Thèse de Doctorat

présentée pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Poitiers et de l'Université Cadi Ayyad

Formation Doctorale : **Sciences Physiques et Ingénierie**
&
École Doctorale n°651 : **Mathématiques, Informatique, Matériaux, Mécanique, Énergétique**

Spécialité : **Automatique**

Présentée par :

Fatima Zahra BOUTOURDA

Étude sur l'optimisation de l'aération d'un procédé de biofiltration pour le traitement des eaux usées

---

Directeur de thèse	:	**Driss MEHDI**	Université de Poitiers
Directrice de thèse	:	**Asma KARAMA**	Université Cadi Ayyad
Co-directeur de thèse	:	**Régis OUVRARD**	Université de Poitiers

Soutenance prévue le 10 décembre 2025 devant la commission d'examen

JURY

Rapporteurs	:	Denis DOCHAIN	Professeur émérite Université Catholique de Louvain, Belgique
		Mathieu POULIQUEN	Professeur des Universités Université de Caen Normandie, France
		El Houssaine TISSIR	Professeur d'Enseignement Supérieur Université Sidi Mohamed Ben Abdellah, Maroc
Examinateurs	:	Ahmed EL HAJJAJI	Professeur des Universités Université de Picardie Jules Verne, France
		Driss MEHDI	Professeur émérite Université de Poitiers, France
		Asma KARAMA	Professeur d'Enseignement Supérieur Université Cadi Ayyad, Maroc
		Régis OUVRARD	Maître de Conférences HDR Université de Poitiers, France
		Thierry POINOT	Professeur des Universités Université de Poitiers, France

Remerciements

Ce manuscrit marque la conclusion d'un chapitre important de ma vie. Je désire exprimer ma profonde gratitude à celles et ceux qui, par leur soutien, leur patience et leurs conseils, ont guidé mes pas dans cette aventure scientifique et personnelle.

Avant toute chose, je souhaite remercier Dieu, pour m'avoir donné la santé, la patience, la détermination et l'inspiration pour mener à terme ce projet.

Je souhaite également exprimer toute ma gratitude à ma mère, la personne la plus inspirante de ma vie, dont l'amour, la force et les précieux conseils m'ont guidée jusqu'ici. Grâce à elle, je suis là aujourd'hui, et sa présence bienveillante m'a toujours aidée à surmonter mes hésitations. J'adresse aussi mes sincères remerciements à mon père, ma sœur, mes frères et ma meilleure amie Asma pour leur soutien indéfectible, leur bonne humeur et leurs encouragements constants.

J'adresse ensuite mes sincères remerciements à mes encadrants, Driss MEHDI, Régis OUVRARD et Thierry POINOT, qui m'ont accompagnée depuis le début de mon stage de master et tout au long de cette thèse. Je suis profondément reconnaissante pour leur aide précieuse qu'ils m'ont apportée, tant sur le plan scientifique que dans les difficultés administratives et financières. Leur patience, leur encadrement attentif, leurs conseils bienveillants et leurs remarques toujours pertinentes ont été essentiels à mon évolution, et m'ont permis de grandir aussi bien sur le plan personnel que professionnel. Leur contribution a été indispensable à l'aboutissement de cette thèse.

Je souhaite également rendre un hommage particulier à mon ancien directeur de thèse, le regretté professeur Fouad MESQUINE, qui fut aussi l'un de mes enseignants et pour qui j'ai toujours eu une grande estime. J'ai eu le privilège de bénéficier de son enseignement, de sa bienveillance et de son accompagnement.

Je tiens également à remercier ma directrice de thèse, Asma KARAMA, qui a accepté avec beaucoup de gentillesse de m'encadrer dès ma troisième année de doctorat. Je lui suis reconnaissante pour la confiance qu'elle m'a accordée, pour son soutien et pour son accompagnement précieux.

Je souhaite également remercier les collaborateurs du SIAAP, en particulier Youness AJEDDIG, Éloïse DE TREDERN et Vincent JAUZEIN, pour leur disponibilité et leur appui tout au long de mon travail.

Je souhaite également remercier mes amis doctorants pour les moments de convivialité et le soutien mutuel qui ont enrichi ces années. Nos discussions, nos rires et nos nombreuses pauses café ont apporté une respiration précieuse au quotidien. Je pense en particulier à Oumayma, Souha, Ashraf, Aghylès, Omar et Anthonin, dont l'amitié et la présence m'ont été d'un grand réconfort tout au long de ce parcours.

Je tiens à exprimer ma gratitude à l'ensemble des membres du laboratoire LIAS pour leur accueil et leur soutien. Les échanges scientifiques, l'entraide quotidienne ainsi que l'ambiance conviviale partagée ont constitué un cadre de travail stimulant et agréable tout au long de mon parcours doctoral. Finalement, je remercie toute personne que je n'ai pas pu citer qui ont contribué à la réalisation de cette thèse.

Résumé

Le traitement des eaux usées à grande échelle requiert des stratégies de commande efficaces et fiables afin de garantir le respect des normes réglementaires, la protection de l'environnement et l'optimisation énergétique. Parmi les différents procédés biologiques, la nitrification occupe une place centrale, en particulier dans les systèmes de biofiltration utilisés dans la station Seine-Aval. Le système d'aération, représentant la principale source de consommation énergétique, doit être finement ajusté pour assurer l'élimination de l'ammonium tout en limitant les coûts d'exploitation.

L'objectif de cette thèse est de développer et de mettre en œuvre des stratégies de modélisation, d'estimation et de commande adaptées à la dynamique non linéaire du procédé de biofiltration. Une attention particulière est portée aux modèles à paramètres variant dans le temps (LPV) capables de représenter le comportement fortement non linéaire et variable du procédé de nitrification.

Dans la première partie de ce travail, une méthodologie originale d'estimation paramétrique, fondée sur la méthode des Moments Partiels Réinitialisés (RPM), est développée. Contrairement aux approches locales, qui identifient séparément des modèles linéaires autour de différents points de fonctionnement, cette approche globale permet de représenter de manière unifiée l'ensemble du domaine opératoire du procédé de nitrification.

La seconde partie de ce travail est consacrée à l'optimisation de la commande de l'aération dans les biofiltres à l'aide du simulateur SimBio. Les commandes de régulation existantes sont analysées puis améliorées au moyen d'un réglage affiné des paramètres et de nouvelles configurations intégrant à la fois l'anticipation et la correction. De plus, des stratégies de commande, telles que les régulateurs RST et les modèles flous de type Takagi–Sugeno, sont explorées comme perspectives, afin d'accroître la robustesse et l'efficacité du procédé au-delà des limites de la loi actuelle.

Les méthodes développées, appliquées aux données d'exploitation de la station Seine-Aval, ont permis de réduire la consommation énergétique tout en maintenant une efficacité élevée d'élimination de l'ammonium. Ces contributions, bien qu'ancrées dans le cadre de la biofiltration, présentent un intérêt plus large pour l'optimisation de procédés environnementaux complexes et fortement non linéaires.

Mots-clés : Aération, approche globale, approche locale, biofiltration, estimation paramétrique, modèles LPV, moments partiels réinitialisés (RPM), nitrification, optimisation, simulateur SimBio, traitement des eaux usées.

Abstract

Wastewater treatment at large scale requires efficient and reliable control strategies to ensure compliance with regulatory standards, environmental protection, and energy optimization. Among the various biological processes, nitrification plays a central role, particularly in the biofiltration systems implemented at the Seine-Aval plant. The aeration system, representing the main source of energy consumption, must be finely tuned to guarantee ammonium removal while limiting operational costs.

The objective of this thesis is to develop and implement advanced strategies for modeling, estimation, and control adapted to the nonlinear dynamics of the biofiltration process. Particular attention is given to Linear Parameter-Varying (LPV) models, which are capable of capturing the highly nonlinear and time-varying behavior of the nitrification process.

In the first part of this work, an original methodology for parametric estimation, based on the reinitialized partial moments (RPM) method, is developed. Unlike local approaches, which separately identify linear models around different operating points, the global approach provides a unified representation of the entire operating domain of the nitrification process.

The second part of this work focuses on the optimization of aeration control in biofilters using the SimBio simulator. Existing regulation loops are analyzed and improved through refined parameter tuning and new configurations combining both anticipation and correction. Furthermore, advanced control strategies such as RST regulators and Takagi–Sugeno fuzzy models are explored as perspectives, in order to enhance the robustness and efficiency of the process beyond the limits of the current control law.

The methods developed, applied to operational data from the Seine-Aval plant, have made it possible to reduce energy consumption while maintaining ammonium removal efficiency. Although rooted in the context of biofiltration, these contributions have broader relevance for the optimization of complex and nonlinear environmental processes.

Keywords : Aeration, biofiltration, global approach, local approach, LPV models, nitrification, optimization, parametric estimation, Reinitialized Partial Moments (RPM), SimBio simulator, wastewater treatment.

Listes de publications

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont donné lieu aux publications suivantes :

Articles dans des revues internationales

- F. Z. Boutourda, R. Ouvrard, T. Poinot, D. Mehdi, F. Mesquine, *A continuous-time LPV models for a biofiltration process in wastewater nitrification — A global approach methodology for parametric estimation*, *Journal of Process Control*, vol. 146, p. 103356, 2025.
`https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2024.103356`

Communications dans des conférences internationales

- F. Z. Boutourda, R. Ouvrard, T. Poinot, D. Mehdi, F. Mesquine, *A global approach to estimate continuous-time LPV models for wastewater nitrification*, *20th IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2024)*, Boston, United States, July 2024, pp. 61–66.
`https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2024.08.505`

Table des matières

Liste des tableaux **viii**

Liste des abréviations **x**

Introduction générale **1**

1 Traitement des eaux usées, biofiltration et simulateur SimBio 4
1.1 Introduction . . . 5
1.2 Origine et nature des polluants dans les eaux usées . . . 5
1.2.1 Matières organiques . . . 5
1.2.2 Nutriments . . . 6
1.2.3 Micropolluants . . . 6
1.3 Cadre réglementaire pour la protection des fleuves et des rivières . . . 6
1.3.1 Directive 91/271/CEE . . . 6
1.3.2 Directive 2000/60/CE . . . 7
1.3.3 Directive 2006/7/CE . . . 7
1.4 Vue d'ensemble des étapes de traitement des eaux usées . . . 8
1.4.1 Prétraitement . . . 8
1.4.2 Traitement primaire . . . 8
1.4.3 Traitement secondaire . . . 9
1.4.3.1 Procédés à culture libre . . . 9
1.4.3.2 Procédés à culture fixée . . . 10
1.4.4 Traitement tertiaire . . . 10
1.4.4.1 Élimination de l'azote . . . 11
1.4.4.2 Élimination du phosphore . . . 11
1.5 Traitement biologique des eaux usées . . . 12
1.5.1 Les boues activées . . . 12
1.5.2 La digestion anaérobie . . . 13
1.5.3 Le lagunage . . . 13
1.6 Biofiltration . . . 14
1.6.1 Principe de la biofiltration . . . 14
1.6.2 Biofiltres . . . 16
1.6.2.1 Biofiltres de type Biofor® . . . 16
1.6.2.2 Biofiltre de type Biocarbone® . . . 16
1.6.2.3 Biofiltre de type Biostyr® . . . 17
1.7 Traitement biologique de l'azote ammoniacal . . . 17
1.7.1 Microbiologie de la nitrification . . . 17
1.7.2 Réactions biochimiques . . . 19
1.7.3 Facteurs influents . . . 19
1.7.4 Étude du procédé de nitrification à la station Seine Aval . . . 19
1.8 Simulateur SimBio . . . 20
1.8.1 Contexte et objectifs de la simulation . . . 20
1.8.2 Dynamique et structure du modèle SimBio . . . 21
1.8.2.1 Structure générale du modèle . . . 21
1.8.3 Simulateur SimBio en boucle ouverte . . . 24
1.8.3.1 Entrées du simulateur en boucle ouverte . . . 24
1.8.3.2 Sorties du simulateur en boucle ouverte . . . 25
1.8.3.3 Validation du simulateur SimBio en boucle ouverte . . . 25
1.8.4 Simulateur SimBio en boucle fermée . . . 28
1.8.4.1 Description du simulateur en boucle fermée . . . 28
1.8.4.2 Validation du simulateur SimBio en boucle fermée . . . 30
1.9 Conclusion . . . 33

2 Démarche méthodologique : modélisation, estimation et contrôle du procédé de nitrification 34
2.1 Introduction . . . 35
2.2 Caractérisation du procédé de nitrification . . . 35
2.2.1 Principes physiques du biofiltre nitrifiant . . . 35
2.2.1.1 Approche mécaniste de la dynamique d'un biofiltre nitrifiant . . . 35
2.2.1.2 Bilan simple d'ammonium et d'oxygène . . . 37
2.2.1.3 Discussion . . . 38
2.2.2 Représentation entrée-sortie du procédé de nitrification . . . 38
2.2.3 Analyse du comportement du procédé de nitrification . . . 39
2.2.3.1 Comportement du système sous conditions d'entrées constantes . . . 39
2.2.3.2 Étude du comportement statique du système . . . 40
2.3 Modèles LPV (Linear Parameter-Varying) considérés . . . 41
2.3.1 Modèle LPV à temps continu . . . 41
2.3.2 Comparaison avec les modèles linéaires et non linéaires . . . 42
2.3.3 Techniques d'identification et de conception . . . 43
2.3.4 Domaines d'application des modèles LPV . . . 43
2.4 Estimation paramétrique . . . 43
2.4.1 Identification des systèmes dynamiques . . . 43
2.4.2 Algorithme de Levenberg-Marquardt . . . 44
2.4.2.1 Formulation mathématique et mise en œuvre . . . 45
2.4.2.2 Convergence et conditions d'optimisation . . . 45
2.4.3 Estimation paramétrique par approche locale . . . 46
2.4.4 Estimation paramétrique par approche globale . . . 46
2.5 Optimisation de la commande . . . 47
2.5.1 Loi de commande existante . . . 47
2.5.2 Synthèse d'une nouvelle loi de commande . . . 48
2.6 Conclusion . . . 48

3 Estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche locale 50
3.1 Introduction . . . 51
3.2 Structure du modèle . . . 51
3.2.1 Choix de la structure . . . 51
3.2.2 Validation de la structure choisie . . . 53
3.2.2.1 Identification du transfert $G(s)$ avec la première structure . . . 54
3.2.2.2 Identification du transfert $G(s)$ avec la deuxième structure . . . 54
3.2.2.3 Conclusion . . . 56
3.3 Premier essai d'identification avec des signaux SBPA de grande amplitude . . . 56
3.3.1 Identification du modèle pour un point de fonctionnement . . . 56
3.3.1.1 Évolution des paramètres estimés en fonction de ΔQ_{air} . . . 57
3.3.1.2 Estimation des polynômes reliant les paramètres à ΔQ_{air} . . . 57
3.3.2 Validation du modèle estimé . . . 59
3.4 Deuxième essai d'identification avec des signaux SBPA de faible amplitude . . . 62
3.4.1 Choix des données d'entrée-sortie . . . 64
3.4.2 Choix de la structure du modèle . . . 66
3.4.3 Identification du modèle pour un point de fonctionnement C_{in} et Q_{water} . . . 69
3.4.3.1 Estimation du modèle pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$ . . . 69

3.4.3.2 Évolution des paramètres estimés pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$ . . . 71
3.4.3.3 Estimation des polynômes liant les paramètres à $Q_{air_{moy}}$ pour un point de fonctionnement C_{in} et Q_{water} . . . 71
3.4.3.4 Validation du modèle estimé en fonction de $Q_{air_{moy}}$ pour C_{in} et Q_{water} fixes . . . 73
3.4.3.5 Conclusion . . . 73
3.4.4 Identification du modèle sur plusieurs points de fonctionnement . . . 74
3.4.4.1 Impact du point de fonctionnement C_{in} et Q_{water} . . . 74
3.4.4.2 Estimation polynomiale des paramètres pour une grille de points de fonctionnement . . . 75
3.4.5 Validation du modèle LPV global . . . 80
3.4.5.1 Validation du modèle avec τ constant . . . 84
3.4.5.2 Validation pour τ variable . . . 84
3.4.6 Conclusion . . . 86
3.5 Conclusion . . . 86

4 Estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche globale 87
4.1 Introduction . . . 88
4.2 Méthode des moments partiels appliquée à la modélisation LPV à temps continu 88
4.2.1 Principe de la méthode des moments partiels réinitialisés (RPM : *Reinitialised Partial Moments)* . . . 89
4.2.2 Estimation des paramètres du modèle LPV . . . 91
4.2.2.1 Estimation par moindres carrés . . . 91
4.2.2.2 Approche avec variable instrumentale . . . 91
4.2.2.3 Initialisation de l'algorithme à erreur de sortie . . . 92
4.3 Exemple de simulation . . . 93
4.3.1 Système de référence simulé . . . 93
4.3.2 Simulation de Monte Carlo . . . 93
4.4 Application de la méthodologie au procédé de nitrification . . . 96
4.4.1 Identification des paramètres avec C_{out} simulée . . . 102
4.4.1.1 Structure du modèle LPV . . . 102
4.4.1.2 Jeu de données . . . 103
4.4.1.3 Estimation paramétrique et validation du modèle . . . 104
4.4.1.4 Estimation et validation d'un modèle LPV avec a_0 constant . . . 107
4.4.2 Identification des paramètres avec C_{out} mesurée . . . 109
4.4.2.1 Estimation paramétrique et validation du modèle (structure (4.29)) 110
4.5 Conclusion . . . 112

5 Optimisation de la loi de commande 114
5.1 Introduction . . . 115
5.2 Calibration du simulateur SimBio en boucle fermée . . . 115
5.2.1 Objectif de la calibration . . . 115
5.2.2 Simulation en boucle fermée à partir des données de 2019 . . . 116
5.2.3 Simulation en boucle fermée à partir des données de 2017 . . . 119
5.2.4 Validation de la loi de commande FB . . . 119
5.2.5 Conclusion . . . 122
5.3 Optimisation de la commande *FeedForward* . . . 122

5.3.1 Rôle de la commande *FeedForward* dans le contexte de traitement des eaux usées . . . 122
5.3.2 Objectif de l'optimisation de la commande *FeedForward* . . . 123
5.3.3 Première approche d'optimisation des paramètres de la commande FF . . . 125
5.3.4 Deuxième approche d'optimisation des paramètres de la commande FF . . . 128
5.3.4.1 Méthodologie d'optimisation des paramètres K_a et K_b . . . 128
5.3.4.2 Application de la méthodologie pour $K_b = 5000$ . . . 129
5.3.4.3 Application de la méthodologie pour $K_b = 3000$ . . . 129
5.3.5 Conclusion . . . 131
5.4 Optimisation de la commande *FeedBack* . . . 131
5.4.1 Effet du bloc de saturation sur $Q_{air,FB}$ . . . 131
5.4.2 Méthodologie de l'optimisation de la commande FB . . . 134
5.4.3 Effet du paramètre t_m sur la stabilisation de la commande FB . . . 135
5.4.4 Résultats de l'optimisation de la commande FB . . . 136
5.4.5 Discussion des résultats de l'optimisation . . . 139
5.4.5.1 Configuration 100 % FB . . . 139
5.4.5.2 Configuration 80 % FB – 20 % FF . . . 140
5.4.5.3 Configuration 65 % FB – 35 % FF . . . 141
5.4.5.4 Configuration 50 % FB – 50 % FF . . . 141
5.4.5.5 Configuration 10 % FB – 90 % FF (configuration SIAAP) . . . 143
5.4.6 Conclusion . . . 143
5.5 Perspectives sur une nouvelle loi de commande . . . 144
5.5.1 Synthèse d'un contrôleur RST . . . 144
5.5.1.1 Passage de la loi FF/FB vers RST . . . 148
5.5.1.2 Discussion et perspectives . . . 149
5.5.2 Synthèse d'un contrôleur du type Takagi-Sugeno . . . 149
5.5.2.1 Réécriture du modèle sous représentation Takagi-Sugeno . . . 150
5.5.2.2 Discussions et perspectives . . . 152
5.5.3 Synthèse d'une commande prédictive généralisée (GPC) . . . 152
5.6 Conclusion . . . 153

Conclusions générales et Perspectives 155
6.1 Conclusions . . . 155
6.2 Perspectives de recherche . . . 156
6.2.1 Perspectives sur la modélisation LPV . . . 156
6.2.2 Perspectives sur la commande de l'aération . . . 156

Table des figures

1.1 Principe de fonctionnement d'un biofiltre [Samie 2009] 15
1.2 Schémas fonctionnels des principales configurations de biofiltres : Biofor® (a), Biocarbone® (b) et Biostyr® (c) [Zhu 2020] 18
1.3 Division de l'unité de nitrification en blocs/batteries et position des points de prélèvement 20
1.4 Structure et interactions modélisées dans le biofiltre par SimBio 21
1.5 Entrées mesurées utilisées pour la simulation 27
1.6 Comparaison des concentrations en azote ammoniacal mesurées et simulées par SimBio en boucle ouverte sur une période de 50 jours 28
1.7 Consigne C_{ref} utilisée à la station Seine Aval en 2019 considérée dans la simulation 31
1.8 Comparaison de la concentration en ammonium en sortie : mesures réelles *vs.* simulation SimBio en boucle fermée 32
1.9 Comparaison du débit d'air de la batterie A2 : mesures réelles *vs.* simulation SimBio en boucle fermée 32

2.1 Schéma-bloc du procédé de nitrification 39
2.2 Évolution de la concentration en sortie C_{out} sur 10 jours sous conditions constantes 40
2.3 Zoom sur la dynamique de C_{out} pendant la phase de lavage au 9$^{\text{ème}}$ jour 40
2.4 Caractéristiques statiques C_{out} en fonction de Q_{air} pour $Q_{water} = 3\ 10^4\ m^3/j$ et différentes valeurs de C_{in} 41

3.1 Choix de la structure - Échelon de débit d'air au 12$^{\text{ème}}$ jour 52
3.2 Choix de la structure - Réponse indicielle du système 52
3.3 Choix de la structure - Zoom sur le 12^{me} jour de la réponse indicielle 53
3.4 Choix de la structure - Données employées dans l'identification 54
3.5 Résultat d'identification avec la première structure (3.1) 55
3.6 Résultat d'identification avec la deuxième structure (3.2) 55
3.7 Un débit d'air sous forme d'une SBPA pour un premier essai d'identification . . . 56
3.8 Résultat d'identification pour Q_{air} sous forme d'une SBPA 57
3.9 Évolution des paramètres estimés en fonction de ΔQ_{air} pour un premier essai d'identification 58
3.10 Estimation des sous-paramètres des paramètres K_1, K_2, τ_1 et τ_2 pour un premier essai d'identification 60
3.11 Signal d'excitation Q_{air} pour la validation 61
3.12 Résultat de validation du modèle 61
3.13 Comparaison de deux signaux d'entrée Q_{air} avec le même écart ΔQ_{air} 62
3.14 Résultats après suppression des valeurs initiales des signaux C_{out} 63
3.15 Caractéristique C_{out} en fonction de Q_{air} pour un point de fonctionnement (C_{in}, Q_{water}) 63
3.16 Réponse C_{out} à une entrée SBPA sur l'entrée Q_{air} autour de $Q_{air_{moy}} = 7\ 10^4\ Nm^3/j$ sur une durée de 50 jours sans période de stabilisation de la simulation 64
3.17 Réponse C_{out} à une entrée SBPA sur l'entrée Q_{air} sur une durée de 300 jours sans période de stabilisation de la simulation 65
3.18 Données d'entrées-sorties après retrait d'une période de stabilisation de 150 jours 65
3.19 Résultat d'identification avec la structure (3.2) et une excitation SBPA de faible amplitude 67

3.20 Résultat d'identification avec la structure (3.1) et une excitation SBPA de faible amplitude . . . 67
3.21 Résultat d'identification avec la structure (3.6) retardée d'un échantillon . . . 68
3.22 Résultats d'identification : comparaison C_{out} (issue de SimBio, recentrée par rapport à sa valeur moyenne) et $\hat{C}_{out}$ pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$ avec $\Delta Q_{air} = 0.6\ 10^4\ Nm^3/j$ . . . 70
3.23 Évolution des paramètres estimés en fonction de $Q_{air_{moy}}$ . . . 72
3.24 Estimation des sous-paramètres en fonction de $Q_{air_{moy}}$ avec des polynômes d'ordre 2 pour un deuxième essai d'identification . . . 73
3.25 Validation du modèle estimé avec un signal SBPA multi-paliers . . . 74
3.26 Délimitation des plages de fonctionnement retenues pour l'identification . . . 75
3.27 Évolution du paramètre K_1 pour divers points de fonctionnement . . . 76
3.28 Évolution de K_2 pour divers points de fonctionnement . . . 76
3.29 Évolution de τ pour divers points de fonctionnement . . . 77
3.30 Évolution des sous-paramètres de K_1 en fonction de C_{in} et de Q_{water} . . . 78
3.31 Évolution des sous-paramètres de K_2 en fonction de C_{in} et de Q_{water} . . . 79
3.32 Évolution du paramètre τ en fonction de C_{in} et de Q_{water} . . . 80
3.33 Estimation des sous-paramètres de K_1 en fonction de Q_{water} et C_{in} . . . 81
3.34 Estimation des sous-paramètres de K_2 en fonction de Q_{water} et C_{in} . . . 82
3.35 Estimation du paramètre τ en fonction de Q_{water} et C_{in} . . . 83
3.36 Évolution des entrées réelles utilisées pour la validation . . . 84
3.37 Validation du modèle LPV avec un τ constant . . . 85
3.38 Validation du modèle LPV avec τ variable . . . 85

4.1 Données de simulation pour la validation de l'approche globale d'estimation du modèle LPV . . . 94
4.2 Variation des paramètres a_0, b_0 et b_1 avec les signaux de séquencement $\rho_1(t)$, $\rho_2(t)$ et $\rho_3(t)$ . . . 94
4.3 Comparaison de la sortie du système LPV $y_0(t)$ et des sorties estimées à l'aide des méthodes RPM, IV et OE pour différents SNR . . . 96
4.4 Diagrammes en boîte des estimations des paramètres pour $SNR = 30\ dB$ . . . 99
4.5 Diagrammes en boîte des estimations des paramètres pour $SNR = 20dB$ . . . 100
4.6 Diagrammes en boîte des estimations des paramètres pour $SNR = 10dB$ . . . 101
4.7 Données mesurées : entrée Q_{air} et variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in} 103
4.8 Entrée-sortie considérée du système de nitrification . . . 104
4.9 Données mesurées (SimBio) C_{out} et sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV (sans saturation) . . . 105
4.10 Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données d'estimation . . . 106
4.11 Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données de validation . . . 107
4.12 Données mesurées (SimBio) C_{out} et sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV simplifié (sans saturation) . . . 108
4.13 Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV simplifié avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données d'estimation . . . 108
4.14 Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV simplifié avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données de validation . . . 109
4.15 Signaux mesurés $Q_{air}(t)$ et $C_{out}(t)$ utilisés pour l'identification avec données réelles 110

4.16 Sortie mesurée C_{out} et sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV estimé à partir des données mesurées . . . 111
4.17 Variations des paramètres estimés en fonction de $Q_{air}(t)$, $Q_{water}(t)$ et $C_{in}(t)$ . . . 112
4.18 Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV avec saturation et données mesurées C_{out} - Jeu de données de validation . . . 113

5.1 Schéma-bloc du contrôleur avec ses quatre entrées (C_{ref}, C_{out}, Q_{water}, C_{in}) et sa sortie (Q_{air}) . . . 116
5.2 Signaux mesurés utilisés comme entrées du contrôleur . . . 117
5.3 Comparaison entre le débit d'air mesuré et celui calculé par le contrôleur en utilisant C_{out} mesuré . . . 118
5.4 Débits d'air générés séparément par la commande FF et la commande FB du contrôleur comparés aux mesures . . . 118
5.5 Signaux mesurés utilisés comme entrées du contrôleur - Données 2017 . . . 120
5.6 Débits d'air générés séparément par la commande FF et la commande FB du contrôleur, comparés aux mesures . . . 121
5.7 Débit d'air généré par la commande FB du contrôleur comparé aux mesures - Données 2019 . . . 122
5.8 Pourcentage d'abattement journalier de la concentration C_{in} avec la configuration actuelle de l'automate ($K_a = 110$ et $K_b = 3000$) . . . 124
5.9 Comparaison des taux d'abattement entre la configuration automate (sim) et la stratégie optimisée ($optim$)($K_a = 120$, $K_b = -2000$) . . . 126
5.10 Comparaison des taux d'abattement entre la configuration automate et la stratégie optimisée ($K_a = 95$ et $K_b = 5000$) . . . 126
5.11 Résultats de simulation avec $K_a = 95$ et $K_b = 5000$ . . . 127
5.12 Résultats pour $K_b = 5000$ . . . 130
5.13 Résultats pour $K_b = 3000$ . . . 132
5.14 Comparaison des taux d'abattement entre la configuration automate, la première approche et la deuxième approche d'optimisation . . . 133
5.15 Impact du bloc de saturation FB sur les contributions des commandes FF et FB 134
5.16 Impact du paramètre t_m sur le comportement de la commande FB . . . 138
5.17 Comparaison du taux d'abattement entre les configurations 100 % FB, 80 % FB – 20 % FF, 65 % FB – 35 % FF, 50 % FB – 50 % FF et 10 % FB – 90 % FF. La courbe sim correspond au réglage actuel . . . 139
5.18 Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 100 % FB . . . 140
5.19 Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 80 % FB . . . 141
5.20 Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 65 % FB . . . 142
5.21 Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 50 % FB . . . 142
5.22 Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 10 % FB . . . 144
5.23 Évolution du débit d'air généré par la commande FB pour les différentes configurations FF-FB . . . 146
5.24 Évolution du débit d'air généré par la commande FF pour les différentes configurations FF-FB . . . 147
5.25 Contrôleur RST . . . 147
5.26 Résultats d'identification du modèle : comparaison des deux configurations retenues 151

Liste des tableaux

1.1 Paramètres simulés en sortie et leurs unités 26
1.2 Valeurs des paramètres de la boucle de régulation pour la simulation en boucle fermée avec $K_{mod} = \frac{1}{K}$ 31

3.1 Paramètres identifiés en utilisant la structure (3.2) et une excitation SBPA de faible amplitude 66
3.2 Paramètres identifiés en utilisant la structure (3.1) et une excitation SBPA de faible amplitude 66
3.3 Paramètres identifiés en utilisant la structure (3.6) retardée d'un échantillon . . . 68
3.4 Pourcentage FIT pour chaque sous-paramètre 80

4.1 Estimations des paramètres par simulations de Monte Carlo avec $SNR = 30dB$. 97
4.2 Estimations des paramètres par simulations de Monte Carlo avec $SNR = 20dB$. 97
4.3 Estimations des paramètres par simulations de Monte Carlo avec $SNR = 10dB$. 98
4.4 FIT (%) *vs.* SNR 98
4.5 Valeurs estimées des paramètres (4.29) du modèle LPV 105
4.6 Valeurs estimées des paramètres (4.31) du modèle LPV simplifié 107
4.7 Valeurs des paramètres estimés en utilisant l'approche RPM (première ligne) et l'approche OE (deuxième ligne) 111

5.1 Valeurs des paramètres de la boucle de régulation avec les données de l'année 2017 119
5.2 Valeurs moyennes du débit d'air et de la concentration en sortie pour différents couples (K_a, K_b) 125
5.3 Couples de paramètres (K_a, K_b) satisfaisant les conditions (5.11), et performances associées pour $K_b = 5000$ 129
5.4 Couples de paramètres (K_a, K_b) satisfaisant les conditions (5.11), et performances associées pour $K_b = 3000$ 130
5.5 Valeurs optimisées des paramètres et indicateurs de performance pour les différentes configurations FB - FF 138
5.6 Paramètres identifiés dépendant de $Q_{\underline{water}}$ et C_{in} 151

Liste des abréviations

Abréviation	Définition
A2SI	Équipe d'Automatique, Systèmes Intelligents et Systèmes d'Information
AOB	*Ammonia Oxidizing Bacteria* (bactéries oxydant l'ammoniac)
ASM1	*Activated Sludge Model No.1*
ASMN	*Activated Sludge Model for Nitrogen*
BAF	*Biological Aerated Filter* (filtre biologique aéré)
CARIMA	*Controlled AutoRegressive Integrated Moving Average*
DBO	Demande biologique en oxygène
DBO5	Demande biologique en oxygène sur 5 jours
DCO	Demande chimique en oxygène
DERU	Directive relative au traitement des eaux résiduaires urbaines (91/271/CEE)
EBPR	*Enhanced Biological Phosphorus Removal* (élimination biologique du phosphore améliorée)
FB	*FeedBack* (commande de rétroaction)
FF	*FeedForward* (commande d'anticipation)
FIR	*Finite Impulse Response* (réponse impulsionnelle finie)
FIT	Taux d'ajustement du modèle (%)
GPC	*Generalized Predictive Control* (commande prédictive généralisée)
IV	*Instrumental Variable* (variable instrumentale)
LIAS	Laboratoire d'Informatique et d'Automatique pour les Systèmes
LMI	*Linear Matrix Inequalities* (inégalités matricielles linéaires)
LPV	*Linear Parameter-Varying* (modèle à paramètres variables)
LTI	*Linear Time-Invariant* (système linéaire invariant dans le temps)
MBBR	*Moving Bed Biofilm Reactor* (réacteur à biofilm à lit mobile)
MBR	*Membrane Bioreactor* (bioréacteur à membranes)
MES	Matières en suspension
MPC	*Model Predictive Control* (commande prédictive)
NOB	*Nitrite Oxidizing Bacteria* (bactéries oxydant les nitrites)
NTK	Azote total Kjeldahl
ODE	*Ordinary Differential Equation* (équation différentielle ordinaire)
OE	*Output Error* (erreur de sortie)
RMSE	*Root Mean Square Error* (erreur quadratique moyenne)
RPM	*Reinitialised Partial Moments* (méthode des moments partiels réinitialisés)
SBPA	Séquence binaire pseudo-aléatoire
SIAAP	Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne
SNR	*Signal-to-Noise Ratio* (rapport signal/bruit)

Introduction générale

Contexte

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'une cotutelle entre le Laboratoire d'Informatique et d'Automatique pour les Systèmes (LIAS) de l'Université de Poitiers et l'Équipe d'Automatique, Systèmes Intelligents et Systèmes d'Information (A2SI) de l'Université Cadi Ayyad de Marrakech, en partenariat avec le Syndicat Interdépartemental pour l'Assainissement de l'Agglomération Parisienne (SIAAP). Le cadre de cette collaboration est le programme Mocopée, pour "Modélisation, contrôle et optimisation des procédés d'épuration des eaux"

Le traitement des eaux usées représente un intérêt majeur au niveau environnemental et réglementaire. L'accroissement démographique et industriel entraîne une augmentation du volume des eaux rejetées, ce qui perturbe les écosystèmes aquatiques. Les effluents contenus dans les eaux contiennent des charges élevées en matières organiques, nutriments et micropolluants, provoquant une dégradation de la qualité d'eau.

Pour répondre à ce défi, des réglementations européennes et internationales ont été appliquées. Dès 1991, l'Union européenne a adopté la Directive 91/271/CEE relative au traitement des eaux usées urbaines résiduaires (DERU) [Council of the European Communities 1991], qui fixe des obligations strictes en matière de collecte, de traitement secondaire et de réduction des nutriments avant rejet. Ces obligations ont été renforcées par la Directive-cadre sur l'eau 2000/60/CE [European Parliament and the Council 2000]. Cette directive impose aux États membres d'atteindre un bon état écologique des eaux, renforçant la nécessité d'améliorer les performances des stations d'épuration.

Pour atteindre ces objectifs réglementaires, le SIAAP a investi dans l'intégration des procédés d'épuration intensifs et performants sur ses stations d'épuration. Parmi ces stations, la station Seine Aval implantée à Achères dans les Yvelines, constitue la plus grande station d'épuration d'Europe, avec une capacité de traitement quotidienne de près de 1.5 million de m^3 d'eaux usées, soit l'équivalent de 5 millions d'habitants [SIAAP 2020]. Dans ce cadre, le SIAAP a notamment investi dans le procédé de biofiltration, permettant d'assurer une nitrification et une dénitrification performantes. Ce choix technologique illustre la volonté du syndicat d'atteindre un haut niveau de performance épuratoire qui respecte les contraintes environnementales, conformément aux directives européennes en vigueur.

Problématique et Objectifs

La biofiltration est un procédé physique et biologique qui consiste à faire passer les eaux usées de manière verticale à travers un réacteur rempli de matériaux de petite taille, généralement des billes ou des granulats synthétiques. Ce passage permet, d'une part, la filtration des matières en suspension et, d'autre part, le développement d'un biofilm bactérien fixé sur le support. Ce biofilm joue un rôle essentiel dans l'épuration biologique en assurant la dégradation de la pollution organique et la transformation des composés azotés. L'un des principaux objectifs de la biofiltration est de favoriser la nitrification, un processus biologique au cours duquel des bactéries nitrifiantes oxydent l'azote ammoniacal (NH_4^+) en nitrites (NO_2^-) et puis en nitrates (NO_3^-). Cette étape est indispensable pour réduire les concentrations en azote ammoniacal dans les rejets et prévenir les phénomènes de toxicité pour la faune aquatique.

Cependant, le besoin d'oxygène des bactéries présentes sur le biofilm nécessite d'aérer fortement l'eau à l'entrée du procédé de nitrification. Cette aération représente l'un des postes principaux de consommation électrique de la station. La consommation électrique de la station Seine Aval est de 581 755 MWh pour l'année 2023 [SIAAP 2024] et l'aération représente 17 % de cette consommation.

L'objectif de la thèse est d'améliorer les performances de la boucle de régulation de l'aération des biofiltres en traitement tertiaire de l'azote ammoniacal. Autrement dit, nous souhaitons optimiser l'aération afin d'assurer un compromis entre l'efficacité épuratoire et le coût énergétique, en évitant de mettre trop ou trop peu d'air en fonction des objectifs de traitement et des charges de pollution en entrée du procédé.

Ce travail est réalisé sur le simulateur SimBio, un simulateur développé par le SIAAP qui représente le fonctionnement des biofiltres et le comportement de différents phénomènes se produisant lors du traitement des eaux usées par procédé de biofiltration.

Deux étapes principales sont nécessaires pour atteindre cet objectif d'optimisation : l'identification du procédé représenté par le simulateur SimBio et l'amélioration de la boucle de régulation de l'aération. L'étape d'identification consiste à définir un modèle comportemental reliant les entrées principales (débit d'eau, concentration en azote ammoniacal, débit d'air) à la concentration sortante. Le comportement fortement non linéaire permet d'explorer des méthodes adaptées telles que les modèles à paramètres variables linéaires (LPV). Cette méthodologie va permettre d'obtenir des modèles paramétriques dépendant explicitement des variables de séquencement, capables de reproduire avec fidélité la dynamique non linéaire du système tout en restant exploitables pour l'analyse et l'optimisation en boucle fermée.

L'optimisation de la loi de commande peut se faire selon deux pistes : une optimisation de la loi de commande existante et une utilisation d'une loi innovante de commande. L'optimisation de la loi de commande existante consiste à trouver un nouveau réglage qui permettra de réduire le débit d'air injecté tout en maintenant un taux d'abattement journalier supérieur à 81 %. L'utilisation d'une nouvelle loi de commande vise à dépasser les limites de la régulation actuelle. L'idée est de développer une approche plus flexible et robuste, capable de prendre en compte la non-linéarité du procédé. Plusieurs pistes peuvent être envisagées, parmi lesquelles l'utilisation de contrôleurs RST ou les modèles flous de type Takagi–Sugeno (TS control).

Organisation de la thèse

La thèse est structurée en cinq chapitres principaux, chacun abordant une étape spécifique de la problématique étudiée :

- **Chapitre 1 – Traitement des eaux usées, biofiltration et simulateur SimBio** :

Ce chapitre présente le contexte général du domaine de traitement des eaux usées en présentant les polluants et les étapes d'épuration. Il souligne le rôle de la biofiltration et de la nitrification. Enfin, il décrit le simulateur SimBio comme outil d'analyse et d'optimisation.

- **Chapitre 2 – Démarche méthodologique : modélisation, estimation et contrôle du procédé de nitrification** : Ce chapitre présente la méthodologie de modélisation et de contrôle du procédé de nitrification. Il décrit les modèles LPV et les techniques d'estimation paramétrique utilisées pour représenter la dynamique du système. Enfin, il introduit les principes d'optimisation de la loi de commande.

- **Chapitre 3 – Estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche locale** : Ce chapitre est consacré à l'estimation paramétrique des modèles LPV par approche locale. Le but de ce chapitre est d'analyser le comportement du procédé autour de plusieurs points de fonctionnement et de réaliser, pour chacun, une identification d'un modèle local. Cette démarche permet de présenter l'évolution des paramètres du modèle global en fonction des points de fonctionnement, et d'évaluer la capacité des structures retenues à décrire fidèlement la dynamique observée. Les résultats obtenus soulignent à la fois l'intérêt et les limites de l'approche locale.

- **Chapitre 4 – Estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche globale** : Ce chapitre traite de l'estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche globale, basée sur la méthode des moments partiels réinitialisés (RPM). Contrairement à l'approche locale, l'objectif est ici de considérer l'ensemble des points de fonctionnement afin d'obtenir un modèle unique, capable de reproduire la dynamique globale du procédé. La méthodologie proposée est d'abord validée à partir d'une simulation de monte carlo qui permet d'évaluer sa robustesse face au bruit. Ensuite, elle est appliquée aux données réelles issues du procédé de biofiltration.

- **Chapitre 5 – Optimisation de la loi de commande** : Ce dernier chapitre porte sur l'optimisation de la loi de commande de l'aération dans les biofiltres, enjeu important en termes de performance du traitement et d'efficacité énergétique. La première étape consiste à calibrer le simulateur SimBio en boucle fermée, afin d'assurer une représentation fidèle du comportement du procédé. Ensuite, l'optimisation des lois de commande existantes est effectuée. Une étude est réalisée sur la contribution de la commande *Feedforward* et la commande *Feedback* et leur rôle complémentaire dans la régulation du procédé. Les résultats montrent les gains potentiels en termes de réduction de la consommation d'air, tout en maintenant la qualité de traitement. Enfin, ce chapitre propose des perspectives vers des approches de commande plus robustes, telles que les régulateurs RST ou les modèles flous de type Takagi–Sugeno. Ce qui ouvre la voie à de futures améliorations dans la gestion de l'aération en procédé de biofiltration.

Chapitre 1

Traitement des eaux usées, biofiltration et simulateur SimBio

1.1 Introduction

Le traitement des eaux usées représente aujourd'hui un enjeu environnemental majeur dues à l'expansion démographique et à l'accroissement important des exigences sur la qualité des eaux rendues au milieu réceptif. Face à ces défis, les stations d'épuration, comme la station Seine-Aval, doivent investir dans des procédés d'épuration intensifs et performants afin d'être capables de traiter efficacement les différents polluants trouvés dans les eaux usées, à titre d'exemple, des matières organiques et azotées.

Parmi l'ensemble des techniques mises en œuvre, les procédés biologiques à culture fixée, tels que la biofiltration, se distinguent par leur compacité, leur résistance aux variations de charge et leur capacité à dégrader rapidement la matière organique ainsi que les nutriments, notamment l'azote ammoniacal. Ce dernier, s'il est rejeté sans traitement approprié, peut exercer des effets toxiques importants sur les milieux aquatiques. Sa conversion biologique par les processus de nitrification et de dénitrification dépend d'un apport contrôlé en oxygène, faisant de l'aération à la fois un levier stratégique et l'un des principaux postes de consommation énergétique des stations.

Dans cette optique, des outils de simulation tels que le simulateur SimBio, développé par le SIAAP, constituent des instruments particulièrement précieux pour l'étude, la gestion et l'optimisation du fonctionnement de ces procédés complexes. En reproduisant de manière réaliste les phénomènes hydrauliques, biologiques et physico-chimiques se déroulant au sein des biofiltres, SimBio permet d'explorer virtuellement différentes stratégies de commande, sans perturber le fonctionnement réel de la station.

Le présent chapitre décrit le contexte général du traitement des eaux usées. Il s'intéresse d'abord à l'origine et à la nature des polluants, après au cadre réglementaire fixé par les directives européennes relatives à la protection des milieux aquatiques, puis passe en revue les différentes étapes de traitement ainsi que les trois principaux procédés de traitement biologique des eaux usées et les principes de la biofiltration. L'analyse se poursuit par un focus sur les mécanismes microbiologiques de la nitrification, et se conclut par une présentation détaillée du simulateur SimBio et de ses applications.

1.2 Origine et nature des polluants dans les eaux usées

Le traitement des eaux usées a pour objectif fondamental l'élimination des contaminants issus des activités domestiques, industrielles, institutionnelles et commerciales, dans le but de préserver l'intégrité des écosystèmes aquatiques et d'assurer une gestion durable des ressources hydriques. La composition des eaux usées est influencée par des facteurs tels que la densité de population, les modes de consommation, les conditions climatiques et l'infrastructure de collecte [Henze et al. 2008a]. Les polluants contenus dans ces effluents sont classiquement regroupés en trois grandes catégories : les matières organiques, les nutriments et les micropolluants.

1.2.1 Matières organiques

Les matières organiques représentent les polluants principaux dans les eaux usées urbaines et industrielles. Elles proviennent essentiellement des rejets domestiques (urine, matières fécales, restes alimentaires), de l'industrie agroalimentaire et de certaines activités artisanales. Sur le plan physico-chimique, ces matières se composent de substances biodégradables (hydrates de carbone, lipides, protéines) et leur présence en grande quantité dans les eaux usées pose un problème environnemental majeur car leur dégradation microbienne dans les milieux récepteurs consomme l'oxygène dissous, pouvant conduire à une mortalité piscicole [Metcalf & Eddy,

Inc. et al. 2014]. La quantification de cette pollution organique repose principalement sur deux indicateurs : la demande biochimique en oxygène sur cinq jours (DBO_5), qui évalue la part biodégradable de la matière organique, et la demande chimique en oxygène (DCO), qui mesure la totalité des substances oxydables [Henze et al. 2008a]. Le traitement des matières organiques constitue donc une étape essentielle dans le dimensionnement des filières de traitement biologique, notamment dans les procédés à boues activées ou à biofilm.

1.2.2 Nutriments

Outre les matières organiques, les nutriments — principalement l'azote (N) et le phosphore (P) — sont également des composés majeurs dans les eaux usées. L'azote est présent dans les eaux usées sous plusieurs formes : azote ammoniacal (NH_4^+), nitrites (NO_2^-), nitrates (NO_3^-) et azote organique. Parmi ces formes, l'azote ammoniacal, lorsqu'il est présent à des concentrations élevées, s'avère toxique pour les poissons et d'autres organismes aquatiques. Le phosphore, quant à lui, se retrouve majoritairement sous forme orthophosphates (PO_4^{3-}), les polyphosphates et les composés organophosphorés.

Ces nutriments doivent être éliminés efficacement lors du traitement secondaire ou tertiaire des eaux usées afin de répondre aux exigences réglementaires de rejet, notamment en Europe dans le cadre de la directive 91/271/CEE relative au traitement des eaux urbaines résiduaires. Les procédés biologiques, tels que la nitrification et la dénitrification pour l'azote, et l'élimination biologique ou chimique pour le phosphore, sont couramment employés dans les stations d'épuration modernes [Henze et al. 2008a]. Une gestion rigoureuse de ces nutriments est cruciale pour assurer la protection des écosystèmes aquatiques et le bon état écologique des masses d'eau.

1.2.3 Micropolluants

Les micropolluants désignent un ensemble de substances présentes à très faibles concentrations (de l'ordre du ng/L à quelques $\mu g/L$) dans les eaux usées, mais qui peuvent avoir des effets écotoxiques significatifs sur les organismes aquatiques et sur la santé humaine. Ils comprennent notamment les résidus pharmaceutiques (antibiotiques, hormones, antidépresseurs, ...), les produits de soins personnels (cosmétiques, filtres UV, ...), les pesticides, les perturbateurs endocriniens, ainsi que les composés industriels (plastifiants, solvants, ...). Les stations d'épuration conventionnelles ayant été conçues principalement pour l'élimination de la matière organique et des nutriments, elles ne sont pas entièrement efficaces pour traiter ces composés émergents [Luo et al. 2014 ; Petrović et al. 2003]. De nombreux micropolluants persistent au travers des traitements biologiques classiques et se retrouvent dans les effluents traités, entraînant un rejet chronique dans les milieux aquatiques. Certains d'entre eux peuvent s'accumuler dans la faune, perturber le système endocrinien des organismes aquatiques ou contribuer au développement de résistances microbiennes.

1.3 Cadre réglementaire pour la protection des fleuves et des rivières

1.3.1 Directive 91/271/CEE

La directive 91/271/CEE relative au traitement des eaux résiduaires urbaines (DERU) repose sur le fait que la rivière est le principal milieu récepteur des rejets issus des agglomérations urbaines, qu'ils soient traités ou non. Conformément à l'article 2 de la directive, les eaux résiduaires urbaines sont définies comme des eaux usées ménagères — issues principalement du métabolisme

humain et des activités domestiques — seules ou mélangées à des eaux usées industrielles et/ou à des eaux de ruissellement. Afin de limiter les impacts environnementaux associés à ces rejets, notamment en termes de pollution organique et de dégradation des milieux aquatiques, la DERU a été mise en place.

Cette directive impose aux états membres la mise en place de systèmes de collecte et de traitement des eaux résiduaires pour toute agglomération de plus de 2000 équivalents-habitants (EH). L'EH constitue une unité de référence utilisée en assainissement pour quantifier la charge polluante organique produite par habitant et par jour via des valeurs de références. Par exemple, la demande biochimique en oxygène à 5 jours (DBO_5) à 60 g d'oxygène par jour [Council of the European Communities 1991].

En fonction de la taille de l'agglomération et de la sensibilité du milieu récepteur, la directive fixe différents niveaux de traitement, allant du traitement secondaire à des traitements plus poussés intégrant l'élimination de l'azote et du phosphore. Lorsque les rejets s'effectuent vers des zones sensibles, en particulier celles soumises à des phénomènes d'eutrophisation, des exigences spécifiques sont fixées sur l'azote total et le phosphore, rendant nécessaire l'intégration de filières biologiques avancées. Cette évolution réglementaire a conduit à une transformation profonde des stations d'épuration urbaines, qui ne se limitent plus à l'élimination de la pollution carbonée mais doivent désormais assurer une maîtrise fine des flux de nutriments.

1.3.2 Directive 2000/60/CE

La directive 2000/60/CE, dite directive-cadre sur l'eau (DCE), a pour objectif principal de prévenir la dégradation des masses d'eau et d'atteindre le bon état écologique et chimique des eaux de surface (eaux douces et côtières) et des eaux souterraines [European Parliament and the Council 2000]. Cette directive ne fixe pas directement des niveaux de traitement pour les stations d'épuration, mais impose des objectifs de qualité à atteindre pour le milieu récepteur.

La mise en œuvre de la DCE conduit ainsi les autorités à renforcer, lorsque cela est nécessaire, les exigences applicables aux stations d'épuration afin de garantir la compatibilité des rejets avec les objectifs environnementaux. Cela se traduit par des prescriptions plus strictes que celles prévues par la directive 91/271/CEE, notamment pour l'azote et le phosphore.

Par exemple, des objectifs de rejet de l'ordre de 0.08 à 0.4 mgN/L pour l'azote ammoniacal et de 0.05 à 0.2 mgP/L pour le phosphore total sont visés par le SIAAP pour l'agglomération parisienne [Rousselot 2011]. Une attention particulière est également portée à l'ammonium, paramètre sensible pour l'état écologique des cours d'eau. La DCE a ainsi favorisé le développement de filières biologiques plus performantes, reposant sur la nitrification–dénitrification afin d'assurer la protection durable des milieux aquatiques.

1.3.3 Directive 2006/7/CE

La directive 2006/7/CE relative à la gestion de la qualité des eaux de baignade vise principalement la protection de la santé humaine à travers le contrôle des contaminations microbiologiques, en s'appuyant notamment sur le suivi de *Escherichia coli* et des entérocoques intestinaux [European Parliament and the Council 2006]. Bien qu'elle ne s'adresse pas directement aux stations d'épuration, cette directive constitue une source majeure de pression sur la qualité des eaux de surface, en particulier lorsque les rejets sont situés à l'amont de zones de baignade. Les effluents traités, ainsi que les rejets associés aux déversoirs d'orage en période de pluie, peuvent ainsi contribuer à une dégradation de la qualité microbiologique du milieu récepteur. La performance des systèmes d'assainissement et la gestion des rejets urbains jouent un rôle déterminant dans le respect des exigences sanitaires des eaux de baignade [Tiwari et al. 2021]. Dans ce contexte, la mise en œuvre de la directive peut conduire les autorités à imposer des

exigences renforcées sur les systèmes d'assainissement, telles que l'amélioration des performances de traitement, l'ajout de procédés de désinfection tertiaire ou une gestion plus stricte des rejets par temps de pluie. La directive 2006/7/CE agit ainsi comme un levier indirect d'amélioration des stations d'épuration, en complément des exigences environnementales fixées par la directive 91/271/CE et la DCE.

1.4 Vue d'ensemble des étapes de traitement des eaux usées

Le traitement des eaux usées repose sur une succession d'étapes visant à éliminer progressivement les différents types de polluants. Cette chaîne de traitement s'organise classiquement en quatre grandes phases : le prétraitement, les traitement primaire, secondaire et tertiaire (ou avancé) [Mujeriego et al. 1999]. Ces traitements sont basés sur les principes physiques, chimiques et biologiques, conçus pour répondre à des objectifs de dépollution précis et conformes aux normes réglementaires en vigueur.

1.4.1 Prétraitement

Le prétraitement constitue la première barrière physique dans le processus d'épuration. Il a pour objectif d'éliminer les matières solides grossières, le sable, les graisses et autres déchets flottants ou sédimentables qui pourraient endommager les équipements en aval ou perturber les traitements biologiques. Par exemple, les solides grossiers et les sables présents dans les eaux usées peuvent entraîner une usure prématurée des équipements, tandis que leur accumulation dans le digesteur peut perturber le bon déroulement du processus de digestion des boues. Par ailleurs, la présence d'huiles peut provoquer la formation de mousse dans les zones aérées, compromettant ainsi l'efficacité du traitement biologique [Zhu 2020].

Les unités typiques de prétraitement incluent :

- Le dégrillage, qui élimine les plus gros déchets solides à l'aide de grilles à mailles plus ou moins fines ;
- Le dessablage, qui permet la séparation des particules minérales lourdes par décantation gravitaire ;
- Le déshuilage, destiné à extraire les huiles et graisses flottantes à la surface.

Ces opérations, bien que simples, sont indispensables à l'efficacité du reste de la chaîne de traitement [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

1.4.2 Traitement primaire

Le traitement primaire a pour objectif d'éliminer les matières en suspension (MES) et les substances flottantes résiduelles non éliminées lors du prétraitement. Cette séparation repose sur des procédés essentiellement physiques, voire physico-chimiques. Cette phase a pour objectif d'alléger la charge polluante avant le traitement biologique, ce qui contribue à diminuer les besoins énergétiques liés à l'aération ainsi que la production de boues biologiques dans les étapes de traitement secondaire [Rich 1961 ; Zhu 2020].

Le cœur de cette étape est le décanteur primaire, un bassin de grande dimension, avec un temps de rétention d'environ une heure, dans lequel les particules solides se déposent lentement sous l'effet de la gravité, tandis que les matières flottables remontent à la surface. En général, cette étape permet :

- Une réduction de 50 à 65% des MES ;

- Une diminution de 25 à 40% de la DCO et de la demande biochimique en oxygène (DBO) [Tchobanoglous et al. 2003] ;
- Une élimination partielle des graisses fines et matières flottantes.

Les boues primaires récupérées au fond des bassins de décantation sont généralement dirigées vers la filière de traitement des boues. Bien que la décantation primaire n'élimine pas les composés dissous, elle constitue un prérequis crucial à l'efficacité du traitement secondaire en réduisant la charge organique biodégradable appliquée aux réacteurs biologiques [Henze et al. 2008b]. Toutefois, les performances classiques de cette étape peuvent s'avérer insuffisantes pour certaines filières sensibles, comme la biofiltration. En effet, la présence résiduelle de fortes concentrations en MES et en DCO dans l'effluent peut provoquer un encrassement accéléré des biofiltres. Cela conduit à une augmentation de la fréquence des lavages nécessaires pour maintenir un fonctionnement optimal, opérations qui perturbent temporairement l'exploitation du procédé [Rocher et al. 2008 ; Zhu 2020].

Afin d'améliorer les performances de la décantation primaire, diverses méthodes ont été développées. La décantation physico-chimique constitue une solution efficace, reposant sur l'ajout de coagulants et de floculants afin d'améliorer la sédimentation des particules en suspension [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014]. Parallèlement, la décantation lamellaire renforce le rendement du procédé grâce à l'utilisation de plaques inclinées ou de modules tubulaires, augmentant la surface de décantation dans un volume réduit. La combinaison de ces deux approches donne lieu aux décanteurs lamellaires physico-chimiques, également désigné sous les termes de clarificateur à grande vitesse ou clari-floculateur [Zhu 2020].

1.4.3 Traitement secondaire

Le traitement secondaire des eaux usées est l'étape centrale de l'épuration, consacrée à la dégradation biologique des polluants résiduels après le traitement primaire, tels que la DCO soluble, l'azote ammoniacal et les orthophosphates. Il repose sur l'activité métabolique de micro-organismes, principalement des bactéries, capables de transformer les matières organiques biodégradables ainsi que les nutriments azotés et phosphorés présents dans les effluents en biomasse et en produits minéraux.

Selon le mode d'organisation de la biomasse microbienne dans les réacteurs, les procédés biologiques peuvent être classés en deux grandes catégories : les procédés à culture libre et les procédés à culture fixée.

1.4.3.1 Procédés à culture libre

Parmi les procédés à culture libre, le système des boues activées constitue la technologie la plus largement utilisée dans le traitement des eaux usées urbaines. Dans ce procédé, la biomasse microbienne est maintenue en suspension dans un bassin d'aération alimenté en oxygène où se développe une phase aérobie favorisant l'oxydation de DBO ainsi que de l'azote ammoniacal. Les micro-organismes, principalement des bactéries hétérotrophes [1], croissent sous forme de flocs biologiques en suspension dans l'effluent à traiter. Après un temps de séjour suffisant dans le réacteur, ces flocs, contenant la biomasse active et les matières solides, sont séparés de l'eau par décantation secondaire, une étape gravitaire permettant de clarifier l'effluent.

En alternative à cette séparation par décantation, des technologies plus récentes ont été développées, notamment la filtration membranaire, qui permet une rétention plus fine des particules solides et une réduction du volume total de traitement requis [Metcalf & Eddy, Inc. et al.

1. Les bactéries hétérotrophes tirent leur carbone nécessaire à la croissance de composés organiques comme le méthanol (par opposition aux autotrophes, qui utilisent le CO_2).

2014]. L'association d'un procédé à boues activées avec une unité de filtration membranaire forme un bioréacteur à membrane (Membrane Bioreactor, MBR) qui permet d'améliorer la qualité de l'effluent final. Dans ces systèmes, une partie de la boue secondaire est recyclée vers le bassin biologique afin de maintenir une concentration adéquate en biomasse, tandis que l'excédent est dirigé vers la filière de traitement des boues.

1.4.3.2 Procédés à culture fixée

En parallèle des procédés à culture libre, les procédés à culture fixée, également appelés réacteurs à biofilm, constituent une alternative robuste et efficace pour le traitement des eaux usées, notamment en cas de charges hydrauliques ou organiques variables. Dans ces systèmes, les micro-organismes ne sont pas en suspension dans le liquide, mais sont fixés sur des supports inertes – appelés médias – qui peuvent être fixes ou mobiles, comme dans le cas des lits bactériens, des biofiltres, des contacteurs biologiques rotatifs ou des MBBR (Moving Bed Biofilm Reactors) [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

Les bactéries et autres micro-organismes présents dans l'effluent s'attachent à la surface de ces supports et forment un biofilm comme une matrice organique complexe composée de cellules procaryotes [2] et eucaryotes ancrées [3] sur une surface solide. En général, la biomasse contenue dans un réacteur à biofilm est supérieure à celle d'un procédé à boues activées, ce qui confère au système une capacité de traitement accrue. De plus, certains réacteurs, tels que les biofiltres, permettent simultanément une réduction des matières en suspension (MES) au cours du traitement biologique, supprimant ainsi la nécessité d'un décanteur secondaire et réduisant le volume global de l'installation [Rocher et al. 2008 ; Zhu 2020].

Cependant, la croissance continue du biofilm et l'accumulation de particules dans les supports peuvent conduire à un encrassement progressif des médias. Pour maintenir des performances stables, un lavage périodique s'avère indispensable au bon fonctionnement de ces réacteurs [Henze et al. 2008a].

Toutefois, la performance des procédés biologiques, qu'ils soient à culture libre ou fixée, reste fortement dépendante de plusieurs paramètres environnementaux tels que la température, le rapport carbone/azote (C/N), le pH ou encore la concentration en oxygène dissous. Pour cette raison, une automatisation fine est souvent requise afin d'assurer un fonctionnement stable. Certains systèmes, notamment à culture fixée, offrent une meilleure robustesse face aux variations de charge et de conditions opératoires.

1.4.4 Traitement tertiaire

Le traitement tertiaire, ou traitement avancé, désigne l'ensemble des procédés physico-chimiques ou biologiques mis en œuvre en aval du traitement secondaire, dans le but d'atteindre une qualité d'effluent conforme aux exigences réglementaires les plus strictes, ou compatible avec des objectifs de réutilisation. Le traitement tertiaire intervient pour éliminer les polluants résiduels qui ne sont pas suffisamment réduits lors des étapes précédentes. Il concerne principalement l'azote et le phosphore, mais peut aussi viser la réduction des matières en suspension fines, des agents pathogènes et des micropolluants organiques.

2. Les cellules procaryotes regroupent principalement les bactéries. Elle se caractérisent par l'absence de noyau et d'organites membranaires : leur matériel génétique est libre dans le cytoplasme [Alberts et al. 2015].

3. Les cellules eucaryotes (comme certaines levures ou protozoaires) possèdent un noyau et des organites délimités par des membranes. Lorsqu'elles sont dites « ancrées », cela signifie qu'elles adhèrent à une surface solide (support, média, paroi de réacteur) au lieu de croître en suspension dans le liquide [Alberts et al. 2015].

1.4.4.1 Élimination de l'azote

L'azote total dans les eaux usées se compose principalement de trois formes : l'azote ammoniacal (NH_4^+), les nitrites (NO_2^-) et les nitrates (NO_3^-). Le traitement secondaire permet de réduire partiellement cette charge azotée, mais l'élimination complète nécessite des étapes complémentaires regroupées sous le traitement tertiaire.

L'élimination de l'azote repose essentiellement sur deux processus biologiques successifs : la nitrification et la dénitrification. La nitrification est un processus aérobie [4] réalisé par des bactéries nitrifiantes autotrophes [5] [Grady et al. 2011], qui convertissent l'azote ammoniacal en nitrites puis en nitrates. Cette étape nécessite une forte concentration en oxygène dissous et une température stable pour une activité microbienne optimale.

La dénitrification, quant à elle, est une réaction anaérobie [6] réalisée par des bactéries hétérotrophes, qui utilisent les nitrates comme accepteur d'électrons en absence d'oxygène dissous, pour produire de l'azote gazeux (N_2) qui est ensuite libéré dans l'atmosphère. Ce processus requiert une source de carbone facilement biodégradable (par exemple, le méthanol) si le carbone organique de l'effluent est insuffisant.

La performance du traitement est influencée par plusieurs paramètres : la concentration en oxygène dissous, la température, la charge hydrique, le pH et la disponibilité en substrat carboné.

1.4.4.2 Élimination du phosphore

L'élimination du phosphore constitue une étape essentielle du traitement tertiaire, notamment pour limiter les risques d'eutrophisation [7] des milieux aquatiques récepteurs. Dans les eaux usées domestiques, le phosphore est principalement présent sous forme de phosphates inorganiques dissous (orthophosphates) et de composés organophosphorés. Si une faible part de ce phosphore est assimilée par la biomasse microbienne au cours du traitement biologique secondaire (environ 1 à 2 mgP/L selon [Water Environment Federation 2012]), des procédés spécifiques doivent être mis en place pour atteindre les normes de rejet les plus strictes.

Deux grandes approches sont utilisées pour l'élimination du phosphore : la voie biologique, dite déphosphatation biologique renforcée (EBPR – Enhanced Biological Phosphorus Removal), et la voie physico-chimique, reposant sur la précipitation.

- Déphosphatation biologique (EBPR)

Le procédé biologique repose sur le mécanisme dit de luxury uptake, mis en œuvre par certaines bactéries spécialisées appelées PAOs (Phosphorus Accumulating Organisms). Ces micro-organismes sont capables de stocker le phosphore sous forme de polyphosphates intracellulaires, selon un cycle métabolique conditionné par une alternance stricte entre des phases anaérobies (sans oxygène ni nitrate) et aérobies (ou anoxiques).

Dans un premier temps, sous conditions anaérobies, les PAOs utilisent des substrats facilement biodégradables (comme les acides gras volatils) pour produire des composés de réserve de type poly-β-hydroxyalcanoates (PHAs). Pour cela, ils hydrolysent leurs réserves internes de polyphosphates, libérant ainsi du phosphate dans le milieu liquide. Ensuite, lors de la phase

4. Un processus est dit aérobie lorsqu'il nécessite la présence d'oxygène dissous pour permettre le métabolisme des micro-organismes.

5. Les bactéries autotrophes sont des bactéries capables d'utiliser le dioxyde de carbone (CO_2) comme source de carbone pour leur croissance.

6. Une réaction est dite anaérobie lorsqu'elle se déroule en absence d'oxygène dissous. Dans ce cas, les micro-organismes utilisent d'autres accepteurs d'électrons à la place de l'oxygène.

7. L'eutrophisation est un processus d'enrichissement excessif d'un milieu aquatique en nutriments, ce qui entraîne une croissance anormale d'algues et plantes aquatiques.

aérobie, les PHAs sont oxydés pour générer de l'énergie, permettant aux PAOs de reconstituer leurs stocks de polyphosphates en absorbant des quantités de phosphate supérieures à celles initialement relarguées [Zhu 2020].

La performance de cette voie repose sur un contrôle rigoureux des conditions opérationnelles : absence stricte d'oxygène dissous et de nitrate dans la zone anaérobie, disponibilité suffisante en substrats carbonés, âge de boue maîtrisé, et durée adéquate des phases. Typiquement, deux réacteurs biologiques en série sont nécessaires : un réacteur anaérobie suivi d'un réacteur aérobie [Lopez-Vazquez et al. 2017].

Toutefois, l'application de l'EBPR à grande échelle peut être limitée par la complexité de la régulation et la variabilité des conditions. Par exemple, bien que certaines études aient démontré la faisabilité du procédé par biofiltration, notamment à l'échelle pilote, les coûts d'investissement restent encore élevés, limitant son déploiement industriel [Henze et al. 2008a].

- Précipitation chimique

Lorsque la voie biologique ne permet pas d'atteindre les objectifs de rejet ou dans les cas où elle est difficilement applicable, le recours à la précipitation chimique est fréquent. Cette méthode consiste à injecter des sels métalliques, tels que des sels de fer (chlorure ou sulfate ferrique), d'aluminium (sulfate d'aluminium) ou de calcium (chaux), qui réagissent avec les orthophosphates pour former des précipités insolubles comme $FePO_4$, $AlPO_4$ ou $Ca_3(PO_4)_2$.

Ce procédé présente plusieurs avantages : il est simple à mettre en œuvre, rapide, et son efficacité est peu sensible aux variations hydrauliques. Il peut être appliqué à différentes étapes du traitement (en décantation primaire, en traitement biologique ou en affinage tertiaire), selon les objectifs de performance et les contraintes de la filière.

Cependant, son efficacité dépend de nombreux facteurs : le pH, le temps de contact, les conditions de mélange, et surtout le dosage optimal du réactif chimique. La précipitation génère par ailleurs des boues supplémentaires qu'il convient de gérer en aval dans la filière de traitement des boues [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

1.5 Traitement biologique des eaux usées

Le traitement biologique des eaux usées repose sur l'utilisation de microorganismes pour transformer la pollution organique et azotée dissoute ou particulaire en composés stables et inoffensifs pour le milieu naturel. Il existe trois principaux procédés de traitement biologique des eaux usées : Les boues activées, la digestion anaérobie et le lagunage.

1.5.1 Les boues activées

Le procédé des boues activées est un procédé biologique aérobie largement utilisé pour le traitement des eaux usées urbaines et industrielles. Il repose sur l'oxydation biologique de la matière organique par une biomasse microbienne en suspension, maintenue dans un bassin d'aération alimenté en oxygène. L'objectif principal de ce procédé est l'élimination de la pollution carbonée, exprimée en demande biologique et chimique en oxygène (DBO et DCO). Selon les configurations mises en œuvre, le procédé des boues activées peut aussi être utilisé pour l'élimination de l'azote et du phosphore [Grady et al. 2011 ; Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

Le système des boues activées est constitué d'un réacteur biologique aéré, généralement assimilable à un réacteur parfaitement mélangé, suivi d'un clarificateur secondaire assurant la séparation solide–liquide. Une fraction des boues décantées est recyclée vers le bassin d'aération afin de maintenir une concentration suffisante de biomasse active, tandis que l'excédent est purgé pour contrôler l'âge des boues et la concentration en matières en suspension dans le réacteur.

Le recyclage des boues est essentiel pour la stabilité du fonctionnement et les performances épuratoires [Water Environment Federation 2012 ; Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

Le procédé des boues activées se caractérise par une forte activité biologique et une production significative de biomasse. Une partie importante de la matière organique éliminée est convertie en nouvelles cellules microbiennes, entraînant la production de boues biologiques. Cette production de biomasse est associée aux besoins élevés en oxygène, car celui-ci doit être fourni à la fois pour l'oxydation du carbone et pour la synthèse de la biomasse. Ce qui fait du procédé un système énergivore, pour lequel l'optimisation de l'aération constitue un enjeu majeur d'exploitation [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014 ; Water Environment Federation 2012 ; Rittmann et al. 2001 ; Henze et al. 2008b ; Ekama et al. 2008b ; Rosso et al. 2008].

D'un point de vue dynamique, le procédé des boues activées est un système non linéaire et fortement couplé, dans lequel interagissent la biomasse, les substrats organiques, l'oxygène dissous et les conditions hydrauliques. Il est donc nécessaire l'utilisation de modèles dynamiques. La modélisation du procédé des boues activées repose sur les modèles de référence regroupés sous l'appellation de modèles ASM (activated sludge model). Ces modèles fournissent un cadre unifié pour la simulation, l'identification et le contrôle des stations d'épuration, et constituent un outil central pour l'analyse des performances et l'optimisation du fonctionnement des procédés biologiques aérobies [Henze et al. 2006 ; Gernaey et al. 2004].

1.5.2 La digestion anaérobie

La digestion anaérobie est un procédé biologique par lequel la matière organique est transformée en biogaz (du méthane et du dioxyde de carbone) [McCarty 1964]. Elle vise la transformation de la DCO en énergie valorisable. McCarty souligne que jusqu'à 80–90 % de la fraction organique biodégradable d'un déchet peut être stabilisée par digestion anaérobie via sa conversion en méthane, faisant de ce procédé un outil central de valorisation énergétique dans les stations d'épuration [McCarty 1964].

Le fonctionnement du procédé repose sur une chaîne microbienne structurée, décrite notamment dans le cadre du modèle ADM1. Ce modèle inclut la désintégration de la matière organique complexe en substances inertes, glucides, protéines et lipides. Ces produits sont ensuite hydrolysés en sucres, acides aminés et acides gras. L'étape suivante est l'étape d'acidogenèse, dans laquelle les glucides et les protéines sont fermentés pour produire des acides gras volatils (acétate, propionate, butyrate...). L'étape d'acétogenèse convertit les différents composés issus de phases précédentes en précurseurs directs du méthane : acétate, hydrogène et gaz carbonique. Le méthane est produit à la fois par le clivage de l'acétate en méthane (méthanogenèse acétoclastique) et par la réduction du dioxyde de carbone par l'hydrogène moléculaire (méthanogenèse hydrogénotrophe) [Parker 2005].

En raison de la complexité des interactions microbiennes et de la faible vitesse de croissance des microorganismes anaérobies [Kunatsa et al. 2022], la digestion anaérobie présente une dynamique lente et fortement non linéaire, avec des temps de réponse élevés et une sensibilité marquée aux surcharges organiques, nécessitant des stratégies de modélisation et de régulation spécifiquement adaptées aux procédés biologiques lents [Dochain et al. 2001 ; Perrier et al. 1993].

1.5.3 Le lagunage

Le lagunage est un procédé biologique extensif largement utilisé pour le traitement des eaux usées urbaines, en particulier pour les petites à moyennes collectivités. Le traitement par lagunage repose sur une série de bassins artificiels, dans lesquels les eaux usées sont introduites et

s'écoulent successivement d'un bassin à l'autre par gravitation, avec des temps de séjour hydrauliques élevés. Les configurations de ces systèmes peuvent varier en fonction des conditions locales, notamment le climat, les exigences sur la qualité de l'effluent traité et la nature des eaux usées à épurer. Les bassins de lagunage fonctionnent comme des écosystèmes naturels au sein desquels interagissent différentes populations biologiques, principalement des bactéries et des algues, contribuant conjointement à l'élimination de la charge polluante. Le mécanisme épuratoire du lagunage repose principalement sur des processus biologiques naturels, dans lesquels la photosynthèse joue un rôle central. Dans la couche superficielle des bassins, exposée au rayonnement solaire, les algues se développent et produisent par photosynthèse l'oxygène nécessaire aux processus aérobies. Cette oxygénation permet l'oxydation biologique de la matière organique dissoute par les bactéries aérobies. En parallèle, la matière organique en suspension se dépose au fond des bassins, où elle est dégradée par des micro-organismes anaérobies. Il en résulte une organisation verticale du milieu, caractérisée par la coexistence de zones aérobies en surface et anaérobies en profondeur, assurant une stabilisation progressive de la matière organique [Sperling 2007 ; Mara 2004].

L'interaction entre bactéries et algues permet l'auto-entretien du procédé : le dioxyde de carbone issu de la dégradation bactérienne est utilisé par les algues, tandis que l'oxygène produit par ces dernières soutient l'activité bactérienne aérobie. Selon les configurations mises en œuvre et les conditions climatiques, le lagunage peut également participer à l'élimination partielle de l'azote et du phosphore, ainsi qu'à une réduction significative de la charge microbiologique [Drinan et al. 2013 ; Sperling 2007 ; Mara 2004].

En général, le lagunage est particulièrement recommandé pour les régions à climat chaud et pour les pays en développement, en raison de plusieurs avantages structurels et environnementaux. Ce procédé extensif nécessite souvent d'une disponibilité suffisante de terrains, compatible avec les surfaces importantes requises par les bassins. Par ailleurs, des températures élevées et un fort ensoleillement favorisent l'activité biologique et la photosynthèse algale, améliorant ainsi les performances épuratoires. Enfin, le lagunage se caractérise par une simplicité d'exploitation, avec des besoins limités en équipements mécaniques et en énergie, ce qui en fait une solution robuste et adaptée aux contextes où les ressources techniques et financières sont restreintes [Mara 2004].

Sur le plan dynamique, les stations de traitement par lagunage présentent un comportement non linéaire et fortement dépendant des conditions climatiques, en particulier de la température et de l'ensoleillement, ce qui induit une variabilité saisonnière qui influence les performances épuratoires. La complexité du procédé justifie le recours à des approches de modélisation dynamique et de régulation spécifiquement adaptées aux procédés biologiques extensifs, afin de décrire et d'optimiser le fonctionnement à long terme des systèmes de lagunage [Bonvillain et al. 1998 ; Sperling 2007].

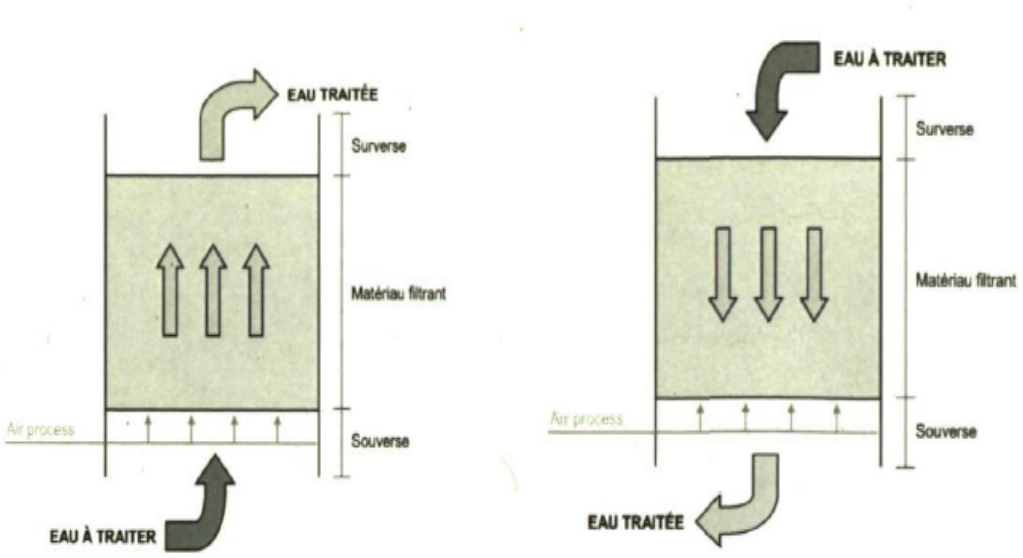
1.6 Biofiltration

1.6.1 Principe de la biofiltration

La biofiltration est un procédé à culture fixée qui peut être utilisé dans les traitements secondaires et tertiaires des eaux usées, grâce à sa capacité à coupler des mécanismes biologiques et physiques dans une seule unité compacte. Elle repose sur le développement contrôlé d'un biofilm de micro-organismes épurateurs fixé sur un lit de matériau filtrant, à travers lequel l'effluent circule selon un flux forcé ou gravitaire. Ce lit, souvent appelé média, remplit une double fonction : il offre une surface spécifique élevée favorisant l'adhésion et la croissance de la biomasse, tout en assurant une filtration mécanique des matières en suspension. Le réacteur qui abrite ce média est appelé biofiltre (BAF – Biological Aerated Filter ou Biological Active Filter) ; il permet d'assurer

simultanément les étapes de dégradation biologique (DCO, azote, phosphore) et une séparation liquide-solide partielle.

L'aération est assurée par des diffuseurs disposés en pied du biofiltre et permet l'apport d'oxygène nécessaire aux processus biologiques aérobies, notamment la nitrification. L'air peut circuler en co-courant ou contre-courant par rapport au flux de l'effluent. Les biofiltres peuvent fonctionner à courant ascendant ou descendant (Figure 1.1). Dans les configurations classiques, l'eau traverse le filtre de bas en haut (courant ascendant), permettant une distribution homogène du flux et limitant le tassement du média. La biofiltration permet d'atteindre des performances élevées en élimination de DCO, d'azote ammoniacal, de phosphore, mais aussi une réduction partielle des matières en suspension. Elle est particulièrement adaptée aux stations soumises à des contraintes d'emprise foncière ou de performances renforcées.



(a) À courant ascendant (b) À courant descendant

FIGURE 1.1 – Principe de fonctionnement d'un biofiltre [SAMIE 2009]

L'apparition et le développement des procédés de biofiltration dans certaines stations d'épuration résultent d'un ensemble de contraintes spécifiques, et non d'une généralisation systématique de cette technologie. La littérature scientifique montre que les biofiltres ont été introduits en réponse au durcissement progressif des exigences réglementaires sur la qualité des rejets, notamment en ce qui concerne l'azote et les matières en suspension, dans des contextes où les filières conventionnelles atteignaient leurs limites [HENZE et al. 2008b ; STEPHENSON et al. 2004]. Leur intérêt réside notamment dans leur capacité à être utilisés aussi bien comme procédé de traitement secondaire, en assurant l'élimination de la matière organique, que comme traitement tertiaire, permettant d'améliorer la qualité de l'effluent en aval d'un traitement biologique existant lorsque les normes de rejet l'exigent [METCALF & EDDY, INC. et al. 2014 ; STEPHENSON et al. 2004]. Par ailleurs, de nombreuses études soulignent que la biofiltration constitue une solution particulièrement adaptée à la modernisation ou à l'extension de stations d'épuration existantes situées en milieu urbain dense, en raison de sa forte compacité et de l'intégration, au sein d'un même ouvrage, des fonctions de conversion biologique et de séparation des solides [HENZE et al. 2008b ; MENDOZA-ESPINOSA et al. 1999]. Ces caractéristiques expliquent pourquoi ce procédé ait été retenu sur certaines grandes installations afin de répondre simultanément à des contraintes élevées de qualité de rejet et à des limitations fortes d'emprise au sol dans un environnement for-

tement urbanisé [Rocher et al. 2008 ; Stephenson et al. 2004]. Toutefois, la littérature montre également que la biofiltration ne constitue pas une solution universelle : lorsque les contraintes réglementaires et foncières sont moins sévères, des procédés biologiques plus classiques restent souvent privilégiés. En outre, l'exploitation des biofiltres impose des contraintes spécifiques, telles que la gestion du colmatage du milieu filtrant et la mise en œuvre régulière de cycles de lavage, qui peuvent accroître la complexité opérationnelle et limiter leur pertinence pour certaines stations, en particulier de petite ou moyenne taille [Bourrel et al. 2000 ; Mendoza-Espinosa et al. 1999 ; Stephenson et al. 2004].

1.6.2 Biofiltres

Un biofiltre se présente généralement sous forme d'une colonne verticale remplie d'un média granulaire dont le diamètre varie entre 2 et 5 mm [Tchobanoglous et al. 2003], constitué de matériaux variés tels que l'argile expansée, la pouzzolane ou le polystyrène. Le choix du média conditionne non seulement la surface spécifique disponible pour la croissance bactérienne, mais également le mode d'alimentation hydraulique. Selon leur masse volumique, les médias sont classés en deux catégories :

- les médias dits « lourds », plus denses que l'eau, qui permettent une alimentation en flux ascendant ou descendant ;
- les médias flottants, moins denses, qui nécessitent un fonctionnement uniquement en flux ascendant [Mendoza-Espinosa et al. 1999].

La hauteur de lit filtrant est généralement comprise entre 2 et 4 mètres [Pujol et al. 1992 ; Stensel et al. 1988], tandis que le temps de séjour hydraulique effectif avoisine les 30 minutes, en tenant compte de la présence du média. Cette configuration confère aux biofiltres une intensité de traitement élevée dans un volume réduit. En plus de leur efficacité sur la DCO et les nutriments (notamment l'azote ammoniacal), les biofiltres permettent une réduction notable des MES et du phosphore dissous, tout en garantissant une emprise au sol minimale, ce qui est particulièrement avantageux pour les stations implantées en zone urbaine.

Le fonctionnement cyclique alternant phases de traitement et de lavage prévient l'encrassement du média et favorise la longévité du biofilm actif. Les performances et la configuration des biofiltres dépendent fortement de plusieurs paramètres : type de média, sens du flux hydraulique, intensité de l'aération et objectifs épuratoires visés (nitrification, dénitrification...) [Rittmann et al. 2001]. Ces éléments conditionnent la conception des principaux types de biofiltres décrits ci-après.

1.6.2.1 Biofiltres de type Biofor®

Le biofiltre de type Biofor®, illustré dans la figure 1.2.a, est un réacteur à écoulement ascendant, conçu pour le traitement biologique des eaux usées. Il est rempli d'un média granulaire dense constitué d'argile expansée appelée Biolite®, dont la densité est supérieure à celle de l'eau, ce qui permet au lit filtrant de rester en place sans dispositif de confinement supérieur [Zhu 2020]. Ce type de biofiltre est typiquement utilisé pour des applications de post-dénitrification, où les conditions anoxiques sont maintenues en contrôlant précisément l'apport d'air. L'alimentation en eau et l'aération sont introduites par le bas de la colonne, assurant une distribution uniforme du substrat et une diffusion efficace de l'oxygène ou du gaz de lavage.

1.6.2.2 Biofiltre de type Biocarbone®

Le biofiltre de type Biocarbone®, représenté en figure 1.2.b , est un réacteur à lit fixe immergé fonctionnant en flux descendant, utilisé principalement pour la post-dénitrification, et dans cer-

tains cas pour la nitrification. L'effluent est introduit par le haut du réacteur et traverse un lit de média granulaire carboné, généralement constitué de coke d'anthracite, dont la densité est supérieure à 1, assurant la stabilité hydraulique du lit sans besoin de dispositif de confinement. Ce média offre une surface spécifique élevée, favorable à l'établissement d'une biomasse fixée dense et active [Tchobanoglous et al. 2003 ; Mendoza-Espinosa et al. 1999 ; Zhu 2020]. Le flux descendant permet une répartition homogène du substrat et contribue à une bonne rétention des matières en suspension. Le Biocarbone® est équipé d'un système de lavage à contre-courant air/eau, déclenché périodiquement pour prévenir le colmatage et restaurer la perméabilité du lit filtrant. Grâce à sa conception robuste et sa capacité à absorber des variations de charges hydrauliques et organiques, il constitue une solution efficace et stable pour le traitement tertiaire des eaux usées [*Biocarbone® Process Technical Sheets* 2006].

1.6.2.3 Biofiltre de type Biostyr®

Le biofiltre de type Biostyr® , illustré dans la figure 1.2.c, est un réacteur à flux ascendant utilisé souvent pour les étapes de nitrification et de post-dénitrification. Contrairement au Biofor®, qui utilise un média granulaire dense à base d'argile expansée reposant sur un plancher support [Degremont 2007 ; Tchobanoglous et al. 2003], le Biostyr® est rempli de Biostyrène®, un média filtrant constitué de billes de polystyrène expansé d'environ 4 mm de diamètre, dont la densité est inférieure à 1. En raison de sa flottabilité, le lit est retenu par un plafond perforé situé en partie haute du réacteur [*Biostyr® Process Brochure* 2006 ; Mendoza-Espinosa et al. 1999]. Comme pour le Biofor®, l'écoulement ascendant permet une bonne diffusion du substrat et un contact intensif avec la biomasse fixée. Le Biostyr® combine ainsi traitement biologique et filtration physique, avec un fonctionnement en continu complété par des lavages séquentiels automatisés pour maintenir la perméabilité du lit [*Biostyr® Process Brochure* 2006 ; Boutin et al. 1996].

1.7 Traitement biologique de l'azote ammoniacal

L'azote ammoniacal, principalement issu des rejets domestiques et industriels, constitue une forme d'azote réduite toxique pour les milieux aquatiques. Son élimination est une étape essentielle du traitement des eaux usées. À la station Seine-Aval, cette élimination repose sur un procédé de biofiltration nitrifiante mis en œuvre dans des réacteurs spécifiques fonctionnant en flux ascendant.

1.7.1 Microbiologie de la nitrification

La nitrification repose sur l'activité conjointe de deux groupes de bactéries autotrophes, qui forment un biofilm sur le média filtrant dans les biofiltres nitrifiants :

- Les bactéries nitritantes (AOB, *Ammonia-Oxidizing Bacteria*), qui réalisent l'oxydation de l'ammonium (NH_4^+) en nitrite (NO_2^-) tout en utilisant le CO_2 comme source de carbone pour assurer leur croissance.
- Les bactéries nitratantes (NOB, *Nitrite-Oxidizing Bacteria*), qui oxydent le nitrite produit par les bactéries nitritantes en nitrate (NO_3^-), également avec le CO_2 comme source de carbone [Ekama et al. 2008a].

Ces micro-organismes se développent lentement (temps de doublement de l'ordre de 10 à 20 heures), ce qui nécessite des conditions physico-chimiques stables pour maintenir leur activité [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

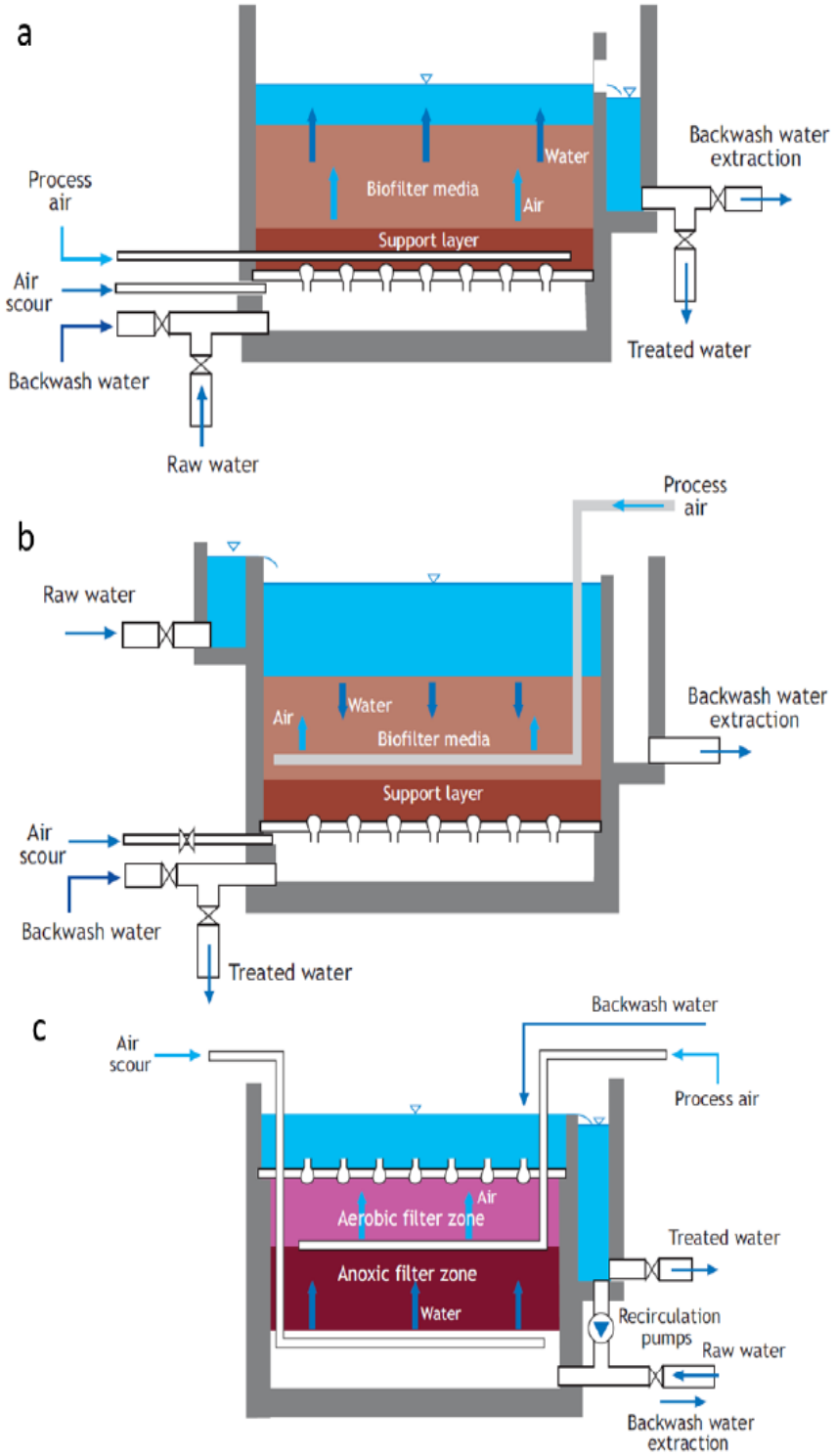


FIGURE 1.2 – Schémas fonctionnels des principales configurations de biofiltres : Biofor® (a), Biocarbone® (b) et Biostyr® (c) [ZHU 2020]

1.7.2 Réactions biochimiques

La nitrification s'effectue en deux étapes successives :

$$NH_4^+ + 1.5O_2 \rightarrow NO_2^- + 2H^+ + H_2O \tag{1.1}$$

$$NO_2^- + 0.5O_2 \rightarrow NO_3^- \tag{1.2}$$

La réaction globale est donc :

$$NH_4^+ + 2O_2 \rightarrow NO_3^- + 2H^+ + H_2O \tag{1.3}$$

Ce processus produit deux protons par molécule d'ammonium oxydé, entraînant une acidification du milieu réactionnel. Ainsi, environ 7.14 mg de $CaCO_3$ sont nécessaires pour neutraliser l'acidité produite par 1 mg d'azote ammoniacal oxydé [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

1.7.3 Facteurs influents

La nitrification est un processus sensible à de nombreux paramètres, qui conditionnent la croissance et l'activité des AOB et NOB :

- Température : optimale entre 25 et 30°C ; la vitesse de nitrification chute de 50% entre 20°C et 10°C [Zhu 2020].
- pH : la plage optimale se situe entre 7.2 et 8. Un pH inférieur à 6.5 inhibe sévèrement les AOB.
- Oxygène dissous : la concentration doit être maintenue au-dessus de 2 mg/L. Un déficit en O_2 favorise l'accumulation de nitrites, toxiques pour les organismes aquatiques.
- Charge en NH_4^+ : une surcharge peut entraîner l'inhibition des NOB, tandis qu'une charge trop faible peut ralentir l'activité microbienne.
- Fréquence de lavage des filtres : un nettoyage régulier permet d'éviter le colmatage et de maintenir l'efficacité hydraulique et la diffusion de l'oxygène [Zhu 2020].

1.7.4 Étude du procédé de nitrification à la station Seine Aval

L'unité de nitrification étudiée dans le cadre de cette étude est assurée par 84 Biostyr et est divisée en trois blocs de 28 biofiltres (A, B, C), chaque bloc comprenant deux batteries de 14 biofiltres (A1-A2, B1-B2, C1-C2).

Afin de caractériser les performances globales de l'unité de nitrification, des campagnes de mesure en amont et en aval de l'unité de nitrification ont été réalisées. Des préleveurs automatiques, situés à l'entrée et à la sortie de l'unité de nitrification, ont permis de constituer des échantillons moyens (24 heures) sur lesquels les concentrations en DCO, en MES, en NH_4^+, en NO_3^-, en NO_2^- et en PO_4^{3-} ont été déterminées par le laboratoire de la direction du développement et de la prospective du SIAAP.

Les débits d'eau ainsi que le nombre de biofiltres actifs sont imposés par l'exploitant du procédé pour chaque batterie. Les débits d'air à injecter sont calculés par le contrôleur de l'aération en fonction des débits d'eau et la concentration en azote ammoniacal mesurés en entrée de chaque batterie. Chaque filtre dans une batterie est donc considéré comme soumis aux mêmes conditions d'écoulement. Chaque batterie est munie de débitmètres pour mesurer à haute fréquence les débits d'eau et d'air en entrée du procédé. Un analyseur NH_4^+ et une sonde de mesure d'oxygène dissous sont également placés en sortie de chaque batterie. Enfin, une mesure continue des matières en suspension, ainsi qu'un analyseur NH_4^+ sont installés dans l'entrée globale de l'étage de nitrification (cf. Figure 1.3). Ces capteurs ont un temps d'échantillonnage de 15 minutes.

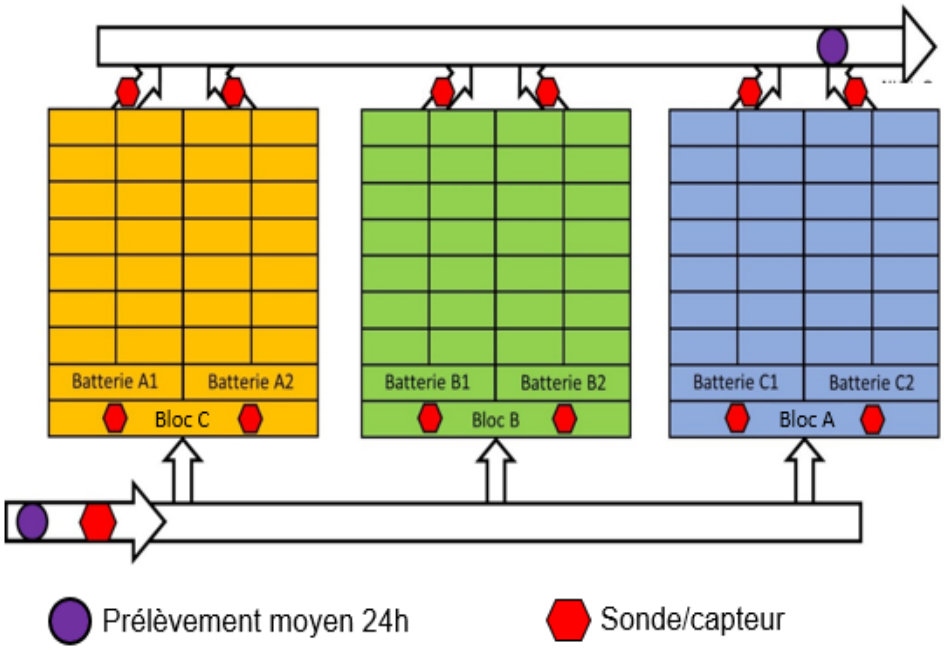


FIGURE 1.3 – Division de l'unité de nitrification en blocs/batteries et position des points de prélèvement

1.8 Simulateur SimBio

1.8.1 Contexte et objectifs de la simulation

L'exploitation des stations d'épuration utilisant la biofiltration, comme la station Seine Aval exploitée par le SIAAP, présente des défis importants au niveau des performances épuratoires et des coûts énergétiques.

La majorité des eaux traitées à la station de Seine-Aval le sont par biofiltration (67% des flux entrants). L'étape de nitrification, indispensable à l'élimination de l'azote ammoniacal, nécessite des quantités suffisantes d'oxygène dissous pour permettre le développement des bactéries nitrifiantes. Cette aération constitue l'un des principaux postes de consommation électrique de la station (11% de la consommation totale). Il est donc logique de chercher à l'optimiser au maximum, en évitant d'apporter trop ou trop peu d'air selon les objectifs de traitement et les charges polluantes en entrée du procédé.

Toute modification des stratégies de commande ou tout essai direct sur le site présente un risque de perturbation du fonctionnement global de la station, ce qui pourrait compromettre le respect des normes de rejet. Dans ce contexte, il est crucial de disposer d'un outil permettant de tester et valider des hypothèses et des stratégies avant leur application sur le site réel.

Le simulateur SimBio, développé par le service de modélisation opérationnelle du SIAAP, répond à cet objectif. Ce simulateur représente les principaux phénomènes mis en jeu dans le procédé de biofiltration et permet de réaliser des essais en environnement numérique, de simuler différentes conditions de fonctionnement et de valider les stratégies envisagées avant leur mise en œuvre sur le site réel.

1.8.2 Dynamique et structure du modèle SimBio

Le simulateur SimBio est un modèle mathématique développé par le SIAAP, en collaboration avec l'Université Laval, dans le cadre du programme Mocopée [Bernier 2014]. Il permet de simuler le comportement de différents phénomènes se produisant lors du traitement des eaux usées par biofiltration. Il produit des estimations sur les concentrations de sortie de traitement sur différents polluants. Il a été développé sous l'environnement Matlab/Simulink, et il a été calibré entre autres sur le procédé de nitrification de la station de Seine Aval.

1.8.2.1 Structure générale du modèle

Le modèle est composé de sept sous-modèles interconnectés (cf. Figure 1.4) :

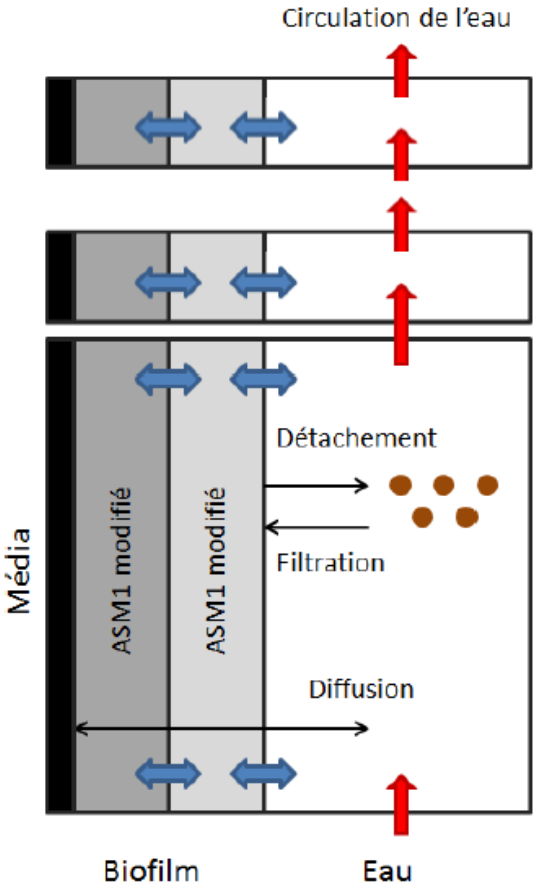


Figure 1.4 – Structure et interactions modélisées dans le biofiltre par SimBio

1. **Hydraulique du biofiltre** : le biofiltre est représenté par une série de sept réacteurs parfaitement mélangés en série, contenant un média de surface plane simplifiée pour faciliter les calculs. Ce média offre une surface spécifique pour la croissance du biofilm et réduit le volume disponible pour l'eau. La diffusion des substrats vers et à l'intérieur du biofilm suit la loi de Fick [Rocher et al. 2014] :

$$J_a = -D_{ab}\frac{\partial C_a}{\partial z} \tag{1.4}$$

où J_a est le flux de substrat $(M/L^2 \cdot T)$, D_{ab} le coefficient de diffusion (L^2/T), C_a la concentration (M/L^3) et z l'épaisseur de la couche.

2. **Conversion biologique** : la conversion des substrats est basée sur une version enrichie du modèle ASM1 (Activated Sludge Model 1) [Henze et al. 1987], adaptée pour intégrer l'assimilation du phosphore et une nitrification/dénitrification en deux étapes. Les espèces NO_2^- et PO_4^{3-} ainsi que leurs réactions de production et de consommation ont été ajoutées. La nitrification distingue deux biomasses spécifiques, AOB et NOB, chacune suivant une cinétique de Monod, tandis que la dénitrification s'inspire du modèle ASMN (Activated Sludge Model for Nitrogen) avec une seule biomasse assurant les différentes étapes selon l'oxygène disponible. Des paramètres cinétiques spécifiques ont été introduits pour ces réactions. La structure du modèle reprend la matrice de Gujer pour la stœchiométrie et les équations des processus [Rocher et al. 2014].
3. **Biofilm** : le biofilm dans le simulateur SimBio est représenté selon le modèle de Spengel et Dzombak [Spengel et al. 1992] par plusieurs couches schématisées comme des réacteurs parfaitement mélangés, ce qui permet de reproduire les gradients de concentration des substrats solubles. La diffusion lente provoque la consommation des substrats avant qu'ils traversent toute l'épaisseur du biofilm, entraînant des vitesses de croissance des différentes biomasses variables selon la profondeur. Un compromis entre précision et rapidité a été fait. SimBio utilise actuellement deux couches de biofilm [Rocher et al. 2014]. Les couches peuvent croître en parallèle selon les substrats disponibles ; quand elles atteignent une épaisseur limite, la matière produite migre vers la couche suivante puis vers l'eau. Le nombre de couches pourrait évoluer pour simuler les espèces intermédiaires du cycle de l'azote, comme le protoxyde d'azote [8] [Fiat 2019].
4. **Filtration des particules** : la filtration dans SimBio est modélisée selon les équations phénoménologiques proposées par Horner et al. [Horner et al. 1986]. Le processus repose d'abord sur une équation de conservation qui indique que les particules enlevées de l'eau se déposent autour du média :

$$(1 - \varepsilon_D - C)\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -u\frac{\partial C}{\partial z} \tag{1.5}$$

où C est la concentration volumique en particules ($L^3\text{MES}/L^3$), σ est le dépôt volumique de particules autour du média ($L^3\text{MES}/L^3$ média), ε_D est la porosité du dépôt de particules (-), u est la vitesse surfacique du fluide ($L^3/L^2 \cdot T$), z est la hauteur du filtre (L) et t est le temps (T).

L'équation de filtration définit ensuite la vitesse d'enlèvement de ces particules. Cette vitesse est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial z} = -\lambda C \tag{1.6}$$

où λ est le coefficient de filtration (-). Ce coefficient évolue au cours du cycle selon le degré d'encrassement [Ives 1970], selon l'équation :

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \beta_0 \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^y \left(1 - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^z \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_u}\right)^x \tag{1.7}$$

où λ_0 est le coefficient de filtration sur filtre propre, β_0 un facteur d'empilement du média, σ le dépôt volumique de particules autour du média, ε_0 la porosité initiale du filtre propre, σ_u le dépôt volumique maximal, et x, y et z des constantes empiriques. Cette équation traduit

8. Le protoxyde d'azote est un gaz formé lors de la nitrification et la dénitrification. C'est un gaz à effet de serre environ 300 fois plus puissant que le $C0_2$.

la diminution progressive de l'efficacité de la filtration au fur et à mesure de l'accumulation des dépôts autour du média.

Le modèle intègre également un mécanisme de détachement des particules issues du biofilm. Ce flux de détachement est estimé comme étant proportionnel à la concentration de MES dans la première couche du biofilm avec une constante représentant la vitesse de détachement. Par défaut, cette constante est faible afin que l'effet de la filtration prédomine sur le détachement en conditions normales. Enfin, la filtration devient nulle lorsque le biofilm atteint son épaisseur maximale autorisée.

5. **Aération** : l'aération dans SimBio est modélisée à l'aide d'une équation classique de transfert gaz-liquide. Le flux d'oxygène dissous J_{O_2} est calculé en fonction du coefficient de transfert k_La, du potentiel d'échange entre gaz et liquide et du volume :

$$J_{O_2} = \alpha F k_L a \left(\beta C^*_{O_2} - C_{O_2}\right) V \tag{1.8}$$

où J_{O_2} est le flux de transfert gaz-liquide d'oxygène dissous (M/T), α est un facteur de correction pour la nature des eaux usées (-), F est un facteur de correction pour l'encrassement ou le vieillissement du système (-), k_La est le coefficient de transfert gaz-liquide (1/T), β est un facteur de correction de la concentration à l'équilibre dans les eaux usées (-), C_{O_2} est la concentration actuelle d'oxygène dissous (M/L^3), V est le volume du réacteur dans lequel se produit l'échange (L^3) et $C^*_{O_2}$ est la concentration d'oxygène dissous à l'équilibre, donnée par la loi de Henry :

$$C^*_{O_2} = P \chi_{O_2} K_H \tag{1.9}$$

où P est la pression dans le réacteur (M/L·T^2), χ_{O_2} est la fraction molaire d'oxygène dans le gaz (-) et K_H est la constante de Henry pour l'oxygène (T^2/L^2).

Le coefficient k_La évolue en fonction du débit d'air et de la température selon l'équation suivante :

$$k_L a = k_L a_{ref} \left(\frac{Q_{air}}{Q_{air,ref}}\right)^m \Theta^{T-20} \tag{1.10}$$

où k_La_{ref} est le coefficient de transfert au débit d'air de référence (1/T), Q_{air} est le débit d'air actuel (L^3/T), $Q_{air,ref}$ est le débit d'air de référence (L^3/T), m est un coefficient empirique lié au type d'aération (-), Θ est le coefficient de température (pseudo-Arrhenius) (-) et T la température (°C).

Les coefficients sont ajustés sur les données expérimentales du site de Seine Aval, après une calibration sur l'oxygène dissous. Le modèle tient compte de l'influence du débit d'air, de la température, du type de diffuseur et de la présence de média dans le réacteur [Rocher et al. 2014].

6. **Lavage** : le lavage est simulé avec une durée fixe de 36 minutes au début de chaque journée, correspondant au temps généralement observé lors des opérations réelles sur la station Seine Aval. Au cours de ce cycle, une fraction du dépôt, constitué du biofilm et des particules inertes, est détachée du média filtrant.

7. **Perte de charge** : la perte de charge dans un biofiltre est calculée en deux étapes [Rocher et al. 2014]. La première étape estime celle-ci sur un filtre propre, de porosité égale à celle du média seul, en utilisant l'équation d'Ergun [Trussell et al. 1999] :

$$\frac{h_L}{L} = A\frac{\mu(1-\varepsilon)^2 u}{D_p^2 \varepsilon^3} + B\frac{\rho u^2 (1-\varepsilon)}{D_p \varepsilon^3} \tag{1.11}$$

Cette équation calcule la perte de charge h_L en prenant en compte les caractéristiques du média (diamètre des particules D_p, porosité ε, hauteur de lit L), du fluide (viscosité dynamique μ, masse volumique ρ) et le débit appliqué (vitesse u).

Dans un second temps, la perte de charge sur filtre propre est mise à jour en fonction de l'encrassement via le modèle d'Ives [Ives 1970], qui ajuste la porosité et le diamètre apparent en fonction du dépôt relatif accumulé sur le média σ :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right) \tag{1.12}$$

$$\frac{(1-\varepsilon)}{D_p} = \frac{(1-\varepsilon_0)}{D_{p,0}} \left(1 + \beta \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^y \left(1 - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^z \tag{1.13}$$

La perte de charge est calculée séparément pour chaque réacteur (en raison des variations d'encrassement le long du filtre) puis sommée pour obtenir la valeur totale. La pression mesurée dépend de la position du capteur et du niveau d'eau au-dessus du lit.

1.8.3 Simulateur SimBio en boucle ouverte

Dans cette section, nous présentons le simulateur SimBio en boucle ouverte en utilisant un débit d'air mesuré au sein de la station Seine Aval. L'objectif est de comparer les résultats générés par SimBio aux données réelles mesurées sur site.

1.8.3.1 Entrées du simulateur en boucle ouverte

Pour réaliser la simulation en boucle ouverte, le simulateur SimBio utilise comme entrées un jeu de données mesurées sur site. Ces données sont organisés dans des fichiers au format .mat et elles correspondent aux conditions de fonctionnement de la station durant la période hivernale de 2019 sur un intervalle de 50 jours (du 1er octobre au 19 novembre 2019) avec un pas de mesure de 15 minutes. Ces données permettent au simulateur d'évoluer dans des conditions d'exploitation similaires à celles observées sur site.

Le simulateur SimBio modélise les phénomènes biologiques et physico-chimiques se produisant lors de traitement des eaux usées par l'ensemble des étapes de biofiltration. Dans ce cadre, les entrées du simulateur contiennent à la fois :

- les concentrations des différents polluants présents dans l'eau à traiter ;
- les débits hydrauliques et d'air ;
- ainsi que des paramètres environnementaux susceptibles d'influencer les performances de la biofiltration, tel que la température.

Les entrées prises en compte dans la simulation sont :

— La concentration en nitrates (NO_3^-) ;
— La concentration en nitrites (NO_2^-) ;
— La concentration en azote ammonical (NH_4^+) ;
— La concentration en demande chimique en oxygène (DCO) ;
— La concentration en demande chimique en oxygène soluble (DCOs) ;
— La concentration en matières en suspension (MES) ;
— La concentration en azote Kjeldahl (NTK) ;

— Le débit d'eau usée injecté ;

— La concentration en phosphate (PO_4^{3-}) ;

— La température de l'eau ;

— Le débit d'air injecté ;

— L'entrée de lavage (sous forme binaire 0/1) ;

— La concentration en oxygène dissous (O_2) ;

— La concentration en diazote dissous (N_2) ;

— La concentration en alcalinité.

1.8.3.2 Sorties du simulateur en boucle ouverte

Le simulateur SimBio génère, en sortie, un ensemble de paramètres qui permettent de caractériser la qualité de l'eau traitée ainsi que l'état du procédé au niveau des biofiltres. Ces sorties montrent l'évolution temporelle des principales concentrations et flux à la sortie des biofiltres.

Les données de sortie incluent notamment :

- des concentrations des principaux polluants azotés et carbonés ;
- des indicateurs du fonctionnement biologique ;
- des paramètres environnementaux permettant de décrire les conditions physico-chimiques de l'effluent en sortie.

Les principaux paramètres simulés en sortie sont résumés dans le tableau 1.1.

1.8.3.3 Validation du simulateur SimBio en boucle ouverte

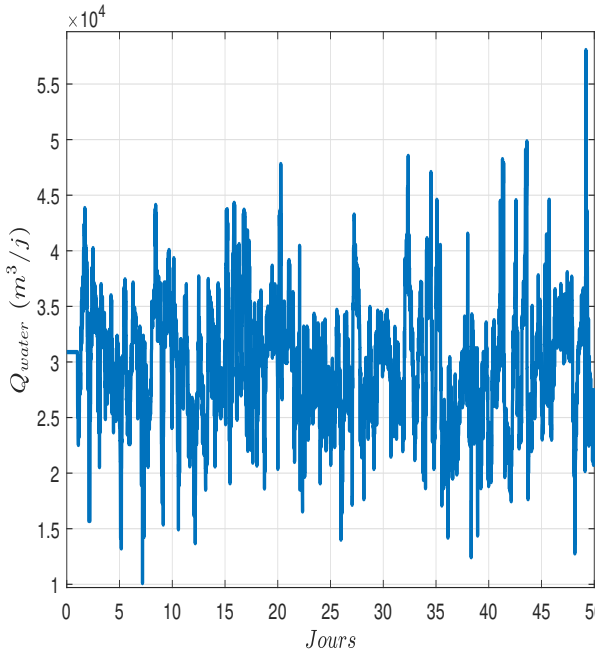
Dans cette section, nous comparons les résultats générés par SimBio avec les données mesurées. Comme expliqué précédemment, le simulateur est un environnement numérique qui représente le procédé de biofiltration. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons à l'étape de nitrification et l'analyse va se baser sur la concentration en azote ammoniacal en sortie, paramètre clé pour évaluer l'efficacité de la nitrification dans le procédé de biofiltration.

Afin de valider la capacité du simulateur SimBio à représenter fidèlement le procédé de nitrification, une simulation a été réalisée sur une période de 50 jours avec une période d'échantillonnage de 15 minutes. Les données mesurées ont été utilisées comme entrées du simulateur et sont présentées dans la figure 1.5. La figure 1.6 présente l'évolution temporelle des concentrations en azote ammoniacal simulées (générées par SimBio) et mesurées au cours des 50 jours. L'analyse de ces résultats montre un bon accord global entre le modèle et les données expérimentales, ce qui montre la capacité de SimBio à reproduire le comportement dynamique du procédé de nitrification. Les principales dynamiques sont correctement captées par le simulateur malgré la complexité du procédé de nitrification.

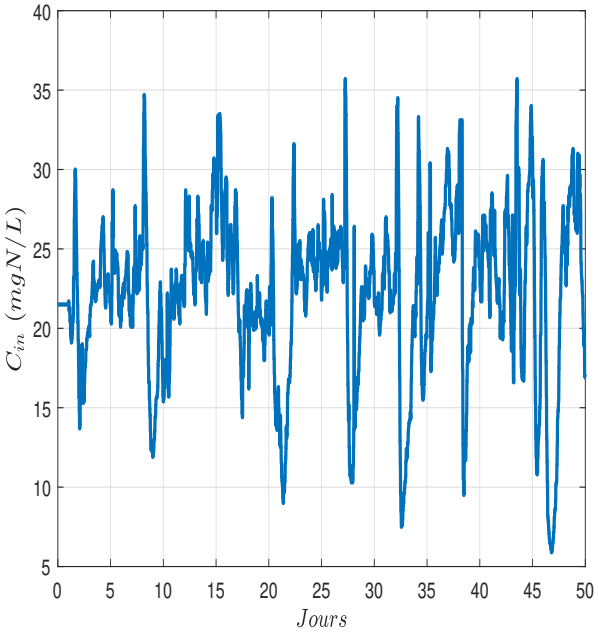
Cette validation confirme que SimBio constitue un outil fiable pour simuler et analyser le fonctionnement du procédé, notamment dans le cadre d'étude sur l'optimisation de l'aération.

TABLE 1.1 – Paramètres simulés en sortie et leurs unités

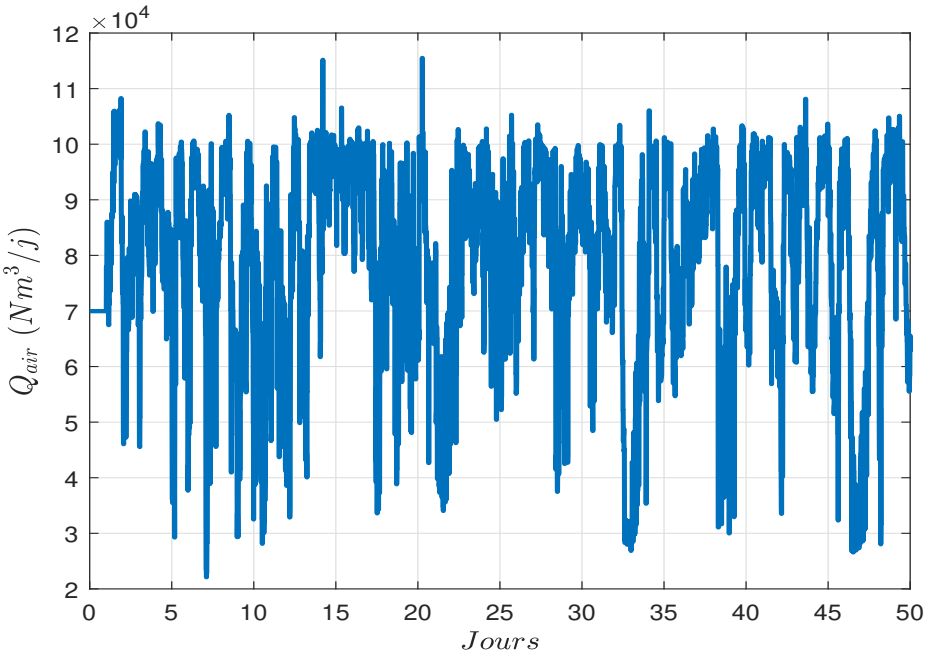
N°	Paramètre	Unité
1	Temps	$jour$
2	Débit d'eau en sortie	m_3/j
3	DCO soluble biodégradable	mgO_2/L
4	Oxygène dissous	mgO_2/L
5	Nitrate	mgN/L
6	Azote ammoniacal	mgN/L
7	Alcalinité	$mgCaCO_3/L$
8	Bactéries hétérotrophes	mgO_2/L
9	Bactéries nitritantes	mgO_2/L
10	DCO particulaire biodégradable	mgO_2/L
11	Azote organique soluble	mgN/L
12	Azote organique particulaire	mgN/L
13	Particules inertes issues de la mort bactérienne	mg/L
14	DCO soluble inerte	mgO_2/L
15	DCO particulaire inerte	mgO_2/L
16	Diazote dissous	mgN/L
17	Particules inertes	mg/L
18	Phosphate	mgP/L
19	Nitrites	mgN/L
20	Bactéries nitratantes	mgO_2/L
21	Matières en suspension	mg/L



(a) Débit d'eau mesuré

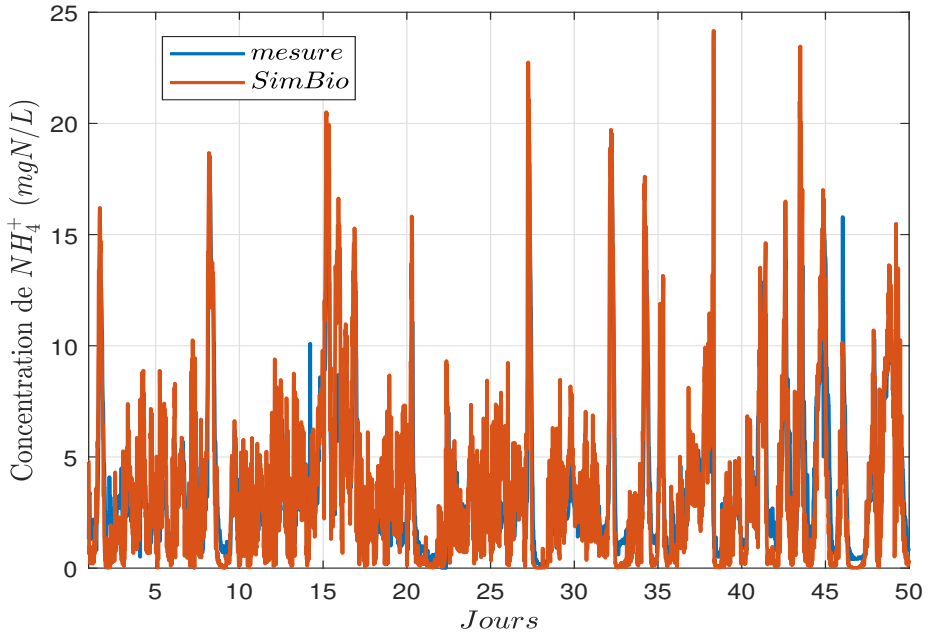


(b) Concentration en entrée mesurée

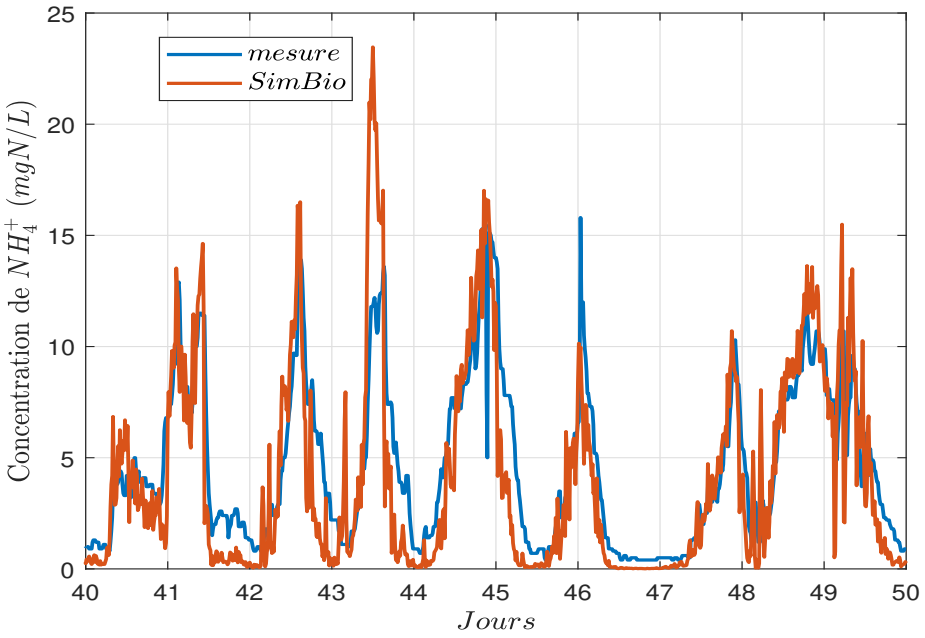


(c) Débit d'air mesuré

FIGURE 1.5 – Entrées mesurées utilisées pour la simulation



(a) Évolution des concentrations en azote ammoniacal simulées et mesurées



(b) Zoom sur les dix derniers jours

FIGURE 1.6 – Comparaison des concentrations en azote ammoniacal mesurées et simulées par SimBio en boucle ouverte sur une période de 50 jours

1.8.4 Simulateur SimBio en boucle fermée

Le simulateur SimBio peut être utilisé en mode boucle ouverte ou boucle fermée selon l'objectif de la simulation. En mode boucle ouverte, le débit d'air appliqué au système correspond directement aux valeurs mesurées sur site. Ce mode est principalement utilisé pour faire des essais expérimentaux. En revanche, en mode boucle fermée, le débit d'air n'est plus une donnée d'entrée imposée, mais une variable calculée dynamiquement par un algorithme de régulation intégré dans le simulateur.

1.8.4.1 Description du simulateur en boucle fermée

Le simulateur SimBio en boucle fermée est basé sur le mêmes phénomènes biologiques que le simulateur en boucle ouverte. Les entrées utilisées sont toutes identiques sauf le débit d'air. Ce dernier est calculé à l'aide de deux commandes : une commande *FeedForward* (FF) et une commande *FeedBack* (FB).

- **Commande FF** : c'est une commande anticipative qui détermine un débit d'air nommée $Q_{air,FF}$ en fonction de la charge polluante entrante avec l'équation suivante :

$$Q_{air,FF} = K_a Q_{water}(C_{in} - C_{ref})a + K_b \tag{1.14}$$

où Q_{water} est le débit d'eau alimenté les biofiltres (m^3/s), C_{in} désigne la concentration en ammonium NH_4^+ en entrée de procédé (mgN/L), et C_{ref} la concentration souhaitée en NH_4^+ en sortie de nitrification (mgN/L). Le facteur a correspond à un coefficient de conversion d'unités d'une valeur de 3.6 $(m^3/s \times mgN/L \rightarrow m^3/h \times KgN/m^3)$, K_a est un facteur d'équivalence exprimé en $Nm^3/kgN\text{-}NH_4^+$ et K_b est un facteur compensatoire exprimé en Nm^3/h.

De manière simple, la commande FF calcule la charge en azote ammoniacal arrivant en entrée du procédé ainsi que la charge souhaitée en sortie du procédé. En soustrayant la seconde charge de la première, elle estime la charge devant être nitrifiée. Le facteur K_a est ensuite appliqué à cette charge à éliminer, afin de la convertir en besoin en air nécessaire pour la nitrification de cette charge. Enfin, Le facteur K_b est additionné à la résultante du calcul. Celui-ci sert de variable d'ajustement et prend également en compte les éventuels retours de charge en azote en tête des biofiltres.

Les valeurs des paramètres K_a et K_b sont propres à chaque batterie de l'unité de nitrification. Elles peuvent être modifiées par l'exploitant mais demeurent constantes tant qu'aucun nouvel ajustement n'est réalisé. Cette spécificité par batterie permet de prendre en compte certaines différences sur le fonctionnement, sur l'efficacité des systèmes d'aération ou encore sur la répartition des eaux.

Les valeurs actuelles $K_a = 110$ et $K_b = 3000$ (cf. Tableau 1.2) résultent d'un processus d'optimisation mené sur site par la société OTV (Filiale de Veolia Water Technologies) en collaboration avec les exploitants de Seine Aval à la suite de plusieurs constats d'exploitation lors des périodes de fortes charges en ammonium. Il a notamment été observé que la boucle *FeedForward* n'était pas suffisante pour assurer une aération adéquate lorsque la valeur de K_a était inférieure à 110, ce qui a permis de supprimer les situations récurrentes de sous-aération lors des pics de charge. De la même manière, la valeur de $K_b = 3000$ a été ajustée expérimentalement afin de maintenir un niveau d'aération minimal nécessaire, indépendamment de la mesure instantanée de NH_4^+ en entrée.

- **Commande FB** : c'est une commande corrective qui ajuste le débit d'air nommé $Q_{air,FB}$ en fonction de l'écart entre la consigne et la concentration en ammonium NH_4^+ en sortie générée par le simulateur SimBio. Le débit d'air $Q_{air,FB}$ est calculé à l'aide de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \lambda &= e^{\frac{-t_m}{1000\ IMC_{bo}}} \\ S_t &= \lambda S_{t-1} + \frac{1-\lambda}{K} Q_{air,FB}|_{t-1} \\ Y &= K\left(\left(\frac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}}\right) Q_{water}(C_{out} - C_{ref})a + S\right) \\ Q_{air,FB}|_t &= \min\left(7000, \max(-7000, Y)\right) \end{aligned} \tag{1.15}$$

où C_{out} désigne la concentration en ammonium NH_4^+ en sortie de procédé (mgN/L). Le coefficient K est un coefficient d'équivalence air-NH_4^+ ($Nm^3/kgN\text{-}NH_4^+$). Le lissage des variations est assuré par un coefficient λ. Le paramètre t_m représente la période de calcul de la commande FB, S est une variable de lissage ($kgN\text{-}NH_4^+/h$) et Y une variable temporaire (Nm^3/h). Les constantes de temps IMC_{bo} et IMC_{bc} sont respectivement associées au procédé en boucle ouverte et en boucle fermée (s).

La dernière équation sert uniquement à limiter la demande de modification du débit en air de la boucle FB entre -7000 et $+7000$ Nm^3/h pour une batterie. La troisième équation sert à calculer les besoins supplémentaires ou les réductions nécessaires en air à imposer au système en comparant la concentration mesurée en sortie à celle souhaitée. Cette différence de concentration est ensuite multipliée par le débit d'eau pour obtenir une charge à éliminer en plus ou en moins, puis celle-ci est convertie en besoins en air par le coefficient d'équivalence K. La variable S vient s'ajouter à la charge en NH_4^+ résiduel à traiter avant

la multiplication avec le coefficient K. De manière simple, cette variable de lissage S sert à amortir les variations du débit d'air demandé par la commande FB, en gardant partiellement en mémoire l'historique des débits calculés par la commande. Ce lissage a pour avantage d'éliminer l'impact de variations fortes mais très courtes qui sont potentiellement dues à un phénomène passager ou à des erreurs de mesure et qui sont sans intérêt aux yeux du contrôleur. Elle a toutefois comme désavantage certain de nuire à la réactivité de la commande FB lorsqu'un changement soudain des besoins en air se présente réellement.

La variable S est calculée en additionnant les valeurs de S et du débit d'air au pas de temps précédent. Comme S est en unité de charge en NH_4^+ à éliminer, le débit d'air est divisé par K pour le convertir en charge équivalente. Une pondération par le coefficient de lissage est appliquée aux deux termes. Plus λ est élevé, plus le lissage est fort et moins la commande FB est réactive. Enfin, la première équation détermine le coefficient de lissage en fonction des paramètres t_m et IMC_{bo}.

La valeur actuelle du paramètre $K_{mod} = \frac{1}{K}$ (cf. Tableau 1.2) résulte d'un travail d'ajustement réalisé par les exploitants et les équipes d'OTV. Historiquement, une valeur plus élevée (-2) rendait la commande excessivement réactive, provoquant des variations brutales du débit d'air généré par cette commande. La réduction de ce gain a permis d'obtenir une correction plus progressive. Les valeurs actuelles des constantes des temps IMC_{bo} et IMC_{bc} sont très inférieures aux valeurs historiques (3600 s et 1200 s), ce qui montre une modification importante du réglage de la commande FB. Cette modification traduit l'adaptation de la commande à la dynamique réelle observée du biofiltre après la mise en service de l'étape de prédénitrification.

La saturation choisie ne résulte pas d'un choix théorique de commande mais d'une contrainte d'exploitation fixée par les exploitants de la station. Elle permet d'éviter que la commande FB ne génère des corrections trop importantes du débit d'air, incompatibles avec les capacités physiques du système d'aération.

L'ensemble de ces paramètres ne résulte donc pas d'un réglage théorique issu d'un modèle, mais d'un processus progressif d'ajustements réalisés sur site par OTV et les exploitants de la station, à partir de retours d'expérience. Comme nous le verrons ci-après, le réglage de FB est particulièrement défaillant, conduisant le débit d'air $Q_{air,FB}$ aux deux valeurs de saturation 7000 et -7000.

1.8.4.2 Validation du simulateur SimBio en boucle fermée

La validation de SimBio en boucle fermée sera réalisée à partir d'une simulation reproduisant les conditions réelles de la station Seine Aval. La consigne de concentration en azote ammoniacal en sortie sera identique à celle appliquée sur site, un signal qui varie entre 0.5 et 1.5 mgN/L (cf. Figure 1.7). Les paramètres de la loi de commande sont identiques aux paramètres de la boucle de régulation utilisés dans l'automate de la station (cf. Tableau 1.2). Pour l'année 2019, les bornes de saturation appliquées au débit d'air $Q_{air,FB}$ étaient fixées entre -7000 et 7000 Nm^3/h.

La simulation est effectuée sur une période de 50 jours, avec pour conditions d'entrée les charges polluantes et les débits mesurés sur site, à l'exception du débit d'air, qui est calculé par la loi de commande. Les résultats obtenus seront comparés aux données expérimentales : les concentrations en azote ammoniacal en sortie simulées par SimBio en boucle fermée *vs.* les concentrations mesurées, et le débit d'air généré par le simulateur *vs.* le débit mesuré.

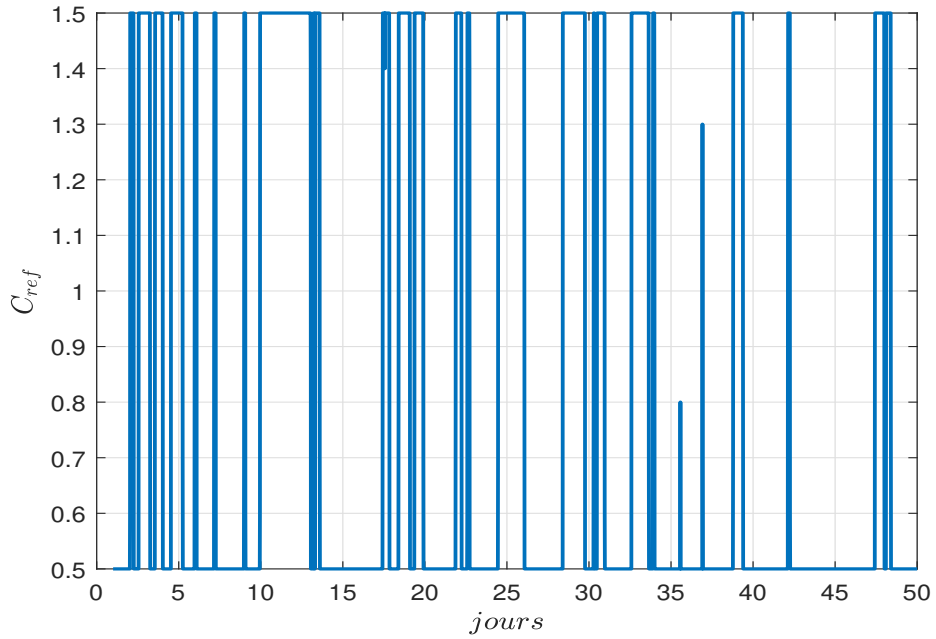


FIGURE 1.7 – Consigne C_{ref} utilisée à la station Seine Aval en 2019 considérée dans la simulation

TABLE 1.2 – Valeurs des paramètres de la boucle de régulation pour la simulation en boucle fermée avec $K_{mod} = \frac{1}{K}$

Paramètre	K_a	K_b	K_{mod}	t_m	IMC_{bo}	IMC_{bc}
valeur	110	3000	-0.05	336	120	60

Les figures 1.8 et 1.9 présentent la comparaison entre les résultats de simulation et les données mesurées. Deux courbes sont représentées dans chaque figure : la courbe bleue correspond aux mesures expérimentales et la courbe rouge correspond aux résultats de simulation obtenus avec le simulateur SimBio en boucle fermée.

En analysant ces figures, nous observons que la simulation capture globalement les dynamiques et les fluctuations de la concentration mesurée, mais tend à la surestimer, notamment lors des pics de concentration. Certains pics simulés sont significativement plus élevés que ceux mesurés (un écart de 8 mgN/L par exemple autour du $28^{\text{ème}}$ jour). Pour le débit d'air, Le simulateur SimBio en boucle fermée reproduit les tendances générales du débit d'air mesuré, mais présente des écarts significatifs par rapport aux mesures expérimentales. À certains intervalles de temps (par exemple entre les jours 10 et 15), les valeurs simulées sont systématiquement inférieures aux valeurs mesurées. La valeur moyenne du débit d'air simulé semble légèrement plus faible que celle observée, ce qui pourrait refléter une sous-modélisation des besoins en oxygène.

Deux problèmes potentiels pourraient expliquer cette situation : des paramètres inadéquats ou un problème inhérent au simulateur lui-même. Ce qui souligne la nécessité d'un calibrage du simulateur SimBio en boucle fermée pour mieux représenter la dynamique réelle du procédé. Ce calibrage sera abordé dans le chapitre 5.

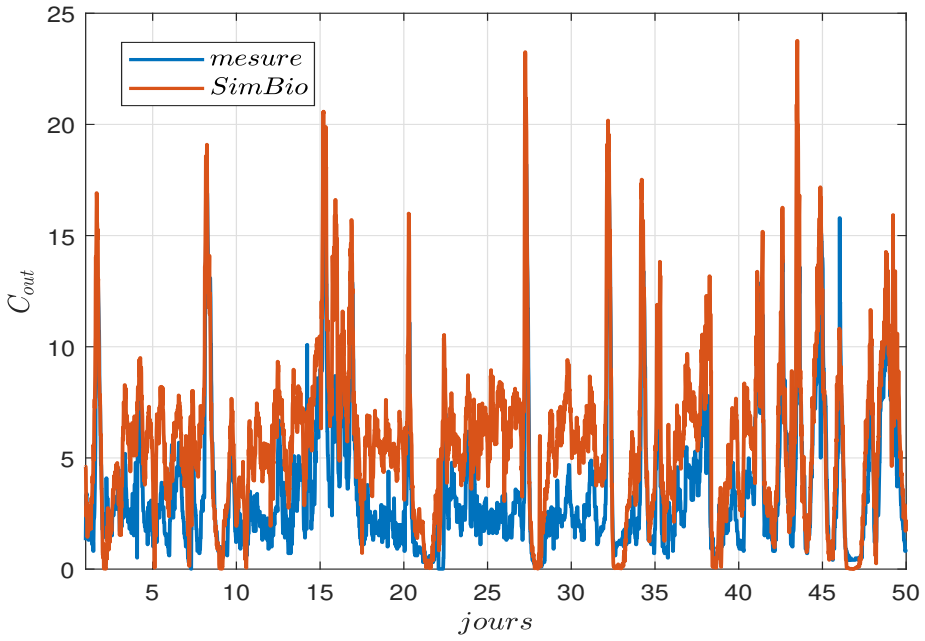


FIGURE 1.8 – Comparaison de la concentration en ammonium en sortie : mesures réelles *vs.* simulation SimBio en boucle fermée

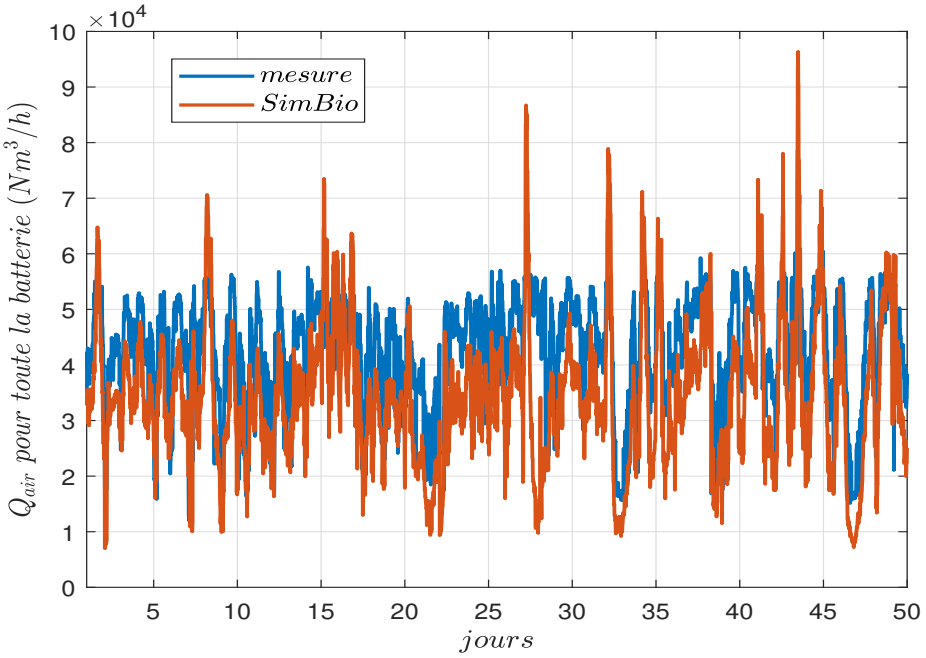


FIGURE 1.9 – Comparaison du débit d'air de la batterie A2 : mesures réelles *vs.* simulation SimBio en boucle fermée

1.9 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'avoir une vue globale sur les procédés de traitement des eaux usées, en se focalisant sur la nature des polluants à éliminer, les directives européennes, les étapes clés pour le traitement, les principes de la biofiltration en général et l'étape de nitrification en particulier - procédé central pour l'élimination de l'azote ammoniacal dans les stations modernes telles que la station Seine Aval. La compréhension des mécanismes du procédé de nitrification facilite l'élaboration des démarches méthodologiques ciblées pour optimiser l'aération.

Nous allons utiliser le simulateur SimBio développé par le SIAAP qui permet de reproduire le fonctionnement des biofiltres. Ce simulateur nous permettra de tester différents scénarios et stratégies sans perturber le fonctionnement de la station.

Les éléments présentés dans ce chapitre posent ainsi les bases nécessaires à la compréhension du système de nitrification et justifient l'approche de modélisation, d'estimation et de commande développée dans les chapitres suivants.

Chapitre 2

Démarche méthodologique : modélisation, estimation et contrôle du procédé de nitrification

2.1 Introduction

Dans le cadre du traitement de l'azote, et en particulier de la nitrification, l'aération des biofiltres joue un rôle clé pour l'oxydation de l'ammonium à l'aide des bactéries nitrifiantes. Cette aération représente également l'un des principaux postes de consommation électrique au sein de la station Seine Aval et nous souhaitons l'optimiser le plus possible, en évitant de mettre trop ou trop peu d'air en fonction des objectifs de traitement et des charges de pollution en entrée du procédé. Pour mettre en place une stratégie de commande efficace, il est essentiel de comprendre profondément le comportement du système en identifiant de manière explicite les variables manipulées, les sorties mesurées, ainsi que les paramètres ayant une influence significative sur la dynamique du système.

Ce chapitre vise à décrire la méthodologie, reposant sur une approche système, qui consiste à qualifier le procédé comme un système dynamique à entrée contrôlée le débit d'air et à sortie la concentration en ammonium. Dans ce cadre, il s'agit de concevoir une approche méthodologique visant à modéliser le comportement du processus, reposant sur une représentation entrée-sortie du procédé et sur l'analyse du comportement dynamique issu de simulations. L'objectif est d'identifier une classe de modèles adaptés à la nature fortement non linéaire du système, en particulier des modèles de type LPV, capables de capturer ses non-linéarités, tout en fournissant un support pertinent à la synthèse d'une commande optimisée de l'aération, permettant de minimiser la consommation énergétique tout en étant conforme aux exigences réglementaires sur les rejets azotés.

2.2 Caractérisation du procédé de nitrification

2.2.1 Principes physiques du biofiltre nitrifiant

2.2.1.1 Approche mécaniste de la dynamique d'un biofiltre nitrifiant

La dynamique d'un biofiltre nitrifiant peut être décrite à partir des lois physiques concernant l'écoulement de l'eau dans un milieu poreux, le transfert d'oxygène entre la phase gazeuse et la phase liquide, la diffusion des substrats du liquide vers le biofilm, ainsi que les réactions biologiques de nitrification se déroulant à l'intérieur de ce biofilm. Les équations présentées ci-après proviennent directement de ces phénomènes observés dans un biofiltre nitrifiant.

Hydraulique du biofiltre nitrifiant

Le biofiltre nitrifiant est assimilé à une cascade de sept réacteurs parfaitement mélangés, contenant un média filtrant sur lequel les réactions biologiques se déroulent. Ainsi, l'hydraulique du procédé ne se limite pas à l'écoulement de l'eau dans le lit filtrant, mais implique également le transfert des substrats dissous depuis la phase liquide vers la surface du biofilm [Bernier 2014]. Ce transfert de matière suit la loi de Fick, déjà exprimée dans la section 1.8.2.1. Le flux diffusif d'un substrat du liquide vers le biofilm s'écrit [Rocher et al. 2014 ; Hidaka et al. 2004] :

$$J_a = -D_{ab}\frac{\partial C_a}{\partial z} \tag{2.1}$$

Transfert d'oxygène entre phases gazeuse et liquide

L'oxygène nécessaire à la réaction de nitrification est apporté par aération à la base du biofiltre. Le transfert gaz-liquide est déterminé par les lois classiques de transfert de gaz-liquide et dépend fortement du débit d'air injecté, de la température et des caractéristiques du lit filtrant.

La modélisation détaillée de ce transfert, fondée sur le coefficient de transfert gaz-liquide k_La et la loi de Henry, a été présentée dans la section 1.8.2.1. Ce mécanisme constitue le lien physique direct entre le débit d'air Q_{air} et de l'oxygène dissous dans le biofiltre nitrifiant.

Cinétique biologique de la nitrification dans le biofilm

Les réactions biologiques sont assurées par deux biomasses autotrophes : les bactéries oxydant l'ammonium (AOB) et les bactéries oxydant le nitrite (NOB). Les vitesses de réaction suivent une cinétique de Monod [Monod 1949] :

$$\rho_{AOB} = \mu_{AOB,\max} \frac{S_{NH}}{S_{NH} + K_{NH}} \frac{S_O}{S_O + K_{O,AOB}} X_{AOB} \tag{2.2}$$

$$\rho_{NOB} = \mu_{NOB,\max} \frac{S_{NI}}{S_{NI} + K_{NI}} \frac{S_O}{S_O + K_{O,NOB}} X_{NOB} \tag{2.3}$$

avec ρ_{AOB} et ρ_{NOB} ($gDCO\ m^{-3}\ j^{-1}$) les vitesses volumiques des réactions d'oxydation de l'ammonium et des nitrites, respectivement, $\mu_{AOB,\max}$ et $\mu_{NOB,\max}$ (j^{-1}) les vitesses spécifiques maximales de croissance des biomasses autotrophes nitrifiantes, K_{NH} et K_{NI} (gNm^{-3}) les constantes de demi-saturation en ammonium et en nitrites, $K_{O,AOB}$ et $K_{O,NOB}$ (gO_2m^{-3}) les constantes de demi-saturation en oxygène dissous, SNH, S_{NI} et S_O (gm^{-3}) les concentrations en ammonium, en nitrites et en oxygène dissous et X_{AOB} et X_{NOB} ($gDCOm^{-3}$) les concentrations de biomasse autotrophe.

Bilans réactionnels issus de la stœchiométrie de la nitrification

Les réactions biologiques de nitrification se traduisent par des variations couplées des concentrations en ammonium, nitrite, nitrate et oxygène dissous. Les équations suivantes expriment ces bilans dynamiques pour l'ammonium, le nitrite, le nitrate et l'oxygène dissous et proviennent directement de la matrice de Gujer (partie stoechiométrie) [Bernier 2014 ; Zhu 2020] :

$$\frac{dS_{NH}}{dt} = -\left(i_{xbn} + \frac{1}{Y_{AOB}}\right)\rho_{AOB} - i_{xbn}\rho_{NOB} \tag{2.4}$$

$$\frac{dS_{NI}}{dt} = \frac{1}{Y_{AOB}}\rho_{AOB} - \frac{1}{Y_{NOB}}\rho_{NOB} \tag{2.5}$$

$$\frac{dS_{NO}}{dt} = \frac{1}{Y_{NOB}}\rho_{NOB} \tag{2.6}$$

$$\frac{dS_O}{dt} = -\left(\frac{48}{14} - Y_{AOB}\right)\frac{1}{Y_{AOB}}\rho_{AOB} - \left(\frac{16}{14} - Y_{NOB}\right)\frac{1}{Y_{NOB}}\rho_{NOB} \tag{2.7}$$

avec Y_{AOB} et Y_{NOB}, les rendements de croissance des bactéries AOB et NOB, respectivement ($gDCO/gN$) et i_{xbn} est la fraction en azote contenue d'une cellule de biomasse autotrophe ($gN/gDCO$).

Ces équations ne prennent en compte que les termes réactionnels issus de la stœchiométrie de la nitrification. Les phénomènes hydrauliques liés à l'écoulement dans le média ne sont pas considérés ici afin de montrer uniquement l'effet des réactions biologiques sur l'évolution des concentrations.

Modélisation du lavage et du détachement du biofilm

Le lavage du biofiltre nitrifiant vise à extraire une partie du biofilm et des particules accumulées dans le lit filtrant. L'extraction du biofilm durant le lavage est décrite par un flux d'enlèvement proportionnel à la concentration de biomasse présente dans la couche de surface du média [Bernier 2014] :

$$J_{Back,i} = k_{Back}\, X_i\, V_i \tag{2.8}$$

où X_i est la concentration d'une variable particulaire X dans la couche de surface (M/L^3), V_i le volume de la couche de surface (L^3) et k_{Back} le taux d'extraction durant le lavage (T^{-1}). Ce flux est toutefois limité par une valeur maximale correspondant à la quantité de biomasse pouvant être retirée durant la durée du lavage [Bernier 2014] :

$$J^{max}_{Back,i} = \frac{V_i\,(X_i - X_{min,i})}{t_{Back}} \tag{2.9}$$

où $X_{min,i}$ la concentration minimale possible de la variable X dans la couche de surface (M/L^3) et t_{Back} la durée du lavage (T).

Le flux réellement appliqué est alors défini par :

$$J_{Back,i} = \min\left(k_{Back}X_iV_i\ ,\ \frac{V_i(X_i - X_{min,i})}{t_{Back}}\right) \tag{2.10}$$

2.2.1.2 Bilan simple d'ammonium et d'oxygène

Afin de décrire la dynamique globale d'un biofiltre nitrifiant, une première approche consiste à établir des bilans simples de matière appliqués à la phase liquide. En assimilant le biofiltre à un réacteur parfaitement mélangé, le bilan dynamique d'un composé dissous S s'écrit classiquement :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{Q}{V}(S_{in} - S) - r(S) \tag{2.11}$$

où Q le débit d'eau, V le volume du réacteur, S_{in} la concentration en entrée et $r(S)$ le terme réactionnel. Cette formulation constitue la base de la modélisation dynamique des procédés biologiques en traitement des eaux usées [Dochain et al. 2001 ; Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].

1. **Bilan d'ammonium**

   La nitrification peut être décrite par une cinétique de type Monod incluant la limitation par l'oxygène dissous, conformément aux formulations cinétiques issues des modèles ASM avec le terme réactionnel suivant :

   $$r_{NH} = k_{nit}S_{NH}\frac{S_O}{K_O + S_O} \tag{2.12}$$

   où k_{nit} est un coefficient cinétique apparent et K_O la constante de demi-saturation en oxygène [Henze et al. 2006 ; Rittmann et al. 2001].

   Le bilan dynamique de l'ammonium dans le biofiltre peut alors s'écrire :

   $$\frac{dS_{NH}}{dt} = \frac{Q}{V}(S_{NH,in} - S_{NH}) - k_{nit}S_{NH}\frac{S_O}{K_O + S_O} \tag{2.13}$$

2. **Bilan d'oxygène dissous**

   Le bilan d'oxygène dissous inclut trois contributions principales :

— un terme hydraulique,
— un terme de transfert gaz–liquide,
— un terme de consommation biologique lié à la nitrification.

Le transfert d'oxygène est classiquement décrit par la relation :

$$r_{tr} = K_L a(S_{O,sat} - S_O) \tag{2.14}$$

où $K_L a$ représente le coefficient de transfert gaz-liquide [Metcalf & Eddy, Inc. et al. 2014].
La consommation d'oxygène par nitrification est proportionnelle au taux d'oxydation de l'ammonium, conformément à la stœchiométrie des bactéries autotrophes nitrifiantes [Henze et al. 2006 ; Ekama et al. 2008b]. On peut ainsi écrire :

$$r_{O_2} = \alpha\, k_{nit} S_{NH} \frac{S_O}{K_O + S_O} \tag{2.15}$$

où α est le coefficient stœchiométrique d'oxygène consommé par unité d'azote oxydé.
Le bilan dynamique de l'oxygène dissous devient alors :

$$\frac{dS_O}{dt} = \frac{Q}{V}(S_{O,in} - S_O) + K_L a(S_{O,sat} - S_O) - \alpha\, k_{nit} S_{NH} \frac{S_O}{K_O + S_O} \tag{2.16}$$

Des travaux de modélisation et de calibration sur des bilans similaires ont été proposés dans la littérature pour décrire les biofiltres nitrifiants et identifier leurs paramètres dynamiques [Baquerizo et al. 2005 ; Shi et al. 2013].

2.2.1.3 Discussion

Les équations de cette section 2.2.1 constituent une représentation mécaniste reliant directement les lois physiques observées dans un biofiltre nitrifiant. Elles permettent d'expliquer mathématiquement l'origine des dynamiques de l'ammonium et de l'oxygène dans le procédé. Cependant, dans le cadre de cette thèse, une approche système est privilégiée. Plutôt que d'exploiter un modèle mécaniste, aussi appelé modèle de connaissance, un modèle dynamique de comportement entrée-sortie du procédé sera pris en considération et identifié à partir des données expérimentales. Dans la mesure où l'objectif final est la commande du débit d'air, le modèle recherché devra établir explicitement le lien entre la variable de commande, à savoir le débit d'air injecté, et la sortie du procédé, la concentration d'ammonium en sortie du biofiltre.

2.2.2 Représentation entrée-sortie du procédé de nitrification

Le procédé de nitrification concerne la transformation de l'azote ammoniacal en nitrate au sein de biofiltres alimentés en eau usée. Pour les besoins de contrôle-commande, nous cherchons à caractériser le procédé de nitrification comme un système SISO (Single Input Single Output) en temps continu, dans lequel le débit d'air Q_{air} est considéré comme l'entrée, tandis que la concentration en ammonium à la sortie du procédé C_{out} constitue la sortie du système. Cette sortie C_{out} dépend aussi des conditions opératoires, notamment du débit d'eau Q_{water} et de la concentration en ammonium à l'entrée C_{in}.

Dans le cadre de ce travail, l'analyse se concentre sur les variables d'entrée directement liées au fonctionnement de la nitrification : la concentration en azote ammoniacal en entrée (C_{in}), le débit d'air (Q_{air}) et le débit d'eau (Q_{water}). Étant donné que le débit d'air dépend principalement de C_{in}, Q_{water} et de la concentration en azote ammoniacal en sortie (C_{out}), et que l'objectif de cette

thèse est d'optimiser la consommation d'air tout en maintenant une concentration C_{out} conforme aux exigences réglementaires, l'étude portera exclusivement sur ces signaux et les autres variables d'entrée ne seront pas prises en considération lors de l'étape de modélisation du procédé et de l'optimisation de l'aération.

La figure 2.1 illustre la représentation entrée-sortie du processus où le débit d'air Q_{air} constitue l'entrée de commande et la concentration en ammonium en sortie C_{out} représente la sortie du système. Les variables Q_{water} et C_{in} sont également considérées comme des variables influençant la dynamique du système.

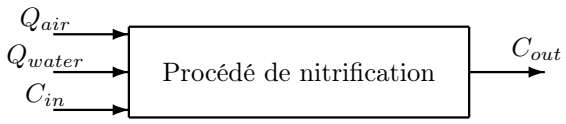


FIGURE 2.1 – Schéma-bloc du procédé de nitrification

Afin de contrôler efficacement l'élimination de l'ammonium, il est indispensable de disposer d'un modèle d'entrée-sortie représentatif des principales dynamiques du procédé tout en évitant la complexité excessive des modèles mécanistiques basés sur les cinétiques chimiques. Pour atteindre cet objectif, des essais sont réalisés à l'aide du simulateur SimBio, afin d'analyser le comportement du système vis-à-vis des signaux Q_{air}, Q_{water} et C_{in}, caractérisant le point de fonctionnement à l'instant présent.

2.2.3 Analyse du comportement du procédé de nitrification

2.2.3.1 Comportement du système sous conditions d'entrées constantes

Dans cette section, une simulation est réalisée à l'aide du simulateur SimBio afin d'analyser l'évolution de la concentration C_{out} avec des entrées Q_{air}, Q_{water} et C_{in} constantes. Les valeurs choisies pour ces entrées sont :

- Débit d'air : $Q_{air} = 2.21\ Nm^3/j$,
- Débit d'eau : $Q_{water} = 3\ 10^4\ m^3/j$,
- Concentration en entrée : $C_{in} = 22\ mgN/L$.

La simulation est effectuée sur une durée de 10 jours avec une période d'échantillonnage de 15 minutes. Les deux premiers jours de simulation sont exclus de l'analyse car ils correspondent à la phase d'initialisation du simulateur SimBio permettant au système d'atteindre un état initial cohérent.

La figure 2.2 nous montre que la sortie C_{out} a un comportement transitoire qui se répète chaque jour. Ce comportement est lié au lavage des biofiltres. Ce lavage a lieu quotidiennement, pendant une durée de 36 minutes au début de chaque journée. La figure 2.3 présente un zoom sur la phase de lavage autour du $9^{\text{ème}}$ jour. Nous y observons une chute nette de la concentration C_{out}, suivie d'un retour progressif à la tendance générale. Ce résultat est inattendu puisque aucun traitement d'eau n'est censé avoir lieu durant le lavage. Ce comportement peut toutefois s'expliquer par la manière dont le simulateur SimBio modélise le procédé.

En effet, les concentrations en entrée sont mesurées à l'entrée de la batterie de biofiltres, tandis que les débits d'eau et d'air sont mesurés à l'entrée de chaque biofiltre individuellement. La sortie globale C_{out} représente donc une moyenne du comportement des différents biofiltres. Ainsi, même si un biofiltre est temporairement inactif lors du lavage, les autres continuent de

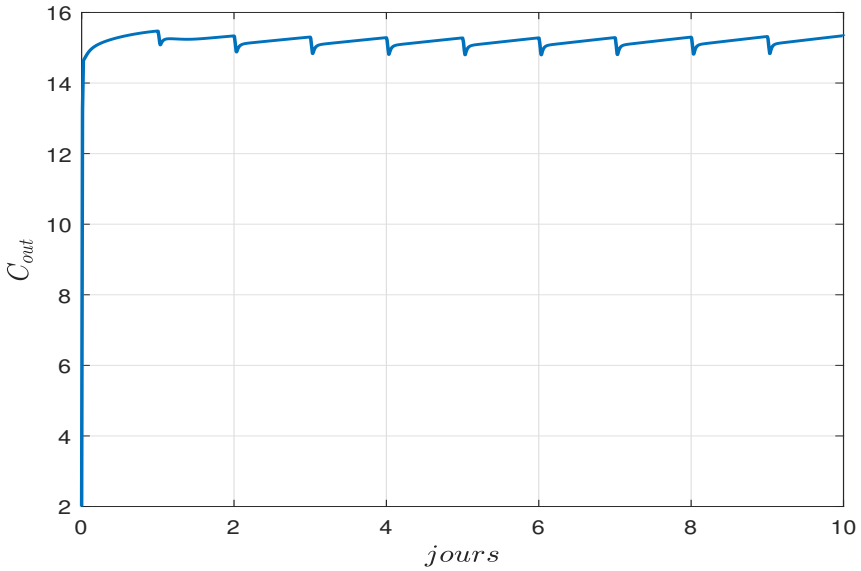


FIGURE 2.2 – Évolution de la concentration en sortie C_{out} sur 10 jours sous conditions constantes

fonctionner, ce qui justifie une concentration non nulle à la sortie globale. Donc le simulateur représente le fonctionnement d'un biofiltre moyen. Par conséquent, il est important de noter que le comportement dynamique sur une journée lié au lavage (cf. Figure 2.3) ne doit pas être modélisé.

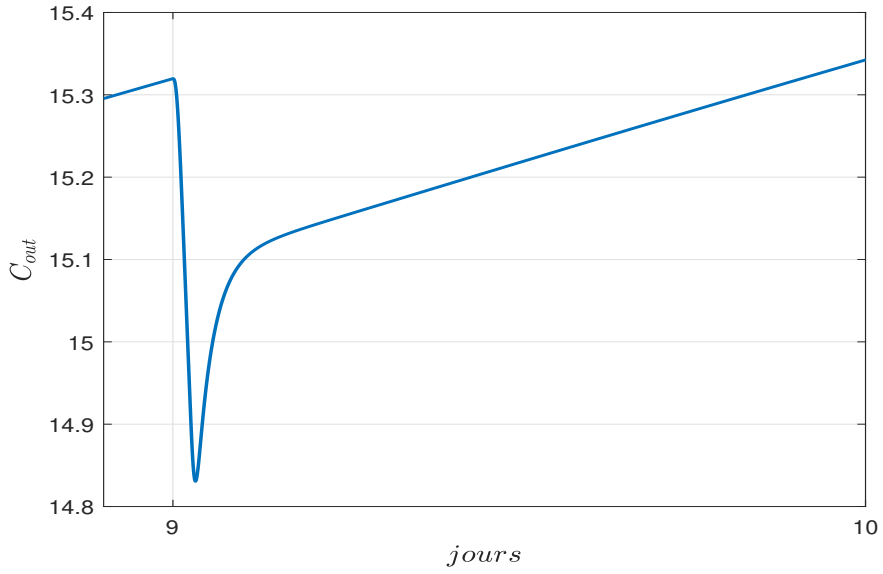


FIGURE 2.3 – Zoom sur la dynamique de C_{out} pendant la phase de lavage au $9^{\text{ème}}$ jour

2.2.3.2 Étude du comportement statique du système

Dans cette section, nous analysons le comportement statique du système en fixant certaines valeurs de Q_{air}, C_{in} et Q_{water}. L'objectif est de tracer et d'interpréter la caractéristique de sortie C_{out} en fonction du débit d'air Q_{air}, pour différentes valeurs de C_{in} et de Q_{water}.

Nous commençons par l'étude de l'effet de C_{in}. La figure 2.4 présente les courbes de C_{out} (en régime permanent) en fonction de Q_{air} pour différentes valeurs de C_{in} et un débit d'eau Q_{water} fixé à 3 10^4 m^3/j. Pour une valeur donnée de C_{in}, la concentration en sortie C_{out} décroît de manière non-linéaire lorsque le débit d'air Q_{air} augmente. Cette décroissance est initialement rapide pour les faibles valeurs de Q_{air}, puis elle ralentit progressivement pour les valeurs plus élevées, traduisant ainsi un effet de saturation de l'efficacité de l'aération. Pour un débit d'air donné, C_{out} augmente de manière non linéaire avec C_{in}. En effet, la relation n'est pas proportionnelle : l'écart entre les courbes associées à différentes valeurs de C_{in} est variable. Par exemple, pour Q_{air} = 2 10^4 m^3/j, nous observons que l'écart de C_{out} entre les courbes correspondant à C_{in} = 22 et 24 mgN/L (courbes jaune et violette) est différent de celui entre C_{in} = 28 et 30 mgN/L (courbes verte et bleu ciel), alors que la variation de C_{in} est identique dans les deux cas, traduisant un comportement non linéaire.

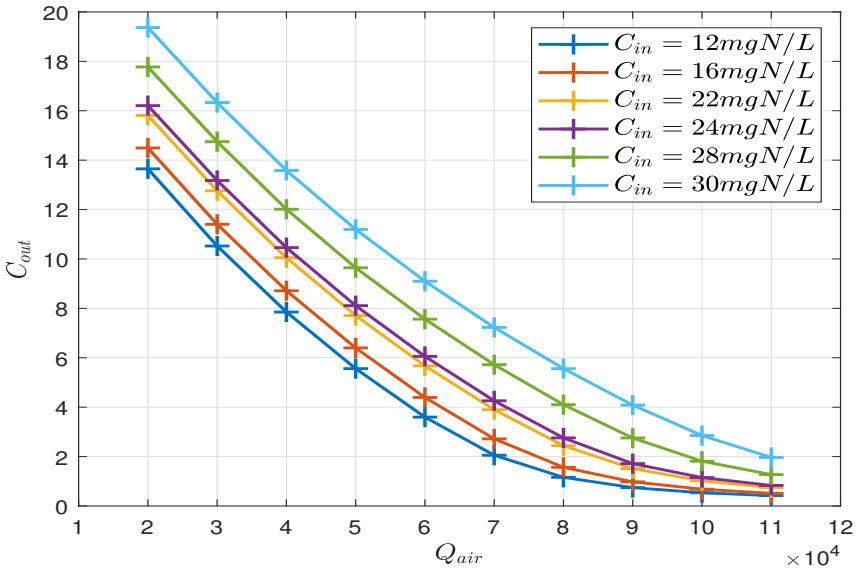


FIGURE 2.4 – Caractéristiques statiques C_{out} en fonction de Q_{air} pour Q_{water} = 3 10^4 m^3/j et différentes valeurs de C_{in}

D'autre part, les essais réalisés pour différentes valeurs de Q_{water} confirment également un comportement non linéaire du système vis-à-vis de cette variable. Dans ce contexte, nous proposons de modéliser le système par un modèle linéaire à paramètres variants, dans lequel les paramètres évoluent en fonction des variations de Q_{water}, C_{in} et Q_{air}. Ce modèle est adapté à la capture des dynamiques non-linéaires du système. En plus d'offrir une représentation entrée-sortie du système sur l'ensemble de son domaine opératoire, ce type de modèle est largement utilisé dans le cadre du développement de stratégies de commande avancée.

2.3 Modèles LPV (Linear Parameter-Varying) considérés

2.3.1 Modèle LPV à temps continu

Les modèles linéaires à paramètres variants (LPV) représentent une classe de modèles dynamiques dans lesquels les paramètres varient en fonction d'un ensemble de signaux exogènes appelés variables de séquencement [SHAMMA et al. 1990 ; TÓTH 2010]. Contrairement aux modèles linéaires invariants dans le temps (LTI), les modèles LPV permettent d'intégrer des changements

paramétriques dans la dynamique et/ou du gain du système, offrant ainsi une meilleure flexibilité et une adaptation aux variations des conditions de fonctionnement.

Tóth [Tóth 2010] propose différentes formulations pour les modèles LPV en temps discret ou en temps continu. Dans ce travail, nous considérons la représentation entrée-sortie des systèmes SISO LPV en temps continu avec dérivées, également décrite dans [**laurain2011**]. Dans ce cas, la dérivée d'ordre n_a de la sortie réelle du système $y_0(t)$ peut être définie par :

$$y_0^{(n_a)}(t) = -\sum_{i=0}^{n_a-1} a_i(\rho(t)) y_0^{(i)}(t) + \sum_{j=0}^{n_b} b_j(\rho(t)) u^{(j)}(t) \tag{2.17}$$

où $n_a \geq n_b$ et $\rho(t)$ est la variable de séquencement bornée dans le domaine de fonctionnement.

Nous supposons que la variable de séquencement $\rho(t)$ ainsi que ses dérivées sont connues, mesurables ou calculables. Les paramètres variables $a_i(\rho)$ et $b_j(\rho)$ sont supposés être des fonctions méromorphes [1] de $\rho(t)$, sans singularité sur le domaine considéré. Ces paramètres sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} a_i(\rho) &= a_i^0 + \sum_{\ell=1}^{r_f} a_i^\ell f_\ell(\rho) \\ b_j(\rho) &= b_j^0 + \sum_{\ell=1}^{r_g} b_j^\ell g_\ell(\rho) \end{aligned} \tag{2.18}$$

où $f_\ell(\rho)$ et $g_\ell(\rho)$ sont des fonctions statiques dépendant de $\rho(t)$, sans dérivée de $\rho(t)$. Ces fonctions peuvent être calculées directement à partir de $\rho(t)$ ou via un modèle fonctionnel.

En supposant les ordres n_a, n_b, r_f et r_g connus, l'objectif est d'estimer le vecteur des paramètres constants :

$$\theta = \left[\left\{ a_i^\ell \right\}_{i=0,\cdots,n_a-1}^{\ell=0,\cdots,r_f}, \left\{ b_i^\ell \right\}_{i=0,\cdots,n_b}^{\ell=0,\cdots,r_g} \right] \tag{2.19}$$

à partir d'un ensemble de données mesurées $\{u(k\lambda), \tilde{y}(k\lambda), \rho(k\lambda)\}_{k=0,\ldots,N}$, où λ est la période d'échantillonnage. La sortie mesurée $\tilde{y}$ peut être affectée par un bruit additif $w(\lambda k)$:

$$\tilde{y}(\lambda k) = y_0(\lambda k) + w(\lambda k) \tag{2.20}$$

où $w(\lambda k)$ est supposé non corrélé avec $u(k)$ et $\rho(k)$.

La dépendance des paramètres aux variables de séquencement permet aux modèles LPV de capturer des dynamiques plus complexes qu'un modèle linéaire classique tout en restant accessibles aux méthodes d'analyse linéaire [Packard 1994].

2.3.2 Comparaison avec les modèles linéaires et non linéaires

Les modèles LPV se situent entre les modèles linéaires invariants et les modèles non linéaires en termes de complexité et de capacité de représentation [Apkarian et al. 1995] :

- Modèles LTI : Ces modèles sont peu complexes et parfaitement adaptés à l'analyse et à la synthèse de lois de commande. Ils ne permettent cependant pas de modéliser les systèmes dont la dynamique varie en fonction du temps ou des conditions opérationnelles.

1. Une fonction g est dite méromorphe si $g = \frac{h}{q}$, où h et q sont des fonctions holomorphes (analytiques) et q n'est pas nulle.

- Modèles LPV : Ils conservent la structure linéaire locale des systèmes LTI mais permettent aux paramètres de varier en fonction de variables spécifiques. Ils sont ainsi bien adaptés au contrôle adaptatif et au séquencement de gain ou "gain scheduling" [Tóth 2010].
- Modèles non linéaires : Ces modèles sont plus généraux et peuvent représenter des systèmes complexes variés. Cependant, ils nécessitent des outils mathématiques plus sophistiqués pour l'analyse et la commande, rendant leur mise en œuvre souvent plus difficile [Casella et al. 2008].

De ce fait, les modèles LPV offrent un certain compromis entre simplicité et complexité de la représentation d'un certain nombre de systèmes dont les propriétés varient en fonction du temps ou de l'environnement externe.

2.3.3 Techniques d'identification et de conception

L'identification des modèles LPV repose sur diverses approches, allant des méthodes fréquentielles aux techniques d'optimisation numérique. Les principales méthodes incluent :

- L'approche locale qui consiste à identifier plusieurs modèles LTI correspondant à différents points de fonctionnement et à les interpoler entre eux [Tóth 2010].
- L'approche globale qui cherche directement à estimer les paramètres sous une contrainte de régularisation pour éviter un sur-ajustement aux données expérimentales [Casella et al. 2008].

2.3.4 Domaines d'application des modèles LPV

Les modèles LPV sont largement utilisés dans diverses applications où les systèmes présentent des dynamiques changeantes. On peut citer les exemples suivants :

- Aéronautique : Les modèles LPV des systèmes de contrôle de vol permettent de s'adapter aux changements du milieu atmosphérique et du régime de vol [Apkarian et al. 1998].
- Automobile : La régulation des moteurs et des suspensions actives repose souvent sur des modèles LPV pour ajuster dynamiquement les paramètres de contrôle en fonction des conditions de conduite [Zin et al. 2006].
- Robotique : Les modèles LPV dans la commande adaptative des robots permettent de gérer, à l'aide de leur capacité de modification de leurs paramètres, le changement du poids de la charge à transporter par exemple ou leur interaction avec leur environnement [Mohammadpour et al. 2012].
- Procédés industriels : L'optimisation et la supervision de systèmes de production ont recours à la modélisation LPV pour augmenter l'efficacité (performances, rendements) à diverses étapes de la mise en œuvre des processus face à la variabilité des matières premières fournies ou des conditions de fabrication [Tóth 2010].

2.4 Estimation paramétrique

2.4.1 Identification des systèmes dynamiques

L'identification d'un système est une procédure qui a pour objectif de déterminer un modèle mathématique permettant de rendre compte du comportement dynamique d'un système à partir de données expérimentales. Son objectif est de modéliser des systèmes physiques qu'ils soient linéaires ou non linéaires [Ljung 1999]. Goodwin & Sin (1984) [Goodwin et al. 1984] classent

l'identification des systèmes dans deux grandes catégories : l'identification paramétrique et l'identification non paramétrique. L'identification paramétrique permet d'ajuster les coefficients d'un modèle mathématique donné, lui-même souvent formulé sous forme d'équations aux différences, d'équations différentielles ou de fonctions de transfert. Cette approche suppose que l'on connaît a priori la structure du modèle et qu'il s'agit d'estimer les paramètres inconnus en minimisant un critère d'erreur [Ljung 1999]. De nombreux algorithmes peuvent s'appliquer à ce champ de travail, telles que la méthode des moindres carrés ou l'algorithme de Levenberg-Marquardt [Levenberg 1944].

En opposition à l'identification paramétrique, l'identification non paramétrique ne présuppose pas de structure de modèle préalablement spécifié. Cette identification se base sur des techniques d'analyse fréquentielle [Pintelon et al. 2012]. Cette approche présente l'avantage d'apporter une certaine souplesse de description au traitement de systèmes dits complexes, mais requiert généralement des volumes de données plus importants et demeure également plus exposée aux problèmes de bruit dans les mesures.

L'identification des systèmes peut aussi être catégorisée en fonction du degré de connaissance porté sur le système étudié. Deux grandes approches se distinguent alors : les modèles « boîte noire » et les modèles « boîte grise ». Les paramètres d'un modèle boîte noire ne présentent aucune signification physique sur le système étudié. L'identification n'est alors effectuée qu'à partir des seules données d'entrée et de sortie, sans aucune information a priori sur la physique du système. Le but de l'identification est alors de trouver une relation mathématique permettant de prédire le comportement du système [Söderström et al. 1989]. Les modèles boîte noire sont efficaces pour modéliser des systèmes complexes mais ils souffrent d'un faible niveau d'interprétabilité physique. Les modèles boîte grise combinent en vérité des connaissances partielles sur la structure physiques du système à une identification fondée sur les résultats expérimentaux. L'intérêt de cette approche réside dans le fait qu'elle permet d'introduire dans le modèle des considérations physiques et des informations a priori tout en ajustant quelques paramètres difficiles à déterminer expérimentalement à partir des observations [Tulleken 1993]. Par exemple, les modèles boîtes grises peuvent intégrer une équation différentielle issue de la physique du système, équation dont les paramètres seront optimisés par la méthode d'estimation. Ainsi, cette approche présente l'avantage d'un compromis intéressant entre la précision de la modélisation et le degré d'interprétabilité du modèle.

Pour notre recherche, nous nous orienterons vers un modèle « boîte noire » et la méthode d'estimation des paramètres sera la méthode d'identification à partir d'un algorithme itératif, l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

2.4.2 Algorithme de Levenberg-Marquardt

L'algorithme de Levenberg-Marquardt est une technique d'optimisation itérative utilisée pour résoudre les problèmes du calcul de moindres carrés non linéaires. Développé initialement par Levenberg (1944) [Levenberg 1944] et amélioré par Marquardt (1963) [Marquardt 1963], il combine les avantages de la descente de gradient d'une part et de la méthode de Gauss-Newton d'autre part. Son large usage dans plusieurs domaines comme l'identification des systèmes, l'apprentissage automatique, et l'ingénierie des systèmes [Lourakis 2005], a fait de lui un outil efficace.

Contrairement aux méthodes purement basées sur la descente de gradient, qui peuvent converger lentement ou se retrouver bloquées dans des minima locaux, l'algorithme de Levenberg-Marquardt ajuste à chaque itération le pas de mise à jour des paramètres, permettant un compromis entre stabilité et vitesse de convergence [Nocedal et al. 2006]. Lorsqu'il est loin du minimum, il fonctionne comme une descente de gradient classique avec une mise à jour pru-

dente des paramètres, et lorsqu'il est proche du minimum, il se comporte comme l'algorithme de Gauss-Newton, accélérant ainsi la convergence.

2.4.2.1 Formulation mathématique et mise en œuvre

L'algorithme repose sur la minimisation du critère quadratique défini par :

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} (y_k^* - \hat{y}_k)^2 = \sum_{k=0}^{N-1} \varepsilon_k^2 \tag{2.21}$$

L'itération de mise à jour des paramètres est donnée par :

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i - \left[J'' + \mu \mathbb{I}\right]^{-1} J' \Big|_{\hat{\theta}_i} \tag{2.22}$$

où :

- y_k^* est la sortie mesurée,
- $\hat{y}_k$ est la sortie du modèle,
- N est le nombre de mesures,
- $\hat{\theta}$ est le vecteur des paramètres estimés,
- J' est le gradient du critère J,
- J'' est la matrice du pseudo-Hessien,
- μ est un paramètre de régularisation ajusté dynamiquement pour assurer la stabilité de l'algorithme [More 2006].

Le coefficient μ va conditionner la direction de recherche de l'optimum. Lorsque μ est grand, la diagonale de $\mathbb{I}$ est dominante et l'algorithme se comporte comme un gradient. Si μ tend vers zéro, l'algorithme se comporte comme la méthode de Gauss-Newton [Hagan et al. 1994].

2.4.2.2 Convergence et conditions d'optimisation

L'efficacité de l'algorithme dépend de plusieurs facteurs, notamment le choix du paramètre μ, la qualité des données d'entraînement et la nature du problème d'optimisation. En général, l'algorithme de Levenberg-Marquardt présente une convergence rapide si la fonction d'erreur est bien conditionnée et si les données sont suffisamment riches pour contraindre les paramètres estimés [Björck 1996].

Cependant, certains défis persistent :

- Les données d'entrée peuvent être insuffisamment riches, entraînant une mauvaise estimation des paramètres.
- La fonction d'erreur peut posséder plusieurs minima locaux, rendant la convergence vers l'optimum global plus difficile.
- La matrice Jacobienne peut être mal conditionnée, ce qui affecte la stabilité numérique [Transtrum et al. 2012].

Des améliorations incluent l'utilisation de techniques de régularisation avancées et l'optimisation bayésienne pour ajuster automatiquement afin d'améliorer la robustesse de l'algorithme [MacKay 1992].

Un aspect fondamental de l'algorithme de Levenberg-Marquardt réside dans le choix de son vecteur d'initialisation θ_0. Une mauvaise initialisation peut entraîner :

- une convergence lente ou vers une solution non physique ou vers un optimum local,
- une divergence numérique en cas de conditionnement instable.

2.4.3 Estimation paramétrique par approche locale

L'estimation paramétrique par approche locale constitue une stratégie rigoureuse pour l'identification de systèmes dynamiques dont le comportement varie avec les conditions de fonctionnement. L'idée principale est de représenter le système global par une collection de modèles linéaires valides, chacun dans un voisinage restreint de points de fonctionnement fixes. Cette approche est particulièrement adaptée à des procédés non linéaires comme le biofiltre nitrifiant dont la dynamique est fortement influencée par les variables Q_{air}, C_{in} et Q_{water}.

Dans chaque région, l'identification repose sur un modèle linéaire à structure fixée (par exemple, une fonction de transfert de premier ou second ordre), dont les paramètres sont ajustés à partir de données expérimentales.

L'approche locale présente l'avantage de permettre une modélisation fine des comportements spécifiques à chaque régime de fonctionnement. Toutefois, elle ne garantit pas la cohérence globale du modèle sur l'ensemble du domaine. De plus, l'interpolation entre modèles locaux peut être délicate lorsque les transitions entre zones sont abruptes ou insuffisamment couvertes expérimentalement. Pour répondre à ces limitations, certains auteurs proposent l'utilisation de structures LPV continues, dans lesquelles les paramètres identifiés localement sont modélisés comme des fonctions régulières (souvent polynomiales) des variables de séquencement [Tóth 2010].

Dans le cadre de l'identification locale, les difficultés liées à l'initialisation de l'algorithme de Levenberg-Marquardt peuvent être atténuées en choisissant des conditions initiales provenant :

- d'un modèle précédemment estimé sur un point de fonctionnement voisin (initialisation continue),
- d'une analyse physique du système (par exemple, valeurs attendues des gains ou des constantes de temps).

Plusieurs travaux ont montré qu'une initialisation informée permet de réduire significativement le nombre d'itérations nécessaires et d'améliorer la robustesse de l'algorithme de Levenberg-Marquardt [Bai 2002 ; Garnier 2015]. Cela est particulièrement vrai pour les systèmes dont la structure du modèle dépend explicitement de variables de séquencement continues telles que Q_{air}, C_{in} et Q_{water}. Dans ce cas, l'approche locale permet de construire un ensemble de modèles linéaires pour différentes valeurs de ces variables puis de modéliser la dépendance des paramètres estimés par interpolation polynomiale ou par fonctions spline.

Cependant, la principale difficulté avec l'approche locale est qu'il est nécessaire de faire une étude expérimentale pour le point de fonctionnement et le modèle LTI considérés. Dans de nombreux domaines, une telle expérimentation est irréalisable. Dans notre cas d'étude, nous disposons du simulateur SimBio qui permet de réaliser des simulations en tout point de fonctionnement.

2.4.4 Estimation paramétrique par approche globale

L'approche globale vise à estimer directement les paramètres d'un modèle LPV continu sur l'ensemble du domaine de fonctionnement à partir d'un jeu de données riche couvrant une large plage de variations des variables d'entrée et de séquencement. Contrairement à l'approche locale, elle ne repose pas sur une segmentation préalable du domaine mais sur une excitation globale suffisamment riche pour exciter les non-linéarités du système. Cette stratégie présente l'avantage de produire un modèle unique, globalement cohérent, tout en réduisant la complexité associée à l'interpolation entre sous-modèles [Garnier 2015 ; Lee et al. 1999].

Dans le cadre de l'approche globale, l'estimation paramétrique est formulée comme un problème d'optimisation où l'ensemble des paramètres du modèle LPV est estimé à partir d'un seul jeu de données couvrant la plage de fonctionnement du procédé. Contrairement à l'approche locale, cette méthode ne cherche pas à ajuster plusieurs modèles indépendants mais un seul modèle

continu dont les paramètres varient explicitement avec les variables de séquencement. Cette formulation permet d'éviter les discontinuités ou incohérences entre modèles locaux mais elle rend le problème d'optimisation plus complexe, notamment en raison du grand nombre de paramètres à estimer.

Le vecteur de paramètres θ, tel que défini dans l'équation (2.19), peut inclure plusieurs groupes de paramètres, notamment les coefficients dépendant de la variable de séquencement [Garnier 2015]. La complexité du modèle LPV (ordre, degré des polynômes, nature de la dépendance à la variable de séquencement) influence directement le conditionnement numérique du problème. C'est pourquoi une initialisation soignée de θ_0 est cruciale pour garantir la convergence de l'algorithme vers une solution optimale.

Considérons la représentation entrée-sortie du modèle LPV, présentée dans la section 2.3, rappelée ci-après :

$$y_0^{(n_a)}(t) = -\sum_{i=0}^{n_a-1} a_i(\rho) y_0^{(i)}(t) + \sum_{i=0}^{n_b} b_i(\rho) u^{(i)}(t) \tag{2.23}$$

L'estimation directe d'un tel modèle est rendue difficile par l'impossibilité de mesurer certaines dérivées, notamment $y_0^{(i)}(t)$ et $u^{(i)}(t)$ pour $i > 0$. Ouvrard et Trigeassou (2011) [Ouvrard et al. 2011], ainsi que Ouvrard et al. (2024) [Ouvrard et al. 2024], ont montré qu'il est possible, en utilisant des intégrales (notamment via les moments partiels), de reformuler le modèle différentiel en une équation sous la forme d'une régression linéaire. L'idée est de reformuler la sortie de l'équation différentielle ordinaire (ODE) à l'aide d'une convolution avec le filtre FIR (Finite Impusle Response) implicite aux moments partiels réinitialisés d'ordre n_a défini par :

$$m_{n_a}(t) = \begin{cases} \dfrac{(\hat{T}-t)^{n_a-1} t^{n_a-1}}{(n_a-1)!\hat{T}^{n_a}}, & \text{pour } t \in [0, \hat{T}], \\ \\ 0, \text{sinon} \end{cases} \tag{2.24}$$

où $\hat{T}$, largeur de la fenêtre glissante d'intégration, est un paramètre lié à la réinitialisation des moments partiels.

Cette méthode conduit à une estimation initiale obtenue par moindres carrés, qui peut servir de point de départ à une procédure itérative d'optimisation plus précise comme l'identification par variables instrumentales (IV) ou par l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Cette méthode sera détaillée dans le chapitre 4.

2.5 Optimisation de la commande

2.5.1 Loi de commande existante

Le but de cette étude est d'optimiser la loi de commande déjà implantée sur le site de Seine Aval pour le procédé de nitrification. Actuellement, la loi de commande mise en œuvre dans l'automate repose sur une structure mixte d'une commande *Feedforward* (FF) et une commande *Feedback* (FB), définie comme déjà présenté dans la section 1.8.4 :

$$Q_{air,FF} = K_a Q_{water}(C_{in} - C_{ref})a + K_b \tag{2.25}$$

$$
\begin{aligned}
\lambda &= e^{\frac{-t_m}{1000\ IMC_{bo}}} \\
S_t &= \lambda S_{t-1} + \frac{1-\lambda}{K} Q_{air,FB}|_{t-1} \\
Y &= K\left(\left(\frac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}}\right) Q_{water}(C_{out} - C_{ref})a + S\right) \\
Q_{air,FB}|_t &= \min\left(7000, \max(-7000, Y)\right)
\end{aligned}
\tag{2.26}
$$

La commande globale du débit d'air Q_{air} est la somme des deux contributions $Q_{air,FF}$ et $Q_{air,FB}$, divisée par le nombre de biofiltres actifs. La commande FF permet d'anticiper les variations de la concentration d'ammonium en entrée C_{in}, tandis que la boucle de rétroaction ajuste le débit d'air en fonction de l'écart entre la concentration mesurée en sortie C_{out} et la consigne C_{ref}.

Dans un premier temps, l'objectif est d'optimiser les paramètres des commandes FF et FB. Cette optimisation vise à minimiser le débit d'air moyen injecté dans le procédé et donc la consommation énergétique tout en maintenant les performances de régulation de C_{out} autour de la valeur de consigne C_{ref}. Cette démarche doit garantir le respect des contraintes réglementaires, notamment en ce qui concerne l'abattement de l'azote ammoniacal. Ces exigences imposent un taux moyen d'abattement journalier supérieur à 81 % et un taux annuel supérieur à 70 %.

2.5.2 Synthèse d'une nouvelle loi de commande

Dans un second temps, il est envisagé de remplacer la loi de commande actuelle par une stratégie plus souple et potentiellement plus performante. Celle-ci s'appuiera sur le modèle LPV développé dans ce travail et ne sera pas contrainte par la forme actuelle de la commande. L'objectif est d'utiliser le modèle LPV pour concevoir une commande avancée, capable d'assurer à la fois un contrôle fin de la qualité de l'effluent et une réduction significative de la consommation énergétique.

2.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude du procédé de nitrification mis en œuvre sur le site de Seine Aval avec pour objectif de présenter une démarche méthodologique pour modéliser le système et optimiser la commande. Le système a été caractérisé comme un processus SISO en temps continu avec le débit d'air Q_{air} comme entrée et la concentration en ammonium C_{out} comme sortie. L'analyse a également pris en compte les effets des variables exogènes telles que le débit d'eau Q_{water} et la concentration en entrée C_{in} qui influencent significativement la dynamique du système. Ces observations confirment la nécessité d'employer une structure de modèle capable de représenter ces variations de manière flexible mais maîtrisable.

C'est dans cette perspective qu'a été envisagé l'usage de modèles linéaires à paramètres variants (LPV) qui permettent d'intégrer les effets des conditions de fonctionnement dans les équations du modèle tout en conservant une structure linéaire adaptée à la synthèse de commande. L'estimation des paramètres du modèle LPV sera réalisée à l'aide de l'algorithme de Levenberg-Marquardt en adoptant une approche locale puis une approche globale.

Enfin, une analyse de la loi de commande actuellement en place sur le site a été présentée. Cette commande structurée autour d'une commande anticipative (*FeedForward*) et d'une commande de régulation (*FeedBack*) constitue une première base sur laquelle des améliorations peuvent être apportées. L'objectif est d'optimiser les paramètres de cette loi pour minimiser la consommation

d'énergie tout en respectant les contraintes environnementales avant d'envisager une commande plus avancée fondée sur le modèle LPV estimé.

Le chapitre suivant est consacré à l'estimation paramétrique du modèle LPV par approche locale, en s'appuyant sur des modèles linéaires identifiés autour de points de fonctionnement représentatifs du procédé.

Chapitre 3

Estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche locale

3.1 Introduction

Le processus de nitrification, essentiel dans le traitement biologique des eaux usées, présente un comportement complexe et fortement non linéaire, influencé par plusieurs variables opérationnelles comme le débit d'air Q_{air}, la concentration en ammonium à l'entrée C_{in} et le débit d'eau Q_{water}. Pour mieux comprendre et représenter cette complexité, il est essentiel d'utiliser des outils de modélisation capables de capturer les variations du comportement du système tout en restant compatibles avec des méthodes d'identification paramétrique efficaces.

Dans cette optique, les modèles LPV constituent une solution particulièrement pertinente. Ils combinent la structure simple et bien établie des modèles linéaires avec la flexibilité des approches non linéaires, en intégrant explicitement la dépendance des paramètres dynamiques aux variables de séquencement telles que Q_{air}, C_{in} ou Q_{water}.

Parmi les différentes stratégies d'estimation des paramètres de ces modèles, ce chapitre met l'accent sur l'approche dite locale. Elle consiste à identifier des modèles linéaires sur des sous-domaines restreints du fonctionnement global, puis à modéliser l'évolution des paramètres obtenus en fonction des variables de séquencement. Cette démarche permet de mieux représenter les dynamiques locales du système, en particulier celles observées dans le comportement du biofiltre nitrifiant.

Pour ce faire, nous utilisons l'algorithme de Levenberg-Marquardt afin d'identifier un modèle LPV à temps continu pour reproduire le comportement d'un biofiltre (représenté par le simulateur SimBio), en s'appuyant sur une structure de type fonction de transfert estimée avec une approche locale.

3.2 Structure du modèle

Afin de définir la structure du modèle LPV à identifier, nous travaillons sur un point de fonctionnement fixe afin de faciliter l'étude du comportement du système. Plus précisément, nous imposons des valeurs constantes aux entrées C_{in} et Q_{water} et nous faisons varier l'entrée de commande Q_{air} autour des différents points de fonctionnement.

Pour cette section et afin d'illustrer les choix réalisés, les grandeurs C_{in} et Q_{water} sont fixées à leurs valeurs moyennes de la compagne de mesures 2019, soit $C_{in} = 22.15\ mgN/L$ et $Q_{water} = 29567\ m^3/j$ et l'excitation sur l'entrée Q_{air} correspond à un échelon.

3.2.1 Choix de la structure

L'échelon appliqué consiste à faire passer le débit d'air Q_{air} de sa valeur minimale de 22096 Nm^3/j à sa valeur maximale de 115520 Nm^3/j (ces valeurs étant issues des mesures réalisées à la station Seine Aval) au $12^{\text{ème}}$ jour de simulation, comme présenté dans la figure 3.1.

À l'aide du simulateur SimBio, nous avons réalisé une simulation sur une période de 25 jours, et la réponse indicielle du système obtenue est présentée dans la figure 3.2.

L'analyse de cette réponse révèle deux dynamiques distinctes que nous cherchons à capturer dans le cadre du modèle LPV : une dynamique rapide, d'une durée de quelques minutes, qui peut être modélisée de manière adéquate à l'aide d'un transfert direct (un simple gain K_1) et une dynamique lente s'étendant sur plusieurs jours (un gain K_2 et une constante de temps τ). Cette observation motive la proposition de la structure présentée par l'équation (3.1).

$$C_{out}(s) = \left(K_1 + \frac{K_2}{1+\tau s}\right) Q_{air}(s) \tag{3.1}$$

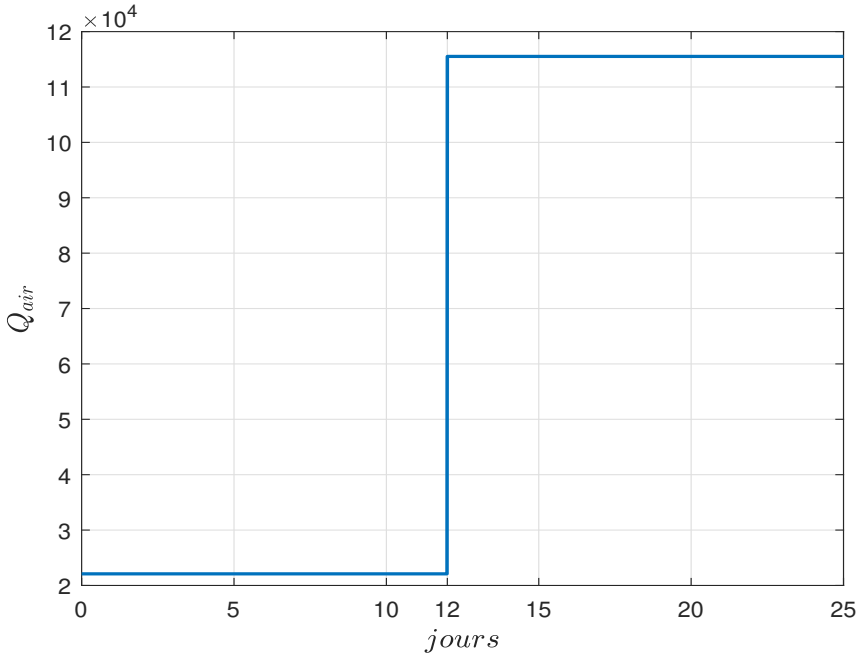


FIGURE 3.1 – Choix de la structure - Échelon de débit d'air au 12ème jour

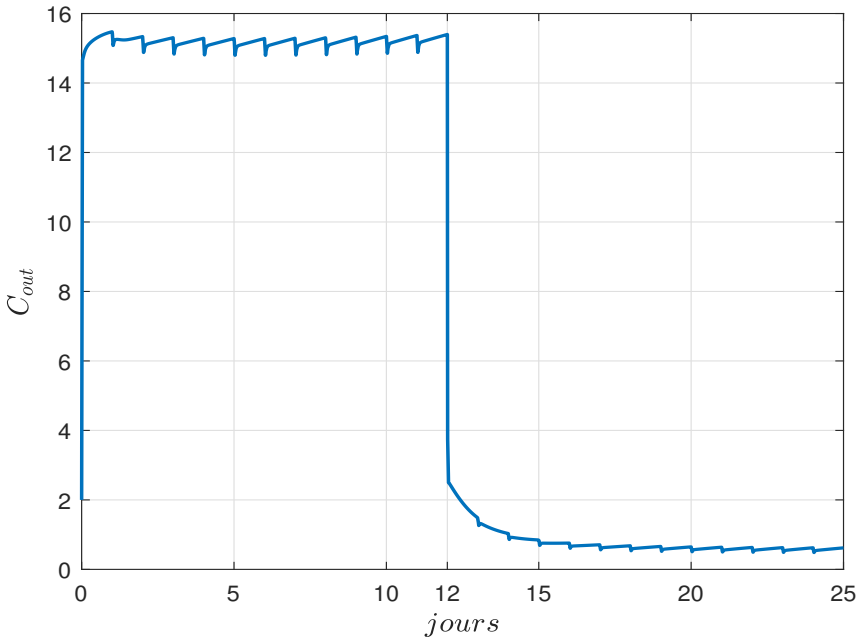


FIGURE 3.2 – Choix de la structure - Réponse indicielle du système

Dans cette formulation, le gain K_1 du transfert direct représente la dynamique rapide et les paramètres K_2 et τ correspondent respectivement au gain et à la constante de temps de la dynamique lente.

Pour mieux visualiser la dynamique rapide, un zoom a été effectué sur le 12ème jour de la réponse indicielle (Figure 3.3).

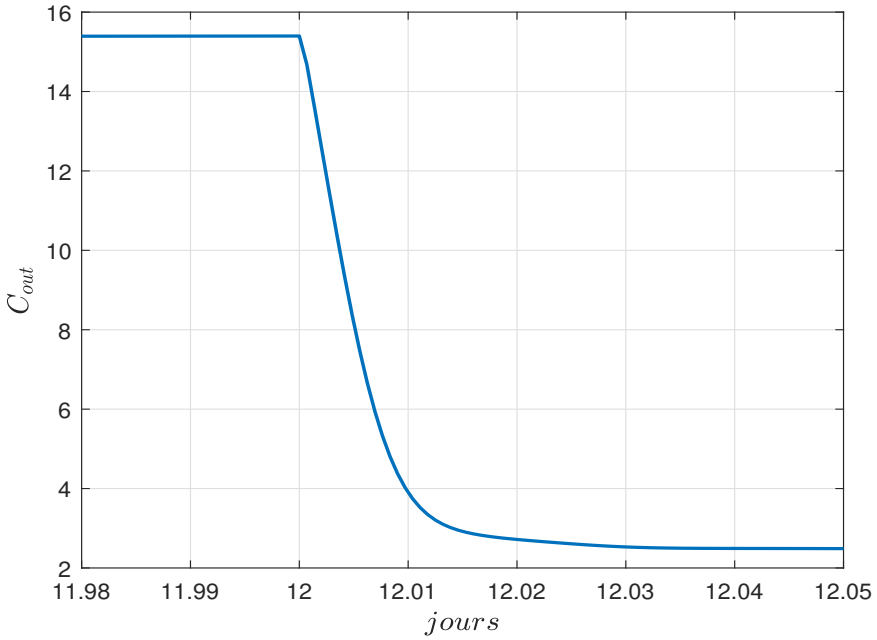


FIGURE 3.3 – Choix de la structure - Zoom sur le 12^{me} jour de la réponse indicielle

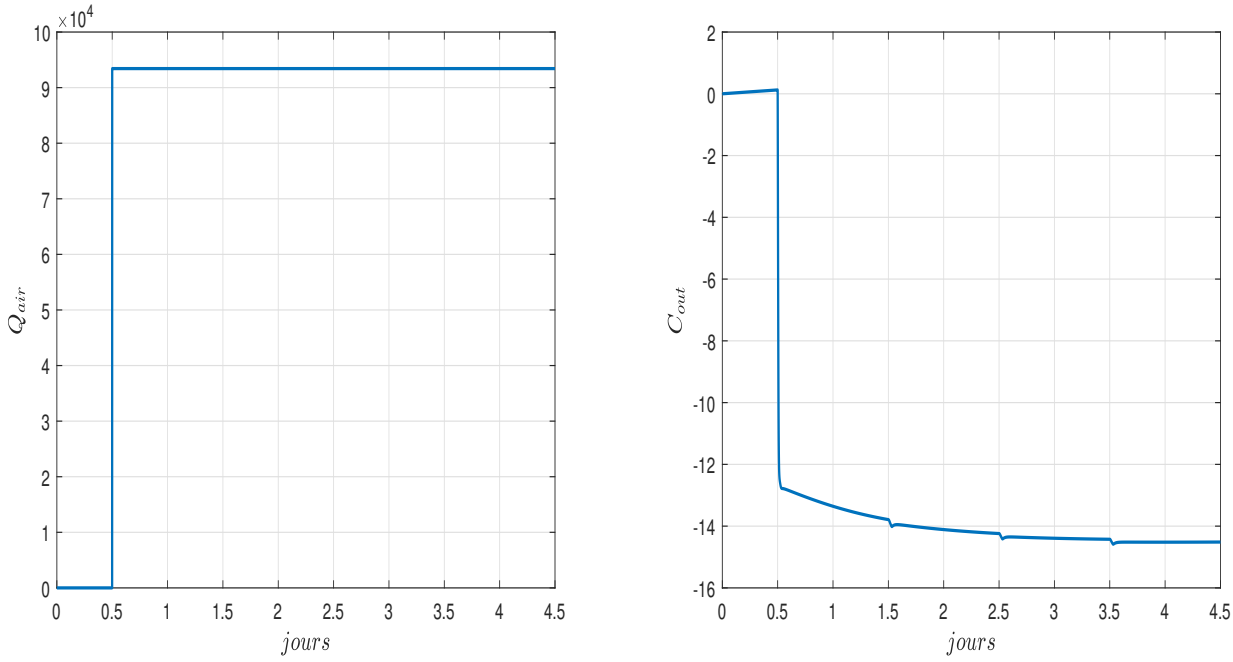
Dans cette figure, on voit que, plutôt qu'un transfert direct, la dynamique rapide peut être mieux représentée par un transfert de 1er ordre. Cette caractéristique nous conduit à proposer un modèle plus détaillé intégrant deux dynamiques de premier ordre, défini par l'équation suivante :

$$C_{out}(s) = \left(\frac{K_1}{1 + \tau_1 \ s} + \frac{K_2}{1 + \tau_2 \ s} \right) \ Q_{air}(s) \tag{3.2}$$

Dans la sous-section suivante, nous procédons à l'identification du transfert $G(s)$ liant l'entrée Q_{air} à la sortie C_{out} à partir d'un jeu de données d'entrée-sortie afin d'évaluer quelle structure modélise le mieux le comportement du système.

3.2.2 Validation de la structure choisie

L'identification du transfert $G(s)$ est réalisée sur la base des signaux d'entrée de commande Q_{air} et de la sortie C_{out} correspondante. Pour constituer le jeu de données d'entrée-sortie, nous utilisons les signaux représentés dans les figures 3.1 et 3.2. Avant d'effectuer l'identification, un prétraitement des données est nécessaire pour qu'elles soient compatibles pour le processus d'identification. Tout d'abord, nous sélectionnons uniquement les données comprises entre le 11.5ème jour et le 15ème jour, en éliminant les périodes où les signaux restent constants. Cette sélection permet de se concentrer sur la réponse dynamique du système. Ensuite, nous soustrayons la valeur initiale de chaque signal afin de supprimer les conditions initiales ; le repère temporel est réinitialisé à l'instant $t = 0$. La figure 3.4 illustre les données prétraitées qui serviront à l'identification du modèle.



(a) Entrée prétraitée

(b) Sortie prétraitée

FIGURE 3.4 – Choix de la structure - Données employées dans l'identification

L'étape suivante consiste à identifier le transfert $G(s)$ en comparant les performances des deux structures proposées, définies respectivement par les équations (3.1) et (3.2).

3.2.2.1 Identification du transfert $G(s)$ avec la première structure

Dans cette section, nous identifions le transfert $G(s)$ en nous basant sur la structure présentée par l'équation (3.1) (transfert direct plus une fonction de transfert du 1er ordre) et les signaux présentés dans la figure 3.4. Le résultat de l'identification est illustré dans la figure 3.5.

Le pourcentage d'ajustement (FIT), défini par l'équation (3.3), entre la sortie prétraitée du simulateur SimBio C_{out} et la sortie du modèle estimé $\hat{C}_{out}$ est de 92.22%, ce qui est globalement satisfaisant. Par contre, une erreur significative est observée au moment du saut de l'échelon.

$$FIT = 100 \times \left(1 - \frac{\left\|C_{out}(t) - \hat{C}_{out}(t)\right\|}{\|C_{out}(t) - mean(C_{out}(t))\|}\right) \tag{3.3}$$

3.2.2.2 Identification du transfert $G(s)$ avec la deuxième structure

Nous procédons maintenant à une nouvelle identification, cette fois en adoptant la structure définie par l'équation (3.2), qui représente le transfert $G(s)$ comme la somme de deux fonctions de transfert du 1er ordre.

En prenant le même jeu de données, nous obtenons le résultat présenté sur la figure 3.6.

Nous voyons que le pourcentage d'ajustement entre C_{out} et $\hat{C}_{out}$, dans ce cas, atteint 98.7%, indiquant une meilleure correspondance entre le modèle et les données expérimentales. De plus, l'erreur au moment du saut de l'échelon est significativement réduite.

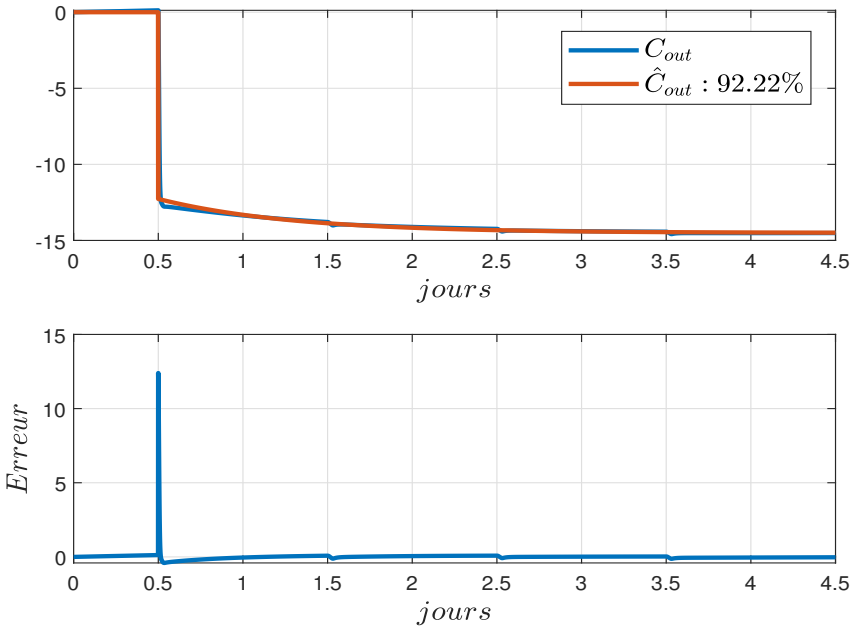


FIGURE 3.5 – Résultat d'identification avec la première structure (3.1)

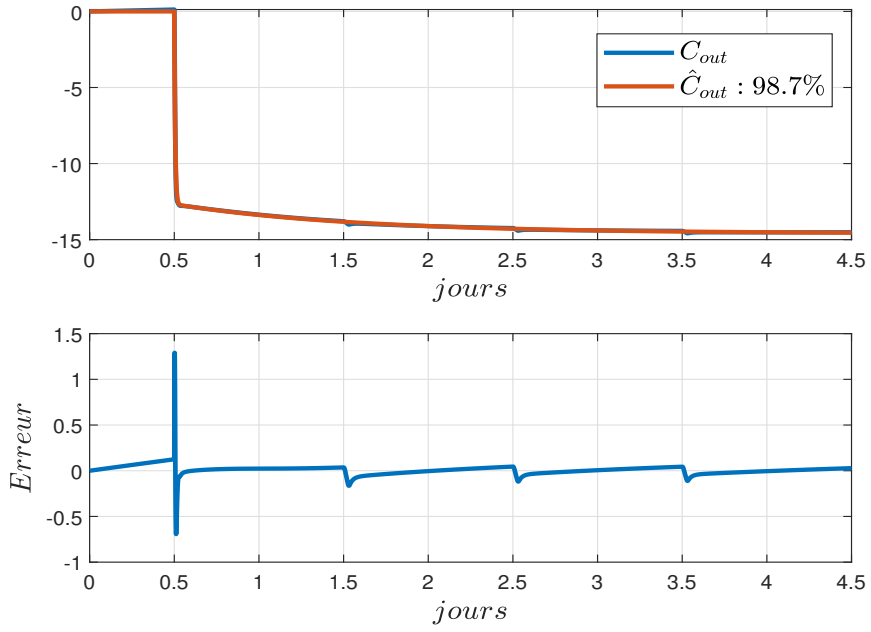


FIGURE 3.6 – Résultat d'identification avec la deuxième structure (3.2)

3.2.2.3 Conclusion

Les résultats montrent que l'utilisation d'un modèle sous la forme d'une somme de deux fonctions de transfert du 1^{er} ordre améliore significativement la précision de l'identification. En particulier, cette structure permet une meilleure prise en compte des dynamiques rapide et lente du système, tout en réduisant l'erreur transitoire. Dorénavant, la structure choisie est celle définie par l'équation (3.2).

3.3 Premier essai d'identification avec des signaux SBPA de grande amplitude

3.3.1 Identification du modèle pour un point de fonctionnement

Considérons une entrée Q_{air} d'excitation plus riche avec une séquence binaire pseudo-aléatoire (SBPA). Rappelons que le point de fonctionnement utilisé pour illustrer nos propos est défini par $C_{in} = 22.15\ mgN/L$ et $Q_{water} = 29567\ m^3/j$ et que le transfert $G(s)$ est défini par l'équation (3.2).

L'entrée SBPA oscille entre des valeurs minimale de 22096 Nm^3/j et maximale de 115520 Nm^3/j, comme illustré dans la figure 3.7. Cette figure présente un extrait du signal utilisé lors de la simulation avec SimBio pour générer C_{out}. Afin d'améliorer la qualité des données pour l'identification, les premiers jours de simulation sont exclus car ils correspondent à une phase transitoire. Ainsi, le signal affiché dans la figure 3.7 correspond à la partie du signal utilisée après cette suppression. Par la suite, ces données sont soumises à un prétraitement, comme décrit dans la section 3.2.2, afin d'assurer leur compatibilité pour l'identification du modèle.

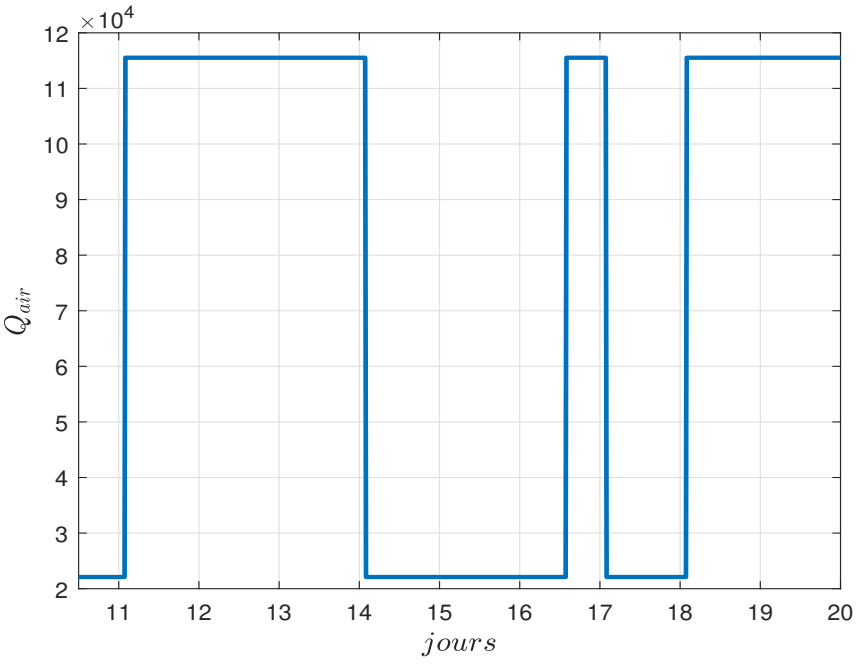


FIGURE 3.7 – Un débit d'air sous forme d'une SBPA pour un premier essai d'identification

À l'aide de l'algorithme de Levenberg-Marquardt, nous obtenons le résultat d'identification illustré dans la figure 3.8. En interprétant cette figure, nous trouvons que le pourcentage de FIT

entre la sortie prétraitée de SimBio C_{out} et la sortie estimée $\hat{C}_{out}$ est élevé (96.54%). Donc les résultats obtenus sont très satisfaisants.

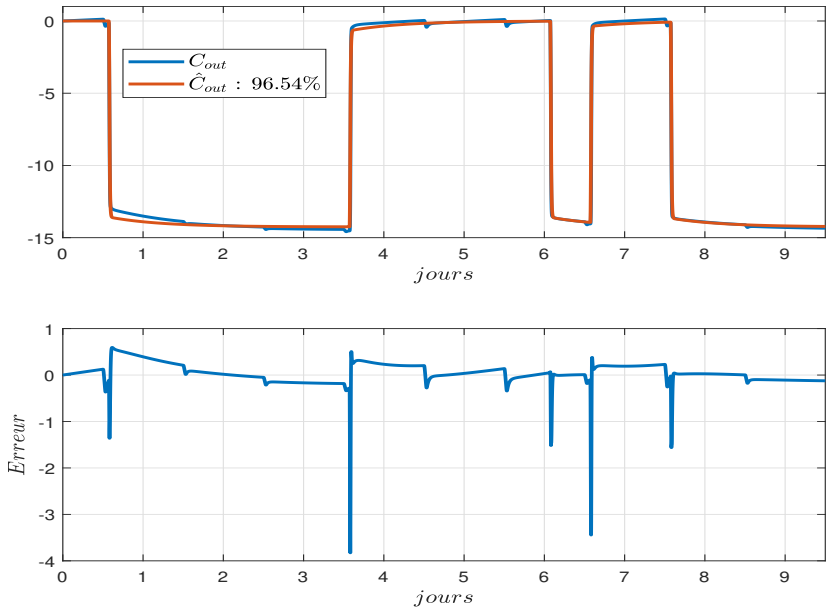


FIGURE 3.8 – Résultat d'identification pour Q_{air} sous forme d'une SBPA

3.3.1.1 Évolution des paramètres estimés en fonction de ΔQ_{air}

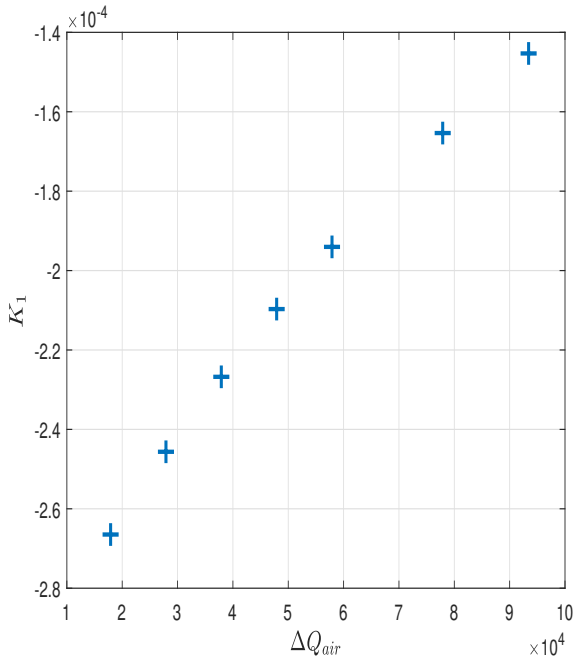
Nous répétons la même procédure pour différents signaux d'entrée Q_{air} afin d'estimer les paramètres du modèle pour différentes amplitudes d'excitation. Pour cette étude, nous considérons une excitation sous forme d'une SBPA avec une valeur minimale de 2.2096 10^4 Nm^3/j et les valeurs maximales suivantes : 4 10^4, 5 10^4, 6 10^4, 7 10^4, 8 10^4, 10 10^4 Nm^3/j.

Nous traçons l'évolution des paramètres estimés K_1, K_2, τ_1 et τ_2 en fonction de ΔQ_{air} qui représente l'écart entre les valeurs minimale et maximale du signal Q_{air} sélectionné. La figure 3.9 montre cette évolution.

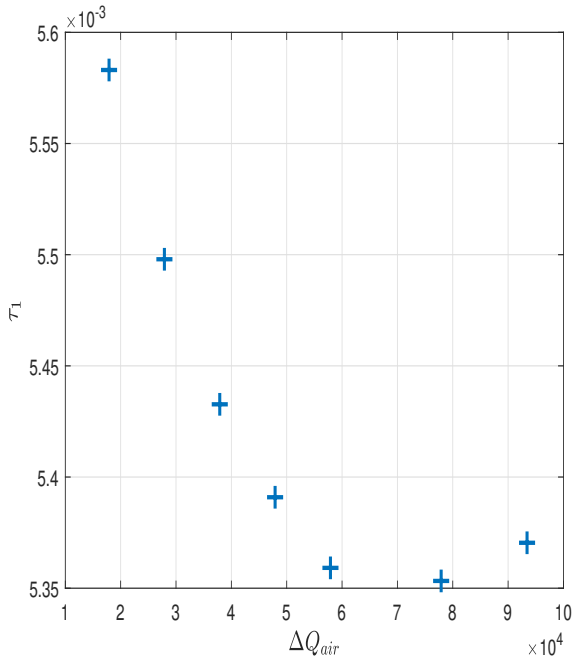
On note que le paramètre K_1 augmente avec ΔQ_{air}, ce qui indique une amplification de la dynamique rapide lorsque l'excitation appliquée devient plus importante. Parallèlement, la constante de temps associée à cette dynamique, τ_1, tend à diminuer avec ΔQ_{air}. Cette diminution signifie une accélération de la réponse rapide lorsque l'amplitude du signal Q_{air} augmente. En ce qui concerne la dynamique lente, la constante de temps τ_2 augmente avec ΔQ_{air}. Cette augmentation signifie que lorsque l'amplitude de l'excitation augmente, la réponse du modèle devient plus lente. L'évolution du paramètre K_2 présente un comportement plus complexe. D'abord, K_2 diminue progressivement avec ΔQ_{air}, indiquant une réduction de la contribution de la dynamique lente au modèle. Puis, au-delà d'un certain seuil de ΔQ_{air}, le paramètre K_2 augmente, suggérant une réintensification de la dynamique lente dans le modèle lorsque l'amplitude de l'excitation atteint des valeurs plus élevées.

3.3.1.2 Estimation des polynômes reliant les paramètres à ΔQ_{air}

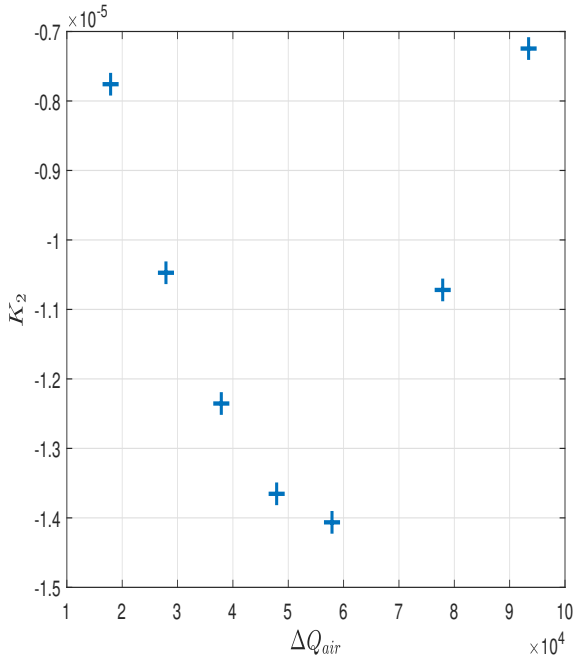
Nous cherchons à exprimer les paramètres K_1, K_2, τ_1 et τ_2 sous une forme polynomiale, conformément à l'équation (3.4). Rappelons que nous considérons le point de fonctionnement



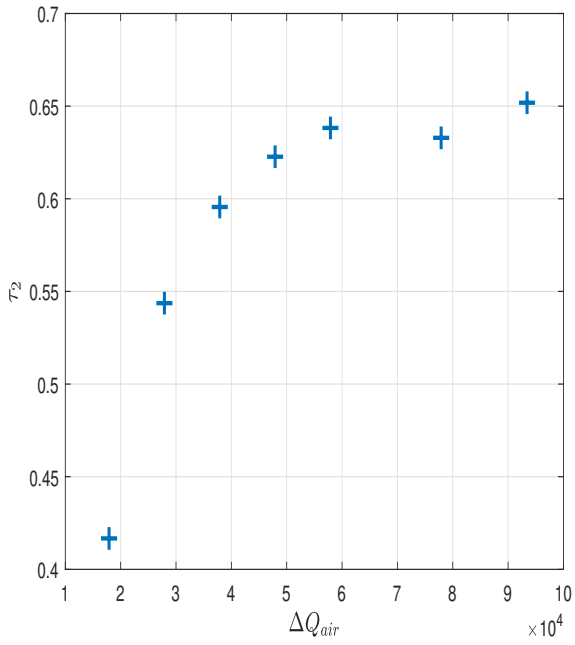
(a) K_1



(b) τ_1



(c) K_2



(d) τ_2

FIGURE 3.9 – Évolution des paramètres estimés en fonction de ΔQ_{air} pour un premier essai d'identification

déterminé par $C_{in} = 22\ mgN/L$ et $Q_{water} = 3\ 10^4\ Nm^3/j$.

$$\begin{aligned} K_1 &= K_{10} + K_{11}\Delta Q_{air} + K_{12}\Delta Q_{air}^2 + \cdots + K_{1n_{K_1}}\Delta Q_{air}^{n_{K_1}} \\ K_2 &= K_{20} + K_{21}\Delta Q_{air} + K_{22}\Delta Q_{air}^2 + \cdots + K_{2n_{K_2}}\Delta Q_{air}^{n_{K_2}} \\ \tau_1 &= \tau_{10} + \tau_{11}\Delta Q_{air} + \tau_{12}\Delta Q_{air}^2 + \cdots + \tau_{1n_{\tau_1}}\Delta Q_{air}^{n_{\tau_1}} \\ \tau_2 &= \tau_{20} + \tau_{21}\Delta Q_{air} + \tau_{22}\Delta Q_{air}^2 + \cdots + \tau_{2n_{\tau_2}}\Delta Q_{air}^{n_{\tau_2}} \end{aligned} \tag{3.4}$$

où n_{K_1}, n_{K_2}, n_{τ_1} et n_{τ_2} sont les ordres des polynômes en ΔQ_{air} pour K_1, K_2, τ_1 et τ_2, respectivement.

L'estimation des sous-paramètres K_{10}, K_{11}, ..., $\tau_{2_{n_{\tau_2}-1}}$ et $\tau_{2n_{\tau_2}}$ est réalisée par la méthode des moindres carrés. Plusieurs essais ont été effectués et les résultats obtenus sont présentés dans la figure 3.10. Cette figure illustre les ajustements des polynômes aux paramètres estimés en fonction de ΔQ_{air}. Plusieurs ordres de polynômes sont testés pour chaque paramètre, et les valeurs de FIT (%) sont indiquées dans la légende de chaque sous-figure.

À partir des valeurs de FIT obtenues et en recherchant un bon compromis entre la complexité du modèle et la précision, nous pouvons dire que les résultats obtenus avec les polynômes de deuxième ordre sont assez satisfaisants. Donc les paramètres estimés peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} K_1 &= K_{10} + K_{11}\Delta Q_{air} + K_{12}\Delta Q_{air}^2 \\ K_2 &= K_{20} + K_{21}\Delta Q_{air} + K_{22}\Delta Q_{air}^2 \\ \tau_1 &= \tau_{10} + \tau_{11}\Delta Q_{air} + \tau_{12}\Delta Q_{air}^2 \\ \tau_2 &= \tau_{20} + \tau_{21}\Delta Q_{air} + \tau_{22}\Delta Q_{air}^2 \end{aligned} \tag{3.5}$$

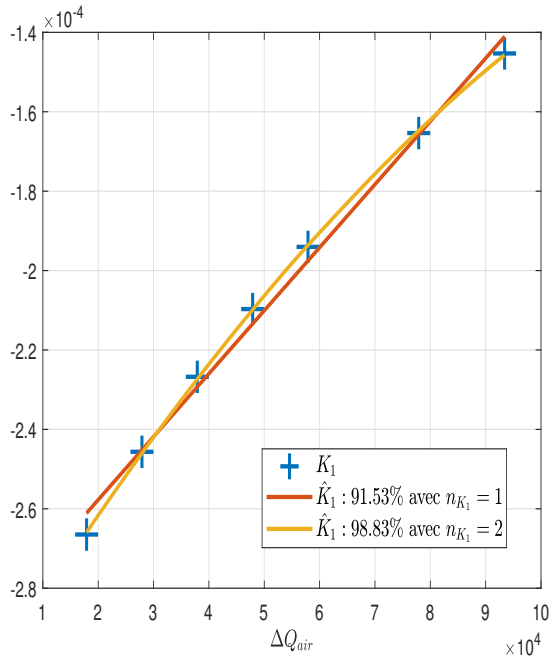
Après avoir estimé les sous-paramètres K_{10}, K_{11}, ..., τ_{21} et τ_{22}, l'étape suivante consiste à valider ce modèle estimé pour un point de fonctionnement afin d'évaluer sa capacité à représenter fidèlement le comportement du système.

3.3.2 Validation du modèle estimé

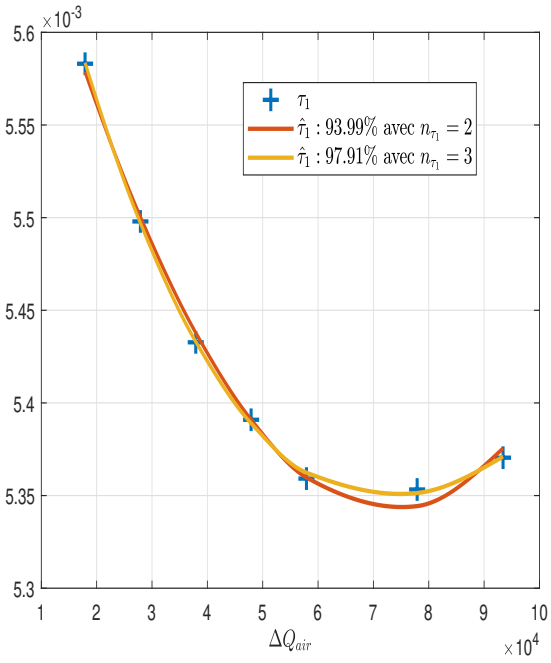
Afin de valider le modèle estimé, nous appliquons une séquence d'excitation sur l'entrée Q_{air} illustrée dans la figure 3.11. Ce signal est caractérisé par une série de paliers successifs de durées et d'amplitudes variables, permettant d'analyser la qualité du modèle. Une simulation de 25 jours est réalisée sous SimBio en utilisant ce signal d'entrée. Avant d'utiliser le signal C_{out} obtenu pour la validation du modèle, nous supprimons les deux premiers jours de simulation et nous soustrayons la valeur initiale du signal. La figure 3.12 montre les résultats de validation. La courbe C_{out} représente la sortie de SimBio et la courbe $\hat{C}_{out}$ représente la sortie du modèle identifié et décrit par (3.2) et (3.5).

En analysant cette figure, nous voyons que le modèle parvient à suivre les variations principales du signal de sortie avec une précision acceptable et reproduit correctement la dynamique globale du système. Le pourcentage de FIT atteint 87.26%, indiquant une bonne fidélité du modèle pour la majorité des points.

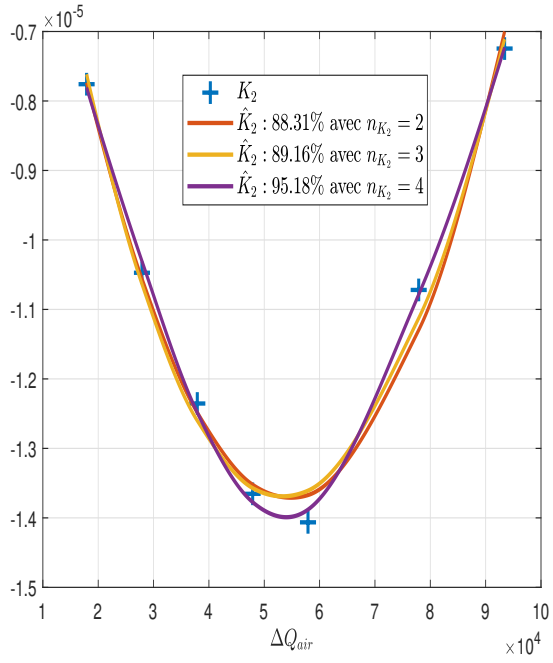
Nous faisons ensuite un essai avec deux signaux différents ayant le même écart ΔQ_{air} en tant qu'excitation de l'entrée Q_{air}, comme illustré sur la figure 3.13. Ces signaux d'excitation sont constitués de deux paliers successifs où l'amplitude initiale diffère entre les deux courbes, mais où l'écart ΔQ_{air} reste identique.



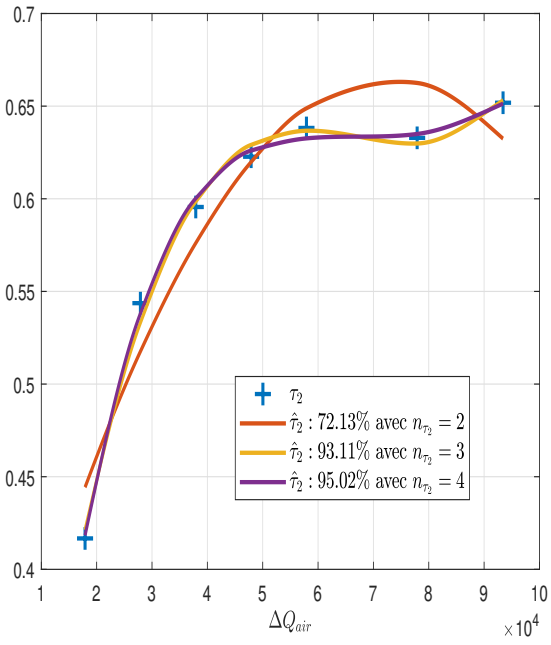
(a) K_1



(b) τ_1



(c) K_2



(d) τ_2

FIGURE 3.10 – Estimation des sous-paramètres des paramètres K_1, K_2, τ_1 et τ_2 pour un premier essai d'identification

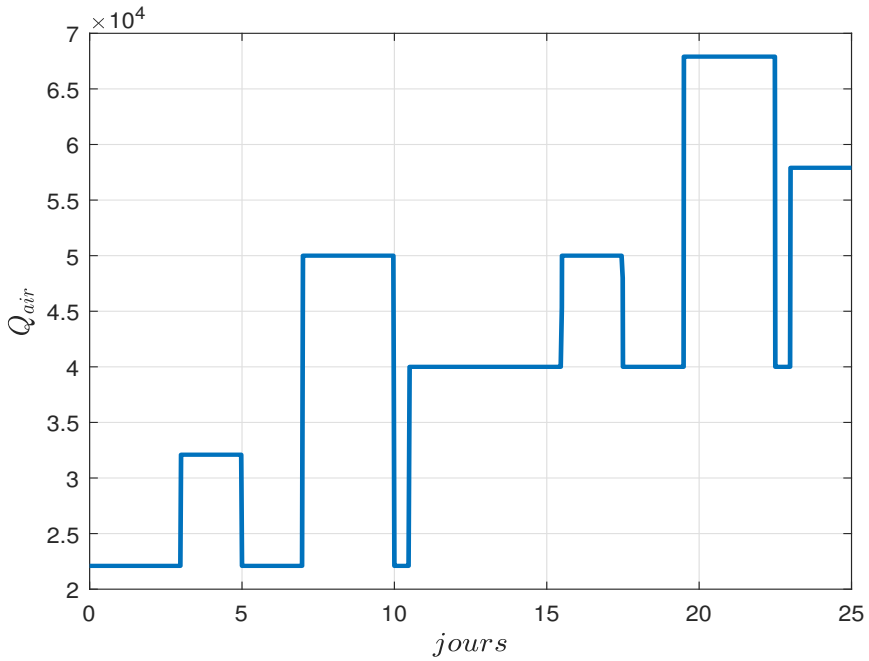


FIGURE 3.11 – Signal d'excitation Q_{air} pour la validation

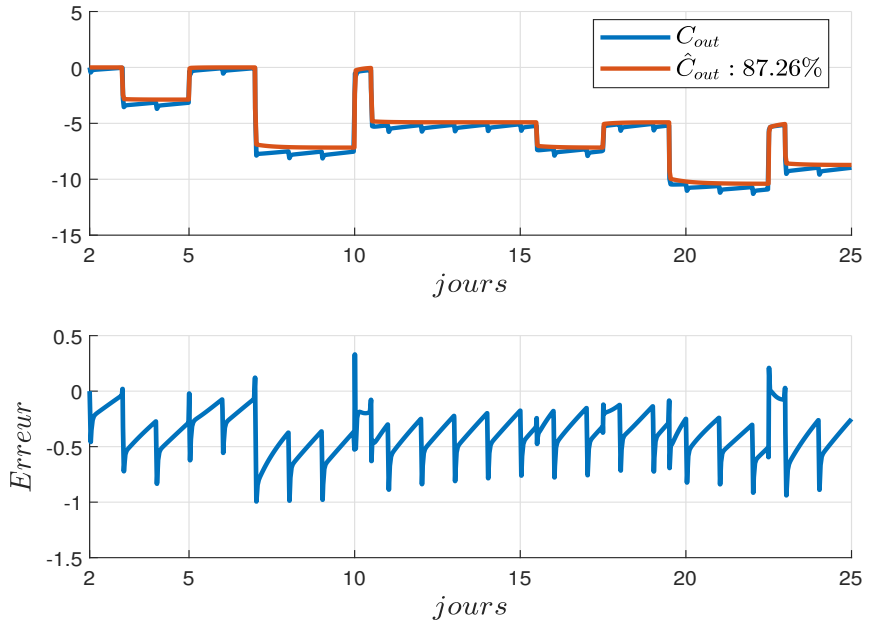


FIGURE 3.12 – Résultat de validation du modèle

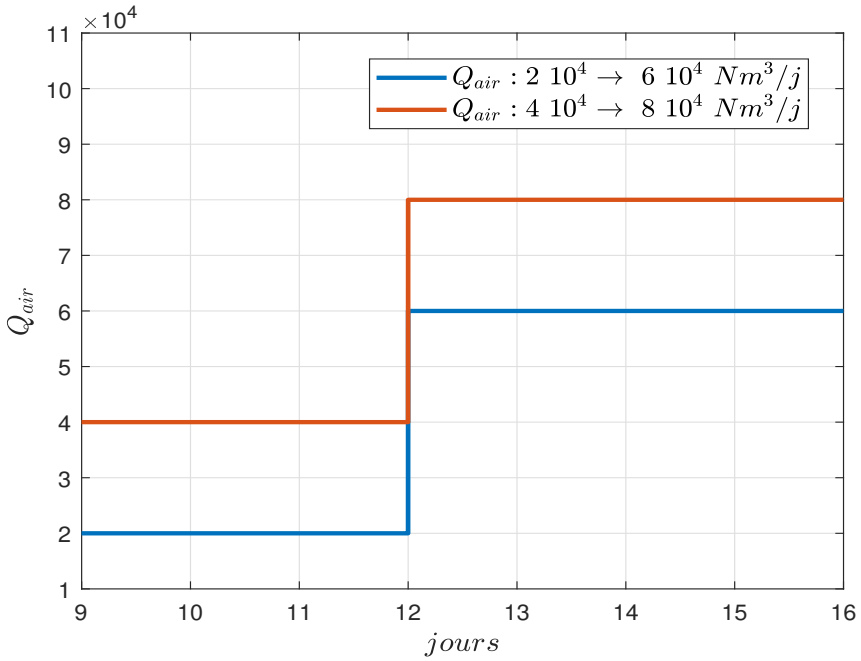


FIGURE 3.13 – Comparaison de deux signaux d'entrée Q_{air} avec le même écart ΔQ_{air}

La figure 3.14 montre les sorties correspondantes C_{out} obtenues en réponse à ces signaux en soustrayant la valeur initiale. L'analyse de cette figure montre que, bien que les signaux d'entrée aient le même écart ΔQ_{air}, les réponses du système sont différentes en terme d'amplitude finale. La courbe bleue (correspondant à une variation de Q_{air} de 2 10^4 à 6 10^4 Nm^3/j) aboutit à une sortie plus élevée que la courbe rouge (variation de 4 10^4 à 8 10^4 Nm^3/j). L'utilisation de deux signaux d'entrée Q_{air} ayant le même écart ΔQ_{air} conduit aux mêmes paramètres identifiés K_1, K_2, τ_1 et τ_2. En analysant ces résultats, nous voyons que l'écart ΔC_{out} est différent pour chaque courbe. Cela montre que, même en conservant un même écart ΔQ_{air}, la sortie du système varie en fonction du niveau de l'entrée Q_{air} où on applique l'échelon. Ce comportement met en évidence une non-linéarité du système, observable même pour un seul point de fonctionnement du C_{in} et Q_{water}. Autrement dit, le point de fonctionnement doit être caractérisé par C_{in}, Q_{water} et Q_{air}.

À ce stade, nous ne cherchons pas à modéliser explicitement cette non-linéarité. Dans la section suivante, nous explorerons une méthode alternative pour remédier à ce problème.

3.4 Deuxième essai d'identification avec des signaux SBPA de faible amplitude

Afin de limiter les effets de non-linéarité observés précédemment, cet essai a pour objectif d'identifier des modèles linéaires locaux correspondant à de faibles variations de l'entrée Q_{air}.

La figure 3.15 présente la caractéristique statique du système pour un point de fonctionnement défini par $C_{in} = 22$ mgN/L et $Q_{water} = 3$ 10^4 Nm^3/j. Cette courbe vérifie à nouveau que le fonctionnement est non-linéaire par rapport à Q_{air}. D'où l'importance de travailler avec des signaux d'entrée Q_{air} à faible variation autour d'une valeur fixe, permettant d'approximer localement le comportement du système par des modèles linéaires adaptés.

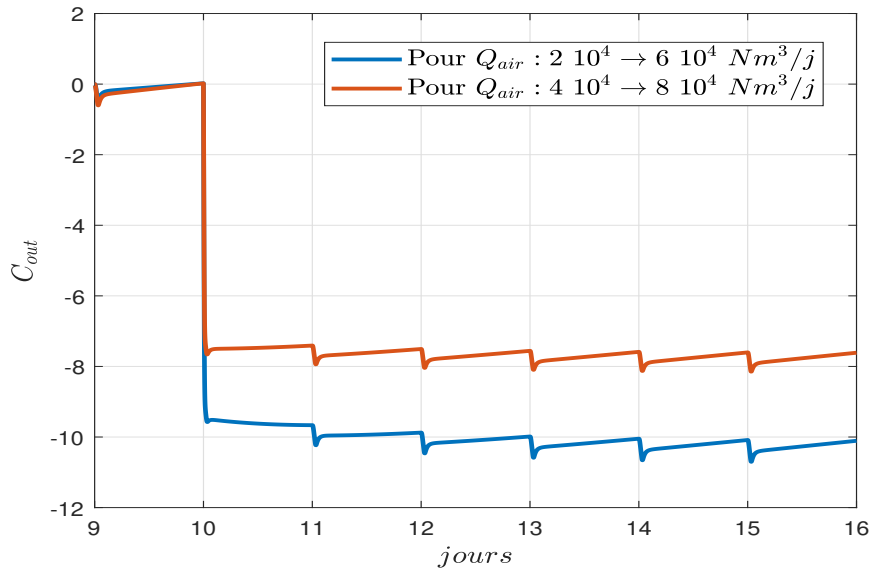


FIGURE 3.14 – Résultats après suppression des valeurs initiales des signaux C_{out}

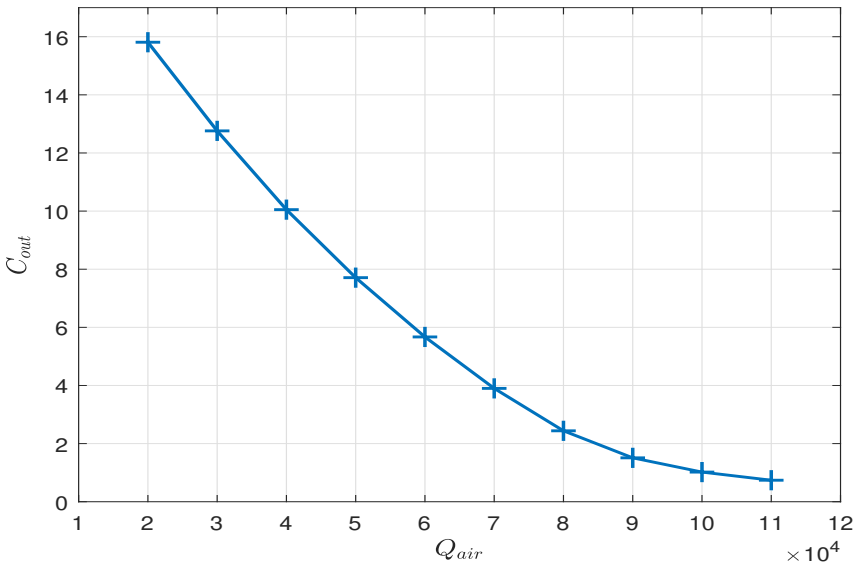


FIGURE 3.15 – Caractéristique C_{out} en fonction de Q_{air} pour un point de fonctionnement (C_{in}, Q_{water})

3.4.1 Choix des données d'entrée-sortie

Le choix du jeu de données utilisé joue un rôle crucial pour l'identification de modèles mathématiques aptes à capturer fidèlement le comportement du système. La figure 3.16 montre le signal SBPA appliqué à l'entrée Q_{air}, ainsi que la réponse du simulateur C_{out} correspondante sur une durée de 50 jours. Nous avons choisi un signal Q_{air} oscillant autour d'une valeur moyenne de 7 10^4 Nm^3/j.

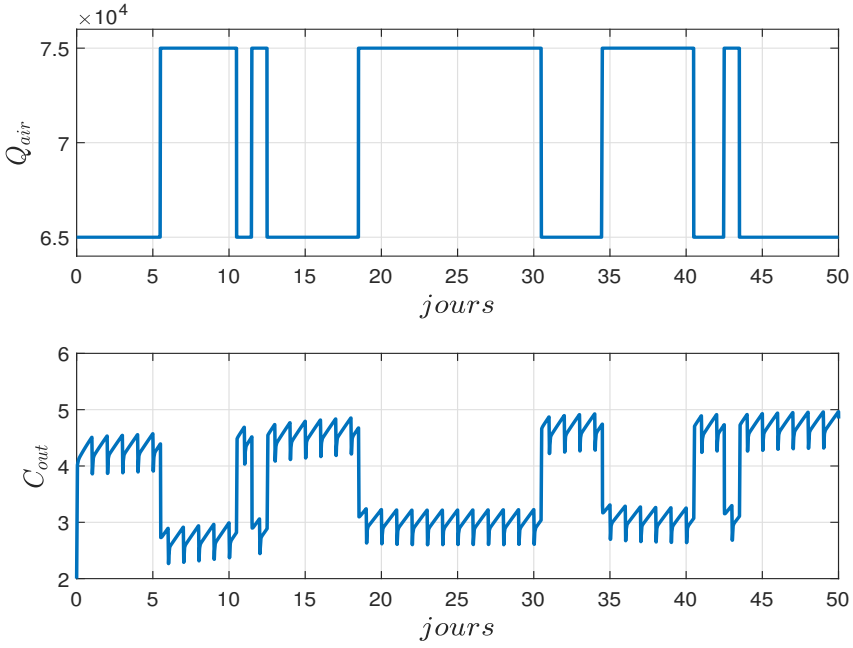


FIGURE 3.16 – Réponse C_{out} à une entrée SBPA sur l'entrée Q_{air} autour de $Q_{air_{moy}} = 7\ 10^4\ Nm^3/j$ sur une durée de 50 jours sans période de stabilisation de la simulation

Comme le montre la figure 3.16, une lente dérive positive de la réponse C_{out} apparaît ; les amplitudes maximales enregistrées autour du 15$^{\text{ème}}$ jour sont plus faibles que celles observées au 33$^{\text{ème}}$ jour, par exemple. Cette dérive est plus marquée pour les faibles variations de Q_{air}.

Afin de remédier à ce problème, nous avons pensé à refaire les simulations mais, cette fois-ci, sur une durée de 300 jours, comme illustré dans la figure 3.17. L'observation de cette figure permet de confirmer que la dérive disparaît progressivement après environ 50 jours. Elle est due au temps nécessaire au simulateur pour atteindre son point de fonctionnement comme on peut le voir sur la figure 3.17 pour une durée de simulation de 300 jours. À partir du 150$^{\text{ème}}$ jour, le signal de sortie ne dérive plus. Nous choisissons de travailler sur les données simulées entre le 150$^{\text{ème}}$ jour et le 300$^{\text{ème}}$ jour (cf. Figure 3.18).

En analysant la figure 3.15, nous remarquons que le fonctionnement du biofiltre peut être difficilement approximé localement par un modèle linéaire pour des variations de ΔQ_{air} supérieures à $10^4\ Nm^3/j$, en particulier pour les forts débits d'air. Pour assurer la pertinence de l'identification locale, il est donc préférable de réduire l'amplitude des variations. Nous proposons de travailler avec un écart ΔQ_{air} d'une valeur de 0.6 $10^4\ Nm^3/j$.

Afin d'analyser la réponse du système, nous étudions plusieurs scénarios d'excitation de l'entrée Q_{air} tout en conservant un point de fonctionnement fixe. Cette approche permet d'évaluer l'impact de petites variations autour de différentes valeurs de Q_{air} tout en restant dans un do-

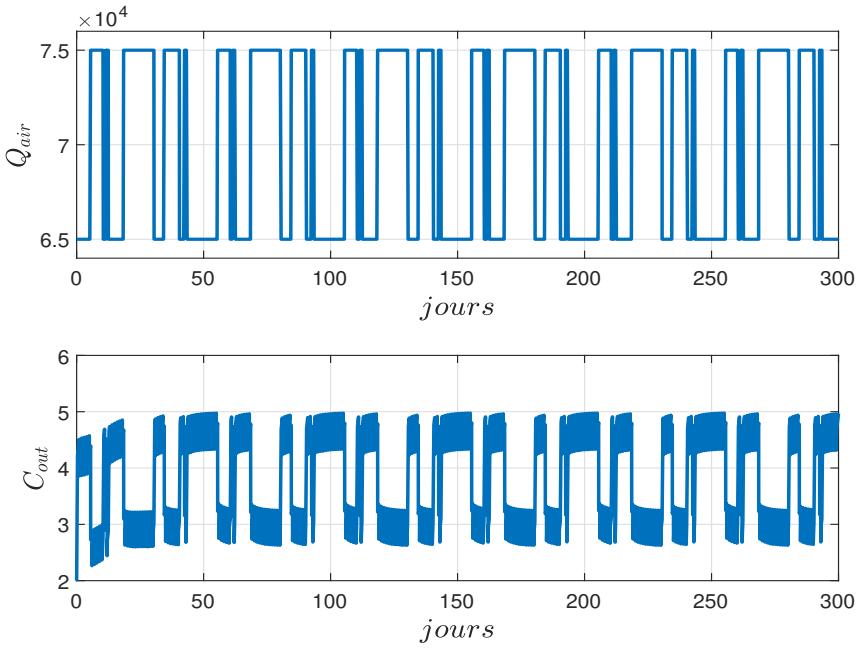


FIGURE 3.17 – Réponse C_{out} à une entrée SBPA sur l'entrée Q_{air} sur une durée de 300 jours sans période de stabilisation de la simulation

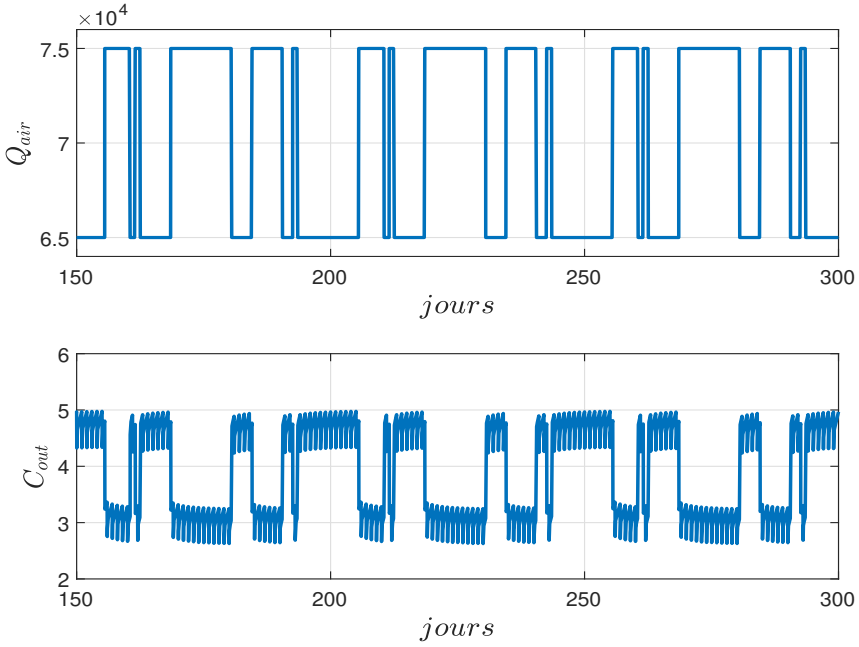


FIGURE 3.18 – Données d'entrées-sorties après retrait d'une période de stabilisation de 150 jours

maine où l'approximation linéaire reste valide.

Nous considérons les huit cas suivants, où le signal Q_{air} oscille autour de valeurs spécifiques avec un écart de 0.3 10^4 Nm^3/j :

- Q_{air} : 3 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 4 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 5 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 6 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 7 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 8 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 9 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j
- Q_{air} : 10 10^4 ± 0.3 10^4 Nm^3/j

3.4.2 Choix de la structure du modèle

Après avoir sélectionné les données d'entrée-sortie, nous procédons à la validation de la structure du modèle choisie dans la section 3.2. Cette structure repose sur une somme de deux fonctions de transfert du premier ordre, comme définie par l'équation (3.2).

Restons toujours sur le même exemple, un signal SBPA variant autour d'une valeur moyenne $Q_{air_{moy}} = 7\ 10^4\ Nm^3/j$. L'identification des paramètres K_1, K_2, τ_1 et τ_2 conduit aux résultats présentés dans le tableau 3.1 et la figure 3.19. Un zoom autour du $255^{\text{ème}}$ jour a été effectué, permettant d'examiner plus précisément la dynamique du système lors d'un changement brusque de Q_{air}.

TABLE 3.1 – Paramètres identifiés en utilisant la structure (3.2) et une excitation SBPA de faible amplitude

Paramètre	K_1	K_2	τ_1 (j)	τ_2 (j)
Valeur estimée	$-1.61\ 10^{-4}$	$-1.26\ 10^{-5}$	$4.4\ 10^{-3}$	3.4

Nous observons une correspondance globale entre la sortie simulée et la sortie estimée, avec un taux d'ajustement (FIT) de 74.98%, indiquant une fidélité raisonnable du modèle. La sortie estimée représente un comportement moyen de la sortie du SimBio C_{out}.

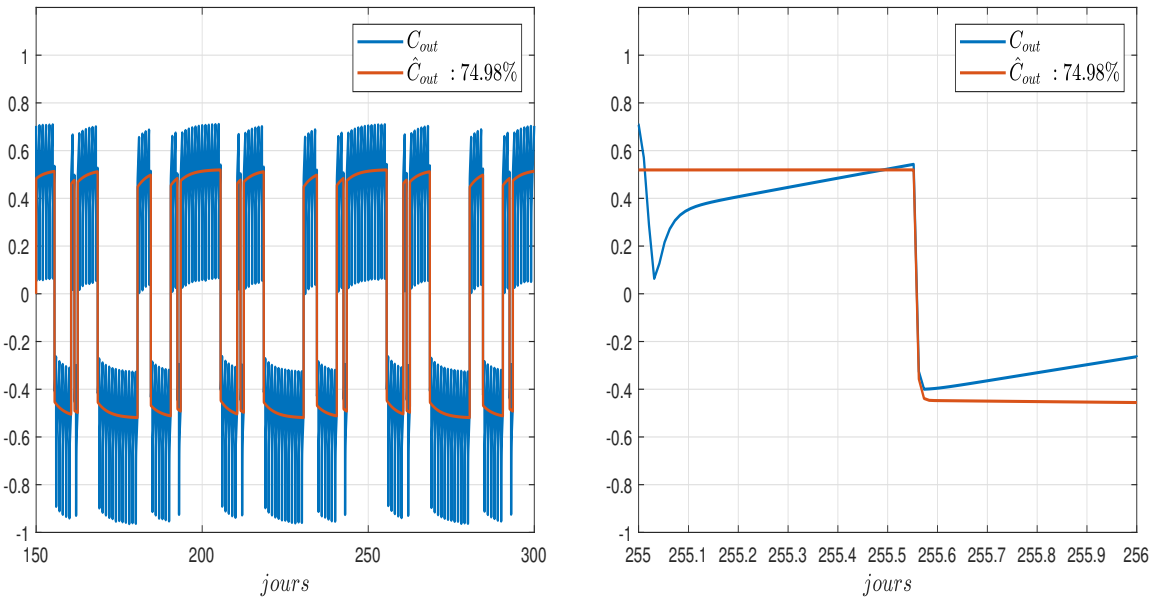
En analysant les résultats du tableau 3.1, nous remarquons que le paramètre τ_1 $(= 4.4\ 10^{-3}\ j)$ est très inférieur à τ_2 $(= 3.4\ j)$. Par conséquent, nous proposons de tester la structure représentée par l'équation (3.1), à savoir un transfert direct et une fonction de transfert du premier ordre.

L'objectif est de représenter le comportement dynamique aux temps longs. La constante de temps τ représente la dynamique lente observée à chaque échelon de l'entrée Q_{air}. Le gain K_1 permet au modèle de suivre les sauts de C_{out} à chaque échelon de Q_{air}.

Les nouveaux résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.2 et illustrés dans la figure 3.20.

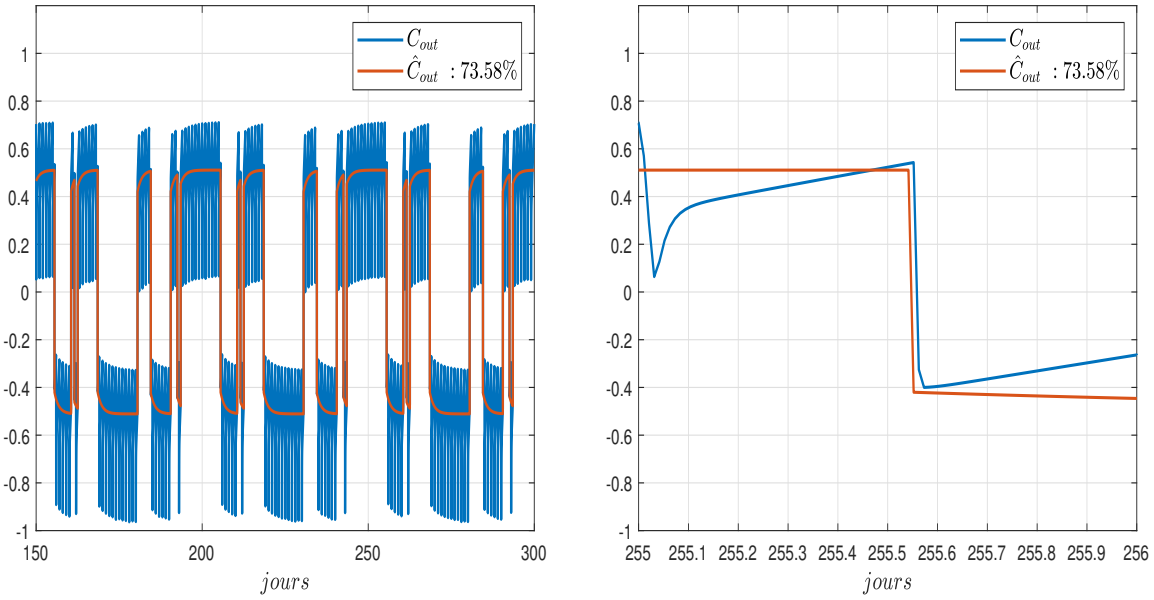
TABLE 3.2 – Paramètres identifiés en utilisant la structure (3.1) et une excitation SBPA de faible amplitude

Paramètre	K_1	K_2	τ (j)
Valeur estimée	$-1.55\ 10^{-4}$	$-1.51\ 10^{-5}$	1.33



(a) Comparaison des sorties simulée et estimée (b) zoom au 255ème jour

FIGURE 3.19 – Résultat d'identification avec la structure (3.2) et une excitation SBPA de faible amplitude



(a) Comparaison des sorties simulée et estimée (b) zoom au 255ème jour

FIGURE 3.20 – Résultat d'identification avec la structure (3.1) et une excitation SBPA de faible amplitude

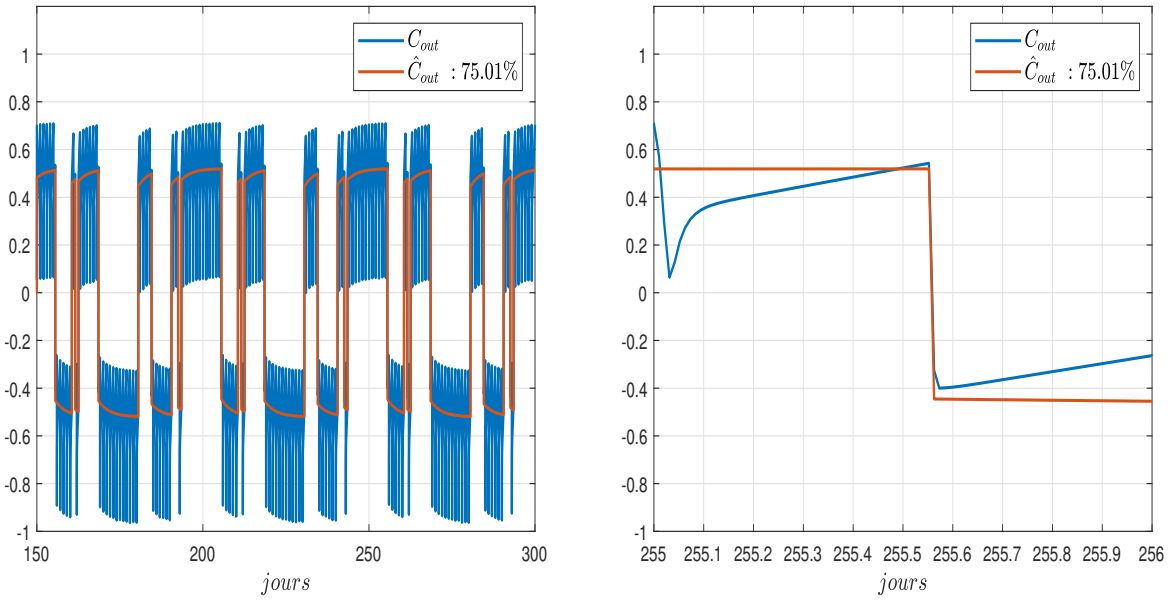
En observant le zoom effectué au 255$^{\text{ème}}$ jour (cf. Figure 3.20b), nous voyons un décalage entre la courbe bleue (la sortie du simulateur SimBio) et la courbe rouge (la sortie du modèle estimé). Cela peut être expliqué par le fait de remplacer le transfert premier ordre par un transfert direct. Afin de compenser ce décalage, nous proposons d'ajouter un terme de retard $e^{-T_e s}$ d'un échantillon, comme le montre l'équation (3.6). La période d'échantillonnage T_e est d'une valeur de 15 minutes.

$$G(s) = \left(K_1 + \frac{K_2}{1 + \tau s} \right) \; e^{-T_e s} \tag{3.6}$$

Les résultats obtenus après intégration du retard sont illustrés dans le tableau 3.3 et la figure 3.21.

TABLE 3.3 – Paramètres identifiés en utilisant la structure (3.6) retardée d'un échantillon

Paramètre	K_1	K_2	τ (j)
Valeur estimée	$-1.61\ 10^{-4}$	$-1.27\ 10^{-5}$	3.23



(a) Comparaison des sorties simulée et estimée

(b) zoom au 255$^{\text{ème}}$ jour

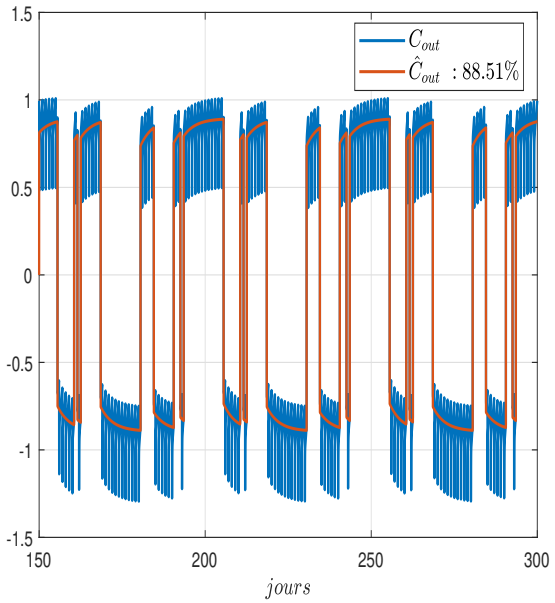
FIGURE 3.21 – Résultat d'identification avec la structure (3.6) retardée d'un échantillon

Les résultats d'identification sont satisfaisants, pour le cas de $Q_{air_{moy}} = 7\ 10^4\ Nm^3/j$. Il est intéressant de noter l'importance de l'ajout du terme $e^{-T_e s}$. En effet, une comparaison des paramètres estimés entre le tableau 3.1 et 3.3 montre un gain K_1 identique et un gain K_2 très proche et une constante de temps τ_2 ou τ proche également. On note d'ailleurs que l'ajustement est quasi-identique à 75%. Par conséquent, par la suite, nous choisissons définitivement la structure (3.6).

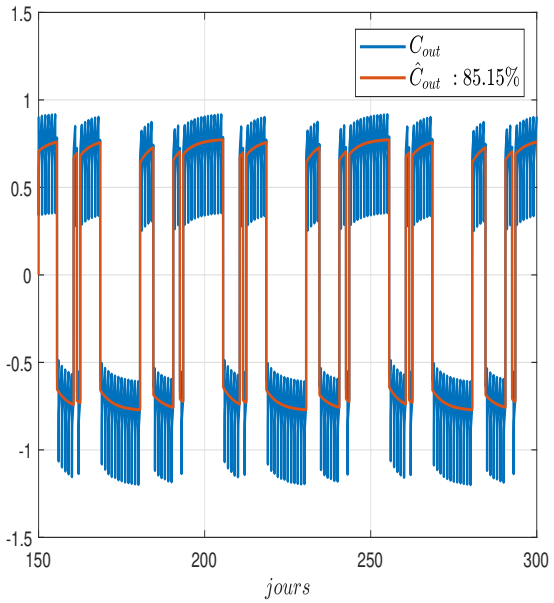
3.4.3 Identification du modèle pour un point de fonctionnement C_{in} et Q_{water}

3.4.3.1 Estimation du modèle pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$

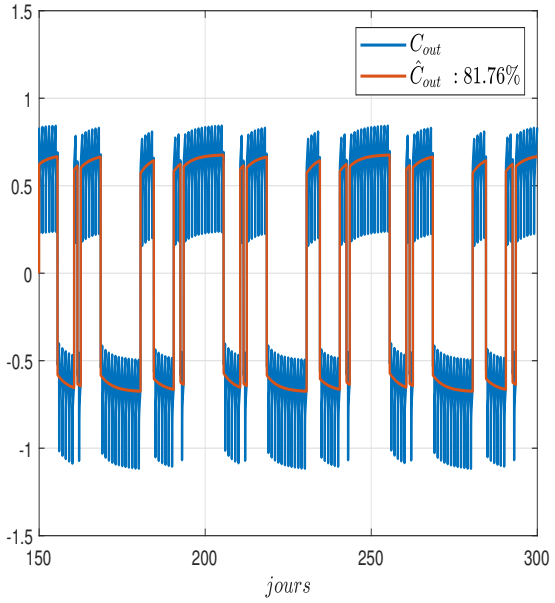
La figure 3.22 montre les résultats d'identification du modèle (3.6) obtenus pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$, avec un écart fixé à $\Delta Q_{air} = 0.6\ 10^4\ Nm^3/j$. Chaque sous-figure illustre la comparaison entre la sortie simulée C_{out} (issue de SimBio, recentrée par rapport à sa valeur moyenne) et la sortie estimée $\hat{C}_{out}$ (obtenue à partir du modèle estimé), permettant ainsi d'évaluer la capacité du modèle à reproduire la dynamique du système dans différentes plages de fonctionnement.



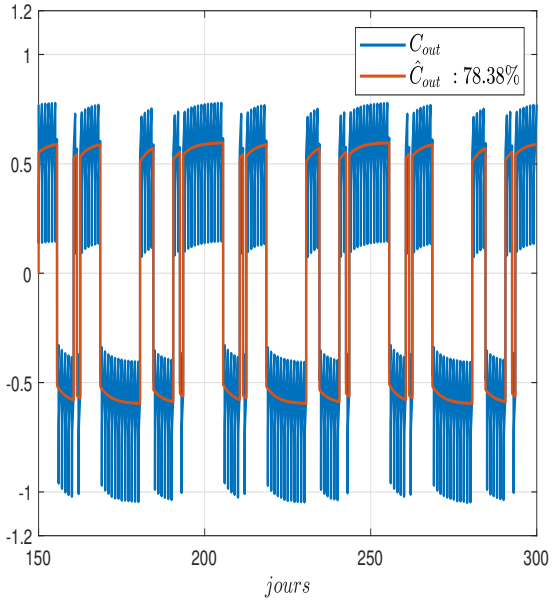
(a) Pour $Q_{air_{moy}} = 3\ 10^4\ Nm^3/j$



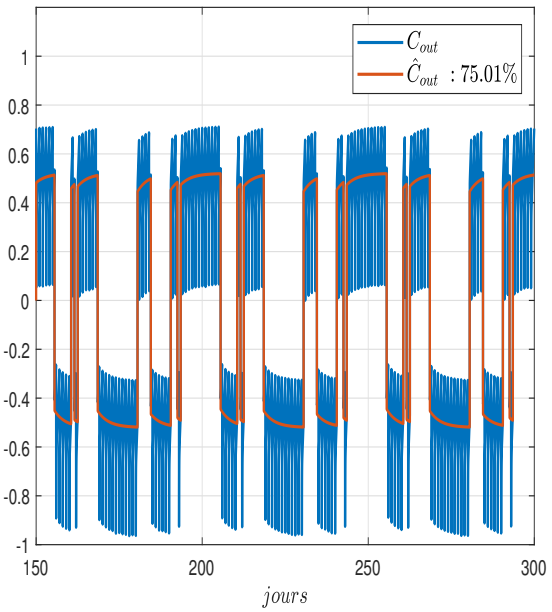
(b) Pour $Q_{air_{moy}} = 4\ 10^4\ Nm^3/j$



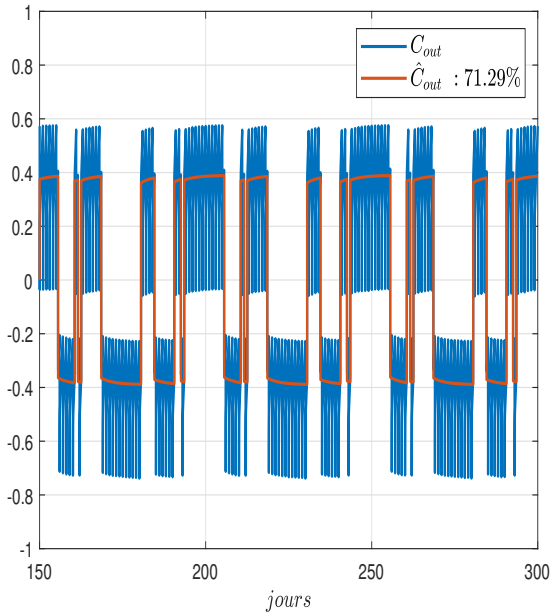
(c) Pour $Q_{air_{moy}} = 5\ 10^4\ Nm^3/j$



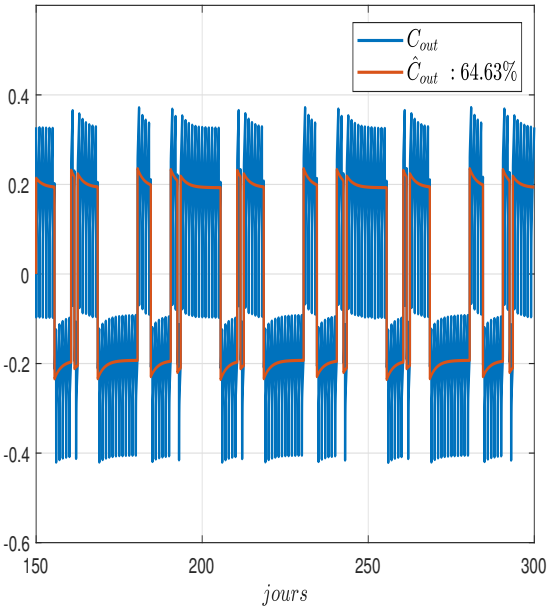
(d) Pour $Q_{air_{moy}} = 6\ 10^4\ Nm^3/j$



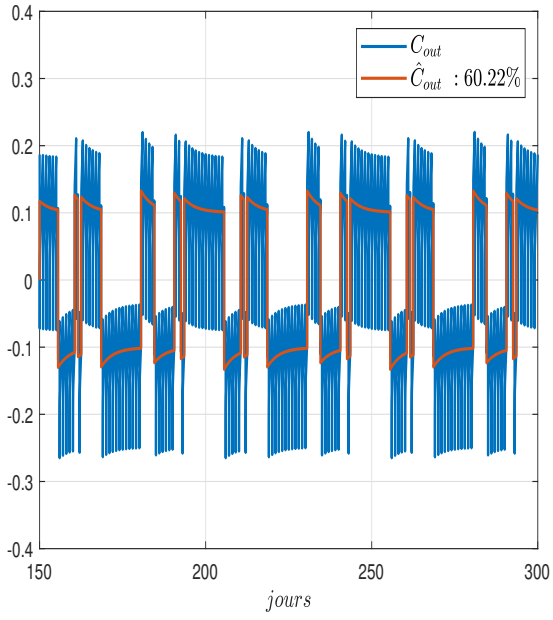
(e) Pour $Q_{air_{moy}} = 7\ 10^4\ Nm^3/j$



(f) Pour $Q_{air_{moy}} = 8\ 10^4\ Nm^3/j$



(g) Pour $Q_{air_{moy}} = 9\ 10^4\ Nm^3/j$



(h) Pour $Q_{air_{moy}} = 10\ 10^4\ Nm^3/j$

FIGURE 3.22 – Résultats d'identification : comparaison C_{out} (issue de SimBio, recentrée par rapport à sa valeur moyenne) et $\hat{C}_{out}$ pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$ avec $\Delta Q_{air} = 0.6\ 10^4\ Nm^3/j$

A l'aide des sous-figures 3.22a-h, nous observons que le modèle parvient à représenter le comportement moyen de la réponse C_{out} pour les différents cas. Les pourcentages d'ajustement (FIT) entre la sortie mesurée (simulation SimBio) C_{out} et la sortie estimée (simulation du modèle) $\hat{C}_{out}$ varient entre 60% et 89% ; ce qui est satisfaisant.

3.4.3.2 Évolution des paramètres estimés pour différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$

Après avoir identifié les paramètres K_1, K_2 et τ pour les différents points de fonctionnement $Q_{air_{moy}}$, nous analysons leurs évolutions en fonction de cette variable. La figure 3.23 présente les courbes des paramètres estimés en fonction de $Q_{air_{moy}}$.

Le paramètre K_1 présente une augmentation progressive avec $Q_{air_{moy}}$. Cette évolution traduit une intensification de la dynamique rapide du système lorsque le débit moyen $Q_{air_{moy}}$ augmente. Le comportement du paramètre K_2 est initialement similaire à celui de K_1, avec une tendance croissante jusqu'à environ $Q_{air_{moy}} = 7\ 10^4\ Nm^3/j$. Après cette valeur, K_2 présente des variations plus importantes et un changement de signe, ce qui suggère une modification de la dynamique lente du système au-delà de ce seuil. Cette modification est visible avec un comportement différent pour les figures 3.22g et 3.22h. L'évolution du paramètre τ, la constante de temps de la dynamique lente du système, est plus complexe à analyser. Pour les faibles valeurs de $Q_{air_{moy}}$ (entre $3\ 10^4$ et $7\ 10^4\ Nm^3/j$), τ présente une tendance globalement décroissante, ce qui indique que la réponse du système devient plus rapide lorsque Q_{air} augmente. En revanche, au-delà de la valeur $7\ 10^4\ Nm^3/j$, la dynamique devient plus complexe, ce qui se traduit par des variations irrégulières de τ. Cela est potentiellement lié à des erreurs d'identification ou des effets non-linéaires non pris en compte et liés au changement du comportement du simulateur SimBio.

3.4.3.3 Estimation des polynômes liant les paramètres à $Q_{air_{moy}}$ pour un point de fonctionnement C_{in} et Q_{water}

Dans cette section, nous déterminons l'évolution des paramètres K_1, K_2 et τ en fonction du débit moyen d'air $Q_{air_{moy}}$, tout en maintenant un point de fonctionnement constant défini par $Q_{water} = 3\ 10^4\ m^3/j$ et $C_{in} = 22\ mgN/L$. Nous cherchons à exprimer ces paramètres sous une forme polynomiale comme présenté dans l'équation suivante :

$$\begin{aligned} K_1 &= K_{10} + K_{11}Q_{air_{moy}} + K_{12}Q^2_{air_{moy}} + \cdots + K_{1n_{K_1}}Q^{n_{K_1}}_{air_{moy}} \\ K_2 &= K_{20} + K_{21}Q_{air_{moy}} + K_{22}Q^2_{air_{moy}} + \cdots + K_{2n_{K_2}}Q^{n_{K_2}}_{air_{moy}} \\ \tau &= \tau_0 + \tau_1 Q_{air_{moy}} + \tau_2 Q^2_{air_{moy}} + \cdots + \tau_{n_\tau} Q^{n_\tau}_{air_{moy}} \end{aligned} \tag{3.7}$$

où n_{K_1}, n_{K_2} et n_τ sont les ordres des polynômes en $Q_{air_{moy}}$ pour K_1, K_2 et τ, respectivement.

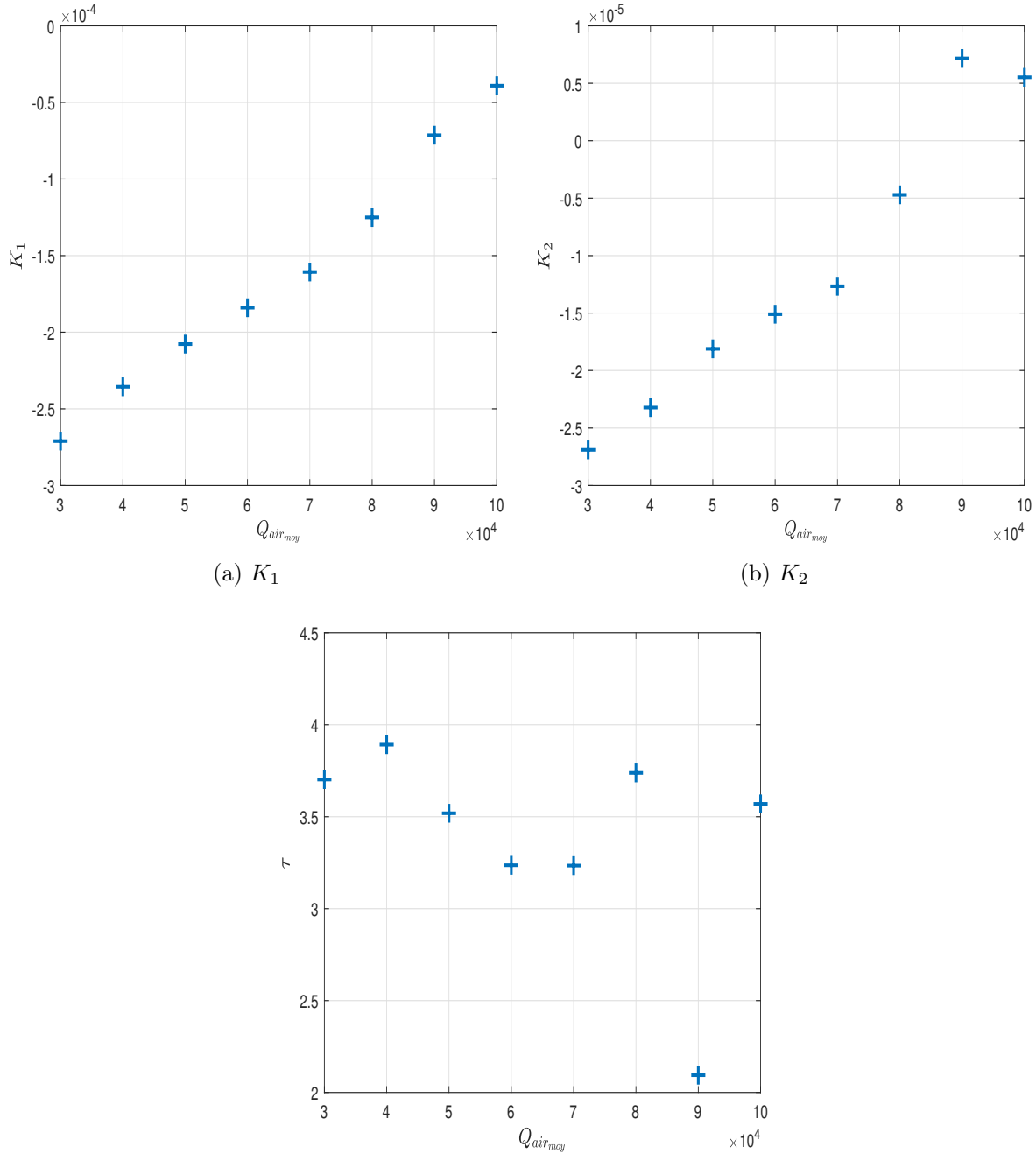
L'analyse de la figure 3.23c indique que le paramètre τ ne suit pas une tendance polynomiale claire, ce qui complique son approximation sous forme de polynôme. Par conséquent, nous faisons l'hypothèse que la constante de temps τ reste constante.

Les résultats d'identification des paramètres K_1 et K_2 sont illustrés dans la figure 3.24.

Le taux d'ajustement (FIT) atteint 91.78% pour K_1 et 79.49% pour K_2, ce qui montre que l'approximation polynomiale d'ordre 2 est globalement satisfaisante. Les paramètres estimés peuvent ainsi s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} K_1 &= K_{10} + K_{11}Q_{air_{moy}} + K_{12}\ Q^2_{air_{moy}} \\ K_2 &= K_{20} + K_{21}Q_{air_{moy}} + K_{22}\ Q^2_{air_{moy}} \\ \tau &= \tau_0 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Après avoir identifié les sous-paramètres K_{10}, K_{11}, ..., K_{21} et K_{22}, nous procédons à la validation du modèle estimé pour ce point de fonctionnement.

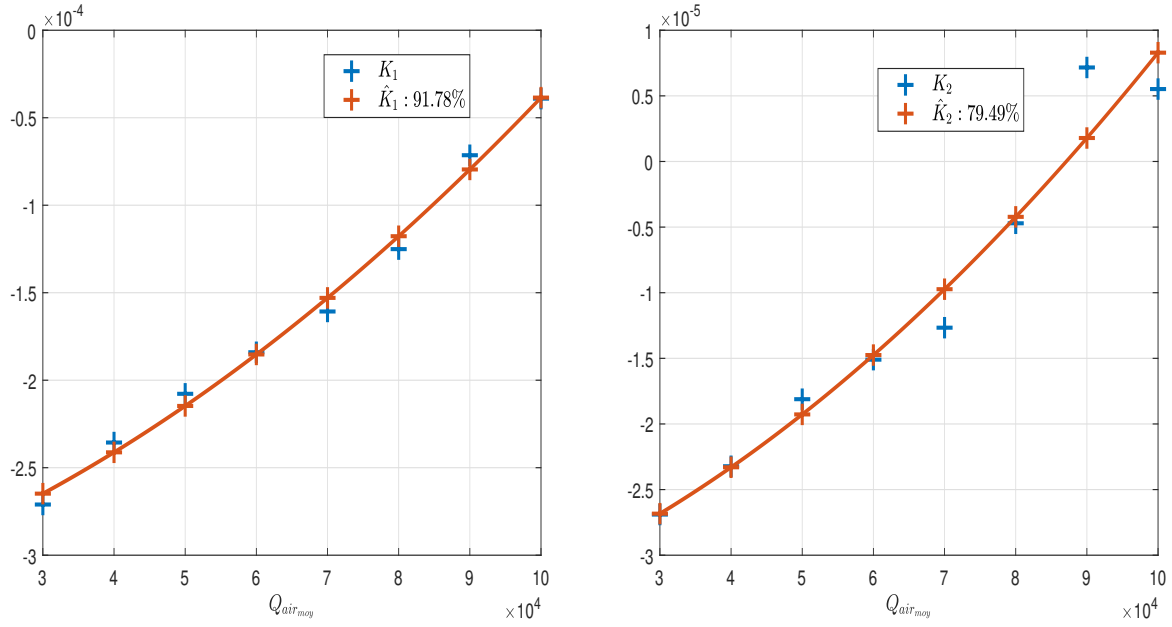


(a) K_1

(b) K_2

(c) τ

FIGURE 3.23 – Évolution des paramètres estimés en fonction de $Q_{air_{moy}}$



(a) K_1 (b) K_2

FIGURE 3.24 – Estimation des sous-paramètres en fonction de $Q_{air_{moy}}$ avec des polynômes d'ordre 2 pour un deuxième essai d'identification

Nous choisissons de prendre τ, pour chaque point de fonctionnement, en tant que la valeur moyenne des valeurs de τ pour les différentes valeurs de $Q_{air_{moy}}$. Pour un débit d'eau Q_{water} de 3 10^4 m^3/j et une concentration C_{in} de 22 mgN/L, le paramètre τ est égal à 3.37 j.

3.4.3.4 Validation du modèle estimé en fonction de $Q_{air_{moy}}$ pour C_{in} et Q_{water} fixes

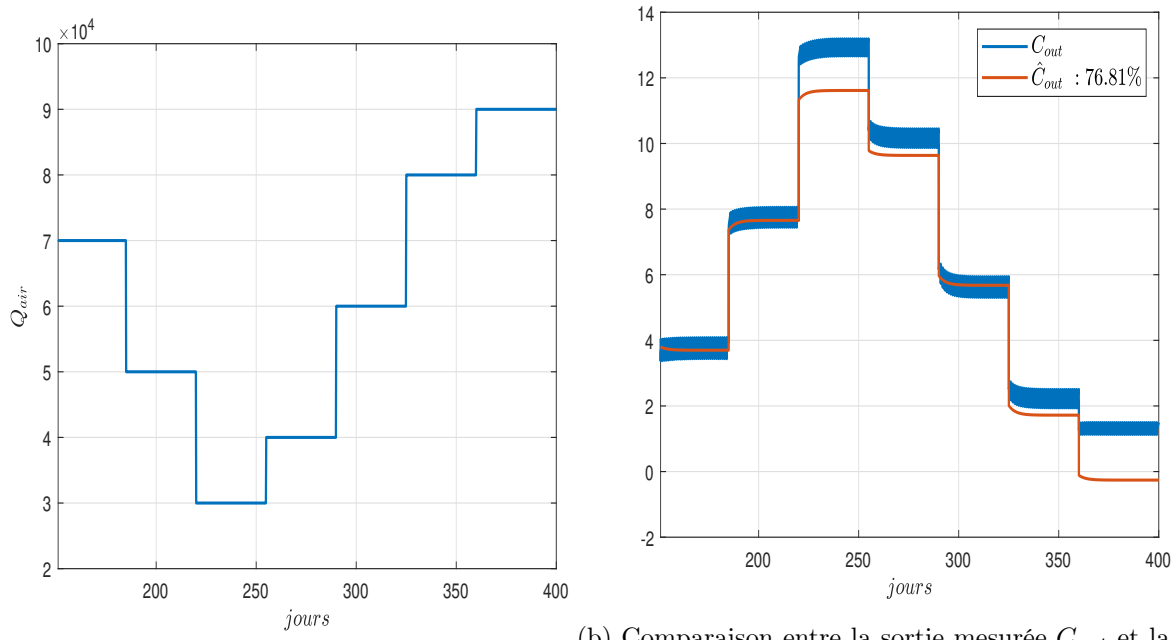
Après avoir identifié le modèle à partir des signaux d'entrée Q_{air} sous forme d'une séquence binaire pseudo-aléatoire, nous vérifions sa capacité à reproduire la dynamique du système.

Une validation est réalisée à partir d'un signal d'entrée Q_{air} totalement différent de ceux utilisés précédemment. La figure 3.25 illustre un signal Q_{air} variant progressivement dans l'intervalle [3 10^4, 9 10^4] Nm^3/j sous forme de paliers successifs. Cette entrée permet d'analyser la capacité du modèle à généraliser son comportement sur une gamme plus large de valeurs.

L'analyse de la figure 3.25 montre que le modèle parvient à suivre l'évolution globale de C_{out}, avec un ajustement de 76.81%. Cependant, on observe une erreur plus marquée aux extrêmes de l'intervalle de Q_{air}, notamment pour les valeurs de 3 10^4 Nm^3/j et 9 10^4 Nm^3/j. Cette divergence peut être due à des limitations du modèle dans la capture de la dynamique aux faibles et fortes valeurs de Q_{air}, ou à la présence d'effets non linéaires non pris en compte.

3.4.3.5 Conclusion

En nous concentrant sur un point de fonctionnement spécifique, défini par un débit d'eau Q_{water} = 3 10^4 m^3/j et une concentration d'entrée C_{in} = 22 mgN/L, nous avons identifié et validé un modèle capable de reproduire assez fidèlement la dynamique du simulateur SimBio. Les paramètres estimés permettent de capturer efficacement le comportement du système pour une large gamme de variations du débit d'air Q_{air}, avec un bon ajustement entre les sorties simulées et estimées. Toutefois, certaines limites ont été observées, notamment aux extrêmes de l'intervalle de Q_{air}.



(a) Évolution du signal d'entrée Q_{air}

(b) Comparaison entre la sortie mesurée C_{out} et la sortie estimée $\hat{C}out$

FIGURE 3.25 – Validation du modèle estimé avec un signal SBPA multi-paliers

À présent, nous généralisons cette approche en considérant plusieurs points de fonctionnement de C_{in} et Q_{water} afin d'identifier le modèle LPV global, permettant une représentation plus complète et adaptable du système.

3.4.4 Identification du modèle sur plusieurs points de fonctionnement

3.4.4.1 Impact du point de fonctionnement C_{in} et Q_{water}

Avant de procéder à l'identification du modèle, il est essentiel de définir les points de fonctionnement pertinents sur lesquels nous allons travailler.

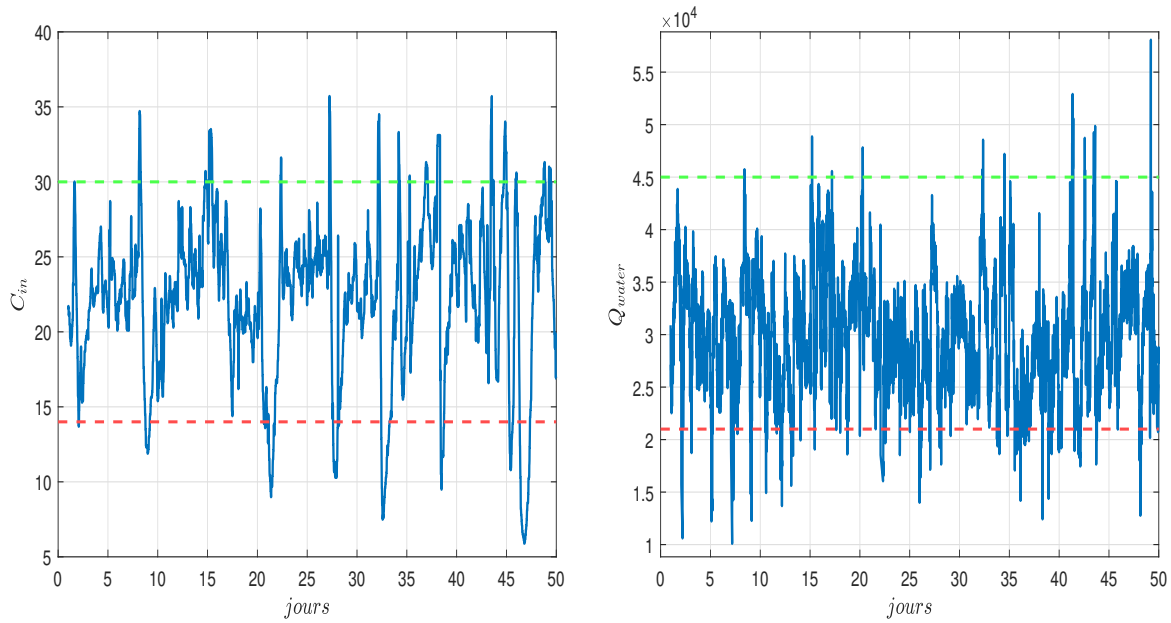
L'analyse des données mesurées révèle que le signal C_{in} varie entre une valeur minimale de 5.9 mgN/L et une valeur maximale de 35.7 mgN/L. De même, le débit d'eau Q_{water} varie entre 1.01 10^4 et 5.8 10^4 m^3/j. Nous avons effectué plusieurs simulations avec des valeurs fixes de C_{in} et Q_{water}, en conservant les cas de Q_{air} utilisés dans la section 3.4.3. Les résultats montrent des divergences importantes dans les cas de très faible ou très forte charge (C_{in} et Q_{water}), ce qui soulève des interrogations quant à la validité du simulateur SimBio pour ces conditions extrêmes. Étant donné que l'objectif est d'identifier un modèle LPV capable de reproduire globalement le comportement simulé par SimBio, nous devons nous concentrer sur une plage de valeurs représentative et exploitable.

Nous proposons donc de restreindre notre analyse aux zones de fonctionnement où le comportement du système reste cohérent et significatif. En particulier, nous retenons les intervalles suivants :

- C_{in} appartenant à [14 , 30] mgN/L
- Q_{water} appartenant à [2.1 , 4.5] 10^4 m^3/j

Les plages choisies contiennent la majorité des données mesurées. Par exemple, 89.21% des valeurs de C_{in} se situent dans l'intervalle sélectionné, ce qui garantit une meilleure représenta-

tivité du modèle à identifier. La figure 3.26 illustre les signaux mesurés de C_{in} et Q_{water} sur la période hivernale de 2019, ainsi que les bornes retenues pour l'étude.



(a) C_{in} (b) Q_{water}

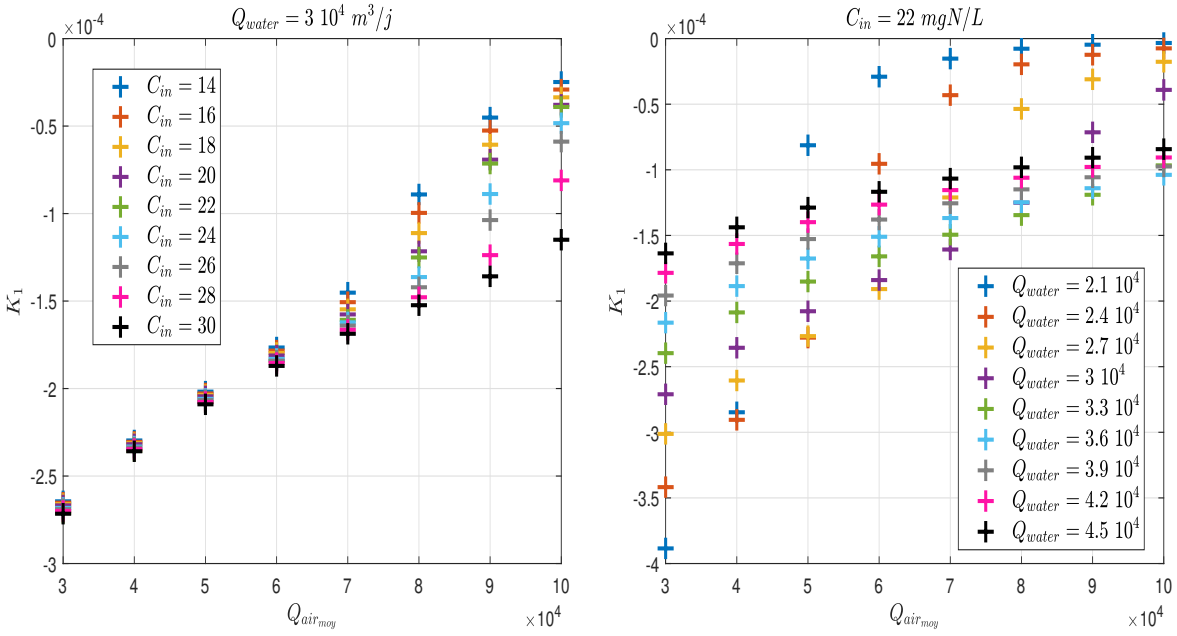
FIGURE 3.26 – Délimitation des plages de fonctionnement retenues pour l'identification

Passons à l'identification du modèle. Nous identifions les paramètres K_1, K_2 et τ pour différentes valeurs de C_{in} et Q_{water}. Cette identification suit la méthodologie expliquée dans la section 3.4.3 et nous obtenons les résultats illustrés dans les figures 3.27, 3.28 et 3.29. Dans la figure 3.27, nous observons que K_1 présente une tendance croissante en fonction de $Q_{air_{moy}}$, indépendamment des variations de C_{in} et de Q_{water}. Cependant, l'amplitude des valeurs de K_1 varie selon les conditions de fonctionnement, indiquant une influence significative de ces entrées. La figure 3.28 met en évidence une évolution plus complexe du paramètre K_2. Nous constatons une tendance croissante pour certaines valeurs de C_{in} et Q_{water}, mais également des fluctuations marquées pour d'autres valeurs. Concernant l'évolution de τ (Figure 3.29), nous constatons une relative stabilité pour certaines plages de $Q_{air_{moy}}$, mais aussi des variations irrégulières pour certaines valeurs extrêmes de C_{in} et Q_{water}.

3.4.4.2 Estimation polynomiale des paramètres pour une grille de points de fonctionnement

Cette méthode consiste à identifier les paramètres K_1, K_2 et τ, pour chaque point de fonctionnement. Ensuite, nous exprimons ces paramètres en fonction de $Q_{air_{moy}}$ sous forme polynomiale, avant de modéliser l'évolution des sous-paramètres en fonction de Q_{water} et C_{in}. Comme mentionné dans la section 3.4.3.3, le paramètre τ est considéré constant par rapport à $Q_{air_{moy}}$, ce qui signifie qu'il dépend uniquement de Q_{water} et C_{in}.

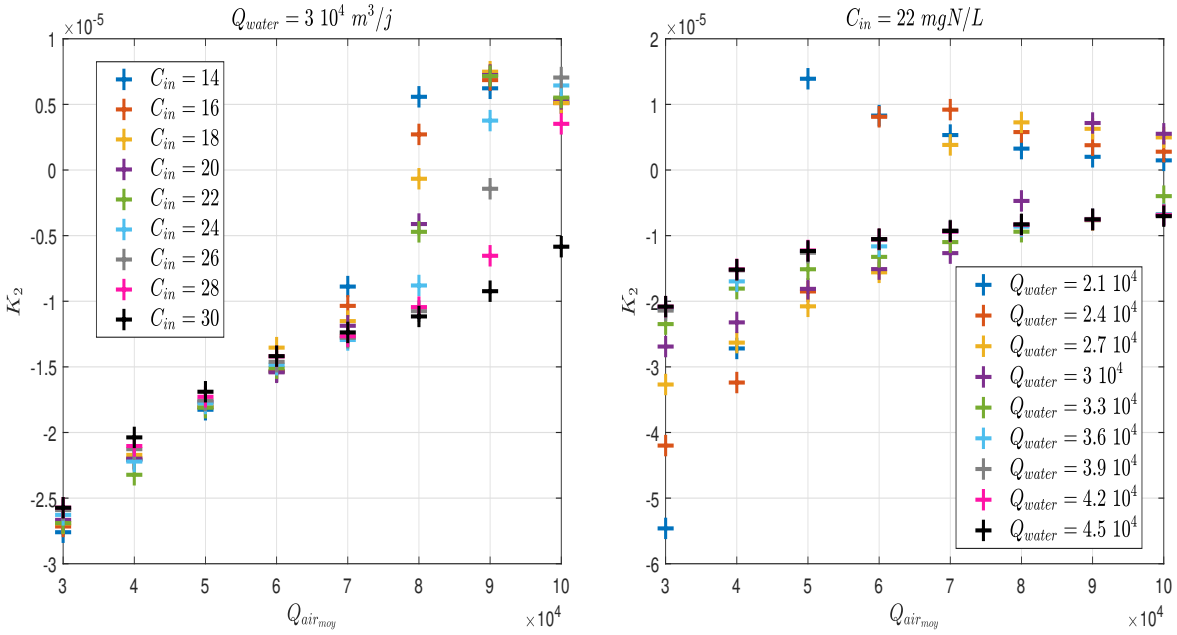
Les expressions polynomiales suivantes sont adoptées :



(a) Pour différentes valeurs de C_{in} avec $Q_{water} = 3\ 10^4\ m^3/j$

(b) Pour différentes valeurs de Q_{water} avec $C_{in} = 22\ mgN/L$

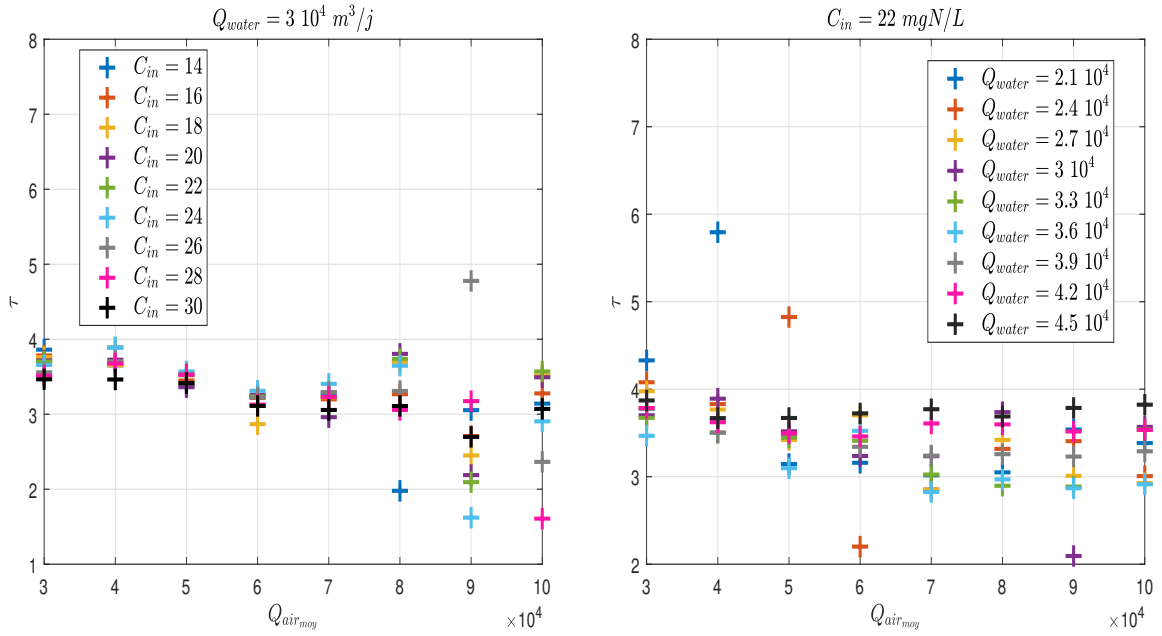
FIGURE 3.27 – Évolution du paramètre K_1 pour divers points de fonctionnement



(a) Pour différentes valeurs de C_{in} avec $Q_{water} = 3\ 10^4\ m^3/j$

(b) Pour différentes valeurs de Q_{water} avec $C_{in} = 22\ mgN/L$

FIGURE 3.28 – Évolution de K_2 pour divers points de fonctionnement



(a) Pour différentes valeurs de C_{in} avec $Q_{water} = 3\ 10^4\ m^3/j$

(b) Pour différentes valeurs de Q_{water} avec $C_{in} = 22\ mgN/L$

FIGURE 3.29 – Évolution de τ pour divers points de fonctionnement

$$
\begin{aligned}
K_1 &= K_{10}(Q_{water}, C_{in}) + K_{11}(Q_{water}, C_{in})Q_{air_{moy}} + K_{12}(Q_{water}, C_{in})Q_{air_{moy}}^2 \\
K_2 &= K_{20}(Q_{water}, C_{in}) + K_{21}(Q_{water}, C_{in})Q_{air_{moy}} + K_{22}(Q_{water}, C_{in})Q_{air_{moy}}^2 \\
\tau &= \tau(Q_{water}, C_{in})
\end{aligned}
\tag{3.9}
$$

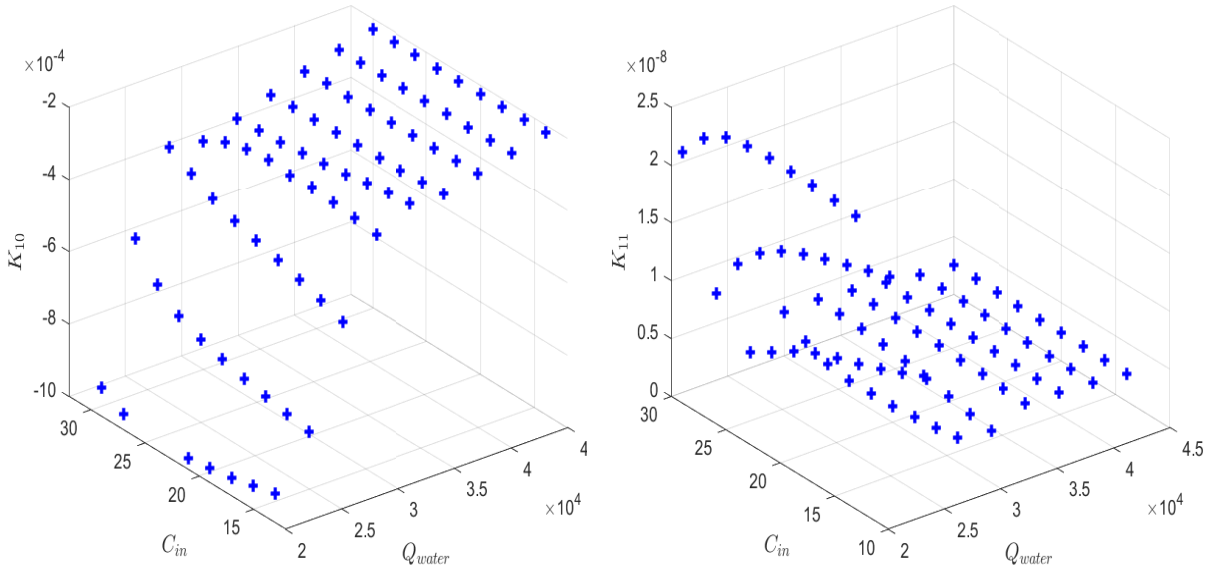
Évolution des sous-paramètres en fonction de Q_{water} et C_{in}

Les figures 3.30, 3.31 et 3.32 présentent l'évolution des sous-paramètres identifiés en fonction des conditions de fonctionnement (C_{in} et Q_{water}). Les valeurs de C_{in} et de Q_{water} sont les mêmes prises dans les figures 3.27, 3.28 et 3.29.

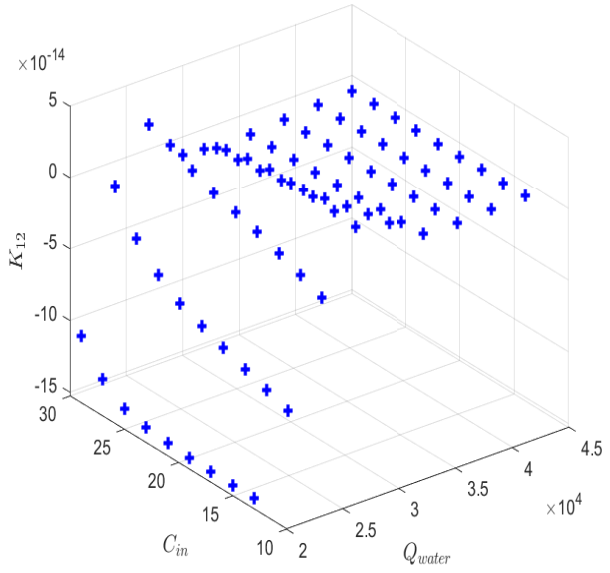
Les figures 3.30, 3.31 et 3.32 montrent la dépendance des sous-paramètres du modèle aux conditions de fonctionnement déterminés par C_{in} et Q_{water}. Les variations observées justifient l'utilisation d'une approche polynomiale pour modéliser ces dépendances.

Estimation des sous-paramètres en fonction de Q_{water} et C_{in}

Afin d'établir une relation mathématique entre les sous-paramètres identifiés et les variables de séquencement Q_{water} et C_{in}, nous appliquons une régression polynomiale en utilisant la méthode des Moindres Carrés. Après plusieurs tests, les expressions polynomiales retenues sont présentées dans l'équation (3.10). La qualité d'ajustement de ces modèles est quantifiée par le pourcentage FIT, résumé dans le tableau 3.4.

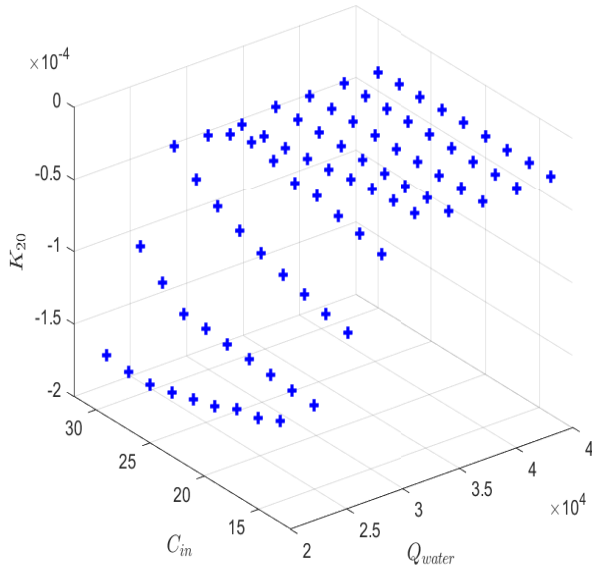


(a) K_{10} (b) K_{11}

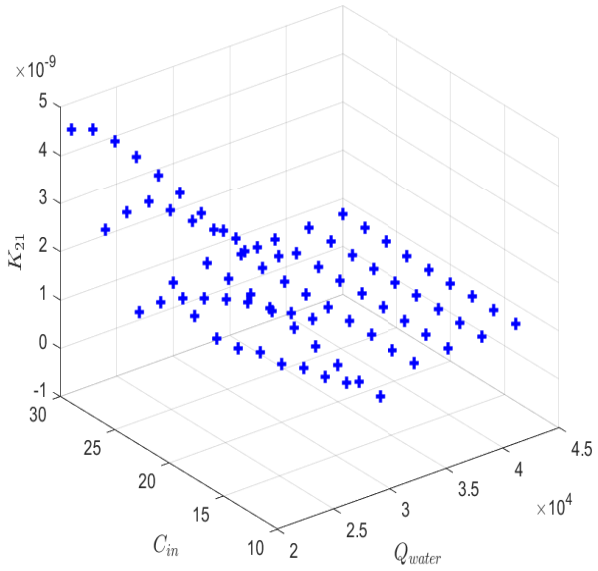


(c) K_{12}

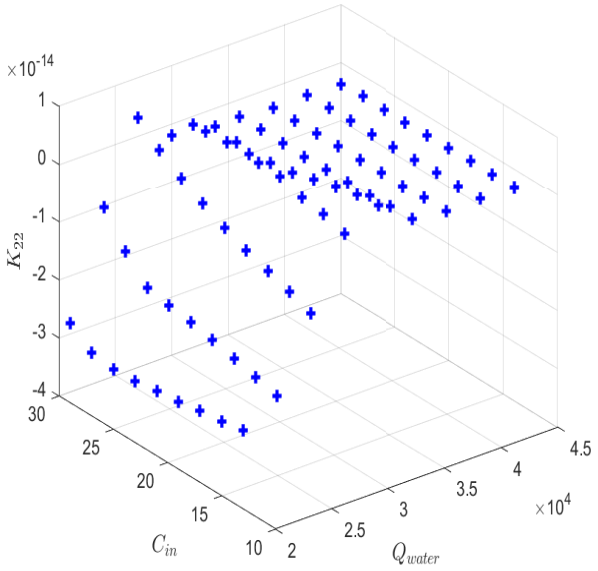
FIGURE 3.30 – Évolution des sous-paramètres de K_1 en fonction de C_{in} et de Q_{water}



(a) K_{20}



(b) K_{21}



(c) K_{22}

FIGURE 3.31 – Évolution des sous-paramètres de K_2 en fonction de C_{in} et de Q_{water}

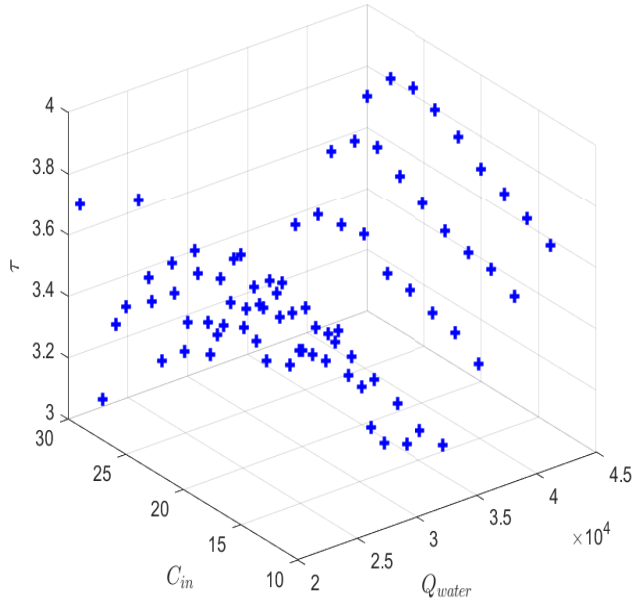


FIGURE 3.32 – Évolution du paramètre τ en fonction de C_{in} et de Q_{water}

$$\begin{aligned} K_{10} &= a_0 + a_1 Q_{water} + a_2 Q_{water}^2 + a_3 C_{in} + a_4 C_{in}^2 \\ &\vdots \\ K_{22} &= f_0 + f_1 Q_{water} + f_2 Q_{water}^2 + f_3 C_{in} + f_4 C_{in}^2 \\ \tau &= g_0 + g_1 Q_{water} + g_2 Q_{water}^2 + g_3 C_{in} + g_4 C_{in}^2 \end{aligned} \tag{3.10}$$

TABLE 3.4 – Pourcentage FIT pour chaque sous-paramètre

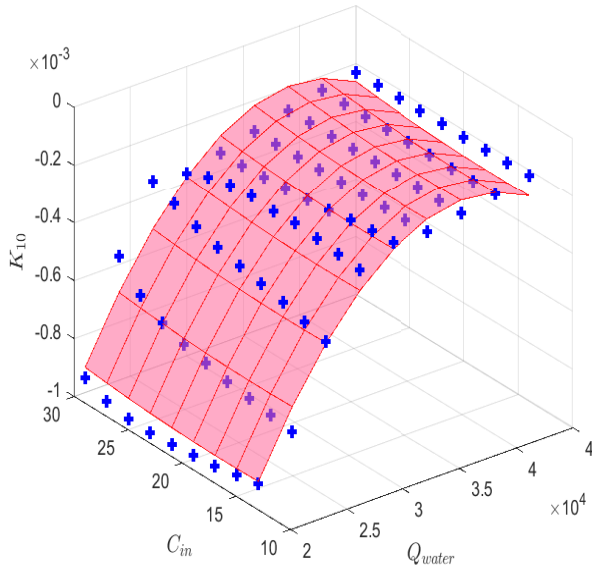
Paramètre	K_{10}	K_{11}	K_{12}	K_{20}	K_{21}	K_{22}	τ
FIT (%)	74.84	63.45	52.45	71.47	66.13	59.78	40.16

Les figures 3.33, 3.34 et 3.35 illustrent l'estimation des sous-paramètres de K_1, K_2 et τ en fonction de Q_{water} et C_{in}.

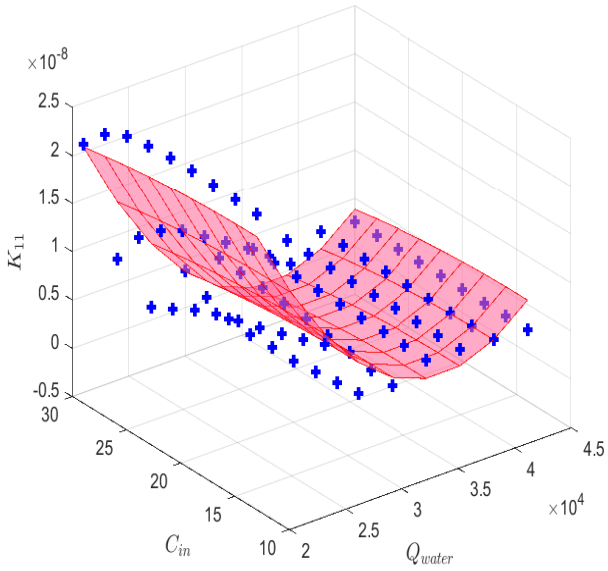
Les surfaces ajustées (en rouge) montrent une bonne correspondance globale avec les paramètres identifiés (points bleus), bien que certaines dispersions subsistent, notamment pour les sous-paramètres K_{11}, K_{21} et τ. La modélisation obtenue via cette méthode établit une relation adéquate entre les sous-paramètres et les variables Q_{water}, C_{in} et Q_{air}.

3.4.5 Validation du modèle LPV global

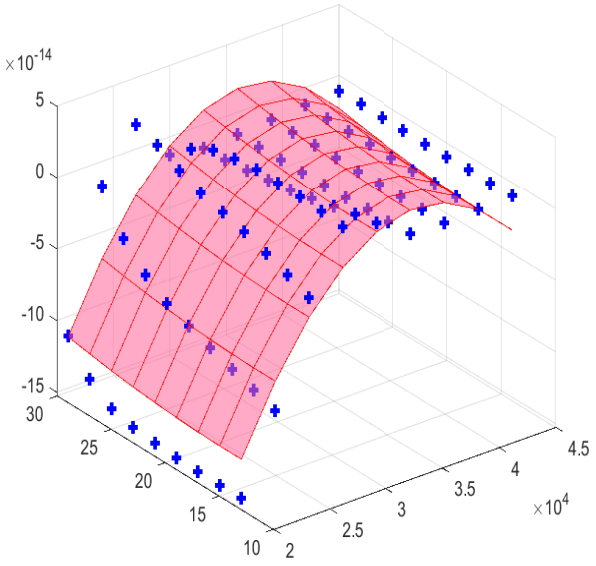
L'objectif de cette section est de valider le modèle LPV global estimé en utilisant des données réelles mesurées à la station Seine Aval. Cette validation permettra d'évaluer la capacité du modèle à reproduire fidèlement la dynamique du système réel.



(a) K_{10}

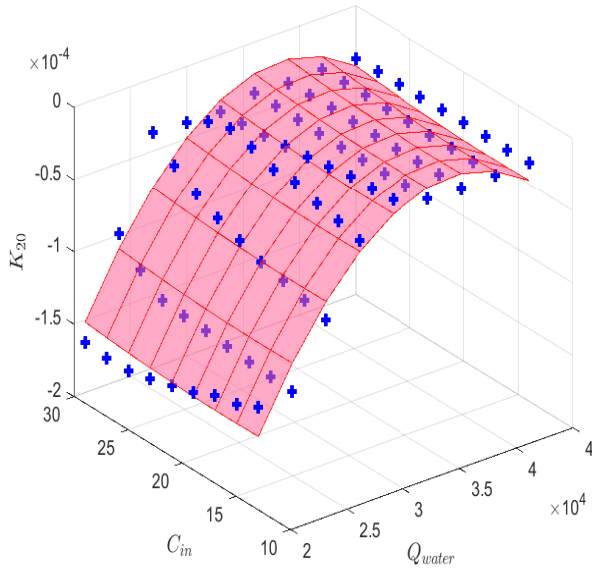


(b) K_{11}

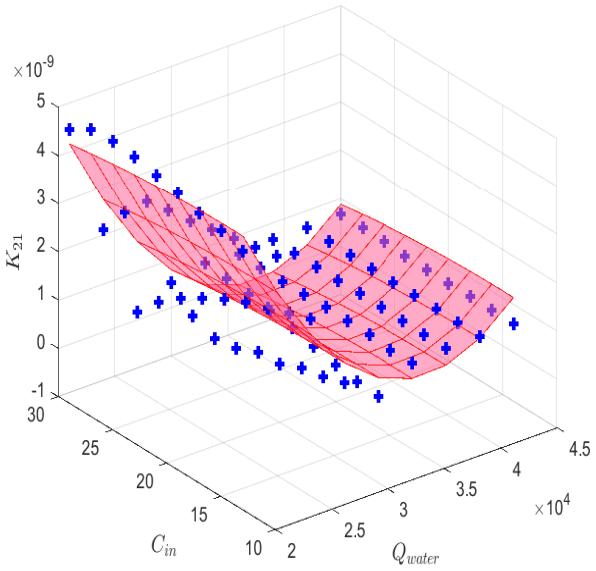


(c) K_{12}

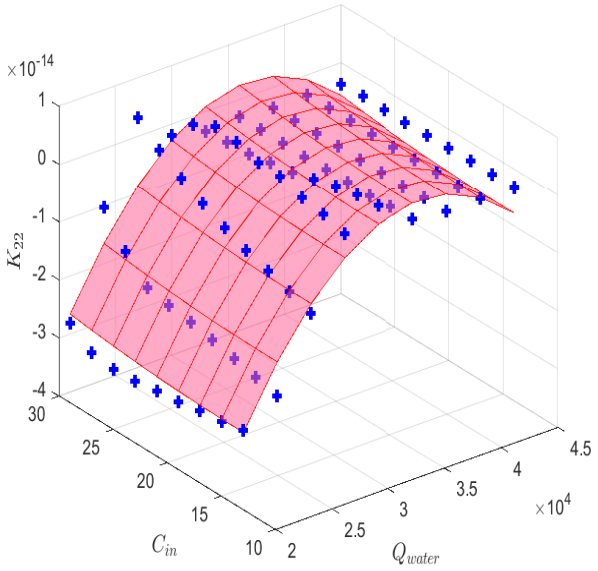
FIGURE 3.33 – Estimation des sous-paramètres de K_1 en fonction de Q_{water} et C_{in}



(a) K_{20}



(b) K_{21}



(c) K_{22}

FIGURE 3.34 – Estimation des sous-paramètres de K_2 en fonction de Q_{water} et C_{in}

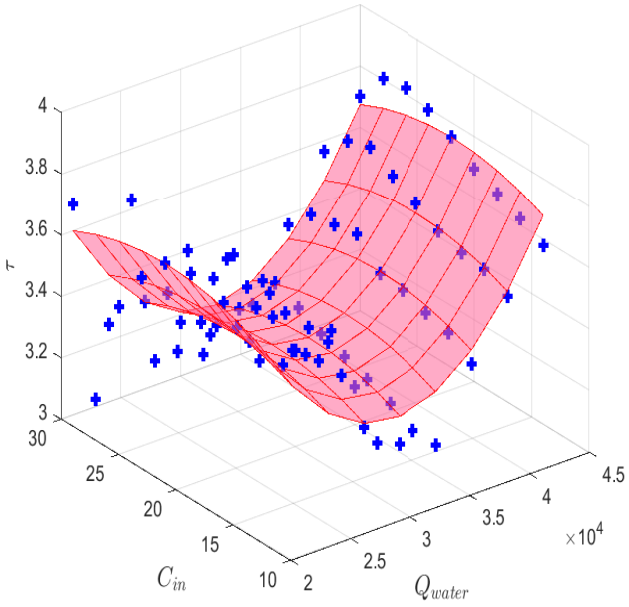
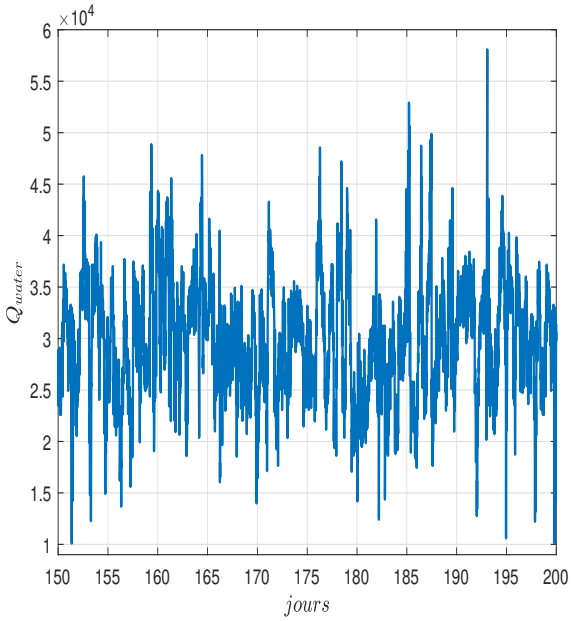
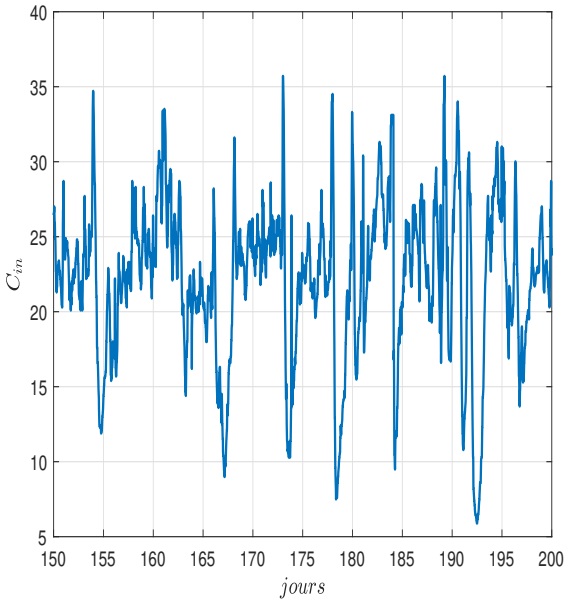


FIGURE 3.35 – Estimation du paramètre τ en fonction de Q_{water} et C_{in}

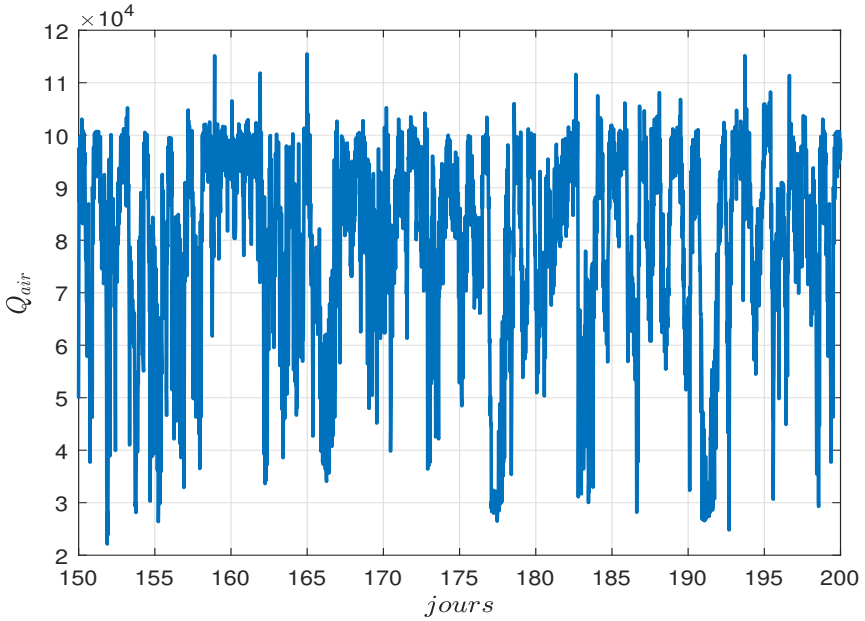
Les entrées Q_{water}, C_{in} et Q_{air} utilisées sont illustrées dans les figures 3.36a, 3.36b et 3.36c, respectivement.



(a) Débit d'eau Q_{water}



(b) Concentration C_{in}



(c) Débit d'air Q_{air}

FIGURE 3.36 – Évolution des entrées réelles utilisées pour la validation

Nous proposons de considérer deux scénarios distincts pour la validation du modèle LPV estimé :

- **Scénario 1** : Considérer τ comme une constante fixe sur l'ensemble des points de fonctionnement.
- **Scénario 2** : Prendre le paramètre τ en tant qu'un paramètre variable en fonction des entrées Q_{water}, C_{in}.

3.4.5.1 Validation du modèle avec τ constant

Dans un premier temps, nous validons le modèle LPV en considérant τ comme une constante avec une valeur fixée de 3.37 j. Cette valeur a été adoptée précédemment (voir la section 3.4.3.4) en se basant sur une estimation moyenne issue des résultats d'identification.

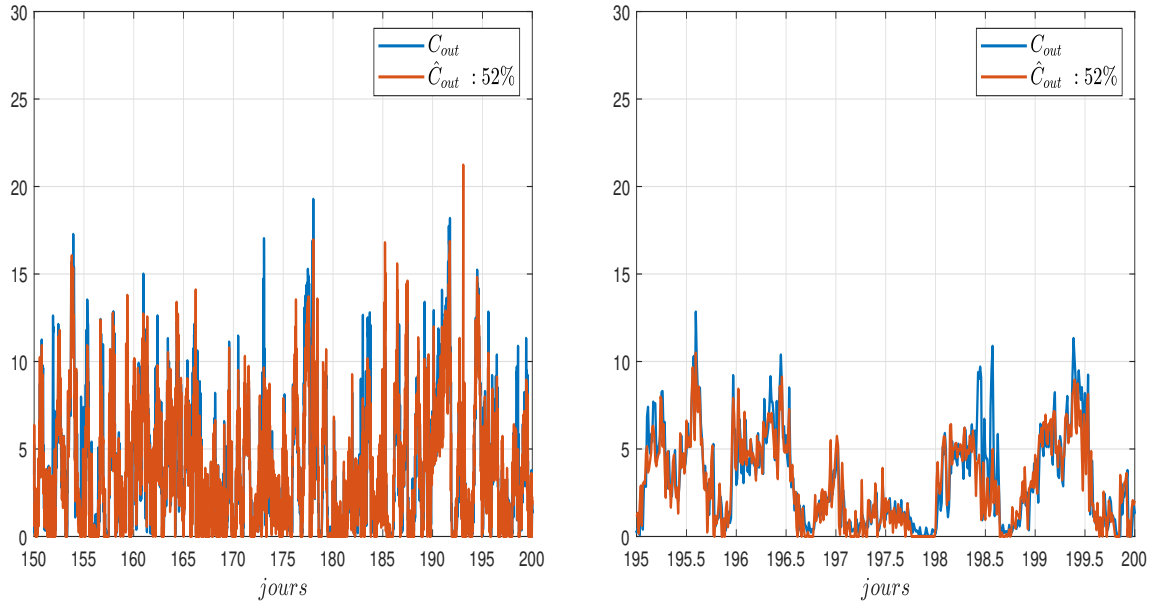
La figure 3.37 présente la comparaison entre la sortie C_{out} du simulateur SimBio et la sortie $\hat{C}_{out}$ du modèle estimé.

Les résultats montrent que le modèle estimé suit globalement la dynamique du système réel. Les ajustements restent satisfaisants, avec un FIT de 52%.

3.4.5.2 Validation pour τ variable

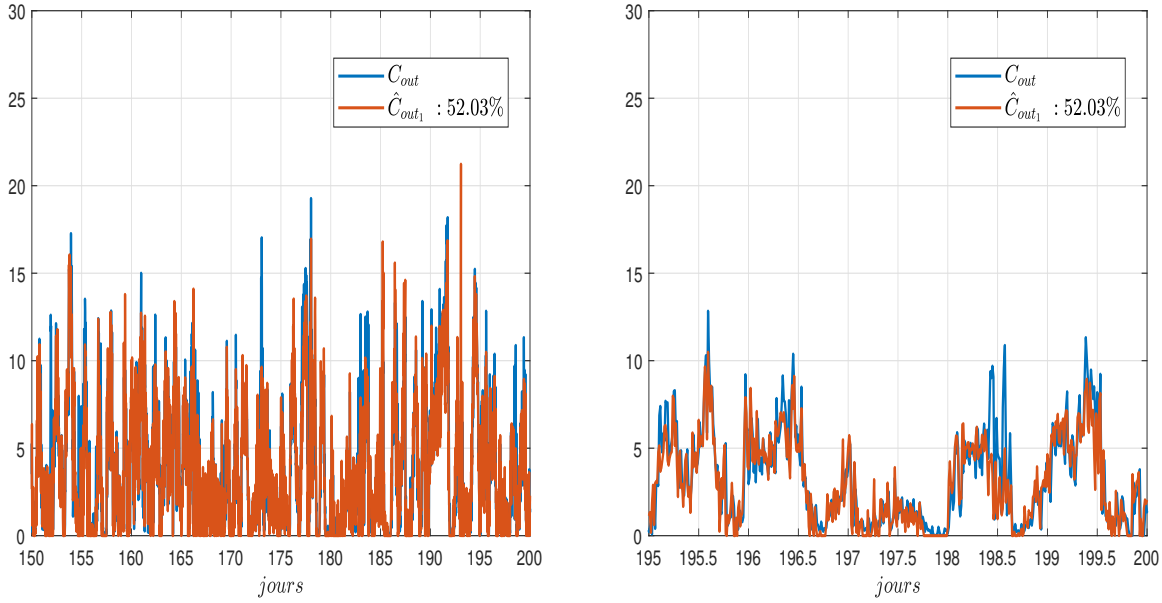
Après avoir validé le modèle en utilisant un paramètre τ constant, nous procédons à une validation supplémentaire en prenant en compte une valeur variable de τ en fonction de Q_{water} et C_{in}. La figure 3.38 présente les résultats obtenus dans ce cas.

L'analyse de cette figure montre que l'utilisation d'un τ variable n'apporte pas une amélioration significative sur les résultats. Le FIT obtenu est similaire à celui de la version avec τ constant (52.03% *vs.* 52%).



(a) Comparaison entre les deux sorties (b) Zoom sur les 5 derniers jours

FIGURE 3.37 – Validation du modèle LPV avec un τ constant



(a) Comparaison entre les deux sorties (b) Zoom sur les 5 derniers jours

FIGURE 3.38 – Validation du modèle LPV avec τ variable

3.4.6 Conclusion

On peut conclure que la validation des modèles estimés, que ce soit en utilisant un τ constant ou un τ variable, conduit à des résultats similaires. En plus, l'utilisation d'un τ dépendant des entrées n'apporte pas de gain significatif en termes de précision. Par conséquent, il est décidé d'utiliser un τ constant dans la structure du modèle LPV global.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'approche locale pour l'estimation paramétrique de système de biofiltre à partir d'un modèle LPV. Nous avons identifié, via l'algorithme de Levenberg-Marquardt, les paramètres du modèle à partir de simulations sous différentes conditions de fonctionnement, démontrant la capacité de cette approche à capturer les variations dynamiques du système avec précision.

Ainsi, les résultats obtenus montrent que l'approche locale permet une bonne représentation des dynamiques variables du système en jouant en particulier sur des entrées variées comme l'échelon et la séquence binaire pseudo-aléatoire (SBPA). Elle a cependant des limites :

- D'une part, elle requiert un temps de calcul considérable en raison du nombre élevé de simulations nécessaires pour identifier les paramètres sur un grand nombre de points de fonctionnement.

- D'autre part, elle ne peut être appliquée directement sur les mesures.

Nous choisissons donc d'évoluer vers une approche globale, permettant d'obtenir un modèle généralisé à partir de l'ensemble des données sans nécessiter une identification spécifique pour chaque condition de fonctionnement.

Chapitre 4

Estimation paramétrique d'un modèle LPV par approche globale

4.1 Introduction

Après avoir estimé un modèle LPV par une approche locale dans le chapitre précédent, nous discutons dans le présent chapitre une approche alternative, qui se base sur une estimation globale des paramètres du modèle. Cette méthode vise à établir directement un modèle LPV continu cohérent sur le domaine de fonctionnement couvert par les données d'estimation en faisant appel à une excitation suffisamment riche pour exciter les différentes dynamiques du système.

Contrairement à l'approche locale basée sur la division du domaine opérationnel en sous-ensembles et l'interpolation entre des modèles linéaires identifiés localement, l'approche globale estime l'ensemble des paramètres du modèle LPV sur tout le domaine de fonctionnement considéré. Cette stratégie servira à garantir la continuité et la cohérence des paramètres du modèle, à limiter les difficultés associées aux discontinuités entre les zones et à éviter les nombreuses expérimentations nécessaires à l'approche locale.

La méthodologie d'estimation paramétrique développée repose sur l'utilisation d'une approche à erreur de sortie. Toutefois, cette approche nécessite une bonne initialisation pour tenter de garantir une convergence vers un optimum global. Aussi, dans ce travail, nous proposons d'utiliser la méthode des moments partiels réinitialisés (RPM) [Ouvrard et al. 2011 ; Ouvrard et al. 2024 ; Trigeassou 1987], conçue pour surmonter les difficultés associées aux dérivées des entrées et des sorties dans les représentations différentielles des modèles LPV. Afin d'améliorer la précision des estimations, cette approche est complétée par des techniques itératives basées sur la variable instrumentale.

Dans ce chapitre, nous décrirons en détail le principe de la méthode des moments partiels réinitialisés, ainsi que son utilisation pour l'initialisation de l'algorithme de Levenberg-Marquardt. L'efficacité de la méthodologie proposée sera ensuite vérifiée à travers un exemple de simulation. Enfin, elle sera appliquée au procédé de nitrification étudié, en exploitant à la fois des données simulées et expérimentales, et en procédant à une évaluation comparative des performances des modèles obtenus.

4.2 Méthode des moments partiels appliquée à la modélisation LPV à temps continu

Considérons la représentation entrée-sortie du système LPV, présentée dans la section 2.3.

$$y_0^{(n_a)}(t) = -\sum_{i=0}^{n_a-1} a_i(\rho) y_0^{(i)}(t) + \sum_{i=0}^{n_b} b_i(\rho) u^{(i)}(t) \tag{4.1}$$

où $y_0(t)$ est la sortie réelle du système LPV, $u(t)$ est l'entrée du système, $\rho(t)$ est la variable de séquencement et $a_i(\rho)$ et $b_j(\rho)$ sont les paramètres variables en fonction de ρ, comme suit :

$$\begin{aligned} a_i(\rho) &= a_i^0 + \sum_{\ell=1}^{r_f} a_i^\ell f_\ell(\rho) \\ b_j(\rho) &= b_j^0 + \sum_{\ell=1}^{r_g} b_j^\ell g_\ell(\rho) \end{aligned} \tag{4.2}$$

où r_f et r_g représentent respectivement le nombre de sous-paramètres associés aux fonctions $f_\ell(\rho)$ et $g_\ell(\rho)$. Ces dernières sont des fonctions statiques dépendant de $\rho(t)$, sans dérivée de $\rho(t)$. Ces fonctions peuvent être calculées directement à partir de $\rho(t)$ ou via un modèle fonctionnel.

La principale difficulté de l'identification directe d'un modèle LPV à temps continu réside dans l'approximation des dérivées d'entrée et de sortie non mesurables, à savoir $y_0^{(i)}(t)$ et $u^{(i)}(t)$ pour $i > 0$.

Pour surmonter ce problème, nous adoptons la méthode basée sur les moments partiels réinitialisés [Ouvrard et al. 2011 ; Ouvrard et al. 2024 ; Trigeassou 1987] défini à l'ordre n par :

$$M_n^g(t) = \int_0^{\widehat{T}} \tau^n g(t - \widehat{T} + \tau) d\tau, \tag{4.3}$$

où $\widehat{T}$ est un paramètre de conception appelé paramètre de réinitialisation. Ce paramètre représente la largeur de l'intervalle glissant d'intégration des moments partiels pour préserver la propriété de variance minimale du modèle à chaque instant t [Ouvrard et al. 2011 ; Ouvrard et al. 2024].

4.2.1 Principe de la méthode des moments partiels réinitialisés (RPM : *Reinitialised Partial Moments)*

Cette méthode montre qu'en appliquant des intégrales, et plus particulièrement des moments partiels, à une équation différentielle ordinaire (EDO), il est possible de faire disparaître toutes les dérivées et de reformuler la sortie de l'EDO sous forme de régression linéaire où les paramètres et les signaux sont séparés. De plus, il est montré que la sortie de l'EDO peut être reformulée à l'aide de produits de convolution entre les signaux d'entrée-sortie et un filtre implicite à réponse impulsionnelle finie (FIR). Ce filtre, nommé ici filtre des moments partiels réinitialisés, est défini à l'ordre n_a par :

$$m_{n_a}(t) = \begin{cases} \dfrac{(\hat{T} - t)^{n_a} t^{n_a - 1}}{(n_a - 1)!\, \hat{T}^{n_a}} & \text{pour } t \in [0, \hat{T}] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{4.4}$$

L'objectif de cette section est d'étendre l'approche des moments partiels réinitialisés des systèmes LTI à temps continu aux systèmes LPV à temps continu et de définir le modèle LPV à temps continu basé sur les RPM. Pour cela, calculons le produit de convolution $m_{n_a}(t) * (4.1)$. En considérant la propriété suivante :

$$\begin{aligned} m_{n_a}^{(i)}(t) * (f_\ell(\rho) y_0(t)) &= m_{n_a}(t) * (f_\ell(\rho) y_0(t))^{(i)} \\ &= m_{n_a}(t) * \sum_{k=0}^{i} \binom{i}{k} (f_\ell(\rho))^{(i-k)} y_0^{(k)}(t) \end{aligned} \tag{4.5}$$

avec les coefficients binomiaux définis par :

$$\binom{i}{k} = \frac{i!}{k!(i-k)!} \tag{4.6}$$

et en notant que :

$$\begin{aligned} m_{n_a}(t) * y_0^{(n_a)}(t) &= m_{n_a}^{(n_a)}(t) * y_0(t) \\ &= y_0(t) - (\delta(t) - m_{n_a}^{(n_a)}(t)) * y_0(t) \end{aligned} \tag{4.7}$$

où $\delta(t)$ est la fonction de Dirac, il est alors possible de réécrire ce produit de convolution sous la forme suivante :

$$y_0(t) = \varphi^\top(t)\theta + (\delta(t) - m_{n_a}^{(n_a)}(t)) * y_0(t) \tag{4.8}$$

avec

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \begin{bmatrix} \vdots \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{i}(-1)^{k+1} m_{n_a}^{(i-k)}(t) * \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix} \boldsymbol{F}^{(k)}(t) y_0(t) \\ \vdots \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{j}(-1)^{k} m_{n_a}^{(j-k)}(t) * \begin{pmatrix} j \\ k \end{pmatrix} \boldsymbol{G}^{(k)}(t) u(t) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

où $i = 0 \dots n_a - 1$, $j = 0 \dots n_b$, $\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} 1 & f_1(\rho) & \dots & f_{r_f}(\rho) \end{bmatrix}^\top$ et $\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} 1 & g_1(\rho) & \dots & g_{r_g}(\rho) \end{bmatrix}^\top$.

Ainsi, la régression linéaire (4.8) peut être reformulée comme suit :

$$y_0(t) = \varphi^\top(t)\theta + \gamma^{y_0}(t) \tag{4.10}$$

avec

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = \begin{bmatrix} \vdots \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{i}(-1)^{k} \alpha_{i-k}^{\boldsymbol{z}_k^i}(t) \\ \vdots \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{j}(-1)^{k} \beta_{j-k}^{\boldsymbol{w}_k^j}(t) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

et où $\boldsymbol{z}_k^i(t)$ et $\boldsymbol{w}_k^j(t)$ sont des vecteurs de signaux définis par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{z}_k^i(t) &= \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix} \boldsymbol{F}^{(k)}(t) y_0(t) \\ \boldsymbol{w}_k^j(t) &= \begin{pmatrix} j \\ k \end{pmatrix} \boldsymbol{G}^{(k)}(t) u(t) \end{aligned} \tag{4.12}$$

avec $i = 0 \dots n_a - 1,\ j = 0 \dots n_b$,

$$\begin{aligned} \beta_i^g(t) &= m_{n_a}^{(i)}(t) * g(t) \\ \alpha_i^g(t) &= -m_{n_a}^{(i)}(t) * g(t) \\ \gamma^{y_0}(t) &= \left(\delta(t) - m_{n_a}^{(n_a)}(t)\right) * y_0(t) \end{aligned} \tag{4.13}$$

En pratique, nous ne disposons que de mesures de $y_0(t)$ entachées d'erreur de mesure. Donc, il faut tenir compte de la mesure $y(t)$ de la sortie réelle $y_0(t)$ dans la formulation (4.10). Par conséquent, définissons la sortie du modèle LPV à temps continu basé sur les RPM comme suit :

$$y(t, \widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}) = \boldsymbol{\phi}^\top(t)\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM} + \gamma^y(t) \tag{4.14}$$

où $\boldsymbol{\phi}(t)$ est obtenu à partir de $\boldsymbol{\varphi}(t)$, défini dans (4.11), en remplaçant $y_0(t)$ par $y(t)$ et $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$ est le vecteur de paramètres à estimer défini comme suit :

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM} = [\hat{a}_0^0, \ldots, \hat{a}_0^{r_f}, \ldots, \hat{a}_{n_a-1}^0, \ldots, \hat{a}_{n_a-1}^{r_f}, \hat{b}_0^0, \ldots, \hat{b}_0^{r_g}, \ldots, \hat{b}_{n_b}^0, \ldots, \hat{b}_{n_b}^{r_g}]^\top \tag{4.15}$$

4.2.2 Estimation des paramètres du modèle LPV

4.2.2.1 Estimation par moindres carrés

En considérant l'ensemble de données mesurées $\left\{u(k\Delta t),\ y(k\Delta t),\ \rho(k\Delta t)\right\}_{k=0,\cdots,N}$, l'estimateur des moindres carrés est donné par :

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM} = \left[\sum_{k=\widehat{\mathcal{T}}}^{N_t} \boldsymbol{\phi}(k\Delta t)\boldsymbol{\phi}^\top(k\Delta t)\right]^{-1} \sum_{k=\widehat{\mathcal{T}}}^{N_t} \boldsymbol{\phi}(k\Delta t)(y(k\Delta t) - \gamma^y(k\Delta t)) \tag{4.16}$$

où $\widehat{T} = \widehat{\mathcal{T}}\Delta t$. Les détails concernant le choix de $\widehat{T}$ et la mise en œuvre de l'approche RPM sont donnés dans [Ouvrard et al. 2011 ; Ouvrard et al. 2024].

La présence du bruit de mesure dans le régresseur $\boldsymbol{\phi}(t)$ entraîne un biais dans l'estimation $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$. Plusieurs méthodes permettent de réduire ce biais dans l'estimation par moindres carrés. Dans un premier temps, l'utilisation d'une variable instrumentale va nous permettre de réduire le biais. Une seconde solution consiste à initialiser une approche à erreur de sortie par l'estimation par moindres carrés. Dans ce travail pour l'application finale sur les données de la biofiltration, nous avons opté pour l'approche d'erreur de sortie. Pour démontrer la pertinence de ce choix, nous avons réalisé des simulations stochastiques comparant les résultats obtenus par la mise en œuvre de la variable instrumentale à ceux obtenus par l'erreur de sortie. Avant de présenter ces résultats dans la section 4.3, nous rappelons le principe de ces deux approches.

4.2.2.2 Approche avec variable instrumentale

L'approche avec variable instrumentale (IV : *Instrumental variable*) est largement utilisée pour réduire le biais d'estimation causé par le bruit de mesure en identification de systèmes [Söderström et al. 1983 ; Young 1970], en particulier pour l'estimation de modèles LPV [Tóth et al. 2012]. En introduisant un modèle auxiliaire servant d'instrument, non corrélé au bruit mais corrélé aux variables dynamiques du système, la méthode IV réduit efficacement l'effet du bruit sur les estimations de paramètres [Ouvrard et al. 2024].

Ainsi, pour éliminer le biais sur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$, nous utilisons une approche itérative avec variable instrumentale initialisée avec l'estimateur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$. Ce processus consiste à mettre à jour itérativement un vecteur d'estimation, $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}_{iter}$, en partant de $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}_0 = \widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$. À chaque itération, nous calculons un instrument, noté $\widehat{y}(t, \widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}_{iter})$, indépendant du bruit, obtenu par la simulation du modèle LPV (4.1) en utilisant le vecteur de paramètres $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}_{iter-1}$ de l'itération précédente pour construire le vecteur suivant :

$$\boldsymbol{\psi}(t) = \begin{bmatrix} \vdots \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{i} (-1)^k \alpha_{i-k} \begin{pmatrix} i \\ k \end{pmatrix} \boldsymbol{F}^{(k)} \widehat{y} \\ \vdots \\ \displaystyle\sum_{k=0}^{j} (-1)^k \beta_{j-k} \begin{pmatrix} j \\ k \end{pmatrix} \boldsymbol{G}^{(k)} u \\ \vdots \end{bmatrix} (t) \tag{4.17}$$

Un nouveau vecteur de paramètres est alors estimé par :

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{iter}^{IV} = \left[\sum_{k=\widehat{\mathcal{T}}}^{N_t} \boldsymbol{\psi}(k\Delta t) \boldsymbol{\phi}^\top(k\Delta t) \right]^{-1} \sum_{k=\widehat{\mathcal{T}}}^{N_t} \boldsymbol{\psi}(k\Delta t)(y(k\Delta t) - \gamma^y(k\Delta t)) \tag{4.18}$$

Cette procédure itérative est répétée quatre à cinq fois, comme recommandé dans [Ouvrard et al. 2024].

4.2.2.3 Initialisation de l'algorithme à erreur de sortie

L'algorithme de Levenberg-Marquardt [Nocedal et al. 2006] est un algorithme d'erreur de sortie asymptotiquement sans biais. La principale difficulté réside dans la possibilité de convergence vers des minima locaux du critère. Pour faire face à ce problème, nous proposons d'initialiser la procédure itérative au voisinage du vecteur de paramètres optimal.

Nous considérons l'algorithme de Levenberg-Marquardt dont la mise en œuvre est décrite par l'équation suivante, équivalente à l'équation (2.22) :

$$\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{iter+1}^{OE} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{iter}^{OE} - \left(\mathbf{J}''_{\theta\theta} + \mu \mathbf{I}_{N_\theta \times N_\theta} \right)^{-1} \mathbf{J}'_\theta \Big|_{\boldsymbol{\theta} = \widehat{\boldsymbol{\theta}}_{iter}^{OE}} \tag{4.19}$$

avec μ un paramètre d'ajustement et le gradient et le pseudo-hessien définis respectivement par :

$$\begin{aligned} \mathbf{J}'_\theta &= \frac{-2}{N_t + 1} \sum_{k=0}^{N_t} (y(k\Delta t) - \widehat{y}(k\Delta t, \boldsymbol{\theta})) \boldsymbol{\sigma}(k\Delta t, \boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{J}''_{\theta\theta} &\approx \frac{2}{N_t + 1} \sum_{k=0}^{N_t} \boldsymbol{\sigma}(k\Delta t, \boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\sigma}^\top(k\Delta t, \boldsymbol{\theta}) \end{aligned} \tag{4.20}$$

où $\boldsymbol{\sigma}(t, \boldsymbol{\theta}) = \left[\dots, \sigma_{a_j^\ell}(t), \dots, \sigma_{b_j^\ell}(t), \dots \right]^\top$ est le vecteur des fonctions de sensibilité, déduit de $\frac{\partial \widehat{y}(t, \boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}}$. La sortie du modèle $\widehat{y}(t, \boldsymbol{\theta})$ est obtenue par la simulation de (4.1) avec le paramètre estimé $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_{iter}^{OE}$. Les fonctions de sensibilité sont simulées de manière similaire selon :

$$\sigma_{a_j^\ell}^{(n_a)}(t) = - \sum_{i=0}^{n_a - 1} a_i(\rho) \sigma_{a_j^\ell}^{(i)}(t) - f_\ell(\rho) \widehat{y}^{(j)}(t, \boldsymbol{\theta}) \tag{4.21}$$

$$\sigma_{b_j^\ell}^{(n_a)}(t) = - \sum_{i=0}^{n_a - 1} a_i(\rho) \sigma_{b_j^\ell}^{(i)}(t) + g_\ell(\rho) u^{(j)}(t) \tag{4.22}$$

avec $f_0(\rho) = 1$ and $g_0(\rho) = 1$.

Le vecteur des paramètres $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$, obtenu avec l'équation (4.16), constitue une bonne initialisation pour $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_0^{OE}$ dans la procédure itérative (4.19).

4.3 Exemple de simulation

Avant d'appliquer la méthodologie proposée au processus de nitrification, nous la validons d'abord sur un exemple numérique simplifié dont la structure du système est similaire à celle du modèle LPV de nitrification. Cet exemple a pour objectif de valider nos algorithmes dans un cadre utilisant la même structure de modèle LPV que pour le processus. Cela garantit que les équations et les méthodes employées dans l'exemple sont directement applicables au processus de nitrification, démontrant ainsi la pertinence et l'efficacité de l'approche dans un scénario réel.

4.3.1 Système de référence simulé

Considérons un système LPV SISO en temps continu, décrit par l'équation suivante :

$$y_0^{(1)}(t) = -a_0 y_0(t) + b_0 u(t) + b_1 u^{(1)}(t) \tag{4.23}$$

Les coefficients a_0, b_0 et b_1 dépendent des variables de séquencement $\rho_1(t)$, $\rho_2(t)$, et $\rho_3(t)$ sous la forme de fonctions polynomiales comme suit :

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 + 3\rho_1(t) + 2\rho_2(t) - \rho_3(t) \\ b_0 &= 1 - \rho_1(t) - 2\rho_2(t) - 0.5\rho_3(t) \\ b_1 &= 1 + \rho_1(t) + \rho_2(t) + 2\rho_3(t) \end{aligned} \tag{4.24}$$

Le signal de sortie sans bruit $y_0(t)$ est échantillonné avec une période de $\Delta t = 0.1s$ et une longueur totale de $N_t = 1000$. La condition initiale est fixée à $y_0(0) = -5.45$. Un bruit blanc à moyenne nulle $v(k\Delta t)$ est ajouté aux échantillons de sortie avec un rapport signal/bruit (SNR) spécifié. Le signal d'entrée est une séquence binaire pseudo-aléatoire, dont les durées d'impulsion varient entre 5 et 30 périodes d'échantillonnage et dont les amplitudes alternent entre -5 et 5.

Les signaux de séquencement ρ_1, ρ_2, et ρ_3 sont définis de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \rho_1(t) &= 0.3\sin(0.2t) - 0.01t - 0.01 \\ \rho_2(t) &= 0.03t - 0.1 \\ \rho_3(t) &= 0.2\sin(0.5t) - 0.01t + 0.1 \end{aligned} \tag{4.25}$$

La figure 4.1 présente ces signaux ainsi que la sortie correspondante $y_0(t)$. De plus, la variation des paramètres a_0, b_0 et b_1 en fonction des signaux de séquencement est représentée dans la figure 4.2.

4.3.2 Simulation de Monte Carlo

Une simulation de Monte Carlo est effectuée afin d'illustrer la performance de l'approche proposée. Les simulations de Monte Carlo permettent d'évaluer la sensibilité au bruit et la précision d'une méthode d'estimation en présence de bruit. Elles consistent à appliquer les algorithmes d'estimation sur plusieurs réalisations du bruit aléatoire additif sur le signal de sortie afin d'analyser la variabilité des estimations obtenues.

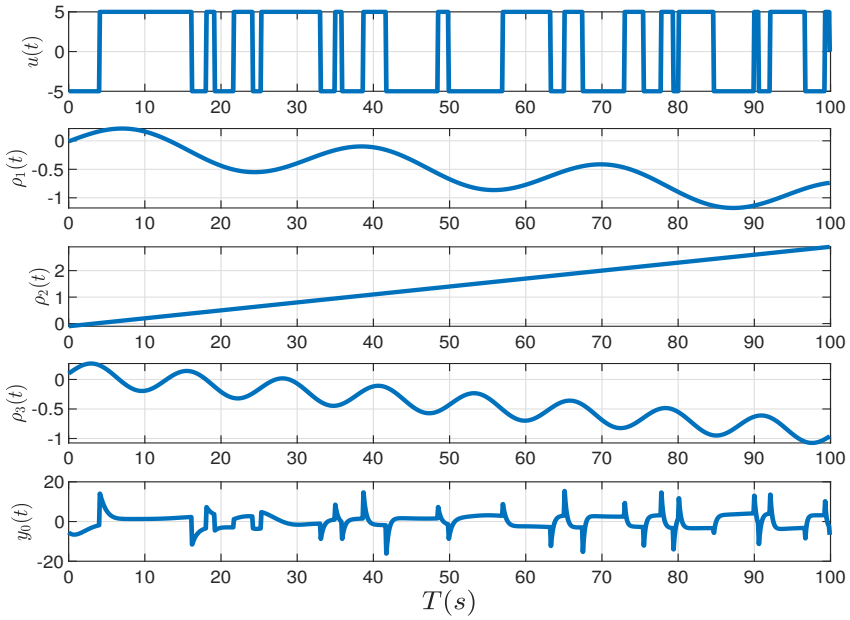


FIGURE 4.1 – Données de simulation pour la validation de l'approche globale d'estimation du modèle LPV

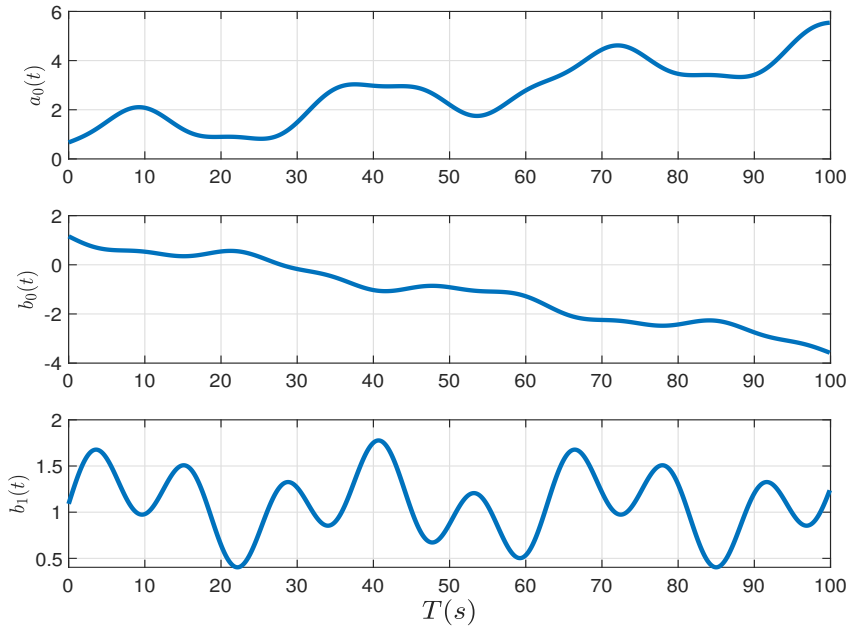


FIGURE 4.2 – Variation des paramètres a_0, b_0 et b_1 avec les signaux de séquencement $\rho_1(t)$, $\rho_2(t)$ et $\rho_3(t)$

Dans le cadre de cette étude, celle-ci comprend $n_{runs} = 100$ tirages du bruit et en considérant le paramètre de conception $\widehat{T} = 2\ s$. Ce paramètre de conception est sélectionné en relation avec la dynamique principale, comme mentionné dans [Ouvrard et al. 2024]. La simulation est réalisée pour trois rapports SNR différents : 10 dB, 20 dB et 30 dB. Ces valeurs de SNR sont choisies afin de représenter respectivement des niveaux de bruit élevés, moyens et faibles, permettant ainsi d'évaluer la robustesse de la méthode d'estimation proposée dans différentes conditions de bruit.

Nous comparons les trois estimateurs décrits dans la section 4.2 en utilisant le pourcentage d'ajustement (FIT) et l'erreur quadratique moyenne normalisée ($RMSE$), définis comme suit :

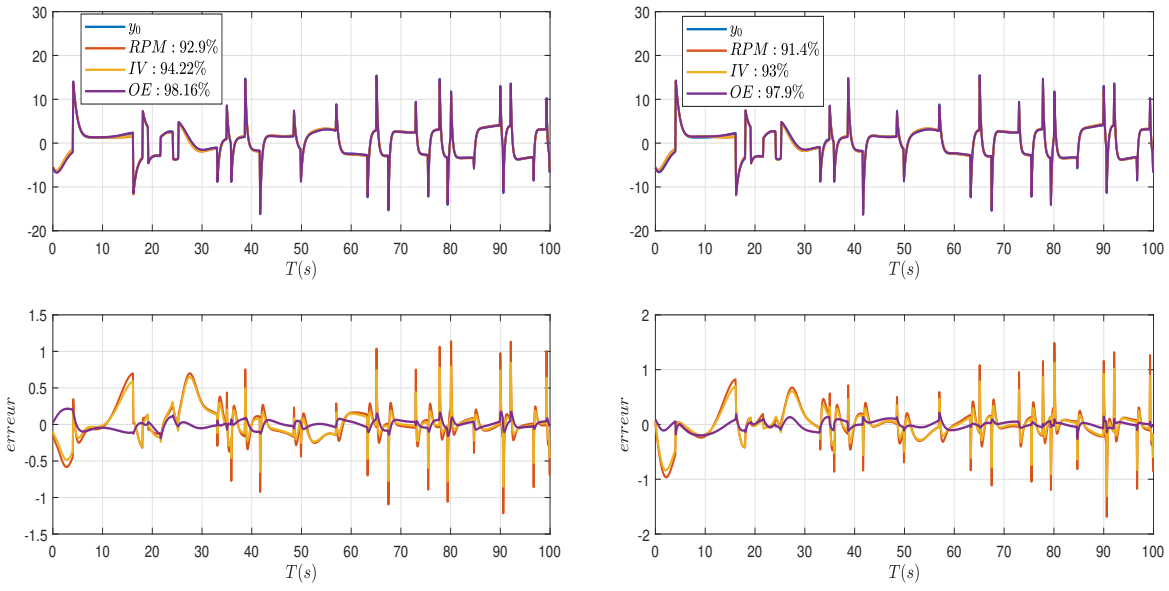
$$FIT = 100 \times \left(1 - \frac{\|y_0(t) - \hat{y}(t)\|}{\|y_0(t) - mean(y_0(t))\|}\right) \tag{4.26}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_{runs}} \sum_{i=1}^{n_{runs}} \left(\frac{\theta_j^0 - \hat{\theta}_j(i)}{\theta_j^0}\right)^2} \tag{4.27}$$

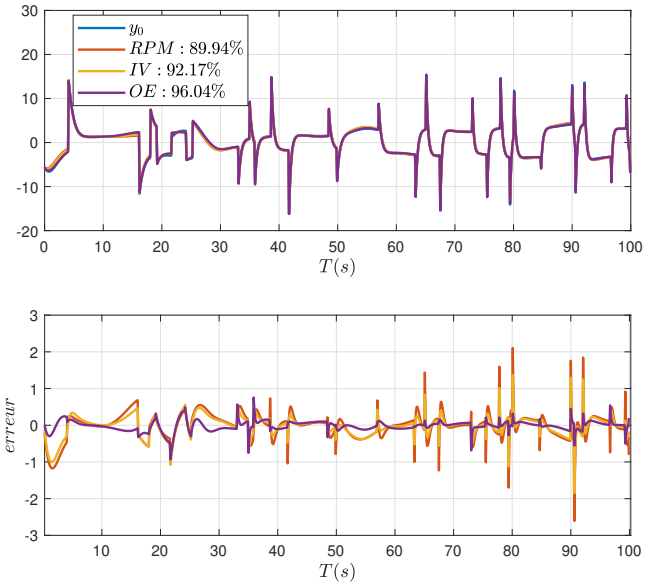
où θ_j^0 représente le j-ième paramètre du vecteur $\boldsymbol{\theta}$ et $\hat{\theta}_j(i)$ correspond au j-ième paramètre du vecteur $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$ estimé lors de la i-ième réalisation du bruit aléatoire.

Le critère FIT permet d'évaluer la précision de la sortie estimée par rapport à la sortie réelle en pourcentage. Une valeur proche de 100 % indique une estimation fidèle au signal original. Le RMSE, quant à lui, permet de quantifier l'erreur quadratique moyenne normalisée entre les paramètres réels et estimés, fournissant ainsi une mesure de l'écart relatif des estimations.

La figure 4.3 illustre une comparaison entre la sortie réelle du système $y_0(t)$ et les sorties estimées par les trois méthodes d'estimation paramétrique : RPM, IV et OE. Cette comparaison est réalisée sur une seule des 100 itérations de Monte Carlo pour différentes valeurs de SNR.



(a) $SNR = 30dB$ (b) $SNR = 20dB$



(c) $SNR = 10dB$

FIGURE 4.3 – Comparaison de la sortie du système LPV $y_0(t)$ et des sorties estimées à l'aide des méthodes RPM, IV et OE pour différents SNR

La méthode OE affiche systématiquement le meilleur pourcentage d'ajustement (98.16 % pour 30 dB, 97.5 % pour 20 dB et 96.04 % pour 10 dB), suivie de la méthode IV avec des performances de 94.2 %, 93 % et 92.17 %, respectivement. La méthode RPM présente un ajustement légèrement inférieur avec des taux de 92.9 %, 91.4 % et 89.94 %. En termes d'analyse d'erreur, la méthode OE démontre la plus faible variance d'erreur, indiquant une forte robustesse au bruit. La méthode IV affiche une variance d'erreur modérée, tandis que la méthode RPM présente la plus grande dispersion des erreurs, traduisant une sensibilité accrue au bruit.

Les résultats de l'étude de Monte Carlo sont présentés dans les figures 4.4 à 4.6 et dans les tableaux 4.1 à 4.4 pour les différentes valeurs de SNR. Lorsque le niveau de bruit est faible (voir la figure 4.4 et le tableau 4.1), les estimations des paramètres $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$ obtenues par moindres carrés sont précises. Cependant, lorsque le bruit est plus important (voir la figure 4.6 et le tableau 4.3), un biais significatif est observé sur les estimations par moindres carrés $\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$. Ce biais peut être atténué en utilisant soit la technique IV, soit en initialisant l'algorithme à erreur de sortie. Bien que l'approche IV fournisse des estimations fiables dans différentes conditions de bruit (voir la figure 4.5 et le tableau 4.2), l'algorithme OE démontre une précision globale supérieure pour l'identification des paramètres du modèle LPV.

Cette étude met en évidence qu'une stratégie d'identification combinant les moments partiels réinitialisés et l'algorithme de Levenberg-Marquardt permet d'obtenir les meilleures estimations. Après cette validation approfondie de la méthodologie proposée, cette stratégie sera appliquée dans la section suivante au procédé réel de nitrification.

4.4 Application de la méthodologie au procédé de nitrification

L'approche globale permet d'identifier directement les paramètres du modèle LPV à partir de données mesurées, sans passer par une étape de modélisation locale. Dans cette optique, nous exploitons les données issues de la station de traitement des eaux usées de Seine Aval. Le

TABLE 4.1 – Estimations des paramètres par simulations de Monte Carlo avec $SNR = 30dB$

		$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$			$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}$			$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{OE}$		
	True	Mean	Std	RMSE	Mean	Std	RMSE	Mean	Std	RMSE
a_0^0	1	0.896	0.058	0.119	0.936	0.057	0.086	1.01	0.053	0.054
a_0^1	3	2.593	0.121	0.141	2.714	0.123	0.104	3.004	0.121	0.04
a_0^2	2	1.812	0.082	0.102	1.865	0.086	0.08	1.993	0.084	0.042
a_0^3	-1	-0.603	0.17	0.432	-0.703	0.172	0.343	-1.018	0.181	0.181
b_0^0	1	0.826	0.028	0.177	0.859	0.029	0.144	1.004	0.023	0.023
b_0^1	-1	-0.87	0.056	0.142	-0.888	0.058	0.126	-1.006	0.058	0.058
b_0^2	-2	-1.847	0.052	0.081	-1.89	0.053	0.061	-2.009	0.048	0.024
b_0^3	-0.5	-0.737	0.083	0.502	-0.707	0.086	0.449	-0.516	0.081	0.164
b_1^0	1	0.999	0.025	0.025	1.01	0.025	0.027	1.002	0.022	0.022
b_1^1	1	0.9	0.064	0.119	0.954	0.065	0.079	1.004	0.051	0.051
b_1^2	1	0.852	0.031	0.152	0.89	0.031	0.114	1.003	0.029	0.029
b_1^3	2	1.845	0.079	0.087	1.864	0.082	0.079	2.003	0.078	0.039

TABLE 4.2 – Estimations des paramètres par simulations de Monte Carlo avec $SNR = 20dB$

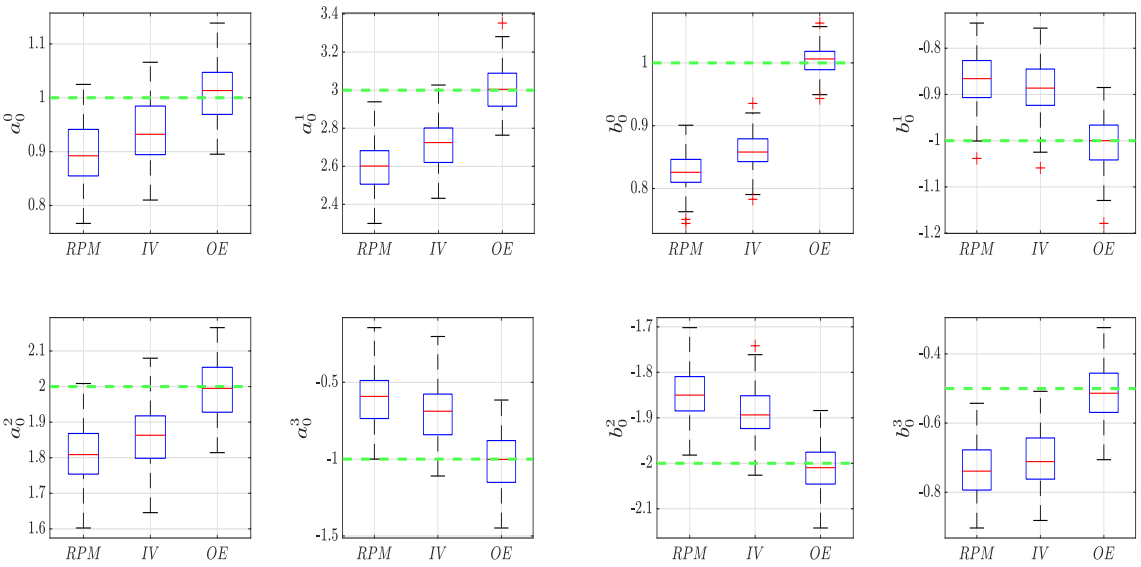
		$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$			$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}$			$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{OE}$		
	True	Mean	Std	RMSE	Mean	Std	RMSE	Mean	Std	RMSE
a_0^0	1	0.866	0.058	0.146	0.921	0.059	0.099	0.995	0.061	0.061
a_0^1	3	2.516	0.155	0.169	2.677	0.163	0.12	2.967	0.15	0.051
a_0^2	2	1.793	0.088	0.112	1.866	0.093	0.082	1.989	0.096	0.048
a_0^3	-1	-0.529	0.199	0.511	-0.658	0.203	0.397	-0.982	0.219	0.218
b_0^0	1	0.802	0.034	0.2	0.848	0.036	0.156	0.991	0.036	0.037
b_0^1	-1	-0.854	0.064	0.159	-0.878	0.066	0.139	-0.996	0.067	0.067
b_0^2	-2	-1.813	0.058	0.098	-1.87	0.06	0.072	-1.988	0.06	0.03
b_0^3	-0.5	-0.724	0.087	0.48	-0.683	0.092	0.409	-0.496	0.089	0.177
b_1^0	1	0.994	0.028	0.029	1.009	0.029	0.03	0.999	0.026	0.026
b_1^1	1	0.874	0.081	0.15	0.947	0.084	0.099	0.991	0.068	0.068
b_1^2	1	0.831	0.041	0.174	0.884	0.041	0.123	0.996	0.036	0.036
b_1^3	2	1.829	0.109	0.101	1.856	0.113	0.091	2.001	0.107	0.053

TABLE 4.3 – Estimations des paramètres par simulations de Monte Carlo avec $SNR = 10dB$

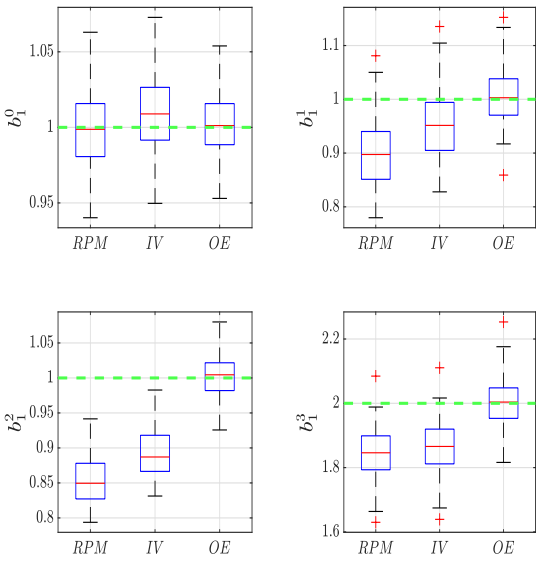
		$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$			$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}$			$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{OE}$		
	True	Mean	Std	RMSE	Mean	Std	RMSE	Mean	Std	RMSE
a_0^0	1	0.829	0.088	0.192	0.938	0.092	0.111	1.01	0.088	0.088
a_0^1	3	2.393	0.186	0.212	2.706	0.199	0.118	3.002	0.179	0.06
a_0^2	2	1.734	0.151	0.153	1.872	0.169	0.106	2.007	0.159	0.079
a_0^3	-1	-0.42	0.299	0.652	-0.661	0.337	0.477	-0.979	0.342	0.341
b_0^0	1	0.77	0.047	0.235	0.857	0.05	0.151	1.001	0.044	0.044
b_0^1	-1	-0.832	0.087	0.189	-0.879	0.095	0.154	-0.986	0.101	0.101
b_0^2	-2	-1.763	0.074	0.124	-1.871	0.079	0.076	-1.988	0.08	0.04
b_0^3	-0.5	-0.732	0.122	0.524	-0.652	0.137	0.408	-0.464	0.127	0.262
b_1^0	1	0.98	0.035	0.041	1.009	0.036	0.037	1.002	0.033	0.033
b_1^1	1	0.798	0.101	0.225	0.938	0.107	0.123	1.008	0.087	0.086
b_1^2	1	0.787	0.054	0.22	0.887	0.056	0.126	1.004	0.057	0.057
b_1^3	2	1.822	0.144	0.114	1.875	0.159	0.101	2.002	0.163	0.081

TABLE 4.4 – FIT (%) *vs.* SNR

	$SNR = 30dB$			$SNR = 20dB$			$SNR = 10dB$		
	Min	Mean	Max	Min	Mean	Max	Min	Mean	Max
$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{RPM}$	89.89	91.51	93.26	88.77	90.71	92.44	85.97	88.82	91.78
$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{IV}$	91.21	92.77	94.48	90.52	92.43	94.24	89.51	92.09	94.75
$\widehat{\boldsymbol{\theta}}^{OE}$	97.03	97.95	98.82	96.16	97.38	98.56	94.41	96.41	97.81

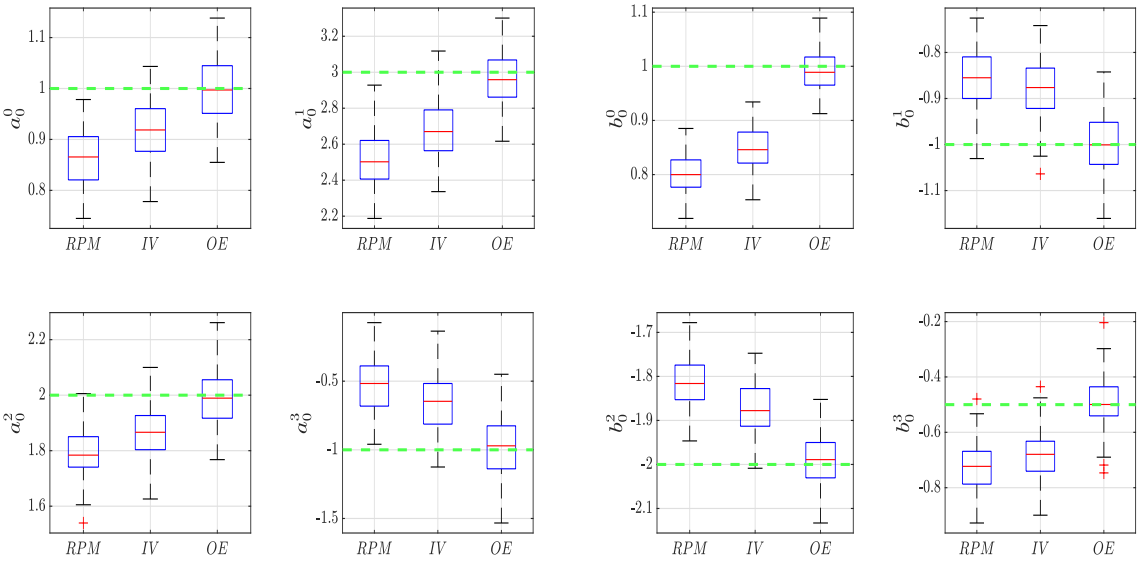


(a) a_0 (b) b_0

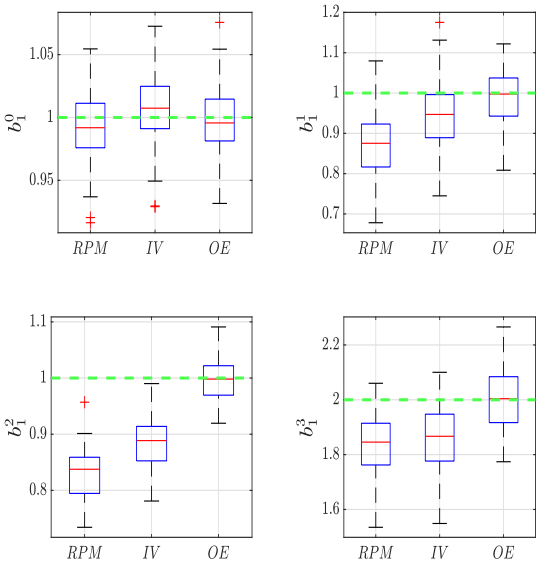


(c) b_1

FIGURE 4.4 – Diagrammes en boîte des estimations des paramètres pour $SNR = 30\ dB$

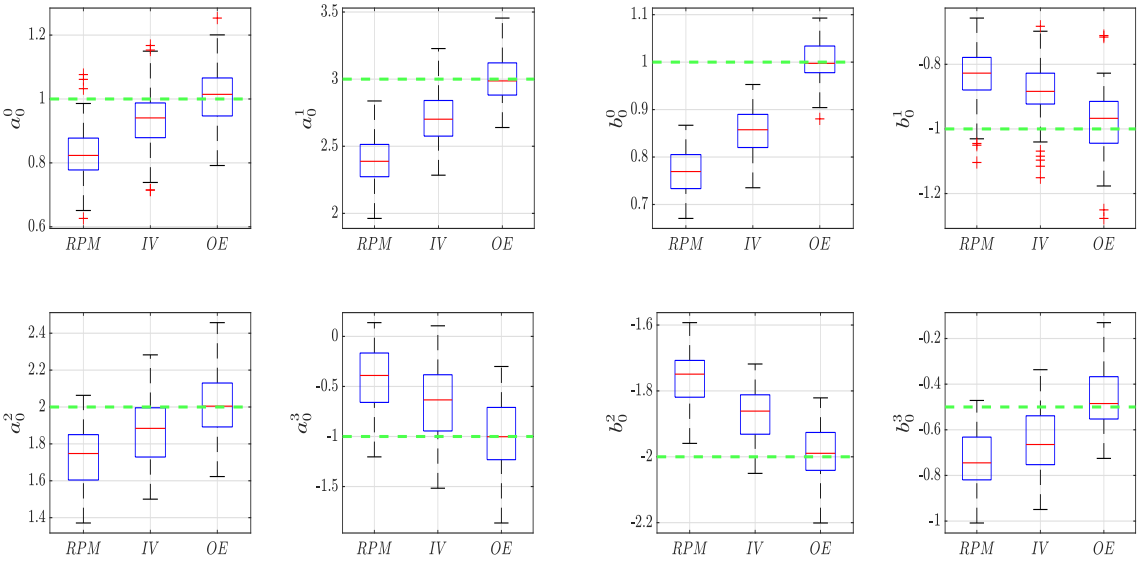


(a) a_0 (b) b_0

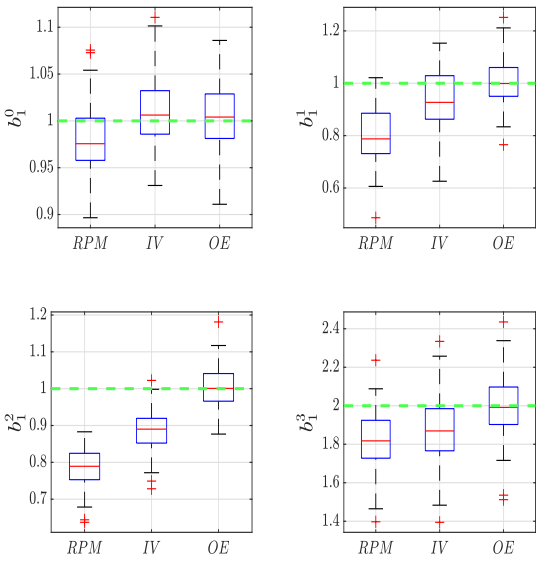


(c) b_1

FIGURE 4.5 – Diagrammes en boîte des estimations des paramètres pour $SNR = 20dB$



(a) a_0 (b) b_0



(c) b_1

FIGURE 4.6 – Diagrammes en boîte des estimations des paramètres pour $SNR = 10dB$

modèle LPV ainsi obtenu servira de base à la conception d'une loi de commande destinée à réguler l'aération dans le procédé de nitrification. Avant toute implémentation sur site, cette loi de commande sera testée sur le simulateur SimBio. Donc nous avons choisi d'utiliser d'abord, un jeu de données mixte, constitué :

- de données réelles mesurées pour l'entrée et les variables de séquencement, soit Q_{air}, Q_{water} et C_{in} ;
- et de données simulées, issues de SimBio, pour la sortie C_{out}.

Dans un second temps, un modèle LPV sera identifié à partir d'un jeu de données entièrement constitué de mesures réelles.

4.4.1 Identification des paramètres avec C_{out} simulée

4.4.1.1 Structure du modèle LPV

L'identification d'un modèle LPV pertinent commence par le choix d'une structure adaptée, à la fois représentative du comportement dynamique du procédé et compatible avec les contraintes d'identification. Conformément aux résultats obtenus au chapitre 3, nous conservons ici la même structure de modèle, validée préalablement sur des essais simulés à faible amplitude de Q_{air} pour différents points de fonctionnement.

Ces expérimentations ont mis en évidence la présence de deux dynamiques bien distinctes :

- une dynamique rapide (de l'ordre de quelques minutes), pouvant être modélisée par un transfert direct avec un retard équivalent à une période d'échantillonnage entre Q_{air} et C_{out} ;
- une dynamique lente (de l'ordre de quelques jours), que l'on souhaite représenter explicitement dans la structure du modèle LPV.

Le modèle retenu est donc défini par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{C_{out}(s)}{Q_{air}(s)} = \left(K_0 + \frac{K_1}{1+\tau s}\right) e^{-T_e s} = \frac{b_0 + b_1 s}{a_0 + s} e^{-T_e s} \tag{4.28}$$

où les paramètres a_0, b_0 et b_1 varient en fonction des variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in}.

Plusieurs ordres polynomiaux ont été testés pour représenter cette dépendance. Un premier ordre a été retenu comme compromis entre précision et complexité, de sorte que les paramètres soient exprimés sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} a_0 &= a_0^0 + a_0^1\, Q_{air} + a_0^2\, Q_{water} + a_0^3\, C_{in} \\ b_0 &= b_0^0 + b_0^1\, Q_{air} + b_0^2\, Q_{water} + b_0^3\, C_{in} \\ b_1 &= b_1^0 + b_1^1\, Q_{air} + b_1^2\, Q_{water} + b_1^3\, C_{in} \end{aligned} \tag{4.29}$$

Pour estimer les 12 coefficients apparaissant dans l'équation (4.29), nous appliquons dans un premier temps la méthode d'identification basée sur les moments partiels réinitialisés (RPM), telle que décrite en section 4.2.

En posant $y(t) = C_{out}(t)$ et $u(t) = Q_{air}(t-1)$ (décalage d'une période d'échantillonnage correspondant au retard observé), le vecteur de régression $\boldsymbol{\phi}(t)$ introduit dans l'équation (4.14) prend la forme suivante :

$$\boldsymbol{\phi}(t) = \begin{bmatrix} \alpha_0^{\boldsymbol{F}y}(t) \\ \beta_0^{\boldsymbol{G}u}(t) \\ \beta_1^{\boldsymbol{G}u}(t) - \beta_0^{\boldsymbol{G}^{(1)}u}(t) \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

avec $\boldsymbol{F}(t) = \boldsymbol{G}(t) = \begin{bmatrix} 1 & Q_{air}(t) & Q_{water}(t) & C_{in}(t) \end{bmatrix}^T$

Une fois les paramètres estimés par l'approche RPM, afin de réduire le biais de cette approche, ceux-ci initialisent l'algorithme de Levenberg-Marquardt, comme détaillé dans la section 4.2.2.3. Cet algorithme permet d'augmenter significativement la précision de l'estimation.

Enfin, une variante simplifiée de la structure est également envisagée. Elle repose sur l'hypothèse que le paramètre a_0 reste constant et indépendant des variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in}. Cette hypothèse, validée dans la section 3.4.5, réduit le nombre de paramètres à identifier tout en conservant une bonne capacité de représentation. La forme obtenue est :

$$\begin{aligned} a_0 &= a_0^0 \\ b_0 &= b_0^0 + b_0^1\, Q_{air} + b_0^2\, Q_{water} + b_0^3\, C_{in} \\ b_1 &= b_1^0 + b_1^1\, Q_{air} + b_1^2\, Q_{water} + b_1^3\, C_{in} \end{aligned} \tag{4.31}$$

L'impact de cette simplification sera analysé dans la section 4.4.1.4, en comparant les performances d'ajustement et la complexité des modèles obtenus.

4.4.1.2 Jeu de données

Comme expliqué précédemment, nous utilisons un jeu de données hybride. Les signaux Q_{air}, Q_{water} et C_{in}, représentés à la figure 4.7, sont des données mesurées sur la station d'épuration de Seine Aval, pendant la saison hivernale de l'année 2019.

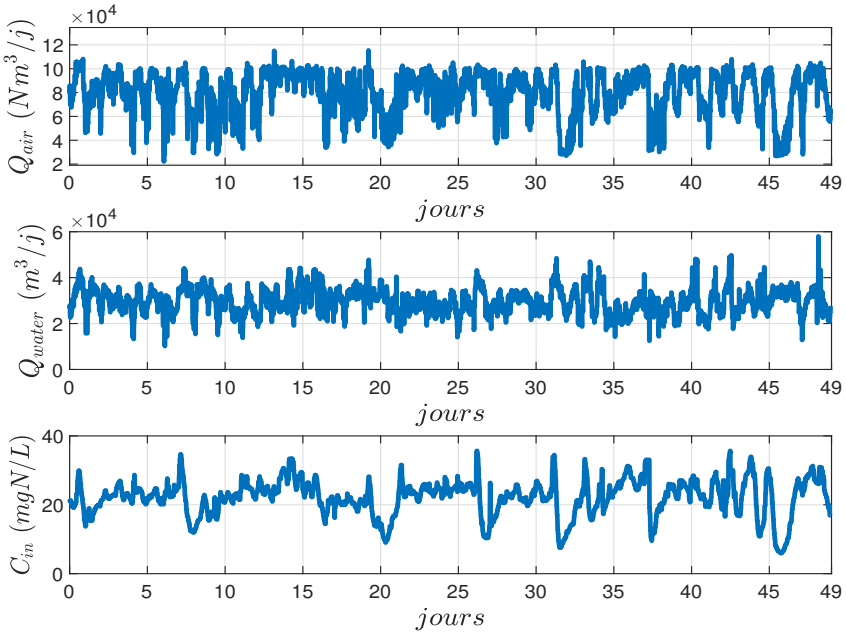


FIGURE 4.7 – Données mesurées : entrée Q_{air} et variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in}

La concentration en ammonium C_{in} varie entre une valeur minimale de 5.9 mgN/L et une valeur maximale de 35.7 mgN/L. Le débit d'eau Q_{water} varie entre 1.01 10^4 et 5.8 10^4 m^3/j, tandis que le débit d'air Q_{air} varie entre 2.21 10^4 et 1.15 10^5 Nm^3/j. Cette forte variabilité garantit une excitation suffisante du système et assure la richesse des signaux pour couvrir un large domaine de fonctionnement du procédé de nitrification.

La sortie C_{out} est, quant à elle, générée à l'aide du simulateur SimBio. La figure 4.8 illustre l'entrée-sortie du système de nitrification considéré, avec $u(t) = Q_{air}(t)$ et $y(t) = C_{out}(t)$.

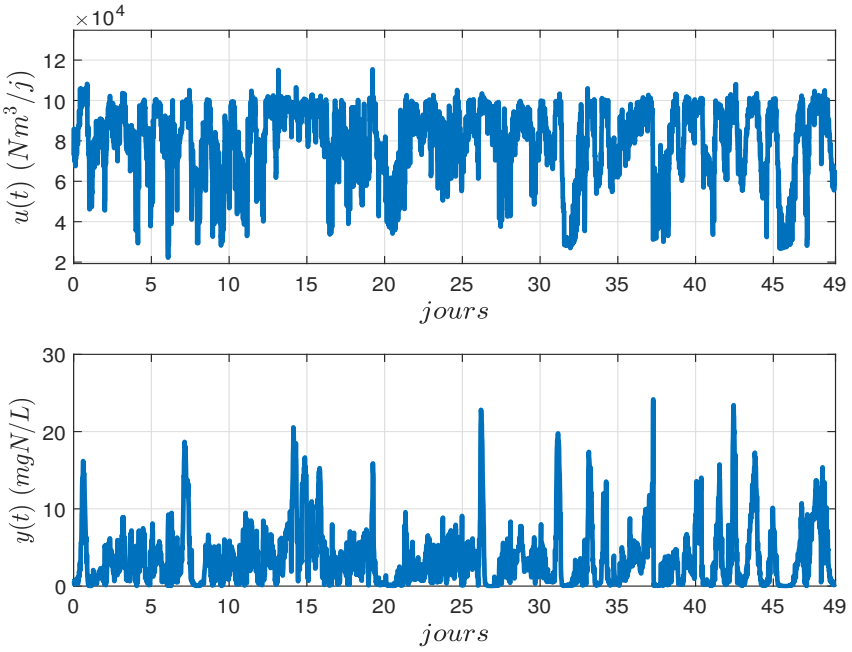


FIGURE 4.8 – Entrée-sortie considérée du système de nitrification

4.4.1.3 Estimation paramétrique et validation du modèle

Dans un objectif de validation de la structure du modèle, les données ont été divisées en deux jeux, un premier pour l'estimation paramétrique et un second pour la validation du modèle estimé. Les 25 premiers jours de données collectées (Figure 4.8) ont été utilisés pour l'estimation des paramètres, tandis que les 25 derniers jours ont été conservés pour valider le modèle LPV obtenu.

Un ajustement initial de 54.9 %, calculé par l'équation (4.26), a été obtenu à l'aide de l'approche RPM. Cette estimation par RPM a servi de point de départ à l'algorithme de Levenberg-Marquardt en vue d'affiner les paramètres estimés. Cinq itérations ont été nécessaires pour atteindre la convergence.

La figure 4.9 illustre les résultats d'identification obtenus. La sortie C_{out} (en bleu), la sortie du système simulé par SimBio, est comparée à la sortie $\hat{C}_{out}$ (en rouge), la sortie générée par le modèle LPV estimé avec le vecteur final $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_5^{OE}$. La correspondance entre les deux courbes est globalement satisfaisante, avec un ajustement de 61.85 %. Le graphique en bas représente l'erreur de prédiction, c'est-à-dire $e(t) = C_{out}(t) - \hat{C}_{out}(t)$, qui reste globalement centrée autour de zéro mais présente quelques pics liés à des écarts ponctuels entre la sortie du modèle et la sortie mesurée. Les valeurs numériques des paramètres estimés sont regroupées dans le tableau 4.5.

Malgré les bonnes performances globales, nous observons que la sortie du modèle LPV $\hat{C}_{out}$

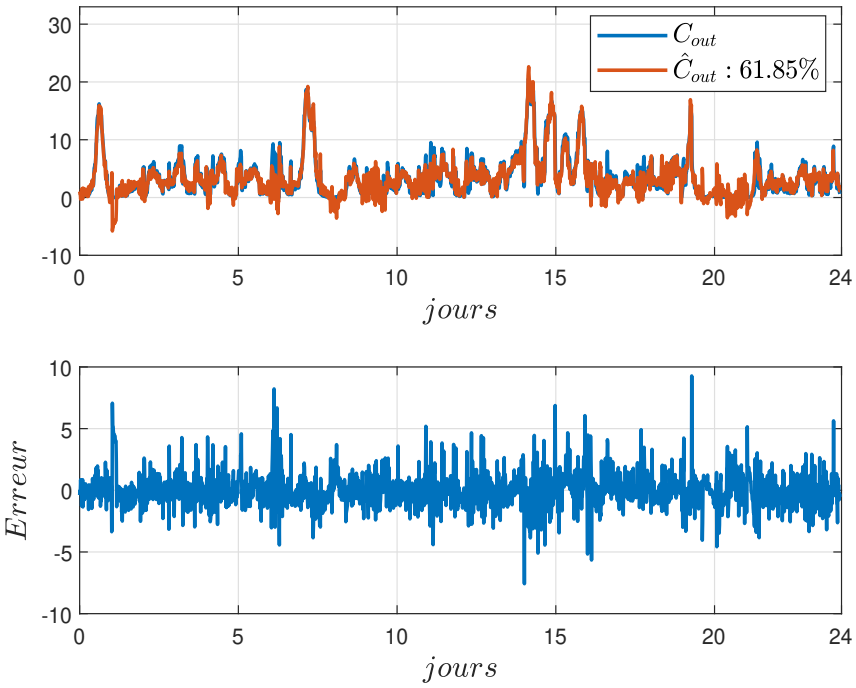


FIGURE 4.9 – Données mesurées (SimBio) C_{out} et sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV (sans saturation)

TABLE 4.5 – Valeurs estimées des paramètres (4.29) du modèle LPV

a_0				b_0				b_1			
a_0^0	a_0^1	a_0^2	a_0^3	b_0^0	b_0^1	b_0^2	b_0^3	b_1^0	b_1^1	b_1^2	b_1^3
30.24	2.97e-04	-3.1e-04	-0.9	-5.1e-03	-3.37e-08	1.38e-07	2.05e-04	-1.86e-04	3.67e-09	-5.62e-09	1.02e-06

peut parfois prendre des valeurs négatives, ce qui est physiquement non réaliste. En effet, C_{out} représente une concentration en ammonium, dont la valeur physique ne peut être que positive ou nulle. Afin de corriger ce problème, une saturation a été appliquée sur la sortie estimée.

La figure 4.10 montre l'impact de cette saturation. Visuellement, les trajectoires deviennent plus proches de la réalité, notamment dans les zones à faible concentration. L'ajustement s'améliore légèrement, passant à 64.78 %. Nous remarquons que le comportement du modèle LPV est globalement cohérent avec celui du procédé de nitrification.

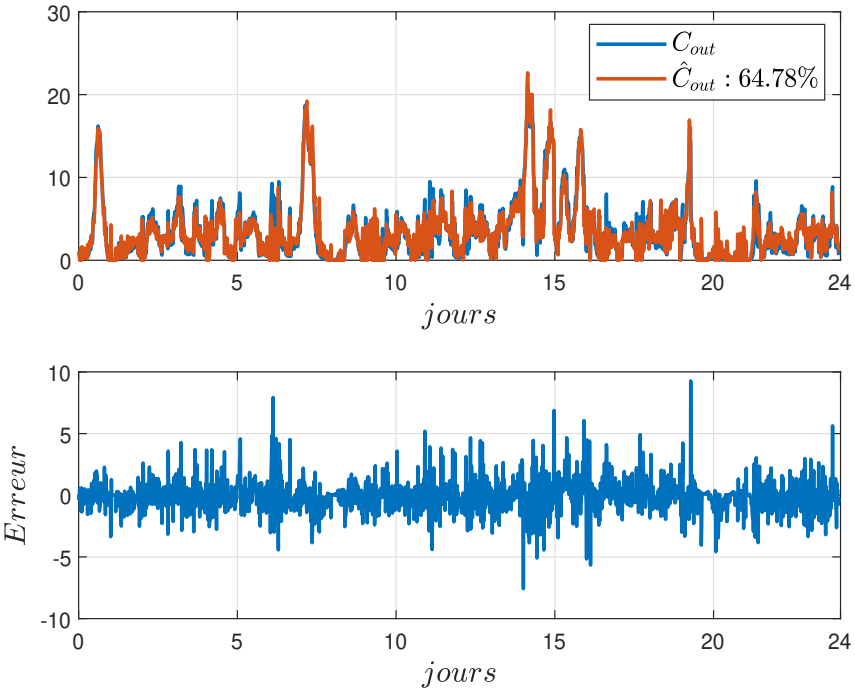


FIGURE 4.10 – Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données d'estimation

La dernière étape consiste à tester le modèle obtenu sur les données de validation non utilisées pour l'estimation. Les résultats de cette phase de validation sont présentés à la figure 4.11. Nous y observons une bonne capacité du modèle à reproduire les tendances de la sortie réelle sur une plage temporelle étendue avec un taux d'ajustement de 65.45 %. La stabilité des performances entre l'estimation et la validation montre que le modèle ne souffre pas de surapprentissage et confirme ainsi la robustesse de la structure choisie.

Ces résultats confirment que le modèle LPV estimé est capable de reproduire fidèlement la dynamique du procédé de nitrification sur une large plage de fonctionnement, en s'appuyant sur une structure mathématique simple, paramétrée par des variables de séquencement pertinentes.

L'ensemble des résultats présentés dans cette sous-section concerne la première structure du modèle LPV définie en section 4.4.1.1, dans laquelle les trois paramètres dynamiques a_0, b_0 et b_1 dépendent linéairement des variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in}. Cette structure, qui conduit à l'estimation de 12 paramètres au total, permet de moduler finement la dynamique du système en fonction du point de fonctionnement.

Dans la section suivante, nous étudions maintenant les résultats d'estimation paramétrique obtenus en considérant une structure alternative du modèle LPV, dans laquelle le paramètre a_0 est supposé constant.

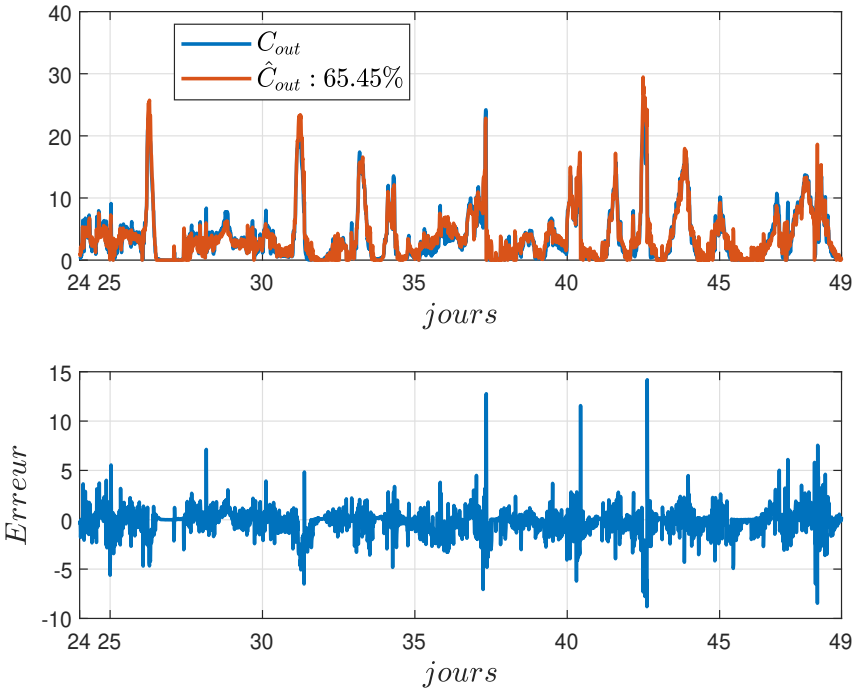


FIGURE 4.11 – Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données de validation

4.4.1.4 Estimation et validation d'un modèle LPV avec a_0 constant

Dans cette section, nous considérons la structure simplifiée du modèle LPV décrite par l'équation (4.31), dans laquelle le paramètre a_0 est supposé constant, c'est-à-dire indépendant des variables de séquencement. Cette hypothèse permet de réduire le nombre de paramètres à identifier de 12 à 9. L'objectif est de déterminer si cette réduction du modèle permet de conserver un niveau de performance acceptable, tout en simplifiant l'étape d'estimation.

Les valeurs estimées des paramètres du modèle simplifié sont présentées dans le tableau 4.6. Nous y retrouvons les coefficients associés à b_0 et b_1, exprimés en fonction des variables de séquencement, tandis que a_0 est constant.

TABLE 4.6 – Valeurs estimées des paramètres (4.31) du modèle LPV simplifié

a_0	b_0				b_1			
a_0^0	b_0^0	b_0^1	b_0^2	b_0^3	b_1^0	b_1^1	b_1^2	b_1^3
8.64	-2.3e-03	-1.65e-08	6.12e-08	9.42e-05	-1.78e-04	4.1e-09	-2.56e-09	-2.78e-06

Les résultats sur les données d'estimation sont présentés à la figure 4.12. La sortie C_{out} est comparée à la sortie estimée $\hat{C}_{out}$ issue du modèle LPV estimé sans saturation. L'ajustement obtenu est de 48.44%, inférieur à celui obtenu avec la structure complète qui était de 61.85%.

Comme précédemment, une saturation est appliquée sur la sortie simulée pour éviter des valeurs négatives non physiques. La figure 4.13 présente les résultats après cette correction. L'ajustement s'élève alors à 55.15%, soit une amélioration de près de 7% par rapport au cas sans saturation.

La figure 4.14 montre les résultats sur les données de validation obtenus à partir des 25 jours

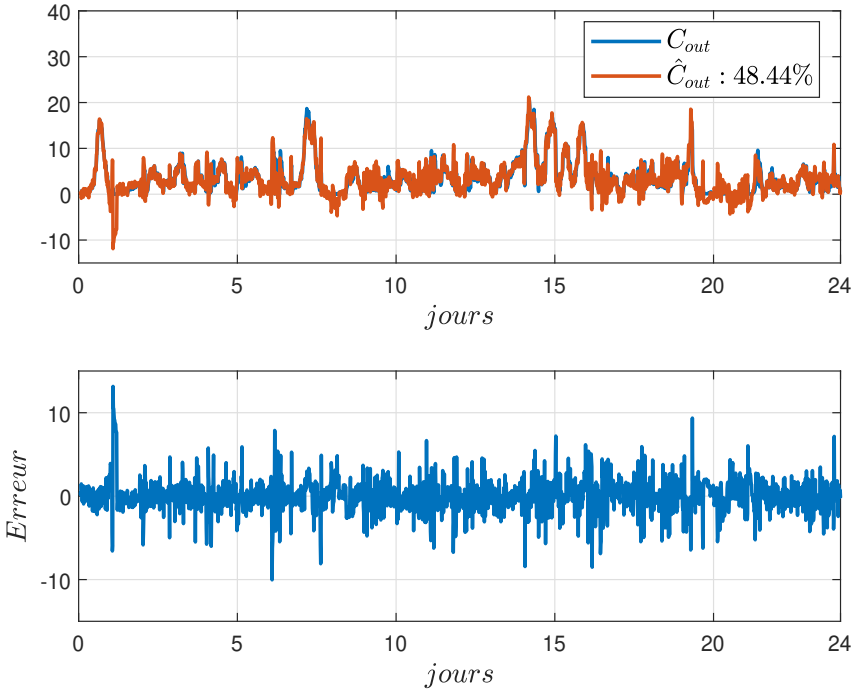


FIGURE 4.12 – Données mesurées (SimBio) C_{out} et sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV simplifié (sans saturation)

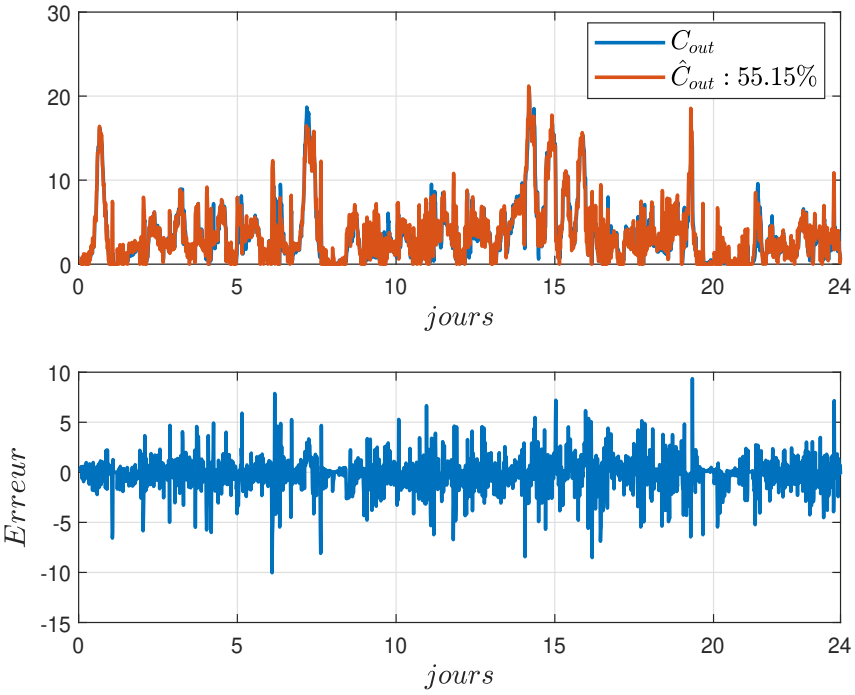


FIGURE 4.13 – Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV simplifié avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données d'estimation

restants du jeu de données. L'ajustement atteint 62.35%, un niveau très proche de celui observé pour la structure complète qui était de 65.45%, ce qui suggère que la structure simplifiée, bien que moins précise en identification, conserve une bonne capacité à reproduire le comportement du système sur des données non utilisées dans la phase d'estimation.

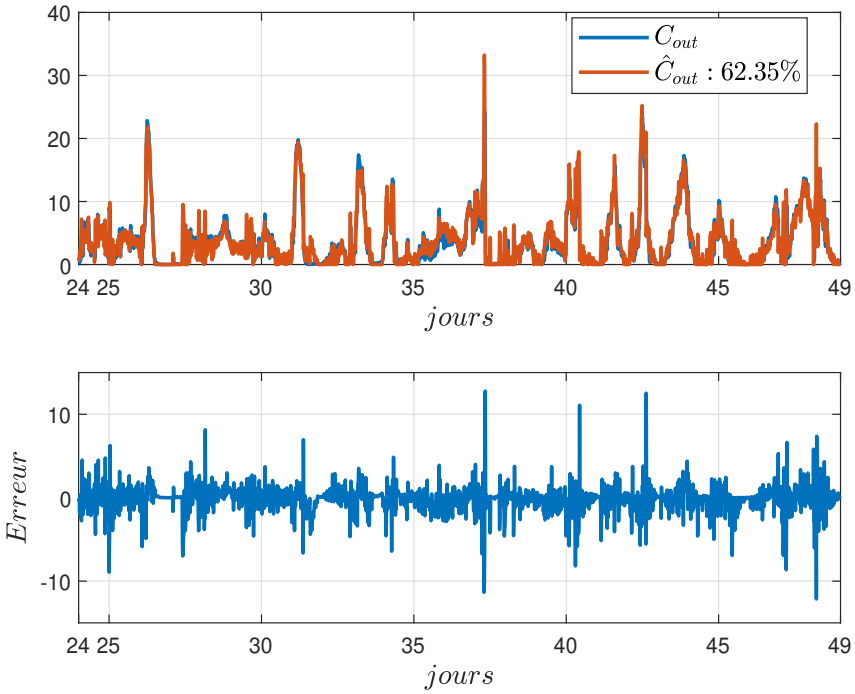


FIGURE 4.14 – Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV simplifié avec saturation et données mesurées (SimBio) C_{out} - Jeu de données de validation

En résumé, la structure simplifiée avec a_0 constant permet une réduction du nombre de paramètres sans perte majeure de performance en validation. Toutefois, les résultats obtenus en phase d'identification sont moins satisfaisants que ceux issus de la structure complète, ce qui traduit une moindre capacité du modèle simplifié à reproduire fidèlement les dynamiques du système. Par conséquent, cette configuration ne sera pas retenue pour les essais présentés dans la section suivante.

4.4.2 Identification des paramètres avec C_{out} mesurée

Dans cette section, nous poursuivons l'étude d'identification en utilisant cette fois-ci une sortie C_{out} issue de mesures expérimentales, collectées sur la station de traitement des eaux de Seine Aval. Les structures de modèle LPV utilisées restent inchangées : nous conservons la même dynamique, fondée sur la structure définie en section 4.4.1.1, ainsi que les mêmes variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in} (Figure 4.7). La seule différence par rapport à la section précédente concerne la nature de la sortie : ici, C_{out} correspond à des données mesurées, et non plus à des données générées par le simulateur SimBio.

La figure 4.15 présente l'évolution simultanée du débit d'air injecté $Q_{air}(t)$ et de la concentration en ammonium $C_{out}(t)$ mesurée à la sortie du procédé sur une période de 50 jours. Ces signaux serviront pour l'estimation du modèle LPV avec données mesurées.

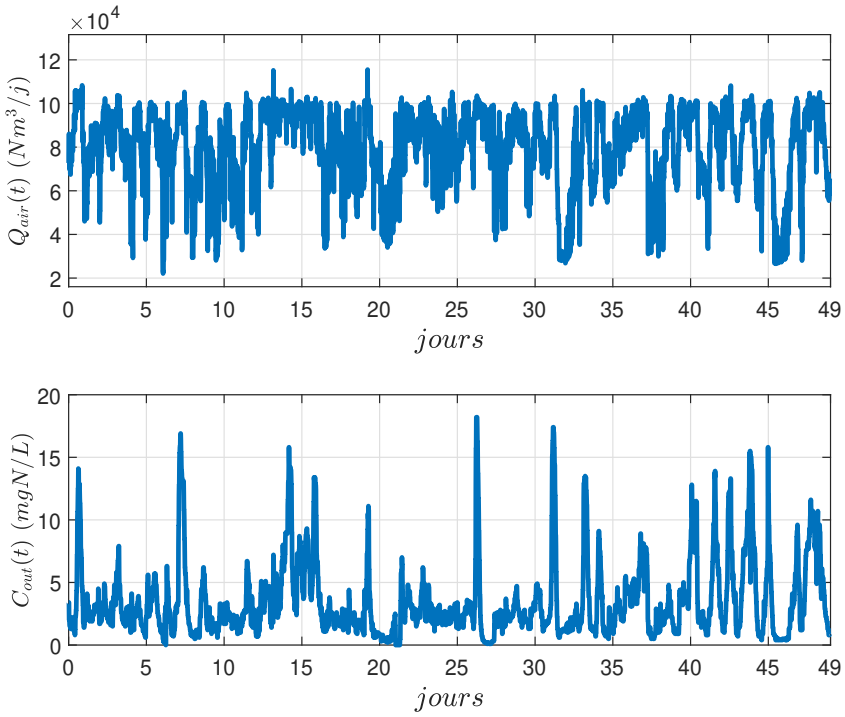


FIGURE 4.15 – Signaux mesurés $Q_{air}(t)$ et $C_{out}(t)$ utilisés pour l'identification avec données réelles

4.4.2.1 Estimation paramétrique et validation du modèle (structure (4.29))

Dans cette section, nous appliquons la méthode d'identification décrite précédemment à un jeu de données mesurées collectées à la station Seine Aval. L'objectif est d'estimer les 12 paramètres du modèle LPV défini par l'équation (4.29), c'est-à-dire en utilisant la structure complète où tous les coefficients dépendent linéairement des variables de séquencement Q_{air}, Q_{water} et C_{in}. Comme dans les sections précédentes, les 25 premiers jours de données sont utilisés pour l'estimation des paramètres, et les 25 jours suivants sont conservés pour la validation.

Une première estimation des paramètres est obtenue à l'aide de l'approche RPM. Cette approche donne un pourcentage d'ajustement de 36.16 % entre la sortie du modèle LPV basé sur RPM et la sortie des données d'identification. L'optimisation est ensuite faite par l'algorithme de Levenberg-Marquardt et nécessite six itérations pour converger vers un vecteur optimal $\widehat{\boldsymbol{\theta}}_6^{OE}$.

Les résultats sont présentés dans la figure 4.16, où la sortie réelle C_{out} mesurée est comparée à la sortie simulée $\hat{C}_{out}$ issue du modèle LPV. La figure inclut également l'erreur de prédiction, représentée dans la partie inférieure. Le taux d'ajustement atteint 55.58 %, ce qui est considéré comme satisfaisant au vu de la complexité du procédé et du bruit présent dans les données expérimentales.

Les valeurs des paramètres estimés à l'aide des approches RPM et OE sont regroupées dans le tableau 4.7. La première ligne de chaque colonne correspond aux estimations obtenues via l'approche RPM, tandis que la seconde ligne présente celles issues de l'approche OE.

La figure 4.17 illustre les variations de ces paramètres estimés en fonction des variables exogènes $Q_{air}(t)$, $Q_{water}(t)$ et $C_{in}(t)$.

Les résultats sur les données de validation sont présentés dans la figure 4.18. La sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV est comparée à la sortie mesurée C_{out} sur les 25 derniers jours, période non

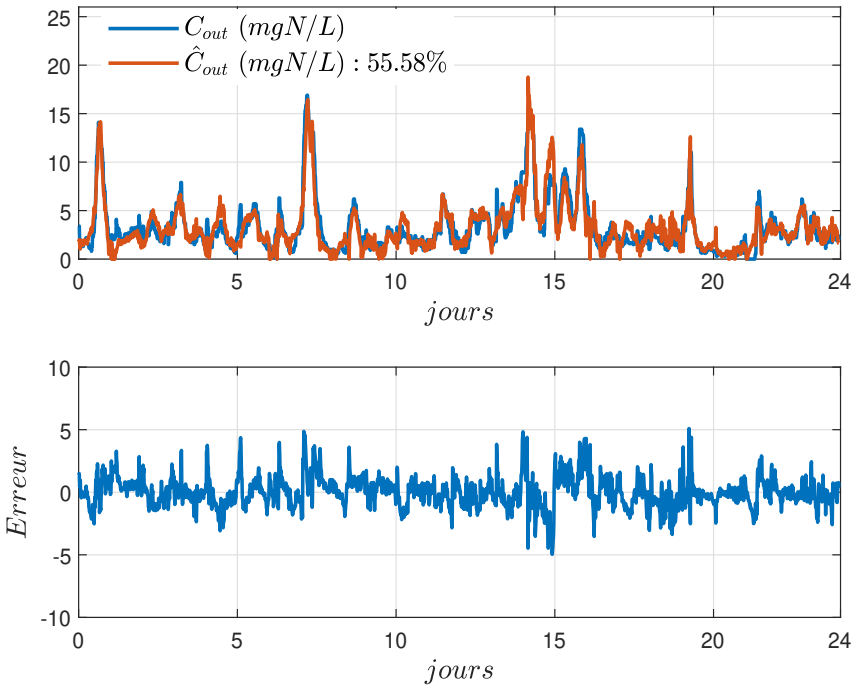


FIGURE 4.16 – Sortie mesurée C_{out} et sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV estimé à partir des données mesurées

TABLE 4.7 – Valeurs des paramètres estimés en utilisant l'approche RPM (première ligne) et l'approche OE (deuxième ligne)

a_0				b_0				b_1			
a_0^0	a_0^1	a_0^2	a_0^3	b_0^0	b_0^1	b_0^2	b_0^3	b_1^0	b_1^1	b_1^2	b_1^3
6.14	2e-04	-2.48e-04	-0.43	-9.22e-04	5.41e-10	1.67e-08	2.53e-05	-2.3e-05	3.67e-10	-5.58e-10	2.13e-06
113.47	-1.7e-04	-4.53e-04	-1.93	-2.3e-03	-9.26e-09	7.89e-08	9.9e-05	3.36e-04	6.53e-10	-8.32e-09	-7.38e-06

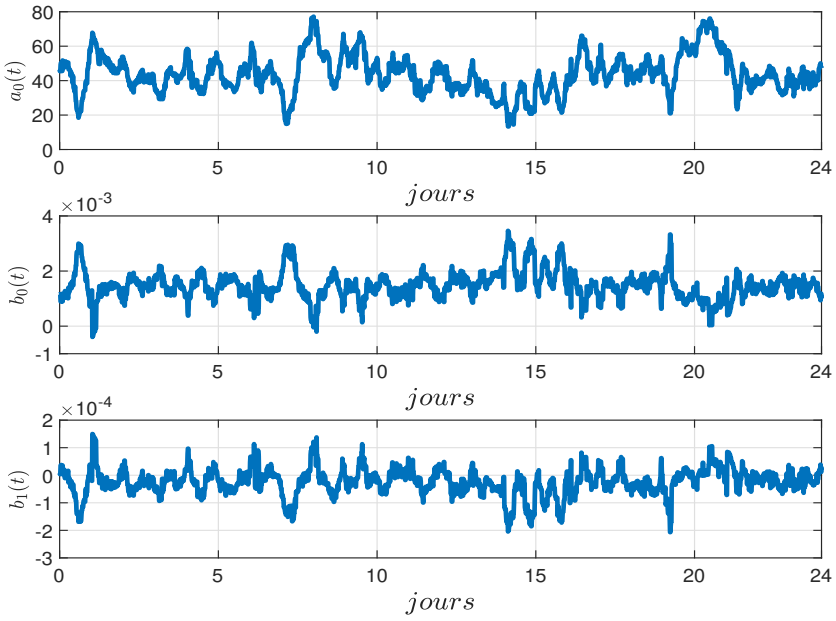


FIGURE 4.17 – Variations des paramètres estimés en fonction de $Q_{air}(t)$, $Q_{water}(t)$ et $C_{in}(t)$

utilisée pour l'estimation des paramètres.

Le taux d'ajustement atteint 49.35 %, confirmant la capacité du modèle à représenter fidèlement la dynamique du procédé, même en dehors de l'intervalle de calibration. L'erreur de prédiction, affichée dans la partie inférieure de la figure, reste globalement faible, bien que certains écarts ponctuels soient observés.

4.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté une méthodologie innovante d'estimation paramétrique de modèles LPV à temps continu basée sur une approche à erreur de sortie dans un cadre d'identification globale. Cette approche utilise une bonne initialisation obtenue grâce à la méthode des moments partiels réinitialisés [BOUTOURDA et al. 2024 ; BOUTOURDA et al. 2025].

Les résultats des simulations de Monte Carlo démontrent la robustesse de l'approche d'estimation globale du modèle LPV proposée. Les simulations fournissent efficacement des estimations de paramètres et des réponses du système précises. Elles mettent également en évidence l'impact du rapport signal/bruit sur la précision de l'estimation, avec une augmentation de l'écart-type et de l'erreur quadratique moyenne, ainsi qu'une diminution du pourcentage d'ajustement observée à des niveaux de SNR plus faibles. Malgré le bruit, toutes les estimations obtenues à l'aide de l'approche des moments partiels réinitialisés (RPM) ont servi d'initialisations fiables pour les procédures itératives suivantes. L'algorithme de Levenberg-Marquardt a montré des performances supérieures dans l'identification des paramètres du modèle LPV par rapport à la méthode des variables instrumentales (IV), démontrant une plus grande robustesse sous des conditions de bruit variées.

Les résultats se sont révélés prometteurs, ce qui permet d'envisager l'application de cette méthodologie au problème réel de la nitrification dans le traitement des eaux usées. Le modèle LPV à temps continu développé a permis de capturer avec succès la dynamique complexe du processus biologique de nitrification, offrant ainsi un outil précieux pour comprendre et contrôler

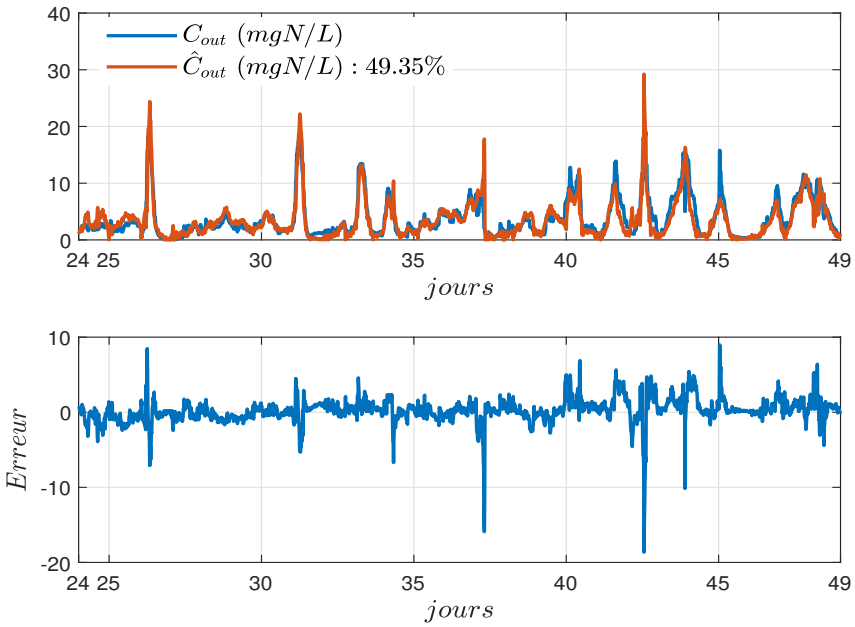


FIGURE 4.18 – Sortie simulée $\hat{C}_{out}$ du modèle LPV avec saturation et données mesurées C_{out} - Jeu de données de validation

l'élimination de l'ammoniac. La capacité du modèle LPV à s'adapter à des conditions d'exploitation variables démontre son utilité pratique pour l'optimisation des procédés de nitrification dans les stations d'épuration.

Enfin, il est intéressant de souligner que l'écart observé entre les constantes de temps obtenues par les approches locale (3.37 j) et globale (0.0125 j) provient essentiellement de différences méthodologiques. L'approche locale, fondée sur des données simulées par SimBio pour des points de fonctionnement spécifiques, introduit des erreurs de modélisation et des incertitudes d'identification lors de la construction et de l'assemblage des sous-modèles. Ces limitations se traduisent par une précision moindre, avec un taux d'ajustement (fit) de 54.42 % lors de la validation du modèle. À l'inverse, l'approche globale repose sur l'identification directe à partir des données réelles, réduisant ainsi les biais liés au simulateur. Elle capture plus fidèlement la dynamique effective du procédé et atteint un fit de 65.54 %, reflétant une représentation plus robuste et réaliste du comportement du système de nitrification.

Chapitre 5

Optimisation de la loi de commande

5.1 Introduction

Après avoir modélisé le procédé de nitrification, nous consacrons le présent chapitre à l'optimisation de la loi de commande appliquée au procédé de nitrification. L'objectif de cette optimisation est de réduire la consommation d'air, qui représente un coût énergétique majeur, tout en maintenant une qualité du traitement à un niveau acceptable.

L'ensemble des résultats sont obtenus sur le simulateur SimBio. Un travail de calibration de SimBio est nécessaire afin de reproduire au mieux les données mesurées à la station Seine-Aval. Une fois l'étape de calibration réalisée, nous nous intéressons à l'optimisation de la loi de commande existante. Il est important de noter que la commande implémentée sur l'automate de Seine Aval présente un formalisme basé sur des flux, autrement dit des grandeurs qui résultent de produits entre des concentrations en ammonium et le débit d'eau à traiter. Cette particularité rend inutilisables les méthodologies classiques de réglage des correcteurs. L'optimisation de cette loi de commande est non triviale, qui plus est dans le contexte d'un bioprocédé fortement non linéaire. Nous noterons d'ailleurs que la boucle de régulation existante, représentée par une loi de commande assimilable à un correcteur PI, est particulièrement mal réglée générant un signal de commande "binaire" oscillant entre les valeurs maximale et minimale admissibles. En parallèle avec cette commande, une commande de type *FeedForward* est implémentée et s'avère prédominante, en représentant 90% en moyenne du débit d'air injecté.

Dans un premier temps, nous optimisons les paramètres de la commande *FeedForward* (FF). Puis, nous nous focalisons sur la commande *FeedBack* (FB). Dans cet objectif, nous étudions l'impact du bloc de saturation appliqué à la commande FB. Ensuite, nous comparons l'impact de différentes répartitions entre les contributions de la commande FF et de la commande FB sur la consommation de l'aération et les performances de traitement.

Enfin, ce chapitre ouvre des perspectives vers des pistes de commande plus innovantes, telles que les régulateurs RST ou les approches floues de type Takagi–Sugeno, afin d'imaginer des solutions capables de dépasser les limites actuelles de la loi de commande implantée dans l'automate de Seine Aval et d'offrir une régulation plus robuste.

5.2 Calibration du simulateur SimBio en boucle fermée

5.2.1 Objectif de la calibration

Dans la section 1.8.4 du chapitre 1, nous avons observé un écart important entre les données mesurées et les données issues du simulateur SimBio en boucle fermée. Cet écart peut avoir plusieurs origines, parmi lesquelles :

- un réglage inadéquat des paramètres du contrôleur (constantes de temps, gains, etc.) ;
- certaines limitations de la structure ou simplifications du simulateur SimBio ;
- un pas de temps utilisé pour le calcul du débit d'air Q_{air} pouvant influer sur la précision de la dynamique simulée.

L'objectif de cette section est de calibrer le simulateur SimBio en boucle fermée afin de représenter au mieux la réalité opérationnelle et de servir de base fiable pour les analyses et optimisations ultérieures. Il s'agit également d'apporter au SIAAP un simulateur SimBio en boucle fermée utile à d'autres chercheurs du programme Mocopée. Le problème majeur pour cette calibration est de trouver des séries temporelles des signaux nécessaires à la simulation suffisamment longues (sans perte intempestive d'historisation) avec la connaissance des paramètres de régulation utilisés dans l'automate correspondants.

Dans cette section, nous faisons différents tests pour identifier l'origine de l'écart entre la simulation et la mesure afin de réduire celui-ci autant que possible. Ces tests sont réalisés en utilisant différents jeux de données collectés en 2017 et 2019 et plusieurs configurations de simulation.

5.2.2 Simulation en boucle fermée à partir des données de 2019

Précédemment, une première simulation a été réalisée à l'aide du simulateur SimBio en boucle fermée en exploitant les données mesurées de l'année 2019 ainsi que les paramètres de la boucle de régulation présentés dans le tableau 1.2. Cette simulation a permis de générer une concentration en sortie C_{out} et un débit d'air Q_{air}, représentés respectivement dans les figures 1.8 et 1.9. L'analyse de ces résultats montre un écart significatif entre les valeurs mesurées et celles obtenues par simulation.

Dans un premier temps, il est proposé d'évaluer isolément le comportement de la boucle de régulation. Autrement dit, seule la partie « contrôleur » sera utilisée, en remplaçant le modèle SimBio par une configuration en boucle ouverte. Dans ce cas, le signal C_{out} en entrée du régulateur correspondra directement aux données mesurées au lieu d'une valeur simulée par SimBio.

L'objectif de ce test est de vérifier si l'écart observé en boucle fermée dans les figures 1.8 et 1.9 peut être attribué aux différences, même faibles, entre la concentration C_{out} mesurée et la concentration C_{out} simulée en boucle ouverte, différences déjà présentées dans la figure 1.6.

Dans le but de distinguer l'effet de choix des paramètres et celui de l'écart entre les deux sorties, c'est-à-dire entre la concentration mesurée et la concentration simulée, nous avons opté pour l'utilisation du contrôleur avec les paramètres donnés dans le tableau 1.2. Dans cette configuration, nous avons utilisé la mesure de la concentration C_{out} en tant qu'entrée du contrôleur, comme le montre la figure 5.1.

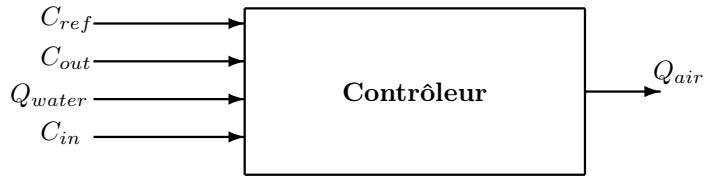
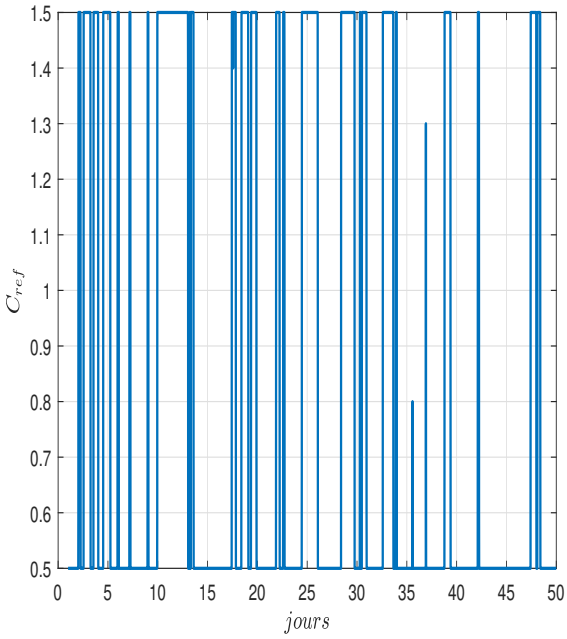


FIGURE 5.1 – Schéma-bloc du contrôleur avec ses quatre entrées (C_{ref}, C_{out}, Q_{water}, C_{in}) et sa sortie (Q_{air})

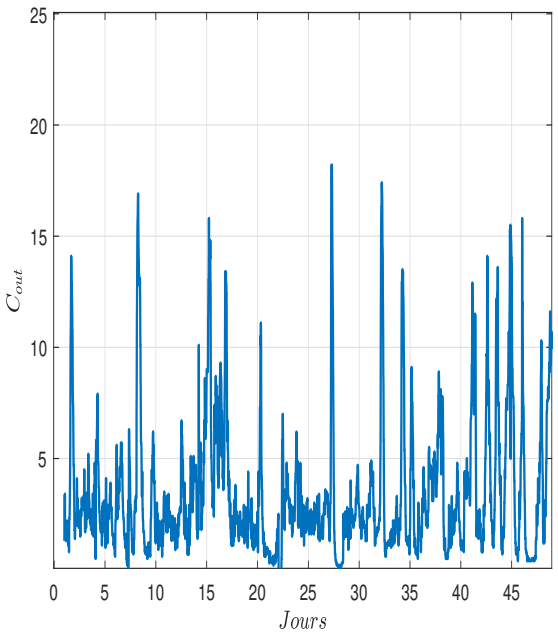
La figure 5.2 présente les signaux utilisés comme entrées du contrôleur. En utilisant ces signaux ainsi que les paramètres indiqués dans le tableau 1.2, une simulation sur 50 jours a été réalisée avec un pas d'échantillonnage de 15 minutes. Cette simulation permet d'évaluer le débit d'air calculé par le contrôleur lorsque la concentration C_{out} provient directement des mesures effectuées sur la station. Les résultats correspondants sont présentés à la figure 5.3. Cette figure compare le débit d'air mesuré et généré par le contrôleur. Malgré l'utilisation d'une concentration C_{out} issue de la station, nous voyons que l'écart entre les deux signaux persiste, suggérant que la divergence provient en grande partie de la structure de la boucle interne du contrôleur ou des paramètres utilisés.

Pour approfondir cette analyse, nous traçons le débit d'air généré par la commande *FeedForward* (FF) et la commande *FeedBack* (FB) et nous les comparons avec les données mesurées. La figure 5.4 présente séparément les contributions de la commande FF et la commande FB.

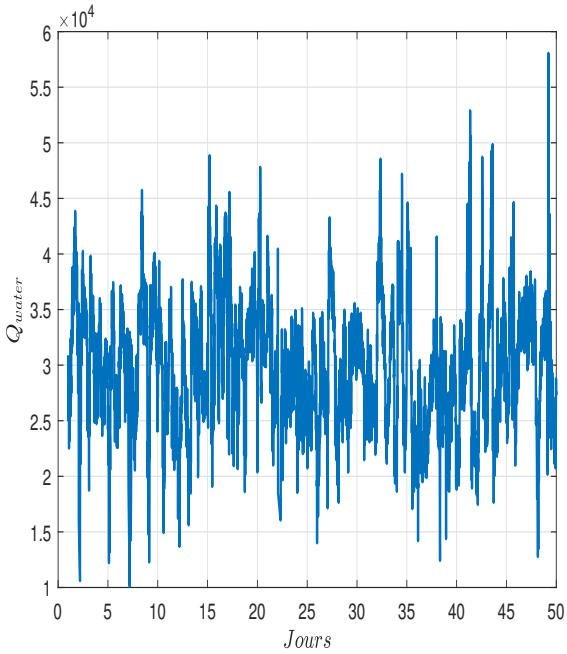
Ces résultats montrent que la commande FF produit un débit d'air identique au débit d'air mesuré, alors que la commande FB présente de fortes divergences entre les deux signaux avec



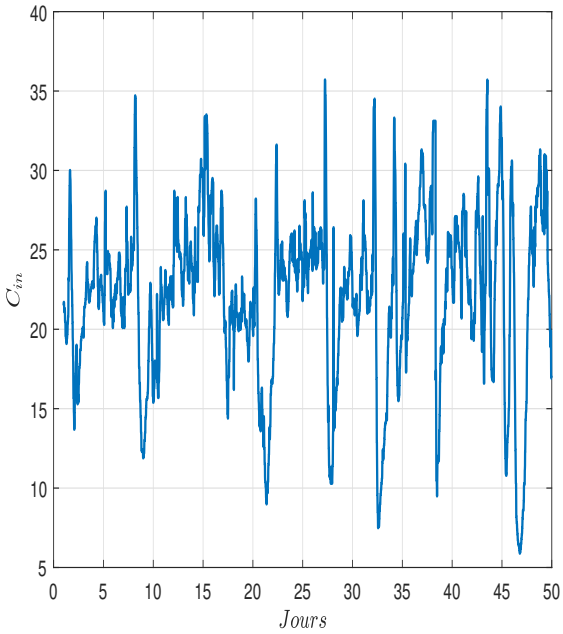
(a) Signal C_{ref}



(b) Signal C_{out}



(c) Signal Q_{water}



(d) Signal C_{in}

FIGURE 5.2 – Signaux mesurés utilisés comme entrées du contrôleur

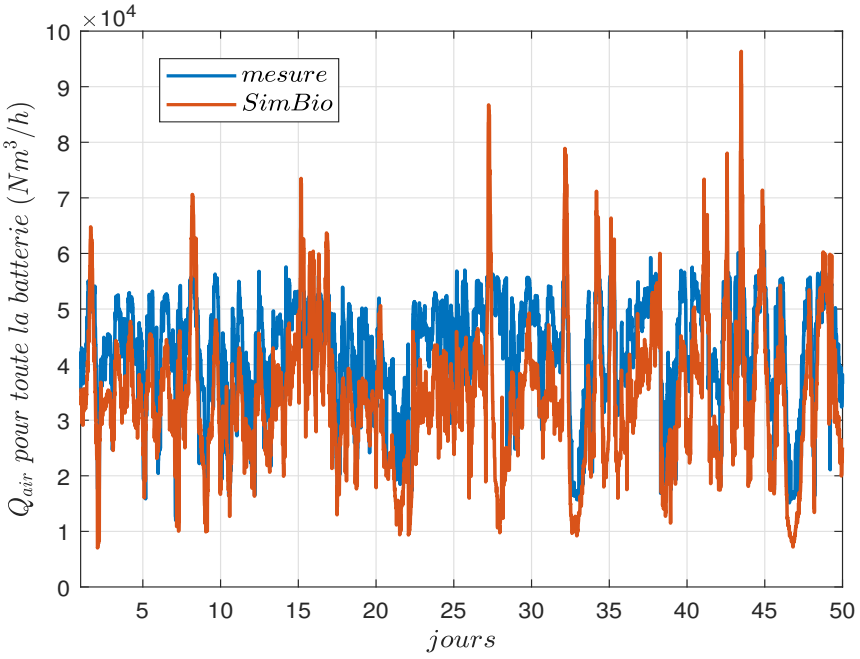
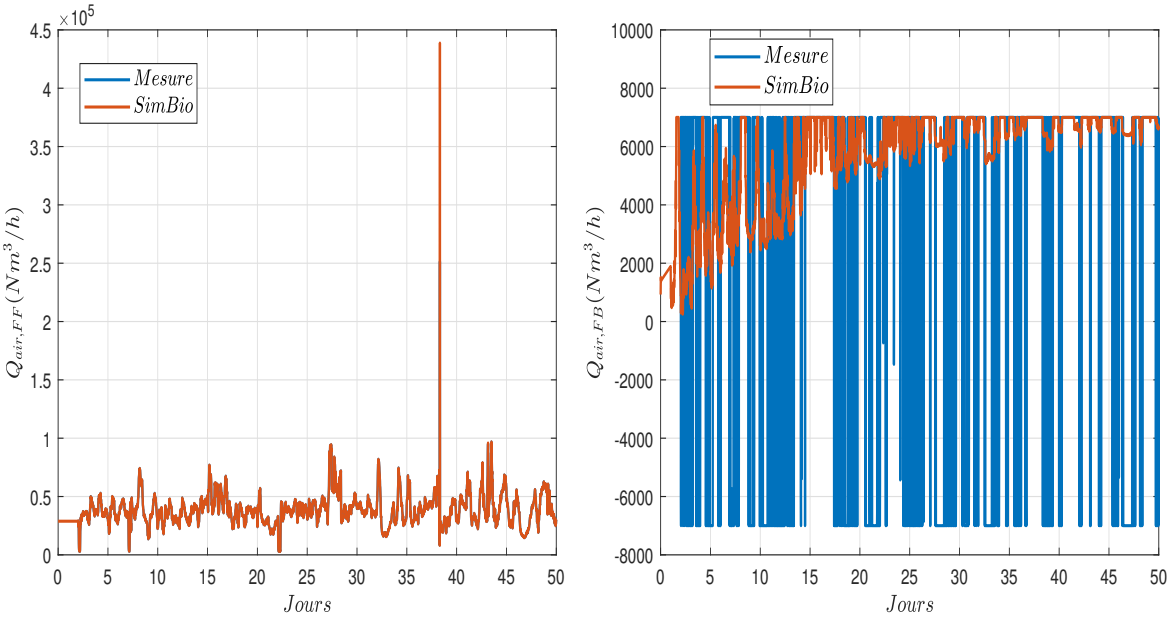


FIGURE 5.3 – Comparaison entre le débit d'air mesuré et celui calculé par le contrôleur en utilisant C_{out} mesuré



(a) Signal $Q_{air,FF}$ (b) Signal $Q_{air,FB}$

FIGURE 5.4 – Débits d'air générés séparément par la commande FF et la commande FB du contrôleur comparés aux mesures

un comportement totalement différent. Ces indications montrent alors que la calibration du simulateur SimBio en boucle fermée dépend fortement de l'ajustement de la commande FB du contrôleur. Le problème peut être lié aux paramètres de la commande FB et/ou sa loi.

Des échanges avec l'exploitation de la station Seine Aval ont confirmé que les paramètres utilisés durant l'année 2019 sont les paramètres présentés dans le tableau 1.2. Ce qui suggère que l'origine du problème résiderait dans la structure de la commande FB. Afin de valider cette hypothèse, un essai complémentaire sera mené avec les données de l'année 2017.

5.2.3 Simulation en boucle fermée à partir des données de 2017

L'objectif de cette section est d'évaluer si les écarts observés précédemment entre les données générées par le simulateur et les mesures réelles existent lorsque nous utilisons un autre jeu de données. Plus précisément, il s'agit de déterminer si la commande FB du contrôleur présente toujours les mêmes divergences en retenant le même protocole expérimental : la simulation du signal de commande Q_{air} est réalisée en boucle ouverte et le signal C_{out} mesuré sur la station est injecté directement en entrée du contrôleur.

Les paramètres de la boucle de régulation utilisés durant l'année 2017 sur la station Seine Aval sont présentés dans le tableau 5.1. Ces valeurs ont été confirmées par l'équipe d'exploitation comme étant représentatives du fonctionnement réel de l'automate au cours de cette période. Pour l'année 2017, les bornes de saturation appliquées au débit d'air $Q_{air,FB}$ étaient fixées entre -10000 et 10000 Nm^3/h.

TABLE 5.1 – Valeurs des paramètres de la boucle de régulation avec les données de l'année 2017

Paramètre	K_a	K_b	K_{mod}	t_m	IMC_{bo}	IMC_{bc}
Valeur	92	3000	0.008	200	3600	3600

La figure 5.5 présente les signaux utilisés comme entrées. Contrairement au cas de 2019, la consigne C_{ref} est ici constante et fixée à 5.5 mgN/L sur toute la période. Ces données mesurées présentent des interruptions et des valeurs nulles liées à des arrêts de fonctionnement ou des filtrages de données.

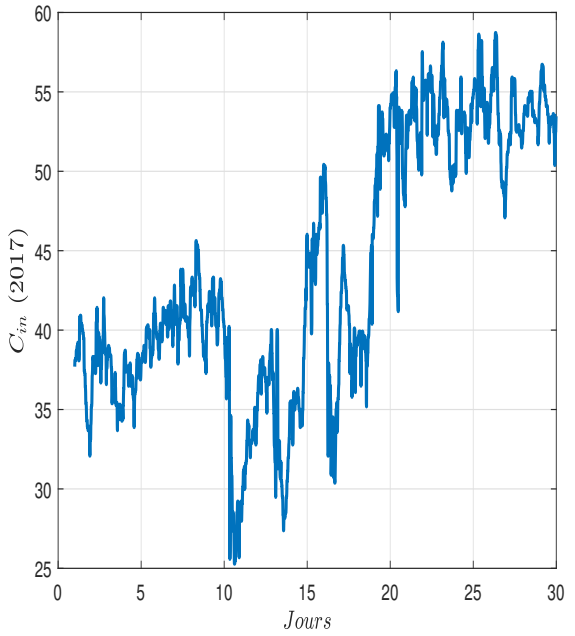
La simulation a été effectuée sur une période de 30 jours avec un pas d'échantillonnage de 15 minutes. Les résultats obtenus pour les commandes FF et FB sont présentés dans la figure 5.6.

Pour la commande FF, nous observons que le débit d'air généré est quasiment identique au débit d'air mesuré, à l'exception d'un pic autour du $7^{\text{ème}}$ jour. Le débit d'air généré par la commande FB suit également le signal mesuré avec quelques faibles écarts et pics observés. Ces faibles écarts constatés peuvent être liés au prétraitement appliqué aux données C_{in}, Q_{water} et C_{out} avant leur utilisation dans le contrôleur.

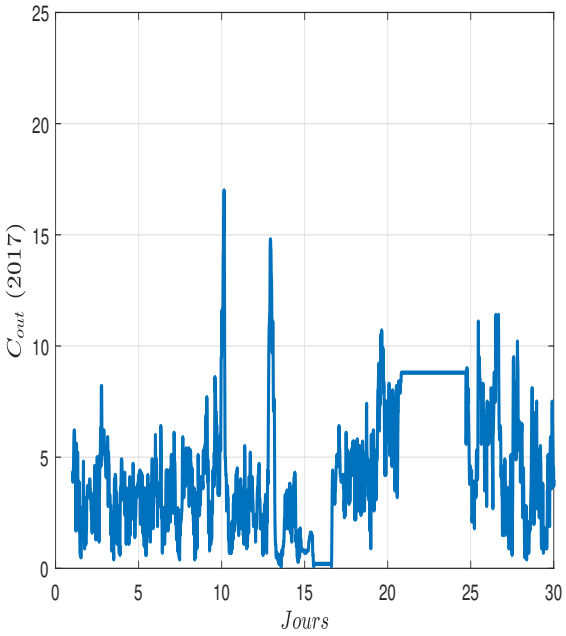
Ces résultats indiquent que, pour l'année 2017, la boucle de régulation était bien calibrée et que la boucle de régulation du simulateur en boucle fermée reproduisait fidèlement le comportement de l'automate. Les écarts constatés sur les données de 2019 suggèrent qu'entre-temps des modifications ont été apportées à l'automate de la station, sans que ces changements ne soient intégrées dans la boucle de régulation du simulateur. À l'issue de cette section, on peut conclure que le simulateur SimBio en boucle ouverte n'est pas à l'origine des écarts constatés en boucle fermée puisqu'il est fonctionnel sur les données de 2017. Malheureusement, le jeu de données de 2017 est trop court et il présente des échantillons manquants.

5.2.4 Validation de la loi de commande FB

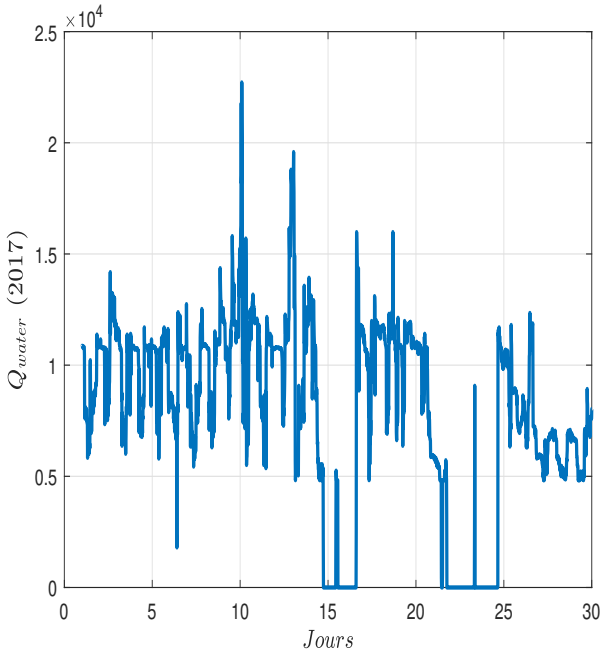
Rappelons la commande FB existante et implémentée dans l'automate de Seine aval :



(a) Signal C_{in}

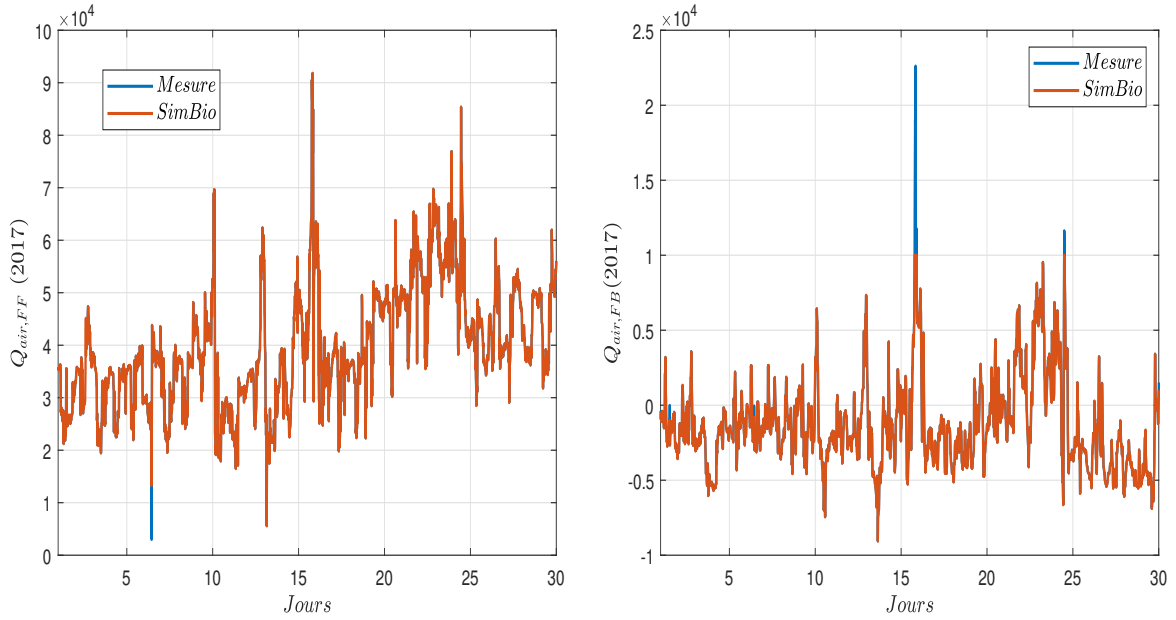


(b) Signal C_{out}



(c) Signal Q_{water}

FIGURE 5.5 – Signaux mesurés utilisés comme entrées du contrôleur - Données 2017



(a) Signal $Q_{air,FF}$ (b) Signal $Q_{air,FB}$

FIGURE 5.6 – Débits d'air générés séparément par la commande FF et la commande FB du contrôleur, comparés aux mesures

$$
\begin{aligned}
\lambda &= e^{\frac{-t_m}{1000\ IMC_{bo}}} \\
S_t &= \lambda S_{t-1} + \frac{1-\lambda}{K} Q_{air,FB}|_{t-1} \\
Y &= K\left(\left(\frac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}}\right) Q_{water}(C_{out} - C_{ref})a + S\right) \\
Q_{air,FB}|_t &= \min\left(7000, \max(-7000, Y)\right)
\end{aligned}
\tag{5.1}
$$

Notons de plus que, comme le montrent les mesures de la commande $Q_{air,FB}$ sur la figure 5.4b, les paramètres automate conduisent à un signal "bang bang" qui laisse présager un mauvais réglage de la commande FB.

Nous rencontrons une difficulté dans l'implémentation de SimBio en boucle fermée. Si la boucle de régulation implémentée dans l'automate de la station Seine Aval calcule une nouvelle valeur de commande d'aération toutes les 500 ms, nous disposons des données Q_{water}, C_{in} et C_{out} avec un échantillonnage de 15 min dans la base de données. Autrement dit, il est impossible de simuler la boucle fermée dans les conditions réelles puisque l'automate échantillonne Q_{water}, C_{in} et C_{out} pour produire la commande Q_{air} toutes les 500 ms avec les données de 2019.

Afin de remédier à cette limitation, nous allons réaliser la simulation en utilisant un bloqueur d'ordre zéro pour faire une interpolation constante, permettant d'avoir des valeurs des signaux toutes les 500 ms et nous allons vérifier si nous arrivons à reproduire un comportement semblable au débit d'air mesuré et généré par la commande FB. Les résultats de la commande FB sont présentés dans la figure 5.7. Rappelons que la simulation est réalisée en utilisant le signal C_{out} mesuré comme entrée du contrôleur avec les paramètres indiqués dans le tableau 1.2. En analysant cette figure, nous remarquons que le signal généré est amélioré et suit globalement la tendance

du signal mesuré. Par conséquent, on peut conclure que les écarts observés sont liées à l'absence des mesures effectives toutes les 500 ms.

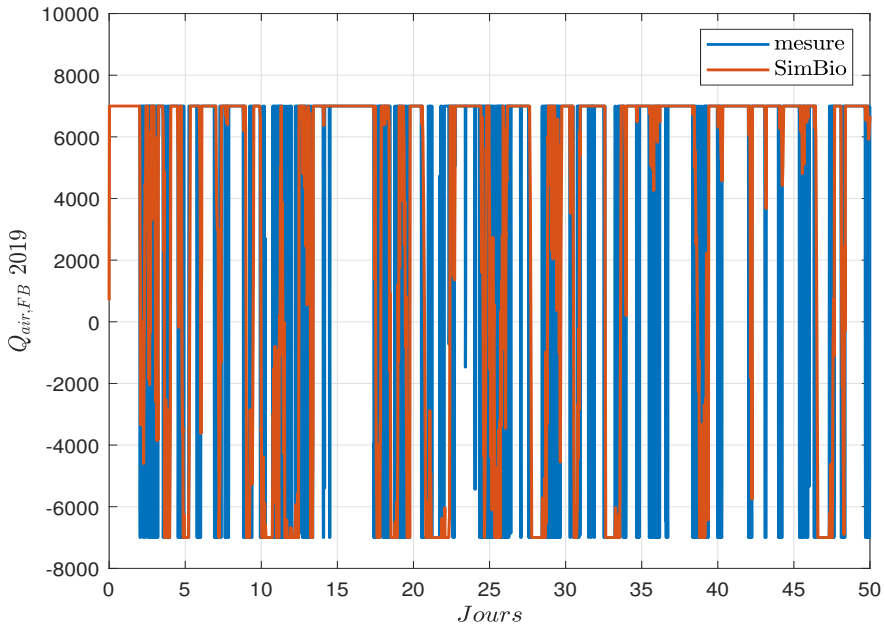


FIGURE 5.7 – Débit d'air généré par la commande FB du contrôleur comparé aux mesures - Données 2019

5.2.5 Conclusion

À l'issue de cette section, nous validons la loi de commande FB car le problème de calibration est directement lié à la résolution temporelle des données stockées, un aspect que nous ne pouvons pas maîtriser a posteriori. Même si l'analyse a montré que la boucle de régulation était correctement calibrée en 2017, nous retenons les données de 2019 pour la suite des travaux car le simulateur SimBio a été calibré en 2019 sur une période post-incendie de la clarifloculation de la station Seine Aval. Le simulateur SimBio ne permet donc pas d'avoir la même concentration C_{out} mesurée en 2017.

Par ailleurs, nous retenons un pas de 15 min pour l'ensemble des simulations ultérieures, ce qui reste cohérent avec la dynamique du procédé : la constante de temps estimée par l'approche globale (cf. Section 4.4.1.3) est de l'ordre de 0.025 jour soit 36 min, correspondant à un temps de réponse d'environ 108 min.

5.3 Optimisation de la commande *FeedForward*

5.3.1 Rôle de la commande *FeedForward* dans le contexte de traitement des eaux usées

L'introduction de la commande anticipatrice (*FeedForward*) dans le traitement des eaux usées urbaines provient directement de la possibilité de mesurer certaines perturbations, telles que le débit et la charge polluante en entrée en amont du procédé biologique. Comme le soulignent

Olsson et Newell, le principe du feedforward est très simple : mesurer la perturbation et ajuster la variable manipulée afin de compenser son effet [Olsson et al. 2005].

Dans les procédés biologiques, et en particulier dans la nitrification, l'introduction de la commande anticipatrice présente une importance particulière en raison de la lenteur des dynamiques microbiennes. Le principal défaut d'une commande purement par retour (*FeedBack*) est que la perturbation a déjà affecté le procédé avant que le régulateur ne détecte une erreur. Autrement dit, lorsque la dérive est observée en sortie (par exemple une augmentation de l'ammonium), la biomasse a déjà subi l'effet de la perturbation. La commande anticipatrice vise précisément à agir avant que cette dégradation ne se produit [Olsson et al. 2005].

En pratique, les stratégies de commande mises en œuvre dans les stations d'épuration combinent ces deux approches. Olsson et Newell résument cette pratique en indiquant qu'on combine généralement la commande *FeedForward* pour obtenir une réponse anticipatrice rapide, lorsque cela est possible, et la commande *FeedBack* pour corriger les imprécisions du modèle ainsi que les perturbations non mesurées [Olsson et al. 2005].

D'autres travaux montrent que, dans certaines architectures de commande d'aération, la contribution de la commande *FeedForward* devient prépondérante. Yong et al. indiquent explicitement que la stratégie de commande fonctionne principalement par la commande *FeedForward*, combinée à une commande *FeedBack* lente destinée à compenser les approximations du modèle [Yong et al. 2005]. Par ailleurs, Rieger et al. montrent que, bien que le contrôle de l'ammonium a historiquement reposé sur des boucles de retour (*FeedBack*), les stratégies actuelles accordent une place prépondérante au contrôle anticipatif (*FeedForward*), dans lequel la commande de l'aération est principalement déterminée à partir de la mesure de la charge en entrée, afin d'anticiper l'impact des variations brusques de charge [Rieger et al. 2014].

Ces éléments montrent que, dans la mise en œuvre pratique des lois de commande en station d'épuration urbaine, la commande anticipatrice ne constitue pas un simple complément, mais représente souvent la composante principale de l'action de commande.

La commande anticipatrice peut aussi être intégrée directement dans la représentation du système en boucle fermée lorsque certaines perturbations sont mesurables. l'intégration de ces perturbations dans la représentation d'état du procédé permet de formuler une loi de commande incluant l'action anticipatrice. Cette formulation permet d'intégrer l'action anticipatrice dans la dynamique du système fermé en évitant l'introduction de paramètres correctifs et en favorisant une représentation plus structurée de la loi de commande [Huang et al. 2008].

5.3.2 Objectif de l'optimisation de la commande *FeedForward*

Dans cette section, nous abordons l'optimisation de la loi de commande existante dans l'automate de la station Seine Aval en se concentrant dans un premier temps sur la commande FF. Rappelons que la commande FF est définie par :

$$Q_{air,FF} = K_a Q_{water}(C_{in} - C_{ref})a + K_b \tag{5.2}$$

Le débit d'air fourni par cette commande représente en moyenne près de 90% du débit d'air total injecté, ce qui montre l'importance d'optimiser les paramètres K_a et K_b de la commande FF tout en respectant les normes de rejet.

Un moyen de comparer les réglages des paramètres K_a et K_b est de calculer les moyennes du débit d'air Q_{air} (valeur à réduire pour minimiser le coût énergétique) et la concentration C_{out} (image de l'abattement à conserver en dessous d'un certain seuil). Ces moyennes sont obtenues sur une période de 50 jours avec le simulateur SimBio en boucle fermée et sont regroupées dans le Tableau 5.2.

La configuration actuelle des paramètres de l'automate, $K_a = 110$ et $K_b = 3000$, fournit un débit d'air moyen de $8.01 \times 10^4\ Nm^3/j$ et une concentration moyenne de $3.24\ mgN/L$ (voir la première ligne du tableau 5.2). L'objectif des nouveaux réglages proposés est de réduire le débit d'air moyen sans trop augmenter la concentration moyenne pour minimiser les coûts d'exploitation tout en respectant les normes de rejet.

La figure 5.8 montre, pour la configuration actuelle, le pourcentage d'abattement journalier de la concentration en entrée C_{in} avec le calcul du taux d'abattement défini par :

$$\eta = \frac{C_{in} - C_{out}}{C_{in}} \times 100 \tag{5.3}$$

et représenté ici sous forme de moyenne glissante sur une journée afin de lisser les variations journalières. La courbe bleue correspond aux résultats simulés avec le simulateur SimBio en boucle fermée, en utilisant les paramètres actuels $K_a = 110$ et $K_b = 3000$. La ligne verte en pointillés correspond à la limite recommandée fixée à 81% d'abattement quotidien. Nous observons que l'abattement tombe en dessous de ce seuil pour certaines périodes, autour du $15^{\text{ème}}$ jour par exemple. Cette situation est liée à une contrainte physique sur le débit d'air maximal et à une charge (C_{in} et/ou Q_{water}) élevée. Le débit d'air maximal pouvant être fourni par les vannes est limité à $9.6\ 10^4\ Nm^3/j$. Lorsque cette valeur maximale est atteinte, le taux d'abattement de 81 % ne peut être atteint par manque d'air et les situations de forte charge à traiter imposent des périodes de non-respect des normes de rejet

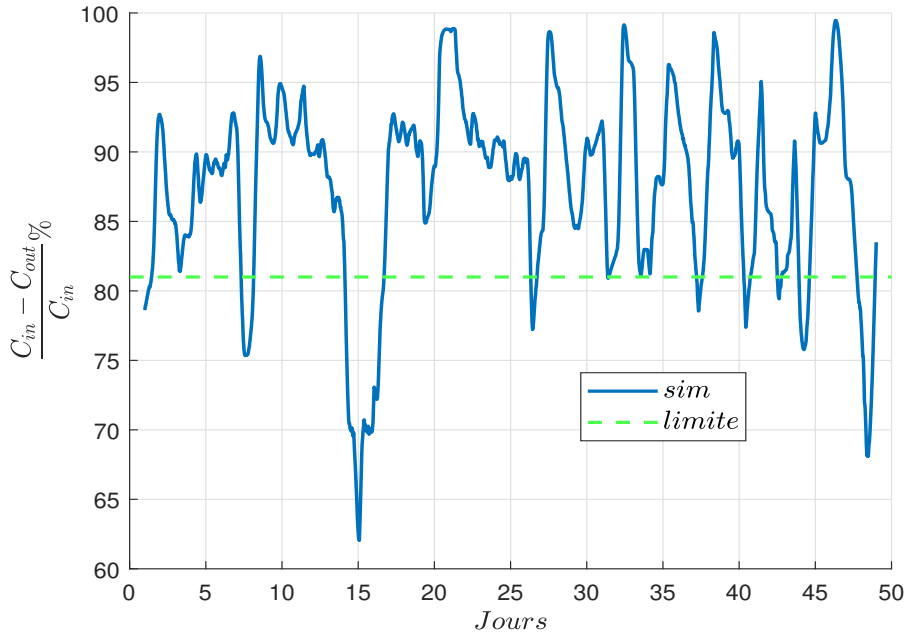


FIGURE 5.8 – Pourcentage d'abattement journalier de la concentration C_{in} avec la configuration actuelle de l'automate ($K_a = 110$ et $K_b = 3000$)

L'objectif suivant est de trouver un jeu de paramètres K_a et K_b qui permette de minimiser la valeur moyenne du débit d'air, tout en maintenant un pourcentage d'abattement acceptable avec une tendance comparable à celle observée dans la figure 5.8. Nous allons procéder selon deux méthodes :

- un calcul des paramètres K_a et K_b optimaux sans contrainte sur Q_{air} ;
- et un calcul des paramètres K_a et K_b optimaux avec contrainte sur Q_{air}.

5.3.3 Première approche d'optimisation des paramètres de la commande FF

Le débit d'air injecté dans un biofiltre (hors saturation) s'écrit comme suit :

$$Q_{air}(t) = \frac{Q_{air,FF}(t) + Q_{air,FB}(t)}{N_{\text{bio}}(t)} \tag{5.4}$$

avec $N_{\text{bio}}(t)$, le nombre de biofiltres actifs dans une batterie qui varie dans le temps au gré des lavages.

L'objectif est d'optimiser les paramètres K_a et K_b pour que la concentration en sortie C_{out} tende vers une référence $C_{out_{ref}}$ définie comme $0.15 \times C_{in}$. Ce choix de $C_{out_{ref}}$ correspond à un abattement de 85% de la charge en entrée C_{in}, légèrement supérieur à la valeur imposée (81%), ce qui laisse une marge d'erreur de 4 % jugée acceptable. Pour atteindre cet objectif, nous utilisons un algorithme de Levenberg-Marquardt afin de minimiser une fonction coût J définie par :

$$J(K_a, K_b) \;=\; \sum_{t \in \mathcal{T}} \big(C_{\text{out}}(t) - 0.15\; C_{\text{in}}(t)\big)^2 \tag{5.5}$$

avec $\mathcal{T}$, un horizon temporel de 50 jours.

Le système est représenté par le modèle identifié dans la section 4.4.1.3 que nous pouvons écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} C_{out}(s) &= G(s)\, Q_{air}(s) \\ &= \frac{G(s)\, Q_{air,FB}(s)}{N_{\text{bio}}} + \frac{G(s)\, F(s)}{N_{\text{bio}}}\, K_a + \frac{G(s)}{N_{\text{bio}}}\, K_b \end{aligned} \tag{5.6}$$

avec $F(s) = Q_{water}(s)(C_{in}(s) - C_{ref}(s))\, a$.

Afin de simplifier la détermination des paramètres K_a et K_b dans (5.6), les signaux Q_{water}, C_{in} et N_{bio} ont été remplacés par leurs valeurs moyennes. La commande FB est également considérée constante à sa valeur de saturation de 7000 Nm^3/h (voir signal "bang bang" de la figure 5.4). Cependant, un problème d'identifiabilité de K_a et K_b apparaît dans la minimisation de la fonction coût (5.5). Pour remédier à ce problème, nous proposons de fixer l'un des deux paramètres.

La démarche consiste d'abord à fixer le paramètre K_a, puis K_b à leur valeur actuelle. Les résultats sont présentés sur les deuxième et troisième lignes du tableau 5.2. Par la suite, nous avons testé d'autres initialisations de l'algorithme de minimisation de la fonction coût (5.5). Les résultats pour deux autres combinaisons sont présentés sur les deux dernières lignes du Tableau 5.2. Les abattements obtenus pour ces deux combinaisons sont présentés dans les figures 5.9 et 5.10. Les résultats montrent que l'abattement reste majoritairement au-dessus de la limite de 81%.

TABLE 5.2 – Valeurs moyennes du débit d'air et de la concentration en sortie pour différents couples (K_a, K_b)

K_a	K_b	$mean(Q_{air})$	$mean(C_{out})$
110	3000	8.01×10^4	3.24
110	842.27	7.76×10^4	3.43
103.81	3000	7.8×10^4	3.42
120	-2000	7.77×10^4	3.37
95	5000	7.72×10^4	3.53

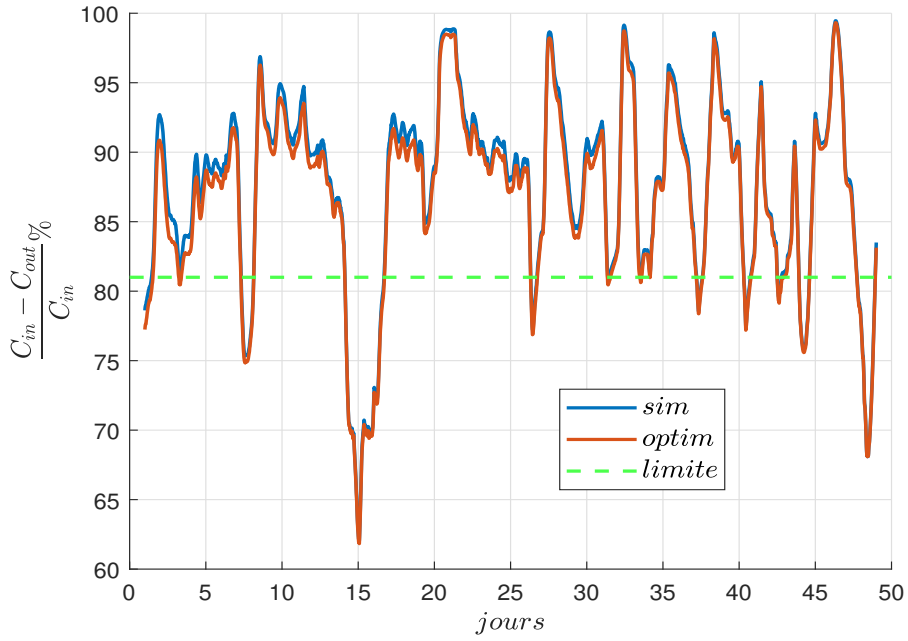


FIGURE 5.9 – Comparaison des taux d'abattement entre la configuration automate (*sim*) et la stratégie optimisée (*optim*)($K_a = 120$, $K_b = -2000$)

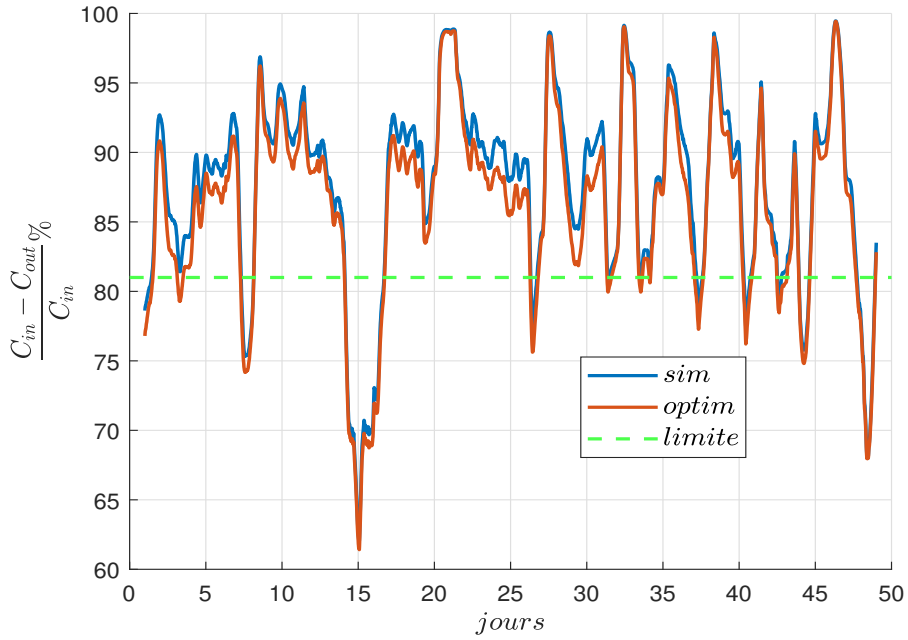
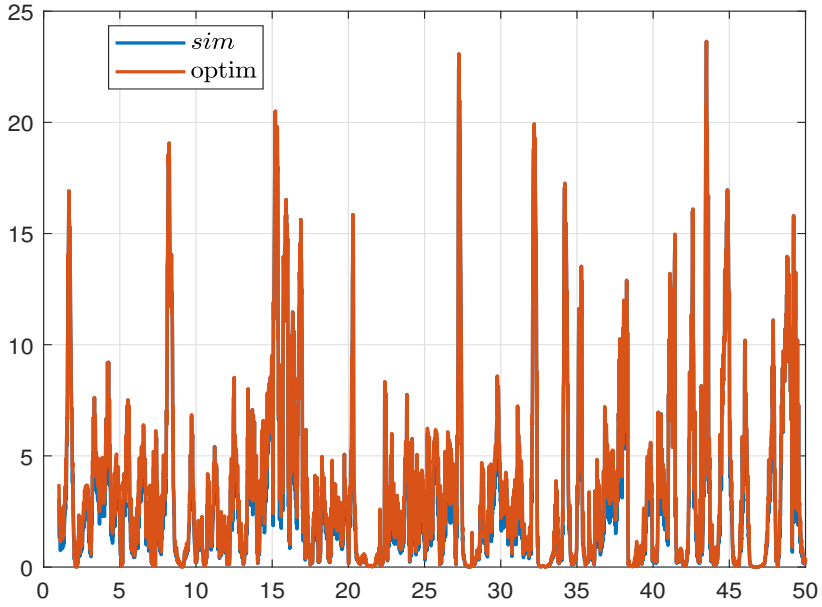
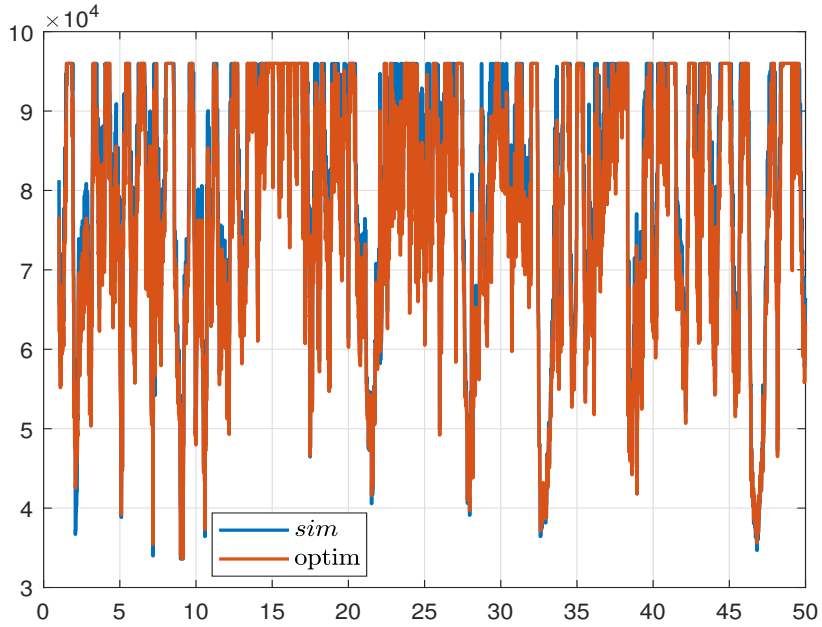


FIGURE 5.10 – Comparaison des taux d'abattement entre la configuration automate et la stratégie optimisée ($K_a = 95$ et $K_b = 5000$)

La meilleure configuration sur les initialisations testées est obtenue pour $K_a = 95$ et $K_b = 5000$. Pour cette configuration, nous comparons sur la figure 5.11 les signaux C_{out} et Q_{air} obtenus avec les paramètres actuels de l'automate et les paramètres optimisés.



(a) Comparaison de l'évolution temporelle de C_{out} (automate vs optimisé)



(b) Comparaison de l'évolution temporelle du débit d'air Q_{air} (automate vs optimisé)

FIGURE 5.11 – Résultats de simulation avec $K_a = 95$ et $K_b = 5000$

Nous observons que les signaux sont proches, mais avec une légère réduction de la commande

Q_{air} et, naturellement, avec un abattement légèrement moindre avec les paramètres optimisés.

Pour cette configuration ($K_a = 95$ et $K_b = 5000$), l'optimisation de l'aération a conduit à une réduction de 3.62% du débit d'air requis. Côté performance, il semble y avoir une différence entre la quatrième configuration ($K_a = 120$ et $K_b = -2000$) et la cinquième configuration ($K_a = 95$ et $K_b = 5000$) (cf. Figures 5.9 et 5.10, respectivement) avec un écart entre les courbes *sim* et *optim* plus important dans la cinquième configuration et donc une performance dégradée principalement pour les jours où l'abattement n'était pas critique ($>$ à 81%).

5.3.4 Deuxième approche d'optimisation des paramètres de la commande FF

5.3.4.1 Méthodologie d'optimisation des paramètres K_a et K_b

Dans la première approche, nous avons montré qu'une réduction du débit d'air injecté pouvait être obtenue tout en maintenant des performances de traitement acceptables. Cette méthode, qui consiste à ajuster séparément les paramètres K_a et K_b, repose sur une approche essai-erreur qui n'est pas pleinement satisfaisante.

Nous proposons donc une deuxième approche sur la base d'une méthodologie qui identifie un ensemble de couples (K_a, K_b) dans un intervalle de variation qui respecte une contrainte sur le débit d'air moyen :

$$Q_{air_{moy}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \Big(K_a \, Q_{\text{water}}(k) \, (C_{in}(k) - C_{ref}(k)] \, a + K_b + Q_{air,FB}(k) \Big) \tag{5.7}$$

à savoir :

$$7 \times 10^4 \leq Q_{air_{moy}} \leq 7.72 \times 10^4 Nm^3/j \tag{5.8}$$

Dans un objectif d'amélioration, la borne supérieure de (5.8) correspond à la valeur moyenne du débit d'air pour la meilleure configuration obtenue lors de la première approche. La borne inférieure, quant à elle, a été fixée de façon à éviter un débit d'air trop faible pouvant conduire à une concentration C_{out} incompatible avec les exigences de traitement.

Un algorithme a été implémenté afin de définir l'espace de variations de K_a et K_b en prenant en compte la contrainte (5.8). L'expression des paramètres retenue est la suivante :

$$\begin{aligned} K_a &= x - 0.0029 \; y \\ K_b &= y \end{aligned} \tag{5.9}$$

avec les contraintes :

$$\begin{aligned} 90.42 < x < 101.5 \\ 0 < y < 342.53 \; x \end{aligned} \tag{5.10}$$

Pour déterminer les couples (K_a, K_b), nous avons suivi la démarche suivante :

1. Fixer une valeur de K_b, c'est-à-dire y
2. Faire varier la variable x dans l'intervalle autorisé (5.10)
3. Calculer les valeurs correspondantes de K_a
4. Réaliser des simulations sur SimBio en boucle fermée
5. Conserver les valeurs de K_a vérifiant les conditions :

$$Q_{air_{moy}} \leq 7.72 \times 10^4 \quad \text{et} \quad C_{out_{moy}} \leq 4 \; mgN/L \tag{5.11}$$

La borne de 4 mgN/L fixée dans (5.11) est directement liée au taux d'abattement recommandé. En effet, la valeur moyenne de C_{in} est de 22 mgN/L et une réduction de 81% correspond à 4.18 mgN/L. En laissant une marge d'erreur réduite et afin d'éviter de positionner la contrainte exactement sur la limite théorique de 4.18 mgN/L, nous avons retenu comme condition que la valeur moyenne de C_{out} soit inférieure ou égale à 4 mgN/L.

Cette méthodologie a ensuite été appliquée à deux cas d'étude représentatifs :

- $K_b = 5000$, valeur retenue lors de la première approche,
- $K_b = 3000$, correspondant aux réglages actuellement implémentés dans l'automate de Seine Aval.

5.3.4.2 Application de la méthodologie pour $K_b = 5000$

En suivant la démarche proposée, nous avons trouvé deux couples (K_a, K_b) qui satisfont les conditions (5.11). Les performances associées à ces deux jeux de paramètres sont présentées dans le tableau 5.3, ainsi que dans la figure 5.12.

TABLE 5.3 – Couples de paramètres (K_a, K_b) satisfaisant les conditions (5.11), et performances associées pour $K_b = 5000$

K_a	K_b	$Q_{air_{moy}}$ $(\times 10^4\ Nm^3/j)$	$C_{out_{moy}}$ (mgN/L)
85.77	5000	7.32	3.99
87	5000	7.38	3.92

Pour $K_a = 85.77$, le débit d'air moyen atteint $7.32 \times 10^4\ Nm^3/j$, tandis que la concentration en sortie est de 3.99 mgN/L. Soit une réduction de 8.6 % du débit d'air moyen obtenu avec la configuration d'automate (voir première ligne du tableau 5.2). La figure 5.12a montre l'évolution du taux d'abattement de C_{in} au cours de la période simulée. Globalement, l'abattement reste supérieur à la limite fixée de 81 %, confirmant le respect de la contrainte imposée sur la concentration en sortie. Toutefois, nous observons une dégradation ponctuelle de la performance lors de certaines périodes, notamment entre les jours 25 et 35.

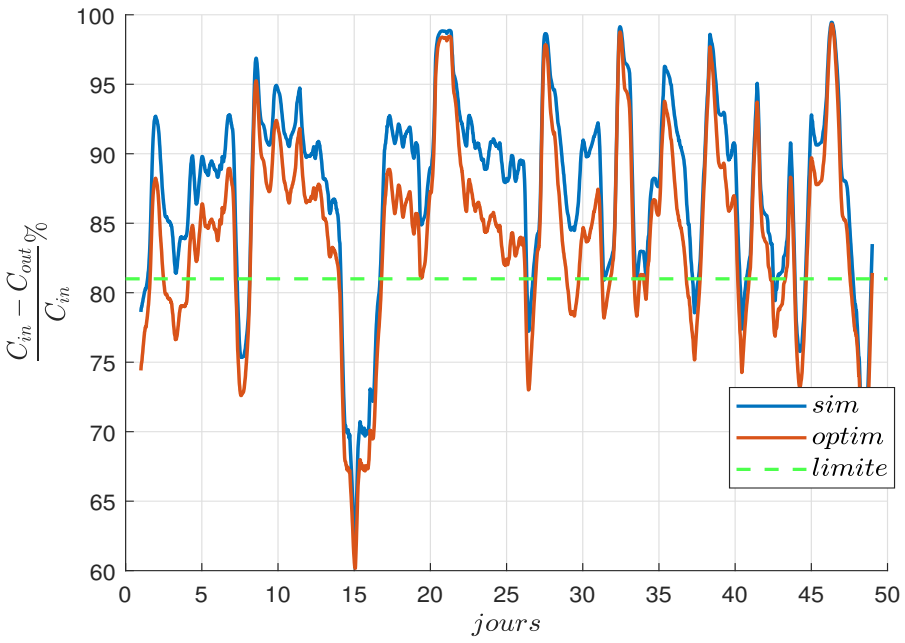
Pour $K_a = 87$, le débit d'air moyen augmente légèrement à $7.38 \times 10^4\ Nm^3/j$, mais la concentration en sortie diminue à 3.92 mgN/L. Ces résultats illustrent le compromis entre consommation énergétique et performance de traitement : une augmentation de K_a permet d'améliorer la qualité de l'effluent au prix d'une consommation supplémentaire d'air. Dans ce cas, cette configuration permet d'atteindre une réduction du débit d'air de 7.9%. L'abattement de C_{in}, dans ce cas (cf. Figure 5.12b), est semblable à celui présenté dans la figure 5.12a.

5.3.4.3 Application de la méthodologie pour $K_b = 3000$

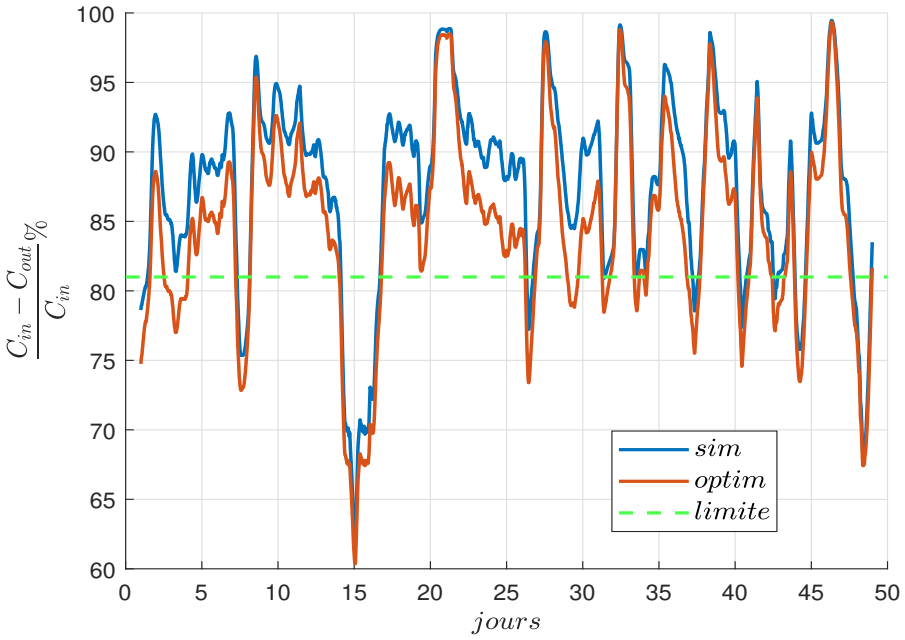
Dans cette section, la même méthodologie d'optimisation est appliquée, en fixant cette fois-ci la valeur du paramètre K_b à 3000. Ce choix s'appuie sur les réglages actuellement utilisés sur la station Seine Aval.

Deux valeurs de K_a ont été trouvées comme compatibles avec les critères de performance fixés (5.11). Le tableau 5.4 présente ces deux valeurs, ainsi que les valeurs moyenne de Q_{air} et C_{out} obtenues pour ces réglages.

Le premier couple (K_a, K_b) (première ligne du tableau 5.4) permet de réduire 9% du débit d'air généré avec une concentration moyenne de C_{out} de 3.98 mgN/L. L'abattement de C_{in} présenté sur la figure 5.13a, pour ce réglage, est globalement acceptable. Cette configuration se distingue par un compromis plus favorable entre la performance de traitement et l'économie d'énergie.



(a) Abattement de C_{in} pour $K_a = 85.77$



(b) Abattement de C_{in} pour $K_a = 87$

FIGURE 5.12 – Résultats pour $K_b = 5000$

TABLE 5.4 – Couples de paramètres (K_a, K_b) satisfaisant les conditions (5.11), et performances associées pour $K_b = 3000$

K_a	K_b	$Q_{air_{moy}}$ $(\times 10^4\ Nm^3/j)$	$C_{out_{moy}}$ (mgN/L)
91.57	3000	7.29	3.98
92.8	3000	7.35	3.91

Pour le second couple (K_a, K_b) (deuxième ligne du tableau 5.4), le débit d'air moyen conduit à une réduction d'environ 8.2% par rapport à la configuration automate, avec une concentration moyenne en sortie de $C_{out} = 3.91\ mgN/L$. La figure 5.13b présente l'évolution de l'abattement de C_{in} au cours du temps. Les résultats montre des performances stables, avec un taux d'abattement globalement supérieur à la limite fixée de 81 %.

La figure 5.14 montre une comparaison entre le taux d'abattement obtenu avec les trois configurations suivantes : la configuration automate (voir première ligne du tableau 5.2), la configuration trouvée avec la première approche d'optimisation des paramètres de la commande FF (voir cinquième ligne du tableau 5.2) et la configuration trouvée avec la deuxième approche (voir deuxième ligne du tableau 5.4).

La contrainte de 81 % (ligne verte) est globalement respectée par les deux configurations optimisées, à l'exception de quelques périodes courtes où les trois courbes chutent simultanément. Les courbes optimisées restent proches de la référence automate, tout en affichant un décalage vers le bas, conséquence directe de la réduction du débit d'air. En comparant les résultats obtenus avec les deux approches, nous constatons que la deuxième approche permet une réduction plus importante du débit d'air consommé, tout en maintenant un niveau d'abattement satisfaisant et compatible avec les exigences de rejet. Seules quelques périodes particulières, notamment autour du jour 3 ou du jour 29, montrent une légère dégradation des performances.

5.3.5 Conclusion

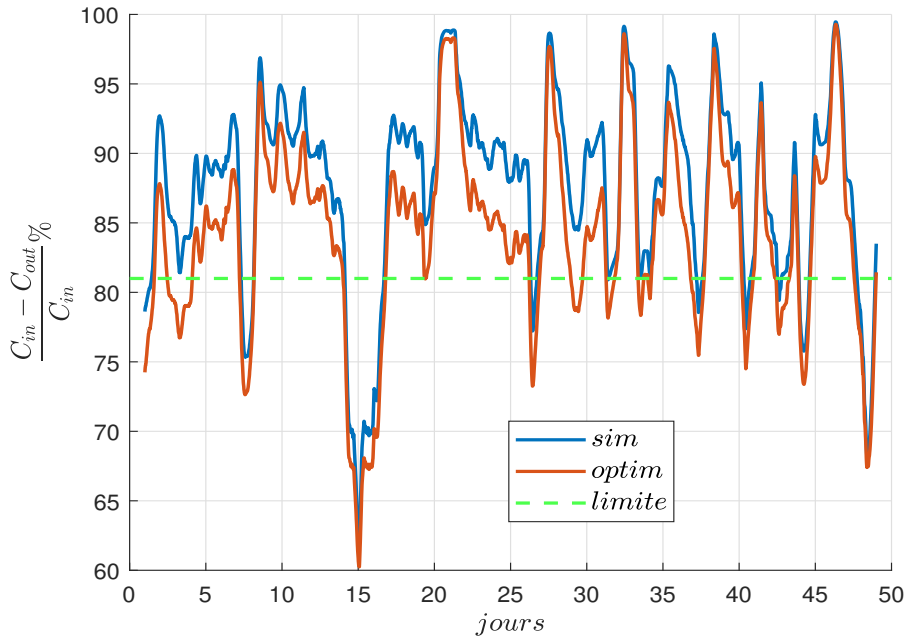
Cette étude a permis d'explorer différentes stratégies d'optimisation des paramètres de la commande *FeedForward* (FF) du modèle SimBio en boucle fermée dans le but de réduire la consommation d'air sans altérer la qualité du traitement. Les résultats obtenus ont montré qu'en ajustant correctement les paramètres K_a et K_b, il était possible d'atteindre une réduction allant jusqu'à 9% du débit d'air injecté (Q_{air}), tout en maintenant des concentrations en sortie (C_{out}) globalement compatibles avec les exigences de traitement.

Cependant, cette approche présente certaines limites. En effet, en se concentrant uniquement sur l'optimisation de la commande FF tout en maintenant la commande FB sous contrainte à l'aide d'un bloc de saturation, nous réduisons la capacité du système à corriger efficacement l'écart entre la concentration en sortie C_{out} et la référence C_{ref}. Or, la commande FB joue un rôle essentiel dans la régulation fine du procédé en compensant les écarts non pris en compte par la commande FF. Restreindre son action revient à limiter le potentiel d'adaptation du système, donc limiter les gains potentiels en termes d'optimisation énergétique.

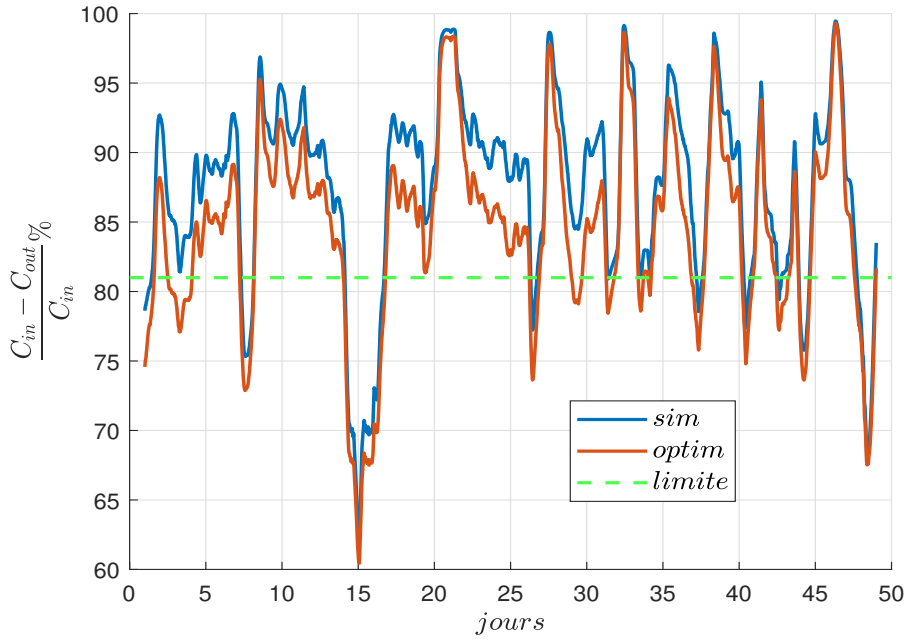
5.4 Optimisation de la commande *FeedBack*

5.4.1 Effet du bloc de saturation sur $Q_{air,FB}$

Dans l'implémentation de la régulation sur l'automate du site de Seine Aval, un bloc de saturation permet de limiter la commande FB (cf. Équation (5.1)). L'objectif de cette saturation est de borner l'amplitude des variations calculées par le correcteur FB entre -7000 et +7000 Nm^3/h (réglage de l'année 2019). Comme nous l'avons mentionné précédemment, la boucle de régulation FB existante est particulièrement mal réglée. Le signal de commande FB en "bang bang" mesuré sur la station de Seine Aval provient de ce bloc de saturation sans lequel la commande atteindrait des valeurs extrêmes hors de la gamme de fonctionnement. L'ajout de ce bloc de saturation répond donc à une logique opérationnelle : éviter une sur-réaction du correcteur FB face aux fluctuations rapides des concentrations en sortie, tout en garantissant la robustesse et la stabilité globale du procédé.



(a) Abattement de C_{in} pour $K_a = 91.57$



(b) Abattement de C_{in} pour $K_a = 92.8$

FIGURE 5.13 – Résultats pour $K_b = 3000$

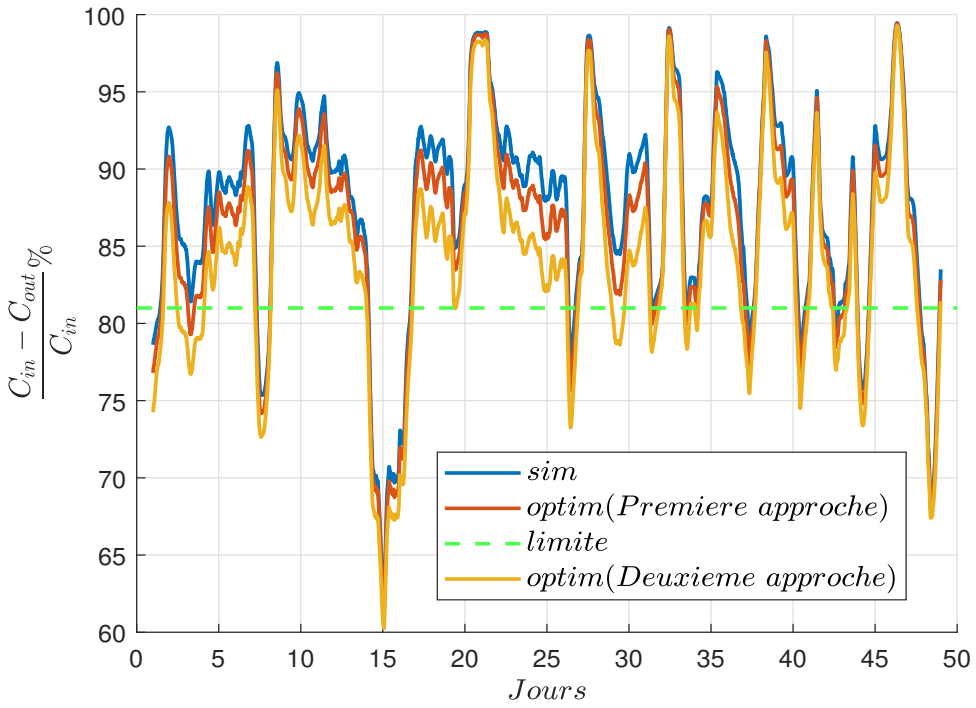
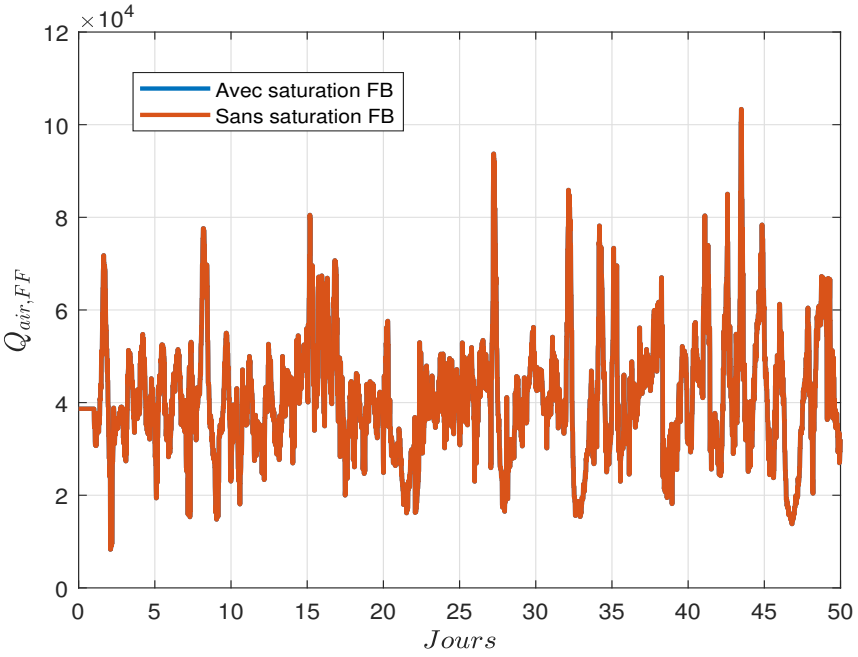


FIGURE 5.14 – Comparaison des taux d'abattement entre la configuration automate, la première approche et la deuxième approche d'optimisation

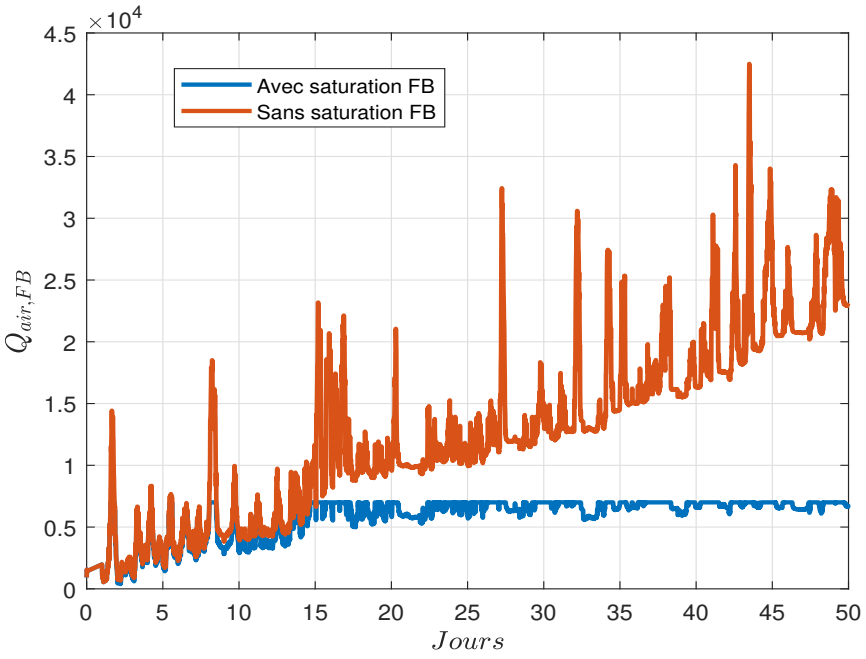
Pour mieux comprendre l'impact de ce bloc de saturation, deux simulations ont été réalisées, une avec saturation et l'autre sans saturation. Les deux simulations s'appuient sur les données mesurées et sur les paramètres actuels de l'automate de Seine Aval (cf. Tableau 1.2) avec un pas d'échantillonnage de 15 minutes.

Les figures 5.15a et 5.15b présentent les débits d'air générés par les commandes FF et FB, respectivement. L'évolution du débit d'air $Q_{air,FF}$ ne dépend pas du bloc de saturation de la commande FB, ce qui est confirmé par la figure 5.15a. Par contre, le débit d'air $Q_{air,FB}$ est fortement influencé : sans saturation, son amplitude augmente progressivement au cours des 50 jours de simulation, tandis qu'avec saturation il reste contenu dans la plage de saturation.

A travers cette simulation, nous souhaitions démontrer le mauvais réglage de la boucle de régulation FB et son effet qui est contenu par ce bloc de saturation entre 7000 et -7000 Nm^3/h. La tendance croissante de la commande FB sans saturation observable sur la figure 5.15b résulte de ce mauvais réglage du correcteur de type PI (voir équation (5.1)). L'objectif des sections suivantes est de déterminer un nouveau réglage de ce correcteur offrant une commande qui évolue continûment contrairement au signal "bang bang" du réglage actuel.



(a) Débit d'air total $Q_{air,FF}$ avec et sans saturation de la commande FB



(b) Débit d'air total $Q_{air,FB}$ avec et sans saturation de la commande FB

FIGURE 5.15 – Impact du bloc de saturation FB sur les contributions des commandes FF et FB

5.4.2 Méthodologie de l'optimisation de la commande FB

L'objectif de l'optimisation est d'améliorer les performances de la commande FB afin de limiter la consommation d'air tout en respectant les exigences de qualité des eaux traitées. Deux paramètres de l'équation (5.1) ont été retenus pour l'ajustement :

- Le paramètre K_{mod}, le gain de la commande FB qui a un rôle analogue à une action proportionnelle.
- Le paramètre t_m qui agit comme paramètre de l'action intégrale du régulateur.

Les constantes de temps IMC_{bo} et IMC_{bc} n'ont pas été incluses dans l'optimisation. Ces paramètres définissent la dynamique du système en boucle ouverte et en boucle fermée, telles qu'elles sont définies par l'automatisation de Seine Aval. La modification de ces paramètres reviendrait à altérer les performances de rapidité du système, ce qui compromettrait la représentativité du simulateur vis-à-vis du comportement observé en exploitation.

L'optimisation de la commande FB repose sur la définition d'une fonction coût J, qui formalise les objectifs recherchés. Dans notre cas, deux critères sont essentiels :

- Qualité de l'effluent : la concentration en ammonium en sortie (C_{out}) doit suivre au plus près une consigne $C_{out_{ref}}$, qui correspond à un taux d'abattement de l'azote ammoniacal d'environ 81 %.
- Efficacité énergétique : la consommation d'air injecté (Q_{air}) doit être minimisée afin de réduire le coût énergétique du procédé.

La fonction coût J combine donc ces deux objectifs sous la forme pondérée suivante :

$$J(K_{mod}, t_m) = \alpha \sum_{i=1}^{N} \left(C_{out}(i) - C_{out_{ref}}(i)\right)^2 + \beta \sum_{i=1}^{N} \left(Q_{air}(i)\right)^2 \tag{5.12}$$

où α et β sont des coefficients de pondération qui équilibrent l'importance relative entre la qualité de l'eau et la consommation énergétique.

En se basant sur (5.12), nous avons choisi de faire la minimisation de la fonction coût J à l'aide la fonction *lsqnonlin* de Matlab [MathWorks 2024]. Cette fonction est retenue parce qu'elle est spécifiquement conçue pour traiter les problèmes de moindres carrés non linéaires de la forme :

$$\min_{x} \|f(x)\|_2^2 \tag{5.13}$$

où x est le vecteur des paramètres à optimiser.

Ainsi, la minimisation de J peut s'écrire sous la forme :

$$\min_{K_{mod},\, t_m} J(K_{mod}, t_m) = \min_{K_{mod},\, t_m} \|f(K_{mod}, t_m)\|_2^2 \tag{5.14}$$

avec la fonction $f(K_{mod}, t_m)$ définie par :

$$f(K_{mod}, t_m) = \begin{bmatrix} C_{out}(K_{mod}, t_m) - C_{out_{ref}} \\ Q_{air}(K_{mod}, t_m) \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

Le premier terme du vecteur $f(K_{mod}, t_m)$ correspond à l'écart entre la qualité de l'eau et la consigne, tandis que le second terme représente la consommation d'air. L'optimisation consiste donc à ajuster K_{mod} et t_m de manière à réduire simultanément ces deux grandeurs.

5.4.3 Effet du paramètre t_m sur la stabilisation de la commande FB

Le paramètre t_m intervient dans le calcul du facteur de lissage λ, défini par :

$$\lambda = e^{-\frac{t_m}{1000\, IMC_{bo}}} \tag{5.16}$$

Selon l'équation (5.1), ce facteur λ détermine la pondération entre l'état précédent d'une variable S et la valeur précédente de $Q_{air,FB}$ dans :

$$S_t = \lambda S_{t-1} + \frac{1-\lambda}{K} Q_{air,FB|t-1} \tag{5.17}$$

À partir des équations (5.16) et (5.17), il apparaît que le paramètre t_m contrôle directement le compromis entre stabilité et réactivité de la commande FB :

- Lorsque t_m est faible, la valeur de λ tend vers 1. Cela donne beaucoup de poids à l'état passé S_{t-1} et accentue le lissage des variations. La commande FB reste stable, mais sa capacité à réagir rapidement à des changements soudains est limitée.
- Lorsque t_m est élevé, la valeur de λ diminue. Cela rend les variations de la commande $Q_{air,FB}$ possiblement plus brutales. La réactivité augmente, mais au détriment de la stabilité et d'un risque de fluctuations excessives.

Pour analyser l'influence du paramètre t_m sur le signal $Q_{air,FB}$, des simulations en boucle fermée ont été réalisées avec différentes valeurs de t_m à l'aide du simulateur SimBio. Dans cette étude, seule la contribution de la commande FB est considérée : la commande FF est donc désactivée en fixant $K_a = 0$ et $K_b = 0$. Par ailleurs, le bloc de saturation associé à la commande FB a été supprimé.

Afin de garantir un débit d'air total Q_{air} situé dans une plage de fonctionnement réaliste malgré l'absence de la commande FF, la valeur initiale de $Q_{air,FB}$ a été modifiée de 0 Nm^3/h à 3.1 10^4 Nm^3/h. Ce choix permet de maintenir Q_{air} dans une zone de variation cohérente avec les conditions d'exploitation.

Les résultats obtenus à partir des simulations réalisées sont présentés dans la figure 5.16. En analysant cette figure, nous remarquons que lorsque t_m est entre 0 et 10 s, le signal reste globalement stabilisé autour du même niveau sans tendance croissante. En revanche, lorsque t_m dépasse 10 s, le signal présente une augmentation progressive de son niveau moyen. Ces résultats permettent alors de définir un domaine de variation acceptable pour le paramètre t_m, assurant la stabilisation du signal $Q_{air,FB}$. Ce domaine de variation, compris entre 0 et 10 s, sera ensuite imposé comme contrainte sur le paramètre t_m lors de la phase d'optimisation.

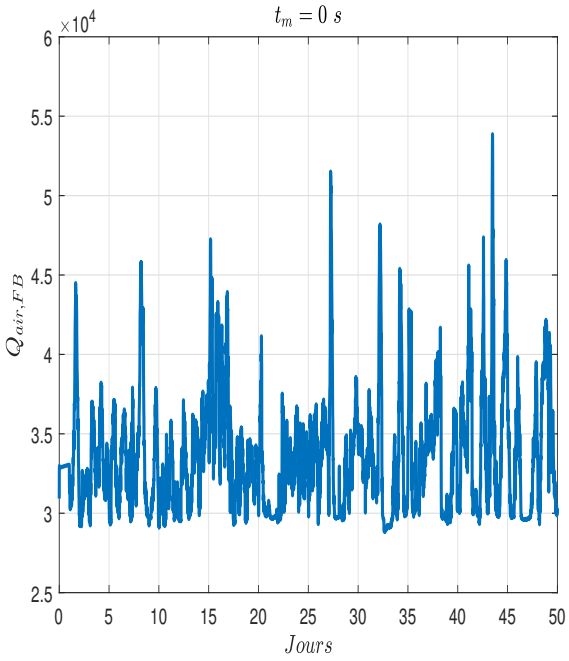
5.4.4 Résultats de l'optimisation de la commande FB

Après avoir défini le domaine de variation de t_m garantissant la stabilité du signal $Q_{air,FB}$, nous abordons l'optimisation des paramètres K_{mod} et t_m. Dans un premier temps, l'optimisation est réalisée en considérant une régulation exclusivement assurée par la commande FB ($Q_{air,FB}$ représentant 100 % de Q_{air}), sans contribution de la commande FF. Dans un second temps, les mêmes paramètres sont optimisés pour différentes configurations de la répartition moyenne entre $Q_{air,FF}$ et $Q_{air,FB}$ dans la commande totale Q_{air}. L'objectif est d'analyser l'effet de cette répartition sur la consommation d'air ainsi que sur la qualité de traitement.

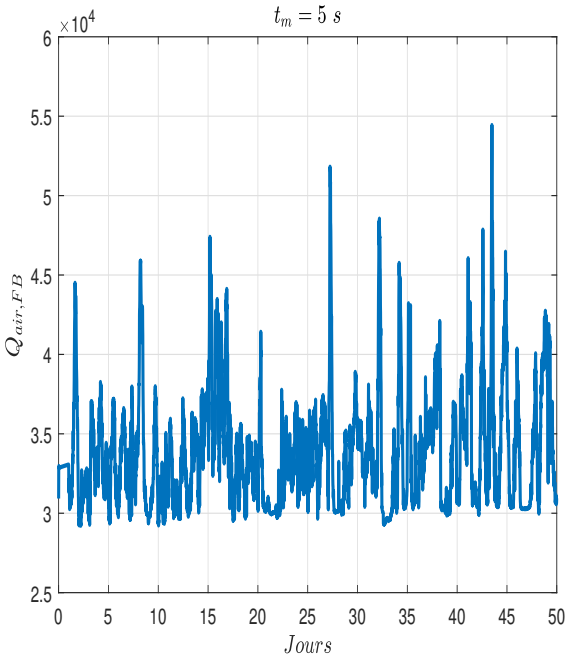
Les scénarios étudiés sont les suivants :

- 100 % FB
- 80 % FB - 20 % FF
- 65 % FB - 35 % FF
- 50 % FB - 50 % FF
- 10 % FB - 90 % FF (configuration mise en œuvre sur Seine Aval)

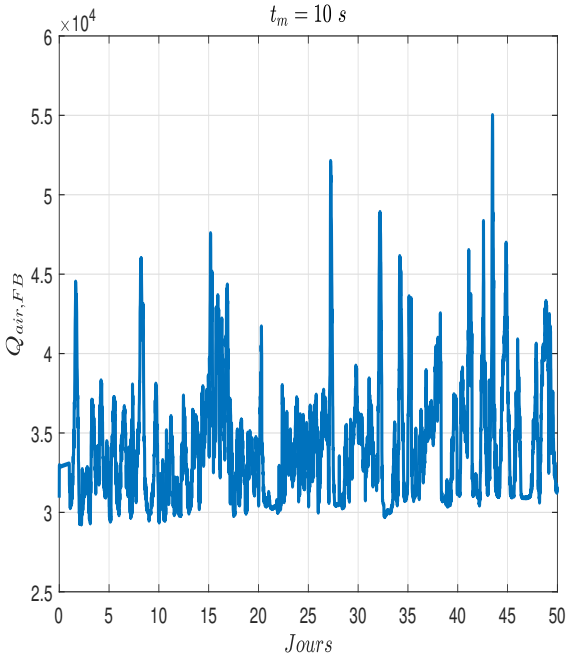
Les résultats d'optimisation obtenus pour chacune de ces configurations seront analysés et comparés afin d'identifier le compromis le plus efficace entre performance épuratoire et coût énergétique. Ils sont présentés dans le tableau 5.5 et la figure 5.17.



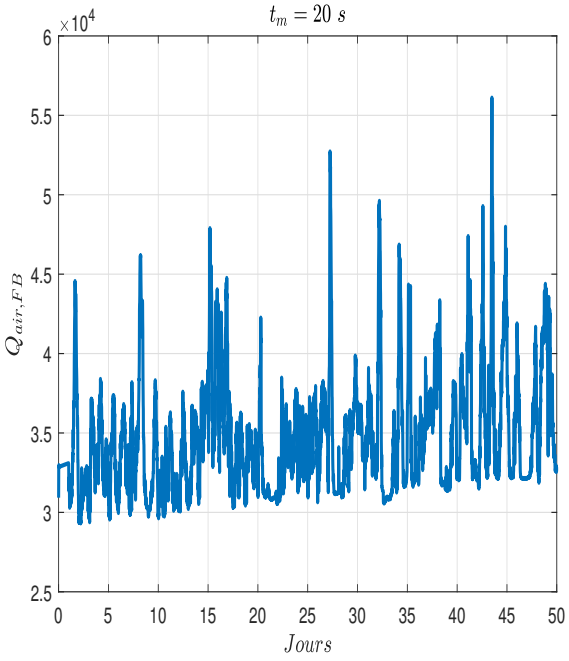
(a) Réponse pour $t_m = 0\ s$



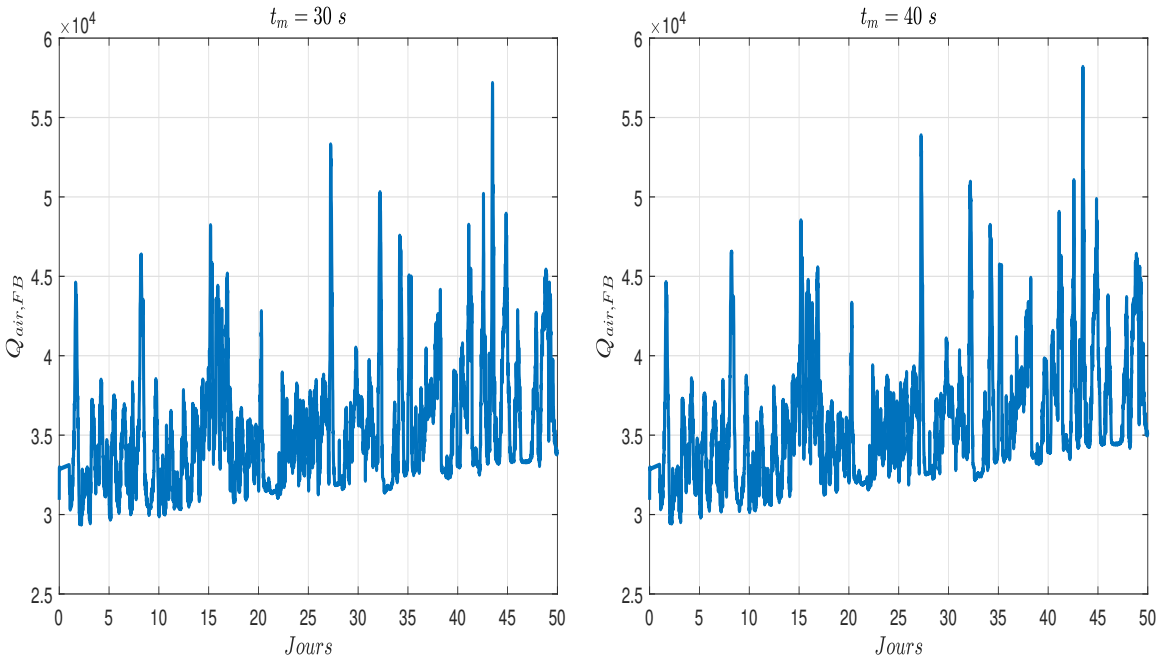
(b) Réponse pour $t_m = 5\ s$



(c) Réponse pour $t_m = 10\ s$



(d) Réponse pour $t_m = 20\ s$



(e) Réponse pour $t_m = 30\ s$ (f) Réponse pour $t_m = 40\ s$

FIGURE 5.16 – Impact du paramètre t_m sur le comportement de la commande FB

TABLE 5.5 – Valeurs optimisées des paramètres et indicateurs de performance pour les différentes configurations FB - FF

	K_{mod}	t_m	$Q_{air_{moy}}$	$C_{out_{moy}}$	$RMSE$
Réglage actuel	-0.05	336	8.01×10^4	3.24	9.41
100 % FB	-0.06	6.2	7.73×10^4	4.12	8.45
80 % FB - 20 % FF	-0.051	4.32	7.43×10^4	4.23	7.95
65 % FB - 35 % FF	-0.038	7.27	7.27×10^4	4.25	7.56
50 % FB - 50 % FF	-0.46	2.88	7.24×10^4	4.3	7.82
10 % FB - 90 % FF	-0.81	3.99	7.11×10^4	4.2	7.3

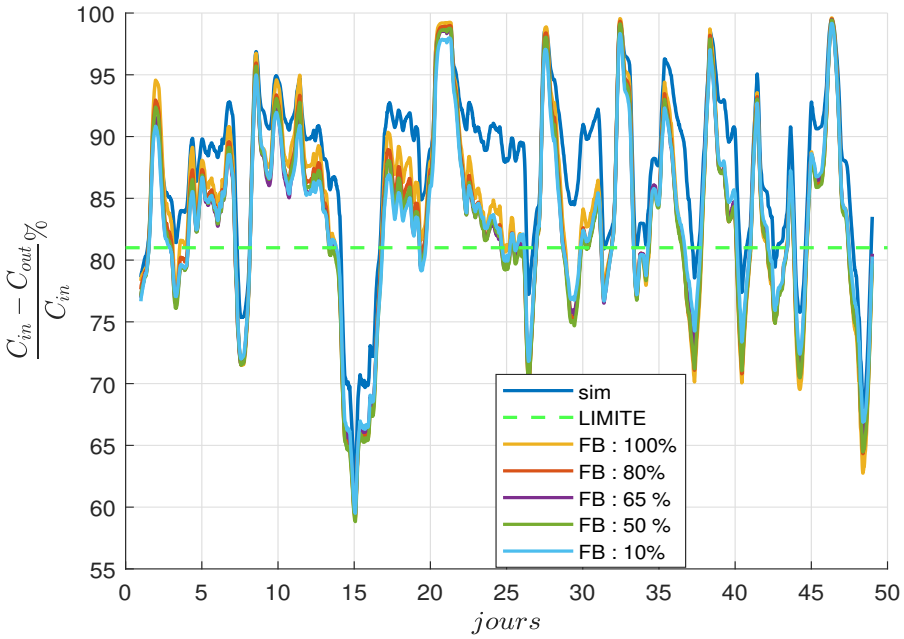


FIGURE 5.17 – Comparaison du taux d'abattement entre les configurations 100 % FB, 80 % FB – 20 % FF, 65 % FB – 35 % FF, 50 % FB – 50 % FF et 10 % FB – 90 % FF. La courbe sim correspond au réglage actuel

5.4.5 Discussion des résultats de l'optimisation

L'analyse configuration par configuration permet de mieux comprendre l'effet de la répartition FB–FF sur la dynamique du procédé, la consommation d'air et la performance épuratoire.

5.4.5.1 Configuration 100 % FB

Dans cette première configuration, la régulation du procédé est assurée par la commande FB, sans aucune contribution de la commande FF. L'objectif est d'évaluer la capacité de la commande FB à optimiser le débit d'air et à maintenir un niveau de traitement conforme aux exigences de qualité. Cette situation de référence permet de caractériser l'efficacité propre de la stratégie de correction FB, avant d'analyser les performances des configurations hybrides combinant FF et FB.

Le gain optimal K_{mod} est égal à -0.06 et la période t_m est de 6.2 s (cf. Tableau 5.5). Ce jeu de paramètres conduit à un débit d'air Q_{air} compris entre 6.6 10^4 et 9.6 10^4 Nm^3/j (cf. Figure 5.18), avec une valeur moyenne de 7.73 10^4 Nm^3/j (cf. Tableau 5.5)).

Concernant la qualité de traitement, la concentration C_{out} présente une valeur moyenne de 4.12 mgN/L (cf. Tableau 5.5), ce qui correspond à un taux d'abattement de l'ammonium globalement supérieur à 81 %. La figure 5.17 présente les abattements sur un horizon journalier glissant : pour la configuration 100 % FB, le rendement reste majoritairement compris entre 80 % et 95 %. Ces résultats confirment que la configuration 100 % FB assure un niveau d'abattement satisfaisant. Dans la configuration 100 % FB, une baisse de performance est constatée entre les jours 35 et 50, où le taux d'abattement se détériore localement.

Avant de passer à la configuration suivante, il est important d'examiner spécifiquement le débit d'air généré par la commande FB. L'objectif est de vérifier si les paramètres optimisés (cf. Tableau 5.5) garantissent toujours la stabilisation du signal $Q_{air,FB}$. La figure 5.23a illustre

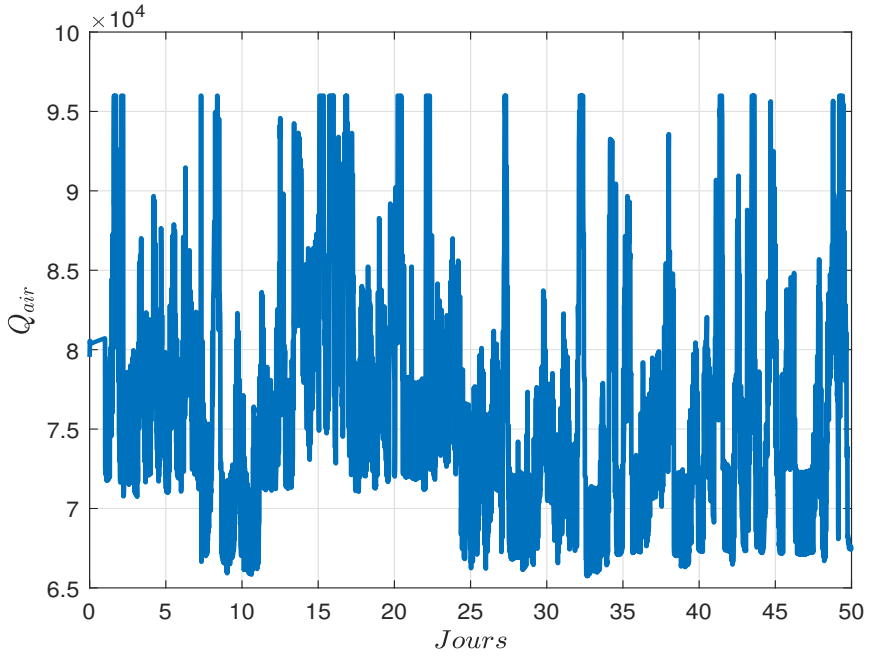


FIGURE 5.18 – Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 100 % FB

l'évolution de $Q_{air,FB}$ dans cette configuration. Nous constatons que la commande FB atteint bien l'objectif de stabilisation. L'optimisation du débit d'air total permet de passer de $Q_{air_{moy}}$ de $8.01 \times 10^4\ Nm^3/j$ pour les réglages actuels à $7.73 \times 10^4\ Nm^3/j$ pour 100 % FB.

5.4.5.2 Configuration 80 % FB – 20 % FF

Dans cette configuration, la quantité du débit d'air généré est principalement assuré par la commande FB (80 %) et la commande FF contribue de manière complémentaire (20 %). L'objectif est d'analyser l'effet de cette répartition sur la consommation d'air et sur la qualité de traitement, en comparaison à la configuration 100 % FB.

Le paramètre K_b de la commande FF est choisi inférieur à 3000. Le paramètre K_a est ensuite ajusté de façon à assurer une contribution correspondant à environ 20 % au débit d'air total. Dans ce cadre, nous retenons les valeurs $K_a = 22$ et $K_b = 600$.

Les résultats d'optimisation sont présentés dans le tableau 5.5. Le débit d'air total Q_{air} est compris entre 5.58 10^4 et 9.6 $10^4\ Nm^3/j$ (cf. Figure 5.19), avec une valeur moyenne de 7.43 $10^4\ Nm^3/j$. Comparativement à la configuration 100 % FB, cette répartition permet une réduction de la consommation d'air.

En ce qui concerne la qualité de traitement, la concentration moyenne C_{out} est de $4.23\ mgN/L$ (cf. Tableau 5.5). La figure 5.17 montre que le taux d'abattement de C_{in} pour la configuration 80 % FB – 20 % FF reste globalement compris entre 80 % et 95 %, avec une moyenne supérieure à 80 %.

La comparaison entre les configurations 100 % FB et 80 % FB – 20 % FF montre que la réduction de la part de la commande FB s'accompagne d'une diminution de la consommation d'air. Malgré cette baisse, la performance de traitement reste similaire dans les deux cas. De plus, la baisse de performance observée entre les jours 35 et 50 dans la configuration 100 % FB est atténuée lorsque la commande FF est introduite, ce qui traduit une meilleure robustesse face aux charges élevées.

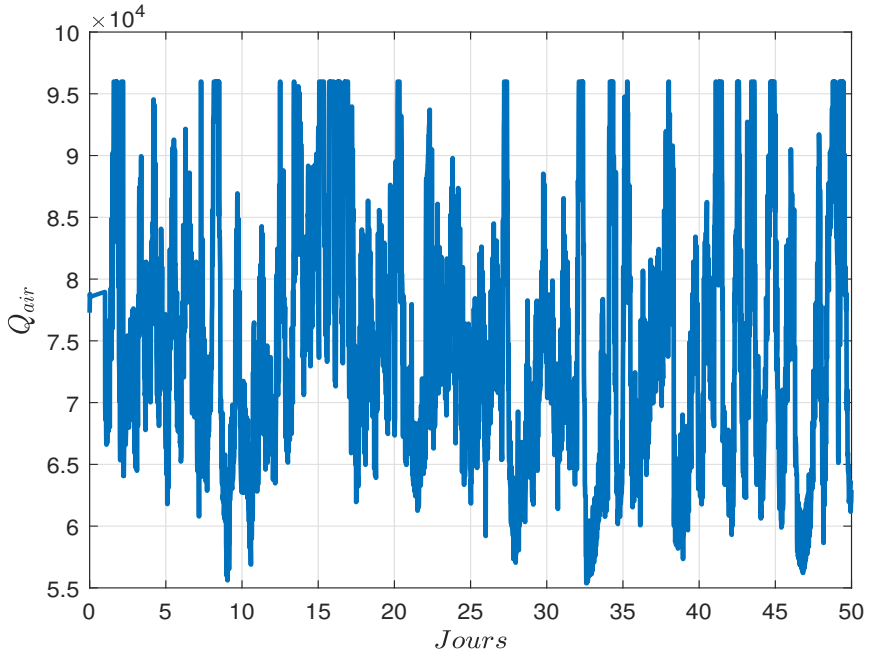


FIGURE 5.19 – Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 80 % FB

Enfin, les figures 5.23b et 5.24a montrent l'évolution des contributions respectives des commandes FB et FF. Nous observons que le signal issu de la commande FB reste globalement stable autour de sa valeur moyenne de 3.25 $10^4 Nm^3/h$, tandis que la commande FF apporte une contribution complémentaire limitée avec une valeur moyenne de de 8.16 10^3 Nm^3/h, soit environ 20 % du débit total.

5.4.5.3 Configuration 65 % FB – 35 % FF

Comme pour les configurations précédentes, un essai a été réalisé en fixant la contribution de la commande FB à 65 % et celle de la commande FF à 35 %.

Le choix des paramètres $K_a = 36.67$ et $K_b = 1000$ permet de dimensionner la commande FF de manière à ce qu'elle représente environ 35 % du débit d'air injecté.

Les résultats globaux, présentés dans le tableau 5.5 et les figures 5.17 et 5.20, confirment une tendance similaire à celle observée avec la configuration 80 % FB – 20 % FF : une diminution de la consommation moyenne d'air tout en maintenant un niveau d'abattement satisfaisant.

Les figures 5.23c et 5.24b montrent la répartition effective des contributions des deux commandes. Comme attendu, la part de la commande FF augmente par rapport au cas précédent avec une valeur moyenne de 1.36 10^4 Nm^3/h, apportant environ 35 % du débit total, tandis que la commande FB assure encore la majorité de la régulation avec une moyenne de 2.67 10^4 Nm^3/h.

5.4.5.4 Configuration 50 % FB – 50 % FF

Un quatrième essai a été mené en répartissant de manière équilibrée l'effort de régulation entre la commande FB et la commande FF, chacune contribuant à hauteur de 50 %. Pour garantir cette contribution, nous choisissons $K_a = 55$ et $K_b = 1500$.

Les résultats d'optimisation, présentés dans le tableau 5.5 et les figures 5.17 et 5.21, montrent une légère réduction supplémentaire de la consommation d'air par rapport aux configurations 80 % FB – 20 % FF et 65 % FB – 35 % FF.

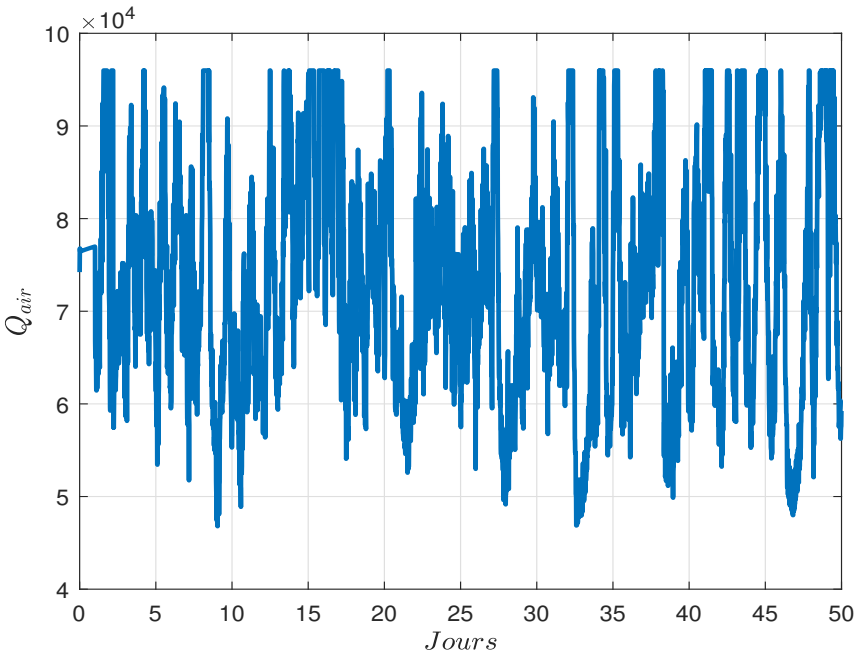


FIGURE 5.20 – Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 65 % FB

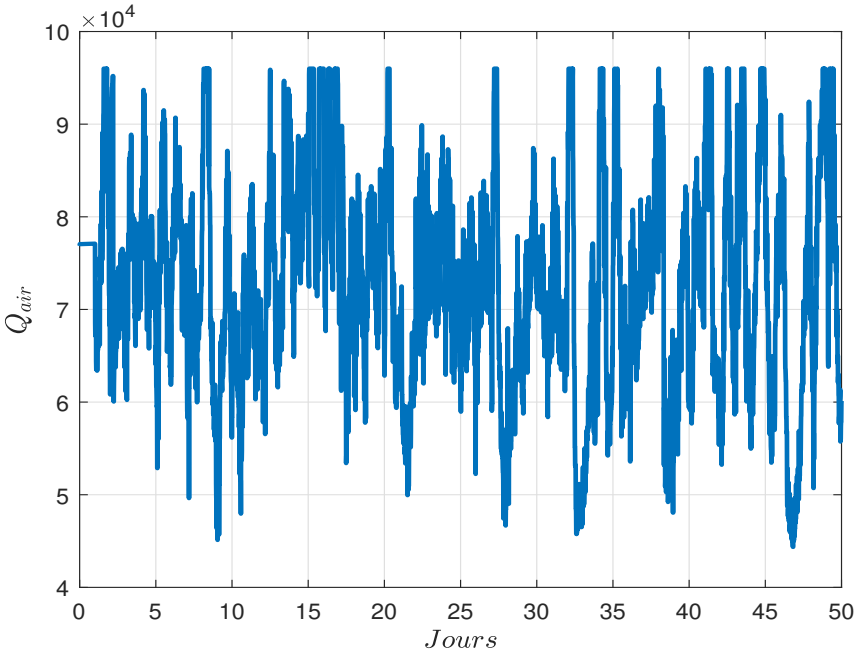


FIGURE 5.21 – Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 50 % FB

Du point de vue qualitatif, la concentration moyenne en sortie reste proche de celle des cas précédents, à 4.3 mgN/L. la figure 5.17 montre que le rendement épuratoire reste stable avec une régularité proche de celle obtenue dans la configuration 65/35. La performance globale est donc maintenue malgré une réduction du débit moyen d'air injecté.

les figures 5.23d et 5.24c montrent la répartition effective entre les deux commandes : la commande FB fournit en moyenne 1.96 10^4 Nm^3/h et la commande FF contribue avec une moyenne de 2.04×10^4 Nm^3/h.

Cette configuration équilibrée confirme que le renforcement de la commande FF ne dégrade pas la performance épuratoire.

L'analyse du taux d'abattement pour chacune des configurations révèle que la courbe est très proche de celle obtenue avec la configuration 65/35. Toutes les deux présentent une meilleure robustesse que le cas 100 % FB, en particulier sur l'intervalle des jours 35 à 50.

En conclusion, la configuration 50 % FB – 50 % FF confirme l'intérêt d'un partage équilibré entre correction et anticipation, mais elle n'offre pas d'avantage notable par rapport à la configuration 65/35, avec seulement une légère amélioration de l'aération (+0.37 %).

5.4.5.5 Configuration 10 % FB – 90 % FF (configuration SIAAP)

La dernière configuration étudiée correspond à la répartition actuellement appliquée sur la station Seine Aval, dans laquelle la commande FF assure la majeure partie de l'effort de régulation (90 %), alors que la commande FB n'intervient qu'à 10 %. Cette approche repose donc sur une anticipation forte, la commande FB ne jouant qu'un rôle de correction ponctuelle.

Les paramètres de la commande FF utilisés sont les paramètres optimisés dans la section 5.3.4.3. Les résultats d'optimisation, présentés dans le tableau 5.5 et les figures 5.17 et 5.22, montrent que cette configuration permet d'atteindre la consommation d'air la plus faible parmi toutes les configurations étudiées, avec un débit moyen de 7.11 10^4 Nm^3/j. La concentration en sortie reste maîtrisée, à 4.2 mgN/L, traduisant un taux d'abattement globalement supérieur à 80 %. La figure 5.17 confirme que le taux d'abattement reste stable et comparable à celui des configurations équilibrées (65 % FB – 35 % FF et 50 % FB – 50 % FF).

les figures 5.23e et 5.24d présentent les contributions respectives de la commande FB et de la commande FF dans la configuration 10 % FB – 90 % FF. Comme attendu, la commande FF génère la majeure partie du débit d'air, avec une moyenne de 3.45×10^4 Nm^3/h, alors que la commande FB se limite à une valeur moyenne de 0.52×10^4 Nm^3/h.

Les résultats montrent que : plus la part de la commande FF augmente, plus la consommation moyenne d'air diminue. Du point de vue qualitatif, toutes les configurations assurent un rendement d'abattement globalement supérieur à 80 %, avec des valeurs proches entre 65/35, 50/50 et 10/90.

5.4.6 Conclusion

La comparaison de l'ensemble des configurations (100 % FB, 80/20, 65/35, 50/50 et 10/90) nous permet d'observer une tendance claire : plus la part de la commande anticipative (FF) augmente, plus la consommation d'air diminue, tout en gardant un rendement d'abattement globalement supérieur à 80 %. La configuration 100 % FB reste la plus coûteuse en air et la plus sensible aux variations, tandis que les répartitions intermédiaires (80/20, 65/35 et 50/50) assurent un compromis intéressant entre stabilité et performance. Enfin, la configuration 10/90, qui correspond aux réglages actuels sur Seine Aval, ressort comme une solution opérationnelle efficace, avec une réduction de consommation d'aération d'environ 11.23 % sans perte notable de qualité. Ces résultats montrent l'intérêt de privilégier une commande largement anticipative.

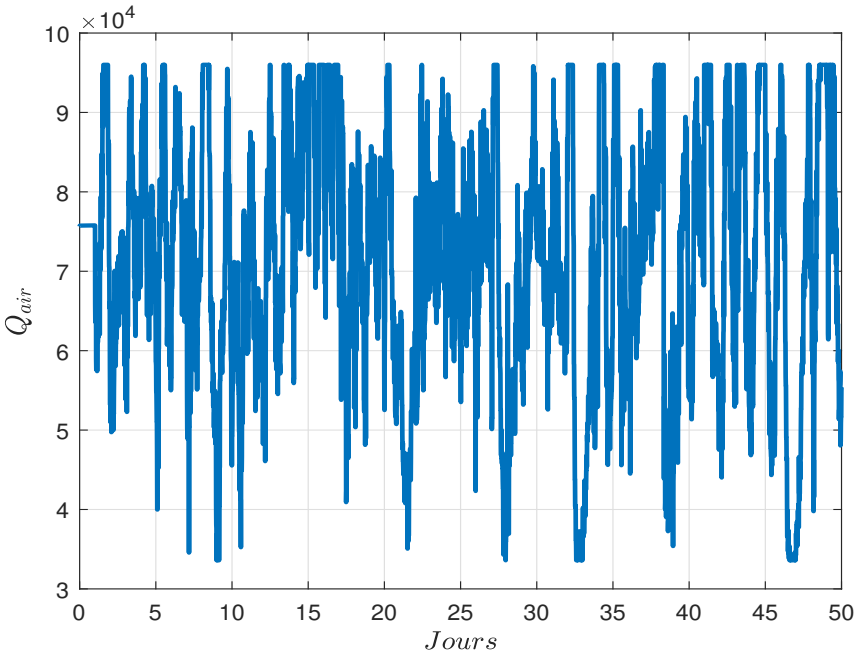


FIGURE 5.22 – Évolution du débit d'air total Q_{air} dans la configuration 10 % FB

5.5 Perspectives sur une nouvelle loi de commande

5.5.1 Synthèse d'un contrôleur RST

Dans cette section, nous nous appuyons sur la structure de la loi de commande existante (cf. Équations (5.2) et (5.1)) afin de la reformuler sous la forme d'un contrôleur RST, comme présenté sur la figure 5.25. L'objectif est de montrer que le régulateur SimBio peut être interprété comme un cas particulier d'une structure RST, ce qui ouvre la possibilité de le généraliser et de l'adapter selon les performances désirées.

La loi de commande RST est présentée par l'équation suivante [ÅSTRÖM et al. 2011 ; LANDAU et al. 2006] :

$$R(q)u(k) = T(q)r(k) - S(q)y(k) \tag{5.18}$$

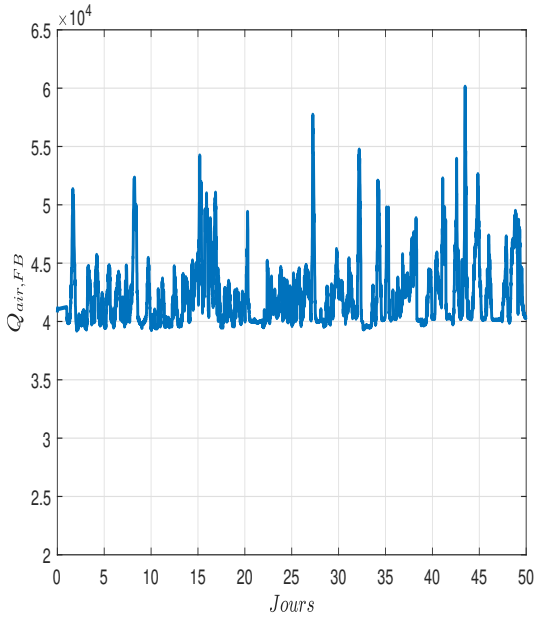
où $u(k)$ désigne la commande, $r(k)$ la consigne et $y(k)$ la sortie.

Dans notre cas, les signaux sont définis par :

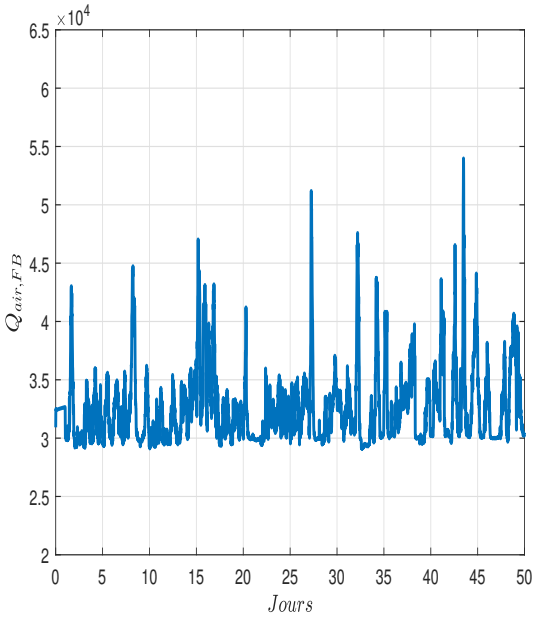
$$\begin{aligned} r &= Q_{water}\ \hat{C}_{ref} \\ y &= Q_{water}\ \hat{C}_{out} \\ u &= Q_{air} \end{aligned} \tag{5.19}$$

sachant que :

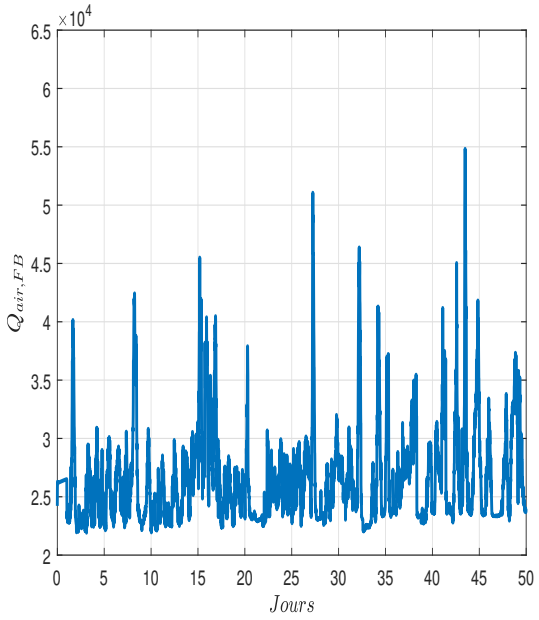
$$\begin{aligned} \hat{C}_{ref} &= C_{in} - C_{ref} \\ \hat{C}_{out} &= C_{in} - C_{out} \end{aligned} \tag{5.20}$$



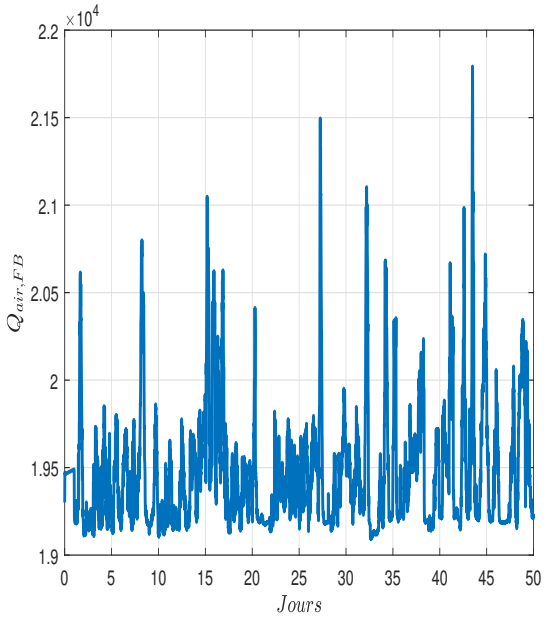
(a) Configuration 100 % FB



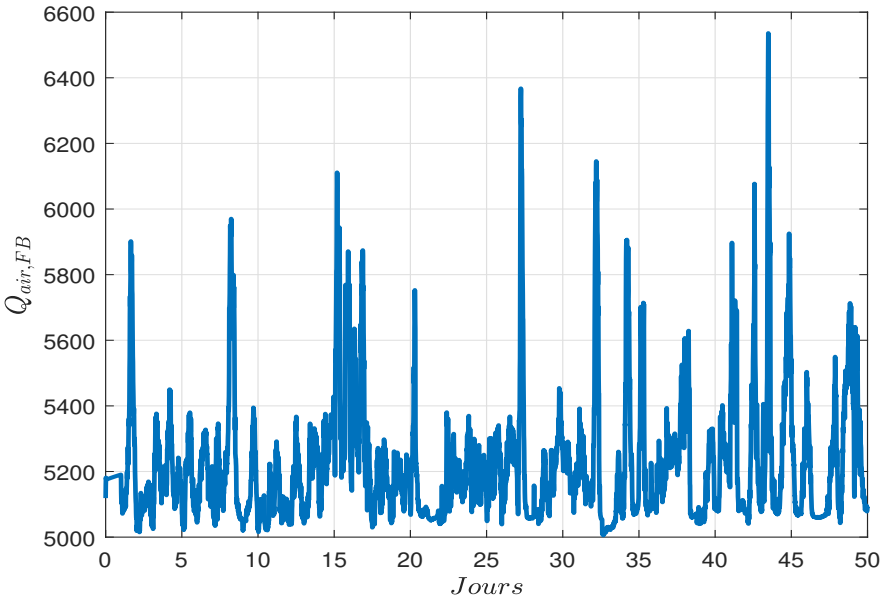
(b) Configuration 80 % FB - 20 % FF



(c) Configuration 65 % FB - 35 % FF

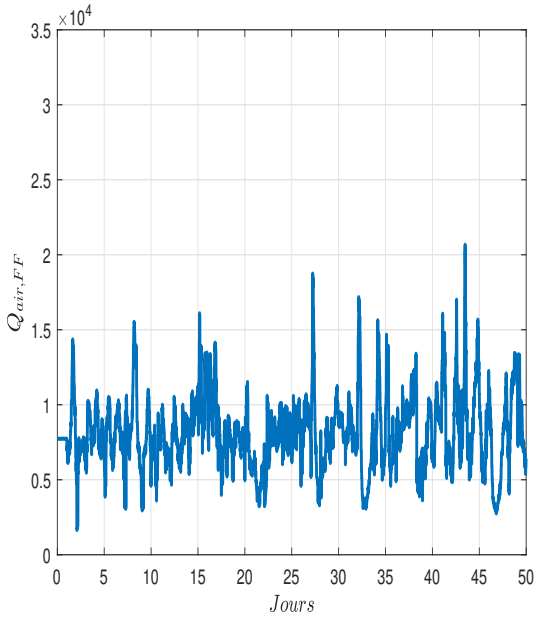


(d) Configuration 50 % FB - 50 % FF

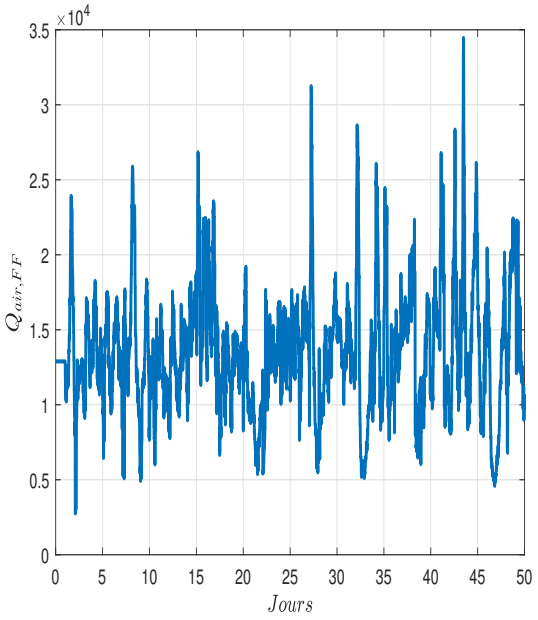


(e) Configuration 10 % FB - 90 % FF

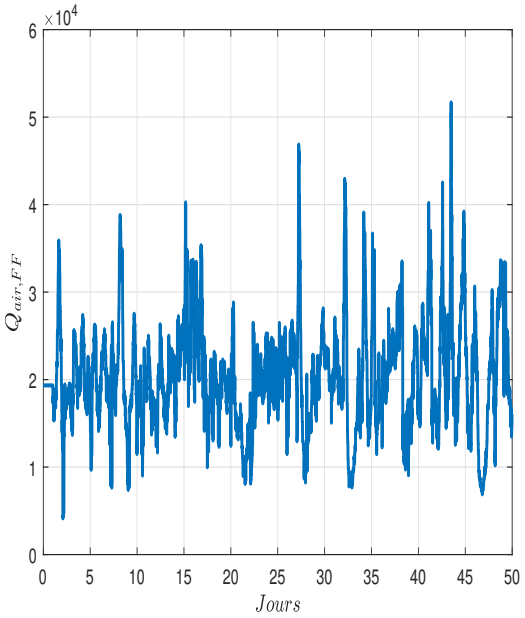
FIGURE 5.23 – Évolution du débit d'air généré par la commande FB pour les différentes configurations FF-FB



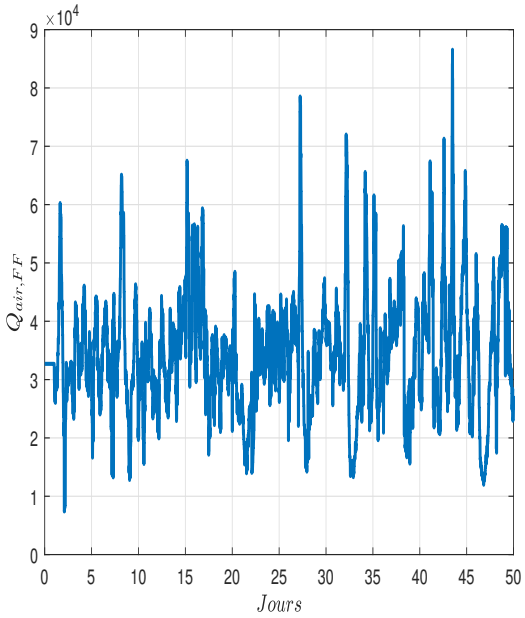
(a) Configuration 80 % FB - 20 % FF



(b) Configuration 65 % FB - 35 % FF



(c) Configuration 50 % FB - 50 % FF



(d) Configuration 10 % FB - 90 % FF

FIGURE 5.24 – Évolution du débit d'air généré par la commande FF pour les différentes configurations FF-FB

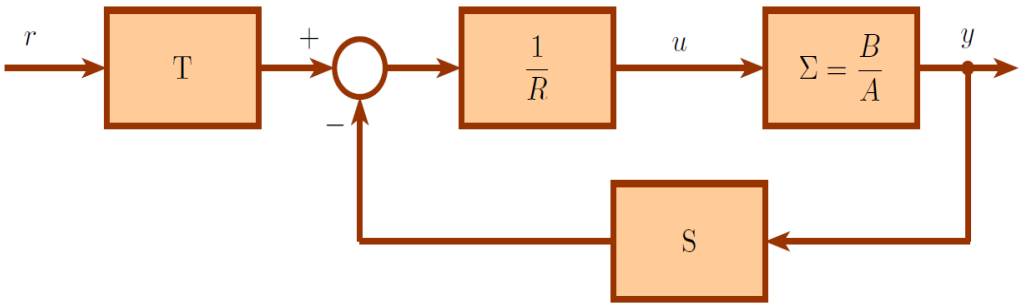


FIGURE 5.25 – Contrôleur RST

5.5.1.1 Passage de la loi FF/FB vers RST

Afin de déterminer les polynômes R, S et T, nous reprenons les équations issues des commandes FF et FB.

Pour la commande FF, le débit d'air injecté s'écrit comme suit :

$$Q_{air,FF} = K_a Q_{water}(C_{in} - C_{ref})a + K_b = K_a a\ r + K_b \tag{5.21}$$

Pour la commande FB, l'évolution de la variable intermédiaire S est donnée par la relation :

$$S_t = \lambda S_{t-1} + \frac{(1-\lambda)}{K} Q_{air,FB|t-1} \tag{5.22}$$

La commande calculée avant saturation peut être exprimée par :

$$Y = K\left(\frac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}}\, Q_{water}(C_{out} - C_{ref})a + S\right) \tag{5.23}$$

En supprimant le bloc de saturation, nous considérons que :

$$\begin{aligned} Q_{air,FB}\big|_t &= Y \\ &= K\left(\frac{\mathrm{IMC}_{bo}}{\mathrm{IMC}_{bc}}\,(r-y)\,a + S\right) \end{aligned} \tag{5.24}$$

En appliquant la transformée en Z sur (5.22), nous obtenons :

$$S(z) = \frac{(1-\lambda)z^{-1}}{K(1-\lambda z^{-1})} Q_{air,FB}(z) \tag{5.25}$$

En remplaçant $S(z)$ dans la transformée en Z de (5.24), nous obtenons l'expression suivante pour la commande FB :

$$Q_{air,FB}(z) = K\frac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}}\,\frac{1-\lambda z^{-1}}{1-z^{-1}} a\ (r-y) \tag{5.26}$$

La loi de commande totale est alors donnée par la somme des contributions FF et FB :

$$U(z) = Q_{air,FF}(z) + Q_{air,FB}(z) \tag{5.27}$$

soit, sous forme développée :

$$U(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}\Big[(K_a a(1-z^{-1}) + K\tfrac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}} a(1-\lambda z^{-1}))r - K\tfrac{IMC_{bo}}{IMC_{bc}} a(1-\lambda z^{-1})y\Big] + K_b \tag{5.28}$$

Cette relation peut être réécrite sous la forme générale d'un correcteur RST :

$$U(z) = \frac{1}{R(z)}\big[T(z)\,r - S(z)\,y\big] + K_b \tag{5.29}$$

avec les polynômes définis par :

$$\begin{aligned} R(z) &= 1 - z^{-1}, \\ S(z) &= K_{FB}\,(1-\lambda z^{-1}), \\ T(z) &= K_{FF} + K_{FB} - (K_{FF} + K_{FB}\lambda)\,z^{-1} \end{aligned} \tag{5.30}$$

et les coefficients associés :

$$a = \frac{1}{1000}, \qquad K = \frac{1}{K_{mod}} \tag{5.31}$$

5.5.1.2 Discussion et perspectives

La formulation (5.29) montre que la loi de commande SimBio peut être réécrite comme un correcteur RST. À partir de là, deux pistes peuvent être investiguées :

- Une reproduction fidèle qui reprend les équations FF/FB telles qu'elles sont, afin de garantir l'équivalence exacte avec la commande SimBio. Cette solution présente l'avantage de ne pas nécessiter de modification du programme automate.
- Une généralisation qui utilise la structure RST pour définir librement les degrés et coefficients des polynômes R, S et T en fonction des spécifications en boucle fermée (stabilité, rapidité, rejet des perturbations, précision en régime permanent).

Dans cette perspective, la loi de commande SimBio peut constituer un point de départ permettant d'identifier les polynômes initiaux et le contrôleur RST généralisé peut offrir une flexibilité supplémentaire pour concevoir une commande plus robuste et mieux adaptée aux objectifs de performance.

5.5.2 Synthèse d'un contrôleur du type Takagi-Sugeno

Comme vu précédemment, le procédé de nitrification présente un comportement fortement non linéaire et variable dans le temps. Les approches de commande linéaire classiques, basées sur une linéarisation autour d'un point de fonctionnement, sont souvent insuffisantes lorsque nous cherchons à couvrir une large plage de conditions opératoires. L'utilisation des approches multi-modèles est donc envisageable.

Dans ce contexte, il est possible d'utiliser un modèle flou de type Takagi–Sugeno (TS) continu introduit par Takagi et Sugeno (1985) [Takagi et al. 1985]. Le principe consiste à utiliser des règles floues de type "si–alors" comme suit [Tanaka et al. 2001] :

$$\text{Si } z_1(t) \text{ est } M_{i1} \text{ et } \ldots \text{ et } z_p(t) \text{ est } M_{ip}, \text{ alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \tag{5.32}$$

où chaque règle floue $i = 1, 2, \ldots, r$ est définie par des prémisses basées sur les variables $z_j(t)$ et par un modèle linéaire local. Plus précisément :

- M_{ij} est l'ensemble flou associé à la j-ème variable de prémisse dans la règle i,
- r est le nombre total de règles du modèle TS,
- $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état,
- $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée,
- $y(t) \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de sortie,
- $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$ et $D_i \in \mathbb{R}^{q \times m}$ définissent la dynamique locale de la règle i,
- les variables de prémisse $z_1(t), \ldots, z_p(t)$ sont connues et peuvent dépendre des états, des perturbations externes et/ou du temps [Tanaka et al. 2001].

Le modèle continu global est obtenu à partir des r règles floues locales et s'écrit comme une combinaison convexe pondérée [Tanaka et al. 2001 ; Ying 2000] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \big(A_i x(t) + B_i u(t) \big) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) \big(C_i x(t) + D_i u(t) \big) \end{cases} \tag{5.33}$$

où :

$$z(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) & z_2(t) & \cdots & z_p(t) \end{bmatrix} \tag{5.34}$$

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r} w_i(z(t))} \tag{5.35}$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t)) \tag{5.36}$$

Le terme $M_{ij}(z_j(t))$ désigne le degré d'appartenance de $z_j(t)$ à l'ensemble flou M_{ij} [Tanaka et al. 2001]. Nous avons :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)) > 0 \\ w_i(z(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, r \end{cases} \tag{5.37}$$

et

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1 \\ h_i(z(t)) \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, r \end{cases} \tag{5.38}$$

Dans le cadre de ce travail, cette approche est particulièrement adaptée au procédé de nitrification étudié. Les conditions opératoires de la station (débit d'eau et charge en ammonium en entrée) varient dans des plages très larges, et il est donc nécessaire de disposer d'une représentation capable d'intégrer cette variabilité. Le passage par une représentation de type TS constitue une étape clé avant la conception d'une loi de commande robuste et économe en énergie.

5.5.2.1 Réécriture du modèle sous représentation Takagi-Sugeno

Dans un premier temps, nous considérons le modèle entrée-sortie reliant le débit d'air injecté $Q_{air}(s)$ à la concentration en ammonium en sortie $C_{out}(s)$, déjà présenté dans (4.28) :

$$C_{out}(s) = \frac{b_0 + b_1 s}{a_0 + s} Q_{air}(s) e^{-Ts} \tag{5.39}$$

En posant $U(s) = Q_{air}(s)e^{-Ts}$, l'équation (5.39) devient :

$$C_{out}(s) = \frac{b_0 + b_1 s}{a_0 + s} U(s). \tag{5.40}$$

Dans le domaine temporel, nous obtenons alors l'équation différentielle :

$$\frac{dC_{out}(t)}{dt} + a_0 C_{out}(t) = b_0 u(t) + b_1 \frac{du(t)}{dt} \tag{5.41}$$

avec $u(t) = Q_{air}(t-1)$. En introduisant la variable d'état $x(t) = C_{out}(t)$, il est possible de réécrire (5.41) comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -a_0 \ x(t) + u(t) \\ y(t) = (b_0 - b_1 a_0) \ x(t) + b_1 u(t) \end{cases} \tag{5.42}$$

Les paramètres a_0, b_0 et b_1 sont variables en fonction de Q_{water}, C_{in} et Q_{air}. Le fait d'avoir ces paramètres dépendant de l'entrée Q_{air} rend le processus de défuzzification [1] complexe [Tanaka

1. La défuzzification constitue l'étape finale d'un système de logique floue et vise à convertir une sortie exprimée sous forme d'ensembles flous en une valeur numérique unique exploitable par le système de commande [Ross 2010].

et al. 2001]. Donc il est nécessaire de ré-identifier ces paramètres pour qu'ils ne dépendent plus que du débit d'eau Q_{water} et de la concentration en entrée C_{in}.

Un travail d'identification a été mené et les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 5.6 et la figure 5.26. À partir des paramètres du tableau 5.6, le modèle fournit la sortie $\hat{C}_{out_2}$ avec un pourcentage de FIT de 57.48 % par rapport aux données d'identification (correspondant aux 25 premiers jours de mesures de C_{out}). Ce résultat est mis en comparaison avec la sortie $\hat{C}_{out_1}$, obtenue à l'aide du modèle présenté dans la section 4.4.2.1.

TABLE 5.6 – Paramètres identifiés dépendant de Q_{water} et C_{in}

a_0			b_0			b_1		
a_0^0	a_0^1	a_0^2	b_0^0	b_0^1	b_0^2	b_1^0	b_1^1	b_1^2
109.46	7.33e-04	-2.05	-1.9e-03	5.52e-08	7.76e-05	2.06e-04	-4.72e-09	-4.72e-06

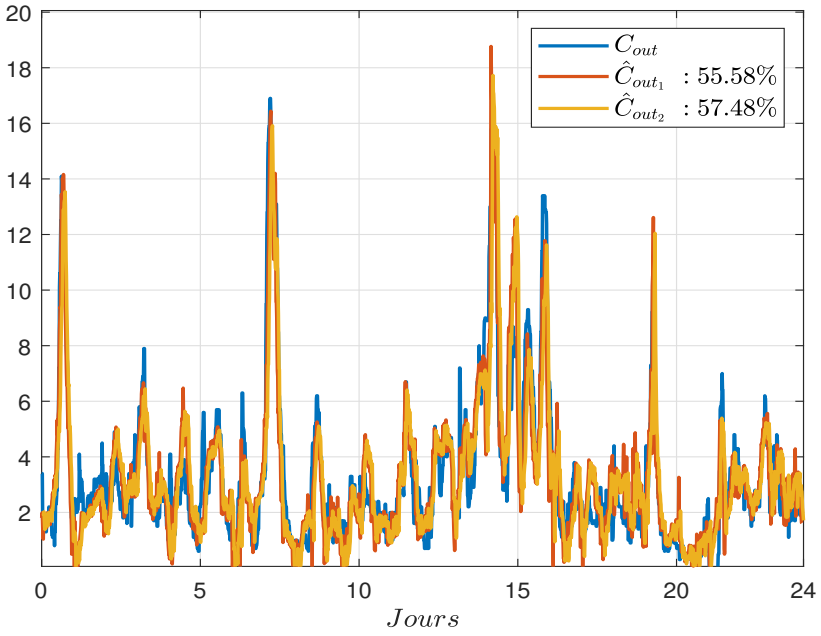


FIGURE 5.26 – Résultats d'identification du modèle : comparaison des deux configurations retenues

Ces paramètres identifiés permettront ensuite de construire un modèle global de type TS obtenu par un mélange convexe de plusieurs modèles linéaires locaux.

Nous nous basons sur la représentation d'état de notre modèle (5.42) et nous définissons les variables de prémisse $z_j(t)$ comme étant les grandeurs opératoires qui influencent directement la dynamique du procédé. Dans notre cas, il s'agit du débit d'eau $Q_{water}(t)$ et de la concentration en ammonium en entrée $C_{in}(t)$. Ainsi, les paramètres a_0, b_0 et b_1 sont exprimés comme des fonctions affines des variables de prémisse :

$$\begin{aligned} a_0 &= a_0(z_1(t), z_2(t)) = a_0^0 + a_0^1\ z_1(t) + a_0^2\ z_2(t) \\ b_0 &= b_0(z_1(t), z_2(t)) = b_0^0 + b_0^1\ z_1(t) + b_0^2\ z_2(t) \\ b_1 &= b_1(z_1(t), z_2(t)) = b_1^0 + b_1^1\ z_1(t) + b_1^2\ z_2(t) \end{aligned} \tag{5.43}$$

où les paramètres $a_0^0, \cdots, b_1^2$ sont les paramètres présentés dans le tableau 5.6.

Le modèle identifié peut alors être reformulé sous une structure Takagi-Sugeno continue, composée de $r = 4$ règles de la forme :

$$\text{Si } z_1(t) \text{ est } M_{i1} \text{ et } z_2(t) \text{ est } M_{i2}, \quad \text{alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + u(t) \\ y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) \end{cases} \quad \text{avec } i = 1, 2, 3, 4 \tag{5.44}$$

où $z_1(t) = Q_{water}(t)$ et $z_2(t) = C_{in}(t)$, tandis que les matrices locales (A_i, C_i, D_i) sont définies à partir des coefficients identifiés (a_0, b_0, b_1).

Le modèle global de type TS est obtenu par combinaison convexe des sous-modèles locaux de type :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(z(t)) \big(A_i x(t) + u(t)\big) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{4} h_i(z(t)) \big(C_i x(t) + D_i u(t)\big) \end{cases} \tag{5.45}$$

avec $z(t) = \{Q_{water}(t),\ C_{in}(t)\}$ et $h_i(z(t))$ les fonctions de pondération associées aux règles locales, telles que définies en (5.35) et (5.38).

Cette reformulation en représentation TS permet d'intégrer explicitement les variations des conditions opératoires dans la dynamique du modèle, ouvrant ainsi la voie à la synthèse d'une loi de commande robuste et adaptée aux fluctuations du procédé de nitrification.

5.5.2.2 Discussions et perspectives

Ce travail permet de réécrire le modèle estimé pour le procédé de nitrification en une structure de type Takagi-Sugeno. Cette étape est essentielle pour intégrer le procédé dans un cadre de commande avancée.

Le problème posé est en effet un problème de poursuite de référence (*Tracking*) : l'objectif est de garantir que la concentration en sortie $C_{out}(t)$ suive une trajectoire de référence conforme aux contraintes réglementaires, tout en minimisant le débit d'air injecté.

Les perspectives de ce travail consistent à utiliser la représentation TS obtenue pour la synthèse d'une loi de commande robuste. Différentes approches sont envisageables, telles que les méthodes basées sur les inégalités matricielles linéaires (LMI) [Cao et al. 2000 ; Guerra et al. 2006 ; Tanaka et al. 2001], ou encore des stratégies de commande prédictive (TS-MPC) [Bemporad et al. 1999 ; Maestre et al. 2011]. L'application de ces méthodes permettra de valider l'intérêt de la reformulation TS dans le cadre d'un contrôle en temps réel du procédé de nitrification et d'évaluer les gains potentiels en termes de performance et d'économie d'énergie.

5.5.3 Synthèse d'une commande prédictive généralisée (GPC)

La Commande Prédictive Généralisée (GPC) appartient à la famille des stratégies de Model Predictive Control (MPC). Elle repose sur l'utilisation d'un modèle dynamique du procédé pour prédire son évolution future et calculer, à chaque instant d'échantillonnage, la séquence de commande minimisant un critère de performance défini sur un horizon de prédiction fini [Camacho et al. 2007].

Considérons un modèle formulé sous la forme d'un modèle CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average) :

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta(q^{-1})}\zeta(t) \tag{5.46}$$

où $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ et $C(q^{-1})$ représentent respectivement les polynômes du système, q^{-1} l'opérateur de retard, et $\zeta(t)$ un bruit blanc gaussien.

Le but du contrôleur est de déterminer, à chaque échantillon t, la séquence optimale de commandes $\Delta U = [\Delta u(t), \ldots, \Delta u(t + N_u - 1)]^T$ qui minimise le critère de coût suivant :

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \big(\hat{y}(t + j|t) - y_{ref}(t + j)\big)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} (\Delta u(t + j - 1))^2 \tag{5.47}$$

où N_1 le premier instant de l'horizon de prédiction, N_2 désigne l'horizon de prédiction, N_u l'horizon de commande et λ un facteur de pondération.

La minimisation du critère (5.47) conduit à une loi de commande analytique [Clarke et al. 1987] :

$$U^*(t) = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (Y_{ref}(t) - \hat{Y}_p(t)) \tag{5.48}$$

où G est la matrice dynamique du système, $Y_{ref}(t) = [y_{ref}(t + 1|t) \cdots y_{ref}(t + N|t)]^T$ le vecteur de consigne et $\hat{Y}_p(t) = [\hat{y}(t + 1|t) \cdots \hat{y}(t + N|t)]^T$ la prédiction libre du modèle. Seule la première composante $\Delta u(t)$ de la séquence optimale est appliquée au procédé, selon le principe d'horizon glissant.

Dans le cadre des travaux menés au LIAS, un stage de master réalisé par Yasmine SiAHMED [Siahmed 2025] a permis d'étudier la mise en œuvre d'une stratégie de commande prédictive généralisée (GPC) appliquée au procédé de nitrification modélisé par le simulateur SimBio.

5.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de concrétiser l'objectif final de la thèse : l'optimisation de la loi de commande de l'aération des biofiltres. L'optimisation des commandes FF et FB montrent leur rôle complémentaire : la première apporte la majeure partie de l'air nécessaire, alors que la seconde affine la régulation et corrige l'écart entre la concentration sortante et la consigne. L'étude des différentes répartitions entre ces deux commandes a indiqué que des compromis existent et qu'ils permettent d'obtenir à la fois de bonnes performances épuratoires et une réduction mesurable de la consommation d'air.

Toutefois, la loi de commande actuelle est fondée sur le flux azoté ($Q_{water} \times (C_{in} - C_{ref})$ en *FeedForward* et $Q_{water} \times (C_{out} - C_{ref})$ en *FeedBack*) et elle présente un caractère non-linéaire résultant du couplage entre le débit d'eau et la concentration. Cette particularité complique l'analyse et justifie l'exploration de lois de commande ou de structures capables de traiter explicitement la non-linéarité.

Ce chapitre a ouvert la voie à de nouvelles stratégies de commande. L'introduction des régulateurs RST, des approches floues de type Takagi–Sugeno et de la commande prédictive généralisée (GPC) présente des solutions plus robustes, capables de mieux exploiter la structure non linéaire du procédé de nitrification. Ces pistes restent encore à l'état exploratoire, mais elles montrent bien la diversité des solutions possibles et l'importance de continuer à avancer dans cette voie.

Conclusions générales et perspectives

6.1 Conclusions

Cette thèse présente une étude approfondie sur la modélisation, l'estimation et le contrôle des biofiltres nitrifiants en s'appuyant sur le simulateur SimBio développé par le SIAAP. La contribution principale de ce travail réside dans le développement d'une démarche intégrée combinant l'identification de modèles LPV et l'optimisation de l'aération en biofiltation nitrifiante. Plus spécifiquement, ce travail a permis de montrer qu'il est possible de réduire la consommation énergétique liée à l'aération tout en maintenant une performance épuratoire qui respecte le cadre réglementaire du domaine du traitement des eaux usées. L'ensemble des travaux a suivi une démarche progressive, allant de la compréhension des mécanismes du procédé à la mise en œuvre de stratégies de commande, en passant par l'identification des modèles.

Le chapitre 1 a permis de comprendre le cadre global du traitement de l'azote dans les eaux usées, en présentant les enjeux environnementaux et réglementaires et le rôle du procédé de biofiltration. Ce chapitre a aussi introduit le simulateur SimBio, développé par le SIAAP, qui représente le fonctionnement des biofiltres et qui permet d'expérimenter virtuellement différents scénarios d'optimisation, sans risque de perturber le site réel. La compréhension des mécanismes de traitement d'azote ammoniacal par nitrification facilite l'élaboration des démarches méthodologiques permettant d'atteindre l'objectif de la thèse.

Le chapitre 2 présente les bases méthodologiques de ce travail. Ce chapitre a permis d'abord d'étudier le procédé de nitrification et de visualiser l'effet non-linéaire des variables de séquencement, telles que la concentration entrante C_{in}, le débit d'eau Q_{water} et le débit d'air injecté Q_{air}, sur la dynamique du système. Cette visualisation a conduit à l'introduction des modèles LPV particulièrement adaptés pour décrire le comportement non linéaire du procédé de nitrification. Dans ce cadre, l'algorithme de Levenberg–Marquardt est utilisé pour l'estimation paramétrique en appliquant deux approches distinctes : une approche locale et une approche globale.

Le chapitre 3 est consacré à l'estimation paramétrique du modèle LPV par approche locale en s'appuyant sur des modèles linéaires identifiés autour de points de fonctionnement représentatifs du domaine de fonctionnement. Ce chapitre a confirmé que cette approche permettait d'avoir des modèles LPV avec une bonne représentation des dynamiques variables du système. Elle a cependant des limites. Elle exige en effet un temps de calcul important lié au nombre élevé de simulations nécessaires pour identifier correctement les paramètres sur l'ensemble du domaine de fonctionnement. De plus, son application nécessitant des essais spécifiques n'est pas envisageable directement sur les mesures en fonctionnement réel. Ces constats ont conduit à envisager une évolution vers une approche globale.

Dans chapitre 4, nous avons introduit une méthode originale pour l'estimation paramétrique de modèles LPV à temps continu basée sur une approche à erreur de sortie dans un cadre d'une approche globale. Cette approche utilise une bonne initialisation obtenue grâce à la méthode des moments partiels réinitialisés. Cette stratégie a permis une identification cohérente et globale des paramètres.

Les résultats obtenus sont prometteurs. Le modèle LPV développé reproduit avec succès la dynamique complexe du procédé de nitrification, ce qui en fait un outil exploitable pour la mise en place des stratégies de régulation.

Le chapitre 5 a permis d'atteindre l'objectif global de la thèse : l'optimisation de l'aération des biofiltres, ce qui permet une réduction de la consommation électrique tout en respectant les conditions environnementales. Les réglages de la loi de commande programmée dans l'automate de la station Seine-Aval ont été améliorés et optimisés. Les nouveaux réglages ont permis de renforcer l'efficacité énergétique sans dégrader la qualité de traitement.

Bien que la stratégie actuelle fondée sur la combinaison *Feedforward–Feedback* (FF+FB) s'est révélée performante, il convient de souligner que la commande implémentée sur l'automate de la station Seine Aval repose sur un formalisme basé sur des flux, c'est-à-dire sur des grandeurs correspondant au produit entre la concentration en ammonium et le débit d'eau traité. L'optimisation d'une telle loi de commande est particulièrement complexe, d'autant plus qu'elle s'applique à un bioprocédé fortement non linéaire soumis à d'importantes variations de charge hydraulique et ammoniacale. Ces constats ont conduit à envisager de nouvelles approches de commande afin de mieux prendre en compte la non-linéarité du procédé et d'améliorer encore la performance énergétique globale.

6.2 Perspectives de recherche

Le travail présenté dans cette thèse ouvre la voie à plusieurs pistes de recherche, à la fois sur le plan de la modélisation LPV et sur celui du contrôle de l'aération.

6.2.1 Perspectives sur la modélisation LPV

Après avoir proposé un modèle LPV capable de reproduire le comportement non linéaire du procédé de nitrification, une étape importante consistera à valider ce modèle à partir de différents jeux de données mesurées couvrant plusieurs périodes de l'année (hivernale et estivale) et différents pas de mesure. Une telle validation renforcera la robustesse du modèle et permettra, à terme, d'envisager son utilisation en remplacement du simulateur SimBio. Cette substitution présente un intérêt opérationnel majeur puisqu'elle permettrait de réduire significativement le temps de simulation, ouvrant la voie à des applications plus réactives en environnement industriel.

6.2.2 Perspectives sur la commande de l'aération

Concernant la loi de commande existante (FF/FB), plusieurs axes d'amélioration peuvent être envisagés :

— Redéfinition de la consigne de la commande FB : au lieu d'une consigne variant entre 0.5 et 1.5 mgN/L, il serait possible d'imposer une consigne directement liée à l'objectif réglementaire d'abattement (par exemple 81 %). La commande FB aurait alors pour rôle de corriger les écarts entre la concentration mesurée en sortie (C_{out}) et la consigne $C_{out_{ref}}$ correspondant à l'abattement visé.

— Commande adaptative : explorer le développement d'une commande capable d'ajuster dynamiquement les paramètres du régulateur en fonction des variations de charge et des conditions d'exploitation.

Enfin, une perspective importante consiste à tester d'autres stratégies de commande, susceptibles d'apporter une meilleure robustesse et une efficacité énergétique accrue. Parmi celles-ci, nous pouvons citer l'implémentation de régulateurs RST, le recours à des approches floues de

type Takagi–Sugeno, la synthèse d'une commande prédictive généralisée ou encore l'utilisation de PID à paramètres variables dans un cadre LPV.

Bibliographie

Alberts, B., A. Johnson, J. Lewis, D. Morgan, M. Raff, K. Roberts et P. Walter [2015]. *Molecular Biology of the Cell*. 6e éd. New York : Garland Science. isbn : 9780815344322.

Apkarian, P. et R. J. Adams [1998]. "Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems". In : *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 6.1, p. 21-32. doi : 10.1109/87.654874.

Apkarian, P. et P. Gahinet [1995]. "A convex characterization of gain-scheduled H_∞ controllers". In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 40.5, p. 853-864. doi : 10.1109/9.384219.

Åström, K. J. et B. Wittenmark [2011]. *Computer-Controlled Systems : Theory and Design*. 3rd. Prentice Hall. isbn : 978-0133148992.

Bai, E. W. [2002]. "A blind approach to the Hammerstein–Wiener model identification". In : *Automatica* 38.6, p. 967-979. doi : 10.1016/S0005-1098(01)00292-8.

Baquerizo, G., J. P. Maestre, T. Sakuma, M. A. Deshusses, X. Gamisans, D. Gabriel et J. Lafuente [2005]. "A detailed model of a biofilter for ammonia removal : Model parameters analysis and model validation". In : *Chemical Engineering Journal* 113.2-3, p. 205-214. doi : 10.1016/j.cej.2005.03.003.

Bemporad, A. et M. Morari [1999]. "Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints". In : *Automatica* 35.3, p. 407-427. doi : 10.1016/S0005-1098(98)00178-2.

Bernier, J. [2014]. "Modélisation simultanée de l'enlèvement des nutriments et de l'évolution de la perte de charge en biofiltration des eaux usées". Thèse de doct. Québec, Canada : Université Laval.

Biocarbone® Process Technical Sheets [2006]. Rapp. tech. Documentation technique du procédé Biocarbone®. Paris, France : Veolia Water Solutions & Technologies.

Biostyr® Process Brochure [2006]. Rapp. tech. Veolia Water Solutions & Technologies.

Björck, Å. [1996]. *Numerical Methods for Least Squares Problems*. SIAM. isbn : 978-0898713602.

Bonvillain, C., D. Benyamina, M. Schaegger, A. Pauss, O. Bernard et D. Dochain [1998]. "Modelling of an Extensive Wastewater Treatment Plant (Lagoon), Based on Two-Year Intensive Follow-Up". In : *Proceedings of the Advanced Wastewater Treatment, Recycling and Reuse Conference (AWT98)*, p. 535-541.

Bourrel, S., D. Dochain, J.P. Babary et I. Queinnec [2000]. "Modelling, identification and control of a denitrifying biofilter". In : *Journal of Process Control* 10.1, p. 73-91. issn : 0959-1524. doi : https://doi.org/10.1016/S0959-1524(99)00015-3.

Boutin, C., A. Liénard, D. Esser et M. Germain [1996]. "Filtres biologiques à flux ascendant pour le traitement des eaux usées municipales". In : *Techniques Sciences Méthodes – TSM* 91.3, p. 109-116.

Boutourda, F. Z., R. Ouvrard, T. Poinot, D. Mehdi et F. Mesquine [2024]. "A global approach to estimate continuous-time LPV models for wastewater nitrification". In : *20th IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2024)*. Boston, United States, p. 61-66. doi : 10.1016/j.ifacol.2024.08.505.

Boutourda, F. Z., R. Ouvrard, T. Poinot, D. Mehdi, F. Mesquine, É. De Tredern et V. Jauzein [2025]. "A continuous-time LPV models for a biofiltration process in wastewater nitrification — A global approach methodology for parametric estimation". In : *Journal of Process Control* 146, p. 103356. doi : 10.1016/j.jprocont.2024.103356.

Camacho, E. F. et C. Bordons [2007]. *Model Predictive Control*. 2nd. London : Springer-Verlag. isbn : 978-1-85233-694-3.

Cao, Y.-Y. et P. M. Frank [2000]. "Analysis and synthesis of nonlinear time-delay systems via fuzzy control approach". In : *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 8.2, p. 200-211. doi : 10.1109/91.842153.

Casella, F. et M. Lovera [2008]. "LPV/LFT modelling and identification : overview, synergies and a case study". In : *2008 IEEE International Conference on Computer-Aided Control Systems*, p. 852-857. doi : 10.1109/CACSD.2008.4627358.

Clarke, D. W., C. Mohtadi et P. S. Tuffs [1987]. "Generalized Predictive Control—Part I. The Basic Algorithm". In : *Automatica* 23.2, p. 137-148. doi : 10.1016/0005-1098(87)90087-2.

Council of the European Communities [1991]. *Council Directive 91/271/EEC of 21 May 1991 concerning urban waste water treatment*. Official Journal of the European Communities. OJ L 135, pp. 40–52.

Degremont [2007]. *Water Treatment Handbook*. 7th. Paris : Lavoisier. isbn : 978-2743009700.

Dochain, D. et P. A. Vanrolleghem [2001]. *Dynamical Modelling and Estimation in Wastewater Treatment Processes*. London : IWA Publishing. isbn : 9781780403045.

Drinan, J. E. et F. R. Spellman [2013]. *Water and Wastewater Treatment : A Guide for the Nonengineering Professional*. 2e éd. CRC Press. isbn : 978-1-4398-5401-3.

Ekama, G. A. et M. C. Wentzel [2008a]. "Biological Nitrogen Removal". In : *Biological Wastewater Treatment : Principles, Modelling and Design*. Sous la dir. de M. Henze, M. C. M. van Loosdrecht, G. A. Ekama et D. Brdjanovic. London : IWA Publishing, p. 175-222.

— [2008b]. "Biological Organic Matter Removal". In : *Biological Wastewater Treatment : Principles, Modelling and Design*. Sous la dir. de M. Henze, M. C. M. van Loosdrecht, G. A. Ekama et D. Brdjanovic. London : IWA Publishing, p. 79-132.

European Parliament and the Council [2000]. *Directive 2000/60/EC establishing a framework for Community action in the field of water policy*. Official Journal of the European Communities. OJ L 327, pp. 1–73.

— [2006]. *Directive 2006/7/EC of the European Parliament and of the Council of 15 February 2006 concerning the management of bathing water quality*. Official Journal of the European Union. OJ L 64, pp. 37–51.

Fiat, J. [2019]. "Analyse and modelling of nitrous oxide emissions from full-scale tertiary nitrifying biological aerated filters". Thèse de doctorat. France : Université de Toulouse. url : https://theses.hal.science/tel-03662491/.

Garnier, H. [2015]. "Direct continuous-time approaches to system identification. Overview and benefits for practical applications". In : *European Journal of Control* 24.2, p. 50-62. doi : 10.1016/j.ejcon.2015.04.003.

Gernaey, K. V., M. C. M. van Loosdrecht, M ; Henze, M. Lind et S. B. Jørgensen [2004]. "Activated sludge wastewater treatment plant modelling and simulation : state of the art". In : *Environmental Modelling & Software* 19.9, p. 763-783. doi : https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2003.03.005.

Goodwin, G. C. et K. S. Sin [1984]. *Adaptive Filtering Prediction and Control*. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall. isbn : 978-0130040282.

Grady, C. P. L., G. T. Daigger, N. G. Love et C. D. M. Filipe [2011]. *Biological Wastewater Treatment*. 3e éd. CRC Press. isbn : 9780429124716.

Guerra, T. M., A. Kruszewski, L. Vermeiren et H. Tirmant [2006]. "Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi–Sugeno's form". In : *Fuzzy Sets and Systems* 157.9, p. 1248-1259. doi : 10.1016/j.fss.2005.12.006.

Hagan, M. T. et M. B. Menhaj [1994]. "Training feedforward networks with the Marquardt algorithm". In : *IEEE Transactions on Neural Networks* 5.6, p. 989-993. doi : 10.1109/72.329697.

Henze, M. et Y. Comeau [2008a]. "Wastewater characterization". In : *Biological Wastewater Treatment : Principles, Modelling and Design*. Sous la dir. de M. Henze, M. C. M. van Loosdrecht, G. A. Ekama et D. Brdjanovic. London : IWA Publishing, p. 33-52.

Henze, M., C. P. L. Grady, W. Gujer, G. V. R. Marais et T. Matsuo [1987]. *Activated Sludge Model No. 1.* London : International Association on Water Pollution Research et Control : IAWPRC Scientific et Technical Report No. 1.

Henze, M., W. Gujer, T. Mino et M. C. M. van Loosdrecht [2006]. *Activated Sludge Models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3.* London : IWA Publishing. isbn : 9781780402369. doi : 10.2166/9781780402369.

Henze, M., M. C. M. van Loosdrecht, G.A. Ekama et D. Brdjanovic [sept. 2008b]. *Biological Wastewater Treatment : Principles, Modelling and Design.* IWA Publishing. isbn : 9781780401867.

Hidaka, T. et H. Tsuno [2004]. "Development of a biological filtration model applied for advanced treatment of sewage". In : *Water Research* 38.2, p. 335-346. doi : 10.1016/j.watres.2003.09.024.

Horner, R. M. W., R. J. Jarvis et R. I. Mackie [1986]. "Deep bed filtration : A new look at the basic equations". In : *Water Research* 20.2, p. 215-220. doi : 10.1016/0043-1354(86)90011-4.

Huang, Biao et Ramesh Kadali [2008]. *Dynamic Modeling, Predictive Control and Performance Monitoring : A Data-Driven Subspace Approach.* T. 374. Lecture Notes in Control and Information Sciences. London : Springer. isbn : 978-1-84800-232-6.

Ives, K. J. [1970]. "Rapid filtration". In : *Water Research* 4.3, p. 201-223. doi : 10.1016/0043-1354(70)90068-0.

Kunatsa, T. et X. Xia [2022]. "A review on anaerobic digestion with focus on the role of biomass co-digestion, modelling and optimisation on biogas production and enhancement". In : *Bioresource Technology* 344. doi : 10.1016/j.biortech.2021.126311.

Landau, I. D. et G. Zito [2006]. *Digital Control Systems : Design, Identification and Implementation.* Springer. isbn : 978-1-84628-055-9.

Lee, L. et K. Poolla [1999]. "Identification of linear parameter varying systems using nonlinear programming". In : *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 121.1, p. 71-78. doi : 10.1115/1.2802444.

Levenberg, K. [1944]. "A method for the solution of certain problems in least squares". In : *Quarterly of Applied Mathematics* 2.2, p. 164-168.

Ljung, L. [1999]. *System Identification : Theory for the User.* 2e éd. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall PTR. isbn : 978-0136566953.

Lopez-Vazquez, C. M., M. C. Wentzel, Y. Comeau, G. A. Ekama, M. C. M. van Loosdrecht, D. Brdjanovic et A. Oehmen [2017]. "Enhanced biological phosphorus removal". In : *Biological Wastewater Treatment : Principles, Modelling and Design.* Sous la dir. de M. C. M. van Loosdrecht et D. Brdjanovic. IWA Publishing. Chap. 6. doi : 10.2166/9781789060362_0239.

Lourakis, M. I. A. [2005]. *A brief description of the Levenberg-Marquardt algorithm implemented by levmar.* Rapp. tech. Foundation of Research et Technology.

Luo, Y., W. Guo, H. H. Ngo, L. D. Nghiem, F. I. Hai, J. Zhang, S. Liang et X. C. Wang [2014]. "A review on the occurrence of micropollutants in the aquatic environment and their fate and removal during wastewater treatment". In : *Science of the Total Environment* 473–474, p. 619-641. doi : 10.1016/j.scitotenv.2013.12.065.

MacKay, D. J. C. [1992]. "Bayesian interpolation". In : *Neural Computation* 4.3, p. 415-447. doi : 10.1162/neco.1992.4.3.415.

Maestre, J. M., D. Muñoz de la Peña, E. F. Camacho et T. Alamo [2011]. "Distributed model predictive control based on agent negotiation". In : *Journal of Process Control* 21.5, p. 685-697. doi : 10.1016/j.jprocont.2010.12.006.

Mara, D. D. [2004]. *Domestic Wastewater Treatment in Developing Countries.* Earthscan Publications. isbn : 1-84407-019-0.

Marquardt, D. W. [1963]. "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters". In : *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 11.2, p. 431-441.

MathWorks [2024]. *lsqnonlin : Solve nonlinear least-squares (nonlinear data-fitting)*. Optimization Toolbox, R2024a. The MathWorks, Inc. Natick, Massachusetts, United States. URL : https://www.mathworks.com/help/optim/ug/lsqnonlin.html.

McCarty, P. L. [1964]. "Anaerobic Waste Treatment Fundamentals. Part I : Chemistry and Microbiology". In : *Public Works* 95.9, p. 107-112.

Mendoza-Espinosa, L. et T. Stephenson [1999]. "A review of biological aerated filters (BAFs) for wastewater treatment". In : *Environmental Engineering Science* 16.3, p. 201-216. DOI : 10.1089/ees.1999.16.201.

Metcalf & Eddy, Inc., G. Tchobanoglous, H. D. Stensel, R. Tsuchihashi et F. L. Burton [2014]. *Wastewater Engineering : Treatment and Resource Recovery*. 5e éd. McGraw-Hill Series in Civil and Environmental Engineering. McGraw-Hill Education. ISBN : 9780073401188.

Mohammadpour, J. et C. W. Scherer [2012]. *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*. New York, NY : Springer. ISBN : 978-1-4614-1832-0.

Monod, J. [1949]. "The growth of bacterial cultures". In : *Annual Review of Microbiology* 3, p. 371-394. DOI : 10.1146/annurev.mi.03.100149.002103.

More, J. J. [2006]. "The Levenberg-Marquardt algorithm : Implementation and theory". In : *Numerical Analysis*. Springer, p. 105-116. DOI : 10.1007/BFb0067700.

Mujeriego, R. et T. Asano [1999]. "The Role of Advanced Treatment in Wastewater Reclamation and Reuse". In : *Water Science and Technology* 40.4–5, p. 1-9. DOI : 10.1016/S0273-1223(99)00479-5.

Nocedal, J. et S. J. Wright [2006]. *Numerical Optimization*. Springer Science & Business Media. ISBN : 0-387-30303-0.

Olsson, G. et B. Newell [2005]. *Wastewater Treatment Systems : Modelling, Diagnosis and Control*. IWA Publishing. ISBN : 9781780402864.

Ouvrard, R., T. Poinot et J. C. Trigeassou [2024]. *Partial moments in system identification*. Springer Cham. ISBN : 978-3-031-58155-7.

Ouvrard, R. et J. C. Trigeassou [2011]. "On embedded FIR filter models for identifying continuous-time and discrete-time transfer functions : the RPM approach". In : *International Journal of Control* 84.3, p. 616-632. DOI : 10.1080/00207179.2011.567297.

Packard, A. [1994]. "Gain scheduling via linear fractional transformations". In : *Systems & Control Letters* 22.2, p. 79-92. DOI : 10.1016/0167-6911(94)90102-3.

Parker, W. J. [2005]. "Application of the ADM1 model to advanced anaerobic digestion". In : *Bioresource Technology* 96.16, p. 1832-1842. DOI : 10.1016/j.biortech.2005.01.022.

Perrier, M. et D. Dochain [1993]. "Evaluation of control strategies for anaerobic digestion processes". In : *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 7.4, p. 309-321. DOI : 10.1002/acs.4480070408.

Petrović, M., S. Gonzalez et D. Barceló [2003]. "Analysis and removal of emerging contaminants in wastewater and drinking water". In : *TrAC Trends in Analytical Chemistry* 22.10, p. 685-696. DOI : 10.1016/S0165-9936(03)01105-1.

Pintelon, R. et J. Schoukens [2012]. *System Identification : A Frequency Domain Approach*. 2nd. Wiley-IEEE Press. ISBN : 978-1-118-20565-2.

Pujol, R. et J. P. Canler [1992]. "Biosorption and dynamics of bacterial populations in activated sludge". In : *Water Research* 26.2, p. 209-212. DOI : 10.1016/0043-1354(92)90220-X.

Rich, L. S. [1961]. *Unit Operations of Sanitary Engineering*. New York : Wiley. ISBN : 0471719102.

Rieger, L., R. M. Jones, P. L. Dold et C. B. Bott [2014]. "Ammonia-based feedforward and feedback aeration control in activated sludge processes". In : *Water Environment Research* 86.1, p. 63-73. DOI : 10.2175/106143013x13596524516987.

Rittmann, B. E. et P. L. McCarty [2001]. *Environmental Biotechnology : Principles and Applications*. McGraw-Hill. isbn : 0071181849.

Rocher, V., J. Bernier, S. Guérin et P. Lessard [2014]. "Modélisation du fonctionnement des biofiltres nitrifiants de la station d'épuration Seine Aval : cas des performances épuratoires". In : *TSM - Techniques Sciences Méthodes* 11, p. 85-104.

Rocher, V., C. Paffoni, A. Gonçalves, S. Azimi et M. Gousailles [sept. 2008]. "La biofiltration des eaux résiduaires urbaines : retour d'expérience du SIAAP". In : *Revue Des Sciences De L'Eau* 21, p. 475-485. doi : 10.7202/019169ar.

Ross, T. J. [2010]. *Fuzzy Logic with Engineering Applications*. 3rd. Wiley. isbn : 978-0-470-74376-8.

Rosso, D., L. E. Larson et M. K. Stenstrom [2008]. "Aeration of large-scale municipal wastewater treatment plants : State of the art". In : *Water Science and Technology* 57.7, p. 973-987. doi : 10.2166/wst.2008.218.

Rousselot, O [2011]. "Conséquences des directives DERU et DCE sur les arrêtés réglementaires des stations d'épuration : l'exemple concret du SIAAP". In : *Techniques Sciences Méthodes* 9. doi : 10.1051/tsm/201109039.

Samie, G. [2009]. "Modélisation d'une station par biofiltration". Thèse de doctorat. Québec, Canada : Université Laval.

Shamma, J. S. et M. Athans [1990]. "Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants". In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 35.8, p. 898-907. doi : 10.1109/9.58498.

Shi, S. et W. Tao [2013]. "Numerical modeling of nitrogen removal processes in biofilters with simultaneous nitritation and anammox". In : *Water Science and Technology* 67.3, p. 549-556. doi : 10.2166/wst.2012.594.

SIAAP [2020]. *Seine Aval - Une usine en pleine modernisation*. Consulté le 8 septembre 2025. url : https://www.siaap.fr/equipements/les-usines/seine-aval/.

— [2024]. *Commission Suivi de Site – Usine de Seine Aval, Présentation du 14 juin 2024*. Consulté le 8 septembre 2025. url : https://www.drieat.ile-de-france.developpement-durable.gouv.fr/IMG/pdf/presentation_seine_aval_css_14_06_2024.pdf.

Siahmed, Yasmine [2025]. "Development of a Generalized Predictive Control strategy for the biofiltration proces". Master MARS Internship Report. Mém. de mast. Poitiers, France : University of Orléans / University of Poitiers, LIAS Laboratory.

Söderström, T. et P. Stoica [1983]. *Instrumental variable methods for system identification*. Berlin : Springer-Verlag. isbn : 9783540128144.

— [1989]. *System Identification*. Prentice Hall.

Spengel, S. et D. A. Dzombak [1992]. "Biokinetic modeling and scale-Up considerations for rotating biological contactors". In : *Water Environment Research* 64.3, p. 223-235. doi : 10.2175/WER.64.3.6.

Sperling, M. von [2007]. *Waste Stabilisation Ponds*. T. 3. Biological Wastewater Treatment Series. IWA Publishing. isbn : 9781780402109.

Stensel, H. D., R. C. Brenner, K. M. Lee, H. Melcer et K. Rakness [1988]. "Biological Aerated Filter Evaluation". In : *Journal of Environmental Engineering* 114.3, p. 655-670. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9372(1988)114:3(655).

Stephenson, T., P. Cornel et F. Rogalla [2004]. "Biological Aerated Filters (BAF) in Europe : 21 Years of Full Scale Experience". In : *Proceedings of the Water Environment Federation* 2004.10, p. 473-486. doi : 10.2175/193864704784131554.

Takagi, T. et M. Sugeno [1985]. "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control". In : *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* SMC-15.1, p. 116-132. doi : 10.1109/TSMC.1985.6313399.

Tanaka, K. et H. O. Wang [2001]. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*. Wiley-Interscience Publication. New York : John Wiley & Sons. isbn : 9780471323242.

Tchobanoglous, G., F. L. Burton, H. D. Stensel et Inc. Metcalf & Eddy [2003]. *Wastewater Engineering : Treatment and Reuse*. 4th. McGraw-Hill Series in Civil and Environmental Engineering. New York : McGraw-Hill Education. isbn : 9780071122504.

Tiwari, A., D. M. Oliver, A. Bivins, S. P. Sherchan et T. Pitkänen [2021]. "Bathing Water Quality Monitoring Practices in Europe and the United States". In : *International Journal of Environmental Research and Public Health* 18.11, p. 5513. doi : 10.3390/ijerph18115513.

Tóth, R. [2010]. *Modeling and Identification of Linear Parameter-Varying Systems*. Springer. isbn : 978-3-642-13811-9.

Tóth, R., V. Laurain, M. Gilson et H. Garnier [2012]. "Instrumental variable scheme for closed-loop LPV model identification". In : *Automatica* 48.9, p. 2314-2320. doi : 10.1016/j.automatica.2012.06.037.

Transtrum, M. K. et J. P. Sethna [2012]. "Improvements to the Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least-squares minimization". In : *arXiv preprint arXiv :1201.5885*. doi : 10.48550/arXiv.1201.5885. eprint : 1201.5885.

Trigeassou, J. C. [1987]. "Contribution à l'extension de la méthode des moments en automatique. Application à l'identification des systèmes linéaires". Thèse d'État. France : Université de Poitiers.

Trussell, R. R. et M. M. Chang [1999]. "Review of flow through porous media as applied to head loss in water filters". In : *Journal of Environmental Engineering* 125.11, p. 998-1006. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9372(1999)125:11(998).

Tulleken, H. L. [1993]. "Grey-box modelling and identification using physical knowledge and Bayesian techniques". In : *Automatica* 29.2, p. 285-308. doi : 10.1016/0005-1098(93)90124-C.

Water Environment Federation [2012]. *Design of Municipal Wastewater Treatment Plants*. 5th Edition. McGraw-Hill Education. isbn : 9780071811507.

Ying, H. [2000]. *Fuzzy Control and Modeling : Analytical Foundations and Applications*. New York : Wiley-IEEE Press. isbn : 978-0-7803-3497-7.

Yong, M., P. Yongzhen et W. Shuying [2005]. "Feedforward–feedback control of dissolved oxygen concentration in a predenitrification system". In : *Bioprocess and Biosystems Engineering* 27.4, p. 223-228. doi : 10.1007/s00449-004-0390-0.

Young, P. [1970]. "An instrumental variable for real-time identification of a noisy process". In : *Automatica* 6.2, p. 271-287. doi : 10.1016/0005-1098(70)90098-1.

Zhu, J. [2020]. "Modélisation détaillée du fonctionnement de la future filière complète de biofiltration de la station de traitement des eaux usées Seine Aval". Thèse de doct. Université de Technologie de Compiègne.

Zin, A., O. Sename, P. Gaspar, L. Dugard et J. Bokor [2006]. "An LPV/H Active Suspension Control for Global Chassis Technology : Design and Performance Analysis". In : p. 2945-2950. doi : 10.1109/ACC.2006.1657167.