THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

École doctorale : I-MEP² - Ingénierie - Matériaux, Mécanique, Environnement, Energétique, Procédés, Production
Spécialité : 2MGE - Matériaux, Mécanique, Génie civil, Electrochimie
Unité de recherche : Laboratoire Sols, Solides, Structures et Risques

La fissuration du béton armé et l'utilisation de câbles souples comme armatures transverses

Cracking of reinforced concrete and the use of flexible cables as transverse reinforcement

Présentée par :

Guillaume EWALD

Direction de thèse :

Yann MALECOT PROFESSEUR DES UNIVERSITES, Université Grenoble Alpes	Directeur de thèse
Emmanuel ROUBIN MAITRE DE CONFERENCES HDR, Université Grenoble Alpes	Co-encadrant de thèse
Florent VIEUX-CHAMPAGNE MAITRE DE CONFERENCES, Université Grenoble Alpes	Co-encadrant de thèse
Yannick SIEFFERT MAITRE DE CONFERENCES HDR, Université Grenoble Alpes	Co-encadrant de thèse

Rapporteurs :

Fabrice GATUINGT
PROFESSEUR DES UNIVERSITES, ENS Paris Saclay
Benoît BLAYSAT
PROFESSEUR DES UNIVERSITES, Université Clermont Auvergne

Thèse soutenue publiquement le **17 décembre 2025**, devant le jury composé de :

Evelyne TOUSSAINT, PROFESSEURE DES UNIVERSITES, Université Clermont Auvergne	Présidente
Yann MALECOT, PROFESSEUR DES UNIVERSITES, Université Grenoble Alpes	Directeur de thèse
Fabrice GATUINGT, PROFESSEUR DES UNIVERSITES, ENS Paris Saclay	Rapporteur
Benoît BLAYSAT, PROFESSEUR DES UNIVERSITES, Université Clermont Auvergne	Rapporteur
Edward ANDO, INGENIEUR DE RECHERCHE, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne	Examinateur
Pascal FORQUIN, PROFESSEUR DES UNIVERSITES, Université Grenoble Alpes	Examinateur
David BERTRAND, MAITRE DE CONFERENCES HDR, INSA Lyon	Examinateur

Milieux : interactions, interfaces, homogénéité, ruptures
thème des TIPE 2018, année où je passais les concours

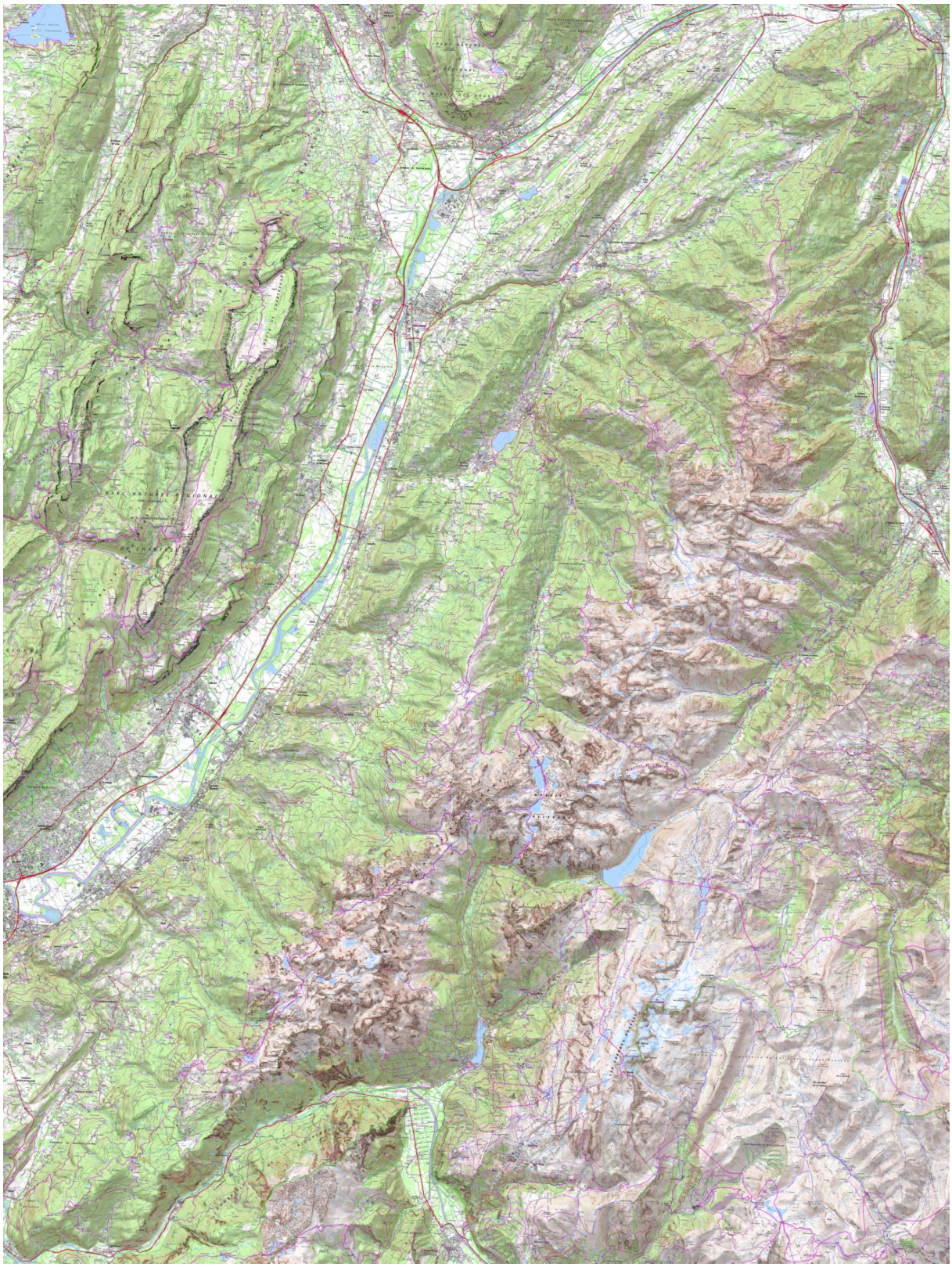


FIGURE 1 – Carte de Belledonne, source : IGN

Avant-propos

Je tiens à commencer ce mémoire en remerciant Yann Malecot, qui restera à jamais mon directeur de thèse. Merci pour son temps, ses conseils et remarques que j'aurais sans doute pour certaines dû écouter plus attentivement et plus tôt.

Merci aux rapporteurs, Benoît Blaysat et Fabrice Gatuingt, d'avoir accepté cette tâche et pour le temps qu'ils ont pris à lire ce mémoire, pour leurs retours. Je remercie également les examinateurs du jury Évelyne Toussaint, Edward Andò, Pascal Forquin et David Bertrand d'avoir accepté de participer à l'évaluation de ce travail. Merci pour les échanges.

Merci à Julien Saut, Frédéric Thirion de SAMT Les Armaturiers, et à Nicolas Marchand, Céline Mataja, Daniel Martins, Jean-Pascal Feltz, Vicent Dupuy et Emmanuel Malécot de Campanon Bernard Centre Est de m'avoir fait confiance en me confiant cette thèse.

Merci à mes compagnons de route du laboratoire 3SR, Valentin, Slimane, Ahmed, Claire Durhône, Léopold, Lou-Anne, Hilario.

Résumé

Le dimensionnement des ouvrages en béton armé les plus sollicités pose plus que jamais la question de la mise en place des armatures tant leur encombrement devient important. Sous réserve que les armatures puissent être correctement positionnées, le coulage du béton reste délicat. La pose des armatures est ralentie et des défauts de fabrication peuvent apparaître, entraînant systématiquement des surcoûts importants, comme ça a été le cas sur le chantier de l'EPR de Flamanville.

Au-delà des prescriptions d'aciers longitudinaux et transversaux selon les sollicitations auxquelles l'ouvrage est exposé, les dispositions d'ancrage de ces derniers avec des retours de 135° à 180° dans le cas des ouvrages nucléaires est une source majeure de congestionnement. Remplacer les traditionnels cadres et épingles rigides comme acier d'effort tranchant par des câbles flexibles, pouvant être posés continûment, permettrait de réduire cet encombrement. Reste que la performance mécanique de telles armatures est à confirmer et une équivalence de dimensionnement avec les barres Hautes Adhérences usuelles (HA) à déterminer.

Utilisés principalement pour le levage, les câbles sont caractérisés par leur force de traction à rupture. À diamètre donné, elle est supérieure à celle d'une barre HA. Concrètement, d'un point de vue de dimensionnement pur, pour avoir une même résistance à l'État Limite Ultime (ELU) d'un élément en béton armé, une barre HA de diamètre 8mm peut être remplacée par un câble de 6mm.

Une première thèse a montré que l'équivalence à l'ELU ne tenait pas à l'État Limite de Service (ELS) ; la fissuration n'est pas maîtrisée. Cette thèse traite de l'analyse de la fissuration des éléments en béton armé avec des câbles comme armatures d'effort tranchant.

La capacité de suturation d'une armature, c'est-à-dire son aptitude à limiter l'ouverture d'une fissure, est liée à son adhérence avec le béton et à sa raideur. La disposition hélicoïdale des torons des câbles est déterminante dans la transmission des efforts du béton vers le câble parce qu'elle introduit un degré de liberté supplémentaire : la rotation du câble. Elle oblige à repenser l'essai de caractérisation de l'interface câble-béton. Un essai de flexion 3 points sur de petites poutres faisant explicitement apparaître une fissure est proposé. Il permet de caractériser directement la capacité de suturation du câble en prenant implicitement en compte la raideur et l'adhérence du câble.

Des essais à l'échelle de la structure sont mis en place pour vérifier cette équivalence. Ils seront menés une fois le manuscrit rendu.

Une méthode de mesure de la fissuration du béton est également développée. Elle analyse les champs de déplacement obtenus par corrélation d'images numériques lors d'essais pour mesurer les fissures sans détection préalable de celles-ci. Elle permet, par stéréologie, de quantifier précisément les faciès de fissuration. Elle sera mise en place pour l'analyse de la campagne mentionnée ci-dessus.

Abstract

The dimensioning of reinforced concrete structures subject to high stress raises more than ever the question of reinforcing bar placement, given the significant amount of space they take up. Even if the reinforcing bars can be positioned correctly, pouring the concrete remains a delicate operation. The installation of reinforcement is slowed down and manufacturing defects can occur, systematically resulting in significant additional costs, as was the case on the Flamanville EPR construction site.

Beyond the requirements for longitudinal and transverse steel reinforcement according to the stresses to which the structure is exposed, the anchoring arrangements for these reinforcements, with returns of 135° to 180° in the case of nuclear structures, are a major source of congestion. Replacing traditional rigid frames and pins as shear reinforcement with flexible cables that can be laid continuously would reduce this congestion. However, the mechanical performance of such reinforcement needs to be confirmed and its equivalence in terms of dimensioning with rebars needs to be determined.

Used mainly for lifting, cables are characterised by their tensile strength. At a given diameter, they are superior to those of conventional rebar. The equivalent dimensioning at Ultimate Limit State (ULS) of an 8 mm diameter HA bar corresponds to a 6 mm cable.

An initial thesis showed that the ULS equivalence did not hold at the Serviceability Limit State ; cracking is not controlled. This thesis deals with the analysis of cracking in reinforced concrete elements with cables as shear reinforcement.

The stitching capacity of a reinforcement, i.e. its ability to limit the opening of a crack, is related to its adhesion to the concrete and its stiffness. The helical arrangement of the cable strands is decisive in the transmission of forces from the concrete to the cable because it introduces an additional degree of freedom : cable rotation. This requires a rethinking of the test used to characterise the cable-concrete interface. A 3-point bending test on small beams that explicitly reveals a crack is proposed. This allows the suturing capacity of the cable to be characterised directly, implicitly taking into account the stiffness and adhesion of the cable.

Structure-scale tests are being set up to verify this equivalence and will be conducted once the manuscript has been submitted.

A method for measuring concrete cracking is also proposed. It analyses the displacement fields obtained by correlating digital images during the tests to measure cracks without prior detection and allows the crack facies to be quantified precisely using stereology. It will be implemented for the analysis of the above-mentioned campaign.

Introduction

Le béton est partout. Sorte de pierre artificielle, façonnable à souhait, il s'est imposé face à l'acier dès le début du XXième siècle pour devenir le matériau de construction par excellence. Visuellement, les ouvrages faits de poutres métalliques, treillis, largement vides, sont remplacés par des ensembles bien plus denses, remplis de matière.

L'acier n'a pas disparu ; il s'est caché. La plupart du temps le béton de façade renferme en son sein des barres en acier qui lui confèrent la ductilité qu'il ne saurait avoir seul.

> ***déf.* béton, n.m. :**
> Matériau de construction à grande résistance, obtenu par liaison d'agrégats divers (pierres, sable, etc.) au moyen de pâtes faites de ciment, chaux, etc., et d'eau.

La spécificité du béton est le durcissement de son liant, ciment ou chaux, sans apport d'oxygène et après hydratation. Le béton est employé dès l'Antiquité en Mésopotamie et en Égypte antique. Ces bétons n'ont pas résisté à l'épreuve du temps contrairement à celui des Romains dont la longévité des édifices démontre la qualité de leurs procédés de fabrication (Cimbéton 2000). L'exemple le plus souvent cité est le Panthéon à Rome édifié en 125 ap. J.-C. par l'empereur Hadrien, dont la coupole en béton (non armé), illustrée *fig.*2a mesure 43m de diamètre, en faisant la plus grande coupole en béton jamais réalisée. L'autre exemple est celui qui fera comprendre aux Européens du XVIII^{ieme} siècle la qualité du béton romain : les murs des vestiges de Pompéi où est prise la photo *fig.*2b. Les *opus reticulatum* sont des murs en béton, alors constitués de pouzzolane locale, parés de briques disposées en losange. La formulation du béton des Romains a été perdu avec la chute de l'Empire Romain. Les recettes restituées par Vitruve, Pline et Saint Augustin expliquant la prise de la solidité du béton par la physique d'Aristote selon laquelle la matière est faite de terre, d'eau, d'air et de feu ne font guère office de synthèse du ciment, et jusqu'au début du XIX^{ieme} siècle, le béton romain restera la référence dans la quête de la pierre artificielle (Simonnet 2005).



(a) Panthéon à Rome (b) Mur d'une maison à Pompéi

Figure 2 – Longévité du béton romain : la coupole du Panthéon de Rome (à gauche) et un pan de mur (opus reticulatum) d'une maison à Pompéi en Italie dont le béton est caché par des briques en losange (à droite), sources :© Getty - David Soanes Photography et wikipedia

Jusqu'à L. Vicat en 1817, la chaux, obtenue de la calcination du calcaire, devient hydraulique lorsqu'on

l'associe à de la pouzzolane venant du Vésuve, déjà utilisée par les Romains, ou à de la "trass" de Hollande. Dans certaine région elle l'est déjà comme la "cendrée de Tournay" (Hautes-Pyrénées, 65) ou la "pierre à chaux de Metz" (Moselle, 57). Il est ainsi possible de faire de la chaux hydraulique pour peu qu'un gisement de pierre calcaire argileuse ou d'argile calcaire se trouve à proximité. La nécessaire combinaison d'argile et de calcaire n'étant pas identifiée, la chaux hydraulique n'est utilisée que localement, prêt des gisements propices, faute des infrastructures permettant leur déploiement. De telles infrastructures ne viendront qu'avec la révolution industrielle.

De nombreuses hypothèses sont formulées pour expliquer le durcissement de la chaux. J. Loriot, en 1774, qui prophétisera l'ajout de fer dans le béton et le toit terrasse, futur pilier architectural de la construction en béton, propose de mélanger de la chaux vive et de la chaux éteinte. D'autres pensent que c'est la présence de manganèse qui explique l'hydraulicité. H. B. de Saussure attribue, en 1786, après analyse des chaux hydrauliques produites à partir du calcaire de Saint-Gingolph sur le lac Léman, à la présence de silice, principale composant de la croûte terrestre à 60.6%, la capacité de durcir en contact avec l'eau. L'hypothèse est confirmée par H.-V. Collet Descotils en 1813 (Simonnet 2005).

Louis Vicat passe le concours de l'école Polytechnique en 1804 sous le conseil de Joseph Fourier. Il est admis. C'est comme ingénieur du corps des Ponts et Chaussées, où il entre en 1806, qu'il est chargé de la réalisation du Pont de Souillac en 1812. La rivière torrentielle et la présence de gros blocs rocheux dans le lit de la rivière rendent la réalisation des fondations particulièrement difficile. Souillac, contrairement à Metz, n'est pas réputée pour sa pierre à chaux hydraulique. L. Vicat se retrouve dans la même situation que J. Smeaton qui en 1756 se voit charger de l'édification d'un nouveau phare à Eddystone, dans la Manche, côté Atlantique, après que les précédents aient été balayés par une tempête. Pour la réalisation des fondations J. Smeaton s'était déjà intéressé à l'hydraulicité des mortiers et après analyse d'argiles mélangées à de la trass de Hollande et à de la pouzzolane, il met en évidence, d'abord que la pouzzolane est meilleure que la trass pour faire du mortier hydraulique, ensuite que le caractère hydraulique d'une argile est due à la présence de calcaire (Newby 2016). L'histoire se répète et la difficulté des fondations du pont de Souillac force également L. Vicat à s'intéresser aux mortiers dont le caractère hydraulique est de première importance. Il fait la synthèse chimique du ciment hydraulique en 1817 qu'il présente à l'Académie des Sciences dans ses *Recherches expérimentales sur les Chaux de construction, les Bétons et les Mortiers ordinaires*. Le ciment hydraulique artificiel ainsi créé est obtenu du mélange à chaud de calcaire (80%) et d'argile composé de silice (20%). La connaissance des proportions permet de faire un ciment à partir de n'importe quel calcaire, et plus seulement ceux silicieux comme à Metz. Le béton est ensuite obtenu en y ajoutant du sable et des granulats. Le pont de Souillac terminé, L. Vicat est chargé de faire l'inventaire, les tables géologiques, des calcaires de France pour identifier les gisements les plus favorables à la fabrication de ciment pour le génie civil et les travaux publics futurs (Merceron-Vicat 2000).

La cimenterie se développe dès la fin du XVIII^{ieme} siècle en Angleterre, où la révolution industrielle est en avance sur la France, d'abord avec du ciment naturel. En 1796, J. Parker identifie l'hydraulicité du calcaire de Sheppey, toujours sur les côtes de la Manche mais côté mer du Nord cette fois. Il produit une chaux naturellement hydraulique qu'il commercialise sous le nom flatteur de ciment Romain. Ce n'en est pas. La production de ciment artificiel est lancée en 1824 après le brevet de J. Aspdin, qu'il nomme "Portland cement", ciment toujours largement utilisé de nos jours, du nom de la pierre de Portland alors employée outre-Manche. La quête de la pierre factice est achevée (Skempton 1962).

En France, le béton est surtout prescrit pour les travaux publics et le génie civil, pour le développement des infrastructures de transport, les ponts, les chaussées, le chemin de fer, surtout dans les fondations, les semelles, profitant ainsi de ses propriétés en compression. D'un autre côté, la construction relève davantage de l'artisanat associée à une chaîne d'approvisionnement locale et une organisation décentralisée, pour ne pas dire éclatée. Elle ne développera l'usage du béton qu'à partir de la deuxième moitié du XIX^{ieme}. La cimenterie se développe au Teil en Ardèche pour le groupe qui deviendra Lafarge, à Vif près de Grenoble pour Vicat lancée par L. Vicat lui-même et son fils Joseph. siècle (Simonnet 2005).

F. Coignet, industriel lyonnais, est le premier à mettre en œuvre le matériau pour la construction et brevette son béton aggloméré, adaptant la technique du coffrage employé pour le pisé dans le Dauphiné, au sud de Lyon. Le béton est alors coulé dans des moules dont il prend la forme puis pilonné comme le pisé. Après quelques réalisations, parmi lesquelles le réseau d'égouts de Paris ou l'acqueduc de la Vanne à Fontainebleau, l'entreprise dépose le bilan en 1875, faute de demande. Les constructeurs, en particulier les architectes doivent s'acculturer à

la technique pour la mettre en œuvre (Simonnet 2005).

L'utilisation du béton pour des éléments de structure requiert d'augmenter ses capacités en traction en associant au béton du fer puis de l'acier. L'idée, même si elle n'est pas formalisée dans les premières propositions, est de répartir les efforts entre le béton et l'armature, le premier reprenant les efforts de compression et le second ceux de traction. Typiquement les aciers doivent être placés du côté du béton tendu.

Les précurseurs les plus souvent nommés sont J. Lambot qui construit en 1849 un bateau en béton dans lequel un grillage de fer est placé, le brevet est déposé en 1855, et J. Monier qui brevette des pots de fleurs et des réservoirs en béton armé de la même façon, en 1865. Ils placent tout deux les armatures au milieu des sections de béton. Il semblerait que le premier à renforcer le béton avec du fer pour explicitement reprendre les efforts de traction soit J.W. Wilkinson, plaquiste et fabriquant de béton anglais qui propose de placer des câbles de fer utilisés dans les mines pour pouvoir les positionner, grâce à leur souplesse, le long des lignes de traction. Le brevet qui porte sur l'amélioration des constructions résistant au feu est déposé en 1854 (Brown 1966) et illustré *fig.*3.

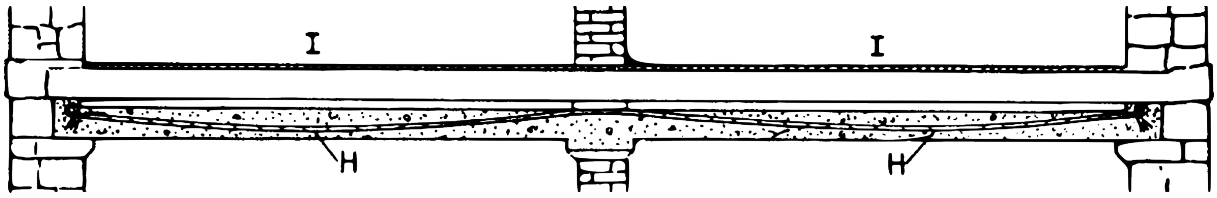
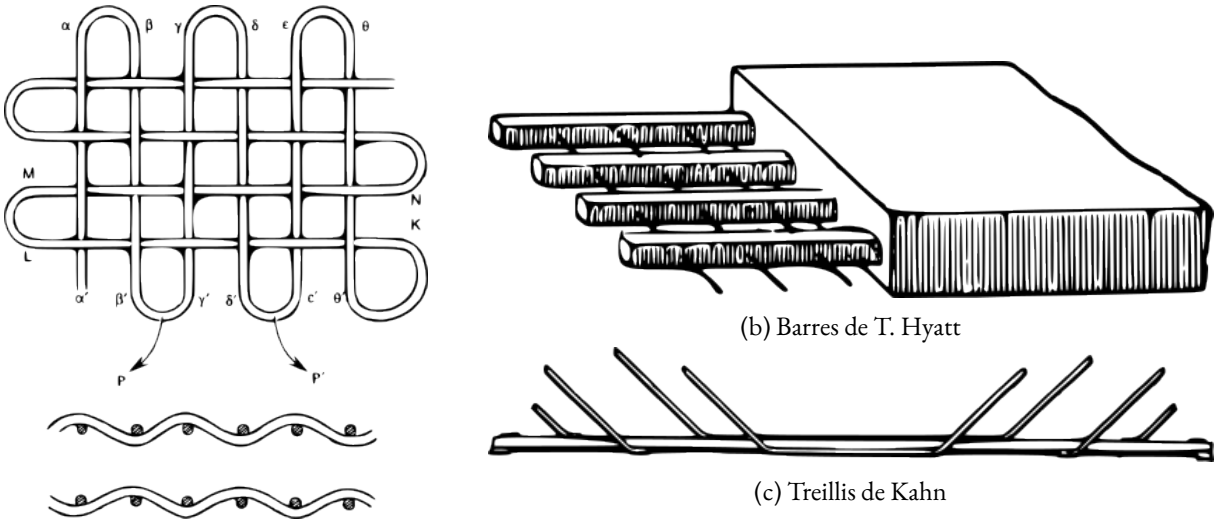


Figure 3 – Utilisation de câbles, notés "H" suivant les direction principales de traction pour le renforcement de planchers en béton tel que proposé par W.B. Wilkinson dans son brevet en 1854, tiré de (Brown 1966)

T. Hyatt est le premier à s'intéresser à la répartition des efforts entre le béton et les armatures dans un essai publié en 1877, si bien que Peter Collins, historien de référence du béton, lui attribue la paternité du béton armé (Courcy 1987). Il identifie en particulier l'importance de l'adhérence de l'armature avec le béton et de son placement le plus près de la surface tendue. Dès lors les brevets pour des armatures pleuvent; plus d'une centaine de types de renforcement sont dénombrés en 1889. Chacun des brevets propose d'assurer l'adhérence avec le béton à sa manière. Deux types de solutions sont proposées : organiser le ferraillage d'un seul tenant ou travailler sur la géométrie et la rugosité macroscopique des barres. Les ferraillages d'un seul tenant, illustrés *fig.*4, seront vites oubliés car bien plus complexes à mettre en œuvre et/ou généraliser à toutes les géométries. Les armatures rugueuses qui préfigurent les modernes se développent davantage aux États-Unis et sont obtenues par déformation des barres disponibles, plutôt à sections carrées que circulaires. Quelques exemples sont proposés *fig.*5. Les barres torsadées *fig.*5a-1, résultent de la torsion sur le chantiers de barres de sections carrées, seront largement utilisées au États-Unis par E.L. Ransome qui les a mises au point. Ce type de barres a fait l'objet de controverses sur l'amélioration de l'adhérence que la torsion apporte, les résultats des uns et des autres se contredisant. Des variantes seront également proposées avec des coins proéminents *fig.*5a-2, voir des indentations *fig.*5a-3. À partir du début du XX^{ieme} sicèle, des entreprises, toujours aux États-Unis, se structurent autour de la fabrication des aciers déformés, elles font la promotion de nouvelles barres comme les plates rivetées ou déformées *fig.*5b de E. Thacher, brevet de 1902, ou des barres de sections circulaires ou carrées nervurées *fig.*5c-1,2. W. Mueser dépose un brevet en 1906 pour sa barre diamant *fig.*5c-3 dont les nervures sont inclinées et se croisent deux à deux (Loov 1991; Bussell 1996). Ces deux dernières barres ressemblent aux barres qui sont aujourd'hui standardisées et largement utilisées : les barres indentées et nervurées. Elles sont devenues la norme après la seconde guerre mondiale.

C'est cependant le système, la solution constructive tout en un, l'ensemble des armatures et leur arrangement dans le béton, sans oublié le béton lui-même, qui prime sur l'armature, aussi performante soit-elle. Et à ce jeu là, c'est le système proposé par François Hennebique, développé à partir de 1879, breveté en 1892, qui sortira grand vainqueur, alors même qu'il emploie des ronds lisses. Au-delà de l'ensemble des éléments de structure, poutres, colonnes, dalles et planchers qu'il entend réaliser, illustrés *fig.*6a, il repose sur l'introduction d'épingles ouvertes faites en pliant une bande de fer comme acier transverse. Celles-ci permettent de relier les différents lits d'aciers longitudinaux facilitant grandement la mise en œuvre. Le ferraillage continue de P. Cottancin déjà évoqué est inséré dans des poutres-plancher en T *fig.*6b et le système Coignet *fig.*6c, qui ressemble déjà davantage à ce qui se fait aujourd'hui, tord des tiges de fer en épingles ou en cadres fermés pour lier les armatures longitudinales toujours

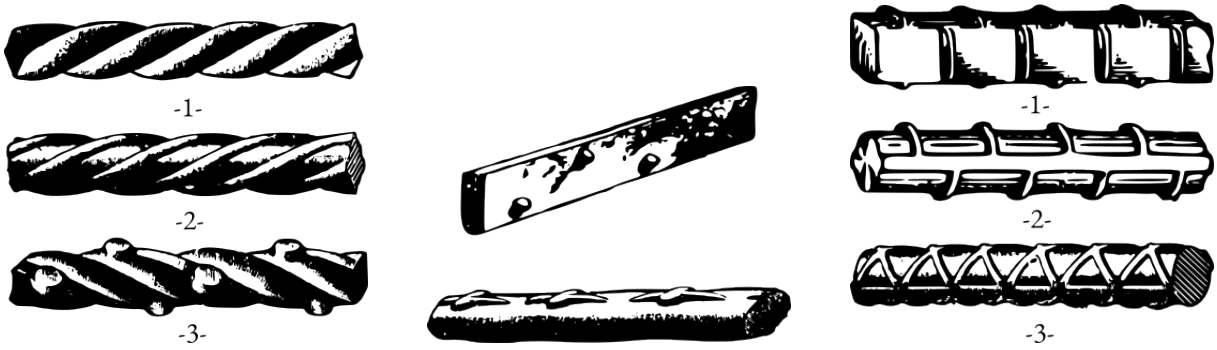


(a) ossature de P. Cottancin

(b) Barres de T. Hyatt

(c) Treillis de Kahn

FIGURE 4 – Systèmes de ferraillages pour lesquels l'agencement des barres doit en assurer l'adhérence avec le béton. (a) l'"ossature métallique sans attache à réseau continu" breveté par P. Cottancin, (b) les barres plates traversées par des tiges, proposées par T. Hyatt, et (c) le treillis de J. Kahn dont les barres pliées assure l'adhérence et font office d'acier d'effort tranchant



(a) Barres torsadées

(b) Barres de Thacher

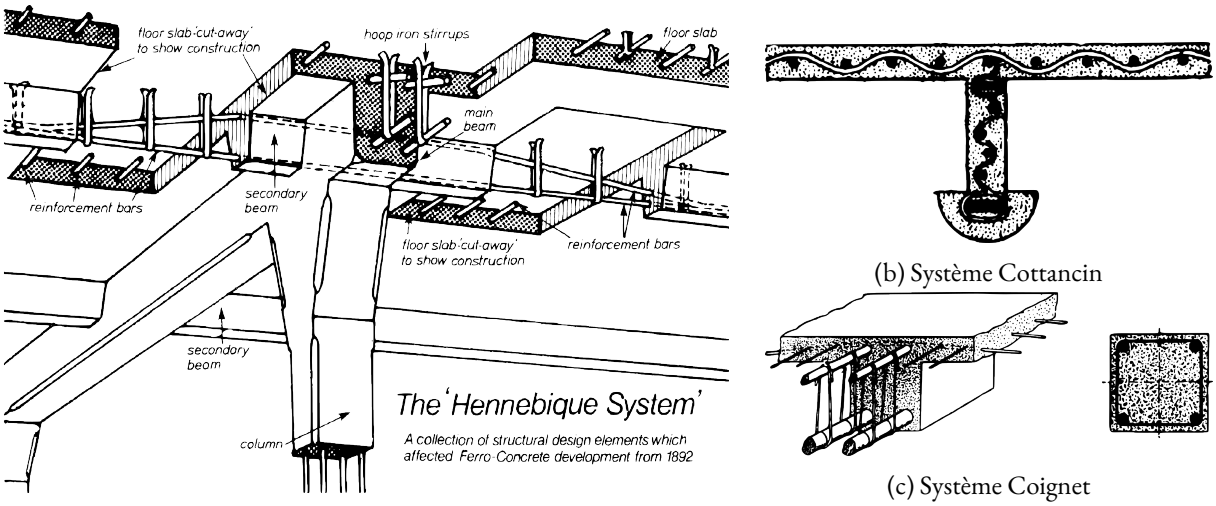
(c) Barres nervurées

FIGURE 5 – Barres déformées pour en assurer l'adhérence

lisses. Ces deux derniers systèmes rencontreront un moindre succès que celui d'Hennebique qui s'imposera en France et en Angleterre. F. Hennebique développera son activité sur tous les continents. 35000 constructions lui sont attribuées en 1917 (Loov 1991).

Avec F. Hennebique, en France et en Angleterre, le monde de la construction change du tout au tout et fait entrer les deux pays dans le tout béton. Le système Hennebique ne repose pas seulement sur ses brevets permettant de mettre œuvre tel ou tel élément de béton armé. Il repose sur une organisation particulièrement efficace pour répondre aux appels d'offre. À la base de l'organisation Hennebique se trouve une assemblée de concessionnaires qui paient pour utiliser le procédé Hennebique. Ces concessionnaires sont aidés pour obtenir des contrats par les agences, ce sont elles qui ouvriront partout dans le monde. Leur vocation est de promouvoir le système Hennebique auprès des maîtres d'ouvrage, en particulier les architectes. Cela passe notamment par un lobbying acharné, des évènements, des essais en public, l'édition de prospectus et une revue, "le Béton Armé" vantant le système Hennebique au travers de ses applications, ... L'entreprise Hennebique donne également naissance au "bureau d'études". Il est dans ce cas centralisé et est en charge de déterminer le béton et le ferraillage des ouvrages, les dimensionner, pour le compte des concessionnaires. Les méthodes de dimensionnement restent opaques (Delhumeau 1999).

En Allemagne, le développement du béton armé ne suit pas la même logique. L'entreprise Wayss et Freytag



(a) Système Hennebique

(b) Système Cottancin

(c) Système Coignet

FIGURE 6 – Systèmes qui se développeront en France à la fin du XIX^{ieme} siècle, Hennebique (à gauche), tiré de (BIAS 1980), Cottancin (en haut à droite), tiré de (Bussell 1996), et Coignet (en bas à droite), tiré de (Bussell 1996)

utilise le sytème Monier, développements du brevet de 1865 déjà mentionné, et le rationalise mécaniquement par des recherches. Mathias Koenen qui travaille avec l'entreprise développe la théorie "Das Monier System" permettant de dimensionner les éléments de structure en flexion. Le dimensionnement en flexion repose sur l'équilibre de la section pour laquelle l'axe neutre est pris au milieu de la poutre. Cela sera vite corrigé en calculant l'axe neutre à partir de l'hypothèse de Navier-Bernoulli, les sections restent planes, comme c'est le cas aujourd'hui. E. Mörsch de l'université de Stuttgart propose un calcul de treillis pour le dimensionnement à l'effort tranchant des poutres. Sa méthode de calcul est toujours utilisée aujourd'hui dans l'Eurocode 2. Contrairement à Hennebique qui vend l'autorisation d'utiliser son système à des concessionnaires indépendants, Wayss et Freytag fort de sa méthode de dimensionnement prend des participations dans les entreprises de construction locales jusqu'à devenir un géant des travaux publics Outre-Rhin. Wayss et Freytag publiera également une revue pour promouvoir ses réalisations, "Monier und Beton Bauwerke" (Simonnet 2005).



FIGURE 7 – hôtel le Flaine (74), désormais MMV, où j'allais en vacances au ski étant plus jeune. Le béton partout, source : archives CCF

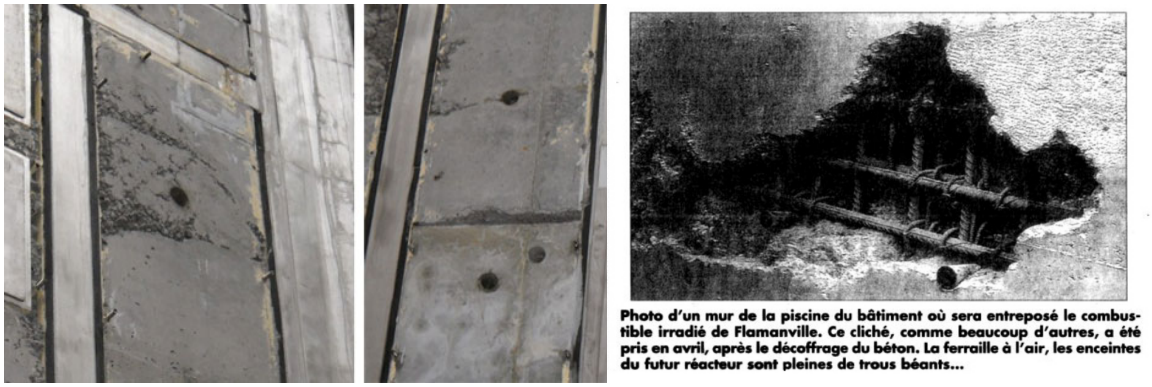
Très vite les architectes n'ont plus besoin des promoteurs et le potentiel du béton en terme de forme en fait la base des courants architecturaux du XX^{ieme} siècle, le Bauhaus né Allemagne au début du XX^{ieme} siècle puis le Brutalisme en France après la seconde guerre mondiale. Cela va de paire avec le développement des codes de

dimensionnement dès 1904 en Allemagne puis entre 1907 et 1909 pour le reste de l'Europe et les États-Unis. Le béton devient le matériau de construction par excellence, symbole de modernité. L'hôtel le Flaine, *fig.*7, perché à flan de falaise à 1600m d'altitude sur un ancien alpage depuis 1968, par l'architecte allemand Marcel Breuer, est le parfait symbole de ce béton partout. Enfin, à l'esthétique béton de s'imposer, avec ses effets coffrage; jusqu'au carrelage de ma salle de bain, "imitation béton" avec les marques de coffrage bois, je ne suis que locataire. Le béton est décidément partout.

Peut-être trop. La fabrication du ciment requiert énormément d'énergie. Suivant la localisation de la production et dans la plupart des cas, cette énergie est apportée par combustion du charbon si bien que le béton représente aujourd'hui 6 à 8% des émissions de CO_2 à l'échelle de la planète. Il pose également la question des ressources puisque ce ciment doit être associé à du sable et des granulats, or tous les sables et tous les granulats ne conviennent pas et font, tous deux, l'objet d'importantes exploitations minières (Bengana, Baechtold et Maréchal 2024).

S'il est légitime de remettre en question l'hégémonie du béton pour les bâtiments et les travaux publics, il reste un atout majeur pour les ouvrages stratégiques du Génie Civil pour lesquels les exigences et les sollicitations sont très importantes. Ces ouvrages, et en particulier ceux destinés à la production d'énergie comme les centrales nucléaires, sont soumis à des normes de dimensionnement devant assurer leur robustesse et leur sécurité. La structure, de sa construction jusqu'à son démantèlement, ne doit pas mettre à mal l'intégrité des biens et des personnes, en particulier si elle est soumise à des sollicitations extrêmes. Par exemple, les enceintes de confinement qui abritent les réacteurs nucléaires doivent aujourd'hui empêcher les rejets de substances radioactives à l'atmosphère si le réacteur dysfonctionnait ou si la centrale devait subir des sollicitations extérieures extrêmes comme un séisme, une explosion ou un crash d'avion.

Les progrès techniques, l'amélioration constante des procédés et les nouveaux matériaux de construction voudraient que la mise en place effective de ces normes tende à se simplifier. Dans les faits, les exigences en terme de performance de ces ouvrages croissent avec la quantité et de fait la densité des armatures. Le congestionnement des armatures est un problème majeur pour les ouvrages lourdement ferraillés, tant il complique la mise en œuvre des aciers, si toutefois elle est possible, et du béton, dont le placement dans l'ensemble du coffrage est gêné. Dans le premier cas, la ré-étude des plans de ferraillage est nécessaire. Dans le second, des défauts de fabrications, plus ou moins évidents au décoffrage, des nids de cailloux *fig.*8a ou des cavités dans le béton *fig.*8b, qui suivant la gravité peuvent entraîner jusqu'à la destruction et la reconstruction de l'élément de structure. Les chantiers prennent du retard avec systématiquement des surcoûts. L'encombrement des armatures est d'autant plus préjudiciable que les ouvrages concernés sont souvent très sensibles. Les problématiques de ferraillage ne sauraient être mieux représentées que par l'EPR de Flamanville, dont les défauts observés par l'ASN (Autorité de Sûreté Nucléaire 2011) et relayés par le Canard Enchaîné (Le Canard Enchaîné 2011) sont illustrés *fig.*8.



(a) nids de cailloux (b) trous au décoffrage

FIGURE 8 – Défauts de fabrication du béton au décoffrage sur l'EPR de flamanville, nids de cailloux (à gauche), tiré d'un rapport ASN (Autorité de Sûreté Nucléaire 2011) et trous dans le béton dus à un mauvais placement (à droite), tiré de (Le Canard Enchaîné 2011)

Le ferraillage est aujourd'hui constitué pour l'essentiel de barres d'acier de diamètre entre 6 et 50 *mm*. Les

aciers longitudinaux sont positionnés dans la longueur des éléments alors que les aciers transversaux sont tordus en cadres ou épingles. Les déformations en bout de barres des cadres et des épingles permet d'assurer leur ancrage dans le béton avec des retours à 90, 135 ou 180°, comme illustré *fig.*9. Étant donné les diamètres employés, il est impossible de tordre correctement ces dernières sans l'aide d'une cintreuse si bien que les épingles devant avoir des retours pour ancrage supérieurs à 90° des deux côtés, comme c'est requis pour le nucléaire, ne peuvent être mises en place qu'avant les aciers longitudinaux.

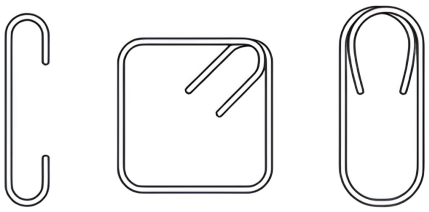
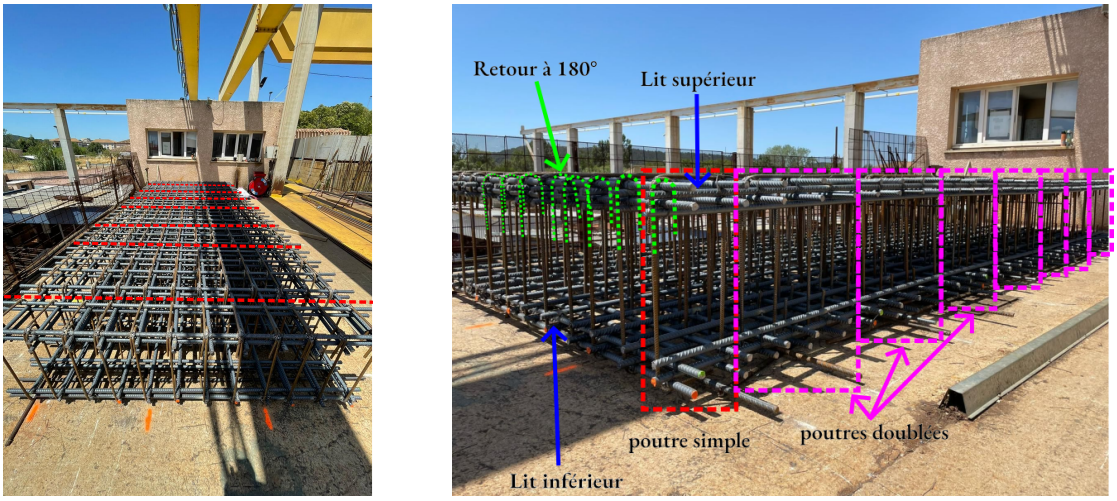


FIGURE 9 – Aciers d'effort tranchant : épingle, cadre et étrier dans cet ordre, avec retour à 180° pour l'épingle et à 135° pour le cadre[1]

La figure *fig.*10 présente le ferraillage de ce qui pourrait être une partie de radier nucléaire typique. La maquette à l'échelle 1 fait 6 *m* par 2 *m* pour 60 *cm* de hauteur. Elle a été assemblée pour comparer les temps de montage dans le cas où les cadres transversaux seraient remplacés par des câbles, la solution proposée, étudiée dans cette thèse. Ce maillage s'il apparaît 2D est en fait un assemblage de poutres 1D doublées (ou poutres doubles) sauf la première, ici 8 au total. Le découpage en poutres élémentaires est représenté par les traits pointillés *fig.*10a. Ces poutres sont préfabriquées séparément avec seulement les lits supérieurs et inférieurs d'aciers longitudinaux dans le sens des poutres. Les autres aciers longitudinaux, 3 lits dans la partie supérieure et 3 dans la partie inférieure, sont ensuite glissés selon l'agencement prévu. Dans cet exemple, 8 nappes au total sont posées : 2 dans chaque direction du radier sur chacun des lits. La difficulté de pose vient de la mise en place des aciers longitudinaux des 3 nappes supplémentaires pour chaque lit. Les tolérances de positionnement des cadres, notamment au niveau des retours à 180°, en vert *fig.*10b, peuvent gêner leur mise en place.



(a) Vue du dessus

(b) Vue de côté

FIGURE 10 – Ferraillage d'un radier composé de 8 poutres assemblées séparément (SAMT)

Un radier nucléaire est un assemblage d'éléments de ce type. Dans cet exemple, il n'y a pas de recouvrement des aciers longitudinaux comme ce serait le cas pour lier le ferraillage de portions de radier. Cela ne peut se faire que par le dessus, le radier posé au sol, en mettant les mains dans les armatures, en faisant glisser une fois de plus les barres dans les cadres et les épingles. Dans le cas d'un voile, la figure *fig.*11 illustre bien la difficulté de la gestion d'un ferraillage dense.

1. Les Techniques de l'Ingénieur, Les matériaux constitutifs du béton armé



Figure 11 – Pose d'un ferraillage dense, cas d'un voile, source : KENZO TRIBOUILLARD / AFP

Il se pourrait que les limites du procédé tel qu'il a accouché de l'ensemble des développements proposés dans la seconde moitié du XIX^{ieme} siècle aient été atteintes pour ce type d'ouvrage. Que de nouvelles solutions techniques sont nécessaires pour assurer les exigences de sécurité des structures les plus massives.

Les barres à tête ancrée ("T-bar" ou "headed bar") sont aujourd'hui la principale solution pour limiter la congestion des armatures et/ou faciliter la mise en place. L'idée est de remplacer le retour d'armature par une plaque carrée ou circulaire se vissant sur la barre pour assurer son ancrage, limitant l'encombrement. Ces barres doivent être placées après le ferraillage longitudinale, facilitant la mise en œuvre. Cette solution reste très onéreuse, si bien qu'elle n'est pas généralisable sur tout un ferraillage.

En 2015, SAMT Les Armaturiers dépose un brevet pour utiliser des câbles comme armatures transversales. Leur flexibilité permettrait de faciliter grandement la mise en œuvre en les posant continûment entre des nappes d'armatures longitudinales déjà posées tout en réduisant significativement l'encombrement, plus encore que les barres à tête ancrée, car l'ancrage est assuré par la continuité de l'armature. Les cadres et épingles ponctuels seraient alors remplacés par un câble tissé aux nœuds des lits d'armatures longitudinales.

L'application au radier développé plus haut est illustrée sur la même maquette que précédemment *fig.*12. Les lits supérieurs et inférieurs sont réalisés d'un seul tenant et séparés par des chaises (barres tordues utiles au montage). Les câbles d'effort tranchant sont ensuite posés continûment entre les deux lits. La pose continue permet d'éliminer les retours d'ancrage des cadres traditionnels. Il est évident que cette solution est inadaptée pour le ferraillage d'une poutre seule, mais le gain de temps de réalisation et d'espace, avec la suppression des retours pour ancrage, croît à mesure que la taille de l'élément et la densité du ferraillage augmentent. Les deux maquettes présentées ont pris autant de temps de montage, en sachant que la pose des câbles n'est pas encore optimisée.

La flexibilité des câbles présente un autre avantage : elle permet de les orienter à souhait comme illustré *fig.*13. Une maquette à l'échelle 1 du ferraillage d'une coque-avion, enceinte du bâtiment réacteur des EPR devant résister au crash d'un avion, a été réalisée par SAMT. Ces enceintes sont précontraintes dans les directions orthoradiale et verticale. Les gaines de précontrainte sont les gros tuyaux situés entre les nappes d'armature intrados et extrados. Au passage, l'encombrement du ferraillage des ouvrages massifs ne vient pas uniquement du ferraillage passif, simplement posé dans le béton, les barres et bientôt les câbles, mais également du renforcement actif, comme la précontrainte. Ces gaines peuvent être contournées par les câbles pour lier à n'importe quel nœud les nappes d'armatures longitudinales. Au-delà de l'esquive d'obstacles dans le ferraillage, les câbles peuvent facilement s'incliner pour venir suturer au mieux les fissures suivant les combinaisons de chargement. Au contraire, les barres HA inclinées comme ferraillage d'effort tranchant ont été abandonnées car trop difficiles à poser dans les éléments massifs.



(a) Lits d'armatures mis en place (b) Radier câblé

FIGURE 12 – Ferraillage d'un radier avec câbles d'effort tranchant. Les lits d'armatures avec toutes leurs couches sont d'abord posés (à gauche), les câbles sont filés entres les deux lits continûment pour le résultat final (à droite)

Les câbles comme ferraillage passif ne révolutionneront pas le béton armé mais ils constituent une opportunité de repenser la manière de poser les armature. L'histoire du béton armé, retracée succinctement, permet de mettre en perspective le câble déjà inscrit dans la très longue liste des armatures jamais posées dans du béton, et en première place chronologiquement. Comme la plupart des armatures ils n'ont jamais été vraiment exploités et peut-être ce sera le cas des câbles une nouvelle fois.

SAMT LES ARMATURIERS sont associés depuis 2018 à CAMPENON BERNARD CENTRE EST, filiale régionale du groupe VINCI CONSTRUCTION. Pour le développement de cette technologie, ils financent les travaux présentés ici après avoir lancé, en 2018 une série de 3 premiers stages, dont celui de G. Colyvas, puis dans la foulée une première thèse, menée par D. Rouphaël, entre 2019 et 2022, visant à démontrer le potentiel mécanique de ce procédé.

Le premier chapitre de ce mémoire traite du câble et de ses applications en génie civil. Le câble est dans un premier temps défini et les propriétés mécaniques qui seront mobilisées dans ce mémoire sont décrites. Une approche pour quantifier la flexibilité des câbles est développée et le comportement en traction des câbles testés au cours de ce projet sont analysés. SAMT LES ARMATURIERS ne sont pas les seuls à avoir identifié le câble comme une armature potentielle : une courte revue de l'état de l'art est proposée. Les essais de G. Colyvas et D. Rouphaël sont également revus. Ils ont tous les deux mené des essais de flexions 4 points à l'échelle structurelle pour évaluer les performances du câble comme acier d'effort tranchant. D. Rouphaël a également mis en place des essais de caractérisation de l'interface câble-béton, avec des essais d'arrachement et des essais de flexion 3 points sur de petites poutres, pour approfondir les résultats à l'échelle structurelle. Les câbles utilisés ne permettent pas de maîtriser la fissuration aussi efficacement que les barres HA. Leur faible raideur en traction ainsi que leur adhérence avec le béton sont pointées du doigt, mais ne dernier point n'est pas quantifié.

À l'issue de la thèse de D. Rouphaël les questions du choix du câble et de la caractérisation de leur comportement comme armature passive pour le béton restent ouvertes. Elles sont traités dans le deuxième chapitre de ce mémoire. Il revient sur les phénomènes ayant lieu à l'interface acier-béton, lorsque l'acier est une barre HA, un rond lisse ou un câble de précontrainte pour pouvoir ensuite interpréter les essais menés avec des câbles. La recherche d'un câble permettant d'obtenir une maîtrise de la fissuration comparable aux barres HA se fait au moyen de l'essai de flexion 3 points mis au point lors de la thèse de D. Rouphaël pour reproduire le plus simplement possible un milieu fissuré avec une armature joignant les deux bouts d'une fissure. L'essai est présenté plus en détail que dans la thèse précédente et l'analyse est poussée jusqu'à l'estimation de la force dans l'armature au cours de l'essai. La comparaison des courbes force dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissure permet mettre en évidence des câbles plus performants que ceux testés jusque là : 3 câbles sont retenus. Ces relations force-ouverture de fissure sont prises comme des lois de comportement déterminées par le couple acier-béton. À partir des essais de traction des câbles le comportement de l'interface acier-béton est obtenu par analyse inverse.

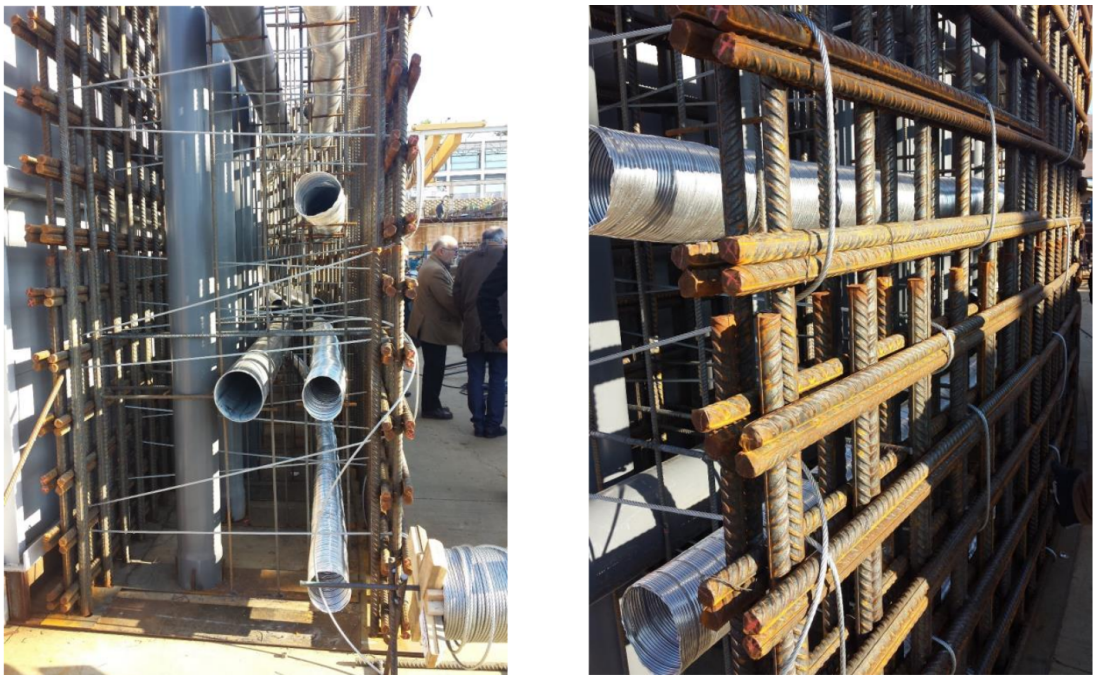


FIGURE 13 – Maquette à l'échelle 1 d'un élément de voile d'une coque-avion

Les lois de comportement de l'interface mettent en évidence que les câbles testés présentent une meilleure adhérence avec le béton que les barres HA. Finalement, selon le câble considéré, la loi force-ouverture de fissure permet d'estimer le nombre de câble pour parvenir à une maîtrise de la fissuration équivalente à celle des barres HA.

Le chapitre 4 traite des essais à l'échelle structurelle mis en place et qui seront réalisés après le rendu de ce manuscrit. Ces essais doivent permettre de vérifier si les lois force-ouverture de fissure obtenues avec les essais de flexion 3 points sur de petites poutres sont valables pour des fissures d'effort tranchant et si elles permettent d'estimer correctement la contribution des aciers d'effort tranchant à partir de la mesure de la cinématique des fissures d'effort tranchant. Cela permettra de valider ou non les quantités de câble calculées au chapitre 2 pour avoir une maîtrise de la fissuration comparable à celle offerte par les aciers HA. Le comportement des poutres en béton armé à l'effort tranchant et les différentes contribution à l'effort tranchant sont revus et pourront servir de base pour l'analyse des essais.

Les faciès de fissuration seront mesurés par une méthode développée lors de cette thèse, la CIM. Celle-ci est présentée dans le chapitre 3. Elle permet de mesurer des fissures sans détection préalable, à partir d'un champ de déplacement comme ceux obtenus par corrélation d'images numériques. Le champ d'ouverture de fissure est défini en tout point, nul loin des fissures et maximal dessus. Il peut ensuite être analysé par des méthodes probabilistes pour caractériser le champ de fissuration dans son entièreté, en termes de longueur de fissure, espacement, orientation, ...

Table des matières

Introduction 1

1 Le câble, son utilisation en Génie Civil, études précédentes 13
1.1 Le câble, définition et mécanique . . . 14
1.1.1 La définition des câbles . . . 14
1.1.2 La géométrie et le comportement mécanique du câble . . . 16
1.2 L'utilisation de câbles pour le renforcement d'éléments en béton . . . 22
1.3 L'étude préliminaire de Gérald Colyvas . . . 25
1.4 La thèse de Doraine Rouphaël . . . 28
1.4.1 Les campagnes d'essais de flexion 4 points . . . 28
1.4.2 Les essais d'arrachement . . . 31
1.4.3 Les essais d'arrachement par flexion 3 points . . . 32
1.5 La conclusion . . . 34

2 Le comportement en tant qu'armature du câble dans le béton 36
2.1 Des éléments sur l'interface entre l'acier et le béton . . . 37
2.1.1 Le comportement et la géométrie de l'interface acier-béton . . . 39
2.1.2 Des élements sur les effets de torsion à l'interface . . . 42
2.2 L'essai de flexion 3 points pour mesurer le comportement de l'armature câble . . . 44
2.2.1 L'analyse de la fissure principale avant application . . . 44
2.2.2 La force dans l'armature . . . 46
2.2.3 La propagation brutale de la fissure de flexion, le béton en compression et les fissures annexes . . . 48
2.3 La campagne expérimentale . . . 51
2.3.1 La recherche du câble . . . 51
2.3.2 Les résultats des campagnes . . . 53
2.3.3 Le bilan de la campagne . . . 57
2.4 L'estimation du comportement de l'interface . . . 58
2.4.1 Le comportement du câble . . . 58
2.4.2 La modélisation de l'interface acier-béton . . . 60
2.4.3 La caractérisation de l'interface . . . 65
2.4.4 L'équivalence barre-câble . . . 68
2.5 La conclusion . . . 70

3 Mesurer des fissures sans les détecter 72
3.1 La corrélation d'images numériques . . . 73
3.2 La CIM pour mesurer des discontinuités sans localisation préalable . . . 75
3.2.1 Le gradient lagrangien du champ de déplacement . . . 76
3.2.2 Extraire les caractéristiques de fissure du gradient de déplacement . . . 78
3.2.3 L'application de la CIM à un cas test . . . 81
3.2.4 L'application de la CIM au béton armé . . . 86

3.2.5 La comparaison avec l'ACDM 92
3.3 La résolution spatiale de la mesure, sa validité, et la fissure minimale mesurable : l'influence de l_g et *ws* 95
3.3.1 La résolution spatiale de la mesure 96
3.3.2 La validité de la mesure 97
3.3.3 L'ouverture minimale détectable 97
3.4 Après des fissures, mesurer des faciès de fissuration 99
3.4.1 Les directions de propagation et d'ouverture de fissure 100
3.4.2 La longueur totale de fissure 102
3.4.3 L'espacement entre les fissures 104
Conclusion 105

4 Les câbles d'efforts tranchants **107**
4.1 Le comportement des poutres à l'effort tranchant 108
4.1.1 La géométrie de la fissuration d'effort tranchant 109
4.1.2 Les contributions à l'effort tranchant 110
4.2 La notice de dimensionnement des essais à l'échelle structurelle 115
4.2.1 Les caractéristiques du béton et des aciers HA 116
4.2.2 Le dimensionnement des poutres en flexion 116
4.2.3 Le dimensionnement des poutres à l'effort tranchant 118
4.2.4 Le dimensionnement de la poutre de référence 119
4.2.5 Le dimensionnement des poutres câblées 120
4.2.6 La conclusion 121

LA Conclusion **123**

Chapitre 1

Le câble, son utilisation en Génie Civil, études précédentes

Un câble est un assemblage obtenu par torsion de fils de matières textiles (chanvre, coton, laine, soie), synthétiques (nylon), métalliques ou autres (poil, crin, écorce d'arbre, jonc, etc.), de diamètre et de longueur variables, et servant à lier, attacher, soutenir (ATILF 1994). Il présente une grande résistance en traction et une grande flexibilité par rapport à une tige homogène de même diamètre. Le corps élémentaire d'un câble est le fil, filé en toron, lui-même filé en câble comme le montre la figure *fig.*1.1. Le nombre et les façons d'arranger les fils en toron puis les torons entre eux constituent autant de câbles aux propriétés mécaniques différentes. Dans la suite, les câbles sont définis par leur diamètre ϕ, comme celui du cylindre circonscrit, et par leur section, notée n_txn_f, où n_f est le nombre de fils par toron et n_t le nombre de torons. Ainsi, le câble 7x19ϕ6 est un câble de diamètre 6 comptant 7 torons de 19 fils chacun. La section nominale des câbles, donnée par $\pi(\phi/2)^2$, est distinguée de leur section réelle, définie comme la somme des sections des fils le constituant.

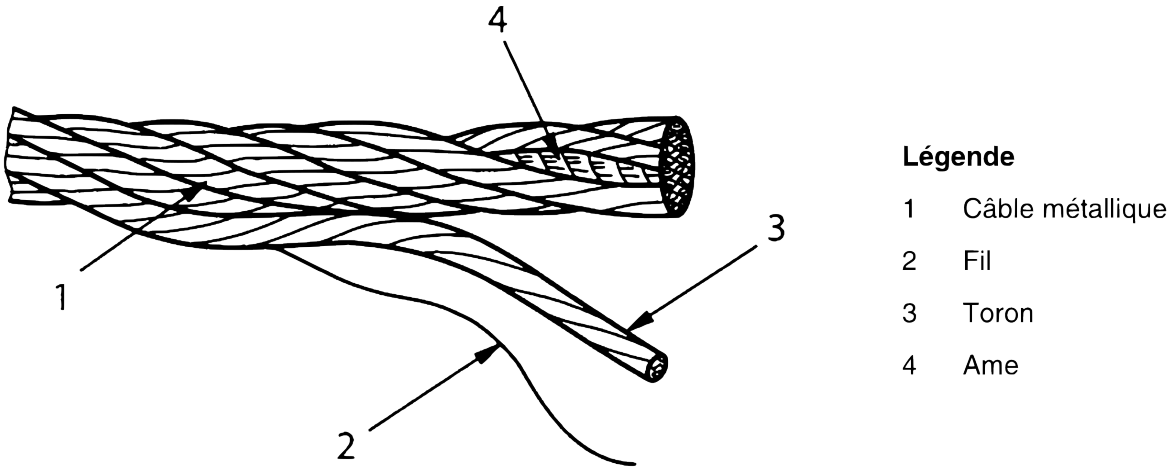


Figure 1.1 – Éléments constitutifs d'un câble, tiré de (CEN 2008)

Les câbles à un seul toron, dits monotorons, sont largement utilisés en génie civil pour la précontrainte, mais ces câbles ne sont pas flexibles et ne permettent pas de satisfaire aux exigences de mise en œuvre énoncées dans l'introduction. Par opposition, l'association des câbles souples avec le béton reste marginale. Ils sont largement utilisés pour soulever des charges si bien que leur charge à rupture reste la propriété mécanique la plus regardée pour le dimensionnement. L'application visée, c'est-à-dire substituer les aciers transversaux traditionnels pour renforcer le béton, requiert la connaissance de leur géométrie et de leur comportement mécanique, en l'occurrence leur flexibilité et leur raideur en traction.

Les câbles sont présentés dans leur généralité avant de développer plus précisément les caractéristiques de

ceux pouvant satisfaire le cahier des charges. Les applications des câbles souples pour le renforcement du béton sont passées en revue avant de revenir sur les travaux déjà réalisés dans le cadre de ce projet par G. Colyvas et D. Rouphaël.

1.1 Le câble, définition et mécanique

Dans le commerce, un câble est caractérisé par sa section, son diamètre et sa force de rupture. Caricaturalement, suivant l'application visée le besoin en flexibilité détermine la section et la force de rupture détermine ensuite le diamètre nécessaire. Les options sont nombreuses quant au nombre de torons, de fils, leur mode de tréfilage, le type d'âme, textile ou métallique, le type d'acier, sa résistance, la lubrification, ... Reste que le choix de tel ou tel câble pour telle application est empirique et est avant tout une affaire d'expérience du fabricant.

1.1.1 La définition des câbles

Les premiers câbles sont faits à partir de peau d'animaux, de cheveux ou de plantes, et sont utilisés entre 12000 et 4000 av. J.-C. Ils ont notamment permis l'édification des pyramides. Il faudra attendre le XIX^{e}siècle pour que des fils métalliques, en l'occurrence des fils de fer, remplacent les fibres naturelles. Wilhelm August Albert, ingénieur minier allemand propose de remplacer les câbles faits de chanvre dont la performance en milieu humide est réduite et les chaînes en fer à plus haute résistance mais dont la rupture, due celle à d'un maillon, est brutale. Le câble de 18.5 *mm* de diamètre, constitué de 3 torons de 4 fils de fer comme illustré *fig.*1.2a, permet de combiner l'avantage du câble de chanvre dont l'effort se répartit entre les fils et de la chaîne et sa haute résistance. La rupture du câble est précédée par celle progressive de ses fils. Sans âme, tous les fils de ce câble sont visibles. L'évaluation de son endommagement peut se faire à l'oeil nu. L'étude de ce câble en flexion (autour d'une poulie) par W.A. Albert constitue parmi les premiers essais documentés de fatigue tout matériau confondu (Verreet 2002). Très vite, leur section évolue, le nombre de fils augmente et leur taille diminue pour augmenter la force de rupture et la flexibilité, les torons à 7 et 19 fils apparaissent.

Les géométries de torons se multiplient largement entre 1880 et 1900. Le toron Seale est conçu en 1884 pour les tramways de San Francisco. En plaçant des fils extérieurs plus grands dans les sillons des fils intermédiaires, comme illustré *fig.*1.2c, les fils restent parallèles, la compacité et la résistance sont améliorées. Le toron Filler, aujourd'hui le plus répandu, a fait l'objet d'un brevet en 1889. C'est un toron à 19 fils dont les interstices sont comblés avec d'autres fils dits de remplissage, de diamètre inférieur *fig.*1.2d. Durant la même période, le toron Warrington est créé. Cette fois-ci les fils de remplissage se trouvent sur la couche supérieure *fig.*1.2e. Les fils en fer sont progressivement remplacés par de l'acier moins ductile. Ils doivent être préformés pour pouvoir être assemblés en torons. Des fils de section non circulaire sont également développés pour lisser la surface extérieure et limiter l'usure par l'extérieur avec les câbles clos *fig.*1.2h, *fig.*1.2g. D'une autre manière, les fils initialement ronds peuvent être déformés en compactant le câble *fig.*1.2f. La compaction étant très difficile à réaliser, ils ne seront pas utilisés avant les années 50. Sans oublier, les torons standards simplement constitués de fils faisant tous à peu près le même diamètre comme le 7x7 *fig.*1.2b.

Outre l'organisation des fils dans la section, le filage du toron se définit par le pas de toronnage comme la "distance parallèle à l'axe longitudinal du toron sur laquelle un fil extérieur effectue une rotation (ou hélice) complète autour de l'axe du toron" (CEN 2008). Le toronnage a également un sens, droite (noté z) si les fils tournent dans le sens anti-horaire autour de l'axe du câble et gauche (s) s'ils tournent dans le sens horaire. Dans un toron tous les fils tournent dans le même sens, si ce n'est pas le cas, il est question de câble spiraloïdal.

Le câble est ensuite obtenu de l'assemblage des torons filés hélicoïdalement autour d'une âme en textile, synthétique ou elle-même constituée de fils métalliques. Le pas du câble p désigne la distance parallèle à l'axe du câble sur laquelle les torons extérieurs effectuent une rotation (ou une hélice) complète autour de l'axe du câble, illustré *fig.*1.3 (CEN 2008). L'angle de l'hélice, dit de câblage, noté β. Le sens de câblage est dit droite (Z) ou gauche (S) s'il est anti-horaire ou non. Si le câble ne contient qu'un seul toron, c'est un monotoron et les caractéristiques sus-mentionnées sont confondues. Dans les câbles ordinaires le câblage est dit croisé, c'est-à-dire que les sens de toronnage et de câblage sont différents à la différence des câblages Lang pour lesquels ils sont identiques. Les différentes dispositions de fils et de torons sont illustrées *fig.*1.4. Par défaut le tréfilage est croisé en sZ. Un tréfilage lang permet d'obtenir des câbles plus souples en flexion mais aussi moins raides en traction

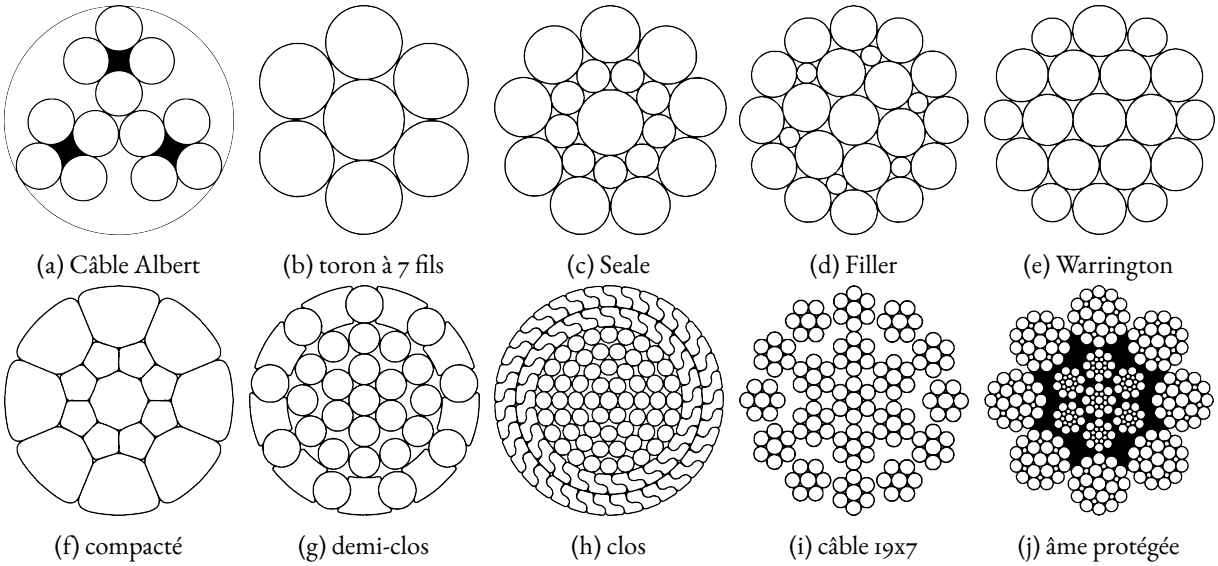


FIGURE 1.2 – Câble Albert (a), tiré de (Verreet 2002), sections de torons usuelles (b, c, d, e, f, g, h), de câbles 19x7 antigiratoires (i) et de câbles à âme protégée (j), tirés de (CEN 2008)

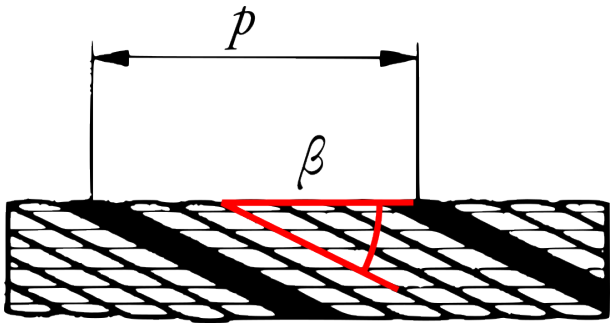


FIGURE 1.3 – Définition du pas du câble, d'après (CEN 2008)

(Costello et Miller 1977). Aussi, le câble anti-giratoire est obtenu en inversant le sens de filage des torons de la première couche sur l'âme par rapport à celui des torons extérieurs autour de la première couche. Alors, le moment de torsion apparaissant lorsque le câble est mis en traction, dû à sa structure hélicoïdale, est réduit *fig.*1.2i car de sens opposé pour les torons internes et les torons externes. Les câbles enrobés dans de la résine sont mis au point à partir des années 60 permettant certes de les protéger des agressions extérieures mais ne permettant pas de les inspecter visuellement pour en évaluer l'usure. Il est proposé de n'enrober que l'âme *fig.*1.2j, offrant une meilleure stabilité et une réduction de la pression entre les torons extérieurs et l'âme.

Le choix des différents paramètres de construction d'un câble dépend de la nature des sollicitations auxquelles il sera soumis. Pour les câbles structurels 4 familles d'utilisation existent. Les câbles mobiles sont mis en mouvement par des treuils ou peuvent courir autour de poulies contraignant leur courbure, c'est le cas des câbles de levage ou les câbles de remontées mécaniques. Ils sont soumis à des efforts de flexion au niveau de poulies et de traction. Au contraire, les câbles fixes, comme les haubans d'un pont suspendus, sont essentiellement soumis à de la traction. Les câbles porteurs sont utilisés pour le transport par câble, comme pour les tyroliennes par exemple. Contrairement aux câbles mobiles, leur courbure n'est pas imposée. Enfin, les câbles pour élingues sont utilisés pour soulever des charges en les harnachant. Les câbles sont fléchis selon la forme de l'objet à manutentionner puis soumis à de la traction. Quelle que soit l'utilisation du câble il est pensé pour fonctionner en traction, tendu, si bien que sa charge de rupture constitue sa caractéristique première du point de vue de son dimensionnement (Feyrer 2015).

La souplesse des torons permet de les arranger de manière plus complexe qu'en simplement les enroulant. Ils peuvent être tressés ou tissés.

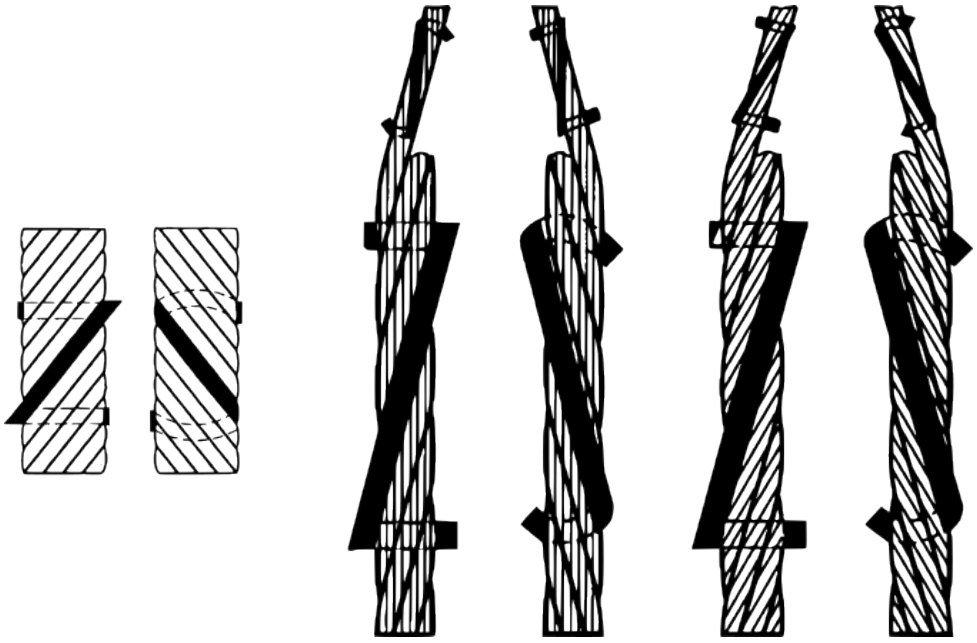


FIGURE 1.4 – Toronnage z et s, câblages croisés sZ, zS et lang zZ et sS dans cet ordre, de (CEN 2008)

Les fils les plus courants pour les applications de levage sont en acier clair, inoxydable ou galvanisé. Souvent, les câbles en acier clair sont lubrifiés pour les protéger de l'environnement extérieur. La lubrification permet également d'allonger la durée de vie des câbles en réduisant les contraintes de friction entre les fils (Feyrer 2015). L'acier utilisé dans les fils présente généralement une contrainte à rupture, aussi appelée classe de résistance des câbles, de 1570, 1770 *MPa* ou 1960 *MPa*.

Comme armature pour béton, la sollicitation principale des câbles reste la traction. Cependant, les conditions de chargement sont bien différentes des usages courants et une telle utilisation en est un usage détourné. Les performances des câbles comme armature dépendent tout particulièrement de leur géométrie, et de leur raideur en traction. Pour l'application visée, ils doivent être suffisamment flexibles. Leur raideur en flexion et leur raideur en traction restent à estimer car systématiquement non quantifiées dans le commerce.

1.1.2 La géométrie et le comportement mécanique du câble

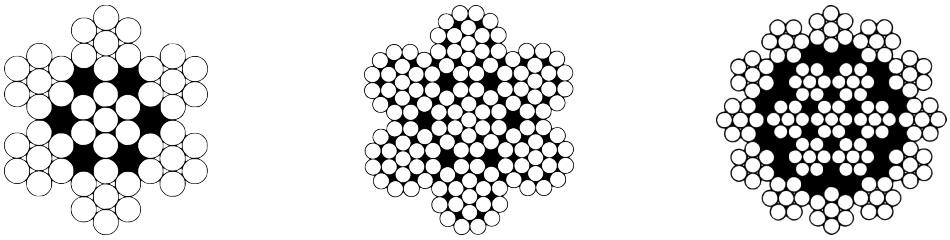
Le câble est une structure constituée de fils. Son comportement résulte de celui des fils qui le composent et de leur interaction qui varie suivant la géométrie de la section et de la lubrification ; les fils se déforment distinctement et interagissent mécaniquement par contact frottant. Il en résulte que la réponse du câble à une sollicitation dépend aussi de la sollicitation elle-même.

Parmi les travaux précédents, G. Colyvas (Colyvas et al. 2020) considère des câbles 19x7, D. Rouphaël y ajoute des câble 7x19 et dans cette thèse des câbles 7x7 sont également étudiés. Les deux premières sections sont vendues comme extra-souples et la dernière comme souple. Elles sont représentées *fig.*1.5. Les câbles à 7 torons ont un câblage croisé sZ. Tous les câbles sont de classe de résistance 1960 *MPa*. Les câbles avec les autres types de torons sont bien plus chers et ne sont disponibles que pour des diamètres importants limitant leur flexibilité.

Cette partie propose d'ajouter à la liste des sections déjà utilisées, les monotorons 1x7, 1x19 et 1x37 et un câble de 7 torons à 37 fils. Les torons à 37 fils consistent à ajouter une couche de fils supplémentaire par rapport aux torons à 19 fils, de la même manière que le toron à 19 fils est obtenu du toron à 7 fils en ajoutant une couche de fils. Ils ne sont pas disponibles dans le commerce. Ces câbles supplémentaires permettent d'élargir la discussion.

La géométrie du câble

La géométrie du câble est importante pour le comportement en tant qu'armature car elle détermine la géométrie des efforts à l'interface entre l'acier et le béton comme ce sera vu dans le chapitre suivant *sec.*2.1.1. Elle est simplifiée en omettant les fils et en considérant les torons pleins. De ce point de vue, les câbles 7x7 et 7x19



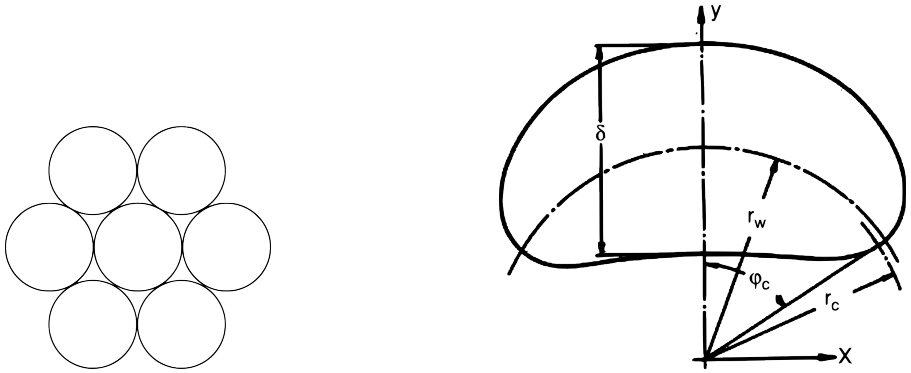
(a) Câble 7x7 (b) Câble 7x19 (c) Câble 19x7

FIGURE 1.5 – Câbles 7x7, 7x19 et 19x7 anti-giratoire testés

présentent la même forme que le monotoron 1x7 dont la section est représentée *fig.*1.6a. Les fils extérieurs sont enroulés autour du fil d'âme de sorte à former une hélice de rayon r_w. $r_w = r_a + r_e$, où r_a désigne le rayon du fil central et r_e celui des fils extérieurs. Le pas de l'hélice p s'exprime à partir de l'inclinaison des fils par rapport à l'axe du câble par,

$$\tan\beta = \frac{2\pi r_c}{p} \tag{1.1}$$

Les sections des câbles et des torons représentées jusque-là, comme *fig.*1.6a, sont idéalisées. Les fils de section circulaire enroulés autour du fil d'âme ne peuvent pas apparaître circulaire dans la section du câble. Aussi, les fils ne peuvent pas être tous de même diamètre. Le fil d'âme est plus gros que les fils extérieurs, sans quoi ils s'interpénétreraient. Le rapport minimal entre les diamètres des fils extérieurs et du fil d'âme, pour que les fils ne s'intersectent pas, est fonction du pas du câble. Ainsi, les fils d'un monotoron 1x7 ne se touchent pas. Ils pourraient tous se toucher mais cela poserait des problèmes à la mise en place.



(a) Monotoron 1x7 (b) Section réelle d'un fil

FIGURE 1.6 – Section idéalisée d'un monotoron à 7 fils 1x7 (à gauche) et forme réelle d'un fil extérieur d'après (Feyrer 2015) (à droite)

(Feyrer 2015) calcule la forme réelle d'un fil dans la section. Elle est illustrée *fig.*1.6b. La forme des fils extérieurs dans la section et la distance entre eux dépend de deux paramètres r_c, la distance à l'axe de l'âme des points les plus proches de fils extérieurs voisins, et φ_c, le demi-angle qu'occupe la section réelle d'un fil extérieur. La distance moyenne entre les fils dépend de ces deux paramètres et est donnée par,

$$s_w = 2r_c \sin\left(\frac{\pi}{m} - \varphi_c\right)\cos\beta \tag{1.2}$$

r_c et ϕ_c sont entièrement déterminés par les diamètres des fils r_a et r_e et par le pas du câble p.

(Feyrer 2015) propose un petit programme pour calculer la distance entre les torons extérieurs en fonction du pas du câble et des rayons des fils. (Wetzel et al. 2023) donne pour un câble 7x7 donne un rapport de 1.1 entre le rayon du toron d'âme et celui des torons extérieurs. En gardant ce ratio pour les câbles à 7 torons, de diamètre 6.3 mm, il résulte un diamètre du toron d'âme de 2.13 mm et de 2.03 pour les torons extérieurs. En considérant un angle d'enroulement des torons extérieurs de 15°, mesuré sur les câbles 7x19 de ce diamètre, le programme de

(Feyrer 2015) donne une distance entre les fils/torons de 0.05 mm. Si cette valeur n'est pas utilisée tout de suite dans ce mémoire, gardons à l'idée que c'est peut-être suffisant pour que du béton, du moins du ciment, puisse se placer entre les torons extérieurs et le toron d'âme.

Les sections idéalisées permettent d'approximer le taux remplissage des câbles comme le rapport η entre la section nominale calculée à partir du diamètre du câble et la section réelle comme la somme des sections de tous les fils. Par exemple pour un monotoron 1x7 de rayon de fil r, pris égal pour tous les fils, il vaut,

$$\eta_{1x7} = \frac{7\pi r^2}{9\pi r^2} = \frac{7}{9} \tag{1.3}$$

Le tableau *tab.*1.1 résume les taux de remplissage pour les différentes sections des câbles considérés,

	1x7	1x19	1x37	7x7	7x19	7x37	19x7
η	0.78	0.76	0.76	0.60	0.59	0.59	0.59

Table 1.1 – Taux de remplissage de section pour différentes sections de câble

Ce paramètre donne seulement un ordre de grandeur. Il est purement 2D alors que l'enroulement des fils et des torons augmente le taux de remplissage par unité de longueur du câble, qui lui est 3D. Pour le monotoron 1x7, d'angle de câblage β, il faut multiplier les sections des fils extérieurs par $1/\cos\beta$:

$$\eta^{3D}_{1x7} = \frac{\pi r^2 \left(6/\cos\beta + 1\right)}{9\pi r^2} = \frac{\left(6/\cos\beta + 1\right)}{9} \tag{1.4}$$

Avec $\beta = 15°$, le taux de remplissage par unité de longueur de ce câble, ou taux de remplissage volumique, vaut 0.8 contre 0.78 pour le taux de remplissage de la section idéalisée. La complexité du taux de remplissage réel croît avec le nombre de torons et de fils par toron.

Le taux de remplissage de la section permet également d'estimer la contrainte moyenne dans les fils à partir de la force. Cette contrainte, notée σ, s'exprime pour un câble de diamètre ϕ,

$$\sigma = \frac{F}{\eta\pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2} \tag{1.5}$$

La raideur en traction

La raideur en traction du câble est primordiale dans la capacité du câble à suturer une fissure : plus grande est la rigidité et moins les fissures s'ouvrent.

L'interaction et la mobilité des fils et des torons les uns par rapport aux autres rendent le comportement du câble très non-linéaire, dépendant de l'histoire du chargement et très difficile à modéliser. Même supposant la position exacte de chaque fil connue, le frottement entre les fils dépend du matériau, acier clair, galvanisé ou inoxydable, de la lubrification éventuelle. Cela rend une approche analytique du problème du câble en traction impossible (Feyrer 2015; Costello 1997) et une approche numérique compliquée à mettre en œuvre. Il ne reste que l'approche expérimentale.

La figure *fig.*1.7 présente les courbes de traction simple monotone pour les différents câbles utilisés dans les études précédentes et dans la présente thèse. Un câble 19x7 de diamètre 8 mm a également été employé par D. Rouphaël (Rouphael 2022), mais il n'a pas été testé en traction.

Le comportement est non linéaire. À faible déformation, la raideur du câble augmente jusqu'à atteindre un maximum puis décroît. La force est strictement croissante jusqu'à atteindre la charge de rupture du câble. La rupture est brutale mais précédée de la diminution de la raideur du câble. Lors de la première phase de chargement, le câble se met progressivement en tension. Cela va de paire avec le réarrangement des torons et des fils dans la section. Une fois le câble tendu, les fils plastifient les uns après les autres jusqu'à la rupture d'un fil qui entraîne celle du câble.

L'essai cyclique sur le câble 7x19ϕ6 en acier galvanisé *fig.*1.8 met en évidence une déformation résiduelle après déchargement. Lorsque les cycles ont lieu avant que la raideur maximale ne soit atteinte, cette déformation

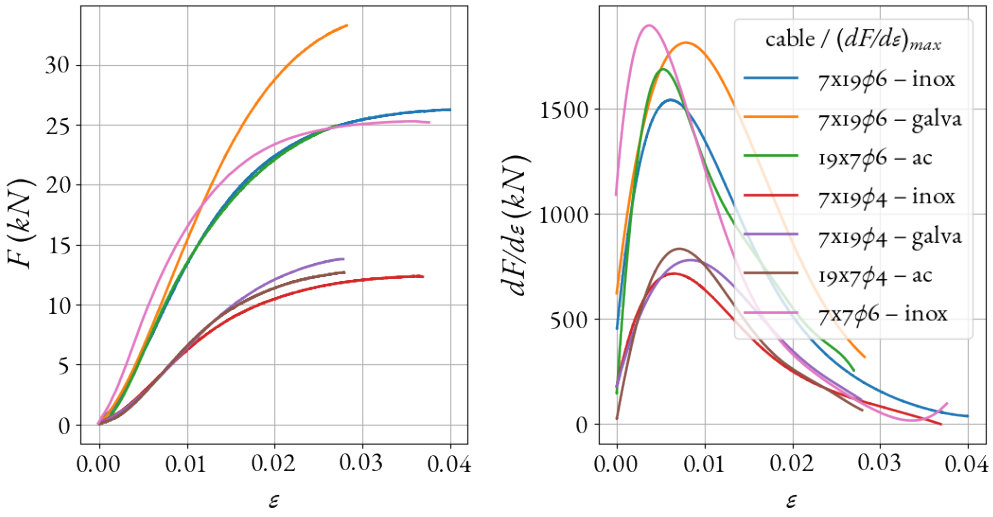


FIGURE 1.7 – Essais de traction simple monotones réalisés dans le cadre de cette thèse et des travaux antérieurs – courbes force-déformation axiale (à gauche), raideur-déformation, comme la dérivée (à droite)

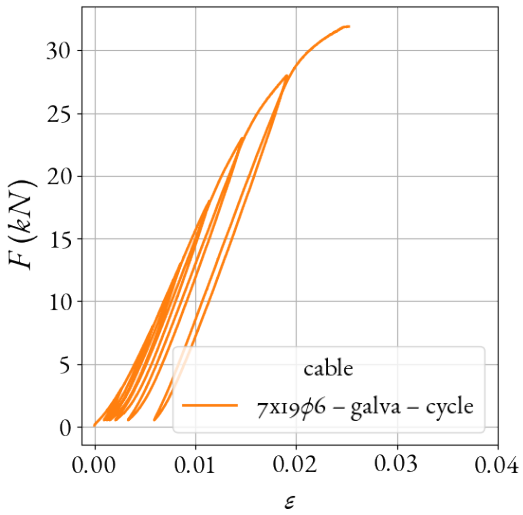


FIGURE 1.8 – Essai de traction simple avec décharge pour un câble 7x19ϕ6

résiduelle dépend peu du niveau de chargement au moment de la décharge. Elle s'explique par la réorganisation des fils et des torons qui ne bougent plus une fois "en place" par effet "stick-slip". Une fois que la raideur maximale est atteinte, au contraire, la déformation résiduelle croît nettement avec la déformation en particulier entre les deux derniers cycles, témoignant de la plastification des fils.

Les valeurs caractéristiques des essais de traction monotone des câbles, force de rupture, raideurs initiales (prises pour un chargement de 100 N) et maximales, sont résumées *tab.*1.2 et illustrées *fig.*1.9. Pour que ce soit plus parlant elles sont également exprimées en contrainte en divisant par la section réelle idéalisée $\eta\pi\frac{\phi^2}{4}$. Y sont ajoutées celles des barres HA de diamètre 6 et 8 mm calculées à partir d'une contrainte à rupture de 600 MPa et d'un module d'Young de 210GPa.

À diamètre égal, les forces de rupture des câbles testés sont bien supérieures à celle d'une barre HA. La contrainte moyenne dans les fils est jusqu'à 3 fois supérieure à celle dans l'acier HA. Cela s'explique par l'écrouissage des fils des câbles préalable au tréfilage qui présentent tous une contrainte de rupture de 1960 MPa. La contrainte moyenne dans les fils du câble 7x19ϕ6 en acier galvanisé dépasse la contrainte à rupture des fils le composant.

La plus faible raideur des câbles en acier clair à faible déformation s'explique par leur lubrification, réduisant le frottement entre les fils et entre les torons qui lors de cette phase du chargement se mettent en place. Cela

	F_{rupt} (kN)	$(\frac{dF}{d\varepsilon})_{100}$ (MN)	$(\frac{dF}{d\varepsilon})_{max}$ (MN)	σ_{rupt} (MPa)	$(\frac{d\sigma}{d\varepsilon})_{100}$ (GPa)	$(\frac{d\sigma}{d\varepsilon})_{max}$ (GPa)
7x7ϕ6 – inox	25	1.1	1.9	1473.0	64.8	112.0
7x19ϕ6 – inox	26	0.5	1.5	1558.0	30.0	89.9
7x19ϕ6 – galva	33	0.6	1.8	1978.3	35.9	107.9
19x7ϕ6 – ac	25	0.1	1.7	1498.6	6.0	101.9
7x19ϕ4 – inox	12	0.2	0.7	1619.4	27.0	94.5
7x19ϕ4 – galva	14	0.2	0.8	1889.4	27.0	108.0
19x7ϕ4 – ac	13	0.0	0.8	1754.3	0.0	108.0
barre HA6	17	5900	5.9	600	210	208.7
barre HA8	30	10500	10.5	600	210	208.9

TABLE 1.2 – Forces maximales, raideurs initiales et maximales normalisées issues des essais de traction simple monotone.

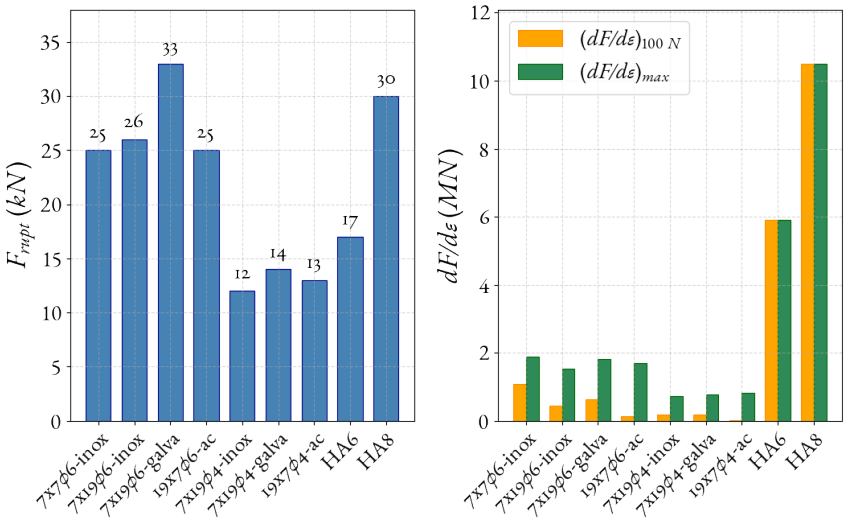


FIGURE 1.9 – Forces maximales, raideurs initiales et maximales issues des essais de traction simple monotone *fig.*1.7, sous forme d'histogramme

n'est plus vrai pour la raideur maximale. La réduction du nombre de fils permet d'augmenter la raideur à faible déformation comme le montre la comparaison entre les 7x7 et 7x19 ϕ6 en inox. Le gain est moins important pour la raideur maximale.

Le défaut principal des câbles, comme ce sera vu dans la suite de ces travaux, reste leur faible raideur par rapport aux barres HA : pour un diamètre de 6 *mm*, la barre HA présente une raideur au moins 3 fois plus importante que la raideur maximale des câbles testés de ce diamètre. Cela s'explique en partie par le taux de remplissage de 60% pour ces câbles. Le rapport de raideur exprimée en contrainte moyenne sur la section réelle est moindre. Il est de l'ordre de 2 fois moins et varie peu d'un câble à l'autre. Ce facteur 2 s'explique quant à lui par l'enroulement des torons et des fils qui ne travaillent pas en traction pure, et par la mobilité des fils entre eux ajoutant des degrés de liberté, réduisant les contraintes en moyenne. L'écart est encore plus grand à faible déformation du fait de cette mobilité.

La raideur et la force maximales apparaissent, à partir des données de ce tableau, proportionnelles en ordre de grandeur à la section et donc au diamètre du câble au carré. En comparant les câbles 7x19 et 7x7 de diamètre 6, elles sont croissantes avec la réduction du nombre de fils dans les torons et d'autant plus pour la raideur à faible déformation.

La traction du câble est également associée à une contraction de celui-ci. L'effet Poisson est très marqué du fait des espaces présents entre les fils et les torons. Ils s'appuient les uns contre les autres réduisant ces espaces. Le coefficient de Poisson apparent du câble, comme le quotient entre sa déformation axiale et sa déformation radiale, est de 2.5 pour les câbles testés dans (Wille 2004).

La flexibilité

Lors des essais de mis en place de câbles sur un radier, il a été identifié que le 7x19 de diamètre 6 mm présentait une flexibilité satisfaisante pour la manipulation du câble entre les nappes d'armatures longitudinales et que le 7x7 de même diamètre faisait office de limite. Une approche simpliste est proposée ici pour estimer la flexibilité des câbles à géométrie donnée (section et diamètre).

Dans un essai de flexion 3 points, la flèche en fonction de la force appliquée est donnée par,

$$f = \frac{FL^3}{48E_f I} \tag{1.6}$$

avec F la force appliquée, L la longueur entre les appuis, E_f la raideur en flexion et I le moment d'inertie de la section de l'objet testé. $E_f I$ caractérise la rigidité en flexion de la section du câble, soit l'inverse de la flexibilité en première approche.

Pour un câble, du fait de la mobilité des torons et des fils les uns par rapport aux autres, la raideur en flexion E_f n'est pas la même qu'en traction et est différente du module d'Young. (Mikumo, Aida et Oshiumi, s.d.) observe que cette raideur en flexion dépend surtout du nombre total de fils, N, plus que de la géométrie de la sectio. Il propose pour E_f en MPa une loi puissance de N,

$$E_f = 1.962 \times N^{-1.07} \tag{1.7}$$

Le moment quadratique d'une section de câble par rapport l'axe horizontal ou l'axe vertical de la section, telle que représentée *fig.*1.6a par exemple. En considérant que la section est symétrique par révolution, il vaut la moitié du moment quadratique par rapport à l'axe du câble noté I_{Oz}.

Le moment quadratique d'une section circulaire, de rayon R, par rapport à son centre I_c vaut,

$$I_c = \frac{\pi R^4}{2} \tag{1.8}$$

et le moment quadratique $I_{c,Oz}$ de cette section circulaire par rapport à l'axe Oz perpendiculaire au plan de la section vaut d'après la formule de Huygens,

$$I_{c,Oz} = I_c + \pi R^2 \times d^2 \tag{1.9}$$

avec d la distance entre le centre de la section et l'axe Oz. Le moment quadratique de la section de câble par rapport à son axe est la somme des moments quadratiques des fils pris circulaires par rapport à la section du câble.

À partir de ces formules, les moments quadratiques pour différentes sections de câble ainsi que les modules équivalents E_f sont calculés *tab.*1.10. La figure *fig.*1.11 représente les valeurs de rigidité de flexion pour les différentes sections de câble en fonction du diamètre des câbles.

section	N	E_f (MPa)	I_x (mm^4)	$E_f I_x$ $(kN.mm^2)$
1x7	7	0.24	$\frac{55}{3^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.128R^4$
1x19	19	0.08	$\frac{451}{5^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.045R^4$
1x37	37	0.04	$\frac{1765}{7^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.023R^4$
7x7	49	0.03	$\frac{3409}{9^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.012R^4$
7x19	133	0.01	$\frac{25959}{15^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.004R^4$
7x37	259	0.005	$\frac{99379}{21^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.002R^4$
19x7	133	0.01	$\frac{28261}{15^4}\frac{\pi R^4}{4}$	$0.004R^4$

Figure 1.10 – Calcul de la rigidité de flexion des différents types de câble

Cette approche bien que simpliste, permet de quantifier la flexibilité des câbles. La flexibilité similaire des câbles 7x7ϕ6 avec les 7x19ϕ8 et 19x7ϕ8, constatée en les manipulant est retrouvée.

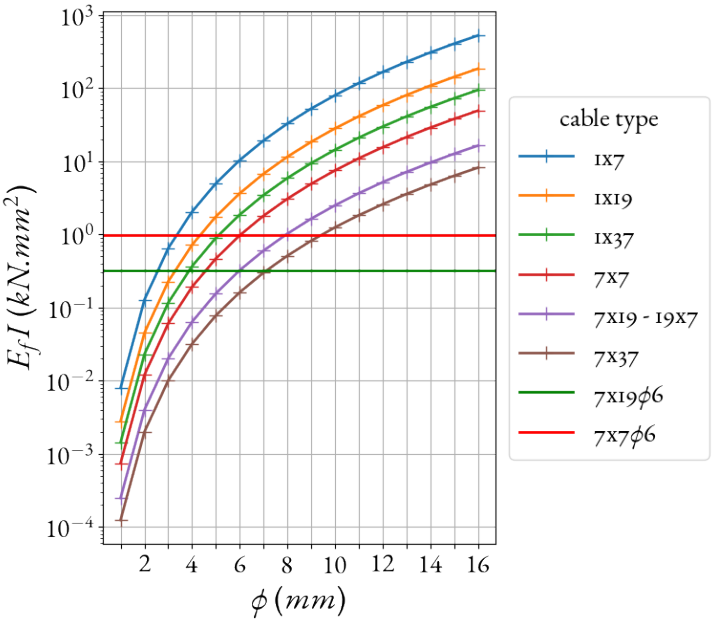


FIGURE 1.11 – Rigidité de flexion pour différentes sections de câbles en fonction du diamètre des câbles

Sur la figure *fig.*1.11, les coefficients associés aux câbles 7x7 et 7x19ϕ6 sont indiqués. Les câbles satisfaisant les exigences de flexibilité minimale sont ceux pour lesquels $E_f I$ est inférieur à 1, rigidité en flexion du 7x7ϕ6, sous la ligne rouge. Ceux pour lesquels la flexibilité est confortable se situent au niveau ou en-dessous de la ligne verte, correspondant à la rigidité en flexion du 7x19ϕ6. En se basant sur ces deux lignes, rouge et verte, cette approche permet de déterminer le diamètre maximal/optimal, à section donnée pour satisfaire l'exigence de flexibilité.

Une dernière grandeur n'a pas été traitée : la raideur en torsion. Elle est très faible à faible torsion et dépend en particulier du sens de torsion par rapport à ceux de toronnage et de câblage et des pas d'enroulement.

Aussi, la force de rupture dépend de la sollicitation. Celles données dans les catalogues correspondent à la rupture en traction simple. Si le câble est courbé, autour d'une poulie par exemple, la résistance diminue d'autant plus que le rayon de courbure est faible.

Finalement, les exigences en terme de flexibilité sont contradictoires avec celles en terme de raideur. Pour augmenter la raideur du câble tendu, il faut augmenter son diamètre ce qui altère sa flexibilité. Dans ce cas, un compromis est possible en augmentant le nombre de fils. Le toron à 37 fils n'existant pas, le 7x19ϕ6 est la meilleure option. À ce stade, il n'est pas acquis que ce soit cette raideur tendue qui soit dimensionnante pour un câble d'armature. Cela pourrait être la raideur à faible déformation. Dans ce cas, il vaut mieux réduire le nombre de fils réduisant dans le même temps la flexibilité, le 7x7ϕ6 est alors la meilleure option. Les travaux menés jusqu'ici pourront peut-être préciser les besoins des câbles comme armature.

1.2 L'utilisation de câbles pour le renforcement d'éléments en béton

Depuis W. Wilkinson l'utilisation de câbles pour renforcer les structures en béton s'est essentiellement limitée à la précontrainte. Le principe suivant qu'il s'agisse de pré ou post-tension est illustré *fig.*1.12. Le but est de comprimer le béton avant l'application du chargement pour augmenter ses capacités de déformation en traction lors du chargement. Le pré ou post-tension désigne si le câble est tendu avant (pré) ou après (post) le bétonnage. Dans le premier cas, le câble tendu est placé dans le béton frais. Une fois le béton durci, le câble est relâché et tend à se rétracter transmettant des efforts par l'interface acier-béton comprimant le béton. Dans le second le câble est placé dans une gaine vide dans le béton. Une fois le béton durci, le câble est mis en tension dans sa gaine et verrouillé dans des plaques d'ancrage prenant le béton en sandwich pré-contraignant le béton. Pour que le câble soit adhérent, ce qui n'est pas toujours le cas, du ciment est coulé dans la gaine pour le figer et le protéger de la

corrosion. En pré-tension, à relâche de la tension du câble, celui-ci tend à s'enfoncer dans le béton. Les avantages du câble pour la précontrainte, l'effet Poisson favorisant l'effet Hoyer qui augmente la pression à l'interface, ou sa faible adhérence permettant de limiter la fissuration à l'interface câble-béton, constituent autant de désavantages pour son utilisation en tant qu'armature passive. Dans ce cas l'ouverture d'une fissure tend à arracher le câble du béton, l'effet Poisson diminue la pression à l'interface et donc le frottement. La flexibilité du câble est un avantage par rapport aux aciers rigides, pour des questions mécaniques mais également de mise en œuvre et de stockage. Disponibles en rouleaux, les longueurs utilisables d'un seul tenant peuvent être arbitrairement grandes, autorisant des éléments précontraints arbitrairement longs. Ce sont généralement des monotorons de diamètre compris entre 9 et 16 *mm*, sinon des câbles à fils parallèles (Cimbéton 2000). Autant dire qu'ils n'ont pas grand chose à voir avec les câbles souples recherchés ici.

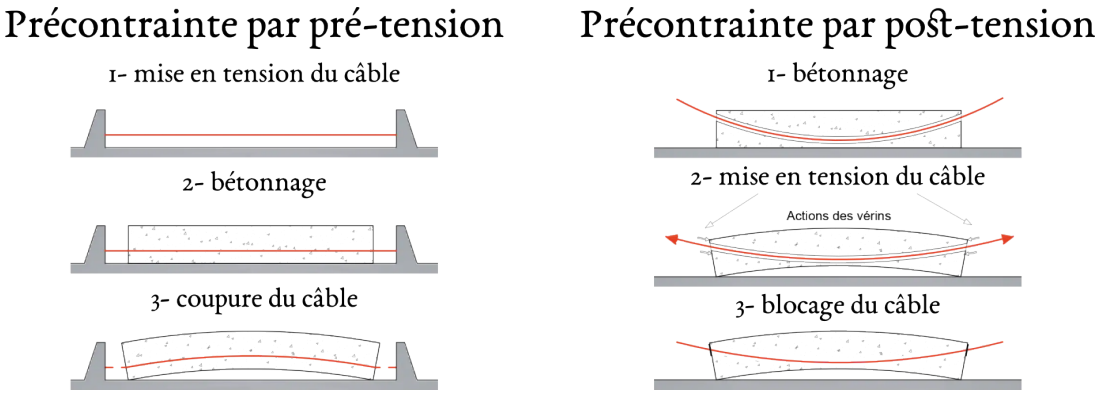


FIGURE 1.12 – Précontrainte par pré et post-tension, d'après (Lyubichev 2025)

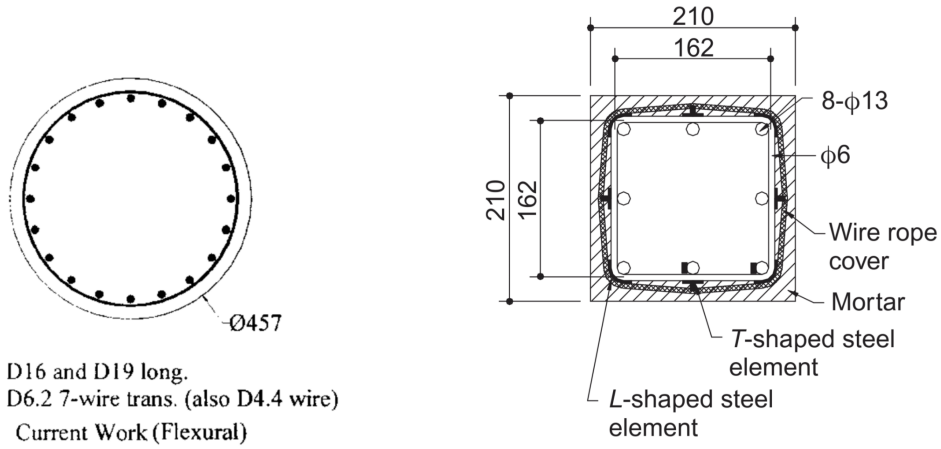
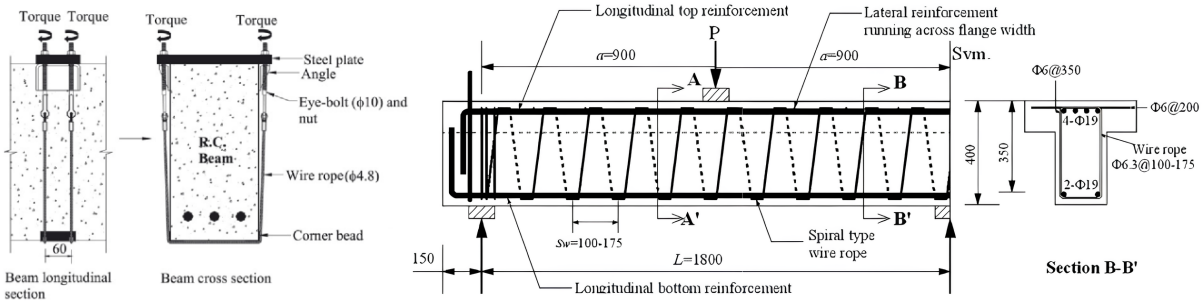


FIGURE 1.13 – Câbles utilisés comme renforcement transverse de colonnes, tiré de (Budek, Priestley et Lee 2002) et pour renforcer les colonnes existantes, tiré de (Yang et Ashour 2007)

La première étude portant sur l'utilisation de câbles en tant qu'armature passive dans le béton date de 2002. Des câbles de précontrainte, monotorons à 7 fils de diamètre 6.2 *mm*, sont disposés hélicoïdalement comme armature transversale dans des poteaux de section circulaire de diamètre 4.5 *m*, *fig.*1.13, autour des armatures verticales (Budek, Priestley et Lee 2002). L'idée est d'utiliser leur haute résistance pour réduire la quantité d'armature. Leur flexibilité permet de les enrouler, ce qui facilite leur mise en oeuvre. L'absence de retour permet de réduire l'encombrement.

Entre 2007 et 2018, quelques études sont menées en Corée du Sud autour de K.H. Yang. Les premiers travaux proposent d'utiliser les câbles pour renforcer des structures existantes tirant profit de leur haute résistance et leur flexibilité, comme vu, facilitant leur mise en place. Deux premières études sont menées sur des poteaux (Yang et Ashour 2007), *fig.*1.13, et des poutres (Kim et al. 2007), *fig.*1.14a. Les câbles embrassent les éléments en béton déjà armé pour les renforcer latéralement, complétant mécaniquement les cadres. À la différence de ces derniers qui



(a) Câble d'effort tranchant externe (b) Câble d'effort tranchant interne

FIGURE 1.14 – Renforcement des poutres en béton à l'effort tranchant avec des câbles, par l'extérieur (à gauche), adapté de (Yang, Byun et Ashour 2009), et par l'intérieur (à droite), adapté de (Yang, Kim et Yang 2011)

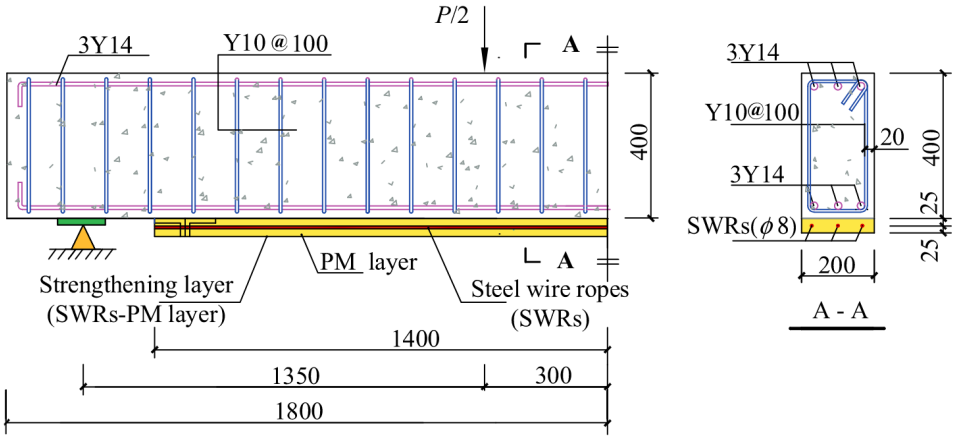


FIGURE 1.15 – Renforcement en flexion par câbles (Liu et al. 2022)

sont des armatures passives, les câbles sont légèrement tendus grâce à des écrous et des boulons à œil, en faisant des armatures actives, confinant légèrement le béton, sans qu'on puisse parler de précontrainte. Si dans les deux études, il est question de renforcement sans adhérence, dans la première du mortier est coulé par dessus les câbles. La couche d'enrobage du béton est préalablement enlevée avant que les câbles ne soient placés si bien que la section finale du poteau reste inchangée. Pour la seconde, les poutres sont préalablement endommagées puis les fissures sont bouchées avec de la résine. Les câbles sont directement posés en surface des poutres. Ils sont mis en place en les bouclant simplement ou en les enroulant continûment. Le comportement des colonnes renforcées par l'extérieur avec des câbles, sous de multiples sollicitations, en plongeant les câbles dans du mortier ou non, en faisant varier les densités de ferraillage, les orientations, les dispositions de mise en place, sont développé dans (Yang, Ashour et Lee 2009; Sim et Yang 2009; Sim, Yang et Shim 2009). La technique est adaptée pour le renforcement des murs de cisaillement (Yang, Kwon et Kwon 2018) et des poutres en T (Yang, Byun et Ashour 2009). Dans chacune de ces études, les câbles apparaissent comme des solutions crédibles pour augmenter la résistance et la ductilité des structures, avec en prime la validité des formules de dimensionnement des aciers HA. Leur flexibilité est un avantage pour la mise en place d'autant plus qu'ils sont destinés aux renforcements de structures existantes.

K.H. Yang envisage également le câble comme armature strictement passive, coulée dans le béton, et non pour renforcer des éléments déjà existants. Leur flexibilité permet de les poser continûment autour des armatures longitudinales. Ils sont d'abord testés comme acier d'effort tranchant sur des poutres en T (Yang, Kim et Yang 2011), *fig.*1.14b, démontrant leur capacité à substituer les aciers traditionnels. Sur des poteaux, (Yang 2012) démontre le potentiel des câbles comme (Budek, Priestley et Lee 2002) à la différence que les sections sont carrées et les câbles utilisés ne sont pas des monotorons et donc plus souples. Encore une fois leur haute résistance et leur flexibilité doivent permettre de faciliter la pose et de limiter l'encombrement. Pour ces mêmes avantages, ils sont testés dans

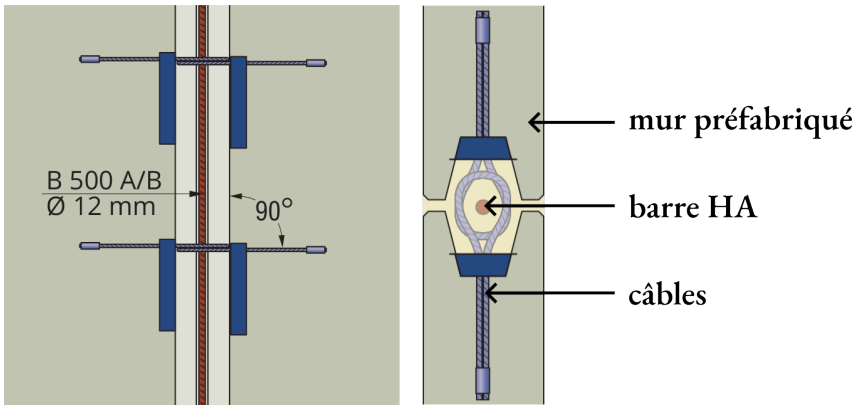


FIGURE 1.16 – Boucles de câbles pour joindre deux éléments préfabriqués, vue de côté à gauche et vue du dessus à droite, adapté de (Pfeifer 2022)

des murs de cisaillement (Mun, Yang et Lee 2016). L'utilisation des câbles comme armature passive ne sera plus étudiée jusqu'aux travaux de G. Colyvas (Colyvas et al. 2020) et D. Rouphaël (Rouphael 2022).

L'idée d'utiliser des câbles souples comme renforcement de structures existantes est plus largement développée par des équipes chinoises. Des essais de renforcement longitudinales de poutres, illustrés *fig.*1.15 sont d'abord mis en place (Wu et al. 2010; Wu et al. 2014). Des câbles sont tendus sur la face inférieure de poutres en flexion puis coulés dans du mortier. Les niveaux de tension n'ont cependant rien à voir avec de la précontrainte et le but recherché n'est d'ailleurs pas de précontraindre les poutres. La technique est une alternative aux plaques en acier ou en composites collées comme renforcement de structures déjà en service. Le mortier est remplacé par du ciment PU (pour polyuréthane). Un premier pont est renforcé (Gao et Sun 2020). (Liu et al. 2022) étudie la manière de couler le mortier et l'influence d'une longueur non adhérente. Dans un même temps des éléments en béton fibré (ECC pour Engineered Cementitious Composite) renforcés avec des câbles sont testés en traction directe (Wang et al. 2021). Des câbles en inox dans de l'ECC sont utilisés pour renforcer des éléments en flexion, l'ECC remplaçant le ciment (Li et al. 2023b). Un deuxième pont est renforcé avec cette technique (Li et al. 2023a). Comme K.H. Yang avant eux, des essais sur des poutres fissurées puis renforcées sont menés (Wei et al. 2024b). La méthode est aussi appliquée à des poteaux (Wei et al. 2023; Guo et al. 2024; Wei et al. 2024a).

Depuis une dizaine d'années les câbles sont étudiés pour la connexion d'éléments préfabriqués, en Europe et plus précisément au Danemark, (Jørgensen 2014; Veyhe, Jørgensen et Hansen 2024b, 2024a). Il s'agit d'une alternative aux U en acier HA communément utilisés. Une boucle est faite, et l'assemblage se fait en passant une barre verticale dans les différentes boucles. La flexibilité des câbles facilite le passage de la barre verticale et permet d'augmenter la tolérance sur l'alignement des joints. L'interstice est ensuite comblé de béton *fig.*1.16.

Les câbles sont également envisagés pour le renforcement d'éléments en béton imprimés en 3D. Leur souplesse permet de les faire facilement glisser dans la couche de béton au moment de l'impression (Bos et al. 2017; Lim, Panda et Pham 2018; Ma et al. 2019). Des poches d'air qui se forment en surface des câbles lors de leur mise en place sont observées, empêchant la bonne transmission des efforts entre les câbles et le béton (Bos et al. 2020). Les câbles utilisés sont très fins avec un diamètre maximale de 1.2 mm pour garantir une souplesse suffisante.

R. Avak, notamment au travers de la thèse de F. Wille (Wille 2004), semble être le seul à s'intéresser au comportement de l'interface câble-béton. Ses travaux seront plus largement développés dans la suite 2.

1.3 L'étude préliminaire de Gérald Colyvas

Le stage de G. Colyvas en 2018, fait office de pré-étude pour la thèse de D. Rouphaël qui suivra. La partie expérimentale a fait l'objet d'une publication (Colyvas et al. 2020). Six poutres, 3 avec des cadres HA8, 3 avec des câbles de diamètre 6 mm sont testées en flexion 4 points. Le choix des câbles par rapport aux barres HA est fait en prenant une force de rupture équivalente. Les poutres sont des parallélépipèdes de longueur 2.2 m de section rectangulaire de hauteur $h = 300$ mm et de profondeur $b = 400$ mm. La distance entre les appuis est de 2 m pour des points d'application des efforts espacés de 1 m laissant deux portées d'effort tranchant de longueur

$a = 500\ mm$ de part et d'autre de la poutre. Les poutres présentent un ferraillage longitudinal surdimensionné constitué de 6 barres HA16 en face inférieure et 4 HA12 en face supérieure, de sorte à forcer la plastification des aciers d'efforts tranchant. Trois poutres contiennent des cadres HA8 et 3 autres sont transversalement ferraillées continûment avec un câble enroulé autour des aciers longitudinaux. L'espacement des aciers transversaux est pris égal à $s = 240\ mm$. L'enrobage vaut $e = 30\ mm$. Les géométries de ferraillage des poutres et de l'essai sont illustrées *fig.*1.17. Les câbles utilisés sont des 19x7ϕ6 en acier clair, gras. Ils ont été dégraissés avant leur mise en

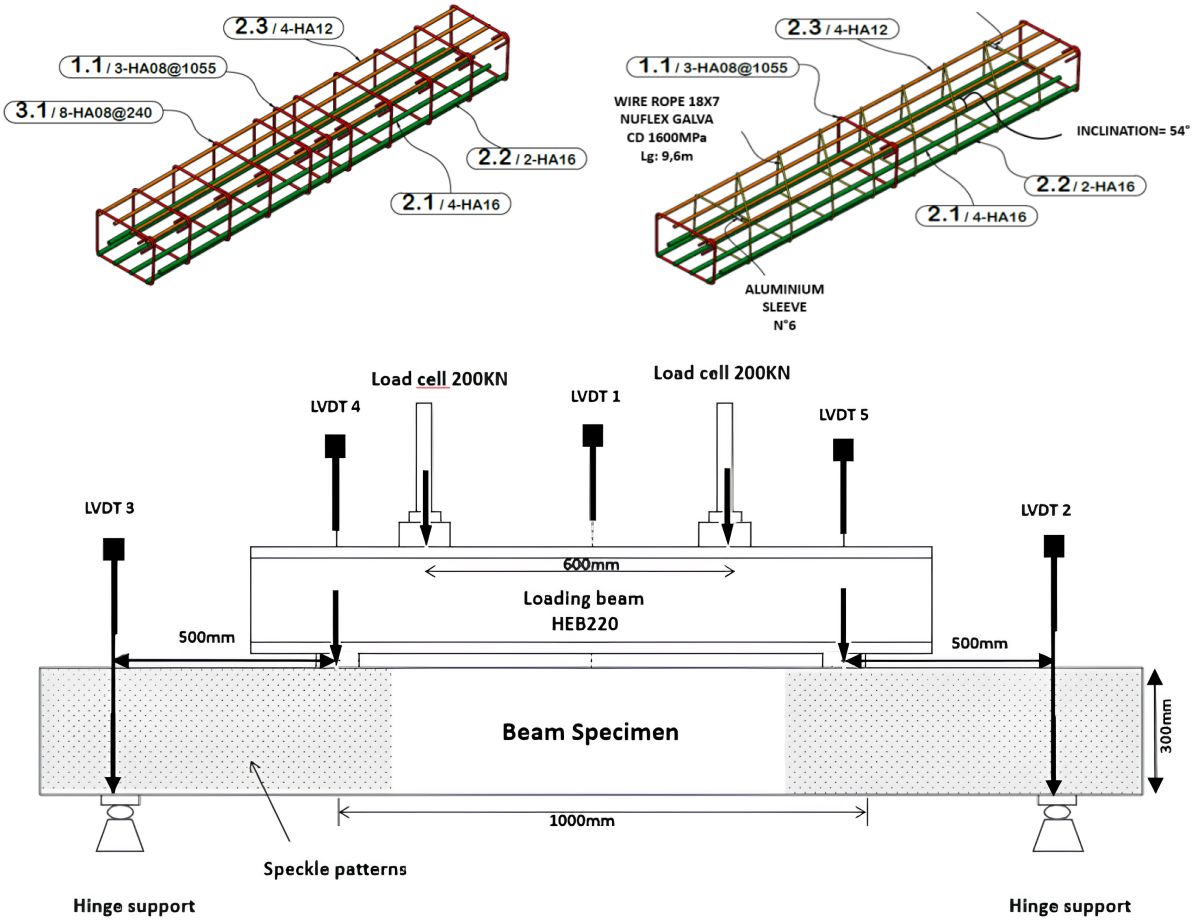


FIGURE 1.17 – Ferraillage des poutres et géométrie de l'essai, tiré de (Colyvas et al. 2020)

place dans les poutres. Ils sont vendus pour des forces de rupture de 25 kN. À titre de comparaison, les armatures HA8 utilisées plastifient à 410 MPa, soit une force de 20.6 kN, pour une contrainte de rupture de 600 MPa, soit une force de 30 kN. Le béton est un C12 de résistance à la compression de $f_{cm} = 20\ MPa$, ce qui est très peu comparé aux bétons utilisés communément en génie civil. L'analyse des faciès de fissuration est faite par corrélation d'images numériques avec le logiciel Ncorr (Blaber, Adair et Antoniou 2015).

Pour chaque configuration, deux poutres sont chargées cycliquement; numérotées 1 et 2, et une monotonement, numérotée 3. Les résultats force-déplacement sont donnés *fig.*1.18. Les forces indiquées correspondent à l'effort tranchant dans chaque portée. Toutes les poutres ruinent par plastification des aciers d'efforts tranchant autour d'une force appliquée de 160 kN. Les essais présentent néanmoins une grande variabilité en termes de niveau de force à l'apparition de la fissure d'effort tranchant.

L'Eurocode 2 (CEN 2005a) permet d'estimer les résistances des poutres à partir des données de ferraillage et de la résistance en compression du béton. La résistance du béton à l'effort tranchant qui correspond à la charge à l'apparition de la 1ère fissure diagonale est donnée par,

$$V_{rd,c} = 0.18 \times \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) (100 \times \frac{A_{sl}}{bd} \times f_{cm})^{1/3} \times bd \tag{1.10}$$

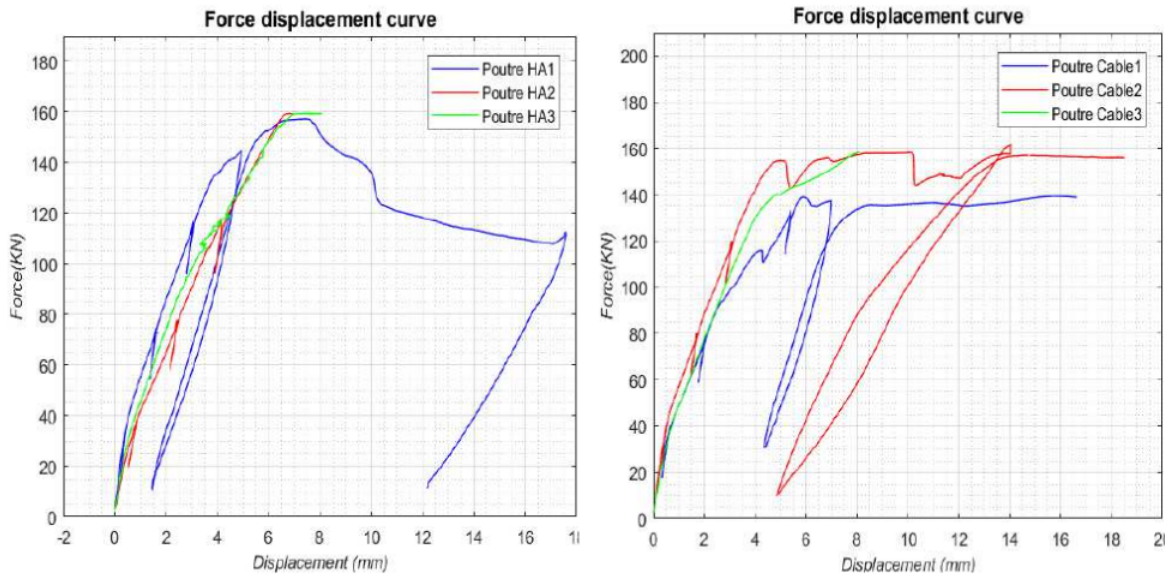


FIGURE 1.18 – Courbes force-flèche pour les poutres avec épingles standards (à gauche) et câblées (à droite), extrait de (Colyvas et al. 2020)

avec $d = h - e$ la distance à la face supérieure des aciers longitudinaux, A_{sl} la section totale d'aciers longitudinaux. Numériquement, les fissures d'efforts tranchant devraient apparaître à 84 kN. La résistance à l'effort tranchant des aciers transversaux est donnée par

$$V_{rd,s} = \frac{2}{s} \times 0.9d \times F_{max} \times \cot(\theta) \tag{1.11}$$

avec θ l'angle de la bielle de compression. Lors du dimensionnement de la poutre, cet angle peut être choisi entre 28°, l'angle entre les supports et les points d'application de la charge, et 45°. Selon l'Eurocode, la résistance à l'effort tranchant est comprise entre 36 et 45 kN pour les poutres câblées et entre 43 et 54 kN pour les poutres avec cadres HA. Les essais donnent expérimentalement θ, 31° pour les poutres avec câbles et 44° pour les poutres avec épingles, soit des résistances, toujours selon l'Eurocode, de 43 kN dans les deux cas.

Le point de vue de l'Eurocode est très conservatif et les contributions sont considérées distinctement. L'ajout d'acier transverse n'a de sens que si la résistance à l'effort tranchant du ferraillage est supérieure à celle du béton seul. De ce point de vue, les poutres ne sont pas bien dimensionnées.

Dans les faits, le béton et les aciers longitudinaux pris en compte *eq.*(1.10) et les aciers transversaux *eq.*(1.11) contribuent de concert à la résistance à l'effort tranchant. Si bien que dans cette étude, les résistances atteignent 160 kN, sauf pour la première poutre câblée qui se limite à 140 kN, soit plus que la somme des résistances de l'acier et du béton dans les deux cas. Il faut remarquer que *eq.*(1.10) est empirique et peut sous-estimer la résistance du béton. Cela semble d'ailleurs être le cas ici, étant donné les forces d'apparition des fissures d'effort tranchant comprises entre 80 et 160 kN.

Il est donc difficile de déterminer quelle est la part des armatures dans la résistance affichée par les poutres, autant pour les poutres avec câbles que celles avec barres HA. Les poutres câblées ont vu l'apparition des fissures d'effort tranchant retardées, laissant peu de place pour étudier la capacité de suturation des fissures d'effort tranchant par les câbles. Au niveau de la réponse structurelle l'apparition des fissures d'effort tranchant est associée à un adoucissement plus prononcé dans le cas des câbles que dans le cas des aciers HA. Cela s'accompagne d'une ouverture plus rapide des fissures comme le montre la *fig.*1.19. Cette ouverture plus rapide pourrait s'expliquer par le niveau d'effort plus important à leur apparition autant que par une moins bonne performance de suturation des armatures transversales.

Les conclusions des essais telles que dressées dans le rapport de contrat de collaboration suite au stage sont les suivantes,

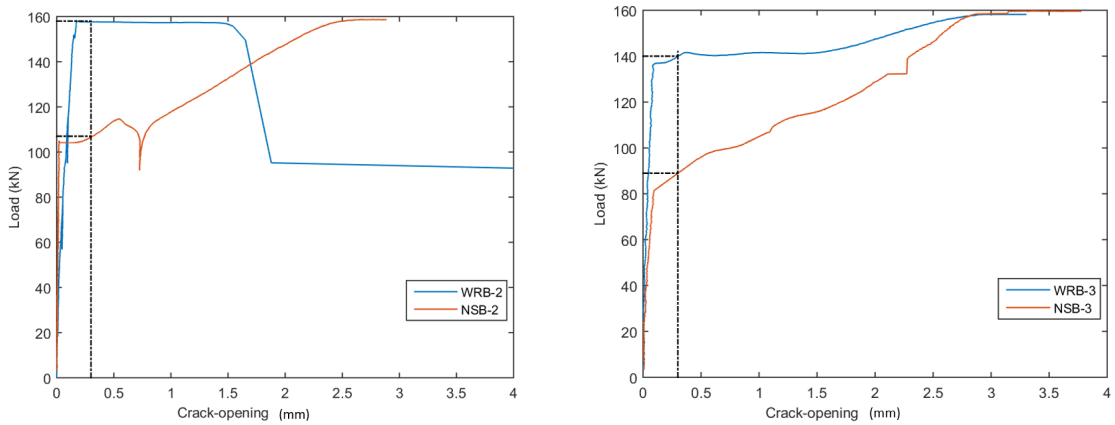


FIGURE 1.19 – Force en fonction de l'ouverture maximale de fissures d'effort tranchant. En bleu les poutres câblées (WRB) et en rouge, celles avec cadres (NSB). À gauche, essai avec décharges et à droite, sous chargement monotone. Les forces indiquées correspondent à l'effort tranchant dans les deux portées d'effort tranchant. Extrait de (Colyvas et al. 2020)

— la force de rupture au cisaillement d'une poutre réalisée avec des câbles reste similaire à celle d'une poutre réalisée avec des étriers classiques dans la mesure où la force de plastification des renforcements transversaux est conservée,
— l'apparition des premières fissurations diagonales liées au cisaillement semble retardée par l'utilisation de câbles à haute résistance par rapport à des étriers classiques,
— le comportement au cisaillement des poutres montre un léger adoucissement au moment de l'apparition de la fissuration diagonale. Cet adoucissement, qui n'est pas observé avec des étriers classiques, pourrait être dû à la flexibilité des câbles ou à une liaison câble-béton peu adhérente,
— il n'a pas été observé de différence significative quant à la ductilité des poutres du fait de l'utilisation de câbles.

1.4 La thèse de Doraine Rouphaël

La substitution des barres HA par des câbles pour les aciers transverses semble envisageable après les essais de G. Colyvas. Les résistances des poutres sont cohérentes entre celles avec des câbles et celles avec des barres comme armature d'effort tranchant, elles présentent les mêmes force de rupture. Les ouvertures des fissures d'effort tranchant sont retardées pour les poutres câblées. Mais ces ouvertures sont aussi plus brutales. Le faible nombre d'essais ne permet pas de conclure sur la capacité du câble à suturer les fissures. Ces travaux sont suivis d'une première thèse menée par D. Rouphaël (Rouphael 2022).

1.4.1 Les campagnes d'essais de flexion 4 points

La thèse de D. Rouphaël (Rouphael 2022) aura commencé et se sera terminée avec des essais de flexion 4 points. Au total, ce sont 46 poutres, massives, de dimension $2300 \times 300 \times 300\ mm$, pas loin de 10 m^3, 20 tonnes de béton, à cheval entre l'échelle du laboratoire et celui de la structure, qui ont été testées. Cette fois-ci la distance entre les points d'application est de 600 mm pour une distance inter-appuis de 2 m laissant des portées d'effort tranchant de 700 mm. Trois diamètres de câbles sont utilisés, $\phi 4$, $\phi 6$, $\phi 8$ avec deux géométries différentes 19x7 et 7x19, la première géométrie en acier clair graissé au tréfilage, la seconde en acier galvanisé tréfilé à sec. Des poutres de contrôle avec des aciers HA traditionnels ont également été testées. Les géométries de section de ces deux câbles sont données *fig.*1.20. Le béton utilisé est beaucoup plus résistant, du C50. C'est le type de béton utilisé communément en génie civil.

Lors de la première campagne 16 configurations ont été retenues faisant varier le diamètre des câbles, entre 4 et 8 mm, leur inclinaison à 45, 70 et 90°, et leur espacement, de 70 à 280 mm. Comme lors du stage de G. Colyvas,



(a) Câble 19x7 (b) Câble 7x19

FIGURE 1.20 – Sections des câbles 19x7 et 7x19

les câbles sont des 19x7 en acier clair gras. Ils sont enroulés autour des armatures longitudinales. Contrairement au stage, les câbles n'ont pas été nettoyés. La deuxième campagne aura testé 4 configurations, cette fois-ci avec des câbles 7x19 en acier galvanisé tréfilés à sec. En plus des câbles "sortis d'usine", une tentative d'altérer l'état de surface de câbles galvanisés à sec avec une solution acide (du coca) est à noter.

La figure *fig.*1.21 représente les courbes force et ouverture de la fissure principale d'effort tranchant en fonction de la flèche. Elle permet de tirer les principales conclusions quant au comportement d'armature des câbles comme acier d'effort tranchant.

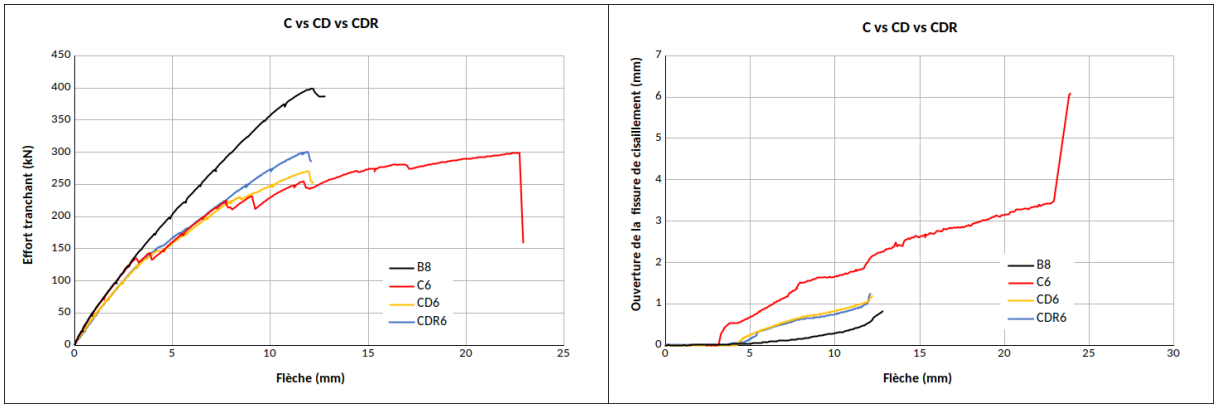


FIGURE 1.21 – Effort tranchant (à gauche) et ouverture de la fissure d'effort tranchant principale (à droite) en fonction de la flèche pour les poutres avec aciers transversaux d'inclinaison 90° et d'espacements 70 *mm*, avec barre HA8 (B8), câble de diamètre 6 *mm* 19x7 gras (C6), 7x19 galvanisé (CD6) et 7x19 au soda (CDR6) – tiré de la soutenance de thèse de Doraine Rouphaël (Rouphael 2022)

Pour ces essais, la reproductibilité est bien meilleure que dans la stage de G. Colyvas. La première fissure d'effort tranchant se développe à partir d'un effort tranchant proche de 140 *kN*. Sont ouverture est brutale pour les câbles contrairement aux poutres avec aciers HA. Cette ouverture au moment de l'apparition des fissures d'effort tranchant dépend de la géométrie du câble (19x7 ou 7x19) et de son état de surface (gras, sec, "rouillé"). Ce sont les principales différences entre les trois câbles C6 (19x7 gras), CD6 (galvanisé sec) et CDR6 (galvanisé rouillé). La liaison câble-béton est déterminante dans la capacité de suturation des fissures, d'autant plus que les câbles présentent une plus faible raideur comme établi au début de ce chapitre *sec.*1.1.2. Pour un effort tranchant donné, en supposant une adhérence équivalente, comparés aux barres HA8, il faut que les câbles se déforment plus, c'est-à-dire que la fissure d'effort tranchant s'ouvre plus pour que les câbles reprennent cet effort. Cette mise en tension du câble explique le moment de "flottement" où la force évolue peu lorsque la fissuration d'effort tranchant apparaît. Cela marque le décalage qui apparaît entre la barre HA et les câbles dans les courbes force-flèche, à gauche. L'adhérence des câbles testés ne permet pas de compenser cette plus faible raideur.

Comme pour les essais de G. Colyvas, le choix des barres a été fait de sorte à avoir une force de rupture des câbles du même ordre. La force de rupture indiquée des HA8 est de 30 *kN*, celle des câbles 19x7 (en acier clair gras) de 28.5 *kN* et celle des 7x19 (en inox) de 32.9 *kN*. La résistance à l'effort tranchant devrait donc être du même ordre pour les poutres avec câbles et avec barres HA8. Or, les résistances des poutres obtenues, illustrées partie

gauche *fig.*1.21, montrent une différence de plus de 25% entre les deux types d'armatures avec une résistance de 370 *kN* pour la poutre avec barres HA contre 270 à 300 *kN* pour les poutres câblées. Cet écart peut s'expliquer par la différence de contribution du béton. Celle-ci serait plus faible compte-tenu des fissures plus ouvertes pour les poutres avec câbles, même si ce n'est pas évident pour les câbles CD à droite *fig.*1.21.

Pour savoir si cet écart est potentiellement problématique, il faut considérer, comme lors de l'analyse des essais de G. Colyvas, les formules de dimensionnement. Ici, la résistance à l'effort tranchant du béton, calculé avec *eq.*(1.10), vaut 134 *kN*, celle des aciers, calculé avec *eq.*(1.11), vaut 193 *kN* pour un angle de la bielle de compression de 45°, mesuré sur la poutre. Dans tous les cas du fait de la contribution du béton et des aciers longitudinaux, les résistances mesurées sont nettement supérieures à celles prédites par l'Eurocode 2.

Cet écart de force peut donc tout à fait s'expliquer par la plus faible contribution du béton et des aciers longitudinaux du fait de l'ouverture plus grande des fissures pour les poutres câblées. D'autres explications peuvent être données comme la rupture fragile des câbles ou la plus faible résistance des câbles là où ils sont courbées, voir *fig.*1.17, c'est-à-dire au niveau des aciers longitudinaux. Pour l'hypothèse de rupture fragile, faute de palier plastique net des câbles, comme observé *fig.*1.7, ils ne sont potentiellement pas tous proches de la ruine au moment de la rupture du premier câble, comme c'est le cas lorsqu'il y a plastification des aciers HA. Dans ce cas, la contribution des câbles calculée avec *eq.*(1.11) est surestimée.

Malgré la plus faible ductilité des câbles comparée aux barres HA, les poutres câblées testées sont au moins aussi ductiles que celles avec aciers HA. Cela s'explique par une liaison câble-béton moins adhérente qu'avec les aciers HA. Même en ouvrant davantage les fissures, *i.e.* avec plus de glissement, les niveaux de sollicitation dans les câbles n'atteignent pas ceux dans les barres HA. Cette même différence d'adhérence explique également la ductilité du câble C6 comparé aux CD6 et CDR6.

Ces deux campagnes d'essais de flexion 4 points ont permis d'affiner les conclusions de G. Colyvas. Avec les câbles, la résistance en cisaillement de dimensionnement de la poutre reste atteinte, même si les résistances effectives sont bien inférieures aux poutres avec barres HA. Leur présence n'a pas d'influence sur les forces d'apparition des fissures d'effort tranchant. L'adoucissement des poutres câblées à l'ouverture des fissures d'effort tranchant est retrouvé dans ces essais et dépend de la nature du câble employé, et en particulier des caractéristiques de l'interface câble-béton (câble gras ou non). Enfin, les ductilités des poutres câblées sont au moins aussi importantes que celles de poutres avec cadres alors que les câbles le sont moins. Cette ductilité structurelle est apportée par une plus faible adhérence armature-béton, d'autant plus marquée pour les câbles C6 qui sont gras.

Au-delà de la figure *fig.*1.21, la première campagne d'essais a donné lieu à des études paramétriques estimant l'influence du ferraillage, du diamètre des câbles, de l'espacement et de l'inclinaison, sur la résistance à l'effort tranchant et sur l'ouverture de la première fissure d'effort tranchant à son apparition. L'espacement semble être le principal facteur de dimensionnement pour les câbles : le diamètre des câbles est limité par la souplesse requise pour leur pose, et l'inclinaison des câbles n'a pas d'influence sur l'ouverture de fissure. La restitution des études paramétriques se limite donc à la courbe *fig.*1.22 qui présente l'influence de la densité transversale de câbles 19x7 de diamètre 6 *mm* en acier clair, gras, sur l'ouverture à l'initiation de la première fissure d'effort tranchant. À partir

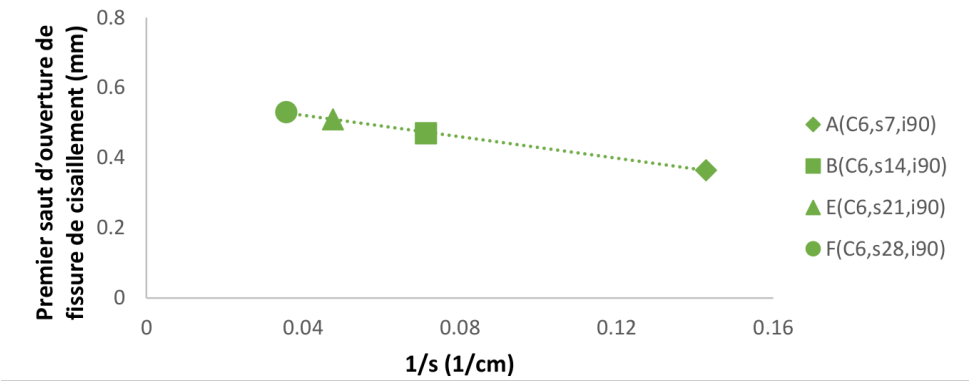


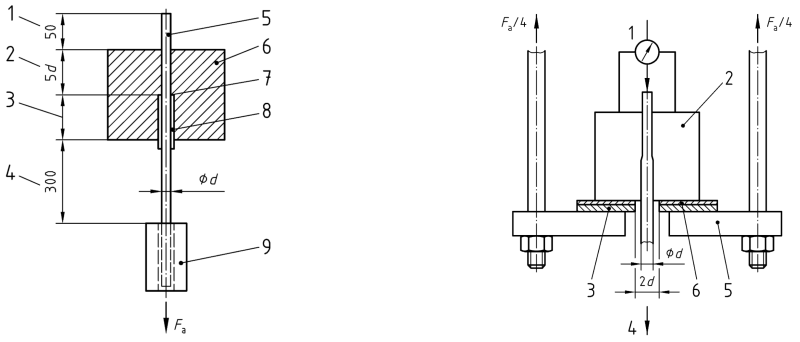
FIGURE 1.22 – Influence de la densité de câbles 19x7 transversaux sur l'ouverture de fissuration critique à l'initiation tiré de (Rouphael 2022)

de cette courbe, il est possible d'estimer une équivalence câble-HA en terme d'ouverture de fissure. Pour avoir une ouverture de fissure à l'initiation de 0.2 *mm*, qui est celle observée pour les aciers HA avec un espacement de 210 *mm*, il faudrait un espacement, en extrapolant linéairement, de 40 *mm* pour les câbles 19x7 en acier clair, soit 5 fois plus de ces câbles pour obtenir un comportement équivalent à celui des aciers HA en terme d'ouverture de fissure.

1.4.2 Les essais d'arrachement

Comme déjà évoqué, la capacité de suturation d'une armature est la conjonction de son adhérence avec le béton et de sa raideur. Pour la raideur, des essais de traction mettent en évidence que pour un câble elle est plus faible que pour une barre HA de même force de rupture. Les essais de flexion 4 points ont montré que l'adhérence des câbles testés ne permettait pas de compenser la plus faible raideur, sans qualifier si elle était meilleure ou non que celle de la barre HA8.

Pour caractériser le comportement de l'interface câble-béton des essais d'arrachement direct suivant la norme (CEN 2005b) ont été réalisés. C'est l'essai de référence pour évaluer le comportement de l'interface armature-béton comme contrainte tangentielle en fonction du glissement de l'armature.



Key
1 part of the bar up to the point of application of the displacement measuring device
2 bond length
3 free pre-length 5*d*, min. 200 mm –5*d*
4 part of the bar to the point of application of the tension force
5 reinforcing bar
6 concrete
7 plugging
8 plastic sleeve
9 grip of the testing machine

Key
1 slip measuring device for Δ_0
2 specimen
3 steel plate, 10 mm thick
4 tension force
5 bearing plate
6 5 mm rubber supporting plate

FIGURE 1.23 – Schémas de principe de l'essai d'arrachement, tiré de (CEN 2005b)

L'essai est illustré *fig.*1.23. L'idée est d'arracher, comme son nom l'indique, une armature placée dans une éprouvette de béton carrée ou cylindrique. La zone de contact entre l'armature et le béton doit être faible, 5ϕ, de sorte à pouvoir faire l'hypothèse que la contrainte est homogène dans toute l'interface entre l'acier et le béton. Un fourreau en plastique est placé du côté de l'application de la force d'arrachement de sorte à empêcher le contact armature-béton du côté du chargement et limiter ainsi les effets de bord liés à l'appui du bloc de béton sur la plaque qui le retient. Une pression radiale apparaît augmentant le confinement et donc le frottement entre l'armature et le béton. L'armature dépasse de l'autre côté de l'éprouvette par rapport à l'application de la force de sorte à pouvoir mesurer le glissement. La donnée de la contrainte à l'interface, déduite de la force d'arrachement en fonction du glissement caractérise le comportement de la liaison armature-béton.

Cet essai a été détourné pour simplement évaluer l'adhérence entre les câbles et le béton plutôt que d'obtenir des lois d'interface bien plus complètes. L'analyse de D. Rouphaël se limite à une estimation de la longueur d'ancrage pour les câbles. Pour chaque câble testé, les 19x7 en acier clair, gras, et les 7x19 en acier galvanisé, secs, de diamètres 4 et 6 *mm*, les longueurs d'ancrage sont estimées à partir de l'Eurocode 2 (CEN 2005a). Ces longueurs sont définies comme celles requises pour rompre l'armature avant arrachement, *i.e.* que toute la zone de contact ne glisse.

$$l_{ancrage} = \frac{F_{max}}{\pi\phi\tau_{int,u}} \tag{1.12}$$

avec $\tau_{int,u} = 2.25\eta_1\eta_2 f_t$ pour des aciers HA. η_1 est un paramètre relatif à la qualité de la liaison compris entre 1, bonne liaison, typiquement avec confinement, et 0.7 sinon. η_2 est un paramètre d'échelle sur le diamètre de la barre, il vaut 1 pour les aciers de diamètre inférieur à 32 mm. f_t est la résistance à la traction du béton, ici 4 MPa. En appliquant cette formule aux câbles, bien qu'elle ne soit valable que pour les aciers HA, les longueurs d'ancrage estimées sont comprises entre 20ϕ et 28ϕ pour les câbles 19x7, gras, 21ϕ et 30ϕ pour les 7x19 en acier galvanisé, sec, et entre 11ϕ et 16ϕ pour les HA8. Pour les câbles de diamètre 4 mm, des longueurs ancrées comprises entre 20 et 60ϕ sont testées, pour ceux de diamètre 6 mm, entre 20 et 50ϕ et pour les barres HA8 entre 20 et 34ϕ.

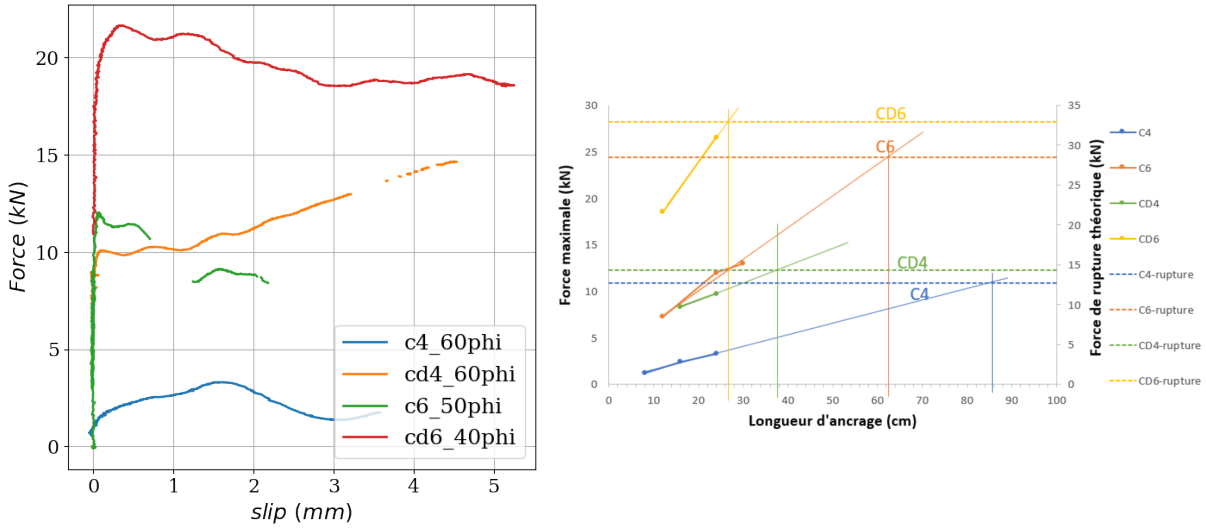


FIGURE 1.24 – Courbes choisies force glissement et extrapolation des longueurs d'ancrage

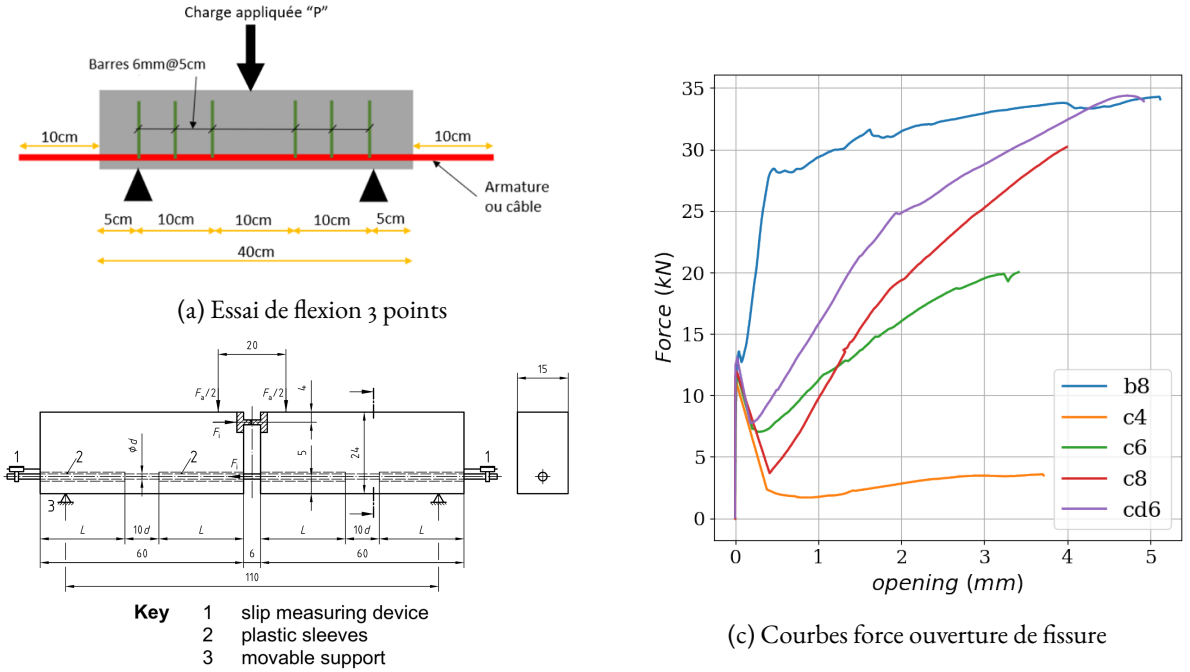
Si la rupture des câbles n'est jamais réellement atteinte, les longueurs d'ancrage nécessaires pour y parvenir peuvent toujours être extrapolées. La figure *fig.*1.24 montre les résultats des essais. La non-linéarité du comportement d'interface observé n'est pas évoquée par D. Rouphaël. Les câbles 7x19 en acier galvanisé présentent des longueurs d'ancrage bien inférieures comparées aux 19x7 en acier clair gras.

On ne peut guère tirer plus de conclusion tant l'approche "longueur d'ancrage" semble superflue. Les câbles, posés de manière continue, tissés ou enroulés, l'ancrage est de toute façon assuré dans les conditions d'utilisation. D'autre part, les longueurs ancrées sont trop importantes pour que l'on puisse supposer une contrainte homogène à l'interface comme c'est le cas pour l'essai normé (CEN 2005b). Finalement, cette campagne d'essais d'arrachement n'aura pas permis d'apporter d'autres éléments de compréhension du comportement des câbles en tant qu'armature même si, comme cela pouvait être prédit, les câbles non gras permettent d'améliorer significativement l'adhérence avec le béton. Ajoutons un petit détail qui aura son importance par la suite, le glissement du câble va de pair avec sa rotation du fait de sa géométrie hélicoïdale.

1.4.3 Les essais d'arrachement par flexion 3 points

Après les essais d'arrachement, un essai de flexion 3 points est proposé pour évaluer directement le comportement d'armature cette fois en milieu fissuré, notamment des câbles 7x19 en acier galvanisé. Comme présenté *fig.*1.25a, le câble est placé dans la longueur de la poutre de sorte à suturer la fissure de flexion apparaissant sous le point d'application de la charge. La capacité de suturation peut être facilement qualifiée en représentant les courbes force en fonction de l'ouverture de fissure comme proposé *fig.*1.25c. La force correspond à celle appliquée à l'échantillon et non à celle dans l'armature qui dépend de la longueur de fissure et de la sollicitation dans le béton. Elle n'est pas directement accessible. Cet essai est comparable du point de vue de la configuration de chargement au deuxième essai normé (CEN 2005b) de caractérisation de l'interface armature-béton, présenté *fig.*1.25b, bien que le but ne soit pas de déduire une lois contrainte tangentielle en fonction du glissement, mais plutôt force appliquée en fonction de l'ouverture de fissure.

Les poutrelles, illustrées *fig.*1.25a, font 40 cm de long, pour des sections carrées de côté 10 cm. Les appuis sont séparés de 30 cm. Elles sont ferraillées longitudinalement avec un câble qui dépasse de part et d'autre. La



(a) Essai de flexion 3 points

(b) Flexion 4 points pour caractérisation d'interface

(c) Courbes force ouverture de fissure

FIGURE 1.25 – Schéma de principe de l'essai de flexion 3 points (en haut à gauche), analogie avec l'essai de flexion 4 points pour caractérisation de l'interface acier-béton (en bas à gauche), tiré de (CEN 2005b) et résultats courbes force-ouverture de fissure (à droite)

flexion de la poutre entraîne l'apparition d'une fissure verticale, depuis la face inférieure, proche de la mi-travée de la poutre. Cette fissure est suturée par le câble. Pour limiter d'éventuelles fissures d'effort tranchant, des aciers transversaux sont introduits de part et d'autre de l'axe de chargement de sorte qu'ils ne gênent pas la fissure principale. Les câbles testés sont les 19x7 en acier clair gras de diamètres 4, 6, et 8 *mm*, notés respectivement c4, c6 et c8, les câbles en acier galvanisé 7x19 de diamètre 6, noté *cd*6 et la barre HA 8.

Les courbes *fig.*1.25c sont représentatives des différentes armatures testées. Comme pour les essais de flexion 4 points, l'apparition de la fissure est associée à une ouverture bien plus importante pour les câbles que pour la barre HA. Les sauts d'ouverture de fissures ne sont pas comparables tels quels à ceux présentés par les poutres de flexion 4 points, la géométrie des fissures et des sollicitations étant différentes. Pour les câbles 19x7, il apparaît que le diamètre du câble, et donc sa raideur, détermine la rigidité de la poutre après fissuration. Elle est d'autant plus importante que le diamètre du câble est grand. Le diamètre joue également un rôle sur l'initiation de fissure mais moins clairement. La fissure s'ouvre plus pour le câble de diamètre 8 que pour celui de diamètre 6 mais moins que celui de diamètre 4. Les câbles 7x19 et 19x7 de diamètre 6 diffèrent par leur section, voir *fig.*1.20, et leur matériau acier galvanisé contre acier clair gras, plus que par leur raideur comme vu précédemment *sec.*1.1.2. Le câble non gras présente une ouverture de fissure réduite comparée au second ainsi qu'une meilleure raideur post-fissuration. Cela s'explique par une meilleure adhérence avec le béton que le second. Son comportement reste tout de même très différent de celui observé pour la barre HA où la fissure ne s'ouvre très lentement et la raideur est bien plus importante. Sans analyse plus poussée, ces résultats ne font que corroborer les résultats des essais d'arrachement déjà présentés.

La plus faible longueur d'ancrage calculée avec les essais d'arrachement était de 27 *cm* soit 7 *cm* de plus que la longueur ancrée dans cet essai ; tous les câbles ont glissé et comme pour les essais d'arrachement ce glissement est accompagné d'une rotation du câble aux extrémités libres de part et d'autre des poutres, même si ce glissement ne se fait que d'un côté. Si les câbles 7x19 en acier galvanisé non gras ont commencé à glisser, ils se sont quand même rompus en fin d'essai. Cette observation est étonnante étant donné la longueur d'ancrage obtenue avec les essais d'arrachement et la longueur ancrée dans lors de l'essai. En effet, ce même câble, pour une longueur ancrée de 24 *cm*, glissait pour une charge appliquée de 22 *kN* lors de l'essai d'arrachement, alors qu'ici il rompt et donc a

dû atteindre 30 *kN*.

En y réfléchissant plus finement, l'hélicoïdalité du câble asymétrique par rapport à la fissure fait que sa rotation, donc son glissement, est gênée à l'endroit de la fissure. Le blocage de la rotation du câble par les actions réciproques du frottement avec le béton, de part et d'autre de la fissure, est similaire à un mécanisme de double écrou tel qu'illustré *fig.*1.26. La fissure est représentée par l'espacement entre les écrous. Le pas de vis rompt la symétrie du problème bloquant la rotation simultanée des écrous lorsqu'une force est appliquée pour les séparer davantage. Théoriquement le câble ne peut pas tourner à l'endroit de la fissure. Ce point, non identifié dans la thèse de D. Rouphaël, est central dans la compréhension du comportement du câble comme armature.

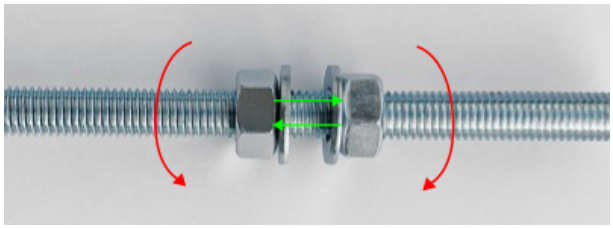


FIGURE 1.26 – *Double écrou bloque la rotation*

Les meilleurs câbles identifiés par l'essai de flexion 3 points sont les mêmes que ceux identifiés avec l'essai d'arrachement. Sauf que le mécanisme d'arrachement n'est pas le même. La raideur en torsion du câble étant très faible, si la longueur non ancrée du câble côté vérin est trop importante dans l'essai d'arrachement, comme c'est le cas dans les essais de D. Rouphaël, le câble glisse en tournant suivant sont pas. Lorsque la rotation du câble est empêchée, comme c'est le cas pour l'essai de flexion, il est obligé d'arracher du béton pour glisser . La rugosité de surface associée aux torons extérieurs joue le rôle de nervure par analogie avec les barres HA. Il est fort possible que la différence observée entre les câbles 19x7 et 7x19 lors deux deux essais, toujours en faveur du second, s'expliquent par deux raisons différentes. Pour l'essai d'arrachement, l'état de surface est prépondérant, le gras du câble 19x7 facilite son glissement. Pour l'essai de flexion 3 points,du fait du blocage de la rotation, c'est l'effet géométrique qui prédomine, les torons extérieurs plus grands pour le câble 7x19 butent davantage contre le béton que les torons extérieurs plus petits du câble 19x7, comme vu *fig.*1.20.

Dans l'essai de flexion 3 points, la cinématique de glissement du câble dans le béton est double, proche de la fissure il ne tourne pas, il s'allonge, et le béton est arraché à l'interface, de manière analogue aux barres HA. En revanche, loin de la fissure il tourne et glisse dans les sillons laissés par les torons sans arrachement de béton, de manière analogue aux ronds lisses. Dans le premier cas, la résistance de l'interface est importante et augmente avec la résistance du béton. Dans le second, la résistance est beaucoup plus faible et dépend des caractéristiques de frottement du câble avec le béton.

1.5 La conclusion

Les câbles sont des assemblages de fils enroulés en torons eux même enroulés entre eux. Le comportement du câble est structurel et dépend de l'interaction des fils et des torons entre eux. Ils se caractérisent par une grande force de rupture, plus importante que celle d'une barre homogène de même diamètre, du fait de la plus grande résistance des fils, et par une grande flexibilité dépendant du nombre de fils. Il est également très non linéaire en traction. Ces deux dernières propriétés s'expliquent par le déplacement relatif des fils et des torons les uns par rapport aux autres. La géométrie du câble est responsable de sa faible raideur en traction par rapport à une barre en acier de même diamètre. Il n'est pas plein. Pour les 7x19 et les 19x7, le taux de remplissage de la section est de 60%. Les fils enroulés en torons et les torons enroulés autour de l'âme ne sont pas strictement orientés dans l'axe du câble.

Les câbles sont largement utilisés en Génie Civil pour le précontrainte. Dans ce cas, ce sont des monotorons très peu souples en flexion qui sont employés. L'utilisation de câbles souples reste marginale et peu d'études ont été menées jusqu'à présent. Or, la flexibilité de ces câbles les rend plus versatiles. C'est pourquoi il est proposé pour le renforcement par l'extérieur de structures existantes. Ils ont également été envisagés, au début des années

2000, pour le renforcement d'éléments en béton comme des colonnes ou des poutres tirant profit de la facilité de leur pose continue qui permet également de limiter l'encombrement des aciers.

Les essais de flexion 4 points réalisés par G. Colyvas et D. Rouphaël mettent en évidence que les câbles 19x7ϕ6 et 7x19ϕ de diamètre 6 *mm* ne sont pas assez adhérents pour compenser leur plus faible raideur en traction, d'autant plus que les 19x7 utilisés sont gras. Ils laissent bien plus les fissures d'effort tranchant s'ouvrir, lorsqu'elles apparaissent, par rapport aux barres HA de diamètre 8 *mm* qui présentent les mêmes forces de rupture. La différence de raideur en traction des câbles par rapport à la barre HA8 est d'autant plus importante que les diamètres des câbles sont plus petits que la barre HA. Ces conclusions sont corroborées par des essais d'arrachement et des essais de flexion 3 points sur de petites poutres.

Une ré-analyse de ces essais montre que la géométrie hélicoïdale des câbles est déterminante dans la transmission des efforts avec le béton, ce que les essais d'arrachement ne permettent pas de rendre compte. En présence d'une fissure, le glissement du câble dans le béton génère un couple du fait de l'enroulement des torons. Les couples opposés de part et d'autre de la fissure bloquent la rotation du câble au niveau de celle-ci obligeant le câble à endommager le béton à l'interface. Contrairement aux essais de flexion 3 points qui reproduisent explicitement un fissure, ces effets de torsion sont absent de l'essai d'arrachement. Toutefois, pour l'essai de flexion 3 points, le blocage de la rotation au niveau de la fissure n'empêche pas le câble de glisser en tournant plus loin. Cela justifie que l'utilisation du câble 7x19 non gras, pour augmenter le frottement, et avec des torons extérieurs de plus grand diamètre, pour augmenter la butée du câble contre le béton, permet d'améliorer drastiquement le comportement d'armature par rapport aux 19x7 gras, testés dans un premier temps. Les capacités de suturation à l'initiation des fissures restent bien moins bonnes que celles des barres HA.

Les résistances à l'effort tranchent affichées par les poutres ferraillées avec des câbles sont bien supérieures à celles prédites par l'Eurocode , même si elles sont inférieures de l'ordre de 25% à celles des poutres avec acier HA. L'Eurocode ne prend pas en compte la contribution du béton dans la résistance à l'effort tranchant ce qui explique le premier point. Cette contribution du béton devrait également être inférieure pour les poutres avec câbles que pour celles avec aciers HA compte tenu des plus grandes ouvertures de fissures présentés par les premières.

C'est bien l'usage en service des câbles, au sens du contrôle de la fissuration, qui pose problème. Il faut augmenter la densité de câbles pour assurer les exigences de contrôle de la fissuration. D'autres câbles doivent être testés pour en identifier un susceptible de remplacer les acier HA. Une analyse plus fine des contributions relatives de la raideur et de l'adhérence sur les comportements en tant qu'armature des câbles reste également à faire. L'essai de flexion 3 points, mis en place dans la thèse de D. Rouphaël, est ré-employé à ces fins dans le prochaine chapitre. Il y est présenté plus en détail. Une campagne expérimentale est menée sur de nouveaux câbles. Une modélisation de l'essai permet de déterminer le comportement en tant qu'armature des câbles, comme un loi force en fonction de l'ouverture de fissure. Ces lois permettent d'estimer le comportement de l'interface comme une loi contrainte tangentielle en fonction du glissement, mais surtout permet de calculer le nombre de câbles nécessaires pour maîtriser les fissures comme une barre HA de diamètre donné .

Chapitre 2

Le comportement en tant qu'armature du câble dans le béton

Contents

1.1 Le câble, définition et mécanique 14
1.1.1 La définition des câbles 14
1.1.2 La géométrie et le comportement mécanique du câble 16
1.2 L'utilisation de câbles pour le renforcement d'éléments en béton 22
1.3 L'étude préliminaire de Gérald Colyvas 25
1.4 La thèse de Doraine Rouphaël 28
1.4.1 Les campagnes d'essais de flexion 4 points 28
1.4.2 Les essais d'arrachement 31
1.4.3 Les essais d'arrachement par flexion 3 points 32
1.5 La conclusion 34

La géométrie hélicoïdale des câbles est à l'origine des moments de torsion apparaissant lors de l'arrachement du câble du béton, comme c'est le cas lorsqu'une fissure s'ouvre. L'anti-symétrie de l'enroulement des torons d'un câble par rapport au plan d'une fissure implique que les réactions de torsion de part et d'autre de la fissure s'annulent et la rotation du câble est bloquée, au moins localement. La fissure ne peut s'ouvrir que si le câble arrache le béton présent dans les sillons entre les torons extérieurs. L'ancrage se fait alors par butée de ces derniers contre le béton comme c'est le cas pour la barre HA ponctuée de nervures. La faible raideur en torsion du câble favorise son glissement par rotation lorsqu'on s'éloigne de la fissure. Le comportement de l'interface câble-béton, défini comme la relation liant la contrainte tangentielle au glissement du câble par rapport au béton, nécessite d'introduire une variable cinématique supplémentaire, la rotation du câble, et les efforts statiques associés, le moment de torsion. En effet, le glissement du câble par rapport au béton se fait dans l'axe du câble là où le câble arrache du béton à l'interface et avec rotation là où il se dévisse du béton. Une telle loi de comportement n'est pas proposée ici. Une approche détournée est privilégiée à partir des essais de flexion 3 points. Cet essai est un essai d'arrachement déguisé dans le sens où l'ouverture de la fissure de flexion tend à extraire le câble du béton. Contrairement à l'essai d'arrachement classique, il reproduit explicitement une fissure si bien que les résultats rendent implicitement compte des conditions de torsion au niveau d'une fissure.

Le chapitre 1 conclut qu'après les travaux de G. Colyvas et D. Rouphaël, il reste encore à trouver un câble pouvant potentiellement remplacer les barres HA, présentant une adhérence suffisante, et il reste à développer une méthode de caractérisation du comportement du câble dans le béton. L'essai de flexion 3 points sur de petites poutres mis en place dans la thèse de D. Rouphaël est utilisé à ces deux fin.

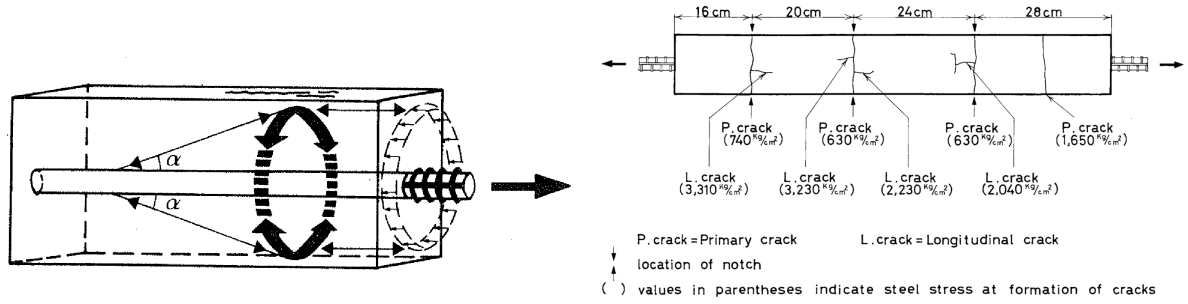
Après une rapide présentation des caractéristiques de l'interface acier-béton, quand l'acier est une barre HA, un rond lisse ou un câble de précontrainte, l'essai de flexion 3 points est présenté dans le détail. Il permet d'estimer la loi de suturation comme la force dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissure. L'essai est appliqué pour une série de câbles dans le but d'identifier, à partir de ces lois de suturation, un câble présentant une

adhérence suffisante pour qu'il soit susceptible de remplacer les aciers HA. Ensuite, connaissant le comportement du câble en traction, la loi de comportement de l'interface peut être identifiée de la loi de suturation. Les résultats obtenus permettent de déterminer pour chaque câble le nombre qu'il faudrait mettre pour avoir une maîtrise de la fissuration équivalente à celle des barres HA.

2.1 Des éléments sur l'interface entre l'acier et le béton

Que l'acier soit un rond plein ou une barre HA, l'interface est le théâtre d'interactions de natures différentes, sur des échelles différentes. Plus l'échelle est fine, plus la liste des phénomènes en jeu s'allonge.

L'échelle macroscopique, de l'ordre de quelques décimètres, est celle de la fissuration du béton. L'ouverture des fissures tend à arracher la barre du béton et à la faire glisser par rapport à celui-ci. Les contraintes tangentielles associées à ce glissement peuvent générer d'autres fissures macroscopiques. Autour de l'armature les contraintes radiales sont positives pouvant entraîner des fissures de délamination le long de celle-ci. L'équilibre entre les contraintes radiales et les contraintes tangentielles est illustré *fig.* 2.1a. D'après R. Tepfers (Tepfers 1973), l'équilibre se fait sur un cône d'angle α entre la direction de la barre et la direction principale de compression. Cet angle dépend des mécanismes d'ancrage de la barre aux échelles inférieures. Suivant la configuration de chargement et la géométrie de l'élément en béton armé, la transmission des efforts de traction de l'armature vers le béton entraîne de nouvelles fissures, cette fois orthogonales à la barre. Ces fissures apparaissent tant que la distance entre 2 fissures voisines excède une certaine longueur associée à la liaison entre la barre et le béton (Russo et Romano 1992). (Goto 1971) met en évidence les fissures liées aux interactions entre l'acier et le béton. Il met en place des essais de traction du béton par l'armature, une barre autour de laquelle est coulé du béton et dont les extrémités ressortent est chargée en traction par ces mêmes extrémités. Des encoches sont placées le long de la poutre de sorte à forcer la position de certaines fissures. La figure *fig.* 2.1b présente le faciès de fissuration pour un des échantillons. Des fissures transversales à la barre apparaissent dans le béton mis en traction par la barre au moyen de l'interface acier-béton. Toutes les fissures naissent depuis des encoches pré-entaillées, marquées par les doubles flèches, au-dessus et en-dessous du bloc de béton, sauf celle la plus à droite. L'encoche la plus à droite est à une distance supérieure à la longueur caractéristique de l'interaction acier-béton tout juste évoquée. Des fissures de délamination sont également observées, notées "L.crack".



(a) (b)

FIGURE 2.1 – Équilibre entre les efforts radiaux et tangentiels à l'origine des fissures longitudinales, d'après (Tepfers 1973), à gauche (a), et fissures macroscopiques, transverses (primary cracks) et longitudinales, associées à l'ancrage de la barre dans le béton dans un essai de traction par l'armature, d'après (Goto 1971), à droite (b)

Y. Goto (Goto 1971) est le premier à s'intéresser à la transmission des efforts à **l'échelle des verrous de la barre**, de l'ordre du centimètre. Il ajoute aux fissures transversales et longitudinales tout juste discutées, des fissures qualifiées de secondaires de nature différente. Il injecte de l'encre à travers la barre lors de ses essais de traction par l'armature. L'encre permet après l'essai, après sciage du bloc de béton le long de la barre, de rendre visible les fissures émanant des nervures mises en butée contre le béton. Comme illustré *fig.* 2.2, l'ouverture de la fissure principale tend l'armature qui se met à glisser et à se décoller du béton. L'état de contrainte est très hétérogène le long de la barre, et présente de fortes concentrations de contrainte devant les nervures représentées par les flèches sur le schéma. (Cantone, Fernández Ruiz et Muttoni 2021) met en évidence expérimentalement

ces forts gradients de contrainte dans l'acier dus à la poussée du béton sur les nervures. Ces contraintes sont à l'origine de fissures internes observées dont certaines atteignent la surface, les fissures secondaires. Il s'avère que c'est la butée des nervures contre le béton qui est le principale mécanisme d'ancrage des barres HA.

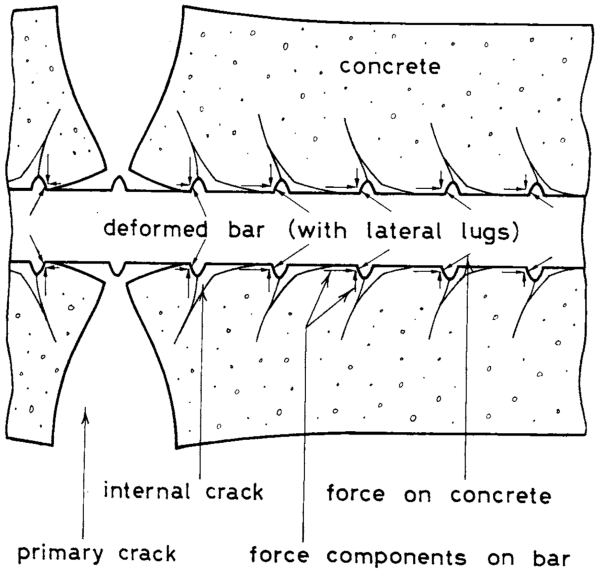


FIGURE 2.2 – Action de la barre HA et de ses nervures sur le béton et fissures internes associées, tiré de (Goto 1971)

L'échelle du contact entre l'acier et le béton, entre le micromètre et le millimètre, illustrée partie gauche de *fig.*2.3, rend compte des propriétés locales du béton, de l'acier et de ce qui peut se trouver entre les deux. Côté béton, l'interface est essentiellement constituée de mortier, les agrégats ne se trouvent pas à proximité immédiate de l'acier du fait du "wall effect". La porosité du mortier y est plus importante, des vides remplis d'air et d'eau, en proportions variables, des microfissures et des crevasses sont présents. Cette porosité dépend de l'arrangement des barres (croisement, chevauchement), de leur position par rapport à la direction de coulage et de la vibration du béton dont le but est justement de limiter la présence de ces vides qui peuvent aller jusqu'à des trous comme vu en introduction. Côté armature, la surface de l'acier présente une certaine rugosité à plus petite échelle que les nervures déjà abordées. Cette rugosité augmente l'adhérence. Pour les barres laminées à chaud, cette rugosité est en partie constituée de calamine fragile. C'est un mélange de différentes oxydes de fer, résidus du procédé de fabrication. Les aciers peuvent également présenter des dépôts de graisse et de la corrosion.

Une quatrième échelle existe, de l'ordre du nanomètre, mais les phénomènes associés sont plus chimiques que physiques. (Angst et al. 2017) traite largement les différents paramètres influant sur l'interface acier-béton à cette échelle. Ils ne seront pas développés davantage ici. Les interactions entre les différents paramètres de l'interface y sont également traités, résumés *fig.*2.3 tirée du même article. Notons seulement que cette interface n'est pas figée et évolue avec le temps, les sollicitations extérieures, les réactions physico-chimiques au sein du béton et les interactions avec l'environnement de l'élément en béton armé.

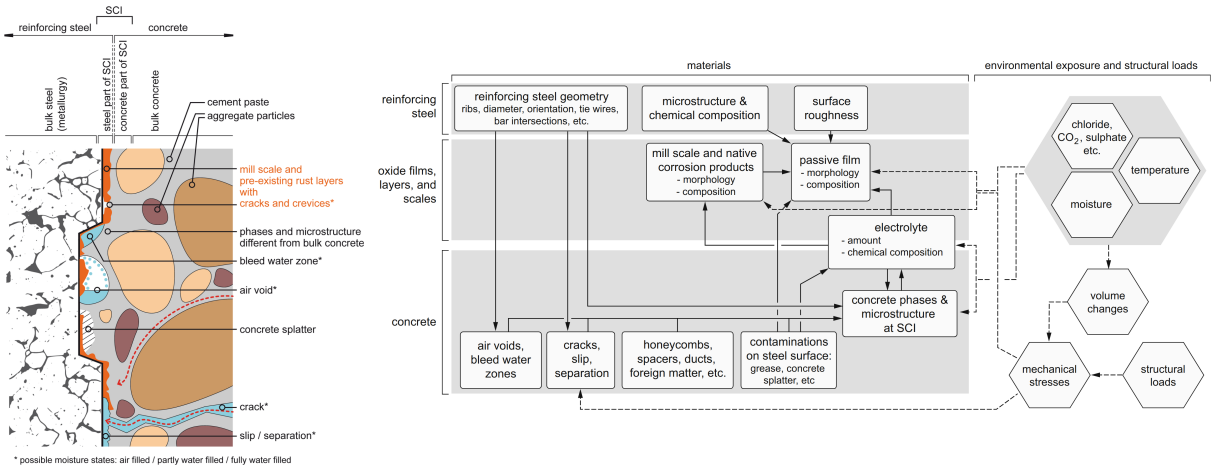


FIGURE 2.3 – Schéma de l'interface barre HA béton et des relations entre les différentes propriétés de l'interface acier-béton, tirés de (Angst et al. 2017)

L'interface acier-béton est au cœur des problématiques de durabilité du béton armé. C'est là que se produit la corrosion. C'est dans ce sens que les flèches sont orientées dans la figure précédente et que toute l'étude (Angst et al. 2017) est menée. Les questions de durabilité ne sont pas encore d'actualité concernant les câbles comme armature.

2.1.1 Le comportement et la géométrie de l'interface acier-béton

La figure *fig.*2.4 présente qualitativement le comportement mécanique macroscopique de la liaison barre HA-béton, défini comme la contrainte tangentielle entre la barre prise cylindrique et le béton environnant en fonction du glissement, discontinuité de déplacement tangentiel, toujours entre la barre et le béton, telle qu'illustré en haut à droite de la figure. Sans surprise tout ce qui se passe à l'interface, notamment le développement des fissures internes et macroscopiques affecte cette loi de comportement. À rebours de la description précédente, les échelles nanométriques puis microscopiques sont à l'origine des contraintes développées à faible glissement, lorsque la longueur sollicitée reste faible, inférieure à l'espacement entre les nervures. Sans nervure la barre glisse dans le béton. La contrainte décroît lentement, c'est la friction qui prédomine. Avec nervures, leur butée contre le béton, pilote dans un second temps le comportement macroscopique. Les nervures concentrent les contraintes dans le béton entraînant à ces endroits l'apparition de fissures, c'est la phase II *fig.*2.4. Suivant les conditions de confinement et les sollicitations externes ces fissures se propagent plus ou moins facilement, c'est la phase III. À ce stade, soit elles atteignent la surface, point de "through splitting", et le béton se fend, cas IVb, soit le confinement est suffisant et permet d'assurer la continuité de la transmission d'efforts entre le béton et l'acier et la barre finit par arracher le béton environnant, c'est la ruine par arrachement, cas IVc. Dans le premier cas, si rien ne retient la fissure il y a décohésion complète, sinon il faut la présence d'un renforcement transverse ou une action externe pour maintenir une pression assurant le contact acier-béton et la transmission d'effort par friction.

Le principal mécanisme d'ancrage de la barre HA dans le béton est la butée des nervures contre le béton, interaction géométrique mécanique. La forme et la disposition des nervures, et les propriétés locales du béton sont dès lors les principaux paramètres du comportement de l'interface.

La norme ISO-15630-1 (ISO 2019) définit la géométrie des nervures d'un acier par les 6 paramètres illustrés *fig.*2.5 : la hauteur a_m, la largeur b, l'espacement c, l'inclinaison par rapport à la surface de l'acier α et l'inclinaison par rapport à l'axe de l'acier β ainsi que sa surface projetée orthogonalement à la barre.

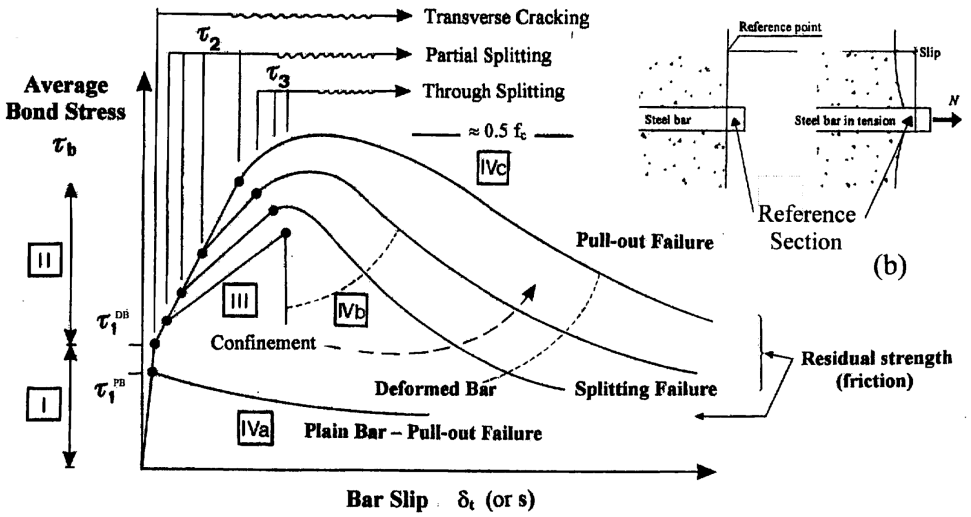


FIGURE 2.4 – Comportement macroscopique de l'interface acier-béton suivant le type d'état de surface de la barre (lisse ou HA) et le confinement de l'interface, tiré de (Tepfers et al. 2000)

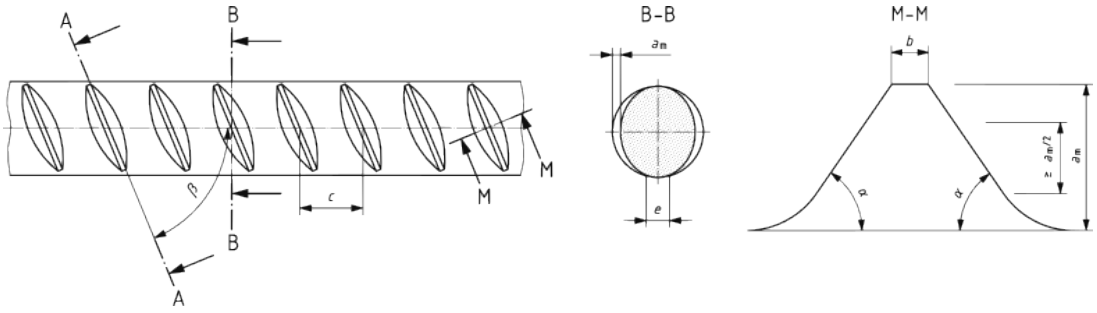
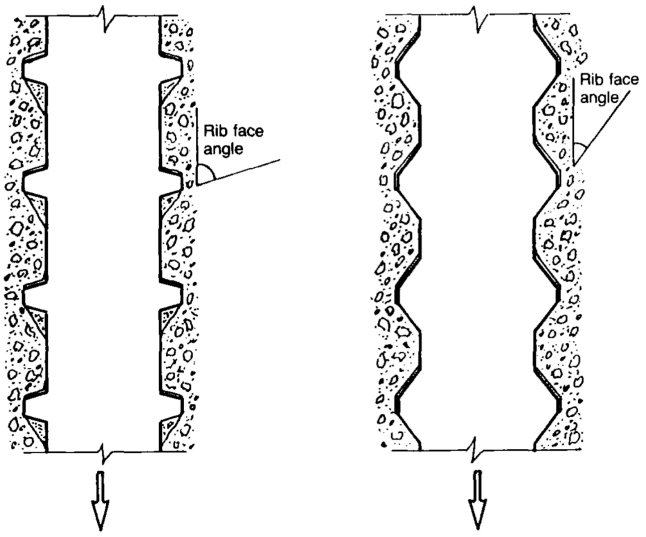


FIGURE 2.5 – Caractéristiques géométriques d'une barre HA d'après (ISO 2019)

L'influence de α sur le verrouillage des nervures est illustré *fig.*2.6. Avec des nervures abruptes, le béton devant les nervures est écrasé. Ce béton écrasé redéfinit la géométrie de la transmission d'effort puisqu'il joue désormais le rôle de nervure, voir *fig.*2.6a. Au contraire, si les nervures ne sont pas assez abruptes, il n'y a pas d'écrasement du béton et la barre glisse, cas *fig.*2.6b, c. L'angle des nervures faîtes de béton écrasé a été mesuré entre 30 et 40° par (Lutz et Gergely 1967) et entre 17 et 40° par (Darwin et Graham 1993). Cet angle est d'autant plus grand que la hauteur de la nervure est importante. Le comportement de l'interface diffère selon que l'angle des nervures α est supérieur à 40° ou inférieur à 30°. Au-dessus de 40° l'angle n'influe pas sur la réponse mécanique de l'interface (Hamad 1995). C'est dans ce sens que la norme européenne (CEN 2005b) prescrit une inclinaison minimale de nervure de 45°.



(a) Glissement de la barre (b) Écrasement du béton

FIGURE 2.6 – Mécanismes d'arrachement de la barre en fonction de l'inclinaison des nervures. Écrasement du béton devant les nervures si elles sont peu inclinées (à droite) et glissement de la barre si les nervures sont trop inclinées (à gauche), de (Cairns 1992)

Pour α suffisamment grand, le comportement de l'interface dépend de la géométrie de la barre HA au travers de la surface relative de nervure définie par la norme ISO 15630-1 (ISO 2019) quantifiant le verrouillage géométrique,

$$f_R = \frac{1}{\pi d} \frac{n A_{rib} \sin \beta}{c} \tag{2.1}$$

avec n le nombre de rangées de nervures dans le sens de la longueur, A_{rib} la surface de la nervure projetée dans son plan, β et c déjà introduits, et d le diamètre nominal de la barre (Tepfers et al. 2000). À noter que cette définition n'est valable que si toutes les nervures sont disposées avec la même orientation, au signe près, et le même espacement dans un nombre n de rangées, sinon, il faut sommer sur chaque famille de nervure.

La dépendance du comportement vis à vis de la surface relative de nervure, f_R, n'est pas absolue et dépend notamment des conditions de confinement de l'armature qui tend à dilater le béton. G. Rehm, qui historiquement l'a introduit, obtient expérimentalement avec des essais d'arrachement une loi linéaire reliant la contrainte tangentielle pour un glissement fixé à 0.1 mm et f_R (Tepfers et al. 2000). Cet essai favorise le confinement de la barre, comme décrit au chapitre précédent, *sec.*1.4.3. En modifiant la géométrie de l'essai et pour différents confinements, (Darwin et Graham 1993) met en évidence qu'en absence de confinement, f_R n'a pas d'impact sur le comportement de l'interface, que l'augmentation de la pression du béton augmente la résistance de l'interface et que ce gain est d'autant plus grand que f_R est grand.

Pour simplifier, le FIB Model Code 2010 (FIB 2013) propose une loi d'interface indépendante de la géométrie des nervures pourvu que f_R est compris entre 0.05 et 0.07. Cet intervalle, dans lequel se trouve la surface relative de nervure des barres HA, est un compromis entre ancrage et fissuration locale, déjà évoqué, qui favorise la corrosion des barres.

La géométrie des nervures est normée (CEN 2005b). Les différentes dimensions sont données dans le tableau 2.1 et s'expriment en fonction du diamètre nominal de la barre.

hauteur a_m	espacement c	inclinaison β	inclinaison α
$[0.03\,d, 0.15\,d]$	$[0.4\,d, 1.2\,d]$	$[35°, 75°]$	$\geq 45°$

TABLE 2.1 – Spécification géométrique pour les barres HA selon EN-10080 (CEN 2005b)

Le blocage de la rotation du câble à l'endroit des fissures favorise l'arrachement du béton et rend les mécanismes d'ancrage localement comparables à ceux d'une barre HA. Les torons d'un câble peuvent être vus comme des

nervures et les sillons entre les torons comme des indentations ; la surface relative de nervure/indentation peut être calculée. Les caractéristiques des "nervures" d'un câble à 7 et 19 torons, en négligeant les fils des torons, sont déduites directement de la géométrie du câble redonnée *fig.*2.7 et sont résumées dans le tableau 2.2,



(a) Câble 7x19 (b) Câble 19x7

Figure 2.7 – Sections des câbles 7x19 et 19x7 avec les torons extérieurs vue comme des nervures dépassant d'un cylindre de diamètre d

nb de torons	diamètre d	hauteur a_m	espacement c	inclinaison β	inclinaison α
7 torons	$\frac{2}{3}\phi$	$\phi/6$	$p/6$	$\tan\beta = \frac{\frac{2}{3}\pi\phi}{p}$	évolue $\in [0, 90] - av = 45°$
19 torons	$\frac{4}{5}\phi$	$\phi/10$	$p/12$	$\tan\beta = \frac{\frac{4}{5}\pi\phi}{p}$	évolue $\in [0, 90] - av = 45°$

Table 2.2 – Caractéristiques géométriques d'un toron vu comme une nervure, cas d'un câble à 7 torons, 6 torons extérieurs

Pour les câbles à 7 torons et 19 torons, les paramètres présentés dans le tableau *tab.*2.2 donnent pour les deux cas une surface relative de nervure de

$$f_R = \frac{3}{2\pi\cos\beta} \tag{2.2}$$

Les deux câbles présentant des angles de toronnages de l'ordre de 20°, cela donne une surface relative de nervure de 0.5. Du point de vue de f_R **les câbles sont des armatures de compétition.** Il coche toutes les cases sauf les recommandations du FIB, tout en sachant que l'absence d'arête des torons, pris comme nervures, réduit la concentration de contrainte à l'interface et donc les fissures que le FIB entend limiter en limitant f_R. L'écart avec les performances d'armature obtenues lors de la thèse de D. Rouphaël est tel que f_R n'est évidemment pas suffisant pour représenter cet ancrage, il ne rend pas compte de la lubrification du câble ou non.

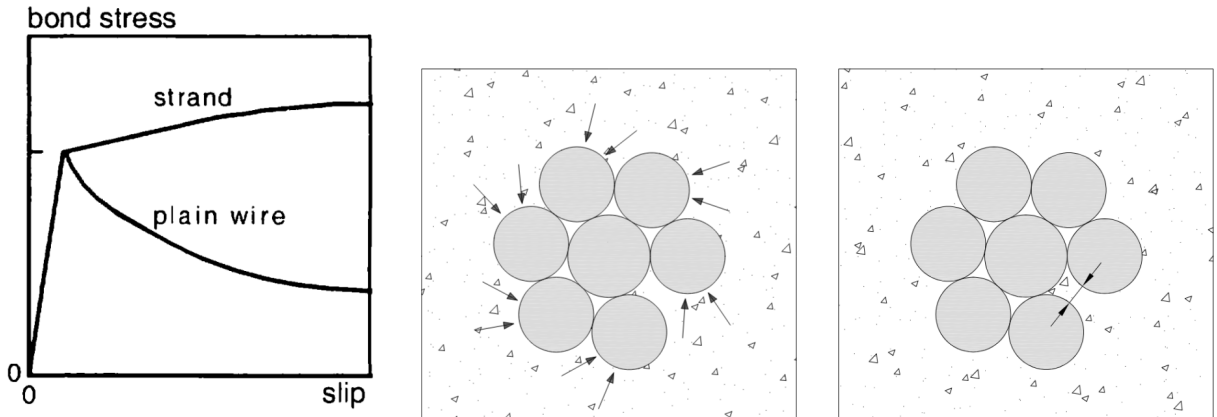
La surface relative de nervure qui mesure la propension de l'armature à buter contre le béton n'est pas suffisante pour qualifier la capacité des câbles à s'ancrer dans le béton. Les essais d'arrachement et de flexion 3 points rapportés au chapitre précédent *sec.*1.4.3 montrent que le mode de ruine de l'interface entre le câble et le béton est hybride. L'action du béton sur les torons génère un couple de torsion dû à la géométrie hélicoïdale. Suivant les conditions de chargement le câble glisse ou bute contre le béton. Si la rotation est permise comme dans l'essai d'arrachement, le câble peut se dévisser et glisser. En présence d'une fissure, comme lors l'essai de flexion 3 points, la rotation est proscrite à l'endroit de la fissure et le câble doit arracher le ciment pour s'extraire. Enfin, la faible raideur en torsion du câble, autorise, en présence de fissure, la transition entre ces deux modes de ruine. : proche de la fissure le béton s'endommage, ce qui facilite le dévissage du câble plus loin.

2.1.2 Des élements sur les effets de torsion à l'interface

Ces effets de torsion sont peu étudiés. Les câbles sont utilisés quasiment exclusivement pour la précontrainte. Dans ce cas, la transmission des efforts se fait par frottement, *i.e.* glissement, du câble et par effet Hoyer du nom d'Ewald Hoyer, associé à l'important effet Poisson des câbles, comme développé au chapitre précédent *sec.*1.1.2, qui une fois relâché pour appliquer la précontrainte applique une pression radiale d'autant plus grande sur le béton, ce qui augmente significativement le frottement entre le câble et le béton. Dans le cas contraire, si une

fissure vient à tendre le câble, la réduction de la pression à l'interface acier-béton du fait de ce même effet Poisson pousse à négliger la contribution des câbles de précontrainte à la suturation des fissures (Mitchell, Cook et Tham 1993). Les éléments précontraints sont de toute façon dimensionnés de sorte à éviter cette fissuration.

Les premiers a avoir identifié l'importance de la rotation du câble sur la transmission des efforts avec le béton sont (Russell, Burns et ZumBrunnen 1994), en 1994, dans un rapport de recherche sur le dimensionnement des structures précontraintes avec des câbles de grands diamètres. Jusqu'alors, les essais d'arrachement de (Stocker et Sozen 1970) servaient de référence. La rotation du câble était bloquée à l'endroit d'application de la force sans que cela n'empêche la rotation ne permettant pas de constater les effets de torsion. Ces effet étaient négligés. (Russell, Burns et ZumBrunnen 1994) expliquent la non influence de la torsion sur le comportement de l'interface câble-béton, constaté par (Stocker et Sozen 1970), par la distance entre le point d'application de la force et le point d'entrée du câble dans le béton, sans quantifier les couples en jeu. Les causes sous-jacentes au comportement de l'interface câble-béton restent largement envisagées qualitativement. Les mécanismes de glissement et la différence de comportement d'interface avec le rond lisse, en particulier, la meilleure performance, telle que schématisée *fig.*2.8a, s'expliquent par le pas du câble "pitch effect" et les défauts d'arrangement des fils "lack of fit". Le "pitch effect" correspond à la butée des torons contre le béton présent dans les sillons, les réactions du béton sur les torons sont représentées *fig.*2.8b (Uijl 1998). Ces réactions génèrent un couple agissant dans le sens opposé à l'enroulement des torons. Le "lack of fit" est associé aux irrégularités d'arrangement des fils, comme vu *fig.*2.8c. Ces irrégularités des sillons occupés par du béton obligent les torons à bouger les uns par rapport aux autres lors du glissement, générant des contraintes additionnelles (Laldji et Young 1988).



(a) Comportements de l'interface câble et rond lisse - béton

(b) "pitch effect"

(c) "lack of fit effect"

Figure 2.8 – Contributions à la résistance au glissement du câble, comparaison du comportement de l'interface entre le rond lisse et le câble, à gauche (a), réactions additionnelles du béton sur le câble dues à la varitation de pas "pitch effect", au centre (b), et défaut géométrique de l'arrangement des torons, à droite (c), (a) tiré de (Tepfers et al. 2000), (b) et (c) de (Steensels et al. 2017)

La géométrie du câble détermine la géométrie de la transmission des efforts à l'interface entre le câble et le béton. La disposition en hélice des torons qui butent contre le béton génère un couple de torsion lorsqu'une force vise à extraire le câble du béton. Ce couple tend à faire tourner le câble dans les sillons remplis de béton. En milieu fissuré, les couples générés par la réaction du béton lors de la mise en tension du câble suturant la fissure sont égaux mais de sens opposés à l'endroit du câble, si bien que la rotation du câble au niveau de la fissure est impossible, comme déjà exposé dans le chapitre précédent *sec.*1.4.3. La rotation bloquée, le principal mécanisme de transfert d'effort entre le câble et le béton est la butée des torons contre le béton, de la même manière que les nervures d'une barre HA butent contre le béton. Dans ce cas, si la rotation est prescrite, la surface relative de "nervure" telle que calculée a du sens pour le câble. Elle est supérieure pour le câble que pour la barre HA suggérant un meilleur ancrage. Cependant, la faible raideur en torsion du câble fait que la rotation du câble est d'autant moins gênée qu'on s'éloigne de la fissure, si bien que le câble peut également glisser dans le béton. Ce glissement est accompagné d'une rotation du câble. Les effets de torsion sont déterminants dans la transmission des efforts à l'interface acier-béton.

Le plus simple pour rendre compte de ces effets de torsion qui ont lieu au niveau des fissures est de reproduire une fissure. L'essai de flexion 3 points présenté au premier chapitre *sec.*1.4.3 est reconsidéré pour évaluer l'adhérence de nouveaux câbles dans le béton.

2.2 L'essai de flexion 3 points pour mesurer le comportement de l'armature câble

Avant d'aborder la campagne expérimentale de flexion 3 points, l'essai en lui-même est décortiqué à partir d'une des poutres testées lors de la-dite campagne. Le développement des fissures et la relation entre la force appliquée sur la poutre et la force dans l'armature sont explicités.

2.2.1 L'analyse de la fissure principale avant application

Pour créer un milieu fissuré stable, une charge est appliquée sur une petite poutre de dimensions 400x100x100 *mm* entre deux appuis distants de 300 *mm* comme le montre *fig.*2.9. La poutrelle est traversée par une armature longitudinale, placée à 20 *mm* de la face inférieure, dépassant de part et d'autre. L'apparition d'une fissure de flexion, verticale, au centre de la poutre, voir *fig.*2.9, sollicite l'armature en traction par le biais de l'interface. Une encoche est réalisée sur la face inférieure de la poutre pour forcer sa position au centre. Des aciers HA d'effort tranchant de diamètre 6 *mm* en U sont placés de sorte à limiter l'ouverture des fissures d'effort tranchant comme c'était déjà le cas pour la thèse de D. Rouphaël *sec.*1.4.3. Pour ne pas gêner la propagation de la fissure de flexion et le travail de l'armature longitudinale testée, ils sont placés à 50, 100 et 150 *mm* de part et d'autre de l'axe vertical sous la charge avec un enrobage de 40 *mm* par rapport à la face inférieure et 20 *mm* par rapport aux faces latérales.

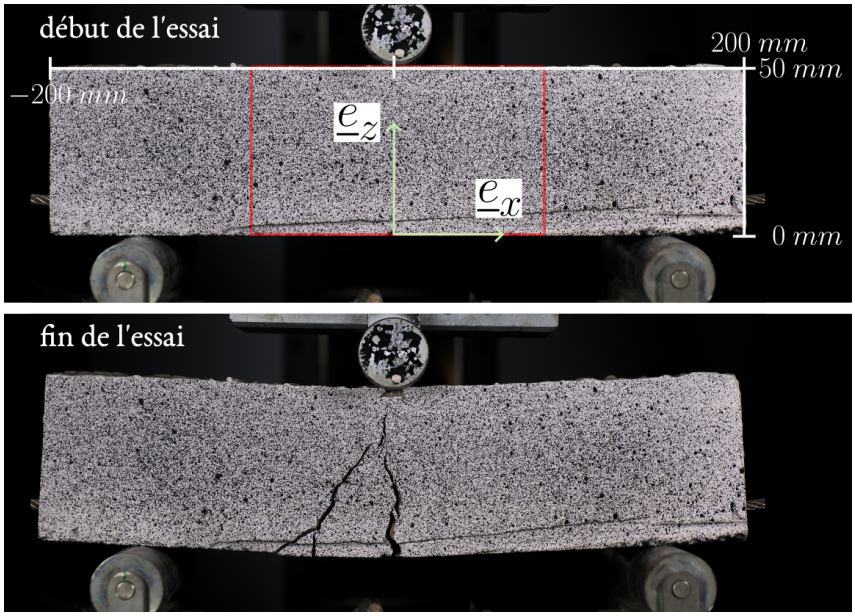


FIGURE 2.9 – Poutrelle en flexion 3 points au début et à la fin de l'essai, le câble 7x19ϕ6_2 de la deuxième campagne. La fissure de flexion recherchée est celle verticale au centre de la poutre. Les cadres en U ne permettent pas de suturer la seconde fissure, parasite du point de vue de l'essai, à gauche de la première

La fissure de flexion est mesurée à partir des champs de déplacement obtenus par corrélation d'images numériques locale, avec la librairie Python Spam (Stamati et al. 2020). Celle-ci est réalisée sur la zone d'intérêt encadrée en rouge *fig.*2.9 de dimensions 140 par 100 *mm* sur une grille de 200 par 138 imagettes carrées.

Pour mesurer la fissure de flexion, seules les déformations dans l'axe de la poutre sont nécessaires. Celles-ci sont simplement obtenues en analysant le champ de déplacement horizontal sur des lignes elles-mêmes horizontales. La mesure de l'ouverture de fissure au niveau de l'armature est obtenue par la différence de déplacement horizontal entre les points de coordonnées $(\pm 14, 20)$ *mm*. La longueur de fissure, comme la hauteur de l'axe neutre,

hauteur où les déformations axiales sont nulles, est déterminée à chaque prise de vue en analysant les champs de déplacement horizontaux sur la longueur de la poutre pour différentes hauteurs.

La figure *fig.*2.10 représente de telles distributions pour des hauteurs comprises entre 60 mm par rapport à la face inférieure et la face supérieure. Proche de la section médiane de la poutre, $x = 0$, le déplacement n'est pas fiable du fait de la présence de la fissure et du béton écrasé sous la charge. Cette zone n'est pas utilisée. Pour toutes les cotes présentées à l'exception de $z = 100$ mm, le déplacement horizontal à gauche de la fissure est inférieur à celui à droite, le béton est en traction. En $z = 100$ mm, le béton est comprimé. La variation de déplacement de part et d'autre de la fissure est calculée en faisant la différence du déplacement au niveau de la fissure extrapolée par la droite et par la gauche. L'extrapolation est faite par régression linéaire. La hauteur de l'axe neutre est la hauteur à laquelle la variation de déplacement ainsi obtenue est nulle. Cette hauteur est considérée comme étant la longueur de fissure. Toutes les rangées d'imagettes sont utilisées et pas que les cotes de la figure *fig.*2.10.

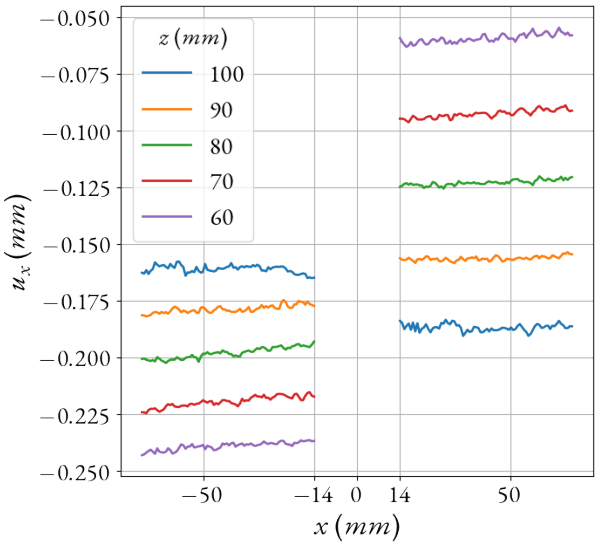


FIGURE 2.10 – Déplacement horizontal u_x à différentes hauteurs comprises entre 60 et 100 mm sur la longueur de la zone d'intérêt. Le déplacement proche du centre de la poutre n'est pas considéré

L'évolution de la fissure de flexion lors de l'essai 7x19ϕ6_2 est présentée *fig.*2.11. À l'ouverture de fissure à l'endroit du câble *fig.*2.11b, et à la longueur de la fissure *fig.*2.11c, sont ajoutées la réaction de la poutre, à gauche *fig.*2.11a, et la déformation maximale en compression du béton, sous la charge, en fibre supérieure, mesurée entre les points $(\pm 14, 100)$ mm, à droite *fig.*2.11d.

La première partie des courbes précède l'apparition de la fissure matérialisée par la ligne verticale. L'augmentation progressive de la raideur de la poutre s'explique par l'écrasement du béton à la surface sous la charge et à son tassement à proximité des appuis. Avant l'apparition de la fissure, le béton se déforme peu et la déformation maximale en compression reste dans l'erreur de mesure. Une fois que la résistance en flexion de la poutre est atteinte, la force chute et une fissure verticale se propage depuis l'encoche sur la face inférieure sans atteindre la face supérieure. C'est la fissure sous la charge visible *fig.*2.9. Elle s'ouvre, l'axe neutre qui était au centre de la poutre remonte brutalement proche de la face supérieure, la fissure occupe plus de 90% de la section. Le câble suture la fissure. Le milieu fissuré est stable. La fissure ne se propage plus. L'axe neutre descend même un peu mais reste à 94 mm de hauteur. La diminution de la hauteur de l'axe neutre peut s'expliquer par l'endommagement en compression du béton sous la charge. La fissure s'ouvre de manière continue et régulière et est associée à une compression croissante du béton non fissuré. Le tout malgré l'apparition d'une seconde fissure, pour $d = 2.5$ mm, $F = 15$ kN, celle de gauche visible *fig.*2.9.

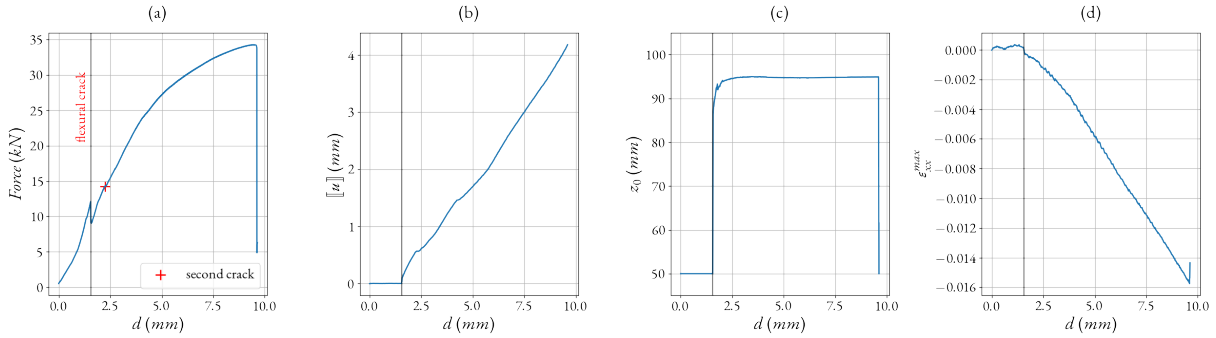


FIGURE 2.11 – Évolution de la fissure au cours de l'essai de flexion 3 points 7x19ϕ6_2 de la deuxième campagne. En fonction du déplacement imposé, la réaction de la poutre (a), l'ouverture de fissure à 2 *cm* de la face inférieure à hauteur de l'armature (b), hauteur de l'axe neutre où la déformation axiale est nulle (c) et déformation axiale au niveau de la fibre supérieure entre les points $(\pm 28, 100)$ *mm* (d)

Cet essai permet de faire le lien entre l'ouverture de la fissure de flexion, et la force dans l'armature, déduite de la force appliquée et des caractéristiques de la fissure, sa longueur en l'occurrence. La relation liant force dans l'armature à ouverture de fissure est considérée comme une loi de comportement de suturation du câble, valable pour le couple câble-béton testé.

2.2.2 La force dans l'armature

L'intérêt de l'essai de flexion 3 points est de caractériser la réponse du milieu fissuré en faisant le lien entre la force dans l'armature, qui peut être déduite de celle appliquée à la poutre, et l'ouverture de fissure. Ce qui se passe avant la propagation de la fissure de flexion n'a, en ce sens, pas d'importance. L'objectif est d'avoir une propagation de la fissure instable, c'est-à-dire brutale, elle sera développée dans la section suivante, et que la fissure de flexion, une fois propagée, n'évolue plus, comme c'est le cas, vue la constance de l'axe neutre de la poutre après propagation *fig.*2.11c.

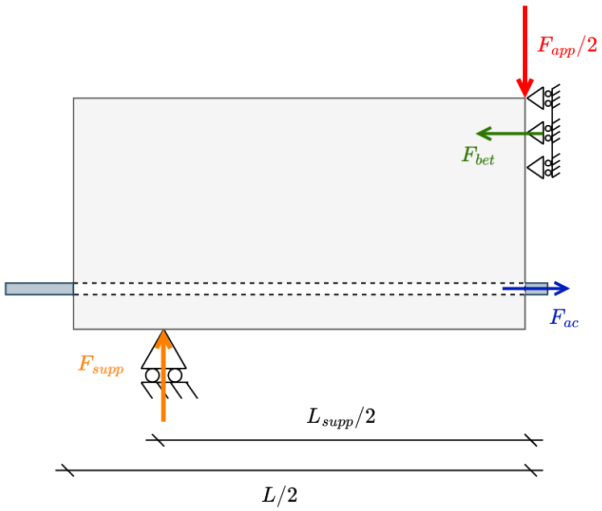


FIGURE 2.12 – Équilibre des efforts appliqués sur la demi-poutre fissurée

L'équilibre de la demi-poutre fissurée en flexion 3 points est illustré *fig.*2.12. La force dans l'armature peut être calculée à partir de l'équilibre de la section fissurée.

L'équilibre en moment au barycentre des contraintes de compression dans le béton non fissuré au-dessus de la fissure est utilisé pour estimer la force dans les aciers. En notant y_b distance du barycentre à la fibre supérieure, l'équilibre s'écrit,

$$\frac{F_{app}}{2}\frac{l}{2} = F_{ac} \times (h - e - y_b) \tag{2.3}$$

S'en suit que,

$$F_{ac} = \frac{F_{app} \times l}{4(h - e - y_b)} \tag{2.4}$$

Cette approche permet de calculer directement la force dans l'acier à partir du chargement de la poutre, connaissant la hauteur de l'axe neutre, sans avoir à utiliser le comportement en traction du câble. La position du barycentre des contraintes de compression du béton demande néanmoins de postuler la distribution de ces contraintes. Mais l'avantage de la géométrie de cette poutre est la fissuration quasi-complète de la section médiane, limitant l'erreur sur la force dans l'armature due à l'incertitude sur la hauteur du barycentre des contraintes de compression. Pour la poutre associée à la figure *fig.*2.11, l'axe neutre se trouve à 6 mm de la fibre supérieure et ne bouge que très peu. En considérant deux cas, la contrainte est homogène sur la section non fissurée et la contrainte évolue linéairement sur cette même section, le barycentre des contraintes de compression est compris entre 1/2 et 1/3 de la hauteur de la section non fissurée en partant de la face supérieure, soit entre 2 et 3 mm.

La force dans l'acier estimée de l'équation *eq.*(2.4) pour l'essai témoin pour les deux hypothèses de distribution de contrainte dans le béton, est représentée *fig.*2.13 ainsi que l'écart relatif entre les deux. L'hypothèse quant à la

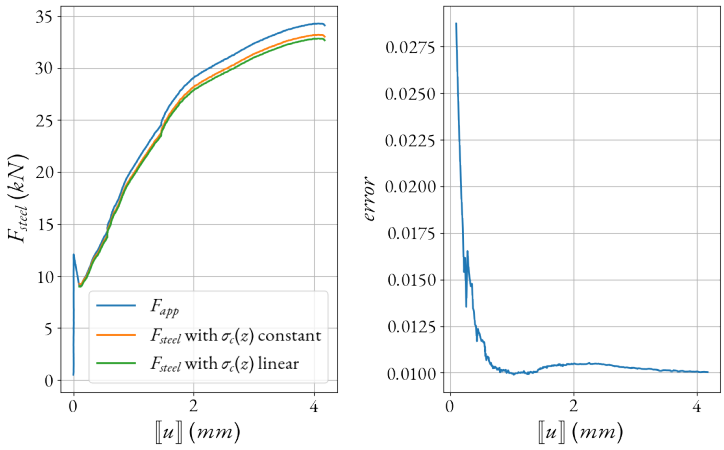


FIGURE 2.13 – Force appliquée et force dans l'acier en fonction de l'ouverture de fissure pour différentes distribution de contrainte dans la partie non fissurée de la section médiane de la poutre et écart relatif entre les forces dans l'acier obtenue avec distribution linéaire et constante.

répartition de la contrainte dans la partie non fissurée de la section médiane n'a pas d'importance tant les écarts sur la force dans l'acier à ouverture de fissure donnée, à droite *fig.*2.13, inférieurs à 3%, sont faibles. Finalement, le calcul de la force dans l'armature ne requiert pas de connaître la distribution de contrainte de compression dans le béton non fissuré. L'écart avec la force appliquée n'est pas très important. Cela tient que la géométrie de la poutre : avec $y_b = 3\ mm$, $\frac{F_{ac}}{F_{app}} \frac{l}{4(h-e-y_b)} = 0.97$ et vaut 1 pour $y_b = 5\ mm$. Dans la suite une répartition de contrainte linéaire, comme si le béton restait élastique, est considérée dans le calcul de la force dans l'armature. C'est l'assurance de limiter les erreurs sur les forces calculées à faible ouverture de fissure, le régime qui nous intéresse.

Si une seconde fissure s'ouvre, comme c'est le cas lorsque l'adhérence de l'armature dans le béton est suffisante, la symétrie est rompue et suivant la forme de la fissure la force appliquée à la demi-poutre non fissurée peut être différente de la moitié de la force appliquée à toute la poutre. *eq.*(2.4) ne s'applique pas. Si deux fissures annexes s'ouvrent, tout l'équilibre est remis en question.

L'objectif de l'essai de flexion 3 points tel qu'il est mis en place est d'estimer le plus simplement possible le comportement d'armature comme une loi liant la force dans le câble en fonction à l'ouverture de fissure. Cet essai n'est pas un essai de caractérisation de l'interface comme l'essai d'arrachement lorsqu'il suit la norme (CEN 2005b). Au contraire, les considérations portant sur l'interface ne sont prises en compte qu'implicitement, comme le comportement de l'armature d'ailleurs. L'ouverture de fissure est facilement calculable par corrélation d'images en considérant 2 points de part et d'autre de la fissure.

Avant de présenter la campagne expérimentale, les spécificités de l'essai sont abordées.

2.2.3 La propagation brutale de la fissure de flexion, le béton en compression et les fissures annexes

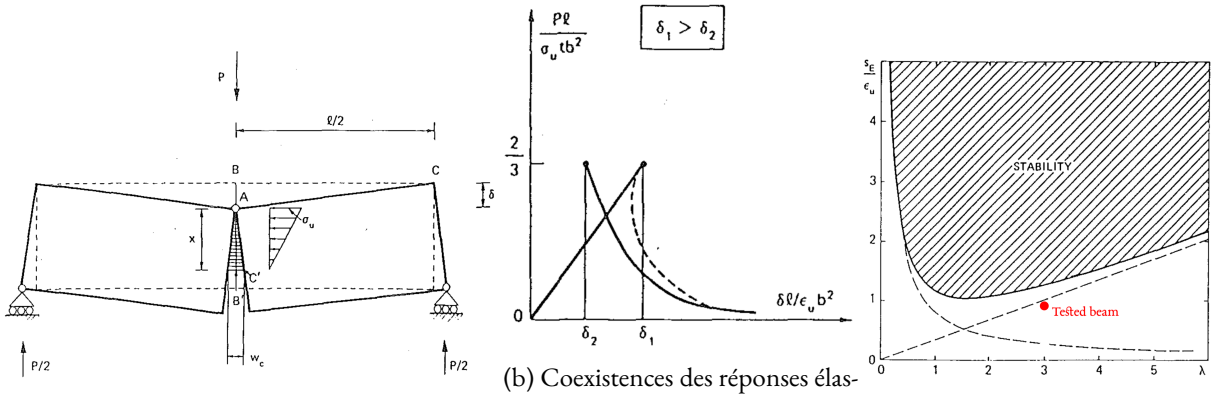
La propagation de la fissure de flexion est brutale. La déformation maximale du béton croît jusqu'à largement dépasser celle prescrite pour le dimensionnement d'un béton C50 d'après le FIB Model Code (FIB 2013) de $-3.4 \cdot 10^{-3}$. Une seconde fissure apparaît.

La propagation brutale de fissure

La chute d'effort lorsque la fissure de flexion se développe est associée à une instabilité de la poutre en flexion 3 points liées à l'adoucissement du béton endommagé. Mécaniquement il est question de bifurcation, plusieurs états de la poutre coexistent pour un déplacement appliqué donné, un état élastique et d'autres fissurés. Avant la fissuration, le milieu est élastique linéaire, la contribution de la barre est négligeable. Après la fissuration, il est fissuré et la fissure est suturée par une armature. La transition entre les deux états n'est ici pas continue, il est question d'instabilité de type "snap-back". La stabilité des éléments en béton a été largement étudiée par A. Carpinteri et dépend, en plus des paramètres matériaux, de la géométrie de l'échantillon. Il introduit un coefficient de fragilité, s_E fonction des caractéristiques du béton, caractérisant la présence d'une chute d'effort en flexion lorsque l'essai est piloté en déplacement (Carpinteri 1989).

$$s_E = \frac{\mathcal{G}_f}{f_{ctm} h} \tag{2.5}$$

avec $\mathcal{G}_f$ le taux de restitution d'énergie du béton, f_{ctm} la résistance à la traction du béton et h la hauteur de la poutre. Plus s_E est faible, plus la propagation de la fissure sera instable. Au contraire pour s_E grand, la propagation de la fissure est continue, stable.



(a) Poutre fissurée

(b) Coexistences des réponses élastique et fissurée

(c) Stabilité suivant s_E et λ

FIGURE 2.14 – Stabilité de la poutre en flexion 3 points vu par (Carpinteri 1989) : équilibre de la poutre fissurée, coexistence de 2 solutions se chevauchant et carte de stabilité

L'approche proposée par (Carpinteri 1989) est intéressante et illustre bien la coexistence de plusieurs états de la poutre. Il considère la poutre linéaire élastique et la poutre fissurée sur toute la hauteur avec seulement des forces cohésives reliant les deux parties comme illustré *fig.*2.14a. Dans la suite, la déflexion de la poutres est notée δ. La solution élastique est valide tant que la contrainte sur la face inférieure de la poutre est inférieure à la résistance en traction du béton,

$$\delta \leq \frac{\lambda^3 \varepsilon_t h^2}{6l} = \delta_1 \tag{2.6}$$

avec ε_t la déformation maximale en traction, l la longueur entre les appuis et $\lambda = l/h$ le rapport entre la longueur et la hauteur de la poutre. Ici la fissure est représentée par un modèle cohésif. La solution fissurée ne peut exister

que si la section est fissurée, c'est à dire si la hauteur sur laquelle la cohésion de la fissure est présente est plus faible que la hauteur de la poutre. Il démontre que cela n'est possible que si,

$$\delta \geq \frac{s_E \lambda^2}{2\varepsilon_t} = \delta_2 \tag{2.7}$$

Si $\delta_1 > \delta_2$ les deux états sont compatibles, *i.e.* sont solutions. Dans les faits, la solution élastique est toujours la moins coûteuse énergétiquement et la transition s'opère lorsqu'elle n'est plus admissible. La transition de la solution élastique à la solution endommagée est une bifurcation et est plus ou moins brutale suivant l'écart entre les deux solutions à la fin du régime élastique.

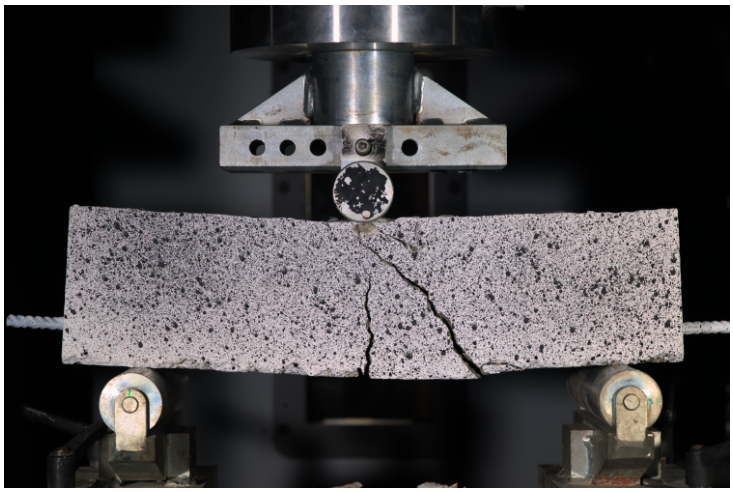
L'approche permet de construire une carte définissant la zone stable suivant le coefficient de fragilité et la géométrie de la poutre comme illustré *fig.*2.14c. Pour les poutres testées, le béton est un C50 de rapport eau sur ciment de $(w/c = 0.36)$, d'agrégats de taille maximale $d_a = 22\ mm$. Le taux de restitution d'énergie du béton, donné par la formule proposée par (Bažant et Becq-Giraudon 2002),

$$\mathcal{G}_f = \left(\frac{f_{cm}}{0.051}\right)^{0.46} \left(1 + \frac{d_a}{11.27}\right)^{0.22} \left(\frac{w}{c}\right)^{-0.3} \tag{2.8}$$

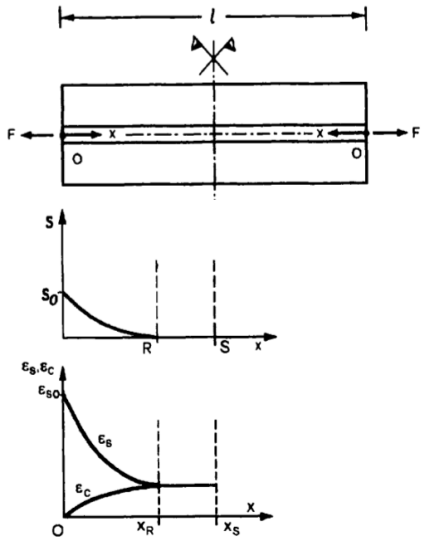
vaut $44\ N/m$. s_E vaut $1.1 \cdot 10^{-4}$. D'après le FIB (FIB 2013), pour ce béton la déformation maximale en traction est de $1.5 \cdot 10^{-4}$. Le point associé à nos poutres est représenté en rouge *fig.*2.14c. (Carpinteri 1989) prévoit que la propagation de la fissure est instable comme observé. Le critère de stabilité obtenu est une condition nécessaire.

L'apparition de fissures diagonales

2 types de fissures sont observées sur les poutres, comme visible *fig.*2.15a. La fissure de flexion au centre de la poutre est voulue. La seconde fissure diagonale, elle, est parasite. Elle est de nature à remettre en question la répartition des efforts entre le béton et l'acier permettant de calculer la force dans l'acier comme vu *sec.*2.2.2. Cette fissure n'est pas une fissure d'effort tranchant et est synonyme de bonne adhérence du câble avec le béton. C'est une fissure secondaire comme Y. Goto (Goto 1971) les avait déjà mises en évidence, *c.f.sec.*2.1.1, seulement la nature du chargement change et la fissure se développe en diagonale.



(a) Fissuration finale d'une des poutrelles avec barre HA



(b) Sollicitation du béton par l'interface

Figure 2.15 – Fissuration observée pour un essai avec barres HA (à gauche) et distributions du glissement et des déformations à l'interface, tiré de (Russo et Romano 1992) (à droite)

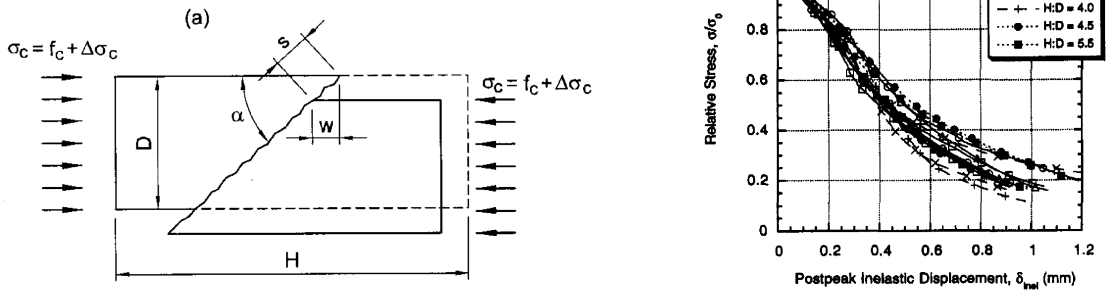
Contrairement à l'essai pullout où le béton est retenu au niveau de l'arrachement de l'armature, dans l'essai de flexion 3 points, il ne l'est qu'au niveau de la fibre supérieure où le béton est comprimé. La transmission des

efforts entre les supports et cette zone retient le béton du côté des appuis. Le béton au niveau de la fissure est au contraire libre de contrainte. Avant que la seconde fissure n'apparaisse, la configuration de chargement est comparable à celle dans un élément de béton armé en traction par l'armature comme représenté *fig.*2.15a. (Russo et Romano 1992) propose un calcul des distributions de glissement et des déformations de l'armature et du béton le long de l'interface telles que représentées *fig.*2.15a. La déformation du béton est croissante le long de l'interface jusqu'à atteindre un plateau où le glissement est nul, l'armature est ancrée. Plus la force appliquée est grande plus cette longueur ancrée au milieu de la poutre se réduit. Si la poutre n'est pas assez longue, toute l'interface glisse sauf exactement au milieu de la poutre. Si elle est suffisamment longue, le béton atteint sa résistance en traction et une fissure secondaire se crée. Si sur toute la longueur où le câble est ancré la déformation du béton est homogène, la fissure aura tendance à se développer proche de la zone où l'interface glisse, favorisée par les fissures internes s'y développant.

À ce stade, le nombre de fissures et la distance des fissures secondaires à la fissure de flexion témoignent du bon ancrage des armatures dans le béton : si l'armature glisse, la transmission des efforts se fait sur toute la longueur de l'interface réduisant les contraintes d'interface. Au contraire, si l'armature est ancrée les efforts sont bien plus importants à l'interface car la zone de transmission d'effort est moins étendue. Une manière cinématique de le voir : la ductilité de la poutre est imposée par le déplacement du vérin. Cette ductilité se traduit par une ou par plusieurs fissures, La première est une fissure de flexion. Si cette fissure est trop difficile à ouvrir du fait de la bonne suturation par l'armature, la ductilité est apportée par d'autre(s) fissure(s).

La déformation en compression du béton

Sous la charge, le béton supporte des déformations bien supérieures à celles utilisées pour dimensionner les structures, elles-mêmes basées sur des essais de compression simple standards. Pour un béton C50, le FIB (FIB 2013) donne pour déformation maximale de compression $\varepsilon_{bet,lim} = -0.0035$. Comme en traction, la ruine en compression est un phénomène de localisation. Une fois la contrainte maximale atteinte la forme de la courbe dépend de l'interaction des portions de béton entre elles (Torrenti 1996).



(a) Ruine en compression du béton

(b) Loi de comportement post-pic

Figure 2.16 – Cinématique de la ruine du béton en compression utilisée par A. Fantili, d'après Fantilli, Mihashi et Vallini 2007, à gauche, et évolution de la contrainte post-pic en fonction de la variable de chevauchement mesurée par D. Jansen et S. Shah, d'après (Jansen et Shah 1997), à droite

A. Hillerborg qui avait déjà proposé le modèle cohésif pour le béton en traction (Hillerborg, Modéer et Petersson 1976) propose de l'adapter en compression (Markeset et Hillerborg 1995). La cinématique de la partie endommageante est décrite par un paramètre w représentant une discontinuité de déplacement dont dépend la contrainte. En traction w n'est autre que l'ouverture de fissure, en compression il représente le chevauchement fictif des parties de béton. Le modèle est ensuite développé par A. Fantili (Fantilli, Mihashi et Vallini 2007). Pour une éprouvette en compression de longueur H sous chargement monotone, le mode de ruine est illustré *fig.*2.16a,

la déformation vaut une fois le pic passé,

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c1} + \frac{\partial\sigma_c}{E_c} + \frac{w}{H} \tag{2.9}$$

Avec $\partial\sigma_c$ pouvant être déterminée expérimentalement, comme ça a été fait pas D. Jansen et S. Shah (Jansen et Shah 1997), donné *fig.* 2.16b. Le modèle peut être adapté au cas de la flexion où le confinement associé à la courbure de la poutre est important. C'est la modélisation adoptée par le modèle de cohésif/inter-pénétratif de fissuration (cohesive/overlapping crack model) utilisé par A. Carpinteri pour l'analyse de ses essais de flexions, 3 points et évaluer les effets d'échelle sur la fragilité des poutres en béton armé (Accornero, Cafarelli et Carpinteri 2022).

C'est probablement en prenant en compte cette localisation que le calcul du barycentre des efforts dans le béton pourrait être affiné. Ce n'est pas appliqué ici.

2.3 La campagne expérimentale

L'essai de flexion 3 points largement décrit dans la section précédente est utilisé pour étudier les capacités de suturation de différentes configurations de câbles dans le but de trouver une armature flexible susceptible d'avoir des performances comparables aux barres HA. La thèse de D. Rouphaël (Rouphael 2022) n'a pas permis d'identifier un câble à même de remplacer un jour les cadres et épingles traditionnelles. Pour cause leur plus faible raideur n'est pas compensée par une meilleure adhérence dans le béton. Tous les câbles testés par D. Rouphaël avec des essais de flexion 3 points ont glissés au contraire des barres HA qui ont plastifiées. Pour rappel, des câbles 19x7 de diamètre compris entre 4 et 8 *mm* en acier clair, graissés lors de la fabrication et des câbles 7x19 de diamètre 4 et 6 *mm* en acier galvanisé tréfilés à sec avaient été testés. Ces derniers avaient les meilleures performances de suturation. En plus d'être non gras, ils présentent une meilleure surface relative de nervure comme vu *sec.* 2.1.1. Partant du constat que les câbles finissent par glisser malgré l'absence de lubrification et le blocage de la rotation au niveau des fissures, cette campagne propose de testes différentes dispositions visant à améliorer l'ancrage des câbles.

2.3.1 La recherche du câble

L'objectif est d'augmenter l'adhérence du câble tout en conservant une flexibilité suffisante pour que les câbles puissent être mis en place facilement.

Une première campagne teste différentes dispositions pour améliorer l'ancrage des câbles. Les câbles utilisés sont tous à 7 torons, de 7 ou 19 fils. Les câbles sont tous en inox parce que ceux en acier galavanisé ne sont pas montrés suffisamment performants et que les câbles en acier clair sont vendus gras. L'inox étant généralement moins rugueux, s'il devait y avoir une différence en terme de capacité de suturation avec un câble en acier clair non gras, elle serait en faveur du câble en acier clair. Pour rappel, c'est leur usage commun et non des prescriptions de réalisations qui fait qu'ils sont souvent vendus gras.

Il s'avère que l'inox est bien plus adhérent au béton que l'acier galvanisé, aucun câble en inox n'a glissé. Suite à cette observation une seconde petite campagne est menée pour comparer le comportement des câbles 7x19ϕ6 en inox et en acier galvanisé.

Pour la première série campagne, 3 séries d'essais sont mises en place pour améliorer l'ancrage des câbles sans altérer leur flexibilité. Tous les câbles sont en inox 316 et présentent une section de 7 torons. Une armature HA8 est également testée servant de référence.

La première série d'essais propose d'améliorer l'ancrage du câble dans le béton en empêchant, au moins à faible ouverture de fissure, la rotation du câble. Des points de colle et des traits de colle sont apposés entre les torons extérieurs comme verrou comme le montre la figure *fig.* 2.17. La colle utilisée est une Loctite HY4070 bicomposant cyanoacrylate d'éthyle. Elle est indiquée pour les métaux notamment pour des collages structuraux et le remplissage de jeux. Les points de colle sont déposés à chaque interstice dans le sens de la longueur et tous les deux interstices sur la circonférence. L'interface compte 6 interstices soit 3 points sur la circonférence. Les traits de colle sont placés tous les deux interstices de sorte à faire un demi-tour sur le câble, cela des deux côtés du câble, en quinconce. L'objectif est surtout d'améliorer l'adhérence à faible glissement. Les câbles sélectionnés sont

des 7x7ϕ6, les plus raides pouvant être mis en place vis à vis des exigences de flexibilité. La colle affecte peu cette flexibilité.



FIGURE 2.17 – Série 7x7ϕ6, câble nu, avec points de colle et avec traits de colle

La deuxième série d'essais propose d'améliorer l'ancrage en ajoutant des verrous le long du câble. Ici des manchons de 5 *mm* de diamètre sont disposés tous les 20 *mm*, voir figure *fig.*2.18. Les manchons jouent le rôle de butée. Même petits, ils rigidifient le câble. Un câble très souple est donc utilisé, un 7x19ϕ6, pour compenser cette perte de flexibilité.



FIGURE 2.18 – Série 7x19ϕ6, câble nu et avec manchons

La troisième et dernière série vise a étudier l'influence de la disposition des câbles : côte à côte, espacés, tressés, comme illustré *fig.*2.19. La tresse à pour but de rompre la géométrie hélicoïdale de l'armature qui favorise le glissement. Les irrégularités du profil créent des verrous butant contre le béton qui se trouve dans les espaces entre les câbles. La courbure locale des câbles devrait également augmenter le frottement. Les câbles doivent être suffisamment souples pour permettre la réalisation de la tresse. Des 7x19ϕ4 sont utilisés.



FIGURE 2.19 – Série 7x19ϕ4, câble nu, avec point de colle et avec traits de colle

Pour les deux campagnes, le béton utilisé est un C40/50 de granularité *D*22.4, de consistance 190*mm*, de rapport $w/c = 0.36$, avec accélérateur de prise au jeune âge. Des éprouvettes 16x32 coulées dans la même gâchée et sont testées en compression simple, suivant la norme EN 12390-3 (CEN 2019), le premier jour des essais. Pour la première campagne, les poutrelles et les éprouvettes sont placées en environnement contrôlé à 32°*C* et 20% d'humidité relative et sont testées à 15 jours, 4 éprouvettes sont cassées. Pour la seconde, les poutrelles sont laissées à l'air libre et sont testées à 35 jours, 3 éprouvettes sont cassées. Les résistances en compression assorties des écart-types sont présentées (*tab.*2.3)

	1ière campagne	2ième campagne
f_{cm} (MPa)	51.7 ± 5.8	61.4 ± 0.1

TABLE 2.3 – Résistances en compression du béton pour les deux campagnes de flexion 3 points

Les essais de traction sur les différentes armatures nues, déjà présentés *sec.*1.1.2, sont redonnés *fig.*2.20.

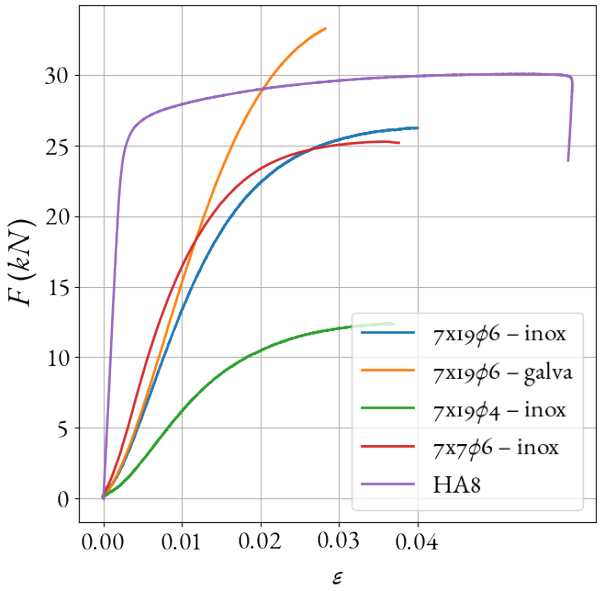


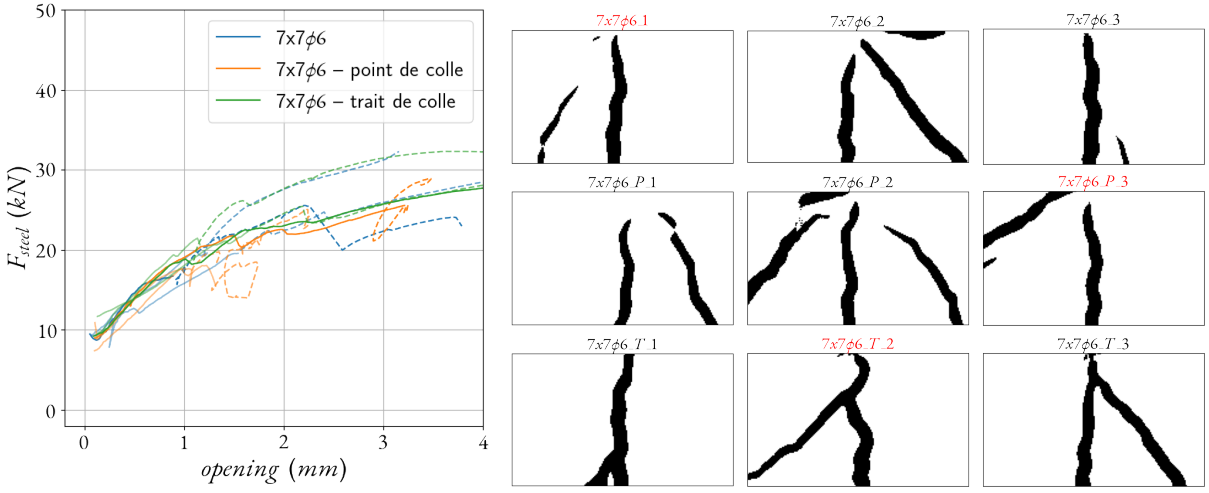
FIGURE 2.20 – Force en fonction de la déformation axiale pour les câbles et la barre HA testés

2.3.2 Les résultats des campagnes

Si une autre fissure que celle de flexion apparaît, la répartition des efforts sur la section considéré pour calculer la force dans l'acier à partir de la force appliquée à la poutre *eq.*(2.4) est remise en question, comme vu *sec.*2.2.2. À partir de l'apparition d'une seconde fissure, les courbes forces dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissures sont restituées en pointillés. Les faciès de fissuration obtenus en seuillant le champ de déformation sur toute la surface de la poutre sont également présentés. Pour chaque série de résultat présentée, la courbe la plus représentative et présentant un faciès de fissuration adapté est sélectionnée.

Série 7x7ϕ6

La série 7x7 propose d'empêcher la rotation du câble en apposant de la colle dans les sillons entre les torons et rompre ainsi la géométrie hélicoïdale. Les comportements d'armatures mesurés sont donnés *fig.*2.21.



(a) Comportement d'armature

(b) Faciès de fissuration

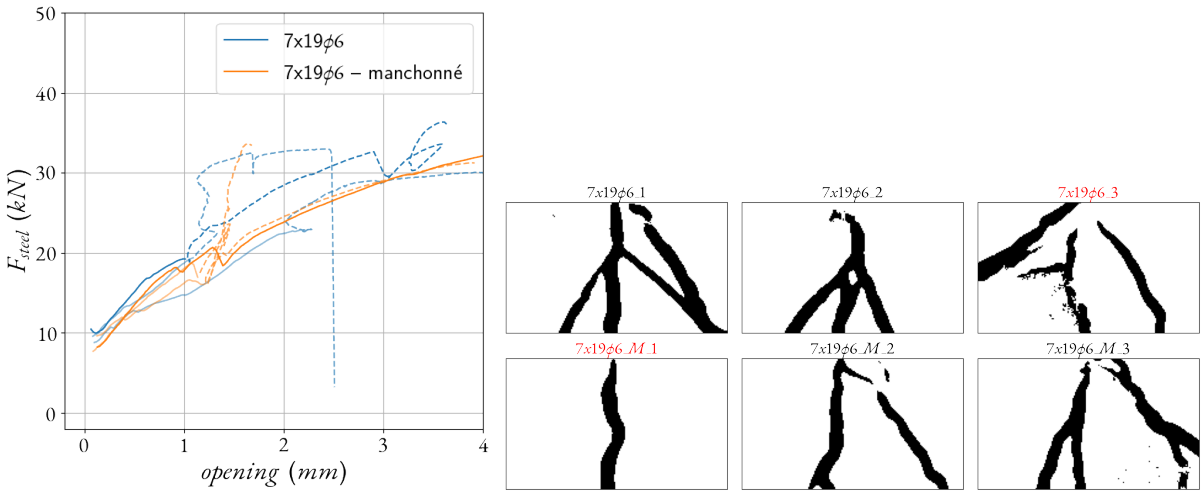
FIGURE 2.21 – Résultats pour la série 7x7ϕ6. Comportement d'armatures des câbles (à gauche) et faciès de fissuration avant rupture finale (à droite). Le nom de l'essai en rouge pour les câbles représentés gras (à gauche)

Les câbles nus n'ont pas glissé et se sont tous rompus à l'endroit de la fissure de flexion. Toutes les poutres

présentent des comportements similaires jusqu'à ce que les fissures diagonales apparaissent. Cela tend à confirmer que le câble ne tourne pas à proximité de la fissure, y compris le câble 7x7ϕ6 nu. De plus les faciès de fissuration sont similaires, avec pour chaque type de câble une seule fissure supplémentaire dans deux cas sur trois à des distances proches de la fissure de flexion. Pour les câbles avec traits de colle et les câbles nus le dernier échantillon présente une seule fissure alors que le câble avec point de colle le dernier échantillon présente une fissure d'effort tranchant reliant l'appui au support. Potentiellement ce dernier présente une adhérence légèrement meilleure que les deux autres, ce qui peut s'expliquer par les points de colle dépassant les sillons créant une nervure supplémentaire.

Série 7x19ϕ6

La série 7x19ϕ6 propose de bloquer le glissement des câbles en apposant régulièrement des manchons sur la longueur du câble.



(a) Comportement d'armature

(b) Faciès de fissuration

FIGURE 2.22 – Résultats pour la série 7x19ϕ6. Comportement d'armatures des câbles (gauche) et faciès de fissuration avant rupture finale (droite). Le nom de l'essai en rouge pour les câbles représentés gras à gauche

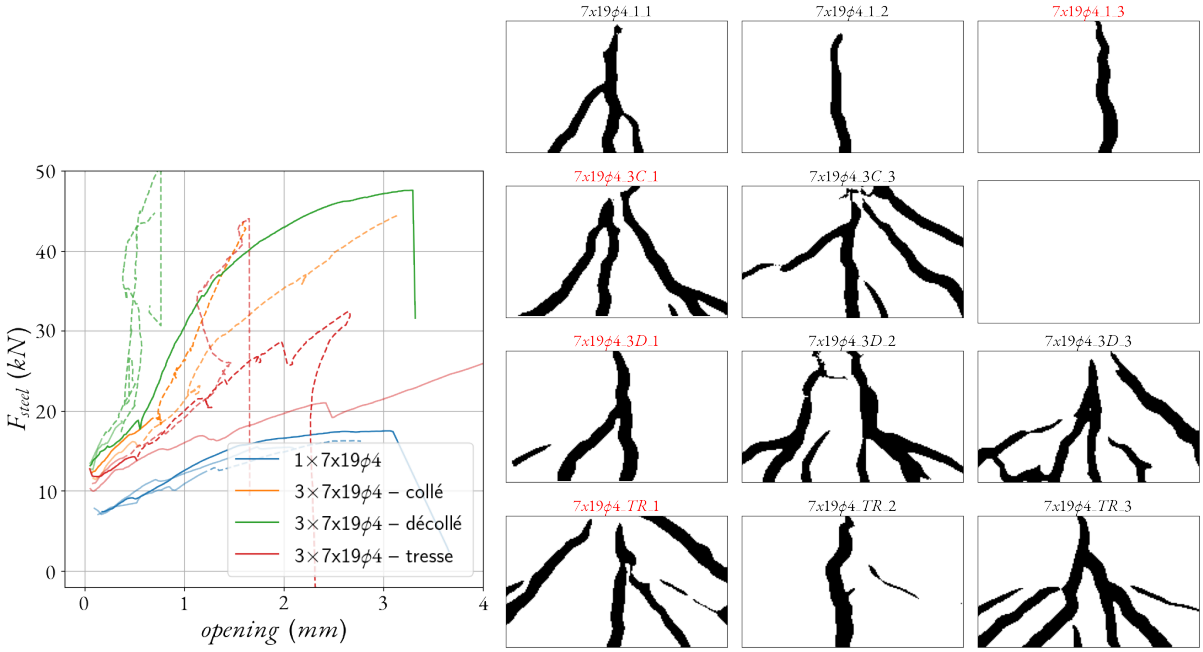
Encore une fois, aucun câble ne glisse. Les câbles manchonnés exhibent la même capacité de suturation que les câbles nus. Les faciès de fissuration sont néanmoins différents avec des fissures secondaires plus proches de la fissure principale pour les câbles nus et plus nombreuses, systématiquement 2 contre une seule pour les câbles manchonnés, témoignant d'un meilleur ancrage dans le béton sans manchon. Les manchons ne sont pas activés mécaniquement. Les câbles nus sont suffisamment bien ancrés tout seul.

En empêchant à leur endroit le mouvement des torons et des fils comprimés, les manchons devraient raidir le câble en traction. Or, à l'apparition de la fissure de flexion, les câbles manchonnés laissent autant s'ouvrir la fissure que les câbles nus, si ce n'est plus. L'augmentation de raideur en traction potentielle liée à la présence de manchons n'est pas quantifiée mais n'a pas d'influence sur le comportement d'armature.

La série précédente permettait de conclure que les câbles 7x7ϕ6 ne tournaient pas. Celle-ci que les câbles 7x19ϕ6 ne tournent pas non plus et que la longueur d'interface sollicitée par le câble est de l'ordre ou inférieure de la distance entre 2 manchons, 20 mm.

Série 7x19ϕ4

La série 7x19ϕ4 propose d'agencer plusieurs câbles très souples, notamment en tresse, pour gagner en raideur totale et en adhérence.



(a) Comportement d'armature (b) Faciès de fissuration

FIGURE 2.23 – Résultats pour la série 7x19ϕ4. Comportement d'armatures des câbles (gauche) et faciès de fissuration avant rupture finale (droite). Le nom de l'essai en rouge pour les câbles représentés gras à gauche

La multiplication des câbles permet d'améliorer nettement la suturation des fissures. Parmi les trois arrangements, tressés, collés en ligne et espacés, les câbles espacés présentent les meilleures performances d'armature. Les niveaux de suturation sont tels que les fissures annexes se développent largement. L'ancrage est meilleur que lorsque les 3 câbles sont placés alignés côte à côte. Le tressage des fils lui n'améliore pas la suturation par rapport aux câbles alignés. Elle est même légèrement moins bonne que les câbles alignés côte à côte. Comme dans les séries précédentes, les câbles seuls n'ont pas glissé. La moins bonne performance de la tresse par rapport au câbles collés peut s'expliquer par une mauvaise pénétration du béton entre les câbles et par l'orientation des câbles qui à l'endroit de la fissure ne sont pas forcément orthogonaux au plan de fissuration.

Il semblerait également que la tresse favorise la suturation annexe; celle-ci se produit plus tôt. La mauvaise pénétration du béton entre les câbles peut créer des défauts amorçant les fissures. L'irrégularité de la tresse génère mécaniquement des zones de concentration de contrainte.

Contrairement aux poutres avec tresse, celles avec câbles alignés, côte à côte ou non, présentent des forces de rupture finales, toujours de flexion, de l'ordre de 3 fois celles des poutres avec un seul câble ce qui est cohérent.

7x19ϕ6, inox contre galvanisé

Cette campagne d'essais de flexion 3 points est un échec même si les résultats obtenus sont concluants. Toutes les dispositions prises pour améliorer le comportement d'armature des câbles tout en conservant leur souplesse se sont révélées vaines. Cela s'explique par l'utilisation de câbles en acier inoxydable plutôt qu'en acier galvanisé comme c'était le cas pour les câbles à 7 torons utilisés lors de essais de D. Rouphaël (Rouphael 2022). Cela se voit très clairement sur la figure *fig.*2.24, représentant les comportements des deux câbles testés dans un deuxième temps, À ouverture de fissure donnée, la force dans les câbles en acier inoxydable est de l'ordre de 20% plus grande que celle dans les câbles en acier galvanisé, alors même que ces derniers sont plus raides, comme vu *fig.*2.20. Cela témoigne d'une bien meilleure liaison des premiers avec le béton. Malgré le net gain d'adhérence, les courbes se suivent à écart constant surtout à faible ouverture de fissure.

La différence de capacité de suturation observée entre les câbles en inox et en acier galvanisé est à rebours de ce qui est observé pour les barres HA (Kayali et Yeomans 2000; Poursaee 2023). Le bulletin 49 du FIB sur la protection contre la corrosion des aciers (Nürnberger et al. 2009) conclue que si différence d'adhérence il y avait, elle est en faveur des barres galvanisées par rapport aux aciers standards ou en inox. Ils balaient l'hypothèse selon

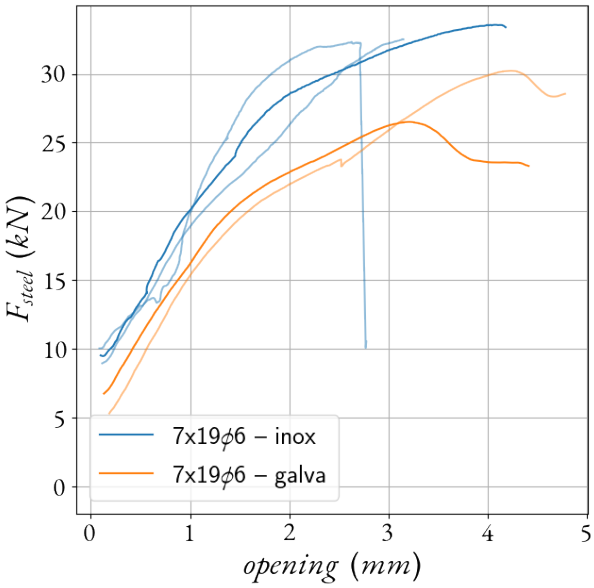


FIGURE 2.24 – Essais de traction sur les câbles testés

laquelle le comportement de l'interface serait altérée par la libération de bulles d'hydrogène de la réaction du zinc avec le béton humide. Il n'en demeure pas moins que pour les câbles, la galvanisation est préjudiciable pour la suturation des fissures du béton.

Comparaison entre les deux campagnes 7x19ϕ6 inox

Les résistances à la compression des deux bétons des deux campagnes sont légèrement différentes du fait des délais entre la fabrication des poutres et les essais de flexion. Le 7x19ϕ6 a été retesté pour la deuxième campagne. La figure *fig.*2.25 représente les résultats pour ce câble lors des deux essais.

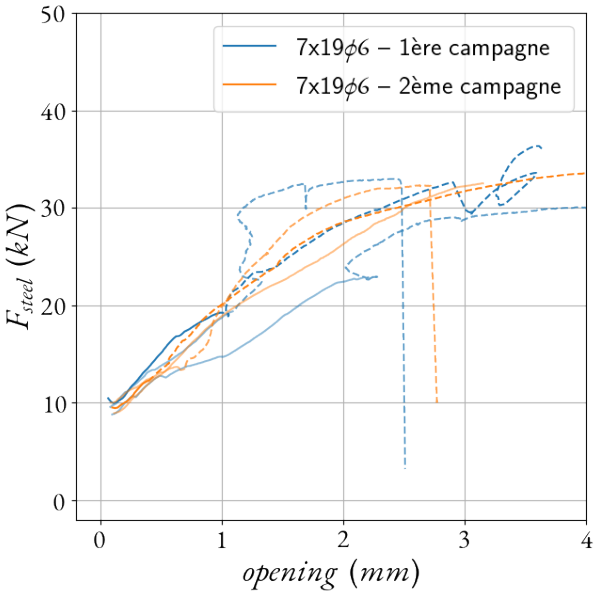


FIGURE 2.25 – Résultats pour les câbles 7x19ϕ6 testés lors des deux campagnes

Tant que deux fissures secondaires ne se sont pas propagées de part et d'autre de la fissure de flexion, il n'y a aucune différence notable entre les deux essais.

Barre HA vs rond lisse

Des aciers pleins, une barre HA et un rond lisse, de diamètre 8 mm ont également été testés. La barre lors de la première campagne et le rond lisse durant la seconde. Les résultats sont donnés *fig.*2.26. La meilleure adhérence

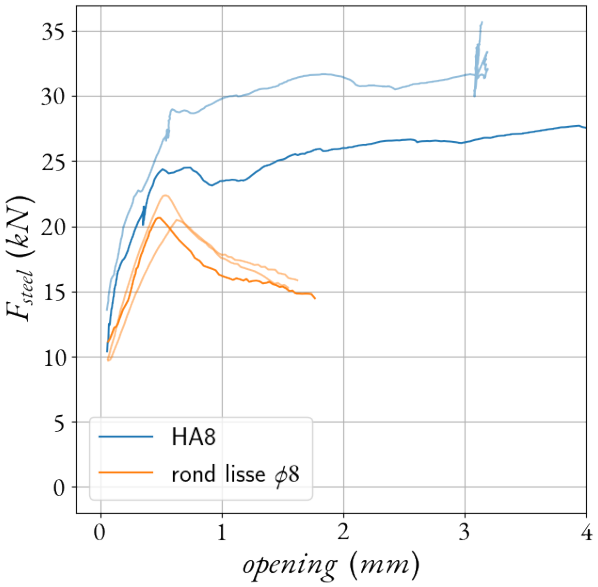


FIGURE 2.26 – Résultats pour les poutres avec barres HA et rond lisses

de la barre HA se matérialise par des forces dans l'acier plus importantes que pour le rond lisse à ouverture de fissure donnée, et par la plastification des barres HA alors que les ronds lisses glissent. Comme c'était déjà observé lors de la comparaison entre le 7x19ϕ6 en inox et galvanisé, malgré la différence d'adhérence, les courbes se suivent avec écart constant jusqu'à ce que le rond lisse glisse et décroche. Il semblerait que ce soit bien la raideur de l'armature qui dicte la raideur de la suturation. Cela reste à confirmer en regardant ce qui se passe à l'interface.

2.3.3 Le bilan de la campagne

Ces deux campagnes auront montré l'importance du matériau constitutif du câble sur sa liaison avec le béton. Le gain obtenu en passant aux câbles en acier inoxydable par rapport à l'acier galvanisé est du même ordre que celui qui avait été obtenu en passant aux câbles en acier galvanisé à 7 torons par rapport au câble clair gras à 19 torons lors de la thèse de D. Rouphaël (Rouphael 2022). Les câbles ne glissent plus et la non efficacité des dispositions prises pour améliorer l'ancrage des câbles tend à montrer que la zone d'interface sollicitée par ces câbles pour s'ancrer est réduite. Les câbles retenus comme armature potentielle sont les câbles nus et une synthèse des résultats incluant la barre HA est présentée *fig.*2.27.

La performance du 7x19ϕ6 est du même ordre que celle du 7x7 de même diamètre alors que le second présente une meilleure raideur en traction, surtout à faible déformation. Les adhérences des deux câbles devraient être comparables. La raideur en traction à faible déformation n'a visiblement pas d'influence contrairement à celle "câble tendu".

Ce qui marque surtout *fig.*2.27 c'est la capacité de suturation du triplet de 7x19ϕ4 proche de la barre HA pour une force de rupture bien supérieure. L'analyse de la courbe de traction proposée au premier chapitre *sec.*1.1.2 donne pour le câble 7x19ϕ4 une raideur de 700 kN, soit 2100 kN pour les 3 câbles, 5 fois inférieure à celle de la barre HA8 de 10500 kN. D'un autre côté, la surface totale de contact nominale n'est que de 1.5 fois plus grande pour les 3 petits câbles par rapport à la barre HA8. L'adhérence en milieu fissuré des câbles en inox pourrait être bien supérieure à celle des barres HA, qui elle est déjà "haute". La suite propose de vérifier cela pour ensuite établir l'équivalence en capacité de suturation des câbles par rapport aux barres HA.

Par ailleurs, les forces calculées dans les câbles en inox 7x7ϕ, 7x6ϕ6 et 7x19ϕ4 atteignent 32, 34 et 17 kN et dépassent les valeurs atteintes lors des essais de traction simple, respectivement de 25, 26 et 12 kN, soit des gains de plus de 25% Le confinement du câble par le béton augmente peut-être sa résistance.

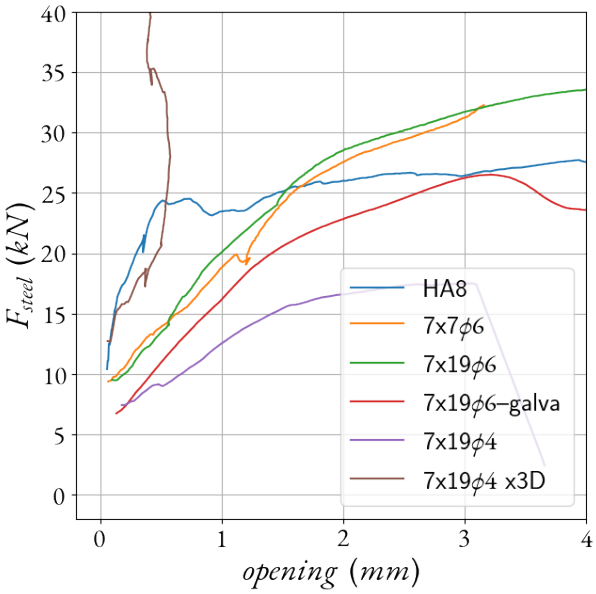


FIGURE 2.27 – Synthèse des résultats de l'essai de flexion 3 points pour les câbles nus testés : Force dans le câble en fonction de l'ouverture de fissure

Rappelons qu'il est attendu que les câbles en acier clair présentent les mêmes propriétés d'adhérence que les câbles en inox pourvu qu'ils ne soient pas graissés comme c'est souvent le cas.

2.4 L'estimation du comportement de l'interface

L'essai de flexion 3 points a été mis en place pour caractériser le comportement d'armature, déterminé par le comportement du câble et de son interface avec le béton. Les lois de suturation sont obtenues en s'affranchissant de la connaissance de ce qui se passe à l'interface.

En estimant la relation force-déformation du câble, il est possible d'identifier une loi d'interface avec le béton qu'il manque pour mieux caractériser les différences observées lors des essais.

Il se pourrait que le comportement du câble en traction obtenu avec les essais de traction "à l'air libre", *c.f. sec.*1.1.2, ne soit pas transposable lorsque le câble est noyé dans le béton. Pour rappel, le forte non linéarité du câble en traction à l'"air libre" résulte du déplacement des fils et des torons les uns par rapport aux autres. Or, les espaces existants entre les torons estimés rapidement à 0.05 *mm* pour un câble à 7 torons de diamètre 6 *mm*, toujours *sec.*1.1.2, peuvent laisser du béton se placer entre ceux-ci empêchant, une fois le béton durci, le déplacement des torons les uns par rapport aux autre. Ce qui modifierait le comportement en traction du câble dans le béton.

2.4.1 Le comportement du câble

F. Wille dans sa thèse (Wille 2004), déjà évoquée *sec.*1.2, étudie, au début des années 2000, le comportement du câble dans le béton. Il s'intéresse à des câbles 7x19 en acier galvanisé avec des diamètres compris entre 8 et 24 *mm* associés à différents bétons. Il réalise des essais d'arrachement pour caractériser l'interface et des essais de traction sur les câbles imprégnés de béton pour évaluer l'influence de la présence de béton sur le comportement du câble. Du béton est ainsi coulé sur les câbles, comme pour la réalisation d'une poutre par exemple, puis les câbles sont extraits avant durcissement, imprégnés de béton frais. Le béton pris, il observe que le béton comble les sillons des torons extérieurs mais également l'espace entre le toron d'âme et les torons extérieurs, voir *fig.*2.28. Il mesure les déformations axiales et transverses des câbles imprégnés en traction simple. La déformation axiale permet d'évaluer l'influence sur la raideur du câble de la présence de béton entre les torons et potentiellement entre les fils. C'est le déplacement relatif des fils et des torons, alors gêné, qui est responsable de la faible raideur à faible déformation des câbles comme déjà discuté *sec.*1.1.2. La déformation transverse permet d'évaluer la présence de

béton sur l'effet Poisson. Or, cet effet est primordiale, diminuant le confinement du câble par le béton environnant altérant considérablement la transmission d'efforts à l'interface.



FIGURE 2.28 – Présence de béton à l'intérieur du câble, tiré de (Wille 2004)

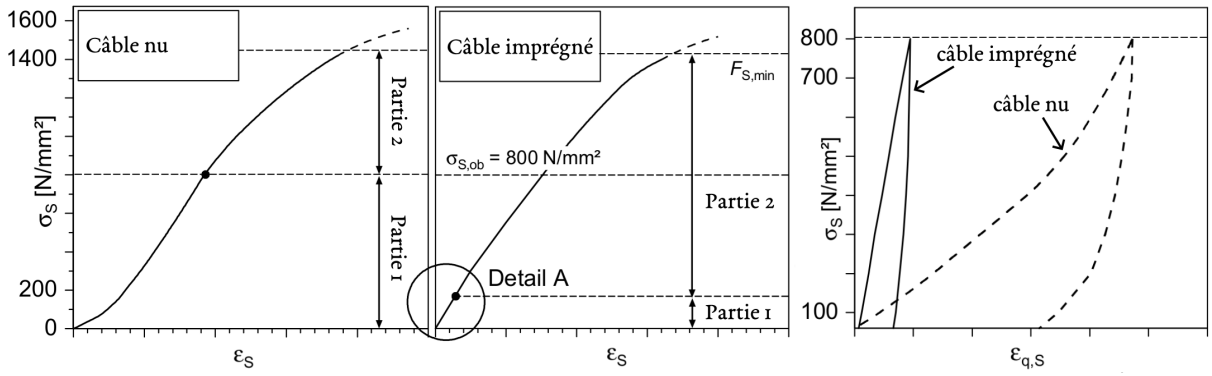
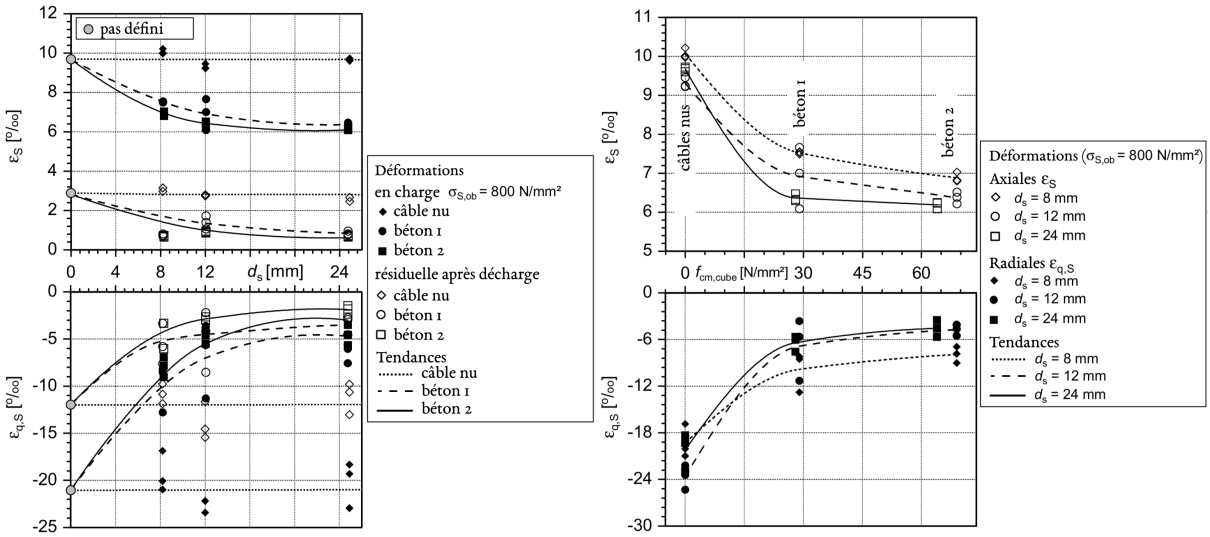


FIGURE 2.29 – Comportements axial (gauche et milieu) et transverse (droite) qualitatif du câble suivant qu'il est imprégné de béton (milieu) ou non (gauche), adapté de (Wille 2004)

La figure *fig.*2.29 représente qualitativement le comportement du câble nu et imprégné. Comme déjà évoqué, le câble nu exhibe une première phase de chargement, notée "partie 1" sur la figure *fig.*2.29, lors de laquelle la raideur augmente graduellement jusqu'à atteindre une raideur maximale à partir de laquelle elle décroît jusqu'à rupture du câble. La présence de béton réduit significativement cette phase de mise en tension toujours présente néanmoins. Jusqu'à une contrainte dans le câble σ_s, pris comme la force divisée par la section réelle, inférieure à 800 *MPa*, le comportement d'un câble imprégné de béton peut être considéré comme linéaire quitte à sous-estimer légèrement la réaction du câble, légèrement concave jusque-là. Ce gain en raideur s'accompagne d'une réduction importante de la déformation transverse comme illustré sur la figure de droite.

Les déformations axiale et transverse sont mesurées lorsque les câbles sont chargés à 800 *MPa* pour les différents bétons utilisés en fonction du diamètre des câbles *fig.*2.30a et pour les différents diamètres en fonction du béton *fig.*2.30b. *fig.*2.30a présente également les déformations résiduelles après relâchement de la tension. Les déformations, axiale et transverse, sont d'autant moins grandes à $\sigma = 800$ *MPa* que le diamètre du câble et/ou la résistance en compression du béton sont importantes. Elles semblent converger vers un minimum légèrement supérieur à 0.006 axialement et -0.004 transversalement, soit un coefficient de Poisson équivalent de $\nu = 0.7$, contre respectivement 0.01, -0.021, soit $\nu = 2.1$ sans béton. Qualitativement plus le diamètre est grand plus l'espace entre les torons est grand et mieux le béton peut imprégner le câble, gêner le mouvement des torons les uns par rapport aux autres et le rendre plus raide. Lorsque le câble est imprégné, la valeur de la résistance du béton a une influence limitée.

Sur la base de cette observation, le comportement du câble noyé dans le béton est pris en tronquant la phase de mise en tension. Sous chargement monotone, la première partie de la courbe de traction, jusqu'à la force correspondante à la raideur maximale du câble nu, est prise linéaire de raideur égale à la raideur maximale du câble. Ensuite la courbe suit strictement la courbe de traction. En notant, $F_{naked} : \varepsilon \longrightarrow F_{naked}(\varepsilon)$ la loi de traction du câble nu, $k = \max_\varepsilon \left\{F'_{naked}(\varepsilon)\right\}$ la raideur maximale du câble, $\varepsilon_k = \text{argmax}_\varepsilon \left\{F'_{naked}(\varepsilon)\right\}$ et $F_k = F_{naked}(\varepsilon_k)$ la



(a) Influence de ϕ (b) Influence de f_c

FIGURE 2.30 – Influence du diamètre (gauche) et de la résistance en compression du béton (droite) sur les déformations axiale (haut) et transverse (bas) du câble imprégné en traction. adapté de (Wille 2004)

force associée, la loi du câble dans le béton supposée est donnée par,

$$F_{impregnated}(\varepsilon) = \begin{cases} k\varepsilon, & \text{if } \varepsilon \leq \dfrac{F_k}{k} \\ F_{naked}\left(\varepsilon - \left(\dfrac{F_k}{k} - \varepsilon_k\right)\right) & \text{else} \end{cases} \tag{2.10}$$

Les lois ainsi calculées sont représentées *fig.*2.31 avec en pointillé les lois de traction des câbles nus.

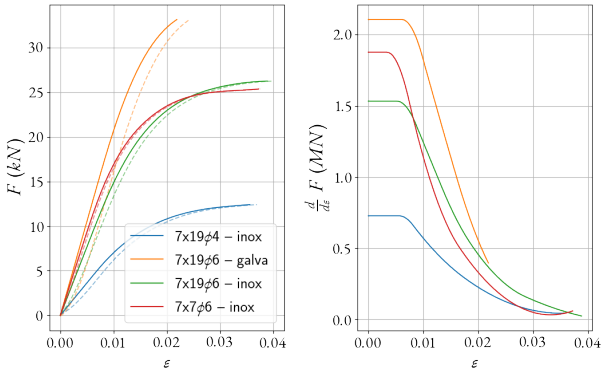


FIGURE 2.31 – Modélisation du comportement du câble noyé dans le béton (traits pleins) avec en pointillés les lois de traction des câbles nus mesurées

Cette modélisation néglige complètement l'influence du diamètre et des propriétés du béton sur le comportement du câble immergé dans le béton. De plus, elle ne rend pas compte du gain de résistance des câbles observé lors des essais des câbles 7x7ϕ6 et 7x19ϕ4. Cet aspect manque dans les travaux de F. Wille ce qui s'explique par le pilotage en force de ces essais.

2.4.2 La modélisation de l'interface acier-béton

La loi de suturation d'une fissure par une armature dépend a priori du comportement du béton, de celui de l'armature et de celui de l'interface. Celui du béton est déduit des essais de compression simple. La loi de

suturation est connue grâce aux essais de flexion 3 points. La loi du câble est supposée donnée par *eq.*(2.10) suivant les considérations tout juste développées. Il ne reste plus qu'à identifier par analyse inverse la loi d'interface définie par la contrainte de cisaillement entre l'acier et le béton en fonction du glissement axiale entre les deux, noté s.

La figure *fig.*2.32 pose le problème de l'interface; un élément d'armature est arraché de son béton environnant générant des actions réciproques à l'interface. La fissure représentée à droite s'ouvre et tend à arracher l'armature avec une force notée F_s qui, par hypothèse, ne dépend que de l'ouverture de fissure $[\![u]\!]$. Cette force se répartit le long de l'interface avec une contrainte tangentielle $\tau(s(x))$ appliquée à l'intérieur du béton, représentée en rouge. Par réaction, l'armature est soumise à la même contrainte tangentielle par l'extérieur dans le sens opposé, représentée en vert. Cette contrainte de frottement est fonction du glissement relatif $s(x)$ de l'armature par rapport au câble comme représenté en x_1 par $s(x_1)$. Seulement visualisé en x_1, le glissement se répartit tout le long de l'interface.

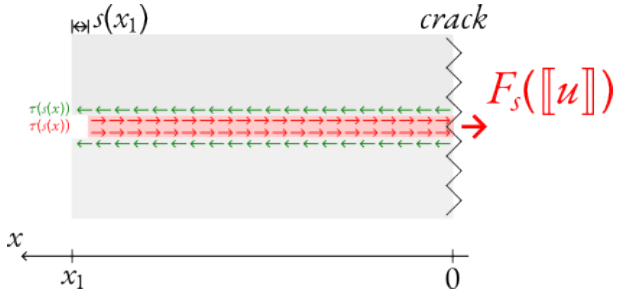


FIGURE 2.32 – Transmission des efforts entre l'armature et le béton, **en vert**, l'action du béton sur l'armature et **en rouge** l'action réciproque de l'armature sur le béton

La contrainte est supposée homogène sur la circonférence de l'armature; l'interface est représentée par un milieu 1D. La variable d'espace est notée x. La rugosité de l'armature, les microfissures y émanant, tout comme les déformations transverses comme la contraction de l'armature par effet Poisson, sont implicitement présents dans la loi d'interface $\tau(s(x))$ mais non explicitement modélisés. Le déplacement du béton à l'interface est noté $u_c^i(x)$ et celui de l'acier $u_s^i(x)$ si bien que le glissement de l'interface est défini par

$$s(x) = u_s^i(x) - u_c^i(x) \tag{2.11}$$

En notant $F_s(\varepsilon_s(s))$ la force dans l'acier le long de l'armature, l'équilibre de l'interface s'écrit

$$\frac{d}{dx} F(\varepsilon_s(x)) = -2\pi R\tau(s(x)) \tag{2.12}$$

avec $\varepsilon_s(x) = \partial_x u_s^i(x)$. En considérant l'équilibre d'une section de béton,

$$\frac{d}{dx} \int_{\mathcal{S}(x)} \sigma_c(\varepsilon_c(x), (y,z))\, dydz = 2\pi R\tau(s(x)) \tag{2.13}$$

Le problème de l'interface se réduit à deux équations différentielles d'ordre 1 *eq.*(2.12)et *eq.*(2.13) à deux inconnues $u_s^i(x)$ et $u_c^i(x)$.

L'ouverture de fissure fournit une première condition aux limites,

$$s(0) = \frac{1}{2}[\![u]\!] \tag{2.14}$$

La deuxième condition aux limites dépend des conditions de chargement.

Deux difficultés se posent pour résoudre le problème de l'interface de façon analytique sans négliger la déformation du béton. La première concerne le comportement du béton environnant soumis à un cisaillement par l'intérieur. Quelle est la distribution de contrainte $\sigma_c(x,(y,z))$? Pour s'affranchir de cette difficulté, un paramètre ψ constant peut être introduit pour rendre compte du lien entre la contrainte moyenne dans le béton,

$\sigma_c(\underline{x})$ et celle au niveau de l'interface $\sigma_c^i(x)$. Il correspond à la interdépendance le long de l'interface de $\sigma_c^i(x)$ et $\sigma_c(\underline{x})$, (FIB 2013; Fu et Lao 2023),

$$\psi = \frac{\int_S \sigma_c(x)\, dS}{\mathcal{S}\sigma_c^i(x)} \tag{2.15}$$

De sorte que *eq.*(2.13) se réécrit,

$$\psi\mathcal{S}\frac{d}{dx}\sigma_c^i(\varepsilon_c^i(x))\, dS = \tau(s(x)) \tag{2.16}$$

$\psi\mathcal{S}$ fait office de section effective du béton en traction, celle équilibrant les efforts à l'interface. Elle ne dépend pas de la position de long de l'interface (Tepfers et al. 2000). Pour des poutres de section rectangulaire, elle peut être calculée analytiquement (Borosnyói et Balázs 2005). Le FIB donne une valeur en fonction de la position des aciers et de la hauteur de la section (FIB 2013). Ce n'est pas l'approche adoptée ici.

La seconde difficulté porte sur la deuxième condition aux limites. En négligeant, la déformation du béton, pour l'essai de flexion 3 points, elle va de soit. À l'extrémité libre de la poutre la déformation de l'armature est nulle, et donc la dérivée du glissement le long de l'interface l'est aussi et cela suffit à résoudre le système. Le fait de prendre en compte la déformation du béton requiert d'ajouter à celle-ci que le béton est libre de contrainte au niveau de la fissure mais pas au-dessus de la fissure, dans la partie en compression du béton, il est également soumis à l'action du support. La contrainte de réaction à l'arrachement de long de l'interface, associée à la partie en compression au-dessus de la fissure de flexion, n'est pas facilement transposable dans un modèle analytique. Le béton et l'armature ont leurs propres conditions aux limites difficiles transcrire au modèle 1D plus adapté pour représenter l'acier que le béton.

Pour dépasser ces deux difficultés, le problème de l'interface est traité en distinguant la résolution de l'équilibre de l'armature *eq.*(2.12) de celui du béton *eq.*(2.13). L'équation différentielle 1D *eq.*(2.12) est résolu numériquement directement avec comme deuxième condition aux limites,

$$\partial_x u_s^i(L/2) = 0 \tag{2.17}$$

L'équilibre du béton est lui résolu par la méthode des éléments finis en 3D,

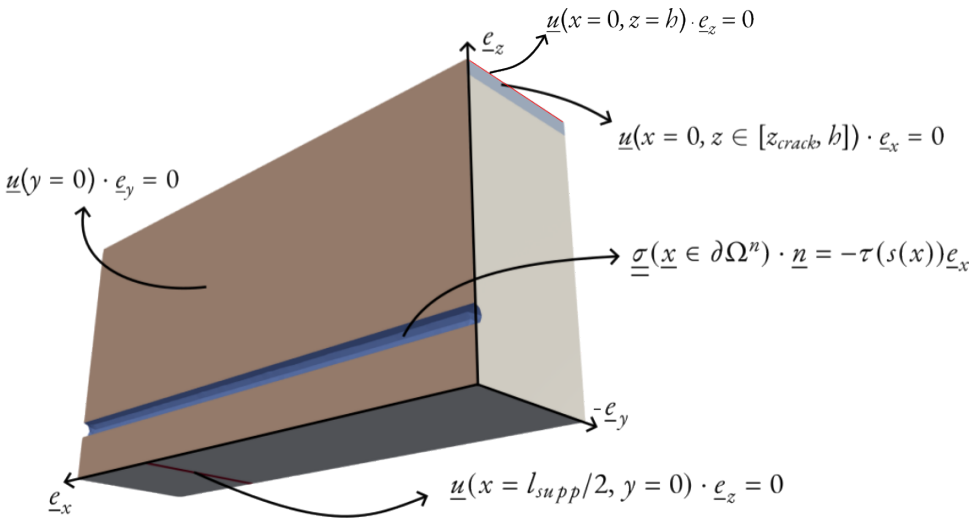


FIGURE 2.33 – Quart de poutre et conditions aux limites

Le problème élément finis est posé comme suit. Prenant avantage des symétries, un quart de poutre est représenté comme figure *fig.*2.33. Le domaine occupé par la poutre est $(x, y, z) \in [-200, 200] \times [-50, 50] \times [0, 100]$. Le quart est $(x, y, z) \in [0, 200] \times [-50, 0] \times [0, 100]$ est gardé. Les conditions aux limites illustrées *fig.*2.33 comprennent l'interface avec le câble où la contrainte imposée, fonction de x, est celle obtenue après résolution de l'équilibre de l'armature, le support en $x = l_{supp}/2$ où le déplacement vertical est proscrit, la symétrie sur la partie du béton non fissurée de la section médiane en $x = 0$, $z_{crack} > 0.96h$ où le déplacement dans l'axe de

la poutre est nul et la symétrie en $y = 0$ sans déplacement selon y. Le béton est pris linéaire élastique de module Young 39 MPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0.2$. Le déplacement imposé par l'essai selon z, en $z = h$ est pris nul. Les contraintes associées au déplacement imposé à la poutre sont négligeables par rapport à celles dues au glissement de l'interface.

Avec, $u_c^i(x)$ et $u_s^i(x)$, les déplacements à l'interface respectivement du béton et de l'acier, comme inconnues, le problème de l'interface se ramène à celui d'un point fixe,

$$u_c^i(x) = u_c^{i,FEM}(\tau(u_c^i(x), u_s^i(x, [\![u]\!]))) \tag{2.18}$$

avec $u_c^{i,FEM}$ le déplacement du béton à l'interface calculé par éléments finis.

Si la déformation du béton est négligée, $u_c = 0$, *eq.*(2.12) devient,

$$s''(x)F'(s'(x)) = -\tau(s(x)) \tag{2.19}$$

avec $s = u_s$, $s'(x) = \varepsilon_s(x)$, et comme conditions aux limites,

$$s(0) = \frac{1}{2}[\![u]\!] \qquad \text{et} \qquad s'(L/2) = 0 \tag{2.20}$$

L'équation différentielle de l'armature est résolue grâce à la librairie python scipy (Virtanen et al. 2020). Le problème éléments finis est résolu en utilisant la librairie, python toujours, fenics (Baratta et al. 2023), les maillages sont réalisés avec gmsh (Geuzaine et Remacle 2009). Celle-ci oblige à introduire la formulation faible du problème, qui n'est pas détaillée ici.

Avant de s'intéresser aux câbles, il est proposé de commencer par le rond lisse qui présente l'avantage de rester dans le régime élastique lors de l'essai, de ne pas présenter de fissure secondaire et de glisser. Il est ainsi possible de restituer l'intégralité de la loi de comportement même la partie décroissante de la loi d'interface.

J. Cairns (Cairns 2021) revient sur des essais d'arrachement menés dans les années 1910 par D. A. Abrams (Abrams, s.d.) sur des aciers ronds pour pouvoir évaluer les structures édifiées avant que les aciers HA ne deviennent la norme au tournant des années 60. Il propose la loi d'interface suivante pour un chargement monotone, l'identification est illustrée *fig.*2.34,

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max}(\frac{s}{s_1})^{\alpha_r} & \text{if } s \leq s_1 \\ \tau_{max}(\frac{s}{s_1})^{\alpha_f} & \text{if } s > s_1 \end{cases} \tag{2.21}$$

La phase ascendante est délimitée par le glissement s_1 auquel la contrainte d'interface vaut τ_{max}. Le comportement est pris comme une loi puissance de paramètre de forme $\alpha_r \in [0, 1]$. Cette équation est largement utilisée dans la littérature pour décrire l'évolution de la contrainte tangentielle, jusqu'à la contrainte maximale, des armatures dans le béton (Tepfers et al. 2000), notamment pour les barres HA et lisses dans le FIB (FIB 2013). Une fois la contrainte maximale atteinte au glissement critique s_1 le comportement est adoucissant avec toujours une loi puissance de paramètre $\alpha_f \in [-1, 0]$.

Pour des barres laminées à froid, comme c'est le cas ici, les coefficients sont présentés dans *(tab2.4)*

τ_{max}	s_1	α_r	α_f
$2.5(\frac{25}{\phi})^{0.2}\sqrt{\frac{f_{cm}}{25}}$	0.02	0.2	-0.2

Table 2.4 – Paramètres de la loi d'interface tels que proposés dans (Cairns 2021)

Pour le béton utilisé et une barre de diamètre $\phi = 8\ mm$, $\tau_{max} = 4.9\ MPa$.

La figure *fig.*2.35a présente la cinématique et la statique de l'interface pour une ouverture de fissure de 0.01 mm de sorte que l'interface reste dans la partie croissante de sa loi de comportement *eq.*(2.21). La fissure se trouve un $x = 0$ et l'extrémité libre en $x = 200\ mm$. Pour cette ouverture le fissure, la moitié de l'interface du côté de la fissure est sollicitée quand l'autre est ancrée. Avec un déplacement verticale imposé nulle, toute

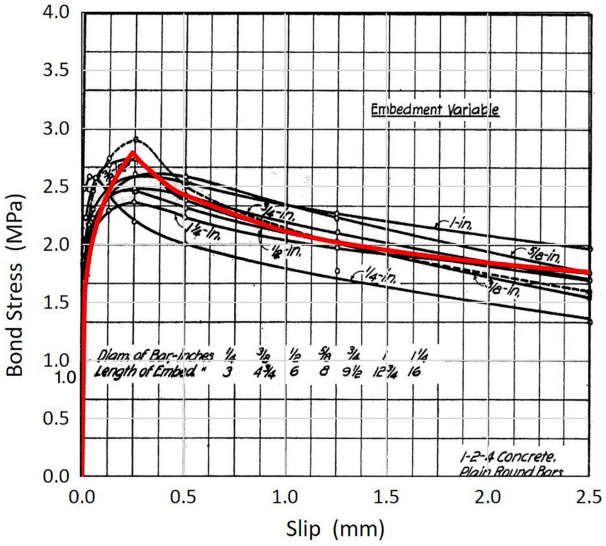
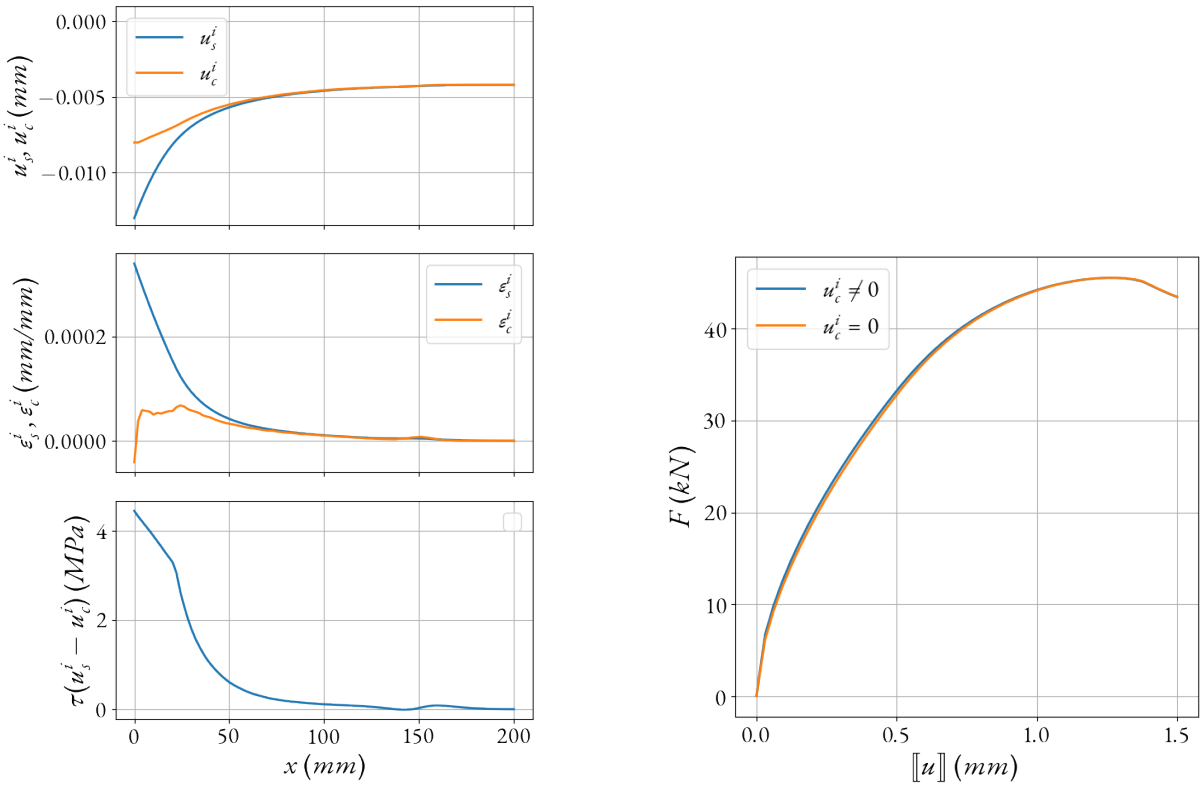


FIGURE 2.34 – Loi proposée par J. Cairns à partir des essais historiques, tiré de (Cairns 2021)

l'interface se déplace avec la sollicitation du câble dans un mouvement de corps rigide. Les déformations du béton restent mesurées comparées à celles de l'armature. Dans la zone ancrée, les déplacements et les déformations du béton et de l'armature sont égales. Les déformations croissent jusqu'à la zone de glissement, ici à gauche, où la déformation du béton devient constante et négligeable devant celle de l'acier.



(a) Déformations et contraintes à l'interface

(b) Loi de suturation

FIGURE 2.35 – Déplacements, déformations et contrainte le long de l'interface, la fissure se trouve en $x = 0$ (à gauche) et les lois de suturation, force dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissure, obtenues numériquement avec et sans prise en compte de la déformation du béton (à droite)

En faisant varier l'ouverture de fissure est en calculant la force dans l'acier à partir de la dérivée du déplacement au niveau de la fissure, $\partial_x u_s^i(0)$, le comportement d'armature est obtenu, donné *fig.*2.35b. Le cas où la déformation du béton est négligée, $u_c^i = 0$, où l'équation *eq.*(2.19) est simplement résolu y est également présenté.

Le résultat est sans appel, la contribution du béton peut être négligée pour l'évaluation de la loi de suturation. Sa prise en compte permet tout de même de mettre en évidence l'apparition de la fissure secondaire. *fig.*2.36 représente la déformation du béton sur la face inférieure de la poutre sous l'armature. La déformation le long de la poutre présente bien un maximum en traction local en traction à 45 mm. Malheureusement, une étude sur les paramètres influençant cette distance n'est pas proposée.

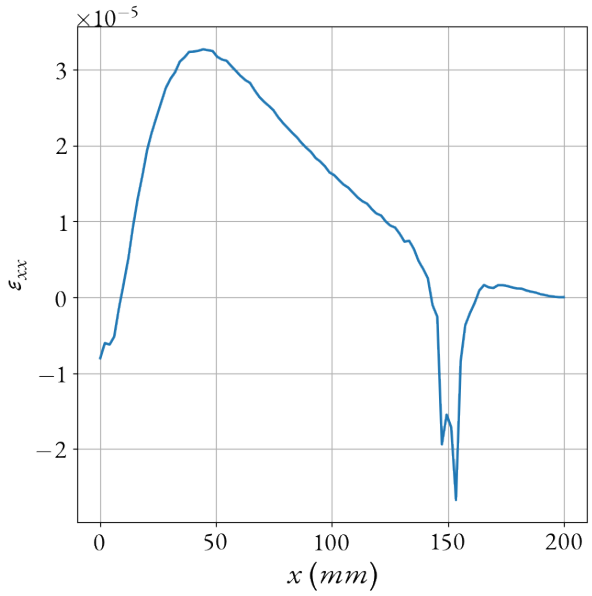


FIGURE 2.36 – Déformation longitudinale sur la face inférieure de la poutre à droite

Finalement, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la déformation du béton pour déterminer des lois de suturation avec ce modèle. L'équation différentielle 1D de la barre *eq.*(2.19) avec les conditions aux limites *eq.*(2.20) suffit pour représenter la réponse de l'interface et identifier le comportement de l'interface câble-béton à partir des résultats des essais de flexion 3 points.

2.4.3 La caractérisation de l'interface

Le modèle précédent est utilisé pour évaluer les paramètres de la loi d'interface à partir des essais présentés dans la partie précédente *sec.*2.2. Ces paramètres sont identifiés en minimisant l'erreur sur la loi de suturation, $F_{steel}(\llbracket u \rrbracket_i)$, entre le calcul numérique et la courbe expérimentale. Le vecteur $F_{steel}(\llbracket u \rrbracket_i)$ est limité à la partie de l'essai entre l'ouverture à initiation de fissure et l'apparition d'une fissure diagonale éventuelle. Aussi, seulement quelques dizaines de points sont considérés pour alléger le calcul, le problème différentielle de l'interface étant résolu à chaque itération sur l'ensemble des points sélectionnés. Le problème inverse est donné par,

$$(\tau_{max}, s_1, \alpha_r, \alpha_f) = \underset{\tau_{max},s_1,\alpha_r,\alpha_f}{argmin} ||F^{expe}((\llbracket u \rrbracket_i)) - F^{num}_{(\tau_{max},s_1,\alpha_r,\alpha_f)}((\llbracket u \rrbracket_i))||_2 \tag{2.22}$$

Les courbes expérimentales de loi de suturation peuvent ainsi être retrouvées pour le rond lisse et le câble 7x19ϕ6 en acier galvanisé, comme illustré *fig.*2.37. Les paramètres calculés sont restitués *tab.*2.5. Ceux-là sont stables vis-à-vis des paramètres d'entrée de la minimisation, c'est important de le préciser au vu de la suite.

	$\tau_{max}\ (MPa)$	$s_0\ (mm)$	α_r	α_f
7x19ϕ6 – galva	7.7	0.4	0.19	-0.18
rond 8	4.6	0.056	0.43	-1.71

TABLE 2.5 – Solution de *eq.*(2.22) pour le câble 7x19ϕ6 – galva et le rond lisse

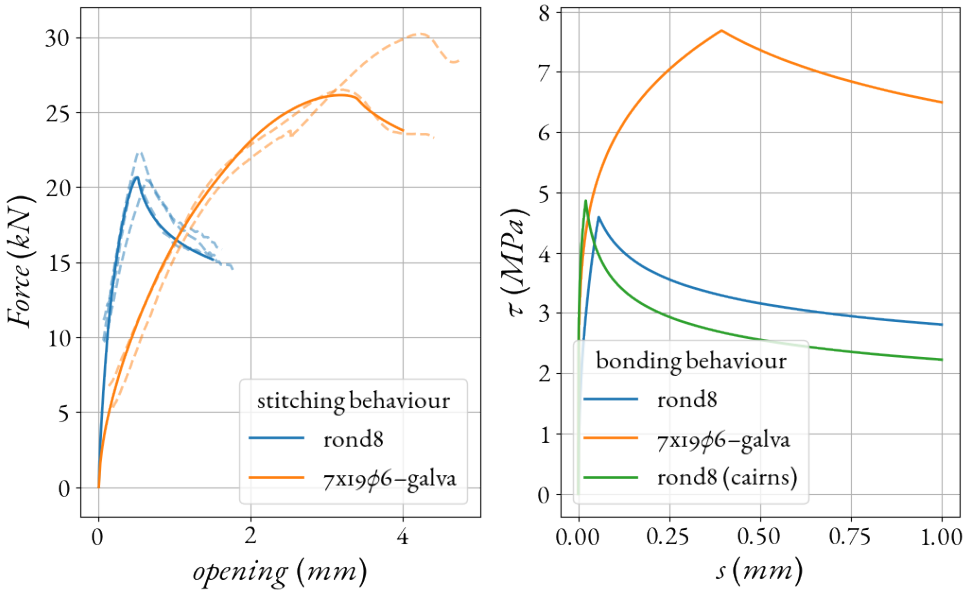


FIGURE 2.37 – Lois de suturation identifiées à partir des courbes expérimentales pour le rond lisse et la câble 7x19ϕ en acier galvanisé (à gauche). Les lois de comportement d'interface associées (à droite). Les paramètres sont donnés dans le tableau *tab.*2.5

La loi d'interface du rond lisse obtenue est cohérente avec celle proposée par J. Cairns (Cairns 2021). Dans les deux cas l'ancrage est moins bon en terme de contrainte maximale que celui du câble 7x19ϕ6 en acier galvanisé. Dès lors, la moins bonne suturation par le câble à faible ouverture de fissure est due à sa faible raideur en traction. Il s'agit bien de la raideur tendue, la phase de mise en tension disparaissant avec l'imprégnation du béton dans le câble, et est corrigée comme discuté *sec.*2.4.1, vu *fig.*2.31.

Pour les armatures n'ayant pas glissé, le problème *eq.*(2.22) est mal posé. Un problème est bien posé au sens de Hadamard si – il existe une solution – la solution est unique – la solution est une fonction continue des données, c'est-à-dire une faible perturbation des paramètres du problème conduit à une faible perturbation de la solution. La figure *fig.*2.38 donne les résultats du problème inverse résultant de la minimisation pour le câble 7x19ϕ6 en inox. Les trois lois de suturation identifiées sont très proches alors que les paramètres d'interface sont très différents. La seule différence dans la résolution des trois problèmes est le choix des points utilisés pour le vecteur $F_{steel}(\llbracket u \rrbracket_i)$.

En reprenant la forme de la loi de comportement *eq.*(2.21), redonnée,

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max}(\frac{s}{s_1})^{\alpha_r} & \text{if } s \leq s_1 \\ \tau_{max}(\frac{s}{s_1})^{\alpha_f} & \text{if } s > s_1 \end{cases}$$

il apparaît évident que la contrainte maximale et le glissement associé dans la loi d'interface sont directement liés au pic de la loi de suturation (force et ouverture correspondante). Faute de maximum atteint, l'identification la partie adoucissante du comportement d'interface paramétrée par α_r n'a pas de sens. Aussi, α_f paramètre de forme de la ascendante, $\tau_{max}/s_1^{\alpha_f}$ forme un simple coefficient multiplicatif pour deux paramètres.

Plutôt que d'identifier une loi avec adoucissement, une loi d'interface rigide plastique est considérée comme c'est le cas pour le calcul des longueurs d'ancrage dans le dimensionnement des structures (FIB 2013 ; CEN 2005a). La validité de l'approche est démontrée dans (Marti et al. 1998) puis (Ruiz, Muttoni et Gambarova 2007) montre que si une loi racine carrée est plus adaptée pour modéliser la contrainte d'interface en fonction du glissement, la réponse macroscopique obtenue avec une loi rigide plastique est tout à fait comparable. Pour faciliter la résolution numérique de *eq.*(2.19) et supprimer la raideur infinie de l'interface lorsque s tend vers 0, une phase linéaire est

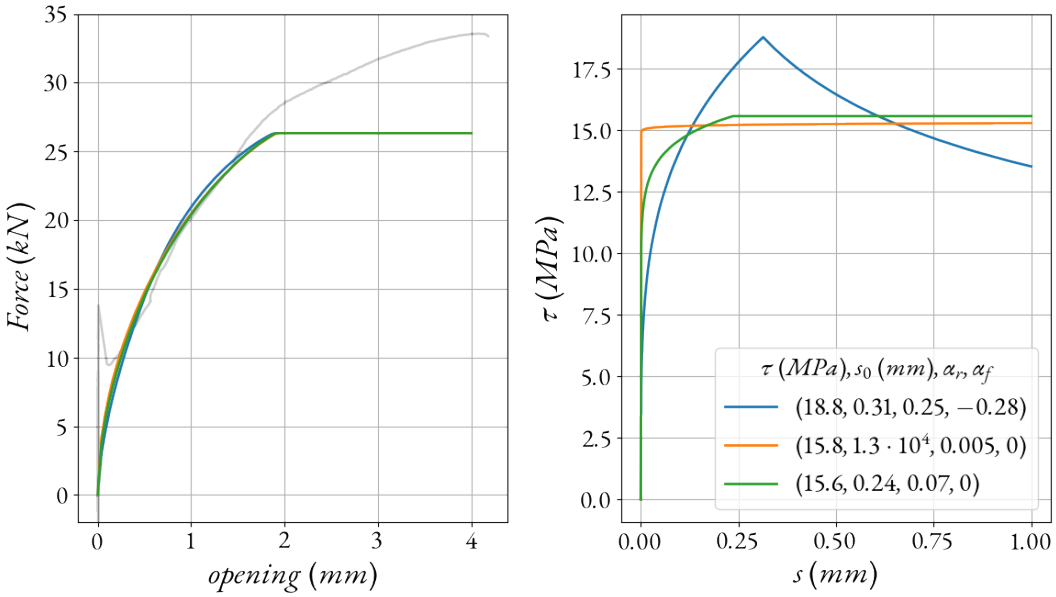


FIGURE 2.38 – Lois de suturation identifiées pour le câble 7x19ϕ en inox, pour différents choix de $([\![u]\!]_i)$, à gauche et les lois de comportement d'interface associées, à droite

tout de même introduite et le comportement est donné par,

$$\tau(s) = \min\left\{\tau_p \frac{s}{s_0}, \tau_p\right\} \tag{2.23}$$

avec $s_0 = 0.001\ mm$ suffisamment petit, de sorte qu'un seul paramètre, τ_p, est à identifier. À noter que cette approche n'a pas vraiment de sens si l'armature glisse sur toute l'interface et qu'il y a adoucissement de loi de suturation.

Les résultats après minimisation sont présentés *fig.*2.39.

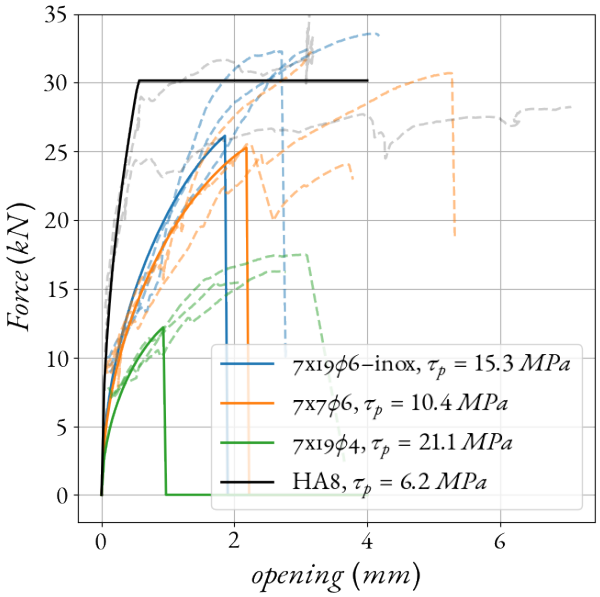


FIGURE 2.39 – Lois de suturation avec loi d'interface rigide plastique identifiées pour les câbles en inox et la barre HA

Pour la barre HA, l'Eurocode 2 (CEN 2005a) fournit une contrainte d'interface pour le dimensionnement

des longueurs d'ancrage. Cette quantité est à comprendre comme la contrainte τ_p pour un régime purement plastique,

$$f_{bd} = 2.25 \times f_{ctd} \tag{2.24}$$

avec f_{ctd} la résistance à la traction correspondant au premier quantile à 5%. Pour un béton C50, $f_{ctd} = 2.9\ MPa$. Pour une barre HA, la contrainte moyenne à rupture de l'acier le long de l'interface est 6.5 MPa selon l'Eurocode (CEN 2005a), ce qui est cohérent avec les 6.2 MPa obtenus avec cet essai. Le câble 7x19ϕ6 présente une meilleure adhérence que le 7x7 de même diamètre. Cela peut s'expliquer par les fils plus nombreux qui augmentent la rugosité des torons à de l'interface. Cette meilleure liaison compense la légère différence de raideur entre les deux, 1530 kN pour le premier contre 1880 kN pour le second. Les contraintes d'interface obtenues pour les câbles sont bien supérieures à ces 6.2 MPa avec pour le 7x7, 10.2 MPa, pour le 7x19ϕ6, 15.3 MPa et pour le 7x19ϕ4, 21.1 MPa. Comme déjà suggéré par le calcul de la surface de nervure des câbles à 7 torons *sec.*2.1.1, ces câbles ont le potentiel de bien s'ancrer dans le béton, mieux que les barres HA, pourvus qu'ils ne glissent pas comme ceux en acier galvanisé. Ce gain d'adhérence n'est toutefois pas suffisant pour combler l'écart de raideur entre la barre HA8 et les câbles testés, celle de la barre HA étant de 10600 kN soit 7 fois supérieure à celle du câble 7x7ϕ6, tout en sachant que sa section contient 3.6 fois moins d'acier qu'une barre HA8.

Les exigences de flexibilité des câbles limitent les diamètres des câbles pouvant être employés et donc leur raideur. Le seul moyen de mieux suturer des fissures avec des câbles est de les multiplier, disjoints. La question reste : par combien ?

2.4.4 L'équivalence barre-câble

Dans les conditions d'exposition les plus sévères, l'ouverture de fissure maximale réglementaire aux ELS est de 0.2 mm (2 cheveux épais). Le ratio entre la force dans l'acier HA et celle dans chacun des câbles en inox testés pour une ouverture de fissure $[\![u]\!] = 0.2\ mm$ donne ce coefficient d'équivalence. Les forces et les nombres de câbles pour avoir l'équivalence à 0.2 mmm, avec la barre HA8 sont résumés dans le tableau *tab.*2.6.

	HA8	rond 8	7x19ϕ6 (inox)	7x19ϕ4	7x7ϕ6	7x19ϕ6 (galva)
$F([\![u]\!] = 0.2)\ kN$	18.1	14.1	9.4	6.1	8.6	6.3
n_{eq-HA8}	-	1.3	1.9	3.0	2.1	2.9

Table 2.6 – Force dans l'armature pour une ouverture de fissure de 0.2 mm et nombre d'armatures requises pour avoir une capacité de suturation équivalente

L'équivalence de 3 petits câbles 7x19ϕ4 obtenue expérimentalement est retrouvée.

Les lois de suturation à faible ouverture de fissure ayant tous la même forme, vu que les armatures restent dans leur régime linéaire, l'équivalence à $[\![u]\!] = 0.2\ mm$ garantit l'équivalence de la suturation pour des ouvertures plus petites. Pour des ouvertures de fissures plus grandes il faut recalculer les lois de suturation en multipliant par le nombre de câbles pour avoir l'équivalence comme proposé *fig.*2.40. Il apparaît dans ce cas que les comportements sont similaires jusqu'à la plastification de l'acier. Les forces maximales atteintes pour les câbles surpassent celle de la barre HA

Cette équivalence peut être étendue à tout diamètre de barre HA. En repartant de l'équation différentielle *eq.*(2.19), et en supposant que l'armature est élastique, de module d'Young E_s, l'équation différentielle de l'interface se réécrit,

$$\pi R_s^2 \times E_s s''(x) = -2\pi R_s \tau_p \mathbb{1}_{s>0} \tag{2.25}$$

avec R_s le rayon de la barre et $\mathbb{1}_{s(x)>0}$ la fonction indicatrice du domaine $s(x) > 0$. Pour la suite, l_0 désigne la longueur sollicitée tel que si $x < l_0, s(x) > 0$ et si $x \geq l_0, s(x) = 0$, et $K = \frac{2\pi R_s \tau_p}{\pi R_s^2 E_s}$. Le glissement le long de la barre est décrit par un polynôme d'ordre 2 ;

$$s(x) = \frac{1}{2}Kx^2 + Ax + \frac{[\![u]\!]}{2} \tag{2.26}$$

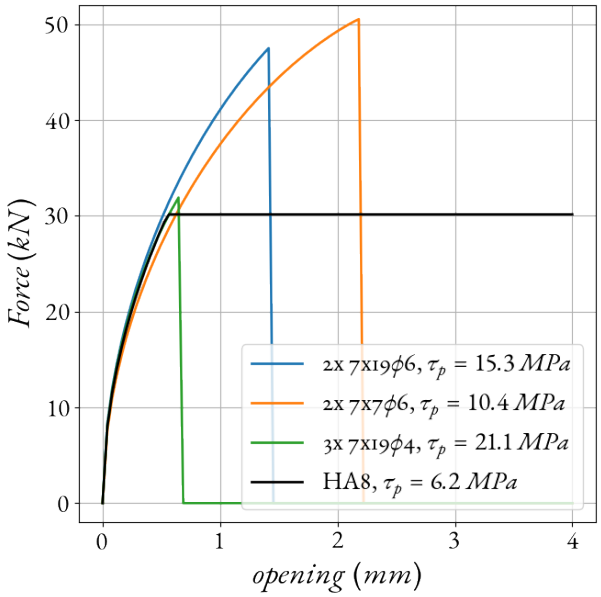


FIGURE 2.40 – Lois de suturation avec loi d'interface rigide plastique identifiées pour les câbles en inox, multipliée par le coefficient d'équivalence, et la barre HA

avec A une constante d'intégration et $[\![u]\!]/2$ la condition au limite en la fissure qui a été appliquée. L'équilibre de l'armature s'écrit,

$$F(-s'(0)) = \pi R_s^2 \times E_s \times A = \int_0^{l_0} 2\pi R_s \tau_p \, dx = l_0 \times 2\pi R_s \tau_p \tag{2.27}$$

si bien que,

$$A = -Kl_0 \tag{2.28}$$

Ensuite, la continuité du glissement en l_0 s'écrit

$$\frac{1}{2}Kl_0^2 - Kl_0^2 + \frac{[\![u]\!]}{2} = 0 \tag{2.29}$$

Il s'en suit l'expression de l_0,

$$l_0 = \sqrt{\frac{[\![u]\!]}{K}} \tag{2.30}$$

L'expression de la loi de suturation pour une barre HA de diamètre $2R_s$, de module d'Young E_s et de contrainte moyenne d'interface τ_p est obtenue,

$$F([\![u]\!]) = \sqrt{2\pi^2 R_s^3 f_{bd} E_s \times [\![u]\!]} \tag{2.31}$$

Cette expression peut être vérifiée dans le cas de la barre HA8, pour laquelle $\tau_p = 6.2\ MPa$. Pour une ouverture de fissure de $0.2\ mm$, la force dans l'armature vaut $18.1\ kN$ ce qui avait été calculé numériquement, *c.f.tab.*2.6.

À béton donné, la contrainte d'interface de la barre HA de diamètre $2R_s$ est donnée par l'Eurocode selon *eq.*(2.24). Celle-ci permet de calculer la force F_{HA} dans une barre HA pour une ouverture de fissure désirée $[\![u]\!]_c$. $[\![u]\!]_c = 0.2\ mm$ a été choisi arbitrairement. Elle peut être différente. Dans ce cas la force dans les câbles correspondant à cette ouverture de fissure peut être déterminée directement à partir des essais de flexion 3 points sans passer par la loi d'interface. Le coefficient d'équivalence câble-acier HA, comme le nombre de câbles à mettre pour une barre HA est le rapport F_{HA}/F_{cable}. Ils sont redonnés pour les câbles testés avec ceux ces barres HA communément employées comme armature d'effort tranchant. Toutes les équivalence sont données par rapport aux barres HA8, *tab.*2.7.

	HA8	HA6	HA10	HA12	HA14	7x19ϕ6	7x19ϕ4	7x7ϕ6
$F(\llbracket u \rrbracket = 0.2)\ kN$	18.6	12.1	26.0	34.1	43.0	9.4	6.1	8.6
n_{eq-HA8}	-	1.5	0.7	0.55	0.43	1.9	3.0	2.1

Table 2.7 – Force dans l'armature pour une ouverture de fissure de 0.2 *mm* et nombre d'armatures requises pour avoir une capacité de suturation équivalente

À faible ouverture de fissure le comportement du câble est aussi linéaire, mais faute de données sur l'adhérence du câble dans le béton en fonction du béton, la contrainte d'interface f_{bd} n'est pas connue, ne permettant pas de s'affranchir des essais, pour l'instant. Les valeurs de $F(\llbracket u \rrbracket = 0.2)$, et de fait les nombres de câble pour suturer les fissures de manière équivalente aux aciers HA, ne sont valables que pour ces câbles plongés dans ce béton.

2.5 La conclusion

L'essai de flexion 3 points est un essai d'arrachement lors duquel, la force appliquée à l'armature est due à l'ouverture d'une fissure. En reproduisant un milieu fissuré, il rend indirectement compte des effets de torsion liés à la géométrie hélicoïdale des câbles qui sont présents dans les éléments de structure. L'analyse du champ de déplacement mesuré par corrélation d'images numériques permet de calculer la force dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissure.

Ces relations permettent de comparer directement les capacités des armatures à limiter l'ouverture de fissures, sans avoir à s'intéresser à ce qu'il se passe à l'interface. Parmi les câbles testés, les essais mettent en évidence des candidats crédibles, fort de leur adhérence avec le béton, pour remplacer les barres comme acier d'effort tranchant pour le béton. Les câbles à 7 torons en inox sont même plus adhérents que les barres HA à force de rupture donnée. Ce surplus d'adhérence ne permet toutefois pas de maîtriser aussi bien les fissures que les barres HA à cause de leur plus faible raideur. Pour maîtriser aussi bien la fissuration, il faut en mettre plusieurs.

Avant d'estimer le comportement de l'interface câble-béton pour les câbles retenus, les lois de traction des câbles sont revues. En effet, la validité des lois obtenues par traction directe à l' "air libre" est remise en question lorsque le câble est plongé dans le béton. Ces lois sont fortement non linéaires à cause du déplacement des fils et des torons les uns par rapport aux autres. Or, la présence de béton dans les sillons présents entre les torons et le toron d'âme et entre les torons extérieurs des câbles empêche la mobilité relative des fils et des torons. Ce qui conduit à une augmentation, au moins à faible déformation, de la raideur du câble. Pour rappel, la présence de béton entre les torons s'explique par les espaces séparant les torons extérieurs, comme vu au premier chapitre *sec.*1.1.2. Il est proposé de modifier la première partie des courbes de traction pour représenter le comportement du câble dans le béton.

La loi d'interface peut ensuite être identifiée en modélisant le problème de la liaison armature-béton. Les équilibres de l'armature et du béton sont d'abord traités séparément. Le premier est modélisé par une équation différentielle 1D et le second par éléments finis 3D, reproduisant la poutre en flexion. Les deux problèmes sont couplés au niveau de l'interface, les déplacements calculés dans les deux modèles permettant de déterminer le glissement et donc la contrainte d'interface suivant la loi à identifier. Il est montré que la prise en compte de la déformation du béton n'a pas d'influence sur la loi de suturation obtenue avec ce modèle. Le modèle 1D de l'acier suffit pour identifier les lois d'interfaces des câbles retenus. Néanmoins cette approche permet d'expliquer les fissures secondaires observées lors des essais : elles sont dues à l'ancrage de la barre dans le béton. Aussi, la rotation du câble et les efforts de torsion sous-jacents ne sont pas explicitement représentés. Le glissement est supposé 1D dans l'axe de l'armature.

Pour les armatures ayant glissé, une loi puissance en deux parties, d'abord croissante puis décroissante permet d'estimer le comportement d'interface. Pour que le problème d'identification soit bien posé, la fonction à identifiée, entrée du problème, doit être pertinente vis-à-vis des résultats de l'essai. Pour les autres armatures, celles qui nous intéressent, une loi rigide plastique à un seul paramètre permet de retrouver le comportement d'armature.

Les lois de suturation recalculées à partir des lois d'interface ainsi identifiées et les paramètres d'adhérence des barres HA donnés dans l'Eurocode permettent de calculer le nombre de câbles à mettre pour maîtriser la fissure

de manière équivalente par rapport aux différentes barres HA.

Les limites de l'approche sont nombreuses. D'abord le développement de fissures secondaires dues à la bonne adhérence de l'armature avec le béton empêche d'analyser simplement tout l'essai. Aussi, dans ce cas, la rupture de l'armature sans glissement sur toute l'interface armature-béton, c'est-à-dire sans endommagement mesurable de l'interface, empêche l'identification du comportement de l'interface dans son ensemble. À la place, une contrainte plastique homogène peut être calculée. De toute façon, le modèle simple introduit ici ne permettrait pas de rendre compte du comportement réel de l'interface, ne prenant pas en compte la rotation du câble.

La contrainte plastique homogène ainsi calculée fait office de tapis sous lequel tous les phénomènes se produisant à l'interface sont cachés et non quantifiés. Outre la rotation du câble, l'effet Poisson du câble en traction et de la barre lorsqu'elle plastifie ne sont pas considérés, la géométrie du câble et l'influence de son pas non plus. L'essai de flexion 3 points permet de comparer les armatures et d'estimer des lois de suturation des fissures du béton par l'armature comme des relations force dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissure.

La validité des lois de suturation reste à démontrer pour des conditions réelles de fissuration, notamment à l'effort tranchant, dans lesquelles le confinement du béton sur le câble risquent d'être différent. C'est l'objet du chapitre 4.

Avant cela, une méthode permettant de mesurer des faciès de fissuration sans localisation préalable des fissures est proposée dans le prochain chapitre.

Chapitre 3

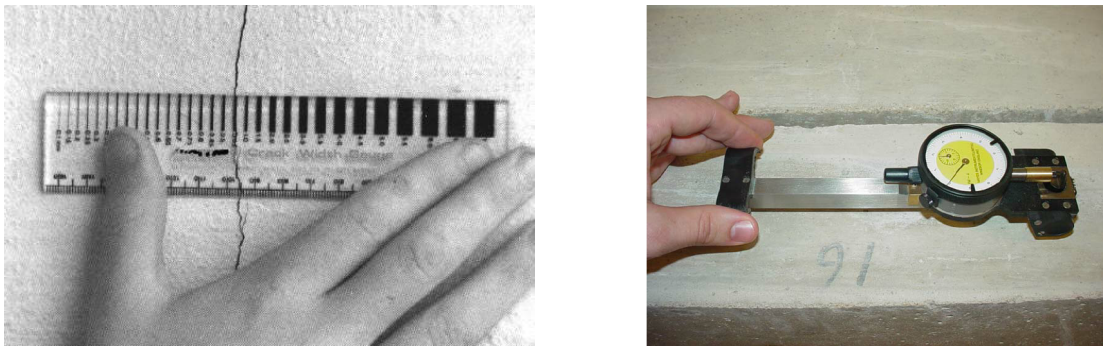
Mesurer des fissures sans les détecter

Contents

2.1 Des éléments sur l'interface entre l'acier et le béton 37
2.1.1 Le comportement et la géométrie de l'interface acier-béton 39
2.1.2 Des élements sur les effets de torsion à l'interface 42
2.2 L'essai de flexion 3 points pour mesurer le comportement de l'armature câble 44
2.2.1 L'analyse de la fissure principale avant application 44
2.2.2 La force dans l'armature 46
2.2.3 La propagation brutale de la fissure de flexion, le béton en compression et les fissures annexes 48
2.3 La campagne expérimentale 51
2.3.1 La recherche du câble 51
2.3.2 Les résultats des campagnes 53
2.3.3 Le bilan de la campagne 57
2.4 L'estimation du comportement de l'interface 58
2.4.1 Le comportement du câble 58
2.4.2 La modélisation de l'interface acier-béton 60
2.4.3 La caractérisation de l'interface 65
2.4.4 L'équivalence barre-câble 68
2.5 La conclusion 70

La corrélation d'images numériques (CIN) est devenue la norme pour mesurer les faciès de fissuration des éléments de béton armé que ce soit pour affiner la compréhension des mécanismes de fissuration, étudier la résistance à l'effort tranchant des poutres présentant peu de renforcement transversal (Classen 2020a; Seemab et al. 2023), estimer les performances de nouveaux procédés de mise en œuvre du béton comme l'impression 3D pour optimiser les formes (Huber et al. 2023) ou évaluer les capacités de suturation de ferraillages non conventionnels comme des armatures en fibres synthétiques pour les environnements corrosifs (Ruiz et al. 2024), ou en câbles (Rouphael 2022). Pour toutes les études portant sur la résistance du béton ou tout autre matériau fragile/quasi-fragile, c'est la fissuration plus que tout autre chose qui est mesurée.

Historiquement, deux approches sont mises en place pour mesurer des fissures. L'inspection visuelle directe permet d'estimer grossièrement en quelques points l'ouverture de fissure à la règle ou au fissuromètre, réglet avec jauge illustré *fig.*3.1a. Les jauges de déformation permettent de mesurer le déplacement relatif de points de part et d'autre des fissures pour ensuite pouvoir en estimer l'ouverture (Zakaria et al. 2009). Dans les deux cas, l'outil de mesure est au contact de l'élément testé, ce qui n'est pas idéal, l'échantillon pouvant être fragile.



(a) Réglet de mesure de fissure (b) Extensomètre (DEMEC)

FIGURE 3.1 – Mesure de fissure en contact avec le béton : fissuromètre (à gauche[1]) et DEMEC (à droite), tiré de (Al-Ostaz et University of Mississippi 2007)

Les mesures d'ouverture de fissure sont aujourd'hui largement basées sur des prises d'images avec de simples appareils photos, éventuellement des caméras. Le fissuromètre a été remplacé par des algorithmes de traitement d'image basés ou non sur de l'intelligence artificielle permettant de localiser les fissures puis de les mesurer en comparant les positions de leurs lèvres (Pantoja-Rosero et al. 2022; Vincens, Corres et Muttoni 2024). Le principe de la jauge de déformation se retrouve dans le post-traitement des champs de déplacement obtenus par corrélation d'image numérique déjà évoqué. Les discontinuités du champ de déplacement, les fissures, sont facilement localisables soit en regardant le déplacement interpolé le long de lignes (Seemab et al. 2023), soit en calculant un gradient (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020). Une fois les fissures localisées de manière discrètes ou continues, la comparaison du déplacement de part et d'autre permet d'estimer la cinématique de fissure. Cette approche est particulièrement adaptée à la CIN locale. Par opposition, la CIN globale peut mesurer des fissures en enrichissant le champ de transformation envisagé par l'algorithme pour y introduire des discontinuités de déplacement (Roux, Réthoré et Hild 2009). Ces deux approches seront plus amplement détaillées dans la suite. La CIN locale est aujourd'hui la plus répandue pour les applications béton et/ou structure; elle est largement implémentée dans des logiciels payants clefs en main vendus avec caméras. Elle est également facilement parallélisable du fait de l'indépendance du calcul du déplacement en chaque point réduisant drastiquement les temps de calcul.

Dans le chapitre précédent, la fissuration des poutres et des poutrelles a été mesurée en calculant les sauts de déplacement le long de lignes. Pour l'analyse des essais qui seront réalisés dans le cadre de cette thèse, une autre approche est développée. Celle-ci entend s'affranchir de la détection de fissure en s'appuyant sur le gradient lagrangien du champ de déplacement. Les mesures de cinématique de fissure sont définies sur toute la surface d'étude, et des outils probabilistes sont proposés pour appréhender la mesure continue des fissures, par définition discrètes. Cette méthode prend en entrée le champ de déplacement obtenue par corrélation d'images locale qui est dans un premier temps définie.

3.1 La corrélation d'images numériques

La corrélation d'images numériques est une technique de mesure de champ introduite dans les années 80 (Schreier, Orteu et Sutton 2009) permettant d'estimer des déplacements et des déformations à partir de photos. La technique s'est développée de manière exponentielle depuis pour devenir la référence pour la mesure des déformations de surface des solides. Elle repose comme son nom l'indique sur la comparaison d'images pour mesurer la transformation d'un milieu. Un appareil de prise de vue, photo ou caméra suffit. L'instrumentation est facile à mettre en place, sans contact direct, non intrusive pour l'essai. Avec le développement des appareils photos, elle est également de moins en moins cher, et de plus en plus précise. Les images numériques comme unique support fait qu'elle est adaptée à toutes les échelles spatiales, du nanométrique au géophysique, et temporelles avec les caméras rapides pouvant enregistrer plusieurs milliers d'images par seconde (Grédiac Michel, Hild et

0. https://www.mastrad.com/avgcrack.htm

Hild François auteur en physique 19- 2011).

Pour calculer la transformation d'une région observée R par rapport à une configuration de référence, la corrélation d'images numériques compare les fonctions représentatives des informations des prises de vue à l'instant déformé, notées g, et à l'instant initial, notées f. Les fonctions f et g sont définies sur la région observée. Elles associent à tout point de ce domaine une valeur interpolée de la matrice des niveaux de gris des pixels des photos respectivement initiales et après ou pendant la déformation de l'objet. Soit $\underline{X}$ un point de la configuration de référence et $\underline{x}$ son image dans la configuration courante, $\underline{\phi}(\underline{X}, t)$ la transformation de la matière, comme l'application qui au premier associe le second. L'hypothèse de la corrélation d'image est que l'information contenue dans les images se transportent avec la transformation de la matière : g, en $\underline{x}$, doit coïncider avec f en $\underline{X}$,

$$g(\underline{\phi}(\underline{X}, t)) = f(\underline{X}) \tag{3.1}$$

Tout l'objectif est alors d'estimer $\underline{\phi}(\underline{X}, t)$. Pour cela, il faut se munir d'une mesure de l'erreur sur l'équation *eq.*(3.1), appelé coefficient de corrélation et noté C. Le plus simple est le plus courant reste d'utiliser la norme L_2,

$$C = \int_R (f(\underline{X}) - g(\underline{\phi}(\underline{X}, t))^2 \, d\underline{X} \tag{3.2}$$

Cette norme n'a rien de systématique, mais elle jouit de bonne propriétés facilitant la résolution du problème de minimisation qui va suivre. Si les propriétés indépendantes de la déformation, comme la luminosité, de l'image courante diffèrent de celles de l'image de référence, il est possible de considérer la proximité de f et g à une transformation affine près,

$$C = \min_{a,b} \int_R (f(\underline{X}) - a \cdot g(\underline{\phi}(\underline{X}, t) + b)^2 \, d\underline{X} = 1 - \frac{|\int_R (f - \overline{f}) \cdot (g - \overline{g}) \, d\underline{X}|}{\sqrt{\int_R (f - \overline{f})^2 \, d\underline{X} \int_R (g - \overline{g})^2 \, d\underline{X}}} \tag{3.3}$$

C'est cette fonction de corrélation qui est utilisée pour la corrélation lors du stage de G. Colyvas (Colyvas et al. 2020) déjà évoqué.

spam (Stamati et al. 2020) qui sera utilisé dans la suite de ce mémoire, utilise quant à lui la norme L_2.

La transformation $\underline{\phi}(\underline{X}, t)$ calculée est solution du problème de minimisation,

$$\underline{\phi} = \underset{\underline{\phi}}{\operatorname{argmin}} \, C(\underline{\phi}, R, f, g) \tag{3.4}$$

Dans les faits, la fonction $\underline{\phi}$ est approximée par $\underline{\phi}_{\underline{\alpha}}$ définie par un vecteur fini de paramètres $\underline{\alpha}$ de $\mathbb{R}^N$, N le nombre de paramètres, sur lesquels s'opère la minimisation,

$$\underline{\alpha}_{min} = \underset{\underline{\alpha} \in \mathbb{R}^N}{\operatorname{argmin}} \, C(\underline{\phi}_{\underline{\alpha}}, R, f, g) \tag{3.5}$$

Deux approches dites locale et globale permettent d'aborder cette minimisation.

L'approche locale, qui sera utilisée dans la suite de ces travaux discrétise le domaine étudié R en un ensemble de sous-domaines, imagettes, se superposant généralement. Le plus aisé pour extraire le champ de déplacement sur l'ensemble de la surface reste de prendre une grille régulière d'imagettes caractérisée par la taille des imagettes et le pas de la grille. La minimisation se fait indépendamment sur chacune des imagettes en recherchant des transformations homogènes $\underline{\phi}_{\underline{\alpha}}$ sur chaque imagette. Dans la suite, les corrélations d'image seront faîtes en regardant seulement les mouvements de corps rigide, rotation et translation. En 2D, cela représente 3 paramètres, un angle α de rotation et deux composantes de translation, une horizontal u_1 et une verticale u_2. En explicitant les composantes de $\underline{X} = (X_1 \, X_2)^T$, la transformation recherchée est entièrement caractérisée par,

$$\underline{\phi}_{\underline{\alpha}} : \underline{X} \mapsto \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & u_1 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & u_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

La minimisation peut alors se faire avec les algorithmes d'optimisation usuels. spam utilise Newton-Raphson. Dans la suite, une approche est purement lagrangienne est adoptée et l'état déformé est systématique comparé à

l'état initial. Les déformations pouvant être grandes, l'initialisation est prise comme le déplacement calculé au pas de temps précédent plus le déplacement entre les deux derniers pas de temps.

Au contraire, l'approche globale considère toute la surface d'étude dans la minimisation. Le champ de déplacement est approximé à partir d'une base cinématique donnée, $(\underline{\psi}_i)$,

$$\underline{u}(\underline{X}) = \underline{\phi}(\underline{X}) - \underline{X} = \sum_i \alpha_i \underline{\psi}_i(\underline{X}) \tag{3.7}$$

Ce n'est ni plus ni moins que l'approximation de Galerkin utilisée par le méthode des éléments finis pour interpoler un champ continu, ici le champ de déplacement. Dans ce cas, en se munissant d'un maillage sur R, les (α_i) représentent les déplacements aux nœuds et les $(\underline{\psi}_i)$ la base de fonctions d'interpolations. Cette approche facilite la comparaison expérimentale-numérique en faisant coïncider le maillage de la CIN avec celui d'un calcul éléments finis. Tous les types d'interpolations éléments finis sont dès lors adaptable à la CIN. Les éléments finis étendus, X-DIC, permettent de calculer le champ de déplacement en présence de discontinuités du champ de déplacement en introduisant des degrés de liberté supplémentaires (Roux, Réthoré et Hild 2009).

3.2 La CIM pour mesurer des discontinuités sans localisation préalable

Avant d'aborder les mesures de fissures, il convient de se mettre d'accord sur les grandeurs à mesurer. Une fissure est une discontinuité du champ de déplacement dont le support est une surface dans le cas 3D et une ligne dans le cas 2D, le cas ici. La ligne de fissure est orientée en tout point par sa normale, notée $\underline{n}$ et son vecteur tangent, $\underline{l}$, orthogonaux, définissant la base locale de la fissure. Leur direction ne fait aucun doute et leur sens dépend de la convention : quel bord se déplace par rapport à l'autre ? Ici, $\underline{l}$ est orienté dans le sens de $\underline{e}_x$ de la base globale $(\underline{l} \cdot \underline{e}_x > 0)$ sinon $\underline{l} = \underline{e}_y$. Le vecteur discontinuité de déplacement $[\![\underline{u}]\!]$ se décompose selon la base locale. La composante portée par la normale est l'ouverture de fissure $[\![u]\!]_n$, celle portée par la tangente est le glissement $[\![u]\!]_l$. Le schéma *fig.*3.2, illustre les grandeurs à mesurer pour caractériser les fissures, leur position et l'orientation, leur ouverture et leur glissement tout leur long.

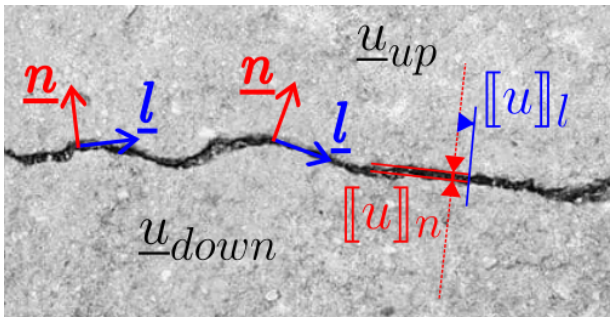


FIGURE 3.2 – Fissure, position, base locale, ouverture, glissement

La décomposition de la discontinuité de déplacement dans la base locale s'écrit,

$$[\![\underline{u}]\!] = [\![u]\!]_l \, \underline{l} + [\![u]\!]_n \, \underline{n} \tag{3.8}$$

La méthode la plus adoptée à ce jour pour mesurer les fissures de faciès non triviaux reste l'"Automated Crack Detection and Measurement" (ACDM) (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020, 2022). L'approche est résolument pragmatique et automatise la mesure de fissure à la main consistant à localiser d'abord la fissure avant de comparer les déplacements de part et d'autre de la fissure. Le principe de la méthode est illustré *fig.*3.3.

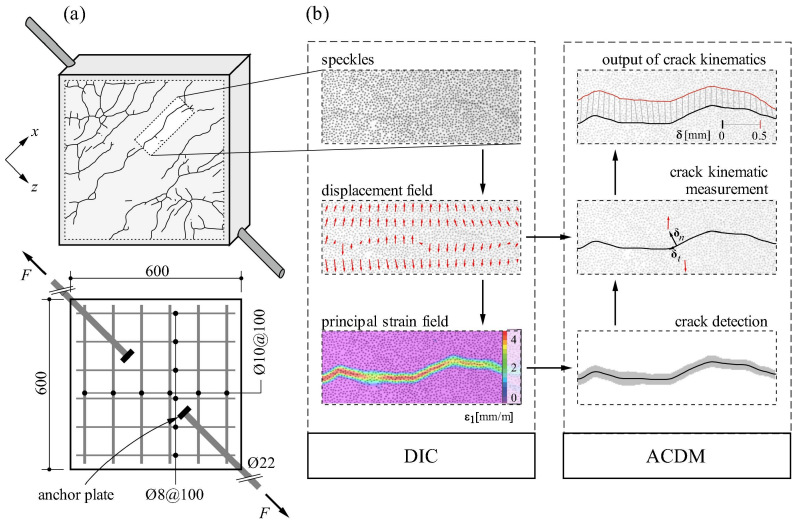


FIGURE 3.3 – L'ACDM étape par étape (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020)

Le champ de déplacement connu, la détection de fissure se fait en calculant le champ de déformation principale. Les fissures étant des discontinuités du champ de déplacement, théoriquement la déformation y est infinie. Les arêtes du champ de déformation principale se trouvent en lieu et place des fissures qui peuvent désormais être extraite par traitement d'image. La première version de l'ACDM (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020) procédait en seuillant le champ de déformation principale maximale du béton typiquement pour obtenir des bandes autour des fissures comme illustré sur la vignette en bas à droite de *fig.*3.3. En procédant par érosion, ces bandes de location se ramènent à des lignes de fissures. Les fissures localisées, leur orientation est déduite et leur cinématique est obtenue en comparant le déplacement de part et d'autre. L'ouverture et le glissement de la fissure sont définis en tout point des fissures extraites.

L'ACDM a déjà fait ses preuves et est désormais largement utilisée. Quelques limites qui n'en sont pas vraiment peuvent toutefois être soulevées. La première est que tout repose sur la localisation de la fissure par érosion des images binaires obtenues en seuillant le champ de déformation. Cela se fait très bien en 2D, mais la méthode ne s'adapte pas en 3D où les fissures sont des surfaces sinueuses beaucoup plus onéreuses à extraire. La seconde est plus psychologique. Le calcul du champ de déformation principale cache le calcul du gradient lagrangien du champ de déplacement. Or, toutes les informations relatives à la fissures doivent se trouver dans ce gradient qui mesure les variations locales de déplacement. Enfin, la méthode comme l'automatisation d'une approche manuelle n'est pas des plus élégantes. Pour calculer le déplacement d'un point de la fissure, seuls 4 autres points sont comparés laissant un large choix quant à ces 4 points.

La CIM pour "Crack Is Mountain" propose de s'affranchir de la détection des lignes de fissures. Pour cela elle propose d'analyser en détail le gradient lagrangien du champ de déplacement pour calculer l'ouverture, le glissement et le repère local de la fissure. La prise en compte de la rotation globale de la région observée est nécessaire pour ne pas fausser le calcul du glissement. Les mesures obtenues sont définies sur toute la surface d'étude.

3.2.1 Le gradient lagrangien du champ de déplacement

La mesure de fissure étant extraite du gradient lagrangien du déplacement, ce dernier doit être calculé avec grand soin. Il est obtenu par régression local du champ de déplacement (Cleveland et Loader 1996). Cette approche a déjà été implémentée en dynamique moléculaire (Zimmerman, Bammann et Gao 2009) et les calculs sont repris ici. Contrairement à la dynamique moléculaire où les positions des points, atomes, sont variables et définies dans tout l'espace, le champ de déplacement est, ici, calculé sur une grille discrète, orthotrope, la même à chaque pas de temps. Le calcul est très similaire à celui proposé par G. Peters (Peters 1987) avec une régression linéaire étendue à l'ordre 2 par M. Geers (Geers, De Borst et Brekelmans 1996) pour des grilles structurées. Le calcul à l'ordre 2 se ramène à celui à l'ordre 1 sur une grille orthotrope.

Le gradient lagrangien du champ de déplacement $\underline{\underline{A}}$ est le tenseur d'ordre 1 qui a un vecteur matériel de la

configuration de référence associe la variation de déplacement de ses extrémités dans la configuration courante. Sur un ensemble discret de points les vecteurs matériels sont pris comme des vecteurs liant des points voisins. Soit α un point de l'espace, $\mathcal{V}(\alpha)$ un voisinage de α, typiquement un disque centré en α. Le développement de Taylor à l'ordre 2 permet d'approximer le déplacement des points β de $\mathcal{V}(\alpha)$ à partir de celui de α par l'intermédiaire de $\underline{A}^\alpha$ et $\underline{\underline{H}}^\alpha$ le gradient à l'ordre 2 du champ de déplacement,

$$\underline{u}^\beta = \underline{u}^\alpha + \underline{A}^\alpha \cdot (\underline{X}^\beta - \underline{X}^\alpha) + \frac{1}{2}(\underline{\underline{H}}^\alpha \cdot (\underline{X}^\beta - \underline{X}^\alpha)) \cdot (\underline{X}^\beta - \underline{X}^\alpha) + O(||\underline{X}^\beta - \underline{X}^\alpha||_2^2) \tag{3.9}$$

Dans la suite, les notations $\underline{u}^{\alpha\beta} = \underline{u}^\beta - \underline{u}^\alpha$ et $\underline{X}^{\alpha\beta} = \underline{X}^\beta - \underline{X}^\alpha$ sont adoptées, et la norme est la norme 2.

Pour calculer les gradients lagrangien du déplacement, l'erreur totale α sur le voisinage $\mathcal{V}(\alpha)$ est introduite,

$$\mathcal{E}^\alpha(\underline{A}^\alpha) = \sum_{\beta \in \mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta}) ||\underline{u}^{\alpha\beta} - \underline{A}^\alpha \cdot \underline{X}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}(\underline{\underline{H}}^\alpha \cdot \underline{X}^{\alpha\beta}) \cdot \underline{X}^{\alpha\beta}||_2^2 \tag{3.10}$$

$w(\underline{X}^{\alpha\beta})$ est une fonction de pondération introduite pour forcer la localisation de la mesure. Elle est fonction de la distance entre les points α et β, la norme est omise dans l'argument par simplicité. Elle permet de faire contribuer davantage les voisins les plus proches du point de mesure tout en sachant que le nombre de voisin croît proportionnellement au carré du rayon du voisinage diluant rapidement l'information locale. Cette fonction de pondération définit le voisinage qui est son support. Elle est caractérisée par une longueur l_g, unique paramètre du calcul du gradient. Un choix possible fonction de pondération est une gaussienne comme illustrée *fig.*3.4,

$$w(\underline{X}^{\alpha\beta}) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{||\underline{X}^{\alpha\beta}||_2 - 1}{l_g/3}\right)^2\right) \tag{3.11}$$

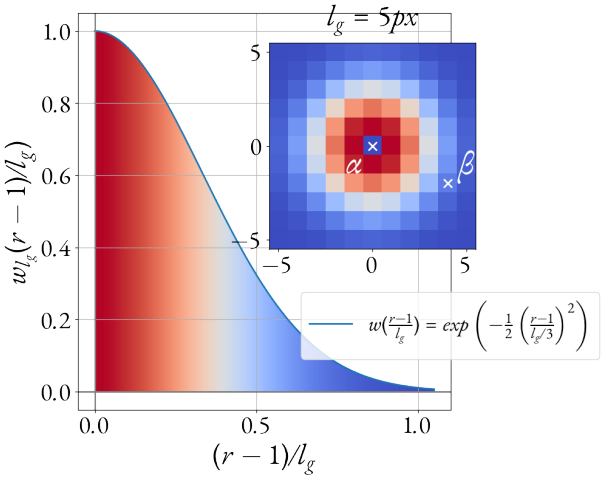


FIGURE 3.4 – Fonction de pondération : représentation graphique et surfacique

Tout naturellement, les champs gradient $\underline{A}^\alpha$ et $\underline{\underline{H}}^\alpha$ minimisent l'erreur (3.10),

$$\frac{\partial \mathcal{E}^\alpha}{\partial \underline{A}^\alpha}(\underline{A}^\alpha, \underline{\underline{H}}^\alpha) = \underline{0}, \qquad \frac{\partial \mathcal{E}^\alpha}{\partial \underline{\underline{H}}^\alpha}(\underline{A}^\alpha, \underline{\underline{H}}^\alpha) = \underline{\underline{0}} \tag{3.12}$$

qui se ramène au système suivant,

$$\sum_{\beta \in \mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\, \underline{u}^{\alpha\beta} \otimes \underline{X}^{\alpha\beta} - \underline{A}^\alpha \cdot \sum_{\beta \in \mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\, \underline{X}^{\alpha\beta} \otimes \underline{X}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\underline{\underline{H}}^\alpha : \sum_{\beta \in \mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\, \underline{X}^{\alpha\beta} \otimes \underline{X}^{\alpha\beta} \otimes \underline{X}^{\alpha\beta} = \underline{0} \tag{3.13}$$

$$\sum_{\beta\in\mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\,\underline{u}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta} - \underline{\underline{A}}^{\alpha}\cdot\sum_{\beta\in\mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\,\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\underline{\underline{\underline{H}}}^{\alpha} : \sum_{\beta\in\mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\,\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta} = \underline{\underline{\underline{0}}} \quad (3.14)$$

Dans le cas orthotrope, $\sum_{\beta\in\mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\,\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta} = \underline{\underline{\underline{0}}}$ et cela revient à ne considérer que l'ordre 1 dans le développement (3.9),

$$\underline{\underline{A}}^{\alpha} = \left(\sum_{\beta\in\mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\,\underline{u}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta}\right)\cdot\left(\sum_{\beta\in\mathcal{V}(\alpha)} w(\underline{X}^{\alpha\beta})\,\underline{X}^{\alpha\beta}\otimes\underline{X}^{\alpha\beta}\right)^{-1} \quad (3.15)$$

avec le tenseur de droite scalaire, toujours dans le cas orthotrope.

Si l'orthotropie est rompue, si le voisinage dépasse de la zone d'observation ou si un point n'a pas corrélé, le système *eq.*(3.13)-*eq.*(3.14) peut être résolu directement.

Une fois que le gradient du déplacement est calculé, les mesures usuelles de déformations, le gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$, le tenseur de Green-Lagrange $\underline{\underline{E}}$ et sa linéarisation $\underline{\underline{\varepsilon}}$, sont immédiates,

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{\mathrm{I}}} \qquad \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{F}}^{T}\cdot\underline{\underline{F}} - \underline{\underline{\mathrm{I}}}\right) \qquad \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\left(\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{A}}^{T}\right) \quad (3.16)$$

3.2.2 Extraire les caractéristiques de fissure du gradient de déplacement

L'extraction des caractéristiques de la fissure est fondée sur l'hypothèse qu'elle est la seule source de déformation au moins localement, qu'il n'y a pas de déformation parallèle à la fissure : $\underline{\underline{A}}\cdot\underline{l} = \underline{0}$. Dans la base locale $(\underline{l}, \underline{n})$, en l'absence de rotation, le tenseur gradient du déplacement s'exprime,

$$\underline{\underline{A}}^{loc} = A_{l_g}(\llbracket u\rrbracket_l)\underline{l}\otimes\underline{n} + A_{l_g}(\llbracket u\rrbracket_n)\underline{n}\otimes\underline{n} \quad (3.17)$$

Les deux composantes restantes sont indépendantes l'une de l'autre. La composante A_{nn} dépend de l'ouverture et A_{ln} du glissement par l'intermédiaire d'une fonction $A_{l_g}(\llbracket u\rrbracket_{\{l,n\}})$, la même pour les deux composantes, qui ne dépend que du choix du voisinage, d'où la présence de l_g. L'identification de cette fonction est laissée pour plus tard.

Le calcul des composantes dans la base locale se fera au moyen des invariants du tenseur. Avant cela, la présence d'une rotation locale, d'angle α, doit être considérée. Le gradient du déplacement est la somme d'un tenseur de rotation $\underline{\underline{R}}(\alpha)$ et d'un tenseur corrigé $\underline{\underline{A}}^{norot}$ semblable à $\underline{\underline{A}}^{loc}$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{A}}^{norot} + \underline{\underline{R}}(\alpha) \quad (3.18)$$

$\underline{\underline{R}}(\alpha)$ s'écrit sous forme matricielle, et se simplifie en un tenseur antisymétrique dans le cas de petites rotations,

$$[\underline{\underline{R}}(\alpha)] = \begin{pmatrix}\cos\alpha - 1 & \sin\alpha\\ -\sin\alpha & \cos\alpha - 1\end{pmatrix} \underset{\alpha<<1}{\approx} \begin{pmatrix}0 & \alpha\\ -\alpha & 0\end{pmatrix} + O(\alpha^2) \quad (3.19)$$

La trace de $\underline{\underline{A}}$ coïncide avec la composante d'ouverture du gradient de déplacement,

$$A_{l_g}(\llbracket u\rrbracket_n) = \mathrm{tr}\,\underline{\underline{A}} + O(\alpha^2) \quad (3.20)$$

La partie symétrique du gradient du déplacement, $\underline{\underline{A}}^{sym}$, qui n'est autre que le tenseur de déformation, permet de se débarrasser de la rotation. Son déterminant s'exprime dans la base locale à partir de la composante de glissement et dans la base globale à partir des composantes de $\underline{\underline{A}}$,

$$\det(\underline{\underline{A}}^{sym}) = A_{11}A_{22} - \frac{1}{4}(A_{12}+A_{21})^2 + O(\alpha^2) \quad (3.21)$$

$$\det(\underline{\underline{A}}^{loc,sym}) = -\frac{1}{4}A(\llbracket u\rrbracket_l)^2 \quad (3.22)$$

si bien que,

$$A_{l_g}([\![u]\!]_l)^2 = (A_{12} + A_{21})^2 - 4A_{11}A_{22} + O(\alpha^2) \tag{3.23}$$

Si l'hypothèse de la fissure comme seule source de déformation est vérifiée, *i.e.* l'équation est (3.17) est vérifiée, alors le second membre de l'équation est positif, assurant la bonne définition du carré de la composante de glissement. Personne n'étant à l'abris du bruit numérique, le glissement est posé nul si la partie droite de l'équation est négative.

Pour calculer l'orientation de la fissure il est nécessaire de calculer l'angle de rotation α. À partir de la partie antisymétrique de $\underline{\underline{A}}$, d'après *eq.*(3.18), α s'exprime,

$$\alpha = \frac{1}{2}(A_{12} - A_{21}) - \frac{1}{2}(A_{12}^{norot} - A_{21}^{norot}) + O(\alpha^2) \tag{3.24}$$

D'autre part, la composante de glissement au carré vaut la moitié de la composante non nulle de la partie symétrique de $\underline{\underline{A}}^{unrot}$, au signe près. En effet, le déterminant de $\underline{\underline{A}}^{unrot}$ est nul car celui de $\underline{\underline{A}}^{loc}$ est nul et les tenseurs sont semblables. Il s'en suit que,

$$A_{12}^{norot}A_{21}^{norot} = A_{11}^{norot}A_{22}^{norot} \tag{3.25}$$

et d'après *eq.*(3.18), le carré de la composante de glissement s'exprime,

$$\begin{aligned} A_{l_g}([\![u]\!]_l)^2 &= (A_{12}^{norot} + A_{21}^{norot})^2 - 4A_{11}^{norot}A_{22}^{norot} + O(\alpha^2) \\ &= (A_{12}^{norot} + A_{21}^{norot})^2 - 4A_{12}^{norot}A_{21}^{norot} \\ &= (A_{12}^{norot} - A_{21}^{norot})^2 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Le signe de $(A_{12}^{norot} - A_{21}^{norot})$ reste à être déterminé pour calculer α. C'est le même que celui de $\det(\underline{\underline{A}}) \times (A_{12} - A_{21})$. Pour le montrer, les signes de $\det(\underline{\underline{A}})$ et $(A_{12} - A_{21})$ sont étudiés séparément.

$$eq.(3.17), eq.(3.25) \implies \det(\underline{\underline{A}}) = (A_{12}^{norot} - A_{21}^{norot}) \times \alpha + O(\alpha^2) \tag{3.27}$$

Le signe de $\det(\underline{\underline{A}})$ dicte si $(A_{12}^{norot} - A_{21}^{norot})$ et α partagent le même signe. Si $\det(\underline{\underline{A}}) > 0$, alors $\alpha > 0$ and $a_{12} - a_{21} > 0$ ou $\alpha < 0$ and $a_{12} - a_{21} < 0$. Dans le premier cas cela implique $A_{12} - A_{21} > 0$ et dans le second $A_{12} - A_{21} < 0$. La contraposée de ces dernières implications permet d'affirmer,

$$\begin{aligned} (\det(\underline{\underline{A}}) > 0) \wedge (A_{12} - A_{21} < 0) &=> (\alpha < 0) \wedge (a_{12} - a_{21} < 0) \\ (\det(\underline{\underline{A}}) > 0) \wedge (A_{12} - A_{21} > 0) &=> (\alpha > 0) \wedge (a_{12} - a_{21} > 0) \end{aligned}$$

Si $\det(\underline{\underline{A}}) < 0$, soit $\alpha > 0$ et $a_{12} - a_{21} < 0$ soit $\alpha < 0$ et $a_{12} - a_{21} > 0$. Dans le premier cas, cela implique $A_{12} - A_{21} > -(a_{12} - a_{21}) > 0$ et dans le second cas $A_{12} - A_{21} < -(a_{12} - a_{21}) < 0$. Toujours en considérant les contraposées,

$$\begin{aligned} (\det(\underline{\underline{A}}) < 0) \wedge (A_{12} - A_{21} < 0) &=> (\alpha < 0) \wedge (a_{12} - a_{21} > 0) \\ (\det(\underline{\underline{A}}) < 0) \wedge (A_{12} - A_{21} > 0) &=> (\alpha > 0) \wedge (a_{12} - a_{21} < 0) \end{aligned}$$

Il apparaît finalement que $a_{12} - a_{21} > 0$ si et seulement si $\det(\underline{\underline{A}}) \times (A_{12} - A_{21}) > 0$

Il s'en suit que l'angle de rotation vaut,

$$\alpha = \frac{1}{2}(A_{12} - A_{21} - sign(\det(\underline{\underline{A}}) \times (A_{12} - A_{21})) \times A_{l_g}(|[\![u]\!]_l|)) + O(\alpha^2) \tag{3.28}$$

Une fois la rotation corrigée, en remarquant que

$$\underline{\underline{A}}^{locT} \cdot \underline{\underline{A}}^{loc} = \left(A_{l_g}([\![u]\!]_l)^2 + A_{l_g}([\![u]\!]_n)^2\right) \underline{n} \otimes \underline{n} \tag{3.29}$$

la normale locale à la fissure $\underline{n}$ est la direction propre de $\underline{\underline{A}}_{norot}^T \cdot \underline{\underline{A}}^{norot}$ associée à la valeur propre non nulle. La base locale est obtenue et le gradient corrigé de la rotation s'écrit dans cette base,

$$[\underline{\underline{A}}]_{(\underline{l},\underline{n})} = [\underline{l}|\underline{n}] \cdot [\underline{\underline{A}}^{norot}] \cdot [\underline{l}|\underline{n}]^{-1} \tag{3.30}$$

À noter que l'orientation de fissure est bien définie dans la configuration de référence.

Le calcul de la composante de glissement *eq.*(3.26) ne permettait pas d'obtenir de signe et donc de sens de glissement. En calculant le gradient sans rotation dans la base locale, ce dernier peut être retrouvé.

Le calcul de la rotation est réalisé à partir de celui du gradient en supposant qu'elle reste petite. Utiliser l'équation *eq.*(3.27) pour déterminer le signe de $\det \underline{\underline{A}}$ est clairement un abus et n'est valide que si $(A_{12}^{norot} - A_{21}^{norot})$ n'est pas du même ordre de grandeur que α dans ce cas, il apparaît plus judicieux de prendre directement $\alpha = \frac{1}{2}(A_{12} - A_{21})$.

À noter que la rotation est calculée lors de la corrélation d'images comme vu dans la section précédente *sec.*3.1, *eq.*(3.6).

Dans le cas d'une fissure non parfaite, la formule *eq.*(3.37) ne s'applique pas. Il est proposé de retrouver la relation liant la cinématique de fissure au gradient numérique en construisant des champs de déplacement de toute pièce comme pour le cas test juste exposé. Les champs de déplacement calculé par CIN présentent une bande de transition autour de fissure du fait des imagettes qui la traversent. La présence de la fissure rompt l'hypothèse de déformation homogène des imagettes et le déplacement calculé dépend de la position de la fissure dans l'imagette, du mouchetis et de leur interaction. Dans un cas idéal, le déplacement retourné est une combinaison linéaire des déplacements de chaque bout de fissure, dont les coefficients dépendent des rapports entre les aires de chaque côté par rapport à l'aire totale de l'imagette. En négligeant l'épaisseur de fissure, si un côté recouvre 70% de l'imagette et l'autre 30%, le déplacement calculé par la CIN serait alors $0.7 \times u_1 + 0.3 \times u_2$ avec u_1, u_2 les déplacements respectifs de chacun des côtés. La formule générale pour le déplacement retourné est alors,

$$\underline{u} = c_{ws}(x, \theta)\underline{u}_1 + (1 - c_{ws}(x, \theta))\underline{u}_2 \tag{3.31}$$

avec x la distance orientée de l'imagette par rapport à la fissure, en prenant en compte le signe, θ l'inclinaison de la fissure et $c_{ws}(x, \theta)$ la proportion de l'imagette occupée par la partie de la fissure ayant un déplacement u_1. ws est la taille caractéristique de l'imagette. En exploitant les symétries, la fonction $x \mapsto c_{ws}(x, \theta) - 1/2$ est impaire.

Pour des imagettes carrées de côté ws, la fonction $\theta \mapsto c_{ws}(x, \theta)$ est paire et $\pi/2$ périodique et celle $\theta \mapsto c_{ws}(x, \theta - \pi/4)$ est également paire. $c_{ws}(x, \theta)$ s'exprime pour $x \geq 0$ et $\theta \in [0, \pi/4]$,

$$c_{ws}(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{r}{ws \cos\theta} & \text{if } r \leq ws(\cos\theta - \sin\theta)/2, \\ \frac{(ws(\cos\theta + \sin\theta) - 2r)^2}{8ws^2 \cos\theta \sin\theta} & \text{if } ws(\cos\theta - \sin\theta)/2 < r \leq ws(\cos\theta + \sin\theta)/2, \\ 1 & \text{if } ws(\cos\theta + \sin\theta)/2 < r \end{cases} \tag{3.32}$$

Dans le cas d'imagettes circulaires de diamètre ws, la dépendance en θ disparaît et $c_{ws}(x, \theta)$ s'exprime plus simplement,

$$c_{ws}(x) = \frac{1}{\pi} \arccos(2x/ws) - \frac{x\sqrt{(ws/2)^2 - x^2}}{\pi ws^2/2} \tag{3.33}$$

Pour calculer numériquement la relation gradient-cinématique de fissure, l'approche du cas test précédent est adoptée. Des champs de déplacement discontinus, $u_1 = 1, u_2 = 0$, sont interpolés sur des grilles dont la distance entre les points est notée st. Dans le cas d'imagettes carrées, plusieurs orientation de discontinuité θ sont considérées avec $\theta \in [0, \pi/4]$. Une seule discontinuité est envisagée dans le cas circulaire. Le gradient est calculé sur les grilles à l_g fixé. La valeur du gradient sur la fissure est le coefficient de proportionnalité liant le gradient à la cinématique. La figure *fig.*3.5 donne la valeur de ce coefficient pour des imagettes carrées de côtés $ws = 20\ px$, séparées par $st = 4\ px$ pour différentes inclinaisons de fissure et différentes tailles de voisinage l_g.

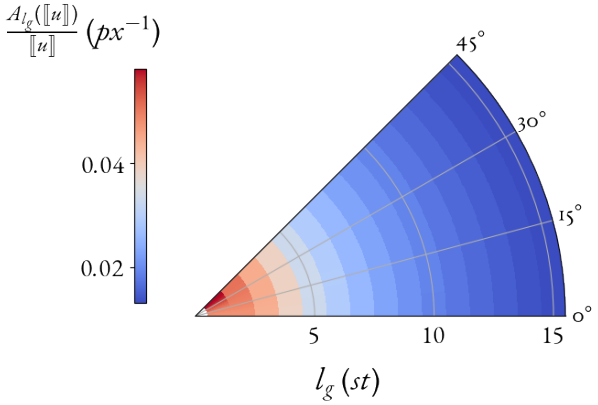


FIGURE 3.5 – $\frac{A_{l_g}([\![u]\!])}{[\![u]\!]}$ en fonction de l'inclinaison de la fissure et de la taille du voisinage choisi dans le calcul du gradient

Dans le cas d'imagettes carrées, la dépendance en θ du rapport gradient- cinématique de fissure permet de corriger l'anisotropie du support du champ de déplacement qui a déjà été évoquée. Lorsque l_g est suffisamment grand, le calcul du gradient suffit à corriger cet anisotropie.

La CIM doit permettre de mesurer les fissures, leur ouverture, leur glissement et leur orientation sans localisation préalable grâce à l'étude du gradient lagrangien du champ de déplacement. Le calcul de ce dernier oblige à définir une notion de voisinage associée à une longueur caractéristique noté l_g. Cette longueur caractéristique est l'unique paramètre de la CIM. Elle est vérifiée dans un premier temps sur des cas tests avant de l'appliquer au champ de déplacement obtenu lors d'un essai sur une poutre en béton armé.

3.2.3 L'application de la CIM à un cas test

La CIM est dans un premier temps appliquée à des champs de déplacements présentant des discontinuités créés de tout pièce. Ces discontinuités sont rectilignes et parfaites, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de zone transition comme tout juste discuté. Cela ne doit pas affecter la nature des résultats. Les champs de déplacement considérés dépendent de l'orientation de la fissure caractérisée par $\underline{n}$ sa normale,

$$\underline{u}(\underline{x}) = \begin{cases} [\![u]\!]_l \underline{l} + [\![u]\!]_n \underline{n}, & \underline{x} \cdot \underline{n} > 0 \\ \underline{0}, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3.34}$$

avec la fissure centrée sur le repère.

Dans ce cas, la relation liant l'ouverture $[\![u]\!]_n$ et le glissement $[\![u]\!]_l$ respectivement aux composantes A_{nn} et A_{ln} est facilement calculable analytiquement,

$$\frac{A_{l_g}([\![u]\!])}{[\![u]\!]} = \frac{2}{\pi} \frac{\int_{Supp(w_{l_g})} r^2 w_{l_g}(r)\, dr}{\int_{Supp(w_{l_g})} r^3 w_{l_g}(r)\, dr} \tag{3.35}$$

démonstration :

En reprenant la formule du gradient du déplacement *eq.*(3.15), sur un support continu, en faisant porter la délimitation du voisinage sur w_{l_g}

$$\underline{\underline{A}} = \left(\int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^2 w_{l_g}(r)\, \underline{u}(\theta) \otimes \underline{e}_r \, d\theta dr \right) \cdot \left(\int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^3 w_{l_g}(r) \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \, d\theta dr \right)^{-1} \tag{3.36}$$

Les deux termes dans le gradient s'expriment,

$$\begin{aligned} &\int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^2 w_{l_g}(r)\, \underline{u}(\theta) \otimes \underline{e}_r \, d\theta dr \\ &\quad = \int_{r=0}^{\infty} r^2 w_{l_g}(r)\, dr \times \int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta)\, (\llbracket u \rrbracket_l \underline{l} \otimes \underline{n} + \llbracket u \rrbracket_n \underline{n} \otimes \underline{n}) \underline{e}_r \, d\theta \\ &\quad = \int_{r=0}^{\infty} r^2 w_{l_g}(r)\, dr \times 2(\llbracket u \rrbracket_l \underline{l} \otimes \underline{n} + \llbracket u \rrbracket_n \underline{n} \otimes \underline{n}) \end{aligned}$$

et,

$$\begin{aligned} &\int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} r^3 w_{l_g}(r) \underline{e}_r \otimes \underline{e}_r \, d\theta dr \\ &\quad = \int_{r=0}^{\infty} r^3 w_{l_g}(r)\, dr \cdot \int_{\theta=0}^{2\pi} \cos^2(\theta)\, \underline{l} \otimes \underline{l} + \sin^2(\theta)\, \underline{n} \otimes \underline{n} \, d\theta \\ &\quad = \int_{r=0}^{\infty} r^3 w_{l_g}(r)\, dr \times \pi(\underline{l} \otimes \underline{l} + \underline{n} \otimes \underline{n}) \end{aligned}$$

Le deuxième terme est bien une matrice scalaire et la formule *eq.*(3.35) est retrouvée.

Cinq orientations de fissure sont considérées, $\theta^{virt} \in \{0, \pi/16, \pi/8, 3\pi/16, \pi/4\}$ avec θ dans le sens horaire, par rapport à l'horizontal. L'orthotropie de la grille support du champ de déplacement justifie l'intervalle de test entre 0 et $\pi/4$. Les champs de déplacement homogènes par morceaux sont représentés *fig.*3.6.

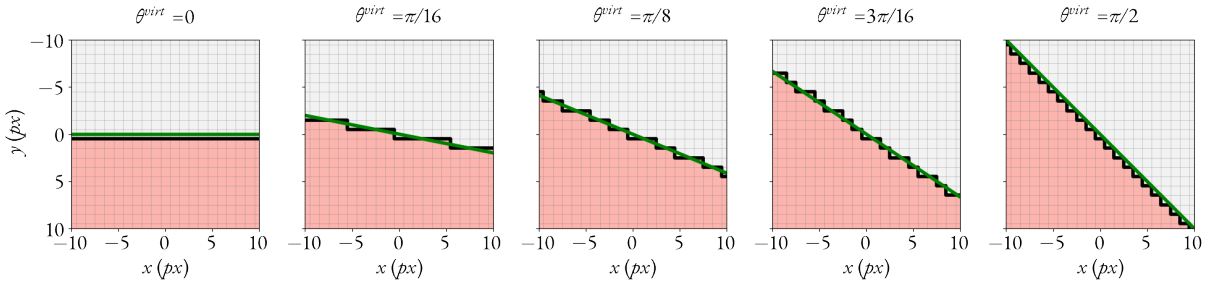


FIGURE 3.6 – Fissures virtuelles idéales sur support discret

La ligne verte matérialise la fissure analytiquement introduite, la ligne en escalier, cela aura sont importance, noire est sa représentation sur le support discret. L'image d'une ligne droite, de couleur verte ou autre, par la grille est une ligne en escalier dont la disposition des marches est périodique avec potentiellement plusieurs harmoniques qui dépendent de l'inclinaison de la ligne par rapport aux axes de la grille. Les pixels blancs sont immobiles, et les pixels roses se déplacent,

$$u_x = \llbracket u \rrbracket_l \cos(\theta^{virt}) - \llbracket u \rrbracket_n \sin(\theta^{virt}) \tag{3.37}$$

$$u_y = \llbracket u \rrbracket_l \sin(\theta^{virt}) + \llbracket u \rrbracket_n \cos(\theta^{virt}) \tag{3.38}$$

Aussi, l'axe y est orienté vers le bas.

2 cinématiques pour chaque orientation sont évaluées. La fissure s'ouvre uniquement, $(\llbracket u \rrbracket_l, \llbracket u \rrbracket_n) = (0, 1)$ et une ouverture mixte $(\llbracket u \rrbracket_l, \llbracket u \rrbracket_n) = (2/3, 1/3)$, illustrées *fig.*3.7. Le calcul du champ de glissement étant exactement le même que celui de l'ouverture, le cas du glissement pur n'est retranscrit ici, il donne exactement les

mêmes résultats avec A_{nn} A_{ln} inversés. Les cinématiques considérées pour une discontinuité horizontale sont présentées *fig.*3.7.

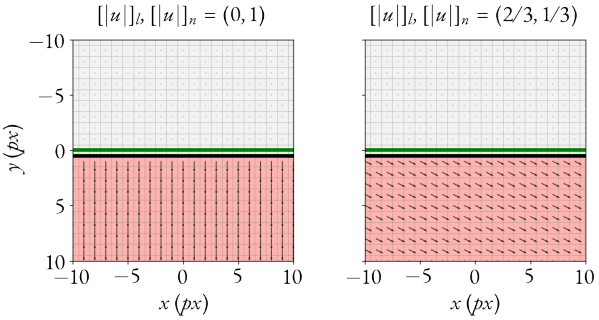


FIGURE 3.7 – Discontinuités de déplacement testées. Effet de l'inclinaison de la fissure en tournant la tête, entre 0 et $\pi/4$ toujours

La CIM est appliquée aux champs présentés précédemment. La figure *fig.*3.9 représente le champ de la composante d'ouverture de fissure du gradient de déplacement dans le cas $(\llbracket u \rrbracket_l, \llbracket u \rrbracket_n) = (0, 1)$, suivant les orientations imposées et pour deux longueurs de pondération, 2 et 5 *px*.

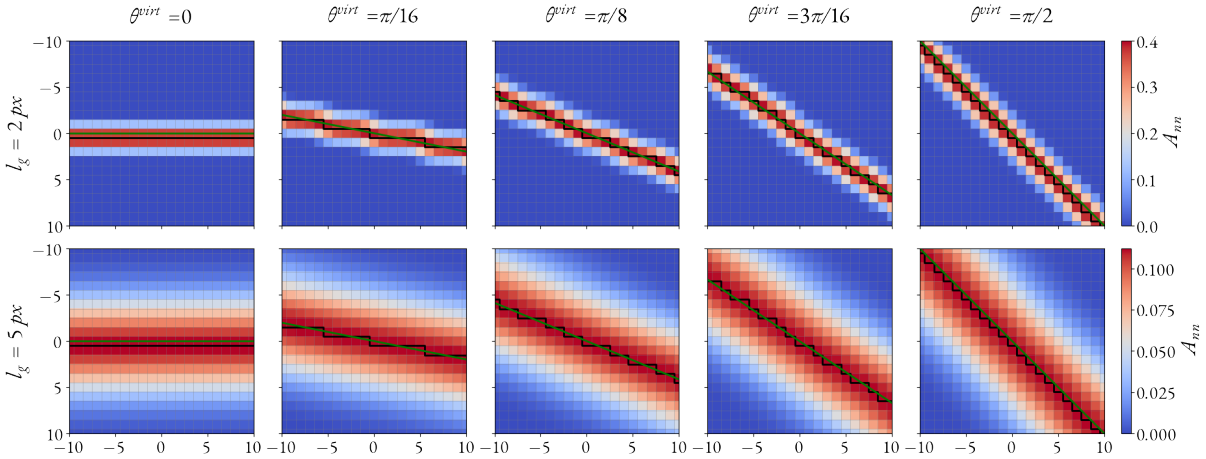


FIGURE 3.8 – Champ d'ouverture de fissure dans le cas

Le champ résultant est défini en tout point mais la mesure n'est pertinente que sur les fissures, là où les composantes du gradient du déplacement sont maximale. La mesure s'étale autour de ces lignes sur un bande de demi-largeur l_g.

Les figures *fig.*3.9 et *fig.*3.10 présentent les composantes d'ouverture et de glissement projetées sur la ligne de fissure réelle, la verte *fig.*3.6, en fonction de l'abscisse. À droite, les valeurs moyennes des composantes d'ouverture et de glissement en fonction de l_g sont comparées à la formule théorique établie (3.36). L'inclinaison de la fissure par rapport à l'horizontal est présentée *fig.*3.11.

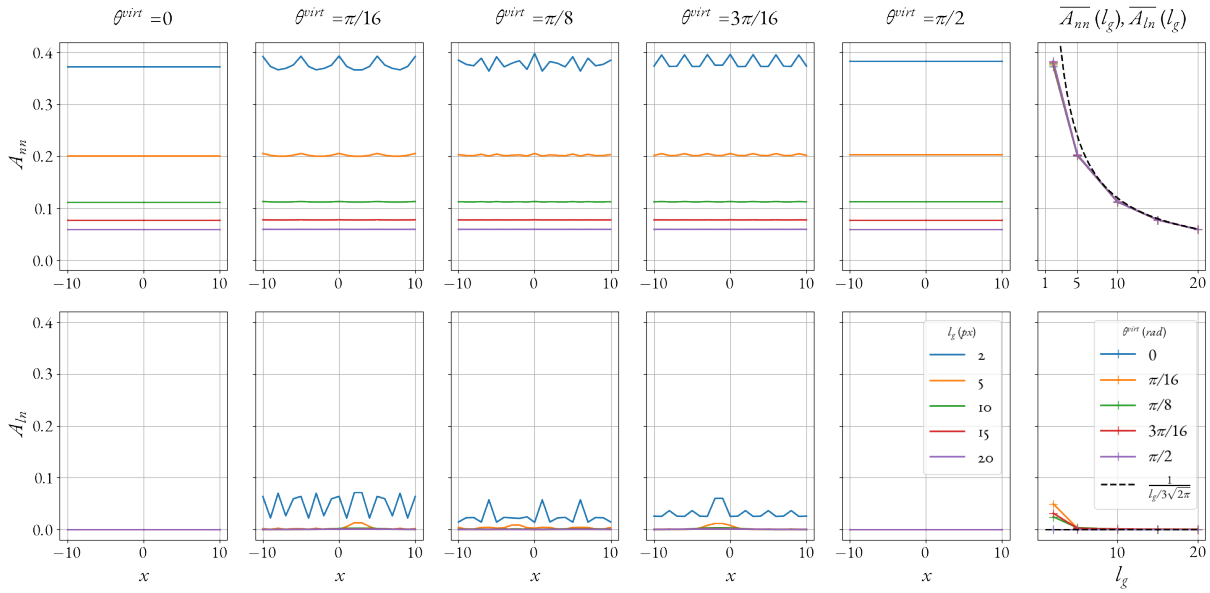


FIGURE 3.9 – Composantes A_{nn} et A_{ln} du gradient de déplacement dans la base locale, dans le cas $(\llbracket u \rrbracket_l, \llbracket u \rrbracket_n) = (0, 1)$, selon les orientations, suivant différentes longueurs de pondération, obtenue par projection sur la fissure droite – Comparaison avec la formule théorique (3.36)

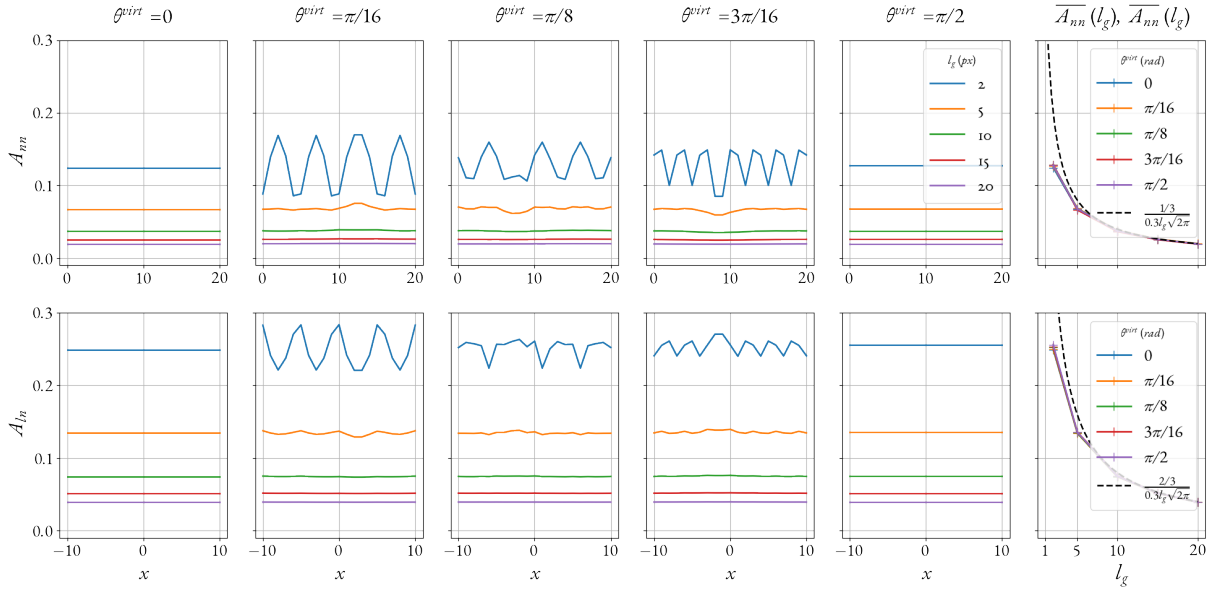


FIGURE 3.10 – Composantes A_{nn} et A_{ln} du gradient de déplacement dans la base locale, dans le cas $(\llbracket u \rrbracket_l, \llbracket u \rrbracket_n) = (2/3, 1/3)$, selon les orientations, suivant différentes longueurs de pondération, obtenue par projection sur la fissure droite – Comparaison avec la formule théorique (3.36)

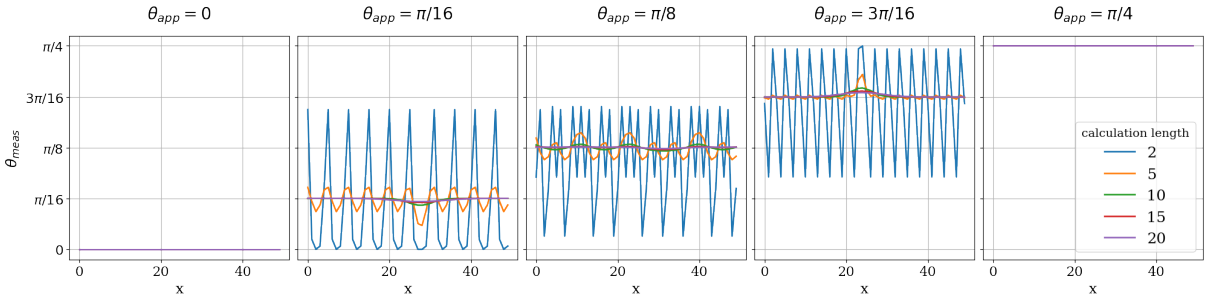


FIGURE 3.11 – Orientation de fissure mesurée, $(\llbracket u \rrbracket_t, \llbracket u \rrbracket_n) = (0, 1)$, pour les orientations imposées considérée, suivant différentes longueurs de pondération, obtenue par projection sur la fissure droite

Excepté dans les cas où la fissure horizontale et inclinée à 90°, la mesure est affectée par la discrétisation de la fissure et la présence de marche. La fissure vue par la mesure n'est pas la fissure réelle au sens de la ligne verte, mais sa représentation pixelisée, *i.e.* la ligne brisée noire. La périodicité de la fissure discrète, évoquée plus haut, se retrouve dans la mesure lorsque la longueur de pondération dans le calcul du gradient est inférieure ou du même ordre que la période caractéristique de cette discrétisation. Dans ce cas, la fissure perçue par la mesure dépend de la position sur l'escalier. Suivant que le point de calcul se trouve loin des marches ou proche, la fissure perçue est plus ou moins pentue par rapport aux directions du repère global. L'orientation mesurée est respectivement sous-estimée et sur-estimée ce qui va de paire avec les variations d'ouverture et de glissement. Cela s'explique parce qu'à discontinuité de déplacement donnée, la décomposition de celle-ci en ouverture et en glissement n'est qu'une question de reprojection dans le repère local.

En moyenne, les champs mesurés sont conformes les fissures introduites à l'endroit des fissures. Pour de petits l_g, *fig.*3.9 et *fig.*3.10, les composantes d'ouverture et de glissement sont légèrement inférieures à la formule théorique *eq.*(3.35) tracée sur les courbes de droite. Cela est également dû au caractère discret du champ de déplacement quand la formule théorique prend un champ dont le support est continu.

La longueur interne dans la calcul du gradient régularise le support discret du champ de déplacement. Il semblerait qu'il faille $l_g > 5\ px$ pour limiter les erreurs liées à la pixellisation du champ de déplacement.

Un dernier cas test est proposé, présenté. Une fissure avec angle aigu. L'objectif est de voir l'impact de la longueur interne sur la forme du champ résultant et notamment d'étudier la résolution spatiale. Une discontinuité de déplacement est introduite dans le 1/8eSSE, représenté en rose *fig.*3.12 à gauche. Cette partie se déplace horizontalement suivant les flèches quand l'autre, blanche, est immobile. La fissure introduite glisse là où la discontinuité est horizontale et s'ouvre et glisse là ou elle est oblique. L'angle formé par les deux branches de la fissure est de 45°.

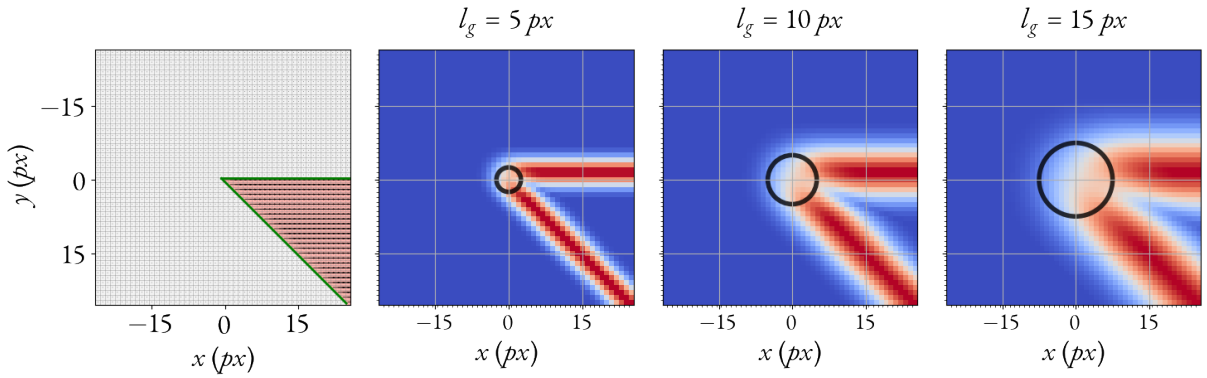


FIGURE 3.12 – Fissure en deux parties formant un angle aiguë, la portion zone se déplaçant horizontalement vers la droite (à gauche). Champs de norme d'ouverture de fissure pour l_g égal à 5, 10 et 15 px. Les cercles représentés sont centrés en zéro et de diamètre l_g

La mesure de fissure rend bien compte des deux branches. Néanmoins, à l'endroit de l'intersection, la norme de la fissure est sous-estimé. Cela s'explique par le voisinage qui conduit à sur-représenter dans le calcul de gradient les points ne bougeant pas de l'autre côté. Comme illustré avec les cercles, à l'endroit de l'intersection des deux branches, les poins bougeant ne compte que pour 1/8^{e}des points considérés et ce même en prenant en compte la pondération. Cela illustre la résolution de la mesure, qui est banalement de l_g : la mesure d'une fissure par la CIM n'est pas perturbée par une fissure voisine si celle-ci se trouve à une distance supérieure à l_g.

Les cercles permettent également de rendre compte de l'effet du gradient sur la courbure de fissure restituée par la CIM. Le rayon de courbure des champs résultants est de l'ordre de $l_g/2$. Cette valeur est à mettre en parallèle avec le rayon de courbure obtenu après un lissage gaussien qui est de σ, l'écart-type pris pour le lissage. Le lissage gaussien étalant une droite en une bande de largeur $2 \times 2\,\sigma$, (intervalle à 95%).

Les cas test mettent en évidence l'effet de la longueur interne sur la mesure de fissure. La mesure est étalée autour de la fissure sur un bande de largeur $2l_g$. L'intensité des composantes d'ouverture et du glissement à l'endroit peuvent être calculée analytiquement dans le cas d'une discontinuité parfaite. l_g permet également de gommer les erreurs liées à la discrétisation du champ de déplacement, il faut l_g supérieure à 5 px. En prenant en compte une fissure anguleuse, il est montré que le rayon de courbure mesurable avec la méthode ne pourrait être inférieure à $l_g/2$ et la résolution spatiale de la méthode, pour des discontinuiutés parfaites, valant l_g est illustrée.

3.2.4 L'application de la CIM au béton armé

Les cas tests c'est important, les applications réelles c'est plus intéressant. La CIM est appliquée à une des poutres de la première campagne de flexion 4 points de la thèse de D. Rouphaël. C'est l'occasion de la comparer avec la méthode de référence pour la mesure de fissure, l'ACDM (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020) et de voir plus en détail les conséquences de la présence d'un fissure traversant une imagette sur le champ de déplacement calculé par corrélation d'image.

Cette étude se concentre sur la portée d'effort tranchant de la poutre M1 où se développe la fissure critique, la gauche, comme encadré en rouge *fig.*3.13.

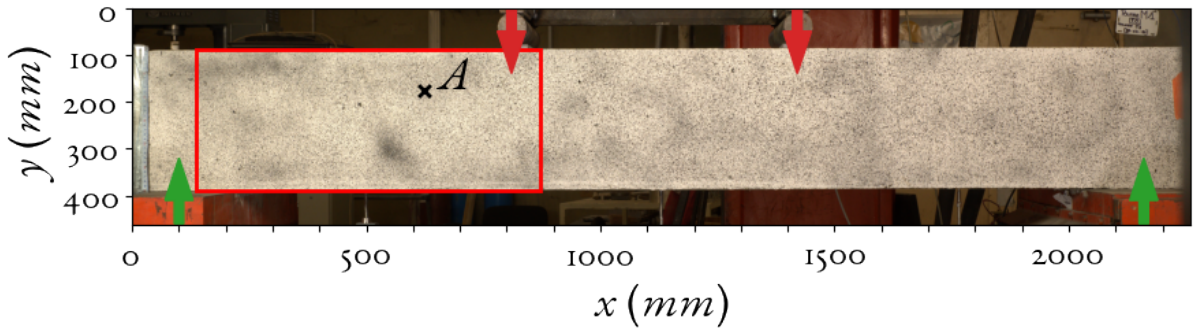


FIGURE 3.13 – Poutre M1 en flexion 4 points et sa portée d'effort tranchant gauche avant que ne s'y développe une fissure critique passant par un point A

Un point A de coordonnées (1784, 320) px dans le repère de la portée d'effort tranchant est introduit pour des analyses ponctuelles des résultats obtenus avec la CIM. Cinq étapes de chargement sont gardé pour mesurer l'évolution de la fissure. Ces pas de temps sont identifiés sur la courbe force-déplacement imposé *fig.*3.14 et résumés dans le tableau associé *tab.*3.1.

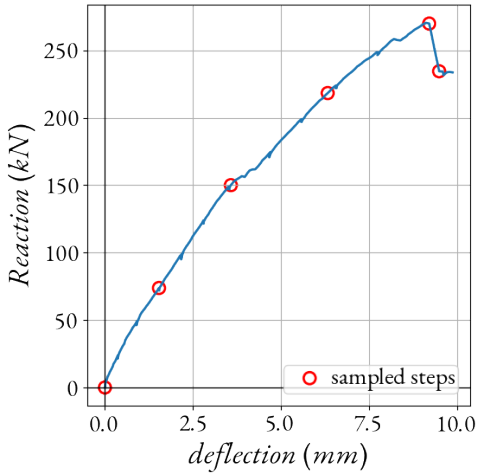


FIGURE 3.14 – Courbe force-déplacement pour la poutre M1 avec pas de temps sélectionnés

timestep, t (n°)	0	1	2	3	5	6
time step (n°)	1	42	83	124	164	165
Deflection (mm)	0.00	1.53	3.58	6.33	9.22	9.50
Load (kN)	0.0	73.8	150.0	218.3	269.8	234.5

TABLE 3.1 – Pas de temps sélectionnés identifiés sur la courbe force déplacement

Pour l'occasion le champ de déplacement est recalculé sur la zone d'intérêt en utilisant la librairie python SPAM (Stamati et al. 2020). Cette zone mesure 2700 px de long pour 1100 px de large. L'échelle est de 3/11 mm/px. Comme vu, la relation entre le gradient et la cinématique dépend de l'orientation de la fissure, introduisant une potentielle erreur en chaîne, si les imagettes sont carré. Ce n'est pas le cas si les imagettes sont circulaires. La corrélation d'image numérique est réalisée 2 fois, une première avec des imagettes carrés de côté $ws_{square} = 20\ px$ et une seconde avec des imagettes circulaires de diamètre $ws_{disk} = 23\ px$. La dimension change de sorte que les deux types d'imagettes contiennent la même quantité d'information, autrement dit le même nombre de pixels. Les imagettes sont disposées sur une grille régulière. Le pas est de 4 px dans le cas carré et est en moyenne de 4.6 px : dans les deux cas chaque imagette intersecte 5 autres dans les direction horizontales et verticales. À noter que $ws/5$ comme pas est plus faible que la recommandation habituelle de $ws/3$ (International Digital Image Correlation Society et al. 2018). Cela devrait permettre d'améliorer la résolution des mesures, bien que l'indépendance des déplacements voisins se voit compromise. L'interpolation des niveaux de gris des imagettes est réalisée à l'aide de polynômes d'ordre 1. Seuls les mouvements de corps rigides sont recherchés. La convergence est atteinte lorsque la norme de la différence entre les matrices de transformation entre deux étapes consécutives est inférieure à 0,001. À chaque pas de temps, la corrélation est effectuée en comparant l'image courante à l'image de référence prise avant le chargement en utilisant la somme du dernier déplacement et de la différence entre le dernier déplacement et l'avant dernier comme première estimation. Les paramètres utilisés pour la corrélation d'image sont résumés dans le tableau *tab.*3.2.

ROI (px)	scale (mm/px)	ws_{square}/ws_{disk} (px)	st_{square}/st_{disk} (px)
2700 × 1100	3/11	20/23	4/4.6

TABLE 3.2 – Paramètres de corrélation d'images

La première image permet d'estimer l'erreur et le bruit du champ de déplacement, voir *fig.*3.15. Le bruit semble plutôt uniformément distribué et suit une gaussienne d'écart-type de 0.03 px dont la valeur est très peu affectée par la forme de l'imagette. Une légère erreur systématique est détectée pour la composante horizontale du déplacement, 0.043 px, également non affectée par la forme des imagettes. Cette erreur devrait disparaître lors du calcul du gradient, étant donné la distribution spatiale aléatoire du bruit.

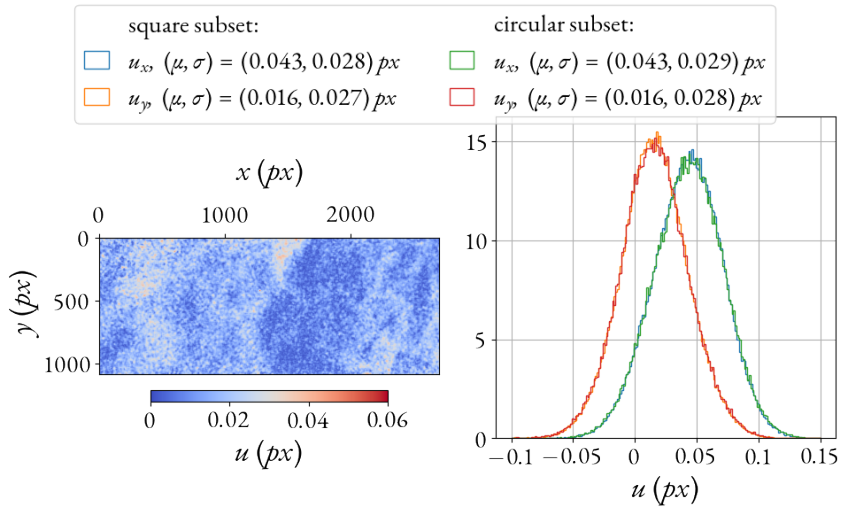


FIGURE 3.15 – Distribution du bruit de déplacement à partir des prises de vue non chargé, $t = 0$, $ws = 20\,px$

Avant d'appliquer la CIM, la CIN permet déjà d'observer, à l'oeil nu, la position des fissures. *fig.*3.16 présente le champ de déplacement et les résidus obtenus lors de la corrélation.

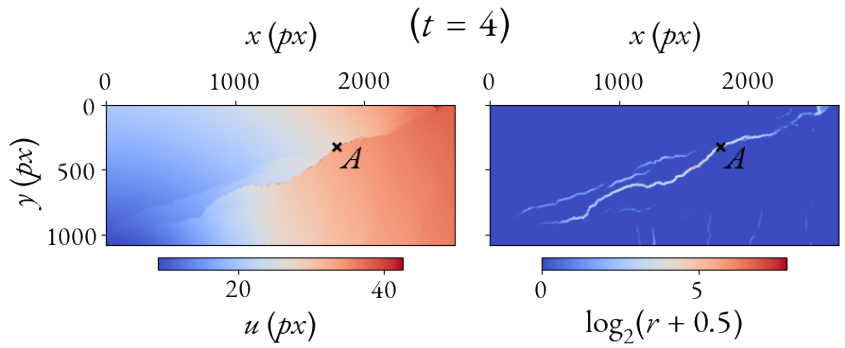


FIGURE 3.16 – Norme du déplacement à gauche et résidu de corrélation à droite $t = 4$

Les fissures comme des discontinuités de déplacement sont visibles sur la carte du déplacement. La présence de fissures viole l'hypothèse d'homogénité des déformations sur les imagettes se qui se traduit par des résidus largement plus élevés. La localisation sur le résidu apparaît comme la plus évidente et fiable, le problème est que l'intensité du résidu dépend de la texture des imagettes qui varie d'une imagette à l'autre et qu'elle n'est pas physique, rendant une analyse quantitative délicate. La figure *fig.*3.17 permet de voir plus en détail les écueils de la corrélation des imagettes traversée par des fissures.

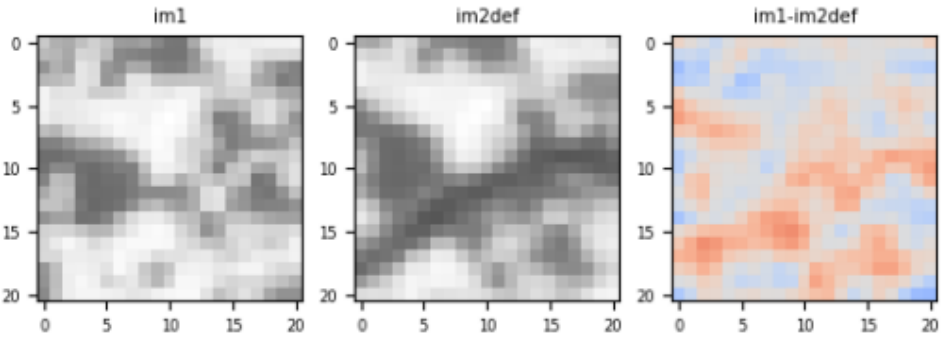


FIGURE 3.17 – Corrélation de l'imagette située au point A à $t = 4$: imagette de référence (à gauche), imagette de l'état courrant corrélée (au centre) et différence entre les deux (à droite)

À gauche on y voit l'imagette de référence au point A, au centre l'imagette de l'état déformée après corrélation. Elle devrait se superposer à la première, mais la différence donnée à droite, dont la norme donne le résidus, montre que la superposition n'est pas évidente. La fissure ne pouvant apparaître sur la configuration de référence et ne pouvant disparaître de la configuration courante, la corrélation ne peut pas aussi bien marcher que dans le cas où il n'y en a pas. Il n'empêche que le calcul a convergé. La corrélation d'images donne un résultat. La différence entre les deux images met en lumière que la superposition est mauvaise au niveau de la fissure d'autant que l'ombre de la fissure interagit avec le mouchetis. Cela se traduit par une légère rotation artificiellement ajoutée visible sur la tâche de gauche. Aussi la partie inférieure de l'imagette ne corrèle pas du tout. L'hypothèse d'une transition régulière développée dans la partie précédente n'a rien d'évidente. C'est particulièrement visible en regardant le déplacement interpolé sur la droite normale à la fissure en A, représenté *fig.*3.18

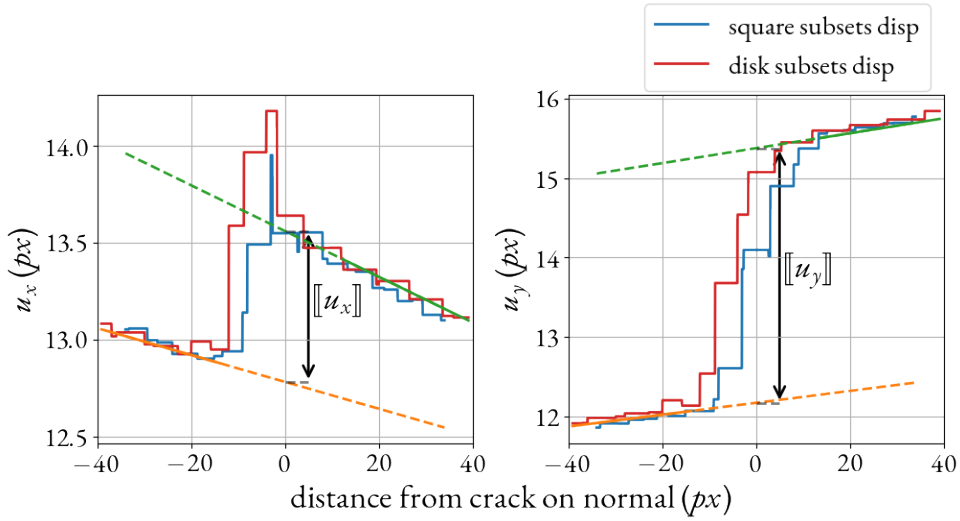


FIGURE 3.18 – Déplacement au travers de la fissure en A et $t = 4$, composante horizontale (à gauche) et verticale (à droite)

Des valeurs aberrantes sont clairement identifiées à l'endroit de la fissure sur les deux composantes de déplacement. Pour mesurer la fissure, on serait davantage tenté d'étudier les variations du déplacement en s'éloignant. La discontinuité de déplacement est donnée par la différence entre les deux régressions linéaires du déplacement représentées de part et d'autre de la fissure, plus "loin" de celle-ci. Ici, la discontinuité de déplacement vaut dans les deux directions horizontales et verticales $([\![u_x]\!], [\![u_x]\!]) = (1.1, 5.9)$ *px*, pour une norme de fissure de $[\![u]\!] = 6.0$ *px*.

Par ailleurs, la fissure s'ouvre d'environ 4 *px*, ce qui est de l'ordre de la taille des tâches et non négligeable devant la taille d'imagette, ici 20 *px*. Avec de plus grandes imagettes, on s'attend à réduire les biais introduits par la présence d'une fissure et à tendre vers un déplacement proportionnel aux aires respectives des bords de fissure.

Le gradient lagrangien est dérivé de l'équation *eq.*(3.15) si le voisinage paramétré par l_g n'intersecte pas les bords et ne contient que des points où la CIN a convergée, sinon en résolvant directement le système (3.13)-(3.14). La cinématique de la fissure, c'est-à-dire l'ouverture, le glissement et la direction, est calculée à l'aide des équations *eq.*(3.20), *eq.*(3.26) et *eq.*(3.29) et de la relation gradient-cinématique déterminée numériquement en fonction de la forme et de la dimension des imagettes.

La figure *fig.*3.19 montre l'évolution du champ d'ouverture de fissures à différents stades de chargement. Les crêtes de ce champ permettent de localiser les fissures bien que la mesure n'est pas limitée aux lignes de fissure.

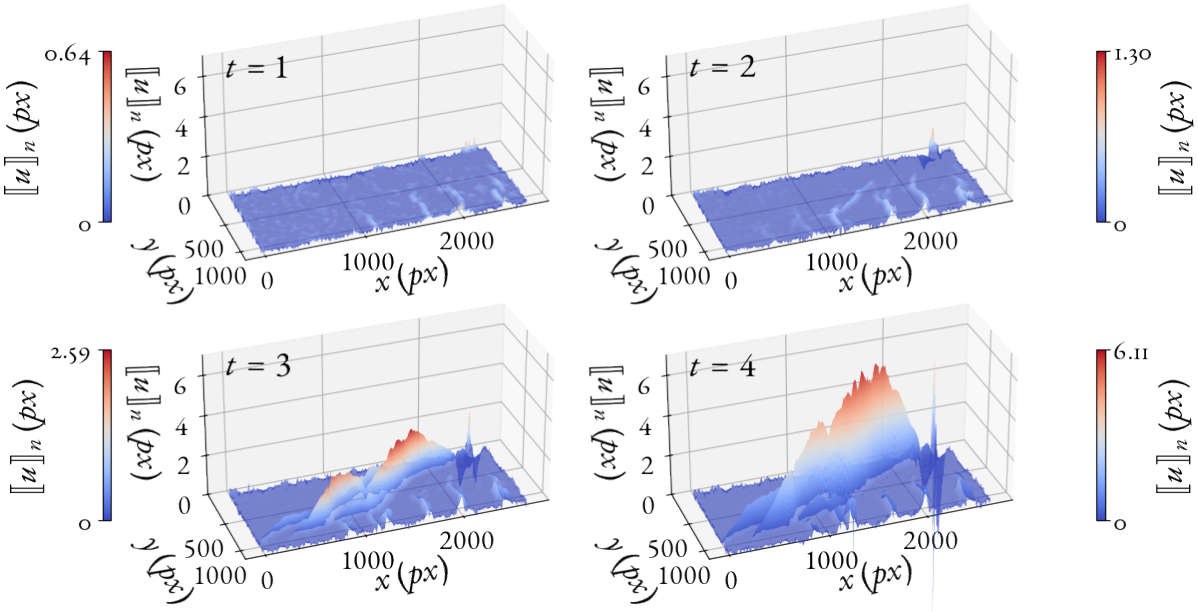


FIGURE 3.19 – Évolution de la fissuration pour $t = 1, 2, 3, 4$: champ d'ouverture de fissure obtenus avec la CIM comme des surfaces 3D, $l_g = 10\ st$, imagettes carrées

La formation des fissures critiques est mise en évidence. Lorsque le chargement commence, des fissures de flexion se développent sur la face inférieure de la poutre, *fig.*3.19 haut à gauche. Sous l'effet de l'effort tranchant, ces fissures se propagent et deviennent diagonales, *fig.*3.19 en haut à droite. Au cours de ce processus, deux fissures d'effort tranchant apparaissent et interagissent de telle sorte qu'une fissure faisant le pont entre elles se développe à mi-travée, *fig.*3.19 en bas à gauche. Cette fissure sera in fine la fissure critique responsable de la rupture de la poutre , *fig.*3.19 en bas à droite. Elle se décompose en trois parties : la partie gauche est la partie inférieure de la fissure d'effort tranchant la plus proche du support, la partie droite est la partie supérieure de la fissure d'effort tranchant voisine et la partie centrale est la fissure de pont juste présentée.

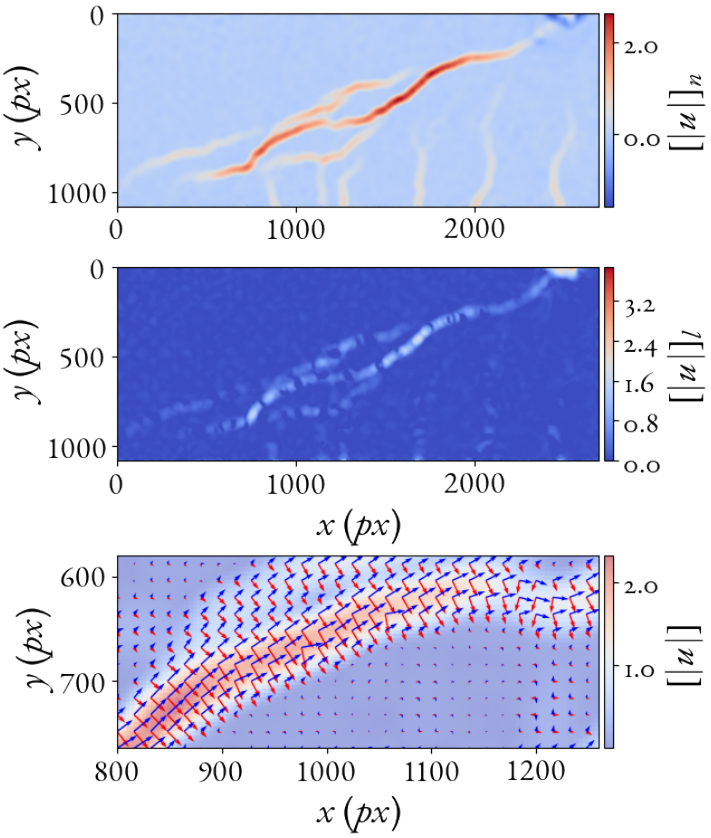


FIGURE 3.20 – Ouverture, glissement et orientation autour de la fissure critique d'effort tranchant. La norme des vecteurs d'orientation est prise proportionnelle à $[\![u]\!]^{-1/3}$, $t = 3$

La figure *fig.*3.20 montre les champs d'ouverture et de glissement des fissures ainsi que la base locale des fissures sur un sous-domaine pour à $t = 3$. La composante d'ouverture montre les trois parties de la fissure critique finale. Le glissement évolue localement d'une amplitude comprise entre 0 et l'ouverture de fissure. Il semble dépendre surtout de l'orientation de fissure par rapport à la direction moyenne globale et à la tortuosité locale de la fissure. Les vecteurs d'orientation des fissures sont cohérents avec la distribution de la norme de fissure. À une distance supérieure à l_g de la fissure, Ils n'ont aucune signification loin des fissures. Une zone écrasée sous le point d'application de la charge présente une ouverture négative.

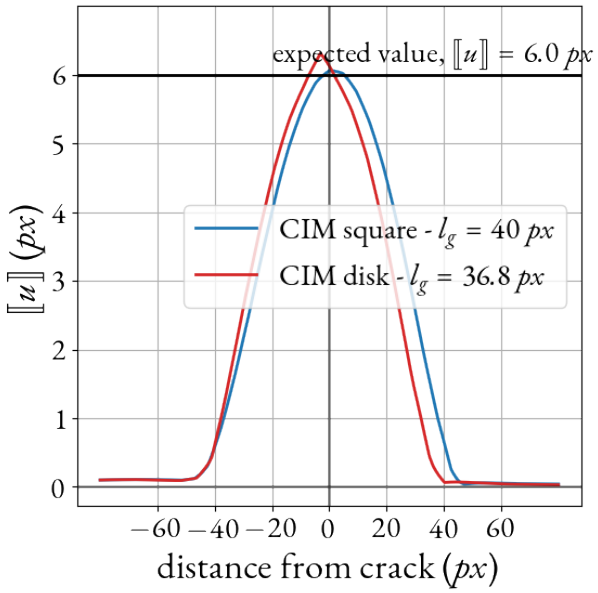


FIGURE 3.21 – Norme de l'ouverture de fissure sur un segment centré en A (1784, 320) *px* perpendiculaire à la fissure

La fonction de pondération gaussienne utilisée dans le calcul du gradient étale les mesures des deux côtés de la fissure. La figure *fig.*3.21 montre la norme de la discontinuité du déplacement projetée sur une ligne perpendiculaire à la fissure centrée en A pour les deux formes d'imagettes en prenant respectivement $l_g = 10$ et 8 *st*, pour les carrées et les circulaires. La longueur interne est suffisamment grande pour atténuer l'influence du mauvais déplacement calculé au niveau de la fissure, voir *fig.*3.18. La mesure est une gaussienne centrée sur la fissure, d'écart type égal à $l_g/3$ soit un étalement total de $2l_g$.

La CIM produit une mesure continue des fissures, de leur ouverture, de leur glissement et de leur orientation. La validité de cette mesure, même si les résultats apportés *fig.*3.21 sont cohérents, reste à démontrer. Pour ce, la CIM est comparé avec l'ACDM, référence en matière de mesure automatique de fissure. L'ACDM mesure de manière discrète les fissures. Pour pouvoir la comparer avec la CIM, il faut extraire la position des crêtes du champ d'ouverture de fissure. Une fois les fissures extraites, les champs calculés par la CIM peuvent être projetés pour être comparés le long de ces lignes aux valeurs calculés par l'ACDM, implémentée pour l'occasion.

3.2.5 La comparaison avec l'ACDM

La détection de crête est inspirée du filtre de Canny (Canny 1986), utilisé dans (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2022). Chaque étape est illustré *fig.*3.22. Un filtre directionnel non-maximum est d'abord appliqué : chaque pixel est comparé à ses deux voisins dans la direction de la normale $\underline{n}$ calculée par la CIM en ce point. Seuls les pixels présentant des normes supérieures à leur voisins sont conservés. Les autres pixels sont mis à zéro, *fig.*3.22 à gauche. L'image résultante est doublement seuillée en considérant un seuil haut et un seuil bas : les points qui ont une intensité supérieure au seuil haut sont dits forts, mis à 2, ceux entre les deux seuils sont dits faibles et mis à 1, *fig.*3.22 au centre. Les autres sont mis à 0. Un filtre hystérétique est appliqué : les points faibles sont mis à 2 s'ils sont entourés de points forts, sinon ils sont passés à 0, *fig.*3.22 à droite. Cela permet de retirer les lignes isolés pour ne garder que les vrais fissures. Cette approche est plus performante qu'un simple seuil dans le cas où l'ouverture est du même ordre de grandeur que le bruit. Les lignes de fissures sont finalement segmentées grâce à la bibliothèque PYTHON PLANTCV (Gehan et al. 2017).

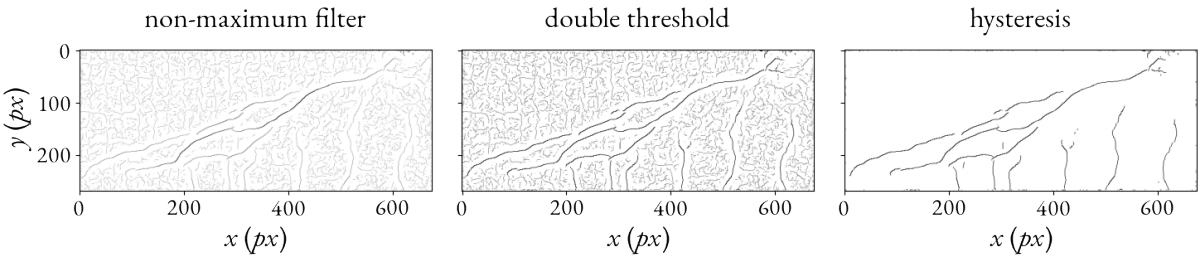


FIGURE 3.22 – Extraction des fissures étape par étape avant segmentation

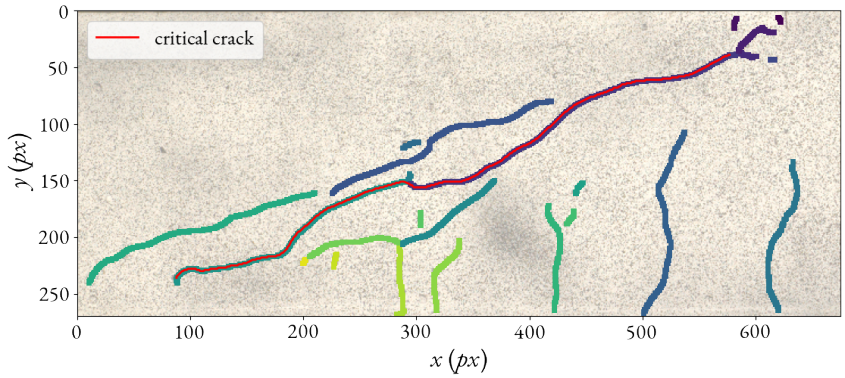


FIGURE 3.23 – Segmentation des fissures

Les fissures détectées sont visibles *fig.*3.23. Une analyse fissure par fissure est désormais possible. Après extraction de la fissure critique et elle peut être mesurée en utilisant l'ACDM, pour vérifier les mesures de la CIM. La fissure critique et son inclinaison sont représentées *fig.*3.24

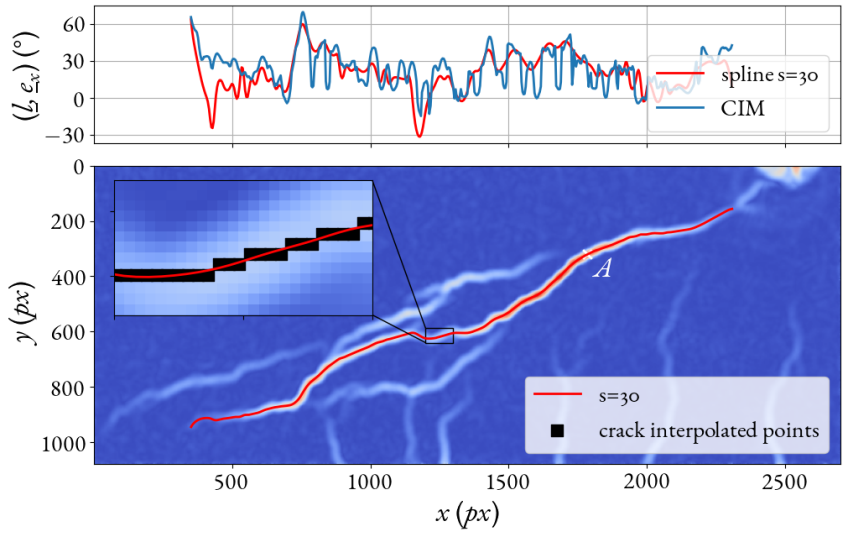


FIGURE 3.24 – Fissure critique identifiée pour la comparaison avec l'ACDM compaison de l'orientation calculée à partir de la spline et mesurée par la CIM

L'inclinaison est obtenue en interpolant les pixels de la fissure avec une spline de coefficient de lissage 30. La variabilité spatiale de l'inclinaison dépend fortement de ce coefficient de lissage mettant en évidence la difficulté de rendre compte de la tortuosité avec des pixels.

L'ACDM est légèrement adaptée pour l'occasion, pour simplifier sa mise en œuvre sans altérer la mesure. Pour corriger la rotation de corps rigide, elle considère, inspiré par Campana (Campana et al. 2013), quatre

points répartis de part et d'autre de la fissure. Les schémas pour l'analyse vectorielle sont présentés *fig.*3.25. La cinématique de la fissure au point O est calculée comme suit. Deux points sont d'abord considérés, A_1 et B_1 de part et d'autre de la fissure tels que O est le centre du segment $[A_1B_1]$ et la droite (A_1B_1) est perpendiculaire à la fissure. Deux autres points sont introduits, A_2 et B_2 tels que (A_1A_2) et (B_1B_2) sont parallèles à la fissure sont introduits. La distance A_1B_1 est paramétrée par $d_1 = \sqrt{2}\lceil \frac{ws+1}{st} \rceil st \approx 8.5\,st$. La distance $A_1A_2 = B_1B_2$ est paramétrée par d_2 ici pris égal à $d_1/2 = 4.25\,st$. A_2 et B_2 peuvent être choisis des deux côtés de la droite (A_1B_1), soit deux choix pour chacun des points. Le point présentant le résidu minimal est choisi. La direction tangente à la fissure est donnée par la ligne reliant les points les plus éloignés situés dans le cercle de rayon $d_i/2$ de part et d'autre de O dans la liste des pixels de la fissure. Tous les points $(A_1B_1A_2B_2)$ ne sont pas nécessairement situés sur la grille, les déplacements y sont interpolés linéairement. Le lecteur est invité à se référer aux articles (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020, 2022) pour la version originale de la méthode.

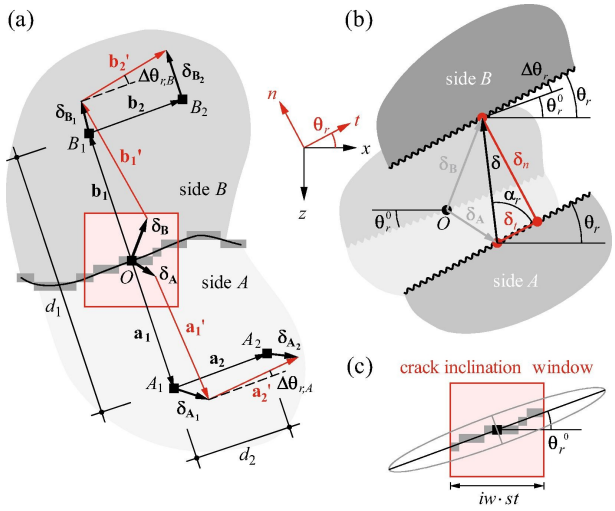


FIGURE 3.25 – Analyse vectorielle pour le calcul de la discontinuité de déplacement de part et d'autre de la fissure proposée par l'ACDM (Gehri, Mata-Falcón et Kaufmann 2020)

Retenons que 3 paramètres sont introduits pour mesurer les fissures. d_1 permet de définir les points de part et d'autre de la fissure pour comparer les champs de déplacement. Cette distance n'est autre que la résolution spatiale de la mesure, comme la distance minimale entre deux fissures pour qu'elles n'interfèrent pas dans la mesure. d_2 permet de définir les points pour le calcul de la rotation. d_i permet de mesurer l'inclinaison de la fissure et introduit un filtrage sur la tortuosité de la fissure. La présence de ces 3 paramètres, pouvant être choisi séparément, met en question l'unicité de la mesure. La CIM ne possède qu'un seul paramètre. 0-1 pour la CIM qui joue à l'extérieur. Même si il est possible de fixer $d_1 = 2d_2 = d_i$

Pour comparer les méthodes, les champs complets d'ouverture de fissure et de glissement du CIM sont interpolés sur les pixels de la fissure critique *fig.*3.24. L'incertitude de la position de cette fissure suite à l'extraction peut entraîner des erreurs. Pour chaque point de la fissure considéré, le maximum des champs d'ouverture et de glissement calculés avec la CIM sur un segment normal à la fissure et centré dessus, de longueur $l_g/2$ est gardé.

L'ACDM est appliquée au champ de déplacement calculé avec les imagettes carrées, et la CIM aux déplacements calculés avec les deux types d'imagettes.

*fig.*3.26 montre les comparaisons d'ouverture (première colonne) et de glissement (deuxième colonne), à $t = 3, 4, 5$. Pour chaque mesure de fissure, la longueur interne minimale l_g donnant des résultats satisfaisants par rapport à l'ACDM est utilisée, $l_g = 10\,st$ pour les imagettes carrées et $l_g = 8\,st$ pour les imagettes circulaires. L'abscisse est la coordonnée curviligne de la fissure calculée avec la spline déjà évoquée *fig.*3.24. C'est nécessaire car la composante de glissement est très sensible à l'orientation, d'autant plus importante que la fissure est verticale.

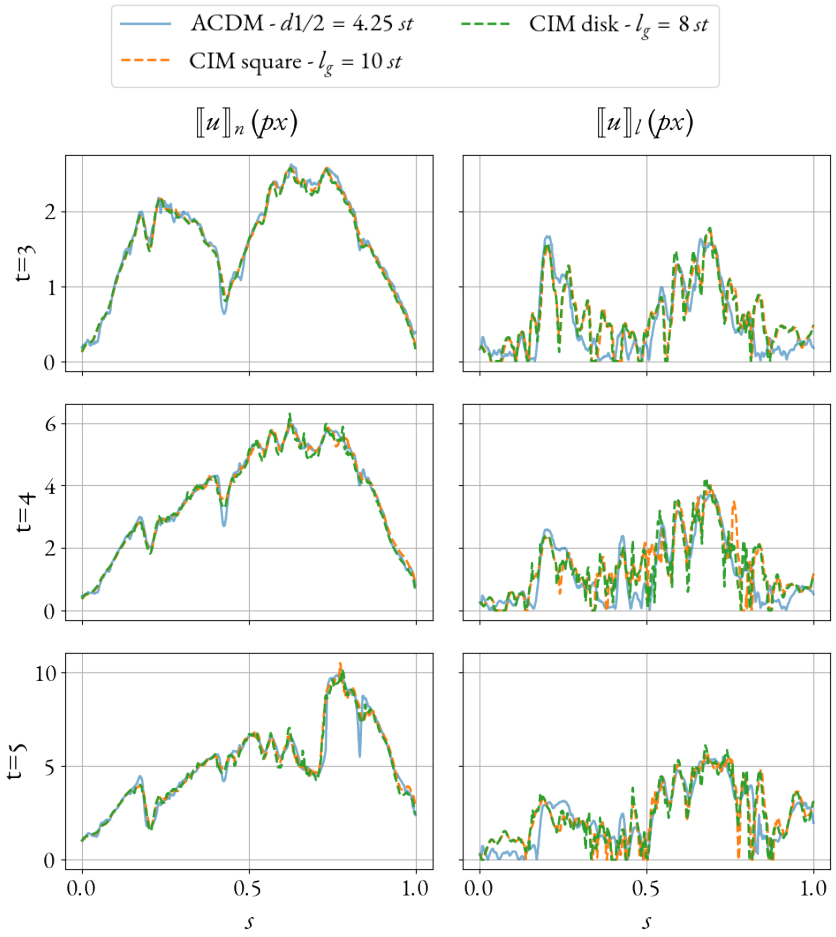


FIGURE 3.26 – Ouverture (à gauche) et glissement (à droite), comparaison de la CIM, avec imagettes carrées, $l_g = 10\ st$, et circulaires, $l_g = 8\ st$, avec l'ACDM, $d_1 = 8.5\ st$

Les deux bosses visibles sur les mesures d'ouverture le long de la fissure critique témoignent des deux fissures de cisaillement avant qu'elles ne fusionnent entre $t = 3$ et 4. Lorsque la fissure devient critique, le côté droit, côté chargement, s'ouvre brutalement de plus de 1 mm, à $t = 5$ et dépasse 4 mm d'ouverture totale. Une armature d'effort tranchant vient de rompre.

Les deux méthodes, ACDM et CIM, avec les paramètres sélectionnés donnent des résultats similaires en terme d'ouverture et de glissement. Avec une longueur l_g suffisamment grande, la CIM fournit des mesures précises de la cinématique des fissures. Elle dépend des paramètres de la CIN et de la performance de la corrélation au niveau des fissures. Les implications du choix de l_g, qui est le seul paramètre de la CIM, en terme de résolution, de bruit et de qualité des mesures sont abordées dans la prochaine partie.

3.3 La résolution spatiale de la mesure, sa validité, et la fissure minimale mesurable : l'influence de l_g et ws

La CIM permet de mesurer, en utilisant un seul paramètre, la longueur caractéristique du voisinage dans le calcul du gradient du déplacement, l_g, la fissuration à partir d'un champ de déplacement 2D. Le calcul de ce champ par corrélation d'images introduit un deuxième paramètre la taille de fenêtre de corrélation (imagette) ws qui influence la qualité du champ de déplacement calculé près de la fissure. L'influence de ces deux paramètres sur les mesures, l'ouverture minimale de fissure mesurable et la résolution spatiale, doit être maintenant développée pour que la CIM puisse être utilisée en toute confiance.

3.3.1 La résolution spatiale de la mesure

La résolution spatiale noté d_c est la distance minimale entre deux fissures pour qu'elles puissent être mesurées séparément. C'est l'autre critère déterminant dans le choix de la méthode de mesure.

Dans le cas d'un champ de déplacement calculé par corrélation d'image numérique locale, il existe une borne inférieure pour la résolution spatiale. Pour des imagettes carrées,

$$d_c^{DIC,square} = \sqrt{2}\lceil\frac{ws+1}{st}\rceil st \tag{3.39}$$

C'est la distance minimale entre 2 fissures pour qu'il existe une imagette entre ces deux fissures et n'intersectant aucune de ces deux fissures. Dans le cas d'imagettes circulaires le facteur $\sqrt{2}$ disparaît. Cette résolution est atteinte par l'ACDM.

Pour la CIM la résolution est donnée par l_g,

$$d_c^{CIM} = 2 \times l_g \tag{3.40}$$

Ce qui permet d'établir une borne inférieure dans le choix de l_g en dessous de laquelle c'est la résolution de la CIN qui est limitante,

$$l_g \geq \frac{d_c^{DIC}}{2} \tag{3.41}$$

Le problème de la résolution ne se limite pas à la distance minimale entre les fissures à distinguer. Le lissage affecte également la forme des fissures et en particulier leur tortuosité. *fig.*3.27 montre un zoom dans le champ de la norme d'ouverture de fissure en fonction de ws et de l_g pour des sous-ensembles carrés.

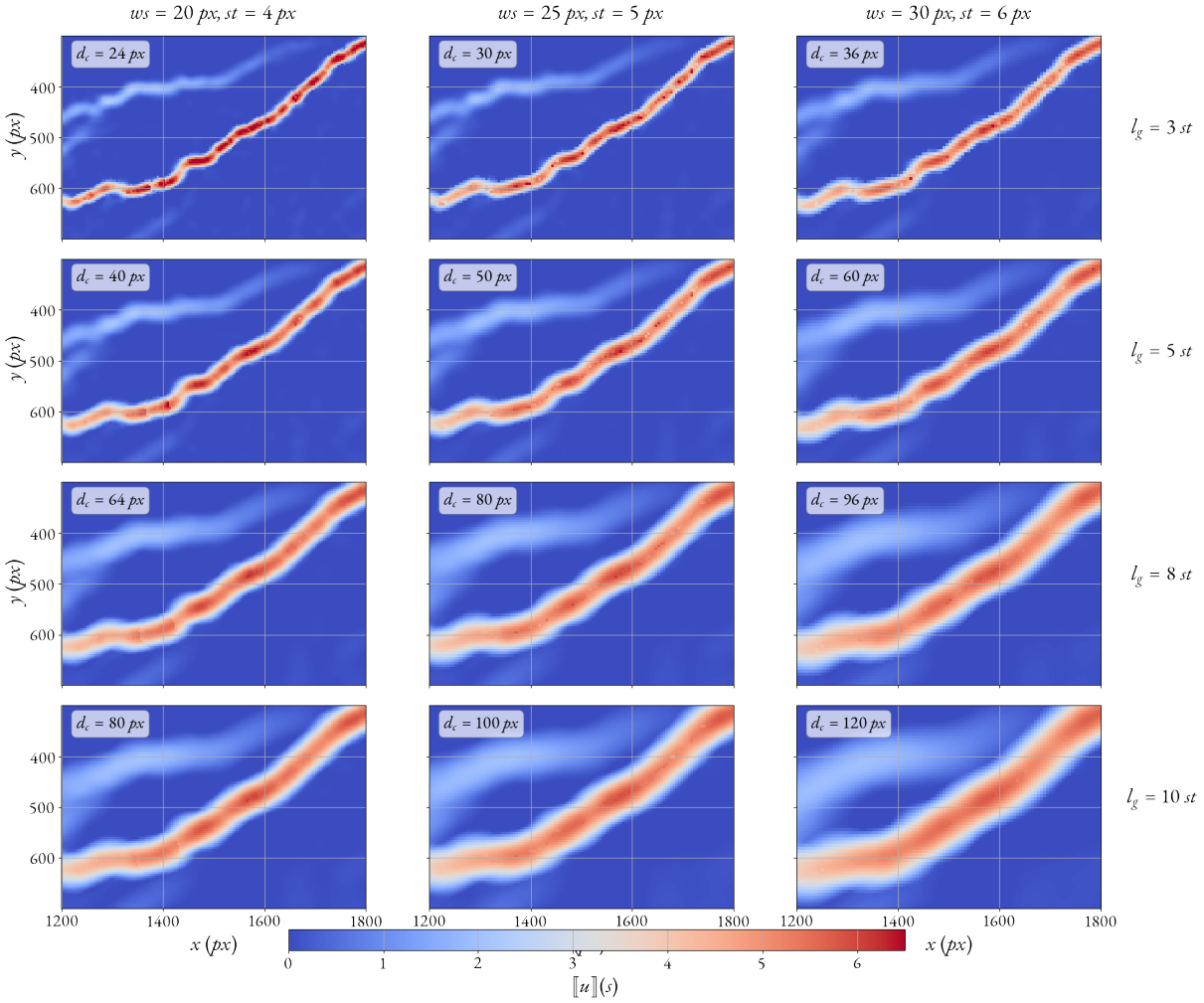


FIGURE 3.27 – l_g influence on critical shear crack opening and slip measurements, $t = 5$ and $l_g \in \{5, 8, 10, 15\}$ *st*

l_g et *ws* diminuent la tortuosité de la fissure mesurée. Ces deux paramètres introduisent un lissage du champ de fissuration, *ws* au moment de la corrélation d'images et l_g lors de l'application de la CIM. Ce lissage se manifeste par l'étalement tel qu'illustré *fig.*3.21 plus haut. Par analogie avec un lissage gaussien pour lequel le rayon de courbure minimale est de l'ordre de σ, après application du filtre, le rayon de courbure minimale des lignes de crêtes des champs de fissuration est de $l_g/3$. Le facteur $1/3$ s'explique par la rapport entre l'étalement de 99.7% et l'écart-type d'une gaussienne qui est de 6.

Le choix de l_g est également conditionné à la qualité des mesures : plus l_g est grand et moins la mesure sera affectée par les erreurs de déplacement sur la fissure. Il faut donc déterminer quel est le l_g minimal permettant d'avoir une mesure satisfaisante des fissures.

3.3.2 La validité de la mesure

*fig.*3.28 présente les mesures de la norme de fissure sur la fissure critique d'effort tranchant pour différents $l_g \in \{2, 5, 8, 10\}$ *st* et différentes formes et tailles d'imagettes $ws_{square} \in \{20, 25, 30\}$ et $ws_{disk} \in \{23, 28, 34\}$, de sorte que les surfaces d'imagettes correspondent 2 par 2. Dans chaque cas, la résolution de la CIM est donnée et la racine de la moyenne de la différence avec la mesure de l'ACDM au carré, notée RMSE, est calculée. Pour chaque colonne la résolution de la corrélation d'images est indiquée en tête. *ws* et l_g ont le même effet sur la précision de la mesure. En limitant l'erreur pour le premier sur le déplacement à proximité de la fissure pour le premier et en limitant l'importance de ces points dans le calcul de la fissuration. Pour *ws* et l_g trop petits, la fissure est largement surestimée, ce qui n'est pas étonnant au vue de l'erreur observée proche de la fissure *fig.*3.18. Cette erreur ne peut être que de nature à surévaluer les gradients, les déplacements y étant souvent aberrants.

En augmentant *ws* ou l_g, la CIM converge vers la solution de l'ACDM avec un RSME inférieur à 0.2.

Pour *s* compris entre 0.2 et 0.4, même lorsque la CIM est en adéquation avec l'ACDM sur le reste de la fissure, la CIM ne converge pas vers l'ACDM. Cela s'explique par la présence d'une autre fissure à proximité. Si les fissures sont plus proches les unes des autres que la résolution de mesure, l'erreur devrait néanmoins être plus limitée pour la CIM que pour l'ACDM en raison de l'utilisation d'un plus grand nombre de points avec des déplacements pris entre les deux fissures pour la première au lieu d'un seul point qui se trouve de l'autre côté de la fissure voisine pour la seconde.

À noter que pour les imagettes carrées, pour $l_g = 3$ *st*, c'est la résolution de la corrélation d'images qui est atteinte.

Les meilleurs résultats sont obtenus en bas à gauche avec *ws* petit quitte à augmenter l_g. Pour choisir l_g, si la résolution nécessaire de la mesure est connue, par exemple la distance entre les fissures est donnée, l_g est directement déduit de *eq.*(3.40). Sinon, la variation de la norme de fissure sur les crêtes est un bon indicateur sur le choix de l_g. Si $[\![u]\!]_l$ et $[\![u]\!]_n$ varient avec la tortuosité de la fissure, la norme est beaucoup plus stable avec une échelle spatiale de variation le long de la fissure dépendant de la déformation des parties de béton. Si les variations de la norme sont importantes, peut-être qu'il faut augmenter l_g. Dans la mesure du possible, il faut tester différents l_g.

En fonction de la qualité du déplacement calculé près des fissures, la valeur optimale de l_g est un compromis entre la qualité de la mesure et la résolution locale. Dans ce cas, avec des imagettes carrées, $l_g = 10$ *st* semble être un bon compromis, avec une résolution moins de deux fois supérieure à la résolution et encore améliorable avec des imagettes circulaires.

3.3.3 L'ouverture minimale détectable

L'ouverture minimale de fissure mesurable est calculée à partir de la prise de bruit sans chargement. Pour toute la suite, la poutre M1 déjà utilisée *sec.*3.2.4 est considérée. Pour rappel le bruit sur le champ de déplacement était d'écart-type $\sigma_u = 0.3$ *px* avec un léger décalage de 0.043 *px* pour u_x et 0.016 *px* pour u_y *fig.*3.15. L'application de la CIM à cette première image de bruit est illustrée *fig.*3.29. La figure de gauche y représente l'ouverture de fissure sur la surface qui semble aléatoirement distribuée. Les distributions d'ouverture, à droite, ne sont pas particulièrement affectées par le paramètre l_g.

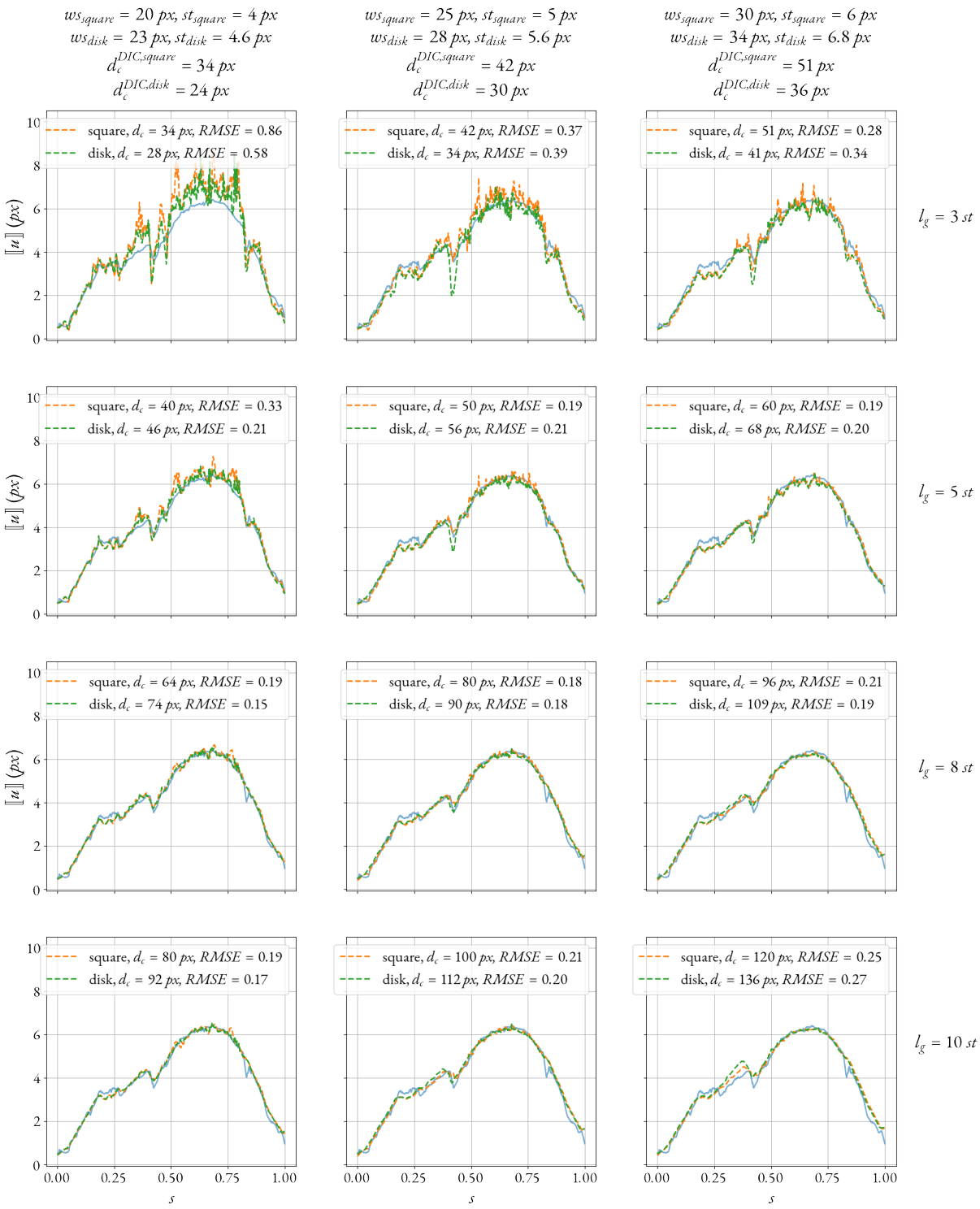


FIGURE 3.28 – Influence de l_g et ws sur la mesure de la fissure critique, à $t = 5$, $l_g \in \{3, 5, 8, 10\}$ *st* and $(ws_{square}, ws_{disk}) \in \{(20, 23), (25, 28), (30, 34)\}$ *px*, la mesure de l'ACDM est donnée en bleu. Les résolutions sont données, celle de la CIN en tête des colonnes et celles de la CIM pour les différentes tailles d'imagettes dans les légendes.

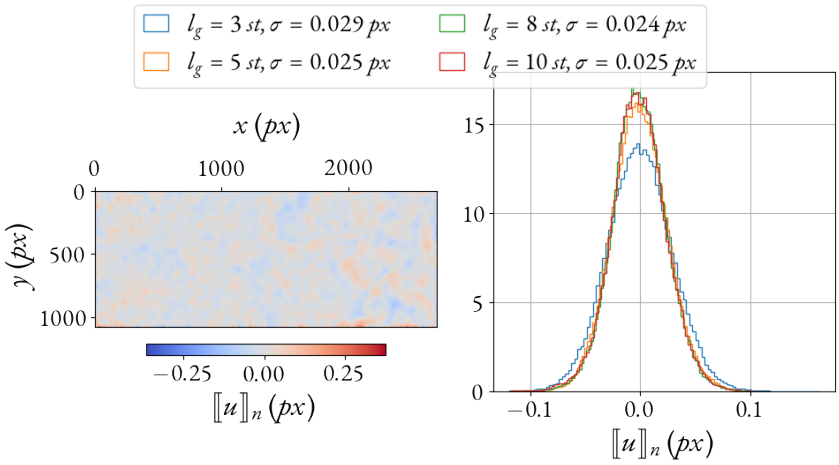


FIGURE 3.29 – Ouverture de fissure calculée sur l'image de bruit, champ pour $l_g = 8\ st$ et imagettes carrées (à gauche) et distributions pour $l_g \in \{3, 5, 8, 10\}\ st$, imagettes carrées toujours

Le bruit sur l'ouverture de fissure ne dépend de l_g. La moyenne toujours centrée en 0, le décalage systématique de déplacement observé précédemment est effacé. L'écart-type est autour de 0.25 px pour tous les l_g considérés. Il convient de considérer l'ouverture minimale comme 3σ pour sortir de l'intervalle de confiance à 99.5% (à l'expérience) soit ici, 0.75 px. Cette approche la plus simple possible ne donne toutefois qu'une borne inférieure de cette ouverture minimale. en particulier, elle ne prend pas en compte le comportement de la mesure en milieu fissuré ni même déformé avant ça.

En considérant l'écart-type sur la mesure de fissure de l'ACDM de $\sqrt{2}\sigma_u = 0.042\ px$ (grossièrement, l'ACDM fait la différence entre deux valeurs), la résolution est légèrement pour la CIM et son écart-type de 0.25 px. À noter que la fissure minimale mesurable par l'ACDM dépend surtout de la capacité de détection de fissure plus que de son calcul. La comparaison ne tient que pour l'ouverture de fissure minimale détectable, dès la fissure clairement ouverte les erreurs de corrélations se répercutent sur la CIM mais pas sur l'ACDM. Le CIM pourrait fournir une résolution en terme de fissure minimale légèrement meilleure, mais l'utilisation du seul bruit blanc n'apparaît pas suffisante.

Il est attendu que la taille des imagettes ws, dans la mesure où elle réduit le bruit sur le champ de déplacement, réduit également le bruit sur la mesure de fissure.

Reste que l'extraction de fissure est une opération délicate, non robuste car nécessite des seuils, et la position des fissures est déjà faussée au moment du calcul du gradient qui limite la tortuosité. La fissure est lissée à cette étape là. Ensuite la représentation pixelisée des fissures ne permet pas de mesurer précisément une grandeur aussi simple que la longueur de fissure. Le plus rigoureux pour l'obtenir est d'introduire une spline avec un coefficient de lissage, soit une source d'erreur supplémentaire et un autre paramètre pour toujours plus de complexité. Une autre approche est proposée pour mesurer à partir des champs obtenus avec la CIM les faciès de fissuration comme des tous plutôt que comme des fissures.

Pour la plupart des applications, ces champs suffisent pour l'extraction de mesures ponctuelles. Mais pour une analyse plus riche de faciès de fissuration la difficulté réside dans la nature ***oxymorique*** ✌ d'une mesure continue de fissure, par définition discrète. Une approche basée sur les probabilités géométriques et proposée pour caractériser les faciès de fissuration dans leur entièreté plutôt que les fissures une par une.

3.4 Après des fissures, mesurer des faciès de fissuration

Pour cela une autre poutre présentant un faciès de fissuration plus dense est étudiée. Il s'agit de la poutre K2 toujours de la première campagne de la thèse de D. Rouphaël. Le ferraillage transversale est 3 fois plus important que dans la poutre M1. Tous les autres paramètres sont identiques. Encore une fois, l'étude se limite à la portée d'effort tranchant où se développe la fissure critique, la gauche une fois de plus. La corrélation d'images numériques est réalisée avec des imagettes carrées, $ws = 20\ px$ et $st = 4\ px$. Pour la CIM $l_g = 8\ st$. Le champ de

norme de fissure au fil de l'essai est représenté *fig.*3.30.

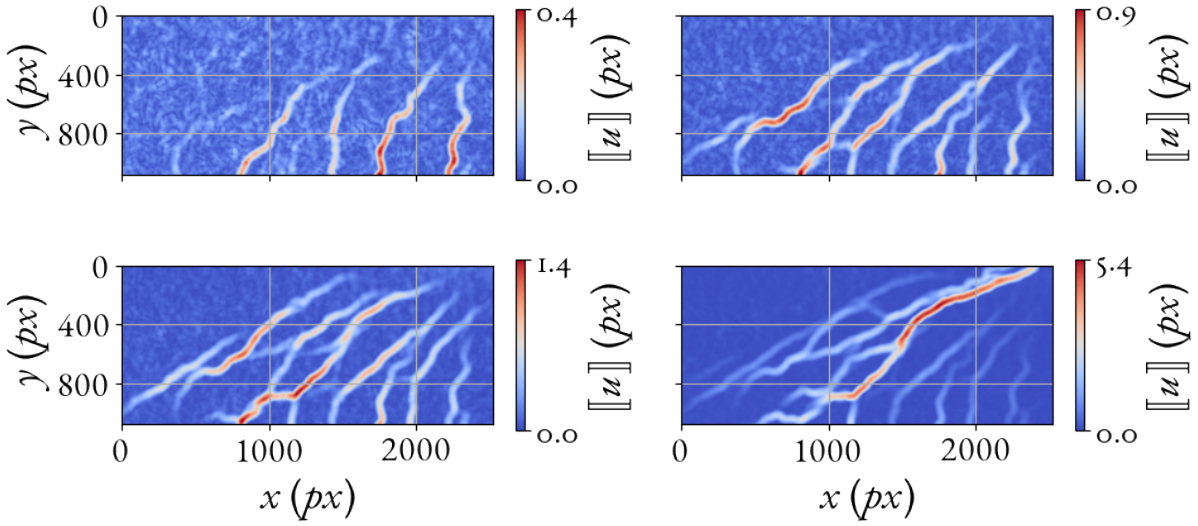


FIGURE 3.30 – Évolution de la fissuration au cours de l'essai, imagettes carrées, $ws = 20$, $st4\ px$ et $l_g = 8\ st$

3.4.1 Les directions de propagation et d'ouverture de fissure

Pour étudier les directions de propagation et d'ouverture de fissure le plus simple est de seuiller le champ de norme de fissure comme proposé *fig.*3.31. À seuil donné, la largeur des bandes dépend de l'ouverture des fissures et donc du chargement. Toutefois, les mesures de directions sont valables sur la largeur des bandes. Pour une analyse directionnelle et uniquement directionnelle, le seuil et donc l'influence de la largeur des bandes sur les mesures des directions privilégiées devrait rester contenue.

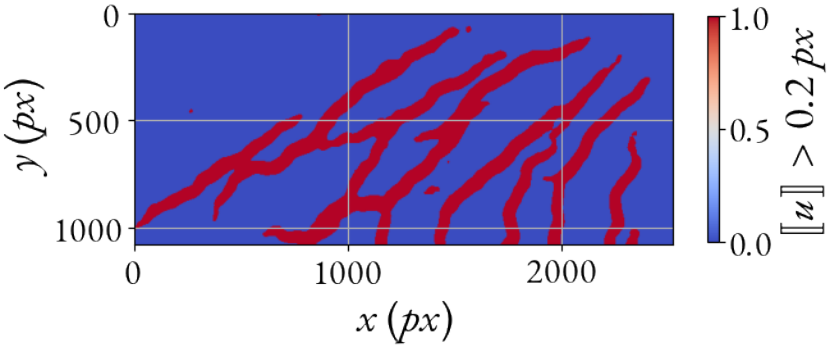
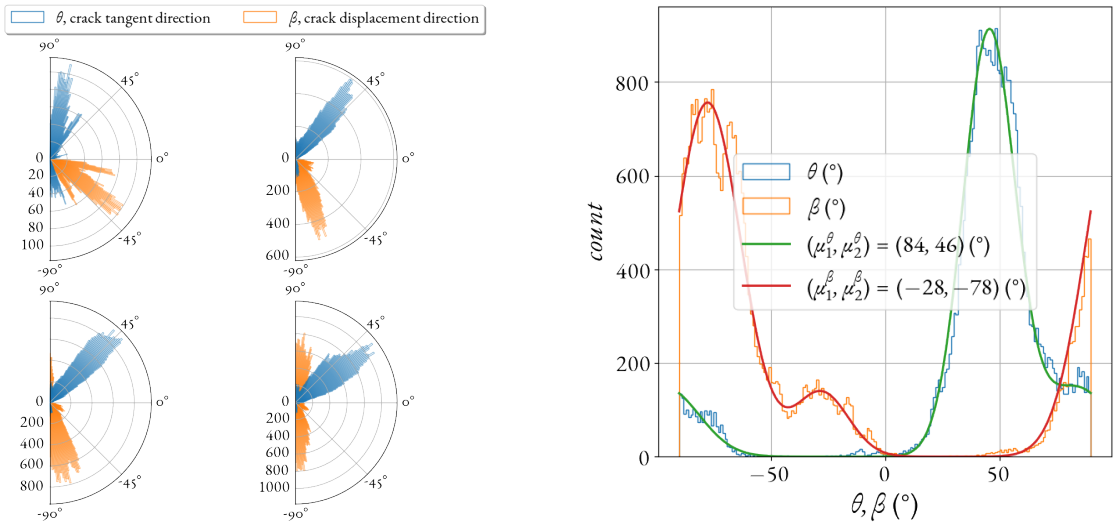


FIGURE 3.31 – Norme de fissure seuillée à 0.2 *px*

Les roses des directions de fissure $\theta = (\underline{l}, \underline{e}_x)$, et d'ouverture de fissure $\beta = (\llbracket \underline{u} \rrbracket, \underline{e}_x)$ au fil de l'essai sont représentées *fig.*3.32a.



(a) Orientations des fissures

(b) Identification des orientations

FIGURE 3.32 – Distribution d'orientation et de direction d'ouverture de fissure (à gauche), avec identification d'une double gaussienne sur le cas 3 (à droite)

Plusieurs pics sont visibles permettant de discriminer les fissures d'effort tranchant obliques et les fissures de flexion verticales, présentant un pic plus subtil proche de $\theta = \pm 90°$. Le pic associé aux fissures d'effort tranchant présente des valeurs de θ plus faibles en valeur absolue et au contraire des valeurs de β plus grandes, toujours en valeur absolue. Les fissures verticales deviennent très vite minoritaire après développement des fissures d'effort tranchant. Ces roses mettent en évidence l'existence d'un glissement structurel des fissures, *fig.*3.32a. S'il a été évoqué plus haut que les variations locales du glissement des fissures était largement dues à la tortuosité de ces dernières, la non perpendicularité de direction de la fissure avec celle de son ouverture indique un glissement structurel dû à la géométrie de l'essai.

Les directions privilégiées peuvent être mesurées à partir de ces roses. Les deux pics peuvent être identifiées en identifiant une somme de gaussienne sur les distribution,

$$(\theta, \beta\,((A, \mu, \sigma)_1, (A, \mu, \sigma)_2) = A_1 \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) \tag{3.42}$$

Les fonctions ainsi identifiées sont représentées *fig.*3.32b. La figure *fig.*3.33 représente l'évolution des directions des fissures d'efforts tranchant, identifiées par la gaussienne dont la valeur moyenne en valeur absolue est la plus proche de 0, au cours de l'essai.

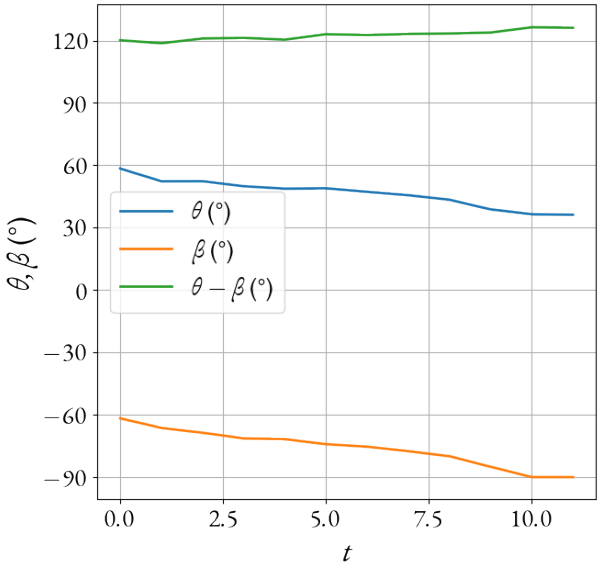


FIGURE 3.33 – Norme de fissure seuillée à 0.2 *px*

La non orthogonalité des directions de propagation et d'ouverture est mesurée par la courbe verte. La différence entre les deux angles varie peu et tend à s'accroître. Avec un angle entre les deux directions de 120°, soit 30° avec la direction normale de la fissure; $[\![u]\!]_l/[\![u]\!] = 0.5 = \sin(30°)$. Le glissement n'a rien de négligeable. L'évolution des orientations privilégiées est également mesurée. Les fissures se propagent d'abord verticalement. Elles s'inclinent ensuite et tende vers 30°. La même tendance s'observe avec les directions d'ouverture qui finissent par devenir verticales.

3.4.2 La longueur totale de fissure

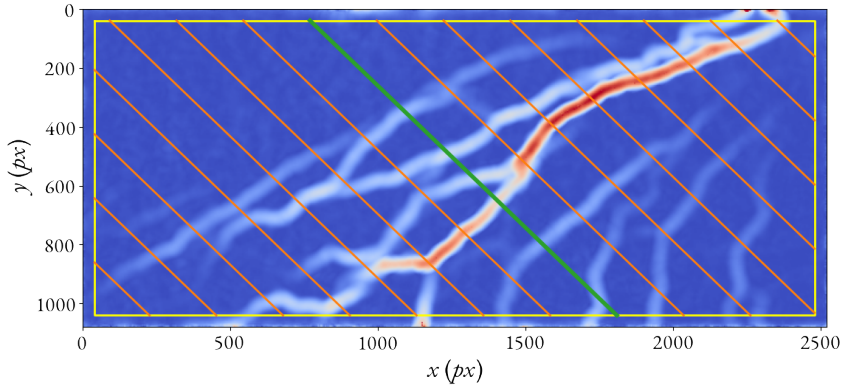


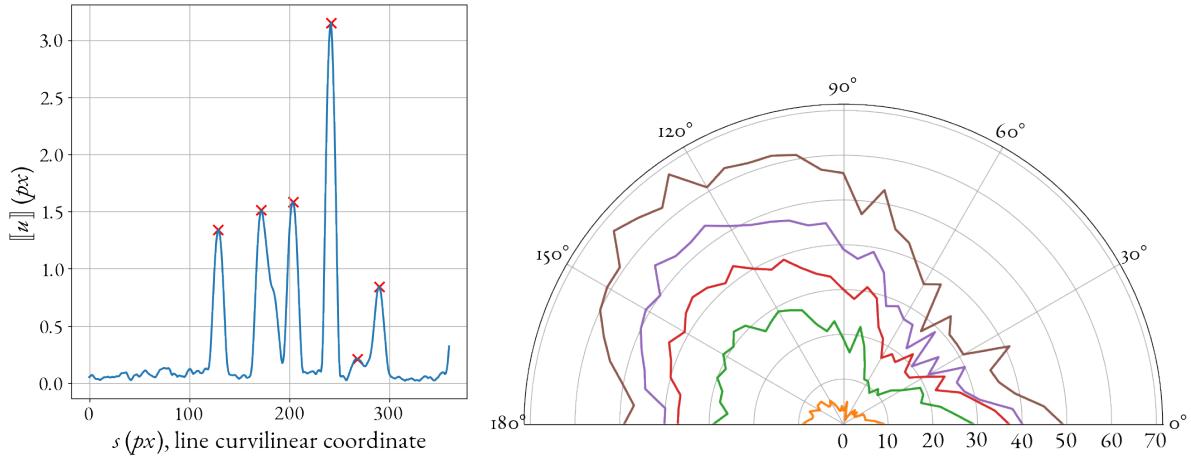
FIGURE 3.34 – Grille pour décompte, $\gamma = 135°$, distance entre les lignes de 80 $px = 22$ mm

La longueur totale de fissure développée peut être estimée grâce à la théorie des probabilités géométriques. Des grilles orientées selon plusieurs angles $\gamma \in [0°, 180°]$ sur la surface fissurée, comme illustré *fig.*3.34 dans le cas $\gamma = 135°$ sont introduites. La longueur totale de fissure est estimée en comptant le nombre d'intersections entre chaque ligne de chaque grille et le faciès de fissuration, suivant la formule (Solomon 1978; Morton 1966),

$$\frac{L^{tot}_{crack}}{S_{beam}} = \frac{\pi}{2}\overline{\frac{N_{intersec}(\gamma)}{L_{grid}(\gamma)}} \tag{3.43}$$

avec $N_{intersec}(\gamma)$ le nombre d'intersections sur la grille d'angle γ, $L_{grid}(\gamma)$ la somme des longueurs de chaque ligne de la grille γ, S_{beam} l'aire de la surface observée et L^{tot}_{crack} la longueur totale de fissure. Cette approche apparaît

d'autant plus adaptée que le comptage des intersections est très facile à mettre en place grâce à des algorithmes de recherche de pic. *fig.*3.38a représente le champ d'ouverture de long de la ligne en verte *fig.*3.34. En introduisant une hauteur minimale de pic $[\![u]\!]_{min}$ et une proéminence des pics, dans ce cas 0.2 *px* et 0.025 *px* respectivement. Les pics sont identifiés et comptés suivant les orientations de grille, comme illustré *fig.*3.38b.



(a) Détection de pic

(b) Décompte en fonction de la grille

FIGURE 3.35 – Détection de pic sur la ligne verte *fig.*3.34 et décompte sur chaque grille en fonction de leur orientation, $N_{intersect}(\gamma)$

Cette représentation permet de retrouver les orientations privilégiées, doubles, dont la mesure a été présentée dans la section précédente *sec.*3.4.1.

Le nombre de pics dépend de l'ouverture minimale $[\![u]\!]_{min}$ introduite dans la recherche de pics et la mesure obtenue est la longueur totale de fissure dont l'ouverture est supérieure à $[\![u]\!]_{min}$. Plutôt que de prendre l'ouverture minimale mesurable dont le calcul sera développé plus tard, il est proposé de regarder la courbe de longueur cumulée en fonction de l'ouverture minimale, $L_{[\![u]\!]>[\![u]\!]_{min}}([\![u]\!]_{min})$ *fig.*3.36.

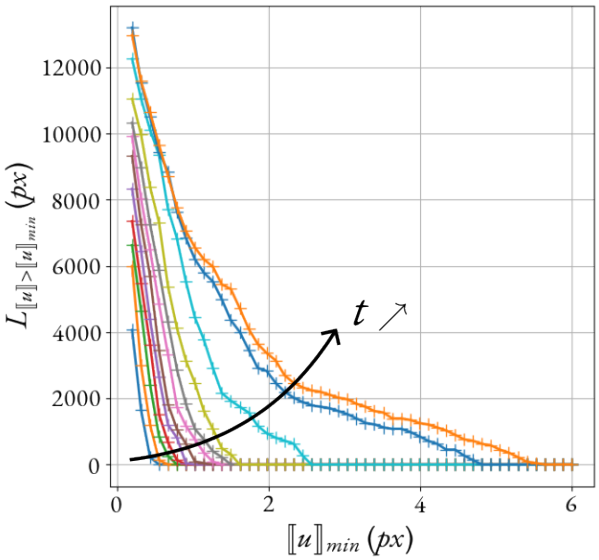


FIGURE 3.36 – Distribution de la longueur totale de fissure d'ouverture supérieur à $[\![u]\!]_{min}$ en fonction de $[\![u]\!]_{min}$

Deux régimes de fissuration sont mis en lumière *fig.*3.36. D'abord les fissures se propagent et s'ouvrent peu. La longueur mesurée décroît rapidement avec $[\![u]\!]_{min}$ mais croît de manière régulière avec le temps. Puis les fissures s'ouvrent beaucoup et se propagent peu, marqué par la plus faible décroissance de longueur avec l'ouverture seuil

et par la longueur maximale mesurable qui ne s'accroît plus. En réalité, toutes les fissures ne s'ouvrent pas, une fissure devient critique et concentre la mesure ouverture ; la longueur totale pour laquelle l'ouverture de fissures est supérieure à 2 mm n'excède pas 4000 px qui est l'ordre de grandeur de la longueur d'une fissure vu *fig.*3.34.

L'ouverture de fissure moyenne est donnée par

$$[\![u]\!]_{moy} = \frac{\int_{min([\![u]\!])}^{max([\![u]\!])} [\![u]\!]_{min} L_{[\![u]\!]>[\![u]\!]_{min}}([\![u]\!]_{min}) d[\![u]\!]_{min}}{\int_{min([\![u]\!])}^{max([\![u]\!])} L_{[\![u]\!]>[\![u]\!]_{min}}([\![u]\!]_{min}) d[\![u]\!]_{min}} \tag{3.44}$$

et l'écart-type par,

$$\sigma_{[\![u]\!]} = \sqrt{\frac{\int_{min([\![u]\!])}^{max([\![u]\!])} ([\![u]\!]_{min} - [\![u]\!]_{moy})^2 L_{[\![u]\!]>[\![u]\!]_{min}}([\![u]\!]_{min}) d[\![u]\!]_{min}}{\int_{min([\![u]\!])}^{max([\![u]\!])} L_{[\![u]\!]>[\![u]\!]_{min}}([\![u]\!]_{min}) d[\![u]\!]_{min}}} \tag{3.45}$$

L'évolution de l'ouverture moyenne, de l'écart-type et de la covariance sont représentées *fig.*3.38

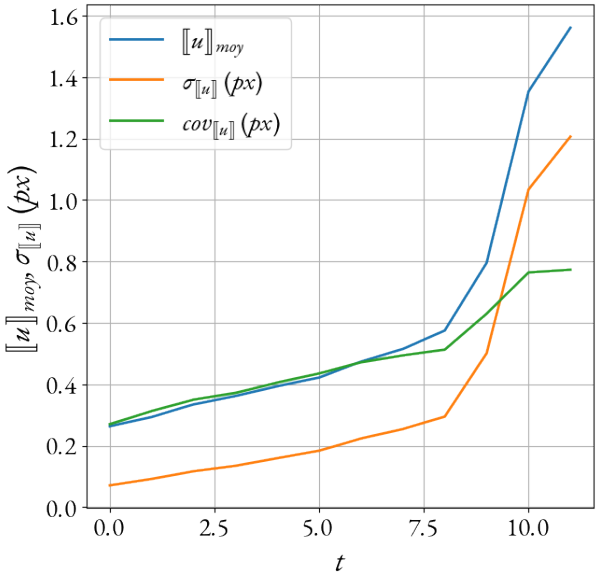


FIGURE 3.37 – Moyenne, écart-type et covariance de l'ouverture de fissure

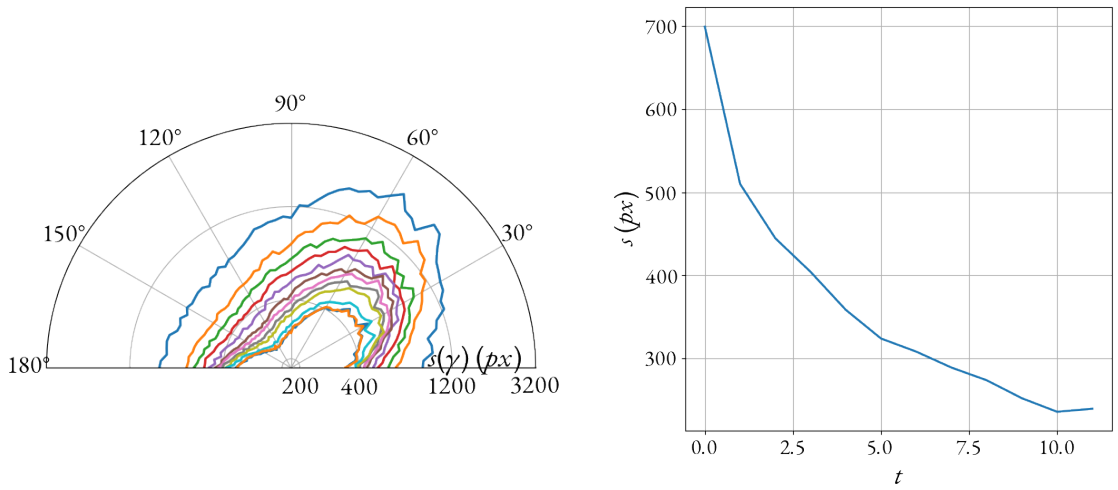
Les deux phases sont bien visibles. L' ouverture moyenne qui croît régulièrement conjointement avec l'écart-type puis brutalement. La variation plus rapide de la covariance lorsque que l'ouverture moyenne triple témoigne de la localisation de cette ouverture. Une des fissures d'effort tranchant est devenue critique.

3.4.3 L'espacement entre les fissures

L'orientation des fissures a déjà été évoquée et reposait sur l'exploitation des champs mesurés avec la CIM. En adaptant l'approche précédente, l'orientation peut être retrouvée, et en prime, l'espacement entre les fissures peut être mesuré. Cette dernière mesure n'a de sens que si les fissures suivent une orientation privilégiée comme c'est le cas ici. Au lieu de calculer le compte moyen par orientation de fissure comme *fig.*3.38a, c'est l'espacement de pic moyen ligne par ligne $L_{line}/N_{intersec}$ puis grille par grille, $s(\gamma)$, qui est considéré,

$$s(\gamma) = \overline{\left(\frac{L_{line}}{N_{intersect}}\right)}(\gamma) \tag{3.46}$$

et est représenté *fig.*3.38.



(a) Espacement par grille

(b) Espacement des fissures

FIGURE 3.38 – Espacement en fonction de temps. Espacement moyen en fonction de l'angle de la grille, $\overline{\left(\frac{L_{line}}{N_{intersect}}\right)}(\gamma)$ pour différents pas de temps (à gauche) et espacement des fissures déduit en fonction du temps (à droite)

L'analyse de ces roses permet directement d'accéder à la mesure d'espacement moyen des fissures à l'échelle de la portée d'effort tranchant,

$$s_{crack} = \min_{\gamma \in [0,\pi]} s(\gamma) \tag{3.47}$$

la direction associée pourrait être la direction privilégiée, mais au vu de la forme des pics des distributions d'orientation, déjà *fig.*3.32a et maintenant *fig.*3.38, il apparaît plus prudent de considérer une approche globale comme proposée précédemment, avec une double gaussienne, plutôt que d'identifier un extremum ponctuel au risque d'avoir une grande variabilité vis-à-vis des paramètres.

La CIM présente une double aubaine et son inconvénient, elle est définit sur toute la surface est finalement un avantage puisqu'il force à mettre en place des mesures plus riches que l'approche discrète.

La Conclusion

La méthode de mesure Crack Is Mountain (CIM) présente une nouvelle approche pour la mesure des fissures, en évitant la nécessité d'une localisation préalable des fissures. En utilisant la régression linéaire locale pour calculer le gradient de déplacement lagrangien, la méthode CIM introduit un seul paramètre physiquement significatif : la longueur interne l_g. La cinématique de la fissure, l'ouverture, le glissement et l'orientation locale sont évalués à partir d'une manipulation algébrique directe du gradient. Les mesures sont des champs complets de continuum avec des maxima locaux au niveau des fissures et des valeurs nulles loin de celles-ci.

L'application de la CIM aux champs de déplacement dérivés de la corrélation d'images numériques (DIC) à l'aide de sous-ensembles carrés et de disques a mis en évidence les défis posés par les bandes de transition de déplacement à proximité des fissures. L'analyse comparative avec l'ACDM a démontré la capacité de la CIM à produire des mesures précises des fissures, à condition que la longueur interne soit suffisamment grande. l_g pour atténuer l'erreur induite par le déplacement au niveau des fissures. L'augmentation de l_g réduit l'influence des déplacements anormaux des fissures sur le calcul cinématique global, mais compromet la résolution spatiale locale permettant de saisir les variations cinématiques des fissures et de distinguer les fissures proches. Par conséquent, la qualité des champs de déplacement DIC d'entrée a un impact significatif sur les performances du CIM.

La nature inhérente du champ complet des résultats du CIM, tout en fournissant une mine d'informations, rend l'analyse traditionnelle fissure par fissure fastidieuse sans détection préalable des fissures. Des approches statistiques globales, basées sur le seuillage de la probabilité géométrique, la stéréologie, pour calculer les ouvertures

moyennes et totales des fissures, les longueurs des fissures et les distributions d'orientation... permettent une caractérisation complète du modèle de fissure et seront explorées dans de futurs travaux [28]. L'algorithme CIM est facilement adaptable aux champs de déplacement discrets en 3D, pour lesquels l'absence de détection préalable des fissures est un réel avantage qui ouvre la perspective de futurs travaux sur cette méthode.

La méthode CIM permet de mesurer les fissures à partir des champs de déplacement DIC sans localisation préalable. Les résultats cinématiques sont définis sur toute la surface corrélée et significatifs là où la mesure de discontinuité n'est pas nulle.

Les champs eux-mêmes sont très utiles pour surveiller l'ouverture de la fissure, le déplacement relatif des lèvres de la fissure et l'orientation. Pour une analyse plus poussée, une approche stéréologique peut être réalisée efficacement pour obtenir des informations plus quantitatives sur le modèle de fissure, telles que la longueur totale de la fissure ou la distribution de la fissure.

Un autre avantage de cette méthode réside dans son adaptabilité à l'analyse 3D utilisant des champs de déplacement DVC, où l'extraction de la surface des fissures peut s'avérer particulièrement difficile. Cet aspect sera au centre des travaux futurs des auteurs.

Chapitre 4

Les câbles d'efforts tranchants

Contents

3.1 La corrélation d'images numériques 73
3.2 La CIM pour mesurer des discontinuités sans localisation préalable 75
3.2.1 Le gradient lagrangien du champ de déplacement 76
3.2.2 Extraire les caractéristiques de fissure du gradient de déplacement 78
3.2.3 L'application de la CIM à un cas test 81
3.2.4 L'application de la CIM au béton armé 86
3.2.5 La comparaison avec l'ACDM 92
3.3 La résolution spatiale de la mesure, sa validité, et la fissure minimale mesurable : l'influence de l_g et ws 95
3.3.1 La résolution spatiale de la mesure 96
3.3.2 La validité de la mesure 97
3.3.3 L'ouverture minimale détectable 97
3.4 Après des fissures, mesurer des faciès de fissuration 99
3.4.1 Les directions de propagation et d'ouverture de fissure 100
3.4.2 La longueur totale de fissure 102
3.4.3 L'espacement entre les fissures 104
Conclusion 105

Les essais de flexion 3 points présentés au chapitre 2 ont permis de mettre en lumière des câbles susceptibles de pouvoir remplacer les cadres et épingles HA comme armature d'effort tranchant. Sur la base des lois de suturation obtenues avec ces essais, les nombres de ces câbles qu'il faudrait employer pour qu'ils assurent une maîtrise de la fissuration comparable à celle des barres HA ont été déterminés.

Les conditions de fissuration reproduites dans l'essai de flexion 3 points ne sont cependant pas les mêmes que dans une structure réelle soumise à l'effort tranchant. La fissure de flexion produite est perpendiculaire à l'armature et s'ouvre en mode I, sans glissement des lèvres de la fissure l'une par rapport à l'autre. Au contraire, les fissures effort tranchant présentent un glissement relatif des lèvres de fissure comme observé au chapitre précédent *sec.*3.4.1 et leur inclinaison variable fait qu'elles ne sont pas perpendiculaires aux armatures transverses. La validité des lois de suturation et des nombres de câbles à placer pour assurer un comportement comparable de la poutre est remise en question.

Des essais de flexion 3 points sont dimensionnés à l'échelle de la structure avec des poutres de dimensions comparables aux radiers présentés en introduction. Malheureusement, du fait de l'indisponibilité des moyens techniques, les essais n'ont pas pu être réalisés avant la fin de la rédaction de ce manuscrit. Les résultats seront obtenus, analysés, avec la CIM du chapitre précédent, et ajoutés a posteriori. Les poutres ont néanmoins été coulées et le dimensionnement de celles-ci est explicité.

Une courte bibliographie sur l'effort tranchant et les différentes contributions à la résistance à l'effort tranchant est proposée.

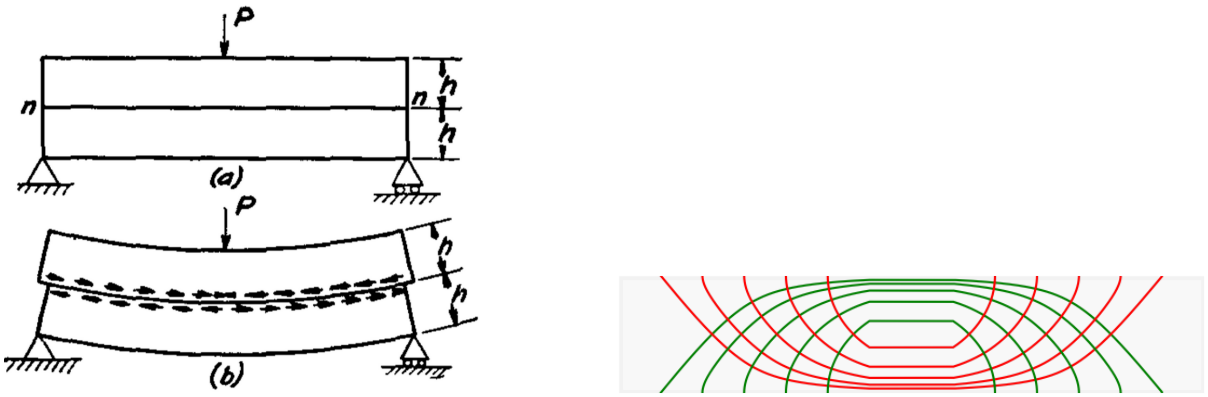
4.1 Le comportement des poutres à l'effort tranchant

Dans une section de poutre, l'effort tranchant dévie les directions principales de traction générant des fissures non plus perpendiculaires à la surface inférieure de la poutre comme pour la flexion mais inclinées, d'autant plus que l'on s'éloigne de cette face inférieure. L' effort tranchant est absent des premières théories de résistance des matériaux qui naissent avec Galilée au XVIIième siècle, (Timoshenko 1983). L'essor de la théorie des poutres au début du XIXième siècle lors duquel la flexion est largement traitée, n'aborde pas aux effets de cisaillement pourtant importants, notamment du point de vue de la résistance, pour les poutres courtes par rapport à leur hauteur. En 1844, D.J. Jourawski, ingénieur russe, se voit charger de dimensionner un pont pour lequel les poutres à utiliser sont en bois de grande hauteur et pour lequel la résistance au cisaillement est trop faible pour que le phénomène soit négligé. Il remarque que la flexion génère des efforts de cisaillement dans le plan de la poutre sur les plans longitudinaux à la poutre comme représenté *fig.*4.1a. Il calcule la contrainte de cisaillement τ en fonction de l'effort tranchant V. Pour une poutre de section rectangulaire de hauteur h et de largeur b, la contrainte de cisaillement sur la hauteur de la poutre en y pris par rapport à l'axe neutre vaut

$$\tau(y) = \frac{V}{2I_z}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \tag{4.1}$$

avec $I_z = bh^3/12$ l'inertie de sa section, toujours si elle est rectangulaire.

La connaissance de la contrainte de cisaillement, de traction et de compression dues à la flexion permet de calculer les directions des contraintes principales. Pour l'essai de flexion 4 points, la courbure des lignes de traction et de compression due à l'effort tranchant dans les portées d'effort tranchant, de part et d'autre de la poutre, est illustrée *fig.*4.1b.



(a) Intuition de D.J. Jourawski

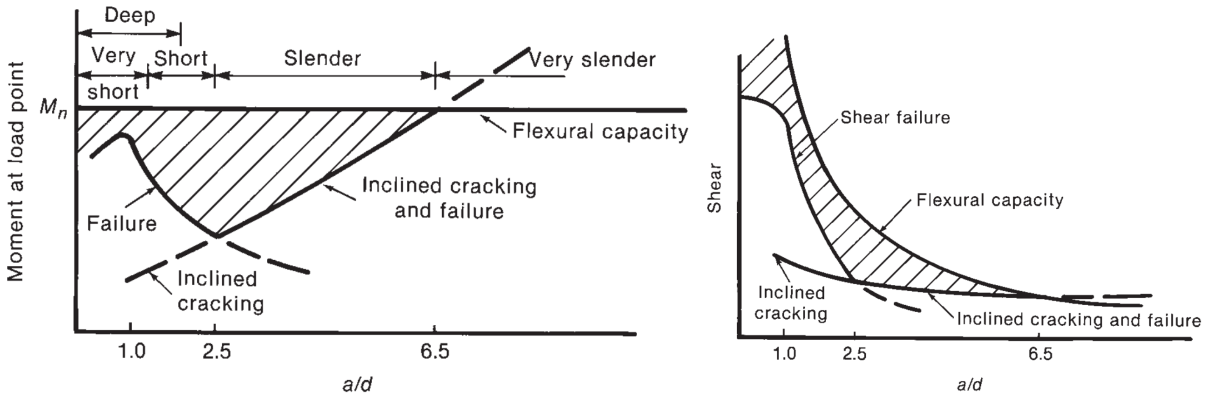
(b) Directions principales des contraintes

FIGURE 4.1 – Effort tranchant dans les poutres en flexion, cisaillement longitudinale d'après (Timoshenko, s.d.), à gauche, et directions principales des contraintes pour une poutre en flexion 4 points, à droite

Les fissures d'effort tranchant, si elles sont associées à la présence de contraintes de cisaillement non nulles ne sont pas des fissures de cisaillement , en mode II au sens de la théorie du calcul à la rupture. Ce sont bien des fissures de traction, de mode I au sens du calcul à la rupture, qui s'ouvrent. Les directions principales n'étant pas verticales, les fissures ne le sont pas plus. En outre, les fissures ne suivent pas strictement les directions des contraintes principales données dans le régime élastique du fait de la redistribution des efforts suite à l'apparition puis la propagation des fissures. Si la poutre est suffisamment élancée, c'est-à-dire que le rapport a/d est supérieur à 1.5, avec a la longueur de la portée d'effort tranchant et d la distance entre le barycentre des armatures de flexion et la hauteur de la poutre, les fissures diagonales ne sont que que le prolongement des fissures de flexion qui naissent verticales de la face inférieure (Wight 2016).

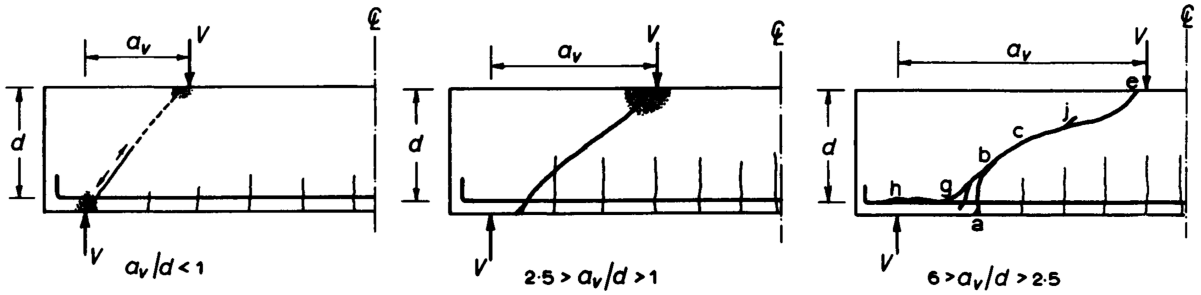
4.1.1 La géométrie de la fissuration d'effort tranchant

G. Kani (Kani 1964) est le premier à s'intéresser à la redistribution des efforts après fissuration de flexion et d'effort tranchant pour expliquer l'effet d'échelle associée à la ruine des poutres à l'effort tranchant. Pour les poutres en flexion sans armatures transverses de rapport a/d inférieur à 6, les fissures diagonales dans les portées d'effort tranchant sont responsables de la ruine. Le moment maximale supportable par la poutre tout comme l'effort tranchant maximal dépendent de a/d. Cet effet d'échelle, communément appelé "Kani's Valley" est représenté en moment *fig.*4.2a et en effort tranchant *fig.*4.2b. Il faut noter sur ces figures qu'en flexion simple le moment maximal pour une ruine dans la portée d'effort tranchant n'est autre que l'effort tranchant multiplié par a.



(a) "Kani's valley" (b) "Kani's valley" en effort tranchant

FIGURE 4.2 – Effet d'échelle sur la rupture des poutres à l'effort tranchant, moment maximale ("Kani's valley") à gauche, et effort tranchant maximal à droite, d'après (Wight 2016)



(a) Poutre courte (b) Cisaillement-compression (c) Cisaillement-traction

FIGURE 4.3 – Mode de rupture à l'effort tranchant de poutres en fonction de a/d. À gauche, rupture en compression du béton entre l'appui et le support, au milieu, rupture mixte cisaillement compression et à droite rupture par cisaillement traction, tiré de (Kong et Evans 1998)

Suivant que a/d est inférieur ou non à 2.5, la résistance de la poutre n'est pas assurée par le même mécanisme. Cela va de paire avec la géométrie des fissures. (Kong et Evans 1998). Pour les poutres courtes, a/d inférieur à 2.5, la résistance est assurée par la voûte de béton située au-dessus des fissures de flexion, c'est la rupture du béton qui est en jeu, notée "failure" *fig.*4.2a (Kani 1964). L'écrasement du béton sous la charge synonyme de ruine de la voûte équivaut à celle de la poutre, représentée *fig.*4.3b et est favorisé par la plastification des aciers de flexion, il est question de rupture par cisaillement-compression. Dans ce cas (Kong et Evans 1998), fait état de fissures diagonales indépendantes des fissure de flexion comme représenté *fig.*4.3b, c'est d'autant moins vrai que la poutre est élancée (Wight 2016). Si a/d est supérieur à 2.5, c'est la résistance des zones entre les fissures de flexion retenues par l'armature longitudinale qui assure la réponse de la poutre. Il est question de rupture par cisaillement traction. La rupture survient soit lorsque la fissure atteint la face supérieure ou par décohésion des

aciers longitudinaux du fait de l'apparition d'une fissure de délamination par effet goujon comme représenté *fig.*4.3c. Bien sûr la transition entre les deux modes de résistance et les faciès de fissuration n'est pas aussi brutale que le passage de la limite $a/d = 2.5$. Une rupture par cisaillement-traction peut tout à fait se produire pour a/d inférieur à 2.5 (Wight 2016). Les poutres très courtes, $a/d < 1$ n'ont pas été abordées. Dans ce cas c'est l'effet de voûte qui y prédomine avec écrasement du béton au niveau des appuis et des supports *fig.*4.3a.

Les faciès de fissuration tout juste décrits sont également valables pour des poutres avec aciers d'effort tranchant, (Wight 2016).

4.1.2 Les contributions à l'effort tranchant

L'approche de G. Kani (Kani 1964), si elle permet d'expliquer l'effet d'échelle sur la résistance à l'effort tranchant des poutres en traitant des mécanismes de redistribution d'effort ayant lieu dans le béton entre les fissures, laisse de côté les autres contributions. Ce manquement l'oblige à introduire des coefficients correctifs pour que la vallée coïncide avec les observations expérimentales. Une approche plus fine, proposée par (Classen 2020b), prenant en compte l'ensemble des contributions identifiées permet de comprendre le comportement des poutres à l'effort tranchant, leur résistance, l'initiation et la propagation des fissures et comment ces dernières influencent la ruine. En plus du béton dans la zone de compression et celui entre les fissures de flexion, l'effet goujon, l'engrènement des granulats et les armatures transverses, si présentes participent à la réponse de la poutre. Tous ces mécanismes doivent être pris en compte pour expliquer le comportement des poutres en flexion.

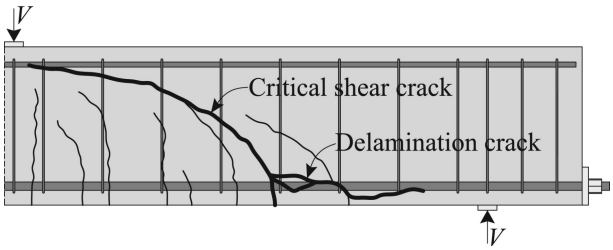


Figure 4.4 – Fissure critique d'effort tranchant de délamination le long des aciers longitudinaux, tiré de (Autrup et al. 2023)

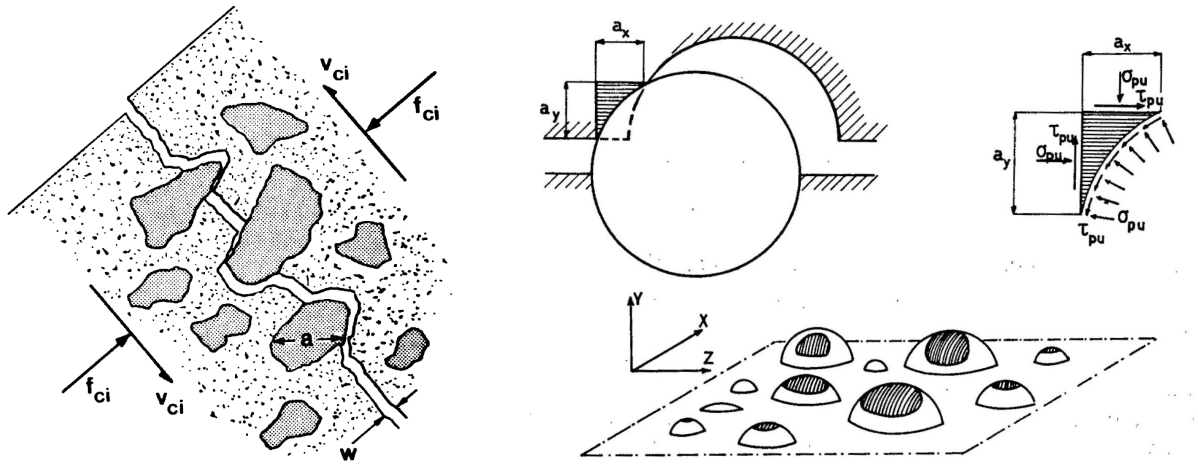
L'engrènement des granulats

Pour les bétons normaux, les fissures se propagent essentiellement dans la matrice de mortier quitte à contourner les granulats, comme illustré *fig.*4.5a. Malgré l'apparition des fissures, les blocs de béton séparés par la fissure restent mécaniquement liés par les portions de granulats faisant le pont entre les lèvres de fissures. En particulier, le glissement d'une lèvre de fissure par rapport à l'autre génère des efforts normaux favorisant l'ouverture de la fissure. J. Walraven (Walraven 1981) propose une approche mécanique et statistique. Il considère les granulats comme des sphères rigides, comme illustré *fig.*4.5b et le mortier comme rigide plastique, de contrainte de compression et de cisaillement σ_{pu} et τ_{pu}, proportionnelles à f_c. L'écrasement du mortier par pénétration des granulats génère des forces tangentielles et normales, représentées *fig.*4.5b qui ne dépendent plus que de la surface de contact suivant la cinématique choisie. J. Walraven considère que la fissure s'ouvre puis glisse, d'où la forme de la zone de contact.

La généralisation à une fissure, avec plusieurs granulats de différentes tailles dont les portions dépassant de la fissure sont variables, comme illustré *fig.*4.5b se fait par un approche statistique. Connaissant, pour une ouverture et un glissement donné, la résultante $\underline{F}(A)$ de la pénétration d'un granulat dont la surface de contact est A et en calculant la densité de probabilité $\Phi(A, N)$ d'avoir cette aire de contact parmi N pénétrations d'granulats, la force moyenne $< \underline{F} >$ vaut,

$$< \underline{F} >= \iint \Phi(A, N) \cdot N \, \underline{F}(A) \, dAdN \tag{4.2}$$

(Walraven 1981) calcule la densité de probabilité $\Phi(A, N)$ à partir du modèle de sphère rigide. Cela permet de calculer les contraintes normale σ et tangentielle τ homogénéisées à partir des surfaces d'interpénétrations, des



(a) Fissure contournant les aggrégats

(b) Modélisation de J. Walraven

FIGURE 4.5 – Propagation des fissures dans le mortier plutôt qu'au travers des granulats, d'après (Vecchio et Collins 1986), à gauche, modélisation des granulats comme des sphères, cinématique d'interpénétration d'une sphère dans le mortier, contraintes associées et granulats dépassant d'une lèvre de fissure avec surface de contact suite à la pénétration due au glissement de l'autre lèvre grisée, d'après (Walraven 1981), à droite

contraintes plastiques et d'un coefficient de frottement,

$$\sigma = \sigma_{pu}\left(\bar{A}_x(w,s) - \mu\bar{A}_y(w,s)\right) \tag{4.3}$$

$$\tau = \sigma_{pu}\left(\bar{A}_y(w,s) + \mu\bar{A}_x(w,s)\right) \tag{4.4}$$

avec $\bar{A}_x$ et $\bar{A}_y$ les sommes des composantes de pénétrations a_x et a_y, *fig.* 4.5b. Celles-ci dépendent de la cinématique d'ouverture de fissure (w, s) pour ouverture glissement.

Les composantes de pénétration et la densité de probabilité d'interpénétration dépendent du choix de la cinématique, c'est-à-dire quel chemin empreintes les lèvres de fissure pour passer de $(w = 0, s = 0)$ à (w, s). (Walraven 1981) fait l'hypothèse que la fissure s'ouvre de w puis glisse de s. (Ulaga et Vogel 2007) et (Guidotti 2010) recalculent $\bar{A}_x$, $\bar{A}_y$ et $\Phi(A, N)$ avec d'autres cinématiques. Le premier propose un glissement et une ouverture simultanés de la fissure paramétrés par une inclinaison α. Le second propose de considérer d'abord une ouverture w_0 suivie d'une ouverture et d'un glissement simultanés.

La pénétration des sphères rigides proposée par (Walraven 1981) est testée expérimentalement par (Pundir et al. 2019) qui met en évidence les limites du comportement rigide plastique pour le mortier, montrant l'existence d'une phase élastique, et la surestimation de la surface de contact après écrasement du mortier. Il propose également d'introduire un facteur correctif β pour rendre compte de cette réduction de la surface de contact granulat mortier en post-pic. Aussi le choix des contraintes plastiques σ_{pu} et τ_{pu} est déterminant. σ_{pu} ne correspond pas à f_{cm}.

Basé essentiellement sur les travaux de (Walraven 1981), mais en introduisant un coefficient C_f rendant compte de la fissuration partiel ou total des granulats, le FIB propose pour les contraintes liées à l'engrènement des granulats en fonction de l'ouverture et du glissement de fissure w et s,

$$\sigma = C_f\left(-0.06f_c + \left(1.33w^{-0.63} + (0.242w^{-0.55} - 0.19)f_c\right)s\right) \geq 0 \tag{4.5}$$

$$\tau = C_f\left(-0.04f_c + \left(1.8w^{-0.8} + (0.292w^{-0.7} - 0.25)f_c\right)s\right) \geq 0 \tag{4.6}$$

L'engrènement des granulats est intimement lié à une cinématique de glissement même si une contrainte normale en est déduite. Celle-ci est distinguée de la cohésion résiduelle du béton, qui est liée à l'ouverture de la fissure. Cette deuxième interaction mécanique entre les lèvres de fissure, est associée davantage à une propagation partielle de la fissure, et est modélisée par un modèle cohésif, comme introduit par A. Hillerborg (Hillerborg, Modéer et Petersson 1976). Comme déjà évoqué dans ce mémoire, le modèle cohésif propose de distinguer la

phase croissante du comportement en traction du béton de la phase adoucissante. La première partie est le plus souvent prise linéaire élastique, la contrainte s'exprime linéairement par le module d'Young en fonction de la déformation. La phase adoucissante est paramétrée par le taux de restitution d'énergie comme l'énergie dissipée par l'ouverture critique de la fissure w_{cr}, ouverture pour laquelle cette interaction entre les deux lèvres de fissure est nulle. A. Hillerborg (Hillerborg, Modéer et Petersson 1976) propose une loi linéaire décroissante pour la contrainte-ouverture de fissure,

$$\sigma = f_{ct}\left(1 - \frac{w}{w_{cr}}\right), \text{ si } w < w_{cr} \tag{4.7}$$

Les études essayant de prédire la résistance de la poutre à partir de mesures expérimentales qui seront abordées, privilégient une loi puissance (Reinhardt 1984),

$$\sigma = f_{ct}\left(1 - \left(\frac{w}{w_{cr}}\right)^{\alpha}\right) \tag{4.8}$$

ou exponentielle (Hordijk 1992),

$$\sigma = f_{ct}\left(1 - \left(3 \cdot \frac{w}{w_{cr}}\right)^{3}\right)\exp\left(-6.93\frac{w}{w_{cr}}\right) - 0.0274\frac{w}{w_{cr}} \tag{4.9}$$

Systématiquement, l'ouverture de fissure critique est le paramètre matériaux s'exprimant en fonction du taux de restitution d'énergie $\mathcal{G}_f$, de sorte que w_{cr} est solution de

$$\mathcal{G}_f = \int_0^{w_{cr}} \sigma(w)\, dw \tag{4.10}$$

avec $\mathcal{G}_f = 0.073 \cdot f_{cm}^{0.18}$, d'après le FIB Model Code (FIB 2013), propriété du béton.

L'effet goujon

Les armatures longitudinales contribuent également à la résistance à l'effort tranchant par effet goujon. Cette contribution est due à la déformation des barres longitudinales suite à l'apparition d'une fissure d'effort tranchant avec glissement perpendiculaire à la barre. (Paulay, Park et Phillips 1974) identifie 3 mécanismes pour 3 natures de résistance différentes, illustrés *fig.* 4.6.

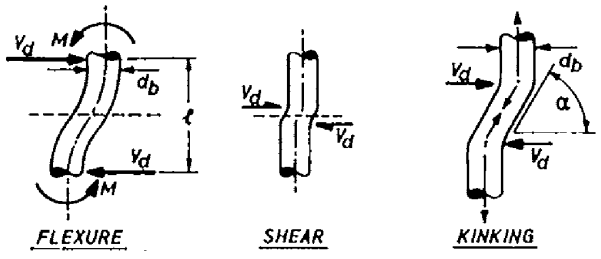


Figure 4.6 – Déformation de la barre longitudinale suite à l'apparition d'une fissure de flexion : contribution de la barre par flexion à gauche, par cisaillement au milieu par cisaillement avec traction à droite, tiré de (Paulay, Park et Phillips 1974)

Cette contribution est toutefois indissociable du faciès de fissuration proche de la barre. Parmi ces trois mécanismes, seul le deuxième contribue véritablement à la résistance à l'effort tranchant de la poutre. Le cisaillement de la barre génère des efforts de traction dans la direction de cisaillement dans le béton environnant, ce qui entraîne des fissures dites de goujon, représentées *fig.* 4.7. Suivant la géométrie de la poutre et la distance entre la fissure d'effort tranchant et l'appui, cette fissure sollicite les aciers longitudinaux sur une distance plus ou moins grande.

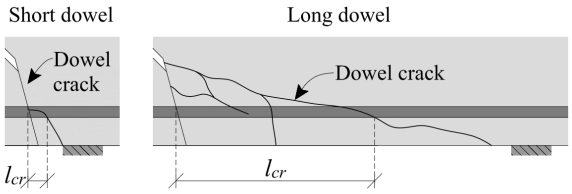


FIGURE 4.7 – Fissures de goujon "dowel crack" apparaissant suite à l'ouverture en cisaillement de la fissure d'effort tranchant à gauche selon la distance l_{cr} de celle-ci au support, tiré de (Autrup, Jørgensen et Hoang 2023)

Cette fissure de goujon peut être supplantée par une fissure de délamination davantage associée à l'arrachement des aciers longitudinaux. Comme vu au chapitre précédent *sec.*2.1.1, la sollicitation de l'interface génère des contraintes orthoradiales de traction. Celle-ci, représentée *fig.*4.8 se propage le long des aciers de flexion.

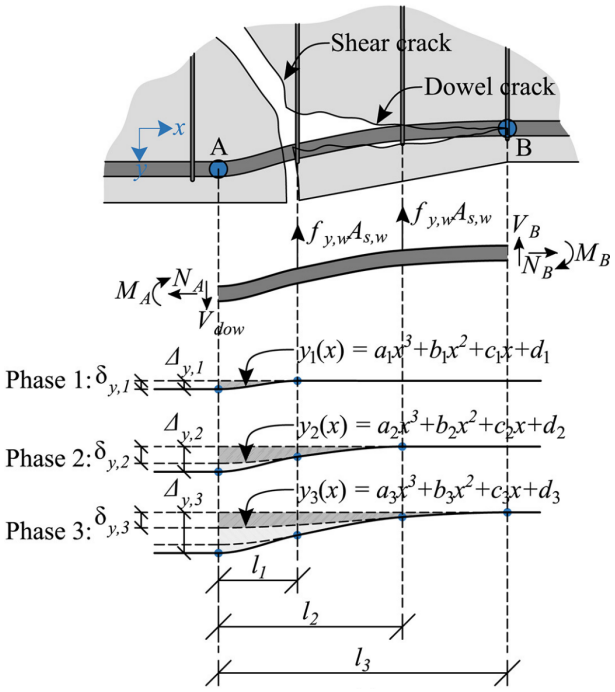


FIGURE 4.8 – Déformation et sollicitation, tiré de (Autrup et al. 2023)

F. Autrup (Autrup, Jørgensen et Hoang 2023) propose d'estimer la contribution à l'effort tranchant des aciers longitudinaux à partir des déplacements et des rotations des deux points situés de part et d'autre des fissures d'effort tranchant et de goujon, comme illustré *fig.*4.7. La barre entre ces deux points est traitée comme une poutre doublement encastrée pour la partie élastique. Il traite également la plastification des aciers en considérant des rotules plastiques en ces points. La modélisation est suffisamment générale pour être adaptée au cas où des aciers d'effort tranchant sont présents, rajoutant des efforts ponctuels transverses sur la barre entre ces deux points. Dans le cas où les aciers d'effort tranchant sont suffisamment proche, (Autrup et al. 2023) donne comme contribution homogénéisée de l'effet goujon à l'effort tranchant,

$$V_{dow} = 12E_{sl}I_l n_l \frac{\delta_y}{l_i^3} + \frac{1}{2}\rho_w f_{yw} b l_i \tag{4.11}$$

avec E_sl, I_l et n_l, le module d'Young, l'inertie et le nombre des barres longitudinales, δ_y, la flèche totale due à l'effet goujon comme la différence de hauteur, rotation corrigée, entre les points A et B sur la figure *fig.*4.8, ρ_w la densité de ferraillage transversale, f_{yw} la contrainte de plastification du ferraillage transversale, b la largeur de la

poutre et l_i la distance au goujon de l'acier transversal équivalent, donnée par

$$l_i = \left(\frac{72 E_{sl} I_l n_l \delta_y}{\rho_w f_{yw} b} \right) \tag{4.12}$$

À noter, que cette contribution homogénéisée ne prend par en compte la position des aciers transversaux, alors que leur position, en particulier celle du cadre le plus proche de la base de la fissure d'effort tranchant est déterminante.

Ce qui reste du béton

Le béton entre les fissures et au-dessus des fissures dans la zone de compression contribue également à l'effort tranchant. G. Kani (Kani 1964) s'intéresse exclusivement à ces contributions. Il attribue la ruine des poutres longues à celle du béton entre les fissures et celle des poutres courtes à celle de la voûte enjambant les fissures, voir *fig.*4.2a.

La contribution du béton à l'effort tranchant est déterminée par les efforts de compression qu'il reprend, leur intensité et leur direction. Une manière d'en rendre compte est de représenter les directions principales de compression comme le propose (Cavagnis, Fernández Ruiz et Muttoni 2018),

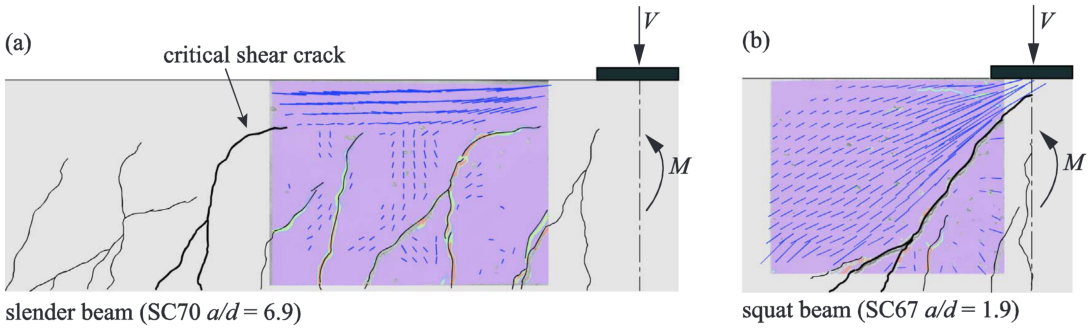


FIGURE 4.9 – Directions principales de compression, tiré de (Cavagnis, Fernández Ruiz et Muttoni 2018)

Si les directions de compression sont peu inclinées voir horizontales, comme c'est le cas pour la poutre de gauche, élancée, *fig.*4.9, la contribution du béton à l'effort tranchant reste faible. Au contraire, si elles sont inclinées comme c'est le cas pour la poutre de droite, plus courte, sur la même figure, la contribution du béton est plus importante. Comme le montre *fig.*4.9, la contribution du béton à l'effort tranchant dépend de la géométrie de la voûte de béton surplombant les fissures d'effort tranchant qui elle-même dépend de la géométrie de la poutre.

Sa valeur est difficile à mesurer expérimentalement car elle demande de connaître le champ de contraintes dans le béton non fissuré. (Cavagnis, Fernández Ruiz et Muttoni 2018) propose une approche statistique pour déterminer la contribution du béton non fissuré à partir de la géométrie de la fissure critique. Cependant celle-ci ne s'applique que pour les poutres sans ferraillage transverse, élancée et au moment de la ruine.

Les armatures d'effort tranchant

Finalement, la contribution la plus évidente, les armatures d'effort tranchant. Elle est donnée par la projection sur l'axe vertical de la somme des forces dans toutes les barres sollicitées par l'ouverture des fissures. La résistance à l'effort tranchant est prise en considérant que tous les aciers transverses ont tous plastifiés. La longueur de fissure, orientée selon un angle θ par rapport à l'axe de la poutre projetée sur l'axe de la poutre vaut $z \cot \theta$, si bien que le nombre d'aciers interceptant la fissure vaut $z \cot \theta / s_w$ avec s_w l'espacement entre les aciers transverses. La contribution à la résistance à l'effort tranchant des aciers transverses est donnée par,

$$V_s = \frac{A_{sw}}{s_w} f_{yw} z \cot \theta \tag{4.13}$$

avec A_{sw} la section d'armatures d'effort tranchant $z = 0.9(h - e)$ la hauteur effective de la poutre (h la hauteur et e l'enrobage) et θ l'orientation moyenne de la fissure d'effort tranchant, prise comme égale à l'inclinaison de la bielle de compression. Cette relation n'est autre que la résistance totale de l'acier par unité de longueur, $\frac{A_{sw}}{s} f_{yw}$ multipliée par la longueur totale de fissure critique projetée sur la longueur de la poutre $z \cot \theta$.

La répartition des contributions à l'effort tranchant

Comme vu avec les essais réalisés par G. Colyvas et D. Rouphaël avant cette thèse, la résistance à l'effort tranchant ne peut s'expliquer que par la seule contribution des aciers d'effort tranchant. Le béton entre les fissures, au travers des fissures et en amont des fissures, comme les aciers longitudinaux contribuent à l'effort tranchant. Quelques études propose de quantifier les différentes contributions à l'effort tranchant à partir du champ de déplacement obtenu par corrélation d'images numériques (Campana et al. 2013 ; Cavagnis, Fernández Ruiz et Muttoni 2015 ; Huber, Huber et Kollegger 2016 ; Autrup et al. 2023). (Cavagnis, Fernández Ruiz et Muttoni 2015) met en évidence que les contributions dépendent de la forme et de la distribution des fissures pour lesquelles il propose une classification, que la ruine est associée à une fissure critique, celle responsable de la ruine de la poutre, celle qui s'ouvre le plus, en particulier sa forme et sa position dans la poutre, si bien que la résistance de la poutre dépend de la géométrie et de la position de cette fissure critique car en dépendent les différentes contributions. Les auteurs précédemment cités montrent tous que la répartition des contributions dépend de la présence ou non de ferraillage transverse. Sans ferraillage transverse, l'engrènement des granulats est prépondérant dans la résistance à l'effort tranchant, devant la contribution du béton en traction en tête de fissure et l'effet goujon dans cet ordre. En présence d'armatures transverses, c'est l'effet goujon qui prédomine, d'autant plus que que le ferraillage transverse est important.

4.2 La notice de dimensionnement des essais à l'échelle structurelle

Le but des essais est de reproduire des conditions d'effort tranchant comparables aux applications visées pour les câbles. Des poutres en flexion 3 points sont choisies de sorte à avoir deux portées d'effort tranchant, où il est constant, de part et d'autre de la charge comme illustré *fig.*4.10. Aussi, les radiers ferraillés dans le but d'évaluer la difficulté de mise en œuvre présentés en introduction sont pris en exemple. Le ferraillage des radiers faisait 6×2.5 m pour 60 cm de hauteur. Le ferraillage de celui avec aciers HA se décomposait en 8 poutres, dont 7 doublées, de longueurs 2.5 m, soit des poutres élémentaires de largeur 40 cm.

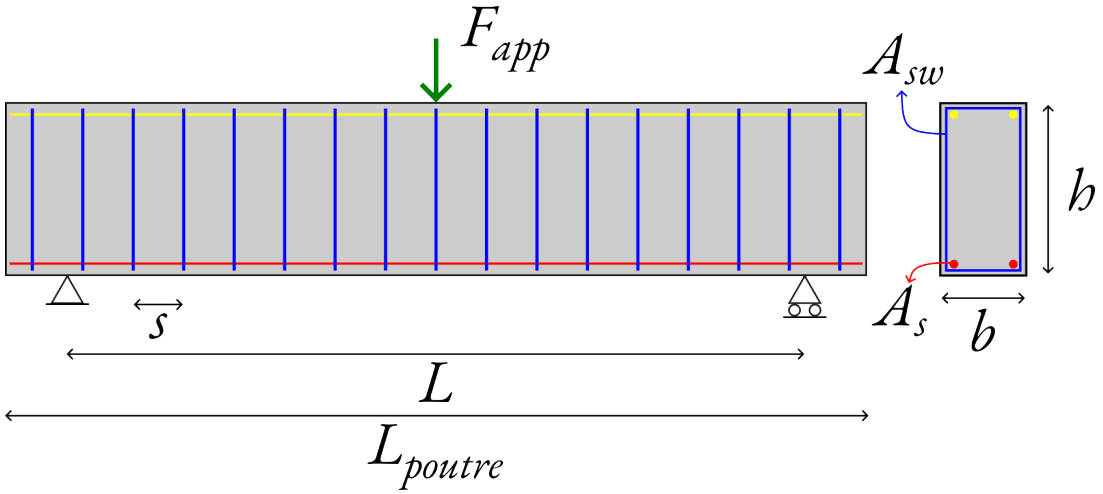


Figure 4.10 – Schéma dimensionnement

Le dimensionnement consiste à définir les caractéristiques de la poutre comme annotées *fig.*4.10, c'est-à-dire les dimensions de la poutre, sa longueur L, sa longueur entre les appuis L, sa largeur b et sa hauteur h, le ferraillage longitudinale $A_s = n\pi\phi_s^2/4$ avec n le nombre de barres et ϕ_s leur diamètre, et le ferraillage transverse $\rho_w = \frac{A_{sw}}{s}$,

avec $A_{sw} = n_w \pi \phi_w^2 / 4$ avec n_w le nombre de barres transverses et ϕ_w leur diamètre. Le module d'Young des aciers est noté E_s. Un enrobage de 25 mm est pris.

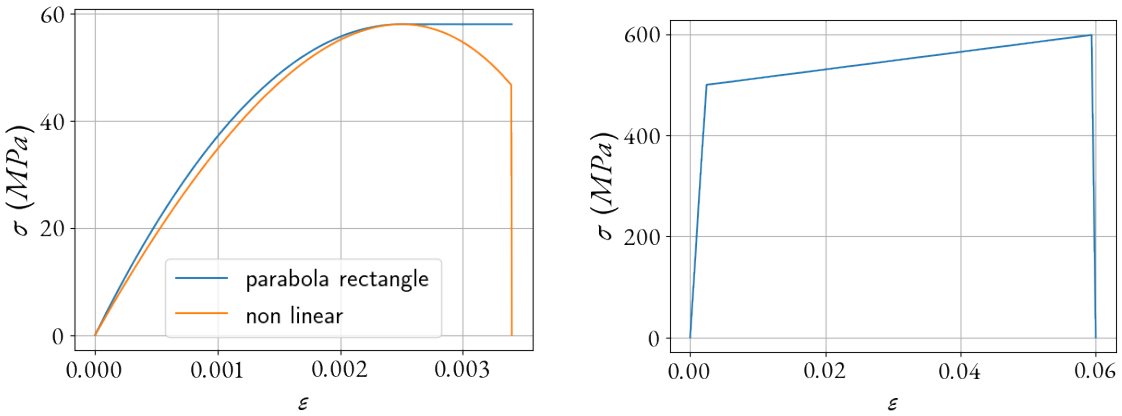
Une poutre de référence avec aciers HA8 pour armatures d'effort tranchant est d'abord dimensionnée avec le FIB Model Code 2010 (FIB 2013) pour estimer sa résistance et les charges d'apparition des fissures de flexion et d'effort tranchant. Les poutres câblées sont ensuite déduites à partir de la poutre avec aciers HA8 d'effort tranchant et des coefficients d'équivalences avec la barre HA établis à la fin du chapitre 2, *sec.* 2.4.4.

Le FIB propose différents niveaux d'approximation en fonction de la finesse des résultats escomptés; la modélisation la plus fine est toujours choisie. La charge maximale du vérin avec lequel ces essais seront réalisés est de 2000 kN.

4.2.1 Les caractéristiques du béton et des aciers HA

Le béton utilisé est le même que lors des essais de flexion 3 points, un C40/50. La résistance caractéristique à la compression considérée est prise égale à $f_{ck} = 50\ MPa$. Les deux lois de comportement en compression du béton, parabole rectangle et non-linéaire sont représentées *fig.* 4.11a. Dans la suite la seconde sera employée.

Les aciers sont de grade 500, ils sont modélisés avec une loi bilinéaire, comme illustré *fig.* 4.11b.



(a) Lois béton

(b) Loi aciers HA

FIGURE 4.11 – Modèles de lois de comportement pour le béton (gauche) et les aciers HA (droite)

4.2.2 Le dimensionnement des poutres en flexion

L'objectif du dimensionnement en flexion est de calculer la force nécessaire à la ruine de la poutre due à la plastification des aciers longitudinaux ou à l'éclatement du béton en compression qui équilibre les efforts de traction des aciers.

L'apparition des premières fissures de flexion

Le chargement à l'apparition des premières fissures de flexion est obtenu en considérant le béton sain seul. Les premières fissures de flexion apparaissent lorsque la contrainte sur la face inférieure de la poutre atteint,

$$f_{ctm,flex} = 0.3 \times f_{ck}^{2/3} \times \frac{1 + 0.06 \times h^{0.7}}{0.06 \times h^{0.7}} \tag{4.14}$$

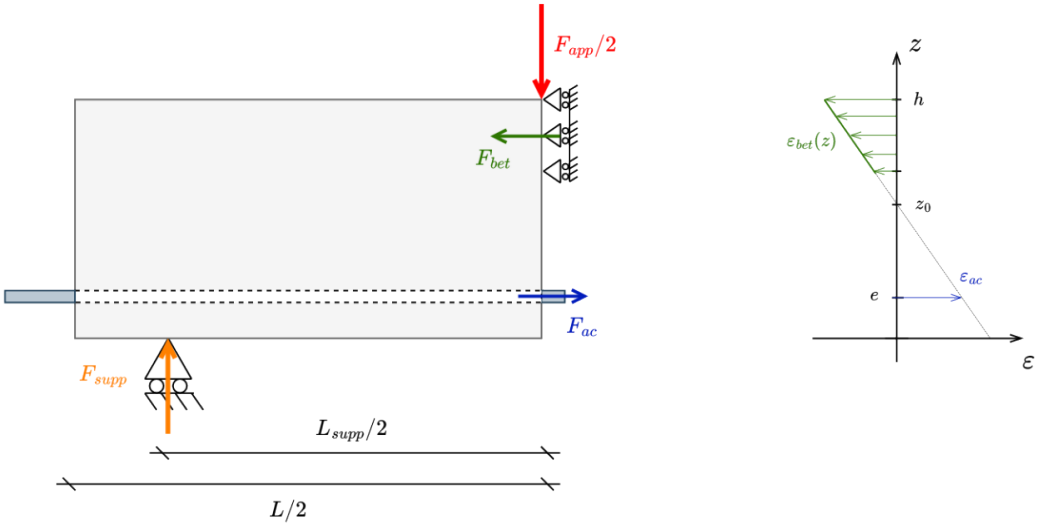
Le moment associé vaut $M_{flex,fiss} = f_{ctm,flex} \times \frac{bh^2}{6}$. La force appliquée vaut

$$F_{flex,fiss} = f_{ctm,flex} \times \frac{2bh^2}{3L} \tag{4.15}$$

avec L la longueur de la poutre.

La résistance en flexion de la poutre

Pour calculer le moment de flexion maximale l'équilibre de la section fissurée, déjà posé pour les poutrelles en flexion 3 points est réemployé, illustrée *fig.*4.12a. Seulement, l'hypothèse de Navier-Bernoulli, les sections planes restent planes, est utilisée pour lier la déformation dans les aciers à celle dans le béton non fissuré et ainsi calculer la hauteur de l'axe neutre, illustrée *fig.*4.12b. Le moment vaut alors $F_{app} \times L_{supp}/4$. Sa valeur maximale est atteinte si la contrainte dans l'acier vaut la contrainte de plastification des barres ou si la déformation dans le béton au niveau de la fibre supérieure atteinte celle prescrite par la loi *fig.*4.11a de $\varepsilon_{bet}^{max} = 3.4 \cdot 10^{-3}$.



(a) Équilibre de la demi poutre

(b) Déformation sur la section

FIGURE 4.12 – Efforts appliqués sur la demi-poutre fissurée en flexion (à gauche) et distribution de déformation sur la section d'après l'hypothèse de Navier-Bernoulli (à droite)

La longueur de la fissure à l'instant t est notée $l_{crack}(t)$. Le théorème de Thalès exprime la relation entre les déformations du béton et de l'acier sur la section fissurée :

$$\varepsilon_{bet}(z) = -\frac{z - z_0}{z_0 - e}\varepsilon_{ac} \qquad z \in [l_{crack}(t), h] \tag{4.16}$$

z_0 désigne alors la hauteur de l'axe neutre, qui en négligeant la contribution du béton en traction est aussi la longueur de la fissure. e est le barycentre des aciers longitudinaux. Dans le cas où il y a deux nappes d'aciers longitudinaux comme ce sera le cas, e vaut l'enrobage plus le diamètre des barres.

L'équilibre statique impose $F_{ac} = F_{bet}$,

$$\sigma_{ac}(\varepsilon_{ac})A_s = d \times \int_{l_{crack}}^{h} |\sigma_{bet}(\varepsilon_{bet})|\, dz \tag{4.17}$$

La cinématique de la section revient donc à un problème de 2 équations *eq.*(4.16) et *eq.*(4.17) à 3 inconnus $(\varepsilon_{bet}(h), \varepsilon_{ac}, z_0)$. Il peut être résolu dans les cas limites associée à la ruine en flexion, en posant $\varepsilon_{ac} = f_y/E_{ac}$ pour la ruine par plastification des aciers, et en posant $\varepsilon_{bet} = \varepsilon_{bet}^{max}$ pour la ruine par éclatement du béton en compression.

Une fois la cinématique déterminée, z_0 et ε_{bet}^{max} dans les cas de ruine par plastification des aciers et par éclatement du béton en compression, les charges maximales associées sont calculées grâce à l'équilibre en moment exprimé sur l'acier au niveau de la fissure permet de lier la force sur l'appui et la contrainte dans le béton :

$$F_{app} = \frac{4}{L_{supp}} \int_{z_0}^{h} |\sigma_{bet}(\varepsilon_{bet})| \times (z - e)\, dz \times d \tag{4.18}$$

La résistance de la poutre est donnée par le minimum des charges calculées avec les deux distributions de déformations obtenues pour les deux cas limites.

4.2.3 Le dimensionnement des poutres à l'effort tranchant

L'objectif du dimensionnement à l'effort tranchant est d'une part de calculer la force appliquée à l'apparition des premières fissures d'effort tranchant, c'est là que la capacité de suturation des câbles doit être vérifiée, et d'autre part la résistance maximale de la poutre associée à une rupture des aciers d'effort tranchant. La force associée à cette dernière doit être inférieure à la force maximale admissible en flexion de sorte à pouvoir étudier le comportement des aciers d'effort tranchant dans tout leur régime de fonctionnement jusqu'à leur rupture.

L'apparition des premières fissures d'effort tranchant

Les fissures d'effort tranchant apparaissent lorsque la résistance à l'effort tranchant du béton seul ferraillé uniquement longitudinalement est atteinte, c'est-à-dire avant sollicitation des aciers d'effort tranchant. La valeur de l'effort tranchant à l'apparition des fissures associées est donnée par,

$$V_{Rd,c} = k_v \sqrt{f_{cm}} z b \tag{4.19}$$

où,

$$k_v = \frac{0.4}{1 + 1500\varepsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg} z} \tag{4.20}$$

avec ε_x la déformation axiale à mi-hauteur à une distance $d = h - e$ du support,

$$\varepsilon_x = \frac{V_{Rd,c}}{2E_s A_s} \left(\frac{d}{z} + 1 \right) \tag{4.21}$$

où $d = h - e$, $z = 0.9d$, E_s et A_s le module d'Young et la section totale des aciers longitudinaux. L'effet des granulats est pris en compte avec le coefficient $k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g}$ avec $d_g = 22.4\ mm$ la taille des plus gros granulats.

eq.(4.19) est donc une équation non linéaire du second ordre à résoudre. Elle le sera numériquement.

La résistance à l'effort tranchant

La force maximale à l'effort tranchant est obtenue en ajoutant à la résistance du béton celle des aciers.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \tag{4.22}$$

avec A_{sw}/s, la densité d'aciers transversaux prise sur la longueur de la poutre, f_{ywd} la contrainte maximale dans les aciers, et θ la direction de la bielle de compression. θ est compris entre θ_{min} et 45°, où θ_{min} vaut,

$$\theta_{min} = 20° + 10000\varepsilon_x \tag{4.23}$$

La résistance de la bielle de compression $V_{Rd,max}$ est introduite,

$$V_{Rd,max} = k_c f_{cm}\ b\ z \sin\theta \cos\theta \tag{4.24}$$

Le facteur $k_c = k_\varepsilon\ \eta_{fc}$ prend en compte l'état de compression à mi-travée par k_ε, et la fragilité du béton dans le cas où $f_{ck} > 30\ MPa$ par $\eta_{fc} = (30/f_{ck})^{1/3}$.

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1.2 + 55 \cdot (\varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0.002)\cot^2\theta)} \tag{4.25}$$

Le facteur k_v est également modifié pour prendre en compte la réduction de la contribution du béton avec l'ouverture de fissure,

$$k_v = \frac{0.4}{1 + 1500\varepsilon_x} \cdot \left(1 - \frac{V_{Rd}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \right) \tag{4.26}$$

La résistance à l'effort tranchant est solution de l'équation non linéaire,

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \tag{4.27}$$

qui sera résolue numériquement.

4.2.4 Le dimensionnement de la poutre de référence

Une fois les formules établies, le dimensionnement est un processus itératif. Pour rappel, cinq grandeurs sont à définir, la géométrie de la poutre, L, h et b, la quantité de ferraillage transversal A_{sw}/s_w et la quantité de ferraillage longitudinal A_s. À noter que L est la portée de la poutre, la longueur entre les supports, et non la longueur totale de la poutre.

Quelques éléments sont à prendre en compte dans le dimensionnement. Le faciès de fissuration dépend à la fois de l'espacement des aciers transversaux, s, qui définit l'espacement des fissures d'effort tranchant (Vecchio et Collins 1986), et de la longueur des portées d'effort tranchant qui donne le nombre de fissures. Pour avoir un faciès et une compétition entre les fissures représentatives d'un radier, il est proposé d'adopter le même espacement que pour le radier test, c'est-à-dire 200 mm, pour la poutre de référence. Celle-ci est ferraillée transversalement avec des HA8, diamètre maximal par rapport à la capacité du vérin. La profondeur de la poutre b doit être compatible avec le nombre d'aciers longitudinaux. La distance entre les paquets ne doit pas être inférieure à 5 cm pour assurer la bon remplissage du béton. La hauteur de la poutre doit être de l'ordre de 600 mm pour être représentatif d'un radier et la longueur de la portée d'effort tranchant au moins 2 fois supérieure à la hauteur.

La poutre de référence fait $L = 3500 \times h = 700 \times b = 350\ mm$ et utilise 10 aciers HA25 comme aciers longitudinaux. 3 barres HA12 sont placées au niveau de la fibre supérieure pour tenir les cadres. Elles n'entrent pas dans le dimensionnement. L'influence des différents paramètres est présentée *fig.*4.13. À chaque fois la résistance à l'effort tranchant est calculée pour $\theta_{min} \in [22.5°, 45°]$ d'où les plages de valeur et la résistance au moment de flexion est calculée pour différentes longueurs de poutre. Ces figures montrent que le dimensionnement de la poutre de référence est bien compatible avec une rupture à l'effort tranchant.

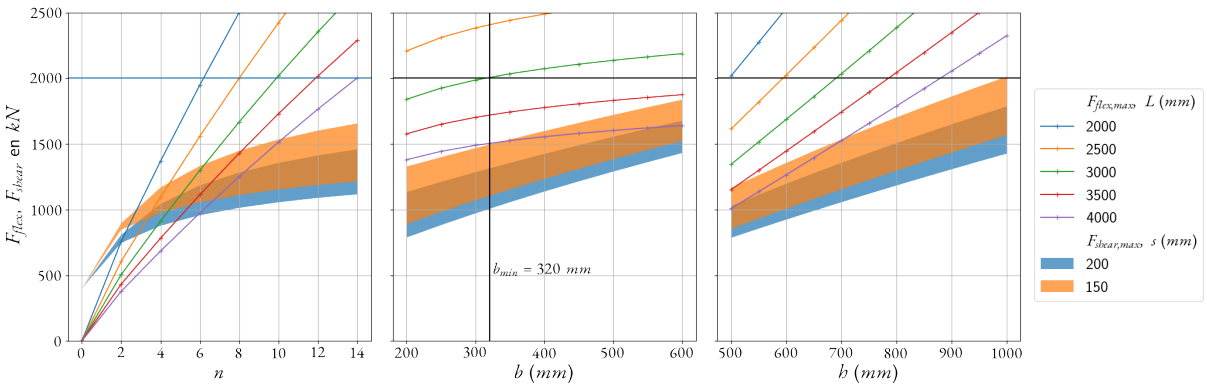


FIGURE 4.13 – Influence de la longueur de la poutre, de la quantité de ferraillage longitudinale, de la hauteur et de la profondeur de la poutre sur les résistances en flexion et à l'effort tranchant, sur chaque sous figure, les paramètres ne variant pas sont les paramètres finalement choisis

Le plan de ferraillage de la poutre de référence est donné *fig.*4.14.

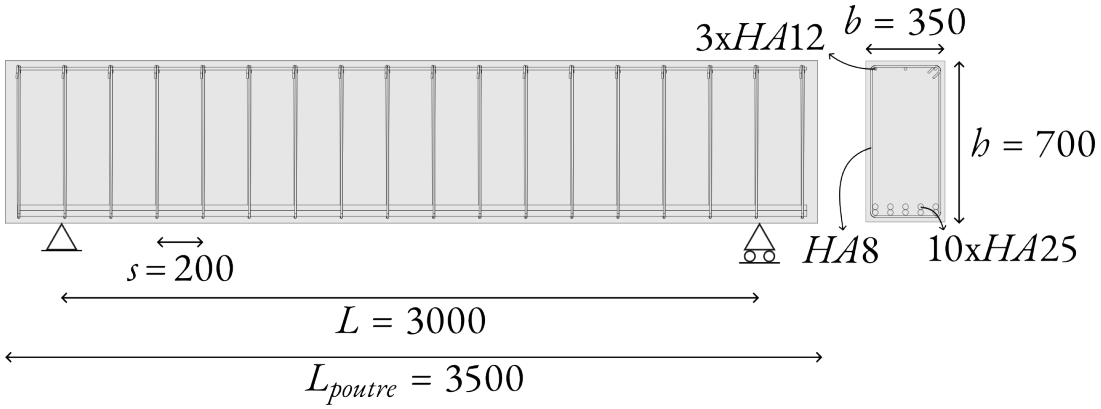


FIGURE 4.14 – Plan de ferraillage de la poutre de référence, les dimensions sont en mm

4.2.5 Le dimensionnement des poutres câblées

Le dimensionnement des poutres câblées se fait par rapport à la poutre de référence à partir des quantités requises pour avoir une capacité de suturation équivalente à la barre HA mesurées avec les petits essais de flexion 3 points au chapitre 2 *sec.*2.4.4. Trois câbles sont retenus le 7x19ϕ4, le 7x19ϕ6 et le 7x7ϕ6, tous en inox pour ces câbles, les quantités requises par barre HA8 sont respectivement de 3, 1.9 et 2.1, voir *tab.*2.6.

	Poutre	$s\ (mm)$	n_w	$\alpha\ (°)$	$F_{shear}\ (kN)$	$F_{max}\ (kN)$	$m\ (kg)$
0	*HA*8	200	2	90	537	[1056, 1356]	12.7
1	7x19ϕ4	200	7	58	537	[1362, 1691]	12.8
2	7x19ϕ6	200	3	58	537	[1319, 1631]	11.2
3	7x19ϕ6	200	4	58	537	[1507, 1890]	14.5
4	7x19ϕ6	200	5	58	537	[1701, 2139]	18.1
5	7x7ϕ6	200	3	58	537	[1298, 1631]	11.2
6	7x7ϕ6	200	4	58	537	[1478, 1890]	15.2
7	7x7ϕ6	200	5	58	537	[1664, 2139]	19.0
8	7x19ϕ6	200	4	73	537	[1421, 1854]	12.3
9	7x19ϕ6	150	3	55	537	[1519, 1889]	15.2

Table 4.1 – Dimensionnement des poutres réalisées

Les câbles sont posés comme sur la maquette de radier présentée en introduction, c'est-à-dire en reliant "en triangles" les lits supérieur et inférieur d'armatures longitudinales. Les schémas de pose des aciers longitudinaux sont donnés *fig.*4.15a et *fig.*4.15a. Pour pouvoir lier les lits longitudinaux, des barres sont soudées transversalement au-dessus des armatures longitudinales supérieures (les 3 barres HA12) et en dessous des inférieures (les HA25) et sont visibles sur les vues de haut *fig.*4.15a et *fig.*4.15a. Ces barres représentent les aciers longitudinaux dans la direction transverse des radiers et des voiles et leur espacement définit l'espacement s_w des aciers d'effort tranchant.

Les câbles sont posés continûment pour relier ces barres transverses et de façon neutre. C'est-à-dire que l'angle des armatures est constant. Cet angle peut être choisi en fonction de la hauteur entre les lits d'armatures h_f et de l'espacement s_w, tel que,

$$\tan\alpha = \frac{h_f}{N\,s_w}, \qquad N \in \mathbb{N} \tag{4.28}$$

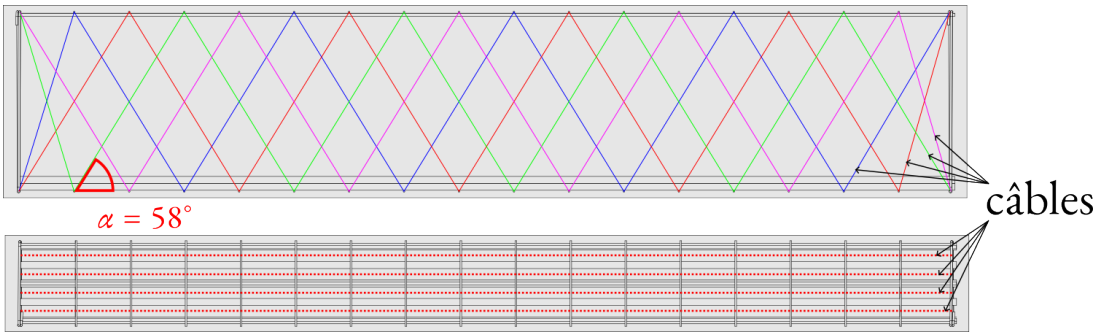
où N est le nombre de barres de décalage pour relier les lits inférieurs et supérieurs. Dans ce cas, en prenant $N = 1$, représenté *fig.*4.15b, l'angle de des câbles vaut $\alpha = 73°$ et pour $N = 2$, représenté *fig.*4.15a, il vaut $\alpha = 58°$. Suivant la flexibilité des câbles, tous les angles de pose ne sont pas possibles. Pour le câble 7x7ϕ6, $\alpha = 73°$ n'est pas réalisable, le câble n'est pas assez souple.

N détermine également le nombre de câbles à passer dans la longueur pour une même rangée de câble. Il faut $2N$ câbles par rangée. Comme distingués *fig.*4.15a et *fig.*4.15b, pour $N = 2$ il faut 4 câbles contre seulement 2 pour $N = 1$.

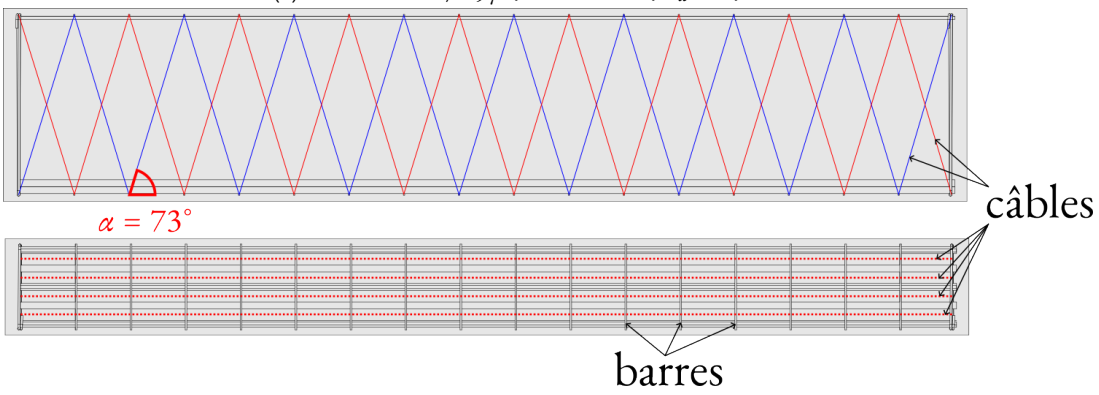
Les poutres câblées sont dimensionnées comme suit. Tous les câbles, 7x19ϕ4, 7x19ϕ6 et 7x7ϕ6 sont testés avec $s_w = 200\ mm$, $\alpha = 58°$. Pour chacun de ces câbles, le facteur pour obtenir un comportement équivalent à l'initiation de la fissure d'effort tranchant par rapport aux aciers HA8 est testé, ce sont les poutres 1, 3 et 6. Pour les câbles 7x19ϕ6 et 7x7ϕ6, une poutre sous-dimensionnée et une autre surdimensionnée sont également testées, ce sont respectivement les poutres 2, 4 et 5, 7. L'influence de l'inclinaison est testée pour le câble 7x19ϕ6 avec la poutre 8. L'influence de l'espacement, toujours pour ce câble, est testé avec la poutre 9, avec dans les deux cas la même densité de ferraillage transverse.

Dans chaque cas, le tableau *tab.*4.1 indique la force à apparition de la fissure d'effort tranchant F_{shear}, l'intervalle de résistance des poutres F_{max}, suivant l'inclinaison des fissures d'effort tranchant, et la masse d'acier d'effort tranchant calculée à partir de la longueur cumulée et de la masse linéique des armatures.

Les résistances des poutres sont simplement obtenues en remplaçant la résistance de la barre $A_{sw}f_{ywd}$ par n_wF_{max} avec F_{max} la résistance en traction du câble, dans *eq.*(4.22). L'effet de l'inclinaison du renforcement est



(a) Poutre câblée 7x19ϕ6, $s = 200\ mm$, $n_w = 4$, $\alpha = 58°$



(b) Poutre câblée 7x19ϕ6, $s = 200\ mm$, $n_w = 4$, $\alpha = 73°$

FIGURE 4.15 – Disposition des câbles pour les poutres câblées, cas $\alpha = 58°$ (en haut) et $\alpha = 73°$ (en bas), vue latérale et vue du dessus dans les deux cas

négligé,

$$V_{Rd,s} = \frac{n_w F_{max}}{s} z \cot\theta \tag{4.29}$$

où les résistances F_{max} des câbles 7x19ϕ4, 7x19ϕ6 et 7x7ϕ6 inox sont respectivement de 12, 26 et 25 kN.

Une autre hypothèse est que seuls les câbles orientés favorablement par rapport aux fissures d'effort tranchant contribuent à la résistance à l'effort tranchant. En réalité il y a deux fois plus de câbles qui intersectent la fissure. En considérant une fissure orientée d'un angle θ, $\frac{n_w}{s} z \cot\theta$ câbles interceptent la fissure avec un angle $\theta + \alpha$ et n_w autres câbles l'interceptent avec un angle $\theta - \alpha$. Les câbles qui ne sont pas orientés favorablement ne devraient pas atteindre leur limite en traction et leur contribution dépend de la cinématique d'ouverture de fissure.

Toutes les poutres sont testées deux fois. Au total 20 poutres ont été réalisées.

4.2.6 La conclusion

La résistance à l'effort tranchant des poutres en béton armé est un problème complexe car il met en jeu de nombreuses contributions et pas seulement la contribution des aciers d'effort tranchant comme c'est supposé dans les formules de dimensionnement de l'Eurocode 2 qui assurent un résultat conservatif pour ne par dire surdimensionné.

La difficulté de la prise en compte des différentes contributions vient du fait que leur répartition dépend du faciès de fissuration qui lui-même dépend de la géométrie de la poutre. Le développement des fissures de délamination le long des aciers longitudinaux réduit l'effet goujon, la cinématique de fissure et leur inclinaison détermine l'engrènement des granulats, tout comme la contribution des aciers d'effort tranchant, sans oublier la contribution du béton et de la fameuse bielle de compression.

Une approche basée sur l'Eurocode comme proposée par D. Rouphaël et G. Colyvas n'est pas suffisante pour estimer la contribution des câbles à l'effort tranchant et valider leur comportement en tant qu'armature. Les câbles qu'ils ont testés ne répondaient de tout manière pas au cahier des charges comme discuté au chapitre 1.

La prochaine campagne de flexion à l'échelle structurelle doit permettre de valider à l'échelle de la structure les relations d'équivalence entre les câbles en acier inoxydable et les barres HA8 établies au chapitre 2. L'ouverture de fissure à l'initiation est un bon indicateur. Ainsi, cette campagne ambitionne d'estimer précisément la contribution des aciers d'effort tranchant et c'est dans ce sens qu'une méthode de mesure de fissure a été développée au chapitre 3 et que les contributions à l'effort tranchant ont été présentées en détail dans ce chapitre.

Les poutres ont toutes été coulées au printemps afin d'être testées au mois de juin. Malheureusement, le capteur de déplacement du vérin qui devait servir à les tester est tombé en panne et les essais ont du être reportés au mois de novembre. Le poutres attendent la disponibilité du vérin pour pouvoir être cassées, comme illustrées *fig.*4.16.



(a) Poutres 3 et 8



(b) Courbure des câbles



(c) Coffrage



(d) Monolithe

FIGURE 4.16 – Réalisation des poutres dans l'usine de préfabrication

La conclusion

Cette thèse s'intéresse aux câbles souples en acier pour remplacer les barres HA utilisées couramment pour renforcer à l'effort tranchant les éléments en béton armé. Les câbles doivent faciliter la pose des armatures des ouvrages les plus massifs et réduire l'encombrement des aciers. Leur flexibilité permet de les poser continûment entre les nappes de ferraillage longitudinales, éliminant notamment les retours pour ancrages.

Avant de pouvoir les placer dans le béton d'une centrale nucléaire, il faut vérifier qu'ils parviennent à maîtriser les fissures de manière satisfaisante et qu'ils confèrent au béton une résistance à l'effort tranchant suffisante. Il faut également donner des règles de dimensionnement pour définir les quantités de câbles à poser en fonction des sollicitations auxquelles seront soumis les éléments renforcés.

Un câble est un assemblage de fils enroulés en toron et de torons enroulés en câble, de sorte que son comportement est structurel, dépendant de la déformation des fils et des torons les uns au contact des autres. La flexibilité des câbles tout comme la non-linéarité de leur comportement en traction sont dues à la mobilité des fils et des torons entre eux. La flexibilité des câbles croît avec le nombre de fils qui les composent mais décroît avec le diamètre du câble. Le câble est très peu raide en traction à faible déformation. Même tendu il est moins raide qu'un cylindre plein de même diamètre. Cela s'explique par la présence de vides entre les torons, la section du câble n'est pas pleine, et par l'orientation des fils qui ne travaillent pas dans la direction de traction. Cette raideur est proportionnelle au diamètre du câble au carré. Finalement, le câble idéal comme armature d'effort tranchant flexible est un compromis entre sa raideur en traction et sa souplesse en flexion. Les exigences de flexibilité étant très fortes, les diamètres des câbles et donc leur raideur en traction sont vite limitées. Dans le contexte du renforcement du béton, le seul moyen d'augmenter la raideur de l'ensemble des câbles est d'en augmenter le nombre. La question reste de combien. Pour y répondre il faut s'intéresser aux mécanismes d'ancrage des câbles dans le béton.

La transmission des efforts entre le câble et le béton est déterminée par la géométrie hélicoïdale du câble. La mise en tension du câble dans le béton génère un couple si bien que si la rotation n'est pas empêchée, le câble tourne, et s'extrait du béton en se dévissant. C'est le mode de ruine observé lors d'essais d'arrachement pour lequel, même si la rotation du câble est proscrite à l'endroit de l'application de la force, sa faible raideur en torsion fait qu'il tourne de toute manière. Néanmoins, lorsque le câble suture une fissure, celle-ci tend à l'extraire du béton des deux côtés, générant par réaction deux couples opposés à cause du sens d'enroulement anti-symétrique par rapport au plan de la fissure. Ces deux couples de torsion opposés bloquent la rotation du câble au niveau de la fissure si bien que localement les torons extérieurs des câbles ne peuvent que buter contre le béton à la manière des nervures d'une barre HA. Par analogie avec ces barres, les surfaces relatives de "nervure" sont calculées pour les câbles. Celles-ci s'avèrent bien supérieures à celles des barres HA, démontrant le potentiel d'ancrage des câbles dans le béton.

Les essais réalisés avant cette thèse, par G. Colyvas et D. Rouphaël, mettent plutôt en évidence que les câbles ne présentent pas une adhérence suffisante et que celle-ci vient s'ajouter à leur plus faible raideur en traction par rapport aux barres HA. Les câbles alors utilisés étaient des 7x19 en acier galvanisé sec et des 19x7 en acier clair gras. En l'absence de câble d'effort tranchant potentiel, une campagne d'essais de flexion 3 points qui avait déjà été mis en place lors de la thèse de D. Rouphaël, est réalisée de sorte à évaluer des dispositions permettant d'améliorer l'ancrage des câbles. Cet essai permet de produire une fissure de flexion verticale suturée par une armature. Les effets de torsion et le blocage de la rotation des câbles à l'endroit des fissures sont à l'œuvre. L'analyse du champ de déplacement en surface de la poutre permet d'estimer la force dans l'armature en fonction de l'ouverture de fissure. Ces lois de suturation permettent de comparer les câbles en tant qu'armature. Il ressort de cette campagne que les câbles à 7 torons en inox s'ancrent particulièrement bien par rapport aux câbles en acier clair gras et en

acier galvanisé sec testés jusque-là. Les dispositions prises pour améliorer leur ancrage se sont toutes révélées sans effet, justifiant de leur capacité à s'ancrer par eux-mêmes. Les lois obtenues avec ce câble devraient être les mêmes que pour des câbles en acier clair sec, qui ne sont pas répandus dans le commerce car généralement vendus gras.

La modélisation du problème de l'interface permet de déduire des lois de suturation, obtenues avec les essais de flexion 3 points, le comportement de l'interface câble-béton, comme la contrainte tangentielle en fonction du glissement. Pour cela, la loi de comportement en traction du câble plongé dans le béton doit être estimée. La distinction entre la loi plongée dans le béton par rapport aux lois de traction "à l'air libre" n'est pas anodine et s'explique par la mobilité des torons les uns par rapport aux autres bloquée par la présence de béton entre les torons. Les lois de traction des câbles dans le béton sont finalement déduites de celles "à l'air libre" en rognant la phase de mise en tension où la raideur est plus faible. L'identification des lois d'interface met en évidence la très bonne adhérence des câbles en inox dans le béton, bien meilleure que celle des aciers HA, même si elle ne permet que partiellement de compenser le déficit de raideur.

Les lois de suturation des câbles permettent également de déterminer le nombre de câbles à poser pour assurer une maîtrise de la fissuration aussi bonne qu'avec les barres HA. Ces coefficients d'équivalence sont résumés dans le tableau suivant,

	HA8	HA6	HA10	HA12	HA14	7x19ϕ6	7x19ϕ4	7x7ϕ6
$F(\llbracket u \rrbracket = 0.2)\ kN$	18.6	12.1	26.0	34.1	43.0	9.4	6.1	8.6
n_{eq-HA8}	-	1.5	0.7	0.55	0.43	1.9	3.0	2.1

Table 4.2 – Force dans l'armature pour une ouverture de fissure de 0.2 *mm* et nombre d'armatures requises pour avoir une capacité de suturation équivalente

Ces coefficients d'équivalence doivent encore être vérifiés sur des essais de structure. C'est le but des essais qui seront réalisés après la soumission de ce mémoire faute de disponibilité des moyens d'essais avant.

L'analyse de ces essais sera faite grâce à la CIM, la méthode de mesure des faciès de fissuration développée durant cette thèse. Celle-ci permet de mesurer les fissures sans avoir à préalablement les localiser retournant des champs continus d'ouverture de fissure. La caractérisation des faciès de fissuration à partir de ces champs continus se fait par une approche probabiliste. La longueur totale de fissure, les orientations privilégiées l'espacement moyen entre les fissures sont accessibles. La CIM doit permettre d'estimer les différentes contributions à l'effort tranchant, que ce soit l'effet goujon, le frottement entre les lèvres de fissure, le béton entre et au-dessus des fissures et celle des aciers transverses à partir d'une analyse fine des faciès de fissuration.

Si la conclusion de ce mémoire vis-à-vis de la viabilité des câbles comme armature d'effort tranchant reste encore partielle en attendant la réalisation des essais prévus en novembre, les perspectives de l'utilisation des câbles et la remise en question de l'approche adoptée lors de cette thèse peuvent tout de même être dressées.

La première limite de cette thèse est son caractère intrinsèquement bâtard : le génie civil cherche un câble flexible. Deux mondes s'opposent. Le monde du câble est fermé et avec des intermédiaires. Lorsque l'on passe commande d'un câble, on sait le nombre de torons et de fils, le diamètre nominal mais pas le diamètre réel réel, la force de rupture et c'est tout. On ne connaît pas la géométrie exacte, ni le pas qui déterminera le glissement par rotation, ni les rayons des fils et des torons qui détermineront les espaces entre les fils qui pourront être comblés par du béton. Finalement, les quelques personnes de ce monde rencontrées lors de cette thèse, qu'il s'agisse des revendeurs ou des spécialistes du STRMTG (Services Techniques des Remontées Mécaniques et des Transports Guidés), n'ont guère pu nous donner de pistes dans la quête d'un câble flexible mais raide en traction. Il a été impossible de créer une collaboration avec quelqu'un susceptible de réfléchir avec nous sur comment faire un câble optimal. Aussi, cette thèse ne s'est probablement pas suffisamment intéressée au câble en lui-même pour pouvoir comprendre suffisamment finement les mécanismes à l'œuvre lorsqu'il est tendu par une fissure qui s'ouvre. Cela amène le second point.

La deuxième limite de l'approche est son caractère résolument simpliste. Les relations d'équivalence entre les câbles et les barres HA sont basées sur les lois force-ouverture de fissure obtenues lors d'essais de flexion 3 points présentés au chapitre 2. L'essai est supposé suffisamment proche des conditions réelles de fissuration pour pouvoir s'affranchir de la considération explicite de la géométrie de l'interface et de ce qui s'y passe. Les relations

force-ouverture de fissure sont dès lors associées à un couple câble X dans béton Y et sont difficilement extrapolables à d'autres câbles dans d'autres bétons, et avec le câble X disponible bien sûr. Et si les câbles en acier clair sec, non gras, ne sont pas disponibles, les câbles en inox sec, eux disponibles, sont testés. Cela amène le troisième point.

Les perspectives de l'utilisation de câbles comme armature pour le béton dépendent de l'issue de ces essais de flexion 3 points à l'échelle de la structure. Si les relations d'équivalence sont confirmées, c'est-à-dire que les câbles en nombre suffisant, nombre déterminé par les essais de flexion 3 points sur les petites poutres, permettent de maîtriser de manière équivalente aux barres HA8, les fissures en les empêchant de s'ouvrir, c'est que l'essai d'arrachement par flexion 3 points permet de caractériser la loi de suturation du câble dans le béton. Il suffit alors pour prédire le comportement structurel de n'importe quel câble dans n'importe quel béton.

Un nombre d'équivalence de 2 calculé avec la flexion 3 points sur les petites poutres, comme c'est le cas pour les câbles 7x19 et 7x7 de diamètre 6 en inox, semble être satisfaisant pour l'application dans une structure réelle. Comme vu au chapitre 4, la pose "en triangle" des câbles fait que le nombre de câbles interceptant les fissures d'effort tranchant est doublé. Avec des câbles suffisamment flexibles, l'angle de pose peut-être suffisamment important, proche de 90° pour que tous suturent efficacement les fissures. Dans ce cas l'équivalence avec une barre HA8 est assurée par la méthode même de pose.

Si la campagne de flexion 3 points est concluante, l'application du câble comme armature n'est pas encore assurée. D'autres cas de chargement, notamment cycliques, restent à tester pour vérifier que les câbles satisfaisant en chargement monotone puisse satisfaire les exigences de dimensionnement des structures en béton armé sous d'autres sollicitations comme en cas de séismes. La solution doit également être rentable et pour cela, une étude plus approfondie de l'influence de la disposition des câbles et de leur méthode de pose restent à faire. Enfin, il faudra convaincre/acculturer les maîtres d'ouvrages pour qu'ils acceptent de mettre en place ce nouveau type de ferraillage et changer leur manière de poser des armatures.

Pour conclure, le câble est une opportunité de revoir la manière de faire du béton armé qui pourrait être arrivée à sa limite pour ce qui est des ouvrages les plus massifs. Par sa flexibilité, il peut être posé continûment de sorte à limiter la quantité d'aciers d'effort tranchant et le congestionnement lié à ces armatures. Cela pourrait signifier pour les ouvrages stratégiques, une pose des armatures plus rapide, avec moins de surprises lors de la réalisation des plans de ferraillage et lors de la coulée du béton, donc finalement moins de surcoûts voire une baisse des coûts liés à la réalisation des ferraillages. Ce travail entend mettre en évidence la performance des câbles comme armatures, sous réserve des résultats des essais de flexion à venir. S'ils confirment les performances en matière de maîtrise de la fissuration mesurée avec les essais d'arrachement par flexion 3 points, il restera tout de même encore un peu de travail pour tendre vers la standardisation et l'homologation du procédé.



FIGURE 4.17 – Ma douche dont le carrelage mural est à effet béton caractérisé par les imprimés coffrage bois. 24 €/m^2 chez Leroy Merlin

Bibliographie

Abrams, A. s.d. "Tests of bond between concrete and steel,"

Accornero, Federico, Renato Cafarelli et Alberto Carpinteri. 2022. "The cohesive/overlapping crack model for plain and RC beams : scale effects on cracking and crushing failures". *Magazine of Concrete Research* 74, n° 9 (mai) : 433-450. https://doi.org/10.1680/jmacr.20.00260.

Al-Ostaz, Ahmed et University of Mississippi. 2007. *Effect of moisture content on the coefficient of thermal expansion of concrete.* FHWA/MS-DOT-RD-07-187. 1er septembre 2007.

Angst, Ueli M., Mette R. Geiker, Alexander Michel, Christoph Gehlen, Hong Wong, O. Burkan Isgor, Bernhard Elsener et al. 2017. "The steel–concrete interface". *Materials and Structures* 50, n° 2 (27 février 2017) : 143. https://doi.org/10.1617/s11527-017-1010-1.

Askandar, Nasih Habeeb et Abdulkareem Darweesh Mahmood. 2020. "Torsional Strengthening of RC Beams with Continuous Spiral Near-Surface Mounted Steel Wire Rope". *International Journal of Concrete Structures and Materials* 14, n° 1 (décembre) : 1-16. https://doi.org/10.1186/s40069-019-0386-4.

ATILF. 1994. *TLFi : Trésor de la langue Française informatisé.* (CNRS/Université de Lorraine).

Autorité de Sûreté Nucléaire. 2011. Lettre d'information de l'EPR n°11. 12 septembre 2011.

Autrup, Frederik, Henrik Brøner Jørgensen et Linh Cao Hoang. 2023. "Dowel action of the tensile reinforcement in RC beams without shear reinforcement : Novel experimental investigation and mechanical modelling". *Engineering Structures* 279 (15 mars 2023) : 115471. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115471.

Autrup, Frederik, Henrik Brøner Jørgensen, Miguel Fernández Ruiz et Linh Cao Hoang. 2023. "Mechanical modeling of dowel action and the influence of small amounts of shear reinforcement on the shear-transfer actions in RC beams". *Structural Concrete* 24 (5) : 5928-5946. https://doi.org/10.1002/suco.202300082.

Baratta, Igor A., Joseph P. Dean, Jørgen S. Dokken, Michal Habera, Jack S. Hale, Chris N. Richardson, Marie E. Rognes, Matthew W. Scroggs, Nathan Sime et Garth N. Wells. 2023. *DOLFINx : The next generation FEniCS problem solving environment,* 31 décembre 2023.

Bažant, Zdeněk P et Emilie Becq-Giraudon. 2002. "Statistical prediction of fracture parameters of concrete and implications for choice of testing standard". *Cement and Concrete Research* 32, n° 4 (avril) : 529-556. https://doi.org/10.1016/S0008-8846(01)00723-2.

Bažant, Zdeněk P. et Pietro Gambarova. 1980. "Rough Cracks in Reinforced Concrete". *Journal of the Structural Division* 106, n° 4 (1er avril 1980) : 819-842. https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005400.

Bengana, Alia, Claude Baechtold et Antoine Maréchal. 2024. *Béton. Enquête en sables mouvants.* Paris : Presses de la Cité.

Bentz, Evan C. 2000. "Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members". Thèse de doct., University of Toronto.

Bentz, Evan C., Frank J. Vecchio et Michael P. Collins. 2006. "Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements". *Structural Journal* 103, nº 4 (1er juillet 2006) : 614-624. https://doi.org/10.14359/16438.

Besnard, G., F. Hild et S. Roux. 2006. ""Finite-Element" Displacement Fields Analysis from Digital Images : Application to Portevin–Le Châtelier Bands". *Experimental Mechanics* 46, nº 6 (1er décembre 2006) : 789-803. https://doi.org/10.1007/s11340-006-9824-8.

Bhosale, Aniket B. et S. Suriya Prakash. 2020. "Crack Propagation Analysis of Synthetic vs. Steel vs. Hybrid Fibre-Reinforced Concrete Beams Using Digital Image Correlation Technique". Number : 1 Publisher : SpringerOpen, *International Journal of Concrete Structures and Materials* 14, nº 1 (décembre) : 1-19. https://doi.org/10.1186/s40069-020-00427-8.

BIAS. 1980. "Ferro-Concrete, The Construction Industry enters the 20th Century". *Bristol Industrial Archeological Society Journal,* nº 13.

Blaber, J., B. Adair et A. Antoniou. 2015. "Ncorr : Open-Source 2D Digital Image Correlation Matlab Software". *Experimental Mechanics* 55, nº 6 (juillet) : 1105-1122. https://doi.org/10.1007/s11340-015-0009-1.

Borosnyói, A. et G. L. Balázs. 2005. "Models for flexural cracking in concrete : the state of the art". *Structural Concrete* 6, nº 2 (1er juin 2005) : 53-62. https://doi.org/10.1680/stco.2005.6.2.53.

Bos, Freek, Zeeshan Ahmed, Evgeniy Jutinov et Theo Salet. 2017. "Experimental Exploration of Metal Cable as Reinforcement in 3D Printed Concrete". *Materials* 10, nº 11 (16 novembre 2017) : 1314. https://doi.org/10.3390/ma10111314.

Bos, Freek, Steven Dezaire, Zeeshan Ahmed, Anne Hoekstra et Theo Salet. 2020. "Bond of Reinforcement Cable in 3D Printed Concrete". In *Second RILEM International Conference on Concrete and Digital Fabrication,* sous la direction de Freek P. Bos, Sandra S. Lucas, Rob J.M. Wolfs et Theo A.M. Salet, 584-600. Cham : Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-49916-7_60.

Brown, Joyce M. 1966. "W. B. Wilkinson (1819-1902) and his place in the History of Reinforced Concrete". *Transactions of the Newcomen Society* 39, nº 1 (1er janvier 1966) : 129-142. https://doi.org/10.1179/tns.1966.009.

Budek, A. M., M. J. N. Priestley et Chin Ok Lee. 2002. "Seismic Design of Columns with High-Strength Wire and Strand as Spiral Reinforcement". *Structural Journal* 99, nº 5 (1er septembre 2002) : 660-670. https://doi.org/10.14359/12306.

Bussell, M N. 1996. "The Era of the Proprietary Reinforcing Systems". *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings* 116, nº 3 (1er août 1996) : 295-316. https://doi.org/10.1680/istbu.1996.28744.

Cairns, J. 1992. "Design of concrete structures using fusion-bonded epoxy-coated reinforcement." *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings* 94, nº 1 (février) : 93-102. https://doi.org/10.1680/istbu.1992.18146.

Cairns, John. 2021. "Local bond–slip model for plain surface reinforcement". *Structural Concrete* 22 (2) : 666-675. https://doi.org/10.1002/suco.202000114.

Campana, Stefano, Andrea Anastasi, Miguel Fernández Ruiz et Aurelio Muttoni. 2013. "Analysis of shear-transfer actions on one-way RC members based on measured cracking pattern and failure kinematics". *Magazine of Concrete Research* 65 (1er mars 2013) : 386-404. https://doi.org/10.1680/macr.12.00142.

Canny, John. 1986. "A Computational Approach To Edge Detection". *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* PAMI-8 (1er décembre 1986) : 679-698. https://doi.org/10.1109/TPAMI.1986.4767851.

Cantone, Raffaele, Miguel Fernández Ruiz et Aurelio Muttoni. 2021. "A detailed view on the rebar–to–concrete interaction based on refined measurement techniques". *Engineering Structures* 226 (1er janvier 2021) : 111332. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111332.

Carpinteri, Alberto. 1989. "Size Effects on Strength, Toughness, and Ductility". *Journal of Engineering Mechanics* 115, nº 7 (1er juillet 1989) : 1375-1392. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1989)115:7(1375).

Cavagnis, Francesco, Miguel Fernández Ruiz et Aurelio Muttoni. 2018. "A mechanical model for failures in shear of members without transverse reinforcement based on development of a critical shear crack". *Engineering Structures* 157 (15 février 2018) : 300-315. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.12.004.

———. 2015. "Shear failures in reinforced concrete members without transverse reinforcement : An analysis of the critical shear crack development on the basis of test results". *Engineering Structures* 103 (15 novembre 2015) : 157-173. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.09.015.

CEN. 2019. *Essais pour béton durci - Partie 3 : résistance à la compression des éprouvettes.*

———. 2005a. *Eurocode 2 – Calcul des structures en béton – Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments.*

———. 2005b. *Steel for the reinforcement of concrete - Weldable reinforcing steel - General (EN 10080:2005).*

———. 2008. *Steel wire ropes — Safety — Part 2 : Definitions, designation and classification (EN 12385-2+A1).*

Cimbéton. 2000. *Construire avec les bétons.* Collection Techniques de conception. Paris : Le Moniteur.

Cimbéton. 2000. *Construire avec les bétons.* Paris : Le Moniteur.

Classen, Martin. 2020a. "Shear Crack Propagation Theory (SCPT) – The mechanical solution to the riddle of shear in RC members without shear reinforcement". *Engineering Structures* 210 (1er mai 2020) : 110207. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110207.

———. 2020b. "Shear Crack Propagation Theory (SCPT) – The mechanical solution to the riddle of shear in RC members without shear reinforcement". *Engineering Structures* 210 (1er mai 2020) : 110207. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110207.

Cleveland, William S. et Catherine Loader. 1996. "Smoothing by Local Regression : Principles and Methods". In *Statistical Theory and Computational Aspects of Smoothing,* 10-49. ISSN : 2628-8966. Physica, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-48425-4_2.

Collins, Michael P. 2001. "In Search of Elegance : The Evolution of the Art of Structural Engineering in the Western World". *Concrete International* 23, nº 7 (1er juillet 2001) : 77-92.

Colyvas, G. M., Y. Malecot, Y. Sieffert, S. Aboudha et C. Kanali. 2020. "Behavior of Reinforced Concrete Beams using Wire Rope as Internal Shear Reinforcement". *Engineering, Technology & Applied Science Research* 10, nº 4 (16 août 2020) : 5940-5946. https://doi.org/10.48084/etasr.3496.

Costello, George A. 1997. *Theory of Wire Rope.* Rédigé par Frederick F. Ling, Ernest F. Gloyna et William Howard. Mechanical Engineering Series. New York, NY : Springer New York.

Costello, George A. et Robert E. Miller. 1977. "Lay effect of wire rope". *TAM R 422* (octobre).

Courcy, John de. 1987. "The Emergence of Reinforced Concrete, 1750 - 1910 - The Institution of Structural Engineers". *The Institution of Structural Engineers.*

Darwin, David et Ebenezer K. Graham. 1993. "Effect of Deformation Height and Spacing on Bond Strength of Reinforcing Bars". *Structural Journal* 90, nº 6 (1er novembre 1993) : 646-657. https://doi.org/10.14359/4459.

Delhumeau, Gwenaël. 1999. *L'invention du béton armé : Hennebique, 1890-1914.* Avec la collaboration d'Institut français d'architecture Département Archives et histoire. Paris : Ed. Norma.

Ewald, Guillaume et Yann Malecot. s.d. "Lagrangian displacement gradient-based crack measurement, application to DIC displacement field". *under submission.*

———. 2025. "To measure cracks in reinforced concrete beam without prior detection, application to diffuse cracking evaluation". In *Proceedings of the 12th International Conference on Fracture Mechanics for Concrete and Concrete Structures.* 12th International Conference on Fracture Mechanics for Concrete and Concrete Structures. IA-FraMCoS, 23 avril 2025. https://doi.org/10.21012/FC12.1123.

Fantilli, Alessandro P., Hirozo Mihashi et Paolo Vallini. 2007. "Post-Peak Behavior of Cement-Based Materials in Compression". *Materials Journal* 104, n° 5 (1er septembre 2007) : 501-510. https://doi.org/10.14359/18906.

Fernández Ruiz, M., A. Muttoni et J. Sagaseta. 2015. "Shear strength of concrete members without transverse reinforcement : A mechanical approach to consistently account for size and strain effects". *Engineering Structures* 99 (15 septembre 2015) : 360-372. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.05.007.

Feyrer, Klaus. 2015. *Wire Ropes : Tension, Endurance, Reliability.* Berlin, Heidelberg : Springer.

FIB. 2013. *fib Model Code for Concrete Structures 2010.* fib. The International Federation for Structural Concrete.

Fib Model Code for Concrete Structures (2020). 2023. Google-Books-ID : gdTB0AEACAAJ. International Federation of Structural Concrete.

Fu, Chunyu et Yongsheng Lao. 2023. "Steel–concrete bond deterioration in reinforced concrete tension members due to primary cracks". *Structures* 56 (1er octobre 2023) : 104895. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.104895.

Gao, Hongshuai et Quansheng Sun. 2020. "Static field test on flexural behavior of reinforced concrete T-beam bridge strengthened with MPC-PSWR". *International Journal of Structural Integrity* 11, n° 3 (13 mars 2020) : 515-531. https://doi.org/10.1108/IJSI-09-2019-0089.

Geers, M. G. D., R. De Borst et W. A. M. Brekelmans. 1996. "Computing strain fields from discrete displacement fields in 2D-solids". *International Journal of Solids and Structures* 33, n° 29 (1er décembre 1996) : 4293-4307. https://doi.org/10.1016/0020-7683(95)00240-5.

Gehan, Malia A., Noah Fahlgren, Arash Abbasi, Jeffrey C. Berry, Steven T. Callen, Leonardo Chavez, Andrew N. Doust et al. 2017. "PlantCV v2 : Image analysis software for high-throughput plant phenotyping". Publisher : PeerJ Inc. *PeerJ* 5 (1er décembre 2017) : e4088. https://doi.org/10.7717/peerj.4088.

Gehri, Nicola, Jaime Mata-Falcón et Walter Kaufmann. 2020. "Automated crack detection and measurement based on digital image correlation". *Construction and Building Materials* 256 (30 septembre 2020) : 119383. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119383.

———. 2022. "Refined extraction of crack characteristics in large-scale concrete experiments based on digital image correlation". *Engineering Structures* 251 (15 janvier 2022) : 113486. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.113486.

Geuzaine, Christophe et Jean-François Remacle. 2009. "Gmsh : A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities". *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79 (11) : 1309-1331. https://doi.org/10.1002/nme.2579.

Goto, Yukimasa. 1971. "Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars". *Journal Proceedings* 68, n° 4 (1er avril 1971) : 244-251. https://doi.org/10.14359/11325.

Grédiac Michel, François (19 Hild et Hild François auteur en physique 19-. 2011. *Mesures de champs et identification en mécanique des solides.* Traité MIM - Mécanique et Ingénierie des Matériaux Matériaux et métallurgie. Paris : Hermes science publications Lavoisier.

Guidotti, Roberto. 2010. "Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées". Thèse de doct., École Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Guo, Runqi, Haiying Zhang, Kezheng Chen, Yang Song, Hongxia Li, Lin Ding et Yanjie Liu. 2024. "Seismic Performance Analysis of Concrete Columns Reinforced with Prestressed Wire Ropes Embedded in Polyurethane Cement Composites". *Buildings* 14, nº 4 (avril) : 993. https://doi.org/10.3390/buildings14040993.

Hamad, Bilal S. 1995. "Bond Strength Improvement of Reinforcing Bars with Specially Designed Rib Geometries". *Structural Journal* 92, nº 1 (1er janvier 1995) : 3-13. https://doi.org/10.14359/1464.

Haryanto, Yanuar, Han Ay Lie, Hu Hsuan-Teh, Hsiao Fu-Pei, Hidayat Banu Ardi, et Arnie Widyaningrum. 2021. "Enhancement of flexural performance of RC beams with steel wire rope by external strengthening technique". *Journal of the Chinese Institute of Engineers* 44, nº 3 (3 avril 2021) : 193-203. https://doi.org/10.1080/02533839.2021.1871651.

Haryanto, Yanuar, Buntara Sthenly Gan, Arnie Widyaningrum, Nanang Gunawan Wariyatno et Ari Fadli. 2018. "ON THE PERFORMANCE OF STEEL WIRE ROPE AS THE EXTERNAL STRENGTHENING OF RC BEAMS WITH DIFFERENT END-ANCHOR TYPES". *Jurnal Teknologi (Sciences & Engineering)* 80, nº 5 (4 juin 2018). https://doi.org/10.11113/jt.v80.11588.

Hillerborg, A., M. Modéer et P. E. Petersson. 1976. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements". *Cement and Concrete Research* 6, nº 6 (1er novembre 1976) : 773-781. https://doi.org/10.1016/0008-8846(76)90007-7.

Hordijk, D. A. 1992. "Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete, modelling and analysis". *Heron* 37 (1).

Huber, Patrick, Tobias Huber et Johann Kollegger. 2016. "Investigation of the shear behavior of RC beams on the basis of measured crack kinematics". *Engineering Structures* 113 (15 avril 2016) : 41-58. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.01.025.

Huber, Tobias, Joris Burger, Jaime Mata-Falcón et Walter Kaufmann. 2023. "Structural design and testing of material optimized ribbed RC slabs with 3D printed formwork". *Structural Concrete* 24 (2) : 1932-1955. https://doi.org/10.1002/suco.202200633.

Huber, Tobias, Patrick Huber et Johann Kollegger. 2019. "Influence of aggregate interlock on the shear resistance of reinforced concrete beams without stirrups". *Engineering Structures* 186 (1er mai 2019) : 26-42. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.01.074.

International Digital Image Correlation Society, Elizabeth Jones, Mark Iadicola, Rory Bigger, Benoît Blaysat, Christofer Boo, Manuel Grewer et al. 2018. *A Good Practices Guide for Digital Image Correlation.* Edition : 1. International Digital Image Correlation Society, 8 octobre 2018. https://doi.org/10.32720/idics/gpg.ed1.

ISO. 2019. *Steel for the reinforcement and prestressing of concrete — Test methods — Part 1 : Reinforcing bars, wire rod and wire.*

Jansen, Daniel C. et Surendra P. Shah. 1997. "Effect of Length on Compressive Strain Softening of Concrete". *Journal of Engineering Mechanics* 123, nº 1 (janvier) : 25-35. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:1(25).

Jeli, I., M. N. Pavlović et M. D. Kotsovos. 1999. "A study of dowel action in reinforced concrete beams". *Magazine of Concrete Research* 51, nº 2 (1er avril 1999) : 131-141. https://doi.org/10.1680/macr.1999.51.2.131.

Jørgensen, Henrik Brøner. 2014. "Strength of Loop Connections between Precast Concrete Elements : Part I : U-bar Connections Loaded in Combined Tension and Bending -Part II : Wire Loop Connections Loaded in Shear".

Kani, G. N. J. 1964. "The Riddle of Shear Failure and its Solution". *Journal Proceedings* 61, nº 4 (1er avril 1964) : 441-468. https://doi.org/10.14359/7791.

Kayali, Obada et Stephen R Yeomans. 2000. “Bond of ribbed galvanized reinforcing steel in concrete”. *Cement and Concrete Composites* 22, nº 6 (décembre) : 459-467. https://doi.org/10.1016/S0958-9465(00)00049-4.

Kim, S. Y., K. H. Yang, H. Y. Byun et A. F. Ashour. 2007. “Tests of reinforced concrete beams strengthened with wire rope units”. *Engineering Structures* 29, nº 10 (1er octobre 2007) : 2711-2722. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.12.013.

Kong, F. K. et R. H. Evans. 1998. *Reinforced and Prestressed Concrete.* London : CRC Press.

Laldji, S. et A. G. Young. 1988. “Bond between steel strand and cement grout in ground anchorages”. *Magazine of Concrete Research* 40, nº 143 (juin) : 90-98. https://doi.org/10.1680/macr.1988.40.143.90.

Le Canard Enchaîné. 2011. “Un réacteur nucléaire en béton mité” (31 août 2011).

Li, Bochen, Hongbo Liu, Jiashuo Jian et Hongshuai Gao. 2023a. “Static Load Test Analysis of T-Beam Bridge Shear Strengthening by Prestressed Steel Wire Rope Embedded in Polyurethane Cement (PSWR-PUC)”. *Sustainability* 15, nº 13 (janvier) : 10514. https://doi.org/10.3390/su151310514.

Li, Ke, Yaoxin Wei, Yunpu Li, Zhiqiang Li et Juntao Zhu. 2023b. “Flexural behavior of reinforced concrete beams strengthened with high-strength stainless steel wire rope meshes reinforced ECC”. *Construction and Building Materials* 362 (2 janvier 2023) : 129627. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.129627.

Li, Xiao, Xianxiang Zhou, Lan Xiao, Ziye Liu et Zhongyi Zhou. 2023c. “Quasi-static experimental study on reinforcing aerated concrete block walls through steel wire Rope-Polymer mortar surface layer cross-strip method”. *Structures* 57 (1er novembre 2023) : 105266. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.105266.

Lim, Jian Hui, Biranchi Panda et Quang-Cuong Pham. 2018. “Improving flexural characteristics of 3D printed geopolymer composites with in-process steel cable reinforcement”. *Construction and Building Materials* 178 (30 juillet 2018) : 32-41. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.05.010.

Liu, Zhan-Qiang, Guo Zi-Xiong, et Yong Ye. 2022. “Flexural behaviour of RC beams strengthened with prestressed steel wire ropes polymer mortar composite”. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering* 21, nº 1 (2 janvier 2022) : 48-65. https://doi.org/10.1080/13467581.2021.1928508.

Loov, Robert E. 1991. “Reinforced Concrete at the Turn of the Century”. *Concrete International* 13, nº 12 (1er décembre 1991) : 67-73.

Lu, Jiandong, Max A. N. Hendriks, Joost Walraven et Yuguang Yang. 2025a. “Virtual aggregate interlock testing using real crack surfaces from 3D scanning”. *Engineering Structures* 343 (15 novembre 2025) : 120963. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.120963.

Lu, Yao, Jing-Shen Wang, Xu-Hong Zhou, Wei Luo, Yang Zhou et Yu-Hang Wang. 2025b. “Pull-out and shear behavior of wire rope lifting anchor in wind turbine hybrid towers”. *Structures* 75 (1er mai 2025) : 108809. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2025.108809.

Lutz, LeRoy A. et Peter Gergely. 1967. “Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete”. *Journal Proceedings* 64, nº 11 (1er novembre 1967) : 711-721. https://doi.org/10.14359/7600.

Lyubichev, Dimitry. 2025. “Béton Précontraint : Techniques, Avantages et Applications”. Beton-guide.com. Visité le 28 octobre 2025. https://beton-guide.com/beton-arme/beton-precontraint-techniques-avantages-applications.html.

Ma, Guowei, Zhijian Li, Li Wang et Gang Bai. 2019. “Micro-cable reinforced geopolymer composite for extrusion-based 3D printing”. *Materials Letters* 235 (15 janvier 2019) : 144-147. https://doi.org/10.1016/j.matlet.2018.09.159.

Markeset, Gro et Arne Hillerborg. 1995. “Softening of concrete in compression — Localization and size effects”. *Cement and Concrete Research* 25, nº 4 (1er mai 1995) : 702-708. https://doi.org/10.1016/0008-8846(95)00059-L.

Marti, Peter, Manuel Alvarez, Walter Kaufmann et Viktor Sigrist. 1998. "Tension Chord Model for Structural Concrete". *Structural Engineering International* 8, nº 4 (1er novembre 1998) : 287-298. https://doi.org/10.2749/101686698780488875.

Merceron-Vicat, Maurice. 2000. *L. Vicat : sa vie et ses travaux.* Avec la collaboration de Coulmeau André. Lieu de publication inconnu : Éditeur inconnu.

Mikumo, Einosuke, Toshio Aida et Masaki Oshiumi. s.d. "On the Flexibility of Wire Ropes".

Mitchell, Denis, William D. Cook et Thomas Tham. 1993. "Influence of High Strength Concrete on Transfer and Development Length of Pretensioning Strand". *PCI Journal* 38, nº 3 (1er mai 1993) : 52-66. https://doi.org/10.15554/pcij.05011993.52.66.

Morton, R. R. A. 1966. "The Expected Number and Angle of Intersections between Random Curves in a Plane". Publisher : Applied Probability Trust, *Journal of Applied Probability* 3 (2) : 559-562. https://doi.org/10.2307/3212140.

Mun, Ju-Hyun et Keun-Hyeok Yang. 2015. "Ductility Evaluation of Heavyweight Concrete Shear Walls with Wire Ropes as a Lateral Reinforcement". Publisher : Korea Concrete Institute, *Journal of the Korea Concrete Institute* 27 (3) : 207-214. https://doi.org/10.4334/JKCI.2015.27.3.207.

Mun, Ju-Hyun, Keun-Hyeok Yang et Yongjei Lee. 2016. "Seismic Tests on Heavyweight Concrete Shear Walls with Wire Ropes as Lateral Reinforcement". *Structural Journal* 113, nº 4 (1er juillet 2016) : 664-675. https://doi.org/10.14359/51688615.

Muttoni, Aurelio et Miguel Fernández Ruiz. 2019a. "From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions : The Critical Shear Crack Theory for shear design". _Eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/suco.201900193, *Structural Concrete* 20 (4) : 1464-1480. https://doi.org/10.1002/suco.201900193.

———. 2019b. "From experimental evidence to mechanical modeling and design expressions : The Critical Shear Crack Theory for shear design". _Eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/suco.201900193, *Structural Concrete* 20 (4) : 1464-1480. https://doi.org/10.1002/suco.201900193.

Nemati, K. M., P. J. M. Monteiro et K. L. Scrivener. 1998. "Analysis of compressive stress-induced cracks in concrete". Num Pages : 14 Place : Farmington Hills Publisher : Amer Concrete Inst Web of Science ID : WOS:000076431600014, *ACI MATERIALS JOURNAL* 95, nº 5 (octobre) : 617-630.

Newby, Frank, éd. 2016. *Early Reinforced Concrete.* London : Routledge, 5 décembre 2016.

Nürnberger, Ulf, Hans-Wolf Reinhardt, Josée Bastien, Ben Bowsher et Hans Rudolf Ganz. 2009. *fib Bulletin 49. Corrosion protection of reinforcing steels.* Sous la direction de fib. The International Federation for Structural Concrete. Rédigé par fib. The International Federation for Structural Concrete. fib Bulletins. fib. The International Federation for Structural Concrete, janvier.

Pantoja-Rosero, B. G., K. R. M. dos Santos, R. Achanta, A. Rezaie et K. Beyer. 2022. "Determining crack kinematics from imaged crack patterns". *Construction and Building Materials* 343 (8 août 2022) : 128054. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.128054.

Paulay, T., R. Park et M. H. Phillips. 1974. "Horizontal Construction Joints in Cast-In-Place Reinforced Concrete". *Special Publication* 42 (1er janvier 1974) : 599-616. https://doi.org/10.14359/17303.

Peters, G. W. M. 1987. "Tools for the measurement of stress and strain fields in soft tissue". Thèse de doct., Eindhoven University of Technology.

Pfeifer. 2022. *VS® Boxes constructive brochure.*

Poissant, J. et F. Barthelat. 2010. "A Novel "Subset Splitting" Procedure for Digital Image Correlation on Discontinuous Displacement Fields". *Experimental Mechanics* 50, nº 3 (1er mars 2010) : 353-364. https://doi.org/10.1007/s11340-009-9220-2.

Poursaee, Amir, éd. 2023. *Corrosion of steel in concrete structures.* Second edition. Woodhead Publishing series in civil and structural engineering. Cambridge, MA ; Oxford, UK : Woodhead Publishing, an imprint of Elsevier.

Pundir, Mohit, Max Tirassa, Miguel Fernández Ruiz, Aurelio Muttoni et Guillaume Anciaux. 2019. "Review of fundamental assumptions of the Two-Phase model for aggregate interlocking in cracked concrete using numerical methods and experimental evidence". *Cement and Concrete Research* 125 (novembre) : 105855. https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2019.105855.

Ransome, Ernest Leslie et Alexis Saurbrey. 1912. *Reinforced concrete buildings; a treatise on the history, patents, design and erection of the principal parts entering into a modern reinforced concrete building.* Avec la collaboration d'University of California Libraries. New York [etc.] McGraw-Hill Book Company.

Reinhardt, Hans-Wolf. 1984. "Fracture Mechanics of an Elastic Softening Material like Concrete".

Rouphael, Doraine. 2022. "Analyse expérimentale d'un système innovant de renforcement transversal pour structures en béton armé". These de doctorat, Université Grenoble Alpes, 22 novembre 2022.

Roux, S., J. Réthoré et F. Hild. 2009. "Digital image correlation and fracture : an advanced technique for estimating stress intensity factors of 2D and 3D cracks". *Journal of Physics D : Applied Physics* 42, nº 21 (octobre) : 214004. https://doi.org/10.1088/0022-3727/42/21/214004.

Ruiz, M. Fernández, A. Muttoni et P. G. Gambarova. 2007. "Analytical Modeling of the Pre- and Postyield Behavior of Bond in Reinforced Concrete". *Journal of Structural Engineering* 133, nº 10 (1er octobre 2007) : 1364-1372. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:10(1364).

Ruiz, Rafael, Miguel Fernández Ruiz, Leonardo Todisco et Hugo Corres. 2024. "Shear resistance of prestressed HPFRC beams without stirrups : A mechanical analysis of shear-transfer actions based on detailed experimental measurements". *Engineering Structures* 306 (1er mai 2024) : 117711. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117711.

Russell, Bruce W., Ned H. Burns et Leslie G. ZumBrunnen. 1994. "Predicting the Bond Behavior of Prestressed Concrete Beams Containing Debonded Strands". *PCI Journal* 39, nº 5 (1er septembre 1994) : 60-77. https://doi.org/10.15554/pcij.09011994.60.77.

Russo, Gaetano et Filippo Romano. 1992. "Cracking Response of RC Members Subjected to Uniaxial Tension". *Journal of Structural Engineering* 118, nº 5 (1er mai 1992) : 1172-1190. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1992)118:5(1172).

Santos, Pedro M. D. et Eduardo N. B. S. Julio. 2012. "A state-of-the-art review on shear-friction". *Engineering Structures* 45 (décembre) : 435-448. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.06.036.

Schreier, Hubert, Jean-José Orteu et Michael A. Sutton. 2009. *Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements : Basic Concepts,Theory and Applications.* Boston, MA : Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-78747-3.

Seemab, Fahad, Maximilian Schmidt, Abedulgader Baktheer, Martin Classen et Rostislav Chudoba. 2023. "Automated detection of propagating cracks in RC beams without shear reinforcement based on DIC-controlled modeling of damage localization". *Engineering Structures* 286 (1er juillet 2023) : 116118. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116118.

Sim, J.-I., K.-H. Yang et H.-J. Shim. 2009. "Test on seismic strengthening of RC columns using wire rope and T-plate units". *Magazine of Concrete Research* 61, nº 10 (décembre) : 823-836. https://doi.org/10.1680/macr.2008.61.10.823.

Sim, Jae-Il et Keun-Hyeok Yang. 2009. "Flexural Behavior of Reinforced Concrete Columns Strengthened with Wire Rope and T-Plate Units". *Structural Journal* 106, nº 5 (1er septembre 2009) : 697-705. https://doi.org/10.14359/51663110.

Simonnet, Cyrille. 2005. *Le béton : histoire d'un matériau : économie, technique, architecture.* Marseille : Éditions Parenthèses.

Skempton, A. W. 1962. "Portland Cements, 1843-1887". *Transactions of the Newcomen Society* 35, nº 1 (1er janvier 1962) : 117-152. https://doi.org/10.1179/tns.1962.008.

Solomon, Herbert. 1978. *Geometric Probability.* CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics. Society for Industrial / Applied Mathematics, janvier. https://doi.org/10.1137/1.9781611970418.

Stamati, Olga, Edward Andò, Emmanuel Roubin, Rémi Cailletaud, Max Wiebicke, Gustavo Pinzon, Cyrille Couture et al. 2020. "'spam' : Software for Practical Analysis of Materials". *Journal of Open Source Software* 5, nº 51 (13 juillet 2020) : 2286. https://doi.org/10.21105/joss.02286.

Steensels, Rik, Lucie Vandewalle, Bram Vandoren et Herve Degee. 2017. "A two-stage modelling approach for the analysis of the stress distribution in anchorage zones of pre-tensioned, concrete elements". *Engineering Structures* 143 (1er juillet 2017) : 384-397. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.04.011.

Stocker, M. F. et Mete Avni Sozen. 1970. "Investigation of prestressed reinforced concrete for highway bridges, part V, bond characteristics of prestressing strand". *University of Illinois. Engineering Experiment Station. Bulletin ; no. 503.*

Stroeven, P. 1979. "Geometric probability approach to the examination of microcracking in plain concrete". *Journal of Materials Science* 14, nº 5 (1er mai 1979) : 1141-1151. https://doi.org/10.1007/BF00561298.

Sun, Yaofeng, John H. L. Pang, Chee Khuen Wong et Fei Su. 2005. "Finite element formulation for a digital image correlation method". *Applied Optics* 44, nº 34 (1er décembre 2005) : 7357-7363. https://doi.org/10.1364/AO.44.007357.

Tepfers, Ralejs. 1973. "A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars". Thèse de doct., Chalmers Tekniska Högskola.

Tepfers, Ralejs, Zenon Achillides, Atorod Azizinamini, György Balázs, Agniezka Bigaj-van Vliet, Joe Cabrera, John Cairns et al. 2000. *fib Bulletin 10. Bond of reinforcement in concrete.* Sous la direction de fib. The International Federation for Structural Concrete. Rédigé par fib. The International Federation for Structural Concrete. fib Bulletins. fib. The International Federation for Structural Concrete, août.

Timoshenko, Stephen P. 1983. *History of Strength of Materials.* New York : Dover Publications.

Timoshenko, Timothy. s.d. *Strength of Materials, Part 1 : Elementary Theory and Problems.* CBS Publishers & Distributors Pvt Ltd, India.

Torrenti, Jean-Michel. 1996. *Comportement mécanique du béton - Bilan de six années de recherche.* ÉTUDES ET RECHERCHES DES LABORATOIRES DES PONTS ET CHAUSSÉES. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

Tucker, Garritt J., Jonathan A. Zimmerman et David L. McDowell. 2011. "Continuum metrics for deformation and microrotation from atomistic simulations : Application to grain boundaries". *International Journal of Engineering Science,* Advances in generalized continuum mechanics, 49, nº 12 (1er décembre 2011) : 1424-1434. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2011.03.019.

Uijl, J. A. den. 1998. "Bond Modelling of Prestressing Strand". *Special Publication* 180 (1er octobre 1998) : 145-170. https://doi.org/10.14359/5876.

Ulaga, T. et T. Vogel. 2007. "Concrete members with plate reinforcement : mechanical bond analysis". *Structural Concrete* 8, nº 4 (1er décembre 2007) : 165-173. https://doi.org/10.1680/stco.2007.8.4.165.

Vecchio, Frank J. et Michael P. Collins. 1986. "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear". *Journal Proceedings* 83, nº 2 (1er mars 1986) : 219-231. https://doi.org/10.14359/10416.

Verreet, Roland. 2002. *A Short History of Wire Rope.*

Veyhe, Torkil, Henrik Brøner Jørgensen et Søren Gustenhoff Hansen. 2024a. "Anchorage capacity of bent looped wire ropes in precast concrete wall elements for T- and L- connections". *Structural Concrete* 25 (6) : 4660-4695. https://doi.org/10.1002/suco.202400107.

———. 2024b. "Anchorage capacity of looped wire ropes for connections between precast concrete wall-elements". *Engineering Structures* 303 (15 mars 2024) : 117533. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.117533.

Vincens, Baptiste, Enrique Corres et Aurelio Muttoni. 2024. "Image-based techniques for initial and long-term characterization of crack kinematics in reinforced concrete structures". *Engineering Structures* 317 (15 octobre 2024) : 118492. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118492.

Virtanen, Pauli, Ralf Gommers, Travis E. Oliphant, Matt Haberland, Tyler Reddy, David Cournapeau, Evgeni Burovski et al. 2020. "SciPy 1.0 : fundamental algorithms for scientific computing in Python". *Nature Methods* 17, nº 3 (mars) : 261-272. https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2.

Walraven, Joost C. 1981. "Fundamental Analysis of Aggregate Interlock". *Journal of the Structural Division* 107, nº 11 (1er novembre 1981) : 2245-2270. https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0005820.

Wang, Bo et Bing Pan. 2016. "Subset-based local vs. finite element-based global digital image correlation : A comparison study". *Theoretical and Applied Mechanics Letters* 6, nº 5 (1er septembre 2016) : 200-208. https://doi.org/10.1016/j.taml.2016.08.003.

Wang, Lei, Ping Yuan, Guoji Xu et Yan Han. 2022. "Quantification of non-uniform mechanical interlock and rotation in modelling bond-slip between strand and concrete". *Structures* 37 (1er mars 2022) : 403-410. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.01.024.

Wang, Xinling, Guanghua Yang, Wenwen Qian, Ke Li et Juntao Zhu. 2021. "Tensile Behavior of High-Strength Stainless Steel Wire Rope (HSSSWR)-Reinforced ECC". *International Journal of Concrete Structures and Materials* 15, nº 1 (décembre) : 1-15. https://doi.org/10.1186/s40069-021-00480-x.

Wei, Yaoxin, Ke Li, Jiajun Fan, Yunpu Li et Shiwei Li. 2023. "Seismic performance of RC columns strengthened with HSSSWR meshes reinforced ECC under high axial compression ratio". *Journal of Building Engineering* 76 (1er octobre 2023) : 107350. https://doi.org/10.1016/j.jobe.2023.107350.

———. 2024a. "Seismic response of RC short columns strengthened by high-strength stainless steel wire rope meshes reinforced ECC jacket". *Construction and Building Materials* 439 (16 août 2024) : 137419. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2024.137419.

Wei, Yaoxin, Ke Li, Chaoyang Xu, Ling Wang, Jiajun Fan et Juntao Zhu. 2024b. "The effect of strain lag for the flexural enhancement of RC beams strengthened by HMRE under secondary load". *Engineering Structures* 316 (1er octobre 2024) : 118612. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2024.118612.

Wei, Yaoxin, Xinling Wang, Ke Li, Leilei Jin et Juntao Zhu. 2022. "Behavior of confined concrete columns with HSSSWR meshes reinforced ECC jacket under uniaxial compression". *Construction and Building Materials* 342 (1er août 2022) : 127930. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.127930.

Wetzel, A., P. Clausnitzer, R. Szlosarek, B. Eickhoff et M. Kröger. 2023. "Modeling of wire strands considering the stresses due to stranding". *Procedia Structural Integrity,* 5th International Conference on Structural Intergrity and Durability, 46 (1er janvier 2023) : 10-16. https://doi.org/10.1016/j.prostr.2023.06.003.

Wight, James K. 2016. *Reinforced concrete : mechanics and design.* Seventh edition. Hoboken, New Jersey : Pearson.

Wight, James K. et James G. MacGregor. 2011. *Reinforced Concrete : Mechanics and Design.* 6th edition. Upper Saddle River, N.J : Pearson College Div, 11 septembre 2011.

Wille, Frank. 2004. "Charakteristik und Modellbildung des Verbundtragverhaltens von einlagigen Rundlitzenseilen in Beton". Thèse de doct., BTU Cottbus - Senftenberg.

Wu, G., Z.s. Wu, J.b. Jiang, Y. Tian et M. Zhang. 2010. "Experimental study of RC beams strengthened with distributed prestressed high-strength steel wire rope". *Magazine of Concrete Research* 62, n° 4 (avril) : 253-265. https://doi.org/10.1680/macr.2010.62.4.253.

Wu, Gang, Wu Zhishen, Wei Yang, Jiang Jianbiao, et Yi Cui. 2014. "Flexural strengthening of RC beams using distributed prestressed high strength steel wire rope : theoretical analysis". *Structure and Infrastructure Engineering* 10, n° 2 (1er février 2014) : 160-174. https://doi.org/10.1080/15732479.2012.715174.

Xiao, Jianzhuang, Zixuan Chen, Tao Ding et Shuai Zou. 2022. "Bending behaviour of steel cable reinforced 3D printed concrete in the direction perpendicular to the interfaces". *Cement and Concrete Composites* 125 (1er janvier 2022) : 104313. https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2021.104313.

Yang, K.-H. et A. F. Ashour. 2007. "Tests of reinforced concrete short columns laterally strengthened with wire rope units and steel elements". *Magazine of Concrete Research* 59, n° 8 (octobre) : 547-557. https://doi.org/10.1680/macr.2007.59.8.547.

Yang, K.-H., A.f. Ashour et E.-T. Lee. 2009. "Axial behaviour of reinforced concrete short columns strengthened with wire rope and T-shaped steel plate units". *Magazine of Concrete Research* 61, n° 2 (mars) : 143-154. https://doi.org/10.1680/macr.2008.00016.

Yang, Keun-Hyeok. 2012. "Flexural behaviour of RC columns using wire ropes as lateral reinforcement". *Magazine of Concrete Research* 64, n° 3 (mars) : 269-281. https://doi.org/10.1680/macr.10.00191.

Yang, Keun-Hyeok, Hang-Yong Byun et Ashraf F. Ashour. 2009. "Shear strengthening of continuous reinforced concrete T-beams using wire rope units". *Engineering Structures* 31, n° 5 (1er mai 2009) : 1154-1165. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.01.003.

Yang, Keun-Hyeok, Dae-Bong Joo, Jae-Il Sim et Jae-Hoon Kang. 2012. "In-plane seismic performance of unreinforced masonry walls strengthened with unbonded prestressed wire rope units". *Engineering Structures* 45 (1er décembre 2012) : 449-459. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.06.017.

Yang, Keun-Hyeok, Gwang-Hee Kim et Hong-Suk Yang. 2011. "Shear behavior of continuous reinforced concrete T-beams using wire rope as internal shear reinforcement". *Construction and Building Materials,* Composite Materials and Adhesive Bonding Technology, 25, n° 2 (1er février 2011) : 911-918. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2010.06.093.

Yang, Keun-Hyeok, Hyuck-Jin Kwon et Seung-Jun Kwon. 2018. "Seismic Strengthening of Shear Walls Using Wire Ropes as Lateral Reinforcement". *ACI STRUCTURAL JOURNAL* 115, n° 3 (juin) : 837-847. https://doi.org/10.14359/51701148.

Yeomans, Stephen R. 2023. "8 - Galvanized steel reinforcement : recent developments and future opportunities". In *Corrosion of Steel in Concrete Structures (Second Edition),* sous la direction d'Amir Poursaee, 161-186. Woodhead Publishing Series in Civil and Structural Engineering. Woodhead Publishing, 1er janvier 2023.

Yi, Ju, Lei Wang, Royce W. Floyd et Jianren Zhang. 2020. "Rotation-affected bond strength model between steel strand and concrete". *Engineering Structures* 204 (1er février 2020) : 110060. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.110060.

Zakaria, Mohamed, Tamon Ueda, Zhimin Wu et Meng Liang. 2009. "Experimental Investigation on Shear Cracking Behavior in Reinforced Concrete Beams with Shear Reinforcement". *Journal of Advanced Concrete Technology* 7 (1er février 2009) : 79-96. https://doi.org/10.3151/jact.7.79.

Zhang, Kexin et Quansheng Sun. 2018. "Experimental Study of Reinforced Concrete T-Beams Strengthened with a Composite of Prestressed Steel Wire Ropes Embedded in Polyurethane Cement (PSWR–PUC)". *International Journal of Civil Engineering* 16, nº 9 (1er septembre 2018) : 1109-1123. https://doi.org/10.1007/s40999-017-0264-x.

Zimmerman, Jonathan A., Douglas J. Bammann et Huajian Gao. 2009. "Deformation gradients for continuum mechanical analysis of atomistic simulations". *International Journal of Solids and Structures* 46, nº 2 (15 janvier 2009) : 238-253. https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.08.036.