Analysis*, CPA), permet de sélectionner les conditions de vol à tester en soufflerie afin d'étudier le comportement de la sonde et d'évaluer la robustesse de son système de protection (cf. 3.1). Dans un premier temps, l'objectif est ici d'identifier rapidement le point de vol le plus sévère en termes de givrage pour la sonde d'incidence modélisée, qualifié de pire point critique.

Procédure CPA classique

Les analyses de points critiques constituent une pratique établie dans l'industrie aéronautique. Dans le cadre d'une étude visant à identifier les conditions de vol les plus défavorables pour une sonde, la CPA traditionnelle se décompose en trois étapes principales :

1. **Détermination de l'enveloppe de vol potentiellement givrante :** il s'agit de définir la portion de l'enveloppe de vol susceptible de rencontrer des conditions givrantes ; elle est obtenue par intersection de l'enveloppe de vol de l'appareil avec les zones à risque de givrage.
2. **Discrétisation de l'enveloppe de vol :** l'enveloppe définie précédemment est échantillonnée sous forme de points de vol, ici caractérisés par le nombre de Mach, l'altitude, la température statique ainsi que les teneurs en eau liquide et en cristaux de glace (LWC, IWC). Selon le degré de raffinement choisi, cette discrétisation peut générer plusieurs centaines voire plusieurs milliers de points.
3. **Exploration de l'enveloppe discrétisée :** l'ensemble des points de vol est évalué à l'aide d'un outil numérique simulant le comportement thermique de la sonde. Cette étape repose

1. Selon le critère retenu pour ce travail.

généralement sur une approche dite "force brute" (ou *brute force*), consistant à exécuter la simulation pour chacun des points définis.

La dernière étape, correspondant à l'exploration de l'enveloppe de vol, nécessite généralement l'évaluation – et donc l'exécution d'une simulation – pour chacun des points de vol. Les résultats obtenus sont ensuite classés selon un critère de sévérité, permettant d'identifier les conditions les plus critiques. Toutefois, il apparaît que cette approche n'est réellement envisageable que pour des configurations comportant un nombre de points à simuler limité, ou bien lorsque le code de simulation associé s'exécute très rapidement (ne requiert que quelques secondes par simulation). Dans ce travail, bien que le modèle réduit ne nécessite que quelques minutes de calcul par évaluation, ce temps d'exécution reste trop élevé au regard de la taille de l'espace à explorer pour envisager une recherche exhaustive.

Ainsi, bien que l'approche basée sur une méthode "force brute" permette d'identifier le point critique, son application est rapidement limitée dans un contexte industriel. Cette limitation justifie le recours à des stratégies d'optimisation plus efficaces, comme celles basées sur la construction de modèles de substitution et l'appel à des algorithmes d'optimisation bayésienne.

Procédure CPA proposée

Comme mentionné précédemment, l'objectif global de la CPA est d'identifier, au sein d'une enveloppe de vol, le point le plus sévère en termes de givrage pour la sonde modélisée. Dans notre cas, cela revient à déterminer les conditions de vol conduisant à une température minimale dans la zone critique de la sonde. Identifier ce scénario de givrage le plus sévère équivaut donc à résoudre un problème de minimisation de la fonction objectif.

Dans notre cas, le vecteur de variables de vol est défini comme :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \text{Altitude} \\ \text{Mach} \\ T_{\text{statique}} \end{bmatrix} \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^3.$$

La fonction objectif correspond à la température atteinte dans la zone critique de la sonde pour les conditions de vol $\mathbf{x}$, soit :

$$\mathbf{x}^* = \arg\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}} f_{\text{obj}}(\mathbf{x}), \quad f_{\text{obj}}(\mathbf{x}) = T_{\text{crit}}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}.$$

Les contraintes spécifiques au problème reflètent les limites physiques et opérationnelles des conditions de vol :

$$g_1(\mathbf{x}) = \text{Mach} - \text{Mach}_{\max}(\text{Altitude}) \leq 0, \tag{8.1}$$

$$g_2(\mathbf{x}) = \text{Mach}_{\min}(\text{Altitude}) - \text{Mach} \leq 0, \tag{8.2}$$

$$g_3(\mathbf{x}) = T_{\text{statique}} - T_{\max}(\text{Altitude}) \leq 0, \tag{8.3}$$

$$g_4(\mathbf{x}) = T_{\min}(\text{Altitude}) - T_{\text{statique}} \leq 0. \tag{8.4}$$

Enfin, les domaines physiques des trois variables (altitude, Mach et température statique) définissent les bornes $[x_{iL}, x_{iU}]$ qui complètent les contraintes précédentes et délimitent l'espace admissible $\mathcal{X}$ sur lequel la recherche du minimum est effectuée.

La procédure CPA proposée dans ce travail s'inscrit dans le cadre de l'optimisation bayésienne par processus gaussiens et s'appuie sur la méthodologie introduite par Jones à travers son algorithme EGO (Efficient Global Optimization) [211]. Comme présenté au chapitre 7, cette approche repose sur la construction d'un modèle de substitution par processus gaussiens à partir d'un échantillon initial de points, puis sur son enrichissement progressif via un processus itératif guidé par une fonction d'acquisition. L'algorithme EGO ayant été initialement formulé pour des problèmes d'optimisation non-contraints, son application au cadre de la CPA nécessite une extension permettant de prendre en compte des contraintes. Celles-ci, de nature notamment opérationnelle, peuvent affecter certaines variables de conception et sont généralement exprimées sous la forme d'inégalités $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$. Dans ce travail, leur prise en compte s'appuie sur l'approche proposée par Schonlau [233], reposant sur l'utilisation de la fonction d'acquisition EI_C (*Expected Constrained Improvement*), qui permet la gestion des contraintes en intégrant la faisabilité des points candidats au processus d'optimisation (cf. 7.1.3). La stratégie complète mise en œuvre est présentée dans l'algorithme 2.

Algorithme 2 : Procédure CPA contrainte basée sur l'algorithme EGO

Entrées : Nombre d'échantillons initiaux N_0, nombre maximal d'échantillons N_{max}, fonction objectif f, ensemble des contraintes $\{g_j\}_{j=1..m}$, fonction d'acquisition contrainte I_C

Sorties : Minimum faisable f_{min} et point correspondant x_{min}

Procédure OPTIMISATION_CONTRAINTE
- Générer les échantillons initiaux X_{state} (sans prise en compte des contraintes)
- Évaluer $Y_{state} = f(X_{state})$ et $G_{state,j} = g_j(X_{state})$ pour $j = 1..m$
- **tant que** $N_{state} < N_{max}$ **faire**
  - Construire les modèles de substitution $\hat{f}$ et $\hat{g}_j$ pour $j = 1..m$
  - Rechercher le nouveau point faisable $X_{new} = \arg\max_x I_C(x)$
  - Évaluer $Y_{new} = f(X_{new})$ et $G_{new,j} = g_j(X_{new})$
  - Mettre à jour $X_{state} = \{X_{state}, X_{new}\}$
- **fin**
- $f_{min} = \min_{x \in X_{state} \text{ s.c. } g_j(x) \leq 0, \forall j} f(x)$
- $x_{min} = \arg\min_{x \in X_{state} \text{ s.c. } g_j(x) \leq 0, \forall j} f(x)$

Fin procédure

La procédure présentée ci-dessus permet de réaliser une analyse CPA complète en intégrant les contraintes opérationnelles associées à l'espace de recherche, correspondant ici aux enveloppes de vol des appareils. Il convient toutefois de souligner que, la fonction objectif reposant sur un modèle physique valide sur l'ensemble de l'espace de recherche, les contraintes ne sont pas prises en compte lors de la construction du plan d'expérience initial. Cette liberté permet d'enrichir et d'étendre la connaissance globale du comportement du modèle, ce qui peut s'avérer utile pour la phase d'exploration. En revanche, les contraintes sont intégrées au cours de la phase d'enrichissement, afin de garantir que chaque nouveau point évalué respecte les conditions opérationnelles définies.

8.1.2 Recherche du pire point critique en condition air sec

Le processus d'optimisation décrit ci-dessus a tout d'abord été appliqué à la recherche du point critique d'une enveloppe de vol représentant des conditions de type air sec. Cette première recherche permet d'évaluer la pertinence de l'approche proposée, notamment car il s'agit de la seule configuration pour laquelle le point critique est déjà connu. Des études internes utilisant la méthode "force brute" ont en effet déjà été mises en œuvre par le passé, et la connaissance préalable du point le plus sévère pour ces conditions offre un cadre de référence et constitue ainsi un bon moyen de comparaison pour notre approche.

Le cas d'un avion conventionnel opérant en conditions de vol air sec est ainsi considéré pour cette première analyse. Le domaine de recherche correspond au domaine de vol, défini par l'altitude, le nombre de Mach et la température statique. Pour l'enveloppe considérée ici, l'appareil peut opérer à des altitudes comprises entre $-2000\,\text{ft}$ et $42000\,\text{ft}$, soit environ de $-0.61\,\text{km}$ à $12.8\,\text{km}$[2]. La plage de températures s'étend de $-78°\text{C}$ à $55°\text{C}$, et les vitesses d'opération peuvent atteindre Mach 0.86, soit environ $295\,m.s^{-1}$. L'enveloppe de vol ne se réduit toutefois pas à un simple cube défini par ces intervalles : certaines combinaisons d'altitude et de température ou d'altitude et de vitesse sont physiquement ou opérationnellement impossibles (par exemple, l'avion ne peut pas voler en dessous d'une certaine vitesse à haute altitude). Ces limitations définissent les contraintes du domaine de vol, et par extension les contraintes du problème d'optimisation. Comme indiqué précédemment, ces dernières sont prises en compte lors des phases d'enrichissement afin de garantir la validité des nouveaux points. Elles ne sont en revanche pas appliquées lors de la génération du plan d'échantillonnage initial, afin d'explorer librement l'espace de recherche et enrichir la connaissance globale du comportement du modèle.

Pour les résultats d'optimisation présentés ici, l'échantillon initial comportait 30 points, et l'algorithme a nécessité 21 cycles d'enrichissement pour atteindre la convergence. Deux critères de convergence étaient définis : un nombre maximal de cycles d'enrichissement total ou un nombre maximal de cycles successifs sans amélioration de l'optimum. L'algorithme prend fin dès que l'un de ces critères est satisfait. Dans le cas présenté ici, le deuxième critère a été atteint après 10 cycles d'enrichissement successifs sans amélioration ; la figure 8.1 présente cette courbe de convergence.

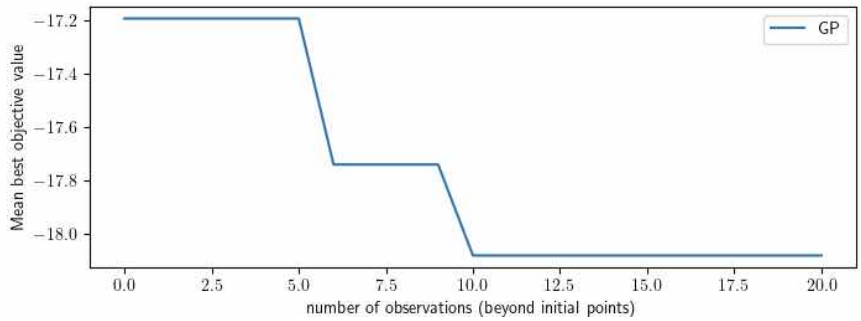


Figure 8.1 – *Courbe de convergence - CPA Air sec*

2. Le domaine de vol est défini sur la base du modèle de l'Atmosphère Standard Internationale (ISA), avec des variations de température de $\pm 20°\text{C}$ par rapport à la norme. L'altitude référencée correspond à l'altitude pression, qui peut devenir négative lorsque la pression réelle dépasse la valeur de référence au niveau de la mer. Ce phénomène peut par exemple se produire dans des régions très froides telles que la Scandinavie, le Canada ou la Sibérie, lorsque des températures de l'ordre de -15°C à -20°C sont atteintes.

La figure 8.2 permet de visualiser la recherche CPA dans l'enveloppe de vol considérée. Elle montre les points du domaine qui ont été évalués durant l'ensemble du processus d'optimisation, en distinguant ceux appartenant à l'échantillon initial (représentés par des triangles) et ceux évalués lors des cycles d'enrichissement (représentés par des cercles). Les limites du domaine en termes d'altitude, de nombre de Mach et de température statique sont représentées en noir, et les symboles sont coloriés par la température dans la zone critique de la sonde, notée T_{foot}, correspondant au critère de sévérité. À l'issue du processus d'optimisation, le point de vol identifié comme étant le plus critique est défini par :

$$\text{Mach} = 0.51, \quad \text{Altitude} = -2000\,\text{ft}, \quad \text{SAT} = -54°\text{C}.$$

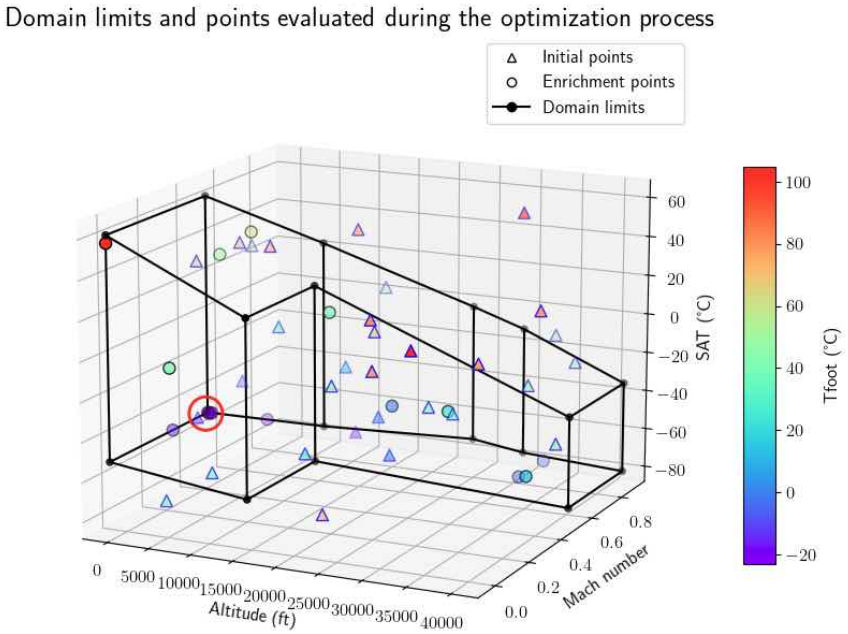


Figure 8.2 – *Points évalués lors du processus d'optimisation - CPA Air sec. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge.*

La zone du domaine correspondante est indiquée sur la figure par un cercle rouge. Ce point de vol coïncide précisément avec celui identifié lors des études internes précédemment menées par Thales. Par ailleurs, la criticité de ces conditions de vol est cohérente avec la réalité opérationnelle. En effet, ce point se situe dans la région de l'enveloppe de vol où l'influence de l'écoulement sur le comportement thermique de la sonde est la plus prononcée. D'une part, l'air y est particulièrement froid tandis que la vitesse d'opération est très élevée ; d'autre part, la faible altitude de vol implique une densité d'air élevée, ce qui accentue le pouvoir de refroidissement de l'écoulement interne présent dans la cavité. Plus précisément, le point identifié représente une configuration limite de l'enveloppe de vol, où les trois paramètres – vitesse, altitude et température – atteignent simultanément leurs valeurs les plus critiques : l'altitude minimale s'accompagne de la température la plus basse et de la vitesse d'opération la plus élevée pour ces conditions.

Il est à noter que, bien qu'un seul résultat d'optimisation soit présenté ici, plusieurs lancements ont été effectués afin de s'assurer de la reproductibilité des résultats (variation du nombre de cycles pour les critères de convergence, de la *seed* pour la construction du DOE). Pour l'ensemble des

cas, le processus d'optimisation converge systématiquement vers le même minimum ; seul le nombre de cycles d'enrichissement nécessaires à la convergence varie légèrement en fonction des configurations.

Synthèse

L'analyse de la zone de l'enveloppe de vol à laquelle appartient le point critique, ainsi que sa correspondance avec celui identifié lors d'études internes précédentes, permet de valider la correcte identification du point critique dans l'enveloppe de vol air sec. Cette identification a par ailleurs nécessité moins de deux heures de calcul sur un ordinateur standard, respectant ainsi les critères imposés sur le temps d'exécution d'une analyse CPA. Cette première étape permet ainsi de démontrer que l'approche proposée au sein de cette thèse est pertinente au vu des objectifs initialement fixés, à savoir l'identification correcte du point le plus sévère d'une enveloppe de vol en moins d'une journée de temps de calcul.

8.1.3 Recherche du pire point critique en conditions givrantes

La recherche du point critique en conditions givrantes s'effectue selon la même procédure que celle mise en place pour la recherche CPA en condition air sec. La seule différence réside dans l'espace de recherche à explorer, qui correspond ici à l'intersection entre le domaine de vol de l'appareil (utilisé pour la recherche en air sec) et les domaines d'existence des conditions givrantes (cf. 3.1), fournis par la norme CS-25 [34]. Bien que la teneur en eau liquide (LWC) et la teneur en eau solide (IWC) soient désormais prises en compte dans la simulation, elles ne constituent pas pour autant des variables d'entrée supplémentaires du problème d'optimisation. Leur valeur étant déterminée à partir des enveloppes réglementaires de la CS-25 en fonction de l'altitude et de la température statique, l'espace d'optimisation reste défini par le triplet $\mathbf{x} = (\text{Altitude, Mach, } T_{\text{statique}}) \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^3$. Dans ce cadre, la fonction objectif en conditions givrantes peut être notée

$$f_{\text{obj, ice}}(\mathbf{x}) = T_{\text{crit}}(\mathbf{x}; \text{LWC}(\mathbf{x}), \text{IWC}(\mathbf{x})),$$

afin de la distinguer de la fonction utilisée en air sec,

$$f_{\text{obj, dry}}(\mathbf{x}) = T_{\text{crit}}(\mathbf{x}).$$

Une CPA a été réalisée pour l'ensemble des conditions givrantes susceptibles d'être rencontrées en opération, en distinguant l'enveloppe *Continuous Maximum* de l'enveloppe *Intermittent Maximum* pour les vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues. Comme les CPA menées en présence de gouttelettes d'eau aboutissent aux mêmes conclusions pour les deux enveloppes, et que les résultats observés en condition cristaux s'appliquent également aux conditions mixtes, seules la CPA relative aux vols avec gouttelettes associée à l'enveloppe *Intermittent Maximum* et celle réalisée dans le domaine d'existence des cristaux de glace sont présentées en détail. Les résultats des autres enveloppes de vol sont synthétisés dans un tableau récapitulatif en fin de section, afin de tirer des conclusions générales sur les CPA réalisées en conditions givrantes.

Remarque

Il convient de rappeler que, dans les études internes précédentes, le modèle décrivant le comportement thermique de la sonde ne prenait pas en compte les conditions givrantes. Par conséquent, l'identification des points critiques intégrant l'ensemble des phénomènes n'a pas pu être réalisée. Néanmoins, des analyses CPA avaient tout de même été effectuées dans les enveloppes de vol givrantes en faisant appel au modèle air sec, afin de fournir une première estimation des points critiques de ces enveloppes. Ces résultats constituent alors une base de comparaison intermédiaire. Des analyses CPA similaires, appliquées aux enveloppes givrantes mais reposant sur le modèle air sec développé dans le cadre de cette thèse, sont ainsi menées en parallèle de celles basées sur le modèle étendu afin de permettre une comparaison plus directe des résultats et évaluer la cohérence des points critiques identifiés par notre approche.

Gouttelettes d'eau surfondues - Enveloppe Intermittent Maximum

L'analyse CPA réalisée dans l'enveloppe de vol associée à la présence de gouttelettes a été réalisée à l'aide d'un échantillon initial comportant 30 points, suivi de 26 cycles d'enrichissement permettant d'atteindre la convergence, celle-ci ayant été atteinte après 10 cycles d'enrichissement successifs sans amélioration.

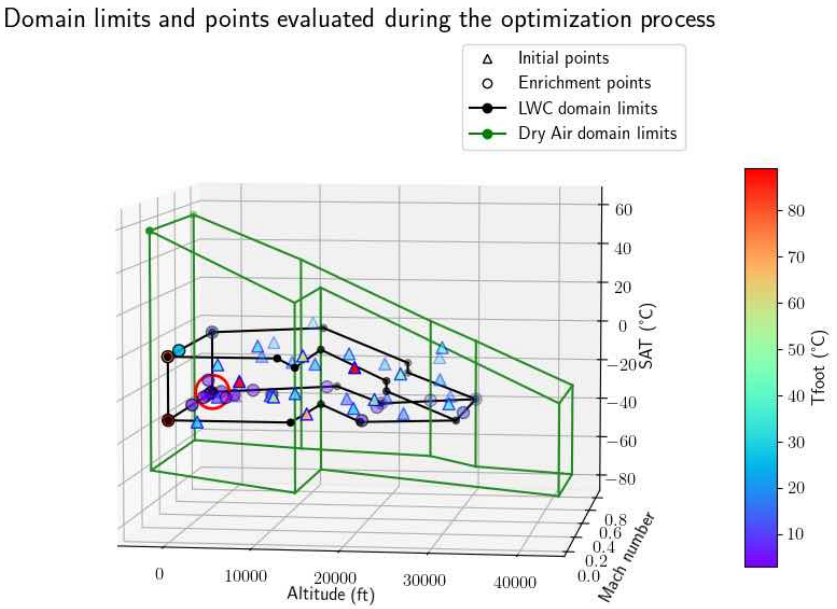


Figure 8.3 – *Points évalués lors du processus d'optimisation - CPA LWC Intermittent Maximum. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge.*

De la même façon que pour le cas air sec, la figure 8.3 permet de visualiser la recherche CPA pour l'enveloppe de vol considérée, avec le même formalisme que précédemment – triangles pour les points initiaux et cercles pour les points d'enrichissement, colorés par la température dans la zone critique de la sonde. Les limites du domaine exploré sont représentées en noir, tandis que celles du domaine air sec sont représentées en vert afin de mieux visualiser l'intersection. À l'issue du

processus d'optimisation, le point de vol identifié comme étant le plus critique est défini par :

$$\text{Mach} = 0.53, \quad \text{Altitude} = 0\,\text{ft}, \quad \text{SAT} = -30°\text{C}, \quad \text{LWC} = 0.98\,g.m^{-3}.$$

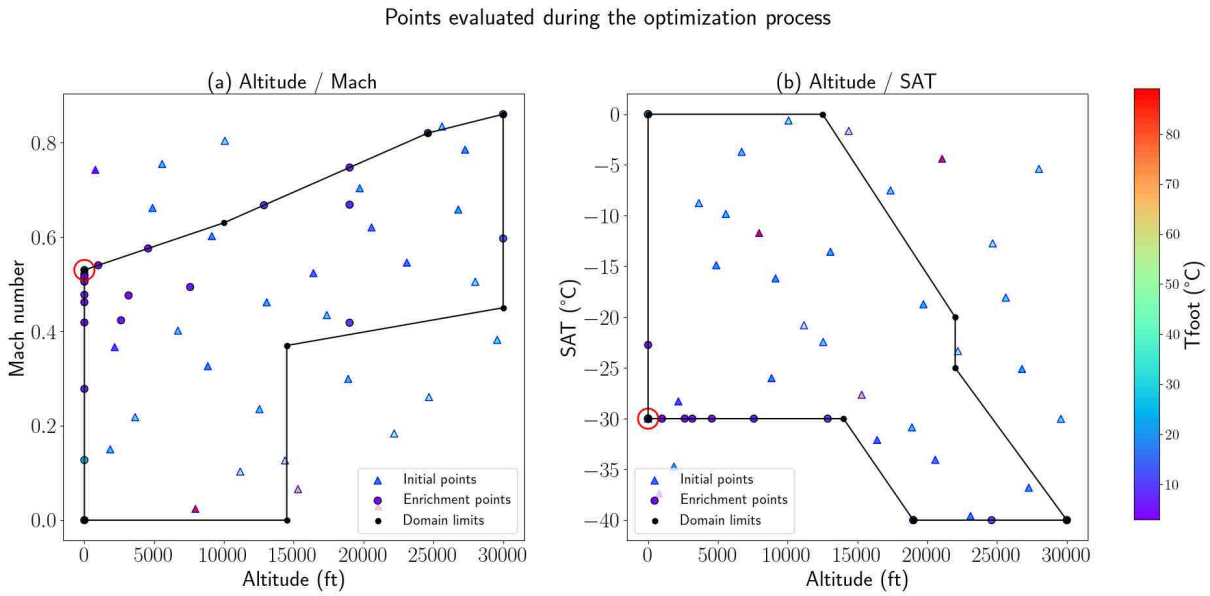


Figure 8.4 – *Projection dans les plan Mach/Altitude et Température/Altitude - CPA LWC Intermittent Maximum. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge.*

La zone du domaine correspondante est indiquée sur la figure par un cercle rouge. De la même manière que pour la recherche en condition air sec, ce point de vol correspond à une configuration limite de l'enveloppe de vol, pour laquelle l'altitude minimale est associée à la température la plus basse et à la vitesse d'opération la plus élevée pour ces conditions. La figure 8.4 permet de mieux visualiser la localisation de ce point, en représentant les points évalués lors du processus d'optimisation ainsi que les limites de l'enveloppe de vol explorée dans les plans projetés Mach/Altitude et Température/Altitude.

Les mêmes conclusions que celles formulées à l'issue de l'analyse en air sec peuvent être appliquées ici, à savoir que le point critique identifié apparaît cohérent au vu de la région à laquelle il appartient, notamment en raison du fait qu'il sature l'ensemble des contraintes. Par ailleurs, la correcte identification est renforcée par le fait que l'analyse CPA de cette enveloppe réalisée en parallèle en faisant appel au modèle air sec mène à l'identification du même point critique. Enfin, les analyses internes menées par Thales (également à l'aide de leur modèle air sec), avait également permis d'identifier ce point de vol comme étant le plus critique pour des vols en présence de gouttelettes d'eau surfondues.

Cristaux de glace

Contrairement aux analyses CPA menées en air sec ou en présence de gouttelettes d'eau surfondues, la recherche de point critique associée à l'enveloppe de vol caractérisée par la présence de cristaux de glace ne conduit pas à l'identification d'une configuration correspondant à une limite de l'enveloppe.

Le point critique identifié est en effet défini par :

$$\text{Mach} = 0.64, \quad \text{Altitude} = 19000\,\text{ft}, \quad \text{SAT} = -40°\text{C}, \quad \text{IWC} = 2\,g.m^{-3},$$

tandis que le point saturant l'ensemble des contraintes est obtenu pour :

$$\text{Mach} = 0.745, \quad \text{Altitude} = 19000\,\text{ft}, \quad \text{SAT} = -40°\text{C}, \quad \text{IWC} = 2\,g.m^{-3}.$$

À iso-altitude et iso-température, ce dernier correspond au point de vol associé à la vitesse d'opération maximale pour ces conditions. Il est à noter que la quantité de cristaux de glace est déterminée à l'aide des données fournies par la CS-25, qui indique le TWC en fonction de l'altitude et de la température ; ces données sont illustrées par la figure 8.5.

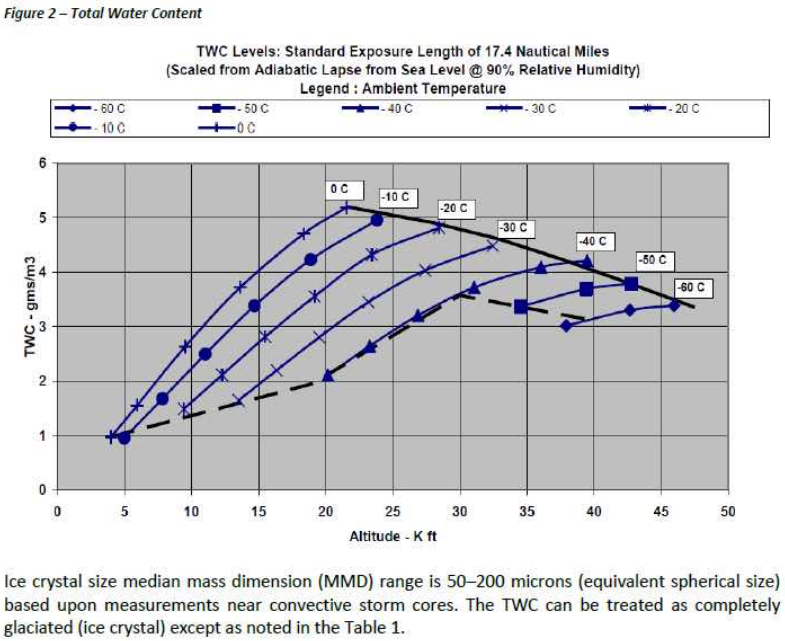


Figure 8.5 – *Quantité totale d'eau (TWC) en fonction de l'altitude et de la température - [34]*

Comme pour les autres enveloppes de conditions givrantes, une analyse parallèle a été menée à l'aide du modèle air sec afin de vérifier la cohérence des résultats. Une fois encore, le point critique identifié en condition air sec coïncide avec celui obtenu en tenant compte des conditions givrantes. Toutefois, il diffère légèrement des résultats obtenus lors des études internes précédentes, qui avaient identifié deux points critiques distincts pour cette même enveloppe de vol, définis par :

$$\text{Altitude} = 19000\,\text{ft}, \quad \text{SAT} = -40°\text{C}, \quad \text{Mach} = 0.65 \quad \text{et} \quad \text{Mach} = 0.7.$$

Ces deux configurations menaient à une température critique identique, mais à des vitesses de vol distinctes.

Ainsi, bien que le point identifié par notre approche soit proche de ceux obtenus précédemment, le fait qu'aucune de ces configurations ne corresponde à une condition limite de l'enveloppe de vol peut sembler contre-intuitif. Trois hypothèses principales peuvent être avancées pour expliquer ce

résultat :

1. le processus d'optimisation n'a pas convergé vers le véritable optimum, malgré les multiples cycles d'enrichissement ;
2. le modèle simplifié manque de précision et ne permet pas une hiérarchisation suffisamment fiable des points critiques ;
3. le point identifié est effectivement correct et résulte du dimensionnement de la sonde étudiée.

Afin de vérifier la première hypothèse, plusieurs CPA indépendantes ont été réalisées pour évaluer la robustesse de l'identification du point critique. Les critères de convergence, à savoir le nombre maximal de cycles d'enrichissement et de cycles sans amélioration, ont été augmentés par rapport aux cas précédents, et différents DOE ont été générés. Toutes les optimisations réalisées ont toutefois convergé vers le même point de l'enveloppe, confirmant la stabilité du processus. Une des analyses est présentée ici : l'optimisation a été initialisée avec 35 points et enrichie sur 51 cycles, la convergence ayant été atteinte après 20 cycles sans amélioration. La figure 8.6 illustre le processus dans les plans projetés Mach/Altitude et Température/Altitude.

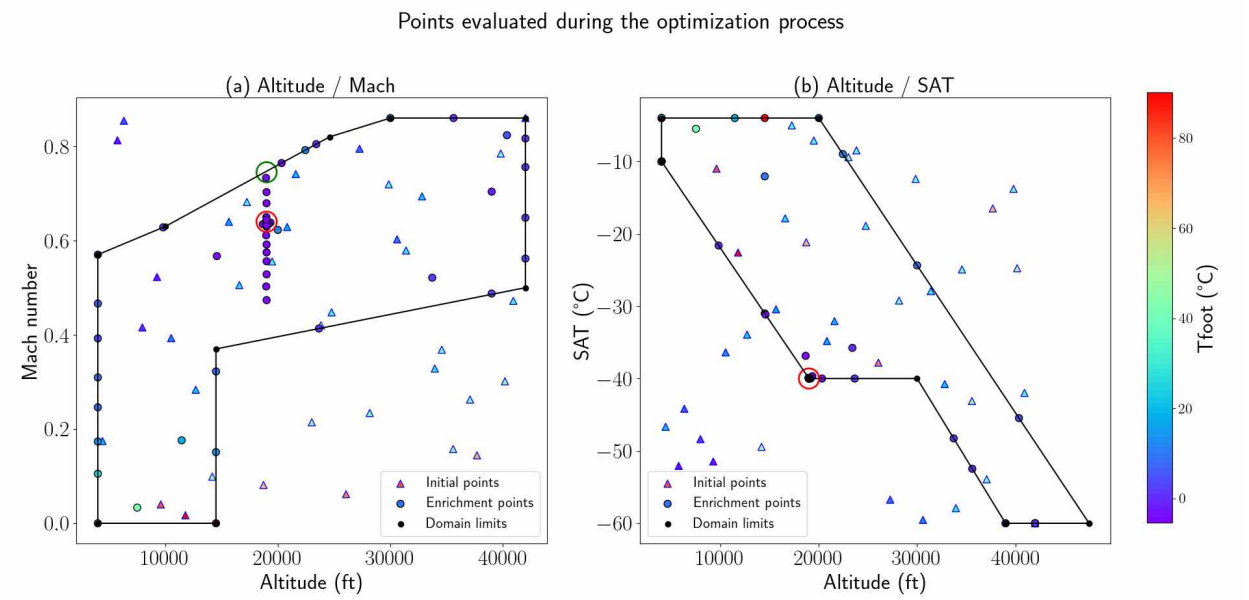


Figure 8.6 – *Projection dans les plans Mach/Altitude et Température/Altitude – CPA IWC. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge, tandis que le point saturant les contraintes est indiqué par un cercle vert.*

Cette visualisation présente deux avantages principaux. D'une part, elle permet d'observer la position du point critique identifié (signalée par le cercle rouge), ainsi que celle du point qui aurait pu être attendu au vu des conclusions issues des CPA précédentes (représenté par le cercle vert). D'autre part, elle illustre les mécanismes d'exploration et d'exploitation associés à l'optimisation par processus gaussiens. L'optimisation s'est en effet concentrée sur l'exploitation d'une région prometteuse du domaine, caractérisée par le couple (SAT = −40°C, Altitude = 19000 ft), pour laquelle plusieurs valeurs de Mach ont été explorées afin d'identifier la combinaison conduisant à la température minimale au niveau de la sonde.

L'analyse des points évalués suggère que cette région forme une zone critique étendue, plusieurs

configurations de vol présentant des températures de sonde très proches. Cette faible variabilité accroît la complexité de la recherche du minimum global, nécessitant un nombre de cycles plus élevé pour atteindre la convergence. Néanmoins, la densité d'échantillonnage observée dans cette zone et la convergence répétée vers le même point de vol, présentant une position légèrement plus centrale mais associé à une sévérité plus importante que les points limites, renforcent la confiance dans la robustesse du processus d'optimisation.

Pour compléter cette analyse, un ensemble de points a été généré aléatoirement puis évalué à la fois avec le modèle physique et avec le modèle de substitution construit lors de l'optimisation, afin de contrôler la capacité de représentation du modèle de substitution. La comparaison entre les valeurs prédites et celles calculées montre un bon accord, comme le présente la figure 8.7, pour laquelle les températures associées à la zone critique ont été adimensionnées par la température maximale calculée avec le modèle physique. Ce bon accord tend à valider la qualité du modèle de substitution, et par extension le bon déroulement de la procédure d'optimisation.

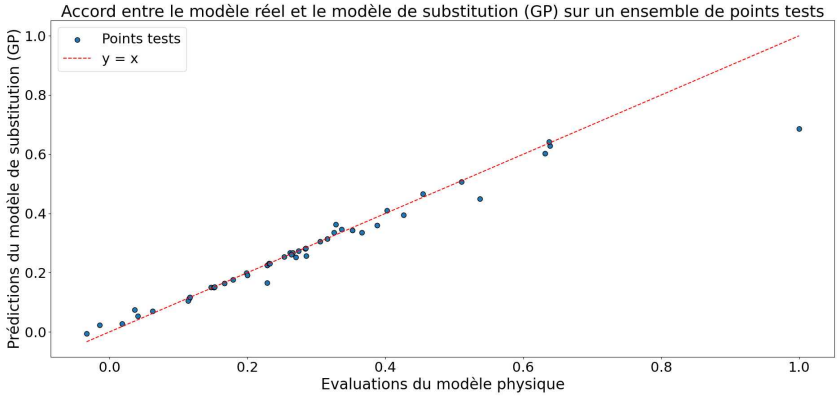


Figure 8.7 – *Comparaison entre les valeurs prédites par le modèle de substitution et le modèle physique – CPA IWC*

Afin désormais d'interpréter la localisation du point critique, des simulations complémentaires ont été menées à l'aide du modèle physique. L'objectif est de comparer le comportement thermique de la sonde pour les différentes configurations de vol représentant potentiellement le point critique. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau 8.1.

Cas de simulation	ΔT_{foot}	Δ Puissance Girouette (%)	Δ Puissance annulaire (%)
CPA (Mach = 0.64)	**0.0000**	**0.0000**	**0.0000**
CPA Thales (Mach = 0.65)	0.0135	0.16	0.05
CPA Thales (Mach = 0.70)	0.3062	0.83	0.02
CPA Limite (Mach = 0.745)	0.8988	1.15	0.35

Tableau 8.1 – *Écarts par rapport au cas de référence CPA (Mach = 0.64)*

Ces résultats confirment que la température la plus basse simulée par le modèle simplifié est bien obtenue pour la condition de vol identifiée comme étant la plus critique par le processus d'optimisation, validant ainsi sa bonne convergence. Bien que l'on puisse intuitivement s'attendre à un point critique correspondant à la vitesse d'opération la plus élevée, l'augmentation de puissance dissipée par les réchauffeurs semble compenser les effets convectifs additionnels, conduisant à une

température de sonde légèrement plus élevée pour les Mach supérieurs. En considérant que le modèle simplifié représente de manière satisfaisante le comportement de la sonde – comme le suggèrent les validations présentées au chapitre 6 – il semblerait donc que le dimensionnement de la sonde, et notamment du système de réchauffage, soit à l'origine de la localisation du point critique pour cette enveloppe. Cette interprétation est par ailleurs cohérente avec les résultats obtenus lors des études antérieures, qui ne menaient pas non plus à un point critique décrivant une configuration limite de l'enveloppe. L'ensemble de ces éléments suggère que le modèle développé, associé à la procédure d'optimisation proposée, permet une identification correcte du point critique, physiquement cohérente au regard du dimensionnement de l'instrument.

Bilan des CPA en conditions givrantes

Le tableau 8.2 présente une synthèse des analyses CPA menées dans les différentes enveloppes associées à des conditions givrantes, en indiquant le point critique identifié ainsi que le temps de calcul nécessaire à la recherche.

Enveloppe	**Point critique**	**Temps CPU (h)**
Air sec	Mach = 0.51, Altitude = -2 000 ft, SAT = -54°C	1h48
Gouttelettes LWC Continuous	Mach = 0.53, Altitude = 0 ft, SAT = -30°C, LWC = 0.12 $g.m^{-3}$	3h32
Gouttelettes LWC Intermittent	Mach = 0.53, Altitude = 0 ft, SAT = -30°C, LWC = 0.98 $g.m^{-3}$	3h38
Cristaux	Mach = 0.64, Altitude = 19 000 ft, SAT = -40°C, IWC = 2 $g.m^{-3}$	6h56
Conditions mixtes	Mach = 0.64, Altitude = 19 000 ft, SAT = -40°C, LWC = 0 $g.m^{-3}$, IWC = 2 $g.m^{-3}$	6h48

Tableau 8.2 – *Bilan des CPA pour les différentes enveloppes de vol*

Il ressort de cette synthèse que les analyses effectuées pour les enveloppes Air sec et Gouttelettes sont relativement rapides, et aboutissent toutes à l'identification d'un point correspondant à une configuration limite de l'enveloppe de vol. Les analyses menées en présence de cristaux de glace demandent en revanche un temps de recherche nettement supérieur, et ne convergent pas vers une configuration limite. L'analyse CPA réalisée dans l'enveloppe de conditions mixtes, bien que non détaillée, exhibe en effet un comportement similaire à celui observé pour l'enveloppe Cristaux, et conduit d'ailleurs à l'identification du même point critique. Ce résultat apparaît cohérent, dans la mesure où le point critique associé à l'enveloppe Cristaux appartient également à l'enveloppe de conditions mixtes (intersection des domaines Cristaux et Gouttelettes), contrairement au point critique associé à l'enveloppe Gouttelettes [3]. Ce comportement peut s'expliquer par le fait que l'enveloppe présente une zone étendue au sein de laquelle le comportement thermique de la sonde

3. La CS-25 précise que pour une température inférieure à −20°C, le TWC est constitué uniquement de cristaux de glace, ce qui explique un LWC nul malgré l'appartenance du point de vol à l'enveloppe de conditions mixtes.

est critique mais varie peu, rendant la convergence vers l'optimum plus difficile. Ce constat suggère qu'introduire un second critère de sévérité, permettant d'affiner la discrimination entre configurations critiques, pourrait s'avérer pertinent pour ce type de configurations.

Il est également important de souligner que, pour l'ensemble des enveloppes, les calculs réalisés avec ou sans prise en compte des conditions givrantes conduisent à l'identification du même point critique. En reprenant les notations précédentes, les résultats montrent ainsi que :

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{x}^*_{\text{ice}} = \mathbf{x}^*_{\text{dry}}, \quad \text{avec} \quad \mathbf{x}^*_{\text{ice}} = \arg\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}} f_{\text{obj, ice}}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}^*_{\text{dry}} = \arg\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{X}} f_{\text{obj, dry}}(\mathbf{x}).$$

La sévérité du phénomène est toutefois accrue en conditions givrantes :

$$f_{\text{obj, ice}}(\mathbf{x}^*) < f_{\text{obj, dry}}(\mathbf{x}^*),$$

avec

$$f_{\text{obj, ice}}(\mathbf{x}) = T_{\text{crit}}(\mathbf{x}; \text{LWC}(\mathbf{x}), \text{IWC}(\mathbf{x})), \quad f_{\text{obj, dry}}(\mathbf{x}) = T_{\text{crit}}(\mathbf{x}).$$

Ainsi, l'ajout des phénomènes givrants n'affecte pas fondamentalement la localisation des points critiques, mais tend principalement à en accentuer la sévérité. D'un point de vue physique, cela peut s'expliquer par le fait que, bien que les conditions givrantes modifient localement les échanges thermiques et abaissent les températures de surface, leur influence demeure insuffisante pour altérer la hiérarchie des phénomènes dominants (principalement convectifs). Par conséquent, leur prise en compte ne modifie pas la localisation des zones critiques, mais agit plutôt comme un facteur amplificateur, augmentant la sévérité du modèle sans en modifier le comportement global. Enfin, la cohérence des résultats obtenus est renforcée par le fait que les études internes menées par Thales aboutissent à des points critiques égaux (Air sec et Gouttelettes) ou très proches (Cristaux et Conditions Mixtes), confirmant la robustesse de l'approche proposée.

A l'issue de ces multiples analyses CPA, il apparaît également que, dans la majorité des cas, les points critiques identifiés correspondent à des situations de saturation des contraintes, c'est-à-dire à des configurations extrêmes de l'enveloppe de vol. Bien que cela ne soit pas observé pour l'enveloppe présentant des cristaux de glace, ce constat conduit à s'interroger sur la pertinence de rechercher un unique point critique, dont la position pourrait être intuitivement anticipée si la sonde est correctement dimensionnée. De plus, bien que le pire point critique représente la condition la plus sévère pour la sonde, d'autres points de vol présentant des conditions critiques peuvent exister dans l'enveloppe de vol. Dans cette optique, cette thèse propose d'étendre la démarche CPA à la construction d'une matrice de points critiques. L'objectif n'est plus seulement d'identifier le point le plus sévère, mais de caractériser un ensemble de points représentatifs de l'enveloppe de vol, offrant une vision plus complète des zones critiques ainsi qu'une meilleure évaluation de la robustesse du dimensionnement face à la variabilité des conditions de vol.

8.2 Identification d'un ensemble de points critiques d'une enveloppe de vol

L'approche présentée précédemment permet d'identifier efficacement un point critique unique au sein d'une enveloppe de vol. Toutefois, dans une optique de caractérisation plus complète du domaine, il apparaît souhaitable de disposer non pas d'un unique point extrême, mais d'un ensemble représentatif de conditions critiques distinctes. Afin de répondre à cet objectif, une procédure itérative est mise en place afin de construire une matrice de points critiques, permettant de cartographier plusieurs régions de vol potentiellement dangereuses pour la sonde.

8.2.1 Construction d'une matrice de points critiques

Cette méthode de construction de matrice de points critiques repose sur une succession d'optimisations bayésiennes, chacune fondée sur le même principe que celui décrit précédemment (cf. section 8.1.1), mais intégrant des contraintes additionnelles. Après identification d'un premier minimum global, une nouvelle optimisation est lancée, cette fois en imposant des contraintes supplémentaires visant à assurer la diversité et la pertinence des points identifiés.

Deux types de contraintes sont considérées dans ce travail :

1. Contrainte de distance minimale : chaque nouveau point critique $x_{min}^{(k)}$ doit être situé à une distance minimale $d_{\min}$ de tous les points déjà identifiés. Cette contrainte garantit la diversité spatiale des solutions et évite la redondance autour d'un même optimum local.
2. Contrainte de sévérité minimale : pour être retenu, le nouveau point identifié doit présenter une valeur du critère de sévérité (ici la température minimale au point critique de la sonde) inférieure à un seuil relatif C_{th}, garantissant ainsi la pertinence du point ajouté. Deux stratégies peuvent être adoptées pour définir ce seuil :
    - C_{th} peut être fixé a priori, par exemple en choisissant une température limite en dessous de laquelle la configuration est considérée comme critique dans un contexte de givrage. Cette approche est privilégiée lorsque l'objectif est d'identifier un ensemble de configurations potentiellement dangereuses, même si leurs niveaux de sévérité diffèrent.
    - C_{th} peut être défini de manière dynamique, en le prenant égal à la valeur de la fonction objectif au premier optimum identifié. Cette seconde approche est particulièrement adaptée lorsqu'il s'agit de caractériser plusieurs configurations distinctes mais présentant un comportement équivalent, c'est-à-dire conduisant à des niveaux de sévérité comparables.

Ce processus séquentiel permet d'éviter la convergence répétée vers des minima proches, tout en assurant une couverture étendue et représentative de l'enveloppe de vol. L'ensemble de points obtenus constitue ainsi une matrice de conditions critiques distinctes, chacune correspondant à un scénario de givrage sévère pour la sonde.

De telles approches d'enrichissement itératif intégrant des contraintes de diversité sont couramment employées dans la littérature, notamment dans le contexte de l'exploration de surfaces de réponse et de la recherche de solutions représentatives en optimisation séquentielle. Elles s'inscrivent dans la continuité des travaux visant à contrôler simultanément la dispersion et la pertinence des points

sélectionnés, comme dans les méthodes de sélection de sous-ensembles diversifiés proposées pour l'optimisation multimodale multi-objectif [244], ou encore dans les analyses portant sur l'équilibre entre proximité et diversité au sein des algorithmes évolutionnaires [245]. Ces méthodes permettent d'intégrer explicitement des critères de diversité afin d'assurer une couverture plus complète des régions critiques d'un domaine, tout en limitant le nombre nécessaire d'évaluations.

L'algorithme 3 formalise le processus de construction de la matrice de points critiques. Dans ce qui suit, X_{crit} désigne l'ensemble des points critiques identifiés au fil des cycles d'optimisation, et f_{crit} les valeurs associées de la fonction objectif. À chaque itération, une optimisation bayésienne est conduite sous contrainte de distance minimale vis-à-vis des minima déjà identifiés, puis le critère de sévérité C_{th} est appliqué afin de vérifier la pertinence du point ajouté.

Algorithme 3 : Procédure d'identification séquentielle d'un ensemble de points critiques

Entrées : Nombre d'échantillons initiaux N_0, nombre maximal d'échantillons par cycle N_{max}, fonction objectif f, fonction d'acquisition I, distance minimale $d_{\min}$, seuil de sévérité C_{th}, nombre de points critiques souhaité K

Sorties : Matrice des points critiques X_{crit} et valeurs associées F_{crit}

Procédure OPTIMISATION_MULTICPA
- Initialiser $X_{crit} = \emptyset$, $F_{crit} = \emptyset$
- **pour** $k = 1$ **à** K **faire**
  - Générer les échantillons initiaux X_{state}
  - Évaluer $Y_{state} = f(X_{state})$
  - **tant que** $N_{state} < N_{max}$ **faire**
    - Construire le modèle de substitution $\hat{f}$
    - Rechercher le nouveau point $X_{new} = \arg\max_x I(x)$ **sous contrainte de distance** $\|x - X_{crit}\| \geq d_{\min}$ **et de seuil** $f_{min}^{(k)} \leq C_{\text{th}}$
    - Évaluer $Y_{new} = f(X_{new})$
    - Mettre à jour $X_{state} = \{X_{state}, X_{new}\}$
  - **fin**
  - Identifier $x_{min}^{(k)} = \arg\min f(X_{state})$, $f_{min}^{(k)} = f(x_{min}^{(k)})$
- **fin**
- **retourner** X_{crit}, F_{crit}

Fin procédure

L'algorithme s'arrête lorsque le nombre souhaité de points critiques K est atteint ou dès lors qu'aucun nouveau minimum ne satisfait les contraintes de distance ou de sévérité. Il fournit ainsi un ensemble de points représentatifs des zones les plus défavorables de l'enveloppe de vol, tout en maîtrisant le coût de calcul associé à l'évaluation du modèle physique.

Application de la méthode dans un cadre test

Avant d'appliquer la méthodologie à un cas industriel réel, la procédure d'identification séquentielle de points critiques a été testée sur un cas académique de référence : la fonction de Branin-Hoo, précédemment utilisée pour valider le choix du modèle de substitution (cf. 7.3).

L'application de la procédure décrite dans la section 8.2.1 à cette fonction permet d'évaluer la capacité de la méthode à :

1. identifier plusieurs optima distincts dans un espace multimodal ;
2. maintenir une diversité spatiale grâce à la contrainte de distance minimale $d_{\min}$;
3. garantir la pertinence des solutions retenues par le seuil de sévérité C_{th} ; ici, l'objectif étant d'identifier plusieurs minima équivalents, le seuil est fixé à l'issue de l'identification du premier minimum.

Le premier cycle d'optimisation permet d'identifier un minimum correspondant à l'un des trois minima globaux de la fonction. Lors des itérations suivantes, la contrainte de distance minimale guide la recherche vers des zones distinctes du domaine, conduisant l'algorithme à explorer successivement les deux autres régions prometteuses. Parallèlement, le seuil de sévérité garantit que les points identifiés correspondent effectivement à des minima, et permet d'interrompre l'algorithme lorsque le nouveau minimum obtenu dépasse le seuil fixé. La convergence est atteinte après trois itérations, et l'identification correcte de trois minima distincts et équivalents – connus a priori pour cette fonction test – confirme la capacité de la méthode à identifier plusieurs points critiques sans redondance.

Ce cas test a permis de vérifier le bon fonctionnement du schéma d'optimisation séquentielle proposé. En particulier, la capacité de l'algorithme à construire un ensemble diversifié de points critiques, tout en respectant les critères de dispersion et de sévérité et en limitant le nombre d'évaluations du modèle, a pu être validée.

8.2.2 Application de la méthode au cas industriel

Suite à la vérification de l'algorithme sur un cas académique contrôlé, la méthode de construction d'une matrice de points critiques présentée précédemment a été appliquée à une enveloppe de vol réelle, afin d'identifier simultanément plusieurs points de vol critiques pour la sonde aéronautique étudiée.

L'application est réalisée sur l'enveloppe de vol air sec. Ce choix est motivé par le fait que le point critique précédemment identifié pour cette configuration correspond à une situation de vol peu représentative des conditions opérationnelles classiques. Par ailleurs, il a été démontré que l'ajout des phénomènes givrants n'affecte pas la localisation des points critiques, mais agit plutôt comme un facteur amplificateur de la sévérité. De plus, la méthode n'ayant jamais été mise en œuvre auparavant, les points critiques identifiés ne peuvent être confrontés à aucune étude antérieure. Dans ce contexte, l'enveloppe air sec constitue un cadre pertinent pour tester la méthode de recherche multiple : elle permet d'éviter la complexité numérique associée aux phénomènes de givrage, tout en offrant une lecture plus claire et une interprétation plus aisée des configurations critiques obtenues.

Les résultats obtenus pour le cas industriel sont illustrés à la figure 8.8, ainsi qu'à la figure 8.9, où l'enveloppe de vol est représentée parallèlement dans les plans Mach/Altitude et Température/Altitude. Chaque point critique identifié est représenté par un cercle rouge.

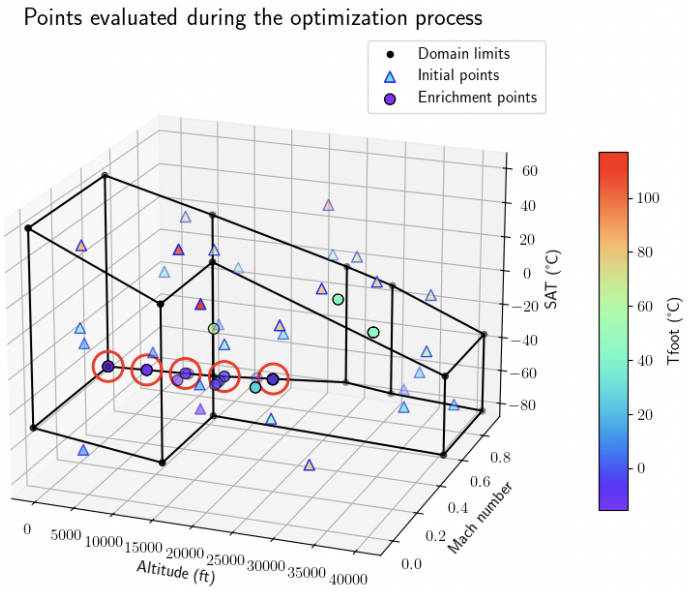


Figure 8.8 – *Construction d'une matrice de points critiques - CPA Air sec. Les points identifiés sont indiqués par un cercle rouge.*

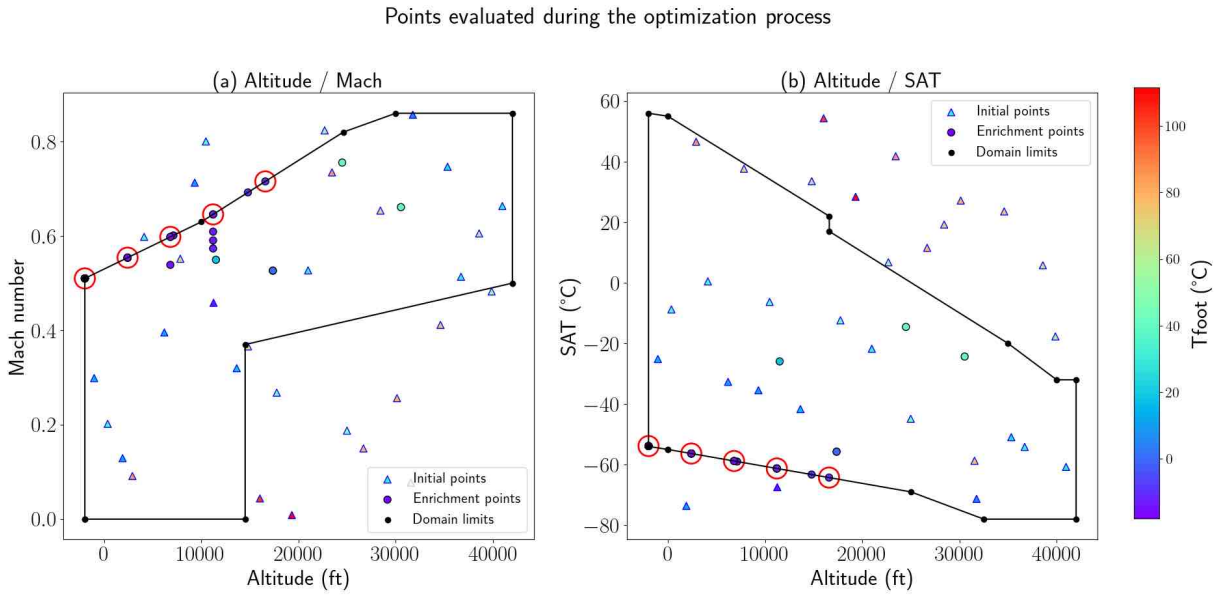


Figure 8.9 – *Projection dans les plans Mach/Altitude et Température/Altitude - Construction d'une matrice de points critiques - CPA Air sec. Les points identifiés sont indiqués par un cercle rouge.*

Pour l'enveloppe étudiée, la mise en œuvre de la recherche multiple a nécessité 4h50 et a conduit à l'identification de cinq configurations de vol sévères, chacune correspondant à un triplet {Température minimale ; Altitude minimale ; Mach maximal}. Au-delà des valeurs elles-mêmes, il est intéressant de noter que ces cinq points se répartissent le long des deux axes de saturation (Mach/Altitude et Température/Altitude), avec une progression qui respecte la contrainte de distance minimale imposée. Le premier point identifié correspond ainsi à celui obtenu lors de la recherche présentée à la section 8.1.2, tandis que chaque point suivant peut être interprété comme le point saturant les contraintes de l'enveloppe mise à jour, c'est-à-dire celle redéfinie par la contrainte de distance et la

présence des minima déjà identifiés. Autrement dit, chaque nouveau point critique représente la nouvelle configuration limite de l'enveloppe de vol réduite. Cette dynamique illustre la manière dont la contrainte de distance agit comme un mécanisme de diversification, en guidant la recherche vers de nouvelles zones critiques, tout en conservant un niveau élevé de sévérité pour chacun des points identifiés.

Cette application montre que la méthode consistant à identifier plusieurs points critiques dispersés dans l'espace de vol, tout en respectant à la fois un seuil de sévérité et une distance minimale entre points, permet de caractériser simultanément plusieurs zones critiques de manière cohérente. Cette approche de construction de matrice de points critiques constitue une extension naturelle de l'analyse CPA, en offrant une représentation plus complète de la distribution de la sévérité au sein de l'enveloppe étudiée. En réduisant de manière significative le nombre de simulations nécessaires par rapport à une exploration exhaustive, elle constitue de plus un outil efficace pour l'évaluation du comportement thermique de la sonde et l'analyse de sa robutesse dans une enveloppe d'opération étendue présentant des conditions de vol variées.

Bilan

L'ensemble des analyses menées dans ce chapitre a permis de valider la démarche d'optimisation développée pour l'identification de points critiques au sein d'une enveloppe de vol. L'application de la méthode au cas de référence air sec a démontré sa capacité à localiser correctement le point critique déjà connu, tout en respectant les contraintes de temps de calcul imposées. La convergence de l'algorithme a en effet été obtenue en moins de deux heures sur un ordinateur standard, confirmant la faisabilité de l'approche dans le cadre opérationnel d'une analyse CPA. Ces premiers résultats valident ainsi la pertinence et la robustesse de la méthode au regard des objectifs initiaux, à savoir identifier le point le plus sévère d'une enveloppe de vol de manière fiable et rapide.
Les analyses menées par la suite sur les enveloppes associées à différentes conditions givrantes ont permis d'évaluer le comportement du modèle lorsque les phénomènes de givrage sont pris en compte. Des études complémentaires, conduites en parallèle avec le modèle air sec dont les incertitudes sont mieux maîtrisées, ont permis de vérifier la cohérence des résultats obtenus avec le modèle intégrant le givre. Les comparaisons entre les points critiques obtenus avec et sans prise en compte du givrage ont montré que leur localisation reste inchangée, indiquant que l'effet du givre se traduit principalement par une accentuation de la sévérité (diminution de la température de la sonde) sans modifier la hiérarchie des conditions critiques.
Par ailleurs, l'analyse des points critiques identifiés a révélé que la majorité d'entre eux correspondaient à des situations de saturation des contraintes, c'est-à-dire à des configurations extrêmes de l'enveloppe de vol. Ce constat a conduit à dépasser la recherche d'un unique point critique pour envisager une approche plus globale d'analyse de sévérité. Dans cette optique, la démarche CPA a été étendue à la construction d'une matrice de points critiques, permettant d'identifier simultanément plusieurs configurations sévères. Cette évolution offre une vision plus complète des zones critiques de l'enveloppe de vol et une évaluation plus

robuste du dimensionnement de la sonde face à la variabilité des conditions de vol.
L'application de cette méthode à un cas industriel a permis d'identifier plusieurs points critiques cohérents et dispersés dans l'espace de vol, tout en réduisant significativement le nombre de simulations nécessaires par rapport à une approche exhaustive classique. L'ensemble de ces résultats met en évidence le potentiel de la méthode développée dans cette thèse pour l'évaluation rapide et fiable de la robustesse des sondes aéronautiques face au risque de givrage dans des conditions de vol variées.

Conclusion et Perspectives

Conclusion

L'objectif de ces travaux était d'évaluer rapidement la robustesse d'une sonde aéronautique réchauffée face au risque de givrage, en s'appuyant sur la modélisation numérique des transferts thermiques et la réalisation d'une analyse de criticité des conditions en opération.

Ce travail était motivé par la volonté de disposer d'un outil d'évaluation rapide de la robustesse des sondes et de leur système de protection face au risque de givrage, destiné à assister les phases de pré-conception, de conception ou de certification. Ce besoin se heurtait néanmoins aux limitations des outils de simulation existants, qui, en plus de présenter des coûts de calcul incompatibles avec l'exploration d'un grand nombre de configurations de vol, ne sont pas forcément adaptés aux spécificités des sondes aéronautiques.

Pour répondre à cette problématique, une méthodologie reposant sur deux étapes complémentaires a été proposée et mise en oeuvre, dans le but de réaliser une analyse de criticité des conditions en opération nécessitant moins d'une journée de calcul sur un ordinateur standard. Le choix a été fait de se concentrer sur le cas particulier de la sonde d'incidence, rarement étudiée dans la littérature.

La première étape de cette démarche a consisté à développer un modèle réduit capable de représenter le comportement en opération d'une sonde d'incidence générique, présentant une architecture représentative de plusieurs prototypes développés par Thales. Un premier modèle décrivant le comportement aérothermique de cette sonde lors de vols en air sec a tout d'abord été élaboré, puis étendu afin d'intégrer l'ensemble des conditions givrantes pouvant être rencontrées en opération. Le développement de ce modèle réduit a nécessité la mise en place de méthodes de modélisation simplifiée permettant d'estimer plusieurs termes habituellement calculés à l'aide de solveurs spécialisés, non accessibles dans le cadre de ce travail. Plusieurs approches ont pour cela été exploitées, que ce soit l'utilisation de corrélations issues de la littérature, l'introduction de simplifications permettant l'élaboration de modèles analytiques, ou bien encore l'exploitation de bases de données provenant de simulations numériques.

La résolution du modèle réduit a été assurée par un solveur numérique dédié, développé et implémenté spécifiquement pour répondre aux exigences de performance souhaitées. La méthode des éléments finis a été retenue pour sa rapidité de traitement des problèmes thermiques, et un schéma de résolution adapté à la forte non-linéarité du problème (due au terme source) a été mis en place. Une fois le

solveur validé, la capacité du modèle réduit à reproduire fidèlement le comportement aérothermique de la sonde a été évaluée. Les erreurs associées aux hypothèses simplificatrices ont été quantifiées à partir de simulations haute-fidélité réalisées à l'ONERA, conduisant à l'introduction de coefficients de calibration et à la formulation du modèle final. Après calibration, le modèle a été confronté à des données d'essais pour valider sa robustesse. En condition air sec, les simulations ont montré une très bonne capacité à restituer les évolutions thermiques mesurées, avec une précision de prédiction de la température au point critique de l'ordre du degré et des puissances dissipées correctement estimées. Le classement des conditions de vol selon leur sévérité a également été systématiquement reproduit, atteignant ainsi l'objectif principal du modèle réduit. En conditions givrantes, le modèle a montré des performances similaires, avec une prédiction fine des températures critiques et une bonne reproduction des tendances associées aux puissances dissipées. Il a également confirmé sa capacité à restituer correctement la hiérarchie des conditions critiques pour les trois régimes de vol (gouttelettes d'eau surfondues, cristaux de glace et conditions mixtes). Cette validation, reposant sur de multiples sources – simulations haute-fidélité, campagnes d'essais en soufflerie – a permis de démontrer la capacité du modèle réduit à reproduire de manière satisfaisante le comportement observé en opération.

À la suite de cette étape de modélisation, la seconde phase de la démarche s'est attachée à mettre en place une méthode de recherche des points critiques faisant appel au modèle réduit développé. Formulée comme un problème de minimisation, cette analyse a été menée à l'aide d'une méthode d'optimisation reposant sur les processus gaussiens. Particulièrement adaptée aux fonctions coûteuses, cette approche a permis d'explorer efficacement des enveloppes de vol complètes et d'identifier le point le plus sévère en quelques heures de calcul seulement. Les analyses réalisées dans les enveloppes givrantes ont montré que la prise en compte du givre dans la modélisation n'affecte pas la localisation des points critiques ; cette dernière se traduit en effet principalement par une amplification de la sévérité, sans altération de la hiérarchie des conditions critiques. Ce résultat remet partiellement en question la nécessité d'introduire les conditions givrantes dans une analyse CPA lorsque l'objectif est uniquement d'identifier les zones les plus sévères d'une enveloppe. En revanche, lorsque l'objectif inclut l'évaluation des performances thermiques de la sonde et de son système de protection, le modèle étendu se révèle pertinent, puisqu'il permet une première estimation de ce comportement et contribue à assister le dimensionnement en phase de pré-conception.

Après la validation de la méthode d'analyse CPA, la démarche a été enrichie pour permettre une évaluation plus globale de la sévérité. Dans ce but, la méthode a été étendue afin de construire une matrice de points critiques, capable d'identifier simultanément plusieurs configurations sévères. Cette évolution offre une vision plus complète des zones critiques de l'enveloppe de vol et une évaluation plus robuste du dimensionnement de la sonde face à la variabilité des conditions rencontrées.

Ce travail a ainsi démontré la faisabilité d'analyses CPA dans un cadre opérationnel. Grâce au couplage d'un modèle réduit et d'une approche d'optimisation adaptée, il est possible d'explorer rapidement des enveloppes de vol complètes et d'identifier les conditions de vol les plus sévères pour une sonde en terme de givrage. La connaissance de ces points critiques, ainsi que des performances thermiques de la sonde et de son système de protection, permet d'évaluer efficacement sa robustesse face à l'ensemble des conditions rencontrées en opération.

Perspectives

Bien que la méthode développée ait permis de répondre à la problématique initialement formulée, plusieurs améliorations et extensions peuvent désormais être envisagées.

Concernant le modèle réduit, plusieurs aspects liés à la prise en compte des conditions givrantes pourraient être affinés. En l'absence de données d'essais permettant de mieux caractériser les phénomènes mis en jeu sur la géométrie particulière de la sonde, certaines hypothèses conservatrices ont dû être retenues. Le phénomène de splashing, par exemple, a été négligé en supposant que l'ensemble des gouttelettes impactantes adhéraient à la paroi. De même, le ruissellement n'a été intégré qu'au travers d'un coefficient de mouillage, dont les paramètres ont été calibrés pour reproduire au mieux les performances observées en essais. Si cette calibration permet d'obtenir un comportement globalement représentatif, il est probable que les effets du ruissellement et de l'impact des gouttelettes se compensent partiellement, une sous-estimation de l'évaporation pouvant corriger une surestimation du flux d'impact. Des campagnes d'essais dédiées seraient donc particulièrement utiles pour mieux isoler ces phénomènes, améliorer les modèles associés ou affiner les coefficients existants.

Pour les vols en présence de cristaux, la modélisation de l'efficacité de collage constitue également une piste d'amélioration. Ce paramètre est actuellement fixé à une constante, alors qu'une dépendance aux conditions environnementales (vitesse, teneur en eau liquide, etc.) offrirait une représentation plus fidèle. Une telle modélisation permettrait notamment de capturer des cas où une situation non critique en air sec deviendrait sévère en présence de cristaux du fait d'une captation accrue.

Concernant les analyses de points critiques, deux stratégies de recherche ont été introduites : l'identification du pire point d'une enveloppe de vol et la construction d'une matrice de points critiques. Bien que ces deux approches aient fourni des résultats satisfaisants, plusieurs pistes d'amélioration ou d'extension existent. L'ensemble de ces analyses repose en effet sur une approche d'optimisation par processus gaussiens, ce formalisme offrant de nombreuses perspectives : définition de fonctions de sévérité plus avancées, optimisation sous incertitudes ou encore optimisation multi-objectifs.

En reconsidérant le cas de l'analyse CPA en conditions Cristaux, la faible variabilité du critère de sévérité dans une zone étendue suggère que la convergence pourrait être améliorée via une fonction de sévérité plus discriminante. Par exemple, combiner la température de deux zones critiques au lieu d'une seule pourrait permettre de mieux hiérarchiser les configurations sévères.

Pour les enveloppes givrantes, la méthodologie pourrait être étendue à la prise en compte des incertitudes, qu'elles concernent les paramètres du modèle étendu ou les variables d'entrée. Cette approche deviendrait particulièrement pertinente si la modélisation des conditions givrantes était améliorée : dans l'état actuel, l'influence des paramètres incertains est connue a priori et n'affecte pas la localisation du pire point. À titre d'exemple, une augmentation du coefficient de mouillage est associée à une diminution de la température dans la zone critique, les mêmes conclusions s'appliquant aux autres paramètres considérés comme incertains. Ce comportement étant similaire à celui observé lors de l'intégration des conditions givrantes par rapport à une analyse en air sec, une optimisation intégrant les incertitudes sur ces paramètres ne modifie pas la localisation du point

critique. Toutefois, l'extension vers une optimisation sous incertitudes demeure tout à fait réalisable et pourrait se révéler utile dans le futur pour d'autres géométries ou modèles.

Par ailleurs, le formalisme retenu pour l'optimisation se prête naturellement à des approches multi-objectifs. Il serait ainsi possible d'étudier certaines configurations en optimisant des compromis entre objectifs antagonistes, comme minimiser la puissance dissipée par les réchauffeurs tout en maximisant la température de la sonde. Ce type d'analyse serait particulièrement pertinent en phase de pré-conception.

Une autre extension naturelle consisterait à analyser l'influence des paramètres géométriques sur les résultats de l'analyse CPA. Les travaux présentés ici se fondent sur la géométrie standard de la sonde d'incidence étudiée, mais la modélisation développée se veut flexible. Il serait donc intéressant d'examiner l'impact de variations géométriques (dimensions de la girouette, du socle, suppression du réchauffeur annulaire, etc.) sur le comportement thermique global. L'applicabilité du modèle dans le cas d'une évolution marquée du design de la sonde pourrait également être étudiée. Si des modifications géométriques modérées sont naturellement intégrées, une transformation plus profonde (forme alternative, ajout d'un réchauffeur, etc.) nécessiterait en revanche une adaptation plus conséquente, notamment au niveau de la génération du maillage.

Enfin, la démarche proposée pourrait être transposée à d'autres sondes aéronautiques, en particulier la sonde Pitot, qui constitue une extension naturelle. Le cadre général – couplage entre un modèle basse-fidélité et une stratégie d'optimisation – resterait identique ; seul le développement d'un modèle réduit spécifique serait nécessaire. Les difficultés rencontrées seraient similaires à celles déjà étudiées (prise en compte du système de réchauffeurs, écoulement interne, etc.), et plusieurs approches de modélisation simplifiée mises en place pour la sonde d'incidence pourraient ainsi être exploitées et réutilisées, sous réserve de certaines adaptations.

En conclusion, la démarche retenue et mise en œuvre tout au long de cette thèse a permis de répondre à la problématique formulée initialement, tout en s'appuyant sur un formalisme offrant de nombreuses perspectives d'amélioration et d'extension. Il convient toutefois de souligner que d'autres approches auraient pu être envisagées, notamment pour traiter certains aspects du problème de manière plus ciblée ou indépendante.

Par exemple, en se limitant strictement à l'identification du pire point critique pour une sonde déjà prototypée, il serait envisageable de recourir à une méthode d'apprentissage adaptée à des bases de données de petite taille. La construction d'un modèle de substitution directement à partir d'essais expérimentaux ou de simulations haute-fidélité, suivie d'une optimisation dédiée, pourrait alors suffire à localiser le point critique, sans nécessiter le développement d'un modèle complet. Une telle approche impliquerait toutefois de ne pas dissocier ni maîtriser individuellement les différents phénomènes physiques, et ne serait applicable que dans les cas où un prototype instrumenté – ou des données numériques haute-fidélité – seraient disponibles. Si elle ne permet pas d'accompagner les phases de pré-conception, cette stratégie pourrait néanmoins constituer une alternative pertinente pour conduire des analyses CPA dans un cadre opérationnel spécifique. Dans ce contexte, comparer les performances d'une telle approche fondée sur l'apprentissage à celles de la méthodologie développée dans cette thèse représenterait une perspective intéressante.

Annexes

Everything has to come to an end, sometime.

– *L. Frank Baum*

ANNEXE A

Puissance dissipée par effet Joule

Nous détaillons ici l'obtention de l'expression de la puissance dissipée par effet Joule dans les réchauffeurs ; cette expression est utilisée dans le modèle simplifié comme terme source pour représenter le système de protection thermique de la sonde (cf. 4.3.3).

En notant $\overrightarrow{j}$ la densité de courant, $\overrightarrow{E}$ le champ électrostatique, σ la conductivité électrique et ρ la résistivité électrique, la loi d'Ohm locale permet d'écrire :

$$\overrightarrow{j} = \sigma \overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{E}}{\rho}. \tag{A.1}$$

On assimile le réchauffeur à un cylindre de longueur L et de section transversale S, muni d'un repère cylindrique, avec :

— $\overrightarrow{j}(M,t)$ la densité de courant au point M et à l'instant t,

— $\overrightarrow{E}(M,t)$ le champ électrostatique au point M et à l'instant t.

On pose les hypothèses suivantes :

1. Le courant est unidirectionnel, dirigé selon l'axe longitudinal $\overrightarrow{u_x}$ du cylindre.
2. Les effets de bord sont négligés, assurant que le courant est constant le long du cylindre.
3. Le champ de courant est invariant par rotation autour de l'axe longitudinal. En d'autres termes, la configuration présente une symétrie axiale autour de l'axe longitudinal $\overrightarrow{u_x}$, ce qui réduit la dépendance spatiale à la seule coordonnée x.

Sous ces hypothèses, la densité de courant s'écrit :

$$\overrightarrow{j}(M,t) = \overrightarrow{j}(x) = j(x)\,\overrightarrow{u_x}. \tag{A.2}$$

En régime stationnaire, la conservation de la charge impose :

$$\nabla \cdot \overrightarrow{j} = 0, \tag{A.3}$$

ce qui, en unidimensionnel, donne :

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \implies j = \text{constante}. \tag{A.4}$$

On peut donc écrire :

$$\overrightarrow{j}(M,t) = j\,\overrightarrow{u_x}. \tag{A.5}$$

Par ailleurs, sous l'hypothèse d'un régime permanent, le champ électrostatique est donné par :

$$\overrightarrow{E}(M,t) = -\overrightarrow{\nabla} V. \tag{A.6}$$

La différence de potentiel - i.e. la tension - entre les points A et B est définie par :

$$U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \overrightarrow{E}(M,t) \cdot d\overrightarrow{l}, \tag{A.7}$$

ce qui donne en appliquant la loi d'Ohm locale :

$$U_{AB} = \int_A^B \rho\,\overrightarrow{j}(M,t) \cdot d\overrightarrow{l}. \tag{A.8}$$

En utilisant la relation A.5 et en supposant ρ constant le long du cylindre, on a alors :

$$U_{AB} = \int_A^B \rho\, j\,\overrightarrow{u_x} \cdot d\overrightarrow{l} = \rho\, j \int_0^L dx = \rho\, j\, L. \tag{A.9}$$

Par ailleurs, le courant total I est donné par l'intégrale de la densité de courant sur la section S :

$$I = \iint_S \overrightarrow{j} \cdot d\overrightarrow{S} = j \iint_S dS = jS. \tag{A.10}$$

On obtient ainsi le système :

$$\begin{cases} I = jS, \\ U_{AB} = \rho\, j\, L. \end{cases} \tag{A.11}$$

La puissance volumique dissipée par effet Joule s'exprime par :

$$P_{\text{vol}} = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{E} = \rho j^2, \tag{A.12}$$

soit :

$$P_{\text{vol}} = \rho \left(\frac{U_{AB}}{\rho L}\right)^2 = \frac{U_{AB}^2}{\rho L^2}. \tag{A.13}$$

La puissance totale dissipée dans le cylindre s'obtient en intégrant la puissance volumique sur le

volume, noté $V_c = S \times L$:

$$P = P_{\text{vol}} \times V_c = \rho \left(\frac{U_{AB}}{\rho L} \right)^2 \times SL = \frac{U_{AB}^2}{\rho L} S = \frac{U_{AB}^2}{R}. \tag{A.14}$$

avec :

$$R = \frac{\rho L}{S}, \tag{A.15}$$

où R est la résistance électrique du cylindre.

On montre ainsi que, sous certaines hypothèses, la puissance dissipée par effet Joule dépend uniquement de la tension appliquée et de la résistance électrique du réchauffeur, cette dernière étant caractérisée par la résistivité du matériau ainsi que par ses dimensions géométriques.

ANNEXE B

Jeux de paramètres pour les validations analytiques

Nous présentons ici les valeurs de paramètres utilisés pour les simulations lors de la validation du solveur Éléments Finis à la section 5.4.1.

1. Diffusion dans un seul milieu - Dirichlet/Robin

Paramètre	**Valeur**
k	10
f	20
g	10
h	3
α	5
β	10
L	5

Tableau B.1 – *Valeurs des paramètres pour la simulation* (5.4)

2. Diffusion dans deux milieux - Dirichlet/Neumann

Paramètre	**Valeur**
k_1	20
k_2	5
f_1	10
f_2	10
g	10
h	3
L	5

Tableau B.2 – *Valeurs des paramètres pour la simulation* (5.6)

3. Convection-diffusion dans un seul milieu - Dirichlet/Neumann

Paramètre	**Valeur**
k	1
V	4
L	5

Tableau B.3 – *Valeurs des paramètres pour la simulation* (5.8)

ANNEXE C

Jeu de paramètres pour les simulations CHARME

Nous présentons ici les valeurs de paramètres utilisés pour les simulations Navier-Stokes réalisées avec CHARME présentées à la section 4.3 et à la section 6.1.1, pour l'étude du champ aérodynamique autour de la sonde d'incidence.

Run	$T_\infty\,(K)$	$U_\infty\,(m.s^{-1})$	$T_{rec}\,(K)$	$T_{wall}\,(K)$	$P_\infty\,(Pa)$
Run1	242.97	190.59	259.02	288.15	78815
Run2	222.97	190.59	239.02	288.15	78815
Run3	227.05	90.62	230.68	288.15	951884
Run4	220.15	148.72	229.92	288.15	85418
Run5	224.15	120.05	230.52	288.15	90477
Run6	213.15	146.34	222.61	288.15	23730
Run7	233.75	116.47	239.74	288.15	54916
Run8	224.45	189.21	240.27	288.15	42793
Run9	211.45	204.06	229.85	288.15	30228
Run10	230.15	152.06	240.37	288.15	30091

Tableau C.1 – *Valeurs des paramètres pour les simulations CHARME*

ANNEXE D

Jeu de paramètres pour les simulations IGLOO2D

Nous présentons ici les valeurs de paramètres utilisés pour les simulations réalisées avec IGLOO2D, lors de l'étude du comportement de l'efficacité de collecte sur le profil de la girouette, à la section 6.3.1. Pour chaque point de vol, quatre simulations sont réalisées en faisant varier le diamètre des gouttelettes. Quatre valeurs sont considérées : 10, 15, 20 et 30 microns.

Point	**Altitude (ft)**	**SAT (°C)**	**Mach**
Point1	7000.	-30.42	0.62
Point2	5580.	-40.21	0.55
Point3	4650.	-22.53	0.5
Point4	3320.	-10.84	0.42
Point5	5580.	-20.13	0.55
Point6	5575.	-20.25	0.55
Point7	6789.	-30.18	0.61
Point8	4650.	-30.12	0.5
Point9	5580.	-40.31	0.55
Point10	4650.	-18.14	0.5
Point11	4650.	-17.79	0.49
Point12	4650.	-22.59	0.5
Point13	5580.	-40.31	0.2
Point14	7000.	-30.42	0.3
Point15	5580.	-40.31	0.1
Point16	7000.	-30.42	0.1
Point17	7000.	-30.42	0.8

Tableau D.1 – *Valeurs des paramètres pour les simulations IGLOO2D*

ANNEXE E

Résultats de campagnes en air sec

E.1 Campagne AIWTEC 2017

Les résultats de la campagne de 2017 pour les vols en air sec sont illustrés par les figures suivantes : la figure E.1 présente une comparaison entre les températures mesurées au point RTD1 et celles prédites par le modèle simplifié. La figure E.2 présente les différences de température classées par ordre de sévérité. La figure E.3 présente la puissance totale dissipée par le système de réchauffeurs, normalisée par rapport à la valeur maximale enregistrée lors des essais. La figure E.4 présente une comparaison entre les températures mesurées aux deux autres points de mesure RTD2 et RTD3.

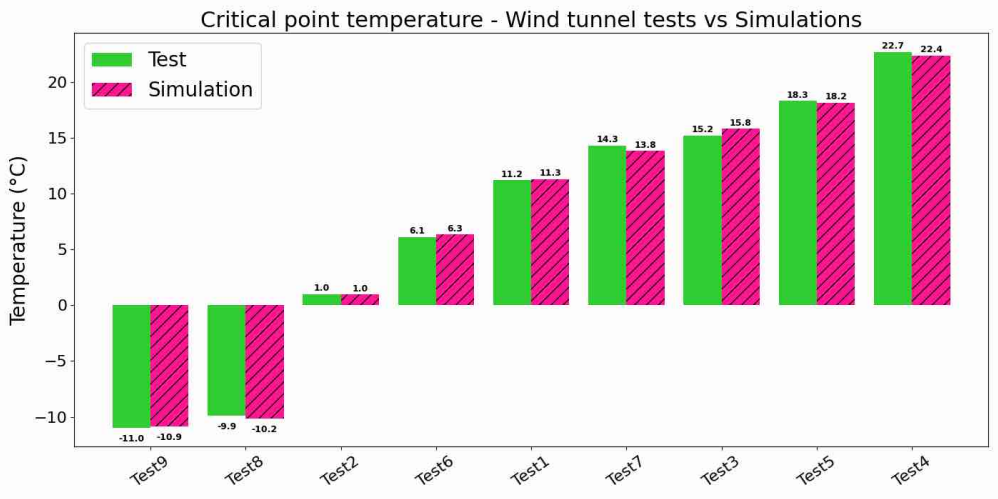


Figure E.1 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017*

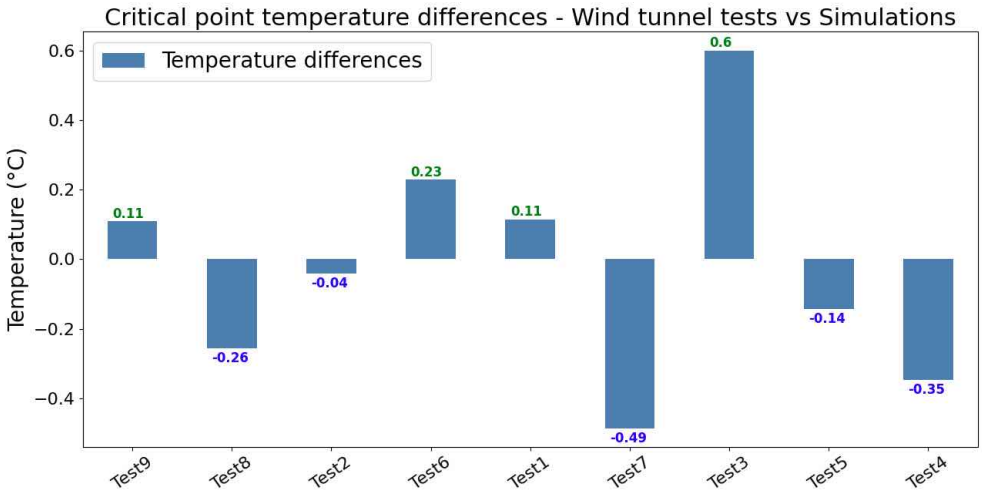


Figure E.2 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017*

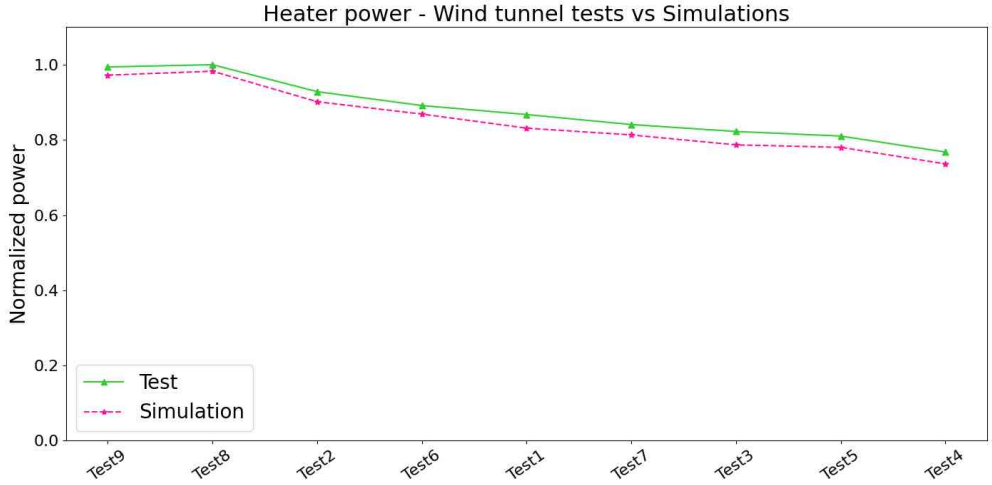
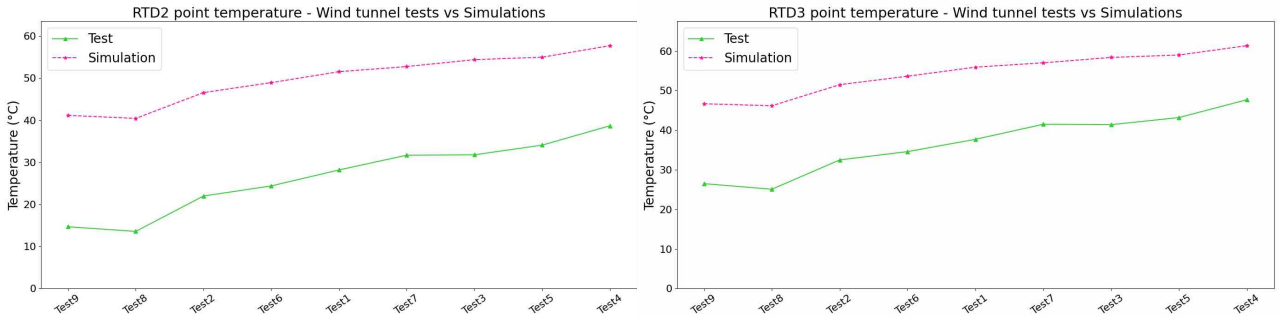


Figure E.3 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017*



(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure E.4 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017*

E.2 Campagne AIWTEC 2019

Les mêmes figures que précédemment sont utilisées pour présenter les résultats de la campagne de 2019.

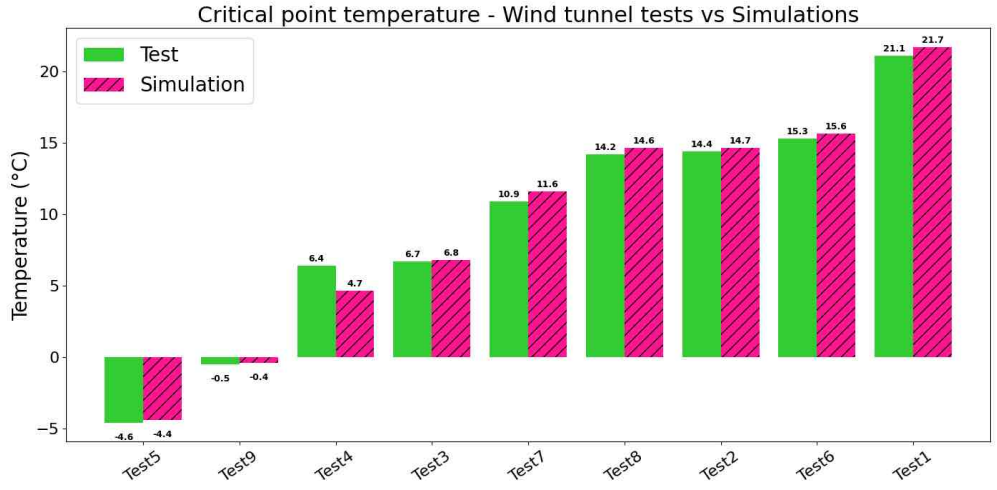


Figure E.5 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019*

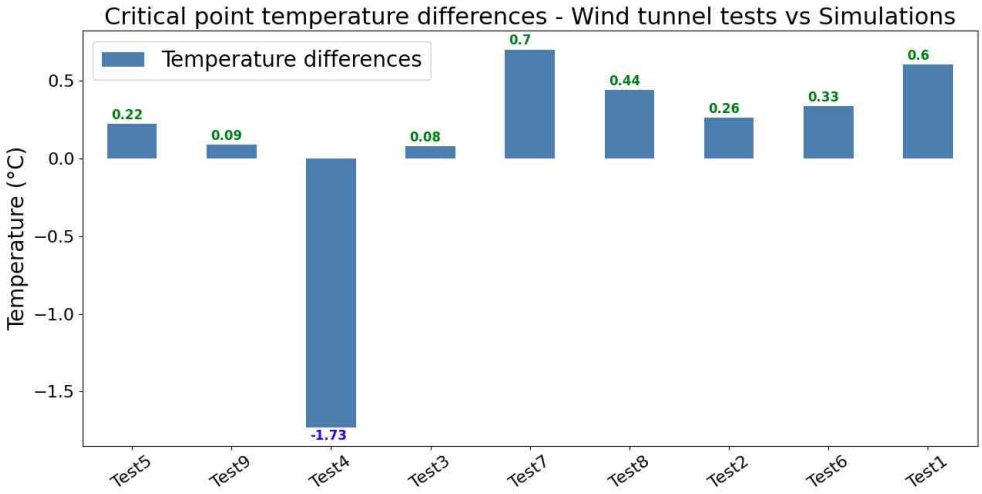


Figure E.6 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019*

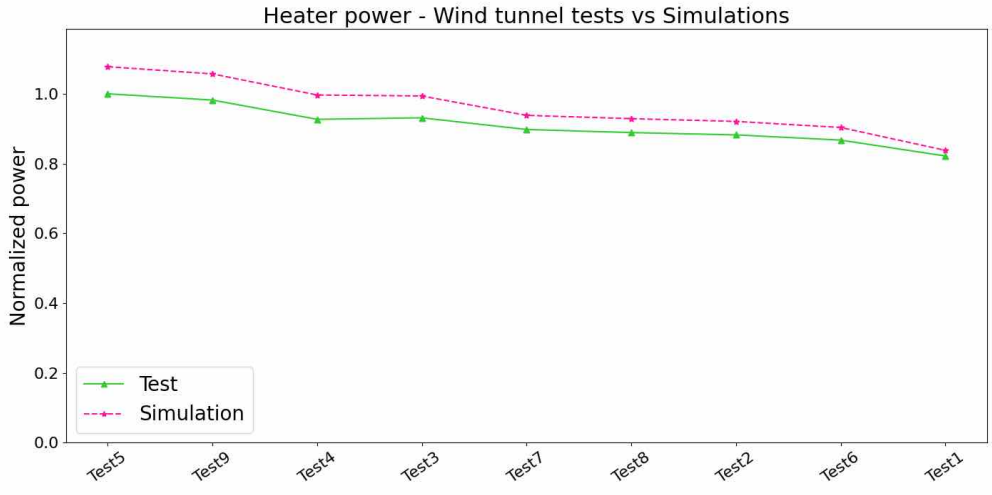
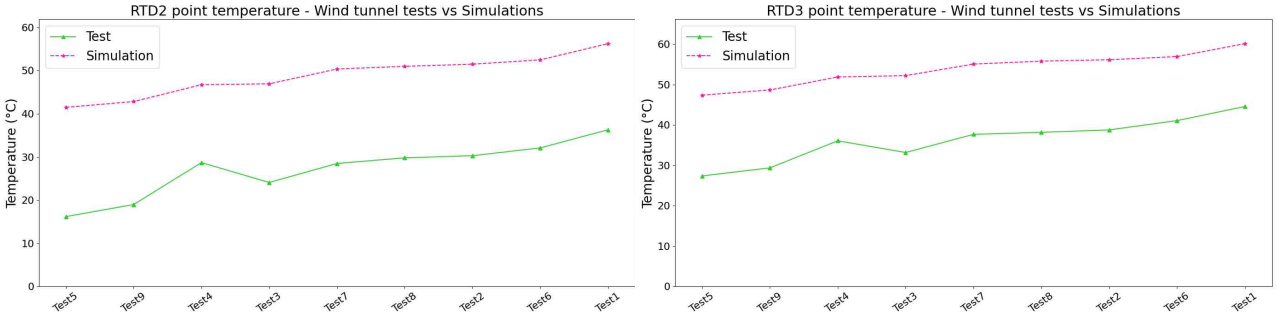


Figure E.7 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2019*



(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure E.8 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2019*

ANNEXE F

Résultats de campagnes en conditions givrantes

F.1 Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes

Les résultats de la campagne de 2017 pour les vols en présence de gouttelettes sont illustrés par les figures suivantes : la figure F.1 présente une comparaison entre les températures mesurées au point RTD1 et celles prédites par le modèle simplifié. La figure F.2 présente les différences de température classées par ordre de sévérité. La figure F.3 présente la puissance totale dissipée par le système de réchauffeurs, normalisée par rapport à la valeur maximale enregistrée lors des essais. La figure F.4 présente une comparaison entre les températures mesurées aux deux autres points de mesure RTD2 et RTD3.

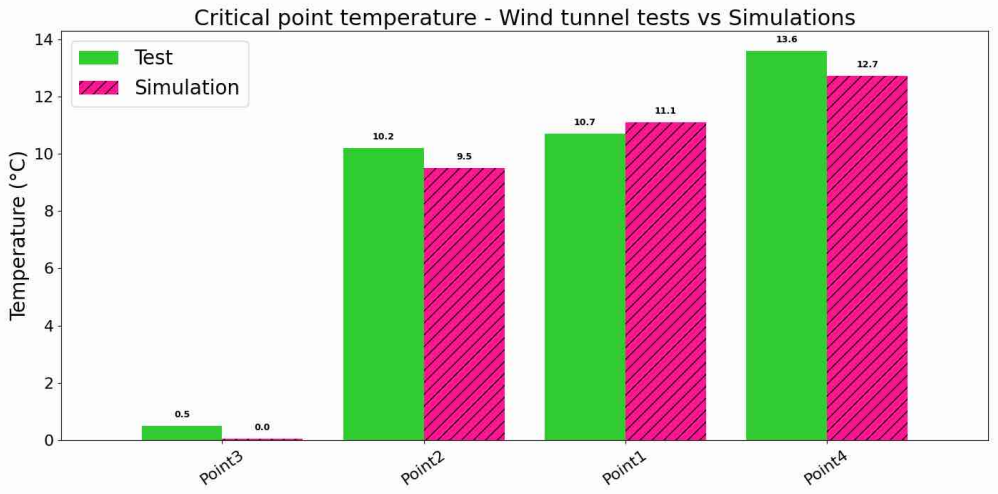


Figure F.1 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes*

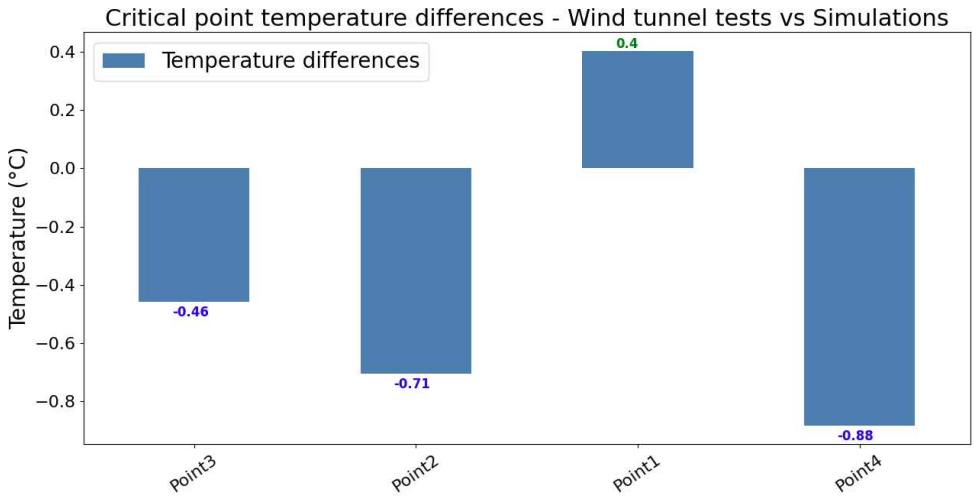


Figure F.2 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes*

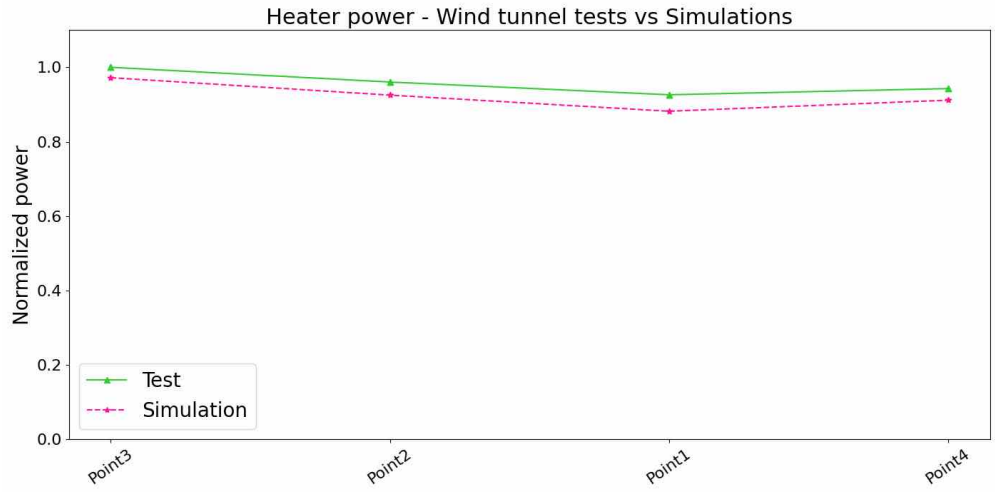
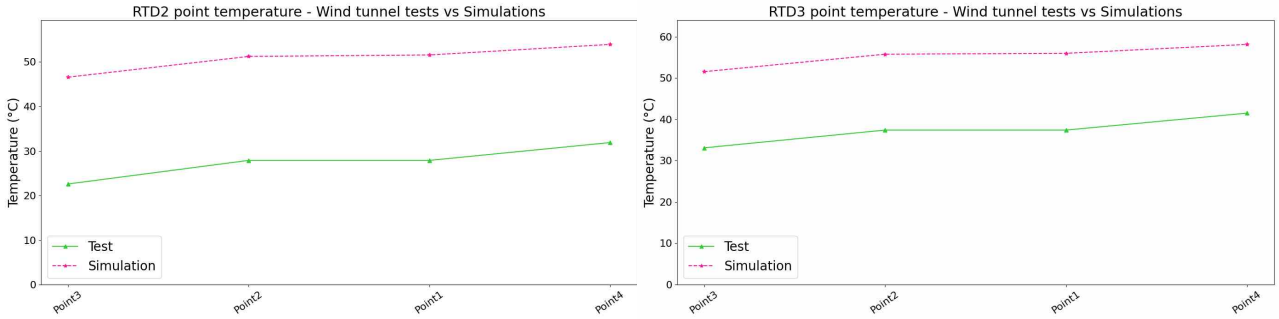


Figure F.3 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes*



(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure F.4 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes*

F.2 Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes

Les mêmes figures que précédemment sont utilisées pour présenter les résultats de la campagne de 2019 pour les vols en conditions mixtes.

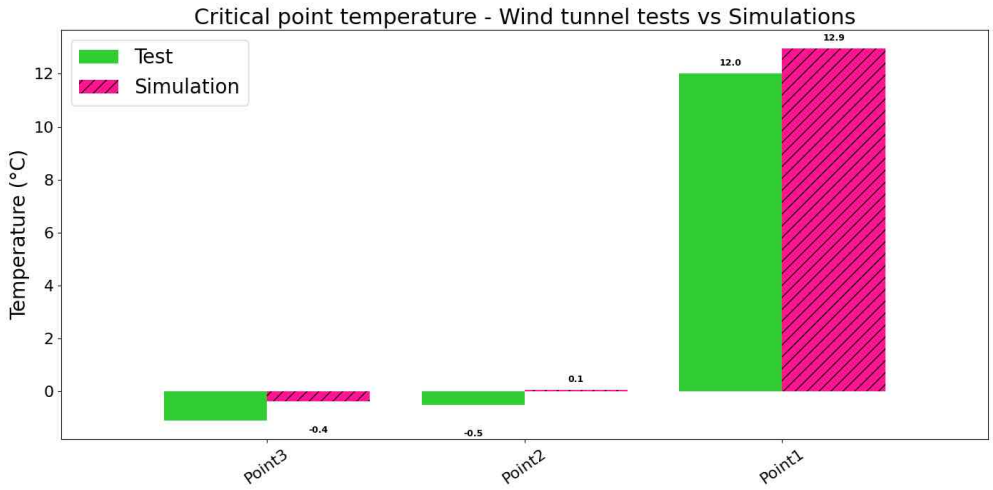


Figure F.5 – *Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes*

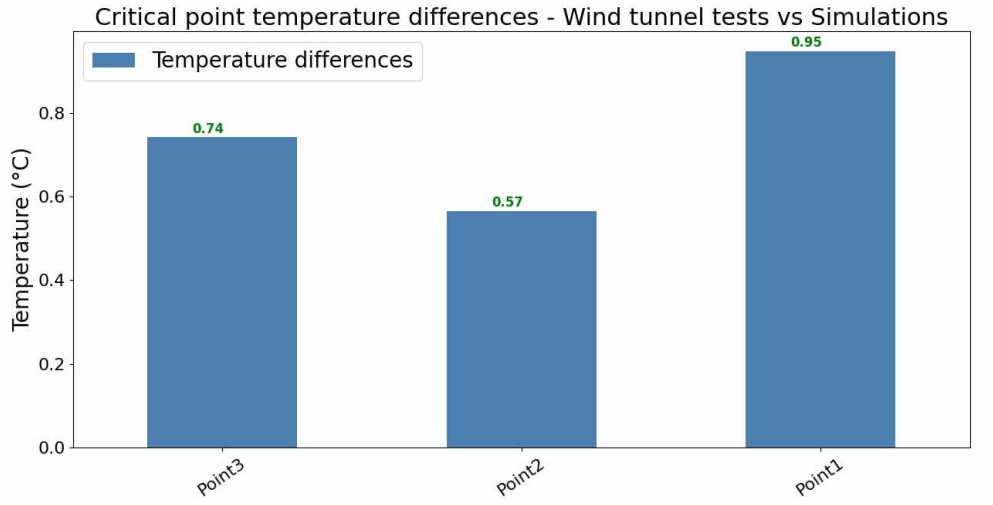


Figure F.6 – *Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes*

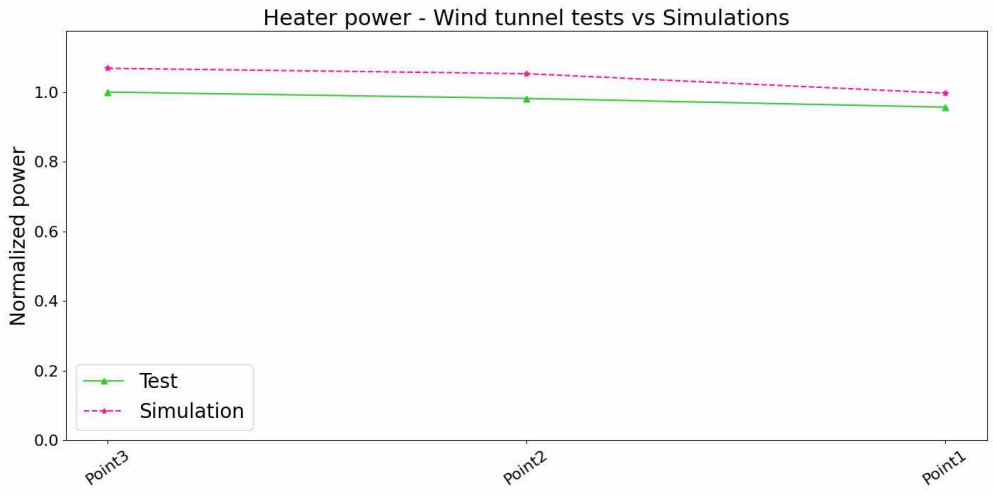
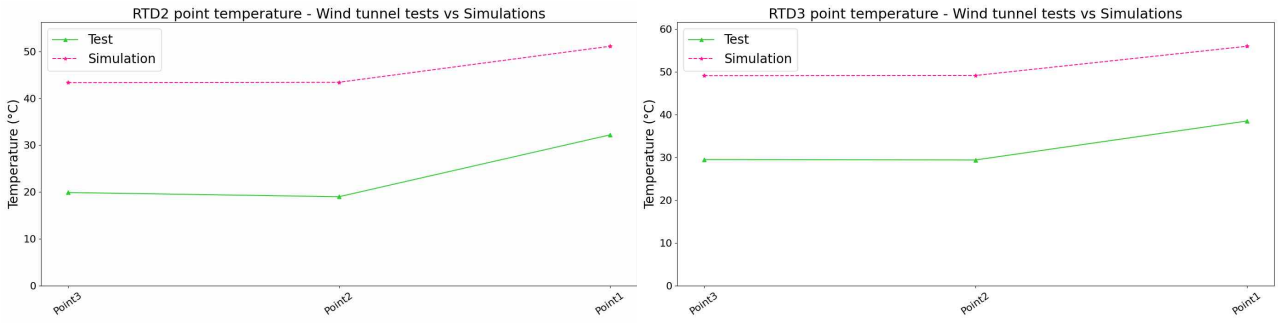


Figure F.7 – *Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes*

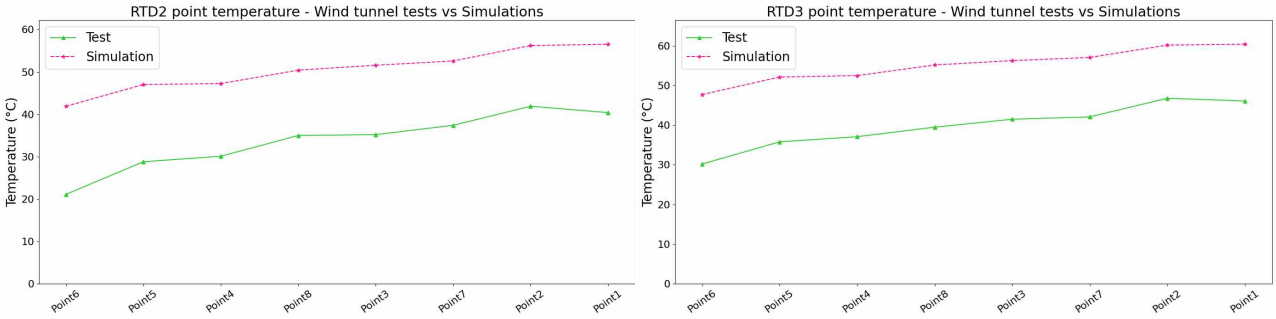


(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure F.8 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes*

F.3 Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes

La figure F.9 présente une comparaison entre les températures mesurées aux points de mesure RTD2 et RTD3 pour la campagne de 2019 pour les vols en conditions gouttelettes.

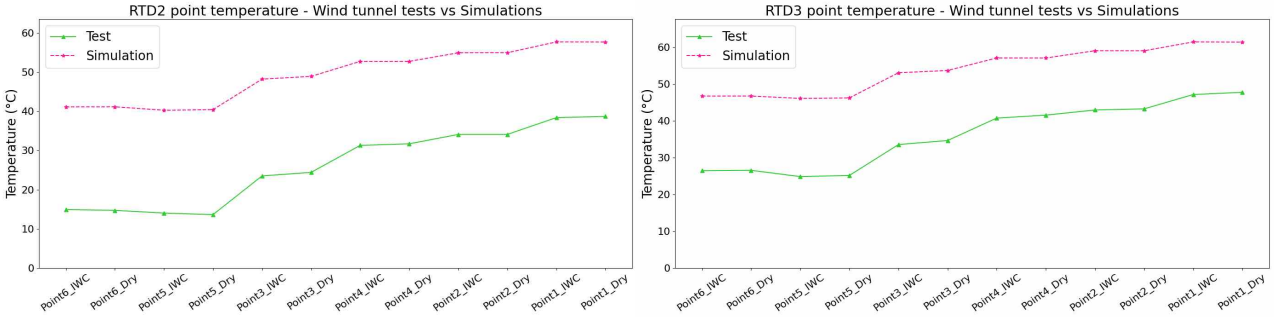


(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure F.9 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes*

F.4 Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux

La figure F.10 présente une comparaison entre les températures mesurées aux points de mesure RTD2 et RTD3 pour la campagne de 2017 pour les vols en conditions cristaux.

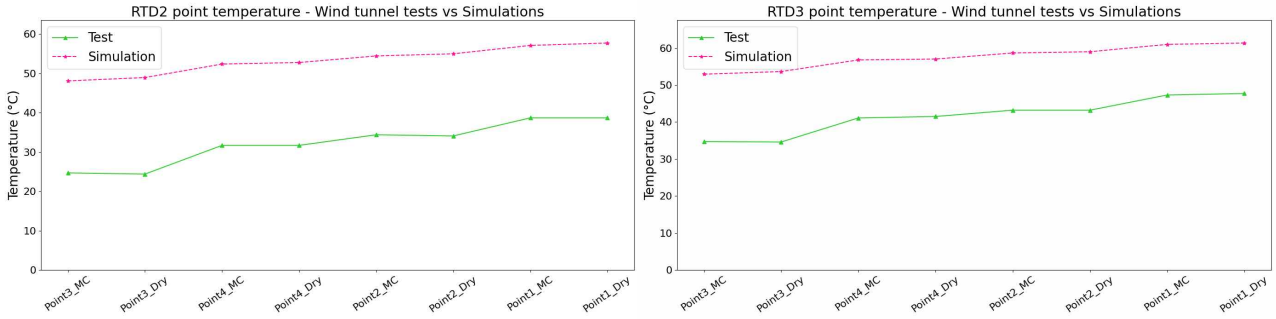


(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure F.10 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux & Air sec*

F.5 Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes

La figure F.11 présente une comparaison entre les températures mesurées aux points de mesure RTD2 et RTD3 pour la campagne de 2017 pour les vols en conditions mixtes.



(a) *Comparaison des températures RTD2* **(b)** *Comparaison des températures RTD3*

Figure F.11 – *Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes & Air sec*

Bibliographie

[1] MM Oleskiw. A review of 65 years of aircraft in-flight icing research at NRC. *Canadian Aeronautics and Space Journal*, 47(3) :259–268, 2001. *Cité page 1*

[2] John J Reinmann, Robert J Shaw, and Richard J Ranaudo. NASA's program on icing research and technology. In *Symposium on Flight in Adverse Environmental Conditions*, number NAS 1.15 : 101989, 1989. *2 citations, pages 1 et 32*

[3] GA Isaac, SG Cober, JW Strapp, AV Korolev, A Tremblay, and DL Marcotte. Recent canadian research on aircraft in-flight icing. *Canadian Aeronautics and Space Journal*, 47(3) :213–221, 2001. *Cité page 1*

[4] Ludovico Vecchione and Piero De Matteis. An overview of the CIRA icing wind tunnel. In *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 900, 2003. *Cité page 1*

[5] Didier Guffond, Joseph Cassaing, and L Brunet. Overview of icing research at ONERA. In *23rd Aerospace Sciences Meeting*, page 335, 1985. *Cité page 1*

[6] Spanish Ministry of Defense. Instituto nacional de tecnica aeroespacial. URL https://www.inta.es/INTA/en/quienes-somos/. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 1*

[7] Wesley L Smith. Weather problems peculiar to the new york-chicago airway. *Monthly Weather Review*, 57(12) :503–506, 1929. *Cité page 1*

[8] Jim Burnett. Safety recommendation. Technical report, National Transportation Safety Board, 1986. URL https://www.ntsb.gov/safety/safety-recs/RecLetters/A86_97.pdf. *Cité page 1*

[9] Yihua Cao, Wenyuan Tan, and Zhenlong Wu. Aircraft icing : An ongoing threat to aviation safety. *Aerospace science and technology*, 75 :353–385, 2018. *3 citations, pages 1, 12 et 13*

[10] John M Wallace and Peter V Hobbs. *Atmospheric science : an introductory survey*, volume 92. Elsevier, 2006. *Cité page 1*

[11] Kevin R Petty and Carol DJ Floyd. A statistical review of aviation airframe icing accidents in the US. In *Proceedings of the 11th Conference on Aviation, Range, and Aerospace Hyannis*, 2004. *Cité page 1*

[12] Frank T Lynch and Abdollah Khodadoust. Effects of ice accretions on aircraft aerodynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 37(8) :669–767, 2001. *Cité page 2*

[13] In-flight icing Encounter and Michigan Monroe. Aircraft accident report. *Safety*, 800 :877–6799, 1997. *Cité page 2*

[14] Virgile Charton. *Modélisation de l'accrétion de glace dans les turboréacteurs en conditions cristaux*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2020. *4 citations, pages 2, 29, 73 et 75*

[15] Harold E Addy Jr and Joseph P Veres. An overview of NASA engine ice-crystal icing research. In *International Conference on Aircraft and Engine Icing and Ground Deicing*, number E-18009, 2011. *Cité page 2*

[16] Bureau d'Enquêtes. d'analyses pour la sécurité de l'aviation civile.(2012). *Rapport final de l'accident d'AF*, 447. *2 citations, pages 2 et 32*

[17] AESA. Agence de l'union européenne pour la sécurité aérienne. URL https://european-union.europa.eu/institutions-law-budget/institutions-and-bodies/search-all-eu-institutions-and-bodies/european-union-aviation-safety-agency-easa_fr. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 2*

[18] United States Department of Transportation. Federal aviation administration. URL https://www.faa.gov/. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 2*

[19] SAE International. Sae aerospace standards. URL https://www.sae.org/publications/collections/content/dlibstd-as. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 2*

[20] ISO. Aéronautique et espace en général. URL https://www.iso.org/fr/ics/49.020/x/. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 2*

[21] C Easa. Certification specifications for large aeroplanes, CS 25, 2009. *5 citations, pages 2, 13, 14, 17 et 29*

[22] Rémi Chauvin. *Un modèle unifié pour les phénomènes de givrage en aéronautique et les systèmes de protection thermiques*. PhD thesis, Toulouse, ISAE, 2015. *7 citations, pages 3, 34, 39, 40, 54, 76 et 83*

[23] Qixi Chen, Lifen Zhang, Chengxin Zhou, Zhengang Liu, and Yaguo Lyu. Numerical simulation study on predicting the critical icing conditions of aircraft pitot tubes. *Sensors*, 24(22) :7410, 2024. *2 citations, pages 4 et 46*

[24] Krzysztof Szilder and Peter Forsyth. Numerical simulation of ice accretion on a pitot tube. In *ICAS*, volume 12, page 4, 2022. *2 citations, pages 4 et 46*

[25] Yongfeng Zhu, Wangchao Han, Hongliang Chang, and Sijun Zhang. Critical design points for the wing anti-icing system. In *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, page 468, 2013. *2 citations, pages 4 et 44*

[26] Mahdi Pourbagian and Wagdi G Habashi. Numerical optimization of electrothermal anti-icing and de-icing systems via reduced order models. In *Handbook of Numerical Simulation of In-Flight Icing*, pages 1159–1211. Springer, 2023. *2 citations, pages 4 et 44*

[27] Adam Targui and Wagdi George Habashi. On a reduced-order model-based optimization of rotor electro-thermal anti-icing systems. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 32(8) :2885–2913, 2022. *2 citations, pages 5 et 45*

[28] R Tapakis and AG Charalambides. Equipment and methodologies for cloud detection and classification : A review. *Solar Energy*, 95 :392–430, 2013. *Cité page 10*

[29] Xuan Presteau. *Modélisation microphysique tridimensionnelle des dépôts de givre*. PhD thesis, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2009. *2 citations, pages 10 et 30*

[30] Wikipedia. Classification troposphérique. URL https://fr.wikipedia.org/wiki/Nuage. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 10*

[31] James T Riley. *Mixed-phase icing conditions : a review*. Citeseer, 1998. *Cité page 11*

[32] National Weather Service. Icing. URL https://www.weather.gov/source/zhu/ZHU_Training_Page/icing_stuff/icing/icing.htm. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 11*

[33] Department of Transportation Federal Aviation Administration. Airworthiness standards : Transport category airplanes - FAR part 25, Dec. 24, 1964,. URL https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-I/subchapter-C/part-25. *2 citations, pages 12 et 13*

[34] EASA. Appendices to CS-25 - easy access rules for large aeroplanes (CS-25), 2023. Accessed : 2025-10-30. *3 citations, pages 12, 211 et 214*

[35] Tao Hu, Yan Li, Haixia Lv, and Bin Tian. Study on airworthiness problems of operating in supercooled large drops icing conditions for transport category airplanes. *Procedia Engineering*, 80 :467–478, 2014. *Cité page 13*

[36] Federal Aviation Administration. From civil aeronautics authority (CAA) to FAA. URL https://www.faa.gov/about/history/photo_album/caa_to_faa. *Cité page 13*

[37] Amendment 4b-2 Civil Air Regulations. United states of america, civil aeronautics board, WASHINGTON D.C. 1955. URL http://www.stacheair.com/data/At%20Work%209B%20Repair%20Station%20CD/Data%20Info/CAR%27s/CAR%20Part%20%204b/PDF/Part%2004b-02.pdf. *Cité page 13*

[38] Leading Edge Atmospherics & The Norwegian Defence Research Establishment Ubiq Aerospace. UAV Atmospheric Icing Limitations. URL https://www.ubiqaerospace.com/_files/ugd/5cc5ed_0d5872d85a2b4f1caa749eb05e4aeb4c.pdf. *2 citations, pages 15 et 16*

[39] K Mikkelsen, R Mcknight, R Ranaudo, and P Perkins, JR. Icing flight research-aerodynamic effects of ice and ice shape documentation with stereo photography. In *23rd Aerospace Sciences Meeting*, page 468, 1985. *Cité page 15*

[40] RJ Kind, MG Potapczuk, A Feo, C Golia, and AD Shah. Experimental and computational simulation of in-flight icing phenomena. *Progress in Aerospace Sciences*, 34(5-6) :257–345, 1998. *Cité page 15*

[41] David L Arenberg and Patrick J Harney. The Mount Washington Icing Research Program. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 22(2) :61–63, 1941. *Cité page 16*

[42] HR Byers, HE Landsberg, H Wexler, B Haurwitz, AF Spilhaus, HC Willett, HG Houghton, and William Lewis. Meteorological aspects of aircraft icing. *Compendium of Meteorology : Prepared under the Direction of the Committee on the Compendium of Meteorology*, pages 1197–1203, 1951. *Cité page 16*

[43] Richard K Jeck. A history and interpretation of aircraft icing intensity definitions and FAA rules for operating in icing conditions. Technical report, Federal Aviation Administration Atlantic City NJ Airport and Aircraft Safety, 2001. *3 citations, pages 16, 17 et 28*

[44] JB Werner. Ice protection investigation for advanced rotary-wing aircraft. Technical report, Lockheed-California Co Burbank, 1973. *Cité page 16*

[45] Richard K. Jeck. Icing design envelopes (14 CFR parts 25 and 29, appendix C) converted to a distance-based format. Technical report, Federal Aviation Agency, 2002. *Cité page 17*

[46] Yihua Cao, Zhenlong Wu, Yuan Su, and Zhongda Xu. Aircraft flight characteristics in icing conditions. *Progress in Aerospace Sciences*, 74 :62–80, 2015. *Cité page 17*

[47] FAA. Pilot guide : Flight in icing conditions, 2015. URL https://www.faa.gov/documentlibrary/media/advisory_circular/ac_91-74b.pdf. *Cité page 17*

[48] NASA. The National Advisory Committee for Aeronautics, . URL https://www.nasa.gov/history/the-national-advisory-committee-for-aeronautics-naca/. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 18*

[49] Thomas Carroll and William H McAvoy. The formation of ice upon airplanes in flight. Technical report, 1929. *Cité page 18*

[50] Christoph Deiler. Facing the challenges of aircraft icing. 2022. *2 citations, pages 18 et 19*

[51] Lokman Bennani. *Modélisation bidimensionnelle de systèmes électrothermiques de protection contre le givre*. PhD thesis, Toulouse, ISAE, 2014. *5 citations, pages 18, 19, 31, 32 et 54*

[52] Melissa Estopier Castillo. *Modélisation et analyse d'un système de dégivrage électromécanique en aéronautique*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2018. *2 citations, pages 18 et 20*

[53] Ecole de Technologie Supérieure. Technique de dégivrage. URL https://substance.etsmtl.ca/detection-de-proximite-avion-nacelle-degivrage. *Cité page 19*

[54] Thomas Carroll and Wm H McAvoy. The formation of ice upon exposed parts of an airplane in flight. Technical report, 1928. *Cité page 19*

[55] Valerian Palanque. *Design of low consumption electro-mechanical de-icing systems*. PhD thesis, Université de Toulouse ; ISAE-Supaero, 2022. *Cité page 20*

[56] Laminar De-Ice. Fixed WingIce Protection Systems. URL https://www.ldi.aero/en-fixed-wing. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 20*

[57] R Domingo. Aviation maintenance technician handbook—airframe. *Oklahoma City, OK : US Department of Transportation*, 2018. URL https://www.faa.gov/sites/faa.gov/files/2022-06/amt_airframe_hb_vol_2.pdf. *2 citations, pages 20 et 21*

[58] AIRBUS France. Système de surveillance de paramètres anémobaroclinométriques pour aéronefs. https ://patentimages.storage.googleapis.com/4d/a4/7d/6c7e7bb96f17c3/WO2007036662A1.pdf, WO 2007/036662 A1, 5 avril 2007. *Cité page 21*

[59] RPG Collinson. Air data and air data systems. In *Introduction to Avionics Systems*, pages 237–257. Springer, 2023. *Cité page 21*

[60] Thomson-CSF Sextant. Sonde multifonctions fixe pour aéronef. https ://patentimages.storage.googleapis.com/75/31/ca/ab424e5b90a435/WO2000067039A1.pdf, WO 00/67039, 28 avril 2000. *Cité page 22*

[61] Henri Pitot. Description d'une machine pour mesurer la vitesse des eaux courantes et le sillage des vaisseaux. *Mémoires de L'Académie*, 1732, 1732. *Cité page 22*

[62] Steve B Diniz and César C Pacheco. Real-time estimation of the heat transfer coefficient of pitot tubes undergoing freezing. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 33(1) :226–240, 2023. *3 citations, pages 22, 46 et 54*

[63] Commission des mesures hydrauliques Camichel C. Rapport sur le tube de pitot appliqué à la mesure de la vitesse des liquides, rapport 7. Technical report, 1938. *Cité page 23*

[64] Henry Darcy. Note relative à quelques modifications à introduire dans le tube de pitot. In *Annales des Ponts et Chaussées*, volume 1, pages 351–359, 1858. *Cité page 23*

[65] Richard W Johnson. *Handbook of fluid dynamics*. Crc Press, 2016. *Cité page 23*

[66] Daniel Bernoulli. Hydrodynamica. *Dulsecker. Consultable en ligne http ://imgbase-scd-ulp. u-strasbg. fr/displayimage. php*, 1738, 1738. *Cité page 23*

[67] Wikipédia. Manomètre — wikipédia, l'encyclopédie libre, 2022. [En ligne ; Page disponible le 23-juin-2022]. *Cité page 23*

[68] Wajih Ezzeddine. *Dispositif de fiabilisation de la mesure d'une sonde de Pitot par prise en compte de l'évolution des conditions opérationnelles et environnementales*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2017. *3 citations, pages 23, 25 et 30*

[69] Le Mans Université. Dynamique des fluides parfaits, 2011. URL http://res-nlp.univ-lemans.fr/NLP_C_M02_G02/co/Module_NLP_C_M02_C02_2.html. *Cité page 24*

[70] WB Gregory. The pitot tube. *Trans. ASME*, 25, 1904. *Cité page 25*

[71] John Airey. Notes on the pitot tube. *Engineering News*, 69(16) :783, 1913. *Cité page 25*

[72] Richard Gilman Folsom. Review of the pitot tube. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 78(7) :1447–1460, 1956. *Cité page 25*

[73] Jérôme Lépine. *Optimisation de la représentation de profils d'ailes pour application au design aérodynamique*. Ecole polytechnique de Montreal, 1999. *Cité page 26*

[74] Upset Recovery Industry Team. Airplane upset recovery training aid, revision 2. *Federal Aviation Administration & Airline Industry*, 2008. *Cité page 26*

[75] Lisa R Le Vie. Review of research on angle-of-attack indicator effectiveness. Technical report, NASA, 2014. *2 citations, pages 26 et 27*

[76] Angela Campbell. Technical note : A review of angle-of-attack display research from 1958–2014. Technical report, FAA, 2019. *2 citations, pages 27 et 28*

[77] William Gracey. Summary of methods of measuring angle of attack on aircraft. Technical report, 1958. *Cité page 27*

[78] Aeronautics Guide. Aircraft mechanical movement indication instruments. URL https://www.aircraftsystemstech.com/2017/05/mechanical-movement-indicators.html. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 27*

[79] F Adhika Pradipta Lie. *Synthetic air data estimation : a case study of model-aided estimation*. PhD thesis, university of minnesota, 2014. *Cité page 27*

[80] Ying-Chih Lai and Shau-Shiun Jan. Attitude estimation based on fusion of gyroscopes and single antenna GPS for small UAVs under the influence of vibration. *GPS solutions*, 15 :67–77, 2011. *Cité page 27*

[81] Jordan Bruce. The development of international civil aviation regulations, 1899-1944. 2021. *Cité page 28*

[82] Ministère des Armées. Certificats - direction générale de l'armement. URL https://www.defense.gouv.fr/dga/navigabilite-aeronefs/certificats. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 28*

[83] CL Smalley. Certification of part 23 airplanes for flight in icing conditions. Technical report, FAA : AC23. 1419-2D, 2007. *Cité page 29*

[84] Skybrary. Icing certification, . URL https://www.skybrary.aero/articles/icing-certification. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 29*

[85] Skybrary. AT73, en-route, Roselawn in USA, 1994, . URL https://www.skybrary.aero/accidents-and-incidents/at73-en-route-roselawn-usa-1994. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 29*

[86] EASA. Appendices to CS-25 - easy access rules for large aeroplanes (CS-25), 2023. URL https://www.easa.europa.eu/en/document-library/easy-access-rules/online-publications/easy-access-rules-large-aeroplanes-cs-25?page=71#_DxCrossRefBm548991027. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 29*

[87] Henri Leblond. Aircraft icing air data probes protection, 1993. *2 citations, pages 29 et 30*

[88] European Aviation Safety Agency. European technical standard order subject : Electrically heated pitot and pitot-static tubes, 2009. URL https://www.easa.europa.eu/download/etso/ETSO-C16a_CS-ETSO_4.pdf. *Cité page 29*

[89] Hao Zhang, Rui Zhao, and Chih-Yung Wen. Performance deterioration of pitot tubes caused by in-flight ice accretion : a numerical investigation. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021 :1–18, 2021. *3 citations, pages 29, 45 et 46*

[90] Encyclopædia Universalis Bernard Marck. Vols historiques des frÈres wright, 2023. URL http://www.universalis-edu.com/encyclopedie/vols-historiques-des-freres-wright/. *Cité page 30*

[91] Terrill W. Putnam and Theodore G. Ayers. Flight research and testing, 1988. *Cité page 30*

[92] Airbus. Flight test and certification campaign. URL https://www.airbus.com/en/products-services/commercial-aircraft/the-life-cycle-of-an-aircraft/test-and-certification. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 30*

[93] Melissa M. Beaverson. Icing test fluid and heat transfer thermal modeling. Master's thesis, California State University, Northridge, 2015. URL https://scholarworks.calstate.edu/downloads/ww72bd899. *Cité page 31*

[94] NASA. Glenn history, . URL https://www.nasa.gov/glenn/history/. Accessed : 2025-03-03. *Cité page 31*

[95] NASA. The Icing Research Wind Tunnel, . URL https://web.eng.fiu.edu/allstar/IRT.html. Accessed : 2025-11-26. *Cité page 31*

[96] The American Society of Mechanical Engineers. An international historic mechanical engineering landmark, icing research tunnel, 1987. *Cité page 31*

[97] FR Taylor, Richard J Adams, and Champlain Technology Industries West Palm Beach FL. National icing facilities requirements investigation. Technical report, Citeseer, 1981. *Cité page 32*

[98] Pierre Berthoumieu, Baptiste Déjean, Virginel Bodoc, and Thomas Alary. ONERA Research Icing Wind Tunnel. In *AIAA Aviation 2022 Forum*, page 3611, 2022. *Cité page 32*

[99] DGA. Petit anneau givrant (PAG). URL https://www.3af.fr/fr/news/dga-essais-propulseurs-une-expertise-et-des-moyens-uniques-au-/service-de-l-industrie-aeronautique-1763. Accessed : 2025-11-26. *Cité page 32*

[100] Mark G Potapczuk and JJ Reinmann. Icing simulation : A survey of computer models and experimental facilities. In *Fluid Dynamics Panel Specialists Meeting*, number E-6164, 1991. *2 citations, pages 32 et 34*

[101] Kevin Hughes, Rade Vignjevic, James Campbell, Tom De Vuyst, Nenad Djordjevic, and Lampros Papagiannis. From aerospace to offshore : Bridging the numerical simulation gaps–simulation advancements for fluid structure interaction problems. *International Journal of Impact Engineering*, 61 :48–63, 2013. *Cité page 34*

[102] Kevin Ignatowicz, François Morency, and Heloise Beaugendre. Numerical simulation of ice accretion using Messinger-based approach : Effects of surface roughness. In *CASI Aero 2019-Canadian Aeronautics and Space Institute's AERO 2019 Conference*, 2019. *3 citations, pages 34, 37 et 38*

[103] Charlotte Bayeux. *Méthode intégrale pour la couche limite tridimensionnelle-Applications au givrage*. PhD thesis, Institut supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE) ; Université de Toulouse, 2017. *Cité page 34*

[104] François Morency, Ion Paraschivoiu, and Fatih Tezok. Anti-icing system simulation using CANICE. *Journal of Aircraft*, 36 :999–1006, 11 1999. doi : 10.2514/2.2541. *Cité page 34*

[105] Han Han, Zifei Yin, Yijun Ning, and Hong Liu. Development of a 3D eulerian/lagrangian aircraft icing simulation solver based on openfoam. *Entropy*, 24(10) :1365, 2022. *Cité page 34*

[106] Bernard L Messinger. Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of air speed. *Journal of the aeronautical sciences*, 20(1) :29–42, 1953. *Cité page 34*

[107] E. Iuliano ; P. Villedieu ; N. Caballero. HAIC - Final report on improved Messinger model for ice accretion in presence of ice crystals. Technical report, ONERA, 2017. *3 citations, pages 34, 36 et 37*

[108] Seiji Nishio and Sumio Kato. Development of ice accretion and anti-icing system simulation code. In *ICAS 2004-7.5. R. 2, 24th International Congress of the Aeronautical Sciences*, 2004. *Cité page 35*

[109] Tim G Myers. Extension to the Messinger model for aircraft icing. *AIAA journal*, 39(2) : 211–218, 2001. *3 citations, pages 35, 37 et 77*

[110] Ryosuke Hayashi[1] and Makoto Yamamoto. Two-and three-dimensional validation of icing model. APCOM & ISCM, Singapore, 2013. *2 citations, pages 36 et 37*

[111] Serkan Özgen and M Canıbek. Ice accretion simulation on multi-element airfoils using extended Messinger model. *Heat and Mass Transfer*, 45(3) :305–322, 2009. *Cité page 37*

[112] Serkan Özgen and M Canıbek. In-flight ice formation simulation on finite wings and air intakes. *The Aeronautical Journal*, 116(1178) :337–362, 2012. *Cité page 37*

[113] Yves Bourgault, Héloïse Beaugendre, and Wagdi G Habashi. Development of a shallow-water icing model in FENSAP-ICE. *Journal of Aircraft*, 37(4) :640–646, 2000. *Cité page 37*

[114] Cheng Xiang Zhu, Chun Ling Zhu, and Bin Fu. 3D ice accretion simulation for complex configuration basing on improved Messinger model. *Advanced Materials Research*, 1025 : 148–155, 2014. *Cité page 37*

[115] Ali Al-Kebsi. *Multi-step icing modelling in the NSMB solver*. PhD thesis, Strasbourg, 2020. *Cité page 37*

[116] Pierre Lavoie, Dorian Pena, Yannick Hoarau, and Eric Laurendeau. Comparison of thermodynamic models for ice accretion on airfoils. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 28(5) :1004–1030, 2018. *Cité page 37*

[117] Philippe Villedieu, Pierre Trontin, Gilles Aouizerate, Stephan Bansmer, Paolo Vanacore, Ilia Roisman, and Cameron Tropea. Music-haic : 3D multidisciplinary tools for the simulation of in-flight icing due to high altitude ice crystals. *SAE International journal of advances and current practices in mobility*, 2(2019-01-1962) :78–89, 2019. *Cité page 37*

[118] Yihua Cao and Shuo Hou. Extension to the Myers model for calculation of three-dimensional glaze icing. *Journal of Aircraft*, 53(1) :106–116, 2016. *Cité page 37*

[119] William Wright. User's manual for LEWICE version 3.2. Technical report, 2008. *2 citations, pages 37 et 39*

[120] Ion Paraschivoiu and Farooq Saeed. Ice accretion simulation code CANICE. In *International Aerospace Symposium" Carafoli 2001*, 2001. *2 citations, pages 37 et 40*

[121] C Dima and V Brandi. Prediction of ice accretion on airfoils using CIRA MULTI-ICE code. In *NATO/RTO Workshop*, pages 6–7, 2000. *Cité page 37*

[122] Pierre Trontin, Ghislain Blanchard, Alexandros Kontogiannis, and Philippe Villedieu. Description and assessment of the new ONERA 2D icing suite IGLOO2D. In *9th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, page 3417, 2017. *4 citations, pages 37, 80, 125 et 144*

[123] Yihua Cao, Chao Ma, Qiang Zhang, and John Sheridan. Numerical simulation of ice accretions on an aircraft wing. *Aerospace Science and Technology*, 23(1) :296–304, 2012. *Cité page 38*

[124] Michael Papadakis, Arief Rachman, See-Cheuk Wong, Hsiung-Wei Yeong, Kuohsing Hung, and Colin Bidwell. Water impingement experiments on a NACA 23012 airfoil with simulated glaze ice shapes. In *42nd AIAA aerospace sciences meeting and exhibit*, page 565, 2004. *Cité page 38*

[125] Pu Yang, HaoRan Li, JiaWei Chen, YuYu Duan, and YuFei Zhang. Influence of air flow field computation on an ice accretion simulation of airfoils. *Aerospace Science and Technology*, 151 :109315, 2024. *Cité page 38*

[126] Tommaso Bellosta, Giacomo Baldan, Giuseppe Sirianni, and Alberto Guardone. Lagrangian and eulerian algorithms for water droplets in in-flight ice accretion. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 429 :115230, 2023. *Cité page 38*

[127] Yihua Cao, Junsen Huang, and Jun Yin. Numerical simulation of three-dimensional ice accretion on an aircraft wing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 92 :34–54, 2016. *2 citations, pages 38 et 39*

[128] Ellen Norde, J-M Senoner, Edwin Theodorus Antonius van Der Weide, Pierre Trontin, Hendrik Willem Marie Hoeijmakers, and Philippe Villedieu. Eulerian and lagrangian ice-crystal trajectory simulations in a generic turbofan compressor. *Journal of propulsion and power*, 35(1) :26–40, 2019. *Cité page 39*

[129] Emmanuel Radenac, Ghislain Blanchard, Thomas Renaud, and Quentin Duchayne. Workflow for predictor–corrector simulations of in-flight ice accretion, with applications on swept wings. *Engineering with Computers*, 40(4) :2307–2330, 2024. *Cité page 39*

[130] Isik Ozcer, David Switchenko, Guido S Baruzzi, and Jian Chen. Multi-shot icing simulations with automatic re-meshing. Technical report, SAE Technical Paper, 2019. *2 citations, pages 39 et 46*

[131] Pablo Elices Paz, Emmanuel Radenac, Ghislain Blanchard, Stéphanie Péron, Eric Laurendeau, and Philippe Villedieu. Immersed boundary methodology for 3D multi-step ice accretion simulations. In *AIAA Aviation Forum and Ascend 2024*, page 4161, 2024. *Cité page 39*

[132] Ali Al-Kebsi, Robert Mose, and Yannick Hoarau. Multi-step ice accretion simulation using the Level-Set method. In *EUCASS 2019, 8th European Conference for Aeronautics and Space Sciences*, 2019. *Cité page 39*

[133] William Wright. Validation results for LEWICE 3.0. In *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 1243, 2005. *Cité page 40*

[134] Kamel Al-Khalil, Charles Horvath, Dean Miller, William Wright, Kamel Al-Khalil, Charles Horvath, Dean Miller, and William Wright. Validation of NASA thermal ice protection computer codes : III-The validation of ANTICE. In *35th Aerospace sciences meeting and exhibit*, page 51, 1997. *Cité page 40*

[135] Thomas Ratvasky, Billy Barnhart, Sam Lee, and Jon Cooper. Flight testing an iced business jet for flight simulation model validation. In *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 89, 2007. *Cité page 40*

[136] Héloïse Beaugendre, François Morency, and W Habashi. ICE3D, FENSAP-ICE's 3D in-flight ice accretion module. In *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, page 385, 2002. *Cité page 40*

[137] Claire Laurent, Maxime Bouyges, Virgile Charton, Lokman Bennani, and Jean-Mathieu Senoner. Ice crystals accretion capabilities of ONERA's 3D icing suite. In *AIAA AVIATION 2022 Forum*, page 3537, 2022. *Cité page 40*

[138] Sibo Li and Roberto Paoli. Aircraft icing severity evaluation. *Encyclopedia*, 2(1) :56–69, 2022. *Cité page 41*

[139] Sung Ki Jung, Sungmin Shin, Rho Shin Myong, and Tae Hwan Cho. An efficient CFD-based method for aircraft icing simulation using a reduced order model. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 25(3) :703–711, March 2011. ISSN 1976-3824. doi : 10.1007/s12206-011-0118-4. URL https://doi.org/10.1007/s12206-011-0118-4. *Cité page 41*

[140] Zulkeefal Dar, Joan Baiges, and Ramon Codina. Reduced Order Modeling. In *Machine Learning in Modeling and Simulation : Methods and Applications*, pages 297–339. Springer, 2023. *Cité page 41*

[141] Bérangère Podvin. Introduction à la décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD). Ecole de Printemps, 1999. *Cité page 41*

[142] Marco Fossati, Wagdi G Habashi, and Guido S Baruzzi. Simulation of supercooled large droplet impingement via reduced order technology. *Journal of aircraft*, 49(2) :600–610, 2012. *Cité page 41*

[143] Wagdi G. Habashi Zhao Zhan and Marco Fossati. Local Reduced-Order Modeling and Iterative Sampling for Parametric Analyses of Aero-Icing Problems | AIAA Journal. URL https://arc.aiaa.org/doi/full/10.2514/1.J053654. *Cité page 41*

[144] Richard K Jeck. Icing design envelopes (14 CFR parts 25 and 29, appendix C) converted to a distance-based. *Federal Aviation Administration, US Department of Transportation : Washington, DC, USA*, 2002. *Cité page 41*

[145] David Massegur, Declan Clifford, Andrea Da Ronch, Riccardo Lombardi, and Marco Panzeri. Low-dimensional models for aerofoil icing predictions. *Aerospace*, 10(5) :444, 2023. *Cité page 42*

[146] Donald W McCann. NNICE–a neural network aircraft icing algorithm. *Environmental Modelling & Software*, 20(10) :1335–1342, 2005. *Cité page 42*

[147] Wade W. Huebsch Egemen Ogretim and Aaron Shinn. (PDF) Ice Accretion Prediction Based on Neural Networks. *ResearchGate*, December 2024. doi : 10.2514/1.16241. URL https://www.researchgate.net/publication/245430255_Ice_Accretion_Prediction_Based_on_Neural_Networks. *Cité page 42*

[148] Yihua Cao, Kungang Yuan, and Guozhi Li. Effects of ice geometry on airfoil performance using neural networks prediction. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 83(5) : 266–274, 2011. *Cité page 43*

[149] Shinan Chang, Mengyao Leng, Hongwei Wu, and James Thompson. Aircraft ice accretion prediction using neural network and wavelet packet transform. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology : An International Journal*, 88(1) :128–136, 2016. *Cité page 43*

[150] Sibo Li, Jingkun Qin, Miao He, and Roberto Paoli. Fast evaluation of aircraft icing severity using machine learning based on XGBoost. *Aerospace*, 7(4) :36, 2020. *Cité page 43*

[151] Sibo Li, Jingkun Qin, and Roberto Paoli. Data-driven machine learning model for aircraft icing severity evaluation. *Journal of Aerospace Information Systems*, 18(11) :876–880, 2021. *Cité page 43*

[152] Xiaobin Shen, Guiping Lin, Jia Yu, Xueqin Bu, and Chenhui Du. Three-dimensional numerical simulation of ice accretion at the engine inlet. *Journal of Aircraft*, 50(2) :635–642, 2013. *Cité page 45*

[153] Chankyu Son, Sejong Oh, and Kwanjung Yee. Ice accretion on helicopter fuselage considering rotor-wake effects. *Journal of Aircraft*, 54(2) :500–518, 2017. *Cité page 45*

[154] Vittorio Vercillo, Norbert Karpen, Alexandre Laroche, Javier Alejandro Mayén Guillén, Simone Tonnicchia, Raphael de Andrade Jorge, and Elmar Bonaccurso. Analysis and modelling of icing of air intake protection grids of aircraft engines. *Cold Regions Science and Technology*, 160 :265–272, 2019. *Cité page 45*

[155] A Bidgoli, J de Souza, K Lisboa, and R Cotta. Thermal analysis of heated pitot probes in atmospheric conditions of ice accretion. In *Proceedings of the 23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering, Rio de Janeiro*, 2014. *3 citations, pages 45, 47 et 54*

[156] Victor E Carbonara and Alan G Binnie. Icing of pitot static tubes. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 5(10) :400–403, 1938. *Cité page 45*

[157] Kleber Marques Lisboa, JRB Souza, and Renato Machado Cotta. Thermal analysis of an aeronautical pitot probe with anti-icing system : modeling, simulation and parametric studies. In *Proceedings of the 22nd international congress of mechanical engineering—COBEM*, pages 3–7, 2013. *2 citations, pages 45 et 47*

[158] CJ Asante, Manish Pokhrel, and JCFD Cho. CFD simulation study of de-icing on a pitot tube. *International Journal of Applied Engineering Research*, 11(5) :2986–2989, 2016. *Cité page 45*

[159] Haiyang Hu, Faisal Al-Masri, Linchuan Tian, and Hui Hu. Experimental study of dynamic icing process on a pitot probe model. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 37(3) : 632–643, 2023. *2 citations, pages 45 et 54*

[160] R Jäckel, GL Gutiérrez Urueta, F Tapia Rodríguez, and C Monreal Jiménez. Numerical and experimental characterisation of an aeronautic pitot probe. *The Aeronautical Journal*, 123 (1264) :890–911, 2019. *Cité page 46*

[161] Thomas P Ratvasky, J Walter Strapp, Lyle Lilie, Aaron Bansemer, and Ru-Ching Chen. Air data probe anomalies in flight through measured high ice water content conditions. In *AIAA*. *Cité page 46*

[162] JRB De Souza, Kleber Marques Lisboa, AB Allahyarzadeh, GJA De Andrade, Juliana Braga Rodrigues Loureiro, Carolina Palma Naveira-Cotta, AP Silva Freire, Helcio Rangel Barreto Orlande, Guilherme Araujo Lima da Silva, and Renato Machado Cotta. Thermal analysis of anti-icing systems in aeronautical velocity sensors and structures. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 38 :1489–1509, 2016. *Cité page 47*

[163] José Roberto Brito De Souza, Kleber Marques Lisboa, Ivana Gabriela Cerqueira, José Luiz Zanon Zotin, Carolina P Naveira-Cotta, and Renato M Cotta. Conjugated heat transfer analysis of heated aeronautical pitot probes with flight tests experimental validation. *Heat Transfer Engineering*, 36(11) :991–1000, 2015. *Cité page 47*

[164] Frank Gern. Aerodynamic, thermal, and anti-icing analysis of the IMFP® integrated air data sensor. In *34th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, page 2138, 2004. *Cité page 47*

[165] FAA. Turbine engine inlet sensor ice crystal and mixed phase icing compliance. URL `https://www.faa.gov/aircraft/draft_docs/media/AIR/20-XX-X-AC-Draft.pdf`. *Cité page 50*

[166] Euryale Jorge de Godoy Jesus Zerbin, Guilherme Araujo Lima da Silva, Luciano Martinez Stefanini, and Otávio de Mattos Silvare. Test and certification of pitot probes - ice and rain protection aspects, First Workshop on Aviation Safety (WAS), June 1st and 2nd, Rio de Janeiro, RJ, Brazil Organization COPPE/UFRJ. URL http://www.segurancaaerea.coppe.ufrj.br/docs/Guilherme_WAS.pdf. *Cité page 52*

[167] Tristan Montrol, Jacques Jay, Shihe Xin, Ronnie Knikker, Marie-Laure Decrescenzo, and Aurélien Moureaux. Construction d'un modèle thermique nodal pour la phase de prédimensionnement d'un équipement roue et frein aéronautique : méthodologie et simplifications. In *2ème Congrès de l'Association Marocaine de Thermique-Efficacité énergétique dans l'industrie*, 2012. *Cité page 52*

[168] Erdem Ayan and Serkan Ozgen. Modification of the extended Messinger model for mixed phase icing and industrial applications with TAICE. In *9th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, page 3759, 2017. *Cité page 54*

[169] Natacha SZULGA, François PEREZ, Eric LOIL, Frédéric SARDIN, Jocelyn BE, Jean-Luc VALLEE, and Thomas GUILLABEAU. Sonde de mesure aérodynamique, 2022. URL https://patents.google.com/patent/WO2022248360A1/. *Cité page 63*

[170] David A. Burzynski, Ilia V. Roisman, and Stephan E. Bansmer. On the splashing of high-speed drops impacting a dry surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 892 :A2, 2020. doi : 10.1017/jfm.2020.168. *2 citations, pages 70 et 72*

[171] Thomas Alary, Baptiste Déjean, Pierre Berthoumieu, and Pierre Trontin. Supercooled large droplet (SLD) impact on ice at high velocity : splashing characterization. In *AIAA Aviation 2022 Forum*, page 4116, 2022. *2 citations, pages 71 et 72*

[172] Shiji Lin, Le Zhou, Biyuan Liu, Qin Xu, Longquan Chen, and Zhigang Li. The roles of surface temperature and roughness in droplet splashing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 220 :124959, 2024. ISSN 0017-9310. doi : https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124959. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931023011043. *Cité page 71*

[173] Yi Liu, Yao Gou, Jilin Lei, Jianwei Li, and Shiquan Shen. Splashing characteristics and dynamics of drops impingement on ultracold surfaces. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 144 :110863, 2023. ISSN 0894-1777. doi : https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2023.110863. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0894177723000195. *2 citations, pages 71 et 72*

[174] Markus Schremb, Ilia V. Roisman, and Cameron Tropea. Normal impact of supercooled water drops onto a smooth ice surface : experiments and modelling. *Journal of Fluid Mechanics*, 835 :1087–1107, 2018. doi : 10.1017/jfm.2017.797. *Cité page 71*

[175] Lu Qiu, Swapnil Dubey, Fook Hoong Choo, and Fei Duan. Splashing of high speed droplet train impinging on a hot surface. *Applied physics letters*, 107(16), 2015. *Cité page 71*

[176] Shiji Lin, Le Zhou, Longquan Chen, and Zhigang Li. Splashing of viscous droplets on heated surfaces. *Experiments in Fluids*, 66(6) :1–9, 2025. *Cité page 71*

[177] Thijs de Goede, K. Bruin, and Daniel Bonn. Splashing of impacting drops. 01 2017. doi : 10.48550/arXiv.1701.02504. *Cité page 72*

[178] P Trontin and P Villedieu. A comprehensive accretion model for glaciated icing conditions. *International Journal of Multiphase Flow*, 108 :105–123, 2018. *Cité page 74*

[179] Pierre Trontin, Ghislain Blanchard, and Philippe Villedieu. A comprehensive numerical model for mixed-phase and glaciated icing conditions. In *8th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, page 3742, 2016. *Cité page 74*

[180] Thomas H Chilton and Allan Philip Colburn. Mass transfer (absorption) coefficients prediction from data on heat transfer and fluid friction. *Industrial & engineering chemistry*, 26(11) : 1183–1187, 1934. *Cité page 75*

[181] D Sonntag. New values for the thermodynamic parameters of water vapor. *Measurement Techniques*, 25(9) :764–767, 1982. *Cité page 76*

[182] Tim G Myers, Sarah L Mitchell, G Muchatibaya, and MY Myers. A cubic heat balance integral method for one-dimensional melting of a finite thickness layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50(25-26) :5305–5317, 2007. *Cité page 77*

[183] P. Lavoie, S. Bourgault-Côté, and E. Laurendeau. Numerical algorithms for infinite swept wing ice accretion. *Computers & Fluids*, 161 :189–198, 2018. ISSN 0045-7930. doi : https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2017.11.015. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793017304231. *Cité page 77*

[184] Bastien Delacroix. *Développement d'un modèle intégral avec transport d'une fonction couleur pour la simulation d'écoulements de films minces partiellement mouillants*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2024. *2 citations, pages 77 et 78*

[185] Kamel M Al-Khalil, Theo G Keith Jr, and Kenneth J Dewitt. Numerical modeling of runback water on ice protected aircraft surfaces. In *California State Univ., The Fifth Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, 1992. *Cité page 77*

[186] Kamel M Al-Khalil, Kenneth J De Witt, and Theo G Keith. *Further development of an anti-icing runback model*. AIAA, 1991. *Cité page 78*

[187] A Refloch, B Courbet, A Murrone, Philippe Villedieu, Claire Laurent, P Gilbank, J Troyes, Lionel Tessé, G Chaineray, JB Dargaud, et al. CEDRE software. *Aerospace Lab*, (2) :p–1, 2011. *2 citations, pages 80 et 125*

[188] William Morrow Kays and Michael E Crawford. *Convective heat and mass transfer*, volume 3. McGraw-Hill New York, 1993. *Cité page 81*

[189] J. Taine, F. Enguehard, and E. Iacona. *Transferts Thermiques - 5e Edition - : Introduction Aux Transferts D'Energie*. Sciences sup. Dunod, 2014. ISBN 9782100710140. URL https://books.google.fr/books?id=hxG7oQEACAAJ. *Cité page 81*

[190] Ilia V Roisman and Cameron Tropea. Wetting and icing of surfaces. *Current opinion in colloid & interface science*, 53 :101400, 2021. *Cité page 91*

[191] AIWTEC. Wind tunnel facility. URL https://aiwtec.fr/wind-tunnel-facility/. Accessed : 2025-07-01. *3 citations, pages 92, 93 et 127*

[192] Christophe Geuzaine and Jean-François Remacle. Gmsh : A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International journal for numerical methods in engineering*, 79(11) :1309–1331, 2009. *Cité page 100*

[193] Federica Dassi and et al. Towards a modular software framework for finite element analysis. In *Proceedings of the International Conference on Computational Science*, pages 123–136. Springer, 2016. *Cité page 100*

[194] Ghislain Blanchard, Lokman Bennani, and Maxime Bouyges. Bcube.jl. URL https://github.com/bcube-project/Bcube.jl. *Cité page 105*

[195] Sweden COMSOL AB, Stockholm. COMSOL Multiphysics® (v. 4.3.). www.comsol.com, 2012. *Cité page 111*

[196] Kamel M Al-Khalil, Charles Horvath, Dean R Miller, and William B Wright. Validation of NASA thermal ice protection computer codes : The validation of antice-part 3. In *35th Aerospace sciences meeting and exhibit*, number AIAA Paper 97-0051, 2001. *2 citations, pages 117 et 118*

[197] Jeffrey M Perkel et al. Julia : come for the syntax, stay for the speed. *Nature*, 572(7767) : 141–142, 2019. *Cité page 118*

[198] Sabbi Vamshi Krishna, Om Jadhav, Parikshit Ardhapurkar, Manjunatha Valmiki, Sandeep Agrawal, Ramesh Bulusu, Prashant Dinde, and Sanjay Wandhekar. Performance comparison of Julia with C and Python for solving computational problems. In *International Conference on Advances in Computing and Data Sciences*, pages 35–45. Springer, 2024. *Cité page 118*

[199] Ioana Dogaru and Radu Dogaru. Using Python and Julia for efficient implementation of natural computing and complexity related algorithms. In *2015 20th International Conference on Control Systems and Computer Science*, pages 599–604. IEEE, 2015. *Cité page 118*

[200] Travis E. Oliphant. Python for scientific computing. *Computing in Science & Engineering*, 9 (3) :10–20, 2007. doi : 10.1109/MCSE.2007.58. *Cité page 118*

[201] Jeff Bezanson, Alan Edelman, Stefan Karpinski, and Viral B. Shah. Julia : A fresh approach to numerical computing. *SIAM Review*, 59(1) :65–98, 2017. doi : 10.1137/141000671. URL https://doi.org/10.1137/141000671. *Cité page 118*

[202] Pauli Virtanen, Ralf Gommers, Travis E Oliphant, Matt Haberland, Tyler Reddy, David Cournapeau, Evgeni Burovski, Pearu Peterson, Warren Weckesser, Jonathan Bright, et al. Scipy 1.0 : fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature methods*, 17 (3) :261–272, 2020. *Cité page 119*

[203] Siu Kwan Lam, Antoine Pitrou, and Stanley Seibert. Numba : a llvm-based Python jit compiler. In *Proceedings of the Second Workshop on the LLVM Compiler Infrastructure in HPC*, LLVM '15, New York, NY, USA, 2015. Association for Computing Machinery. ISBN 9781450340052. doi : 10.1145/2833157.2833162. URL https://doi.org/10.1145/2833157.2833162. *Cité page 119*

[204] ANSYS Inc. *ANSYS Mechanical User's Guide*. ANSYS Inc., Canonsburg, PA, USA, 2016–2018. Versions 17.2 and 19.2. *Cité page 126*

[205] NRC. Altitude icing wind tunnel research facility. URL https://nrc.canada.ca/en/research-development/nrc-facilities/altitude-icing-wind-tunnel-research-facility. Accessed : 2025-09-05. *Cité page 127*

[206] Jarrett Revels, Miles Lubin, and Theodore Papamarkou. Forward-mode automatic differentiation in Julia. *arXiv preprint arXiv :1607.07892*, 2016. *Cité page 141*

[207] Yasir A. Malik, Lokman Bennani, Stephan Bansmer, Pierre Trontin, and Philippe Villedieu. Experimental and numerical investigation of accretion inception and heat transfer physics in ice crystal icing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 214 :124364, 2023. ISSN 0017-9310. doi : https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124364. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931023005100. *2 citations, pages 156 et 157*

[208] Arne Baumert, S Bansmer, Pierre Trontin, and Philippe Villedieu. Experimental and numerical investigations on aircraft icing at mixed phase conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 123 :957–978, 2018. *Cité page 157*

[209] Alexander Forrester, Andras Sobester, and Andy Keane. *Engineering design via surrogate modelling : a practical guide*. John Wiley & Sons, 2008. *2 citations, pages 187 et 197*

[210] Gerhard Venter. Review of optimization techniques. 2010. *Cité page 187*

[211] Donald R Jones, Matthias Schonlau, and William J Welch. Efficient global optimization of expensive black-box functions. *Journal of Global optimization*, 13(4) :455–492, 1998. *4 citations, pages 188, 195, 200 et 208*

[212] Manuel Bompard. *Modèles de substitution pour l'optimisation globale de forme en aérodynamique et méthode locale sans paramétrisation*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2011. *Cité page 188*

[213] Alexander IJ Forrester and Andy J Keane. Recent advances in surrogate-based optimization. *Progress in aerospace sciences*, 45(1-3) :50–79, 2009. *Cité page 188*

[214] Daniel G Krige. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the witwatersrand. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 52(6) : 119–139, 1951. *Cité page 188*

[215] G. Matheron. Principles of geostatistics. 58(8) :1246–1266, 1963. doi : 10.2113/gsecongeo.58.8.1246. *Cité page 188*

[216] Carl Rasmussen and Christopher Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*, volume 2. MIT press Cambridge, MA, 2006. ISBN 026218253X. *4 citations, pages 190, 192, 193 et 200*

[217] Nicolas Garland. *Métamodélisation introspective pour l'analyse des phénomènes physiques simulés. Formalisation dans le cadre du krigeage et intégration algorithmique en optimisation et inversion.* PhD thesis, Université de Lyon, 2020. *Cité page 190*

[218] James Joyce. Bayes' theorem. 2003. *2 citations, pages 191 et 194*

[219] Philippe Farjon. *Développement et mise en œuvre de méthodes d'optimisation sur des chambres de combustion aéronautiques fonctionnant à l'hydrogène.* PhD thesis, Toulouse, ISAE, 2024. *3 citations, pages 192, 196 et 197*

[220] David K. Duvenaud. *Automatic Model Construction with Gaussian Processes.* PhD thesis, University of Cambridge, 2014. *Cité page 192*

[221] David Duvenaud, James Lloyd, Roger Grosse, Joshua Tenenbaum, and Ghahramani Zoubin. Structure discovery in nonparametric regression through compositional kernel search. In *International Conference on Machine Learning*, pages 1166–1174. PMLR, 2013. *Cité page 193*

[222] Andrew Wilson and Hannes Nickisch. Kernel interpolation for scalable structured gaussian processes (KISS-GP). In *International conference on machine learning*, pages 1775–1784. PMLR, 2015. *Cité page 193*

[223] Bobak Shahriari, Kevin Swersky, Ziyu Wang, Ryan P Adams, and Nando De Freitas. Taking the human out of the loop : A review of bayesian optimization. *Proceedings of the IEEE*, 104 (1) :148–175, 2015. *2 citations, pages 193 et 194*

[224] Eric Brochu, Vlad M Cora, and Nando De Freitas. A tutorial on bayesian optimization of expensive cost functions, with application to active user modeling and hierarchical reinforcement learning. *arXiv preprint arXiv :1012.2599*, 2010. *2 citations, pages 194 et 195*

[225] Peter I Frazier. A tutorial on Bayesian optimization. *arXiv preprint arXiv :1807.02811*, 2018. *Cité page 194*

[226] Jonathan Guerra. *Optimisation multi-objectif sous incertitudes de phénomènes de thermique transitoire.* PhD thesis, Institut Superieur de L'aeronautique et de L'espace (ISAE), 2016. *Cité page 195*

[227] David Ginsbourger, Rodolphe Le Riche, and Laurent Carraro. Kriging is well-suited to parallelize optimization. In *Computational intelligence in expensive optimization problems*, pages 131–162. Springer, 2010. *Cité page 196*

[228] N. Srinivas, A. Krause, S. Kakade, and M. Seeger. Gaussian process optimization in the bandit setting : No regret and experimental design. In *ICML*, 2010. *Cité page 196*

[229] Harold J Kushner. A new method of locating the maximum point of an arbitrary multipeak curve in the presence of noise. 1964. *Cité page 196*

[230] Philipp Hennig and Christian J Schuler. Entropy search for information-efficient global optimization. *The Journal of Machine Learning Research*, 13(1) :1809–1837, 2012. *Cité page 196*

[231] José M Hernández-Lobato, Matthew W Hoffman, and Zoubin Ghahramani. Predictive entropy search for efficient global optimization of black-box functions. *Advances in neural information processing systems*, 27, 2014. *Cité page 196*

[232] Michael Sasena, Panos Papalambros, and Pierre Goovaerts. Global optimization of problems with disconnected feasible regions via surrogate modeling. In *9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, page 5573, 2002. *Cité page 196*

[233] Matthias Schonlau, William J Welch, and Donald R Jones. Global versus local search in constrained optimization of computer models. *Lecture notes-monograph series*, pages 11–25, 1998. *2 citations, pages 197 et 208*

[234] Jacob R Gardner, Matt J Kusner, Zhixiang Eddie Xu, Kilian Q Weinberger, and John P Cunningham. Bayesian optimization with inequality constraints. In *ICML*, volume 2014, pages 937–945, 2014. *Cité page 197*

[235] Thomas J Santner, Brian J Williams, William I Notz, and Brain J Williams. *The design and analysis of computer experiments*, volume 1. Springer, 2003. *Cité page 197*

[236] C Devon Lin, Boxin Tang, et al. Latin hypercubes and space-filling designs. *Handbook of design and analysis of experiments*, pages 593–625, 2015. *Cité page 198*

[237] Michael D McKay, Richard J Beckman, and William J Conover. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code. *Technometrics*, 42(1) :55–61, 2000. *Cité page 198*

[238] Max D Morris and Toby J Mitchell. Exploratory designs for computational experiments. *Journal of statistical planning and inference*, 43(3) :381–402, 1995. *Cité page 199*

[239] Michael Stein. Large sample properties of simulations using latin hypercube sampling. *Technometrics*, 29(2) :143–151, 1987. *Cité page 199*

[240] Kenny Q Ye. Orthogonal column latin hypercubes and their application in computer experiments. *Journal of the American Statistical Association*, 93(444) :1430–1439, 1998. *Cité page 199*

[241] Maximilian Balandat, Brian Karrer, Daniel R. Jiang, Samuel Daulton, Benjamin Letham, Andrew Gordon Wilson, and Eytan Bakshy. BoTorch : A Framework for Efficient Monte-Carlo Bayesian Optimization. In *Advances in Neural Information Processing Systems 33*, 2020. URL https://proceedings.neurips.cc/paper/2020/hash/f5b1b89d98b7286673128a5fb112cb9a-Abstract.html. *2 citations, pages 200 et 206*

[242] Donald R Jones. Direct global optimization algorithm. In *Encyclopedia of optimization*, pages 725–735. Springer, 2008. *Cité page 201*

[243] Jacob Gardner, Geoff Pleiss, Kilian Q Weinberger, David Bindel, and Andrew G Wilson. Gpytorch : Blackbox matrix-matrix gaussian process inference with gpu acceleration. *Advances in neural information processing systems*, 31, 2018. *Cité page 206*

[244] Yiming Peng and Hisao Ishibuchi. A diversity-enhanced subset selection framework for multimodal multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 26(5) :886–900, 2021. *Cité page 220*

[245] Peter AN Bosman and Dirk Thierens. The balance between proximity and diversity in multiobjective evolutionary algorithms. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 7 (2) :174–188, 2003. *Cité page 220*

Liste des figures

1.1 Classification des nuages - [30] . . . 10
1.2 Illustration du potentiel givrant d'un nuage - *National Weather Service* - [32] . . . 11
1.3 Enveloppe givrante pour une Exposition Continue - Annexe C du Code de Navigabilité, EASA [21] . . . 14
1.4 Enveloppe givrante pour une Exposition Intermittente - Annexe C du Code de Navigabilité, EASA [21] . . . 14
1.5 Illustration du givre blanc sur un profil d'UAV - [38] . . . 15
1.6 Illustration du givre transparent sur un profil d'UAV - [38] . . . 15
1.7 Illustration du givre mixte sur un profil d'UAV - [38] . . . 16
1.8 Illustration du fonctionnement de boudins pneumatiques - *German Aerospace Center* - [50] . . . 18
1.9 Illustration d'un dégivrage au sol - [53] . . . 19
1.10 Zones protégées par des membranes de diffusion - *German Aerospace Center* - [50] . . . 19
1.11 Illustration d'un système de protection thermique - [55] . . . 20
1.12 Illustration ETIPS en mode antigivrage/dégivrage - [56] . . . 20
1.13 Illustration du fonctionnement d'une antenne de Prandtl . . . 24
1.14 Illustration des différents angles en vol . . . 25
1.15 Courbe représentant la portance en fonction de l'angle d'incidence - [74] . . . 26
1.16 Illustration des deux types de sondes d'incidence - [78] . . . 27
1.17 Schéma de la soufflerie givrante IRT [95] - NASA Lewis Research Center [96] . . . 31

2.1 Schéma du bilan énergétique du modèle de Messinger - [108] . . . 35
2.2 Illustration de l'architecture classique d'un code de givrage . . . 40

3.1 Exemple d'un croisement entre un domaine de vol et un domaine d'existence de cristaux - Plan Mach/Altitude . . . 51
3.2 Exemple d'un croisement entre un domaine de vol et un domaine d'existence de cristaux - Plan Température/Altitude . . . 51
3.3 Illustration de la procédure dédiée au givrage . . . 52

4.1 Illustration de la zone critique et de la position des réchauffeurs . . . 61
4.2 Illustration de la portion amont de l'interstice (zone délimitée par des pointillés jaunes sur la figure 4.1) - Vue de profil . . . 61
4.3 Vue en coupe de la sonde d'incidence - Limites du domaine d'étude . . . 62

4.4 Illustration des trous de purge pour la configuration réelle . . . 63
4.5 Comparaison de la géométrie de l'interstice pour les deux configurations - Vue en coupe 63
4.6 Comparaison de la géométrie de la sonde d'incidence pour les deux configurations - Vue externe . . . 64
4.7 Comparaison des différentes pièces de la sonde d'incidence - Vue en coupe . . . 64
4.8 Vue en coupe de la sonde d'incidence - Représentation des frontières du domaine . . 67
4.9 Illustration des différents régimes d'impact - [171] . . . 71
4.10 Vue en coupe de la girouette . . . 82
4.11 Illustration de la discrétisation pour le calcul des coefficients de transfert thermique - Zones moyennes vs zones discrétisées . . . 82
4.12 Illustration de la discrétisation pour la conductivité effective - Surfaces internes - Vue de profil . . . 85
4.13 Illustration du calcul de la conductivité effective - Vue de profil . . . 85
4.14 Courbes de résistivité adimensionnée pour les réchauffeurs . . . 88
4.15 Courbes de puissance dissipée adimensionnée pour les réchauffeurs . . . 89
4.16 Sens du courant - Systèmes de réchauffeurs . . . 90
4.17 Distribution cumulée du volume des gouttes en fonction de leur diamètre - Extrait de [191] . . . 93
4.18 Illustration des distributions de particules . . . 93

5.1 Illustration de deux éléments finis triangulaires connectés . . . 99
5.2 Correspondance entre l'élément de référence $\hat{\Omega}$ et un élément réel Ω^e. . . . 99
5.3 Illustration simplifiée du maillage de la sonde d'incidence - localisation des réchauffeurs internes. . . . 102
5.4 Illustration du maillage de la sonde d'incidence - Vue externe - Comparaison entre maillage structuré (mât) et non-structuré (plaque). . . . 103
5.5 Illustration du maillage du volume d'air dans l'interstice - Vue du dessus - Contrainte de discrétisation axiale. . . . 103
5.6 Illustration du schéma itératif de type point fixe avec relaxation utilisé pour la résolution du problème non-linéaire. . . . 107
5.7 Schéma décrivant l'organisation modulaire du solveur thermique et les dépendances entre les classes. . . . 109
5.8 Comparaison solution analytique vs solution numérique - Configuration 1 . . . 112
5.9 Comparaison solution analytique vs solution numérique - Configuration 2 . . . 113
5.10 Comparaison solution analytique vs solution numérique - Configuration 3 . . . 114
5.11 Comparaison solveur `Python` vs *Bcube* - Configuration 3 . . . 114
5.12 Évolution de la norme de l'erreur en fonction de la taille des éléments . . . 115
5.13 Convergence en maillage - Évolution de l'écart de température par rapport à la solution de référence . . . 116
5.14 Convergence en maillage - Évolution de l'écart de puissance par rapport à la solution de référence . . . 116
5.15 Convergence en maillage - Évolution du temps de résolution . . . 117
5.16 Comparaison des flux - Al-Khalil vs THICE . . . 118

6.1 Délimitation des zones internes pour les HTC - Simulations industrielles 127
6.2 Localisation des points de mesure lors des essais en soufflerie 128
6.3 Vue de la sonde d'incidence dans la section d'essai de la soufflerie NRC 129
6.4 Comparaison des champs de coefficients de transfert thermique - simulation RANS vs corrélations 130
6.5 Coupe pour le calcul de l'erreur - Girouette 131
6.6 Coupe pour le calcul de l'erreur - Plaque isolante 131
6.7 Comparaison des champs de coefficients de transfert thermique - Profil de la girouette 132
6.8 Analyse de la méthode d'interpolation pour les coefficients de transfert internes . . . 135
6.9 Comparaison des champ de vitesse au sein de la cavité - Simulation haute-fidélité vs solution analytique 135
6.10 Comparaison des champs de vitesse - Simulation haute-fidélité vs solution analytique - Vue de profil 136
6.11 Comparaison des champs de température dans l'interstice - Simulation haute-fidélité vs modèle simplifié 137
6.12 Comparaison des champs de température normalisés - Simulation haute-fidélité vs modèle simplifié - Vue de profil 138
6.13 Champ de température dans l'interstice - Modèle simplifié - Cas 2 139
6.14 Champ de température normalisé - Modèle simplifié - Vue de profil - Cas 2 139
6.15 Illustration des zones d'entrée et de sortie de l'écoulement 140
6.16 Champ de température - Analyse de sensibilité - Vue en coupe 142
6.17 Champ de température - Analyse de sensibilité - Vue inclinée 142
6.18 Comparaison des champs d'efficacité de collecte - Haute-fidélité vs modèle simplifié - Sonde complète 144
6.19 Comparaison des champs d'efficacité de collecte - Haute-fidélité vs modèle simplifié - Girouette 145
6.20 Comparaison de l'efficacité de collecte sur le profil de la girouette - Simulation IGLOO2D vs hypothèse balistique - Cas 1 146
6.21 Comparaison de l'efficacité de collecte sur le profil de la girouette - Simulation IGLOO2D vs hypothèse balistique - Cas 2 147
6.22 Évolution des flux thermiques en fonction du coefficient de mouillage 148
6.23 Évolution de la température RTD1 en fonction du coefficient de mouillage 149
6.24 Évolution des puissances dissipées en fonction du coefficient de mouillage 149
6.25 Évolution des flux thermique en fonction de l'efficacité de collage 150
6.26 Évolution de la température RTD1 en fonction de l'efficacité de collage 150
6.27 Facteur de correction de l'efficacité de collecte sur les faces latérales de la girouette en fonction du nombre de Stokes 154
6.28 Evolution de l'efficacité de collage, en fonction de la vitesse d'impact et de la fraction liquide - Issu de [207] 157
6.29 Comparaison des températures pour le point critique entre deux campagnes d'essais - Soufflerie AIWTEC 160

6.30 Comparaison des puissances totales dissipées entre deux campagnes d'essais - Soufflerie AIWTEC . . . 160
6.31 Classement des écarts de température au point critique entre deux campagnes d'essais - Soufflerie AIWTEC . . . 161
6.32 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2021 . . . 162
6.33 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2021 . . . 162
6.34 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2021 . . . 163
6.35 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2021 . . . 163
6.36 Comparaison des températures RTD1 - Campagne NRC 2023 . . . 164
6.37 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne NRC 2023 . . . 165
6.38 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne NRC 2023 . . . 165
6.39 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne NRC 2023 . . . 166
6.40 Comparaison des températures aux trois points de mesure - Essai/FETA/THICE . . . 167
6.41 Comparaison des puissances dissipées - Essai/FETA/THICE . . . 168
6.42 Visualisation du champ thermique - Simulation industrielle . . . 169
6.43 Visualisation du champ thermique - Simulation basse-fidélité . . . 170
6.44 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes . . . 171
6.45 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes . . . 172
6.46 Évolution des écarts de températures RTD1 par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes . . . 172
6.47 Évolution des écarts de puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes . . . 173
6.48 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes 173
6.49 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Air sec & Gouttelettes . . . 174
6.50 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux & Air sec 175
6.51 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux & Air sec . . . 175
6.52 Évolution des écarts de températures RTD1 par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux . . . 176
6.53 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes & Air sec . . . 177
6.54 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes & Air sec . . . 177
6.55 Évolution des écarts de températures RTD1 par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes . . . 178
6.56 Évolution des écarts de puissance dissipée par le réchauffeur de la girouette par rapport au cas air sec - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes . . . 178

7.1 Illustration de la génération de trajectoires par processus gaussien . . . 189
7.2 Illustration d'un processus gaussien conditionné - Représentation de l'intervalle de confiance et de la fonction cible . . . 191

7.3 Illustration d'un processus gaussien conditionné - Intervalle de confiance et *Expected Improvement* - [226] . . . 195
7.4 Comparaison entre un échantillonnage aléatoire (gauche) et un échantillonnage par Hypercube Latin (droite). . . . 199
7.5 Illustration de la fonction de Branin-Hoo, avec ses trois minima . . . 201

8.1 Courbe de convergence - CPA Air sec . . . 209
8.2 Points évalués lors du processus d'optimisation - CPA Air sec. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge. . . . 210
8.3 Points évalués lors du processus d'optimisation - CPA LWC Intermittent Maximum. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge. . . . 212
8.4 Projection dans les plan Mach/Altitude et Température/Altitude - CPA LWC Intermittent Maximum. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge. . . . 213
8.5 Quantité totale d'eau (TWC) en fonction de l'altitude et de la température - [34] . . 214
8.6 Projection dans les plans Mach/Altitude et Température/Altitude – CPA IWC. Le point identifié est indiqué par un cercle rouge, tandis que le point saturant les contraintes est indiqué par un cercle vert. . . . 215
8.7 Comparaison entre les valeurs prédites par le modèle de substitution et le modèle physique – CPA IWC . . . 216
8.8 Construction d'une matrice de points critiques - CPA Air sec. Les points identifiés sont indiqués par un cercle rouge. . . . 222
8.9 Projection dans les plans Mach/Altitude et Température/Altitude - Construction d'une matrice de points critiques - CPA Air sec. Les points identifiés sont indiqués par un cercle rouge. . . . 222

E.1 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 . . . 241
E.2 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 . . . 242
E.3 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 . . . 242
E.4 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 . . . 242
E.5 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 . . . 243
E.6 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 . . . 243
E.7 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2019 . . . 244
E.8 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2019 . . . 244

F.1 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes . . . 245
F.2 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes . . . 246
F.3 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes 246
F.4 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 - Gouttelettes . . . 246
F.5 Comparaison des températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes 247
F.6 Écarts sur les températures RTD1 - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes . 247
F.7 Comparaison des puissances totales dissipées - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes . . . 248

F.8 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2019 - Conditions Mixtes 248
F.9 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2019 - Gouttelettes 249
F.10 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 - Cristaux & Air sec 249
F.11 Comparaison des températures RTD2 et RTD3 - Campagne AIWTEC 2017 - Conditions Mixtes & Air sec 250

Liste des tableaux

1.1 Les systèmes de protection en fonction des zones à protéger - FAA [57] 21

2.1 Synthèse des méthodes classiques de réduction de modèle 42
2.2 Synthèse des approches basées sur l'apprentissage automatique 44

5.1 Comparaison des performances en air sec entre `Julia` et `Python` 119

6.1 Influence des coefficients de transfert externes sur le comportement thermique 133
6.2 Pourcentages d'erreur relative sur les puissances dissipées en fonction du niveau de subdivision - Coefficients de transfert externes 134
6.3 Comparaison des flux thermiques - Interstice 141
6.4 Comparaison des erreurs relatives en fonction de l'efficacité de collecte 147
6.5 Évolution des résultats d'essais en conditions gouttelettes 156
6.6 Évolution des résultats d'essais en conditions cristaux 157
6.7 Bilan des écarts moyens de température observés entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Condition air sec 166
6.8 Bilan des erreurs relatives moyennes observées sur les puissances dissipées entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Condition air sec 167
6.9 Bilan des écarts observés entre la simulation industrielle et la simulation basse-fidélité - Condition air sec 169
6.10 Bilan des écarts moyens de température observés entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Conditions givrantes 179
6.11 Bilan des erreurs relatives moyennes observées sur les puissances dissipées entre les campagnes d'essais et les simulations basse-fidélité - Conditions givrantes 179

7.1 Paramètres des différentes méthodes d'optimisation 202
7.2 Comparaison des performances de chaque méthode d'optimisation 203

8.1 Écarts par rapport au cas de référence *CPA (Mach = 0.64)* 216
8.2 Bilan des CPA pour les différentes enveloppes de vol 217

B.1 Valeurs des paramètres pour la simulation (5.4) 235
B.2 Valeurs des paramètres pour la simulation (5.6) 235
B.3 Valeurs des paramètres pour la simulation (5.8) 236

C.1 Valeurs des paramètres pour les simulations CHARME 237

D.1 Valeurs des paramètres pour les simulations IGLOO2D 239