N° d'ordre NNT : 2025ISAL0005

THESE de DOCTORAT DE L'INSA LYON, membre de l'Université de Lyon

École Doctorale N° 162
Mécanique, Énergétique, Génie civil, Acoustique

Spécialité/ discipline de doctorat : Génie civil

Soutenue publiquement le 05/02/2025, par :

Thomas Christian LHERMITTE

Comportement non-linéaire des pieux sous séisme : Développement d'un élément fini biphasique

---

Devant le jury composé de :

KOTRONIS	Panagiotis	Professeur des Universités	EC Nantes	Président
HASSEN	Ghazi	Maître de conférences HDR	ENPC	Rapporteur
SANTISI D'AVILA	Maria Paola	Maîtresse de conférences HDR	Université Côte d'Azur	Rapporteure
DJERAN-MAIGRE	Irini	Professeure des Universités	INSA Lyon	Examinatrice
PECKER	Alain	Professeur Honoraire	ENPC	Examinateur
SEMBLAT	Jean-François	Professeur des Universités	ENSTA Paris	Examinateur
GRANGE	Stéphane	Professeur des Universités	INSA Lyon	Directeur de thèse
Invités :				
BERTRAND	David	Maître de conférences HDR	INSA Lyon	Co-encadrant
PRUNIER	Florent	Maître de conférences HDR	INSA Lyon	Co-encadrant
WYNIECKI	Pierre	Docteur Université Paris-VI	Stabilis, ESTP	Co-encadrant
MONROIG	Evan	Docteur Université Tokyo	Stabilis	Co-encadrant
CHERUBINI	Stefano	Ingénieur-chercheur	EDF R&D	Invité
JOCHYMS	Thomas	Ingénieur	Vinci Construction	Invité
SIMON	Cyril	Ingénieur-expert	EDF DT-TEGG	Invité

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Département FEDORA – INSA Lyon - Écoles Doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
ED 206 CHIMIE	**CHIMIE DE LYON** **https ://www.edchimie-lyon.fr** Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage **secretariat@edchimie-lyon.fr**	**M. Stéphane DANIELE** C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne **directeur@edchimie-lyon.fr**
ED 341 E2M2	**ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION** **http ://e2m2.universite-lyon.fr** Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 **secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr**	**Mme Sandrine CHARLES** Université Claude Bernard Lyon 1 UFR Biosciences Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69622 Villeurbanne CEDEX **e2m2.codir@listes.univ-lyon1.fr**
ED 205 EDISS	**INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ** **http ://ediss.universite-lyon.fr** Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 **secretariat.ediss@univ-lyon1.fr**	**Mme Sylvie RICARD-BLUM** Laboratoire ICBMS - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 **sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr**
ED 34 EDML	**MATÉRIAUX DE LYON** **http ://ed34.universite-lyon.fr** Sec. : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 **yann.de-ordenana@ec-lyon.fr**	**M. Stéphane BENAYOUN** Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 **stephane.benayoun@ec-lyon.fr**
ED 160 EEA	**ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE** **https ://edeea.universite-lyon.fr** Sec. : Philomène TRECOURT Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 **secretariat.edeea@insa-lyon.fr**	**M. Philippe DELACHARTRE** INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 **philippe.delachartre@insa-lyon.fr**
ED 512 INFOMATHS	**INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES** **http ://edinfomaths.universite-lyon.fr** Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 **infomaths@univ-lyon1.fr**	**M. Hamamache KHEDDOUCI** Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 **direction.infomaths@listes.univ-lyon1.fr**
ED 162 MEGA	**MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE** **http ://edmega.universite-lyon.fr** Sec. : Philomène TRECOURT Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon **mega@insa-lyon.fr**	**M. Etienne PARIZET** INSA Lyon Laboratoire LVA Bâtiment St. Exupéry 25 bis av. Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX **etienne.parizet@insa-lyon.fr**
ED 483 ScSo	**ScSo**[1] **https ://edsciencessociales.universite-lyon.fr** Sec. : Mélina FAVETON Tél : 04.78.69.77.79 **melina.faveton@univ-lyon2.fr**	**M. Bruno MILLY** (INSA : J.Y. TOUSSAINT) Univ. Lyon 2 Campus Berges du Rhône 18, quai Claude Bernard 69365 LYON CEDEX 07 Bureau BEL 319 **bruno.milly@univ-lyon2.fr**

1. ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Table des matières

1 État de l'art **25**
- 1.1 Interaction dynamique sol-structure . . . 25
- 1.2 Observations post-sismiques . . . 27
- 1.3 Principes de dimensionnement au séisme . . . 29
- 1.4 Méthodes temporelles pour l'ISS . . . 30
  - 1.4.1 Approche directe . . . 30
  - 1.4.2 Approche par superposition . . . 31
  - 1.4.3 Approche de Winkler . . . 34
  - 1.4.4 Approche hybride . . . 35
  - 1.4.5 Approche par macro-élément . . . 36
  - 1.4.6 Approche multi-phasique . . . 38
- 1.5 Conclusion . . . 39

2 Développement d'une modélisation biphasique : prototype 1D **41**
- 2.1 Modélisation biphasique . . . 41
- 2.2 Comportement de l'interface biphasique en statique . . . 45
  - 2.2.1 Cas test . . . 45
  - 2.2.2 Etude paramétrique de l'interface . . . 46
  - 2.2.3 Etude des éléments linéaires et quadratiques . . . 48
- 2.3 Comportement de l'interface biphasique en dynamique . . . 53
  - 2.3.1 Cas test . . . 53
  - 2.3.2 Référence analytique . . . 54
  - 2.3.3 Etude paramétrique de l'interface . . . 55
- 2.4 Vers une approche par sous-structuration . . . 56
  - 2.4.1 Formulation d'un macro-élément multi-échelle . . . 56
    - 2.4.1.1 Résolution dynamique linéaire . . . 58
    - 2.4.1.2 Résolution dynamique non-linéaire . . . 58
    - 2.4.1.3 Condensation dynamique . . . 59
  - 2.4.2 Vérification du macro-élément 1D . . . 60
    - 2.4.2.1 Cas test . . . 60
    - 2.4.2.2 Sans amortissement interne . . . 61
    - 2.4.2.3 Avec amortissement interne . . . 63
- 2.5 Conclusion . . . 65

3 Développement d'un élément biphasique pour les pieux en 3D **67**
- 3.1 Lois d'interface 3D . . . 67
  - 3.1.1 Les modèles de plasticité . . . 67

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

3.1.2 Formulation de la loi d'interface élasto-plastique à écrouissages linéaires isotrope et cinématique . . . 69
3.1.3 Vérification de la loi élasto-plastique . . . 70
3.1.4 Formulation de la loi d'interface hypo-plastique . . . 71
3.1.5 Vérification de la loi hypo-plastique . . . 73
3.2 Eléments biphasiques . . . 75
3.2.1 Formulation générale . . . 75
3.2.1.1 Intégration à l'interface . . . 76
3.2.1.2 Intégration des phases sol et pieu . . . 76
3.2.2 Formulation de l'élément HE8PM . . . 77
3.2.2.1 Intégration à l'interface . . . 77
3.2.2.2 Intégration de la phase sol . . . 78
3.2.2.3 Intégration de la phase pieu . . . 81
3.2.3 Autres éléments biphasiques . . . 89
3.3 Conclusion . . . 92

4 Analyse et vérification de l'implantation des éléments biphasiques en 2D et 3D 93
4.1 Eléments en 2D . . . 93
4.1.1 Eléments linéaires et quadratiques . . . 94
4.1.1.1 Etude de l'interface en sollicitation axiale . . . 94
4.1.1.2 Etude de l'interface en sollicitation transversale . . . 95
4.2 Eléments en 3D . . . 105
4.2.1 Spécificités de l'implémentation dans Code_Aster . . . 106
4.2.2 Eléments linéaires et quadratiques . . . 106
4.2.2.1 Cas test . . . 106
4.2.2.2 Etude de l'interface en sollicitation axiale . . . 107
4.2.2.3 Etude de l'interface en sollicitation transversale . . . 108
4.2.2.4 Etude de l'interface en sollicitation combinée . . . 112
4.2.3 Interaction entre l'interface et la discrétisation multi-fibres . . . 112
4.2.3.1 Cas test . . . 112
4.2.3.2 Etude de l'interaction en sollicitation axiale . . . 113
4.2.3.3 Etude de l'interaction en sollicitation transversale . . . 114
4.3 Conclusion . . . 115

5 Applications et vérifications de l'élément biphasique 3D pour les pieux en statique 117
5.1 Validation sur un sol stratifié . . . 117
5.1.1 Présentation du cas d'étude . . . 117
5.1.2 Définition des courbes de transfert "p-y", "t-z" et "Q-z" . . . 118
5.1.2.1 Argiles molles . . . 118
5.1.2.2 Argiles raides . . . 119
5.1.2.3 Roche . . . 119
5.1.3 Modèle de référence . . . 121
5.1.4 Calage du modèle de référence . . . 122
5.1.5 Modèle biphasique . . . 124
5.1.6 Calage du modèle biphasique . . . 125
5.1.7 Description des calculs . . . 127
5.1.8 Analyse des résultats . . . 128
5.1.9 Complément sur le calage de la loi hypo-plastique . . . 131

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

5.2 Validation sur un cas de plastification d'un pieu dans un sol homogène 132
5.2.1 Présentation du cas d'étude 132
5.2.2 Modèle analytique de référence 133
5.2.3 Modèle biphasique 134
5.2.4 Modèle 3D de référence 136
5.2.5 Analyse des résultats 136
5.2.5.1 Sol cohésif 136
5.2.5.2 Sol pulvérulent 138
5.3 Validation de la forme de la surface de charge à l'interface 141
5.3.1 Présentation du cas d'étude 141
5.3.2 Modèle de référence 141
5.3.3 Modèle biphasique 141
5.3.3.1 Réaction latérale - p-y 142
5.3.3.2 Réactions verticales de frottement et pointe - t-z et Q-z . . . 144
5.3.4 Cas de chargement 145
5.3.5 Analyse des résultats 145
5.3.5.1 Argile 145
5.3.5.2 Sable 146
5.4 Conclusion 149

6 Applications et vérifications de l'élément biphasique 3D pour les pieux en dynamique 151
6.1 Modèle sous-structuré 151
6.1.1 Objectif et types de modèles 151
6.1.2 Mise en oeuvre des bases 152
6.2 Validation du modèle dynamique linéaire (pieu isolé et groupe de pieux) 154
6.2.1 Etude d'un groupe de pieux (2x2) 154
6.2.2 Modèle de référence 154
6.2.3 Modèle Stabilis 156
6.2.4 Modèle biphasique 157
6.2.5 Calage du modèle biphasique sur un pieu 158
6.2.5.1 Calage vertical de la pointe 158
6.2.5.2 Calage vertical et horizontal de l'interface 160
6.2.6 Calculs d'impédance sur un pieu 161
6.2.6.1 Recalage dynamique 161
6.2.6.2 Analyse de l'impédance 162
6.2.6.3 Influence de la rigidité de l'interface 162
6.2.6.4 Influence de la largeur de la colonne biphasique 164
6.2.7 Calculs d'impédance et interaction cinématique sur un groupe de 2x2 pieux 165
6.3 Calculs temporels non-linéaires (superstructure / radier / pieu seul) 170
6.3.1 Modèle sur base fixe 172
6.3.2 Modèle simplifié 172
6.3.3 Modèle Laplace-Temps 177
6.4 Conclusion 184

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

7 Conclusions et Perspectives **185**
7.1 Conclusions . . . 185
7.2 Perspectives . . . 186
7.2.1 Blocage en cisaillement et sous-intégration . . . 186
7.2.2 Evolutions des composantes du modèle . . . 186
7.2.3 Vers une application en contexte industriel . . . 187

Appendices **205**

A Investigation surface de rupture en grands déplacements **207**
A.1 Introduction . . . 207
A.2 Présentation du cas test . . . 207
A.2.1 Pieu . . . 208
A.2.2 Sol . . . 208
A.2.3 Interface . . . 209
A.2.3.1 Loi d'interface couplée . . . 210
A.2.3.2 Loi d'interface découplée . . . 210
A.2.3.3 Ressort de pointe . . . 212
A.2.4 Sollicitations . . . 212
A.3 Analyse des résultats du cas test HV . . . 213
A.3.1 Loi couplée . . . 213
A.3.2 Loi découplée . . . 219
A.4 Analyse des résultats du cas test HM . . . 220
A.4.1 Loi couplée . . . 220
A.5 Conclusion . . . 222

B Vérifications multi-fibres **223**
B.1 Présentation du cas test . . . 223
B.1.1 Modèle . . . 223
B.1.2 Chargement . . . 224
B.2 Analyse des résultats du cas test de traction selon X . . . 225
B.3 Analyse des résultats du cas test de flexion selon Y . . . 226
B.4 Analyse des résultats du cas test de torsion selon RX . . . 228
B.5 Conclusion . . . 229

C Intégration numérique des éléments finis **231**
C.0.1 Intégration numérique exacte . . . 231
C.1 Sous-intégration numérique . . . 232
C.1.1 Selective Reduced Integration (SRI) . . . 232
C.1.2 Intégration réduite uniforme (URI) . . . 232
C.1.2.1 Effet sablier . . . 232
C.1.2.2 "Assumed Strain Method" (ASM) . . . 233

D Organigramme des acteurs de la thèse **235**

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Table des figures

1.1 Échelles du problème d'ISS et effet de passage d'une échelle à l'autre (Chatzigogos, 2007) . . . 26
1.2 Comportement des pieux rigides et flexibles chargés cinématiquement. (Pérez-Herreros, 2020) modifié de (Kramer, 2007) . . . 26
1.3 Modélisation analogique de l'interaction inertielle (Brûlé and Cuira, 2017) . . . 27
1.4 Mécanismes de rupture des fondations de pieux (Pérez-Herreros, 2020) . . . 28
1.5 Bâtiment NHK, séismes de Nigata (1964) : (a) pieux endommagés en raison d'un déplacement latéral du sol (b) correlation entre dommages sur les pieux et caractéristiques du site (Hamada, 1991) . . . 28
1.6 Déconvolution du signal au rocher affleurant (Pitilakis, 2006) . . . 30
1.7 Théorème de superposition de Kausel pour l'ISS des fondations profondes. Le problème global (a) est décomposé en 3 étapes : (b1) interaction cinématique, (b2) impédances dynamiques et (b3) réponse dynamique de la structure prenant en compte l'ISS. (Pérez-Herreros, 2020) modifié de (Kausel et al., 1978) . . . 31
1.8 Modèles rhéologiques pour la dépendance fréquentielle des impédances (a) De Barros and Luco (1990) (b) Wolf (1994) d'après Pecker (2008) . . . 32
1.9 Modélisation de l'interaction pieu-sol par la méthode de Winkler (Pecker, 2008) 34
1.10 Modélisation Winkler - Type d'éléments discrets de sol (Pérez-Herreros, 2020) 34
1.11 Assemblage de modèles de macro-éléments locaux (Gupta, 2020) . . . 35
1.12 Principe du découpage des méthodes hybrides (Brûlé and Cuira, 2017) . . . 36
1.13 Utilisation du macro-élément dans l'approche hybride (Pérez-Herreros, 2020) . 36
1.14 Représentation du sol renforcé par une superposition de deux phases en interaction (Hassen and de Buhan, 2005) . . . 38

2.1 : Représentation des deux phases du macro-élément fini biphasique 1D et du frottement à l'interface . . . 42
2.2 Fonctions de forme de l'élément barre à 3 noeuds . . . 43
2.3 Conditions limites du cas test de sollicitation de l'interface biphasique en statique 45
2.4 Représentation conceptuelle du fonctionnement du cas test dans le cas général (a) et les cas limites d'interface molle (b) et raide (c) . . . 46
2.5 Déplacements verticaux des phases et efforts d'interface dans le modèle biphasique dans le cas d'une interface souple ($K_f << K_p$) . . . 47
2.6 Déplacements verticaux des phases et efforts d'interface dans le modèle biphasique dans le cas d'une interface raide ($K_f \geq K_p$) . . . 48
2.7 Réponses force-déplacement en tête du pieu pour différentes valeurs de raideur d'interface . . . 48
2.8 Concentration des efforts d'interface dans le modèle biphasique dans le cas d'un sol souple . . . 49
2.9 Discrétisation au voisinage de forts gradients de déformation . . . 49

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2.10 Comparaison des déplacements des éléments biphasiques linéaires et quadratiques sur un maillage grossier en présence d'une concentration d'efforts d'interface . . . 51
2.11 Conditions limites du cas test de sollicitation de l'interface biphasique en dynamique . . . 53
2.12 Comparaison des fonctions de transfert analytiques et numériques pour les raideurs d'interface $k_\tau = 0\,Pa/m$ et $k_\tau = 1.10^8\,Pa/m$ sur le pieu (a) et le sol (b) . . . 55
2.13 Fonctions de transfert pour différentes raideurs d'interface sur le pieu (a) et le sol (b) . . . 56
2.14 Sous-structuration du problème d'ISS par l'approche macro-élémentaire . . . 57
2.15 Représentation schématique des modèles numériques pour la vérification de la condensation . . . 62
2.16 Représentation du déplacement en tête de la couche d'air et de l'effort en pied de l'amortisseur au rocher au cours du temps de sollicitation . . . 62
2.17 Représentation de l'amplitude du déplacement du massif après établissement du régime stationnaire . . . 63
2.18 Spectre du déplacement de la tête de la couche intermédiaire pour les deux fréquences de sollicitation $f_{solli} = f^{5,s}$ et $f^{7,s}$ . . . 63
2.19 Représentation de l'amplitude du déplacement du massif avec amortissement en fin de sollicitation sur une durée de cinq périodes du signal de sollicitation $f_{solli} = f^{7,s}$ . . . 64
2.20 Fonction de transfert du déplacement maximal au cours du temps entre le haut et le bas de la couche de sol intermédiaire . . . 64

3.1 Directions de l'interface . . . 67
3.2 Trajets de réponse du swipe test dans l'espace normalisé des efforts d'interface 71
3.3 Comparaison à la référence de la courbe effort-déplacement de la loi hypoplastique dans une direction . . . 74
3.4 Décomposition du maillage et numérotation des noeuds de l'élement biphasique 3D . . . 75
3.5 Repères physique et standard de l'élément HE8PM . . . 78
3.6 Repères physiques et standard de l'élément HE8 . . . 81
3.7 Degrés de liberté de l'élément fini poutre multi-fibres . . . 82
3.8 Cinématique de Timoshenko pour l'élément fini poutre multi-fibres . . . 83
3.9 Repère standard de la poutre et points d'intégration . . . 87

4.1 Représentation des conditions limites du cas test 2D en sollicitation axiale . . . 94
4.2 Ecarts entre les éléments biphasiques 2D linéaires et quadratiques en sollicitation axiale . . . 96
4.3 Représentation du cas test 2D en sollicitation transversale . . . 97
4.4 Analyse de convergence du déplacement en pied du pieu $U_{p,pied}$ pour l'élément biphasique QU9P dans les cas A1, A3, B1 et B3 . . . 98
4.5 Analyse de convergence de la réaction en tête de pieu $P_{p,tete}$ pour l'élément biphasique QU9P dans les cas A1, A3, B1 et B3 . . . 99
4.6 Déplacement relatif le long du pieu pour les cas A1,A3,B1 et B3 . . . 100
4.7 Comparaison des déformées en tête de pieu du modèle biphasique QU9 entre A1,A3,B1 et B3 pour la discrétisation ($nx = 28$, $nz = 15$) . . . 101
4.8 Représentation des noeuds confondus dans les solutions de référence QU8 et QU9 101

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

4.9 Comparaison des déformées des solutions de référence (phases collées) en tête de pieu . . . 102
4.10 Comparaison des déformées en tête de pieu des solutions biphasiques avec raideur d'interface importante . . . 103
4.11 Maillage de la colonne en H27, commun à tous les types d'éléments biphasiques 3D . . . 106
4.12 Déplacements axiaux de la colonne pour l'élément linéaire (a) et l'élément quadratique (b) pour l'interface raide . . . 108
4.13 Déplacements axiaux de la colonne pour l'élément linéaire HE8P (a) et l'élément quadratique H20P (b) pour l'interface souple . . . 108
4.14 Efforts d'interface résultant sur les noeuds de la maille biphasique d'un déplacement unitaire axial à une extrémité du pieu. . . . 109
4.15 Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement axial en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface raide . . . 109
4.16 Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement axial en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface souple . . . 109
4.17 Déplacements transversaux de la colonne pour l'élément linéaire HE8P (a) et l'élément quadratique H20P (b) pour l'interface raide . . . 110
4.18 Déplacements transversaux de la colonne pour l'élément linéaire HE8P (a) et l'élément quadratique H20P (b) pour l'interface souple . . . 110
4.19 Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement transversal en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface raide . . . 110
4.20 Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement transversal en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface souple . . . 111
4.21 Courbes effort-déplacement en tête de pieu pour différents éléments en chargement axial (a) et transversal (b) pour l'interface élasto-plastique parfaite . . . 111
4.22 Courbes effort-déplacement en tête de pieu pour le chargement combiné . . . 112
4.23 Numérotation des fibres dans la section (a) et loi de comportement uniaxial des fibres (R50302, 2023) (b) . . . 113
4.24 Courbes effort-déplacement en tête du pieu multi-fibres pour l'interface élasto-plastique parfaite . . . 114
4.25 Courbes de comportement des fibres (a) et de l'interface (b) au premier point de Gauss de l'élément en tête . . . 114

5.1 Représentation du profil de sol . . . 118
5.2 Courbe de transfert latérale de l'Argile molle. Matlock (1970) (à gauche) et application (à droite) . . . 119
5.3 Courbe de transfert latérale de l'Argile raide. Reese et al. (1975) (à gauche) et application (à droite) . . . 120
5.4 Courbe de transfert latérale de la roche. Reese (1997) (à gauche) et application (à droite) . . . 120
5.5 Courbes de transfert verticale et pointe dans la roche . . . 122
5.6 Représentation des lois de réaction du sol le long du pieu, ainsi qu'en pointe (Cuira, 2020, 2022) . . . 122
5.7 Calage des lois de sol latérales bi-linéarisées Foxta sur les courbes de référence des trois couches de sol . . . 124
5.8 Calage du dernier palier des lois de sol verticales du modèle Foxta sur les courbes de référence de la roche et de la pointe . . . 124

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

5.9 Maillage des couches de sol . . . 125
5.10 Comparaison du calage des lois d'interface latérales aux lois "p-y" bi-linéarisées Foxta des trois couches de sol . . . 126
5.11 Comparaison du calage des lois d'interface verticale et de pointe (bph) aux courbes de référence (foxta) . . . 127
5.12 Comparaison à la référence de la réponse Force-déplacement en tête de pieu pour les chargements latéraux et verticaux . . . 128
5.13 Comparaison de la déformée du pieu pour un déplacement latéral de $u = 100\,mm$ 129
5.14 Comparaisons le long du pieu de la réaction latérale, du moment fléchissant et de l'effort tranchant pour un déplacement latéral de $u = 100\,mm$ . . . 129
5.15 Comparaisons le long du pieu du déplacement vertical, de la réaction verticale du sol et de l'effort normal dans le pieu pour un effort vertical $V = 25\,MN$. . . . 130
5.16 Calage des lois d'interface latérale et verticale dans la roche . . . 131
5.17 Représentation du pieu dans le sol . . . 132
5.18 Référence Gerolymos et al. (2020) : modèle analytique et modèle de poutre sur ressorts . . . 133
5.19 Détails des fibres dans la section du pieu . . . 134
5.20 Courbe contrainte-déformation d'une fibre (R50302, 2023) . . . 135
5.21 Courbe effort-déplacement à l'extrémité chargée de la poutre encastrée pour différents nombres de fibres . . . 135
5.22 Modèle 3D de référence (Gerolymos et al., 2020) . . . 136
5.23 Courbes effort-déplacement pour le chargement latéral en tête du pieu dans le sol cohésif : comparaison des courbes du modèle biphasique (bph), et du modèle 3D de la référence (ref) avec la réaction limite proposée par Broms (Broms) pour différentes valeurs de paramètres (λ) des modèles biphasique et analytique et différentes conditions d'interface (intfr) pour le modèle 3D de référence : liée ou non-linéaire. . . . 137
5.24 Trajets de réponse Q-M du pieu inséré dans le sol cohésif en comparaison de la surface de ruine Q-M (en noir) . . . 138
5.25 Sensibilité du trajet de réponse du modèle biphasique à différents paramètres pour le ratio $u^+/\theta^+ = 8$ . . . 138
5.26 Déformée du pieu pour plusieurs trajets de réponse appartenant aux différentes zones de la surface de rupture . . . 139
5.27 Positions de la rotule en fonction de la localisation du point de chargement sur la surface de rupture du modèle 3D de l'article Gerolymos et al. (2020) . . . 139
5.28 Trajets de réponse Q-M du pieu inséré dans le sol pulvérulent en comparaison de la surface de ruine Q-M (en rouge) . . . 140
5.29 Comparaison d'un échantillon de trajets de réponse Q-M du pieu inséré dans le sol pulvérulent entre le modèle biphasique (bph) et le modèle 3D de l'article (ref) 140
5.30 Comparaison de la sensibilité du trajet de réponse $u^+/\theta^+ = 2$ au paramètre λ du modèle biphasique (bph) par rapport au modèle 3D de l'article (ref) . . . 140
5.31 Représentation du pieu dans le sol . . . 142
5.32 Distribution de la réaction latérale à l'état ultime dans l'argile Graine (2019) . . . 143
5.33 Distribution de la réaction latérale à l'état ultime dans le sable : Graine (2019) (a) et Meyerhof (1981) (b) . . . 144
5.34 Facteur de capacité portante (Meyerhof, 1963) . . . 145
5.35 Comparaison des trajets de réponse en tête de pieu à la capacité portante du modèle de référence . . . 146

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

5.36 Trajets de réponse Q-V du pieu dans l'argile . . . 147
5.37 Comparaison des trajets de réponse en tête de pieu à la capacité portante du modèle de référence . . . 148
5.38 Trajets de réponse Q-V du pieu dans le sable . . . 148

6.1 Sous-structuration du domaine . . . 152
6.2 Technique de sous-structuration de Craig-Bampton (Craig and Bampton, 1968) 153
6.3 Représentation du groupe de 2x2 pieux dans le sol homogène semi-infini, ainsi que de la sous-structuration des domaines . . . 155
6.4 Distribution des efforts sur un pieu (a) et types de chargements appliqués sur le sol (b) dans le modèle de Kaynia (1982b) . . . 156
6.5 Maillage du modèle stabilis . . . 156
6.6 Maillages du modèle biphasique dans Code_Aster . . . 157
6.7 Relations cinématiques en pointe . . . 158
6.8 Quelques modes d'interface du groupe d'espacement moyen . . . 159
6.9 Quelques modes dynamiques du groupe d'espacement moyen . . . 159
6.10 Calcul de la raideur verticale d'une fondation de forme quelconque superficielle (a) ou enterrée (b) dans un sol homogène semi-infini (Gazetas, 1991a) . . . 160
6.11 Recalage dynamique des raideurs d'interface et de pointe . . . 161
6.12 Comparaison à la référence de la partie réelle de la matrice d'impédances . . . 162
6.13 Comparaison à la référence de la partie imaginaire de la matrice d'impédances . 163
6.14 Influence de la raideur de l'interface sur la partie réelle de la matrice d'impédances 163
6.15 Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la partie réelle de la matrice d'impédances . . . 164
6.16 Comparaison à la référence de la partie réelle de la matrice d'impédances du groupe 2x2 . . . 166
6.17 Comparaison à la référence de la partie imaginaire de la matrice d'impédances du groupe 2x2 . . . 167
6.18 Comparaison à la référence de la fonction de transfert du déplacement du groupe 2x2 . . . 167
6.19 Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la partie réelle de la matrice d'impédances du groupe 2x2 . . . 168
6.20 Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la partie imaginaire de la matrice d'impédances du groupe 2x2 . . . 169
6.21 Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la fonction de transfert du déplacement du groupe 2x2 . . . 169
6.22 Accélérogrammes appliqués au système . . . 170
6.23 Représentation du système pieu et superstructure (a) et des grandeurs post-traitées (b) . . . 171
6.24 Sous-structuration du domaine . . . 171
6.25 Représentation de la superstructure sur base fixe . . . 172
6.26 Déplacements de la masse en tête de la superstructure encastrée sur base fixe . . 173
6.27 Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction du temps dans les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire . . . 174
6.28 Spectre de réponse en pseudo-accélération des accélérogrammes dans chacune des directions . . . 174
6.29 Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction des déplacements en tête de pieu dans les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire . . . 175

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

6.30 Déplacements horizontaux de la masse en tête de la superstructure dans les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire . . . 175
6.31 Fonction de transfert des accélérations en tête de la superstructure pour le modèle base fixe et les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire . . . 176
6.32 Courbes de comportement de l'interface dans la direction horizontale n_y à plusieurs profondeurs des modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire . . . 176
6.33 Effort normal à la base de la supertructure, déplacement vertical en tête et fonction de transfert de l'accélération en tête pour le modèle base fixe et les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire . . . 177
6.34 Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction du temps dans les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps . . . 178
6.35 Déplacements horizontaux de la masse en tête de la superstructure dans les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps . . . 178
6.36 Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction des déplacements en tête de pieu dans les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps . . . 179
6.37 Fonction de transfert des accélérations en tête de la superstructure pour le modèle base fixe et les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps . . . 179
6.38 Courbes de comportement de l'interface dans la direction horizontale n_y à plusieurs profondeurs des modèles ISS simplifié et Laplace-Temps . . . 180
6.39 Courbe de comportement et déplacement relatif de l'interface dans la direction horizontale n_y à la profondeurs $z = -4\,m$ du modèle Laplace-Temps pour un signal sismique uni- et tri-directionnel . . . 181
6.40 Courbes de comportement de l'interface dans la direction horizontale n_y à plusieurs profondeurs pour deux discrétisations du modèle Laplace-Temps sur $10\,s$ 181
6.41 Déplacement vertical w_s en tête de la supertructure en fonction du temps entre $2,5$ et $3,5\,s$ pour les modèles ISS simplifiés et Laplace-Temps . . . 182
6.42 Effort normal à la base de la supertructure et fonction de transfert de l'accélération en tête pour les modèles ISS simplifiés et Laplace-Temps . . . 183

A.1 Représentation du maillage du massif de sol avec pieux . . . 208
A.2 Représentation des contraintes et modules en fonction de la profondeur dans le sol . . . 209
A.3 Loi d'interface uni-dimensionnelle avec écrouissage cinématique . . . 212
A.4 Représentation schématique du modèle . . . 213
A.5 Trajets de réponse en efforts dans le plan HV aux test de déplacement imposé avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée . . . 214
A.6 Trajets de réponse force-déplacement en tête de pieu avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée . . . 215
A.7 Déformée du système pour ratio $u_{head}/v_{head} = 5$ en $u_{head} = 3\,m$ . . . 215
A.8 Déformée du système pour ratio $u_{head}/v_{head} = 10$ en $u_{head} = 3\,m$ . . . 216
A.9 Trajets de réponse en efforts dans le plan HV aux tests de déplacement imposé avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée . . . 217
A.10 Trajets de réponse force-déplacement en tête de pieu avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée . . . 218
A.11 A gauche, quelques trajets de réponse en efforts en tête de pieu de la modélisation de référence. A droite, le point de rupture de chacun des trajets (Li, 2014) . 218
A.12 Trajets de réponse en efforts dans le plan HV aux tests de déplacement imposé avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface découplée . . . 219

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

A.13 Trajets de réponse force-déplacement en tête de pieu avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface découplée 220
A.14 Trajets de réponse en efforts dans le plan HM au test de déplacement imposé en petits déplacements pour la loi d'interface couplée 221
A.15 A gauche, quelques trajets réponse en effort et moment en tête de pieu de la modélisation de référence. A droite, le point de rupture de chacun des trajets (Li, 2014) 221

B.1 Représentation de la poutre et de la discrétisation de la section 223
B.2 Numérotation des fibres dans la section 224
B.3 Courbe contrainte-déformation de la fibre [Ref. Code_Aster R5.03.02 révision 0c2719e53d97] 224
B.4 Courbe effort-déplacement en bout de poutre 225
B.5 Contrainte-déformation au premier point de Gauss de l'élément le plus proche de l'encastrement 226
B.6 Courbe effort-déplacement en bout de poutre 226
B.7 Contrainte-déformation au premier point de Gauss de l'élément le plus proche de l'encastrement 227
B.8 Courbe effort-déplacement en bout de poutre 228

C.1 Modes de déformation à énergie nulle des éléments QUA8 et QUA9 (figure issue de (Fan and Song, 1992)) 233

D.1 Organigramme des acteurs de la thèse 235

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Liste des tableaux

1 Nomenclature des éléments biphasiques . . . 22

2.1 Paramètres du cas test de sollicitation de l'interface biphasique en statique . . . 46
2.2 Comparaison des éléments biphasiques linéaires et quadratiques en présence d'une concentration d'efforts d'interface . . . 50
2.3 Comparaison des éléments biphasiques linéaires et quadratiques pour différents rapports de raideurs de sol, pieu et interface . . . 52
2.4 Paramètres du massif de sol et du pieu . . . 54
2.5 Paramètres du massif de sol pour le cas sans amortissement interne . . . 60
2.6 Fréquences propres analytiques des couches de sol . . . 61
2.7 Fréquences propres numériques du massif de sol . . . 61

3.1 Types de mailles des éléments biphasiques . . . 90

4.1 Types de mailles des éléments biphasiques 2D . . . 93
4.2 Nomenclature des éléments biphasiques 2D . . . 93
4.3 Paramètres du cas test 2D en sollicitation axiale . . . 94
4.4 Comparaison des résultats du cas test pour les éléments QU4P et QU8P . . . 95
4.5 Paramètres du cas test 2D en sollicitation transversale . . . 97
4.6 Comparaison des modèles biphasiques quadratiques aux modèles de référence (phases collées) dans les cas A et B . . . 102
4.7 Comparaison entre éléments biphasiques quadratiques et linéaire pour plusieurs raideurs d'interface dans les cas A et B . . . 104
4.8 Types de mailles des éléments biphasiques 3D . . . 105
4.9 Elements biphasiques 3D implantés dans ATL4S . . . 105
4.10 Elements biphasiques 3D implantés dans Code_Aster . . . 105
4.11 Paramètres de l'interface pour différents scénarii . . . 107
4.12 Valeurs des paramètres de la loi de comportement des fibres en fonction des cas de comparaison . . . 113

5.1 Paramètres géotechniques des couches de sol . . . 118
5.2 Paramètres géométriques et mécaniques du pieu . . . 118
5.3 Evolution des courbes t-z selon l'API . . . 121
5.4 Evolution des courbes Q-z selon l'API . . . 121
5.5 Evolution des courbes de transfert bi-linéarisées pour l'argile molle . . . 123
5.6 Evolution de la courbe de transfert bi-linéarisée pour l'argile raide . . . 123
5.7 Evolution des courbes de transfert bi-linéarisées pour la roche . . . 123
5.8 Calculs verticaux de comparaison avec Foxta . . . 128
5.9 Propriétés du pieu . . . 133
5.10 Propriétés des deux types de sol retenus . . . 133

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

5.11 Propriétés des deux types de sol 141

6.1 Liste des configurations étudiées en fonction de l'espacement 154
6.2 Paramètres du sol 155
6.3 Paramètres des pieux 155
6.4 Termes de la matrice de raideur en tête d'un pieu dans un sol homogène semi-infini 161
6.5 Temps de calcul des modèles temporels linéaires et non-linéaires exécutés sur un processeur Intel(R) Core(TM) i5-8250U 183
6.6 Evolution du résidu au pas de temps $t = 5,495\ s$ pour le calcul non-linéaire en méthode Laplace-Temps 183

A.1 Contraintes et modules dans le sol en fonction de la profondeur 211
A.2 Caractéristiques de l'interface en fonction de la profondeur dans le sol 211

B.1 Chargement suivant la direction 225

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse, Stéphane Grange. Tu m'as transmis une culture scientifique riche et précieuse, tout en faisant preuve d'une grande pédagogie et d'une gentillesse constante. Je remercie également David Bertrand et Florent Prunier pour avoir accepté de co-encadrer cette thèse. David, tes exigences de rigueur et de clarté ont été inestimables tout au long de ce parcours. Florent, ta disponibilité et le partage de tes connaissances m'ont permis de parfaire ma maîtrise du sujet. À tous les trois, merci pour tout ce que vous m'avez appris, tant sur le plan scientifique qu'humain, en tant qu'élève et doctorant.

Je souhaite également remercier Pierre Wyniecki, pour avoir initié cette thèse. Nos échanges m'ont permis de mieux comprendre les problématiques industrielles et tu as facilité mes interactions avec les nombreux partenaires de la thèse : Stabilis, Vinci Construction, EDF, Nuvia et Itasca.

Un grand merci à Evan Monroig pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser cette thèse en partenariat avec Stabilis. Tu m'as aidé à prendre en main le sujet et à développer mes compétences en modélisation numérique, tout en me transmettant la rigueur de la programmation. Je remercie également mes collègues chez Stabilis, Bruno, Jean-Sébastien, Franck, Luis et Jonathan, pour votre curiosité et votre accueil chaleureux.

Je remercie Panagiotis Kotronis d'avoir présidé mon jury, ainsi que mes rapporteurs Ghazi Hassen et Maria Paola Santisi d'Avila, et les membres du jury Irini Djeran-Maigre, Alain Pecker et Jean-François Semblat pour les échanges enrichissants lors de la soutenance, qui ont mis en lumière les perspectives de ce travail, ainsi que les améliorations que nous pourrons y apporter.

Je tiens à remercier toutes les personnes ayant participé aux réunions de suivi de cette thèse pour les échanges constructifs que nous avons eus.

Un remerciement particulier à Thomas Jochyms pour ton implication dans le sujet et ta volonté de confronter ce travail à d'autres méthodes. Je remercie également Jean-Luc Fléjou, Mickaël Abbas et Stefano Cherubini, sans qui l'outil n'aurait pas pu voir le jour dans le Code_Aster. Stefano, merci pour tes encouragements tout au long de cette deuxième moitié de thèse.

Je souhaite remercier tous mes collègues du laboratoire, Anaïs, Benoît, Julie, Claire, Laurent, Cédric, Stéphane, Jean-François, Fabien, Ali, Christine, Seynabou et Sylvie, ainsi que tous les doctorants et post-doc que j'ai eu le plaisir de côtoyer : Samer, Nour, José, Janet, Adnan, Clara, Joao, Nisrine, Garance, Ebtehal, Yining et Asterios. Jean-Baptiste, merci pour ton aide, tes encouragements et ton humour. Nos déplacements en conférences resteront de merveilleux souvenirs. Enfin, merci Julien et Hamza, pour tous les excellents moments que nous avons partagés, au laboratoire et en dehors. Ce ne seront sûrement pas les derniers.

Je remercie également Alexis, Damien et Lise, qui m'accompagnent depuis bien avant cette thèse. Vous êtes de très belles personnes.

Enfin, je remercie ma famille, mes parents, à qui je dois une grande partie de qui je suis aujourd'hui. Merci à mon frère pour m'avoir transmis le goût de la science et pour nos débats

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

passionnants. Ma quête de l'excellence te doit beaucoup. A ma sœur, la meilleure personne que je connaisse, merci pour ton soutien indéfectible.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Préambule

Il me semble utile d'informer le lecteur de cette thèse sur l'historique de sa 'genèse' :

Dans les années 2018-2020, EDF TEGG a monté un groupe de travail d'experts internes et externes pour la mise à niveau du règlement RCC-CW sur le calcul des fondations sur pieux pour les ouvrages nucléaires. La mise en œuvre de pieux n'est pas très facile, car l'autorité de sureté nucléaire et l'IRSN ne sont pas très favorable à leur utilisation, car en cas de séisme, ils ne sont pas 'auscultables'. Le règlement RCC-CW a été mis à niveau, mais l'ensemble des experts présents a jugé qu'il serait intéressant de poursuivre les travaux du groupe par la prise en compte des non-linéarités du béton armé des pieux et de leurs encastrements en tête. Ceci a permis des discussions (collaboration) entre mécaniciens des sols et structuralistes qui sont souvent chacun 'experts' dans leur domaine propre... Par ailleurs EDF-TEGG souhaitait que s'il y avait des développements, ceux-ci soient faits dans leur logiciel maison Code_Aster.

Parallèlement, Vinci Grands projets (VCGP) est souvent confronté sur des fondations d'ouvrages d'art soumis à des séismes importants ou des fondations de réservoirs LNG à des problèmes d'optimisations de dimensionnements de groupes de pieux. VCGP souhaitait progresser sur le sujet et disposer d'outils et de méthodologies permettant de se confronter aux experts internationaux du domaine.

Nuvia-Structure (NST), par sa Direction Scientifique soutenue par la Direction Générale de l'époque a participé au groupe d'experts en charge de la mise à niveau du règlement RCC-CW. NST a jugé qu'il était intéressant de maitriser les enjeux des fondations profondes mais n'avais pas de ressources internes pour mettre en œuvre ces techniques de calcul. Une collaboration s'est donc mise en place entre VCGP (qui disposait en interne d'une dizaine de géotechniciens), NST et ITASCA (Editeur du logiciel FLAC3D dont disposait VCGP). Le logiciel FLAC3D est un logiciel de référence dans le domaine de la mécanique des sols et EDF-TEGG était intéressé à 'benchmarker' de futurs développements sur son logiciel Code_Aster avec FLAC3D.

STABILIS, entreprise spécialisée en 'calcul avancés' dans le génie civil était intéressé à progresser sur le sujet.

Il y avait convergence des intérêts et c'est sur cette base, après consultation du Pr Alain Pecker pour définir plus précisément le sujet que le projet de thèse a été élaboré.

Après une période de latence que tout le monde a subi du fait du COVID19, la thèse a enfin pu démarrer en novembre 2021.

Pierre WYNIECKI

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Notations

Sauf mention contraire dans le texte :
— les quantités scalaires sont écrites en italique simple : u, F
— les vecteurs sont représentés en gras : $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{F}$
— les matrices sont exprimées en double-barres : $\mathbb{K}$, $\mathbb{M}$
— la transposée d'un vecteur est symbolisée comme suit : ${}^t\boldsymbol{U}$, ${}^t\boldsymbol{F}$
— les tenseurs sont directement représentés vectoriellement ou matriciellement

Remarque préliminaire

Dans ce travail, le terme élément biphasique est employé afin de relier les développements aux travaux de de Buhan et co-auteurs (de Buhan and Sudret, 2000). Toutefois, ce terme est issu de la mécanique des milieux poreux et illustre le fait qu'on superpose des milieux.

Dans cette thèse le terme désigne plutôt un élément mixte composé d'éléments de sol et de poutre.

Nomenclature des éléments biphasiques

Nous introduisons ici la nomenclature pour les éléments biphasiques présentés dans ce travail. Elle repose sur trois caractéristiques de l'élément. Elle donne premièrement la maille support du comportement de sol. Les mailles support pour le pieu ainsi que la dimension du problème en découlent en effet directement. En second lieu, elle donne le type des fonctions de forme choisies pour l'interpolation des déplacements du pieu à l'interface avec le sol. Enfin, elle informe sur le caractère multi-fibre du pieu.

Les types de mailles support de sol en 1D sont des segments à deux ou trois noeuds : SE2, SE3. En 2D ce sont des quadrangles à quatre, huit ou neuf noeuds : QU4, QU8, QU9. Enfin en 3D il s'agit d'hexaèdres à huit, vingt ou vingt-sept noeuds : HE8, H20, H27.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Nom	Maille du sol	Fonctions de forme du pieu à l'interface	multi-fibres	logiciel
SE2	SE2	-	-	ATL4S
SE3	SE3	-	-	ATL4S
QU4P	QU4	Poutre	non	ATL4S
QU8P	QU8	Poutre	non	ATL4S
QU9P	QU9	Poutre	non	ATL4S
HE8I	HE8	Indépendantes	non	Code_Aster
HE8P	HE8	Poutre	non	ATL4S ; Code_Aster
H20P	H20	Poutre	non	ATL4S ; Code_Aster
H27P	H27	Poutre	non	ATL4S
H27I	H27	Indépendantes	non	ATL4S
HE8PM	HE8	Poutre	oui	Code_Aster
H20PM	H20	Poutre	oui	Code_Aster

TABLEAU 1 – Nomenclature des éléments biphasiques

Les fonctions de forme choisies pour l'interpolation des déplacements du pieu sont dans le cas général les mêmes que celles employées par l'élément de poutre. On note "P" les éléments se servant de ces fonctions de forme à l'interface. Cette nomenclature ne concerne pas les éléments 1D. Par ailleurs, en 2D, tous les éléments implémentés font partie de cette catégorie. On note "I" les éléments pour lesquels on fait le choix de fonctions de forme indépendantes, qui découplent donc les translations et rotations.

Enfin, les éléments faisant usage d'une discrétisation multi-fibre du pieu sont notés additionnellement "M".

L'ensemble des éléments mentionnés dans ce document est répertorié dans le tableau 1.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Introduction

Les séismes font parti des catastrophes naturelles les plus meurtrières dans le monde. Ils sont responsables d'effondrements de bâtiments, de mouvements de terrain, tsunamis, mais aussi de ruptures de réseaux de gaz pouvant provoquer des incendies et explosions. La vulnérabilité des enjeux est principalement liée à la qualité du bâti. Afin de réduire le risque, la construction parasismique constitue le meilleur moyen de prévention.

Dans le passé, l'Interaction Sol-Structure (ISS) fut souvent négligée dans le dimensionnement des structures. On considère souvent que son effet est conservatif, car la souplesse du sol et de la fondation allongent la période propre et augmentent l'amortissement (hystérétique et géométrique) du système (Ciampoli and Pinto, 1995; Elnashai and McClure, 1996). L'ISS peut toutefois être responsable d'amplification des contraintes dans la structure comme il a été montré à de nombreuses reprises aux cours des dernières décennies (Gazetas and Mylonakis, 1998; Mylonakis and Gazetas, 2000; Elgamal et al., 2008). Par ailleurs, l'ISS engendre souvent des déplacements permanents plus importants que prévu sans sa prise en compte. Aujourd'hui, l'ISS est un problème connu et fait l'objet de règles et recommandations de dimensionnement spécifiques (EN-1998-5, 2005).

Parallèlement, le besoin croissant de construction de grands ouvrages du génie civil sur des terrains compressibles de qualité moyenne induit le recours de plus en plus répandu aux fondations sur pieux. Aujourd'hui, des codes de calculs spécifiques permettant la prise en compte rigoureuse du comportement sismique élastique des groupes de pieux existent. Cependant, ces codes atteignent leurs limites lorsqu'il convient de modéliser des comportements non linéaires, inévitables en zone sismique, ou de prendre en compte un grand nombre de pieux. Par ailleurs, dans l'ingénierie courante ces méthodes sont souvent complétées par des modèles locaux non-linéaires pour le calcul des efforts, ce qui pose des difficultés concernant la superposition des comportements inertiels, cinématiques et des efforts dus aux autres cas de charge.

Le présent travail s'attache au développement d'une méthodologie numérique permettant de prendre en compte plusieurs types de non-linéarités matérielles. Les non-linéarités traitées sont de trois types : non-linéarité d'interaction entre le sol et les pieux, non-linéarité au sein des pieux et non-linéarité de la connexion pieu-radier. Le second verrou de la thèse est la prise en compte de l'effet de groupe dynamique entre pieux.

Afin de fournir un outil performant, nous faisons le choix de condenser les non-linéarités du pieu et de l'interface sol-pieu. La non-linéarité d'interface est traitée par une approche biphasique. Deux phases distinctes sont ainsi considérées : une phase pieu et une phase sol. Les deux phases interagissent au travers d'une loi d'interface. L'interface est décrite de façon continue et intégrée numériquement au sein d'un élément fini, appelé élément biphasique dans la suite. La non-linéarité du pieu est traitée par une discrétisation multi-fibres.

Cette recherche est menée dans le cadre d'un contrat CIFRE avec la société Stabilis. L'un des aspects tout à fait original de cette thèse réside dans son cofinancement par plusieurs partenaires industriels : Stabilis, Vinci Constructtion Grands Projets, Nuvia Structure, EDF TEGG,

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

EDF R&D, Itasca.

Le chapitre 1 introduit les mécanismes d'interaction sol-structure à l'origine des dommages subis par les fondations de pieux en cas d'épisode sismique. Il donne également un bref aperçu des principes de dimensionnement au séisme et le détail des méthodes temporelles de résolution du problème d'ISS. Le chapitre 2 est consacré à la description d'un élément-fini 1D prototypique employant la technique biphasique pour la prise en compte de la non-linéarité de l'interaction sol-pieu. Il ouvre également sur l'intégration de cet élément dans un macro-élément sous-structuré permettant de condenser la réponse de la fondation en un nombre réduit de noeuds à l'échelle globale. Le chapitre 3 généralise l'élément biphasique en trois dimensions. Y sont proposées et vérifiées deux lois d'interaction sol-pieu puis détaillé la formulation de l'élément biphasique 3D multi-fibres. Y sont également introduits d'autres versions d'éléments biphasiques. Après étude, dans le chapitre 4, de l'influence des types de fonctions de forme de l'élément biphasique sur la réponse du pieu en fonction du type de chargement appliqué à sa tête, l'élément est, au chapitre 5, appliqué en statique dans différentes configurations de pieu isolé afin de démontrer sa capacité à représenter les surfaces de rupture de pieux souples ou rigides sous chargement combiné dans divers types de sols argileux ou sableux, homogènes ou stratifiés. Enfin, l'élément biphasique est appliqué, dans le chapitre 6, au calcul sismique. Un premier calcul d'impédances et interaction cinématique sur groupe de pieux est réalisé afin de vérifier la capacité du modèle à représenter l'effet de groupe puis l'élément biphasique est appliqué dans un calcul couplé temporel non-linéaire sur un système sol-fondation-superstructure.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 1

État de l'art

Ce chapitre s'ouvre sur la définition de l'Interaction Sol-Structure et des notions associées, nécessaires à la compréhension des dommages subis par les pieux lors d'un séisme majeur. A partir de ces éléments, le paradigme actuel de dimensionnement au séisme est introduit. Un examen des méthodes temporelles de résolution du problème d'ISS met en avant l'intérêt d'une approche positionnée à une échelle intermédiaire entre la méthode directe et les macro-éléments. Dans cette perspective, l'approche biphasique est identifiée comme un cadre pertinent pour la condensation des non-linéarités de l'interaction sol-pieu.

1.1 Interaction dynamique sol-structure

Les problèmes du génie parasismique sont complexes, car font intervenir plusieurs échelles d'objets très différentes, de la propagation des ondes proche de la source sismique jusqu'à la fondation de la structure. La figure 1.1 présente toutes les échelles pertinentes au problème d'Interaction Sol-Structure (ISS). L'échelle de la source sismique (échelle géologique) intervient dans la propagation des ondes de la source sismique jusqu'à l'échelle du site, qui modifie le train d'ondes incident du fait de sa géométrie (reliefs topographiques) et des propriétés de sol. C'est ce qu'on appelle les effets locaux de site. L'échelle géotechnique est celle du profil de sol au voisinage de la structure. Elle définit le mouvement du point de contrôle (mouvement en surface) induit par le séisme. Le profil géotechnique permet de remonter au signal sismique appliqué à l'assise rocheuse de celui-ci (substratum sismique). La plus petite échelle est celle de la structure. Les échelles de la structure et du profil géotechnique forment l'échelle du problème d'ISS. L'échelle géologique et l'échelle du site sont bien plus grandes que celles du profil de sol et sont donc rejetées à l'infini dans le problème d'ISS (Chatzigogos, 2007). L'influence de ce qui se passe à l'échelle du problème d'ISS (échelle géotechique et structure) sur les plus grandes échelles est négligé.

Le terme ISS désigne l'ensemble des influences qui s'exercent entre la structure et le sol qui la supporte sous chargement dynamique. On distingue deux types d'interaction : inertielle et cinématique.

L'interaction cinématique caractérise la perturbation du champ de déplacement du sol en présence de la fondation. Le champ de déplacement libre définit le champ de déplacement du sol soumis à la sollicitation dynamique considérée en l'absence d'une quelconque structure anthropique. L'interaction cinématique est uniquement liée à la raideur relative entre le sol et les fondations de la structure 1.2. L'interaction cinématique est nulle dans le cas des fondations superficielles soumises à un champ d'ondes de cisaillement ou compression à incidence parfai-

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

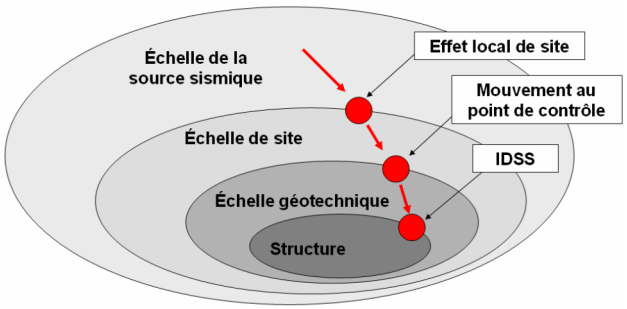


FIGURE 1.1 – Échelles du problème d'ISS et effet de passage d'une échelle à l'autre (Chatzigogos, 2007)

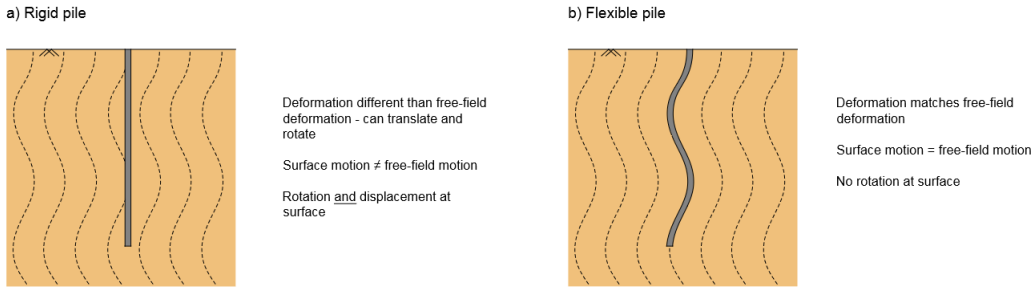


FIGURE 1.2 – Comportement des pieux rigides et flexibles chargés cinématiquement. (Pérez-Herreros, 2020) modifié de (Kramer, 2007)

tement verticale (Pecker, 2007).

L'interaction inertielle permet de quantifier les efforts d'inertie de la superstructure sur la fondation. Elle nécessite le calcul préalable du champ de déplacement en pied de la superstructure (interaction cinématique). L'interaction inertielle modifie également le champ de déformation de la fondation et du sol. Conceptuellement, prendre en compte l'interaction inertielle signifie introduire des éléments ressorts et amortisseurs visqueux (impédances dynamiques) entre le substratum sismique (définissant le repère absolu des accélérations) et la superstructure. On rend alors compte de la modification des périodes et amortissements de l'ensemble sol-fondation-superstructure par rapport à la même superstructure reposant sur une base fixe.

Une impédance mécanique est, par définition, le rapport de l'amplitude complexe de la force excitatrice $F(\omega)$ sur l'amplitude complexe du déplacement de l'oscillateur $u(\omega)$ (Brûlé and Cuira, 2017). Sa partie réelle $K_r(\omega)$ correspond à une raideur. Sa partie imaginaire $K_i(\omega)$ est reliée à l'amortissement telle que :

$$\xi(\omega) = \left| \frac{K_i}{2K_r} \right| \tag{1.1}$$

La matrice d'impédance dynamique est donc une matrice de termes complexes. Elle permet de caractériser dans l'exemple ici le comportement (raideur, amortissement) du système sol-fondation lorsqu'il est soumis à un effort dynamique engendré par la superstructure.

Les fondations profondes telles que les pieux doivent faire l'objet d'une justification aux effets d'interaction à la fois inertielle et cinématique (EN-1998-5, 2005). En effet, d'après Grange (2019), la non prise en compte de la souplesse du sol dans l'analyse de la structure contribue généralement à surestimer les efforts internes et déformations dans la structure, ainsi que les fréquences propres du système, et à sous-estimer les déplacements au niveau de la fondation et l'amortissement des vibrations dans la structure.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

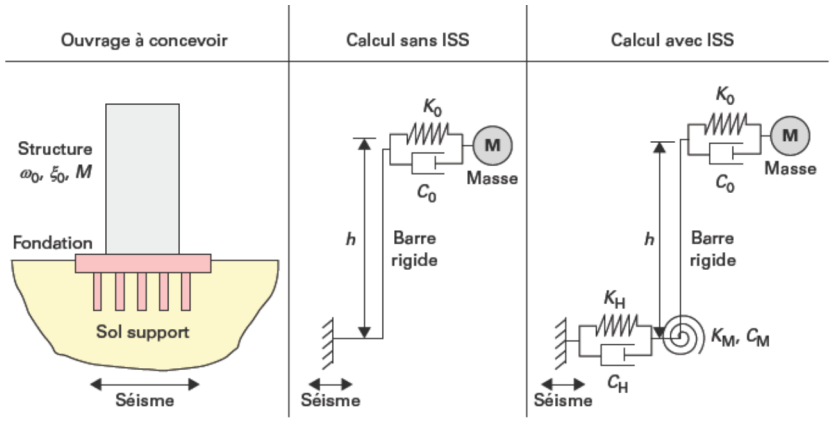


FIGURE 1.3 – Modélisation analogique de l'interaction inertielle (Brûlé and Cuira, 2017)

1.2 Observations post-sismiques

Des séismes majeurs ont eu lieu depuis le début du siècle dernier et engendrés des dégâts importants sur les fondations de pieux, notamment au Japon et aux Etats-Unis. Pérez-Herreros (2020) donne un aperçu des dommages causés sur les pieux au cours de différents épisodes sismiques, ainsi que de la littérature associée. Citons également le Cahier Technique n°38 de l'Association Française du Génie Parasismique (AFPS) (AFPS, 2017). Pour un historique détaillé, le lecteur peut se référer à Meymand (1998) et Mizuno (1987). Des inventaires spécifiques peuvent être consultés pour les séismes de Loma Prieta (1989) (Seed, 1990; Yashinsky, 1998), Kobe (1995) (Mizuno et al., 1996) et Tohoku (2011) (Midorikawa et al., 2012; Tokimatsu et al., 2012).

Les dommages encourus par les fondations de pieux sont synthétisés en figure 1.4. Parce que les fondations sont enterrées, leur auscultation est difficile à mettre en oeuvre. Les analyses s'appuient donc sur des observations à la fois sur site et en laboratoire sur des modèles réduits. Les observations *in-situ* proviennent généralement de sites étrangers ayant subi des épisodes sismiques très importants.

L'interaction sol-fondation-superstructure joue un rôle primordial dans les dommages subis par les fondations et structures (AFPS, 2017). Le sol contraint les mouvements des pieux et induit par conséquent des contraintes de flexion et cisaillement importantes dans les pieux. C'est l'effet de l'interaction cinématique. Les efforts engendrés dans les pieux sont d'autant plus importants en présence de forts contrastes de raideur entre couches de sol (fig. 1.4c). La superstructure, entraînée par le mouvement de la fondation, induit des efforts d'inertie axiaux et horizontaux importants en tête des pieux (fig. 1.4a). C'est l'effet de l'interaction inertielle. Enfin, la liquéfaction des sols est la principale cause des désordres sur les pieux (fig. 1.4j). Elle est à l'origine de déplacements horizontaux et verticaux importants et une perte significative de résistance latérale (fig. 1.5).

De manière historique la liquéfaction est expliquée par l'annulation des contraintes effectives (pour les sols non-cohésifs, ou par l'annulation du déviateur de contraintes de manière plus générale), du fait d'une accumulation de pressions interstitielles engendrées par les secousses sismiques répétées en condition non drainée. Des travaux plus récents ont montré que cette explication n'est qu'un cas particulier des phénomènes qui mènent un sol en état de rupture diffuse ("liquéfaction"), c'est-à-dire de rupture sans faciès de localisation (effondrement homogène du sol). Il est important de retenir que ces ruptures diffuses sont atteintes avant la limite de plasti-

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

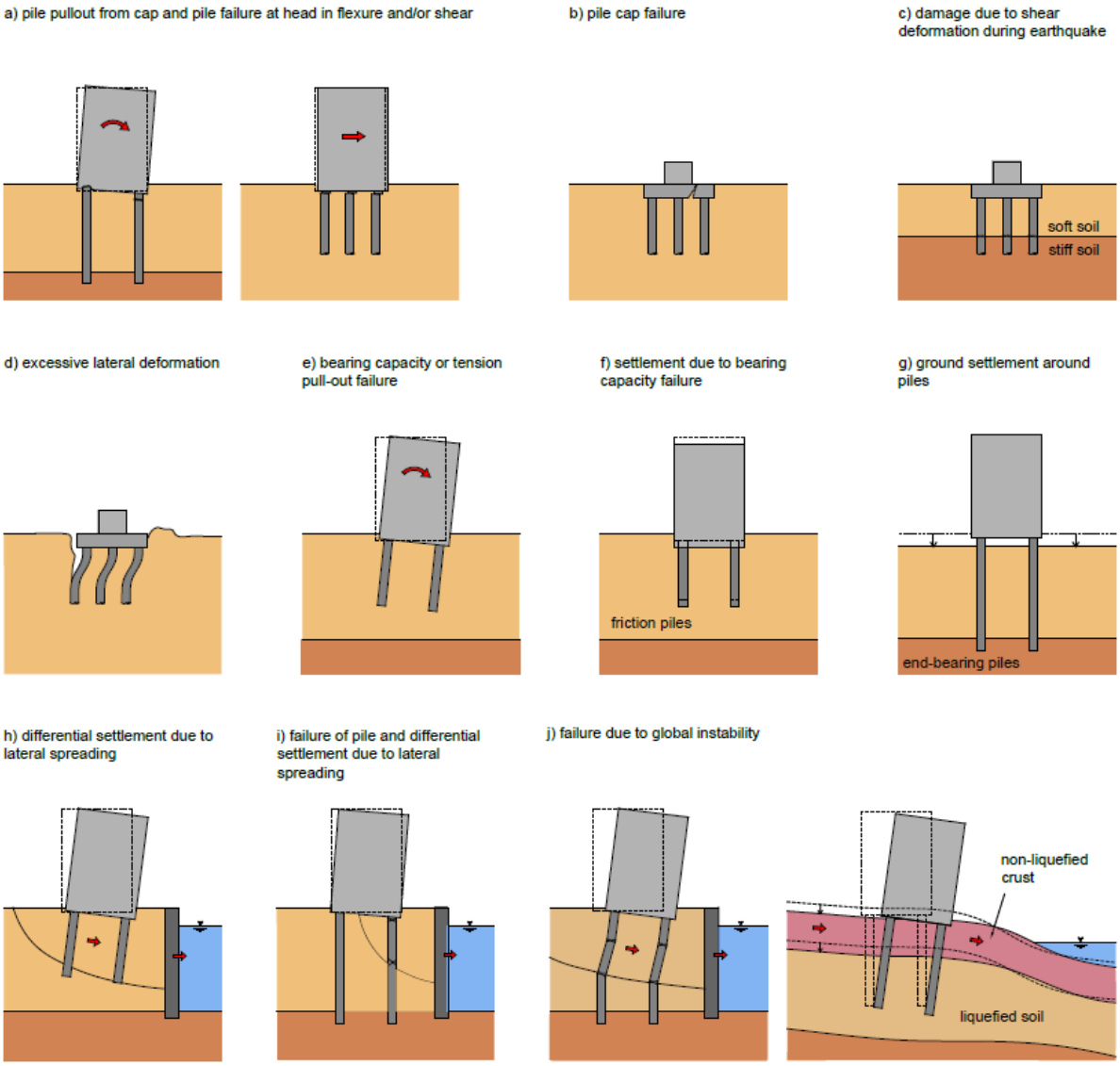


FIGURE 1.4 – Mécanismes de rupture des fondations de pieux (Pérez-Herreros, 2020)

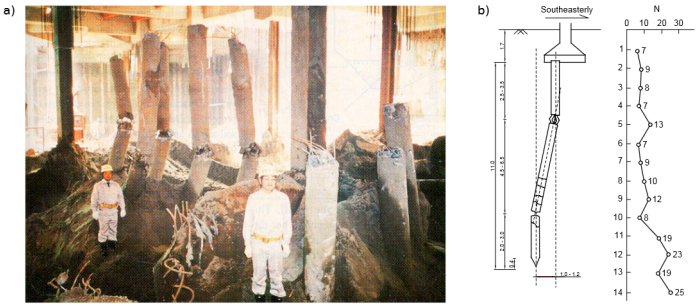


FIGURE 1.5 – Bâtiment NHK, séismes de Nigata (1964) : (a) pieux endommagés en raison d'un déplacement latéral du sol (b) correlation entre dommages sur les pieux et caractéristiques du site (Hamada, 1991)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

cité du sol et existent à cause du caractère non-associé du comportement du sol (Darve et al., 2004; Prunier et al., 2009, 2016).

La liquéfaction n'est pas prise en compte dans ce travail de recherche, car en pratique, la liquéfaction est exclue avant la conception de l'ouvrage. L'Eurocode 8 - Partie 5 (EN-1998-5, 2005) exige en effet que les sols susceptibles de se liquéfier soient améliorés (AFPS, 2017).

Afin de parer aux désordres engendrés par l'ISS, énumérés au dessus, les facteurs déterminant à prendre en compte dans le dimensionnement des fondations profondes sont : l'interaction entre un pieu et le sol sous l'effet des efforts d'inertie appliqués en tête ; l'interaction entre pieux (effet de groupe) ; l'interaction cinématique et la condition limite en tête de pieu. Ce travail de recherche contribue à améliorer les capacités de calcul vis-à-vis de ces points.

1.3 Principes de dimensionnement au séisme

Le dimensionnement au séisme repose principalement sur des méthodes spectrales. La réponse dynamique de la structure est décomposée selon ses modes propres. La réponse en déplacement maximale de chacun des modes est calculée séparément à partir du spectre de réponse en déplacement enveloppe d'un oscillateur linéaire à un degré de liberté de même fréquence moyennant un facteur de participation du mode spécifique à la structure étudiée. La réponse de chacun des modes est ensuite recombinée. Faisant usage du principe de superposition, cette méthode est en principe réservée aux systèmes linéaires. Il existe cependant des méthodes pour la prise en compte des mécanismes de plasticité. Ces méthodes sont couramment utilisées dans le domaine du calcul des structures et se diffusent progressivement en géotechnique.

Le dimensionnement au séisme a beaucoup évolué au cours du siècle précédent (Kramer, 2014; Priestley et al., 2007). Les premières études ont été réalisées par Mononobe (1929) et Okabe (1926). Les forces d'inertie sont alors traduites en efforts statiques. C'est le début de l'approche « pseudo-statique ». Jusque dans les années 1960 – 1970, les structures étaient dimensionnées aux séismes dans le domaine élastique linéaire. C'est l'étude de structures ayant résisté à des forces d'inertie bien supérieures à leur limite élastique qui fit prendre conscience des ressources en ductilité des structures. Les critères de dimensionnement ont ainsi évolué vers des critères de résistance ultime (« force based design »). Dans les années 1980 – 1990 on réalise que les dommages des structures sont plutôt liés aux déplacements permanents qu'aux efforts et que la limitation de la vulnérabilité des structures passe par le contrôle des déplacements et déformations (« displacement based design » ou « capacity based design »). Ce type de dimensionnement assure une ductilité globale à l'ouvrage, afin de dissiper une partie de l'énergie du séisme, en contrôlant les zones dans lesquelles la plasticité se manifeste. Le concept n'est pas nouveau dans le domaine des structures. Il est en revanche plus récent en géotechnique (Pecker et al., 2014). Paolucci et al. (2013) développent ainsi une procédure de dimensionnement itérative basée sur le "direct displacement based design" (DDBD, (Priestley, 1993)) en y ajoutant les effets non-linéaires de l'ISS. Par rapport au DDBD classique où la superstructure repose sur une base fixe, ce DDBD permet un dimensionnement plus raisonnable en autorisant un endommagement contrôlé de la fondation.

Ne pas autoriser le plastification partielle de la fondation présente, en effet, un certain nombre de désavantages (Pecker et al., 2014). Premièrement, le signal sismique excède potentiellement le spectre attendu. Les déplacements permanents sont donc potentiellement inévitables. Deuxièmement, le critère de fondation élastique conduit à un dimensionnement non-économique. Il est par ailleurs pratiquement impossible de faire du retrofitting sur des fondations existantes ou endommagées pour respecter le critère élastique. Enfin plusieurs études

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

suggèrent que le surdimensionnement de la fondation n'implique pas forcément une structure plus sûre (Anastasopoulos et al., 2010; Gazetas et al., 2014).

Aujourd'hui, de nombreux résultats d'essais contrôlés sont disponibles et permettent de calibrer des outils numériques de plus en plus fiables, ouvrant la voie à un dimensionnement "intégré" plus raisonnable, partageant la ductilité du système entre la superstructure et la fondation (Pecker et al., 2014).

Comme abordé précédemment, le dimensionnement au séisme repose principalement sur des méthodes spectrales. Les méthodes temporelles sont plutôt utilisées pour des analyses probabilistes de vulnérabilité sur des systèmes simplifiés. L'analyse dynamique incrémentale ("Incremental Dynamic Analysis") requiert en effet un nombre de calculs conséquent. Les analyses temporelles plus détaillées sont réservées à des vérifications ponctuelles, mais l'augmentation de la puissance de calcul et son accessibilité en favorisent l'usage.

1.4 Méthodes temporelles pour l'ISS

1.4.1 Approche directe

L'approche directe est nommée ainsi car elle repose sur une résolution directe de l'équation de la dynamique, généralement à l'aide de la méthode des éléments finis (EF). L'ensemble du système est modélisé : structure, fondation, sol dont le champ proche et le champ lointain. Elle fait appel à des frontières absorbantes dont le but est d'absorber les ondes de déformation aux frontières du modèle afin de simuler la propagation à l'infini en empêchant leur réflexion.

Dans la pratique, l'accélération au niveau du substratum sismique est nécessaire pour réaliser cette modélisation. La procédure de déconvolution permet de remonter à ce mouvement à partir de l'accélération au rocher affleurant connue, mesurée par les sismographes (Sebe, 2004).

Les points forts de l'approche directe (ou globale) sont la prise en considération à la fois des non-linéarités du sol et de l'effet de groupe (Kwon and Elnashai, 2008; Elgamal et al., 2008).

Toutefois, ce type de modélisation, en particulier dans le domaine dynamique et non-linéaire, exige une expertise technique pointue afin de réaliser des choix pertinents sur les lois de comportement à utiliser ainsi que la qualification de leurs paramètres. Par ailleurs, le temps de calcul est très important, ce qui rend la multiplication des calculs difficile. *A fortiori* les analyses de vulnérabilité sont lourdes à mettre en oeuvre avec de tels modèles, même si des études existent (Mackie et al., 2012).

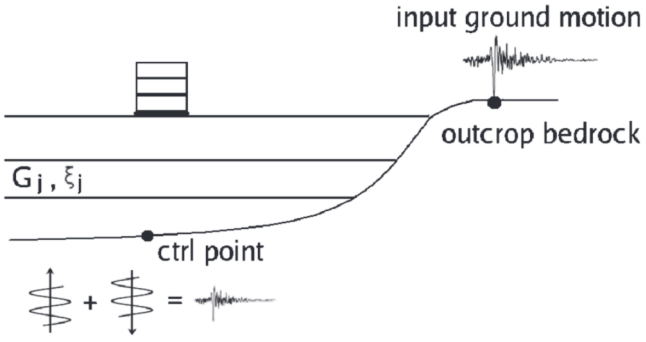


Figure 1.6 – Déconvolution du signal au rocher affleurant (Pitilakis, 2006)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

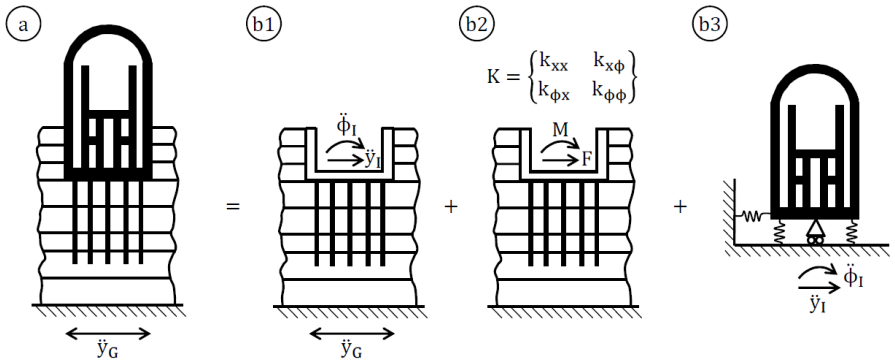


FIGURE 1.7 – Théorème de superposition de Kausel pour l'ISS des fondations profondes. Le problème global (a) est décomposé en 3 étapes : (b1) interaction cinématique, (b2) impédances dynamiques et (b3) réponse dynamique de la structure prenant en compte l'ISS. (Pérez-Herreros, 2020) modifié de (Kausel et al., 1978)

1.4.2 Approche par superposition

La méthode de superposition repose, comme son nom l'indique, sur le principe de superposition. Elle se limite donc à un domaine linéaire. Elle consiste à découper le problème global en plusieurs étapes chacune réputée plus simple à résoudre que le problème global. Le théorème de superposition de Kausel distingue trois étapes (Kausel et al., 1978). La première considère le système composé du sol, de la fondation de pieux et de l'empreinte rigide sans masse de la structure enterrée. Elle permet de quantifier l'accélération sismique effectivement transmise à la structure sous l'effet de l'interaction cinématique. La seconde évalue les impédances dynamiques du même système. Enfin la dernière étape calcule la réponse dynamique de la structure sous les effets de l'ISS en combinant les résultats des étapes précédentes. L'accélération calculée à la première étape est appliquée à la base de la structure pesante appuyée sur les impédances calculées à la seconde étape (fig. 1.7). Le problème est généralement traité dans le domaine fréquentiel.

Théoriquement cette superposition n'est possible que si sol, fondation et superstructure restent linéaires élastiques. Dans la pratique, elle est employée sur des systèmes modérément non-linéaires pour lesquels les caractéristiques de sol sont réduites au préalable (Pecker, 2008). Le calcul de ces propriétés se fait par la méthode linéaire équivalente introduite en premier par Idriss and Seed (1968).

L'avantage principal de la résolution par étapes est que chacune peut être résolue séparément et donc avec l'outil qui lui est le plus adapté. Des logiciels spécifiques comme SASSI et MISS3D permettent de faire le calcul du champ de déplacement transféré à la fondation (interaction cinématique) et celui des matrices d'impédances à dépendance fréquentielle (interaction inertielle). Ils combinent une discrétisation numérique du champ proche et l'emploi de solutions semi-analytiques de propagation d'ondes dans le champ lointain (Brûlé and Cuira, 2017). La condition de limite de propagation à l'infini est ainsi rigoureusement prise en compte, tandis qu'elle est plus difficile à assurer dans des modèles numériques bornés tels que les éléments finis.

L'Eurocode 8 - Partie 5 (EN-1998-5, 2005), n'impose pas le calcul de l'interaction cinématique pour tous les profils de sols et fondations. Dans ce cas, il suffit d'introduire le champ de déplacement libre du sol à la base de la structure reposant sur le système d'impédances. Des formulations analytiques pour ces impédances de fondations sont alors très pratiques. Elles existent depuis longtemps pour des profils de sols simples (Gazetas, 1991b) et permettent égale-

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

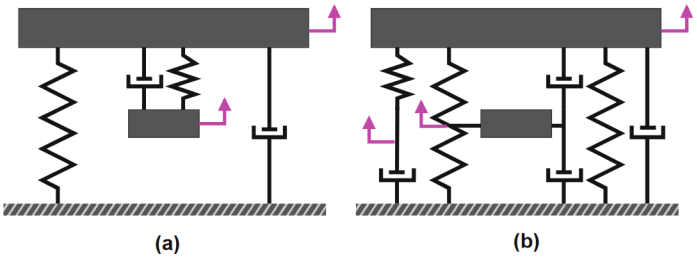


FIGURE 1.8 – Modèles rhéologiques pour la dépendance fréquentielle des impédances (a) De Barros and Luco (1990) (b) Wolf (1994) d'après Pecker (2008)

ment de prendre en compte l'effet de groupe par des méthodes simplifiées (Dobry and Gazetas, 1988). Pour les profils de sols stratifiés, la méthode des ressorts de Winkler est possible (section 1.4.3). Elle suppose néanmoins que le cisaillement entre couches soit négligé et ne tient pas compte de l'effet de groupe. De Barros and Luco (1990) ainsi que Wolf (1994) proposent des modèles composés d'éléments rhéologiques pour la prise en compte de la dépendance fréquentielle des impédances pour des sols non homogènes et fondations non régulières (fig. 1.8). Ils sont particulièrement adaptés au calcul temporel.

Un calcul d'interaction cinématique et de matrice d'impédance est proposé à titre d'exemple. Ce dernier est tiré du cours de Nagano (2011) duquel s'inspire la présentation de Grange (2013).

Soit un système défini par ses matrices de masse ($\mathbb{M}$), raideur ($\mathbb{K}$) et amortissement visqueux ($\mathbb{C}$). La cinématique du système ($\boldsymbol{U}, \dot{\boldsymbol{U}}, \ddot{\boldsymbol{U}}$) est définie dans le repère galiléen R_g. L'équation de la dynamique en oscillations libres peut s'écrire :

$$\mathbb{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \mathbb{C}\dot{\boldsymbol{U}} + \mathbb{K}\boldsymbol{U} = 0 \tag{1.2}$$

Les déplacements peuvent être séparés comme suit : ${}^t\boldsymbol{U} = \left[{}^t\boldsymbol{U}_c \quad {}^t\boldsymbol{U}_d\right]$. $\boldsymbol{U}_d$ est le champ de déplacement connu imposé au système dans le repère absolu. Il correspond aux déplacements libres du sol. Il est calculé au préalable sur une colonne de sol accélérée (harmoniquement si c'est un calcul fréquentiel). $\boldsymbol{U}_c$ est le champ de déplacement inconnu de la fondation dans le repère absolu. La première équation du système s'écrit :

$$\mathbb{M}_{cc}\ddot{\boldsymbol{U}}_c + \mathbb{C}_{cc}\dot{\boldsymbol{U}}_c + \mathbb{K}_{cc}\boldsymbol{U}_c = -\mathbb{M}_{cd}\ddot{\boldsymbol{U}}_d - \mathbb{C}_{cd}\dot{\boldsymbol{U}}_d - \mathbb{K}_{cd}\boldsymbol{U}_d \tag{1.3}$$

Soit la décomposition $\boldsymbol{U}_c = \boldsymbol{U}_r + \boldsymbol{U}_s$ avec $\boldsymbol{U}_s = \mathbb{r}\boldsymbol{U}_d$. $\mathbb{r}$ est une fonction de transfert entre les déplacements du sol en champ libre $\boldsymbol{U}_d$ et le déplacement $\boldsymbol{U}_s$ dans le repère absolu. L'équilibre peut ainsi s'écrire dans le nouveau repère relatif R_r :

$$\mathbb{M}_{cc}\ddot{\boldsymbol{U}}_r + \mathbb{C}_{cc}\dot{\boldsymbol{U}}_r + \mathbb{K}_{cc}\boldsymbol{U}_r = -\left[\left(\mathbb{M}_{cd} + \mathbb{M}_{cc}\mathbb{r}\right)\ddot{\boldsymbol{U}}_d + \left(\mathbb{C}_{cd} + \mathbb{C}_{cc}\mathbb{r}\right)\dot{\boldsymbol{U}}_d + \left(\mathbb{K}_{cd} + \mathbb{K}_{cc}\mathbb{r}\right)\boldsymbol{U}_d\right] \tag{1.4}$$

Dans le domaine fréquentiel, $\boldsymbol{U}_d = \boldsymbol{\Phi}_d e^{i\omega t}$ et $\boldsymbol{U}_r = \boldsymbol{\Phi}_r e^{i\omega t}$. En remplaçant dans l'équation précédente, il vient :

$$\left[-\omega^2\mathbb{M}_{cc} + i\omega\mathbb{C}_{cc} + \mathbb{K}_{cc}\right]\boldsymbol{\Phi}_r = -\left[-\omega^2\left(\mathbb{M}_{cd} + \mathbb{M}_{cc}\mathbb{r}\right) + i\omega\left(\mathbb{C}_{cd} + \mathbb{C}_{cc}\mathbb{r}\right) + \left(\mathbb{K}_{cd} + \mathbb{K}_{cc}\mathbb{r}\right)\right]\boldsymbol{\Phi}_d \tag{1.5}$$

Ayant défini que $\ddot{\boldsymbol{U}}_s = \mathbb{r}\ddot{\boldsymbol{U}}_d$, il en découle que $\boldsymbol{\Phi}_s = \mathbb{r}\boldsymbol{\Phi}_d$. En reconnaissant que $\mathbb{M}_{cd}$ est négligeable devant $\mathbb{M}_{cc}\mathbb{r}$ et en définissant la matrice d'influence par $\mathbb{r} = -\left(i\omega\mathbb{C}_{cc} + \mathbb{K}_{cc}\right)^{-1}\left(i\omega\mathbb{C}_{cd} + \mathbb{K}_{cd}\right)$, il vient :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\left[-\omega^2\mathbb{M}_{cc}\right]\boldsymbol{\Phi}_r + \underbrace{\left[i\omega\mathbb{C}_{cc} + \mathbb{K}_{cc}\right]\boldsymbol{\Phi}_r}_{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\Phi}_r)\text{ force résistante}} \approx -\left[-\omega^2\mathbb{M}_{cc}\right]\boldsymbol{\Phi}_s \tag{1.6}$$

Dans l'équation 1.6, $\boldsymbol{\Phi}_s$ désigne le champ de déplacement appliqué à la fondation par le champ de déplacement en champ libre. Cette relation correspond à l'interaction cinématique : $\boldsymbol{\Phi}_s = \mathbb{r}\boldsymbol{\Phi}_d$. Cette dernière ne dépend pas des masses du système. Par ailleurs, soit P_i la force résistante sur le degré de liberté i et $\boldsymbol{\Phi}_{r_j}$ le déplacement du degré de liberté j dans le repère relatif R_r, les termes de la matrice d'impédance sont définis tels que :

$$H_{ij}(\omega) = \frac{P_i}{\Phi_{r_j}} \tag{1.7}$$

Il est à noter que cette matrice est complexe et qu'elle comporte une partie réelle représentant la raideur ($\mathbb{K}_{cc}$) et une partie imaginaire reliée à l'amortissement visqueux. Afin de la calculer, l'équation 1.6 peut-être reprise sans masse et sans cinématique imposée ($U_d = 0$), comme le propose la décomposition de Kausel. Il vient alors $U_s = 0$ et par conséquent $U_r = U_c$. L'équation 1.6 se simplifie alors en :

$$\mathbb{C}_{cc}\dot{\boldsymbol{U}}_c + \mathbb{K}_{cc}\boldsymbol{U}_c = 0$$

L'application sur ce nouveau système d'un effort harmonique unitaire sur le degré de liberté i de direction e_i aboutit à :

$$\mathbb{C}_{cc}\dot{\boldsymbol{U}}_c + \mathbb{K}_{cc}\boldsymbol{U}_c = 1e^{i\omega t}e_i$$

Comme le chargement est harmonique, la solution de cette équation différentielle du premier ordre $\boldsymbol{U}_c$ prend la forme : $\boldsymbol{U}_c = \boldsymbol{\Phi}_c e^{i\omega t}$.

$$\begin{aligned} &\left[i\omega\mathbb{C}_{cc} + \mathbb{K}_{cc}\right]\boldsymbol{\Phi}_c = 1e_i \\ \Leftrightarrow\ &\boldsymbol{\Phi}_c = \left[i\omega\mathbb{C}_{cc} + \mathbb{K}_{cc}\right]^{-1} e_i \end{aligned} \tag{1.8}$$

La solution $\boldsymbol{\Phi}_c$ est le déplacement engendré sur tous les degrés de liberté du système par un effort harmonique unitaire appliqué sur le dégré de liberté i. Cette solution est renommée $\boldsymbol{\Phi}_{c_i}$.

Un effort harmonique peut être appliqué séparément sur chacun des degrés de liberté du système et le déplacement $\boldsymbol{\Phi}_{c_i}$, engendré par cet effort appliqué en i, récupéré à chaque fois sur l'ensemble des degrés de liberté.

Tous les $\boldsymbol{\Phi}_{c_i}$ sont ensuite assemblés dans une matrice. C'est la matrice de flexibilité dynamique du système. La matrice d'impédance est obtenue par inversion. Elle dépend de la pulsation de sollicitation.

$$\mathbb{H}(\omega) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{c_1} & \dots & \boldsymbol{\Phi}_{c_i} & \dots & \boldsymbol{\Phi}_{c_n} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \Phi_{c_{11}} & \dots & \Phi_{c_{i1}} & \dots & \Phi_{c_{n1}} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ \Phi_{c_{1i}} & & \Phi_{c_{ii}} & & \Phi_{c_{ni}} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \Phi_{c_{1n}} & \dots & \Phi_{c_{in}} & \dots & \Phi_{c_{nn}} \end{bmatrix}^{-1} \tag{1.9}$$

Cet exemple a permis d'illustrer la décomposition selon Kausel, en montrant que l'interaction cinématique dépend uniquement des raideurs relatives entre le sol et la fondation. En outre, le calcul pratique de la matrice d'impédance a été exposé.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

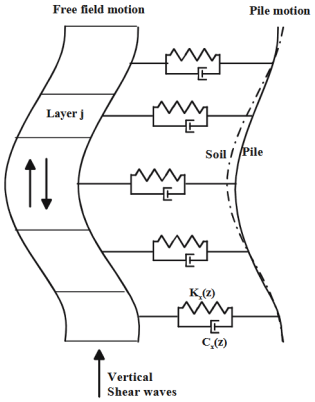


FIGURE 1.9 – Modélisation de l'interaction pieu-sol par la méthode de Winkler (Pecker, 2008)

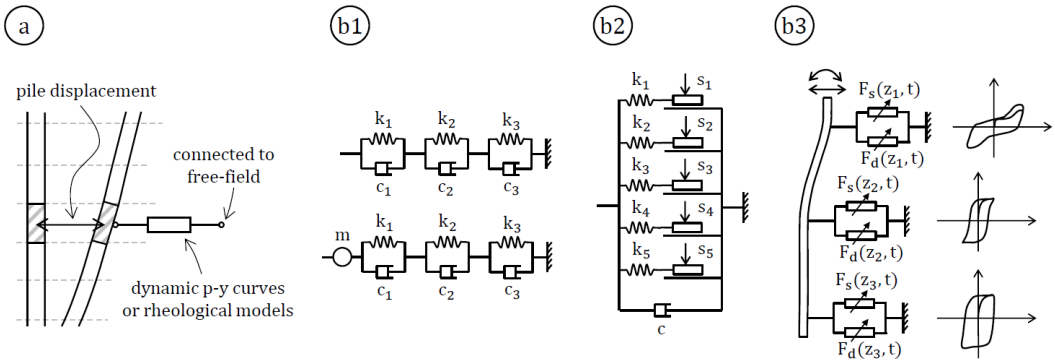


FIGURE 1.10 – Modélisation Winkler - Type d'éléments discrets de sol (Pérez-Herreros, 2020)

1.4.3 Approche de Winkler

L'idée du modèle, initialement introduit par Winkler en 1867, est de représenter la réaction du sol sur le pieu de façon discrète à l'aide de ressorts indépendants répartis le long du pieu. Le sol est donc représenté de façon discrète et néglige le cisaillement transversal entre les couches de sol.

Les méthodes de Winkler se divisent essentiellement en deux familles : celles appelant des lois phénoménologiques (courbes *t-z* et *p-y* aussi appelées courbes de transfert) et celles faisant intervenir des éléments rhéologiques (ressorts, amortisseurs, patins) (Pérez-Herreros, 2020) (fig. 1.10). Les lois *t-z* relient la contrainte tangentielle au pieu produite par le déplacement vertical du pieu par rapport au même déplacement en champ libre. Les lois *p-y* de la même façon traitent la contrainte frontale sur le pieu (fig. 1.9). Les relations phénoménologiques de type *p-y* sont employées depuis longtemps pour calculer des raideurs sur les éoliennes offshore (Matlock and Reese, 1960). Elles sont issues d'essais. Le code français en particulier les relie au module pressiométrique Ménard (fascicule 62, 1992) (Pecker, 2008).

Notons que les modèles présentés dans la figure 1.10 négligent l'inertie du sol. Pacheco et al. (2008) développe un modèle comportant des masses concentrées afin de prendre en compte cette inertie l'influence du sol et montre que leur influence est négligeable pour des coefficients de Poisson faibles à moyens. Pour des coefficients proches de 0, 5, en revanche, l'effet de la masse est important sur la réponse du pieu.

Plus récemment, des macro-éléments locaux font leur apparition au sein de la méthode de Winkler (fig. 1.11). Ils condensent le comportement de l'interface localement en chaque noeud

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

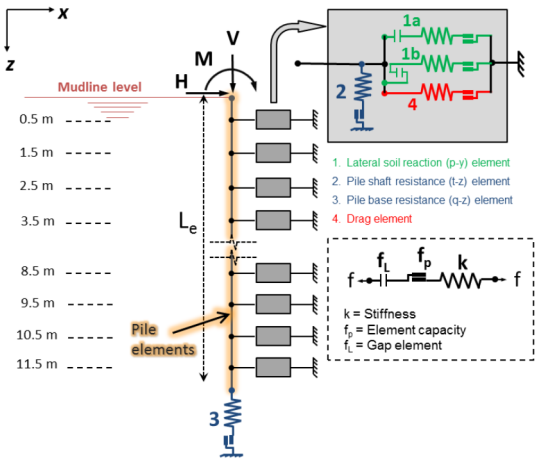


FIGURE 1.11 – Assemblage de modèles de macro-éléments locaux (Gupta, 2020)

le long du pieu. Taciroglu et al. (2006) proposent un macro-élément pour les pieux flexibles dans les argiles. Des courbes *p-y* représentent le comportement non-linéaire du sol. Le décollement est également pris en compte. Gupta (2020) développe un macro-élément tenant compte du couplage des directions axiales et transversales sous chargement cyclique combiné.

Le modèle de Winkler est largement utilisé en dimensionnement pour plusieurs raisons (Mylonakis and Gazetas, 1999; Pacheco et al., 2008; Pérez-Herreros, 2020; Pecker, 2008). Premièrement, ses solutions sont en bon accord avec des méthodes plus rigoureuses (Novak, 1974; Dobry et al., 1982; Gazetas and Dobry, 1984; Pender, 1993). Deuxièmement, il est facile à implémenter et souvent formulé dans le domaine temporel. Son coût numérique est faible, car la réponse du sol est condensée en un nombre limité de noeuds à l'interface. Le modèle est par ailleurs capable de représenter la variation des propriétés de sol en fonction de la profondeur et de la distance radiale, ainsi que l'amortissement radiatif et les non-linéarités matérielles (Gazetas and Dobry, 1984) et géométriques de sol (décollement) (Nogami et al., 1992). Enfin ce modèle bénéficie d'un retour d'expérience important ayant permis l'établissement de relations pour la calibration des paramètres (Makris and Gazetas, 1992; Kavvads and Gazetas, 1993).

Toutefois la technique ne permet pas de prendre en compte rigoureusement les effets de groupe, ni le couplage des directions (excepté Gupta (2020)), et néglige l'interaction entre couches de sol. Par ailleurs se pose la question de l'identification (physique) des paramètres constitutifs à employer pour les systèmes masse-ressort-amortisseur (Pérez-Herreros et al., 2017), même si, nous l'avons vu, des relations pour le calibrage existent, fort de l'expérience acquise.

1.4.4 Approche hybride

L'idée des méthodes hybrides est de séparer le champ proche et le champ lointain (fig. 1.12). Le champ proche concentre l'ensemble des non-linéarités (matérielles et géométriques) de superstructure, fondation et sol liées à l'ISS. Le champ lointain est considéré linéaire élastique. Dans un calcul linéaire équivalent, le champ lointain peut être affecté de propriétés dégradées liées au passage des ondes sismiques en champ libre. Le champ lointain est principalement caractérisé par l'amortissement géométrique à l'infini. Il est représenté par des impédances dynamiques. Elles peuvent être obtenues comme dans le cas de l'approche directe à l'aide de logiciels spécifiques.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

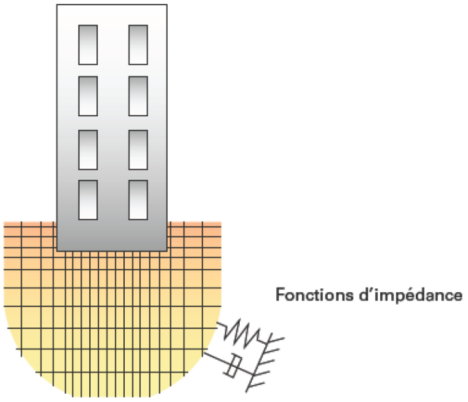


FIGURE 1.12 – Principe du découpage des méthodes hybrides (Brûlé and Cuira, 2017)

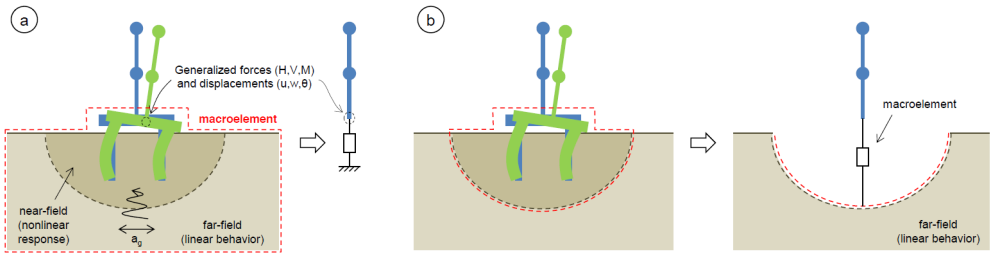


FIGURE 1.13 – Utilisation du macro-élément dans l'approche hybride (Pérez-Herreros, 2020)

1.4.5 Approche par macro-élément

Les macro-éléments peuvent être employés dans une approche hybride. De par leur spécificité et popularité croissante, une sous-partie distincte leur est dédiée. Le principe d'un macro-élément est de condenser le comportement de la fondation et du sol en champ proche dans un élément discret (fig. 1.13). La loi constitutive de cet élément relie des variables généralisées (force-déplacement) définies en un point représentatif (le centre de la fondation). Le macro-élément représente généralement le champ proche, dans lequel se concentrent toutes les non-linéarités de l'interaction sol-fondation. Dans un calcul d'ISS il est donc couplé à la structure ainsi qu'au champ lointain dans une résolution intégrée.

Le concept de macro-élément est introduit par Nova and Montrasio (1991) pour les fondations superficielles. De nombreux développements s'en suivent dont (Crémer et al., 2002; Chatzigogos, 2007; Grange, 2008; Salciarini and Tamagnini, 2009). Il est ensuite étendu aux fondations de pieux par Correia (2011) et enfin récemment aux sols renforcés par inclusions rigides (Alcala-Ochoa, 2023; Shen, 2023). Des macro-éléments considérant des pieux rigides existent. Récemment peuvent être cités Graine (2019), et les développements consécutifs Graine et al. (2021). Il repose sur l'analyse limite. Toutefois nous nous intéressons ici aux pieux flexibles, bien plus répandus dans la littérature.

Le développement d'un macro-élément nécessite la définition du comportement à petites déformations, sous forme d'impédance élastique, et du comportement en grandes déformations à la rupture, qui requiert la détermination de la surface de rupture dans l'espace des efforts généralisés en tête de pieu. La transition du domaine élastique ou pseudo-élastique vers l'état ultime dépend des types de modèle de plasticité adoptés : élasto-plastiques ou hypo-plastiques.

Pour des stratigraphies simples, les impédances élastiques sont simplement obtenues dans la littérature : par exemple Gazetas (1991b) adoptées dans l'Eurocode 8 - Partie 5 (EN-1998-5, 2005). Pour des stratigraphies plus complexes, des modèles EF 3D sont en général nécessaires.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Les macro-éléments considérant la non-linéarité dans le pieu sont peu nombreux. La définition de la surface de rupture s'appuie dans ces cas en général sur des considérations analytiques en analyse limite : La surface du macro-élément de mono-pieu de Correia (2011), qui prend également en compte le décollement, est déterminée par analyse limite sur une étude paramétrique des caractéristiques pieu-sol les plus courantes. Le modèle de Gerolymos et al. (2015), et sa version pour les groupes de pieux Gerolymos and Papakyriakopoulos (2016), s'appuie sur la théorie des équilibres limites. Le comportement de la section béton-armé y est pris en compte par une loi simplifiée en chargement combiné axial-moment.

La plupart des macro-éléments se concentrent sur la modélisation de la rupture dans le sol. Ils s'appuient en général sur des comparaisons à des essais et des modèles numériques EF 3D utilisant des lois de sol évoluées. Dans le macro-élément de Li et al. (2016) par exemple, la surface de rupture est établie à l'aide de swipe tests et des tests de déplacement radial sur un modèle EF 3D. Le pieu y est considéré élastique et le sol adopte une loi hypo-plastique de Wolfersdorff (von Wolffersdorff, 1996), considérée comme une référence pour les matériaux granulaires. Dans les macro-éléments de Page et al. (2018), Page et al. (2019), les surfaces d'écrouissage du modèle de plasticité à multiples surfaces sont dérivées automatiquement en interne à partir de lois de comportement non-linéaires établies par des simulations EF non-linéaires en conditions statiques ou expérimentalement à partir d'essais pushover en tête du pieu.

L'effet de groupe dynamique entre pieux est généralement traité par l'approche des LPM ("Lumped Parameter Model"), un assemblage de ressorts, amortisseurs visqueux et masses indépendants permettant de reproduire un effet dépendant de la fréquence. Ce type de modèle requiert nécessairement un calibrage. Les macro-éléments reposant sur la technique, comme Lesgidis et al. (2018) sont, en général, composés d'un premier assemblage reproduisant le comportement statique et d'assemblages supplémentaires permettant de gérer la variation de la réponse avec la fréquence. Dans le modèle de Pérez-Herreros (2020), le comportement statique est représenté par le macro-élément de Li et al. (2016). L'interaction de groupe peut également être représentée à l'aide de facteurs constants, comme en statique. Ces facteurs peuvent être calculés analytiquement dans un sol homogène entre deux pieux en considérant une transparence des autres pieux dans le passage. D'après Pérez-Herreros (2020), Kaynia (1982a) et Roesset (1984) ont démontré que malgré cette approximation, les résultats de ce type de formulation sont très proches de solutions dynamiques plus rigoureuses (Dobry and Gazetas, 1988). Pour des profils de sol complexes, il est possible de calculer ces coefficients pour différentes fréquences sur un modèle EF par exemple.

Les macro-éléments globalisent le comportement du sol et de la fondation. Du fait de la nature même de ces éléments, les efforts internes des pieux ne sont pas connus dans la profondeur. Leur intérêt est donc limité pour leur dimensionnement. Par ailleurs, la non-linéarité dans le pieu est rarement prise en compte et aucun ne considère la non-linéarité de la connexion pieu-radier. De plus, tous considèrent un radier rigide lorsqu'il s'agit d'un groupe de pieux. Nous voyons donc que le couplage des différents mécanismes de rupture (sol, pieu, connexion pieu-radier) est difficile à prendre en compte du fait de la nature même, globale, de la représentation. Enfin, les macro-éléments sont développés pour des stratigraphies de sol simples. Pour des profils complexes, des modèles de calibration EF 3D sont malheureusement indispensables, notamment lorsqu'il s'agit de la détermination des facteurs d'interaction dynamique. La calibration peut alors devenir lourde à mettre en oeuvre, même si une approche de calibration multi-niveau telle que proposée par Pérez-Herreros (2020) est intéressante.

Les macro-éléments, du fait de leur faible coût numérique, développent tout leur potentiel dans le cadre de l'IDA, nécessitant un nombre de calculs importants. Ils semblent toutefois

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

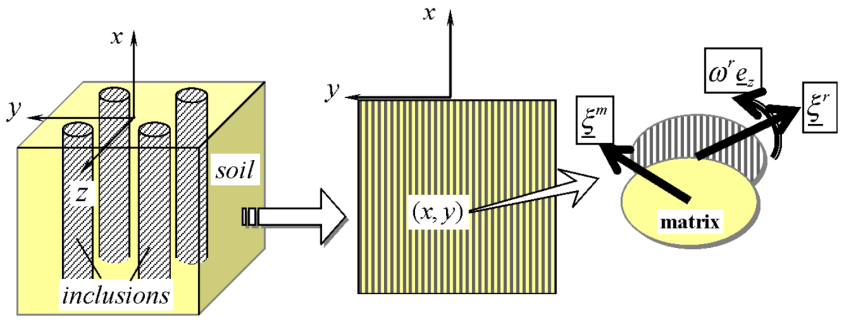


FIGURE 1.14 – Représentation du sol renforcé par une superposition de deux phases en interaction (Hassen and de Buhan, 2005)

limités aujourd'hui à la représentation de stratigraphies simples et d'un nombre de mécanismes restreints.

1.4.6 Approche multi-phasique

Sous certaines conditions, un sol renforcé par inclusions rigides peut être représenté par un milieu homogénéisé. La technique classique consiste à définir un milieu aux propriétés anisotropes. L'approche multi-phasique émerge en alternative. Le milieu anisotrope est remplacé par deux phases superposées en interaction. En chaque point du milieu, se superposent une particule de matrice et une particule de renforcement (fig. 1.14). Chaque particule possède sa cinématique. La méthode se généralise à un nombre quelconque de phases de renforcement, chacune décrivant une direction de renforcement.

Soit le champ de déplacement virtuel $\boldsymbol{u}^*$ quelconque. Il se compose de la cinématique de la matrice $\boldsymbol{u}_m^*$ et de celle du renforcement $\boldsymbol{u}_r^*$. Le travail intérieur W_{int}^* du système biphasique comporte trois contributions. Celles de la matrice W_m^*, du renforcement W_r^* et des forces d'interaction W_f^* :

$$\forall \boldsymbol{u}^*, \quad W_{int}^* = W_m^* + W_r^* + W_f^* \tag{1.10}$$

Du point de vue d'une seule phase, les forces d'interaction peuvent être considérées comme externes. L'application du principe des travaux virtuels sur le système biphasique en mouvement de corps rigide (travail nul) permet de démontrer que le travail des forces d'interface $\boldsymbol{\tau}$ prend la forme :

$$W_f^* = (\boldsymbol{u}_m^* - \boldsymbol{u}_r^*)\,\boldsymbol{\tau} \tag{1.11}$$

où $\boldsymbol{u}_r$ décrit la cinématique de la particule de renforcement et $\boldsymbol{u}_m$ celle de la matrice.

L'application du principe des travaux virtuels sur le système en équilibre ($W_{int}^* = W_{ext}^*$) permet aux auteurs de retrouver ainsi les équations de la théorie des milieux continus micropolaires (de Buhan and Sudret, 2000).

Les travaux sur la modélisation multi-phasique débutent avec la thèse de Sudret (1999). Elle traite les inclusions souples. Elle ne prend donc pas en compte les composantes de flexion et de cisaillement du renforcement. L'interaction entre les phases est verticale. Les investigations se limitent à une condition d'adhérence parfaite, bien que la formulation autorise le déplacement relatif entre les phases. Les phases adoptent un comportement élasto-plastique. La méthode est implémentée dans un code de calcul aux EF en déformation plane (problèmes plans ou axisymétriques) dénommé CASTOR. Elle est validée en comparaison de modèles EF détaillés et

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

résultats expérimentaux. La méthode est ensuite étendue à une loi d'interaction élasto-plastique (Bennis and de Buhan, 2003). Les travaux de thèse de Hassen (2006) puis Thai Son (2009) vont permettre d'incorporer les composantes de cisaillement et flexion. Est ajouté ensuite l'effet de pointe (Bourgeois et al., 2012). Les travaux de (Nguyen et al., 2016)) réalisent le passage en dynamique linéaire et en trois dimensions.

Tous ces travaux présentent également une méthode d'identification des paramètres d'interaction, qu'il s'agisse de la raideur d'interaction en pointe (Bourgeois et al., 2012), de la raideur d'interaction le long du renforcement (Sudret, 1999) ou de sa résistance (Thai Son, 2009). Elle consiste à caler chaque paramètre par rapport à un résultat calculé analytiquement ou numériquement à l'aide d'un modèle détaillé. Elle met en évidence un facteur d'échelle lié à l'espacement et aux dimensions des inclusions.

Cette technique d'homogénéisation facilite l'implémentation numérique ainsi que les coûts de calcul et de mémoire par rapport à l'approche directe (Shen, 2023).

Selon une autre autre approche, Sahyouni (2023) développe un macro-élément fini local multi-échelle pour les fondations d'éoliennes, où les phases sont explicitement définies. Il ne s'agit pas d'une homogénéisation comme dans les travaux cités au-dessus. Chaque inclusion et le sol l'entourant sont représentés par un macro-élément composé d'un empilement d'éléments biphasiques. Chacun de ces éléments traite l'interaction sol-inclusion en considérant deux barres à trois noeuds en interaction verticale. La loi d'interaction repose sur les lois "t-z" de frottement vertical de la littérature. L'interaction sol-sol entre macro-éléments ainsi qu'entre macro-éléments et sol non-renforcé en périphérie de la fondation est également gérée par frottement vertical. Un lien solide relie toutes les têtes d'inclusions entre elles afin de représenter le radier rigide. Le formalisme du macro-élément permet de condenser la réponse de toute la colonne biphasique en tête d'inclusion, afin d'en faciliter l'utilisation. A chaque itération à l'échelle globale du code, une résolution non-linéaire itérative est réalisée en interne de chaque macro-élément. Le modèle est comparé à des modèles EF 3D et essais.

Le même principe biphasique est développé dans d'autres applications pour la représentation de l'adhérence acier-béton dans les poutres et plaques (Trad, 2023; Trad et al., 2024a,b).

1.5 Conclusion

Cet état de l'art met en évidence le besoin d'une prise en compte des interactions cinématiques et inertielles dans le dimensionnement des ouvrages en zone sismique. Il souligne également les avantages d'une méthodologie considérant les non-linéarités dans le sol, les pieux, et la connexion pieu-radier.

L'approche directe, consistant à modéliser l'ensemble du domaine de façon détaillée permet de rendre compte de ces non-linéarités de façon rigoureuse. Elle atteint ses limites sur des modèles comportant de très nombreux degrés de liberté. Les macro-éléments peuvent être utilisés dans ces cas. Ils condensent le comportement de la fondation et du sol en champ proche dans un élément discret. Leur coût numérique est très faible. Ils sont toutefois difficilement généralisables à toutes les configurations et ne donnent pas accès aux efforts internes nécessaires au dimensionnement de la fondation.

Afin de fournir un outil plus généraliste pour un coût de calcul raisonnable, il semble pertinent de travailler à une échelle intermédiaire à celle de l'approche directe et du macro-élément, en adoptant une phénoménologie locale. Le modèle proposé dans ce travail se situe à cette échelle, comme la méthode de Winkler. Il peut-être classé parmi les méthodes hybrides. Toute la non-linéarité de l'interaction sol-pieu est en effet condensée à l'interface et le domaine de sol

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

est traité par la méthode des éléments de frontière (champ lointain). Il permet ainsi de prendre en compte rigoureusement les conditions de propagation d'ondes dans le massif (amortissement radiatif, effet de groupe). Pour le traitement de l'interaction sol-pieu, le modèle s'appuie sur une approche biphasique telle que proposée par Sahyouni (2023) et Trad (2023). La simplicité de mise en place des modèles et la réduction des coûts machine permis par cette approche, par rapport à l'approche directe, correspondent tout à fait aux attentes formulées vis-à-vis de l'outil à construire dans ce travail.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 2

Développement d'une modélisation biphasique : prototype 1D

L'objectif de ce chapitre est de donner un aperçu de la modélisation biphasique ainsi que d'ouvrir les perspectives sur une approche par sous-structuration. Le modèle biphasique développé ici repose sur les travaux initiés par Sahyouni (2023) réalisés dans le cadre des inclusions rigides. Dans ce prototype 1D, l'approche est simplement étendue à la dynamique.

2.1 Modélisation biphasique

Le modèle repose sur une construction biphasique. Deux phases se superposent et interagissent par l'intermédiaire d'une densité de forces d'interaction. L'une caractérise le pieu et l'autre le sol. Les indices i permettant de les identifier sont respectivement les lettres p et s. Chaque phase possède sa propre cinématique uniaxiale. y_i décrit le déplacement dans la direction de l'axe de l'élément. Chacune des deux phases est décrite par le comportement axial d'une barre et chacune possède ses propres caractéristiques : section S_i, masse volumique ρ_i, module d'Young E_i et facteur d'amortissement visqueux η_i. La modèle est représenté par une colonne biphasique discrétisée en éléments finis biphasiques. Chaque élément biphasique est constitué de deux barres à trois noeuds (SE3) en parallèle reliées par une densité de forces d'interaction. Les barres représentent respectivement le pieu et le sol (fig. 2.1). Le comportement de chacune des phases est élastique linéaire. En revanche, la loi d'interaction décrivant la contrainte engendrée par chacune des phases sur l'autre est non-linéaire.

Soit Ω_{el} le domaine définissant l'élément. Il comprend la phase pieu Ω_p et la phase sol Ω_s. L'interface est définie comme l'intersection des deux domaines : $\Omega_f = \Omega_p \cap \Omega_s$. Les contributions de chacun des sous-domaines au travail interne de l'élément soumis au champ de déplacement virtuel y^* peuvent être distinguées comme suit : une contribution du pieu $W_p^* = W_{pp}^* + W_{pf}^*$, où W_{pf}^* est la contribution du sol sur le pieu à l'interface, et une contribution du sol $W_s^* = W_{ss}^* + W_{sf}^*$, où W_{sf}^* est la contribution du pieu sur le sol à l'interface. La contribution du travail à l'interface est notée $W_f^* = W_{pf}^* + W_{sf}^*$. Les travaux internes comportent ainsi, comme introduit dans l'état de l'art (section 1.4.6), les contributions de la phase sol W_{ss}^*, la phase pieu W_{pp}^* et des forces d'interaction τ entre les deux phases W_f^*.

Exprimons l'équation d'équilibre en forme variationnelle (PTV*) d'un élément de longueur H du système. Elle décrit l'équilibre des travaux des efforts internes avec les travaux des efforts externes dans le champ de déplacement virtuel $\boldsymbol{y}^*$. Ce champ est constitué des deux champs virtuels indépendants du pieu y_p^* et du sol y_s^* :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

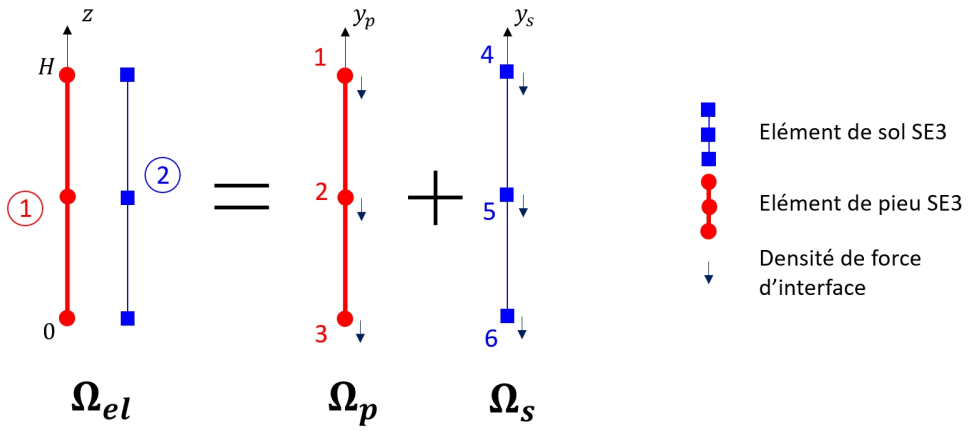


FIGURE 2.1 – : Représentation des deux phases du macro-élément fini biphasique 1D et du frottement à l'interface

$$\forall \boldsymbol{y}^*, \quad W^*_{pp} + W^*_{ss} + W^*_f = W^*_{ext} \tag{2.1}$$

où

$$\begin{cases} W^*_{pp} = \displaystyle\int_0^H \left(y^*_p \rho_p S_p \ddot{y}_p + \epsilon^*_p \eta_p S_p \dot{\epsilon}_p + \epsilon^*_p E_p S_p \epsilon_p \right) dz \\ W^*_{ss} = \displaystyle\int_0^H \left(y^*_s \rho_s S_s \ddot{y}_s + \epsilon^*_s \eta_s S_s \dot{\epsilon}_s + \epsilon^*_s E_s S_s \epsilon_s \right) dz \\ W^*_f = \displaystyle\int_0^H \left(y^*_s - y^*_p \right) \tau_s \, dz \end{cases} \tag{2.2}$$

et τ_s est fonction du déplacement relatif $\left(y_s - y_p\right)$.
Sachant que le tenseur de Green-Lagrange en petites déformations est :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{2}\left(\nabla \mathbf{y} + \nabla \mathbf{y}^T\right) \tag{2.3}$$

D'où en 1D :

$$\epsilon = \frac{\partial y}{\partial z} \qquad\qquad \dot{\epsilon} = \frac{\partial \dot{y}}{\partial z} \tag{2.4}$$

Considérons la discrétisation élément-fini des champs de déplacements à partir des fonctions de forme et déplacements aux nœuds.

$$\begin{cases} y_p(z) = \mathbb{N}(z)\boldsymbol{u}_p \\ y_s(z) = \mathbb{N}(z)\boldsymbol{u}_s \end{cases} \tag{2.5}$$

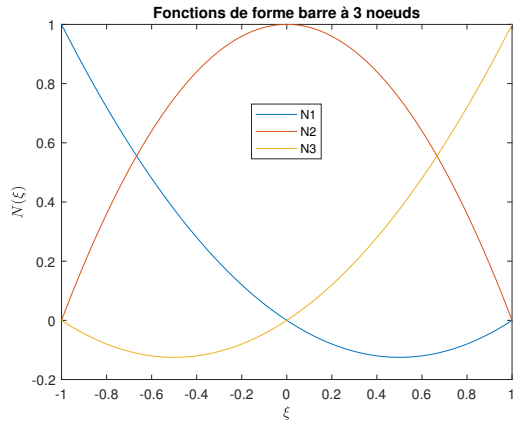
En est déduite la discrétisation des vitesses.

$$\begin{cases} \dot{y}_p(z) = \mathbb{N}(z)\dot{\boldsymbol{u}}_p \\ \dot{y}_s(z) = \mathbb{N}(z)\dot{\boldsymbol{u}}_s \end{cases} \tag{2.6}$$

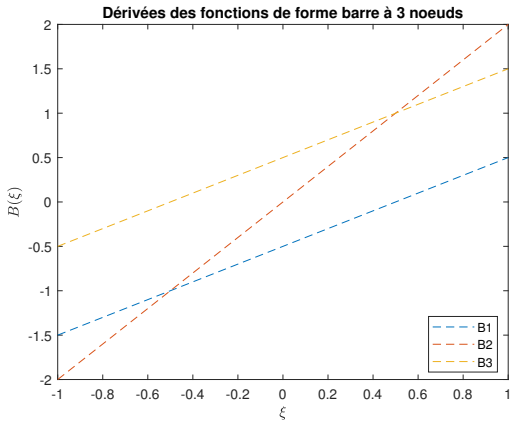
La méthode de Galerkin suppose la même discrétisation du champ de déplacement virtuel.

$$\begin{cases} y^*_p(z) = \mathbb{N}(z)\boldsymbol{u}^*_p \\ y^*_s(z) = \mathbb{N}(z)\boldsymbol{u}^*_s \end{cases} \tag{2.7}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) $\mathbb{N}(\xi)$



(b) $\mathbb{B}(\xi)$

FIGURE 2.2 – Fonctions de forme de l'élément barre à 3 noeuds

Le champ des vitesses de déformation s'exprime ainsi :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\partial \dot{y}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\mathbb{N}\dot{\boldsymbol{u}}\right) = \frac{\partial \mathbb{N}}{\partial z}\dot{\boldsymbol{u}} = \frac{\partial \mathbb{N}}{\partial \xi}\frac{\partial \xi}{\partial z}\dot{\boldsymbol{u}} = \mathbb{B}(\xi)\frac{\partial \xi}{\partial z}\dot{\boldsymbol{u}} \tag{2.8}$$

La matrice des fonctions de forme $\mathbb{N}$ s'écrit dans l'espace standard (fig. 2.2a) :

$$\mathbb{N}(\xi) = \left[\begin{array}{ccc} \frac{1}{2}\xi(\xi-1), & 1-\xi^2, & \frac{1}{2}\xi(\xi+1) \end{array}\right] \tag{2.9}$$

Avec la relation de transformation géométrique :

$$\begin{aligned} z &= \frac{H}{2}\xi + \frac{H}{2} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} &= \frac{2}{H} \end{aligned} \tag{2.10}$$

Et la matrice des dérivées des fonctions de forme permettant de calculer $\frac{\partial}{\partial z}\dot{y}(z)$ (fig. 2.2b) :

$$\mathbb{B}(\xi) = \left[\begin{array}{ccc} \xi - \frac{1}{2}, & 2\xi, & \xi + \frac{1}{2} \end{array}\right] \tag{2.11}$$

Au niveau élémentaire, l'expression des travaux discrétisés s'écrit :

$$\left\{\begin{array}{l} W^*_{pp} = \displaystyle\int_0^H {}^t u^*_p \left({}^t\mathbb{N}(z)\rho_p S_p \mathbb{N}(z)\,\ddot{u}_p + {}^t\mathbb{B}(z)\eta_p S_p \mathbb{B}(z)\,\dot{u}_p + {}^t\mathbb{B}(z)E_p S_p \mathbb{B}(z)\,u_p \right) dz \\ W^*_{ss} = \displaystyle\int_0^H {}^t u^*_s \left({}^t\mathbb{N}(z)\rho_s S_s \mathbb{N}(z)\,\ddot{u}_s + {}^t\mathbb{B}(z)\eta_s S_s \mathbb{B}(z)\,\dot{u}_s + {}^t\mathbb{B}(z)E_s S_s \mathbb{B}(z)\,u_s \right) dz \\ W^*_f = \displaystyle\int_0^H \left({}^t u^*_s - {}^t u^*_p \right) {}^t\mathbb{N}(z)\tau_s\, dz \end{array}\right. \tag{2.12}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Dans le repère de coordonnées standard, cela donne :

$$\begin{cases} W_{pp}^* = \displaystyle\int_0^H {}^t u_p^* S_p \left({}^t\mathbb{N}(\xi)\rho_p \mathbb{N}(\xi)\,\ddot{u}_p + \frac{\partial \xi}{\partial z} {}^t\mathbb{B}(\xi)\eta_p \mathbb{B}(\xi)\,\frac{\partial \xi}{\partial z}\dot{u}_p + \frac{\partial \xi}{\partial z} {}^t\mathbb{B}(\xi) E_p \mathbb{B}(\xi)\,\frac{\partial \xi}{\partial z} u_p \right) |\det(\mathbb{J})|\, d\xi \\ W_{ss}^* = \displaystyle\int_0^H {}^t u_s^* S_s \left({}^t\mathbb{N}(\xi)\rho_s \mathbb{N}(\xi)\,\ddot{u}_s + \frac{\partial \xi}{\partial z} {}^t\mathbb{B}(\xi)\eta_s \mathbb{B}(\xi)\,\frac{\partial \xi}{\partial z}\dot{u}_s + \frac{\partial \xi}{\partial z} {}^t\mathbb{B}(\xi) E_s \mathbb{B}(\xi)\,\frac{\partial \xi}{\partial z} u_s \right) |\det(\mathbb{J})|\, d\xi \\ W_f^* = \displaystyle\int_0^H \left({}^t u_s^* - {}^t u_p^* \right) {}^t\mathbb{N}(\xi)\tau_s\, |\det(\mathbb{J})| d\xi \end{cases} \tag{2.13}$$

Avec $\mathbb{J}$ la matrice jacobienne de la transformation du repère de coordonnées physique vers les coordonnées standards. Ici $\mathbb{J}$ est un scalaire puisque la transformation ne s'opère que sur une unique coordonnée.

$$J = \frac{dz}{d\xi} \tag{2.14}$$

D'où

$$J = \frac{H}{2} \tag{2.15}$$

Et

$$\det(J) = J = \frac{H}{2} \tag{2.16}$$

Les efforts élémentaires sont obtenus en simplifiant les travaux par le champ virtuel :

$$\boldsymbol{p}^{el} = \begin{bmatrix} A'_p & 0 \\ 0 & A'_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_p \\ \ddot{u}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A''_p & 0 \\ 0 & A''_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_p \\ \dot{u}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A'''_p & 0 \\ 0 & A'''_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p \\ u_s \end{bmatrix} + \int_{-1}^{1} \frac{H}{2} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}(\xi) \\ {}^t\mathbb{N}(\xi) \end{bmatrix} \tau_s d\xi \tag{2.17}$$

où

$$\begin{cases} A'_i = \dfrac{H}{2}\rho_i S_i \displaystyle\int_{-1}^{1} {}^t\mathbb{N}(\xi)\mathbb{N}(\xi)\, d\xi \\ A''_i = \dfrac{2}{H}\eta_i S_i \displaystyle\int_{-1}^{1} {}^t\mathbb{B}(\xi)\mathbb{B}(\xi)\, d\xi \\ A'''_i = \dfrac{2}{H} E_i S_i \displaystyle\int_{-1}^{1} {}^t\mathbb{B}(\xi)\mathbb{B}(\xi)\, d\xi \end{cases} \tag{2.18}$$

Sachant que τ_s est fonction de $y_s - y_p$, que $\begin{bmatrix} u_p \\ u_s \end{bmatrix} = \boldsymbol{u}^{el}$ et $y_s - y_p = [-\mathbb{N} \;\; \mathbb{N}]\,\boldsymbol{u}^{el}$:

$$\frac{\partial \tau_s}{\partial \boldsymbol{u}^{el}} = \frac{\partial \tau_s}{\partial \left(y_s - y_p\right)} \frac{\partial \left(y_s - y_p\right)}{\partial \boldsymbol{u}^{el}} = \underbrace{\frac{\partial \tau_s}{\partial \left(y_s - y_p\right)}}_{\text{provient de la loi d'interface}} [-\mathbb{N} \;\; \mathbb{N}] \tag{2.19}$$

D'où l'opérateur tangent élémentaire pour les forces internes :

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}^{el}}{\partial \boldsymbol{u}^{el}} = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ 0 & A_s \end{bmatrix} + \int_{-1}^{1} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}(\xi) \\ {}^t\mathbb{N}(\xi) \end{bmatrix} \frac{\partial \tau_s}{\partial \left(y_s - y_p\right)} [-\mathbb{N}(\xi) \;\; \mathbb{N}(\xi)]\, |\det(\mathbb{J})|\, d\xi \tag{2.20}$$

où

$$A_i = \frac{1}{\beta \Delta t^2}\frac{H}{2}\rho_i S_i \int_{-1}^{1} {}^t\mathbb{N}(\xi)\mathbb{N}(\xi)\, d\xi + \frac{\gamma}{\beta \Delta t}\frac{2}{H}\eta_i S_i \int_{-1}^{1} {}^t\mathbb{B}(\xi)\mathbb{B}(\xi)\, d\xi + \frac{2}{H} E_i S_i \int_{-1}^{1} {}^t\mathbb{B}(\xi)\mathbb{B}(\xi)\, d\xi \tag{2.21}$$

Les facteurs $\frac{1}{\beta \Delta t^2}$ et $\frac{\gamma}{\beta \Delta t}$ des forces d'inertie et forces visqueuses proviennent de l'intégration temporelle avec le schéma de Newmark à accélération constante.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2.2 Comportement de l'interface biphasique en statique

L'objet de cette partie est d'étudier le glissement du pieu par rapport au sol en condition statique. Les performances des éléments biphasiques à fonctions de forme linéaires (SE2) et quadratiques (SE3) sont comparées. Une concentration des efforts d'interface est mise en évidence dans les zones présentant les gradients de déplacement relatif les plus importants, soulignant la nécessité d'une discrétisation spatiale suffisante afin de capter correctement les déplacements dans ces zones.

2.2.1 Cas test

Le système est composé d'une phase sol retenue verticalement en pied et d'une phase pieu en tête de laquelle est imposé un déplacement (fig. 2.3). Ces phases sont représentées schématiquement par deux colonnes discrétisées dans la hauteur en éléments biphasiques, chacun composé d'une phase pieu et d'une phase sol reliés par une densité de force d'interface. Sauf mention contraire, les éléments utilisés sont quadratiques (SE3), composés de deux barres à trois noeuds (fig. 2.1).

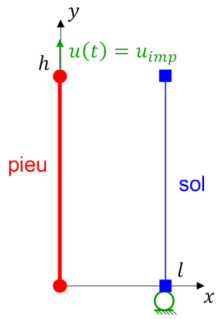


FIGURE 2.3 – Conditions limites du cas test de sollicitation de l'interface biphasique en statique

Les deux phases sont reliées par une densité de force d'interface élastique non-linéaire. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu et $u_r = u_s - u_p$ le déplacement relatif entre les phases. La contrainte engendrée sur chacune des phases s'écrit :

$$\tau(u_r) = q_\tau(1 - e^{-\frac{u_r}{\lambda_\tau}}) \tag{2.22}$$

Où q_τ définit l'asymptote de la courbe et λ_τ la vitesse d'évolution vers cette asymptote. Notons que la loi d'interface n'est pas symétrique par rapport à 0. Pousser ou tirer sur le pieu ne sont pas équivalents.

Les barres de pieu et de sol sont représentées par les caractéristiques suivantes : module d'Young E_p, section S_p et hauteur h pour le pieu et module d'Young E_s, section S_s et même hauteur h pour le sol.

Une étude paramétrique est menée sur le nombre d'éléments de la colonne, le module du sol, ainsi que les paramètres d'interface (tab. 4.3). Les paramètres par défaut sont $h_0 = 2\,m$, $u_0 = 0,1\,m$, $E_0 = 210.10^9\,Pa$, $S_0 = 0,04\,m^2$, $q_O = 1.10^8\,Pa$ et $\lambda_0 = 0,02\,m$. Les raideurs de chacune des phases sont calculées telles que $K_p = \frac{E_p S_p}{h} = \frac{E_0 S_0}{h_0} = 4,20.10^9\,N/m$ la raideur du pieu et $K_s = \frac{E_s S_s}{h}$ la raideur du sol.

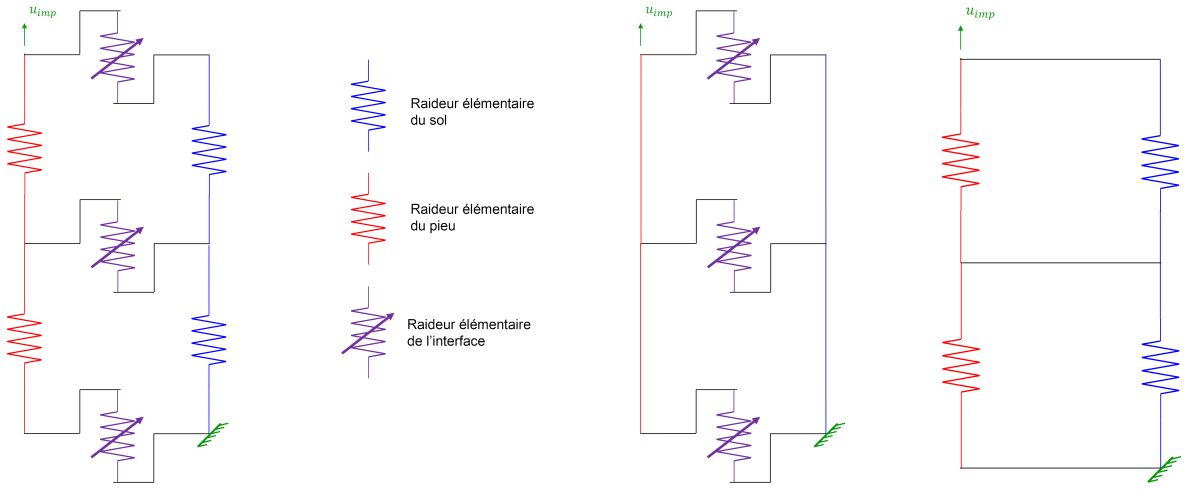
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

cas	h (m)	u_{imp} (m)	n_{elem}	E_p (Pa)	S_p (m^2)	E_s (Pa)	S_s (m^2)	q_τ (Pa)	λ_τ (m)	$\frac{K_p}{K_s}$ $(-)$
1	h_0	u_0	10	E_0	S_0	E_0	S_0	q_O	λ_0	1
2	h_0	u_0	10	E_0	S_0	E_0	S_0	$10q_O$	λ_0	1
3	h_0	u_0	10	E_0	S_0	E_0	S_0	10^2q_O	λ_0	1
4	h_0	u_0	20	E_0	S_0	E_0	S_0	10^3q_O	λ_0	1
5	h_0	u_0	20	E_0	S_0	$E_0/10$	S_0	q_O	λ_0	10
6	h_0	u_0	20	E_0	S_0	$E_0/10$	S_0	$10q_O$	λ_0	10
7	h_0	u_0	20	E_0	S_0	$E_0/100$	S_0	$10q_O$	λ_0	100

TABLEAU 2.1 – Paramètres du cas test de sollicitation de l'interface biphasique en statique

2.2.2 Etude paramétrique de l'interface

Conceptuellement, le cas test peut être visualisé comme un assemblage de ressorts en parallèle et en série (fig. 2.4a). L'interface est alors représentée par un ressort non-linéaire.



(a) cas général (b) interface molle : $K_{tot} \approx K_f$ (c) interface raide : $K_{tot} \approx K_p + K_s$

FIGURE 2.4 – Représentation conceptuelle du fonctionnement du cas test dans le cas général (a) et les cas limites d'interface molle (b) et raide (c)

Soit la raideur locale d'interface définie telle que $k_f = \frac{\partial \tau}{\partial u_r}$. Lorsque les raideurs des phases sol et pieu sont très grandes devant celle de l'interface, alors le système se comporte comme si l'ensemble des raideurs locales d'interface étaient en parallèle et que les phases ne se déformaient pas (fig. 2.4b). Dans ce cas, la raideur K_{tot} du système tend vers une raideur qu'on peut qualifier de raideur globale d'interface K_f et valant

$$K_{tot} \approx K_f = \pi D h k_\tau(u_{imp}) = \pi D h \frac{q_\tau - \tau\left(u_{imp}\right)}{\lambda_\tau} \tag{2.23}$$

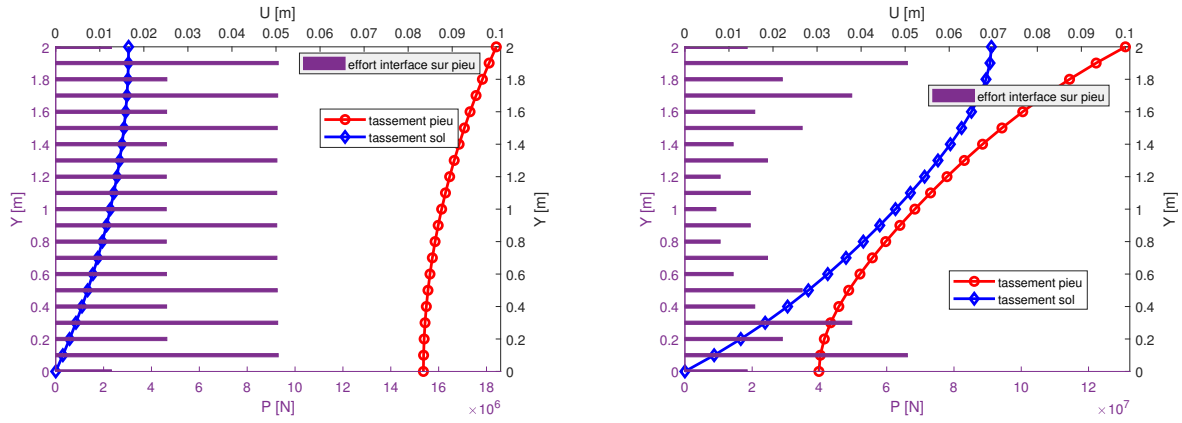
où D le diamètre du pieu vaut $2\sqrt{S_p/\pi}$, h sa longueur. La raideur des phases étant très grande devant celle de l'interface, les premières ne vont que très peu se déformer et le déplacement relatif sera donc homogène le long de l'interface. Les efforts d'interface seront donc répartis de façon uniforme sur la longueur de l'interface (fig. 2.5a). L'allongement des phases sol (en bleu) et pieu (en rouge) est faible et les efforts d'interface (en violet) répartis de façon uniforme.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Lorsque la raideur d'interface est grande devant celle des phases pieu et sol, le système se comporte comme si les deux phases étaient collées. Il se comporte donc comme un assemblage en série des ressorts élémentaires de sol et de pieu en parallèle (fig. 2.4c). La raideur totale du système est alors égale à celle du pieu K_p et celle du sol K_s en parallèle :

$$K_{tot} \approx K_p + K_s \tag{2.24}$$

Nous nous attendons à ce que le frottement engendré par le sol sur le pieu entraîne une répartition de la déformation dans le pieu telle que le gradient de déformation soit maximal proche de l'extrémité dont le déplacement est imposé, et nul à l'opposé. En effet, à l'extrémité à laquelle est imposée le déplacement, l'effort engendré est l'intégrale des contraintes de frottement sur une longueur égale à celle du pieu entier, et plus on s'éloigne de l'extrémité plus la longueur d'intégration diminue et par conséquent l'effort dans la section du pieu. Du point de vue du sol, le même raisonnement s'applique. Les gradients de déformation maximaux dans le pieu et le sol se situent donc toujours à des extrémités opposées. La figure 2.5b le confirme. L'écart entre les déplacements des phases sol et pieu est toujours plus grand aux extrémités ($y = 0$ et $y = 2m$) et les efforts d'interface aussi. Lorsque la raideur d'interface augmente devant celle des deux phases, l'écart entre les courbes diminue : le pieu et le sol restent collés l'un à l'autre, excepté aux extrémités où, comme expliqué plus haut, les gradients de déplacement relatif sont les plus importants (fig. 2.6).



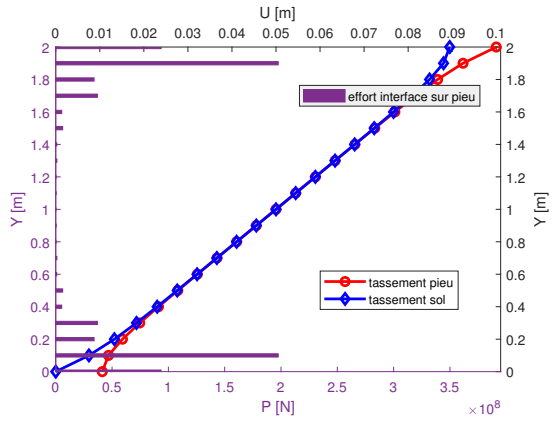
(a) cas 1 : $q_\tau = q_0$ (b) cas 2 : $q_\tau = 10q_0$

FIGURE 2.5 – Déplacements verticaux des phases et efforts d'interface dans le modèle biphasique dans le cas d'une interface souple ($K_f << K_p$)

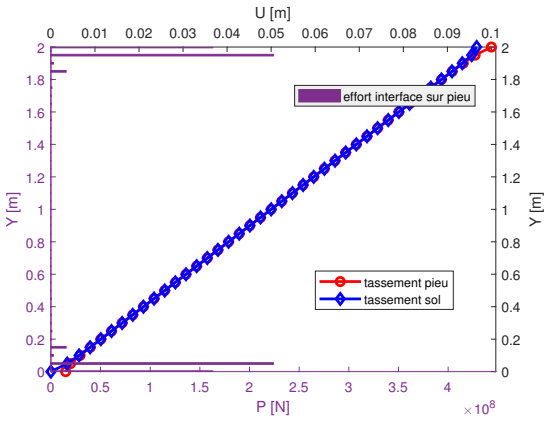
La figure 2.7 représente l'effort en tête du pieu en fonction de son déplacement, normalisé par rapport à la raideur $K_p + K_s$ correspondant à deux phases collées. Plus la raideur d'interface est importante, plus le comportement du système est proche de celui où les deux phases réagissent en parallèle.

Lorsque la raideur du sol diminue par rapport à celle du pieu ($K_s << K_p$), la déformation augmente dans le sol. Le déplacement relatif diminue alors en tête de pieu tandis qu'il augmente à l'encastrement du sol, concentrant les efforts d'interface (fig. 2.8). Si la raideur d'interface augmente, le gradient de déplacement relatif devient très important. Ce cas peut apparaître en pratique lorsque le pieu se décolle en pointe. La finesse du maillage doit alors être suffisante pour que les déplacements soient correctement représentés. La figure 2.9 compare l'amplitude des déplacements sur le cas 7 pour un nombre d'éléments de respectivement $n_{elem} = 5$ et $n_{elem} =$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) cas 3 : $q_\tau = 10^2 q_0$



(b) cas 4 : $q_\tau = 10^3 q_0$

FIGURE 2.6 – Déplacements verticaux des phases et efforts d'interface dans le modèle biphasique dans le cas d'une interface raide ($K_f \geq K_p$)

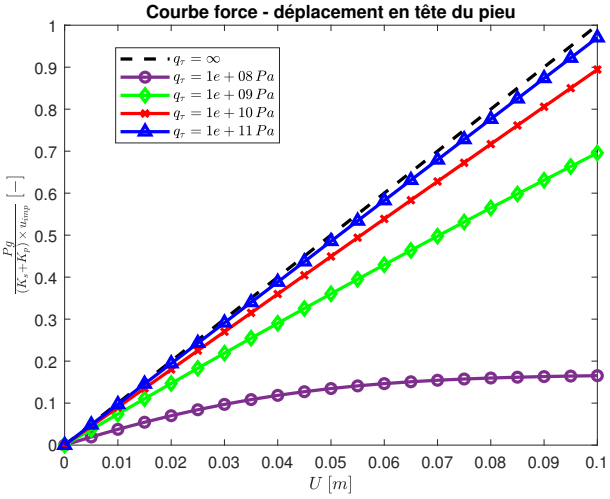


FIGURE 2.7 – Réponses force-déplacement en tête du pieu pour différentes valeurs de raideur d'interface

20. Nous remarquons que les noeuds du sol se retrouvent pour certains au-dessus de leur voisin sur le pieu (notamment à l'altitude $y = 0.6\,m$), ce qui physiquement n'a pas de sens puisque le déplacement est imposé en tête du pieu. Malgré tout, l'écart sur la réaction en tête ne dépasse pas 8%.

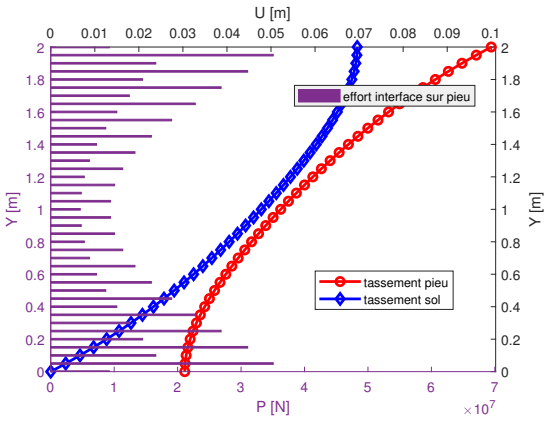
L'analyse ci-après met en évidence que les éléments quadratiques et linéaires ne sont toutefois pas équivalents vis à vis d'éventuelles concentrations d'efforts d'interface.

2.2.3 Etude des éléments linéaires et quadratiques

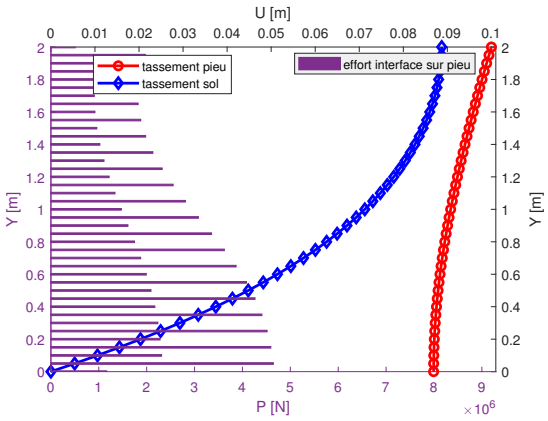
Dans les zones de fort gradient de déplacement relatif, un maillage fin peut être nécessaire. La question de l'emploi d'élément biphasiques de fonctions de forme linéaires ou quadratiques se pose alors. Les éléments comparés sont l'élément biphasique 1D composé de barres à trois noeuds (SE3) et l'élément composé de barres à deux noeuds (SE2).

Les grandeurs comparés dans l'analyse sont $U_{s,max}$ et $U_{p,min}$ respectivement les déplacements à l'extrémité libre du sol (tête) et à l'extrémité libre du pieu (pied) et P_{max} l'effort de réaction à

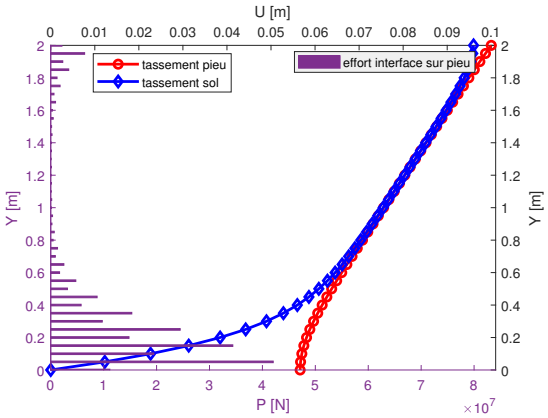
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



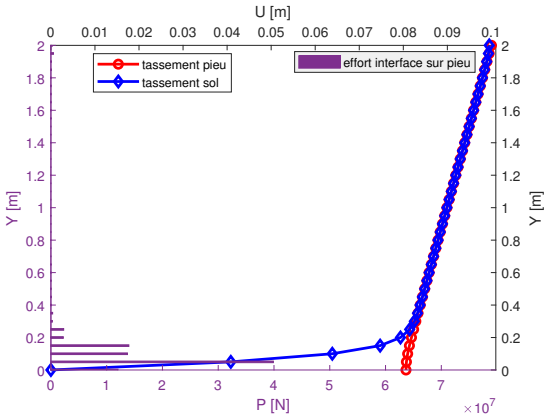
(a) cas 2 : $E_p = E_0$, $E_s = E_p$, $q_\tau = 10q_0$



(b) cas 5 : $E_p = E_0$, $E_s = E_p/10$, $q_\tau = q_0$

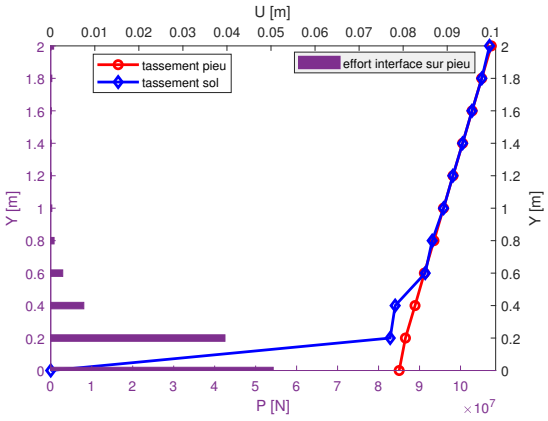


(c) cas 6 : $E_p = E_0$, $E_s = E_p/10$, $q_\tau = 10q_0$

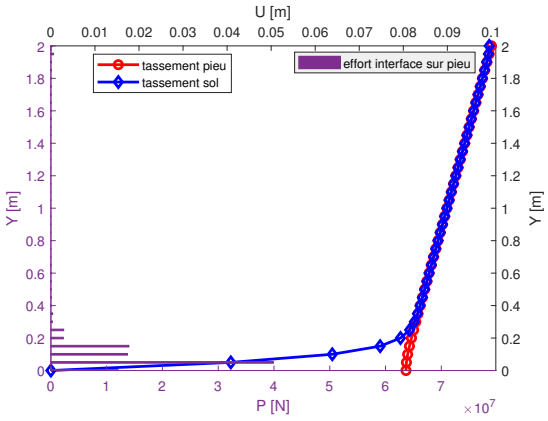


(d) cas 7 : $E_p = E_0$, $E_s = E_p/100$, $q_\tau = 10q_0$

FIGURE 2.8 – Concentration des efforts d'interface dans le modèle biphasique dans le cas d'un sol souple



(a) cas 7 : $n_{el} = 5$, $E_p = E_0$, $E_s = E_p/100$, $q_\tau = 10q_0$



(b) cas 7 : $n_{el} = 20$, $E_p = E_0$, $E_s = E_p/100$, $q_\tau = 10q_0$

FIGURE 2.9 – Discrétisation au voisinage de forts gradients de déformation

l'encastrement (pied du sol).

Une étude de convergence sur le cas 7 (tab. 2.2), présentant une forte concentration des efforts d'interface à l'encastrement du sol, comme nous l'avons vu précédemment, révèle que les

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

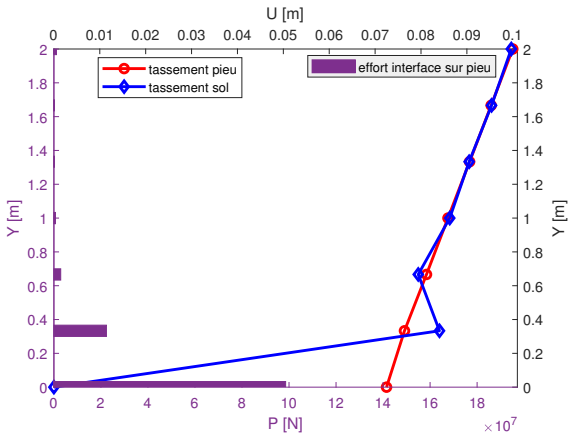
fonctions de forme linéaires sont moins performantes. La comparaison des écarts relatifs sur la réaction en tête de la discrétisation en cinq éléments quadratiques (7%) avec la discrétisation en dix éléments linéaires (13%), par rapport à la solution quadratique fine (marquée d'une *), montre en effet que doubler le nombre d'éléments linéaires n'est pas suffisant lorsque le maillage est grossier : les déplacements sont bien mieux représentés par les éléments quadratiques (fig. 2.10). Lorsque le maillage est plus fin, l'écart entre les deux types d'éléments est faible : 0,6 % pour 40 éléments linéaires.

cas	type	n_{el}	$U_{s,max}$ (cm)	$U_{p,min}$ (cm)	P_{max} $(10^8\ N)$	$\frac{\delta U_{s,max}}{U_{s,max}*}$ $(\%)$	$\frac{\delta U_{p,min}}{U_{p,min}*}$ $(\%)$	$\frac{\delta P_{max}}{P_{max}*}$ $(\%)$
7	SE3	2	9,7228	6,6989	1,4273	2,29	16,89	66,67
7	SE3	5	9,9605	7,9099	0,91966	0,10	1,87	7,39
7	SE3	10	9,9538	8,0627	0,85547	0,03	0,03	0,10
7	SE3*	20	9,9508	8,0606	0,85634			
7	SE2	2	9,5428	4,3062	2,4315	4,10	46,58	183,94
7	SE2	5	9,9752	6,9213	1,3350	0,24	14,13	55,89
7	SE2	10	9,9641	7,8058	0,96343	0,13	3,16	12,51
7	SE2	20	9,9563	8,0115	0,87697	0,06	0,61	2,41
7	SE2	40	9,9522	8,0482	0,86154	0,01	0,15	0,61

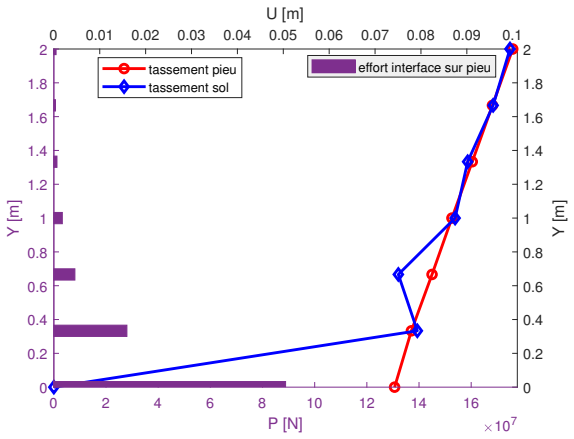
TABLEAU 2.2 – Comparaison des éléments biphasiques linéaires et quadratiques en présence d'une concentration d'efforts d'interface

Les études de convergence sur les autres configurations (tab. 2.3) montrent que l'écart entre éléments linéaires et quadratiques augmente avec la raideur de l'interface (cas 2 à 4). L'écart y est le plus important sur le déplacement en pied du pieu $U_{p,min}$. Il vaut jusqu'à 5% dans le cas 4 pour un même nombre de noeuds. Toutefois ce déplacement est très faible par rapport à $U_{s,max}$, le déplacement en tête du sol, et P_{max}, la réaction à l'encastrement du sol, sur lesquels l'écart relatif est bien moindre (0,2% sur le cas 4). Dans les cas 5 à 7 les efforts se concentrent progressivement de plus en plus à l'encastrement avec le sol. L'écart principal n'est alors plus sur le déplacement en pied du pieu $U_{p,min}$, mais sur la réaction à l'encastrement du sol P_{max}. L'augmentation de cet écart est lié, comme nous l'avons déjà vu, à la difficulté d'intégration de la force d'interface à partir de fonctions de forme linéaires dans les zones de fort gradient de déplacement relatif. L'écart reste toutefois faible, car le maillage est relativement fin. Cette seconde étude de convergence confirme que de façon générale, l'utilisation d'éléments linéaires ou quadratiques n'a donc que peu d'impact à l'échelle globale tant que le maillage reste relativement fin.

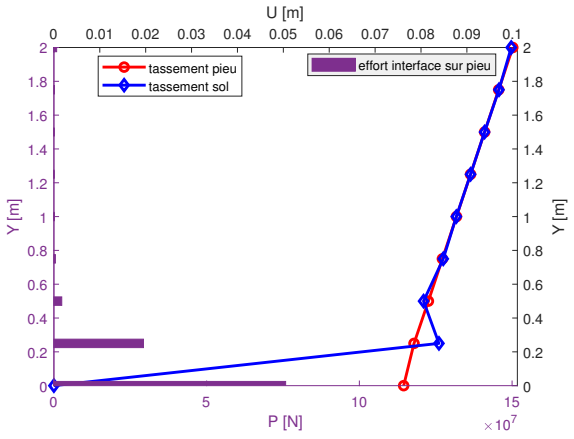
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



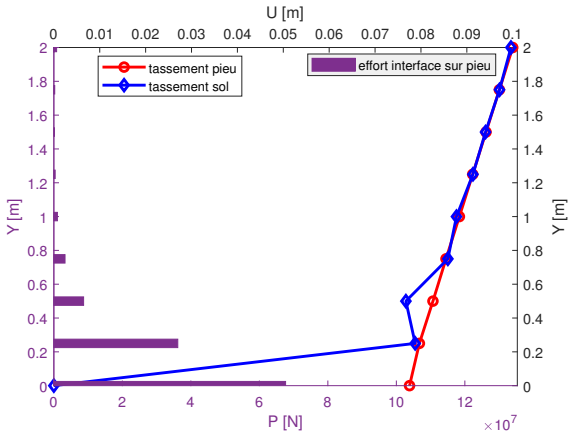
(a) cas 7 SE2 : $n_{elem} = 6$



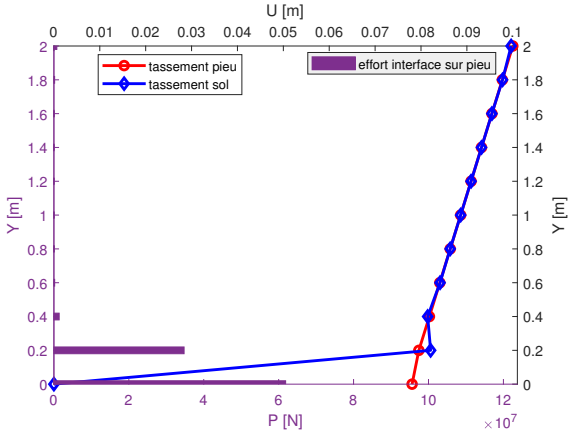
(b) cas 7 SE3 : $n_{elem} = 3$



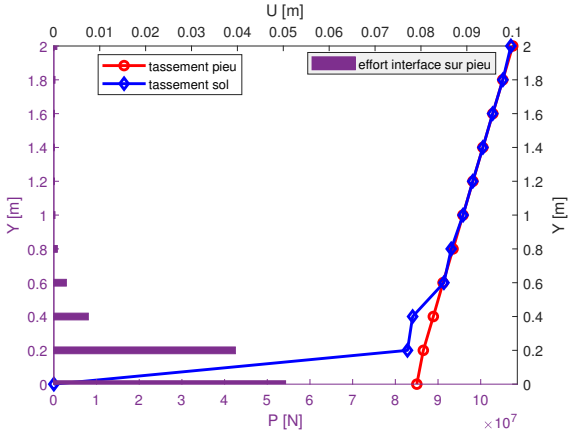
(c) cas 7 SE2 : $n_{elem} = 8$



(d) cas 7 SE3 : $n_{elem} = 4$



(e) cas 7 SE2 : $n_{elem} = 10$



(f) cas 7 SE3 : $n_{elem} = 5$

FIGURE 2.10 – Comparaison des déplacements des éléments biphasiques linéaires et quadratiques sur un maillage grossier en présence d'une concentration d'efforts d'interface

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

cas	type	n_{el}	$U_{s,max}$ (cm)	$U_{p,min}$ (cm)	P_{max} $(10^8\,N)$	$\frac{\delta U_{s,max}}{U_{s,max*}}$ $(\%)$	$\frac{\delta U_{p,min}}{U_{p,min*}}$ $(\%)$	$\frac{\delta P_{max}}{P_{max*}}$ $(\%)$
1	SE3*	10	1,6536	8,3464	1,3890			
1	SE2	10	1,6537	8,3463	1,3891	0,0056	0,0011	0,0056
1	SE2	20	1,6536	8,3464	1,3890	0,0014	0,0003	0,0014
2	SE3*	10	6,9579	3,0421	5,8447			
2	SE2	10	6,9740	3,0260	5,8581	0,2304	0,5270	0,2304
2	SE2	20	6,9619	3,0381	5,8480	0,0574	0,1314	0,0574
3	SE3*	10	8,9439	1,0561	7,5129			
3	SE2	10	9,0367	0,96329	7,5908	1,0375	8,7863	1,0375
3	SE2	20	8,9663	1,0337	7,5317	0,2499	2,1167	0,2499
4	SE3*	20	9,6656	0,33437	8,1191			
4	SE2	20	9,7342	0,26576	8,1768	0,7098	20,5191	0,7098
4	SE2	40	9,6824	0,31757	8,1332	0,1738	5,0249	0,1738
5	SE3*	20	8,8723	8,6878	0,92377			
5	SE2	20	8,8752	8,6874	0,92405	0,0322	0,0044	0,0303
5	SE2	40	8,8730	8,6877	0,92384	0,0080	0,0011	0,0076
6	SE3*	20	9,5982	5,6615	2,2253			
6	SE2	20	9,6039	5,6474	2,2315	0,0597	0,2503	0,2783
6	SE2	40	9,5996	5,6580	2,2268	0,0149	0,0624	0,0694
7	SE3*	20	9,9508	8,0606	0,85634			
7	SE2	20	9,9563	8,0115	0,87697	0,0553	0,6087	2,4090
7	SE2	40	9,9522	8,0482	0,86154	0,0134	0,1535	0,6076

TABLEAU 2.3 – Comparaison des éléments biphasiques linéaires et quadratiques pour différents rapports de raideurs de sol, pieu et interface

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2.3 Comportement de l'interface biphasique en dynamique

L'objet du cas test est de vérifier le fonctionnement de l'interface entre sol et pieu de l'élément biphasique quadratique (SE3) en dynamique.

2.3.1 Cas test

Un pieu est inséré dans un massif de sol tri-couche en parallèle de la couche de sol intermédiaire. Le maillage est composé de deux phases en interaction. Ces phases sont représentées schématiquement par deux colonnes (fig. 2.11). Ces colonnes travaillent en traction-compression uniquement. Elles sont composées de plusieurs barres en série de longueurs et matériaux différents. Comme dans le cas test précédent, l'interaction est traitée par des éléments biphasiques SE3. C'est-à-dire que le schéma 2.11 est discrétisé dans sa hauteur en éléments biphasiques, chacun composé d'une phase pieu et d'une phase sol, reliés par une densité de force d'interface.

Les deux phases sont reliées par une densité de force d'interface élastique linéaire. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu et $u_r = u_s - u_p$, alors la densité de force d'interface prend la forme :

$$\tau(u_r) = k_\tau u_r \tag{2.25}$$

Détaillons les conditions limites du problème. Au-delà du système les ondes se propagent à l'infini. C'est-à-dire qu'en dessous de la couche représentant le rocher, il n'y a pas de réflexion, de même qu'au-dessus de la couche d'air. Pour simuler ces conditions, les ondes doivent être absorbées sans réflexion. On emploie pour cela des amortisseurs dont le coefficient d'amortissement visqueux est calé sur les paramètres des couches d'air et de rocher. Il suffit de choisir les bonnes propriétés des amortisseurs de sorte à respecter, dans le cadre unidimensionnel, l'unique condition :

$$\sigma = a\rho v\dot{u} \tag{2.26}$$

La vitesse de propagation d'onde de compression est donnée par $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Cela signifie dans le cas d'une barre de section S :

$$c = a\rho S\, v \tag{2.27}$$

D'après Lysmer et Kuhlemeyer, le coefficient d'absorption $a = 1$.

Le sol est composé de trois couches différentes (fig. 2.11). Les couches sont indicées a pour l'air, s pour le sol meuble et r pour le rocher. Les propriétés définissant les couches sont la

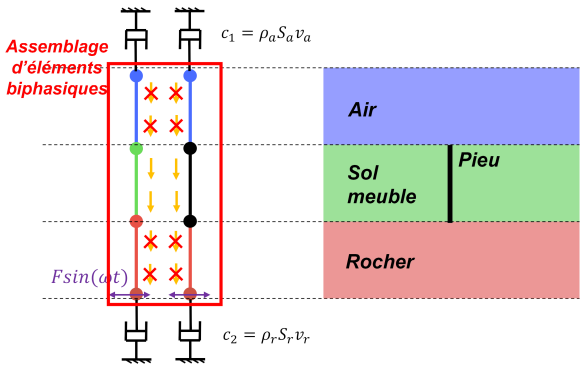


FIGURE 2.11 – Conditions limites du cas test de sollicitation de l'interface biphasique en dynamique

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

hauteur H_i, la section S_i, la masse volumique ρ_i, la vitesse de propagation d'onde en compression v_i et l'amortissement interne η_i. L'impédance se calcule telle que $Z_i = \rho_i v_i$. Chaque couche est discrétisée en n_i éléments dans sa hauteur. Le pieu, indicé p, est caractérisé par les mêmes grandeurs qu'une couche de sol. Il s'insère en parallèle de la couche intermédiaire. Six valeurs de raideur d'interface sont balayées $k_\tau = 0, 2.10^2, 3.10^3, 1.10^4, 1.10^5$ et 1.10^8.

	i	n_i $(-)$	H_i (m)	v_i $(m.s^{-1})$	S_i (m^2)	ρ_i $(kg.m^{-3})$	η_i $(kg.m.s^{-1})$	Z_i $(kg.m^{-2}.s^{-1})$
Air	a	10	200	300	$0,04$	1.10^{-6}	0	3.10^{-4}
Sol meuble	s	20	400	100	$0,02$	1900	5.10^6	$1,9.10^5$
Pieu	p	20	400	582	$0,02$	2100	2.10^6	$12,2.10^5$
Rocher	r	20	1000	500	$0,04$	1900	0	$9,5.10^5$

Tableau 2.4 – Paramètres du massif de sol et du pieu

Dans les calculs analytiques, tous les équilibres s'écrivent en contrainte, d'où la nécessité d'une section constante d'une couche à l'autre. Dans la couche intermédiaire, la section est donc partagée entre le pieu et le sol meuble.

2.3.2 Référence analytique

Il est possible de calculer analytiquement une fonction de transfert qui décrit le rapport des déplacements maximaux en tête et en pied de la couche intermédiaire au cours du temps, en fonction de la fréquence de sollicitation du massif de sol

Soit ir l'indice désignant la couche intermédiaire Z_{ir}. D'après Grange (2019), en supposant que $Z_{ir} >> Z_a$, l'expression de la fonction de transfert avec amortissement est :

$$F(\omega) = \left| \frac{2}{e^{ik^*_{ir} h_{ir}} + e^{ik^*_{ir} h_{ir}}} \right| \tag{2.28}$$

avec $k^* = \frac{k}{\sqrt{1+\frac{\eta_{ir} i\omega}{\rho_{ir} v_{ir}^2}}}$ et $k = \frac{\omega}{v_{ir}}$ le nombre d'onde.

Si le pieu et le sol meuble réagissent en parallèle, c'est-à-dire que les phases sont collées, alors des propriétés équivalentes peuvent être définies pour la couche intermédiaire ir à partir de trois équations. La première équation représente la somme des masses, la deuxième et la troisième représentent le fait que les deux phases réagissent en parallèle respectivement en raideur et en amortissement visqueux (somme des efforts) :

$$\begin{cases} m_{eq} = m_p + m_s & (2.29) \\ F_k = \left(K_p + K_s\right) u & (2.30) \\ F_c = \left(C_p + C_s\right) \dot{u} & (2.31) \end{cases}$$

En notant $S_p = \alpha S_{eq}$ et $S_s = \beta S_{eq}$, le développement de la première équation 2.29 aboutit à :

$$\Leftrightarrow \quad \begin{aligned} m_{eq} &= m_p + m_s \\ \rho_{eq} &= \alpha\rho_p + \beta\rho_s \end{aligned} \tag{2.32}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Sachant que $E_i = \rho_i v_i^2$, le développement de la seconde équation 2.30 amène à :

$$\begin{aligned} & F_k = \left(K_p + K_s\right) u \\ \Leftrightarrow \quad & K_{eq} u = \left(K_p + K_s\right) u \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{E_{eq} S_{eq}}{L} = \frac{E_p S_p}{L} + \frac{E_s S_s}{L} \\ \Leftrightarrow \quad & v_{eq} = \sqrt{\frac{\alpha \rho_p v_p^2 + \beta \rho_s v_s^2}{\rho_{eq}}} \end{aligned} \tag{2.33}$$

De façon analogue la troisième équation 2.31 permet d'obtenir :

$$\eta_{eq} = \alpha \eta_p + \beta \eta_s \tag{2.34}$$

Les équations 2.32, 2.33 et 2.34 donnent ainsi les propriétés équivalentes de la couche intermédiaire. Elles peuvent être remplacées dans la fonction de transfert 2.28. Dans le cas considéré ici $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{1}{2}$.

Lorsque les deux phases sont indépendantes l'une de l'autre, c'est-à-dire quand la raideur d'interface est faible, la fonction de transfert de chacune d'entre elles peut-être tracée séparément, toujours à partir de la même expression 2.28 en considérant séparément les propriétés du pieu et du sol meuble dans la couche intermédiaire. Les valeurs des couches intermédiaires ne peuvent toutefois pas être remplacées directement dans l'expression en raison du fait que les équilibres sont écrits en contrainte. Il faut donc appliquer les relations précédentes (2.32, 2.33 et 2.34) et remplacer dans l'expression des fonctions de transfert ρ_{eq} par $\alpha\rho_p$ ($\beta\rho_s$) et η_{eq} par $\alpha\eta_p$ ($\beta\eta_s$). $v_{eq} = v_p$, respectivement v_s car ne dépend pas de la section.

2.3.3 Etude paramétrique de l'interface

Tout d'abord les fonctions de transfert du pieu et du sol obtenues pour les raideurs d'interface $k_\tau = 0$ et $k_\tau = 1.10^8\ Pa/m$ sont comparées graphiquement aux références analytiques présentées juste au-dessus (fig. 2.12).

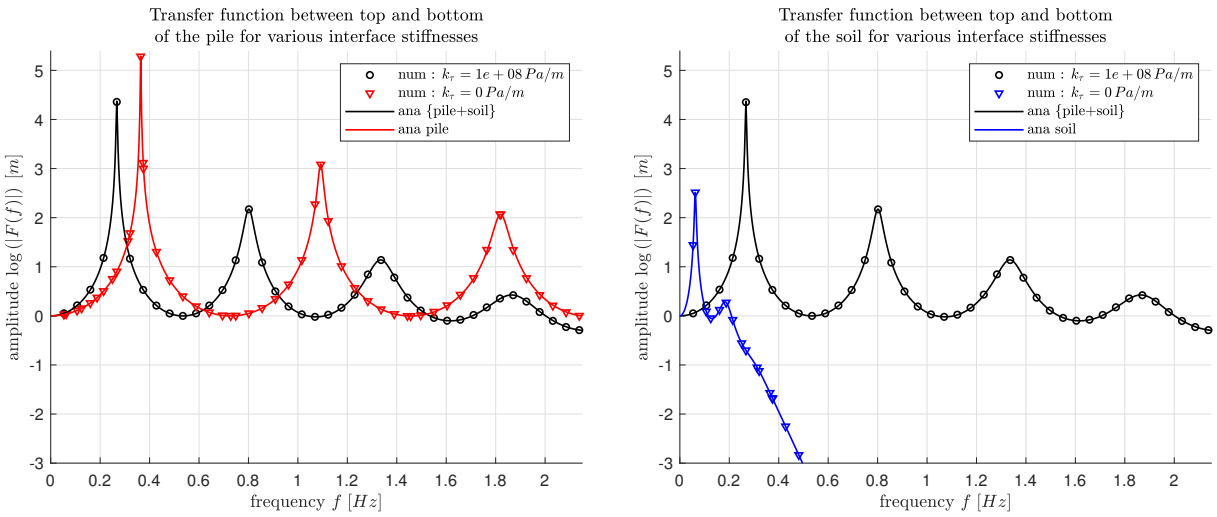


FIGURE 2.12 – Comparaison des fonctions de transfert analytiques et numériques pour les raideurs d'interface $k_\tau = 0\ Pa/m$ et $k_\tau = 1.10^8\ Pa/m$ sur le pieu (a) et le sol (b)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

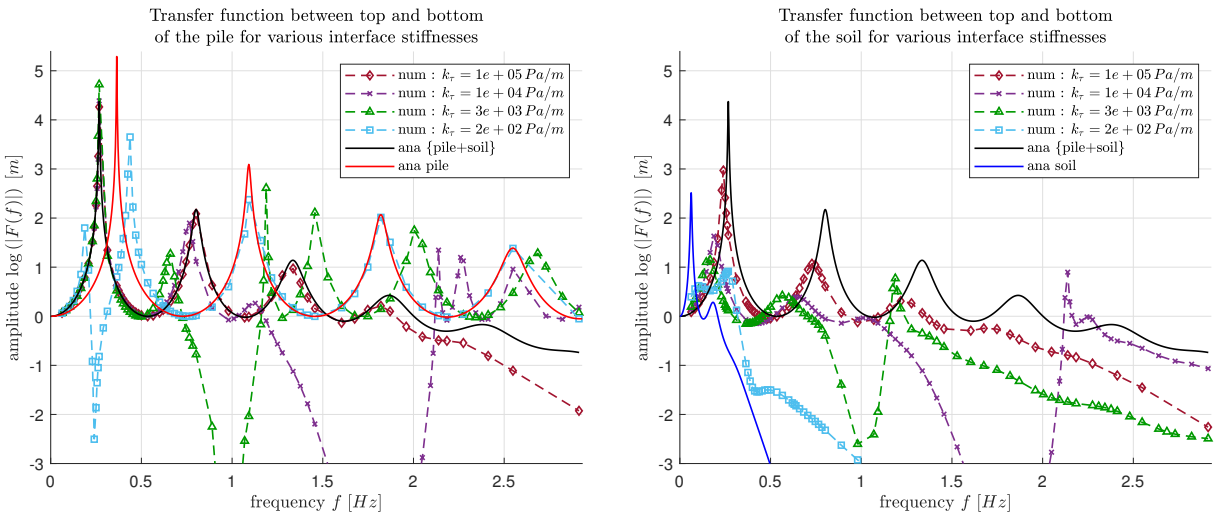


FIGURE 2.13 – Fonctions de transfert pour différentes raideurs d'interface sur le pieu (a) et le sol (b)

La fonction de transfert doit être identique sur le pieu et le sol quand les phases sont collées. C'est effectivement bien ce qu'on observe sur les figures 2.12 ($k_\tau = 1.10^8\,Pa/m$). Y est par ailleurs observé que dans le cas d'une raideur d'interface très importante (phases quasi-collées $k_\tau = 1.10^8\,Pa/m$) et dans le cas d'une raideur d'interface nulle (phases indépendantes $k_\tau = 0\,Pa/m$), les modélisations numériques et solutions analytiques correspondent.

Lorsque la raideur d'interface varie légèrement par rapport à ces situations limites ($k_\tau = 1.10^5$ ou $2.10^2\,Pa/m$), les fonctions de transfert évoluent également légèrement (fig. 2.13). Lorsque la raideur est intermédiaire ($k_\tau = 1.10^4$ ou $3.10^3\,Pa/m$), les résonances sont plus différentes et évoluent vers les fréquences de résonance des cas limites comme attendu.

2.4 Vers une approche par sous-structuration

La finalité du travail présenté ici est de proposer un outil pour le calcul d'ISS. Le modèle biphasique, qui concentre les non-linéarités à l'interface, représente le champ proche et vient s'intégrer dans un modèle plus large comportant le champ lointain et la superstructure. L'idée dans cette section est d'encapsuler le domaine biphasique dans un environnement macro-élémentaire afin d'améliorer son ergonomie.

2.4.1 Formulation d'un macro-élément multi-échelle

De façon similaire aux macro-éléments de poutre multi-fibre, une résolution interne est réalisée au sein du macro-élément multi-échelle. Le schéma d'intégration temporelle appelle à chaque pas de temps un schéma d'intégration spatiale pour la résolution des non-linéarités matérielles du macro-élément.

Précisons qu'il existe donc deux échelles d'imbrication. Du fait d'un comportement non-linéaire du système, des itérations sont nécessaires à chaque pas de temps pour converger vers la solution. Par ailleurs, le système est sous-structuré. Un domaine global appelle un sous-domaine : le macro-élément. Au cours de chaque pas de temps, à chaque itération, le domaine global appelle le macro-élément, qui lui-même fait appel à des itérations internes pour résoudre

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

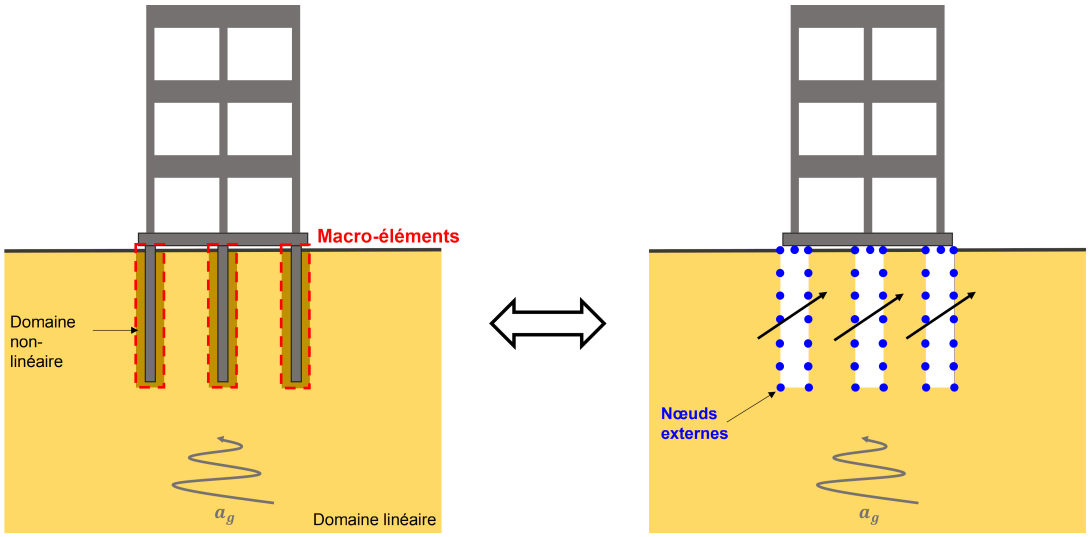


FIGURE 2.14 – Sous-structuration du problème d'ISS par l'approche macro-élémentaire

son équilibre interne et renvoyer les efforts de l'itération globale au domaine global. Au sein d'un même pas de temps, le macro-élément peut donc être amené à réaliser plusieurs séries d'itérations, si plusieurs itérations sont nécessaires à l'échelle globale pour résoudre l'équilibre.

L'équilibre dynamique dans le domaine non-linéaire s'écrit de façon générale :

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{U}, \dot{\boldsymbol{U}}, \ddot{\boldsymbol{U}}) = \boldsymbol{F}(t) \tag{2.35}$$

Soit i et $i+1$ notations indicielles pour représenter les pas de temps t_i et $t_{i+1} = t_i + \Delta t$. Sont connues les conditions initiales du problème ainsi qu'à chaque pas de temps les conditions limites et le chargement F_{i+1}. Est donc connu

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{U}_i, \dot{\boldsymbol{U}}_i, \ddot{\boldsymbol{U}}_i) = \boldsymbol{F}_i \tag{2.36}$$

et recherché

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{U}_{i+1}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}) = \boldsymbol{F}_{i+1} \tag{2.37}$$

L'objectif est d'exprimer l'équation ci-dessus à partir des quantités connues $\ddot{\boldsymbol{U}}_i$, $\dot{\boldsymbol{U}}_i$, $\boldsymbol{U}_i$ et $\boldsymbol{F}_{i+1}$ et une unique quantité inconnue. Généralement $\boldsymbol{U}_{i+1}$ est choisi. Le schéma de discrétisation temporelle permet ensuite de relier les quantités $\boldsymbol{U}_{i+1}$, $\dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}$ et $\ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}$ entre elles. Le schéma de Newmark est couramment employé :

$$\begin{cases} \boldsymbol{U}_{i+1} = \boldsymbol{U}_i + \Delta t \dot{\boldsymbol{U}}_i + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \beta \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1} \right] \\ \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1} = \dot{\boldsymbol{U}}_i + \Delta t \left[(1-\gamma) \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \gamma \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1} \right] \end{cases} \tag{2.38}$$

L'inversion du système permet d'écrire $\dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}$ et $\ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}$ en fonction de $\boldsymbol{U}_{i+1}$:

$$\begin{cases} \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{1}{\Delta t^2} \left(\boldsymbol{U}_{i+1} - \boldsymbol{U}_i - \Delta t \dot{\boldsymbol{U}}_i \right) - \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\boldsymbol{U}}_i \right] \\ \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1} = \frac{-\gamma}{\beta \Delta t} \boldsymbol{U}_i + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{\boldsymbol{U}}_i + \Delta t \left[(1-\gamma) - \frac{\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \gamma}{\beta} \right] \ddot{\boldsymbol{U}}_i + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \boldsymbol{U}_{i+1} \end{cases} \tag{2.39}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2.4.1.1 Résolution dynamique linéaire

Dans le domaine linéaire :

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{U}_{i+1}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}) = \mathbb{M}\ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1} + \mathbb{C}\dot{\boldsymbol{U}}_{i+1} + \mathbb{K}\boldsymbol{U}_{i+1} \tag{2.40}$$

En remplaçant $\dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}$ et $\ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}$ par les expressions précédentes 2.39 dans l'équation d'équilibre 2.37, on obtient une équation avec pour seule inconnue $\boldsymbol{U}_{i+1}$:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbb{M} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbb{C} + \mathbb{K}\right)\boldsymbol{U}_{i+1} = &\left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbb{M} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbb{C}\right)\boldsymbol{U}_i \\ &+ \left(\frac{1}{\beta\Delta t}\mathbb{M} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\mathbb{C}\right)\dot{\boldsymbol{U}}_i \\ &+ \left(\frac{\left(\frac{1}{2} - \beta\right)}{\beta}\mathbb{M} + \Delta t\left[\frac{\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\gamma}{\beta} - (1-\gamma)\right]\mathbb{C}\right)\ddot{\boldsymbol{U}}_i \\ &+ \boldsymbol{F}_{i+1} \\ \Leftrightarrow \quad \tilde{\mathbb{K}}\boldsymbol{U}_{i+1} = &\,\boldsymbol{f}_{i+1}\end{aligned} \tag{2.41}$$

Afin d'intégrer sur le temps le comportement du système, il suffit donc, à chaque pas de temps i, de premièrement mettre à jour la cinématique à l'aide de l'équation 2.39 puis d'inverser le système de l'équation 2.41 afin de calculer le déplacement au pas de temps suivant $i+1$.

2.4.1.2 Résolution dynamique non-linéaire

Dans le domaine non-linéaire, l'équation d'équilibre n'est plus linéaire :

$$\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{U}_{i+1}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}\right) - F_{i+1} = \boldsymbol{0} \tag{2.42}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\boldsymbol{R}\left(\boldsymbol{U}_{i+1}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}\right) = \boldsymbol{0} \tag{2.43}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\boldsymbol{R}_{i+1} = \boldsymbol{0} \tag{2.44}$$

Notons $\boldsymbol{U}_{i+1} = \boldsymbol{U}_{i+1}^{(k+1)} = \boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} + \delta\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)}$. L'objectif est de résoudre l'équation non-linéaire par un algorithme de Newton-Raphson, dont les itérations sont notées k. A cet effet, il s'agit de linéariser l'équation d'équilibre 2.43. La différentielle totale du résidu $\boldsymbol{R}\left(\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)}\right) = \boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)}$ est :

$$d\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} = -d\boldsymbol{P}_{i+1}^{(k)} + 0 \tag{2.45}$$

ce qui est équivalent à :

$$d\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} = -\underbrace{\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \boldsymbol{U}}\right)_{i+1}^{(k)}}_{\mathbb{K}^t} d\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} - \underbrace{\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \dot{\boldsymbol{U}}}\right)_{i+1}^{(k)}}_{\mathbb{C}^t} d\dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)} - \underbrace{\left(\frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial \ddot{\boldsymbol{U}}}\right)_{i+1}^{(k)}}_{\mathbb{M}^t} d\ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)} \tag{2.46}$$

où $\mathbb{K}^t$, $\mathbb{C}^t$ et $\mathbb{M}^t$ sont les matrices tangentes respectivement de raideur, amortissement et masse.

D'après la décomposition de Newmark (eq 2.39) :

$$\begin{cases} d\ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)} = \dfrac{1}{\beta\Delta t^2} d\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} \\ d\dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)} = \dfrac{\gamma}{\beta\Delta t} d\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} \end{cases} \tag{2.47}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

En effet, tous les termes au pas de temps i sont connus donc constant à chaque itération : $d\boldsymbol{U}_i = d\dot{\boldsymbol{U}}_i = d\ddot{\boldsymbol{U}}_i = 0$. En injectant ces expressions dans l'équation précédente 2.46, il vient :

$$d\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} = -\underbrace{\left[\mathbb{K}^t + \frac{\mathbb{C}^t\gamma}{\beta\Delta t} + \frac{\mathbb{M}^t}{\beta\Delta t^2}\right]}_{\mathbb{K}} d\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} \tag{2.48}$$

L'équation d'équilibre 2.43 ainsi linéarisée permet d'écrire la relation entre itérations k :

$$\delta\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} = -\left[\left(\frac{d\boldsymbol{R}}{d\boldsymbol{U}}\right)_{i+1}^{(k)}\right]^{-1}\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} = -\left[\mathbb{K}^t + \frac{\mathbb{C}^t\gamma}{\beta\Delta t} + \frac{\mathbb{M}^t}{\beta\Delta t^2}\right]^{-1}\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} \tag{2.49}$$

En choisissant le point de départ $\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} = \boldsymbol{U}_i$ tel que $\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} \neq \boldsymbol{0}$, la relation précédente 2.49 permet à chaque incrément $\delta\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)}$ d'approcher un peu plus la solution $\boldsymbol{R}_{i+1} = \boldsymbol{0}$. L'algorithme de Newton-Raphson est donné en 1.

Algorithme 1 : Méthode de Newton-Raphson pour l'intégration d'une fonction non-linéaire

1 Initialisation du pas de temps : $i = 0$
2 Initialisation du pas d'itération : $k = 1$
3 Mise à jour de la cinématique : $\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} = \boldsymbol{U}_i$
4 Calcul du résidu : $\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} = -\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{U}_{i+1}^{k}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{k}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{k}\right) + \boldsymbol{F}_{i+1}$
5 **Tant que** $\|\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)}\| > \epsilon$
6 Calcul de :
7 $\left(\frac{d\boldsymbol{R}}{d\boldsymbol{U}}\right)_{i+1}^{(k)} = -\left[\mathbb{K}^t + \frac{\mathbb{C}^t\gamma}{\beta\Delta t} + \frac{\mathbb{M}^t}{\beta\Delta t^2}\right]$
8 $\delta\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} = -\left[\frac{d\boldsymbol{R}}{d\boldsymbol{U}}^{(k)}{}_{i+1}\right]^{-1}\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)}$
9 $\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k+1)} = \boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)} + \delta\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)}$
10 $k = k + 1$
11 Calcul du résidu : $\boldsymbol{R}_{i+1}^{(k)} = -\boldsymbol{P}\left(\boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)}, \dot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)}, \ddot{\boldsymbol{U}}_{i+1}^{(k)}\right) + \boldsymbol{F}_{i+1}$
12 $\boldsymbol{U}_{i+1} = \boldsymbol{U}_{i+1}^{(k)}$
13 **fin**
14 $i = i + 1$, **aller à** 3

Dans la suite la non-linéarité provient uniquement de la raideur du système et nous avons l'équation d'équilibre dynamique :

$$\mathbb{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \mathbb{C}\dot{\boldsymbol{U}} + \mathbb{K}(\boldsymbol{U}) = \boldsymbol{F}(t) \tag{2.50}$$

Dans ce cas $\mathbb{C}^t = \mathbb{C}$ et $\mathbb{M}^t = \mathbb{M}$.

2.4.1.3 Condensation dynamique

Une conséquence très intéressante de la sous-structuration est que le schéma d'intégration temporelle peut être adapté au sous-domaine considéré. Des sous-domaines ayant différents schémas (hétérogènes) et pas de temps (asynchrones) peuvent être "recollés" à l'aide des méthodes HATI ("Heterogeneous Asynchronous Time Integration").

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

	i	n_i	H_i	v_i	S_i	ρ_i	η_i	Z_i
		$(-)$	(m)	$(m.s^{-1})$	(m^2)	$(kg.m^{-3})$	$(kg.m.s^{-1})$	$(kg.m^{-2}.s^{-1})$
Air	a	10	200	300	0.04	1.10^{-6}	0	3.10^{-4}
Sol meuble	s	20	400	100	0.04	1900	1.10^{6}	$1,9.10^{5}$
Rocher	r	20	1000	500	0.04	1900	0	$9,5.10^{5}$

Tableau 2.5 – Paramètres du massif de sol pour le cas sans amortissement interne

Les méthodes HATI se divisent en deux familles. Les méthodes duales considèrent deux sous-domaines au même niveau (Gravouil and Combescure, 2001), (Gravouil et al., 2015). Elles sont très robustes et efficaces pour la résolution en parallèle. Les méthodes primales considèrent un domaine principal et un sous-domaine. Au cours de la résolution, le domaine principal appelle la résolution dans le sous-domaine (Escaig and Marin, 1999).

Le macro-élément s'inscrit dans une construction primale. Le domaine principal est constitué de l'ensemble du système, à savoir de la superstructure, le radier, les pieux et le sol en champ proche et lointain. Le sous-domaine regroupe les pieux et le sol en champ proche au sein du macro-élément. Il est appelé par la boucle de résolution globale.

Il existe différentes techniques de collage primal des sous-domaines. Ce travail adopte la technique de condensation dynamique proposée récemment par Grange and Bertrand (2021). De manière générale, la condensation est une technique permettant de réduire le nombre de degrés de liberté d'un système en condensant la réponse de certains d'entre eux sur d'autres. Mathématiquement, cela équivaut à résoudre le système par substitution. Numériquement, c'est l'idée d'inversion de la matrice de raideur globale "par blocs". Le maillage du sous-domaine est composé de degrés de liberté situés sur la frontière avec le domaine principal, appellés "externes", ainsi que de degrés de liberté à l'intérieur de cette frontière et donc inconnus du domaine principal, appellés "internes". Pour un couplage homogène et synchrone, la matrice tangente condensée s'obtient à partir de l'équation 2.51, avec la notation b pour les noeuds de externes et r pour les noeuds internes.

$$\tilde{\mathbb{k}} = \tilde{\mathbb{K}}_{bb} - \tilde{\mathbb{K}}_{br}\tilde{\mathbb{K}}_{rr}^{-1}\tilde{\mathbb{K}}_{rb} \tag{2.51}$$

On rappelle que $\tilde{\mathbb{K}} = \mathbb{K}^t + \frac{\mathbb{C}^t\gamma}{\beta\Delta t} + \frac{\mathbb{M}^t}{\beta\Delta t^2}$.

2.4.2 Vérification du macro-élément 1D

2.4.2.1 Cas test

Le macro-élément est conçu comme un environnement qui encapsule un modèle (ici 1D) et réalise les opérations de résolution interne et de condensation. Cet environnement est vérifié sur un modèle biphasique où, pour simplifier, l'interaction entre les phases sol et pieu est désactivée. La phase pieu n'interagit pas dans le modèle, ce qui permet de se concentrer uniquement sur la vérification du comportement dynamique des barres du sol. La solution du macro-élément est comparée à une référence analytique ainsi qu'à une référence numérique. Contrairement au macro-élément, la référence numérique ne repose pas sur une condensation dynamique.

Un massif de sol tri-couche est considéré, sans pieu. Ses caractéristiques sont identiques à celles du massif décrit précédemment (section 2.3) (tab. 2.5). Deux cas sont considérés : l'un avec amortissement interne et l'autre sans.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2.4.2.2 Sans amortissement interne

Les fréquences propres du système peuvent être calculées analytiquement. En remarquant que $Z_r >> Z_s >> Z_a$, il peut être supposé que le comportement de la couche intermédiaire s est très proche de celui d'une barre encastrée en pied et libre en tête (eclb). Les fréquences propres de la couche intermédiaire (tab. 2.6)) sont donc données par :

$$f_{eclb}^{k,s} = \frac{kv_s}{4H_s} \tag{2.52}$$

avec $k = (2q - 1)$, tel que $q = 1, 2, 3....$ De la même façon, la couche d'air se comporte aussi comme une barre encastrée-libre. Le rocher, en revanche, se comporte comme une barre libre aux deux extrémités. Les fréquences propres d'une barre libre-libre (lblb) sont :

$$f_{lblb}^{q} = \frac{qv}{2H} \tag{2.53}$$

L'analyse modale du massif doit montrer qu'il contient les fréquences propres de chacune des couches indépendantes. C'est effectivement vérifié. Les neuf premières fréquences non nulles du massif sont composées des six premières fréquences de la couche intermédiaire, des deux premières du rocher et de la première de la couche d'air (tab. 2.7). La première fréquence propre du massif correspond à un mouvement de corps rigide, puisque l'ensemble du système n'est retenu que par des amortisseurs.

q	$f_{eclb}^{q,a} = \frac{(2q-1)v_a}{4H_a}$	$f_{eclb}^{q,s} = \frac{(2q-1)v_s}{4H_s}$	$f_{lblb}^{q,r} = \frac{qv_r}{2H_r}$
1	$0,375$	$\mathbf{0,0625}$	$0,25$
2	$1,125$	$\mathbf{0,1875}$	$0,5$
3	$1,875$	$\mathbf{0,3125}$	$0,75$
4	$2,625$	$\mathbf{0,4375}$	1
5	$3,375$	$\mathbf{0,5625}$	$1,25$
6	$4,125$	$\mathbf{0,6875}$	$1,5$

Tableau 2.6 – Fréquences propres analytiques des couches de sol

q	$f_{num}^{q,massif}$
1	$0,0000$
2	$\mathbf{0,0692}$
3	$\mathbf{0,1808}$
4	$0,2500$
5	$\mathbf{0,3191}$
6	$0,3750$
7	$\mathbf{0,4303}$
8	$0,4999$
9	$\mathbf{0,5697}$
10	$\mathbf{0,6824}$

Tableau 2.7 – Fréquences propres numériques du massif de sol

Le massif de sol est sollicité en pied par un effort harmonique permanent pendant un temps t égal à 20 allers simple de l'onde à travers le massif : $t_{solli} = 20t_{AS}$. Deux fréquences de sollicitation f_{solli} sont appliquées. Il s'agit de deux couches de résonance de la couche de sol meuble : $f^{k,s} = \frac{kv_s}{4Hs}$ avec $k = 5$ et $k = 7$. L'objectif est d'observer la formation d'ondes stationnaires au bout d'un certain temps de sollicitation, bien qu'une sollicitation par une fréquence de résonance de la couche intermédiaire ne soit pas nécessaire pour observer les ondes stationnaires. Celles-ci se forment par réflexions et transmissions multiples à l'interface avec la couche de sol intermédiaire. La solution produite par le macro-élément fini est comparée à une référence analytique et une référence numérique. La référence numérique est une résolution EF identique à celle du macro-élément, excepté que la résolution se fait sans condensation dynamique, c'est-à-dire sans sous-structuration (fig. 2.15).

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

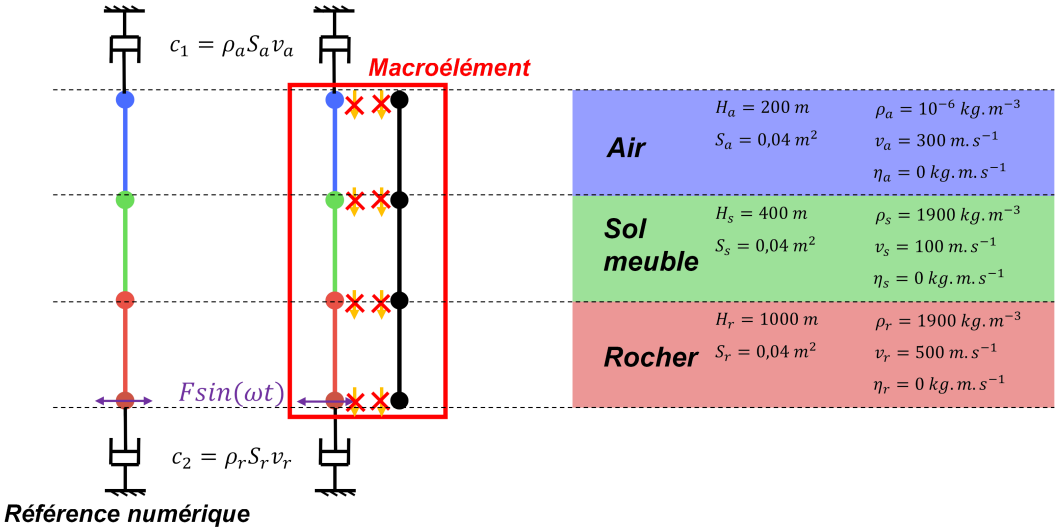
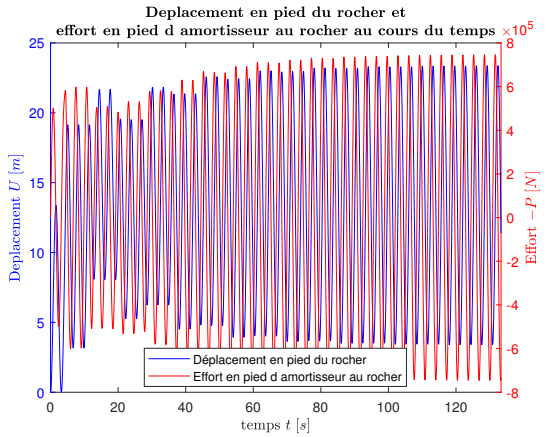
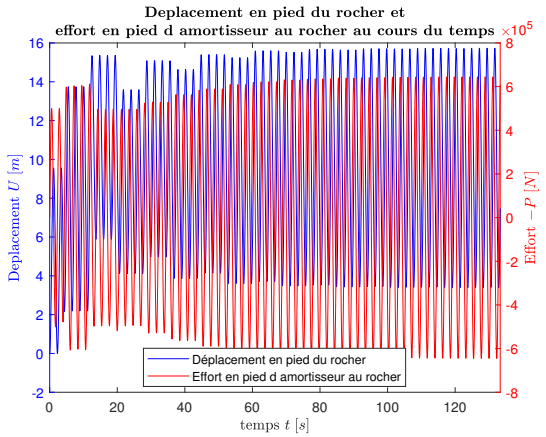


FIGURE 2.15 – Représentation schématique des modèles numériques pour la vérification de la condensation

Les résultats sont présentés pour les deux cas de sollicitation : $f_{solli} = f^{5,s}$ et $f^{7,s}$. Les graphiques en figure 2.16 montrent, au cours du temps, le déplacement en pied de rocher ainsi que l'effort au pied de l'amortisseur au rocher. Après un certain délai, les deux signaux se stabilisent, indiquant que le régime stationnaire est atteint. L'amplitude du déplacement de l'ensemble du massif en fin de sollicitation est ensuite représentée sur une durée de cinq périodes du signal de sollicitation (fig. 2.17). Le régime stationnaire y est identifiable aux ventres et nœuds formés par la superposition des nombreuses courbes. Le spectre de Fourier du déplacement en tête de la couche intermédiaire est également affiché pour les deux fréquences de sollicitation dans le graphique 2.18. Ce spectre montre que la réponse en déplacement de la couche intermédiaire est principalement composée des fréquences propres de cette couche. Entre le macro-élément et la référence numérique, l'écart relatif sur le spectre de Fourier du déplacement en tête de la couche intermédiaire pour les deux fréquences de sollicitation $f_{solli} = f^{5,s}$ et $f^{7,s}$ est inférieur à 10^{-11}. Les deux modèles donnent donc des solutions parfaitement égales.



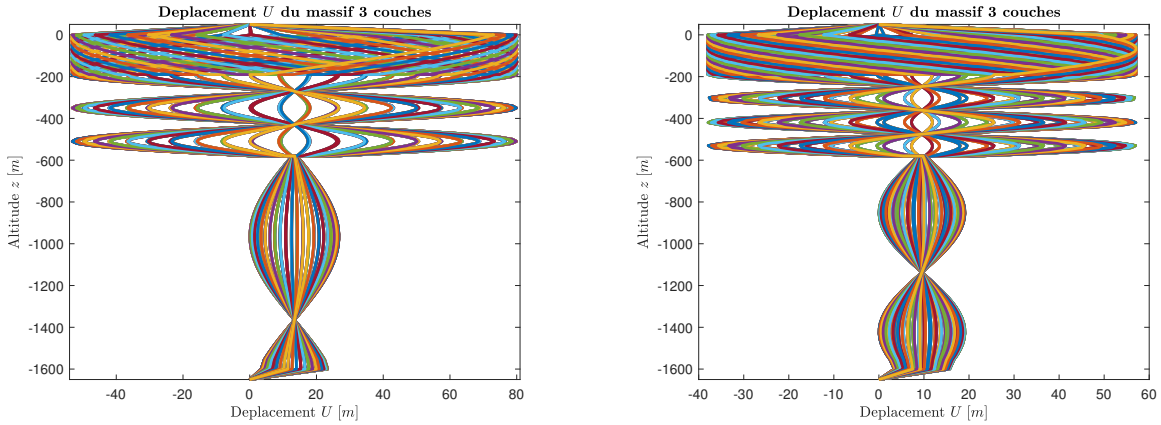
(a) $f_{solli} = f^{5,s}$



(b) $f_{solli} = f^{7,s}$

FIGURE 2.16 – Représentation du déplacement en tête de la couche d'air et de l'effort en pied de l'amortisseur au rocher au cours du temps de sollicitation

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) $f_{solli} = f^{5,s}$ (b) $f_{solli} = f^{7,s}$

FIGURE 2.17 – Représentation de l'amplitude du déplacement du massif après établissement du régime stationnaire

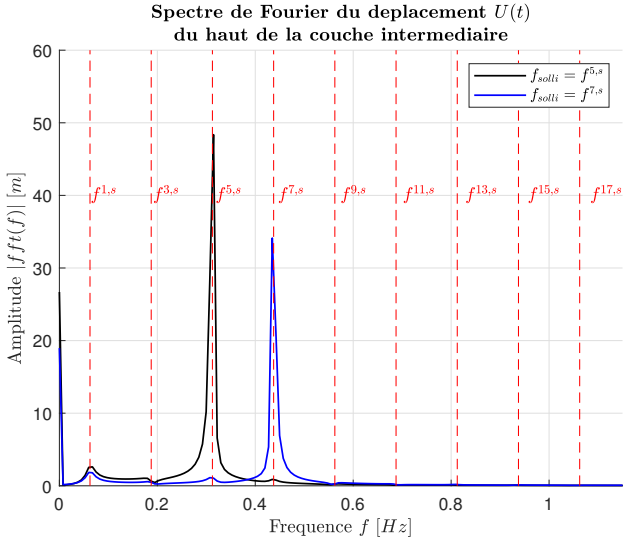


FIGURE 2.18 – Spectre du déplacement de la tête de la couche intermédiaire pour les deux fréquences de sollicitation $f_{solli} = f^{5,s}$ et $f^{7,s}$

2.4.2.3 Avec amortissement interne

Le modèle antérieur est conservé, à l'exception de l'amortissement visqueux dans la couche intermédiaire, qui n'est plus nul et désormais fixé à $\eta_s = 10^6; kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$.

Tout comme dans l'analyse du modèle biphasique au dessus (section 2.3), il est possible de construire une fonction de transfert analytique qui calcule le rapport des déplacements maximaux au cours du temps en tête et en pied de la couche intermédiaire, en fonction de la fréquence de sollicitation du massif de sol. Il convient de noter qu'il aurait été possible de tracer la même fonction de transfert dans le cas sans amortissement. Toutefois, pour les fréquences de résonance, l'amplitude de cette fonction est infinie, ce qui numériquement ne peut être représenté rigoureusement par le modèle et ne constitue donc pas de point de comparaison pertinent.

En supposant que $Z_s >> Z_a$, l'expression de la fonction de transfert avec amortissement est :

$$F(\omega) = \left| \frac{2}{e^{ik_s^* h_s} + e^{-ik_s^* h_s}} \right| \tag{2.54}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

avec $k^* = \frac{k}{\sqrt{1+\frac{\eta_s i\omega}{\rho_s v_s^2}}}$ et $k = \frac{\omega}{v_s}$ le nombre d'onde. Elle sert de référence à la comparaison, présentée ci-après, avec la fonction de transfert construite à partir du macro-élément.

Le massif est sollicité à la fréquence $f_{solli} = f^{7,s}$. Avec l'amortissement interne, la formation d'ondes stationnaires n'est plus observée (fig. 2.19). En effet, du fait de l'amortissement, les ondes progrades et rétrogrades n'ont plus la même amplitude. La fonction de transfert représentée figure 2.20 est tracée à partir du macro-élément. Elle est très proche des valeurs analytiques hormis un léger décalage d'un peu moins de 3% à $f_{solli} = f^{1,s}$. Il y a résonance de la couche intermédiaire lorsque la fréquence de sollicitation correspond à une fréquence propre de la couche. Plus la fréquence est élevée, moins la valeur de la fonction de transfert est grande puisque l'amortissement est proportionnel à la vitesse (visqueux).

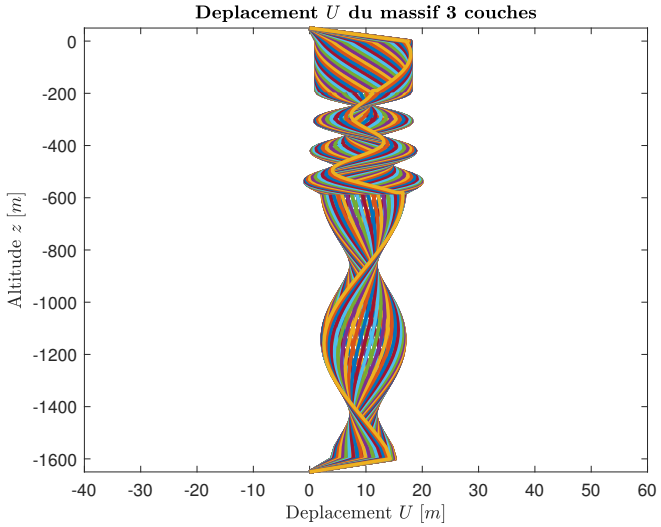


FIGURE 2.19 – Représentation de l'amplitude du déplacement du massif avec amortissement en fin de sollicitation sur une durée de cinq périodes du signal de sollicitation $f_{solli} = f^{7,s}$

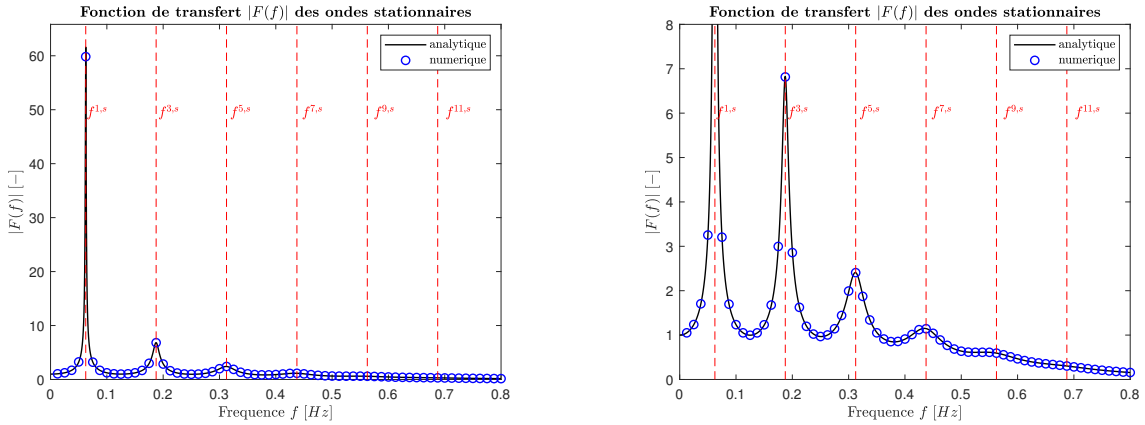


FIGURE 2.20 – Fonction de transfert du déplacement maximal au cours du temps entre le haut et le bas de la couche de sol intermédiaire

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle biphasique 1D permettant de traiter l'interaction entre le sol et le pieu, a été introduit. Une étude paramétrique sur les rapports de raideur entre le sol, le pieu et l'interface a permis d'illustrer et vérifier les comportements du modèle selon les configurations. Dans les cas d'une interface souple, par rapport au pieu et au sol, les efforts d'interface se répartissent de façon uniforme dans la hauteur du pieu, tandis que des gradients se forment lorsque l'interface est raide. Une comparaison des éléments de fonctions de forme linéaires et quadratiques montre que ces derniers sont plus performants dans des zones de concentration des efforts d'interface. Cette situation peut se produire, par exemple, lorsque le pieu se décolle en pointe. Le comportement de l'interface a également été étudié en condition dynamique dans un massif tri-couche et comparé à des cas limites pouvant être résolus analytiquement.

En dernière partie de ce chapitre, une perspective a été ouverte vers la condensation du modèle biphasique dans un environnement macro-élémentaire. Cela peut à la fois accroître son ergonomie et permettre le couplage entre schémas temporels asynchrones et hétérogènes.

Dans le chapitre suivant, la formulation biphasique est généralisée en 3D. Il doit être précisé que ces éléments biphasiques 3D sont implantés dans Code_Aster. Or la condensation y est difficile à mettre en oeuvre et interdit le parallélisme, ce pour quoi la condensation a été abandonnée dans la suite du travail.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 3

Développement d'un élément biphasique pour les pieux en 3D

La première section du chapitre est dédiée à la formulation et vérification de deux lois d'interface pour les éléments biphasiques 3D. La seconde est axée sur la formulation de ces éléments. Cette partie débute par la présentation de la formulation biphasique générale, puis détaille la formulation de l'élément linéaire 3D employé dans les applications statiques et dynamiques aux chapitres 5 et 6 et aborde finalement les autres éléments explorés.

3.1 Lois d'interface 3D

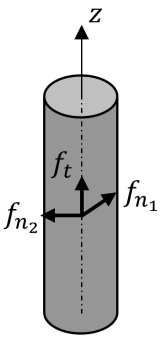


FIGURE 3.1 – Directions de l'interface

Cette section décrit deux types de lois d'interface pour l'élément biphasique 3D : une loi élasto-plastique à écrouissages linéaires isotrope et cinématique ainsi qu'une loi hypo-plastique. Les lois sont décrites en déplacement relatif u entre la phase pieu et la phases sol. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu. $u = u_s - u_p$ est le déplacement relatif entre les deux phases. Il possède trois composantes. La première composante représente la direction tangentielle à l'interface (verticale dans le repère global), les deux autres représentent les directions normales à l'interface (horizontales dans le repère global). Les composantes sont désignées respectivement par les indices : t, n_1, n_2 (fig. 3.1). L'effort retourné par la loi est exprimé en mètre linéaire de poutre. L'intégration le long de la poutre, réalisée au sein de l'élément, fournit les efforts d'interface aux noeuds de l'élément.

3.1.1 Les modèles de plasticité

Il existe différentes classifications des modèles constitutifs. On choisit de les présenter selon la classification de Tamagnini et al. (2000), qui distingue l'élasto-plasticité classique, la plasticité des surfaces limites ("bounding surface plasticity") et l'hypo-plasticité (au sens de Kolymbas (1991)). En général, ces modèles sont employés pour décrire un état de contrainte. Dans le présent travail, ils intègrent le comportement de l'interface. Toutes les notions reliées aux modèles de plasticité sont donc exprimées en efforts d'interface et déplacement relatif plutôt qu'en contraintes et déformations.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

La théorie de l'élasto-plasticité classique indépendante de la vitesse de chargement repose sur plusieurs hypothèses. Premièrement, l'incrément de déplacement relatif $\dot{\boldsymbol{u}}$ est décomposée en une partie élastique $\dot{\boldsymbol{u}}^{el}$ et une partie plastique $\dot{\boldsymbol{u}}^{pl}$. Deuxièmement, il existe une loi élastique reliant le taux d'effort $\dot{\boldsymbol{f}}$ à l'incrément de déplacement élastique au moyen d'un module élastique : $\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{C}^{el}\dot{\boldsymbol{u}}^{el}$. De plus, le domaine élastique est délimité par la surface de charge ("yield surface") $F(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$. Elle définit l'espace des efforts admissibles. A l'intérieur de cette surface, le comportement du matériau est parfaitement réversible (élastique), alors que sur cette surface, il est plastique. Elle dépend de l'état d'effort et des variables internes $\boldsymbol{q}$. La théorie de l'élasto-plasticité s'appuie également sur la définition d'un potentiel plastique $g(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$. Il donne la direction d'écoulement au travers de la règle d'écoulement ("flow rule") : $\dot{\boldsymbol{u}}^{pl} = \dot{\lambda}^t \left(\frac{\partial g}{\partial f}\right)$, où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique. Enfin, la fonction d'écrouissage ("hardening law") $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$ donne l'évolution des variables internes : $\dot{\boldsymbol{q}} = -\dot{\lambda}\boldsymbol{h}(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$. La condition de consistance $\dot{F}(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q}) = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{f}}\dot{\boldsymbol{f}} + \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{q}}\dot{\boldsymbol{q}} = 0$ assure que qu'en plasticité, le point de chargement reste sur la surface de charge Elle permet de calculer l'opérateur tangent de la loi.

Plusieurs remarques additionnelles peuvent être faites. La surface de rupture ("failure surface") borne la surface de charge. Aucun état d'efforts est possible à l'extérieur de cette surface. Par ailleurs, plusieurs surfaces de charge peuvent être définies dans ce type de modèles, afin de représenter un comportement non-linéaire plus progressif. Ces modèles s'inscrivent dans la sous-catégorie plasticité multi-surface ("multi-surface plasticity").

La plasticité des surfaces limites ("bounding surface plasticity") (Dafalias, 1986) considère tout comme en élasto-plasticité classique une décomposition de la cinématique en une quantité élastique et une quantité plastique. La différence majeure avec l'élasto-plasticité classique provient de la détermination du module tangent. Ce dernier est en effet une fonction continue de la distance séparant le point de charge, situé sur la surface de chargement, de son point image sur la surface limite (dont la théorie tire son nom). Il nécessite la définition d'une régle de correspondance ("mapping rule") reliant le point de charge au point image.

La plasticité généralisée, introduite par Zienkiewicz and Mroz (1984) puis étendue par Pastor et al. (1990), est une généralisation de la théorie de l'élasto-plasticité. L'élastoplasticité classique et la théorie des surfaces limites sont considérés comme des cas particuliers de cette théorie. Le but derrière cette théorie plus générale est de s'affranchir de la définition explicite de surfaces de charge et potentiels plastiques (même si leur détermination est possible *a posteriori*), et d'utiliser directement les gradients de ces fonctions Mira et al. (2009). Le comportement élasto-plastique est simplement décrit par l'équation d'évolution :

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{C}^t(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{u}} \tag{3.1}$$

où le module tangent $\mathbb{C}^t$ dépend de l'état d'effort $\boldsymbol{f}$ courant, de la direction de chargement $\boldsymbol{\alpha}$ (chargement, déchargement ou chargement neutre) et de variables internes $\boldsymbol{q}$. La représentation d'un écrouissage ne nécessite ni la définition d'un potentiel plastique, ni celle d'une fonction d'écrouissage, mais simplement de deux fonctions scalaires $H_L(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$ et $H_U(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$, dépendantes de l'état d'effort et de variables internes, représentant les modules plastiques au chargement et déchargement et de trois directions : $\boldsymbol{n}$ différencie les directions de charge $\boldsymbol{n}_L$ et décharge $\boldsymbol{n}_U$.

Le but de l'hypo-plasticité (Kolymbas, 1991; Kolymbas and Medicus, 2016), est de proposer une théorie plus générale encore. Tout comme l'élasto-plasticité généralisée, elle s'affranchit de la définition explicite de surfaces de charge et potentiel plastique. Mais elle s'affranchit également de l'hypothèse d'une décomposition de la cinématique en une quantité élastique

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

et plastique. Les sols ne possèdent en effet pas de domaine élastique. Dans cette théorie, le comportement est décrit par une équation constitutive de la forme :

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{L}(\boldsymbol{f})\dot{\boldsymbol{u}} + \boldsymbol{N}(\boldsymbol{f})\|\dot{\boldsymbol{u}}\| \tag{3.2}$$

où $\mathbb{L}(\boldsymbol{f})\dot{\boldsymbol{u}}$ correspond à un comportement élastique et $\boldsymbol{N}(\boldsymbol{f})\|\dot{\boldsymbol{u}}\|$ représente la dépendance continue de la raideur du système à la direction de chargement (Li et al., 2016). Afin de mieux saisir ce deuxième aspect, l'équation peut être réécrite à partir du module tangent :

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{C}^t(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{u}} \tag{3.3}$$

où le module tangent prend la forme :

$$\mathbb{C}^t(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{\eta}) = \mathbb{L}(\boldsymbol{f}) + \boldsymbol{N}(\boldsymbol{f})\,{}^t\boldsymbol{\eta} \tag{3.4}$$

et $\boldsymbol{\eta} = \frac{\dot{\boldsymbol{u}}}{\|\dot{\boldsymbol{u}}\|}$. Il apparaît que la matrice tangente varie de façon continue avec la direction $\boldsymbol{\eta}$ des incréments de déplacement $\dot{\boldsymbol{u}}$. Cette caractéristique permet de représenter le comportement cyclique des sols avec une évolution C^1 du comportement du matériau en fonction de la direction de chargement, par opposition à l'évolution C^0 en élasto-plasticité classique avec un premier opérateur tangent en charge et un second en décharge.

Dans la suite, deux lois d'interface sont présentées, l'une dans un formalisme élasto-plastique classique et l'autre dans un formalisme hypo-plastique. Toutes les deux permettent de représenter un comportement cyclique. La loi élasto-plastique considère un écrouissage cinématique linéaire. Plutôt que d'étendre cette loi à un écrouissage non-linéaire, nous avons choisi une loi hypo-plastique dont les codes pour un modèle de ce type étaient disponibles.

3.1.2 Formulation de la loi d'interface élasto-plastique à écrouissages linéaires isotrope et cinématique

Comme nous l'avons vu précédemment, la théorie de l'élasto-plasticité nécessite la définition d'une surface de charge $F(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$ et des variables internes $\boldsymbol{q}$ associées, d'un potentiel plastique $g(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$, d'une règle d'écoulement $\dot{\boldsymbol{u}}^{pl} = \dot{\lambda}\,{}^t\left(\frac{\partial g}{\partial f}\right)$ et enfin d'une loi d'écrouissage $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q})$.

Les variables internes sont au nombre de quatre :

$$\boldsymbol{q} = {}^t\begin{bmatrix} r_t & r_{n1} & r_{n2} & s \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Nous choisissons une surface de charge de forme ellipsoïde dans l'espace $\begin{bmatrix} f_t, & f_{n1}, & f_{n2} \end{bmatrix}$:

$$F(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q}) = \left(\frac{f_t - r_t}{f_{y,t}}\right)^2 + \left(\frac{f_{n1} - r_{n1}}{f_{y,n}}\right)^2 + \left(\frac{f_{n2} - r_{n2}}{f_{y,n}}\right)^2 - (1+s)^2 = 0 \tag{3.6}$$

où $f_{y,t}$ et $f_{y,n}$ sont les rayons élastiques dans les directions respectivement tangentielles et normales. L'écoulement est choisi associé, le potentiel plastique est donc égal à la surface de charge : $g = F$. La loi d'écrouissage est définie comme suit :

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{q}) = -\mathbb{H}\left|{}^t\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{f}}\right)\right| - \mathbb{G}\,{}^t\left(\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{f}}\right) \tag{3.7}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

où :

$$\mathbb{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ h_t & h_n & h_n \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

et

$$\mathbb{G} = \begin{bmatrix} g_t & 0 & 0 \\ 0 & g_n & 0 \\ 0 & 0 & g_n \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Les paramètres h_t, h_n, h_n sont les constantes du modèle d'écrouissage isotrope et g_t, g_n, g_n concernent l'écrouissage cinématique. La matrice de raideur élastique est diagonale :

$$\mathbb{C}^{el} = \begin{bmatrix} k_t \pi d & 0 & 0 \\ 0 & k_n d & 0 \\ 0 & 0 & k_n d \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

où $\cdot$ représente le produit terme à terme et d est le diamètre du pieu. En effet, la contrainte tangentielle à l'interface du pieu est intégrée sur la surface enveloppe du pieu, tandis que les contraintes normales sont intégrées sur les surfaces projetées.

La loi d'interface est intégrée explicitement au moyen d'un "cutting-plane algorithm". La méthode est tout à fait classique.

Soit $n+1$ le pas de temps dont on cherche à déterminer l'état, à partir de l'état connu au pas de temps n. L'équation $F(\boldsymbol{f}_{n+1}, \boldsymbol{q}_{n+1}) = 0$ peut être exprimée en fonction de l'unique variable $\Delta\lambda$. Cette équation est résolue par la méthode de Newton. Les itérations sont notées k. A convergence, $\Delta\lambda^{(k+1)}$ permet de calculer l'état du système au pas $n+1$. L'état de contrainte s'écrit ainsi :

$$\boldsymbol{f}_{n+1}^{(k+1)} = \boldsymbol{f}_n + \Delta\boldsymbol{f}^{(k+1)} \tag{3.11}$$

où

$$\Delta\boldsymbol{f}^{(k+1)} = -\mathbb{C}^{el}\Delta\lambda^{(k+1)} \left.\frac{\partial g}{\partial F}\right|_n \tag{3.12}$$

En appliquant la condition de consistance, l'opérateur tangent est enfin obtenu tel que :

$$\mathbb{C}_{n+1}^{t,(k+1)} = \mathbb{C}^{el} - \frac{\mathbb{C}^{el}{}^{t}\left(\left.\frac{\partial g}{\partial f}\right|_n\right)\left.\frac{\partial F}{\partial f}\right|_{n+1}^{(k+1)}\mathbb{C}^{el}}{\left.\frac{\partial F}{\partial f}\right|_{n+1}^{(k+1)}\mathbb{C}^{el}{}^{t}\left(\left.\frac{\partial g}{\partial f}\right|_n\right) + \left.\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{q}}\right|_{n+1}^{(k+1)}\boldsymbol{h}_n} \tag{3.13}$$

L'opérteur tangent assure une convergence quadratique.

Finalement, en considérant une loi d'interface symétrique pour les deux directions horizontales du pieu, elle est décrite par huit paramètres : les rayons élastiques $f_{y,n}$ (normale à la surface du pieu) et $f_{y,t}$ (tangente à la surface), les paramètres d'écrouissage h_n, h_t (isotrope) et g_n, g_t (cinématique), et les raideurs élastiques k_n et k_t.

3.1.3 Vérification de la loi élasto-plastique

Cette sous-section est dédiée à la vérification de l'implémentation de la loi d'interface élasto-plastique dans Code_Aster. Aucun écrouissage n'est activé. Elle est donc définie par la surface de charge suivante :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$F(\boldsymbol{f}) = \left(\frac{f_t}{f_{y,t}}\right)^2 + \left(\frac{f_{n1}}{f_{y,n}}\right)^2 + \left(\frac{f_{n2}}{f_{y,n}}\right)^2 - 1 = 0 \tag{3.14}$$

Pour rappel, $f_{y,t}$ et $t_{y,n}$ désignent les limites d'élasticité. Les efforts d'interface sont évalués à partir du déplacement relatif entre les phases pieu et sol. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu. $u_r = u_s - u_p$ est le déplacement relatif entre les deux phases. Le comportement de l'interface dans le domaine élastique est défini par les raideurs k_t et k_n.

$$\begin{bmatrix} f_t \\ f_{n1} \\ f_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t \pi d & 0 & 0 \\ 0 & k_n d & 0 \\ 0 & 0 & k_n d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r,t} \\ u_{r,n1} \\ u_{r,n2} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Les paramètres de la loi d'interface sont choisis arbitrairement : les raideurs d'interface valent $k_n = 4,0.10^3\ N/m^3$ et $k_t = 12,0.10^3\ N/m^3$; les limites ultimes valent $f_{y,n} = 1,0.10^2\ N/m$ et $f_{y,t} = 2,0.10^2\ N/m$.

La surface de ruine est symétrique par rapport aux trois directions. Un huitième de cette surface est balayé par un "swipe test" : un déplacement monotone croissant est appliqué dans une direction jusqu'atteindre la limite élastique, puis ce déplacement est maintenu constant dans cette direction tandis qu'il est augmenté progressivement dans une autre direction. Il existe trois combinaisons de deux directions : $n_1 - n_2$ (0), $t - n_2$ (1) et $t - n_1$ (2). Les trois sont réalisées afin de balayer le huitième de la surface. L'interface est sollicitée par les déplacements maximum suivants : $u_{n1,max} = 0,1\ m$, $u_{n2,max} = u_{n1,max}$ et $u_{t,max} = 0,04\ m$.

Les trajets de réponse du swipe test dans les différentes directions de l'interface dessinent comme attendu le huitième d'une sphère dans l'espace normalisé des efforts d'interface (fig. 3.2).

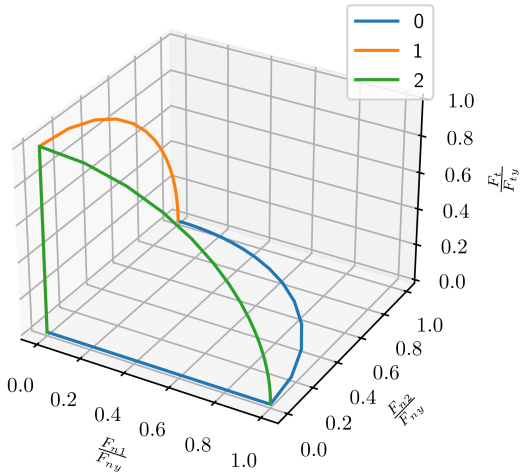


FIGURE 3.2 – Trajets de réponse du swipe test dans l'espace normalisé des efforts d'interface

3.1.4 Formulation de la loi d'interface hypo-plastique

Afin de représenter un écrouissage non-linéaire, une seconde loi est introduite. Le code source pour un modèle de loi hypo-plastique, correspondant à ce critère, était à disposition,

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

et c'est donc pour cela que ce formalisme a été choisi. Par ailleurs, même s'il est possible de représenter un écrouissage non-linéaire dans un formalisme élasto-plastique, comme dans la loi élasto-plastique généralisée de Mira et al. (2009), il reste difficile à mettre en oeuvre pour des chargements non radiaux en élasto-plasticité classique (Grange, 2008).

En hypo-plasticité, contrairement à l'élasto-plasticité, la cinématique n'est pas décomposée en partie élastique et plastique. Il n'existe donc pas de domaine élastique. La formulation proposée ici reprend précisément celle de Li et al. (2016). L'unique différence porte sur la surface de ruine.

L'équation d'évolution de l'état d'effort s'écrit :

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{C}^t(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\eta})\, \dot{\boldsymbol{u}} \tag{3.16}$$

où

$$\mathbb{C}^t = [\rho^\chi m_T + (1-\rho^\chi) m_R]\, \mathbb{L} + \tilde{\mathbb{C}}(\boldsymbol{f}, \boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\eta}) \tag{3.17}$$

et

$$\tilde{\mathbb{C}} = \begin{cases} \rho^\chi (1-m_T)(\mathbb{L}\boldsymbol{\eta}_\delta)\, {}^t\boldsymbol{\eta}_\delta + \rho^\chi \boldsymbol{N}\, {}^t\boldsymbol{\eta}_\delta & (\text{si } \boldsymbol{\eta}_\delta \cdot \boldsymbol{\eta} > 0) \\ \rho^\chi (m_R - m_T)(\mathbb{L}\boldsymbol{\eta}_\delta)\, {}^t\boldsymbol{\eta}_\delta & (\text{si } \boldsymbol{\eta}_\delta \cdot \boldsymbol{\eta} \leq 0) \end{cases} \tag{3.18}$$

χ, m_R et m_T sont des constantes du modèle. Leur fonction est détaillée plus loin. $\mathbb{L}$ est une matrice de termes constants :

$$\mathbb{L} = \frac{1}{m_R} \begin{bmatrix} k_t \pi d & 0 & 0 \\ 0 & k_n d & 0 \\ 0 & 0 & k_n d \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$\boldsymbol{\delta}$ remplit la fonction de déplacement intergranulaire ("intergranular strain") introduit par Niemunis and Herle (1997). Cette formulation permet de rendre compte de l'historique des états d'effort pour le chargement cyclique. Il est défini par l'équation d'évolution :

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = \mathbb{H}(\boldsymbol{\delta}, \boldsymbol{\eta})\, \dot{\boldsymbol{u}} \tag{3.20}$$

où

$$\mathbb{H} = \begin{cases} \mathbb{I} - \rho^{\beta_r} \boldsymbol{\eta}_\delta)\, {}^t\boldsymbol{\eta}_\delta & (\text{si } \boldsymbol{\eta}_\delta \cdot \boldsymbol{\eta} > 0) \\ \mathbb{I} & (\text{si } \boldsymbol{\eta}_\delta \cdot \boldsymbol{\eta} \leq 0) \end{cases} \tag{3.21}$$

$\mathbb{I}$ est la matrice identité. $\boldsymbol{\eta}$ est la direction de $\dot{\boldsymbol{u}}$. $\boldsymbol{\eta}_\delta$ est un vecteur unitaire donnant la direction de $\boldsymbol{\delta}$, ρ sa quantité :

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{cases} \boldsymbol{\delta}/\|\boldsymbol{\delta}\| & (\text{si } \|\boldsymbol{\delta}\| > 0) \\ \boldsymbol{0} & (\text{si } \|\boldsymbol{\delta}\| = 0) \end{cases} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{1}{R}\|\boldsymbol{\delta}\| \tag{3.22}$$

β_r et R sont des constantes du modèle. β_r contôle la vitesse du réalignement entre $\boldsymbol{\eta}_\delta$ et $\boldsymbol{\eta}$. R définit la taille du domaine pseudo-élastique. Elle est en général très petite. Elle se détermine en fonction de la portion quasi-linéaire de la courbe effort-déplacement au déchargement ou rechargement.

m_t et m_r, introduits plus haut, contrôlent la raideur hypo-élastique pour chargement orthogonal et déchargement respectivement. En général $m_r > m_t$, car l'inversion de chargement est plus raide que le chargement orthogonal. χ contrôle la vitesse à laquelle les cas limites, à savoir, chargement, déchargement et chargement orthogonal (neutre) sont atteints lorsque ρ approche 1.

La fonction de chargement $\boldsymbol{N}$ quantifie la réponse non-linéaire de la loi.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\boldsymbol{N} = -Y\mathbb{L}\boldsymbol{m} \tag{3.23}$$

où $\boldsymbol{m}$ est un vecteur unitaire et $Y = \xi^{\kappa}$. ξ est une mesure de la distance du point courant à la surface de ruine F dans l'espace des efforts $\boldsymbol{f}$. ξ est défini tel que :

$$\boldsymbol{f}^* = \frac{1}{\xi}\boldsymbol{f}, \quad \xi \in]0, 1] \tag{3.24}$$

Sa valeur est déterminée en posant $F(\boldsymbol{f}^*) = 0$. Le vecteur $\boldsymbol{m}$ est défini tel que :

$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{\nu}}{\|\boldsymbol{\nu}\|} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\nu} = (1 - H_s)\,\boldsymbol{m}_f + H_s\boldsymbol{\eta} \tag{3.25}$$

où $\boldsymbol{m}_f$ donne la direction de l'écoulement sur la surface de ruine et H_s est une fonction Heaviside adoucie :

$$\boldsymbol{m}_f = \frac{1}{\left\|\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{f}}\right\|}\frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{f}} \tag{3.26}$$

$$H_s = \begin{cases} 0 & (\text{si } Y \leq 1) \\ \frac{1}{2}\left[1 - \cos\left(\frac{Y-1}{\epsilon}\pi\right)\right] & (\text{si } 1 < Y \leq 1 + \epsilon) \\ 1 & (\text{si } Y > 1 + \epsilon) \end{cases} \tag{3.27}$$

ϵ est un coefficient de régularisation.

Enfin, la surface de ruine est :

$$F(\boldsymbol{f}) = \left(\frac{f_t}{f_{u,t}}\right)^2 + \left(\frac{f_{n1}}{f_{u,n}}\right)^2 + \left(\frac{f_{n2}}{f_{u,n}}\right)^2 - 1 = 0 \tag{3.28}$$

L'intégration numérique de la loi est réalisée à l'aide d'un schéma explicite Runge-Kutta d'ordre trois avec adaptation du pas de temps et contrôle de l'erreur tel que proposé par Tamagnini et al. (2013).

La loi nécessite un total de dix paramètres : k_t, k_n, $f_{u,t}$, $f_{u,n}$, R, κ, m_R, m_T, χ, β_r.

3.1.5 Vérification de la loi hypo-plastique

La vérification de la loi hypo-plastique porte sur un chargement monotone unidirectionnel. En considérant un domaine pseudo-élastique très petit (R petit), il est possible de décrire la courbe effort-déplacement analytiquement. En régime hypo-plastique, l'équation d'évolution peut en effet s'écrire :

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{L}\,(\dot{\boldsymbol{u}} - Y\boldsymbol{m}\|\dot{\boldsymbol{u}}\|) \tag{3.29}$$

En considérant par ailleurs un chargement monotone (undirectionnel), il vient :

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \mathbb{L}\,(1 - Y)\,\dot{\boldsymbol{u}} \tag{3.30}$$

En remplaçant nous obtenons ainsi :

$$\frac{\dot{\boldsymbol{f}}}{\dot{\boldsymbol{u}}} = \mathbb{L}\,(1 - \chi^{\kappa}) \tag{3.31}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Le chargement considéré est dans la direction n_1 normale à l'interface. L'expression devient dès lors :

$$\frac{df_{n1}}{du_{n1}} = \frac{k_n}{m_R}\left(1 - \left(\frac{f_{n1}}{f_{u,n}}\right)^{\kappa}\right) \tag{3.32}$$

Cette équation est intégrée numériquement pour obtenir la référence.

Les paramètres du cas test sont les suivants. La raideur élastique et la limite ultime sont choisis arbitrairement : $k_n = 3,0.10^6\ N/m^3$, $f_{n,u} = 2.10^4\ N/m$. De même pour $\kappa = 2.5$ qui pilote l'évolution de la non-linéarité. $R = 1.10^{-5}$ le domaine pseudo-élastique est choisi petit de sorte à satisfaire la condition du chargement pleinement hypo-plastique. Les valeurs usuelles sont employées pour les autres paramètres : $m_R = 5$, $m_T = 2$, $\chi = 0.5$, $\beta_R = 0.5$. Par ailleurs $d = 1$.

Un chargement cyclique en déplacement est appliqué sur une direction horizontale. La correspondance de la portion monotone du chargement avec la référence est vérifiée (fig. 3.3).

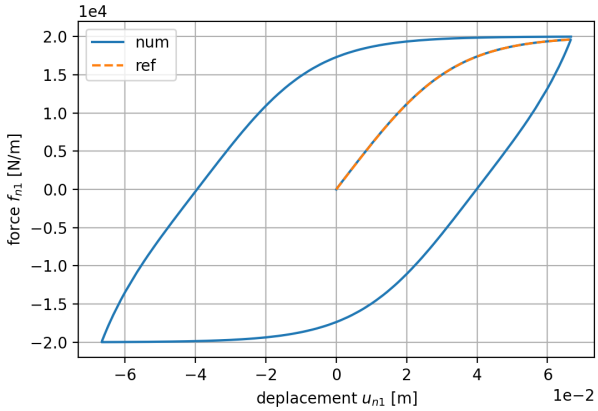


FIGURE 3.3 – Comparaison à la référence de la courbe effort-déplacement de la loi hypo-plastique dans une direction

Les lois présentées dans cette première partie de chapitre sont intégrées en chaque point de Gauss de l'interface des éléments biphasiques 3D. La formulation de ces éléments est détaillée dans la section suivante.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

3.2 Eléments biphasiques

La formulation biphasique est adoptée dans ce travail, car elle propose une représentation continue de l'interaction entre le sol et le pieu. A la différence des modèles multi-phasiques de de Buhan et co-auteurs (de Buhan and Sudret, 2000) présentés dans l'état de l'art (section 1.4.6), on ne fait toutefois pas d'homogénéisation. Les phases sont au contraire explicitement modélisées. L'interaction entre les phases est ainsi définie en un domaine restreint. Ce domaine est décrit par une ligne, correspondant à l'axe du pieu.

3.2.1 Formulation générale

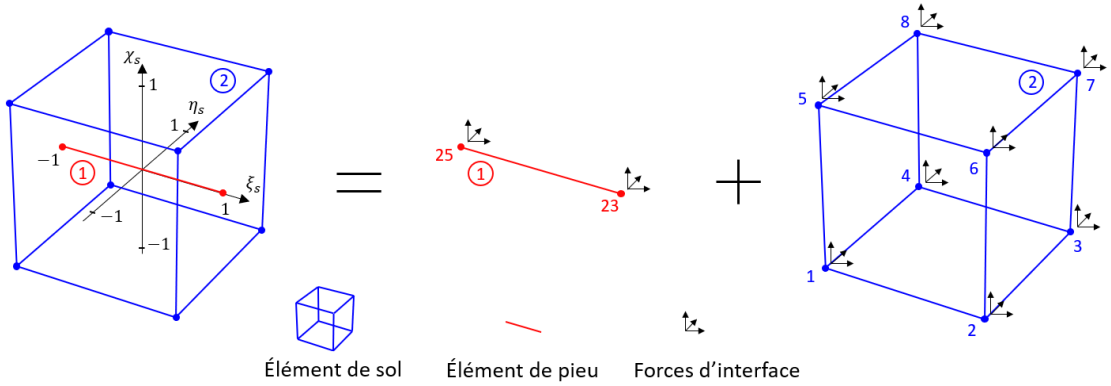


FIGURE 3.4 – Décomposition du maillage et numérotation des noeuds de l'élement biphasique 3D

Soit le principe des travaux virtuels appliqué sur un élément biphasique :

$$\forall \boldsymbol{u}^*, \quad \underbrace{\int_{\Omega_{el}} {}^t\boldsymbol{u}^* \rho \ddot{\boldsymbol{u}}\, d\Omega + \int_{\Omega_{el}} {}^t\boldsymbol{\epsilon}^* \boldsymbol{\sigma}\, d\Omega}_{W^*_{int}} = W^*_{ext} \tag{3.33}$$

où $\boldsymbol{u}$ représente les déplacements en tout point de l'élément défini par le domaine Ω_{el} et $\boldsymbol{\epsilon}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ sont respectivement les tenseurs de déformation et de contrainte réarrangés sous forme vectorielle. ρ est la masse volumique. Le domaine Ω_{el} comprend la phase pieu Ω_p et la phase sol Ω_s. L'interface est définie comme l'intersection des deux domaines : $\Omega_f = \Omega_p \cap \Omega_s$.

Les contributions de chacun des sous-domaines au travail interne de l'élément soumis au champ de déplacement virtuel $\boldsymbol{u}^*$ peuvent être distinguées comme suit : une contribution du pieu $W^*_p = W^*_{pp} + W^*_{pf}$, où W^*_{pf} est la contribution du sol sur le pieu à l'interface, et une contribution du sol $W^*_s = W^*_{ss} + W^*_{sf}$, où W^*_{sf} est la contribution du pieu sur le sol à l'interface.

Les contributions W^*_{pp} et W^*_{ss} proviennent de l'assemblage des matrices de masse et de raideur respectivement de l'élément de poutre et de l'élément de sol. La contribution du travail à l'interface est notée $W^*_f = W^*_{pf} + W^*_{sf}$. Le détail des contributions est donné ci-après :

$$\begin{cases} W^*_{pp} = \displaystyle\int_{\Omega_p} {}^t\boldsymbol{u}_p{}^* \rho_p \ddot{\boldsymbol{u}}_p\, d\Omega + \int_{\Omega_p} {}^t\boldsymbol{\epsilon}^*_p \boldsymbol{\sigma}_p\, d\Omega & (3.34) \\ W^*_{ss} = \displaystyle\int_{\Omega_s} {}^t\boldsymbol{u}_s{}^* \rho_s \ddot{\boldsymbol{u}}_s\, d\Omega + \int_{\Omega_s} {}^t\boldsymbol{\epsilon}^*_s \boldsymbol{\sigma}_s\, d\Omega & (3.35) \\ W^*_f = \displaystyle\int_{\Omega_f} \left[-{}^t\boldsymbol{u}_{sf}{}^* \boldsymbol{\tau}_s - {}^t\boldsymbol{u}_{pf}{}^* \boldsymbol{\tau}_p \right] d\Omega = \int_{\Omega_f} {}^t\boldsymbol{u}_r{}^* \boldsymbol{\tau}_s(\boldsymbol{u}_r)\, d\Omega & (3.36) \end{cases}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

où $\boldsymbol{u}_p$ et $\boldsymbol{u}_s$ sont les déplacements du pieu et du sol dans l'élément, ${}^t\boldsymbol{u}_{sf}$ et ${}^t\boldsymbol{u}_{pf}$ sont les déplacements évalués à l'interface à partir de $\boldsymbol{u}_p$ et $\boldsymbol{u}_s$. $\boldsymbol{\tau}_p = -\boldsymbol{\tau}_s = -\boldsymbol{\tau}$ est la densité de force à l'interface qui est une fonction du déplacement relatif $\boldsymbol{u}_r = \boldsymbol{u}_{pf} - \boldsymbol{u}_{sf}$ entre les phases : $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(\boldsymbol{u}_r)$.

3.2.1.1 Intégration à l'interface

Le travail de l'interface W_f^* est intégré sur le domaine Ω_f. Les déplacements à l'interface sont interpolés à partir des déplacements nodaux et des fonctions de forme de chacune des phases :

$$\boldsymbol{u}_{pf} = \mathbb{N}_{pf} \boldsymbol{U}_p^{el} \tag{3.37}$$

$$\boldsymbol{u}_{sf} = \mathbb{N}_{sf} \boldsymbol{U}_s^{el} \tag{3.38}$$

où $\mathbb{N}_{pf}$ et $\mathbb{N}_{sf}$ sont les projections des fonctions d'interpolation du pieu et du sol sur l'interface (définie par un segment) et $\boldsymbol{U}_p^{el}$ et $\boldsymbol{U}_s^{el}$ les déplacements des noeuds de la phase pieu et du sol.

Le déplacement relatif virtuel à l'interface peut alors se réécrire comme suit :

$${}^t\boldsymbol{u}_r^* = {}^t\boldsymbol{u}_{sf}^* - {}^t\boldsymbol{u}_{pf}^* = \begin{bmatrix} {}^t\boldsymbol{U}_p^{el^*} & {}^t\boldsymbol{U}_s^{el^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}_{pf} \\ {}^t\mathbb{N}_{sf} \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_r = \boldsymbol{u}_{sf} - \boldsymbol{u}_{pf} = \begin{bmatrix} N_{sf} & -N_{pf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_s^{el} \\ \boldsymbol{U}_p^{el} \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

Il en vient l'écriture du travail de l'interface tel que :

$$W_f^* = \int_{\Omega_f} \begin{bmatrix} {}^t\boldsymbol{U}_p^{el^*} & {}^t\boldsymbol{U}_s^{el^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}_{pf} \\ {}^t\mathbb{N}_{sf} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \, d\Omega \tag{3.40}$$

Les forces d'interface sont couplées dans les directions verticale et horizontales. La simplification de l'équation précédente par le déplacement virtuel conduit à l'effort élémentaire provenant de l'interface sur les deux sous-domaines de l'élément :

$$\boldsymbol{p}_f = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{pf} \\ \boldsymbol{p}_{sf} \end{bmatrix} = \int_{\Omega_f} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}_{pf} \\ {}^t\mathbb{N}_{sf} \end{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \, d\Omega \tag{3.41}$$

L'opérateur tangent associé à l'interface est dérivé de cette expression.

$$\frac{\partial \boldsymbol{p}_f}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} = \int_{\Omega_f} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}_{pf} \\ {}^t\mathbb{N}_{sf} \end{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} \, d\Omega = \int_{\Omega_f} \begin{bmatrix} -{}^t\mathbb{N}_{pf} \\ {}^t\mathbb{N}_{sf} \end{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{u}_r} \begin{bmatrix} -\mathbb{N}_{pf} & \mathbb{N}_{sf} \end{bmatrix} d\Omega \tag{3.42}$$

car

$$\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{u}_r} \frac{\partial \boldsymbol{u}_r}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} \tag{3.43}$$

où $\frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial \boldsymbol{u}_r}$ est l'opérateur tangent renvoyé par la loi d'interface.

3.2.1.2 Intégration des phases sol et pieu

En supposant de petits déplacements et déformations, et sans viscosité, les contributions du pieu et du sol W_{pp}^* et W_{ss}^* sont exprimées classiquement comme suit :

$$W_{ii}^* = {}^t\boldsymbol{U}_i^{el^*} \left[\int_{\Omega_i} \rho \, {}^t\mathbb{N}_i \mathbb{N}_i \, d\Omega \right] \ddot{\boldsymbol{U}}_i^{el} + {}^t\boldsymbol{U}_i^{el^*} \left[\int_{\Omega_i} {}^t\mathbb{B}_i \mathbb{C} \mathbb{B}_i \, d\Omega \right] \boldsymbol{U}_i^{el} \,, \quad i \in [p, s] \tag{3.44}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

où ${}^t\boldsymbol{U}^{el} = {}^t[\boldsymbol{U}_p^{el}, \boldsymbol{U}_s^{el}]$. Les matrices $\mathbb{N}_p$ et $\mathbb{N}_s$ sont les fonctions d'interpolation des éléments sol et pieu, et $\mathbb{B}_p$ et $\mathbb{B}_s$ sont leurs dérivées : $\boldsymbol{u}_p = \mathbb{N}_p\boldsymbol{U}_p^{el}$, $\boldsymbol{u}_s = \mathbb{N}_s\boldsymbol{U}_s^{el}$. La matrice $\mathbb{C}$ décrit classiquement le comportement contrainte-déformation. Les comportements sont dans le cas général non-linéaires. Elle dépend donc de l'état de contrainte. Les valeurs prises par chacun des termes de l'équation dépendent du type d'élément, de ses dimensions, des hypothèses cinématiques et du matériau.

Nous détaillons à présent la formulation de l'élément tri-dimensionnel utilisé dans les applications statiques et dynamiques aux chapitres 5 et 6.

3.2.2 Formulation de l'élément HE8PM

Cette section détaille la formulation de l'élément HE8PM. Il est composé d'un élément hexaédrique linéaire (HE8) pour la représentation du comportement du sol, et d'un élément linéique à deux noeuds (SE2) affecté d'une modélisation poutre multi-fibres pour le comportement du pieu.

Dans un premier temps, nous développons la projection des fonctions de forme du pieu et du sol à l'interface. Ce sont elles qui permettent de calculer le déplacement relatif entre les deux phases. Dans un second temps, les formulations des éléments du sol et du pieu sont explicitées. Ces éléments ne sont pas nouveaux et ne font l'objet d'aucun développement. Leur présentation est néanmoins nécessaire pour une description complète de l'élément.

3.2.2.1 Intégration à l'interface

Il s'agit de déterminer l'expression de $\mathbb{N}_{pf}$ et $\mathbb{N}_{sf}$. Elles correspondent aux projections des fonctions de forme du pieu et du sol sur l'interface. On cherche donc à évaluer les fonctions de forme du pieu et du sol à l'interface. $\mathbb{N}_{pf} = \mathbb{N}_p\big|_{\Omega_f}$ et $\mathbb{N}_{sf} = \mathbb{N}_s|_{\Omega_f}$, où $\mathbb{N}_p$ et $\mathbb{N}_s$ sont les fonctions de forme du pieu et du sol.

L'interface Ω_f est unidimensionnelle. Elle coïncide avec le domaine du pieu Ω_p. Les fonctions de forme du pieu $\mathbb{N}_p$ sont donc déjà exprimées dans le repère de l'interface. Le domaine du sol Ω_s, en revanche est tri-dimensionnel. Il est donc nécessaire de trouver l'équation de l'interface dans ce domaine.

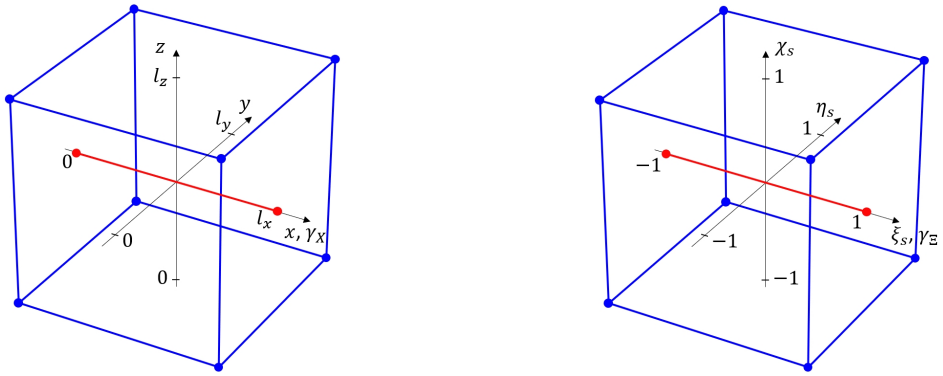
Soit le repère physique $X(x_s, y_s, z_s)$ de l'élément de sol de dimensions l_x, l_y et l_z, $\Xi(\xi_s, \eta_s, \chi_s)$ son repère standard de dimension 2, 2, 2 (fig. 3.5), $\Gamma_X(\gamma_x)$ le repère physique de l'interface de dimension l_x et $\Gamma_\Xi(\gamma_\Xi)$ son repère standard de dimension 2. Soit enfin $\gamma_X = f^{-1}(x_s, y_s, z_s)$ l'équation de l'interface dans le repère physique. Il s'agit de déterminer son inverse $(x_s, y_s, z_s) = f(\gamma_X)$. D'un point de vue pratique, nous travaillons dans l'espace standard $\Xi_s(\xi_s, \eta_s)$ de l'élément de sol. Nous cherchons donc à exprimer l'inverse de l'équation de l'interface dans ce repère : $(\xi_s, \eta_s, \chi_s) = g(\gamma_\Xi)$.

Finalement cela permet en effet d'obtenir $\int_{\Gamma_X} {}^t\mathbb{N}_s^X\big|_{\Gamma_X}\, d\Gamma_X$ à partir des fonctions de forme du sol exprimées dans son repère standard $\mathbb{N}_s^\Xi$ tel que :

$$\begin{aligned}\int_{\Gamma_X} {}^t\mathbb{N}_s^X\big|_{\Gamma_X}\, d\Gamma_X &= \int_{\Gamma_\Xi} {}^t\mathbb{N}_s^\Xi\big|_{\Gamma_\Xi} \left|det\left(\mathbb{J}_{\Gamma_X\to\Gamma_\Xi}\right)\right|\, d\Gamma_\Xi \\ &= \int_{\gamma_\Xi=-1}^{\gamma_\Xi=1} {}^t\mathbb{N}_s^\Xi\left(g(\gamma_\Xi)\right)\left|det\left(\mathbb{J}_{\Gamma_X\to\Gamma_\Xi}\right)\right|\, d\gamma_\Xi\end{aligned} \tag{3.45}$$

Déterminons les termes de cette équation. Commençons par l'expression du déterminant du changement de variable pour le passage de l'espace parent de l'interface vers son espace

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) physique (b) standard

FIGURE 3.5 – Repères physique et standard de l'élément HE8PM

standard. l_x est la longueur de l'interface dans l'espace parent. Ce repère s'étend sur $[0, l_x]$. L'espace standard s'étend sur $[-1, 1]$. Nous pouvons écrire les conditions limites $\gamma_X(\gamma_\Xi = -1) = 0$ et $\gamma_X(\gamma_\Xi = 1) = l_x$ et trouvons que :

$$\begin{cases} \gamma_X = \dfrac{L_f}{2}(\gamma_\Xi + 1) \\ d\gamma_X = \dfrac{\partial \gamma_X}{\partial \gamma_\Xi} d\gamma_\Xi = \dfrac{L_f}{2} d\gamma_\Xi \end{cases} \tag{3.46}$$

D'où l'expression du jacobien de la transformation :

$$\mathbb{J}_{\Gamma_X \to \Gamma_\Xi} = \frac{\partial \Gamma_X}{\partial \Gamma_\Xi} = \frac{\partial \gamma_X}{\partial \gamma_\Xi} = \frac{l_x}{2} \tag{3.47}$$

Et nous avons finalement :

$$\left| det\left(\mathbb{J}_{\Gamma_X \to \Gamma_\Xi}\right) \right| = \frac{l_x}{2} \tag{3.48}$$

g est l'équation qui à un point sur l'interface associe un point dans l'espace standard du sol Ξ.

$$\begin{aligned} g \ : \Gamma_\Xi &\longrightarrow \Xi \\ \gamma_\Xi &\longrightarrow \begin{pmatrix} \xi_s \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3.49}$$

Dans le cas de l'élément dont la formulation est détaillée ici, les fonctions de forme employées pour l'interpolation des déplacements relatifs sont les mêmes que celles utilisées par chacun des éléments sol et pieu pour le calcul de son comportement mécanique propre (fonctions de forme figurant à l'équation 3.44).

Mais il est cependant tout à fait possible de choisir d'autres fonctions de forme supportées par les éléments. Certains éléments développés dans le cadre de ce travail sont d'ailleurs construits de la sorte. Le détail est donné plus bas en section 3.2.3.

3.2.2.2 Intégration de la phase sol

Le comportement du sol est intégré tout à fait classiquement à partir de l'équation 3.44. L'élément HE8 porte huit noeuds. Il ne fait pas d'hypothèse cinématique. L'élément ne porte donc pas de rotations et l'interpolation des déplacements s'écrit :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\begin{cases} u = \sum_{i=1}^{8} N_i U_i \\ v = \sum_{i=1}^{8} N_i V_i \\ w = \sum_{i=1}^{8} N_i W_i \end{cases} \tag{3.50}$$

où les N_i est la fonction de forme du noeud i. U_i, V_i et W_i sont les déplacements nodaux de l'élément. Le système précédent peut-être réécrit sous forme matricielle tel que :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_s &= \mathbb{N}_s \boldsymbol{U}_s^{el} \\ &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & ... & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & ... & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & ... & N_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \vdots \\ u_8 \\ v_8 \\ w_8 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.51}$$

En petites déformations, le tenseur des déformations de Green-Lagrange s'écrit

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(\nabla \boldsymbol{u} + {}^t \nabla \boldsymbol{u} \right) \tag{3.52}$$

D'où

$$\epsilon = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

Conventionnellement, afin de faciliter le calcul matriciel, le tenseur des déformations est réécrit vectoriellement en notation de voigt tel que :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \sqrt{2}\epsilon_{xy} \\ \sqrt{2}\epsilon_{xz} \\ \sqrt{2}\epsilon_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

En introduisant l'opérateur de dérivation $\mathbb{D}$, le tenseur des déformations devient

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \mathbb{D}\boldsymbol{u} = \underbrace{\mathbb{D}\mathbb{N}}_{\mathbb{B}} \boldsymbol{U}^{el} \tag{3.55}$$

ce qui s'écrit

$$\boldsymbol{\epsilon} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \cdots & \frac{\partial N_8}{\partial x} & 0 & \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \cdots & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & 0 & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial z} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \cdots & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_8}{\partial y} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_8}{\partial x} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_8}{\partial z} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_8}{\partial x} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_8}{\partial y} & \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{\partial N_8}{\partial z} \end{bmatrix}}_{\mathbb{B}} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \vdots \\ u_8 \\ v_8 \\ w_8 \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

Soit ${}^t\boldsymbol{\sigma} = \left[\sigma_{xx}\ \sigma_{yy}\ \sigma_{zz}\ \sqrt{2}\sigma_{xy}\ \sqrt{2}\sigma_{xz}\ \sqrt{2}\sigma_{yz}\right]$ la transposée du vecteur des contraintes. Il est relié, en élasticité linéaire, au vecteur des déformations par la matrice $\mathbb{C}_e$ du comportement élastique du matériau.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}_e \boldsymbol{\epsilon} \tag{3.57}$$

A partir de tous les éléments précédents, nous pouvons calculer la matrice de raideur élastique $\mathbb{K}^{el}$, la matrice de masse $\mathbb{M}^{el}$ et les efforts aux noeuds $\boldsymbol{F}^{el}$ en simplifiant le travail virtuel élémentaire (3.44) par les déplacements virtuels aux noeuds ${}^t\boldsymbol{U}^{el}$:

$$\boldsymbol{F}^{el} = \underbrace{\left[\iiint \rho\, {}^t\mathbb{N}\mathbb{N}\, dxdydz\right]}_{\mathbb{M}^{el}} \ddot{\boldsymbol{U}}^{el} + \underbrace{\left[\iiint {}^t\mathbb{B}\mathbb{C}_e\mathbb{B}\, dxdydz\right]}_{\mathbb{K}^{el}} \boldsymbol{U}^{el} \tag{3.58}$$

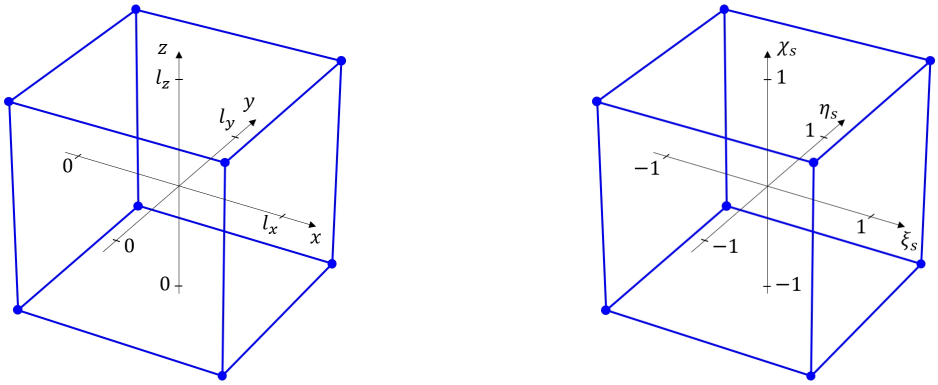
L'intégration se fait en pratique dans l'espace standard $\Xi(\xi_s, \eta_s, \chi_s)$ (3.6), d'où :

$$\boldsymbol{F}^{el} = \underbrace{\left[\iiint \rho\, {}^t\mathbb{N}\mathbb{N}\, |det\,(\mathbb{J})|\, d\xi_s d\eta_s d\chi_s\right]}_{\mathbb{M}^{el}} \ddot{\boldsymbol{U}}^{el} + \underbrace{\left[\iiint {}^t\mathbb{B}\mathbb{C}_e\mathbb{B}\, |det\,(\mathbb{J})|\, d\xi_s d\eta_s d\chi_s\right]}_{\mathbb{K}^{el}} \boldsymbol{U}^{el} \tag{3.59}$$

où $\mathbb{J}$ est la matrice jacobienne de la transformation entre l'espace physique X et l'espace standard Ξ. L'approche isoparamétrique est adoptée, c'est-à-dire les mêmes fonctions de forme sont employées pour le passage entre les deux espaces :

$$\begin{cases} x(\xi_s, \eta_s, \chi_s) = N_1(\xi_s, \eta_s, \chi_s)\, x_1 + \cdots + N_8(\xi_s, \eta_s, \chi_s)\, x_8 \\ y(\xi_s, \eta_s, \chi_s) = N_1(\xi_s, \eta_s, \chi_s)\, y_1 + \cdots + N_8(\xi_s, \eta_s, \chi_s)\, y_8 \\ z(\xi_s, \eta_s, \chi_s) = N_1(\xi_s, \eta_s, \chi_s)\, z_1 + \cdots + N_8(\xi_s, \eta_s, \chi_s)\, z_8 \end{cases} \tag{3.60}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) physique (b) standard

FIGURE 3.6 – Repères physiques et standard de l'élément HE8

On peut ainsi écrire :

$$\forall i,\ \frac{\partial N_i}{\partial X} = \frac{\partial N_i}{\partial \Xi}\frac{\partial \Xi}{\partial X} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_s}{\partial x} & \frac{\partial \eta_s}{\partial x} & \frac{\partial \chi_s}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi_s}{\partial y} & \frac{\partial \eta_s}{\partial y} & \frac{\partial \chi_s}{\partial y} \\ \frac{\partial \xi_s}{\partial z} & \frac{\partial \eta_s}{\partial z} & \frac{\partial \chi_s}{\partial z} \end{bmatrix}}_{\mathbb{J}^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi_s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta_s} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \chi_s} \end{bmatrix}}_{\frac{\partial N_i}{\partial \Xi}} \tag{3.61}$$

D'où l'expression de $\mathbb{J}$:

$$\mathbb{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi_s} & \frac{\partial y}{\partial \xi_s} & \frac{\partial z}{\partial \xi_s} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta_s} & \frac{\partial y}{\partial \eta_s} & \frac{\partial z}{\partial \eta_s} \\ \frac{\partial x}{\partial \chi_s} & \frac{\partial y}{\partial \chi_s} & \frac{\partial z}{\partial \chi_s} \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

Enfin, donnons l'expression des fonctions de forme de l'élément dans son espace standard. Elles sont linéaires :

$$\begin{cases} N_1 = (1-\xi_s)(1-\eta_s)(1-\chi_s)/8 \\ N_2 = (1+\xi_s)(1-\eta_s)(1-\chi_s)/8 \\ N_3 = (1+\xi_s)(1+\eta_s)(1-\chi_s)/8 \\ N_4 = (1-\xi_s)(1+\eta_s)(1-\chi_s)/8 \\ N_5 = (1-\xi_s)(1-\eta_s)(1+\chi_s)/8 \\ N_6 = (1+\xi_s)(1-\eta_s)(1+\chi_s)/8 \\ N_7 = (1+\xi_s)(1+\eta_s)(1+\chi_s)/8 \\ N_8 = (1-\xi_s)(1+\eta_s)(1+\chi_s)/8 \end{cases} \tag{3.63}$$

En pratique, seul un comportement linéaire de la phase sol a été testé au sein de l'élément biphasique, ce pourquoi cette phase est formulée ci-dessus en élasticité linéaire. L'élément biphasique est cependant *a priori* compatible avec le comportement non-linéaire du sol, autant par sa formulation que par son implémentation dans Code_Aster.

3.2.2.3 Intégration de la phase pieu

La poutre considérée dans cet élément est multifibre, c'est-à-dire que la section est discrétisée en fibres uniaxiales affectées chacunes de leur matériau propre. Ainsi peuvent être décrites

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

des sections non-homogènes comme les sections béton-armé.

Dans ce travail, aucun développement n'est entrepris sur l'élément de poutre multi-fibres. Nous avons réutilisé le code source de l'un des éléments de poutre multi-fibres disponibles dans Code_Aster. L'élément choisi est le POU_D_TGM (R30804, 2023). Cet élément permet de prendre en compte notamment du gauchissement en torsion. Les pieux considérés dans ce travail sont circulaires et la loi d'interface ne transmet pas, à ce jour, d'efforts de torsion, mais la structure pourrait générer de la torsion. Même si l'effet du gauchissement de torsion est sûrement négligeable dans bien des cas, cet élément a été choisi car disponible. Tout type d'élément poutre est d'ailleurs utilisable dans le cadre de l'élément.

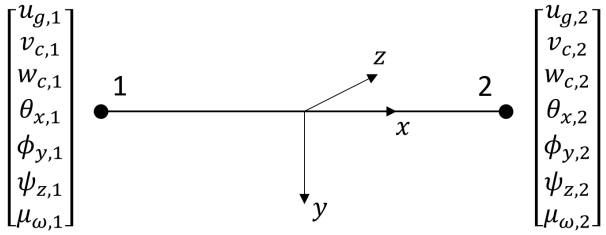


FIGURE 3.7 – Degrés de liberté de l'élément fini poutre multi-fibres

Soit une poutre droite dans un espace à trois dimensions. Le repère principal d'inertie est centré en G, le centre de gravité. L'axe x est dirigé suivant l'axe de la poutre, y et z sont les deux autres axes principaux d'inertie de la section. Les effets de torsion et de flexion sont découplés dans le repère local (translaté du repère principal d'inertie) ayant pour origine le centre de torsion C (aussi appelé centre de cisaillement). Les déplacements dans le plan de la section (v_c et w_c) sont exprimés dans ce repère, tandis que les déplacements axiaux restent exprimés dans le repère principal d'inertie lié au centre de gravité G (R30804, 2023).

L'hypothèse cinématique de Timoshenko ainsi qu'une hypothèse de gauchissement en torsion uniforme (Saint Venant) pour les sections droites sont considérées. Les déplacements généralisés $\boldsymbol{U}$ sont posés comme suit :

$$ {}^t\boldsymbol{U}(x) = \begin{bmatrix} u_g & v_c & w_c & \theta_x & \phi_y & \psi_z & \mu_\omega \end{bmatrix} \tag{3.64} $$

où u_g, v_c, w_c les translations, θ_x, ϕ_y, ψ_z les rotations, et $\mu_\omega = \frac{\partial \theta_x}{\partial x}$ la dérivée de la rotation de torsion par rapport à x. Sont notés $z' = z - z_c$ et $y' = y - y_c$ les coordonnées dans la section par rapport au centre de torsion C. Le déplacement d'un point quelconque de la section droite s'exprime tel que (fig. 3.8) :

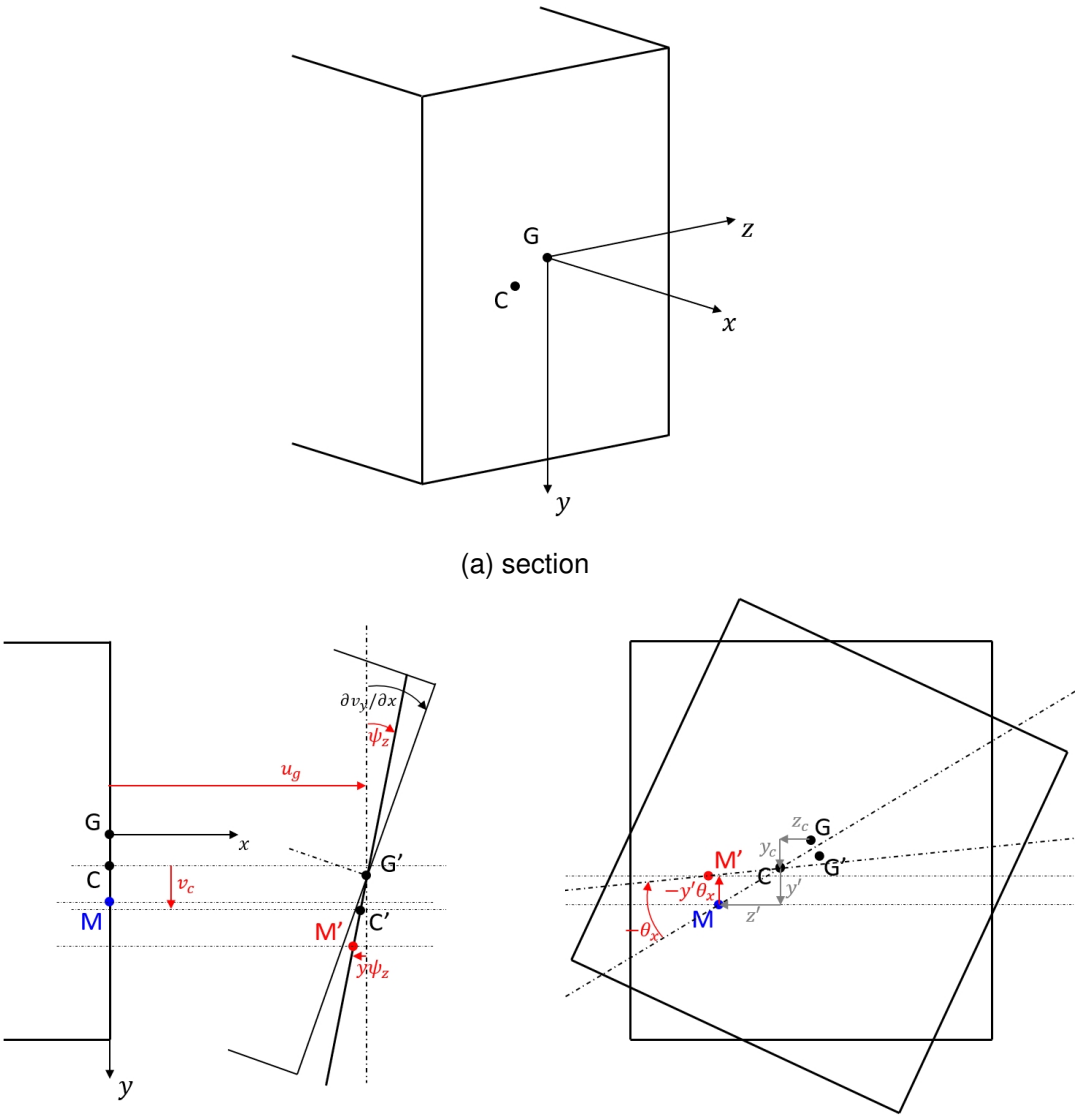
$$ \boldsymbol{u}(x,y,z) = \begin{bmatrix} u_x \\ v_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_g(x) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z\phi_y(x) \\ 0 \\ w_c(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y\psi_z(x) \\ v_c(x) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -z'\theta_x(x) \\ y'\theta_x(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega(y,z)\mu_\omega(x) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.65} $$

Se distinguent dans cette expression respectivement les termes de traction-compression, flexion par rapport à l'axe y, flexion par rapport à l'axe z, torsion suivant l'axe x et gauchissement en torsion. Le terme $\omega(y,z)\mu_\omega(x)$ représente le déplacement axial dû au gauchissement de la section droite où $\omega(y,z)$ est la fonction de gauchissement (R30804, 2023).

Le tenseur des petites déformations d'un point de la section s'écrit :

$$ \boldsymbol{\epsilon}(x,y,z) = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ 2\epsilon_{xy} \\ 2\epsilon_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_g}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z\frac{\partial \phi_y}{\partial x} \\ 0 \\ \frac{\partial w_c}{\partial x} + \phi_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y\frac{\partial \psi_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_c}{\partial x} - \psi_z \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -z'\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ y'\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega\frac{\partial \mu_\omega}{\partial x} \\ \frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \omega}{\partial z}\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \end{bmatrix} \tag{3.66} $$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) section

(b) flexion

(c) torsion

FIGURE 3.8 – Cinématique de Timoshenko pour l'élément fini poutre multi-fibres

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$\omega(y,z)\frac{\partial\zeta(x)}{\partial x}$ est nul dans le cas de la torsion libre, mais non-nul lorsque la torsion est gênée. Dans l'hypothèse de la cinématique d'Euler-Bernoulli nous aurions $\frac{\partial v_c}{\partial x} - \gamma(x) = 0$. La cinématique de Timoshenko considère en revanche $\frac{\partial v_c}{\partial x} - \gamma(x) \neq 0$, c'est-à-dire un gauchissement en flexion uniforme dans la section.

Le travail virtuel des forces internes de la poutre peut se développer de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_{el}} {}^t\boldsymbol{\epsilon}^*\boldsymbol{\sigma}\, d\Omega &= \int_{\Omega_{el}} \epsilon^*_{xx}\sigma_{xx} + \epsilon^*_{xy}\sigma_{xy} + \epsilon^*_{xz}\sigma_{xz}\, d\Omega \\
&= \int_{\Omega_{el}} \left(\frac{\partial u^*_g}{\partial x}\right)(\sigma_{xx}) + \left(\frac{\partial \phi^*_y}{\partial x}\right)(z\sigma_{xx}) + \left(\frac{\partial \psi^*_z}{\partial x}\right)(-y\sigma_{xx}) + \left(\frac{\partial \mu^*_\omega}{\partial x}\right)(\omega\sigma_{xx}) \ \dots \\
&\quad \dots + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v^*_c}{\partial x} - \psi^*_z\right)\left(\sigma_{xy}\right) + \left(\frac{\partial \theta^*_x}{\partial x}\right)\left(\left[\frac{\partial \omega}{\partial y} - z'\right]\sigma_{xy}\right)\right] \ \dots \\
&\quad \dots + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial w^*_c}{\partial x} - \phi^*_y\right)(\sigma_{xz}) + \left(\frac{\partial \theta^*_x}{\partial x}\right)\left(\left[\frac{\partial \omega}{\partial z} + y'\right]\sigma_{xz}\right)\right] d\Omega \\
&= \int_0^{l_x} \left(\frac{\partial u^*_g}{\partial x}\right)\left[\int_S \sigma_{xx}\, ds\right] + \left(\frac{\partial \phi^*_y}{\partial x}\right)\left[\int_S z\sigma_{xx}\, ds\right] + \left(\frac{\partial \psi^*_z}{\partial x}\right)\left[\int_S -y\sigma_{xx}\, ds\right] \ \dots \\
&\quad \dots + \left(\frac{\partial \mu^*_\omega}{\partial x}\right)\left[\int_S \omega\sigma_{xx}\, ds\right] + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v^*_c}{\partial x} - \psi^*_z\right)\left[\int_S \sigma_{xy}\, ds\right] + \left(\frac{\partial w^*_c}{\partial x} - \phi^*_y\right)\left[\int_S \sigma_{xz}\, ds\right]\right] \ \dots \\
&\quad \dots + \frac{1}{2}\left[+\left(\frac{\partial \theta^*_x}{\partial x}\right)\left(\left[\frac{\partial \omega}{\partial y} - z'\right]\sigma_{xy} + \left[\frac{\partial \omega}{\partial z} + y'\right]\sigma_{xz}\right)\right] d\Omega
\end{aligned} \tag{3.67}$$

L'équation fait apparaître les contraintes généralisées et déformations associées :

$$\begin{cases}
N(x) = \displaystyle\int_S \sigma_{xx}\, ds \\
V_y(x) = \displaystyle\int_S \sigma_{xy}\, ds \\
V_z(x) = \displaystyle\int_S \sigma_{xz}\, ds \\
M_y(x) = \displaystyle\int_S z\sigma_{xx}\, ds \\
M_z(x) = \displaystyle\int_S -y\sigma_{xx}\, ds \\
M_x(x) = \displaystyle\int_S \left(\left[\frac{\partial \omega}{\partial z} + y'\right]\sigma_{xz} + \left[\frac{\partial \omega}{\partial y} - z'\right]\sigma_{xy}\right) ds \\
M_\omega(x) = \displaystyle\int_S \omega\sigma_{xx}\, ds
\end{cases} \tag{3.68}$$

$$\begin{cases}
\alpha_x = \dfrac{\partial u_g}{\partial x} \\
\beta_y = \dfrac{\partial v_c}{\partial x} - \psi_z \\
\beta_z = \dfrac{\partial w_c}{\partial x} + \phi_y \\
\gamma_x = \dfrac{\partial \theta_x}{\partial x} \\
\delta_y = \dfrac{\partial \phi_y}{\partial x} \\
\delta_z = \dfrac{\partial \psi_z}{\partial x} \\
\zeta_\omega = \dfrac{\partial \mu_\omega}{\partial x}
\end{cases} \tag{3.69}$$

où S l'aire de la section, N_x l'effort normal, V_y et V_z les efforts tranchants, M_y et M_z les moments de flexion, M_x le moment de torsion et enfin M_ω le bi-moment associé au gauchissement.

Le passage à la discrétisation EF est détaillé ci-après. La poutre est représentée par un segment à deux noeuds portant chacun les sept degrés de liberté définis précédemment (fig. 3.7) :

$${}^t\boldsymbol{U}^{el} = {}^t\left[u_{g,1} \quad v_{c,1} \quad w_{c,1} \quad \theta_{x,1} \quad \phi_{y,1} \quad \psi_{z,1} \quad \mu_{\omega,1} \quad u_{g,2} \quad v_{c,2} \quad w_{c,2} \quad \theta_{x,2} \quad \phi_{y,2} \quad \psi_{z,2} \quad \mu_{\omega,2}\right] \tag{3.70}$$

Il est commode, par ailleurs, de réécrire les déformations à partir d'une matrice de transformation $\mathbb{a}_s$ et des déplacements généralisés de la section $\boldsymbol{U}(x)$:

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\boldsymbol{\epsilon}(x,y,z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y & \omega \\ 0 & 1 & 0 & \frac{\partial\omega}{\partial y} - z' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\partial\omega}{\partial z} + y' & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_g \\ v_c \\ w_c \\ \theta_x \\ \phi_y \\ \psi_z \\ \mu_\omega \end{bmatrix} = \mathrm{a}_s(y,z)\,\mathbb{D}\boldsymbol{U}(x) \tag{3.71}$$

Le champ de déplacements généralisés est interpolé à partir des fonctions de forme tel que :

$$\boldsymbol{U} = \mathbb{N}\boldsymbol{U}^{el}$$

$$= \begin{bmatrix} N_1^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1^v & 0 & 0 & 0 & N_2^v & 0 & 0 & N_3^v & 0 & 0 & 0 & N_4^v & 0 \\ 0 & 0 & N_1^w & 0 & N_2^w & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3^w & 0 & N_4^w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1^\theta & 0 & 0 & N_2^\theta & 0 & 0 & 0 & N_3^\theta & 0 & 0 & N_4^\theta \\ 0 & N_1^\phi & 0 & 0 & 0 & N_2^\phi & 0 & 0 & N_3^\phi & 0 & 0 & 0 & N_4^\phi & 0 \\ 0 & 0 & N_1^\psi & 0 & N_2^\psi & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3^\psi & 0 & N_4^\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_1^\mu & 0 & 0 & N_2^\mu & 0 & 0 & 0 & N_3^\mu & 0 & 0 & N_4^\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{g,1} \\ v_{c,1} \\ w_{c,1} \\ \theta_{x,1} \\ \phi_{y,1} \\ \psi_{z,1} \\ \mu_{\omega,1} \\ u_{g,2} \\ v_{c,2} \\ w_{c,2} \\ \theta_{x,2} \\ \phi_{y,2} \\ \psi_{z,2} \\ \mu_{\omega,2} \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

Les déformations réelles et virtuelles peuvent ainsi être réécrites sous la forme :

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathrm{a}_s \underbrace{\mathbb{D}\mathbb{N}}_{\mathbb{B}(x)} \boldsymbol{U}^{el} \qquad\qquad \boldsymbol{\epsilon}^* = \mathrm{a}_s \mathbb{D}\mathbb{N}\boldsymbol{U}^{el,*} \tag{3.73}$$

où $\mathbb{B}(x)$ est l'opérateur classique contenant les dérivées des fonctions de forme.
Les déformations peuvent être remplacées dans le travail virtuel des forces internes :

$$\int_{\Omega_{el}} {}^t\boldsymbol{\epsilon}^* \boldsymbol{\sigma}\, d\Omega = {}^t\boldsymbol{U}^{el,*} \int_0^L {}^t\mathbb{B} \left[\int_S {}^t\mathrm{a}_s \boldsymbol{\sigma}\, dS \right] dx \tag{3.74}$$

En simplifiant par le champ de déplacement virtuel aux noeuds, nous obtenons les efforts de raideur élémentaires :

$$\boldsymbol{P}^{el} = \int_0^L {}^t\mathbb{B} \underbrace{\left[\int_S {}^t\mathrm{a}_s \boldsymbol{\sigma}\, dS \right]}_{\boldsymbol{p}_s(x)} dx \tag{3.75}$$

où ${}^t\boldsymbol{p}_s(x) = \begin{bmatrix} N & V_y & V_z & M_y & M_z & M_x & M_\omega \end{bmatrix}$ le vecteur des contraintes généralisées de l'équation 3.68.

En élasticité linéaire, $\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}_e \boldsymbol{\epsilon}$. En remplaçant dans l'expression des efforts élémentaires, il vient :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\boldsymbol{P}^{el} = \int_0^L {}^t\mathbb{B} \underbrace{\left[\int_S {}^t\mathbb{a}_s \mathbb{C}_e \mathbb{a}_s \, dS \right]}_{\mathbb{k}_s} \mathbb{B} \, dx \, \boldsymbol{U}^{el} \tag{3.76}$$

où $\mathbb{k}_s$ est la matrice de raideur de la section.

La matrice de raideur élémentaire élastique est simplement obtenue en simplifiant l'expression de l'effort élémentaire par le champ de déplacement aux noeuds :

$$\mathbb{K}^{el} = \int_0^L {}^t\mathbb{B} \mathbb{k}_s \mathbb{B} \, dx \tag{3.77}$$

Dans le domaine non-linéaire, la matrice tangente élémentaire est obtenue par différenciation par rapport aux déplacements nodaux :

$$\begin{aligned} \mathbb{K}_t^{el} &= \frac{\partial \boldsymbol{P}^{el}}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} = \frac{\partial \boldsymbol{P}^{el}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} \\ &= \int_0^L {}^t\mathbb{B} \left[\int_S {}^t\mathbb{a}_s \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \frac{\partial \boldsymbol{\epsilon}}{\partial \boldsymbol{U}^{el}} \, dS \right] dx \\ &= \int_0^L {}^t\mathbb{B} \left[\int_S {}^t\mathbb{a}_s \mathbb{C}_t \mathbb{a}_s \, dS \right] \mathbb{B} \, dx \\ &= \int_0^L {}^t\mathbb{B} \mathbb{k}_{s,t} \mathbb{B} \, dx \end{aligned} \tag{3.78}$$

où $\mathbb{k}_{s,t}$ est la matrice de raideur tangente de la section. L'expression de la matrice peut être démontrée à partir de certaines considérations sur les propriétés de la fonction de gauchissement $\omega(y,z)$, ainsi qu'en faisant l'hypothèse d'un matériau élastique homogène au tranchant et en torsion :

$$\begin{cases} V_y(x) = k_y G' S \beta_y \\ V_z(x) = k_z G' S \beta_z \\ M_x(x) = G' J \gamma_x \\ M_\omega(x) = E' I_\omega \zeta_\omega \end{cases} \tag{3.79}$$

où E' et G' les modules du matériau homogène, J la constante de torsion de la section égale au moment polaire $I_p = \int_S \sqrt{x^2 + y^2} \, dS$ pour les sections circulaires (qui ne présentent donc pas de gauchissement en torsion) et enfin $I_\omega = \int_S \omega^2 \, dS$ la constante de gauchissement.

La matrice de raideur tagente de la section prend finalement la forme :

$$\mathbb{k}_{s,t} = \begin{bmatrix} \int E_t \, dS & 0 & 0 & 0 & \int z E_t \, dS & \int -y E_t \, dS & 0 \\ 0 & k_y G' S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z G' S & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G' J & 0 & 0 & 0 \\ \int z E_t \, dS & 0 & 0 & 0 & \int z^2 E_t \, dS & \int -zy E_t \, dS & 0 \\ \int -y E_t \, dS & 0 & 0 & 0 & \int -yz E_t \, dS & \int y^2 E_t \, dS & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E' I_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int E_t \, dS & 0 & 0 & \int z E \\ 0 & k_y G' S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z G' S & 0 \\ \int z E_t \, dS & 0 & 0 & \int z^2 \\ \int -y E_t \, dS & 0 & 0 & \int -yz \end{bmatrix} \tag{3.80}$$

où E_t est le module d'Young tangent des lois des fibres.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

De façon similaire au travail des forces internes, le travail des forces d'inertie peut être développé tel que :

$$\int_{\Omega_{el}} {}^t\boldsymbol{u}^*\rho\ddot{\boldsymbol{u}}\, d\Omega = {}^t\boldsymbol{U}^{el,*} \int_0^L {}^t\mathbb{N} \underbrace{\left[\int_S {}^t\mathbb{a}_s'\rho\mathbb{a}_s'\, dS\right]}_{\mathbb{m}_s} \mathbb{N}\, dx\, \ddot{\boldsymbol{U}}^{el} \tag{3.81}$$

où la matrice de masse $\mathbb{m}_s$ reliant les efforts d'inertie généralisés et les déplacements associés s'écrit :

$$\mathbb{m}_s = \begin{bmatrix} \int \rho\, dS & 0 & 0 & 0 & \int z\rho\, dS & \int -y\rho\, dS & 0 \\ 0 & \int \rho\, dS & 0 & \int -z'\rho\, dS & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \int \rho\, dS & \int y'\rho\, dS & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \int -z'\rho\, dS & \int y'\rho\, dS & \int \left[y'^2 + z'^2\right]\rho\, dS & 0 & 0 & 0 \\ \int z\rho\, dS & 0 & 0 & 0 & \int z^2\rho\, dS & \int -zy\rho\, dS & 0 \\ \int -y\rho\, dS & 0 & 0 & 0 & \int -yz\rho\, dS & \int y^2\rho\, dS & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.82}$$

La contribution de gauchissement à la matrice de masse n'est pas considérée. Le terme $-\int_0^L \mu_\omega^*\rho I_\omega\mu_\omega\, dx$ est donc négligé (R30804, 2023).

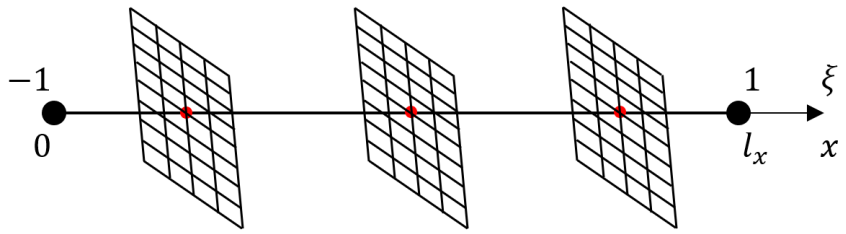


FIGURE 3.9 – Repère standard de la poutre et points d'intégration

Finalement, est donnée l'expression des fonctions de forme dans l'espace standard (fig. 3.9) :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$
\begin{cases}
N_1^u = 1 - \left(\dfrac{1+\xi}{2}\right) \\
N_2^u = \left(\dfrac{1+\xi}{2}\right) \\
N_1^v = \dfrac{1}{1+\Phi_z}\left[2\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^3 - 3\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - \Phi_z\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right) + 1 + \Phi_z\right] \\
N_2^v = \dfrac{l_x}{1+\Phi_z}\left[\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^3 - \left(2+\dfrac{\Phi_v}{2}\right)\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 + \left(1+\dfrac{\Phi_v}{2}\right)\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)\right] \\
N_3^v = -\dfrac{1}{1+\Phi_z}\left[2\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^3 - 3\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - \Phi_z\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)\right] \\
N_4^v = \dfrac{l_x}{1+\Phi_z}\left[\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^3 - \left(1-\dfrac{\Phi_v}{2}\right)\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - \dfrac{\Phi_v}{2}\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)\right] \\
N_1^\theta = \dfrac{1}{4}(1-\xi)^2(2+\xi) \\
N_2^\theta = \dfrac{l_x}{8}(1-\xi)\left(1-\xi^2\right) \\
N_3^\theta = \dfrac{1}{4}(1+\xi)^2(2-\xi) \\
N_4^\theta = \dfrac{l_x}{8}(1+\xi)\left(-1+\xi^2\right) \\
N_1^\phi = \dfrac{6}{(1+\Phi_z)\,l_x}\left[\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)\right] \\
N_2^\phi = \dfrac{1}{1+\Phi_z}\left[3\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - (4+\Phi_z)\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right) + 1 + \Phi_z\right] \\
N_3^\phi = -\dfrac{6}{(1+\Phi_z)\,l_x}\left[\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)\right] \\
N_4^\phi = \dfrac{1}{1+\Phi_z}\left[3\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)^2 - (2-\Phi_z)\left(\dfrac{1+\xi}{2}\right)\right] \\
N_1^\mu = \dfrac{3}{2l_x}\left(\xi^2-1\right) \\
N_2^\mu = \dfrac{1}{4}(3\xi+1)(\xi-1) \\
N_3^\mu = \dfrac{3}{2l_x}\left(-\xi^2+1\right) \\
N_4^\mu = \dfrac{1}{4}(3\xi-1)(\xi+1)
\end{cases}
\tag{3.83}
$$

Les fonctions de forme N_i^w et N_i^ψ sont équivalentes respectivement à N_i^v et N_i^ϕ où Φ_z est remplacé par Φ_y, où $\Phi_y = \frac{12EI_y}{k_z S G l_x^2}$ et $\Phi_z = \frac{12EI_z}{k_y S G l_x^2}$, les ratios entre raideur de flexion et raideur au tranchant de la poutre. Les k_i sont les coefficients de cisaillement de la section.

Dans cette formulation proposée par Friedman and Kosmatka (1993), les fonctions de forme de type Lagrange sont d'ordre cubique pour le déplacement transversal et quadratique pour le champ de rotation. (Bitar, 2017). Les fonctions de forme pour la torsion - gauchissement sont des polynomes de Hermite. Ce sont les mêmes que ceux qui sont employés pour la flexion des

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

poutres Euler-Bernoulli. Les fonctions de forme pour le gauchissement N_i^{μ} sont les dérivées par rapport à x des fonctions de forme de torsion N_i^{θ}.

Comme introduit plus haut, la section est discrétisée en fibres pour les comportements en traction-compression et flexion (fig. 3.9). Deux niveaux d'intégration sont donc à considérer. Le premier dans la longueur de la poutre (ξ) et le second dans la section (y et z) à chacun des points d'intégration du premier niveau. L'intégration des modules et contraintes dans chaque fibre permettent de déterminer les matrices de raideur $\mathbb{k}_{s,t}$ et d'inertie $\mathbb{m}_s$ de chaque section, ainsi que ses efforts internes $\boldsymbol{p}_s$.

Soit n le nombre de fibres. Chaque fibre $i \in n$ possède une relation de comportement propre en contrainte-déformation uniaxiale. Dans le domaine non-linéaire, la contrainte dépend non-linéairement de la déformation $\sigma_{xx,i} = \sigma_{xx,i}(\epsilon_{xx,i})$ et $\frac{\partial \sigma_{xx,i}}{\partial \epsilon_{xx,i}} = E_{t,i}$ est le module tangent. Chaque fibre est affectée de sa masse volumique ρ_i et de sa section S_i.

L'intégration dans la section est discrète, tout comme l'intégration dans la longueur de la poutre, mais tandis que la seconde est réalisée par la méthode des points de Gauss, la première est une sommation discrète simple sur les fibres. Par exemple :

$$\int_S \rho \, ds = \sum_{i=1}^{n} \rho_i S_i \qquad \int_S z E_t \, ds = \sum_{i=1}^{n} z_i E_{t,i} S_i \tag{3.84}$$

Les termes des matrices de masse $\mathbb{m}_s$ et de raideur tangente $\mathbb{k}_{s,t}$ de section se calculent aisément à l'aide de l'équation 3.84.

3.2.3 Autres éléments biphasiques

Tout comme en 1D, différents types de mailles sont possibles en 2D et 3D. Ces éléments se distinguent principalement par rapport au type de maille support du comportement du sol. Le passage aux dimensions supérieures autorise plus de liberté sur la position des noeuds. Les éléments quadratiques se classent ainsi parmi les éléments dits de "sérendipité", comportant des noeuds de bord exclusivement, et les éléments dit "lagrangiens", auxquels s'ajoutent des noeuds internes. En 2D, la modélisation du sol est donc explorée à partir des éléments quadrangulaires à quatre (QU4), huit (QU8) et neuf noeuds (QU9). En 3D, leurs équivalents sont les éléments hexagonaux à huit (HE8), vingt (H20) et vingt-sept noeuds (H27). Les éléments biphasiques quadratiques sont composés de deux poutres consécutives.

Dans l'élément biphasique HE8PM formulé au-dessus, les fonctions de forme pour l'intégration de la réponse de l'interface $\mathbb{N}_{pf}$ et $\mathbb{N}_{sf}$ correspondent aux fonctions de forme des éléments support de la poutre et du sol évaluées à l'interface. Rien n'interdit toutefois de choisir d'autres fonctions de forme à l'interface comme nous l'avons évoqué plus haut. Dans ce travail, le champ de déplacement du sol à l'interface est toujours interpolé à partir des fonctions de forme de l'élément de sol. En revanche, pour la poutre, nous explorons l'emploi de fonctions de forme indépendantes en alternative aux fonctions de forme d'Hermite (Euler-Bernoulli) et de type Lagrange (Timoshenko). Les éléments utilisant les fonctions de forme indépendantes sont notés "I". Les seconds sont notés "P".

Rappelons l'interpolation des déplacements du pieu à l'interface pour l'élément HE8P dont la formulation est détaillée au-dessus.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

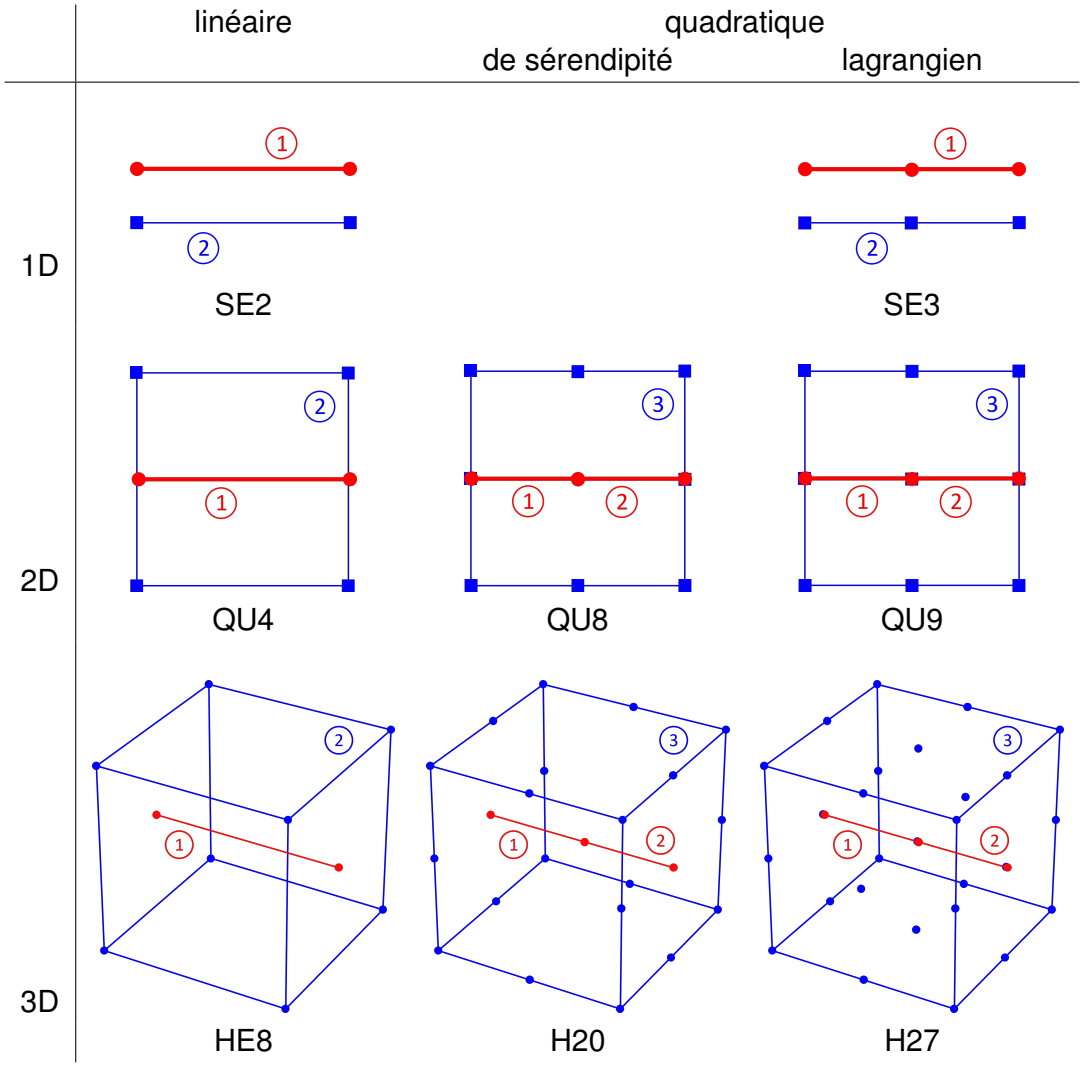


Tableau 3.1 – Types de mailles des éléments biphasiques

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$U_{p,f} = \begin{bmatrix} N_1^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1^v & 0 & 0 & 0 & N_2^v & 0 & N_3^v & 0 & 0 & 0 & N_4^v \\ 0 & 0 & N_1^w & 0 & N_2^w & 0 & 0 & 0 & N_3^w & 0 & N_4^w & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{g,1} \\ v_{c,1} \\ w_{c,1} \\ \theta_{x,1} \\ \phi_{y,1} \\ \psi_{z,1} \\ u_{g,2} \\ v_{c,2} \\ w_{c,2} \\ \theta_{x,2} \\ \phi_{y,2} \\ \psi_{z,2} \end{bmatrix} \tag{3.85}$$

L'expression des fonctions de forme est donnée en (3.83).

A titre comparatif l'interpolation pour l'élément HE8I, pour lequel les fonctions de forme sont linéaires et indépendantes, est donnée :

$$U_{p,f} = \begin{bmatrix} N_1^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1^v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1^w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^w & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{g,1} \\ v_{c,1} \\ w_{c,1} \\ \theta_{x,1} \\ \phi_{y,1} \\ \psi_{z,1} \\ u_{g,2} \\ v_{c,2} \\ w_{c,2} \\ \theta_{x,2} \\ \phi_{y,2} \\ \psi_{z,2} \end{bmatrix} \tag{3.86}$$

où $N_i^u = N_i^v = N_i^w$. Leur expression est :

$$N_1^u = 1 - \left(\frac{1+\xi}{2}\right) \qquad N_2^u = \left(\frac{1+\xi}{2}\right) \tag{3.87}$$

Enfin est donnée l'interpolation pour l'élément H27I, qui s'appuie sur les trois noeuds des deux éléments de poutre du pieu.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$U_{p,f} = \begin{bmatrix} N_1^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3^u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_1^v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3^v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_1^w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_2^w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_3^w & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{g,1} \\ v_{c,1} \\ w_{c,1} \\ \theta_{x,1} \\ \phi_{y,1} \\ \psi_{z,1} \\ u_{g,2} \\ v_{c,2} \\ w_{c,2} \\ \theta_{x,2} \\ \phi_{y,2} \\ \psi_{z,2} \\ u_{g,3} \\ v_{c,3} \\ w_{c,3} \\ \theta_{x,3} \\ \phi_{y,3} \\ \psi_{z,3} \end{bmatrix} \tag{3.88}$$

où $N_i^u = N_i^v = N_i^w$. Les fonctions de forme sont quadratiques et indépendantes. Ce sont celles de l'élément de barre à trois noeuds.

$$N_1^u = \frac{1}{2}\xi(\xi - 1) \qquad N_2^u = (1 - \xi)^2 \qquad N_3^u = \frac{1}{2}\xi(\xi + 1) \tag{3.89}$$

3.3 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la formulation des éléments biphasiques 3D pour les pieux. Ces éléments se composent d'une phase sol et d'une phase pieu en interaction. La formulation de deux lois d'interaction a été détaillée. L'une dans un cadre élasto-plastique, l'autre dans un cadre hypo-plastique. L'implémentation numérique des ces lois d'interface a également été vérifiée. La description des phases sol et pieu a également été abordée dans ce chapitre. Elles sont portées par des mailles respectivement volumiques hexaédriques et linéiques. La phase pieu est affectée d'un comportement de poutre multi-fibres. Précisons que les développements apportés aux éléments biphasiques portent sur la façon dont l'interaction entre éléments sol et pieu est prise en compte en interne. Les éléments représentant le comportement du pieu et du sol ne sont, cependant, pas nouveaux et n'ont fait l'objet d'aucun développement. Ils sont d'ailleurs interchangeables. Le principe d'interaction entre phases est général.

L'élément HE8PM formulé dans ce chapitre est celui qui est utilisé dans les applications 3D en statique au chapitre 5. Son équivalent sans discrétisation multi-fibres (HE8P) est utilisé dans le chapitre dynamique 6. D'autres types d'éléments ont été proposées dans ce chapitre et sont etudiés dans le chapitre suivant en 2D et 3D.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 4

Analyse et vérification de l'implantation des éléments biphasiques en 2D et 3D

4.1 Eléments en 2D

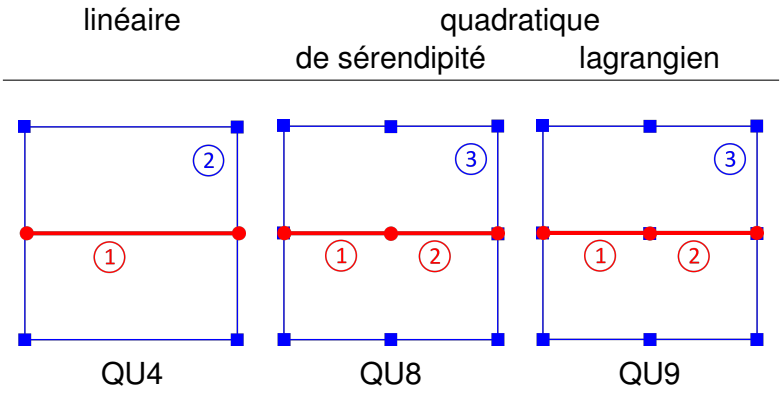


Tableau 4.1 – Types de mailles des éléments biphasiques 2D

Les éléments biphasiques 2D sont implantés dans le logiciel ATL4S (GEOMAS, INSA Lyon). Tout comme en 1D, différents types d'éléments sont comparés. Nous analysons la capacité des éléments quadrangulaires de quatre (QU4), huit (QU8) et neuf noeuds (QU9) (tab. 4.1) à modéliser le comportement du sol. Les éléments biphasiques quadratiques sont composés de deux poutres consécutives. Les poutres adoptent une cinématique d'Euler-Bernoulli et des fonctions de forme de Hermite. Les déplacements des poutres sont évalués à l'interface à partir des mêmes fonctions de forme. Tous les éléments biphasiques 2D sont indicés "P" en accord avec la nomenclature introduite au chapitre précédent (tab. 4.2).

Nom	Maille du sol	Fonctions de forme du pieu à l'interface	multi-fibres	logiciel
QU4P	QU4	Hermite	non	ATL4S
QU8P	QU8	Hermite	non	ATL4S
QU9P	QU9	Hermite	non	ATL4S

Tableau 4.2 – Nomenclature des éléments biphasiques 2D

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

4.1.1 Eléments linéaires et quadratiques

4.1.1.1 Etude de l'interface en sollicitation axiale

Nous reprenons le cas test de sollicitation axial vu précédemment en 1D (voir section 2.2). Une colonne d'éléments biphasiques est sollicitée en tête de la phase pieu en déplacement imposé u_{imp}. La phase sol est bloquée en pied (fig. 4.1). Le comportement axial de la phase pieu est défini par son module d'Young E_p, sa section S_p et sa longueur l. Le comportement du sol est défini de façon équivalente par le module E_s, la même longueur l et la section $S_s = he$ où h est la hauteur du sol et e sa largeur hors plan. Le coefficient de Poisson de la phase sol est pris égal à $\nu_s = 0,2$. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu et $u_r = u_s - u_p$ le déplacement relatif entre les phases, alors $\tau(u_r) = q_\tau(1 - e^{-\frac{u_r}{\lambda_\tau}})$. Afin de comparer de façon exhaustive les éléments biphasiques linéaire QU4P et quadratique QU8P, une étude paramétrique est menée sur le nombre d'éléments de la colonne, le module du sol, ainsi que les paramètres d'interface (tab. 4.3). Les paramètres par défaut sont $l_0 = 2\,m$, $u_0 = 0,1\,m$, $E_0 = 210.10^9\,Pa$, $S_0 = 0,04\,m^2$, $q_O = 1.10^8\,Pa$ et $\lambda_0 = 0,02\,m$. Les raideurs de chacune des phases sont calculées telles que $K_p = \frac{E_p S_p}{L} = \frac{E_0 S_0}{L_0} = 4,20.10^9\,N/m$ la raideur du pieu, $K_s = \frac{E_s S_s}{L}$ la raideur du sol et $K_f = \pi DL\frac{\partial\tau}{\partial u_r}(u_{imp}) = \pi DL\frac{q_\tau - \tau(u_{imp})}{\lambda_\tau}$, la raideur tangente de l'interface à $u_r = u_{imp} = 0,1\,m$ avec $D = 2\sqrt{S_p/\pi}$. Dans le cas 1, par exemple, cette raideur vaut $4,78.10^7\,N/m$.

cas	l (m)	u_{imp} (m)	n_{elem}	E_p (Pa)	S_p (m^2)	E_s (Pa)	S_s (m^2)	q_τ (Pa)	λ_τ (m)	$\frac{K_p}{K_s}$	$\frac{K_p}{K_f}$	$\frac{K_s}{K_f}$
1	l_0	u_0	20	E_0	S_0	E_0	S_0	q_O	λ_0	1	88	88
2	l_0	u_0	20	E_0	S_0	E_0	S_0	$10q_O$	λ_0	1	8,8	8,8
3	l_0	u_0	20	E_0	S_0	E_0	S_0	$10^2 q_O$	λ_0	1	0,88	0,88
4	l_0	u_0	40	E_0	S_0	E_0	S_0	$10^3 q_O$	λ_0	1	0,088	0,088
5	l_0	u_0	40	E_0	S_0	$\frac{E_0}{10}$	S_0	q_O	λ_0	10	88	8,8
6	l_0	u_0	40	E_0	S_0	$\frac{E_0}{10}$	S_0	$10q_O$	λ_0	10	8,8	0,88
7	l_0	u_0	40	E_0	S_0	$\frac{E_0}{100}$	S_0	$10q_O$	λ_0	100	8,8	0,088
8	l_0	u_0	40	E_0	S_0	E_0	S_0	$10^6 q_O$	$10^2\lambda_0$	1	6.10^{-5}	6.10^{-5}

TABLEAU 4.3 – Paramètres du cas test 2D en sollicitation axiale

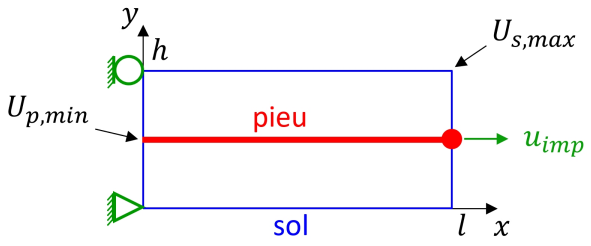


FIGURE 4.1 – Représentation des conditions limites du cas test 2D en sollicitation axiale

Comme le QU4P ne possède que deux noeuds sur chaque segment et l'interface avec le pieu partage l'élément de façon symétrique, le QU4P se déforme de façon uniforme dans sa direction de sollicitation (ici x) sous l'action des forces d'interface. Au contraire, le QU8P possède trois noeuds sur chaque segment. L'interface définie sur le milieu de l'élément applique donc des efforts plus importants sur les noeuds centraux dans l'alignement de l'interface que sur les

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

noeuds des sommets. La déformée de l'élément QU8P sous l'effet des forces d'interface n'est donc pas uniforme. Afin de comparer les déplacements de la phase sol des modèles biphasiques QU4P et QU8P, nous évaluons donc le déplacement central de la phase sol dans chacun des éléments. Il est calculé tel que : $u_{s,c} = N_{s,0} {U_s}^{el}$, avec $N_{s,0}$ la matrice des fonctions de forme évaluée au centre de la phase sol ($\xi = 0, \eta = 0$).

L'analyse paramétrique révèle que l'écart sur les déplacements entre QU8P et QU4P augmente avec la raideur d'interface (tab. 4.4). En effet, la différence entre les deux est plus prononcée pour de forts gradients puisqu'elle résulte de la différence de répartition des efforts d'interface sur l'élément de sol. L'écart atteint 30% sur le déplacement en pied du pieu $U_{p,min}$ dans le cas 8, qui correspond à une condition de quasi-collement des phases. En effet, dans ce cas, les efforts d'interface se concentrent au pied du pieu proche de la condition d'encastrement du sol. Nous avons déjà vu dans l'étude 1D que dans ces conditions les performances des éléments linéaires sont moins bonnes. L'écart est d'autant plus important dans le cas présente du fait que le nombre d'éléments linéaires et quadratiques est identique. En valeur absolue le déplacement en pied du pieu est 100 fois plus faible que le déplacement du sol en tête de colonne $U_{s,max}$, qui présente un écart de 2%. L'écart est également beaucoup moins important sur l'effort P_{max} dans ce cas. Ces écarts relatifs, notés génériquement ϵ, sont synthétisés en figure 4.2.

cas	type	$U_{s,max}$ (cm)	$U_{p,min}$ (cm)	P_{max} $(10^8\ N)$	$\frac{\delta U_{s,max}}{U_{s,max*}}$ $(-)$	$\frac{\delta U_{p,min}}{U_{p,min*}}$ $(-)$	$\frac{\delta P_{max}}{P_{max*}}$ $(-)$
1	$QU4P$	$1,651451$	$8,346416$	$1,389009$	$5,77.10^{-4}$	$5,39.10^{-6}$	$2,77.10^{-5}$
1	$QU8P*$	$1,652404$	$8,346461$	$1,38897$			
4	$QU4P$	$9,624547$	$0,316625$	$8,134034$	$1,34.10^{-2}$	$1,19.10^{-1}$	$1,06.10^{-2}$
4	$QU8P*$	$9,497227$	$0,359568$	$8,04869$			
5	$QU4P$	$8,870977$	$8,687630$	$0,923875$	$5,81.10^{-4}$	$9,27.10^{-5}$	$6,76.10^{-4}$
5	$QU8P*$	$8,865830$	$8,688436$	$0,923251$			
6	$QU4P$	$9,590875$	$5,656391$	$2,227514$	$1,30.10^{-3}$	$5,27.10^{-3}$	$6,03.10^{-3}$
6	$QU8P*$	$9,578449$	$5,686345$	$2,214164$			
7	$QU4P$	$9,94233$	$8,043572$	$0,863499$	$1,48.10^{-3}$	$1,35.10^{-2}$	$5,65.10^{-2}$
7	$QU8P*$	$9,927661$	$8,153271$	$0,817337$			
8	$QU4P$	$9,829463$	$0,064983$	$8,345413$	$2,09.10^{-2}$	$3,27.10^{-1}$	$1,46.10^{-2}$
8	$QU8P*$	$9,627786$	$0,096531$	$8,225252$			

TABLEAU 4.4 – Comparaison des résultats du cas test pour les éléments QU4P et QU8P

4.1.1.2 Etude de l'interface en sollicitation transversale

Dans la méthode des EF, l'intégration numérique se fait par la quadrature de Gauss. La fonction (matrices élémentaires de raideur ou de masse) que nous cherchons à intégrer est évaluée en un certain nombre de points particuliers. Nous sommons ces termes en leur appliquant des poids propres. La somme donne la valeur de l'intégrale de la fonction sur le domaine considéré. Cette valeur est exacte si le nombre de points (appelés points de Gauss) en lesquels est évaluée la fonction sont suffisants. Dans le domaine des EF, l'intégration exacte des matrices garantit la stabilité et la convergence vers la solution exacte (Liu et al., 1994). Elle amène dans certains cas à une matrice de rigidité plus raide qu'attendu. C'est notamment le cas des éléments linéaires QUA4 (2D) et HEXA8 (3D). Ceux-ci subissent un blocage en cisaillement ("shear locking" en anglais) lorsqu'ils sont soumis à un effort de flexion (Belytschko and Bindeman, 1991). En effet,

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

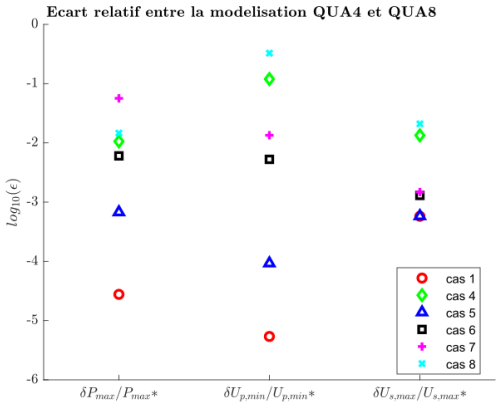


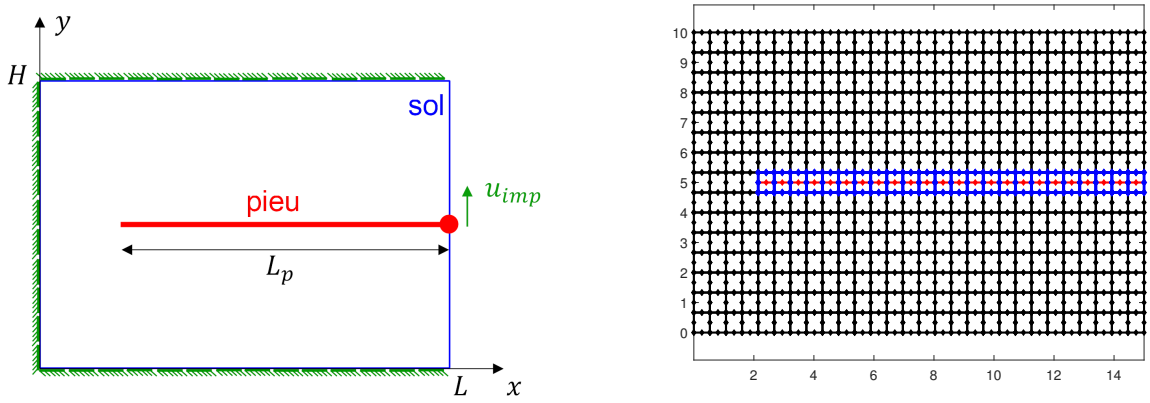
FIGURE 4.2 – Ecarts entre les éléments biphasiques 2D linéaires et quadratiques en sollicitation axiale

ces éléments linéaires ne possédant des noeuds qu'aux sommets ne peuvent prendre une déformée courbe. Des contraintes de cisaillement apparaissent dans l'élément, là où la théorie prévoit qu'elles sont nulles. L'élément est bloqué sur un mode de cisaillement. Afin de contourner ce problème, des éléments d'ordre supérieur peuvent être employés, quadratiques par exemple, tels que le QUA8 et le QUA9 (2D) ou les HEXA20 et HEXA27 (3D). L'objectif de ce cas test est donc d'évaluer les éléments biphasiques linéaires et quadratiques vis-à-vis d'une sollicitation en tête de pieu.

Soit un pieu dans un bac de sol 2D (fig. 4.3a). Le pieu et le sol immédiatement autour de celui-ci sont modélisés par des éléments biphasiques (fig. 4.3b). Les propriétés des matériaux sont élastiques linéaires. La loi d'interface l'est également. Le pieu et le sol sont représentés horizontalement. La longueur du pieu est de $L_p = 13\ m$. Il est considéré circulaire, la section vaut $S_p = 0,5\ m^2$ et l'inertie $I_p = 0,01\ m^4$. Le périmètre est noté p_p et vaut $2\sqrt{\pi S_p}$. Enfin son module d'Young E_p est pris égal à $210.10^9\ Pa$. La longueur totale du sol vaut $L = 15\ m$ et sa hauteur $H = 10\ m$. Rappelons que le pieu est orienté horizontalement, la hauteur H correspond donc physiquement à la dimension horizontale du bac. Le module d'Young du sol E_s est pris tel que $\frac{E_p}{E_s} = 10^2$ (cas B) ou 10^4 (cas A). Le coefficient de Poisson ν_s est pris égal à $0,2$. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu et le déplacement relatif $u_r = u_s - u_p$. La densité de force d'interface prend la forme $\tau_n(u_r) = k_\sigma u_r$, où u_r le déplacement relatif entre le sol et le pieu. Différentes raideurs d'interface sont explorées dans le cas d'étude. Les jeux de paramètres sont donnés au tableau 4.5. Le bac de sol est encastré sur trois bords comme indiqué sur la figure 4.3a. Un déplacement est imposé en tête du pieu afin de mobiliser la réaction normale de la loi d'interface.

Tout d'abord, une étude de convergence de l'élément biphasique QU9P est réalisée pour quatre jeux de paramètres (A1,A3,B1 et B3). Elle vise à la fois à vérifier la convergence de l'élément et à déterminer le maillage à utiliser pour la suite de l'étude. La finesse du maillage est analysée à la fois dans la direction du pieu et dans la direction orthogonale. Elle est pilotée par nx le nombre d'éléments de sol dans la direction x (donc sur L) et nz le nombre d'éléments de sol dans la direction z (donc sur H). Le nombre d'éléments varie respectivement entre $nx = 14$ et 84 ainsi qu'entre $nz = 9$ et 55. Les tailles de mailles sont uniformes. Soit $P_{p,tete}$ la réaction au déplacement imposé en tête du pieu et $U_{p,pied}$ le déplacement en pied du pieu dans la même direction. Les figures 4.4 et 4.5, illustrent l'écart relatif de la grandeur considérée ($U_{p,pied}$, $P_{p,tete}$)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Conditions limites

(b) Maillage ($nx = 28$, $nz = 15$)

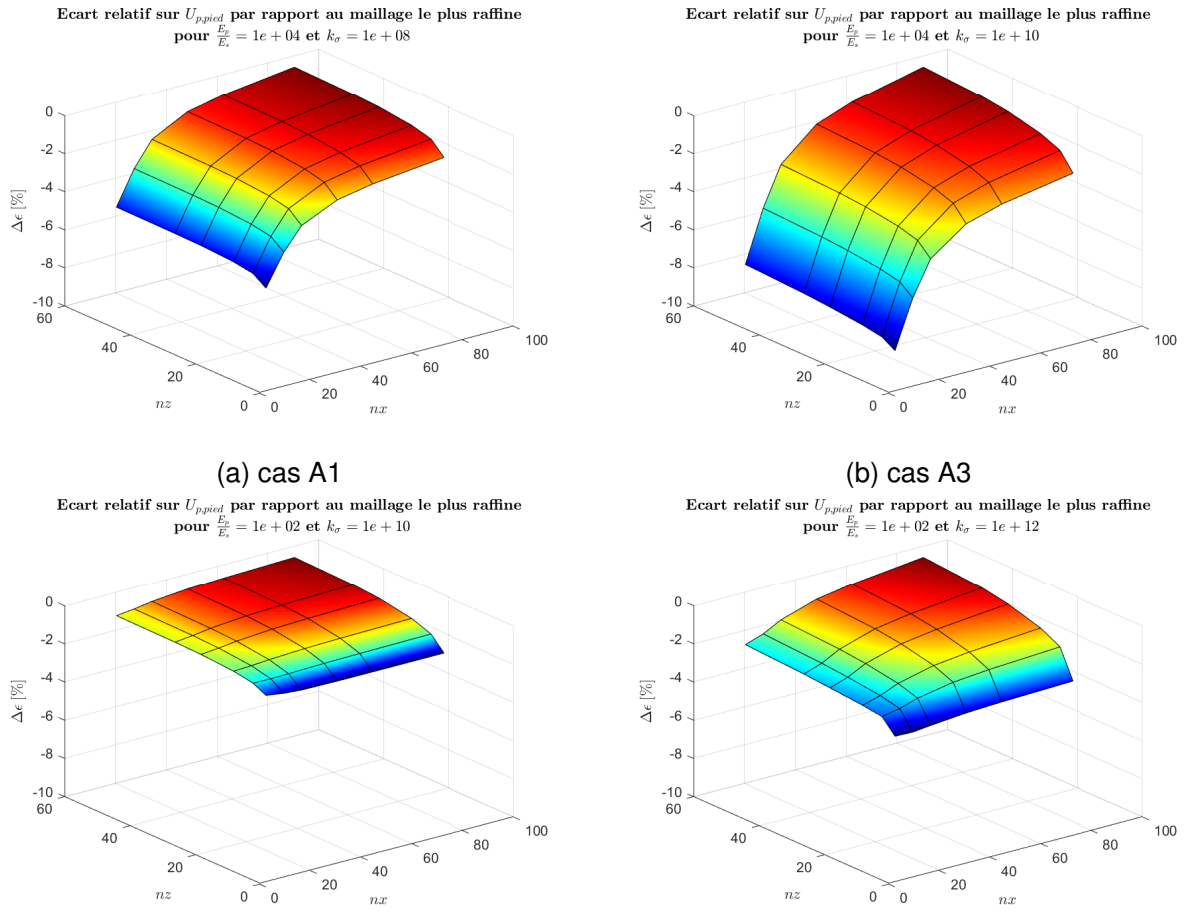
.

FIGURE 4.3 – Représentation du cas test 2D en sollicitation transversale

cas	$\frac{E_p}{E_s}$ $(-)$	k_σ (Pa/m)
$A1$	10^4	$1,00.10^8$
$A2$	10^4	$1,00.10^9$
$A3$	10^4	$1,00.10^{10}$
$A4$	10^4	$1,00.10^{11}$
$B1$	10^2	$1,00.10^{10}$
$B2$	10^2	$1,00.10^{11}$
$B3$	10^2	$1,00.10^{12}$
$B4$	10^2	$1,00.10^{13}$

TABLEAU 4.5 – Paramètres du cas test 2D en sollicitation transversale

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) cas A1

(b) cas A3

(c) cas B1

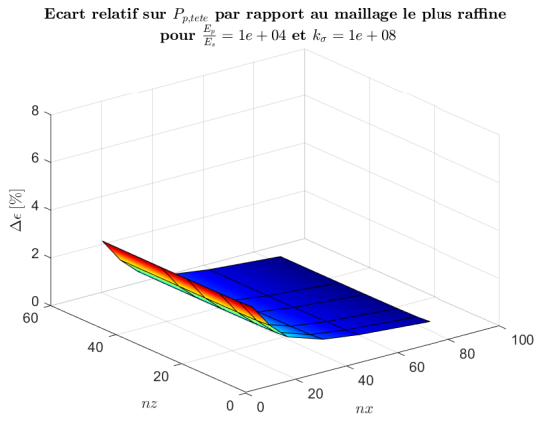
(d) cas B3

FIGURE 4.4 – Analyse de convergence du déplacement en pied du pieu $U_{p,pied}$ pour l'élément biphasique QU9P dans les cas A1, A3, B1 et B3

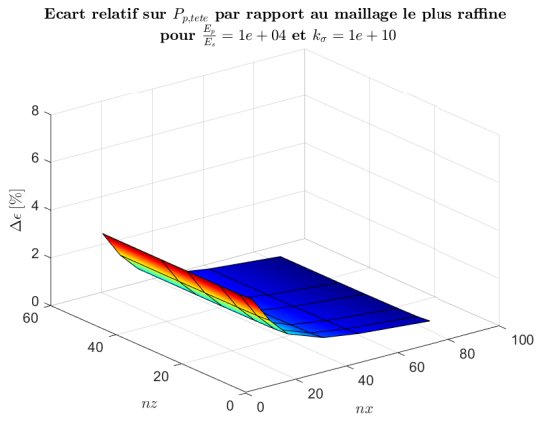
par rapport au maillage le plus fin : ($nx = 84$, $nz = 55$).

Sur les deux figures, l'écart tend vers une valeur nulle, confirmant que l'élément converge. Par ailleurs, comme attendu la solution tend vers une valeur nulle par une raideur supérieure : la réaction en tête $P_{p,tete}$ diminue avec le raffinement et le déplacement en pied du pieu $U_{p,pied}$ augmente. Cela correspond bien aux propriétés d'une intégration exacte. Le nombre d'éléments dans la direction du pieu (nx) a plus d'influence sur l'écart de la réaction en tête au maillage le plus fin que le nombre d'éléments dans la direction orthogonale (nz) (fig. 4.5). De plus, l'écart est plus important sur le déplacement en pied dans le cas A que dans le cas B (fig. 4.4), tandis que l'inverse se produit pour la réaction en tête. Le sol est bien plus raide dans le cas B et le pieu fléchit donc beaucoup (fig. 4.7). Les éléments de sol sont très comprimés en tête, la réaction en tête est donc plus sensible au raffinement dans la direction orthogonale. En revanche, dans ce même cas, le pied du pieu se déplace très peu ce qui explique sa faible sensibilité au raffinement dans cette direction. Que la grandeur étudiée soit la réaction en tête ou le déplacement en pied du pieu, le cas 3 présente toujours plus de variation de l'écart que le cas 1. Lorsque la raideur d'interface est grande, le gradient de déplacement relatif est en effet plus important le long du pieu. Pour s'en convaincre, les déplacements relatifs sont représentés le long du pieu pour chacun des cas A1, A3, B1 et B3 avec le maillage ($nx = 28$, $nz = 15$) en figure 4.6. Les déformées correspondantes sont données en figure 4.7. Remarquons que dans les cas de forte raideur d'interface (A3 et B3), le déplacement relatif est irrégulier dans les zones de fort gra-

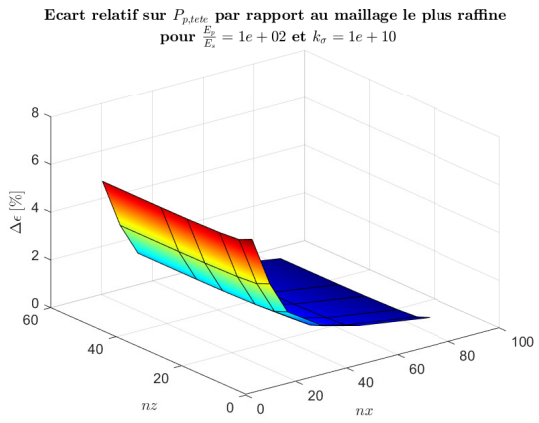
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



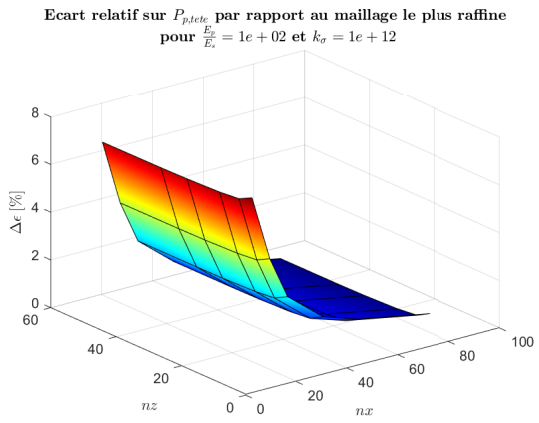
(a) cas A1



(b) cas A3



(c) cas B1



(d) cas B3

FIGURE 4.5 – Analyse de convergence de la réaction en tête de pieu $P_{p,tete}$ pour l'élément biphasique QU9P dans les cas A1, A3, B1 et B3

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

dient. Les valeurs de déplacement en pied et réaction en tête n'en sont que peu affectées par rapport aux solutions du maillage le plus fin. La discrétisation ($nx = 28$, $nz = 15$) est retenue pour la suite de l'étude.

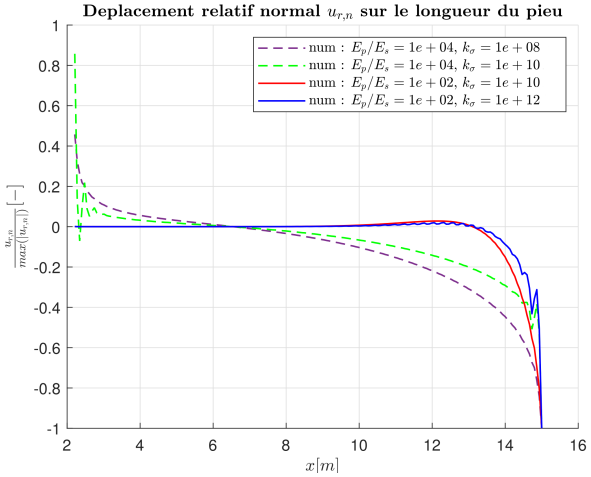


FIGURE 4.6 – Déplacement relatif le long du pieu pour les cas A1,A3,B1 et B3

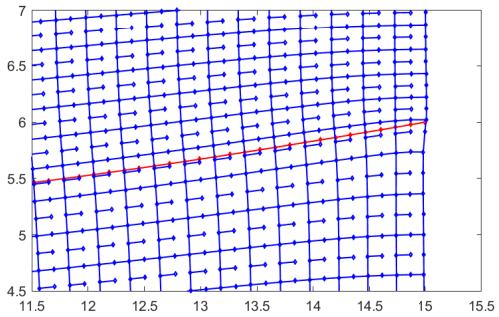
Nous avons montré que l'élément biphasique QU9P converge. Comme cela a été fait pour le prototype 1D, il s'agit à présent d'évaluer s'il converge vers la valeur attendue lorsque la raideur d'interface est importante. La solution attendue, en effet, est obtenue en considérant des phases strictement collées l'une à l'autre, c'est-à-dire dans laquelle les noeuds des phases sont communs. Cette solution est obtenue à partir d'une modélisation classique, ne faisant pas intervenir d'élément biphasique. Deux modèles sont proposés, l'un composé de mailles QU8 et l'autre de QU9, pour chacun des deux rapports de raideur $\frac{E_p}{E_s}$ (cas A et B). La figure 4.8 précise quels noeuds sont communs dans ces modélisations de référence. La différence entre les deux est que le QU9 possède un noeud central. Il peut donc être partagé entre le sol et le tronçon de pieu.

Pour chacun des cas A et B, le tableau 4.6 détaille le déplacement en pied de pieu et la réaction en tête relevés pour les deux modèles de référence (QU8 et QU9) ainsi que les modèles biphasiques équivalents (QU8P et QU9P), pour lesquels la raideur d'interface est choisie très grande. Le premier constat est que les deux références présentent un léger écart, notamment par rapport à la réaction en tête. Dans les zones de forte compression du sol proche de la surface, la déformée de l'élément QU8 présente une cassure sur deux bords opposés (fig. 4.9). En effet, les noeuds situés au milieu des bords de l'élément QU8 présentant la cassure (noeuds 8 et 9 fig. 4.8a) ne sont pas liés aux noeuds du pieu. Ils ne voient donc l'action du pieu qu'au travers de la raideur du sol et de la liaison entre les noeuds milieu des deux autres bords (noeuds 1 et 3). Le modèle QU9, au contraire, présente une déformée beaucoup plus lisse, car son noeud central est lié au pieu (fig. 4.8b). Les écarts dans le tableau sont tous calculés par rapport à ce modèle.

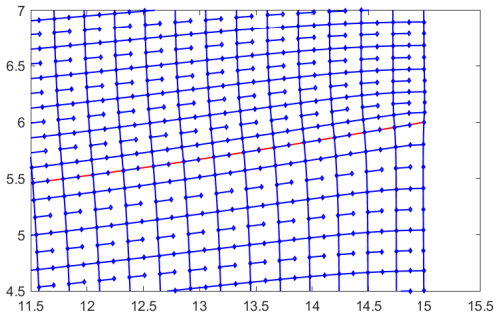
Comme attendu, les modèles biphasiques QU8P et QUA9P convergent vers cette solution (fig. 4.6). Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que la solution QU8P est plus proche de la référence QU9 que ne l'est la référence QU8. En effet, la déformée du QU8P est lisse (fig. 4.10) puisque la raideur d'interface agit sur l'ensemble du pieu, contrairement à la solution de référence QU8 dont la moitié seulement des noeuds du pieu est commune avec le sol.

Comparons à présent les éléments biphasiques quadratiques QU8P, QU9P et linéaire QU4P entre eux pour les différents jeux de paramètres proposés au tableau 4.5. Pour chacun d'eux, les écarts relatifs des grandeurs solutions des éléments QU8P et QU4P sont calculés par rapport à

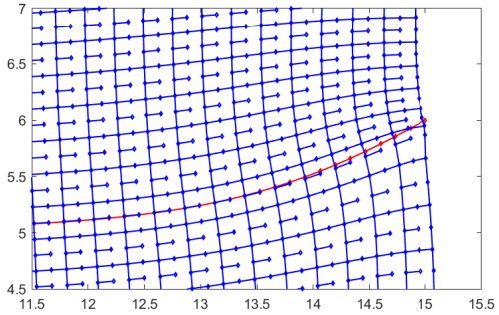
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



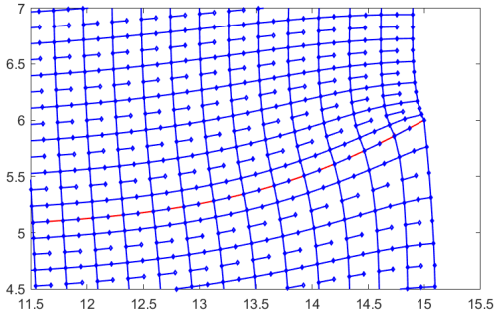
(a) cas A1



(b) cas A3

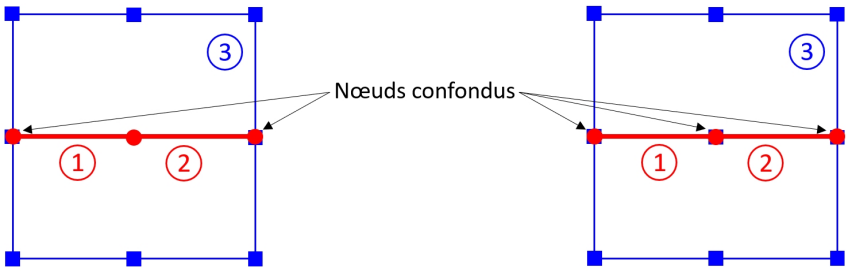


(c) cas B1



(d) cas B3

FIGURE 4.7 – Comparaison des déformées en tête de pieu du modèle biphasique QU9 entre A1,A3,B1 et B3 pour la discrétisation ($nx = 28$, $nz = 15$)



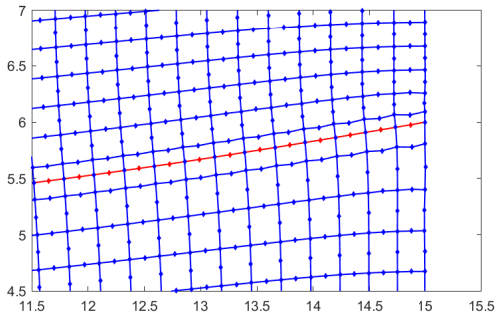
(a) QU8 (b) QU9

FIGURE 4.8 – Représentation des noeuds confondus dans les solutions de référence QU8 et QU9

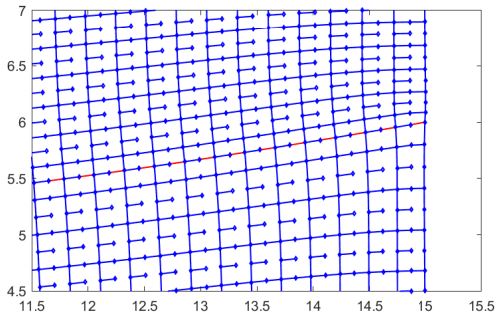
celles de l'élément QU9P (tab. 4.7). Précisons également que le maillage composé d'éléments linéaires est deux fois plus fin que ceux composés d'éléments quadratiques. Les deux maillages possèdent ainsi approximativement le même nombre de noeuds.

Dans les cas A et B, les éléments quadratiques présentent des écarts inférieurs à 1%, autant sur la réaction en tête que le déplacement en pied du pieu. L'élément linéaire conserve également un écart relativement faible en effort en tête (2 %) et en déplacement en pied (< 6 %) dans le cas A. En effet, dans ce cas le sol est souple relativement au pieu et le mouvement de flexion du

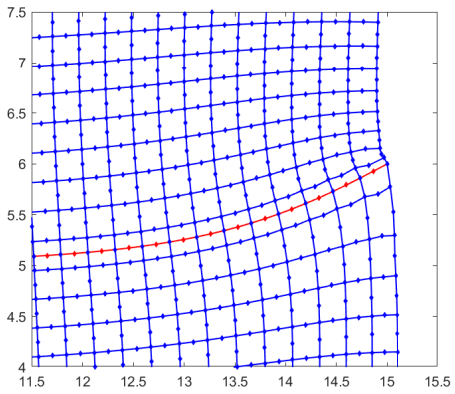
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



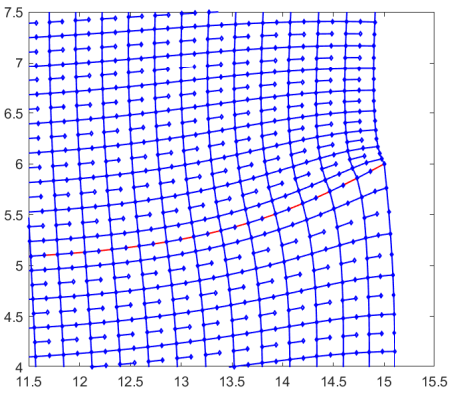
(a) cas A : QU8



(b) cas A : QU9



(c) cas B : QU8



(d) cas B : QU9

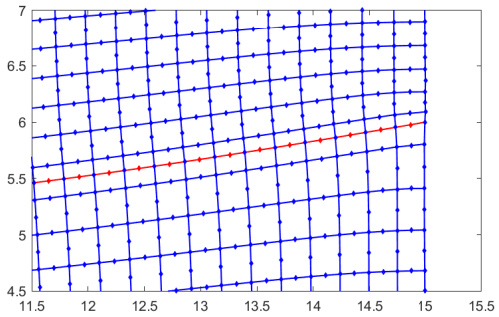
FIGURE 4.9 – Comparaison des déformées des solutions de référence (phases collées) en tête de pieu

cas	type	$U_{p,pied}$	$P_{p,tete}$	$\left\lvert\frac{\Delta U_{p,pied}}{U^*_{p,pied}}\right\rvert$	$\left\lvert\frac{\Delta P_{p,tete}}{P^*_{p,tete}}\right\rvert$
		(m)	(N)	$(\%)$	$(\%)$
A	$QU9*$	$-1,211.10^{-1}$	$2,954.10^{7}$		
A	$QU8$	$-1,208.10^{-1}$	$2,927.10^{7}$	$0,25$	$0,91$
$A4$	$QU9P$	$-1,211.10^{-1}$	$2,954.10^{7}$	$< 0,08$	$< 0,03$
$A4$	$QU8P$	$-1,200.10^{-1}$	$2,956.10^{7}$	$0,91$	$0,07$
B	$QU9*$	$-3,502.10^{-4}$	$1,537.10^{9}$		
B	$QU8*$	$-3,470.10^{-4}$	$1,527.10^{9}$	$0,91$	$0,65$
$B4$	$QU9P$	$-3,499.10^{-4}$	$1,537.10^{9}$	$0,09$	$< 0,07$
$B4$	$QU8P$	$-3,473.10^{-4}$	$1,541.10^{9}$	$0,83$	$0,26$

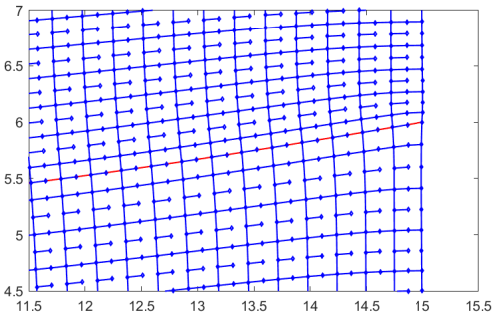
TABLEAU 4.6 – Comparaison des modèles biphasiques quadratiques aux modèles de référence (phases collées) dans les cas A et B

sol est ainsi contraint par le pieu. A l'inverse, le sol est plus raide dans le cas B. La contribution de la raideur du sol dans la déformée est donc plus importante et donc l'influence du blocage en cisaillement aussi. Le déplacement en pied du pieu change d'ailleurs de signe, alors qu'il devrait rester strictement négatif. C'est le signe d'un blocage en cisaillement. Alors que dans le

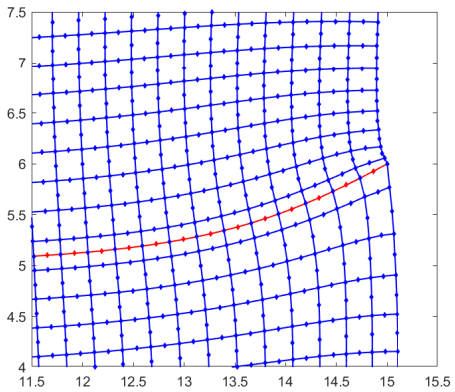
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



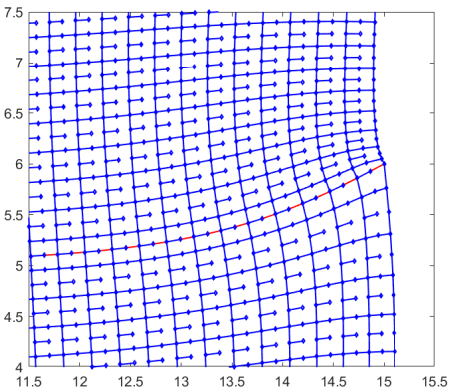
(a) cas A : QU8



(b) cas A : QU9



(c) cas B : QU8



(d) cas B : QU9

FIGURE 4.10 – Comparaison des déformées en tête de pieu des solutions biphasiques avec raideur d'interface importante

cas A, la réaction en tête est sous-estimée par les éléments linéaires, elle est surévaluée dans le cas B. C'est à nouveau le signe du blocage qui se manifeste par une raideur excessive. Malgré tout, la réponse globale reste relativement proche de celle des éléments quadratiques.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

cas	type	$U_{p,pied}$	$P_{p,tete}$	$\left\lvert\frac{\Delta U_{p,pied}}{U^*_{p,pied}}\right\rvert$	$\left\lvert\frac{\Delta P_{p,tete}}{P^*_{p,tete}}\right\rvert$
		(m)	(N)	$(\%)$	$(\%)$
$A1$	$QU9P*$	$-1,387.10^{-1}$	$2,826.10^{7}$		
$A1$	$QU8P$	$-1,381.10^{-1}$	$2,827.10^{7}$	$0,43$	$0,04$
$A1$	$QU4P$	$-1,328.10^{-1}$	$2,771.10^{7}$	$4,25$	$1,95$
$A2$	$QU9P*$	$-1,241.10^{-1}$	$2,939.10^{7}$		
$A2$	$QU8P$	$-1,234.10^{-1}$	$2,940.10^{7}$	$0,56$	$0,03$
$A2$	$QU4P$	$-1,175.10^{-1}$	$2,880.10^{7}$	$5,32$	$2,01$
$A3$	$QU9P*$	$-1,214.10^{-1}$	$2,952.10^{7}$		
$A3$	$QU8P$	$-1,204.10^{-1}$	$2,954.10^{7}$	$0,82$	$0,07$
$A3$	$QU4P$	$-1,146.10^{-1}$	$2,892.10^{7}$	$5,60$	$2,03$
$A4$	$QU9P*$	$-1,211.10^{-1}$	$2,954.10^{7}$		
$A4$	$QU8P$	$-1,200.10^{-1}$	$2,956.10^{7}$	$0,91$	$0,07$
$A4$	$QU4P$	$-1,143.10^{-1}$	$2,894.10^{7}$	$5,62$	$2,03$
$B1$	$QU9P*$	$-3,779.10^{-4}$	$1,407.10^{9}$		
$B1$	$QU8P$	$-3,755.10^{-4}$	$1,407.10^{9}$	$0,64$	$< 0,07$
$B1$	$QU4P$	$7,588.10^{-5}$	$1,405.10^{9}$	$120,1$	$0,14$
$B2$	$QU9P*$	$-3,576.10^{-4}$	$1,521.10^{9}$		
$B2$	$QU8P$	$-3,556.10^{-4}$	$1,522.10^{9}$	$0,56$	$0,07$
$B2$	$QU4P$	$1,562.10^{-4}$	$1,522.10^{9}$	$143,7$	$0,07$
$B3$	$QU9P*$	$-3,513.10^{-4}$	$1,535.10^{9}$		
$B3$	$QU8P$	$-3,490.10^{-4}$	$1,539.10^{9}$	$0,65$	$0,26$
$B3$	$QU4P$	$1,690.10^{-4}$	$1,538.10^{9}$	$148,1$	$0,20$
$B4$	$QU9P*$	$-3,499.10^{-4}$	$1,537.10^{9}$		
$B4$	$QU8P$	$-3,473.10^{-4}$	$1,541.10^{9}$	$0,74$	$0,26$
$B4$	$QU4P$	$1,424.10^{-4}$	$1,550.10^{9}$	$140,7$	$0,85$

TABLEAU 4.7 – Comparaison entre éléments biphasiques quadratiques et linéaire pour plusieurs raideurs d'interface dans les cas A et B

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

4.2 Eléments en 3D

Les éléments biphasiques 3D sont implantés dans Code_Aster ou ATL4S ou les deux à la fois. Tout comme en 2D, nous explorons la modélisation du sol par des éléments linéaires et quadratiques. Les éléments sont hexagonaux et portent huit (HE8), vingt (H20) ou vingt-sept noeuds (H27) (tab. 4.8). Les éléments biphasiques quadratiques sont composés de deux poutres consécutives comme en 2D.

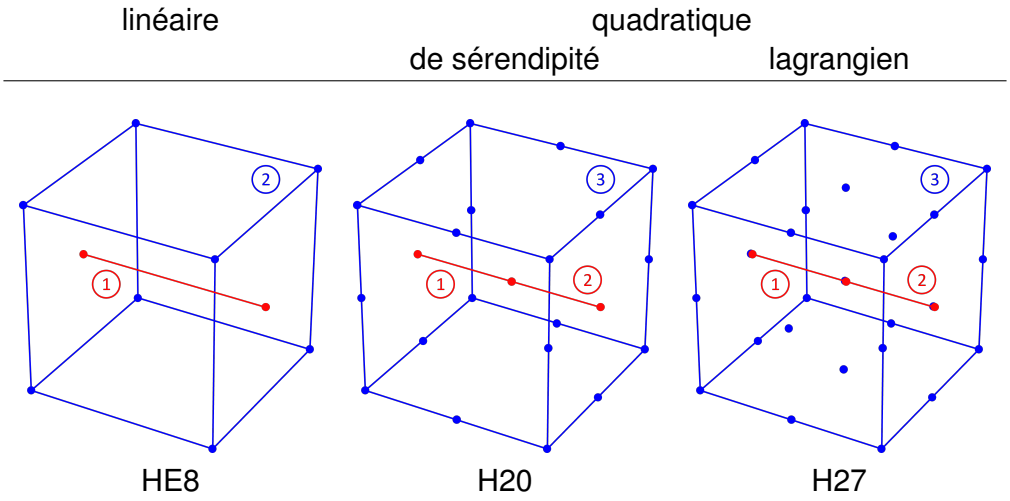


Tableau 4.8 – Types de mailles des éléments biphasiques 3D

Les tableaux récapitulatifs 4.9 et 4.10 répertorient les différents éléments 3D implantés respectivement dans ATL4S et Code_Aster selon la nomenclature introduite en section 3.2.3. Les éléments prenant en charge la modélisation multi-fibres du pieu sont notés "M".

Nom	Support sol	Fonctions de forme du pieu à l'interface
HE8P	HE8	Hermite
H20P	H20	Hermite
H27P	H27	Hermite
H27I	H27	Quadratique Indépendant

Tableau 4.9 – Elements biphasiques 3D implantés dans ATL4S

Nom	Support sol	Fonctions de forme du pieu à l'interface	multi-fibres
HE8I	HE8	Linéaire Indépendant	non
HE8P	HE8	Lagrange	non
HE8PM	HE8	Lagrange	oui
H20P	H20	Lagrange	non
H20PM	H20	Lagrange	oui

Tableau 4.10 – Elements biphasiques 3D implantés dans Code_Aster

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

4.2.1 Spécificités de l'implémentation dans Code_Aster

Code_Aster donne la possibilité d'affecter ou non différents types de degrés de liberté sur les noeuds d'un élément. Tous les éléments biphasiques sont donc construits sur un maillage d'élément H27 classique.

Les éléments biphasiques peuvent donc être maillés avec un mailleur conventionnel. La connectivité de la maille est toutefois contrainte par rapport à l'orientation du pieu. Il faut en effet que les noeuds du pieu soient positionnés aux centres de deux faces opposées particulières, afin d'assurer la continuité entre éléments. En pratique les degrés de liberté du pieu sont portés par les noeuds 23, 25 (et 27 pour les éléments lagrangiens). La fonction d'orientation de la connectivité n'est pas développée dans le cadre de ce travail.

Par ailleurs, il peut être remarqué dans le tableau 4.10 qu'il n'existe pas d'élément biphasique, dont le support de sol est un H27, dans Code_Aster. En effet, l'élément biphasique étant supporté par une maille H27, il serait nécessaire de déclarer à la fois des degrés de liberté de poutre et de sol sur les noeuds 23, 25 et 27 évoqués au-dessus. Cela impose des modifications importantes du code des éléments du sol notamment. Or la philosophie de l'implémentation de l'élément biphasique était de limiter les modifications du code des éléments des phases pieu et sol pré-existants. Les éléments H27P et H27I ne sont donc pas implémentés dans Code_Aster, car plus difficiles à mettre en place, même si cela reste tout à fait possible.

Les éléments dans ATL4S et Code_Aster ne font pas les mêmes hypothèses sur la cinématique de poutre. Dans ATL4S, nous faisons l'hypothèse d'Euler-Bernoulli tandis que dans le Code_Aster nous faisons les hypothèses de Timoshenko et de gauchissement en torsion comme nous l'avons détaillé plus haut dans la formulation. Les fonctions de forme pour la poutre Euler-Bernoulli sont classiquement de type Hermite. Les fonctions de forme pour le poutre Timoshenko sont de type Lagrange.

4.2.2 Eléments linéaires et quadratiques

4.2.2.1 Cas test

Considérons un pieu dans une colonne de sol. Le pieu s'étend de la tête au pied de la colonne. La section de la colonne est de $1\,m$ par $1\,m$. Sa longueur est de $10\,m$. La colonne est discrétisée en vingt mailles H27 affectées de la modélisation biphasique. Le maillage est donné en figure 4.11.

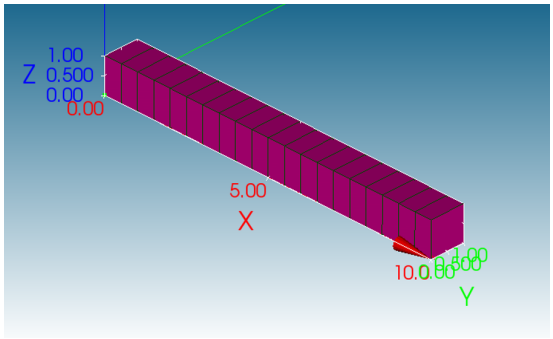


FIGURE 4.11 – Maillage de la colonne en H27, commun à tous les types d'éléments biphasiques 3D

Tous les déplacements du sol sont bloqués en pied de la colonne. Les déplacements du pied du pieu restent libres. Le pieu est chargé en déplacement en tête. Trois directions de charge-

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

ment sont explorées : dans l'axe du pieu, perpendiculairement à l'axe et un enchaînement des deux. Dans les deux premiers cas, un cycle de déplacement entre -1 et $1\ m$ est appliqué. Dans le dernier cas, un déplacement est imposé dans l'axe de la colonne progressivement jusqu'à $u_{x,max} = 0,6\ m$. Il est ensuite maintenu à cette valeur pendant que le déplacement perpendiculairement à l'axe est progressivement augmenté de 0 à $u_{z,max} = 1\ m$.

Le pieu et la colonne de sol sont reliés par les forces d'interface. La loi d'interface élasto-plastique décrite en section 3.1.2 est employée. Selon les cas, l'interface est considérée linéaire élastique ou élasto-plastique parfaite.

Les propriétés du pieu sont données ci-après : module d'Young $E_p = 2.10^{11}\ Pa$, coefficient de Poisson $\nu_p = 0,25$, section $S_p = 0,02\ m^2$, moments quadratiques $I_{p,y} = I_{p,z} = 0,16667.10^{-4}\ m^4$, constante de gauchissement $J_x = 0,45776.10^{-4}\ m^4$. Les propriétés du sol sont : module d'Young $E_s = 4.10^9\ Pa$ et coefficient de Poisson $\nu_s = 0,25$. Enfin, trois types d'interface sont considérées selon les cas tests : linéaire raide, linéaire souple ou élasto-plastique de raideur intermédiaire. Les paramètres de l'interface sont donnés dans le tableau 4.11.

Interface	k_n (N/m^3)	k_t (N/m^3)	f_{ny} (N/m)	f_{ty} (N/m)
linéaire raide	$4,0.10^{10}$	$1,0.10^{10}$	$1,0.10^{14}$	$2,0.10^{14}$
linéaire souple	$4,0.10^{6}$	$1,0.10^{7}$	$1,0.10^{14}$	$2,0.10^{14}$
élasto-plastique intermédiaire	$4,0.10^{7}$	$1,0.10^{8}$	$3,0.10^{6}$	$2,5.10^{7}$

Tableau 4.11 – Paramètres de l'interface pour différents scénarii

Les calculs sont réalisés sur Code_Aster et ATL4S pour différents éléments. Cela permet de vérifier l'implémentation dans Code_Aster. Sont également comparés plus particulièrement les comportements des éléments linéaires (HE8P) et quadratiques de sérendipité (H20P).

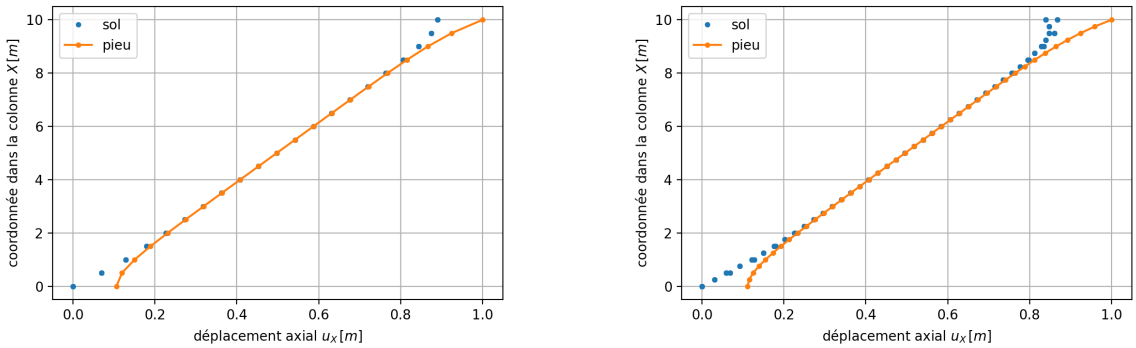
4.2.2.2 Etude de l'interface en sollicitation axiale

Nous retrouvons sur les éléments 3D un comportement axial très similaire à celui des éléments 1D en section 2.2. Lorsque l'interface est raide, les deux phases se collent l'une à l'autre (fig. 4.12). Lorsque qu'elle est plus souple, les déplacements dans chacune des phases sont beaucoup moins importants (fig. 4.13).

Remarquons que certains noeuds du sol de l'élément quadratique sont tous proches les uns des autres dans les zones de forts gradients de déplacement relatif (fig. 4.12b). Les noeuds au milieu des arêtes se disposent en effet en accordéon dans la longueur de la colonne. Le même phénomène se produit sur l'élément 2D QU8P. Ce phénomène s'explique par les fonctions de forme de l'élément. La figure 4.14 représente les efforts d'interface engendrés aux noeuds de différents éléments biphasiques par une sollicitation unidirectionnelle sur une extrémité du pieu. Dans le cas de l'élément H20P uniquement (fig. 4.14a), les forces d'interface sont oppposées sur les noeuds milieux des arêtes. Par exemple l'effort est oppposé sur le noeud 18 par rapport aux noeuds 6 et 7. D'où la disposition des noeuds en accordéon. Au sein d'un bac de sol cette déformée se régularise. Tout comme c'est le cas pour les éléments 2D QU8. Notons que sur la figure 4.14, pour les éléments H27 (b et c), les noeuds des pieux sont légèrement décalés artificiellement par rapport aux noeuds du sol afin de mieux distinguer la répartition des efforts d'interface. Dans le modèle, ils sont géométriquement confondus.

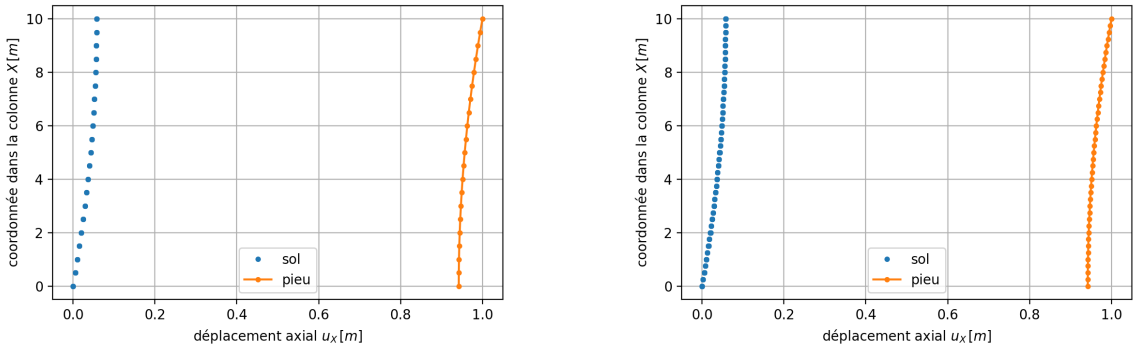
Sur les courbes effort-déplacement en tête de pieu, un très petit écart peut être noté entre les éléments linéaires et quadratiques pour l'interface raide (fig. 4.15b). Cet écart diminue lorsque l'interface s'assouplit (fig. 4.16b et 4.21a (élasto-plastique parfait)). Dans le cas de l'interface

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) HE8P (b) H20P

FIGURE 4.12 – Déplacements axiaux de la colonne pour l'élément linéaire (a) et l'élément quadratique (b) pour l'interface raide



(a) HE8P (b) H20P

FIGURE 4.13 – Déplacements axiaux de la colonne pour l'élément linéaire HE8P (a) et l'élément quadratique H20P (b) pour l'interface souple

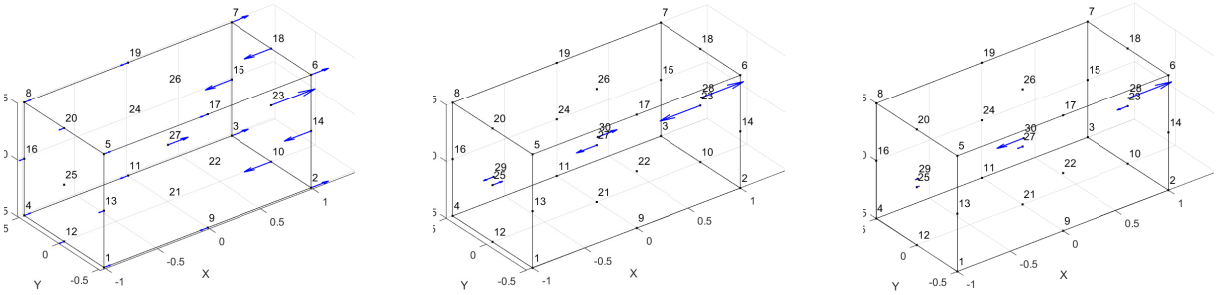
élasto-plastique, la réponse globale est presqu'élastique-parfaite. En effet, l'interface est souple par rapport à la raideur du pieu et du sol et ceux-ci se déforment donc peu. La distribution des déplacements relatifs est donc relativement uniforme dans la hauteur de la colonne et en conséquence les efforts d'interface. Notons par ailleurs, sur les figures, que les réponses des éléments implémentés dans Code_Aster et ATL4S se superposent comme attendu.

4.2.2.3 Etude de l'interface en sollicitation transversale

En chargement transversal, tout comme dans le cas du chargement axial, les phases se collent lorsque l'interface est raide (figs. 4.17 et 4.18). Par ailleurs, les déplacements de l'élément quadratique ne présentent pas d'effet accordéon comme en sollicitation axiale.

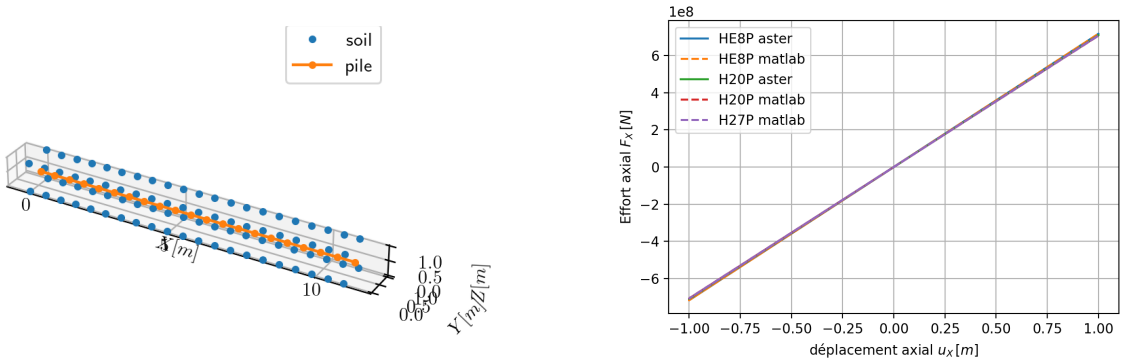
Les courbes effort-déplacement en tête de pieu mettent à nouveau en lumière le blocage en cisaillement des éléments linéaires (fig. 4.19b). Leur raideur est en effet surévaluée. L'écart diminue avec l'assouplissement de l'interface puisqu'alors la contribution du sol diminue dans la réponse en tête de pieu (fig. 4.20b et 4.21b (élasto-plastique parfait)). Sur ces figures, les réponses des éléments implantés dans Code_Aster et ATL4S se superposent à nouveau.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



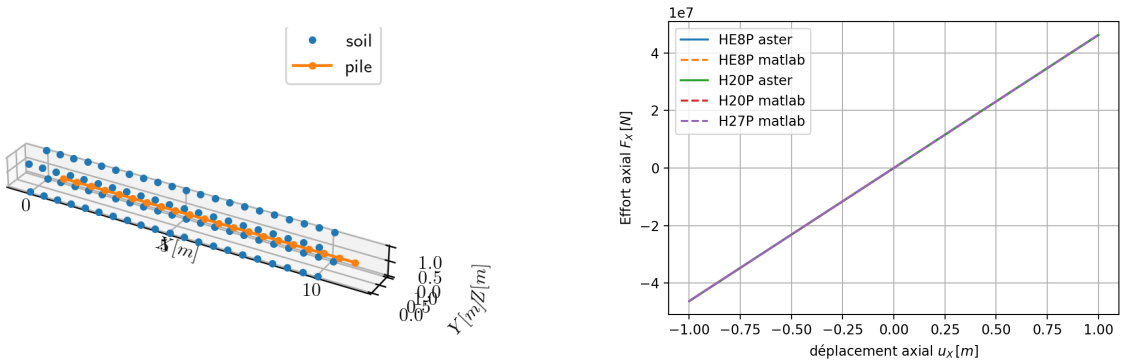
(a) H20P (b) H27P (c) H27I

FIGURE 4.14 – Efforts d'interface résultant sur les noeuds de la maille biphasique d'un déplacement unitaire axial à une extrémité du pieu.



(a) déformée (b) effort-déplacement

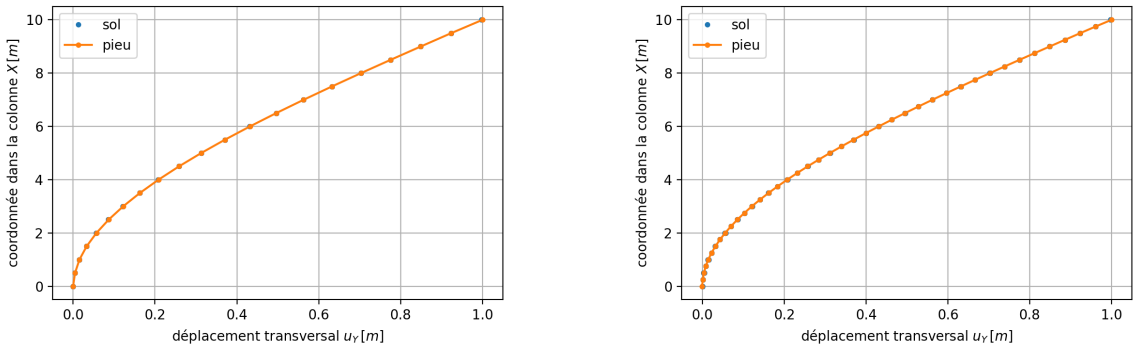
FIGURE 4.15 – Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement axial en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface raide



(a) déformée (b) effort-déplacement

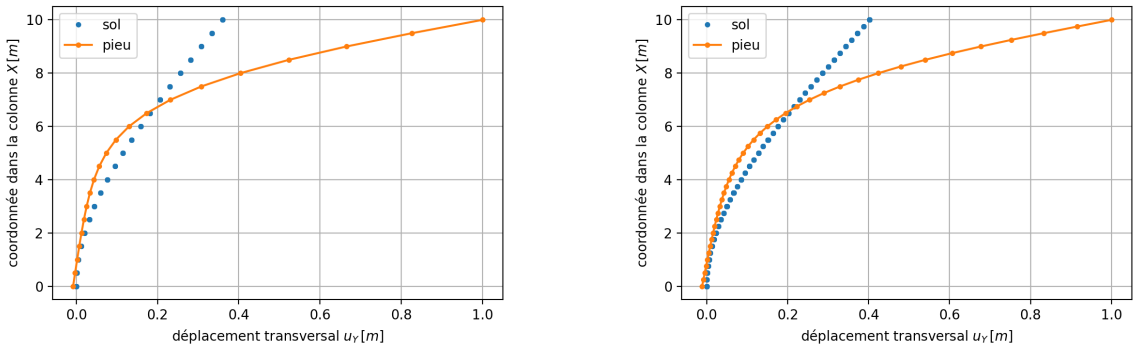
FIGURE 4.16 – Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement axial en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface souple

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



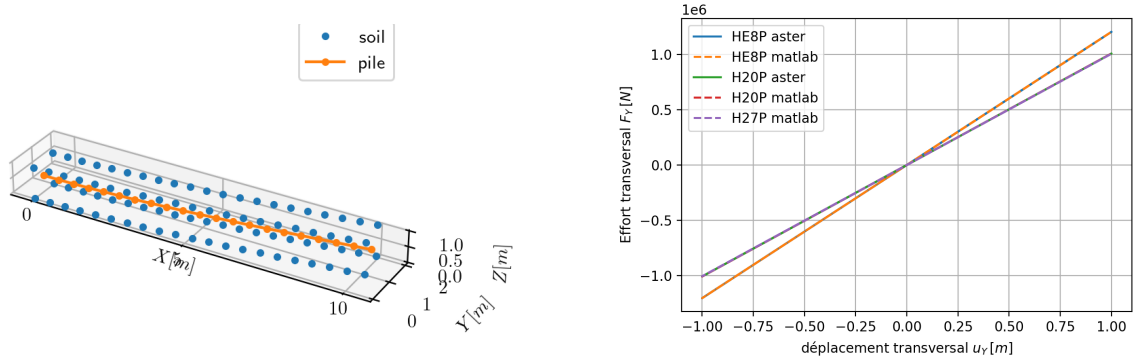
(a) HE8P (b) H20P

FIGURE 4.17 – Déplacements transversaux de la colonne pour l'élément linéaire HE8P (a) et l'élément quadratique H20P (b) pour l'interface raide



(a) HE8P (b) H20P

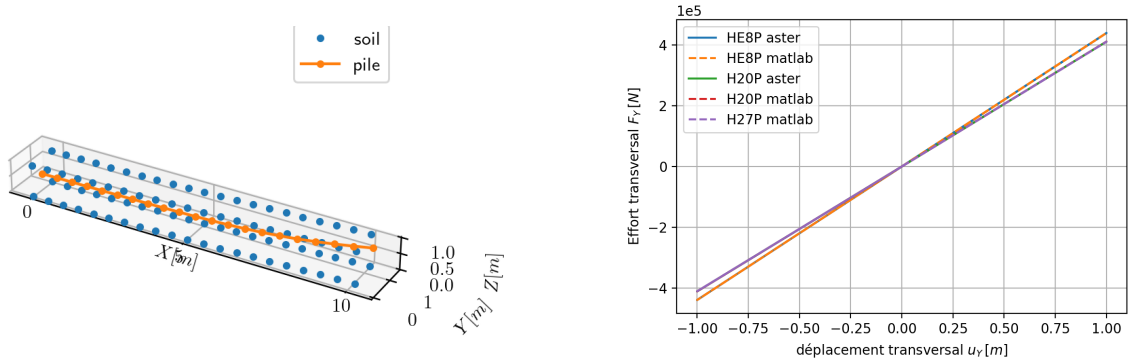
FIGURE 4.18 – Déplacements transversaux de la colonne pour l'élément linéaire HE8P (a) et l'élément quadratique H20P (b) pour l'interface souple



(a) déformée (b) effort-déplacement

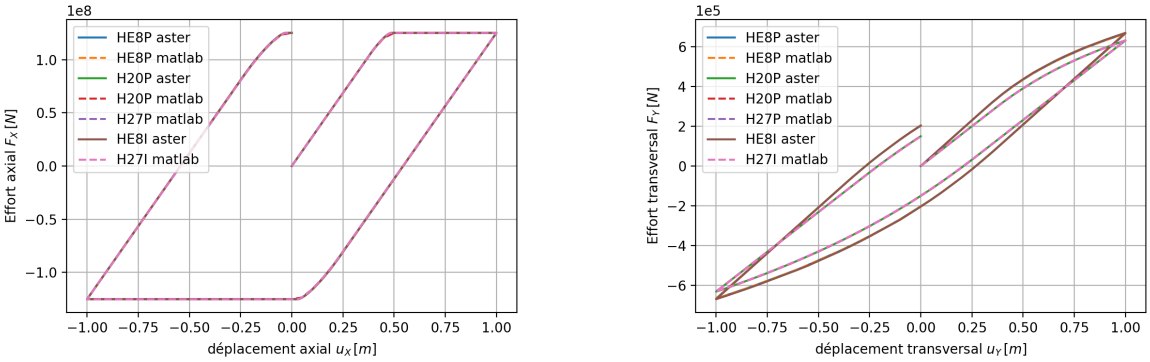
FIGURE 4.19 – Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement transversal en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface raide

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) déformée (b) effort-déplacement

FIGURE 4.20 – Déformée de la colonne pour l'élément HE8P (a) et courbe effort-déplacement transversal en tête de pieu pour différents éléments (b) pour l'interface souple



(a) axial (b) transversal

FIGURE 4.21 – Courbes effort-déplacement en tête de pieu pour différents éléments en chargement axial (a) et transversal (b) pour l'interface élasto-plastique parfaite

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

4.2.2.4 Etude de l'interface en sollicitation combinée

Rappelons que le déplacement est imposé progressivement dans l'axe de la colonne, puis maintenu à une valeur constante tandis que le déplacement perpendiculairement à l'axe est progressivement augmenté et que la loi d'interface est élasto-plastique parfaite.

Nous remarquons sur la figure 4.22 que l'effort résultant dans l'axe de la colonne diminue avec l'augmentation de l'effort transversal. Le couplage à l'interface est ainsi mis en évidence.

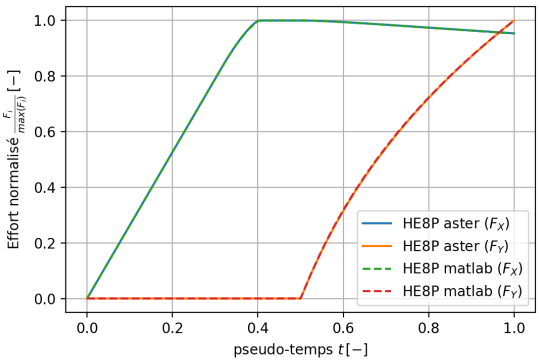


FIGURE 4.22 – Courbes effort-déplacement en tête de pieu pour le chargement combiné

4.2.3 Interaction entre l'interface et la discrétisation multi-fibres

L'objectif de ce cas test est de valider le comportement des éléments biphasiques multi-fibres en interaction avec l'interface. L'implémentation des poutres multi-fibres dans les éléments biphasiques linéaires (HE8P) et quadratiques de sérendipité (H20P) fait l'objet d'une vérification préalable distincte présentée en annexe B.

4.2.3.1 Cas test

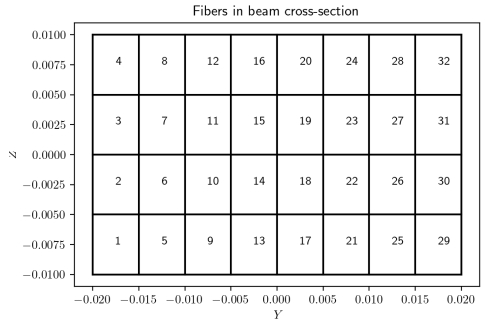
Le système considéré est le même qu'au dessus (fig. 4.11), avec les propriétés de l'interface non-linéaire (tab. 4.11).

La section du pieu est de $0.2 \times 0.1\ m^2$. Elle est discrétisée en $n_Y = 8$ fibres sur la direction Y et $n_Z = 4$ fibres sur Z pour un total de $n = 32$ fibres. La numérotation des fibres est donnée en figure 4.23a. Un écrouissage isotrope linéaire est attribué aux fibres du pieu. Les propriétés de la loi sont : le module d'Young E, la pente de l'écrouissage E_T et la limite d'élasticité σ_y (fig. 4.23b)

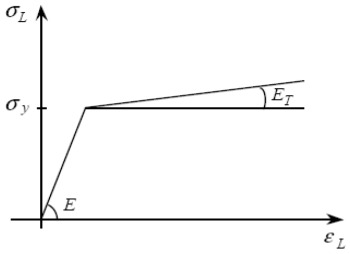
Dans les éléments multi-fibres Code_Aster, l'intégration à l'échelle de la section se fait de façon discrète par sommation non-pondérée des contributions de chaque fibre. L'intégration n'est donc pas exacte. Mais plus il y a de fibres, plus elle s'approche de la solution exacte. Une intégration exacte donne respectivement un moment quadratique autour de l'axe Y valant $I_{p,Y} = 1,6667.10^{-5}\ m^4$ et un moment quadratique autour de l'axe Z valant $I_{p,Z} = 6,6667.10^{-5}\ m^4$. La discrétisation multi-fibre adoptée, donne en revanche $I_{p,Y} = 1,56250.10^{-5}\ m^4$ et $I_{p,Z} = 6,56250.10^{-5}\ m^4$. Ces valeurs ne diffèrent que très légèrement de la solution exacte.

Afin de vérifier l'interaction entre l'interface et la discrétisation multi-fibres, l'élément biphasique linéaire multi-fibres (HE8PM) est comparé dans deux cas : l'un où les fibres restent élastiques et l'autre où elles sont autorisées à plastifier. Cette comparaison est effectuée indépendamment en sollicitations axiale (traction sur X) et transversale (flexion sur Z). Notons que

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Numérotation des fibres dans la section



(b) contrainte-déformation de la fibre

FIGURE 4.23 – Numérotation des fibres dans la section (a) et loi de comportement uniaxial des fibres (R50302, 2023) (b)

Modélisation	E_p (Pa)	ν_p $(-)$	$E_{T,p}$ (Pa)	$\sigma_{y,p}$ (Pa)
X (lin)	2.10^{11}	$0,3$	–	–
X (nlin)	2.10^{11}	$0,3$	1.10^{10}	40.10^{8}
Z (lin)	2.10^{11}	$0,3$	–	–
Z (nlin)	2.10^{11}	$0,3$	1.10^{8}	8.10^{8}

TABLEAU 4.12 – Valeurs des paramètres de la loi de comportement des fibres en fonction des cas de comparaison

les valeurs des paramètres de la loi des fibres diffèrent selon la direction de sollicitation. Le tableau 4.12 résume les paramètres géométriques de la poutre ainsi que les valeurs des paramètres de la loi du comportement des fibres en fonction de la modélisation considérée.

Tout comme dans le cas test précédent, le pieu est chargé en déplacement en tête. Aussi bien en sollicitation axiale que transversale, un cycle de déplacement entre -1 et $1\,m$ est appliqué.

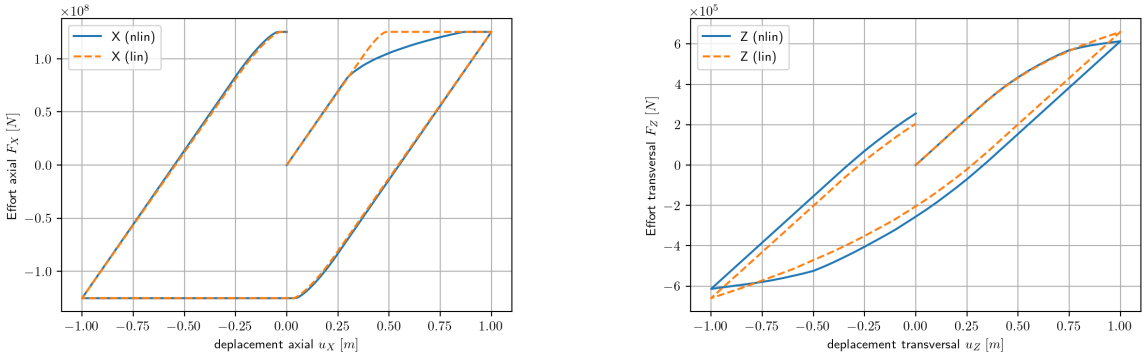
4.2.3.2 Etude de l'interaction en sollicitation axiale

En sollicitation axiale (fig. 4.24a), une plastification plus progressive s'observe à l'échelle globale dans le cas des fibres élasto-plastiques par rapport au cas des fibres élastiques. En effet, nous l'avons discuté plus haut, dans le cas des fibres élastiques, comme l'interface est souple par rapport à la raideur du pieu et du sol, ceux-ci se déforment peu et la distribution des déplacements relatifs est donc relativement uniforme dans la hauteur de la colonne et en conséquence les efforts d'interface. Dans le cas où les fibres sont autorisées à plastifier en revanche, comme les efforts d'interface ne sont pas distribués de façon strictement homogène, certaines sections plastifient avant d'autres, induisant un gradient de déplacement relatif dans ces zones affectant la distribution des efforts d'interface dans la hauteur de la colonne. L'évolution de la non-linéarité à l'échelle globale est donc plus progressive que dans le cas des fibres élastiques.

La figure 4.25a présente la courbe contrainte-déformation des fibres au premier point de Gauss de l'élément de tête. S'y distinguent comme attendu une première pente élastique, une seconde liée à l'écrouissage avec un module $E_{T,p}$ et enfin un déchargement et rechargement élastiques. L'écrouissage est en effet isotrope.

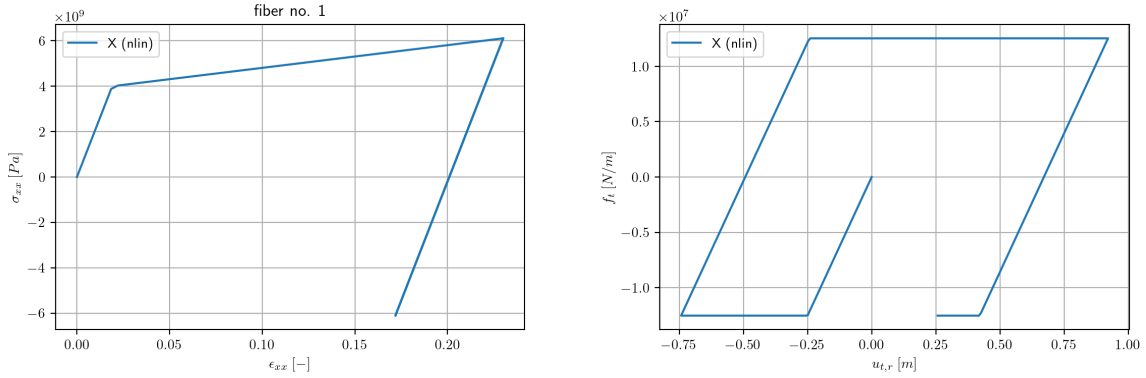
La figure 4.25b présente la courbe de l'effort d'interface tangentiel f_t en fonction du déplacement relatif tangentiel $u_{t,r}$ dans l'élément de tête. Comme attendu, un cycle élasto-plastique parfait avec un plateau à $f_t = p_p f_{ty}$ peut être observé, où p_p est le périmètre du pieu.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) axial (b) transversal

FIGURE 4.24 – Courbes effort-déplacement en tête du pieu multi-fibres pour l'interface élasto-plastique parfaite



(a) $\sigma_{xx} - \epsilon_{xx}$ (b) $f_{ty} - u_{t,r}$

FIGURE 4.25 – Courbes de comportement des fibres (a) et de l'interface (b) au premier point de Gauss de l'élément en tête

4.2.3.3 Etude de l'interaction en sollicitation transversale

En sollicitation transversale (fig. 4.24b), deux régimes sont identifiables sur la courbe effort-déplacement dans le cas des fibres élasto-plastiques. A partir d'un déplacement transversal de $0,3\ m$ et jusqu'à $0,75\ m$, seule l'interface plastifie. Au-delà les fibres commencent à s'écrouir.

Dans le domaine élastique, les temps de calcul de l'élément biphasique multi-fibres sont seulement légèrement plus longs que ceux de l'élément biphasique simple (+20%). En revanche, la stratégie de stockage des contraintes et variables internes adoptée impose des tailles de stockage importantes. Chaque point d'intégration de l'élément, qu'il concerne la poutre, le sol ou l'interface contient en effet les sous-points d'intégration nécessaires à l'intégration de la section de la poutre multi-fibres, alors que ces sous-points ne sont utiles que sur les points d'intégration de la poutre. En pratique, les temps de calcul et RAM nécessaire n'en sont que peu affectés, en revanche l'impression de tous les résultats est très coûteuse et nous recommandons donc de n'imprimer que les résultats strictement nécessaires.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

4.3 Conclusion

Il a été vu dans ce chapitre que les éléments biphasiques linéaires ne représentent pas la flexion de façon exacte du fait du blocage en cisaillement de l'élément de sol lorsqu'il est intégré de façon exacte. Au sein d'un bac de sol, l'écart à l'échelle globale reste relativement faible toutefois et diminue avec la finesse du maillage. Il convient tout de même d'être vigilant à l'emploi des éléments linéaires dans le cas de maillages grossiers et de raideurs de sol importantes. L'emploi des éléments quadratiques est à privilégier par rapport aux éléments linéaires.

Nous venons également de voir que les éléments quadratiques de sérendipité présentent une irrégularité sur la déformée en sollicitation axiale. Néanmoins, dans un bac de sol, cette déformée tend à se régulariser. Les éléments quadratiques lagrangiens (QU9 et H27) semblent être les plus performants, mais ils représentent un coût de calcul supplémentaire par rapport aux éléments de sérendipité (QU8 et H20).

De manière générale, les éléments quadratiques impliquent un coût de calcul plus élevé, car ils comportent davantage de noeuds et de points d'intégration. Une stratégie par sous-intégration de ces éléments pourrait être adoptée. Il pourrait d'ailleurs être envisagé de sous-intégrer également les éléments linéaires afin de dépasser le blocage en cisaillement. Ces perspectives seront discutées à la fin du travail (section 7.2).

Par manque de temps, les applications en statique et dynamique dans la suite sont réalisées à l'aide des éléments linéaires HE8P et HE8PM uniquement. Les éléments multi-fibres nécessitent en effet la mise en place de post-traitements spécifiques des efforts généralisés. Or ces routines n'ont été implémentées jusqu'ici que pour l'élément linéaire HE8PM.

L'utilisation de l'élement biphasique multi-fibres a mis en évidence l'importance de l'espace de stockage qu'il requiert du fait de ses nombreux sous-points d'intégration. En pratique, les temps de calcul et mémoire RAM nécessaire n'en sont que peu affectés, en revanche l'impression de tous les résultats est très coûteuse. Nous recommandons donc de n'imprimer que les résultats strictement nécessaires. Une évolution de la structure de stockage de l'élément n'est pas envisageable à court terme, car la technique de stockage est contrainte à l'échelle globale par Code_Aster.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 5

Applications et vérifications de l'élément biphasique 3D pour les pieux en statique

L'objectif de ce chapitre est double. Premièrement, il s'agit de vérifier le comportement statique du modèle proposé par comparaison à des résultats disponibles dans la littérature. Le modèle biphasique est d'abord utilisé dans un sol stratifié et confronté à la méthode des courbes de transfert "p-y" et "t-z". Dans un second temps, le modèle biphasique est utilisé pour le calcul de la surface de rupture d'un pieu souple dans un sol homogène sous effort horizontal et moment hors plan. Enfin, il est utilisé pour le calcul de la surface de rupture d'un pieu rigide dans un sol à nouveau homogène sous efforts horizontal et vertical.

5.1 Validation sur un sol stratifié

Le but de cette partie est de valider la capacité du modèle à représenter un sol stratifié. Les résultats du modèle sont comparés à ceux obtenus par la méthode des courbes de transfert "p-y" et "t-z" (section 1.4.3).

La définition du cas test, ainsi que tous les calculs, hypothèses et choix de courbes pour la méthode des courbes de transfert ont été réalisés par Thomas Jochyms (Vinci Construction Grands Projets). Les descriptions faites, dans la suite, du cas test et des calculs de cette méthode s'appuient largement sur la note interne Jochyms (2024).

5.1.1 Présentation du cas d'étude

Considérons un pieu dans un sol stratifié composé de trois couches (fig. 5.1). La couche supérieure est constituée d'une argile molle d'une épaisseur de 11 m. Immédiatement au-dessous, se trouve une couche d'argile raide d'épaisseur 4.5 m. Le rocher s'étend sur toute la hauteur restante du pieu et en-deçà. La longueur totale du pieu est de $L = 46.5\,m$, son diamètre de $d = 2.5\,m$. Tout le sol est saturé en eau.

Les paramètres géotechniques des couches de sol sont précisés dans le tableau 5.1 : les niveaux supérieurs et inférieurs de chaque couche, la masse volumique du sol saturé ρ_{sat}, la cohésion non-drainée de l'argile c_u, la résistance à la compression de la roche UCS, la vitesse de cisaillement v_s et le coefficient de Poisson ν_s. La section du pieu est considérée homogène. Le module d'Young est de $E_p = 21\ MPa$ et son coefficient de Poisson $\nu_p = 0,2$. Les paramètres du pieu sont résumés dans le second tableau 5.2.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

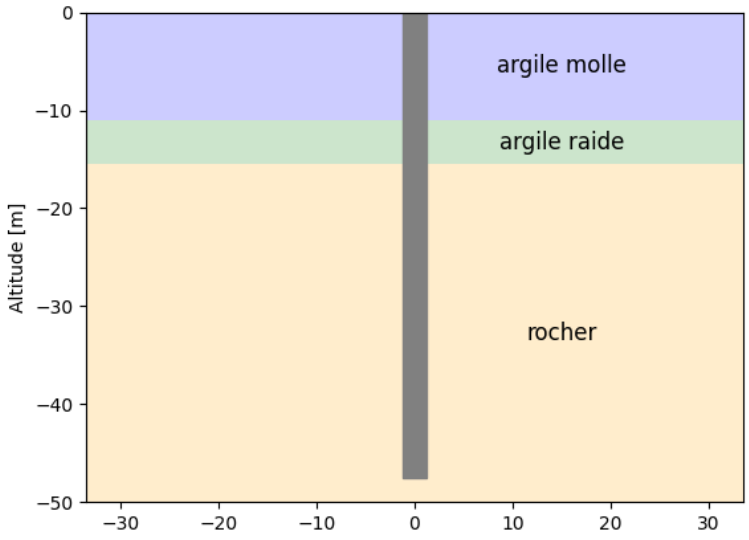


FIGURE 5.1 – Représentation du profil de sol

Sol	niv. sup. (m)	niv. inf. (m)	ρ_{sat} (kg/m^3)	c_u (kPa)	UCS (MPa)	v_s (m/s)	ν_s $(-)$
Argile molle	$0,0$	$-11,0$	1400	20	–	120	$0,45$
Argile raide	$-11,0$	$-15,5$	1600	110	–	300	$0,45$
Roche sup	$-15,5$	$-25,5$	1900	–	$3,5$	580	$0,4$
Roche inf	$-25,5$	–	1900	–	$3,5$	850	$0,4$

TABLEAU 5.1 – Paramètres géotechniques des couches de sol

L (m)	d (m)	E_p (MPa)	ν_p $(-)$
$46,5$	$2,5$	21	$0,2$

TABLEAU 5.2 – Paramètres géométriques et mécaniques du pieu

5.1.2 Définition des courbes de transfert "p-y", "t-z" et "Q-z"

Le frottement vertical des couches d'argiles contre le pieu est négligé. Les courbes de transfert verticales ("t-z") ne sont donc définies que pour la roche. La réaction latérale (courbes "p-y") en revanche est considérée dans toutes les couches. L'effet de pointe (courbes "Q-z") est également pris en compte.

5.1.2.1 Argiles molles

Pour les argiles molles, les courbes de transfert latérales de Matlock (1970) sont choisies. Les paramètres des courbes sont :

$$\begin{cases} p_u = \min\left\{3 + \frac{\sigma'_v}{c_u} + J\frac{z}{d}\ ;\ 9\right\} c_u d \\ y_{50} = 2.5\epsilon_{50} d \end{cases} \tag{5.1}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

où c_u la cohésion non drainée de l'argile valant $18\,kPa$, $\sigma_v^{'}$ la contrainte effective verticale, J un paramètre valant $0,5$ pour les argiles molles, d le diamètre du pieu, z la profondeur et ϵ_{50} la déformation du sol valant $0,02$ pour des argiles ayant un c_u inférieur à $50\,kPa$. La contrainte verticale $\sigma_v^{'}$ contient un terme de surcharge de $50\,kPa$. L'évolution de la courbe est donnée par l'équation (fig. 5.2) :

$$p = \min\left\{0.5 p_u \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{\frac{1}{3}} \;;\; p_u\right\} \tag{5.2}$$

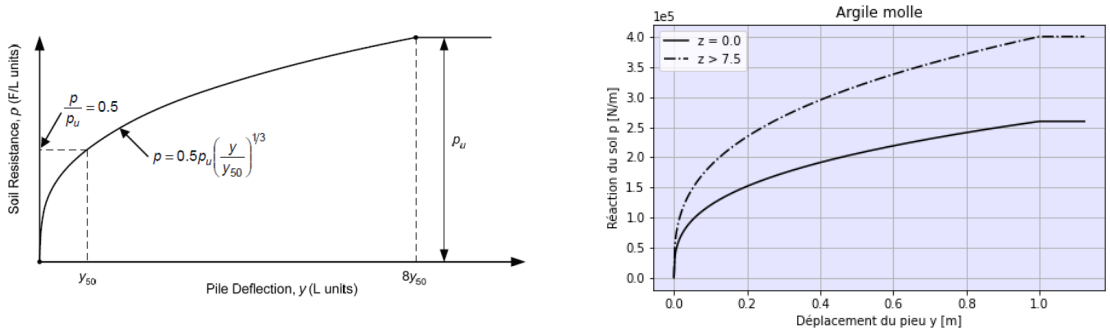


FIGURE 5.2 – Courbe de transfert latérale de l'Argile molle. Matlock (1970) (à gauche) et application (à droite)

5.1.2.2 Argiles raides

Pour les argiles raides, les courbes latérales de Reese et al. (1975) sont employées. Les paramètres des courbes sont légèrement différents du cas précédent :

$$\begin{cases} p_c = \min\left\{2 + \frac{\sigma_v^{'}}{c_u} + J\frac{z}{d} \;;\; 11\right\} c_u d \\ y_{50} = \epsilon_{50} d \end{cases} \tag{5.3}$$

où $J = 2,83$, $\epsilon_{50} = 0,005$ pour des argiles ayant un c_u compris entre $100\,kPa$ et $200\,kPa$, k_s la raideur élastique valant $135\,MN/m^3$ pour les argiles ayant un c_u de l'ordre de $100\,kPa$, A_s un paramètre valant $0,6$ pour des argiles à des profondeurs supérieures à $4d$. Ici $4d = 10\,m$. L'évolution de la réaction latérale est donnée par les équations (fig. 5.3) :

$$\begin{cases} \text{si } y < \frac{0.5 p_c \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{\frac{1}{2}}}{k_s z}, & p = k_s z y \\ \text{si } y < A_s y_{50}, & p = 0.5 p_c \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \text{si } y < 6A_s y_{50}, & p = 0.5 p_c \left(\frac{y}{y_{50}}\right)^{\frac{1}{2}} - 0.055 p_c \left(\frac{y - A_s y_{50}}{A_s y_{50}}\right)^{\frac{5}{4}} \\ \text{si } y < 18A_s y_{50}, & p = 0.5 p_c (6A_s)^{\frac{1}{2}} - 0.411 p_c - \frac{0.0625}{y_{50}} p_c (y - 6A_s y_{50}) \\ \text{sinon}, & p = p_c \left(1.225 A_s^{\frac{1}{2}} - 0.75 A_s - 0.411\right) \end{cases} \tag{5.4}$$

5.1.2.3 Roche

Pour la roche, les courbes de transfert latérales de Reese sont choisies Reese (1997) :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

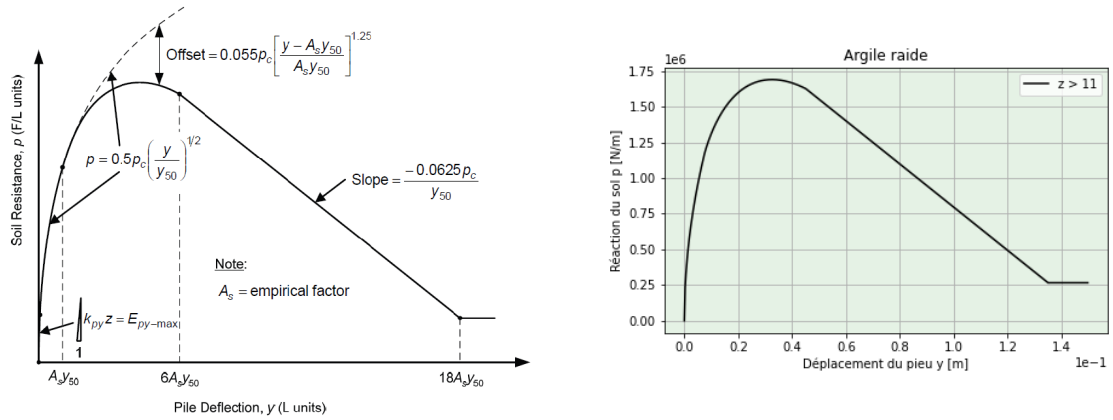


FIGURE 5.3 – Courbe de transfert latérale de l'Argile raide. Reese et al. (1975) (à gauche) et application (à droite)

$$\begin{cases} p_{ur} = \min\left\{1 + J\frac{z_r}{d}\ ;\ 5.2\right\}\alpha_r UCS\, d \\ y_{rm} = k_{rm} d \end{cases} \tag{5.5}$$

où UCS la résistance à la compression de la roche valant $3,5\,MPa$, J valant $1,4$, z_r la profondeur sous le toit de la roche, $\alpha_r = 1 - \frac{2}{3}RQD = 0,4$ avec $RQD = 90\%$, k_{rm} un paramètre variant entre 5.10^{-5} et 5.10^{-4}, dont une valeur intermédiaire est choisie : $k_{rm} = 2.10^{-4}$. La pente initiale de la fonction de transfert dans la roche est donnée par $K_{ir} = k_{ir}E_{ir}$, où $k_{ir} = \min\left\{100 + \frac{400z_r}{3d}\ ;\ 500\right\}$ et le module initial de la roche E_{ir} vaut $160\,MPa$ jusqu'à $z = 25,5\,m$ et $400\,MPa$ au-delà. L'évolution de la courbe de transfert de la roche est donnée par l'équation (fig. 5.4) :

$$p = \min\left\{K_{ir}y\ ;\ 0.5p_{ur}\left(\frac{y}{y_{rm}}\right)^{\frac{1}{4}}\ ;\ p_{ur}\right\} \tag{5.6}$$

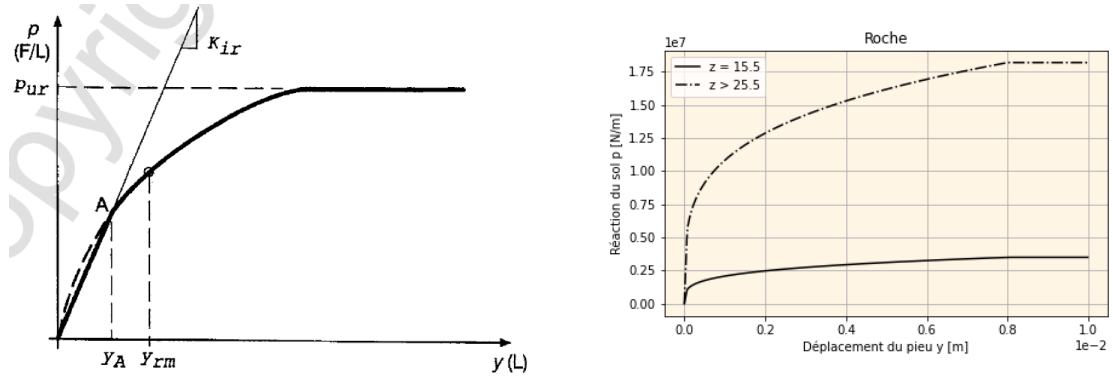


FIGURE 5.4 – Courbe de transfert latérale de la roche. Reese (1997) (à gauche) et application (à droite)

Poursuivons avec la définition des courbes de transfert verticales ("t-z") de la roche (fig. 5.5a). Pour les roches, aucune méthode de détermination des courbes de transfert verticales n'est donnée dans AASHTO (2014). La roche est donc assimilée à une argile (sol cohésif). Nous nous appuyons sur les courbes de API (2000) pour décrire son évolution. D'après l'AASHTO, le frottement maximal mobilisable peut être pris égal à :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$$t_{max} = 0.65 P_{atm} \alpha_E \sqrt{\frac{UCS}{P_{atm}}} P \tag{5.7}$$

où P_{atm} la pression atmosphérique prise égale à $101\,kPa$, P le périmètre du pieu et α_E un coefficient dépendant du degré de fracturation de la roche et valant $0,85$ pour des RQD proches de $100\,\%$. L'évolution du frottement vertical t en fonction du déplacement vertical du pieu z est donnée par le tableau 5.3 :

$\frac{z}{d}$	$\frac{t}{t_{max}}$
0	0
0,0016	0,3
0,0031	0,5
0,0057	0,75
0,008	0,9
0,01	1,0
0,02	0,8
∞	0,8

Tableau 5.3 – Evolution des courbes t-z selon l'API

Enfin présentons les courbes de réaction de pointe (fig. 5.5b). D'après, l'AASHTO la résistance en pointe maximale mobilisable peut être prise égale à :

$$Q_{max} = 2,5\, UCS\, A \tag{5.8}$$

où A est l'aire de la section du pieu. Quel que soit le type de sol, l'API recommande de déterminer les courbes "Q-z" à partir du tableau 5.4 :

$\frac{z}{d}$	$\frac{Q}{Q_{max}}$
0	0
0,002	0,25
0,013	0,5
0,042	0,75
0,073	0,9
0,1	1,0
∞	1,0

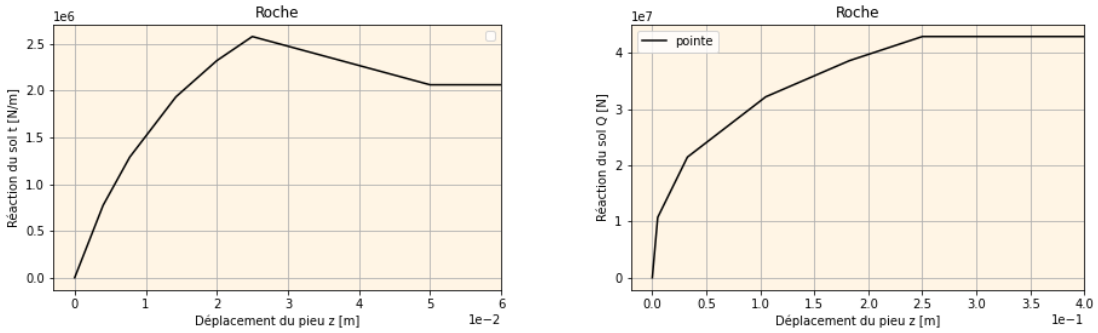
Tableau 5.4 – Evolution des courbes Q-z selon l'API

5.1.3 Modèle de référence

Les calculs par la méthode des transferts sont effectués à l'aide du logiciel Foxta (v4), en utilisant les modules PIECOEF+ (Cuira, 2020) et TASPIE+ (Cuira, 2022) pour modéliser les chargements latéraux et verticaux, respectivement. Ces deux modules reposent sur la méthode des EF. Le pieu et le sol sont discrétisés conjointement en profondeur, ici avec un pas de 10 cm.

Commençons par décrire le modèle de comportement latéral (PIECOEF+). Le pieu adopte une cinématique de poutre selon les théories d'Euler-Bernoulli ou de Timoshenko, tout en restant dans le domaine élastique. La réaction surfacique du sol p est régie par une loi symétrique

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

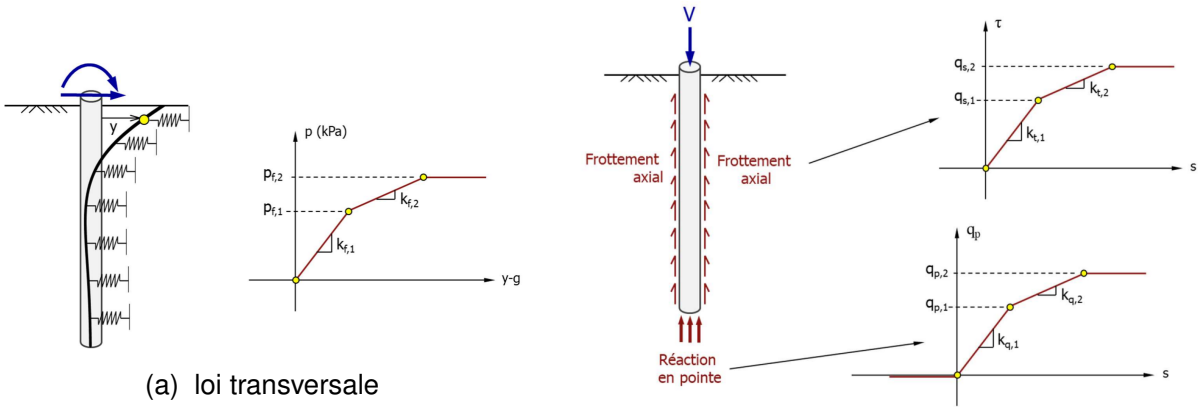


(a) Frottement vertical (b) Pointe

FIGURE 5.5 – Courbes de transfert verticale et pointe dans la roche

à trois paliers, définie à partir de deux coefficients de réaction, $k_{f,1}$ et $k_{f,2}$ (pentes) ainsi que de deux paliers de plastification $p_{f,1}$ et $p_{f,2}$ (fig. 5.6a).

Le comportement vertical (TASPIE+) suit un schéma similaire. La réaction verticale du sol t est décrite par une loi symétrique semblable à celle du comportement latéral (fig. 5.6b). Le nombre de paliers peut toutefois monter jusqu'à dix. La réaction de pointe Q présente des propriétés similaires, à l'exception de son caractère asymétrique, sa raideur étant nulle en traction.



(a) loi transversale

(b) lois verticales

FIGURE 5.6 – Représentation des lois de réaction du sol le long du pieu, ainsi qu'en pointe (Cuira, 2020, 2022)

5.1.4 Calage du modèle de référence

Vis-à-vis du comportement latéral, les trois couches de sol sont représentées par des courbes de transfert bilinéaires à trois paliers (fig. 5.7).

Pour l'argile molle, le paramètre p_u (voir plus haut) est calculé aux profondeurs $z = 0\,m$ et $z = 5\,m$. Il est approximé respectivement à $250\,kN/m$ et $375\,kN/m$. Le paramètre est interpolé entre les deux profondeurs, au-delà il est considéré constant. L'évolution de la courbe de transfert calée suit l'évolution donnée au tableau 5.5. Le premier palier $p_{f,1}$ est pris égal à $0,35p_u$, le second palier $p_{f,2}$ à $0,75p_u$. Les pentes de la courbe sont définies de sorte à ce que les paliers intersectent la courbe de référence. Les intersections entre les lois bi-linéarisées et les courbes de référence ne sont cependant pas exactes. C'est le fait des approximations et interpolations du paramètre p_u.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

y	$\frac{p}{p_u}$
(m)	$(-)$
$0,00$	$0,00$
$0,04$	$0,35$
$0,40$	$0,75$
$2,00$	$0,75$

Tableau 5.5 – Evolution des courbes de transfert bi-linéarisées pour l'argile molle

Pour l'argile raide, la courbe est identique à toutes les profondeurs. Le second palier est choisi de sorte à intercepter la courbe de référence autour de $y = 0,02\,m$. Il vaut $1600\,kN/m$. Cela permet d'approcher un niveau moyen de réaction sur la portion en cloche de la référence. Le reste des paramètres est choisi de sorte à ce que la courbe colle au mieux sur toute la plage de déplacement inférieur à $0,02\,m$.

y	p_u
(m)	(kN/m)
$0,000$	0
$0,003$	800
$0,015$	1600
$2,000$	1600

Tableau 5.6 – Evolution de la courbe de transfert bi-linéarisée pour l'argile raide

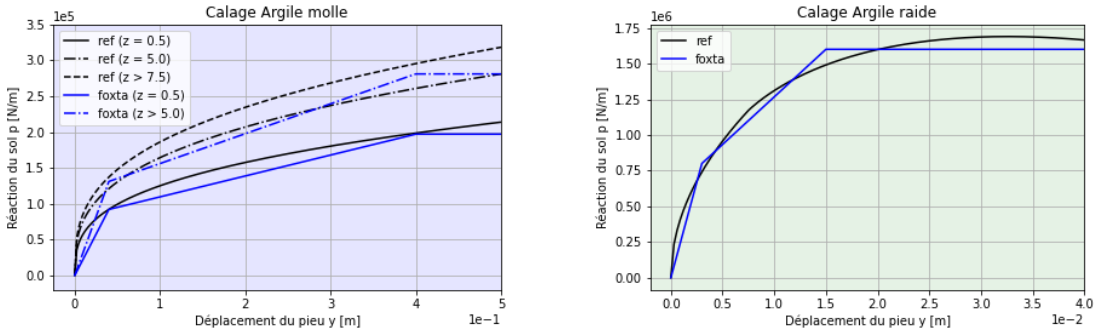
Pour la roche, de façon similaire à l'argile molle, le paramètre p_{ur}, défini plus haut, est calculé à deux profondeurs $z = 15,5\,m$ et $z = 25,5\,m$. Il vaut respectivement $3500\,kN/m$ et $18200\,kN/m$. Le paramètre est interpolé entre les deux profondeurs, au-delà il est considéré constant. L'évolution de la courbe de transfert calée est donnée dans le tableau 5.7. Le premier palier $p_{f,1}$ est pris égal à $0,6p_{ur}$, le second palier $p_{f,2}$ correspond à p_{ur}. Les pentes de la courbe sont ici à nouveau définies de sorte à ce que les paliers intersectent la courbe de référence. Comme pour l'argile molle, les intersections entre les lois bi-linéarisées et les courbes de référence ne sont pas exactes. C'est le fait de l'interpolation du paramètre p_{ur} entre $z = 15,5\,m$ et $z = 25,5\,m$.

y	$\frac{p}{p_u}$
(m)	$(-)$
$0,000$	$0,0$
$0,001$	$0,6$
$0,008$	$1,0$
$2,000$	$1,0$

Tableau 5.7 – Evolution des courbes de transfert bi-linéarisées pour la roche

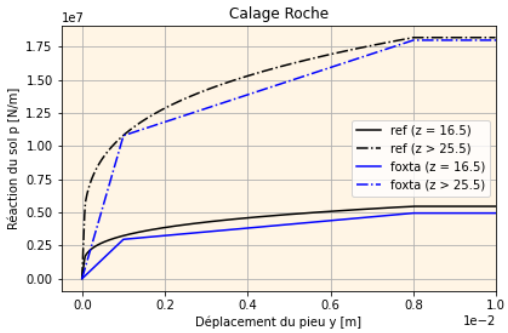
Verticalement, TASPIE+ autorise la définition de lois d'interface et de pointe à 10 paliers. Celles-ci sont donc calées au plus proche des courbes de référence. Seule la valeur limite est modifiée par rapport à la référence. Ce palier $q_{s,2}$ est pris égal à $2500\,kN/m$ dans le cas du frottement vertical dans la roche (fig. 5.8a). Ce même palier $q_{p,2}$ est pris égal à $40000\,kN$ dans le cas de la réaction de pointe (fig. 5.8b). Rappelons que, verticalement, seuls sont considérés le frottement dans la roche et l'effet de pointe.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



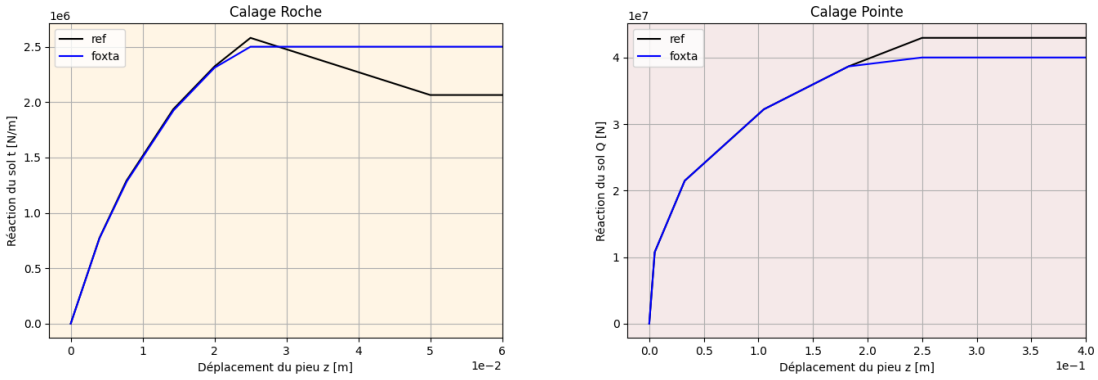
(a) Argile molle

(b) Argile raide



(c) Roche

FIGURE 5.7 – Calage des lois de sol latérales bi-linéarisées Foxta sur les courbes de référence des trois couches de sol



(a) Roche

(b) Pointe

FIGURE 5.8 – Calage du dernier palier des lois de sol verticales du modèle Foxta sur les courbes de référence de la roche et de la pointe

5.1.5 Modèle biphasique

Le modèle biphasique est composé d'un assemblage en colonne d'éléments biphasiques hexaédriques linéaires HE8P. La colonne est axée sur la direction X pour des raisons de commodité. Le maillage est raffiné dans les zones de forte courbure (fig. 5.9).

Tous les noeuds du sol sont bloqués. Les noeuds de la phase pieu sont reliés à la phase sol par les forces d'interface. La loi d'interface de l'élément représente donc la réaction de toute l'épaisseur de sol et non plus simplement celle de l'interface. L'effet de pointe est représenté par un ressort unidirectionnel dont l'extrémité est bloquée.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



FIGURE 5.9 – Maillage des couches de sol

Dans le cas général, au sein d'un groupe, un pieu peut comprimer sa pointe ou se décoller au cours du temps. La loi attribuée au ressort de pointe doit donc permettre le décollement. C'est le cas de la loi choc_endo disponible dans Code_Aster (R50317, 2023). Celle-ci est formulée dans un cadre élasto-plastique. C'est plus simple et moins coûteux qu'un calcul par pénalité (possible avec la loi choc_endo_pena) et correspond à la philosophie de la modélisation proposée. La loi est élasto-plastique parfaite. C'est une hypothèse forte par rapport à l'écrouissage progressif de la courbe de l'API. Il s'agit donc de vérifier que la description est suffisante.

Afin de comparer l'effet d'une élasto-plasticité parfaite de la pointe, par rapport à un écrouissage plus progressif, comme mentionné juste avant, une seconde loi est choisie pour le ressort de pointe. La loi dis_ecro_cine décrit en effet un écrouissage cinématique progressif. Elle est toutefois incapable de reproduire un comportement cyclique et ne permet pas le décollement (R50317, 2023). Elle sert donc simplement de comparaison, par rapport à la loi élasto-plastique parfaite, sur un chargement monotone et ne peut être employée en pointe dans le cas général.

Pour la comparaison avec Foxta, le pieu est décrit par une cinématique d'Euler-Bernoulli. Elle est approchée par la cinématique de Timoshenko en choisissant les inverses des coefficients de cisaillement $k_y = \frac{1}{A_y}$ et $k_z = \frac{1}{A_z}$ proches de zéro : $A_y = A_z = 1 \times 10^{-4}$. La section du pieu étant considérée homogène, les quantités géométriques se calculent aisément : moments géométriques de flexion $I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$; moment géométrique polaire $I_0 = I_x + I_y = \frac{\pi d^4}{32}$.

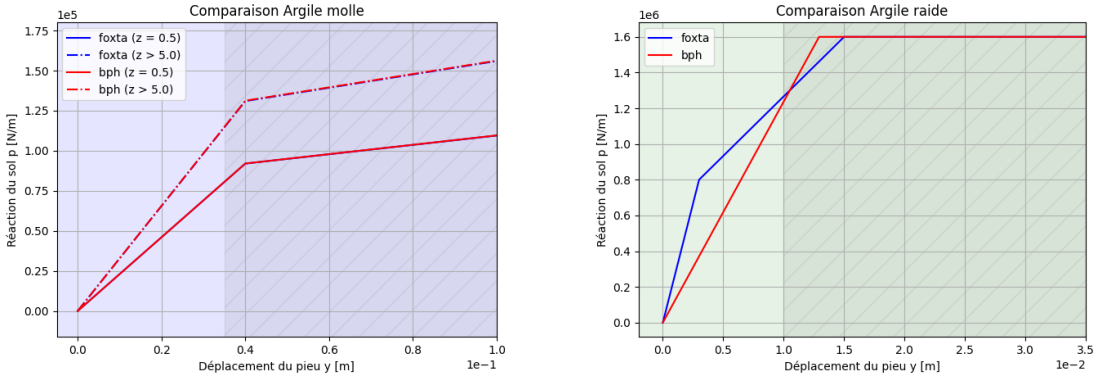
5.1.6 Calage du modèle biphasique

Le modèle biphasique est calé de sorte que les courbes approchent au mieux le modèle Foxta et notamment sur les plages de déplacement couvertes aux pas de calcul auxquels sont comparés de façon détaillée les deux modèles (déformée, efforts internes, réactions de sol). Ces plages de déplacement sont symbolisées sur les figures de comparaison des calages par des zones grisées hachurées (figs. 5.10 et 5.11). Par ailleurs, ces figures couvrent exactement l'ensemble des déplacements rencontrées au cours des calculs dans chacune des couches.

Décrivons tout d'abord le calage latéral. Pour l'argile molle et la roche, le premier palier et les deux pentes de la loi d'interface sont calés exactement sur les courbes Foxta (figs. 5.10a et 5.10c). Afin de décrire au mieux le comportement de la couche d'argile raide, un palier horizontal est nécessaire (fig. 5.10b). La loi d'interface ne pouvant comporter qu'un unique palier avec écrouissage, l'écrouissage est désactivé dans cette couche. Le calage de la pente est réalisé de sorte à approcher la courbe tri-linéaire de Foxta spécifiquement sur la plage de déplacements couvertes aux pas de calcul auxquels sont comparés de façon détaillée les deux modèles. Rappelons que cette plage est hachurée sur les graphiques. La pente choisie vaut $49,5\ MN/m$.

Le frottement vertical dans la roche est décrit sans écrouissage. Le même palier horizontal que dans le modèle Foxta est choisi (figs. 5.11a et 5.11b). Comme introduit plus haut, deux types de lois de pointe sont calées : choc_endo et ecro_cine. Deux calages différents sont réalisés pour la loi choc_endo (fig. 5.11c). Dans le premier cas, la raideur élastique est calée sur la raideur tangente au premier point de la courbe API ($k_{ini} = k_{tan,1}$). Dans le second cas, cette raideur est sécante au second point de la courbe de référence ($k_{ini} = k_{sec,2}$). Il peut être remarqué que les courbes de calage se détachent assez nettement de la courbe de référence sur une plage de

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



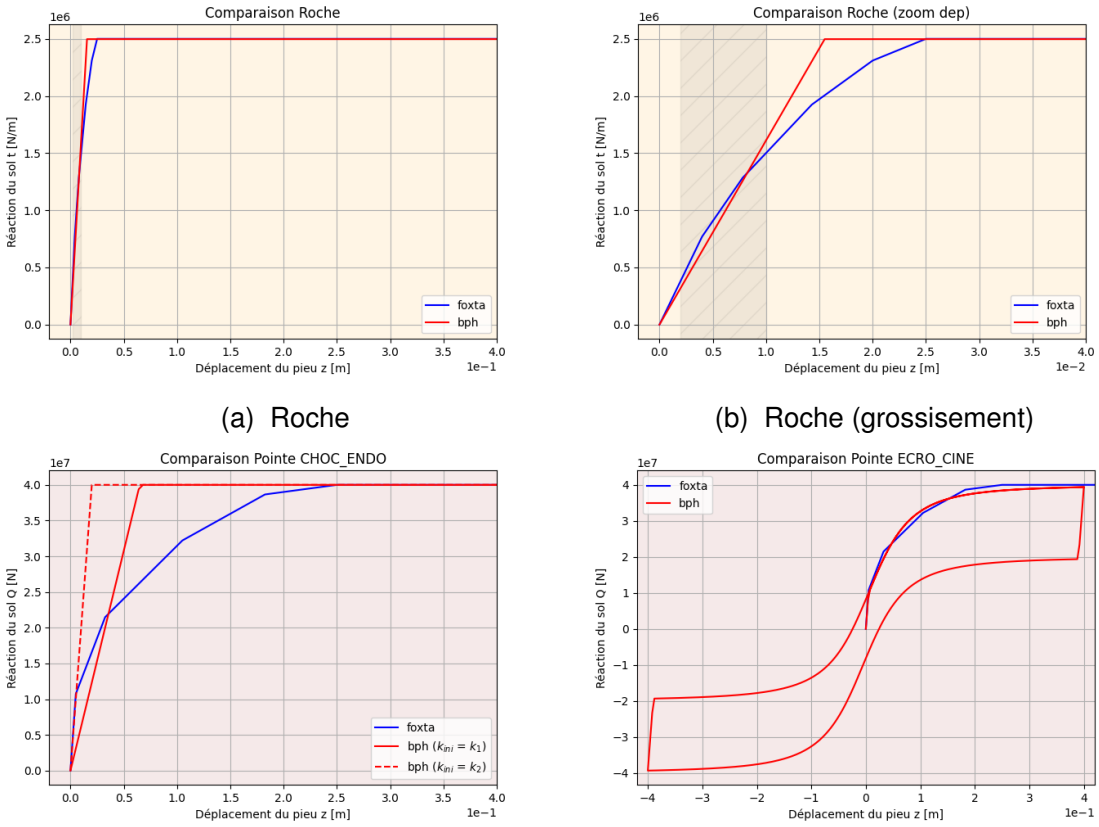
(a) Argile molle

(b) Argile raide

(c) Roche

FIGURE 5.10 – Comparaison du calage des lois d'interface latérales aux lois "p-y" bi-linéarisées Foxta des trois couches de sol

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Roche

(b) Roche (grossisement)

(c) Pointe choc_endo

(d) Pointe ecro_cine

FIGURE 5.11 – Comparaison du calage des lois d'interface verticale et de pointe (bph) aux courbes de référence (foxta)

déplacements modérés. Les calculs avec la loi à écrouissage progressif ecro_cine permettront d'évaluer l'impact global de cet écart. Le comportement de cette loi est représenté sur un cycle symétrique afin de souligner son inaptitude à cette description (fig. 5.11d). Pour les trois calages de pointe mentionnés, le palier choisi est le même que dans le modèle Foxta.

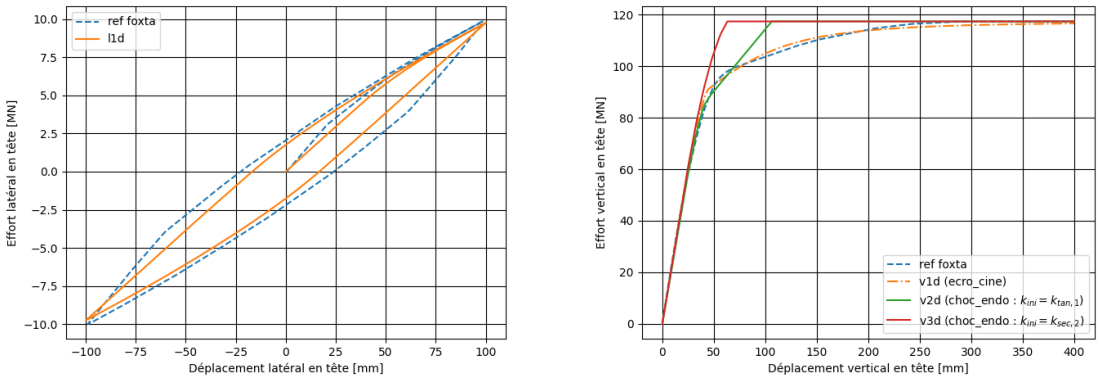
Enfin, notons que les calages correspondent à des réactions de sol. Les valeurs sont homogènes à des efforts. Les paramètres de loi d'interface sont homogènes à des efforts linéiques et sont donc multipliés par le diamètre du pieu ou son périmètre selon qu'il s'agisse respectivement d'un paramètre latéral ou vertical.

5.1.7 Description des calculs

Les calculs latéraux et verticaux sont effectués séparément. Dans tous les cas, le point d'application du chargement est le même. Il s'agit de la tête de pieu à l'altitude $z = 0\,m$. Le type de sollicitation appliquée dans chaque direction est différent. Dans la direction latérale, un cycle de déplacement complet est appliqué : la tête de pieu est chargée jusqu'à $u_{imp} = 0.1\,m$ dans un sens, puis de la même valeur dans le sens opposé et enfin à nouveau jusqu'à u_{imp} dans le sens initial. Dans la direction verticale, deux types de calcul sont réalisés. Dans le premier cas, un déplacement monotone est imposé jusqu'à $v_{imp} = 0.4\,m$; dans le second, un effort jusqu'à $V_{imp} = 25\,MN$.

Latéralement, un unique calcul est réalisé. Il est noté l1d. Verticalement, les trois calages sont comparés : l'un avec la loi de pointe choc_endo et les deux autres avec la loi de pointe

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) chargement latéral

(b) chargement vertical

FIGURE 5.12 – Comparaison à la référence de la réponse Force-déplacement en tête de pieu pour les chargements latéraux et verticaux

ecro_cine. Pour chacun de ces calages, rappelons que deux calculs sont réalisés, l'un en déplacement et l'autre en effort. On dénombre donc un total de six calculs verticaux (tab. 5.8).

indice calcul	loi pointe	raideur pointe	chargement
v1d	ecro_cine	-	déplacement
v1f	ecro_cine	-	force
v2d	choc_endo	tangente	déplacement
v2f	choc_endo	tangente	force
v3d	choc_endo	sécante	déplacement
v3f	choc_endo	sécante	force

TABLEAU 5.8 – Calculs verticaux de comparaison avec Foxta

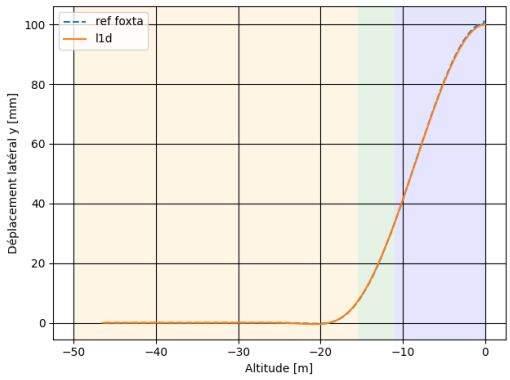
5.1.8 Analyse des résultats

Traitons tout d'abord le chargement latéral. La réponse globale en tête de pieu révèle une bonne correspondance entre le modèle biphasique et le modèle de référence Foxta (fig. 5.12a). La courbe du modèle biphasique s'écarte de la courbe de référence à faible déplacement. Il n'est pas étonnant d'observer cet écart puisque dans l'argile raide, le calage présente lui-même un écart significatif pour des déplacements inférieurs à 1 *cm* (fig. 5.10b). L'énergie dissipée au cours du cycle est donc légèrement sous-estimée avec le calage réalisé ici.

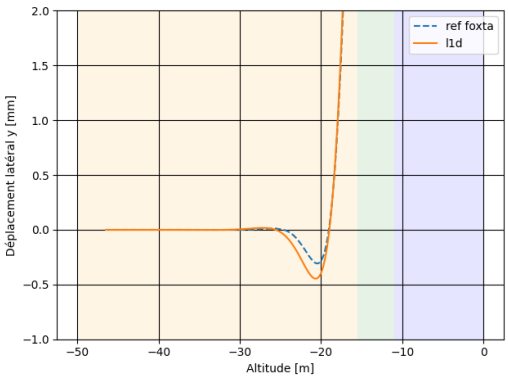
Différentes grandeurs sont comparées à l'instant final (figs. 5.13 et 5.14). A l'échelle du pieu, la déformée du modèle biphasique ne présente pas d'écart par rapport à la référence (fig. 5.13a). Un grossissement en partie haute de la roche révèle toutefois un certain écart relatif (fig. 5.13b). C'est dans cette zone également que la réaction du sol diffère de la référence. Ailleurs le long du pieu, la correspondance est excellente. Les discontinuités au passage des différentes couches sont fidèlement représentées (fig. 5.14a). La courbe du moment de flexion se superpose à la référence (fig. 5.14b). Enfin, la correspondance de l'effort tranchant est très bonne. Un léger écart est à noter toujours en partie haute de la roche (fig. 5.14c).

Passons à présent à l'analyse du chargement vertical en déplacement imposé. La comparaison des courbes effort-déplacement en tête de pieu (fig. 5.12b) montre une excellente correspondance du modèle biphasique avec loi de pointe à écrouissage progressif (ecro_cine : v1). Les

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

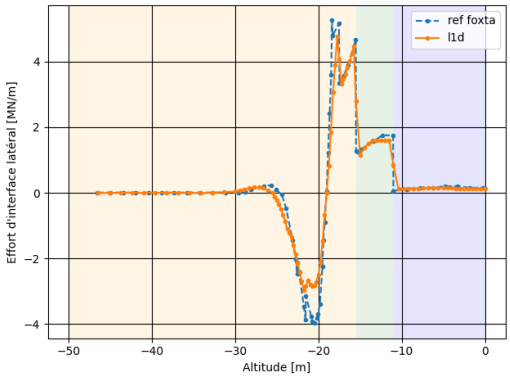


(a) Déformée du pieu

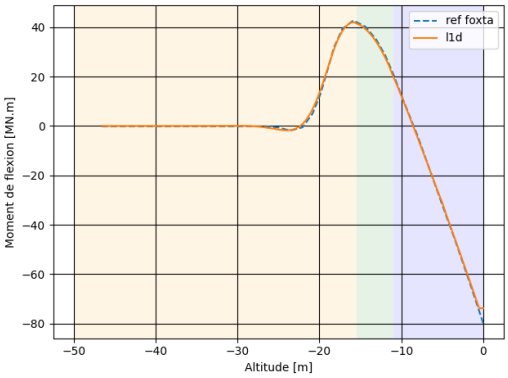


(b) Déformée du pieu (grossissement)

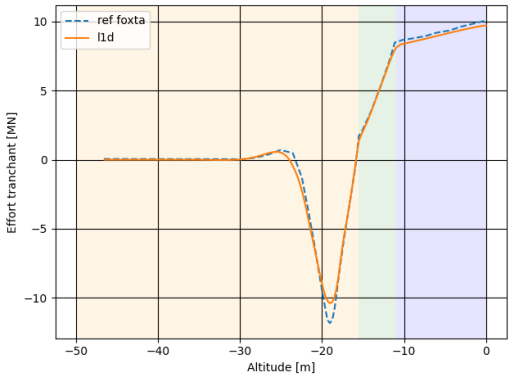
FIGURE 5.13 – Comparaison de la déformée du pieu pour un déplacement latéral de $u = 100\,mm$



(a) Réaction latérale du sol



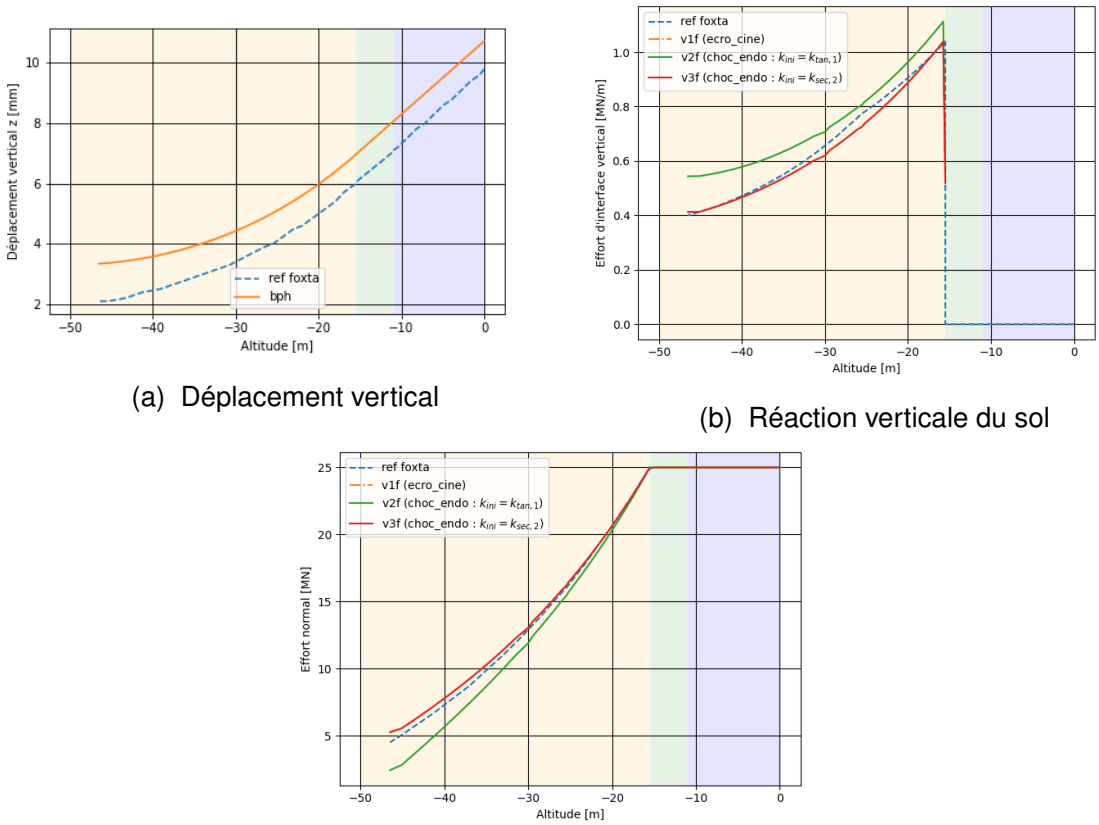
(b) Moment de flexion



(c) Effort tranchant

FIGURE 5.14 – Comparaisons le long du pieu de la réaction latérale, du moment fléchissant et de l'effort tranchant pour un déplacement latéral de $u = 100\,mm$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Déplacement vertical

(b) Réaction verticale du sol

(c) Effort normal

FIGURE 5.15 – Comparaisons le long du pieu du déplacement vertical, de la réaction verticale du sol et de l'effort normal dans le pieu pour un effort vertical $V = 25\,MN$.

modèles avec loi de pointe élasto-plastique (choc_endo) présentent un écart significatif pour un déplacement en tête compris entre 50 et 200 mm. Il est à noter que l'utilisation de la raideur sécante au deuxième point pour raideur initiale (v3d) permet une meilleure représentation de la courbe effort-déplacement au global que l'utilisation de la raideur tangente au premier point (v2d). Pour de faibles déplacements, toutefois, la représentation est logiquement moins bonne.

Analysons en effet les résultats du chargement vertical en effort. Rappelons que l'effort maximal appliqué est de 25 MN. Cette charge correspond à un faible niveau de déplacement en tête de pieu (fig. 5.12b). La comparaison des déplacements verticaux du pieu met en évidence un décalage en pointe pour les trois modèles (fig. 5.15a). Ce décalage se répercute dans chacun des cas sur l'ensemble de la courbe ; il peut être remarqué que les courbes v1f et v2f (confondues) évoluent de façon parfaitement parallèle à la référence. Le frottement vertical dans la roche est donc très bien approché avec le calage (fig. 5.11b zone hachurée), et ce également pour la courbe v3f, qui évolue également de façon relativement parallèle à la référence.

Les comparaisons de la réaction verticale du sol (fig. 5.15b) et de l'effort normal (fig. 5.15c) le long du pieu montrent des écarts plus importants avec la référence que latéralement, puisque verticalement les lois dans Foxta décrivent un comportement local beaucoup plus progressif que le modèle biphasique. Ce dernier permet toutefois une représentation tout à fait satisfaisante.

La comparaison des deux calages de la loi de pointe élasto-plastoque souligne l'importance du choix de la raideur élastique de la pointe en fonction de la représentation souhaitée.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Dans ce cas test, nous avons vu que l'élément biphasique, en représentant la réaction du sol au travers de la loi d'interface, pouvait être employé de façon similaire à la méthode des poutres sur ressorts de Winkler. Tout comme cette dernière, il permet de traiter un sol multi-couche et donne accès à plusieurs grandeurs dans la profondeur, tout en limitant le temps de calcul. A la fois dans la méthode biphasique et dans la méthode des poutres sur ressorts, une discrétisation spatiale est opérée, mais la force du modèle biphasique est sa formulation continue, à la différence des poutres de Winkler qui s'appuient sur une série discrète de ressorts.

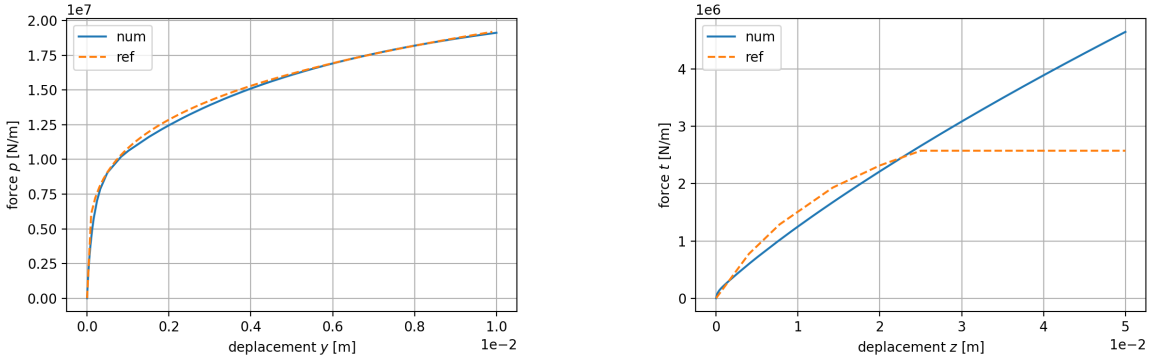
5.1.9 Complément sur le calage de la loi hypo-plastique

Ce paragraphe fournit un complément au calage de la loi d'interface. Il donne un aperçu de l'intérêt d'un écrouissage non-linéaire dans la loi d'interface pour un meilleur calage par rapport aux courbes de transfert de la littérature.

A cet effet, un calage de la loi hypo-plastique (section 3.1.4) est réalisé à titre d'exemple sur la roche à la profondeur $z > 25,5\ m$ et par rapport à la direction latérale (courbe "p-y") (fig. 5.16a). Il permet de représenter de façon précise la courbe de Reese (1997). Dans la loi hypo-plastique, l'écrouissage dans les directions verticales et latérales est couplé. Il est donc difficile de caler les directions latérales et verticales séparément par rapport aux courbes de transfert. Le calage vertical est approximatif (fig. 5.16b).

Le calage des paramètres est détaillé ci-après. Latéralement, le comportement montone est piloté par la raideur élastique $k_n = \frac{p_{ur}}{y_{rm}}$, la limite ultime $f_{u,n} = 1,2 p_{ur}$ et le degré de non-linéarité $\kappa = 0,17$. Le domaine élastique est choisi petit $R = 1.10^{-4}$. Verticalement, une pente quasi-linéaire est calée. La limite ultime est donc choisie très grande : $f_{u,t} = 20 t_{max}$. La raideur pseudo-élastique est calculée à partir de la raideur au premier point de la référence : $k_t = 7 k_{t,tan,1}$. La raideur est bien supérieure à celle de la référence, mais le domaine élastique est très petit, l'influence est donc mineure sur la courbe au global. Les autres paramètres prennent les valeurs usuelles : $m_R = 5$, $m_T = 2$, $\beta_r = 0,5$. χ est légèrement ajusté par rapport à la valeur usuelle de $0,5$. Il prend la valeur $0,45$.

Cette sous-section illustre le fait que la loi hypo-plastique peut constituer une alternative à la loi élasto-plastique à écrouissages linéaires afin d'obtenir un meilleur calage. Il est toutefois difficile, avec cette loi, de réaliser un calage séparé dans les directions horizontales et verticale.



(a) p-y (b) t-z

FIGURE 5.16 – Calage des lois d'interface latérale et verticale dans la roche

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

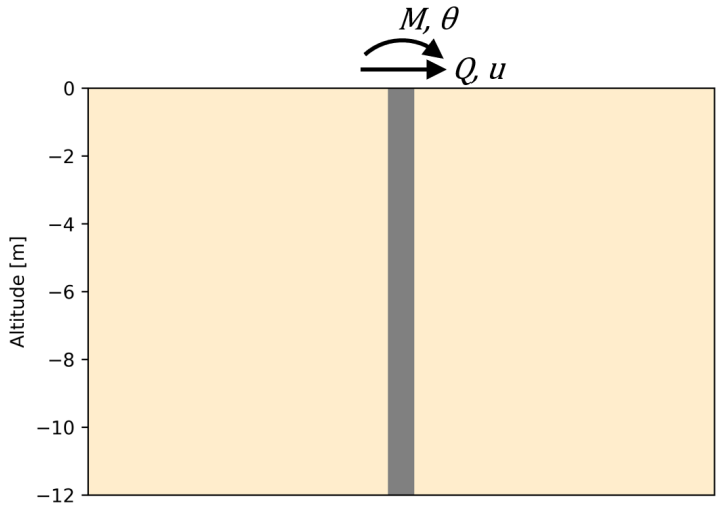


Figure 5.17 – Représentation du pieu dans le sol

5.2 Validation sur un cas de plastification d'un pieu dans un sol homogène

Le but de ce cas test est à la fois de valider et de montrer la capacité du modèle à représenter la non-linéarité du pieu. A cette fin, le modèle est comparé à celui de Gerolymos et al. (2020).

Dans cet article les auteurs proposent une méthode de calcul analytique pour la détermination de la surface de charge ultime en effort latéral Q et moment M en tête d'un pieu élasto-plastique parfait dans un sol homogène. La méthode analytique est basée sur la théorie des équilibres limites de Broms. Afin de la valider, les résultats sont comparés à une configuration expérimentale à échelle réduite d'un pieu en acier dans un sol pulvérulent, mais également à deux modèles numériques. Le premier est un modèle de poutre sur ressorts de Winkler. Le second est un modèle EF 3D du pieu et du bac de sol.

5.2.1 Présentation du cas d'étude

Est considéré un pieu élasto-plastique parfait dans un sol homogène (fig. 5.17). Le pieu est d'une longueur de $L = 12\,m$ et son diamètre de $d = 0.72\,m$. Le moment plastique vaut $M_{pl} = 1200\,kN.m$, le module d'Young $E_p = 25\,GPa$ (tab. 5.9).

Deux types de sol sont retenus pour la comparaison avec le modèle biphasique : uniforme cohésif et uniforme pulvérulent. Le premier est défini par son module élastique $E_s = 90\,MPa$ et sa cohésion non-drainée $c_u = 60\,kPa$, constants avec la profondeur. Le module élastique du second varie avec la profondeur z : $E_s = 43.7\sqrt{\frac{z}{d}}\,MPa$. Son angle de frottement ϕ vaut 32° (tab. 5.10). Les poids volumiques des sols ne sont pas, à notre connaissance, donnés dans l'article. Un poids volumique de $\gamma_s = 20\,kN/m^3$ est supposé pour le sol pulvérulent.

La flexibilité du pieu par rapport au sol détermine le mode de ruine du système. Si le pieu est solide, alors la rupture a lieu dans le sol. A l'inverse, s'il peut être considéré flexible, la rupture se produit dans le pieu. C'est ce second cas que nous étudions ici. Le premier est étudié en section 5.3.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

L	d	M_{pl}	E_p
(m)	(m)	$(kN.m)$	(MPa)
12	0.72	1200	25000

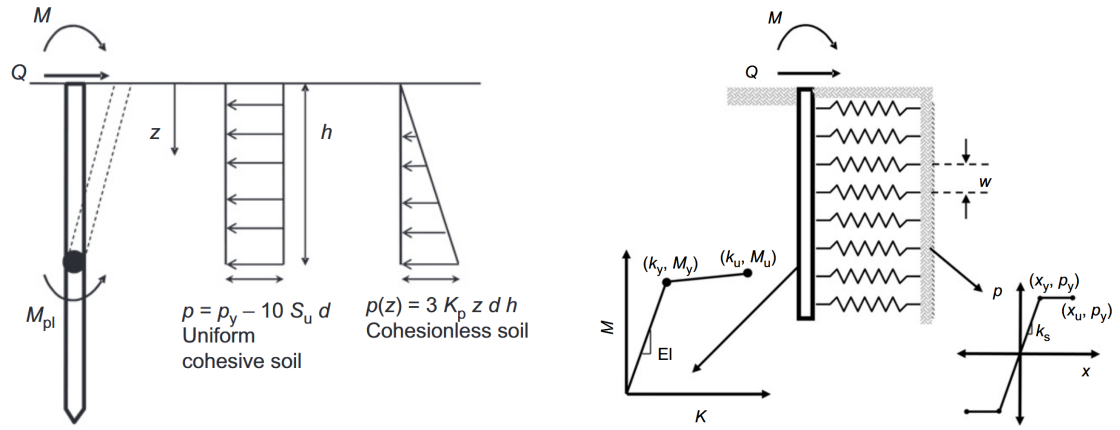
Tableau 5.9 – Propriétés du pieu

type de sol	γ_s (kN/m^3)	E_s (MPa)	c_u (kPa)	ϕ $(^o)$
cohésif	–	90	60	0
pulvérulent	20	$43.7\sqrt{\frac{z}{d}}$	0	32

Tableau 5.10 – Propriétés des deux types de sol retenus

5.2.2 Modèle analytique de référence

Le modèle analytique présenté dans l'article permet de déterminer l'état limite du système sous sollicitation Q-M. La théorie des équilibres limites de Broms postule la déformée ainsi que la réaction du sol à l'état limite. Comme classiquement en analyse limite, une rotule plastique localisée en un point et des éléments de poutre rigides de part et d'autre sont considérés. Suivant l'hypothèse de Broms, l'état limite du sol est supposé atteint partout en même temps lors de la formation de la rotule plastique.



(a) Modèle analytique (b) Modèle de poutre sur ressorts de Winkler

Figure 5.18 – Référence Gerolymos et al. (2020) : modèle analytique et modèle de poutre sur ressorts

Au vu de la déformée proposée, la réaction du sol est considérée au-dessus de la rotule plastique uniquement (fig. 5.18a). Elle est supposée constante avec la profondeur pour le sol cohésif et linéaire pour le sol pulvérulent. Dans le cas du sol cohésif, la réaction limite par unité de longueur du pieu p_y est calculée telle que :

$$p_y = \lambda c_u d \tag{5.9}$$

λ est un facteur empirique pris égal à 10. Pour le sol pulvérulent, la réaction limite est calculée telle que :

$$p_y = \lambda \gamma_s K_p dz \tag{5.10}$$

Le paramètre empirique λ est pris égal à 3, comme proposé par Broms. Le coefficient de poussée des terres passif de Rankine est donné par la formule $K_p = \frac{1+\sin(\phi)}{1-\sin(\phi)} = \tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2})$.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

5.2.3 Modèle biphasique

Le modèle biphasique est réalisé sur la base du modèle p-y proposé dans l'article (fig. 5.18b). En complément des réactions limites du sol présentées pour le modèle analytique, la raideur élastique prend la forme :

$$k_s = \delta_n E_s \tag{5.11}$$

Le paramètre δ_n est choisi égal à $1,2$ tel que proposé par Makris and Gazetas (1992). En effet, d'après Gazetas and Dobry (1984), δ_n est préconisé entre 1 et $1,2$ pour les pieux encastrés en tête et entre $1,5$ et $2,5$ pour les pieux libres, or les chargements étant pilotés en déplacement et rotation dans ce modèle, la condition d'encastrement en tête est plus appropriée.

Dans l'article, le pieu est défini par une relation moment-courbure bi-linéaire. Le moment ultime M_u est considéré 1% plus grand que le moment plastique M_{pl}, ce qui revient à une rotule élasto-plastique parfaite. Dans le modèle biphasique, la poutre est discrétisée en fibres. Elles sont disposées en "X" par rapport aux directions X et Y du repère global (fig. 5.19a), le but recherché étant une disposition symétrique au moins par rapport à l'axe de sollicitation Y. Chaque branche est discrétisée en $n_r = 16$ fibres. Chaque fibre i est affectée d'une section s_i selon la formule suivante (fig. 5.19) :

$$s_i = r_i \delta\theta \delta r \tag{5.12}$$

$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ est le rayon définissant la distance de la fibre au centre de la section. x_i et y_i sont les coordonnées de la fibre i dans la section. La part de la section couverte par la fibre est délimitée par les deux longueurs $r_i\delta\theta$ et δr. Comme précisé au-dessus, les fibres sont disposées en "X". La discrétisation angulaire n_θ vaut donc 4. Soit n_r la discrétisation radiale. Nous avons alors :

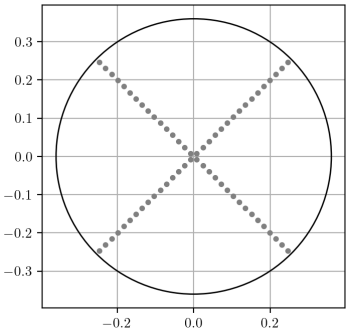
$$\delta\theta = \frac{2\pi}{n_\theta} \tag{5.13}$$

et

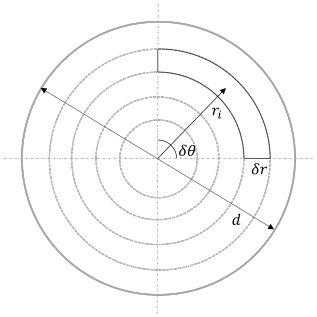
$$\delta r = \frac{d}{2n_r} \tag{5.14}$$

Par sommation discrète des sections des fibres, la section totale est approchée.

Par ailleurs, les propriétés matérielles sont homogènes dans la section. Les fibres sont affectées d'un comportement élasto-plastique à écrouissage cinématique linéaire. La limite élastique



(a) Maillage de la section multi-fibres ($n_\theta = 4$, $n_r = 16$)



(b) Exemple de calcul de section de fibre ($n_\theta = 4$, $n_r = 4$)

Figure 5.19 – Détails des fibres dans la section du pieu

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$\sigma_{p,y}$ est prise égale à $19,3\,MPa$, de sorte que $\sigma_{p,y}\frac{d^3}{6} = M_{pl} = 1200\,kN.m$ (tab. 5.9). La pente de l'écrouissage $E_{p,T}$ est choisie très petite, afin d'approcher un comportement élasto-plastique parfait : $E_{p,T} = \frac{E_p}{10^6}$ (fig. 5.20), où on rappelle que $E_p = 25\,GPa$ est le module d'Young du pieu.

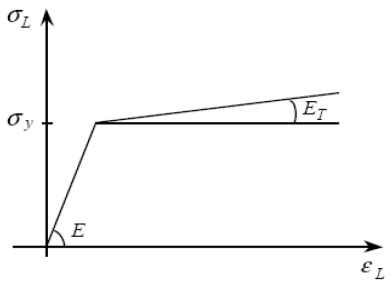


FIGURE 5.20 – Courbe contrainte-déformation d'une fibre (R50302, 2023)

Le maillage de la colonne biphasique dans la profondeur est régulier. La colonne est discrétisée en 80 éléments de même taille. Cela équivaut à une hauteur d'élément de $0,15\,m$, contre un espacement de $0,1\,m$ entre ressorts dans le modèle de Winkler de l'article.

Une analyse est menée afin de déterminer un nombre suffisant de fibres dans la section pour la représentation d'une rotule plastique quasi-parfaite. A cet effet, une poutre de mêmes propriétés que le pieu et de longueur $10\,m$ est modélisée. Celle-ci est encastrée à une extrémité et chargée à l'autre extrémité en déplacement. Le chargement est cyclique d'amplitude maximale $u_{max} = 0,4\,m$. Trois calculs sont réalisés avec respectivement, $n_r = 4$, 8 et 16 fibres par branche de la disposition en "X" dans la section. Le nombre total de fibres est donc de respectivement 16, 32 et 64 fibres.

La comparaison est faite vis-à-vis de la courbe effort-déplacement au point d'application de la charge. Elles présentent peu d'écart à la courbe élasto-plastique parfaite idéalisée. L'écart entre les deux plus fines discrétisations ($n_r = 8$ et 16) est très faible. La plus fine est tout de même retenue : $n_r = 16$ fibres.

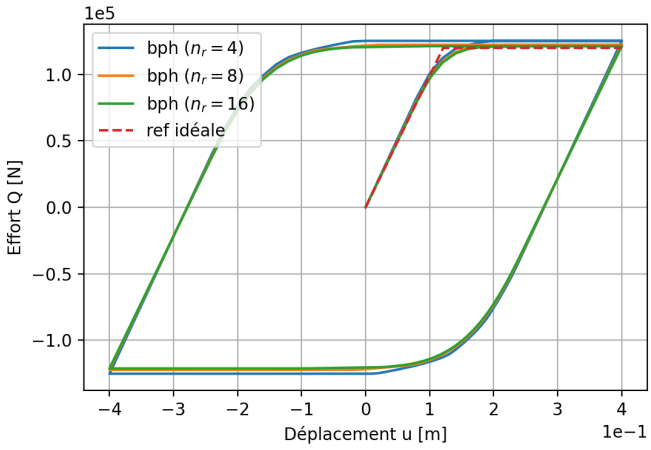


FIGURE 5.21 – Courbe effort-déplacement à l'extrémité chargée de la poutre encastrée pour différents nombres de fibres

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

5.2.4 Modèle 3D de référence

Dans le modèle 3D présenté dans l'article, le pieu est représenté par des éléments de poutre reliés cinématiquement à des éléments volumiques sans raideur formant l'empreinte du pieu. Des éléments d'interface sont introduits entre l'enveloppe du pieu et le sol, afin de permettre l'étude de l'influence du décollement et du glissement. Précisons que dans le cas du sol pulvérulent, l'interface est toujours liée.

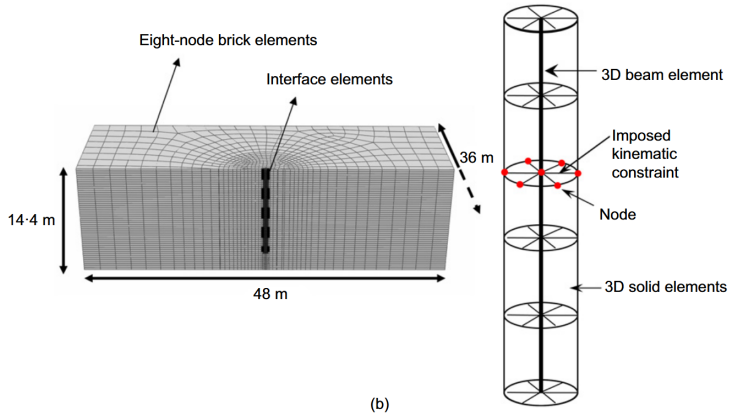


FIGURE 5.22 – Modèle 3D de référence (Gerolymos et al., 2020)

Le modèle de comportement employé pour le sol cohésif adopte un écrouissage cinématique non-linéaire associé à un critère de rupture de Von Mises avec écoulement plastique associé. Dans le cas du sol pulvérulent, l'article adopte deux comportements distincts. Le premier décrit un écrouissage cinématique non-linéaire associé à un critère de rupture lisse s'apparentant à un Mohr-Coulomb et l'écoulement est associé. Le second modèle de sol adopte un critère Mohr-Coulomb et un écoulement non-associé sous l'hypothèse d'un angle de dilatance nul ($\psi = 0^o$). Enfin, le modèle fait l'hypothèse de petites déformations.

5.2.5 Analyse des résultats

5.2.5.1 Sol cohésif

Deux comparaisons entre le modèle biphasique et le modèle 3D sont réalisées pour le sol cohésif. Dans le premier cas, il s'agit simplement d'un déplacement latéral monotone appliqué en tête de pieu jusqu'à une valeur maximale de $u_{max} = 0,2\,m$. Dans le second cas, à la fois un déplacement latéral u et une rotation θ sont appliqués en tête. Le ratio $\frac{u}{\theta}$ est fixe sur la durée d'un chargement. Différents ratio sont appliqués sur le système afin de balayer la surface de ruptture du système. Précisons que le déplacement et la rotation peuvent tous deux être positifs ou négatifs. Dans les légendes des figures, ils sont donc affectés d'un exposant "+" ou "-" suivant leur signe.

Le premier cas de chargement est un cas particulier. Il diffère de tous les autres calculs de cette partie, et quelques modifications sont donc appliquées aux paramètres d'entrée détaillés plus haut. Tout d'abord, dans ce cas, le pieu est libre en tête, puisqu'uniquement un déplacement est imposé, et pas de rotation. Nous choisissons donc $\delta_n = 1,5$, au lieu de $1,2$. Un second changement est appliqué aux paramètres du modèle. Il s'agit du paramètre λ. En effet, deux calculs sont réalisés, l'un pour lequel λ reste 10, la valeur par défaut, et l'autre pour lequel nous choisissons $\lambda = 12$, à titre de comparaison avec certaines courbes proposées par l'article. Enfin,

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

la dernière modification touche au maillage. Il n'est dans ce cas composé que de 20 éléments, ce qui est amplement suffisant pour ce cas test, contre 80 éléments pour les autres.

Les courbes effort-déplacement en tête de pieu des deux calculs du modèle biphasique ($\lambda = 12$ et $\lambda = 10$) présentent la même allure (fig. 5.23). L'effort ultime atteint par chacune d'entre elle correspond à la valeur proposée par le modèle analytique de Broms. Par ailleurs, le choix de $\lambda = 12$, permet, avec le modèle biphasique, de reproduire raisonnablement la courbe effort-déplacement de la référence pour une interface liée. Le modèle biphasique n'est logiquement pas capable de reproduire le cas de référence considérant une interface non-linéaire (décollement et glissement) puisque dans cette application la loi d'interface de l'élément biphasique représente le comportement global du sol et non l'interface.

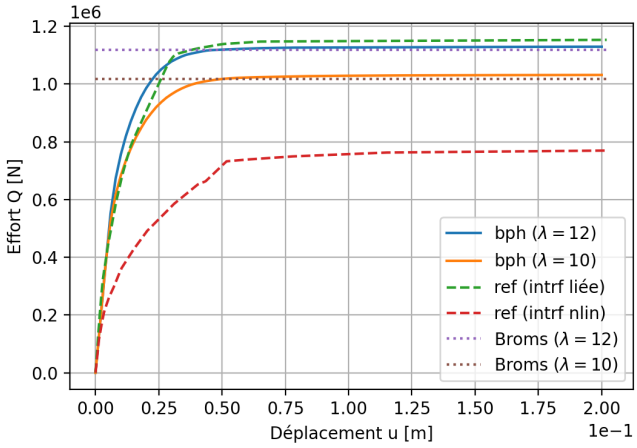


FIGURE 5.23 – Courbes effort-déplacement pour le chargement latéral en tête du pieu dans le sol cohésif : comparaison des courbes du modèle biphasique (bph), et du modèle 3D de la référence (ref) avec la réaction limite proposée par Broms (Broms) pour différentes valeurs de paramètres (λ) des modèles biphasique et analytique et différentes conditions d'interface (intfr) pour le modèle 3D de référence : liée ou non-linéaire.

Le swipe test balaie la moitié de la surface de rupture du système (fig. 5.24). La concordance avec la surface analytique proposée par l'article est excellente. Au lieu que la surface soit délimitée par un plateau parfaitement horizontal lié à la plastification complète de la rotule, il résulte des calculs du modèle biphasique une droite de faible pente. C'est ce qui avait déjà été remarqué dans les modèles numériques de l'article. Un raffinement du maillage permet de rapprocher la pente de l'horizontale (fig. 5.24a). L'abaissement du module de la pente d'écrouissage du matériau du pieu n'a, en revanche, pas d'effet, le module étant déjà très petit (fig. 5.24b). Enfin, la diminution du nombre de fibres dans le rayon de la section influe assez nettement sur la pente, l'éloignant de l'horizontale (fig. 5.24c).

Les auteurs de l'article étudient la position de la rotule en fonction de la localisation du point de chargement sur la surface de rupture. Considérons le demi-graphique où l'effort latéral Q est positif. Dans le domaine délimité par la demi-surface de rupture, les auteurs identifient quatre zones distinctes. Les zones trois et quatre partagent le domaine de moment négatif, tandis que les zones une et deux partagent le domaine opposé. Si la définition des zones trois et quatre est claire, celle des zones une et deux l'est moins, se partageant entre un qualitativement petit et grand déplacement latéral u. Parmi l'ensemble des trajets de réponse du modèle biphasique (fig. 5.24), un trajet est identifié par zone (fig. 5.26b) et sa déformée est tracée (fig. 5.26a). Qualitativement, les positions de la rotule concordent avec celles du modèle 3D de l'article (fig.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

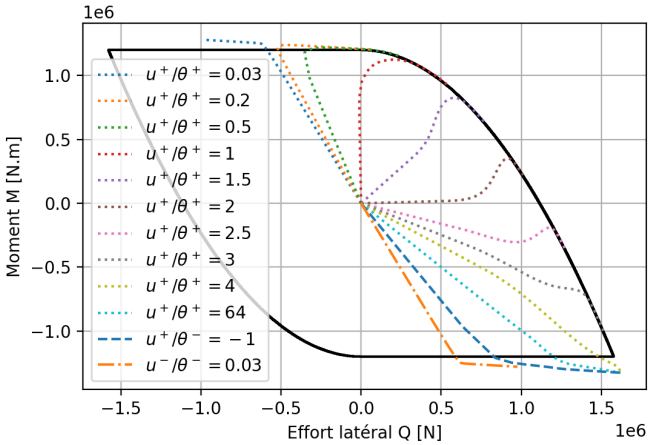
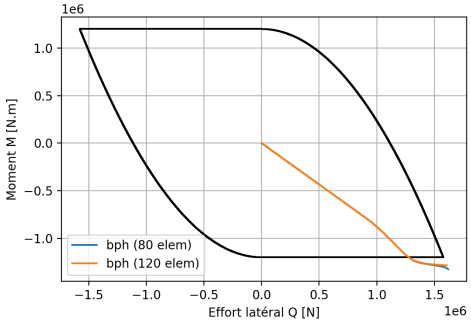
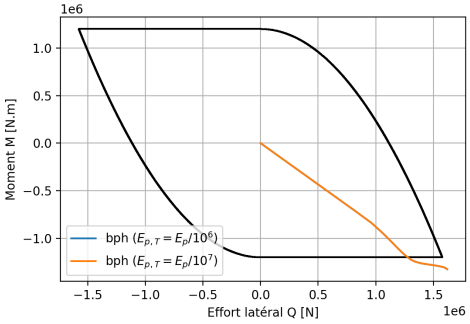


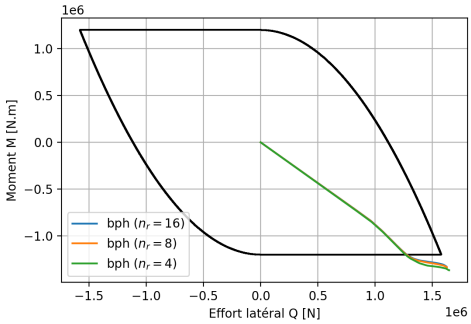
FIGURE 5.24 – Trajets de réponse Q-M du pieu inséré dans le sol cohésif en comparaison de la surface de ruine Q-M (en noir)



(a) Nombre d'éléments dans la colonne



(b) Pente de l'écrouissage des fibres



(c) Nombre de fibres dans la section

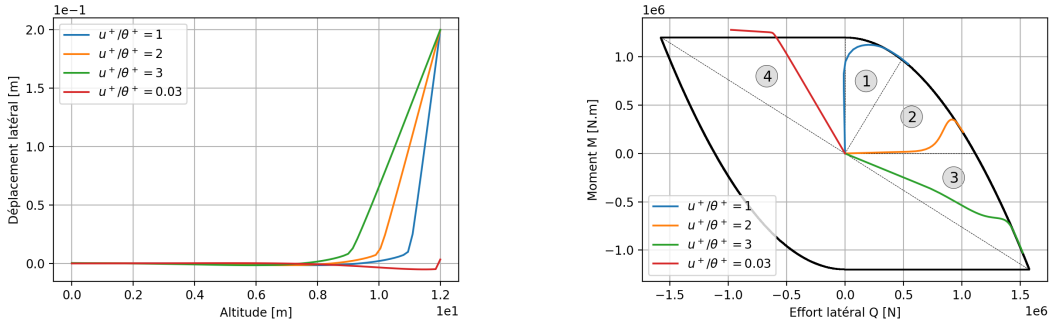
FIGURE 5.25 – Sensibilité du trajet de réponse du modèle biphasique à différents paramètres pour le ratio $u^+/\theta^+ = 8$

5.27). Précisons que la comparaison ne peut être que qualitative, car aucune correspondance n'est fournie dans l'article entre le chargement et la déformée représentée.

5.2.5.2 Sol pulvérulent

Tout comme pour le sol cohésif, le swipe test balaie la moitié de la surface de rupture. Le concordance entre le modèle biphasique et la surface analytique est à nouveau excellente

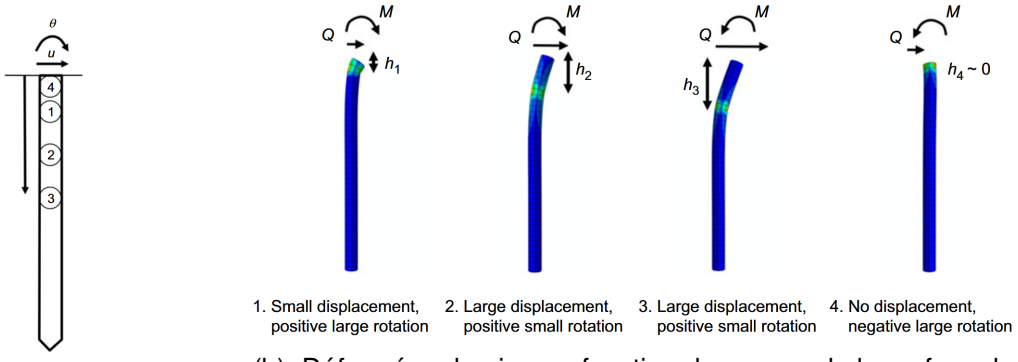
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Déformée du pieu à l'instant final

(b) Trajets de réponse Q-M

FIGURE 5.26 – Déformée du pieu pour plusieurs trajets de réponse appartenant aux différentes zones de la surface de rupture



(a) Positions des rotules

(b) Déformées du pieu en fonction des zones de la surface de rupture

FIGURE 5.27 – Positions de la rotule en fonction de la localisation du point de chargement sur la surface de rupture du modèle 3D de l'article Gerolymos et al. (2020)

(fig. 5.28). Les trajets de réponse du modèle biphasique sont également proches des trajets du modèle EF 3D disponibles (fig. 5.29). Notons que les courbes sont normalisées par rapport à Q_y et My, valeurs limites en chargement unidirectionnel respectivement u et θ, les valeurs absolues n'étant pas présentées dans l'article. Bien que les trajets de réponse concordent dans l'ensemble, un écart significatif apparaît sur les deux trajets de ratio élevé ($u^+/\theta^+ = 2$ et ∞, où ce dernier symbolise un déplacement imposé pour une rotation nulle). En effet, dans le modèle biphasique le trajet $u^+/\theta^+ = \infty$ délimite une zone qui est dépassée par le trajet $u^+/\theta^+ = 20$ du modèle 3D EF de référence. Il est permis, cependant, de douter de la pertinence de ce résultat du modèle de référence au regard de l'incohérence du trajet de réponse $u^+/\theta^+ = \infty$ de ce même modèle. Précisons, par ailleurs, que, dans l'article, le comportement du sol n'est pas précisé pour cet échantillon de quatre calculs. Il peut aussi bien s'agir de l'un que de l'autre des comportements de sol pulvérulent (section 5.2.4). L'article montre que pour ces deux sols, les calculs résultent certes en une surface de rupture Q-M très similaire, en revanche le comportement précédent la rupture n'y est pas comparé. Ce dernier pourrait donc différer d'un sol à l'autre. Il est donc difficile de trancher sur l'origine de la différence entre le modèle biphasique et le modèle 3D EF sur ces deux derniers trajets. La comparaison des ces deux trajets est à prendre avec précaution.

Pour le sol cohésif, nous avons fait évoluer le paramètre λ à des fins de comparaison à la réponse du modèle 3D EF de référence. Nous faisons de même ici. Le valeur par défaut de ce paramètre empirique est $\lambda = 3$ pour le sol cohésif. Des calculs sont réalisés avec des valeurs de

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

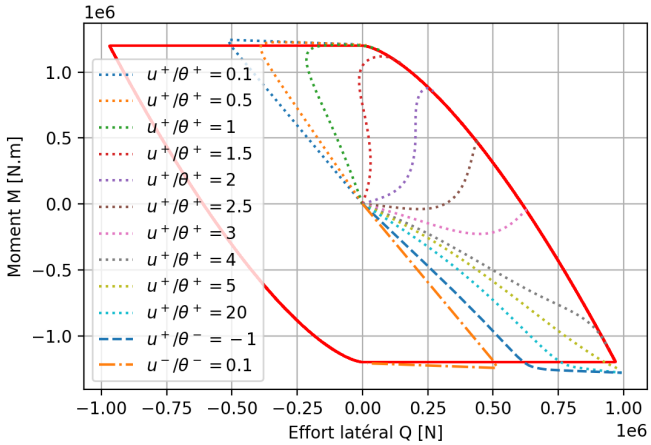


FIGURE 5.28 – Trajets de réponse Q-M du pieu inséré dans le sol pulvérulent en comparaison de la surface de ruine Q-M (en rouge)

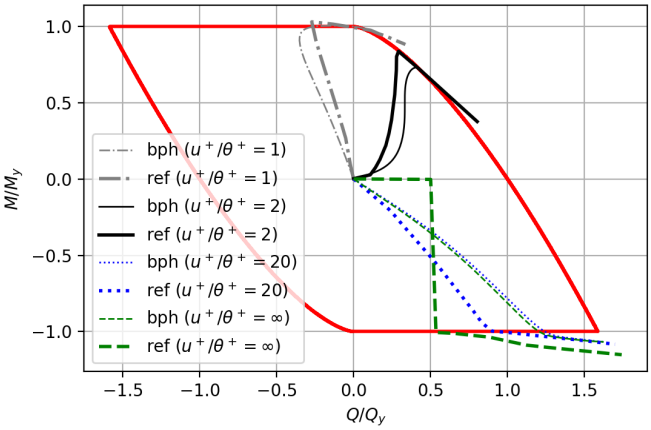


FIGURE 5.29 – Comparaison d'un échantillon de trajets de réponse Q-M du pieu inséré dans le sol pulvérulent entre le modèle biphasique (bph) et le modèle 3D de l'article (ref)

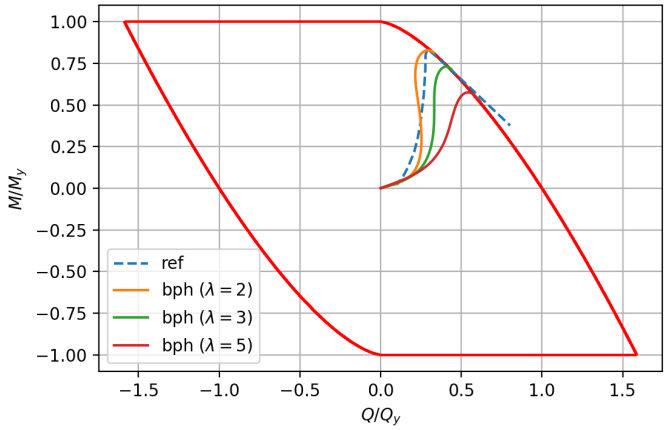


FIGURE 5.30 – Comparaison de la sensibilité du trajet de réponse $u^+/\theta^+ = 2$ au paramètre λ du modèle biphasique (bph) par rapport au modèle 3D de l'article (ref)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

2 et 5, sachant que cette dernière valeur semble, en général, mieux correspondre aux calculs EF d'après Pender (1993). Sur notre cas d'étude, la valeur par défaut semble représenter au mieux l'allure (fig. 5.30).

5.3 Validation de la forme de la surface de charge à l'interface

Dans ce cas test, est tracée la surface de charge en tête d'un pieu rigide dans un sol homogène. L'objectif est de valider la pertinence de la forme de la surface de charge de la loi d'interface et finalement de démontrer l'intérêt d'un couplage des directions horizontales et verticale. Le modèle biphasique est comparé aux modèles numériques de Graine et al. (2021) (argile) et Graine (2019) (sable).

5.3.1 Présentation du cas d'étude

Nous considérons un pieu rigide dans un sol homogène. La longueur du pieu est de $L = 10\,m$, son diamètre vaut $d = 1\,m$ (fig. 5.31). Deux types de sol sont traités : une argile et un sable. L'argile saturée possède une masse volumique de $\gamma_s = 20\,kN/m^3$. Sa cohésion est de $c_u = 50\,kPa$. L'angle de frottement interne est nul. Il vaut $\phi = 30^o$ pour le sable. La cohésion de ce dernier est nulle. Sa masse volumique vaut $\gamma_s = 18\,kN/m^3$ (tab. 5.11).

type de sol	γ_s (kN/m^3)	c_u (kPa)	ϕ $(^o)$
argile	20	50	0
sable	18	0	30

Tableau 5.11 – Propriétés des deux types de sol

5.3.2 Modèle de référence

Dans le modèle de référence, la surface de charge du système est obtenue à partir d'un calcul d'analyse limite 3D par EF. Nous renvoyons vers les publications pour les détails du modèle.

Précisons simplement que dans ce modèle, l'interface sol-pieu est explicitement décrite à partir d'une valeur de cohésion et d'angle de frottement. Pour l'argile, deux configurations sont traitées, l'une considérant une cohésion d'interface de $c_{u,i} = 20\,kPa$ et l'autre n'en considérant pas. L'angle de frottement à l'interface est nul. Pour le sable, à l'inverse, la cohésion est nulle et l'angle de frottement vaut $\phi_i = 30^o$.

5.3.3 Modèle biphasique

Afin que la comparaison avec le modèle de référence soit la plus précise possible, le comportement du pieu doit être rigide. D'après Poulos and Davis (1980), le caractère solide ou flexible d'un pieu peut être évalué à partir du rapport de raideurs sol-pieu K_r.

Pour les argiles, il se calcule tel que :

$$K_r = \frac{E_p I_p}{E_s L_p^4} \tag{5.15}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

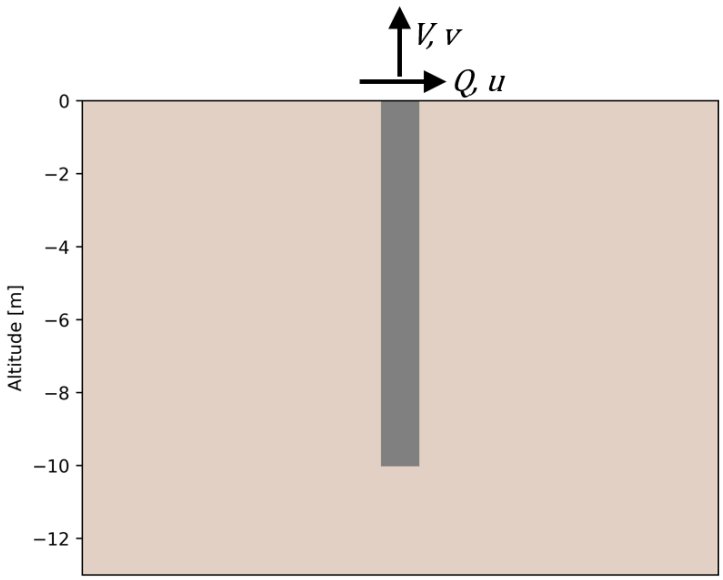


FIGURE 5.31 – Représentation du pieu dans le sol

Le pieu est considéré rigide lorsque $K_r > 10^{-2}$. Nous choisissons $E_p = 210.10^9$. De cette façon, $K_r = 5.10^{-2}$ et le module du pieu est suffisamment grand pour que le pieu puisse être considéré rigide.

Dans le sable, le pieu est solide si $L_p < 1,48R$ et flexible si $L_p > 4,44R$, où R la longueur caractéristique calculée telle que Poulos and Hull (1989) :

$$R = \sqrt[4]{\frac{E_p I_p}{E_s}} \tag{5.16}$$

En considérant E_s à la profondeur d (voir eq. 5.25), le rapport vaut $R = 4,3$. Cela donne $1,48R = 6,4$ et $4,44R = 19,1$. Pour rappel $L_p = 10\,m$. Nous avons donc $1,48R < L_p < 4,44R$. Le pieu n'est ni exactement flexible ni solide, mais il tend plutôt à être rigide. Considérant que $E_p = 210.10^9$ est la valeur maximum attribuable, c'est elle que nous choisissons.

Comme dans le modèle multi-couche, le système est représenté par une colonne d'éléments biphasiques et une pointe. L'interface représente donc la réponse de toute la profondeur latérale du sol. Cette réponse est élasto-plastique parfaite. La limite d'élasticité est déterminée à partir de différentes formules de la littérature issues de la théorie des équilibres limites, tel que proposé dans Graine (2019).

5.3.3.1 Réaction latérale - p-y

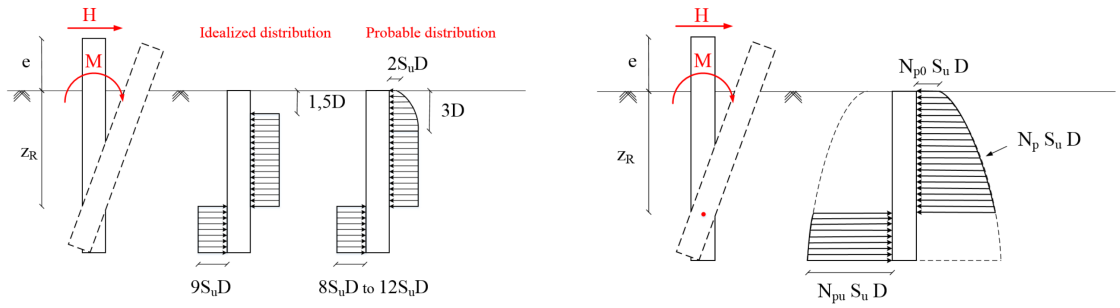
Pour chaque sol, deux approches sont proposées pour la détermination de la réaction limite par unité de longueur du pieu p_y. Dans le cas de l'argile, les distributions proposées par Broms (1964a) et Georgiadis et al. (2013) sont adoptées. Dans le cas du sable, nous nous appuyons sur Meyerhof et al. (1981) et Broms (1964b).

La réaction limite par unité de longueur du pieu p_y est calculée telle que :

$$p_y = N_p(z) c_u d \tag{5.17}$$

où N_p est fonction de la profondeur. Dans le modèle précédent, nous avons déjà abordé la distribution de Broms. Dans l'article, la distribution est choisie constante avec la profondeur

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Broms (b) Georgiadis

FIGURE 5.32 – Distribution de la réaction latérale à l'état ultime dans l'argile Graine (2019)

pour le modèle p-y (Gerolymos et al., 2020). C'est une simplification. Ici en revanche, nous proposons de la reprendre précisément (fig. 5.32a) :

$$N_p(z) = \min\left\{\frac{\lambda - 2}{3}\left(\frac{z}{d} + 2\right)\ ;\ \lambda\right\} \tag{5.18}$$

λ est le paramètre empirique introduit dans l'application précédente. Il vaut entre 8 et 12.

La distribution de Georgiadis est légèrement différente (fig. 5.32b) :

$$N_p(z) = N_{pu} - \left(N_{pu} - N_{p0}\right)\exp^{(-0.55+0.15\alpha)\frac{z}{d}} \tag{5.19}$$

où $N_{p0} = 2 + 1.5\alpha$, $N_{pu} = \pi + 2\Delta + 2\cos\Delta + 4\left(\cos\frac{\Delta}{2} + \sin\frac{\Delta}{2}\right)$ et $\Delta = \sin^{-1}\alpha$. α dépend de l'interface sol-pieu. Il vaut 0 pour une interface lisse et 1 pour une interface rugueuse.

La raideur par unité de longueur du pieu est calculée comme dans le modèle précédent telle que :

$$k_s = \delta_n E_s \tag{5.20}$$

Le paramètre δ_n est choisi égal à $2,5$, puisque le pieu est libre en tête. Le module d'Young du sol E_s est choisi constant et égal à $20\,MPa$ en accord avec Zhang and Ahmari (2013).

Traitons à présent les distributions retenues pour le sable. Rappelons la formule de réaction limite par unité de longueur dans le cas de Broms :

$$p_y = \lambda\gamma_s z K_p d \tag{5.21}$$

Le paramètre empirique λ vaut 3. Le coefficient de poussée des terres passif de Rankine est donné par la formule $K_p = \frac{1+\sin(\phi)}{1-\sin(\phi)} = \tan^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2})$.

Meyerhof, à l'inverse, propose la réaction limite suivante :

$$p_y = s_b K_b \gamma_s z d \tag{5.22}$$

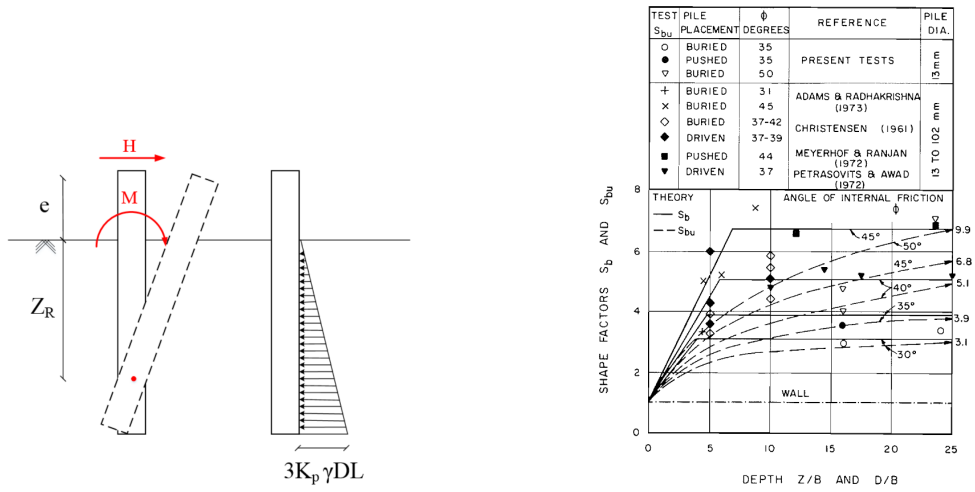
K_b est le coefficient net de poussée des terres passif :

$$K_b = K_p - K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) - \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \tag{5.23}$$

s_b est un facteur de forme dépendant de $\frac{z}{d}$ (Meyerhof et al., 1981) :

$$s_b(z) = \min\left\{1 + \frac{z}{d}\sin\phi\ ;\ 3.1\right\} \tag{5.24}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Broms (b) Meyerhof

FIGURE 5.33 – Distribution de la réaction latérale à l'état ultime dans le sable : Graine (2019) (a) et Meyerhof (1981) (b)

Comme dans l'application précédente (section 5.2), un module de sol variable avec la profondeur est adopté pour le sable :

$$E_s(z) = E_0 \left(\frac{z}{d}\right)^{0.5} \tag{5.25}$$

E_0 est pris égal à 30 MPa. Cela correspond au module moyen d'un sable uniforme.

5.3.3.2 Réactions verticales de frottement et pointe - t-z et Q-z

Pour l'argile, la réaction verticale totale Q_a est déterminée selon Meyerhof (1973) :

$$Q_a = Q_p + Q_s = 9c_{u,p}A_p + rc_uA_s \tag{5.26}$$

Q_p représente la contribution de la pointe. Elle se calcule à partir de la cohésion non-drainée en pointe $c_{u,p}$ et de la section A_p du pieu. Q_s est la contribution du frottement du sol le long du pieu. Elle est considérée homogène le long du pieu. A_s représente l'aire frottante, c'est-à-dire l'enveloppe latérale du pieu. r est un facteur empirique dépendant du type et de la rugosité du pieu. Il vaut entre 0, 6 et 0, 8 pour les pieux en acier, entre 0, 7 et 0, 9 pour le bois, ainsi qu'entre 0, 8 et 1 pour le béton (Meyerhof, 1963). r est choisi égal à 1.

Deux lois de pointe sont proposées comme dans le modèle de comparaison à Foxta (section 5.1.5) : choc_endo et ecro_cine, la seconde permettant une description plus progressive de l'écrouissage en pointe, mais n'autorisant pas le décollement. La loi ecro_cine suit l'évolution proposée par l'API (tab. 5.4). La raideur initiale de la loi choc_endo est calée sur la pente initiale de l'évolution de l'API.

La détermination de la raideur verticale de l'interface s'appuie sur la proposition de Gazetas and Makris (1991) :

$$k_s = \delta_t E_s = 0.6\left(1 + 0.5\sqrt{a_0}\right) \tag{5.27}$$

Pour $a_0 = \frac{\omega d}{Vs}$ compris entre 0, 2 et 0, 5, cela donne un δ_t entre 0, 7 et 0, 8 environ. Nous choisissons $\delta_t = 0.8$.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

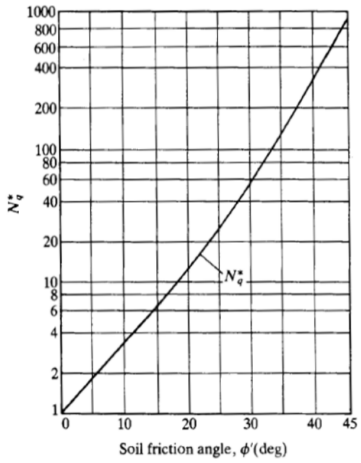


FIGURE 5.34 – Facteur de capacité portante (Meyerhof, 1963)

Pour le sable, la réaction verticale totale Q_a en compression est déterminée selon Meyerhof and Yalcin (1984) :

$$Q_a = Q_p + Q_s = \gamma_s L N_q A_p + K_s \gamma_s L/2 \tan(\delta) A_s \tag{5.28}$$

Une valeur $N_q = 60$ est lue sur le graphique de la figure 5.34. Le coefficient moyen de poussée des terre K_s est compris entre $0,5$ et 1 (Meyerhof, 1963). En considérant une interface rugueuse, $K_s = 1$. Une distribution de la réaction limite linéaire avec la profondeur est adoptée, afin de satisfaire l'équation précédente.

En traction, l'auteur propose une capacité différente. La loi d'interface étant symétrique en traction et compression, cette différence n'est pas prise en compte.

5.3.4 Cas de chargement

Deux types de chargements distincts sont appliqués à chacun des modèles. Le premier est un chargement monotone piloté en déplacement en tête de pieu. Sont explorés la direction latérale (déplacement u) ainsi que la direction verticale dans les deux sens (v^+ et v^-). Le but de ce calcul est d'évaluer la capacité portante maximale du système dans ces directions et de la comparer au modèle de référence et ainsi de sélectionner la distribution retenue pour les calculs suivant.

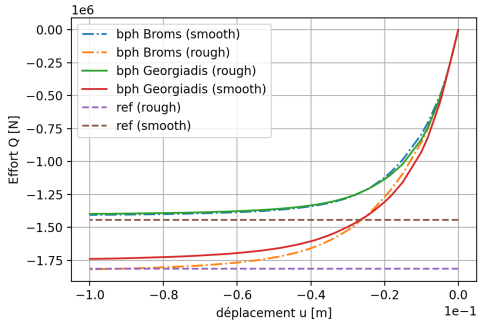
Dans le second cas de chargement, à la fois un déplacement latéral u et un déplacement vertical v sont appliqués en tête. Le ratio $\frac{u}{v}$ est fixe sur la durée d'un chargement. Différents ratio sont appliqués sur le système afin de balayer la surface de rupture du système. Précisons que les déplacements peuvent tous deux être positifs ou négatifs. Dans les légendes des figures, ils sont donc affectés d'un exposant "+" ou "-" suivant leur signe. Le but de ces calculs est de comparer la forme de la surface de rupture obtenue à l'aide du modèle d'interface par rapport à celle du modèle de référence.

5.3.5 Analyse des résultats

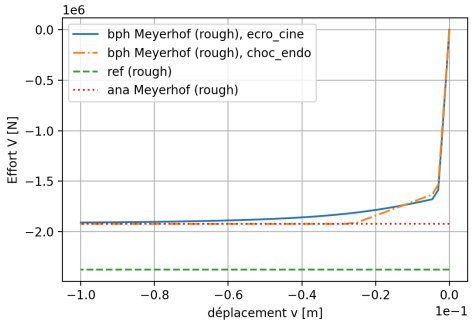
5.3.5.1 Argile

Les courbes effort-déplacement en tête de pieu résultant du chargement unidirectionnel montrent que le modèle biphasique approche de façon très satisfaisante les capacités maximales du modèle de référence, qu'il s'agisse du chargement latéral (fig. 5.35a) ou vertical (figs.

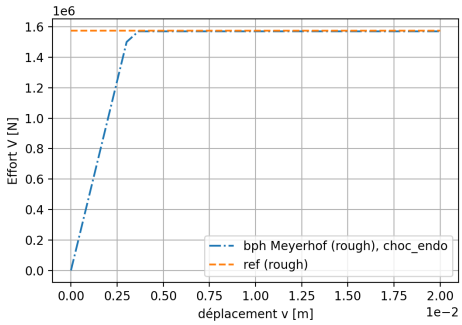
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) latéral



(b) vertical - compression



(c) vertical - traction

FIGURE 5.35 – Comparaison des trajets de réponse en tête de pieu à la capacité portante du modèle de référence

5.35b et 5.35c). Concernant le chargement latéral, les hypothèses de Broms et de Georgiadis résultent en des courbes quantitativement similaires. Le modèle de Georgiadis est retenu pour le balayage de la surface de charge. Verticalement, le modèle de Meyerhof sous-évalue légèrement la capacité en compression du modèle de référence (fig. 5.35b). L'écart est de 20%. Précisons que cet écart n'est pas dû à la modélisation biphasique, mais bien aux hypothèses de Meyerhof. En effet, le description biphasique est continue et le calcul donne donc logiquement exactement la capacité maximale proposée par l'auteur (à l'intégration numérique près).

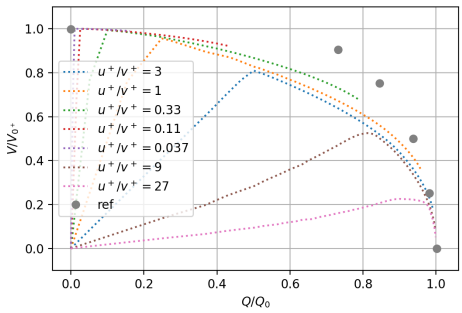
Dans Graine (2019), seules les valeurs de capacité verticale du modèle d'interface rugueuse sont disponibles. Les calculs de balayage de la surface se bornent donc à ce que cas.

La surface de rupture obtenue par le calcul biphasique est comparée à la surface du modèle de référence. Chacune est normalisée par rapport aux capacités maximales propres. Les surfaces sont distinguées en traction (fig. 5.36a) et compression (fig. 5.36b). La surface de rupture obtenue à partir du modèle biphasique est d'allure similaire à celle du modèle de référence. Le modèle biphasique prédit une perte de capacité latérale plus importante pour un chargement proche de la capacité verticale. L'écart est un peu plus marqué en compression. Les deux surfaces sont assez proches en compression et traction, car la pointe contribue assez peu. La surface de rupture de la loi d'interface proposée est sécuritaire par rapport au couplage latéral-vertical.

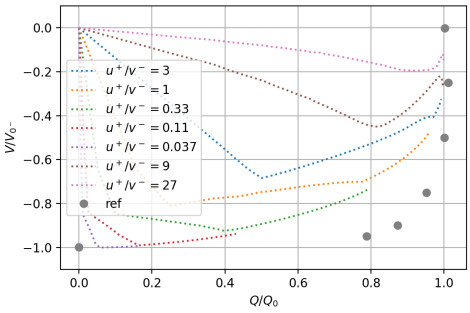
5.3.5.2 Sable

Le chargement unidirectionnel met en évidence un écart très important entre la capacité portante du modèle de référence et la capacité prévue par les modèles analytiques (fig. 5.37). Comme les paramètres du modèle biphasique sont choisis par rapport à ces modèles analytiques, ils présentent également des écarts importants par rapport aux solutions de référence.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) traction



(b) compression

FIGURE 5.36 – Trajets de réponse Q-V du pieu dans l'argile

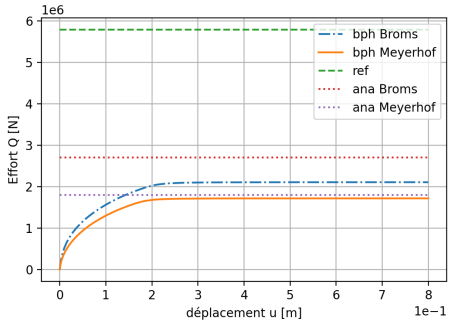
Par ailleurs, le modèle biphasique donne globalement des résultats très proches des capacités analytiques. Le calcul latéral avec les hypothèses de Broms fait exception. L'écart est de 22%. Une erreur sur la mise en donnée, non-détectée, est peut-être en cause. Même si la solution de Broms est plus proche de la valeur du modèle de référence nous optons donc pour la distribution latérale de Meyerhof. Sur le chargement vertical en traction, l'écart entre la capacité analytique et celle du modèle biphasique est simplement due à une différence d'hypothèses. Rappelons en effet que la loi d'interface ne fait pas de distinction entre le chargement en traction ou compression. Elle est symétrique.

En traction, seule l'interface contribue à la réponse verticale. En compression, l'effet de la pointe s'ajoute. Nous pouvons donc faire le rapport entre les capacités en traction et en compression afin d'évaluer la contribution de la pointe dans la réponse en compression. Les rapports pour le modèle biphasique et le modèle de référence sont proches. Ils valent respectivement 0, 16 et 0, 14. La contribution de la pointe est donc prépondérante.

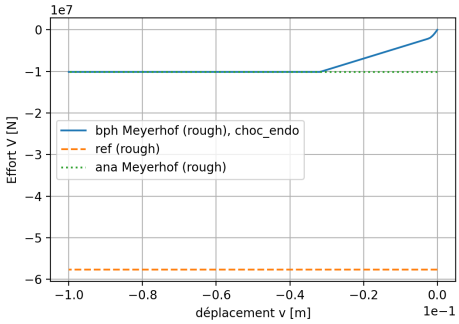
Passons au balayage de la surface de rupture. En compression, la contribution de la pointe est prépondérante, comme nous venons de le voir. Or la pointe est unidirectionnelle dans le modèle biphasique. Le trajet de réponse en tête de pieu est donc presqu'entièrement découplé. Ce n'est pas le cas du modèle de référence. Plusieurs travaux expérimentaux rapportent en effet une augmentation de la capacité latérale avec l'effort vertical : Joo (1985), Achmus and Thieken (2010), Hazzar et al. (2017). D'après Graine (2019) citant Hazzar et al. (2017), la charge verticale fait augmenter la plus grande contrainte principale par rapport au chargement purement latéral. L'augmentation des contraintes principales accroît la résistance au cisaillement et donc la capacité latérale.

Pour les sables, une évolution de la loi d'interface est donc souhaitable. C'est d'ailleurs simple à faire. Les macro-éléments de pieux sont déjà asymétriques. Quoi qu'il en soit, la sur-

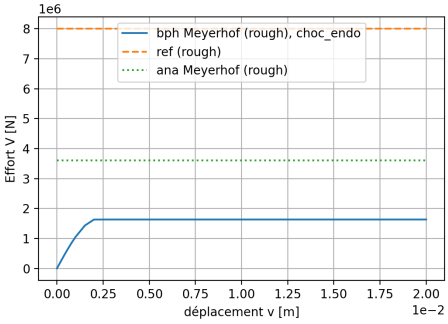
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) latéral

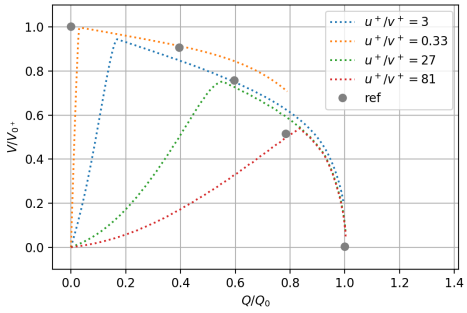


(b) vertical - compression

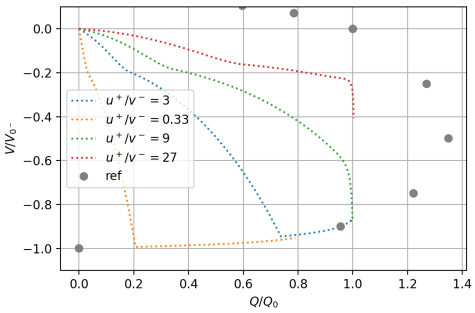


(c) vertical - traction

FIGURE 5.37 – Comparaison des trajets de réponse en tête de pieu à la capacité portante du modèle de référence



(a) traction



(b) compression

FIGURE 5.38 – Trajets de réponse Q-V du pieu dans le sable

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

face de charge de la loi d'interface actuelle s'inscrit dans les surfaces de la référence et reste donc sécuritaire.

L'effet des grands déplacements a été investigué qualitativement en 2D par rapport à la surface de charge du macro-élément de Li et al. (2014). Le résultat principal de cette analyse, présentée en annexe A, est que les grands déplacements tendent à diminuer la capacité latérale du pieu lorsque la charge en compression augmente. Dans le suite du travail les grands déplacements ne sont toutefois pas considérés, mais pourraient l'être en utilisant des poutres corotationnelles, par exemple, dans l'élément biphasique.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une utilisation spécifique du modèle biphasique a été adoptée. La loi d'interaction entre phases définit non pas le comportement de l'interface sol-pieu, mais la réaction du sol. Elle s'appuie sur les courbes de transfert "p-y" et "t-z" issues de la littérature.

Dans un premier temps, le modèle biphasique est comparé à la méthode des courbes de transfert dans un sol tri-couche. Un des principaux avantages du modèle biphasique, par rapport aux approches globalisées comme celle du macro-élément, est la possibilité d'accéder aux efforts internes du pieu et aux réactions du sol, ce qui est très utile pour le dimensionnement. Ceux-ci sont en très bon accord, tant en chargement vertical qu'horizontal, avec les solutions de la méthode des courbes de transfert.

Dans un second temps, le modèle biphasique multi-fibres est validé en comparaison d'un article de la littérature. Cet article propose une surface de ruine en effort horizontal et moment en tête d'un pieu souple dans un sable et une argile homogènes. Cette surface, calculée analytiquement à partir de la théorie des équilibres limites de Broms, est validée par un modèle "p-y", un modèle EF 3D avec loi de sol associée ou non-associée, et confirmée par des essais. Le modèle biphasique multi-fibres reproduit cette surface de ruine avec succès. Des comparaisons sont également effectuées entre les courbes effort-déplacement en tête de pieu et les trajets réponse effort-moment issus du modèle 3D de référence. Les positions des rotules plastiques dans le pieu sont également examinées qualitativement en fonction des zones de la surface de ruine.

Après avoir étudié la ruine d'un pieu souple, l'analyse se concentre sur la ruine d'un pieu rigide soumis à des chargements verticaux et horizontaux. L'objectif est de vérifier la pertinence de la surface de charge associée à la loi d'interface élasto-plastique proposée dans ce travail. Dans l'argile, les valeurs limites calculées avec le modèle biphasique s'accordent bien avec les modèles analytiques basés sur les équilibres limites et les résultats de la référence, tout comme la surface de charge. Dans le sable, bien que les valeurs du modèle biphasique se rapprochent des valeurs analytiques, elles diffèrent notablement de la référence. Concernant la forme, la surface de ruine de la référence révèle une zone d'augmentation de la capacité latérale sous l'effet d'un effort vertical croissant, ce que la loi d'interface ne reproduit pas. Celle-ci reste tout de même conservatrice.

Dans tous ces modèles, la loi d'interface élasto-plastique a été utilisée. Elle est assez simple. Plusieurs évolutions sont désirables, tel que l'ajout d'une surface de rupture pour limiter l'écrouissage, ainsi qu'une surface de charge non-symétrique afin de prendre en compte l'asymétrie de la limite élastique en frottement vertical. Le centre de l'ellipse pourrait également être déplacé pour prendre en compte une augmentation de la capacité latérale avec l'effort vertical lorsque c'est nécessaire. Il serait par ailleurs intéressant d'effectuer les cas test avec la loi hypo-plastique formulée plus haut et de faire la comparaison avec les résultats de la loi élasto-plastique.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 6

Applications et vérifications de l'élément biphasique 3D pour les pieux en dynamique

Dans ce chapitre, l'élément biphasique est étudié dans un contexte sismique. Afin d'exploiter le fait que toute la non-linéarité du modèle est condensée dans la colonne biphasique, le modèle est sous-structuré en deux domaines. L'un contient une colonne d'éléments biphasiques par pieu ainsi que la superstructure si elle existe et est résolu par la méthode des EF. Le second domaine contient tout le reste du sol, dont le sol entre colonnes. Son effet est résolu par la méthode des éléments de frontière à l'aide du logiciel Miss3d (Clouteau, 2007). La matrice d'impédance en est extraite puis couplée avec le modèle non-linéaire du domaine EF.

Afin de vérifier le comportement de l'élément biphasique en dynamique ainsi que la capacité du modèle sous-structuré à traiter les effets de groupe, ce dernier est appliqué à un calcul fréquentiel d'impédance et interaction cinématique sur un groupe de 2x2 pieux. L'élément est ensuite appliqué dans un calcul transitoire non-linéaire sur un système composé d'une petite superstructure et d'un pieu.

6.1 Modèle sous-structuré

6.1.1 Objectif et types de modèles

Dans les modèles statiques, nous avons utilisé le fait que l'interface biphasique pouvait aussi représenter le comportement total du sol. Les éléments biphasiques sont alors utilisés de façon similaire aux méthodes de ressorts de sol "p-y" et "t-z". Comme évoqué plus haut en 1.4.3, ces méthodes ne permettent pas, en règle général, de représenter les effets de groupe entre pieux. Afin de représenter cet effet, l'élément biphasique est réemployé dans son usage initial. Il représente donc un élément de pieu, le sol immédiatement autour et l'interface entre les deux. Le domaine de sol dans lequel est noyé la colonne d'éléments biphasique permet alors de propager les ondes entre pieux.

En ISS, il est courant de faire appel à la sous-structuration pour réduire les tailles de modèle et ainsi les temps de calcul et la mémoire nécessaires (chap. 1). C'est donc tout naturellement que nous nous tournons vers cette technique pour la construction du modèle biphasique pour le calcul sismique (fig. 6.1).

La caractéristique principale du modèle biphasique est de condenser toute l'interaction sol-pieu à l'interface. Le reste du domaine de sol est considéré élastique-linéaire, comme cela se fait

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

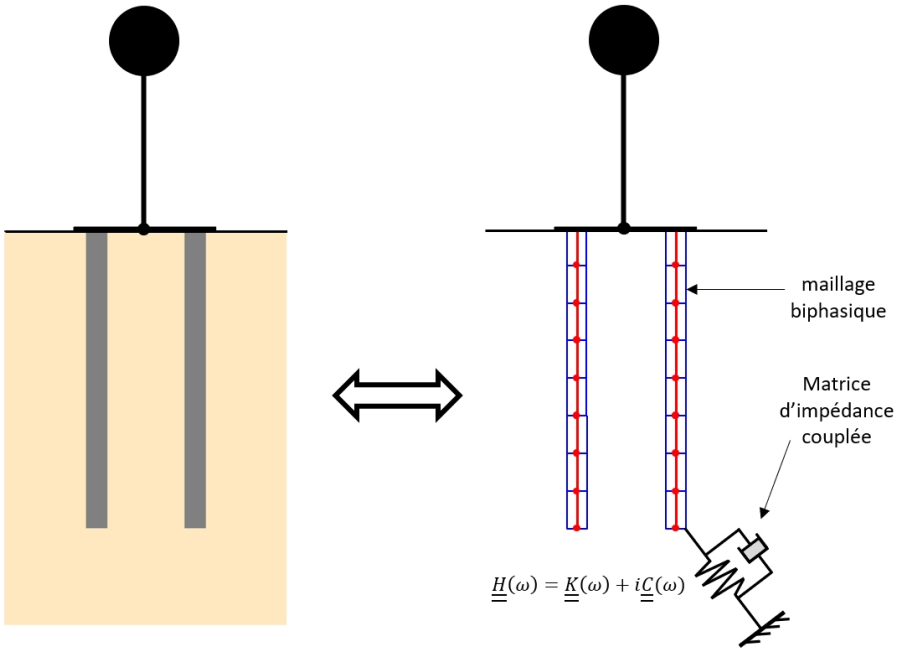


FIGURE 6.1 – Sous-structuration du domaine

en général dans les problèmes d'ISS. Les propriétés du sol sont alors couramment dégradées afin de tenir compte du passage de l'onde sismique en champ libre. La même chose peut être réalisée ici en amont du calcul d'ISS, même si cela n'a pas été réalisé dans ce modèle.

En considérant que le domaine de sol au-delà de la colonne biphasique est linéaire élastique, il est possible de profiter des avantages des méthodes aux éléments frontière pour la résolution du problème de l'élasto-dynamique dans les domaines non-bornés. C'est ici qu'intervient l'intérêt du chaînage de Code_Aster, logiciel aux EF, avec Miss3d, logiciel aux éléments de frontière. Ce chaînage permet de réaliser des calculs fréquentiels, mais également temporels par la technique du Laplace-Temps (Nieto Ferro et al., 2012).

Dans ce travail, des calculs d'impédances et de fonctions de transfert sont réalisés sur un pieu et un groupe de 2x2 pieux dans le domaine fréquentiel afin de vérifier l'implémentation de la masse dans les éléments biphasiques, ainsi que la capacité du modèle à représenter les effets de groupe. La méthode du Laplace-Temps en conjonction avec la colonne biphasique est appliquée sur un cas test comportant un pieu et une petite structure sollicités par un signal sismique. Ce cas sert de preuve de concept. Il doit démontrer la capacité du modèle biphasique sismique à représenter la non-linéarité de l'interaction sol-structure.

6.1.2 Mise en oeuvre des bases

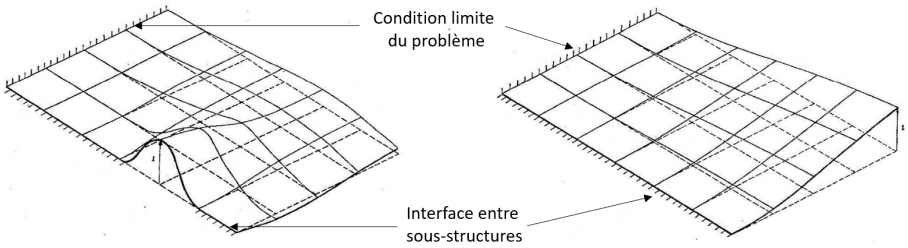
Le domaine global est partitionné en un sous-domaine EF et un sous-domaine éléments de frontière. Chaque sous-structure est projetée sur une base propre. Les bases sont assemblées aux interfaces entre sous-structures adjacentes. Deux techniques distinctes de projection sont employées dans ce travail.

La première est la technique de Craig-Bampton (Craig and Bampton, 1968). Le sous-système est projeté sur une base composée de modes dynamiques normaux et de modes statiques contraints. Les modes dynamiques correspondent aux modes de la sous-stucture où tous les noeuds des interfaces sont bloqués (fig. 6.2a). Un mode contraint correspond à la déformée statique engendrée en imposant un déplacement unitaire sur un degré de liberté de l'interface tandis que tous les

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

autres degrés de liberté de l'interface restent bloqués (fig. 6.2b). Tous les modes contraints sont nécessaires à la base. Cette technique est employée dans ce travail pour les calculs temporels. En effet, nous n'avons pas réussi à appliquer la technique des modes d'interface dans ce cas, même si c'est possible et réalisé en pratique sur d'autres modèles.

La seconde technique employée dans ce travail est donc celle des modes d'interface. Ceux-ci remplacent les modes contraints et sont obtenus par condensation du comportement de la sous-structure sur l'interface et résolution du problème aux valeurs propres associé. En pratique, seuls les premiers modes d'interface sont retenus, ce qui permet de réduire le nombre de modes statiques de la base de projection. La technique est employée dans ce travail pour les calculs fréquentiels uniquement (U20705, 2023).



(a) mode contraint (b) mode normal

FIGURE 6.2 – Technique de sous-structuration de Craig-Bampton (Craig and Bampton, 1968)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

6.2 Validation du modèle dynamique linéaire (pieu isolé et groupe de pieux)

Dans cette partie, des calculs d'impédance et d'interaction cinématique sont effectués sur un pieu isolé et ensuite un groupe de 2x2 pieux. La résolution se fait dans le domaine fréquentiel. Les calculs obtenus à partir du modèle biphasique sous-structuré introduit plus haut sont comparés à deux types de résultats. Les premiers sont issus de la littérature : Kaynia (1982b). Les seconds sont obtenus à partir d'un autre modèle sous-structuré ne faisant pas intervenir l'élément biphasique. Il est développé chez Stabilis. Il est constitué d'une poutre reliée cinématiquement à une enveloppe d'éléments surfaciques représentant la surface extérieur du pieu et constituant la frontière avec le domaine Miss3d.

6.2.1 Etude d'un groupe de pieux (2x2)

Nous considérons un groupe de 2x2 pieux identiques espacés régulièrement dans un sol homogène semi-infini (fig. 6.3). Les pieux de longueur $L = 7,5\,m$ possèdent un diamètre de $d = 0,5\,m$. Leur module d'Young est $E_p = 30\,GPa$, leur coefficient de Poisson $\nu_p = 0,25$. La masse volumique est $\rho_p = 2500\,kg/m^3$. Le coefficient d'amortissement interne est nul : $\beta_p = 0$. Le module du sol est 1000 fois plus petit : $\frac{E_p}{E_s} = 1000$. Le coefficient de Poisson est de $\nu_s = 0,4$ et sa masse volumique de $\rho_s = 1750\,kg/m^3$. Son coefficient d'amortissement interne est $\beta_s = 0,05$. Plusieurs espacements $\frac{s}{d}$ entre pieux sont étudiés : 2, 5 et 10. Ils sont notés respectivement 11 (1 pieu), 21, 22 et 23 (2x2 pieux). Les propriétés du sol et du pieu pour chacun des calculs sont synthétisés dans les tableaux 6.2 et 6.3.

La matrice d'impédance et la fonction de transfert de l'accélération sont calculés au centre de gravité du radier (non-représenté) considéré solide. Il porte six degrés de liberté : les trois translations et trois rotations. Les têtes de pieux sont considérées encastrées dans le radier. Soit $a_0 = 2\pi f \frac{d}{v_s}$ une fréquence adimensionnelle. La bande de fréquence adimensionnelle du calcul s'étend de $a_{0,min} = 0$ à $a_{0,max} = 1$. Avec les propriétés données au-dessus cela donne une fréquence maximale de $f_{max} = 25\,Hz$.

6.2.2 Modèle de référence

La méthode repose sur le calcul des matrices analytiques de raideur et de souplesse du pieu ainsi que l'évaluation numérique d'une matrice de souplesse du sol (Kaynia, 1982b). Les matrices de souplesse des pieux et du sol sont combinées en imposant la compatibilité des déformations à l'interface sol-pieu.

La matrice de souplesse du sol est calculée numériquement par la méthode des éléments de frontière. Les fonctions de Green employées définissent le champ de déplacement dû à un effort distribué uniformément sur un cylindre ou un disque à l'interface sol-pieu.

Cas	$\frac{L}{d}$	$\frac{E_p}{E_s}$	$\frac{\rho_s}{\rho_p}$	$\frac{s}{d}$
11	15	1000	0,7	–
21	15	1000	0,7	2
22	15	1000	0,7	5
23	15	1000	0,7	10

Tableau 6.1 – Liste des configurations étudiées en fonction de l'espacement

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

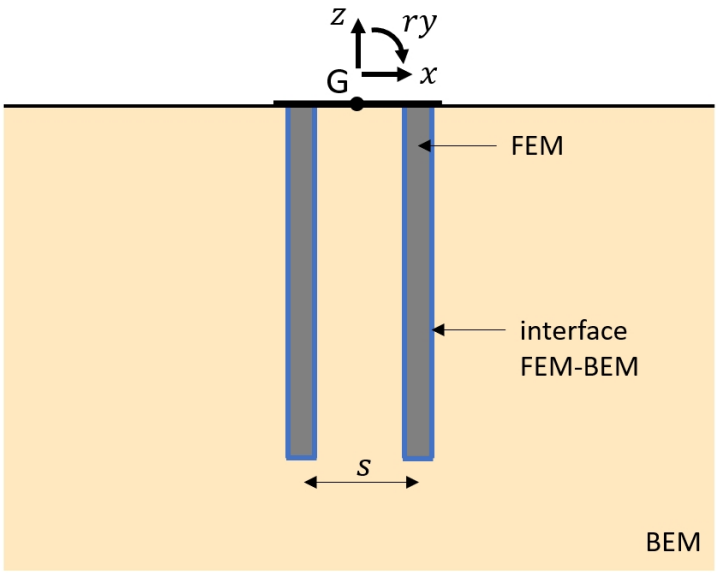


FIGURE 6.3 – Représentation du groupe de 2x2 pieux dans le sol homogène semi-infini, ainsi que de la sous-structuration des domaines

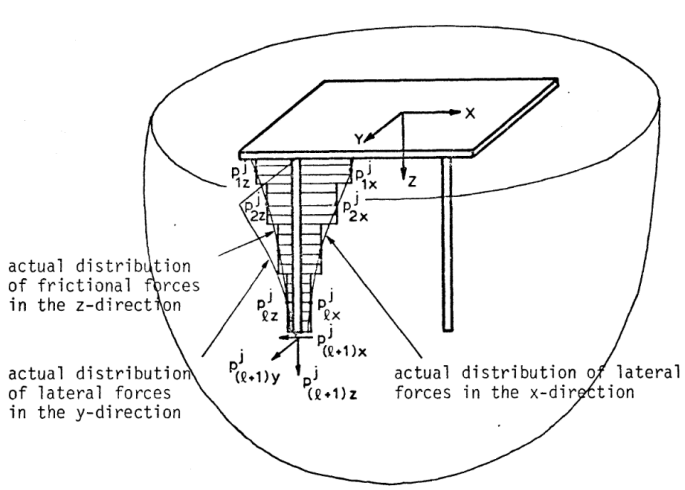
Cas	E_s (MPa)	ν_s $(-)$	ρ_s (kg/m^3)	G_s (MPa)	v_s (m/s)	v_p (m/s)	β_s $(-)$
11	30	0,4	1750	10,71	78,2	191,7	0,05
21	30	0,4	1750	10,71	78,2	191,7	0,05
22	30	0,4	1750	10,71	78,2	191,7	0,05
23	30	0,4	1750	10,71	78,2	191,7	0,05

TABLEAU 6.2 – Paramètres du sol

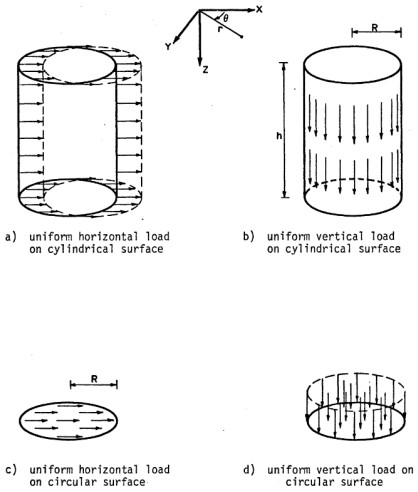
Cas	N	L (m)	d (m)	s (m)	E_p (MPa)	ν_p $(-)$	ρ_p (kg/m^3)	β_p $(-)$
11	1	7,5	0,5	0	30000	0,25	2500	0
21	2x2	7,5	0,5	1	30000	0,25	2500	0
22	2x2	7,5	0,5	2,5	30000	0,25	2500	0
23	2x2	7,5	0,5	5	30000	0,25	2500	0

TABLEAU 6.3 – Paramètres des pieux

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) distribution des efforts sur un pieu



(b) types de chargements sur le sol

FIGURE 6.4 – Distribution des efforts sur un pieu (a) et types de chargements appliqués sur le sol (b) dans le modèle de Kaynia (1982b)

6.2.3 Modèle Stabilis

Le modèle met à profit le chaînage entre Code_Aster et Miss3d. La résolution se fait dans le domaine fréquentielle.

Les pieux sont modélisés par une enveloppe de mailles surfaciques reliées cinématiquement aux degrés de liberté d'une ligne d'éléments de poutre. Les mailles de l'enveloppe représentent les éléments de frontière avec Miss3d (fig. 6.5). L'ensemble du domaine de sol est donc résolu par Miss3d. Le pieu est discrétisé en 10 éléments dans sa longueur et le périmètre de l'enveloppe en 8 éléments.

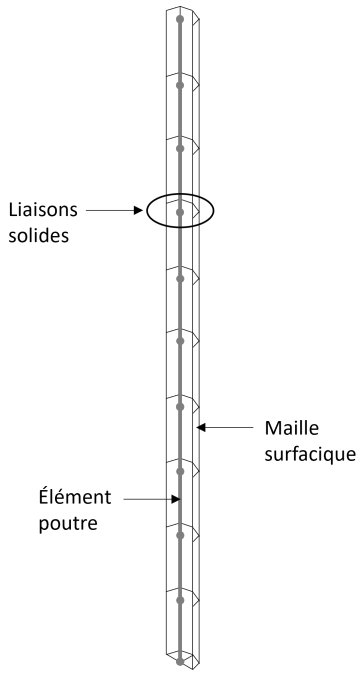


FIGURE 6.5 – Maillage du modèle stabilis

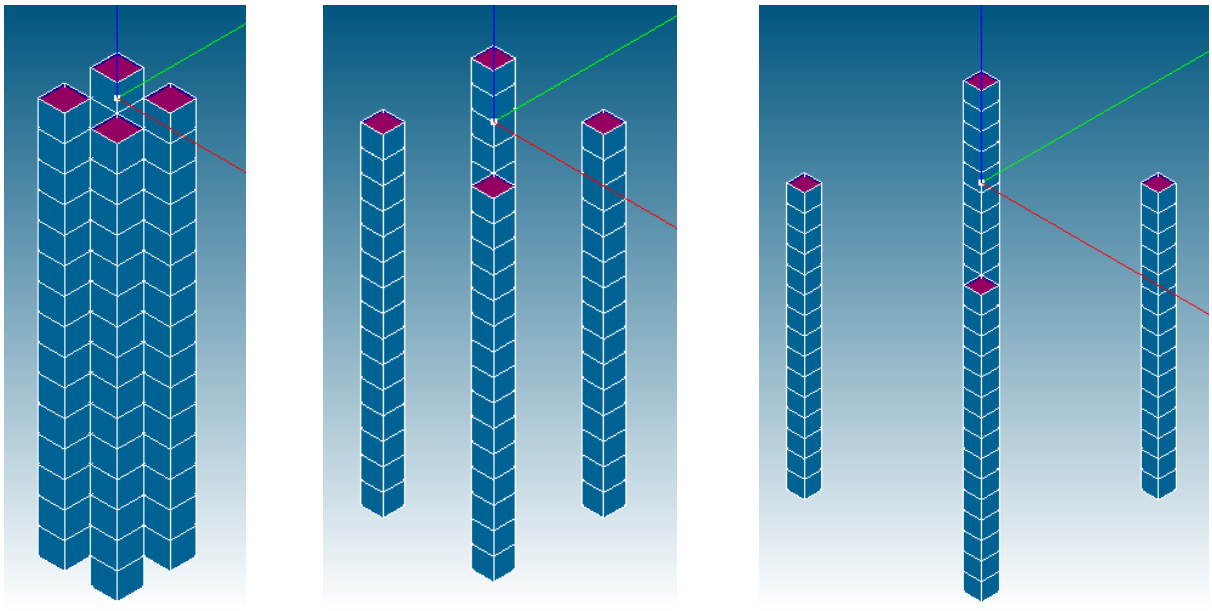
Une relation de corps rigide relie toutes les têtes de pieux entre elles au centre de gravité du radier (non-pesant). Le noeud du radier est libre sur tous ses degrés de liberté.

Le but est de calculer la matrice d'impédance (fonction de la fréquence) au noeud du radier. C'est une matrice complexe pleine carrée ayant pour dimension les trois translations et trois rotations du noeud.

La première étape de la résolution est le calcul des modes dynamiques et modes d'interface du système. Il est réalisé par Code_Aster. Un nombre réduit de modes d'interface est calculé (60). En revanche, tous les modes dynamiques sont comptabilisés, car peu nombreux. Il s'agit en effet simplement des degrés de liberté du pieu.

La seconde étape consiste à calculer la matrice d'impédance du sol. La résolution est opérée par Miss3d. Cette matrice couple tous les modes. Elle réprésente la réaction du sol

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) $\frac{s}{d} = 2$ (b) $\frac{s}{d} = 5$ (c) $\frac{s}{d} = 10$

FIGURE 6.6 – Maillages du modèle biphasique dans Code_Aster

aux déplacements appliqués.

C'est à la troisième et dernière étape que le calcul de la matrice d'impédance au noeud du radier est effectué. Y sont réutilisées à nouveau les bases calculées à la première étape et la matrice d'impédance du sol calculée à la seconde. Il se décompose en plusieurs calculs indépendants. Soit la fréquence f pour laquelle la matrice d'impédance au radier doit être calculée. Pour chaque degré de liberté i du noeud du radier, un effort harmonique unitaire de fréquence f est appliqué sur ce degré de liberté et le déplacement complexe récupéré sur les six degrés de liberté du noeud. Ces six déplacements représentent les termes de la colonne i de la matrice de souplesse du système. Chaque calcul permet d'obtenir une colonne. La matrice de souplesse est obtenue par concaténation des colonnes. L'inverse de cette matrice donne finalement la matrice d'impédances à la fréquence f. La calcul est répété pour chaque fréquence afin de constituer la matrice d'impédance fonction de la fréquence.

Le calcul de la fonction de transfert de l'accélération se fait par application d'accélérations harmoniques unitaires sur le système dans les trois directions de l'espace. Les accélérations solutions sont récupérées au noeud du radier sur ses six degrés de liberté. Ce calcul utilise également la première et la seconde étape.

6.2.4 Modèle biphasique

Ce modèle est construit sur la même structure que le précédent. L'unique différence porte sur le découpage des domaines résolus par Code_Aster et Miss3d. En effet, le domaine FEM est représenté par une colonne de 15 élements biphasiques de largeur égale au diamètre du pieu $(0,5\,m)$. Les mailles surfaciques enveloppes de la colonne représentent les éléments de frontière. L'interface n'est donc plus située exactement à la frontière entre le pieu et le sol, mais à l'intérieur du domaine de sol, puisque le pieu est représenté par une ligne (fig. 6.6).

Un ressort de pointe uniaxial vertical est ajouté. Il relie le pied du pieu aux quatre noeuds de l'élément biphasique en pied de colonne. En pratique ce ressort est porté par deux noeuds. Le noeud en tête du ressort est lié rigidement au noeud de pied du pieu et le noeud en pied du

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

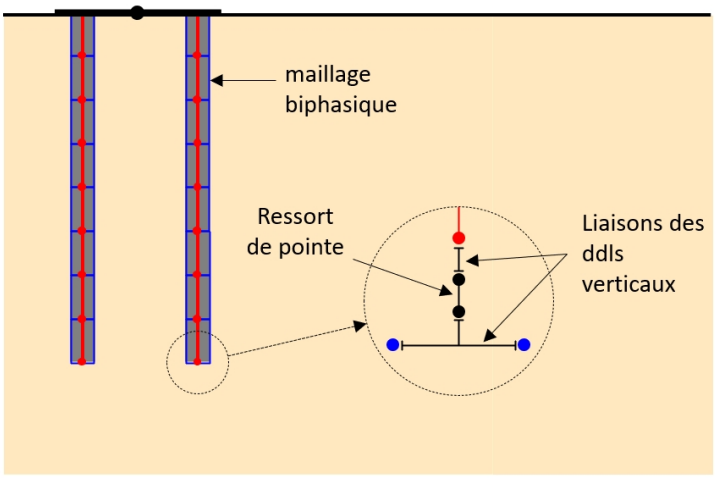


FIGURE 6.7 – Relations cinématiques en pointe

ressort est relié rigidement aux quatres noeuds du pied de la colonne (fig. 6.7). Le calcul des modes d'interface se fait par condensation de la sous-structure sur l'interface et analyse modale. Ce ne sont pas des modes individuelles comme dans le cas de la technique de Craig Bampton, même s'ils pourraient l'être. Dans la présente étude, les modes d'interface font donc apparaître des comportements de groupe (fig. 6.8).

Les modes dynamiques de la sous-structure sont calculés en bloquant les degrés de liberté de l'interface avec le sous-domaine résolu par Miss3d. Ils ne font donc apparaître ici que des déplacements des noeuds du pieu et du centre du radier (fig. 6.9).

6.2.5 Calage du modèle biphasique sur un pieu

Préalablement au calcul d'impédance, un calage des paramètres de l'interface et de la pointe est nécessaire. Le calcul est linéaire élastique, donc seul un calage des raideurs est requis. Les calages sont réalisés par rapport au modèle stabilis. Un premier calage statique est réalisé par rapport à la raideur à basse fréquence de ce modèle, suivi d'un recalage dynamique.

6.2.5.1 Calage vertical de la pointe

Le calage de la pointe est effectué en annulant la raideur d'interface. La raideur de pointe est choisie de sorte à ce que la raideur verticale en tête soit égale à la raideur de référence. Deux raideurs de référence sont proposées : la raideur d'une fondation superficielle circulaire, comme proposé par Randolph and Gourvenec (2017) et celle d'une fondation enterrée rectangulaire sans frottement latéral.

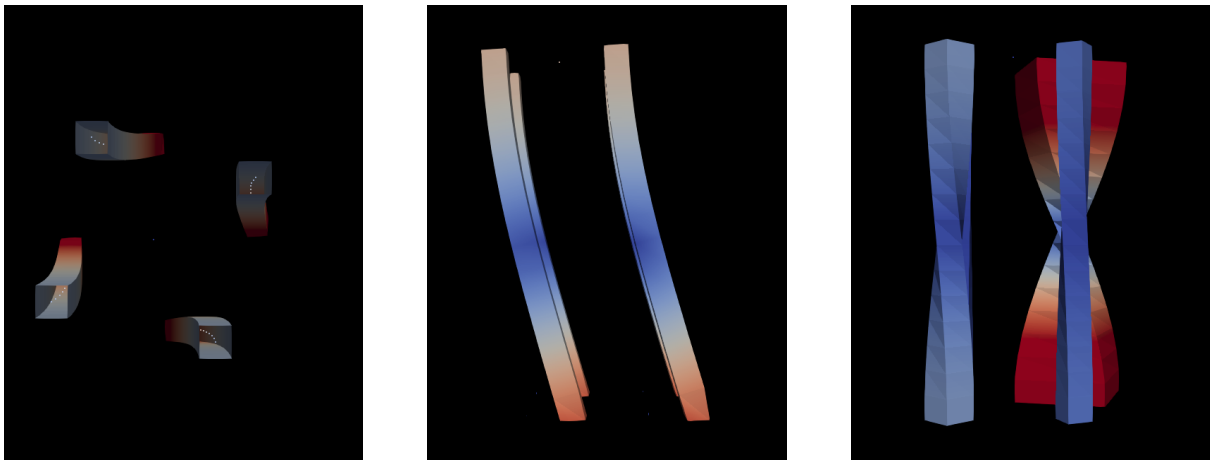
Deux formules sont suggérées pour le calcul de la raideur d'une fondation superficielle circulaire. La première est (Randolph and Gourvenec, 2017) :

$$K_{s,1} = \frac{E_s d}{1-\nu^2} \tag{6.1}$$

La seconde est proposée par Gazetas (1991a) pour une fondation de forme quelconque (fig. 6.10) :

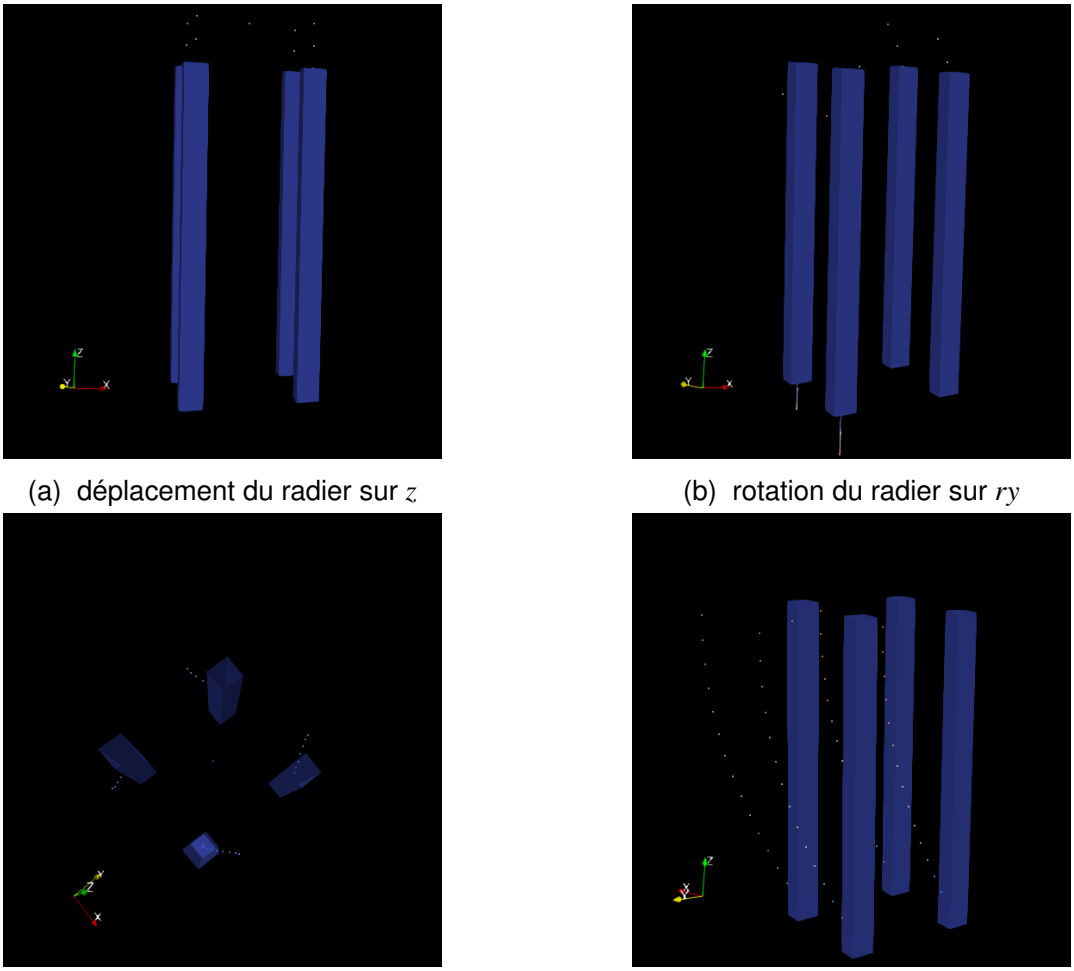
$$K_{s,2} = \frac{2G_s l}{1-\nu}\left(0,73 + 1,54\chi^{0,75}\right) \tag{6.2}$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) rotation du radier sur rz (b) déplacement du radier sur y (c) torsions des pieux sur rz

FIGURE 6.8 – Quelques modes d'interface du groupe d'espacement moyen



(a) déplacement du radier sur z (b) rotation du radier sur ry

(c) rotation du radier sur rz (d) déplacement du radier sur y

FIGURE 6.9 – Quelques modes dynamiques du groupe d'espacement moyen

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

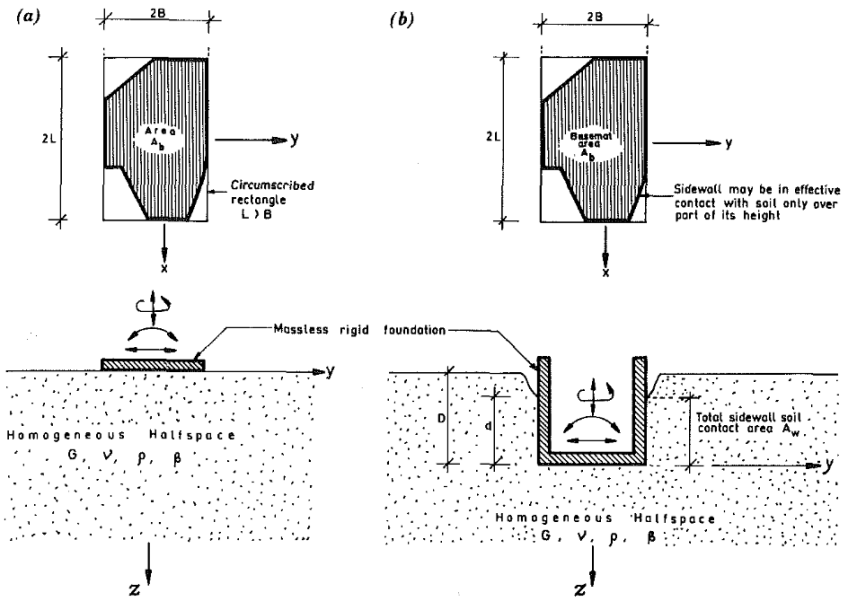


FIGURE 6.10 – Calcul de la raideur verticale d'une fondation de forme quelconque superficielle (a) ou enterrée (b) dans un sol homogène semi-infini (Gazetas, 1991a)

où $\chi = \frac{A_b}{4l^2}$ et A_b la surface de la fondation ; l la plus grande demi-largeur du rectangle dans lequel s'inscrit la surface de la fondation. Pour une fondation circulaire il s'agit donc du diamètre. Les deux formules donnent une raideur égale de $18\,MN/m$.

Gazetas propose le cacul de la raideur d'une fondation enterrée de forme quelconque sans frottement latéral telle que (fig. 6.10) :

$$K_e = K_s \left[1 + \frac{1}{21}\frac{H}{B}(1 + 1,3\chi)\right]\left[1 + 0,2\left(\frac{A_w}{A_b}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \tag{6.3}$$

où K_s est la raideur superficielle calculée précédemment, A_w la surface latérale de la fondation enterrée, H la hauteur enterrée, B la plus courte demi-largeur. B est pris égal au diamètre.

En considérant une surface latérale A_w nulle, une raideur de $K_e = 70\,MN/m$ est obtenue. C'est presque quatre fois plus grand que la raideur d'une fondation superficielle. Si cette fois-ci le frottement latéral est considéré (A_w non nul), la solution obtenue est $280\,MN/m$. C'est beaucoup plus grand que le calcul de la raideur verticale d'un pieu par la formule de Gazetas (1991b) proposée par AFPS (2017) :

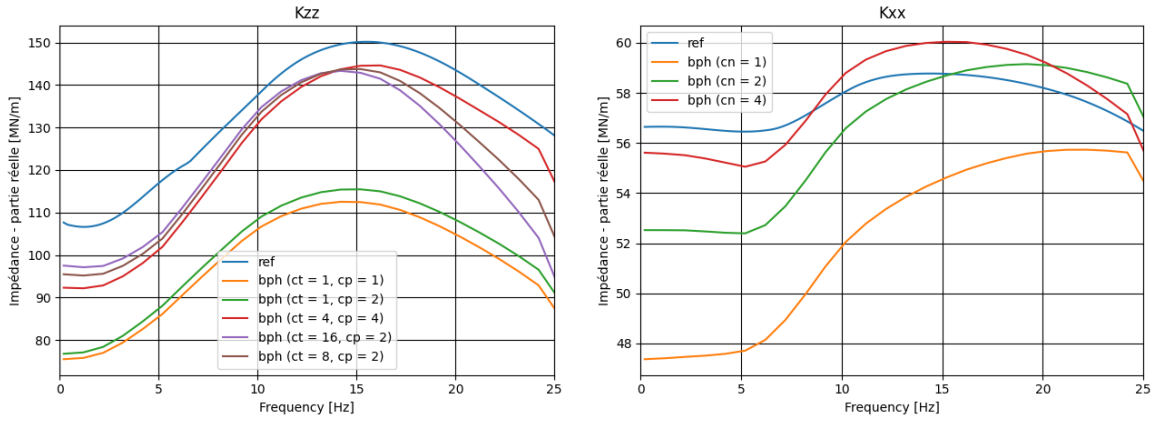
$$K_p = 1,9E_s d\left(\frac{H}{d}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{6.4}$$

qui donne $K_p = 173\,MN/m$. La formule proposée pour fondation enterrée ne peut donc pas être appliquée aux pieux. Nous choisissons donc de suivre les recommandations de Randolph and Gourvenec (2017) et de caler la pointe par rapport à la raideur d'une fondation superficielle, à savoir $18\,MN/m$ ici. Il est à noter que la raideur de pointe est ainsi sous-estimée. Finalement la raideur verticale de la pointe est calée à $k_p = 1,0E_s = 30\,MN/m$.

6.2.5.2 Calage vertical et horizontal de l'interface

Pour le calage de l'interface, la pointe est activée. Les raideurs d'interface sont calées de sorte que la raideur en tête de pieu soit égale à la raideur du modèle stabilis à basse fréquence.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) K_{zz} (b) K_{xx}

FIGURE 6.11 – Recalage dynamique des raideurs d'interface et de pointe

Ces raideurs ne correspondent pas forcément exactement aux valeurs analytiques pouvant être calculées via les formules de Gazetas (1991b) pour la direction verticale et l'annexe informative C de **?** pour l'horizontale. La comparaison des valeurs est donnée à titre informatif dans le tableau 6.4. Finalement les raideurs d'interface sont calées à $k_t = 24\,MN/m^3$ verticalement et $k_n = 208\,MN/m^3$ horizontalement.

raideurs	analytique		stabilis
		(MN/m)	(MN/m)
K_{zz}	$1,9\left(\frac{H}{d}\right)^{0,67} dE_s$	173	108
K_{xx}	$1,08\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0,21} dE_s$	69	57
K_{rxrx}	$0,16\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0,75} d^3E_s$	107	96
K_{yrx}	$-0,22\left(\frac{E_p}{E_s}\right)^{0,5} d^2E_s$	−52	−46

TABLEAU 6.4 – Termes de la matrice de raideur en tête d'un pieu dans un sol homogène semi-infini

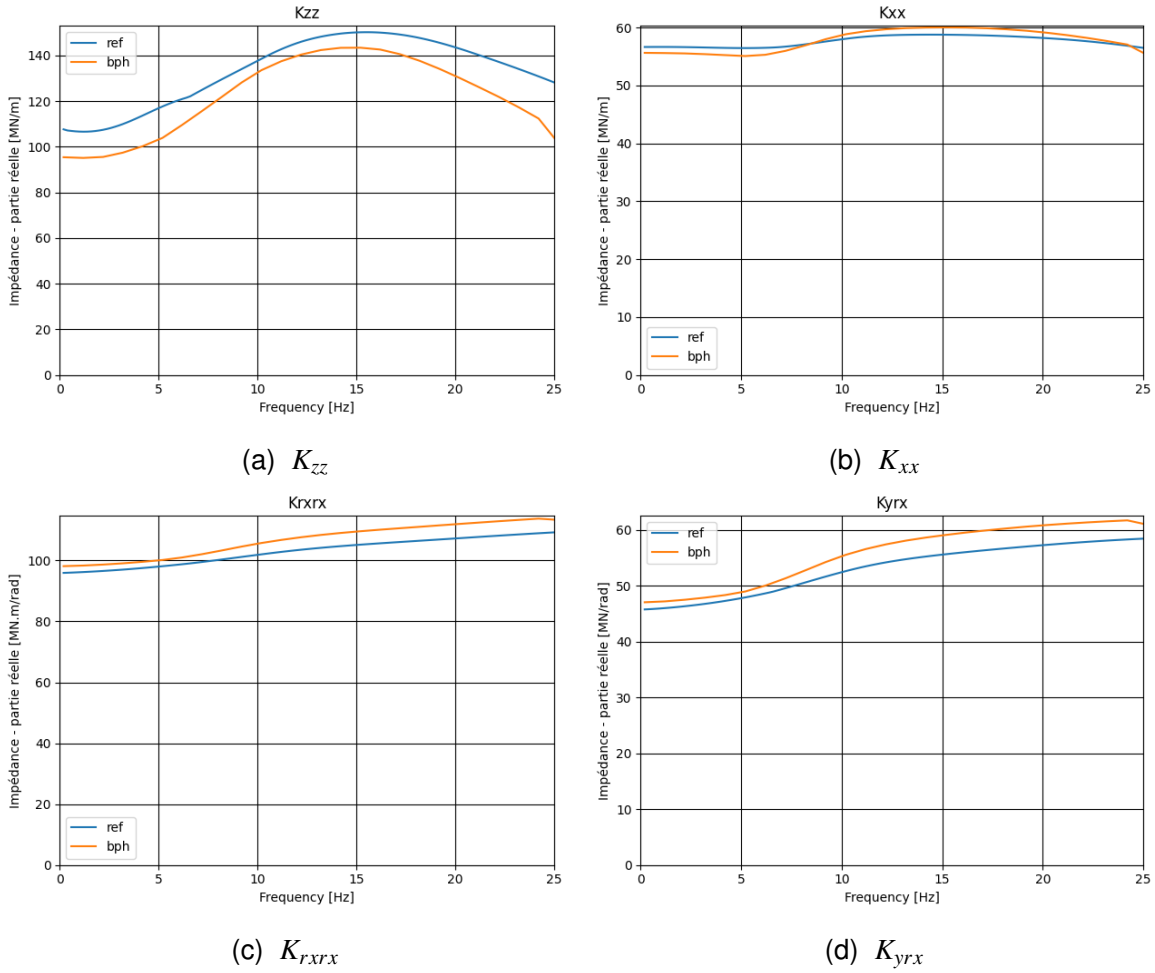
6.2.6 Calculs d'impédance sur un pieu

La matrice d'impédance est complexe. La partie réelle notée K_{ij} et la partie imaginaire notée A_{ij} sont représentées séparément.

6.2.6.1 Recalage dynamique

Suite au calage statique, un premier calcul d'impédance sur un pieu est réalisé en appliquant la méthodologie décrite en section 6.2.3. Ce calcul met en évidence la nécessité d'un nouvel ajustement des raideurs de l'interface. Un recalage dynamique est donc effectué : c_n, c_t et c_p sont les coefficients de recalage appliqués aux valeurs de raideurs calées en statique. La comparaison des résultats aux différents calages est présentée en figures 6.11a (vertical) et 6.11b (horizontal). Finalement le triplet $\left(c_n = 4,\ c_t = 8,\ c_p = 2\right)$ est choisi.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) K_{zz} (b) K_{xx}

(c) K_{rxrx} (d) K_{yrx}

FIGURE 6.12 – Comparaison à la référence de la partie réelle de la matrice d'impédances

6.2.6.2 Analyse de l'impédance

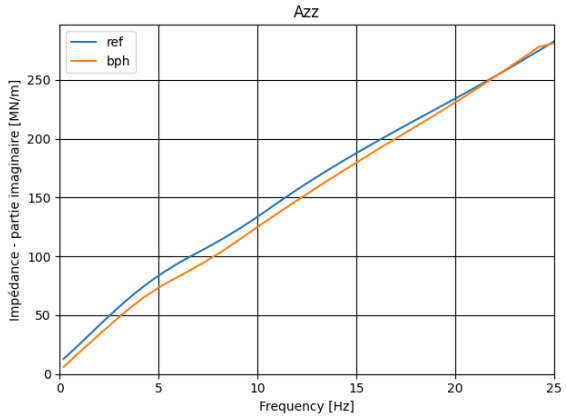
Concernant, la partie réelle de la matrice d'impédance, la correspondance entre le modèle biphasique et le modèle stabilis est très bonne sur les termes de flexion pure K_{rxrx} (fig. 6.12c) et de flexion simple K_{xx}, K_{yrx} (figs. 6.12b et 6.12d) et ce alors que le maillage du modèle biphasique est bien plus grossier latéralement. Le terme vertical de traction-compression K_{zz} est légèrement sous-estimé (fig. 6.12a). Cet écart n'est pas lié spécifiquement à une sous-estimation de la raideur de la pointe au calage. Augmenter la raideur de pointe ne permet pas, en effet, de dépasser la valeur du modèle stabilis (fig. 6.11a). Il convient de noter, par ailleurs, que le terme vertical K_{zz} est davantage dépendant de la fréquence que le terme de flexion K_{xx}.

La correspondance sur la partie imaginaire de la matrice d'impédance est excellente. Une augmentation de l'écart dans les hautes fréquences est à noter sur les termes A_{rxrx} et A_{yrx}.

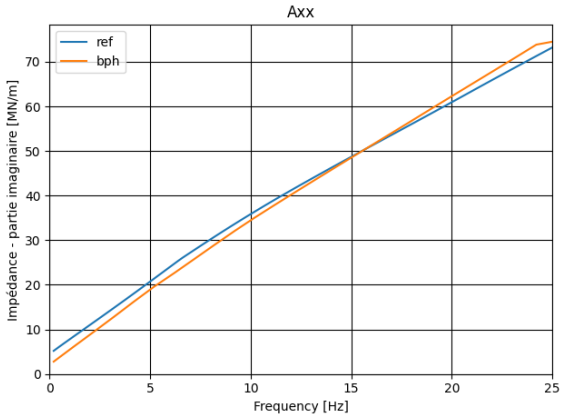
6.2.6.3 Influence de la rigidité de l'interface

L'influence de la raideur de l'interface sur la matrice d'impédance est étudiée. Cette analyse vise à déterminer si l'interface agit simplement comme une rigidification de la colonne. Un calcul est donc réalisé avec des raideurs d'interface et de pointe très importantes : $c_n = 400$, $c_t = 800$, $c_p = 16$. Le résultat obtenu est significativement différent sur la direction horizontale (fig. 6.14). L'interface participe donc à la souplesse du système, même dans le domaine linéaire.

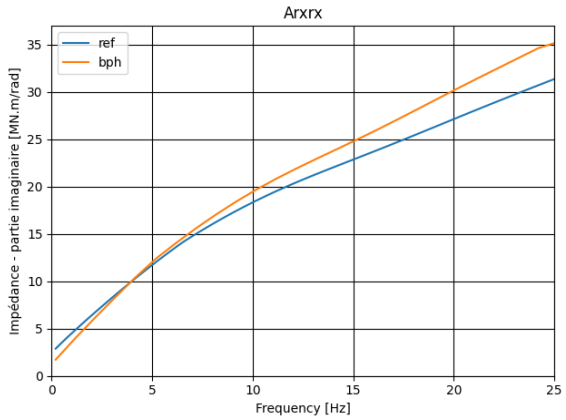
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



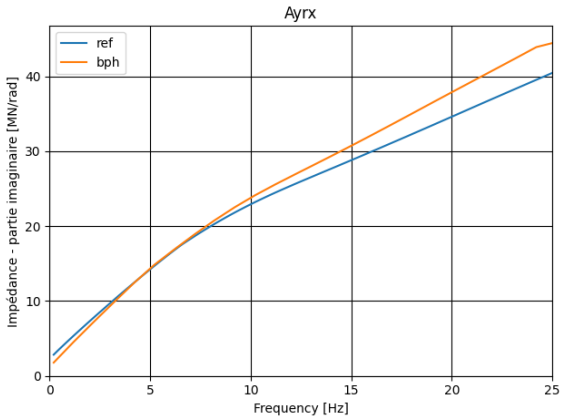
(a) A_{zz}



(b) A_{xx}

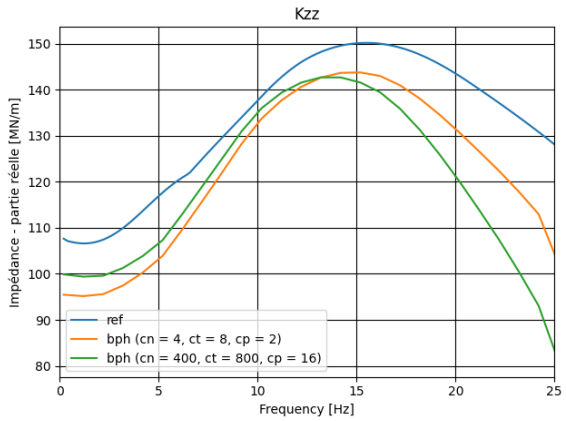


(c) A_{rxrx}

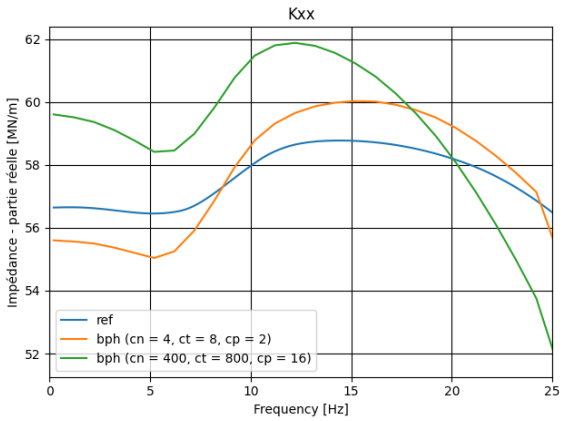


(d) A_{yrx}

FIGURE 6.13 – Comparaison à la référence de la partie imaginaire de la matrice d'impédances



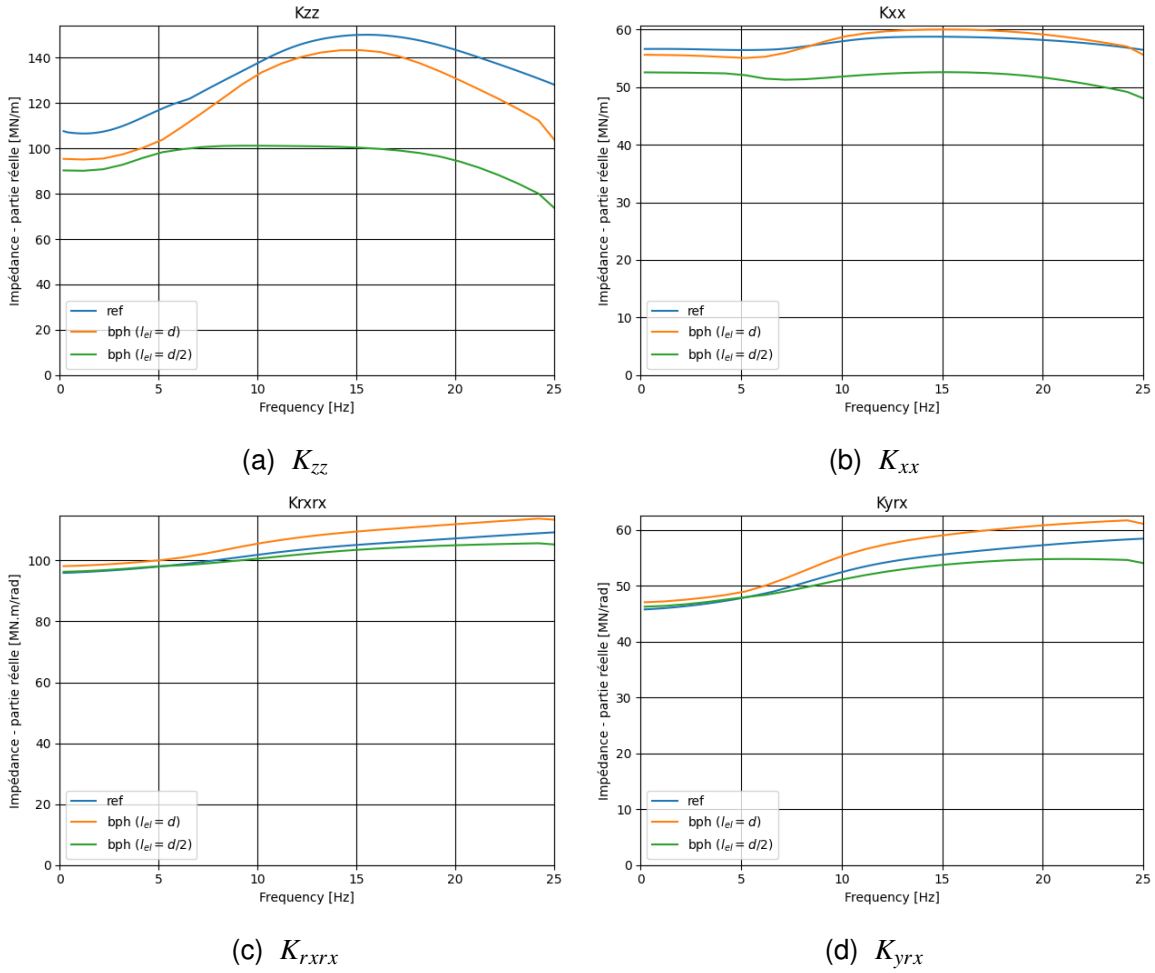
(a) K_{zz}



(b) K_{xx}

FIGURE 6.14 – Influence de la raideur de l'interface sur la partie réelle de la matrice d'impédances

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) K_{zz} (b) K_{xx}

(c) K_{rxrx} (d) K_{yrx}

FIGURE 6.15 – Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la partie réelle de la matrice d'impédances

6.2.6.4 Influence de la largeur de la colonne biphasique

Jusqu'ici la largeur de la colonne biphasique est égale au diamètre du pieu. Ainsi les ondes sont réfléchies géométriquement sur un carré enveloppe du pieu. La largeur de la colonne l_{el} doit toutefois permettre d'assurer la condition de propagation d'onde dans le sol, à savoir $l_{el} \leq \frac{v_s}{6f_{max}}$. Elle doit donc valoir le minimum du diamètre et de cette valeur : $l_{el} = \min\left(d, \frac{v_s}{6f_{max}}\right)$. Dans le cas présent, une largeur de colonne égale au diamètre respecte la condition de propagation, mais il semble néanmoins pertinent d'analyser l'influence d'une diminution de cette largeur en prévision des cas où la condition de propagation la rendrait nécessaire. Dans l'étude ci-après, la largeur de la colonne est prise égale à la moitié du diamètre du pieu : $l_{el} = \frac{d}{2}$.

Des termes de raideur de flexion satisfaisants sont obtenus avec cette réduction (figs. 6.15b, 6.15c et 6.15d). Le terme vertical en traction-compression cependant s'écarte nettement de la référence à partir de 5 Hz. A basse fréquence, en revanche, la réponse est tout à fait satisfaisante. La réduction de la largeur de colonne reste donc malgré tout une option envisageable dans les cas où la condition de propagation des ondes dans le sol est limitante pour la largeur de colonne.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

6.2.7 Calculs d'impédance et interaction cinématique sur un groupe de 2x2 pieux

Le calcul d'impédance sur un pieu à partir du modèle biphasique a permis de valider l'implémentation des matrices de masse dans l'élément biphasique ainsi que de mettre en lumière les rôles de l'interface et de la masse du sol dans l'élément et enfin celui de sa largeur.

Passons à présent au groupe composé de 2x2 pieux. Le but est de valider la capacité du modèle biphasique à capter les effets de groupe dynamiques entre pieux. Les résultats sont présentés pour plusieurs espacements : $\frac{s}{d} = 2$, 5 et 10. Cette fois-ci en plus d'être comparés au modèle stabilis, les résultats sont comparés à la référence Kaynia (1982b). Dans cette référence, les résultats sont présentées en fonction de la fréquence adimensionnelle $a_0 = 2\pi f \frac{v_s}{d}$. La présentation des résultats des modèles stabilis et biphasique est donc faite en accord. Par ailleurs, les termes K_{ij}^G évalués au noeud du radier sont rapportés au nombre de pieux N et à la réponse d'un pieu à basse fréquence $K_{ij,0} = K_{ij}\,(a_0 = 0)$. Ils sont notés k_{ij}. Les termes de la partie imaginaire sont rapportés en outre à la fréquence adimensionnelle a_0.

$$k_{xx} = \frac{K_{xx}^G}{NK_{xx,0}} \qquad c_{xx} = \frac{A_{xx}^G}{a_0 NK_{xx,0}}$$

$$k_{zz} = \frac{K_{zz}^G}{NK_{zz,0}} \qquad c_{zz} = \frac{A_{zz}^G}{a_0 NK_{zz,0}}$$

$$k_{rxrx} = \frac{K_{rxrx}^G}{\sum y_i K_{zz,0}} \qquad c_{rxrx} = \frac{A_{rxrx}^G}{a_0 \sum y_i K_{zz,0}}$$

$$k_{rzrz} = \frac{K_{rzrz}^G}{\sum r_i K_{xx,0}} \qquad c_{rzrz} = \frac{A_{rzrz}^G}{a_0 \sum r_i K_{xx,0}}$$

où y_i la distance d'un pieu au noeud du radier dans la direction y et r_i la distance radiale.

Soit u^G le déplacement horizontal dans la direction x du noeud du radier et ϕ^G la rotation atour de l'axe y. Soit u^{ff} le déplacement en champ libre. Les facteurs d'interaction cinématique en translation et rotation sont calculés tels que :

$$I_u = \frac{\left|u^G\right|}{u^{ff}} \qquad I_\phi = \frac{\left|\phi^G\right| d}{u^{ff}}$$

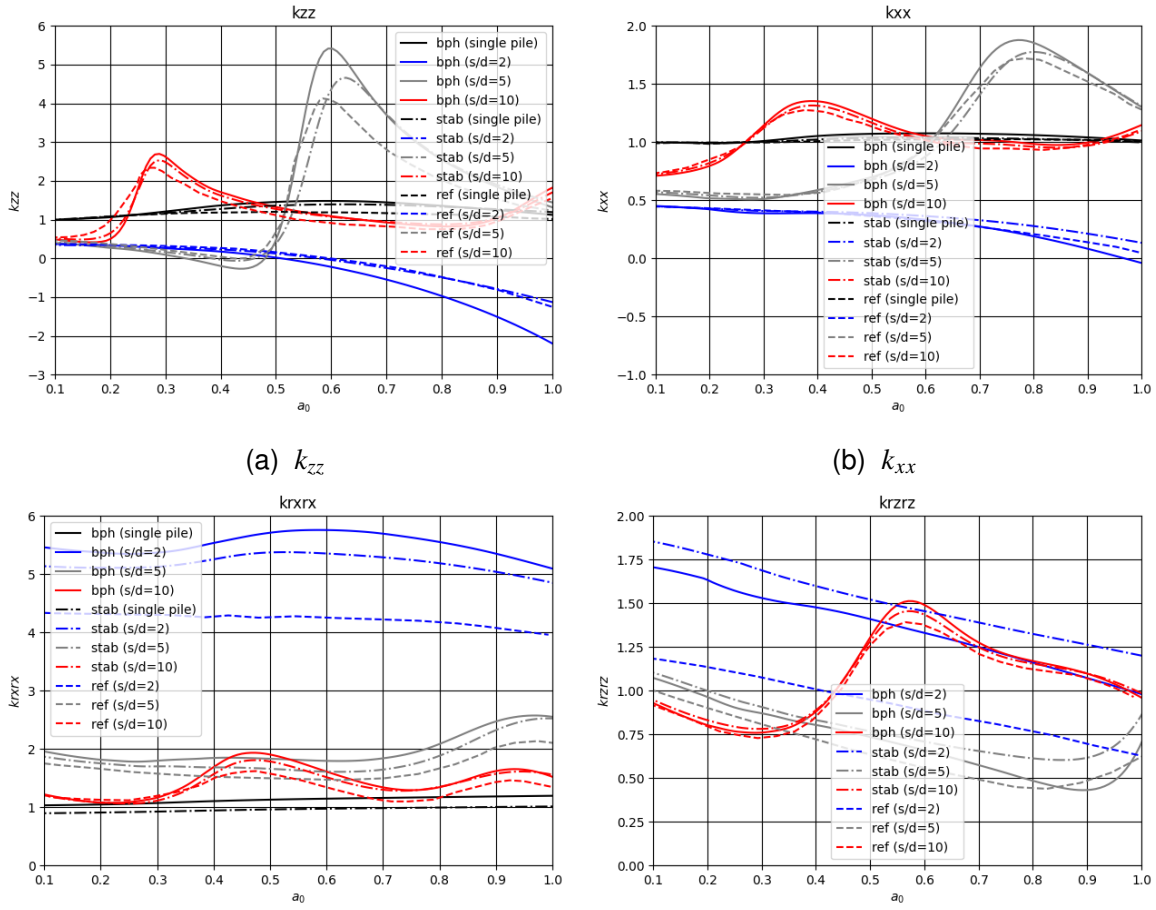
Les termes réels de la matrice d'impédance du groupe sont représentés en figure 6.16. Tout d'abord, une forte influence de la fréquence peut être remarquée. Des pics de résonance apparaissent pour les espacements moyen ($\frac{s}{d} = 5$) et grand ($\frac{s}{d} = 10$). Les solutions obtenues avec le modèle biphasique sont plus proches du calcul stabilis que de la référence Kaynia (1982b). Le modèle biphasique est en effet calé sur le modèle stabilis. Le terme de torsion n'est pas représenté pour le pieu unique, car l'interface du modèle biphasique ne transmet pas de torsion. Le pieu est donc bloqué en torsion en pied simplement pour retenir ce degré de liberté, ce qui n'est pas le cas dans le modèle stabilis.

Concernant les termes de la partie imaginaire de la matrice d'impédance du groupe, les mêmes observations peuvent être faites que pour les termes réels (fig. 6.17).

Les fonctions de transfert du déplacement en tête de pieu sont donnés en figure 6.18. La correspondance entre les trois modèles est excellente. Ici aussi le modèle biphasique est en moyenne plus proche du modèle stabilis que de la référence Kaynia (1982b).

Analysons l'influence de la largeur de la colonne biphasique sur les résultats du groupe.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

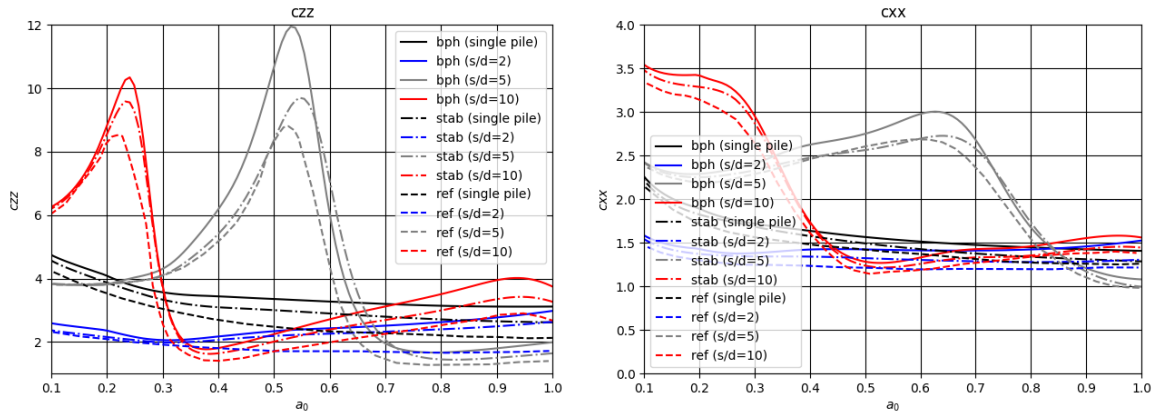


(a) k_{zz} (b) k_{xx}

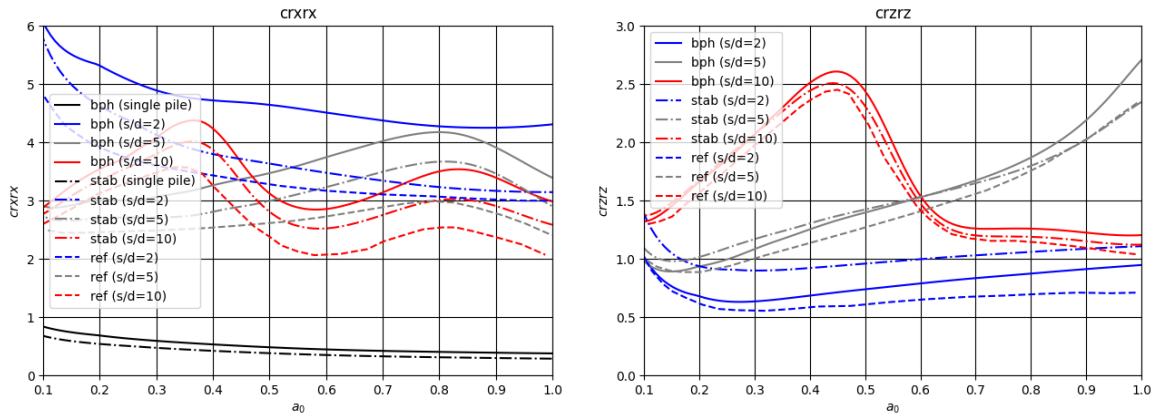
(c) k_{rxrx} (d) k_{rzrz}

FIGURE 6.16 – Comparaison à la référence de la partie réelle de la matrice d'impédances du groupe 2x2

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

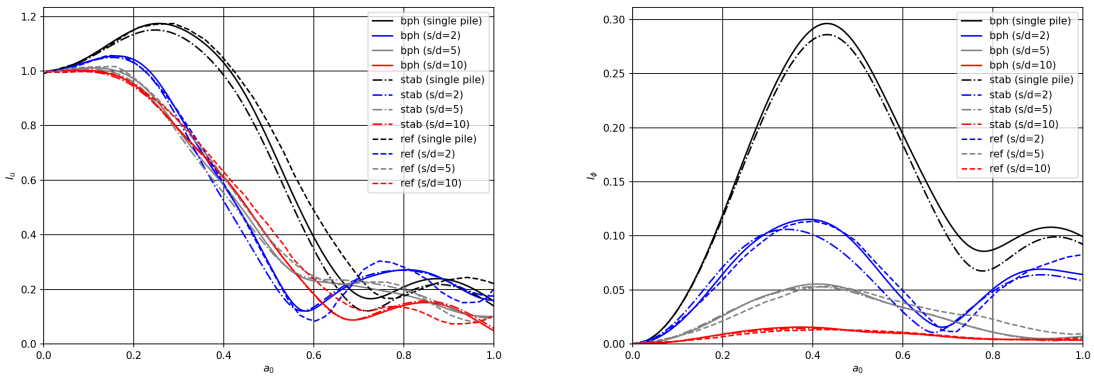


(a) c_{zz} (b) c_{xx}



(c) c_{rxrx} (d) c_{rzrz}

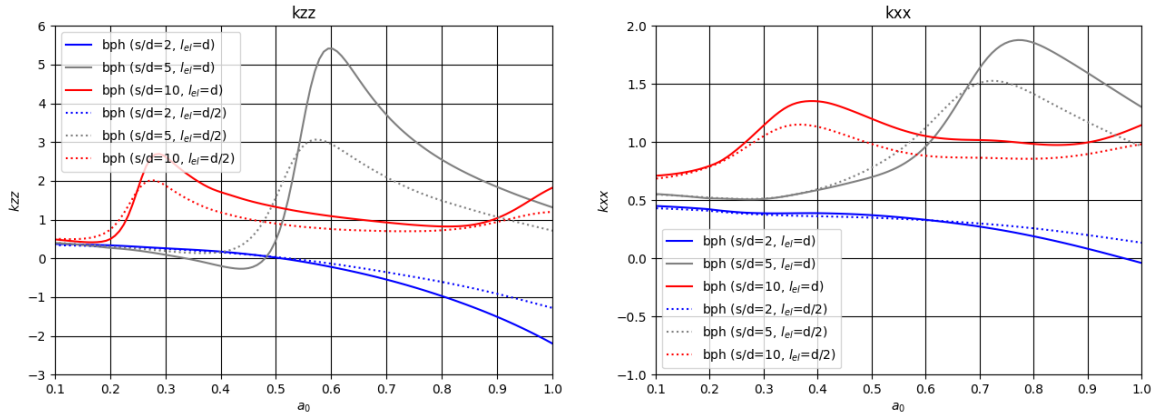
FIGURE 6.17 – Comparaison à la référence de la partie imaginaire de la matrice d'impédances du groupe 2x2



(a) I_u (b) I_ϕ

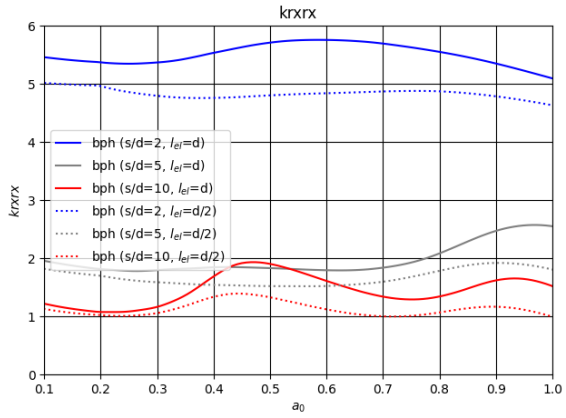
FIGURE 6.18 – Comparaison à la référence de la fonction de transfert du déplacement du groupe 2x2

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

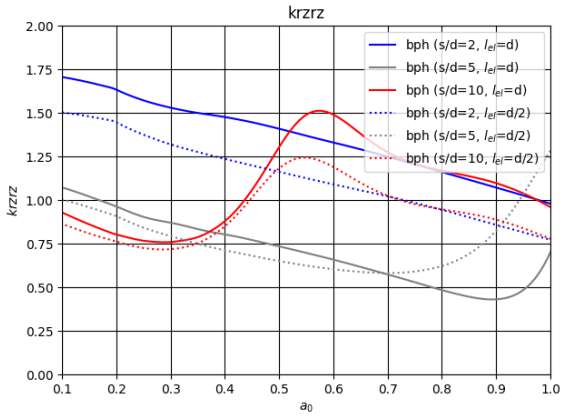


(a) k_{zz}

(b) k_{xx}



(c) k_{rxrx}



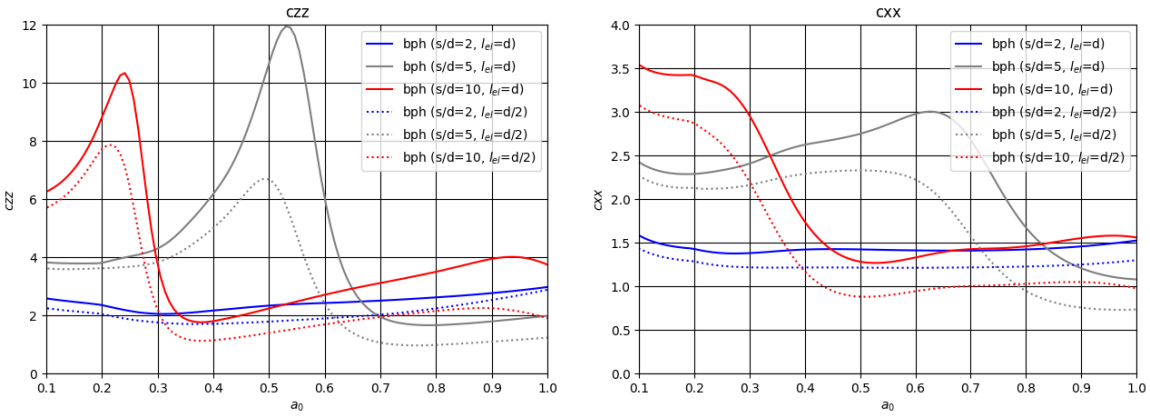
(d) k_{rzrz}

FIGURE 6.19 – Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la partie réelle de la matrice d'impédances du groupe 2x2

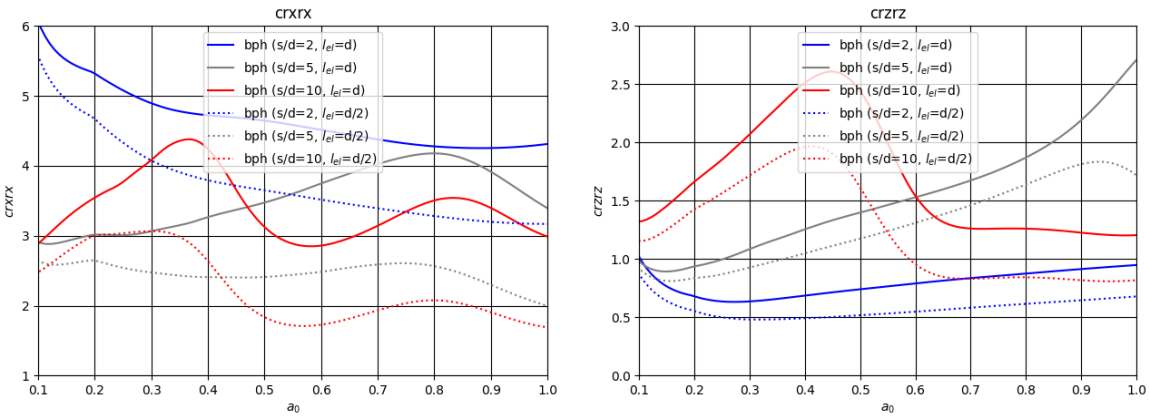
Les résonances sont moins prononcées sur termes de la matrice d'impédance (figs. 6.16 et 6.17). Un facteur de presque deux est à noter à résonance sur le terme vertical k_{zz} pour l'espacement moyen ($\frac{s}{d} = 5$) (fig. 6.19a). Cette observation est cohérente avec les effets remarqués dans le cas d'un pieu isolé (fig. 6.15a). Les fréquences de résonance ne se décalent que légèrement. La modification de la distance de réflexion entre pieux n'a donc que peu d'influence sur ce point.

La largeur de la colonne a très peu d'influence sur la fonction de transfert en translation, légèrement plus en rotation (fig. 6.21).

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

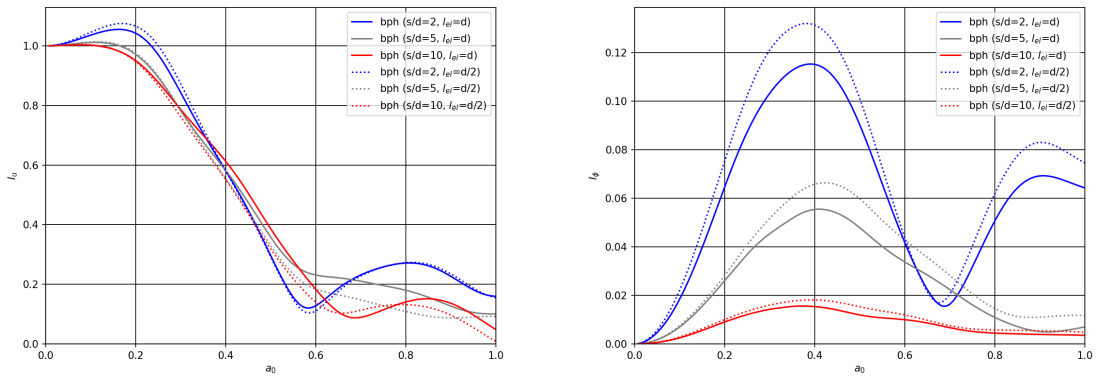


(a) c_{zz} (b) c_{xx}



(c) c_{rxrx} (d) c_{rzrz}

FIGURE 6.20 – Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la partie imaginaire de la matrice d'impédances du groupe 2x2



(a) I_u (b) I_ϕ

FIGURE 6.21 – Influence de la largeur de la colonne biphasique sur la fonction de transfert du déplacement du groupe 2x2

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

6.3 Calculs temporels non-linéaires (superstructure / radier / pieu seul)

Nous reprenons le système décrit au-dessus. Un seul pieu est considéré. Une masse ponctuelle est ajoutée en tête de pieu pour représenter le radier, suivie d'une poutre portant une seconde masse, symbolisant la superstructure (fig. 6.23a).

Deux types de modèles sont présentés. Le premier fait usage de la méthode Laplace-Temps, le second est un modèle simplifié. Dans les deux cas, le domaine de sol autour de la colonne d'éléments biphasiques est représenté par des impédances de sol (fig. 6.24b), calculées en amont par Miss3d (fig. 6.24a). Dans le cas du modèle simplifié, la matrice d'impédances est extraite à une fréquence donnée ; dans le cas du modèle Laplace-Temps, les impédances sont temporelles.

Rappelons que la longueur du pieu vaut $7,5\,m$ et son diamètre $d = 0,5\,m$. La hauteur H de la superstructure est prise égale à $5\,m$. La section de la poutre est rectangulaire de $0,4$ par $0,4\,m$. Elle possède les mêmes propriétés matérielles que le pieu : $\rho_p = 2500\,kg/m^3$, $E_p = 30\,GPa$, $\nu_p = 0,25$. La masse du radier vaut $m_R = 7\,t$, la masse en tête de la structure $m_S = 12\,t$. En comparaison la masse du pieu est de $m_P = 3,6\,t$. La superstructure est affectée d'un amortissement de Rayleigh de $\xi = 5\%$, calé sur les fréquences 1 et $3\,Hz$.

Le cas test doit démontrer la capacité du modèle biphasique à traiter la non-linéarité de l'interaction sol-structure en présence d'un chargement sismique. Sont donc traités un premier cas où l'interface reste élastique et un second où elle se comporte de façon élasto-plastique quasi-parfaite. Les raideurs d'interface restent les mêmes que pour les calculs d'impédance, à savoir $k_n = 4 \times 208\,MN/m^3$ et $k_t = 8 \times 24\,MN/m^3$. Les rayons élastiques de l'interface sont $f_{y,n} = 1,5.10^4\,N/m$ et $f_{y,t} = 1.10^6\,N/m$. Nous verrons dans la suite que ce choix de paramètres implique beaucoup de non-linéarité latéralement et aucune verticalement. Les paramètres d'écrouissage cinématique sont choisis de sorte que les raideurs tangentes dans le domaine plastique k_n^p et k_t^p valent environ 100 fois moins que les raideurs élastiques k_n et k_t. Ils prennent les valeurs $g_n = k_n/100$ et $g_t = k_t/100$. La pointe est désactivée pour plus de simplicité.

Un chargement sismique est appliqué sur le système. Le modèle est bloqué en champ libre. L'accélération est appliquée uniformément sur le système par l'intermédiaire des forces d'inertie $-\mathbb{M}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{a_g}$, où $\mathbb{M}$ la matrice de masse, $\boldsymbol{a_g}$ la vecteur des accélérations et $\boldsymbol{\Delta}$ le vecteur qui fait le lien avec les degrés de liberté du système. La résolution se fait dans le repère entraîné et le signal n'est pas déconvolué dans la profondeur. L'accélérogramme est tri-directionnel (fig. 6.22). Les signaux sont filtrés au-delà de $25\,Hz$.

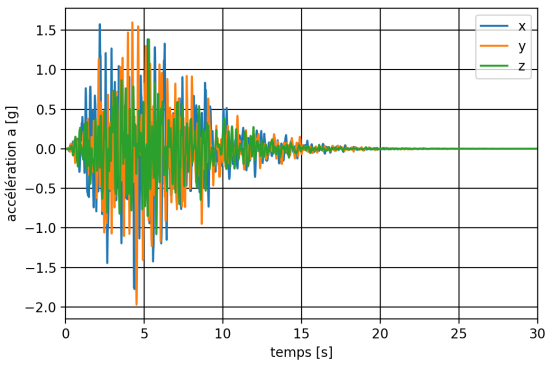
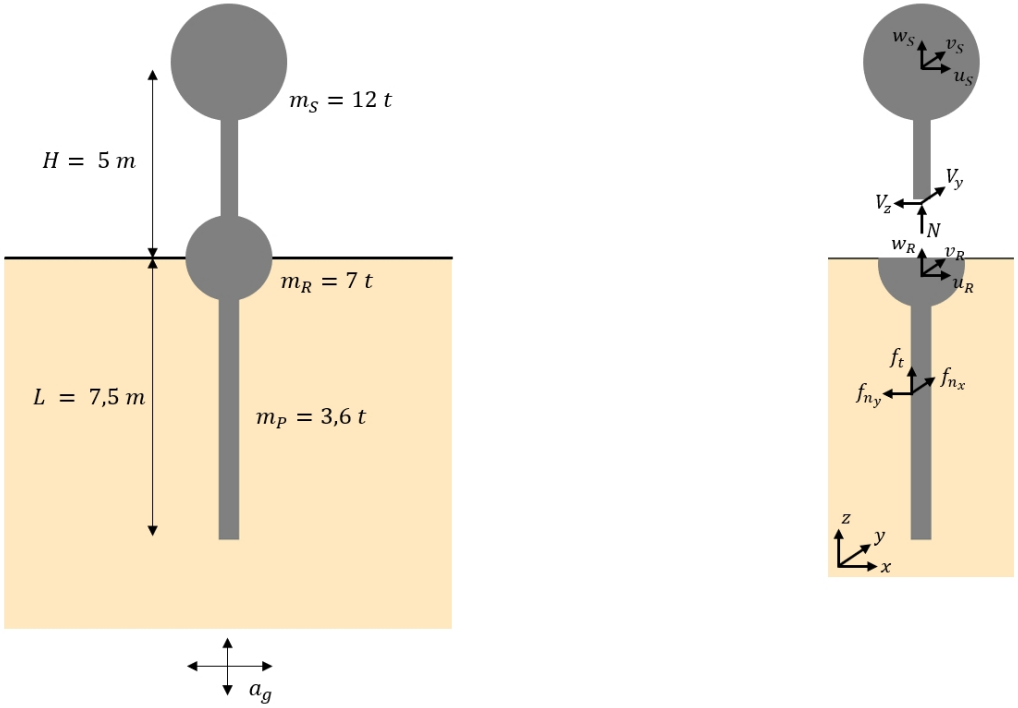


FIGURE 6.22 – Accélérogrammes appliqués au système

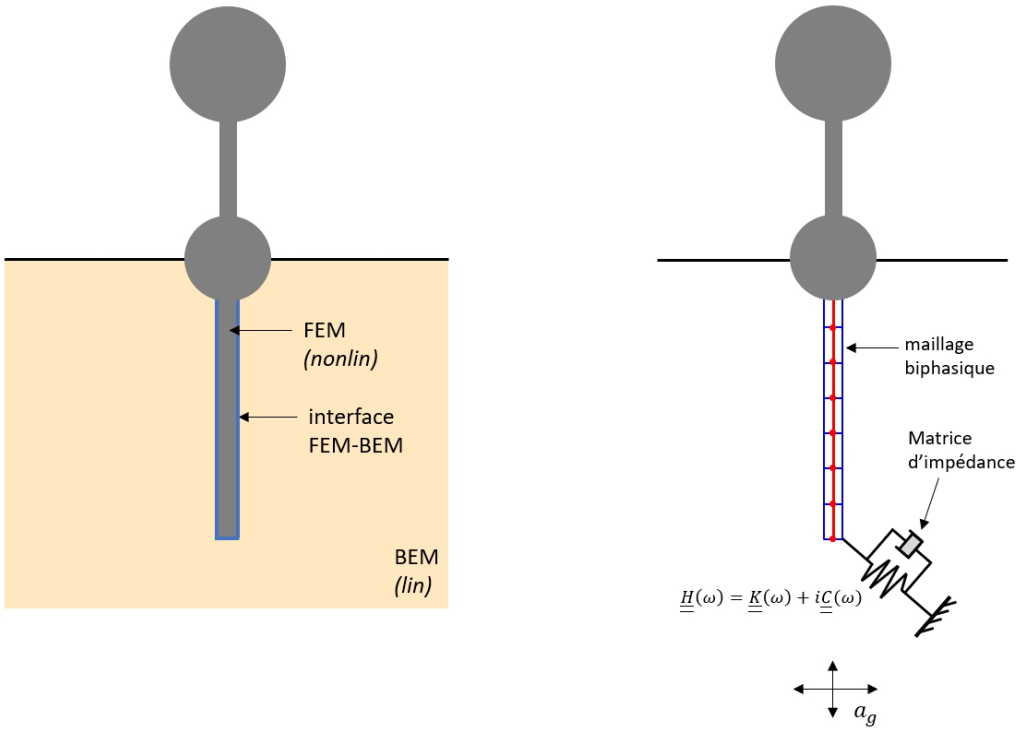
Afin d'évaluer les effets de l'ISS sur la réponse de la structure, nous présentons dans un premier temps un calcul de la superstructure en base fixe. La poutre y est bloquée à la base en translation et rotation (fig. 6.25). Ensuite, le modèle simplifié est comparé à ces résultats puis enfin le modèle Laplace-Temps.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) système pieu et superstructure (b) grandeurs post-traitées

FIGURE 6.23 – Représentation du système pieu et superstructure (a) et des grandeurs post-traitées (b)



(a) domaines de sous-structuration (b) modèle biphasique sur impédances de sol

FIGURE 6.24 – Sous-structuration du domaine

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

6.3.1 Modèle sur base fixe

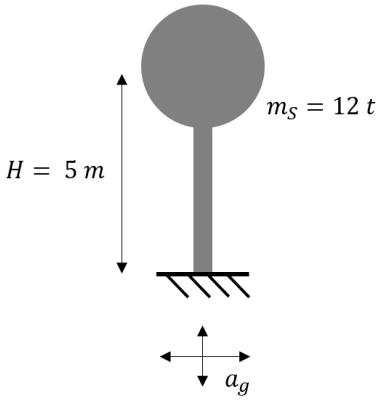


FIGURE 6.25 – Représentation de la superstructure sur base fixe

Commençons par une analyse modale de la superstructure. Soit f_{flex} la première fréquence propre de la structure. C'est un mode de flexion de la poutre. Elle se calcule aisément en première approximation en considérant la poutre non-pesante telle que :

$$f_{flex} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{flex}}{m_S}} \tag{6.5}$$

où la raideur en flexion vaut $k_{flex} = \frac{3E_pI}{H^3}$ et l'inertie $I = \frac{0{,}4\times 0{,}4^3}{12}$. Nous obtenons $f_{flex} = 1,8\,Hz$. C'est très proche de la fréquence $1,77\,Hz$ obtenue par analyse modale numérique de la structure. La section de la poutre étant symétrique, la deuxième fréquence propre est égale à la première.

Le troisième mode de la structure est un mode de traction-compression. Sa fréquence se calcule telle que :

$$f_{trac} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{trac}}{m_S}} \tag{6.6}$$

La raideur en traction-compression est donnée par $k_{trac} = \frac{E_pS}{H}$, avec une section S de $0,4 \times 0,4$. L'estimation analytique fournit une valeur de $f_{trac} = 45,0\,Hz$, tandis que l'analyse numérique donne $43,8\,Hz$.

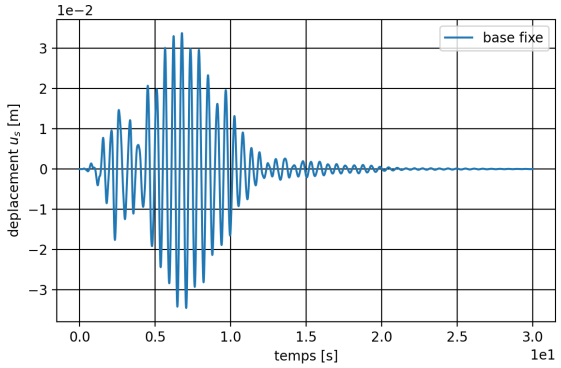
Soit u_s le déplacement horizontal de la masse en tête dans la direction x et v_s le déplacement vertical (direction z) de la masse en tête de la superstructure (fig. 6.23b). Il peut être observé que la masse oscille horizontalement avec une fréquence proche de $f_{flex} = 1,77\,Hz$ (fig. 6.26a). Verticalement, la structure est très raide (fig. 6.26c).

6.3.2 Modèle simplifié

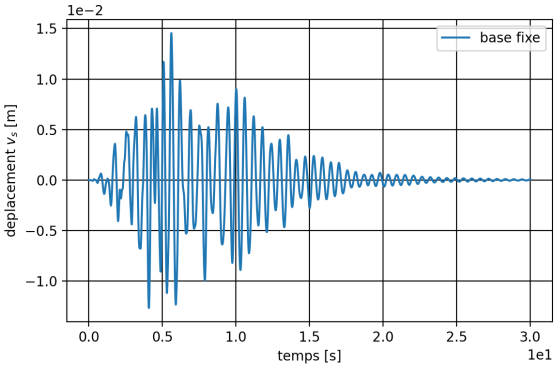
Dans ce modèle l'impédance de sol autour de la colonne d'éléments biphasiques est extraite à une fréquence donnée. En première approximation elle est extraite à $1,8\,Hz$, la première fréquence propre de la superstructure. L'analyse modale du système sol-fondation-superstructure donne deux premières fréquences propres horizontales de $1,26\,Hz$. La troisième est verticale et vaut $10,7\,Hz$. Comme attendu, les fréquences du système sol-fondation-superstructure sont plus faibles que celles de la superstructure sur base fixe.

Nous comparons ci-après les efforts internes à la base de la superstructure, entre le modèle base fixe, ne comportant que la superstructure, et les modèles simplifiés linéaire et non-linéaire intégrant la fondation et le sol. Les efforts tranchants V_z et V_y correspondent respectivement aux directions horizontales x et y dans le repère global (fig. 6.23b). Dans la direction x, la prise en compte de l'ISS limite l'effort tranchant (fig. 6.27a). En effet, la première fréquence propre latérale f_{flex} est plus faible lorsque le sol et la fondation sont pris en compte, or sur le spectre de réponse en pseudo-accélération (amortissement à 5 %) du chargement sismique de la direction x, l'amplitude est bien plus importante pour $1,77\,Hz$ (f_{flex} avec ISS) que pour

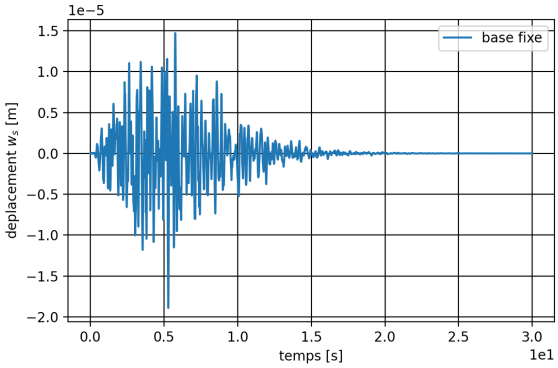
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) déplacement horizontal sur x



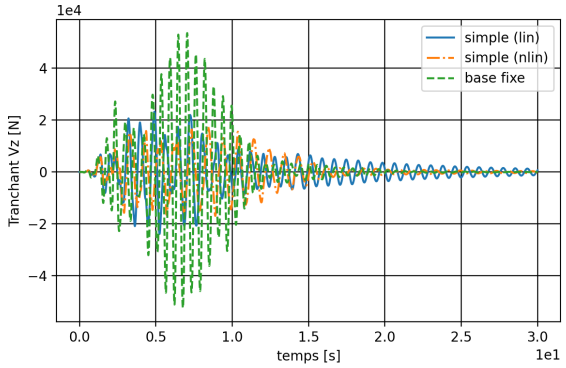
(b) déplacement horizontal sur y



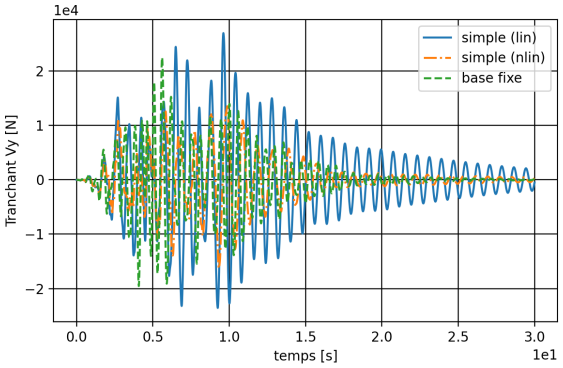
(c) déplacement vertical sur z

FIGURE 6.26 – Déplacements de la masse en tête de la superstructure encastrée sur base fixe

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

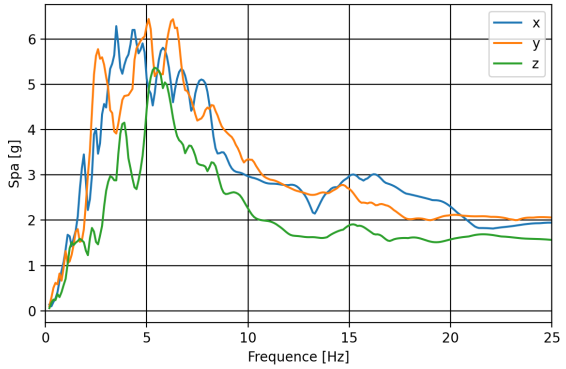


(a) Tranchant V_z sur x

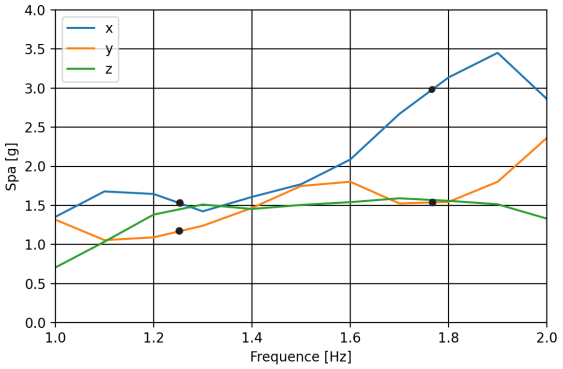


(b) Tranchant V_y sur y

FIGURE 6.27 – Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction du temps dans les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire



(a) Spa sur $[0; 25]\,Hz$



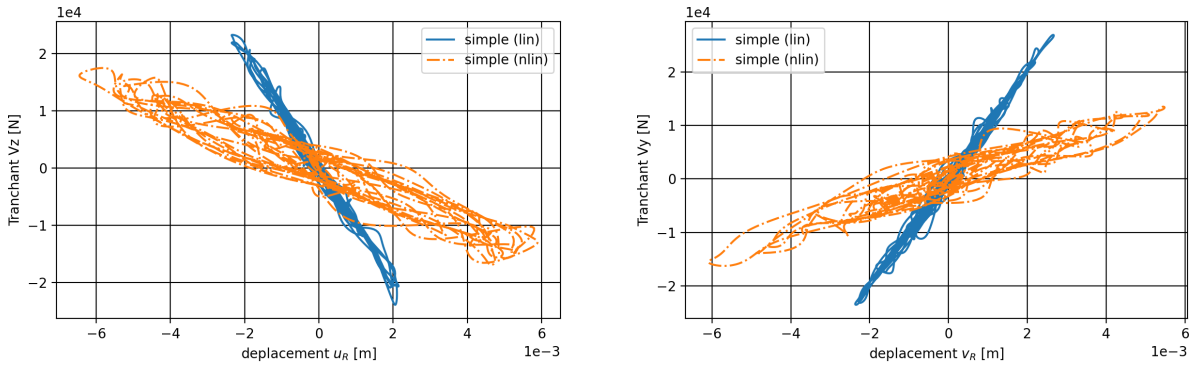
(b) Spa sur $[1; 2]\,Hz$

FIGURE 6.28 – Spectre de réponse en pseudo-accélération des accélérogrammes dans chacune des directions

$1,26\,Hz$ (sans ISS). L'écart entre les deux fréquences est en revanche beaucoup plus faible sur le spectre de réponse du chargement sismique de la direction y. En conséquence, l'effort tranchant maximal dans cette direction est similaire dans le modèle base fixe et le modèle ISS linéaire (fig. 6.27b). Par ailleurs, cette même figure montre que la prise en compte de la non-linéarité agit favorablement envers la limitation des efforts tranchants. Sur les courbes de l'effort-tranchant en fonction du déplacement horizontal de la tête de pieu, les boucles d'hystérésis, plus larges pour le modèle non-linéaire, illustrent l'augmentation de la dissipation avec la non-linéarité (fig. 6.29).

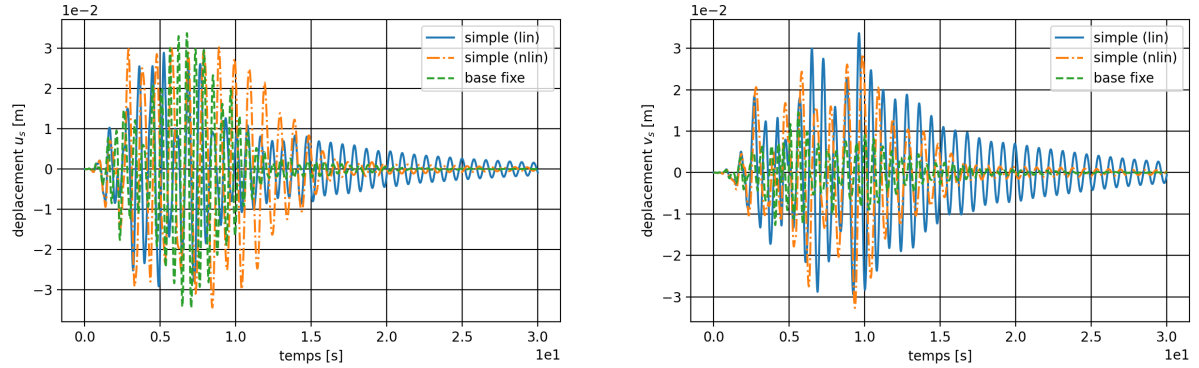
Tout comme pour les efforts tranchants, les déplacements horizontaux en tête de structure (u_s et v_s) sont amplifiés ou diminués par l'ISS suivant la direction considérée. Comme attendu, les déplacements sont plus importants dans le modèle non-linéaire (fig. 6.30). Les courbes de transfert de l'accélération en tête de la superstructure sont définies comme le module du rapport complexe des FFT de cette accélération absolue et de l'accélération imposée au système. La comparaison sur $[0;\ 3]\ Hz$ des courbes de transfert dans les directions x et y du repère global font logiquement apparaître peu de différence entre les directions pour les modèles linéaires base fixe et simplifié (figs. 6.31a et 6.31b). Pour le modèle non-linéaire, elles diffèrent forcément, même si dans les deux cas, un pic de résonance apparaît autour de $1\,Hz$. Il est beaucoup plus petit que les pics dans les deux modèles linéaires. Remarquons par ailleurs que le pic de

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Tranchant V_z sur x (b) Tranchant V_y sur y

FIGURE 6.29 – Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction des déplacements en tête de pieu dans les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire



(a) déplacement horizontal u_s sur x (b) déplacement horizontal v_s sur y

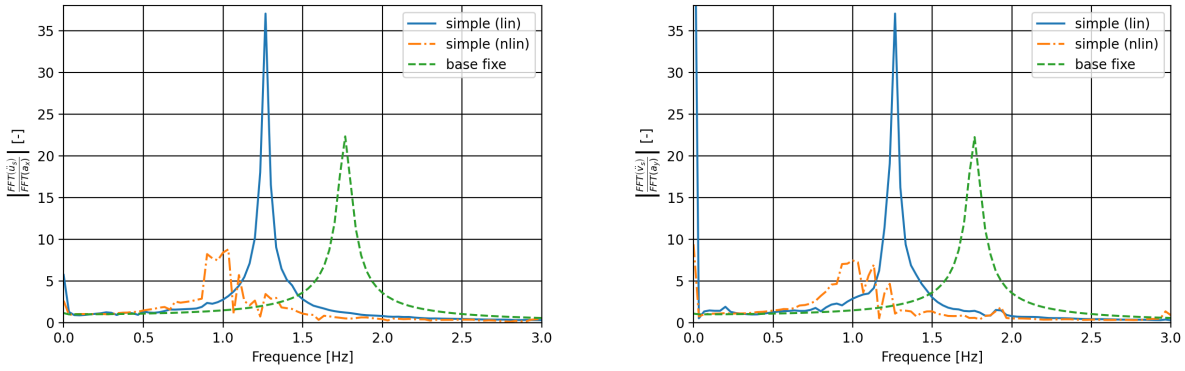
FIGURE 6.30 – Déplacements horizontaux de la masse en tête de la superstructure dans les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire

résonance est plus grand dans le modèle d'ISS linéaire que dans le modèle sur base fixe.

Soit f_{n_y} l'effort linéique d'interface horizontal dans la direction y du repère local et x dans le repère global (fig. 6.23b). Soit u_{r,n_y} le déplacement relatif dans la même direction. La courbe de comportement de l'interface reliant ces deux quantités est présentée à trois profondeurs : $z = 0, -2$ et $-4\,m$ (fig. 6.32). Comme attendu, la loi d'interface s'écrouit cinématiquement dans le modèle non-linéaire. Rappelons que l'écrouissage est linéaire. S'il n'y avait pas de couplage en plasticité, les courbes ne feraient donc apparaître que des lignes droites. C'est bien le cas si le modèle n'est sollicité que dans une seule direction (fig. 6.32c). Dans le cas d'un chargement tridirectionnel en revanche, le couplage apparaît sous forme de lignes courbes.

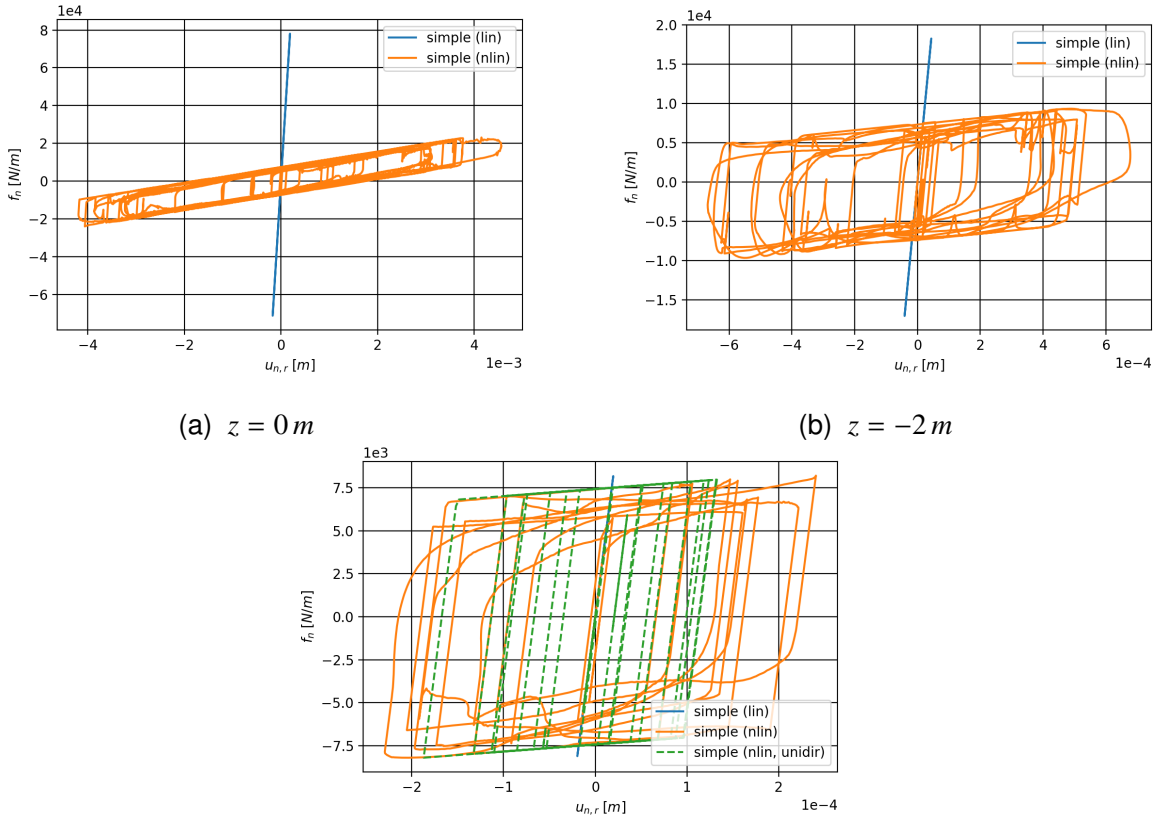
Dans la direction verticale, aucune non-linéarité ne se développe. Les courbes de l'effort normal N des modèles simplifiés linéaires et non-linéaires se superposent (fig. 6.33a). L'effort est légèrement supérieur à celui du modèle sur base fixe. Les déplacements en tête de structure w_s sont bien plus importants dans les modèles ISS du fait de la souplesse du sol, mais suivent toujours l'allure de l'accélération imposée à la base (fig. 6.33b). Les courbes de l'effort normal en fonction du déplacement vertical en tête de pieu w_R ne font pas apparaître de non-linéarité (fig. 6.33c). L'amortissement est principalement radiatif. A l'inverse des directions horizontales, les courbes de transfert dans la direction verticale ne font pas apparaître de résonance importante

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) horizontale $\ddot{u}_s$ (b) horizontale $\ddot{v}_s$

FIGURE 6.31 – Fonction de transfert des accélérations en tête de la superstructure pour le modèle base fixe et les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire

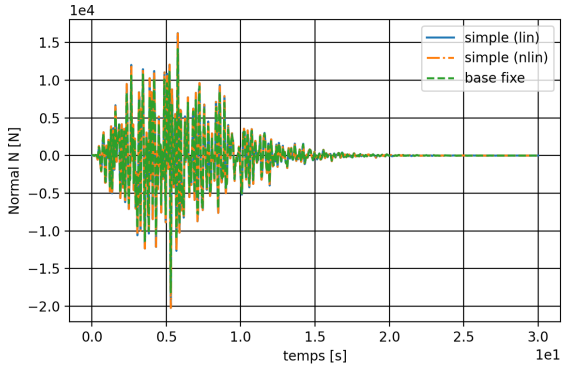


(a) $z = 0\,m$ (b) $z = -2\,m$

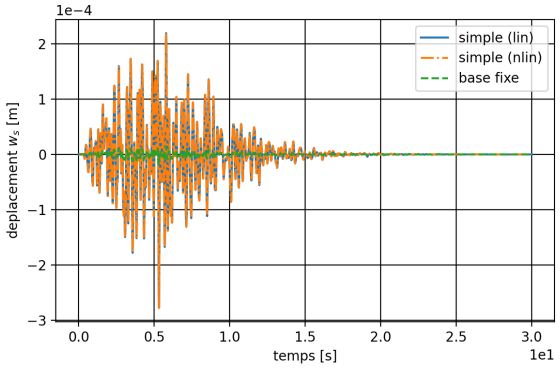
(c) $z = -4\,m$

FIGURE 6.32 – Courbes de comportement de l'interface dans la direction horizontale n_y à plusieurs profondeurs des modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire

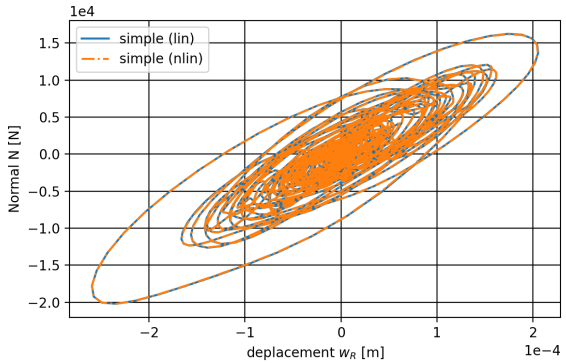
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



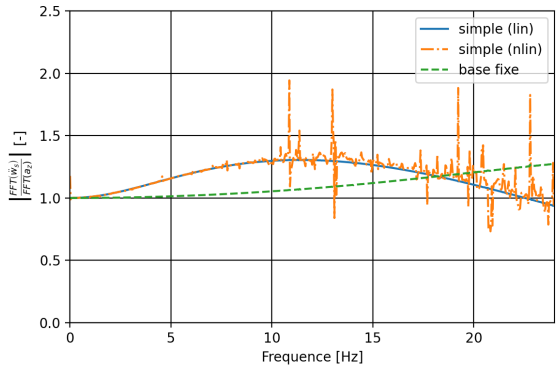
(a) Effort normal N en fonction du temps



(b) déplacement vertical w_s en fonction du temps



(c) Effort normal N en fonction du déplacement vertical w_R



(d) Fonction de transfert de l'accélération verticale $\ddot{w}_s$

FIGURE 6.33 – Effort normal à la base de la supertructure, déplacement vertical en tête et fonction de transfert de l'accélération en tête pour le modèle base fixe et les modèles ISS simplifiés linéaire et non-linéaire

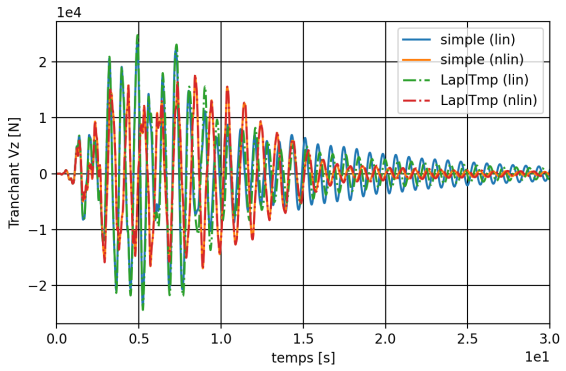
(fig. 6.33d). La courbe de transfert du modèle non-linéaire présente un peu d'irrégularités et quelques pics. Ils correspondent à des fréquences auxquelles la FFT de l'accélération d'entrée est presque nulle. Un très faible écart en valeur absolue entre les modèles linéaires et non-linéaires résulte alors en un écart important sur leur rapport.

6.3.3 Modèle Laplace-Temps

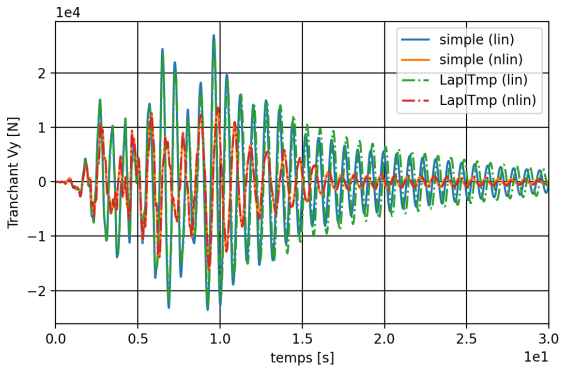
Dans ce modèle les impédances temporelles sont calculées préalablement au calcul dynamique transitoire non-linéaire par la méthode Laplace-Temps (Nieto Ferro et al., 2012). La réponse du sol est donc prise en compte plus rigoureusement que dans la méthode simplifiée dans laquelle la matrice d'impédance est extraite à une fréquence.

L'évolution temporelle des efforts tranchants à la base de la superstructure dans les modèles simplifiés et Laplace-Temps est très similaire (fig. 6.34). Un léger écart d'amplitude et léger déphasage peuvent être observés sur les modèles linéaires. Très peu d'écart est visible sur les modèles non-linéaires. Le même constat peut être fait sur les déplacements horizontaux en tête de superstructure u_s et v_s (fig. 6.35) ainsi que sur les courbes d'évolution des efforts tranchants en fonction des déplacements de la tête de pieu u_R et v_R (fig. 6.36). Les fonctions de transfert

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

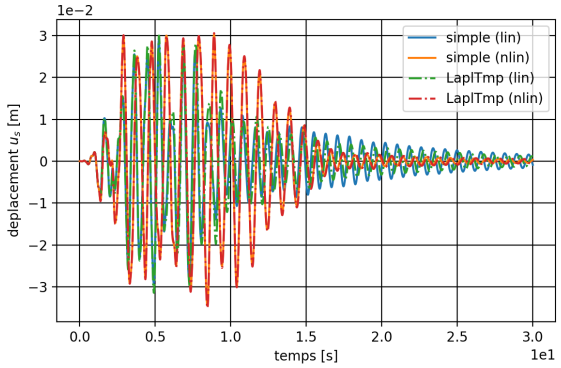


(a) Tranchant V_z sur x

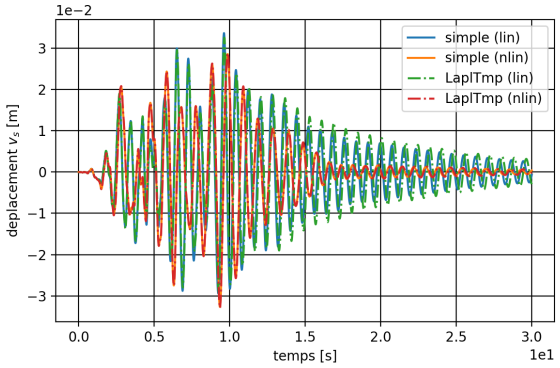


(b) Tranchant V_y sur y

FIGURE 6.34 – Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction du temps dans les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps



(a) déplacement horizontal u_s sur x



(b) déplacement horizontal v_s sur y

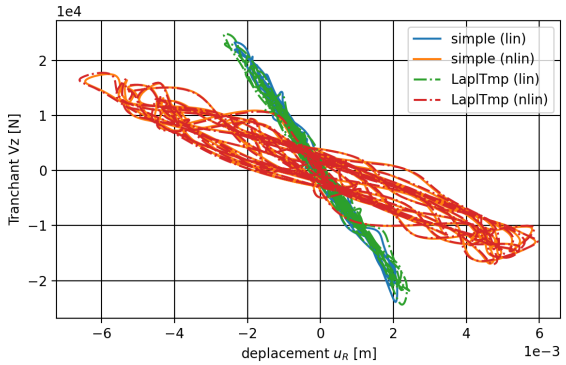
FIGURE 6.35 – Déplacements horizontaux de la masse en tête de la superstructure dans les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps

illustrent à nouveau l'excellente correspondance entre les modèles simplifié et Laplace-Temps sur le cas d'étude considéré à la fois dans les domaines linéaire et non-linéaire (fig. 6.37).

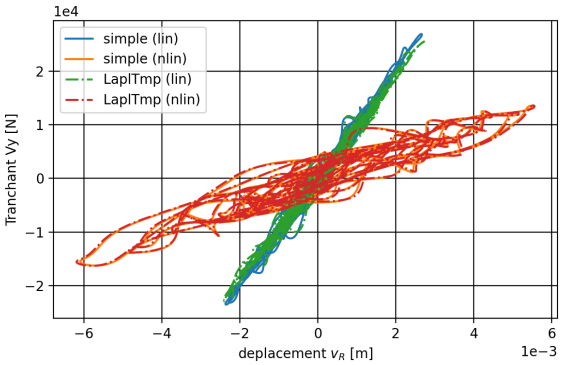
Les courbes de comportement de l'interface $f_{n_y} - u_{r,n_y}$ suivent elles aussi les mêmes allures dans le modèle Laplace-Temps que dans le modèle simplifié (fig. 6.37). Il faut toutefois remarquer que des irrégularités se manifestent sur les courbes du modèle Laplace-Temps non-linéaire. Elles sont principalement visibles sur les portions courbes, c'est-à-dire lorsque le couplage en plasticité entre les directions est fort. En effet, lorsque le séisme est unidirectionnel, les irrégularités ne se manifestent pas (fig. 6.39a), bien que puisse être observé ce qui s'apparente à des percussions sur les déplacements dans les modèles Laplace-Temps à la fois lorsque le séisme est uni- et multi-directionnel, mais pas dans le modèle simplifié (fig. 6.39b). Il semble donc que les irrégularités augmentent avec la non-linéarité et surtout lorsque le couplage en plasticité entre les directions est fort et que les percussions se cumulent. Cette tendance est confirmée lorsque sont comparées les courbes de comportement de l'interface en fonction de la profondeur (figs. 6.38b et 6.38a).

Le retour d'expérience à propos de la méthode Laplace-Temps est limité, mais nous savons qu'elle présente des sensibilités au découpage du pas de temps, or le découpage est plus important dans les zones de fortes non-linéarités. Afin d'explorer ce point, un calcul est réalisé avec un pas de temps deux fois plus petit : $dt = 2,5\,ms$, à la fois pour la discrétisation des impé-

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

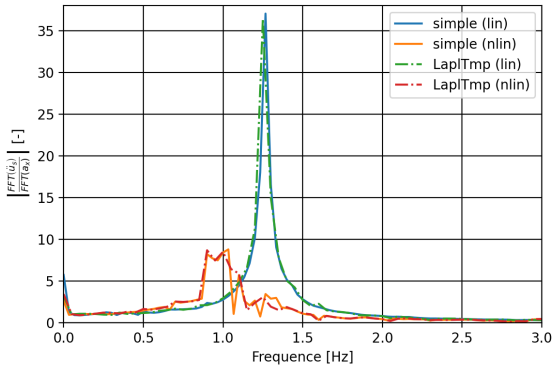


(a) Tranchant V_z sur x

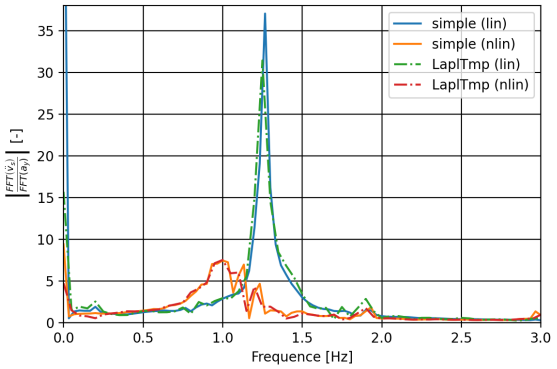


(b) Tranchant V_y sur y

FIGURE 6.36 – Efforts tranchants à la base de la superstructure en fonction des déplacements en tête de pieu dans les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps



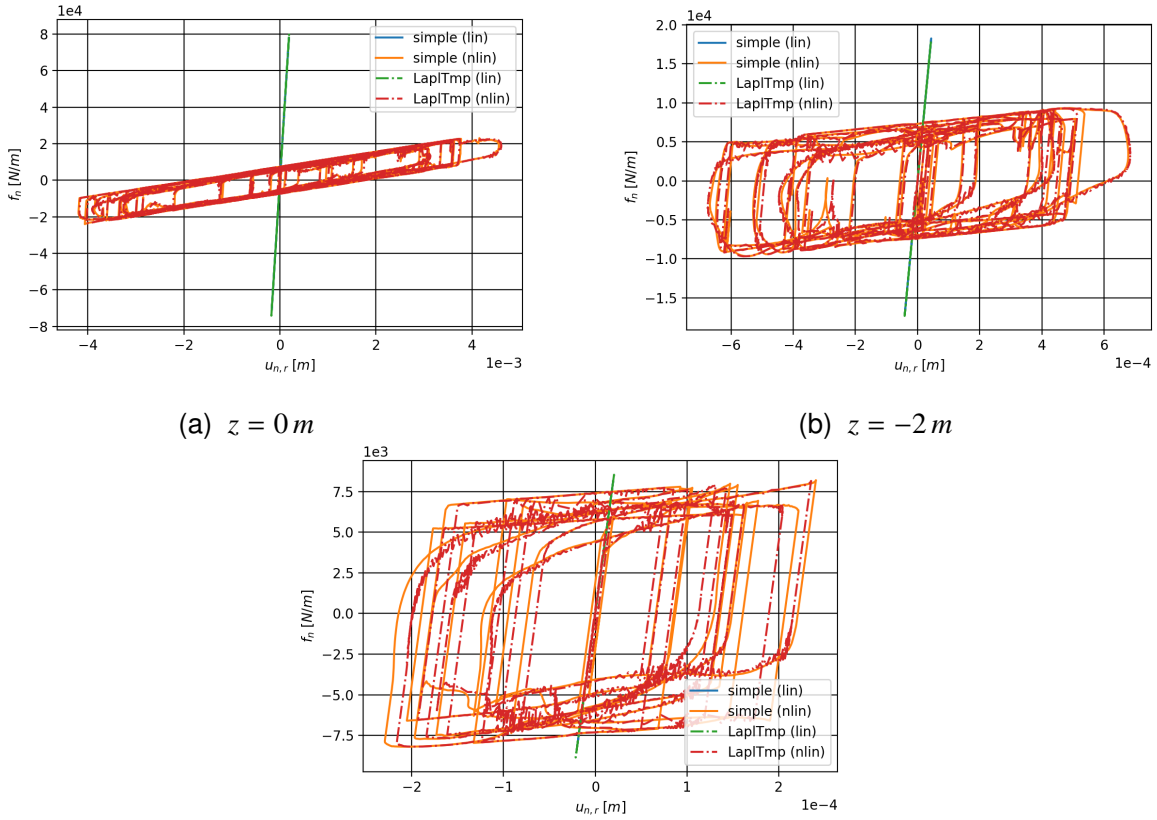
(a) horizontale $\ddot{u}_s$



(b) horizontale $\ddot{v}_s$

FIGURE 6.37 – Fonction de transfert des accélérations en tête de la superstructure pour le modèle base fixe et les modèles ISS simplifié et Laplace-Temps

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) $z = 0\,m$

(b) $z = -2\,m$

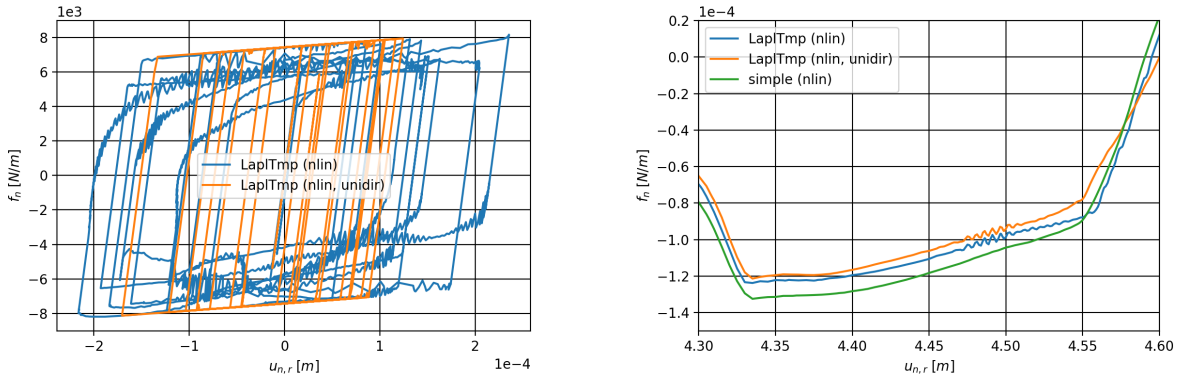
(c) $z = -4\,m$

FIGURE 6.38 – Courbes de comportement de l'interface dans la direction horizontale n_y à plusieurs profondeurs des modèles ISS simplifié et Laplace-Temps

dances temporelles et le calcul transitoire. Le calcul est réalisé sur 10 secondes. Les courbes de comportement (fig. 6.40) sont beaucoup moins irrégulières avec cette discrétisation. Cette analyse suggère que l'interfaçage avec la méthode Laplace-Temps est certainement en cause. La technique de couplage cinématique à l'interface entre domaines pourrait être à l'origine de percussions à chaque pas de temps sur le système, ce qui expliquerait pourquoi ces percussions diminuent avec le pas de temps. Soulignons enfin que, dans le cas étudié, le calcul reste stable et l'échelle globale n'est pas visiblement affectée.

Les déplacements verticaux des modèles Laplace-Temps suivent l'évolution de l'accélération verticale, tout comme dans les modèles simplifiés (fig. 6.41a). L'amplification est toutefois un peu plus grande dans les modèles Laplace-Temps. La fonction de transfert le souligne (fig. 6.42c). Par ailleurs, nous pouvons remarquer que les déplacements du modèle Laplace-Temps non-linéaire sont supérieurs à ceux du Laplace-Temps linéaire. Or verticalement, l'interface reste linéaire élastique, il ne devrait donc pas y avoir de différence. Pour la direction verticale, l'unique différence entre les calculs linéaire et non-linéaire réside dans le découpage des pas de temps. La différence est sans doute liée à la sensibilité de la méthode Laplace-Temps au découpage du pas de temps. Deux calculs linéaires en méthode Laplace-Temps avec des pas d'intégration différents ($dt = 5$ et $2,5\,ms$) présentent en effet un écart similaire, alors que la solution devrait être identique (fig. 6.41b). Les écarts dans le domaine non-linéaire sont également comparables. Les courbes de l'évolution temporelle de l'effort normal présentent les mêmes écarts que les courbes de déplacement (fig. 6.42a), tandis que les courbes de l'effort

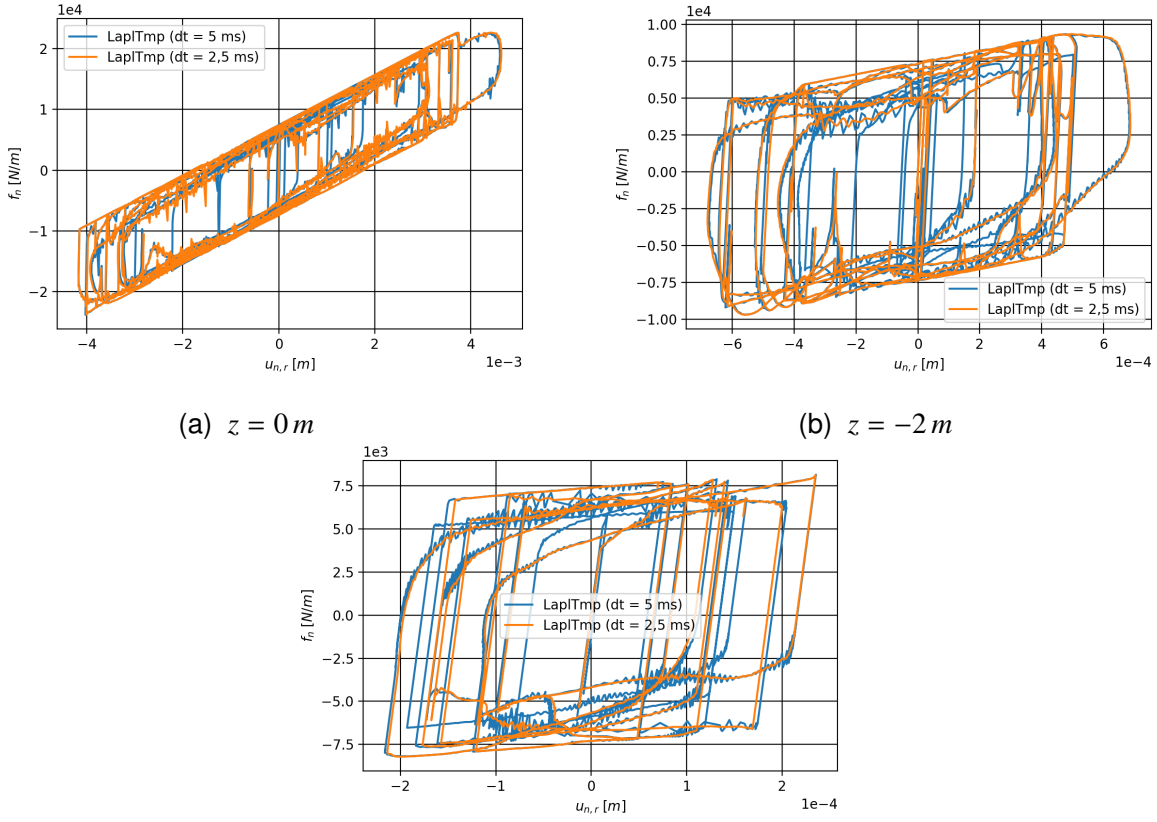
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) effort f_{n_y} en fonction du déplacement u_{r,n_y}

(b) déplacement u_{r,n_y} en fonction du temps (grossissement)

FIGURE 6.39 – Courbe de comportement et déplacement relatif de l'interface dans la direction horizontale n_y à la profondeurs $z = -4\,m$ du modèle Laplace-Temps pour un signal sismique uni- et tri-directionnel



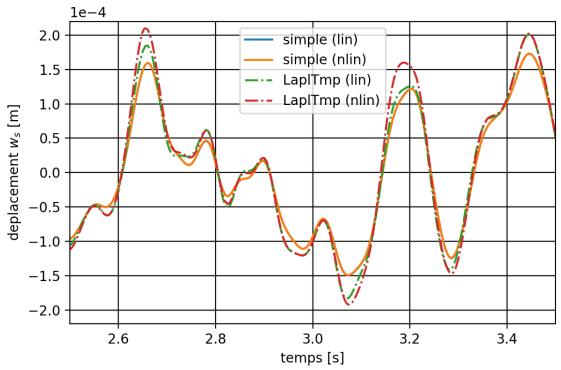
(a) $z = 0\,m$

(b) $z = -2\,m$

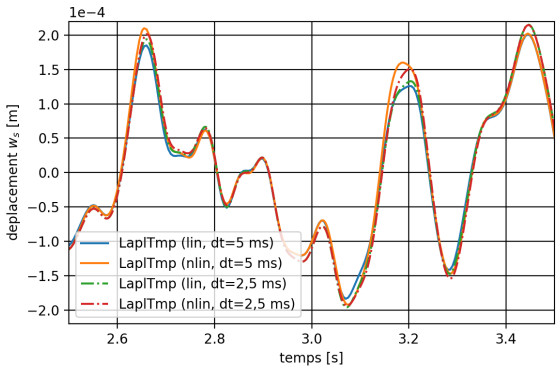
(c) $z = -4\,m$

FIGURE 6.40 – Courbes de comportement de l'interface dans la direction horizontale n_y à plusieurs profondeurs pour deux discrétisations du modèle Laplace-Temps sur $10\,s$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) simplifié vs. Laplace-Temps ($dt = 5\,ms$)



(b) Laplace-Temps ($dt = 5\,ms$) vs. Laplace-Temps ($dt = 2,5\,ms$)

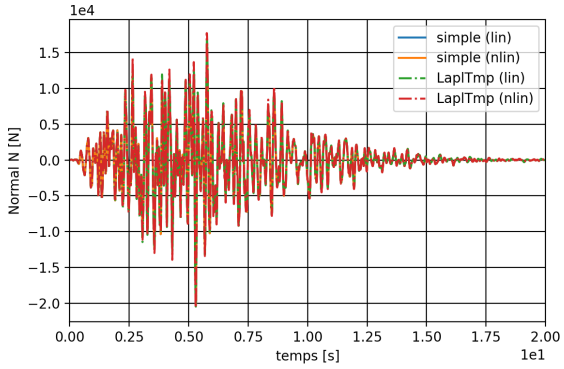
FIGURE 6.41 – Déplacement vertical w_s en tête de la superstructure en fonction du temps entre $2,5$ et $3,5\,s$ pour les modèles ISS simplifiés et Laplace-Temps

normal en fonction du déplacement vertical en tête de pieu font apparaître une légère différence entre les modèles simplifiés et Laplace-Temps (fig. 6.42c). En effet, la fréquence choisie pour l'extraction de la matrice d'impédance est proche de la première fréquence propre horizontale du système, mais s'éloigne de la première fréquence propre verticale. L'écart entre les deux modèles pourrait devenir plus important sur des groupes de pieux, pour lesquels les fréquences de résonance des impédances du sol entre pieux ne coïncident pas sur les directions horizontales et verticales.

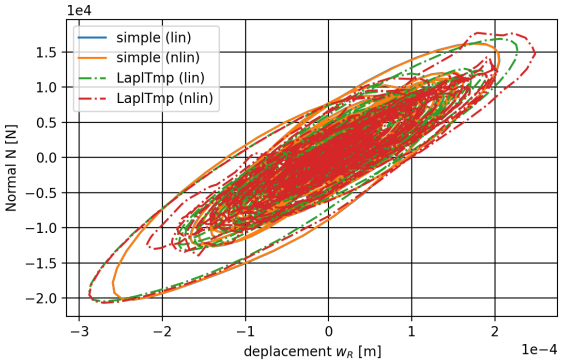
Comparons les temps de calcul des modèles sur base fixe, simplifié linéaire, simplifié non-linéaire, Laplace-Temps linéaire et Laplace-Temps non-linéaire. Le cas étudié est celui d'un pas d'intégration de $dt = 5\,ms$ pour le chargement sismique d'une durée de $30\,s$. Nous rappelons que le modèle contient 192 modes statiques. En ajoutant les degrés de liberté des poutres, cela fait un total d'environ 300 degrés de liberté. C'est très peu. C'est là toute la force du modèle. Les calculs sont exécutés sur un unique processeur Intel(R) Core(TM) i5-8250U de fréquence de base 1,60 GHz et fréquence maximale 3,40 GHz.

Tous les temps de calcul figurent au tableau 6.5. Il peut être observé que le coût de calcul des impédances temporelles (modèle Laplace-Temps) est nettement supérieur à celui des impédances fréquentielles (modèle simplifié). Et ce coût augmente proportionnellement au nombre de pas de temps. Ces calculs sont toutefois très facilement parallélisables. Par ailleurs, il est possible de réduire le nombre de modes statiques à quelques modes d'interface réduits. Les coûts de calcul peuvent être fortement diminués par cette méthode de réduction. De plus, une fois le calcul des impédances effectuées, autant de calculs dynamiques transitoires non-linéaires que désiré peuvent être effectués et ceux-ci sont beaucoup moins coûteux. En prenant en compte le fait que le dernier tiers du calcul est en phase faible, c'est-à-dire qu'il ne va plus vraiment endommager la structure, nous pouvons estimer que la prise en compte de la non-linéarité dans le calcul transitoire augmente les temps de calcul d'un facteur légèrement inférieur à 4. Ce facteur est relativement faible compte tenu du degré de plasticité élevé généré dans le modèle. Ces performances sont possibles grâce à la convergence quadratique du modèle dont la loi d'interface retourne un module tangent à chaque itération. A titre d'illustration, le tableau 6.6 donne l'évolution du résidu au pas de temps $t = 5,495\,s$ pour le calcul non-linéaire en méthode Laplace-Temps.

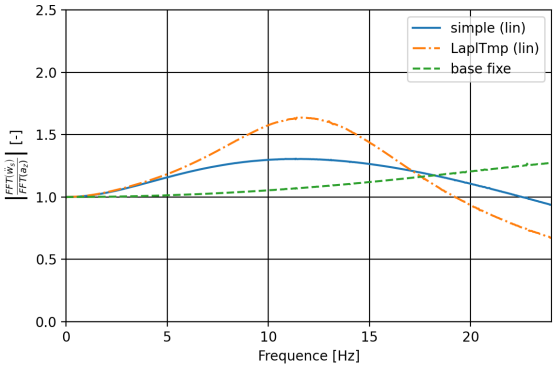
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) Effort normal N en fonction du temps



(b) Effort normal N en fonction du déplacement vertical w_R



(c) Fonction de transfert de l'accélération verticale $\ddot{w}_s$

FIGURE 6.42 – Effort normal à la base de la supertructure et fonction de transfert de l'accélération en tête pour les modèles ISS simplifiés et Laplace-Temps

modèle	temps de calcul		
	impédances	dynamique transitoire	
base fixe	-	5 min	
simple lin*	14 min (200 freq)	13 min	
simple nlin	14 min (200 freq)	34 min	(* × 2,6)
LaplTmp lin	3h 30 min	17 min	(* × 1,3)
LaplTmp nlin	3h 30 min	39 min	(* × 3,0)

TABLEAU 6.5 – Temps de calcul des modèles temporels linéaires et non-linéaires exécutés sur un processeur Intel(R) Core(TM) i5-8250U

itération de Newton	résidu	
	absolu	relatif
0	$4,40465.10^{3}$	$3,92314.10^{-3}$
1	$6,77896.10^{0}$	$6,03905.10^{-6}$
2	$2,86696.10^{-5}$	$2,55404.10^{-11}$

TABLEAU 6.6 – Evolution du résidu au pas de temps $t = 5,495\ s$ pour le calcul non-linéaire en méthode Laplace-Temps

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, l'élément biphasique est étudié dans un contexte sismique. En première partie du chapitre, un calcul fréquentiel d'impédance et interaction cinématique sur un groupe de 2x2 pieux a permis de vérifier le comportement dynamique de l'élément biphasique ainsi que la capacité du modèle sous-structuré à traiter l'effet de groupe.

En seconde partie du chapitre, un calcul transitoire non-linéaire sur un système composé d'une superstructure et d'un pieu est réalisé. Deux versions des impédances de sol sont proposées. Dans le modèle simplifié, la matrice d'impédances est extraite à une fréquence, tandis que le second exploite des impédances temporelles par la méthode Laplace-Temps. Les deux modèles donnent des résultas très proches dans les directions horizontales, aussi bien dans le domaine linéaire que non-linéaire. La fréquence à laquelle est extraite la matrice d'impédances dans le modèle simplifié correspond en effet à la première fréquence propre en flexion de la superstructure sur base fixe. Dans la direction verticale, les écarts sont logiquement plus importants, mais les allures sont identiques, car le système est très raide. En outre, dans le modèle Laplace-Temps, les courbes de comportement de la loi d'interface dans les directions horizontales présentent des irrégularités lorsque la non-linéarité développée est élevée. Elles sont probablement liées à l'interfaçage de la méthode Laplace-Temps. Elle peut en effet présenter des sensibilités au découpage du pas de temps, et une réduction du pas de temps permet de diminuer ces irrégularités. Une comparaison des temps de calcul montre que l'évaluation des impédances temporelles est bien plus coûteuse que celle des impédances fréquentielles. Les calculs transitoires sont rapides puisque ne contiennent que très peu de degrés de liberté.

Afin de réduire les temps de calcul des impédances, il serait pertinent de réduire le nombre de modes d'interface. C'est tout à fait possible dans Code_Aster et réalisé en pratique. Dans le souci de compléter l'analyse du modèle biphasique en dynamique, il serait désirable d'implanter la masse dans les éléments biphasiques quadratique et multi-fibres et de les tester eux aussi en contexte sismique. Enfin, il serait également judicieux de réaliser un modèle de groupe de pieux dans une configuration réelle et d'en évaluer les temps de calcul. A cette occasion, une comparaison pourrait être réalisée entre l'utilisation du modèle biphasique en approche directe et en approche sous-structurée. Cela permettrait également d'évaluer les capacités du modèle simplifié à traiter l'effet de groupe. Ces résultats pourraient être confrontés à un calcul non-linéaire détaillé dans un bac de sol 3D, classiquement résolu en approche directe. L'étude sismique d'une fondation de pile de pont, composée d'un groupe de 5x7 pieux, réalisée sur Flac3d par Vinci Construction Grands Projets pourrait servir de référence : Jochyms (2024).

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Chapitre 7

Conclusions et Perspectives

7.1 Conclusions

Le dimensionnement au séisme des structures fondées sur pieux nécessite fréquemment la prise en compte des interactions sol-structure. La prise en compte des non-linéarités nécessite souvent un calcul transitoire intégré sol-fondation-superstructure. Ce travail avait pour objectif de développer une méthodologie numérique intégrant les non-linéarités du pieu et du sol en champ proche.

L'état de l'art des méthodes temporelles existantes met en évidence que les macro-éléments, malgré leur important gain en temps de calcul et de mémoire par rapport à l'approche directe, restent limités à des stratigraphies simples et une représentation simplifiée des effets de groupe de pieux. Tout en conservant la philosophie de modélisation des macro-éléments, le choix est fait de traiter le problème à une échelle plus fine au travers d'une phénoménologie locale, mais pouvant néanmoins être gérée en interne d'un élément.

Les non-linéarités entre le sol et le pieu sont condensées dans la hauteur du pieu à l'interface tandis que la non-linéarité propre du pieu est modélisée par une approche multi-fibres. L'outil développé prend la forme d'un nouvel élément fini utilisant une approche biphasique. Cette dernière permet de décrire une interaction continue entre la phase "sol" et la phase "pieu". Les non-linéarités sont traités de manière interne à l'élément ce qui permet de conserver une relative ergonomie du modèle. Deux lois d'interaction ont été développées. L'une est élasto-plastique et l'autre hypo-plastique. La première est utilisée de façon systématique dans toutes les applications.

Divers éléments finis biphasiques, avec différentes fonctions de forme et degrés d'interpolation ont été développés et validés sous MATLAB puis implémentés dans Code_Aster (EDF). L'étude de ces éléments révèle que les éléments quadratiques sont à privilégier. Diverses applications permettent de valider la loi d'interface et le comportement multi-fibres de l'élément par rapport aux résultats disponibles dans la littérature. Ces cas de validation en statique font une utilisation particulière de la loi d'interaction. Elle ne représente non plus l'interface mais le comportement global du sol. Le système pieu-sol est alors représenté par une colonne d'éléments biphasiques dont tous les noeuds de sol sont bloqués. Cette utilisation rapproche le modèle des méthodes de poutre sur ressorts de sol. L'emploi de la colonne biphasique dans un bac de sol est toutefois tout à fait possible.

En dynamique, en effet, l'élément biphasique retrouve son usage initial : il est inséré dans un bac de sol, afin que le mouvement puisse être transmis entre pieux du groupe. En pratique, nous tirons profit du fait que les non-linéarités soient condensées au sein de l'élément fini biphasique pour sous-structurer le problème. Le comportement linéraire du sol entre colonnes biphasiques

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

est intégré au moyen d'une matrice d'impédance générée préalablement par la méthode des éléments de frontière. Deux versions du modèle sous-structuré sont proposées. L'une pour laquelle la matrice d'impédance est extraite à une fréquence et l'autre faisant usage d'impédances temporelles intégrées par la méthode Laplace-Temps. Dans une configuration à un seul pieu, les deux méthodes proposent des résultats très similaires. Si la méthode Laplace-Temps est plus coûteuse, elle peut offrir de meilleures performances sur des configurations multi-pieux, susceptibles de présenter des fréquences de résonance très différentes selon les directions.

7.2 Perspectives

Différentes perspectives sont envisagées dans ce travail. Premièrement, le blocage en cisaillement des éléments bipahsiques linéaires est abordé. Puis, des évolutions, s'appuyant sur les comparaisons avec les résultats de la littérature, sont proposées pour les différentes composantes du modèle. Enfin, les étapes pour une mise en oeuvre en contexte industriel sont précisées.

7.2.1 Blocage en cisaillement et sous-intégration

Dans ce travail le comportement d'éléments de fonctions de forme linéaires et quadratiques ont été comparés. Il a été vu que les premiers (QU4P en 2D et HE8P en 3D), lorsqu'intégrés de façon exacte, ne représentent pas correctement la flexion du fait du blocage en cisaillement de l'élément de sol, alors que l'utilisation d'éléments d'ordre supérieur (quadratiques) permet de s'affranchir de ce blocage. Cette stratégie peut s'avérer coûteuse, d'autant plus dans le domaine non-linéaire, qui implique une réévaluation de l'état de contrainte en chaque point d'intégration à chaque itération. Il serait donc intéressant d'étudier la stratégie de la sous-intégration. Cela permettrait de réduire le coût machine des éléments quadratiques. Mais l'intérêt de la sous-intégration porte même au-delà. Il existe en effet des techniques de sous-intégration permettant de s'affranchir du blocage en cisaillement pour les éléments linéaires. Un rapide état de l'art, présenté en annexe C, indique que les éléments basés sur l'ASM ("Assumed Strain Method") semblent les plus performants dans le cadre de l'application. Ils s'affranchissent du blocage en cisaillement tout en prévenant le développement de modes de déformation à énergie nulle. Par ailleurs, ils sont adaptés aux maillages grossiers. Un seul point d'intégration est nécessaire, mais plusieurs peuvent être utilisés, (deux pour le QU4 et quatre pour le HE8), ce qui d'après les auteurs (Belytschko and Bindeman, 1991) permet de mieux représenter les fronts de plasticité. Deux versions des éléments ASM sont implantées dans Code_Aster (ASQBI et ASOI(1/2)).

7.2.2 Evolutions des composantes du modèle

Ce travail présente deux types de lois d'interface. La première est une loi élasto-plastique à écrouissages linéaires cinématique et isotrope, tandis que la seconde est une loi hypo-plastique prenant en compte les chargements cycliques. Dans les applications statiques présentées, la loi d'interface modélise le comportement global du sol, de manière analogue à un ressort de sol. Dans cette configuration, la loi élasto-plastique pourrait être enrichie d'une surface de rupture afin de mieux représenter les courbes de transfert "p-y" et "t-z" de la littérature. De plus, une surface de charge/rupture asymétrique pourrait être envisagée dans la direction verticale pour mieux modéliser le comportement des sables. Enfin, il serait intéressant d'inclure le décollement dans la loi d'interface en utilisant un formalisme élasto-plastique similaire à Grange (2008).

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Les éléments biphasiques de degré supérieur présentés dans ce travail utilisent deux poutres. Il serait toutefois tout à fait possible d'en utiliser une seule et de degré d'interpolation supérieur. Par ailleurs, les fonctions de forme des poutres multi-fibres de ce travail dépendent des paramètres élastique du matériau, ce qui induit un écart dans le domaine non-linéaire. Il existe cependant des poutres multi-fibres dont les fonctions de forme ne dépendent pas des propriétés matérielles, par exemple Bitar et al. (2018). Il serait préférable d'utiliser ces types de poutres dans l'élément biphasique. Par ailleurs, afin de réduire les coûts de calcul et mémoire liés à une discrétisation multi-fibres de la section des poutres, le comportement non-linéaire de la poutre pourrait être pris en compte à l'échelle de la section au travers d'une loi de comportement élasto-plastique en efforts généralisés. La structure de l'élément biphasique étant flexible, modifier les briques constitutives de cet élément est simple.

Dans le but d'obtenir une description complète des phénomènes non-linéaires dans le système ISS, il serait pertinent de développer une loi en pointe de pieu ainsi qu'une loi de connexion pieu-radier. Cette dernière doit être basée sur des modèles endommageant, puisqu'il s'agit d'une connexion béton-armé. Des lois généralisées de la littérature pourraient être utilisées, ou plus simplement des lois de type Takeda et al. (1970) (connexions de poutres). Des études approfondies sur les connexions en tête de pieu ont été menées en parallèle de la thèse dans le cadre d'un stage chez Vinci Construction Grands Projets avec le logiciel Flac3d. Le développement de cette loi de connexion doit s'appuyer sur les résultats de cette synthèse (Sleiman, 2024). L'ajout de la pointe et de la connexion pieu-radier ne pose pas de problème de formulation, il s'agit simplement d'un ajout de ressorts non-linéaires en tête et en pointe dans le modèle éléments finis. Cet ajout se fait à l'échelle globale du code. Il est indépendant de l'élément biphasique.

Il est fait mention dans ce travail que les grands déplacements ont un effet sur la surface de rupture en tête de pieu. Cet effet pourrait être pris en compte en intégrant les poutres dans un support corotationnel (Grange and Bertrand, 2024a), (Grange and Bertrand, 2024b).

7.2.3 Vers une application en contexte industriel

Afin de diminuer les temps de calcul des impédances, une stratégie de réductions des modes statiques doit être poursuivie. L'approche des modes d'interface a été appliquée avec succès sur un calcul fréquentiel de groupes de pieux. La mise en place a cependant échouée sur le calcul transitoire non-linéaire. Or l'approche est déjà employée dans d'autres modèles transitoires non-linéaires, le souci est donc technique. Il ne présente pas de verrou scientifique. Enfin, l'élément est compatible avec le parallélisme, ce qui devrait permettre de réduire significativement les temps de calcul d'impédances. Du point du vue industriel, c'est en effet un objectif important.

Le modèle biphasique a été testé dans un calcul couplé avec superstructure en contexte sismique sur une configuration mono-pieu. L'outil étant développé pour les groupes pieux, il est essentiel que ce calcul couplé soit également réalisé dans cette configuration. Par manque de temps, le modèle biphasique n'a en effet pas pu être confronté à l'étude sismique d'une fondation de pile de pont, composée d'un groupe de 5x7 pieux et réalisée sur Flac3d par Vinci Construction Grands Projets (Jochyms, 2024).

Enfin, bien qu'il puisse être utilisé dans un bac de sol 3D, l'élément biphasique développe tout son potentiel dans un modèle sous-structuré. Par conséquent, il serait très intéressant d'explorer davantage l'interfaçage de la méthode Laplace-Temps, et notamment le collage cinématique entre sous-domaines (Grange and Bertrand, 2021), qui pourrait expliquer que les percussions diminuent avec le pas de temps.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Conclusion de ce travail dans le cadre du contrat CIFRE

Parallèlement aux travaux de thèse proprement dits, il est intéressant de signaler l'intérêt et l'implication 'pratique' qu'ont eu les partenaires industriels de la thèse dont l'apport n'a pas été uniquement financier. Tous les mois un CST était organisé, regroupant les partenaires Académiques et Industriels de la thèse. Ces réunions planifiées le matin ont souvent débordé sur toute l'après-midi où les concepts Académiques ont été confrontés aux pratiques industrielles ce qui a été très apprécié de la plupart des participants. On notera, par ailleurs, que EDF R&D a mis à disposition des compétences précieuses sur Code_Aster et Vinci Construction Grands Projets (VCGP) a investi de son coté deux stages (l'un sur la création de modèles de référence sur FLAC3D et le second sur le calcul de la rigidité des connexions béton armé du radier et des têtes de pieux) (Boisvieux, 2022), (Sleiman, 2024). Cette entreprise a également mis à disposition un ingénieur en modélisation qui a travaillé sur FLAC3D et qui a développé tous les modèles qui serviront de référence aux calculs mis en oeuvre (Jochyms, 2024). Le niveau scientifique de ces contributions a permis d'envisager la suite des travaux sous forme d'une thèse en VAE, déjà initiée au laboratoire. Les acquis de cette thèse et les travaux connexes sont en l'état déjà très intéressants d'un point de vue industriel. Ils ont permis à VCGP de noter une diminution notable des armatures passives dans les pieux par rapport à un dimensionnement classique en calcul béton armé 'linéaire'.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Bibliographie

AASHTO. LRFD Bridge Design Specifications. American Association of State Highway and Transportation Officials, septième edition, 2014.

M. Achmus and K. Thieken. On the behavior of piles in non-cohesive soil under combined horizontal and vertical loading. Acta Geotechnica, 5(3) :199–210, Sept. 2010. ISSN 1861-1133. doi : 10.1007/s11440-010-0124-1. URL https://doi.org/10.1007/s11440-010-0124-1.

AFPS. Guide pour la conception et le dimensionnement des fondations profondes sous actions sismiques des bâtiments à risque normal. Cahier Technique 38, AFPS, Mar. 2017.

R. Alcala-Ochoa. Numerical modelling of rigid inclusions foundations subjected to seismic loading. phdthesis, École centrale de Nantes, Dec. 2023. URL https://theses.hal.science/tel-04516907.

I. Anastasopoulos, G. Gazetas, M. Loli, M. Apostolou, and N. Gerolymos. Soil failure can be used for seismic protection of structures. Bulletin of Earthquake Engineering, 8(2) :309–326, Apr. 2010. ISSN 1570-761X, 1573-1456. doi : 10.1007/s10518-009-9145-2. URL http://link.springer.com/10.1007/s10518-009-9145-2.

API. Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms - Working Stress Design (RP 2A-WSD). American Petroleum Institute, 21ème edition, 2000.

K.-J. Bathe. Finite element procedures. prentice Hall, 1996.

T. Belytschko and W. E. Bachrach. Efficient implementation of quadrilaterals with high coarse-mesh accuracy. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 54(3) :279–301, 1986.

T. Belytschko and L. P. Bindeman. Assumed strain stabilization of the 4-node quadrilateral with 1-point quadrature for nonlinear problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 88(3) :311–340, 1991.

T. Belytschko and L. P. Bindeman. Assumed strain stabilization of the eight node hexahedral element. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 105(2) :225–260, 1993.

T. Belytschko, J. S.-J. Ong, W. K. Liu, and J. M. Kennedy. Hourglass control in linear and nonlinear problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 43(3) :251–276, 1984.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

M. Bennis and P. de Buhan. A multiphase constitutive model of reinforced soils accounting for soil-inclusion interaction behaviour. Mathematical and Computer Modelling, 37(5) :469–475, Mar. 2003. ISSN 0895-7177. doi : 10.1016/S0895-7177(03)00039-6. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0895717703000396.

I. Bitar. Modélisation de la rupture dans les structures en béton armé par des éléments finis poutres généralisées et multifibres. phdthesis, École centrale de Nantes, June 2017. URL https://theses.hal.science/tel-01755118.

I. Bitar, P. Kotronis, N. Benkemoun, and S. Grange. A generalized Timoshenko beam with embedded rotation discontinuity. Finite Elements in Analysis and Design, 150 :34–50, Oct. 2018. ISSN 0168-874X. doi : 10.1016/j.finel.2018.07.002. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X18301999.

Z. Bofang and C. Jianbo. Finite element analysis of effect of pipe cooling in concrete dams. Journal of construction engineering and management, 115(4) :487–498, 1989.

H. Boisvieux. Calcul d'impédances de pieux avec FLAC3D. [Rapport de Projet de fin d'études], Vinci Construction Grands Projets, 2022.

E. Bourgeois, P. de Buhan, and G. Hassen. Settlement analysis of piled-raft foundations by means of a multiphase model accounting for soil-pile interactions. Computers and Geotechnics, 46 :26–38, Nov. 2012. ISSN 0266-352X. doi : 10.1016/j.compgeo.2012.05.015. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X12000961.

B. B. Broms. Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 90(2) :27–63, Mar. 1964a. ISSN 0044-7994, 2690-3369. doi : 10.1061/JSFEAQ.0000611. URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/JSFEAQ.0000611.

B. B. Broms. Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 90(3) :123–156, May 1964b. ISSN 0044-7994, 2690-3369. doi : 10.1061/JSFEAQ.0000614. URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/JSFEAQ.0000614.

S. Brûlé and F. Cuira. Bases de l'interaction sol-structure sous séisme Principes généraux et effets inertiels. Techniques de l'ingénieur Mécanique des sols et géotechnique, base documentaire : TIP541WEB.(ref. article : c251), 2017. doi : 10.51257/a-v1-c251. URL https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/construction-et-travaux-publics-th3/comportement-d-ouvrages-geotechniques-sous-sollicitations-complexes-42706210/bases-de-l-interaction-sol-structure-sous-seisme-c251.

C. Chatzigogos. Comportement sismique des fondations superficielles : vers la prise en compte d'un critère de performance dans la conception. PhD Thesis, Ecole Polytechnique X, 2007.

M. Ciampoli and P. E. Pinto. Effects of Soil-Structure Interaction on Inelastic Seismic Response of Bridge Piers. Journal of Structural Engineering, 121(5) :806–814, May 1995. ISSN 0733-9445. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9445(1995)121:5(806). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281995%29121%3A5%28806%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

D. Clouteau. Miss 6.5 - Manuel utilisateur, June 2007.

R. D. Cook and F. Zhao-Hua. Control of spurious modes in the nine-node quadrilateral element. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 18(10) :1576–1580, 1982.

A. A. Correia. A pile-head macro-element approach to seismic design of monoshaft-supported bridges. PhD Thesis, Università degli Studi di Pavia, 2011.

R. R. Craig and M. C. C. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analyses. AIAA Journal, 6(7) :1313–1319, July 1968. ISSN 0001-1452, 1533-385X. doi : 10.2514/3.4741. URL https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.4741.

C. Crémer, A. Pecker, and L. Davenne. Modelling of Nonlinear Dynamic Behaviour of a Shallow Strip Foundation with Macro-Element. Journal of Earthquake Engineering, 6 (2) :175–211, Apr. 2002. ISSN 1363-2469. doi : 10.1080/13632460209350414. URL https://doi.org/10.1080/13632460209350414. Publisher : Taylor & Francis _eprint : https ://doi.org/10.1080/13632460209350414.

F. Cuira. Manuel utilisateur - Notice technique du module PIECOEF+, 2020.

F. Cuira. Manuel utilisateur - Notice technique du module TASPIE+, 2022.

Y. F. Dafalias. Bounding Surface Plasticity. I : Mathematical Foundation and Hypoplasticity. Journal of Engineering Mechanics, 112(9) :966–987, Sept. 1986. ISSN 0733-9399. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9399(1986)112:9(966). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9399%281986%29112%3A9%28966%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

F. Darve, G. Servant, F. Laouafa, and H. D. V. Khoa. Failure in geomaterials : continuous and discrete analyses. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193(27) : 3057–3085, July 2004. ISSN 0045-7825. doi : 10.1016/j.cma.2003.11.011. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782504001203.

F. C. P. De Barros and J. E. Luco. Discrete models for vertical vibrations of surface and embedded foundations. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 19(2) : 289–303, 1990. ISSN 1096-9845. doi : 10.1002/eqe.4290190211. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.4290190211. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.4290190211.

P. de Buhan and B. Sudret. Micropolar multiphase model for materials reinforced by linear inclusions. European Journal of Mechanics - A/Solids, 19(4) :669–687, July 2000. ISSN 0997-7538. doi : 10.1016/S0997-7538(00)00181-9. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753800001819.

R. Dobry and G. Gazetas. Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups. Géotechnique, 38(4) :557–574, Dec. 1988. ISSN 0016-8505. doi : 10.1680/geot.1988.38.4.557. URL https://www.icevirtuallibrary.com/doi/abs/10.1680/geot.1988.38.4.557. Publisher : ICE Publishing.

R. Dobry, E. Vicenti, M. J. O'Rourke, and J. M. Roesset. Horizontal Stiffness and Damping of Single Piles. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 108(3) :439–459, Mar. 1982. doi : 10.1061/AJGEB6.0001259. URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/AJGEB6.0001259. Publisher : American Society of Civil Engineers.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

A. Elgamal, L. Yan, Z. Yang, and J. P. Conte. Three-Dimensional Seismic Response of Humboldt Bay Bridge-Foundation-Ground System. Journal of Structural Engineering, 134 (7) :1165–1176, July 2008. ISSN 0733-9445. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9445(2008) 134:7(1165). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282008%29134%3A7%281165%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

A. S. Elnashai and D. C. McClure. Effect of Modelling Assumptions and Input Motion Characteristics on Seismic Design Parameters of Rc Bridge Piers. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 25(5) :435–463, 1996. ISSN 1096-9845. doi : 10.1002/(SICI)1096-9845(199605)25:5<435::AID-EQE562>3.0.CO;2-P. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291096-9845%28199605%2925%3A5%3C435%3A%3AAID-EQE562%3E3.0.CO%3B2-P.

EN-1998-5. Eurocode 8 - Calcul des structures pour leur résistance aux séismes - Partie 5 : Fondations, ouvrages de soutènement et aspects géotechniques, Sept. 2005.

Y. Escaig and P. Marin. Examples of domain decomposition methods to solve non-linear problems sequentially. Advances in Engineering Software, 30(9) :847–855, Sept. 1999. ISSN 0965-9978. doi : 10.1016/S0965-9978(98)00114-8. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997898001148.

Z. Fan and Q. Song. Occurrence of non-communicable spurious modes in an eight-node 'serendipity'element. Computers & structures, 43(4) :809–811, 1992.

D. Flanagan and T. Belytschko. A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control. International journal for numerical methods in engineering, 17(5) :679–706, 1981.

Z. Friedman and J. B. Kosmatka. An improved two-node timoshenko beam finite element. Computers & Structures, 47(3) :473–481, May 1993. ISSN 0045-7949. doi : 10.1016/0045-7949(93)90243-7. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045794993902437.

G. Gazetas. Formulas and Charts for Impedances of Surface and Embedded Foundations. Journal of Geotechnical Engineering, 117(9) :1363–1381, Sept. 1991a. ISSN 0733-9410. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9410(1991)117:9(1363). URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9410%281991%29117%3A9%281363%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

G. Gazetas. Foundation Vibrations. In H.-Y. Fang, editor, Foundation Engineering Handbook, pages 553–593. Springer US, Boston, MA, 1991b. ISBN 978-1-4757-5271-7. doi : 10.1007/978-1-4757-5271-7_15. URL https://doi.org/10.1007/978-1-4757-5271-7_15.

G. Gazetas and R. Dobry. Horizontal Response of Piles in Layered Soils. Journal of Geotechnical Engineering, 110(1) :20–40, Jan. 1984. ISSN 0733-9410. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9410(1984)110:1(20). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9410%281984%29110%3A1%2820%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

G. Gazetas and N. Makris. Dynamic pile-soil-pile interaction. Part I : Analysis of axial vibration. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 20(2) :115–132, 1991. ISSN 1096-9845. doi : 10.1002/eqe.4290200203. URL https://

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.4290200203. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.4290200203.

G. Gazetas and G. Mylonakis. Seismic soil-structure interaction : New evidence and emerging issues. Geotechnical Special Publication, 2(75) :1119–1174, Dec. 1998. ISSN 0895-0563. URL http://www.scopus.com/inward/record.url?scp=0031642414&partnerID=8YFLogxK.

G. Gazetas, I. Anastasopoulos, and E. Garini. Geotechnical design with apparent seismic safety factors well-bellow 1. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 57 :37–45, Feb. 2014. ISSN 0267-7261. doi : 10.1016/j.soildyn.2013.10.002. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0267726113002194.

K. Georgiadis, M. Georgiadis, and C. Anagnostopoulos. Lateral bearing capacity of rigid piles near clay slopes. Soils and Foundations, 53(1) :144–154, Feb. 2013. ISSN 0038-0806. doi : 10.1016/j.sandf.2012.12.010. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038080612001291.

N. Gerolymos and O. Papakyriakopoulos. Macroelement Modelling of Laterally Loaded Piles and Pile-groups. In 1st International Conference on Natural Hazards & Infrastructure, Chania, Greece, June 2016.

N. Gerolymos, O. Papakyriakopoulos, and R. Brinkgreve. Macroelement modeling of piles in cohesive soil subjected to combined lateral and axial loading. Analytical Methods in Petroleum Upstream Applications, 373, 2015. Publisher : CRC Press.

N. Gerolymos, S. Giannakos, and V. Drosos. Generalised failure envelope for laterally loaded piles : analytical formulation, numerical verification and experimental validation. Géotechnique, 70(3) :248–267, Mar. 2020. ISSN 0016-8505. doi : 10.1680/jgeot.18.P.051. URL https://www-icevirtuallibrary-com.docelec.insa-lyon.fr/doi/10.1680/jgeot.18.P.051. Publisher : ICE Publishing.

N. Graine. Nonlinear Rigid Pile Foundation Macro-Element Model for Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis. PhD thesis, INSA Rennes, 2019.

N. Graine, M. Hjiaj, and K. Krabbenhoft. 3D failure envelope of a rigid pile embedded in a cohesive soil using finite element limit analysis. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 45(2) :265–290, 2021. ISSN 1096-9853. doi : 10.1002/nag.3152. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.3152. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nag.3152.

S. Grange. Modélisation simplifiée 3D de l'interaction sol-structure : application au génie parasismique. phdthesis, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, June 2008. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00306842.

S. Grange. Simplified modeling strategies for soil-structure interaction problems : The macro-element concept. ALERT Doctoral School 2013, page 195, 2013.

S. Grange. Cours Interaction sol-structure en dynamique. [notes de cours], Université Joseph Fourier, Jan. 2019.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

S. Grange and D. Bertrand. Implicit coupling of heterogeneous and asynchronous time-schemes using a primal approach based on velocity continuity at the subdomain interface. Finite Elements in Analysis and Design, 196 :103604, Nov. 2021. ISSN 0168-874X. doi : 10.1016/j.finel.2021.103604. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X21000883.

S. Grange and D. Bertrand. Co-rotational 3D beam element using quaternion algebra to account for large rotations : Formulation theory and static applications. International Journal of Solids and Structures, 293 :112746, May 2024a. ISSN 0020-7683. doi : 10.1016/j.ijsolstr.2024.112746. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768324001033.

S. Grange and D. Bertrand. Co-rotational 3D beam element using quaternion algebra to account for large rotations : Dynamic equilibrium and applications. International Journal of Solids and Structures, 302 :112975, Oct. 2024b. ISSN 0020-7683. doi : 10.1016/j.ijsolstr.2024.112975. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768324003342.

A. Gravouil and A. Combescure. Multi-time-step explicit–implicit method for non-linear structural dynamics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 50(1) :199–225, 2001. ISSN 1097-0207. doi : 10.1002/1097-0207(20010110)50:1<199::AID-NME132>3.0.CO;2-A. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/1097-0207%2820010110%2950%3A1%3C199%3A%3AAID-NME132%3E3.0.CO%3B2-A. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/1097-0207%2820010110%2950%3A1%3C199%3A%3AAID-NME132%3E3.0.CO%3B2-A.

A. Gravouil, A. Combescure, and M. Brun. Heterogeneous asynchronous time integrators for computational structural dynamics. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 102(3-4) :202–232, 2015. ISSN 1097-0207. doi : 10.1002/nme.4818. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.4818. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.4818.

R. Gupta. Behaviour of monopile under combined cyclic load. phdthesis, Université Grenoble Alpes [2020-....], May 2020. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02890439.

M. Hamada. Damage to Piles by Liquefaction-induced Ground Diplacements. In Lifeline Earthquake Engineering, pages 1172–1182. ASCE, 1991.

G. Hassen. Modélisation multiphasique pour le calcul des ouvrages renforcés par inclusions rigides. phdthesis, Ecole des Ponts ParisTech, 2006. URL https://pastel.hal.science/pastel-00001996.

G. Hassen and P. de Buhan. A two-phase model and related numerical tool for the design of soil structures reinforced by stiff linear inclusions. European Journal of Mechanics - A/Solids, 24 (6) :987–1001, Nov. 2005. ISSN 0997-7538. doi : 10.1016/j.euromechsol.2005.06.009. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753805000823.

L. Hazzar, M. N. Hussien, and M. Karray. Influence of vertical loads on lateral response of pile foundations in sands and clays. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 9 (2) :291–304, Apr. 2017. ISSN 1674-7755. doi : 10.1016/j.jrmge.2016.09.002. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1674775516300439.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

I. M. Idriss and H. B. Seed. Seismic Response of Horizontal Soil Layers. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 94(4) :1003–1031, July 1968. doi : 10.1061/JSFEAQ.0001163. URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/JSFEAQ.0001163. Publisher : American Society of Civil Engineers.

T. Jochyms. Analyse des pieux d'un pont en zone sismique. [Rapport interne] DESG-RDI2401001NDC001-A0, Vinci Construction Grands Projets, 2024.

G. R. Joldes, A. Wittek, and K. Miller. An efficient hourglass control implementation for the uniform strain hexahedron using the total lagrangian formulation. Communications in Numerical Methods in Engineering, 24(11) :1315–1323, 2008.

J. S. Joo. Behaviour of large scale rigid model piles under inclined loads in sand. Master's thesis, Memorial University of Newfoundland, 1985. URL https://research.library.mun.ca/10754/.

E. Kausel, R. V. Whitman, J. P. Morray, and F. Elsabee. The spring method for embedded foundations. Nuclear Engineering and Design, 48(2) :377–392, Aug. 1978. ISSN 0029-5493. doi : 10.1016/0029-5493(78)90085-7. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0029549378900857.

M. Kavvads and G. Gazetas. Kinematic seismic response and bending of free-head piles in layered soil. Géotechnique, 43(2) :207–222, June 1993. ISSN 0016-8505. doi : 10.1680/geot.1993.43.2.207. URL https://www.icevirtuallibrary.com/doi/abs/10.1680/geot.1993.43.2.207. Publisher : ICE Publishing.

A. Kaynia. Dynamic behavior of pile groups. In Proc. of Second International Conference on Numerical Method in Offshore Piling, 1982, 1982a.

A. M. Kaynia. Dynamic stiffness and seismic response of pile groups. PhD Thesis, Massachusetts Institute of technology, 1982b. URL https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/39863/09257395-MIT.pdf?sequence=2.

D. Kolymbas. An outline of hypoplasticity. Archive of Applied Mechanics, 61(3) :143–151, Mar. 1991. ISSN 1432-0681. doi : 10.1007/BF00788048. URL https://doi.org/10.1007/BF00788048.

D. Kolymbas and G. Medicus. Genealogy of hypoplasticity and barodesy. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 40(18) :2532–2550, 2016. ISSN 1096-9853. doi : 10.1002/nag.2546. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.2546. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nag.2546.

S. L. Kramer. Geotechnical Earthquake Engineering. [notes de cours], European School for Advanced Studies in Reduction of Seismic Risk (ROSE School), Istituto Universitario di Studi Superiori (IUSS), Pavia, Italy, 2007.

S. L. Kramer. Performance-based design methodologies for geotechnical earthquake engineering. Bulletin of Earthquake Engineering, 12(3) :1049–1070, June 2014. ISSN 1573-1456. doi : 10.1007/s10518-013-9484-x. URL https://doi.org/10.1007/s10518-013-9484-x.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

O.-S. Kwon and A. S. Elnashai. Seismic Analysis of Meloland Road Overcrossing Using Multiplatform Simulation Software Including SSI. Journal of Structural Engineering, 134(4) :651–660, Apr. 2008. ISSN 0733-9445. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9445(2008)134:4(651). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282008%29134%3A4%28651%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

N. Lesgidis, A. Sextos, and O.-S. Kwon. A frequency-dependent and intensity-dependent macroelement for reduced order seismic analysis of soil-structure interacting systems. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 47(11) :2172–2194, 2018. ISSN 1096-9845. doi : 10.1002/eqe.3063. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.3063. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.3063.

Z. Li. Experimental and numerical study of deep foundations under seismic loading : vertical piles and inclined piles. PhD Thesis, École centrale de Nantes, Jan. 2014. URL https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01095508.

Z. Li, P. Kotronis, and S. Escoffier. Numerical study of the 3D failure envelope of a single pile in sand. Computers and Geotechnics, 62 :11–26, Oct. 2014. ISSN 0266352X. doi : 10.1016/j.compgeo.2014.06.004. URL https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0266352X14001128.

Z. Li, P. Kotronis, S. Escoffier, and C. Tamagnini. A hypoplastic macroelement for single vertical piles in sand subject to three-dimensional loading conditions. Acta Geotechnica, 11(2) :373–390, Apr. 2016. ISSN 1861-1133. doi : 10.1007/s11440-015-0415-7. URL https://doi.org/10.1007/s11440-015-0415-7.

W. K. Liu, T. Belytschko, J. S.-J. Ong, and S. E. Law. Use of stabilization matrices in non-linear analysis. Engineering computations, 1985.

W. K. Liu, Y.-K. Hu, and T. Belytschko. Multiple quadrature underintegrated finite elements. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37(19) :3263–3289, 1994.

K. R. Mackie, J. Lu, and A. Elgamal. Performance-based earthquake assessment of bridge systems including ground-foundation interaction. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 42 :184–196, Nov. 2012. ISSN 0267-7261. doi : 10.1016/j.soildyn.2012.05.023. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0267726112001388.

N. Makris and G. Gazetas. Dynamic pile-soil-pile interaction. Part II : Lateral and seismic response. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 21(2) :145–162, 1992. ISSN 1096-9845. doi : 10.1002/eqe.4290210204. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.4290210204. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.4290210204.

H. Matlock. Correlation for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay. OnePetro, Apr. 1970. doi : 10.4043/1204-MS. URL https://dx.doi.org/10.4043/1204-MS.

H. Matlock and L. C. Reese. Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 86(5) :63–92, Oct. 1960. doi : 10.1061/JSFEAQ.0000303. URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/JSFEAQ.0000303. Publisher : American Society of Civil Engineers.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

G. G. Meyerhof. Some Recent Research on the Bearing Capacity of Foundations. Canadian Geotechnical Journal, 1(1) :16–26, Sept. 1963. ISSN 0008-3674. doi : 10.1139/t63-003. URL https://cdnsciencepub.com/doi/abs/10.1139/t63-003. Publisher : NRC Research Press.

G. G. Meyerhof. Uplift resistance of inclined anchors and piles. In Proc. 8th ICSMFE, volume 2, pages 167–172, 1973. URL https://cir.nii.ac.jp/crid/1573668926253230848.

G. G. Meyerhof. The bearing capacity of rigid piles and pile groups under inclined loads in clay. Canadian Geotechnical Journal, 18(2) :297–300, May 1981. ISSN 0008-3674. doi : 10.1139/t81-032. URL https://cdnsciencepub.com/doi/abs/10.1139/t81-032. Publisher : NRC Research Press.

G. G. Meyerhof and A. Yalcin. Pile capacity for eccentric inclined load in clay. Canadian Geotechnical Journal, 21(3) :389–396, Aug. 1984. ISSN 0008-3674. doi : 10.1139/t84-043. URL https://cdnsciencepub.com/doi/abs/10.1139/t84-043. Publisher : NRC Research Press.

G. G. Meyerhof, S. K. Mathur, and A. J. Valsangkar. Lateral resistance and deflection of rigid walls and piles in layered soils. Canadian Geotechnical Journal, 18(2) :159–170, May 1981. ISSN 0008-3674. doi : 10.1139/t81-021. URL https://cdnsciencepub.com/doi/abs/10.1139/t81-021. Publisher : NRC Research Press.

P. Meymand, James. Shaking table scale model tests of non-linear soil-pile-superstructure interaction in soft clay. PhD thesis, University of California, Berkley, 1998.

S. Midorikawa, H. Miura, and T. Atsumi. Strong ground motion during the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake. In Proceedings of the 9th International Conference on Urban Earthquake Engineering and 4th Asia Conference on Earthquake Engineering, pages 33–40, Tokyo, Japan, Mar. 2012.

P. Mira, L. Tonni, M. Pastor, and J. A. Fernández Merodo. A generalized midpoint algorithm for the integration of a generalized plasticity model for sands. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 77(9) :1201–1223, 2009. ISSN 1097-0207. doi : 10.1002/nme.2445. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.2445. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nme.2445.

H. Mizuno. Pile damage during earthquake in Japan (1923-1983). Dynamic Response of Pile Foundations, ASCE, Geotechnical Special Publication, 11 :53–78, 1987.

H. Mizuno, M. Iiba, and T. Hirade. Pile damage during the 1995 Hyogoken-Nanbu earthquake in Japan. In The 11th World Conference on Earthquake Engineering (WCEE), Acapulco, 1996. Issue : 977.

N. Mononobe. On determination of earth pressure during earthquake. In Proc. World Engineering Congress, volume 9, pages 177–185, 1929.

G. Mylonakis and G. Gazetas. Lateral Vibration and Internal Forces of Grouped Piles in Layered Soil. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 125 (1) :16–25, Jan. 1999. ISSN 1090-0241. doi : 10.1061/(ASCE)1090-0241(1999)125:1(16). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%281999%29125%3A1%2816%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

G. Mylonakis and G. Gazetas. Seismic Soil-Structure Interaction : Beneficial or Detrimental ? Journal of Earthquake Engineering, 4(3) :277–301, July 2000. ISSN 1363-2469. doi : 10.1080/13632460009350372. URL https://doi.org/10.1080/13632460009350372. Publisher : Taylor & Francis _eprint : https ://doi.org/10.1080/13632460009350372.

M. Nagano. Dynamic Soil-Structure- Interaction. [notes de cours], Dept. of Architecture Faculty of Science & Technology, Tokyo University of Science,, 2011.

V. T. Nguyen, G. Hassen, and P. de Buhan. Assessing the dynamic stiffness of piled-raft foundations by means of a multiphase model. Computers and Geotechnics, 71 :124–135, Jan. 2016. ISSN 0266-352X. doi : 10.1016/j.compgeo.2015.08.014. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X15001913.

A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 2(4) :279–299, 1997. ISSN 1099-1484. doi : 10.1002/(SICI)1099-1484(199710)2:4<279::AID-CFM29>3.0.CO;2-8. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199710%292%3A4%3C279%3A%3AAID-CFM29%3E3.0.CO%3B2-8. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199710%292%3A4%3C279%3A%3AAID-CFM29%3E3.0.CO%3B2-8.

A. Nieto Ferro, D. Clouteau, N. Greffet, and G. Devésa. On a hybrid Laplace-time domain approach to dynamic interaction problems. European Journal of Computational Mechanics, 21(3-6) :290–299, Dec. 2012. ISSN 1779-7179. doi : 10.1080/17797179.2012.731254. URL https://doi.org/10.1080/17797179.2012.731254. Publisher : Taylor & Francis _eprint : https ://doi.org/10.1080/17797179.2012.731254.

T. Nogami, J. Otani, K. Konagai, and H.-L. Chen. Nonlinear Soil-Pile Interaction Model for Dynamic Lateral Motion. Journal of Geotechnical Engineering, 118 (1) :89–106, Jan. 1992. ISSN 0733-9410. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9410(1992)118:1(89). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9410%281992%29118%3A1%2889%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

R. Nova and L. Montrasio. Settlements of shallow foundations on sand. Géotechnique, 41(2) : 243–256, June 1991. ISSN 0016-8505. doi : 10.1680/geot.1991.41.2.243. URL https://www.icevirtuallibrary.com/doi/abs/10.1680/geot.1991.41.2.243. Publisher : ICE Publishing.

M. Novak. Dynamic Stiffness and Damping of Piles. Canadian Geotechnical Journal, 11(4) :574–598, Nov. 1974. ISSN 0008-3674. doi : 10.1139/t74-059. URL https://cdnsciencepub.com/doi/abs/10.1139/t74-059. Publisher : NRC Research Press.

S. Okabe. General theory of earth pressure. Journal of the Japanese Society of civil Engineers. tokz, Japan, 12(1), 1926.

G. Pacheco, L. E. Suárez, and M. Pando. Dynamic lateral response of single piles considering soil inertia contributions. In World Conference on Earthquake Engineering., Beijing, China, 2008.

A. M. Page, G. Grimstad, G. R. Eiksund, and H. P. Jostad. A macro-element pile foundation model for integrated analyses of monopile-based offshore wind turbines. Ocean Engineering,

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

167 :23–35, Nov. 2018. ISSN 0029-8018. doi : 10.1016/j.oceaneng.2018.08.019. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801818315142.

A. M. Page, G. Grimstad, G. R. Eiksund, and H. P. Jostad. A macro-element model for multidirectional cyclic lateral loading of monopiles in clay. Computers and Geotechnics, 106 :314–326, Feb. 2019. ISSN 0266-352X. doi : 10.1016/j.compgeo.2018.11.007. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X18302866.

R. Paolucci, R. Figini, and L. Petrini. Introducing Dynamic Nonlinear Soil-Foundation-Structure Interaction Effects in Displacement-Based Seismic Design. Earthquake Spectra, 29(2) :475–496, May 2013. ISSN 8755-2930. doi : 10.1193/1.4000135. URL https://doi.org/10.1193/1.4000135.

M. Pastor, O. C. Zienkiewicz, and A. H. C. Chan. Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 14(3) :151–190, 1990. ISSN 1096-9853. doi : 10.1002/nag.1610140302. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.1610140302. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nag.1610140302.

A. Pecker. Earthquake Foundation Design. In A. Pecker, editor, Advanced Earthquake Engineering Analysis, CISM International Centre for Mechanical Sciences, pages 43–61. Springer, Vienna, 2007. ISBN 978-3-211-74214-3. doi : 10.1007/978-3-211-74214-3_4. URL https://doi.org/10.1007/978-3-211-74214-3_4.

A. Pecker. Advanced Earthquake Engineering Analysis. Springer Science & Business Media, Jan. 2008. ISBN 978-3-211-74214-3. Google-Books-ID : 0DrbMwVmulAC.

A. Pecker, R. Paolucci, C. Chatzigogos, A. A. Correia, and R. Figini. The role of non-linear dynamic soil-foundation interaction on the seismic response of structures. Bulletin of Earthquake Engineering, 12(3) :1157–1176, June 2014. ISSN 1573-1456. doi : 10.1007/s10518-013-9457-0. URL https://doi.org/10.1007/s10518-013-9457-0.

M. J. Pender. Aseismic pile foundation design analysis. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, 26(1) :49–160, Mar. 1993. ISSN 2324-1543. doi : 10.5459/bnzsee.26.1.49-160. URL https://www.bulletin.nzsee.org.nz/index.php/bnzsee/article/view/691. Number : 1.

D. Pitilakis. Soil-structure interaction modeling using equivalent linear soil behavior in the substructure method. These de doctorat, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris, Jan. 2006. URL https://www.theses.fr/2006ECAP1067.

H. G. Poulos and E. H. Davis. Pile foundation analysis and design, volume 397. Wiley New York, 1980.

H. G. Poulos and T. S. Hull. The role of analytical geomechanics in foundation engineering. In Foundation engineering : Current principles and practices, pages 1578–1606. ASCE, 1989.

M. Priestley, G. Calvi, and M. Kowalski. Direct Displacement-Based Seismic Design of Structures. In 2007 NZSEE Conference, 2007. URL https://scholar.google.com/scholar?hl=fr&as_sdt=0%2C5&q=Priestley+MJN%2C+Calvi+GM%2C+Kowalski+MJ+%282007%29+Displacement-based+seismic+design+of+structures.+IUSS+Press%2C+Pavia&btnG=.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

M. J. N. Priestley. Myths and fallacies in earthquake engineering : Conflicts between design and reality. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, 26(3) :329–341, Sept. 1993. ISSN 2324-1543. doi : 10.5459/bnzsee.26.3.329-341. URL https://bulletin.nzsee.org.nz/index.php/bnzsee/article/view/671. Number : 3.

F. Prunier, F. Laouafa, and F. Darve. 3D bifurcation analysis in geomaterials : Investigation of the second order work criterion. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 13(2) :135–147, Feb. 2009. ISSN 1964-8189. doi : 10.1080/19648189.2009.9693096. URL https://doi.org/10.1080/19648189.2009.9693096. Publisher : Taylor & Francis _eprint : https ://doi.org/10.1080/19648189.2009.9693096.

F. Prunier, B. Chomette, M. Brun, and F. Darve. Designing geotechnical structures with a proper stability criterion as a safety factor. Computers and Geotechnics, 71 :98–114, Jan. 2016. ISSN 0266-352X. doi : 10.1016/j.compgeo.2015.09.007. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0266352X15002050.

J. Pérez-Herreros. Dynamic soil-structure interaction of pile foundations : experimental and numerical study. PhD Thesis, École centrale de Nantes, Feb. 2020. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02972312.

J. Pérez-Herreros, F. Cuira, P. Kotronis, and S. Escoffier. Etat de l'art sur les méthodes de calcul d'un pieu et d'un groupe de pieux sous chargement sismique. In Proceedings of the 19th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Seoul, 2017.

R30804. Élément de poutre à 7 degrés de liberté pour la prise en compte du gauchissement, 2023.

R50302. Intégration des relations de comportement élasto-plastique de Von Mises, 2023.

R50317. Relations de comportement des éléments discrets, 2023.

M. Randolph and S. Gourvenec. Offshore Geotechnical Engineering. CRC Press, London, Jan. 2017. ISBN 978-1-315-27247-4. doi : 10.1201/9781315272474.

L. C. Reese. Analysis of Laterally Loaded Piles in Weak Rock. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 123(11) :1010–1017, Nov. 1997. ISSN 1090-0241. doi : 10.1061/(ASCE)1090-0241(1997)123:11(1010). URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%281997%29123%3A11%281010%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

L. C. Reese, W. R. Cox, and F. D. Koop. Field Testing and Analysis of Laterally Loaded Piles om Stiff Clay. OnePetro, May 1975. doi : 10.4043/2312-MS. URL https://dx.doi.org/10.4043/2312-MS.

J. M. Roesset. Dynamic Stiffness of Pile Groups. In Analysis and Design of Pile Foundations, pages 263–286. ASCE, 1984. URL https://cedb.asce.org/CEDBsearch/record.jsp?dockey=0041814.

A. Sahyouni. Rigid inclusions under wind turbine foundation : Experimental behaviour and numerical studies. phdthesis, INSA de Lyon, Dec. 2023. URL https://theses.hal.science/tel-04728687.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

D. Salciarini and C. Tamagnini. A hypoplastic macroelement model for shallow foundations under monotonic and cyclic loads. Acta Geotechnica, 4(3) :163–176, Sept. 2009. ISSN 1861-1133. doi : 10.1007/s11440-009-0087-2. URL https://doi.org/10.1007/s11440-009-0087-2.

G. Sauer. Alternative reduced integration avoiding spurious modes for 8-node quadrilateral and 20-node hexahedron finite elements. Forschung im Ingenieurwesen, 65(5) :131–135, 1999.

O. Sebe. Déconvolution aveugle et sismologie : estimation de la source sismique et des effets de site. phdthesis, Université Joseph-Fourier - Grenoble I, July 2004. URL https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00010704.

R. B. Seed. Preliminary report on the principal geotechnical aspects of the October 17, 1989, Loma Prieta earthquake. Report No. UCB/EERC-90/05, 1990. Publisher : Earthquake Engineering Research Center, University of California.

Y. Shen. Development of a macro-element of foundations under dynamic load : Application in the case of soils reinforced by rigid inclusions. phdthesis, Institut Polytechnique de Paris, Dec. 2023. URL https://theses.hal.science/tel-04669722.

J. M. Sleiman. Étude du Comportement Non-Linéaire des Connexions Pieu-Structure sous Chargement Sismique. [Rapport de Projet de fin d'études], Vinci Construction Grands Projets, 2024.

B. Sudret. Modelisation multiphasique des ouvrages renforces par inclusions. PhD Thesis, Ecole nationale des ponts et chaussées, 1999. URL http://www.theses.fr/1999ENPC9910.

E. Taciroglu, C. Rha, and J. W. Wallace. A Robust Macroelement Model for Soil–Pile Interaction under Cyclic Loads. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 132 (10) :1304–1314, Oct. 2006. ISSN 1090-0241. doi : 10.1061/(ASCE)1090-0241(2006)132:10(1304). URL http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%291090-0241%282006%29132%3A10%281304%29. Publisher : American Society of Civil Engineers.

T. Takeda, M. A. Sozen, and N. N. Nielsen. Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes. Journal of the Structural Division, 96(12) :2557–2573, Dec. 1970. ISSN 0044-8001, 2690-3377. doi : 10.1061/JSDEAG.0002765. URL https://ascelibrary.org/doi/10.1061/JSDEAG.0002765.

C. Tamagnini, G. Viggiani, and R. Chambon. A review of two different approaches to hypoplasticity. In D. Kolymbas, editor, Constitutive Modelling of Granular Materials, pages 107–145. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2000. ISBN 978-3-642-63115-3 978-3-642-57018-6. doi : 10.1007/978-3-642-57018-6_5. URL http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-57018-6_5.

C. Tamagnini, D. Salciarini, and R. Ragni. IMPLEMENTATION OF A 6–DOF HYPOPLASTIC MACROELEMENT IN A FINITE ELEMENT CODE. In Proceedings of third international symposium on computational geomechanics, 2013.

Q. Thai Son. Développements théorique et numérique d'un modèle multiphasique pour le calcul des ouvrages renforcés par inclusions. These de doctorat, Paris Est, Jan. 2009. URL https://theses.fr/2009ENPC0911.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

K. Tokimatsu, S. Tamura, H. Suzuki, and K. Katsumata. Geotechnical problems in the 2011 Tohoku Pacific earthquake. In Proceedings of the 9th International Conference on Urban Earthquake Engineering and 4th Asia Conference on Earthquake Engineering, pages 49–61, Tokyo, Japan, Mar. 2012.

M. Trad. Techniques de modélisation multi-échelle de l'interface acier-béton pour le calcul de structures en béton armé à grande échelle. PhD Thesis, INSA de Lyon, 2023. URL https://theses.hal.science/tel-04427042/.

M. Trad, I. Bitar, S. Grange, and B. Richard. Enhanced beams and plates models incorporating the steel-concrete interface behavior for large-scale reinforced concrete structural applications. Finite Elements in Analysis and Design, 237 :104170, 2024a. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168874X24000647. Publisher : Elsevier.

M. Trad, I. Bitar, S. Grange, and B. Richard. A multiscale steel–concrete interface model for structural applications. In Structures, volume 68, page 107137. Elsevier, 2024b. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S235201242401289X.

U20705. Mise en œuvre de calcul par sous-structuration dynamique, 2023.

P.-A. von Wolffersdorff. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 1(3) :251–271, 1996. ISSN 1099-1484. doi : 10.1002/(SICI)1099-1484(199607)1:3<251::AID-CFM13>3.0.CO;2-3. URL http://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199607%291%3A3%3C251%3A%3AAID-CFM13%3E3.0.CO%3B2-3. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199607%291%3A3%3C251%3A%3AAID-CFM13%3E3.0.CO%3B2-3.

E. Wilson, R. Taylor, W. Doherty, and J. Ghaboussi. Incompatible displacement models. In Numerical and computer methods in structural mechanics, pages 43–57. Elsevier, 1973.

J. P. Wolf. Foundation Vibration Analysis Using Simple Physical Models. Pearson Education, May 1994. ISBN 978-0-13-244202-2.

M. Yashinsky. The Loma Prieta, California, Earthquake of October 17, 1989, Highway Systems. Number 1552. US Government Printing Office, 1998.

L. Zhang and S. Ahmari. Nonlinear analysis of laterally loaded rigid piles in cohesive soil. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 37 (2) :201–220, 2013. ISSN 1096-9853. doi : 10.1002/nag.1094. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.1094. _eprint : https ://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nag.1094.

O. C. Zienkiewicz and Z. Mroz. Generalized plasticity formulation and applications to geomechanics. Mechanics of engineering materials, 44(3) :655–680, 1984. Publisher : Wiley New York.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Appendices

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Annexe A

Investigation surface de rupture en grands déplacements

A.1 Introduction

L'objet de ce document est d'étudier le comportement du pieu avec ou sans couplage à l'interface et/ou couplage géométrique en grands déplacements.

Le modèle cas test est 2D et composé d'éléments biphasiques QU9P. Cet élément est composé d'un élément de sol quadratique QU9 et deux éléments poutre Euler Bernoulli à deux noeuds pour la phase pieu.

Un pieu est inséré dans un massif de sol homogène dont les propriétés évoluent avec la profondeur en raison du poids propre. Les données sont issues du modèle de Li (2014) de balayage de la surface de charge d'un pieu dans un sable.

Le pieu est sollicité en tête en déplacement imposé selon divers schéma (swipe test et fixed ratio test).

Deux lois d'interface sont utilisées :

— loi élasto-plastique parfaite couplant les directions tangentielle et normale à l'interface

— loi Mohr-Coulomb découplée élasto-plastique avec écrouissage cinématique

La surface de charge de la loi d'interface couplée s'écrit : $f(f_\sigma, f_\tau) = \frac{f_\sigma}{f_{\sigma_y}}^2 + \frac{f_\tau}{f_{\tau_y}}^2 - 1$, où f_σ et f_τ représentent les forces normales et tangentielles de l'interface par unité de longueur (du pieu).

Un ressort élasto-plastique unidirectionnel asymétrique placé en pied du pieu représente l'effet de pointe.

Le cas test permet de comparer au moins qualitativement avec (Li, 2014) les couplages obtenus en tête de pieu entre effort normal, tranchant et moment.

Les calculs en grands déplacements sont réalisés à l'aide d'une poutre corotationelle développée en interne du laboratoire GEOMAS de l'INSA Lyon dans le code ATL4S.

A.2 Présentation du cas test

Un pieu est inséré dans un massif de sol. Toutes les caractéristiques sont issues du modèle de référence.

Le maillage est composé de deux phases en interaction : phase pieu et phase sol. L'interaction est traitée par une densité de forces d'interface au sein des éléments biphasiques QU9P, composés chacun d'un élément de sol QU9 et deux éléments poutre Euler Bernoulli à deux noeuds pour la phase pieu.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

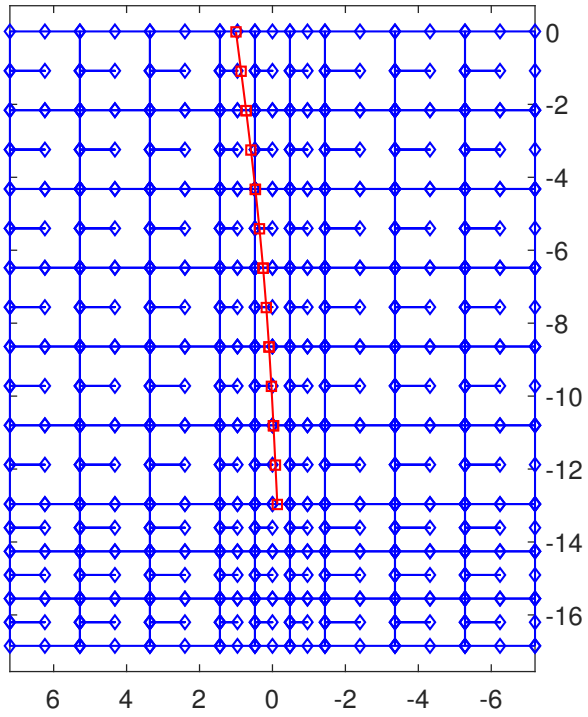


FIGURE A.1 – Représentation du maillage du massif de sol avec pieux

Le maillage du modèle est donné en figure A.1.

A.2.1 Pieu

Le diamètre du pieu est de $D = 0,72\,m$. Sa longueur $H_p = 13\,m$. Cela donne un ratio $H_p/D = 18$. Sa raideur de flexion est telle que $E_pI_p = 5,05.10^8$. Le matériau du pieu est considéré élastique linéaire.

Le pieu est maillé en 6 éléments biphasiques, ce qui constitue un total de 12 éléments de poutre à 2 noeuds.

A.2.2 Sol

La largeur du bac de sol est prise égale à $20D$. Son épaisseur est choisie à $ep = D$, car contrairement au modèle de référence, celui-ci est bidimensionnel et la hauteur est à $16,9\,m$.

Dans la référence, un modèle hypo-plastique est attribué au sol. C'est un sable de Fontainebleau. Ses propriétés élastiques sont définies par trois constantes telles que $A = 200$, $B = 2,17$ et $C = 0,47$. Son coefficient de Poisson est $\nu_s = 0,25$.

Les propriétés du sol dépendent de la profondeur. Elles prennent en compte la consolidation due au poids propre du sol au dessus. Le sol est considéré élastique linéaire, on ne définit donc que ses propriétés initiales, sans prendre en compte la dégradation avec la distorsion. D'après la référence, le module de cisaillement initial est généralement calculé à partir de la formule empirique suivante :

$$G_{max} = A\frac{(B-e)^2}{1+e}p^C$$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

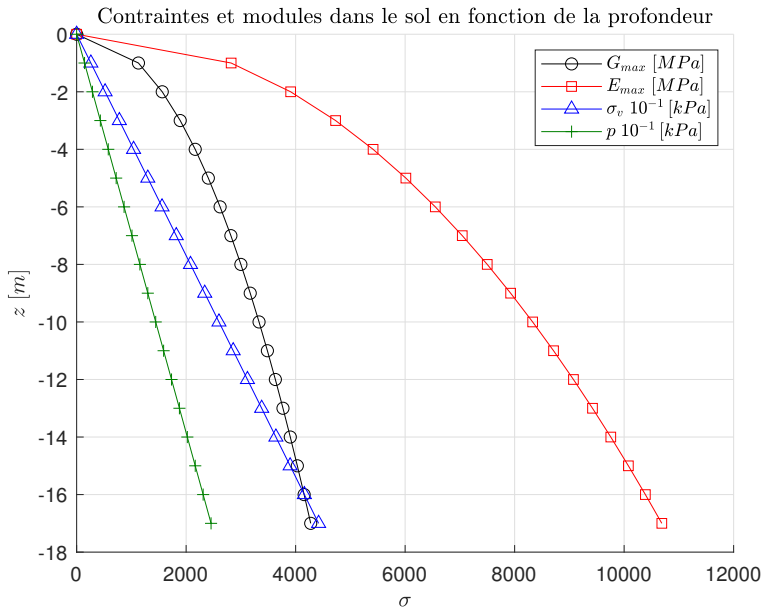


FIGURE A.2 – Représentation des contraintes et modules en fonction de la profondeur dans le sol

G_{max} est obtenu en MPa. e est l'indice des vides. Il est pris égal à $e = 0.577$, sachant que dans l'article il n'est pas clair combien il vaut ; peut-être 0.577 ou 0.707. p est la pression de confinement effective en kPa. Elle est évaluée en fonction de la profondeur :

$$p = \frac{1 + 2K_0}{3}\sigma_v$$

Le coefficient de poussée des terres K_0 est calculé tel que

$$K_0 = \frac{\nu_s}{1 - \nu_s} = 0.333$$

Le coefficient obtenu est le même qu'avec la formule empirique de Gaudin pour le sable de Fontainebleau : $K_0 = -\frac{Dr}{2,9} + 0.63$, avec Dr la densité relative en %. La contrainte verticale due au poids propre est donnée par $\sigma_v = \rho_s g z$, où z est la profondeur et le poids propre $\rho_s = 2650\, kg/m^3$.

Le module d'Young est évalué à partir du module de cisaillement et du coefficient de Poisson :

$$E_{max} = 2G_{max}(1 + \nu_s)$$

Toutes les caractéristiques du sol sont données en fonction de la profondeur dans le tableau A.1. Les modules sont également représentés en fonction de la profondeur en figure A.2.

A.2.3 Interface

Dans le modèle de Li, un contact frottant est défini entre l'enveloppe du pieu et le sol. Un algorithme de pénalité est employé. Un frottement de Coulomb est défini : la contrainte tangentielle de frottement est proportionnelle à la contrainte normale exercée sur la surface de contact.

Dans le modèle biphasique, aucun contact n'est défini. Le pieu et le sol frottent l'un contre l'autre au travers de la loi d'interface, qui ne définit aucune condition de décollement.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

A.2.3.1 Loi d'interface couplée

La loi d'interface est élasto-plastique parfaite. Aucun écrouissage n'est donc défini. Elle est définie par sa surface de charge (=rupture) : $f(f_\sigma, f_\tau) = \frac{f_\sigma}{f_{\sigma_y}}^2 + \frac{f_\tau}{f_{\tau_y}}^2 - 1$, où f_σ et f_τ représentent les forces normales et tangentielles de l'interface par unité de longueur (du pieu) ; f_{σ_y} et f_{τ_y} leurs limites élastiques. Le comportement de l'interface dans le domaine élastique est défini par les raideurs k_σ et k_τ. Les efforts d'interface sont évalués à partir du déplacement relatif entre les phases pieu et sol. Soit u_s et u_p respectivement les déplacements du sol et du pieu. $u_r = u_s - u_p$ est le déplacement relatif entre les deux phases.

$$\begin{bmatrix} f_\sigma \\ f_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\sigma & 0 \\ 0 & k_\tau \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{r,n} \\ u_{r,t} \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

Les caractéristiques de l'interface sont choisies proportionnelles à la contrainte de confinement, elle-même proportionnelle à la profondeur. En effet, dans le modèle de référence, la contrainte de frottement est proportionnelle à la contrainte normale à l'interface et le facteur de proportionnalité est tan(Φ), avec Φ = 33 l'angle de frottement du sol (la cohésion est nulle). Afin de reproduire quelque chose de similaire dans le modèle biphasique, on choisit la contrainte limite de frottement tangentiel proportionnelle à la contrainte de confinement initiale. Par cohérence, on choisit que les autres caractéristiques de l'interface suivent la même évolution avec la profondeur.

Rappelons que la l'interface donne des forces par unité de longueur du pieu. Il ne s'agit pas de contraintes. A titre d'exemple : $f_{\tau_y} = \pi D \tan(\Phi) p$. Elle est multipliée par le périmètre du pieu.

Toutes les caractéristiques de l'interface sont données en fonction de la profondeur dans le tableau A.2.

Afin de réaliser l'intégration des forces d'interface, 4 points de Gauss sont définis par poutre de l'élément biphasique. Au niveau de l'interface, l'intégration est donc réalisée sur 8 points de Gauss afin de pouvoir gérer les concentrations de contrainte.

A.2.3.2 Loi d'interface découplée

La seconde loi est écrit dans un formalisme élaso-plastique où $du = du^e + du^p$, avec du^e et du^p les incréments de déplacement relatif élastique et plastique. La loi rend compte d'un écrouissage cinématique. La surface de charge f et la règle d'écrouissage de la surface sont données ci-après, en distinguant entre un incrément test de force d'interface positif et négatif $d\tau_{trial}$:

$$\begin{cases} \text{if } d\tau_{trial} \geq 0 & \\ \qquad f = \tau - (x + q_{sel}) & \text{(A.2)} \\ \qquad x(u^p) = x_0 + \dfrac{q_{sr} - (q_{sel} + x_0)}{B_p + (u^p - u^{p0})} \left(u^p - u^{p0}\right) & \text{(A.3)} \\ \text{if } d\tau_{trial} < 0 & \\ \qquad f = -\tau + (x + q_{sel}) & \text{(A.4)} \\ \qquad x(u^p) = x_0 - \dfrac{q_{sr} - (q_{sel} + x_0)}{B_p + (u^p - u^{p0})} \left(u^p - u^{p0}\right) & \text{(A.5)} \end{cases}$$

où x est le milieu (mobile) de l'intervalle des forces élastiques, q_{sel} la limite élastique et représentant ainsi la demi-longueur de l'intervalle des forces élastiques, q_{sr} la valeur palier de force

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

$z\,[m]$	$\sigma_v\,[kPa]$	$p\,[kPa]$	$G_{max}\,[Mpa]$	$E_{max}\,[Mpa]$
0	$0.00E+00$	$0.00E+00$	$0.00E+00$	$0.00E+00$
-1	$2.60E+01$	$1.44E+01$	$1.13E+03$	$2.82E+03$
-2	$5.20E+01$	$2.89E+01$	$1.56E+03$	$3.91E+03$
-3	$7.80E+01$	$4.33E+01$	$1.89E+03$	$4.73E+03$
-4	$1.04E+02$	$5.78E+01$	$2.17E+03$	$5.41E+03$
-5	$1.30E+02$	$7.22E+01$	$2.41E+03$	$6.01E+03$
-6	$1.56E+02$	$8.67E+01$	$2.62E+03$	$6.55E+03$
-7	$1.82E+02$	$1.01E+02$	$2.82E+03$	$7.04E+03$
-8	$2.08E+02$	$1.16E+02$	$3.00E+03$	$7.50E+03$
-9	$2.34E+02$	$1.30E+02$	$3.17E+03$	$7.93E+03$
-10	$2.60E+02$	$1.44E+02$	$3.33E+03$	$8.33E+03$
-11	$2.86E+02$	$1.59E+02$	$3.48E+03$	$8.71E+03$
-12	$3.12E+02$	$1.73E+02$	$3.63E+03$	$9.07E+03$
-13	$3.38E+02$	$1.88E+02$	$3.77E+03$	$9.42E+03$
-14	$3.64E+02$	$2.02E+02$	$3.90E+03$	$9.76E+03$
-15	$3.90E+02$	$2.17E+02$	$4.03E+03$	$1.01E+04$
-16	$4.16E+02$	$2.31E+02$	$4.16E+03$	$1.04E+04$
-17	$4.42E+02$	$2.46E+02$	$4.28E+03$	$1.07E+04$

TABLEAU A.1 – Contraintes et modules dans le sol en fonction de la profondeur

$z\,[m]$	$k_\tau\,[MN/m^3]$	$f_{\tau_y}\,[MN/m]$	$k_\sigma\,[MN/m^3]$	$f_{\sigma_y}\,[MN/m]$
0	$0.00E+00$	$0.00E+00$	$0.00E+00$	$0.00E+00$
-1	$5.78E+03$	$2.12E+01$	$3.61E+03$	$5.78E+01$
-2	$1.16E+04$	$4.24E+01$	$7.22E+03$	$1.16E+02$
-3	$1.73E+04$	$6.36E+01$	$1.08E+04$	$1.73E+02$
-4	$2.31E+04$	$8.49E+01$	$1.44E+04$	$2.31E+02$
-5	$2.89E+04$	$1.06E+02$	$1.81E+04$	$2.89E+02$
-6	$3.47E+04$	$1.27E+02$	$2.17E+04$	$3.47E+02$
-7	$4.04E+04$	$1.49E+02$	$2.53E+04$	$4.04E+02$
-8	$4.62E+04$	$1.70E+02$	$2.89E+04$	$4.62E+02$
-9	$5.20E+04$	$1.91E+02$	$3.25E+04$	$5.20E+02$
-10	$5.78E+04$	$2.12E+02$	$3.61E+04$	$5.78E+02$
-11	$6.35E+04$	$2.33E+02$	$3.97E+04$	$6.35E+02$
-12	$6.93E+04$	$2.55E+02$	$4.33E+04$	$6.93E+02$
-13	$7.51E+04$	$2.76E+02$	$4.69E+04$	$7.51E+02$

TABLEAU A.2 – Caractéristiques de l'interface en fonction de la profondeur dans le sol

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

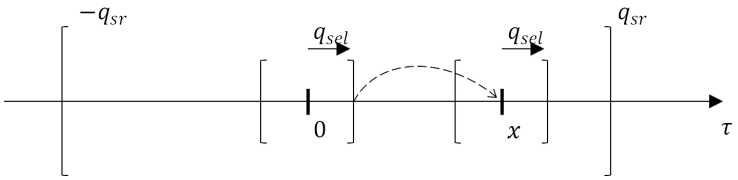


FIGURE A.3 – Loi d'interface uni-dimensionnelle avec écrouissage cinématique

d'inteface, x_0 et u^{p0} les valeurs de x et u^p au changement de cycle (figure A.3). B_p est le paramètre de calage de la loi hyperbolique ; il représente l'incrément de déplacement plastique u^p et $\tau = \frac{q_{sr}}{2} - q_{sel}$ en chargement monotone. En supposant que $q_{sel} << q_{sr}$, alors B_p peut être obtenu simplement à partir du module sécant G_{50} à $\frac{q_{sr}}{2}$ par la formule suivante :

$$B_p \approx \frac{q_{sr}}{2G_{50}} \tag{A.6}$$

La règle d'écoulement est donnée par :

$$du^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \tau} \tag{A.7}$$

où $d\lambda$ représente l'incrément de déplacement plastique.

L'incrément de déplacement élastique est calculé tel que

$$du^e = G^t_{ini} d\tau \tag{A.8}$$

où G^t_{ini} est le module tangent initial.

Enfin, le module tangent de la loi s'écrit

$$G^t = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u^p} G^t_{ini}}{\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial u^p} - G^t_{ini}} \tag{A.9}$$

Seulement trois paramètres sont nécessaires pour cette loi : la limite élastique en effort q_{sel}, la valeur palier q_{sr}, et le module sécant G_{50} à $\tau = \frac{q_{sr}}{2}$ en chargement monotone.

Les paramètres seuil sont choisis identiques à loi d'interface couplée. Les valeurs choisies précédemment comme raideurs élastiques de la loi d'interface sont prises pour G_{50} et E_{50} puisque la loi est non-linéaire.

A.2.3.3 Ressort de pointe

Un ressort élasto-plastique unidirectionnel asymétrique (en traction-compression) placé en pied du pieu représente l'effet de pointe. Il est défini par un effort limite $f_{ymv} = 8.10^6\ N$ et une raideur en compression $k_{vd} = 12.10^7\ N/m$. La raideur en traction est nulle.

Le résumé du modèle est donné en figure A.4 avec une représentation du comportement de l'élément de pointe.

A.2.4 Sollicitations

Le pieu est sollicité en tête selon des directions multiples. Deux cas se présentent : déplacements horizontaux et verticaux (HV) ; déplacement horizontal et rotation hors-plan (HM).

Deux types de chargement sont employés dans le cas test HV :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

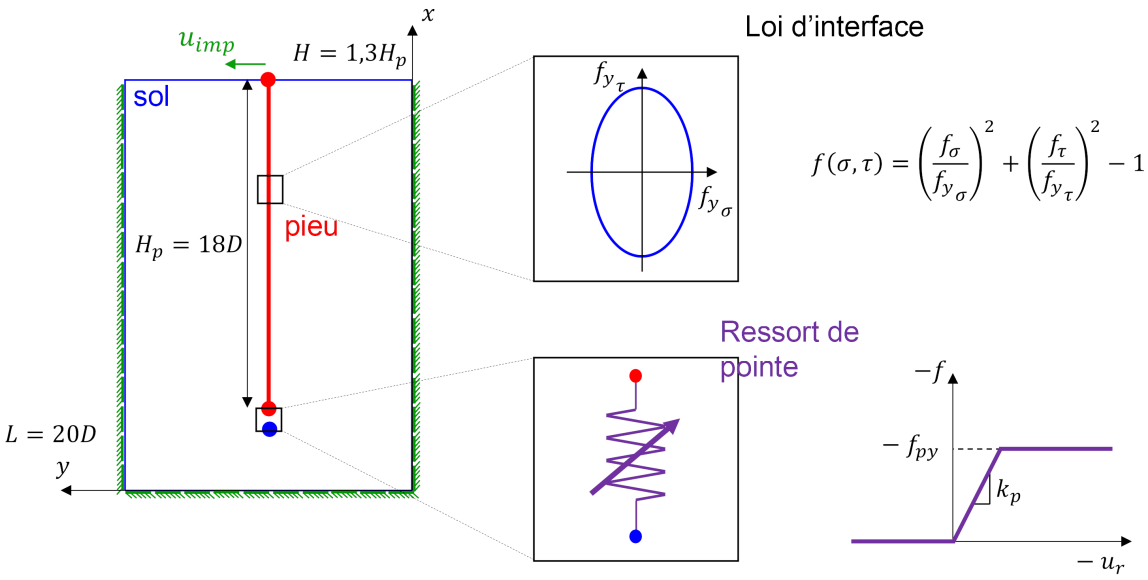


FIGURE A.4 – Représentation schématique du modèle

— "swipe test" : un déplacement vertical est imposé progressivement jusqu'à une valeur limite. Ensuite, cette valeur limite est maintenue constante pendant que le déplacement horizontal est progressivement augmenté à partir de 0.
— "fixed ratio" : un rapport entre déplacements verticaux et horizontaux imposés est fixé.

Dans le cas du test HM, on n'applique que le type de chargement "fixed ratio".

A.3 Analyse des résultats du cas test HV

A.3.1 Loi couplée

L'objectif des tests est de représenter la surface de rupture en variables généralisées en tête de pieu pour la loi d'interface donnée. Le balayage de la surface de charge est réalisé en chargeant la tête du pieu en déplacement horizontal et vertical. Soit H, V respectivement les efforts en tête du pieu dans la direction horizontale, verticale et M le moment hors-plan. Seul le plan H-V est donc balayé ici. Afin de balayer la surface, deux chargements sont considérés :

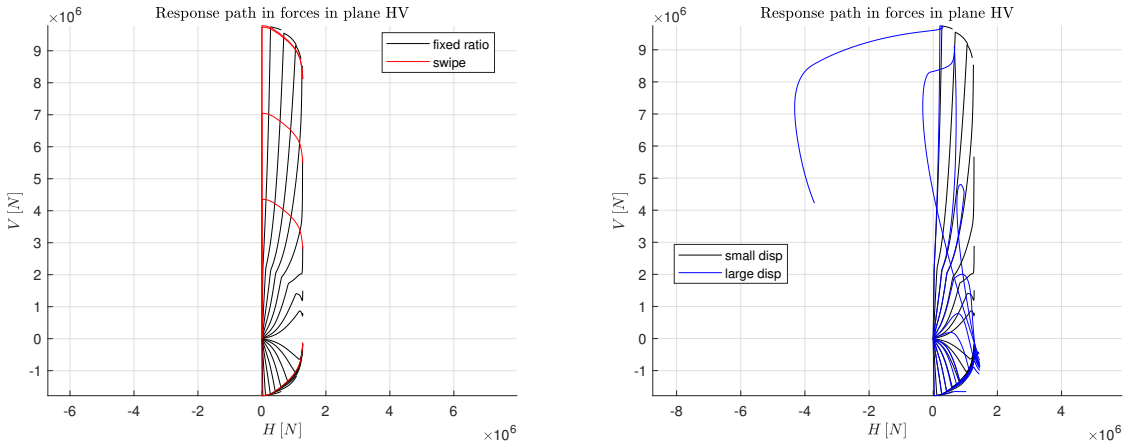
— swipe test : le déplacement est imposé progressivement dans une direction, puis maintenu constant tandis que sur l'autre direction il est d'abord maintenu nul puis progressivement augmenté
— fixed ratio test : Les déplacements dans les deux directions augmentent progressivement pour un ratio de déplacement entre les deux directions maintenu constant

La figure A.5a montre les trajets de réponse en efforts généralisés en tête de pieu pour les deux tests. Les deux tests tracent la même forme. La surface de rupture est donc unique et indépendante du trajet de chargement conformément à ce qu'observent les auteurs de la référence.

La figure A.5b montre l'influence des grands déplacements sur la réponse en efforts au fixed ratio test. Dans ce cas test les poutres employées dans l'élément biphasique sont enrichies afin de tenir compte des grands déplacements. Le cinématique du sol reste en petits déplacements.

On observe sur la figure qu'il n'existe plus de surface de charge en grands déplacements, à la différence du modèle de référence.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) swipe test vs fixed ratio test

(b) petits vs grands déplacements

FIGURE A.5 – Trajets de réponse en efforts dans le plan HV aux test de déplacement imposé avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée

Pour chaque test, les courbes force-déplacement en tête de pieu sont données en figure A.6. Sur les figures de gauche sont comparées le fixed ratio test et le swipe test, avec en haut l'effort horizontal en tête de pieu en fonction du déplacement dans la même direction et en bas l'effort vertical en fonction du déplacement vertical. Sur les figures de droite sont comparées les courbes effort-déplacement du fixed ration test en petits et grands déplacements. En grands déplacements que ceux-ci sont poussés loin (jusqu'à 3 m).

Détaillons le comportement du pieu en compression pour un ratio $u_{head}/v_{head} = 5$.

La figure A.7 montre l'état du système pour un déplacement imposé latéral de $u_{head} = 3\,m$ en tête de pieu. On observe que la déformée du système (au centre de la figure) dépasse très largement le domaine de validité du modèle et des déplacements réellement envisageables dans ce type de structure.

Une petite boucle peut s'observer sur la courbe de réponse en efforts. Elle est révélatrice d'une bifurcation du système. Le travail du second ordre peut être calculé à chaque pas de temps sur le système à partir de l'expression :

$$\Delta W_2 = \int_\Omega {}^t\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\dot{\boldsymbol{\sigma}} dV = \underbrace{\ldots}_{\text{discrétisation EF}} = {}^t d\boldsymbol{U} d\boldsymbol{F} \tag{A.10}$$

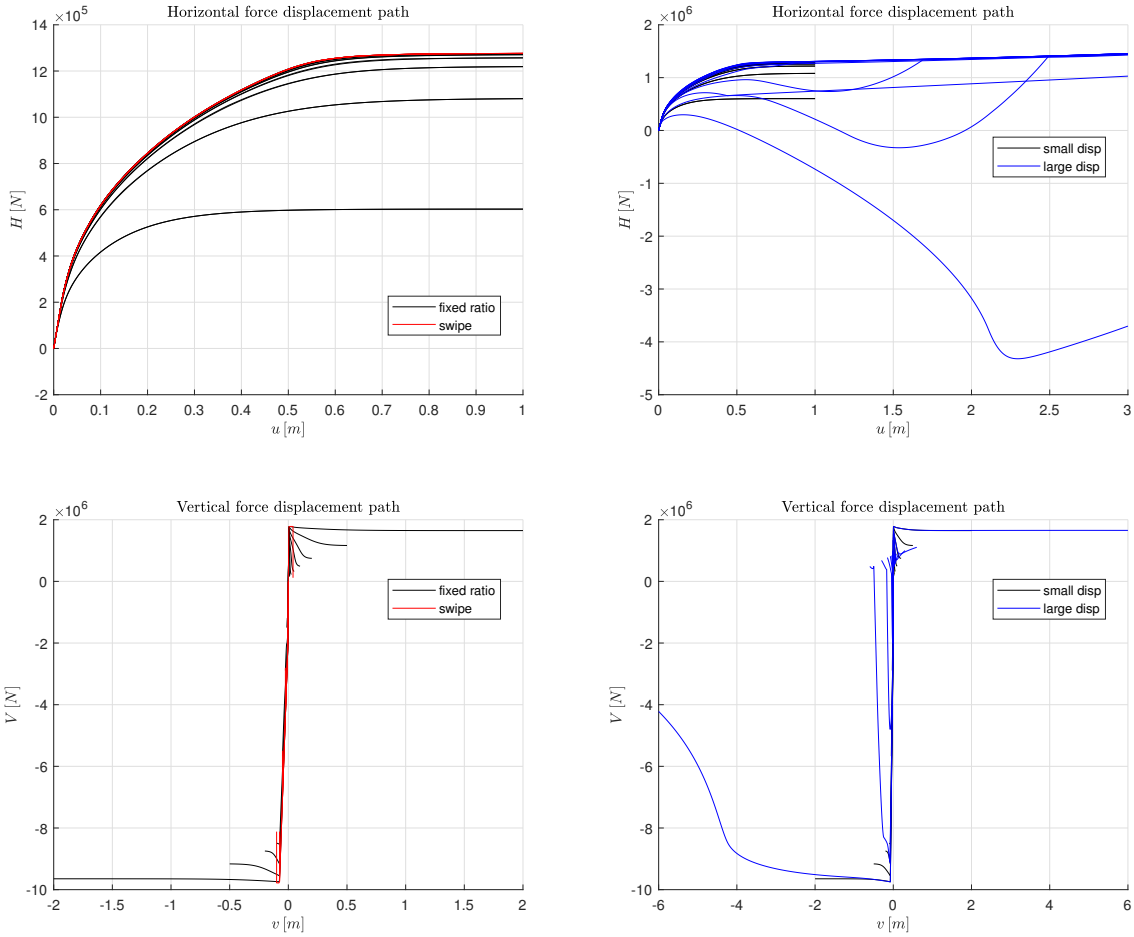
Le travail du second ordre est défini comme le produit du tenseur des incréments de contrainte avec le tenseur des incréments de déformation. La discrétisation élément fini permet de passer au produit des incréments de déplacements et forces nodaux globaux $d\boldsymbol{U}$ et $d\boldsymbol{F}$.

En principe le travail du second ordre est normalisé tel que :

$$\Delta W_{2n} = \frac{\int_\Omega {}^t\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\,\dot{\boldsymbol{\sigma}} dV}{\int_\Omega \| {}^t\dot{\boldsymbol{\epsilon}}\| \, \|\dot{\boldsymbol{\sigma}}\| dV} \tag{A.11}$$

Cette expression est indépendant du maillage, mais le dénominateur n'est pas toujours accessible en post-traitement. En statique, lorsque les forces de volume n'évoluent pas au cours du temps, il est équivalent de calculer le travail du second ordre uniquement sur les conditions limites puisqu'elles sont les seules forces externes et donc *a fortiori* les seules à pouvoir travailler. Prunier et al. (2016) propose de calculer l'expression du travail telle que :

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) swipe test vs fixed ratio test

(b) petits vs grands déplacements

FIGURE A.6 – Trajets de réponse force-déplacement en tête de pieu avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée

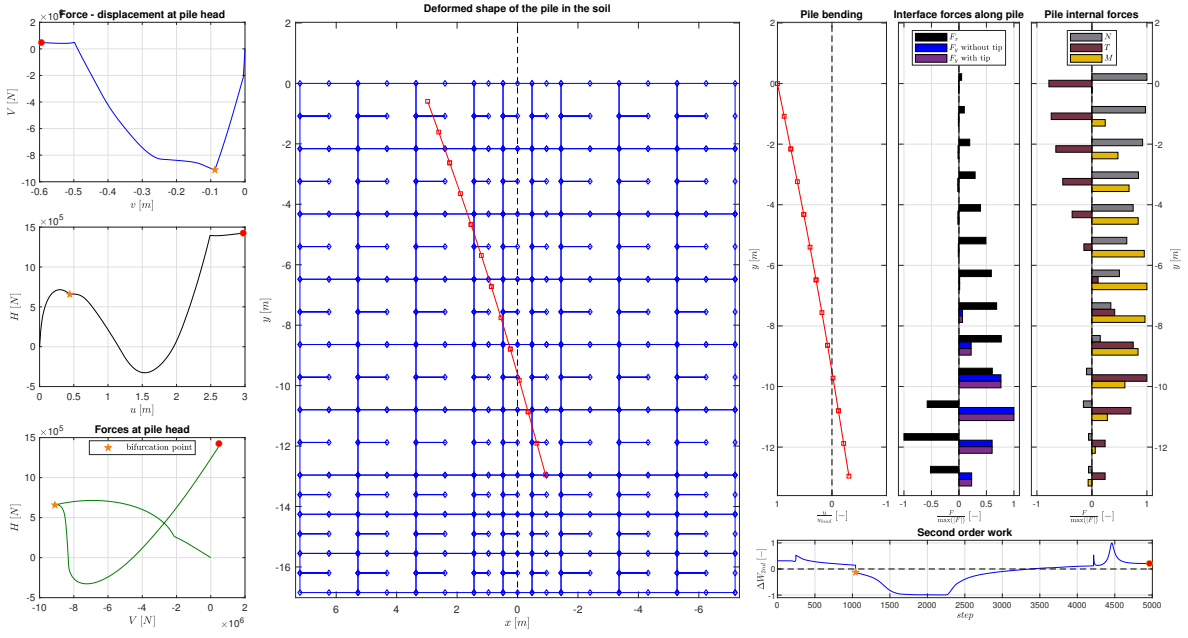


FIGURE A.7 – Déformée du système pour ratio $u_{head}/v_{head} = 5$ en $u_{head} = 3\,m$

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

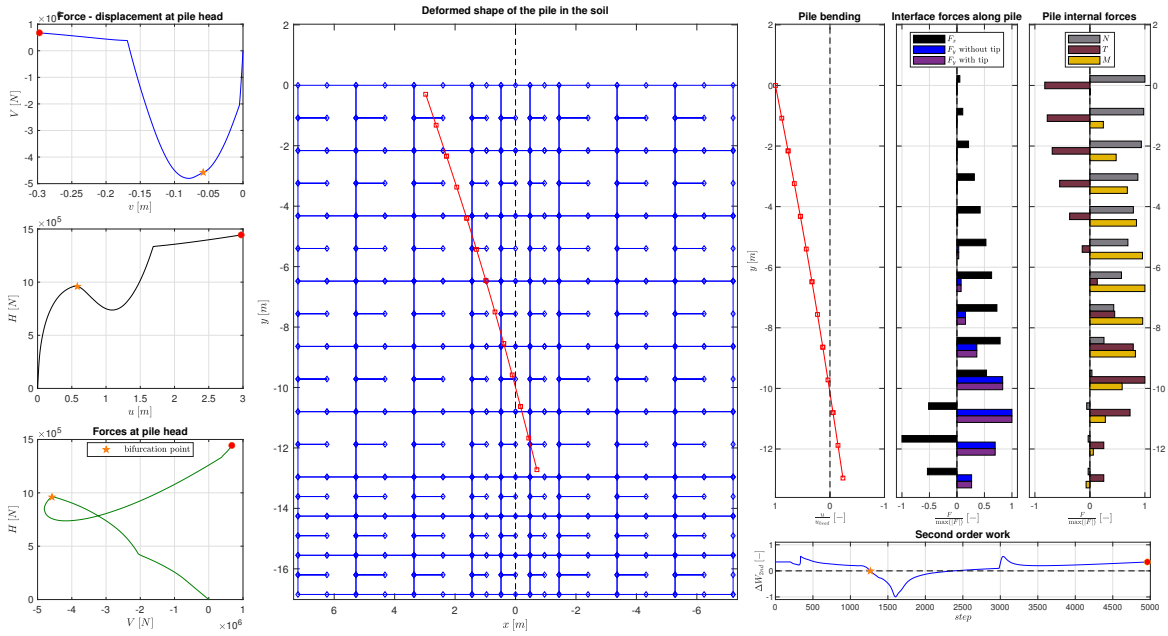


FIGURE A.8 – Déformée du système pour ratio $u_{head}/v_{head} = 10$ en $u_{head} = 3\,m$

$$\Delta W_{2n} = \frac{{}^{t}d\boldsymbol{U}d\boldsymbol{F}}{||\,{}^{t}d\boldsymbol{U}||\,||d\boldsymbol{F}||} \tag{A.12}$$

Elle permet de calculer le travail à partir de grandeurs mesurées uniquement, mais elle dépend du maillage. En principe, si les forces externes agissent de façon ponctuelle sur le maillage, le raffinement du maillage modifie l'intensité des efforts en chaque noeud (puisqu'il y localement divergence des contraintes) et modifie donc la normalisation. Dans le cas présent, les efforts externes sont appliqués sur un noeud d'élément de poutre. Il n'y a pas divergence locale des contraintes donc pas de modification de la normalisation.

Le travail du second ordre est représenté en bas à droite sur la figure A.7. Il s'annule. Cela signifie que plusieurs solutions sont possibles dans cet état. C'est un état instable. La solution obtenue dépend du chemin de chargement. Puisque la surface de rupture définit un domaine de stabilité, la trajet de réponse au-delà du point de bifurcation (marqué d'une étoile) est ignoré.

Remarquons par ailleurs qu'au delà de 2,5 m de déplacement horizontal (correspondant à 50 cm verticalement), l'effort vertical devient positif. Le pieu passe en traction du fait des grands déplacements. L'effort de pointe est nul : sur le diagramme de barres horizontales, à droite sur la figure A.7, les barres bleues et violettes sont confondues (" F_y without tip" et "F_y with tip").

En compression, pour un ratio $u_{head}/v_{head} = 10$, on observe sur la figure A.5b que la courbe réponse forme une boucle pour un déplacement horizontal entre 0,6 et 1,2 m, de façon similaire au cas précédent. Une valeur d'effort vertical maximal est atteinte tandis qu'après avoir augmenté, l'effort horizontal diminue pour réaugmenter ensuite. Le déformée du système est donnée pour $u_{head} = 3\,m$ en figure A.8. On peut supposer que cette limitation de l'effort vertical est liée à la remise en traction progressive du bas du pieu en raison de sa rotation.

En traction, pour un ratio $u_{head}/v_{head} = 20$, on observe sur la figure A.5b trois phases de comportement distinctes. La première phase montre une influence des grands déplacements sur la courbe réponse par rapport à la courbe en petits déplacements. Sur la seconde phase, la courbe épouse la surface de rupture en petits déplacements, liée à la surface de rupture couplée de l'interface. La troisième phase s'observe après le second coude sur la courbe réponse. Les

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

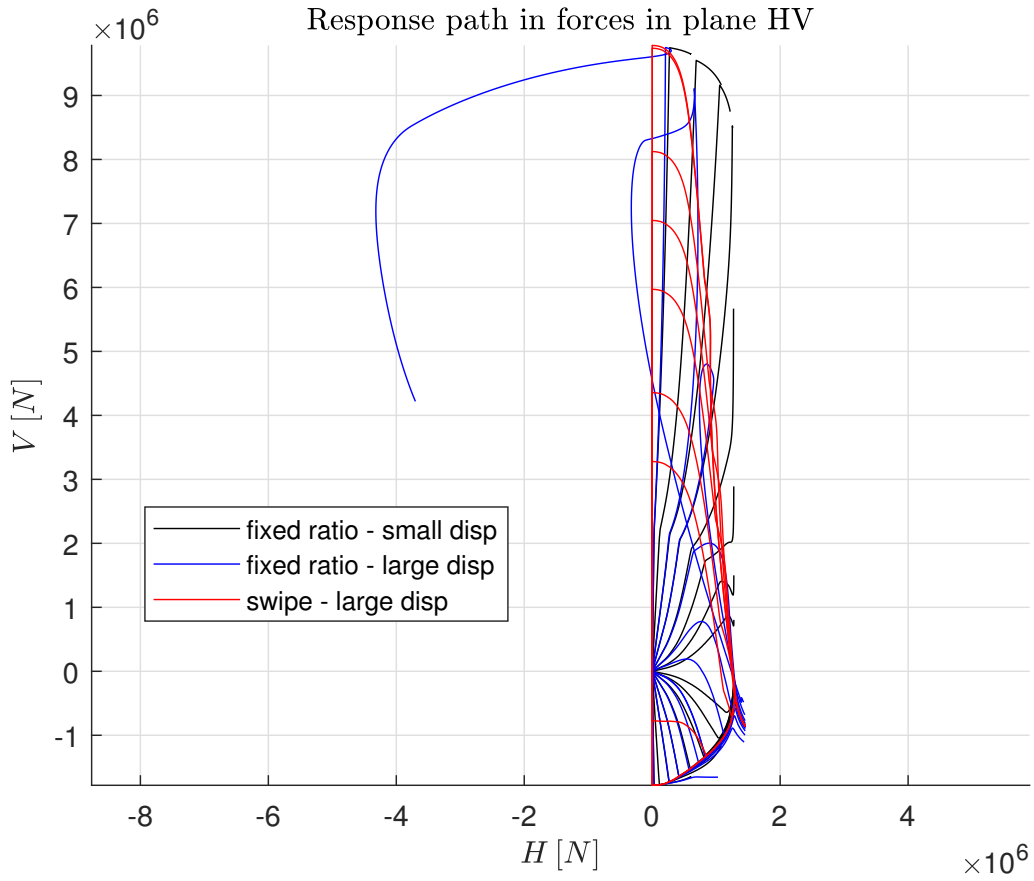


FIGURE A.9 – Trajets de réponse en efforts dans le plan HV aux tests de déplacement imposé avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée

grands déplacements deviennent prépondérant devant le comportement de l'interface. La courbe n'atteint pas de surface de rupture.

Sur la figure A.10 sont représentées les courbes réponses des tests à rapports de déplacement constant (fixed ratio) en petits et grands déplacements, ainsi que les courbes réponses des tests de balayage (swipe) en grands déplacements. On remarque que les tests en grands déplacements tracent tous les deux des domaines rétrécis en compression par rapport aux petits déplacements. Par ailleurs les deux tests semblent dessiner des limites assez proches, si on ignore les trajets après bifurcation.

Comparons les résultats à ceux de la référence (Li, 2014).

Les courbes réponse en efforts en grands déplacement (courbes bleues) pour des ratios u_{head}/v_{head} importants, semblent bien reproduire les courbes de Li avant la bifurcation.

Ensuite, précisons que le calcul de référence est poussé jusqu'à divergence du modèle. Dans notre modèle, il n'y a pas divergence, le calcul s'arrête pour un déplacement donné. Peut-être que dans le modèle de référence, la divergence est atteinte aux lieux où sur la réponse en efforts généralisés provenant du modèle biphasique, une bifurcation ou un coude est observée. En effet, aucune boucle, telle qu'observée en compression pour un ratio $u_{head}/v_{head} = 10$ dans le modèle biphasique, n'est visible sur les courbes de référence. Le calcul diverge donc peut-être avant bifurcation. Les courbes du modèle biphasique ont été obtenues à partir d'une formulation corotationnelle très robuste et un nombre de pas important : entre 4000 et 10000 pas, ce qui pourrait expliquer la convergence du modèle là où le calcul de référence échoue.

Enfin, il semblerait que les grands déplacements soient donc à l'origine de la diminution de

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

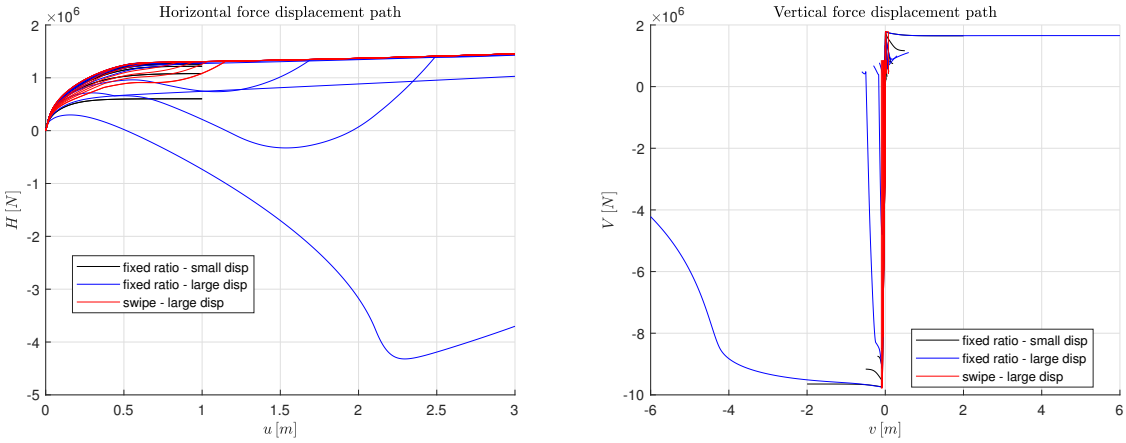


FIGURE A.10 – Trajets de réponse force-déplacement en tête de pieu avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface couplée

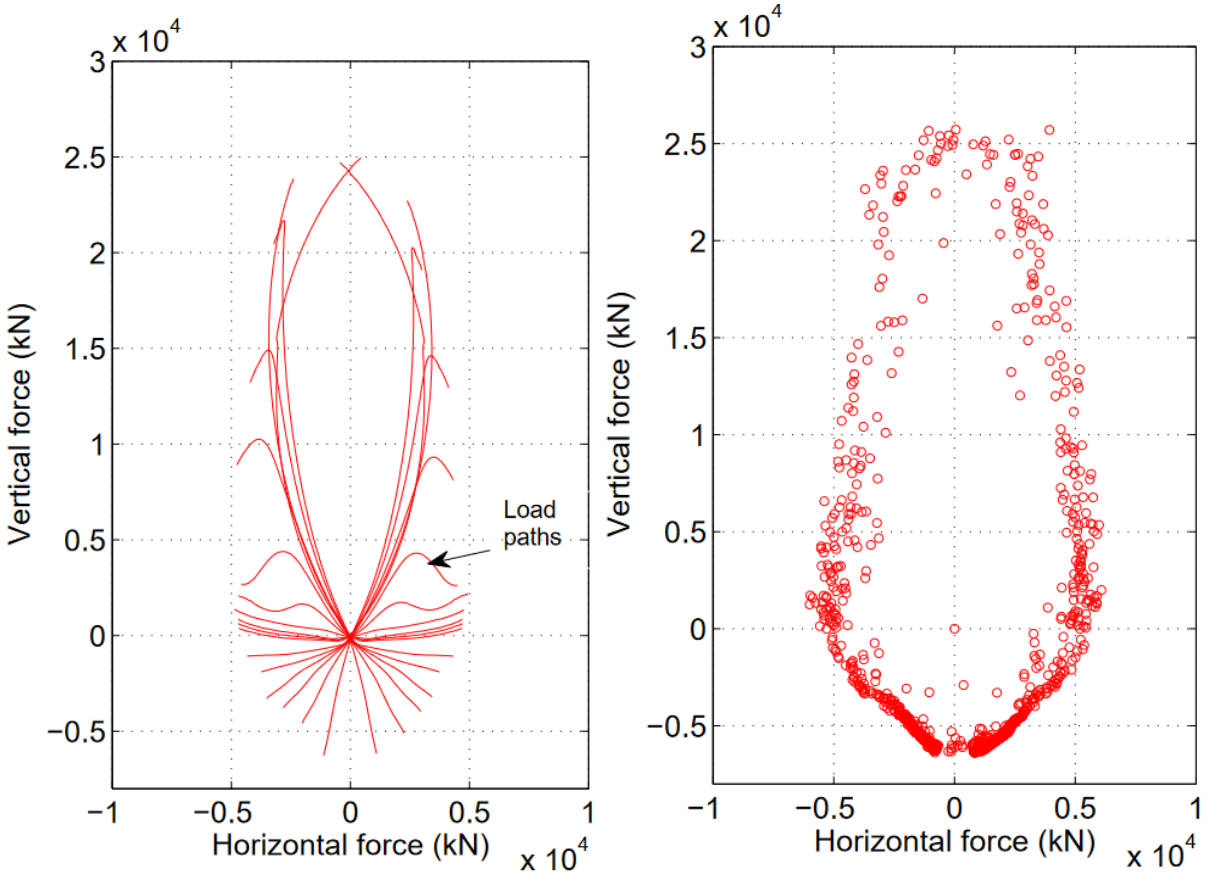


FIGURE A.11 – A gauche, quelques trajets de réponse en efforts en tête de pieu de la modélisation de référence. A droite, le point de rupture de chacun des trajets (Li, 2014)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

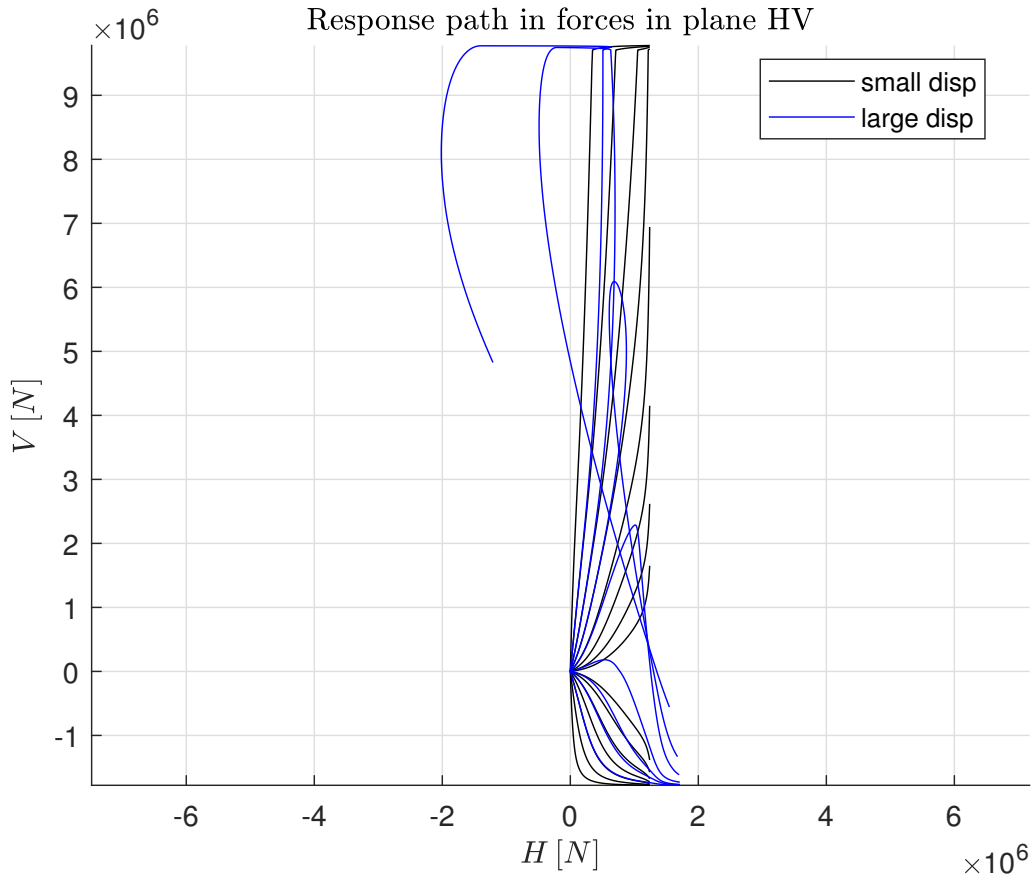


FIGURE A.12 – Trajets de réponse en efforts dans le plan HV aux tests de déplacement imposé avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface découplée

la capacité latérale avec l'augmentation de l'effort de compression sur le pieu.

A.3.2 Loi découplée

Les trajets de réponse en efforts généralisés en tête de pieu ne font pas apparaître de couplage en petits déplacements sur la figure A.12. Cela est très bien visible sur les courbes force-déplacement en figure A.13. Elles sont en effet toutes confondues en petits déplacements.

Remarque : La convergence est plus difficile qu'avec la loi d'interface couplée précédente. Régulièrement autour de 30 itérations sont nécessaires à l'échelle globale, contre 5-6 au maximum pour la loi couplée. En grands déplacements, l'augmentation des temps de calcul en est accentuée.

La figure A.12 ne fait pas apparaître de couplage en traction grands déplacements. En revanche, en compression, le couplage semblerait apparaître.

Cela semble indiquer qu'il y a effectivement bien un couplage à l'interface dans le modèle de référence. Ce couplage se réalise probablement via la loi hypoplastique de sol sollicitée par frottement de Coulomb à l'interface. Cela semble également confirmer que la diminution de la capacité horizontale avec l'augmentation de l'effort vertical sur la surface de rupture en compression est plutôt liée aux grands déplacements.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

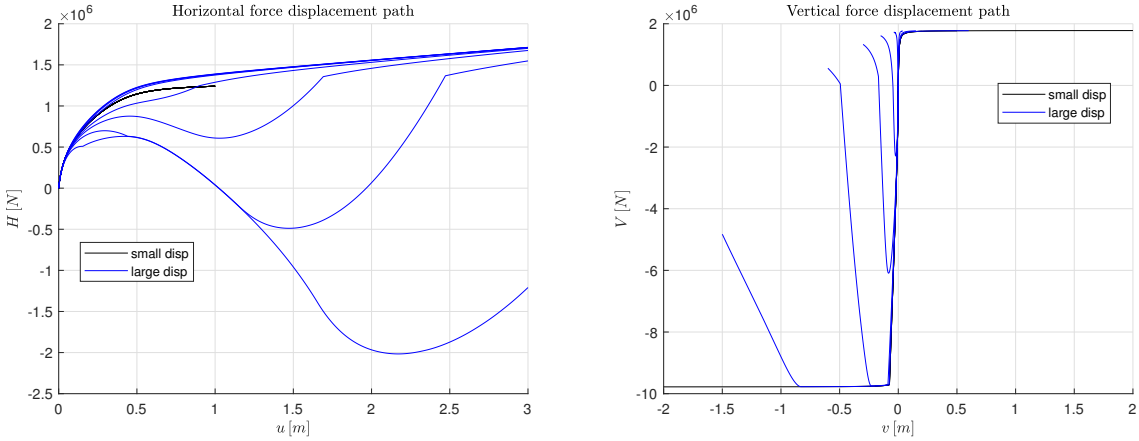


FIGURE A.13 – Trajets de réponse force-déplacement en tête de pieu avec et sans grands déplacements pour la loi d'interface découplée

A.4 Analyse des résultats du cas test HM

A.4.1 Loi couplée

La figure A.14 montre les trajets de réponse en efforts généralisés en tête de pieu pour le fixed ratio test en petit déplacements pour différentes valeurs d'efforts appliquées.

Les trajets de chargemet et points de rupture obtenus dans la référence sont donnés en figure A.15 pour comparaison.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

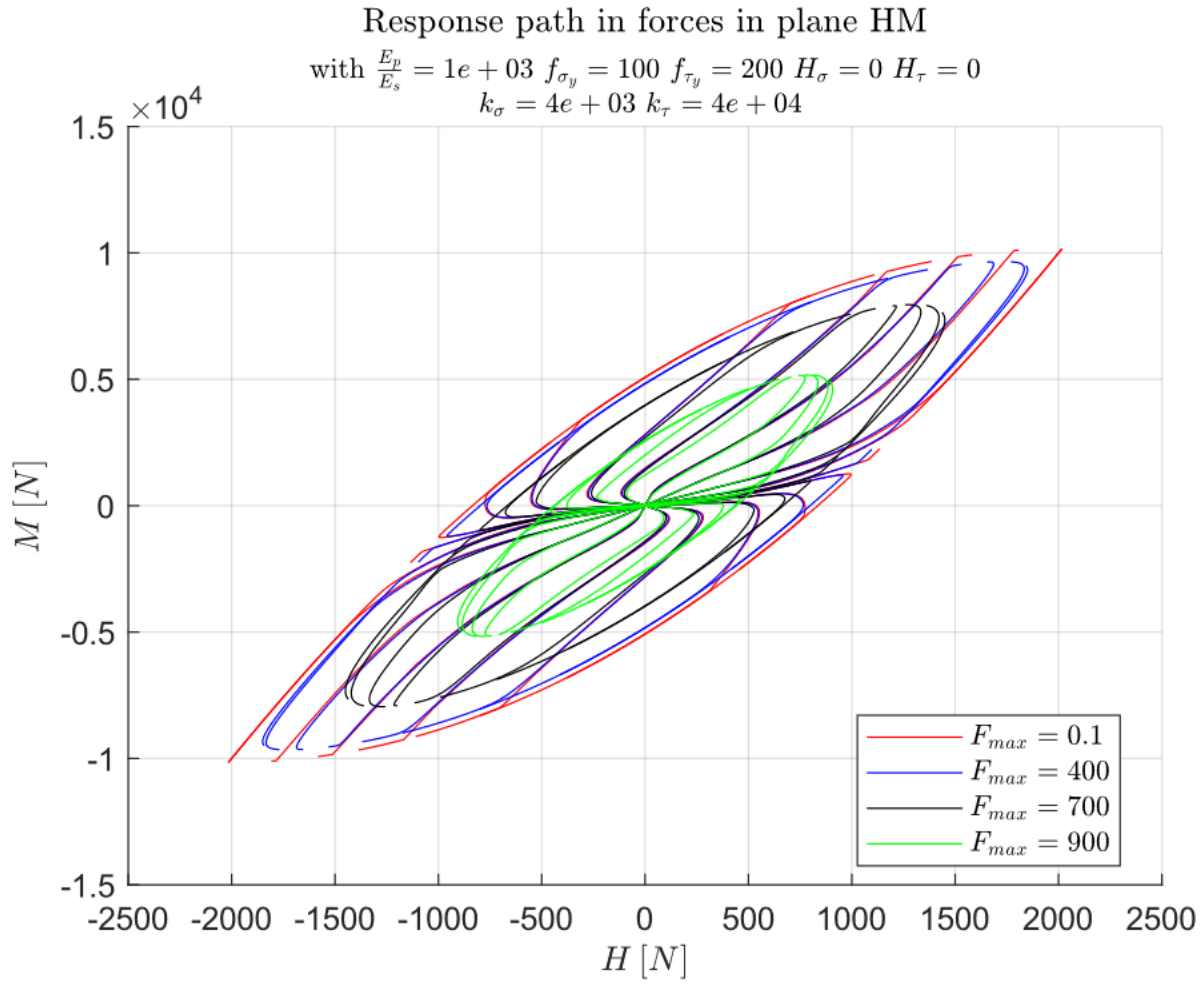


FIGURE A.14 – Trajets de réponse en efforts dans le plan HM au test de déplacement imposé en petits déplacements pour la loi d'interface couplée

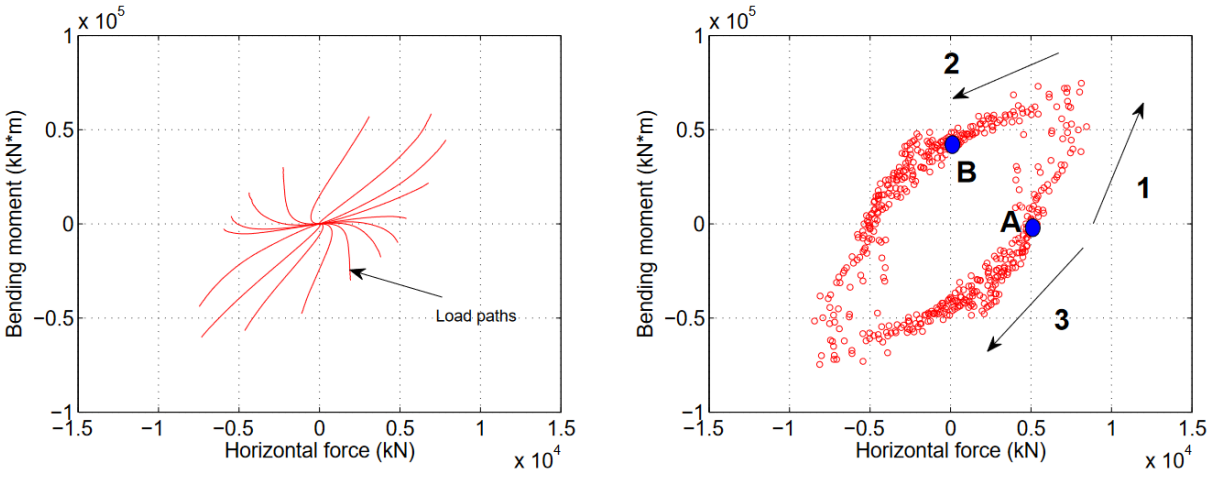


FIGURE A.15 – A gauche, quelques trajets réponse en effort et moment en tête de pieu de la modélisation de référence. A droite, le point de rupture de chacun des trajets (Li, 2014)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

A.5 Conclusion

Dans ce cas test, la surface de charge en efforts généralisés en tête de pieu est tracée dans le le plan des efforts horizontaux et verticaux, ainsi que dans le plan de l'effort horizontal et du moment hors-plan.

Les cas tests menés avec l'élément biphasique semblent indiquer qu'il y a effectivement bien un couplage à l'interface dans le modèle de référence. Ce couplage se réalise probablement via la loi hypoplastique de sol sollicitée par frottement de Coulomb à l'interface.

La comparaison de cas tests en petits déplacements et grands déplacements (sur la poutre) semble également confirmer que la diminution de la capacité horizontale avec l'augmentation de l'effort vertical sur la surface de rupture en compression est liée aux grands déplacements, et non au couplage à l'interface.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Annexe B

Vérifications multi-fibres

L'objet de ce document est de valider l'implémentation du comportement multifibre du pieu dans les éléments biphasiques HE8PM et H20PM.

B.1 Présentation du cas test

B.1.1 Modèle

Le comportement modélisé est celui d'une poutre en console de $L = 3\ m$ de section $0.04 * 0.02\ m^2$. La poutre est orientée suivant l'axe X (voir figure B.1).

La longueur de la poutre est discrétisée en $n_{el} = 6$ éléments.

La section est discrétisée en $n_Y = 8$ fibres sur la direction Y et $n_Z = 4$ fibres sur Z pour un total de $n = 32$ fibres. La numérotation des fibres est donnée en figure B.2.

Ci-après sont données les valeurs affectées à la section :

— $A_Y = 1.191790$ et $A_Z = 1.172840$: coefficients de cisaillement proches de $5/6$ (section rectangulaire)

— $E_Y = E_Z = 0\ m$: excentrements du centre de torsion

— $J_X = 7.093682.10^{-8}\ m^4$: constante de torsion

— $J_G = 1.438125.10^{-12}\ m^6$: constante de gauchissement

Dans les éléments multifibres Code_Aster, l'intégration à l'échelle de la section se fait de façon discrète par sommation non-pondérée des contributions de chaque fibre. L'intégration n'est donc pas exacte. Mais plus il y a de fibres, plus elle s'approche de la solution exacte.

Dans le cas de la discrétisation adoptée, les moments quadratiques obtenus valent :

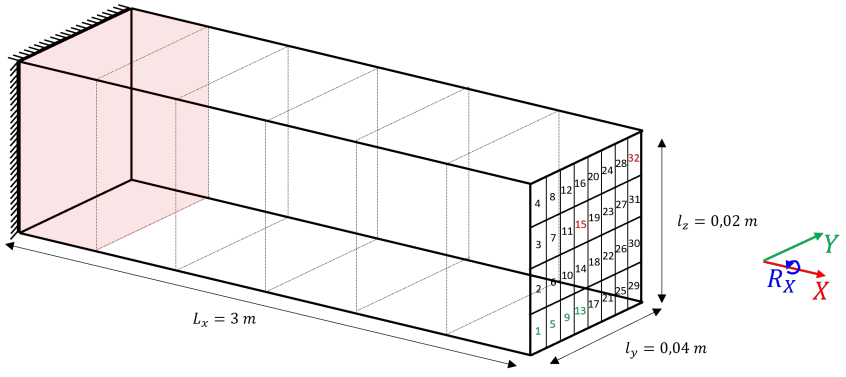


FIGURE B.1 – Représentation de la poutre et de la discrétisation de la section

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

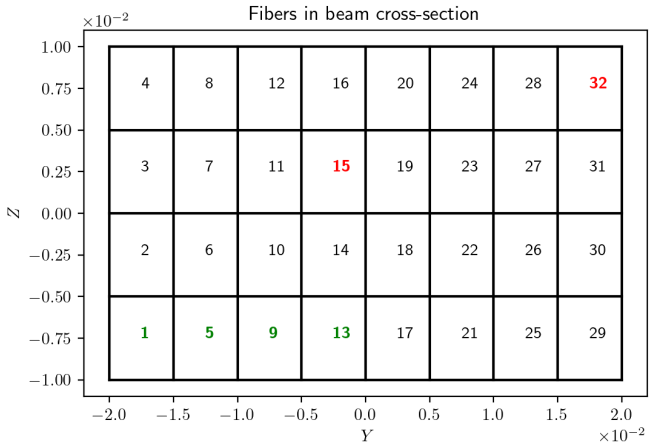


FIGURE B.2 – Numérotation des fibres dans la section

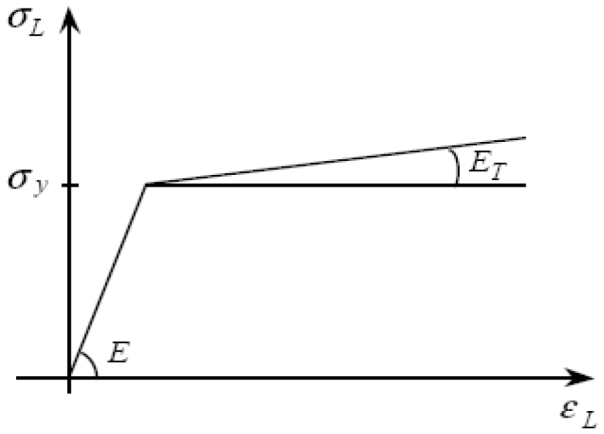


FIGURE B.3 – Courbe contrainte-déformation de la fibre [Ref. Code_Aster R5.03.02 révision 0c2719e53d97]

— $I_{p,Y} = 2,5.10^{-8}\ m^4$
— $I_{p,Z} = 1,05.10^{-7}\ m^4$

Les propriétés de la section sont issues du cas test *SSNL122* de Code_Aster.

La loi de comportement attribuée aux fibres de la poutre est VMIS_ISOT_LINE. C'est un écrouissage isotrope linéaire 1D. Les propriétés de la loi sont :

— module d'Young élastique : $E = 2,1.10^{11}\ Pa$
— pente de l'écrouissage : $E_T = 1,0.10^{8}\ Pa$
— limite d'élasticité : $\sigma_y = 400.10^{6}\ Pa$

La figure B.3 illustre la signification des paramètres sur la courbe contrainte-déformation de la fibre.

B.1.2 Chargement

Trois directions de chargement sont investiguées : X (traction), Y (flexion) et RX (torsion).

La poutre est chargée en déplacement en bout, à l'opposé de l'encastrement. Le chargement est appliqué progressivement de 0 à u_{max} puis diminué jusqu'à 0. Le cycle de chargement est ensuite appliqué dans la direction opposée jusqu'à $-u_{max}$. La discrétisation temporelle est de 16 pas de temps.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

La valeur u_{max} est donnée pour les différentes directions de chargement dans la tableau B.1.

Chargement	u_{max} (SI)	nbre de pas
X	8.10^{-3}	16
Y	0.5	16
RX	8.10^{-3}	16

TABLEAU B.1 – Chargement suivant la direction

Pour chaque cas test, trois modélisations sont comparées : HE8PM, H20PM et une référence Code_Aster. Les deux premières correspondent à l'élément biphasique multifibre, respectivement linéaire et quadratique. La dernière est calculée à partir d'un modèle POU_D_TGM ayant servi de modèle pour l'élément biphasique multifibre.

Remarque : Pour les modélisations biphasiques, les déplacements du sol sont bloqués et les raideurs d'interface sont nulles afin de comparer uniquement le comportement de la partie poutre.

B.2 Analyse des résultats du cas test de traction selon X

La courbe effort-déplacement en bout de poutre (point de chargement) est donnée en figure B.4.

Toutes les courbes se superposent parfaitement.

Sont données ci-après en figure B.5 les courbes contrainte-déformation au premier point de Gauss de l'élément le plus proche de l'encastrement pour les fibres n° 15 et 32 (voir figure B.2).

Les deux fibres présentent exactement le même comportement. Elles atteignent leur limite d'élasticité. Les courbes des différents modèles se superposent.

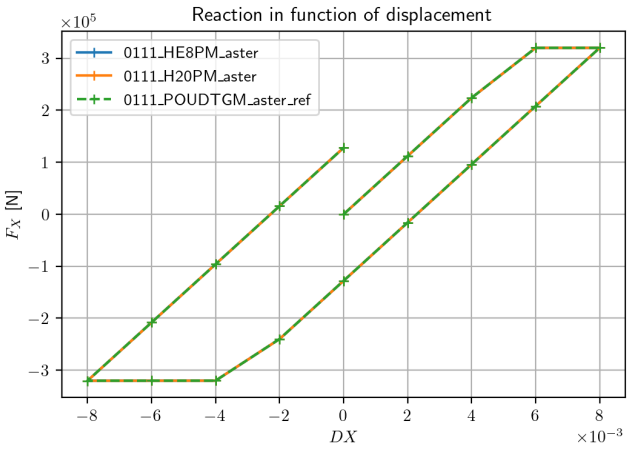
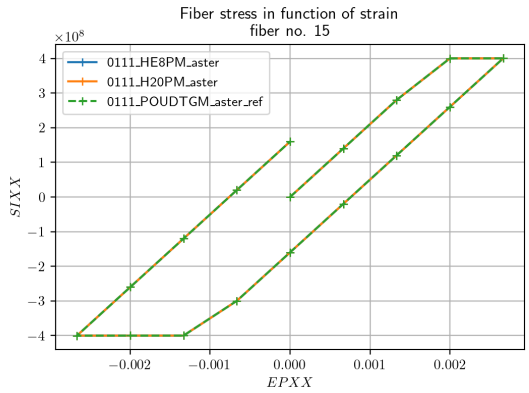
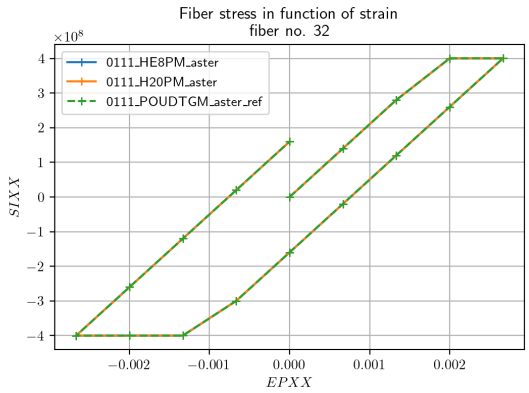


FIGURE B.4 – Courbe effort-déplacement en bout de poutre

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



(a) fibre no. 15



(b) fibre no. 32

FIGURE B.5 – Contrainte-déformation au premier point de Gauss de l'élément le plus proche de l'encastrement

B.3 Analyse des résultats du cas test de flexion selon Y

La courbe effort-déplacement en bout de poutre (point de chargement) est donnée en figure B.6.

Toutes les courbes se superposent parfaitement.

Sont données ci-après en figure B.7 les courbes contrainte-déformation au premier point de Gauss de l'élément le plus proche de l'encastrement pour les fibres n° 1, 5, 9 et 13. Ces fibres sont réparties perpendiculairement à l'axe de flexion Z (voir figure B.2).

Les fibres n°1 et 5 présentent le plus de déformation. Elles atteignent la limite d'élasticité. Les fibres n°9 et 13, plus proches de la fibre neutre, restent élastiques linéaires.

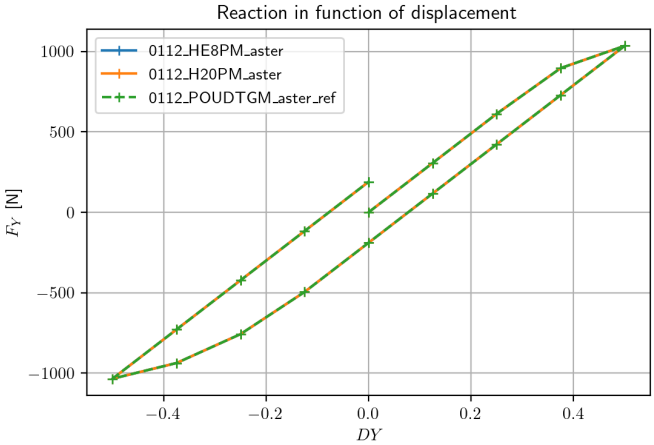
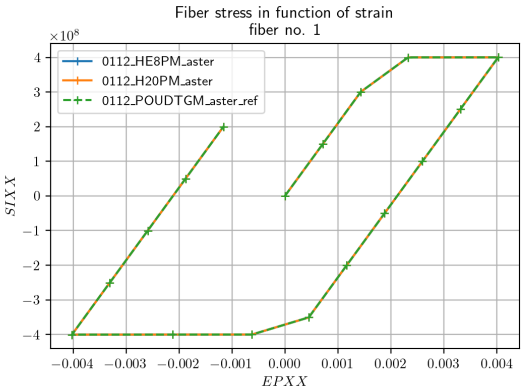
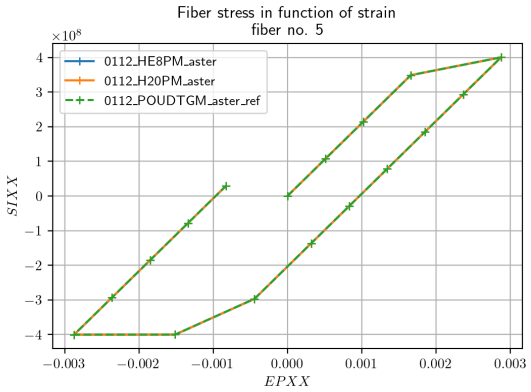


FIGURE B.6 – Courbe effort-déplacement en bout de poutre

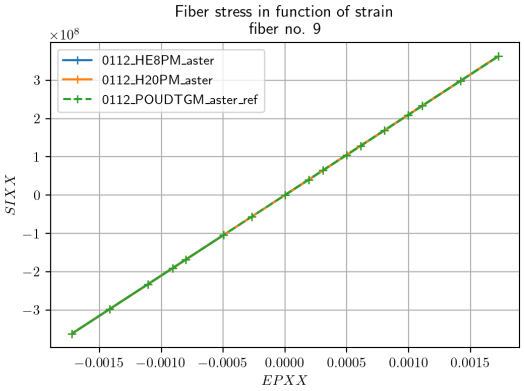
Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés



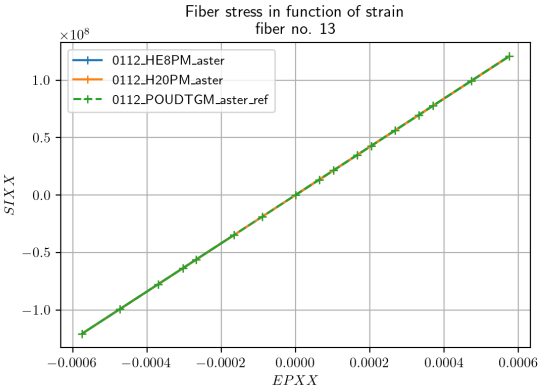
(a) fibre no. 1



(b) fibre no. 5



(c) fibre no. 9



(d) fibre no. 13

FIGURE B.7 – Contrainte-déformation au premier point de Gauss de l'élément le plus proche de l'encastrement

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

B.4 Analyse des résultats du cas test de torsion selon RX

La courbe effort-déplacement en bout de poutre (point de chargement) est donnée en figure B.8.

Toutes les courbes se superposent parfaitement.

Le comportement en torsion est linéaire élastique tel que prévu sur cet élément.

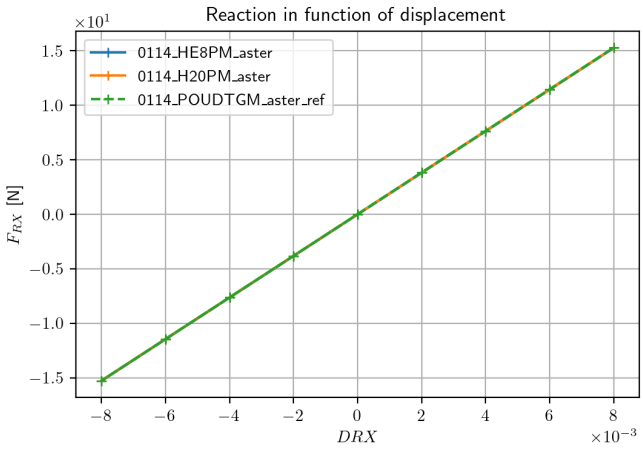


FIGURE B.8 – Courbe effort-déplacement en bout de poutre

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

B.5 Conclusion

L'implémentation des éléments biphasiques multifibres linéaires et quadratiques est validée.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Annexe C

Intégration numérique des éléments finis

L'objet de cette partie est de donner un aperçu des stratégies d'intégration numérique dans le domaine des éléments finis (EF) et des problèmes associés. Nous verrons qu'ils ont leur importance dans le comportement en flexion de l'élément biphasique.

C.0.1 Intégration numérique exacte

Dans la méthode des EF, nous recourons souvent à l'intégration numérique, c'est-à-dire discrète.

Cette intégration se fait généralement à l'aide de la quadrature de Gauss. La fonction (matrices élémentaires de raideur ou de masse) que nous cherchons à intégrer est évaluée en un certain nombre de points particuliers. Nous sommons ces termes en leur appliquant des poids propres. La somme donne la valeur de l'intégrale de la fonction sur le domaine considéré. Cette valeur est exacte si le nombre de points (appelés points de Gauss) en lesquels est évaluée la fonction sont suffisants.

Dans le domaine des EF, l'intégration exacte des matrices garantit la stabilité et la convergence vers la solution exacte (Liu et al., 1994).

L'intégration exacte pouvant nécessiter un nombre important de points d'intégration, et de surcroît si l'élément est d'ordre supérieur, l'intégration exacte, coûteuse en temps de calcul, peut apparaître prohibitive notamment en plasticité (Liu et al., 1985). Par ailleurs, l'intégration exacte amène dans certains cas à une matrice de rigidité plus raide que théoriquement attendu. C'est notamment le cas des éléments linéaires QUA4 (2D) et HEXA8 (3D). Ceux-ci subissent un blocage en cisaillement ("shear locking") lorsqu'ils sont soumis à un effort de flexion (Belytschko and Bindeman, 1991). En effet, ces éléments linéaires ne possédant des noeuds qu'aux sommets ne peuvent prendre une déformée courbe. Des contraintes de cisaillement apparaissent dans l'élément, là où la théorie prévoit qu'elles sont nulles. L'élément est bloqué sur un mode de cisaillement.

Pour contourner ce problème, on peut employer des éléments d'ordre supérieur, quadratiques par exemple, tels que le QUA8 et le QUA9 (2D) ou les HEXA20 et HEXA27 (3D). Toutefois, ces éléments présentent également un certain type de blocage lorsqu'ils sont intégrés exactement. Ce blocage apparaît en présence d'un matériau incompressible ou quasiment incompressible ($\nu \approx 0.5$). C'est ce qu'on appelle un blocage volumique ("volumetric locking"). L'explication suivante est donnée dans (Bathe, 1996). Dans les éléments formulés entièrement en déplacement, la déformation volumique est calculée à partir des dérivées des

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

déplacements, qui ne sont pas aussi bien prédits que les déplacements. Pour les matériaux quasiment incompressibles, tout écart dans la déformation volumique induit un écart important sur les contraintes, qui en retour affectent la prédiction du déplacement.

Par ailleurs, on peut prouver que les éléments intégrés de façon exacte minimisent toujours l'énergie de déformation par rapport à la solution exacte (Bathe, 1996). C'est pour cela qu'on dit d'eux qu'ils sont "trop raides", car ils approchent la solution exacte par le bas en terme de déplacement et d'énergie de déformation. Néanmoins, l'élément convergera vers la solution exacte.

Pour remédier à ces défauts, on peut employer la sous-intégration.

C.1 Sous-intégration numérique

C.1.1 Selective Reduced Integration (SRI)

Historiquement, les premières formes de sous-intégration développées sont (Liu et al., 1985) :

— l'intégration réduite sélective ("Selective Reduced Integration" (SRI))
— la "mean dilatation formulation"
— les éléments hybrides

L'intégration réduite sélective réalise une intégration exacte sur certains termes de la matrice et une intégration réduite sur une sélection d'autres termes, justement afin d'éviter le blocage en cisaillement (raideur excessive)("shear locking") (Belytschko and Bachrach, 1986). Différentes formulations existent et certaines permettent également de s'affranchir du blocage dû à la quasi-incompressibilité des matériaux ("volumetric locking") (Belytschko and Bachrach, 1986). D'autres ont le désavantage de présenter des modes de déformation nulle (voir plus bas) en raison de la sous-intégration de l'énergie de cisaillement (Liu et al., 1985).

L'inconvénient majeur de cette technique est son coût de calcul élevé, supérieur à celui de l'intégration exacte (Liu et al., 1985, 1994), même si en contrepartie elle permet de s'affranchir des problèmes de blocage.

D'après (Liu et al., 1985), les éléments hybrides et mixtes (formulation en déplacement et contraintes (Bathe, 1996)) présentent essentiellement les mêmes défauts que la SRI et un coût de calcul encore plus élevé.

Toujours d'après (Liu et al., 1985), ces raisons ont amené nombre de chercheurs à proposer des techniques d'intégration réduite uniforme (URI).

C.1.2 Intégration réduite uniforme (URI)

C.1.2.1 Effet sablier

Cet élément ne contient qu'un unique point d'intégration. Cette sous-intégration drastique n'est pas sans conséquences.

Les considérations qui suivent valent dans tous les cas de figure de sous-intégration uniforme et pas seulement dans le cas d'un unique point d'intégration.

Il faut être vigilant de sorte que la sous-intégration ne réduise pas le rang de la matrice élémentaire, auquel cas celle-ci gagne 1 (ou plus) valeurs propres nulles venant s'ajouter à celles des modes de corps rigide. Sous certaines conditions limites, la matrice globale est alors également singulière (Bofang and Jianbo, 1989). Dans d'autres, le maillage d'éléments est suffisamment dense pour que la matrice ne soit plus singulière mais les résultats présentent des modes

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

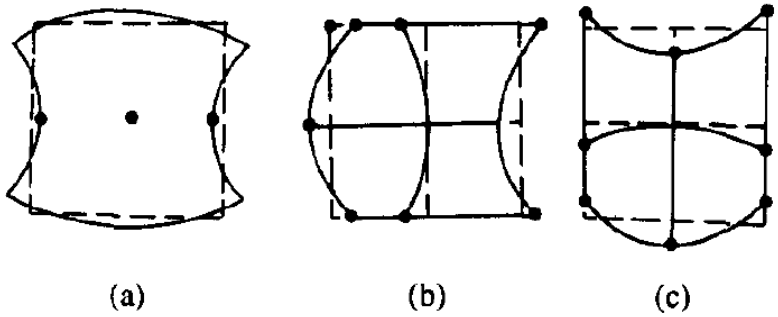


FIGURE C.1 – Modes de déformation à énergie nulle des éléments QUA8 et QUA9 (figure issue de (Fan and Song, 1992))

de déformation à énergie nulle qui polluent le résultat (Bathe, 1996; Cook and Zhao-Hua, 1982; Sauer, 1999).

Ceci est vrai même pour les modes incompatibles dont on a longtemps considéré qu'ils ne posaient pas de problème parce qu'ils ne peuvent se transmettre d'un élément à l'autre. (Fan and Song, 1992) montre en effet que s'il y a des contrastes important de rigidité des éléments, ce mode incompatible peut néanmoins se manifester. La figure C.1 présente l'unique mode de déformation à énergie nulle (et incompatible) de l'élément QUA8 (a) et les 3 modes de l'élément QUA9 (1 incompatible, 2 compatibles) pour une intégration réduite 2x2 au lieu de l'intégration exacte 3x3.

L'effet engendré par les modes de déformation à énergie nulle ("spurious modes") sur la déformée est qualifié d'effet sablier ("hourglassing effect").

Différentes techniques ont été développées pour prévenir ces modes de déformation.

C.1.2.2 "Assumed Strain Method" (ASM)

(Belytschko et al., 1984; Liu et al., 1985, 1994) présentent les développements historiques autour du contrôle de l'effet hourglass.

Les premières techniques s'appuyaient sur un ajout de viscosité artificielle, ce qui n'est pas suffisant pour empêcher le développement de l'effet hourglass (Belytschko et al., 1984) et perturbe les mouvements de corps rigide (Flanagan and Belytschko, 1981). Citons également la technique des déplacements incompatibles de Wilson, adaptée pour la flexion de poutres et les matériaux incompressibles (Wilson et al., 1973). Cette méthode nécessite une condensation statique, ce qui réduit ses performances pour les problèmes non-linéaires (Belytschko and Bindeman, 1993).

D'après (Belytschko et al., 1984), par la suite les recherches ont porté sur le développement de techniques garantissant que les contraintes et déformations généralisées de l'hourglass ne soient mobilisées par le mouvement de corps rigide (Belytschko and Bindeman, 1991). Cela implique que l'opérateur de l'hourglass respecte une condition d'orthogonalité par rapport aux modes de corps rigide de l'élément.

Parmi celles-ci la "perturbation hourglass control method", proposée par Flanagan et Belytschko (Flanagan and Belytschko, 1981), fait partie des méthodes les plus populaires et est incluse dans de nombreux codes EF (notamment LS-DYNA) (Joldes et al., 2008). Elle nécessite le calage d'un paramètre de stabilisation (Belytschko and Bindeman, 1993; Liu et al., 1994). Tandis que les premiers éléments développés à partir de cette technique présentaient du volumetric locking, ceci a pu être dépassé par la suite (Belytschko and Bachrach, 1986; Belytschko and Bindeman, 1991).

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Plus tard l'ASM ("Assumed Strain Method") a permis de se débarasser de la nécessité du choix d'un paramètre de stabilisation (Belytschko and Bindeman, 1993). Elle est développée à partir d'une version simplifiée (Simo-Hughes) du principe variationnel de Hu-Washizu (Belytschko and Bindeman, 1991). Cette technique traite à la fois les problèmes de blocage en cisaillement et blocage volumique. Elle est adaptée pour des maillages grossiers et très performante en flexion élastique (Belytschko and Bindeman, 1993). Par ailleurs elle est relativement robuste par rapport aux distorsions, à condition qu'elles restent raisonnablement faibles (Belytschko and Bindeman, 1993). D'après ses auteurs (Belytschko and Bindeman, 1993), cette technique est plus performante que la perturbation control method. Pour une explication détaillée de l'élément ASM, nous référons le lecteur à la note référence Code_aster R03.06.11.

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

Annexe D

Organigramme des acteurs de la thèse

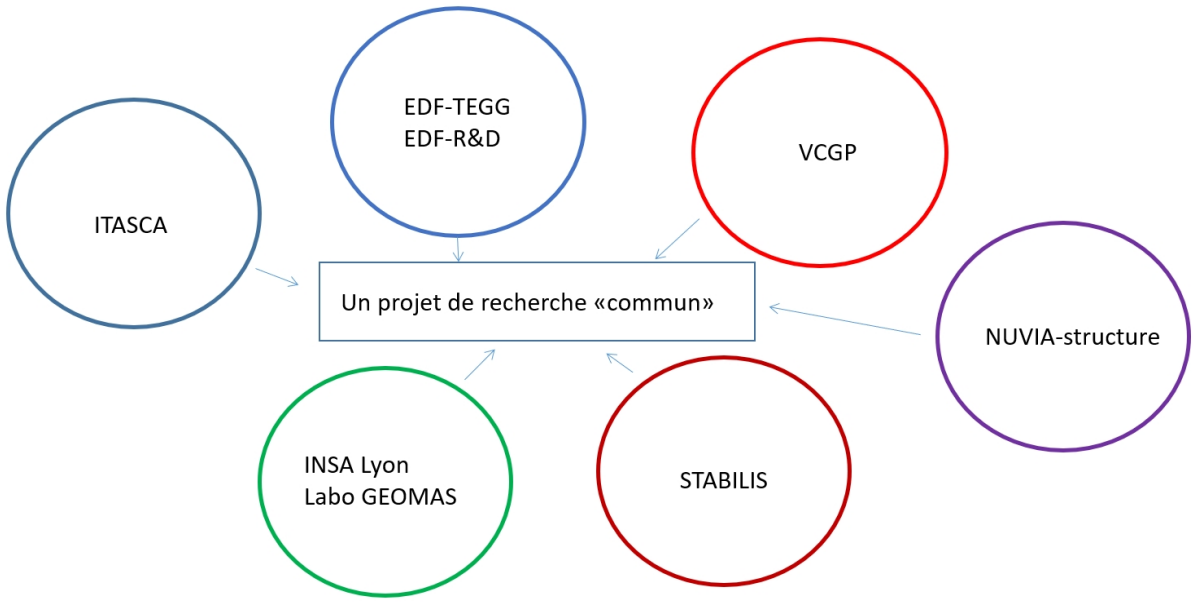


FIGURE D.1 – Organigramme des acteurs de la thèse

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'INSA LYON, MEMBRE DE L'UNIVERSITE DE LYON

NOM : **LHERMITTE** DATE de SOUTENANCE : **05/02/2025**

Prénoms : **Thomas Christian**

TITRE : **Comportement non-linéaire des pieux sous séisme : Développement d'un élément fini biphasique**

NATURE : **Doctorat** Numéro d'ordre : **2025ISAL0005**

École Doctorale : **Mécanique, Énergétique, Génie civil, Acoustique**

Spécialité : **Génie civil**

RÉSUMÉ :
L'interaction entre le sol et la structure est déterminante pour le comportement sismique des ouvrages fondés sur pieux. Elle implique à la fois le comportement du sol, de la fondation et de la superstructure. L'échelle du problème est donc significative. Prendre en compte les non-linéarités lors du dimensionnement nécessite des modèles détaillés. Une approche de modélisation directe peut s'avérer coûteuse en temps de calcul ainsi qu'en mémoire. Bien que des méthodes simplifiées existent, certaines hypothèses peuvent être limitantes lorsqu'il s'agit de prendre en compte simultanément : les non-linéarités matérielles se développant dans le sol et dans la fondation, l'effet d'interaction de groupe de pieux, et des stratigraphies hétérogènes.
L'objectif de ce travail est de condenser les non-linéarités du sol et du pieu tout en conservant une description de ces non-linéarités dans la hauteur du pieu. La non-linéarité du sol est condensée à l'interface entre le sol et le pieu, matérialisée par l'axe central de ce dernier, tandis que la non-linéarité du pieu est modélisée par une approche multi-fibres.
L'outil développé prend la forme d'un nouvel élément fini innovant utilisant une approche dite "biphasique". Cette dernière permet de décrire une interaction continue entre la phase "sol" et la phase "pieu". Les non-linéarités étant condensées au sein de l'élément fini biphasique, le comportement du sol dans un groupe de pieux peut être intégré au moyen des matrices d'impédances générées préalablement par sous-structuration. Ceci permet une économie du nombre de degrés de libertés du système.
Deux lois d'interaction sol-pieux ont été développées. Divers éléments finis biphasiques, avec différentes fonctions de forme et degrés d'interpolation sont premièrement développés et validés sous MATLAB puis implémentés dans le Code_Aster. Les éléments sont validés en statique puis en dynamique par comparaison à des résultats issus de la littérature.
Cette recherche est menée dans le cadre d'un contrat CIFRE avec la société Stabilis.

MOTS-CLÉS : **Fondation, Pieux, Interactions sol-structure, chargement sismique, Elément biphasique**

Laboratoire de recherche : **INSA Lyon, Laboratoire GEOMAS, UR7495, 69621 Villeurbanne, France**

Directeur de thèse : **Stéphane Grange**

Président du Jury : **Panagiotis KOTRONIS (PR, EC Nantes)**

Composition du Jury :
Ghazi HASSEN (MCF, HDR, ENPC), Maria Paola SANTISI D'AVILA (MCF, HDR, Université Côte d'Azur), Irini DJERAN-MAIGRE (PR, INSA Lyon), Alain PECKER (PR, ENPC), Jean-François SEMBLAT (PR, ENSTA Paris), Stéphane GRANGE (PR, INSA Lyon)

Thèse accessible à l'adresse : https://theses.insa-lyon.fr/publication/2025ISAL0005/these.pdf © [T. Lhermitte], [2025], INSA Lyon, tous droits réservés