NNT : 0000AIXM0000

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue à Aix-Marseille Université
le 07 avril 2025 par

Nicolas CADORET

Allègement de pièces mécaniques sollicitées en fatigue : contributions au développement de méthodes bio-inspirées des os

Discipline
Sciences du Mouvement Humain

École doctorale

ED 463 – Sciences Du Mouvement Humain

Laboratoire/Partenaires de recherche

- Institut des Sciences du Mouvement Etienne Jules Marey
- Airbus Helicopters

Composition du jury

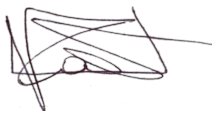
Hélène Chanal SIGMA Clermont	Rapporteuse
Yann LEDOUX INP Grenoble	Rapporteur
Thibault LEMAIRE Université Paris-Est	Président du jury
Jean-Marc LINARES Aix-Marseille Université	Directeur de thèse
Julien CHAVES-JACOB Aix-Marseille Université	Co-directeur de thèse
Marc-Antoine CELLI Airbus Helicopters	Membre invité

Affidavit

Je soussigné, Nicolas CADORET, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Jean-Marc LINARES et Julien CHAVES-JACOB, dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect à la fois de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche et de la charte d'Aix-Marseille Université relative à la lutte contre le plagiat.

Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Aix-en-Provence....., le 27 janvier 2025



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

Liste de publications et/ou brevets et participation aux conférences

1) Liste des publications et/ou brevet réalisées dans le cadre du projet de thèse :

    1. N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, and J.-M. Linares, “Structural additive manufacturing parts bio-inspired from trabecular bone form-function relationship,” Materials & Design, vol. 231, p. 112029, May 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2023.112029.

    2. N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, M.-A. Celli, and J.-M. Linares, “Impact of design strategy favoring powder removal on mechanical performance of bio-inspired porous architectures for laser-based powder-bed fusion additive manufacturing,” Materials & Design, vol. 245, p. 113240, Sep. 2024, doi: 10.1016/j.matdes.2024.113240.

2) Participation aux conférences et écoles d’été au cours de la période de thèse :

    1. 5th International CIRP Conference on BioManufacturing (*Présentation orale + article)* : N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, and A. Houssaye, “Form-function relationship between trabecular bone architecture and biomechanical function in the horse humerus,” in *Procedia CIRP*, in V CIRP Conference on BioManufacturing, vol. 110. Jan. 2022, pp. 299–304. doi: 10.1016/j.procir.2022.06.054.

    2. Journée de l’Ecole Doctorale Sciences du Mouvement Humain (*présentation orale format Ma Thèse en 3 minutes*)

    3. Global Advanced Manufacturing & Surfaces 2024 (*Présentation orale + article soumis*) : N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares “ Smaller pattern size increases mechanical performance and improves stress distribution in porous bio-inspired parts” submitted to *Emergent Materials*, July 2024

    4. Airbus Helicopters Fatigue and Damage Tolerance Days 2024 (poster) : Lightweighting fatigue-loadedparts usingbonebio-inspiration and additive manufacturing

Résumé

L'allègement de pièce mécaniques fait partie des grands défis rencontrés par les bureaux d'étude en mécanique, en particulier ces dernières années avec l'augmentation des considérations environnementales et la prise en compte de l'impact des activités humaines. Dans ce contexte, les matériaux naturels semble être une source d'inspiration intéressante car ils sont performants malgré leur composition chimique simple. L'os trabéculaire en particulier est très étudié dans la littérature.

Cette thèse est une contribution au développement de méthodes bio-inspirées des os pour l'allègement de pièces mécaniques sollicitées en fatigue.

Premièrement, une relation forme-fonction de l'os trabéculaire est établie à partir d'une analyse de la littérature et validée à partir d'un modèle animal : l'humérus de cheval. Deuxièmement, une méthode d'allègement bio-inspirée de la relation forme-fonction trabéculaire est proposée. A masse égale, une poutre de flexion 3 points allégée avec cette méthode permet de doubler la raideur par rapport à une méthode d'allègement de la littérrature. Pour finir, les contraintes de fabrication imposées par l'impression par fusion de poudres métalliques sont intégrées et une méthode d'allègement bio-inspirée dépoudrable est développée et appliquée à un démonstrateur de pièce d'hélicoptère comme « preuve de concept » industrielle.

A l'issue de ces travaux, il semble qu'il existe un fort potentiel pour les méthodes d'allègement bio-inspirées de l'architecture trabéculaire pour des pièces mécaniques sollicitées en fatigue. Certaines pistes de recherches potentielles sont évoquées pour exploiter au maximum le potentiel de ces méthodes d'allègement.

Mots clés : allègement, bio-inspiration, os trabéculaire, fabrication additive, pièces mécaniques sollicitées en fatigue

Abstract

Lightweighting mechanical parts is one of the major challenges faced by mechanical design offices, particularly in recent years with increased considerations for the environment and the impact of human activities. In this context, natural materials seem to be an interesting inspiration source because they present high performance despite their simple chemical composition. Trabecular bone, in particular, has been extensively studied in the literature.

This thesis is a contribution to the development of bone bio-inspired methods for lightweighting of mechanical parts subjected to fatigue loading.

Firstly, a form-function relationship for trabecular bone is established based on an analysis of the literature and validated using an animal model: the horse humerus. Secondly, a bio-inspired lightweighting method based on the trabecular form-function relationship is proposed. At equal mass, a 3-point bending beam lightweighted using this method achieves double the stiffness than another lightweighting method from the literature. Next, manufacturing constraints imposed by metal powder fusion printing are integrated, and a depowderable bio-inspired lightweighting method was developed and applied to a helicopter part demonstrator as an industrial 'proof of concept'.

At the end of this work, it seems that there is a strong potential for trabecular architecture-inspired lightweighting methods for mechanical parts subjected to fatigue stress. A number of potential avenues of research are suggested for exploiting the full potential of these lightweighting methods.

Keywords : lightweighting, bio-inspiration, trabecular bone, additive manufacturing, fatigue-loaded mechanical parts

Remerciements

A l'issue de ces trois années de thèse, je pense pouvoir dire avec confiance que ce mémoire ne serait pas le même sans le soutien et les encouragements de mes proches et collègues. Ils m'ont aidé à tirer le meilleur de moi-même et je souhaitais les remercier.

Merci tout d'abord à Jean-Marc LINARES et Julien CHAVES-JACOB qui auront été mes mentors durant ces trois ans. Vous m'avez donné la chance de mener à bien un projet à travers lequel j'ai énormément appris, sur moi-même comme sur mon métier. Votre accompagnement au quotidien et vos précieux conseils ont été indispensables au bon déroulement de cette thèse.

Merci également à Marc-Antoine CELLI qui m'a accompagné dans tous les aspects industriels au sein d'Airbus Helicopters. Tu m'as aidé à découvrir le métier d'ingénieur calcul et à comprendre les problématiques spécifiques de l'industrie aéronautique. Tu as toujours réussi à rattacher des travaux qui devenaient parfois un peu abstraits dans une réalité industrielle, économique et à amener une vision métier très enrichissante. Merci pour la confiance dont tu as fait preuve car je pense que tu t'es posé, comme moi, plusieurs fois la question de la meilleure direction à prendre dans ces travaux. Merci à Guillaume FALLOT pour son investissement et ses nombreux conseils. Bien que nous n'ayons pas pu travailler ensemble autant que prévu, les questions que tu as soulevé au démarrage de ma thèse m'accompagnent jusqu'à aujourd'hui. Merci ensuite à Nicolas LANCELOT et Emmanuel MERMOZ de m'avoir choisi pour réaliser ce projet et d'avoir tout mis en place pour qu'il se déroule dans les meilleures conditions. Votre suivi, vos conseils et vos encouragements réguliers ont grandement participé à faire de ces travaux ce qu'ils sont. Merci aussi à l'ensemble de mes collègues, au sein du bureau calcul rotor d'Airbus Helicopters et de l'équipe Systèmes Bio-Inspirés de l'Institut des Sciences du Mouvement, pour votre accueil, votre aide et votre bienveillance.

Merci à tous mes amis, vous vous reconnaîtrez. Vous m'avez apporté votre soutien quand c'était nécessaire et avez toujours su me faire rire, même quand mon esprit était ailleurs. Je suis heureux de pouvoir compter sur vous et j'espère vous rendre la pareille.

Merci bien sûr à toute ma famille sans qui tout cela n'aurait jamais été possible. Vous m'avez toujours soutenu, alors même que je n'étais pas aussi présent que je l'aurais souhaité à cause de la distance. Merci à Mathilde d'avoir partagé mon quotidien ces dernières années et pour ton soutien sans faille, dans les bons comme dans les mauvais moments. Ne change jamais. Pour finir, merci à mes parents qui m'accompagnent depuis le début et qui ont toujours su me poser les bonnes questions pour que je sois capable de prendre mes propres décisions, en étant sûr de le faire pour les bonnes raisons. J'en suis là grâce à vous et je sais la chance inouïe que j'ai d'être votre fils.

Table des matières

Affidavit 2
Liste de publications et/ou brevets et participation aux conférences 3
Résumé 4
Abstract 5
Remerciements 6
Table des matières 7
1. Introduction 10
1.1. Eléments de contexte industriel 11
1.2. Allègement de pièces mécaniques 16
1.2.1. Approche micro-structurelle : sélection de matériaux 16
1.2.2. Approche macro-structurelle : modifications de géométrie 18
1.2.3. Approche méso-structurelle : créer des synergies entre géométrie et matériau 19
1.2.3.1. Optimisation topologique 20
1.2.3.2. Matériaux hybrides 22
1.3. Allègement bio-inspiré 26
1.3.1. S'inspirer des matériaux naturels 27
1.3.2. Choix d'un matériau d'étude : l'os trabéculaire 28
1.3.3. Méthodes bio-inspirées de l'architecture trabéculaire issues de la littérature 33
1.4. Comment se bio-inspirer de l'architecture trabéculaire pour l'allègement de pièces mécaniques ? 36
1.4.1. Définition de la bio-inspiration et directives pour structurer une étude 36
1.4.2. Etablir une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire 37
1.4.2.1. Allométrie du motif trabéculaire en fonction de la taille de l'espèce 38
1.4.2.2. Relation entre la fraction volumique $\boldsymbol{\rho f}$ et l'état de contrainte local 39
1.4.2.3. Relation entre le Fabric Tensor $\mathbf{M}$ et l'état de contrainte local 39
1.5. Conclusion de l'état de l'art et positionnement des travaux de recherches 40
2. Validation d'une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire proposée dans la littérature pour un nouveau modèle animal : l'humérus de cheval au trot 42
2.1. Matériel & Méthodes 43
2.1.1. Champ de contrainte dans l'humérus du cheval pendant le trot 43
2.1.2. Mesure des Fabric Tensor dans 20 régions d'intérêt de l'humérus du cheval 46

2.1.3. Validité d'une relation forme-fonction trabéculaire entre le Fabric Tensor et le tenseur de contraintes dans l'humérus du cheval 48
2.2. Discussions 50
2.3. Conclusion du chapitre 51
3. Développer une méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire 52
3.1. Proposition de méthode d'allègement 53
3.1.1. Principes généraux des méthodes d'allègement de pièces 53
3.1.2. Choix du motif d'allègement 53
3.1.3. Motif poreux bio-inspiré et paramètres 55
3.1.4. Lien entre les paramètres du motif poreux et les grandeurs de la relation forme-fonction trabéculaire 56
3.1.4.1. Relation entre la taille du motif $\boldsymbol{p}$ et l'échelle allométrique du motif osseux 56
3.1.4.2. Relation entre les dimensions des porosités et la fraction volumique $\boldsymbol{\rho f}$ 56
3.1.4.3. Relation entre les paramètres du motif poreux et le Fabric Tensor résultant 56
a) Paramètres du modèle mathématique 57
b) Conception du plan d'expérience 58
c) Modèle générique 59
d) Modèle raffiné 60
3.1.5. Méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire 64
3.1.6. Discussions 66
3.2. Validation expérimentale : cas de flexion 3 points 67
3.2.1. Présentation des essais 67
3.2.2. Résultats 71
3.2.3. Discussions 72
3.3. Reproduction des essais de flexion 3 points par analyse éléments finis 73
3.4. Caractérisation de l'influence de la taille du motif $\boldsymbol{p}$ sur les performances mécaniques 75
3.4.1. Contexte de l'étude 75
3.4.2. Présentation de l'étude 77
3.4.3. Analyse 79
3.4.4. Résultats 79
3.4.5. Discussions 82
3.5. Conclusion du chapitre 83

4. Allègement de pièces mécaniques dans un contexte industriel : prise en compte des contraintes de fabrication et proposition de démonstrateur bio-inspiré 85
4.1. Prise en compte des contraintes de fabrication des techniques d'impression par fusion de lits de poudres : garantir l'évacuation des poudres non fondues 86
4.1.1. Stratégie de dépoudrage pour la fabrication additive par fusion sur lit de poudre appliquée à une méthode d'allègement bio-inspirée 87
4.1.2. Mesure de la performance d'un échantillon poreux 92
4.1.3. Analyse par éléments finis d'échantillons poreux 92
4.1.4. Etude de l'effet des paramètres du motif sur la différence de performance mécanique induite par la stratégie de dépoudrage 94
4.1.5. Discussions 99
4.2. Comparaison expérimentale à une autre méthode dépoudrable 104
4.2.1. Contexte de l'étude 104
4.2.2. Présentation des essais 105
4.2.3. Résultats 107
4.2.4. Discussions 108
4.3. Démonstrateur industriel : bielle de suspension moteur souple 109
4.3.1. Présentation de la pièce 109
4.3.2. Contraintes d'allègement 110
4.3.3. Proposition de pièce allégée 111
4.4. Conclusion du chapitre 112
5. Conclusion et perspectives 113
5.1. Conclusion de ces travaux 113
5.2. Perspectives et futurs travaux 115
5.2.1. Etude du comportement en fatigue des architectures bio-inspirées 115
5.2.2. Rôle des multiples chemins d'efforts 117
5.2.3. Méthode d'allègement bio-inspirée de l'os complet (os cortical, trabéculaire et cavité médullaire) 118
5.2.4. Surpasser les limitations logicielles pour la conception de pièces complexes (modélisation implicite) 120
5.2.5. Aspects relatifs à la fabrication 120
5.2.6. Ouverture à d'autres sources de bio-inspiration 121
Bibliographie 122
Table des illustrations 131
Annexe 1 – Article de conférence 136
Annexe 2 – Premier article publié 137
Annexe 3 – Second article publié 138

1. Introduction

Ce premier chapitre présente les éléments de contexte associés à ces travaux de recherche et l'état de l'art des connaissances scientifiques. Dans un premier temps, le contexte industriel est développé. L'objectif de cette thèse est d'explorer l'allègement de pièces mécaniques soumises à un chargement dynamique et présentant un endommagement en fatigue, fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres. Différentes approches pour alléger des pièces mécaniques sont ensuite discutées. En particulier, l'allègement bio-inspiré à partir des matériaux naturels semble prometteur car ceux-ci présentent des performances mécaniques très intéressantes malgré une composition chimique simple. L'architecture trabéculaire est, notamment, un matériau naturel très travaillé dans la littérature et sera utilisé comme source d'inspiration ici. Une définition de la bio-inspiration est donnée en premier lieu puis une stratégie est développée pour se bio-inspirer de l'architecture trabéculaire dans un contexte d'allègement de pièces mécaniques. Finalement, le positionnement de ces travaux de recherche par rapport à la littérature sera détaillé.

1.1. Eléments de contexte industriel

L'impact environnemental des activités humaines est une préoccupation depuis maintenant plusieurs décennies [1], [2]. Certains évènements météorologiques récents ont démontré la nécessité de mettre en place des actions rapides afin de limiter cet impact. Ces actions doivent porter à la fois sur la crise de la biodiversité, la crise climatique et l'épuisement des ressources planétaires [3]. Dans ce contexte, de nombreux acteurs industriels ont établi des stratégies afin de garantir la soutenabilité de leur activité.

Cette thèse a ainsi été réalisée en partenariat avec Airbus, en particulier la division Airbus Helicopters basée à Marignane. Le site de Marignane intervient sur la totalité du cycle de vie d'un hélicoptère Airbus, de la conception à la fabrication à la maintenance, pour l'ensemble des programmes civils et militaires ainsi que sur le développement de nouveaux démonstrateurs technologiques. Nous pouvons par exemple citer des véhicules prototypes récents comme le RACER (Rapid and Cost-Effective Rotorcraft), projet d'hélicoptère à haute vitesse, ou encore le projet CityAirbus (aéronef à décollage et atterrissage verticaux électrique ou eVTOL pour Electric Vertical Take-Off and Landing) représentés Figure 1-1. En tant qu'acteur de premier rang du secteur aéronautique, spatial, civil et militaire, l'objectif environnemental fixé par Airbus est de réduire de 63% les émissions directes de gaz à effets de serre (GES) générées par les activités de l'entreprise (Scope 1 et 2) d'ici à 2030. D'ici 2035 l'objectif cette fois est de réduire de 46% les émissions de GES générées par les appareils en service (Scope 3).



Figure 1-1 : prototypes RACER (gauche) et CityAirbus (droite) développés par Airbus Helicopters, en partie sur le site de Marignane.

Pour ce faire, en plus des projets d'électrification des appareils et du travail sur les carburants d'aviation alternatifs, l'un des enjeux est de réussir à alléger les appareils. Nous retrouvons d'ailleurs l'ensemble de ces problématiques prises en compte dans la conception du DisruptiveLab, un autre véhicule prototype présenté Figure 1-2. Concernant l'allègement de pièces, cela permettrait à la fois de diminuer les émissions de GES des appareils mais également de diminuer l'utilisation de matières premières nécessaires à la fabrication. De plus, en aéronautique, la masse est directement proportionnelle à la performance économique et technique d'un appareil. Dans le cas d'un

hélicoptère, ce phénomène est encore plus marqué que pour un avion car alléger une pièce permet d'augmenter la charge utile de l'appareil et donc d'améliorer ses capacités opérationnelles.



Figure 1-2: DisruptiveLab, véhicule prototype dont l'objectif est d'améliorer les performances des appareils et de réduire leurs émissions de GES (motorisation hybride, améliorations aérodynamiques, composants allégés, etc.)

Dans ce contexte exigeant, la fabrication additive (ou impression 3D) présente de nombreux avantages d'un point de vue industriel [4], [5]. Premièrement, il existe moins de limite à la complexité de formes que peuvent prendre les pièces fabriquées et cette complexité n'a pas d'impact sur le coût de la pièce comme c'est le cas avec les techniques de fabrication soustractives [6]. Ainsi, il est possible de simplifier des assemblages complexes, comme ça a été par exemple réalisé avec un assemblage de 248 pièces de la fusée Ariane 6 simplifiées en 1 seule pièce grâce à la fabrication additive (FA) [7]. Il est également possible d'alléger certaines pièces en modifiant leur architecture, comme cela a été le cas pour une pièce d'A320 dont la masse a été divisée par 2 par exemple [7]. Finalement il est possible de diminuer le ratio "buy-to-fly" d'une pièce [7]. Ce ratio représente la quantité de matière première utilisée pour obtenir une pièce finie et prend par exemple en compte la quantité de matière usinée pour mettre en forme la pièce. En utilisant la FA, nous pouvons largement réduire ce ratio jusqu'à un ratio de 3:1 qui est très inférieur au ratio de 20:1 que nous pouvons retrouver en aéronautique avec des techniques de fabrication soustractives. Des exemples de pièces utilisant la FA sont présentés Figure 1-3.



Figure 1-3: photos de pièces aéronautiques complexes fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive (adaptées de [7]).

La FA est définie par la norme ISO/ASTM 52900-2021 [8] comme « l'ensemble des technologies qui assemblent successivement des matériaux pour créer des objets physiques tels que spécifiés par les données d'un modèle 3D. Ces technologies sont actuellement utilisées pour diverses applications dans l'industrie mécanique ainsi que dans d'autres domaines de la société, tels que la médecine, l'éducation, l'architecture ». Cette dénomination regroupe en réalité 7 types de technologies de fabrication dans lesquelles les pièces sont mises en forme couche après couche pour obtenir un résultat en 3D. Ces 7 types de technologies, toujours selon la norme ISO/ASTM 52900-2021 sont :

- Jet de liant (poudre liée par un agent)
- Dépôt d'énergie dirigée (matériau fondu grâce à l'énergie thermique)
- Extrusion de matière (matière fondue introduite par une buse)
- Jet de matière (dépôt de gouttelettes de matière)
- Fusion de lit de poudre (lit de poudre fusionnée grâce à l'énergie thermique)
- Laminage de plaques (plaques collées les unes aux autres)
- Polymérisation en cuve (liquide durci par activation lumineuse)

Une grande diversité de matériaux peut être travaillés en combinaison avec ces différents types de procédé, qu'il s'agisse de métaux, de céramiques, de polymères, sous forme solide, liquide, en poudres, etc. De manière générale les 3 méthodes de fabrication les plus utilisées sont l'extrusion de matière (MEX pour « Material Extrusion »), la fusion

de lit de poudre (PBF pour « Powder Bed Fusion ») et la polymérisation en cuve (VPP pour « Vat Polymerisation »). Deux de ces technologies (PBF et VPP) sont présentées Figure 1-4.

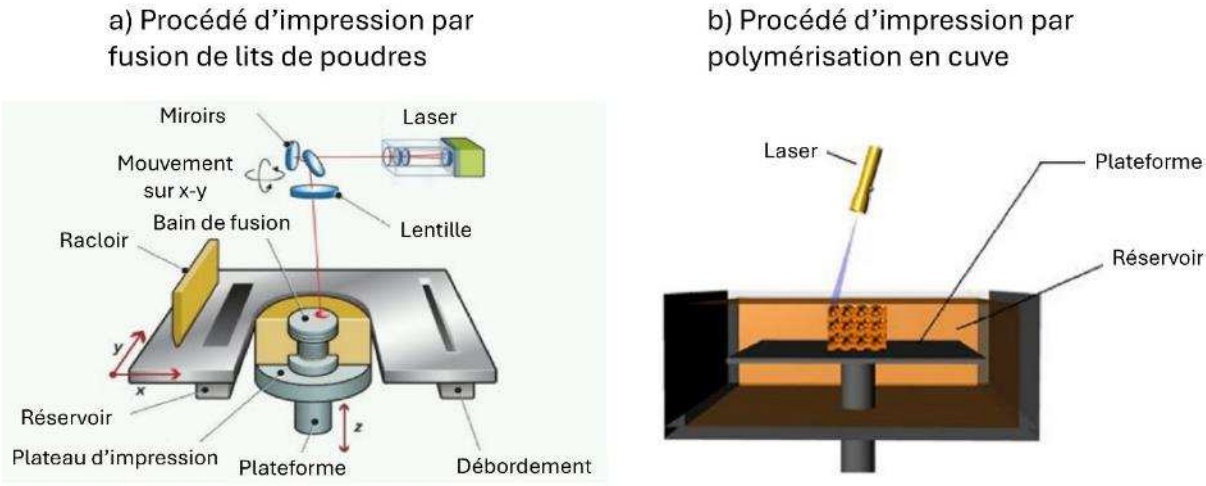


Figure 1-4: présentation des procédés de fabrication additive par fusion de lit de poudres (a) et par polymérisation en cuve (b) (adaptées de [6])

En particulier, la fabrication additive par fusion de lits de poudres a été adoptée par de nombreux acteurs industriels pour la qualité des pièces produites, le caractère autoportant, les possibilités de fabrication par lots et la diversité de matériaux utilisables [9]. La taille minimale caractéristique de ce procédé est assez fine, de l'ordre de 0.2 à 0.4mm. De plus cette méthode permet d'obtenir des propriétés mécaniques en statique proches ou supérieures à celles obtenues pour des pièces usinées dans la masse. Cependant, l'analyse des performances mécaniques de pièces imprimées en 3D reste un défi d'un point de vue industriel [10]. C'est notamment vrai car il y a une influence des paramètres d'impression sur la micro-structure du matériau fabriqué, ce qui conduit à une variabilité dans les propriétés mécaniques. L'élimination correcte de toutes les poudres non fondues des pièces imprimées représente également un défi, car ces poudres peuvent être piégées ou frittées à l'intérieur des pièces [6], [9]. Plusieurs techniques de contrôle ont été testées pour garantir l'élimination correcte de ces poudres non fondues, la tomographie à rayons X et la pesée donnant les meilleurs résultats [11]. En particulier, certaines méthodes d'allègement peuvent générer des porosités internes qui piègent les poudres non fondues. C'est pourquoi plusieurs stratégies de conception ont été mises au point pour garantir que les poudres non fondues puissent être retirées des pièces présentant des architectures complexes. Cela peut être réalisé à l'aide d'un réseau de canaux de dépoudrabilité [12], sur la base d'une approche bio-inspirée [13], [14] ou en tirant parti de techniques d'optimisation topologique [9].

Afin de diminuer la variabilité des pièces fabriquées en PBF et garantir les meilleures performances possibles, il est possible d'effectuer un processus de post traitement sur la pièce. Chez Airbus Helicopters par exemple, les pièces fabriquées par PBF suivent le processus de fabrication détaillé Figure 1-5. Les pièces sont imprimées, puis soumises à

un traitement thermique (« stress relief ») visant à relâcher les contraintes résiduelles créées lors de la fabrication pouvant conduire à une déformation de la pièce. La pièce est ensuite séparée du plateau d'impression, sablée puis elle subit un « Hot Isostatic Pressing » (HIP) [15]. L'objectif de cette étape est de mettre la pièce sous haute pression (jusqu'à 3000 bar) et haute température (jusqu'à 2000°C) pour créer une combinaison de déformation plastique, de fluage et de diffusion de matière pour clore les porosités dans le matériau. Les pièces sont ensuite soumises à une attaque chimique ayant pour objectif d'améliorer leur état de surface. Finalement, les surfaces fonctionnelles sont usinées. Enfin la pièce est contrôlée par ressuage ou par d'autres méthodes de contrôle non destructif et un traitement de surface est appliqué si besoin.

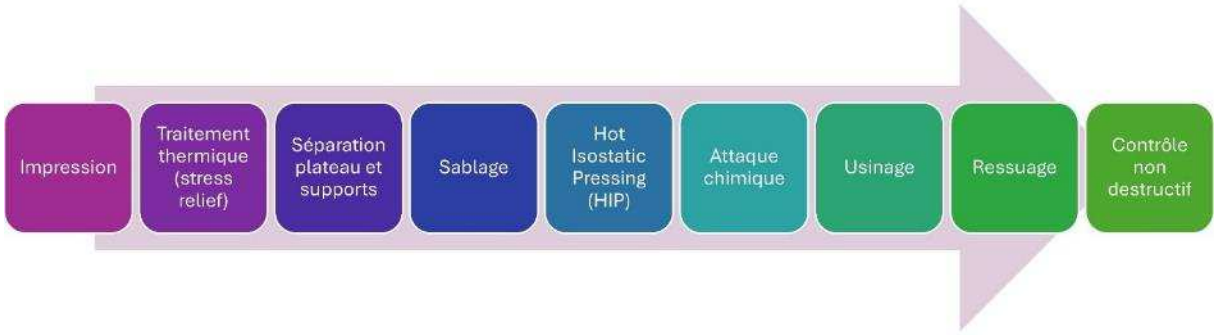


Figure 1-5 : processus de fabrication additive utilisé chez Airbus Helicopters pour les pièces de fabrication additive par fusion de lits de poudres

L'ensemble de ces étapes sert notamment à améliorer la tenue en fatigue des pièces issues de fabrication additive. En effet, malgré les bonnes propriétés statiques, proches ou supérieures à celles obtenues pour des pièces usinées, la tenue en fatigue des pièces de fabrication additive est l'un des points critiques pour leur adoption dans l'industrie [10], [15]. En effet, avec ce procédé de fabrication, il est possible de créer plusieurs types de défauts lors de l'impression de la pièce comme des microfissures, des zones de délamination entre les couches, des porosités internes à la pièce, un état de surface avec une rugosité importante, etc. Ces défauts agiront comme zones d'initiation de crique lors d'une sollicitation en fatigue ce qui aura tendance à faire chuter la durée de vie. Malgré cela, en contrôlant les paramètres d'impression de sorte à maximiser l'intégrité du matériau (minimiser les défauts), Linares *et al*. ont réussi à obtenir des pièces imprimées en PBF avec une durée de vie de l'ordre de 90% de celle d'une pièce usinée [10]. Il reste donc envisageable d'utiliser des pièces issues de fabrication additive pour des applications dans lesquelles l'endommagement en fatigue peut jouer un rôle critique.

Pour Airbus Helicopters, les enjeux soulevés par la tenue en fatigue d'une pièce sont différents de ceux existants dans le cadre des avions. En effet, un hélicoptère présente la particularité d'avoir une voilure tournante. Celle-ci est donc soumise à des efforts alternés au cours du vol (lors d'un tour de rotor, la pale avançante subit plus d'efforts que la pale reculante). Cela génère des sollicitations cycliques à haute fréquence qui peuvent générer un endommagement en fatigue (aussi appelé « high-cycle fatigue ») devant être pris en

compte lors de la conception et la certification d'une pièce. Ainsi d'après Schneller *et al.* jusqu'à 90% des casses de pièces mécaniques sont liées à un endommagement en fatigue [15]. La certification de pièces aéronautiques issues de fabrication additive et pouvant subir un endommagement en fatigue est encore en discussion entre les constructeurs et les autorités de certification. L'objectif pour Airbus Helicopters à travers cette thèse est donc d'explorer l'allègement de pièces mécaniques soumises à un chargement dynamique et présentant un endommagement en fatigue, fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres.

1.2. Allègement de pièces mécaniques

L'ensemble des travaux présentés ici se place donc dans un contexte scientifique et technologique d'allègement de pièce mécaniques. Cet objectif fait partie des grands défis rencontrés par les bureaux d'étude en mécanique. En effet, la masse d'une pièce influe sur un très large spectre de phénomènes allant de la consommation d'énergie d'un système en mouvement, au comportement vibratoire, en passant par les questions d'interfaces humains-machine (poids d'un système à porter par exemple) ou de consommations de matière première. Cependant, la masse d'une pièce est généralement dictée par des exigences de performances et de tenue mécanique. Il existe donc aujourd'hui un dilemme à résoudre pour réussir à alléger une pièce sans en diminuer la performance, en particulier dans des industries exigeantes comme l'aéronautique. Cet allègement sans perte de performance représente un cas d'optimisation multi-objectifs ou contradictoire récurrent en ingénierie. Les ingénieurs chercheront à développer des pièces à la fois résistantes et tenaces, à la fois conductrices et flexibles, à la fois transparentes et résistantes à la fracture. Ce travail peut être réalisé à 3 échelles qui correspondent traditionnellement à des services différents au sein des bureaux d'études [16].

1.2.1. Approche micro-structurelle : sélection de matériaux

Premièrement, à l'échelle microscopique, il est possible de changer la nature même du matériau utilisé pour une pièce. Ce travail s'articule classiquement autour de disciplines comme la chimie et la science des matériaux avec la formulation de nouveaux alliages métalliques, le développement de traitements thermiques ou de procédés de mise en forme. Pour alléger une pièce en changeant de matériau, on cherchera à sélectionner un matériau plus performant, plus léger, ou présentant des combinaisons de propriétés plus avantageuses [17]. C'est sûrement la méthode d'allègement la plus utilisée d'un point de vue historique puisqu'elle s'est développée avec l'émergence de nouveaux matériaux et de nouvelles techniques de fabrication. D'ailleurs d'après Fleck *et al.* « l'évolution des matériaux d'ingénierie est l'un des principaux facteurs de changement » [18].

A l'origine, les outils utilisés par les hommes étaient constitués d'un ensemble de matériaux facilement disponibles comme la pierre, le bois, l'os, le cuir, etc. Ensuite l'utilisation de certains métaux existants à l'état naturel et façonnables simplement

comme l'or, l'argent ou le cuivre, s'est répandue et de nouveaux procédés de mise en forme tels que la fonderie ont accompagné ce développement. Il est d'ailleurs possible que des inclusions accidentelles d'autres minéraux dans un creuset de fonderie ait entraîné la découverte d'alliages [19] comme le bronze, qui surpasse les performances du cuivre. En augmentant la température atteinte par les fours, il est ensuite devenu possible de manipuler le fer, plus performant que les métaux utilisés auparavant. L'utilisation de la fonte a nécessité d'augmenter à nouveau les températures et a permis le développement de nouvelles techniques telles que les grands ponts à armature métallique. La découverte d'un nouveau procédé de mise en forme a ensuite permis la transformation d'acier en quantité industrielle et l'importance actuelle de ce matériau dans nos sociétés est connue. Ces dernières années, la formulation de nouveaux matériaux a connu un développement exponentiel, à la fois du côté des métaux avec la recherche de nouveaux alliages légers (aluminium, titane, magnésium, etc.) que du côté des polymères avec la croissance de la pétrochimie, que du côté des matériaux pour les applications numériques (silicium, matériaux semi-conducteurs, etc.) [18], [20].

Ainsi aujourd'hui, cette recherche de matériaux toujours plus performants est un des leviers du développement et de l'adoption industrielle de nouveaux alliages complexes, de nouveaux matériaux composites, accompagnés de nouveaux procédés de fabrication et permettant de nouvelles techniques de conception. D'après Ashby et Bréchet "les ingénieurs en aéronautique, en automobile et les équipementiers sportifs partagent une chose: ils veulent des matériaux rigides, résistants, tenaces et légers" [21]. L'étape de sélection des matériaux est donc primordiale pour le design d'une pièce mécanique et un processus a été proposé par Ashby *et al.* pour s'assurer que les attributs du matériau choisi répondent au mieux au problème d'ingénierie considéré [17]. Si nous définissons un « espace des propriétés matériau » (espace multidimensionnel regroupant l'ensemble des propriétés d'une matériau), la sélection reviendra alors à sélectionner le matériau le mieux positionné dans cet espace par rapport à un critère de conception, comme représenté Figure 1-6.

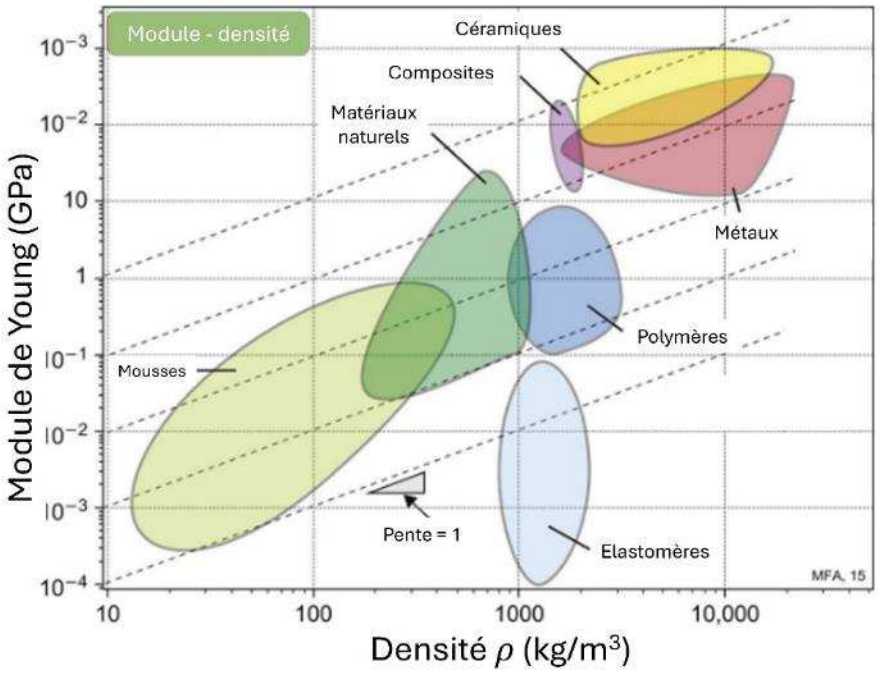


Figure 1-6 : exemple de diagramme de sélection de matériaux (adapté de [17])

Ces dernières années, les questions de durabilité évoquées plus tôt occupent une place de plus en plus importante dans la recherche en matériaux (matériaux complexes difficilement recyclables, gestion des ressources limitées, problématique d'extraction avec gestion des mines, etc.) [20]. Il existe également des tensions croissantes sur certains matériaux face au déséquilibre entre la demande mondiale et la capacité d'approvisionnement des pays producteurs. Pour certains matériaux dont la production est très restreinte géographiquement, comme le cobalt par exemple produit en grande majorité en République Démocratique du Congo, certains évènements locaux peuvent impacter la totalité du marché mondial dans de très nombreux secteurs. En conséquence, certains gouvernements ont dressé des listes de matériaux stratégiques et/ou critiques afin d'établir des plans pour s'en assurer un approvisionnement régulier [22]. Dans ce contexte, en France par exemple, des projets d'ouverture de mine sont à l'étude et suscitent des débats entre citoyens, acteurs locaux, gouvernement et porteurs de projet [23], [24].

Il n'est pas toujours aisé ou désirable d'utiliser des matériaux de plus en plus complexes pour diminuer la masse de pièces mécaniques et il pourrait être intéressant d'améliorer les performances de pièces sans en changer le matériau.

1.2.2. Approche macro-structurelle : modifications de géométrie

De l'autre côté du spectre, à l'échelle macroscopique, il est également possible de changer la géométrie d'une pièce pour l'optimiser et c'est le travail effectué traditionnellement par les bureaux d'études et de conception au sein d'une entreprise. La géométrie d'une pièce joue un rôle important pour les performances d'une pièce

mécanique car elle dicte la raideur sous contrainte, le comportement mécanique, la répartition des contraintes, la durée de vie, etc. Il est par exemple possible de rajouter un congé dans une zone de concentration de contraintes pour diminuer ce phénomène. De même, la géométrie d'une pièce dictera son volume et donc la masse de celle-ci. En affinant une pièce nous pourrons l'alléger, tant que l'on s'assure qu'elle réponde au cahier des charges en termes de résistance.

Un exemple très classique de l'impact d'un changement de géométrie sur les performances mécaniques d'une pièce est l'utilisation de profilés métalliques. Dans le secteur du bâtiment, des profilés IPN ou des tubes de section carrés sont souvent utilisés à la place de poutres de section pleine, notamment lorsqu'il existe une sollicitation en flexion. Ces types de profilés permettent notamment de diminuer la masse en diminuant la quantité de matière présente sur la fibre neutre, qui ne contribue que peu à la résistance globale. Il est également possible d'augmenter le moment quadratique d'une poutre ce qui modifie les ratios masse/rigidité et masse/résistance. Ce raisonnement est généralisable à d'autres pièces mécaniques et il apparaît alors évident que la géométrie joue un rôle important sur le comportement mécanique et la masse.

Ces dernières années, les géométries de pièces développées par les bureaux d'études sont devenues de plus en plus complexes, grâce à l'augmentation des capacités de calcul ainsi qu'à la croissance des technologies de FA. De plus, il peut être intéressant de faire varier la géométrie d'une pièce en fonction du matériau choisi afin d'en tirer le meilleur parti. Cela donne naissance à une approche intermédiaire.

1.2.3. Approche méso-structurelle : créer des synergies entre géométrie et matériau

La troisième échelle à laquelle il est possible d'intervenir se situe donc entre les deux premières et nous l'appellerons ici l'échelle méso. En réalité, quand on utilise par exemple un matériau composite, on travaille aussi bien à l'échelle microscopique sur les propriétés de chacun des fibres et de la matrice, qu'à l'échelle méso sur la répartition des fibres et sur l'agencement des couches. De même, pour les matériaux cellulaires utilisés dans l'industrie comme les mousses polymères ou métalliques, la géométrie de l'architecture cellulaire aura une importance sur le comportement final de la pièce au même titre que le matériau constitutif. Finalement, en étudiant les matériaux naturels, il devient de plus en plus difficile de faire une distinction entre la micro-structure et la macro-structure. Ces matériaux, comme le bois, le corail ou le bambou par exemple, présentent une structure hiérarchique alliant une nature composite à l'échelle microscopique, une architecture cellulaire à l'échelle méso et une géométrie optimisée à l'échelle macroscopique.

Cette troisième approche d'allègement, à l'échelle méso, s'est fortement développée ces dernières années avec l'augmentation des puissances de calcul qui permettent de nouvelles approches transdisciplinaires. En particulier, 2 approches principales à l'échelle méso semblent se détacher aujourd'hui. Elles correspondent à des transferts de

connaissances depuis les échelles microscopique et macroscopique, comme représenté Figure 1-7.

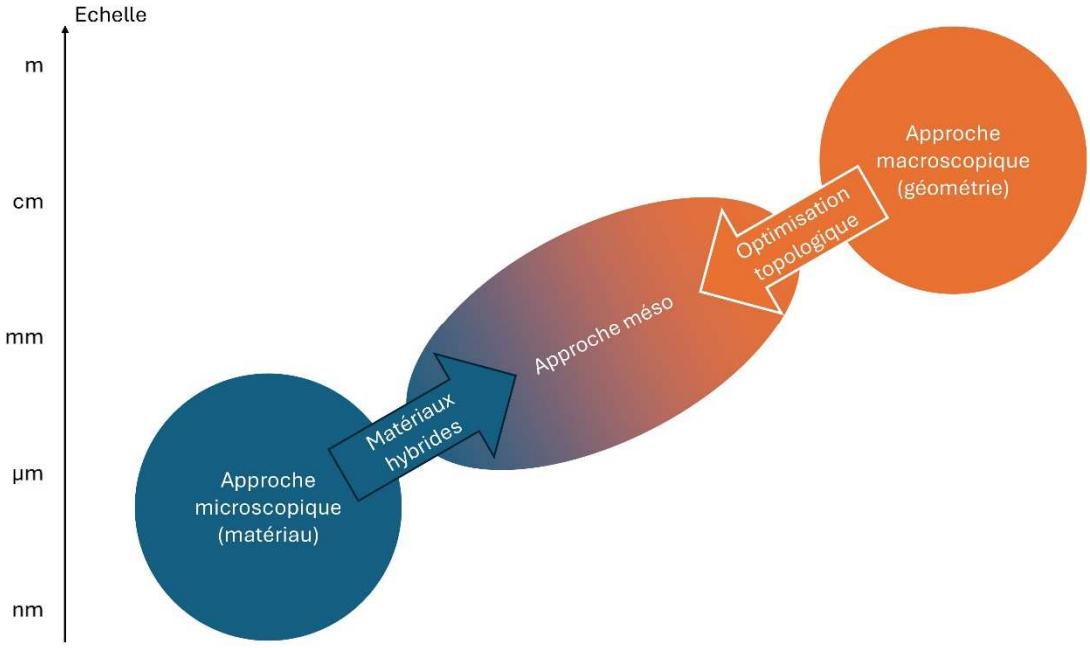


Figure 1-7: visualisation des différentes approches d'allègement de pièces mécaniques aux différentes échelles (adaptée de [16])

D'un côté (transfert depuis l'échelle macro) nous retrouvons les techniques d'optimisation topologiques (OT) qui modifient la géométrie d'une pièce pour l'optimiser [25], [26], [27]. De l'autre côté (transfert depuis l'échelle micro) nous retrouvons l'utilisation de matériaux hybrides. Cela concerne les matériaux composites et les matériaux cellulaires qu'ils soient réguliers ou aléatoires, uniformes ou à gradient, utilisant des treillis ou des surfaces minimales triplement périodiques [28], [29], [30], [31]. Finalement de plus en plus d'approches croisées émergent avec :

- Des matériaux cellulaires dont le motif est obtenu par OT.
- Des OT à petite échelle générant une architecture cellulaire.
- Des matériaux cellulaires dont le gradient est obtenu par un algorithme d'optimisation [30], [32].
- Des architectures composites générées par OT [33].

1.2.3.1. Optimisation topologique

Dans un contexte industriel, l'une des méthodes les plus utilisées pour l'allègement de pièces aujourd'hui est l'optimisation topologique (OT). Parfois appelé design génératif, cette méthode est définie comme l'utilisation d'algorithmes d'optimisation pour obtenir, de manière itérative, une répartition de matériau optimale pour une pièce à partir d'un certain nombre de conditions [7], [34], [35]. Plus simplement, elle est définie par la norme

ISO18459-2015 comme l'idée "d'améliorer l'efficacité en réduisant les zones sous-chargées tout en évitant les surcharges"[36].

Cette méthode émerge dans les années 80 avec l'augmentation de la puissance de calcul par ordinateurs [37]. Il devient alors possible de résoudre des problèmes d'optimisation complexes qui peuvent concerner le comportement thermique, le comportement vibratoire ou un problème de dynamique des fluides. Il existe aussi des méthodes dîtes « stress-driven » qui auront pour objectif d'optimiser le comportement mécanique (uniformité des contraintes, optimisation de la raideur, etc.). Seulement cette dernière catégorie sera présentée ici.

De manière synthétique, la résolution d'un problème d'optimisation topologique se déroule en plusieurs étapes, dont certaines sont schématisées Figure 1-8 :

- Définition d'un certain nombre de conditions initiales au problème (Figure 1-8 (a)) : volume de design correspondant à l'encombrement maximum que pourrait occuper la pièce, zones de liaisons à ne pas modifier, conditions de chargement mécanique, matériau sélectionné, type de comportement considéré (linéaire élastique, vibratoire, etc.).

- Analyse par éléments finis du comportement mécanique sous les conditions de chargement spécifiées.

- Définition d'un objectif à optimiser : uniformité des contraintes de Von Mises, raideur maximale pour une masse donnée, masse minimale pour une raideur donnée, etc.

- De manière itérative, l'algorithme génère des géométries de pièces, mesure leur performance vis-à-vis de l'objectif spécifié et retire ou ajoute de la matière localement là où c'est nécessaire (contraintes trop élevées par exemple) avant d'évaluer la nouvelle géométrie.

- Convergence vers une géométrie optimisée (Figure 1-8(b)) après un certain nombre d'itérations. Cette géométrie pourra être retravaillée pour satisfaire pleinement les exigences fonctionnelles de la pièce.

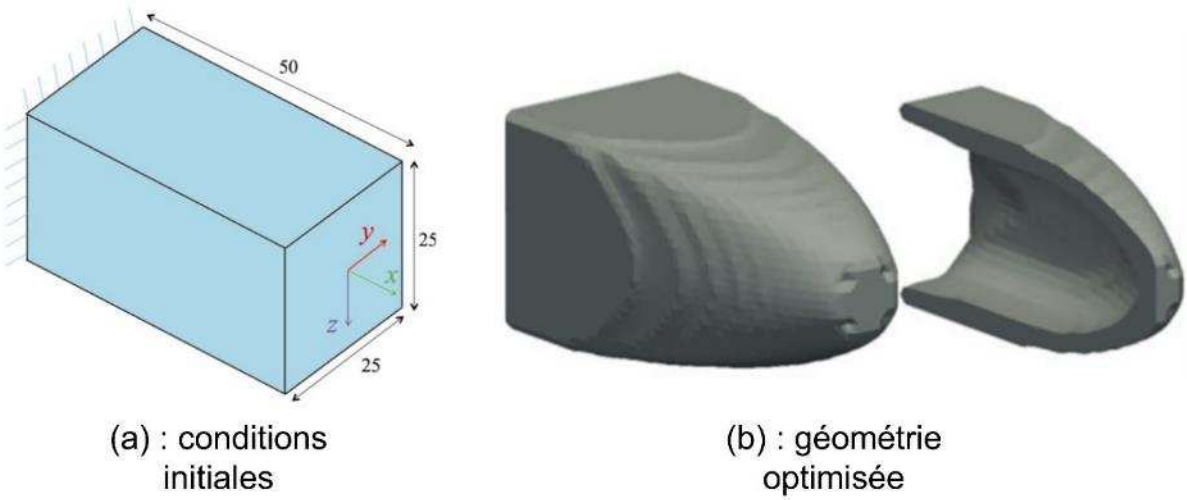


Figure 1-8: optimisation topologique d'une poutre simple encastrée, (a) : conditions initiales du problème avec 3 cas de chargement considérés (selon x, y et z), (b) : géométrie optimisée obtenue à l'issue du processus itératif d'optimisation topologique (adaptée de [33])

L'OT est aujourd'hui utilisée de manière très large dans différentes industries (aéronautique, automobile, biomédical) avec une diversité d'algorithmes permettant de répondre à de nombreux objectifs (gain de masse, optimisation de la raideur d'une pièce, uniformisation des contraintes, simplification d'assemblages, etc.) [38].

1.2.3.2. Matériaux hybrides

D'après Ashby et Bréchet, un matériau hybride est "la combinaison de 2 matériaux ou plus dans une géométrie et à une échelle prédéterminée, répondant à une problématique d'ingénierie spécifique" [21]. Vis-à-vis des problématiques de sélection des matériaux évoquées section 1.2.1, les matériaux hybrides peuvent être intéressants puisqu'ils permettent d'élargir « l'espace des propriétés matériaux » [18]. En effet, par rapport à ses constituants, un matériau hybride peut présenter plusieurs cas de figures représentés Figure 1-9 [21] :

- Scénario A « le meilleur des deux » : c'est le scénario idéal. Le matériau hybride présente le meilleur des propriétés de chacun de ses constituants et pas leurs désavantages (par exemple la poterie émaillée qui combine la malléabilité d'une argile avec la durabilité d'une céramique).

- Scénario B « loi des mélanges » : scénario intermédiaire où les propriétés de l'hybride sont des moyennes pondérées des propriétés des constituants (par exemple c'est le cas pour les matériaux composites).

- Scénario C « le maillon faible prévaut » : moindre compromis où les propriétés de l'hybride sont inférieures à celles prédites par la loi des mélanges.

- Scénario D « le pire des deux » : scénario à éviter où les désavantages de chacun des constituants s'expriment dans l'hybride final.

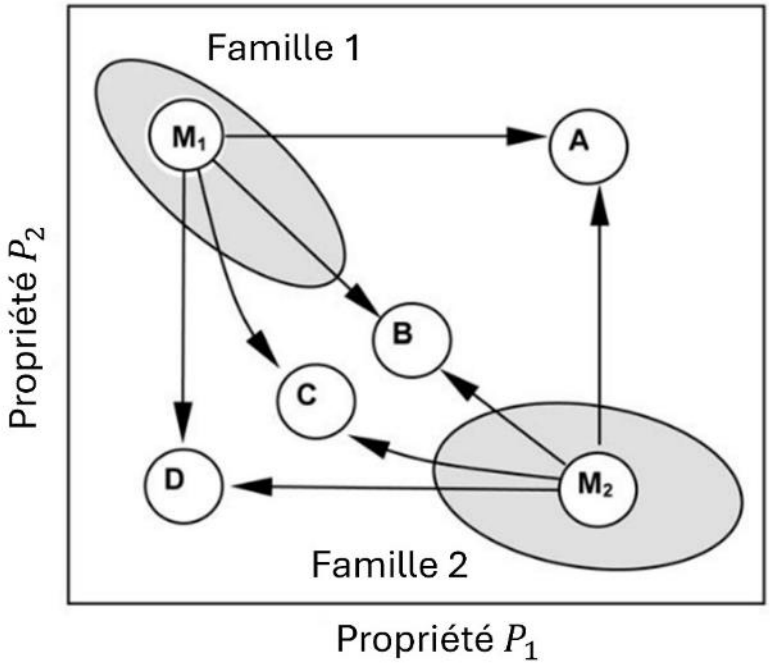


Figure 1-9 : scénarios possibles lors de la création d'un matériau hybride à partir des matériaux M_1 et M_2

La définition de matériau hybride ne concerne d'ailleurs pas seulement les matériaux composites. En effet, les matériaux cellulaires peuvent être considérés comme des hybrides d'un solide et d'air [18], [21] ce qui donne naissance à des propriétés intéressantes: ratio masse-résistance élevé, bonne capacité d'absorber les chocs, ratio surface-volume élevé favorisant les échanges thermiques, etc. [39], [40].

Un matériau cellulaire peut être considéré comme une architecture méso, à cheval entre la macro-structure (géométrie de pièce) et la micro-structure (nature du matériau). D'après Gibson et Ashby [28], « un matériau cellulaire est formé d'un réseau interconnecté de poutres et de plaques qui forment les arêtes ou les faces des cellules ». On en distingue plusieurs catégorie selon que l'architecture des cellules est organisée en 2D (nid d'abeilles), en 3D à cellules régulières (lattices) ou aléatoire (mousses) et selon que les cellules sont ouvertes ou fermées [41]. Les propriétés mécaniques d'un matériau cellulaires dépendront principalement de 3 facteurs : la forme de l'architecture poreuse, le matériau constitutif et la fraction volumique ρ_f (ratio du volume de matière divisé par le volume total).

Il existe plusieurs moyens d'obtenir un matériau cellulaire. Traditionnellement, le processus de mise en œuvre d'un matériau cellulaire implique de faire mousser le matériau constituant et permet d'obtenir une mousse (aléatoire) à cellules ouvertes ou fermées [28]. Ces techniques sont très utilisées pour les matériaux polymères mais elles sont également employées pour d'autres matériaux comme des métaux ou des

céramiques (bien que cela demande un processus plus complexe). Ces dernières années, la croissance des techniques de FA a permis l'émergence de nouvelles techniques de fabrication de matériaux cellulaires présentant une architecture spécifique [35].

En règle générale, une architecture cellulaire est obtenue par répétition d'une cellule unitaire périodique, définie à partir de quelques paramètres. Une cellule unitaire peut être structurée à l'aide de poutres ou à l'aide surfaces minimales triplement périodiques (TPMS pour « triply periodic minimal surfaces ») [42], [43]. Chaque géométrie de cellules unitaires présentera un comportement mécanique particulier, comme nous pouvons le remarquer Figure 1-10 où les tenseurs de rigidité de 20 cellules unitaires différentes sont représentés. L'architecture cellulaire pourra ensuite être uniforme ou adaptée localement à la nature du problème d'ingénierie en faisait varier localement les paramètres de la cellule unitaire. On parle alors d'architecture à gradient [44], [45].

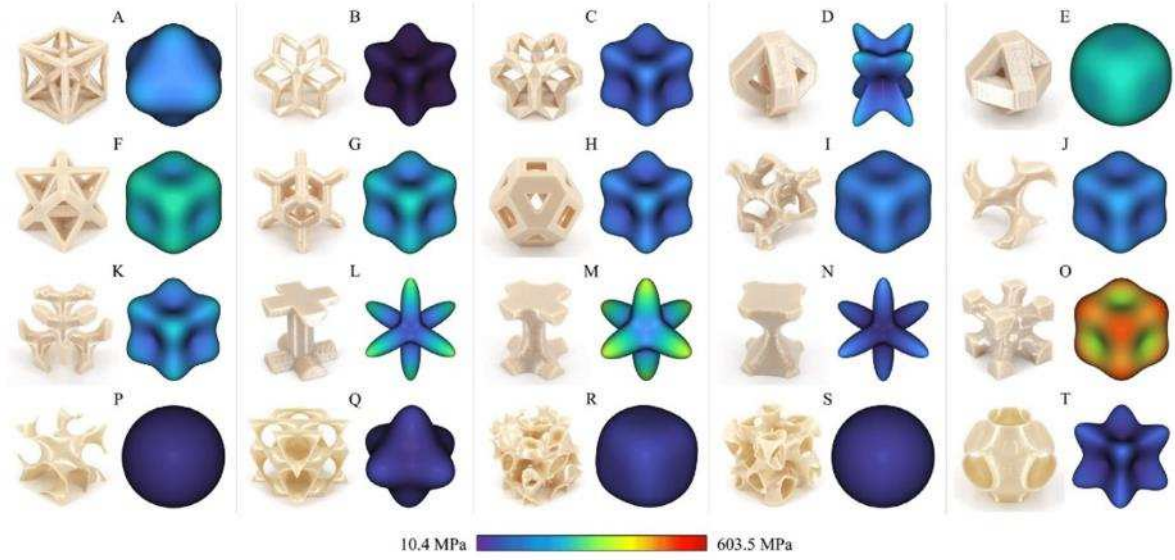


Figure 1-10: différentes cellules unitaires et tenseurs de rigidité associés démontrant la grande diversité de comportement mécanique des matériaux cellulaires (adaptée de [43]).

Les motifs les plus simples, les lattices périodiques structurés par des poutres, présentent des risques de flambement. Il y a également un risque de concentrations de contraintes au niveau des jonctions entre les poutres. Il est possible de diminuer ces concentrations de contraintes en introduisant des congés aux jonctions [39] ou en utilisant des lattices bi-matériaux [46]. Pour réduire la périodicité, des lattices aléatoires à partir de diagrammes de Voronoï ont été proposés [47], [48], [49], [50]. D'ailleurs il semblerait qu'intégrer de l'aléatoire dans les architectures cellulaires participe à augmenter certaines propriétés comme le coefficient de Poisson, le module de Young, le module de cisaillement, la rigidité [41], et participe également à réduire la vitesse de propagation des ondes et les concentrations de contrainte [51]. De plus pour palier à ces problèmes, des lattices de poutres dits « iso-surfaciques » ont été développés sur la base

de TPMS [52]. L'utilisation de TPMS permet de réduire les risques de concentrations de contraintes et de flambement des poutres [30], [31], [53]. Des modèles d'apprentissage profond ont également été utilisés pour ajuster la réponse mécanique des structures à gradient aléatoires et spinodoïdes [40], [51]. Un exemple d'une pièce obtenue à l'aide de l'un de ces algorithmes est présenté Figure 1-11. Cependant, ces modèles nécessitent de grands ensembles de données pour être correctement entraînés.

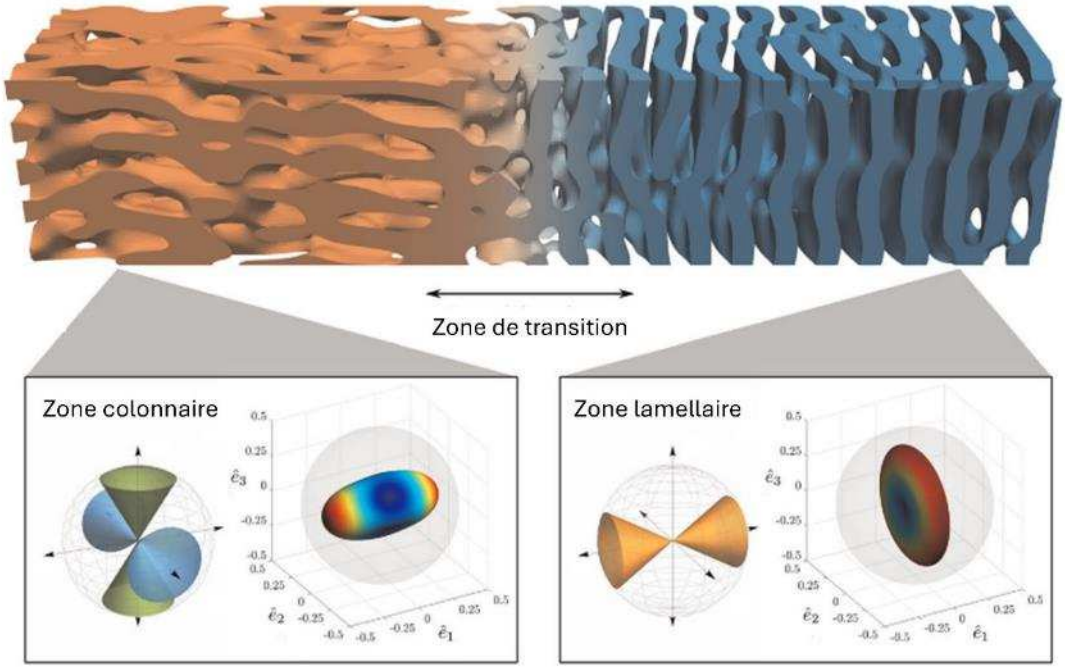


Figure 1-11 : pièce obtenue à l'aide d'un algorithme d'apprentissage profond générant des architectures cellulaires spinodoïdes. Ici l'architecture combine deux zones (colonnaire et lamellaire) et présente une zone de transition graduelles. Les tenseurs d'élasticité de chaque zones sont représentés (adaptée de [40]).

En parallèle des matériaux cellulaires issus de l'ingénierie, de très nombreux matériaux naturels (bois, corne, bambou, cuir, etc.) présentent une architecture complexe. Les matériaux naturels sont produits par des organismes vivants. Les conditions métaboliques (omniprésence de l'eau, faible température) et les ressources énergétiques de ces organismes ne permettent pas de mettre en forme à grande échelle la plupart des matériaux « classiques », comme les métaux [16], [54]. Les matériaux naturels présentent donc des compositions chimiques relativement simple utilisant majoritairement les matériaux les plus facilement disponibles dans l'environnement. Il s'agit souvent de composites de céramiques et de polymères qui ne sont pas très performants par eux-mêmes [55]. Dans les organismes biologiques les métaux sont souvent utilisés pour des fonctions chimiques telles que le transport de molécules par exemple [56]. Les organismes vivants continuent à s'adapter à leur environnement quand celui-ci varie. Afin de minimiser les ressources nécessaires à leur maintenance, ils constituent souvent la solution la plus économe en énergie [57] ce qui explique leurs performances mécaniques élevées [58], [59]. La grande variété de fonctions rencontrées dans la nature impose que les propriétés des matériaux naturels puissent varier ce qui explique leur nature

composite et leur architecture cellulaire. Les matériaux naturels sont également obtenus par croissance à partir de cellules vivantes ce qui explique la présence de certains motifs comme les structures fibreuses, en hélice ou organisées en feuillets [54], [59], [60]. Certains motifs de structure se retrouvent dans de nombreux matériaux naturels et sont représentés Figure 1-12.

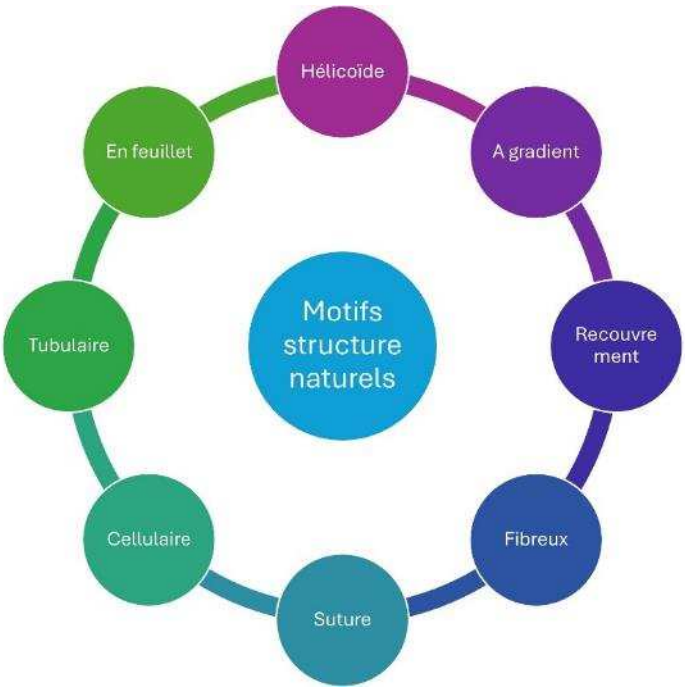


Figure 1-12 : motifs de structure les plus souvent retrouvés dans les matériaux naturels (adapté de [59])

Ainsi, les matériaux naturels présentent une organisation hiérarchique: nature composite à l'échelle microscopique, architecture cellulaire à l'échelle méso et géométrie optimisée à l'échelle macroscopique [61]. De fait, les matériaux naturels sont très complexes. Ils sont le résultat de 3.8 milliards d'années de R&D évolutive [4], [62] et combinent des propriétés de rigidité et de ténacité qui sont généralement contradictoires en science des matériaux. Ils sont multifonctionnels, résilients, résistants aux défauts et adaptatifs [63] et présentent souvent des ratios masse/résistance et masse/rigidité intéressants. Il pourrait donc constituer une source d'inspiration pour développer des méthodes d'allègement appliquées à des pièces mécaniques.

1.3. Allègement bio-inspiré

Dans ce contexte d'allègement de pièce mécanique nous pouvons donc nous inspirer des matériaux naturels. En effet, ceux-ci sont le résultat d'une longue optimisation multi-objectifs malgré un contexte physico-chimique exigeant. Les matériaux naturels sont à la fois résistants, rigides, tenaces, légers tout en présentant une composition chimique simple (majoritairement des polymères et céramiques) [56], [64], [65], [66].

1.3.1. S’inspirer des matériaux naturels

D’après la European Science Foundation dans le rapport *Nature-Inspired Science and Engineering for a Sustainable Future*, « Les grands défis du XXIe siècle, tels que le réchauffement climatique, l'accès à l'eau douce, la production durable d'aliments et de matériaux et l'amélioration de la qualité de vie dans les sociétés vieillissantes, exigent une nouvelle approche de la science et de l'ingénierie plus étroitement liée à la nature. Les conceptions bio-inspirées offrent des solutions technologiquement nouvelles et durables aux problèmes de la société, qui ne peuvent pas être apportées aussi rapidement ou économiquement par les approches traditionnelles. Une meilleure compréhension du fonctionnement des systèmes biologiques peut apporter de nouvelles idées et approches en matière de production, de conversion, de stockage, de transport et d'efficacité énergétique. Elle peut également inspirer des progrès dans le domaine des soins et introduire une nouvelle ère de matériaux dotés de propriétés inédites telles que l'autoréparation.» [67]

Aujourd’hui la bio-inspiration est une approche interdisciplinaire qui gagne en popularité de plus en plus rapidement. Elle peut être utilisée pour répondre à une demande technique (« techno-pull ») ou provenir d’observations de phénomènes dans le monde vivant (« biology-push ») [55]. Dans le contexte des travaux présentés ici, il faut noter que l’approche bio-inspirée est particulièrement populaire pour la conception de matériaux en raison des performances des matériaux naturels, évoquées précédemment. Ainsi, une analyse des innovations bio-inspirées a montré que le développement de nouveaux matériaux est le domaine de R&D bio-inspirée le plus important. Nous pouvons notamment évoquer les matériaux intelligents, les surfaces texturées et les matériaux à applications ciblées. En théorie d’après les observations issues de la biologie, en poursuivant l'innovation en matière de matériaux bio-inspirés nous pourrions être en mesure de remplacer les matériaux métalliques dans l'industrie [62].

Par exemple, historiquement, le bois a été (et est toujours) très utilisé dans la construction de bâtiments. Le mot « matériau » vient d’ailleurs de la racine latine *materia* qui désigne le « bois dur » [68]. Cette importance s’explique par l’efficacité remarquable du bois à supporter des contraintes de flexion et de flambement, comparable à celle de composites modernes et dépassant largement celle des composants du bois (composite de cellulose et de lignine) [29], [68]. La production annuelle de bois est d’ailleurs équivalente en tonnes à celle de l’acier (10 fois supérieures si nous considèrons le volume) [20] et 20% de cette production annuelle est réservée à des applications structurelles [68]. Pour atteindre des performances encore plus élevées, de nouveaux produits sont en développement pour transférer au bois les connaissances structurelles développées pour les matériaux métalliques et composites [69], [70]. L’un de ces produits et des exemples d’utilisation pour la construction de bâtiments sont présentés Figure 1-13.



Figure 1-13 : exemple de produits d'ingénierie développés à base de bois et leurs utilisation pour la construction de bâtiments (adapté de [69])

Au-delà du bois, de très nombreux matériaux naturels sont aujourd'hui des pistes de bio-inspiration pour le développement de nouveaux matériaux, qu'ils soient d'origine végétale [13], [14], [71], [72], [73], [74], [75] ou animale [64], [66], [76], [77], [78], [79], [80], [81]. Dans le contexte de ces travaux, il est important de choisir l'un de ces matériaux pour développer une méthode d'allègement bio-inspirée.

1.3.2. Choix d'un matériau d'étude : l'os trabéculaire

A l'échelle planétaire, d'après Bar-On *et al.* la biomasse est très largement composée de plantes (450Gt C), de bactéries (70Gt C), de champignons (12 Gt C), d'archées (7Gt C) et de protistes (4Gt C). Le règne animal (2Gt C) n'arrive qu'en avant-dernière position devant les virus (0.2 Gt C). Au sein même du règne animal, les arthropodes représentent la majorité (1.2Gt C) devant les vertébrés (0.8Gt C dont une majorité de poissons) [82].

En termes de matériaux naturels, les trois principaux règnes du vivant présentant des matériaux structurels (plantes, arthropodes et vertébrés) utilisent des molécules structurelles différentes. Chez les plantes, la molécule structurelle principale est la cellulose, organisée en composite avec la lignine. Chez les arthropodes, la molécule structurelle principale est la chitine et les vertébrés utiliseront plutôt le collagène qui seront respectivement associés à de la calcite et de l'hydroxyapatite pour former les cuticules des arthropodes et les os des vertébrés.

Concernant l'état des connaissances scientifiques sur ces différents matériaux naturels, une recherche de mots-clés sur un outil bibliographique, comme *Web Of Science* par exemple, peut nous renseigner. La Figure 1-14 présente le nombre d'articles répertoriés sur *Web Of Science* présentant les mots clés « Chitin OR Cuticle », « Cellulose OR Wood »,

« Collagen OR Bone » associés respectivement aux arthropodes, aux plantes et aux vertébrés.

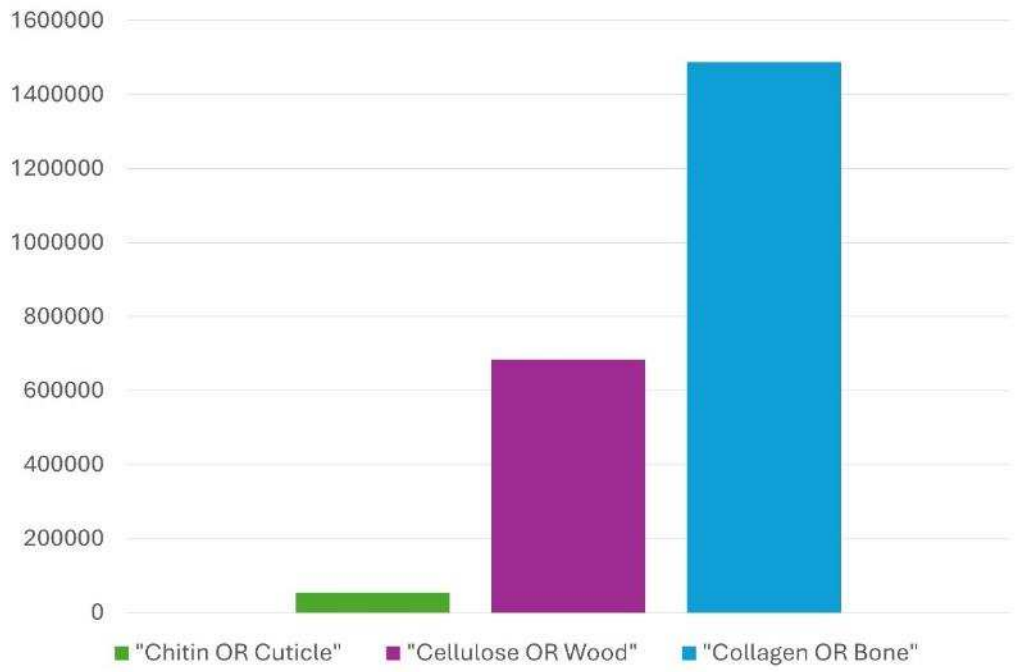


Figure 1-14 : Nombre de publications répertoriées sur Web Of Science pour les mots clés associés à différents matériaux naturels

En étudiant cette figure, il semble donc plus intéressant de s'intéresser à l'os pour développer une méthode d'allègement bio-inspiré, l'objectif ici n'étant pas de développer de nouvelles connaissances sur un matériau naturel mais bien de transférer les connaissances existantes à un contexte d'ingénierie. Ici, en particulier, l'étude se limitera aux os longs des mammifères qui subissent des contraintes mécaniques très diverses lors du mouvement, les os des poissons étants majoritairement soumis à une pression hydrostatique et les autres types d'os de mammifères étant difficilement assimilables à des pièces mécaniques. Dans l'organisme, les os longs remplissent une fonction structurelle, ils sont impliqués dans le mouvement et permettent la création de bras de levier et la transmission des forces [83]. Ce matériau présente une organisation hiérarchique à plusieurs niveaux [56], [84]. A l'échelle macroscopique, un os long se divise en une diaphyse (corps central) et deux épiphyses (extrémités articulées). A l'échelle méso, nous retrouvons trois types d'architectures majoritaires : l'os cortical compact, l'architecture trabéculaire poreuse et la cavité médullaire remplie de fluide (moëlle osseuse). A l'échelle microscopique il s'agit d'un composite de collagène et d'hydroxyapatite. Cette organisation est présentée Figure 1-15.

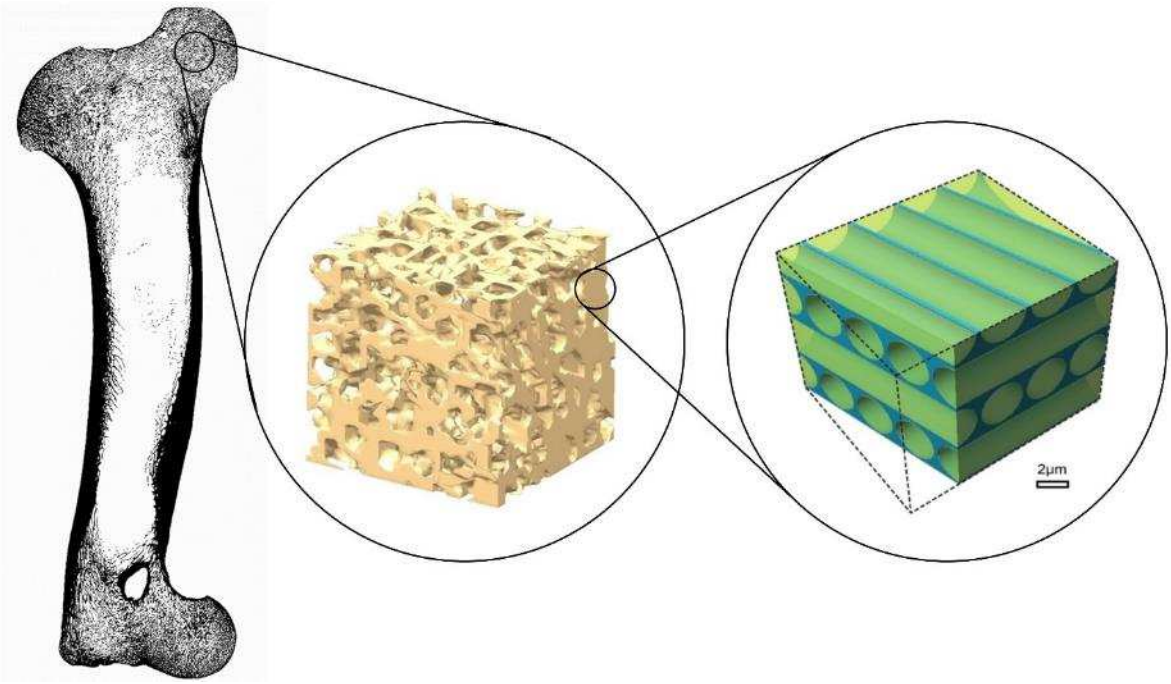


Figure 1-15 : organisation hiérarchique à trois niveaux d'un humérus de cheval. A gauche, la macro-structure de l'os complet présentant la diaphyse (corps central) et les deux épiphyses (extrémités articulaires), au centre un échantillon d'architecture trabéculaire poreuse trouvée dans les épiphyses, à droite l'arrangement composite des fibres de collagène minéralisées par de l'hydroxyapatite (adapté de [84]).

Dans une perspective d'allègement, l'architecture trabéculaire semble particulièrement intéressante. Il s'agit d'une architecture poreuse trouvée au niveau des surfaces articulaires des os longs (fémur, humérus, etc.), dans les corps vertébraux ou dans les os plats (crâne, omoplate, etc.) [29]. Dans l'organisme cette architecture poreuse remplit une fonction mécanique de transfert de charge des surfaces articulaires vers l'os cortical qui en supporte la majorité [85] et une fonction métabolique de stock de calcium [86], [87]. L'étymologie de « trabéculaire » vient de *trabecula* qui signifie « petite poutre ». En fonction de leur fraction volumique, les échantillons trabéculaires présenteront des éléments ressemblant à des poutres (échantillon plus poreux) ou des éléments ressemblant à des plaques (échantillon plus dense). L'architecture trabéculaire est d'ailleurs souvent qualifiée de réseau de plaques et de poutres pour en faciliter l'étude [88], [89], [90].

L'os est un matériau vivant qui est en adaptation fonctionnelle constante vis-à-vis de son environnement afin d'y être le mieux adapté. Il évolue quotidiennement pour remplir sa fonction mécanique [86], [87], [91]. C'est d'ailleurs particulièrement vraie pour l'architecture trabéculaire puisque 25% de la masse trabéculaire est renouvelée chaque année contre seulement 5% de la masse corticale [56], [92]. Cela peut s'expliquer par la variété de chargements mécaniques que supporte l'architecture trabéculaire pour remplir sa fonction de transfert des efforts. De fait, l'organisation de l'architecture trabéculaire pourra varier selon les espèces, les individus et les sites anatomiques puisqu'ils ne seront pas soumis aux mêmes sollicitations mécaniques.

Cette adaptation fonctionnelle et ce renouvellement s'opère par un renforcement des zones les plus chargés et une résorption des zones moins chargés afin d'optimiser les performances en diminuant le coût métabolique [57]. Ce renforcement/résorption, présenté Figure 1-16, est réalisée par une « unité multicellulaire » composée de trois types de cellules remplissant chacune des rôles différents [87], [91], [92] :

- Les ostéocytes sont responsables de la mécano-transduction. Ils détectent les efforts mécaniques et transmettent des signaux métaboliques associés pour initier l'adaptation fonctionnelle.

- Les ostéoclastes s'occupent de la résorption des zones d'os trabéculaire superflues, soumises à des sollicitations mécaniques trop faibles pour être conservées.

- Les ostéoblastes quant à eux ajoutent de la matière là où elle est nécessaire, dans les zones trabéculaires trop sollicitées. Ils s'occupent également de réparer les zones endommagées.

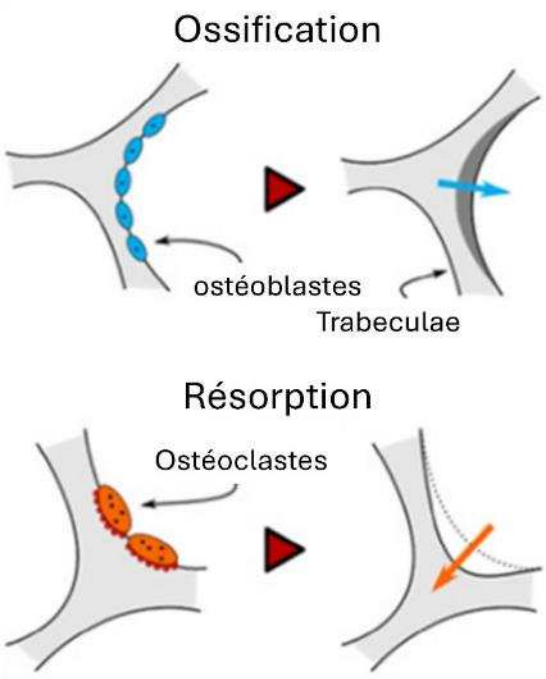


Figure 1-16 : fonctionnement de l'adaptation fonctionnelle de l'architecture trabéculaire à travers l'activité croisée des ostéoblastes (fonction d'ossification) et des ostéoclastes (fonction de résorption) sous le contrôle des ostéocytes (adapté de [93])

L'adaptation fonctionnelle de l'os est donc le résultat d'un équilibre homéostatique dicté par l'activité de ces trois types de cellules mais le stimulus exact modulant cette activité n'a pas encore été clairement identifié. L'os trabéculaire rompt à une déformation uniforme quel que soit l'espèce ou l'architecture de l'échantillon considéré, cette déformation étant 3 fois supérieure aux déformations maximales typiquement observées dans un échantillon trabéculaire. Certains auteurs ont donc proposé la déformation comme stimulus d'adaptation [94], d'autres ont proposé la densité d'énergie de

déformation produite par l'historique de chargement récent [86] ou l'uniformité des contraintes et la réduction des concentrations de contraintes [57].

Une architecture trabéculaire non-pathologique est capable de supporter les charges mécaniques volontaires maximales typiquement observées, souvent générées par les muscles, sans rupture brusque ou en fatigue. La littérature semble d'ailleurs indiquer qu'il existe un coefficient de sécurité de 4 à 6 entre la contrainte mécanique maximale et la limite élastique de l'os [87], [95]. En conséquence du processus d'adaptation fonctionnelle, les trabeculae sont orientées de sorte à être chargées principalement en traction/compression, conduisant à leur ruine par flambement. Pour cette raison, la plupart sont orientées selon la direction des contraintes maximales. C'est ce que l'on appelle l'hypothèse de trajectoire, aussi connue sous le nom de loi de Wolff [96], [97], [98]. Puisque l'architecture trabéculaire se trouve au niveau des zones articulaire, elle est soumise (et donc adaptée) à des contraintes mécaniques variants régulièrement en direction et en intensité [57]. La nature cyclique de ce chargement explique l'existence de nombreux mécanismes d'adaptation à l'endommagement en fatigue: trabécules "sacrificielles" accumulant l'endommagement pour protéger le reste de l'architecture [58], haute tolérance aux fissures [63], capacité de réparation des endommagements [87], etc.

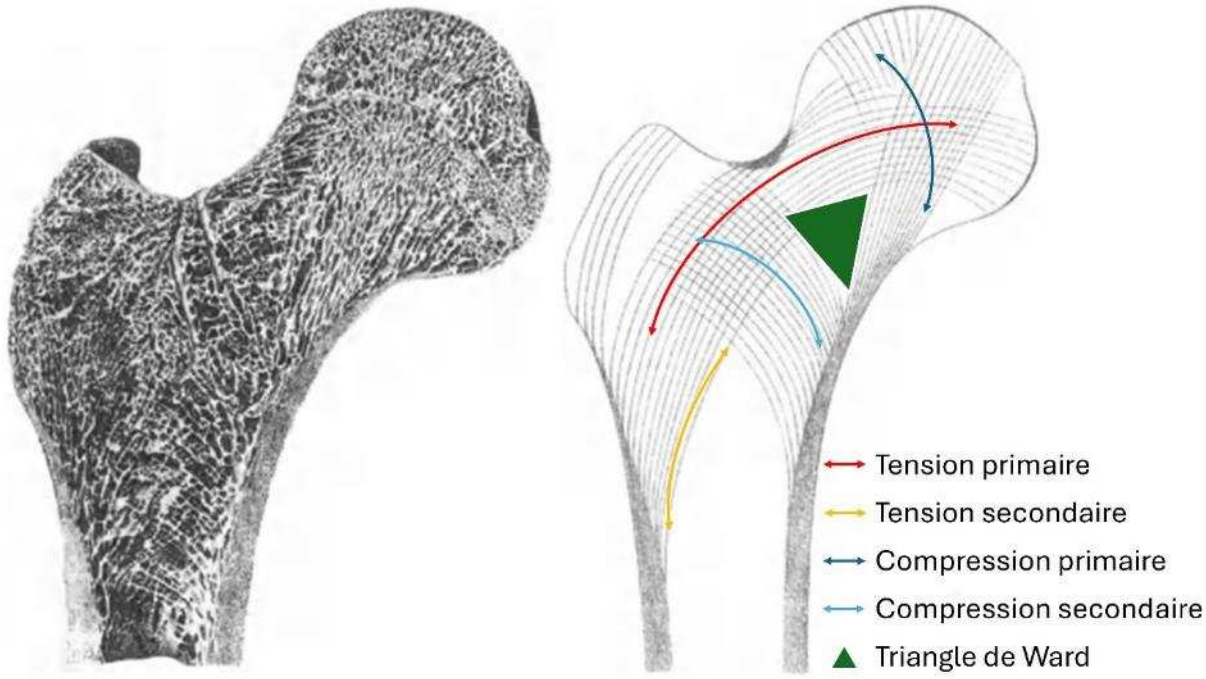


Figure 1-17 : explication de l'hypothèse de trajectoire à partir d'une coupe de fémur humain (gauche) et d'un schéma des contraintes dans un fémur (droite). Le triangle de Ward est une zone de faibles contraintes (adapté de [93], [98])

Pour résumer, l'architecture trabéculaire est donc un matériau poreux, hétérogène, asymétrique et anisotrope qui remplit une fonction mécanique de transfert de charge. Cette architecture va varier selon les espèces, les individus, les sites anatomiques car elle s'adapte en permanence afin de remplir sa fonction mécanique et d'assurer sa tenue (en

statique et en fatigue) tout en minimisant le coût métabolique. De ce fait, l'architecture trabéculaire est majoritairement orientée dans les directions des contraintes principales qu'elle supportera. Il s'agit donc d'une architecture intéressante à étudier par le biais de la bio-inspiration pour alléger des pièces mécaniques.

1.3.3. Méthodes bio-inspirées de l'architecture trabéculaire issues de la littérature

L'une des premières méthodes utilisées pour reproduire l'architecture trabéculaire est l'optimisation topologique, évoquée section 1.2.3.1. En effet, à une échelle suffisamment petite, celle-ci présente des similitudes avec le processus d'adaptation fonctionnelle détaillé plus haut.

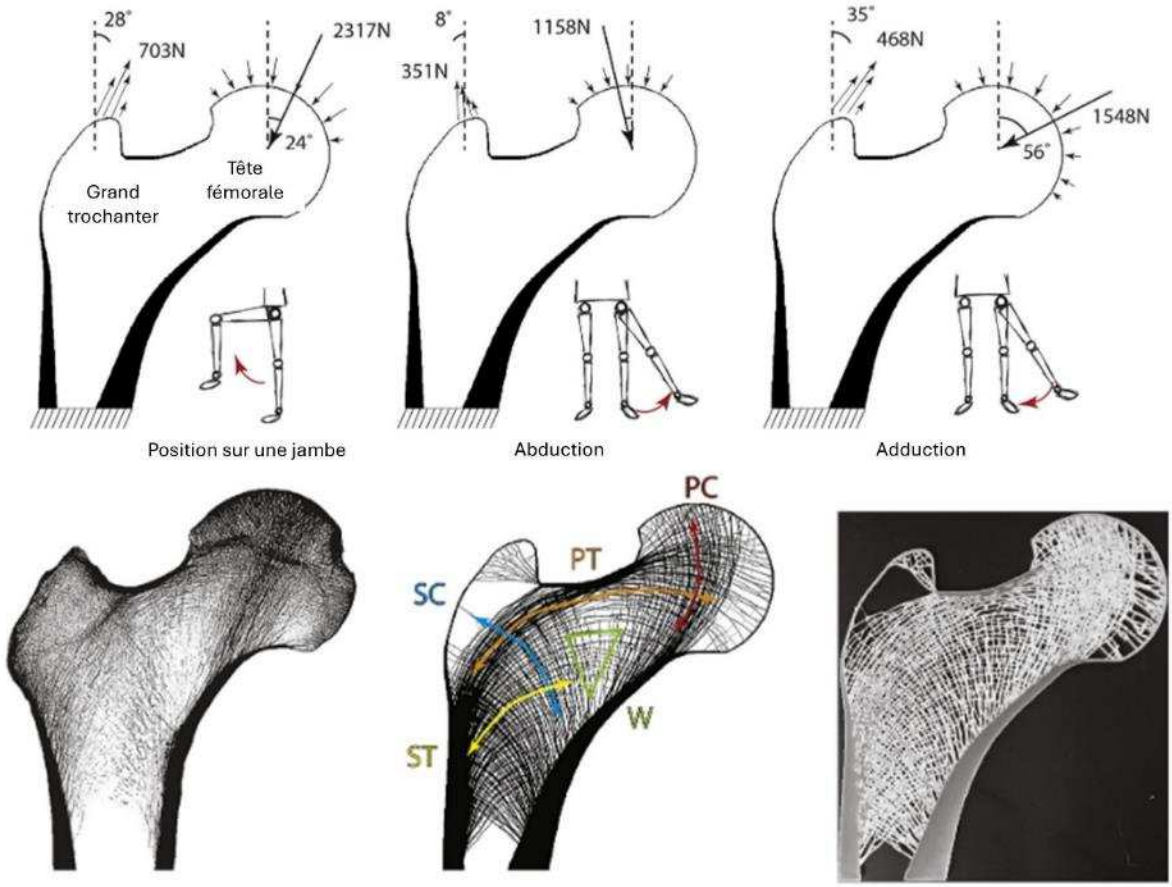


Figure 1-18 : conditions aux limites utilisées pour un cas d'optimisation topologique en 2D d'un fémur humain (en haut) et comparaison des résultats obtenus (en bas à droite) avec l'architecture d'un fémur réel (en bas à gauche). Nous retrouvons les orientations privilégiées de l'architecture trabéculaire comme représenté en bas au centre (adapté de [34]).

Le procédé consiste généralement à définir comme objectif d'optimisation l'un des stimuli proposés pour l'adaptation fonctionnelle de l'os. La géométrie initiale est celle d'un os comme le fémur et les conditions aux limites représentent les sollicitations mécaniques supportées par cet os. Les premiers travaux se sont notamment attelés à

l'optimisation topologique en 2D, comme présenté Figure 1-18, avec une diversité de stimuli considérés [34], [99], [100], [101]. Ces travaux ont ensuite été élargis à la 3D à partir de plusieurs algorithmes d'optimisation [93], [102] dont un exemple est présenté Figure 1-19.

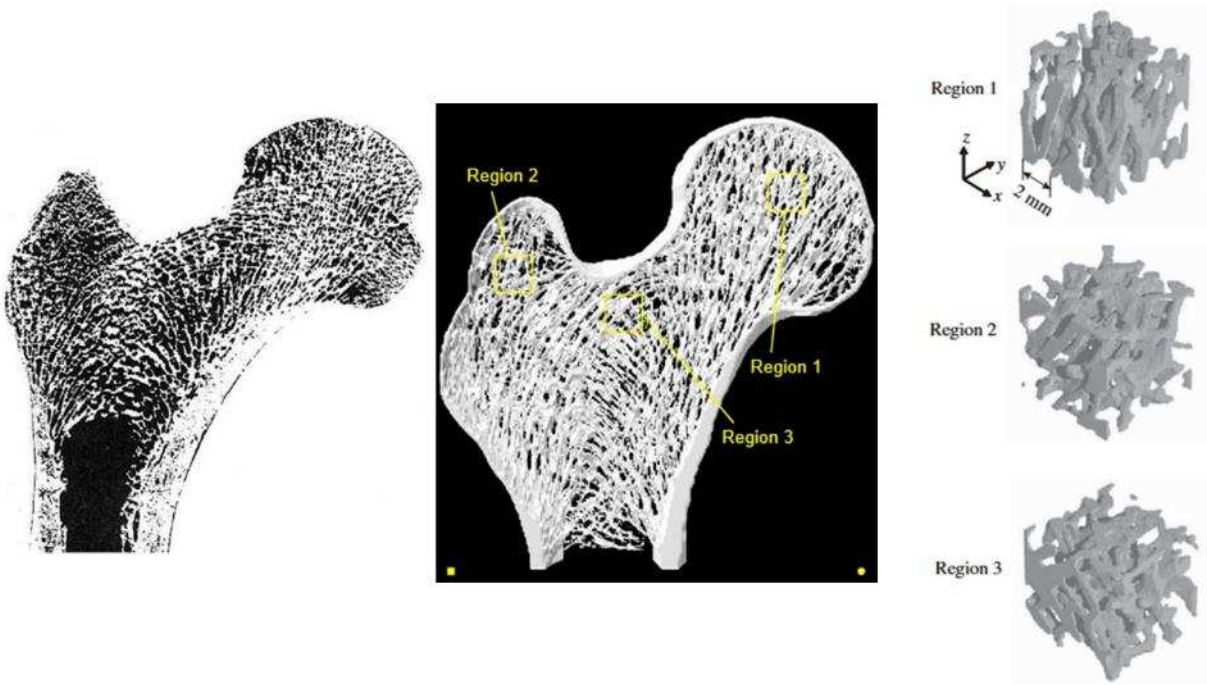


Figure 1-19 : comparaison entre une coupe de fémur humain (gauche) et le résultat d'une optimisation topologique bio-inspirée en 3D (centre) avec détail de 3 zones d'architecture trabéculaire générées (droite)

Les résultats obtenus par ces approches d'optimisation topologiques sont convaincants dans la forme des architectures générées mais demandent de très importants temps de calcul. Pour approcher l'architecture trabéculaire de manière simplifiée, d'autres auteurs ont proposé l'utilisation de matériaux cellulaires. Ces approches sont particulièrement utilisées pour le développement d'implants osseux puisqu'elles permettent le développement rapide d'un prototype à implanter chez un patient sans nécessiter autant de puissance de calcul que ce qui peut être demandé par une approche d'optimisation topologique. Nous pouvons ainsi répertorier des travaux utilisant des architectures cellulaires uniformes à partir de lattices ou de TPMS [53], [103], [104], [105], des architectures à gradient [106], [107], [108], des architectures cellulaires aléatoires basées sur les diagrammes de Voronoï [49], [50], [57], [109], [110] ou bien encore des architectures aléatoires basées sur les spinodoïdes et couplées à de l'apprentissage profond [40]. Certaines des architectures générées par ces approches sont présentées Figure 1-20.

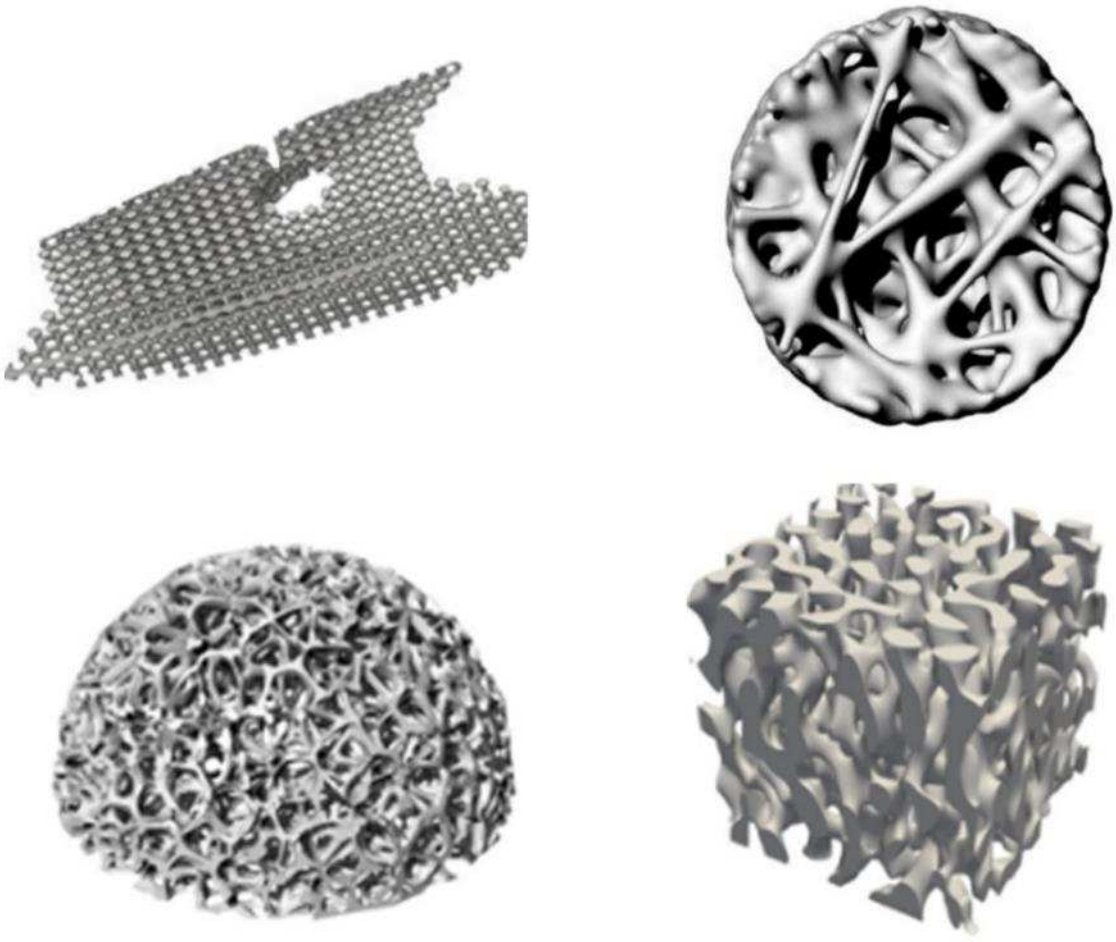


Figure 1-20 : propositions d'implants osseux générés à l'aide de différentes architecture cellulaires : TPMS uniforme (en haut à gauche, adapté de [105]), architecture à gradient (en haut à droite, adapté de [106]), architecture basée sur les diagrammes de Voronoï (en bas à gauche, adapté de [109]), architecture spinodoïde (en bas à droite, adapté de [40]).

L'ensemble des approches bio-inspirées évoquées ici, qu'elles utilisent l'optimisation topologique ou les architectures cellulaires, ont plus pour objectif de reproduire la forme de l'architecture trabéculaire que d'en transférer les avantages vers des solutions technologiques. D'ailleurs, aucun de ces travaux ne cherche à alléger de pièces mécaniques mais plutôt à favoriser l'intégration d'implants osseux dans le corps humain. Il s'agît là plus de travaux en biomimétisme (reproduire) qu'en bio-inspiration (transférer des connaissances). Pour développer une méthode d'allègement bio-inspirée de l'architecture trabéculaire, il serait bon d'étudier les directives proposées dans les normes pour conduire une étude de bio-inspiration.

1.4. Comment se bio-inspirer de l'architecture trabéculaire pour l'allègement de pièces mécaniques ?

1.4.1. Définition de la bio-inspiration et directives pour structurer une étude

De manière générale, le processus de bio-inspiration est complexe, car il fait intervenir la grande variabilité du monde vivant. Il est donc important de bien comprendre ce que nous cherchons à accomplir lors d'une étude de bio-inspiration. Dans l'environnement naturel, en raison de l'évolution, les mutations bénéfiques ont tendance à être conservées dans le génome d'une espèce. Au fil du temps, cela conduit à un large éventail de solutions optimales trouvées dans la nature. Les adaptations naturelles sont donc la conséquence d'une histoire évolutive complexe, qui ne se prête pas à une utilisation directe pour des problèmes d'ingénierie. En outre, il existe une importante différence de paradigme entre la croissance biologique et la conception technique: les systèmes biologiques sont multifonctionnels [36], [62], [63], [111], [112] tandis que les solutions techniques deviennent de plus en plus complexes à mesure que les exigences fonctionnelles sont satisfaites par de nouvelles pièces [7], [56].

En raison de l'optimisation de fonctions conflictuelles, des mutations, du processus de sélection naturelle ou de l'exaptation (traits cooptés ou détournés de leur fonction première, sous-produits), la configuration qui survit n'est pas nécessairement la meilleure et peut être sous-optimale [55], [57], [62]. Ainsi selon Robert Full, biologiste à l'université de Californie, Berkeley, « l'évolution n'est pas un principe de perfectionnement ; elle fonctionne sur le principe du "juste assez bien". Si vous voulez concevoir quelque chose pour une tâche donnée, il faut observer la diversité des organismes et être inspirés par les principes ». Par conséquent, les contraintes évolutives doivent être identifiées avec précision, car cela permet de comprendre le contexte biologique d'une adaptation et d'identifier ce qui peut être négligé [62].

Le succès d'une étude de bio-inspiration dépend de l'adéquation entre le problème technique et la solution naturelle [55]. Selon la norme ISO18458-2015 « L'application réussie de la bio-inspiration se caractérise par le transfert de connaissances et d'idées de la biologie vers la technologie ou d'autres domaines d'innovation, c'est-à-dire un développement pratique inspiré par la nature qui passe généralement par plusieurs étapes d'abstraction et de modification après le point de départ biologique » [112].

En résumé, pour faciliter le processus de bio-inspiration, la norme ISO18458-2015 propose de travailler en 2 étapes. La première étape d'abstraction consiste à tirer des conclusions générales à partir d'observations d'une diversité d'organismes biologiques. La deuxième étape de transfert consiste à adapter ces conclusions générales dans le cadre

d'un système technique. Dans ce contexte, les relations forme-fonction de la biologie sont particulièrement intéressantes puisqu'elles permettent de comprendre les phénomènes biologiques de manière simplifiée. Il est donc nécessaire d'établir une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire pour pouvoir s'en bio-inspirer.

1.4.2. Etablir une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire

L'analyse de l'architecture trabéculaire relève de l'histomorphométrie, qui consiste à exploiter un ensemble de mesure, d'analyse d'images, et de calculs pour dériver certains indices décrivant un échantillon [113]. Concernant l'os, nous savons que l'architecture trabéculaire pourra varier selon les espèces, les individus et les sites anatomiques. Il existe donc un très grand nombre de mesures utilisées pour caractériser un échantillon. Ces mesures sont plus ou moins corrélées les unes aux autres et peuvent ou non exercer une influence sur les performances mécaniques d'un échantillon trabéculaire.

Entre autres, nous savons qu'il existe une allométrie entre la taille du motif trabéculaire et la taille d'une espèce [114], [115], [116]. De plus, il a également été montré qu'entre 92% et 98% des variations de propriétés mécaniques entre différents échantillons trabéculaires dépendent de différences en termes de fraction volumique et de Fabric Tensor [58], [94], [117], [118]. Ici, une relation forme-fonction sera donc établie pour chacune de ces trois grandeurs, qu'il faut d'abord définir. La Figure 1-21 présente le schéma d'un échantillon trabéculaire quelconque avec certaines mesures histomorphométriques importantes.

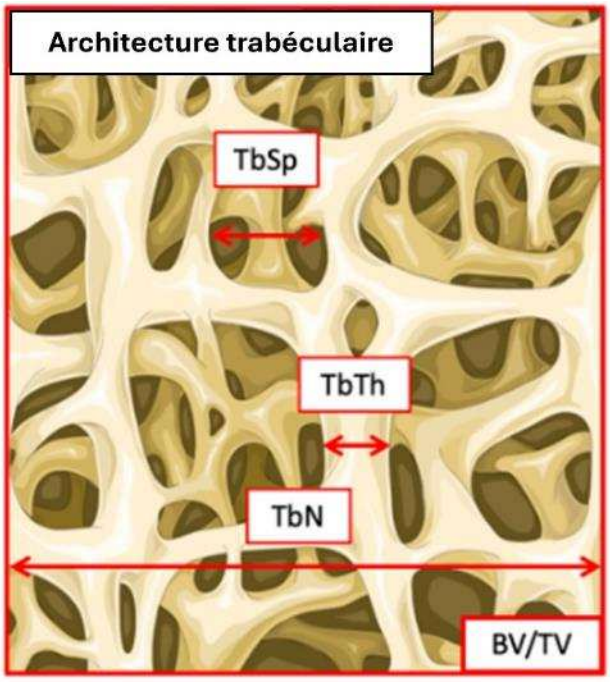


Figure 1-21 : schéma d'un échantillon trabéculaire avec quelques mesures histomorphométriques courantes : $Tb.Sp$ l'espacement moyen entre trabeculae,

$Tb.Th$ l'épaisseur moyenne des trabeculae, $Tb.N$ le nombre de trabeculae dans l'échantillon et $\rho_f = BV/TV$ la fraction volumique.

La taille du motif trabéculaire p pour un échantillon donné correspond à la somme de l'espacement moyen entre les trabeculae $Tb.Sp$ et l'épaisseur moyenne des trabeculae $Tb.Sp$.

$$p = Tb.Th + Tb.Sp \quad (1\text{-}1)$$

La fraction volumique ρ_f est égale au volume d'os dans un échantillon BV divisé par le volume total de l'échantillon TV.

$$\rho_f = BV/TV \quad (1\text{-}2)$$

Pour finir le Fabric Tensor **M** est défini par Cowin comme « un tenseur symétrique de second rang qui caractérise l'arrangement des composants dans un matériau multiphasé ou poreux » et par Fratzl et Weinkamer comme « un tenseur symétrique de second rang et peut donc être représenté par un ellipsoïde. [...] Le rapport DA entre les valeurs propres du tenseur tissu, c'est-à-dire entre les rayons principaux de l'ellipsoïde, est une quantité utile pour décrire l'anisotropie de la structure osseuse.» [56], [119], [120], [121], [122]. La Figure 1-22 présente les Fabric Tensor de deux échantillons trabéculaires provenant d'espèces différentes.

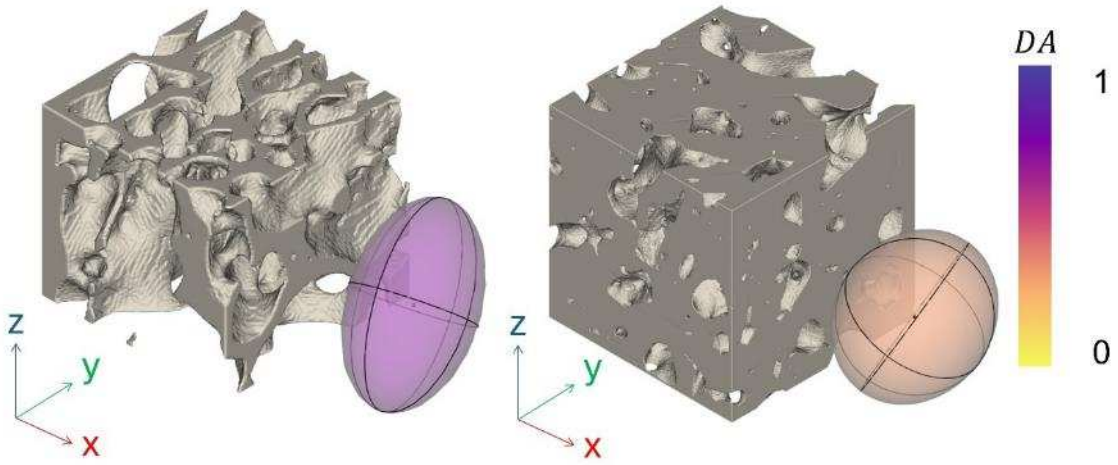


Figure 1-22 : 2 échantillons trabéculaires et Fabric Tensor associés (données issues de [123])

1.4.2.1. Allométrie du motif trabéculaire en fonction de la taille de l'espèce

Premièrement, d'après la littérature, il existe une allométrie entre la taille d'un os h (qui dépend de l'espèce considérée) et la taille du motif trabéculaire p. Cette relation

allométrique a été établie à partir d'un très grand nombre d'observation d'os d'animaux chez les primates, les reptiles, les oiseaux et les mammifères ce qui tend à confirmer son caractère universel [114], [115], [116]. A partir des résultats présentés dans ces travaux, la relation forme-fonction suivante est donc proposée :

$$p = \begin{cases} 0.3535 \left(\frac{h}{2}\right)^{0.2864} & \text{, pour les mammifères} \\ 0.6243 \left(\frac{h}{2}\right)^{0.5648} & \text{, pour les oiseaux} \end{cases} \quad (1\text{-}3)$$

1.4.2.2. Relation entre la fraction volumique ρ_f et l'état de contrainte local

Deuxièmement, comme évoqué précédemment, les variations de propriétés mécaniques entre différents échantillons trabéculaires dépendent fortement de différences en termes de fraction volumique. De plus à travers l'adaptation fonctionnelle, les performances mécaniques d'un échantillon trabéculaire seront adaptées à l'état de contrainte qu'il subit. Il devrait donc exister un lien mathématique entre l'état de contrainte local (contrainte de Von Mises σ_{VM}), les propriétés mécaniques de l'échantillon (limite élastique Re) et la fraction volumique de l'architecture (ρ_f). Par exemple, Audibert *et al.* ont proposé l'équation (1-4) pour relier ces grandeurs dans le cas du fémur humain [95]. Des relations similaires ont également été proposées dans d'autres modèles animaux avec de légères différences de coefficient.

$$\rho_f = 3.07 \, (\sigma_{VM}/R_e)^{0.59} \quad (1\text{-}4)$$

1.4.2.3. Relation entre le Fabric Tensor $\mathbf{M}$ et l'état de contrainte local

Troisièmement, comme pour la fraction volumique, les variations de propriétés trabéculaires dépendent fortement de différences en termes de Fabric Tensor. Le Fabric Tensor est donc un tenseur symétrique de second rang qui caractérise l'orientation et l'anisotropie d'un échantillon trabéculaire. Puisque l'architecture trabéculaire est orientée selon les contraintes principales, il devrait exister une relation entre les valeurs propres du Fabric Tensor M_i et les valeurs des contraintes principales σ_i. Une relation de ce type a été proposée par Hazrati Marangalou *et al.* dans le cas du fémur humain [94] :

$$M_i = \frac{|\sigma_i|^{1/4}}{(|\sigma_1|^{1/4} \, |\sigma_2|^{1/4} \, |\sigma_3|^{1/4})^{1/3}}, i = 1,2,3 \quad (1\text{-}5)$$

Cependant, cette relation n'a pour l'instant été validée que dans le cas du fémur humain et il pourrait donc être intéressant de la valider dans le cas d'un autre modèle animal pour statuer sur son caractère universel.

1.5. Conclusion de l'état de l'art et positionnement des travaux de recherches

A travers ce premier chapitre, le contexte technique et scientifique de ces travaux de recherches a donc été présenté.

Premièrement, des éléments ont été apportés en section 1.1 pour expliquer le contexte industriel de cette thèse CIFRE et comment elle s'intégrait dans la stratégie plus globale d'Airbus Helicopters. A l'issue de cette première section, il apparaît donc que l'objectif à travers cette thèse est d'explorer l'allègement de pièces mécaniques sollicitées en fatigue, fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres.

Dans ce contexte, à travers la section 1.2, différentes approches pour alléger des pièces ont été présentées. Entre autres, les deux approches classiques en ingénierie pour alléger une pièce ont été présentées : l'approche micro-structurelle à travers la sélection de matériau et l'approche macro-structurelle à travers les modifications de la géométrie d'une pièce. Ensuite, une troisième approche, dite méso-structurelle, a été introduite. Cette approche gagne en popularité ces dernières années et deux possibilités d'allègement à l'échelle méso ont été présentés à travers l'optimisation topologique et l'utilisation de matériaux hybrides, qu'ils soient composites, cellulaires ou naturels. En conclusion de cette section, il apparaît que les matériaux naturels sont particulièrement performants malgré de nombreuses contraintes environnantes et une composition chimique simple. Il serait donc intéressant de s'en inspirer pour établir une méthode d'allègement bio-inspirée.

Par conséquent, en section 1.3, une brève introduction sur les intérêts d'utiliser la bio-inspiration a d'abord été présentée. Un matériau naturel d'étude a ensuite été choisi à travers la diversité du monde vivant. En particulier, c'est l'architecture trabéculaire des os longs de vertébrés qui sera étudié ici. Ensuite, un ensemble de méthodes bio-inspirées de l'architecture trabéculaire issues de la littérature ont été référencées. A travers ce référentiel, il apparaît que peu de méthodes bio-inspirées de l'architecture trabéculaire ont pour but premier d'alléger des pièces mécaniques. Il convient donc de s'interroger sur le meilleur moyen de réaliser cet allègement bio-inspiré de l'architecture trabéculaire.

Ainsi, en section 1.4, un processus de bio-inspiration possible a été défini à partir des directives de la norme ISO18458-2015. Celle-ci préconise un processus en deux étapes d'abstraction et de transfert de connaissances depuis la biologie vers les solutions techniques. En particulier, une relation forme-fonction de l'objet biologique étudié peut s'avérer utile pour cela et une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire a donc été proposée à partir de la littérature. Celle-ci s'articule autour de 3 équations reliant l'état de contrainte observé par un échantillon trabéculaire avec des grandeurs caractéristiques de cet échantillon.

Ainsi, l'objectif de ces travaux de thèse est donc de développer une méthode d'allègement bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire, appliquée à des pièces mécaniques soumises à un chargement dynamique et présentant un endommagement en fatigue fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres.

Pour ce faire, premièrement, l'une des équations de la relation forme-fonction trabéculaire sera d'abord validée dans un autre modèle animal afin de confirmer son caractère universel à travers le chapitre 2. Une méthode d'allègement bio-inspirée de la relation forme-fonction trabéculaire sera ensuite proposée au chapitre 3. Le potentiel d'allègement et les performances mécaniques de cette méthode sera comparé à des références de la littérature. Ces résultats seront reproduits et validés dans le cadre d'une analyse par éléments finis dans un environnement de calcul utilisé en industrie. Finalement l'influence de la taille du motif d'allègement sur les performances mécaniques de pièces allégées sera étudiée. Les contraintes de fabrication propres aux techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres seront intégrées dans le chapitre 4. En particulier, une stratégie de dépoudrage sera proposée puis validée. Les pertes de performances induites par cette stratégie de dépoudrage seront quantifiées. Une pièce allégée à l'aide de cette nouvelle méthode d'allègement dépoudrable sera comparée lors d'essais à une pièce allégée par une autre méthode issue de la littérature. Ensuite, un démonstrateur industriel de pièce d'hélicoptère sera développé pour prouver le potentiel d'allègement de la méthode développée à travers ces travaux. Pour terminer, la conclusion de ces travaux et différentes perspectives et axes d'améliorations pour des recherches futures seront présentées au chapitre 5.

2. Validation d'une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire proposée dans la littérature pour un nouveau modèle animal : l'humérus de cheval au trot

Ainsi, la première partie de ce travail consiste à confirmer l'une des relations forme-fonction de l'architecture trabéculaire proposée dans la littérature pour le fémur humain afin de s'assurer qu'elle est généralisable à d'autres modèles animaux. Ces travaux s'appuient sur des résultats obtenus précédemment au sein de l'Institut des Sciences du Mouvement Etienne Jules Marey sur l'humérus du cheval de course lors du trot. Ces résultats ont initialement été obtenus dans le cadre de la conception de liaisons mécaniques bio-inspirées des articulations des animaux et utilisés ici pour estimer les contraintes dans l'humérus. L'obtention de ces résultats sera rappelée de manière succincte puis ils seront exploités dans le cadre présenté ici.

2.1. Matériel & Méthodes

Dans les travaux de Hazrati Marangalou *et al.*, la formulation de la relation forme-fonction proposée et rappelée équation (1-5) a nécessité plusieurs étapes. Il a d'abord fallu obtenir la géométrie d'un fémur humain. Celui-ci a ensuite été analysé par le biais des éléments finis (EF) afin d'estimer les contraintes mécaniques que le fémur observe lors du cycle de marche. A partir de cet état de contraintes mécaniques et de la relation proposée, un Fabric Tensor (FT) a été estimé pour différentes échantillons trabéculaires au sein du fémur. L'architecture précise de ces échantillons a ensuite été récupéré par le biais d'une tomographie. Le FT réel a été mesuré dans ces échantillons et comparé au FT estimé afin de confirmer la validité de la relation proposée. Ici, le même cheminement sera réalisé dans le cadre de l'humérus de cheval.

La première étape pour confirmer la relation proposée par Hazrati Marangalou *et al.* consiste à analyser un humérus de cheval par le biais des EF afin d'estimer les contraintes mécaniques observées lors d'une activité physique typique, par exemple le trot.

2.1.1. Champ de contrainte dans l'humérus du cheval pendant le trot

Afin d'estimer le champ de contraintes dans l'humérus du cheval au trot, une simulation du cycle de trot du membre antérieur du cheval est nécessaire. Cette simulation permet d'estimer les charges articulaires et musculaires au cours du cycle de trot. Ce travail, présenté Figure 2-1, a déjà été réalisé pour estimer les pressions de contact dans les articulations du membre antérieur du cheval à des fins de conception bio-inspirée [124].

Tout d'abord, un relevé des positions des articulations et segments du membre antérieur d'un cheval Selle Français a été réalisé à l'aide de marqueurs suivis à l'aide d'une caméra vidéo pendant le trot et le saut. Les trajectoires des marqueurs ont été tracées à l'aide du logiciel Kinovea. Les forces de réaction du sol ont été mesurées à l'aide d'une platine de force enterrée. Les os, les muscles, les tendons et les ligaments ont été reproduits à partir de Biosphera vers le logiciel CATIA V5. Enfin, un modèle musculosquelettique cinétique du membre antérieur du cheval lors du trot et du saut a été généré avec OpenSim sur la base des trajectoires Kinovea et des géométries obtenues dans CATIA V5. Ce modèle est composé de 6 os, 5 ligaments et 38 chefs musculaires représentés indépendamment. Le logiciel OpenSim est ensuite en mesure de réaliser une analyse cinétique complète du cycle de trot et d'estimer les chargements musculaires et articulaires subies par l'humérus lors de ce cycle.

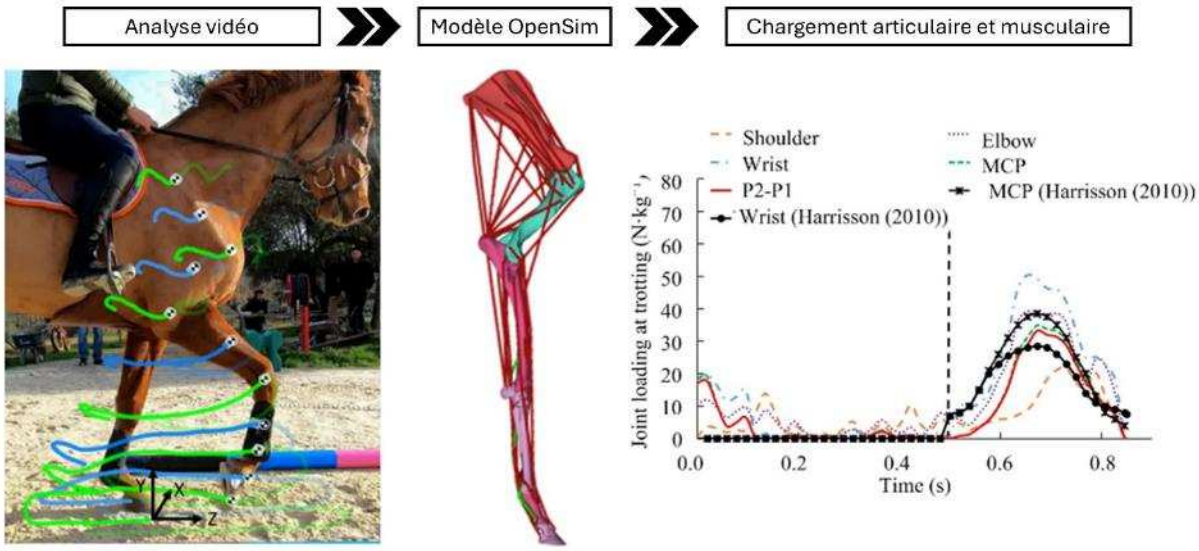


Figure 2-1 : résumé du processus utilisé pour estimer les chargements musculaires et articulaires subis par l'humérus de cheval au trot (adapté de [124])

À partir de ce modèle musculosquelettique, 8 pas de temps significatifs de l'activité pendant le cycle de trot ont été identifiés. Il s'agit des maximums locaux de l'activité musculaire et articulaire exercée sur l'humérus.

Pour estimer les contraintes mécaniques dans l'humérus lors de ces pics d'activité musculaire et articulaire, 8 analyses statiques par EF de l'humérus du cheval ont été créées pour les 8 pics identifiés. La géométrie interne et externe de l'os a été obtenue à partir d'un scanner en tomographie par rayons X (CT scan) de l'humérus d'un cheval de course conservé dans les collections du Muséum d'Histoire Naturelle. Ce CT scan a été réalisé sur la plateforme AST-RX du Musée national d'histoire naturelle de Paris (UMS 2700 ; GE phoenix|X-ray v|tome|xs 240), avec des reconstructions réalisées à l'aide de X-Act (RX Solutions). La résolution de ce scan est de 1 voxel par 0,09 mm.

Lors des simulations EF, les conditions aux limites ont été appliquées pour refléter au mieux la réalité biologique. Les pressions ont été appliquées aux articulations et aux zones d'insertion des tendons. La méthode de l' « inertial relief » a été appliquée pour assurer l'équilibre statique de l'humérus [125]. Le maillage EF est constitué d'éléments tétraédriques du deuxième ordre avec des tailles maximales de 5 mm sur la surface et de 2 mm à l'intérieur de l'humérus.

Ces 8 analyses permettent d'obtenir une vue d'ensemble du champ de contrainte dans l'humérus du cheval pendant le trot. Sur la base de ces résultats, 20 zones d'intérêt (ROI) ont été sélectionnées dans l'os trabéculaire de l'humérus du cheval. Ces ROIs sont des cubes de 5mm de côté et ont été réparties dans l'humérus. En particulier, 10 ROIs ont été sélectionnées dans chaque épiphyse (chaque extrémité de l'os) afin de couvrir une large

plage de fraction volumique. Ainsi, la contrainte de Von Mises moyenne ainsi que le tenseur de contrainte moyen dans les 20 ROIs au 8 pas de temps identifiés dans le cycle de trot ont pu être obtenues. Ces résultats sont présentés dans le Tableau 2-1.

Tableau 2-1 : contraintes de Von Mises (MPa) dans chacune des 20 zones d'intérêt de l'humérus du cheval au 8 pas de temps identifiés au cours du cycle de trot, en gras le pas de temps correspondant à la contrainte de Von Mises maximale, identifié comme condition de contraintes locales maximales

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8
ROI1	7.14	1.04	2.91	1.06	3.72	7.66	**8.15**	6.09
ROI2	3.01	1.65	1.66	0.59	1.46	3.61	**3.66**	2.26
ROI3	2.84	1.72	1.85	0.97	2.38	**4.38**	4.05	2.81
ROI4	5.24	2.06	3.55	0.31	1.88	5.70	**5.72**	2.83
ROI5	2.86	1.79	1.52	0.37	0.82	**2.97**	2.91	1.49
ROI6	3.08	1.28	1.66	0.47	1.55	3.30	**3.43**	2.16
ROI7	5.51	2.18	3.58	0.07	1.88	**5.33**	5.12	2.34
ROI8	7.27	2.20	4.12	0.50	2.90	**7.66**	7.32	3.76
ROI9	3.87	1.48	2.53	0.10	1.35	**3.75**	3.56	1.66
ROI10	3.75	1.32	2.21	1.11	3.38	**6.49**	5.85	3.64
ROI11	1.50	1.34	0.72	0.85	**9.54**	8.77	5.68	5.73
ROI12	2.98	0.85	0.61	0.84	**14.35**	13.72	8.99	8.10
ROI13	1.61	0.80	1.01	0.73	**7.39**	7.34	4.83	4.35
ROI14	3.86	2.52	1.40	0.45	6.50	**6.88**	5.30	3.14
ROI15	2.68	2.00	1.65	1.70	**17.24**	15.56	10.64	10.99
ROI16	1.39	0.47	1.01	0.79	**8.81**	8.04	4.70	4.33
ROI17	0.40	1.12	0.98	0.19	**12.06**	8.24	4.24	5.14
ROI18	0.32	0.52	1.37	0.32	**13.18**	11.18	5.57	5.87
ROI19	0.55	1.11	1.82	0.57	**13.18**	10.50	5.42	5.76
ROI20	1.48	1.81	1.53	0.79	**4.04**	3.89	3.71	3.88

Pour chaque ROI, parmi les 8 pas de temps, celui correspondant à la condition de contraintes locales maximales (CLM) a été identifié sur la base du critère de la contrainte de Von Mises maximale. On remarque que les conditions CLM sont regroupées sur les pas de temps t_5, t_6, t_7 intervenant au début de la phase d'appui lors du cycle de trot. Les contraintes les plus élevées sont principalement retrouvées dans les ROIs 10 à 20 qui se situent dans l'épiphyse basse, proche du coude.

Le tenseur des contraintes au sein de chaque ROI dans la condition CLM correspondante a ensuite été décomposé en valeurs propres et vecteurs propres, afin d'obtenir les valeurs de contraintes principales ainsi que leurs directions. Nous avons émis l'hypothèse que la traction et la compression ont des effets similaires sur l'adaptation fonctionnelle de l'os trabéculaire [94]. Ainsi, dans ce travail, les valeurs de contraintes principales ont été triées par ordre décroissant de valeur absolue ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$). Les vecteurs u, v, w correspondent respectivement aux directions de contraintes principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Ces résultats sont présentés dans le Tableau 2-2. On remarque dans ce tableau que les états de contraintes rencontrés sont très divers, parfois quasiment isotrope ($\sigma_1 \approx \sigma_2 \approx \sigma_3$ par exemple ROI 11), parfois isotrope transverse ($\sigma_1 \approx \sigma_2 \gg \sigma_3$, par exemple ROI 16, ou $\sigma_1 \gg \sigma_2 \approx \sigma_3$, par exemple ROI 10) ou encore parfois

fortement anisotrope ($\sigma_1 \gg \sigma_2 \gg \sigma_3$ par exemple ROI 15). Cela représente bien la diversité de conditions de chargement mécanique pouvant exister dans différents échantillons trabéculaires, ce qui explique leur variabilité.

Tableau 2-2 : valeurs et directions des contraintes principales calculées par éléments finis dans les 20 zones d'intérêt identifiées dans l'humérus de cheval lors des conditions de contraintes locales maximales au cours du cycle de trot.

	$\lvert\sigma_1\rvert$	$\lvert\sigma_2\rvert$	$\lvert\sigma_3\rvert$	u_x	u_y	u_z	v_x	v_y	v_z	w_x	w_y	w_z
ROI1	5.97	3.31	0.24	0.63	-0.69	-0.36	0.04	0.49	-0.87	0.78	0.53	0.34
ROI2	3.74	1.82	0.44	0.38	-0.07	-0.92	0.65	-0.69	0.32	0.66	0.72	0.22
ROI3	5.04	1.76	0.08	0.46	-0.56	-0.69	0.72	0.68	-0.07	0.51	-0.47	0.72
ROI4	4.04	2.39	0.43	0.63	-0.09	-0.77	-0.45	0.77	-0.46	0.63	0.63	0.45
ROI5	2.52	0.88	0.78	0.08	0.68	-0.73	-0.41	0.69	0.60	0.91	0.25	0.33
ROI6	3.00	1.59	0.88	0.17	0.20	-0.97	0.86	-0.51	0.05	0.49	0.83	0.26
ROI7	4.21	1.48	1.03	0.41	-0.41	-0.81	0.84	0.51	0.16	-0.35	0.75	-0.56
ROI8	7.35	0.52	0.01	0.04	0.26	0.97	-0.14	0.96	-0.25	0.99	0.13	-0.07
ROI9	2.41	1.94	0.43	0.66	-0.11	-0.75	0.25	0.96	0.08	0.71	-0.24	0.66
ROI10	6.48	0.55	0.43	0.46	-0.42	-0.78	-0.24	0.79	-0.56	0.85	0.44	0.27
ROI11	6.36	3.98	1.87	0.45	-0.44	-0.78	0.84	0.49	0.21	-0.29	0.75	-0.59
ROI12	11.92	3.75	0.38	0.44	-0.55	-0.71	0.32	0.83	-0.45	0.83	-0.03	0.55
ROI13	7.45	1.19	0.58	-0.19	0.39	0.90	0.78	0.62	-0.11	-0.60	0.68	-0.42
ROI14	5.41	2.06	0.30	0.60	-0.58	-0.56	0.00	0.69	-0.72	0.80	0.43	0.41
ROI15	18.55	5.62	0.80	-0.09	0.33	0.94	-0.61	0.73	-0.31	0.79	0.60	-0.14
ROI16	5.33	4.74	0.59	0.24	-0.03	-0.97	-0.42	0.90	-0.13	0.88	0.43	0.21
ROI17	10.04	3.26	0.12	0.20	-0.33	-0.92	-0.48	0.79	-0.38	0.85	0.52	0.00
ROI18	12.03	2.75	1.89	0.44	-0.33	-0.84	0.89	0.01	0.46	0.15	0.94	-0.30
ROI19	9.97	5.00	0.40	-0.26	0.53	0.81	-0.49	0.65	-0.58	0.83	0.55	-0.09
ROI20	4.37	2.42	0.09	0.50	0.08	0.87	0.62	-0.73	-0.29	0.61	0.67	-0.41

2.1.2. Mesure des Fabric Tensor dans 20 régions d'intérêt de l'humérus du cheval

Dans la section précédente, 20 ROIs trabéculaires et leurs conditions CLM respectives ont été identifiées dans l'humérus du cheval. Cela représente les contraintes mécaniques maximales qu'une région osseuse donnée doit surmonter. Pour reproduire le raisonnement d'Hazrati Marangalou *et al.* dans l'humérus de cheval, il faut ensuite mesurer le Fabric Tensor dans ces 20 échantillons.

Le Fabric Tensor décrit l'arrangement des tissus dans une région osseuse donnée. Comme indiqué précédemment, le FT permet par exemple de décrire l'orientation et le degré d'anisotropie d'un échantillon trabéculaire [122]. Par conséquent, les 20 ROIs identifiées précédemment ont été segmentés et le FT a été mesuré pour chacune de ces ROI à l'aide du plug-in BoneJ2 dans le logiciel ImageJ [126], [127]. Ce plug-in permet de réaliser de nombreuses analyses histomorphométriques sur des images, notamment des images d'échantillons trabéculaires en 3D.

Le résultat produit par le plug-in se présente sous la forme des trois rayons principaux ($c \geq b \geq a$) et des directions principales (les vecteurs l, m, n respectivement) de

l'ellipsoïde du FT ($\mathbf{M_{mes}}$). Les rayons du FT décrivent l'anisotropie de l'échantillon trabéculaire considéré dans une direction. Ici, les rayons ont été normalisés en ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) par l'intermédiaire de l'équation (2-1) afin de garantir que $det(\mathbf{M_{mes}}) = 1$, conformément à [94], [128].

$$\boldsymbol{M_{mes}} = \begin{bmatrix} M_{1_{mes}} & 0 & 0 \\ 0 & M_{2_{mes}} & 0 \\ 0 & 0 & M_{3_{mes}} \end{bmatrix} = k. \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}1)$$

$$with\ k = \frac{1}{\sqrt[3]{a.b.c}}$$

L'ensemble de ces résultats sont présentés dans le Tableau 2-3.

Tableau 2-3 : rayons et directions principales du FT basé sur le MIL dans les 20 zones d'intérêt identifiées dans l'humérus de cheval.

	$M_{1_{mes}}$	$M_{2_{mes}}$	$M_{3_{mes}}$	l_x	l_y	l_z	m_x	m_y	m_z	n_x	n_y	n_z
ROI1	1.33	1.16	0.65	0.65	-0.75	-0.14	0.26	0.05	0.96	0.72	0.66	-0.23
ROI2	1.18	1.09	0.78	-0.51	0.34	-0.79	0.33	-0.77	-0.55	0.80	0.54	-0.27
ROI3	1.22	1.10	0.75	-0.32	0.66	0.68	0.90	-0.02	0.44	0.31	0.75	-0.58
ROI4	1.20	1.01	0.83	0.89	-0.32	0.32	-0.41	-0.27	0.87	-0.19	-0.91	-0.38
ROI5	1.31	1.03	0.74	-0.54	0.60	-0.59	0.76	0.65	-0.04	0.36	-0.47	-0.80
ROI6	1.60	0.93	0.67	-0.63	0.40	-0.66	0.53	-0.40	-0.75	-0.57	-0.82	0.04
ROI7	1.29	1.01	0.77	-0.52	0.75	-0.41	0.79	0.61	0.11	0.33	-0.27	-0.90
ROI8	1.87	1.04	0.51	0.14	0.31	0.94	0.72	0.62	-0.32	-0.68	0.72	-0.14
ROI9	1.22	1.07	0.76	-0.50	0.74	-0.45	0.14	-0.44	-0.89	0.86	0.50	-0.12
ROI10	1.30	1.16	0.66	-0.60	0.76	0.25	0.74	0.40	0.55	0.32	0.51	-0.80
ROI11	1.07	1.02	0.92	0.84	-0.27	0.46	-0.43	0.17	0.89	-0.32	-0.95	0.02
ROI12	1.47	0.85	0.80	0.15	-0.20	-0.97	0.45	-0.86	0.25	0.88	0.47	0.04
ROI13	1.21	1.08	0.77	-0.42	0.80	0.42	0.12	0.51	-0.85	0.90	0.31	0.31
ROI14	1.53	0.95	0.69	-0.65	0.44	0.62	0.33	-0.56	0.76	0.68	0.70	0.22
ROI15	2.21	0.95	0.48	-0.01	-0.10	-0.99	0.91	-0.40	0.03	-0.40	-0.91	0.10
ROI16	1.99	0.85	0.59	0.29	-0.34	-0.90	0.38	-0.82	0.43	0.88	0.47	0.10
ROI17	1.50	1.25	0.53	0.14	-0.15	-0.98	0.77	0.64	0.01	-0.63	0.75	-0.20
ROI18	1.37	1.03	0.71	-0.29	0.95	-0.09	0.32	0.01	-0.95	0.90	0.31	0.31
ROI19	1.82	0.83	0.66	0.29	-0.32	-0.90	0.23	-0.89	0.39	0.93	0.32	0.19
ROI20	1.22	1.04	0.79	-0.04	0.84	-0.54	0.17	-0.53	-0.83	0.99	0.13	0.12

A partir des valeurs de ($M_{1_{mes}}, M_{2_{mes}}, M_{3_{mes}}$), il est possible de calculer le degré d'anisotropie (DA) qui caractérise un échantillon. Classiquement, pour les échantillons trabéculaires $DA = 1 - \frac{1}{c^2} / \frac{1}{a^2}$. Le DA peut varier entre 0 et 1 : plus il est proche de 0, plus l'échantillon est isotrope, plus il est proche de 1 plus d'échantillon est isotrope. Parmi les 20 ROI, trois ont été choisis sur la base du DA pour représenter les différents degrés d'anisotropie que nous pouvons trouver dans les échantillons trabéculaires. Ainsi, la ROI la plus anisotrope (DA maximal), la ROI la moins anisotrope (DA minimal) et une ROI modérément anisotrope (DA le plus proche de 0,5) ont été sélectionnées et représentées dans la Figure 2-2 :

- ROI10 ; DA = 0,491, une ROI modérément anisotrope
- ROI11 ; DA = 0,137, la ROI la moins anisotrope
- ROI15 ; DA = 0,782, la ROI la plus anisotrope

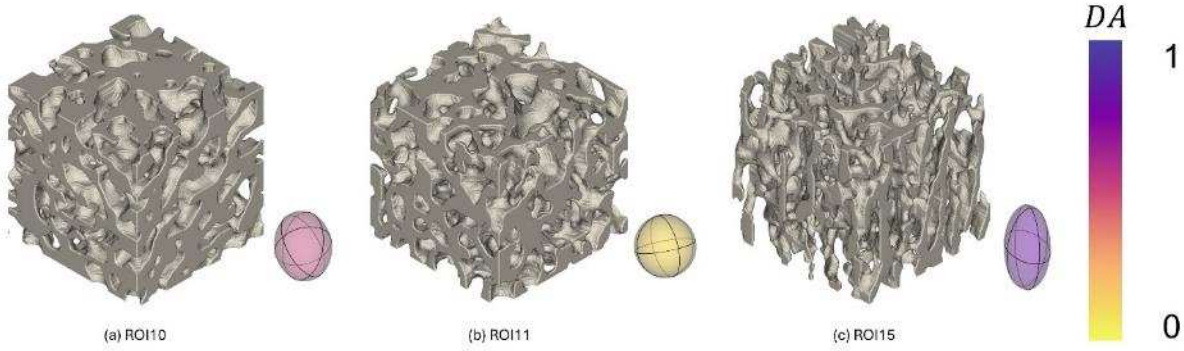


Figure 2-2 : représentation des ROI 10 (a), ROI 11 (b) et ROI 15 (c) et de leurs Fabric Tensor respectifs. Ces trois échantillons représentent différents degrés d'anisotropie et l'ellipsoïde du Fabric Tensor est colorée en fonction du degré d'anisotropie.

Cette représentation a été créée à l'aide de FreeCAD [129]. Les ellipsoïdes représentant le FT ont été générés sur la base des résultats d'anisotropie de BoneJ2. Comme c'est particulièrement clair pour la ROI15 de la Figure 2-2(c), les FT suivent l'orientation trabéculaire prédominante. En outre, la forme du FT est un indicateur de l'anisotropie d'un échantillon trabéculaire.

2.1.3. Validité d'une relation forme-fonction trabéculaire entre le Fabric Tensor et le tenseur de contraintes dans l'humérus du cheval

Pour finir, comme indiqué précédemment, Hazrati Marangalou *et al.* ont proposé une relation forme-fonction dans le cadre fémur humain lors de la marche (équation (1-5) rappellée equation (2-2)).

$$M_{i_{est}} = \frac{|\sigma_i|^{1/4}}{(|\sigma_1|^{1/4}.|\sigma_2|^{1/4}.|\sigma_3|^{1/4})^{1/3}} \qquad (2\text{-}2)$$

Cette relation permet d'estimer le FT ($\mathbf{M_{est}}$) d'un échantillon trabéculaire à la lumière du tenseur de contraintes locales $\boldsymbol{\sigma}$ auxquelles cet échantillon est soumis. La validité de $\mathbf{M_{est}}$ a été vérifiée par rapport aux données recueillies pour l'humérus de cheval. Pour chaque ROI, ($M_{1_{est}} \geq M_{2_{est}} \geq M_{3_{est}}$) ont été calculés sur la base des valeurs de contrainte principale ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$) pour la condition CLM. Ensuite, les différences en pourcentage E_i entre ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) et ($M_{1_{est}} \geq M_{2_{est}} \geq M_{3_{est}}$) ont été calculées équation (2-3). De plus, les angles D_i entre les vecteurs propres (l, m, n) de $\mathbf{M_{mes}}$

et (u, v, w) de $\mathbf{M_{est}}$ ont également été calculées. Ces résultats sont présentés dans le Tableau 2-4.

$$E_i = \left| \frac{M_{i_{est}} - M_{i_{mes}}}{M_{i_{mes}}} \right| \qquad (2\text{-}3)$$

Tableau 2-4 : écarts entre les valeurs propres et angles entre les vecteurs propres des FT mesuré ($\mathbf{M_{mes}}$) et estimé d'après la relation proposée par Hazrati Marangalou *et.al* ($\mathbf{M_{est}}$) dans les 20 zones d'intérêt identifiées dans l'humérus de cheval.

	E_1 (%)	E_2 (%)	E_3 (%)	D_1 (°)	D_2 (°)	D_3 (°)
ROI1	3.12	2.23	5.14	13.40	36.87	34.27
ROI2	7.27	2.47	4.41	59.07	55.22	31.29
ROI3	27.11	8.02	27.17	9.61	52.85	52.12
ROI4	5.15	9.74	13.34	69.98	65.17	30.32
ROI5	8.05	9.91	20.72	37.18	83.54	86.72
ROI6	26.92	7.18	27.67	52.18	51.30	17.50
ROI7	4.75	6.38	12.14	79.31	7.09	79.24
ROI8	20.38	12.20	25.96	6.76	54.98	54.88
ROI9	3.82	4.24	0.26	85.71	62.48	65.76
ROI10	18.08	27.91	17.48	37.89	80.69	73.77
ROI11	7.87	0.65	7.90	81.79	84.78	50.79
ROI12	0.51	29.07	22.13	30.62	47.26	41.99
ROI13	18.90	15.30	0.70	39.19	60.00	62.60
ROI14	9.77	14.14	2.89	8.86	20.53	20.10
ROI15	34.92	12.40	36.71	14.71	30.63	28.64
ROI16	39.09	38.31	18.69	18.51	18.05	6.37
ROI17	5.39	3.95	1.21	11.37	82.49	81.78
ROI18	3.75	11.53	17.43	68.35	81.25	70.83
ROI19	23.72	39.79	6.22	12.96	23.33	21.50
ROI20	19.85	20.64	30.84	64.97	43.31	50.19
Moyenne	14.42	13.80	14.95	40.12	52.09	48.03

Comme le montre ce tableau, l'estimation du FT à partir du tenseur de contraintes produit en moyenne entre 13.80% et 14.95% de différences avec le FT mesuré. Il faut noter que certaines zones d'intérêt contribuent beaucoup plus que d'autres à la différence moyenne. Ces pourcentages de différence moyenne sont comparables aux résultats de Hazrati Marangalou *et al.* [128] qui ont montré des différences moyenne entre 8.19% et 9.75% entre le FT réel et le FT estimé pour dix échantillons du fémur humain lors de la marche. Concernant les angles moyens entre les vecteurs propres, ceux-ci peuvent paraître élevés avec des différences moyennes entre 40.12° et 52.09°. Cependant ces résultats sont également dans le même ordre de grandeur que ceux produits par Hazrati Marangalou *et al.* [128] dans le cadre du fémur humain, qui étaient de 32.8° en moyenne. Dans leurs travaux, ces auteurs ont proposé une explication qui semble cohérente avec les phénomènes observés et qui est donc rapportée ici. Le fait que l'angle entre les directions principales du FT estimé et mesuré soit important (proche de 90°) dans certaines régions peut être dû au fait que, en particulier pour les états de contrainte quasi isotropes, les directions principales peuvent changer d'ordre. Dans de tels cas, un petit

changement d'amplitude de contraintes peut entraîner un changement de 90 degrés dans les directions principales ce qui se répercutera sur l'angle moyen. La ROI 17 est un bon exemple de ce phénomène. L'angle D_1 entre les vecteurs u (estimé à travers les contraintes) et l (mesuré) est de 11.37° ce qui semble relativement faible. Cependant les angles D_2 et D_3 sont de 82.49° et 81.78° respectivement. Nous pouvons imaginer qu'il y a eu une inversion entre les directions principales secondaires et tertiaires qui expliquerait cet angle élevé, proche de 90°.

2.2. Discussions

Ainsi, dans le cadre de cette étude, une relation forme-fonction trabéculaire proposée pour le fémur humain lors de la marche a été validée dans le contexte de l'humérus du cheval au trot. Cette validation a été réalisée à la lumière des sollicitations mécaniques estimées pour les conditions de contraintes locales maximales (CLM) au cours du cycle de trot et du Fabric Tensor mesuré pour 20 ROIs de l'humérus du cheval.

Le pourcentage de différence moyenne entre les valeurs propres des FT mesurés ($\mathbf{M_{mes}}$) et estimés ($\mathbf{M_{est}}$) pour l'ensemble des 20 ROI est situé entre 13.80% et 14.95%, et quelques ROIs contribuent fortement à ce pourcentage de différence moyenne. Les angles moyens entre les vecteurs propres des FT mesurés ($\mathbf{M_{mes}}$) et estimés ($\mathbf{M_{est}}$) pour l'ensemble des 20 ROI est situé entre 40.12° et 52.09°. Ces valeurs sont proches de celles obtenues dans les travaux de Hazrati Marangalou *et al.* ce qui indique que la relation forme-fonction proposée est valable dans le cas de l'humérus du cheval au trot et semble donc généralisable.

Il est possible que les valeurs des contraintes principales dans les zones d'intérêt soient surestimées en raison des conditions de l'analyse EF. Cela conduirait à une surestimation du FT et à des pourcentages de différence significatifs, comme observé par exemple pour la ROI 16. Il faut également noter que l'adaptation fonctionnelle de l'os implique un phénomène plus complexe que celui pris en compte dans cette étude. L'os est un tissu vivant qui participe à des équilibres homéostatiques. Néanmoins, le pourcentage de différence moyen est suffisamment faible pour valider l'utilisation de la relation proposée par Hazrati Marangalou *et al.*

Il est important de noter que Hazrati Marangalou *et al.* ont démontré des pourcentages de différences moyens plus faibles entre le FT estimé et mesuré dans le fémur humain. Cela s'explique par leur approche de modélisation utilisant une analyse EF itérative pour estimer un FT, avec environ 20 itérations nécessaires pour converger. Dans le présent travail, le FT a été estimé à partir de résultats EF obtenus de manière directe. Cette approche a donné des pourcentages de différence légèrement plus élevés. Une approche itérative similaire à celle de Hazrati Marangalou *et al.* pourrait permettre d'améliorer la précision. En outre, seul le cycle de trot a été considéré pour représenter l'activité physique typique dans l'humérus du cheval. En réalité, l'humérus du cheval subit et s'adapte à une grande variété de contraintes mécaniques telles que la réception des sauts, le galop, etc. La prise en compte d'une gamme plus large d'activités physiques, plus proche

de la réalité biologique, pourrait permettre d'améliorer encore la précision de la prédiction du FT.

Tout au long de ce travail, les stimuli biomécaniques pris en compte pour la relation forme-fonction trabéculaire sont les valeurs de contraintes principales dans les conditions CLM. À la lumière des capacités de prédiction de la relation proposée pour la FT, cette hypothèse semble raisonnable. Cela pourrait indiquer que le tissu trabéculaire a la capacité de s'adapter à la contrainte maximale relative qu'il subit au cours d'une période donnée.

2.3. Conclusion du chapitre

L'objectif de ces premiers travaux étaient d'aboutir à une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire afin d'être capable de s'en bio-inspirer comme préconisé par la norme ISO18458-2015 [112]. À la suite d'une analyse de la littérature, 3 équations correspondante ont été relevées (équations (1-3), (1-4) et (1-5)). Les deux premières ont été établies et validées dans différents modèles animaux, ce qui confirment leur généralité et en font de bons candidats pour une application bio-inspirée. Pour l'équation (1-5), le seul modèle animal dans lequel elle ait été prouvée pour l'instant est le fémur humain. La validité de cette relation a donc été testée dans un cadre différent : l'humérus de cheval au trot.

Premièrement, les contraintes mécaniques dans l'humérus de cheval ont été estimées sur la base d'une analyse par éléments finis réalisée au préalable au sein de l'Institut des Sciences du Mouvement. Cette analyse s'appuyait sur un modèle musculosquelettique élaboré dans le cadre de la conception de liaisons mécaniques bio-inspirées des articulations. L'architecture de 20 échantillons trabéculaires cubiques de 5mm de côté a été segmentée d'une tomographie complète de l'humérus d'un cheval de trot conservé dans les collections du Muséum National d'Histoire Naturelle.

Pour ces 20 échantillons, un premier Fabric Tensor a été mesuré à l'aide du logiciel BoneJ2. Un second Fabric Tensor a également été estimé à l'aide de l'équation (1-5) à partir des contraintes principales. Les écarts entre les valeurs propres et entre les vecteurs propres de ces deux tenseurs ont été calculés. Ces écarts sont similaires à ceux relevés par Hazrati Marangalou *et al.* pour 10 échantillons du fémur humain lors de la marche. Cela semble donc confirmer que l'équation (1-5) est généralisable à d'autres modèles animaux. Cette équation sera donc utilisée par la suite comme l'une des équations de la relation forme fonction de l'architecture trabéculaire.

3. Développer une méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire

Ainsi, à l'issu du travail effectué dans le chapitre 2, une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire a pu être établie. Pour rappel, la norme ISO18458-2015 [112] *défini la démarche de bio-inspiration comme « la coopération interdisciplinaire entre la biologie et la technologie (ou autres domaines d'innovation) dans le but de résoudre des problèmes pratiques par l'analyse fonctionnelle des systèmes biologiques, leur abstraction dans des modèles, et le transfert et l'application de ces modèles à une solution». Ici, nous disposons donc d'un modèle abstrait de l'architecture trabéculaire, défini à travers les équations (1-3), (1-4) et (1-5). Pour s'en bio-inspirer dans le but d'alléger des pièces mécaniques, il reste maintenant à transférer ce modèle à une solution technologique. L'objectif de ce chapitre sera de réaliser ce transfert en proposant une méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire, nommée 3DBIMR pour « 3D bio-inspired mass reduction ».*

Premièrement un motif poreux paramétrique sera proposé pour reproduire la relation forme-fonction trabéculaire. Un lien mathématique sera établi entre les paramètres de ce motif poreux et les différentes grandeurs de la relation forme-fonction trabéculaire (taille de motif, fraction volumique et Fabric Tensor). Ensuite un algorithme d'allègement 3D applicable à des pièces mécaniques sera développé. La pertinence de cet algorithme sera validée expérimentalement par rapport à d'autres méthodes d'allègement proposées dans la littérature. Cette validation expérimentale sera reproduite à travers une analyse éléments finis dans l'environnement logiciel utilisé par Airbus Helicopters, afin de s'assurer que le comportement mécanique des architectures produites par l'algorithme peut être prédit. Finalement, une étude sera réalisée afin de comprendre l'influence de la taille du motif sur le comportement mécanique des architectures générées par l'algorithme.

3.1. Proposition de méthode d'allègement

3.1.1. Principes généraux des méthodes d'allègement de pièces

De manière générale, il existe deux types de méthodes d'allègement de pièces mécaniques :

- Le premier type présente un fonctionnement dit additif. Un squelette d'allègement est créé au sein du volume de la pièce. Ce squelette peut être obtenu par la répétition régulière d'un motif unitaire, sous la forme d'un treillis de barres (lattices) ou d'une surface triplement périodique (TPMS). Ce squelette peut également être obtenu par une segmentation de l'espace de type diagramme de Voronoï qui peut générer des motifs aléatoires [47], [48], [49], [50]. De la matière est ensuite ajoutée autour de ce squelette permettant d'obtenir une pièce allégée.

- Le deuxième type présente un fonctionnement soustractif. Ce type de méthode est moins répandu dans la littérature. Des nœuds sont répartis de manière régulière ou aléatoire dans une pièce pleine et des porosités sont créées à chacun de ces nœuds afin d'obtenir une pièce allégée [41], [77], [95].

Ici, un fonctionnement soustractif basé sur un motif régulier est choisi. Cela permet de placer ces travaux dans la continuité de ceux développés au préalable au sein de l'Institut des Sciences du Mouvement. Cela semble également plus cohérent dans une logique d'allègement de pièces mécaniques existantes : de la matière est retirée là où elle n'est pas nécessaire à partir d'une géométrie de pièce pleine.

3.1.2. Choix du motif d'allègement

Afin de maximiser le potentiel d'allègement de la méthode d'allègement proposée ici, il est important de maximiser le nombre de porosités par motif afin de s'assurer qu'une faible fraction volumique peut être obtenue. Cela permettra d'éviter les limites d'allègement dues à une perte de cohésion de la pièce telles qu'elles peuvent exister en 2D, par exemple dans les travaux d'Audibert *et al.* [95].

Les nœuds portant les porosités devront donc être agencées de manière la plus compacte possible. Nous pouvons par exemple représenter l'espace occupé par un nœud à l'aide d'une sphère. L'objectif ici est donc de réaliser un empilement compact de sphères identiques dans un arrangement régulier infini. La construction de cet empilement est présentée Figure 3-1. En 2D, pour une sphère donnée, l'empilement le plus compact consiste à être entourée de 6 sphères voisines réparties de manière hexagonale. C'est la répartition présentée sur la première couche dans la Figure 3-1, avec les sphères blanches. Cette couche sera la référence, que nous appelons aussi position A. La deuxième couche s'empilera sur A dans la position présentée avec les sphères bleues, que nous

nommerons position B. Pour la troisième couche, il existe deux possibilités. Elle peut se positionner tel que représenté avec la sphère orange, que nous nommerons position C. Il y aura donc une alternance de couches ABC-ABC donnant naissance à un empilement compact Cubique à Face Centrées (CFC) présenté à gauche de la Figure 3-1. La troisième couche peut également reprendre la position A. Il y aura cette fois-ci une alternance AB-AB donnant naissance à un empilement Hexagonal Compact (HC).

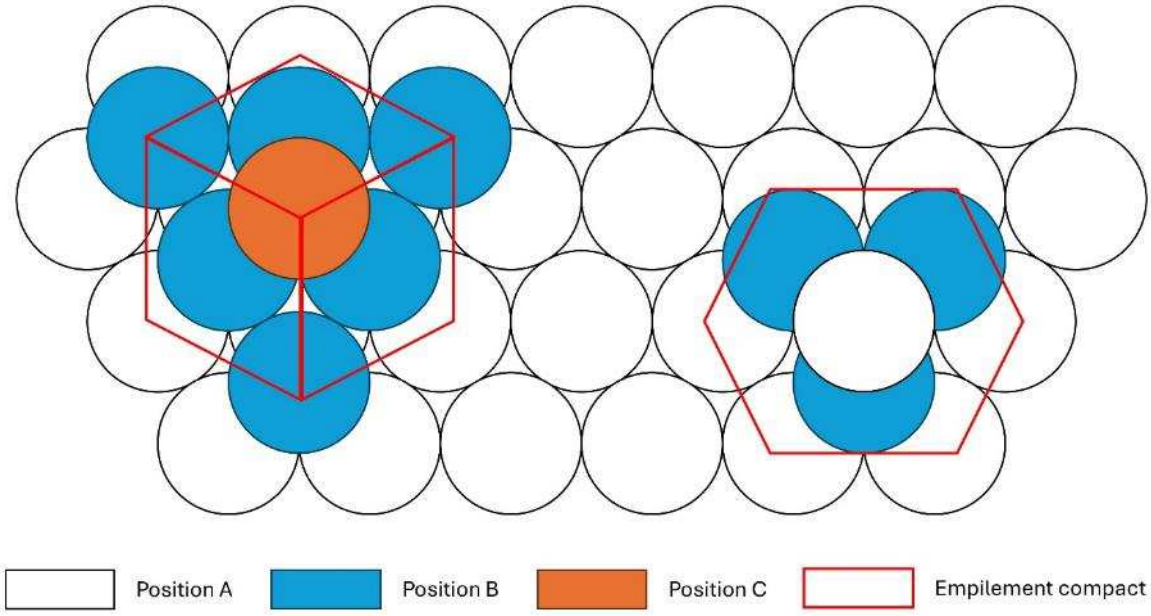


Figure 3-1 : empilements compacts de sphères identiques dans un arrangement régulier infini en 3D et différents motifs obtenus : cubique à face centrée (gauche) et hexagonal compact (droite).

En termes de compacité, le rayon des sphères et la distance entre elles sont identiques donc la compacité sera identique. Ainsi la compacité limite atteignable avec ce type d'empilement peut être calculée à partir du motif CFC.

Dans un motif CFC, soit r le rayon des sphères, l la longueur d'un côté du cube. Dans la diagonale d'une des faces du cube, on retrouve 4 fois le rayon r comme nous pouvons le voir Figure 3-1. On a donc l'équation

$$\sqrt{2}.l = 4r$$

Soit

$$l = 2\sqrt{2}.r$$

Soit n le nombre de sphères dans un motif CFC. Nous en retrouvons 8 situées dans les coins du cube et partagées entre les 8 motifs voisins et 6 situées sur les faces du cube et partagées par 2 motifs. Nous avons donc :

$$n = 8.\frac{1}{8} + 6.\frac{1}{2} = 4$$

Finalement, soit c la compacité d'un motif CFC, qui représente le rapport entre le volume occupé par les 4 sphères et le volume total du cube. Nous avons donc :

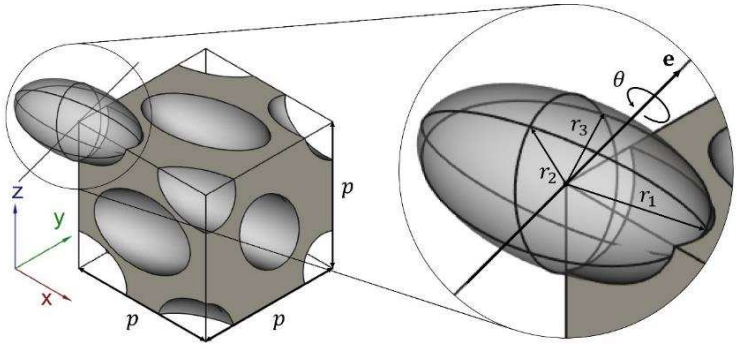
$$c = \frac{4.volume\ sphère}{volume\ cube} = \frac{4.\frac{4}{3}\pi r^3}{l^3}$$

$$c = \frac{\frac{16}{3}\pi r^3}{\left(2\sqrt{2}.r\right)^3} = \frac{2\pi}{3\sqrt{2}^3} = 0.74048$$

De nombreux travaux, notamment en cristallographie, ont démontré qu'il s'agissait de la compacité maximale atteignable par un empilement compact de sphères identiques dans un arrangement régulier infini.

3.1.3. Motif poreux bio-inspiré et paramètres

Sur cette base, le motif cubique à faces centrées (CFC) a donc été choisi comme base du motif poreux car il permet l'empilement le plus dense de nœuds dans un volume donné. La longueur du côté du cube est contrôlée par la taille du motif p. A chacun des nœuds, une porosité sous forme d'ellipsoïde est rajoutée. La forme ellipsoïdale a été choisie parce qu'elle assure la continuité C2 dans la porosité (continuité en tangence et en courbure) ce qui permet de limiter les risques de concentrations de contrainte. De plus, cette forme reproduit celle du FT. La taille d'une porosité est contrôlée par les dimensions des demi-axes de l'ellipsoïde ($r_1 \geq r_2 \geq r_3$). Nous pouvons donc décrire la forme d'une porosité à l'aide de deux facteurs de forme r_1/r_2 et r_1/r_3. Finalement l'orientation d'une porosité est décrite par une rotation autour de son centre (angle θ autour d'un axe **e**). En pratique, ce motif poreux a été mis en œuvre à l'aide d'une modélisation paramétrique sous FreeCAD [129], comme le montre la Figure 3-2(a). Les paramètres de porosité sont détaillés dans la Figure 3-2(b).



(a) : vue globale du modèle presentant la taille de motif (p)

(b) : vue détaillée d'une porosité ellipsoïdale avec les dimensions ($r_1 \geq r_2 \geq r_3$) et orientation (angle θ autour d'un axe **e**)

Figure 3-2 : motif poreux bio-inspiré présentant les différents paramètres

3.1.4. Lien entre les paramètres du motif poreux et les grandeurs de la relation forme-fonction trabéculaire

Dans l'optique de reproduire la relation forme-fonction trabéculaire dans ce motif, il est nécessaire de faire le lien entre les paramètres du motif et les différentes grandeurs de cette relation forme-fonction. Cela permettra ensuite de contrôler les paramètres du motif pour se bio-inspirer de la relation forme-fonction trabéculaire.

3.1.4.1. Relation entre la taille du motif p et l'échelle allométrique du motif osseux

Ici, le transfert de la biologie vers la solution technologique est direct. En effet, il y a une correspondance claire entre la taille du motif trabéculaire exprimée dans l'équation (1-3) et la taille du motif poreux p. La relation suivante (équation (3-1)) sera donc utilisée pour lier la taille du motif p et la taille de la pièce mécanique considérée h :

$$p = \begin{cases} 0.3535 \left(\frac{h}{2}\right)^{0.2864}, \text{ pour une bio-inspiraton des mammifères} \\ 0.6243 \left(\frac{h}{2}\right)^{0.5648}, \text{ pour une bio-inspiration des oiseaux} \end{cases} \quad (3\text{-}1)$$

3.1.4.2. Relation entre les dimensions des porosités et la fraction volumique ρ_f

Il est également nécessaire de faire le lien entre les dimensions des porosités et la fraction volumique dans le motif poreux. Comme évoqué plus tôt, la théorie cristallographique peut nous renseigner sur le calcul de la fraction volumique dans un motif CFC. Dans un motif donné, il y a un volume équivalent à 4 porosités (8 porosités dans les coins partagés entre 8 motifs et 6 porosités sur les faces partagés entre 2 motifs). La fraction volumique ρ_f est égale au volume de matière divisé par le volume total. Ainsi, dans un motif de taille p avec des porosités ellipsoïdes de dimensions r_1, r_2 et r_3, ρ_f peut être obtenu à travers l'équation (3-2).

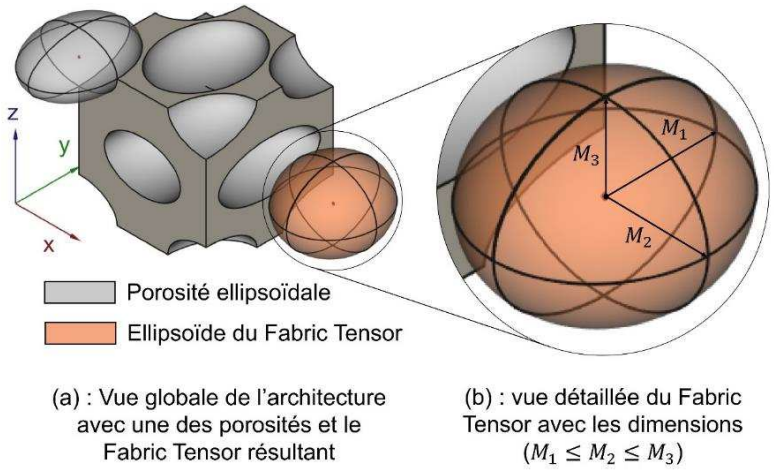
$$\rho_f = \frac{V_{cube} - 4\,V_{porosité}}{V_{cube}} = 1 - \frac{4\left(\frac{4}{3}\,\pi\, r_1.r_2.r_3\right)}{p^3} \quad (3\text{-}2)$$

3.1.4.3. Relation entre les paramètres du motif poreux et le Fabric Tensor résultant

Comme vu précédemment, le Fabric Tensor (FT) caractérise le degré d'anisotropie et d'orientation de tout matériau poreux. Il est donc possible de mesurer un FT pour le motif poreux bio-inspiré proposé. La Figure 3-3 en donne un exemple en utilisant un motif

poreux bio-inspiré qui a été analysé à l'aide du plugin d'anisotropie de BoneJ2. L'ellipsoïde de FT mesuré et ses dimensions sont détaillés sur la figure 3(b). On observe que :

- L'orientation du FT suit l'orientation de la porosité $(\theta, \mathbf{e})$;
- La taille du FT dépend de p et des dimensions r_1, r_2 et r_3 des porosités ;
- Les facteurs de forme du FT M_1/M_2 et M_1/M_3 dépendent des facteurs de forme des porosités r_1/r_2 et r_1/r_3.



(a) : Vue globale de l'architecture avec une des porosités et le Fabric Tensor résultant

(b) : vue détaillée du Fabric Tensor avec les dimensions $(M_1 \leq M_2 \leq M_3)$

Figure 3-3 : Comparaison entre l'architecture d'un motif poreux bio-inspirés et le Fabric Tensor de ce même motif.

L'objectif de cette section est donc d'établir un modèle mathématique empirique entre les paramètres du motif et le FT qui en résulte. Par la suite, ce modèle pourra être utilisé pour calculer les paramètres produisant un FT cible. Cette valeur cible pourra être choisie pour imiter la relation forme-fonction trabéculaire. Ce modèle mathématique sera créé par le biais d'un plan d'expérience pour établir une surface de réponse.

a) Paramètres du modèle mathématique

Tout d'abord, les facteurs (x_i) de la surface de réponse ont été sélectionnés. Comme évoqué plus haut, il semblerait que la taille du FT dépende de p et de r_1, r_2 et r_3 et que les facteurs de forme du FT M_1/M_2 et M_1/M_3 dépendent des facteurs de forme des porosités r_1/r_2 et r_1/r_3. De la même manière, ρ_f dépend de p et de r_1, r_2 et r_3 (équation (3-2)). Pour diminuer le nombre de paramètres et simplifier les calculs, les facteurs x_i suivants sont choisis :

- $x_1 = r_1/r_3$ le premier facteur de forme des porosités
- $x_2 = r_1/r_2$ le second facteur de forme des porosités
- $x_3 = \rho_f$ la fraction volumique du motif.

Des intervalles de variation $[MIN(x_i); MAX(x_i)]$ ont été définies pour chaque facteur, comme indiqué dans le Tableau 3-1. Les plages de variation pour les facteurs de forme de

la porosité ont été choisies pour couvrir une large gamme d'architectures possibles tout en maintenant la cohérence avec les valeurs observées dans différents échantillons trabéculaires décrits dans la littérature [102], [130]. Un changement de variable vers des variables centrées-réduites (X_1, X_2, X_3), entre parenthèses dans le Tableau 3-1, ont été réalisés à l'aide de l'équation (3-3). Deux réponses ont été étudiées : une pour chaque facteur de forme du FT ($Y_1 = \frac{M_1}{M_3}$ et $Y_2 = \frac{M_1}{M_2}$) comme détaillé dans le Tableau 3-2.

$$X_i = \frac{2\,[x_i - MOY(x_i)]}{MAX(x_i) - MIN(x_i)} \qquad (3\text{-}3)$$

Tableau 3-1: facteurs du modèle, intervalles de variation, les variables centrées-réduites correspondantes sont écrites entre parenthèses

Facteurs		Définition	MIN	MOY	MAX
$\frac{r_1}{r_3}$	(X_1)	1e facteur de forme des porosités	1.00 (-1)	1.50 (0)	2.00 (1)
$\frac{r_1}{r_2}$	(X_2)	2nd facteur de forme des porosités	1.00 (-1)	1.50 (0)	2.00 (1)
ρ_f	(X_3)	Fraction volumique du motif	0.20 (-1)	0.55 (0)	0.90 (1)

Tableau 3-2 : réponses du modèle

Réponse		Définition
$\frac{M_1}{M_3}$	(Y_1)	1e facteur de forme du Fabric Tensor
$\frac{M_1}{M_2}$	(Y_2)	2nd facteur de forme du Fabric Tensor

b) Conception du plan d'expérience

Le plan d'expérience présente donc 2 réponses (Y_1, Y_2) à exprimer en fonction de 3 facteurs (X_1, X_2, X_3). Pour établir les 2 équations de surface de réponse de (Y_1, Y_2), il est possible de faire varier les facteurs et d'étudier l'évolution des réponses. A partir d'un certain nombre d'observations, les surfaces de réponse cherchées seront ensuite associées aux résultats. Afin de réduire au maximum le nombre d'essais nécessaires, une méthodologie de plan d'expérience est utilisée. L'objectif de celle-ci est d'acquérir suffisamment de données pour établir un modèle tout en conservant un nombre d'essais limité.

Pour ce faire, un ensemble de 15 expériences a été généré à l'aide du logiciel Nemrodw [131], [132], décrivant un domaine expérimental cubique. Pour chacune de ces 15 expériences, un motif poreux a été généré, voxélisé puis analysé à l'aide du plugin d'anisotropie de BoneJ2 pour déterminer les composantes du FT (M_1, M_2, M_3) et calculer les valeurs de réponse (Y_1, Y_2). Le Tableau 3-3 donne un aperçu de la configuration expérimentale, des valeurs de facteurs et des réponses mesurées.

Tableau 3-3 : configuration expérimentale (valeurs de X_i générées par Nemrodw) et réponses mesurées correspondantes.

Numéro d'expérience (n)	$\frac{r_1}{r_3}(X_1)$	$\frac{r_1}{r_2}(X_2)$	$\rho_f(X_3)$	Y_1	Y_2
1	1 (-1)	1 (-1)	0.2 (-1)	1.003	1.001
2	2 (1)	1 (-1)	0.2 (-1)	2.032	1.019
3	1 (-1)	2 (1)	0.2 (-1)	1.009	1.994
4	2 (1)	2 (1)	0.2 (-1)	1.562	1.554
5	1 (-1)	1 (-1)	0.9 (1)	1.015	1.010
6	2 (1)	1 (-1)	0.9 (1)	1.165	1.016
7	1 (-1)	2 (1)	0.9 (1)	1.008	1.175
8	2 (1)	2 (1)	0.9 (1)	1.127	1.119
9	1 (-1)	1.5 (0)	0.55 (0)	1.009	1.187
10	2 (1)	1.5 (0)	0.55 (0)	1.302	1.147
11	1.5 (0)	1 (-1)	0.55 (0)	1.182	1.012
12	1.5 (0)	2 (1)	0.55 (0)	1.144	1.298
13	1.5 (0)	1.5 (0)	0.2 (-1)	1.148	1.146
14	1.5 (0)	1.5 (0)	0.9 (1)	1.084	1.072
15	1.5 (0)	1.5 (0)	0.55 (0)	1.154	1.152

c) Modèle générique

Dans un premier temps, un Modèle Générique (MG) a été ajusté aux résultats du Tableau 3-3 afin de relier Y_1 et Y_2 à X_1, X_2 et X_3 à l'aide de polynômes du second ordre (équations (3-4) et (3-5)).

$$\begin{aligned} Y_{1_{MG}}(\mathrm{n}) = {} & a_{0_{MG}} + a_{1_{MG}}X_1(\mathrm{n}) + a_{2_{MG}}X_2(\mathrm{n}) + a_{3_{MG}}X_3(\mathrm{n}) \\ & + a_{11_{MG}}X_1^2(\mathrm{n}) + a_{22_{MG}}X_2^2(\mathrm{n}) + a_{33_{MG}}X_3^2(\mathrm{n}) \\ & + a_{12_{MG}}X_1(\mathrm{n})X_2(\mathrm{n}) + a_{13_{MG}}X_1(\mathrm{n})X_3(\mathrm{n}) + a_{23_{MG}}X_2(\mathrm{n})X_3(\mathrm{n}) \end{aligned} \qquad (3\text{-}4)$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Y}_{2_{\mathrm{MG}}}(\mathrm{n}) = {} & \mathrm{b}_{0_{\mathrm{MG}}} + \mathrm{b}_{1_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_1(\mathrm{n}) + \mathrm{b}_{2_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_2(\mathrm{n}) + \mathrm{b}_{3_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_3(\mathrm{n}) \\ & + \mathrm{b}_{11_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_1^2(\mathrm{n}) + \mathrm{b}_{22_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_2^2(\mathrm{n}) + \mathrm{b}_{33_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_3^2(\mathrm{n}) \\ & + \mathrm{b}_{12_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_1(\mathrm{n})\mathrm{X}_2(\mathrm{n}) + \mathrm{b}_{13_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_1(\mathrm{n})\mathrm{X}_3(\mathrm{n}) + \mathrm{b}_{23_{\mathrm{MG}}}\mathrm{X}_2(\mathrm{n})\mathrm{X}_3(\mathrm{n}) \end{aligned} \qquad (3\text{-}5)$$

Avec $X_i(n)$ les valeurs des variables pour une expérience n donnée, $a_{i_{GM}}, b_{i_{GM}}$ les coefficients du modèle pour $Y_{1_{GM}}$ et $Y_{2_{GM}}$ respectivement. Pour déterminer les coefficients du modèle, la méthode pseudo-inverse de Moore-Penrose est utilisée [133].

Soit **X** une matrice dans laquelle les colonnes contiennent les valeurs de $X_1, X_2, X_3, X_1^2, X_2^2, X_3^2, X_1X_2, X_1X_3 et X_2X_3$ telles que déterminées par le logiciel Nemrodw (10 colonnes avec une première colonne remplie de 1 correspondant aux coefficients a_0 et b_0) pour chacune des expériences (15 lignes). Soit $\mathbf{Y_1}, \mathbf{Y_2}$, **a** et **b** des matrices colonnes contenant respectivement les réponses mesurées Y_1 et Y_2 pour chacune des expériences (15 lignes) et les coefficients, a_i et b_i que nous cherchons à déterminer (10 lignes). Connaissant les matrices $\mathbf{X}, \mathbf{Y_1}$ et $\mathbf{Y_2}$, les coefficients contenus dans **a** et **b** peuvent ainsi être déterminés. En effet, nous pouvons écrire :

$$\mathbf{Y_1} = \mathbf{Xa}$$

$$\mathbf{X^T Y_1} = \mathbf{X^T Xa}$$

$$(\mathbf{X^T X})^{-1}\mathbf{X^T Y_1} = \mathbf{a} \qquad (3\text{-}6)$$

De la même manière nous aurons

$$(\mathbf{X^T X})^{-1}\mathbf{X^T Y_2} = \mathbf{b} \qquad (3\text{-}7)$$

De cette façon les coefficients reportés Tableau 3-4 sont obtenus.

Tableau 3-4 : valeurs des coefficients du modèle générique estimés par la méthode pseudo-inverse de Moore-Penrose à partir des 15 expériences réalisées

i	$a_{i_{MG}}$	$b_{i_{MG}}$
0	1.114	1.113
1	0.214	-0.051
2	-0.055	0.208
3	-0.135	-0.132
11	0.052	0.064
22	0.059	0.052
33	0.012	0.005
12	-0.063	-0.065
13	-0.164	0.046
23	0.053	-0.157

Ce premier modèle mathématique, appelé modèle générique (MG), est construit sur des polynômes de second degré proposés équations (3-4) et (3-5). Il n'est pas sûr que ces relations soient celles qui s'approche le plus du comportement réel et nous pouvons donc raffiner le modèle empirique pour en améliorer la précision.

d) Modèle raffiné

Pour raffiner le modèle MG, nous chercherons à déterminer les variables les moins significatives, à les supprimer et à étudier l'évolution de la capacité prédictive du modèle.

Pour ce faire, nous pouvons estimer des réponses avec le modèle, qui vont différer des réponses mesurées lors des expériences. La différence pour chaque expérience n peut être quantifiée à l'aide des résidus $R_1(n)$ et $R_2(n)$ dans l'équation (3-8).

$$\begin{cases} R_1(n) = Y_1(\mathrm{n}) - Y_{1_{MG}}(\mathrm{n}) \\ R_2(n) = Y_2(\mathrm{n}) - Y_{2_{MG}}(\mathrm{n}) \end{cases} \quad (3\text{-}8)$$

Sur la base de ces résidus, les écarts types $SD(Y_1), SD(Y_2)$ peuvent être calculés à l'aide de l'équation (3-9).

$$SD(Y_i) = \sqrt{\frac{1}{N_e - N_f} \sum_{n=1}^{N_e} R_i\,(n)^2} \quad (3\text{-}9)$$

Avec N_e le nombre d'expériences, N_f le nombre de coefficients dans les équations (qui diminuera au fur et à mesure du raffinage du modèle). Le processus suivant a donc été suivi pour obtenir le modèle raffiné (MR) :

- Les coefficients a_i, b_i ont été supprimés les uns après les autres dans l'ordre croissant d'importance, en supprimant la variable associée des modèles équations (3-4) et (3-5).
- Les coefficients ont été réestimés en utilisant la méthode pseudo-inverse de Moore-Penrose décrite plus haut (ajustement du modèle).
- Les résidus $(R_1(n), R_2(n))$ et les écarts types $(SD(Y_1), SD(Y_2))$ ont été recalculés.

$SD(Y_1)$ et $SD(Y_2)$ ont été cartographiés tout au long du processus de raffinage afin d'étudier l'évolution de la précision, comme le montre la Figure 3-4. Les paramètres supprimés à chaque étape du raffinage sont indiqués sur l'axe des x.

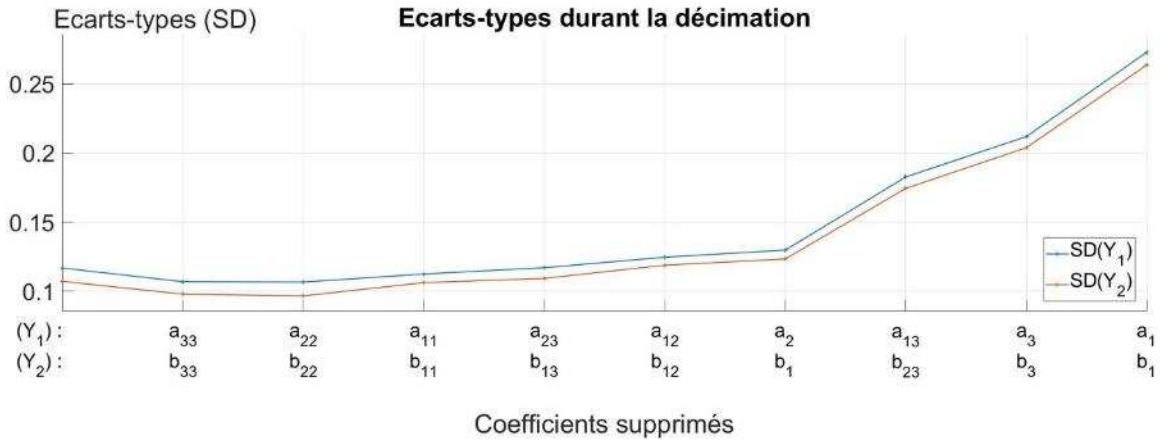


Figure 3-4 : Évolution de l'écart-type lors du raffinage du modèle

Les écarts types sont stables dans un premier temps, mais la suppression des paramètres a_{13} et b_{23} entraîne une rupture dans les courbes d'écart type. D'autres étapes de raffinage augmentent de manière significative les écarts-types. Le processus de raffinage est donc arrêté avant cette augmentation de l'écart-type, les paramètres a_1,a_3 et

a_{13} ; b_2,b_3 et b_{23} ont été conservés, ce qui a donné le modèle raffiné (MR) équations (3-10) et (3-11).

$$Y_{1_{MR}} = a_{0_{MR}} + a_{1_{MR}} X_1 + a_{3_{MR}} X_3 + a_{13_{MR}} X_1 X_3 \qquad (3\text{-}10)$$

$$Y_{2_{MR}} = b_{0_{MR}} + b_{2_{MR}} X_2 + b_{3_{MR}} X_3 + b_{23_{MR}} X_2 X_3 \qquad (3\text{-}11)$$

Le Tableau 3-5 donne les coefficients du modèle MR pour Y_1 et Y_2 respectivement.

Tableau 3-5 : valeurs des coefficients du modèle raffiné estimés par la méthode pseudo-inverse de Moore-Penrose à partir des 15 expériences réalisées après decimation des variables non significatives

i	$a_{i_{MR}}$	$b_{i_{MR}}$
0	1.196	1.193
1	0.214	
2		0.208
3	-0.135	-0.132
13	-0.164	
23		-0.157

Pour illustrer le fait qu'aucune erreur significative n'est commise en raison du processus de raffinage du modèle, les surfaces de réponses ont été cartographiés pour ($Y_{1_{MG}}, Y_{2_{MG}}, Y_{1_{MR}}, Y_{2_{MR}}$), comme le montrent Figure 3-5 et Figure 3-6. Un espace 4D est nécessaire pour représenter les 3 variables (X_1, X_2, X_3) ainsi que les réponses prédites. Pour ce faire, les variables sont mises en correspondance le long de chaque axe de l'espace 3D. En différents points de cet espace 3D, des sphères de rayon et de couleur variables représentent la réponse estimée. Pour plus de détails sur la procédure de cartographie 4D, voir [134]. Ces cartes 4D permettent de comparer visuellement les capacités de prédiction de MG et MR et confirment que le processus de raffinage n'altère pas les capacités de manière significative, comme montré Figure 3-4 avec la variation de l'écart-type.

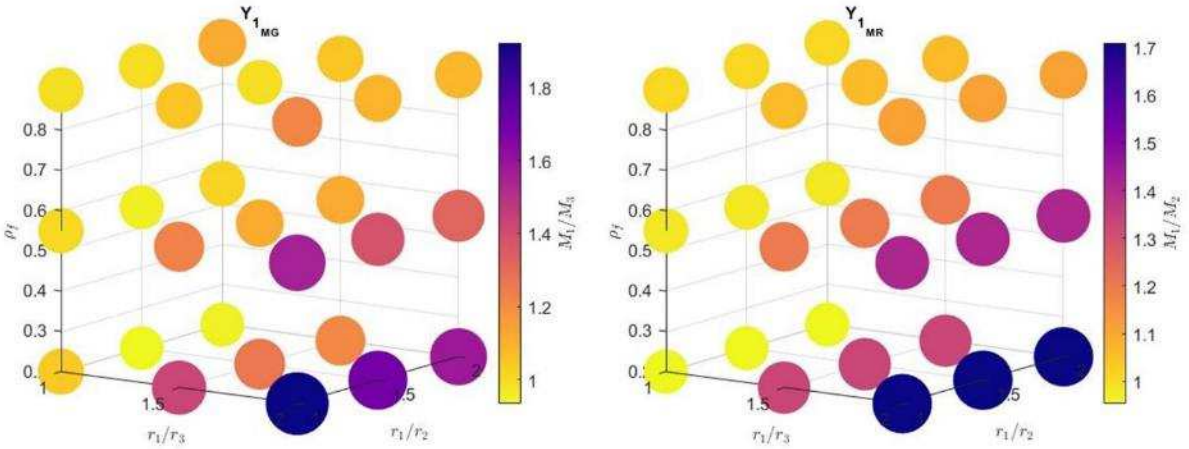


Figure 3-5 : Comparaison de la surface de réponse 4D entre le modèle générique et le modèle raffiné pour Y_1

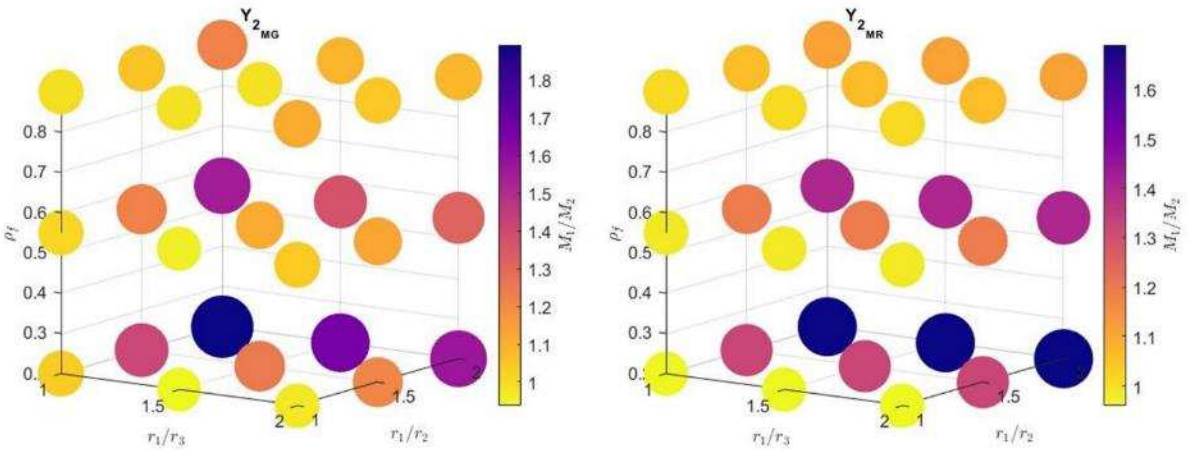


Figure 3-6 : Comparaison de la surface de réponse 4D entre le modèle générique et le modèle raffiné pour Y_2

Sur la base des équations (3-10) et (3-11) du modèle MR, des coefficients Tableau 3-5 et des expressions des variables normalisées centrées (X_1, X_2, X_3), les rapports de forme du FT ($Y_1 = \frac{M_1}{M_3}$ et $Y_2 = \frac{M_1}{M_2}$) peuvent être exprimés en fonction des paramètres du modèle poreux bio-inspiré ($\frac{r_1}{r_3}, \frac{r_1}{r_2}, \rho_f$), ce qui donne l'eq.(3-12):

$$\begin{cases} \dfrac{M_1}{M_3} = -0.0069 + 0.9433\ \dfrac{r_1}{r_3} + 1.019\ \rho_f - 0.937\ \dfrac{r_1}{r_3}\ \rho_f \\ \dfrac{M_1}{M_2} = 0.036 + 0.909\ \dfrac{r_1}{r_2} + 0.968\ \rho_f - 0.897\ \dfrac{r_1}{r_2}\ \rho_f \end{cases} \quad (3\text{-}12)$$

Ces équations ont été cartographiées dans l'espace 3D (2 axes pour les paramètres du modèle et 1 axe pour le facteur de forme du FT) afin de visualiser l'influence des paramètres du modèle sur les facteurs de forme du FT. Ces cartes 3D sont présentées dans la Figure 3-7.

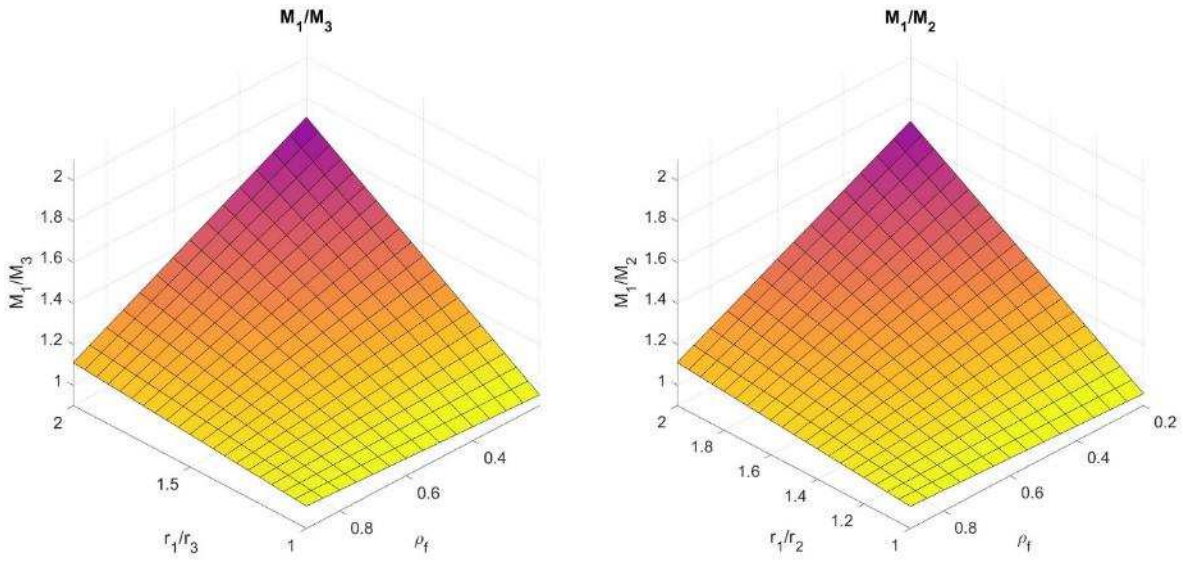


Figure 3-7 : Surfaces de réponse 3D pour Y_1 et Y_2 après raffinage du modèle

3.1.5. Méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire

Dans la section 3.1.4, dans l'optique de reproduire la relation forme-fonction trabéculaire dans ce motif, un lien a été établi entre les paramètres du motif poreux bio-inspiré, présentés section 3.1.3, et les différentes grandeurs de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire, présentée section 1.4.2 à travers les équations (1-3), (1-4) et (1-5). Le modèle mathématique équation (3-12), par exemple, décrit l'influence des paramètres du motif poreux bio-inspiré sur le FT résultant et il est alors possible de prédire le FT dans le motif en fonction de l'ensemble des paramètres. Inversement, il est possible de déterminer les paramètres qui produiront un FT cible dans le motif. Sur la base de ce modèle mathématique, il est donc possible d'imiter la relation forme-fonction trabéculaire dans un motif poreux bio-inspiré, ou à plus grande échelle dans une pièce mécanique.

Pour ce faire, un algorithme d'allègement 3D bio-inspiré est proposé ici. Cet algorithme, détaillé Figure 3-8, prend en entrée la géométrie initiale de la pièce et les conditions aux limites représentant le chargement que subit la pièce. La sortie de l'algorithme est une géométrie de pièce bio-inspirée poreuse, allégée et reproduisant localement la relation forme-fonction trabéculaire.

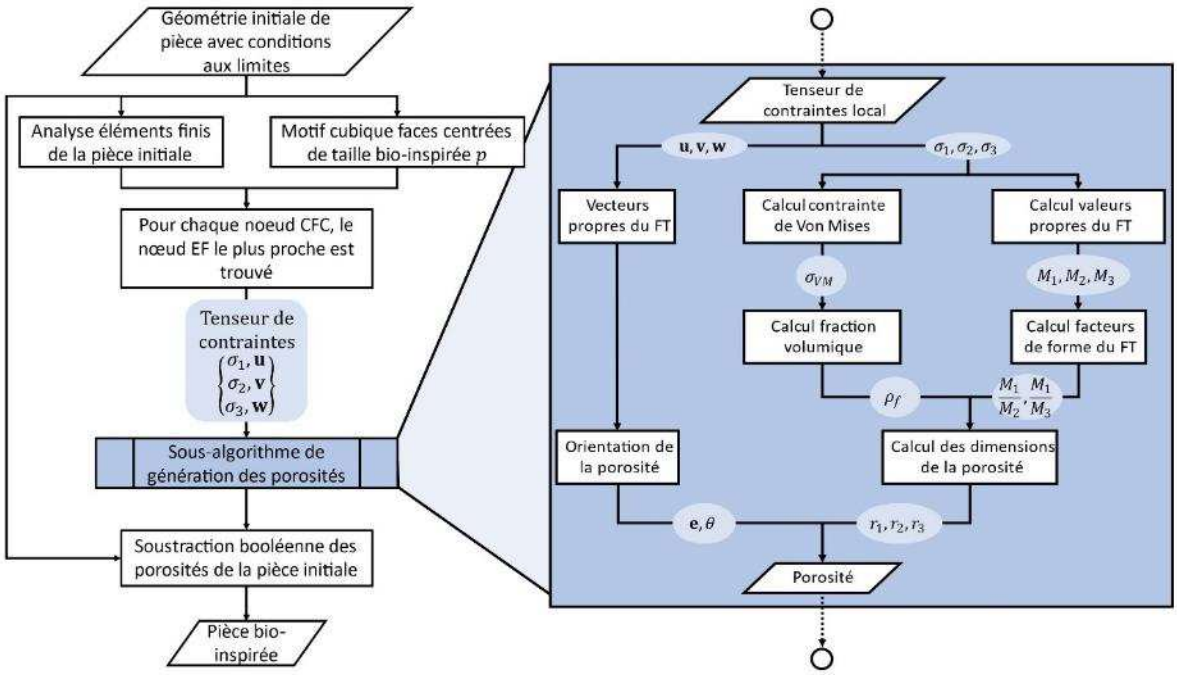


Figure 3-8 : algorithme d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire (gauche) avec sous-algorithme de génération des porosités en fonction de l'état de contraintes local (droite)

Le processus est le suivant :

- La géométrie initiale de la pièce est analysée par éléments finis (EF) et le tenseur de contrainte locale $\boldsymbol{\sigma}$ à chaque nœud EF est calculé sur la base du cas de chargement. Cela représente le champ de contraintes auquel l'architecture bio-inspirée doit s'adapter.
- En parallèle, des nœuds sont répartis dans la géométrie initiale le long d'un motif cubique à faces centrées (CFC) de taille p, avec p calculé en fonction de la taille de la pièce, équation (1-3).
- Les deux maillages sont comparés et, pour chaque nœud CFC, le nœud EF le plus proche est trouvé. Le tenseur de contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ au nœud EF décrit l'état de contraintes locales au nœud CFC.
- A chaque nœud CFC une porosité ellipsoïde est générée en utilisant le sous-algorithme détaillé dans la Figure 3-8 :
    - La fraction volumique ρ_f cible est calculée en fonction de la contrainte de Von Mises σ_{VM} locale, équation (1-4)
    - Le Fabric Tensor $\mathbf{M}$ cible est calculé en fonction du tenseur de contraintes local $\boldsymbol{\sigma}$, équation (1-5)
    - Par l'intermédiaire des équations (3-2) et (3-12), les paramètres $(r_1, r_2, r_3, \mathbf{e}, \theta)$ nécessaires pour produire les valeurs cibles de $\mathbf{M}$ et ρ_f sont calculés et une porosité ellipsoïde est générée.

Il convient de noter que dans la méthode d'allègement proposée, chaque porosité sera calculée en fonction de la contrainte locale estimée au nœud EF le plus proche. Par conséquent, dans un motif CFC donné, les porosités varieront en forme, en taille et en orientation. Grâce à cet algorithme, la pièce résultante présente une architecture poreuse qui imite les gradients FT et ρ_f qui existeraient dans une architecture trabéculaire soumise au même gradient de contrainte que la pièce initiale.

3.1.6. Discussions

Cette section propose une méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction trabéculaire. A l'heure actuelle, l'expression exacte de la relation forme-fonction trabéculaire est encore étudiée dans la littérature en biomécanique. En particulier, la question de savoir si le FT s'aligne sur les directions des contraintes principales dans l'os trabéculaire fait toujours débat [128]. En effet, au cours de sa vie, un os sera soumis à un large éventail de conditions de chargement. En fonction des conditions de chargement, la contrainte principale varie à l'intérieur de l'os sur une courte échelle de temps. Le phénomène métabolique impliqué dans le remodelage osseux est également très complexe. Néanmoins, Musy *et al.* ont montré que les variations des propriétés mécaniques trabéculaires peuvent être expliquées jusqu'à 76 % par les variations de la fraction volumique et jusqu'à 98 % lorsque la fraction volumique et le FT sont pris en compte [117]. Par conséquent, dans cet article, pour refléter le travail de plusieurs auteurs le choix a été fait d'aligner le FT avec la contrainte principale [94], [128], [130]. Pour abstraire la relation forme-fonction trabéculaire, trois équations ont été sélectionnées dans la littérature. Ces équations relient les contraintes mécaniques aux caractéristiques de l'architecture trabéculaire : Doube *et al.* ont montré qu'il existait un lien entre la taille du motif trabéculaire et la taille d'une espèce [116], Audibert *et al.* ont montré que la contrainte de Von Mises σ_{VM} est liée à la fraction volumique [95] et Hazrati Marangalou et al. ont montré que le tenseur de contrainte local pouvait être utilisé pour estimer le FT [128].

Les résultats de la section 3.1.4 soulignent que les facteurs de forme de la porosité dans le motif poreux bio-inspiré exerce une forte influence sur la forme du FT et donc sur l'anisotropie de comportement mécanique du matériau. En effet, sur la base des équations (3-10) et (3-11) et de leurs coefficients respectifs dans les Tableau 3-5, il est évident que les premier et deuxième facteurs de forme du FT (Y_1, Y_2) dans le motif poreux bio-inspiré choisi varieront en fonction des premier et deuxième facteurs de forme de la porosité (X_1, X_2) respectivement. C'est normal car le premier facteur de forme de la porosité influence la quantité de matériau dans son plan, ce qui a un impact direct sur le premier facteur de forme du FT. De la même manière, le second facteur de forme de la porosité n'a pas d'influence significative sur le premier facteur de forme du FT dans la plage de données étudiée. Au contraire, le second facteur de forme du FT dépend principalement du second facteur de forme de la porosité. Les coefficients sont positifs pour les deux équations, ce qui signifie que la forme de la porosité influence directement la forme du FT dans la même direction.

Le raffinement du modèle mis en œuvre section 3.1.4.3.d) met en évidence l'existence d'une relation linéaire entre la forme de la porosité, la fraction volumique et la forme du FT. En effet, d'après la Figure 3-4, les coefficients associés aux variables au carré ($a_{11}, a_{22}, a_{33}, b_{11}, b_{22}, b_{33}$) sont les premiers à être supprimés lors du raffinage du modèle. Cela explique pourquoi les premières étapes du raffinage n'ont pas beaucoup d'influence sur les écarts types et sur les capacités de prédiction des deux modèles, comme l'illustrent les Figure 3-5 et Figure 3-6. Dans un premier temps, le raffinage du modèle transforme les polynômes du second ordre en un modèle linéaire qui permet toujours une prédiction précise. Une simplification plus poussée du modèle ne prend pas en compte l'ensemble du phénomène et est donc moins précise. C'est pourquoi le raffinage a été arrêté avant que la précision ne diminue de manière significative.

En outre, les résultats montrent que la fraction volumique exerce une influence sur les deux facteurs de forme du FT, en particulier pour une fraction volumique faible. Cela apparaît clairement dans la Figure 3-7, qui présente l'influence de la forme de la porosité et de la fraction volumique sur la forme du FT. Pour une faible fraction volumique, la forme de la porosité influencera fortement la forme du FT résultant, alors que ce n'est pas le cas pour une fraction volumique élevée. Ceci est en partie dû au coefficient croisé dans les deux équations. En effet, la géométrie changera fortement en fonction de la fraction volumique pour une même forme de porosité. Pour différents motifs ayant la même forme de porosité, ceux ayant une fraction volumique plus faible (moins de matière) seront plus anisotropes.

3.2. Validation expérimentale : cas de flexion 3 points

3.2.1. Présentation des essais

Ainsi, une méthode d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire a été établie dans l'ensemble de la section 3.1. Afin de valider la pertinence de cette méthode par rapport à d'autres méthodes proposées dans la littérature, des essais de flexion 3 points ont été mis en place. En particulier, 3 modèles de masse égale ont été comparés correspondant à 3 méthodes d'allègement différentes :

- Un modèle bio-inspiré de l'os de mammifère en 2D et extrudé (Aud.), adapté des travaux d'Audibert *et al.* [95];
- Un modèle conçu en utilisant l'optimisation topologique (TO), également adapté des travaux d'Audibert *et al.* [95];
- Un modèle créé avec la méthode proposée dans la section 3.1 (3DBIMR pour « 3D bio-inspired mass reduction »). Les étapes de l'algorithme d'allègement, détaillé Figure 3-8, sont représentées visuellement sur la Figure 3-9 pour faciliter la compréhension.

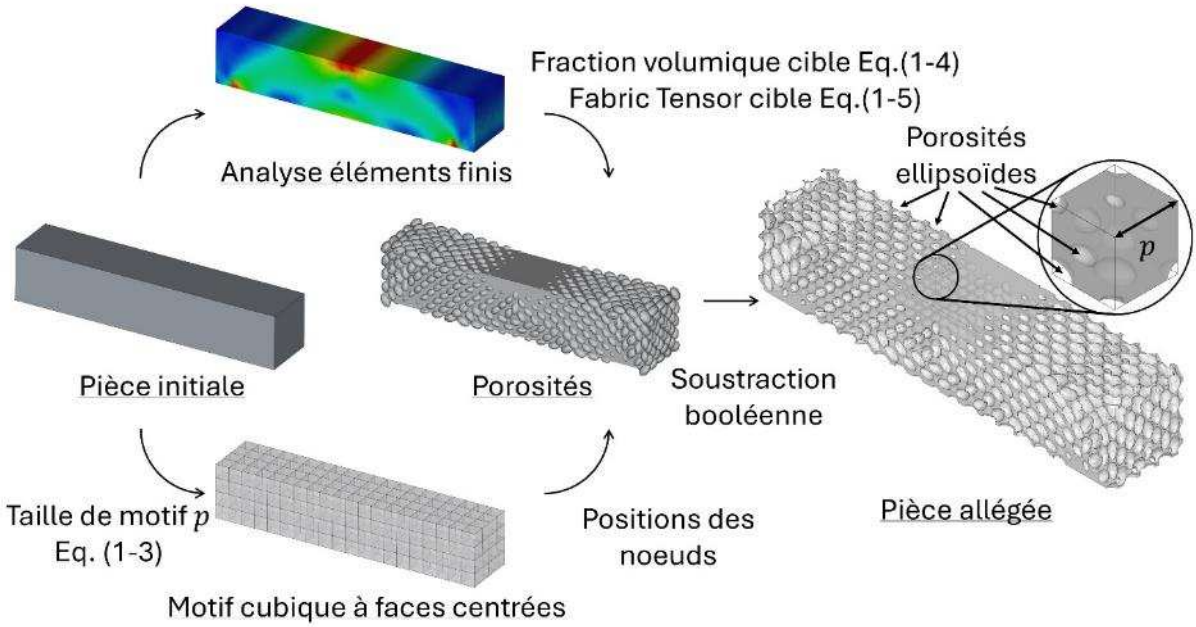


Figure 3-9 : illustration de la méthode d'allègement proposée dans le cas d'une poutre de flexion 3 points.

Les dimensions des poutres testées sont 150 mm x 30 mm x 30 mm. Ces dimensions ont été choisies sur la base des conditions expérimentales utilisées par Audibert *et al.* afin de faciliter la comparaison avec une référence de la littérature.

Tout d'abord, une analyse par éléments finis (EF) de la poutre initiale en flexion 3 points a été réalisée. La pièce a été maillée avec des éléments tétraédriques du premier ordre d'une taille de 2,5 mm. Les propriétés matériau de l'acier ont été appliquées ($E = 210\ GPa, \nu = 0.3$). La Figure 3-10 illustre la contrainte de Von Mises observée dans cette poutre de flexion 3 points initiale. Les conditions aux limites suivantes ont été appliquées :

- Appuis simples sur la face inférieure à $x = 10mm$ et $x = 140mm$
- Force $F_z = 3500N$ appliquée sur la face supérieure à $x = 75mm$

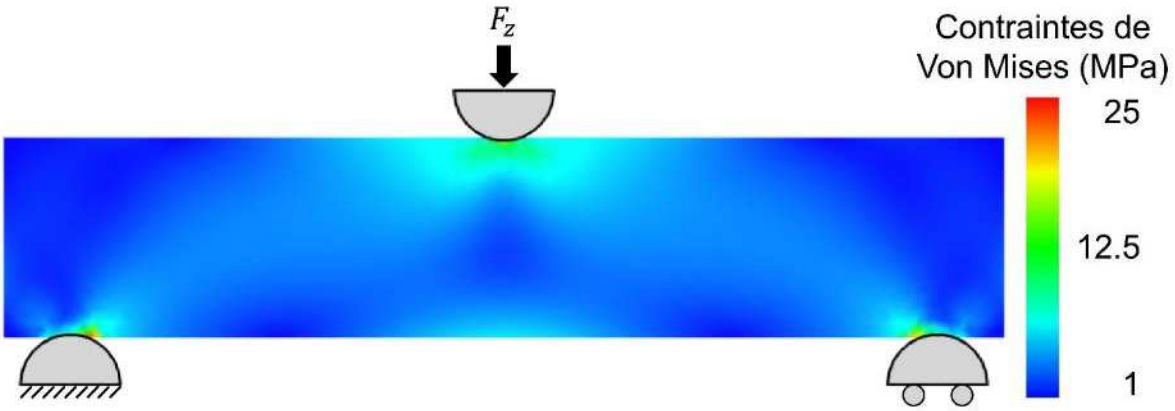


Figure 3-10 : répartition de la contrainte de Von Mises dans une poutre de flexion 3 points de dimensions 150mm x 30mm x 30mm, cette pièce et son analyse éléments finis servent d'entrées pour la méthode d'allègement 3D proposée section 3.1.

L'échantillon 3DBIMR est conçu en appliquant l'algorithme d'allègement proposé à la pièce initiale sur la base du champ de contrainte obtenu par cette analyse EF. Pour comparer 3DBIMR aux échantillons testés par Audibert *et al.*, la même taille de motif $p = 3mm$ a été choisie. Dans leur travail, la taille du motif a également été calculée sur la base d'une équation qui reproduit l'échelle allométrique entre le motif trabéculaire et la taille de l'espèce, similaire à l'équation (1-3) . De même, dans leur travail, les facteurs de forme du FT admettent une valeur limite de 1.6 pour correspondre aux valeurs observées dans les échantillons trabéculaires. Cette limite est reproduite ici : $M_1/M_3 \leq 1.6$ et $M_1/M_2 \leq 1.6$.

Les trois modèles sont présentés dans la Figure 3-11. En comparant la Figure 3-10 et la Figure 3-11, il est possible de voir comment l'amplitude locale de la contrainte de Von Mises dans la pièce initiale influence l'architecture poreuse bio-inspirée dans 3DBIMR. Les zones où la contrainte de Von Mises est maximale (près des appuis et en peaux supérieure et inférieure de la poutre) ne présentent pas de porosités. Il y a ensuite un gradient de porosité plus ou moins importantes entre les zones de fortes contraintes et les zones de faibles contraintes. Les porosités sont orientées selon les direction principales de contraintes (traction/compression en peaux, cisaillement sur la fibre neutre). C'est une bonne illustration du fonctionnement de l'algorithme d'allègement proposé.

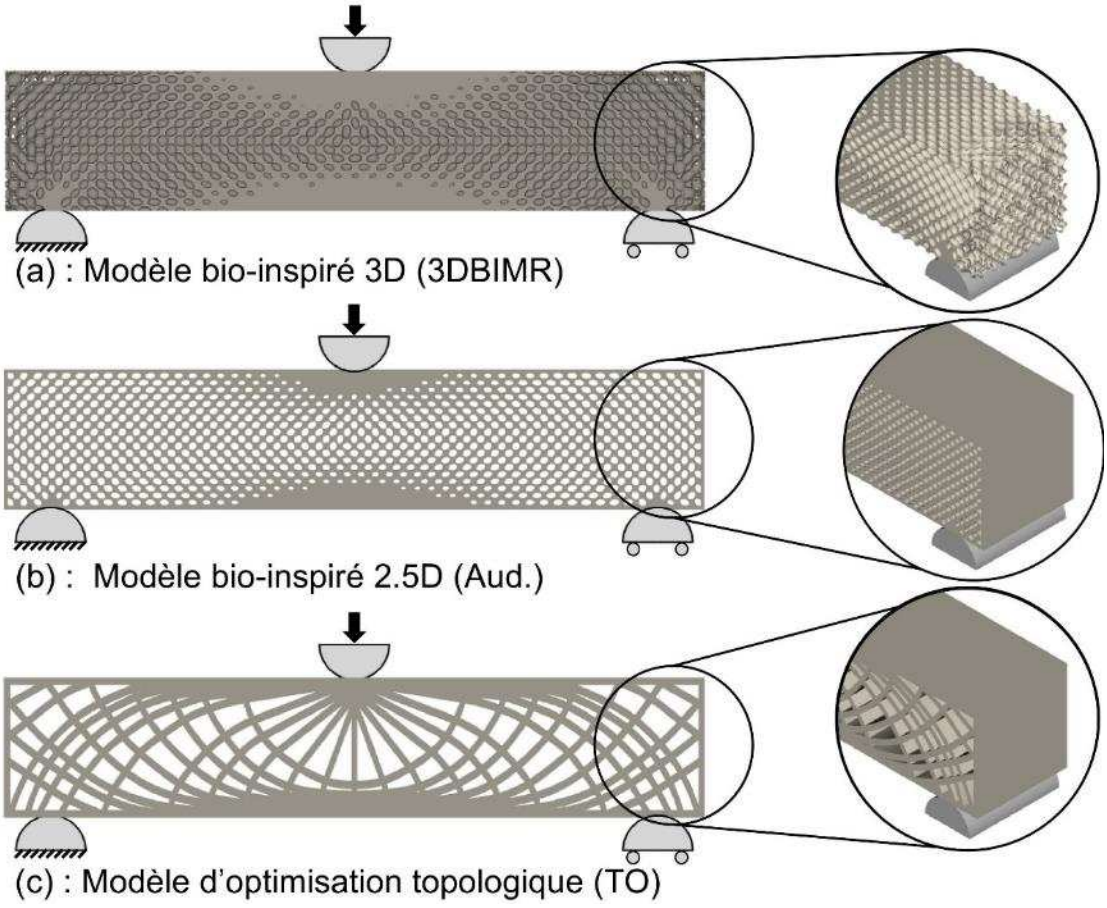


Figure 3-11: modèles de poutres de flexion 3 points

Les poutres ont été fabriquées dans les mêmes conditions par extrusion de filaments plastiques sur une machine Volumic STREAM 30 Dual Mk.2. Les paramètres de fabrication sont les suivants :

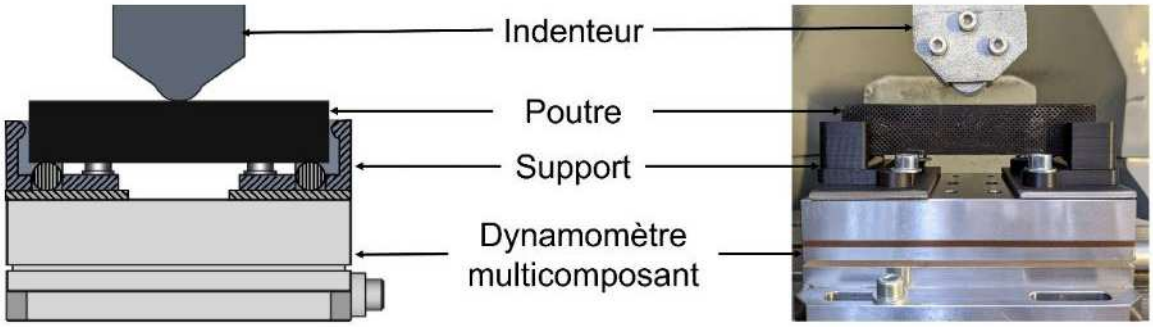
- Matériau : Acide polylactique (UNIVERSAL ULTRA - PLC)
- Épaisseur de la couche : 0,15 mm
- Température de la buse : 235 °c
- Température du plateau : 65 °c
- Densité de remplissage : 100 %.

Cela a donné 3 poutres avec des masses respectives de :

- M_{3DBIMR}=106,76 g (masse théorique d'après les données CAO : M_{3DBIMR}=106 g)
- M_{Aud}=103.29 g (masse théorique d'après les données CAO : M_{Aud}=103 g)
- M_{TO}=103,29 g (masse théorique d'après les données CAO : M_{TO}=103 g)

3.2.2. Résultats

Les 3 poutres susmentionnées ont été soumises à des essais de flexion 3 points, comme le montre la Figure 3-12. Pendant l'essai, un indenteur métallique cylindrique applique un déplacement (δ) sur la face supérieure de la poutre. Les poutres sont soutenues par des cylindres métalliques espacés de 130 mm (10 mm des bords). Des supports en plastique imprimés en 3D qui assurent le positionnement sont installés sur un dynamomètre multi-composantes qui permet de mesurer la force verticale (F_z). Ensuite, F_z est tracée en fonction de δ (courbe de force-déplacement) et les points mesurés ont été associés (méthode des moindres carrés) à une fonction linéaire de la forme $F_z = K.\delta + F_0$ avec K la pente et F_0 l'ordonnée à l'origine. K représente la raideur en flexion de la poutre testée qui a été choisie comme indicateur de la performance mécanique pour cet essai.



(a) Représentation CAO (b) Photos des essais

Figure 3-12 : essais de flexion 3 points pour une pièce imprimée en dépôt de fil plastique

La Figure 3-13 présente les résultats des essais de flexion 3 points et compare la raideur en flexion des différentes poutres. La poutre bio-inspirée de l'os de mammifère en 2D et extrudé (Aud.), adaptée des travaux d'Audibert *et al.* [95], a été prise comme référence pour cette comparaison. A masse égale, TO montre une perte de 21 % de raideur en flexion par rapport à Aud., ce qui confirme les résultats de [95]. 3DBIMR en revanche montre, à masse égale, une augmentation de 66 % de raideur en flexion par rapport à Aud., ou une augmentation de 111 % par rapport à TO (plus de deux fois plus rigide).

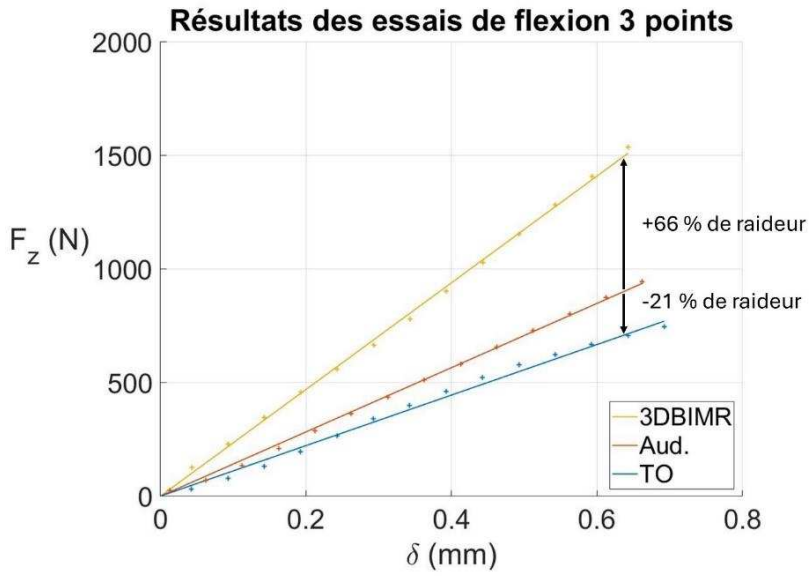


Figure 3-13 : résultats des essais de flexion 3 points pour les différentes poutres testées

3.2.3. Discussions

En ce qui concerne la géométrie des pièces optimisées avec la méthode d'allègement proposée, la Figure 3-11 montre que les porosités dans 3DBIMR sont orientées le long des directions des contraintes principales conformément à l'algorithme. C'est également le cas pour la poutre Aud. En outre, aucune porosité n'apparaît à proximité des zones de contact, tant pour Aud. que pour 3DBIMR. Ceci est cohérent avec la Figure 3-10 qui montre qu'il s'agit des zones les plus sollicitées. Dans les os longs, ces zones présenteraient de l'os cortical plein plutôt que de l'os trabéculaire poreux. D'autre part, les zones de faible contrainte sont très poreuses, comme le montrent les vues détaillées de la Figure 3-11. L'architecture de ces zones est très ouverte et ressemble à des échantillons trabéculaires tels que ceux de la Figure 1-22.

Comme le montre la Figure 3-13, les trois modèles de poutre se déforment linéairement en fonction du déplacement vertical appliqué. C'est cohérent avec le comportement d'une poutre pleine soumise à de la flexion 3 points. Cela indique que la macro-structure de la pièce dicte son comportement mécanique. Cependant, bien que de masse égale, les trois modèles ont une raideur en flexion différente. Cela confirme que la meso-structure influence les performances mécaniques et que deux architectures différentes se comporteront comme des matériaux différents. Par rapport à TO, issue d'une méthode d'allègement largement utilisée dans diverses industries, Aud. et 3DBIMR présentent toutes deux une plus grande raideur en flexion. En effet, les deux architectures présentent un réseau de petites porosités capables de répartir uniformément les contraintes mécaniques, alors que TO présente des poutres élancées qui pourraient être sujettes au flambement. Cela montre le potentiel des méthodes d'allègement bio-inspirées pour la conception mécanique dans une variété de secteurs industriels. En particulier, 3DBIMR présente une augmentation significative de la raideur en flexion par rapport à

Aud. et TO. Cette amélioration du comportement mécanique pourrait s'expliquer par le fait que 3DBIMR est une architecture tridimensionnelle alors que les deux autres sont des architectures bidimensionnelles extrudées. Cela montre que même pour des conditions de charge symétriques planes (flexion à 3 points), les architectures 3D peuvent être pertinentes pour l'optimisation des propriétés mécaniques.

3.3. Reproduction des essais de flexion 3 points par analyse éléments finis

L'algorithme 3DBIMR génère donc des architectures poreuses complexes, telles que présentée Figure 3-11, dont le comportement dépend à la fois du matériau constitutif mais également de l'architecture en elle-même et de phénomène locaux (comportement de matériau cellulaire). Dans le contexte industriel de cette thèse, il est courant pour Airbus d'utiliser les analyses par éléments finis (EF) pour étudier et prédire le comportement mécanique d'une pièce. Etant donnée la nature complexe des architectures générées par l'algorithme 3DBIMR, il est nécessaire de valider qu'une analyse par EF est capable de reproduire le comportement mécanique observé en réalité lors d'essais mécaniques. Cette validation sera faite en reproduisant les résultats des essais de flexion 3 points présentés dans la section 3.2.

La première étape de cette validation est de déterminer les propriétés matériaux du PLA (Volumic Ultra – PLC) imprimé par extrusion de filaments plastiques sur une Volumic STREAM 30 Dual Mk.2 avec les paramètres utilisés précédemment. Un essai de flexion 3 points a donc été réalisé sur une poutre pleine de dimensions 150mm x 30mm x 30mm imprimée dans les mêmes conditions que les poutres section 3.2. A partir de cet essai il est possible de déterminer les propriétés matériau, notamment le module d'Young E. En effet d'après la loi de Hooke nous avons :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Avec σ la contrainte et ε la déformation. Dans une poutre de flexion 3 points de section carrée de côté c, nous avons :

$$\sigma = \frac{3FL}{2c^3}$$

$$\varepsilon = \frac{6Dc}{L^2}$$

Avec F la force appliquée sur la poutre, D le déplacement maximum au centre de la poutre, L la distance entre appuis. Soit :

$$E = \frac{3FL^3}{12Dc^4} = \frac{L^3}{4c^4}K$$

Avec $K = F/D$ la raideur en flexion obtenue à partir de la courbe force-déplacement de la même manière que dans la section 3.2.2. Ici, pour la poutre pleine les essais indiquent que $K = 4058.76\ N.mm^{-1}$. De plus $L = 130mm, c = 30mm$ ce qui donne le module d'Young suivant :

$$E = 2752.2\ MPa$$

La seconde étape de cette validation est ensuite de modéliser la poutre 3DBIMR présentée à la section précédente dans l'environnement de calcul EF utilisé par Airbus Helicopters. La pièce a été maillée avec des éléments tétraédrique de taille 0.5mm à l'aide du logiciel Hyperworks. Les propriétés matériaux du PLA imprimé par extrusion de filaments ($E = 2752.2\ MPa, \nu = 0.34$) ont été utilisées. Les conditions aux limites sont les mêmes que celles utilisées section 3.2.1 pour l'analyse EF d'une poutre de flexion 3 points pleine ($F_z = 2500N$). Le modèle EF, ses conditions aux limites ainsi qu'un zoom permettant de visualiser le maillage sont présentés Figure 3-14. Le zoom sur le maillage permet de vérifier que la géométrie de la pièce est correctement représentée, même dans les zones où l'architecture est complexe. Le modèle élément fini a été résolu en élasticité linéaire avec le logiciel Samcef.

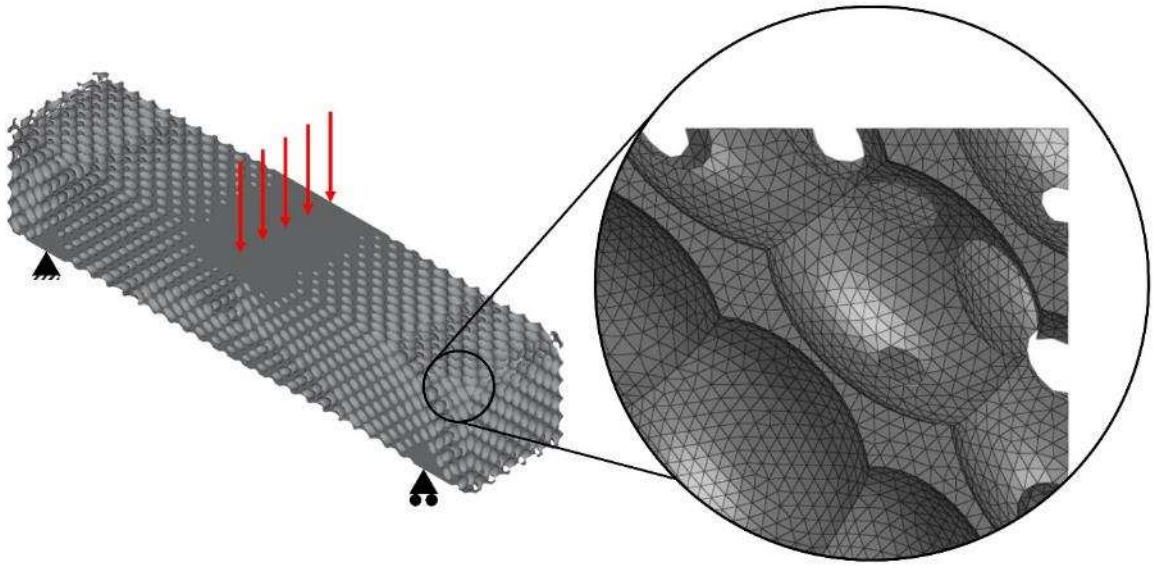


Figure 3-14 : Présentation du modèle EF, ses conditions aux limites et zoom sur le maillage dans une zone d'architecture complexe

Le champ de déplacement obtenu à l'issue de l'analyse EF est présenté Figure 3-15. Ce champ correspond au champ de déplacement dans une poutre de flexion 3 points. D'une part, la raideur prédite par l'analyse EF pour l'échantillon est de 2278 N/mm. D'autre part, la raideur mesurée expérimentalement dans la section précédente est de 2348 N/mm. L'erreur d'approximation commise par l'analyse EF est donc de 2,98 % ce qui est faible par rapport aux différentes incertitudes lors de la reproduction de ces essais. Par conséquent, l'analyse EF peut être utilisée pour les architectures complexes allégées avec l'algorithme 3DBIMR.

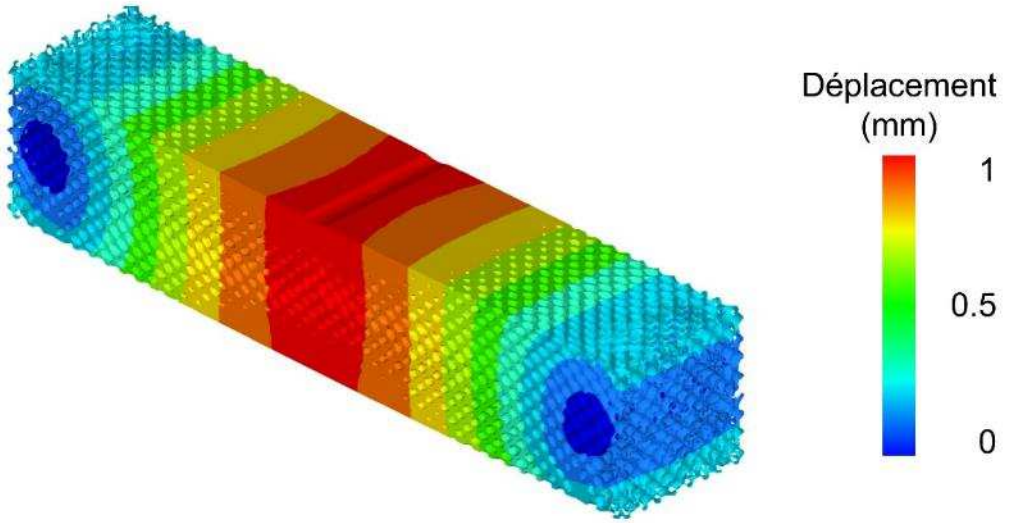


Figure 3-15 : champ de déplacement obtenu par analyse éléments finis dans la poutre bio-inspirée 3D présentée section 3.2 soumise à une force verticale de 2500N

3.4. Caractérisation de l'influence de la taille du motif p sur les performances mécaniques

3.4.1. Contexte de l'étude

Ainsi la méthode 3DBIMR (pour « 3D Bio-Inspired Mass Reduction ») permet de générer des architectures de pièces mécaniques poreuses reproduisant la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire. Ces pièces allégées sont plus raides à masse égale que d'autres méthodes d'allègement proposées dans la littérature (allègement bio-inspiré en 2.5D et optimisation topologique).

Dans la section 3.2, la poutre 3DBIMR a été obtenue avec une taille de motif $p = 3mm$ pour reproduire la taille de motif utilisée par Audibert *et al.* dans le cas d'une bio-inspiration des mammifères terrestres. L'équation utilisée ici (équation (1-3) rappelée (3-14)) a été corrigée en prenant en compte un jeu de données plus large et est mieux ajustée pour les petites dimensions.

$$p_{3DBIMR} = \begin{cases} 0.3535\left(\frac{h}{2}\right)^{0.2864}, \text{ pour une bio-inspiration des mammifères} \\ 0.6243\left(\frac{h}{2}\right)^{0.5648}, \text{ pour une bio-inspiration des oiseaux} \end{cases} \quad (3\text{-}13)$$

3DBIMR a montré des résultats prometteurs pour l'optimisation des pièces mécaniques. Néanmoins, en raison de la stratégie de conception qui crée des porosités individuelles aux nœuds de la structure CFC sous-jacente, la complexité de la pièce résultante augmente avec le nombre de porosités, qui est inversement proportionnel à la taille du motif p. Dans le cas d'une poutre de flexion 3 points de 150 mm x 30 mm x 30 mm, la relation bio-inspirée de l'allométrie des os de mammifères donne une taille de motif $p = 0.77mm$. En arrondissant à 0.75 mm (multiple des dimensions), cela représente 320 000 motifs CFC dans la totalité de la pièce, soit 1,28 million de porosités individuelles potentielles (4 porosités par motif) sur lesquelles il faudra ensuite effectuer une opération booléenne. D'un point de vue pratique, cela dépasse les capacités des logiciels de CAO modernes, même sur du matériel haut de gamme tel qu'un serveur de calcul.

D'un point de vue mécanique, il n'est peut-être pas utile de créer un nombre aussi élevé de porosités. En ce qui concerne les observations biologiques, l'allométrie trabéculaire (taille de l'architecture en fonction de la taille de l'espèce) est le résultat de processus biologiques complexes qui répondent à des contraintes métaboliques, évolutives, mécano-biologiques et de mécanique des fluides. Dans une optique d'allègement de pièces mécaniques en s'inspirant de la biologie, la taille du motif trabéculaire que 3DBIMR imite ne répond donc pas seulement à des considérations purement mécaniques. Il n'est peut-être pas intéressant de reproduire fidèlement cette allométrie et il existe peut-être une limite de taille de motif en dessous de laquelle il n'y a pas d'avantage mécanique supplémentaire. En effet, la théorie des matériaux cellulaires stipule que les propriétés mécaniques ne dépendent pas de la taille de l'architecture, uniquement de la forme des cellules et de la fraction volumique [28].

Par conséquent, dans cette section, l'impact de la taille du motif p sur les performances mécaniques de pièces poreuses bio-inspirées conçues à l'aide de la méthode 3DBIMR est étudié. Premièrement, plusieurs échantillons de flexion à 3 points présentant différentes tailles de motifs sont générées. Ensuite, ces échantillons sont analysés par éléments finis. Les propriétés mécaniques des échantillons d'un point de vue macro (comportement de l'échantillon entier) et méso (comportement de l'architecture locale) sont étudiées.

3.4.2. Présentation de l'étude

Pour comprendre l'influence de la taille du motif p sur les propriétés mécaniques, six échantillons de flexion à 3 points ont été conçus avec 3DBIMR. Tous les échantillons ont la même masse cible mais présentent une taille de motif p décroissante (et donc un nombre croissant de porosités) allant de 30 mm à 5 mm. Les six échantillons sont présentés à la Figure 3-16.

Dans cette étude, les 6 échantillons ont été simulés à l'aide d'une analyse par éléments finis (EF) équivalente afin de calculer leurs propriétés mécaniques et de pouvoir les comparer. Conformément à la section 3.3, les échantillons de 150 mm x 30 mm x 30 mm ont été maillés à l'aide d'éléments tétraédriques de 0,5 mm avec les propriétés matériau du PLA ($E = 2752.2\ MPa$ et $\nu = 0{,}34$). En raison de la complexité géométrique des échantillons, une réduction supplémentaire de la taille des éléments aurait entraîné une augmentation considérable du temps de calcul. En ce qui concerne les conditions aux limites utilisées, les échantillons ont été simulés dans des conditions de flexion 3 points similaires à celles utilisées dans la section 3.3. Les EF de la face inférieure à $x = 10\ mm$ et à $x = 140\ mm$ ne peuvent que se déplacer sur l'axe x et tourner autour de l'axe y (appui simple). Les éléments finis sur la face supérieure à $x = 75\ mm$ sont soumis à une force $F = 2500\ N$, créant une sollicitation en flexion 3 points. Les modèles EF ont été prétraités avec le logiciel Hyperworks et la résolution a été effectuée avec le logiciel SAMCEF.

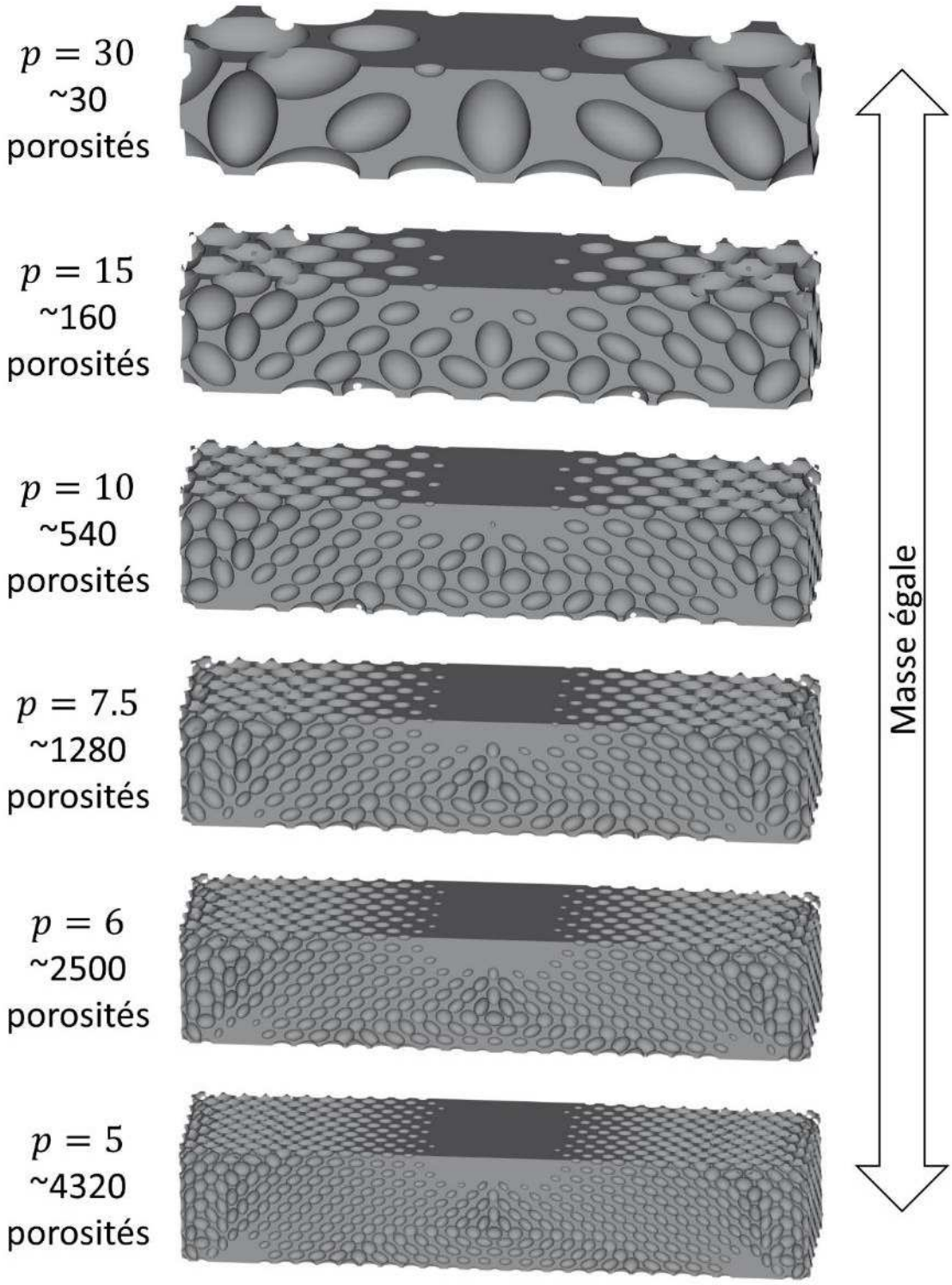


Figure 3-16 : les 6 échantillons de CAO utilisés dans cette étude, présentant la même masse mais des motifs de taille p différente

3.4.3. Analyse

Plusieurs propriétés ont été extraites des résultats EF obtenus. Du point de vue des propriétés macro, la raideur en flexion par unité de masse S de l'échantillon a été mesurée selon l'équation (3-14).

$$S = \frac{F}{\delta_{max} \cdot \rho_f} \tag{3-14}$$

Avec F=2500N la force appliquée, δ_{max} le déplacement maximum dans l'échantillon mesuré à partir des résultats FE et ρ_f la fraction volumique de l'échantillon estimée à partir des données CAO. Bien que conçus pour atteindre la même masse, les échantillons présentent des fractions volumiques légèrement différentes comprises entre 55 et 57 %. La division par ρ_f permet donc de négliger toute influence de la fraction volumique sur les résultats.

Du point de vue des propriétés méso, la distribution des contraintes de Von Mises dans l'ensemble de l'échantillon a également été étudiée. Sur la base des résultats FE obtenus, des histogrammes de contraintes ont été construits, représentant les proportions des différentes conditions de contraintes à travers l'échantillon. Les contraintes de Von Mises moyennes et maximales ont également été extraites des résultats EF. Pour négliger les concentrations artificielles de contrainte aux endroits où les conditions limites sont introduites (principe de Saint-Venant), la contrainte maximale a été mesurée comme le 99e percentile des valeurs de contrainte estimées par l'EF.

3.4.4. Résultats

Les histogrammes des contraintes pour les 6 échantillons avec les contraintes moyennes et maximales respectives sont présentés dans la Figure 3-17. La raideur S a été représentée en fonction du nombre de porosités (inversement proportionnel à la taille du motif p) dans la Figure 3-18. Cela permet de faciliter la lecture par rapport à un graphique montrant la rigidité en fonction de p. Comme nous pouvons le voir, la rigidité augmente d'abord avec le nombre de porosités puis semble tendre vers une asymptote après un certain seuil.

Les contraintes moyennes et maximales ont également été représentées en fonction du nombre de porosités (inversement proportionnel à la taille du motif p) dans la Figure 3-18 là encore pour faciliter la lecture. Les deux contraintes ont été étudiées pour confirmer qu'elles se comportaient de la même manière. Comme nous pouvons le voir, les contraintes moyennes et maximales diminuent de façon similaire avec l'augmentation du nombre de porosités, d'abord brusquement, puis plus graduellement.

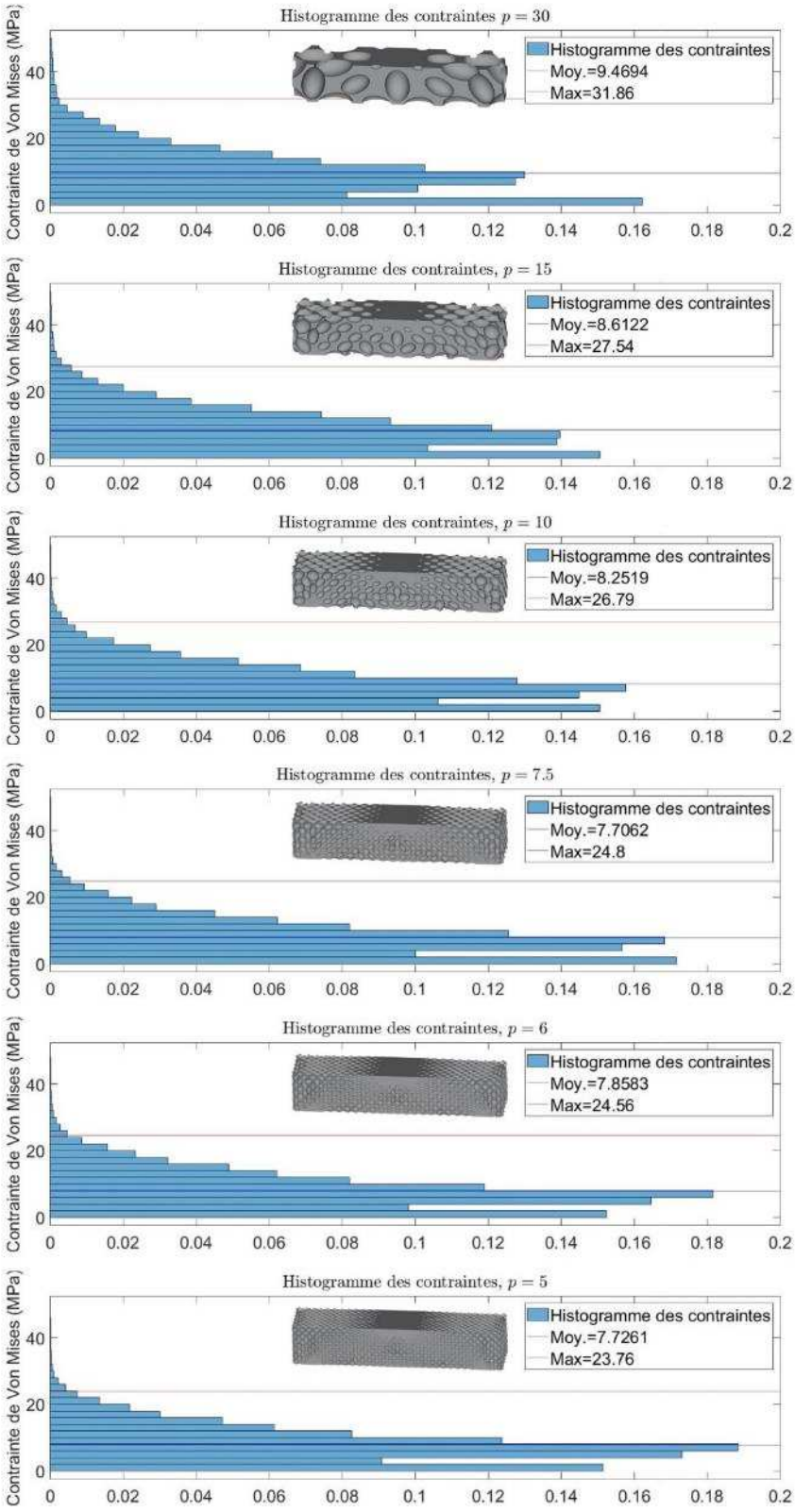


Figure 3-17 : Histogrammes des contraintes de Von Mises pour les 6 échantillons

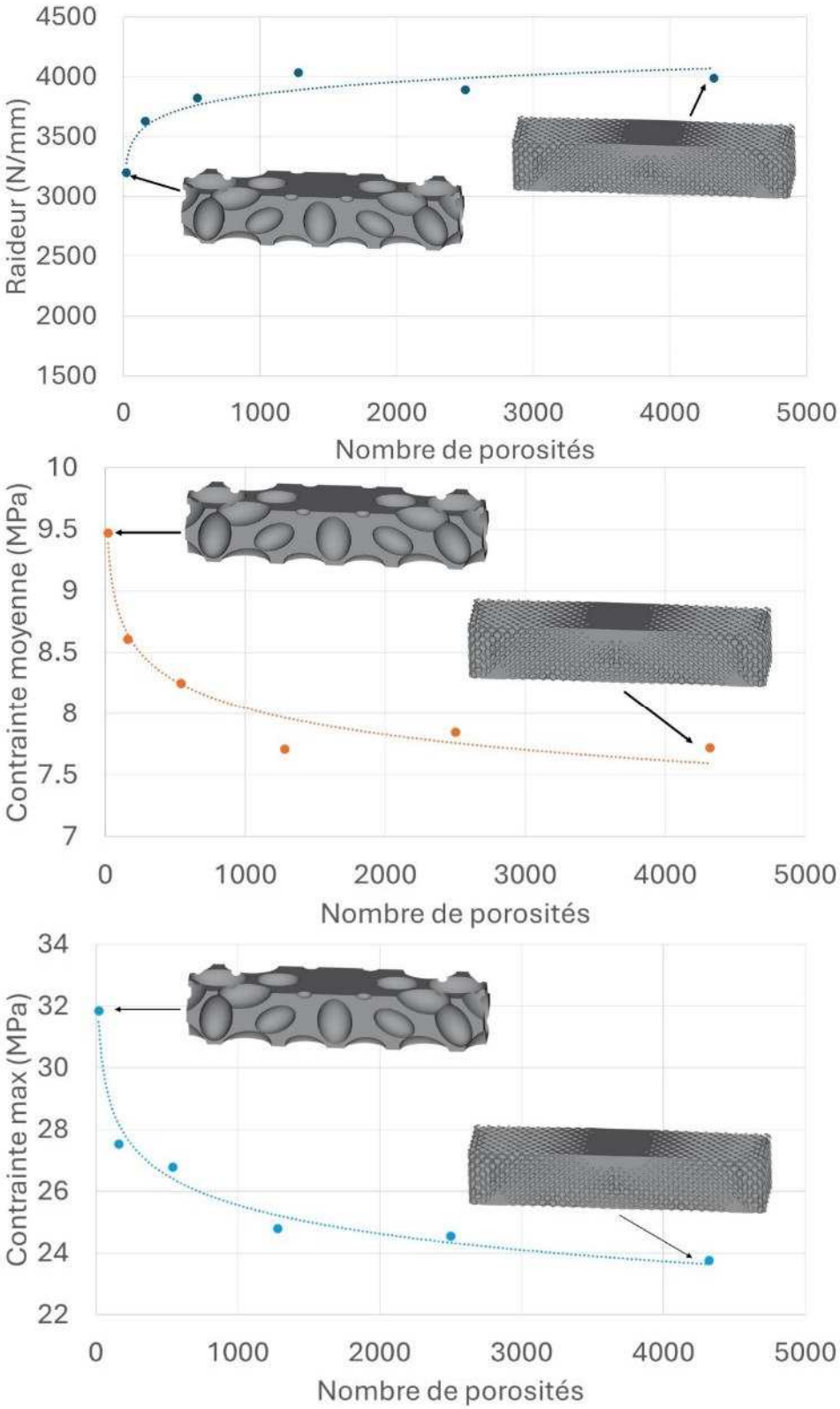


Figure 3-18 : évolution de la raideur S, de la contrainte moyenne et de la contrainte maximale en fonction du nombre de porosités (inversement proportionnel à la taille du motif p)

3.4.5. Discussions

En ce qui concerne les résultats présentés sur la Figure 3-18, les performances mécaniques en statique (raideur) n'augmentent plus après un certain seuil de nombre de porosités (ou sous une certaine taille de motif p). Cette observation est conforme à la théorie des matériaux cellulaires qui stipule que les propriétés d'un matériau cellulaire varient en fonction de la fraction volumique ρ_f et non en fonction de la taille [28], [29]. Cependant, il semble y avoir une limite de taille en dessous de laquelle une architecture se comporte comme un matériau cellulaire. Au-dessus de cette taille limite, elle se comportera davantage comme une structure. Ici, le seuil au-delà duquel la raideur ne semble plus augmenter correspond à une taille de motif de $p = 6mm$, soit environ 5 motifs CFC dans l'épaisseur de la pièce. Des recherches complémentaires pourraient être menées pour déterminer si cette limite de taille est absolue ou si elle est relative à la taille de la pièce.

Néanmoins, les différences entre le seuil au-delà duquel la raideur n'augmente plus et la taille théorique des motifs bio-inspirés (0,75 mm) montrent qu'il existe effectivement une limite de taille en-deçà de laquelle il n'y a plus d'avantage mécanique à gagner d'un point de vue macro. L'allométrie trabéculaire résulte très probablement d'autres contraintes qui ne s'appliquent pas aux pièces mécaniques conventionnelles, telles que des considérations métaboliques. L'architecture trabéculaire d'un éléphant, proportionnellement plus grande, n'aura aucun avantage mécanique sur celle d'une souris, plus petite, si elles partagent la même fraction volumique et la même forme. En ce qui concerne la méthode d'allègement proposée section 3.1, d'un point de vue macro, il n'y a aucune raison d'accroître la complexité de la CAO en réduisant la taille des motifs, car cela n'affectera pas le comportement mécanique de la pièce.

D'un point de vue plus méso, les résultats de la Figure 3-18 révèlent une situation différente. En effet, nous pouvons observer que les contraintes moyennes et maximales diminuent avec l'augmentation du nombre de porosités, même après que la raideur a atteint un plateau. Cette meilleure répartition des contraintes peut s'expliquer par une augmentation du nombre de chemins d'efforts qui répartissent les charges de manière plus homogène. En effet, lorsque le nombre de porosités augmente (ou que la taille du motif p diminue), l'architecture poreuse devient plus complexe (c'est particulièrement évident à la Figure 3-16 par exemple). Cette architecture plus complexe peut être mieux adaptée aux petites variations de contraintes locales.

D'un point de vue industriel, la réduction des contraintes moyennes et maximales est importante pour les pièces à haute performance. La réduction des contraintes moyennes et maximales pourrait conduire à une diminution des endommagements potentiellement accumulés à chaque cycle dans les pièces chargées en fatigue. Cela permettrait d'augmenter leur durée de vie et leur sécurité. Cette augmentation de la sécurité est également renforcée par le nombre accru de chemins d'efforts dans les architectures plus petites. Si un chemin d'effort rompt lors d'un événement inattendu menant à une

surcharge mécanique, l'énergie de cette surcharge sera libérée par la rupture du chemin d'effort sollicité et d'autres chemins d'effort pourront toujours compenser cette défaillance et assurer la fonction de la pièce jusqu'à son remplacement.

En outre, la Figure 3-17 suggère des domaines potentiels d'amélioration pour la méthode d'allègement proposée ici. En effet, malgré le processus d'allègement bio-inspiré, il reste des zones non chargées dans les architectures poreuses. Les histogrammes de la Figure 3-17 montrent qu'entre 15 et 17 % des éléments finis subissent des contraintes nulles ou inférieures à 2MPa. Il s'agit de zones qui n'ont pas de fonction mécanique significative tout en contribuant à la masse de la pièce. Dans une perspective d'allègement d'une pièce, ces zones doivent être éliminées. Le processus de conception utilisé dans 3DBIMR n'est pas vraiment adapté pour cela. Bilhère-Dieuzeide *et al.* ont suggéré d'utiliser une approche itérative bio-inspirée de la cavité médullaire des os longs pour concevoir d'abord une géométrie macro de pièce qui pourra ensuite être optimisée à l'aide d'une architecture poreuse adaptée localement aux contraintes. Une autre possibilité serait de combiner les techniques d'optimisation topologique avec 3DBIMR. Tout d'abord, une optimisation topologique initiale permettrait d'enlever grossièrement de la matière là où elle n'est pas nécessaire et de produire une géométrie macro de pièce. Ensuite, 3DBIMR génère une architecture méso poreuse qui s'adapte localement aux contraintes, fournissant une architecture à multiple chemins d'efforts plus sûre qui aide à répartir les contraintes mécaniques dans l'ensemble de la pièce.

3.5. Conclusion du chapitre

Ce chapitre propose d'établir une méthode d'allègement en 3D qui s'inspire de la relation forme-fonction de l'os trabéculaire.

Un motif cubique à faces centrées avec des porosités ellipsoïdes a été construit afin de reproduire la taille du motif trabéculaire, sa fraction volumique et son Fabric Tensor. Un lien mathématique a été établi entre les paramètres du motif et les grandeurs de la relation forme-fonction trabéculaire. En particulier, un modèle mathématique a été construit puis raffiné afin de comprendre l'influence des paramètres du motif sur le Fabric Tensor résultant. Cela permet de calculer les paramètres de motif qui reproduisent une fraction volumique et un Fabric Tensor cibles.

Sur la base de ces connaissances, un algorithme d'allègement bio-inspiré en 3D a été proposé. À partir de la géométrie initiale d'une pièce et de son chargement mécanique, le champ de contraintes local dans la pièce est estimé à l'aide de l'analyse par éléments finis, les gradients de fraction volumique et de Fabric Tensor cibles sont calculés à partir de la relation forme-fonction trabéculaire et des porosités ellipsoïdes sont générées dans l'ensemble de la pièce, produisant ainsi une pièce allégée.

La méthode d'allègement proposée a été testée à l'aide d'essais de flexion 3 points. Deux modèles de poutre de flexion de masse égale ont été tirés d'une étude antérieure. Un troisième modèle a été généré à l'aide de la méthode proposée afin d'obtenir la même

masse. D'après ces expériences, la méthode d'allègement 3D proposée ici permet une augmentation de 66 % de la raideur en flexion à masse égale par rapport à la méthode 2,5D d'Audibert *et al*. et une augmentation de 111 % par rapport à une technique d'optimisation topologique.

Les principales contributions de ce chapitre sont les suivantes :

(i) Un motif poreux bio-inspiré a été proposé pour reproduire la relation forme-fonction trabéculaire. L'architecture de ce motif s'adapte à la contrainte locale sur la base d'un modèle mathématique développé.

(ii) A partir du motif poreux bio-inspiré mentionné plus tôt, une méthode d'allègement en 3D a été établie. Dans cette méthode, la taille, l'orientation et la forme des porosités sont adaptées localement à l'état de contrainte.

(iii) En flexion 3 points, le résultat de la méthode d'allègement 3D proposée est plus de deux fois plus raide, à masse égale, par rapport à l'optimisation topologique.

La méthode proposée est adéquate pour les pièces fabriquées par des méthodes de fabrication par extrusion de filaments. Néanmoins, pour élargir le champ d'application aux méthodes de fusion sur lit de poudre, les architectures doivent être modifiées pour garantir que toutes les poudres non fondues puissent être éliminées. Ce sera l'objectif du travail présenté au chapitre suivant.

4. Allègement de pièces mécaniques dans un contexte industriel : prise en compte des contraintes de fabrication et proposition de démonstrateur bio-inspiré

Dans le contexte industriel de cette thèse, il est nécessaire de prendre en compte les contraintes de fabrication induites par les techniques d'impression par fusion de lits de poudres. Ce chapitre présente donc une stratégie permettant de rendre les architectures générées par la méthode 3DBIMR dépoudrables. Cette stratégie pourrait entraîner des différences de performances mécaniques et une étude est développée pour minimiser celles-ci. La nouvelle méthode d'allègement dépoudrable proposée dans ce chapitre, appelée 3D^{2}BIMR pour « 3D Depowderable Bio-Inspired Mass Reduction », est ensuite comparée à une autre méthode proposée dans la littérature s'appuyant sur les diagrammes de Voronoï. Finalement, la pertinence de 3D^{2}BIMR pour des pièces mécaniques industrielles est validée à travers la création d'un démonstrateur d'une pièce d'hélicoptère allégée, soumise à un chargement dynamique et présentant un endommagement en fatigue.

4.1. Prise en compte des contraintes de fabrication des techniques d'impression par fusion de lits de poudres : garantir l'évacuation des poudres non fondues

Comme indiqué dans la section 3.1.1, contrairement à la plupart des stratégies de conception où les architectures poreuses sont obtenues par ajout de matière sur un squelette (lattices ou surfaces minimales triplement périodiques), la méthode 3DBIMR fonctionne en retirant de la matière d'une pièce pleine. Ainsi, la méthode 3DBIMR prend comme base une pièce initiale et son chargement en fonctionnement pour générer une architecture poreuse. Sur la base des résultats de l'analyse EF de cette pièce initiale, des porosités ellipsoïdes sont créées selon un motif cubique à faces centrées (CFC). La taille, le facteur de forme et l'orientation de chaque porosité varient pour reproduire la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire. En raison de la stratégie de conception qui consiste à retirer de la matière d'une pièce pleine, l'architecture présente des porosités fermées à l'intérieur de la pièce finale, comme le montre la Figure 4-1. Comme indiqué dans la section 1.1, pour les pièces fabriquées à l'aide des techniques de LB-PBF, il est essentiel afin d'atteindre l'objectif d'allègement de s'assurer qu'aucune poudre non fondue n'est piégée dans la pièce finale. Par conséquent, une nouvelle stratégie doit être développée pour garantir que l'élimination de la poudre dans la pièce fabriquée est possible et qu'aucune poudre non fondue ne reste dans les porosités internes.

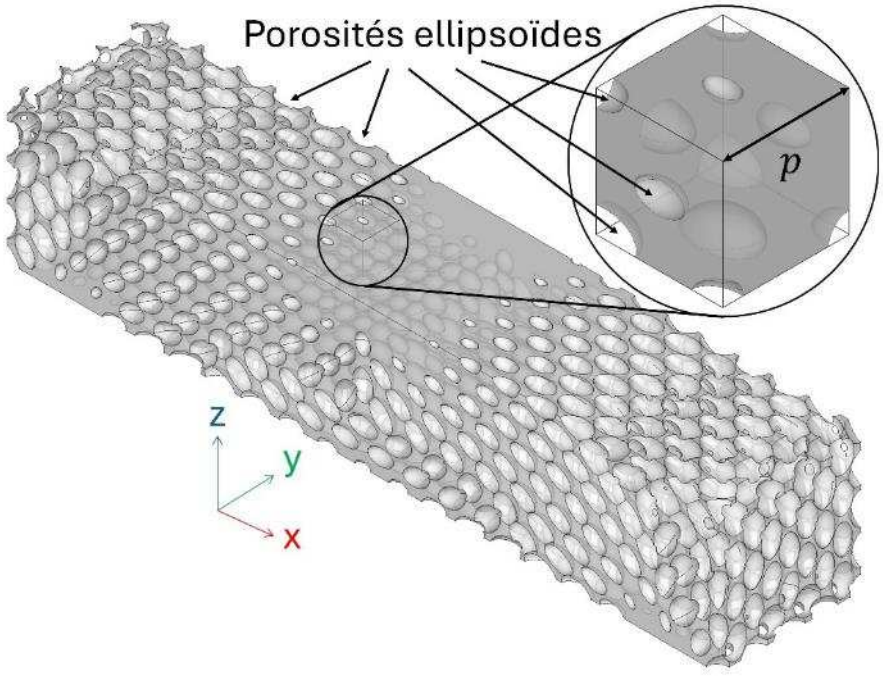


Figure 4-1 : présentation d'une architecture poreuse générée par la méthode 3DBIMR avec un zoom montrant la présence de porosités internes au sein de la pièce finale.

Ainsi dans ce chapitre, une stratégie qui garantit que les poudres non fondues peuvent être enlevées dans les architectures générées par 3DBIMR est proposée. L'efficacité de cette stratégie de dépoudrage sera contrôlée par tomographie par rayons X et par pesée. Pour étudier l'influence de la stratégie de dépoudrage, un indice de performance sera proposé. Un processus d'analyse par éléments finis (EF) sera ensuite présenté pour calculer cet indice de performance dans des échantillons poreux. Enfin, l'effet des paramètres du motif sur la différence de performance induite par la stratégie de dépoudrage sera analysé.

4.1.1. Stratégie de dépoudrage pour la fabrication additive par fusion sur lit de poudre appliquée à une méthode d'allègement bio-inspirée

Les porosités de 3DBIMR sont donc réparties le long d'un motif CFC. La stratégie de dépoudrage proposée exploite les propriétés de ce motif pour relier les porosités internes à l'extérieur de la pièce. Dans un motif CFC, chaque nœud est entouré de douze plus proches voisins, comme le montre la Figure 4-2 pour le nœud central jaune. Pour le nœud central (jaune dans la Figure 4-2), parmi les nœuds voisins les plus proches, 4 se trouvent sur le plan normal à l'axe x (en rouge dans la Figure 4-2), 4 sur le plan normal à l'axe y (en vert dans la Figure 4-2) et 4 sur le plan normal à l'axe z (en bleu dans la Figure 4-2).

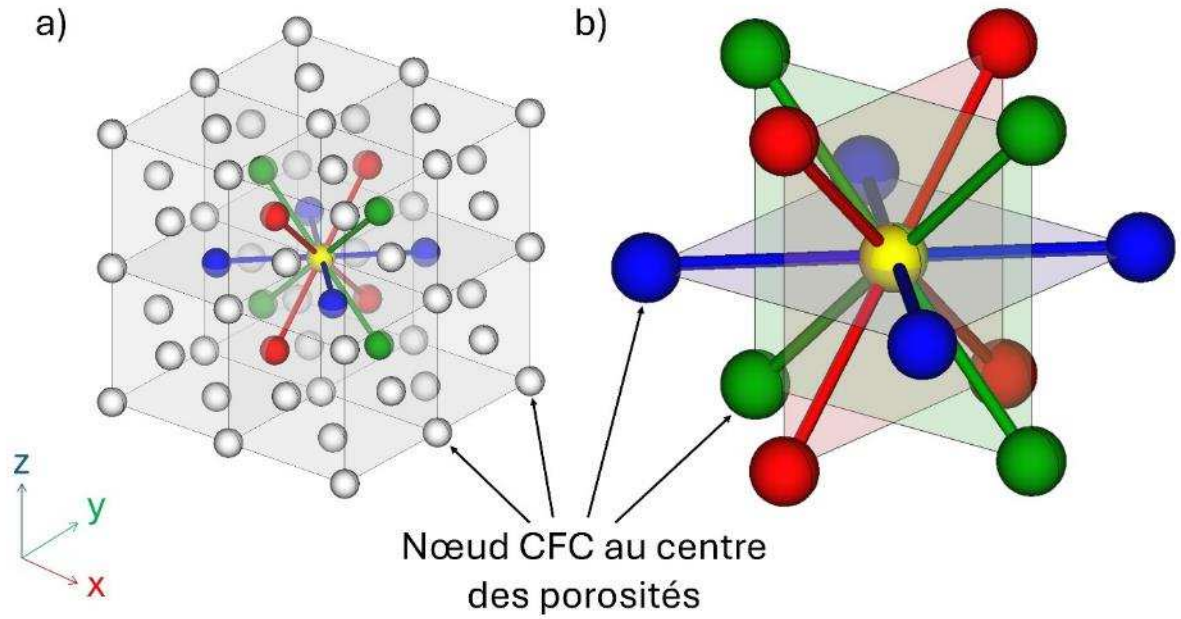


Figure 4-2 : a) vue d'un nœud (jaune) dans un motif cubique à faces centrées b) zoom sur les douze plus proches voisins environnants avec 4 nœuds voisins trouvés sur le plan normal à l'axe x (rouge), 4 sur le plan normal à l'axe y (vert) et 4 sur le plan normal à l'axe z (bleu).

Pour revenir à 3DBIMR, en connectant chaque porosité interne à tout ou partie de ses plus proches voisines dans le motif CFC, il devient théoriquement possible d'éliminer les poudres non fondues de la pièce fabriquée, en passant d'une porosité à l'autre. Il est proposé ici de relier les porosités voisines par des trous cylindriques, appelés canaux de dépoudrabilité (CD).

Sur la base de cette proposition, douze échantillons ont été testés pour vérifier que cette stratégie garantit l'élimination de toutes les poudres non fondues. Ces échantillons présentent des rayons de CD variables, des tailles de motif CFC différentes et un nombre de plus proches voisins connectés variable, comme le montre le Tableau 4-1. Le rayon du canal est le rayon du trou cylindrique entre les porosités qui varie entre 0,5 et 1 mm sur la base de résultats antérieurs [95] qui ont montré qu'un rayon de 0,5 mm était la taille limite nécessaire pour l'écoulement libre des poudres non fondues. La taille du motif p, telle que présentée dans la Figure 4-1, a été choisie comme multiple de 30 mm, ce qui correspond à la hauteur et à l'épaisseur des poutres de flexion 3 points testées dans la section 3.2. Le terme « nombre de connexions » désigne le nombre de plus proches voisins auxquels une porosité donnée est connectée, parmi les douze possibles décrits ci-dessus. Aucun échantillon de dépoudrabilité avec des canaux vers les douze plus proches voisins n'a été testé en partant de l'hypothèse que cela n'augmenterait pas de manière significative la dépoudrabilité et que cela aurait eu une forte influence sur la fraction volumique et les propriétés mécaniques de la pièce.

Tableau 4-1 : échantillons de dépoudrabilité testés

Numéro d'échantillon	Rayon du canal (mm)	Taille de motif (mm)	Nombre de connexions
1	0.5	3	8
2	0.5	3.75	8
3	0.5	5	8
4	0.75	3.75	8
5	0.75	5	8
6	1	5	8
7	0.5	3	4
8	0.5	3.75	4
9	0.5	5	4
10	0.75	3.75	4
11	0.75	5	4
12	1	5	4

Pour tester la dépoudrabilité, les douze échantillons cubiques ont été fabriqués par LB-PBF métallique sur une machine 3D Systems PMX 300 avec de la poudre 3D System LaserForm® 17-4PH (A), comme le montre la Figure 4-3. L'acier inoxydable 17-4Ph est un acier inoxydable martensitique durci par précipitation, conçu principalement pour l'industrie aérospatiale et couramment utilisé pour les applications LB-PBF. La poudre LaserForm® 17-4PH (A) de 3D System contient 15 à 17 % de chrome, 3 à 5 % de nickel

et 3 à 5 % de cuivre, avec une taille moyenne de 3,87 µm et une taille maximale de 26 µm. La machine 3D System PMX 300 a la particularité d'étaler le lit de poudre à l'aide d'un rouleau ce qui favorise le compactage de la poudre. Les paramètres d'impression utilisés ont été optimisés pour maximiser l'intégrité matériau pour le 17-4PH d'après Linares *et al.* [10] et sont les suivants :

- Vitesse de déplacement du laser : 1,045 m/s
- Puissance du laser : 184 W
- Espacement des hachures : 59 µm
- Défocalisation du laser : 4.8
- Épaisseur de la couche : 30 µm

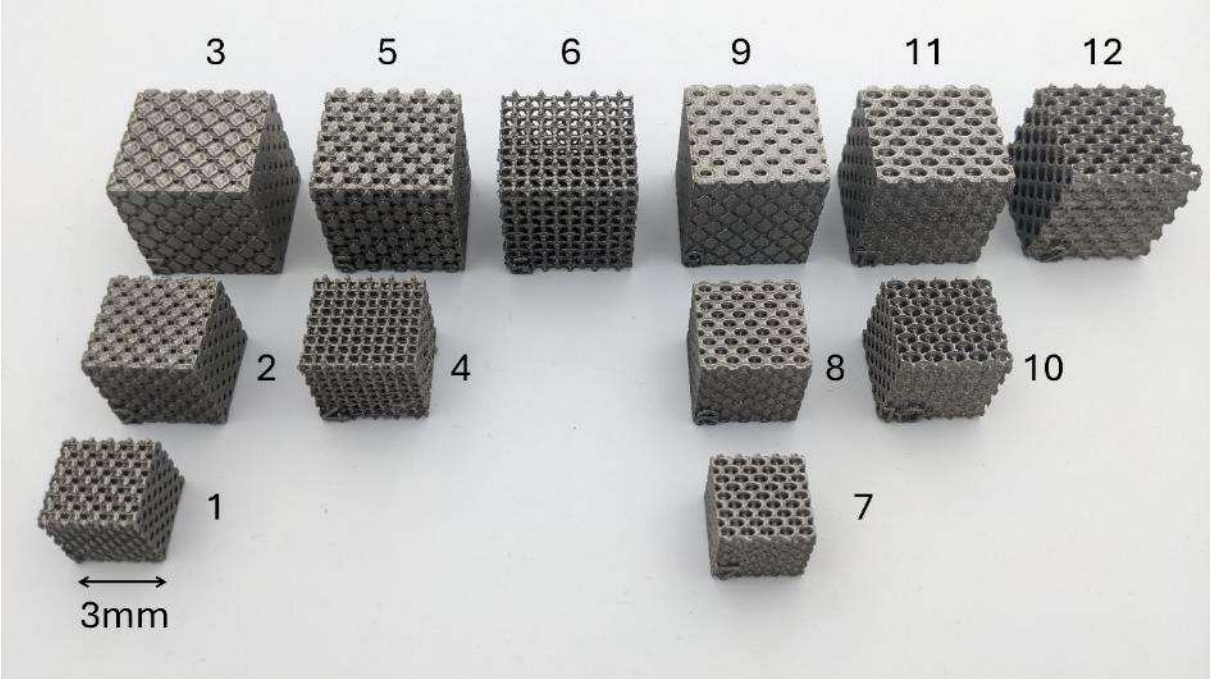


Figure 4-3 : échantillons fabriqués par LB-PBF métallique pour tester la stratégie de dépoudrage proposée, les numéros d'échantillons respectifs correspondent au Tableau 4-1.

Après impression, les poudres non fondues ont été retirées des pièces selon un processus en deux parties conforme à [11], [13]. La poudre non fondue a d'abord été désagrégée dans un pot vibrant et les poudres libres ont ensuite été éliminées sous un filet d'eau. Les échantillons ont été séparés du plateau d'impression à l'aide d'une machine d'électro-érosion à fil. Après séparation, l'élimination des poudres non fondues a été contrôlée à l'aide du protocole recommandé dans la littérature [11], [13]. Pour cela, les échantillons ont d'abord été pesés et comparés à la masse théorique prédite à partir des données CAO. Les écarts de masse en pourcentage ont été calculées selon l'équation (4-1).

$$\Delta_{masse} = \frac{|masse\ théorique - masse\ mesurée|}{masse\ théorique} \quad (4\text{-}1)$$

Les pesées des douze échantillons sont indiquées dans le Tableau 4-2. D'après ces résultats, tous les échantillons présentent une masse supérieure à la masse théorique prédite à partir des données de la CAO.

Tableau 4-2 : résultats de pesée des 12 échantillons dépoudrables fabriqués

Numéro	Masse théorique (g)	Masse mesurée (g)	Ecart de masse (%)
1	9.256	11.732	26.74%
2	27.731	31.184	12.45%
3	86.978	91.318	4.99%
4	9.221	12.678	37.49%
5	55.017	61.496	11.78%
6	20.328	27.100	33.31%
7	12.222	14.220	16.34%
8	33.924	36.052	6.27%
9	98.551	100.118	1.59%
10	12.820	17.348	35.32%
11	70.720	75.659	6.98%
12	24.362	34.574	41.92%

L'échantillon présentant l'écart de masse le plus important (échantillon 12) a été soumis à une tomographie par rayons X pour s'assurer que toutes les poudres non fondues sont correctement éliminées et que les écarts de masse ne proviennent pas de poudres non fondues piégées. La tomographie a été réalisée avec une taille de voxel de 53,05 µm sur un appareil General Electrics Phoenix V|TOME|X M. Il s'agit d'un système de tomographie pour la métrologie et l'analyse en 3D avec une puissance maximale de 300 kV / 500 W. Les images de la tomographie à rayons X de l'échantillon 12 ont été segmentées et converties en un fichier STL à l'aide du logiciel Fiji [127]. Le fichier STL obtenu a été comparé aux données CAO nominales à l'aide du logiciel libre CloudCompare v2.12.4 pour calculer l'écart entre les deux. L'écart d'un maillage donné par rapport à une référence représente la distance orthogonale de chaque point du maillage étudié (ici, les résultats de la tomographie) par rapport à la limite de la référence (ici, les données CAO). Le signe est déterminé par le fait qu'un point se trouve à l'intérieur de la référence (valeurs négatives à l'intérieur, zéro à la frontière et valeurs positives à l'extérieur de la référence). Les résultats de la tomographie et le champ de déviations entre les géométries nominales et mesurées sont présentés à la Figure 4-4.

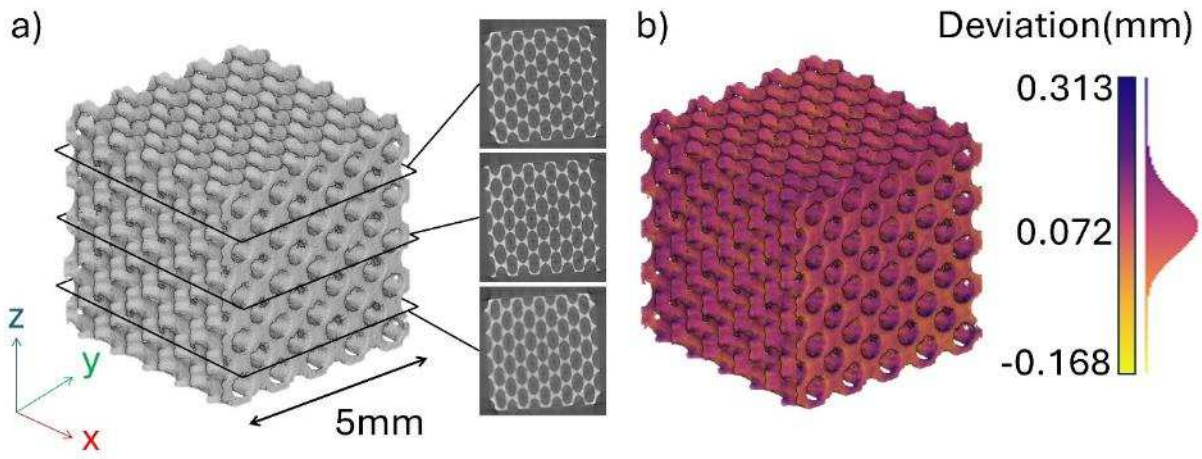


Figure 4-4 : Résultats de la géométrie de l'échantillon 12 fabriqué, a) résultats de la tomographie, b) champ de déviation entre les géométries mesurées et nominales.

Après inspection visuelle de toutes les sections de tomographie (quelques-unes sont représentées à la Figure 4-4 a), il semble qu'aucune poudre non fondue n'est restée piégée dans l'échantillon après impression et séparation du plateau. Les écarts géométriques suivent une distribution normale avec une moyenne de 0,072 mm et un écart type de 0,080 mm, ce qui représente une différence importante entre les surfaces nominales et les surfaces fabriquées.

D'après ces résultats, tous les échantillons testés montrent une élimination complète des poudres non fondues. Par conséquent, parmi les différentes stratégies présentées dans le Tableau 4-1, celle ayant l'impact le plus faible sur la fraction volumique (CD vers 4 des plus proches voisins et canal de rayon 0,5 mm) a été sélectionnée pour le reste de l'étude. Elle a été mise en œuvre dans l'algorithme 3DBIMR, ce qui a donné lieu à une méthode d'allègement bio-inspirée dépoudrable ($3D^2$BIMR pour « 3D Depowderable bio-inspired mass reduction »). La Figure 4-5 montre un exemple de poutre de flexion 3 points allégée à l'aide de $3D^2$BIMR. Comme pour 3DBIMR, les pièces conçues à l'aide de $3D^2$BIMR sont adaptées aux contraintes subies par la pièce initiale grâce à des variations de l'architecture poreuse locale. Les porosités internes sont reliées à l'extérieur par un réseau de CD qui garantit que toutes les poudres non fondues peuvent être éliminées de la pièce. Dans cette implémentation, aucune CD n'a été ajoutée entre les nœuds sans porosités ou entre les porosités qui s'intersectent déjà, afin d'éviter une redondance.

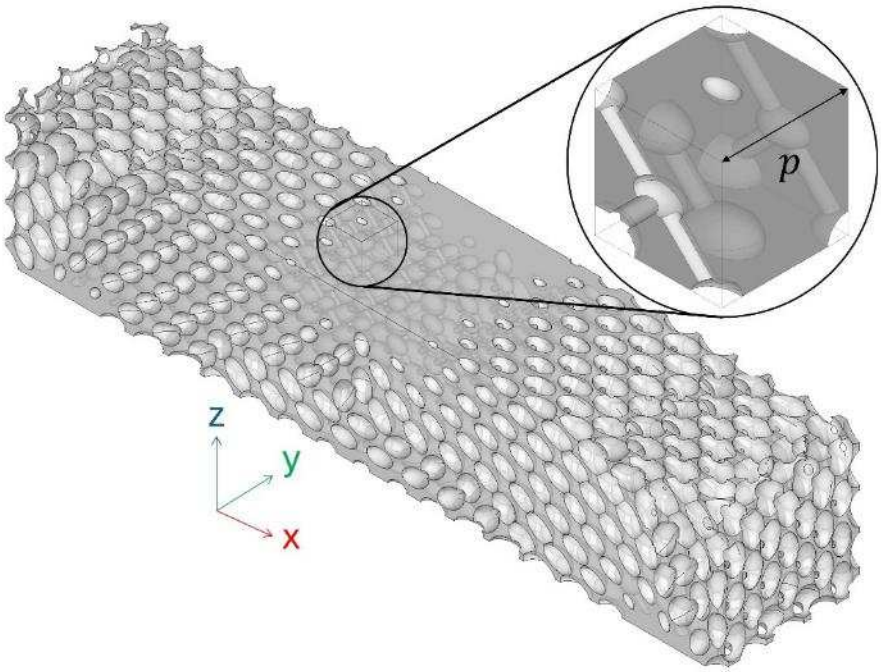


Figure 4-5 : Exemple de poutre à 3 points de flexion conçue à l'aide de 3D²BIMR. L'architecture poreuse est adaptée localement aux contraintes subies par la pièce solide initiale, tout en permettant l'élimination de toutes les poudres non fondues.

4.1.2. Mesure de la performance d'un échantillon poreux

La stratégie de dépoudrage proposée ci-dessus a été choisie pour limiter l'impact sur la fraction volumique. Néanmoins, le réseau de CD représente malgré tout un enlèvement de matière supplémentaire qui réduira les performances mécaniques de la pièce finale [9], mesurées ici par le module d'Young apparent E^*.

Nous cherchons à comparer les performances d'échantillons présentant des architectures et des propriétés variées. Cependant, comme pour la plupart des matériaux cellulaires, un changement d'architecture influencera le comportement mécanique. Pour éviter cet effet et permettre une comparaison directe des performances par unité de masse, l'utilisation d'un indice de performance (PI) est proposée, calculé selon l'équation (4-2).

$$PI = \frac{E^*}{\rho_f} \qquad (4\text{-}2)$$

avec E^* le module d'Young apparent d'un l'échantillon et ρ_f la fraction volumique.

4.1.3. Analyse par éléments finis d'échantillons poreux

Ainsi, il est donc nécessaire d'établir un processus d'évaluation des propriétés mécaniques d'échantillons poreux, comme le module d'Young apparent E^*. Pour ce faire,

les échantillons sont analysés à l'aide des EF. L'analyse EF est avantageuse par rapport à des essais physiques puisqu'elle permet de négliger l'influence du processus de fabrication sur les performances mécaniques (rugosité, défauts, etc.) car les géométries sont idéalisées.

Ici, le processus EF a été construit pour limiter les effets de bord dans la région d'intérêt. Des échantillons de 7x7x7 motifs répétés, comme le montre la Figure 4-6, ont été simulés en compression uniaxiale. Cependant, seule la région centrale est étudiée. La force de compression a été appliquée sur la face supérieure de l'échantillon. Des conditions limites de symétrie ont été appliquées sur trois des faces de l'échantillon pour simuler l'insertion dans un solide infini. Par conséquent, la région d'intérêt de l'analyse est éloignée des zones où les conditions aux limites s'appliquent.

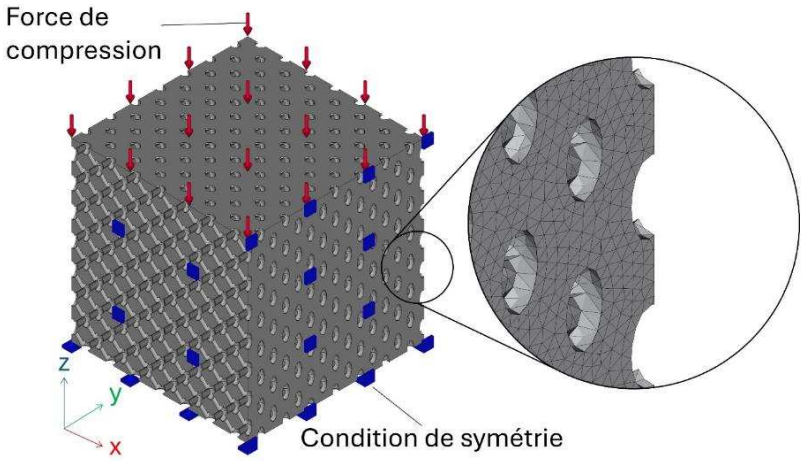


Figure 4-6 : modèle d'éléments finis utilisé pour mesurer les propriétés mécaniques des échantillons 3D²BIMR

Les échantillons cubiques de 21 à 35 mm de côté ont été maillés à l'aide d'éléments tétraédriques de 0,5 mm (conformément aux résultats de la section 3.3) avec les propriétés matériau de l'acier inoxydable 17-4PH ($E = 210\,GPa$ et $\nu = 0{,}3$). La pertinence de la taille des éléments a été confirmée à la suite d'une étude de convergence du maillage. Cette étude a montré que, dans un échantillon donné, un maillage de 0,5 mm (387103 éléments) permettait des prédictions précises des déplacements et des contraintes de Von Mises (illustrées à la Figure 4-7) dans la région d'intérêt de l'analyse, même avec des architectures complexes. Une réduction de la taille du maillage à 0,4 mm (484200 éléments) entraîne une modification des résultats de seulement 1,23 % ce qui montre que le maillage a convergé.

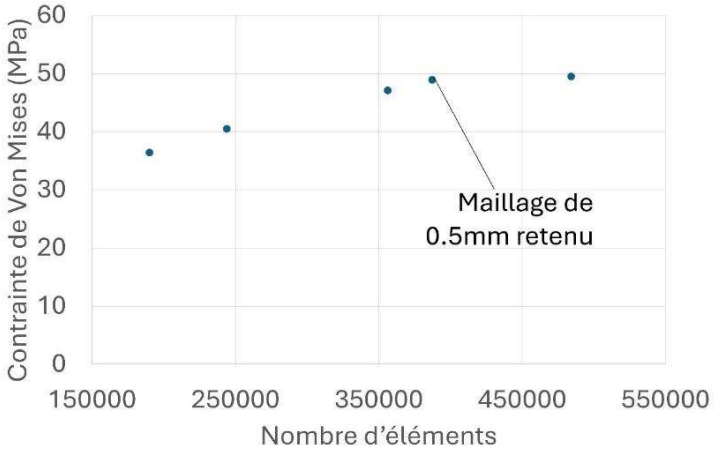


Figure 4-7 : Résultats de l'étude de convergence du maillage pour la contrainte de Von Mises à un nœud de la région d'intérêt de l'analyse

En outre, les éléments tétraédriques d'une taille de 0,5 mm permettent une représentation adéquate de la forme, comme le montre le zoom de la Figure 4-6, avec des CD de 0,5 mm de rayon et des porosités ellipsoïdes d'une longueur de demi-axe comprise entre 0,5 mm et 2,7 mm. En raison de la complexité géométrique des échantillons, une réduction supplémentaire de la taille des éléments aurait entraîné une augmentation considérable du temps de calcul.

A partir de ce type de modèle EF, E^* est calculé selon l'équation (4-3).

$$E^* = \frac{F}{S\varepsilon} \tag{4-3}$$

avec F la force de compression appliquée, S la section du motif et ε la déformation moyenne de la région la plus centrale. ρ_f est prédit à partir des données CAO et PI est calculé en conséquence à l'aide de l'équation (4-2).

4.1.4. Etude de l'effet des paramètres du motif sur la différence de performance mécanique induite par la stratégie de dépoudrage

Ainsi, le processus EF établi dans la section précédente peut être utilisé pour mesurer les performances d'un échantillon poreux donné. À partir de là, il devient possible de comparer la performance mécanique d'un échantillon poreux allégé par 3DBIMR (indice de performance PI_{3DBIMR}) et la performance du même échantillon avec un réseau de CD ajouté, allégé par 3D^{2}BIMR (PI_{3D^2BIMR}). Cette comparaison met en lumière la différence de performance mécanique induite par la stratégie de dépoudrage. Cette différence de performance Δ_{PI} peut être quantifiée avec l'équation (4-4).

$$\Delta_{PI} = \frac{|PI_{3D^2BIMR} - PI_{3DBIMR}|}{PI_{3DBIMR}} \tag{4-4}$$

Comme indiqué précédemment et visible sur la Figure 4-5, les architectures poreuses présentées sont localement adaptées à la contrainte que subit la pièce initiale et la matière est retirée des zones faiblement contraintes où elle est le moins nécessaire. Cette adaptation locale est réalisée en ajustant différents paramètres du motif (taille du motif p, facteur de forme de la porosité A_R, orientation de la porosité θ et fraction volumique ρ_f). Étant donné que l'architecture s'adapte aux contraintes qu'elle subit, elle pourra présenter une gamme de propriétés mécaniques en fonction des paramètres du motif et Δ_{PI} devrait varier. Les différents paramètres du motif et leurs relations sont présentés ci-dessous.

Le facteur de forme de la porosité A_R, exprimé dans l'équation (4-5), décrit la forme de la porosité ellipsoïde (sphérique ou allongée) et est fonction de r_1, r_2 et r_3 la longueur des demi-axes de l'ellipsoïde. Ici, par rapport à la section 3.1.4.3, pour simplifier les calculs ultérieurs, $r_2 = r_3$ ce qui résulte en une ellipsoïde de révolution.

$$A_R = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_1}{r_3} \qquad (4\text{-}5)$$

Dans un modèle cubique à faces centrées, conformément à la théorie cristallographique, il y a 4 nœuds par modèle. Comme démontré section 3.1.4.2, la fraction volumique du solide ρ_f, dépendra de la taille de motif p et des longueurs r_1, r_2 et r_3 des demi-axes des porosités, conformément à l'équation (4-6),.

$$\rho_f = \frac{V_{cube} - 4\,V_{porosités}}{V_{cube}} = 1 - \frac{4\left(\frac{4}{3}\,\pi\,r_1 r_2 r_3\right)}{p^3} = 1 - \left(\frac{16\pi r_1 r_2^2}{3p^3}\right) \qquad (4\text{-}6)$$

La Figure 4-8 montre un motif 3D^{2}BIMR dans le plan $x - z$. Comme nous pouvons le voir, la taille p du motif contrôle l'espacement entre les nœuds du motif CFC. Cela a un impact sur la longueur des canaux de dépoudrabilité mais pas sur leur rayon, maintenu à 0,5 mm. La fraction volumique ρ_f contrôle la taille des porosités et la quantité de matériau dans le motif. Le facteur de forme de la porosité A_R contrôle la forme des porosités et donc l'anisotropie du motif (des porosités prononcées dans une direction induisent de meilleures performances dans cette direction). Enfin, l'orientation de la porosité θ contrôle l'alignement des porosités avec les directions des contraintes principales.

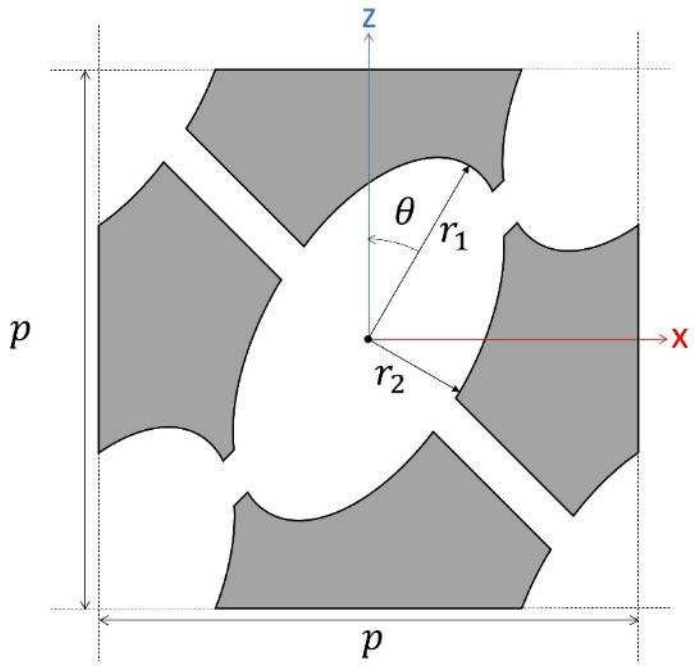


Figure 4-8: Vue dans le plan x-z du motif 3D²BIMR montrant les paramètres locaux qui varient en fonction de la contrainte.

La Figure 4-9 illustre l'effet de chaque paramètre de motif individuel sur l'architecture résultante pour des échantillons de 7x7x7 motifs répétés. Par exemple, en comparant les Figure 4-9 a) et b), nous pouvons voir l'effet de la taille du motif p sur l'échantillon résultant qui devient plus petit dans la Figure 4-9 b) et subira une déformation plus importante pour une force de compression donnée. La comparaison des échantillons présentés dans les Figure 4-9a) et Figure 4-9c) montre l'effet de la fraction volumique ρ_f et on ne s'attend pas à ce qu'ils se comportent de la même manière d'un point de vue mécanique parce que l'échantillon de la Figure 4-9a) présente une fraction volumique plus élevée. De même, l'échantillon de la Figure 4-9d) illustre l'effet du facteur de forme A_R et devrait se comporter de manière plus isotrope car ses porosités sont sphériques. Pour étudier l'impact des paramètres p, ρ_f, A_R et θ sur la différence de performance mécanique induite par le réseau de canaux de dépoudrabilité Δ_{PI}, une démarche de plan d'expérience a été utilisée. En particulier, un ensemble de 25 expériences a été généré à l'aide du logiciel Nemrodw [131], [132], décrivant un domaine expérimental cubique.

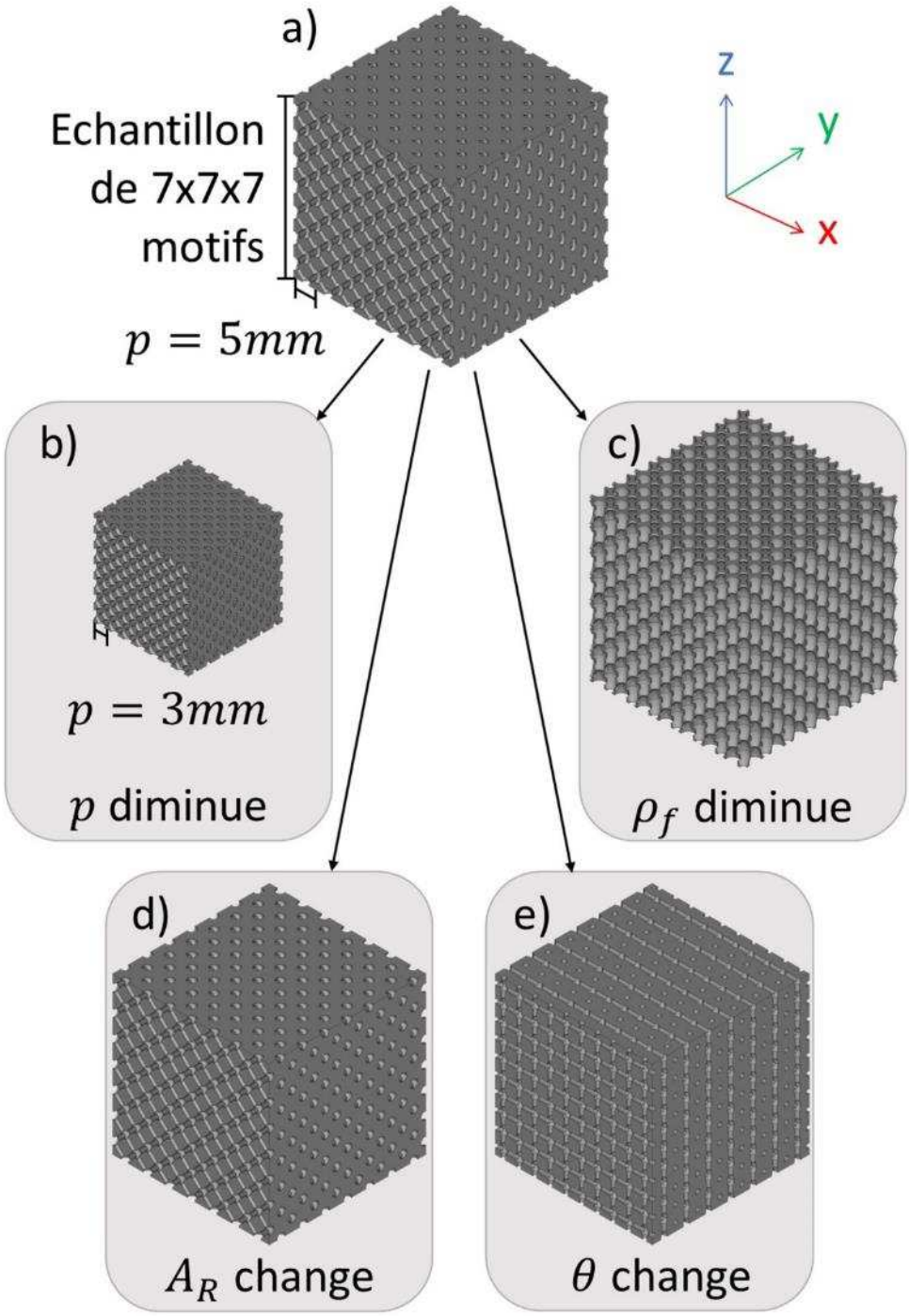


Figure 4-9: effet de chaque paramètre du motif sur l'architecture résultante pour des échantillons de motifs répétés 7x7x7 ; a) échantillon avec $p = 5mm, \rho_f = 0.9, A_R = 2, \theta = 0°$, utilisé comme référence ; b) échantillon avec $p = 3mm, \rho_f = 0.9, A_R = 2, \theta = 0°$ mettant en évidence l'effet de la taille du motif ; c) échantillon avec $p = 5mm, \rho_f = 0.3, A_R = 2, \theta = 0°$ illustrant l'effet de la fraction volumique ; d) échantillon avec $p = 5mm, \rho_f = 0.9, A_R = 1, \theta = 0°$ illustrant l'effet du facteur de forme de la porosité ; e) échantillon avec $p = 5mm, \rho_f = 0.9, A_R = 2, \theta = 45°$ illustrant l'effet de l'orientation de la porosité.

Pour chacune de ces 25 expériences, deux échantillons CAO sont créés avec 3DBIMR et 3D²BIMR en utilisant les mêmes paramètres. Les modèles EF des deux échantillons sont construits, PI_{3DBIMR} et PI_{3D^2BIMR} sont mesurés et Δ_{PI} est calculé en conséquence. La structure et les résultats du plan d'expérience est présentée dans le Tableau 4-3.

Tableau 4-3 : structure et résultats du plan d'expérience

Numéro d'expérience	p (mm)	ρ_f (%)	A_R	θ (°)	PI_{3D^2BIMR} (MPa)	PI_{3DBIMR} (MPa)	Δ_{PI} (%)
1	3	30%	1	0	136045	171953	20.88%
2	5	30%	1	0	103092	133494	22.77%
3	3	90%	1	0	182175	191316	4.78%
4	5	90%	1	0	181477	184887	1.84%
5	3	30%	2	0	199819	219011	8.76%
6	5	30%	2	0	182319	199000	8.38%
7	3	90%	2	0	179458	200457	10.48%
8	5	90%	2	0	186070	197404	5.74%
9	3	30%	1	45	138770	171953	19.30%
10	5	30%	1	45	114392	133494	14.31%
11	3	90%	1	45	178458	191316	6.72%
12	5	90%	1	45	177256	184887	4.13%
13	3	30%	2	45	185804	220348	15.68%
14	5	30%	2	45	188984	208884	9.53%
15	3	90%	2	45	175262	200022	12.38%
16	5	90%	2	45	177234	199322	11.08%
17	3	60%	1.5	22.5	170774	173947	1.82%
18	5	60%	1.5	22.5	168182	177163	5.07%
19	4	30%	1.5	22.5	158703	175729	9.69%
20	4	90%	1.5	22.5	187136	194460	3.77%
21	4	60%	1	22.5	148034	201318	26.47%
22	4	60%	2	22.5	179752	191701	6.23%
23	4	60%	1.5	0	166792	179548	7.10%
24	4	60%	1.5	45	169727	193753	12.40%
25	4	60%	1.5	22.5	163418	180590	9.51%

Sur la base de cette structure, un modèle de la différence de performance Δ_{PI} en fonction de p, ρ_f, A_R et θ est construit à l'aide de la méthode pseudo-inverse de Moore-Penrose de la même manière que dans la section 3.1.4.3. Le modèle est ensuite raffiné pour améliorer l'ajustement de la surface de réponse et réduire l'écart-type entre les prédictions et les résultats. Le modèle établi pour prédire la différence de performance Δ_{PI} en fonction des paramètres du motif est présenté équation (4-7).

$$\Delta_{PI} = 0.442 - 0.127\rho_f - 0.052p^2 + 0.311p + 0.308A_R^2 - 1.204A_R + 0.07pA_R \quad (4\text{-}7)$$

4.1.5. Discussions

D'après les résultats expérimentaux de pesée présentés dans le Tableau 4-2 tous les échantillons fabriqués présentent une masse supérieure à la masse prédite à partir des données CAO. Le pourcentage d'écart de masse le plus faible est de 1,59 % et le plus élevé de 41,92 %. Cela n'est pas surprenant car les pièces obtenues par fabrication additive présentent souvent une rugosité importante et des écarts par rapport aux dimensions nominales [13]. En effet, en LB-PBF notamment, lorsque le laser fond des poudres, il existe une zone affectée par la chaleur autour du point visé. Cette zone affectée par la chaleur peut entraîner la fusion de grains de poudre alors que ce n'était pas prévu à l'origine. Ce matériau supplémentaire peut être éliminé après l'impression grâce au post-traitement des pièces de fabrication additive [6]. Ici, aucun post-traitement (par exemple, traitement thermique, attaque chimique ou sablage) n'est effectué après séparation du plateau d'impression afin d'éviter de piéger des poudres non fondues à l'intérieur de l'échantillon. Par conséquent, l'écart par rapport aux dimensions nominales dû à l'excès de matériau pourrait expliquer l'écart de masse des échantillons fabriqués. Les différences d'écarts de masse entre les échantillons peuvent provenir du fait que les échantillons présentent différents niveaux de surface exposée par unité de volume. Les échantillons ayant une surface plus grande par unité de volume auront plus de matière en excès et donc un pourcentage d'écart de masse plus élevé. Ceci est confirmé par la Figure 4-10 qui montre l'écart de masse tracé en fonction du rapport surface-volume des douze échantillons, prédit à partir des données CAO.

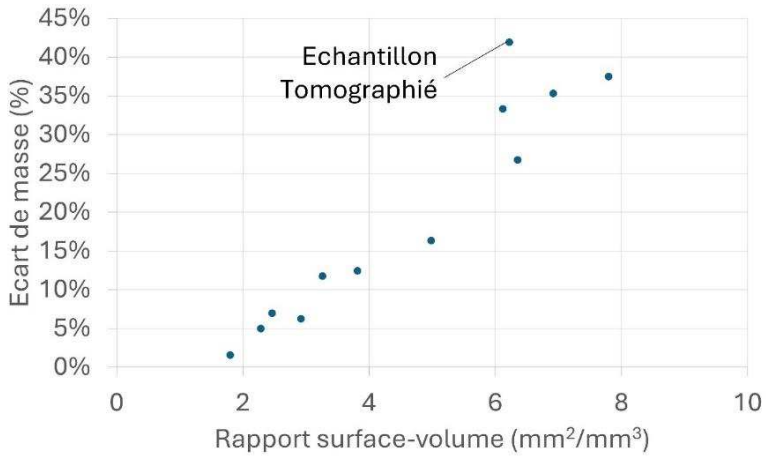


Figure 4-10: Rapport surface-volume des échantillons fabriqués en fonction de l'écart de masse (entre la masse théorique et la masse mesurée). L'échantillon tomographié (n°12) est l'échantillon présentant l'écart de masse le plus élevé

Avec l'augmentation du rapport surface-volume, l'écart de masse augmente comme prévu. Cela semble confirmer l'hypothèse selon laquelle cet écart est dû à un excès de matériau fondu sur les surfaces exposées des échantillons plutôt qu'à des poudres non fondues qui resteraient piégées dans l'architecture. C'est encore confirmé par les résultats de la tomographie de l'échantillon 12, présentés Figure 4-4, qui ne montraient aucune poudre piégée et un écart de 0,072±0,080 mm entre la surface nominale et la surface

fabriquée. Il est possible de corriger la masse théorique pour tenir compte de cette déviation par rapport aux données CAO en ajoutant un volume égal à la surface de l'échantillon multiplié par l'écart moyen 0,072 mm. Avec cette masse théorique corrigée, l'écart de masse pour l'échantillon 12 passe de 41,92 % à 0,54 %. Cela confirme que toutes les poudres non fondues sont correctement éliminées et que les écarts de masse ne sont pas dus à des poudres piégées qui n'apparaîtraient pas sur les images de tomographies.

Concernant les résultats des simulations EF, aucune augmentation de performance mécanique n'a été relevée après l'introduction du réseau de canaux de dépoudrabilité (CD). La stratégie de dépoudrage proposée réduit les performances mécaniques des échantillons, de manière similaire aux résultats de la littérature [9], [13]. Cependant, en ce qui concerne la performance par unité de masse, cette perte est contrebalancée par une réduction de la fraction volumique ρ_f. Ainsi, la différence de performance moyenne Δ_{PI} dans le Tableau 4-3 n'est que de 10,35 %, avec certains échantillons affichant une perte de seulement 1,82 %. Ainsi en comprenant bien le comportement mécanique des échantillons, il devient possible de minimiser la différence de performance en sélectionnant les bons paramètres. Les architectures poreuses conçues à l'aide de $3D^2$BIMR peuvent donc être utilisées pour des applications en LB-PBF, ce qui les rend pertinentes dans des secteurs industriels exigeants tels que l'aérospatiale, l'automobile ou l'industrie biomédicale.

En ce qui concerne le modèle mathématique prédisant Δ_{PI} en fonction des paramètres du modèle, équation (4-7), obtenu à partir des résultats du plan d'expérience, il faut noter que l'orientation θ est supprimée lors du raffinage du modèle. La suppression de θ dans le modèle réduit l'écart type de l'erreur de modélisation entre le Δ_{PI} prédit et le Δ_{PI} mesuré. Il est possible que les CD produisent une différence quasi-isotrope de performance mécanique, influençant ainsi la différence de performance moyenne plutôt qu'en tant que paramètre de Δ_{PI}. La surface de réponse 4D pour l'équation (4-7) est présentée à la Figure 4-11. Dans cette carte 4D, les axes $x - y - z$ représentent les paramètres du motif p, ρ_f et A_R respectivement. La quatrième dimension de la différence de performance Δ_{PI} est représentée par la taille et la couleur des sphères.

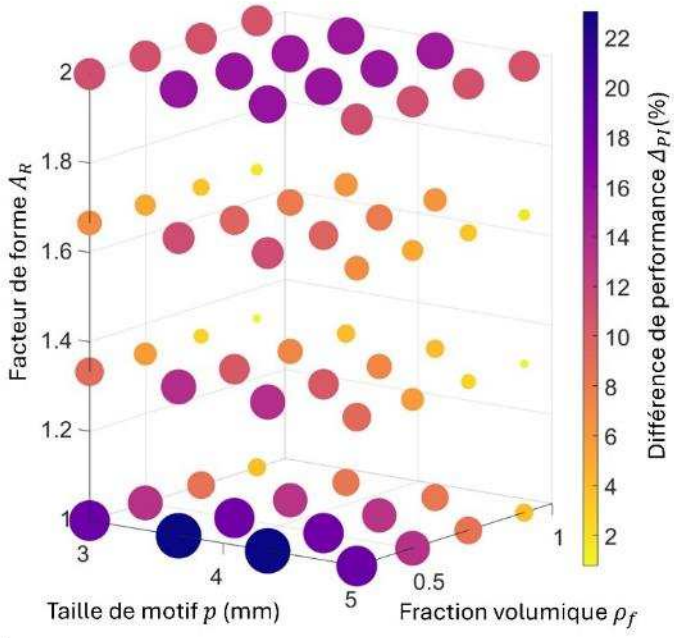


Figure 4-11: Surface de réponse 4D du modèle mathématique reliant Δ_{PI} aux paramètres du motif p, ρ_f, A_R

La Figure 4-11 montre que la différence de performance mécanique induite par le réseau de CD varie en fonction de la gamme de paramètres considérée. La différence de performance pour les échantillons à fraction volumique élevée semble globalement moins importante que la différence pour les échantillons à fraction volumique faible. Cela semble surprenant car les échantillons à faible fraction volumique ont des porosités plus grandes et des CD plus courts. Les CD courts devraient induire une différence de performance mécanique plus faible que les CD longs. Il est cependant possible que les échantillons à faible fraction volumique (CD plus courts) soient chargés plus uniformément, ce qui les rend plus sensibles aux modifications de leur architecture. Une autre hypothèse est que les matériaux cellulaires, en particulier les mousses à cellules ouvertes, voient leur module d'Young apparent varier en fonction du carré de leur fraction volumique [8]. Par conséquent, la même différence de 5 % dans la fraction volumique aura plus d'effet sur les performances d'un échantillon à faible fraction volumique que sur celles d'un échantillon à fraction volumique élevée. Intuitivement, nous aurions pu penser que la taille du motif p aurait une plus grande influence. En effet, des échantillons plus petits signifient des porosités plus petites. Comme les CD ont un rayon fixe, ils auraient pu induire une différence de performance plus importante sur des échantillons plus petits, ce qui ne semble pas être le cas à en juger par les résultats présentés à la Figure 4-11. Cela semble confirmer les résultats de la section 3.4 qui démontraient qu'au-delà d'une certaine limite, diminuer la taille de motif p n'avait pas d'influence sur les performances d'architectures bio-inspirées avec 3DBIMR.

Dans l'ensemble, le comportement de Δ_{PI} en fonction de p, ρ_f et A_R correspond au comportement de l'os trabéculaire, dont les performances mécaniques sont fortement

corrélées à la fraction volumique et au Fabric Tensor [117], [118]. C'est une conséquence du processus de bio-inspiration utilisé pour établir 3DBIMR. Comme indiqué dans la section 1.4, des principes généraux ont été extraits de l'architecture trabéculaire et transférés à des solutions technologiques.

En ingénierie, on cherche souvent à augmenter les performances des pièces tout en garantissant la sécurité et en maintenant les coûts à un niveau raisonnable. C'est pourquoi les ingénieurs doivent régulièrement sélectionner le matériau qui convient le mieux à leur application, souvent à l'aide d'un diagramme de sélection des matériaux (également appelé diagramme d'Ashby) [17]. Ce type de graphique présente une ou plusieurs propriétés des matériaux les unes en fonction des autres. Il s'agit d'une coupe de l'espace de propriétés des matériaux [18]. La sélection du meilleur matériau revient alors à choisir le matériau présentant la meilleure combinaison de propriétés selon le critère choisi. Les matériaux hybrides (composites, matériaux naturels, matériaux cellulaires, etc.) peuvent contribuer à étendre l'espace de propriétés des matériaux dans des zones qui étaient auparavant inaccessibles [21]. Comme le définissent Ashby et Bréchet [9], « un matériau hybride est une combinaison de deux matériaux ou plus dans une géométrie et à une échelle prédéterminée, répondant de manière optimale à un objectif d'ingénierie spécifique ». Les matériaux cellulaires sont des hybrides de leur matériau constitutif et d'air, tirant parti de leur architecture poreuse pour obtenir des propriétés supérieures. Dans ce contexte, les échantillons 3DBIMR et 3D^{2}BIMR tirent parti d'une architecture bio-inspirée pour surpasser les performances du matériau dont ils sont constitués. C'est ce qui ressort de la Figure 4-12, qui présente un diagramme d'Ashby du module d'Young en fonction de la masse volumique, avec des enveloppes dessinées sur la base des données obtenues pour les échantillons 3DBIMR et 3D^{2}BIMR. Ce type de graphique permet de sélectionner le meilleur matériau pour des pièces rigides et légères. Dans le cas d'une poutre de flexion par exemple, la performance d'un matériau est représentée par sa position par rapport aux lignes directrices de pente 2, qui représente un critère de sélection de $E^{\frac{1}{2}}/\rho$ [17]. Comme nous pouvons le voir sur la Figure 4-12, les échantillons poreux sont plus performants que l'acier inoxydable 17-4PH dont ils sont constitués pour des applications de flexion. Ces deux méthodes d'allègement (3DBIMR et 3D^{2}BIMR) ouvrent donc de nouvelles possibilités pour concevoir des pièces de haute performance.

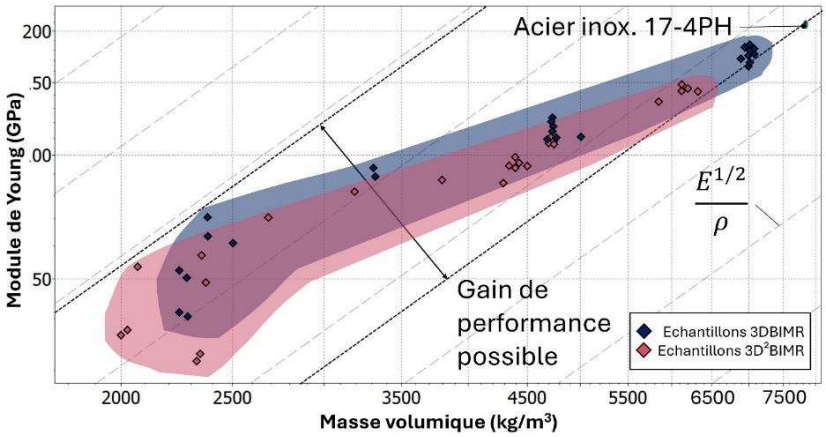


Figure 4-12 : Graphique d'Ashby présentant la position des échantillons 3DBIMR et 3D²BIMR en acier inoxydable 17-4PH par rapport au matériau dont ils sont constitués pour l'optimisation des poutres rigides et légères chargées en flexion, sur la base des résultats du plan d'expérience. Les lignes parallèles de pente 2 indiquent le critère de sélection $E^{\frac{1}{2}}/\rho$.

La Figure 4-13 présente le même type de diagramme d'Ashby avec un large éventail de matériaux représentés, ce qui donne une vue d'ensemble de l'espace de sélection des matériaux pour des pièces rigides et légères. Comme le montre la Figure 4-13, les céramiques techniques et les matériaux hybrides (composites et matériaux naturels) sont plus performants que les métaux et les alliages, ce qui explique leur utilisation dans les industries à hautes performances. Dans la pratique, les métaux et les alliages sont encore largement utilisés en raison de leurs nombreuses autres propriétés (conducteur électrique, haute résistance, facilité de mise en forme et de fabrication, etc.) Les architectures 3D²BIMR comblent donc le fossé entre les matériaux naturels et métalliques en tirant parti du processus de bio-inspiration. Ainsi, les échantillons 3D²BIMR en acier présentent de meilleures performances pour des pièces rigides et légères sollicitées en flexion que l'acier inoxydable 17-4PH usiné. En complément, ils conservent certaines des propriétés mécaniques, thermiques et électriques intéressantes de l'acier qui ne peuvent être obtenues avec des céramiques, des composites ou des matériaux naturels. À cet égard, 3D²BIMR comble un vide dans l'espace de sélection des matériaux.

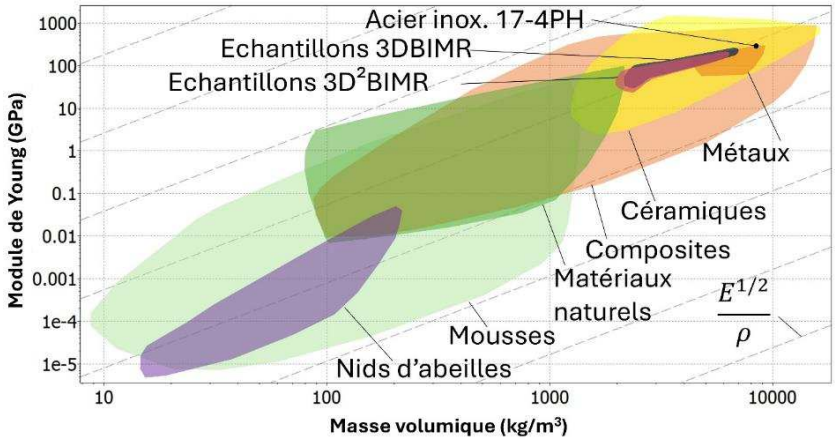


Figure 4-13 : diagramme d'Ashby présentant la position des échantillons 3DBIMR et 3D²BIMR en acier inoxydable 17-4PH dans l'espace global de sélection des matériaux pour l'optimisation des pièces rigides et légères, sur la base des résultats du plan d'expérience et des données du logiciel CES Selector.

4.2. Comparaison expérimentale à une autre méthode dépoudrable

4.2.1. Contexte de l'étude

Ainsi à travers la section 4.1, une méthode d'allègement bio-inspirée dépoudrable en 3D (3D²BIMR pour « 3D depowderable bio-inspired mass reduction ») a été proposée. Cette méthode est utilisable en contexte industriel avec des techniques de fabrication par fusion de lits de poudres. Dans la littérature, d'autres méthodes d'allègement dépoudrables ont été proposées. Nous pouvons par exemple penser aux méthodes exploitant les diagrammes de Voronoï présentées section 1.3.3.

Un diagramme de Voronoï est une méthode de segmentation de l'espace générée à partir d'un certain nombre de nœuds initiaux. Ces nœuds sont généralement répartis de manière aléatoire dans l'espace de conception. Ensuite des cellules polyédriques sont tracées autour de ces nœuds. Chaque cellule est composée de faces représentant les plans médiateurs entre un nœud donné et ses plus proches voisins. Ainsi les points à l'intérieur d'une cellule sont plus proches du nœud à l'origine de cette cellule que de tout autre nœud dans le diagramme. Une représentation d'un diagramme de Voronoï en 3D est donnée Figure 4-14.

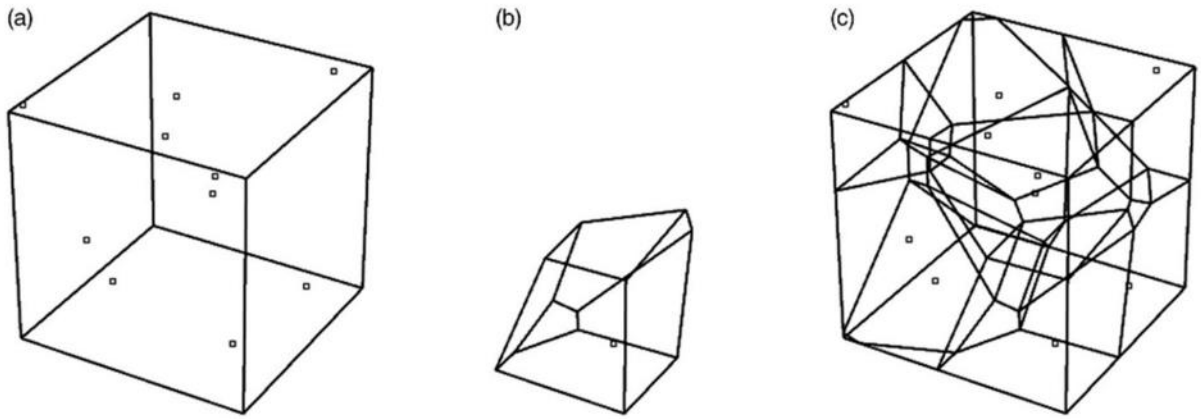


Figure 4-14 : obtention d'un diagramme de Voronoï en 3D (adapté de [49]) (a) nœuds à l'origine du diagramme, (b) cellule polyédrique associée à un nœud, (c) diagramme de Voronoï 3D résultant

Comme évoqué section 1.3.3, de nombreuses méthodes bio-inspirées de l'architecture trabéculaire utilisent des diagrammes de Voronoï car ils apparaissent dans de nombreuses structures naturelles et peuvent reproduire fidèlement l'apparence d'un échantillon trabéculaire. Les architectures générées ainsi sont également intrinsèquement dépoudrables puisqu'il n'y a de la matière que sur les arêtes des cellules polyédriques et pas sur les faces. Ces méthodes sont notamment utilisées dans le domaine médical pour la conception d'implants osseux car ils semblent favoriser l'osseointegration.

4.2.2. Présentation des essais

Ici pour évaluer les performances de 3D^{2}BIMR, la méthode d'allègement proposée dans ces travaux, par rapport à d'autres méthodes établies dans la littérature une étude comparative a été mise en place. En particulier les performances en flexion 3 points de pièces allégées avec 3D^{2}BIMR ont été étudiés par rapport à celles de pièces allégées à l'aide d'une méthode basée sur les diagrammes de Voronoï en 3D. L'allègement utilisant un diagramme de Voronoï est réalisé à l'aide du logiciel nTop qui propose cette fonctionnalité. Les pièces sont allégées de sorte à reproduire le même gradient de fraction volumique qu'une pièce allégée avec 3D^{2}BIMR.

En particulier, 3 poutres de dimensions 150 mm x 30 mm x 30 mm, présentées Figure 4-15, ont été modélisées à partir de l'état de contrainte présenté section 3.2 :

- La première (3D^{2}BIMR), allégée avec 3D^{2}BIMR pour une taille de motif de $p = 5\ mm$.

- Une seconde (Voro3D p5), allégée à l'aide d'un diagramme de Voronoï pour une taille de motif $p = 5\ mm$ pour correspondre à la taille de motif de 3D²BIMR.
- Une troisième (Voro3D p3), allégée à l'aide d'un diagramme de Voronoï pour une taille de motif $p = 3\ mm$ pour tester l'influence de la taille de motif dans un allègement de Voronoï et confirmer la cohérence avec les résultats de la section 3.4.

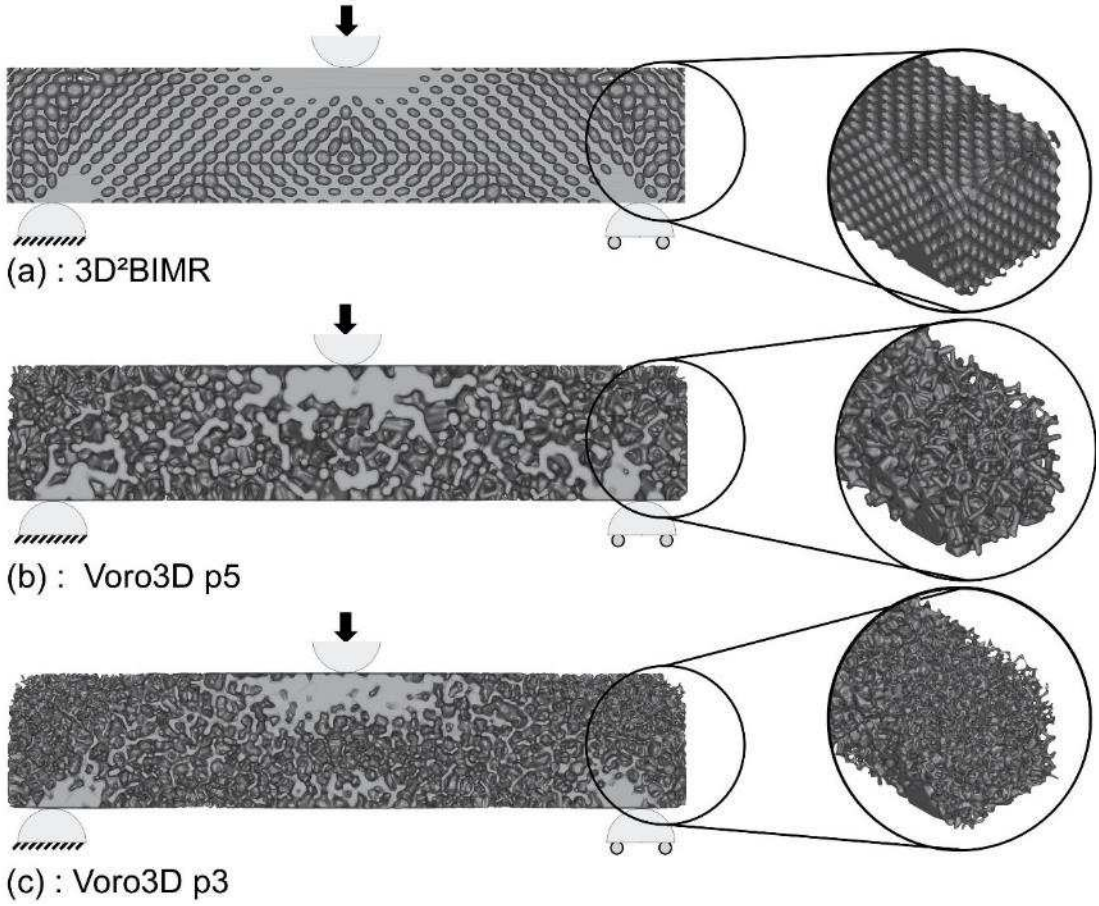


Figure 4-15 : modèles de poutres de flexion 3 points

Ces pièces ont ensuite été fabriqués par LB-PBF métallique sur une machine 3D Systems PMX 300 avec de la poudre 3D System LaserForm® 17-4PH (A). Les paramètres d'impression sont identiques à ceux utilisés dans la section 4.1.1. Les essais de flexion 3 points ont été réalisés sur une machine de traction/compression Tema Concept en conditions quasi-statiques, comme montré Figure 4-16, et la force verticale appliquée (F_z) a été mesurée en fonction du déplacement (δ). Les essais ont été conduits jusqu'à rupture des pièces. Ces trois pièces doivent présenter le même gradient de fraction volumique et donc la même masse. En réalité les 3 poutres ont été pesées et leurs masses diffèrent légèrement. Les résultats des essais de flexion 3 points tiendront compte de ces différences.

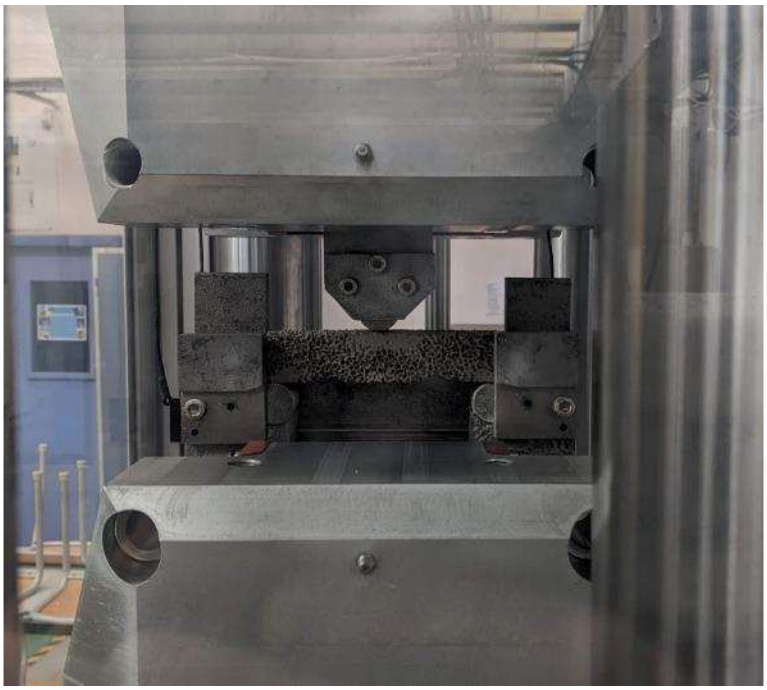


Figure 4-16 : essais de flexion 3 points pour une pièce imprimée en fusion de lits de poudres métalliques

4.2.3. Résultats

Les courbes de force-déplacement $F_z = f(\delta)$ pour les trois pièces sont présentés Figure 4-17.

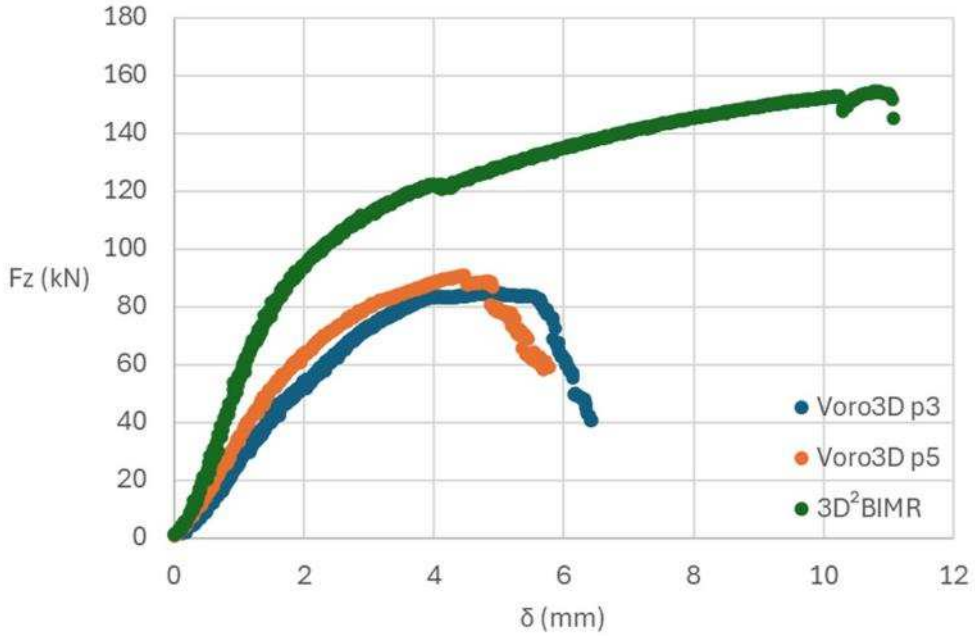


Figure 4-17 : résultats des essais de flexion 3 points pour les différentes poutres testées

Ces trois courbes présentent d'abord un comportement élastique linéaire puis une plastification jusqu'à la rupture, ce qui est conforme au comportement attendu pour des

pièces imprimées en acier inoxydable. La pente de la courbe dans la partie linéaire élastique de la courbe a été mesurée et correspond à la raideur en flexion K de la pièce (en kN/mm). La raideur en flexion par unité de masse S (en kN/mm.kg^{-1}) a ensuite été calculée en divisant K par la masse m (en kg). La différence de raideur en flexion Δ_S entre les poutres a été calculée en prenant la raideur de 3D^{2}BIMR comme référence. L'ensemble des résultats sont présentés dans le Tableau 4-4.

Tableau 4-4 : résultats des essais de flexion 3 points des pièces imprimées en fusion de lits de poudres métalliques

Echantillon	K (kN/mm)	m (kg)	S (kN/mm.kg^{-1})	Δ_S (%)
3D^{2}BIMR	59.41	0.623	95.35	0%
Voro3D p5	31.17	0.583	53.47	-44%
Voro3D p3	33.05	0.57	57.98	-39%

4.2.4. Discussions

Ainsi d'après les résultats des essais de flexion 3 points présentés Figure 4-17 et Tableau 4-4, il ne semble pas y avoir de différences de comportement entre Voro3D p5 et Voro3D p3 ce qui confirme les résultats de la section 3.4. Passé un certain seuil, la taille de motif p ne semble pas avoir d'influence sur les performances de pièces bio-inspirées ce qui correspond au comportement prédit par la théorie des matériaux cellulaires. De plus, la poutre de flexion 3 points allégée avec 3D^{2}BIMR présente de meilleures performances que les poutres allégées à l'aide d'un diagramme de Voronoï. Voro3D p3 et Voro3D p5 présentent respectivement une raideur par unité de masse inférieure de 39% et 44% par rapport à 3D^{2}BIMR, même après prise en compte des différences de masse. La poutre 3D^{2}BIMR commence à plastifier pour un effort plus élevé que les poutres allégées à l'aide d'un diagramme de Voronoï et la rupture de 3D^{2}BIMR intervient également pour un déplacement plus élevé.

Ces essais de flexion 3 points semblent confirmer la pertinence de la méthode d'allègement dépoudrable proposée dans ce chapitre. En effet, par rapport à une autre méthode d'allègement dépoudrable s'appuyant sur les diagrammes de Voronoï, proposée dans la littérature et prise ici comme référence, la méthode 3D^{2}BIMR permet d'obtenir une raideur par unité de masse plus élevée, ainsi qu'une plastification et une rupture plus tardive. L'ensemble de ces propriétés sont importantes dans un contexte de conception de pièce mécanique pour l'industrie.

Ainsi, comme développé section 4.1, la méthode 3D^{2}BIMR présente une faible perte de performance par rapport à la méthode 3DBIMR présentée dans le chapitre 3. Cette nouvelle méthode permet l'utilisation de techniques de fabrication par fusion de lits de poudres ce qui la rend intéressante pour l'allègement de pièces mécaniques dans un contexte industriel. Dans la section suivante, un allègement de pièce en contexte industriel sera donc proposé.

4.3. Démonstrateur industriel : bielle de suspension moteur souple

Pour rappel, comme évoqué section 1.1, l'objectif industriel de ces travaux est d'explorer l'allègement de pièces mécaniques soumises à un chargement dynamique et présentant un endommagement en fatigue et fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres. Il est donc important d'étudier l'application de la méthode d'allègement dépoudrable proposée dans ce chapitre dans le cas d'une pièce d'hélicoptère sollicitée en fatigue.

4.3.1. Présentation de la pièce

La pièce choisie pour cette application, présentée Figure 4-18, est une bielle de suspension souple développée par Airbus Helicopters à Marignane. Aujourd'hui cette pièce n'est utilisée sur aucun appareil mais le NH90 vole avec une bielle de suspension souple similaire. Il existe donc un cas d'usage industriel sur ce type de pièce. Les dimensions de la pièce sont 215 mm de long, 240 mm de large et 45 mm de hauteur.

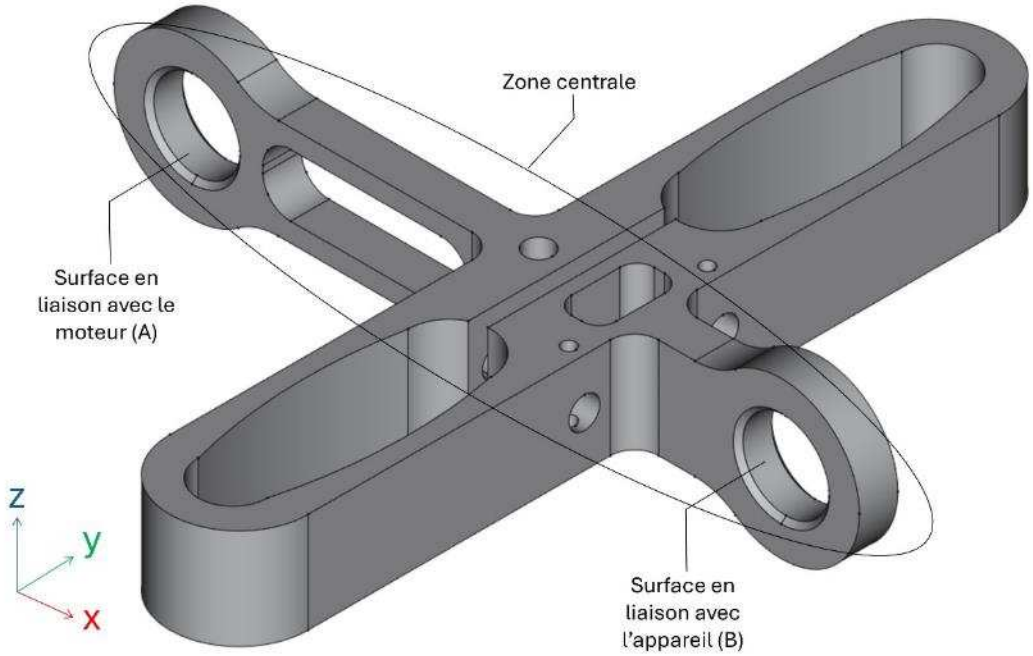


Figure 4-18 : bielle de suspension souple

Le rôle de cette pièce, en alliage de titane TA6V, est de relier le moteur à l'appareil. Elle présente donc deux alésages à ses extrémités qui seront reliés respectivement au moteur (surface A) et à l'appareil (surface B). La forme de la pièce lui permet de se déformer et de présenter une certaine souplesse pour amortir les vibrations générées par le moteur. Cette pièce est chargée en traction/compression alternée ce qui créé une sollicitation en fatigue. Elle est dimensionnée en termes de raideur de sorte qu'il n'y ait pas de contact dans la zone centrale pour toutes les configurations étudiées dans le spectre de vol de

l'appareil. De plus, le dimensionnement en statique de la pièce a été réalisé dans un cas de « sudden engine stoppage » (arrêt soudain du moteur créant un balourd) qui constitue le chargement maximal que la pièce pourra supporter en cas d'incident en vol. Dans ce cas, la pièce entre en contact dans sa zone centrale ce qui limite sa déformation en compression (contact entre les surfaces de la pièce) ou en traction (contact avec d'autres pièces non représentées créant un arrêt axial).

4.3.2. Contraintes d'allègement

Ainsi, la pièce est dimensionnée en termes de raideur afin de ne pas présenter de contact dans la zone centrale pour toutes les configurations étudiées dans le spectre de vol de l'appareil. La pièce allégée devra donc présenter une raideur égale. De plus, la zone centrale est fonctionnelle et en liaison avec d'autres pièces de l'appareil. L'allègement ne devra donc pas impacter cette zone et devra se concentrer uniquement sur les deux zones en « U » sur les côtés de la pièce. Finalement, la pièce est sollicitée en fatigue et sa durée de vie a été calculée en fonction de l'état de contraintes qu'elle subit. La pièce allégée devra donc présenter un état de contrainte similaire à celui de la pièce initiale.

L'état de contrainte dans la pièce initiale est présenté Figure 4-19. Il a été obtenu à l'aide d'une analyse par éléments finis. La pièce a été maillée à l'aide d'éléments tétraédrique de 2.5mm. Les propriétés matériaux de l'alliage de titane TA6V ont été utilisées ($E = 110GPa, \nu = 0.34$). Deux éléments de corps rigides ont été créés au niveau des surfaces A et B avec de simuler l'assemblage avec le reste de l'appareil. La surface B (en liaison avec l'appareil considéré comme le bâti) est bloquée en translation selon les axes x, y et z ainsi qu'en rotation autour de l'axe x. La surface A (en liaison avec le moteur) est bloquée en translation selon les axes y, z et soumise à un effort de compression selon l'axe x.

D'après la Figure 4-19, les zones de contraintes maximales dans cette pièce sont situées au fond des zones en « U » et subissent une contrainte de Von Mises de 194 MPa. La pièce présente une raideur de 2153.13 N/mm et une masse de 754g. Les deux zones en « U » ciblées par l'allègement représente une masse de 362g soit 48% du poids total de la pièce.

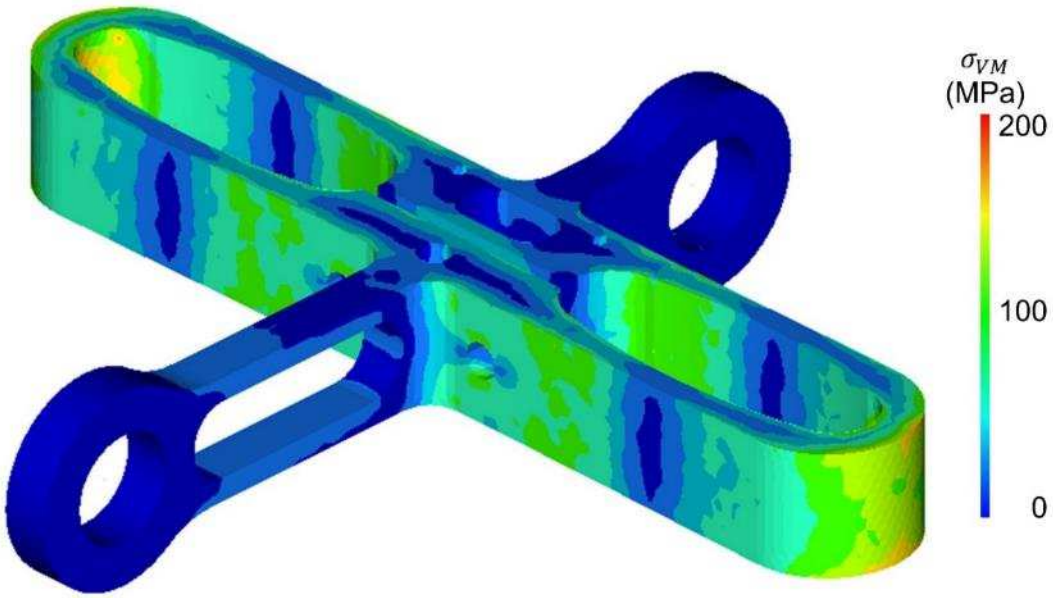


Figure 4-19 : état de contrainte dans la bielle de suspension souple initiale en compression

4.3.3. Proposition de pièce allégée

Ainsi comme évoqué dans la section précédente, la pièce allégée doit présenter une raideur égale à la pièce initiale. Pour réussir cela, le fond des zones en « U » a été épaissi de 2.5mm afin de raidir la pièce. Cela permet ensuite à l'allègement de rétablir la raideur initiale. De plus, afin d'éviter les zones de concentrations de contraintes, les porosités en peau de pièces ont été supprimées et seules les porosités présentes sur la fibre neutre des zones en « U » ont été conservées. L'évacuation des poudres pourra être réalisée à travers les porosités situées sur les tranches. La pièce allégée proposée et son état de contrainte en compression est présentée Figure 4-20.

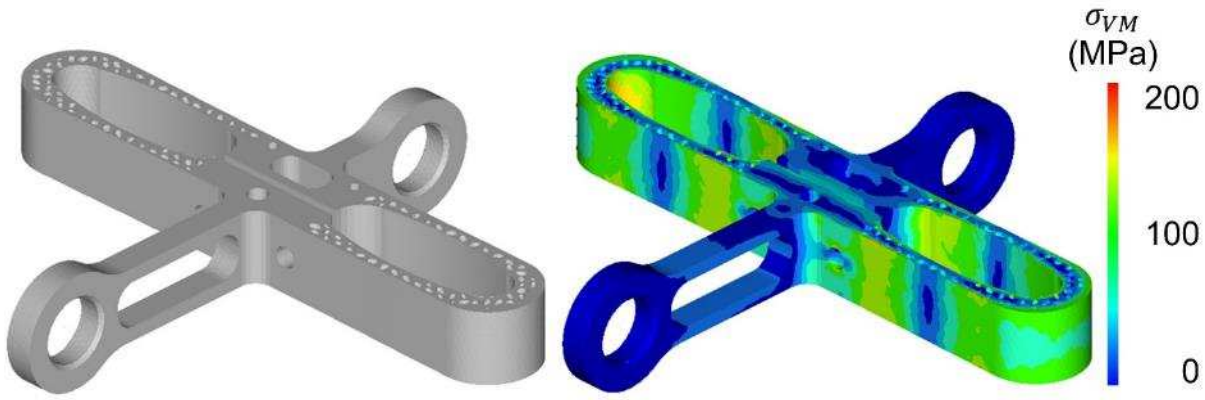


Figure 4-20 : bielle de suspension allégée et état de contrainte en compression

La bielle de suspension allégée présente une raideur de 2168.03 N/mm, une masse de 709 g et une contrainte max de 222 MPa. En comparaison à la pièce initiale, cela représente une différence de raideur de 1% et un allègement de 45g soit 6% du poids total

de la pièce et 12% du poids de la zone concernée par l'allègement. Concernant l'état de contrainte dans la pièce, il n'est pas significativement impacté par les porosités comme le montre la comparaison de la Figure 4-19 et de la Figure 4-20. La zone centrale n'est pas impactée par l'allègement et son rôle fonctionnel en cas de « sudden engine stoppage » ne devrait donc pas être modifié.

Ainsi à travers cette étude, l'objectif était de prouver la pertinence de la méthode d'allègement dépoudrable proposée dans un contexte industriel. Ici, pour une pièce d'hélicoptère, la méthode 3D^{2}BIMR est capable de produire un allègement de 45g, ou 12% de la zone concernée par l'allègement sans modifier la raideur de la pièce ou son état de contrainte. Cette pièce est fabricable à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres métalliques. Le comportement mécanique de la pièce allégée semble identique à celui de la pièce initiale et la durée de vie en fatigue ne devrait pas être impactée par la méthode 3D^{2}BIMR. Il est cependant possible que la méthode de fabrication induise un abattement en fatigue qui devra être considéré pour calculer la durée de vie de la pièce allégée. En contrôlant correctement les paramètres d'impression et le procédé de post-traitement afin de maximiser la santé matière, il devrait être possible de minimiser cet abattement.

4.4. Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous proposons et étudions l'impact mécanique d'une stratégie de dépoudrage appliquée aux architectures poreuses conçues à l'aide de la méthode d'allègement bio-inspirée proposée au chapitre 3. L'objectif est de rendre possible l'utilisation de techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres. La stratégie de dépoudrage exploite les propriétés du motif cubique à faces centrées qui sous-tend l'architecture poreuse et créé un réseau de canaux de dépoudrabilité (CD). Cette stratégie de dépoudrage permet l'élimination complète des poudres non fondues dans l'architecture poreuse, comme cela a été confirmé par pesée et tomographie.

L'intégration de CD dans un échantillon poreux induit une différence de performance. Cette différence va varier en fonction des paramètres du motif poreux. Par conséquent, l'influence des paramètres du motif p, ρ_f, A_R et θ (taille du motif, fraction volumique, rapport d'aspect de la porosité et orientation de la porosité respectivement) sur la différence de performance Δ_{PI} a été étudiée. En moyenne la stratégie de dépoudrage induit une perte de performance de seulement 10.54%. Les performances d'une pièce allégée avec la méthode d'allègement dépoudrable proposée ont été comparées avec celles de pièces allégées à l'aide d'une autre méthode proposée dans la littérature. Les performances de la pièce allégée avec la méthode proposée dans ce chapitre sont supérieures de 41.5% en moyenne. Pour finir, la pertinence de la méthode proposée a été validée à travers la création d'un démonstrateur d'allègement d'une pièce d'hélicoptère sollicitée en fatigue.

5. Conclusion et perspectives

5.1. Conclusion de ces travaux

Ces travaux se placent dans un contexte d'allègement de pièce mécaniques, qui fait partie des grands défis rencontrés par les bureaux d'étude en mécanique. En effet, la masse d'une pièce influe sur un très large spectre de phénomènes (consommation d'énergie, vibrations, interfaces humains-machine, consommations de matière première, etc.). Ces problématiques se sont particulièrement multipliées ces dernières années avec l'augmentation des considérations environnementales et de la prise en compte de l'impact des activités humaines. C'est notamment le cas de l'industrie aéronautique qui cherche aujourd'hui à diminuer les émissions de ses appareils face à une demande des consommateurs et des régulateurs. Cependant, la masse d'une pièce influe aussi sur ses performances et sa tenue mécanique. De manière très schématique, plus une pièce est massive plus elle sera résistante. Il existe donc aujourd'hui un dilemme à résoudre pour réussir à alléger une pièce sans trop en dégrader la performance, en particulier dans des industries exigeantes comme l'aéronautique.

En pratique, cet allègement en limitant la perte de performance s'inscrit plus globalement dans la problématique récurrente en ingénierie d'optimisation multi-objectifs ou contradictoire. L'objectif sera par exemple de développer des pièces à la fois résistantes et tenaces. Ce travail peut être réalisé à 3 échelles : l'échelle microscopique (changement de matériau), l'échelle macroscopique (changement de géométrie) et l'échelle méso. Cette dernière approche, intermédiaire, prend de plus en plus d'importance récemment avec l'utilisation des matériaux composites, des matériaux cellulaires ou des matériaux naturels. L'approche méso a fait l'objet de nombreux travaux récents notamment grâce à l'augmentation des puissances de calcul et le développement de nouvelles méthodes de fabrication additive.

Dans ce contexte d'allègement de pièce mécanique il est intéressant de s'attarder sur les matériaux naturels. En effet, malgré leur composition chimique simple (majoritairement des polymères et céramiques), les matériaux naturels sont à la fois résistants, rigides, tenaces, légers. En particulier, l'os est très étudié dans la littérature et les travaux présentés ici s'intéressent à développer une méthode d'allègement bio-inspirée des os.

Premièrement, une relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire a été établie à partir d'une analyse de la littérature. Cette relation permet d'abstraire l'architecture trabéculaire et de faciliter le transfert de connaissances vers une solution technologique, comme préconisé par la norme ISO 18458 :2015 [112]. Pour l'une des équations de cette relation forme-fonction, le seul modèle animal dans lequel elle ait été prouvée est le fémur

humain. Sa validité a donc été testée à travers un modèle de l'humérus de cheval au trot. Les contraintes mécaniques dans l'humérus de cheval ont d'abord été estimées par éléments finis à partir d'un modèle musculosquelettique. L'architecture de 20 échantillons trabéculaires de l'humérus d'un cheval a ensuite été obtenue et un premier Fabric Tensor a été mesuré. Un second Fabric Tensor a également été estimé à partir des contraintes principales. Finalement, les écarts en valeurs propres et vecteurs propres entre Fabric Tensor mesuré et estimé ont été calculés. Ils sont similaires à ceux relevés par Hazrati Marangalou *et al.* pour 10 échantillons du fémur humain lors de la marche. L'équation proposée par Hazrati Marangalou *et al.* semble donc généralisable à d'autres modèles animaux a donc été utilisée comme l'une des équations de la relation forme fonction de l'architecture trabéculaire.

Deuxièmement, une méthode d'allègement bio-inspirée de la relation forme-fonction trabéculaire a été proposée (3DBIMR pour « 3D Bio-Inspired Mass Reduction »). Des porosités ellipsoïdes sont réparties dans la pièce à alléger selon un motif cubique à faces centrées afin de reproduire la taille du motif trabéculaire, sa fraction volumique et son Fabric Tensor. Un modèle mathématique a été construit puis raffiné afin de calculer les paramètres de motif qui reproduisent une fraction volumique et un Fabric Tensor cibles et un algorithme d'allègement bio-inspiré en 3D a ainsi été proposé. Le champ de contraintes local dans une pièce est estimé par éléments finis à partir de la géométrie initiale et de son chargement mécanique. Les gradients de fraction volumique et de Fabric Tensor cibles sont calculés à partir de la relation forme-fonction trabéculaire une pièce allégée est obtenue par la soustraction d'un ensemble de porosités ellipsoïdes. Cette méthode d'allègement a été validée lors d'essais de flexion 3 points comparatifs qui montrent que la méthode d'allègement 3D proposée ici permet une augmentation de 66 % de la raideur en flexion à masse égale par rapport à la méthode 2,5D d'Audibert *et al*. et une augmentation de 111 % par rapport à une technique d'optimisation topologique.

Pour finir, le contexte industriel de cette thèse a été intégré par la prise en compte des contraintes de fabrication imposées par l'impression par fusion de lits de poudres métalliques choisie par Airbus Helicopters. Pour cela, une méthode d'allègement bio-inspirée dépoudrable a été proposée ($3D^2$BIMR pour « 3D Depowderable Bio-Inspired Mass Reduction ») à partir de 3DBIMR. La stratégie de dépoudrage exploite les propriétés du motif cubique à faces centrées qui sous-tend l'architecture poreuse et créé un réseau de canaux de dépoudrabilité (CD). L'impact de cette modification sur les performances mécaniques des pièces a été quantifié. En moyenne la stratégie de dépoudrage induit une perte de performance de seulement 10.54%. Les performances d'une pièce allégée avec la méthode d'allègement dépoudrable proposée ont été comparées avec celles de pièces allégées à l'aide d'une autre méthode proposée dans la littérature. La pertinence de cette nouvelle méthode d'allègement dépoudrable a été validée par rapport à une autre méthode dépoudrable proposée dans la littérature et basée sur les diagrammes de Voronoï. A masse égale, une poutre de flexion 3 points allégée avec $3D^2$BIMR présente une raideur supérieure de 41.5% en moyenne par rapport à une poutre allégée à l'aide d'un diagramme de Voronoï. Une fois validée, la méthode d'allègement dépoudrable proposée

a été appliquée à un démonstrateur de pièce d'hélicoptère comme « preuve de concept » industrielle. Pour une bielle de suspension moteur souple, $3D^2$BIMR a permis de réaliser un allègement de 45g (6% de la masse totale de la pièce et 12% de la masse dans la zone concernée par l'allègement) sans perte de raideur ni modification apparente de l'état de contrainte au sein de la pièce.

A l'issue de cette thèse, il semble donc qu'il existe une multitude d'applications possibles pour les méthodes d'allègement bio-inspirées de l'architecture trabéculaire. Des précédents travaux ont montré des résultats prometteurs pour des pièces en 2D extrudées, des pièces axisymétriques ou des pièces coniques avec une méthode d'allègement bio-inspirée en 2D [135]. Ici, le potentiel des méthodes d'allègement bio-inspiré pour des pièces massives et en 3D est également démontré. Cependant il reste de nombreuses pistes de recherches potentielles pour exploiter au maximum le potentiel de ces méthodes d'allègement et quelques-unes sont évoquées ici.

5.2. Perspectives et futurs travaux

5.2.1. Etude du comportement en fatigue des architectures bio-inspirées

Premièrement, comme évoqué à plusieurs reprises, l'objectif industriel de cette thèse est d'explorer l'allègement de pièces mécaniques soumises à un chargement dynamique et présentant un endommagement en fatigue et fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive par fusion de lits de poudres. A l'issue de la section 4.3, un démonstrateur industriel d'une pièce de ce genre a été proposée à travers le cas d'une bielle de suspension moteur souple. Celle-ci a pu être allégée sans perte de raideur ni modification de l'état de contraintes au sein de la pièce. Cependant, l'impact de cet allègement sur la durée de vie en fatigue de la pièce est incertain. En théorie, puisque l'état de contrainte n'est pas modifié, il ne devrait pas y avoir de différences significatives en termes de durée de vie puisque les deux sont directement liés. Cependant dans notre cas, la complexité de l'architecture poreuse peut introduire de nouveaux phénomènes.

En effet, il est possible que l'architecture en elle-même soit plus sensible à l'endommagement en fatigue à travers la présence de concentrations de contraintes au niveau des porosités. Au niveau des zones d'intersection entre les porosités, des accidents de forme peuvent apparaître qui pourraient favoriser l'apparition de criques se propageant ensuite jusqu'à la rupture de la pièce. L'état de surface issu du processus de fabrication en impression par fusion de lits de poudres métalliques pourrait également contribuer à ce phénomène. Cependant il est aussi possible que l'architecture poreuse permette de rendre la pièce plus résiliente à la fatigue. En effet, si une crique de fatigue initie au fond d'une porosité, elle va se propager dans la matière en direction d'une porosité voisine. Cependant après un certain temps, cette crique va entraîner la rupture d'une paroi de l'architecture poreuse qui va libérer de l'énergie et arrêter la propagation.

On parle alors de mécanisme « crack stop » qui sont très présents dans les matériaux naturels et notamment ceux qui sont sollicités de manière cyclique comme l'os trabéculaire. Ce type de mécanisme pourrait contribuer à renforcer la sûreté des appareils en vol en évitant la rupture catastrophique d'une pièce endommagée en fatigue, permettant de finir la mission avant d'être changée une fois l'appareil posé.

Le comportement en fatigue des pièces allégées avec 3DBIMR et 3D^{2}BIMR est donc incertain. Comme nous l'avons vu, le processus de fabrication entraînera lui aussi une influence forte. Pour s'abstraire de celui-ci et s'intéresser uniquement à l'influence sur le comportement en fatigue des architectures poreuses, une campagne d'essais de fatigue comparatifs en flexion 4 points avec deux types de pièces a été préparée. Ce type d'essai présente l'avantage d'un état de contrainte constant entre les deux appuis centraux et donc une architecture uniforme pour les pièces bio-inspirées. La première pièce, pleine, est utilisée comme référence. La seconde, bio-inspirée, est conçue de manière à présenter un allègement par rapport à la première, tout en conservant la même raideur et le même état de contraintes. Par rapport à une poutre de flexion 4 point pleine de dimensions 100 mm x 25 mm x 9.5 mm par exemple, une poutre bio-inspirée de 10 mm d'épaisseur allégée de 10% dans sa zone centrale présente la même raideur et la même contrainte maximale, localisée en peau de pièce. La durée de vie de ces pièces, présentées en Figure 5-1, devraient donc être similaires puisque présentant des états de contrainte proches. Neufs exemplaires de chaque pièce ont été fabriqués dans le même lot de fabrication en impression par fusion de lits de poudres métallique. Des essais de fatigue comparatifs sont prévus au sein d'Airbus Helicopters et les durées de vie de ces pièces seront comparées. Une expertise en fractographie permettra également d'obtenir des renseignements sur les mécanismes de rupture dans les deux types de pièces.

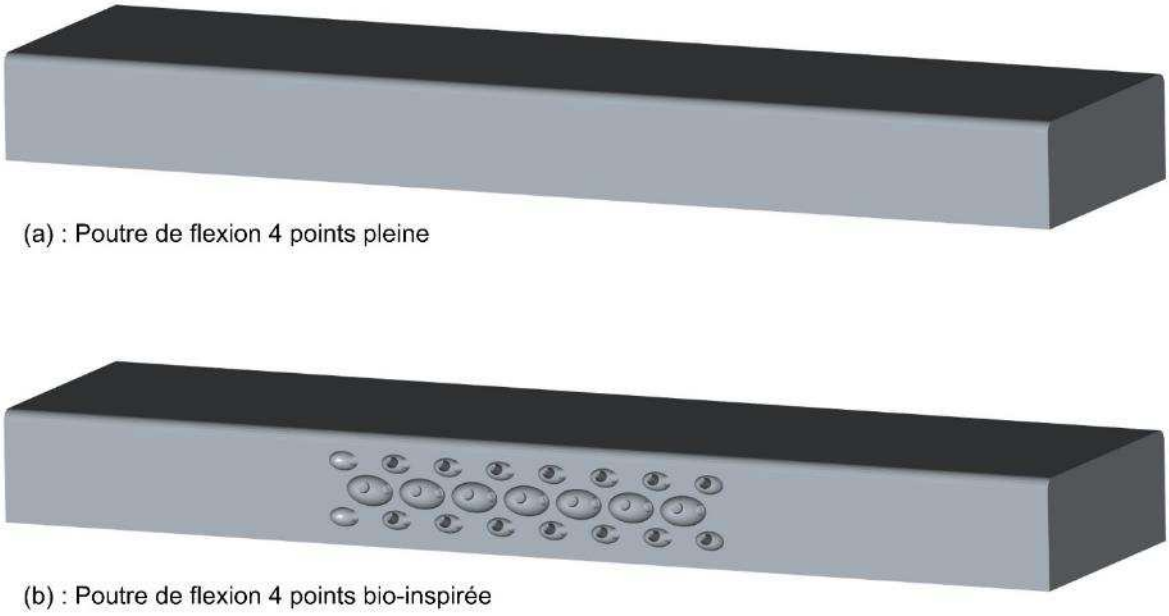


Figure 5-1 : poutres de flexion 4 points pleine et bio-inspirée pour de potentiels essais de fatigue comparatifs. Les poutres présentent les mêmes raideurs et les mêmes contraintes maximales mais la poutre bio-inspirée est allégée.

5.2.2. Rôle des multiples chemins d'efforts

Comme évoqué ci-dessus, il est possible que l'architecture poreuse permette de rendre la pièce plus résistante à la fatigue en créant un mécanisme « crack stop » qui pourrait contribuer à renforcer la sûreté des appareils en vol. En termes de conception, cela revient à multiplier le nombre de chemin d'efforts que peut emprunter la contrainte. En cas de rupture de l'un de ces chemins, les autres reprendront les contraintes en les répartissant.

Dans ce contexte, il serait intéressant d'étudier les mécanismes de rupture des architectures bio-inspirées générées par 3DBIMR et 3D^{2}BIMR. Il faudrait par exemple étudier la manière dont une crique se propage d'une porosité à une autre et comment s'assurer qu'une crique ne se propage pas dans le matériau plein entre les porosités. Il serait également intéressant d'étudier les zones d'initiation de crique afin de pouvoir prévenir d'éventuels risques de coalescence si plusieurs criques se rejoignent. Il faudrait finalement quantifier la proportion de l'architecture qui peut être endommagée avant qu'une rupture catastrophique ne se produise. Cela permettrait ensuite de définir des règles de contrôle et de maintenance adaptées à ces pièces pour assurer leur sécurité sur des appareils en vol.

Il est intéressant de noter que dans les matériaux naturels, cette fonction de « crack stopping » est aussi bien réalisée à l'échelle des architectures cellulaires qu'à l'échelle de la micro-structure des matériaux. En effet la nature composite des matériaux naturels implique souvent des phénomènes de déviation des criques ou des phénomènes de pontage par des fibres après rupture de la matrice. Il s'agit de phénomènes étudiés dans

le cadre des matériaux composites mais difficiles à mettre en œuvre dans le cas des matériaux métalliques. Il serait envisageable de développer de nouvelles méthodes de fabrication bio-inspirées de la croissance des organismes biologiques pour réussir à combiner des phénomènes de « crack stopping » à l'échelle des architectures et à l'échelle des matériaux. En outre, certaines méthodes de fabrication additive avec des matériaux composites commencent à être développées.

5.2.3. Méthode d'allègement bio-inspirée de l'os complet (os cortical, trabéculaire et cavité médullaire)

Concernant le potentiel d'allègement des méthodes 3DBIMR et 3D^{2}BIMR, nous avons vu au cours de la section 3.4 qu'une partie non négligeable (entre 15 et 17%) du matériau présent dans la pièce ne supporte que très peu de contrainte et n'a donc pas de rôle mécanique significatif. En effet, la géométrie initiale de la pièce contraint de manière assez importante l'architecture de la pièce allégée.

Il existe des méthodes qui permettent de redessiner de manière plus drastique la géométrie initiale d'une pièce mécanique. Nous pouvons par exemple penser à l'optimisation topologique. La Figure 5-2 montre un histogramme de contrainte d'une poutre de flexion 3 point obtenue par optimisation topologique, On remarque qu'une très faible partie de la pièce est maintenant soumise à un état de contrainte nul et que l'ensemble de la matière utilisée joue un rôle d'un point de vue mécanique.

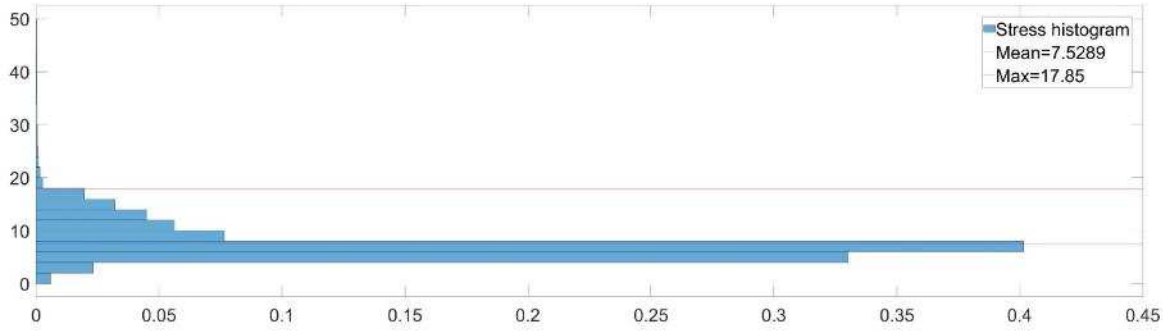


Figure 5-2: histogramme des contraintes pour une poutre de flexion 3 points obtenus par optimisation topologique

Dans l'os, le même phénomène apparaît. L'architecture trabéculaire poreuse remplit un rôle de transfert des contraintes en direction de l'os cortical plein qui en supporte la grande majorité. L'ensemble de la matière qui n'a pas de rôle mécanique disparaît au profit de la cavité médullaire (moëlle osseuse) dans laquelle se déroulera un ensemble de fonctions physiologiques essentielles. Ici les méthodes d'allègements proposées sont principalement bio-inspirées de l'architecture trabéculaire. Les zones de matière pleine

correspondent à de l'os cortical, mais il n'existe pas de cavité médullaire. Bilhère Dieuzeide *et al.* [77], [135] ont proposé une méthode d'allègement bio-inspirée itérative qui reproduit l'apparition de la cavité médullaire. Leurs résultats, présentés Figure 5-3, produisent une raideur en flexion 3 points très similaire en comparaison à un résultat d'optimisation topologique.

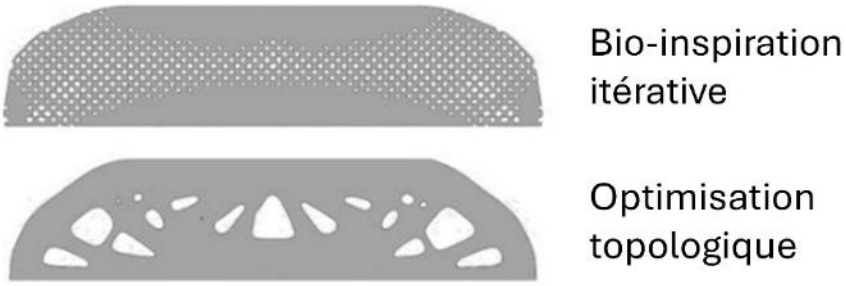


Figure 5-3 : poutres de flexion 3 points obtenue par bio-inspiration itérative et optimisation topologique testées par Bilhère Dieuzeide *et al.* (adapté de [135])

Dans les travaux présentés ici, étant donné la complexité au niveau CAO de l'algorithme d'allègement, il paraît difficile de mettre en place une méthode bio-inspirée itérative. En revanche il serait tout à fait envisageable de combiner une approche d'optimisation topologique générant une géométrie de pièce optimisée (os cortical/cavité médullaire) avec un allègement bio-inspiré qui produirait une architecture poreuse (trabéculaire). Une poutre de flexion 3 point générée avec ce type d'approche combinée est présentée Figure 5-4.

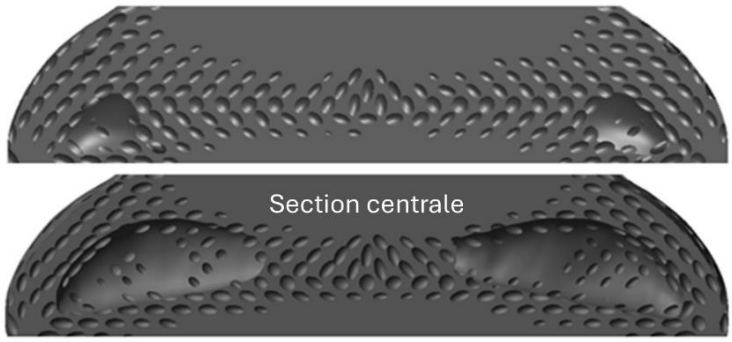


Figure 5-4 : poutre de flexion 3 points obtenue par une approche d'allègement combinée entre optimisation topologique (géométrie de pièce) et bio-inspiration (architecture poreuse)

5.2.4. Surpasser les limitations logicielles pour la conception de pièces complexes (modélisation implicite)

Ensuite, comme évoqué rapidement section 3.4, il existe de réelles limitations logicielles pour l'application des méthodes d'allègement bio-inspirées proposées ici en contexte industriel. Bien qu'elles aient été développées dans un environnement CAO Open Source (FreeCAD) puis validées dans un environnement de simulation industriel, ces méthodes d'allègement demandent de grandes puissances de calcul, à la fois pour la création de l'architecture mais également pour le maillage et l'analyse en éléments finis. La présence de très nombreuses porosités paramétrées individuellement pose un problème pour la très grande majorité des logiciels CAO classique, en particulier lors des opérations booléennes permettant d'obtenir la pièce finale.

Dans ce contexte, de nouveaux logiciels de conception sont en développement ces dernières années, spécialisés dans la représentation et l'étude de pièces complexes. Ces logiciels, comme par exemple nTop qui a pu être testé dans le cadre de cette thèse, s'appuie sur les représentations implicites de forme géométriques et sur des opérations mathématiques simples sur celles-ci. De cette manière l'obtention de la géométrie d'une pièce complexe est facilitée et seule l'étape de visualisation demande de la ressource en calcul. Ce type de logiciel a présenté des résultats prometteurs pour permettre de lever ce blocage industriel.

5.2.5. Aspects relatifs à la fabrication

Au niveau industriel, l'un des aspects ayant peu été évoqué durant ces travaux concerne l'optimisation du processus de fabrication par impression par fusion de lits de poudres métalliques. En effet, bien que ce processus soit de plus en plus utilisé par de nombreux acteurs industriels, il reste encore mal maîtrisé pour certaines applications. Parmi les bonnes pratiques établies aujourd'hui, certaines concernent la sélection de paramètres d'impression adapté et le suivi d'un processus de post-traitement adapté.

Comme évoqué dans la section 1.1, en règle générale les pièces sont d'abord imprimées, puis soumises à un traitement thermique nommé « stress relief » avant d'être séparées du plateau d'impression, sablée soumise à un « Hot Isostatic Pressing » (HIP) [15]. L'objectif de cette étape est de mettre la pièce sous haute pression (jusqu'à 3000 bar) et haute température (jusqu'à 2000°C) pour créer une combinaison de déformation plastique, de fluage et de diffusion de la matière qui aura pour conséquence de clore les porosités dans le matériau. Les pièces sont ensuite soumises à une attaque chimique ayant pour objectif d'améliorer leur état de surface. Finalement, les surfaces fonctionnelles sont usinées et un traitement de surface est appliqué si besoin.

Ici, aucune de ces étapes n'a encore été étudiée et l'influence de l'architecture poreuse est difficile à prévoir. L'étape de HIP pourrait par exemple déformer fortement la pièce et

la rendre inutilisable à cause du grand nombre de porosités présentes. Il serait également possible que l'attaque chimique soit difficile à maitriser au sein de l'architecture poreuse et éventuellement difficile à arrêter car de l'agent chimique pourrait mal s'évacuer des porosités à la fin de la réaction.

Finalement ici, uniquement la fabrication par impression par fusion de lits de poudres métalliques a été évoqué puisque c'était la technologie choisie par Airbus Helicopters mais nous pourrions envisager l'utilisation d'autres technologies de fabrication additive ou encore certaines techniques de fonderie.

5.2.6. Ouverture à d'autres sources de bio-inspiration

Pour finir, il pourrait être intéressant d'élargir le spectre de sources de bio-inspiration pour l'allègement de pièces mécaniques. En effet, comme évoqué plus haut, les vertébrés ne représentent qu'une faible partie de la biomasse terrestre et l'os n'est qu'un des matériaux naturels existant dans le monde vivant. Le bois, la cuticule des insectes ou les coraux constituent autant de sources de bio-inspiration potentielles. Chacun de ces matériaux naturels présentent des avantages dans certaines situations et permettrait d'alléger certaines pièces plutôt que d'autres. Pour des pièces mécaniques complexes, soumises à de multiples cas de chargement, il serait même envisageable de réaliser une bio-inspiration différenciée dans plusieurs zones de la pièce afin de proposer la solution la plus adaptée localement.

Bibliographie

[1] D. H. Meadows, D. L. Meadows, J. Randers, and W. Behrens, *The limits to growth: A report for the club of rome's project on the predicament of mankind*. in (a signet classic), no. ptie. 1. Universe Books, 1974. [Online]. Available: https://link.springer.com/article/10.2307/2060819

[2] D. H. Meadows, J. Randers, and D. L. Meadows, *The limits to growth: The 30-year update*. Chelsea Green Pub., 2004. [Online]. Available: https://books.google.fr/books?id=3YS4AAAAIAAJ

[3] IPCC, *Climate Change 2023: Synthesis Report. A Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Contribution of Working Groups I, II and III to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. IPCC, Geneva, Switzerland, 2023. doi: 10.59327/IPCC/AR6-9789291691647.

[4] A. du Plessis *et al.*, "Beautiful and Functional: A Review of Biomimetic Design in Additive Manufacturing," *Addit. Manuf.*, vol. 27, pp. 408–427, May 2019, doi: 10.1016/j.addma.2019.03.033.

[5] D. O'Connor, "ADDITIVE MANUFACTURING FOR PRODUCTION," Altair, 2020. [Online]. Available: https://www.altair.com/resource/additive-manufacturing-for-production

[6] M. Schmidt *et al.*, "Laser based additive manufacturing in industry and academia," *CIRP Ann.*, vol. 66, no. 2, pp. 561–583, Jan. 2017, doi: 10.1016/j.cirp.2017.05.011.

[7] B. Blakey-Milner *et al.*, "Metal additive manufacturing in aerospace: A review," *Mater. Des.*, vol. 209, p. 110008, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.matdes.2021.110008.

[8] *ISO/ASTM 52900:2021 Additive manufacturing - General principles - Fundamentals and vocabulary*, Standard 52900, 2021.

[9] W. Wang and Y. Xia, "Topology optimization based channel design for powder-bed additive manufacturing," *Addit. Manuf.*, vol. 54, p. 102717, Jun. 2022, doi: 10.1016/j.addma.2022.102717.

[10] J. Linares, J. Chaves-Jacob, Q. Lopez, and J.-M. Sprauel, "Fatigue life optimization for 17-4Ph steel produced by selective laser melting," *Rapid Prototyp. J.*, vol. 28, no. 6, pp. 1182–1192, Jan. 2022, doi: 10.1108/RPJ-03-2021-0062.

[11] L. W. Hunter, D. Brackett, N. Brierley, J. Yang, and M. M. Attallah, "Assessment of trapped powder removal and inspection strategies for powder bed fusion techniques," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 106, no. 9, pp. 4521–4532, Feb. 2020, doi: 10.1007/s00170-020-04930-w.

[12] X. Wei, X. Li, S. Wen, Y. Zheng, and Y. Tian, "Channel design for 3D models with applications in powder-bed additive manufacturing," *Rapid Prototyp. J.*, vol. 25, no. 9, pp. 1536–1544, Jan. 2019, doi: 10.1108/RPJ-06-2018-0156.

[13] S. Verma, A. Kumar, S.-C. Lin, and J.-Y. Jeng, "A bio-inspired design strategy for easy powder removal in powder-bed based additive manufactured lattice structure," *Virtual Phys. Prototyp.*, vol. 17, no. 3, pp. 468–488, Jul. 2022, doi: 10.1080/17452759.2022.2039071.

[14] S. Verma, A. Kumar, S.-C. Lin, and J.-Y. Jeng, "CFD and strength analysis of novel biomimetic lattice structure designed for additive manufacturing and post-

processing," *Mater. Des.*, vol. 224, p. 111375, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111375.
[15] W. Schneller *et al.*, "Fatigue strength estimation methodology of additively manufactured metallic bulk material," *Addit. Manuf.*, vol. 39, p. 101688, Mar. 2021, doi: 10.1016/j.addma.2020.101688.
[16] Y. J. M. Bréchet, "CHAPTER 1:Architectured Materials: An Alternative to Microstructure Control for Structural Materials Design? A Possible Playground for Bio-inspiration?," in *Materials Design Inspired by Nature*, 2013, pp. 1–16. doi: 10.1039/9781849737555-00001.
[17] M. F. Ashby, *Materials selection in mechanical design*. Elsevier Science, 2016. [Online]. Available: https://www.elsevier.com/books/materials-selection-in-mechanical-design/ashby/978-0-08-100599-6
[18] N. A. Fleck, V. S. Deshpande, and M. F. Ashby, "Micro-architectured materials: past, present and future," *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 466, no. 2121, pp. 2495–2516, Sep. 2010, doi: 10.1098/rspa.2010.0215.
[19] B. Gille, *Histoire des techniques : Technique et civilisations, technique et sciences*. Gallimard, 1978.
[20] M. F. Ashby, *Materials and sustainable development*. Elsevier Science, 2022. [Online]. Available: https://www.sciencedirect.com/book/9780081001769/materials-and-sustainable-development
[21] M. F. Ashby and Y. J. M. Bréchet, "Designing hybrid materials," *Acta Mater.*, vol. 51, no. 19, pp. 5801–5821, Nov. 2003, doi: 10.1016/S1359-6454(03)00441-5.
[22] European Commission, "Critical Raw Materials Resilience: Charting a Path towards greater Security and Sustainability," European Commissions, COM(2020) 474, Mar. 2020. [Online]. Available: https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:52020DC0474
[23] B. Bonnefous, "Le projet de mine de lithium dans l'Allier reconnu d'« intérêt national majeur »," *Le Monde*, Jul. 10, 2024. Accessed: Dec. 03, 2024. [Online]. Available: https://www.lemonde.fr/economie/article/2024/07/10/le-projet-de-mine-de-lithium-dans-l-allier-reconnu-d-interet-national-majeur_6248408_3234.html
[24] C. Izoard, "Mine de lithium dans l'Allier : « Ne nous parlez pas de sauver le climat ! »," *Reporterre*, Mar. 15, 2024. Accessed: Dec. 03, 2024. [Online]. Available: https://reporterre.net/Mine-de-lithium-dans-l-Allier-Ne-nous-parlez-pas-de-sauver-le-climat
[25] Q. Xia and M. Y. Wang, "Topology optimization of thermoelastic structures using level set method," *Comput. Mech.*, vol. 42, no. 6, p. 837, Apr. 2008, doi: 10.1007/s00466-008-0287-x.
[26] O. Ibhadode *et al.*, "Topology optimization for metal additive manufacturing: current trends, challenges, and future outlook," *Virtual Phys. Prototyp.*, vol. 18, no. 1, p. e2181192, Dec. 2023, doi: 10.1080/17452759.2023.2181192.
[27] Q. Xia, T. Shi, S. Liu, and M. Y. Wang, "A level set solution to the stress-based structural shape and topology optimization," *Comput. Struct.*, vol. 90–91, pp. 55–64, Jan. 2012, doi: 10.1016/j.compstruc.2011.10.009.
[28] L. J. Gibson and M. F. Ashby, *Cellular Solids: Structure and Properties*, 2nd ed. in Cambridge Solid State Science Series. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. doi: 10.1017/CBO9781139878326.

[29] L. J. Gibson, “Biomechanics of cellular solids,” *J. Biomech.*, vol. 38, no. 3, pp. 377–399, Mar. 2005, doi: 10.1016/j.jbiomech.2004.09.027.
[30] D. Li, N. Dai, Y. Tang, G. Dong, and Y. F. Zhao, “Design and Optimization of Graded Cellular Structures With Triply Periodic Level Surface-Based Topological Shapes,” *J. Mech. Des.*, vol. 141, no. 7, Mar. 2019, doi: 10.1115/1.4042617.
[31] D. W. Abueidda, M. Elhebeary, C.-S. (Andrew) Shiang, S. Pang, R. K. Abu Al-Rub, and I. M. Jasiuk, “Mechanical properties of 3D printed polymeric Gyroid cellular structures: Experimental and finite element study,” *Mater. Des.*, vol. 165, p. 107597, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.matdes.2019.107597.
[32] J. D. Deaton and R. V. Grandhi, “A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000,” *Struct. Multidiscip. Optim.*, vol. 49, no. 1, pp. 1–38, Jan. 2014, doi: 10.1007/s00158-013-0956-z.
[33] P. D. Dunning, C. J. Brampton, and H. A. Kim, “Simultaneous optimisation of structural topology and material grading using level set method,” *Mater. Sci. Technol.*, vol. 31, no. 8, pp. 884–894, Jun. 2015, doi: 10.1179/1743284715Y.0000000022.
[34] J. Park, A. Sutradhar, J. J. Shah, and G. H. Paulino, “Design of complex bone internal structure using topology optimization with perimeter control,” *Comput. Biol. Med.*, vol. 94, pp. 74–84, Mar. 2018, doi: 10.1016/j.compbiomed.2018.01.001.
[35] M. Benedetti, A. du Plessis, R. O. Ritchie, M. Dallago, S. M. J. Razavi, and F. Berto, “Architected cellular materials: A review on their mechanical properties towards fatigue-tolerant design and fabrication,” *Mater. Sci. Eng. R Rep.*, vol. 144, p. 100606, Apr. 2021, doi: 10.1016/j.mser.2021.100606.
[36] *ISO 18459:2015 Biomimetics - Biomimetic structural optimization*, Standard 18459, 2015. [Online]. Available: https://www.iso.org/standard/62501.html
[37] Y. Ding, “Shape optimization of structures: a literature survey,” *Comput. Struct.*, vol. 24, no. 6, pp. 985–1004, Jan. 1986, doi: 10.1016/0045-7949(86)90307-X.
[38] M. Kumke, H. Watschke, and T. Vietor, “A new methodological framework for design for additive manufacturing,” *Virtual Phys. Prototyp.*, vol. 11, no. 1, pp. 3–19, Jan. 2016, doi: 10.1080/17452759.2016.1139377.
[39] X. Wang, L. Zhu, L. Sun, and N. Li, “Optimization of graded filleted lattice structures subject to yield and buckling constraints,” *Mater. Des.*, vol. 206, p. 109746, Aug. 2021, doi: 10.1016/j.matdes.2021.109746.
[40] S. Kumar, S. Tan, L. Zheng, and D. M. Kochmann, “Inverse-designed spinodoid metamaterials,” *Npj Comput. Mater.*, vol. 6, no. 1, Art. no. 1, Jun. 2020, doi: 10.1038/s41524-020-0341-6.
[41] J.-H. Groth, C. Anderson, M. Magnini, C. Tuck, and A. Clare, “Five simple tools for stochastic lattice creation,” *Addit. Manuf.*, p. 102488, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.addma.2021.102488.
[42] O. Al-Ketan, R. Rowshan, and R. K. Abu Al-Rub, “Topology-mechanical property relationship of 3D printed strut, skeletal, and sheet based periodic metallic cellular materials,” *Addit. Manuf.*, vol. 19, pp. 167–183, Jan. 2018, doi: 10.1016/j.addma.2017.12.006.
[43] A. Forés-Garriga, G. Gómez-Gras, and M. A. Pérez, “Mechanical performance of additively manufactured three-dimensional lightweight cellular solids: experimental and numerical analysis,” *Mater. Des.*, p. 111641, Jan. 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2023.111641.
[44] D. Li, W. Liao, N. Dai, and Y. M. Xie, “Anisotropic design and optimization of conformal gradient lattice structures,” *Comput.-Aided Des.*, vol. 119, p. 102787, Feb. 2020, doi: 10.1016/j.cad.2019.102787.

[45] X. Zhang, L. Jiang, X. Yan, Z. Wang, X. Li, and G. Fang, "Regulated multi-scale mechanical performance of functionally graded lattice materials based on multiple bioinspired patterns," *Mater. Des.*, vol. 226, p. 111564, Feb. 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111564.
[46] A. L. Ruschel, A. F. Samuel, M. C. Martinez, M. R. Begley, and F. W. Zok, "A 3D bi-material lattice concept for tailoring compressive properties," *Mater. Des.*, vol. 224, p. 111265, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111265.
[47] H.-Y. Lei, J.-R. Li, Z.-J. Xu, and Q.-H. Wang, "Parametric design of Voronoi-based lattice porous structures," *Mater. Des.*, vol. 191, p. 108607, Jun. 2020, doi: 10.1016/j.matdes.2020.108607.
[48] J. Deering, K. I. Dowling, L.-A. DiCecco, G. D. McLean, B. Yu, and K. Grandfield, "Selective Voronoi tessellation as a method to design anisotropic and biomimetic implants," *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 116, p. 104361, Apr. 2021, doi: 10.1016/j.jmbbm.2021.104361.
[49] M. Fantini, M. Curto, and F. De Crescenzio, "A method to design biomimetic scaffolds for bone tissue engineering based on Voronoi lattices," *Virtual Phys. Prototyp.*, vol. 11, no. 2, pp. 77–90, Apr. 2016, doi: 10.1080/17452759.2016.1172301.
[50] M. Fantini and M. Curto, "Interactive design and manufacturing of a Voronoi-based biomimetic bone scaffold for morphological characterization," *Int. J. Interact. Des. Manuf. IJIDeM*, vol. 12, no. 2, pp. 585–596, May 2018, doi: 10.1007/s12008-017-0416-x.
[51] L. Xu, N. Hoffman, Z. Wang, and H. Xu, "Harnessing structural stochasticity in the computational discovery and design of microstructures," *Mater. Des.*, vol. 223, p. 111223, Nov. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111223.
[52] A. Viswanath, K. A. Khan, and I. Barsoum, "Design of novel isosurface strut-based lattice structures: Effective stiffness, strength, anisotropy and fatigue properties," *Mater. Des.*, vol. 224, p. 111293, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111293.
[53] J. Shi, L. Zhu, L. Li, Z. Li, J. Yang, and X. Wang, "A TPMS-based method for modeling porous scaffolds for bionic bone tissue engineering," *Sci. Rep.*, vol. 8, no. 1, p. 7395, May 2018, doi: 10.1038/s41598-018-25750-9.
[54] M. A. Meyers, P.-Y. Chen, A. Y.-M. Lin, and Y. Seki, "Biological materials: Structure and mechanical properties," *Prog. Mater. Sci.*, vol. 53, no. 1, pp. 1–206, Jan. 2008, doi: 10.1016/j.pmatsci.2007.05.002.
[55] C. Broeckhoven and A. du Plessis, "Escaping the Labyrinth of Bioinspiration: Biodiversity as Key to Successful Product Innovation," *Adv. Funct. Mater.*, vol. 32, no. 18, p. 2110235, 2022, doi: 10.1002/adfm.202110235.
[56] P. Fratzl and R. Weinkamer, "Nature's hierarchical materials," *Prog. Mater. Sci.*, vol. 52, no. 8, pp. 1263–1334, Nov. 2007, doi: 10.1016/j.pmatsci.2007.06.001.
[57] A. Alsheghri, N. Reznikov, N. Piché, M. D. McKee, F. Tamimi, and J. Song, "Optimization of 3D network topology for bioinspired design of stiff and lightweight bone-like structures," *Mater. Sci. Eng. C*, vol. 123, p. 112010, Apr. 2021, doi: 10.1016/j.msec.2021.112010.
[58] A. M. Torres *et al.*, "Bone-inspired microarchitectures achieve enhanced fatigue life," *Proc. Natl. Acad. Sci.*, vol. 116, no. 49, pp. 24457–24462, Dec. 2019, doi: 10.1073/pnas.1905814116.
[59] S. E. Naleway, M. M. Porter, J. McKittrick, and M. A. Meyers, "Structural Design Elements in Biological Materials: Application to Bioinspiration," *Adv. Mater.*, vol. 27, no. 37, pp. 5455–5476, 2015, doi: 10.1002/adma.201502403.

[60] M. A. Meyers, J. McKittrick, and P.-Y. Chen, “Structural Biological Materials: Critical Mechanics-Materials Connections,” *Science*, vol. 339, no. 6121, pp. 773–779, Feb. 2013, doi: 10.1126/science.1220854.
[61] Y. Xiong, Y. Tang, Q. Zhou, Y. Ma, and D. W. Rosen, “Intelligent additive manufacturing and design state of the art and future perspectives,” *Addit. Manuf.*, vol. 59, p. 103139, Nov. 2022, doi: 10.1016/j.addma.2022.103139.
[62] G. Byrne, D. Dimitrov, L. Monostori, R. Teti, F. van Houten, and R. Wertheim, “Biologicalisation: Biological transformation in manufacturing,” *CIRP J. Manuf. Sci. Technol.*, vol. 21, pp. 1–32, May 2018, doi: 10.1016/j.cirpj.2018.03.003.
[63] *ISO 18457:2016 Biomimetics - Biomimetic materials, structures and components*, Standard 18457, 2016. [Online]. Available: https://www.iso.org/standard/62499.html
[64] P. Fratzl, R. Weinkamer, and J. Dunlop, *Materials Design Inspired by Nature: Function Through Inner Architecture*. The Royal Society of Chemistry, 2013. doi: 10.1039/9781849737555.
[65] A. du Plessis and C. Broeckhoven, “Looking deep into nature: A review of micro-computed tomography in biomimicry,” *Acta Biomater.*, vol. 85, pp. 27–40, février 2019, doi: 10.1016/j.actbio.2018.12.014.
[66] A. du Plessis, C. Broeckhoven, I. Yadroitsev, I. Yadroitsava, and S. G. le Roux, “Analyzing nature’s protective design: The glyptodont body armor,” *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 82, pp. 218–223, juin 2018, doi: 10.1016/j.jmbbm.2018.03.037.
[67] A. Akay, A. Ekers, A. Helman, and P. Hunter, “Nature-Inspired Science and Engineering for a Sustainable Future,” European Science Foundation, 2012. [Online]. Available: http://archives.esf.org/fileadmin/Public_documents/Publications/spb44_NatureInspiredScience.pdf
[68] L. J. Gibson, M. F. Ashby, and B. A. Harley, *Cellular materials in nature and medicine*. in Cellular materials in nature and medicine. Cambridge University Press, 2010. [Online]. Available: https://www.cambridge.org/fr/academic/subjects/engineering/biomedical-engineering/cellular-materials-nature-and-medicine?format=HB&isbn=9780521195447
[69] A. Yard, “Mass timber in north america,” *Archit. Rec.*, 2020.
[70] E. Estakhrianhaghighi, A. Mirabolghasemi, L. Lessard, and A. Akbarzadeh, “3D Printed Wood-fiber Reinforced Architected Cellular Composite Beams with Engineered Flexural Properties,” *Addit. Manuf.*, p. 103800, Sep. 2023, doi: 10.1016/j.addma.2023.103800.
[71] J. Tao *et al.*, “Wood Biomimetics: Capturing and Simulating the Mesoscale Complexity of Willow using Cross-Correlation Reconstruction Algorithm and 3D Printing,” *Mater. Des.*, p. 111812, Mar. 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2023.111812.
[72] M. Jakob *et al.*, “The strength and stiffness of oriented wood and cellulose-fibre materials: A review,” *Prog. Mater. Sci.*, vol. 125, p. 100916, avril 2022, doi: 10.1016/j.pmatsci.2021.100916.
[73] S. Morankar *et al.*, “Cholla Cactus Wood (Cylindropuntia imbricata): Hierarchical Structure and Micromechanical Properties,” *Acta Biomater.*, Dec. 2023, doi: 10.1016/j.actbio.2023.12.005.
[74] A. Molina, A. Kothari, A. Odundo, and M. Prakash, “Agave sisalana: towards distributed manufacturing of absorbent media for menstrual pads in semi-arid

regions," *Commun. Eng.*, vol. 2, no. 1, Art. no. 1, Nov. 2023, doi: 10.1038/s44172-023-00130-y.
[75] S. Aziz, X. Zhang, S. Naficy, B. Salahuddin, E. W. H. Jager, and Z. Zhu, "Plant-Like Tropisms in Artificial Muscles," *Adv. Mater.*, vol. n/a, no. n/a, p. 2212046, 2023, doi: 10.1002/adma.202212046.
[76] S. H. Siddique, P. J. Hazell, H. Wang, J. P. Escobedo, and A. A. H. Ameri, "Lessons from nature: 3D printed bio-inspired porous structures for impact energy absorption – a review," *Addit. Manuf.*, p. 103051, Jul. 2022, doi: 10.1016/j.addma.2022.103051.
[77] M. Bilhère-Dieuzeide, J. Chaves-Jacob, E. Buhon, G. Biguet-Mermet, and J.-M. Linares, "Stress-driven method bio-inspired by long bone structure for mechanical part mass reduction by removing geometry at macro and cell-unit scales," *Mater. Des.*, vol. 213, p. 110318, Jan. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2021.110318.
[78] N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, and J.-M. Linares, "Structural additive manufacturing parts bio-inspired from trabecular bone form-function relationship," *Mater. Des.*, vol. 231, p. 112029, May 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2023.112029.
[79] I. Giorgio, M. Spagnuolo, U. Andreaus, D. Scerrato, and A. M. Bersani, "In-depth gaze at the astonishing mechanical behavior of bone: A review for designing bio-inspired hierarchical metamaterials," *Math. Mech. Solids*, vol. 26, no. 7, pp. 1074–1103, Jul. 2021, doi: 10.1177/1081286520978516.
[80] K. Marquez-Florez, S. Arroyave-Tobon, and J.-M. Linares, "From biological morphogenesis to engineering joint design: a bio-inspired algorithm," *Mater. Des.*, p. 111466, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111466.
[81] A. Pragya and T. K. Ghosh, "Soft Functionally Gradient Materials and Structures – Natural and Manmade: A Review," *Adv. Mater.*, vol. n/a, no. n/a, p. 2300912, 2023, doi: 10.1002/adma.202300912.
[82] Y. M. Bar-On, R. Phillips, and R. Milo, "The biomass distribution on Earth," *Proc. Natl. Acad. Sci.*, vol. 115, no. 25, pp. 6506–6511, Jun. 2018, doi: 10.1073/pnas.1711842115.
[83] A. Houssaye, M. Taverne, and R. Cornette, "3D quantitative comparative analysis of long bone diaphysis variations in microanatomy and cross-sectional geometry," *J. Anat.*, vol. 232, no. 5, pp. 836–849, 2018, doi: 10.1111/joa.12783.
[84] N. Reznikov, R. Shahar, and S. Weiner, "Bone hierarchical structure in three dimensions," *Acta Biomater.*, vol. 10, no. 9, pp. 3815–3826, Sep. 2014, doi: 10.1016/j.actbio.2014.05.024.
[85] R. Oftadeh, M. Perez-Viloria, J. C. Villa-Camacho, A. Vaziri, and A. Nazarian, "Biomechanics and Mechanobiology of Trabecular Bone: A Review," *J. Biomech. Eng.*, vol. 137, no. 1, p. 010802, Jan. 2015, doi: 10.1115/1.4029176.
[86] R. Huiskes, "If bone is the answer, then what is the question?," *J. Anat.*, vol. 197, no. 2, pp. 145–156, Aug. 2000, doi: 10.1046/j.1469-7580.2000.19720145.x.
[87] H. M. Frost, "Bone's mechanostat: A 2003 update," *Anat. Rec.*, vol. 275A, no. 2, pp. 1081–1101, Dec. 2003, doi: 10.1002/ar.a.10119.
[88] M. Stauber and R. Müller, "Volumetric spatial decomposition of trabecular bone into rods and plates—A new method for local bone morphometry," *Bone*, vol. 38, no. 4, pp. 475–484, Apr. 2006, doi: 10.1016/j.bone.2005.09.019.
[89] G. H. van Lenthe, M. Stauber, and R. Müller, "Specimen-specific beam models for fast and accurate prediction of human trabecular bone mechanical properties," *Bone*, vol. 39, no. 6, pp. 1182–1189, Dec. 2006, doi: 10.1016/j.bone.2006.06.033.

[90] J. Vanderoost *et al.*, "Fast and accurate specimen-specific simulation of trabecular bone elastic modulus using novel beam–shell finite element models," *J. Biomech.*, vol. 44, no. 8, pp. 1566–1572, May 2011, doi: 10.1016/j.jbiomech.2011.02.082.
[91] H. M. Frost, "Bone mass and the mechanostat: A proposal," *Anat. Rec.*, vol. 219, no. 1, pp. 1–9, Sep. 1987, doi: 10.1002/ar.1092190104.
[92] R. Huiskes, R. Ruimerman, G. H. van Lenthe, and J. D. Janssen, "Effects of mechanical forces on maintenance and adaptation of form in trabecular bone," Jun. 2000. Accessed: Jan. 11, 2022. [Online]. Available: https://www.nature.com/articles/35015116
[93] C. Boyle and I. Y. Kim, "Three-dimensional micro-level computational study of Wolff's law via trabecular bone remodeling in the human proximal femur using design space topology optimization," *J. Biomech.*, vol. 44, no. 5, pp. 935–942, Mar. 2011, doi: 10.1016/j.jbiomech.2010.11.029.
[94] C. H. Turner, "On Wolff's law of trabecular architecture," *J. Biomech.*, vol. 25, no. 1, pp. 1–9, Jan. 1992, doi: 10.1016/0021-9290(92)90240-2.
[95] C. Audibert, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, and Q.-A. Lopez, "Bio-inspired method based on bone architecture to optimize the structure of mechanical workspieces," *Mater. Des.*, vol. 160, pp. 708–717, Dec. 2018, doi: 10.1016/j.matdes.2018.10.013.
[96] H. Roesler, "The history of some fundamental concepts in bone biomechanics," *J. Biomech.*, vol. 20, no. 11–12, pp. 1025–1034, Jan. 1987, doi: 10.1016/0021-9290(87)90020-0.
[97] J. Wolff, "The Classic: On the Inner Architecture of Bones and its Importance for Bone Growth: (Ueber die innere Architectur der Knochen und ihre Bedeutung für die Frage vom Knochenwachsthum)," *Clin. Orthop. Relat. Res.*, vol. 468, no. 4, pp. 1056–1065, 2010, doi: 10.1007/s11999-010-1239-2.
[98] J. Wolff, *The law of bone remodelling*. Springer Science & Business Media, 2012.
[99] K. Tsubota, T. Adachi, and Y. Tomita, "Functional adaptation of cancellous bone in human proximal femur predicted by trabecular surface remodeling simulation toward uniform stress state," *J. Biomech.*, vol. 35, no. 12, pp. 1541–1551, Dec. 2002, doi: 10.1016/S0021-9290(02)00173-2.
[100] M. Huo, S. He, Y. Zhang, Y. Feng, and J. Lu, "Simulation on bone remodeling with stochastic nature of adult and elderly using topology optimization algorithm," *J. Biomech.*, vol. 136, p. 111078, May 2022, doi: 10.1016/j.jbiomech.2022.111078.
[101] R. Huiskes, H. Weinans, H. J. Grootenboer, M. Dalstra, B. Fudala, and T. J. Slooff, "Adaptive bone-remodeling theory applied to prosthetic-design analysis," *J. Biomech.*, vol. 20, no. 11, pp. 1135–1150, Jan. 1987, doi: 10.1016/0021-9290(87)90030-3.
[102] K. Tsubota, Y. Suzuki, T. Yamada, M. Hojo, A. Makinouchi, and T. Adachi, "Computer simulation of trabecular remodeling in human proximal femur using large-scale voxel FE models: Approach to understanding Wolff's law," *J. Biomech.*, vol. 42, no. 8, pp. 1088–1094, May 2009, doi: 10.1016/j.jbiomech.2009.02.030.
[103] R. B. Diego, J. M. Estellés, J. A. Sanz, J. M. García-Aznar, and M. S. Sánchez, "Polymer scaffolds with interconnected spherical pores and controlled architecture for tissue engineering: Fabrication, mechanical properties, and finite element modeling," *J. Biomed. Mater. Res. B Appl. Biomater.*, vol. 81B, no. 2, pp. 448–455, 2007, doi: 10.1002/jbm.b.30683.
[104] S. J. Hollister, "Porous scaffold design for tissue engineering," *Nat. Mater.*, vol. 4, no. 7, Art. no. 7, Jul. 2005, doi: 10.1038/nmat1421.
[105] J. L. de Ulloa, J. E. González, A. M. Beltrán, E. P. Avés, J. Rodríguez-Guerra, and Y. Torres, "Biomechanical behavior of customized scaffolds: A three-dimensional finite

element analysis," *Mater. Des.*, vol. 223, p. 111173, Nov. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111173.
[106] S. G. González, M. D. Vlad, J. L. López, and E. F. Aguado, "Novel bio-inspired 3D porous scaffold intended for bone-tissue engineering: Design and in silico characterisation of histomorphometric, mechanical and mass-transport properties," *Mater. Des.*, vol. 225, p. 111467, Jan. 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2022.111467.
[107] S. Ghouse *et al.*, "The design and in vivo testing of a locally stiffness-matched porous scaffold," *Appl. Mater. Today*, vol. 15, pp. 377–388, Jun. 2019, doi: 10.1016/j.apmt.2019.02.017.
[108] S. Kanwar, O. Al-Ketan, and S. Vijayavenkataraman, "A novel method to design biomimetic, 3D printable stochastic scaffolds with controlled porosity for bone tissue engineering," *Mater. Des.*, vol. 220, p. 110857, Aug. 2022, doi: 10.1016/j.matdes.2022.110857.
[109] W. Chen, N. Dai, J. Wang, H. Liu, D. Li, and L. Liu, "Personalized Design of Functional Gradient Bone Tissue Engineering Scaffold," *J. Biomech. Eng.*, vol. 141, no. 11, p. 111004, Nov. 2019, doi: 10.1115/1.4043559.
[110] J. Liu *et al.*, "Ti6Al4V biomimetic scaffolds for bone tissue engineering:Fabrication, biomechanics and osseointegration," *Mater. Des.*, p. 112330, Sep. 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2023.112330.
[111] S. Burgess, "A review of linkage mechanisms in animal joints and related bioinspired designs," *Bioinspir. Biomim.*, vol. 16, no. 4, p. 041001, Jun. 2021, doi: 10.1088/1748-3190/abf744.
[112] *ISO 18458:2015 Biomimetics - Terminology, concepts and methodology*, Standard 18458, 2015. [Online]. Available: https://www.iso.org/standard/62500.html
[113] A. M. Parfitt *et al.*, "Bone histomorphometry: Standardization of nomenclature, symbols, and units: Report of the asbmr histomorphometry nomenclature committee," *J. Bone Miner. Res.*, vol. 2, no. 6, pp. 595–610, Dec. 1987, doi: 10.1002/jbmr.5650020617.
[114] S. M. Swartz, A. Parker, and C. Huo, "Theoretical and Empirical Scaling Patterns and Topological Homology in Bone Trabeculae," *J. Exp. Biol.*, vol. 201, no. 4, pp. 573–590, Feb. 1998, doi: 10.1242/jeb.201.4.573.
[115] T. M. Ryan and C. N. Shaw, "Trabecular bone microstructure scales allometrically in the primate humerus and femur," *Proc. R. Soc. B Biol. Sci.*, vol. 280, no. 1758, p. 20130172, May 2013, doi: 10.1098/rspb.2013.0172.
[116] M. Doube, M. M. Kłosowski, A. M. Wiktorowicz-Conroy, J. R. Hutchinson, and S. J. Shefelbine, "Trabecular bone scales allometrically in mammals and birds," *Proc. R. Soc. B Biol. Sci.*, vol. 278, no. 1721, pp. 3067–3073, Oct. 2011, doi: 10.1098/rspb.2011.0069.
[117] S. N. Musy, G. Maquer, J. Panyasantisuk, J. Wandel, and P. K. Zysset, "Not only stiffness, but also yield strength of the trabecular structure determined by non-linear μFE is best predicted by bone volume fraction and fabric tensor," *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.*, vol. 65, pp. 808–813, Jan. 2017, doi: 10.1016/j.jmbbm.2016.10.004.
[118] G. Maquer, S. N. Musy, J. Wandel, T. Gross, and P. K. Zysset, "Bone Volume Fraction and Fabric Anisotropy Are Better Determinants of Trabecular Bone Stiffness Than Other Morphological Variables," *J. Bone Miner. Res.*, vol. 30, no. 6, pp. 1000–1008, 2015, doi: 10.1002/jbmr.2437.
[119] W. J. Whitehouse, "The quantitative morphology of anisotropic trabecular bone," *J. Microsc.*, vol. 101, no. 2, pp. 153–168, Jul. 1974, doi: 10.1111/j.1365-2818.1974.tb03878.x.

[120] T. P. Harrigan and R. W. Mann, “Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor,” *J. Mater. Sci.*, vol. 19, no. 3, pp. 761–767, Mar. 1984, doi: 10.1007/BF00540446.
[121] S. C. Cowin, “The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor,” *Mech. Mater.*, vol. 4, no. 2, pp. 137–147, Jul. 1985, doi: 10.1016/0167-6636(85)90012-2.
[122] R. Moreno, M. Borga, and Ö. Smedby, “Techniques for Computing Fabric Tensors: A Review,” in *Visualization and Processing of Tensors and Higher Order Descriptors for Multi-Valued Data*, C.-F. Westin, A. Vilanova, and B. Burgeth, Eds., in Mathematics and Visualization. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014, pp. 271–292. doi: 10.1007/978-3-642-54301-2_12.
[123] M. Doube, M. M. Kłosowski, J. Hutchinson, and S. J. Shefelbine, “X-ray microtomography images of trabecular bone from the femoral head and condyle of 18 avian, 72 mammalian and one crocodilian species.” Oct. 2018. doi: 10.6084/m9.figshare.7257179.v1.
[124] J. Becker, E. Mermoz, and J.-M. Linares, “Joint Loading Estimation Method for Horse Forelimb High Jerk Locomotion: Jumping,” *J. Bionic Eng.*, vol. 16, no. 4, pp. 674–685, Jul. 2019, doi: 10.1007/s42235-019-0054-z.
[125] M. Heyland, A. Trepczynski, G. N. Duda, M. Zehn, K.-D. Schaser, and S. Märdian, “Selecting boundary conditions in physiological strain analysis of the femur: Balanced loads, inertia relief method and follower load,” *Med. Eng. Phys.*, vol. 37, no. 12, pp. 1180–1185, décembre 2015, doi: 10.1016/j.medengphy.2015.10.002.
[126] R. Domander, A. A. Felder, and M. Doube, “BoneJ2 - refactoring established research software,” *Wellcome Open Res.*, vol. 6, p. 37, Feb. 2021, doi: 10.12688/wellcomeopenres.16619.1.
[127] J. Schindelin *et al.*, “Fiji: an open-source platform for biological-image analysis,” *Nat. Methods*, vol. 9, no. 7, Art. no. 7, Jul. 2012, doi: 10.1038/nmeth.2019.
[128] J. Hazrati Marangalou, K. Ito, and B. van Rietbergen, “A novel approach to estimate trabecular bone anisotropy from stress tensors,” *Biomech. Model. Mechanobiol.*, vol. 14, no. 1, pp. 39–48, Jan. 2015, doi: 10.1007/s10237-014-0584-6.
[129] *FreeCAD*. (Jan. 18, 2022). C++. Accessed: Jan. 18, 2022. [Online]. Available: https://github.com/FreeCAD/FreeCAD
[130] P. K. Zysset, R. W. Goulet, and S. J. Hollister, “A Global Relationship Between Trabecular Bone Morphology and Homogenized Elastic Properties,” *J. Biomech. Eng.*, vol. 120, no. 5, pp. 640–646, Oct. 1998, doi: 10.1115/1.2834756.
[131] S. D. Brown, R. Tauler, and B. Walczak, *Comprehensive chemometrics: chemical and biochemical data analysis*. Elsevier, 2020.
[132] G. A. Lewis, D. Mathieu, and R. Phan-Tan-Luu, *Pharmaceutical experimental design*. CRC press, 1998.
[133] P. Courrieu, “Fast Computation of Moore-Penrose Inverse Matrices,” Apr. 30, 2008. Accessed: Jul. 16, 2021. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/0804.4809
[134] F. Ezedine, J.-M. Linares, J.-M. Sprauel, and J. Chaves-Jacob, “Smart sequential multilateration measurement strategy for volumetric error compensation of an extra-small machine tool,” *Precis. Eng.*, vol. 43, pp. 178–186, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.precisioneng.2015.07.007.
[135] M. Bilhere-dieuzeide, “Contribution au développement de méthodes d’allègement de pièces mécaniques par bio-inspiration des os longs des endosquelettes,” thesis, Aix-Marseille, 2024. Accessed: Nov. 28, 2024. [Online]. Available: https://theses.fr/s376340

Table des illustrations

Figure 1-1 : prototypes RACER (gauche) et CityAirbus (droite) développés par Airbus Helicopters, en partie sur le site de Marignane. 11
Figure 1-2: DisruptiveLab, véhicule prototype dont l'objectif est d'améliorer les performances des appareils et de réduire leurs émissions de GES (motorisation hybride, améliorations aérodynamiques, composants allégés, etc.) 12
Figure 1-3: photos de pièces aéronautiques complexes fabriquées à l'aide des techniques de fabrication additive (adaptées de [7]). 13
Figure 1-4: présentation des procédés de fabrication additive par fusion de lit de poudres (a) et par polymérisation en cuve (b) (adaptées de [6]) 14
Figure 1-5 : processus de fabrication additive utilisé chez Airbus Helicopters pour les pièces de fabrication additive par fusion de lits de poudres 15
Figure 1-6 : exemple de diagramme de sélection de matériaux (adapté de [17]) 18
Figure 1-7: visualisation des différentes approches d'allègement de pièces mécaniques aux différentes échelles (adaptée de [16]) 20
Figure 1-8: optimisation topologique d'une poutre simple encastrée, (a) : conditions initiales du problème avec 3 cas de chargement considérés (selon x, y et z), (b) : géométrie optimisée obtenue à l'issue du processus itératif d'optimisation topologique (adaptée de [33]) 22
Figure 1-9 : scénarios possibles lors de la création d'un matériau hybride à partir des matériaux $M1$ et $M2$ 23
Figure 1-10: différentes cellules unitaires et tenseurs de rigidité associés démontrant la grande diversité de comportement mécanique des matériaux cellulaires (adaptée de [43]). 24
Figure 1-11 : pièce obtenue à l'aide d'un algorithme d'apprentissage profond générant des architectures cellulaires spinodoïdes. Ici l'architecture combine deux zones (colonnaire et lamellaire) et présente une zone de transition graduelles. Les tenseurs d'élasticité de chaque zones sont représentés (adaptée de [40]). 25
Figure 1-12 : motifs de structure les plus souvent retrouvés dans les matériaux naturels (adapté de [59]) 26
Figure 1-13 : exemple de produits d'ingénierie développés à base de bois et leurs utilisation pour la construction de bâtiments (adapté de [69]) 28
Figure 1-14 : Nombre de publications répertoriées sur Web Of Science pour les mots clés associés à différents matériaux naturels 29
Figure 1-15 : organisation hiérarchique à trois niveaux d'un humérus de cheval. A gauche, la macro-structure de l'os complet présentant la diaphyse (corps central) et les deux épiphyses (extrémités articulaires), au centre un échantillon d'architecture

trabéculaire poreuse trouvée dans les épiphyses, à droite l'arrangement composite des fibres de collagène minéralisées par de l'hydroxyapatite (adapté de [84]).....30
Figure 1-16 : fonctionnement de l'adaptation fonctionnelle de l'architecture trabéculaire à travers l'activité croisée des ostéoblastes (fonction d'ossification) et des ostéoclastes (fonction de résorption) sous le contrôle des ostéocytes (adapté de [93]) .31
Figure 1-17 : explication de l'hypothèse de trajectoire à partir d'une coupe de fémur humain (gauche) et d'un schéma des contraintes dans un fémur (droite). Le triangle de Ward est une zone de faibles contraintes (adapté de [93], [98]).....32
Figure 1-18 : conditions aux limites utilisées pour un cas d'optimisation topologique en 2D d'un fémur humain (en haut) et comparaison des résultats obtenus (en bas à droite) avec l'architecture d'un fémur réel (en bas à gauche). Nous retrouvons les orientations privilégiées de l'architecture trabéculaire comme représenté en bas au centre (adapté de [34]).....33
Figure 1-19 : comparaison entre une coupe de fémur humain (gauche) et le résultat d'une optimisation topologique bio-inspirée en 3D (centre) avec détail de 3 zones d'architecture trabéculaire générées (droite).....34
Figure 1-20 : propositions d'implants osseux générés à l'aide de différentes architecture cellulaires : TPMS uniforme (en haut à gauche, adapté de [105]), architecture à gradient (en haut à droite, adapté de [106]), architecture basée sur les diagrammes de Voronoï (en bas à gauche, adapté de [109]), architecture spinodoïde (en bas à droite, adapté de [40]).....35
Figure 1-21 : schéma d'un échantillon trabéculaire avec quelques mesures histomorphométriques courantes : $Tb.Sp$ l'espacement moyen entre trabeculae, $Tb.Th$ l'épaisseur moyenne des trabeculae, $Tb.N$ le nombre de trabeculae dans l'échantillon et $\rho f = BV/TV$ la fraction volumique.....37
Figure 1-22 : 2 échantillons trabéculaires et Fabric Tensor associés (données issues de [123]) 38
Figure 2-1 : résumé du processus utilisé pour estimer les chargements musculaires et articulaires subis par l'humérus de cheval au trot (adapté de [124]) 44
Figure 2-2 : représentation des ROI 10 (a), ROI 11 (b) et ROI 15 (c) et de leurs Fabric Tensor respectifs. Ces trois échantillons représentent différents degrés d'anisotropie et l'ellipsoïde du Fabric Tensor est colorée en fonction du degré d'anisotropie.....48
Figure 3-1 : empilements compacts de sphères identiques dans un arrangement régulier infini en 3D et différents motifs obtenus : cubique à face centrée (gauche) et hexagonal compact (droite). 54
Figure 3-2 : motif poreux bio-inspiré présentant les différents paramètres 55
Figure 3-3 : Comparaison entre l'architecture d'un motif poreux bio-inspirés et le Fabric Tensor de ce même motif. 57
Figure 3-4 : Évolution de l'écart-type lors du raffinage du modèle 61
Figure 3-5 : Comparaison de la surface de réponse 4D entre le modèle générique et le modèle raffiné pour $Y1$ 63

Figure 3-6 : Comparaison de la surface de réponse 4D entre le modèle générique et le modèle raffiné pour $Y2$ 63
Figure 3-7 : Surfaces de réponse 3D pour $Y1$ et $Y2$ après raffinage du modèle 64
Figure 3-8 : algorithme d'allègement 3D bio-inspirée de la relation forme-fonction de l'architecture trabéculaire (gauche) avec sous-algorithme de génération des porosités en fonction de l'état de contraintes local (droite) 65
Figure 3-9 : illustration de la méthode d'allègement proposée dans le cas d'une poutre de flexion 3 points. 68
Figure 3-10 : répartition de la contrainte de Von Mises dans une poutre de flexion 3 points de dimensions 150mm x 30mm x 30mm, cette pièce et son analyse éléments finis servent d'entrées pour la méthode d'allègement 3D proposée section 3.1 69
Figure 3-11: modèles de poutres de flexion 3 points 70
Figure 3-12 : essais de flexion 3 points pour une pièce imprimée en dépôt de fil plastique 71
Figure 3-13 : résultats des essais de flexion 3 points pour les différentes poutres testées 72
Figure 3-14 : Présentation du modèle EF, ses conditions aux limites et zoom sur le maillage dans une zone d'architecture complexe 74
Figure 3-15 : champ de déplacement obtenu par analyse éléments finis dans la poutre bio-inspirée 3D présentée section 3.2 soumise à une force verticale de 2500N 75
Figure 3-16 : les 6 échantillons de CAO utilisés dans cette étude, présentant la même masse mais des motifs de taille p différente 78
Figure 3-17 : Histogrammes des contraintes de Von Mises pour les 6 échantillons 80
Figure 3-18 : évolution de la raideur S, de la contrainte moyenne et de la contrainte maximale en fonction du nombre de porosités (inversement proportionnel à la taille du motif p) 81
Figure 4-1 : présentation d'une architecture poreuse générée par la méthode 3DBIMR avec un zoom montrant la présence de porosités internes au sein de la pièce finale. 86
Figure 4-2 : a) vue d'un nœud (jaune) dans un motif cubique à faces centrées b) zoom sur les douze plus proches voisins environnants avec 4 nœuds voisins trouvés sur le plan normal à l'axe x (rouge), 4 sur le plan normal à l'axe y (vert) et 4 sur le plan normal à l'axe z (bleu). 87
Figure 4-3 : échantillons fabriqués par LB-PBF métallique pour tester la stratégie de dépoudrage proposée, les numéros d'échantillons respectifs correspondent au Tableau 4-1 89
Figure 4-4 : Résultats de la géométrie de l'échantillon 12 fabriqué, a) résultats de la tomographie, b) champ de déviation entre les géométries mesurées et nominales 91
Figure 4-5 : Exemple de poutre à 3 points de flexion conçue à l'aide de 3D^{2}BIMR. L'architecture poreuse est adaptée localement aux contraintes subies par la pièce solide initiale, tout en permettant l'élimination de toutes les poudres non fondues. 92
Figure 4-6 : modèle d'éléments finis utilisé pour mesurer les propriétés mécaniques des échantillons 3D^{2}BIMR 93

Figure 4-7 : Résultats de l'étude de convergence du maillage pour la contrainte de Von Mises à un nœud de la région d'intérêt de l'analyse 94
Figure 4-8: Vue dans le plan x-z du motif 3D²BIMR montrant les paramètres locaux qui varient en fonction de la contrainte. 96
Figure 4-9: effet de chaque paramètre du motif sur l'architecture résultante pour des échantillons de motifs répétés 7x7x7 ; a) échantillon avec $p = 5mm, \rho f = 0.9, AR = 2, \theta = 0°$, utilisé comme référence ; b) échantillon avec $p = 3mm, \rho f = 0.9, AR = 2, \theta = 0°$ mettant en évidence l'effet de la taille du motif ; c) échantillon avec $p = 5mm, \rho f = 0.3, AR = 2, \theta = 0°$ illustrant l'effet de la fraction volumique ; d) échantillon avec $p = 5mm, \rho f = 0.9, AR = 1, \theta = 0°$ illustrant l'effet du facteur de forme de la porosité ; e) échantillon avec $p = 5mm, \rho f = 0.9, AR = 2, \theta = 45°$ illustrant l'effet de l'orientation de la porosité. 97
Figure 4-10: Rapport surface-volume des échantillons fabriqués en fonction de l'écart de masse (entre la masse théorique et la masse mesurée). L'échantillon tomographié (n°12) est l'échantillon présentant l'écart de masse le plus élevé 99
Figure 4-11: Surface de réponse 4D du modèle mathématique reliant ΔPI aux paramètres du motif $p, \rho f, AR$ 101
Figure 4-12 : Graphique d'Ashby présentant la position des échantillons 3DBIMR et 3D²BIMR en acier inoxydable 17-4PH par rapport au matériau dont ils sont constitués pour l'optimisation des poutres rigides et légères chargées en flexion, sur la base des résultats du plan d'expérience. Les lignes parallèles de pente 2 indiquent le critère de sélection $E12/\rho$ 103
Figure 4-13 : diagramme d'Ashby présentant la position des échantillons 3DBIMR et 3D²BIMR en acier inoxydable 17-4PH dans l'espace global de sélection des matériaux pour l'optimisation des pièces rigides et légères, sur la base des résultats du plan d'expérience et des données du logiciel CES Selector. 104
Figure 4-14 : obtention d'un diagramme de Voronoï en 3D (adapté de [49]) (a) nœuds à l'origine du diagramme, (b) cellule polyédrique associée à un nœud, (c) diagramme de Voronoï 3D résultant 105
Figure 4-15 : modèles de poutres de flexion 3 points 106
Figure 4-16 : essais de flexion 3 points pour une pièce imprimée en fusion de lits de poudres métalliques 107
Figure 4-17 : résultats des essais de flexion 3 points pour les différentes poutres testées 107
Figure 4-18 : bielle de suspension souple 109
Figure 4-19 : état de contrainte dans la bielle de suspension souple initiale en compression 111
Figure 4-20 : bielle de suspension allégée et état de contrainte en compression 111
Figure 5-1 : poutres de flexion 4 points pleine et bio-inspirée pour de potentiels essais de fatigue comparatifs. Les poutres présentent les mêmes raideurs et les mêmes contraintes maximales mais la poutre bio-inspirée est allégée. 117
Figure 5-2: histogramme des contraintes pour une poutre de flexion 3 points obtenus par optimisation topologique 118

Figure 5-3 : poutres de flexion 3 points obtenue par bio-inspiration itérative et optimisation topologique testées par Bilhère Dieuzeide *et al.* (adapté de [135]) 119
Figure 5-4 : poutre de flexion 3 points obtenue par une approche d'allègement combinée entre optimisation topologique (géométrie de pièce) et bio-inspiration (architecture poreuse) 119

Annexe 1 – Article de conférence

- 5th International CIRP Conference on BioManufacturing (*Présentation orale + article)* : N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, and A. Houssaye, “Form-function relationship between trabecular bone architecture and biomechanical function in the horse humerus,” in *Procedia CIRP*, in V CIRP Conference on BioManufacturing, vol. 110. Jan. 2022, pp. 299–304. doi: 10.1016/j.procir.2022.06.054.

Available online at www.sciencedirect.com

ScienceDirect

Procedia CIRP 00 (2021) 000–000

www.elsevier.com/locate/procedia

V CIRP Conference on Biomanufacturing

Form-function relationship between trabecular bone architecture and biomechanical function in the horse humerus

CADORET Nicolas[a], CHAVES-JACOB Julien[a,*] , LINARES Jean-Marc[a], HOUSSAYE Alexandra[b]

[a] *Aix Marseille Université, CNRS, ISM, Inst Mouvement Sci, UMR 7287, Marseille, France*
[b] *Département Adaptations du Vivant, UMR 7179, CNRS/Muséum National d'Histoire Naturelle, 57 rue Cuvier, CP-55, Paris, 75005, France*

* Corresponding author. *E-mail address:* julien.CHAVES-JACOB@univ-amu.fr

Abstract

In mechanical design, it is a common challenge to design parts with high strength-to-weight ratio. Throughout evolution, natural organisms have faced the same challenge and developed a variety of solutions. One of these is the endoskeleton, composed of bones linked by joints. In long bones, near joints, Nature uses an anisotropic porous material, trabecular bone. This architecture is adapted to the mechanical stresses it undergoes. The aim of this work is to study the relationship between a given trabecular architecture and its biomechanical function. Understanding this relationship allows to predict the natural trabecular architecture that would be optimal to support a given stress field. Trabecular architecture is often characterised through a Fabric Tensor (FT) whose eigenvectors and eigenvalues respectively describe trabecular orientation and anisotropy. A first FT ($\boldsymbol{M_{mes}}$) was measured using BoneJ2 in 20 trabecular Regions Of Interest (ROI) identified in a microtomographied horse humerus. In parallel, the stress field in this humerus was calculated using a Finite Elements Analysis (FEA) based on a musculoskeletal model of the horse forelimb during trotting. This FEA was used to obtain a second FT ($\boldsymbol{M_{est}}$) for each ROI through an equation from the literature relating FT to stress in the human femur. Difference percentages between $\boldsymbol{M_{mes}}$ and $\boldsymbol{M_{est}}$ were calculated and showed that the proposed law is accurate to predict FT from stress in the horse humerus. This law is interesting for the design of mechanical parts bio-inspired from bones, which reproduce the adaptation of trabecular architecture to the mechanical stress it undergoes.

© 2022 The Authors. Published by ELSEVIER B.V.
This is an open access article under the CC BY-NC-ND license)
Peer-review under responsibility of the scientific committee of the V CIRP Conference on Biomanufacturing

Keywords: Bio-inspiration; Bones; Trabecular Architecture; Stress Tensor; Fabric Tensor

1. Introduction

Throughout Evolution, natural organisms have developed an abundance of solutions as a result of evolutionary pressure and natural selection. These solutions respond to a wide variety of functions needed for an organism's survival. For an engineer, these solutions can be an endless source of inspiration in the context of technical challenges. Indeed, organisms are subjected to similar constraints as most mechanical designs: optimising the mass, ensuring no critical failure, limiting resource consumptions, etc. This design approach is known as biomimicry or bio-inspiration. It has seen increased interest in recent years because of two major factors. First, bio-inspiration can help develop innovative and sustainable engineering applications and solutions [1]. Second, bio-inspiration in mechanical design often results in complex geometries. The manufacturing of such geometries has recently become cost-effective thanks to the spread of Additive Manufacturing (AM) technologies. Indeed, AM decorrelates the manufacturing cost of mechanical parts from their complexity [2].

In the context of mechanical design, optimising a part's strength-to-weight ratio is a recurring challenge. Increasing the

2212-8271 © 2022 The Authors. Published by ELSEVIER B.V.
This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0)
Peer-review under responsibility of the scientific committee of the V CIRP Conference on Biomanufacturing

strength-to-weight ratio allows to reduce a part's mass whilst maintaining similar performances. Reduced mass leads to reduced energy consumption for the mechanical system. Increasing the strength-to-weight ratio can be done through techniques such as topology optimisation, lattice structures [3,4] or by selecting materials for their strength-to-weight ratio. In fact, natural cellular materials such as wood and bone are examples of materials with high strength-to-weight ratios [5] which have been used extensively throughout History. Wood and bone are defined as hierarchical materials [6,7] with complex architectures that can be inspiration sources for engineers.

Bones in particular fulfil key mechanical functions in endoskeletons which explain their architecture. Bones provide a frame upon which muscles attach. They keep the body supported, are involved in body segments' movements, provide leverage and transmit forces [8]. At the tissue level, bone differentiates into trabecular spongy bone and cortical compact bone. This differentiation, beyond a different initial deposit mode, is also a result of mechanically-driven functional adaptation of the bone tissue through bone remodelling [9,10]. Trabecular bone transfers load from articular areas toward cortical bone which provides most of the support. In fact Wolff's Law, established in 1870, states that bone has the ability to adapt to mechanical stimulus to reach an optimised architecture [11,12].

Bones' complex architecture can be studied through histomorphometry [13]. In particular, the Mean Intercept Length (MIL) based Fabric Tensor (FT) represents a trabecular architecture's orientation and degree of anisotropy [14,15]. An FT is defined as "a symmetric second rank tensor which characterises the arrangement of the microstructural components in a multiphase or porous material" [16]. For trabecular bone, FT and volume fraction can explain 98% of the variation in mechanical properties between anatomical sites [17]. Wolff's Law states that bone architecture (the tissue's arrangement) is a consequence of its mechanical environment (the tissue's biomechanical function). Thus, it is reasonable to expect that a mathematical link exists between stress and fabric tensors. Such a relationship has been proposed by Hazrati Marangalou et al. [18] in the case of the walking human femur.

Because animal skeletons have adapted differently to biomechanical stresses in different evolutionary lineages, the study of other animal models is of great interest to better characterise this trabecular form-function relationship. In the following work, the proposed relationship will be validated in the case of the trotting horse humerus. First, the stress field inside the horse humerus was simulated based on a musculoskeletal model of the trotting horse forelimb [19]. The resulting Finite Elements Analysis (FEA) helped identify 20 trabecular Regions Of Interest (ROI) in a horse humerus CT scan. Then, MIL-based FT was measured for these 20 ROIs. Finally, the measured MIL-based FT ($\boldsymbol{M_{mes}}$) was compared to the stress-estimated FT ($\boldsymbol{M_{est}}$) obtained through the aforementioned relationship [18]. Difference percentages between $\boldsymbol{M_{mes}}$ and $\boldsymbol{M_{est}}$ were computed to validate the proposed form-function relationship in the trotting horse humerus.

2. Materials & Methods

The first step to study the trabecular form-function relationship in the horse humerus is to estimate the stress field that the bone undergoes during typical physical activity, for example trotting.

2.1. Simulating stress field in the horse humerus during trotting

In order to estimate the stress field in the trotting horse humerus, a complete gait simulation of the horse forelimb is needed. This simulation is able to estimate articular and muscular loadings during the trotting gait. This work was first carried out to estimate contact pressures in the horse forelimb joints for bio-inspired design purposes [19]. The model and its outputs are described in details in Becker et al.'s work but will be described briefly below.

First, joints and segments of a French saddle horse's forelimb were identified with markers and tracked with a video camera during trotting and jumping. Ground reaction forces were measured through a buried force plate. Marker trajectories were traced with the Kinovea software. Bones, muscles, tendons and ligaments were reproduced from Biosphera into CATIA V5. Finally, a musculoskeletal kinetic model of the trotting and jumping horse forelimb was generated with OpenSim based on Kinovea trajectories and CATIA V5 geometries.

From this musculoskeletal model, articular and muscular forces supported by the horse humerus were estimated at 8 time steps of peak muscular activity during the trotting gait**.** Following this simulation of the trotting gait, a Finite Elements Analysis (FEA) of the trotting horse humerus was created.

8 static analysis of the horse humerus were created for the 8 identified peak muscular activity time steps. Internal and external bone geometry were obtained from a CT scan of a racing horse humerus performed at the AST-RX platform at the Museum National d'Histoire Naturelle, Paris (UMS 2700; GE phoenix|X-ray v|tome|xs 240), with reconstructions performed using X-Act (RX Solutions). The resolution of this CT scan is 1 voxel per 0.09 mm. Boundary conditions were applied to best reflect the biological reality with pressures applied to joints and tendon connective zones. The inertia relief method was applied to ensure static equilibrium of the humerus [20]. The FE mesh consists of second order tetrahedral elements with maximum sizes of 5mm on the surface and 2mm inside the humerus.

These 8 analysis configurations result in an overview of the stress field throughout the horse humerus during trotting. Based on these results, 20 ROIs were selected from the horse humerus CT scans' trabecular tissue in order to cover a wide range of tissue arrangement. Peak local stress (PLS) conditions for each ROI were identified amongst the 8 FEA configurations based on the maximal Von Mises stress criteria. The resulting ROI average stress tensor was then eigendecomposed into principal stress values and directions. This work focuses on principal stress values. It was hypothesised that traction and compression have similar effects on trabecular bone's functional adaptation [21]. Thus, in this work, principal stress values were sorted in

descending order of absolute value ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$). These results are given in section 3.1

2.2. Measuring Fabric Tensors in 20 regions of interest of the horse humerus

Section 2.1 allowed to identify 20 trabecular ROIs and their respective PLS conditions. This represents the maximal mechanical constraints a given bone region needs to overcome. To study the trabecular form-function relationship, we still need to describe the tissue arrangement in a given bone region. As stated previously, the MIL-based FT describes a trabecular sample's orientation and degree of anisotropy [22]. Hence, the 20 ROIs identified previously were segmented from the overall CT scan of the horse humerus. MIL-based FT was measured for each ROI through BoneJ2 anisotropy plug-in [23].

The FT outputted by the Anisotropy plug-in is presented as the principal radii ($c \geq b \geq a$), eigenvectors and Degree of Anisotropy (*DA*) of the ellipsoid fitted to the MIL points. For the purpose of this work, principal radii and *DA* were considered. MIL-based FT radii describe anisotropy of the considered trabecular sample in a direction. The measured MIL-based FT radii were normalised into ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) through Eq.(1) in order to ensure that $\det(\boldsymbol{M_{mes}}) = 1$. These results are given in section 3.2.

$$\boldsymbol{M_{mes}} = \begin{bmatrix} M_{1_{mes}} & 0 & 0 \\ 0 & M_{2_{mes}} & 0 \\ 0 & 0 & M_{3_{mes}} \end{bmatrix} = k. \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$with\ k = \frac{1}{\sqrt[3]{a.b.c}}$$

2.3. Validity of a trabecular form-function relationship between Fabric Tensor and principal stress in the horse humerus

As stated in section 1, Hazrati Marangalou et al. [18] proposed a form-function relationship for the walking human femur Eq.(2). This relationship allows to estimate a trabecular sample's FT ($\boldsymbol{M_{est}}$) in light of the local stress conditions this sample undergoes. The validity of $\boldsymbol{M_{est}}$ was verified with regard to the data gathered for the horse humerus. In particular, percentage differences between measured MIL-based FT ($\boldsymbol{M_{mes}}$) and stress-estimated FT ($\boldsymbol{M_{est}}$) were computed.

$$M_{i_{est}} = \frac{|\sigma_i|^{1/4}}{(|\sigma_1|^{1/4}.|\sigma_2|^{1/4}.|\sigma_3|^{1/4})^{1/3}} \quad (2)$$

For every ROI, ($M_{1_{est}} \geq M_{2_{est}} \geq M_{3_{est}}$) were computed based on principal stress values ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$) for the PLS condition. Then, percentage differences were computed between ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) and ($M_{1_{est}} \geq M_{2_{est}} \geq M_{3_{est}}$) to study the validity of Hazrati Marangalou et al. [18] relationship in the case of the trotting horse humerus. These results are given in section 3.3.

Table 1: principal stress values ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$), degree of anisotropy (*DA*) and normalised measured Mean Intercept Length based Fabric Tensor radii ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) for peak local stress condition in 20 regions of interest of the trotting horse humerus.

	$\|\sigma_1\|$	$\|\sigma_2\|$	$\|\sigma_3\|$	*DA*	$\boldsymbol{M_{1_{mes}}}$	$\boldsymbol{M_{2_{mes}}}$	$\boldsymbol{M_{3_{mes}}}$
ROI1	5.972	3.315	0.238	0.514	1.243	0.929	0.866
ROI2	3.743	1.824	0.440	0.343	1.134	0.959	0.919
ROI3	5.039	1.761	0.078	0.384	1.156	0.954	0.907
ROI4	4.042	2.389	0.428	0.308	1.098	0.997	0.914
ROI5	2.524	0.880	0.778	0.433	1.160	0.987	0.874
ROI6	2.999	1.587	0.885	0.578	1.218	1.038	0.791
ROI7	4.207	1.483	1.027	0.403	1.140	0.995	0.881
ROI8	7.353	0.525	0.006	0.726	1.395	0.981	0.731
ROI9	2.407	1.945	0.426	0.374	1.143	0.967	0.904
ROI10	6.483	0.554	0.426	0.491	1.228	0.930	0.876
ROI11	6.356	3.976	1.872	0.137	1.042	0.991	0.968
ROI12	11.924	3.751	0.385	0.459	1.120	1.084	0.824
ROI13	7.453	1.192	0.579	0.368	1.142	0.964	0.908
ROI14	5.409	2.059	0.301	0.549	1.204	1.027	0.809
ROI15	18.552	5.622	0.801	0.783	1.445	1.027	0.673
ROI16	5.332	4.740	0.587	0.704	1.303	1.083	0.708
ROI17	10.035	3.260	0.122	0.646	1.369	0.896	0.815
ROI18	12.026	2.752	1.890	0.484	1.189	0.985	0.854
ROI19	9.967	5.002	0.399	0.636	1.231	1.095	0.742
ROI20	4.372	2.422	0.087	0.350	1.125	0.980	0.907

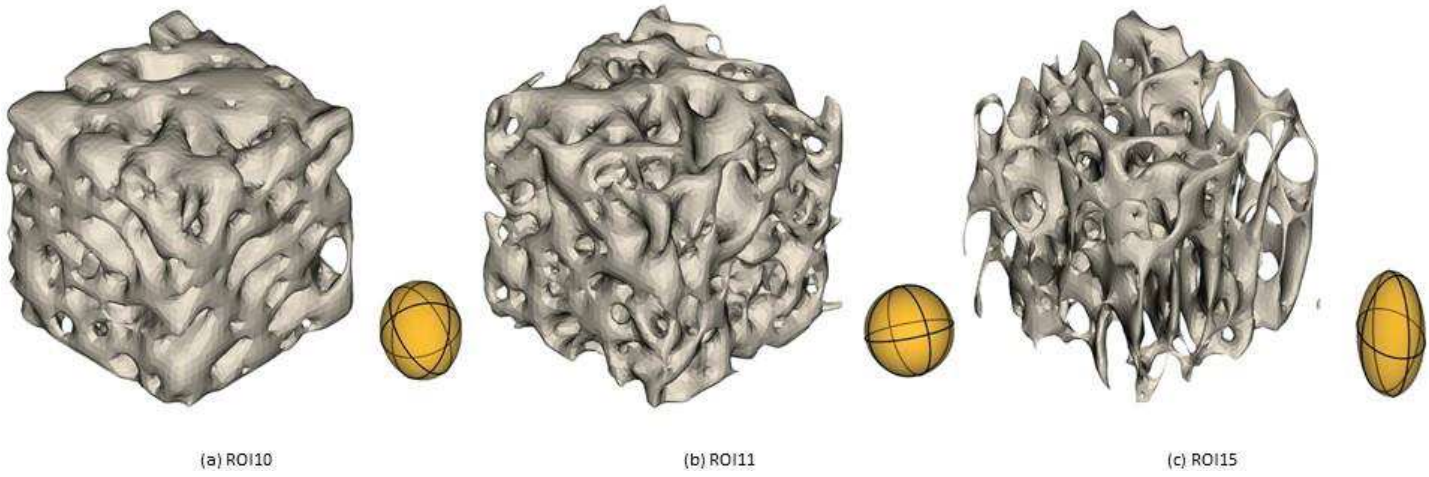


Fig. 1. representation of ROI10 (a), ROI11 (b) and ROI15 (c) and their respective Mean Intercept Length based Fabric Tensor ellipsoids after Laplacian smoothing of initial ROI STL.

3. Results

3.1. Stress field in the horse humerus during trotting

Principal stress values ($|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$) for the 20 ROIs during PLS conditions are reported in Table 1. All PLS conditions are grouped into the stance phase of the trotting gait.

3.2. Fabric Tensors of 20 trabecular regions of interest in the horse humerus

Table 1 shows *DA* and normalised MIL-based FT radii ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) for the 20 ROIs. Amongst the 20 ROIs, three were chosen based on *DA* to represent the varying degrees of anisotropy that can be found in trabecular samples. *DA* can vary between 0 and 1. Thus, the most anisotropic ROI (maximal *DA*), the least anisotropic ROI (minimal *DA*) and a moderately anisotropic ROI (*DA* closest to 0.5) were selected. They were represented with their respective MIL-based FT ellipsoids in Fig. 1:

- ROI10; *DA* = 0.491, a moderately anisotropic ROI
- ROI11; *DA* = 0.137, the least anisotropic ROI
- ROI15; *DA* = 0.782, the most anisotropic ROI

This representation was created with FreeCAD Mesh Design and Part design workbenches [24]. Initial ROI STL exported from ImageJ were submitted to Laplacian smoothing to facilitate visualisation. MIL-based FT ellipsoids were generated based on BoneJ2's Anisotropy results. As is especially clear for ROI15 on Fig. 1(c), MIL-based FT ellipsoids follow the predominant trabecular orientation. Furthermore, the shape of the MIL-based FT ellipsoid is an indicator of a trabecular sample's anisotropy.

3.3. Trabecular form-function relationship through Fabric Tensor and principal stresses in the horse humerus

Percentage differences were computed through Eq.(3) between ($M_{1_{mes}} \geq M_{2_{mes}} \geq M_{3_{mes}}$) and ($M_{1_{est}} \geq M_{2_{est}} \geq M_{3_{est}}$). These results are given in Table 2.

$$E_i = \left| \frac{M_{i_{est}} - M_{i_{mes}}}{M_{i_{mes}}} \right| \qquad (3)$$

Percentage differences given in Table 2 are also shown in Fig. 2 for each ROI. As showcased on this histogram, estimation of the MIL-based FT from PLS condition principal stress values produces an average of 15.64% differences with measured MIL-based FT. It should be noted that some ROIs contribute significantly more than others to the mean difference. For example, removing ROI8 from the dataset lowers the mean difference percentage to 14.21%. These mean difference percentages are on par with Hazrati Marangalou et al. [18] results who showed 9.21% mean averaged norm differences between actual and estimated FT for ten samples in the walking human femur.

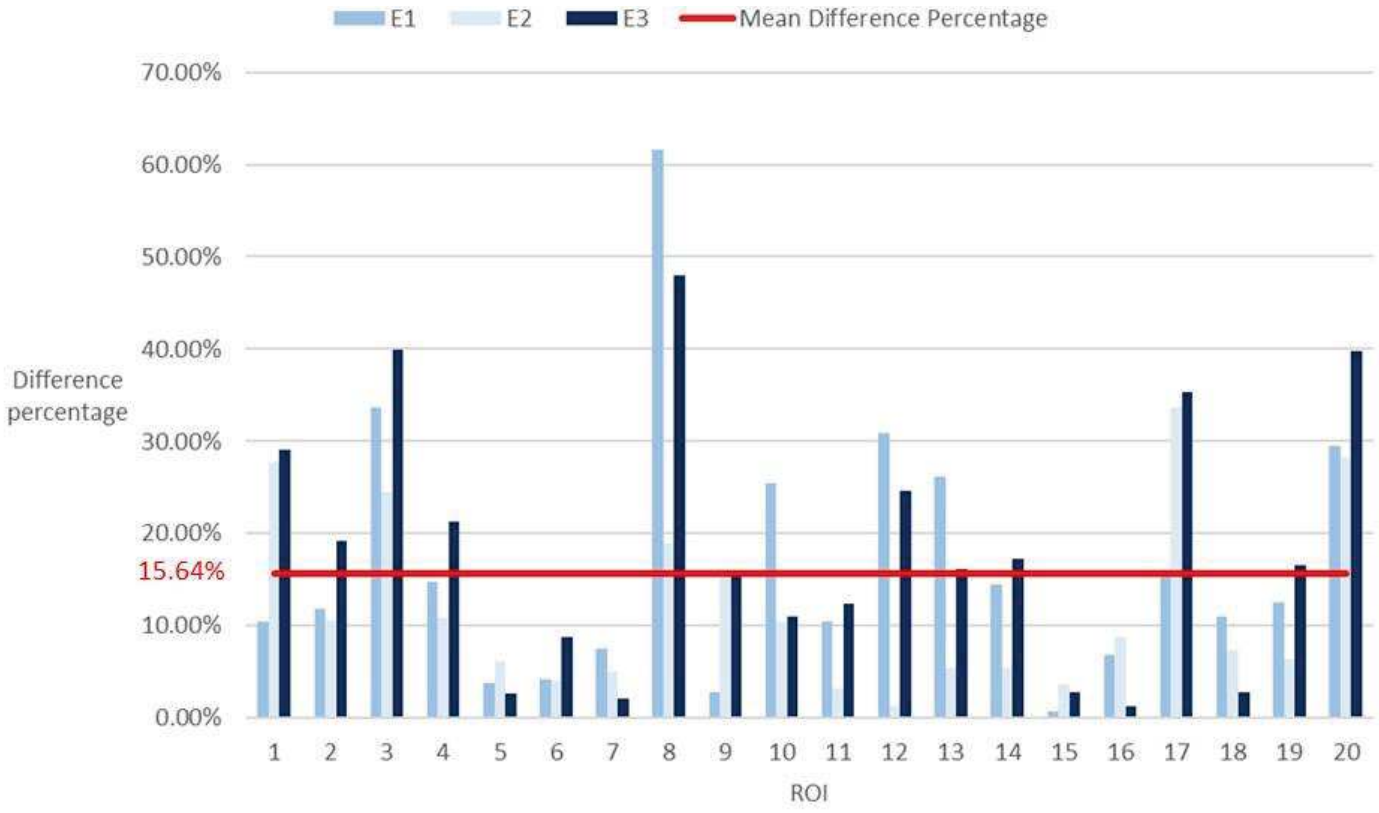


Fig. 2. percentage differences (E_1,E_2,E_3) between estimated (M_(1_est)≥M_(2_est)≥M_(3_est)) and measured (M_(1_mes)≥M_(2_mes)≥M_(3_mes)) Fabric Tensor radii for peak local stress condition in 20 regions of interest of the horse humerus

Table 2: Stress-estimated normalised Mean Intercept Length based Fabric Tensor radii ($M_{1_{est}} \geq M_{2_{est}} \geq M_{3_{est}}$) and percentage differences (E_1, E_2, E_3) between estimated and measured Fabric Tensor radii for peak local stress condition in 20 regions of interest of the horse humerus

	$M_{1_{est}}$	$M_{2_{est}}$	$M_{3_{est}}$	E_1	E_2	E_3
ROI1	1.374	1.186	0.614	10.52%	27.68%	29.13%
ROI2	1.269	1.060	0.743	11.90%	10.56%	19.17%
ROI3	1.545	1.188	0.545	33.63%	24.55%	39.92%
ROI4	1.260	1.105	0.719	14.72%	10.81%	21.34%
ROI5	1.204	0.925	0.897	3.83%	6.21%	2.69%
ROI6	1.167	0.996	0.860	4.17%	4.04%	8.74%
ROI7	1.227	0.945	0.862	7.58%	5.02%	2.14%
ROI8	2.256	1.166	0.380	61.65%	18.86%	47.95%
ROI9	1.176	1.115	0.763	2.84%	15.29%	15.66%
ROI10	1.540	0.833	0.780	25.47%	10.49%	10.96%
ROI11	1.151	1.024	0.848	10.49%	3.28%	12.37%
ROI12	1.466	1.098	0.621	30.95%	1.25%	24.58%
ROI13	1.441	0.912	0.761	26.19%	5.42%	16.21%
ROI14	1.379	1.083	0.670	14.50%	5.48%	17.20%
ROI15	1.435	1.065	0.654	0.71%	3.65%	2.83%
ROI16	1.214	1.179	0.699	6.85%	8.79%	1.32%
ROI17	1.586	1.197	0.527	15.79%	33.65%	35.38%
ROI18	1.319	0.913	0.831	10.96%	7.33%	2.75%
ROI19	1.385	1.166	0.619	12.55%	6.46%	16.54%
ROI20	1.457	1.257	0.546	29.46%	28.25%	39.77%

4. Discussion

Hence, through this work, a proposed trabecular form-function relationship for the walking human femur was validated in the context of the trotting horse humerus. This was done in light of estimated local stress for PLS conditions during the trotting gait and measured MIL-based FT for 20 ROIs of the horse humerus.

The mean difference percentage between $\boldsymbol{M_{mes}}$ and $\boldsymbol{M_{est}}$ for all 20 ROIs is 15.64% with a few ROIs contributing heavily to this mean difference percentage. It is possible that principal stress values in those ROIs are overestimated due to the conditions of the FEA. This would lead to an overestimated FT and significant difference percentages, such as the one observed for ROI8. It should also be noted that a more diverse phenomenon is involved in the functional adaptation of bone than the one considered in this study. Indeed, bone is a living tissue that takes part in complex homeostatic equilibrium. Regardless, the mean difference percentage is low enough to validate the use of the proposed relationship in the context of the trotting horse humerus.

The same type of study should be conducted to validate and adapt this relationship in other context than the walking human femur and the trotting horse humerus. Indeed, for bio-inspired mechanical design, establishing a generic law is important because it broadens the range of parts that can be designed through a specific approach. Given that animal skeletons have adapted differently to biomechanical stresses in different evolutionary lineages, a wide range of data sets could lead to a more broadly applicable bio-inspired design law. Hence, the study of other animal models is of great interest to better characterise the trabecular form-function relationship. For example, other mammalian bones and movement cycles could be studied. Samples could also be compared between the same bone region in different specimens, etc. The resulting law would be more easily applicable to mechanical design issues but less specific for biological cases.

It should be noted that Hazrati Marangalou et al. showed lower mean differences percentages between estimated and measured FT in the human femur. This is explained by the modelling approach which used iterative FEA to estimate an FT, with around 20 iterations needed to converge. In the present work, direct FEA results were used to estimate FT and resulted in slightly higher difference percentages. It is expected that accuracy could be improved through an iterative approach similar to Hazrati Marangalou et al.'s. Furthermore, only the trotting gait was considered to represent typical physical activity of the horse humerus. In reality, the horse humerus undergoes and is adapted to a wide variety of mechanical constraints such as landing from jumps, galloping, etc. It is expected that considering a wider range of physical activities, closer to the biological reality, could further improve FT prediction accuracy.

Throughout this work, the biomechanical stimuli considered for the trabecular form-function relationship is the principal stress values for PLS conditions. In light of the prediction capabilities of the proposed relationship for FT, this hypothesis seems reasonable. This could indicate that trabecular tissue has the ability to adapt to the relative maximal stress it undergoes over a given period of time. Put differently, PLS conditions principal stress could be the stimuli that dictates functional adaptation of the trabecular tissue.

In the context of mechanical design, better understanding the trabecular form function relationship can prove very useful. Indeed, if one is able to replicate this form-function relationship in an algorithmically-generated architecture, it should be possible to replicate bone's optimised strength-to-weight ratio. Applied to mechanical parts, this could lead to reduced mass with similar performance and reduced energy consumption for the mechanical system.

5. Conclusions

Throughout this work, the form-function relationship of trabecular bone was studied. In particular, a relationship proposed by Hazrati Marangalou et al. in the case of the walking human femur was validated in the case of the trotting horse humerus. The dataset used for that purpose was build by estimating the principal stress values under Peak Local Stress conditions during the trotting gait and measuring Mean Intercept Length based Fabric Tensors for 20 Regions of Interest selected in the horse humerus. This measured MIL-based FT was compared to a stress-estimated FT and low percentage differences were found.

Acknowledgements

We warmly thank Pauline Hanot (UMR 7179, MNHN, Paris, France) for the loan of the specimen needed for this work and M. Bellato (UMS 2700, MNHN, Paris, France) for performing the scan and reconstruction. This project has received financial support from the CNRS through the Mission for Transversal and Interdisciplinary Initiatives (MITI program).

References

[1] du Plessis A, Broeckhoven C, Yadroitsava I, Yadroitsev I, Hands CH, Kunju R, et al. Beautiful and Functional: A Review of Biomimetic Design in Additive Manufacturing. Additive Manufacturing 2019;27:408–27..

[2] Schmidt M, Merklein M, Bourell D, Dimitrov D, Hausotte T, Wegener K, et al. Laser based additive manufacturing in industry and academia. CIRP Annals 2017;66:561–83.

[3] Ding Y. Shape optimization of structures: a literature survey. Computers & Structures 1986;24:985–1004.

[4] Pan C, Han Y, Lu J. Design and Optimization of Lattice Structures: A Review. Applied Sciences 2020;10:6374.

[5] Gibson LJ. Biomechanics of cellular solids. Journal of Biomechanics 2005;38:377–99.

[6] Fratzl P, Weinkamer R. Nature's hierarchical materials. Progress in Materials Science 2007;52:1263–334..

[7] Reznikov N, Shahar R, Weiner S. Bone hierarchical structure in three dimensions. Acta Biomaterialia 2014;10:3815–26.

[8] Houssaye A, Taverne M, Cornette R. 3D quantitative comparative analysis of long bone diaphysis variations in microanatomy and cross-sectional geometry. Journal of Anatomy 2018;232:836–49.

[9] Frost HM. Bone mass and the mechanostat: A proposal. Anat Rec 1987;219:1–9.

[10] Frost HM. Bone's mechanostat: A 2003 update. Anat Rec 2003;275A:1081–101..

[11] Willie B, Duda GN, Weinkamer R. CHAPTER 2. Bone Structural Adaptation and Wolff's Law. In: Fratzl P, Dunlop JWC, Weinkamer R, editors. Materials Design Inspired by Nature: Function Through Inner Architecture, Cambridge: Royal Society of Chemistry; 2013, p. 17–45.

[12] Wolff J. The Classic: On the Inner Architecture of Bones and its Importance for Bone Growth: (Ueber die innere Architectur der Knochen und ihre Bedeutung für die Frage vom Knochenwachsthum). Clinical Orthopaedics and Related Research® 2010;468:1056–65.

[13] Parfitt AM, Drezner MK, Glorieux FH, Kanis JA, Malluche H, Meunier PJ, et al. Bone histomorphometry: Standardization of nomenclature, symbols, and units: Report of the asbmr histomorphometry nomenclature committee. J Bone Miner Res 1987;2:595–610..

[14] Whitehouse WJ. The quantitative morphology of anisotropic trabecular bone. Journal of Microscopy 1974;101:153–68..

[15] Harrigan TP, Mann RW. Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor. J Mater Sci 1984;19:761–7.

[16] Cowin SC. The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor. Mechanics of Materials 1985;4:137–47.

[17] Musy SN, Maquer G, Panyasantisuk J, Wandel J, Zysset PK. Not only stiffness, but also yield strength of the trabecular structure determined by non-linear μFE is best predicted by bone volume fraction and fabric tensor. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials 2017;65:808–13.

[18] Hazrati Marangalou J, Ito K, van Rietbergen B. A novel approach to estimate trabecular bone anisotropy from stress tensors. Biomech Model Mechanobiol 2015;14:39–48.

[19] Becker J, Mermoz E, Linares J-M. Joint Loading Estimation Method for Horse Forelimb High Jerk Locomotion: Jumping. J Bionic Eng 2019;16:674–85.

[20] Heyland M, Trepczynski A, Duda GN, Zehn M, Schaser K-D, Märdian S. Selecting boundary conditions in physiological strain analysis of the femur: Balanced loads, inertia relief method and follower load. Medical Engineering & Physics 2015;37:1180–5.

[21] Turner CH. On Wolff's law of trabecular architecture. Journal of Biomechanics 1992;25:1–9.

[22] Moreno R, Borga M, Smedby Ö. Techniques for Computing Fabric Tensors: A Review. In: Westin C-F, Vilanova A, Burgeth B, editors. Visualization and Processing of Tensors and Higher Order Descriptors for Multi-Valued Data, Berlin, Heidelberg: Springer; 2014, p. 271–92.

[23] Domander R, Felder AA, Doube M. BoneJ2 - refactoring established research software. Wellcome Open Res 2021;6:37.

[24] FreeCAD. 2022.

Annexe 2 – Premier article publié

- N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, and J.-M. Linares, “Structural additive manufacturing parts bio-inspired from trabecular bone form-function relationship,” Materials & Design, vol. 231, p. 112029, May 2023, doi: 10.1016/j.matdes.2023.112029.

Materials & Design 231 (2023) 112029

Contents lists available at ScienceDirect

Materials & Design

journal homepage: www.elsevier.com/locate/matdes

Structural additive manufacturing parts bio-inspired from trabecular bone form-function relationship

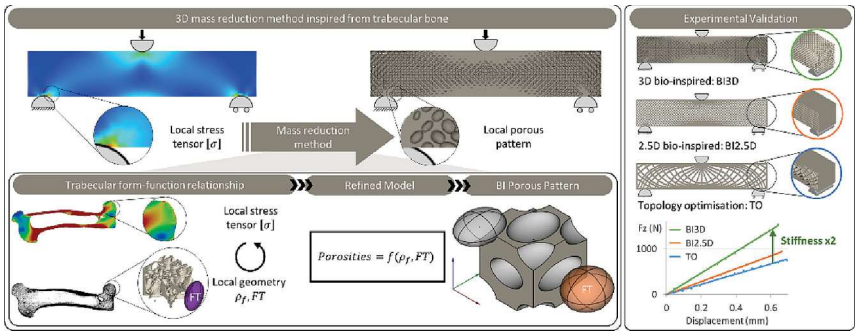
Nicolas Cadoret, Julien Chaves-Jacob *, Jean-Marc Linares

Aix Marseille Université, CNRS, ISM, Inst Mouvement Sci, UMR 7287, Marseille, France

HIGHLIGHTS

- The trabecular form-function relationship was condensed into 2 equations, linking volume fraction and Fabric Tensor to local stress.
- A bio-inspired porous pattern was proposed to reproduce the trabecular form-function relationship by adapting its geometry to stress.
- A mass reduction method was established in which a mechanical part architecture is locally adapted to the stress gradient.
- At equal mass, the proposed 3D mass reduction method showcases twice the bending stiffness when compared to topology optimization.

GRAPHICAL ABSTRACT



ARTICLE INFO

Article history:
Received 29 March 2023
Revised 15 May 2023
Accepted 20 May 2023
Available online 25 May 2023

Keywords:
Mass reduction method
Bio-inspiration
Trabecular bone
Fabric Tensor
Volume Fraction

ABSTRACT

Mass reduction and strength-to-weight optimisation are of increasing interest in mechanical engineering. Natural materials such as bone face the same challenges and strike an optimal balance between weight and mechanical performance. Several approaches sought to reproduce trabecular bone's mechanical efficiency, for example topology optimisation or cellular materials. These approaches are often restricted by their computational cost or their spatial homogeneity. Here we develop a 3D mass reduction method bio-inspired from trabecular bone that provides both fast computation and stress driven architecture. The mass reduction method is based on a bio-inspired porous pattern. The pattern is locally adapted to the estimated stress in a mechanical part through an algorithm. This results in an optimised porous architecture that mimics the trabecular form-function relationship. This 3D mass reduction method was validated through 3-point bending experiments. At equal mass, the proposed method showed 66 % improvement in bending stiffness compared to a 2.5D bio-inspired method and 111 % improvement compared to a topology optimisation method. Our results demonstrate the potential of the proposed method for strength-to-weight optimisation. It is applicable in various industries to lighten parts, reduce raw material usage, design composite sandwich cores or personalised bone-tissue scaffolds.
© 2023 The Authors. Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

1. Introduction

The environmental impact of human activities has been a concern of the scientific community for several decades, especially

* Corresponding author.
E-mail address: julien.chaves-jacob@univ-amu.fr (J. Chaves-Jacob).

https://doi.org/10.1016/j.matdes.2023.112029
0264-1275/© 2023 The Authors. Published by Elsevier Ltd.
This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

with recent events highlighting this impact [1]. In mechanical engineering, there are three ways to reduce environmental impact: reduce the amount of raw materials used, reduce the complexity of assemblies and the number of parts, and reduce the weight of parts. Recently, these 3 aspects have become more practical thanks to advances in additive manufacturing (AM) in industrial sectors [2,3]. For example, in aerospace, AM can reduce materials' buy-to-fly ratio from 20:1 to 3:1. AM techniques were used to manufacture the Ariane 6 rocket injector which achieved to consolidate 248 individual components as a single component. AM has also helped divide the weight of some A320 parts by a factor of 2 [4].

With regards to mass reduction, since there's often little room for performance loss in demanding industrial sectors, this means increasing mechanical parts' strength-to-weight ratio [5]. This is possible by selecting high-performance materials such as titanium, technical ceramics or composites [6]. Unfortunately, these materials increase costs and can sometimes be hard to recycle. Other high-performance materials exist in nature, often with high strength-to-weight ratios in the same order of magnitude as composites and technical ceramics [7,8]. However, natural materials are mostly made of polymers or ceramics which by themselves showcase low mechanical performance [9,10]. It appears most of their strength comes from their microstructure and hierarchical nature rather than their chemical composition [9–12]. In fact, micromechanical models have been successfully applied to study microstructural effects on the macroscopic behavior of trabecular architecture [13] and to investigate vertebral trabecular bone static and dynamic behavior [14].

Bone is one of the best documented examples of optimised natural material. Bones fulfil key mechanical functions in endoskeletons. They are anchor points for muscles, provide a frame which keeps the body upright and are involved in body segments' movement [15]. Inside bones, the porous, orthotropic, asymmetric and heterogenous trabecular architecture transfers mechanical loads to the fully dense cortical bone [16]. As a living tissue, trabecular bone also adapts to the mechanical stress it undergoes [17,18]. Therefore, the trabecular architecture is relevant for the development of high-performance material architectures.

In the literature, the trabecular architecture has been imitated in numerous ways. On one hand, numerical methods such as topology optimisation [19–21], remodeling-based approaches [22–24] and micromechanical approaches [25,26] have shown promising results. However, these methods require significant computational resources to achieve an architecture as detailed as trabecular bone. On the other hand, cellular materials have also been studied in detail [27].

Cellular materials typically consist of a periodic repetition of identical cellular units. The simplest units, strut-based lattices, showcase geometrical discontinuities at joints which results in harmful stress concentrations Slender struts also tend to buckle if their aspect ratio is insufficient. These stress concentrations can be addressed by introducing fillets at joints [28]. Stress concentration were also compensated using bi-material lattices with tailored compressive stress–strain response [29]. To reduce the periodicity of strut-based lattices, random Voronoï lattices have been proposed [30–34]. Moreover, to balance the aforementioned problems of strut-based lattices, *iso*-surface strut-based lattices have been developed based on Triply Periodic Minimal Surfaces (TPMS) [35]. TPMS are cellular materials whose unit cells are based on continuous mathematical surfaces. This helps reduce the risks of stress concentrations and strut buckling [36–38]. These cellular materials tend to be spatially homogeneous and gradient structures whose geometric properties vary as a function of mechanical stress have also been proposed [39,40]. Deep learning and machine learning models have respectively been used to tune the mechanical response of stochastic and spinodoid gradient structures [41,42]. However, these models require large datasets of natural architectures to be properly trained.

Therefore, as the range of approaches shows, reproducing the complexity of the trabecular architecture is not easy. Indeed, trabecular bone is a composite, hierarchical, self-healing cellular material. Reproducing all of these properties in an engineering context will not be easily achievable. When faced with such a challenge in bio-inspiration, the ISO 18458 standard recommends abstraction: drawing general conclusions based on observations of the biological object [43]. A deep understanding of the biological object is used to identify its most significant properties. These properties are then transferred to the technological object by analogy.

With regard to trabecular architecture, there are several significant properties. First, bone adapts to the mechanical stress it undergoes. As a result of this functional adaptation, the trabecular architecture is oriented along lines of principal stress [44–46]. Secondly, between species of different size, there's an allometric scaling of the trabecular pattern [47]. Third, because of the heterogeneous nature of trabecular bone, its mechanical properties will vary between species, bones, anatomic sites, etc. It has been shown that this variation is mostly correlated to the local volume fraction (ρ_f) and Fabric Tensor (FT) [48,49]. Hence, the link between mechanical stress, ρ_f and FT. could be an expression of the trabecular form-function relationship. Previously, 2.5D mass reduction methods bio-inspired from the trabecular form-function relationship [50,51] have been developed and showed higher stiffness at equal mass when compared to topology optimization.

Here, a 3D mass reduction method bio-inspired from the trabecular form-function relationship is developed. First, in section 2, the trabecular form-function relationship's equations are presented. Then, in section 3, a bio-inspired porous pattern is established with a mathematical model linking pattern parameters, FT and ρ_f. In section 4, a bio-inspired mass reduction algorithm is developed based on the aforementioned bio-inspired porous pattern. This algorithm reproduces the established trabecular form-function relationship in a mechanical part. Finally, in section 5, an experiment is proposed to quantify the performance of the mass reduction method through 3-point bending experiments.

2. Trabecular form-function relationship

As mentioned above, it has been shown that the variability in mechanical properties of trabecular bone is mostly correlated with its architecture. References from the literature show that trabecular architectures are best described by their volume fraction and fabric tensor. In fact, several authors have proposed equations that link both measures to mechanical stress, quantified through the Von Mises stress σ_{VM}. These equations are presented in details here.

2.1 vol. fraction

The volume fraction (ρ_f) or apparent density of a cellular material is defined as the density of the cellular solid divided by that of the solid it is made from. For trabecular bone, it is also measured as the bone volume (BV) in a given sample over the total volume of that sample (TV), *eq.(1)*.

Several works have established a mathematical link between ρ_f and the estimated state of stress in a given bone. For example, Audibert *et al.* estimated the stress in the human femur during walking to link the volume fraction gradient and Von Mises stress using *eq.(1)* [50].

$$\rho_f = \frac{BV}{TV} = 3.07\,(\sigma_{VM}/R_e)^{0.59} \quad (1)$$

With $\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]}$, the Von Mises stress and R_e the elastic limit of bone.

The Von Mises stress criterion was used in this article to reflect the work presented in Audibert *et al.* It is widely used in an engineering context and is easily available through most finite element solver. It is also widely used in the biomechanical literature as an estimation of local stress in bones.

2.2. Fabric Tensor

The FT is defined as a symmetric second rank tensor which characterizes the arrangement of the microstructural components in a multiphase or porous material [52]. For trabecular samples, the FT is based on the equation of the ellipsoid best-fitted to the Mean Intercept Length (MIL) point cloud, which represents the mean length of material in all directions [53,54]. This FT (**M**) quantifies the trabecular anisotropy through the ellipsoid's orientation and shape, described by the radii M_1, M_2, M_3 (**M**'s eigenvalues).

Indeed, trabecular tissue that regularly undergoes significant anisotropic stress will adapt to it and showcase an oriented architecture. Most bone tissue will be oriented along the principal stress' directions [44–46] and the FT will be prolate in the same direction. On the other hand, trabecular tissue subjected to isotropic stress will be less heavily oriented with an FT closer to a sphere.

In this article, the shape of the FT ellipsoid is described through two ratios Y_1 and Y_2 between radii M_1, M_2, M_3, *eq.*(2).

$$\begin{cases} Y_1 = M_1/M_3 \geq 1 \\ Y_2 = M_1/M_2 \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

With $M_1 \geq M_2 \geq M_3$

For example:

- if both ratios Y_1 and Y_2 are close to 1, the FT ellipsoid will be of spherical shape,
- if Y_1 and Y_2 are high the ellipsoid will be prolate,
- if Y_1 is high and Y_2 is close to 1 the ellipsoid will be oblate.

Two examples comparing trabecular samples' 3D architectures and their MIL-based FT are shown in Fig. 1. These two samples were taken from Doube *et al*'s dataset [55] and analysed through BoneJ2′s anisotropy function [56]. Both samples come from femoral condyles; the first from an Afghan pika (Fig. 1(a)) and the second from an Asian elephant (Fig. 1(b)). MIL-based FT ellipsoids were represented and color-coded based on their first shape ratio Y_1. The more anisotropic sample (a) presents a heavily oriented architecture and a prolate FT ellipsoid. The quasi-isotropic sample (b) shows an FT ellipsoid whose shape is closer to a sphere.

Hence, **M** is a representation of the local trabecular architecture. As a consequence of the trabecular form-function relationship, a mathematical link between **M** and the estimated local mechanical stress should exist. Such a relationship has already been proposed [57]. Hazrati Marangalou *et al.* estimated the state of stress in the human femur during typical physical activity using finite element analysis. Based on this estimation, they estimated FT throughout the bone. They then compared these estimated values with some measured from CT scans of several human femurs. Using likelihood ratio tests, the authors showed less than 10 % of averaged norm differences between estimated and measured FT. Similar results were reproduced for the trotting horse humerus, demonstrating the validity of the relationship in various animal models [58]. The equation used here is adapted from [57] based on the hypothesis that compressive and tensile stresses have the same effect on trabecular architecture [49].

Let $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ be the principal stresses. M_i is the FT radius following the same direction as σ_i. $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ are oriented along vectors $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ respectively, which will be used later in this work.

$$M_i = \frac{|\sigma_i|^{1/4}}{\left(|\sigma_1|^{1/4}\,|\sigma_2|^{1/4}\,|\sigma_3|^{1/4}\right)^{1/3}} \quad (3)$$

With $|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$.

3. Mimicking trabecular form-function relationship in a bio-inspired porous pattern

Hence, the trabecular form-function relationship can be expressed through, ρ_f, FT and their link to the estimated mechanical stress, *eqs.(1) and (3)*. We hypothesise that it is possible to mimic trabecular architecture's optimisation by reproducing its form-function relationship in a bio-inspired porous pattern. Here, the parametric pattern developed for that purpose is first presented. A mathematical model which links pattern parameters, ρ_f and FT is then developed.

3.1. Bio-inspired porous pattern and parameters

To ensure that low volume fraction can be achieved, a pattern with dense packing of porosities was used. Based on crystallographic theory, the face-centred cubic (FCC) pattern was selected as it allows the densest packing of nodes in a given volume. The length of the cube's side is controlled through the pattern size *p*. Then, at each node in the FCC pattern, porosities of ellipsoidal

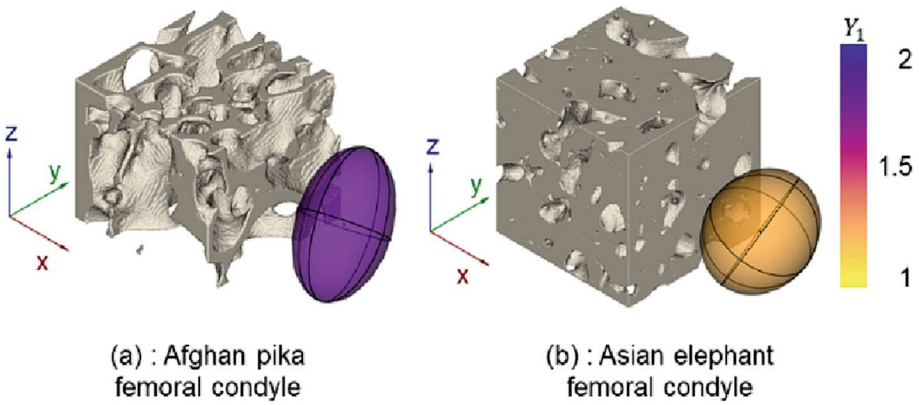


Fig. 1. Fabric Tensor from two bone samples from different species, presenting varying degrees of anisotropy, samples dimensions are 1.29 mm × 1.29 mm × 1.15 mm (a) and 4.02 mm × 4.02 mm × 4.02 mm (b) (dataset: [55]).

shapes were created. The ellipsoid shape was chosen because it ensured C2 continuity within the porosity and reproduced the shape of the MIL-based FT. Porosities' size, shape and orientation are respectively controlled through the size of the ellipsoid's principal semi-axes ($a \leq b \leq c$), the ratios between principal semi-axes (c/a and c/b) and the ellipsoid's axis of rotation (angle θ around an axis **e**). In practice, this bio-inspired porous pattern was implemented using FreeCAD parametric modelling [59] as shown in Fig. 2(a). Porosity parameters are detailed in Fig. 2(b).

In order to compute ρ_f in the bio-inspired porous pattern, crystallographic theory is used. There is the equivalent volume of 4 ellipsoid porosities in a bio-inspired porous FCC pattern. As such, ρ_f in a pattern of size p with porosities dimensions a, b and c, can be obtained through eq.(4).

$$\rho_f = \frac{V_{cube} - 4\,V_{ellipsoid}}{V_{cube}} = 1 - \frac{4\left(\frac{4}{3}\pi\,a\,b\,c\right)}{p^3} \tag{4}$$

As seen in section 2.2, FT characterises the degree of anisotropy and orientation of any porous material. Thus, it is possible to measure an FT for the proposed bio-inspired porous pattern. An example is shown on Fig. 3(a) using a bio-inspired porous pattern that was analysed using BoneJ2′s anisotropy plugin. Measured FT ellipsoid and its dimensions are detailed on Fig. 3(b). As expected:

- FT orientation follows porosity orientation (θ, **e**);
- FT size depends on p and ρ_f;
- FT shape ratios Y_1 and Y_2 depend on porosity shape ratios c/a and c/b.

3.2. Mathematical model between bio-inspired porous pattern parameters and resulting Fabric Tensor

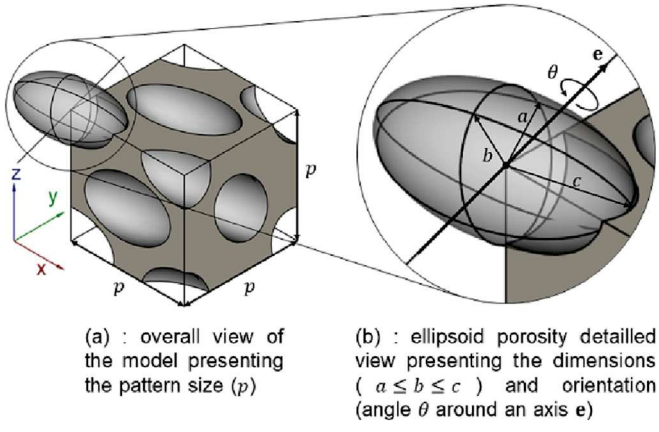
The aim of this section is to establish a mathematical model between pattern parameters, as defined in section 3.1., and resulting FT and volume fraction in the pattern. Subsequently, this model will be used in the 3D mass reduction method (section 4) to calculate a set of parameters that produces a target FT and volume fraction. These target values can be calculated to mimic the trabecular form-function relationship, defined in section 2.

3.2.1. Tested parameters

First, RS factors (x_i) were selected: porosity shape ratios ($x_1 = c/a$, $x_2 = c/b$) and volume fraction ($x_3 = \rho_f$). Variation ranges $[MIN(x_i); MAX(x_i)]$ were defined for each factor, as detailed in Table 1. The variation ranges for porosity shape ratios were selected to cover the widest range of possible architectures whilst maintaining consistency with values observed in different trabecular samples described in the literature [24,60]. Centred-normalised variables (X_1, X_2, X_3), between parenthesis in Table 1, were calculated using *eq.*(5). Two responses were studied: one for each FT shape ratio ($Y_1 = M_1/M_3$ and $Y_2 = M_1/M_2$) as detailed in Table 2.

$$X_i = \frac{2[x_i - MEAN(x_i)]}{MAX(x_i) - MIN(x_i)} \tag{5}$$

Then, following a Design Of Experiment methodology, a set of 15 experiments were generated with the help of Nemrodw software [61,62], describing a cubic experimental domain. Accordingly, 15 bio-inspired porous patterns were generated, voxelised and analysed using BoneJ2′s anisotropy plugin to determine FT components (M_1, M_2, M_3) and response values (Y_1, Y_2). Table 3 gives an overview of the experimental setup, variable values and measured responses.



(a) : overall view of the model presenting the pattern size (p)

(b) : ellipsoid porosity detailled view presenting the dimensions ($a \leq b \leq c$) and orientation (angle θ around an axis **e**)

Fig. 2. Bio-inspired porous pattern model presenting the different parameters.

3.2.2. Generic model

Afterward, a generic mathematical model (GM) was fitted to the results in Table 3 in order to link Y_1 and Y_2 to X_1, X_2 and X_3 using second order polynomials *eqs.(6) and (7)*. Polynomial coefficients were estimated using the pseudo-inverse Method [63].

$$\begin{aligned} Y_{1_{GM}}(n) &= a_{0_{GM}} + a_{1_{GM}}X_1(n) + a_{2_{GM}}X_2(n) + a_{3_{GM}}X_3(n) \\ &+ a_{11_{GM}}X_1^2(n) + a_{22_{GM}}X_2^2(n) + a_{33_{GM}}X_3^2(n) \\ &+ a_{12_{GM}}X_1(n)X_2(n) + a_{13_{GM}}X_1(n)X_3(n) + a_{23_{GM}}X_2(n)X_3(n) \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} Y_{2_{GM}}(n) &= b_{0_{GM}} + b_{1_{GM}}X_1(n) + b_{2_{GM}}X_2(n) + b_{3_{GM}}X_3(n) \\ &+ b_{11_{GM}}X_1^2(n) + b_{22_{GM}}X_2^2(n) + b_{33_{GM}}X_3^2(n) \\ &+ b_{12_{GM}}X_1(n)X_2(n) + b_{13_{GM}}X_1(n)X_3(n) + b_{23_{GM}}X_2(n)X_3(n) \end{aligned} \tag{7}$$

With $X_i(n)$ the variable values for a given experiment n, a_{iGM}, $b_{i_{GM}}$ the model coefficients for $Y_{1_{GM}}$ and $Y_{2_{GM}}$ respectively. This first mathematical model, called the Generic Model (GM), can be refined to further improve accuracy.

3.2.3. Refined model

In order to refine GM, non-significant variables must be removed. To do so, predicted responses were estimated which differ from measured responses. The difference for each experiment n can be quantified using residues $R_1(n)$ and $R_2(n)$ in *eq.(8)*.

$$\begin{cases} R_1(n) = Y_1(n) - Y_{1_{GM}}(n) \\ R_2(n) = Y_2(n) - Y_{2_{GM}}(n) \end{cases} \tag{8}$$

Based on these residues, Standard Deviations $SD(Y_1)$, $SD(Y_2)$ can be computed using *eq.(9)*.

$$SD(Y_i) = \sqrt{\frac{1}{N_e - N_f}\sum_{n=1}^{N_e} R_i(n)^2} \tag{9}$$

With N_e the number of experiments, N_f the number of coefficients in the equations (which will decrease during decimation). The following process was followed to obtain the Refined Model (RM):

- Coefficients a_{iGM}, $b_{i_{GM}}$ were removed one after the other in inverse order of influence, suppressing the the associated variable.
- Coefficients were re-estimated using the pseudo-inverse method.
- Residues ($R_1(n)$, $R_2(n)$) and standard deviations ($SD(Y_1)$, $SD(Y_2)$) were re-calculated.

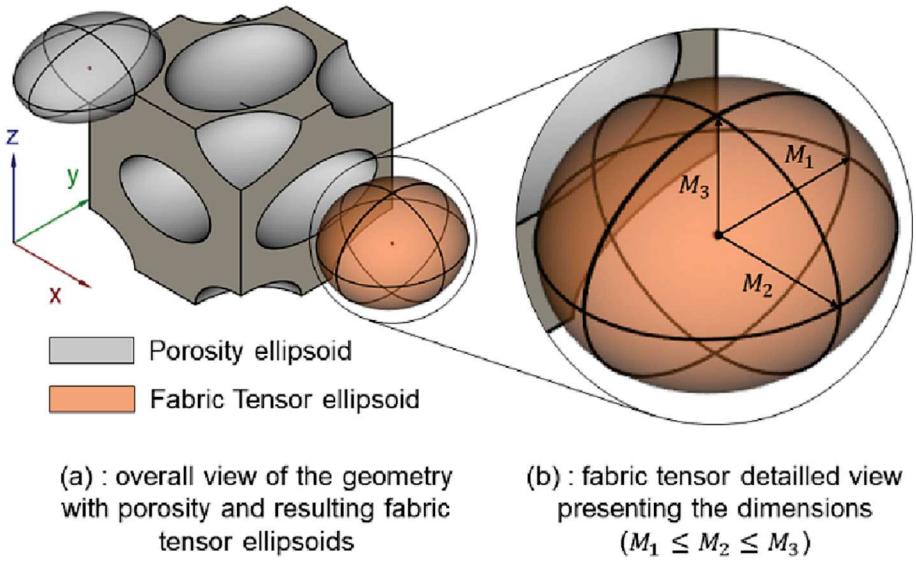


Fig. 3. Comparison between bio-inspired porous pattern geometry and resulting Fabric Tensor.

Table 1
Model factors and value ranges, corresponding centred-normalised variables are written in parenthesis.

Factor		Definition	MIN	MEAN	MAX
$\frac{c}{a}$	(X_1)	1st porosity shape ratio	1.00 (-1)	1.50 (0)	2.00 (1)
$\frac{c}{b}$	(X_2)	2nd porosity shape ratio	1.00 (-1)	1.50 (0)	2.00 (1)
ρ_f	(X_3)	Volume fraction	0.20 (-1)	0.55 (0)	0.90 (1)

Table 2
Model responses.

Response		Definition
$\frac{M_1}{M_3}$	(Y_1)	1st Fabric Tensor shape ratio
$\frac{M_1}{M_2}$	(Y_2)	2nd Fabric Tensor shape ratio

$SD(Y_1)$ and $SD(Y_2)$ were mapped throughout the refining process to study the evolution of accuracy, as shown on Fig. 4. Removed parameters at every decimation step are given on the x-axis.

Standard deviations are stable at first but removing parameters a_{13} and b_{23} produces a break in the standard deviation curves. Further steps significantly increase standard deviations. The refining process was stopped before that step, parameters a_1, a_3 and a_{13}; b_2, b_3 and b_{23} were kept resulting in the Refined Model (RM) *eqs. (10) and (11)*.

Table 4 *and* Table 5 give GM and RM coefficients for Y_1 and Y_2 respectively.

$$Y_{1_{RM}} = a_{0_{RM}} + a_{1_{RM}} X_1 + a_{3_{RM}} X_3 + a_{13_{RM}} X_1 X_3 \tag{10}$$

$$Y_{2_{RM}} = b_{0_{RM}} + b_{2_{RM}} X_2 + b_{3_{RM}} X_3 + b_{23_{RM}} X_2 X_3 \tag{11}$$

To illustrate that no significant errors are committed because of the refining process, RS were mapped for ($Y_{1_{GM}}$, $Y_{2_{GM}}$, $Y_{1_{RM}}$, $Y_{2_{RM}}$) as presented in Fig. 5 *and* Fig. 6. 4D space is necessary to represent all 3 variables (X_1, X_2, X_3) along with predicted responses. To achieve this, variables are mapped along each axis in 3D space. At different

Table 3
Set of experiments (X_i values generated by Nemrodw) and corresponding measured responses.

Experiment number (n)	$\frac{c}{a}(X_1)$	$\frac{c}{b}(X_2)$	$\rho_f(X_3)$	Y_1	Y_2
1	1 (-1)	1 (-1)	0.2 (-1)	1.003	1.001
2	2 (1)	1 (-1)	0.2 (-1)	2.032	1.019
3	1 (-1)	2 (1)	0.2 (-1)	1.009	1.994
4	2 (1)	2 (1)	0.2 (-1)	1.562	1.554
5	1 (-1)	1 (-1)	0.9 (1)	1.015	1.010
6	2 (1)	1 (-1)	0.9 (1)	1.165	1.016
7	1 (-1)	2 (1)	0.9 (1)	1.008	1.175
8	2 (1)	2 (1)	0.9 (1)	1.127	1.119
9	1 (-1)	1.5 (0)	0.55 (0)	1.009	1.187
10	2 (1)	1.5 (0)	0.55 (0)	1.302	1.147
11	1.5 (0)	1 (-1)	0.55 (0)	1.182	1.012
12	1.5 (0)	2 (1)	0.55 (0)	1.144	1.298
13	1.5 (0)	1.5 (0)	0.2 (-1)	1.148	1.146
14	1.5 (0)	1.5 (0)	0.9 (1)	1.084	1.072
15	1.5 (0)	1.5 (0)	0.55 (0)	1.154	1.152

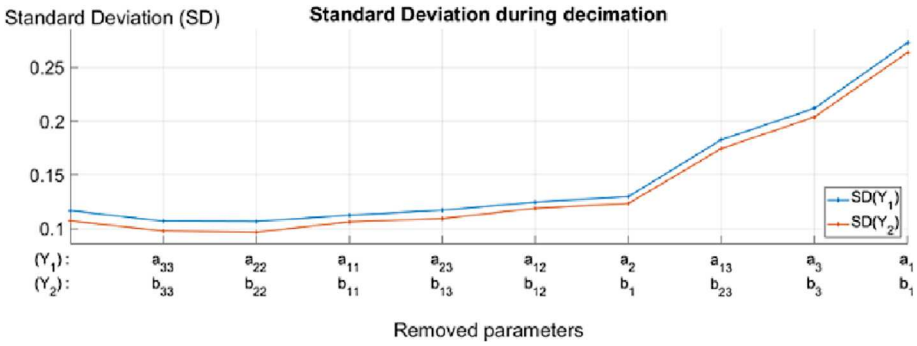


Fig. 4. Standard Deviation evolution during parameter decimation to obtain the refined model.

Table 4
Y_1 coefficients before and after parameter decimation.

Coefficients	Generic Model	Refined Model
a_0	1.114	1.196
a_1	0.214	0.214
a_2	−0.055	
a_3	−0.135	−0.135
a_{11}	0.052	
a_{22}	0.059	
a_{33}	0.012	
a_{12}	−0.063	
a_{13}	−0.164	−0.164
a_{23}	0.053	

Table 5
Y_2 coefficients before and after parameter decimation.

Coefficients	Generic Model	Refined Model
b_0	1.113	1.193
b_1	−0.051	
b_2	0.208	0.208
b_3	−0.132	−0.132
b_{11}	0.064	
b_{22}	0.052	
b_{33}	0.005	
b_{12}	−0.065	
b_{13}	0.046	
b_{23}	−0.157	−0.157

points in this 3D space, spheres of varying radius and colour represent estimated response. More details about the 4D mapping procedure can be found in [64]. These 4D maps help visually compare prediction capabilities of GM and RM and confirms that the refining process doesn't alter the capabilities in a significant manner as seen Fig. 4 through the variation of standard deviation.

Based on RM equations *eqs. (10) and (11)*, RM coefficients (Table 4 *and* Table 5) and the expressions of the centred-normalised variables (X_1, X_2, X_3), FT shape ratios ($Y_1 = M_1/M_3$ and $Y_2 = M_1/M_2$) can be expressed as a function of bio-inspired porous pattern parameters ($c/a,\ c/b,\ \rho_f$) resulting in *eq.(12)*:

$$\begin{cases} \frac{M_1}{M_3} = -0.0069 + 0.9433\ \frac{c}{a} + 1.019\ \rho_f - 0.937\ \frac{c}{a}\ \rho_f \\ \frac{M_1}{M_2} = 0.036 + 0.909\ \frac{c}{b} + 0.968\ \rho_f - 0.897\ \frac{c}{b}\ \rho_f \end{cases} \tag{12}$$

These equations were mapped in 3D space (2 axes for pattern parameters and 1 axis for FT shape ratio) in order to visualise pattern parameters' influence on FT shape ratios. These 3D maps are presented in Fig. 7.

4. 3D mass reduction method inspired from trabecular bone

The mathematical model *eq.(12)* describes the influence of bio-inspired porous pattern parameters on the resulting FT. It can predict FT in the pattern based on the set of parameters. Conversely, it can be used to determine the parameters that produce a target FT and volume fraction in the pattern. Based on this mathematical model, it is possible to mimic the trabecular form-function relationship in a mechanical part. For that purpose, a 3D bio-inspired mass reduction algorithm is established here. This algorithm, detailed in Fig. 8, takes the initial part geometry and loading case as input and outputs a lightweight part geometry.

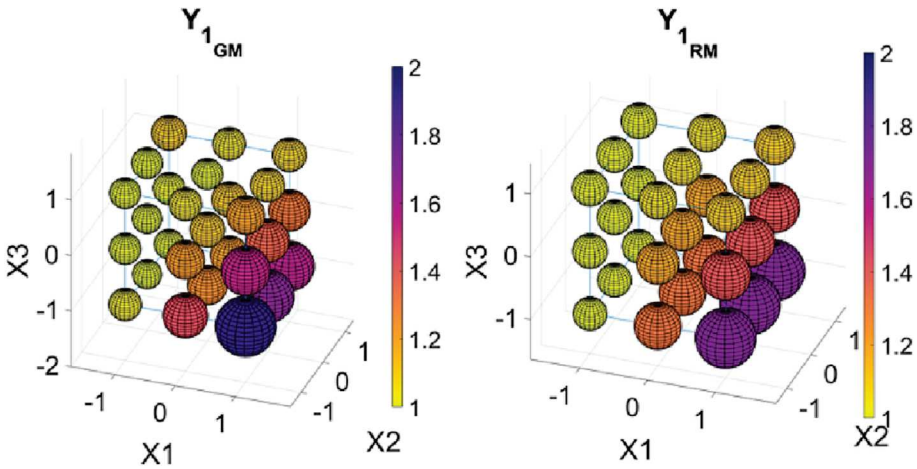


Fig. 5. Y_1 4D response surface comparison between generic model and refined model.

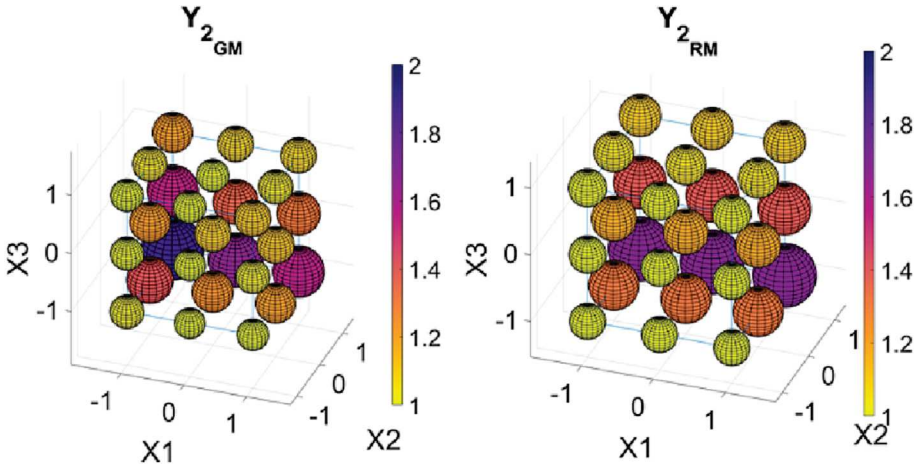


Fig. 6. Y_2 4D response surface comparison between generic model and refined model.

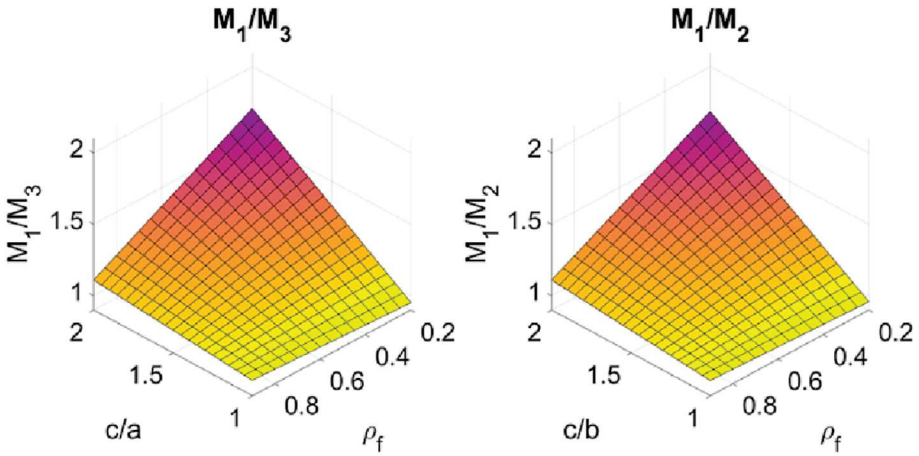


Fig. 7. Y_1 and Y_2 3D response surfaces after parameter decimation.

The initial part geometry is meshed and the local stress tensor at every node is calculated through FEA based on the loading case. This represents the stress field throughout the initial mechanical part. In parallel, nodes are distributed throughout the initial geometry along an FCC pattern of size p. Pattern size p is computed based on the initial part size in a way that mimics trabecular scaling [50]. Both meshes are compared and the corresponding FEA stress tensor is found for every node in the FCC pattern. At each node of the FCC pattern:

- using the sub-algorithm detailed in Fig. 9, both bio-inspired target values for FT and ρ_f are calculated through *eqs.(1) and (3).*
- through *eq.(12),* the pattern parameters necessary to produce the target FT and ρ_f are computed and an ellipsoid porosity is generated.

Note that in the proposed mass reduction method, each porosity will be computed as a function of local stress estimated at the closest FEA node in its vicinity. Hence, in a given FCC unit cells, the porosities will vary in shape, size and orientation. This differs from the geometries used in section 3.2. in which porosities in the FCC unit cell were homogeneous. The fact that individual porosities are positioned at each nodes of the FCC pattern ensures continuity in the overall part.

Through this algorithm, the resulting part mimics the FT and ρ_f gradients that would exist in trabecular bone subjected to the same stress gradient as the initial part. The relevance of the presented 3D bio-inspired mass reduction method was mechanically tested and is presented in the following section.

5. Proof of concept of proposed 3D bio-inspired mass reduction method: 3-point bending case

5.1. Experiment setup

Hence, a 3-point bending case was considered to test the potential of the proposed 3D bio-inspired mass reduction method. 3 designs of equal mass were compared:

- One bio-inspired from mammalian bone in 2D and extruded (BI2.5D) (adapted from [50]);
- One designed using topology optimisation (TO) (adapted from [50]);
- One created with the proposed method (BI3D).

The initial tested beam dimensions are 150 mm × 30 mm × 30 mm. These dimensions were selected based on Audibert *et al.*'s experimental conditions to ease comparison.

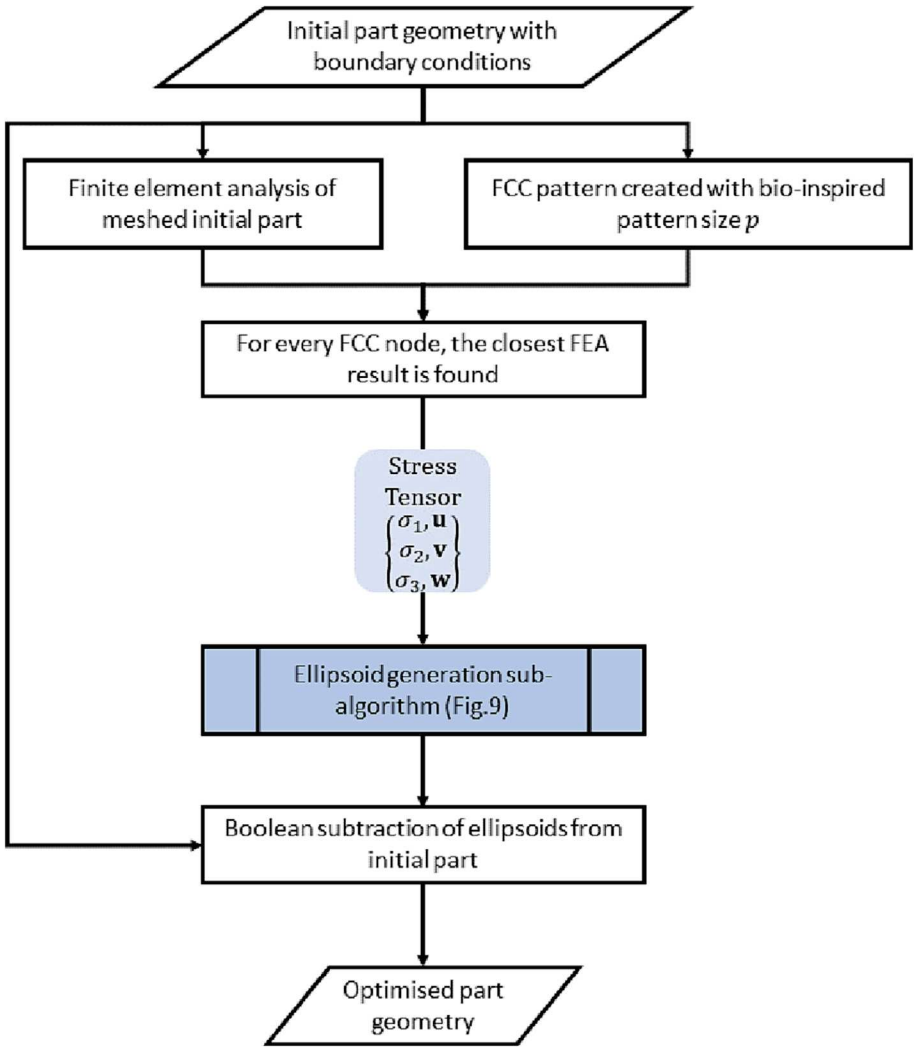


Fig. 8. Mass reduction algorithm.

First, a finite element analysis of the initial 3-point bending beam was conducted using CATIA simulate workbench. The part was meshed with first-order tetrahedral elements of size 2.5 mm. Boundary conditions were applied according to Fig. 10 which illustrates the Von Mises stress found in a solid 3-point bending beam.

BI3D was designed by applying the proposed mass-reduction algorithm to the initial part based on the resulting stress field. Since we seek to compare BI3D to Audibert *et al.*'s samples, the same pattern size $p = 3mm$ was chosen. In their work, the pattern size was calculated based on an equation that reproduces the allometric scaling between trabecular pattern and species size. All 3 designs are shown in Fig. 11. By comparing Fig. 10 *and* Fig. 11, it is possible to see how the local Von Mises stress amplitude in the initial part influences the bio-inspired porous architecture in BI3D. This is a good illustration of how the proposed mass reduction algorithm works.

The beams were manufactured under the same conditions using plastic filament extrusion on a Volumic STREAM 30 Dual Mk.2. Process parameters were:

- Material: Polylactic acid compound (UNIVERSAL ULTRA - PLC)
- Layer thickness: 0.15 mm
- Nozzle temperature: 235 °c
- Tray temperature: 65 °c
- Infill density: 100%

This resulted in 3 beams with respective masses of:

- M_{BI3D} = 106.76 g (theoretical mass based on slicer software Cura: M_{BI3D}=106 g)
- $M_{BI2.5D}$ = 103.29 g (theoretical mass based on slicer software Cura: $M_{BI2.5D}$=103 g)
- M_{TO} = 103.29 g (theoretical mass based on slicer software Cura: M_{TO}=103 g)

5.2. Mechanical testing results

The aforementioned 3 beams were subjected to 3-point bending tests as shown in Fig. 12. During testing, a cylindrical metal pusher applies displacement (δ) on the upper beam face. Beams are supported by metal cylinders spaced 130 mm apart (10 mm from the edges). Plastic 3D printed supports which ensure correct positioning are installed on a multicomponent dynamometer through which vertical force (F_z) is measured. Then, F_z was plotted as a function of δ and measured points were fitted (least square method) to a linear function of form $F_z = A.\delta + B$ with A the slope and B the intercept. A represents the bending stiffness of the tested beam design which was chosen as an indicator of mechanical performance.

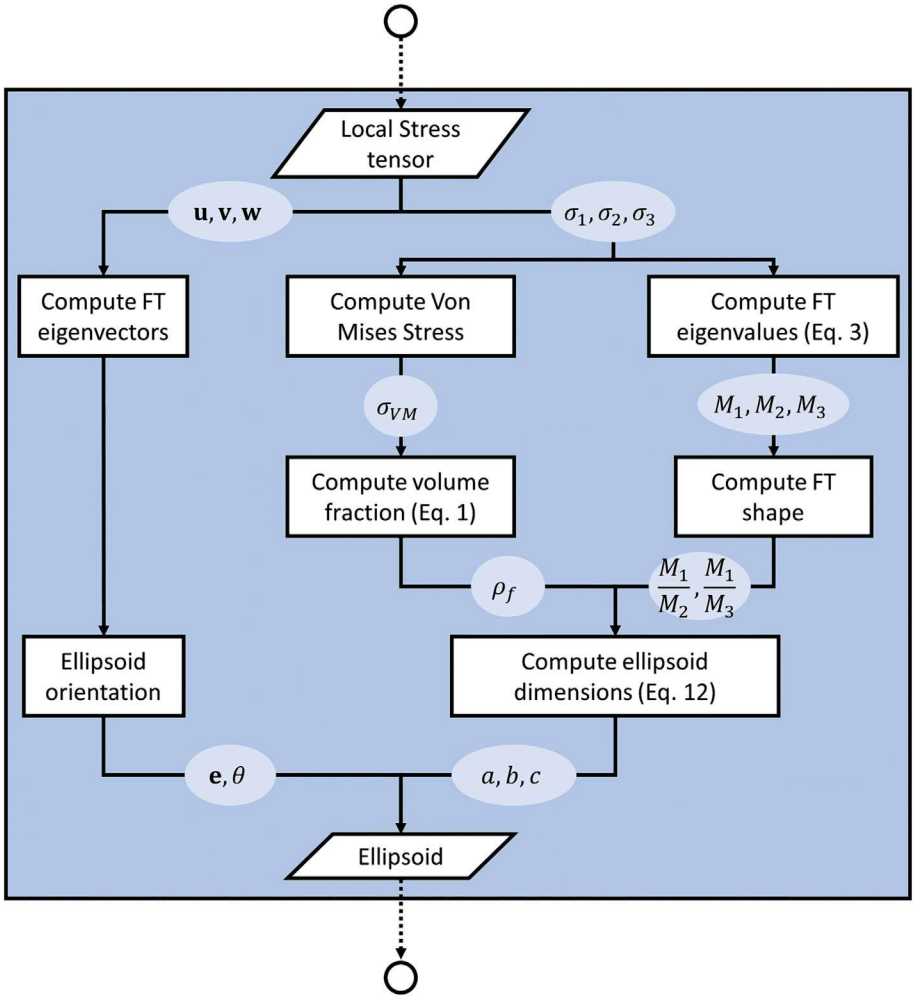


Fig. 9. Ellipsoid generation sub-algorithm.

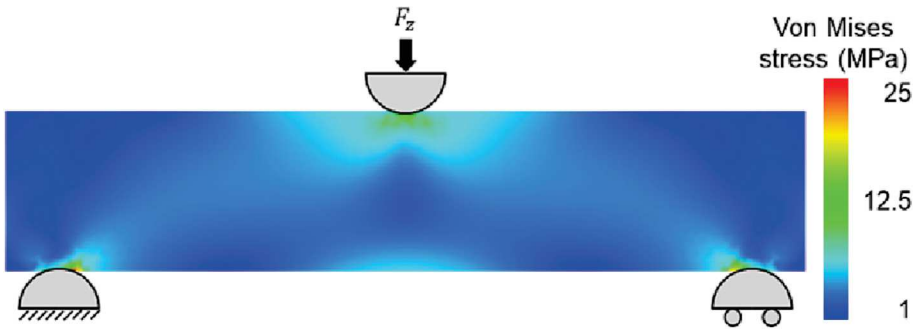


Fig. 10. Von Mises stress field in a solid beam subjected to 3-point bending.

Fig. 13 compares the bending stiffness of the different designs. The 2.5D bio-inspired beam design taken from Audibert *et al.* [50] was taken as reference for comparison. TO shows 21 % decrease in bending stiffness when compared to BI2.5D, which confirms results from [50]. BI3D shows a 66 % increase in bending stiffness when compared to BI2.5D or a 111 % increase when compared to TO (more than twice as stiff).

6. Discussion

In this article, a 3D mass reduction method bio-inspired from the trabecular form-function relationship was presented. Currently, the expression of the trabecular form-function relationship is still being investigated in the biomechanical literature. In particular, it is still debated whether fabric tensor aligns with principal stress directions in trabecular bone [57]. Indeed, during its lifetime, a bone will be subjected to a wide range of loading conditions. Depending on the loading condition, principal stress will vary inside the bone on a short time scale. This could also be due to the complexity of the metabolic phenomenon involved in bone remodelling. Still, Musy *et al.* have shown that variations in trabecular mechanical properties can be explained up to 76% through variations in volume fraction and up to 98% when both volume fraction and fabric tensor are considered [48]. Hence in this article,

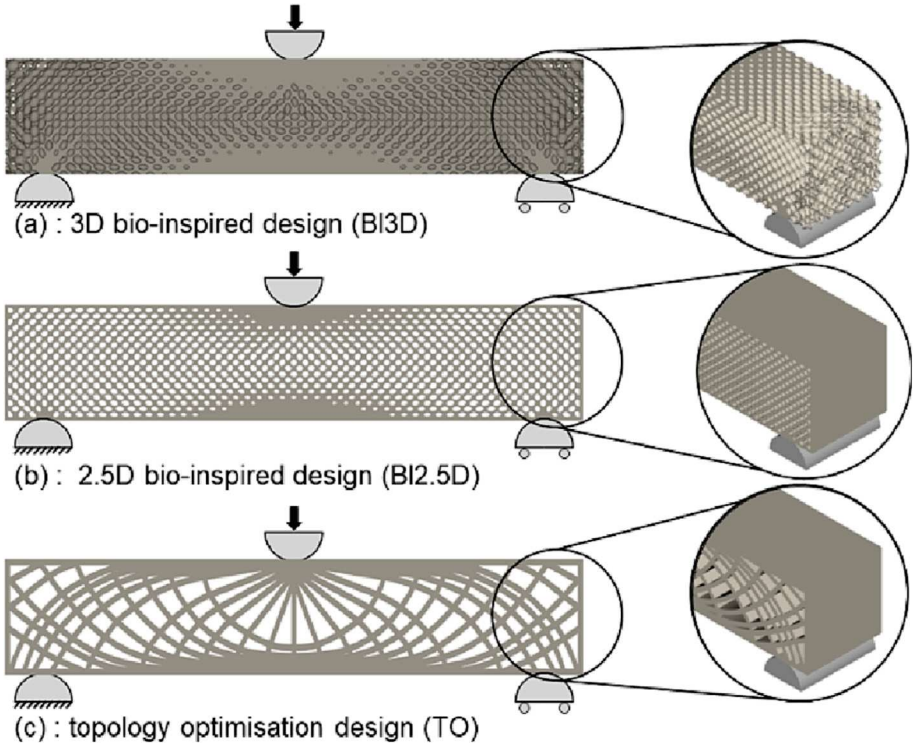


Fig. 11. 3-point bending beam designs.

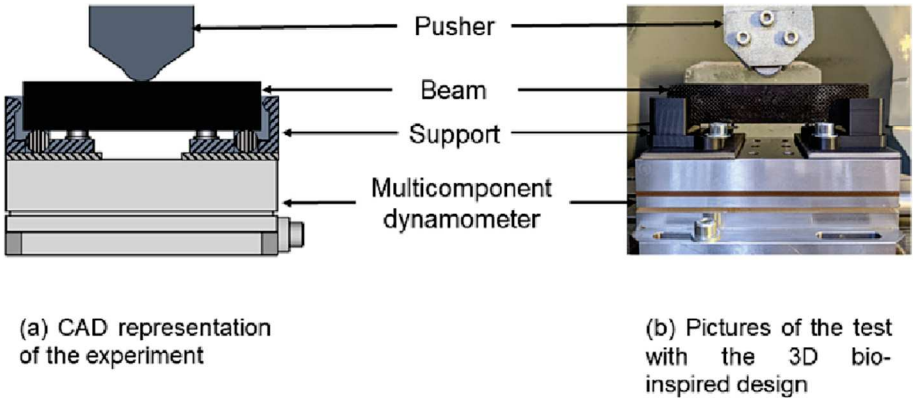


Fig. 12. 3-point bending test.

to reflect the work of several authors [49,57,60], the choice was made to align FT with principal stress. To abstract the complex trabecular form-function relationship, two equations were selected in the literature. These equations link mechanical stress to characteristics of the trabecular architecture: Audibert *et al.* showed that Von Mises stress σ_{VM} could be used to estimate volume fraction [50] and Hazrati Marangalou *et al.* showed that principal stress could be used to estimate fabric tensor [57].

Our results highlight that porosity shape ratio in the bio-inspired porous pattern has a strong influence on FT shape and thus on the anisotropic mechanical behaviour of the material. Indeed, based on *eqs. (10) and (11)* and their respective coefficients in Table 4 *and* Table 5, it is apparent that the first and second FT shape ratios (Y_1, Y_2) in the chosen bio-inspired porous pattern will vary based on the first and second porosity shape ratios (X_1, X_2) respectively. This is expected as the first porosity shape ratio will influence the amount of material in its plane which directly impacts the first FT shape ratio. The second porosity shape ratio doesn't have any significant influence on the first FT shape ratio in the studied data range. On the contrary, the second FT shape ratio is mostly dependant on the second porosity shape ratio; the first porosity shape ratio doesn't have significant influence. The coefficients are positive for both equations which means that the porosity shape directly influence FT shape in the same direction.

The implemented decimation of the model highlights that there's a linear relationship between porosity shape, volume fraction and FT shape. Indeed, based on Fig. 4, coefficients associated with squared variables ($a_{11}, a_{22}, a_{33}, b_{11}, b_{22}, b_{33}$) are the first to be removed when the model is refined. This explains why the first decimation steps don't have much influence on standard deviations and on the prediction capabilities of both models, as illustrated in Fig. 5 and Fig. 6. At first, refining the model transforms the second order polynomials into a linear model which allows precise prediction. Further simplification of the model doesn't take the whole phenomenon into account and is less precise. Hence, the refining was stopped before precision decreased significantly.

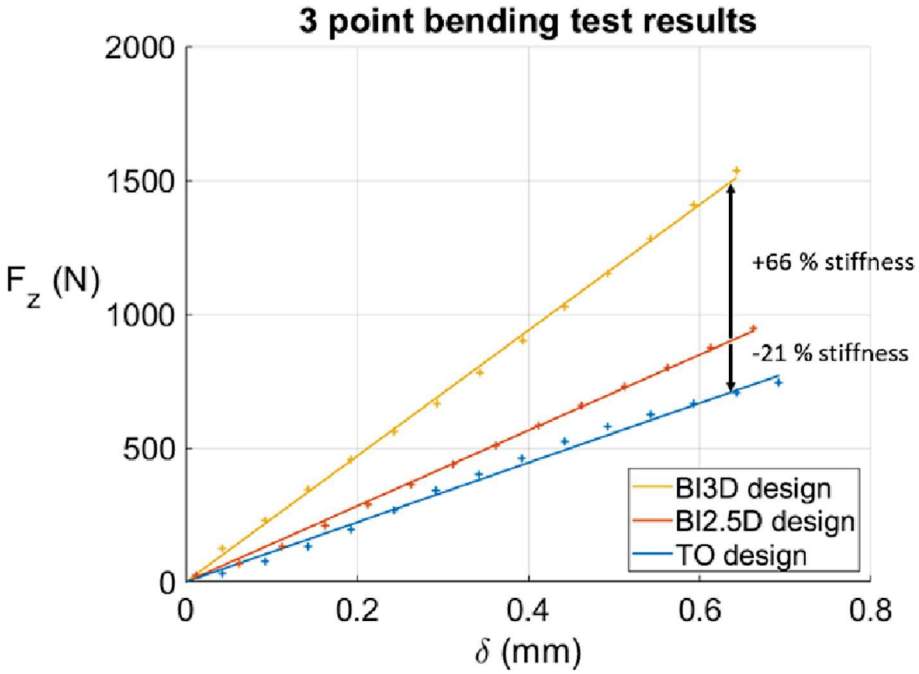


Fig. 13. 3-point bending test results for the different tested beam designs.

Furthermore, results show that volume fraction has an influence on both FT shape ratios, especially for low volume fraction. This is apparent in Fig. 7 which presents the influence of porosity shape and volume fraction on FT shape. For low volume fraction, porosity shape will highly influence the resulting FT shape whereas that's not the case for high volume fraction. This is partly due to the cross coefficient in both equations. Indeed, geometry will change heavily depending on the volume fraction for the same porosity shape. For different patterns with the same porosity shape, the ones with lower volume fraction (less material) will be more anisotropic.

Regarding the geometry of parts optimised with the proposed mass reduction method, Fig. 11 shows that porosities in BI3D are oriented along the principal stress directions in accordance with the algorithm. This is also the case for BI2.5D. Furthermore, no porosities appear in the vicinity of contact zones for both BI2.5D and BI3D. This is consistent with Fig. 10 which shows that these are the most stressed areas. These areas would, in long bones, showcase cortical rather than trabecular bone. On the other hand, areas of low stress are highly porous as can be seen in the detailed views in Fig. 11. The architecture in these areas is very open and resembles trabecular samples such as the ones shown in Fig. 1.

As presented in Fig. 13, all 3 beam designs deform linearly based on applied vertical displacement. This is consistent with the behaviour of a solid beam submitted to 3-point bending which indicates that macrostructure dictates mechanical behaviour. But, despite being of equal mass, all 3 designs have different bending stiffness which confirms that microstructure influences mechanical performance. Compared to TO, a mass reduction method widely used in various industries, both BI2.5D and BI3D show higher bending stiffness. Indeed, both architectures present a network of small porosities which are able to evenly spread mechanical stresses whereas TO presents slender beams which might be subject to buckling. This showcases the potential of bio-inspired mass reduction methods for mechanical design in a variety of industrial sectors. In particular, BI3D showcases a significant increase in bending stiffness compared to BI2.5D and TO. This increase in mechanical behaviour could be explained by the fact that BI3D is a 3-dimensional architecture whereas the other two are extruded 2-dimensional architectures. This hints to the fact that even for planar symmetric loading conditions (3)-point bending) 3D architectures may be relevant for optimisation of mechanical properties.

7. Conclusion

This work sought to establish a 3D mass reduction method that draws inspiration from the trabecular bone form-function relationship.

A bio-inspired porous FCC pattern with ellipsoid porosities was built in order to mimic trabecular bone's volume fraction and Fabric Tensor. A mathematical model was built and refined in order to understand the influence of pattern parameters on the resulting Fabric Tensor. This enables the calculation of pattern parameters which reproduce target volume fraction and Fabric Tensor.

Based on that knowledge, a 3D bio-inspired mass reduction method was proposed. Using the inputted initial part geometry and loading case, it estimates the stress field using FEA, calculates target volume fraction and Fabric Tensor gradients based on trabecular form-function relationship and generates ellipsoid porosities throughout the part. It then outputs the resulting light-weighted part.

The proposed mass reduction method was tested using 3-point bending experiments. Two bending beam designs of equal mass were taken from a previous study. A third design was generated using the proposed mass reduction method in order to achieve the same mass. Based on the results of these experiments, the proposed 3D mass reduction method allows for a 66 % increase in bending stiffness at equal mass when compared to Audibert *et al's* 2.5D method and a 111 % increase when compared to topology optimisation. Hence, the proposed mass reduction method has great potential for mechanical design in a variety of industrial sectors.

The main contributions of this article are:

(i) The complex trabecular form-function relationship was condensed into 2 equations. The first links volume fraction to the Von Mises stress. The second links Fabric Tensor eigenvalues to principal stress.
(ii) A bio-inspired porous pattern was proposed to reproduce the trabecular form-function relationship. This pattern's geometry adapts to stress based on a mathematical model.
(iii) Based on the aforementioned bio-inspired porous pattern, a 3D mass reduction method was established. In this method, size, orientation and shape of elliptical porosities is locally adapted to the state of stress.
(iv) In 3-point bending, the proposed 3D mass reduction method result is more than twice as stiff, at equal mass, when compared to topology optimization.

The proposed method is adequate for statically loaded parts manufactured through material extrusion methods. Nonetheless, for parts loaded dynamically, the fatigue behaviour of the resulting architectures should be investigated. Furthermore, to broaden the scope to powder-bed fusion methods, the architectures should be modified to ensure that all un-melted powders can be removed.

CRediT authorship contribution statement

Nicolas Cadoret: Conceptualization, Data curation, Formal analysis, Investigation, Methodology, Resources, Software, Visualization, Writing – original draft, Writing – review & editing. **Julien Chaves-Jacob:** Conceptualization, Formal analysis, Funding acquisition, Investigation, Methodology, Project administration, Resources, Software, Supervision, Validation, Visualization, Writing – review & editing. **Jean-Marc Linares:** Conceptualization, Formal analysis, Funding acquisition, Investigation, Methodology, Project administration, Supervision, Validation, Visualization, Writing – review & editing.

Data availability

Data will be made available on request.

Declaration of Competing Interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Acknowledgment

The experimental equipment was funded by the European Community, French Ministry of Research and Education and Aix-Marseille Conurbation Community.

References

[1] IPCC 2021: Summary for policymakers, in: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, Cambridge University Press, 2021.
[2] A. du Plessis, C. Broeckhoven, I. Yadroitsava, I. Yadroitsev, C.H. Hands, R. Kunju, D. Bhate, Beautiful and functional: a review of biomimetic design in additive manufacturing, Additive Manuf. 27 (2019) 408–427, https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.03.033.
[3] D. O'Connor, Additive manufacturing for production, Altair (2020). https://www.altair.com/resource/additive-manufacturing-for-production.
[4] B. Blakey-Milner, P. Gradl, G. Snedden, M. Brooks, J. Pitot, E. Lopez, M. Leary, F. Berto, A. du Plessis, Metal additive manufacturing in aerospace: a review, Mater. Design. 209 (2021), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.110008 110008.
[5] L.R. Meza, S. Das, J.R. Greer, Strong, lightweight, and recoverable three-dimensional ceramic nanolattices, Science 345 (2014) 1322–1326, https://doi.org/10.1126/science.1255908.
[6] M.F. Ashby, Materials selection in mechanical design, Elsevier Science, 2016.
[7] A.M. Torres, A.A. Trikanad, C.A. Aubin, F.M. Lambers, M. Luna, C.M. Rimnac, P. Zavattieri, C.J. Hernandez, Bone-inspired microarchitectures achieve enhanced fatigue life, PNAS. 116 (2019) 24457–24462, https://doi.org/10.1073/pnas.1905814116.
[8] L.J. Gibson, Biomechanics of cellular solids, J. Biomechanics 38 (2005) 377–399, https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2004.09.027.
[9] P. Fratzl, R. Weinkamer, Nature's hierarchical materials, Progress in Mater. Sci. 52 (2007) 1263–1334, https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2007.06.001.
[10] S.E. Naleway, M.M. Porter, J. McKittrick, M.A. Meyers, Structural design elements in biological materials: application to bioinspiration, Adv. Mater. 27 (2015) 5455–5476, https://doi.org/10.1002/adma.201502403.
[11] N. Reznikov, R. Shahar, S. Weiner, Bone hierarchical structure in three dimensions, Acta Biomaterialia. 10 (2014) 3815–3826, https://doi.org/10.1016/j.actbio.2014.05.024.
[12] G. Byrne, D. Dimitrov, L. Monostori, R. Teti, F. van Houten, R. Wertheim, Biologicalisation: biological transformation in manufacturing, CIRP J. Manuf. Sci. Technol. 21 (2018) 1–32, https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2018.03.003.
[13] I. Goda, M. Assidi, S. Belouettar, J.F. Ganghoffer, A micropolar anisotropic constitutive model of cancellous bone from discrete homogenization, J. Mechanical Behavior of Biomed. Mater. 16 (2012) 87–108, https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2012.07.012.
[14] I. Goda, R. Rahouadj, J.-F. Ganghoffer, Size dependent static and dynamic behavior of trabecular bone based on micromechanical models of the trabecular architecture, Int. J. Eng. Sci. 72 (2013) 53–77, https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2013.06.013.
[15] S. Burgess, A review of linkage mechanisms in animal joints and related bioinspired designs, Bioinspir. Biomim. 16 (2021), https://doi.org/10.1088/1748-3190/abf744 041001.
[16] R. Oftadeh, M. Perez-Viloria, J.C. Villa-Camacho, A. Vaziri, A. Nazarian, Biomechanics and mechanobiology of trabecular bone: a review, J. Biomechanical Eng. 137 (2015), https://doi.org/10.1115/1.4029176 010802.
[17] H.M. Frost, Bone mass and the mechanostat: a proposal, Anat. Rec. 219 (1987) 1–9, https://doi.org/10.1002/ar.1092190104.
[18] H.M. Frost, Bone's mechanostat: a, update, Anat. Rec. 275A (2003) 1081–1101, https://doi.org/10.1002/ar.a.10119.
[19] J. Park, A. Sutradhar, J.J. Shah, G.H. Paulino, Design of complex bone internal structure using topology optimization with perimeter control, Computers in Biol. Med. 94 (2018) 74–84, https://doi.org/10.1016/j.compbiomed.2018.01.001.
[20] C. Boyle, I.Y. Kim, Three-dimensional micro-level computational study of Wolff's law via trabecular bone remodeling in the human proximal femur using design space topology optimization, J. Biomechanics 44 (2011) 935–942, https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2010.11.029.
[21] M. Huo, S. He, Y. Zhang, Y. Feng, J. Lu, Simulation on bone remodeling with stochastic nature of adult and elderly using topology optimization algorithm, J. Biomechan. 136 (2022), https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2022.111078 111078.
[22] R. Huiskes, H. Weinans, H.J. Grootenboer, M. Dalstra, B. Fudala, T.J. Slooff, Adaptive bone-remodeling theory applied to prosthetic-design analysis, J. Biomechan. 20 (1987) 1135–1150, https://doi.org/10.1016/0021-9290(87)90030-3.
[23] K. Tsubota, T. Adachi, Y. Tomita, Functional adaptation of cancellous bone in human proximal femur predicted by trabecular surface remodeling simulation toward uniform stress state, J. Biomechan. 35 (2002) 1541–1551, https://doi.org/10.1016/S0021-9290(02)00173-2.
[24] K. Tsubota, Y. Suzuki, T. Yamada, M. Hojo, A. Makinouchi, T. Adachi, Computer simulation of trabecular remodeling in human proximal femur using large-scale voxel FE models: approach to understanding Wolff's law, J. Biomechan. 42 (2009) 1088–1094, https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2009.02.030.
[25] I. Goda, J.-F. Ganghoffer, G. Maurice, Combined bone internal and external remodeling based on Eshelby stress, Int. J. Solids and Struct.. 94–95 (2016) 138–157, https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2016.04.036.
[26] I. Goda, J.-F. Ganghoffer, S. Czarnecki, P. Wawruch, T. Lewiński, Optimal internal architectures of femoral bone based on relaxation by homogenization and isotropic material design, Mechan. Res. Commun. 76 (2016) 64–71, https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2016.06.007.
[27] C. Pan, Y. Han, J. Lu, Design and optimization of lattice structures: a review, Appl. Sciences 10 (2020) 6374, https://doi.org/10.3390/app10186374.
[28] X. Wang, L. Zhu, L. Sun, N. Li, Optimization of graded filleted lattice structures subject to yield and buckling constraints, Mater.& Design 206 (2021), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.109746 109746.
[29] A.L. Ruschel, A.F. Samuel, M.C. Martinez, M.R. Begley, F.W. Zok, A 3D bi-material lattice concept for tailoring compressive properties, Mater. & Design. 224 (2022), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.111265 111265.
[30] H.-Y. Lei, J.-R. Li, Z.-J. Xu, Q.-H. Wang, Parametric design of Voronoi-based lattice porous structures, Mater. & Design 191 (2020), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2020.108607 108607.
[31] J. Deering, K.I. Dowling, L.-A. DiCecco, G.D. McLean, B. Yu, K. Grandfield, Selective Voronoi tessellation as a method to design anisotropic and biomimetic implants, J. Mechan. Behavior of Biomed. Mater. 116 (2021), https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2021.104361 104361.

[32] M. Fantini, M. Curto, F. De Crescenzio, A method to design biomimetic scaffolds for bone tissue engineering based on Voronoi lattices, Virtual and Phys. Prototyping 11 (2016) 77–90, https://doi.org/10.1080/17452759.2016.1172301.
[33] M. Fantini, M. Curto, Interactive design and manufacturing of a Voronoi-based biomimetic bone scaffold for morphological characterization, Int. J. Interact Des. Manuf. 12 (2018) 585–596, https://doi.org/10.1007/s12008-017-0416-x.
[34] J. Li, D. Guo, J. Li, X. Wei, Z. Sun, B. Yang, T. Lu, P. Ouyang, S. Chang, W. Liu, X. He, Irregular pore size of degradable bioceramic Voronoi scaffolds prepared by stereolithography: osteogenesis and computational fluid dynamics analysis, Mater. Design. 224 (2022), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.111414 111414.
[35] A. Viswanath, K.A. Khan, I. Barsoum, Design of novel isosurface strut-based lattice structures: effective stiffness, strength, anisotropy and fatigue properties, Mater. & Design 224 (2022), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.111293 111293.
[36] J. Shi, L. Zhu, L. Li, Z. Li, J. Yang, X. Wang, A TPMS-based method for modeling porous scaffolds for bionic bone tissue engineering, Sci. Rep. 8 (2018) 7395, https://doi.org/10.1038/s41598-018-25750-9.
[37] D. Li, N. Dai, Y. Tang, G. Dong, Y.F. Zhao, Design and optimization of graded cellular structures with triply periodic level surface-based topological shapes, J. Mechanical Design 141 (2019), https://doi.org/10.1115/1.4042617.
[38] D.W. Abueidda, M. Elhebeary, C.-S. (Andrew) Shiang, S. Pang, R.K. Abu Al-Rub, I.M. Jasiuk, Mechanical properties of 3D printed polymeric Gyroid cellular structures: experimental and finite element study, Mater. & Design. 165 (2019), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.107597 107597.
[39] D. Li, W. Liao, N. Dai, Y.M. Xie, Anisotropic design and optimization of conformal gradient lattice structures, Comput.-Aided Design 119 (2020), https://doi.org/10.1016/j.cad.2019.102787 102787.
[40] X. Zhang, L. Jiang, X. Yan, Z. Wang, X. Li, G. Fang, Regulated multi-scale mechanical performance of functionally graded lattice materials based on multiple bioinspired patterns, Mater. & Design 226 (2023), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.111564 111564.
[41] L. Xu, N. Hoffman, Z. Wang, H. Xu, Harnessing structural stochasticity in the computational discovery and design of microstructures, Mater. & Design 223 (2022), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2022.111223 111223.
[42] S. Kumar, S. Tan, L. Zheng, D.M. Kochmann, Inverse-designed spinodoid metamaterials, Npj Comput. Mater. 6 (2020) 1–10, https://doi.org/10.1038/s41524-020-0341-6.
[43] ISO 18458:2015 Biomimetics - Terminology, concepts and methodology, (2015). https://www.iso.org/standard/62500.html.
[44] J. Wolff, The law of bone remodelling, Springer Science & Business Media, 2012.
[45] J. Wolff, The Classic: on the Inner Architecture of Bones and its Importance for Bone Growth: (Ueber die innere Architectur der Knochen und ihre Bedeutung für die Frage vom Knochenwachsthum), Clin. Orthopaedics and Related Res.®. 468 (2010) 1056–1065, https://doi.org/10.1007/s11999-010-1239-2.
[46] R. Huiskes, If bone is the answer, then what is the question?, J Anatomy. 197 (2000) 145–156, https://doi.org/10.1046/j.1469-7580.2000.19720145.x.
[47] M. Doube, M.M. Kłosowski, A.M. Wiktorowicz-Conroy, J.R. Hutchinson, S.J. Shefelbine, Trabecular bone scales allometrically in mammals and birds, Proc. R. Soc. B. 278 (2011) 3067–3073, https://doi.org/10.1098/rspb.2011.0069.
[48] S.N. Musy, G. Maquer, J. Panyasantisuk, J. Wandel, P.K. Zysset, Not only stiffness, but also yield strength of the trabecular structure determined by non-linear μFE is best predicted by bone volume fraction and fabric tensor, J. Mechanical Behavior of Biomed. Mater. 65 (2017) 808–813, https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2016.10.004.
[49] C.H. Turner, On Wolff's law of trabecular architecture, J. Biomechan. 25 (1992) 1–9, https://doi.org/10.1016/0021-9290(92)90240-2.
[50] C. Audibert, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, Q.-A. Lopez, Bio-inspired method based on bone architecture to optimize the structure of mechanical workspieces, Mater. Design 160 (2018) 708–717, https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.10.013.
[51] M. Bilhère-Dieuzeide, J. Chaves-Jacob, E. Buhon, G. Biguet-Mermet, J.-M. Linares, Stress-driven method bio-inspired by long bone structure for mechanical part mass reduction by removing geometry at macro and cell-unit scales, Mater. & Design. 213 (2022), https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.110318 110318.
[52] S.C. Cowin, The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor, Mechanics of Mater. 4 (1985) 137–147, https://doi.org/10.1016/0167-6636(85)90012-2.
[53] W.J. Whitehouse, The quantitative morphology of anisotropic trabecular bone, J. Microscopy 101 (1974) 153–168, https://doi.org/10.1111/j.1365-2818.1974.tb03878.x.
[54] T.P. Harrigan, R.W. Mann, Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor, J. Mater. Sci. 19 (1984) 761–767, https://doi.org/10.1007/BF00540446.
[55] M. Doube, M.M. Kłosowski, A.M. Wiktorowicz-Conroy, J.R. Hutchinson, S.J. Shefelbine, Trabecular bone scales allometrically in mammals and birds - Electronic Supplementary Mater. (2011), https://doi.org/10.1098/rspb.2011.0069.
[56] R. Domander, A.A. Felder, M. Doube, BoneJ2 - refactoring established research software, Wellcome Open Res. 6 (2021) 37. https://doi.org/10.12688/wellcomeopenres.16619.1.
[57] J. Hazrati Marangalou, K. Ito, B. van Rietbergen, A novel approach to estimate trabecular bone anisotropy from stress tensors, Biomech Model Mechanobiol. 14 (2015) 39–48, https://doi.org/10.1007/s10237-014-0584-6.
[58] N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, A. Houssaye, Form-function relationship between trabecular bone architecture and biomechanical function in the horse humerus, in: Procedia CIRP, 2022: pp. 299–304. https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.06.054.
[59] FreeCAD, (2022). https://github.com/FreeCAD/FreeCAD (accessed January 18, 2022).
[60] P.K. Zysset, R.W. Goulet, S.J. Hollister, A global relationship between trabecular bone morphology and homogenized elastic properties, J. Biomechanical Eng. 120 (1998) 640–646, https://doi.org/10.1115/1.2834756.
[61] S.D. Brown, R. Tauler, B. Walczak, Comprehensive chemometrics: chemical and biochemical data analysis, Elsevier, 2020.
[62] G.A. Lewis, D. Mathieu, R. Phan-Tan-Luu, Pharmaceutical experimental design, CRC Press, 1998.
[63] P. Courrieu, Fast Computation of Moore-Penrose Inverse Matrices, (2008). http://arxiv.org/abs/0804.4809 (accessed July 16, 2021).
[64] M. Moumen, J. Chaves-Jacob, M. Bouaziz, J.-M. Linares, Optimization of pre-polishing parameters on a 5-axis milling machine, Int. J. Adv. Manuf. Technol. 85 (2016) 443–454, https://doi.org/10.1007/s00170-015-7944-y.

Annexe 3 – Second article publié

- N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, M.-A. Celli, and J.-M. Linares, “Impact of design strategy favoring powder removal on mechanical performance of bio-inspired porous architectures for laser-based powder-bed fusion additive manufacturing,” Materials & Design, vol. 245, p. 113240, Sep. 2024, doi: 10.1016/j.matdes.2024.113240.

Materials & Design 245 (2024) 113240

Contents lists available at ScienceDirect

Materials & Design

journal homepage: www.elsevier.com/locate/matdes

Impact of design strategy favoring powder removal on mechanical performance of bio-inspired porous architectures for laser-based powder-bed fusion additive manufacturing

Nicolas Cadoret [a,b], Julien Chaves-Jacob [b,*], Marc-Antoine Celli [a], Jean-Marc Linares [b]

[a] Airbus Helicopters, Aéroport de Marseille Provence, Marignane 13700, France
[b] Aix Marseille Université, CNRS, ISM, Inst Mouvement Sci, UMR 7287, Marseille, France

ARTICLE INFO

Keywords:
Additive manufacturing
Powder bed fusion
Powder removal
Bio inspiration
Light-weight structure

ABSTRACT

Mass reduction is a concern both in mechanical engineering and living organisms to reduce energy and materials consumption. Lately, transfer of knowledge from biology to engineering has become easier thanks to additive manufacturing. Trabecular bone for example optimally adapts to the mechanical stress it undergoes. Mass reduction methods bio-inspired from trabecular architecture, proposed in the literature, are not always applicable for laser-based powder-bed fusion. In particular, bio-inspired mass reduction methods based on a material removal principle generate porosities throughout a solid initial part which can result in enclosed porosities that trap un-melted powders. Here, we propose a 3D depowderable bio-inspired mass reduction method. Powder removal was controlled in different samples through weighing and X-ray computed microtomography and the impact of the design strategy that ensures correct powder removal on mechanical performance (stiffness) was quantified. Mean performance difference is 10.35 % (between 1.82 % and 26.47 %). For stiff and light parts loaded in bending, the proposed method outperforms parts made of bulk steel alloy by leveraging an architecture bio-inspired from trabecular bone.

1. Introduction

It is now thoroughly documented that there's a need to reduce human activities' global footprint to ensure their sustainability [1]. This includes, but is not limited to, reducing energy consumption, reducing material consumption, and increasing products' lifespan. From an engineering point of view, this translates to increasing parts' performances without compromising on their safety. In the aerospace industry, for example, it is unthinkable to reduce the weight of an aircraft simply by using thinner sheet metal. Instead, engineers are looking to improve performances, such as strength-to-weight ratio [2], often through advanced materials (titanium alloys, composite materials, technical ceramics, etc.).

In natural environments, constraints can be very similar [3]. Indeed, the energy available for a given organism is limited and is a function of its environment [4]. Additionally, the pool of materials that can be used by living beings is very limited, often restricted to a few polymers, ceramics or composites of both [5]. Metallic materials across species are confined to specific functions such as chemical transport [6]. Nonetheless, living organisms have evolved to meet these challenges [7]. In fact, it has long been documented that natural materials such as wood or bone often perform better than the sum of their chemical constituents (for example, collagen and hydroxyapatite in the case of bone), sometimes on par with engineering materials [8]. In materials science, hybrid materials (a combination of two or more materials in a predetermined geometry and scale [9]) have been shown to combine the best of their constituent materials' performance. This is true for composite materials, explaining their success for engineering purposes [10]. This is also true for cellular materials which can be considered as an association of a given material and air. Finally this is true for natural materials which owe their outstanding performance to their hierarchical organisation across length scales rather than their chemical composition [6,11]. Indeed, it is not unusual for natural materials to showcase a composite structure at the micro-scale, a cellular structure at the meso-scale and an optimised shape at the macro-scale. Bone, for example, is a tissue that shows multiple hierarchical levels of organisations [11]: it is a composite of collagen and hydroxyapatite that differentiates into compact cortical bone or porous trabecular bone. The trabecular

* Corresponding author.
E-mail address: julien.chaves-jacob@univ-amu.fr (J. Chaves-Jacob).

https://doi.org/10.1016/j.matdes.2024.113240
Received 27 May 2024; Received in revised form 5 August 2024; Accepted 10 August 2024
Available online 10 August 2024
0264-1275/© 2024 Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

architecture is locally adapted to the stress it undergoes through a phenomenon known as functional adaptation [12–14]. As a consequence of their performances, natural materials have seen increasing interest across industries in recent years, especially using bio-inspiration techniques [5,7].

This renewed interest has mostly been fuelled by advancements in additive manufacturing techniques that enable the manufacturing of parts regardless of their complexity [15]. In demanding industries, laser-based powder-bed fusion (LB-PBF) techniques especially have seen rapid growth because of their high resolution, high quality, self-supporting nature, static performances and batch production capabilities for a wide range of materials [16]. For LB-PBF techniques, proper post-processing after printing is essential to ensure that parts meet their requirements. Correctly removing all un-melted powders from printed parts in particular represents a challenge as these powders could become trapped or sintered inside parts [15,17]. Several control techniques have been tested to ensure the proper removal of these un-melted powders, with X-ray computed microtomography and weighing showing the best results [18]. In particular, some bio-inspired mass reduction methods are based on a material removal principle unlike most design strategies where porous architectures are obtained by addition of solid struts (e.g. lattices) or surface-based elements (e.g. triply periodic minimal surfaces) [19–21]. Material removal-based design strategies often generate porosities throughout a solid initial part which can result in enclosed porosities that trap un-melted powders. Hence, several design methodologies have been developed to ensure that un-melted powders can be removed from parts with complex cellular architectures using a network of powder removal canals (PRC) [22], based on a bio-inspired approach [23] or leveraging topology optimisation techniques [17]. Unfortunately, adding PRCs or holes weakens the mechanical part. It is essential to understand and control this influence to be able to minimise the loss of performance [17].

Here, a 3D Depowderable Bio-Inspired Mass Reduction ($3D^2$BIMR) method suitable for LB-PBF parts is proposed. It builds upon a previous method [21] that is first presented succinctly in Section 2.1. Then, the design strategy that ensures correct powder removal is described and controlled using computed microtomography and weighing in Section 2.2. The proposed method reduces mechanical parts' weight without excessive loss of stiffness, leveraging gradient porous architectures. To compare the performance of these architectures and study the influence of the powder removal design strategy, a performance index is proposed in Section 2.3. A Finite Element (FE) process is presented in Section 2.4 for calculating this performance index in porous samples. Finally, the effect of local parameters on the performance difference induced by the powder removal design strategy is analysed in Section 2.5.

2. Materials & methods

2.1. Presentation of 3D bio-inspired mass reduction method

As stated in Section 1, the proposed mass reduction method builds upon a previous 3D bio-inspired mass reduction (3DBIMR) method, established based on bio-inspiration from trabecular architecture [21]. Contrary to most design strategies where porous architectures are obtained by addition of solid struts (e.g. lattices) or surface-based elements (e.g. triply periodic minimal surfaces), 3DBIMR works by removing materials from a solid part. In summary, this method, presented in Fig. 1, takes an initial solid part and its loading in operation as a basis to generate a porous architecture. First, the stress field in the solid part is simulated using FE analysis. In parallel, a face centred cubic (FCC) pattern of size p is created. Then based on FE results, ellipsoid porosities are distributed along the FCC pattern. Each porosity's size, aspect ratio and orientation vary based on local anisotropy and volume fraction based on estimated stress in its vicinity. Hence, a porous architecture, locally adapted to the estimated stress the initial solid part undergoes, is created. It reproduces several relationships observed in biological trabecular bone.

First, there is an allometric scaling of the trabecular pattern size [24], which varies depending on the size of the bone and the species' class. This relationship, adapted from [25] to be more accurate for small dimensions, is reproduced through Eq. (1) and gives the architecture's pattern size p as a function of the initial part's characteristic dimension h.

$$p = \begin{cases} 0.3535\left(\frac{h}{2}\right)^{0.2864}, & \text{for mammalian bio-inspiration} \\ 0.6243\left(\frac{h}{2}\right)^{0.5648}, & \text{for bird bio-inspiration} \end{cases} \quad (1)$$

Second, local volume fraction ρ_f varies as a function of local Von Mises stress σ_{VM} and the material's elastic limit R_e, as presented in Eq. (2) [25].

$$\rho_f = 3.07(\sigma_{VM}/R_e)^{0.59} \quad (2)$$

Third, the local mean intercept length-based fabric tensor **M**, defined in [26] as a symmetric second rank tensor which characterizes the microstructure in a porous material, depends on local stress. In particular, **M** is oriented with its principal directions along the principal stress

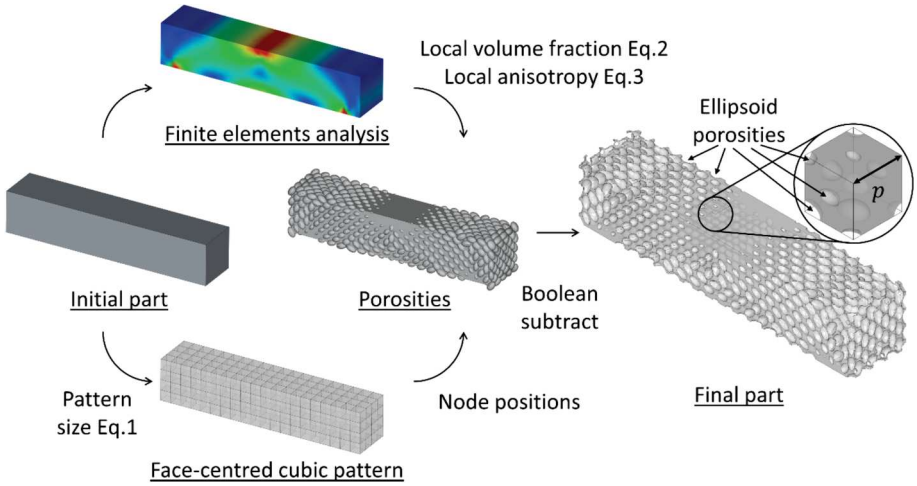


Fig. 1. Illustration of 3d bio-inspired mass reduction method in the case of a 3-point bending beam. the porous architecture is structured around a face centred cubic pattern and varies locally to adapt to the stress the initial solid part undergoes, as estimated from finite element analysis. In the final part, there are some enclosed porosities inside the architecture as apparent with transparency on the zoom view.

directions and its eigenvalues depend on the principal stresses' magnitudes. As such, the *i*-th fabric tensor eigenvalue M_i is aligned with the *i*-th principal stress σ_i (with $|\sigma_1| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_3|$) and can be calculated using Eq. (3) [27,28].

$$M_i = \frac{|\sigma_i|^{1/4}}{\left(|\sigma_1|^{1/4}|\sigma_2|^{1/4}|\sigma_3|^{1/4}\right)^{1/3}}, i = 1,2,3 \quad (3)$$

3DBIMR has shown promising results for optimisation of mechanical parts, achieving more than twice the stiffness in the case of a 3-point bending beam as a topology optimisation of equal mass [21]. Nonetheless, because of the design strategy that removes material from a solid part rather than adding material, the porous architecture presents enclosed porosities in the final design as apparent on the zoom view in Fig. 1. As stated in Section 1, for parts manufactured using LB-PBF, to achieve the mass reduction goal it is essential to ensure that no un-melted powders are trapped in the finished part. Hence, a new design strategy must be developed to ensure that powder removal in the manufactured part is possible and that no un-melted powders remain in enclosed porosities. This strategy is described in the next section.

2.2. Design strategy ensuring correct powder removal for laser-based powder-bed fusion additive manufacturing of 3D bio-inspired mass reduction method

Hence, porosities in 3DBIMR are distributed along an FCC pattern. The proposed powder removal design strategy leverages the properties of this pattern to connect enclosed porosities to the outside of the part. In an FCC pattern, each node is surrounded by twelve nearest neighbours, as shown in Fig. 2 for the yellow central node. It should be noted that spheres in Fig. 2 are not porosities but rather the positions at which nodes are found in a face-centred cubic pattern. For the central node (yellow in Fig. 2), among the closest neighbouring nodes, 4 are found on the plane normal to the x-axis (in red in Fig. 2), 4 on the plane normal to the y-axis (in green in Fig. 2) and 4 on the plane normal to the z-axis (in blue in Fig. 2). Going back to 3DBIMR, by connecting each enclosed porosities to some or all its closest neighbours in the FCC pattern, it would become possible to remove un-melted powders from the manufactured part, working from one porosity to the next. Here, it is proposed to connect neighbouring porosities through cylindrical holes, also called powder removal canals (PRC).

Based on that observation, twelve samples were tested to control that the proposed design strategy ensures that all un-melted powders can be removed. These samples varied in the radius of the PRCs, the size of the FCC pattern and the number of connected closest neighbours as shown in Table 1. Canal radius is the radius of the cylindrical hole between neighbouring porosities and varies between 0.5 and 1 mm based on previous results [25] that showed 0.5 mm radius to be the critical size needed for free flow of un-melted powders. Pattern size *p*, as presented in Fig. 1, is the length of a side of the face-centred cubic pattern that underlies the architecture and it was selected as multiples of 30 mm, which was the height and thickness of 3-point bending beams tested in [21]. "Connected neighbours" refers to the number of closest neighbours a given porosity is connected to in its vicinity, from the twelve possible described above. No powder removal samples involving canals to all twelve closest neighbours were tested because the authors estimated that it would not add significantly to powder removal rates and would have had an important influence on the part's volume fraction and mechanical properties.

Hence, to test the correct powder removal all twelve cubic samples were manufactured using metallic LB-PBF on a 3D Systems PMX 300 machine with 3D System LaserForm® 17-4PH (A) powder, as shown in Fig. 3. 17-4Ph stainless steel is a precipitation-hardened martensitic stainless steel designed primarily for the aerospace industry and commonly used for LB-PBF applications. 3D System LaserForm® 17-4PH (A) powder contains 15–17 % chrome, 3–5 % nickel and 3–5 % copper with a mean powder size of 3.87 µm and maximum powder size of 26 µm. The 3D System PMX 300 machine has the particularity of spreading the powder bed using a roller. The printing parameters used were optimised to maximise material integrity for 17-4PH as reported in

Table 1
Tested powder removal samples.

Sample number	Canal radius (mm)	Pattern size (mm)	Connected neighbours
1	0.5	3	8
2	0.5	3.75	8
3	0.5	5	8
4	0.75	3.75	8
5	0.75	5	8
6	1	5	8
7	0.5	3	4
8	0.5	3.75	4
9	0.5	5	4
10	0.75	3.75	4
11	0.75	5	4
12	1	5	4

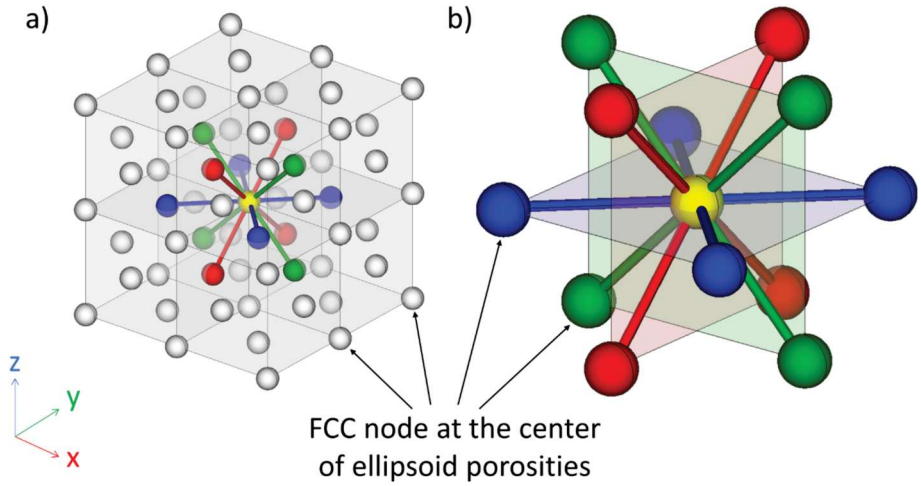


Fig. 2. A) view of a node (yellow) in a face-centred cubic pattern b) zoom on the surrounding twelve closest neighbours with 4 neighbouring nodes found on the plane normal to the x-axis (red), 4 on the plane normal to the y-axis (green) and 4 on the plane normal to the z-axis (blue). (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

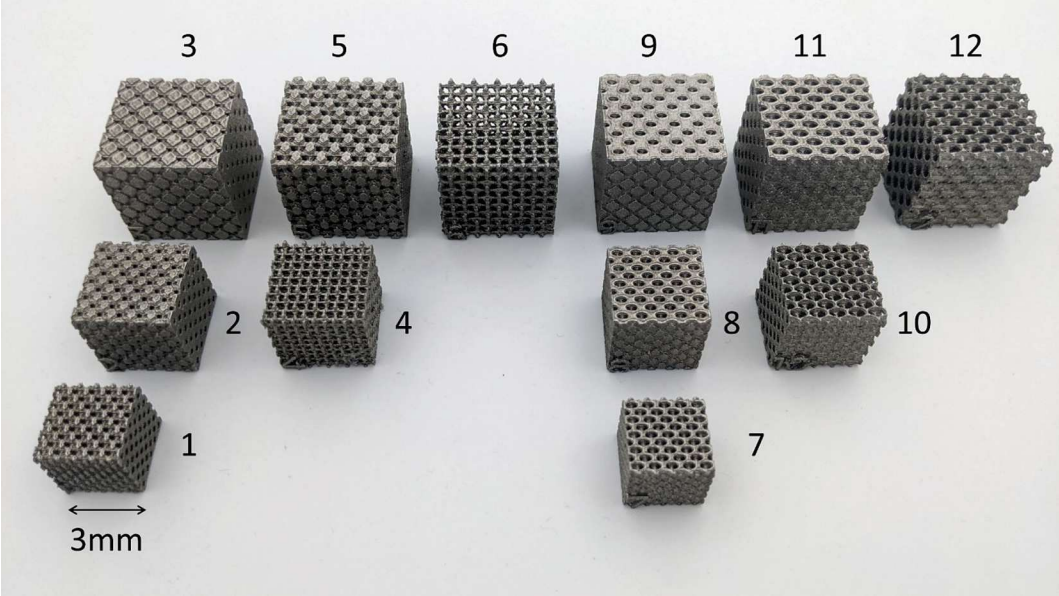


Fig. 3. Samples manufactured using metallic lb-pbf to test the proposed powder removal design strategy with respective sample numbers as reported inTable 1.

[29] and are the following:

- Laser travel speed: 1.045 m/s
- Laser power: 184 W
- Hatch spacing: 59 μm
- Laser defocusing: 4.8
- Layer thickness: 30 μm

After printing, un-melted powders were removed from the parts according to a two part process in accordance with [18,23]. The un-melted powder was first broken down using a vibrating shaker and free-flowing powders were then removed under a stream of water. Samples were then separated from the build plate using wire electrical discharge machining. After separation, un-melted powder removal was controlled using the protocol recommended in [18,23]. For that purpose, individual samples were first weighed and compared with theoretical mass predicted from CAD data. Mass percentage errors were calculated as in Eq. (4).

$$\Delta_{mass} = \frac{|theoretical\ \ mass - measured\ \ mass|}{theoretical\ \ mass} \tag{4}$$

The sample with the largest mass percentage error was subjected to X-ray computed tomography to assess whether any powders remained trapped. Tomography was conducted with a voxel size of 53.05 μm on a

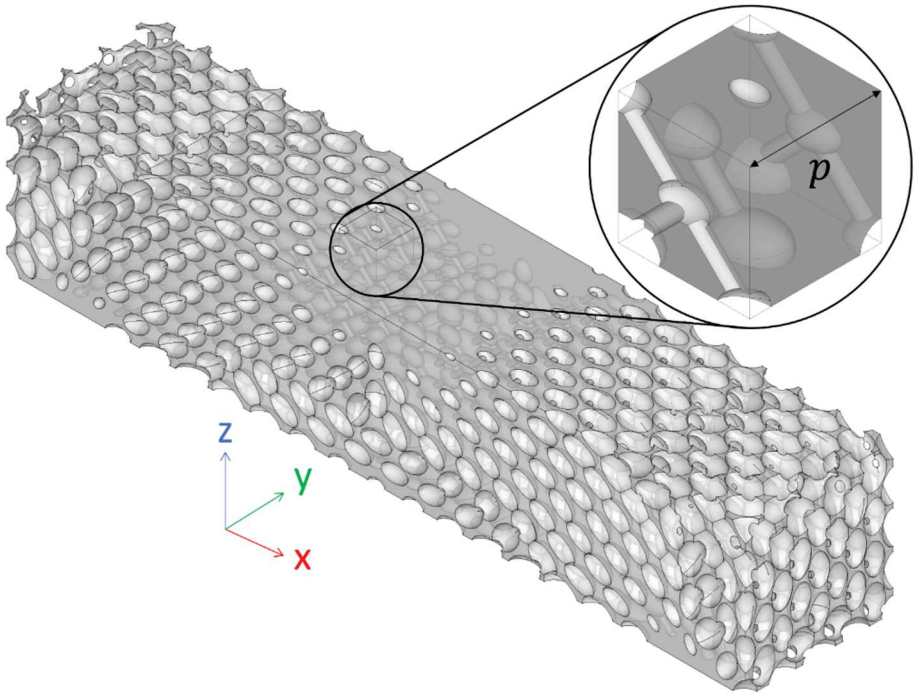


Fig. 4. Example of 3-point bending beam designed using 3d^{2}BIMR. The porous architecture is locally adapted to the stress the initial solid part undergoes whilst allowing for all un-melted powders to be removed.

General Electrics Phoenix V|TOME|X M machine which is a CT system for 3D metrology and analysis with up to 300 kV/500 W.

Based on visual inspection, weighing and tomography results, further presented in Section 3, all tested samples showed complete removal of un-melted powders. Hence, from the various strategies presented in Table 1, the one with the lowest impact on volume fraction (PRCs to 4 closest neighbours and 0.5 mm canal radius) was selected for the rest of the study. It was implemented in the 3DBIMR algorithm resulting in a 3D Depowderable Bio-Inspired Mass Reduction ($3D^2$BIMR) method, as shown in Fig. 4 for a 3-point bending beam. In this implementation, no PRCs were added between nodes without porosities or between porosities that already intersect, to help reduce redundancy. As with 3DBIMR, parts designed using $3D^2$BIMR are adapted to the stress the initial solid part undergoes through variations of the local porous architecture. Enclosed porosities are connected to the outside through a network of PRCs which ensure that all un-melted powders can be removed from the part, as is apparent in the detailed view in Fig. 4.

2.3. Measuring the performance of a porous sample

The proposed design strategy was selected to limit the impact on volume fraction. Nonetheless, the PRC network will reduce the mechanical performance of the porous sample [17], as measured here through apparent Young's modulus E^*.

Here, we seek to compare samples presenting various architectures and properties. However, as with most cellular materials, a change of architecture will influence mechanical behaviour. To avoid this effect and allow direct comparison of performance per unit weight, a performance index (PI) is calculated as in Eq. (5).

$$PI = \frac{E^*}{\rho_f} \tag{5}$$

with E^* the sample's apparent Young's modulus and ρ_f the volume fraction of solid in the sample.

2.4. Finite element analysis of porous samples

Hence, it is necessary to establish a process to evaluate samples' mechanical properties, such as apparent Young's modulus E^*. For that purpose, samples are analysed using finite elements (FE). Using FE analysis allows to neglect some of the manufacturing process' influence on mechanical performance (roughness, defects, etc.) because geometries are idealized. To validate the accuracy of FE analysis when considering bio-inspired porous samples with complex architectures, 3-point bending experiments from [21] were reproduced using FE analysis. On the one hand, FE-predicted stiffness for the 3-point bending sample was 2278 N/mm. On the other hand, the experimentally measured stiffness in [21] is 2348 N/mm. Comparing both stiffnesses gives an approximation error of 2.98 % that is considered acceptable. Hence, in the following, the validated FE method is used.

Here, the FE process was built to limit border effects in the region of interest. $7 \times 7 \times 7$ samples of repeated patterns, as shown in Fig. 5, were simulated in uniaxial compression but only the centre-most region was studied. Compressive force was applied on the top face of the sample. Symmetry boundary conditions, as shown in Fig. 5, were applied on three of the sample's faces to simulate the insertion in an infinite solid. Hence, the analysis' region of interest was distant from the zones where boundary conditions applied.

Cubic samples ranging from 21 mm to 35 mm on a side were meshed using tetrahedral elements of size 0.5 mm with material properties for 17-4PH stainless steel ($E = 210$ GPa and $\nu = 0.3$). The size of element was selected following a preliminary mesh convergence study. This study showed that a 0.5 mm mesh size (38,7103 elements) allowed precise predictions of both displacements and Von Mises stress (shown in Fig. 5) in the analysis region of interest even with complex

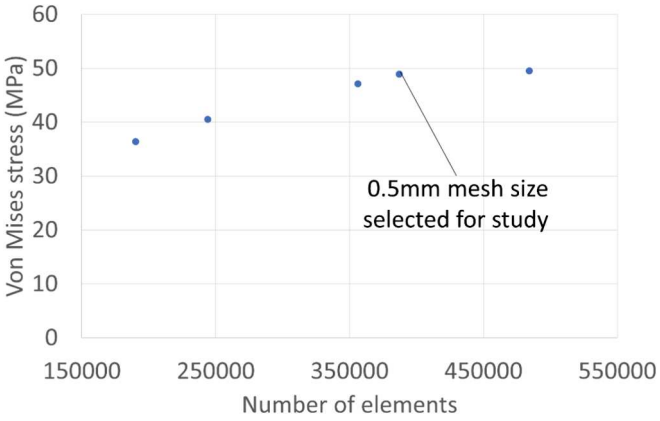


Fig. 5. Mesh convergence study results for von mises stress at a node in the analysis region of interest.

architectures. Further reducing the size of the mesh to 0.4 mm (48,4200 elements) changed results by 1.23 %.

Furthermore, tetrahedral elements of size 0.5 mm allow for adequate shape representation, as visible in the zoom view in Fig. 6, with PRCs of radius 0.5 mm and ellipsoid porosities' semi-axes length between 0.5 mm and 2.7 mm. Because of samples' geometric complexity, further reducing element size led to drastic increase in computation time.

E^* is calculated as in Eq. (6).

$$E^* = \frac{F}{S\varepsilon} \tag{6}$$

with F the applied compressive force, S the section and ε the mean deformation of the centre-most region. ρ_f is predicted from CAD data and PI is calculated accordingly.

2.5. Design of Experiment to study the effect of pattern parameters on mechanical performance difference induced by powder removal design strategy

Thus, the FE process established in the previous section can be used to measure performance for a given porous sample. From there, it becomes possible to compare the mechanical performance of a given 3DBIMR porous sample (performance index, Eq. (5): PI_{3DBIMR}) and the performance of the same sample with added PRC network (PI_{3D^2BIMR}). This comparison sheds light on the difference of mechanical performance induced by the powder removal design strategy. This performance difference Δ_{PI} can be quantified as in Eq. (7).

$$\Delta_{PI} = \frac{|PI_{3D^2BIMR} - PI_{3DBIMR}|}{PI_{3DBIMR}} \tag{7}$$

As stated previously in Section 2.2 and apparent in Fig. 4, presented porous architectures are locally adapted to the stress the initial solid part undergoes and material is removed from low-stressed areas where it is least needed. This local adaptation is achieved by adjusting different pattern parameters (pattern size p, porosity aspect ratio A_R, porosity orientation θ and volume fraction ρ_f). Because the architecture adapts to the stress it undergoes, it is expected to showcase a range of mechanical properties as a function of pattern parameters and Δ_{PI} is expected to vary. The various pattern parameters and their relationships are presented below.

Porosity aspect ratio A_R, expressed in Eq. (8), describes the shape of the ellipsoid porosity (spherical or elongated) and is a function of a, b and c the ellipsoid semi-axes length. Here, compared to [21], to simplify further calculations, $a = b$ which describes an ellipsoid of revolution.

$$A_R = \frac{c}{a} = \frac{c}{b} \tag{8}$$

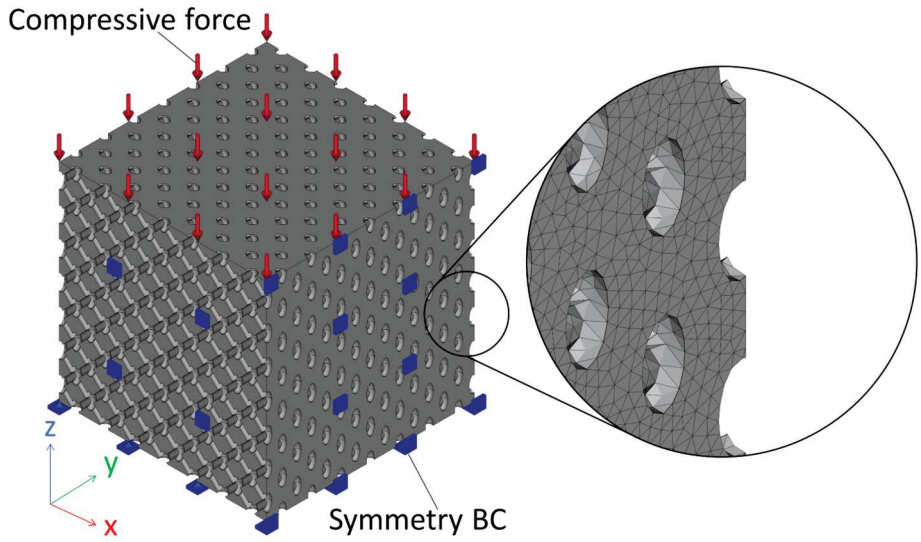


Fig. 6. Finite element model used to measure the mechanical properties of 3d^{2}BIMR samples.

In a face-centred cubic pattern, following crystallographic theory, there are 4 nodes per pattern. The volume fraction of solid ρ_f, as expressed in Eq. (9), will then depend on pattern size p and porosities' semi-axes length a, b and c.

$$\rho_f = \frac{V_{cube} - 4V_{porosities}}{V_{cube}} = 1 - \frac{4\left(\frac{4}{3}\pi a^2 c\right)}{p^3} = 1 - \left(\frac{16\pi a^2 c}{3p^3}\right) \tag{9}$$

Fig. 7 shows a 3D^{2}BIMR pattern in the x-z plane. As we can see, pattern size p controls the spacing between the nodes of the FCC pattern. This impacts the length of the PRCs but not their radius, kept at 0.5 mm. Volume fraction ρ_f controls the porosities' size and the amount of material in the pattern. Porosity aspect ratio A_R controls the porosities' shape and thus the anisotropy of the pattern (porosities pronounced in one direction induce better performance in that direction). Finally, porosity orientation θ controls the porosities' alignment with principal stresses directions.

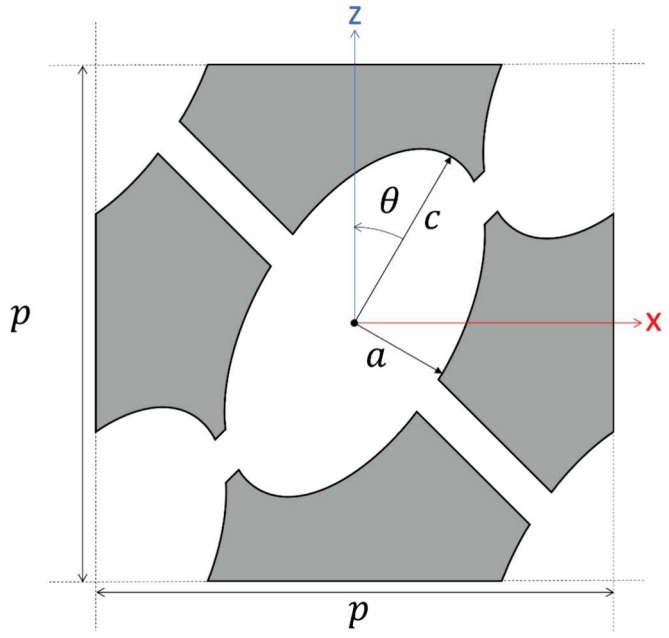


Fig. 7. X-z plane view of 3d^{2}BIMR pattern showing local parameters that vary based on stress.

Fig. 8 illustrates the effect of each individual pattern parameters on the resulting architecture for samples of $7 \times 7 \times 7$ repeated patterns. For example, comparing Fig. 8a) and Fig. 8b), we can see the effect of pattern size p on the resulting sample which becomes smaller in Fig. 8b) and will undergo higher deformation at a given compressive force. Comparing samples presented in Fig. 8a) and Fig. 8c) shows the effect of volume fraction ρ_f and they are not expected to behave in the same way from a mechanical point of view because the sample in Fig. 8a) presents a higher volume fraction. Similarly, the sample in Fig. 8d) showcases the effect of aspect ratio A_R and is expected to behave in a more isotropic manner as its porosities are spherical. To study the impact of pattern parameters p, ρ_f, A_R and θ on the difference in mechanical performance induced by the PRC network Δ_{PI}, a Design Of Experiment (DOE) approach was used. In particular a set of 25 experiments were generated with the help of Nemrodw software [30,31], describing a cubic experimental domain.

For each experiment, two CAD samples are created with 3DBIMR and 3D^{2}BIMR, using the same parameters. FE models of both samples are built, PI_{3DBIMR} and PI_{3D^2BIMR} are measured and Δ_{PI} is calculated accordingly. The DOE structure is given in Table 3. Based on this DOE structure, a model of the performance difference Δ_{PI} as a function of p, ρ_f, A_R and θ is built using the Moore-Penrose inverse method [32]. The model is then refined to improve the fit of the response surface and reduce the standard deviation between predictions and results (see [33] for more details on the process of obtaining and refining the response surface).

3. Results

Measures of mass of all twelve samples presented in Section 2.2 are shown in Table 2. Based on these results, all sample showcase a mass higher than the theoretical one predicted from CAD data. As mentioned in Section 2.2 the sample with highest mass percent error, sample 12, was submitted to X-ray computed tomography to make sure that all unmelted powders are correctly removed and that mass discrepancies do not come from trapped un-melted powders.

Pictures from the X-ray computed tomography of sample 12 were stacked, segmented and converted into an STL file using the Fiji software [34]. The obtained STL file was compared to nominal CAD data using the open-source software CloudCompare v2.12.4 to compute the deviation between the two. The deviation of a given mesh to a reference represents the orthogonal distance for each point in the studied mesh

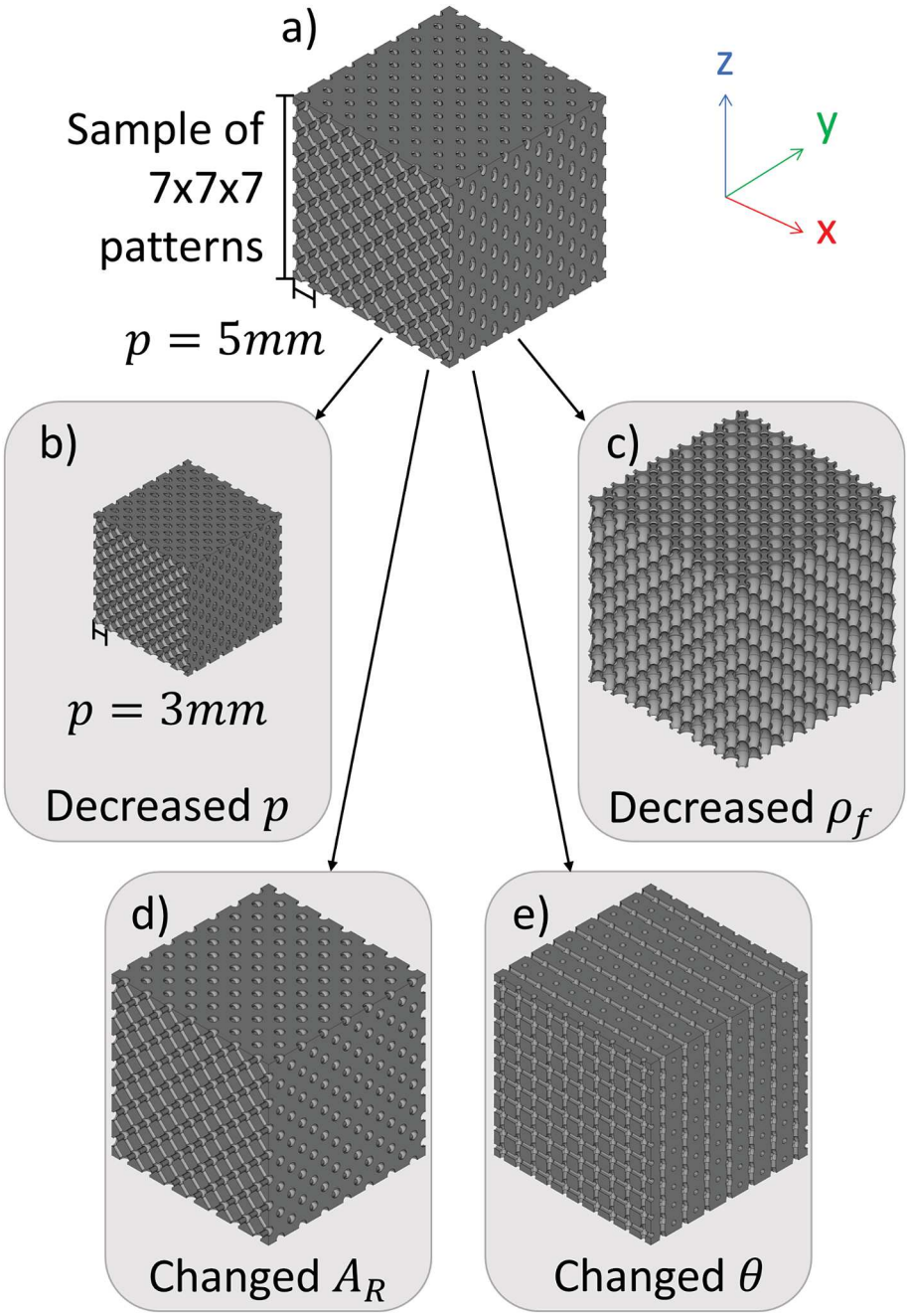


Fig. 8. Effect of each individual pattern parameters on the resulting architecture for samples of 7 × 7 × 7 repeated patterns; a) sample with $p = 5$ mm, $\rho_f = 0.9$, $A_R = 2, \theta = 0^\circ$, used as a reference; b) sample with $p = 3$ mm, $\rho_f = 0.9, A_R = 2, \theta = 0^\circ$ showcasing the effect of pattern size; c) sample with $p = 5$ mm, $\rho_f = 0.3, A_R = 2, \theta = 0^\circ$ showcasing the effect of volume fraction; d) sample with $p = 5$ mm, $\rho_f = 0.9, A_R = 1, \theta = 0^\circ$ showcasing the effect of porosity aspect ratio; e) sample with $p = 5$ mm, $\rho_f = 0.9, A_R = 2, \theta = 45^\circ$ showcasing the effect of porosity orientation.

(here, tomography results) to the boundary of the reference (here, CAD data). The sign is determined by whether a point is in the interior of the reference (negative values inside, zero on the boundary and positive values outside the reference). Tomography results and deviation field between nominal and measured geometries are presented in Fig. 9. Based on visual inspection of all tomography sections (a few are represented in Fig. 9a), no un-melted powders remain trapped in the sample after printing and separation from the build plate. Deviations follow a normal distribution of mean 0.072 mm and standard deviation 0.080 mm, showing a substantial difference between the nominal and manufactured surfaces.

The DOE results obtained from FE simulations presented in Section 2.5 are given in Table 4.

Based on these results, as outlined in Section 2.5, a model was established and refined to predict performance difference Δ_{PI} as a function of pattern parameters (Eq. (10)).

$$\Delta_{PI} = 0.442 - 0.127\rho_f - 0.052p^2 + 0.311p + 0.308A_R^2 - 1.204A_R + 0.07pA_R \quad (10)$$

4. Discussion

Based on the experimental results shown in Table 2, all manufactured samples showcase a mass higher than the mass predicted from

Table 2
Results of the measure of mass of all twelve 3d^{2}BIMR samples manufactured.

Sample number	Theoretical mass (g)	Measured mass (g)	Percent error
1	9.256	11.732	26.74 %
2	27.731	31.184	12.45 %
3	86.978	91.318	4.99 %
4	9.221	12.678	37.49 %
5	55.017	61.496	11.78 %
6	20.328	27.100	33.31 %
7	12.222	14.220	16.34 %
8	33.924	36.052	6.27 %
9	98.551	100.118	1.59 %
10	12.820	17.348	35.32 %
11	70.720	75.659	6.98 %
12	24.362	34.574	41.92 %

Table 3
DOE structure.

Experiment number	p(mm)	ρ_f(%)	A_R	θ(°)
1	3	30 %	1	0
2	5	30 %	1	0
3	3	90 %	1	0
4	5	90 %	1	0
5	3	30 %	2	0
6	5	30 %	2	0
7	3	90 %	2	0
8	5	90 %	2	0
9	3	30 %	1	45
10	5	30 %	1	45
11	3	90 %	1	45
12	5	90 %	1	45
13	3	30 %	2	45
14	5	30 %	2	45
15	3	90 %	2	45
16	5	90 %	2	45
17	3	60 %	1.5	22.5
18	5	60 %	1.5	22.5
19	4	30 %	1.5	22.5
20	4	90 %	1.5	22.5
21	4	60 %	1	22.5
22	4	60 %	2	22.5
23	4	60 %	1.5	0
24	4	60 %	1.5	45
25	4	60 %	1.5	22.5

CAD data, with the lowest percent error in mass 1.59 % and the highest 41.92 %. This is not surprising as AM parts often show roughness and surface deviation from nominal dimensions [23]. Indeed, when the laser melts powders in LB-PBF, there is a heat-affected zone around the scanning area. This heat-affected zone can lead to powder grains melting onto the surface when they were not originally expected to. This extra material can be removed after printing through post-processing of AM parts [15]. In this work, no further post-processing (for example, heat treatment, chemical etching, or grit blasting) is conducted after separation from plate to avoid the risk of trapping un-melted powders inside the sample. Hence, deviation from nominal CAD data due excess material being melted onto samples' exposed surfaces could explain the mass percent error for manufactured samples. The differences in mass percentage error between samples may come from the fact that samples have varying degrees of exposed surface-area per unit volume, as quantified through the surface-area to volume ratio. Samples with larger surface areas per unit volume will have more excess material and therefore higher mass percent error. This is confirmed in Fig. 10 which shows the surface-area to volume ratio of all twelve samples, predicted from CAD data, plotted against the mass percent error.

With the increase of surface-area to volume ratio, the mass percent error increases as expected. This confirms the hypothesis of mass percent error being due to excess material melted onto the samples' exposed surfaces rather than un-melted powders staying trapped. This is further confirmed by the tomography results in Fig. 9 which showed no visible trapped powders and a $0.072 \pm 0.080mm$ deviation between nominal and manufactured surface for sample 12. Correcting the theoretical mass to account for that deviation from CAD data (adding a volume equal to the sample's surface-area times the mean deviation between meshes of 0.072 mm), mass percent error for sample 12 falls from 41.92 % to 0.54 %. This means that all un-melted powders are correctly removed, and mass differences are not caused by trapped un-melted powders that would not appear in tomography images.

Table 4
DOE results.

Experiment number	$PI_{3D2BIMR}(MPa)$	$PI_{3DBIMR}(MPa)$	Δ_{PI}(%)
1	136,045	171,953	20.88 %
2	103,092	133,494	22.77 %
3	182,175	191,316	4.78 %
4	181,477	184,887	1.84 %
5	199,819	219,011	8.76 %
6	182,319	199,000	8.38 %
7	179,458	200,457	10.48 %
8	186,070	197,404	5.74 %
9	138,770	171,953	19.30 %
10	114,392	133,494	14.31 %
11	178,458	191,316	6.72 %
12	177,256	184,887	4.13 %
13	185,804	220,348	15.68 %
14	188,984	208,884	9.53 %
15	175,262	200,022	12.38 %
16	177,234	199,322	11.08 %
17	170,774	173,947	1.82 %
18	168,182	177,163	5.07 %
19	158,703	175,729	9.69 %
20	187,136	194,460	3.77 %
21	148,034	201,318	26.47 %
22	179,752	191,701	6.23 %
23	166,792	179,548	7.10 %
24	169,727	193,753	12.40 %
25	163,418	180,590	9.51 %

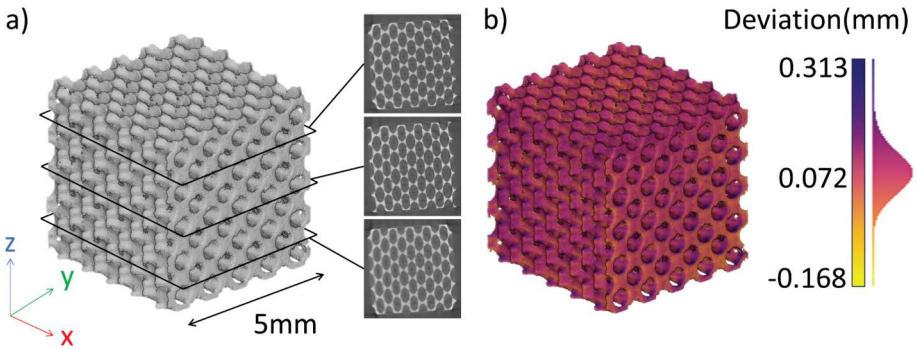


Fig. 9. Geometry results from manufactured sample 12, a) tomography results, b) Deviation field between measured and nominal geometries.

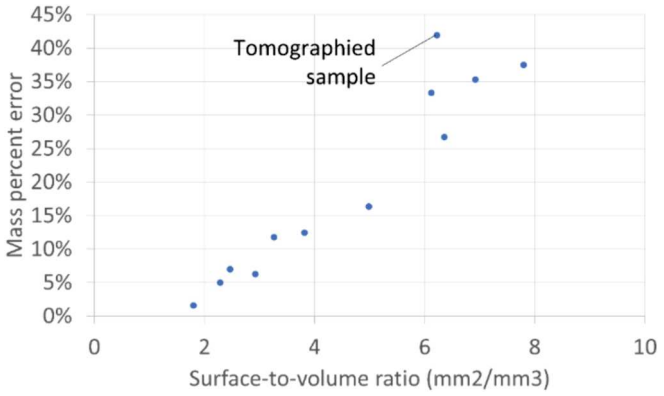


Fig. 10. Surface-area to volume ratio of all manufactured samples plotted against mass percent error, as calculated between theoretical CAD mass and measured mass. Tomographied sample 12 is showcased as the sample with highest mass percent error.

With regards to FE simulation results, no increase of mechanical performance was identified after introduction of the PRC network. The proposed powder removal design strategy reduces mechanical performance of the porous samples, similar to results from [17,23]. But with regards to performance per unit weight, that loss is counterbalanced by a reduction of volume fraction ρ_f. Hence, the mean performance difference in stiffness-to-weight ratio was only 10.35 % with some samples showing loss as low as 1.82 %. Through proper understanding of the sample's mechanical behaviour, it becomes possible to minimise the performance difference. Porous bio-inspired architectures designed using 3D2BIMR can thus be used in combination with LB-PBF technologies, making them relevant in demanding sectors such as the aerospace, automotive or biomedical industries.

With regards to the mathematical model (Eq. (10)), derived from FE simulation results to predict Δ_{PI} based on pattern parameters, it is worth noting that orientation θ is removed during the refinement of the model. Removing θ in the model reduces the standard deviation of the modelling error between predicted and measured Δ_{PI}. One possible explanation is that PRCs may produce a quasi-isotropic difference of mechanical performance, thus being of influence on the mean performance difference rather than as a parameter of Δ_{PI}. The 4D response surface for Eq. (10) is provided in Fig. 11. In this 4D map, the x-y-z axes represent the pattern parameters p, ρ_f and A_R respectively. The 4-th dimension of performance difference Δ_{PI} is represented through the size and colour of the spheres.

In Fig. 11, it is apparent that the difference in mechanical performance induced by the PRC network varies throughout the considered range of parameters. The performance difference for samples with high volume fraction seems overall lower than the difference for samples with low volume fractions. This is surprising as lower volume fraction samples have bigger porosities and shorter PRCs. Shorter PRCs should induce a lower difference of mechanical performance than longer ones. It is possible that samples with lower volume fraction (shorter PRCs) are loaded more evenly making them more sensitive to changes in their architecture. Another hypothesis is that cellular materials, in particular open-celled foams, see their Young's modulus scale as a function of their volume fraction squared [8]. Hence, the same 5 % difference in volume fraction will have more effect on the performance of a low volume fraction sample compared to a high volume fraction sample. Intuitively, one might have thought that pattern size p would have a greater influence. Indeed, smaller samples mean smaller porosities. Because PRCs are of fixed radius, they could have induced a higher performance difference on smaller samples, which doesn't seem to be the case judging from results shown in Fig. 11.

Overall, the behaviour of Δ_{PI} as a function of p, ρ_f and A_R corresponds to the behaviour of trabecular bone, whose mechanical performance

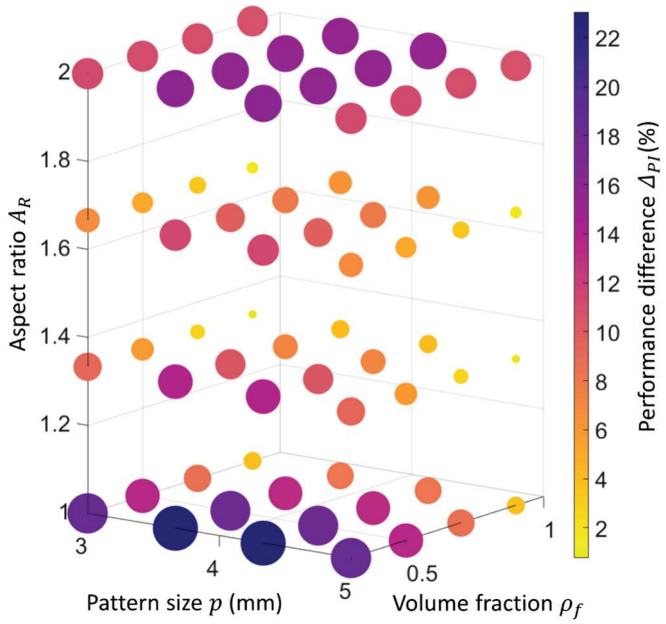


Fig. 11. 4D response surface of the mathematical model linking Δ_{PI} to pattern parameters p, ρ_f, A_R.

correlates highly to volume fraction and fabric tensor [35,36]. This is a consequence of the bio-inspiration process used to establish 3DBIMR. As prescribed in [3], general principles were abstracted from trabecular architecture (namely allometric scaling and local adaptation to stress through gradient volume fraction and anisotropy) and transfered to technological solutions. Details of the bio-inspired structural design process can be found in [21].

Increasing the performance of parts is often one of the main objectives in engineering, along with guaranteeing safety and keeping costs reasonable. Hence, engineers regularly have to select a material that best suits their application, often using a material selection graph (also called an Ahsby plot) [37]. This type of graph plots one or more material properties in relation to each other, representing a slice in the material property space [10]. Selecting the best material then comes down to choosing the material with best combination of properties. Hybrid materials (composites, natural materials, cellular materials, etc.) can help expand the material property space into areas that were previously unreachable [9]. As defined in [9] "a hybrid material is a combination of two or more materials in a predetermined geometry and scale, optimally serving a specific engineering purpose". Cellular materials are hybrids of their constituent material and air, taking advantage of their architecture to achieve superior properties. In this context, 3DBIMR and 3D2BIMR samples leverage a bio-inspired architecture to outperform the material they are made from. This is apparent in Fig. 12 which presents an Ahsby plot of Young's modulus versus density with envelopes drawn based on data obtained for 3DBIMR and 3D2BIMR samples. This type of charts help select the best material for stiff and light parts. In the case of a bending beam for example, the performance of a material is represented by its position with regards to the guidelines of slope 2, which represents a selection criteria of $E^{1/2}/\rho$. As can be seen on Fig. 12, samples outperform the 17-4PH stainless steel they are made from for bending applications. These mass reduction methods open up new possibilities to design high performance parts.

Fig. 13 presents the same type of Ashby plot with a large scope of materials represented, giving a global view of material design space for stiff and light parts. As can be seen in Fig. 13, technical ceramics and hybrid materials (composites and natural materials) show better performance than metals and alloys, explaining their use in high-performance industries. In practice, metals & alloys are still widely

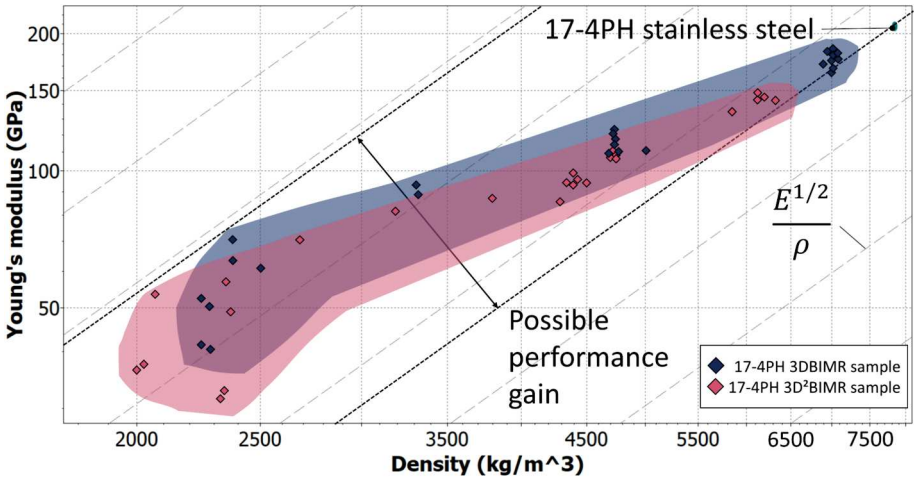


Fig. 12. Ashby plot presenting the position of 17-4PH stainless steel 3DBIMR and 3D^{2}BIMR samples compared to the material they are made from for optimisation of stiff and light beams loaded in bending, based on DOE results from Table 4. The parallel lines of slope 2 indicate the selection criteria $E^{1/2}/\rho$.

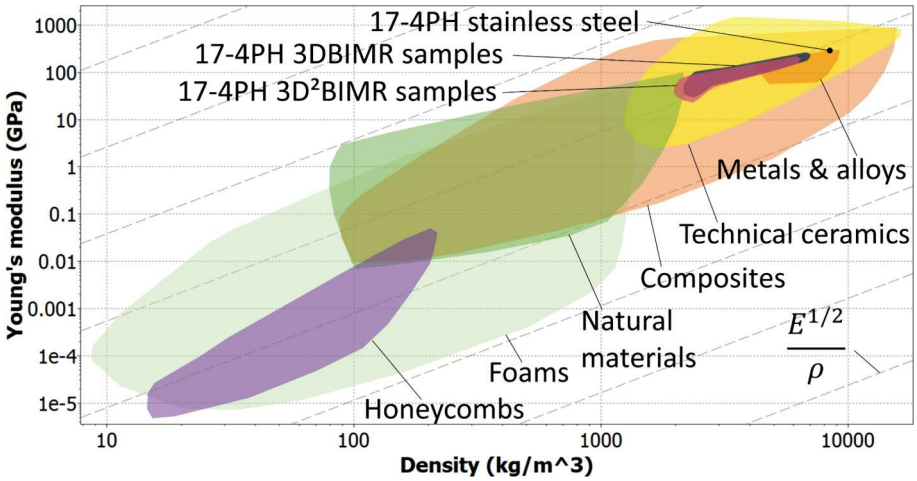


Fig. 13. Ashby plot presenting the position of 17-4PH stainless steel 3DBIMR and 3D^{2}BIMR samples in the global material design space for optimisation of stiff and light parts, based on DOE results from Table 4 and data from the CES Selector software [37]. The parallel lines of slope 2 indicate the selection criteria $E^{1/2}/\rho$.

used because of their multiple other properties (electric conductor, high strength, easy to shape and manufacture, etc.). 3D2BIMR architectures bridge the gap between natural and metallic materials by leveraging the bio-inspiration process. Hence, steel 3D2BIMR samples present better performance than bulk 17-4PH stainless steel whilst maintaining some of steel's interesting mechanical, thermal and electrical properties that cannot be met by ceramics, composites or natural materials. In this regard, 3D2BIMR fills up a hole in the material design space.

5. Conclusion

In this work, we propose and study the mechanical impact of a design strategy that ensures correct powder removal in porous architectures designed using a 3D bio-inspired mass reduction method and manufactured using laser-based powder-bed fusion. The powder removal design strategy leverages the properties of the face centred cubic pattern that underlies the porous architecture to create a powder removal canal (PRC) network. In this network, for each internal porosity, cylindrical holes of radius 0.5 mm are created to 4 of the porosity's twelve closest neighbours. This network allows for complete removal of un-melted powders in the porous architecture, as measured through weighing and microtomography.

Finite elements analysis was used to study the mechanical performance of porous samples. For that purpose, uniaxial compression tests were simulated. A performance index was defined as the ratio of apparent Young's modulus to volume fraction.

Integrating PRCs in a porous sample induces a difference of performance. It was hypothesized that this difference varied based on the porous pattern's parameters. Hence, to study the influence of pattern parameters p, ρ_f, A_R and θ (pattern size, volume fraction, porosity aspect ratio and porosity orientation respectively) on the performance difference Δ_{PI}, a Design Of Experiment methodology was used. Based on these results, a mathematical model was fitted and refined to link pattern parameters to performance difference. Overall, the mean performance difference induced by the PRC network is 10.35 % with some architectures as low as 1.82 % and some as high as 26.47 %.

3D2BIMR architectures manufactured with 17-4PH stainless steel powder opens up new performance for metallic materials, bridging the gap between natural and metallic materials by leveraging the bio-inspiration process. Steel 3D2BIMR samples present better performance for stiff and light applications than bulk steel parts whilst maintaining some of steel's other interesting mechanical, thermal and electrical properties that cannot be met by ceramics, composites or natural materials.

CRediT authorship contribution statement

Nicolas Cadoret: Writing – review & editing, Writing – original draft, Visualization, Software, Resources, Methodology, Investigation, Formal analysis, Data curation, Conceptualization. **Julien Chaves-Jacob:** Writing – review & editing, Visualization, Validation, Supervision, Software, Resources, Project administration, Methodology, Investigation, Funding acquisition, Formal analysis, Conceptualization. **Marc-Antoine Celli:** Writing – review & editing, Visualization, Validation, Supervision, Software, Resources, Project administration, Methodology, Investigation, Funding acquisition, Formal analysis, Conceptualization. **Jean-Marc Linares:** Writing – review & editing, Visualization, Validation, Supervision, Project administration, Methodology, Investigation, Funding acquisition, Formal analysis, Conceptualization.

Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Data availability

Data will be made available on request.

Acknowledgment

The experimental equipment was funded by the European Community, French Ministry of Research and Education and Aix-Marseille Conurbation Community. Authors acknowledge the Association Nationale Recherche Technologie (France) for financial support through a Convention Industrielle de Formation par la Recherche fund (Cifre thesis n°2022/0012). Authors would like to thank Thibaut Pouly who carried out the finite element analysis presented in this work. Authors would also like to thank the anonymous reviewers who helped to make this article clearer and more thorough. For the purpose of Open Access, a CC-BY public copyright licence has been applied by the authors to the present document and will be applied to all subsequent versions up to the Author Accepted Manuscript arising from this submission.

References

[1] IPCC, Climate Change 2023: Synthesis Report. A Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Contribution of Working Groups I, II and III to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, IPCC, Geneva, Switzerland, 2023. https://doi.org/10.59327/IPCC/AR6-9789291691647.
[2] L.R. Meza, S. Das, J.R. Greer, Strong, lightweight, and recoverable three-dimensional ceramic nanolattices, Science 345 (2014) 1322–1326, https://doi.org/10.1126/science.1255908.
[3] ISO 18458:2015 Biomimetics - Terminology, concepts and methodology, (2015). https://www.iso.org/standard/62500.html.
[4] A. Alsheghri, N. Reznikov, N. Piché, M.D. McKee, F. Tamimi, J. Song, Optimization of 3D network topology for bioinspired design of stiff and lightweight bone-like structures, Mater. Sci. Eng. C 123 (2021) 112010, https://doi.org/10.1016/j.msec.2021.112010.
[5] C. Broeckhoven, A. du Plessis, Escaping the labyrinth of bioinspiration: biodiversity as key to successful product innovation, Adv. Funct. Mater. 32 (2022) 2110235, https://doi.org/10.1002/adfm.202110235.
[6] P. Fratzl, R. Weinkamer, Nature's hierarchical materials, Prog. Mater. Sci. 52 (2007) 1263–1334, https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2007.06.001.
[7] G. Byrne, D. Dimitrov, L. Monostori, R. Teti, F. van Houten, R. Wertheim, Biologicalisation: biological transformation in manufacturing, CIRP J. Manuf. Sci. Technol. 21 (2018) 1–32, https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2018.03.003.
[8] L.J. Gibson, Biomechanics of cellular solids, J. Biomech. 38 (2005) 377–399, https://doi.org/10.1016/j.jbiomech.2004.09.027.
[9] M.F. Ashby, Y.J.M. Bréchet, Designing hybrid materials, Acta Mater. 51 (2003) 5801–5821, https://doi.org/10.1016/S1359-6454(03)00441-5.
[10] N.A. Fleck, V.S. Deshpande, M.F. Ashby, Micro-architectured materials: past, present and future, Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci. 466 (2010) 2495–2516, https://doi.org/10.1098/rspa.2010.0215.
[11] N. Reznikov, R. Shahar, S. Weiner, Bone hierarchical structure in three dimensions, Acta Biomater. 10 (2014) 3815–3826, https://doi.org/10.1016/j.actbio.2014.05.024.
[12] H.M. Frost, Bone mass and the mechanostat: A proposal, Anat. Rec. 219 (1987) 1–9, https://doi.org/10.1002/ar.1092190104.
[13] H.M. Frost, Bone's mechanostat: A 2003 update, Anat. Rec. 275A (2003) 1081–1101. https://doi.org/10.1002/ar.a.10119.
[14] R. Huiskes, If bone is the answer, then what is the question? J. Anat. 197 (2000) 145–156, https://doi.org/10.1046/j.1469-7580.2000.19720145.x.
[15] M. Schmidt, M. Merklein, D. Bourell, D. Dimitrov, T. Hausotte, K. Wegener, L. Overmeyer, F. Vollertsen, G.N. Levy, Laser based additive manufacturing in industry and academia, CIRP Ann. 66 (2017) 561–583, https://doi.org/10.1016/j.cirp.2017.05.011.
[16] B. Blakey-Milner, P. Gradl, G. Snedden, M. Brooks, J. Pitot, E. Lopez, M. Leary, F. Berto, A. du Plessis, Metal additive manufacturing in aerospace: a review, Mater. Des. 209 (2021) 110008, https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.110008.
[17] W. Wang, Y. Xia, Topology optimization based channel design for powder-bed additive manufacturing, Addit. Manuf. 54 (2022) 102717, https://doi.org/10.1016/j.addma.2022.102717.
[18] L.W. Hunter, D. Brackett, N. Brierley, J. Yang, M.M. Attallah, Assessment of trapped powder removal and inspection strategies for powder bed fusion techniques, Int. J. Adv. Manuf. Technol. 106 (2020) 4521–4532, https://doi.org/10.1007/s00170-020-04930-w.
[19] M. Bilhère-Dieuzeide, J. Chaves-Jacob, E. Buhon, G. Biguet-Mermet, J.-M. Linares, Performance domains of bio-inspired and triangular lattice patterns to optimize the structures' stiffness, Heliyon 10 (2024), https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e26001.
[20] M. Bilhère-Dieuzeide, J. Chaves-Jacob, E. Buhon, G. Biguet-Mermet, J.-M. Linares, Stress-driven method bio-inspired by long bone structure for mechanical part mass reduction by removing geometry at macro and cell-unit scales, Mater. Des. 213 (2022) 110318, https://doi.org/10.1016/j.matdes.2021.110318.
[21] N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, Structural additive manufacturing parts bio-inspired from trabecular bone form-function relationship, Mater. Des. 231 (2023) 112029, https://doi.org/10.1016/j.matdes.2023.112029.
[22] X. Wei, X. Li, S. Wen, Y. Zheng, Y. Tian, Channel design for 3D models with applications in powder-bed additive manufacturing, Rapid Prototyp. J. 25 (2019) 1536–1544, https://doi.org/10.1108/RPJ-06-2018-0156.
[23] S. Verma, A. Kumar, S.-C. Lin, J.-Y. Jeng, A bio-inspired design strategy for easy powder removal in powder-bed based additive manufactured lattice structure, Virtual Phys. Prototyp. 17 (2022) 468–488, https://doi.org/10.1080/17452759.2022.2039071.
[24] M. Doube, M.M. Kłosowski, A.M. Wiktorowicz-Conroy, J.R. Hutchinson, S. J. Shefelbine, Trabecular bone scales allometrically in mammals and birds, Proc. R. Soc. B Biol. Sci. 278 (2011) 3067–3073, https://doi.org/10.1098/rspb.2011.0069.
[25] C. Audibert, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, Q.-A. Lopez, Bio-inspired method based on bone architecture to optimize the structure of mechanical workspieces, Mater. Des. 160 (2018) 708–717, https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.10.013.
[26] S.C. Cowin, The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor, Mech. Mater. 4 (1985) 137–147, https://doi.org/10.1016/0167-6636(85)90012-2.
[27] J. Hazrati Marangalou, K. Ito, B. van Rietbergen, A novel approach to estimate trabecular bone anisotropy from stress tensors, Biomech. Model. Mechanobiol. 14 (2015) 39–48, https://doi.org/10.1007/s10237-014-0584-6.
[28] N. Cadoret, J. Chaves-Jacob, J.-M. Linares, A. Houssaye, Form-function relationship between trabecular bone architecture and biomechanical function in the horse humerus, in: Procedia CIRP, 2022: pp. 299–304. https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.06.054.
[29] J. Linares, J. Chaves-Jacob, Q. Lopez, J.-M. Sprauel, Fatigue life optimization for 17–4Ph steel produced by selective laser melting, Rapid Prototyp. J. 28 (2022) 1182–1192, https://doi.org/10.1108/RPJ-03-2021-0062.
[30] G.A. Lewis, D. Mathieu, R. Phan-Tan-Luu, Pharmaceutical experimental design, CRC Press, 1998.
[31] S.D. Brown, R. Tauler, B. Walczak, Comprehensive chemometrics: chemical and biochemical data analysis, Elsevier, 2020.
[32] P. Courrieu, Fast Computation of Moore-Penrose Inverse Matrices, (2008). http://arxiv.org/abs/0804.4809 (accessed July 16, 2021).
[33] F. Ezedine, J.-M. Linares, J.-M. Sprauel, J. Chaves-Jacob, Smart sequential multilateration measurement strategy for volumetric error compensation of an extra-small machine tool, Precis. Eng. 43 (2016) 178–186, https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2015.07.007.
[34] J. Schindelin, I. Arganda-Carreras, E. Frise, V. Kaynig, M. Longair, T. Pietzsch, S. Preibisch, C. Rueden, S. Saalfeld, B. Schmid, J.-Y. Tinevez, D.J. White, V. Hartenstein, K. Eliceiri, P. Tomancak, A. Cardona, Fiji: an open-source platform for biological-image analysis, Nat. Methods 9 (2012) 676–682, https://doi.org/10.1038/nmeth.2019.
[35] G. Maquer, S.N. Musy, J. Wandel, T. Gross, P.K. Zysset, Bone volume fraction and fabric anisotropy are better determinants of trabecular bone stiffness than other morphological variables, J. Bone Miner. Res. 30 (2015) 1000–1008, https://doi.org/10.1002/jbmr.2437.
[36] S.N. Musy, G. Maquer, J. Panyasantisuk, J. Wandel, P.K. Zysset, Not only stiffness, but also yield strength of the trabecular structure determined by non-linear μFE is best predicted by bone volume fraction and fabric tensor, J. Mech. Behav. Biomed. Mater. 65 (2017) 808–813, https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2016.10.004.
[37] M.F. Ashby, Materials selection in mechanical design, Elsevier Science, 2016 https://www.elsevier.com/books/materials-selection-in-mechanical-design/ashby/978-0-08-100599-6.