École doctorale n° 632 : Sciences de l'Ingénierie et des Systèmes

Doctorat de l'Université de Lille

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

IMT Nord Europe

Spécialité doctorale "Mécanique des milieux fluides"

présentée et soutenue publiquement par

Charles Carré

Mise en évidence expérimentale de l'impact des interactions polymère-particules sur les écoulements de Taylor-Couette de suspensions viscoélastiques

Soutenue le 19 décembre 2025 devant le jury d'examen

MME. Micheline Abbas,	Université de Toulouse	Rapporteure
M. Chérif Nouar,	Université de Lorraine	Rapporteur
M. M'hamed Boutaous,	INSA Lyon	Président du jury
M. Rudy Valette,	Mines Paris - PSL	Examinateur
M. S. Amir Bahrani,	IMT Nord Europe	Directeur de thèse
M. Tom Lacassagne,	IMT Nord Europe	Co-encadrant de thèse
M. Daniel Bougeard,	IMT Nord Europe	Invité

CERI Énergie & Environnement

Remerciements

En achevant cette thèse, j'ai pleinement découvert, apprivoisé et apporté ma modeste contribution à la mécanique des fluides complexes. Il m'a fallu être bien entouré et accompagné pour mener cette thèse à son terme. Je tiens à remercier l'Agence Nationale de la Recherche pour le financement du projet FLUIDINE qui m'a permis de mener des travaux expérimentaux dans un cadre agréable, serein et de pouvoir communiquer à l'international sur nos recherches. Je remercie Stéphane, Catalin et Saba pour leurs échanges dans le cadre de ce projet ANR.

Je tiens également à remercier les membres de mon jury de thèse : Mr M'hamed Boutaous et Mr Rudy Valette pour avoir accepté de participer à ce jury et Mr Chérif Nouar et Mme Micheline Abbas pour avoir accepté de rapporter ma thèse ainsi que pour leur lecture attentive de mon manuscrit.

Je remercie Daniel Bougeard pour l'encadrement du projet ANR mais également pour les nombreuses discussions que nous avons mené qui m'ont permis de prendre le recul nécessaire. Bien évidemment, je remercie Amir Bahrani pour son accompagnement de proximité avec une justesse scientifique et une vision rare de la façon de mener la recherche. Ayant énormément appris à ses côtés, notamment la capacité d'adaptation mais surtout la rigueur et la méthode scientifique, travailler avec Amir m'a surtout permis de prioriser les missions au service de la science. Amir n'aurait pas ce rôle sans la contribution quotidienne et la disponibilité sans faille de Tom Lacassagne que je remercie profondément pour sa transmission de la connaissance sur tant d'aspects scientifiques de la thèse mais aussi sur la gestion de la carrière d'un chercheur guidant déjà une génération de doctorants. Merci à Tom et Amir pour leur accompagnement sans jugement et dans la légèreté tout au long de la thèse ainsi que pour le professionnalisme qui les caractérise afin de développer les activités du laboratoire fluides complexes.

Je tiens à remercier l'ensemble du laboratoire et notamment les équipes d'ingénieurs en support tant matériel que moral pour mener à bien les différents montages. Je remercie alors Chrystèle pour son accompagnement à l'AFVL et sur toutes les demandes ponctuelles auxquelles elle a su donner suite rapidement. Je remercie chaleureusement Thomas pour son accueil, son accompagnement avec un réel intérêt pour les nombreux projets scientifiques. Je me dois de remercier également Thomas pour la bonne humeur quotidienne transmise à l'ensemble de l'équipe et dont j'ai largement profité. Merci à l'ensemble des enseignants-chercheurs pour les diverses discussions, plus ou moins scientifiques de la pause café qui m'auront permis de penser à d'autres choses que de suspensions viscoélastiques pendant un court instant. Pour les mêmes raisons, merci à l'ensemble des doctorants pour les différents partages et les entraides. Je tiens à remercier chaleureusement Antoine pour toutes ces discussions scientifiques et le rôle d'accompagnateur qu'il a pu mener au labo fluides complexes comme dans toutes les conférences auxquelles nous avons participé. Merci aux collègues de bureau, Alexis, Appolinaire, Will et Amira et aux collègues de la mezzanine, laboratoire ou de salle de cours, Ezgi et Valentin pour tous ces échanges, ces soutiens et ces partages qui enrichissent et allègent la journée d'un jeune chercheur.

Merci à Pierre et Nadine du GEPEA de Nantes pour leur confiance et surtout leur patience qui m'a permis de me projeter avec sérénité dans l'après-thèse.

Puisque le tennis de table m'a permis de m'évader à tant de reprises et a garanti mon épanouissement personnel, je tiens à remercier l'ensemble du club de l'ASL Proville et ses dirigeants pour l'accueil si appréciable dont j'ai profité dès mon arrivée. Merci à Hervé pour l'ensemble des conseils, des remarques et des efforts qui permettent de motiver les joueurs dont j'ai la chance de faire partie. Je remercie également

Jossua, Rémy, RG et TioDeks pour l'accueil dans l'équipe, le soutien, les rires et les si bons moments passés à la table comme en dehors. Je garde de ces trois années, un souvenir inoubliable qu'il me tarde déjà de revivre sous le maillot rouge et noir.

Je remercie mes amis, Fanny, Antoine, Manon, Maxence, France, Clément, Justine et Thomas avec qui j'ai passé de nombreux moments de rigolades, de jeux et de détente pendant ce doctorat. Merci pour les conversations qui m'ont souvent donné confiance en moi et m'ont fait grandir. Un immense merci à Chloé pour cette amitié tellement solide que dans cette période si particulière pour tous les deux, nous avons su prendre le temps pour garder le contact, profiter de bons moments et se soutenir pour mener ces thèses à leur terme.

Je ne peux que remercier ma famille et belle-famille pour leurs encouragements et leur soutien pendant les trois ans, leur compréhension et leur écoute attentive. Je remercie fortement Marie et Mickael pour leur accueil, leur gentillesse et leur générosité à mon égard ainsi que mes parents pour leur hospitalité, leur aide précieuse, leur écoute sans fin et ce fabuleux voyage que nous avons partagé. Ce dernier fut riche en découvertes, en échanges mais également en apprentissages car il m'a permis de finir cette thèse dans les meilleures conditions. Merci pour l'aide apportée tous les jours avec tant de délicatesse. Je remercie également mes relecteurs qui ont permis de faire de rendre ce manuscrit plus propre.

Évidemment, je souhaite saluer le travail de l'ombre qu'a produit ma compagne, Valentine pour ces trois ans et surtout ces six derniers mois où j'ai pu me concentrer à 100% sur cette thèse. Merci pour cette patience mise à rude épreuve et cette compréhension rare de la manière dont se déroule une thèse en sciences avec tout ce que cela comporte. Je tiens à remarquer la confiance qu'il a fallu développer pour me suivre dans cette aventure que moi seul ai choisi de réaliser et qui se poursuit en mettant une nouvelle fois notre couple à l'épreuve. Merci pour la confiance, la patience, la compréhension, l'énergie et le soutien quotidien que j'ai apprécié pendant ma thèse et que je compte bien rendre à mon tour.

Table des matières

Remerciements **5**

Résumé **9**

Absract **10**

Avant-propos **11**

Chapitre 1 Notions rhéologiques de suspensions complexes **13**
1.1 Fluides Newtoniens . . . 13
1.2 Généralités sur les fluides non-Newtoniens . . . 14
1.3 Solutions de polymère, fluides viscoélastiques . . . 16
1.3.1 Nombre de Weissenberg ($\mathcal{W}$) . . . 16
1.3.2 Nombre de Deborah ($\mathcal{D}$) . . . 16
1.3.3 Nombre Élastique ($\mathcal{E}$) . . . 17
1.3.4 Polymères . . . 17
1.3.5 Modèles rhéologiques . . . 18
1.3.5.1 Les modèles rhéologiques simples . . . 18
1.3.5.2 Modèles rhéologiques avancés . . . 20
1.4 Suspensions . . . 21
1.4.1 Nanofluides . . . 22
1.4.2 Suspensions de microparticules . . . 23
1.4.3 Les forces appliquées aux particules . . . 23
1.4.4 Migration de particules . . . 24
1.4.4.1 Migration induite par le fluide . . . 25
1.4.4.2 Migration induite par le cisaillement (SIM) . . . 26
1.5 Suspensions complexes . . . 26
1.5.1 Interactions polymère-particules . . . 26
1.5.1.1 Le stresslet et Particle Induced Fluid Stress (PIFS) . . . 26
1.5.1.2 Rhéoépaississement . . . 27
1.5.2 Rhéologie de suspensions complexes . . . 28
1.6 Introduction à la caractérisation rhéologique . . . 29
1.6.1 Rhéomètres rotatifs . . . 29
1.6.1.1 Géométrie cône-plan . . . 29
1.6.1.2 Géométrie plan-plan . . . 30
1.6.1.3 Géométrie cylindres concentriques . . . 30
1.6.2 Étirement d'un filament . . . 30
1.6.3 D'autres instruments de rhéométrie . . . 31

Chapitre 2 Les écoulements de Taylor-Couette **38**
2.1 Cas Newtonien . . . 38
2.1.1 La genèse . . . 38

2.1.2 Description de l'écoulement . . . 40
2.1.2.1 Paramètres géométriques . . . 40
2.1.2.2 Les équations de Navier-Stokes . . . 41
2.1.3 Nombres sans dimension . . . 43
2.1.3.1 Nombre de Reynolds ($\mathcal{R}$) . . . 43
2.1.3.2 Nombre de Taylor (T_a) . . . 43
2.1.4 Stabilité de l'écoulement . . . 43
2.1.4.1 L'analyse de stabilité . . . 43
2.1.4.2 Route vers la turbulence . . . 45
2.1.5 Mesure de couple . . . 46
2.1.6 Applications directes de l'écoulement de Taylor-Couette : Les réacteurs . . . 47
2.2 Stabilité de fluides viscoélastiques et suspensions . . . 47
2.2.1 La viscoélasticité responsable d'écoulements secondaires . . . 47
2.2.1.1 Transitions dominées par l'inertie ($\mathcal{E} \ll 1$) . . . 48
2.2.1.2 Transitions dominées par l'élasticité ($\mathcal{E} \gg 1$) . . . 49
2.2.1.3 Transitions élasto-inertielles ($\mathcal{E}$ intermédiaires) . . . 49
2.2.2 Effet de la présence de particules dans l'écoulement de Taylor-Couette . . . 49
2.2.2.1 Changement de la route vers la turbulence, rôle de la concentration de particules 49
2.2.2.2 Rôle des autres paramètres . . . 51
2.2.2.3 L'approche numérique . . . 52
2.2.3 Suspensions viscoélastiques . . . 53
2.2.3.1 Régimes d'écoulement . . . 53
2.2.3.2 Influence de la viscoélasticité sur la migration de particules . . . 54
2.3 Écoulement de Taylor-Couette : Suspensions complexes . . . 55
2.3.1 Rôle de la rhéofluidification sur le transport de particules . . . 55
2.3.2 Effet de seuil dans les suspensions . . . 55
2.4 Tableau . . . 55
2.5 Conclusion et résumé . . . 58

Chapitre 3 Susp. viscoél. en TCF : mise en évidence de l'EID 66
3.1 Caractérisation des fluides . . . 67
3.1.1 Préparations d'échantillons . . . 67
3.1.2 Mesures rhéologiques . . . 67
3.1.2.1 Mesure de viscosité . . . 68
3.1.2.2 Mesure d'élasticité . . . 69
3.2 Dispositif expérimental . . . 73
3.3 Résultats . . . 74
3.4 Copie de l'article . . . 76
3.5 Annexes . . . 90

Chapitre 4 Interactions polymère-particules et origine de l'EID 94
4.1 Contexte . . . 94
4.2 Matériel et méthode . . . 94
4.2.1 Les fluides . . . 94
4.2.2 Protocoles expérimentaux . . . 95
4.3 Résultats . . . 95
4.4 Copie de l'article . . . 97

Chapitre 5 Quantification du mélange en suspensions complexes 130
5.1 Contexte . . . 130
5.2 Matériel et Méthodes . . . 130
5.3 Résultats . . . 131
5.4 Copie de l'article . . . 132

Chapitre 6 Conclusion & Perspectives **151**
6.1 Conclusion générale 151
6.2 Perspectives 153
6.2.1 Mise en évidence des structures de l'EID 153
6.2.2 Interactions polymère-particules du point de vue local 153
6.2.3 Interactions polymère-particules au service du transfert thermique 154

Valorisations scientifiques **156**

Résumé

Les études récentes ont mis en lumière le potentiel du dispositif canonique de l'écoulement de Taylor-Couette pour l'étude des instabilités hydrodynamiques et des dynamiques de fluides complexes, qu'il s'agisse d'écoulements viscoélastiques, élasto-inertiels, ou de suspensions de particules non colloïdales. Dans cette thèse, l'écoulement de Taylor-Couette est exploité afin de mettre en avant la compétition entre ces deux facteurs de complexité, et d'explorer la dynamique de suspensions complexes composées majoritairement de particules non colloïdales en solution dans des fluides viscoélastiques non newtoniens. L'étude repose principalement sur la visualisation directe des structures d'écoulement, couplée à des mesures de couple sur le cylindre intérieur en rotation (le cylindre extérieur étant fixe), afin de quantifier les transitions vers des régimes inertiels ou élasto-inertiels et de caractériser les dynamiques de friction associées.

Une observation remarquable est qu'à faibles fractions volumiques de particules (régime dilué), l'ajout de particules favorise une apparition plus précoce des instabilités et la transition vers une turbulence élasto-inertielle (EIT), en termes de nombres de Reynolds ou de Weissenberg. Cependant, cette tendance s'inverse dans le régime semi-dilué, où les particules stabilisent l'écoulement, voire suppriment complètement l'EIT, autrement dit relaminarisent l'écoulement [*Carré et al., JFM, 997, A19 (2024)*].

Un mécanisme de dissipation élasto-inertielle a été mis en évidence, et son origine physique est discutée à travers les interactions locales entre particules et polymères. Ces interactions peuvent être réversibles ou conduire à une dégradation irréversible des polymères, fortement favorisée par les contacts inter-particulaires lorsque la concentration en particules est suffisante. Pour étudier ce mécanisme, le taux de dégradation des polymères est mesuré de manière systématique en fonction de la fraction volumique de particules et du taux de cisaillement, révélant une dégradation accrue des polymères dans le régime semi-dilué [*Carré et al., Under review*].

Afin d'approfondir la description des mécanismes d'instabilités hydrodynamiques mis en œuvre avec les suspensions complexes, des mesures de fluorescence induite par laser sont réalisées. Par la visualisation du transport de traceurs passifs, on quantifie les temps de mélange à travers différentes suspensions complexes et régimes d'écoulement. Cette approche permet d'évaluer le potentiel de telles suspensions pour l'intensification du mélange et des transferts conducto-convectifs, en comparaison avec des suspensions colloïdales ou non colloïdales dans des solvants newtoniens, ainsi qu'avec des fluides viscoélastiques sans particules, ouvrant ainsi des perspectives pour la formulation de fluides caloporteurs innovants [*Carré et al., Exp Fluids, 67, 30 (2026)*].

Mots clé : Taylor-Couette ; Suspensions ; Rhéologie ; Instabilités ; Méthodes optiques ; Viscoélastique ; Mesure de couple

Abstract

Recent studies have highlighted the potential of the canonical Taylor-Couette flow device for investigating hydrodynamic instabilities and complex fluid dynamics, whether in viscoelastic flows, elasto-inertial flows, or suspensions of non-colloidal particles. In this thesis, the Taylor-Couette flow is used to combine these two sources of complexity and explore the dynamics of complex suspensions primarily composed of non-colloidal particles in non-Newtonian viscoelastic fluids. The study mainly relies on direct visualization of flow structures, coupled with torque measurements on the rotating inner cylinder (with the outer cylinder fixed), to identify transitions to inertial or elasto-inertial regimes and characterize the associated frictional dynamics.

A remarkable observation is that, at low particle volume fractions (dilute regime), the addition of particles promotes an earlier onset of instabilities and the transition to elasto-inertial turbulence (EIT) in terms of Reynolds or Weissenberg numbers. However, this trend reverses in the semi-dilute regime, where particles stabilize the flow and may even completely suppress EIT, in other words relaminarizes flow. [*Carré et al., JFM, 997, A19 (2024)*].

An Elasto-Inertial Dissipation mechanism has been identified, and its physical origin is discussed through local interactions between particles and polymers. These interactions can be reversible or lead to irreversible polymer degradation, strongly enhanced by inter-particle contacts when the particle concentration is sufficient. To investigate this mechanism, the polymer degradation rate is systematically measured as a function of particle volume fraction and shear rate, revealing increased polymer degradation in the semi-dilute regime [*Carré et al., Under review*].

In order to deepen the hydrodynamic instabilities mecanisms implemented with complex suspensions, laser-induced fluorescence measurements are performed. With the visualization of the transport of passive tracers and quantify mixing times across different complex suspensions and flow regimes. This approach allows for assessing the potential of such suspensions for enhancing mixing and conductive-convective transfers, compared to colloidal or non-colloidal suspensions in Newtonian solvents, as well as viscoelastic fluids without particles. This opens perspectives for the formulation of innovative heat transfert fluids [*Carré et al., Exp Fluids, 67, 30 (2026)*].

Key words : Taylor-Couette ; Suspensions ; Rheology ; Instability ; Optical methods ; Viscoelastic ; Torque measurement

Avant-propos

Dans le cadre de la transition énergétique et de la réduction de la consommation d'énergie, optimiser les systèmes de refroidissement et de transport de chaleur est un enjeu primordial pour l'industrie et les collectivités. Maîtriser la convection dans les transports de fluide en jouant sur la géométrie des écoulements et la forme des échangeurs est l'un des leviers possibles. Cette thèse se positionne dans le contexte d'une stratégie visant à améliorer les échanges à la fois par conduction en jouant sur les propriétés thermiques des fluides caloporteurs, mais également par convection, en utilisant les propriétés rhéologiques de ces derniers comme leviers de déclenchement d'instabilités convectives. On se propose alors d'étudier les alternatives aux fluides utilisés dans l'industrie pour optimiser le refroidissement ou la conservation de la chaleur à travers une approche de fluides complexes.

Même si les fluides caloporteurs monophasiques tels que l'eau sont déjà performants, il existe encore des axes d'amélioration, notamment doper leur conductivité avec des particules solides, c'est la fonction des nanofluides. Il a néanmoins été établi que ceux-ci peuvent avoir un impact sanitaire et environnemental non négligeable et néfaste, c'est pourquoi la tendance est désormais à l'exploration de suspensions de particules de plus grandes tailles, micrométriques et non colloïdales. En parallèle, la convection est un autre levier majeur d'intensification notamment par la promotion d'écoulements secondaires voire turbulents connus pour accélérer le transport de chaleur et favoriser l'homogénéisation du champ de température et l'affinement des couches limites thermiques. Cependant, il est souvent nécessaire d'atteindre des nombres de Reynolds (en pratique des débits) importants, ce qui peut être rédhibitoire dans de nombreuses applications tels que les micro-échangeurs et reste couteux énergétiquement (utilisation de pompes plus puissantes). C'est pourquoi, développer des fluides caloporteurs efficients tant de par leur propriétés conductives que de par leur capacité à créer de la convection une fois mis en écoulement si possible par d'autres leviers que celui de l'augmentation de leur inertie, est un intérêt majeur pour les industriels visant à optimiser le mélange.

Ainsi, le projet ANR (ANR-22-CE05-0017) "Fluides innovants à hautes performances énergétiques pour les composants thermo-fluidiques" appelé FLUIDINE se propose d'étudier les fluides dont les propriétés ont un impact positif sur le mélange pour améliorer les performances énergétiques de systèmes mêlant thermique et fluidique. En collaboration avec l'université de Reims et le laboratoire ITheMM, les écoulements en conduite et géométrie de Taylor-Couette sont utilisés pour caractériser la dynamique des écoulements de suspensions, avec ou sans thermique et avec ou sans élasticité dans le but d'optimiser le transfert de chaleur et donc le refroidissement.

En lien avec les objectifs du projet FLUIDINE et dans la continuité de précédents travaux de l'équipe, l'étude se portera sur des solutions d'intérêt énergétique. Le choix du fluide se portera sur la combinaison de deux additifs à un solvant : des polymères et des particules solides. Les solutions de polymères dilués sont choisies pour leur capacité à déstabiliser les écoulements, même à de faibles nombres de Reynolds. Les particules sont quant à elles choisies pour leur propriétés thermiques qui peuvent doper les performances énergétiques du fluide [1]. De telles suspensions présentant par nature un comportement complexe, l'écoulement de Taylor-Couette sera alors privilégié pour la simplicité de son hydrodynamique et la bonne connaissance de la littérature sur les instabilités de cet écoulement.

1. Les suspensions de particules déstabilisent également les écoulements même si les nombres de Reynolds restent du même ordre.

Dans ce qui suit, un état de l'art est réalisé. Il est décomposé en deux chapitres. Le chapitre 1 apporte des notions générales sur la rhéologie de suspensions complexes. Cet état de l'art commence donc par une présentation de généralités sur les fluides viscoélastiques avec notamment le détail de nombres adimensionnels utilisés dans la suite des résultats. Ensuite, de la même manière, une présentation globale des suspensions de particules et les forces mises en jeu est réalisée. L'assemblage de ces deux additifs, les polymères donnant la viscoélasticité et les particules est responsable de la physique développée ensuite à travers les interactions polymère-particules. Ce premier chapitre est conclu par une présentation générale des méthodes de caractérisation rhéologique avec un focus sur les dispositifs utilisés dans cette thèse. Le chapitre 2 se focalise sur l'écoulement de Taylor-Couette et propose dans cet état de l'art en premier lieu la base de l'écoulement de Taylor-Couette avec sa géométrie et les équations à travers le cas Newtonien. Grâce à cette base, les écoulements de Taylor-Couette de suspension Boger sont explorés, à travers les fluides viscoélastiques, la modification de la transition par la présence d'élasticité, puis à travers la présence de particules et son influence sur l'écoulement de Taylor-Couette. Quelques éléments de physique sur les suspensions viscoélastiques Boger en écoulement de Taylor-Couette sont détaillés avant de généraliser aux suspensions complexes au sens plus large. Une conclusion commune aux deux premiers chapitres introduit les questions de recherche abordées dans les parties de résultats du manuscrit.

Par la suite, une première partie de résultats (Chapitre 3) introduit de manière plus précise les méthodes rhéologiques permettant de déterminer des caractéristiques des suspensions viscoélastiques utilisées dans cette thèse. Puis, la présentation des résultats publiés dans *Journal of Fluid Mechanics* en 2024 sont présentés. Ces derniers montrent l'apparition d'un régime de dissipation élasto-inertiel initié par la présence de particules dans la matrice viscoélastique qui semble inhiber le déclenchement d'instabilités. Ces résultats viennent d'une étude de visualisation et de friction.

Puis, une deuxième section (Chapitre 4), dont les résultats sont actuellement soumis pour publication, présente une exploration par la méthode de friction de la compréhension du régime découvert au chapitre précédent. Un aspect important sur la dégradation des chaînes de polymère est largement étudié ici et un modèle de dégradation induit par la présence de particule est proposé.

Enfin, la dernière partie de résultats (Chapitre 5) porte sur la caractérisation du mélange hydrodynamique en écoulement de Taylor-Couette pour des suspensions viscoélastiques. Le mélange de ces solutions est alors comparé à des suspensions newtoniennes, des solutions viscoélastiques et des nanofluides afin de donner un élément de réponse à l'efficacité des transferts convectifs des suspensions viscoélastiques.

Une conclusion (Chapitre 6) permet de résumer les différents résultats et déductions sur la physique induite par la présence de particules dans une solution viscoélastiques en écoulement cisaillé. Finalement, les perspectives à ce travail sont présentées. L'amélioration du transfert par les propriétés du fluide est au cœur du sujet, que ce soit pour améliorer les propriétés du fluide mais également pour modifier la structure de l'écoulement sans ajouter des contraintes pratiques à l'industriel.

CHAPITRE 1

Notions rhéologiques de suspensions complexes

Quand les fluides gardent leur mouvement en mémoire, la rhéologie s'anime.

Les notions de rhéologie sont soumises au principe d'objectivité. Ce dernier précise que les lois de comportement sont exactement les mêmes dans tout repère orthonormé (Anglès D'auriac, 1970)

Il est courant de distinguer deux grandes catégories de comportement de fluides : les fluides dits Newtoniens (classiques comme l'eau) et les fluides non-Newtoniens (comme le sang, le gel douche, le ketchup, etc.) ayant un comportement plus complexe.

1.1 Fluides Newtoniens

Les fluides Newtoniens ont un comportement principalement dicté par leur viscosité. Ce qu'on entend communément par viscosité représente en réalité rigoureusement la viscosité en cisaillement, μ_s (en général noté μ dans ce manuscrit).

Loi de Newton : Prenons un fluide compris entre deux plaques parallèles, $\vec{F}$ et $\vec{V}$ respectivement la force appliquée à la surface supérieure et sa vitesse (voir figure 1.1), la viscosité en cisaillement est la résistance du fluide au déplacement de la plaque supérieure. La contrainte appliquée au fluide s'écrit : $\sigma = \frac{F}{A}$ avec σ la contrainte, F le module de la force appliquée à la plaque supérieure et A sa surface de contact avec le fluide. Naturellement, si on modifie la distance entre les deux plaques (d), la résistance sera modifiée (plus l'espace entre les plaques est fin, plus la résistance est élevée).

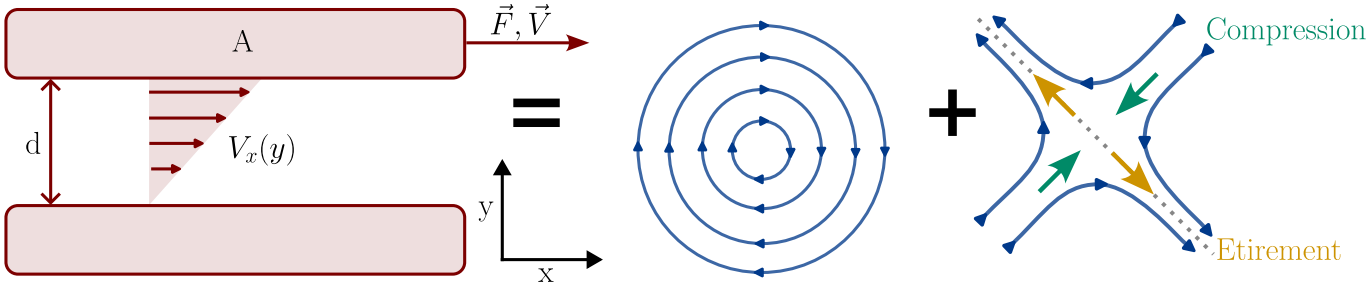


FIGURE 1.1 – Écoulement de cisaillement pur : Combinaison d'une rotation pure d'un solide et d'une élongation inclinée à 45°

Ainsi, la loi de Newton s'écrit :

$$\sigma = \mu_s \dot{\gamma} \tag{1.1}$$

avec σ [Pa] la contrainte appliquée, $\dot{\gamma} = \frac{V}{d}$ [s^{-1}] le cisaillement et μ_s [Pa s] la viscosité dynamique du fluide. La viscosité est une constante, ce qui signifie que la structure moléculaire du fluide est de taille nanométrique et donc que l'échelle de temps pour les fluctuations est très faible, de l'ordre de 10^{-9} s. Alors, à l'application d'un cisaillement, un fluide Newtonien (à viscosité constante) n'est pas capable de changer sa structure interne. Il n'y a pas d'échelle de temps qui lui permet d'interagir avec l'écoulement. Les fluides Newtoniens comme l'eau ou l'huile ont un comportement qui suit la loi de Newton. Leur rhéologie est donc fortement simplifiée et ils sont représentés par un amortisseur (voir figure 1.3). Complexifier le comportement rhéologique permet d'introduire une nouvelle physique qui est dépendante des propriétés du fluide et qui interagit avec l'écoulement, c'est pourquoi, la suite de cette partie est consacrée aux fluides non-Newtoniens et particulièrement aux solutions de polymères dilués qui donnent au fluide un caractère viscoélastique.

Dépendance à la température : Dans un liquide, la viscosité diminue avec la température. En effet, l'agitation thermique augmente avec cette dernière, donnant aux molécules plus d'énergie interne. Elles s'éloignent ainsi plus facilement les unes des autres, ce qui leur permet de ressentir moins de forces attractives de la part des molécules voisines, réduisant les forces de friction et donc la viscosité. L'effet inverse se produit pour les gaz, les molécules étant plus agitées se percutent statistiquement plus, augmentant ainsi la viscosité avec la température.

Plusieurs relations permettent de lier la viscosité à la température. La loi de Andrade-Eyring (équation 1.2) est basée sur l'hypothèse que sous l'effet de la température, les petites molécules occupent les espaces inoccupées.

$$\mu = Ae^{B/T} \tag{1.2}$$

Dans ce manuscrit, même si l'ensemble des expériences sont réalisées à la température ambiante du laboratoire, l'influence des variations thermiques sera discutée dans les parties *Matériel et Méthodes* des chapitres 3 et 4.

1.2 Généralités sur les fluides non-Newtoniens

Les fluides non-Newtoniens sont constitués généralement d'une matrice fluide visqueuse Newtonienne dans laquelle sont présents des additifs mésoscopiques qui augmentent alors l'échelle de la structure interne du fluide (entre 100 nm et 100 µm). L'échelle de temps de relaxation de l'objet est alors plus grande également (10^{-3} à 10^{2} s). Ainsi, lorsque la structure du fluide est modifiée par l'écoulement, il y a une restructuration interne et une restitution/interaction entre le fluide et l'écoulement. Cela est à l'origine des comportements non-linéaires typiques des fluides non-Newtoniens. La viscosité dépend notamment de l'écoulement via le taux de cisaillement, $\mu = \mu(\dot{\gamma})$ et donc la contrainte s'écrit : $\sigma(\dot{\gamma}) = \mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$. Cependant, les effets non-Newtoniens ne sont pas toujours observés en ajoutant des additifs de taille mésoscopique. En effet, il est nécessaire que l'échelle de temps de l'écoulement ($\frac{1}{\dot{\gamma}}$) soit inférieure au temps de relaxation du fluide (λ) qui est le temps de réponse du fluide pour restituer une énergie stockée. Ainsi le critère pour que les effets non-Newtoniens ne soient pas négligeables dans un écoulement est : $\dot{\gamma}\lambda \geq 1$, c'est à dire que le fluide réponde plus vite que l'échelle de temps de l'écoulement.

L'étude de l'écoulement des matériaux, la rhéologie, peut devenir complexe lorsque le comportement mécanique de ces matériaux n'est plus linéaire avec la contrainte. La figure 1.2 représente différents types de comportement de fluides.

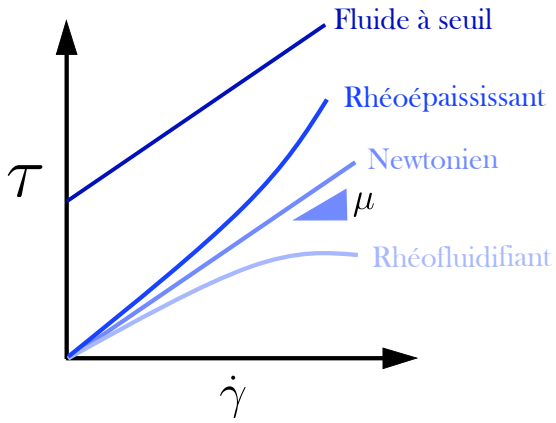


FIGURE 1.2 – Schématisation de rhéogrammes caractéristiques de différents types de comportement rhéologique.

Par défaut, il n'y a pas forcément d'équation constitutive simple pour prendre en compte le comportement non-Newtonien dans les équations de Navier-Stokes. Cependant, les écoulements rhéologiques tels que l'écoulement de Couette, les géométries cône-plan ou l'écoulement élongationnel, sont appliqués pour leur hydrodynamique simple permettant de remonter aux propriétés du fluide (les géométries sont détaillées dans la partie 1.6).

Un **cisaillement simple** en rotation pure dont la vitesse appliquée se résume à : $\vec{V} = (\dot{\gamma}y, 0, 0)$ ne présente que deux composantes non-nulles dans le tenseur taux de déformations et donc dans le tenseur de contraintes :

$$E = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\dot{\gamma} & 0 \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Longrightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 0 & \mu\dot{\gamma} & 0 \\ \mu\dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De la même manière, une **élongation pure** complète le comportement du fluide en isolant la diagonale des tenseurs de déformation et de contrainte car les composantes de vitesses sont écrites ainsi : $\vec{V} = \dot{\epsilon}x, -\frac{1}{2}\dot{\epsilon}y, -\frac{1}{2}\dot{\epsilon}z)$ et donc les tenseurs taux de déformation et de contraintes s'écrivent :

$$E = \begin{bmatrix} (\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -1\frac{1}{2}\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & -1\frac{1}{2}\dot{\epsilon} \end{bmatrix} \Longrightarrow \sigma = \begin{bmatrix} 2\mu_s\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\mu_s\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_s\dot{\epsilon} \end{bmatrix}$$

Comme représenté sur la figure 1.1, un **cisaillement pur** consiste en la combinaison d'une rotation solide pure et d'une élongation donnant alors comme tenseur des contraintes :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Les grandeurs suivantes sont alors mesurables par essais rhéologiques :

- La viscosité en cisaillement : $\sigma_{xy} = \mu_s(\dot{\gamma})\dot{\gamma}$
- La première différence de contraintes normales : $N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$
- La deuxième différence de contraintes normales : $N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz}$

- La viscosité élongationnelle : $\mu_E(\dot{\epsilon}) = \dfrac{\sigma_{xx} - \sigma zz}{\dot{\epsilon}} \geq 3\mu_s$ [1]

On définit généralement trois types de comportement pour les fluides non-Newtoniens : l'épaississement par cisaillement (le rhéoépaississement), l'amincissement par cisaillement (rhéofluidification) et un seuil de contrainte comme représenté dans la figure 1.2. Ces comportements ne traitent que de la dissipation visqueuse associée au fluide. A ceux ci peut s'ajouter une propriété de viscoélasticité, qui sera discutée plus tard. Les différents phénomènes seront discutés dans le paragraphe suivant avec notamment le cas d'un fluide viscoélastique à viscosité constante, les fluides de Boger.

- Fluides rhéofluidifiants : Les fluides rhéofluidifiants ont une viscosité qui décroît avec la contrainte. Ainsi, plus le cisaillement est important, plus la viscosité est faible. C'est notamment le cas du ketchup, de la peinture, du sang, du mucus pulmonaire et des solutions de polymères. Les fluides rhéofluidifiants sont d'un intérêt fort pour les industriels car en présence de pompage, si le fluide résiste moins à la contrainte, il s'écoule plus facilement et nécessite moins d'énergie en amont.
- Fluides rhéoépaississants : Les fluides rhéoépaississants ont le comportement opposé, c'est à dire que la viscosité du fluide augmente avec la contrainte qui lui est appliquée. L'exemple bien connu du mélange eau-maïzena ou des sables mouvants sont des fluides rhéoépaississants. Le principal intérêt industriel de ce type de fluide se trouve dans les protections de type gel, qui, en cas de choc vont absorber l'énergie distribuée.
- Fluides à seuil (Fluide de Bingham) : Les fluides à seuil ont un comportement parfaitement solide sous une certaine contrainte (le seuil) et un comportement liquide (visqueux) au-delà de cette contrainte. La mayonnaise, le shampooing et le dentifrice sont des fluides à seuil. Le sang est un fluide qui combine les effets de rhéofluidification et de seuil.

1.3 Solutions de polymère, fluides viscoélastiques

Dans cette thèse, on s'intéressera en grande partie à des fluides au comportement rhéologique non-linéaire, qualifiés de non-Newtoniens, brièvement introduits dans cette partie. Notamment, un fluide est dit viscoélastique lorsqu'il a une partie visqueuse Newtonienne et une partie purement élastique, représentée par un ressort et qui suit la loi de Hooke : $\sigma = G\gamma$, avec G [Pa] le module élastique et γ la déformation (sans dimension). C'est généralement l'ajout de polymères dans un fluide Newtonien qui rend son comportement viscoélastique.

Afin de quantifier et caractériser la viscoélasticité d'un fluide, il est courant d'utiliser des nombres sans dimensions qui permettent de comparer les caractéristiques des fluides entre eux et des écoulements auxquels ils sont soumis. Voici quelques nombres sans dimension qui sont utilisés dans la suite de ce manuscrit.

1.3.1 Nombre de Weissenberg ($\mathcal{W}$)

Le nombre de Weissenberg quantifie l'**intensité des efforts élastiques** dans une solution en écoulement en comparant les forces élastiques aux forces visqueuses :

$$\mathcal{W} = \frac{N_1}{\mu\dot{\gamma}} = \frac{\lambda\mu\dot{\gamma}^2}{\mu\dot{\gamma}} = \lambda\dot{\gamma} \tag{1.3}$$

avec $\lambda[s]$ le temps de relaxation de la solution.

1.3.2 Nombre de Deborah ($\mathcal{D}$)

Le nombre de Deborah permet de quantifier l'influence du **temps de relaxation** du fluide sur l'expérience. Pour des $\mathcal{D} \ll 1$, le temps de relaxation joue un rôle dans la dynamique de l'écoulement alors que pour des $\mathcal{D} \gg 1$, les effets de la réponse du fluide à l'écoulement sont négligeables par rapport au **temps d'observation**.

1. $\mu_E \geq 3\mu_s$ est appelé le rapport de Trouton (Wisniak, 2001)

En effet, c'est une comparaison du temps de réponse du fluide (temps de relaxation) au temps de l'expérience qui est décrit par le nombre de Deborah.

$$\mathcal{D} = \frac{\lambda}{t_p} \tag{1.4}$$

où t_p est le temps caractéristique de l'expérience.

En fonction de l'écoulement, le nombre de Deborah peut être équivalent au nombre de Weissenberg. En effet, si le temps de réponse du fluide est dominé par le cisaillement pur, alors leurs échelles de temps se confondent et leurs définitions coïncident (Poole, 2012). Nous verrons dans le chapitre 3 et plus en détail dans le chapitre 4 que dans l'écoulement de Taylor-Couette de suspensions viscoélastiques qui est un écoulement purement cisaillé à l'échelle global, d'autres types d'écoulements se développent, modifiant ainsi l'échelle de temps et nécessitant ainsi la distinction entre $\mathcal{D}$ et $\mathcal{W}$.

1.3.3 Nombre Élastique ($\mathcal{E}$)

Dans le cas des solutions viscoélastiques, il est important de quantifier la viscoélasticité. Le nombre élastique compare les effets élastiques aux effets inertiels, ce qui permet de **quantifier** l'importance de **la viscoélasticité** dans le contexte de l'écoulement. Ainsi, pour des nombres Élastique élevés, les effets élastiques dominent l'écoulement, on retrouve notamment de la turbulence élastique à des nombres de Reynolds très faibles alors que pour des nombres Élastique faibles, l'inertie domine et l'écoulement se rapproche des cas de fluides Newtoniens (Boulafentis et al., 2023).

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{R}} = \frac{\lambda\mu}{\rho d^2} \tag{1.5}$$

avec d la longueur caractéristique du problème. Le nombre Élastique ne dépend donc pas de l'inertie directement mais bien du fluide et de la géométrie.

1.3.4 Polymères

Les polymères sont un des additifs les plus souvent à l'origine de comportements non-Newtoniens dans un fluide (Bird et al., 1987). Un polymère est une répétition de groupes identiques d'atomes (on nomme ce groupe : un monomère). La répétition est de l'ordre de plusieurs centaines, voire plus pour des monomères courts. Généralement, la chaîne de polymère ainsi formée est de taille largement supérieure aux molécules courantes comme les sucres, les solvants, les huiles végétales etc... On peut alors les caractériser de macromolécules (Carrega and Agassant, 2007). La masse molaire d'un polymère (M_w) est le produit du nombre de répétitions (n) et de la masse d'un chaînon (M_A). Pour aller à l'essentiel, les détails de la dynamique de solutions polymériques ne sont pas développés dans ce manuscrit [2].

L'ajout de polymère apporte toujours de la rhéofluidification, même mineure. Cependant, il existe les **fluides de Boger**. Un fluide est dit de Boger lorsqu'il possède un caractère élastique sans pour autant être rhéofluidifiant. Ainsi, sa viscosité est constante indépendamment du cisaillement et de la contrainte appliquée (Boger, 1977). Autrement dit, le rapport de viscosités $\beta = \dfrac{\mu_s}{\mu_s + \mu_p}$ tend vers 1 car la contribution du polymère à la viscosité, μ_p est négligeable devant celle de la solution, μ_s (Bird et al., 1987). De plus, un fluide de Boger a une différence de contraintes normales finie. Les fluides de Boger sont intéressants pour les expérimentateurs car à viscosité constante, le nombre de Reynolds ne varie qu'avec la vitesse de l'écoulement pour une géométrie donnée et pour un fluide donné. C'est de fluides Boger dont il sera question dans les chapitres suivants.

Dans ce manuscrit, le polymère utilisé pour ajouter le caractère élastique au fluide est le polyacrylamide partiellement hydrolysé (HPAM). Contrairement à l'oxyde polyéthylène (PEO) ou la gomme xanthane, le HPAM a des chaînes flexibles, ce qui rend la rhéofluidification moins importante, permettant d'obtenir un fluide Boger plus facilement. La table 1.1 reprend les principales caractéristiques de ce polymère.

2. Le livre de Bird et al. (1987) est un ouvrage de référence pour la dynamique de solutions de polymères.

Caractéristique	HPAM
Masse molaire	15 à 20.10^6 g/mol
Fournisseur	SNF Floeger
Degré d'hydrolyse	30%
Formule chimique	$(C_3H_5NO)_n$

TABLE 1.1 – Caractéristiques du HPAM

1.3.5 Modèles rhéologiques

Les lois constitutives d'un matériau décrivent la relation mathématique entre les contraintes et les déformations ou les vitesses de déformation qu'il subit sous l'effet de sollicitations mécaniques. Ces lois permettent de modéliser et prédire le comportement mécanique d'un matériau en fonction des conditions auxquelles il est soumis (température, pression, vitesse de déformation, etc.).

Dans les paragraphes qui suivent, une description des modèles rhéologiques est réalisée. La représentation de la partie **visqueuse** est un amortisseur, qui dissipe l'énergie et la partie **élastique**, qui emmagasine et relâche l'énergie est symbolisée par un ressort. L'allongement du ressort est proportionnel à la tension exercée suivant la loi de Hooke : $\sigma = k \times \Delta l$ avec σ la contrainte exercée, k la constante de raideur du ressort et l l'allongement de ce dernier, alors que l'amortisseur voit son taux d'allongement proportionnel à la tension exercée, c'est à dire qu'il suit la loi de Newton : équation 1.1.

1.3.5.1 Les modèles rhéologiques simples

Des modèles permettent de représenter schématiquement les propriétés d'un matériau et de prédire sa réponse à l'application d'une contrainte. Les modèles sont plus ou moins complexes en fonction de la complexité du matériau à caractériser et de la précision souhaitée. Voici quelques modèles simplistes.

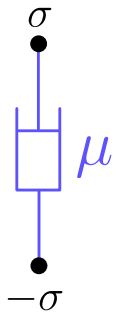


FIGURE 1.3 – Représentation symbolique d'un fluide Newtonien (amortisseur)



FIGURE 1.4 – Représentation symbolique d'un solide purement élastique (ressort)



FIGURE 1.5 – Représentation symbolique du modèle de Maxwell (ressort-amortisseur en série)

Le **modèle de Maxwell** est l'une des formulations les plus simples pour caractériser le comportement à la fois élastique et visqueux d'un fluide. Il est composé d'un simple ressort et d'un amortisseur. Alors, la contrainte est la somme des contraintes visqueuses et des contraintes élastiques ($\sigma = \sigma_\mu + \sigma_G$) et le cisaillement est la somme des cisaillements visqueux et élastiques ($\gamma = \gamma_\mu + \gamma_G$). Alors, le modèle de Maxwell s'écrit :

$$\lambda \frac{d\sigma}{dt} + \sigma = \mu\dot{\gamma} \tag{1.6}$$

Contrairement au modèle de Maxwell, le **modèle de Kelvin-Voigt** (ou modèle de Voigt) est l'assemblage d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle. Ici, la force ressentie par l'ensemble est la somme des forces perçues par le ressort et de l'amortisseur alors que pour le modèle de Maxwell, la tension est uniforme. En revanche, pour le modèle de Kelvin-Voigt, l'allongement ne résulte plus de la somme des deux modules mais reste homogène (Bland, 2016). Le modèle de Kelvin-Voigt s'écrit :

$$\frac{\sigma}{E} = \gamma + \lambda\dot{\gamma} \tag{1.7}$$

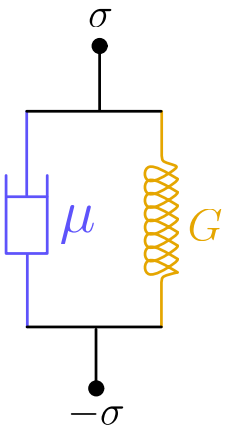


FIGURE 1.6 – Représentation symbolique du modèle de Kelvin-Voigt (ressort-amortisseur en parallèle)

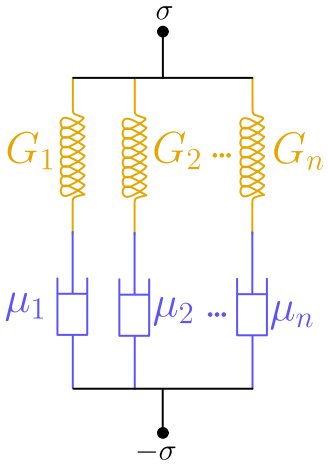


FIGURE 1.7 – Représentation symbolique du modèle de Maxwell généralisé

Il est possible d'accroître la précision du modèle de Maxwell. En effet, le **modèle de Maxwell généralisé** consiste à assembler en parallèle des modèles de Maxwell simples. En appliquant toujours la même déformation à chaque élément et en ajoutant ainsi un nombre choisi de modules visqueux et élastiques, la description du comportement du matériau est alors meilleure.

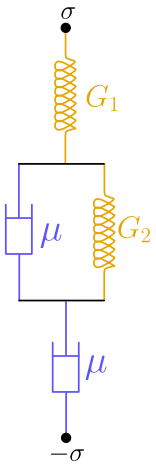


FIGURE 1.8 – Représentation symbolique du modèle de Burgers, représentation de Kelvin

Le **modèle de Burgers** peut être vu comme l'assemblage de deux modèles de Maxwell ou un modèle de Maxwell et un modèle Kelvin-Voigt. Il permet d'ajouter deux paramètres aux modèles de base (Maxwell ou Kelvin) qui accroît la précision de la description du comportement viscoélastique du matériau. Cela permet alors d'ajuster le comportement entre une réponse purement élastique, purement visqueuse ou mixte du matériau considéré.

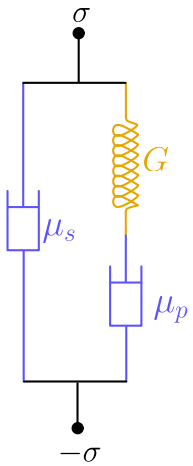


FIGURE 1.9 – Représentation symbolique du modèle de Jeffrey

Le **modèle de Jeffrey** est une amélioration du modèle de Kelvin car il intègre deux composantes visqueuses. La précision du modèle est donc meilleure tout en restant un modèle simple.

1.3.5.2 Modèles rhéologiques avancés

Modèle Upped Convected Maxwell (UCM) : Le modèle de Maxwell a été amélioré par James G. Oldroyd en appliquant la dérivation temporelle convectée supérieure [3]. Cela permet d'ajouter la description du comportement de la particule fluide au cours du temps en tenant compte du mouvement de cette particule pouvant alors décrire avec plus de précision des phénomènes non-linéaires.

L'équation constitutive de ce modèle devient alors :

$$\tau + \lambda(\frac{\partial \tau}{\partial t} + v \cdot \nabla \tau - (\nabla v)^T \cdot \tau - \tau \cdot (\nabla v)) = 2\mu D \tag{1.8}$$

Modèle Oldroyd-B : Pour modéliser un fluide viscoélastique, l'un des modèles les plus couramment utilisés est le modèle Oldroyd-B qui dérive du modèle UCM où le comportement du solvant est dissocié du comportement du polymère. C'est la raison pour laquelle le fluide de Boger est bien décrit par le modèle Oldroyd-B. Sa principale caractéristique est qu'il décrit des matériaux dont la viscosité et la première différence de contraintes normales est constante avec le taux de cisaillement et les chaînes de polymères n'ont aucune limite d'élongation. Il est donc impossible de représenter de manière fidèle les écoulements complexes comme les cisaillements importants ainsi que les écoulements extensionnels. Alors, des modèles non-linéaires sont mis en œuvre pour y remédier. Ces derniers peuvent prendre en compte le caractère fini de l'extension polymérique, ce qui permet de mieux prédire la rhéofluidification, la limite de viscosité extensionnelle et les phénomènes d'instabilités purement élastiques. Dans une récente revue de littérature, Castillo Sánchez et al. (2022) font état de l'évolution du modèle Oldroyd-B. L'équation constitutive de ce modèle est :

$$\begin{cases} \tau = \tau_p + \tau_s \\ \tau_s = \mu_s(\nabla v + \nabla v^T) \\ \lambda(\dfrac{\partial \tau_p}{\partial t} + v \cdot \nabla \tau_p - (\nabla v)^T \cdot \tau_p - \tau_p \cdot (\nabla v)) + \tau_p = \mu_p(\nabla v + \nabla v^T) \end{cases} \tag{1.9}$$

L'indice $(.)_s$ étant relatif au solvant et $(.)_p$ au polymère. λ est le temps de relaxation et v la vitesse de la particule fluide. L'apport du modèle Oldroyd-B réside dans l'apparition de τ_p. Si $\mu_s \to 0$, le modèle Oldroyd-B est équivalent au modèle UCM. La vitesse et la contrainte sont couplées de façon non-linéaire. Cela suggère qu'en l'absence d'inertie, il peut y avoir bifurcation à partir de l'état de base générant ainsi des instabilités. Ces instabilités sont alors purement élastiques. En résumé, le modèle Oldroyd-B est équivalent au modèle de Maxwell duquel est dissociée la contribution du solvant, ajoutée à postériori dans les équations constitutives.

Modèle FENE-P : Le modèle FENE-P (Finite Extensible Non-linear Elastic - Peterlin) consiste à ajouter une limite d'extensibilité au modèle Oldroyd-B (Purnode and Crochet, 1998). Ainsi, le modèle devient

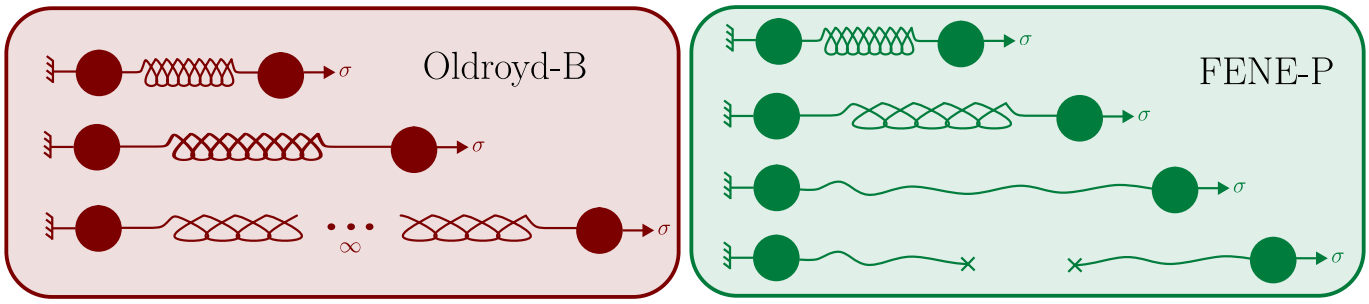


FIGURE 1.10 – Représentation du modèle Oldroyd-B (en rouge), c'est à dire une suspension d'haltères hookéennes dans un solvant Newtonien. Les ressorts sont infiniment étirables. Le modèle FENE-P (représenté dans le schéma en vert) présente une limite d'extensibilité (sans prendre en compte la rupture des chaînes).

3. $\dfrac{D}{Dt} = \dfrac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)$

non-linéaire mais est plus représentatif du comportement d'un fluide composé de chaînes de polymères. Ce modèle est donc symbolisé par le schéma type "haltères" comme sur la figure 1.10 en alignant bout à bout les haltères pour créer cette limite d'extensibilité. Il permet donc de modéliser le comportement rhéologique du fluide en tenant compte de la rupture potentielle des chaînes de polymère, en particulier dans les écoulements purement extensionnels. L'aspect non-linéaire de ce modèle vient du fait que lorsque le module élastique est étiré, en ajoutant sa limite d'extensibilité, à l'approche de l'élongation maximale, la force nécessaire à l'extension n'est pas linéaire à l'élongation.

Les résultats expérimentaux présentés dans ce manuscrit concernent uniquement des fluides de Boger afin d'isoler les effets élastiques (voir le chapitre 3), potentiellement bien décrits par le modèle Oldroyd-B. Cependant, comme nous le verrons dans le chapitre 4, la dégradation des chaînes de polymère n'est prise en compte ni dans ce modèle, ni dans celui de FENE-P qui montre une limite d'extensibilité mais ne prend pas en compte la rupture de chaînes.

1.4 Suspensions

Laissons de coté pour le moment le caractère non-Newtonien d'une phase liquide pour nous intéresser à l'ajout d'un autre type d'additif mésoscopique, de plus grande taille cette fois ci : des particules rigides ou à déformabilité finie (par opposition aux gouttes et aux bulles). Ce type de fluide se définit comme suspension dont font partie les ciments, le sang, les avalanches, les dentifrices, etc. On peut classer les suspensions en grandes catégories en fonction de la nature des particules, de leur taille, et de la nature du solvant. On détaillera quelques exemples ci-après, table 1.2.

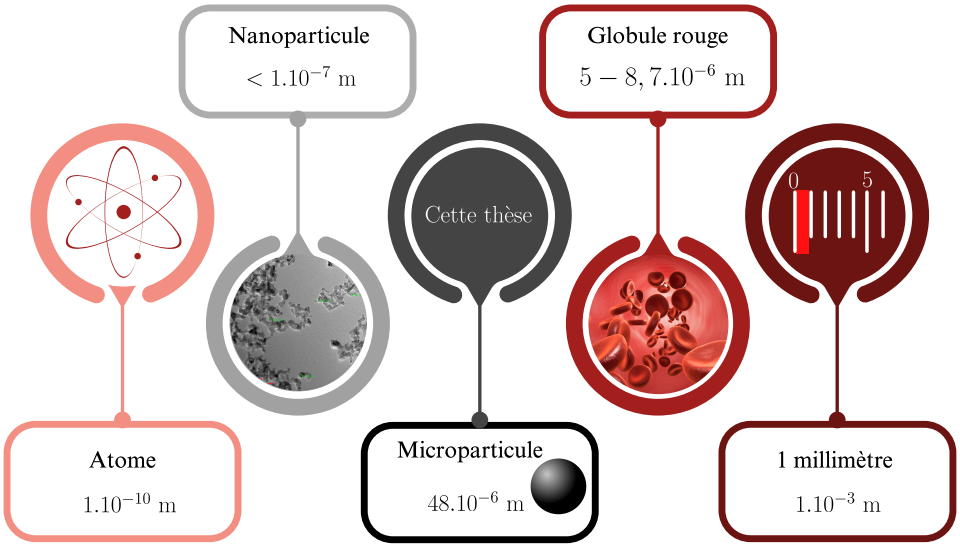


FIGURE 1.11 – Différentes échelles de taille de particules, de l'atome à l'échelle millimétrique

		Phase dispersée		
		Solide	Liquide	Gaz
Phase continue	Solide	Polymères et alliages	-	Mousses (mousse expansive...)
	Liquide	**Suspensions**	Émulsions	Mousses
	Gaz	Fumées (poussières, combustion)	Vapeur	-

TABLE 1.2 – Récapitulatif des différents milieux dispersés

1.4.1 Nanofluides

Les nanofluides sont composés d'un fluide souvent Newtonien (eau, huile, éthylène glycol) auquel on ajoute des particules de taille nanométriques ($d_p < 10$ nm). L'objectif applicatif des nanofluides est de charger le fluide en nanoparticules d'intérêt thermique pour doper les propriétés thermiques du fluide suspendant (Choi and Eastman, 1995). Les particules utilisées sont alors des particules généralement sphériques recouvertes d'une couche métallique (de cuivre, d'aluminium, d'argent, d'or ou de fer), ou non métallique (de l'oxyde d'aluminium, de l'oxyde de cuivre, du silicium, etc.) (Li et al., 2009).

La masse volumique des nanofluides est assez bien prédite par la relation : $\rho = \Phi_v \rho_p + (1 - \Phi_v)\rho_f$ avec ρ_p la masse volumique des particules, généralement très supérieures à celle du solvant ρ_f qui peut également être une combinaison d'eau et d'éthylène glycol (Vajjha et al., 2009).

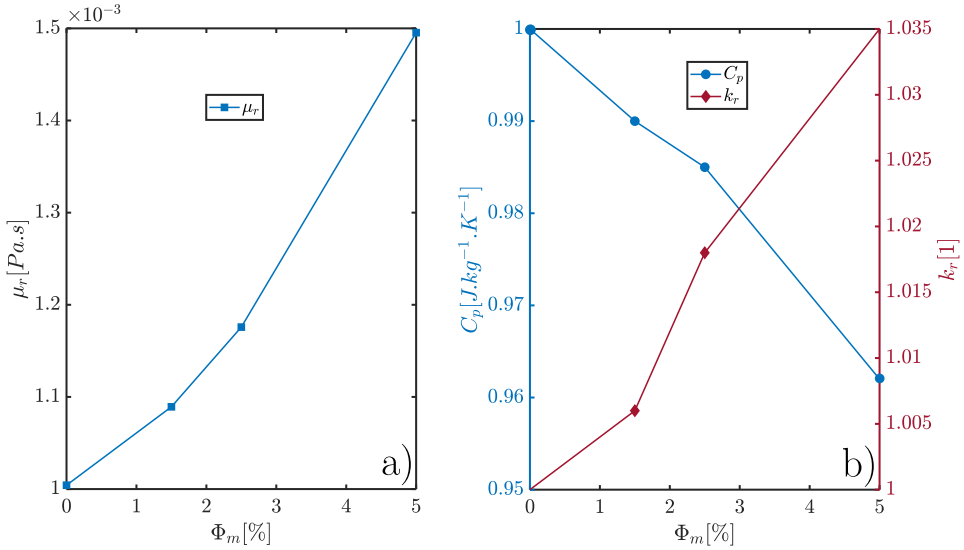


FIGURE 1.12 – Évolution des propriétés : Viscosité relative a), capacité thermique massique b), bleu et conductivité thermique relative b) rouge du nanofluide Al_2O_3 en fonction de la fraction volumique de nanoparticules, repris des travaux de Briclot (2021).

Ajouter des nanoparticules dans une matrice Newtonienne modifie également les propriétés rhéologiques du fluide global comme l'augmentation de la viscosité ou l'apparition de rhéofluidification (Lee and Wagner, 2006; Studart et al., 2006). Pour de faibles fractions volumiques ($\Phi_v < 5\%$) de nanoparticules, la rhéofluidification n'est pas visible quel que soit le nanofluide (Briclot, 2021). A ces concentrations, la viscosité globale de la suspension reste faible (proche de l'eau ou du solvant de base, $\mu = 1mPa.s$). La figure 1.12 a) montre tout de même une augmentation de la viscosité avec la fraction volumique. Cette augmentation quasi-linéaire varie avec le matériau utilisé (Vajjha and Das, 2012). La figure 1.12 se concentre sur les résultats expérimentaux obtenus par Briclot et al. (2020) et représente notamment l'exemple des nanoparticules de Al_2O_3 qui sont les nanoparticules utilisées dans le chapitre 5.

La courbe bleue de la figure 1.12 b) représente l'évolution de la capacité thermique massique du nanofluide contenant de l'Al_2O_3 en fonction de la fraction volumique de nanoparticules. La capacité thermique massique diminue légèrement et de manière proportionnelle avec la concentration en particules. Cette diminution semble être moins sensible au matériau que la viscosité Briclot et al. (2020). La courbe en rouge de la figure 1.12 b) montre que l'amélioration de la conductivité thermique relative par l'ajout de Al_2O_3 est faible par rapport à l'augmentation de la viscosité. Il est donc important de noter que l'ajout d'une faible concentration en nanoparticules $\Phi_v < 5\%$ reste plutôt avantageux du point de vue thermique pour le fluide, mais ajouter plus de particules augmenterait de manière significative la viscosité de la suspension.

Même si l'objectif des nanofluides n'est pas d'améliorer le mélange mais bien de doper la conductivité thermique du fluide suspendant, c'est la capacité à homogénéiser la température par convection qui est visée par le mélange. C'est pourquoi les nanofluides seront utilisés comme l'un des fluides d'intérêt thermique pour

comparer leur efficacité à mélanger par rapport aux suspensions viscoélastiques dans le chapitre 5.

1.4.2 Suspensions de microparticules

Si les particules sont suffisamment grosses, on parle de microparticules et non plus de nanoparticules. En utilisant des particules de taille supérieure, on s'affranchit alors des forces browniennes et donc du mouvement brownien. On s'intéresse donc dans ce manuscrit à des particules plus grandes et particulièrement ici à une particule isolée et de taille finie. Une seule particule en suspension dans un fluide en écoulement constitue un écoulement de Stokes. Les lignes de courant du fluide se déportent de part et d'autre de la particule. Le nombre de Stokes permet de comparer les effets de la **différence de masse volumique** entre le fluide et la particule aux effets de l'**inertie** due à l'écoulement. Il s'écrit :

$$\mathcal{S}t = \frac{\rho_p}{\rho_f}\mathcal{R} \tag{1.10}$$

avec ρ_p [kg m^{-3}] la masse volumique de la particule et ρ_f [kg m^{-3}] la masse volumique du fluide. Dans le cas où la particule et le fluide sont iso-denses, ce qui est le cas dans les études présentées dans ce manuscrit, $\rho_p = \rho_f$ et donc $\mathcal{S}t = \mathcal{R}$ et donc l'inertie domine le mouvement de la particule.

On peut également définir un nombre de Reynolds relatif aux particules pour décrire les effets d'inertie au voisinage de la particule (Maxey and Riley, 1983; Crowe et al., 2012) :

$$\mathcal{R}_p = \frac{\rho_p \dot{\gamma} d_p^2}{\mu} \tag{1.11}$$

où d_p [m] est le diamètre de la particule. Alors, pour des $\mathcal{R}_p < 1$, l'effet des particules sur l'inertie de l'écoulement est négligeable devant celle du fluide.

1.4.3 Les forces appliquées aux particules

Les lois énoncées par Hilding Faxén permettent de décrire les forces et le couple appliqués à la surface d'une particule par le fluide environnant (Chen and Ye, 2000; Durlofsky et al., 1987) ainsi que le stresslet décrit dans la partie suivante formalisée par Batchelor et Green en 1972 (Batchelor, 1971).

Suspensions colloïdales et forces browniennes : La présence des forces browniennes (qui viennent de l'agitation thermique) est directement liée à dimension des particules. En effet, si les particules sont petites (moins d'un micron de diamètre), on parle de suspension colloïdale. C'est dans les suspensions colloïdales que les **effets browniens** dominent les mouvement des particules par rapport aux **effets inertiels** (Marchioli et al., 2025). Le nombre de **Péclet** permet de comparer ces deux effets :

$$\mathcal{P} = \frac{\text{Diffusion}}{\text{Convection}} = \frac{6\pi\mu d_p^3 \dot{\gamma}}{k_B T} \tag{1.12}$$

avec $k_B = 1,38.10^{-23}$J K^{-1} la constante de Bolztmann et T [K] la température. Si $\mathcal{P} \ll 1$, alors les forces browniennes dominent le mouvement des particules et si $\mathcal{P} \gg 1$, c'est l'inertie du fluide qui domine.

Forces gravitationnelles : En complément du nombre de Stokes qui compare les effets d'inertie par rapport aux effets de turbulence, les nombres de Rouse et de Froude permettent respectivement de comparer les effets de la turbulence et de l'inertie par rapport aux effets gravitationnels. Dans ce manuscrit, les suspensions étudiées sont préparées de manière à être iso-denses (voir les détails de la préparation des échantillons dans la partie 3.1.1). Ainsi, le nombre de Froude, $\mathcal{F} = \dfrac{U}{\sqrt{gL}}$ avec U la vitesse du fluide, g l'accélération de la pesanteur et L la longueur caractéristique, est très grand et l'écoulement est dominé par l'inertie et non par la gravité. A contrario, le nombre de Rouse qui s'écrit $\mathcal{R}o = \dfrac{\omega}{\kappa u^*}$ avec ω la vitesse de

chute des particules, κ la constante de von Kármán et u^* la vitesse proche de la particule, liée à la contrainte de cisaillement, est très petit, voire nul.

Forces hydrodynamiques : En écoulement, une suspension, même iso-dense, reçoit des forces dues à la présence de parois, à la différence de vitesse entre le fluide et la particule, à la présence d'autres particules, etc. Voici quelques exemples de forces appliquées à une particule en écoulement à des nombres de Reynolds suffisamment grands ($\mathcal{R} > 1$).

- La **force de trainée** vient de la différence de vitesse entre le fluide suspendant et la particule. Cette dernière perturbe localement l'écoulement de fluide et la trainée est la force supplémentaire appliquée par le fluide lorsque la couche limite se décolle.
- La **portance** est générée par le gradient de cisaillement autour de la particule. La différence de cisaillement implique une différence de pression entre les différentes parties de la surface d'une particule, ce qui crée la force de portance. De plus, si la particule est en rotation, le gradient de cisaillement est alors perturbé à nouveau, ce qui ajoute une force de portance supplémentaire, généralement appelée **effet Magnus** dans ce cas.
- Des forces instationnaires comme celle de **Basset** et celle de la **masse ajoutée** viennent de l'histoire de l'écoulement et dépendent fortement de l'accélération entre le fluide et la particule et de l'évolution de la vorticité autour de la particule.

Ainsi, même sans différence de densité entre le fluide et les particules en suspension, les forces appliquées aux particules évoluent et dépendent de plusieurs paramètres (confinement, gradient de cisaillement, etc.). Pour conclure, des équations appelées équations de Maxey-Riley-Gatignol sont une formulation mathématique de l'ensemble des forces appliquées à une particule immergée (Michaelides, 1997). Ces équations permettent ainsi de coupler les différentes forces liées à la particule dans son écoulement.

Stresslet : Les particules rigides interagissent avec le fluide en écoulement cisaillé (figure 1.1) car le fluide exerce une force de pression sur la surface de la particule qui ne se déforme pas. Il y a donc une opposition des forces entre ce qu'impose le fluide et la réponse des particules. Cette interaction entre le fluide suspendant et une particule s'appelle **le "stresslet", c'est un apport de contraintes supplémentaires au fluide par les particules**. Le stresslet s'écrit (en considérant les champs lointains pour simplifier le calcul) $S_{ij} = \frac{20\pi}{3}\mu_s a^3 E_{ij}^{\infty}$ avec a la taille caractéristique de la particule, E le tenseur des taux de déformation et μ_s la viscosité du solvant (Morris, 2020). C'est donc le stresslet qui est responsable de l'augmentation de la viscosité apparente d'une suspension.

Augmentation de la viscosité : La viscosité dépend de la fraction volumique de particules, $\Phi[\%]$. Les lignes de courant du fluide environnant une particule sont modifiées, ce qui impacte la viscosité globale du fluide en écoulement. Des lois empiriques pour prédire la viscosité d'une suspension ont été déterminées (table 1.3) dont la plus connue et la plus simple d'utilisation est la relation d'Einstein (1906) qui vient de l'évaluation du stresslet en suspension de sphères diluées en écoulement de Stokes. Brady et al. (2006) ont rassemblé dans un article de revue de littérature l'évolution et la manière dont est prédite la viscosité d'une suspension.

1.4.4 Migration de particules

Lorsque l'on traite de suspensions, du fait des interactions entre le fluide et les particules, la migration des particules doit être prise en compte. En effet, dès lors que l'écoulement présente des zones de plus ou moins forte vorticité ou de taux de cisaillement, les particules et l'inertie du fluide interagissent entre eux, créant des zones préférentielles pour les particules (Maxey and Riley, 1983). La migration de particules a deux origines principales : l'inertie du fluide, phénomène bien décrit pour une seule particule en suspension, et la rhéologie, c'est à dire la migration induite par le cisaillement ("Shear-induced migration" SIM) qui se produit

Auteur	Modèle	Gamme de Φ	Remarque(s)
Einstein (1906)	$\mu_r = 1 + 2.5\Phi$	$0\% < \Phi < 5\%$	Pas d'interaction entre les particules car trop éloignées. Particules sphériques, monodisperses.
Eilers (1941)	$\mu_r = (1 + \frac{1.25\Phi}{1 - \Phi/\Phi_m})^2$	$0\% < \Phi < \Phi_m$	Extension du modèle d'Einstein aux suspensions concentrées, introduction de la notion d'empilement maximal.
Brinkman (1952)	$\mu_r = (1 - \Phi)^{-B}$	$0\% < \Phi < 30\%$	Analogie entre la viscosité des suspensions et les milieux poreux.
Krieger and Dougherty (1959)	$\mu_r = (1 - \frac{\Phi}{\Phi_c})^{-B\Phi_c}$	$0\% < \Phi < \Phi_m$	Généralisation robuste pour des particules de natures variées (forme, dureté...) à travers la viscosité intrinsèque.
Batchelor (1971)	$\mu_r = 1 + B\Phi + \Gamma\Phi^2$	$0\% < \Phi$	Ajout du terme quadratique à la formule d'Einstein pour les interactions entre deux particules.

TABLE 1.3 – Récapitulatif des relations majeures pour la viscosité de suspensions. B est une propriété du matériau venant de la viscosité intrinsèque. Φ_m est la concentration maximale (d'empilement maximal) des particules. μ_r est la viscosité relative. Φ est la concentration de particules.

pour une fraction volumique de particules suffisante pour avoir des interactions entre les particules [4].

1.4.4.1 Migration induite par le fluide

La migration de particules iso-denses est mise en évidence par Segré and Silberberg (1962) qui montrent qu'en écoulement en conduite à faibles nombres de Reynolds, il y a un rayon préférentiel où les particules migrent [5]. Elles forment alors un anneau de rayon $0.6 \times r$ avec r le rayon de la conduite. Le rayon de l'anneau évolue, grandissant avec le nombre de Reynolds (Matas et al., 2004; Miura et al., 2014). En écoulement de Taylor-Couette, Halow and Wills (1970) sont les premiers à observer que les particules en suspension Newtonienne ont tendance à se rapprocher du cylindre intérieur, formant également un anneau autour de l'axe de rotation. Par la suite, les études de l'équipe de Jeffrey Morris qui est d'ailleurs l'auteur de plusieurs revues de littérature sur le sujet (Morris, 2020, 2023), permettent de caractériser la migration de particules pour différents régimes d'écoulement de manière expérimentale (cet écoulement fait l'objet du chapitre 2). En effet, il est montré que, pour une suspension très diluée ($\Phi = 0.1\%$) en régime laminaire (CCF), l'anneau de particules se forme à une distance de $0.4 \times \delta$ et est donc plus proche du cylindre intérieur. En régime transitoire (TVF), à un nombre de Reynolds de 120, les forces angulaires de l'écoulement azimutal de l'écoulement laminaire sont combinées à des forces convectives typiques des rouleaux de Taylor. La distribution des particules change pour former des rouleaux et donc révéler les écoulements secondaires. En augmentant le nombre de Reynolds au sein du régime TVF, les rouleaux formés de particules se distinguent mieux et ont

4. Le mouvement brownien peut également provoquer de la migration induite par le cisaillement pour des suspensions moins chargées ($\Phi < 5\%$) Brown et al. (2009)

5. La migration de polymères existe également dans les solutions de polymères bien que cette migration soit négligeable devant celle observée pour des particules solides qui sont plus volumineuses et se séparent plus que le polymère en solution (MacDonald and Muller, 1996)

un rayon de plus en plus grand. Enfin, en régime turbulent, les particules sont réparties aléatoirement dans l'entrefer, il n'y a plus les motifs caractéristiques des deux précédents régimes.

1.4.4.2 Migration induite par le cisaillement (SIM)

La migration des particules induite par le cisaillement est une redistribution des particules à bas nombres de Reynolds pour des fractions volumiques suffisantes. Leighton and Acrivos (1987) sont les premiers à avoir montré qu'il peut y avoir de la migration de particules dans ces conditions à travers des expériences de rhéométrie. Ils ont permis à Koh et al. (1994); Nott and Brady (1994) de mettre en évidence de manière numérique que pour des écoulements dominés par une différence de pression, il y a bien de la SIM en suspension Newtonienne. Par la suite, des études expérimentales ont remis en question le fait que les particules migrent vers des zones à faible cisaillement car les écoulements en torsion (comme en cône-plan ou plan-plan en rhéométrie, voir section 1.6.1) montrent également de la migration. Morris and Boulay (1999) relient donc le phénomène de migration des particules aux contraintes normales. Les auteurs formalisent la migration et concluent sur le fait que la migration est proportionnelle à la divergence des contraintes appliquées aux particules, $\nabla.\sigma$. Si $\nabla.\sigma \neq 0$, il y a présence de contraintes normales appliquées aux particules qui vont naturellement relâcher la contrainte en migrant dans le fluide. Un argument supplémentaire est avancé si on veut caractériser la migration de particules en présence d'autres forces comme les contraintes électriques ou les forces browniennes. Ces dernières étant bien différentes de la variation du cisaillement local jouent également un rôle dans les processus de migration de particules.

La migration de particule peut alors créer des agglomérations, stratifiant ainsi la distribution des particules dans une suspension initialement homogène. C'est d'ailleurs cette migration qui est utilisée pour la séparation de cellules cancéreuses dans les travaux micro-fluidiques de Carlo (2009); Haddadi et al. (2018). De plus, si le fluide rencontre un obstacle, des études expérimentales montrent que le fluide "anticipe" avant l'obstacle en modifiant les trajectoires des lignes de courant en amont de celui-ci. Il en est de même pour l'anticipation de la trajectoire des particules (Haddadi et al., 2014). Les techniques de modélisation numériques ne permettent pas encore de prédire la manière dont la suspension anticipe l'obstacle.

1.5 Suspensions complexes

Comme discuté en introduction, différentes applications industrielles telles que les écoulements de boues de forages pétroliers (Clarke and Davoodi, 2024), les écoulements sanguins (Brust et al., 2013), ou l'amélioration du mélange (Nienow et al., 1997) ont motivé les recherches en microfluidique ainsi qu'en écoulements macroscopiques de suspensions complexes. Par suspension complexe, on entend un fluide suspendant à rhéologie complexe (avec ou sans élasticité, avec viscosité qui dépend du cisaillement ou non etc.) chargé en particules (solides, déformables ou non). Dans la suite de ce paragraphe, on se focalisera sur les suspensions de particules solides (généralement sphériques) en matrice viscoélastique avec une attention particulière sur les quelques informations disponibles sur l'hydrodynamique de ces fluides en écoulement à une échelle plus grande que micrométrique.

1.5.1 Interactions polymère-particules

Une multitude de mécanismes liés soit à l'élasticité, soit à la présence de particules, viennent d'être vus. Cependant, le comportement d'une suspension viscoélastique diffère de celui d'une solution viscoélastique ou d'une suspension Newtonienne par les interactions entre les chaînes de polymère et les particules au sein de l'écoulement.

1.5.1.1 Le stresslet et Particle Induced Fluid Stress (PIFS)

Dans une suspension diluée ($\Phi < 1\%$), les particules n'interagissent pas directement entre elles, mais plutôt avec le fluide. En effet, le fluide exerce une pression sur la particule qui, en raison de sa non-déformabilité, retourne cette pression au fluide. Ce phénomène est appelé le « stresslet » (Morris, 2020). En revanche, à

mesure que la concentration en particules augmente ($\Phi > 1\%$), la distance entre les particules diminue et les collisions inter-particules, qui étaient négligeables dans le régime dilué, deviennent significatives. Cela conduit à des échanges de quantité de mouvement, à une dissipation d'énergie et, potentiellement, à une agglomération de particules (Marchioli et al., 2025). Contrairement au stresslet, qui ne concerne que l'interaction entre une particule et le fluide environnant, un autre type de contrainte apparaît lorsque le fluide est chargé en polymère. Cette contrainte supplémentaire, connue sous le nom de « Particle Induced Fluid Stress » (PIFS), est caractérisée par la modification locale de l'écoulement (Jain et al., 2019; Jain and Shaqfeh, 2021; Zhang and Shaqfeh, 2023). Il a été montré que dans un écoulement de cisaillement pur (voir figure 1.1), la contribution du PIFS à la viscosité apparente augmente de manière monotone avec l'élasticité du fluide, tandis que la contrainte globale peut diminuer. Ce phénomène conduit à un épaississement par cisaillement apparent dans les suspensions viscoélastiques lorsque des particules sont ajoutées (Guido and Shaqfeh, 2019).

1.5.1.2 Rhéoépaississement

Un autre effet est relaté à la combinaison des deux additifs. Aux faibles nombres de Weissenberg, les effets élastiques sont négligeables. Cela est dû au fait que le fluide libère la faible énergie stockée trop rapidement par rapport à l'échelle de temps de déformation imposée, ce qui ne permet pas l'effet de « mémoire » élastique du fluide. Une étude numérique de Matsuoka et al. (2021) apporte des précisions locales et fondamentales sur ce mécanisme en écoulement de cisaillement simple. En effet, les auteurs ont montré que le gradient de cisaillement local augmente en intensité et que son maximal se déplace spatialement avec l'augmentation de la concentration en particules, reflétant une intensification des gradients locaux dans le fluide. Leur analyse révèle qu'à très faibles concentrations ($\Phi \simeq 0.1\%$), le cisaillement local est fortement hétérogène et concentré autour des particules, tandis qu'à des concentrations plus élevées, il devient distribué de manière plus homogène. Trois types d'informations locales y sont détaillés, fournissant une meilleure compréhension de l'impact hydrodynamique des particules dans un fluide viscoélastique : l'état de déformation (élongation uniaxiale ou biaxiale), la vorticité autour des particules et l'étirement des chaînes de polymères, qui est fortement corrélé avec les contraintes élastiques locales. Les résultats montrent que l'étirement significatif des polymères apparaît clairement à partir de ($\Phi \simeq 10\%$) ainsi que pour des $\mathcal{W}$ plus élevés, particulièrement en amont et en aval des particules. Dans ces régimes, les contraintes élastiques deviennent collectives : elles s'étendent à l'ensemble du fluide, plutôt que de rester confinées autour des particules individuelles. Cela suggère l'apparition d'un réseau de contraintes élastiques inter-connectées, résultant en des champs de contrainte locaux superposés. Ce mécanisme peut être assimilé à un épaississement local par cisaillement, c'est à dire au rhéoépaississement. Ici, l'épaississement n'est pas dû aux collisions ou à la structuration des particules (comme dans les suspensions Newtoniennes), mais à la réponse élastique intrinsèque du fluide, amplifiée par les perturbations hydrodynamiques induites par les particules.

En résumé, dans les suspensions viscoélastiques, la compétition entre les divers mécanismes de transport et de relaxation du fluide peut conduire à un épaississement par cisaillement marqué lorsque l'élasticité du fluide n'est pas négligeable (Matsuoka et al., 2021; Einarsson et al., 2018). Ce phénomène, connu sous le nom de durcissement par déformation élastique, se manifeste par une augmentation de la viscosité apparente en fonction du nombre de Weissenberg, même dans les suspensions diluées. Pour rendre compte de ce comportement, Einarsson et al. (2018) ont généralisé le modèle classique d'Einstein, qui prédit la viscosité effective des suspensions diluées dans un fluide Newtonien, aux fluides viscoélastiques, en tenant compte de la contribution relative du polymère à la viscosité et de l'effet de l'élasticité (via le terme $\mathcal{W}^2$ dans l'équation 1.13). Cet épaississement par cisaillement est également observé numériquement pour les contraintes normales (Scirocco et al., 2005; Yang and Shaqfeh, 2018; Jain et al., 2019).

La viscosité de cisaillement est exprimée comme suit :

$$\mu = 1 + 2.5\Phi + (0.62 - 0.03\mu_r)\Phi\mu_r\mathcal{W}^2, \mu_r = \mu_p/(\mu_s + \mu_p) \tag{1.13}$$

où Φ est la fraction volumique des particules, μ_r [Pa s] est la viscosité relative, μ_p [Pa s] la contribution du polymère à la viscosité et μ_s [Pa s] la viscosité du solvant.

Plus récemment, Matsuoka et al. (2021) ont affiné ce modèle en décomposant les contributions microscopiques à la viscosité, distinguant le stresslet (la résistance mécanique de la particule au cisaillement) du PIFS, c'est-à-dire la contrainte élastique générée dans le fluide par la perturbation induite par les particules 1.16 :

$$\mu = 1 + 2.5\Phi + \Phi\mu_r(\alpha_{stresslet} + \alpha_{PIFS}) \tag{1.14}$$

$$\alpha_{stresslet} = -1.43\mathcal{W}^2 - 0.06\mu_r\mathcal{W}^2 \tag{1.15}$$

$$\alpha_{PIFS} = 2.05\mathcal{W}^2 + 0.03\mu_r\mathcal{W}^2 \tag{1.16}$$

Ce résultat est fondamental, car il met en évidence deux effets opposés :

— La contribution du stresslet tend à réduire la viscosité (amincissement par cisaillement)

— Le PIFS accentue l'épaississement par cisaillement

Ce dernier effet reflète directement la réponse élastique du fluide aux perturbations hydrodynamiques induites par les particules, et constitue le cœur du mécanisme de rhéoépaississement observé par Zhang and Shaqfeh (2023); Einarsson et al. (2018).

1.5.2 Rhéologie de suspensions complexes

Contrairement aux fluides Newtoniens, les connaissances théoriques et expérimentales sur les contraintes normales en suspensions chargées en matrice viscoélastiques sont peu connues (Mall-Gleissle et al., 2002).

Tout d'abord, il est important de noter qu'il y a une augmentation de viscosité plus importante en présence de viscoélasticité que celle attendue pour un fluide Newtonien rempli à la même fraction volumique. En effet, une augmentation de la viscosité d'un facteur 2.5 est attendu en fluide Newtonien et un facteur 5 est mesuré pour une fraction volumique de particules de 25% (Tanner, 2018). Les mesures de différence de contraintes normales réalisées ont montré que N_1 diminue avec l'augmentation de la fraction volumique et que N_2 augmente en amplitude de déformation. Ces résultats sont similaires aux résultats pour les matrices Newtoniennes (Tanner, 2018). En revanche, les différences de contraintes normales ne suivent pas une loi linéaire ou quadratique par rapport à la contrainte de cisaillement τ mais sont proportionnelles à $\tau^{1.67}$. Alors, comme décrit analytiquement par Aral and Kalyon (1997) et validé expérimentalement par Dai et al. (2014), le rapport $\frac{-N_1}{N_2}$ décroit avec la concentration en particules jusqu'à changer de signe pour des fractions volumiques supérieures à 30%. Les travaux de Dai et al. (2014) ont également permis de mettre en évidence que la présence de particules génère du rhéoépaississement pour les cisaillements les plus élevés dans une courbe de viscosité, c'est à dire à partir de $\dot{\gamma} = 6\text{s}^{-1}$. Cette augmentation de viscosité en fluide Boger est provoquée par la résistance du fluide à l'allongement des chaînes de polymère. En présence de viscoélasticité, Pasquino et al. (2008) déterminent un changement de comportement du régime dilué au régime semi-dilué qui intervient à des fractions volumiques de particules plus faibles. En effet, le seuil passe de $\Phi \simeq 5\%$ à $\Phi \simeq 2\%$.

Pour de faibles concentrations en particules ($\Phi < 5\%$), les prédictions d'Einstein relatives à la viscosité (voir table 1.3) sont compatibles qualitativement avec des solutions viscoélastiques chargées en particules dans la limite des $\Phi < 5\%$. Or, Dai et al. (2014) montrent que cette prédiction de viscosité et la première différence de contraintes normales sont sous-estimées par rapport aux mesures réalisées. Les auteurs expliquent notamment cela par le fait qu'Einstein ne prend pas en compte la contribution du polymère à la viscosité. Plus généralement, la différence entre les modèles et les mesures expérimentales peuvent être expliquées par d'autres raisons. Tout d'abord, un premier biais vient du fait que le modèle Oldroyd-B ne prend pas en compte la limite d'extensibilité des chaînes de polymère pour les zones où l'élongation est élevée, notamment entre les particules. Ensuite, les simulations numériques ne prennent d'ordinaire pas en compte les effets de bords inévitables en expérimental.

De manière générale, s'ajoutant aux difficultés intrinsèques à simuler les écoulements viscoélastiques, il faut noter la difficulté de modéliser des écoulements chargés en particules. En effet, les interactions non-

linéaires entre le fluide et les particules complexifient la modélisation. Ceci limite la capacité de modéliser les interactions inter-particules dans la matrice viscoélastique.

1.6 Introduction à la caractérisation rhéologique

Dans les sections précédentes, nous avons discuté de la complexité d'écoulements de suspensions, de polymères et de suspensions complexes. Puisqu'il est nécessaire de définir des paramètres de contrôle prenant en compte les propriétés apparentes du fluide complexe formé et que l'on souhaite appliquer des analyses de mécanique des milieux continus, nous avons besoin de mesurer ces propriétés. C'est pourquoi, nous utilisons des techniques de rhéologie. La caractérisation rhéologique du fluide mis en écoulement permet de mieux appréhender l'analyse de son comportement. Connaître ses caractéristiques (viscosité, élasticité, etc.) permet également de comparer le fluide d'une étude expérimentale à l'autre ainsi qu'aux études numériques. Plusieurs techniques de rhéométrie permettent de solliciter un fluide dans un environnement bien connu et généralement simplifié (voir figure 1.1) pour en extraire la propriété ciblée.

Dans cette partie, on présente les grands principes des techniques de rhéométrie en faisant un focus particulier sur celles utilisées et adaptées aux suspensions viscoélastiques ainsi que sur les cibles de chacune.

1.6.1 Rhéomètres rotatifs

Un rhéomètre est un instrument de mesure muni d'un moteur qui soit applique une déformation et mesure le couple nécessaire à l'application de cette contrainte, soit applique une contrainte et mesure la déformation. De manière générale et sur l'ensemble des essais de base réalisés sur un rhéomètre, une contrainte, un déplacement ou une déformation sont imposés. Connaissant les paramètres géométriques de l'écoulement, la mesure de couple permet alors de déterminer les différentes propriétés du fluide mis en mouvement. Le rhéomètre est doté d'une géométrie (cône-plan, plan-plan ou Couette pour n'en citer que quelques unes) qui permettra alors d'adapter l'écoulement en fonction de la mesure et de l'échantillon à caractériser. Voici une présentation de trois exemples de géométries très communément utilisées dans la littérature.

1.6.1.1 Géométrie cône-plan

La géométrie cône-plan (figure 1.13) est composée d'un cône tronqué se positionnant au dessus de l'échantillon à caractériser tandis que la surface inférieure est un plan. Il existe différents diamètres de cônes et plusieurs angles en fonction des besoins. Par exemple, un cône de diamètre 50mm sera plus efficace pour des fluides de faible viscosité et viscoélasticité mais consommera plus de volume de fluide qu'un cône de diamètre 25mm.

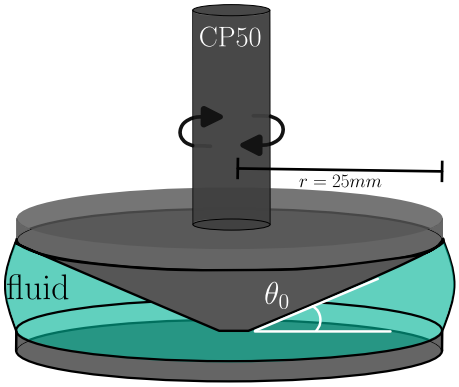


FIGURE 1.13 – Géométrie Cône-Plan de diamètre 50 mm et d'angle θ_0

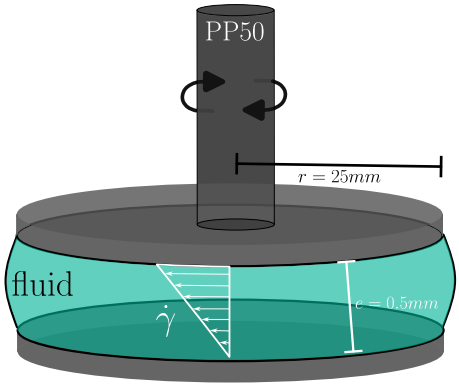


FIGURE 1.14 – Géométrie Plan-Plan de diamètre 50 mm

Dans l'entrefer, le taux de cisaillement $\dot{\gamma} = \dfrac{\Omega}{\theta_0}$ est constant et ne dépend pas du rayon r. Le couple vaut

donc :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{3\theta_0}\mu R^3\Omega \tag{1.17}$$

La mesure du couple permet alors de remonter à la valeur de viscosité en fonction des différents paramètres géométriques connus (θ_0 et R) et de la vitesse de rotation appliquée Ω.

Lorsque l'on traite de suspensions, comme c'est le cas dans cette thèse, des effets de migration et d'éjection de particules peuvent se développer plus facilement dans une géométrie cône-plan que dans la géométrie plan-plan (décrite au paragraphe 1.6.1.2) dus aux forces centrifuges et aux instabilités (Ponche and Dupuis, 2005).

1.6.1.2 Géométrie plan-plan

La géométrie plan-plan (représentée sur la figure 1.14) est similaire à la précédente car c'est le cône qui est remplacé par un plan. Ici, le taux de cisaillement varie linéairement entre le centre du plan et son extrémité (en r). Outre le fait que l'entrefer entre les deux plaques peut être ajustée, l'avantage de cette géométrie est de limiter la migration et l'éjection de particules Dans cette géométrie, la relation entre le couple mesuré et la viscosité s'écrit :

$$\Gamma = \frac{8\pi}{9}\frac{R^4}{h}\mu\Omega \tag{1.18}$$

1.6.1.3 Géométrie cylindres concentriques

Comme nous le verrons en détail dans le chapitre 2, historiquement, c'est en voulant mesurer une viscosité que Maurice Couette et Arnulph H. R. Mallock ont mis en place leur dispositif expérimental (voir figure 2.1) mettant ainsi un cylindre en rotation par rapport à un autre cylindre qui lui est concentrique.

Les équations de Navier-Stokes, en régime permanent et laminaire, sans glissement à la paroi nous donne la relation entre le couple et la vitesse de rotation du cylindre intérieur :

$$\Gamma = 4\pi\mu\Omega r_i^2 h\frac{r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \tag{1.19}$$

Pour cet écoulement, si on quitte le régime laminaire, les instabilités de Taylor (détaillées dans la section 2.1.4.2) augmentent le couple alors nécessaire pour entretenir les tourbillons à une vitesse donnée.

Dans le cas où l'entrefer est très faible devant le rayon intérieur, des instabilités se déclenchent pour $\mathcal{R} = \frac{\rho\Omega\delta\sqrt{\delta r_i}}{\mu} > 41.3$ avec $\delta = r_\mathrm{o} - r_\mathrm{i}$ [6]. Dans cette géométrie, le taux de cisaillement n'est pas constant dans l'espace entre les deux cylindres. Cette géométrie consomme plus de fluide pour être qu'il soit caractérisé car le volume qu'occupe le fluide est plus important que dans les géométries plan-plan et cône-plan, mais est de fait plus sensible pour des fluides faiblement visqueux.

Une astuce utilisée par certains fabricants est de faire des mesures avec une rotation du cylindre extérieur et un cylindre intérieur fixe (configuration de "cup rotation"). L'écoulement est alors beaucoup plus stable du point de vue centrifuge et permet d'explorer des taux de cisaillement très élevés comparé au "bob rotation" où le cylindre intérieur tourne (voir la section 2.1.4.2).

1.6.2 Étirement d'un filament

Nous avons montré que la viscoélasticité est directement liée aux contraintes normales qui sont responsables du hoop stress. Il est donc important de connaitre la réponse en cisaillement (et d'obtenir le nombre de Weissenberg $\mathcal{W}$) mais également de connaitre la réponse en élongation (et déterminer le nombre de Deborah $\mathcal{D}$

6. Cette relation est vraie pour des fluides Newtoniens mais comme nous l'avons décrit précédemment, la viscoélasticité peut avoir un rôle sur la friction et donc sur la mesure du couple.

en élongation). Cette configuration est essentielle lorsque l'on traite de suspensions viscoélastiques, même en écoulement purement cisaillé comme l'écoulement de Taylor-Couette. Il est donc nécessaire de développer soit des relations entre les propriétés en écoulement cisaillé et élongationnel, ce qui n'est pas simple (Zell, 2010), soit des techniques pour mesurer directement en élongation. Les travaux de Entov and Yarin (1980); Entov and Hinch (1997) ont permis de définir une loi reliant le temps de relaxation d'un fluide à son élongation pure. Cette expérience consiste à positionner un volume de fluide entre deux plaques planes et de les étirer (voir figure 1.15). Le suivi du diamètre du filament ainsi formé permet alors de quantifier l'élasticité du fluide en extension (McKinley and Sridhar, 2002). Les rhéomètres commerciaux CaBER (Capillary Breakup Extensional Rheometer) sont munis d'un laser pour mesurer le diamètre au cours du temps avec une précision de 8 µm. Cette technique est développée dans la partie 3.1.2.2 où un dispositif maison utilisant un rhéomètre classique et une caméra pour visualiser le filament est utilisé.

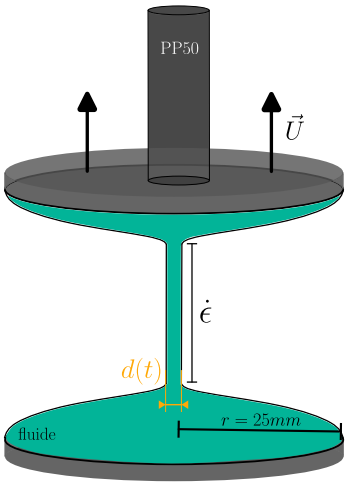


FIGURE 1.15 – Représentation de l'étirement d'un filament utilisé dans les rhéomètres CaBER

1.6.3 D'autres instruments de rhéométrie

Il existe une multitude de manières de réaliser des mesures rhéologiques. Dans ce manuscrit, on se concentre sur les plus communément utilisées et ceux qui seront détaillés dans les chapitres suivants. Voici cependant quelques exemples de rhéomètres utilisant des méthodes bien différentes pour mesurer la viscosité ou l'élasticité d'un fluide.

Rhéomètre acoustique Il est possible d'ajouter un transducteur piézoélectrique au plateau inférieur fixe d'un rhéomètre rotatif. Cela permet alors de caractériser la propagation d'une onde acoustique à travers le milieu considéré en fonction des conditions de pression (appliquée par le rhéomètre) (Dagès, 2021). Cette méthode est avantageuse pour travailler à de très faibles amplitudes de déformation et est très adaptée aux fluides viscoélastiques.

Viscosimètre à chute de bille Le rhéomètre à chute de bille consiste à suivre la progression d'une bille tombante dans le fluide à caractériser. La vitesse de chute étant proportionnelle à la viscosité du fluide, il est possible de faire varier le cisaillement autour de la bille pour plusieurs tailles et masses volumiques de billes. La relation entre la viscosité du fluide et la vitesse de chute de la bille est définie par (Ali et al., 2019) :

$$\mu = \frac{g d_s^2 (\rho_s - \rho_f)}{18u} \tag{1.20}$$

avec g [$\mathrm{m^2\,s^{-1}}$] l'accélération de la pesanteur, d_s [m] le diamètre de la bille, ρ_s et ρ_f [$\mathrm{kg\,m^{-3}}$] les masses volumiques de la bille et du fluide respectivement et la vitesse de la bille u [$\mathrm{m\,s^{-1}}$]. Le cisaillement local vaut : $\dot{\gamma}\frac{2u}{d}$.

La mesure est d'autant plus précise que la fréquence d'acquisition de la caméra servant à suivre la position de la bille est élevée. Il est donc possible de réaliser des mesures de viscosité à faible coût grâce au montage simple de ce dispositif expérimental.

Dans la suite, pour déterminer la viscosité et l'élasticité des fluides utilisés, à savoir des suspensions visco-élastiques dans un premier temps, le rhéomètre rotatif avec la géométrie plan-plan est utilisé pour quantifier la viscosité. Les contraintes normales sont relevées permettant une première quantification d'élasticité (voir 3.1.2.2). Dans un second temps, la méthode d'étirement d'un filament est mise en place pour déterminer les propriétés élastiques de la suspension en élongation pure. Le rhéomètre rotatif en configuration plan-plan semble être le plus adapté à des suspensions et la mesure en étirement de filament n'est pas perturbée par la présence de particules.

Bibliographie

Sarah Ali, A. Al-Zuky, Anwar Al-Saleh, and Haidar Mohamad. Measure liquid viscosity by tracking falling ball Automatically depending on image processing algorithm. *Journal of Physics : Conference Series*, 1294 :022002, September 2019. doi : 10.1088/1742-6596/1294/2/022002.

P. Anglès D'auriac. Les principes en mécanique des milieux continus. *La Houille Blanche*, 56(5) :427–432, August 1970. ISSN 0018-6368. doi : 10.1051/lhb/1970029. URL `https://doi.org/10.1051/lhb/1970029`. _eprint : https ://doi.org/10.1051/lhb/1970029.

Birnur K. Aral and Dilhan M. Kalyon. Viscoelastic material functions of noncolloidal suspensions with spherical particles. *Journal of Rheology*, 41(3) :599–620, May 1997. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.550841. URL `https://pubs.aip.org/jor/article/41/3/599/454532/Viscoelastic-material-functions-of-noncolloidal`.

G. K. Batchelor. The stress generated in a non-dilute suspension of elongated particles by pure straining motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 46(4) :813–829, April 1971. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112071000879. URL `https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112071000879/type/journal_article`.

Robert Byron Bird, Robert Calvin Armstrong, and Ole Hassager. *Dynamics of Polymeric Liquids*. John Wiley, New York Brisbane Toronto [etc.], 2nd edition edition, 1987. ISBN 978-0-471-80245-7.

D. R. Bland. *The Theory of Linear Viscoelasticity*. Courier Dover Publications, October 2016. ISBN 978-0-486-81638-8. Google-Books-ID : YL8zDQAAQBAJ.

D. V. Boger. A highly elastic constant-viscosity fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 3 (1) :87–91, September 1977. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/0377-0257(77)80014-1. URL `https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377025777800141`.

T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, and S. Balabani. Experimental insights into elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 381(2243) :20220131, March 2023. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.2022.0131. URL `https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0131`.

John F. Brady, Aditya S. Khair, and Manuj Swaroop. On the bulk viscosity of suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 554 :109–123, May 2006. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112006009438. URL `https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112006009438/type/journal_article`.

A. Briclot, J.F. Henry, C. Popa, C.T. Nguyen, and S. Fohanno. Experimental investigation of the heat and fluid flow of an Al2O3-water nanofluid in the laminar-turbulent transition region. *International Journal of Thermal Sciences*, 158 :106546, December 2020. ISSN 12900729. doi : 10.1016/j.ijthermalsci.2020.106546. URL `https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1290072920309996`.

Alexandre Briclot. *Évaluation de la performance énergétique des échangeurs par nanofluides caloporteurs*. thesis, Reims, December 2021. URL https://theses.fr/2021REIMS023?domaine=personnes.

H. C. Brinkman. The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions. *The Journal of Chemical Physics*, 20(4) :571, April 1952. ISSN 0021-9606. doi : 10.1063/1.1700493. URL https://doi.org/10.1063/1.1700493.

Jennifer R. Brown, Einar O. Fridjonsson, Joseph D. Seymour, and Sarah L. Codd. Nuclear magnetic resonance measurement of shear-induced particle migration in Brownian suspensions. *Physics of Fluids*, 21 (9), September 2009. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.3230498. URL https://pubs.aip.org/aip/pof/article/21/9/093301/257346/Nuclear-magnetic-resonance-measurement-of-shear.

M. Brust, C. Schaefer, R. Doerr, L. Pan, M. Garcia, P. E. Arratia, and C. Wagner. Rheology of Human Blood Plasma : Viscoelastic Versus Newtonian Behavior. *Physical Review Letters*, 110(7) :078305, February 2013. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.110.078305. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.078305.

Dino Di Carlo. Inertial microfluidics. *Lab on a Chip*, 9(21) :3038–3046, November 2009. ISSN 1473-0189. doi : 10.1039/B912547G. URL https://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2009/lc/b912547g.

Marc Carrega and J-F Agassant. *Matériaux polymères*. Dunod edition, 2007.

Hugo A. Castillo Sánchez, Mihailo R. Jovanović, Satish Kumar, Alexander Morozov, V. Shankar, Ganesh Subramanian, and Helen J. Wilson. Understanding viscoelastic flow instabilities : Oldroyd-B and beyond. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 302 :104742, April 2022. ISSN 03770257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2022.104742. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025722000015.

Shing Bor Chen and Xiangnan Ye. Faxen's Laws of a Composite Sphere under Creeping Flow Conditions. *Journal of Colloid and Interface Science*, 221(1) :50–57, January 2000. ISSN 0021-9797. doi : 10.1006/jcis.1999.6552. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021979799965529.

S. U. S. Choi and J. A. Eastman. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. Technical Report ANL/MSD/CP-84938 ; CONF-951135-29, Argonne National Lab. (ANL), Argonne, IL (United States), October 1995. URL https://www.osti.gov/biblio/196525.

Andrew Clarke and Mahdi Davoodi. The movement of particles in Taylor-Couette flow of complex fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, page 105354, November 2024. ISSN 03770257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2024.105354. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025724001708.

Clayton T. Crowe, John D. Schwarzkopf, Martin Sommerfeld, and Yutaka Tsuji. *Multiphase flows with droplets and particles*. CRC Press, 2 edition, 2012.

Noémie Dagès. Matériaux rhéo-acoustiques. 2021.

Shao-Cong Dai, Fuzhong Qi, and Roger I Tanner. Viscometric functions of concentrated non-colloidal suspensions of spheres in a viscoelastic matrix. 2014.

L. Durlofsky, J. F. Brady, and G. Bossis. Dynamic simulation of hydrodynamically interacting particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 180 :21–49, July 1987. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S002211208700171X. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/dynamic-simulation-of-hydrodynamically-interacting-particles/7B6A8C5A04E3D16591FEABE9A8D2778F.

H. Eilers. Die Viskosität von Emulsionen hochviskoser Stoffe als Funktion der Konzentration. *Kolloid-Zeitschrift*, 97(3) :313–321, December 1941. ISSN 1435-1536. doi : 10.1007/BF01503023. URL https://doi.org/10.1007/BF01503023.

Jonas Einarsson, Mengfei Yang, and Eric S G Shaqfeh. Einstein viscosity with fluid elasticity. 2018.

A. Einstein. Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Annalen der Physik*, 324(2) :289–306, 1906. ISSN 1521-3889. doi : 10.1002/andp.19063240204. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/andp.19063240204. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19063240204.

V. M. Entov and A. L. Yarin. Dynamical equations for a liquid jet. *Fluid Dynamics*, 15(5) :644–649, September 1980. ISSN 1573-8507. doi : 10.1007/BF01089634. URL https://doi.org/10.1007/BF01089634.

V.M. Entov and E.J. Hinch. Effect of a spectrum of relaxation times on the capillary thinning of a filament of elastic liquid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 72(1) :31–53, September 1997. ISSN 03770257. doi : 10.1016/S0377-0257(97)00022-0. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025797000220.

Christopher J. Guido and Eric S G Shaqfeh. The rheology of soft bodies suspended in the simple shear flow of a viscoelastic fluid - ScienceDirect, 2019. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025719302010?utm_source=chatgpt.com.

Hamed Haddadi, Shahab Shojaei-Zadeh, Kevin Connington, and Jeffrey F. Morris. Suspension flow past a cylinder : particle interactions with recirculating wakes. *Journal of Fluid Mechanics*, 760 :R2, December 2014. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2014.613. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/suspension-flow-past-a-cylinder-particle-interactions-with-recirculating-wakes/49AE46FBFB48E593EAAB26C688A2C8CE.

Hamed Haddadi, Hamed Naghsh-Nilchi, and Dino Di Carlo. Separation of cancer cells using vortical microfluidic flows. *Biomicrofluidics*, 12(1) :014112, February 2018. ISSN 1932-1058. doi : 10.1063/1.5009037. URL https://doi.org/10.1063/1.5009037.

J. S. Halow and G. B. Wills. Experimental Observations of Sphere Migration in Couette Systems. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 9(4) :603–607, November 1970. ISSN 0196-4313, 1541-4833. doi : 10.1021/i160036a013. URL https://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/i160036a013.

Anika Jain and Eric S. G. Shaqfeh. Transient and steady shear rheology of particle-laden viscoelastic suspensions. *Journal of Rheology*, 65(6) :1269–1295, November 2021. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/8.0000265. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/65/6/1269-1295/241695.

Anika Jain, Jonas Einarsson, and Eric S. G. Shaqfeh. Extensional rheology of a dilute particle-laden viscoelastic solution. *Physical Review Fluids*, 4(9) :091301, September 2019. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.4.091301. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.4.091301.

Christopher J. Koh, Philip Hookham, and L. G. Leal. An experimental investigation of concentrated suspension flows in a rectangular channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 266 :1–32, May 1994. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112094000911. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/an-experimental-investigation-of-concentrated-suspension-flows-in-a-rectangular-channel/CE86747744627BA1E90F5FFA018ECD20.

Irvin M. Krieger and Thomas J. Dougherty. A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres. *Transactions of the Society of Rheology*, 3(1) :137–152, March 1959. ISSN 0038-0032. doi : 10.1122/1.548848. URL https://pubs.aip.org/jor/article/3/1/137/417667/A-Mechanism-for-Non-Newtonian-Flow-in-Suspensions.

Young S. Lee and Norman J. Wagner. Rheological Properties and Small-Angle Neutron Scattering of a Shear Thickening, Nanoparticle Dispersion at High Shear Rates. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45(21) :7015–7024, October 2006. ISSN 0888-5885. doi : 10.1021/ie0512690. URL https://doi.org/10.1021/ie0512690.

David Leighton and Andreas Acrivos. The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 181 :415–439, Au-

gust 1987. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112087002155. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/shearinduced-migration-of-particles-in-concentrated-suspensions/76E78E555D82DA4E108A4BF3259F7E1F.

Yanjiao Li, Jing'en Zhou, Simon Tung, Eric Schneider, and Shengqi Xi. A review on development of nanofluid preparation and characterization. *Powder Technology*, 196(2) :89–101, December 2009. ISSN 0032-5910. doi : 10.1016/j.powtec.2009.07.025. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0032591009004483.

M. J. MacDonald and S. J. Muller. Experimental study of shear-induced migration of polymers in dilute solutions. *Journal of Rheology*, 40(2) :259–283, March 1996. ISSN 0148-6055. doi : 10.1122/1.550740. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/40/2/259/238851/Experimental-study-of-shear-induced-migration-of.

Susanne E. Mall-Gleissle, Wolfgang Gleissle, Gareth H. McKinley, and Hans Buggisch. The normal stress behaviour of suspensions with viscoelastic matrix fluids. *Rheologica Acta*, 41(1) :61–76, January 2002. ISSN 1435-1528. doi : 10.1007/s003970200006. URL https://doi.org/10.1007/s003970200006.

Cristian Marchioli, Mickael Bourgoin, Filippo Coletti, Rodney Fox, Jacques Magnaudet, Michael Reeks, Olivier Simonin, Martin Sommerfeld, Federico Toschi, Lian-Ping Wang, and S. Balachandar. Particle-laden flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 191 :105291, October 2025. ISSN 0301-9322. doi : 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2025.105291. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932225001697.

Jean-Philippe Matas, Jeffrey F. Morris, and Élisabeth Guazzelli. Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 515 :171–195, September 2004. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112004000254. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/inertial-migration-of-rigid-spherical-particles-in-poiseuille-flow/0D073B9A2C09382F402CF6942950AB1F.

Yuki Matsuoka, Yasuya Nakayama, and Toshihisa Kajiwara. Prediction of shear thickening of particle suspensions in viscoelastic fluids by direct numerical simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 913 :A38, April 2021. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2021.5. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112021000057/type/journal_article.

Martin R. Maxey and James J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *The Physics of Fluids*, 26(4) :883–889, April 1983. ISSN 0031-9171. doi : 10.1063/1.864230. URL https://doi.org/10.1063/1.864230.

Gareth H. McKinley and Tamarapu Sridhar. Filament stretching rheometry of complex fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34(Volume 34, 2002) :375–415, January 2002. ISSN 0066-4189, 1545-4479. doi : 10.1146/annurev.fluid.34.083001.125207. URL https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev.fluid.34.083001.125207.

E. E. Michaelides. Review—The Transient Equation of Motion for Particles, Bubbles, and Droplets. *Journal of Fluids Engineering*, 119(2) :233–247, June 1997. ISSN 0098-2202. doi : 10.1115/1.2819127. URL https://doi.org/10.1115/1.2819127.

Kazuma Miura, Tomoaki Itano, and Masako Sugihara-Seki. Inertial migration of neutrally buoyant spheres in a pressure-driven flow through square channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 749 :320–330, June 2014. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2014.232. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/inertial-migration-of-neutrally-buoyant-spheres-in-a-pressuredriven-flow-through-square-channe5C5ACE0D91ACDDC79D2AEC4B500C2E3B.

Jeffrey F. Morris. Toward a fluid mechanics of suspensions. *Physical Review Fluids*, 5(11) :110519, November 2020. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.5.110519. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.5.110519.

Jeffrey F. Morris. Progress and challenges in suspension rheology. *Rheologica Acta*, November 2023. ISSN 1435-1528. doi : 10.1007/s00397-023-01421-z. URL https://doi.org/10.1007/s00397-023-01421-z.

Jeffrey F. Morris and Fabienne Boulay. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions : The role of normal stresses. *Journal of Rheology*, 43(5) :1213–1237, September 1999. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.551021. URL https://pubs.aip.org/jor/article/43/5/1213/448143/Curvilinear-flows-of-noncolloidal-suspensions-The.

A. W. Nienow, M. F. Edwards, and N. Harnby. *Mixing in the Process Industries : Second Edition*. Butterworth-Heinemann, September 1997. ISBN 978-0-08-053658-3. Google-Books-ID : LxdFnHQcXhgC.

Prabhu R. Nott and John F. Brady. Pressure-driven flow of suspensions : simulation and theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 275 :157–199, September 1994. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112094002326. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/pressuredriven-flow-of-suspensions-simulation-and-theory/A1AC32781EB5505B3B74750EF2F0E626.

Rossana Pasquino, Nino Grizzuti, Pier Luca Maffettone, and Francesco Greco. Rheology of dilute and semidilute noncolloidal hard sphere suspensions. *Journal of Rheology*, 52(6) :1369–1384, November 2008. ISSN 0148-6055. doi : 10.1122/1.2992600. URL https://doi.org/10.1122/1.2992600.

A. Ponche and D. Dupuis. On instabilities and migration phenomena in cone and plate geometry. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 127(2) :123–129, May 2005. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2005.02.007. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025705000662.

Robert Poole. The Deborah and Weissenberg numbers. *The British Society of Rheology - Rheology Bulletin*, 53 :32–39, June 2012.

B. Purnode and M. J. Crochet. Polymer solution characterization with the FENE-P model. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 77(1) :1–20, May 1998. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/S0377-0257(97)00096-7. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025797000967.

Rossella Scirocco, Jan Vermant, and Jan Mewis. Shear thickening in filled Boger fluids. 2005.

G. Segré and A. Silberberg. Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow Part 1. Determination of local concentration by statistical analysis of particle passages through crossed light beams. *Journal of Fluid Mechanics*, 14(1) :115–135, September 1962. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S002211206200110X. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/behaviour-of-macroscopic-rigid-spheres-in-poiseuille-flow-part-1-determination-of-local-concer D290301EDF9AB0D67173E550C7A8C164.

André R. Studart, Esther Amstad, Mathieu Antoni, and Ludwig J. Gauckler. Rheology of Concentrated Suspensions Containing Weakly Attractive Alumina Nanoparticles. *Journal of the American Ceramic Society*, 89(8) :2418–2425, 2006. ISSN 1551-2916. doi : 10.1111/j.1551-2916.2006.01087.x. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1551-2916.2006.01087.x. _eprint : https ://ceramics.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1551-2916.2006.01087.x.

Roger I. Tanner. Review Article : Aspects of non-colloidal suspension rheology. *Physics of Fluids*, 30(10) : 101301, October 2018. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.5047535. URL https://doi.org/10.1063/1.5047535.

Ravikanth Vajjha, Debendra Das, and B. Mahagaonkar. Density Measurement of Different Nanofluids and

Their Comparison With Theory. *Petroleum Science and Technology*, 27 :612–624, March 2009. doi : 10.1080/10916460701857714.

Ravikanth S. Vajjha and Debendra K. Das. A review and analysis on influence of temperature and concentration of nanofluids on thermophysical properties, heat transfer and pumping power. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55(15) :4063–4078, July 2012. ISSN 0017-9310. doi : 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.03.048. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931012001974.

Jaime Wisniak. Frederick Thomas Trouton : The Man, the Rule, and the Ratio. *The Chemical Educator*, 6 (1) :55–61, February 2001. ISSN 1430-4171. doi : 10.1007/s00897000448a. URL https://doi.org/10.1007/s00897000448a.

Mengfei Yang and Eric S. G. Shaqfeh. Mechanism of shear thickening in suspensions of rigid spheres in Boger fluids. Part I : Dilute suspensions. *Journal of Rheology*, 62(6) :1363–1377, November 2018. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.5024696. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/62/6/1363-1377/1001556.

Zell. Is there a relation between the relaxation time measured in CaBER experiments and the first normal stress coefficient ? - ScienceDirect. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2010. doi : 10.1016/j.jnnfm.2010.06.010. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025710001679.

Anni Zhang and Eric S. G. Shaqfeh. Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic solutions. Part 1 : Effect of the polymer concentration. *Journal of Rheology*, 67(2) :499–516, March 2023. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/8.0000540. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/67/2/499-516/2879345.

CHAPITRE 2

Les écoulements de Taylor-Couette

D'une rotation parfaite, naît un désordre subtil.

L'étude des mécanismes induits par les fluides complexes nécessite une géométrie d'écoulement simple et maîtrisée telle que celle formée par deux cylindres concentriques, l'écoulement de Taylor-Couette.

2.1 Cas Newtonien

2.1.1 La genèse

L'une des plus anciennes études fondamentales des écoulements de fluides remonte à celle de Léonard De Vinci, notamment avec ses schémas d'observation de chute d'eau turbulente ou de pénétration d'un corps solide dans un liquide. Deux siècles plus tard, dans sa Principia, Sir Isaac Newton évoque le mouvement d'un fluide entre deux cylindres pour décrire les mouvements circulaires (Newton, 1687). Plus tard, au XIXe siècle, les études du français Claude Louis Marie Henri Navier et le britannique George Gabriel Stokes permettent de développer les équations appelées "Navier-Stokes" qui généralisent mathématiquement le mouvement d'un fluide sous différentes sollicitations (voir la section 2.1.2.2). Enfin, avant de se focaliser sur l'écoulement de Taylor-Couette et la route vers la turbulence dans cette géométrie, il est important de préciser l'apport scientifique du chercheur irlandais Osborne Reynolds qui permet de mettre en évidence le déclenchement de la turbulence dans l'une des expériences les plus connues en mécanique des fluides (Reynolds, 1883). Son dispositif expérimental en conduite rend possible la visualisation des changements de structure d'écoulement lors du passage du régime laminaire au régime turbulent.

Maurice Couette (1858-1943) Couette est considéré comme l'un des fondateurs de la rhéologie [1]. Pour ses travaux de recherche, il monte un dispositif expérimental semblable à celui de Reynolds mais adapté à deux cylindres concentriques pour ainsi étudier les différents régimes d'écoulement (Couette, 1890). A partir des équations de Navier et en considérant différentes couches coaxiales du fluide, il calcule le moment de rotation du cylindre extérieur (cylindre intérieur étant fixe) : $M = \frac{4\pi\Omega r_o^2 r_i^2 h\epsilon}{r_o^2 - r_i^2}$ avec ϵ "le coefficient de frottement intérieur". Il parvient à déterminer deux régimes de friction en fonction de la vitesse de rotation. Sans visualisation de l'écoulement, il montre alors que l'on peut détecter expérimentalement le déclenchement d'instabilités en écoulement de Taylor-Couette.

1. Chaque année, le Groupe Français de Rhéologie (GFR) récompense par le prix Maurice Couette un scientifique pour l'excellence de ses travaux de recherche en rhéologie.

Arnulph Henry Reginald Mallock (1851-1933) Mallock, en tant qu'assistant de Lord Rayleigh, développe un dispositif expérimental similaire et contemporain de Couette. Son objectif est de mesurer la viscosité d'un fluide (de l'eau dans un premier temps) disposé dans l'entrefer entre les deux cylindres en rotation relative (voir figure 2.1).

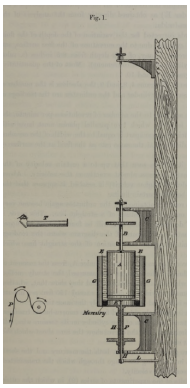


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental développé par Mallock (1889)

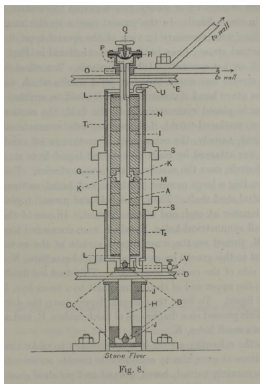


FIGURE 2.2 – Dispositif expérimental développé par Taylor (1922)

Tout d'abord, le cylindre intérieur est fixe, le cylindre extérieur en mouvement. Il fait alors l'étude du comportement du couple (mesuré grâce à un fil tendu relié au cylindre en rotation) en fonction de la vitesse de rotation du cylindre extérieur et en fonction de l'entrefer car la taille du cylindre intérieur peut varier au souhait de l'expérimentateur.

Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975) En 1922, Taylor concentre ses travaux sur l'étude de stabilité linéaire de l'écoulement que l'on appellera par la suite, l'écoulement de Taylor-Couette car jusque là, les scientifiques se sont focalisés sur l'analyse de stabilité de l'écoulement entre deux plaques planes infiniment longues. Il souhaite aborder la même approche que celle de Reynolds en conduite circulaire et souhaite déterminer la vitesse à partir de laquelle un changement de régime d'écoulement est attendu, de manière analytique et expérimentale. Il reprend les travaux de Rayleigh qui a fait ce travail pour des fluides non-visqueux et qui donne comme critère de stabilité pour deux cylindres co-rotatifs : $\Omega_i r_i^2 > \Omega_o r_o^2$ avec Ω_i et Ω_o la vitesse du cylindre intérieur et extérieur respectivement et r_i et r_o leurs rayons (Taylor, 1922).

Taylor réalise d'abord l'analyse de stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette quelque soit $\mu_\Omega = \dfrac{\Omega_o}{\Omega_i}$ puis il en déduit les lignes de courant pour dans les rouleaux qui portent son nom, (représentées dans les figures 2.3 et 2.4). Mallock et Couette trouvent des résultats expérimentaux différents de ceux de Taylor analytiquement. La deuxième partie de son étude porte sur les expériences faites sur son dispositif. L'écoulement sert surtout à déterminer des viscosités pour des liquides car la trainée augmente linéairement avec la vitesse de rotation du cylindre intérieur.

La figure 2.2 montre le dispositif expérimental de Taylor conçu pour éviter tous les inconvénients rencontrés par Mallock. Le cylindre extérieur est en verre pour permettre la visualisation comme l'a fait Reynolds. Il visualise les lignes de courant qu'il a préalablement calculées et propose les premières photographies de rouleaux et de spirales. Il regarde la taille et l'espacement entre deux rouleaux et les compare avec l'entrefer pour plusieurs valeurs de μ_Ω. Enfin, il observe des spirales dans certains cas, avec une spirale plus grande que l'autre et ne tournant pas dans le même sens, la plus grande allant dans le même sens que les rouleaux vus à des nombres de Reynolds plus faibles.

Suite à ces travaux fondateurs, les écoulements de Taylor-Couette ont été utilisés considérablement dans la communauté hydrodynamique et stabilité comme le montre la figure 2.5 avec le nombre d'articles publiés sur l'écoulement de Taylor-Couette ces dernières années [2].

2. Nombre d'articles parus contenant le mot-clé "Taylor-Couette flow" et ses équivalents sur Scopus

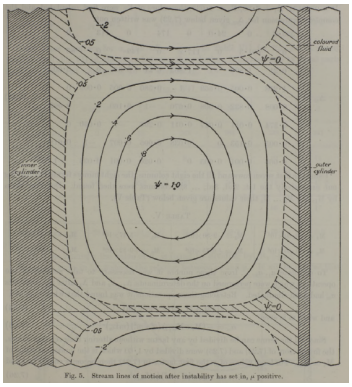


FIGURE 2.3 – Lignes de courant issues de l'analyse de stabilité théorique de Taylor (1922).

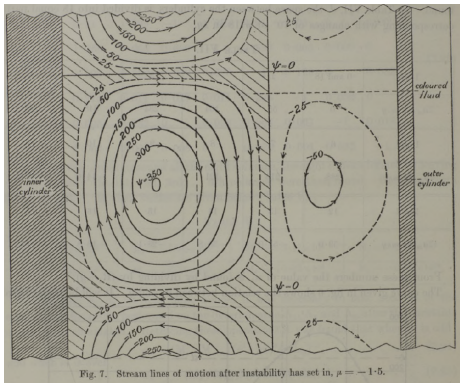


FIGURE 2.4 – Comparaison des lignes de courant pour deux μ_Ω différents (gauche / droite) (Taylor, 1922)

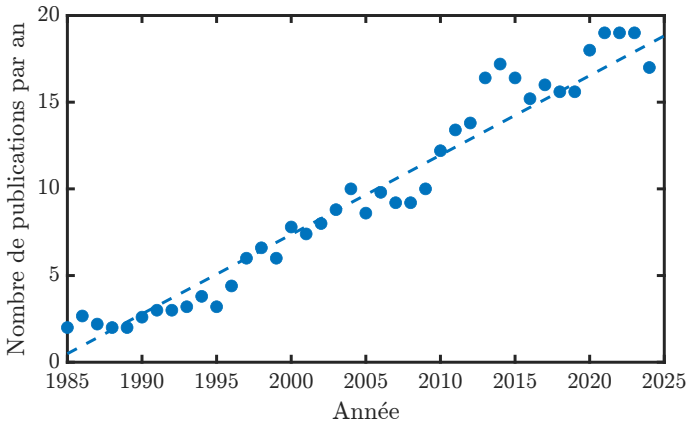


FIGURE 2.5 – Nombre de publications annuelles d'articles sur l'écoulement de Taylor-Couette depuis 1985 (recherche par mots-clés d'après la base de données en ligne Scopus).

En 1986, Andereck et al. (1986) répertorient l'ensemble des régimes d'écoulement observés jusque là dans un système de contra et de co-rotation (voir figure 2.9). En 2023, le journal *Philosophical Transactions of the Royal Society A (PTRSA)* publie un numéro spécial pour célébrer le centenaire des travaux de Taylor sur la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette. Dans l'introduction de ce corpus d'articles, l'intérêt d'étudier cet écoulement est mis en évidence car cette géométrie a un impact fort en mécanique des fluides (Lueptow et al., 2023) afin de :

- Comprendre fondamentalement la mécanique des fluides
- Généraliser aux écoulements rotationnels
- Comprendre les écoulements géophysiques et astrophysiques
- Optimiser la réduction de la traînée
- Améliorer les processus de mélange et de filtration

2.1.2 Description de l'écoulement

2.1.2.1 Paramètres géométriques

La stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette est impactée par les dimensions géométriques du dispositif. En effet, il a été montré qu'en fonction du rapport d'aspect Γ, le couple mesuré peut diverger en doublant la valeur de Γ. De même, l'espace sous le cylindre intérieur a une influence sur le déclenchement d'écoulements secondaires, pouvant impacter l'écoulement jusqu'à 50% de la hauteur du cylindre intérieur (Wiswell et al., 2023). Enfin, une variation de l'entrefer peut impacter le déclenchement des instabilités hydrodynamiques,

comme nous le verrons dans les résultats du chapitre 3. Il est donc important de bien définir les termes géométriques. Dans ce manuscrit, les notations suivantes seront utilisées :

- La hauteur h [m]
- Le rayon du cylindre intérieur r_i [m]
- Le rayon du cylindre extérieur r_o [m]
- L'entrefer, espace entre les deux cylindres : $\delta = r_o - r_i$ [m]
- La vitesse de rotation du cylindre intérieur : Ω_i [tour/seconde ou rad/seconde]
- La vitesse de rotation du cylindre extérieur : Ω_o [tour/seconde ou rad/seconde]
- Le rapport de rayon : $\eta = \dfrac{r_i}{r_o}$ [sans dimension]
- Le rapport d'aspect : $\Gamma = \dfrac{h}{\delta}$ [sans dimension]
- Le rayon de courbure : $\kappa = \dfrac{\delta}{r_i}$ [sans dimension]

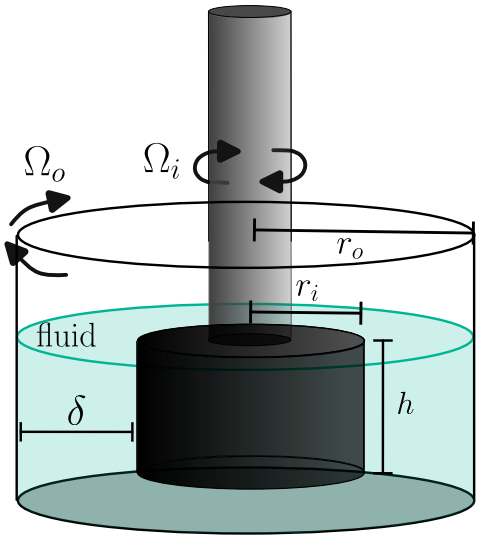


FIGURE 2.6 – Représentation de la cellule de Couette avec les notations utilisées dans ce manuscrit.

2.1.2.2 Les équations de Navier-Stokes

En coordonnées cylindriques, les équations de Navier-Stokes et l'équation de la continuité (ou conservation de la masse) pour un fluide Newtonien s'écrivent :
Équation de la continuité :

$$\frac{1}{r}\frac{(\partial r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \tag{2.1}$$

L'équation de Navier-Stokes selon r s'écrit :

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z\frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r u_r}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\right) \tag{2.2}$$

L'équation de Navier-Stokes selon θ s'écrit :

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r u_\theta}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2}\right) \tag{2.3}$$

L'équation de Navier-Stokes selon z s'écrit

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) \tag{2.4}$$

Avec les hypothèses suivantes :

- Écoulement permanent : $\frac{\partial(.)}{\partial t} = 0$
- Écoulement azimutal : $\vec{u} = (0, u_\theta, 0)$
- Écoulement axisymétrique de θ : $\frac{\partial(.)}{\partial \theta} = 0$
- Écoulement indépendant de z : $\frac{\partial(.)}{\partial z} = 0$

L'équation de la continuité (ou conservation de la masse) se simplifie pour donner :

$$\frac{1}{r}\frac{(\partial r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \implies 0 = 0$$

L'équation de Navier-Stokes projetée sur r devient :

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z\frac{\partial u_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} + \nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r u_r}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}\right)$$

$$\implies \frac{u_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}$$

L'équation de Navier-Stokes selon θ devient :

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r u_\theta}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2}\right)$$

$$\implies \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r u_\theta}{\partial r}\right) - \frac{u_\theta}{r^2} = 0$$

Et l'équation de Navier-Stokes selon z devient :

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right) \implies 0 = 0$$

Ainsi, le système d'équation pour l'écoulement de Taylor-Couette avec les hypothèses décrites précédemment devient :

$$\begin{cases} 0 &= 0 \\ \frac{u_\theta^2}{r} &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial r}(\frac{1}{r}\frac{\partial r u_\theta}{\partial r}) - \frac{u_\theta}{r^2} &= 0 \\ 0 &= 0 \end{cases}$$

De plus, en considérant uniquement la rotation du cylindre intérieur, pour un fluide Newtonien incompressible et les conditions aux limites suivantes,

$$\begin{cases} u_r = u_z{=}0 & \text{en } r = r_i \ \& \ r = r_e \\ u_\theta{=}\omega_i r_i & \text{en } r = r_i \\ u_\theta{=}0 & \text{en } r = r_e \\ u{=}0 & \text{en } z = 0 \ \& \ z = H \end{cases}$$

le profil de vitesse est alors décrit par :

$$\begin{cases} u_\theta = \dfrac{A}{r} + Br \\ A = \dfrac{-\Omega_i r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \\ B = \dfrac{\Omega_i r_i^2 r_e^2}{r_e^2 - r_i^2} \end{cases} \tag{2.5}$$

2.1.3 Nombres sans dimension

Dans les études sur la géométrie de Taylor-Couette, l'analyse des résultats et la comparaison entre les différentes études est permise par certains nombres sans dimensions qui sont présentés ci-dessous.

2.1.3.1 Nombre de Reynolds ($\mathcal{R}$)

Comme tout problème décrivant un mouvement, le terme d'inertie a son importance et par conséquent, le nombre de Reynolds aussi. Il compare les **forces d'inertie** aux **forces visqueuses**.

$$\mathcal{R} = \frac{\rho r_i \Omega_i \delta}{\mu} \tag{2.6}$$

avec ρ [kg m^{-3}] la masse volumique du fluide et μ [Pa s] sa viscosité cinématique.

2.1.3.2 Nombre de Taylor (T_a)

Le nombre de Taylor est créé à partir du nombre de Reynolds et compare les **forces centrifuges** aux **forces visqueuses**. Pour deux cylindres en rotation, le nombre de Taylor s'écrit :

$$Ta = \frac{(1+\eta)^4}{64\eta^2} \frac{\delta^2 (r_o + r_i)^2 (\Omega_i - \Omega_o)^2}{\nu^2} \tag{2.7}$$

avec $\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$ [m^2 s^{-1}] la viscosité dynamique du fluide. Pour un cylindre extérieur fixe, le nombre de Taylor est simplifié et s'écrit (Zeldovich, 1997) :

$$Ta = \frac{\rho \Omega_i \sqrt{r_i \delta^3}}{\mu} = \mathcal{R}\sqrt{\frac{\delta}{r_i}} \tag{2.8}$$

2.1.4 Stabilité de l'écoulement

2.1.4.1 L'analyse de stabilité

L'état de base qui correspond à l'écoulement laminaire est décrit par des lignes de courant axisymétriques et un volume de fluide donné est alors en rotation pure (en mouvement azimutal) autour du cylindre intérieur, c'est la composante u_θ du champ de vitesse qui subsiste. Cette vitesse n'est pas uniforme dans la direction radiale de l'écoulement (voir figure 2.8 a)). La configuration issue de la première bifurcation est illustrée ci-contre par des rouleaux de Taylor obtenus par Fluorescence Induite par Laser (figure 2.7).

Dans l'écoulement de Taylor-Couette, les instabilités hydrodynamiques se déclenchent à partir d'un certain nombre de Reynolds, c'est-à-dire qu'on quitte l'état de base pour atteindre un état perturbé. Dans ce cas, dans l'équation 2.5 qui résulte des équations de Navier-Stokes, les forces centrifuges et le terme de pression ne sont plus équilibrés, ce qui mène à des écoulements différents des hypothèses réalisées dans la partie précédente.

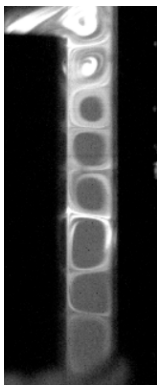


FIGURE 2.7 – Rouleaux de Taylor visualisés par Fluorescence Induite par Laser (voir chapitre 5).

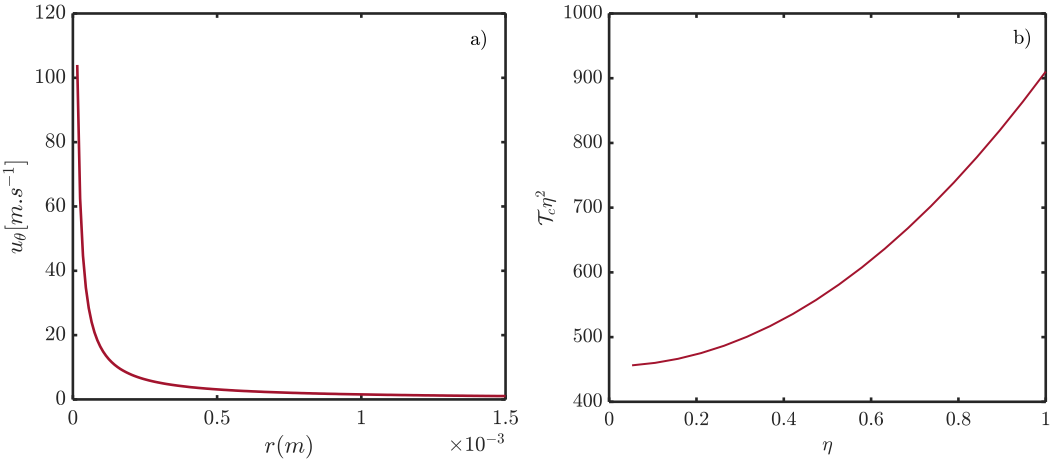


FIGURE 2.8 – Caractéristiques de l'état de base de l'écoulement de Taylor-Couette avec l'évolution radiale de la vitesse azimutale (Dubrulle et al., 2005) (a) et l'évolution du nombre de Taylor critique pour le déclenchement d'instabilités en fonction du rapport de rayons η (Esser and Grossmann, 1996; Walowit et al., 1964) (b).

L'analyse de stabilité linéaire (c'est à dire un état dans lequel l'écoulement est capable d'amortir toutes les perturbations de petite amplitude) de l'écoulement de Taylor-Couette donne lieu au critère de Rayleigh pour le cas de fluides parfaits (Strutt, 1997) :

$$\frac{\partial r^2\Omega(r)}{\partial r} \geq 0 \tag{2.9}$$

Zeldovich (1997) définit le nombre de Taylor (équation 2.8) comme critère de stabilité à travers une étude de friction. Pour l'écoulement de Taylor-Couette, Ta est alors un bon indicateur d'état de l'écoulement, universel. De plus, Esser and Grossmann (1996) ont réalisé la généralisation de l'étude de stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette, quelque soit la configuration (cylindre intérieur et cylindre extérieur fixes ou mobiles). Comme le montre la figure 2.8 b) pour un cylindre intérieur en rotation par rapport au cylindre extérieur fixe, on remarque que le Reynolds critique pour déclencher la première instabilité est fortement dépendant du rapport des rayons et que le système est bien plus stable lorsque l'entrefer est petit devant les rayons ($\eta \to 1$).

De même, il a été montré que le rapport d'aspect ($\Gamma = \frac{h}{\delta}$) a également un rôle dans le seuil de la première bifurcation (Snyder, 1968; Chandrasekhar, 1960). La question de l'échelle de longueur est complexe dans le contexte de cet écoulement. En effet, plusieurs échelles de longueur ont été proposées : $\frac{h}{\delta}^2$, $\sqrt{h/\delta}$, etc. Or, les méthodes expérimentales et numériques n'utilisent pas les mêmes paramètres, par exemple les expérimentateurs se doivent de prendre en compte les cellules de recirculation d'Ekman alors que les

numériciens peuvent se soustraire de ce phénomène. Alors, la présence ou non de cette cellule aux extrémités du cylindre impacte l'échelle de longueur des deux méthodes.

2.1.4.2 Route vers la turbulence

La route vers la turbulence dans l'écoulement de Taylor-Couette a été explorée d'abord par Andereck et al. (1986) qui ont élaboré une carte répertoriant les régimes d'écoulement observés expérimentalement (jusqu'à 26 régimes différents en fluide Newtoniens). Cette cartographie explore le système à rotation du cylindre intérieur seul mais également les systèmes en contra-rotation ou en co-rotation. Cette carte a été mise à jour par Baroudi et al. (2023) et revisitée ici de manière schématique en figure 2.9 pour les principaux régimes d'écoulement avec un focus sur ceux repris dans la suite de ce manuscrit.

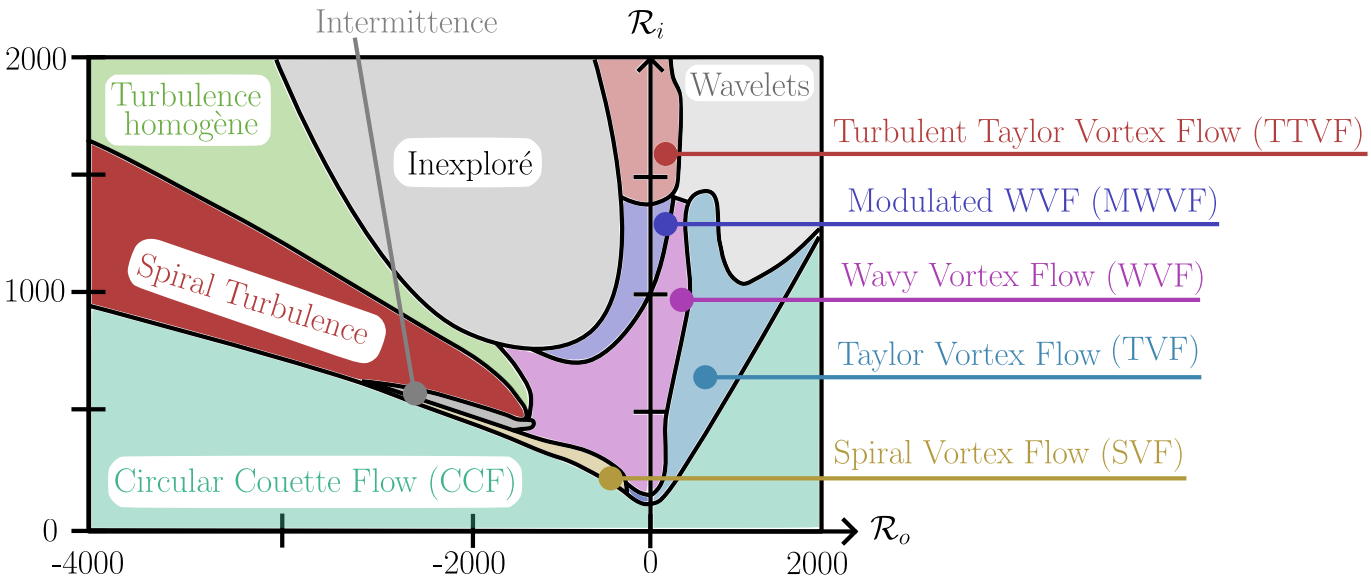


FIGURE 2.9 – Diagramme des principaux régimes d'écoulement en géométrie de Taylor-Couette qui seront discutés dans ce manuscrit en fonction du nombre de Reynolds du cylindre intérieur ou du cylindre extérieur. (Inspiré de Andereck et al. (1986))

Dans cette thèse, le cylindre intérieur est en rotation alors que le cylindre extérieur restera fixe. Il est donc important de bien comprendre les régimes d'écoulement sur l'axe $\mathcal{R}_o = 0$, c'est à dire la transition Circular Couette Flow (CCF) - Taylor Vortex Flow (TVF) - Wavy Vortex Flow (WVF) - Modulated Wavy Vortex Flow (MWVF) - Turbulent Taylor Vortex Flow (TTVF) pour des fluides Newtoniens.

Le régime **CCF** correspond aux plus faibles valeurs de nombre de Reynolds. C'est le régime d'écoulement qui est décrit par les hypothèses de la partie 2.1.2.2 et donc qui suit l'équation 2.9. Une augmentation de la vitesse de rotation du cylindre intérieur (et donc du nombre de Reynolds) mène au régime **TVF** qui est caractéristique de la transition entre le régime laminaire (CCF) et les régimes de turbulence en écoulement de Taylor-Couette. En effet, des rouleaux contra-rotatifs stables se développent autour du cylindre intérieur et ont un diamètre proche de l'entrefer. Ce régime est représenté dans la figure 2.7. Le régime **WVF** qui est déclenché pour des vitesses de rotations supérieures propose une ondulation des rouleaux de Taylor, c'est à dire que les rouleaux oscillent à une fréquence caractéristique dans la direction axiale. Ces rouleaux sont toujours stables, c'est à dire qu'une petite perturbation est amortie dans ce régime d'écoulement. A des nombres de Reynolds supérieurs, le régime **MWVF** est remarquable par la variation (modulation) des fréquences caractéristiques d'ondulation des rouleaux. En effet, la fréquence à laquelle oscille le rouleau en régime WVF est unique et stable dans le temps à des caractéristiques d'écoulement données alors que dans le régime MWVF, ces fréquences varient ou perdent leur unicité. Enfin, le régime **TTV**, les ondulations disparaissent et le régime d'écoulement est chaotique ; ce régime se rapproche de la turbulence inertielle.

2.1.5 Mesure de couple

A l'instar de la mesure de pertes de charges linéaires en écoulement en conduites, la mesure frictionnelle en écoulement de Taylor-Couette correspond à la mesure de couple (noté τ dans ce manuscrit) nécessaire à la rotation du/des cylindre(s). La friction exercée sur le cylindre intérieur en rotation s'écrit (Martínez-Arias and Peixinho, 2017) :

$$\tau = \frac{4\pi r_i^2 h \mu \Omega_i}{1-\eta^2} \tag{2.10}$$

La mesure de friction est directement liée au montage du dispositif expérimental et permet de détecter les bifurcations (c'est à dire les changements de régimes hydrodynamiques) (Wendt, 1933; Taylor, 1997). La mesure de couple est une méthode non-intrusive d'une grande précision (O(nN.m) dans notre étude) quelque soit le nombre de Reynolds ciblé (Dubrulle et al., 2005). Il est également possible de la mettre en place pour deux cylindres en rotation, notamment en utilisant un rhéomètre à deux moteurs.

Le couple nécessaire à la rotation du cylindre intérieur peut être adimensionné de la sorte : $G = \dfrac{\tau}{\rho h \nu^2}$ avec τ le couple ($N.m$) (Lathrop et al., 1992). Dans ce cas, il a été montré que le couple adimensionné suit une loi de proportionnalité en Reynolds tant que le système reste stable, en régime laminaire : $G_{lam} = \dfrac{2\pi}{(1-\eta)^2}\eta\mathcal{R}$. Le rapport $\dfrac{G}{G_{lam}}$ est un très bon indicateur pour le déclenchement de la première bifurcation. Ainsi, si on trace $\dfrac{G}{G_{lam}}$ en fonction du nombre de Reynolds, on a bien une rupture de pente à chaque bifurcation (stable à 1 en régime laminaire, pente de 0.5 en régime TVF et pente de 1 en régime pleinement turbulent).

Nombre de puissance (Po) Le nombre de puissance représente la **puissance requise pour la rotation** du cylindre intérieur en fonction de la géométrie du système et de la viscosité du fluide. Il s'écrit :

$$Po = \frac{P}{\rho \Omega_i^3 h r_i^4} \tag{2.11}$$

avec $P = \tau\Omega_i$ la puissance consommée en W (τ étant le couple nécessaire à la rotation du cylindre). On peut relier le nombre de Taylor et le nombre de puissance de la manière suivante (Sinevic et al., 1986) :

- $Po \propto Ta^{-1}$ en régime laminaire (CCF)
- $Po \propto Ta^{-0.7}$ en régime transitoire (TVF) (voir section 2.1.4.2)

Ce nombre sans dimension, fréquemment utilisé dans les études appliquées aux procédés industriels est défini ici pour une bonne connaissance de la caractérisation de l'énergie dissipée dans l'écoulement de Taylor-Couette. Cependant, il ne sera pas utilisé dans ce manuscrit, au profit du pseudo-nombre de Nusselt présenté ci-après.

Pseudo-nombre de Nusselt ($\mathcal{N}$) Le pseudo-nombre de Nusselt, définit par Eckhardt et al. (2000) pour déterminer des lois de friction en écoulement de Taylor-Couette, traduit la capacité de l'écoulement à transférer la quantité de mouvement du cylindre intérieur en rotation vers le cylindre extérieur, c'est à dire la **quantité de transfert radial**. Cette quantité est tirée de la mesure de friction et donc du couple τ :

$$\mathcal{N} = \frac{G}{G_{\text{lam}}} = \frac{\frac{\tau}{2\pi\rho h}}{\frac{2\nu r_o^2 r_i^2 \Omega}{r_o^2 - r_i^2}} \tag{2.12}$$

avec G le transport de quantité de mouvement et G_{lam} sa valeur dans le régime laminaire [3]. Ce nombre sans dimension sera utilisé et central dans la compréhension du chapitre 3.

3. Dans ce manuscrit, G signifie également le module élastique mais aucune ambiguïté n'est possible.

2.1.6 Applications directes de l'écoulement de Taylor-Couette : Les réacteurs

L'écoulement de Taylor-Couette est bien caractérisé en terme de transition à la turbulence et sa stabilité est bien connue. C'est pourquoi, des industriels utilisent cette géométrie pour diverses applications telles que la purification d'eau (Dutta and Ray, 2004), les bioréacteurs (Teoh et al., 2019), la cristallisation, l'enrobage (ou l'exfoliation) [4] de particules mais aussi à la filtration et la séparation de particules solides dans un fluide. En connaissant le développement des écoulements secondaires et notamment le régime TVF et en appliquant un flux axial en circuit ouvert, différentes substances sont mises en contact, mélangées et filtrées le long du passage dans la cellule. On parle alors du régime de Taylor-Couette Poiseuille qui ne sera pas considéré dans le présent manuscrit (Davis and Weber, 1960). La figure 2.10 représente l'un des réacteur de la série LCTR de la société LAMINAR utilisant pleinement ce procédé où l'axe de rotation est horizontal.



FIGURE 2.10 – Réacteur industriel LCTR®– Exa de chez LAMINAR

2.2 Stabilité de fluides viscoélastiques et suspensions

Dans cette thèse, nous nous intéressons particulièrement aux suspensions de type Boger dans le contexte de l'écoulement de Taylor-Couette. Dans la suite, un focus sur le rôle de la transition induite par la viscoélasticité en fluide Boger est développé, suivi du rôle des particules et de la combinaison de la viscoélasticité et de la présence de particules dans le déclenchement d'instabilités hydrodynamiques.

2.2.1 La viscoélasticité responsable d'écoulements secondaires

La viscoélasticité est donc issue des interactions entre l'écoulement et le fluide, via la viscosité de ce dernier et son inertie. Il y a alors deux phénomènes possibles en présence de viscoélasticité :

1. La génération d'instabilités
2. La modification des échanges d'énergie, notamment en régime turbulent

Le deuxième phénomène, la réduction de trainée par l'ajout de polymères, était bien connu avant que la cartographie des régimes d'écoulement élasto-inertiels ne soit réalisée. Cette réduction de trainée, qui atteint une limite asymptotique appelée MDR (Maximum Drag Reduction), est permise grâce à la Turbulence Élasto-Inertielle (EIT) (Graham, 2014; Xi, 2019; Choueiri et al., 2021). En effet, en régime EIT, il y a moins de tourbillons dans la direction de l'écoulement mais davantage dans les directions normales à l'écoulement. C'est à dire que la turbulence ne se développe pas principalement dans la direction de l'écoulement et ne dissipe donc pas autant d'énergie par la trainée.

C'est le phénomène de génération des instabilités (et non la réduction de trainée) qui motive ce travail à utiliser des fluides viscoélastiques. En effet, la génération d'instabilités est due aux différences de contraintes normales

4. https ://www.laminarm.com/

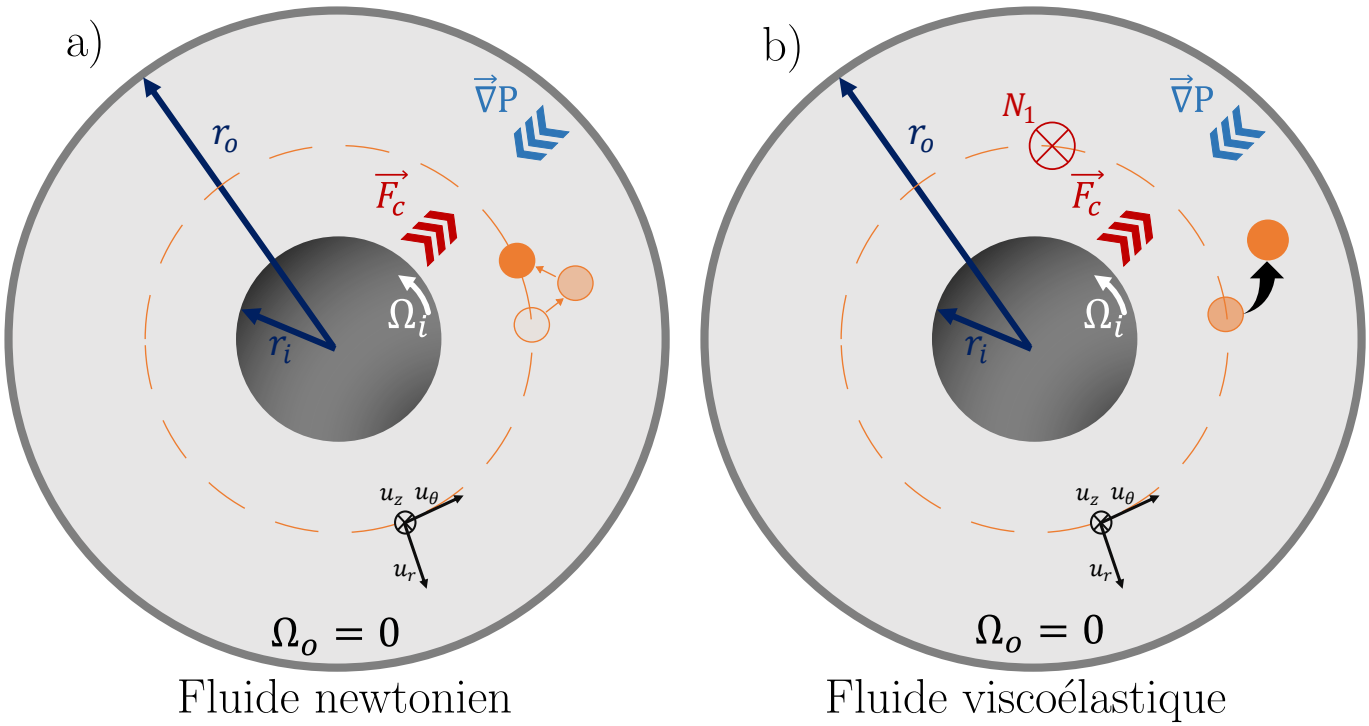


FIGURE 2.11 – Illustration des mécanismes d'équilibre hydrodynamique pour un fluide newtonien (a) et de déclenchement d'instabilités pour un fluide viscoélastique (b)

N_1 et N_2 qui sont responsables de la création d'écoulements secondaires car, en présence de polymère, elles deviennent non-nulles, c'est ce que l'on appelle le "hoop stress" (Larson et al., 1990). Contrairement au cas des écoulements de fluides newtoniens où une petite perturbation radiale due aux force inertielle est amortie par le gradient de pression (voir figure 2.11 a), pour des fluides viscoélastiques, le caractère élastique du fluide modifie l'équilibre hydrodynamique. En effet, la viscoélasticité génère une force normale à la direction purement azimuthale caractéristique de l'état de base et la particule de fluide se voit "monter" et "descendre" le long de l'axe z modifiant ainsi l'état laminaire et générant des instabilités (comme illustré dans la figure 2.11 b)). C'est donc la viscoélasticité qui est responsable des mécanismes d'instabilités qui ne sont pas inertielles mais pilotées par le hoop stress et les contraintes normales. Plus précisément, dans le cas d'écoulements de fluides viscoélastiques en présence de forces centrifuges importants (comme dans l'écoulement de Taylor-Couette), le fluide s'écoule avec un comportement élasto-inertiel. La turbulence élasto-inertielle a été formalisée par Samanta et al. (2013) en écoulement en conduite et consiste en des structures cohérentes comme des stries d'extension. En parallèle, Dutcher and Muller (2013) montrent expérimentalement qu'en écoulement de Taylor-Couette, le déclenchement de l'EIT (jusque là appelé Disordred Oscillations) est hystérétique et qu'il peut y avoir l'apparition d'autres régimes élasto-inertiels. Les régimes purement élastiques, inertiels ou élasto-inertiels sont listés dans les paragraphes suivants et sont représentés dans la figure 2.12.

Comme nous venons de le voir, les contraintes normales créent des instabilités. Or, dans l'écoulement de Taylor-Couette, elles sont très importantes, ce qui est responsable de nombreuses modifications de motifs d'instabilités. Ci-après, un récapitulatif des différents régimes et motifs d'écoulement est réalisé.

2.2.1.1 Transitions dominées par l'inertie ($\mathcal{E} \ll 1$)

Avec un faible ajout de polymères, les mécanismes d'instabilités et de transition à la turbulence sont semblables aux écoulements inertiels vus dans la partie 2.1.4.2. Quelques différences sont cependant notables en fonction de la rhéofluidification, du rhéoépaississement ou de la viscoélasticité du fluide comme :

— Le **retard** ou l'**avancée** de l'apparition des instabilités comme le régime TVF avec la rhéofluidification en fonction de la géométrie et le **retard** avec la viscoélasticité.

— La **stabilisation** (présence du régime sur une gamme de Reynolds plus importante) du régime WVF

— La **déstabilisation** du régime MWVF
— La **modification** de certaines fréquences du régime WVF donnant lieu au régime nommé WVF2 (Dutcher and Muller, 2011)
— L'**introduction** du régime Elastically Wavy Vortex Flow (EWVF) qui est un régime similaire au WVF avec une fréquence caractéristique plus faible que le régime observé en Newtonien. Ce régime est observé pour une élasticité faible ($\mathcal{E} < 0.01$) (Boulafentis et al., 2024b)
— La **suppression** ou le retard de la turbulence inertielle (TTVF)

2.2.1.2 Transitions dominées par l'élasticité ($\mathcal{E} \gg 1$)

Les transitions pour des valeurs de $\mathcal{W}$ ou $\mathcal{E}$ très élevées se produisent pour des valeurs de nombre de Reynolds très faibles. Il est donc préférable de raisonner en terme de $\mathcal{W}$ ou $\mathcal{D}$ dans ces cas précis. Les premiers à observer les instabilités purement élastiques, qui génèrent des ondes oscillatoires, sont Muller et al. (1989); Larson et al. (1990) en écoulement de Taylor-Couette. Baumert and Muller (1995) montrent ensuite que la transition des vortex axisymétriques vers un état chaotique appelé Turbulence Élastique (ET) est très abrupte pour des fluides hautement élastiques ($\mathcal{E} = 2770$). De plus, cet état est hystérétique en motif d'écoulement comme en mesure de couple (contraintes plus importantes en décroissance du nombre de Reynolds (RD) qu'en augmentation (RU)). En RU, on peut noter l'apparition du régime appelé Disordered Oscillations (DOs), c'est à dire un régime aux oscillations régulières proches de l'EIT et en RD, des Diwhirls (DW) sont généralement présents à forte élasticité qui génèrent deux vortex indépendants très distincts.

2.2.1.3 Transitions élasto-inertielles ($\mathcal{E}$ intermédiaires)

Pour des valeurs de $\mathcal{E}$ modérés ($\mathcal{E} = \mathrm{O}(1)$), le régime EIT peut être atteint dès la première bifurcation. Les effets élastiques dominent bien l'écoulement mais l'inertie est non-négligeable. L'état chaotique est donc généré à des nombres de Reynolds très bas par rapport à la turbulence inertielle. Des études ont montré que l'exposant de décroissance de turbulence k est dans la gamme $[\frac{-14}{3}, -3]$ quelle que soit la géométrie (Choueiri et al., 2021), ce qui donne à cet état chaotique un caractère universel. Le régime EIT est davantage déclenché pour des fluides rhéofluidifiants ayant un caractère élastique (Boulafentis et al., 2023).

Dans la figure 2.12, les différents régimes d'écoulement en géométrie de Taylor-Couette sont représentés où les Structures Cohérentes Élasto-Inertielles (EICS) (Boulafentis et al., 2023; Song et al., 2023) rassemblent plusieurs motifs différents comme :

— Diwhirls (DW)
— Flame Patterns (FP)
— Rotating Standing Waves (RSW)
— Ribbons (RIB)
— Disordered Oscillations (DO)

2.2.2 Effet de la présence de particules dans l'écoulement de Taylor-Couette

2.2.2.1 Changement de la route vers la turbulence, rôle de la concentration de particules

Comme nous l'avons vu, la présence de particules dans une matrice Newtonienne peut perturber l'écoulement par l'augmentation de la viscosité, des contraintes locales et de la migration mais peut également jouer un rôle fondamental dans le déclenchement d'instabilités hydrodynamiques. Dans les écoulements de Taylor-Couette, de récentes études sur le déclenchement d'instabilités de suspensions Newtoniennes iso-denses ont été réalisées en expérimental (Moazzen et al., 2022) comme en numérique (Kang et al., 2024). Dans la suite de ce paragraphe, un état de l'art sur ces travaux récents est développé.

La présence de particules dans un écoulement cause l'apparition de contraintes normales comme la deuxième différence de contraintes normales N_2 en écoulement en conduite non circulaire qui engendrent des écoulements secondaires et déclenchent des instabilités (Morris and Boulay, 1999).

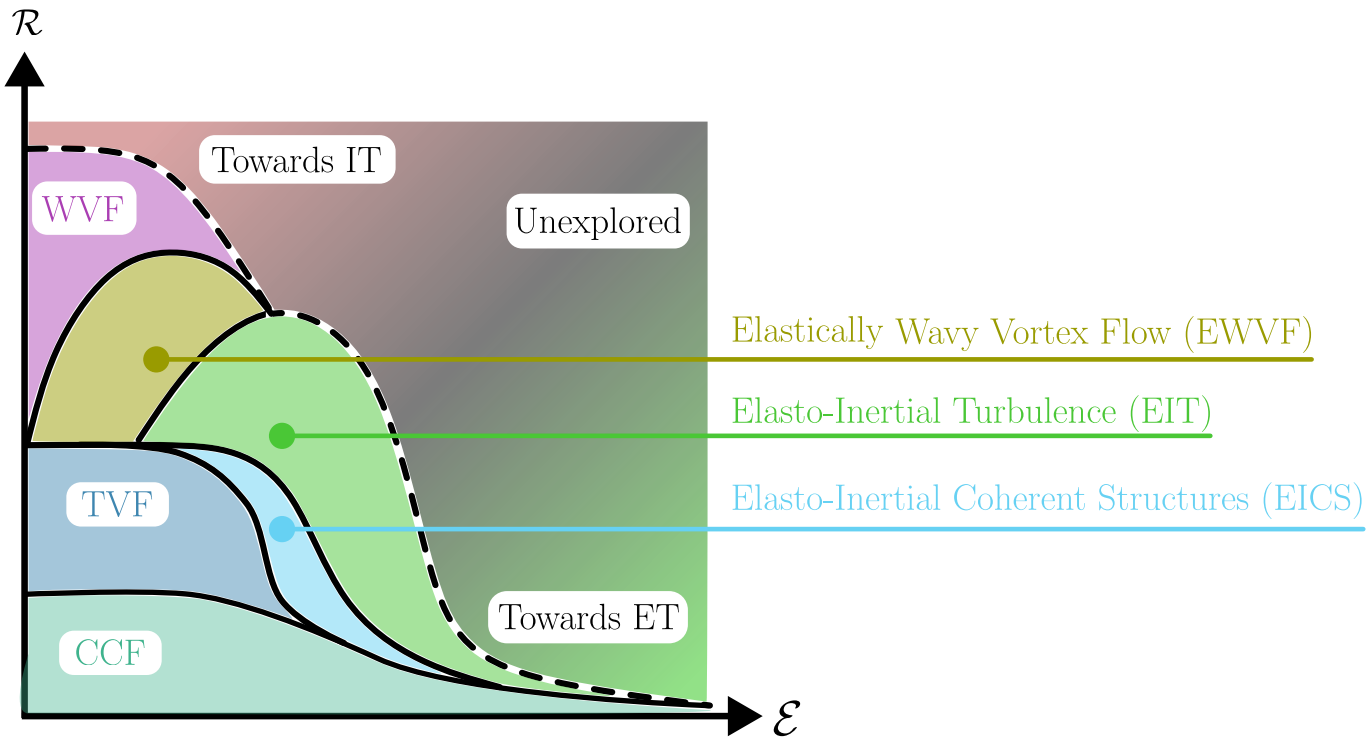


FIGURE 2.12 – Cartographie symbolique des principaux régimes d'écoulement de Taylor-Couette pour un cylindre extérieur fixe en présence d'élasticité.

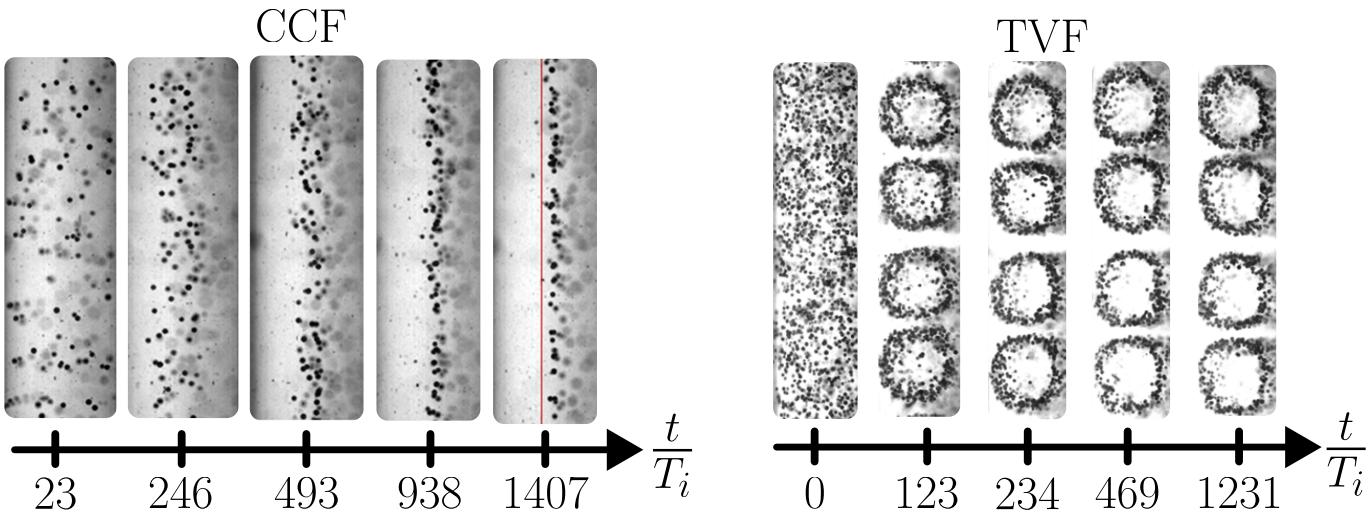


FIGURE 2.13 – Migration de particules en fonction du temps en écoulement de Taylor-Couette en régime CCF à gauche et en régime TVF à droite. L'échelle de temps est exprimée en $\frac{t}{T_i}$ avec T_i le temps que met le cylindre pour réaliser une rotation complète. Figure adaptée de Majji et al. (2018)

Comme nous l'avons montré dans la partie 2.1.4.2, l'écoulement de Taylor-Couette est riche en régimes d'écoulement, ne serait-ce que pour les fluides Newtoniens, non chargés en particules, pour un cylindre extérieur fixe, il y a plusieurs transitions observées : CCF-TVF-WVF-TTVF. Lorsque l'on ajoute des particules, la route vers la turbulence s'en trouve enrichie. En effet, l'aspect temporel, du à la migration de particules entre autres, ajoute un paramètre supplémentaire jouant sur l'équilibre du système.

L'équipe de Lueptow avec notamment Ali et al. (2002) ont exploré numériquement et expérimentalement la stabilité de l'écoulement de Taylor-Couette faiblement chargé en particules. Ils ont notamment montré que le nombre de Reynolds critique nécessaire au déclenchement d'instabilités diminue avec la concentration en particules du point de vue numérique et augmente avec leurs expériences [5]. Une étude expérimentale majeur, menée par Majji et al. (2018) a montré que la présence de particule a bien tendance à déstabiliser l'écoulement. Les auteurs ont notamment montré, en utilisant deux tailles de particules ($\alpha_p = \dfrac{\delta}{d_p} = 30$ & 100), que pour $\Phi = 0\%$, les transitions entre les régimes d'écoulement sont bien WVF-TVF-CCF (en ramp-down lent pour maintenir une distribution uniforme des particules) alors que pour $5\% < \Phi < 15\%$ et $\alpha_p = 30$, il y a l'apparition d'un écoulement tourbillonnaire en spirale (SVF) et des ribbons (RIB) entre le régime TVF et CCF. Cet écoulement SVF, visible pour des fluides purs ($\Phi = 0\%$) dans le cas de cylindres contra-rotatifs est non-axisymétrique contrairement au TVF. De plus, ces mêmes auteurs ont montré que le $\mathcal{R}_{max}$ diminue avec la concentration en particules pour le régime CCF et pour d'autres régimes non-axisymétriques, autrement dit, la présence de particules déstabilise l'écoulement de Taylor-Couette, quelle que soit la route vers la turbulence engendrée (Majji et al., 2018). La gamme de nombre de Reynolds pour laquelle le régime TVF est visible (entre le SVF et le WVF) en présence de particule réduit avec la concentration de particules jusqu'à disparaitre pour $\Phi = 30\%$.

Une étude expérimentale approfondie a été menée par Ramesh et al. (2019) en réalisant des ramp-up suivies de ramp-down lents. Ils ont notamment montré que les transitions en écoulement de Taylor-Couette chargé sont hystérétiques car le régime SVF, pour $\Phi = 10\%$ disparaît lors du ramp-up. Baroudi et al. (2020) expliquent cela par une perturbation de l'écoulement due à la migration de particules qui entraine une répartition du cisaillement très complexe.

2.2.2.2 Rôle des autres paramètres

La fraction volumique de particules semble être un paramètre majeur dans le déclenchement des instabilités dans l'écoulement de Taylor-Couette. Cependant, changer les paramètres géométriques ou des propriétés des particules comme leur diamètre peut générer un changement de comportement dans l'écoulement. La taille de particules a un rôle car il a été montré que pour $\alpha_p = 100$, c'est à dire pour des particules de diamètre plus petit, les effets de la présence de particules sont moins marqués, le régime SVF n'apparait alors plus tandis que les ribbons sont toujours observés (Majji et al., 2018).

De même, Ramesh and Alam (2020) ont développé un dispositif expérimental permettant d'augmenter largement le rapport d'aspect $\Gamma = \dfrac{h}{\delta}$. Ils ont confirmé que la route vers la turbulence est modifiée par la présence des particules. En effet, la nature de la première bifurcation change aussi bien en ramp-up qu'en ramp-down avec une concentration en particules supérieure à 10%. Dans ces conditions ($5\% < \Phi < 20\%$), il y a une co-existence de régimes déjà connus comme les régimes TVF et SVF mais également l'existence d'un régime hydrodynamique appelé Interpenetrating Spiral Vortex (ISV) qui se déclenche pour les fractions volumiques de particules plus élevées à des Reynolds de l'ordre de 150 à 200. Cette étude insiste sur le fait que la présence de particules dans l'écoulement de Taylor-Couette modifie la symétrie et brise l'axi-symétrie naturelle de cet écoulement, notamment avec la disparition du régime TVF, présent uniquement à faible fraction volumique comme le montre la figure 2.14.

Dash et al. (2020) ont étudié l'écoulement de Taylor-Couette chargé en particules expérimentalement grâce à un système de visualisation ainsi que par mesure de couple pour des nombres de Reynolds plus élevés ($O(10^3)$)

5. Ils expliquent la divergence de leurs résultats par la présence de parois en expérimental qui n'est pas prise en compte dans le modèle numérique. La concentration des particules n'est alors pas nécessairement homogène contrairement au modèle.

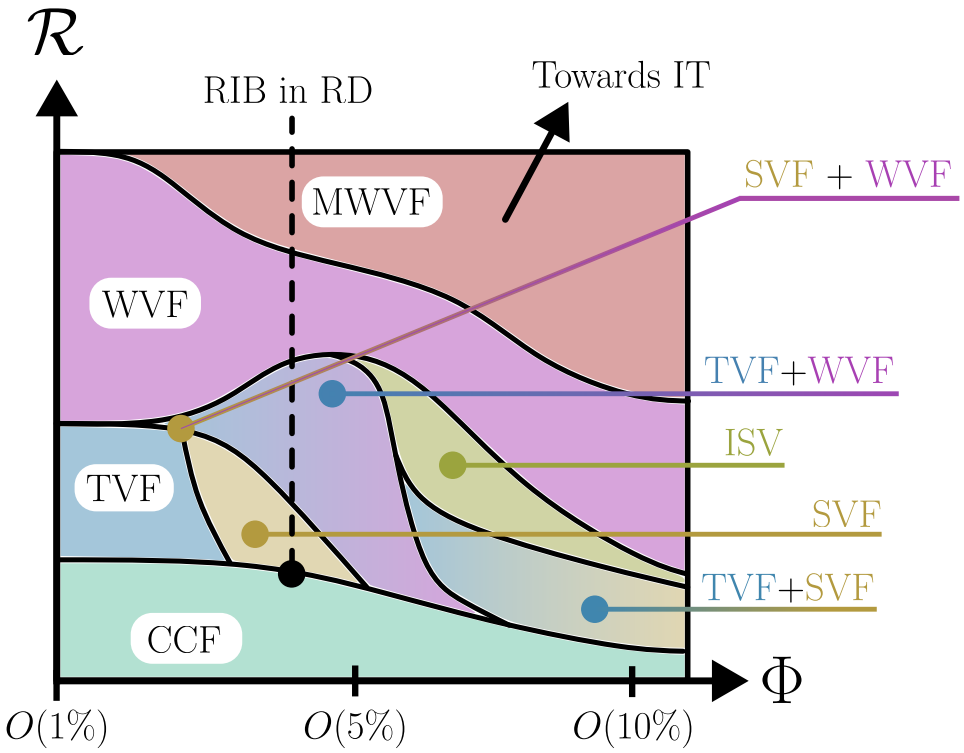


FIGURE 2.14 – Diagramme de phase des différents régimes d'écoulement en géométrie de Taylor-Couette pour un cylindre intérieur en rotation par rapport au cylindre extérieur fixe de fluides chargés en particules : Circular Couette Flow (CCF), Taylor Vortex Flow (TVF), Ribbons (RIB) uniquement en Ramp-down, Spiral Vortex Flow (SVF), Interpenetrating Spiral Vortex (ISV), Wavy Vortex Flow (WVF), Modulated Wavy Vortex Flow (MWVF), Inertial Turbulence (IT) et leurs combinaisons (TVF+SVF et TVF+WVF). Adapté de (Ramesh and Alam, 2020)

et pour des concentrations de particules allant du régime dilué au régime concentré ($\Phi = 0 - 40\%$). Les auteurs ont d'abord retrouvé la présence du régime SVF en présence de particules sans rotation du cylindre extérieur, puis ont montré la coexistence du régime TVF et WVF qui vient de la présence de particules et plus particulièrement du fait qu'elles ont tendance à stabiliser et amortir les perturbations et ainsi dissiper l'énergie turbulente qui amènerait le régime axialement oscillant (WTVF).

Le récent travail de Ghosh and Alam (2024) est la première étude expérimentale explorant la contre-rotation de l'écoulement de Taylor-Couette chargé en particules. Les auteurs montrent notamment que la première bifurcation change par nature avec la concentration en particules quelle que soit la vitesse de contre-rotation. En effet, les régimes TVF, SVF et RIB sont observés successivement en augmentant la fraction volumique de particules. Enfin, ils montrent que la présence de particules a un rôle soit de stabilisation des écoulements secondaires soit un rôle déstabilisateur si la fraction volumique dépasse le seuil de 10%.

2.2.2.3 L'approche numérique

Le développement des capacités de calculs mais également le développement de nouvelles stratégies numériques efficaces comme l'approche appelée *Suspension Balance Model (SBM)*, qui est bien adaptée à des simulations de plusieurs particules sans avoir à résoudre explicitement les interactions de chaque particule, permettent de traiter numériquement les problèmes à l'échelle de la suspension et non à celle d'une particule isolée (Li et al., 2020).

Les travaux de Kang and Mirbod (2021) ont permis d'explorer numériquement la transition de fluides chargés à 10% pour différentes tailles de particules, faisant ainsi varier le rapport $\frac{\delta}{d_p} = 60, 200$. Les auteurs montrent que la taille des particules n'affecte pas le nombre de Reynolds critique pour la première bifurcation.

Alors, même si les résultats des simulations numériques correspondent globalement bien avec les résultats expérimentaux de Majji and Morris (2018), il subsiste quelques divergences au sujet du rôle de la taille des particules sur le déclenchement de la première bifurcation. Ces dissonances peuvent venir du fait que les études numériques ne prennent ni en compte la hauteur finie imposée par les dispositifs expérimentaux qui sont donc sujets aux effets de bords, ni l'influence de la micro-structure des suspensions. L'étude de Kang and Mirbod (2021) a également montré que la route vers la turbulence pour des particules de tailles importantes ($\frac{\delta}{d_p} = 60$) fait intervenir le régime SWVF entre les régimes SVF et WVF, qui est un régime dont les vortex sont contra-rotatifs et non-axisymétriques. Enfin, du point de vue frictionnel, la présence de particules accroît le couple requis pour entraîner le cylindre, mais réduit le frottement et le transfert radial de quantité de mouvement au-delà d'une vitesse de rotation critique. Plus récemment, la même équipe a montré que pour des fluides plus chargés ($\Phi = 20$ & 30%), la première bifurcation se réalise à des nombres de Reynolds plus faibles, ce qui confirme la tendance générale que la présence de particules a tendance à déstabiliser l'écoulement (Kang and Mirbod, 2023). Donc, sur une même gamme de nombre de Reynolds, le régime MWVF est observé alors que ce régime n'était pas atteint pour des concentrations en particules plus faibles.

Enfin, une dernière étude basée sur le modèle SBM développé par Nott and Brady (1994) et Morris and Brady (1998) pour modéliser les contraintes autour des particules est menée par Kang et al. (2024). Elle a permis de montrer que la transition est hystérétique car en ramp-up, les transitions sont SVF-WSVF-WVF alors qu'en ramp-down, en fonction de la rapidité de la décroissance du nombre de Reynolds, la transition peut se résumer à WSVF-SVF ou bien WVF-RIB, deux routes différentes par nature.

2.2.3 Suspensions viscoélastiques

Pour prédire le comportement d'une suspension viscoélastique en écoulement, plusieurs paramètres doivent être pris en compte. Parmi ceux-ci, on retrouve les caractéristiques géométriques du système, les effets inertiels, ainsi que les interactions entre le fluide et les particules en suspension. Ces éléments jouent un rôle clé dans la dynamique globale de l'écoulement. Différentes études hydrodynamiques expérimentales ou numériques ont traité le sujet avec différentes approches et questionnements, dans différentes géométries et pour différentes suspensions viscoélastiques. Voici un récapitulatif des principaux résultats sur la compréhension de l'écoulement de Taylor-Couette de ces suspensions complexes.

2.2.3.1 Régimes d'écoulement

Dans ce contexte, une étude centrale du déclenchement d'instabilités hydrodynamiques en écoulement de Taylor-Couette est l'étude de Lacassagne et al. (2021). En effet, cette étude expérimentale a mis en évidence le rôle de la concentration de particules sur les régimes d'écoulement pour un fluide Boger. Le polymère et les particules utilisées sont les mêmes que ceux utilisés dans la suite de ce manuscrit, le HPAM et les sphères de PMMA de 48 µm (voir le chapitre 3). Les concentrations de particules iso-denses explorées sont : $\Phi = 0, 1, 5, 10\%$. Partant du principe que la concentration en particules accélère la transition vers la turbulence (Ramesh et al., 2019) et que la concentration de polymère $\tilde{C}$ a le même effet sur la transition (Groisman and Steinberg, 1996), la combinaison $\Phi + \tilde{C}$ est étudiée. Pour un fluide d'élasticité de l'ordre de $\mathcal{E} = 0.2$, Lacassagne et al. (2021) montrent que la combinaison polymère/particules pour une concentration suffisante en particules a tendance à stabiliser l'écoulement contrairement aux études avec un seul additif et déstabilise l'écoulement pour de faibles concentrations. De plus, ils observent que le régime TVF est présent mais sur une gamme de nombre de Reynolds réduite avec la présence de particules au profit du régime RSW. Grâce à une visualisation d'écoulement et à l'analyse des fréquences (Transformée de Fourier Rapide), les mêmes auteurs montrent que le régime RSW laisse sa place à l'EIT car ce dernier ne possède pas de fréquence bien caractéristique. RSW et EIT sont alors coexistants même si la présence de particules retarde l'apparition de l'EIT. Enfin, sans mesure de couple mais avec de la visualisation d'écoulement en ramp-down (RD), le caractère hystérétique de la transition est mis en évidence. En effet, sans particule, le nombre de Reynolds critique du passage au régime TVF et celui du RSW est supérieur en RU qu'en RD. La question de la migration de particules se pose alors pour expliquer l'influence des particules sur la transition. Comme

il est question dans la partie 2.2.3.2, la migration élastique joue un rôle car le temps caractéristique d'une migration est inférieur au temps caractéristique de l'expérience (D'Avino et al., 2017). La migration due à l'élasticité est également marquée entre les régimes RSW et EIT. Le changement de la route vers l'EIT en présence de particules ne vient pas de la migration car ces régimes d'écoulement ont tendance à homogénéiser la répartition des particules.

2.2.3.2 Influence de la viscoélasticité sur la migration de particules

Maitriser la migration de particules permet de prédire le transport de ces dernières. Par exemple pour une application dans le domaine biomédical, l'ajout du caractère viscoélastique apporte une migration certes plus complexe mais qui permet de séparer à souhait les particules selon leurs tailles à travers un canal microfluidique (Nam et al., 2015). Des études plus fondamentales comme celle de Karnis and Mason (1966) ont montré qu'en conduite circulaire, la migration de particules à faible nombres de Reynolds ($\mathcal{R} = 30$) se fait en anneau dans un fluide Newtonien. Cependant, avec la présence de viscoélasticité, la migration est affectée et les particules s'alignent au centre de la conduite. De même, en conduite rectangulaire, les particules s'alignent à une hauteur donnée à mesure qu'elles traversent la conduite (Villone et al., 2011). En se concentrant ici sur la géométrie de Taylor-Couette, Karnis and Mason (1966); D'Avino et al. (2012) ont montré que les particules migrent vers le cylindre extérieur avec la présence de viscoélasticité et plus rapidement avec la rhéofluidification. Le caractère viscoélastique intervient donc dans la migration de particules mais de manière accentuée par la rhéofluidification. Enfin, des résultats montrent que la vitesse de migration de particules non sphériques peut être supérieure ou inférieure à celle observée pour les sphères. La vitesse dépendant en partie de l'asymétrie des particules (Lu and Xuan, 2015), ce phénomène offre un paramètre supplémentaire pour contrôler le transport de particules.

Cependant, l'étude des écoulements de suspensions viscoélastiques reste un manque dans la littérature et beaucoup de questions sous-jacentes aux interactions entre viscoélasticité en fluide Boger et particules restent en suspend. C'est pourquoi, cette thèse s'intéresse aux suspensions viscoélastiques.

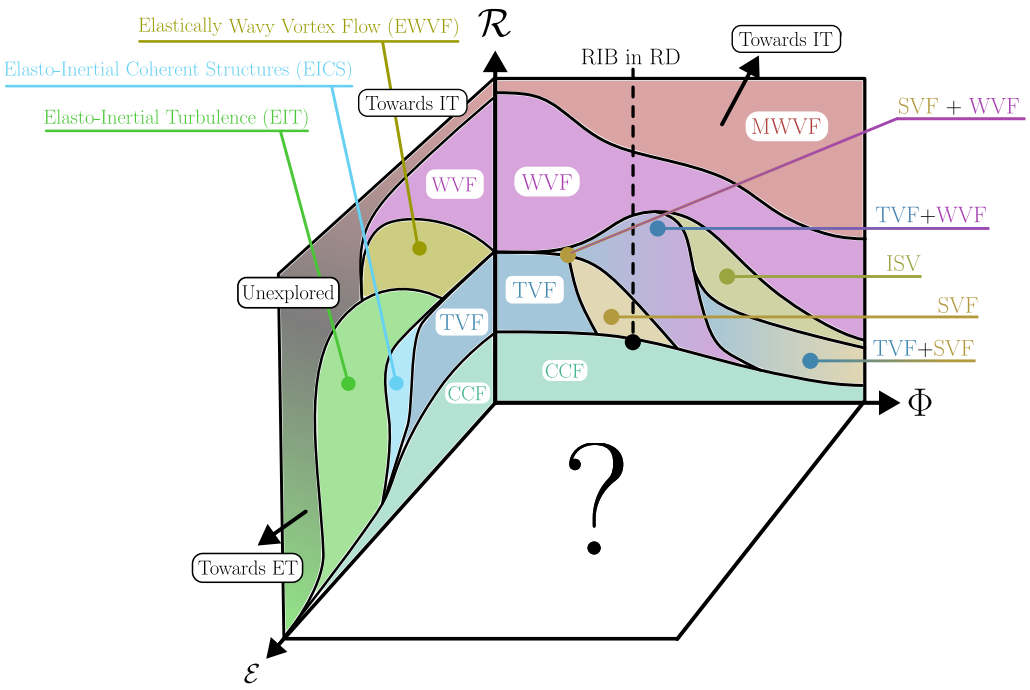


FIGURE 2.15 – Récapitulatif des régimes d'écoulement en géométrie de Taylor-Couette mêlant suspensions et viscoélasticité, cette thèse vise en partie à compléter ce diagramme.

2.3 Écoulement de Taylor-Couette : Suspensions complexes

Il y a peu de travaux sur l'écoulement de Taylor-Couette de suspensions viscoélastiques, alors il est important d'ouvrir les recherches aux fluides complexes et aux suspensions complexes en général, intégrant à cet état de l'art d'autres facteurs de complexité du fluide, dont l'étude a été motivée par des contextes applicatifs divers et variés.

2.3.1 Rôle de la rhéofluidification sur le transport de particules

Tout d'abord, Snijkers et al. (2009, 2011) ont validé expérimentalement et numériquement que quel que soit le fluide (rhéofluidifiant ou Boger), s'il est viscoélastique, la vitesse de rotation d'une particule décroit très fortement dès que l'élasticité du fluide est suffisante ($\mathcal{W} > 1$). La rotation d'une particule entrainant des perturbations locales, connaitre la manière dont tourne une particule autour d'elle même est primordial pour prédire l'écoulement. De plus, d'après l'étude de D'Avino et al. (2012) en écoulement de Taylor-Couette, pour des fluides rhéofluidifiants où la migration (vers l'intérieur ou l'extérieur de l'entrefer) est définie par la position initiale de la particule alors que pour des fluides Boger, les particules ne migrent pas de façon significatives. Cette même équipe montre que mêler le caractère viscoélastique et rhéofluidifiant entraine une particule qui entre dans le sillage d'une autre, à accelérer puis percuter la particule qui se trouve devant elle. Cette attraction des particules est présente dès que la distance inter-particules est inférieure à $50 \times d_p$. Dans les fluides Boger, c'est à dire sans le caractère rhéofluidifiant, c'est l'inverse qui se produit. En effet, si la particule entre dans le sillage d'une autre, elles se repoussent mutuellement. Donc la rhéofluidification entraîne le chainage (alignement des particules) car ce phénomène est également retrouvé sans élasticité pour des fluides uniquement rhéofluidifiants où le chainage est important (D'Avino and Maffettone, 2015). La migration de particules en matrice viscoélastique est traitée dans la partie 2.2.3.2.

2.3.2 Effet de seuil dans les suspensions

Jusqu'ici, les travaux de suspensions viscoélastiques se sont concentrées sur les suspensions iso-denses. Récemment, Clarke and Davoodi (2024) ont étudié numériquement et expérimentalement la remise en suspension de particules non-isodenses solides dans trois matrices différentes : un fluide viscoélastique chargé $\mathcal{E} = 0.03$, un fluide à seuil chargé et un fluide viscoélastique à seuil chargé. Le caractère seuil est utilisé pour modéliser l'écoulement de boues. Le modèle de Bingham ou d'Hershel-Bulkley est donc utilisé. Dans les fluides viscoélastiques, les différences de contraintes normales ($N_1 > 0$, $N_2 < 0$) génèrent des forces qui poussent les particules vers les zones de faible cisaillement, c'est-à-dire le centre des tourbillons de Taylor alors qu'en fluide Newtonien, les particules se dirigent vers l'extérieur des tourbillons Majji and Morris (2018). L'une des conclusion sur l'écoulement de suspensions complexes est le fait que la rhéologie complexe du fluide ne permet pas à ce jour de prédire le comportement et le transport des particules.

2.4 Tableau

Le tableau 2.1 répertorie une liste de travaux majeurs pour traiter de suspensions viscoélastiques en écoulement de Taylor-Couette. Les travaux mis en évidence sont ceux traitant de suspensions complexes avec l'approche expérimentale, dont les travaux présentés dans le chapitre 3.

Auteur	RU ($\mathcal{R}$)	RD ($\mathcal{R}$)	Viscoél.	Susp.	Num.	Expé.	Anal.
Baumert and Muller (1999) [6]	-	-	$0.0562 < \mathcal{E} < 15$	-	-	Visu.	-
Li and Khayat (2004)	-	-	$150ppm < \tilde{C} < 450ppm$	-	-	-	Rhéofluidification
Dubrulle et al. (2005)	-	-	-	-	-	-	$\vec{U}$ / Friction
Eckhardt et al. (2007)	-	-	-	-	-	-	Friction
Hoffmann et al. (2013) [7]	$0 < \mathcal{R} < 500$	-	-	-	Code G1D3 [8]	Visu. (+LDV)	-
Martínez-Arias et al. (2014)	$0 \rightarrow 24000$	-	-	-	-	Visu. / Friction	-
Martínez-Arias and Peixinho (2017)	$0 \leftrightarrow 200$		$0.06 < \mathcal{E} < 1.09$	-	-	Visu. / Friction	-
Majji et al. (2018)	$90 \leftrightarrow 210$		-	$0\% < \Phi < 30\%$	-	Visu.	-
Ramesh et al. (2019)	$90 \leftrightarrow 180$		-	$0\% < \Phi < 25\%$	-	Visu. (+PIV) / Friction	-
Dash et al. (2020)	$0 \leftrightarrow 3000$		-	$0\% < \Phi < 40\%$	-	Visu. / Friction	-
Lacassagne et al. (2020)	$0 \rightarrow 200$	-	$\mathcal{E} = 0.2263$	-	-	Visu.	-
Lacassagne et al. (2021)	$0 \rightarrow 200$	-	$0.21 < \mathcal{E} < 0.28$	$0\% < \Phi < 10\%$	-	Visu.	-
Kang and Mirbod (2021)	$110 \rightarrow 180$	-	-	$\Phi = 0,10\%$	Modèle Landau - SIM	-	-
Latrache and Mutabazi (2021)	$0 < Ta < 100$	$100 < Ta < 0$	$0.16 < \mathcal{E} < 0.3$	-	-	Visu.	-
Song et al. (2022)	-	$1000 < \mathcal{R} < 0.0001$	$\mathcal{W} = 30$	-	DNS	-	-

Suite en page suivante

6. Les deux cylindres sont en rotation
7. Contrarotation
8. Hoffmann (2004)

Auteur	**RU ($\mathcal{R}$)**	**RD ($\mathcal{R}$)**	**Viscoél.**	**Susp.**	**Num.**	**Expé.**	**Analytique**
Moazzen et al. (2022)	$0 \rightarrow 200$	-	$0.05 < \mathcal{E} < 0.35$	-	-	Visu. / Friction	-
Kang and Mirbod (2023)	$0 \rightarrow 180$	-	-	$\Phi = 20, 30\%$	Suspension-Balance Model (SBM)	-	-
Moazzen et al. (2023)	$20 \rightarrow 240$	-	-	$0\% < \Phi < 28\%$	-	Visu. / Friction	-
Lin et al. (2023)	$85 \leftrightarrow 260$		$\mathcal{E} = 0.15$	-	DNS	-	-
Alam and Ghosh (2023)	$0 < \mathcal{R} < 900$	-	-	$0\% < \Phi < 20\%$	-	Visu. / Friction	-
Boulafentis et al. (2024a)	$0 \leftrightarrow 300$		$\mathcal{E} = 0.11 - 0.34$	-	-	Visu.	-
Ghosh and Alam (2024) [9]	$0 \leftrightarrow 1600$		-	$0\% < \Phi < 30\%$	-	Visu.	-
Lin et al. (2024)	$\mathcal{R} = [1500, 3000, 5000, 8000]$		$6.10^{-4} < \mathcal{E} < 0.08$	-	DNS	-	-
Clarke and Davoodi (2024)	$20rpm \leftrightarrow 680rpm$		$\mathcal{E} \simeq 0.3$	$\Phi_w = [3.56, 7.13]\%_w$	Solveur Euler-Euler	Visu.	-
Kang et al. (2024)	$120 \leftrightarrow 180$		-	$\Phi = 10\%$	SBM	-	-
Latrache et al. (2025)	$0 < Ta < 100$	-	$0.015 < \mathcal{E} < 0.39$	-	-	Visu. (+PIV)	-
Zhang et al. (2025)	$1 < \mathcal{R} < 300$		$0.01 < \mathcal{E} < 10$	-	-	PIV / Friction	-
Chapitre 3	$\mathcal{R}_{max} = 75$	-	$0.5 < \mathcal{E} < 9.6$	$0\% < \Phi < 14\%$	-	Visu. / Friction	-

TABLE 2.1 – Liste des travaux majeurs sur l'écoulement de Taylor-Couette montrant la complémentarité des études numériques et expérimentales (Visu. = Visualisation) avec une base pour la compréhension des écoulements de suspensions complexes en géométrie de Taylor-Couette. Les études sur les suspensions viscoélastiques de Lacassagne et al. (2021), de Clarke and Davoodi (2024) et celle qui fait l'objet du chapitre 3, sont indiquées en gras dans le tableau.

9. Corotation

2.5 Conclusion et résumé

Dans ces deux chapitres dédiés à l'état de l'art sur les suspensions complexes avec un focus particulier sur le contexte de l'écoulement de Taylor-Couette, les différents régimes d'instabilités et les sources qui les développent ont été mis en évidence. Tout d'abord, une partie de rhéométrie qui vise à donner des outils permettant de répondre en partie aux questions que posent ces mécanismes complexes est développée. Une compréhension des mécanismes de solutions purement viscoélastiques est proposée, notamment par le biais des différents modèles, de l'importance des nombres sans dimension $\mathcal{W}, \mathcal{E}$ et $\mathcal{D}$ ou encore des transitions induites par la viscoélasticité. De même, une description des forces appliquées aux particules en suspension Newtonienne est réalisée, ainsi que le rôle de leur migration et de la concentration sur les instabilités hydrodynamiques. Une partie sur la combinaison des deux additifs, à savoir polymère et particules est finalement développée pour mettre en évidence des mécanismes complexes issus des interactions polymères-particules. Il persiste des larges manques de connaissances sur les interactions entre polymère et particules en écoulement, notamment à l'échelle de la suspension et non à l'échelle d'une seule particule isolée dans une matrice viscoélastique. Par cette thèse, nous souhaitons apporter des éléments de réponse aux questions suivantes :

- Quel est l'apport de chaque additif (polymère ou particules) sur les phénomènes hydrodynamiques ?
- Quelles sont les mécanismes d'interactions polymères-particules qui pilotent la transition ?
  - La transition vers la turbulence de suspensions viscoélastiques est-elle proche de celle de solutions viscoélastique ou des suspensions Newtoniennes ?
  - Les interactions polymère-particules sont-elles bien décrites par les modélisations rhéologiques à particule isolée ?
  - La transition est-elle réversible ou pilotée par des phénomènes irréversibles tels que la dégradation de chaînes de polymère ?
- Y a-t-il une concentration en particules ou en polymères qui modifie fondamentalement la nature de l'écoulement de Taylor-Couette ?
- Quel est l'apport de chaque technique de mesure (mesure de friction ou visualisation) pour décrire les phénomènes d'interactions ?

Dans ce manuscrit, même si une large part est laissée aux écoulements et aux mesures rhéologiques, il est question de l'écoulement de Taylor-Couette pour la partie hydrodynamique qui est, comme nous l'avons vu dans ce chapitre, un écoulement simple et bien connu dans la littérature. Ainsi, nous verrons, dans le chapitre 3 que la présence de particules est responsable d'un nouveau régime élasto-inertiel d'origine dissipative suggérant que les particules interagissent de manière significative avec les chaînes de polymères. Ces interactions sont explorées au chapitre 4 pour comprendre et modéliser le rôle de différents mécanismes tels que la dégradation de polymère dans le déclenchement du régime précédemment mis en évidence. Enfin, le chapitre 5 permet d'explorer par une méthode optique avancée, l'impact de la présence de particules sur l'efficacité du mélange en fonction du régime d'écoulement et de la fraction volumique de particules présentes, ce qui permettra de conclure sur l'amélioration de l'advection générée par des suspensions viscoélastiques dans la gamme d'élasticité et de fractions volumiques de particules étudiées.

Bibliographie

Meheboob Alam and Manojit Ghosh. Unified torque scaling in counter-rotating suspension Taylor–Couette flow. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, March 2023. doi : 10.1098/rsta.2022.0226. URL `https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0226`.

Mohamed E. Ali, Deepanjan Mitra, John A. Schwille, and Richard M. Lueptow. Hydrodynamic stability of a suspension in cylindrical Couette flow. *Physics of Fluids*, 14(3) :1236–1243, March 2002. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.1449468. URL `https://pubs.aip.org/pof/article/14/3/1236/255146/Hydrodynamic-stability-of-a-suspension-in`.

C. David Andereck, S. S. Liu, and Harry L. Swinney. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 164 :155–183, March 1986. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112086002513. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112086002513/type/journal_article.

Lina Baroudi, Madhu V. Majji, and Jeffrey F. Morris. Effect of inertial migration of particles on flow transitions of a suspension Taylor-Couette flow. *Physical Review Fluids*, 5(11) :114303, November 2020. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.5.114303. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.5.114303.

Lina Baroudi, Madhu V. Majji, Stephen Peluso, and Jeffrey F. Morris. TaylorCouette flow of hard-sphere suspensions : overview of current understanding. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, March 2023. doi : 10.1098/rsta.2022.0125. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0125.

Brandon M. Baumert and Susan J. Muller. Flow visualization of the elastic Taylor-Couette instability in Boger fluids. *Rheologica Acta*, 34(2) :147–159, 1995. ISSN 0035-4511, 1435-1528. doi : 10.1007/BF00398434. URL http://link.springer.com/10.1007/BF00398434.

Brandon Max Baumert and Susan J. Muller. Axisymmetric and non-axisymmetric elastic and inertio-elastic instabilities in Taylor–Couette flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 83(1-2) :33–69, June 1999. ISSN 03770257. doi : 10.1016/S0377-0257(98)00132-3. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025798001323.

T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, and S. Balabani. Experimental insights into elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 381(2243) :20220131, March 2023. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.2022.0131. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0131.

T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, and S. Balabani. Coherent structures of elastoinertial instabilities in Taylor–Couette flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 986 :A27, May 2024a. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2024.163. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112024001630/type/journal_article.

T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, and S. Balabani. Elastically modulated wavy vortex flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 330 :105283, August 2024b. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2024.105283. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025724000995.

S. Chandrasekhar. The stability of non-dissipative couette flow in hydromagnetics*. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 46(2) :253–257, February 1960. doi : 10.1073/pnas.46.2.253. URL https://www.pnas.org/doi/abs/10.1073/pnas.46.2.253.

George H. Choueiri, Jose M. Lopez, Atul Varshney, Sarath Sankar, and Björn Hof. Experimental observation of the origin and structure of elastoinertial turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118(45) :e2102350118, November 2021. ISSN 0027-8424, 1091-6490. doi : 10.1073/pnas.2102350118. URL https://pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.2102350118.

Andrew Clarke and Mahdi Davoodi. The movement of particles in Taylor-Couette flow of complex fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, page 105354, November 2024. ISSN 03770257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2024.105354. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025724001708.

M. Couette. Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides. *Journal de Physique Théorique et Appliquée*, 9(1) :414–424, 1890. ISSN 0368-3893. doi : 10.1051/jphystap:018900090041401. URL http://www.edpsciences.org/10.1051/jphystap:018900090041401.

Amitosh Dash, Arjun Anantharaman, and Christian Poelma. Particle-laden Taylor–Couette flows : higher-order transitions and evidence for azimuthally localized wavy vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 903 :A20, November 2020. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2020.649.

URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/particleladen-taylorcouette-flows-higherorder-transitions-and-evidence-for-azimuthally-localiz 6080F12E5CC5C68617D2AC67C071D838.

Gaetano D'Avino, Francesco Greco, and Pier Luca Maffettone. Particle Migration due to Viscoelasticity of the Suspending Liquid and Its Relevance in Microfluidic Devices. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 49 (1) :341–360, January 2017. ISSN 0066-4189, 1545-4479. doi : 10.1146/annurev-fluid-010816-060150. URL https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-fluid-010816-060150.

M. W. Davis and E. J. Weber. Liquid-Liquid Extraction between Rotating Concentric Cylinders. *Industrial & Engineering Chemistry*, 52(11) :929–934, November 1960. ISSN 0019-7866, 1541-5724. doi : 10.1021/ie50611a027. URL https://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie50611a027.

B. Dubrulle, O. Dauchot, F. Daviaud, P.-Y. Longaretti, D. Richard, and J.-P. Zahn. Stability and turbulent transport in Taylor–Couette flow from analysis of experimental data. *Physics of Fluids*, 17(9) :095103, September 2005. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.2008999. URL https://doi.org/10.1063/1.2008999.

Cari S. Dutcher and Susan J. Muller. Effects of weak elasticity on the stability of high Reynolds number co- and counter-rotating Taylor-Couette flows. *Journal of Rheology*, 55(6) :1271–1295, November 2011. ISSN 0148-6055. doi : 10.1122/1.3626584. URL https://doi.org/10.1122/1.3626584.

Cari S. Dutcher and Susan J. Muller. Effects of moderate elasticity on the stability of co- and counter-rotating Taylor–Couette flows. *Journal of Rheology*, 57(3) :791–812, May 2013. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.4798549. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/57/3/791-812/240855.

Paritam K. Dutta and Ajay K. Ray. Experimental investigation of Taylor vortex photocatalytic reactor for water purification. *Chemical Engineering Science*, 59(22-23) :5249–5259, November 2004. ISSN 00092509. doi : 10.1016/j.ces.2004.07.091. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0009250904005469.

G. D'Avino and P.L. Maffettone. Particle dynamics in viscoelastic liquids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 215 :80–104, January 2015. ISSN 03770257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2014.09.014. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S037702571400175X.

G. D'Avino, F. Snijkers, R. Pasquino, M. A. Hulsen, F. Greco, P. L. Maffettone, and J. Vermant. Migration of a sphere suspended in viscoelastic liquids in Couette flow : experiments and simulations. *Rheologica Acta*, 51(3) :215–234, March 2012. ISSN 0035-4511, 1435-1528. doi : 10.1007/s00397-011-0592-8. URL http://link.springer.com/10.1007/s00397-011-0592-8.

B. Eckhardt, S. Grossmann, and D. Lohse. Scaling of global momentum transport in Taylor-Couette and pipe flow. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 18(3) :541–544, December 2000. ISSN 1434-6036. doi : 10.1007/s100510070044. URL https://doi.org/10.1007/s100510070044.

Bruno Eckhardt, Siegfried Grossmann, and Detlef Lohse. Torque scaling in turbulent Taylor–Couette flow between independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, 581 :221–250, June 2007. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112007005629. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112007005629/type/journal_article.

Alexander Esser and Siegfried Grossmann. Analytic expression for Taylor–Couette stability boundary. *Physics of Fluids*, 8(7) :1814–1819, July 1996. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.868963. URL https://doi.org/10.1063/1.868963.

Manojit Ghosh and Meheboob Alam. Instabilities and particle-induced patterns in co-rotating suspension Taylor–Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 995 :R4, September 2024. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2024.785. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/instabilities-and-particleinduced-patterns-in-corotating-suspension-taylorcouette-flow/8009CA53C8481FD2DBE437A84FB53761.

Michael D. Graham. Drag reduction and the dynamics of turbulence in simple and complex fluidsa). *Physics of Fluids*, 26(10) :101301, September 2014. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.4895780. URL https://doi.org/10.1063/1.4895780.

Alexander Groisman and Victor Steinberg. Couette-Taylor Flow in a Dilute Polymer Solution. *Physical Review Letters*, 77(8) :1480–1483, August 1996. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.77.1480. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.1480.

C. Hoffmann, S. Altmeyer, M. Heise, J. Abshagen, and G. Pfister. Axisymmetric propagating vortices in centrifugally stable Taylor–Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 728 :458–470, August 2013. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2013.283. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/axisymmetric-propagating-vortices-in-centrifugally-stable-taylorcouette-flow/24FFC7262257E7CA22B6364560C7C033.

Ch. Hoffmann. Spiral vortices and Taylor vortices in the annulus between rotating cylinders and the effect of an axial flow. *Physical Review E*, 69(5), 2004. doi : 10.1103/PhysRevE.69.056309.

Changwoo Kang and Parisa Mirbod. Flow instability and transitions in Taylor–Couette flow of a semidilute non-colloidal suspension. *Journal of Fluid Mechanics*, 916 :A12, June 2021. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2021.75. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112021000756/type/journal_article.

Changwoo Kang and Parisa Mirbod. Transitions in TaylorCouette flow of concentrated non-colloidal suspensions. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, May 2023. doi : 10.1098/rsta.2022.0126. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0126.

Changwoo Kang, Michael F. Schatz, and Parisa Mirbod. Hysteresis and ribbons in Taylor-Couette flow of a semidilute noncolloidal suspension. *Physical Review Fluids*, 9(2) :023901, February 2024. doi : 10.1103/PhysRevFluids.9.023901. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.9.023901.

A. Karnis and S. G. Mason. Particle Motions in Sheared Suspensions. XIX. Viscoelastic Media. *Transactions of the Society of Rheology*, 10(2) :571–592, September 1966. ISSN 0038-0032. doi : 10.1122/1.549066. URL https://pubs.aip.org/jor/article/10/2/571/417303/Particle-Motions-in-Sheared-Suspensions-XIX.

T. Lacassagne, N. Cagney, J. J. J. Gillissen, and S. Balabani. Vortex merging and splitting : A route to elastoinertial turbulence in Taylor-Couette flow. *Physical Review Fluids*, 5(11) :113303, November 2020. doi : 10.1103/PhysRevFluids.5.113303. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.5.113303.

Tom Lacassagne, Theofilos Boulafentis, Neil Cagney, and Stavroula Balabani. Modulation of elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flow by small particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 929 :R2, December 2021. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2021.861. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112021008612/type/journal_article.

R. G. Larson, Eric S. G. Shaqfeh, and S. J. Muller. A purely elastic instability in Taylor–Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 218(-1) :573, September 1990. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112090001124. URL http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0022112090001124.

Daniel P. Lathrop, Jay Fineberg, and Harry L. Swinney. Transition to shear-driven turbulence in Couette-Taylor flow. *Physical Review A*, 46(10) :6390–6405, November 1992. doi : 10.1103/PhysRevA.46.6390. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.46.6390.

Noureddine Latrache and Innocent Mutabazi. Transition to turbulence via flame patterns in viscoelastic Taylor–Couette flow. *The European Physical Journal E*, 44(5) :63, May 2021. ISSN 1292-895X. doi : 10.1140/epje/s10189-021-00067-0. URL https://doi.org/10.1140/epje/s10189-021-00067-0.

Noureddine Latrache, Fayçal Kelai, Yang Bai, Olivier Crumeyrolle, and Innocent Mutabazi. Quantitative characterization of the ribbons and elastic vortices in viscoelastic Taylor-Couette flow with Boger fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, page 105457, June 2025. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2025.105457. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037702572500076X.

Heng Li, Xiaoke Ku, and Jianzhong Lin. Eulerian–Lagrangian simulation of inertial migration of particles in circular Couette flow. *Physics of Fluids*, 32(7) :073308, July 2020. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/5.0009951. URL https://doi.org/10.1063/5.0009951.

Zhenyu Li and Roger E. Khayat. A non-linear dynamical system approach to finite amplitude Taylor-Vortex flow of shear-thinning fluids. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 45(3) :321–340, 2004. ISSN 1097-0363. doi : 10.1002/fld.703. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/fld.703. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/fld.703.

Fenghui Lin, Jiaxing Song, Zhiye Zhao, Nansheng Liu, Xi-Yun Lu, and Bamin Khomami. A novel transition route to elastically dominated turbulence in viscoelastic Taylor–Couette flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 312 :104968, February 2023. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2022.104968. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025722001872.

Fenghui Lin, Jiaxing Song, Nansheng Liu, Zhenhua Wan, Xi-Yun Lu, and Bamin Khomami. Maximum drag enhancement asymptote in turbulent Taylor–Couette flow of dilute polymeric solutions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 323 :105172, 2024. ISSN 0377-0257. doi : https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2023.105172. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025723001854.

Xinyu Lu and Xiangchun Xuan. Elasto-Inertial Pinched Flow Fractionation for Continuous Shape-Based Particle Separation. *Analytical Chemistry*, 87(22) :11523–11530, November 2015. ISSN 0003-2700. doi : 10.1021/acs.analchem.5b03321. URL https://doi.org/10.1021/acs.analchem.5b03321.

Richard M. Lueptow, Rainer Hollerbach, and Eric Serre. Taylor–Couette and related flows on the centennial of Taylor's seminal Philosophical Transactions paper : part 1. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 381(2243) :20220140, January 2023. doi : 10.1098/rsta.2022.0140. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rsta.2022.0140.

Madhu V. Majji and Jeffrey F. Morris. Inertial migration of particles in Taylor-Couette flows. *Physics of Fluids*, 30(3) :033303, March 2018. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.5020220. URL https://pubs.aip.org/pof/article/30/3/033303/105615/Inertial-migration-of-particles-in-Taylor-Couette.

Madhu V. Majji, Sanjoy Banerjee, and Jeffrey F. Morris. Inertial flow transitions of a suspension in Taylor–Couette geometry. *Journal of Fluid Mechanics*, 835 :936–969, January 2018. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2017.754. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/inertial-flow-transitions-of-a-suspension-in-taylorcouette-geometry/D21BCB450FA5DB017E92DC5A2EAD96E1#access-block.

A. Mallock. Determination of the viscosity of water. *Proceedings of the Royal Society of London*, 45(273-279) : 126–132, 1889. doi : 10.1098/rspl.1888.0081. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rspl.1888.0081.

B. Martínez-Arias, J. Peixinho, O. Crumeyrolle, and I. Mutabazi. Effect of the number of vortices on the torque scaling in Taylor–Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 748 :756–767, June 2014. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2014.213. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112014002134/type/journal_article.

Borja Martínez-Arias and Jorge Peixinho. Torque in Taylor–Couette flow of viscoelastic polymer solutions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 247 :221–228, September 2017. ISSN 0377-

0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2017.07.005. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025716301379.

Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Vincent Thomy, and S. Amir Bahrani. Torque scaling at primary and secondary bifurcations in a Taylor–Couette flow of suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 937 :A2, April 2022. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2022.78. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/torque-scaling-at-primary-and-secondary-bifurcations-in-a-taylorcouette-flow-of-suspensions/554F455BD0F98CEC4955893F784ECA94.

Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Vincent Thomy, and S. Amir Bahrani. Friction dynamics of elasto-inertial turbulence in Taylor-Couette flow of viscoelastic fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 381(2246) :20220300, May 2023. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.2022.0300. URL http://arxiv.org/abs/2301.02047. arXiv :2301.02047 [physics].

J. F. Morris and J. F. Brady. Pressure-driven flow of a suspension : Buoyancy effects. *International Journal of Multiphase Flow*, 24(1) :105–130, February 1998. ISSN 0301-9322. doi : 10.1016/S0301-9322(97)00035-9. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932297000359.

Jeffrey F. Morris and Fabienne Boulay. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions : The role of normal stresses. *Journal of Rheology*, 43(5) :1213–1237, September 1999. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.551021. URL https://pubs.aip.org/jor/article/43/5/1213/448143/Curvilinear-flows-of-noncolloidal-suspensions-The.

S. J. Muller, R. G. Larson, and E. S. G. Shaqfeh. A purely elastic transition in Taylor-Couette flow. *Rheologica Acta*, 28(6) :499–503, November 1989. ISSN 1435-1528. doi : 10.1007/BF01332920. URL https://doi.org/10.1007/BF01332920.

Jeonghun Nam, Bumseok Namgung, Chwee Teck Lim, Jung-Eun Bae, Hwa Liang Leo, Kwang Soo Cho, and Sangho Kim. Microfluidic device for sheathless particle focusing and separation using a viscoelastic fluid. *Journal of Chromatography A*, 1406 :244–250, August 2015. ISSN 0021-9673. doi : 10.1016/j.chroma.2015.06.029. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021967315008766.

Sir Isaac Newton. *Newton's Principia : the mathematical principles of natural philosophy*. London, 1687.

Prabhu R. Nott and John F. Brady. Pressure-driven flow of suspensions : simulation and theory. *Journal of Fluid Mechanics*, 275 :157–199, September 1994. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112094002326. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/pressuredriven-flow-of-suspensions-simulation-and-theory/A1AC32781EB5505B3B74750EF2F0E626.

Prashanth Ramesh and Meheboob Alam. Interpenetrating spiral vortices and other coexisting states in suspension Taylor-Couette flow. *Physical Review Fluids*, 5(4) :042301, April 2020. doi : 10.1103/PhysRevFluids.5.042301. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.5.042301.

Prashanth Ramesh, S. Bharadwaj, and Meheboob Alam. Suspension Taylor–Couette flow : co-existence of stationary and travelling waves, and the characteristics of Taylor vortices and spirals. *Journal of Fluid Mechanics*, 870 :901–940, July 2019. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2019.291. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/suspension-taylorcouette-flow-coexistence-of-stationary-and-travelling-waves-and-the-character E1EAAA0F85F98A3FB15FD57BE8658465.

Reynolds. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels, 1883. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/epdf/10.1098/rspl.1883.0018.

Devranjan Samanta, Yves Dubief, Markus Holzner, Christof Schäfer, Alexander N. Morozov, Christian Wagner, and Björn Hof. Elasto-inertial turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(26) :10557–10562, June 2013. ISSN 0027-8424, 1091-6490. doi : 10.1073/pnas.1219666110. URL https://pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.1219666110.

V. Sinevic, R. Kuboi, and A. W. Nienow. Power numbers, Taylor numbers and Taylor vortices in viscous newtonian and non-newtonian fluids. *Chemical Engineering Science*, 41(11) :2915–2923, January 1986. ISSN 0009-2509. doi : 10.1016/0009-2509(86)80022-7. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0009250986800227.

F. Snijkers, G. D'Avino, P. L. Maffettone, F. Greco, M. A. Hulsen, and J. Vermant. Effect of viscoelasticity on the rotation of a sphere in shear flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 166(7) :363–372, April 2011. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2011.01.004. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025711000218.

Frank Snijkers, Gaetano D'Avino, Pier Luca Maffettone, Francesco Greco, Martien Hulsen, and Jan Vermant. Rotation of a sphere in a viscoelastic liquid subjected to shear flow. Part II. Experimental results. *Journal of Rheology*, 53(2) :459–480, March 2009. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.3073052. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/53/2/459-480/240233.

H. A. Snyder. Stability of Rotating Couette Flow. II. Comparison with Numerical Results. *The Physics of Fluids*, 11(8) :1599–1605, August 1968. ISSN 0031-9171. doi : 10.1063/1.1692167. URL https://doi.org/10.1063/1.1692167.

Jiaxing Song, Nansheng Liu, Xi-Yun Lu, and Bamin Khomami. Direct numerical simulation of elastic turbulence in the Taylor–Couette flow : transition pathway and mechanistic insight. *Journal of Fluid Mechanics*, 949 :A49, October 2022. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2022.801. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/direct-numerical-simulation-of-elastic-turbulence-in-the-taylorcouette-flow-transition-pathway06D0E4D0793FB4A95F0B0C7CB842F991.

Jiaxing Song, Yabiao Zhu, Fenghui Lin, Nansheng Liu, and Bamin Khomami. Turbulent Taylor–Couette flow of dilute polymeric solutions : a 10-year retrospective. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, March 2023. doi : 10.1098/rsta.2022.0132. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0132.

John William Strutt. On the dynamics of revolving fluids. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 93(648) :148–154, January 1997. doi : 10.1098/rspa.1917.0010. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rspa.1917.0010.

Taylor. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders, 1922. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/epdf/10.1098/rsta.1923.0008.

Geoffrey Ingram Taylor. Fluid friction between rotating cylinders I—Torque measurements. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A - Mathematical and Physical Sciences*, 157(892) :546–564, January 1997. doi : 10.1098/rspa.1936.0215. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rspa.1936.0215.

Jia Heng Teoh, Anbu Mozhi Thamizhchelvan, Pooya Davoodi, Srinivas Ramasamy, Sanjairaj Vijayavenkataraman, Qiaoyun Yang, Teresa Dicolandrea, Helen Zhao, Jerry Y.H. Fuh, Yih-Cherng Liou, and Chi-Hwa Wang. Investigation of the application of a Taylor-Couette bioreactor in the post-processing of bioprinted human dermal tissue. *Biochemical Engineering Journal*, 151 :107317, November 2019. ISSN 1369703X. doi : 10.1016/j.bej.2019.107317. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1369703X19302529.

M. M. Villone, G. D'Avino, M. A. Hulsen, F. Greco, and P. L. Maffettone. Simulations of viscoelasticity-induced focusing of particles in pressure-driven micro-slit flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*,

166(23) :1396–1405, December 2011. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2011.09.003. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025711002205.

J. Walowit, S. Tsao, and R. C. DiPrima. Stability of Flow Between Arbitrarily Spaced Concentric Cylindrical Surfaces Including the Effect of a Radial Temperature Gradient. *Journal of Applied Mechanics*, 31(4) : 585–593, December 1964. ISSN 0021-8936. doi : 10.1115/1.3629718. URL https://doi.org/10.1115/1.3629718.

F. Wendt. Turbulente Strömungen zwischen zwei rotierenden konaxialen Zylindern. *Ingenieur-Archiv*, 4(6) : 577–595, December 1933. ISSN 1432-0681. doi : 10.1007/BF02084936. URL https://doi.org/10.1007/BF02084936.

H. Wiswell, B. Snow, F. A. Tricouros, A. J. Smits, and T. Van Buren. End effects in low aspect ratio Taylor–Couette flow. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, March 2023. doi : 10.1098/rsta.2022.0118. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsta.2022.0118.

Li Xi. Turbulent drag reduction by polymer additives : Fundamentals and recent advances. *Physics of Fluids*, 31(12) :121302, December 2019. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.5129619. URL https://doi.org/10.1063/1.5129619.

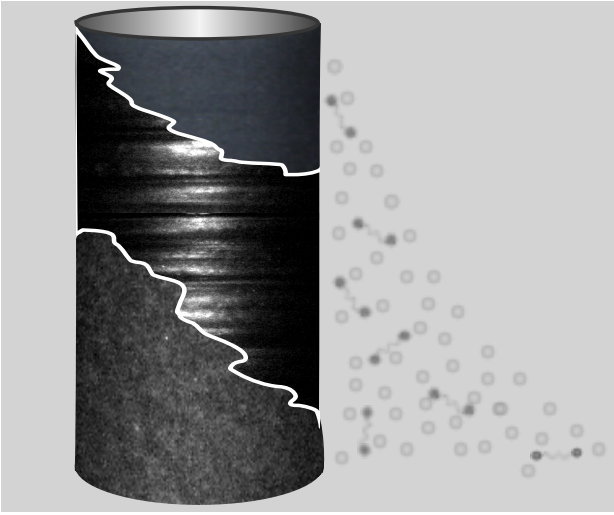
Yakov Borisovich Zeldovich. On the friction of fluids between rotating cylinders. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 374(1758) :299–312, January 1997. doi : 10.1098/rspa.1981.0024. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/abs/10.1098/rspa.1981.0024.

Yi-Bao Zhang, Lu Li, Yaning Fan, Jinghong Su, Heng-Dong Xi, and Chao Sun. Experimental evidence for the continuous transition between elastic and elastoinertial turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 122(38) :e2505007122, September 2025. ISSN 0027-8424, 1091-6490. doi : 10.1073/pnas.2505007122. URL https://pnas.org/doi/10.1073/pnas.2505007122.

CHAPITRE 3

Suspensions viscoélastiques en écoulement de Taylor-Couette, mise en évidence du régime de Dissipation Élasto-Inertielle (EID)

Lorsque les perturbateurs s'entendent, le fluide s'ordonne.



Carré et al. J. Fluid Mechanics 997, A19 (2024).

Comme nous l'avons montré dans le chapitre 1, la transition du régime laminaire au régime transitoire ou turbulent en écoulement de Taylor-Couette dépend de nombreux paramètres tels que la vitesse de rotation du cylindre intérieur (si le cylindre extérieur reste immobile) mais surtout de la rhéologie du fluide. Dans ce chapitre, le rôle des deux additifs (polymère-particules) sur la transition est exploré. Par leurs comportements rhéologiques, les fluides viscoélastiques et les suspensions de particules solides permettent de développer des mécanismes physiques et des évolutions industrielles. Nous sommes donc intéressés par la combinaison de ces deux paramètres et donc nous étudions les suspensions viscoélastiques. Ainsi, c'est dans le contexte de l'écoulement de Taylor-Couette que ces fluides sont étudiés et plus particulièrement le déclenchement d'instabilités hydrodynamiques. **La suite de ce chapitre est un développement des méthodes utilisées et un résumé des résultats présentés dans un article publié dont la copie est insérée en cœur du chapitre.**

Plusieurs concentrations de polymère et de particules solides sont combinées pour observer la transition vers la turbulence de 15 fluides différents. L'installation d'un ensemble caméra, panneau LED et additif pour la visualisation permettent de visualiser l'écoulement le temps d'une expérience de montée quasi-stationnaire en vitesse de rotation du cylindre intérieur (ramp-up) tout en mesurant le couple nécessaire à la rotation. Une analyse d'images et de friction est alors effectuée pour comprendre le rôle de la concentration de particules sur le déclenchement des régimes élasto-inertiels. Par la suite, la préparation et la caractérisation des fluides sont présentées, puis les protocoles de mesures sont détaillés. Enfin, une illustration des résultats de visualisation et de mesure de friction est réalisée. L'ensemble des résultats de ce chapitre est valorisé à travers un article publié en 2024 dans le *Journal of Fluid Mechanics* dont la copie est jointe dans la partie 3.4.

3.1 Caractérisation des fluides

Dans cette partie, une combinaison de 15 suspensions viscoélastiques sont préparées (section 3.1.1) et leur caractérisation rhéologique est effectuée (section 3.1.2). Ces fluides sont ensuite positionnés dans la cellule Taylor-Couette pour subir une rampe ascendante en vitesse (section 3.2).

3.1.1 Préparations d'échantillons

Les échantillons sont composés d'un solvant et d'additifs polymères (pour donner au fluide son caractère viscoélastique) d'une part et de particules solides d'autre part. Le solvant est constitué d'eau (31% volumique) et de glycérol (69%). A cette base est ajoutée 2% de sel afin d'adapter la masse volumique du solvant à celle des particules et ainsi obtenir une suspension iso-dense. En plus de permettre de régler la viscosité de base du solvant comme discuté plus bas, le glycérol a pour autre fonction d'augmenter la densité de base du mélange réduisant la quantité de sel nécessaire à ajouter pour obtenir une suspension iso-dense. En effet, une quantité trop importante de sel aurait pour effet d'augmenter la corrosion des éléments métalliques des systèmes expérimentaux, mais modifierait également significativement les propriétés viscoélastiques après ajout de polymère comme une modification de la viscosité (Zhao et al., 2016) ou l'altération de l'élasticité de la solution (Seright et al., 2025). En présence du glycérol, la viscosité du solvant est suffisamment importante ($\mu_s = 0.033$ Pa s) pour que la contribution du polymère (μ_p) à la viscosité soit faible face à la viscosité du solvant. Le rapport de viscosités tend alors vers 1 dans notre cas, ce qui signifie que les effets du polymère sur la viscosité sont négligeables, c'est alors un fluide de Boger (voir section 1.3.4).

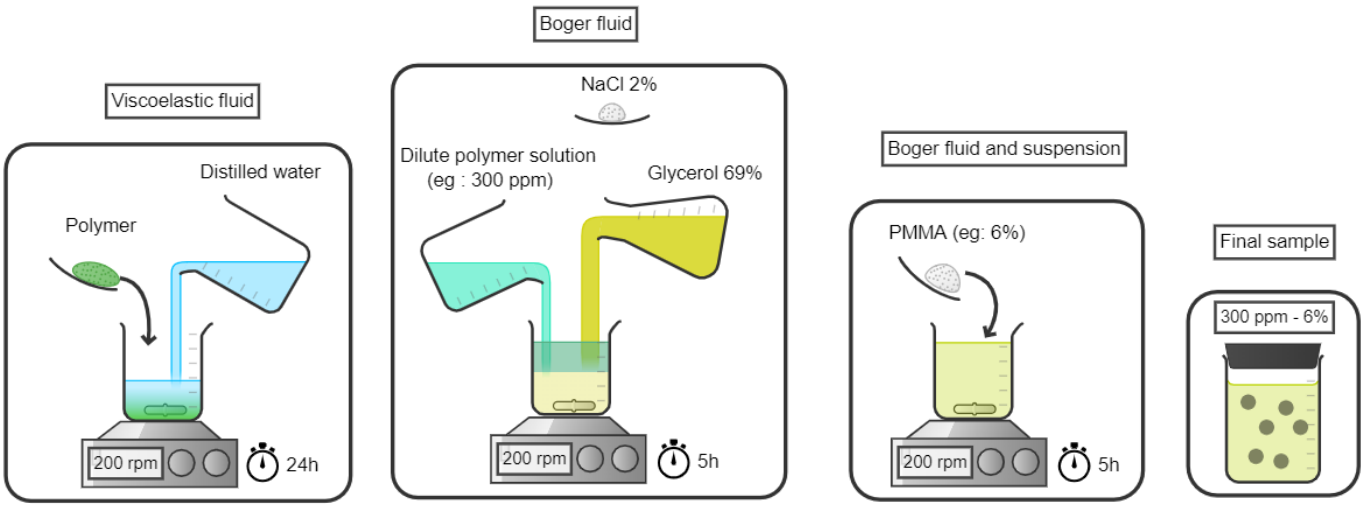


FIGURE 3.1 – Schéma de la procédure de préparation des échantillons de suspensions viscoélastiques

Le polymère utilisé est le Polyacrylamide Partiellement Hydrolysé (HPAM dont la référence est Floset 130 VG, fourni par SNF Floeger) pour garder une continuité avec les précédents travaux de l'équipe sur l'écoulement de Taylor-Couette de solutions viscoélastiques (Moazzen et al., 2023) et ainsi étudier le rôle de l'ajout de particules solides dans une matrice viscoélastique. Le HPAM a une masse molaire de 15×10^6 à 20×10^6 g mol^{-1} d'après les données du fournisseur. Le protocole de préparation est détaillé dans l'encadrement ci-dessous.

3.1.2 Mesures rhéologiques

Les mesures rhéologiques sont partie intégrante de la compréhension de la mise en évidence du régime de dissipation élasto-inertielle par la compétition entre les forces inertielles et les forces élastiques. Les nombres sans dimensions comparant ces effets sont développés dans les sections 1.3.1, 1.3.3. Deux grandeurs relevant de mesures rhéologiques sont quantifiées dans cette étude, la viscosité notée μ et le temps de relaxation λ.

Protocole de préparation des suspensions viscoélastiques Boger et iso-denses : Pour n concentrations de polymère et m concentrations de particules.

1. **Solution mère** : Dans un bécher $[A]$, mélanger de l'eau distillée et la poudre de HPAM de sorte à obtenir un solution contenant 2000 ppm de polymère. Agiter avec un barreau magnétique lentement (300 tours par minute). Agiter par 30 minutes puis laisser reposer 2h jusqu'à obtenir une solution homogène.
2. **Solvant** : Dans d'autres béchers $[B_n]$, mélanger de la même manière une partie de la solution mère $[A]$ au glycérol de sorte à avoir 69% volumique de glycérol pour 31% d'eau (contenant le polymère). Ajouter 2% massique de sel. Même processus de mélange que l'étape 1.
3. n **concentrations de polymère** : Réaliser la deuxième étape n fois pour l'ensemble des concentrations en polymère souhaitées.
4. m **concentrations de particules (1/2)** : Diviser chaque bécher $[B_n]$ en minimum m volumes de fluides égaux $[C_n^m]$.
5. m **concentrations de particules (2/2)** : Dans chaque nouvelle solution $[C_n^m]$, ajouter la masse de particules de PMMA correspondante à la fraction volumique souhaitée. Agiter mécaniquement avec un agitateur à pâles à 300 tours par minute pendant 2h.
6. Conserver les solutions dans des contenants étanches au réfrigérateur ($\simeq 6$ °C) [a].

a. Une perte d'élasticité est visible à la manipulation après 1 an de stockage. Ce test en apparence simpliste (appelé protorhéologie par Hossain and Ewoldt (2024)) permet a minima d'estimer les propriétés viscoélastiques du fluide.

3.1.2.1 Mesure de viscosité

Pour mesurer la viscosité d'une solution, les géométries de plaques parallèles et le cône-plan sont généralement utilisées. Nous disposons des deux géométries de diamètre $2r = 50\,\text{mm}$ chacune. L'avantage de la géométrie cône-plan est d'appliquer au fluide un cisaillement constant radialement : $\dot{\gamma} = \frac{\omega}{\theta}$ avec ω la vitesse de rotation du cône (supérieur) et θ l'angle du cône. En revanche, lorsque l'on manipule des suspensions, les particules sont sujettes à la migration due aux effets inertiels et aux forces centrifuges davantage présents dans cette géométrie comme l'a montré Highgate (1966) par de la visualisation d'écoulements. C'est pourquoi, le système plan-plan sera privilégié pour les mesures de suspensions viscoélastiques. Le taux de cisaillement n'est pas constant et augmente avec la position radiale : $\dot{\gamma} = \frac{\omega r}{\delta}$ avec $\delta = 0.5\,\text{mm}$ l'entrefer choisi le plus faible possible pour limiter les instabilités pendant la mise en écoulement tout en garantissant l'homogénéité de la solution dans l'entrefer (ici, le rapport entre le diamètre d'une particule et l'entrefer est d'environ 10). La viscosité est mesurée à travers une courbe d'écoulement balayant le taux de cisaillement de $\dot{\gamma} = 0.01$ à $1000\,\text{s}^{-1}$. Les rhéogrammes reportent la viscosité du fluide pour une gamme de cisaillement plus restreinte car des variations de viscosité sont dues au temps que mets la mesure à se stabiliser au démarrage (Oza and Venerus, 2021), donc aux faibles cisaillements ici. De plus, pour des cisaillements plus élevés, le fluide est sujet à sortir de son écoulement laminaire car des instabilités peuvent se déclencher pour des taux de cisaillement de l'ordre de $100s^{-1}$ (McKinley et al., 1999; Castillo Sánchez et al., 2022). Or, les essais hydrodynamiques dans la suite de l'étude dans l'écoulement de Taylor-Couette atteignent des taux de cisaillement compris entre $\dot{\gamma} = 1$ à $1400\,\text{s}^{-1}$. Ainsi, la courbe d'écoulement balaye l'ensemble de la gamme de cisaillement que subit le fluide en géométrie de Couette, à l'exception de la gamme $\dot{\gamma} = 1000$ à $1400\,\text{s}^{-1}$ car la limite haute du rhéomètre en géométrie plan-plan est de $\dot{\gamma} = 1000\,\text{s}^{-1}$. La figure 3.2 présente l'ensemble des rhéogrammes obtenus en géométrie plan-plan (de diamètre 50 mm) pour des solutions viscoélastiques concentrées à 300ppm (les cercles) et 500ppm (les losanges) en polymère et toutes les concentrations de particules ($\Phi = 0 - 2 - 6 - 10 - 14\%$) représentées par la barre de couleurs à droite.

Pour des faibles cisaillements ($\dot{\gamma} < 1\,\text{s}^{-1}$), le couple mesuré peut être considéré comme trop faible pour obtenir une viscosité fiable. Cependant, pour des cisaillements supérieurs, la viscosité est constante avec $\dot{\gamma}$. C'est donc un fluide de Boger (Boger, 1977; David F. James, 2009), un fluide au caractère élastique dont la viscosité ne varie pas avec le cisaillement. La viscosité représentée dans la figure 2 (a) de l'article ci-dessous

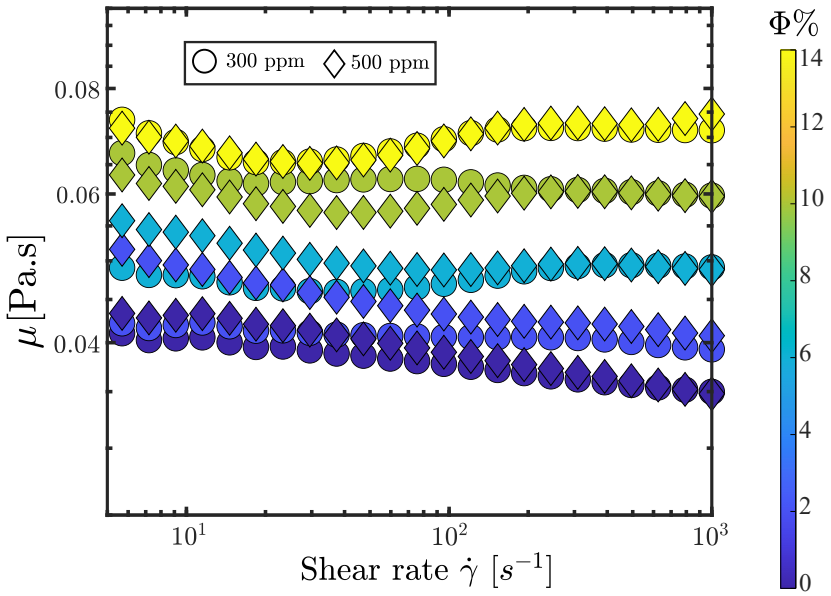


FIGURE 3.2 – Rhéogrammes des suspensions viscoélastiques concentrées à 300ppm et 500ppm. La couleur des symboles correspond à la concentration de particules.

est relevée en moyennant sur le plateau et est notamment utilisée pour calculer le nombre de Reynolds.

On observe que la viscosité augmente avec la concentration de polymère d'une part et de particules d'autre part. En effet, la viscosité intrinsèque de la solution augmente avec l'ajout de chaînes de polymères car ces dernières, par leur étirement et leur enroulement, modifient localement le volume qu'elles occupent et augmentent ainsi la friction interne du fluide (Staudinger and Fischer, 1940; Bird et al., 1987). De même, lorsque la solution contient des particules solides, l'écoulement autour de la particule est perturbé, ce qui augmente localement la friction du fluide (Mueller et al., 2009). La taille, la forme et évidemment la fraction volumique des particules affecte la viscosité de la suspension (voir section 1.4).

3.1.2.2 Mesure d'élasticité

Afin de quantifier le caractère élastique d'une solution, il est nécessaire de connaître son temps de relaxation, λ. En effet, le temps de relaxation permet de quantifier l'élasticité du fluide via le nombre de Weissenberg $\mathcal{W}$ (voir section 1.3.1). Il est alors possible de comparer les effets dûs aux forces inertielles par rapport à ceux dus aux effets élastiques par le nombre Élastique $\mathcal{E}$ (voir section 1.3.3). Les fluides utilisés dans cette thèse sont supposés avoir un temps de relaxation unique. En effet, le polymère utilisé possède de longues chaînes et est ajouté en faible concentration (entre 300 et 500 ppm), c'est à dire que le polymère se trouve en régime dilué dans la solution. Ainsi, le fluide est donc bien de nature Boger, et donc suit le modèle Oldroyd-B (ou Maxwell) et est donc caractérisé par un seul temps de relaxation (Bird et al., 1987).

Plusieurs protocoles expérimentaux permettent de déterminer le temps caractéristique élastique d'une solution. Dans ce manuscrit, 3 protocoles sont évoqués (voir figure 3.3) : protocole par la mise en écoulement oscillatoire, en cisaillement continu et en écoulement extensionnel (ou élongationnel).

Mesures oscillatoires En gardant le même dispositif plan-plan tel que décrit dans la partie précédente de mesure de viscosité, le fluide est cisaillé par oscillation et le module visqueux, noté $G''(Pa)$ et le module élastique noté $G'(Pa)$ sont relevés par le rhéomètre. D'abord, un balayage d'amplitude de cisaillement est réalisé afin de déterminer la limite de viscoélasticité linéaire (LVE) du matériau. Cette amplitude critique est matérialisée par une chute du module élastique et matérialise les conditions dans lesquelles la viscoélasticité linéaire peut être appliquée.

Ensuite, un balayage de fréquences est réalisé à une amplitude de déformation maximale inférieure à la LVE

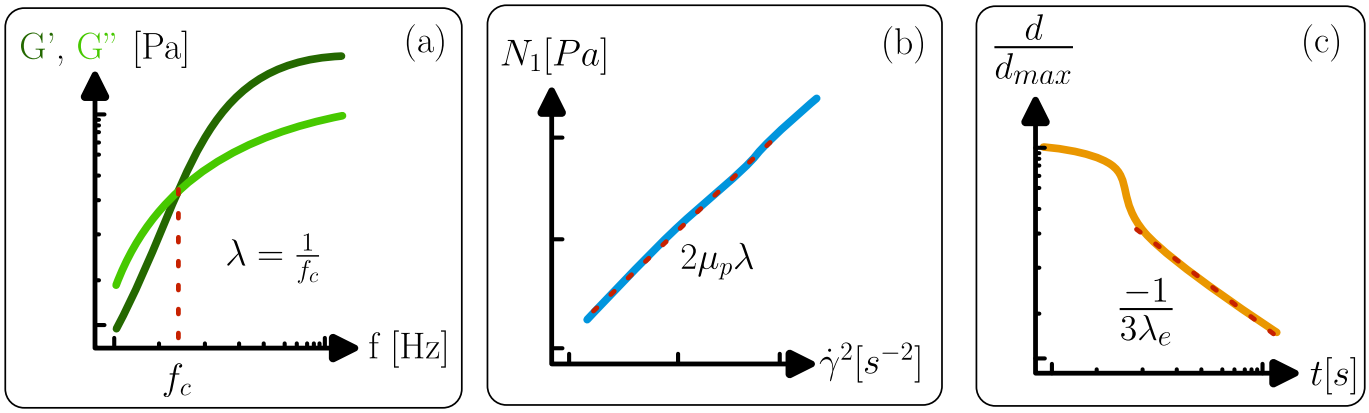


FIGURE 3.3 – Symbolisation des différents protocoles de mesure de temps de relaxation. (a) Mesure oscillatoire de modules élastiques et visqueux par un balayage en fréquences. (b) Mesure de force normale, avec $\mu_p = \mu - \mu_s$. (c) Mesure du diamètre durant l'étirement d'un filament.

de telle sorte que l'amplitude soit suffisante pour les mesures de couple et donc que la réponse élastique soit optimale. Ainsi, la fréquence à laquelle les modules élastiques et visqueux sont égaux correspond à l'inverse du temps caractéristique auquel la réponse visqueuse et élastique sont équivalente, c'est donc le temps de relaxation du fluide testé.

Pendant la thèse, de nombreux essais ont été réalisés sur ces fluides pour déterminer grâce à ces modules, leur temps de relaxation (Toshiyuki Shikata and Dale S. Pearson, 1994). Plusieurs géométries ont été testées (plan-plan 50mm, plan-plan 25mm, cylindres concentriques, cône-plan...). Peu de tests ont permis de conclure à un temps de relaxation de l'ordre de celui relevé avec les forces normales (voir partie 3.1.2.2) ou du même ordre que les temps caractéristiques vus dans la littérature pour des fluides similaires. Généralement, on constate un effondrement d'un des deux modules lors du balayage en fréquences, même dans les conditions de viscoélasticité linéaire. Nos hypothèses sur l'absence de résultats physiques avec cette méthode sont les suivantes :

1. La relativement faible viscosité des fluides utilisés impliquerait que le rhéomètre ne soit pas suffisamment sensible pour mesurer le module de perte ou de stockage.
2. Des interactions entre l'écoulement et les particules présentes dans le fluide aux faibles amplitudes peut modifier le comportement des ces modules mesurés.
3. La migration de particules est probable dans les oscillations et certainement amplifiée et donc perturbe la réponse viscoélastique du fluide.

Grâce à la possibilité d'appliquer d'autres méthodes pour mesurer un temps de relaxation, ces autres méthodes sont préférées pour caractériser l'élasticité des fluides (comme la mesure de forces normales ou l'étirement d'un filament).

Mesures de forces normales (N1) Lorsqu'il est soumis à un cisaillement, un fluide viscoélastique répond à la sollicitation en générant une force normale à la surface du plan de cisaillement (comme représenté dans la figure 3.4). Lors de la mesure des courbes d'écoulement (protocoles de viscosité), cette force normale perçue par le plan supérieur est également relevée.

La relation 3.1 permet de relier la force normale F_N et donc la première différence de contraintes normales ($N_1 = \frac{2F_N}{\pi R^2}$) (Poole, 2016) au temps de relaxation noté λ_{N_1}. L'indice $(.)_{N_1}$ fait référence au protocole défini dans cette partie.

$$N_1 = 2\mu_p\lambda_{N_1}\dot{\gamma}^2 \tag{3.1}$$

Ainsi, la représentation en échelle log-log de N_1 en fonction de $\dot{\gamma}$ doit avoir une pente de 2. En échelle linéaire, N_1 en fonction de $\dot{\gamma}^2$ donnera une pente de $2\mu_p\lambda_{N_1}$ (voir figure 3.5 gauche).

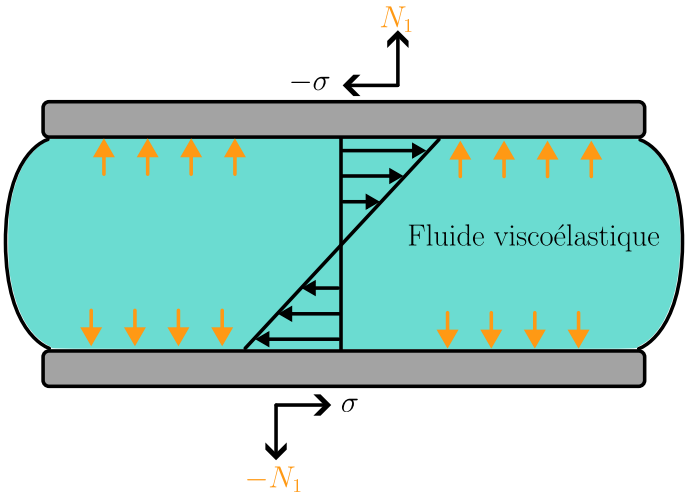


FIGURE 3.4 – Illustration de l'effet Weissenberg : développement d'une force normale lors du cisaillement d'un fluide viscoélastique

Cependant, lors de la courbe d'écoulement, il peut y avoir un léger écart entre la force mesurée et la force réellement appliquée par le fluide en réaction à sa sollicitation. Cet écart appelé dérive instrumentale est alors cumulé pendant un essai de cisaillement. Pour cela, Casanellas et al. (2016) ont mis au point un protocole permettant d'ajuster la mesure de force normale. Ce nouveau protocole consiste donc à appliquer un cisaillement proche de $\dot{\gamma} = 0s^{-1}$. La force normale mesurée sur ce palier doit théoriquement être de 0 Pa puisque le fluide non cisaillé ne doit pas donner de réponse. Ainsi, en soustrayant cette force au palier bas à la force mesurée au palier haut suivant, on corrige la mesure de force normale (voir figure 3.5).

FIGURE 3.5 – (Gauche) Pente N_1 en fonction de $\dot{\gamma}$ et le fit correspondant permettant d'appliquer la relation 3.1. (Droite) Protocole de Casanellas et al. (2016) réalisé sur un fluide sans particule chargé à 300 ppm de polymère.

Comme le montre la figure 3.5, la correction à appliquer (palier à faibles contrainte de cisaillement) pour éviter la propagation de l'erreur de force normale mesurée est négligeable dans notre cas devant les valeurs réelles. Alors les valeurs de force normale obtenues lors des courbes d'écoulement sont applicables dans la formule 3.1 afin de déterminer le temps de relaxation des solutions en cisaillement. Ces temps sont rassemblés et reportés dans la figure 2 (b) et dans la table 1 de l'article.

Mesures élongationnelles Dans la caractérisation rhéologique des suspensions viscoélastiques, quantifier le temps de relaxation extensionnel (ou élongationnel) peut s'avérer nécessaire pour deux raisons principales. D'abord, si l'écoulement est de type extensionnel (étirement d'un filament, dépôt d'une goutte...), alors, la réponse élastique du fluide suit le temps de relaxation extensionnel (McKinley and Sridhar, 2002). Deuxièmement, même si ce n'est pas le cas de l'écoulement de Taylor-Couette, les études rhéologiques de suspensions viscoélastiques (principalement numériques) (Dai and Tanner, 2020; Metzner, 1985) ont montré que les interactions entre les particules et les polymères induisent des écoulements élongationnels locaux proche des particules (voir section 1.5.1). C'est donc pour cette seconde raison que ce temps caractéristique est mesuré. Des rhéomètres mesurant l'évolution du diamètre d'un filament lors de l'étirement sont le plus communément utilisés dans la littérature et l'industrie (voir section 1.6.2) [1]. Sans disposer du rhéomètre commercial CaBER, il est possible, dans le cas de fluides suffisamment visqueux et très élastiques, où le régime d'élongation exponentielle est atteint, de réaliser l'étirement d'un filament avec le rhéomètre classique avec des vitesses d'élongation faibles. Alors les besoins en résolution temporelle sont réduits et il est possible avec une caméra suffisamment résolue en temps de mesurer l'évolution du diamètre avant le déclenchement des instabilités capillaires et la rupture du filament. Pour cela, le rhéomètre est configuré en disposition

1. https ://www.thermofisher.com/order/catalog/product/379-0340

plan-plan (voir la figure 3.6) et de mesurer le diamètre de ce filament (Clasen et al., 2006) pendant la séparation des plaques à l'aide d'une caméra et d'un rétro-éclairage led. Un cache est disposé entre la source lumineuse et le filament pour limiter la diffusion de la lumière et n'éclairer que la zone d'intérêt et ainsi améliorer le contraste. Un code de traitement d'images développé en interne avec Matlab permet de détecter le mouvement de la plaque supérieure ainsi que les limites gauche et droite au milieu du filament au cours de l'étirement. La distance entre les deux est alors le diamètre du filament.

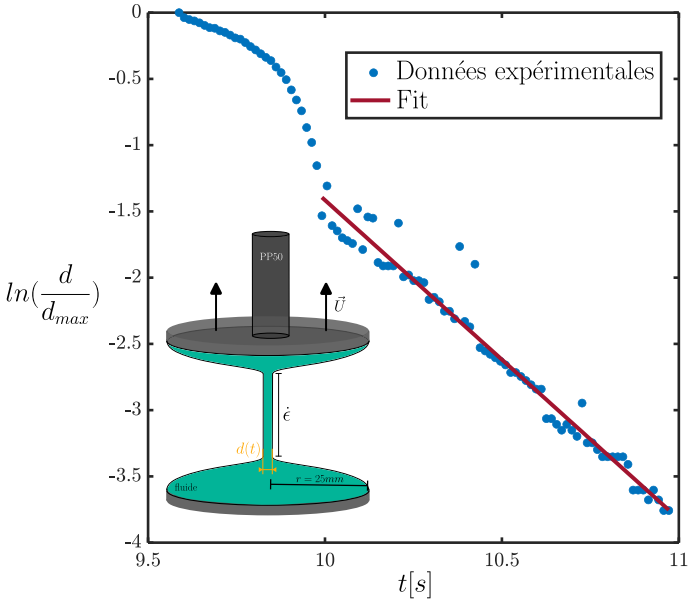


FIGURE 3.6 – Évolution temporelle du diamètre du filament (exemple d'un fluide chargé à 300 ppm en HPAM et 2% en particules.

Le temps caractéristique de la solution étirée correspond alors à un temps de relaxation λ_e. Ce temps de relaxation est déterminé par l'équation 3.2 où t est le temps (en secondes), d le diamètre du filament (en mètres) et d_{max} le diamètre maximal mesuré, c'est à dire en début d'étirement (Entov and Hinch, 1997; Liang and Mackley, 1994).

$$\lambda_e = \frac{-t}{3ln(\frac{d}{d_{max}})} \tag{3.2}$$

Dans cette thèse, le temps de relaxation élongationnel n'est utilisé que pour comparer le temps caractéristiques entre les fluides. En revanche, la valeur en secondes du temps de relaxation n'est pas forcément à comparer avec le temps de relaxation déterminé en écoulement cisaillé. En effet, il a été montré que le temps de relaxation élongationnel est fortement sujet aux variations de protocole (Gaillard et al., 2023) et est donc difficilement comparable aux mesures de forces normales (Zell, 2010).

La figure 3.6 est un exemple d'évolution du diamètre au cours d'une expérience d'étirement du filament pour un fluide concentré à 300 ppm de polymère et 2% de particules. Les temps de relaxation mesurés en élongationnel sont rassemblés dans la table 1 et dans la figure 2 (b) de l'article. Afin de mettre en évidence les effets des particules sur le temps de relaxation en cisaillement ou en élongationnel, le temps de relaxation est normalisé par le temps de relaxation du fluide sans les particules. Les particules affectent donc bien le temps de relaxation dans les deux cas avec une décroissance dès $\Phi = 2\%$ de particules alors que l'ajout de plus de particules n'affecte pas davantage le temps de relaxation.

3.2 Dispositif expérimental

L'étude hydrodynamique des écoulements de suspensions viscoélastiques est menée sur la géométrie de Taylor-Couette, plus précisément sur un rhéomètre MCR102 dans un premier temps puis MCR702e dans un second temps (après l'achat de ce dernier pendant la thèse). La principale différence réside dans la meilleure précision du MCR702e ainsi que sa capacité à mesurer les forces normales exercées sur le mobile, uniquement utilisée dans le cadre des études rhéologiques. Une cellule de visualisation, dite "PIV" également développée par Anton Paar est placée sur la partie basse du rhéomètre afin d'accueillir un cylindre noir anodisé placé sur le moteur supérieur. Sa rotation est pilotée par l'instrument qui mesure la fiction exercée sur celui-ci. En effet, le cylindre extérieur étant fixe, c'est le cylindre intérieur uniquement qui est mis en rotation par le rhéomètre, généralement à un taux de cisaillement indiqué par l'utilisateur (comme pour le protocole de rampe ascendante présentée dans la figure 1 (a) de l'article). De plus, l'avantage premier de ce dispositif est la mesure avec une excellente précision du couple nécessaire à la rotation du cylindre intérieur. Ainsi, au cours d'une expérience hydrodynamique, pour un seul et même fluide, en fonction du régime d'écoulement, le comportement de l'écoulement peut être décrit par cette mesure de friction. C'est donc une mesure non intrusive, précise à 0.5 nNm. Le second avantage, d'un intérêt fondamental pour la mécanique des fluides, est la visualisation directe d'écoulement permise par la transparence du cylindre extérieur.

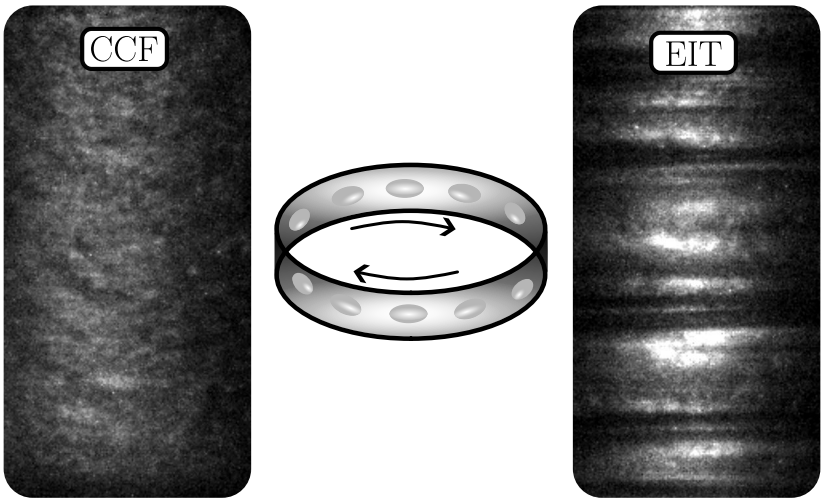


FIGURE 3.7 – Illustration des particules d'Iriodin en rotation et visualisation des régimes laminaires (gauche) et Turbulence Elasto-Inertielle (droite)

Pour permettre la visualisation, des particules anisotropes d'Iriodin 110 [2] (qui sont des paillettes de mica recouvertes d'une couche d'oxydes de titane) concentrées à 0,1% massique. Leur taille et surtout la faible fraction volumique ne modifie pas l'écoulement (Lacassagne et al., 2020). Ces particules (voir figure 3.7 au centre) s'alignent avec l'écoulement et permettent de mettre en évidence les motifs de celui-ci qu'il ne serait pas possible de distinguer dans le fluide pur en réfléchissant la lumière blanche en fonction de son orientation. Cette méthode d'ajout de particules anisotropes est largement utilisée pour la visualisation d'écoulement en mécanique des fluides pour montrer les motifs d'écoulement. On peut citer parmi tant d'autres : Borrero-Echeverry et al. (2018); Dash et al. (2020). Les figures 3.7 (gauche et droite) montrent la comparaison entre deux motifs d'écoulements que l'on peut observer avec l'ajout de ces particules de taille micrométrique : le régime laminaire et le régime EIT.

Le dispositif expérimental complet est représenté dans la figure 3.8 avec les éléments optiques nécessaires pour l'acquisition de vidéo pendant une accélération de la rotation du cylindre intérieur : la source lumineuse (panneau LED), l'Iriodin dans le fluide et la caméra avec un objectif optique adapté, pilotée par un ordinateur. L'acquisition de la vidéo se fait simultanément de la mesure de couple, ce qui permet un couplage des deux

2. provenant de Merck (Allemagne), particules anisotropes présentant respectivement une taille comprise entre 1 et 15 µm et une densité comprise entre 2800 et 3400 $\mathrm{kg\,m^{-3}}$

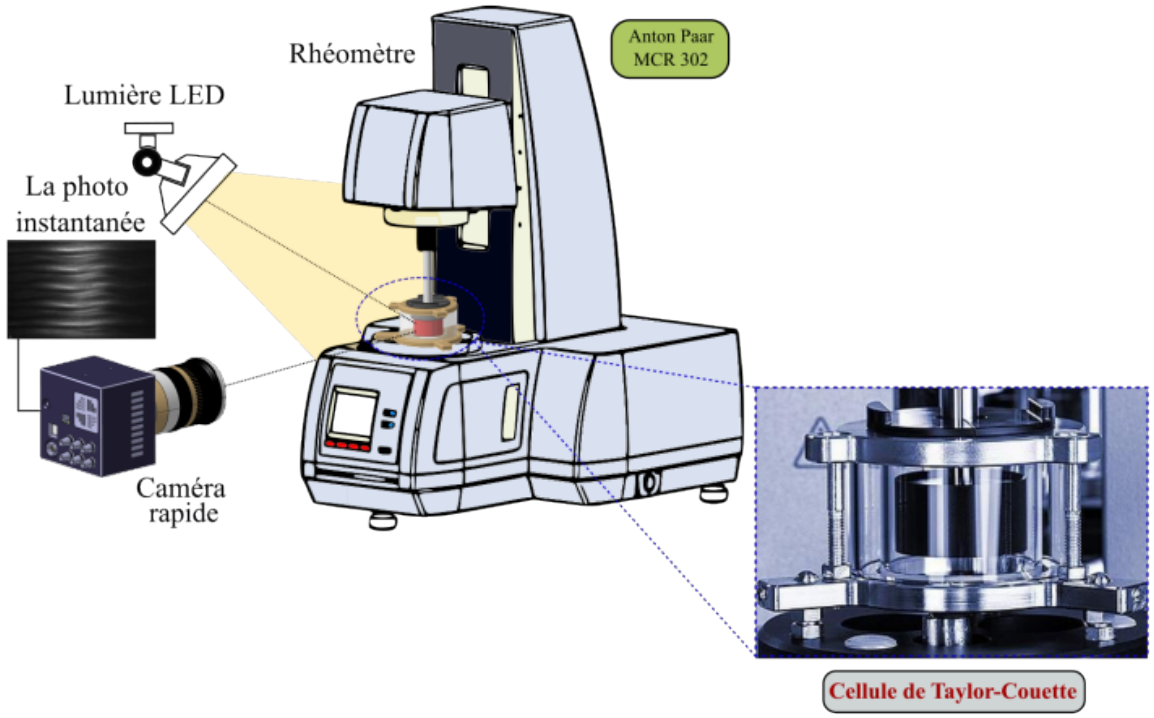


FIGURE 3.8 – Dispositif expérimental complet de visualisation directe. Un zoom sur la cellule ainsi que ses dimensions et le protocole de montée en taux de cisaillement sont présentés dans la figure 1 de l'article suivant.

méthodes (voir figure 3 de l'article) et de comparer les résultats de l'intérieur de l'écoulement (mesure de couple) à l'extérieur (la visualisation), ce qui est central dans la détermination du régime de dissipation élasto-inertielle (EID) qui sera discuté plus bas.

L'analyse de la vidéo pour une expérience mène au diagramme spatio-temporel de la figure 3.13. En prenant une colonne centrale de pixels, en la reportant au cours du temps de gauche à droite, on obtient une cartographie temporelle de la zone centrale de l'écoulement et donc on distingue les changements de régime d'écoulement et on peut déterminer l'instant et donc le cisaillement et le nombre de Reynolds relatifs à cette bifurcation (Coles, 1965; Gorman and Swinney, 1982; Koschmieder, 1993; Matisse and Gorman, 1984).

3.3 Résultats

Avec cette méthode, après avoir réalisé la caractérisation rhéologique de l'ensemble des fluides, des expériences d'augmentation lente et quasi stationnaires de vitesse de rotation du cylindre intérieur sont réalisées. Le nombre de Reynolds critique nécessaire au déclenchement de la turbulence élasto-inertielle (EIT) est alors relevé.

Ce régime est attendu pour des fluides viscoélastiques sans particule (Moazzen et al., 2023) ou en régime dilué en particules comme montré par Lacassagne et al. (2021) dans le même contexte de fluide de Boger chargé en particules de concentrations volumiques allant de 1 à 10%. Dans ce dernier article, il a notamment été montré que le seuil de déclenchement de la turbulence élasto-inertielle est d'abord accéléré (au sens du nombre de Reynolds) avec l'ajout d'une faible concentration de particules ($\Phi = 1\%$) et est ensuite retardé par des concentrations plus élevées ($\Phi > 5\%$). Dans notre étude, tout d'abord, dans des fluides sans particule ou très peu chargé, le régime EIT est atteint et les nombres de Reynolds critiques du seuil de l'EIT relevés sont bien en accord avec ceux de la littérature (Groisman and Steinberg, 1996; Lacassagne et al., 2021; Moazzen et al., 2023). Comme le précise la figure 5 (c) de l'article, la turbulence observée (à des nombres Elastique

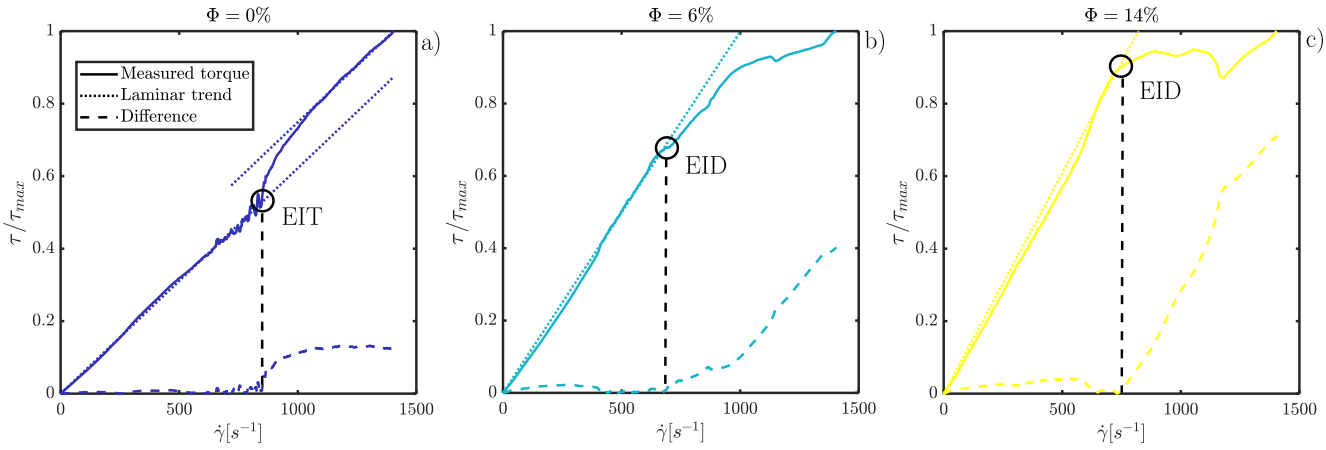


FIGURE 3.9 – Détection du déclenchement du régime EIT (a) et du régime EID (b,c).

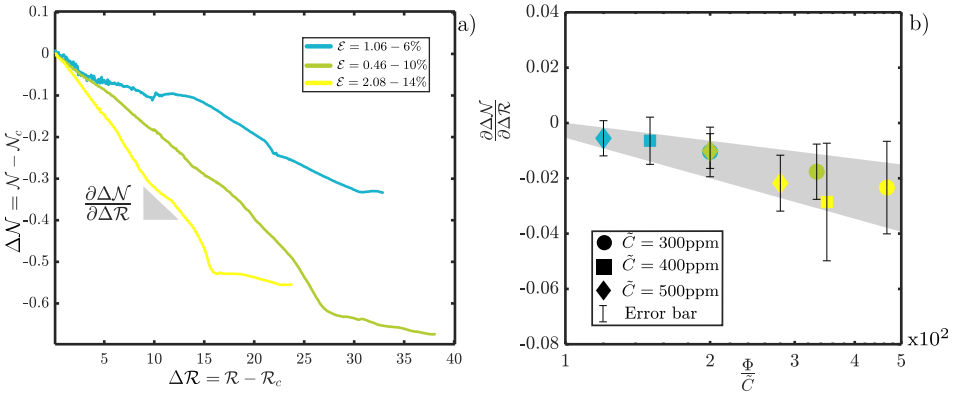


FIGURE 3.10 – (a) Variation du pseudo-nombre de Nusselt. (b) La pente en fonction du rapport $\frac{\Phi}{\tilde{C}}$.

importants et des nombres de Reynolds faibles) n'est pas de la turbulence purement élastique. Le principal résultat de cet article concerne les fluides chargés à strictement plus de 2% en particules pour lesquels l'EIT ne se déclenche pas. Ce régime, normalement attendu, est atteint pour des nombres de Reynolds supérieurs à 100 dans l'étude de Lacassagne et al. (2021), or, notre dispositif ne permet pas d'atteindre de tels nombres de Reynolds. Les nombres de Reynolds maximum atteignables avec notre dispositif pour chaque fluide sont répertoriés dans la table 1 de l'article. A ce stade, deux hypothèses peuvent expliquer la non-observation du régime EIT :

1. Un retard du déclenchement du régime EIT induit par les particules (Lacassagne et al., 2021).
2. Une suppression de la transition vers le régime EIT par l'ajout de particules.

Jusqu'ici, le raisonnement est appuyé principalement sur les données de visualisation. Après analyse des mesures de couple réalisées pendant une rampe ascendante en nombre de Reynolds, des comportements différents d'un régime laminaire classique sont observés pour les fluides en régime semi-dilués en particules ($\Phi > 6\%$), ce qui implique que le régime qui s'apparente au laminaire en visualisation est en réalité différent, au moins du point de vue frictionnel. En effet, les mesures de couple (voir figure 6 (a) et figure 3.12) montrent un décrochage de la mesure de couple à la tendance laminaire (mis en évidence dans la figure 3.9). Ce qui est une structure laminaire du point de vue de la visualisation est différent du point de vue frictionnel, ce qui indique que le régime observé en régime semi-dilué n'est pas le régime CCF. Ceci indique donc que l'hypothèse n°2 formulée précédemment est la plus probable : l'EIT n'est pas retardée, mais plutôt remplacée par un autre régime d'écoulement.

Alors, le second et principal résultat de cet article est la mise en lumière d'un régime de dissipation d'énergie,

appelé dissipation élasto-inertielle (EID) (matérialisé par la croissance modérée du couple et la décroissance du pseudo nombre de Nusselt, $\mathcal{N}$) qui semble avoir une tendance avec le rapport concentration de particules, concentration de polymère, $\frac{\Phi}{C}$ (figure 7 de l'article reprise ici en figure 3.10). La variation du flux radial de quantité de mouvement $\Delta\mathcal{N}$ est alors altéré, ce qui explique le changement de comportement du point de vue du cylindre intérieur (mesure de couple) et non du point de vue du cylindre extérieur (visualisation). Ce régime EID semble pouvoir être relié aux travaux de Zhang and Shaqfeh (2023) qui étudient numériquement du point de vue rhéologique le comportement d'une suspension viscoélastique et indiquent qu'un rhéoépaississement local dû aux interactions particules-particules et polymère-particules se développe, ce qui dissiperait l'énergie transmise par le cylindre intérieur. Néanmoins, de nombreux autres mécanismes peuvent potentiellement intervenir aux origines de ce régime de dissipation élasto-inertielle. L'étude de certains d'entre eux fait l'objet de la section 1.5.1 et motive les travaux du chapitre 4.

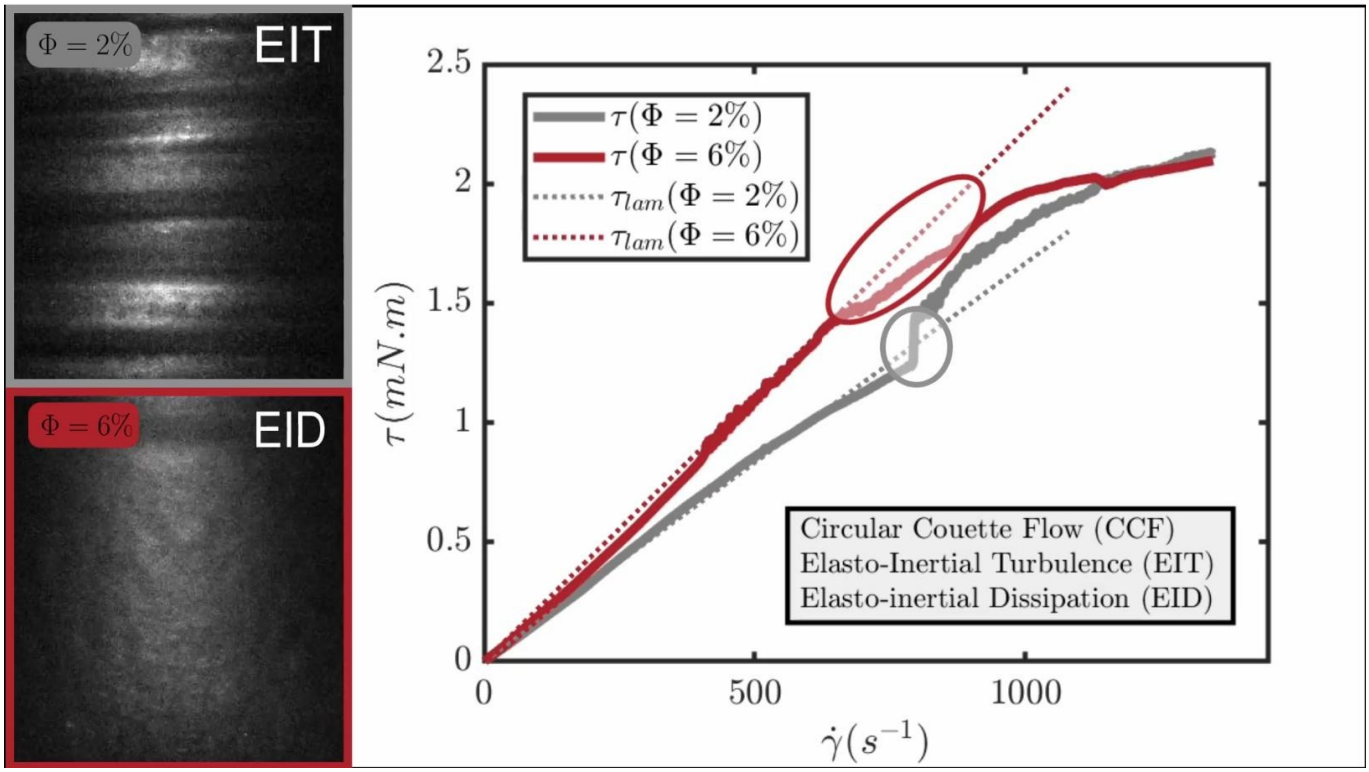


FIGURE 3.11 – Visualisation des régimes EIT (haut - gauche) et EID (bas - gauche) et la mesure de couple du ramp-up correspondant (droite). Les couleurs font références à la concentration de particules (gris - 2%, rouge - 6%). Image tirée de la vidéo déposée sur le site de JFM comme matériel supplémentaire de l'article.

3.4 Copie de l'article



Elasto-inertial dissipation in particle-laden viscoelastic Taylor-Couette flow

Charles Carré, Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Seyed Amir Bahrani

▶ **To cite this version:**

Charles Carré, Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Seyed Amir Bahrani. Elasto-inertial dissipation in particle-laden viscoelastic Taylor-Couette flow. Journal of Fluid Mechanics, 2024, 997, pp.A19. ⟨10.1017/jfm.2024.781⟩. ⟨hal-04730882⟩

HAL Id: hal-04730882

https://hal.science/hal-04730882v1

Submitted on 10 Oct 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC BY 4.0 - Attribution - International License

Elasto-inertial dissipation in particle-laden viscoelastic Taylor-Couette flow

Charles Carré, Masoud Moazzen, Tom Lacassagne & S. Amir Bahrani*

October 10, 2024

Abstract

Many natural and industrial processes involve the flow of fluids made of solid particles suspended in Non-Newtonian liquid matrices, which are challenging to control due to the fluid's non-linear rheology. In the present work, a Taylor-Couette canonical system is used to investigate the flow of dilute to semi-dilute suspensions of neutrally buoyant spherical particles in highly elastic base polymer solutions. Friction measurement synchronized with direct flow visualisation are combined to characterize the critical conditions for the onset of elasto-inertial instabilities, expected here as a direct transition to Elasto-Inertial Turbulence (EIT). Adding low particle volume fraction ($\leq 2\%$, dilute regime) does not affect the nature of the primary transition and reduces the critical Weissenberg number for the onset of EIT, despite a significant decrease in the apparent fluid elasticity. However, for particle volume fractions $\geq 6\%$ (semi-dilute regime), EIT is no longer observed in the explored Reynolds range, suggesting an apparent relaminarization with yet not further decrease in fluid elasticity. Instead, a new regime termed here Elasto-Inertial Dissipative (EID), was uncovered. It originates from particle-particle interactions altering particle-polymer interactions and occurring under elasto-inertial conditions comparable to that of EIT. Increasing particle volume fraction in the semi-dilute regime and, in so, the particle contribution to the overall viscosity, delays the onset of EID similarly to what was observed previously for EIT in lower elasticity fluids. After this onset, a decrease in the pseudo-Nusselt number observed with increasing inertia and particle-to-polymer concentration ratio confirms a particle-induced alteration of energy transfers in the flow.

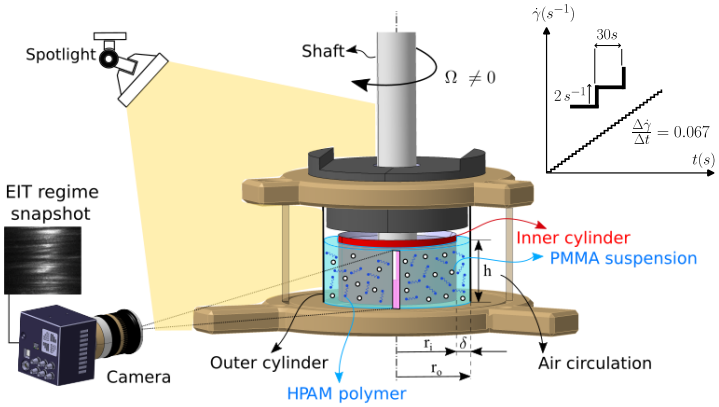
1 Introduction

Suspensions of solid particles in a Newtonian or Non-Newtonian liquid matrix, are frequently encountered in nature and industrial applications (cement, toothpaste, 3D printing material, avalanches, blood flow, to name a few). When flowing at various scales, such fluids demonstrate a wide variety of non-linear dynamic behaviours, arising from inertia, complex rheology of the suspending liquid phase, fluid-particle interactions or particle-particle interactions. They induce a dynamic complexity of the flow, making it difficult to control its stability, mixing, and heat transfers efficiency as well as to predict overall process performance. Despite recent studies (Tanner, 2020; Zhang & Shaqfeh, 2023; Baroudi *et al.*, 2023; Boulafentis *et al.*, 2023, 2024), experimental data is still needed to better understand the hydrodynamic behaviour of complex suspensions and confront numerical models (Kang & Mirbod, 2021; Lin *et al.*, 2023; Song *et al.*, 2021; Kang *et al.*, 2024; Lin *et al.*, 2024).

In order to gather experimental data and deepen understanding on complex fluid flows, it is convenient to consider well-studied canonical flows. In the present work, the canonical Taylor-Couette flow (TCF) is used (Taylor, 1922; Andereck *et al.*, 1986; Fardin *et al.*, 2014). It consists in two concentric cylinders of radii r_i and r_e (with $r_e > r_i$, see figure 1) and height h. Here the case considered is that where only the inner cylinder is rotated at rotation speed Ω and the outer cylinder is fixed. The fluid entrapped in the gap $\delta = r_e - r_i$ is subjected to a shear rate $\dot{\gamma} = \frac{\Omega r_i}{\delta}$. This configuration has been widely used in the recent literature to characterize instabilities and transition to chaos in a wide range of complex fluids (Fardin *et al.*, 2014; Boulafentis *et al.*, 2023). In that context, it was for example found that the presence of non-colloidal neutrally buoyant particles in a viscous Newtonian base fluid alters the nature and onset of the primary bifurcation (Majji *et al.*, 2018; Ramesh *et al.*, 2019), as well as the friction dynamics, as evidenced by the evolution of the torque exerted on the inner cylinder τ as a function of the Reynolds number $\mathcal{R}$ (Dash *et al.*, 2020; Moazzen *et al.*, 2022; Kang & Mirbod, 2021).

$$\mathcal{R} = \frac{\rho r_i \Omega \delta}{\mu} = \frac{\rho \dot{\gamma} \delta^2}{\mu} \tag{1}$$

*IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Univ. Lille, Center for Energy and Environment, F-59000 Lille, France. amir.bahrani@imt-nord-europe.fr



Parameter	Symbol	Value
Inner cylinder radius	r_i	16 mm
Outer cylinder radius	r_o	17.5 mm
Gap width	δ	1.5 mm
Height	h	16 mm
Radius ratio	$\eta = \frac{r_i}{r_o}$	0.914
Aspect ratio	$\Gamma = \frac{h}{\delta}$	10.66
Curvature ratio	$\kappa = \frac{\delta}{r_i}$	0.0937

Figure 1: left) Taylor-Couette cell mounted on an MCR102 Anton Paar rheometer with geometrical parameters symbols and illustration of the imaging system (see details in Moazzen *et al.* (2022, 2023)) and quasi-steady inner cylinder ramp-up protocol. right) Geometrical cell parameters values.

$\mathcal{R}$ is the non dimensional flow control parameter characterizing the onset of inertial instabilities (see 1) (with ρ is the fluid density and μ is the suspension dynamic viscosity). On the other hand, particle-free viscoelastic fluids exhibit their own rich set of specific dynamics: low $\mathcal{R}$ transitions to modes that are not evidenced in Newtonian fluids (Boulafentis *et al.*, 2023), transition to well known modes but triggered by elastic or elasto-inertial mechanisms (Larson *et al.*, 1990), or ultimately transition to a form of chaos resembling turbulence at much lower (Dutcher & Muller, 2013; Boulafentis *et al.*, 2023) or even negligible inertia (elastic turbulence, Groisman & Steinberg (1998, 2000, 2004)). The flow control parameter for such behaviours is the Weissenberg number $\mathcal{W} = \lambda\dot{\gamma}$, with λ the relaxation time of the viscoelastic solution. $\mathcal{W}$ compares elastic to viscous forces. Additionally, it is worth defining the elastic number $\mathcal{E}$ (see 2), which quantifies the importance of the elastic behaviour in the given Taylor-Couette geometry.

$$\mathcal{E} = \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{R}} = \frac{\lambda\mu}{\rho\delta^2} \tag{2}$$

In this work, emphasis is placed on fluids of moderate to high elasticity ($\mathcal{E} \gg 10^{-2}$, Dutcher & Muller (2013)) flowing at commensurate inertia, for which viscoelastic properties give rise to elasto-inertial transitions: instabilities that are either due to elastic mechanisms but arising at non negligible $\mathcal{R}$ values, or inertial but modified by elasticity. There, transition to a chaotic flow state labelled elasto-inertial turbulence (EIT) is observed (Groisman & Steinberg, 1996; Boulafentis *et al.*, 2023; Lin *et al.*, 2023). The onset and the pathway towards EIT, as well as its final structure, have been found to depend on various parameters, among which the nature, conformation, and concentration of the additives (most of the time polymers) conferring viscoelastic properties to the fluid. In particular, the dynamic properties of EIT differ from those of inertial turbulence both in term of friction scaling and spectral distribution (Moazzen *et al.*, 2023; Boulafentis *et al.*, 2023, 2024).

The aim of the present paper is to investigate the behaviour of fluids combining both complex features, particles and elasticity, and characterize elasto-inertial transitions in such systems. A first experimental study on this topic in a Taylor-Couette configuration (Lacassagne *et al.*, 2021) indicated that low particles volume fraction may promote faster transition to EIT in terms of $\mathcal{R}$, whereas higher particle volume fractions (more than 5%) were found to delay transition to EIT. This former study employed visualisation to detect transitions and characterize EIT properties for a single moderately elastic base fluids ($\mathcal{E} = O(10^{-1})$, one polymer concentration) and four particles volume fractions. The present work sets at pushing the investigation further and unravel physical mechanisms by 1) coupling flow visualisation with torque measurements in order to get information on the friction dynamics during transitions and flow states, 2) extending the approach to more elastic base fluids ($\mathcal{E} = O(10^{1})$) for which direct transition from the base laminar state to fully chaotic EIT is evidenced (Groisman & Steinberg, 1996; Moazzen *et al.*, 2023), and 3) covering a wider range of particle concentrations ($\Phi = 0, 2, 6, 10, 14\%$).

2 Materials and methods

2.1 Experimental setup

The experimental set-up is similar to the one used in (Moazzen *et al.*, 2022, 2023), and its geometrical parameters are represented in figure 1.

With the outer cylinder kept at rest, the inner cylinder was rotated with angular velocity Ω, controlled by the rheometer's motor. The maximum inner cylinder rotation frequency achievable bounded the maximum respective $\mathcal{R}$ and $\mathcal{W}$ experimentally accessible to values $\mathcal{R}_{max}$ and $\mathcal{W}_{max}$ reported in table 1, depending on each working fluid viscosity and elasticity. Experiments were performed using slow acceleration (or ramp-up) protocol (see figure 1). The difference maximum shear rate was kept constant at $\dot{\gamma}_{total} = 750\,\mathrm{s}^{-1}$ and $\dot{\gamma}$ increased with steps of $2\,\mathrm{s}^{-1}$. At each step, the shear rate was held constant for a period of $t = 30\,\mathrm{s}$. This resulted in non-dimensional acceleration rates of order (10^{-4}) at most, well into the quasi steady assumption (Dutcher & Muller, 2013; Boulafentis *et al.*, 2023).

Experiments were conducted with viscoelastic base fluids made of HPAM (Partially Hydrolised PolyAcrylamide, molecular weight $M_w = 15 - 20.10^6$ g/mol) at concentration of $\tilde{C} = 300, 400, 500$ ppm, dissolved in a solution of distilled water (31% in volume), glycerol (69% in volume) and sodium chloride (2% in mass), and loaded with mono-disperse spherical PMMA (Polyethyl methacrylate) particles of diameter of $d_p = 50\ \mu\mathrm{m}$ at volume fractions $\Phi = 0, 2, 6, 10, 14\,\%$. The particle Reynolds number $\mathcal{R}_p = \frac{\rho\dot{\gamma}dp^2}{4\mu}$ was such that $\mathcal{R}_p < 0.02$ for all fluids and experiments. The density of solid particles and viscoelastic base fluid were matched ($\rho = 1192\,\mathrm{kg.m}^{-3}$), resulting in neutrally buoyant particle suspensions.

2.2 Rheological characterisation

The shear-viscosity of the working fluids was measured as a function of the shear rate $\dot{\gamma}$, using an MCR302 Anton Paar rheometer with a 50 mm diameter parallel-plate geometry (chosen over the conventional cone-plate one to limit inertial and centrifugal effects on particle loaded samples) at a 0.5 mm gap. Measurements confirmed that the working fluids could be considered as Boger fluids (James, 2009; Boger, 1977), their viscosity being shear-rate independent in the considered range (almost two order of magnitudes of $\dot{\gamma}$). This implies that the Reynolds number increased linearly as a function of the applied shear-rate in the Taylor-Couette setup. Averaged viscosity values are reported in figure 2 (left) and in table 1. As expected, the apparent viscosity of the fluid increased with increasing polymer concentration, but most importantly with particle volume fraction (Zhang & Shaqfeh, 2023).

The elasticity of the working fluids was measured using first normal stress differences N_1 (Lin *et al.*, 2014; Schäfer *et al.*, 2018; Moazzen *et al.*, 2023), with the same parallel-plate geometry. For a Boger fluid, it is known that

$$N_1 = 2\mu_p\lambda_{N_1}\dot{\gamma}^2 \tag{3}$$

with μ_p the polymer viscosity contribution ($\mu_p = \mu - \mu_{sol}$, with $\mu_{sol} = 33.3$ mPa.s the solvent viscosity), and λ_{N_1} the relaxation time. λ_{N_1} was estimated for all fluids inverting the previous equation and averaging on the range of $\dot{\gamma}$ over which the power 2 scaling is valid. The nominal elastic number of each base working fluid $\mathcal{E}^0$ was computed using the apparent overall suspension viscosity μ (reported in table 1) and the elastic time-scale of the corresponding particle-free fluid (each fluid at the same polymer concentration displays the same $\mathcal{E}^0$, reported in table 1, regardless of particle addition). Apparent elastic number values $\mathcal{E}$ were computed for each fluid using directly measured λ_{N_1} and μ. Additionally, measurements of apparent extensional time-scales λ_e were performed using a slow retraction capillary thinning protocol (Campo-Deaño & Clasen, 2010) on a bespoke setup (analog to Boulafentis *et al.* (2024)). Thread thinning dynamics of a fluid filament created between two plates slowly separating was fitted in the exponential-thinning regime such that

$$\lambda_e = \frac{-t}{3\ln\left(\frac{d}{d_{max}}\right)} \tag{4}$$

with d(t) the filament diameter evolving with time (t) and d_{max} the maximum (initial) diameter. All rheological data (shear and extension) were consolidated by averaging over at least three and up to six repeated tests. The evolution of apparent time-scale normalized by that of particle free samples for both normal stress and extensional methods is plotted as a function of Φ in figure 2.

2.3 Measurement techniques

2.3.1 Flow visualisation

The flow behaviour was probed using a coupling of direct visualisation an torque measurement on the inner cylinder (using the built-in torque sensor of the rheometer). Flow visualisation was achieved by seeding the flow with anisotropic reflective mica flakes, which enable the monitoring of the flow spatial structure (Boulafentis *et al.*, 2023). The light reflected by the mica flakes was recorded using a camera at a frame rate of 70 images per second (see figure 1). From the reflected light signal along a vertical column of the test section, two types of

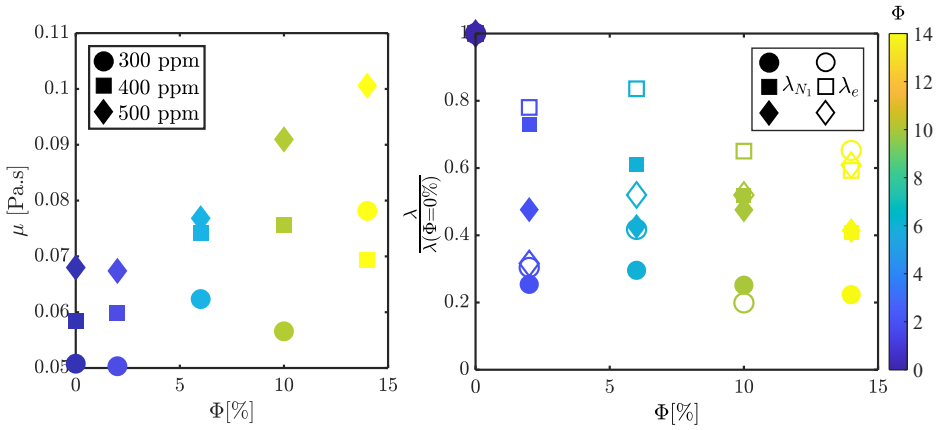


Figure 2: a) Constant shear viscosity (averaged on a 10 to 100 s^{-1} shear-rate range) for all polymer and particle concentrations. An MCR302 rheometer with parallel-plate 50 mm geometry with a 0.5 mm gap was used. b) Elastic time-scale λ for all fluid samples, normalized by the particle-free measured value, obtained from first normal stress differences (empty markers, same rheometer) or extensional measurements (full markers - bespoke extensional rheometer setup).

$\tilde{C}$ [ppm]	Φ [%]	μ [Pa.s]	λ_{N_1} [s]	λ_e [s]	$\mathcal{E}^0$	$\mathcal{E}$	$\mathcal{W}_c$	$\mathcal{W}_{max}$	$\mathcal{R}_c$	$\mathcal{R}_{max}$	$\mathcal{R}_p^{max}$
300	0	0.0508	0.1092	0.482	2.07	2.1	93.8	153.5	45.3	74.2	0.0190
	2	0.0503	0.0332	0.122		0.6	26.5	46.7	42.5	74.9	0.0192
	6	0.0484	0.0456	0.142		1.1	*29.1*	64.1	*27.5*	60.4	*0.0155*
	10	0.0566	0.0217	0.121		0.5	*13.0*	30.5	*28.4*	66.6	*0.0170*
	14	0.0782	0.0713	0.108		2.1	*50.7*	100.1	*24.4*	48.2	*0.0123*
400	0	0.0584	0.1971	0.795	4.28	4.3	197.3	276.9	46.0	64.6	0.0165
	2	0.0599	0.1538	0.579		3.4	134.0	216.0	39.0	62.9	0.0161
	6	0.0743	0.1647	0.485		4.6	*145.1*	231.4	*31.8*	50.7	*0.0130*
	10	0.0756	0.1282	0.412		3.6	*137.0*	180.1	*37.9*	49.9	*0.0128*
	14	0.0694	0.1169	0.324		3.0	*99.0*	164.2	*32.7*	54.3	*0.0139*
500	0	0.0680	0.3793	1.020	9.61	9.6	398.5	532.9	41.4	55.4	0.0142
	2	0.0674	0.1199	0.486		3.0	147.1	168.5	48.8	55.9	0.0143
	6	0.0768	0.1973	0.435		5.7	*144.6*	277.1	*25.59*	49.0	*0.0126*
	10	0.0910	0.1971	0.485		6.7	*170.1*	277.0	*25.45*	41.4	*0.0106*
	14	0.1006	0.2309	0.422		8.7	*263.2*	324.4	*30.40*	37.5	*0.0096*

Table 1: Rheological viscoelastic suspensions properties and associated dimensionless numbers. $\mathcal{W}_c = \lambda_{N_1} \times \dot{\gamma}_c$, $\mathcal{R}_c = \rho\delta^2\dot{\gamma}_c/\mu$ and $\dot{\gamma}_c$ are the respective critical Wiessenberg number, Reynolds number, and shear-rate for the onset of EIT for $\Phi = 0$ or 2%, or new elasto-inertial dissipative (EID) mechanisms (in italic, for $\Phi \geq 6\%$). Superscript 0 indicates quantities computed using the base fluid relaxation time $\lambda^0 = \lambda_{N_1}(\Phi = 0\%)$. Apparent relaxation time-scales $\lambda = \lambda_{N_1}(\Phi, \tilde{C})$ are used otherwise. The maximum particles Reynolds number is $\mathcal{R}_p^{max} = \frac{\rho\dot{\gamma}_{max}dp^2}{4\mu}$.

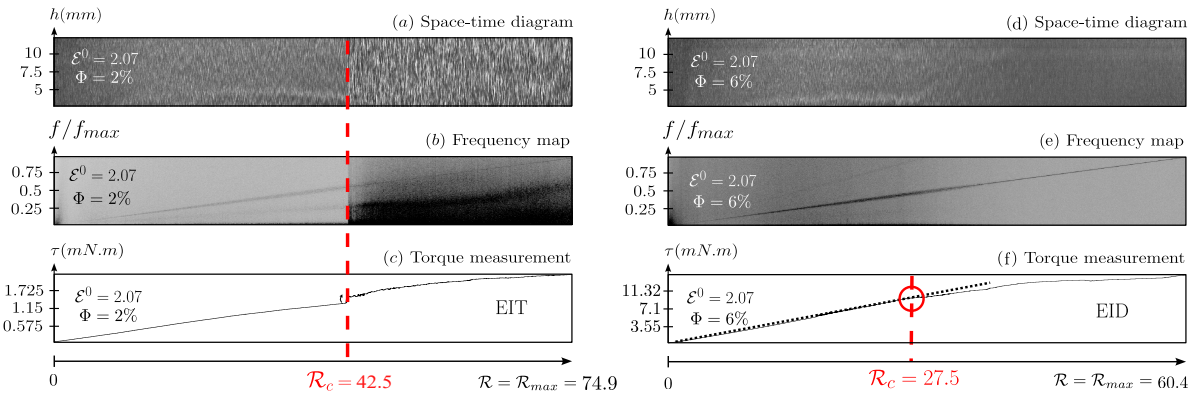


Figure 3: Coupling of flow visualisation with space-time diagrams (top row), frequency maps (middle row) where $f_{max} = \frac{2\pi}{\Omega_{max}}$ correspond to maximal inner cylinder frequency, and torque measurements (bottom row), applied to samples with $\tilde{C} = 300$ ppm, $\Phi = 2\%$ (left) and $\Phi = 6\%$ (right). Vertical dashed red lines indicate the critical $\mathcal{R}_c$ value for the onset of EIT when this flow state is evidenced (left), or a new regime discussed hereinafter (right, also indicated by a red circle). Linear ridges visible in frequency maps (middle row) correspond to the rotation frequency of the inner cylinder detected by the method.

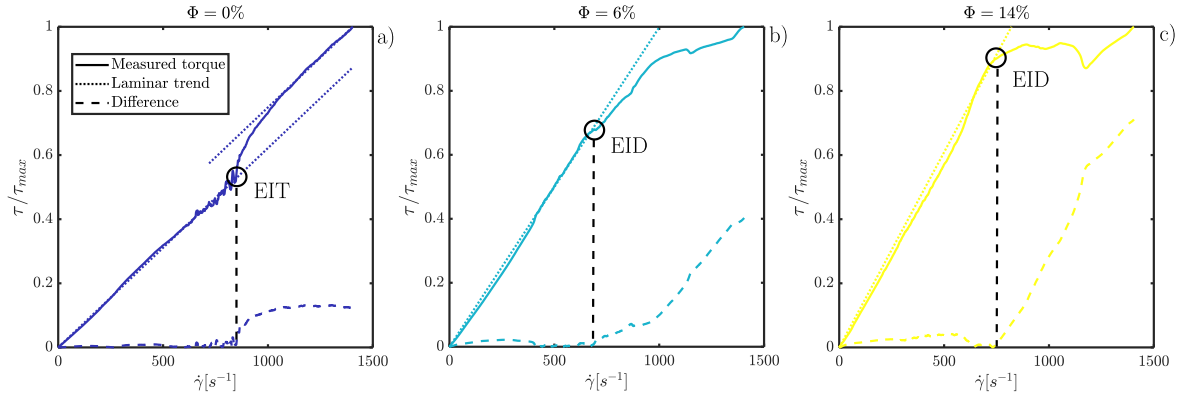


Figure 4: Detection of critical conditions (here $\dot{\gamma}_c$) for the transition to non-laminar friction regimes, for $\tilde{C} = 300$ ppm and $\Phi = 0, 6$ & 14%. Full lines curve are measured torque signals, dotted lines are laminar trends, and dashed lines are the norm of the difference between measured torque and laminar trend. All values are scaled by the maximum torque measured at the end of the run τ_{max}. Black circles and vertical dashed lines represents detected critical $\dot{\gamma}$ where laminar trend and torque curve diverge. The colors scheme for particle concentrations is the same as in figure 2.

visualisation tools were constructed. Firstly, space-time diagrams were built by stacking intensity signal obtained for this vertical at various inner cylinder rotation speeds and thus $\mathcal{R}$ values. The change in flow structure, due for example to a transition to EIT, (see figure 3) is clearly visible on such graphs: the laminar base flow, called Circular Couette Flow (CCF) is expressed by a uniform grey color while EIT regime's signature is a highly chaotic spatial signal. Secondly, temporal Fast Fourier Transform (FFT) of intensity signals were computed according to a protocol detailed in (Lacassagne *et al.*, 2021; Moazzen *et al.*, 2023), and resulting spectra were stacked vertically as a function of control parameters (frequency map). This allows to discard between stationary flow states with no specific spectral signatures (such as CCF) and flow state with characteristic frequencies or energy spectra, such as EIT, and thus detect the onset of the latter in an even more accurate way (see figure 3). In such figures, the straight darker lines correspond to the inner cylinder rotation frequency, which is captured by the method. Frequency axis are scaled by the maximal inner cylinder frequency $f_{max} = \frac{2\pi}{\Omega_{max}}$.

2.3.2 Torque measurement

Simultaneously, the rheometer allowed to measure the torque needed to rotate the inner cylinder (Moazzen *et al.*, 2022, 2023; Dash *et al.*, 2020), providing insight into the friction dynamics, and making it possible to evidence transitions to other friction regime, independently of any visual signature. This is further illustrated in figure 4.

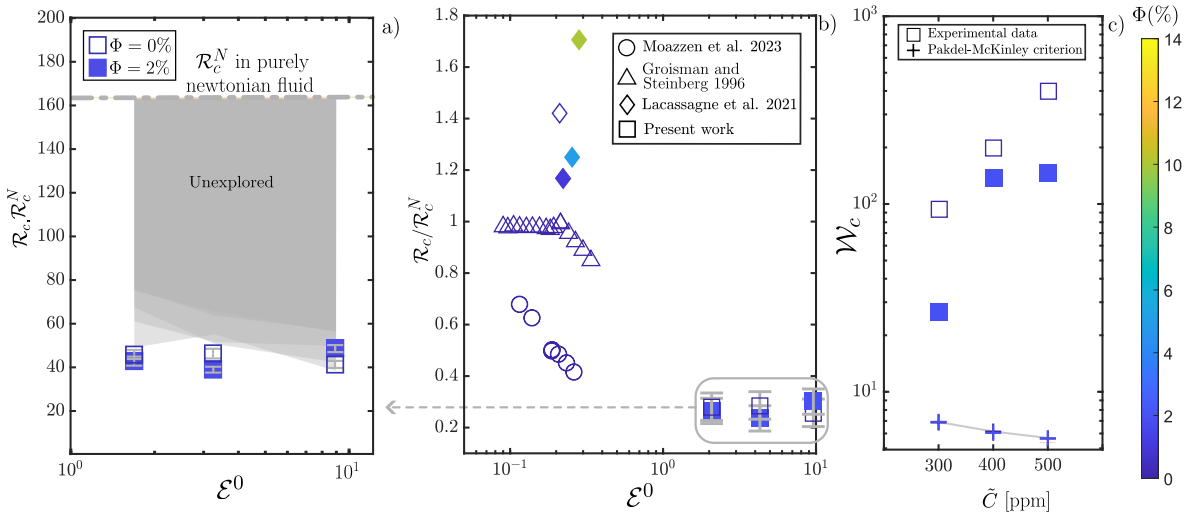


Figure 5: Critical value $\mathcal{R}_c$ for the onset of EIT as a function of the base fluid elastic number $\mathcal{E}^0$ (a) confronted to previous literature data (b). The horizontal dashed line in a) represents the critical Reynolds number $\mathcal{R}_c^N$ for the onset of the primary instability in a Newtonian fluid in the same Couette geometry (Moazzen *et al.*, 2022). Errors bars are derived from uncertainty propagation from viscosity (dominant) and detection (negligible) uncertainties. c) Critical $\mathcal{W}_c$ for the onset of EIT (squares) compared to purely elastic instability threshold computed with the Pakdel-McKinely criterion adapted to the Taylor-Couette geometry (plus signs, see equation 5 proposed by Schäfer *et al.* (2018)). Empty squares are present work values for $\Phi = 0\%$ and full ones for $\Phi = 2\%$.

In CCF (laminar) regime, the torque is expected to increase linearly with $\mathcal{R}$ with a slope proportional to the fluid viscosity (Eckhardt *et al.*, 2007; Dubrulle *et al.*, 2005; Couette, 1890). Any departure of the torque measurements (figure 4 full lines) from this linear trend (figure 4 dotted lines), which becomes even more visible when plotting the difference between the laminar prediction and the torque measurement (figure 4 dashed lines), indicates a change in the friction regime.

For EIT, this corresponds to a sudden jump in measured torque (Moazzen *et al.*, 2023; Martínez-Arias & Peixinho, 2017), followed by a gradual convergence towards a similar laminar-like torque-$\mathcal{R}$ slope, yet shifted upwards (Moazzen *et al.* (2023), figure 3 bottom left subplot, figure 4 left plot). The coupling of all three indicators (space-time diagram, frequency map, torque dynamics) allows to detect the critical $\mathcal{R}$ value for the onset of EIT when it arises, labelled $\mathcal{R}_c$, as illustrated in figure 3 left column, with a high degree of accuracy (less that 0.5% of variation on $\mathcal{R}_c$ obtained with the three methods, on all used fluids).

When no EIT is detected, no jump is reported. Yet, a change in trend is still observed. This takes the form of decrease in the slope of the measured torque-$\mathcal{R}$ curve at a given critical $\mathcal{R}$ value (circle in figure 3 bottom right plot) or shear rate (circles in figure 4 middle and right plots), corresponding to a continuous increase in the measurement-to-laminar prediction difference (figure 4 dashed lines).

It is remarkable that in pure Newtonian or particle loaded Newtonian fluids, primary and higher order bifurcations are always accompanied by secondary flows and lead to an increase in the torque-$\mathcal{R}$ curve slope (Moazzen *et al.*, 2022; Kang & Mirbod, 2021; Dash *et al.*, 2020; Ramesh *et al.*, 2019). Here, the milder slope suggests that additional energy dissipation may occur elsewhere in the flow reducing the friction dissipation at the inner cylinder as compared to the laminar trend, as will be discussed later.

3 Results and Discussions

Figure 3 illustrates the two types of results encountered. For particle free fluids the direct transition from CCF to EIT as depicted in (Groisman & Steinberg, 1996; Moazzen *et al.*, 2023) and expected in this setup from our previous study (Moazzen *et al.*, 2023) is indeed evidenced. A similar transition is also found in low particle volume fraction fluids (2%), as illustrated in figure 3 left column ($\tilde{C} = 300$ ppm, $\Phi = 2\%$). However, for all higher particle volume fractions, no such transition is observed in the investigated $\mathcal{R}$ range, as illustrated in figure 3 right column ($\tilde{C} = 300$ ppm, $\Phi = 6\%$): the space-time diagram displays no clear sign of chaotic behaviour, the frequency maps no clear change in spectral signature, and the torque measurement no clear jump. The two types of behaviour will be discussed separately in what follows.

3.1 Particle free and dilute cases: EIT

For all fluids where EIT has been evidenced (all polymer concentrations at $\Phi = 0\%$ and $\Phi = 2\%$), $\mathcal{R}_c$ values for the onset of EIT are represented in figure 5 a) as a function of the base fluid $\mathcal{E}^0$ value.The $\mathcal{E}^0$ values are much higher than the ones reported in previous literature for elasto-inertial TCF of particle loaded viscoelastic fluids (Lacassagne *et al.*, 2021) and also significantly higher than our previous work (Moazzen *et al.*, 2023) (mostly owing to the difference in working fluids: increased solvent viscosity, high polymer molecular weight, high polymer concentrations - see figure 5 b)). A reduction in $\mathcal{R}_c$ with increasing $\mathcal{E}^0$ could have been expected from previous studies (Moazzen *et al.*, 2023; Groisman & Steinberg, 1996). It here appears that in the particle-free ($\Phi = 0\%$) case, increasing $\mathcal{E}^0$ (through an increase in polymer concentration) only leads to a weak reduction of $\mathcal{R}_c$ (figure 5, full markers). From figure 5 c), it can clearly be seen that the onset of EIT (square symbols) occurs at critical $\mathcal{W}_c$ values much higher than what would have been expected from the Pakdel-McKinley criterion (plus symbols) for the onset of purely elastic instability in curves streamline flows (Schäfer *et al.*, 2018; Pakdel & McKinley, 1996). This criterion is expressed as:

$$\mathcal{W}_c^{\text{PMcK}} = \frac{M_{\text{crit}}}{\sqrt{2(1-\beta)}} \times \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \tag{5}$$

where $M_{\text{crit}} = 1.8$, $\beta = \frac{\mu_s}{\mu}$ with μ_s is the solvent viscosity and $\epsilon = \frac{\delta}{r_i}$ (Pakdel & McKinley, 1996). Thus, the chaotic behaviour is confirmed to be elasto-inertial (and not purely elastic) in nature, requiring both non negligible inertia and elasticity to develop, even at such high $\mathcal{E}^0$ values.

When considering dilute ($\Phi = 0$ & 2% here) particle loaded fluids for which EIT is observed in the experimental range, it appears that this monotonic decrease in $\mathcal{R}_c$ with $\mathcal{E}$ is no longer observed, confirming that particle do mitigate the transition to EIT (figure 5, empty markers), as expected from (Lacassagne *et al.*, 2021). The $\mathcal{R}_c$ values are essentially identical for the $\Phi = 0\%$ and $\Phi = 2\%$ cases for all three polymer concentrations, with possibly a slight decrease of $\mathcal{R}_c$ upon particle addition for the two lower $\mathcal{E}$ values ($\tilde{C} = 300$ and $\tilde{C} = 400$ ppm fluids), but a slightly delayed transition at $\Phi = 2\%$ in the higher $\mathcal{E}$ case. The 2% particle addition yet causes a significant decrease of the critical $\mathcal{W}$ values, as illustrated in figure 6 c), (still much higher than the purely elastic instability threshold) which matches the trend observed when revisiting data from (Lacassagne *et al.*, 2021). It thus implies that in the dilute Φ limit, the effect of particle addition is mostly to promote elasto-inertial instabilities by reducing the amount of elasticity ($\mathcal{W}$) needed at a given inertia ($\mathcal{R}$) for EIT to arise.

3.2 Absence of EIT in the semi-diulte regime

A striking result though, is that for particle volume fractions higher than 2%, in what can be referred to as a semi-dilute particle concentration regime (Moazzen *et al.*, 2022), no transition to EIT is observed in the investigated $\mathcal{R}$ range (see 3 right column). The rheometer limit is reached when $\dot{\gamma} = 1405\,\text{s}^{-1}$ for each samples, which, since viscosity increase with particles concentration, leads to a decrease in the maximum attainable value $\mathcal{R}_{max}$ and $\mathcal{W}_{max}$. EIT not being observed here thus implies that it has been either delayed beyond $\mathcal{R}_{max}$ or $\mathcal{W}_{max}$, or completely suppressed, in such semi-dilute suspensions. The question naturally arising is then: *Could the effect of particle addition simply be to globally reduce the fluid's elasticity, resulting in apparent $\mathcal{E}$ values low enough for elasto-inertial instabilities no longer to be expected ?* At this point, it is thus worth focusing on the effect of particle addition on the apparent viscoelastic time-scales of particle loaded fluids. Those are measured by two protocols, as detailed in section 2.3: first normal stress differences and elongational experiments. Results are reported in figure 2 b) (scaled by the $\Phi = 0\%$ value, λ^0) and in table 1. As a reminder: the apparent elastic numbers $\mathcal{E}$ are computed for each fluid from λ_{N1} values and also reported in table 1. It appears that 2% particle addition leads to a steep decrease of λ and thus of $\mathcal{E}$. Although the elastic time scale keeps a weakly decreasing trend with particle addition beyond 2% (confirmed by both measurement techniques) the simultaneous increase in fluid viscosity makes it so that $\mathcal{E}$ remains in the same range on the whole set of Φ investigated. It means that all fluids are still in the high elasticity regime ($\mathcal{E} \sim O(10^0)$), where direct transition from CCF to EIT would be expected (Groisman & Steinberg, 1996; Moazzen *et al.*, 2023). Thus, the suppression or delay of EIT upon particle addition beyond 6% can not solely be explained by an apparent reduction of the fluid overall elasticity. Moreover, should that be the case, the difference in behaviour would be expected between the 0% and 2% cases for which the decrease in $\mathcal{E}$ is the more evident, and not between the 2% and 6% cases for which $\mathcal{E}$ stay equivalent or even increase. The change in behaviour between 2% and 6% has to be understood in light of local flow dynamics and fluid particle interactions, and in that context, torque measurements provide insightful information.

Figure 6 a) displays the evolution of the torque measured as a function of $\mathcal{W} = \lambda_{N_1}\dot{\gamma}$ for the example of the $\tilde{C} = 300$ ppm ($\mathcal{E}^0 = 2.07$) fluid in one dilute case where EIT is observed (2%, $\mathcal{E} = 0.62$) and two semi-dilute cases for which it is not reported (6% - $\mathcal{E} = 1.06$ and 10% - $\mathcal{E} = 0.46$). As a confirmation of the above statement on the elasticity levels remaining high, it can be seen that the $\mathcal{W}$ range covered is similar in all three cases. The transition

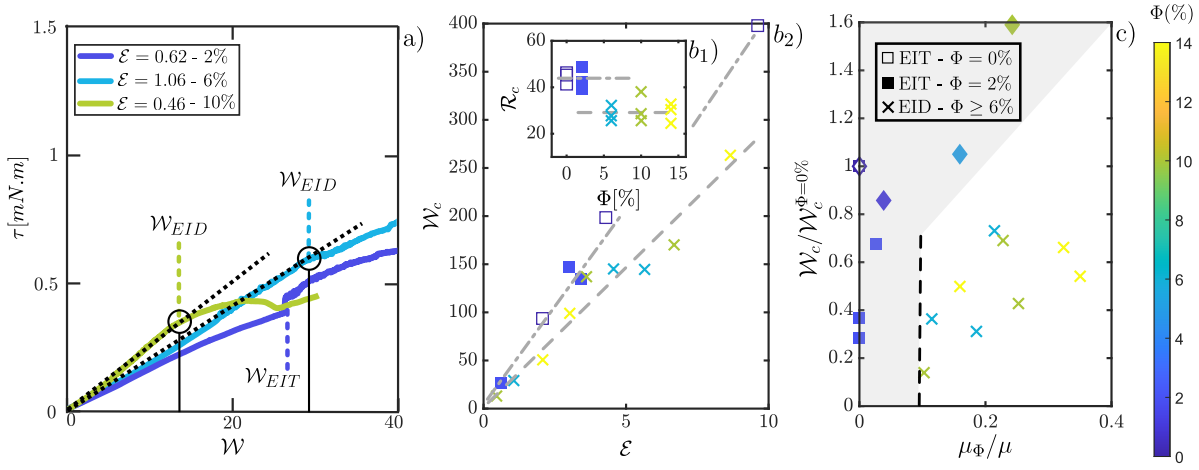


Figure 6: a) Torque measured on the inner cylinder as a function of $\mathcal{W} = \dot{\gamma}\lambda_{N_1}$. Vertical dashed lines indicate the $\mathcal{W}_c$ values for trend change. Dashed black linear trends correspond to the laminar flow state. b1) and b2) are $\mathcal{R}_c$ as a function of Φ, and $\mathcal{W}_c$ as a function of $\mathcal{E}$, respectively, with squares reporting the onset of EIT and crosses the onset of EID, at approximately constant $\mathcal{R}_c$ values for each regime, indicated by dashed lines. c) Values of $\mathcal{W}_c$ (same symbols) scaled by the zero-particle value $\mathcal{W}_c(\Phi = 0\%)$, as a function of the particle-related viscosity increase (μ_Φ/μ). The grey area correspond to EIT data points and the vertical dashed black line a $\mu_\Phi/\mu = 0.1$ limit from dilute to semi-dilute concentration regime.

to EIT in the dilute 2% case is evidenced by a clear jump in torque values (Moazzen *et al.*, 2023; Martínez-Arias & Peixinho, 2017). No such behaviour is observed for the two other cases. However, as mentioned in section 2.3, close inspection of the torque curves reveals a change in slope at $\mathcal{W}$ values (reported in table 1) close to the critical one for the onset of EIT in the 2% case, where the torque-$\mathcal{R}$ curve is found to depart from its laminar, CCF trend (see figure 3 bottom right plot, and 4 middle and right subplots). Thus, although there is neither visual nor dynamic (torque) evidence of EIT, the torque measurement suggests that there is indeed a modification of the dynamics, in terms of friction. The latter observation, supports the assumption that EIT is not only delayed, but rather replaced by another mechanism qualified here as Elasto-Inertial Disspative (EID), which, to the best of the authors knowledge, has never been reported before. EID is not associated to observable flow structures and thus contributes to an apparent relaminarization of the flow by suppression of the large scale chaotic patterns, but still corresponds to a different friction dynamics than the initial laminar CCF. Indeed, the fact that the torque increase with increasing inertia is milder than the laminar prediction supports the hypothesis that additional energy dissipation is occurring in the flow, reducing friction at the inner cylinder, hence the term "dissipative regime". It is expected that particle-particle and particle-polymer interactions are at the root of such mechanism, considering that EIT can only be observed in the semi-dilute range ($\Phi > 6\%$). This assumption will be discussed further. It should here be recalled that EIT is instead characterised by a torque increase (jump) and then convergence towards a linear trend with similar slope as that found in CCF (see figure 3 bottom left) corresponding to a saturation in the EIT dynamics as reported in Moazzen *et al.* (2023), figure 6). This is thus a first fundamental difference between EIT and EID.

3.3 Onset of EID and EIT

Further information can be gained on this new transition by plotting the evolution of all $\mathcal{R}_c$ and $\mathcal{W}_c$ values (for the onset of EIT with squares or EID with crosses) as a function of Φ and $\mathcal{E}$ on figure 6 b1) and b2) respectively. This shows that $\mathcal{R}_c$ is both quasi Φ-independent and $\mathcal{E}$-independent, although slightly lower for the onset of EID than for EIT, suggesting that EID mechanism is actually occurring sooner (in terms of $\mathcal{R}$ during the ramp-up protocol) than EIT in semi-dilute particle loaded fluids, replacing it under comparable elasto-inertial conditions. Figure 6 c) compiles the previous results by plotting all $\mathcal{W}_c$ (EIT or EID) normalized by the $\Phi = 0\%$ pure viscoelastic fluid value, as a function of the relative particle contribution to the overall viscosity $\mu_\Phi/\mu = (\mu - \mu(\Phi = 0))/\mu$. The graph splits up into two distinct regions. On the left hand side, the viscosity increase upon particle addition remains negligible ($\mu_\Phi/\mu < 0.1$), and EIT is promoted, as discussed earlier, with $\mathcal{W}_c < \mathcal{W}_c(\Phi = 0)$. On the right hand side, particles significantly increase the overall viscosity ($\mu_\Phi/\mu > 0.1$) and, in the present work, EIT is replaced by EID. In this second range, it appears that the critical $\mathcal{W}$ values for the onset of EID increase with increasing Φ (and thus increasing μ_Φ/μ). The effect of particle addition in the semi-dilute regime can thus be understood as

follows: firstly, the significant increase in overall viscosity μ leads to a stronger viscous dissipation mechanism, as illustrated by the steeper torque slopes in the laminar regime in figure 6 a) and figure in 4. Further increasing the inner cylinder rotational speed leads to an increase in $\mathcal{W}$ and $\mathcal{R}$ until the required elasto-inertial conditions for the onset of EID are reached, and in particular the constant critical $\mathcal{R}$ number. However, this requires higher $\dot{\gamma}$ and thus higher $\mathcal{W}$ in the most particle loaded fluids, where the apparent increased viscosity promotes viscous dissipation and delays the onset of EID. Interestingly in Lacassagne *et al.* (2021), the same trend in the same $\mu_\Phi/\mu > 0.1$ range was observed for the delay of the EIT onset in non-dilute particle suspensions (see figure 6 c), diamonds).

Connection can be made with the recent work of Zhang & Shaqfeh (2023), who used numerical simulations to show that under conditions of $\beta = \frac{\mu_s}{\mu} 0.5$ and $\mathcal{W} \gg 1$ similar to that of the present work, particle-particle interactions significantly affect the viscoelastic stress hardening mechanisms known to arise in such suspensions by altering the particle-induced fluid stresses, leading to an increased stresslet. Interestingly, this effect was evidenced for Φ values of 2.5% or 5% quite close to the critical concentration value reported here for the EIT-EID shift, suggesting a possible connection between this semi-dilute mechanism and the observation of EID.

3.4 Pseudo-Nusselt number in EID

Additional insight into the EID regime developing after the transition can here only be brought by the torque information, as no flow perturbation is observed from the outer-cylinder perspective of flow visualisation. It is yet worth mentioning that the direct visualisation method employed here only gives access to flow properties visible from the flow periphery and the outer cylinder, while torque measurements probe the flow behaviour closer to the inner cylinder. This suggests that the origin of EID could be spatially localized either in the bulk of the flow, or close to the inner cylinder with yet no associated large scale secondary flow structures, since they cause no apparent outer flow disturbance and no increase in apparent torque on the inner cylinder as would many well known inertial, elastic, or elasto-inertial Taylor-Couette instabilities (Moazzen *et al.*, 2022, 2023).

A relevant parameter to infer radial energy transfer properties from torque measurement is the the pseudo-Nusselt number $\mathcal{N}$ as defined in Eckhardt *et al.* (2000) and used for example in Moazzen *et al.* (2022, 2023):

$$\mathcal{N} = \frac{J}{J_{lam}} = \frac{\frac{\tau}{2\pi\rho h}}{2\nu r_o^2 r_i^2 \frac{\Omega}{r_o^2 - r_i^2}} \tag{6}$$

This quantity represents the flow capacity to transfer momentum in the radial direction, J being the momentum transport term and J_{lam} its value in the laminar CCF state.

For all experiments in the EID regime, the critical pseudo-Nusselt value $\mathcal{N}_c = \mathcal{N}(\dot{\gamma}_c)$ is defined at the onset of EID, and the quantity $\Delta\mathcal{N} = \mathcal{N} - \mathcal{N}_c$ is plotted as a function of $\Delta\mathcal{R} = \mathcal{R} - \mathcal{R}_c$. The example of the $\tilde{C} = 300$ ppm base fluid is illustrated in figure 7 a. This represents the variations of radial momentum transfer from the laminar reference within the EID regime, upon increasing inertia.

In most particle-loaded Newtonian fluids, this pseudo-Nusselt number is increased compared to the laminar case by secondary flows at the primary bifurcation, showing an improved radial momentum transfer ability (Moazzen *et al.*, 2022; Kang & Mirbod, 2021; Dash *et al.*, 2020; Ramesh *et al.*, 2019). In EIT, one would also report, $\Delta\mathcal{N} > 0$ and a $\Delta\mathcal{N}$ increase with increasing $\Delta\mathcal{R}$ (not shown here for the sake of plots clarity) consistently with the observations of Moazzen *et al.* (2023). However from $\Phi = 6\%$, this quantity decreases with increasing $\Delta\mathcal{R}$. showing an opposite $\mathcal{N}$ behavior between EIT and EID, and supporting the fact that momentum radial transfer is reduced with EID. Figure 7 a also suggests that increasing Φ leads to an even steeper decrease of $\Delta\mathcal{N}$.

To investigate this point, the slope $\frac{\partial\Delta\mathcal{N}}{\partial\Delta\mathcal{R}}(\Delta\mathcal{R})$ is locally computed for all fluids (those represented in figure 7 a and all the 400 and 500 ppm cases) and average values over the full $\Delta\mathcal{R}$ range are represented in figure 7 b) (with the error bars obtained from the standard deviation on the same range), as a function of the particle-to-polymer concentration ratio $\Phi/\tilde{C}$. A good collapse on a clear monotonic trend is observed positioning the particle-to-polymer concentration ratio as a key parameter of the EID behaviour. This is yet another indication of the possible connection to the mechanisms reported by Zhang & Shaqfeh (2023). The more particles and subsequent particle-particle interactions for a given number of polymer chains, the larger the stresslet increase and the stress hardening effects on a limited number of polymer chains, and thus the stronger the resulting local energy dissipation, reducing the radial momentum transfer towards the outer cylinder.

4 Conclusion

This study aimed at describing the influence of particle addition on the transition to EIT in high elasticity base fluids. Spherical particles were added in concentration regimes ranging from dilute to semi-dilute, in base fluids with high $\mathcal{E}$ values for which direct transition from CCF to EIT upon $\mathcal{R}$ increase would be expected. Transitions

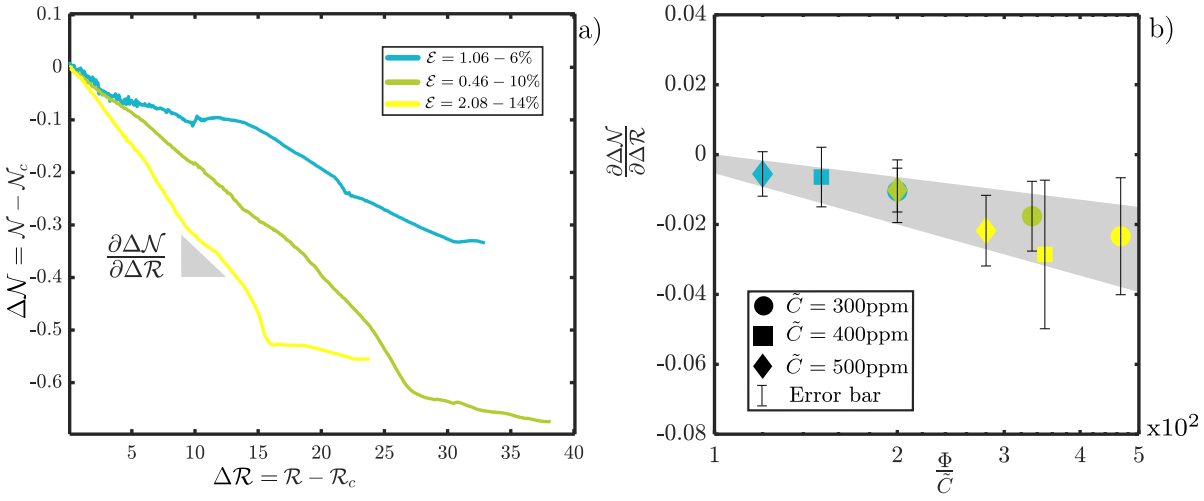


Figure 7: a) $\Delta\mathcal{N} = \mathcal{N} - \mathcal{N}_c$ as a function of $\Delta\mathcal{R} = \mathcal{R} - \mathcal{R}_c$ in the EID regime, for a 300 ppm fluids with $\Phi = 6, 10, 14\%$. b) Mean of the slope calculated as $\frac{\partial \Delta\mathcal{N}}{\partial \Delta\mathcal{R}}$ for all experiments where EID was reported. Markers and colors are similar to the ones used in figures 2, 5, 6

were monitored using a coupling of flow visualisation and inner-cylinder torque measurements. Transition to EIT in particle-free Boger fluids was indeed retrieved, at lower $\mathcal{R}_c$ and milder $\mathcal{E}^0$ dependency than in previous studies (Moazzen *et al.*, 2023; Groisman & Steinberg, 1996), but still with a clear elasto-inertial nature. The addition particles at a low volume fraction ($\Phi = 2\%$) led to an earlier onset of EIT in terms of $\mathcal{W}_c$ (but not obvious in terms of $\mathcal{R}_c$). However, the most striking result was that particle addition at higher volume fractions ($\Phi \geq 6\%$, semi-dilute regime) led to EIT being no longer observed in the $\mathcal{R}$ and $\mathcal{W}$ range investigated, suggesting an apparent relaminarization of the flow with either a delay or a replacement of EIT, which could not be ascribed to a reduction in apparent fluid elasticity. Instead, a new dissipative mechanism, termed here Elasto-Inertial Dissipative (EID), was identified from the torque curves and friction properties. The critical conditions for the onset of EID also seem elasto-inertial and quite similar to that for the onset of EIT in pure fluids or dilute suspensions. It appears that the relative increase of fluid viscosity upon particle addition is a key parameter in the onset of EIT or EID, as confirmed by compiling results from the present work and Lacassagne *et al.* (2021): the dilute regime at $\Phi \leq 5\%$ corresponds to a minor increase in viscous dissipation ($\mu_\Phi/\mu \leq 0.1$) and earlier onset of EIT, while increasing Φ in the semi-diulte regime sees significant increase in viscous dissipation upon particle addition ($\mu_\Phi/\mu > 0.1$) and a delay in EIT or delayed onset of EID. The evolution of the pseudo-Nusselt number in the EID regime shows that particle addition reduces radial momentum transfers, commensurate with the $\Phi/\tilde{C}$ ratio. In summary, EID is thus expected to be 1) a local mechanisms, 2) elasto-inertial in that it requires non negligible values of both $\mathcal{R}$ and $\mathcal{W}$, and 3) driven by polymer-particle interactions as it arises only in the semi-dilute regime. The accurate determination of the critical conditions for the onset of EID ($\Phi, \mathcal{W}, \mathcal{R}$ and geometrical parameters) could be the object of a future study. More generally, future studies should aim at providing local quantitative information on flow velocity fields (Boulafentis *et al.*, 2024) and possible particle migration phenomena. This would allow to investigate local particle-polymer interaction mechanisms and their effect on polymeric stress field in a semi-dilute context (Zhang & Shaqfeh, 2023), which would be of great interest to unravel the mechanisms behind delayed EIT or EID in the Taylor-Couette flow of particle-loaded viscoelastic fluids.

Acknowledgements

This work was partially funded by the French National Research Agency (ANR-22-CE05-0017-01). Financial support from Region Hauts de France is also gratefully acknowleged.

Declaration of interests

The authors declare no conflict of interest.

References

Andereck, C. D., Liu, S. S. & Swinney, H. L. 1986 Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.* **164**, 155–183.

Baroudi, L., Majji, M. V., Peluso, S. & Morris, J. F. 2023 Taylor-Couette flow of hard-sphere suspensions: overview of current understanding. *Philos. Trans. R. Soc. A* **381**.

Boger, D. V. 1977 Demonstration of upper and lower Newtonian fluid behaviour in a pseudoplastic fluid. *Nature* **265**.

Boulafentis, T., Lacassagne, T., Cagney, N. & Balabani, S. 2023 Experimental insights into elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flows. *Philos. Trans. R. Soc. A* **381** (2243), 20220131.

Boulafentis, T., Lacassagne, T., Cagney, N. & Balabani, S. 2024 Coherent structures of elasto-inertial instabilities in Taylor–Couette flows. *J. Fluid Mech.* **986**, A27.

Campo-Deaño, L. & Clasen, C. 2010 The slow retraction method (SRM) for the determination of ultra-short relaxation times in capillary breakup extensional rheometry experiments. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **165** (23), 1688–1699.

Couette, M. 1890 Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides. *J. Phys. Theor. Appl.* **9**, 414–424.

Dash, A., Anantharaman, A. & Poelma, C. 2020 Particle-laden Taylor–Couette flows: higher-order transitions and evidence for azimuthally localized wavy vortices. *J. Fluid Mech.* **903**, A20.

Dubrulle, B., Dauchot, O., Daviaud, F., Longaretti, P.-Y., Richard, D. & Zahn, J.-P. 2005 Stability and turbulent transport in Taylor–Couette flow from analysis of experimental data. *Physics of Fluids* **17**, 095103.

Dutcher, C. S. & Muller, S. J. 2013 Effects of moderate elasticity on the stability of co- and counter-rotating Taylor–Couette flows. *J. Rheol.* **57** (3), 791–812.

Eckhardt, B., Grossmann, S. & Lohse, D. 2000 Scaling of global momentum transport in Taylor–Couette and pipe flow. *Eur. Phys. J. B* **18**, 541–544.

Eckhardt, B., Grossmann, S. & Lohse, D. 2007 Torque scaling in turbulent Taylor–Couette flow between independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.* **581**, 221–250.

Fardin, M. A., Perge, C. & Taberlet, N. 2014 "The hydrogen atom of fluid dynamics" – introduction to the Taylor–Couette flow for soft matter scientists. *Soft Matter* **10** (20), 3523.

Groisman, A. & Steinberg, V. 1996 Couette–Taylor flow in a dilute polymer solution. *Phys. Rev. Lett.* **77**.

Groisman, A. & Steinberg, V. 1998 Mechanism of elastic instability in Couette flow of polymer solutions: Experiment. *Phys. Fluids* **10** (10), 2451–2463.

Groisman, A. & Steinberg, V. 2000 Elastic turbulence in a polymer solution flow. *Nature* **405**.

Groisman, A. & Steinberg, V.. 2004 Elastic turbulence in curvilinear flows of polymer solutions. *New J. Phys.* **6**.

James, D. F. 2009 Boger Fluids. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **41** (1), 129–142.

Kang, C. & Mirbod, P. 2021 Flow instability and transitions in Taylor–Couette flow of a semidilute non-colloidal suspension. *J. Fluid Mech.* **916**, A12.

Kang, C., Schatz, M. F & Mirbod, P. 2024 Hysteresis and ribbons in Taylor-Couette flow of a semidilute non-colloidal suspension. *Phys. Rev. Fluids* **9** (2), 023901.

Lacassagne, T., Boulafentis, T., Cagney, N. & Balabani, S. 2021 Modulation of elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flow by small particles. *J. Fluid Mech.* **929**.

Larson, R. G., Shaqfeh, E. S. G. & Muller, S. J. 1990 A purely elastic instability in Taylor–Couette flow. *J. Fluid Mech.* **218**, 573.

Lin, F., Song, J., Liu, N., Wan, Z., Lu, X.-Y. & Khomami, B. 2024 Maximum drag enhancement asymptote in turbulent Taylor–Couette flow of dilute polymeric solutions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **323**, 105172.

Lin, F., Song, J., Zhao, Z., Liu, N., Lu, X.-Y. & Khomami, B. 2023 A novel transition route to elastically dominated turbulence in viscoelastic Taylor–Couette flow. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **312**, 104968.

Lin, Y., Phan-Thien, N. & Cheong Khoo, B. 2014 Normal stress differences behavior of polymeric particle suspension in shear flow. *J. Rheol.* **58** (4).

Majji, M. V., Banerjee, S. & Morris, J. F. 2018 Inertial flow transitions of a suspension in Taylor–Couette geometry. *J. Fluid Mech.* **835**, 936–969.

Martínez-Arias, B. & Peixinho, J. 2017 Torque in Taylor–Couette flow of viscoelastic polymer solutions. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **247**, 221–228.

Moazzen, M., Lacassagne, T., Thomy, V. & Bahrani, S. A. 2022 Torque scaling at primary and secondary bifurcations in a Taylor–Couette flow of suspensions. *J. Fluid Mech.* **937**.

Moazzen, M., Lacassagne, T., Thomy, V. & Bahrani, S. A. 2023 Friction dynamics of elasto-inertial turbulence in Taylor–Couette flow of viscoelastic fluids. *Philos. Trans. R. Soc. A* **381** (2246), 20220300.

Pakdel, P. & McKinley, G. H. 1996 Elastic instability and curved streamlines. *Phys. Rev. Lett.* **77** (12), 2459–2462.

Ramesh, P., Bharadwaj, S. & Alam, M. 2019 Suspension Taylor–Couette flow: co-existence of stationary and travelling waves, and the characteristics of Taylor vortices and spirals. *J. Fluid Mech.* **870**, 901–940.

Schäfer, C., Morozov, A. & Wagner, C. 2018 Geometric scaling of elastic instabilities in the Taylor–Couette geometry: A theoretical, experimental and numerical study. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **259**, 78–90.

Song, J., Wan, Z.-H., Liu, N., Lu, X.-Y. & Khomami, B. 2021 A reverse transition route from inertial to elasticity-dominated turbulence in viscoelastic Taylor–Couette flow. *J. Fluid Mech.* **927**, A10.

Tanner, R. I. 2020 Computation and experiment in non- colloidal suspension rheology. *J. Non-Newton. Fluid Mech.* **281**, 104282.

Taylor 1922 Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *The Royal Society* pp. 289 – 343.

Zhang, A. & Shaqfeh, E. S. G. 2023 Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic solutions. Part 1: Effect of the polymer concentration. *J. Rheol.* **67** (2), 499–516.

3.5 Annexes

Mesure de couple Dans l'article, les mesures de couple brut ne sont pas directement affichées en fonction du taux de cisaillement. C'est pourquoi, la figure 3.12 reprend l'ensemble de ces courbes afin de montrer :

1. L'augmentation de la pente en régime laminaire avec l'augmentation de la concentration en particules.
2. Le déclenchement systématique du régime EIT pour les fluides dont la fraction volumique de particules est inférieure à $\Phi \leq 2\%$.
3. La rupture de pente du couple pour les cas assimilés comme de l'EID.

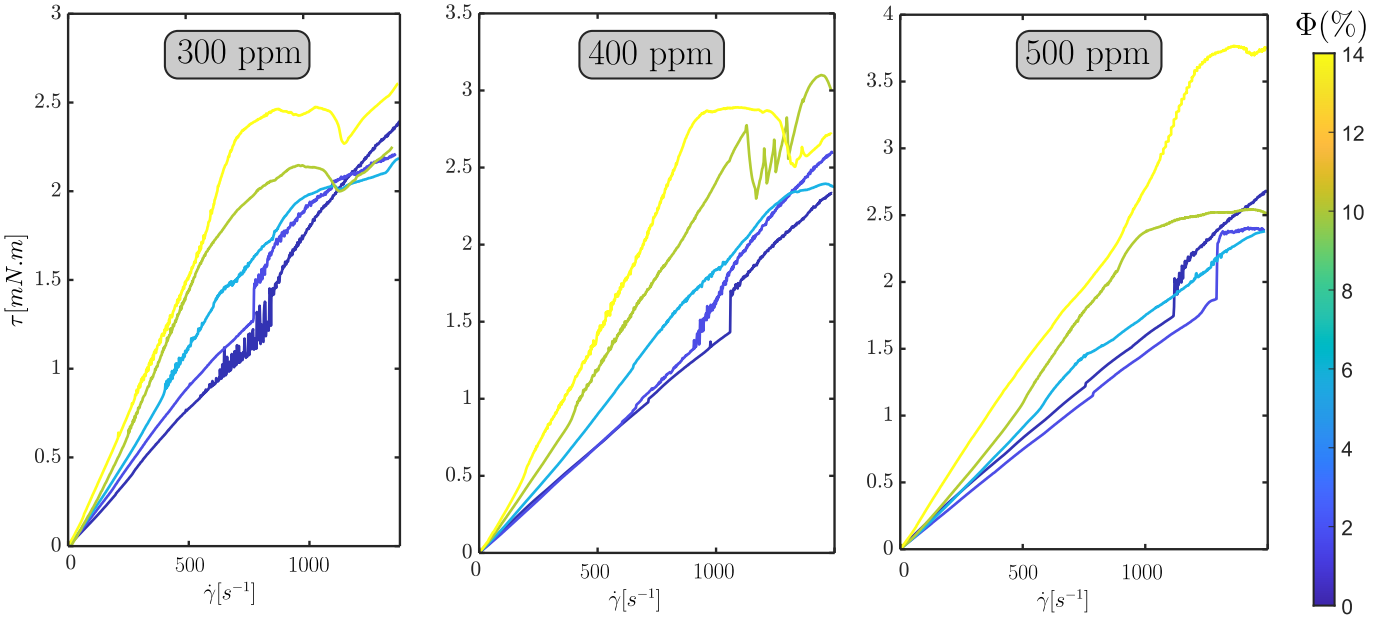


FIGURE 3.12 – Courbes de couple mesuré pour chaque cas étudié dans cette étude en fonction du taux de cisaillement.

Visualisation - Diagrammes spatio-temporels De même, la figure 3.13 montre une série complète de diagrammes spatio-temporels (omis dans l'article par soucis de synthèse). Cette figure permet de souligner le déclenchement brutal de l'EIT pour des fluides faiblement chargés en particules ($\Phi < 2\%$). Pour les fluides contenant plus de particules, on ne voit pas le déclenchement de ce régime de turbulence, ce qui est à l'origine des réflexions sur le retard ou la suppression de l'EIT induit par la présence des particules. Le nombre de Reynolds maximal pour chaque fluide varie avec sa viscosité et donc il est attendu que des fluides plus chargés en particules (ayant une viscosité apparente plus élevée) soient limités dans la gamme de nombres de Reynolds.

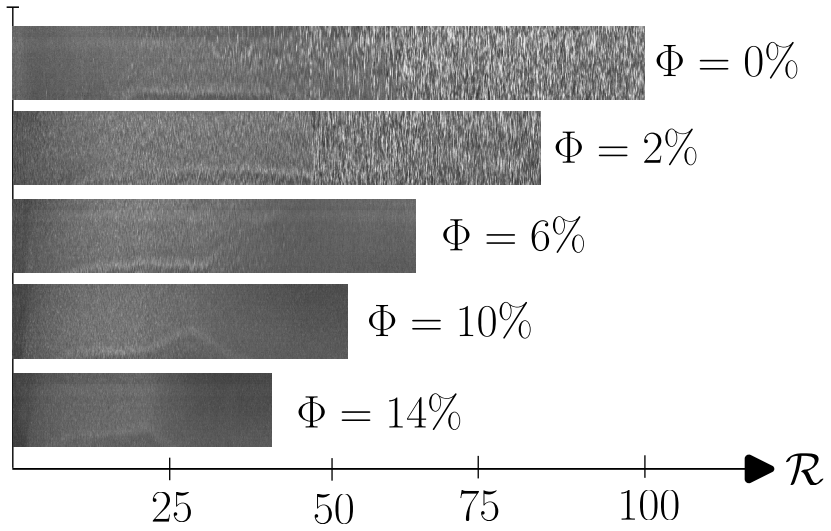


FIGURE 3.13 – Diagrammes spatio-temporels pour les fluides concentrés à 300 ppm en HPAM et de toutes les concentrations en particules : $\Phi = 0 - 2 - 6 - 10 - 14\%$

Bibliographie

Robert Byron Bird, Robert Calvin Armstrong, and Ole Hassager. *Dynamics of Polymeric Liquids*. John Wiley, New York Brisbane Toronto [etc.], 2nd edition edition, 1987. ISBN 978-0-471-80245-7.

David V. Boger. Demonstration of upper and lower Newtonian fluid behaviour in a pseudoplastic fluid. 1977.

Daniel Borrero-Echeverry, Christopher J. Crowley, and Tyler P. Riddick. Rheoscopic fluids in a post-Kalliroscope world. *Physics of Fluids*, 30(8) :087103, August 2018. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.5045053. URL `https://doi.org/10.1063/1.5045053`.

Laura Casanellas, Manuel A. Alves, Robert J. Poole, Sandra Lerouge, and Anke Lindner. The stabilizing effect of shear thinning on the onset of purely elastic instabilities in serpentine microflows. *Soft Matter*, 12 (29) :6167–6175, 2016. ISSN 1744-683X, 1744-6848. doi : 10.1039/C6SM00326E. URL `http://xlink.rsc.org/?DOI=C6SM00326E`.

Hugo A. Castillo Sánchez, Mihailo R. Jovanović, Satish Kumar, Alexander Morozov, V. Shankar, Ganesh Subramanian, and Helen J. Wilson. Understanding viscoelastic flow instabilities : Oldroyd-B and beyond. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 302 :104742, April 2022. ISSN 03770257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2022.104742. URL `https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025722000015`.

Christian Clasen, Jens Eggers, Marco A. Fontelos, Jie Li, and Gareth H. McKINLEY. The beads-on-string structure of viscoelastic threads. *Journal of Fluid Mechanics*, 556 :283–308, June 2006. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112006009633. URL `https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/beadsonstring-structure-of-viscoelastic-threads/4503B7A273AD28FEF96D0C3CCD1CC974`.

Donald Coles. Transition in circular Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 21(3) :385–425, March 1965. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/s0022112065000241. URL `https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112065000241/type/journal_article`.

Shaocong Dai and Roger I. Tanner. Rheology of non-colloidal suspensions with viscoelastic matrices. *Soft Matter*, 16(41) :9519–9524, 2020. ISSN 1744-683X, 1744-6848. doi : 10.1039/D0SM01419B. URL `https://xlink.rsc.org/?DOI=D0SM01419B`.

Amitosh Dash, Arjun Anantharaman, and Christian Poelma. Particle-laden Taylor–Couette flows : higher-order transitions and evidence for azimuthally localized wavy vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 903 :A20, November 2020. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2020.649.

URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/particleladen-taylorcouette-flows-higherorder-transitions-and-evidence-for-azimuthally-localiz 6080F12E5CC5C68617D2AC67C071D838.

David F. James. Boger Fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1) :129–142, January 2009. ISSN 0066-4189, 1545-4479. doi : 10.1146/annurev.fluid.010908.165125. URL https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev.fluid.010908.165125.

V.M. Entov and E.J. Hinch. Effect of a spectrum of relaxation times on the capillary thinning of a filament of elastic liquid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 72(1) :31–53, September 1997. ISSN 03770257. doi : 10.1016/S0377-0257(97)00022-0. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025797000220.

Antoine Gaillard, Miguel Angel Herrada Gutierrez, Antoine Deblais, Jens Eggers, and Daniel Bonn. Beware of CaBER : filament thinning rheometry doesn't give 'the' relaxation time of polymer solutions, September 2023. URL http://arxiv.org/abs/2309.08440. arXiv :2309.08440 [cond-mat, physics :physics].

M. Gorman and Harry L. Swinney. Spatial and temporal characteristics of modulated waves in the circular Couette system. *Journal of Fluid Mechanics*, 117 :123–142, April 1982. ISSN 1469-7645, 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112082001554. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/spatial-and-temporal-characteristics-of-modulated-waves-in-the-circular-couette-system/F0187026856EF5EA12865E3D2EDE052C.

Alexander Groisman and Victor Steinberg. Couette-Taylor Flow in a Dilute Polymer Solution. *Physical Review Letters*, 77(8) :1480–1483, August 1996. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.77.1480. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.77.1480.

D. Highgate. Particle Migration in Cone-plate Viscometry of Suspensions. *Nature*, 211(5056) :1390–1391, September 1966. ISSN 1476-4687. doi : 10.1038/2111390b0. URL https://www.nature.com/articles/2111390b0.

Mohammad Tanver Hossain and Randy H. Ewoldt. Protorheologya). *Journal of Rheology*, 68(1) :113–144, January 2024. ISSN 0148-6055. doi : 10.1122/8.0000667. URL https://doi.org/10.1122/8.0000667.

E. L. Koschmieder. *Bénard Cells and Taylor Vortices*. Cambridge University Press, February 1993. ISBN 978-0-521-40204-0. Google-Books-ID : arpUkoBD8uYC.

T. Lacassagne, N. Cagney, J. J. J. Gillissen, and S. Balabani. Vortex merging and splitting : A route to elastoinertial turbulence in Taylor-Couette flow. *Physical Review Fluids*, 5(11) :113303, November 2020. doi : 10.1103/PhysRevFluids.5.113303. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.5.113303.

Tom Lacassagne, Theofilos Boulafentis, Neil Cagney, and Stavroula Balabani. Modulation of elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flow by small particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 929 :R2, December 2021. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2021.861. URL https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112021008612/type/journal_article.

R. F. Liang and M. R. Mackley. Rheological characterization of the time and strain dependence for polyisobutylene solutions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 52(3) :387–405, June 1994. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/0377-0257(94)85031-3. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377025794850313.

P. Matisse and M. Gorman. Neutrally buoyant anisotropic particles for flow visualization. *Physics of Fluids*, 27 :759–760, April 1984. ISSN 0031-91710899-82131070-6631. doi : 10.1063/1.864702. URL https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1984PhFl...27..759M. ADS Bibcode : 1984PhFl...27..759M.

G H McKinley, S L Anna, A Tripathi, and Minwu Yao. Extensional rheometry of polymeric fluids and the uniaxial elongation of viscoelastic filaments. 1999.

Gareth H. McKinley and Tamarapu Sridhar. Filament stretching rheometry of complex fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34(Volume 34, 2002) :375–415, January 2002. ISSN 0066-4189, 1545-4479. doi : 10.1146/annurev.fluid.34.083001.125207. URL https://www.annualreviews.org/content/journals/10.1146/annurev.fluid.34.083001.125207.

A. B. Metzner. Rheology of Suspensions in Polymeric Liquids. *Journal of Rheology*, 29(6) :739–775, December 1985. ISSN 0148-6055. doi : 10.1122/1.549808. URL https://doi.org/10.1122/1.549808.

Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Vincent Thomy, and S. Amir Bahrani. Friction dynamics of elasto-inertial turbulence in Taylor-Couette flow of viscoelastic fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 381(2246) :20220300, May 2023. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.2022.0300. URL http://arxiv.org/abs/2301.02047. arXiv :2301.02047 [physics].

S. Mueller, E. W. Llewellin, and H. M. Mader. The rheology of suspensions of solid particles. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2116) :1201–1228, December 2009. doi : 10.1098/rspa.2009.0445. URL https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rspa.2009.0445.

Anand U. Oza and David C. Venerus. The dynamics of parallel-plate and cone–plate flows. *Physics of Fluids*, 33(2) :023102, February 2021. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/5.0036980. URL https://doi.org/10.1063/5.0036980.

R. J. Poole. Measuring normal-stresses in torsional rheometers : a practical guide. *Bri Soc Rheol, Rheol Bull*, 57(2) :36–46, 2016. URL https://scholar.google.com/scholar?cluster=4740224866842970585&hl=en&oi=scholarr.

Randall Seright, Stephane Jouenne, and Carl Aften. Effect of Salinity and Hardness on Hydrolyzed Polyacrylamide Rheology in Sandstone. *SPE Journal*, pages 1–19, June 2025. doi : 10.2118/224231-PA.

H. Staudinger and Kl. Fischer. Ü die Bestimmung des Molekulargewichts und den Aufbau von Kautschuk, Guttapercha und Balata. 258. Mitteilung über makromolekulare Verbindungen. *Journal für Praktische Chemie*, 157(1-3) :19–88, 1940. ISSN 1521-3897. doi : 10.1002/prac.19401570103. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/prac.19401570103. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/prac.19401570103.

Toshiyuki Shikata and Dale S. Pearson. Viscoelastic behavior of concentrated spherical suspensions. *Journal of Rheology*, 38(3) :601–616, May 1994. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.550477. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/38/3/601-616/240217.

Zell. Is there a relation between the relaxation time measured in CaBER experiments and the first normal stress coefficient ? - ScienceDirect. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2010. doi : 10.1016/j.jnnfm.2010.06.010. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377025710001679.

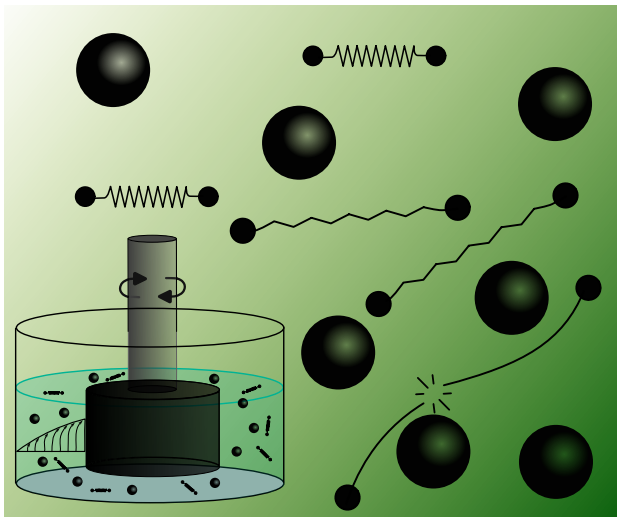
Anni Zhang and Eric S. G. Shaqfeh. Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic solutions. Part 1 : Effect of the polymer concentration. *Journal of Rheology*, 67(2) :499–516, March 2023. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/8.0000540. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/67/2/499-516/2879345.

Dajun Zhao, Huanan Liu, Wei Guo, Lili Qu, and Chuang Li. Effect of inorganic cations on the rheological properties of polyacrylamide/xanthan gum solution. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 31 :283–292, April 2016. ISSN 18755100. doi : 10.1016/j.jngse.2016.01.047. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1875510016300427.

CHAPITRE 4

Interactions polymères-particules et l'origine de la Dissipation Élasto-Inertielle.

La tranquillité apparente dissimule une compétition complexe



Carré et al. (under review)

4.1 Contexte

Après avoir mis en évidence le régime EID (voir chapitre 3) et avoir montré que ce régime hydrodynamique trouve sa source dans les interactions entre chaînes de polymère et particules, nous souhaitons aller plus loin dans la compréhension de ce nouveau mécanisme. Pour cela, nous choisissons de conserver les différents paramètres pour lesquels l'EID a été montré afin d'explorer la question de la dégradation de chaînes de polymères qui peut être à l'origine de ce régime dissipatif. Alors, une étude de fatigue visant à modéliser la dynamique de dégradation des suspensions viscoélastiques est envisagée dans ce chapitre afin de mettre en évidence le rôle de la concentration de particules sur une potentielle dégradation et de relier ce modèle à la dissipation observée lors des ramp-up présentés dans le chapitre 3. **Ce chapitre est constitué d'un résumé court des résultats présentés dans un article en cours de révision dont la copie est le cœur du chapitre.**

4.2 Matériel et méthode

4.2.1 Les fluides

La préparation des échantillons composés du solvant eau-glycérol-sel et des additifs HPAM et PMMA est répétée dans cette partie en suivant le protocole détaillé dans la partie 3.1.1. Ici, uniquement une concentration en polymère n'est explorée, $\tilde{C} = 300$ ppm car comme vu dans le chapitre précédent, il n'y a pas de changement fondamental avec la concentration en polymère entre 300 et 500 ppm. Le choix de 300 ppm est fait de telle sorte à conserver le cas le plus proche des autres études réalisées dans la littérature, c'est à dire se placer à un nombre élastique le plus modéré. De plus, le seuil de déclenchement du régime EID se situant

entre 2% et 6% d'après les résultats du chapitre 3, on souhaite raffiner les échantillons dans cette gamme en ajoutant un fluide concentré à 4%. Le fluide initialement concentré à 14% n'est pas renouvelé car la différence de phénoménologie entre $\Phi = 10\%$ et $\Phi = 14\%$ n'est pas jugée suffisamment significative. La caractérisation rhéologique de ces fluides est réalisée de la même manière que celle du chapitre 3 et les résultats sont rassemblés dans l'article ci-dessous dans les figures 4 et 5 et dans la table 2.

4.2.2 Protocoles expérimentaux

Deux protocoles expérimentaux sont mis en œuvre dans cette partie (représentés dans la figure 3 de l'article). En effet, des ramp-up sur les fluides sont réalisés afin de retrouver le déclenchement de l'EID et ainsi se baser sur ces mesures de couple pour quantifier la perte de viscosité par le fluide pendant l'expérience. La nouveauté vient du deuxième protocole. Ce dernier consiste à appliquer un cisaillement continu en écoulement de Taylor-Couette à l'échantillon souhaité. Plusieurs cisaillements sont considérés, à savoir $\dot{\gamma} = 100, 250, 500, 750, 1000$ s^{-1}. Ainsi, la mesure de couple au cours du temps pour un cisaillement donné est relevée et permet de comparer la dynamique de dégradation en fonction des fluides et des cisaillements.

Étudier la dynamique en fonction du temps sur durée longue mais à sollicitation mécanique constante permet de mettre en évidence une évolution temporelle de la loi de comportement et donc d'observer si une éventuelle dégradation des chaînes de polymère a lieu. Un taux de dégradation est alors défini et modélisé pour comparer le modèle au décrochage du couple en ramp-up.

Description des protocoles de cisaillement

1) Ramp-up

- Durée : $\simeq 6$ h
- $\Phi = 0, 2, 4, 6, 10\%$
- $\dot{\gamma} = 1 \rightarrow 1405$ s^{-1}.

2) Maintien d'un cisaillement constant

- Durée : 12 h
- $\Phi = 0, 2, 4, 6, 10\%$
- $\dot{\gamma} = 100, 250, 500, 750, 1000$ s^{-1}.

4.3 Résultats

Les résultats rhéologiques ont permis de confirmer en accord avec ceux obtenus dans le contexte du chapitre précédent que l'ajout de particules :

1. Augmente la viscosité apparente d'une solution.
2. Diminue grandement le temps de relaxation quel que soit le protocole utilisé, avec un faible apport de particules ($\Phi < 2\%$).
3. Ne contribue pas de manière significative à la diminution du temps de relaxation, avec plus de particules ($\Phi > 2\%$)

Premièrement, les mesures obtenues à partir du protocole cisaillement constant sont analysées. Pour chaque courbe de la figure 6 de l'article ci-dessous, une vitesse de dégradation basée sur la pente à l'origine des mesures de couple, notée α des 25 cas est relevée. Elle correspond au taux de dégradation initial dans les conditions $[\dot{\gamma}, \Phi]$ données. Il en est de même pour la valeur du couple à $t \rightarrow \infty$, c'est à dire le couple asymptotique, noté τ_∞. Le couple asymptotique pour l'ensemble des cas est représenté dans la figure 8 et indique que :

- Une solution viscoélastique pure ($\Phi = 0\%$) est peu affectée par la dégradation due au cisaillement prolongé comme l'indique la valeur du rapport $\frac{\tau_\infty}{\tau_s}(\Phi = 0\%) \simeq 2.3 \neq 1$.
- La présence de particules affecte le couple asymptotique, τ_∞ qui semble bien correspondre au couple théorique sans la présente de polymère. Cela indique que la contribution du polymère à la viscosité devient négligeable pour des concentrations de particules suffisantes ($\Phi > 6\%$). Les chaînes de polymère sont donc très probablement rompues limitant ainsi au maximum leur rôle de réponse élastique.

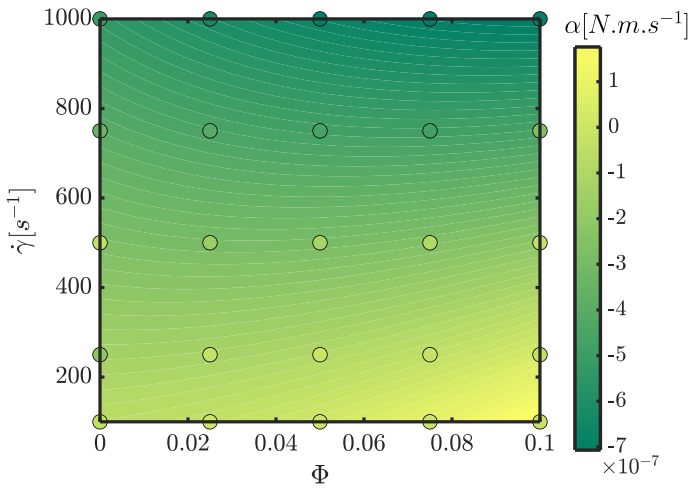


FIGURE 4.1 – Cartographie des données du taux de dégradation (points) et modèle tiré de ces données (colormap) en fonction du cisaillement et de la concentration en particules.

Le taux de dégradation α est ensuite modélisé par une fonction du type $\alpha = a\Phi + b\Phi^2 + c\dot{\gamma} + e\Phi\dot{\gamma}^2$ permettant d'interpoler la valeur de la dégradation initiale pour l'ensemble des $\dot{\gamma}$ et des Φ correspondant aux expériences de ramp-up réalisées dans le but d'explorer les mécanismes sous-jacents de l'EID. Sur le modèle (repris dans la figure 4.1) on identifie aisément le rôle clair du cisaillement sur le taux de dégradation. En effet, comme attendu, le couple décroit plus rapidement pour les cisaillements élevés suggérant une dégradation des chaînes de polymère accrue. Également, même si c'est en moindre mesure, ce même modèle montre la dépendance claire du taux de dégradation à la fraction volumique de particules. Cela signifie que l'ajout de particules, si le fluide est suffisamment cisaillé a tendance à accélérer le processus assimilé ici à de la dégradation de chaînes de polymère. On a ainsi quantifié le taux de dégradation quelque soit le cisaillement appliqué et la fraction volumique de particules.

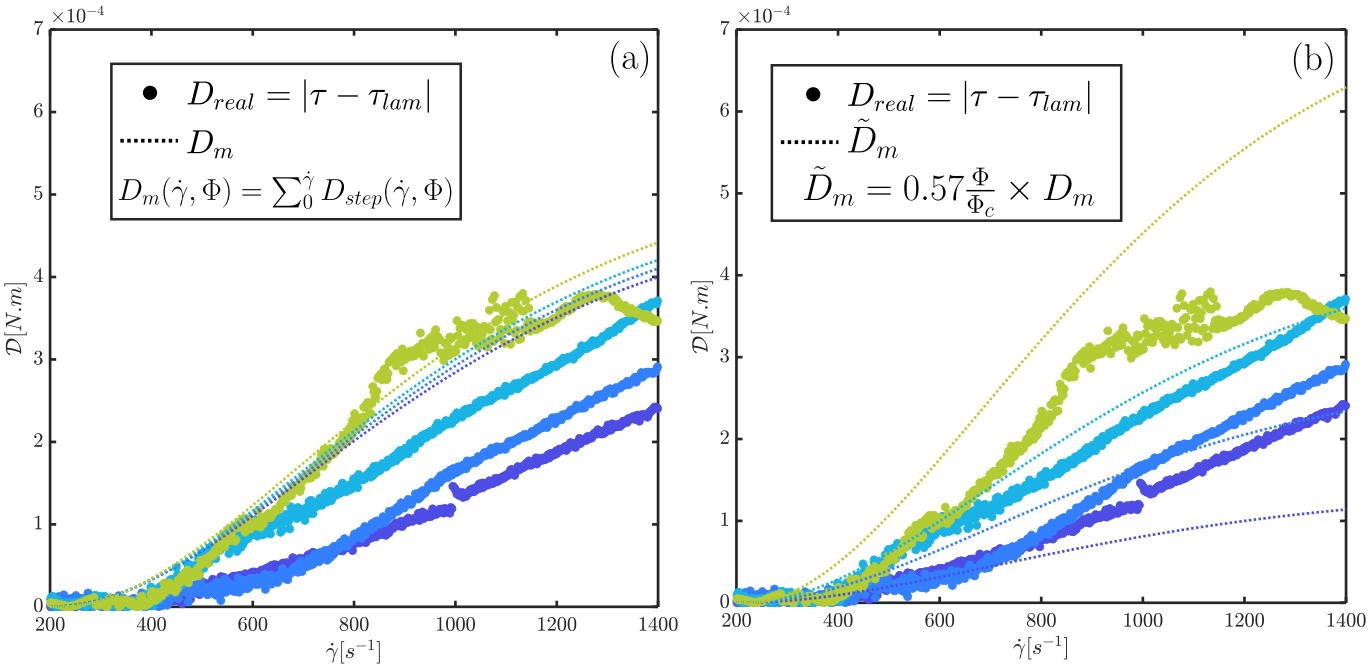


FIGURE 4.2 – Comparaison du modèle de la dégradation cumulé lors d'un ramp-up et de la dissipation mesurée. (Gauche) Le modèle brut et à droite, le modèle ajusté avec un facteur proportionnel au rapport $\frac{\Phi}{\Phi_c}$

Dans un deuxième temps, les courbes de couple pour les ramp-up sont comparées à une dégradation modélisée, notée D_m cumulant les valeurs de la fonction de α au cours d'un ramp-up. Cette fonction α étant

la dégradation initiale du fluide choisi à un cisaillement donné, une fonction d'atténuation est appliquée pour prendre en compte l'histoire de la dégradation qu'a subie le fluide. Ainsi, le modèle de dégradation est comparé à la dégradation réellement mesurée lors du ramp-up (reproduite ici, figure 4.2), la dégradation réelle étant la différence entre la valeur du couple et la tendance laminaire (avec le saut de l'EIT soustrait pour $\Phi \leq 2\%$). Le modèle de dégradation développé décrit suffisamment bien la dynamique de dégradation ainsi que l'ordre de grandeur de celle-ci au cours d'une expérience de montée en nombre de Reynolds. Cependant, une meilleure distinction de la dégradation en fonction de la concentration de particules est nécessaire pour correspondre pleinement les données du modèle de dégradation à celle mesurée. L'ajout au modèle du rapport $0.57\frac{\Phi}{\Phi_c}$ permet de mieux faire correspondre le modèle aux mesures. Cela suggère donc que d'autres mécanismes qu'une dégradation pure faisant intervenir la concentration de particules et également la concentration critique, dominent la décroissance du couple caractéristique de l'EID. L'un de ces mécanisme envisagé est l'inhibition de l'élasticité par la distance inter-particule qui correspond à l'élongation d'une chaîne de polymère.

Une première approche suggérant la pertinence de cette hypothèse est réalisée grâce à des calculs prenant en compte la polydispersité des particules et des chaînes de polymères. Nous avons montré que la concentration critique pour laquelle une chaîne de polymère pleinement étirée soit comprise entre deux particules est de $\Phi_c \simeq 4\%$. A cette fraction volumique, une part importante des chaînes de polymères cisaillées est contrainte dans son élongation entre deux particules et son action de stockage/restitution d'énergie serait inhibée, sans pour autant que la chaîne de polymère ne soit rompue. Ce calcul permet donc de retrouver ce passage du régime dilué au régime semi-dilué caractéristique du déclenchement de l'EID par une méthode différente que la visualisation ou la mesure de friction utilisées au chapitre 3.

4.4 Copie de l'article

Banner appropriate to article type will appear here in typeset article

On the Role of Polymer–Particle Interactions in Elasto-Inertial Dissipation in Taylor–Couette Flow

C. Carré[1], T. Lacassagne[1] and S. A. Bahrani[1]

[1]IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Univ. Lille, Center for Energy and Environment, F-59000 Lille, France.

Corresponding author: S. A. Bahrani, amir.bahrani@imt-nord-europe.fr

(Received xx; revised xx; accepted xx)

Complex suspensions composed of solid particles dispersed in non-Newtonian liquid matrices are ubiquitous in environmental and industrial processes, where their nonlinear rheological response directly impacts the efficiency and predictability of momentum, heat and mass transfer. Here, we experimentally investigate the interplay between non-colloidal spherical particles and high-molecular-weight polymer chains in the canonical Taylor–Couette flow, a configuration where recent experiments have revealed the emergence of an elasto-inertial dissipation (EID) behaviour whose underlying mechanisms remain unclear. Using a polyacrylamide Boger fluid loaded with particles at varying concentrations, we perform systematic rheological measurements and long-duration shear experiments to quantify viscosity, elasticity, and degradation dynamics. Torque monitoring shows that particle addition accelerates polymer chain scission and reduces the asymptotic viscosity. Ramp-up protocols reveal torque-drop behaviour characteristic of EID, which can be qualitatively reproduced by a cumulative-shear degradation model derived from steady-shear data. However, the inability of this model to capture the strong dependence on particle volume fraction indicates that additional semi-dilute particle–polymer interaction mechanisms are at play. In particular, by relating average interparticle distance to the maximum polymer chain extension, we identify a critical particle volume fraction ($\Phi \simeq 4\%$) coinciding with the observed transition from elasto-inertial turbulence (EIT) to EID. These findings show that while polymer degradation is a key contributor to dissipation, confinement of stretched chains between particles is a more likely mechanism for the suppression of EIT. This dual influence of degradation and particle–polymer interactions offers new insight into rheo-hydrodynamic transitions in complex suspensions and their implications for industrial applications.

Key words:

Abstract must not spill onto p.2

1. Introduction

1.1. *Context*

Understanding the fluid dynamics of viscoelastic suspensions is of great interest both for optimizing industrial processes and for advancing the understanding of complex fluids used across diverse fields. These materials, which exhibit a combination of viscous and elastic properties, play a crucial role in applications ranging from paints (Osterhold 2000) and foods (Moelants *et al.* 2014) to fracking fluids (Liu *et al.* 2021) and biological suspensions (Brust *et al.* 2013). In the food industry, for instance, viscoelasticity enhances product texture, stability, and shelf life. Fracking fluids exploit these properties to more effectively fracture rock formations, while biological suspensions used in pharmaceuticals and biomedical applications require precise control over their viscoelastic response. In the context of the energy transition, improving operational speeds and overall process efficiency remains a major challenge for industrial stakeholders. Many industrial operations involve the flow of liquid materials in which energy, momentum, or species must be transported and transferred. While modifying geometry or structural configurations (akin to adaptations observed in natural systems, Bushnell & Moore (1991)) often provides the most direct route to efficiency gains, an increasingly attractive alternative lies in tailoring the rheological behavior of the working fluid itself. In that context, the present paper places emphasis on viscoelastic suspensions that consist of solid particles suspended in a viscoelastic base fluid.

It is well established that adding a small fraction of polymer to a Newtonian base fluid can significantly reduce drag in shear flows (Lumley 1973; Serafini 2022). This effect arises from the viscoelastic behavior altering the turbulent kinetic energy cascade and/or introducing new pathways to turbulence (Steinberg 2021; Dubief *et al.* 2023; Boulafentis *et al.* 2023; Song *et al.* 2023; Moazzen *et al.* 2023), where fluid elasticity modifies both the onset of instabilities and the mechanisms of transition. In particular, elastic turbulence (Steinberg 2021) and its elasto-inertial counterpart illustrate how polymer-induced stresses reshape turbulence dynamics. Elasto-inertial turbulence (EIT) is observed at Reynolds numbers, $\mathcal{R}$, that are significantly lower than those required for the onset of inertial turbulence in Newtonian fluids. $\mathcal{R}$ is defined in equation 1.1 for the present Taylor-Couette flow context. At the same time, it occurs at high Weissenberg numbers, $\mathcal{W}$ (also defined in equation 1.1), which quantify the strength of elastic stresses. This regime of turbulence emerges from nonlinear interactions between polymer-generated elastic forces and fluid inertia (Dubief *et al.* 2023).

$$\mathcal{R} = \frac{\rho r_i \Omega \delta}{\mu} = \frac{\rho \dot{\gamma} \delta^2}{\mu}, \quad \mathcal{W} = \lambda \dot{\gamma}, \quad \mathcal{E} = \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{R}} = \frac{\lambda \mu}{\rho \delta^2} \tag{1.1}$$

$\mathcal{R}, \mathcal{W}$ and Elastic number ($\mathcal{E}$) are three dimensionless numbers frequently used in elasto-inertial transitions studies where ρ is the fluid density in $kg.m^{-3}$, μ the fluid shear viscosity in $Pa.s$, λ the elastic relaxation time of the solution in s. In the Taylor-Couette context of this work, r_i is the inner cylinder radius in m, Ω the inner cylinder rotational speed in s^{-1}, δ the gap between outer and inner cylinders in m, and $\dot{\gamma} = \Omega r_i/\delta$ the resulting shear rate in s^{-1}. These dimensionless numbers are presented here, as they are reported for this study in Table 2, to help the reader place the present work in the context of the literature.

While the combination of early chaotic dynamics at low inertia and flow rates, together with the tunable drag properties introduced by viscoelasticity and elasto-inertial effects, holds considerable promise for industrial applications, another strategy for process intensification is to modify fluid properties by dispersing solid particles into the liquid solvent.

This approach enables the tailoring of physical properties such as thermal capacity or conductivity. It has driven substantial interest in the study of nanofluids (Briclot *et al.* 2020; Khanafer & Vafai 2011), where metallic nanoparticles suspended at dilute to moderate volume fractions have been shown to enhance heat transfer performance, albeit at the cost of increased pressure drops. However, due to growing health and environmental concerns associated with nanoparticles, recent research efforts have increasingly shifted towards the use of microparticles.

The primary effect of adding (micro- or nano-) particles to a liquid phase is an increase in viscosity (Einstein 1906; Wildemuth & Williams 1984), which at sufficiently high concentrations can lead to non-Newtonian rheological behavior (Vázquez-Quesada *et al.* 2016). In the case of microparticles, however, it has been shown that solid inclusions, even when neutrally buoyant, can promote convective instabilities (Morris 2020), and modify the transition to turbulence by altering the nature of the primary instability and reshaping the signatures of higher-order modes, particularly in centrifugal flows and Taylor–Couette configurations (Moazzen 2022; Dash *et al.* 2020; Kang *et al.* 2024; Ramesh *et al.* 2019; Majji *et al.* 2018).

While the particle- and viscoelasticity-related effects discussed above hold significant promise for process intensification, the underlying physical mechanisms remain only partially understood—both when considered separately and, even more so, when acting in combination. A summary of the current understanding of these complex viscoelastic suspensions is provided in the following paragraphs.

1.2. *Current understanding of viscoelastic suspensions*

A central aspect of flow dynamics in such fluids is their rheology, which arises from the complex interactions between solid particles and the polymer matrix. In recent years, numerous studies have examined how local interaction mechanisms between polymer chains and particles influence both apparent rheological properties (e.g., viscosity, normal stress differences, extensional viscosity (Tanner 2019)) and macroscopic behaviors such as particle migration (D'Avino *et al.* 2017) or polymer degradation. These developments are summarized below.

1.2.1. *Particle contribution to stress*

In a dilute suspension (as defined by a particle volume fraction $\Phi < 1\%$), the particles don't interact directly with each other, but only with the neighboring fluid. The latter exerts a pressure on the particle which, due to its non-deformability, returns this pressure to the fluid: the "stresslet" (Morris 2020). As particle concentration increases ($\Phi > 1\%$), the distance between particles decreases and inter-particle and the flow perturbation/stresslet caused by individual particles begin to overlap: this defines the semi-dilute regime. Ultimately, at even larger particle concentration, interparticle collisions become significant. This leads to exchanges of momentum, energy dissipation and, potentially, particle agglomeration (Marchioli *et al.* 2025).

Unlike the stresslet, which only describes the interaction between a particle and the surrounding fluid (via the action–reaction law, since the particle is not deformable), an additional stress arises when the fluid is perturbed by the stresses imposed by the presence of particles. This contribution, known as the *Particle-Induced Fluid Stress* (PIFS), reflects the local modification of the flow (Jain *et al.* 2019; Jain & Shaqfeh 2021; Zhang & Shaqfeh 2023) and, in complex suspensions, accounts for the viscoelastic component of the response. In pure shear flow, the contribution of PIFS to the apparent viscosity has been shown to increase monotonically with fluid elasticity, even while the overall stress may

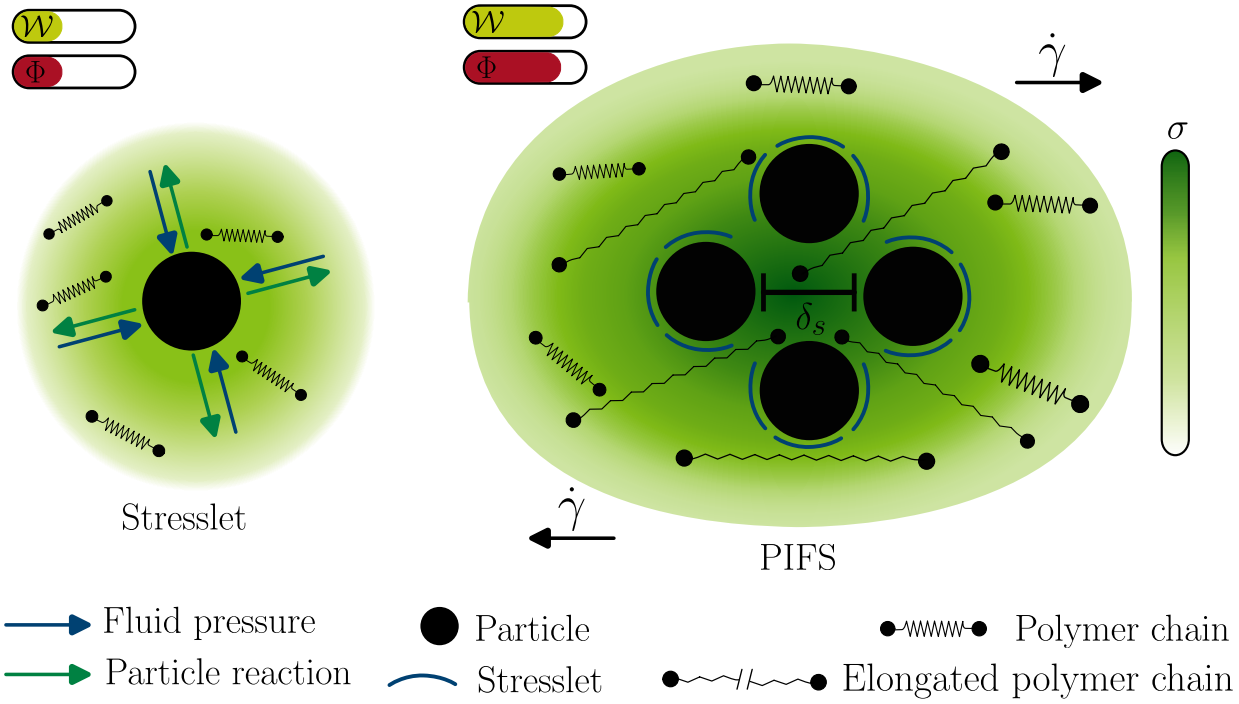


Figure 1. Conceptual representation of stresses and interactions between particles and polymers in viscoelastic suspensions in shear flow.

decrease. This phenomenon leads to apparent shear thickening in viscoelastic suspensions upon particle addition (Guido & Shaqfeh 2019).

Numerical simulations by Matsuoka *et al.* (2021) provide further insight into this mechanism in simple shear flow. Their results show that the local shear gradient not only intensifies but also shifts spatially with increasing particle concentration, highlighting the amplification of local gradients in the fluid. At low Weissenberg numbers, elastic effects remain negligible because the fluid relaxes the limited stored energy faster than the imposed deformation time scale, thereby preventing a significant elastic "memory" effect. Their analysis also reveals that at very low concentrations ($\Phi \simeq 0.1\%$), local shear is highly heterogeneous and concentrated near particle surfaces, whereas at higher concentrations it becomes more uniformly distributed. Three key pieces of local information thus emerge, providing a clearer understanding of the hydrodynamic impact of particles in a viscoelastic fluid: (i) the state of deformation (uniaxial or biaxial elongation), (ii) the vorticity field around the particles, and (iii) the stretching of polymer chains, which is strongly correlated with local elastic stresses. The results show that significant polymer stretching develops at concentrations above $\Phi \simeq 10\%$ and at larger $\mathcal{W}$, particularly upstream and downstream of the particles. In this regime, elastic stresses acquire a collective character: they extend throughout the fluid rather than remaining confined near individual particles. This suggests the emergence of a network of interconnected elastic stresses, resulting in superimposed local stress fields.

Such a mechanism can be interpreted as a form of local shear thickening or strain hardening. However, in contrast to Newtonian suspensions—where thickening typically arises from particle collisions or microstructural arrangements—here it originates from the intrinsic elastic response of the polymer matrix, amplified by hydrodynamic perturbations induced by the particles. Figure 1 conceptually illustrates the interactions between particles and polymers in a viscoelastic suspension as functions of $\mathcal{W}$ and the particle volume fraction Φ.

 Focus on Fluids articles must not exceed this page length

1.2.2. *Local shear thickening, strain hardening*

As discussed above, competition between the various fluid transport and relaxation mechanisms can lead to marked shear-thickening when fluid elasticity is non-negligible (Matsuoka *et al.* 2021; Einarsson *et al.* 2018). This phenomenon, known as elastic strain hardening, manifests itself as an increase in apparent viscosity as a function of the Weissenberg number, even in dilute suspensions. To account for this behavior, Einarsson *et al.* (2018) generalized the classical Einstein model, which predicts the effective viscosity of dilute suspensions in a Newtonian fluid, to viscoelastic fluids, taking into account the relative contribution of the polymer to viscosity and the effect of elasticity (via the $\mathcal{W}^2$ term in equation 1.3). The shear viscosity is expressed as:

$$\mu = 1 + 2.5\Phi + (0.62 - 0.03\mu_r)\Phi\mu_r\mathcal{W}^2 \tag{1.2}$$

$$\mu_r = \mu_p/(\mu_s + \mu_p) \tag{1.3}$$

where μ_r, μ_p and μ_s are the relative viscosity, the contribution of the polymer to the viscosity and the solvent viscosity in $Pa.s$.

One may note that this shear thickening is also observed numerically for normal stresses (Scirocco *et al.* 2005; Yang & Shaqfeh 2018; Jain *et al.* 2019). More recently, Matsuoka *et al.* (2021) refined this model by breaking down the microscopic contributions to viscosity, distinguishing between stresslet (the particle's mechanical resistance to shear) (equation 1.5) and PIFS (equation 1.6), i.e. the elastic stress generated in the fluid by the particle-induced disturbance:

$$\mu = 1 + 2.5\Phi + \Phi\mu_r(\alpha_{stresslet} + \alpha_{PIFS}) \tag{1.4}$$

$$\alpha_{stresslet} = -1.43\mathcal{W}^2 - 0.06\mu_r\mathcal{W}^2 \tag{1.5}$$

$$\alpha_{PIFS} = 2.05\mathcal{W}^2 + 0.03\mu_r\mathcal{W}^2 \tag{1.6}$$

This result is essential, as it highlights two opposing effects: the contribution of the stresslet tends to reduce viscosity (shear-thinning with increasing particles volume fraction), while the PIFS, on the other hand, accentuates thickening. This latter effect directly reflects the fluid's elastic response to particle-induced hydrodynamic perturbations, and forms the core of the strain hardening mechanism observed.

1.2.3. *Shear induced migration in viscoelastic media*

Beyond those macroscopic constitutive equations approaches considering the suspension as a single phase fluid, one should mention another remarkable fluid-particle interaction mechanism arising in viscoelastic suspensions: the viscoelasticity-induced migration of particles on confined flows. Particles can travel normal to the main direction of flow towards the nearest wall if confinement and viscoelasticity are present as studied and reviewed by D'Avino *et al.* (2010, 2012). It has been shown that in a viscoelastic fluid, particles tend to align to form particle chains under the effect of shear (Scirocco *et al.* 2004). This effect seems to be amplified when the suspending fluid is shear-thinning, where viscosity decreases non-linearly with the shear rate due to the reorganization of the fluid's internal structures, thus reducing viscous dissipation. However, the effects of particle migration due to viscosity stratification are less pronounced when the suspending fluid is Boger (fluid with constant viscosity over a wide shear range). In this case, it is necessary to shear the suspension for very long periods or reach higher Weissenberg number values to observe migration (Pasquino *et al.* 2010). These particle migration effects have been studied experimentally and theoretically but, to the best of the authors' knowledge, only in isolated particle cases or in the dilute regime. The question of particle migration in a viscoelastic

matrix in the semi-dilute regime remains to be explored, but would be expected to have a significant impact on hydrodynamic transitions, akin what was observed for inertial or shear induced migration in particle-laden Newtonian fluids (Baroudi *et al.* 2020, 2023).

1.2.4. *Polymer degradation phenomena*

From a more practical standpoint, polymer degradation plays a central role in understanding the dynamic behavior of viscoelastic suspensions, and it is reasonable to assume that this process may be influenced by the presence of solid particles. While polymer chains can undergo scission due to photochemical, thermal, or oxidative effects (Vohlídal 2021), mechanical degradation remains the dominant pathway when the fluid is chemically stable and temperature is controlled. In flow, velocity gradients stretch polymer chains: segments near the chain center experience the highest extension and may rupture if shear rates are sufficiently high, while the terminal segments tend to remain coiled. As a result, maximum strain typically localizes near the chain midpoint (Barth & Carlin Jr. 1984). Conversely, the long-term aging of polymers in very low shear flows can also lead to gradual scission (Brennen & Gadd 1967), an effect that intensifies with increasing polymer concentration. Moreover, polymers dissolved in good solvents, where chains adopt more extended conformations, exhibit greater sensitivity to shear-induced degradation than those in more coiled states.

Two main theoretical frameworks have been proposed to describe the relationship between shear degradation and molecular weight (Barth & Carlin Jr. 1984). The first posits the existence of a limiting molecular weight: once polymer chains reach this critical length, no further scission occurs, as chains adapt to applied stress by moving within their solvent sheath rather than breaking primary bonds (Abdel-Alim & Hamielec 1973). The second theory argues that no such critical threshold exists; instead, the probability of chain scission decreases progressively with decreasing molecular weight (Rodriguez & Winding 1959).

1.3. *Taylor-Couette flow of viscoelastic suspensions*

As discussed in Section 1.2, the interplay between viscous and elastic components in viscoelastic suspensions gives rise to complex behaviors that remain incompletely understood. Advancing our understanding of such suspensions is therefore essential, both for developing theoretical frameworks and for improving practical applications across scientific and industrial domains. To this end, the present study investigates viscoelastic suspensions in the canonical Taylor–Couette geometry, a configuration that has long proven to be an effective model system for exploring hydrodynamic instabilities in both Newtonian and complex fluids (Fardin *et al.* 2014; Andereck *et al.* 1986; Feldmann *et al.* 2023).

The study of Taylor–Couette flow (TCF) is particularly compelling owing to its well-established analytical framework and its extensive use in recent literature to describe complex fluid dynamics (Bai *et al.* 2023; Boulafentis *et al.* 2023; Baroudi *et al.* 2023; Kang & Mirbod 2023; Song *et al.* 2023). This configuration, defined by the motion of fluid between two concentric rotating cylinders, serves as a fundamental model system for exploring routes to turbulence. In Newtonian fluids, for example, the transition from Circular–Couette Flow (CCF) to Taylor–Vortex Flow (TVF) represents a canonical pathway through which simple shear flows evolve into more complex turbulent states (Feldmann *et al.* 2023; Grossmann *et al.* 2016). Furthermore, TCF experimental setups enable direct torque measurements on the rotating cylinders, providing quantitative insights into frictional forces and the physical mechanisms underlying flow transitions (Dash *et al.* 2020; Moazzen 2022; Moazzen *et al.* 2023; Carré *et al.* 2024, 2026). These features make TCF an invaluable platform for both theoretical and experimental investigations in fluid mechanics.

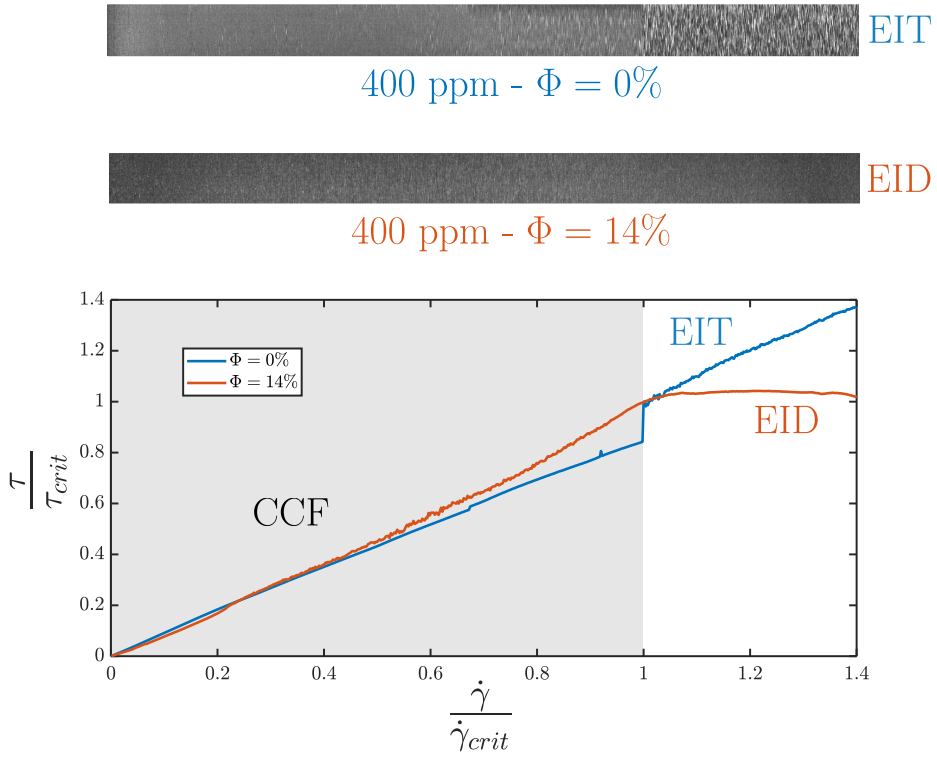


Figure 2. Elasto-Inertial Turbulence (EIT) and Elasto-Inertial Dissipation (EID) feature comparison, adapted from Carré *et al.* (2024). Top lines: Space-time diagrams. Bottom graph: Torque measurement.

An early experimental study by Lacassagne *et al.* (2021*a*) demonstrated that adding a small particle volume fraction (around $\Phi = 5\%$) to a viscoelastic matrix can delay the transition to elasto-inertial turbulence (EIT), whereas in more dilute regimes, it accelerates the transition. In our recent work, combining flow visualization and torque measurements (Carré *et al.* 2024) and exploring higher fluid elasticities and particle concentrations than in Lacassagne *et al.* (2021*a*), we identified a novel elasto-inertial regime, termed Elasto-Inertial Dissipation (EID). The signature of EID consists of an apparent relaminarization: flow patterns show no secondary structures and resemble laminar Couette flow, while the friction increase with Reynolds number, $\mathcal{R}$, is reduced—a phenomenon referred to as a "torque drop" (TD) where measured torques on the inner cylinder fall below the laminar base flow value. This observation underlies the "Dissipative" designation of the new regime.

Figure 2 summarizes the differences and main characteristics of the EIT and EID regimes reported in Carré *et al.* (2024). Flow patterns in the EIT and EID regimes are shown using space–time diagrams, together with the corresponding torque measurements, highlighting the characteristic torque drop observed in the EID case.

EID was observed only for particle volume fractions $\Phi \geq 6\%$, corresponding to the semi-dilute regime of viscoelastic solutions, whereas EIT persisted at lower concentrations. This critical concentration is close to that reported in Lacassagne *et al.* (2021*a*) or Zhang & Shaqfeh (2023) as the one for which PIFS dynamics is drastically altered. The mechanisms responsible for the replacement of EIT by EID remain unclear but likely involve local interactions between polymers and particles (Matsuoka *et al.* 2021; Zhang & Shaqfeh 2023). The existence of EID and the associated suppression of early polymer-induced turbulence is of critical importance, as it may impede the transport efficiency of viscoelastic solutions. Understanding the underlying mechanism is therefore essential.

In the present paper, we aim to address the central question: what types of particle–polymer interactions trigger the abrupt transition from EIT to EID in semi-dilute vis-

coelastic suspensions? Building on this, and based on the literature discussed above, a plausible hypothesis is that polymer degradation may play a significant role and could be enhanced by particle–polymer interactions in this regime. This leads to the specific question: does the observed reduction in friction correlate with polymer degradation, or are other interaction mechanisms also responsible for the emergence of EID?

2. Material and methods

2.1. *Fluids*

The working fluids prepared for this work are composed of a water-glycerol mixture (31%, 69% in volume) as the viscous solvent, in which two types of additives are suspended. Each sample contains 300 ppm polymer, chosen here to be partially hydrolyzed polyacrylamide (HPAM), of molecular weight $M_w = 15 - 20.10^6 g\ mol^{-1}$ conferring the viscoelastic behavior. The solvent viscosity is chosen sufficiently high for the solvent-polymer combination to lead to a Boger fluid, i.e. a constant viscosity in a wide range of shear rate (see figure 3), as will be shown in section 2.2.

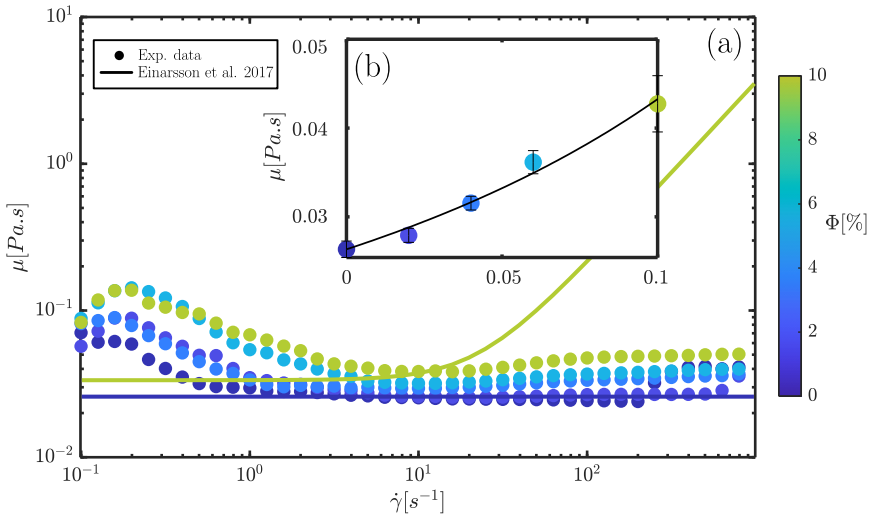


Figure 3. (a) Flow curves $\mu = f(\dot{\gamma})$ of the viscoelastic suspension (markers) for each particle volume fraction (colors), along with the corresponding best fits of the Einarsson model (eq.1.3 - full lines). (b) Mean viscosity over the [1 200] s^{-1} shear rate range as a function of particle volume fraction, fitted using a modified Krieger model: $\mu = \mu(\Phi = 0\%)(1 - \Phi/0.4389)^{-1.82}$. Error bars represent the standard deviation from three repeated measurements.

The polymer is gently mixed into the solvent by a magnetic stirrer at 300 rpm for about one total hour (agitation period and rest/self diffusion period), to avoid any initial polymer degradation at the preparation stage. Poly-methyl methacrylate (PMMA) spherical particles are added after the polymer is fully dissolved, with the same agitation method. The density of particles is $\rho = 1192\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$, the nominal diameter d_p is 48 µm and samples are prepared at volume fractions $\Phi = 0, 2, 4, 6\ \&\ 10\%$. These are chosen in order to highlight the dilute to semi dilute concentrated regime transition discussed in section 1.3. Finally, 2% of sodium chloride is added to the solvent in order for its density to exactly match that of the particles and obtain an isodense suspension.

2.2. *Rheological measurements*

The shear rheology of all samples is measured with an MCR702e Anton Paar rheometer. First of all, viscosity measurement is performed on parallel-plate geometry of 50 mm diameter (PP50) with $e = 0.5$ mm as gap ($e \geq 10.d_p$). The parallel-plate geometry provides

reliable measurements of N_1, as the contribution of N_2 is generally found to be negligible in this type of viscoelastic solutions (Maklad & Poole 2021). In contrast, measurements performed in cone-plate geometry are strongly affected by the presence of particles, due to enhanced particle migration (Ponche & Dupuis 2005) and to the small gap size relative to the particle diameter, which can significantly perturb the rheometrical response. Flow curves $\mu = f(\dot{\gamma})$ are obtained (see figure 3 (a)). An apparent viscosity is computed by averaging between $\dot{\gamma} = 1s^{-1}$ and $\dot{\gamma} = 200s^{-1}$. The flow curves show a sharp increase in viscosity exclusively for the particle-free viscoelastic solution at high shear rates. This behavior suggests that (i) an elastic instability may develop for this specific sample in the rheometer, and (ii) the presence of particles effectively stabilizes the flow in the parallel-plate geometry.

These observations are consistent with stability-limit considerations reported in the literature, notably by More *et al.* (2024) for cone–plate geometries and by Groisman & Steinberg (2004) for parallel-plate configurations. In particular, the Weissenberg numbers considered here ($\mathcal{W} = \lambda \times \dot{\gamma}$) remain below the instability threshold reported for our geometry by Groisman & Steinberg (2004), which is of the order of 10^2. Nevertheless, in the particle-free case, an instability is still observed in the flow curve at high shear rates, corresponding to larger Weissenberg numbers that exceed the stability threshold reported in the literature.

The elasticity of each viscoelastic particle-laden solutions is characterized by measuring the relaxation time scale λ, by two methods. The first one relies on a shear flow in the the same rotational rheometer and geometry, from which the first normal stress difference is recorded as a function of the shear rate. From the equation $N_1 = 2\mu_p\lambda_{N_1}\dot{\gamma}^2$, the so-called shear relaxation time λ_{N_1} can be extracted (see figure 4 left). The second method places the fluid under an extensional flow and allow to obtain an extensional relaxation time scale λ_e. Indeed polymer extension properties are expected to be central to polymer-particle interactions (Einarsson *et al.* 2018; Matsuoka *et al.* 2021). The experimental setup involves two parallel plates separating at a constant speed of 5000 µm s^{-1}, with a drop of constant volume bridging the gap between them. Thanks to a high speed camera (5000 frames per second) and back-lighting setup, the filament diameter evolution is measured as a function of time and the equation $\frac{d}{d_0} = e^{\frac{-t}{3\lambda_e}}$ to extract the time scale from the viscoelastic-thinning section of the filament thinning experiment (see figure 4 (right) (Calabrese *et al.* 2024).

2.3. *Taylor-Couette flow*

The Taylor-Couette geometry used in this study is mounted under the same MCR-702 rheometer. The outer cylinder remains stationary while the inner is rotated by the rheometer's motor, while the corresponding torque is measured. The gap between the cylinders is filled with the sample under investigation, occupying the total height of the inner cylinder. The Taylor-Couette geometry employed is summarized in Table 1.

Two types of protocols are performed:

1. Steady shear experiments, where a constant shear rate is applied during 12 hours by setting a constant inner cylinder rotation speed. Shear rates considered are $\dot{\gamma} = 100, 250, 500, 750, 1000s^{-1}$ to assess a wide range of shear, analyze the dynamic of torque evolution and explore the same amplitude as in a ramp-up experiment (see figure 5 (middle)).
2. Quasi steady ramp-up experiments where the shear rate is slowly increased from $\dot{\gamma} = 1s^{-1}$ to $\dot{\gamma} = 1405s^{-1}$ (with $\delta_t = 30s$ and $\delta_{\dot{\gamma}} = 2s^{-1}$ steps), already used and described by the authors Moazzen *et al.* (2022, 2023); Carré *et al.* (2024) (see figure 5 (left)).

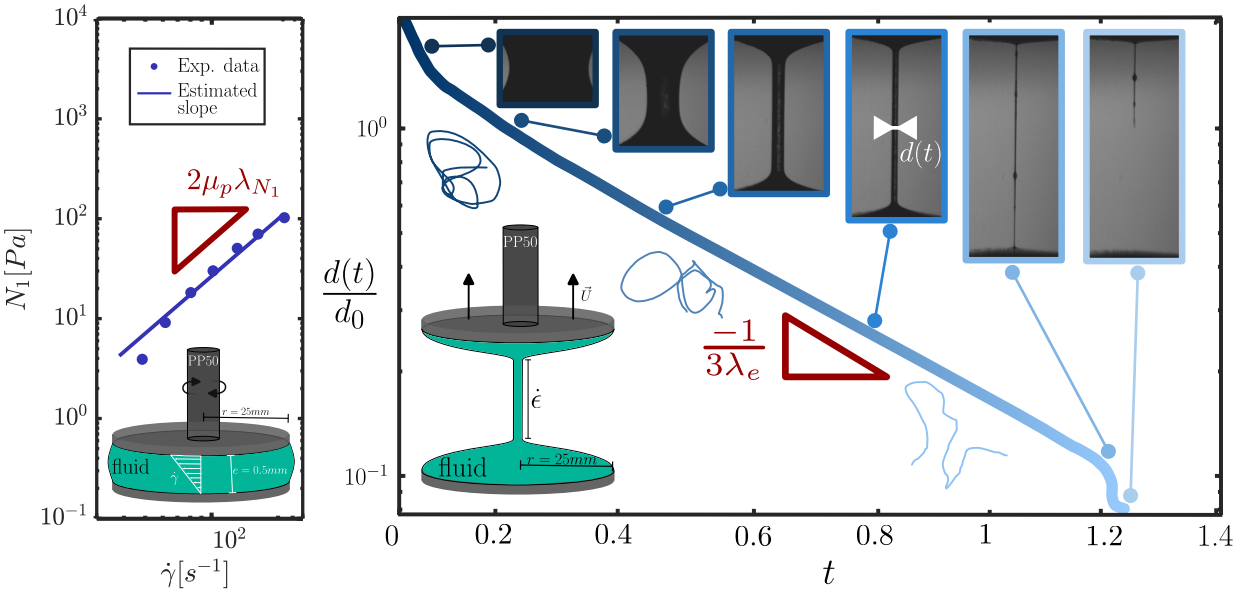


Figure 4. Rheological characterization of viscoelastic suspensions. Left: First normal stress difference values for increasing shear rate and deduction of the shear relaxation time λ_{N_1}. Right: Example of filament-thinning experiment and extensional analysis for a viscoelastic fluid loaded with 10% particles. The evolution of the filament diameter is depicted by the blue gradient curve, corresponding to each linked snapshot. The final extensional relaxation time λ_e is deduced.

Parameter	Symbol	Value
Inner cylinder radius	r_i	16 mm
Outer cylinder radius	r_o	17.5 mm
Gap	δ	1.5 mm
Height	h	16 mm
Radius ratio	$\eta = \frac{r_i}{r_o}$	0.914
Aspect ratio	$\Gamma = \frac{h}{\delta}$	10.66

Table 1. Parameters of the Taylor-Couette geometry

During all experiments, the torque required to rotate the inner cylinder was measured by the rheometer at 30-second intervals. Although viscous heating effects were minor (Brinkman number $\mathcal{B} \ll 1$, see details in section A), fluid heating could become an issue considering the relatively long experiment duration. The rheometer temperature sensor was used to monitor the fluid temperature throughout the experiments. It was found never to increase by more than $1°C$. Finally, a lid was used throughout the experiments to prevent evaporation of the water contained in the fluid which could have led to an apparent viscosity increase, and the absence of evaporation was checked by monitoring the height of fluid in the gap and ensuring it stayed constant during the experiment. It should be noted that

Rapids articles must not exceed this page length

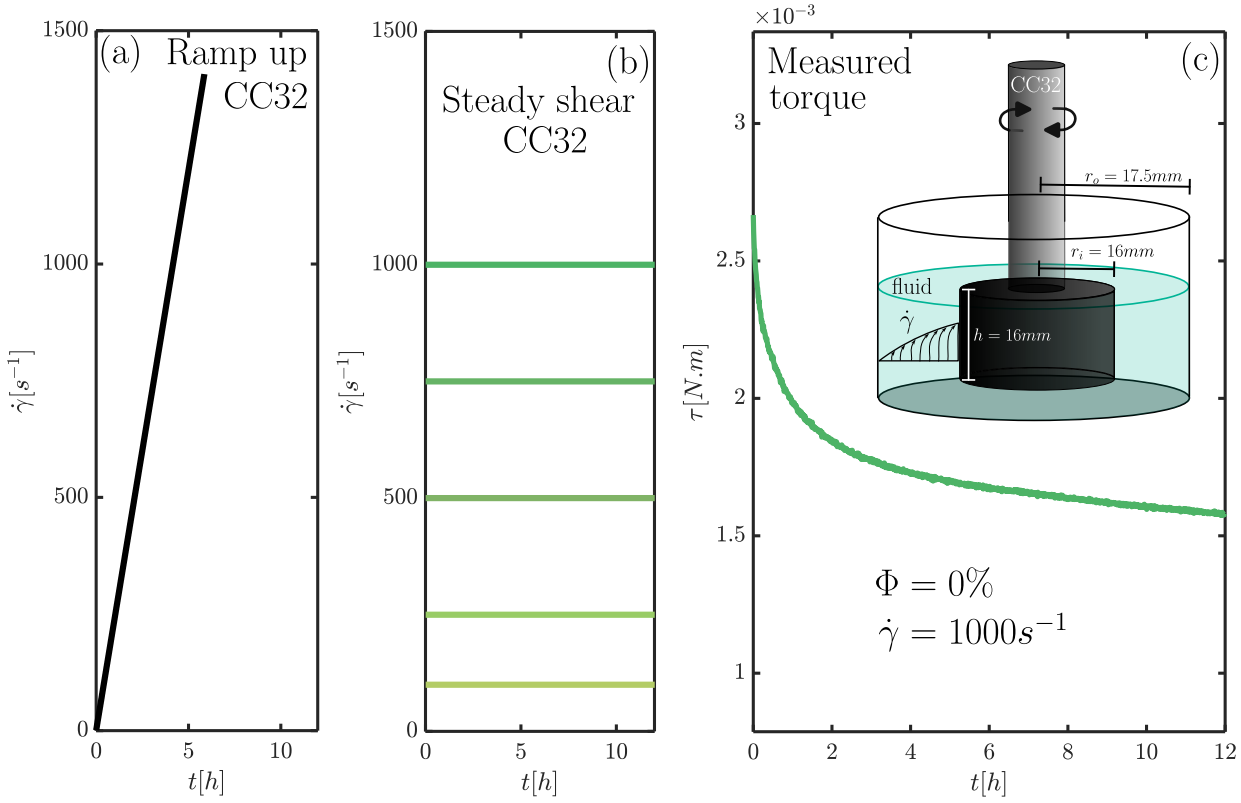


Figure 5. Description of the two protocols applied with the Taylor-Couette geometry. (a) describes a ramp-up protocol (Carré *et al.* 2024) results analyzed in section 3.3. (b) describes steady shear protocols at target shear rates $\dot{\gamma} = 100, 250, 500, 750, 1000s^{-1}$ and (c) is an example of the torque measured during one of those, here $\dot{\gamma} = 1000s^{-1}$ with a particle-free fluid. Subfigure in (c) represents the configuration and geometry parameters referenced in table 1. Results from (b) and (c) will be analyzed in section 3.2.1

.

similar trends are observed for the temporal evolution of N_1 measured on the cylinder axis by the rheometer during the steady-shear experiments. This confirms that the drop in torque is indeed a consequence of an alteration of the polymer chains properties which manifests both as a reduced contribution to the viscosity and a lower elasticity. However, these data are significantly noisier, which is why in what follows, focus is made the viscosity and, consequently, the torque measurements.

3. Results and discussions

3.1. *Rheological characteristics*

The shear rheology results (see figure 3 (a)) display a Boger type behavior (Boger 1977; David F. James 2009) no matter the particle concentration: the viscosity stays constant with $\dot{\gamma}$ across a wide range of shear rates. This presents the advantage of simplifying the definition of any non-dimensional parameters involving a reference viscosity (such as $\mathcal{R}$), avoid the introduction of shear-thinning effects known to alter elasto-inertial transitions in Taylor-Couette flows (Lacassagne *et al.* 2021*b*), and provides an experimental counterpart of Oldroyd-B or FENE-P numerical models for viscoelastics fluids. Achieving a Boger fluid requires a high base fluid viscosity μ_s such that the polymer contribution to the viscosity μ_p is small and the polymer-to-solvent viscosity ratio is $\beta = \mu_p/\mu_{tot} = \mu_p/(\mu_s+\mu_p+\mu_\Phi) \rightarrow 0$

For each sample, the reference viscosity is computed by averaging over the the $1s^{-1}$ to $200s^{-1}$ $\dot{\gamma}$ range on which it remains constant and reported in figure 3 (b). Lower shear rates are discarded as yielding torque values below the rheometer precision limit, while torsional

elasto-inertial instabilities are found to arise for higher shear rates of such highly elastic fluids (More *et al.* 2024), creating an artificial viscosity increase. As expected Einstein (1906); Einarsson *et al.* (2018), particle addition is found to increase the overall viscosity in a non linear fashion given the non-dilute concentration cases investigated, following a Krieger-Dougherty type model (Krieger & Dougherty 1959) $\mu = \mu(\Phi = 0\%)(1-\Phi/\Phi_m)^B$ represented as a black line. $\Phi_m = 0.44$ and $B = -1.82$, yield the best fitting, to be compared with the parameters obtained for suspensions of rigid spheres in a Newtonian solvent where $B = 2.5$ and $\Phi_m = 0.64$ (Fazekas *et al.* 2007).

Einarsson *et al.* (2018) proposed a theoretical model for the viscosity of such viscoelastic suspensions as a function of the shear rate. This model is computed here with the present fluids' parameters and is overlaid on Figure 3. The figure indicates that the viscosity is expected to increase with $\dot{\gamma}$ through an elastic thickening behavior, which is obviously not reported here. This is believed to be due to the fact that in the model, the major contribution to the apparent viscosity is that of the particle-polymer interactions and the local particle-induced fluid stresses, avoiding boundary effects, while the experimental measurements are highly influenced by complex edge effects which are included in the global apparent viscosity measurement and may alter the extensional mechanisms that more freely develop in boundary-free numerical simulations. As will be shown later, steady shear-experiments and ramp-up experiments will show that no significant increase in the viscosity occurs in the Taylor-Couette geometry with increasing shear rate either, confirming that elastic thickening may occur as a local bulk mechanism but does not dominate the apparent viscosity and torque dynamics. Moreover, the torque drop effect (torque decreasing below the laminar trend) observed during ramp-up protocols contrasts with the potential shear thickening behavior typically associated with an increase in shear rate.

The elastic behavior of the working fluid is quantified by measuring their relaxation time-scale (figure 6), assumed unique for a given fluid and $\dot{\gamma}$-independent as usually done with Boger fluids. As indicated in section 2, two methods are used: a shear measurement where the first normal stresses difference N_1 are recorded for increasing shear rates, and an extensional protocol where the diameter of a thinning filament is measured with time. The first method provides a measurement of the shear relaxation time noted λ_{N_1} and the second one a measurement of the extensional relaxation time noted λ_e. The values of those two time-scales, reported in table 2, are fairly different for a given fluid, which is expected (Gaillard *et al.* 2023). The relaxation times are thus here scaled by their particle-free value, $\frac{\lambda}{\lambda(\Phi=0\%)}$ to probe and compare their evolution as a function of Φ, in figure 6. Once scaled, the evolution of the time-scale is quite similar for the two methods: the addition of a small particle volume fraction ($\Phi = 2\%$) first leads to a sharp decrease in the apparent relaxation time, while further increasing Φ only leads to a more moderate λ decrease. All the rheological values (viscosity and elasticity) are compiled in table 2. Finally, regarding the Pakdel–McKinley criterion, the calculation provides an elastic threshold of $\mathcal{W} = \frac{M_{crit}}{\sqrt{2\times(1-\beta)}}\frac{1}{\sqrt{\frac{\delta}{r_i}}} = 17.58$ (Pakdel & McKinley 1996). According to this criterion, purely elastic instabilities are not expected to be triggered in the present conditions; the flow dynamics and the associated frictional response are therefore dominated by elasto-inertial effects rather than by purely elastic turbulence. Moreover, based on an estimation of the polymer overlap concentration, $C^* = \frac{0.77}{[\mu]} = 3977$ppm, using the Solomon & Ciută (1962); Graessley (1980) relation, the polymer concentration used in this study remains well below the overlap threshold, ensuring that all experiments are conducted in the dilute regime.

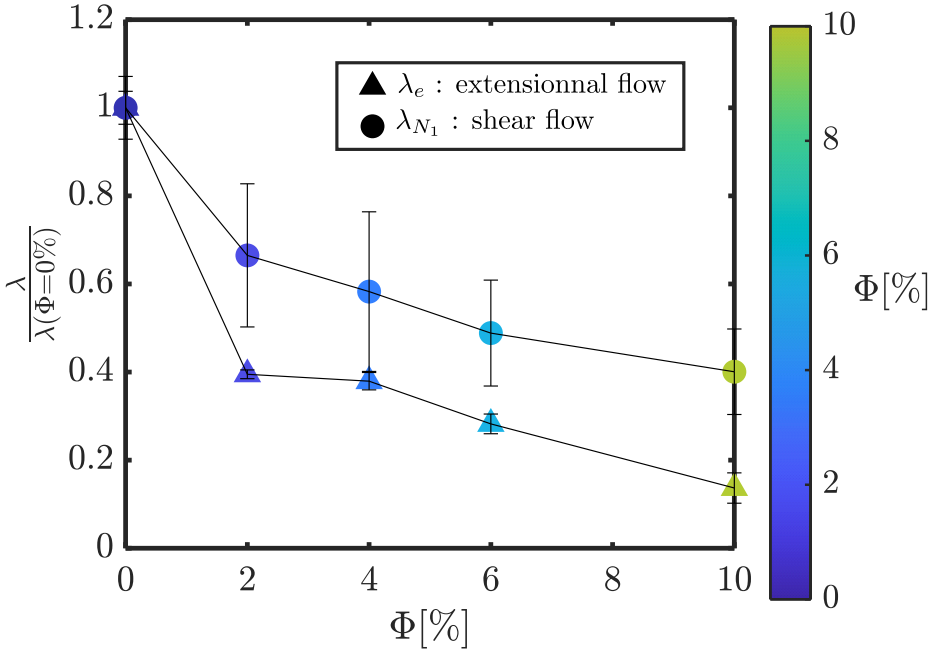


Figure 6. Relaxation time as a function of the particle volume fraction Φ in shear (circles) and extensional (triangle) flows. Error bars represent the standard deviation from three repeated measurements for shear flow and between 3 and 9 for extensional flow.

$\Phi(\%)$	$\mu(Pa.s)$	β	$\lambda_{N_1}(s)$	$\lambda_e(s)$	$\mathcal{E}_{\text{shear}}$	$\mathcal{E}_{\text{elong.}}$	$\mathcal{R}_\Phi$	$\mathcal{R}_f$	$\mathcal{S}_t$
0	0.026	0.056	0.903	0.518	8.87	5.09	0.0264	103.2	0.00587
2	0.028	0.053	0.600	0.208	6.25	2.13	0.0245	95.8	0.00545
4	0.031	0.047	0.526	0.196	6.19	2.31	0.0215	83.8	0.00477
6	0.036	0.041	0.441	0.146	5.95	1.97	0.0191	74.5	0.00424
10	0.043	0.034	0.362	0.071	5.76	1.13	0.0160	62.4	0.00355

Table 2. Rheological viscoelastic suspensions properties, viscosity ratio $\beta = \mu_p/\mu = \mu_p/(\mu_s + \mu_p + \mu_\Phi)$ and dimensionless associated numbers: $\mathcal{R}_\Phi = \frac{\rho\dot{\gamma}d_p^2}{\mu}$, $\mathcal{R}_f = \frac{\rho\dot{\gamma}\delta^2}{\mu}$ and $\mathcal{S}_t = \frac{1}{18}\frac{\rho\Phi d_p^2}{\mu}$. The shear rate used for these calculations is $\dot{\gamma} = 1000s^{-1}$.

3.2. *Steady shear degradation: friction measure*

3.2.1. *Torque behavior during steady shear experiments*

In this first section, the long steady shear experiments performed are analyzed, is order to extract the potential degradation trends for the polymeric solutions as a function of time, shear rate, and particle volume fraction. Degradation is hereinafter monitored trough torque measurement on the inner cylinder only: what is directly measured is the reduction of apparent viscosity, which is deemed to be an effect of polymer chain degradation through scission. Indeed, the polymer contribution to the viscosity, albeit

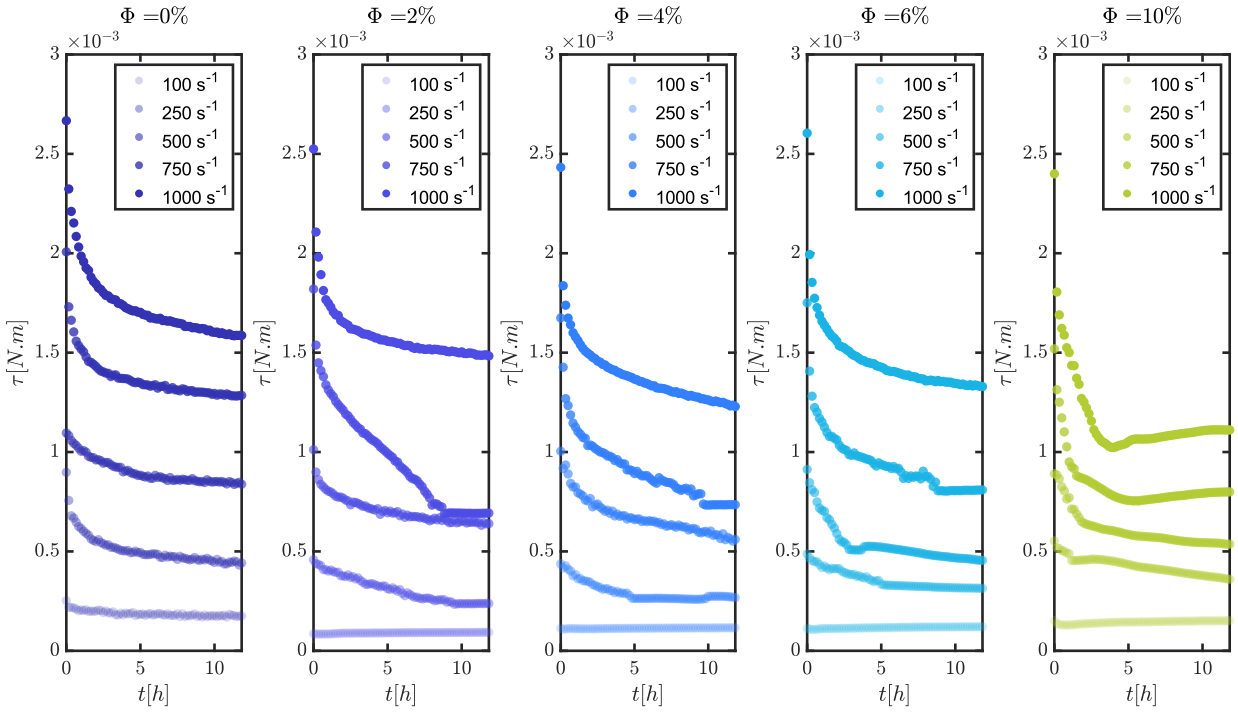


Figure 7. Raw torque measurements obtained during constant shear experiments (protocol (b) of figure 5) for various particle volume fractions. The results are presented with Φ increasing from left to right, with colors corresponding to the color bar in the preceding figures. Each shear rate is represented from lightest to darkest shades.

small, is related to the molecular weight of the polymer chains M_w. Scission of polymer chains leading to a reduction in M_w thus translates into smaller apparent viscosity and torque measured according to the Mark–Houwink law: $\mu = K.M_w^a$ with K and a where K reflects solvent quality and polymer–solvent interactions and a polymer conformation and chain flexibility (Houwink 1940; Hu 2013). It is assumed that this reduction in viscosity through degradation also translates into a reduction in fluid elasticity, since the relaxation time-scale of polymeric fluids (and Boger fluids in particular) can be related to M_w as well (Thimm *et al.* 1999).

Figure 7 displays the 12 hours torque measurements for all 5 particle volume fractions at 5 different shear rates. For the sake of readability, only 1 in 20 experimental point along time is represented. In general, the torque values logically increase with increasing shear rates, but not so much with particle volume fractions, despite particles contributing to increasing the apparent viscosity. This is a first indication that the effect of particle addition into the viscoelastic solvent on the hydrodynamics goes beyond a simple apparent viscosity increase and that specific particle-induced mechanisms are at play. While degradation is clearly negligible at $\dot{\gamma} = 100\ s^{-1}$ regardless of the particle volume fraction, all higher shear rate lead to a visible degradation especially in the early stages of the experiment. The degradation seems to increase, mostly with increasing shear rate, and moderately with increasing particle volume fraction.

The general trend to $\tau = f(\dot{\gamma})$ curves for $\dot{\gamma} > 100\ s^{-1}$ is depicted by the blue curve in figure 8 (case of a particle-free sample sheared at $\dot{\gamma} = 1000 s^{-1}$). From curves of figure 7 and as sketched in figure 8, several Φ and $\dot{\gamma}$-dependent indicators can be extracted. The initial slope, α is determined during a period ranging from t=0 to Δ_t of shearing the fluid, as indicated by the green line, and corresponds to the initial degradation rate as experienced by a fresh fluid sample in the early stages of shear. The final torque value, τ_∞ is represented by the yellow line. It corresponds to the limit torque values reached

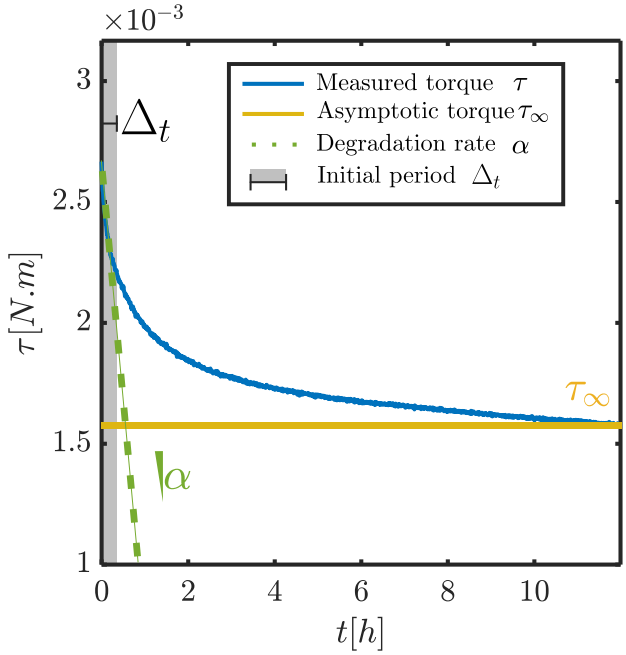


Figure 8. Typical result from a degradation experiment (blue curve) for the example of a particle-free sample sheared at $\dot{\gamma} = 1000s^{-1}$, together with the identification of degradation parameters α and τ_∞.

when time tends to infinity, in other words the ultimate stage of degradation that can be reached at a given volume fraction and a given shear rate. The intersection of these two lines yields a characteristic time (t_c), which broadly divides the torque behavior into two distinct regions, the beginning and the asymptotic degradation. The latter and the former will be discussed in the next subsections.

3.2.2. *Asymptotic degradation*

In figure 9 (a), the asymptotic torque τ_∞ towards which the measurement converges at the end of the experiment, is represented as a function of Φ (absica) and $\dot{\gamma}$ (colorbar). Full lines serve as guide to the eye for the trends with Φ. Figure 9 (b) reports those same τ_∞ value but this time normalized by the laminar torque $\tau_{s+\Phi} = \frac{4\pi r_i^2 h \mu_{s+p} \Omega_i}{1-\eta^2}$ (Martínez-Arias 2015) with μ_{s+p} the polymer-free viscosity (noted as $_{s+p}$ for solvent + particle contribution) of the suspension. This laminar torque value for [solvent + particle] is the theoretical torque for ultimate degraded viscoelastic suspension, as it corresponds to the torque obtained when there is no remaining contribution of the polymer to the viscosity, analog to $M_w \to 0$.

It can be shown that the ultimate degradation after 12 h increases as the particle volume fraction increases, regardless of the shear rates. This suggests that particle addition affects the ultimate degraded state that the suspension can reach, reducing its plateau viscosity (and thus the ultimate torque). From sub-figure 9 (b), one can show that upon increasing Φ, $\tau_\infty \to \tau_{s+\Phi}$. Values represented in this sub-figure are averaged over all shear rates for a given Φ and (with standard deviation as error bars). This can be interpreted as follows: for low Φ, degradation acts in the early stages on large polymer chains (large M_w), smaller polymer chains originating from the breakup of larger ones in turn do not break, leaving sufficiently large asymptotical M_w values with thus a significant polymer contribution to the viscosity and $\tau_\infty > \tau_{s+\Phi}$. Increasing Φ increases the particles' ability to break smaller and smaller polymer chains by reducing the interparticle distance. This reduction increases both the interparticle stress enhancement and the probability of polymer chain breakage. As a result, the terminal M_w is lower, leading to a reduced polymer contribution to the overall viscosity. The latter eventually converges towards its polymer-free value which results in

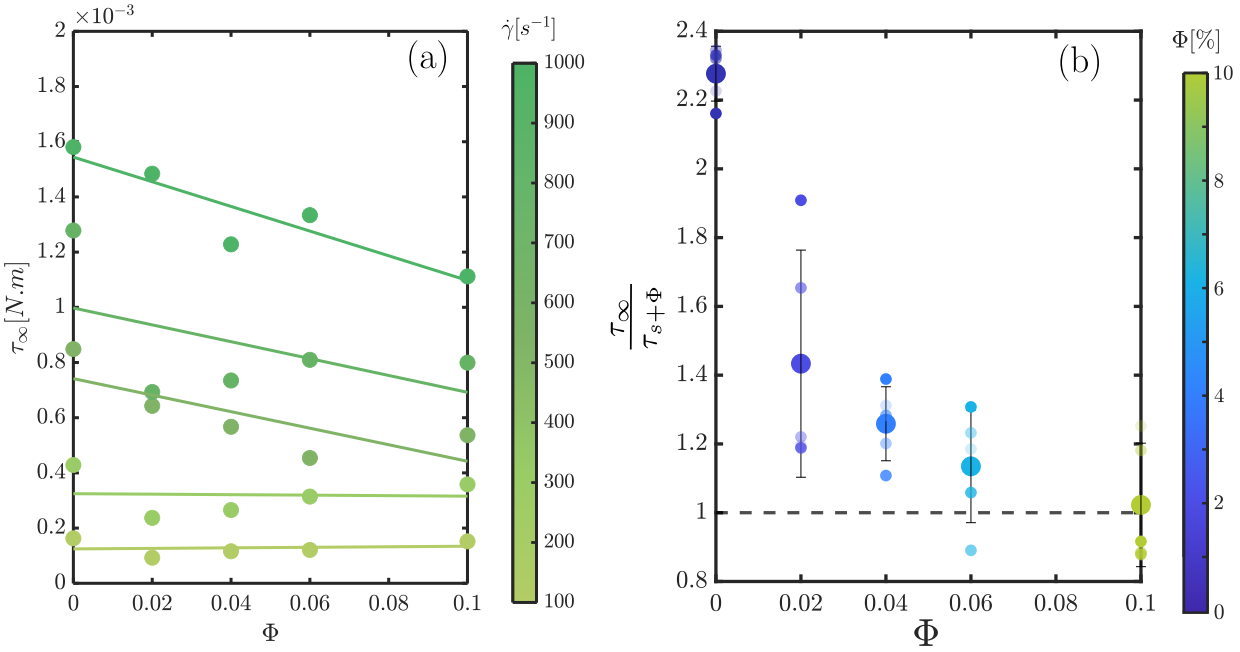


Figure 9. (Left) Asymptotic torque after 12h of shear $\tau_\infty = \tau(t \rightarrow 12h)$ as a function of Φ and $\dot{\gamma}$ (colorbar), with straight lines drawn as guide to the eye for the Φ trends at a given $\dot{\gamma}$. (Right) Asymptotic torque normalized by the laminar torque contribution from solvent and particles $\tau_{s+\Phi} = \frac{4\pi r_i^2 h \mu_{s+p} \Omega_i}{1-\eta^2}$. Black dashed line represents the fully degraded limit. Results are averaged over all shear rates for each Φ and error bars represent the standard deviation of $\tau_\infty/\tau_{s+\Phi}$ across shear rates (represented by smaller markers whose opacity increases with $\dot{\gamma}$).

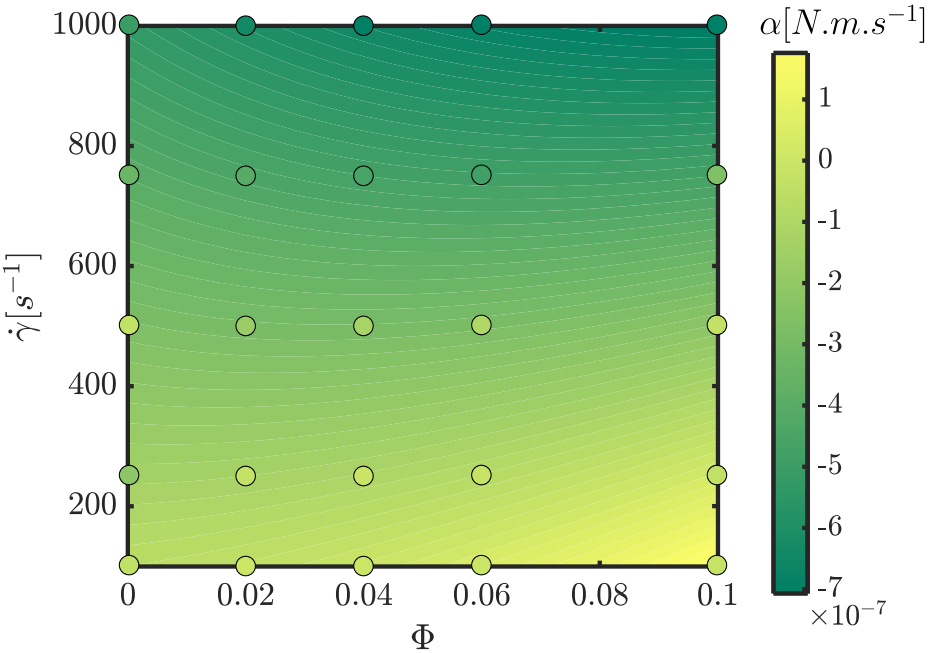


Figure 10. Early degradation rate α (colorbar) as a function of Φ and $\dot{\gamma}$. Circles correspond to experimental points, and the background color map to the continuous model fitted from equation 3.1.

$\tau_{s+\Phi}$. The particle load is thus found to promote ultimate chain scission and asymptotical polymer degradation.

3.2.3. *Degradation rate quantification*

Now considering the early degradation rate α, one first has to determine the Δ_t period over which to assume a linear τ decay and estimate the slope (figure 8). Several Δ_t values were

Coefficient	Associated variable	Value
a	ϕ	1.48e-06
b	ϕ^2	1.56e-05
c	$\dot{\gamma}$	-5.31e-10
d	$\dot{\gamma}^2$	0
e	$\Phi\dot{\gamma}$	-5.17e-09

Table 3. Best-fit coefficients of the selected model.

tested, progressively increasing from $30s$ (corresponding to the duration of a step during ramp-up experiments). The retained Δ_t value is the largest one for which the determination coefficient of the linear fit of $\tau(0 \rightarrow \Delta_t) = f(t(0 \rightarrow \Delta_t))$ stays above 0.9. This yields $\Delta_t = 24.\lambda_{N_1}$ which corresponds to 138 to 213 time the viscous time scale $t_\nu = \frac{\rho\delta^2}{\mu}$. α values for all fluids and shear rates are reported in figure 10 where the horizontal axis represents the particle volume fraction, the vertical axis the shear rate and the color-scale the magnitude of α in N.m.s^{-1}. Experimental data points are represented as colored circles. The background color illustrates a continuous model fitted according to the following equation:

$$\alpha(\Phi, \dot{\gamma}) = f(\Phi, \dot{\gamma}) = a\Phi + b\Phi^2 + c\dot{\gamma} + d\dot{\gamma}^2 + e\Phi\dot{\gamma} \tag{3.1}$$

The fitting parameters obtained are reported in table 3. Both Φ and $\dot{\gamma}$ parameters play a role in defining α. The non negligible quadratic behavior in Φ stresses a non-linear effect of the particle concentration which may be a consequence of a shift from the dilute to semi-dilute regime. The Φ^2 dependence of α echoes the nonlinear dependency of rheological properties on particle concentration (Krieger & Dougherty 1959). Finally, the e constant is non negligible, which suggest a non linear coupling between both parameters. Beyond discussing the relative impact of Φ and $\dot{\gamma}$ on the early degradation rate, equation 3.1 also provides a continuous model for α, that can be evaluated at any Φ or $\dot{\gamma}$ value, which opens the door for an attempt at modeling the degradation dynamics along a ramp-up experiment. This is the purpose of section 3.3 below.

3.3. *Torque drop in ramp-up experiments*

3.3.1. *Torque and friction properties*

In this section, focus is made on a ramp-up protocol as described in section 2.3 and figure 5, during which $\dot{\gamma}$ is progressively increased from 1 to $1405s^{-1}$ in $\delta_t = 30s$ and $\delta_{\dot{\gamma}} = 2s^{-1}$ steps. The aim is to investigate whether the torque dynamics reported for EID by Carré *et al.* (2024), and in particular the TD behavior in which the torque curve "drops" below its laminar Circular Couette Flow trend, can be understood and modeled from the polymer degradation perspective.

The results for torque, τ values as a function of $\dot{\gamma}$ during ramp-up experiments are reported in figure 11. The results are qualitatively similar to the ones obtained by Carré

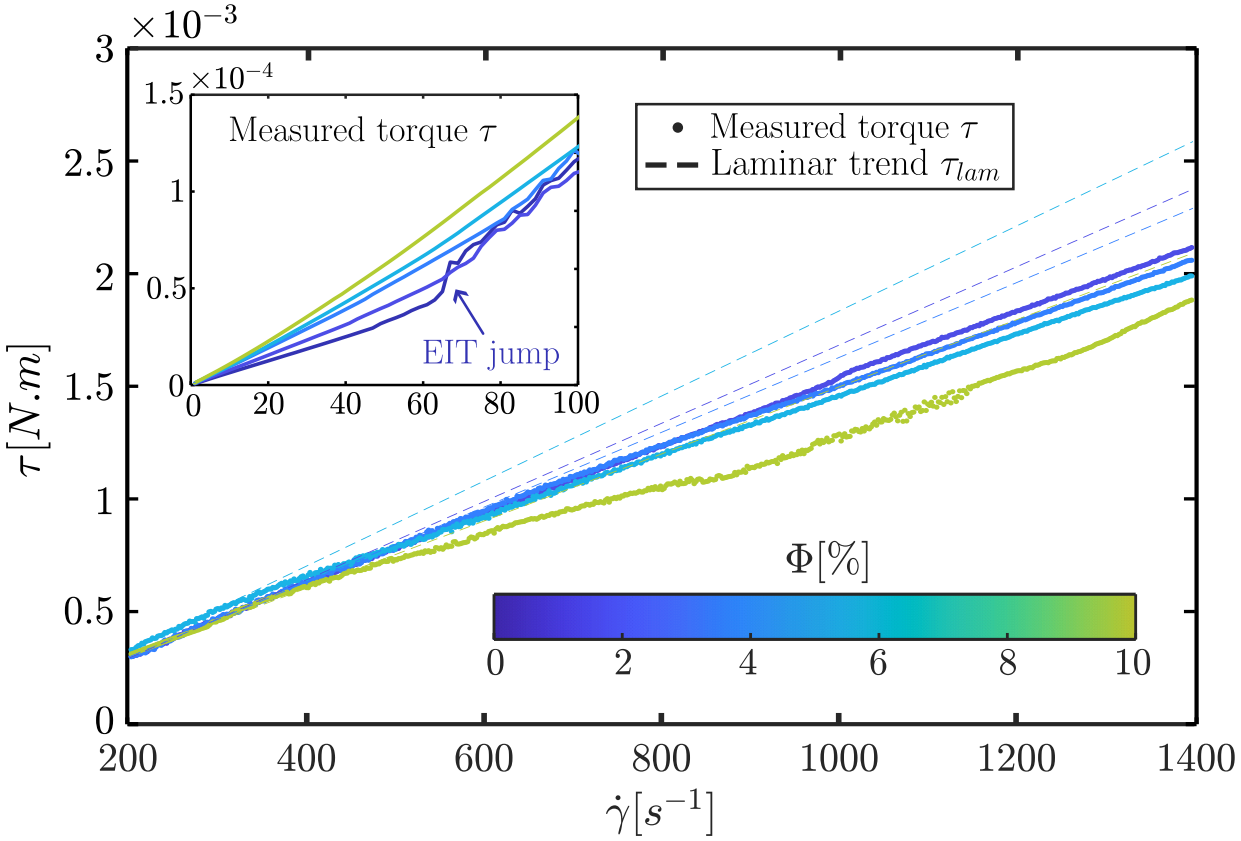


Figure 11. Measured torque (points) as a function of shear rate for various particle concentrations (Φ = 0% to 10%), with the corresponding laminar trend for each curve (dashed lines). Sub-figure shows measured torque for lighter shear rates (represented in full lines for a better visibility).

et al. (2024), in that for $\Phi < 6\%$ the laminar trend is followed by a torque jump at the onset of EIT, after which the torque keeps increasing following a trend close to the pre-jump one. For $\Phi \geq 6\%$, no torque jump is reported and the measured gradually drops below the laminar trend.

Several notable difference from the results of Carré *et al.* (2024) are yet important to point out. Firstly, considering the viscosity of the present working fluids, the transition to EIT or onset of EID are reported at $\mathcal{R}$ values much smaller (of about $\mathcal{R}$ = 5 to 25) than those reported in Carré *et al.* (2024). This interpreted to be due to the much higher elastic number values (5 to 8) compared to the ones discussed in Carré *et al.* (2024) (0.5 to 2). Secondly, following the first point and as from the fluid properties, a relatively large shear rate range is allowed for the low Φ fluids to experience prior to the onset of EIT, range in which sensible drop from the laminar torque trend also begins to appear, resulting in the post-jump measured torque to still be below the laminar trend. Moreover, after the onset of EIT, the $\tau = f(\dot{\gamma})$ slope is also slightly lower than its initial laminar state value, not identical as was reported in Moazzen *et al.* (2023). This suggests that the TD effect may not only be an EID signature but may instead be an underlying effect of any ramp-up of viscoelastic suspensions, more or less pronounced depending on Φ: exactly as is degradation.

In order to further investigate the evolution of torque with increasing inertia, the friction coefficient (quantifying drag on the inner cylinder) of the presented experiments is compared with those obtained for purely viscoelastic solutions and Newtonian suspensions previously tested in the same apparatus using a similar solvent.

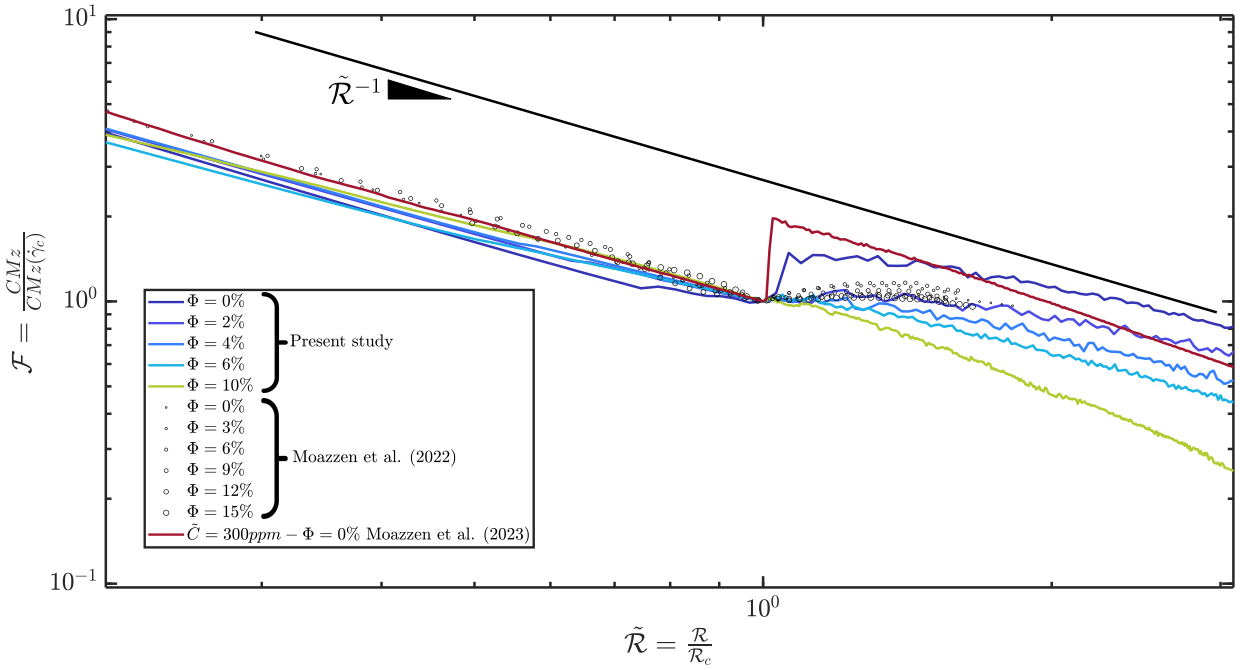


Figure 12. Normalized friction coefficient as a function of the Reynolds number. For each curve, the normalization was performed by dividing the friction coefficient by its corresponding value at the critical shear rate, $\dot{\gamma}_c$.

The friction coefficient CMz is scaled by its value at the onset of the secondary flow state (EIT, EID, or TVF) such that $\mathcal{F} = \frac{CMz}{CMz(\dot{\gamma}_c)}$, with $CMz = \frac{\mathcal{N}}{\mathcal{R}}$ and $\mathcal{N} = \frac{\frac{\tau}{2\pi h\mu^2/\rho}}{\frac{2\eta\mathcal{R}}{(1+\eta)(1-\eta)^2}}$. This quantity is plotted as a function of the Reynolds number, scaled similarly as $\tilde{\mathcal{R}} = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}(\dot{\gamma}_c)} = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_c}$. Figure 12 compares the results of the present study with those reported by (Moazzen *et al.* 2023) for a particle-free viscoelastic solution and by (Moazzen *et al.* 2022) for suspensions with different particle concentrations in a Newtonian solvent. Viscoelasticity has a stronger impact on the friction coefficient than the presence of particles. In a Newtonian fluid, adding particles does not significantly modify the friction coefficient; instead. It mainly affects the onset of Taylor vortex flow (TVF), where the particle concentration plays a role in the triggering of this instability, but the trend of the scaled quantities $\mathcal{F}$ and $\tilde{\mathcal{R}}$ remain similar. In contrast, in viscoelastic fluids, particle addition either promotes (EIT) or inhibits (EID) secondary flows, which leads to drastically different drag behaviours. Overall, the effect of particles on the friction coefficient is primarily linked to the triggering of instabilities, which can be either enhanced or suppressed depending on the flow conditions.

3.3.2. *Degradation-based modeling of torque during a ramp-up experiment*

In order to investigate the degradation effects during ramp-up experiments, data from figure 11 is reshaped in the following way. Firstly, for $\Phi < 6\%$ cases where EID is reported and no torque jump or EIT are evidenced (Carré *et al.* 2024), the laminar trend $\tau_{lam}(\dot{\gamma}, \Phi)$ is obtained by linearly fitting the ramp-up torque curve on the early stages of the experiment. This trend is then subtracted to the raw torque signal in order to obtained a degradation signal: $D_{real}(\dot{\gamma}, \Phi) = |\tau(\dot{\gamma}, \Phi) - \tau_{lam}(\dot{\gamma}, \Phi)|$ (where D_{real} would typically be negative without the absolute value). Secondly, while EID is not strictly speaking reported for the two case where $\Phi < 6\%$, those will also be considered with a minor twist in the data analysis procedure: τ_{lam} is either taken as the linear trend of the early times of the experiment, or as this linear trend shifted upwards by the torque jump magnitude once this torque jump is

reached, after the onset of EIT. This process allows to detect if any degradation also occurs while into the EIT regime, where the trend for $\tau = f(\dot{\gamma})$ is also expected to be linear and of a similar slope than pre-onset of EIT from Moazzen *et al.* (2023).

A cumulative degradation model is then computed, using the data from steady shear-degradation experiments reported in section 3.2.1 and complied into the α model of equation 3.1, using the following steps:

- Firstly, the degradation for each $\dot{\gamma}$ step performed during the ramp-up experiment is computed as

$$D_{step}^{raw}(\dot{\gamma}, \Phi) = |\alpha(\dot{\gamma}, \Phi).\delta_t| \tag{3.2}$$

  The use of α at this step implies that the accuracy of the degradation prediction will be good for the first few steps of the ramp-up experiments, where the fluid is expected to behave as a fresh fluid and respond with its initial degradation rate α. However as the ramp-up experiment unfolds, the fluid will accumulate a significant shear-history, and as can be see from figure 7, this will likely result in milder degradation rates, hence the need to introduce a degradation attenuation parameter over time.

- The second step serves the latter purpose, such that

$$D_{step}(\dot{\gamma}, \Phi) = D_{step}^{raw}(\dot{\gamma}, \Phi).A(t(\dot{\gamma})) \tag{3.3}$$

  The attenuation function is taken as $A(t) = exp(-t.k_c)$ such that $A(0) = 1$ and $A \rightarrow 0$ for $t \rightarrow 12\ h$. The choice of this exponential attenuation is justified by the exponential shape of the torque curves in figure 7.

- The value of k_c in the above attenuation function is selected by differentiating the torque curves from figure 7, plotting $\partial_t \tau = f(t)$, fitting that curve with an expression of type $\partial_t \tau = \alpha.exp(-t.k_c)$ for all experiments (all Φ and $\dot{\gamma}$) and averaging over k_c values.

- Finally, the cumulative degradation along the ramp-up experiment is computed as

$$D_m(\dot{\gamma}, \Phi) = \sum_0^{\dot{\gamma}} D_{step}(\dot{\gamma}, \Phi) \tag{3.4}$$

  where $\dot{\gamma}$ denotes the history of encountered shear rate along the ramp-up process.

Figure 13 (a) shows the curves for D_{real} (measured) and D_m (model) as a function of $\dot{\gamma}$ for ramp-up experiments at four non-zero Φ values. The model trend agrees remarkably well with the experimental data. No significant degradation occurs at the lower $\dot{\gamma}$ values, which is expected from the very low α values reported in this range. The degradation becomes significant at $\dot{\gamma}$ around 300 to 400 s^{-1} and progressively increasing, at a rate which reduces from 800 or 900 s^{-1} and onward (mostly visible for the 10% on the experimental data). The latter flattening of the D_{real} curve can be interpreted using the D_m model as an effect of the attenuation degradation introduced by function A: the α increase with increasing shear rate (figure 10 is compensated by a decrease in degradation rate visible in figure 7 and expressed in A, thus leading to a reduction of the D_{real} slope).

It should be emphasized that the computation of D_m does not involve any free fitting parameter: all steps are based on direct measurement of the steady-shear degradation response and on empirical modeling of the latter through equation 3.1 and attenuation function A. It is thus remarkable that the model matches the experiments quite well both in trend but also in magnitude of the torque reduction. This indicates that polymer degradation

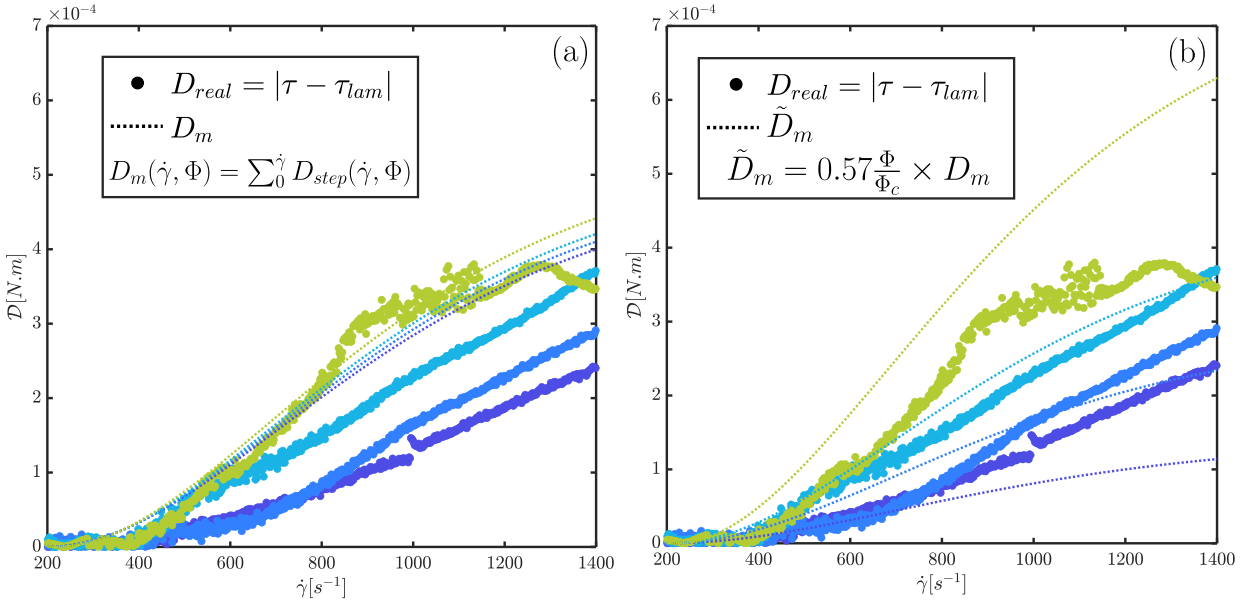


Figure 13. a) Measured degradation $D_{real} = |\tau - \tau_{lam}|$ (dots) as a function of $\dot{\gamma}$ and of the particle volume fraction (color), during a ramp-up experiment (protocol a from figure 5), compared with the degradation model D_m from equation 3.4. b) same data as in a (circles) compared to a rescaled model $\tilde{D}_m$ from equation 3.5.

is indeed at place during ramp-up, and a key mechanisms responsible for the TD behavior which is a salient feature of EID.

An interesting observation can be made on the $\Phi = 2\%$ and $\Phi = 4\%$ cases, for which EIT and a torque jump where evidenced (thus would not be labeled as EID in the definition of Carré *et al.* (2024)). There and taking τ_{lam} as the post-jump laminar trend, degradation (non-zero D_{real} values) is still reported and the degradation trend resembles that evidenced during EID at higher Φ cases. This shows that polymer degradation is a mechanism that can apply to both EIT and EID, and thus not necessarily at the origin of the absence of EIT or the existence of EID. This point will be further discussed in paragraph 3.5.

While the D_m model is also able to predict that degradation increases with increasing Φ, a much weaker Φ influence is modeled as compared to the measured the ramp-up data. This can be easily understood looking at figure 7 or 10, where it appears that the measured α dependency on Φ is much weaker than on $\dot{\gamma}$ which translates into computed D_m quite similar across the Φ range at a given $\dot{\gamma}$. The fact that the experimental curves spreading across Φ is greater implies that there might be additional Φ-related effects responsible for the torque dynamics and not captured by the degradation model. In figure 13 (b), the D_m curves from figure 13 (a) are rescaled such that

$$\tilde{D}_m = 0.57\frac{\Phi}{\Phi_c}.D_m \tag{3.5}$$

with Φ_c a critical volume fraction for the switch from EIT to EID behaviors estimated at $\Phi_c = 4.04\%$ (see next paragraph), and 0.57 an constant empirically determined to ensure best match with the D_{real} data across all Φ. A linear Φ based correction to the degradation model thus appears to lead to a good description of the experimental degradation data. The physical mechanism for this extra Φ dependency are still to be determined, but could find their origin in reversible particle-polymer interactions (see section 3.5) or elasticity induced particle migration (Clarke & Davoodi 2024).

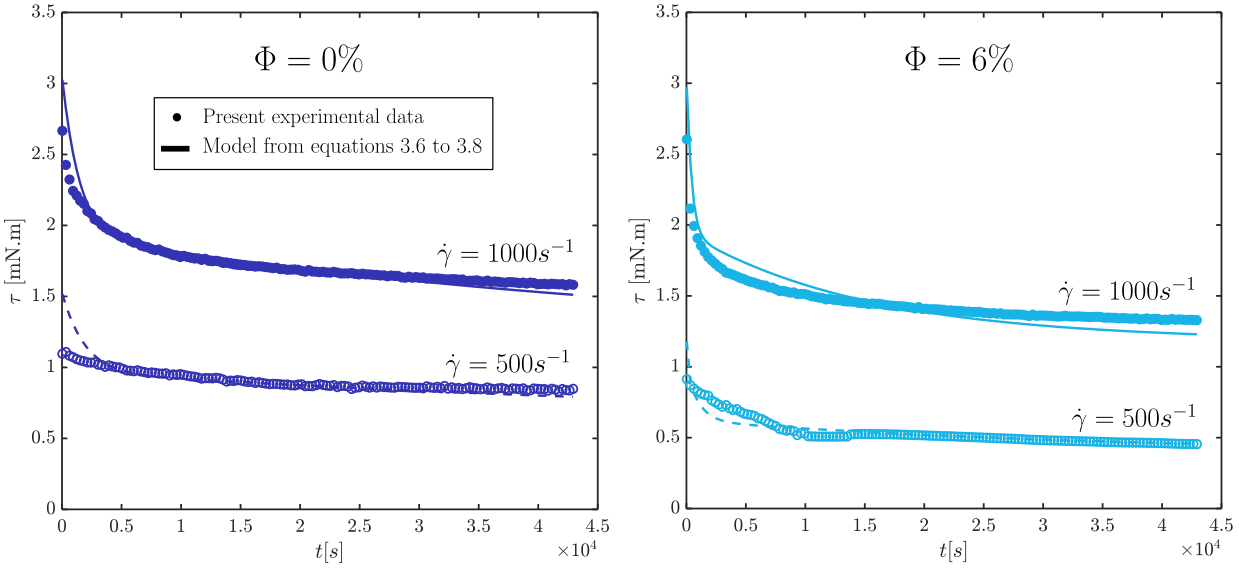


Figure 14. Present experimental data (markers) for some selected experiments, fitted by the polymer scission model adapted from Vonlanthen & Monkewitz (2013) (dashed lines). Chosen cases are $\Phi = 0, 6\%$ (left and right sub-plots, respectively) and $\dot{\gamma} = 500, 1000s^{-1}$ (top and bottom curves, respectively).

606

3.4. *Mechanistic scission model for degradation*

Before addressing what those potential additional interactions could be, further insight into the shape of the torque curves reported during steady-shear experiments (section 3.2.1) can be gained by considering a mechanistic polymer chain scission model, as proposed by Vonlanthen & Monkewitz (2013) in the context turbulence generation by grids in the channel flow of polymeric solutions. They assumes that at each lap made by the fluid in the circuit, a polymer chain encountering the grid was subject to scission and broken into two halves. Although this degradation model is conceptual and discrete in time, it was found to match quite well the measured drag reduction properties. Here, polymer chain scission in the Taylor–Couette cell can be analogously modeled as a halving of the chain length at each revolution, or continuously as a function of time. Writing $M_w(t)$ as the time varying apparent molecular weight of the solution, and M_w^0 the initial, unbroken, molecular weight, the model assumes that mechanical tearing of the original molecules produces on average molecules with $\frac{M_w^0}{2}$ which in turn are torn into pieces of $\frac{M_w^0}{2^2}$, etc. The mass fractions m_i of polymers with molecular weight $\frac{M_w^0}{2^i}$ are modeled by the cascade:

$$\begin{aligned} m_i &= e^{-a\times t}, \quad i = 0; \\ m_i &= \left[1 - \sum_{j=0}^{i-1} m_j\right] e^{-a\times b^i \times t}, \quad i > 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

where a and b are model parameters accounting for the temporal dynamics of the degradation, the rate $a \times b^i$ becoming progressively smaller with i. The apparent molecular weight is then modeled as:

$$M_w(t) = M_w^0 \times \sum_{i=0}^{\infty} \frac{m_i}{2^i} \tag{3.7}$$

Model parameters obtained for each cases shown in figure 14 are summarized in table 4. In practice, about 100 modes are found sufficient to properly describe the scission dynamics.

Case	γ	K	a	b
$\Phi = 0\%$, $\dot{\gamma} = 500s^{-1}$	0.65	5.10^{-3}	0.65	0.03
$\Phi = 0\%$, $\dot{\gamma} = 1000s^{-1}$	0.65	5.10^{-3}	0.86	0.03
$\Phi = 6\%$, $\dot{\gamma} = 500s^{-1}$	0.65	5.10^{-3}	38.22	0.03
$\Phi = 6\%$, $\dot{\gamma} = 1000s^{-1}$	0.65	5.10^{-3}	2.90	0.03

Table 4. Scission model parameters (equations 3.6, 3.7, 3.8) obtained for four cases: $\Phi = 0 - 6\%$, $\dot{\gamma} = 500 - 1000s^{-1}$.

From $M_w(t)$, one can estimate the apparent viscosity with:

$$\mu(t) = K \times M_w(t)^{\gamma} \tag{3.8}$$

where γ denotes the quality of the solvent. Best fit is found with $\gamma = 0.65$ across all experiments performed. Finally, the torque is computed as $\tau \sim \mu$ in laminar flow, with a proportionality constant set by the Taylor-Couette Geometry. The model is fitted onto the measured torque curves for selected runs, using a least square fitting algorithm. This results are shown in figure 14.

This curve shows that the model proposed by Vonlanthen captures well the temporal (or shear-dependent) dynamics of polymer chain degradation. The fitted values for the b constant are found to stay approximately identical across all cases tested, with $b \simeq 0.03$, while the a values depend on the considered case and is determined through fitting the model to the experimental data. However, adding particles remains a challenge to the model. While the a values would tend to increase with increasing Φ thus confirming stronger degradation, the major effect of particles addition is alters the torque reduction dynamics, leading to a poorer agreement with the model. This indicates that for $\Phi \neq 0\%$, the assumption that a polymer chain break continuously under shear-rate effect is no longer valid. The model would therefore need to be complemented by additional physical mechanisms, such as those discussed in this work: inter-particle distance effects as discussed in the next section, or even polymer adsorption in the presence of particles (see appendix C), migration effects, etc.

3.5. *Origin of the critical particle volume fraction*

As discussed above, although polymer degradation does seem to be enhanced by particle addition, it is difficult to extract from the previous data a critical particle volume fraction above which degradation would be sharply enhanced as compared to more dilute cases, and hence to formally ascribe the absence of EIT to polymer degradation effects. Moreover, the fact that torque degradation dynamics are also observable in EIT cases suggest that while polymer degradation can be deemed as a dominant factor of the high shear rate torque drifting behaviors, it is not necessarily accompanied by an absence of elasto-inertial instabilities. In this section, results from Carré *et al.* (2024) and the present work will be revisited from the perspective of interparticle distance and particle-polymer interactions.

Considering a suspension at a given particle volume fraction Φ and with a given particle diameter d_p. The volume of a single particle is $V_1 = \frac{\pi d_p^3}{6}$ and the total number of particles

in the fluid is $N = \frac{\Phi V_{tot}}{V_1} = \frac{6\Phi V_{tot}}{\pi d_p^3}$. $V_{cell} = \frac{V_{tot}}{N} = \frac{V_1}{\Phi} = \frac{\pi d_p^3}{6\Phi}$ is then the volume of the fluid cell including a single particle. Assuming homogeneous particle distribution, the average inter-particle distance (center-to-center) can be computed as $l : l = V_{cell}^{\frac{1}{3}} = (\frac{\pi d_p^3}{6\Phi})^{\frac{1}{3}}$. The inter-particle distance (surface-to-surface) can thus be expressed as:

$$\delta_s = l - d_p = (\frac{\pi d_p^3}{6\Phi})^{\frac{1}{3}} - d_p \tag{3.9}$$

Now considering the characteristics of the polymer chains used in both studies, HPAM, those are an assembly of monomers themselves made of two groups, C_3H_5NO of molecular weight 71.08 $g\ mol^{-1}$, and $C_3H_4O_2$ of molecular weight 72.06 $g\ mol^{-1}$, with a 30% hydrolysis degree. The resulting monomer molecular weight is $M_{\text{monomer}} = 71.37\ g\ mol^{-1}$, while the chain molecular weight is $M_w = 15.10^6\ g\ mol^{-1}$. The approximate number of monomers per chain is thus: $\tilde{N} = \frac{M_w}{M_{\text{monomer}}} \simeq 2.1 \cdot 10^5$. Estimating the size of the monomer a using its molecular structure, one gets $a = 3.08.10^{-10} m$. Considering now that the maximum extension length of the polymer chains when completely unfolded is simply the size of a monomer a multiplied by the number of monomers in a chain $\tilde{N}$, one gets $L_m = a.\tilde{N} \simeq 64\ \mu m$ here.

Reversing equation 3.9, it is possible to estimate a critical volume fraction above which the inter-particle distance (surface-to surface) drops beyond a given minimum value. Using L_m as this minimum value yields $\Phi_c = \frac{\pi d_p^3}{6(L_m + d_p)^3} = 4.04\%$ (as graphically illustrated in figure 15). Further taking into account polydispersity effects (of polymers and particles) as detailed in appendix in section B allows to estimate a confidence interval for this Φ_c value which is represented as the shaded area in figure 15 and corresponds to $\Phi_c = 4.04 \pm 1.29\%$. The polymer polydispersity is taken from the supplier's datasheet, while that of the particles is estimated from granulometry measurements on a representative sample, which gives a standard deviation of $7.02.10^{-6} m$ on the particle size represented as dashed lines in figure 15.

In other words, above $\Phi_c = 4.04 \pm 1.29\%$ the interparticle distance is such that it prevents polymer chains from elongating to their maximum length L_m, as pictures in figure 1, thus inhibiting part of their ability to store energy elastically, which is the essence of the viscoelasticity instability mechanism (Larson 1992). This critical concentration value over which elastic instability mechanisms are expected to be alleviated is strikingly close to the one for which a shift from EIT to EID behaviors is observed.

Interestingly, a very similar behaviour was reported in the Direct Numerical Simulation study of particle-laden viscoelastic channel flows by Rosti & Brandt (2020). In this different flow context, the authors clearly show that polymer chain stretching is limited and constrained by the presence of rigid particles. This was found to significantly inhibits viscoelastic effects, notably drag reducing properties. Moreover, the authors identify a critical particle volume fraction at around $\Phi \simeq 5\%$, quite similar to the one reported in the present study, and also close to critical volume fractions found by (Zhang & Shaqfeh 2023) for the modification of the PIFS around particles in simple shear flows. This suggests that this viscoelastic response suppression by inhibition of elongation would not be specific to the present configuration and may also occur in other geometries and for other polymer–particle systems beyond those investigated in this work.

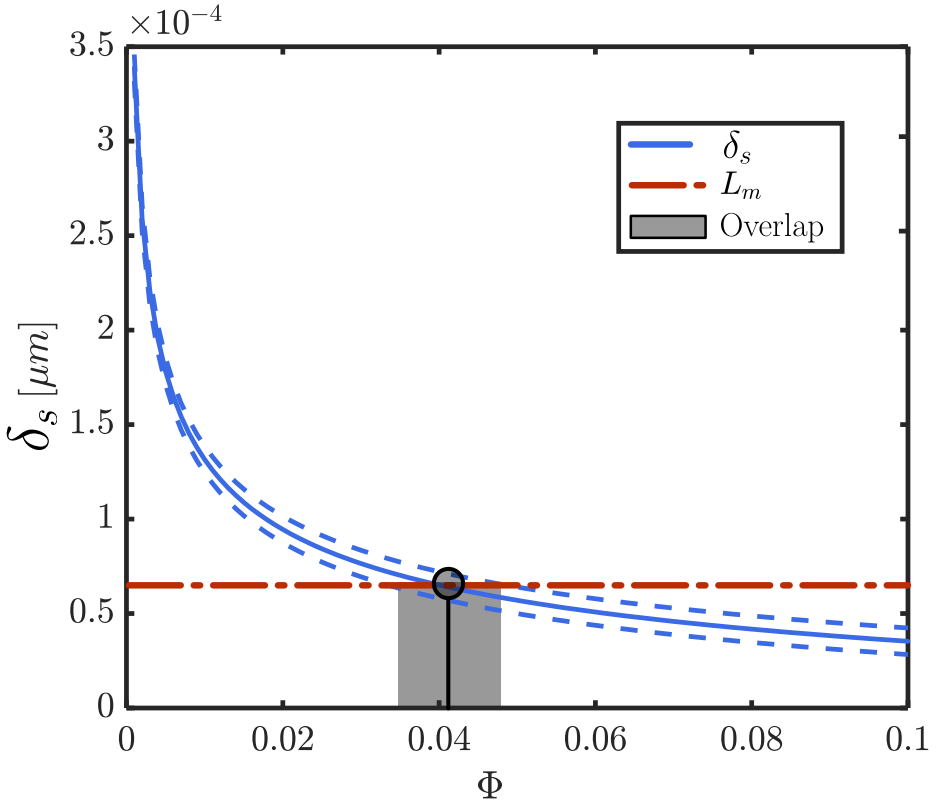


Figure 15. Inter particle surface distance δ_s as a function of the particle volume fraction Φ (blue continuous line), and maximal polymer chain length L_m (dashed red line). The dashed blue lines correspond to the standard deviation of δ_s expected from propagating the realistic distribution of particle diameters d_p into equation 3.9.

4. Conclusion

In this study, we experimentally investigated the Tayor-Couette flow of particle-laden Boger fluids through the lens of particle-polymer interactions and their effects on friction dynamics. The viscosity of these suspensions was systematically measured and compared against numerical predictions, allowing for a critical assessment of the agreement between experimental observations and theoretical models (Matsuoka *et al.* 2021). Elasticity was quantified through the relaxation time of each fluid using two complementary methods (shear and extensional relaxation) revealing consistent trends but distinct values due to the nature of the elastic response. The shear flow behavior was analyzed in the Taylor-Couette setup, beginning with steady shear experiments to elucidate the influence of shear on degradation and the ensuing viscosity variation with time. Key parameters, such as the asymptotic torque and the initial degradation rate quantification, were extracted from these measurements. Our findings demonstrate that particle loading increase ultimate chain scission and asymptotic polymer degradation, and accelerate the degradation process. A mechanistic polymer chain scission model as proposed in Vonlanthen & Monkewitz (2013) was found to well capture the torque decrease dynamics in particle-free fluids, but not in particle-laden fluids, suggesting that the polymer chain-scission is no longer dominated by mean shear in such fluids. A bi-parameter empirical model was proposed for the linear early degradation rate α, function of the shear rate and particle volume fraction. This was used as the basis for a cumulative degradation model, aimed at describing the torque evolution measured during a ramp-up experiment. The latter process allowed to recover the torque drop trend previously uncovered in Carré *et al.* (2024) and suggests that polymer degradation is indeed an underlying mechanisms of what labeled as EID, but also arises together with EIT. Moreover, the model fails to capture the strong dependency of the torque

drop behavior and EIT-EID transition on the particle volume fraction. Finally, we estimated and compared interparticle distances with maximum polymer chain length. Our analysis identifies a critical volume fraction, $\Phi \simeq 4\%$, at which the polymer chain length equals the interparticle distance. This threshold lies squarely between the dilute regime (where elasto-inertial turbulence (EIT) persists) and the onset of elasto-inertial dissipation (EID) Carré *et al.* (2024).

In Carré *et al.* (2024), the EID behavior was identified as a combination of suppressed elasto-inertial transitions and reduction in inner cylinder friction, or torque drop. While the data pointed out at polymer-particle interactions as the origin of such a behavior, it was unclear what the exact mechanisms could be. This work indicates that polymer degradation does occur in the investigated contexts, but that it can not be deemed solely responsible for (i) the absence of EIT and (ii) the full ramp-up dynamics. Indeed, degradation models fail to capture the strong Φ-dependency of the torque drop trends and does not allow to identify critical any critical particle volume fraction in the semi-dilute regime. Reversible particle-polymer interactions also seem to be at play, such as an inhibition of the polymer chain elongation upon reducing inter-particle distance (increasing Φ), which phenomenologically captures the critical concentration for the EIT-EID shift, while other physical mechanisms may not (migration, adsorption - see appendix C), although further investigations are still required to fully identify the mechanisms at play in the flow of such suspensions.

In future studies, measuring degradation through a ramp-down protocol (deceleration of the inner cylinder) would allow one to assess the influence of the fluid's prior degradation history and how it affects the nature of the bifurcation, offering valuable insight into the mechanisms involved. Future investigations with various polymer initial molecular weight, particle size distribution, and polymer-solvent matrix could help unravel the universality of the EID behavior and the underlying role of polymer degradation or additional particle-polymer interactions play in it.

The above conclusions further stress the need to develop local micro-rheology experimental methods, which would allow to directly probe local fluid stress and polymer conformation/elongation in viscoelastic fluids, in particular in the vicinity of particle. To date, this information is only accessible to numerical simulations (Zhang & Shaqfeh 2023).

The main conclusion of this work is that while polymer chains do break, thereby impacting the measured flow friction properties, chain scission dynamics in particle laden fluids differs from that of particle-free fluids and degradation alone does not fully explain the physical mechanisms underlying EID. As an extension of this work, Particle Image Velocimetry (PIV), performed with refractive index matching while preserving the fluid properties (same range of elasticity and viscosity, Boger fluid, isodense suspension), would allow a more detailed investigation of the internal flow structures. Such measurements could potentially reveal particle–particle or particle–elasticity interactions that, to the authors' knowledge, have not yet been observed.

Funding

This work was funded by the French National Research Agency (ANR-22-CE05-0017-01).

Declaration of interest

The authors declare no conflict of interest.

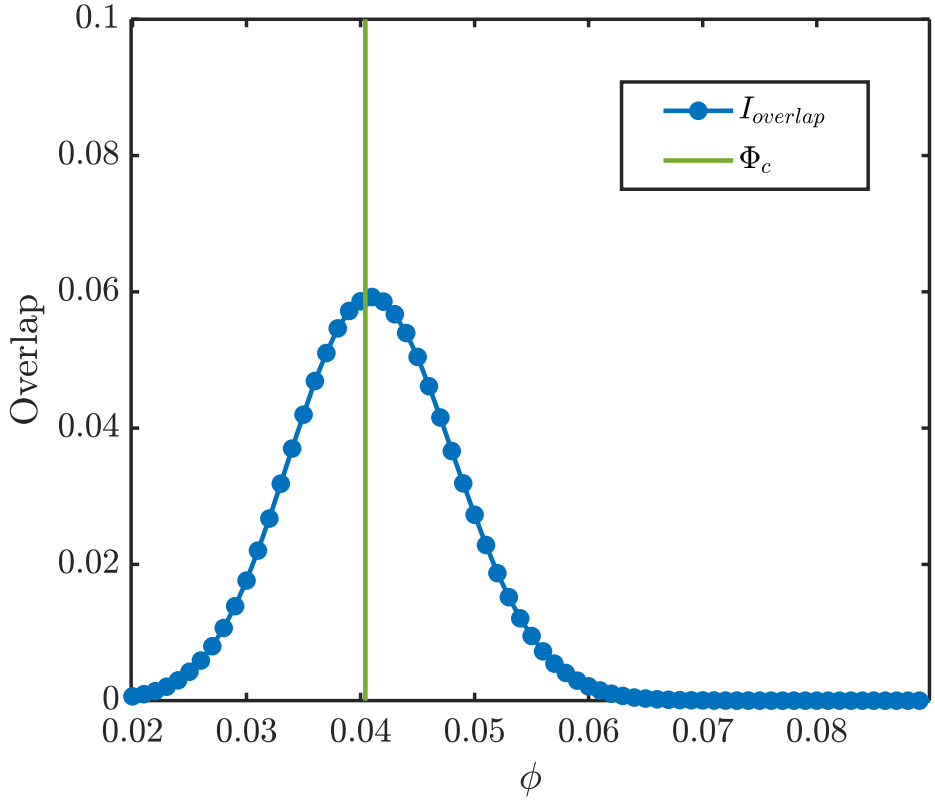


Figure 16. Probability overlap between inter-particle distances (δ_s) and fully extended polymer chain lengths (L_m), highlighting the critical particle concentration Φ_c (green line).

Appendix A. Brinkman number estimation

In order to estimate if there is a significant viscous heating in our flow, the Brinkman number (Brinkman 1951), denoted $\mathcal{B}$ (comparing heat flux due to viscous dissipation and conductive heat transfert) is calculated (White & Muller 2003): $\mathcal{B} = \frac{\mu\Omega^2}{\kappa T_{ref}}$, with Ω the inner cylinder rotational speed in s^{-1}, κ the thermal conductivity in $W\,m^{-1}\,K^{-1}$ and T_{ref} the room temperature in K in absence of thermal source. $\mathcal{B} = \frac{\mu(r_i\Omega)^2}{\kappa T_{ref}}$ with $\Omega = \frac{\delta\dot{\gamma}}{r_i}$. At the highest rotational speed corresponding to strongest viscous heating effects, $\mathcal{B} \sim O(10^{-4}) \ll 1$ indicating that viscous heating effects can be neglected.

Appendix B. Critical volume fraction Φ_c determination

Accounting for non-zero particle polydispersity, the standard deviation of the particle diameter distribution is sought. $\sigma(d_p) = 7.023 \cdot 10^{-6}\ m$ is calculated using a particle size distribution graph obtained from a Beckman Coulter analyzer employing Polarization Intensity Differential Scattering (PIDS). Furthermore, by incorporating the supplier's data for the polymer (including a polydispersity index of 0.8 for the polymer chain lengths) two Gaussian distributions are obtained for these two characteristic sizes, P_Φ and P_{poly}. The superposition of these two Gaussian distributions is represented in figure 16 in blue. This probability overlap therefore indicates that $L_m = \delta_s$ for different particle concentrations. Thus, the critical concentration at which the probability of having $L_m = \delta_s$ is $\Phi_c = 4,04\%$.

Appendix C. Polymer adsorption by particles

C.1. *Depletion number*

The adsorption of polymer chains onto the particles has been considered as a possible hypothesis to explain either the observed decrease in torque over time, the suppression of EIT, or both. We aim to elucidate the question of polymer chain adsorption at the particle surface. Following the model proposed by (Fleer *et al.* 1998), a "Depletion number", $\mathcal{D}_{pl} = \frac{\Gamma_{max} A_{tot}}{\tilde{C}_{init}}$ is introduced. This dimensionless quantity allows one to assess the extent of polymer depletion in the bulk due to adsorption.

$\Phi(\%)$	$\mathcal{D}_{pl}$
0	0
2	0.015
4	0.030
6	0.045
10	0.074

Table 5. Maximal depletion number for each particle volume fraction.

$\Gamma_{max} = \frac{m_{HPAM}}{S^1_{\Phi}}$ denotes the adsorption capacity of a single isolated particle of surface $S^1_{\Phi} = \pi(d_p/2)^2$ and volume $V^1_{\Phi} = \frac{\pi d_p^3}{6}$. $A_{tot} = \frac{A_{abs}}{V_{tot}}$ (m^{-1}) is the surface area available due to the presence of particles per unit volume, $V_{tot} = h\pi(r_0^2 - r_i^2)$ and $A_{abs} = N\pi d_p^2$ where $N = \frac{\Phi V_{tot}}{V^1_{\Phi}}$ is the number of particles. The initial polymer concentration is converted into mg/L: $\tilde{C}_{init} = 300\ ppm \rightarrow \tilde{C}_{init} = 336\ mg/L$.

- If $\mathcal{D}_{pl} \ll 1$, adsorption is negligible.
- If $\mathcal{D}_{pl} \simeq 1$, adsorption is significant but not complete.
- If $\mathcal{D}_{pl} \gg 1$, complete depletion through adsorption is expected.

C.2. *Discussion*

The value of Γ_{max} is difficult to quantify precisely, since it strongly depends on the PMMA surface treatment, polymer molecular weight, solvent quality, temperature, pH, and other physico-chemical parameters. Nevertheless, values typically reported for polymer solutions generally fall within the range $0.1 < \Gamma_{max} < 2\ mg/m^2$ (Fleer *et al.* 1998). In order to estimate the maximum possible value of the Depletion number, we consider the case of stronger adsorption, i.e. $\Gamma_{max} = 2\ mg/m^2$. The quantity $A_{tot} = \frac{S_{tot}}{V_{tot}}$ (m^{-1}) represents the available surface area due to the presence of particles per unit volume. Similarly, $\tilde{C}_{init}$ is expressed in mg/L.

As shown in Table 5, the maximized values of $\mathcal{D}_{pl}$ are significantly smaller than 1, indicating that adsorption is negligible in our system, even when considering the most favorable conditions for this mechanism. Furthermore, the depletion number increases linearly with Φ with no change in trend around $\Phi = 4\%$ suggesting that the EIT-EID transition may not be explained by adsorption.

In order to complete this analysis with experimental input, additional rheological measurements were performed on viscoelastic suspensions after long-term contact between polymers and particles. Viscoelastic fluids initially containing particles (2% and 10%) were left at rest for several months, allowing complete sedimentation, after which the particle-free fluid was extracted and characterized. A significant reduction of the first normal stress difference N_1 is observed, which becomes more pronounced with increasing initial particle concentration. This loss of elasticity suggests that long-term contact with particles alters the polymer contribution to the elastic response, pointing to adsorption mechanisms that may affect the rheological behavior beyond purely hydrodynamic effects. However, as pointed out in Fleer *et al.* (1998), hydrodynamic effects are expected to play a significant role in the effective "gripping" of polymer chains by particles. The additional experiment discussed here was conducted under very different flow conditions (sedimentation versus "high-shear" Taylor–Couette flow), which may explain the observed decrease in N_1 and apparent contradiction with the depletion number conclusions.

Finally, it is well established that adsorption is a very fast, if not instantaneous, process, which is not consistent with the timescale of the observed torque decrease during steady-shear experiments (on the order of one hour).

In conclusion, although partial adsorption in a sample at rest conditions is highly probable, neither the estimated extent of adsorption nor its characteristic timescale appears compatible with the observed suppression of viscoelastic instabilities and associated decrease in torque.

References

Abdel-Alim, A. H. & Hamielec, A. E. 1973 Shear degradation of water-soluble polymers. I. Degradation of polyacrylamide in a high-shear couette viscometer. *Journal of Applied Polymer Science* **17** (12), 3769–3778, _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/app.1973.070171218.

Andereck, C. David, Liu, S. S. & Swinney, Harry L. 1986 Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics* **164**, 155–183.

Bai, Yang, Latrache, Noureddine, Kelai, Fayçal, Crumeyrolle, Olivier & Mutabazi, Innocent 2023 Viscoelastic instabilities of Taylor–Couette flows with different rotation regimes. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* .

Baroudi, Lina, Majji, Madhu V. & Morris, Jeffrey F. 2020 Effect of inertial migration of particles on flow transitions of a suspension Taylor-Couette flow. *Physical Review Fluids* **5** (11), 114303.

Baroudi, Lina, Majji, Madhu V., Peluso, Stephen & Morris, Jeffrey F. 2023 TaylorCouette flow of hard-sphere suspensions: overview of current understanding. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* .

Barth, H. G. & Carlin Jr., F. J. 1984 A Review of Polymer Shear Degradation in Size-Exclusion Chromatography. *Journal of Liquid Chromatography* **7** (9), 1717–1738, _eprint: https://doi.org/10.1080/01483918408068832.

Boger, D. V. 1977 A highly elastic constant-viscosity fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **3** (1), 87–91.

Boulafentis, T., Lacassagne, T., Cagney, N. & Balabani, S. 2023 Experimental insights into elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **381** (2243), 20220131.

Brennen, C. & Gadd, G. E. 1967 Aging and Degradation in Dilute Polymer Solutions. *Nature* **215** (5108), 1368–1370.

Briclot, A., Henry, J.F., Popa, C., Nguyen, C.T. & Fohanno, S. 2020 Experimental investigation of the heat and fluid flow of an Al2O3-water nanofluid in the laminar-turbulent transition region. *International Journal of Thermal Sciences* **158**, 106546.

Brinkman, H. C. 1951 Heat effects in capillary flow I. *Applied Scientific Research* **2** (1), 120–124.

Brust, M., Schaefer, C., Doerr, R., Pan, L., Garcia, M., Arratia, P. E. & Wagner, C. 2013 Rheology of Human Blood Plasma: Viscoelastic Versus Newtonian Behavior. *Physical Review Letters* **110** (7), 078305.

Bushnell, D. M. & Moore, K. J. 1991 Drag Reduction in Nature. *Annual Review of Fluid Mechanics* **23** (1), 65–79.

Calabrese, Vincenzo, Shen, Amy Q. & Haward, Simon J. 2024 How Do Polymers Stretch in Capillary-Driven Extensional Flows? *Macromolecules* p. acs.macromol.4c01604.

Carré, Charles, Lacassagne, Tom, Hani, Nouhaïla El & Bahrani, S. Amir 2026 Mixing efficiency in Taylor-Couette flow of complex suspensions. *Experiments in Fluids* **67** (3), 30.

Carré, Charles, Moazzen, Masoud, Lacassagne, Tom & Bahrani, S. Amir 2024 Elasto-inertial dissipation in particle-laden viscoelastic Taylor–Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics* **997**, A19.

Clarke, Andrew & Davoodi, Mahdi 2024 The movement of particles in Taylor-Couette flow of complex fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* p. 105354.

Dash, Amitosh, Anantharaman, Arjun & Poelma, Christian 2020 Particle-laden Taylor–Couette flows: higher-order transitions and evidence for azimuthally localized wavy vortices. *Journal of Fluid Mechanics* **903**, A20.

David F. James 2009 Boger Fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics* **41** (1), 129–142.

D'Avino, Gaetano, Greco, Francesco & Maffettone, Pier Luca 2017 Particle Migration due to Viscoelasticity of the Suspending Liquid and Its Relevance in Microfluidic Devices. *Annual Review of Fluid Mechanics* **49** (1), 341–360.

Dubief, Yves, Terrapon, Vincent E. & Hof, Björn 2023 Elasto-Inertial Turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics* **55** (Volume 55, 2023), 675–705.

D'Avino, G., Maffettone, P.L., Greco, F. & Hulsen, M.A. 2010 Viscoelasticity-induced migration of a rigid sphere in confined shear flow. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **165** (9-10), 466–474.

D'Avino, G., Snijkers, F., Pasquino, R., Hulsen, M. A., Greco, F., Maffettone, P. L. & Vermant, J. 2012 Migration of a sphere suspended in viscoelastic liquids in Couette flow: experiments and simulations. *Rheologica Acta* **51** (3), 215–234.

Einarsson, Jonas, Yang, Mengfei & Shaqfeh, Eric S G 2018 Einstein viscosity with fluid elasticity .

Einstein, A. 1906 Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Annalen der Physik* **324** (2), 289–306, _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19063240204.

Fardin, M. A., Perge, C. & Taberlet, N. 2014 "The hydrogen atom of fluid dynamics" – introduction to the Taylor–Couette flow for soft matter scientists. *Soft Matter* **10** (20), 3523.

Fazekas, S., Török, J. & Kertész, J. 2007 Critical packing in granular shear bands. *Physical Review E* **75** (1), 011302.

Feldmann, Daniel, Borrero-Echeverry, Daniel, Burin, Michael J., Avila, Kerstin & Avila, Marc 2023 Routes to turbulence in Taylor–Couette flow. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* .

Fleer, G. J., Stuart, M. A. Cohen, Scheutjens, J. M. H. M., Cosgrove, T. & Vincent, B. 1998 General Features of Polymers at Interfaces. In *Polymers at Interfaces*, pp. 27–42. Dordrecht: Springer Netherlands.

Gaillard, Antoine, Gutierrez, Miguel Angel Herrada, Deblais, Antoine, Eggers, Jens & Bonn, Daniel 2023 Beware of CaBER: filament thinning rheometry doesn't give 'the' relaxation time of polymer solutions. ArXiv:2309.08440 [cond-mat, physics:physics].

Graessley, William W. 1980 Polymer chain dimensions and the dependence of viscoelastic properties on concentration, molecular weight and solvent power. *Polymer* **21** (3), 258–262.

Groisman, Alexander & Steinberg, Victor 2004 Elastic turbulence in curvilinear flows of polymer solutions. *New Journal of Physics* **6**, 29–29.

Grossmann, Siegfried, Lohse, Detlef & Sun, Chao 2016 High–Reynolds Number Taylor-Couette Turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics* **48** (1), 53–80, _eprint: https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122414-034353.

Guido, Christopher J. & Shaqfeh, Eric S G 2019 The rheology of soft bodies suspended in the simple shear flow of a viscoelastic fluid - ScienceDirect.

Houwink, R. 1940 Zusammenhang zwischen viscosimetrisch und osmotisch bestimmten Polymerisationsgraden bei Hochpolymeren. *Journal für Praktische Chemie* **157** (1-3), 15–18, _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/prac.19401570102.

Hu, Wenbing 2013 *Polymer Physics: A Molecular Approach*. Vienna: Springer Vienna.

Jain, Anika, Einarsson, Jonas & Shaqfeh, Eric S. G. 2019 Extensional rheology of a dilute particle-laden viscoelastic solution. *Physical Review Fluids* **4** (9), 091301.

Jain, Anika & Shaqfeh, Eric S. G. 2021 Transient and steady shear rheology of particle-laden viscoelastic suspensions. *Journal of Rheology* **65** (6), 1269–1295.

Kang, Changwoo & Mirbod, Parisa 2023 Transitions in TaylorCouette flow of concentrated non-colloidal suspensions. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* .

Kang, Changwoo, Schatz, Michael F. & Mirbod, Parisa 2024 Hysteresis and ribbons in Taylor-Couette flow of a semidilute noncolloidal suspension. *Physical Review Fluids* **9** (2), 023901.

Khanafer, Khalil & Vafai, Kambiz 2011 A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **54** (19-20), 4410–4428.

Krieger, Irvin M. & Dougherty, Thomas J. 1959 A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres. *Transactions of the Society of Rheology* **3** (1), 137–152.

Lacassagne, Tom, Boulafentis, Theofilos, Cagney, Neil & Balabani, Stavroula 2021*a* Modulation of elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flow by small particles. *Journal of Fluid Mechanics* **929**, R2.

Lacassagne, Tom, Cagney, Neil & Balabani, Stavroula 2021*b* Shear-thinning mediation of elasto-inertial Taylor–Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics* **915**, A91.

Larson, R. G. 1992 Instabilities in viscoelastic flows. *Rheologica Acta* **31** (3), 213–263.

Liu, Jie, Li, Jianbin, Zhao, Wei, Liu, Yubin & Liu, Hongying 2021 Modeling and Experimental Study of Self-Suspension Fracking Liquid Containing Nanoparticles. *Chemistry and Technology of Fuels and Oils* **57** (2), 335–357.

Lumley, J. L. 1973 Drag reduction in turbulent flow by polymer additives. *Journal of Polymer Science: Macromolecular Reviews* **7** (1), 263–290.

Majji, Madhu V., Banerjee, Sanjoy & Morris, Jeffrey F. 2018 Inertial flow transitions of a suspension in Taylor–Couette geometry. *Journal of Fluid Mechanics* **835**, 936–969.

Maklad, O. & Poole, R.J. 2021 A review of the second normal-stress difference; its importance in various flows, measurement techniques, results for various complex fluids and theoretical predictions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **292**, 104522.

Marchioli, Cristian, Bourgoin, Mickael, Coletti, Filippo, Fox, Rodney, Magnaudet, Jacques, Reeks, Michael, Simonin, Olivier, Sommerfeld, Martin, Toschi, Federico, Wang, Lian-Ping & Balachandar, S. 2025 Particle-laden flows. *International Journal of Multiphase Flow* **191**, 105291.

Martínez-Arias, Borja 2015 Torque measurement in turbulent Couette-Taylor flows. phdthesis, Université du Havre.

Matsuoka, Yuki, Nakayama, Yasuya & Kajiwara, Toshihisa 2021 Prediction of shear thickening of particle suspensions in viscoelastic fluids by direct numerical simulation. *Journal of Fluid Mechanics* **913**, A38.

Moazzen, Masoud 2022 Étude expérimentale de la dynamique de suspensions complexes et de leurs instabilités en écoulement de Taylor Couette. PhD thesis.

Moazzen, Masoud, Lacassagne, Tom, Thomy, Vincent & Bahrani, S. Amir 2022 Torque scaling at primary and secondary bifurcations in a Taylor–Couette flow of suspensions. *Journal of Fluid Mechanics* **937**, A2.

Moazzen, Masoud, Lacassagne, Tom, Thomy, Vincent & Bahrani, S. Amir 2023 Friction dynamics of elasto-inertial turbulence in Taylor-Couette flow of viscoelastic fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **381** (2246), 20220300, arXiv:2301.02047 [physics].

Moelants, Katlijn R.N., Cardinaels, Ruth, Van Buggenhout, Sandy, Van Loey, Ann M., Moldenaers, Paula & Hendrickx, Marc E. 2014 A Review on the Relationships between Processing, Food Structure, and Rheological Properties of Plant-Tissue-Based Food Suspensions. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety* **13** (3), 241–260, _eprint: https://ift.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/1541-4337.12059.

More, Rishabh V., Patterson, R., Pashkovski, E. & McKinley, G. H. 2024 Elasto-inertial instability in torsional flows of shear-thinning viscoelastic fluids. *Journal of Fluid Mechanics* **985**, A37.

Morris, Jeffrey F. 2020 Toward a fluid mechanics of suspensions. *Physical Review Fluids* **5** (11), 110519.

Osterhold, Michael 2000 Rheological methods for characterising modern paint systems. *Progress in Organic Coatings* **40** (1), 131–137.

Pakdel, Peyman & McKinley, Gareth H. 1996 Elastic Instability and Curved Streamlines. *Physical Review Letters* **77** (12), 2459–2462.

Pasquino, Rossana, Snijkers, Frank, Grizzuti, Nino & Vermant, Jan 2010 The effect of particle size and migration on the formation of flow-induced structures in viscoelastic suspensions. *Rheologica Acta* **49** (10), 993–1001.

Ponche, A. & Dupuis, D. 2005 On instabilities and migration phenomena in cone and plate geometry. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **127** (2), 123–129.

Ramesh, Prashanth, Bharadwaj, S. & Alam, Meheboob 2019 Suspension Taylor–Couette flow: co-existence of stationary and travelling waves, and the characteristics of Taylor vortices and spirals. *Journal of Fluid Mechanics* **870**, 901–940.

Rodriguez, Ferdinand & Winding, Charles 1959 Mechanical Degradation of Dilute Polyisobutylene Solutions. *Industrial & Engineering Chemistry* **51** (10), 1281–1284.

Rosti, Marco Edoardo & Brandt, Luca 2020 Increase of turbulent drag by polymers in particle suspensions. *Physical Review Fluids* **5** (4), 041301.

Scirocco, Rossella, Vermant, Jan & Mewis, Jan 2004 Effect of the viscoelasticity of the suspending fluid on structure formation in suspensions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **117** (2-3), 183–192.

Scirocco, Rossella, Vermant, Jan & Mewis, Jan 2005 Shear thickening in filled Boger fluids .

Serafini, F. 2022 Drag Reduction in Turbulent Wall-Bounded Flows of Realistic Polymer Solutions. *Physical Review Letters* **129** (10).

Solomon, O. F. & Ciută, I. Z. 1962 Détermination de la viscosité intrinsèque de solutions de polymères par une simple détermination de la viscosité. *Journal of Applied Polymer Science* **6** (24), 683–686.

Song, Jiaxing, Zhu, Yabiao, Lin, Fenghui, Liu, Nansheng & Khomami, Bamin 2023 Turbulent Taylor–Couette flow of dilute polymeric solutions: a 10-year retrospective. *Philosophical Transactions of the Royal Society A* .

Steinberg, Victor 2021 Elastic Turbulence: An Experimental View on Inertialess Random Flow. *Annual Review of Fluid Mechanics* **53** (1), 27–58, _eprint: https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010719-060129.

Tanner, Roger I. 2019 Review: Rheology of noncolloidal suspensions with non-Newtonian matrices. *Journal of Rheology* **63** (4), 705–717.

Thimm, Wolfgang, Friedrich, Christian, Marth, Michael & Honerkamp, Josef 1999 An analytical relation between relaxation time spectrum and molecular weight distribution. *Journal of Rheology* **43** (6), 1663–1672.

Vohlídal, Jiří 2021 Polymer degradation: a short review. *Chemistry Teacher International* .

Vonlanthen, Richard & Monkewitz, Peter A. 2013 Grid turbulence in dilute polymer solutions: PEO in water. *Journal of Fluid Mechanics* **730**, 76–98.

Vázquez-Quesada, Adolfo, Tanner, Roger I. & Ellero, Marco 2016 Shear Thinning of Noncolloidal Suspensions. *Physical Review Letters* **117** (10), 108001.

White, James M. & Muller, Susan J. 2003 Experimental studies on the effect of viscous heating on the hydrodynamic stability of viscoelastic Taylor–Couette flow. *Journal of Rheology* **47** (6), 1467–1492.

Wildemuth, C. R. & Williams, M. C. 1984 Viscosity of suspensions modeled with a shear-dependent maximum packing fraction. *Rheologica Acta* **23** (6), 627–635.

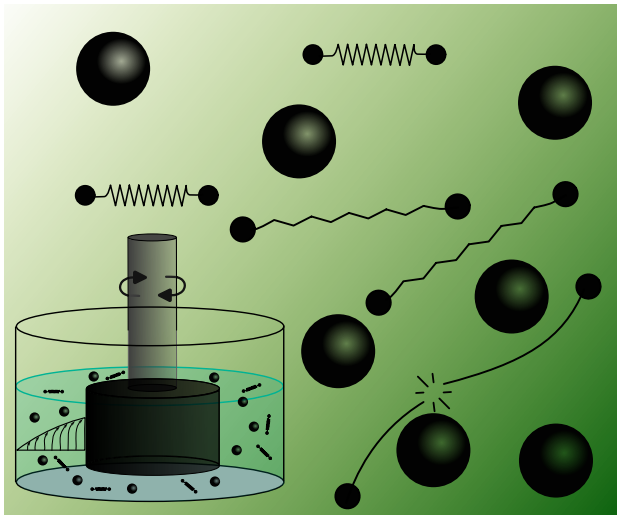
Yang, Mengfei & Shaqfeh, Eric S. G. 2018 Mechanism of shear thickening in suspensions of rigid spheres in Boger fluids. Part I: Dilute suspensions. *Journal of Rheology* **62** (6), 1363–1377.

973 Zhang, Anni & Shaqfeh, Eric S. G. 2023 Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic
974 solutions. Part 1: Effect of the polymer concentration. *Journal of Rheology* **67** (2), 499–516.

CHAPITRE 5

Quantification du mélange en suspensions complexes

Le chaos ne se provoque pas, il se dose.



Carré et al., Exp Fluids, 67, 30 (2026)

5.1 Contexte

L'objectif global de cette étude est de promouvoir les transferts convectifs (par la présence des polymères) et conductifs (par la présence des particules). Les additifs utilisés dans le fluide jouent un rôle important dans le déclenchement d'instabilités. Or, nous venons de voir (dans les chapitres précédents) que la compétition entre les différents additifs peut être néfaste ou favorable à la convection (au sens hydrodynamique). On se pose alors la question de son impact sur le mélange. La présence de particules (nanométriques ou micrométriques) améliore-t-elle significativement le mélange ? L'ajout de polymère accélère-t-il le mélange ? Comment se comporte le mélange en présence des deux additifs ? **La suite de ce chapitre consiste en un résumé synthétique des résultats présentés dans un article envisagé pour une soumission dont la copie est incluse en cœur du chapitre.**

5.2 Matériel et Méthodes

Le dispositif expérimental utilisé est basé sur celui présenté dans les parties précédentes, à savoir, la cellule de visualisation de l'écoulement de Taylor-Couette sur le rhéomètre. Afin de quantifier le mélange par la Fluorescence Plane Induite par Laser (PLIF) le dispositif est adapté à cette technique de métrologie optique. En effet, la zone d'intérêt est une coupe de l'entrefer éclairé par une nappe laser verticale comme représentée dans la figure 2 de l'article ci-dessous. Pour capturer l'écoulement dans cette zone, la double enveloppe qui constitue le cylindre extérieur est remplie d'eau afin de faire correspondre au maximum les indices optiques des milieux traversés par le laser. De même, la fluorescence émise dans la zone d'intérêt doit être captée par la caméra. Ainsi, un prisme fluide est positionné entre la sortie de la cellule et le filtre afin de diriger ces rayons optiques dans la direction normale au capteur de la caméra. L'ensemble des données du dispositif optique sont détaillés dans l'article.

Les fluides utilisés dans cette dernière étude sont des nanofluides et des suspensions Boger. L'objectif est de comparer le rôle de la concentration en particules (nano ou micrométrique) dans le mélange induit par chaque catégorie de fluide. Ces dernières sont les suivantes :

- Nanofluides ($\Phi = 0, 1.5, 3.5\%$)
- Suspensions newtoniennes ($\Phi = 0, 2\%$)
- Suspensions viscoélastiques ($\Phi = 0, 2, 4, 6, 10\%$)

Chaque fluide est caractérisé avec les mêmes protocoles rhéologiques que ceux détaillés dans les parties précédentes et les données issues de cette caractérisation sont rassemblées dans la table 1.

La caractérisation du mélange proposée dans cette étude consiste à observer la dynamique de mélange d'une goutte de colorant à un nombre de Reynolds donné pour un fluide donné. Pour chaque expérience (répétée minimum 3 fois) une goutte du solvant contenant le colorant fluorescent, la fluorescéine pour les suspensions Boger et la rhodamine B pour les nanofluides est injectée à la surface libre de l'entrefer sans vitesse initiale. Le plan d'expériences est détaillé dans la figure 3 et la table 3 de l'article ci-dessous. La gamme de nombre de Reynolds varie d'un fluide à l'autre avec sa viscosité, ce qui explique que tous les régimes d'écoulement n'ont pas pu être explorés, notamment pour les suspensions Boger.

Une quantification du mélange est réalisée par la détermination d'un indice de ségrégation, lié à un indice de mélange. Ce dernier vaut 0 pour un fluide totalement hétérogène et 1 pour une solution entièrement mélangée, homogène. On considère alors ici que le *mélange partiel*, noté $t_M^{50\%}$ est atteint lorsque la moitié du processus complet de mélange est réalisé, c'est à dire lorsque $M = 0.5$. De même, le *mélange total* noté $t_M^{90\%}$ est atteint lorsque $M = 0.9$. Dans un premier temps, la progression de l'indice de mélange pour chaque fluide est discuté, puis le temps de mélange partiel et total servira à conclure sur l'efficacité du mélange en présence l'additif ajouté.

5.3 Résultats

FIGURE 5.1 – (Gauche) Temps de mélange partiel et (Droite) temps de mélange total pour tous les fluides et les nombres de Reynolds. Les régimes d'écoulement sont identifiés en couleur.

Efficacité du mélange : rôle des additifs (polymère-particules) Les résultats obtenus grâce à l'indice de mélange permettent de décrire la dynamique de mélange (figures 5, 6, 7 de l'article ci-dessous). En effet, la première partie des résultats consiste à explorer la manière dont chaque fluide contribue au transfert advectif, c'est à dire au mélange par le mouvement du fluide. On montre alors que le régime d'écoulement (piloté principalement par le nombre de Reynolds) joue un rôle fondamental dans la dynamique de mélange. Comme attendu, le régime CCF mélange moins bien que les régime TVF. De même, le processus de mélange en régime EIT est significativement plus efficace que le régime CCF ou TVF pour les mêmes valeurs de nombre de Reynolds. L'ajout de polymère est donc très avantageux pour accélérer le mélange. En revanche, en analysant la progression de l'indice de mélange, l'ajout de particules solides, bien qu'elles aient un impact positif en fluide newtonien, semblent inhiber le transfert axial en déclenchant le régime EID.

La deuxième partie des résultats porte sur les temps de mélange relevés à partir des courbes d'indice de mélange. Ces derniers permettent d'affirmer que la présence de particule ne semble pas jouer de rôle majeur dans l'accélération du mélange partiel. En mélange total, une accélération systématique du mélange est observé avec l'ajout des particules. Alors, on peut affirmer que ces dernières permettent de réduire le mélange total des solutions, tant que leur concentration est faible. En effet, dans la matrice viscoélastique, l'ajout de plus de 2% de particules engendre le développement de l'EID qui est moins efficace en terme de mélange que l'EIT. La figure 5.1 représente l'ensemble des temps de mélange triés par régime d'écoulement et résume les différentes dynamiques de mélange observées. La nature du fluide est indiquée par les marqueurs.

Focus sur l'EID Le régime EID est alors observé sur l'ensemble de la tranche de l'entrefer. Le motif d'écoulement ne montre pas de structures cohérentes claires notamment pas la présence des particules qui

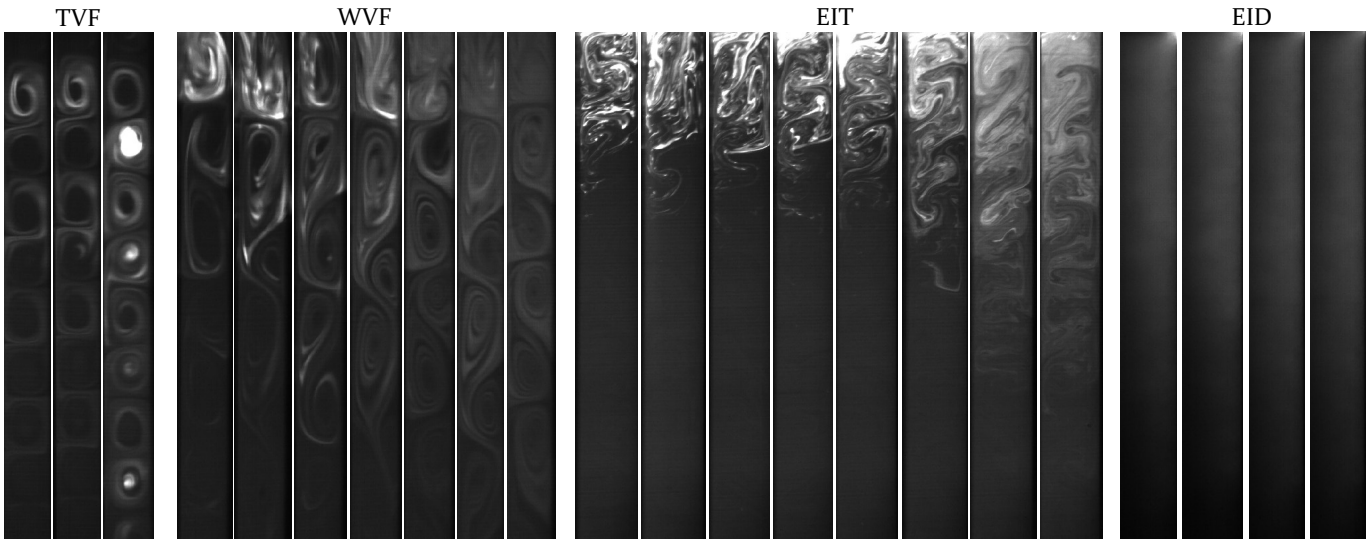


FIGURE 5.2 – Séquences d'images des régimes TVF, WVF, EIT et EID après injection de fluorescéine. Le TVF et WVF ont été obtenus avec de l'eau, l'EIT avec une solution purement viscoélastique et l'EID avec un fluide chargé en particules ($\Phi = \%$)

altèrent la netteté de la visualisation. Cependant, la dynamique de diffusion du colorant sur l'ensemble de l'entrefer semble être une combinaison du régime CCF et du régime EIT. Cette étude permet cependant de confirmer que la dissipation observée par la masure de couple n'est pas uniquement due à de la dégradation de chaînes de polymère car les motifs du régime sont différents du régime CCF. D'autres méthodes telles que la PIV permettraient de caractériser les champs de vitesse et donc les structures de cet écoulement.

5.4 Copie de l'article

Noname manuscript No.
(will be inserted by the editor)

Mixing efficiency in Taylor-Couette flow of complex suspensions

Charles Carré · Tom Lacassagne · Nouhaïla El Hani · S. Amir Bahrani

Received: date / Accepted: date

Abstract Improving energy efficiency in industrial cooling systems hinges on the precise control and enhancement of heat transfer, a challenge that demands innovative solutions. While traditional approaches focus on heat exchanger geometry or fluid circulation speed, modulating the fluid's intrinsic properties presents a promising yet relatively less explored path. In this study, we use laser-induced fluorescence (LIF) through a Taylor-Couette cell to experimentally identify the interplay between fluid composition and rheology, hydrdynamic regimes, and mixing enhancement ultimately leading to transfer intensification. By measuring time evolving concentration fields upon injection of dye droplets, we quantify mixing dynamics across a spectrum of complex fluids, reveling how complex physical properties induced by the presence of microparticle, nano-particles, and polymers reshape flow patterns and/or impact mixing times. Our findings underscore the increase in advection in triggering elasto-inertial turbulence (EIT) by polymer addition, a regime that dramatically accelerates mixing. While dilute particle suspensions universally enhance convective performance (to the notable exception of that nanoparticles added into wavy flows), excessive particle loading paradoxically degrades elasto-inertial mixing efficiency, thus developing non-chaotic regimes (elasto-inertial dissipation, EID). Without any visible coherent scalar structure associated to it, this recently discovered regime still outperform laminar flow in term of mixing. This study thus highlights the potential of complex suspensions as efficient convection enhancers, and of Taylor-Couette flows as a quick way of screening the convective potential of heat transfer fluids in centrifugal and/or curved flow contexts.

Keywords Mixing · Taylor-Couette · Viscoelastic suspensions · Nano-fluids · LIF

Charles Carré
IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Univ. Lille, Center for Energy and Environment, F-59000 Lille, France.
E-mail: charles.carre@imt-nord-europe.fr

Tom Lacassagne
IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Univ. Lille, Center for Energy and Environment, F-59000 Lille, France.
E-mail: tom.lacassagne@imt-nord-europe.fr

Nouhaïla El Hani
IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Univ. Lille, Center for Energy and Environment, F-59000 Lille, France.

S. Amir Bahrani
IMT Nord Europe, Institut Mines Télécom, Univ. Lille, Center for Energy and Environment, F-59000 Lille, France.
E-mail: amir.bahrani@imt-nord-europe.fr

1 Introduction

1.1 Mixing and complex suspensions for enhanced heat transfer

The study of conductive-convective heat transfer within thermofluidic components, with the aim of optimizing their performance, represents a major challenge associated to the energy transition, particularly through improving energy efficiency. In the context of either cooling or heating, an enhanced heat transfer is typically associated to the homogenization of the bulk fluid temperature, and thus to a mixing process. Several levers can be used to optimize and accelerate mixing and homogenization: modifying the flow geometry, integrating disruptive elements, or directly acting on the properties of the fluid.

In this study, we focus on the last approach: optimizing mixing and homogenization by directly acting on the properties of the fluid itself. Within this scope, two levers can be used to intensify transfers: enhanced conduction achieved by adding high conductivity solid additives into the liquid medium, such as nano-fluids or micro-particles, and intensified convection, reached by triggering hydrodynamics instabilities [1]. The gain from transitioning to an unstable regime enhances the flow's ability to mix, although more mechanical energy is typically dissipated due to increased friction.

Adding solid particles to a fluid may enhance its thermal conductivity when these particles possess favorable thermal properties, resulting suspension that becomes more conductive than the original fluid. High-thermal-conductivity materials, are commonly used in nano-fluids for this purpose [2,3,4]. Nano-fluids are thermally good heat transfer fluids, as water (which is already an effective heat transfer medium) is further enhanced by the increased thermal conductivity of nano-particles [5]. However, their presence introduces industrial challenges, including system corrosion and abrasion, production costs increase, toxicity if inhaled or if in contact with skin, ecosystem contamination, complex and costly recycling, aging, etc. [6,7,8].

The above reasons motivated a recent surge in interest for alternative additives to nano-particles, and in particular micro-particles. Initially, even if the corrosion phenomenon has not been resolved, non-colloidal micro-particle suspensions have the advantage of being less damaging to the environment and to health. In addition to the thermal properties of the particles, which can modify those of the suspending fluid, the viscosity of the suspension changes with the volume fraction of the particles, and consequently requires higher pumping power requirements [9,10,11]. In addition, numerous studies on the flow of suspensions of micro-particles have shown that the latter destabilize the flow, thus accelerating the transition to turbulent regimes [12]. The early emergence of turbulent flow patterns (in the sense of the Reynolds number) in particle suspensions is of significant interest for industrial processes that aim to enhance mixing without excessive reliance on pumping power.

High thermal transfer is typically achieved at elevated Reynolds numbers, but such conditions are difficult to attain in confined geometries (such as in electronic component cooling) or require powerful pumps. Developing a heat transfer fluid capable of intensifying transfer phenomena thus remains a scientific and technological challenge for optimizing the cooling of these components in industrial processes. This is why this study explores enhancing mixing efficiency through the ability of complex suspensions to amplify convective transfers. Convection is generated by fluid motion, which is driven by the flow and thus governed by the dominant flow regime in the system. Quantifying hydrodynamic mixing therefore enables the characterization of convection within a system, effectively capturing the key challenges in heat transfer studies. Increasing fluid motion by triggering hydrodynamic instabilities enhances heat transfer but also intensifies frictional effects. Indeed, measrued friction is more pronounced in chaotic flow regimes than in laminar ones even if friction coefficient may decrease by turbulent dissipation [13,14]. Instabilities can be triggered by increasing the Reynolds number (through higher velocity, flow rate, or rotational speed) resulting in inertial-type instabilities. Introducing elastic properties to the fluid alters the transition to turbulence by inducing viscoelastic instabilities. These instabilities emerge at lower Reynolds numbers compared to purely inertial cases [15], potentially promoting convective heat transfer at reduced inertia, as it has been observed for purely elastic instabilities at vanishing Re [16].

This study contributes to a larger strategy of developing innovative heat transfer fluids that leverage both inertia and viscoelasticity to enhance conduction through particle addition and convection by introducing elastic properties. These fluids are known as viscoelastic suspensions, and their rheological response is highly complex. Optimizing the fluid thus involves understanding its thermo-physics, as well as understanding its flow behavior that is, comprehending the hydrodynamic instabilities it generates and the conditions under which they develop. To that effect, a simple geometrical test case will be used to probe the effect of complex fluid thermo-physics on mixing and convective transfers: the Taylor-Couette configuration.

1.2 Taylor-Couette flow (TCF)

The Taylor-Couette flow is a tool that allows us to control the triggering of convective instabilities in complex fluids. It has been extensively studied for over a century through analytical [17], experimental [18], and numerical [19] methods. The interest in this configuration is justified by its geometrical simplicity, ease of control over triggering instability through a limited set of operational parameters (rotation speed), and ease of access to both flow visualization techniques [20,21,22] and drag/friction properties [23,13].

Additionally, TC geometries are widely used as reactors in various industrial sectors, particularly in chemistry (for catalytic reactions and polymer synthesis) [24] and in healthcare processes (such as blood plasma separation) [25]. This system offers precise control of mixing and filtration, making it particularly suitable for fluids with complex rheology.

The path to turbulence in Newtonian fluids in TCF has been studied for now more than a century and is well described in the literature [17,26]. Conversely, the impact of non linear rheology on this pathway has been studied in the last few decades, experimentally [27], analytically [28] or numerically [29]. For Newtonian fluids, the laminar regime of Taylor-Couette flow, Circular-Couette Flow (CCF), is stable up to Taylor numbers of the order of 1700 and is composed of purely azimuthal streamlines with weak Eckman cells (recirculation at the free surface of the flow). The Taylor number is proportional to the Reynolds number by means of a geometric factor: $T_a = \mathcal{R}\sqrt{\frac{\delta}{r_i}}$ and the Reynolds number is defined by :

$$\mathcal{R} = \frac{\rho r_i \Omega \delta}{\mu} = \frac{\rho \dot{\gamma} \delta^2}{\mu} \tag{1}$$

with ρ the fluid density in $kg.m^{-3}$, r_i the inner cylinder radius in m, Ω the inner cylinder rotational speed in s^{-1}, δ the gap between the two cylinders in m, μ the fluid shear dynamic viscosity in $Pa.s$ and $\dot{\gamma}$ the shear rate in s^{-1}.

Beyond a critical Reynolds proportional to the critical Taylor number by the geometry prefactor, the flow undergoes various transitions from laminar to gradually chaotic and ultimately turbulent flow states [30,31,32,33].

In the simplest case where the inner cylinder is rotated and the outer cylinder kept at rest (the case of co or counter rotating cylinder leading to a greater depth of flow state [26,34], not studied in this work)the primary instability consists in counter-rotating pairs of laminar azimuthal vortices and is called Taylor-Vortex Flow (TVF) regime, which has the distinctive feature of being a linearly stable regime. This regime is therefore of great interest to the mixing industry because a small disturbance to the flow will not change its state once the disturbance has been damped. The Wavy Vortex Flow (WVF) regime then appears at even higher rotation speeds, with the rollers undulating vertically. Finally, before reaching the fully turbulent regime known as Turbulent Taylor Vortex Flow (TTVF), the WVF regime transitions to Modulated WVF, the structure of which is similar to the WVF regime, with modulation of the characteristic roller undulation frequencies.

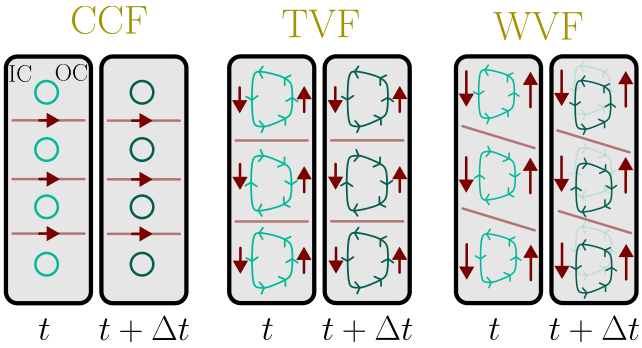


Fig. 1 Representation of different Taylor-Couette flow regimes for Newtonian fluids (CCF : Circular Couette Flow - TVF : Taylor Vortex Flow - WVF : Wavy Vortex Flow) and their impact on the mixture represented by the red arrows. Each frame represents a cross-section of the flow with, from left to right, the inner cylinder (IC) and the outer cylinder (OC).

1.3 Complex fluids in Taylor-Couette flow

The addition of solid particles not only affects the fluid's thermal conductivity, but also disrupts the flow. Indeed, a small addition of particles to a Newtonian fluid can trigger the first bifurcation at lower Reynolds numbers than for particle-free fluids [30,13]. However, an even more dramatic alteration of the path towards turbulence and promotion of hydrodynamic instabilities can be achieved by adding another type of additives: polymers.

The elasticity added to the fluid mainly modifies the transition to turbulence. Indeed, in Taylor-Couette flow, the first bifurcation expected for a Newtonian fluid would be CCF-TVF or Spiral Vortex Flow (SVF) in the presence of solid particles [30,13] or contra-rotation [35]. In elasto-inertial contexts, the primary bifurcation can take the form of a transition to elasto-inertial coherent structures that may resemble Taylor vortices but with axial waves [36] ribbons [37] or flames [38]. At

sufficiently high elasticity, direct transition from laminar CCF to elasto-inertial turbulence (EIT) is reported, a chaotic flow regime which resembles turbulence but at Reynolds number one or two orders of magnitudes lower.

This change from transition to turbulence stems from the viscoelastic character of the fluid, which induces nonlinearities in the interactions between fluid inertia and elastic forces coming from the polymers [39]. The viscoelasticity of a solution is characterized by the Elastic number, $\mathcal{E}$, and the Weissenberg number, $\mathcal{W}$ (see equations 2). While the elastic number quantifies the role of elastic effects in the flow, the Weissenberg number (directly related to the relaxation time, λ) characterizes the intensity of elastic stresses. These stresses are responsible for the observed change in the behavior of the complex suspension [40].

$$\mathcal{W} = \lambda\dot{\gamma}, \quad \mathcal{E} = \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{R}} = \frac{\lambda\mu}{\rho\delta^2} \tag{2}$$

These dimensionless numbers are generally used to characterize viscoelastic fluids in flow, with λ the fluid relaxation time in s closely linked to the polymer concentration.

Considering the minute amount of polymer addition required to achieve elasto-inertial transitions (a few hundreds of ppm), the thermal properties of the suspending fluids are little to not modified by the presence of this additive, yet the route to turbulence is significantly altered. It is therefore of great interest to understand how the combination of micro-particle suspensions and viscoelastic character can impact mixing dynamics. To this end, the Taylor-Couette flow of viscoelastic suspensions is studied in this work. The type of complex suspensions studied in this article have already been the subject of experimental studies in Tayor-Couette flow. It has been shown that:

1. A low volume concentration of particles ($\Phi = 0 - 5\%$) accelerates the transition to EIT [41].
2. For a higher particle concentration ($\Phi > 5\%$), the onset of EIT is delayed [41] or suppressed and replaced by a dissipation regime called Elasto-Inertial Dissipation (EID) [42].

This new dissipative regime reported in our previous work [42] originates from interactions between polymers and particles that can only be detected thanks to the friction measurement enabled by this geometry [42]. The mixing capacity of this flow regime yet remains to be studied.

In this study, we ask how polymers and particles in solution interact with each other to modify flow regimes and thus act on mixing in the context of Taylor-Couette flow.

The aim of the present study is to investigate the mixing efficiency of various flow regimes spanned across a spectrum of complex fluids where particle addition (nano-fluids, micro-particles) and solvent properties (Newtonian, viscoelastic) are expected to either enhance instabilities or convective properties, or eventually conductive properties. To that effect, several working fluids are considered:

- Pure Newtonian fluids as a reference, expected to undergo the well studied Newtonian transition CCF-TVF-WVF where efficient mixing is achieved upon the triggering of wavy instabilities.
- Nano-fluids, for which the conductive enhancement is well established, but the impact of particle addition on the hydrodynamic transitions and corresponding mixing efficiency remains to be characterized.
- Pure viscoelastic fluids, which show great promises for mixing enhancement through the development of EIT.
- Micro-particle-laden viscoelastic fluids, which could constitute an optimal solution for both conduction (with particles) and convection (with EIT) enhancement, but for which hydrodynamic impact on mixing remains unexplored, even more so in the context of the EID regime.

2 Materials and methods

2.1 Experimental device

The experimental set-up is similar to that used in the team's previous work [13,15,42]. A Couette cell, also known as a PIV cell, from Anton Paar is positioned on a rheometer, the MCR702e from the same supplier. The cell, which forms the outer cylinder of the flow, is made up of a double glass envelope allowing a fluid to circulate around the outer cylinder, with the aim of keeping the temperature in the gap constant. Here, to redirect the optical rays and limit their refraction as they travel from the gap to the camera sensor, this double envelope is filled with water at room temperature. Similarly, a fluid prism is built and assembled around the PIV cell, also allowing it to be filled with water to maintain the direction of the light rays coming from the zone of interest of the flow, i.e., a vertical plane of the gap. The inner, black cylinder, model CC32, also marketed by Anton Paar, is rotated so as to impose a nominal shear rate defined according to the experimental design of the table 3. The geometrical data of the device are shown in figure 2 but are also detailed in previous work [42].

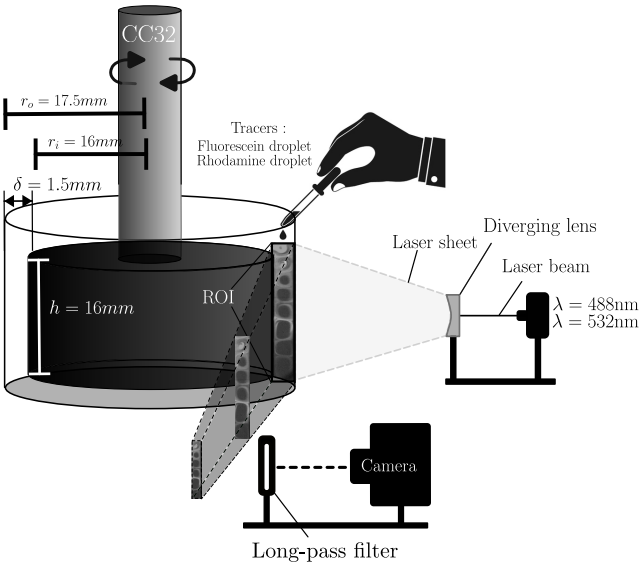


Fig. 2 Representation of the experimental set-up: Couette cell CC32 with dimensions. Two optical systems are used, represented here by a single optical assembly. They consist of a laser with a wavelength of 488 or 532 nm, a divergent lens, a long-pass filter and a high-speed camera. This representation is not to scale to show all the elements.

2.2 Optical system

2.2.1 PLIF applied to pure fluids and micro-particles suspensions

As shown in figure 2, an optical assembly for Laser Induced Fluorescence (LIF) experiments has been set up. An Oxxius LBX-488-HPE laser with a wavelength of $\lambda = 488$ nm (blue), set at 800 mW, is used as the light source. The laser beam is transformed into a $\simeq$ 2mm thick sheet by means of a divergent lens (focal length -25.4mm). The optical acquisition system consists of a Photron ultra-fast camera (Fastcam Mini UX 50) and a 50mm lens. The acquisition frequency is 50 images per second, the exposure time is 1/50 s, the spatial resolution is 46 px/mm, the region of interest (ROI) is 70×480 px or 1.5×10.5mm, and PFV4 software is used to drive the camera. The camera sensor is aligned with the gap and the water tank, so the laser plane is parallel to the camera sensor. A long-pass filter filters out wavelengths below 550 nm, optimizing fluorescence acquisition.

Fluorescein (Sodipro, molecular mass $M_w = 376.28\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$) is chosen as the fluorescent dye for its absorption peak at 494 nm, which makes it ideal for use with the laser. Its fluorescence peak is at 515 nm. Applying Beer-Lambert's law to limit absorption phenomena, the calculation led to a concentration of $1.6 \times 10^{-6}\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$ in the water-glycerol solvent (see section 2.3). A drop of approximately 0.02 mL is injected for each experiment carried out after the inner cylinder has been rotated for a few minutes. The drop is injected using a syringe reduced by a needle to limit the size of the drop at the outlet and to facilitate repeatability of injections. The drop is deposited onto the free surface upstream of the laser sheet.

2.2.2 LIF applied to nano-fluids

As the nano-particles are totally opaque, the device had to be adapted towards more global and qualitative, yet still insightfull experiments. The continuous RayPower laser supplied by Dantec Dynamics, emitting at a wavelength of 532 nm, generates an output power of 450 mW. Rhodamine B is used in these nano-fluid experiments to optimize fluorescence emission (peak absorbance is at 530 nm and peak fluorescence is at 610 nm). This time, the laser sheet is offset from the perpendicular to the fluorescence picked up by the camera, so as to concentrate light energy on a column in the center of the zone of interest. In the present case, fluorescence is emitted at a wavelength of 560 nm, and the set [camera (DFK 33UX287) - lens (50mm) - long-pass filter] allows video acquisition to capture mixing dynamics in nano-fluids. The acquisition frequency is 60 frames per second, the exposure time is 1/60s, the spatial resolution is 28 px/mm, the images are 110px by 450px, but since they are averaged over width, the spatial resolution of the intensity profile corresponds to that along the gap, vertically. The software used to drive the camera is IC Capture developed by Imaging Source. Here, the visualization is not flat, but a back-scatter intensity measurement. Despite the fact that the visualization consists of back-scattering, the angle of observation allows a very qualitative distinction of the structures, as shown in figure 6.

2.3 Fluids used

The objective of this study is to compare the hydrodynamic mixing efficiency between nano-fluids and viscoelastic suspensions and a range of viscoelastic non-colloidal suspensions. Nano-fluids are composed of aluminum oxide Al_2O_3 suspended in a water-glycerol mixture in the following proportions: 58.2% water and 41.8% glycerol [5]. The nano-particles are prepared at three different mass concentrations: $\Phi = 0\%, 1.5\%$ and 3.5%. To ensure good dispersion of the particles in the suspension, each solution is immersed in an ultrasonic bath to limit agglomeration. Ultrasonication accentuates the Brownian motion of the nano-particles, leading to the formation of a fluid micro-

layer surrounding the individual particle, which therefore limits agglomeration.

Viscoelastic non-colloidal suspensions consist of a water-glycerol-salt base, referred to here as the solvent, and additives such as polymers and/or solid particles. In our study, we wish to fix the viscosity of the fluid regardless of the shear applied, in order to observe only the effect of the viscoelastic character of the fluid on mixing efficiency. Since the polymer tends to make the fluid shear-thinning [43], the solvent is deliberately given a higher viscosity to attenuate the polymer's contribution to viscosity and renders the fluid Boger-like [44], meaning that its viscosity remains constant over a wide range of shear rates. This behavior simplifies, to some extent, the otherwise complex rheology of the fluid. The elasticity is generated by the addition of polymer in solution (in this case, partially hydrolyzed polyacrylamide (HPAM), with molar mass $M_w = 1.5 \times 10^7 \mathrm{g\,mol^{-1}}$). Similarly, adding PMMA (polymethyl methacrylate) particles with a density of $1192\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ requires modifying the density of the suspending fluid, and therefore of the solvent, by adding a small mass fraction of salt, 2% here. In this way, the solutions are prepared in such a way as to obtain homogeneous, iso-dense suspensions. Details of fluid preparation are given in previous works [42] and the different fluids used here are listed in figure 3.

Comparative experiments are carried out for a fixed set of Reynolds numbers (see figure 3). The shear rate $\dot{\gamma}$ applied at a given Reynolds number varies from fluid to fluid, as viscosity varies with the amount of additives (particles and polymer) (see table 3). As the maximum shear rate of the rheometer is $1405 s^{-1}$, the maximum Reynolds number for each fluid decreases with increasing solvent viscosity. For this reason, it is not possible to achieve high Reynolds number regimes (typically WVF for Newtonian transition sequences) for fluids other than nanofluids, for example. The Reynolds number range limit is represented by the shaded area in figure 3. All shear rates corresponding to the 57 cases studied are also listed in table 3.

2.4 Rheological characterization of solutions

Prior to each rheological measurement, the nano-fluid solution is stirred and immersed in an ultrasonic bath for 10 minutes to ensure that the nano-particles are well distributed in the sample. As the viscosity of nanofluids is relatively low, a concentric cylinder (CC27 from Anton Paar) is used to increase the contact surface between the fluid and the measuring instrument, and thus increase friction. After applying a first shear rate of 1000 $\mathrm{s^{-1}}$ to ensure solution homogeneity, a shear rate decay is imposed to measure fluid viscosity over the range $\dot{\gamma} = 1000 - 1\ \mathrm{s^{-1}}$.

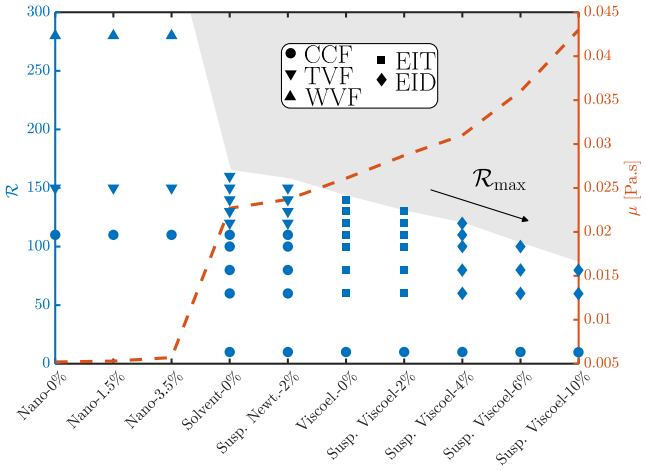


Fig. 3 Summary of experiments carried out as a function of fluid and Reynolds number (blue markers) and rheometer limit for each fluid shown by the shaded area. Fluid viscosity is represented by the red dotted line corresponding to the right-hand axis.

The viscosity of non-colloidal viscoelastic suspensions is measured by simple shear in plan-plan geometry with an gap of 0.5 mm, sweeping shear rates from 1 to 1000 $\mathrm{s^{-1}}$. During the viscosity measurement, the normal force is recorded and the relaxation time λ, which is the characteristic time of the fluid's elastic response, is calculated from the first normal stress difference using the following relationship: $N_1 = 2\lambda\mu_p\dot{\gamma}^2$ with μ_p the polymer's contribution to viscosity. Since the elongation response is different from shear for viscoelastic solutions [45], the relaxation time of polymer solutions is also measured by the filament stretching method as presented more extensively in [42]. All viscosities and relaxation times are reported in table 1.

2.5 Mixing

2.5.1 Mixing characterization method

Understanding how a flowing fluid mixes is of paramount importance in optimizing industrial processes. Methods for quantifying mixing have therefore been developed over several decades to highlight the effect of a system's geometry, the effect of the velocity or Reynolds number at which the fluid flows, or the effect of additives added to the fluid [46].

There are several ways of quantifying a flow's ability to mix its component fluids, such as conductivity measurement, temperature measurement or colorimetry. The advantages and disadvantages of these methods are listed in table 2.

Fluid type	Φ[%]	μ [Pa.s]	μ_p [Pa.s]	λ_{N_1} [s]	λ_e [s]	$\mathcal{E}$
Nano-fluid	0	0.00523	0	0	0	0
Nano-fluid	1.5	0.00529	0	0	0	0
Nano-fluid	3.5	0.00573	0	0	0	0
Solvent	0	0.0227	0	0	0	0
Newtonian suspension	2	0.0237	0	0	0	0
Viscoelastic solution	0	0.0261	1.47×10^{-3}	0.903	0.518	8.87
Viscoelastic suspension	2	0.0287	1.47×10^{-3}	0.600	0.205	6.25
Viscoelastic suspension	4	0.0310	1.47×10^{-3}	0.526	0.196	6.19
Viscoelastic suspension	6	0.0360	1.47×10^{-3}	0.441	0.146	5.95
Viscoelastic suspension	10	0.0430	1.47×10^{-3}	0.362	0.071	5.76

Table 1 Summary of all viscosities and relaxation times measured for the fluids used. μ_p being the polymer contribution to viscosity, λ_{N_1} the relaxation time measured in shear and λ_e, the relaxation time measured in elongation and $\mathcal{E} = \frac{\mathcal{W}}{\mathcal{R}}$ the elastic number based on shear relaxation time, λ_{N_1}.

The technique	**The advantages**	**The drawbacks**
Conductivity measurement [1] **[47]**	Non-intrusive measure	Fluid conductivity must be controlled
Thermal measurement [2] **[48]**	Good temporal definition / low-cost thermocouples	Intrusive measure / low spatial resolution
Colorimetry [3]**[49]**	Good resolutions : temporal and spatial	Technical and costly to set up

Table 2 Different experimental techniques for quantifying the mixture, with their advantages and disadvantages.

In fluid mechanics, and in this study in particular, the focus is on flow visualization. Direct visualization, or the use of advanced optical devices based on laser light sources, allows us to adapt to the temporal and spatial resolution required to describe the flow and therefore the mixture. Quantification of the mixture [50,51] is therefore developed using two main visualization methods: Planar Laser-Induced Fluorescence (PLIF) and Particle Image Velocimetry (PIV). The coupling of these two advanced optical methods has been the subject of several studies linking a quantitative study of the flow velocity field with PIV to a quantification of the scalar concentration field with PLIF [21,22,52]. In our study, a characterization of the mixture with only PLIF is carried out. Generally, the mixing state of a fluid is based on the calculation of the standard deviation of the concentration of the species to be quantified (the dye) in the zone of interest [53]. In practice, a segregation index I_s is defined [54] such that $I_s = 1$ before the mixing process and where $I_s \to 0$ for a mixed, i.e. homogeneous fluid. The calculation and set of mixing criteria are detailed in the following sections.

Planar laser-induced fluorescence can be used to characterize the mixture using the scalar field of light intensity. In fact, the information given by the gray levels in an image corresponds to a level of dye concentration, in this case, fluorescein. The experimental protocol involves injecting a drop of dye-containing fluid into a totally homogeneous medium. As successive images are acquired, the drop of dye mixes more or less rapidly with the fluid as a whole, depending on the nature of the fluid and the flow regime applied (constant Ω_i rotation speed). The study of the dynamics and parameters dictating mixing are the subject of this report. The experimental design is shown in figure 3.

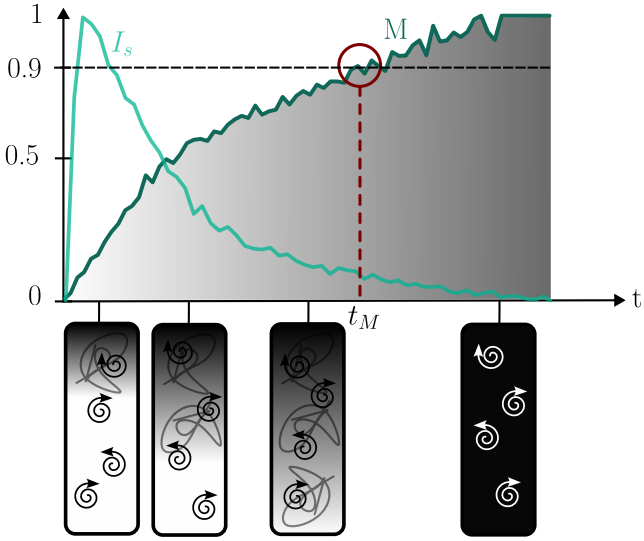


Fig. 4 Conceptualizing segregation intensity I_s and index mixing M for a fictitious case reaching the mixing threshold set at 90% at $t = t_M$ and reaching perfect mixing when $t \to \infty$.

2.5.2 Mixture quantification - Pure fluids and micro-particle suspensions

The mixture quantification method used is that of [51, 55] and, more particular [22], in the Taylor-Couette geometry to quantify the dye transfer through the Taylor vortices in TVF operation. This method comes from

	Nano-fluid			Newtonian		Viscoelastic				
Φ	0%	1.5%	3.5%	0%	2%	0%	2%	4%	6%	10%
$\mathcal{R}=10$	-	-	-	CCF $85s^{-1}$	CCF $88s^{-1}$	CCF $97s^{-1}$	CCF $107s^{-1}$	CCF $116s^{-1}$	CCF $134s^{-1}$	CCF $160s^{-1}$
$\mathcal{R}=60$	-	-	-	CCF $507s^{-1}$	CCF $530s^{-1}$	EIT $583s^{-1}$	EIT $642s^{-1}$	EID $694s^{-1}$	EID $805s^{-1}$	EID $962s^{-1}$
$\mathcal{R}=80$	-	-	-	CCF $676s^{-1}$	CCF $707s^{-1}$	EIT $778s^{-1}$	EIT $856s^{-1}$	EID $925s^{-1}$	EID $1074s^{-1}$	EID $1283s^{-1}$
$\mathcal{R}=100$	-	-	-	CCF $845s^{-1}$	CCF $884s^{-1}$	EIT $972s^{-1}$	EIT $1070s^{-1}$	EID $1156s^{-1}$	EID $1342s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$
$\mathcal{R}=110$	CCF $256s^{-1}$	CCF $256s^{-1}$	CCF $274s^{-1}$	TVF $930s^{-1}$	TVF $972s^{-1}$	EIT $1069s^{-1}$	EIT $1177s^{-1}$	EID $1271s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$	
$\mathcal{R}=120$	-	-	-	TVF $1014s^{-1}$	TVF $1060s^{-1}$	EIT $1167s^{-1}$	EIT $1284s^{-1}$	EID $1387s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$	
$\mathcal{R}=130$	-	-	-	TVF $1099s^{-1}$	TVF $1149s^{-1}$	EIT $1264s^{-1}$	EIT $1391s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$		
$\mathcal{R}=140$	-	-	-	TVF $1183s^{-1}$	TVF $1237s^{-1}$	EIT $1361s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$			
$\mathcal{R}=150$	TVF $349s^{-1}$	TVF $349s^{-1}$	TVF $373s^{-1}$	TVF $1268s^{-1}$	TVF $1326s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$				
$\mathcal{R}=160$	-	-	-	TVF $1352s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$					
$\mathcal{R}=280$	WVF $652s^{-1}$	WVF $652s^{-1}$	WVF $697s^{-1}$	$\mathcal{R}>\mathcal{R}_{\max}$						

Table 3 Summary table of flow regimes observed by the mixing method. The shear rate indicated corresponds to the shear rate applied to reach the target Reynolds number.

the work of [54] which defines the segregation intensity I_s defined by :

$$I_s = \frac{\sigma(C)^2}{C(1-C)} \tag{3}$$

with $\sigma(.)$ the standard deviation and C the gray levels mean in all the region of interest. Thus, $I_s = 1$ for a totally heterogeneous mixture and $I_s = 0$ for a perfect mixture where all gray levels are equal.

The segregation intensity is then used to define the mixing index, which is defined by :

$$M = 1 - \sqrt{I_s} \tag{4}$$

We obtain $M = 1$ for a totally homogeneous mixing and $M = 0$ for a totally heterogeneous solution [51]. I_s and M are shown schematically in figure 4. In the results presented below, the mixing time t_M is recorded following the procedure described in this figure, i.e. the time at which the mixing index exceeds a certain value, here 50% or 90%, is recorded. These mixing times are denoted $t_M^{50\%}$ and $t_M^{90\%}$ respectively. In the following, the mixing time corresponding to the 50% threshold will be referred to as partial mixing time, and that corresponding to the 90% threshold will be referred to as total or perfect mixing time.

2.5.3 Mixture quantification - Nano-fluids

Since the zone of interest is different from a 2D plane as for viscoelastic suspensions, due to the adaptation of the optical device, the zone chosen to exploit the mixture is a column of pixels. The most illuminated column of pixels is recorded at each moment of the video, enabling the mixture to be exploited in a similar way to viscoelastic suspensions. In fact, a similar calculation method is applied to this I intensity column. Next, a complete normalization of the signal is performed to handle data between 0 and 1 (if the solution is perfectly mixed); we then have :

$$I_{\text{norm}} = \frac{I - \min(I)}{1 - \min(I)} \tag{5}$$

Then, the mean C of this normalized intensity and its standard deviation $\sigma(I_{\text{norm}})$ are calculated. Finally, the segregation intensity given by : $I_s = \frac{\sigma(I_{\text{norm}})^2}{C(1-C)}$ allows us to conclude on the mixing index $M = 1 - \sqrt{I_s}$.

Mixing indices are observed over a 10-minute period. Indeed, the best-performing fluids at optimum Reynolds numbers offer total mixing in less than 5 minutes. The 10-minute limit is therefore set to limit data storage costs while preserving mixing dynamics. Each experiment is repeated in order to average the mixing index curves and extract a standard deviation at each instant, which quantifies the error. The number of repetitions varies according to the clarity of the signal obtained after 3 repetitions, i.e. further repetitions are performed when errors are deemed too large.

3 Results and discussions

3.1 Quantitative method: Index mixing

In the first part of the results, mixing dynamics is studied through the mixing index, M. This is plotted as a function of time for all fluids and all Reynolds numbers fixed and listed in table 3. In figures 6 to 8, the style of the line corresponds to the flow regime, the lateral color bar represents the Reynolds number applied and for each type of fluid, the particle concentration increases with each panel, going from left to right and then from top to bottom for the viscoelastic case. For all fluids, each flow regime observed is represented by an image extracted from the corresponding video. Figure 5 compiles sequential images to reconstruct the mixing process for the TVF, WVF, EIT, and EID flow regimes.

3.1.1 Nano-fluid (CCF-TVF-WVF)

The progression of the mixing index is shown in figure 6 a) for the solvent of nano-fluids containing no nanoparticle. It can be seen that for a purely Newtonian fluid with a relatively low viscosity ($\mu \simeq 5$ mPa s), the flow regime dominates the mixing dynamics. Indeed, in the CCF regime, since the flow is essentially azimuthal, axial mass transfer of the injected dye to the free surface occurs only by diffusion, and does not reach partial mixing, fixed at 50%. In the TVF regime, on the other hand, axial mass transfer begins, and a clear acceleration of mixing can be observed compared to the CCF regime. In TVF, axial mass transfer occurs very rapidly between vortices, before propagating inside them [22]. However, mixing does not reach the threshold of total mixing over the observation period. Finally, in the WVF regime, axial transfer is better, as shown schematically in figure 1, since this regime is responsible for an increase in chaotic advection, thus promoting intravortex mixing [22]. The mixing index quickly reaches the threshold of 90% of the total mixture.

Panels b) and c) of figure 6 represent respectively mixing dynamics for the same Reynolds numbers but for fluids loaded to 1.5% and 3.5% with nano-particles. We can thus see that mixing in the CCF regime is much more efficient with increasing particle concentration. The threshold for partial mixing is largely reached within the 600 seconds of mixing observed. The same applies to the TVF regime, which even reaches the threshold of total mixing in the presence of 3.5% nanoparticles.

It would seem, then, that the presence of nanoparticles favors axial transfer at low Reynolds numbers (CCF) to transient (TVF) Reynolds numbers. Due to the Stokes number of the particles and their colloidal nature, sedimentation is unlikely to induce breaks in the streamlines that are at the origin of mixing. On the other hand, in [56] it is identified that the diffusion coefficient is more important in nanofluids, which explains the faster transfer in general, and in particular in the CCF regime where diffusion dominates axial transport.

3.1.2 Newtonian suspensions (CCF-TVF)

Figure 7 a) shows the progression of the mixing index for the solvent composed of the water-glycerol mixture concentrated at $69\% - 31\%$ respectively. The latter is the solvent used for the Newtonian suspensions presented in this section and also in the following paragraph concerning viscoelastic solutions. As in figure 6, the CCF regime is represented by dotted lines with the color corresponding to the Reynolds number, and the TVF regime is represented by dashed lines whose color also corresponds to the targeted Reynolds number.

First of all, mixing dynamics are globally improved by increasing the Reynolds number. Indeed, mixing acceleration is significant with increasing Reynolds number whatever the flow regime reached, i.e. the CCF or TVF regime; the WVF regime not being achievable under these experimental conditions due to the increase in viscosity (see figure 3). Mixing dynamics remain similar to those observed for the nano-fluid solvent in figure 6. The addition of particles, $\Phi = 2\%$ here (illustrated in figure 7 b), shows a clearer dependence of the mixing dynamics on the increase in rotational speed of the inner cylinder, i.e. on the Reynolds number. Continuity is clearly visible between the CCF and TVF regimes, and the addition of particles accelerates mixing overall, particularly in the TVF regime. This result is in line with that for nano-fluids.

We can therefore conclude that in Newtonian suspensions, the presence of particles in the TVF regime:

- Improves mixing quality: the total mixing threshold, $t_M^{90\%}$, is reached.
- Accelerates mixing: the partial mixing threshold, $t_M^{50\%}$ is reached more quickly.
- Accentuates the Reynolds number dependency of mixing.

Concerning this last point, we can postulate that particle migration, although slight but nevertheless enhanced with Reynolds number [30], adds additional mass transfer compared to the case without particles [57].

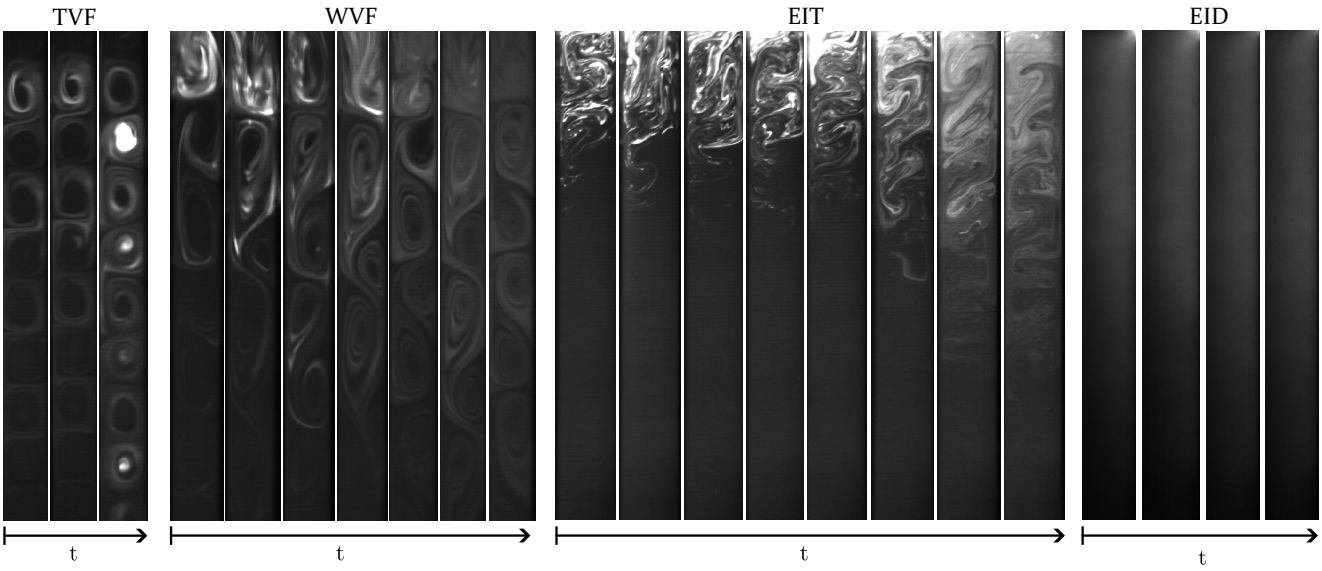


Fig. 5 Image sequence for mixing scenario in TVF, WVF, EIT and EID regimes.

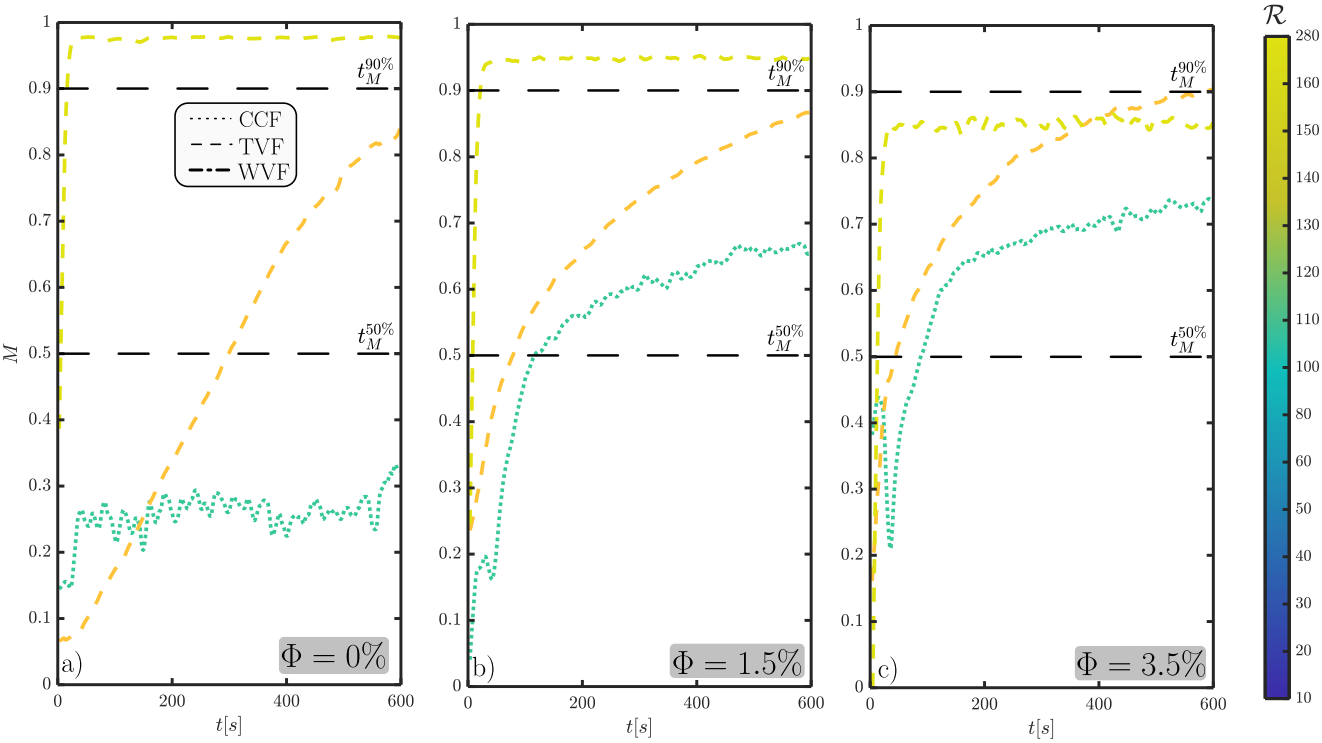


Fig. 6 Mixing index progression for several nanofluid concentrations ($\Phi = 0 - 1.5 - 3.5\%$) form left to right and for several flow regimes, CCF-TVF-WVF.

3.1.3 Viscoelastic suspensions (CCF-EIT, CCF-EID)

In this section, the role of two additives, polymer addition and particle addition to the Newtonian solvent, on mixing dynamics is investigated. Figure 8 describes the mixing mechanisms for all the particle concentrations explored, in a viscoelastic matrix. In this section, the role of polymer addition in mixing dynamics is analyzed, followed by the influence of the presence of particles in the viscoelastic matrix.

Comparing figure 8 a) with panel a) of figure 7, the role of the addition of diluted polymers can be seen by the significantly rapid increase in mixing index compared with the Newtonian case. Indeed, from the CCF regime onwards, mixing is enhanced by acceleration at the start of the mixing mechanism, but also reaches

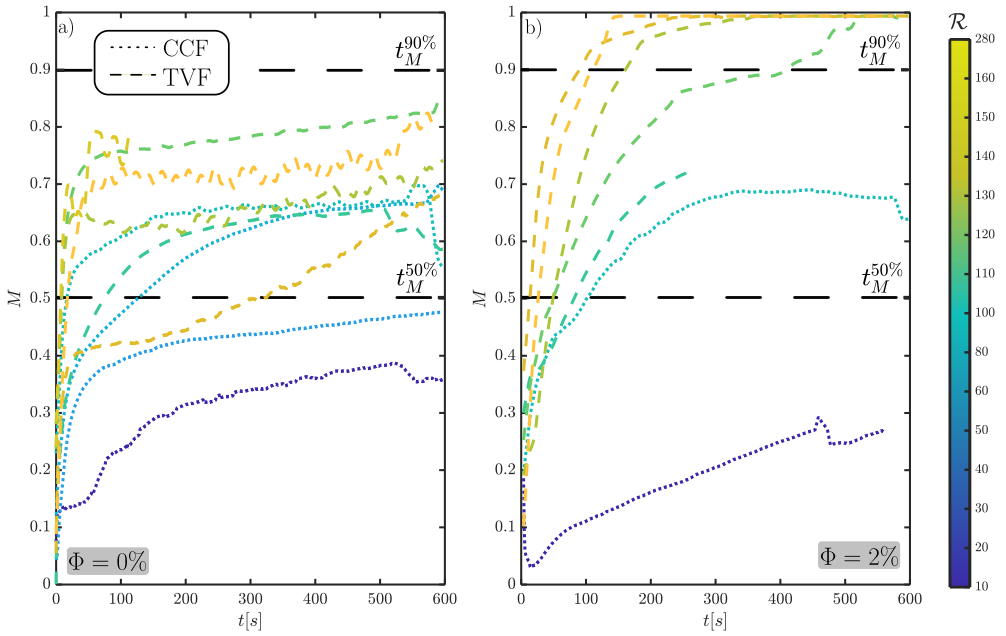


Fig. 7 Mixing index progression for two concentrations of Newtonian suspensions ($\Phi = 0 - 2\%$) for two flow regimes (CCF-TVF) and several Reynolds numbers.

full mixing by the end of the 10 minutes, which is not the case for fluids without elasticity. In this instance, axial transport is driven by the polymer, distinguishing it from the EIT regime, which does not manifest at this range of Reynolds numbers. This indicates a distinct mechanism from EIT, with diffusion likely remaining unaffected due to the low polymer concentration of 300 ppm.

Then, the CCF-TVF transition is replaced by the CCF-EIT transition, which takes place at lower Reynolds numbers and benefits mixing quality. Indeed, in the EIT regime, partial mixing is achieved more rapidly than in the cases presented up to now. The presence of elastic stresses, responsible for the axial waves representative of EIT, therefore benefits the axial mass transfer measured here (as conjectured by [58]). Partial mixing is therefore enhanced without total mixing following this trend. Indeed, total mixing is achieved for only a few fluids, and no Reynolds number trend is apparent. It seems that the nature of the regime dominates mixing dynamics more than the Reynolds number applied within the EIT regime.

The addition of a low particle concentration preserves the CCF-EIT transition as expected [41,42]. However, the presence of particles alters the mixing in the CCF regime to such an extent that it does not reach partial mixing. It seems then that the presence of particles inhibits the as yet little-known effects of axial polymeric diffusion within the CCF regime. In the EIT regime, mixing is further accelerated at 2% particles, where shorter partial mixing times are observed. In addition to the Reynolds number range reduced by the increased viscosity, once the particle concentration exceeds 4%, mixing loses speed and quality. In fact, full mixing is only achieved late and in isolated cases. Partial mixing takes much longer than in purely viscoelastic or lightly charged cases. For fluids concentrated between 4% and 10%, the EID regime is expected and seems to be well triggered here.

Indeed, the flow structures observed in the EIT regime vanish for particle volume fractions exceeding 2%, indicating that the chaotic dynamics are suppressed or replaced by another flow regime, referred to as EID in [42]. Although torque measurements cannot be exploited here due to the imposed constant shear rate (preventing the observation of any deviation from the laminar torque scaling) the quantification of the mixing time provides an alternative means to distinguish between the EIT and EID regimes (see Section 3.2)

The presence of particles dissipates the axial transfer initiated by the EIT. This effect is similar to that reported in pipe flow [59], who observed an increase in drag upon the addition of particles at sufficiently high concentrations ($\Phi = 5\%$) in a viscoelastic medium. Comparable results were also numerically obtained [60], they demonstrate that a local increase in polymer-induced stresses around the particles is responsible for the overall drag enhancement. Localized stress amplification has also been observed numerically in fundamental rheological studies [61,40], which support and further elucidate polymer–particle interactions. However,

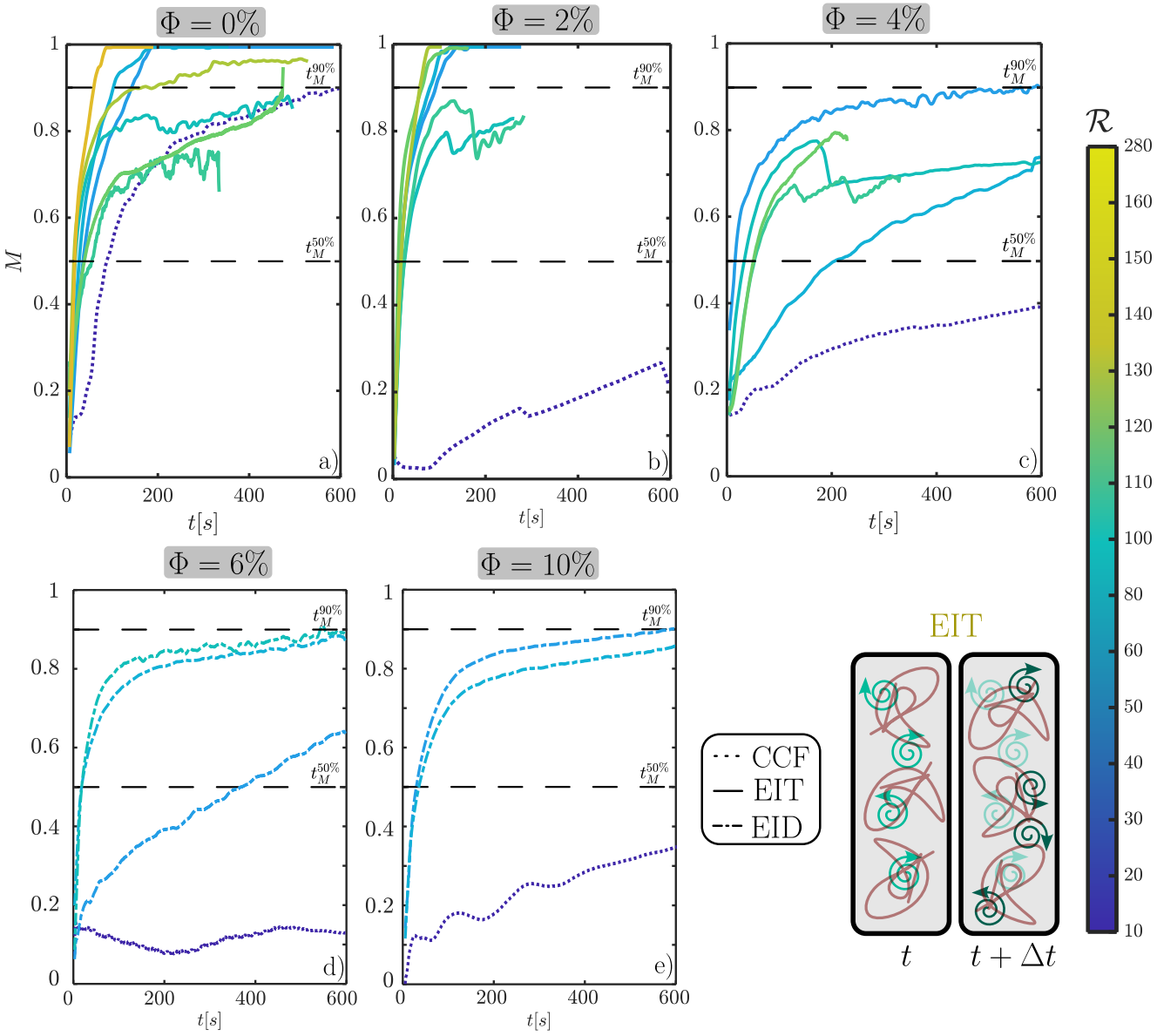


Fig. 8 Progression of the mixing index for several concentrations of viscoelastic suspensions ($\Phi = 0 - 2 - 4 - 6 - 10\%$) for different flow regimes and Reynolds numbers, CCF-EIT and CCF-EID.

the EID regime remains much more efficient in terms of mixing than the CCF regime, and shows sensitivity to Reynolds number.

We therefore conclude that :

- The presence of polymer significantly boosts partial and total mixing by triggering EIT, even at low Reynolds numbers.
- The addition of a low particle concentration ($\Phi = 2\%$) accelerates partial mixing.
- The addition of a higher concentration ($\Phi > 4\%$) dissipates the turbulent energy of the EIT, developing the EID and altering the mixture.
- The EID mode produces more efficient mixing than the CCF mode.

3.2 Mixing times

After this qualitative description of the mixing process for each fluid, the mixing time values obtained are compared. For all flow regimes, the set of fluids having reached the set mixing threshold is shown in figure 9, which lists all partial (left-hand column) and total (right-hand column) mixing times. These results are described in detail below.

3.2.1 CCF-TVF-WVF regimes

Within the CCF regime (figure 9 a and figure 9 a'), at relatively low Reynolds numbers ($\mathcal{R} < 120$), few flu-

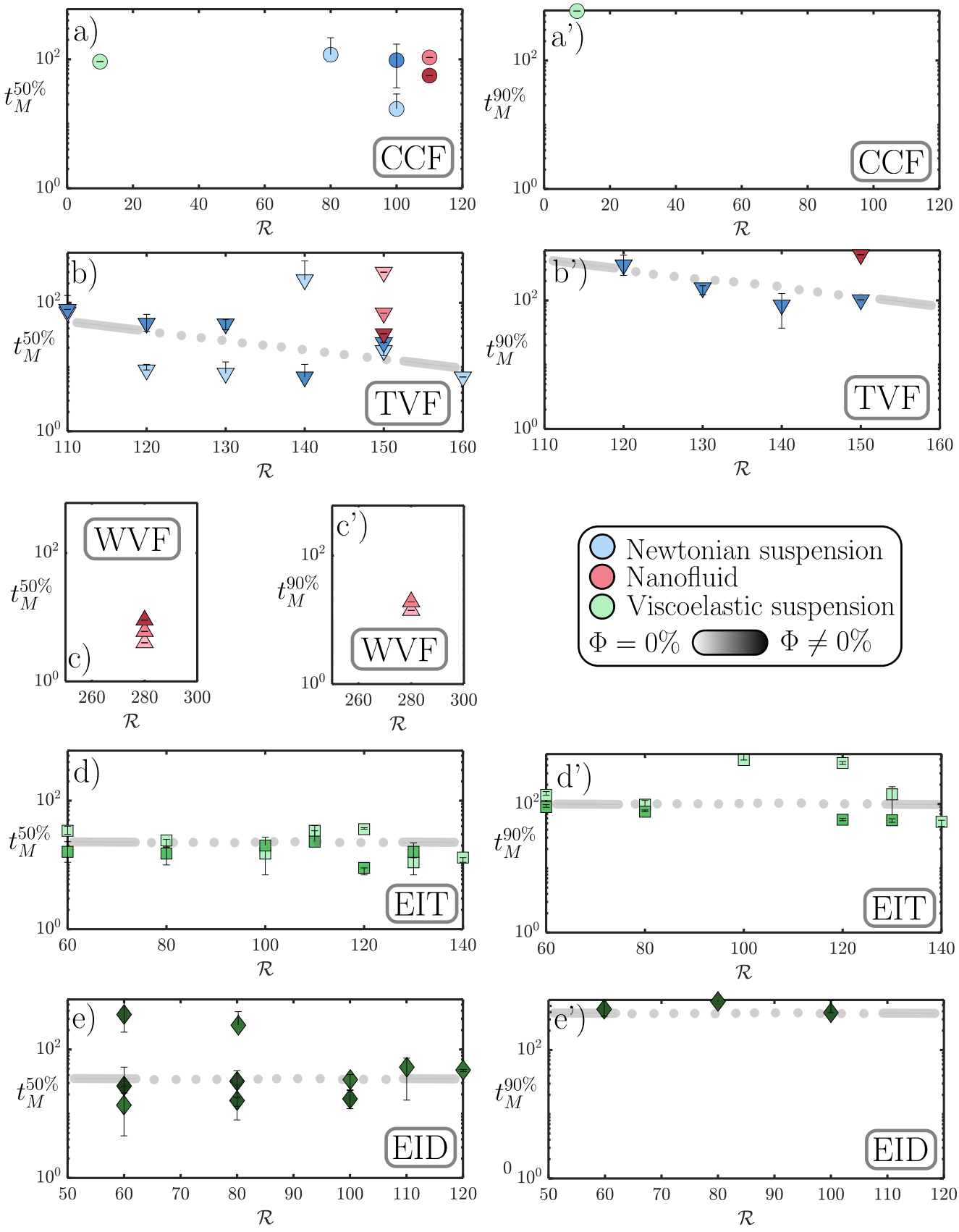


Fig. 9 Partial mixing time (ordinate) (left column) and total mixing time (right column) for each flow regime explored (corresponding to each line) for different fluids and Reynolds numbers (abscissa). Error bars are calculated from the standard deviation of the different mixing index repetitions. Grey lines and points are shown as visual guides.

ids reached partial mixing and even fewer total mixing within 10 minutes of the experiment. However, the addition of polymer tends to accelerate mixing at very low Reynolds numbers ($\mathcal{R} = 10$). It is difficult to conclude on the influence of particle concentration, as mixing is globally too slow to be interpreted here. The TVF regime is richer in results (see sub-figures 9 b and 9 b'). Indeed, both partial and total mixing are achieved for several fluid configurations. Firstly, partial mixing is achieved, with no real effect from the presence of particles. Still in the TVF regime, partial mixing time tends to decrease with Reynolds number. The addition of 2% particles significantly improves total mixing, since the latter is achieved within the observation time. On the other hand, in the case of nano-fluids, the presence of particles does contribute to mixing in the TVF regime, accelerating the latter. Whatever the solvent used, the presence of particles is necessary for total mixing. As shown in figure 3, viscosity limits the range of Reynolds numbers that can be achieved with the rheometer. This is why the WVF regime is only developed for nano-fluids, which have a viscosity very low compared with that of viscoelastic suspensions, due to the properties of the solvents used. Figures 9 c and 9 c' list the mixing times for this regime. The presence of particles delays mixing, whether partial or total. This is in contrast to the TVF regime, where particles tend to accelerate mixing. Overall, in the Newtonian cases, the flow regime dominates the mixing dynamics. Thus, the CCF, TVF and WVF regimes have different mixing dynamics in relation to particle concentration, either because mixing is insufficient, or because particles do not have a systematic effect on mixing. They either enhance mixing or retard it. The case of the WVF regime for nano-fluids shows an inversion in the trends between TVF and WVF, but the data from this study do not provide clear explanations for this phenomenon. We can, however, postulate that there are other forces due to the size of the particles and their nature: electromagnetic forces, Brownian motion, etc. which would locally modify the flow and therefore the mass transfer dynamics under these conditions. Elasto-inertial regimes cover the same Reynolds number range, with the exception of the WVF regime, and are explored in the following.

3.2.2 EIT-EID regimes

As expected, elasto-inertial turbulence is developed in the presence of polymer at lower Reynolds numbers than the TVF regime [39] and for particle volume fractions below 4% [42]. Within this regime (see sub-figures 9 d and 9 d'), partial mixing is achieved faster than in the TVF regime for the same or even lower Reynolds number ranges, whatever the particle concentration. Additionally, the Reynolds number independence of the partial mixing time is an effect visible only in the EIT regime. This implies that viscoelastic dynamics dictate mixing. In the EIT regime, inertia has no influence on mixing dynamics; the addition of inertia is not simply an addition of energy transfer. Total mixing is also more efficient than in the TVF regime, especially for low particle addition ($\Phi = 2\%$). The EIT regime is therefore an interesting flow regime for both partial and total mixing efficiency, since the particles are in a dilute regime.

The EID regime is reached for three particle concentrations, $\Phi = 4, 6$ & 10%. The increase in viscosity by the addition of particles limits the range of Reynolds numbers that can be envisaged, and does not allow mixing to be explored for the full range of Reynolds numbers seen in EIT. However, it should be noted that partial mixing in the EID regime is of roughly the same order of magnitude as that observed in the EIT regime. This means that the nature of the flow is different from the CCF regime, and still bears some phenomenological resemblance to the EIT. There is therefore an axial transfer of matter within this hydrodynamic regime. As far as total mixing is concerned, few of the cases studied are mixed quickly enough to detect a mixing time. Mixing is less efficient in the EID regime than in the EIT regime, but remains more advantageous than the CCF regime for the same Reynolds number values.

A comparison of the TVF and EIT regimes shows that the addition of polymer boosts axial mass transfer as long as the particle concentration remains low. Similarly, exploration of the EID regime led to the conclusion that it is more efficient than the CCF regime, while remaining at the margin of the EIT regime. Visualizations of fluorescence propagation in the EID regime do not reveal the existence of coherent scalar structures, at least on a large scale, even if the presence of particles in sufficient concentration to cause a blurring phenomenon linked to multiple refractions makes local observation difficult. This finding provides a further insight into this dissipative regime. In particular, it is an interesting complement to previous work in which the role of degradation in the appearance of EID was discussed and identified as a factor impacting the torque signal but not necessarily the absence of EIT. Here there is no degradation due to the nature of the experiments performed, while a clear demarcation in terms of mixing dynamics is observed. This analysis of the mixing time is therefore evidence that a phenomenon is developing from a hydrodynamic point of view, and that this is not linked to the degradation of polymer chains.

3.2.3 Summary of mixing times

The mixing time global picture is shown in figure 10 where all partial mixing times are represented (subfigure a) as well as total mixing times (subfigure b). The point of this presentation is to compare, from a global point of view, which fluid offers interesting mixing dynamics compared with another. From an industrial point of view, optimizing mixing means finding the fluid which, for the lowest possible Reynolds number, mixes the fastest. Here, we can see that the addition of elasticity (green markers) accelerates mixing and offers relatively low mixing times at Reynolds numbers between 60 and 110, which is not the case with Newtonian fluids. We can also see that, in the presence of particles, the triggering of instabilities such as the TVF regime is advantageous for some cases and disadvantageous for others, whereas the EIT regime remains optimal. Finally, total mixing supports the fact that the presence of a low particle concentration accelerates mixing in the EIT regime, and that this configuration is the most advantageous for low Reynolds numbers (below 150). The WVF regime is effective for both partial and total mixing, as long as the concentration of nano-particles, here, is low (1.5%) or non-existent, which defeats the purpose of adding nano-particles, originally intended to accelerate thermal diffusion. This suggests that the addition of nano-particles under high Reynolds number or hydrodynamically unstable flow conditions could attenuate convective transfer mechanisms simultaneously with the increase in conduction, thus limiting the effectiveness of nano-fluids in these contexts.

4 Conclusion

In this study, the mixing of complex suspensions is investigated using three types of fluid: nano-fluids, Newtonian suspensions and viscoelastic suspensions. Through a wide range of Reynolds numbers, the mixing dynamics of different flow regimes are explored. The study of the mixing index has shown that the flow regime dominates the efficiency with which a fluid mixes following the injection of a drop of dye at the free surface of the Couette cell. In particular, we have identified that elasto-inertial regimes are more efficient than those of purely inertial origin. The addition of a low particle concentration has a less generalizable effect for partial mixing, whereas it accelerates total mixing more systematically. The EID regime was also explored, and visualization inside the gap failed to reveal any coherent structures close to the inner cylinder. The mixing dynamics assume that the EID is still elasto-inertial in nature, since mixing is more comparable to mixing in the EIT regime than in the CCF regime. From an industrial point of view, although the presence of additives increases fluid viscosity, if they are added in small quantities ($\Phi < 2\%$ for particles), they boost hydrodynamic mixing. Specifically, the addition of polymer boosts convection as well as low particle concentration.

The use of additives to improve thermal conductivity is of great interest to manufacturers. These additives first optimize hydrodynamic mixing by enhancing convection, as we have demonstrated, and then also improve overall fluid conduction. However, major hurdles remain to be overcome, since the suspensions treated here are iso-dense, whereas most of the particles of thermal interest have a higher density and increase the fluid's viscosity. Moreover, although the polymer is a thermally neutral or harmful additive, if it is added in very small quantities, the thermal conductivity of the fluid will be unchanged, and mixing time will be reduced by almost an order of magnitude thanks to the advection generated. Finally, the temperature behavior of viscoelastic mechanisms in a heat transfer context is still an unexplored phenomenon and needs to be studied to help optimize convective transfer.

Author Contributions

Charles Carré performed the experiments, processed and analyzed the experimental data, and wrote the manuscript. Tom Lacassagne reviewed the manuscript, provided substantial feedback on the wording, and contributed to the data analysis. Nouhaïla El Hani participated in the experimental work. S. Amir Bahrani, as project leader, contributed to the revision of the manuscript and to the physical interpretation of the results, together with the first and second authors. All authors have read and approved the final version of the manuscript.

Data Availability

Data sets generated during the current study are available from the corresponding author on reasonable request.

Funding

This work was funded by the French National Research Agency (ANR-22-CE05-0017-01).

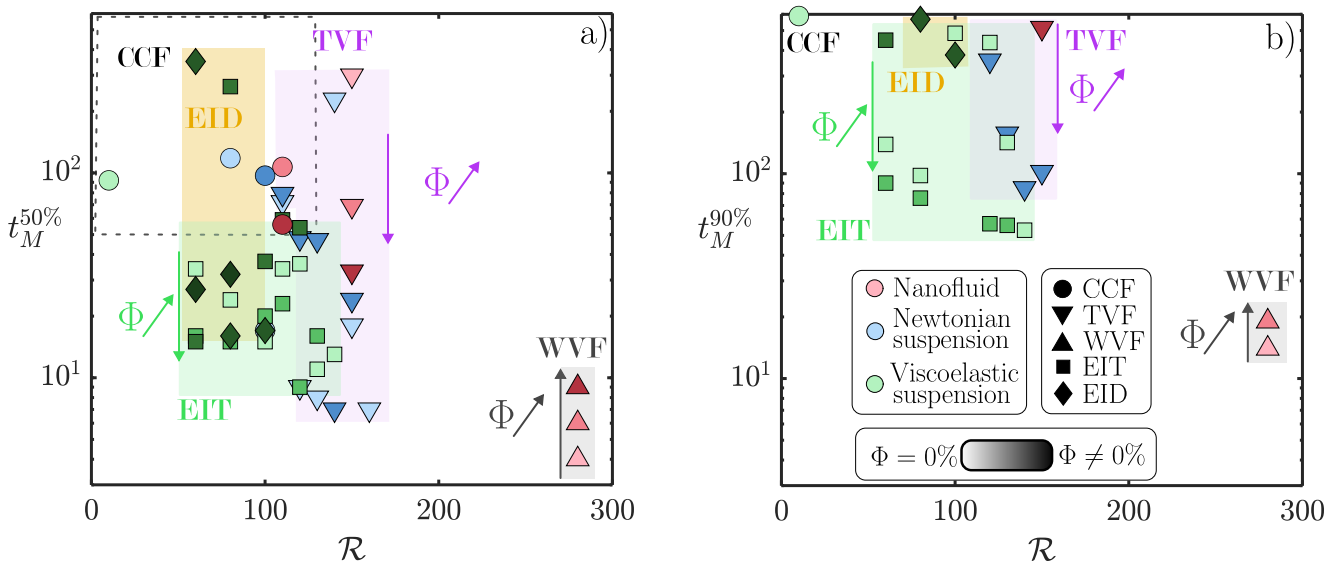


Fig. 10 Diagram of mixing efficiency as a function of flow regime. a) Partial mixing time. b) Total mixing time.

Declaration of interest

The authors declare no conflict of interest.

References

1. G. Colangelo, N.F. Diamante, M. Milanese, G. Starace, A.d. Risi, A Critical Review of Experimental Investigations about Convective Heat Transfer Characteristics of Nanofluids under Turbulent and Laminar Regimes with a Focus on the Experimental Setup, Energies **14**(18) (2021). DOI 10.3390/en14186004. URL
2. K. Khanafer, K. Vafai, A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, International Journal of Heat and Mass Transfer **54**(19-20), 4410 (2011). DOI 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.04.048. URL
3. A. Lenert, Y. Nam, E.N. Wang, HEAT TRANSFER FLUIDS, Annual Review of Heat Transfer **15**(15), 93 (2012). DOI 10.1615/AnnualRevHeatTransfer.2012004122. URL
4. Y. Li, J. Zhou, S. Tung, E. Schneider, S. Xi, A review on development of nanofluid preparation and characterization, Powder Technology **196**(2), 89 (2009). DOI 10.1016/j.powtec.2009.07.025. URL
5. A. Briclot, J. Henry, C. Popa, C. Nguyen, S. Fohanno, Experimental investigation of the heat and fluid flow of an Al2O3-water nanofluid in the laminar-turbulent transition region, International Journal of Thermal Sciences **158**, 106546 (2020). DOI 10.1016/j.ijthermalsci.2020.106546. URL
6. V. Sridhara, L.N. Satapathy, Al2O3-based nanofluids: a review, Nanoscale Research Letters **6**(1), 456 (2011). DOI 10.1186/1556-276X-6-456. URL
7. E.O. Atofarati, M. Sharifpur, Z. Huan, Nanofluids for heat transfer enhancement: a holistic analysis of research advances, technological progress and regulations for health and safety, Cogent Engineering **11**(1), 2434623 (2024). DOI 10.1080/23311916.2024.2434623. URL
8. M. Manimaran, M.N. Norizan, M.H.M. Kassim, M.R. Adam, N. Abdullah, M.N.F. Norrrahim, Critical review on the stability and thermal conductivity of water-based hybrid nanofluids for heat transfer applications, RSC Advances **15**(18), 14088 (2025). DOI 10.1039/d5ra00844a. URL
9. A. Einstein, Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen, Annalen der Physik **324**(2), 289 (1906). DOI 10.1002/andp.19063240204. URL . _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/andp.19063240204
10. C.R. Wildemuth, M.C. Williams, Viscosity of suspensions modeled with a shear-dependent maximum packing fraction, Rheologica Acta **23**(6), 627 (1984). DOI 10.1007/BF01438803. URL
11. R.S. Vajjha, D.K. Das, A review and analysis on influence of temperature and concentration of nanofluids on thermophysical properties, heat transfer and pumping power, International Journal of Heat and Mass Transfer **55**(15), 4063 (2012). DOI 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.03.048. URL
12. J.F. Morris, Toward a fluid mechanics of suspensions, Physical Review Fluids **5**(11), 110519 (2020). DOI 10.1103/PhysRevFluids.5.110519. URL
13. M. Moazzen, T. Lacassagne, V. Thomy, S.A. Bahrani, Torque scaling at primary and secondary bifurcations in a Taylor–Couette flow of suspensions, Journal of Fluid Mechanics **937**, A2 (2022). DOI 10.1017/jfm.2022.78. URL
14. A. Charles, J. Peixinho, T. Ribeiro, S. Azimi, V. Rocher, J.C. Baudez, S. Bahrani, Asymmetry and intermittency in the rheo-inertial transition to turbulence in pipe flow, Physics of Fluids **36** (2024). DOI 10.1063/5.0211807
15. M. Moazzen, T. Lacassagne, V. Thomy, S.A. Bahrani, Friction dynamics of elasto-inertial turbulence in Taylor-Couette flow of viscoelastic fluids, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **381**(2246), 20220300 (2023). DOI 10.1098/rsta.2022.0300. URL . ArXiv:2301.02047 [physics]
16. Z. Hou, S. Berti, T. Burghelea, F. Romanò. Nonhomogeneous elastic turbulence in the two-dimensional Taylor-Couette flow (2025). DOI 10.48550/arXiv.2510.13475. URL . ArXiv:2510.13475 [physics]
17. Taylor. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders (1922). DOI 10.1098/rsta.1923.0008. URL
18. M. Couette, Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides, Journal de Physique Théorique et Appliquée **9**(1), 414 (1890). DOI 10.1051/jphystap:018900090041401. URL
19. A.K. Majumdar, D.B. Spalding, Numerical computation of Taylor vortices, Journal of Fluid Mechanics **81**(2), 295 (1977). DOI 10.1017/S0022112077002043. URL
20. M.A. Dominguez-Lerma, G. Ahlers, D.S. Cannell, Effects of "Kalliroscope" flow visualization particles on rotating Couette–Taylor flow, The Physics of Fluids **28**(4), 1204 (1985). DOI 10.1063/1.864997. URL
21. M. Nemri, S. Cazin, S. Charton, E. Climent, Experimental investigation of mixing and axial dispersion in Taylor–Couette flow patterns, Experiments in Fluids **55**(7), 1769 (2014). DOI 10.1007/s00348-014-1769-6. URL
22. J. Dusting, S. Balabani, Mixing in a Taylor–Couette reactor in the non-wavy flow regime, Chemical Engineering Science **64**(13), 3103 (2009). DOI 10.1016/j.ces.2009.03.046. URL
23. B. Martínez-Arias, J. Peixinho, O. Crumeyrolle, I. Mutabazi, Effect of the number of vortices on the torque scaling in Taylor–Couette flow, Journal of Fluid Mechanics **748**, 756 (2014). DOI 10.1017/jfm.2014.213. URL
24. M. Schrimpf, J. Esteban, H. Warmeling, T. Färber, A. Behr, A.J. Vorholt, Taylor-Couette reactor: Principles, design, and applications, AIChE Journal **67**(5), e17228 (2021). DOI 10.1002/aic.17228. URL . _eprint: https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aic.17228
25. G. Beaudoin, M.Y. Jaffrin, Plasma filtration in Couette flow membrane devices, Artificial Organs **13**(1), 43 (1989). DOI 10.1111/j.1525-1594.1989.tb02831.x
26. C.D. Andereck, S.S. Liu, H.L. Swinney, Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders, Journal of Fluid Mechanics **164**, 155 (1986). DOI 10.1017/S0022112086002513. URL
27. T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, S. Balabani, Experimental insights into elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flows, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **381**(2243), 20220131 (2023). DOI 10.1098/rsta.2022.0131. URL
28. Y. Bai, N. Latrache, F. Kelai, O. Crumeyrolle, I. Mutabazi, Viscoelastic instabilities of Taylor–Couette flows with different rotation regimes, Philosophical Transactions of the Royal Society A (2023). DOI 10.1098/rsta.2022.0133. URL
29. C. Kang, P. Mirbod, Transitions in TaylorCouette flow of concentrated non-colloidal suspensions, Philosophical Transactions of the Royal Society A (2023). DOI 10.1098/rsta.2022.0126. URL
30. M.V. Majji, S. Banerjee, J.F. Morris, Inertial flow transitions of a suspension in Taylor–Couette geometry, Journal of Fluid Mechanics **835**, 936 (2018). DOI 10.1017/jfm.2017.754. URL

31. P. Ramesh, S. Bharadwaj, M. Alam, Suspension Taylor–Couette flow: co-existence of stationary and travelling waves, and the characteristics of Taylor vortices and spirals, Journal of Fluid Mechanics **870**, 901 (2019). DOI 10.1017/jfm.2019.291. URL
32. A. Dash, A. Anantharaman, C. Poelma, Particle-laden Taylor–Couette flows: higher-order transitions and evidence for azimuthally localized wavy vortices, Journal of Fluid Mechanics **903**, A20 (2020). DOI 10.1017/jfm.2020.649. URL
33. C. Kang, P. Mirbod, Flow instability and transitions in Taylor–Couette flow of a semidilute non-colloidal suspension, Journal of Fluid Mechanics **916**, A12 (2021). DOI 10.1017/jfm.2021.75. URL
34. M. Ghosh, M. Alam, Instabilities and particle-induced patterns in co-rotating suspension Taylor–Couette flow, Journal of Fluid Mechanics **995**, R4 (2024). DOI 10.1017/jfm.2024.785. URL
35. H.A. Snyder, Stability of Rotating Couette Flow. I. Asymmetric Waveforms, The Physics of Fluids **11**(4), 728 (1968). DOI 10.1063/1.1691991. URL
36. T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, S. Balabani, Elastically modulated wavy vortex flow, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics **330**, 105283 (2024). DOI 10.1016/j.jnnfm.2024.105283. URL
37. N. Latrache, N. Abcha, O. Crumeyrolle, I. Mutabazi, Defect-mediated turbulence in ribbons of viscoelastic Taylor-Couette flow, Physical Review E **93**(4), 043126 (2016). DOI 10.1103/PhysRevE.93.043126. URL
38. N. Latrache, I. Mutabazi, Transition to turbulence via flame patterns in viscoelastic Taylor–Couette flow, The European Physical Journal E **44**(5), 63 (2021). DOI 10.1140/epje/s10189-021-00067-0. URL
39. Y. Dubief, V.E. Terrapon, B. Hof, Elasto-Inertial Turbulence, Annual Review of Fluid Mechanics **55**(Volume 55, 2023), 675 (2023). DOI 10.1146/annurev-fluid-032822-025933. URL
40. B.S. Neo, E.S.G. Shaqfeh, Stresslet in a dilute suspension of rigid spheres in an Oldroyd-B fluid, Physical Review Fluids **9**(3), 033301 (2024). DOI 10.1103/PhysRevFluids.9.033301. URL
41. T. Lacassagne, T. Boulafentis, N. Cagney, S. Balabani, Modulation of elasto-inertial transitions in Taylor–Couette flow by small particles, Journal of Fluid Mechanics **929**, R2 (2021). DOI 10.1017/jfm.2021.861. URL
42. C. Carré, M. Moazzen, T. Lacassagne, S.A. Bahrani, Elasto-inertial dissipation in particle-laden viscoelastic Taylor–Couette flow, Journal of Fluid Mechanics **997**, A19 (2024). DOI 10.1017/jfm.2024.781. URL
43. T. Lacassagne, N. Cagney, S. Balabani, Shear-thinning mediation of elasto-inertial Taylor–Couette flow, Journal of Fluid Mechanics **915**, A91 (2021). DOI 10.1017/jfm.2021.104. URL
44. David F. James, Boger Fluids, Annual Review of Fluid Mechanics **41**(1), 129 (2009). DOI 10.1146/annurev.fluid.010908.165125. URL
45. Zell, Is there a relation between the relaxation time measured in CaBER experiments and the first normal stress coefficient? - ScienceDirect, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics (2010). DOI 10.1016/j.jnnfm.2010.06.010. URL
46. A.W. Nienow, M.F. Edwards, N. Harnby, *Mixing in the Process Industries: Second Edition* (Butterworth-Heinemann, 1997). Google-Books-ID: LxdFnHQcXhgC
47. A.B. Banaga, Y.B. Li, Z.H. Li, B.C. Sun, G.W. Chu, Experimental investigation of the mixing efficiency *via* intensity of segregation along axial direction of a rotating bar reactor, Chinese Journal of Chemical Engineering **59**, 153 (2023). DOI 10.1016/j.cjche.2023.01.003. URL
48. H. Masuda, K. Nakagawa, H. Iyota, S. Wang, N. Ohmura, Thermo-fluid dynamics and synergistic enhancement of heat transfer by interaction between Taylor–Couette flow and heat convection, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **381**(2246), 20220116 (2023). DOI 10.1098/rsta.2022.0116. URL
49. A.K. Samanta, *Colorimetry* (BoD – Books on Demand, 2022)
50. D.A. Walker, A fluorescence technique for measurement of concentration in mixing liquids, Journal of Physics E: Scientific Instruments **20**(2), 217 (1987). DOI 10.1088/0022-3735/20/2/019. URL
51. D.R. Unger, F.J. Muzzio, Laser-induced fluorescence technique for the quantification of mixing in impinging jets, AIChE Journal **45**(12), 2477 (1999). DOI 10.1002/aic.690451203. URL . _eprint: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aic.690451203
52. Z. Rida, S. Cazin, F. Lamadie, D. Dherbecourt, S. Charton, E. Climent, Experimental investigation of mixing efficiency in particle-laden Taylor–Couette flows, Experiments in Fluids **60** (2019). DOI 10.1007/s00348-019-2710-9
53. A.D. Stroock, S.K.W. Dertinger, A. Ajdari, I. Mezić, H.A. Stone, G.M. Whitesides, Chaotic Mixer for Microchannels, Science **295**(5555), 647 (2002). DOI 10.1126/science.1066238. URL
54. P.V. Danckwerts, The definition and measurement of some characteristics of mixtures, Applied Scientific Research, Section A **3**(4), 279 (1952). DOI 10.1007/BF03184936. URL
55. M. Hoffmann, M. Schlüter, N. Räbiger, Experimental investigation of liquid–liquid mixing in T-shaped micromixers using $µ$-LIF and $µ$-PIV, Chemical Engineering Science **61**(9), 2968 (2006). DOI 10.1016/j.ces.2005.11.029. URL
56. X. Fang, Y. Xuan, Q. Li, Experimental investigation on enhanced mass transfer in nanofluids, Applied Physics Letters **95**(20), 203108 (2009). DOI 10.1063/1.3263731. URL
57. M. Sarabian, M. Firouznia, B. Metzger, S. Hormozi, Fully developed and transient concentration profiles of particulate suspensions sheared in a cylindrical Couette cell, Journal of Fluid Mechanics **862**, 659 (2019). DOI 10.1017/jfm.2018.982. URL
58. T. Lacassagne, N. Cagney, J.J.J. Gillissen, S. Balabani, Vortex merging and splitting: A route to elastoinertial turbulence in Taylor-Couette flow, Physical Review Fluids **5**(11), 113303 (2020). DOI 10.1103/PhysRevFluids.5.113303. URL
59. A. Esteghamatian, T.A. Zaki, Dilute suspension of neutrally buoyant particles in viscoelastic turbulent channel flow, Journal of Fluid Mechanics **875**, 286 (2019). DOI 10.1017/jfm.2019.483. URL
60. M.E. Rosti, L. Brandt, Increase of turbulent drag by polymers in particle suspensions, Physical Review Fluids **5**(4), 041301 (2020). DOI 10.1103/PhysRevFluids.5.041301. URL
61. A. Zhang, E.S.G. Shaqfeh, Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic solutions. Part 1: Effect of the polymer concentration, Journal of Rheology **67**(2), 499 (2023). DOI 10.1122/8.0000540. URL

CHAPITRE 6

Conclusion & Perspectives

6.1 Conclusion générale

Le travail réalisé dans cette thèse a permis d'explorer les interactions entre polymères et particules dans un écoulement contrôlé qu'est l'écoulement de Taylor-Couette par l'approche expérimentale. Cette étude fait suite aux précédents travaux de l'équipe sur les suspensions en écoulement de Taylor-Couette (Moazzen et al., 2022) ainsi que sur les solutions viscoélastiques pures (Moazzen et al., 2023). Ces derniers ont notamment permis de montrer que l'ajout de ces deux additifs (polymère d'une part et particules d'autre part) permet de déstabiliser l'écoulement réduisant ainsi le nombre de Reynolds critique nécessaire au déclenchement de la première bifurcation. En utilisant la même méthode, à savoir la visualisation directe d'écoulement simultanément à la mesure de couple nécessaire à la rotation du cylindre intérieur, la combinaison de ces deux additifs à été explorée dans cette thèse. Par la suite, un approfondissement des mécanismes sous-jacents aux interactions polymères-particules par la voie frictionnelle a été réalisé ainsi que par la mise en place de Fluorescence Plane Induite par Laser (PLIF) permettant de diversifier la nature des résultats et donc d'approfondir la compréhension des mécanismes.

L'étude bibliographique réalisée dans le chapitre 1 a permis dans un premier temps de présenter les notions générales à propos des fluides non-newtoniens avant de détailler des notions sur les solutions de polymères et les fluides viscoélastiques. Des outils sur les polymères et l'implication rhéologique ont été présentés, de même pour les suspensions aussi bien de taille nanométrique que micrométrique. Les forces générées par la présence de ces additifs sont alors répertoriées. La complexité des mécanismes générés dans les fluides complexes comme les suspensions viscoélastiques rapportés dans la littérature sont listés et le manque de connaissances sur ces dernières est repéré. Ce chapitre est clôt par une brève introduction aux méthodes de caractérisations rhéologiques permettant de donner les bases pour comprendre les différentes analyses sur le comportement rhéologique des fluides développés dans les chapitres 3, 4 et 5. La rhéologie complexe des fluides utilisés dans cette thèse a motivé l'utilisation d'une géométrie d'écoulement simple, l'écoulement de Taylor-Couette. C'est pourquoi, le chapitre 2 est un état de l'art focalisé sur cette géométrie avec une complexification progressive des fluides qui y sont mis en écoulement. On y retrouve ainsi une description de l'écoulement dans le cas déjà riche des fluides newtoniens. Puis, la route vers la turbulence des solutions viscoélastiques à viscosité constante est répertoriée ainsi que celle des suspensions newtoniennes. Le rôle des différents paramètres tels que l'élasticité, la concentration en particules, le nombre de Reynolds sont explorés. Finalement, une discussion sur les rares études de suspensions complexes et suspensions viscoélastiques en écoulement de Taylor-Couette est développée afin de positionner une base du contexte pour introduire le chapitre 3. Le tableau 2.1 rassemble une série de travaux fondamentaux pour la compréhension de suspensions Boger en écoulement de Taylor-Couette en clôture de cette partie bibliographique ainsi que le graphe 2.15 qui regroupe les différents régimes hydrodynamiques de ces suspensions.

Dans le but de combler le manque de connaissances sur les régimes hydrodynamiques mis en œuvre dans les

suspensions viscoélastiques de type Boger, une première étude mêlant mesure de friction et visualisation directe d'écoulement a été réalisée. Nous avons notamment montré que le déclenchement d'instabilités hydrodynamiques est perturbé par la combinaison des deux additifs. Le chapitre 3 permet donc de préciser que la turbulence élasto-inertielle est bien déclenchée et propose des propriétés frictionnelles telles que pour les solutions viscoélastiques pures ou contenant peu de particules ($\Phi \leq 2\%$). En revanche, la présence de particules solides en plus grande proportion ($\Phi \geq 6\%$) altère voire supprime cette transition. En effet, nous avons montré que ce régime est de nature dissipative, appelé Dissipation Élasto-Inertielle (EID), grâce à la mesure de couple qui diffère du comportement laminaire. Ce phénomène dissipatif étant détectable uniquement grâce à la mesure frictionnelle qui se situe au centre de l'écoulement. L'absence de motif distinctif pour le régime EID permet d'assimiler ce dernier à de la relaminarisation apparente. On souligne alors que les interactions entre la réponse élastique des chaînes de polymères et les particules ont un rôle important dans le mécanisme à l'origine de l'EID. Enfin, nous avons montré via l'analyse de la variation du pseudo-nombre de Nusselt que le transfert de la quantité de mouvement axiale est altérée par la présence des particules. Ces résultats ont été publiés dans le *Journal of Fluid Mechanics* en 2024. Cette dissipation d'origine élasto-inertielle pose des questions sur les mécanismes internes responsables de ce changement de régime.

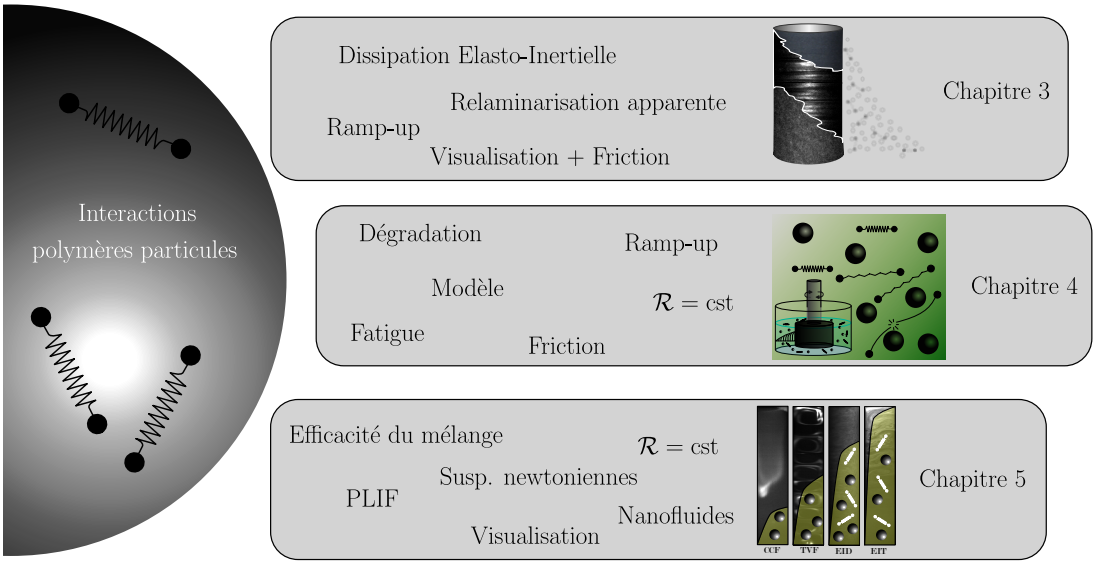


FIGURE 6.1 – Bilan illustré des résultats centrés sur les interactions polymère-particules

C'est pourquoi, dans la seconde partie des résultats, une analyse visant à améliorer la compréhension de ce phénomène est réalisée. L'une des principales interrogations concerne la dégradation des chaînes de polymères par les particules. Alors, l'étude détaillée dans le chapitre 4 considère la dégradation des polymères avec le temps, le cisaillement et la concentration en particules. Des essais de fatigue dans les conditions de l'écoulement de Taylor-Couette à des cisaillements constants sur une durée comparable à celle de l'étude précédente ont été réalisés. Nous proposons alors un modèle de dégradation dans ces conditions afin de comparer ce modèle à la dissipation observée en ramp-up, c'est à dire dans les conditions de l'étude précédente. On compare ainsi la quantité frictionnelle dissipée lors des ramp-up en présence de particules en régime semi-dilué à la quantité dissipée théoriquement avec le modèle issu des essais de fatigue. Si la dynamique observée pour le couple en régime EID est qualitativement capturée par le modèle de dégradation, suggérant un impact de cette dernière dans les mécanismes de friction, une tendance similaire est observée pour l'évolution des frottements en régime peu concentré en particules et post-EIT. De plus le modèle de dégradation proposé ne permet pas de capturer la forte dépendance de la dynamique de frottement observée en EID à la concentration en particules, la dégradation étant peu dépendante à ce dernier paramètre mais bien plus au taux de cisaillement. Un facteur additionnel est alors ajouté au modèle permettant de compenser un potentiel autre mécanisme faisant interagir les deux additifs (polymère et particules). Enfin, la distance inter-particules est analytiquement comparée à la longueur maximale de l'étirement d'une chaîne de polymère. Il s'avère que cette longueur correspond à la distance inter-particules pour une concentration en particules proche de la concentration

nécessaire au déclenchement de l'EID ($2\% \leq \Phi \leq 6\%$). Une valorisation de ces résultats est prévue dans un article de journal en cours de révision à l'heure où ce manuscrit de thèse est finalisé.

Jusqu'ici, les données permettant de caractériser l'écoulement élasto-inertiel dans la cellule sont d'origine frictionnelle (via le cylindre intérieur) ou visuelle (via le cylindre extérieur). Un manque de connaissance de l'écoulement entre les deux cylindres, c'est à dire au cœur de l'écoulement est pointé. Ainsi, dans le chapitre 5, une approche différente pour comprendre les mécanismes caractéristiques de l'EID, ainsi que pour déterminer les transferts convectifs induits par des suspensions viscoélastiques est mise en œuvre. Une étude de l'efficacité du mélange est réalisée afin de quantifier l'amplification de la convection par l'ajout des additifs et donc le déclenchement d'instabilités hydrodynamiques. La Fluorescence Plane Induite par Laser est utilisée pour observer les motifs d'écoulements de différents régimes en injectant une goutte de colorant fluorescent. Dans un premier temps, cela permet de visualiser les structures des régimes d'écoulement, puis la diffusion et l'advection du colorant dans l'entrefer sont analysées pour quantifier la rapidité à laquelle le mélange s'opère en fonction des paramètres (additifs - nombre de Reynolds). De la sorte, un type de nanofluide ainsi que des suspensions newtoniennes, une solution viscoélastique et des suspensions viscoélastiques sont comparés entre eux. Il en ressort que le régime d'écoulement domine la dynamique de mélange, quel que soit l'additif ajouté au fluide. Ainsi, il est recommandable de déclencher de la turbulence élasto-inertielle qui génère des transferts convectifs efficaces à des nombres de Reynolds plus faibles que les régimes d'instabilités purement inertiels. Concernant le régime EID qui propose un mélange relativement correcte par rapport au régime CCF mais peu efficace par rapport au régime EIT, la précision est affectée par la présence des particules. Cependant, cette nouvelle méthode de mesure ne permet pas non plus de mettre en évidence de quelconques structures cohérentes à grande échelle, et les particules ne semblent pas migrer vers une position préférentielle dans la limite du temps d'observation (de plusieurs ordres de grandeur supérieur au temps de relaxation du polymère). L'ensemble des résultats de cette dernière partie est prévu d'être valorisé dans un article de journal en cours de finalisation à l'heure où ce manuscrit de thèse est finalisé.

Par cette thèse, après avoir identifié un manque de connaissances sur les régimes hydrodynamiques de suspensions complexes, nous avons mis en évidence un nouveau régime hydrodynamique d'origine dissipative et avons exploré les différents mécanismes à l'origine de son développement. Bien que les particules utilisées ne soient pas d'intérêt thermique, leur utilisation a un rôle primordial dans la transition vers la turbulence élasto-inertielle, et maîtriser leur impact permet d'optimiser le développement de la convection par le mécanisme advectif axial induit par la présence de particules.

6.2 Perspectives

6.2.1 Mise en évidence des structures de l'EID

Afin de mieux comprendre la manière dont se développe le régime EID mis en évidence dans cette thèse, une étude quantitative telle que le champ vectoriel de vitesse peut être explorée dans une cellule dont l'entrefer est supérieur permettant ainsi de faire de la Vélocimétrie par Images de Particules (PIV), peu commun en écoulement de Taylor-Couette de solutions viscoélastiques Boulafentis et al. (2024); Latrache et al. (2025). Cette technique nécessite de faire correspondre l'indice optique des particules à celle du fluide et donc d'adapter le solvant pour que la suspension reste iso-dense et Boger, conditions dans lesquelles l'EID a été déterminée. L'étude réalisée par Rida et al. (2019) est un travail de référence mêlant PIV et PLIF en écoulement de Taylor-Couette (voir figure 6.2 a).

6.2.2 Interactions polymère-particules du point de vue local

Du point de vue de la mécanique des fluides purement fondamentale, l'analyse des micro-structures et des interactions polymères-particules reste un manque dans la littérature à l'échelle de plusieurs particules et est bien souvent le propre d'études numériques (Zhang and Shaqfeh, 2023a,b; Shaqfeh and Khomami, 2021). Une récente étude mêlant modèle numérique et micro rhéologie entre deux particules colloïdales (Kim et al., 2025) met en place une méthode intéressante pour élargir cette compréhension à des particules de taille supérieures

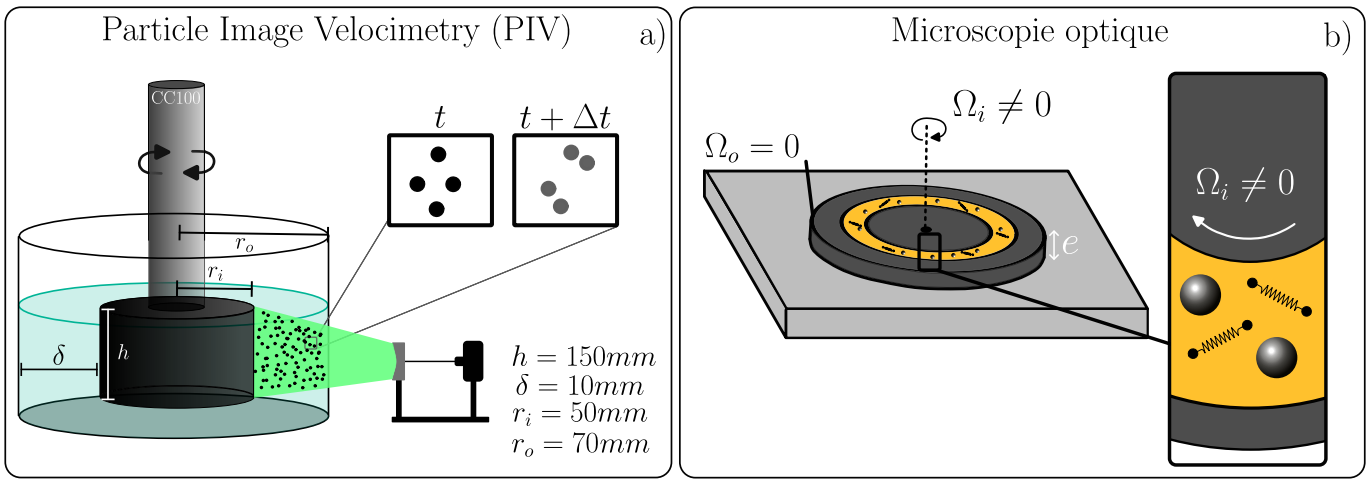


FIGURE 6.2 – a) Système PIV sur l'écoulement de Taylor-Couette au grand entrefer (voir section 6.2.1). b) Schéma du dispositif expérimental envisagé pour caractériser les effets locaux des interactions polymères-particules. (voir section 6.2.2)

et à une suspension viscoélastique (Boger) dans son ensemble. Cette dernière propose de faire tourner une particule autour d'une autre par une pince optique et d'observer le mouvement de celle-ci une fois la rotation stoppée. Le fluide environnant étant non-newtonien, la réponse de la particule varie avec les propriétés du fluide suspendant. L'étude des Particle-Induced Fluid Stress et du rhéoépaississement induit par la présence de particules en solution de polymère restent des questions à explorer (Neo and Shaqfeh, 2024). Pour cela, un montage expérimental permettant de faire tourner un disque autour duquel le fluide d'intérêt est cisaillé peut être envisagé, comme représenté dans la figure 6.2 b). Des techniques de visualisation peuvent être mises en place pour étudier localement les interactions entre les particules et les chaînes de polymère en géométrie confinée et cisaillée.

6.2.3 Interactions polymère-particules au service du transfert thermique

Cette thèse a permis de mettre en évidence les régimes d'écoulement préférables pour améliorer la convection. Alors, pour optimiser les transferts thermiques il est nécessaire d'adapter les additifs afin qu'ils soient compatibles et favorisent le transfert de chaleur. Premièrement, une étude de l'évolution du caractère élastique des solutions de polymères dilués avec la température semble nécessaire. Ensuite, la présence de particules est un potentiel vecteur de scalaire de température. En effet, comme le principe des nanofluides, améliorer la conduction des particules et donc du fluide permet de contribuer à l'amélioration du transfert de chaleur par conduction en plus de la convection. Ces particules d'intérêt thermique peuvent être des particules creuses enveloppées d'une couche métallique mais également des particules contenant du matériau à changement de phase micro-encapsulé (Huang et al., 2019). Les deux cellules de Couette (petit entrefer utilisé dans la thèse et grand entrefer proposé pour la PIV) sont composées d'une double enveloppe permettant de faire circuler un fluide pour appliquer au cylindre extérieur une température et ainsi explorer la capacité d'un écoulement à accélérer le transfert thermique.

Bibliographie

T. Boulafentis, T. Lacassagne, N. Cagney, and S. Balabani. Coherent structures of elastoinertial instabilities in Taylor–Couette flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 986 :A27, May 2024. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2024.163. URL `https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112024001630/type/journal_article`.

Xiang Huang, Chuqiao Zhu, Yaxue Lin, and Guiyin Fang. Thermal properties and applications of microencapsulated PCM for thermal energy storage : A review. *Applied Thermal Engineering*, 147 :

841–855, January 2019. ISSN 1359-4311. doi : 10.1016/j.applthermaleng.2018.11.007. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431118351330.

Dae Yeon Kim, Sachit Gurusai Nagella, Saksham Malik, Nayeon Park, Jaewook Nam, Eric S. G. Shaqfeh, and Sho Takatori. Colloidal hydrodynamic interactions in viscoelastic fluids. *Soft Matter*, October 2025. ISSN 1744-6848. doi : 10.1039/D5SM00874C. URL https://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2025/sm/d5sm00874c.

Noureddine Latrache, Fayçal Kelai, Yang Bai, Olivier Crumeyrolle, and Innocent Mutabazi. Quantitative characterization of the ribbons and elastic vortices in viscoelastic Taylor-Couette flow with Boger fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, page 105457, June 2025. ISSN 0377-0257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2025.105457. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037702572500076X.

Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Vincent Thomy, and S. Amir Bahrani. Torque scaling at primary and secondary bifurcations in a Taylor–Couette flow of suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 937 :A2, April 2022. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2022.78. URL https://www.cambridge.org/core/journals/journal-of-fluid-mechanics/article/abs/torque-scaling-at-primary-and-secondary-bifurcations-in-a-taylorcouette-flow-of-suspensions/554F455BD0F98CEC4955893F784ECA94.

Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, Vincent Thomy, and S. Amir Bahrani. Friction dynamics of elasto-inertial turbulence in Taylor-Couette flow of viscoelastic fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 381(2246) :20220300, May 2023. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.2022.0300. URL http://arxiv.org/abs/2301.02047. arXiv :2301.02047 [physics].

Boon Siong Neo and Eric S. G. Shaqfeh. Stresslet in a dilute suspension of rigid spheres in an Oldroyd-B fluid. *Physical Review Fluids*, 9(3) :033301, March 2024. doi : 10.1103/PhysRevFluids.9.033301. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.9.033301.

Zeinab Rida, Sébastien Cazin, Fabrice Lamadie, Diane Dherbecourt, Sophie Charton, and Eric Climent. Experimental investigation of mixing efficiency in particle-laden Taylor–Couette flows. *Experiments in Fluids*, 60, March 2019. doi : 10.1007/s00348-019-2710-9.

Eric S.G. Shaqfeh and Bamin Khomami. The Oldroyd-B fluid in elastic instabilities, turbulence and particle suspensions. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 298 :104672, December 2021. ISSN 03770257. doi : 10.1016/j.jnnfm.2021.104672. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377025721001579.

Anni Zhang and Eric S. G. Shaqfeh. Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic solutions. Part 1 : Effect of the polymer concentration. *Journal of Rheology*, 67(2) :499–516, March 2023a. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/8.0000540. URL https://pubs.aip.org/sor/jor/article/67/2/499-516/2879345.

Anni Zhang and Eric S. G. Shaqfeh. Rheology of non-Brownian particle suspensions in viscoelastic solutions. Part II : Effect of a shear thinning suspending fluid. *Journal of Rheology*, 67(2) :517–540, March 2023b. ISSN 0148-6055. doi : 10.1122/8.0000541. URL https://sor.scitation.org/doi/abs/10.1122/8.0000541.

Valorisations scientifiques

Articles scientifiques

- Elasto-Inertial dissipation in particle-laden viscoélastiqueastic Taylor-Couette flow.
  induced Journal of Fluid Mechanics, 2024
  Charles Carré, Masoud Moazzen, Tom Lacassagne, S. Amir Bahrani
  10.1017/jfm.2024.781
- On the Role of Polymer–Particle Interactions in Elasto-Inertial Dissipation in Taylor–Couette Flow.
  Under review, Journal of Fluid Mechanics
  Charles Carré, Tom Lacassagne, S. Amir Bahrani
- Quantification and Mixing Efficiency of Complex Suspensions in Taylor-Couette Geometry.
  Exp Fluids **67**, 30 2026
  Charles Carré, Tom Lacassagne, Nouhaïla El Hani, S. Amir Bahrani
  10.1007/s00348-026-04187-1

Communications

- First European Fluid Dynamics Conference (EFDC1) : 2024 (Aachen, Allemagne)
  Présentation orale
  - Particles alteration of elasto-inertial transitions in viscoelastic Taylor-Couette flow.
- Journée SFT Fluides complexes : 2023-2025 (Paris)
  Présentation orale
  - Instabilités d'écoulement en suspensions viscoélastiques.
  - Comparaison des performances de mélange entre nano et microparticules.
- Rencontres du non-linéaire : 2023-2024-2025 (Paris)
  Pitch + Poster
  - Instabilités élasto-inertielles de suspensions viscoélastiques en écoulement de Taylor-Couette.
  - Particules solides et instabilités élasto-inertielles en écoulement de Taylor-Couette.
  - Disparition de transitions élasto-inertielle induite par les interactions polymère-particules en écoulement de suspensions.
- Congrès Français de Thermique (SFT) : 2025 (Chambéry)
  Poster
  - Efficacité du mélange par instabilités convectives : nanofluides vs. Suspensions complexes.
- Groupe Français de Rhéologie (GFR) : 2023 (Paris)
  Poster
  - Instabilités élasto-inertielles de suspensions viscoélastiques en écoulement de Taylor-Couette.