THESE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

(Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées)
(Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016)

Ecole Doctorale 651 :
MIMME – Mathématiques – Informatique – Matériaux – Mécanique – Energétique

Secteur de Recherche :
Génie mécanique

Présentée par :

Anthony VOITUS

****

Modélisation des comportements statique et dynamique des paliers lubrifiés en mélange eau-air

****

Directeur de Thèse : Mihaï ARGHIR
Co-encadrant de Thèse : Mohamed-Amine HASSINI

****

Soutenue le 14/09/2024

devant la Commission d'Examen

****

JURY

Traian CICONE	Professeur, Université Politehnica de Bucarest, Roumanie	Rapporteur
Jürg SCHIFFMANN	Professeur associé, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse	Rapporteur
Marianna BRAZA	Professeur, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse	Examinatrice
Aurelian FATU	Professeur, Institut Pprime, Université de Poitiers	Examinateur
Mihaï ARGHIR	Professeur, Institut Pprime, Université de Poitiers	Directeur de thèse
Mohamed-Amine HASSINI	Ingénieur-chercheur expert, EDF R&D Saclay	Co-encadrant

Remerciements

Ce travail a été mené dans le cadre d'un partenariat entre le Laboratoire PPRIME (Département de Génie Mécanique et Systèmes Complexes) de l'Université de Poitiers et l'équipe machines tournantes du groupe dynamique des équipements du département ERMES (ElectRotechnique et MEcanique des Structures) d'EDF R&D Saclay.

Je souhaite exprimer mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de cette thèse. Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement mon directeur de thèse, Pr. **Mihaï ARGHIR.** Sa disponibilité pour nos visioconférences, malgré la distance qui nous séparait entre Paris et Poitiers pendant la majeure partie de cette période, a été essentielle. Sa réactivité par email et par téléphone, ainsi que sa capacité exceptionnelle d'analyse et de rigueur scientifique, lui ont permis de me transmettre avec clarté des concepts complexes en peu de mots.

Mes remerciements vont également à mon encadrant chez EDF, Dr. **Mohamed-Amine HASSINI** et à toute son équipe, pour leur travail inspirant sur la conception du banc d'essai permettant la mise en place du passage d'air dans les paliers. L'environnement stimulant qu'ils ont créé m'a encouragé à donner le meilleur de moi-même. Je remercie Dr. **Mohamed-Amine HASSINI** pour cela et pour toutes les discussions enrichissantes et les conseils personnels que je garderai toujours près de moi. Un merci particulier à **Tarik AIT-CHAITE** pour son travail acharné sans lequel ce banc d'essai n'aurait pas vu le jour, me rappelant que la simulation numérique est une bonne chose, mais il ne faut jamais oublier de se référer à la réalité.

Je suis reconnaissant envers **Benoit DE LAAGE DE MEUX** pour son accompagnement précieux tout au long de ma thèse, sa connaissance approfondie des technologies pertinentes et sa disponibilité pour co-encadrer avec moi un stage malgré ses nombreuses responsabilités quotidiennes. J'adresse également mes remerciements à **Gaetano ROSSIELO**, acteur clé du stage, dont le travail de grande qualité et la persévérance ont dissipé mes appréhensions quant à mon nouveau rôle. Les modélisations CFD cruciales pour cette thèse sont d'abord issues de ses efforts, avant que je n'en assume la responsabilité.

En outre, je souhaite exprimer ma reconnaissance envers Pr. **Traian CICONE** de l'Université Politehnica de Bucarest et Pr. **Jürg SCHIFFMANN** de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mon travail. Leurs expertises dans le domaine de la lubrification et leurs conseils avisés contribueront à rendre ce manuscrit plus rigoureux, captivant et constructif. Je remercie également Pr. **Marianna BRAZA** et Pr. **Aurelian FATU** pour l'intérêt qu'ils ont apporté pour mon travail et pour avoir accepté de faire partie du jury.

Mes remerciements vont aussi à toutes les personnes que j'ai rencontrées à EDF Lab Paris-Saclay au cours de ces trois dernières années. Vous avez rendu cette période intense de ma vie très agréable au quotidien. Je remercie tout particulièrement **Silun Zhang** pour son aide précieuse dans mon apprentissage. Je n'oublierai jamais les réunions au bureau des doctorants avec mes camarades **Maud KOCHER** et **Taryk BELAZZOUZ**, les imitations de **Donatien ROSSAT**, la ferveur politique d'**Eki AGOUZAL**, la passion des sports de combat de **Nicolas TARDIEU,** parmi tant d'autres moments mémorables. Merci à mes amis de l'université de Poitiers, **Emanuele GIAMPAOLO**, **Ala SOUISSI**, **Endri LAÇAJ** et **Nicolas ELIE** d'avoir rendu chacun de mes passages un superbe moment (et d'être venu me chercher à la gare à chaque fois).

Enfin, un mot spécial pour mes proches. À ma mère, **Christine PLANET**, qui a rendu possible mon parcours et m'inspire chaque jour par toutes les épreuves qu'elle a surmonté, qui sont bien plus grandes que tout ce que je n'ai jamais connu. À ma compagne, **Lara POTDEVIN**, qui a été ma bouffée d'oxygène pendant ces trois années. Nous avons beaucoup grandi ensemble et j'espère que nous continuerons sur cette voie. À mes frères, **Jérémy PLANET**, **Kelly VOITUS**, ainsi qu'à ma sœur, **Elodie PLANET**, merci pour tout. Merci également à tous mes amis qui ont contribué à rendre cette période aussi enrichissante et heureuse.

Résumé

Les pompes centrifuges verticales assurent la circulation de l'eau dans différents systèmes des centrales nucléaires. Dans le parc nucléaire français, plusieurs d'entre elles sont équipées de paliers fluides hydrodynamiques rainurés ou hydrostatiques à alvéoles en forme de H. Ces paliers jouent un rôle crucial en guidant la rotation du rotor tout en fournissant raideur et amortissement pour contrôler les phénomènes vibratoires. Dans les paliers hydrodynamiques, la rotation du rotor cisaille le fluide entre une surface fixe et une autre mobile séparées d'un jeu très faible, générant une pression dans le film mince. Les paliers hydrostatiques utilisent un fluide sous pression injecté dans la zone lubrifiante, offrant un fonctionnement hybride et générant des effets inertiels et de la turbulence à considérer dans les modélisations. Dans certaines situations, il pourrait y avoir un entrainement d'air dans l'eau lubrifiante des paliers. Il est probable que ce passage d'air altère les comportements statique et dynamique et affecte la tenue mécanique et le comportement vibratoire de la pompe. L'objectif de la thèse est de développer des modèles numériques représentatifs du comportement des paliers en mélange eau-air pour différents niveaux de contamination en air. Les résultats de la littérature montrent une capacité prometteuse des modèles de mélange à prédire la réponse globale d'huiles lubrifiantes contaminées par du gaz dans d'autres organes de lubrification comme les joints annulaires et les amortisseurs à film fluide. Ainsi, des modèles de mélange homogène et hétérogène sont développés pour des paliers hydrodynamiques et hydrostatiques concernés par l'étude. Ces modèles sont validés avec la littérature et quelques essais disponibles.

Mots-clés : Pompes centrifuges verticales, Paliers hydrostatiques, Paliers hydrodynamiques rainurés, Entrainement d'air, Inertie, Turbulence, Capacité de charge, Stabilité

Abstract

Vertical centrifugal pumps ensure water circulation in various systems within nuclear power plants. In the French nuclear fleet, many of these pumps are equipped with grooved hydrodynamic journal bearings or hydrostatic journal bearings with H-shaped recesses. These bearings play a crucial role in guiding the rotor's rotation while providing stiffness and damping to control vibrational phenomena. In hydrodynamic bearings, the rotor's rotation shears the fluid between a fixed surface and a mobile one separated by a very narrow clearance, generating pressure in the thin film. Hydrostatic bearings use pressurized fluid injected into the lubrication zone, offering hybrid operation and generating inertial effects and turbulence to be considered in modeling. In some situations, there may be entrainment of air into the lubricating water of the bearings. This air entrainment likely alters both static and dynamic behaviors and affects the mechanical stability and vibrational behavior of the pump. The thesis aims to develop numerical models representative of bearing behavior in water-air mixture conditions for various levels of air contamination. Literature results show promising capability of mixture models to predict overall response of lubricating oils contaminated with gas in other lubrication components like annular seals and fluid film dampers. Hence, homogeneous and heterogeneous mixture models are developed for the hydrodynamic and hydrostatic bearings under study. These models are validated against existing literature and some available tests.

Keywords: Vertical Centrifugal Pumps, Hydrostatic Bearings, Grooved Hydrodynamic Bearings, Air Entrainment, Inertia, Turbulence, Load Capacity, Stability

Table des matières

Remerciements **3**

Résumé **6**

Abstract **8**

Table des matières **10**

Nomenclature **15**

Commune à tous les chapitres 15

Chapitre 2 17

Chapitres 3 et 4 18

Chapitre 5 18

Chapitre I. Contexte, problématique et présentation des développements **19**

I.1 EDF, implications et enjeux dans le domaine du nucléaire 19

I.2 Présentation générale du fonctionnement d'une centrale nucléaire et rôle des pompes 21

I.3 Description des pompes et points de vigilance sur leur fonctionnement 23

I.4 Rôle des paliers dans le fonctionnement des pompes 24

I.5 Problématique industrielle : Entrainement d'air dans les paliers de pompe 26

I.6 Spécificités de la modélisation de l'écoulement et apports de la thèse 30

Chapitre II. Etat de l'art en Lubrification diphasique **35**

II.1 Introduction 35

II.2 Cavitation 38

II.3 Entrainement de gaz dans un liquide 41

II.3.1 Quelques structures et modélisations des écoulements diphasiques 42

II.3.2 Ecoulement de mélange en Lubrification 45

Introduction 45

Ecoulements mélange dans les joints annulaires 45

Ecoulements mélange dans les paliers 47

II.4 Coexistence de la cavitation et de l'entrainement d'air dans les amortisseurs à film fluide 49

II.5 Modèle de Diaz et San Andres pour le transport de la fraction volumique de gaz 51

II.6 Conclusion 56

Chapitre III. Modèles « bulk flow » diphasiques pour l'entrainement d'air dans les joints annulaires et les paliers hydrostatiques **58**

III.1 Introduction 58

III.2 Modèle de mélange homogène en Lubrification tenant compte des effets d'inertie 59

III.3 Modèle de mélange hétérogène en Lubrification 65

III.4 Prise en compte de la turbulence 68
III.5 Discrétisation des équations du « bulk flow » en régime diphasique 75
III.6 Algorithme SIMPLE pour la résolution des équations du « bulk flow » en régime diphasique 79
III.6.1 Résolution des vitesses de glissement 79
III.6.2 Etape de prédiction : résolution des équations de quantité de mouvement 82
III.6.3 Etape de correction de type « incompressible » : la perturbation de densité est négligée 86
III.6.4 Etape de correction de type « compressible » : prise en compte de la perturbation de densité 89
III.7 Analyse dynamique linéaire des éléments lubrifiés 94
III.7.1 Calcul des coefficients dynamiques 95
III.7.2 Analyse de stabilité avec prise en compte des effets d'inertie et de la compressibilité 100
III.8 Pertes de charge singulières en régime diphasique 105
III.9 Validation des modèles « bulk flow » de mélange et des méthodes de résolution 110
III.9.1 Comparaison à un cas de référence avec contamination en air 110
III.9.2 Illustration de l'intérêt de la méthode « compressible » pour la résolution d'écoulements de mélange 123
III.10 Modèle simplifié pour résoudre l'écoulement dans un palier hydrostatique 127
III.10.1 Bilan de débit dans les PHS : Schéma de résolution 127
III.10.2 Petites perturbations du débit massique 131
III.11 Validation du modèle « bulk flow » monophasique pour palier hydrostatique 133
III.12 Conclusion 140
Chapitre IV. Modélisation avancée pour l'entrainement d'air dans les paliers hydrostatiques ..142
IV.1 Modélisation CFD d'un palier hydrostatique pour l'évaluation des pertes de charge singulière 142
IV.1.1 Introduction 142
IV.1.2 Description du palier hydrostatique 142
IV.1.3 Logiciels CFD utilisés 143
IV.1.4 Modèles de turbulence RANS 144
IV.1.5 Géométrie et conditions aux limites du modèle CFD du palier hydrostatique ... 145
IV.1.6 Maillage du modèle CFD 147
IV.1.7 Choix du modèle de turbulence 150
IV.1.8 Critères de convergence 151
IV.1.9 Impact de l'écoulement hétérogène pour une géométrie caractéristique simplifiée152
IV.1.10 Calibration des lois de perte de charge singulière 157

IV.1.11 Coefficients de perte de charge singulière et comparaisons CFD/modèle simplifié 163

Perte de charge singulière dans l'orifice 164

Perte de charge singulière à la restriction de section alvéole-film 166

Comparaison des pertes de charge CFD VS modèle simplifié avec coefficients calibrés 168

Influence de la définition du coefficient de frottement dans la formule de Blasius sur l'évaluation des pertes de charge 173

Influence de l'hétérogénéité sur l'estimation des pertes de charge 175

IV.1.12 Prise en compte de la vitesse du rotor et variation de la pression dans les alvéoles 177

IV.2 Etude d'un palier hydrostatique à 5 alvéoles en forme de H et influence de la forme de l'alvéole 179

IV.2.1 Présentation du moyen d'essai 180

IV.2.2 Equivalence du comportement statique en mélange eau-air des paliers hydrostatiques avec alvéoles en H et alvéoles rectangulaires..... 183

IV.2.3 Validation des modèles en régime statique pour un écoulement en liquide pur dans le palier hydrostatique..... 186

IV.2.4 Comportement dynamique en mélange eau-air du palier hydrostatique avec alvéole en H..... 190

IV.3 Conclusion 193

Chapitre V. Modèle de Reynolds diphasique pour l'entrainement d'air et la cavitation dans les paliers hydrodynamiques 195

V.1 Introduction..... 195

V.2 Modèle de Reynolds diphasique pour l'entrainement d'air et la cavitation..... 197

V.2.1 Discrétisation par la méthode des volumes finis sur maillage structuré 199

V.2.2 Validation du modèle pour la cavitation dans un palier cylindrique 202

V.3 Résolution de l'équation de Reynolds diphasique sur maillages non structurés adaptés aux paliers hydrodynamiques rainurés 208

V.3.1 Eléments géométriques liés aux maillages triangulaires 210

V.3.2 Discrétisation de l'équation de Reynolds diphasique sur un maillage triangulaire 213

V.4 Calcul du palier en charge imposée..... 224

V.5 Effet de l'entrainement d'air sur les caractéristiques statiques d'un palier hydrodynamique à rainure hélicoïdale 228

V.6 Résolution de l'équation de Reynolds diphasique à l'ordre 1..... 232

V.7 Effet de l'entrainement d'air sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrodynamique à deux rainures inclinées 235

V.8 Conclusion 241

Conclusion générale 243

Références 248

Annexe A. Dérivées des propriétés du mélange par rapport à la pression 258

Annexe B. Petites perturbations des équations du « bulk flow » diphasique 259

Etape de prédiction à l'ordre 1 259

Etape de correction à l'ordre $\mathbf{1}$ 262

Annexe C. Caractéristiques de l'écoulement dans un joint annulaire en mélange huile-air 264

Annexe D. Influence du coefficient de frottement dans la loi de turbulence de Blasius 268

Annexe E. Influence du choix de la surface de référence sur l'évaluation du comportement du palier hydrostatique 271

Annexe F. Mise en évidence des effets d'inertie et de turbulence dans l'écoulement dans le palier hydrostatique industriel 276

Introduction 276

Cas d'étude 276

Sensibilité au maillage 277

Caractéristiques de l'écoulement dans le palier hydrostatique 278

Effets d'inertie et de turbulence sur la pression alvéolaire 280

Effets d'inertie et de turbulence sur les coefficients dynamiques 281

Annexe G. Comparaison des logiciels CFD Code_Saturne et Fluent pour l'évaluation des pertes de charge pour un écoulement monophasique dans le palier hydrostatique 286

Annexe H. Méthode des petites perturbations pour accélérer la résolution des calculs à charge imposée 288

Annexe I. Algorithmes de résolution du modèle de Reynolds avec cavitation (formulation $\boldsymbol{p-\theta}$) 291

Modèle de Reynolds avec cavitation (formulation de Woloszynski [60]) 291

Résolution directe du modèle de Reynolds avec cavitation 291

Utilisation du complément de Schur dans le processus itératif 294

Algorithme $\boldsymbol{p}$ « moins » $\boldsymbol{\theta}$ pour la résolution du modèle de Reynolds avec cavitation 295

Comparaison des algorithmes de résolution FBNS et $\boldsymbol{p}$ « moins » $\boldsymbol{\theta}$ sur un cas de sous-alimentation et cavitation dans un palier hydrodynamique lisse 296

Annexe J. Définition des termes de la discrétisation de l'équation de Reynolds diphasique à l'ordre 1 sur un maillage non structuré et validation 299

Annexe K. Etudes de sensibilité au maillage 303

Modèle d'écoulement diphasique dans le joint annulaire présenté dans [10] (section III.9) 303

Modèle d'écoulement monophasique dans un palier hydrostatique avec pression d'alimentation élevée [120] (section III.11) 303

Modèle CFD d'écoulement monophasique dans le palier hydrostatique industriel (section IV.1) 305

Modèle « bulk flow » pour le palier hydrostatique industriel (sections IV.1 et IV.2) 308
Modèle de Reynolds pour le palier hydrodynamique à deux rainures inclinées (section V.5)... 310
Liste des figures.....312
Liste des tableaux.....318

Nomenclature

Commune à tous les chapitres

Symboles :

C	Amortissement [N.s/m]
$\mathcal{C}$	Coefficient
C_d	Coefficient de perte de pression singulière liée à l'orifice
C_r	Jeu radial [m]
D	Diamètre [m]
D_H	Diamètre hydraulique [m]
e	Excentricité [m]
f	Coefficient de frottement de Fanning
f_t	Fonction de traînée
F	Force [N]
$\mathcal{F}$	Ensemble de nœuds
$\underline{F}, \underline{G}$	Fonctions vectorielles issues des discrétisations
g, h	Constantes de la loi de Blasius pour la turbulence
H	Epaisseur de film [m]
$\underline{\underline{Id}}$	Matrice identité
j	Unité imaginaire
J	Matrice jacobienne
k	Energie cinétique turbulente [m²/s²]
k_2	Facteur correctif pour les lois de perte de pression
K	Raideur [N/m]
K_L	Module de compressibilité du liquide [Pa]
l	Longueur [m]
l_x, l_z	Longueur circonférentielle [m], Longueur axiale [m]
m	Masse fluide [kg]
$\dot{m}$	Débit massique [kg/s]
M	Masse solide [kg]
M_a	Masse ajoutée fluide [kg]
M_G, M_m	Nombre de Mach du gaz, Nombre de Mach du mélange
M_m	Nombre de Mach du mélange
$\underline{n}, \underline{t}$	Vecteur normal, vecteur tangentielle
N	Nombre
O	Position de centre [m]
p	Pression absolue [Pa]
r_1, r_2, r_3, r_4	Coefficients de diffusion
R	Rayon [m]
$\Re, \Im$	Partie réelle, partie imaginaire
Re	Nombre de Reynolds
Re^*	Nombre de Reynolds réduit
r	Constante spécifique de l'air [J/(kg.K)]
SGN	Signe
t	Temps [s]
T	Température [K]
u, w	Composantes circonférentielle et axiale de la vitesse [m/s]
$\dot{u}, \dot{w}$	Composantes circonférentielle et axiale de l'accélération de fluide [m/s²]
U	Composante circonférentielle de la vitesse de solide [m/s]

v	Vitesse de fluide [m/s]
$\dot{v}$	Accélération de fluide [m/s²]
v_τ	Vitesse de frottement [m/s]
V	Vitesse caractéristique de fluide [m/s]
$\mathcal{V}$	Volume [m³]
W_0	Charge appliquée sur le rotor [N]
WFR	Ratio fréquence de précession sur fréquence de rotation du rotor
(x_r, z_r)	Position du rotor dans le palier [m]
$\underline{X} = (x, y, z)$	Vecteur position dans le film mince [m/s]
y^+	Distance adimensionnée à la paroi
Z	Impédance du système rotor/organe de lubrification
α	Fraction volumiqe de gaz
δ	Petite variation
Δ	Variation
ε	Rapport de longueurs caractéristiques
Λ	Surface [m²]
η	Facteur d'amortissement
η_t	Diffusitivité turbulente [m²/s]
λ	Fraction massique de gaz
λ_D	Coefficient de frottement de Darcy-Weisbach
Γ	Contour [m]
μ	Viscosité dynamique [Pa.s]
μ_t	Viscosité turbulente [Pa.s]
μ_0	Viscosité dynamique caractéristique [Pa.s]
ξ	Coefficient de perte de pression singulière
$\underline{\xi}$	Vecteur qui relie deux centres d'éléments voisins
ρ	Masse volumique [kg/m³]
σ_t	Nombre de Prandtl/Schmidt
τ	Temps [s]
Φ	Variable du fluide
ω	Pulsation d'excitation [rad/s]
Ω	Pulsation de rotation [rad/s]
Ξ	Variables transportées
$\underline{\nabla}$	Gradient [m^{-1}]
$\underline{\nabla}.$	Divergence [m^{-1}]
$\mathbb{1}$	Fonction indicatrice

Indices :

alv	Alvéole
am	Amont
ann	Annulaire
av	Aval
B	Bulle
cav	Cavitation
$circ$	Circulaire
cr	Valeur critique
dr	Dérive
el	Eléments
eq	Equivalent
e, w, n, s	Est, ouest, nord, sud (arêtes)
E, W, N, S	Est, ouest, nord, sud (centres)

F	Film
G, L, V	Gaz, Liquide, Vapeur
i, I, j, k, l	Indices
inh	Inhérent
int	Interface
lam	Laminaire
lb	Lubrification
m	Mélange
max	Maximum
moy	Moyenne
co	Couette
O	Orifice
po	Poiseuille
P	Centre de l'élément
r, st	Rotor, stator
$rain$	Rainure
ref	Référence
rel	Relatif
$turb$	Turbulent
T	Total
0	Ordre 0
1	Ordre 1
$\underline{\ }^{+}, \underline{\ }^{-}$	Conditions aux limites
$\underline{\underline{\ }}$	Nombre complexe
$\underline{\underline{\ }}$	Grandeur adimensionnée
$\tilde{\ }$	Grandeur transportée
$\underline{\ }, \underline{\underline{\ }}$	Vecteur, Matrice
$\{\ \}$	Composantes de vecteur
$\|\ \|_{\infty}$	Norme infinie
$\ _{(n)}$	Numéro d'itération
$\ ^{*}$	Grandeurs prédites dans l'algorithme SIMPLE
$\ '$	Grandeurs corrigées dans l'algorithme SIMPLE
$\leftrightarrow$	Interpolation linéaire
$\widehat{\ }$	Moyenne selon l'épaisseur de film
$\dot{\ }$	Dérivée temporelle totale

Chapitre 2

Symboles :

K	Module de compressibilité [Pa]
n	Densité volumique [m^{-3}]
S	Tension de surface de bulles [N/m]
a_G	Vitesse du son dans un gaz [m/s]
a_L	Vitesse du son dans un liquide [m/s]
κ	Viscosité de dilatation de surface [N.s/m]
γ	Rapport des capacités thermiques
τ	Temps [s]

Chapitres 3 et 4

Symboles :

$a, \breve{a}, \breve{\breve{a}}, b, c, A, B$	Matrices, vecteurs, et coefficients
C_f	Coefficient de traînée
$Q, \breve{Q}, \breve{\breve{Q}}$	Terme source
S	Contrainte de cisaillement [Pa]
τ_P	Contrainte de cisaillement à la paroi [Pa]
β	Coefficient de relaxation
ϵ	Taux de dissipation de l'énergie turbulente [m²/s^3]
κ	Coefficient de la phase de l'excitation
γ	Rapport pulsation d'excitation sur pulsation du rotor

Indices :

a, b, c, d, e	Indices

Chapitre 5

Symboles :

a, b, c, A, B	Matrices, vecteurs, et coefficients des systèmes matriciels
C_f	Couple de frottement [N/m]
Q	Centre de l'élement voisin
S	Nombre de Sommerfeld
$\underline{\underline{S}}$	Tenseur des contraintes de cisaillement [Pa]
θ	Fraction volumique de gaz
β	Coefficient
ϵ	Excentricité adimensionnée

Indices :

$a, b, c, \mathcal{A}, \mathcal{B}$	Points d'intérêt du maillage triangulaire

Chapitre I. Contexte, problématique et présentation des développements

I.1 EDF, implications et enjeux dans le domaine du nucléaire

EDF (Électricité De France) est une entreprise incontournable dans le paysage énergétique français. La société joue un rôle prépondérant dans la production d'électricité, assurant entre 70 et 75 % de l'approvisionnement électrique national. Son influence s'étend également à l'échelle mondiale, faisant d'elle l'un des principaux acteurs du secteur, avec une production totale de 467,6 TWh en 2023. Cette production diversifiée inclut le nucléaire, les énergies renouvelables, le gaz, le fioul et le charbon, mais se distingue surtout par une prédominance des sources décarbonées, avec le nucléaire et les énergies renouvelables qui contribuent à hauteur de 93 %, garantissant ainsi une production largement respectueuse de l'environnement (Figure I-1).

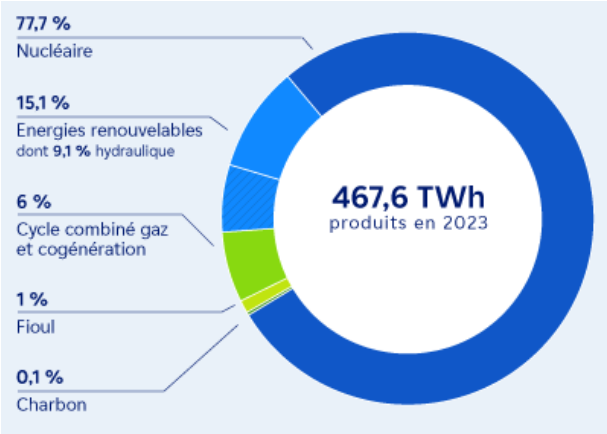


Figure I-1: Mix énergétique de la production d'EDF dans le monde en 2023 (Source : EDF, 2023)

Le nucléaire occupe une place centrale dans le portefeuille énergétique de l'entreprise, représentant environ 78 % de sa production totale. La société est un leader mondial dans la conception, la construction, l'exploitation et la maintenance des centrales nucléaires. Actuellement, l'organisation

exploite l'un des plus vastes parcs nucléaires au monde, avec des installations réparties à travers la France (Figure I-2).



Figure I-2: Répartition des centrales nucléaires en France (Source : IRSN, 2022)

Plusieurs défis émergent pour soutenir la croissance du secteur. Tout d'abord, le programme de "grand carénage" vise à prolonger la durée de vie des centrales au-delà de 40 ans en modernisant les installations existantes pour garantir leur sûreté, fiabilité et performance. En parallèle, le développement des réacteurs de troisième génération, les EPR (« Evolutionary Power Reactor »), dotés d'une capacité supérieure à celle des centrales actuelles (1600 MWe contre 900 à 1450 MWe), constitue un enjeu majeur pour l'entreprise. En France, le chantier de construction d'un EPR à Flamanville est en cours, tandis que deux EPR2 (version améliorée de l'EPR) seront lancés à Penly en 2024.

Parallèlement, EDF explore également le potentiel des réacteurs modulaires de petite taille (SMR), offrant une puissance de 10 à 300 MWe, et pouvant être construits en usine puis assemblés sur site, ce qui pourrait représenter des avantages significatifs en termes de coûts et de délais de construction.

L'entreprise s'efforce constamment de maintenir le bon fonctionnement de ses installations et d'assurer une disponibilité maximale de l'électricité. Face aux défis complexes et en constante évolution associés à la gestion du parc nucléaire, des questions scientifiques émergent, nécessitant des études approfondies menées dans les centres de recherche et développement, notamment dans le cadre de thèses industrielles.

La thèse présentée est réalisée dans l'équipe « Machines tournantes » du groupe « Dynamique des équipements » d'EDF Lab Paris-Saclay en collaboration avec l'Institut Pprime de Poitiers. Elle porte sur l'un des points d'attention liés au fonctionnement de certaines pompes lorsque les paliers qui les guident sont exposés à une alimentation « dégradée » par la présence d'air dans le fluide lubrifiant. Cette étude contribue à une compréhension et une amélioration continues de la sûreté et de la performance des centrales, s'inscrivant ainsi dans la mission globale d'EDF visant à garantir une production d'électricité sûre, fiable et respectueuse de l'environnement.

Dans cette introduction, le fonctionnement global d'une centrale sera d'abord abordé afin de souligner le rôle crucial des pompes dans son processus opérationnel. Ensuite, la technologie au cœur de cette étude, le palier, ainsi que son impact sur le comportement des pompes, seront exposés. Par la suite, la problématique industrielle centrale, à savoir le phénomène de passage d'air dans les paliers, sera examinée. Enfin, les spécificités de la modélisation utilisée seront étudiées et les contributions concrètes de cette thèse en termes de développements et de modélisation seront présentées.

I.2 Présentation générale du fonctionnement d'une centrale nucléaire et rôle des pompes

Pour mettre en lumière l'importance des pompes dans une centrale nucléaire, il est essentiel de comprendre le fonctionnement général de ce type d'installation. La production d'énergie repose sur la conversion de la chaleur issue de la fission nucléaire en électricité. Les centrales nucléaires exploitées par EDF utilisent des réacteurs à eau pressurisée (REP), où l'eau sous haute pression (155 bars) et à haute température (300-315°C) agit à la fois comme fluide caloporteur et comme modérateur de la réaction de fission. À l'intérieur du réacteur, les barres de combustible nucléaire engendrent ces réactions de fission qui libèrent une importante quantité de chaleur. Cette chaleur est transférée à l'eau circulant dans le circuit primaire. À cette étape, les pompes du circuit primaire

garantissent un débit ininterrompu du fluide caloporteur à travers le cœur du réacteur, maintenant ainsi la réaction nucléaire et la température à des niveaux stables et sécurisés.

Par la suite, l'eau chauffée dans le cœur est dirigée vers un générateur de vapeur où elle cède sa chaleur au circuit secondaire, produisant ainsi de la vapeur. Cette vapeur alimente les turbines, qui entrainent des générateurs électriques pour produire de l'électricité. Les pompes conservent une importance cruciale dans le circuit secondaire en assurant un débit constant d'eau vers le générateur de vapeur. Après avoir actionné les turbines, la vapeur doit être condensée en eau pour être réutilisée dans le cycle. Les condenseurs accomplissent cette tâche en faisant circuler la vapeur à travers un échangeur refroidi par de l'eau froide provenant d'une source froide externe, souvent une rivière, ou eau de mer. Ce réseau constitue le circuit tertiaire, dont le débit est également assuré par des pompes.

En cas d'urgence, des pompes de sauvegarde interviennent pour refroidir le cœur, préserver l'intégrité du bâtiment réacteur et maintenir le contrôle sur la réaction nucléaire. Bien que de nombreux autres circuits existent dans un réacteur, cette description simplifiée montre que la circulation d'eau est centrale et que les pompes sont des composants essentiels au bon fonctionnement du système.

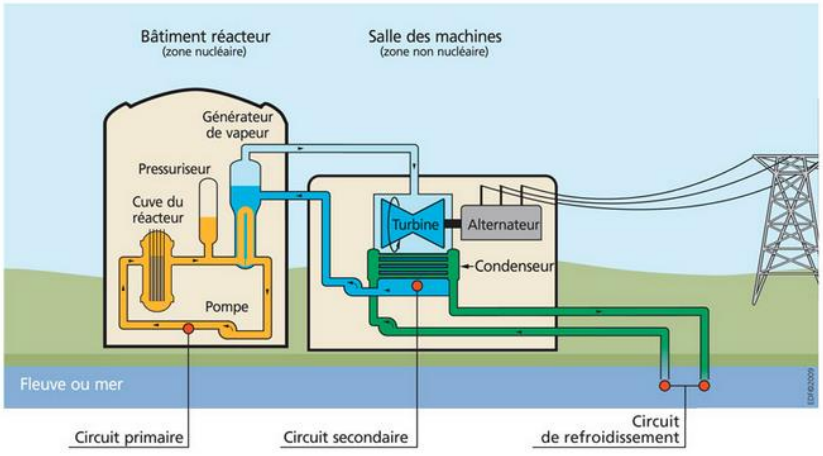


Figure I-3: Principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire (schéma IRSN)

I.3 Description des pompes et points de vigilance sur leur fonctionnement

Les pompes d'intérêt sont des pompes centrifuges verticales, couramment utilisées dans l'industrie et qui tirent leur nom de l'utilisation de la force centrifuge pour déplacer le fluide. Un schéma de cette technologie est présenté à la Figure I-4.

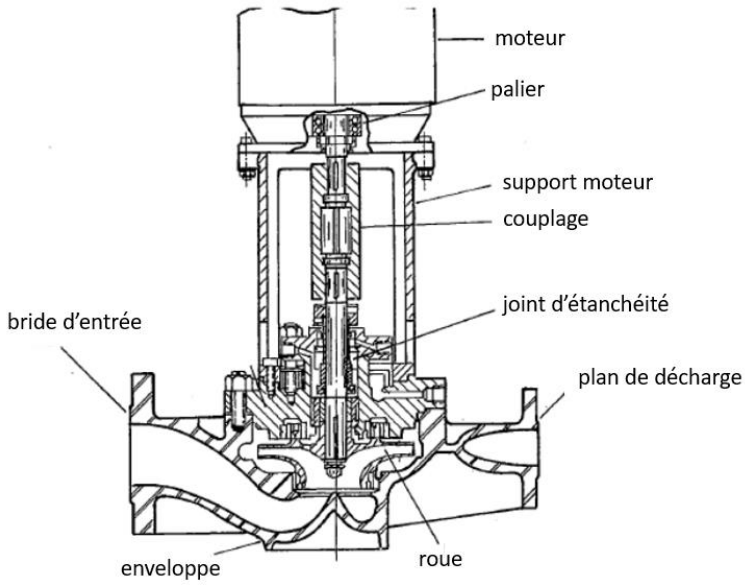


Figure I-4: Schéma d'une pompe centrifuge verticale

Un moteur électrique entraîne la roue de la pompe. Les pales courbes de la roue capturent le fluide et le propulsent vers l'extérieur à grande vitesse, avec l'aspiration correspondant à l'entrée du fluide et le refoulement à sa sortie.

D'un point de vue mécanique, le palier est un composant essentiel qui guide l'arbre de transmission de la pompe centrifuge. Conçu pour réduire le frottement, il assure un fonctionnement fluide de l'arbre, même à des vitesses de rotation élevées. Cet élément repose sur le principe de lubrification. Un film lubrifiant mince se forme entre la partie mobile (le rotor) et la partie statique (l'organe de lubrification). Il garantit un bon fonctionnement de la pompe tout en limitant le frottement et donc l'usure des pièces. Il joue également un rôle en régime dynamique en apportant raideurs et amortissements au système.

Les pompes sont soumises à un large éventail de sollicitations vibratoires tout au long de leur fonctionnement. Maîtriser la réponse vibratoire est primordial pour assurer la performance, prévenir leurs dégradations et éviter d'éventuelles indisponibilités. Des vibrations excessives peuvent entraîner une usure prématurée ou des dommages structurels.

Pour contrôler ces vibrations, une conception minutieuse et robuste et une analyse approfondie des différents éléments de la pompe sont essentielles.

I.4 Rôle des paliers dans le fonctionnement des pompes

Les paliers jouent un rôle essentiel dans les comportements statique et dynamique de la ligne d'arbres de pompe. Ils fournissent le support mécanique nécessaire pour permettre sa rotation tout en réduisant la friction. Ces composants guident la rotation et supportent les différents chargements, qu'ils soient statiques (comme les efforts hydrauliques et électromagnétiques ainsi que le poids propre dans une configuration horizontale de la pompe) ou dynamiques (tels que les balourds mécaniques ou hydrauliques, ou les défauts de lignage). De plus, ils sont dimensionnés pour apporter la raideur et l'amortissement nécessaires pour assurer la stabilité du système rotor-paliers et maintenir les vibrations à des niveaux acceptables, notamment lors de la traversée des vitesses critiques (ou fréquences de résonnance). La Figure I-5 est une représentation simplifiée d'un rotor de pompe.

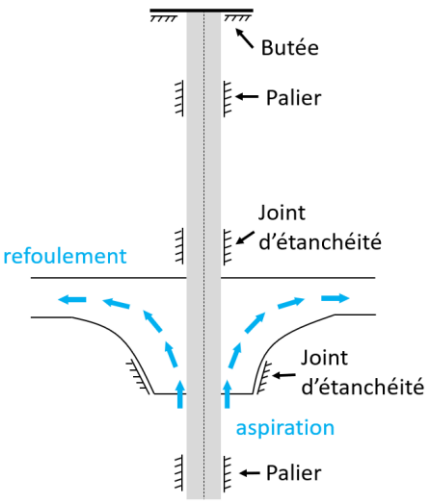


Figure I-5: Schéma d'un rotor de pompe

Le dimensionnement doit être réalisé avec précaution car certains paliers fluides peuvent également être sources d'instabilité dynamique indésirable (instabilité de type fouettement (« whip ») [1] ou de type marteau pneumatique (« pneumatic hammer ») [2–4]). Dans le cadre de cette thèse, l'analyse dynamique portera sur la stabilité du système rotor-paliers vis-à-vis de ces modes de palier (modes de corps rigide de l'arbre).

En somme, les paliers sont conçus pour supporter les charges, minimiser les frottements entre l'arbre et la surface des supports et absorber les vibrations. Parmi les différents types de paliers, deux retiennent particulièrement l'attention dans le cadre de cette étude : les paliers hydrostatiques et hydrodynamiques.

Les paliers hydrostatiques reposent sur un système de lubrification où le fluide arrive sous pression dans la zone de film mince via une source externe. La formation du film ne dépend pas uniquement de la rotation du rotor. Sur la Figure I-6 (a), le palier est un palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires.

Quant aux paliers hydrodynamiques, ils reposent sur la génération de pression par cisaillement du fluide lubrifiant confiné entre la surface fixe (le coussinet) et la surface mobile (le rotor). Sur la Figure I-6 (b), le palier est un palier hydrodynamique à rainures inclinées, configuration analysée dans cette thèse.

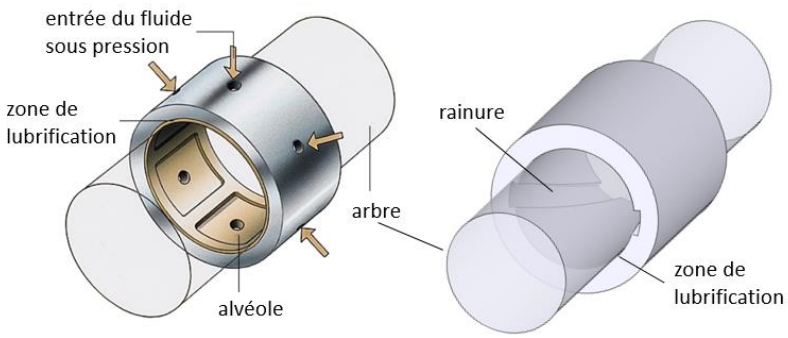


Figure I-6: Palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires (à gauche, (a)) [5] et palier hydrodynamique à rainures inclinées (à droite, (b))

L'alimentation externe confère aux paliers hydrostatiques une capacité de charge, une raideur et un amortissement élevés, tout en évitant les contacts entre les surfaces lors des démarrages et arrêts de la machine. Cependant, cette technologie nécessite une source d'énergie supplémentaire, rendant le palier hydrostatique plus coûteux et plus complexe à mettre en place que le palier hydrodynamique. Le choix entre ces deux types de paliers se fait donc au cas par cas, en fonction des caractéristiques recherchées et des ressources disponibles.

I.5 Problématique industrielle : Entrainement d'air dans les paliers de pompe

Dans l'industrie, l'huile est couramment utilisée comme lubrifiant pour les paliers. Toutefois dans les centrales nucléaires, l'eau est souvent privilégiée en raison de sa disponibilité dans les circuits et pour éviter les contraintes de maintenance associées à l'utilisation d'huile. Dans de nombreux cas, l'eau pompée dans le circuit hydraulique principal est également employée pour alimenter les paliers. Pour les paliers hydrostatiques, qui nécessitent une pressurisation du fluide, une partie de la différence de pression générée par la pompe est utilisée, éliminant ainsi le besoin d'une alimentation externe et améliorant la fiabilité du système.

Cependant, pour certaines pompes, il est soupçonné que l'eau du circuit hydraulique puisse être contaminée par de faibles fractions volumiques d'air, ce qui engendrerait une lubrification du palier par un mélange eau-air. Même de petites quantités d'air pourraient significativement altérer les comportements statique et dynamique des organes de lubrification. De nombreuses études sur le sujet ont été réalisées sur des amortisseurs à film fluide susceptibles d'ingérer de l'air depuis l'environnement par les sorties axiales du composant [6,7] ainsi que sur des joints d'étanchéité de type annulaire [8–10]. Ces derniers peuvent présenter des alimentations « dégradées » dans le contexte de leur utilisation sur des pompes multiphasiques d'extraction de gaz et de pétrole sous-marins. Des schémas de principe de ces deux technologies sont présentés sur la Figure I-7.

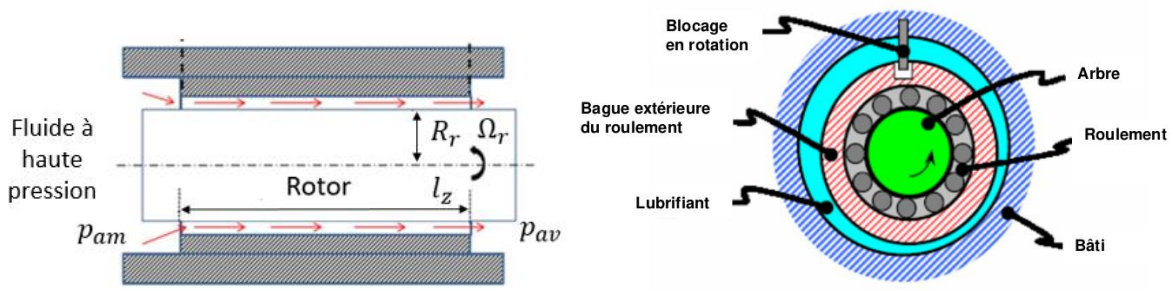


Figure I-7: Schémas de principe d'un joint annulaire (à gauche) et d'un amortisseur à film fluide (à droite)

Par exemple, Zhang et al. [9] ont observé expérimentalement que de petites proportions d'air entrainées (autour de 5 % en fraction volumique) provoquent une chute drastique de la raideur directe d'un joint annulaire. Ce type de comportement favorise l'apparition d'instabilité. Ces études dans ce domaine mettent en lumière les défis posés par ces conditions sur le fonctionnement des turbomachines, notamment lorsque les pompes doivent fonctionner avec des fractions volumiques de gaz variant de 0 à 100 % [11,12]. De même, les compresseurs de gaz humide, utilisés pour comprimer le gaz de production afin de faciliter son transport à travers les pipelines, doivent rester opérationnels malgré la présence de liquide pouvant représenter jusqu'à 10 % du volume total [11,12]. Des études révèlent que l'entrainement d'air dans les pompes peut provoquer des chutes de pression différentielle ainsi que des vibrations asynchrones [13,14]. Ces vibrations peuvent non seulement endommager les équipements, mais aussi entraîner des pertes de production.

L'objectif central de cette thèse consiste à analyser l'impact de l'entrainement d'air sur le comportement de paliers utilisés sur des pompes centrifuges verticales.

Dans le Chapitre III, la théorie et la résolution du modèle utilisé seront présentées et des validations avec des résultats de référence sur les joints annulaires et sur les paliers hydrostatiques seront exposées. Ce travail préliminaire permettra dans le Chapitre IV d'investiguer l'effet de l'entrainement d'air sur le comportement du palier hydrostatique utilisé sur les pompes centrifuges. La capacité de charge de ce type de palier est élevée et l'excentricité du rotor influence peu le comportement dynamique du système [15]. Par conséquent, l'analyse de concentrera sur le stabilité du palier autour d'une position d'équilibre supposée centrée, avec une attention particulière sur l'instabilité de type « marteau pneumatique » propre à cette technologie [2–4].

Dans le Chapitre V, l'étude portera sur l'effet de l'entrainement d'air sur la capacité de charge du palier hydrodynamique, l'évolution de ses coefficients dynamiques et de sa stabilité vis-à-vis de l'instabilité de fouettement [1]. Du fait de l'orientation verticale de la ligne d'arbres, les paliers

présentés sont à priori faiblement chargés. Afin de mener une étude exhaustive couvrant également des évènements ponctuels générant des chargements de type hydraulique ou électromagnétique par exemple, des cas de charge plus important seront aussi explorés.

Le premier phénomène vibratoire abordé est un mouvement de précession asynchrone du rotor (« whirl ») induit par l'écoulement circonférentiel du fluide dont la source d'énergie est la rotation du rotor. La fréquence de la vibration est en général inférieure à la moitié de la fréquence de rotation du rotor. Dans certaines configurations, cette vibration peut devenir instable, il est alors question de « fouettement » (« whip ») [1].

La seconde instabilité examinée est le « marteau pneumatique » (« pneumatic hammer »). Elle se produit lorsque l'amortissement généré par le palier devient négatif, augmentant ainsi les risques de contact entre le rotor et le palier. Cette dernière instabilité est observée sur les paliers hydrostatiques lubrifiés avec de l'air, en raisons des effets de compressibilité du fluide et sa source d'énergie est l'alimentation externe [2–4]. Dans un cas d'alimentation dégradé, le palier hydrostatique industriel ingère de l'air, qui introduit de la compressibilité dans le fluide, rendant crucial l'examen de cette instabilité.

Une connaissance précise de la proportion d'air en entrée de palier est nécessaire pour modéliser le lubrifiant dans la zone de film mince. EDF estime une fraction volumique de gaz d'au plus $10\ \%$ mais cette valeur reste en cours d'investigation. Dans le cadre de cette recherche, des valeurs plus élevées pourront être envisagées pour examiner l'influence de quantités d'air plus importantes. Dans un scénario d'alimentation dégradée des paliers, la fraction volumique d'air dans le mélange lubrifiant devient très variable, modifiant les propriétés physiques du mélange telles que la masse volumique et la viscosité. Étant donné l'importance cruciale des paliers dans le comportement de la ligne d'arbres, il est primordial de prédire avec précision leur réponse en régime statique et en régime dynamique avec un lubrifiant composé d'un mélange d'eau et d'air. Cette étude se concentre sur deux types de palier très utilisés sur le parc : les paliers hydrostatiques à cinq alvéoles en forme de H (Figure I-8) et les paliers hydrodynamiques rainurés (Figure I-6).

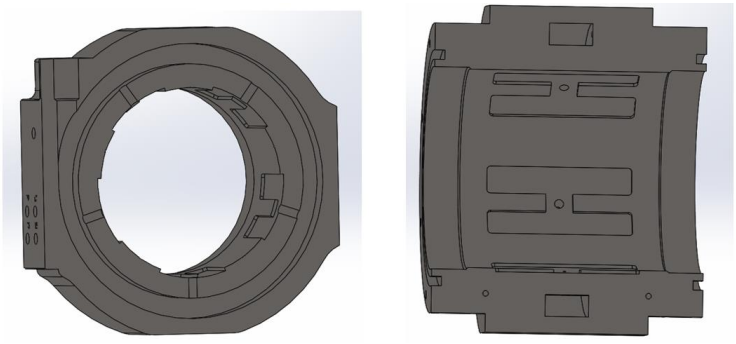


Figure I-8: Coupes du palier hydrostatique à alvéoles en H

Les développements liés à la thèse sont exclusivement numériques. Simultanément, un projet a été mené dans un laboratoire d'EDF pour mettre en place un banc d'essai expérimental incluant un palier hydrostatique à alvéoles en forme de H et une méthodologie pour inclure de l'air dans le lubrifiant. Les résultats obtenus grâce à ce dispositif expérimental ont pour but d'enrichir les études menées, tester les modèles construits et les hypothèses posées. Les recherches se sont donc principalement concentrées sur le palier hydrostatique qui sera le sujet du Chapitre IV. Dans le temps imparti pour cette thèse, les études expérimentales ne sont pas encore arrivées à leur terme. Les résultats obtenus sont des pressions statiques dans le palier pour un écoulement en eau pur. Ils permettront de valider les développements sur la partie modélisation statique de l'écoulement monophasique dans le palier hydrostatique. En ce qui concerne les modèles d'écoulement diphasiques, des résultats expérimentaux issus de la littérature seront utilisés. De nombreuses études ont porté sur l'entrainement d'air dans les joints annulaires [8–10] et dans les amortisseurs à film fluide [6,7]. Dans le premier cas, la configuration de l'entrainement d'air est très proche de ce qui est investigué ici pour les paliers ; c'est à dire un entrainement d'air à l'alimentation du palier. La différence majeure est l'utilisation d'huile dans ces applications contre de l'eau dans les paliers étudiés. Des comparaisons avec les résultats expérimentaux de Zhang et al. [9] en régimes statique et dynamique sur un joint annulaire seront menées pour valider les développements en régime diphasique.

En résumé, cette thèse vise à développer des modèles numériques pour analyser l'effet de l'entraînement d'air sur la capacité de charge du palier hydrodynamique rainuré, sur la réduction éventuelle de l'amortissement dans le palier hydrostatique, et sur la stabilité dynamique face au fouettement pour les deux types de paliers.

I.6 Spécificités de la modélisation de l'écoulement et apports de la thèse

Les écoulements étudiés dans cette thèse sont confinés, ce qui signifie que la distance entre le rotor et le coussinet, autrement dit l'épaisseur de film, est négligeable par rapport aux deux autres dimensions. Ce type d'écoulement relève de la théorie de la Lubrification. Habituellement, dans cette configuration, les forces d'inertie sont négligeables comparées aux forces de viscosité et de pression. Il est alors d'usage de résoudre l'écoulement grâce à l'équation de Reynolds [16]. Cependant, les forces d'inertie peuvent devenir prépondérantes si les jeux radiaux sont importants, si le lubrifiant est peu visqueux ou si le différentiel de pression imposé est élevé. Lorsque les forces inertielles augmentent, l'écoulement peut devenir turbulent. Pour traiter l'inertie et la turbulence dans les écoulements confinés, le système d'équations du « bulk flow » offre le meilleur compromis entre précision et effort de calcul [17,18]. Contrairement au modèle de Reynolds, les vitesses et la pression sont découplées dans la résolution. Le lubrifiant qui nous intéresse est l'eau qui présente une faible viscosité. Par conséquent, les effets thermiques seront négligés et les écoulements considérés isothermes. Pour un écoulement stationnaire et isotherme, le modèle du « bulk flow » se compose de deux équations de conservation de la quantité de mouvement, intégrant les termes d'inertie et la turbulence, et d'une équation de conservation de la masse. Les inconnues du modèle sont les champs de vitesse moyennée selon l'épaisseur de film et la pression. La turbulence est prise en compte grâce à la loi de frottement de Hirs [19], qui permet de calculer les contraintes de cisaillement aux parois en fonction des vitesses moyennes.

Dans cette thèse, ces phénomènes (inertie et turbulence) sont à regarder avec attention en raison de la faible viscosité de l'eau, et des différentiels de pression élevés (de 5 à $10\ bar$) appliqués aux paliers hydrostatiques. Le nombre de Reynolds Re est défini par :

$$Re = \frac{\rho v D_H}{\mu}, \qquad D_H = 2H \tag{I-1}$$

où D_H est le diamètre hydraulique de la section d'écoulement, égal au double de l'épaisseur de film pour un écoulement annulaire. Lorsque le nombre de Reynolds inférieur à 2000, l'écoulement est généralement considéré comme laminaire. Pour des valeurs comprises entre 2000 et 3000, le régime est à la fois laminaire et turbulent, entrant ainsi en régime de transition. Au-delà de 3000, l'écoulement devient pleinement turbulent. Ces valeurs correspondent aux limites identifiées dans le

diagramme de Moody. En Lubrification, il est courant de poser un nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de film :

$$Re_{lb} = \frac{\rho v H}{\mu} \tag{I-2}$$

Dans ce cas-là, le régime est laminaire pour $Re_{lb} < 1000$. Au-delà de cette valeur, la turbulence doit être prise en compte.

Ensuite, dans les références [20,21], il est montré que le rapport entre les forces inertielles et visqueuses peut être exprimé en fonction du nombre de Reynolds et des dimensions du palier. Ce paramètre, appelé nombre de Reynolds réduit, est défini comme suit :

$$Re^* = Re_{lb} \frac{H}{R_r} \tag{I-3}$$

Lorsque Re^* est de l'ordre de l'unité, les forces inertielles ne peuvent plus être négligées devant les forces de cisaillement. L'eau étant faiblement visqueuse et avec une chaleur spécifique deux fois supérieure à l'huile, les effets thermiques dans l'écoulement sont négligés. A $20°C$, $\rho_L \approx 1000\ kg.m^{-3}$ et $\mu_L \approx 1\ mPa.s$. Dans le palier hydrostatique, l'écoulement est principalement de type Poiseuille, généré par le différentiel de pression imposé. Une gamme de débits d'eau totaux dans le palier utilisés par l'exploitant $Q_{L,T} \in [1;4]\ m^3/h$ est étudiée dans cette thèse. Le jeu radial est $C_r = 100\ \mu m$ et le rayon du rotor est $R_r = 55\ mm$. La Figure I-9 représente les évolutions du nombre de Reynolds et du nombre de Reynolds réduit en fonction du débit volumique d'eau total dans le palier hydrostatique.

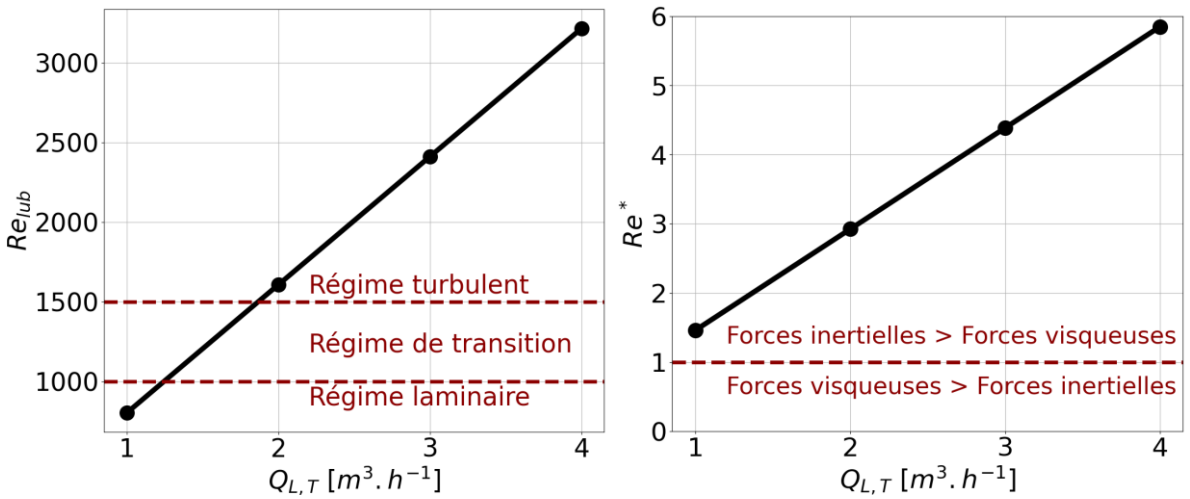


Figure I-9 : Evolution du nombre de Reynolds (à gauche) et du nombre de Reynolds réduit (à droite) estimés dans le palier hydrostatique en fonction du débit volumique d'eau total

Les estimations montrent que, sur la majeure partie de l'intervalle de débit étudié, la turbulence et l'inertie du fluide sont à prendre en compte dans l'étude. Une première contribution de cette thèse a été de développer un modèle « bulk flow » pour les écoulements monophasiques dans les paliers hydrostatiques à alvéoles en H, avec une attention particulière mise sur la définition des coefficients de frottement turbulent dans la loi de Hirs.

L'enjeu principal de la thèse réside dans la prise en compte de l'entrainement d'air dans le palier. La contamination du lubrifiant peut potentiellement altérer les caractéristiques statiques et dynamiques, et il est crucial de pouvoir prédire l'évolution de ces caractéristiques pour une fraction volumique d'air donnée dans le mélange à l'alimentation. La contamination conduirait à une diminution de la raideur et de l'amortissement du système [22,23]. L'hypothèse posée usuellement en Lubrification pour modéliser l'entrainement de gaz considère que le liquide est contaminé par de petites bulles réparties de manière homogène, dont le rayon peut varier [7,10,24]. Dans ces conditions, il est possible de calculer explicitement la fraction volumique de gaz, la masse volumique et la viscosité du mélange en fonction de la pression grâce à une approximation de l'équation de Rayleigh-Plesset [25].

Une seconde contribution de la thèse repose sur l'implémentation de modèles diphasiques pour la résolution des écoulements eau-air dans les paliers hydrostatiques basé sur le modèle proposé par Lu et San Andres [10] pour la résolution d'un écoulement de mélange huile-air dans les joints annulaires. L'algorithme itératif SIMPLE (« Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations ») est utilisé pour résoudre les équations de conservation, et une méthode pour construire la phase de

correction de l'algorithme, inspirée de la résolution pour les écoulements compressible [26] est proposée dans cette thèse pour améliorer la vitesse et la robustesse des calculs.

En parallèle de ce travail sur les écoulements confinés, un modèle CFD du palier hydrostatique pour mélanges homogènes et hétérogènes a été élaboré. Ce modèle vise à valider les modèles simplifiés en régime statique, à établir des lois de perte de charge singulière pour des écoulements diphasiques dans les paliers et à calculer les coefficients de perte de charge singulière pour les utiliser dans les modèles employés en Lubrification. En effet, il a été constaté un impact important de l'estimation précise de la perte de charge singulière en régime diphasique. Le modèle « bulk flow » calibré et validé par comparaison avec la CFD pour un écoulement diphasique est finalement utilisé pour estimer concrètement l'impact de la présence d'air sur les caractéristiques statique et dynamique du palier hydrostatique.

Le Chapitre V porte sur l'étude de l'entrainement d'air dans les paliers hydrodynamiques rainurés. Ici, le différentiel de pression imposé aux extrémités axiales du palier est faible ($\Delta p \approx 0.2\ bar$) et l'écoulement est principalement généré par l'effet de Couette dû à la rotation du rotor ($\Omega_r \approx 1200\ tr/min$). En position de rotor centré, la vitesse moyenne de l'écoulement est donnée par $v = \frac{R_r \Omega_r}{2}$, le rayon du rotor est de $50\ mm$, et les jeux radiaux d'intérêt se situent entre $35\ \mu m$ et $90\ \mu m$. La Figure I-10 montre les évolutions du nombre de Reynolds et du nombre de Reynolds réduit en fonction du jeu radial du palier hydrodynamique. Les estimations justifient que dans une première approximation, la prise en compte des effets d'inertie et de turbulence n'est pas nécessaire pour l'étude du palier hydrodynamique rainuré.

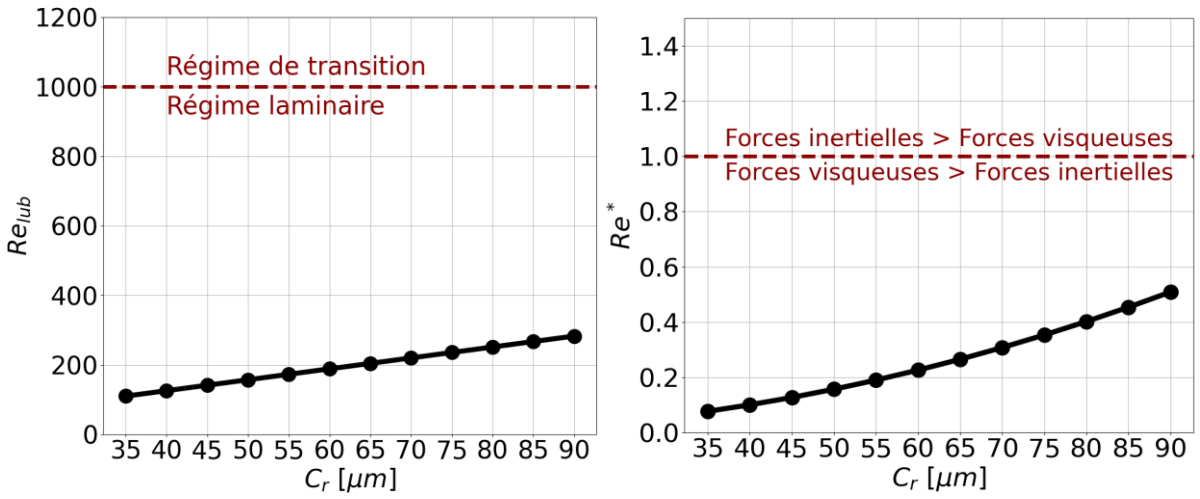


Figure I-10: Evolution du nombre de Reynolds (à gauche) et du nombre de Reynolds réduit (à droite) dans le palier hydrodynamique en fonction du jeu radial

Une troisième contribution de cette thèse a été de développer un modèle de Reynolds de mélange homogène permettant de prendre en compte l'entrainement d'air et de modéliser également l'apparition de gaz dans le fluide par cavitation [7], car contrairement aux écoulements dans le palier hydrostatique, les pressions peuvent atteindre la pression de cavitation dans le palier hydrodynamique et le liquide se vaporise. La variabilité des propriétés du mélange introduit des non-linéarités dans l'équation de Reynolds isotherme. Dans un premier temps, le modèle est évalué sur des paliers hydrodynamiques lisses afin de le comparer à des modèles classiques de cavitation. Ensuite, la résolution de l'équation de Reynolds diphasique a été adaptée pour l'utilisation de maillages triangulaires pour les études de paliers hydrodynamiques rainurés. La résolution statique s'inspire des travaux de Dahite et Arghir [27] qui ont développé un solveur pour obtenir la solution de l'équation de Reynolds monophasique sur des maillages non structurés pour des joints annulaires segmentés lubrifiés par un gaz pur. Dans cette thèse, le modèle a été étendu à l'étude des petites perturbations de la position d'équilibre du rotor afin de déterminer les coefficients dynamiques linéaires du palier hydrodynamique (coefficients de raideur et d'amortissement). Le choix de développer un solveur adapté à la résolution sur des maillages triangulaires apportent une flexibilité pour traiter à l'avenir d'autres problématiques industriels, comme par exemple l'évaluation de l'impact de rayures dans des paliers.

Avant d'aborder les études sur les deux configurations technologiques d'intérêt, un état de l'art en Lubrification diphasique est présenté dans le Chapitre II.

Chapitre II. Etat de l'art en Lubrification diphasique

II.1 Introduction

La présence de gaz dans les lubrifiants peut résulter de la vaporisation, de la libération de gaz dissous, de l'ingestion d'air provenant de l'environnement ou encore du transport de gaz dans le circuit d'alimentation. Les trois premiers phénomènes surviennent à la suite d'une dépression dans le composant lubrifié et se manifestent par une rupture du film liquide [16]. Sur les pompes concernées par l'étude, les paliers sont complètement immergés donc le phénomène d'ingestion d'air en provenance de l'atmosphère n'est pas considéré.

La vaporisation est un processus physique par lequel un liquide se transforme en gaz lorsque ses molécules acquièrent suffisamment d'énergie pour surmonter les forces d'attraction intermoléculaires et s'échapper sous forme gazeuse. Cette énergie peut provenir de sources thermiques ou mécaniques, conduisant respectivement à l'ébullition ou à la cavitation. Pour l'ébullition, l'énergie requise pour rompre les liaisons intermoléculaires provient d'une augmentation de chaleur dans le lubrifiant due au cisaillement induit par le mouvement des parois qui confinent le fluide. Ces forces de frottement élèvent la température du liquide jusqu'à son point d'ébullition. Comme mentionné dans l'introduction, l'eau est utilisée comme lubrifiant dans les systèmes industriels concernés par l'étude. Sa viscosité, bien inférieure à celle des huiles couramment utilisées (environ $1\ mPa.s$ contre environ $50\ mPa.s$) et sa capacité thermique deux fois plus importante (environ $4\ \mathrm{J.g^{-1}.K^{-1}}$ contre $2\ J.g^{-1}.K^{-1}$) réduit la chaleur générée par frottement. Dans ce manuscrit, l'écoulement dans les paliers sera considéré isotherme à $20°C$, et le phénomène d'ébullition sera négligé.

La cavitation est provoquée par une baisse de pression locale due à divers facteurs tels que des variations de vitesse ou de géométrie dans l'écoulement. Lorsque la pression atteint la pression de vaporisation, le liquide se vaporise. La pression de vaporisation de l'eau à $20°C$ est environ de $0.0317\ bar$. Dans les modélisations, la cavitation se manifeste par une zone spécifique du domaine fluide où la pression est constante et la fraction volumique de gaz est strictement supérieure à 0. En dehors de cette zone, le liquide est considéré comme pur (fraction volumique de gaz nulle) et la pression est strictement supérieure à la pression de cavitation. La Figure II-1 illustre le phénomène de cavitation dans un palier hydrodynamique complètement immergé, avec une représentation simplifiée de la délimitation des domaines dans la modélisation. Dans un régime stationnaire, le

liquide s'écoule autour d'une poche de gaz fixe, qui forme une strie par effet de tension superficielle, s'étendant sur toute l'épaisseur de film.

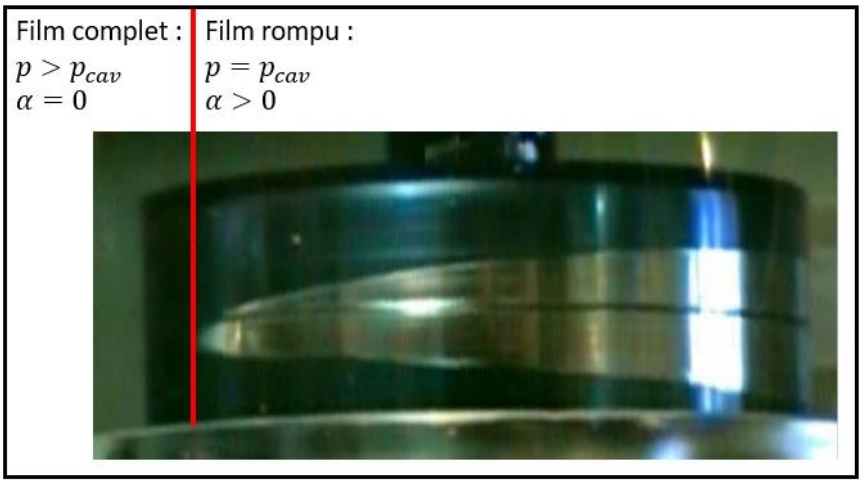


Figure II-1: Cavitation dans un palier hydrodynamique complètement immergé dans un liquide [28]

La libération de gaz dissous est un processus de diffusion gazeuse où un transfert de masse se produit du liquide vers le gaz. Elle est souvent appelée « cavitation gazeuse » car elle se traduit également par une rupture du film fluide lorsque la pression atteint une limite appelée pression de saturation. Cette pression, souvent supérieure à la pression de vaporisation, dépend du gaz considéré et de la quantité dissoute. Des articles traitent de ce phénomène en passant par le concept de solubilité [29,30]. En pratique, une « cavitation gazeuse » est fréquemment observée à une pression légèrement inférieure à la pression atmosphérique. Son traitement numérique est souvent similaire à celui de la cavitation, avec une pression de cavitation qui correspond à la pression de saturation du gaz dissous. Des détails théoriques sur le phénomène de cavitation sont donnés dans les références [31,32]. D'après Sun et Brewe [33], le temps caractéristique pour générer une bulle de $100\ \mu m$ par diffusion gazeuse, de l'ordre de la seconde, est bien plus important que par processus de vaporisation, de l'ordre de $10^{-6}\ s$. Il est conclu que le processus d'évaporation est généralement suffisamment rapide pour remplir la zone cavitation avec de la vapeur tandis que le processus de diffusion est trop lent pour que l'air dissous puisse se libérer. Sous cette hypothèse, la cavitation est prise ici équivalente à la vaporisation de l'eau avec une pression de cavitation $p_{cav} = 0.0317\ bar$.

Le transport de gaz dans les lubrifiants, également appelé entrainement de gaz, exerce un impact significatif sur les performances des systèmes de lubrification [7,10]. Ce phénomène se manifeste

lorsque des bulles de gaz, telles que de l'air, sont piégées en quantité non négligeable dans le lubrifiant et transportées à travers le système. Contrairement à la cavitation, ce processus ne comporte pas d'échange de masse entre les deux phases. Lorsque le gaz est entrainé dans le liquide, la présence de la phase secondaire affecte le comportement global du fluide pour des pressions supérieures à la pression de cavitation. Si la phase gazeuse est bien dispersée dans le liquide, l'écoulement peut être considéré comme un mélange dont la masse volumique et la viscosité varient en fonction de la fraction volumique de gaz présente localement [34]. Cet entrainement de gaz tend à diminuer les fluctuations de pression comparé à un fonctionnement totalement étanche [35] (Figure II-2).

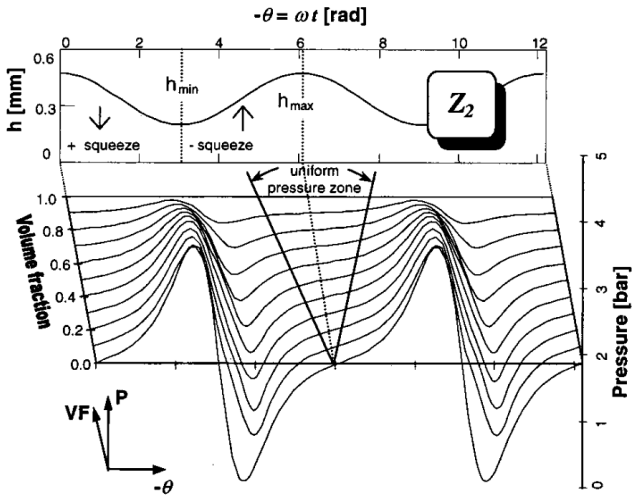


Figure II-2: Variations de pression dans un amortisseur à film fluide selon la circonférence et en fonction de la fraction volumique d'air entrainée [25]

La Figure II-3 illustre l'entrainement d'air dans un joint lubrifié à l'huile. La modélisation de ce phénomène dans les paliers est le cœur du sujet de thèse. Il est alors question d'alimentation dégradée du palier et de lubrifiant contaminé.



Figure II-3: Contamination en air dans un joint annulaire lubrifié à l'huile [36]

La cavitation et l'entrainement de gaz ont des implications distinctes sur les performances des systèmes de lubrification qui seront analysés à la fin du Chapitre V lors d'une étude de paliers hydrodynamiques rainurés qui mettra en jeu les deux phénomènes.

II.2 Cavitation

Dans certaines situations, la cavitation est improbable, notamment dans les paliers faiblement chargés ou fonctionnant avec des pressions d'alimentation élevées, comme les paliers hydrostatiques. Par conséquent, la cavitation sera négligée dans les études de palier hydrostatique de ce manuscrit. Toutefois, si les conditions de fonctionnement génèrent des dépressions suffisantes pour provoquer la cavitation du fluide, comme cela pourra être observé dans les études consacrées aux paliers hydrodynamiques, le modèle doit intégrer cette discontinuité. Etant donné que la cavitation est courante en lubrification, de nombreux modèles traitent de cette question. Une rétrospective détaillée sur le sujet est apportée par [37].

En 1914, Gumbel [38] fut le premier à considérer la rupture de film. Son modèle consiste à remplacer toutes les valeurs de pression inférieures à la pression de cavitation par cette dernière après résolution. Ce modèle génère un champ de pression continu, mais avec une dérivée discontinue au niveau de la transition, ce qui implique une non-conservation du débit. De plus, il ne prend pas en compte la potentielle reformation du film, rendant ce modèle partiellement représentatif de la réalité. Swift [39] en 1932 et Stieber [40] en 1933, ont proposé une condition de dérivée de pression

continue, dite de Reynolds, à la transition entre le film complet et le film rompu. Bien que ce modèle améliore la représentation de la rupture du film, il ne garantit pas la continuité du débit lors de la reformation du film, et ses prédictions sont imprécises en régime dynamique [41]. La Figure II-4 illustre les différents modèles de cavitation.

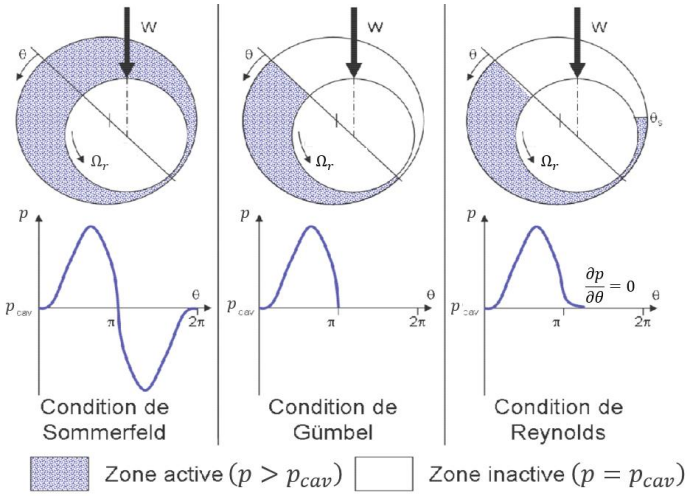


Figure II-4: Illustration de différents modèles de cavitation [16]

Ces modèles ne permettent pas non plus de reproduire l'apparition de pressions légèrement inférieures à la pression de cavitation, comme observée expérimentalement par Floberg [42,43]. Pour observer ce phénomène numériquement, Mory et al. [44] ont supposé une séparation de l'écoulement selon l'épaisseur de film, avec une vitesse fluide et sa dérivée nulles au point de séparation, comme illustré sur la Figure II-5. D'autres modèles basés sur le même principe de séparation ont été développés par Coyne et Elrod [45], Hopkins [46] et Birkhoff et Hays [47]. Bien que ces modèles permettent d'obtenir des pressions inférieures à la pression de cavitation, ils ne peuvent pas représenter les évolutions temporelles de la zone de cavitation induites par le mouvement des surfaces [37].

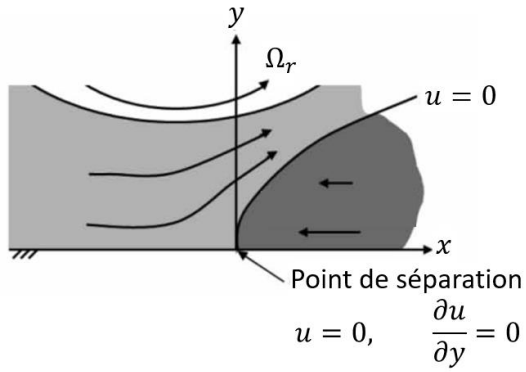


Figure II-5: Détachement de l'écoulement selon l'épaisseur de film

Les travaux de Jakobsson, Floberg et Olsson [42,48–50] ont posé les bases de la théorie JFO, qui clarifie le développement théorique pour assurer la conservation du débit à la fois à la rupture et à la reformation, tout en permettant de suivre dynamiquement l'interface liquide-gaz. La construction du modèle suppose une formation de la cavitation sous forme de stries qui s'étendent sur toute l'épaisseur de film, comme pour Swift et Stieber [39,40]. La théorie JFO est largement acceptée dans la communauté scientifique. Néanmoins, son implémentation peut s'avérer complexe, en particulier pour déterminer explicitement la position de la zone de reformation du film.

En 1974, Elrod et Adams [51] ont proposé une équation de Reynolds généralisée basée sur la théorie JFO. L'algorithme développé permet de respecter la conservation de la masse dans tout le palier et de résoudre une unique équation pour la zone de film complet et la zone de film rompu. Cet effort de modélisation a été complété par Elrod en 1981 [52] et le modèle final est connu sous le nom d' « algorithme de cavitation d'Elrod ». La pression p et le taux volumique de remplissage par le gaz θ sont les inconnues de l'équation de Reynolds généralisée. Les conditions de conservation de masse et de seuil de pression de cavitation peuvent être encapsulées dans une contrainte de complémentarité [53,54]. Des tests effectués par Woods et Brewe [55] et par Brewe et Jacobson [56] à la fin des années 1980 ont confirmé l'efficacité du modèle d'Elrod et Adams [51] pour des cas de chargements dynamiques. Des améliorations, comme la prise en compte la tension de surface par Mistry en 1997 [57], ont été apportées, mais le modèle d'Elrod et Adams [51] reste une référence pour modéliser la rupture de film.

Par la suite, des travaux ont été menés pour accélérer la résolution du modèle d'Elrod et d'Adams. Des algorithmes robustes et efficaces ont été proposés, notamment au début des années 2010 avec la méthode augmentée itérative Elrod-Adams $p - \theta$ [58], la méthode exacte de complémentarité linéaire $p - \theta$ basée sur le pivotement [53], ou la fonction de commutation modifiée [59]. En 2015,

Woloszynski et al. [60] ont proposé de remplacer la condition de complémentarité du modèle de cavitation par une équation de Fisher-Burmeister et ont construit un algorithme de résolution pour ce modèle en deux étapes intitulé algorithme Fisher-Burmeister-Newton-Schur (FBNS). En le comparant aux autres algorithmes cités dans ce paragraphe sur l'étude d'un écoulement hydrodynamique entre une surface plane en mouvement et une surface fixe texturée, Woloszynski et al. [60] observent que l'emploi de la méthode FBNS permet d'obtenir un gain de temps de simulation très important. En 2018, Biboulet et Lubrecht [61] ont proposé une méthode alternative pour résoudre le couplage entre l'équation de Reynolds et l'équation de Fisher-Burmeister en introduisant une unique inconnue égale à la différence entre la pression adimensionnée et la fraction volumique de gaz. Ils ont obtenu un solveur robuste et rapide avec une complexité en temps quasi-linéaire.

Les différents modèles de cavitation exposés sont construits à partir de l'observation des conséquences de la cavitation et permettent de modéliser ce phénomène en partant de l'équation de Reynolds. Cependant, ces modèles ne sont pas applicables à des systèmes d'équations plus complexes comme le modèle « bulk flow ». Il est alors possible d'intégrer la cavitation à la modélisation en utilisant la théorie dynamique des bulles [31,32]. La dynamique des bulles est régie par l'équation de Rayleigh-Plesset [62,63]. L'approche qui peut être adoptée pour modéliser la cavitation consiste à considérer que les bulles sont composées de vapeur et de gaz transporté [64]. La vapeur échange de la masse avec le liquide environnant, contrairement au gaz transporté. Le modèle suppose l'existence de germes de cavitation présents sous forme de microbulles à l'alimentation qui ne contiennent pas de vapeur et qui imposent donc l'existence d'au moins une infime quantité de gaz transporté. Si la quantité de gaz entrainé est importante à l'alimentation, le modèle permet de prédire l'effet d'entrainement de gaz pour des pressions supérieures à la pression de cavitation. Dans la majorité des modèles de mélange en Lubrification, l'équation de Rayleigh-Plesset est grandement simplifiée. Par exemple, Diaz et San Andres [25] ont supposé un simple équilibre de pression entre les bulles et le liquide environnant, en négligeant la dynamique à l'interface, ce qui permet d'aboutir à une relation explicite entre la fraction volumique de gaz et la pression. A l'inverse, Someya [65] a intégré les termes d'amortissement et de tension de surface dans la dynamique des bulles, ce qui, selon Gehannin [64], renforce la robustesse du modèle pour la prédiction de la cavitation.

II.3 Entrainement de gaz dans un liquide

II.3.1 Quelques structures et modélisations des écoulements diphasiques

Dans cette thèse, l'objet de l'étude porte sur la modélisation des effets de l'entrainement d'air dans les paliers. Pour modéliser ce phénomène, il est nécessaire de définir la structure de l'écoulement diphasique. Diverses structures sont illustrées sur la Figure II-6, variant en fonction des conditions d'écoulement. Dans l'écoulement à bulles [66], de petites bulles de gaz sont dispersées dans le liquide. Elles se forment et se déplacent indépendamment, ce qui implique une dispersion uniforme et un mélange homogène dans le liquide. L'écoulement en bouchons [67] se caractérise par des poches de gaz de taille significative par rapport aux dimensions de la section d'écoulement, séparées par des zones de liquides. Dans ce régime, les deux phases sont considérées comme continues séparées par une interface claire. Les inclusions volumineuses de gaz peuvent provoquer des variations de pression marquées et sont souvent associées à des régimes transitoires. Ils peuvent être formés par l'accumulation de poches de gaz ou par la coalescence de bulles. Quant à l'écoulement annulaire, le gaz circule principalement au centre de la conduite, formant un noyau entouré d'un film liquide sur les parois, typiquement observé à des vitesses élevées du gaz par rapport au liquide. Enfin, le régime d'écoulement stratifié [68] se distingue par la séparation des deux phases en couches distinctes occupant chacune une partie de la section transversale du conduit, avec une interface clairement définie. Pour simuler un écoulement diphasique, il convient de définir la structure de l'écoulement pertinente pour choisir le modèle à implémenter. Ce choix, ainsi que les justifications sous-tendant cette décision, seront discutés dans la section II.5.

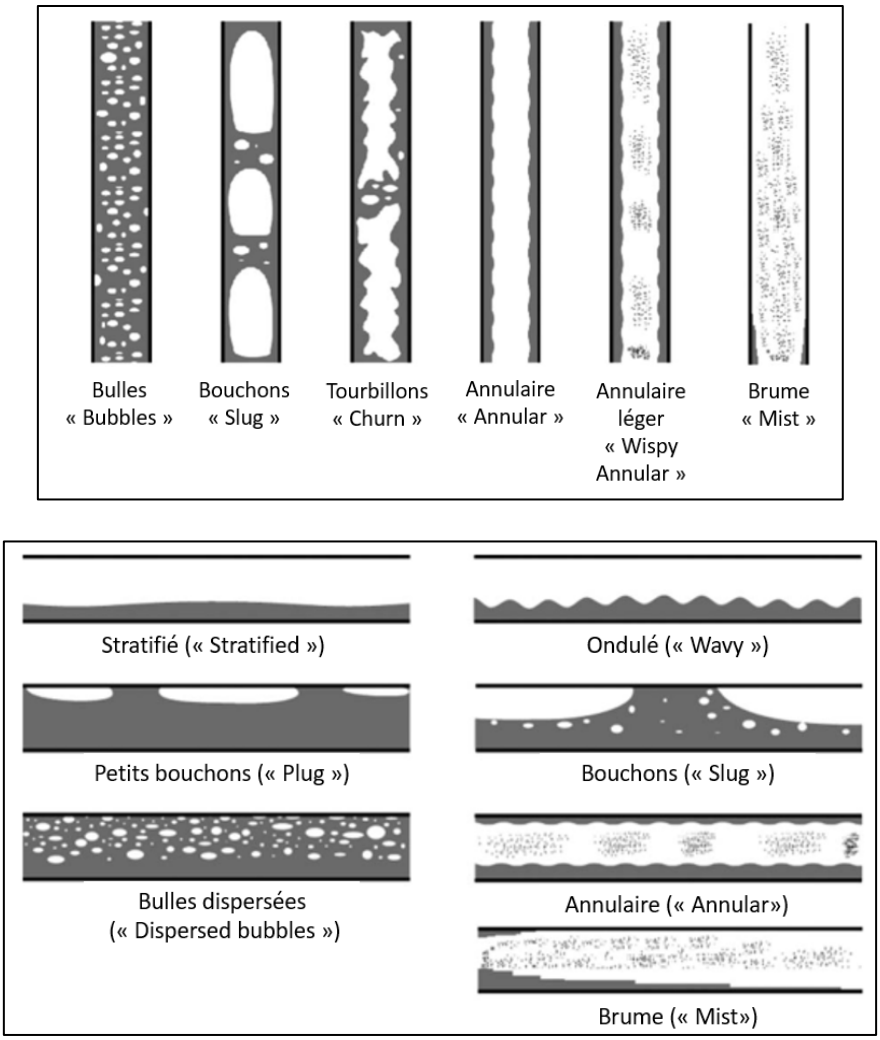


Figure II-6: Structures d'écoulement diphasique pour des écoulements verticaux (en haut) et horizontaux (en bas) [69]

Les écoulements étudiés dans cette thèse sont isothermes, excluant l'équation de l'énergie des modèles. Comme pour les écoulements monophasiques, les écoulements liquide-gaz sont généralement traités par une approche de modélisation eulérienne. Des exemples de telles résolutions en CFD sont présentés dans [70,71]. L'approche eulérienne consiste à discrétiser le domaine en volumes fixes et à vérifier les équations de conservation dans chacun de ces volumes. Cette méthode permet de représenter une phase dispersée dans une phase continue ou deux phases continues séparées par une interface. La présence de chaque fluide est caractérisée par sa fraction volumique, une fonction continue de l'espace et du temps, la somme des fractions volumiques étant égale à 1 dans chaque volume. Une équation de conservation de la masse est résolue pour chaque phase avec des termes sources qui représentent les échanges de masse. Lorsque la phase gazeuse est dispersée dans le liquide, la fraction volumique de chaque phase peut varier entre 0 et 1. En

revanche, pour un écoulement diphasique composé de deux phases continues et distinctes, la fraction volumique de chaque phase vaut 0 ou 1 partout sauf dans les régions d'interface. Afin de conserver une interface nette, des schémas de discrétisation spécifiques comme le captage d'interface compressif (« compressive interface capturing », CICSAM) [72] ou la méthode de construction d'interface linéaire par morceaux (« piecewise-linear interface construction », PLIC) [73] sont utilisés plutôt qu'un schéma « upwind » classique pour approximer le terme convectif dans les équations de conservation de masse.

Le modèle d'écoulement Eulérien complet [74] comprend les équations de conservation de masse et d'impulsion pour chaque phase. Cela implique que le liquide et le gaz possède leur propre vitesse d'écoulement, bien qu'elles partagent la même pression. Des termes sources caractérisent les échanges de quantité de mouvement entre les phases. Des simplifications du modèle eulérien complet existent, où les équations de conservation pour un fluide unique avec des propriétés de mélange sont résolues, complétées par la résolution d'une équation de conservation pour la masse de gaz. Cela réduit le nombre d'équations à résoudre et simplifie considérablement les interactions qu'il est possible de prendre en compte entre les phases. La masse volumique et la viscosité de ce mélange sont calculées à partir de celles de chaque phase.

Basé sur ce principe de simplification, le modèle de mélange permet de traiter une phase gazeuse dispersée dans un fluide, et les modèles comme le modèle « Volume Of Fluid » (« VOF ») [75,76] ou le modèle « level set » [77] sont utilisés pour traiter deux phases continues en reconstruisant les interfaces qui les séparent. Les méthodes de reconstruction d'interface sont employées pour des simulations où la forme et la dynamique de l'interface sont importantes, tels que les écoulements en poches ou stratifiés.

Le modèle de mélange est approprié pour des simulations d'écoulements bien mélangés comme les écoulements à bulles, particulièrement lorsque les interactions entre phases jouent un rôle mineur. Lorsque les vitesses des phases diffèrent significativement et influencent le comportement du mélange, ce modèle peut être étendu pour prendre en compte le glissement entre le gaz et le liquide. Cet effet est modélisé par des coefficients de diffusion dans les équations de quantité de mouvement, tout en conservant une résolution pour un fluide unique. Ce modèle élargi est connu sous le nom de modèle de mélange hétérogène, ou « ASMM » (« Algebraic Slip Mixture Model »), développé par Manninen et al. [78]. Il est également possible d'étendre le modèle de mélange pour inclure les effets de déséquilibre thermodynamique et de métastabilité [79], bien que ces derniers aspects ne soient pas abordés dans cette thèse.

Lorsque l'intérêt de l'étude porte sur la réponse globale de l'écoulement dans un système, comme l'influence d'un écoulement diphasique sur le comportement d'un système rotor-palier, l'utilisation d'un modèle de mélange peut être avantageuse [74].

II.3.2 Ecoulement de mélange en Lubrification

Introduction

La problématique d'entrainement de gaz dans le lubrifiant a déjà été observée dans divers systèmes de lubrification. Lorsque le lubrifiant est contaminé par une phase gazeuse, les propriétés statiques et dynamiques des composants lubrifiés (palier et étanchéité) sont modifiées, affectant ainsi le comportement de la ligne d'arbres. La littérature scientifique présente de nombreuses études sur la contamination des lubrifiants dans les joints annulaires, les paliers et les amortisseurs à film fluide, dont certaines sont détaillées dans les sections suivantes. Dans la majorité des cas, un modèle de mélange homogène est utilisé pour représenter ces interactions.

Ecoulements mélange dans les joints annulaires

Le joint annulaire est un élément crucial de la ligne d'arbres d'une pompe (Figure I-4 et Figure II-7) car il limite les fuites de fluide vers les composants internes. Il réduit le débit entre une zone de haute pression et une zone de basse pression grâce au jeu très faible entre lui et le rotor (quelques microns à quelques centaines de microns), ce qui génère une importante résistance hydraulique.

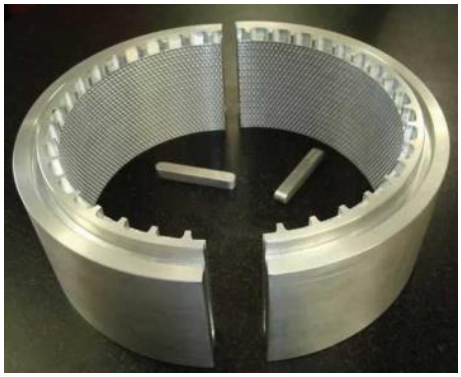


Figure II-7: Joint annulaire à poches [5]

Ce composant a fait l'objet de nombreuses recherches concernant l'entraînement d'air. Dans les années 1990, la NASA a étudié le comportement des joints annulaires de pompe en milieu diphasique. En effet, Iwatsubo et Nishino [80] ont mené des expérimentations pour quantifier les effets de l'entraînement d'air dans l'eau sur les forces dynamiques dans des joints annulaires fonctionnant à faibles pressions et vitesses. Les fractions volumiques ingérées étaient conséquentes, atteignant jusqu'à $70\ \%$, réduisant les forces radiales et tangentielles et provoquant des vibrations aléatoires du rotor. Cependant, la phase gazeuse n'a pas eu que des effets négatifs sur le comportement dynamique du joint ; la fréquence de précession (« whirl frequency ratio » : WFR) diminue pour une fraction volumique de 25 % et une diminution de cette fréquence est généralement associée à une meilleure stabilité du système. La majorité des modèles traitant des écoulements diphasiques dans les joints se basent sur l'hypothèse d'homogénéité d'écoulement [81,82].

De plus, il est connu que l'utilisation d'un lubrifiant compressible engendre une dépendance des coefficients dynamiques à la fréquence d'excitation [83]. Cette variabilité est à prendre en compte dans les études de stabilité. L'étude d'Arghir et al. [81] sur des joints annulaires texturés contaminés par de l'air montre que la compressibilité introduite par une petite quantité de gaz dans un liquide suffit pour observer cette dépendance. En outre, il est également montré dans cet article que l'augmentation du passage d'air implique une diminution des raideurs directe et croisée, de l'amortissement croisé et de la masse ajoutée, ainsi qu'une augmentation de l'amortissement direct.

Récemment, les problématiques industrielles liées au fonctionnement en mélange de joints annulaires de pompes utilisés dans l'extraction pétrolière et gazière en eaux profondes ont stimulé la recherche. La Figure II-3 montre une image d'un écoulement contaminé dans un joint reproduit expérimentalement [36]. De nombreux articles provenant du laboratoire « Turbomachinery Laboratory - Texas A&M University » ont été publiés sur ce sujet depuis le début des années 2010. Les avancées ont d'abord été numériques [82] puis soutenues par des résultats de référence obtenus à partir de bancs d'essai [9,84]. Par exemple, Zhang et al. [9] ont mené des investigations expérimentales sur les performances dynamiques d'un joint annulaire long lubrifié avec de l'huile contaminée. La fraction volumique de gaz atteignait jusqu'à $10\ \%$ et il a été observé qu'en dessous de certaines fractions volumiques spécifiques (supérieures à 4 %), la présence de gaz réduisait l'amplitude des vibrations sous-synchrones. En revanche, une augmentation de la proportion d'air dans le mélange diminuait la raideur directe du système, menant à des vibrations auto-entretenues lorsque cette raideur devenait négative. Lu et San Andres [10] ont constaté que cette diminution rapide n'est pas reproduite par le modèle de mélange homogène. Ils ont alors développé un modèle de mélange hétérogène [10] mettant en évidence une influence du glissement entre les phases sur le

comportement dynamique du joint. Les modèles de mélange homogène et hétérogène permettent de corréler les estimations expérimentales de débit de fuite présentées, mais seul le modèle de mélange hétérogène parvient à reproduire l'évolution de la raideur directe, bien que l'écoulement soit principalement homogène, excepté en sortie de joint où les phases se séparent légèrement.

En 2019, dans un souci de complexification de la modélisation de la structure du mélange afin de prédire des comportements que le modèle de mélange homogène ne fournit pas, Grimaldi et al. [85] ont présenté un modèle d'écoulement diphasique stratifié. Dans leurs résultats numériques, le liquide reste attaché au stator et s'écoule lentement en régime laminaire, tandis que le gaz est attaché au rotor et s'écoule de manière turbulente. Cette approche offre une meilleure prédiction du débit de fuite par rapport aux travaux de Lu et San Andres [86], mais aucune étude dynamique du joint n'est présentée.

Pour valider ces modèles de mélange en Lubrification, il est possible de recourir à des logiciels de CFD éprouvés. Cette démarche a été entreprise plusieurs fois par le passé, notamment dans [5,87,88]. Des interrogations persistent quant au cadre de validité des modèles de turbulence monophasique utilisés pour les écoulements de mélange. Par exemple, une limite de validité de la formule de Blasius est suggérée pour estimer les coefficients de frottement dans une section d'écoulement à parois lisses avec $\alpha \leq 5\ \%$ [89].

En conclusion, les études révèlent que la contamination avec du gaz altère le comportement d'un joint conçu pour une lubrification avec un liquide pur, affectant ainsi ses performances statique et dynamique et pouvant compromettre la stabilité de la ligne d'arbres. Même une petite proportion de gaz ($\alpha \approx 5\ \%$) suffit à entrainer ce type d'effet. Il est donc impératif de comprendre, de caractériser et de modéliser ce phénomène. Parmi les travaux examinés, ceux de Lu et San Andres [10] se démarquent par la qualité de leurs résultats sur la contamination de l'huile par l'air, établissant des corrélations solides entre les données numériques et expérimentales. Ils montrent que le modèle d'écoulement homogène peut s'avérer très limité dans ses prédictions en régime dynamique et que le modèle de mélange hétérogène est une alternative intéressante.

Ecoulements mélange dans les paliers

Il existe plusieurs études d'écoulement de mélange dans les paliers qui ont notamment permis d'approfondir la compréhension du comportement visqueux des fluides diphasiques en Lubrification. La variation de la viscosité en fonction de l'évolution de la concentration de chaque phase constitue un sujet complexe, pour lequel de nombreuses lois ont été proposées, comme illustré dans [90,91]. Des évolutions de la viscosité du mélange, basées sur des corrélations expérimentales, ont été

intégrées dans l'équation de Reynolds, ce qui permet de prédire les champs de pression et les forces dans différents types de paliers.

En 1984, Abdel-Latif et al. [92] ont élaboré un modèle théorique d'écoulement à bulles pour analyser l'entrainement d'air dans les butées à patins. Leur étude, considérant un écoulement stationnaire sans transfert thermique mais avec variabilité de la masse volumique, de la viscosité et de la tension de surface, a suggéré que la capacité de charge et les pertes par frottement sont peu affectées par la contamination en gaz, bien que la stabilité de la butée diminue pour les faibles charges avec l'augmentation de l'air.

En 1992, Roach et Goodwin [93] ont observé une amélioration de la stabilité d'un palier hydrodynamique avec de l'huile contenant des bulles d'air, notant que la réduction de la raideur excessive par aération du lubrifiant, peut significativement réduire les vibrations de l'arbre.

En 1996, des modèles plus complexes de cisaillement pour un lubrifiant mélangé ont été élaborés [94]. Cette étude, supposant un comportement non newtonien du fluide, a modélisé des écoulements à bulles ou d'émulsions (écoulement liquide-liquide) dans les paliers, reproduisant ainsi avec succès certains phénomènes physiques, tels que les accumulations d'huile en amont des régimes de lubrification elastohydrodynamique.

En 1999, Nikolajsen [95] a étudié l'effet des bulles dans le lubrifiant sur la viscosité du mélange, identifiant deux mécanismes opposés : la réduction de la surface de cisaillement, diminuant la viscosité, et la force opposée à la tension de surface, augmentant la viscosité. Ses travaux [96] ont montré que l'entraînement d'air dans un palier lisse hydrodynamique pouvait doubler sa capacité de charge en augmentant la viscosité effective du mélange et en réduisant l'impact de la compressibilité sur le comportement statique du palier.

Plus récemment en 2016, Cheng et Ji [22] ont développé un modèle de lubrification diphasique en couplant l'équation de Reynolds avec une équation d'équilibre de force à l'échelle de la bulle. En prenant en compte la tension de surface, ils ont observé que pour de faibles niveaux de contamination, une augmentation de la capacité de charge du palier était observable ($\alpha_{am} \leq 10\ \%$), tandis qu'une contamination importante ($\alpha_{am} \geq 20\ \%$) la diminue, réduisant également la raideur et l'amortissement directs et augmentant la fréquence de précession.

En 2017, Goodwin et al. [23] ont employé un modèle similaire. Ce dernier, appuyé par des expériences impliquant l'injection de bulles d'air dans l'huile de lubrification d'un palier hydrodynamique, a révélé que pour des vitesses de rotation élevées, la capacité de charge du palier diminue légèrement, mais reste inchangée pour des vitesses faibles. Leurs travaux suggèrent que les

conditions de contamination en air pouvant augmenter la capacité de charge nécessitent un grand nombre de petites bulles rapprochées pour maximiser les effets de tension superficielle. Cependant, de telles conditions sont difficiles à obtenir en pratique.

Ces exemples montrent que la contamination par l'air n'est pas nécessairement préjudiciable au comportement du palier et que l'impact est fortement dépendant du sens d'évolution de la viscosité. Cependant, il n'y a pas de consensus sur la loi à adopter. Il est donc indispensable de valider ce choix avec des essais expérimentaux ou de travailler à une théorisation du comportement visqueux des mélanges. Malgré de nombreuses références traitant de l'entrainement de gaz dans les paliers hydrodynamiques, aucune publication ne traite de ce sujet dans les paliers hydrostatiques et dans les paliers hydrodynamiques rainurés. Ces applications seront donc nouvelles dans cette thèse.

II.4 Coexistence de la cavitation et de l'entrainement d'air dans les amortisseurs à film fluide

Parfois, la cavitation et l'entrainement de gaz coexistent au sein d'un même écoulement. Dans ces conditions, il est important de modéliser l'impact du gaz entrainé sur les propriétés du mélange et d'identifier les zones de cavitation à pression constante. Des études proposent un couplage de ces deux phénomènes. Par exemple, en 2018, Brunetiere [34] détaille le modèle de Reynolds prenant en compte le transport de gaz et la cavitation dans les garnitures à rainures spirales.

Certains chercheurs se sont employés à révéler expérimentalement cette coexistence à l'aide de dispositifs ingénieux. En 1984, Parkins et May-Miller [97] ont réalisé une expérience consistant à confiner un film d'huile entre deux plaques, l'une étant oscillante. Les résultats ont mis en évidence l'existence de deux types d'apparition de gaz : l'un correspondant à la vaporisation de liquide, qualifié dans leur étude de « cavitation vapeur », et l'autre relatif au phénomène d'entrainement d'air.

Dans la littérature, l'organe de lubrification faisant le plus souvent état de cette cohabitation est l'amortisseur à film fluide, qui peut présenter à la fois des défauts d'étanchéités favorisant l'entrainement d'air ainsi que des conditions de fonctionnement entrainant des chutes de pression suffisantes pour induire la cavitation [7,25,98,99].

Les amortisseurs à film fluide sont des composants conçus pour ajouter de l'amortissement à un rotor. Ils sont fréquemment utilisés en aéronautique autour de roulements. Contrairement aux paliers hydrodynamiques, où le fluide est soumis à un cisaillement, dans les amortisseurs à film

fluide, un mouvement de précession modifie l'épaisseur de film mais il n'y a pas de rotation du cylindre interne. Un schéma de principe de l'amortisseur à film fluide est présenté sur la Figure II-8.

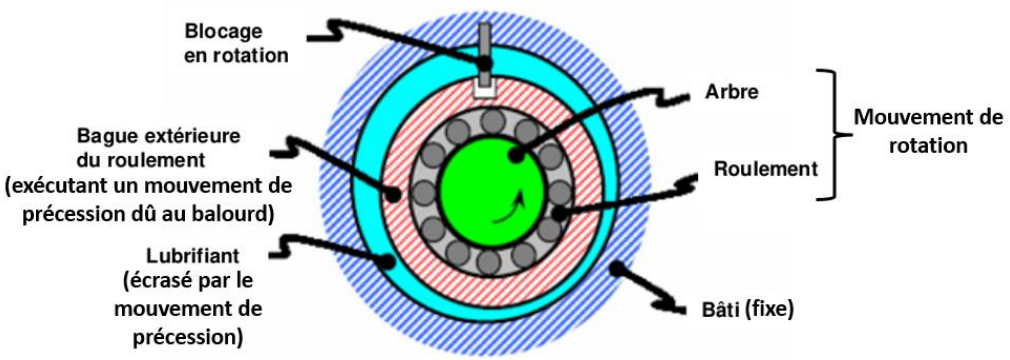


Figure II-8: Schéma d'un amortisseur à film fluide [64]

En 1990, Zeidan et Vance [35] ont mené des expérimentations sur des amortisseurs à film fluide, certains étant plus étanches que d'autres, afin de confirmer l'existence de différents types d'apparition de gaz. L'augmentation volontaire de la fréquence de précession et du rayon de l'orbite décrivant le mouvement du rotor a engendré des variations de pression de plus en plus importantes. Dans le cas des amortisseurs peu étanches, l'effet d'entrainement d'air a été mis en évidence, réduisant ainsi l'amplitude des variations de pression. Bien que des bulles d'air persistent dans les zones de hautes pressions, leur volume diminue [100–102]. En revanche, dans le cas des amortisseurs très étanches, si la pression diminue jusqu'à atteindre la pression de cavitation, le liquide se vaporise et un plateau de pression se forme. La coexistence des deux phénomènes a même été illustrée dans les essais expérimentaux d'Adiletta et Pietra en 2006 [103].

Pendant la même période, plusieurs références ont confirmé que l'entraînement d'air modifie les capacités d'amortissement des amortisseurs à film fluide, surtout pour les vibrations de grande amplitude et de fréquences élevées [104–107]. En 2000, Tao, Diaz et San Andres [108] ont introduit un modèle d'écoulement à bulles pour les amortisseurs à film fluide ouvert. Ce modèle, adapté aux écoulements homogènes isothermes, suppose un équilibre quasi-statique entre les bulles et le fluide, négligeant ainsi la tension de surface. Des corrélations acceptables avec les données expérimentales ont été établies pour les forces dynamiques générées par le film mince [6,109]. La loi de viscosité du mélange est ajustée pour aboutir à un modèle numérique prédictif, soulignant l'importance de ce choix selon le cadre d'application. Dans [110], Diaz et San Andres présentent une méthode d'identification des coefficients dynamiques basée sur des données expérimentales. Ils démontrent

également que l'augmentation de la présence d'air dans le lubrifiant n'induit pas nécessairement une diminution de l'amortissement. En effet, pour une fraction volumique d'air dans le mélange atteignant jusqu'à 50 %, l'amortissement direct du système s'accroît.

En 2001, Diaz et San Andres [25] ont apporté des améliorations à la modélisation numérique de l'entrainement d'air dans les amortisseurs à film fluide. Ils ont souligné que les modèles classiques de cavitation ne parviennent pas à rendre compte précisément de la diminution de performance, et qu'il est crucial de considérer l'air comme une phase gazeuse entraînée dans le lubrifiant, modifiant ainsi les propriétés du mélange étudié [111]. Ainsi, le lubrifiant est envisagé comme un mélange à bulles, similaire à une mousse. Deux contributions théoriques significatives sont présentées dans cet article : un modèle de Reynolds modifié permettant de prédire la pression dans un écoulement homogène, et une formule explicite pour estimer la fraction volumique d'air locale dans l'amortisseur. Les résultats obtenus ont montré de bonnes corrélations sur les pics de pression et sur les forces calculées dans l'amortisseur à film fluide. Ce modèle permet également de considérer la cavitation à pression de vapeur constante, rendant possible la gestion simultanée de l'entrainement d'air et de la cavitation. Cette approche a un intérêt tout particulier pour la modélisation des paliers hydrodynamiques rainurés qui peuvent être soumis à ces deux phénomènes dans la configuration industrielle.

En synthèse, tout cela confirme que la grande majorité des modèles numériques dédiés au transport d'une phase secondaire à l'intérieur d'une phase principale en Lubrification reposent sur des modèles de mélange caractérisés par la fraction volumique de gaz locale et son influence sur les propriétés du fluide, notamment la masse volumique et viscosité. La fraction volumique peut être calculée en fonction de la pression grâce à la formule de Diaz et San Andres [25] tandis que le choix de la loi utilisée pour estimer la viscosité revêt une importance capitale et est étroitement lié à la configuration spécifique étudiée.

II.5 Modèle de Diaz et San Andres pour le transport de la fraction volumique de gaz

Dans cette thèse, l'intérêt se porte sur la réponse globale d'un mélange eau-air, principalement composé d'eau à hauteur d'au moins $90\,\%$, pour estimer les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique et d'un palier hydrodynamique rainuré. Ainsi, les modèles d'intérêt ne nécessitent pas à priori de description fine de l'interaction entre les phases. Des modèles de type monofluide peuvent alors tout à fait convenir [74] : modèle VOF ou modèle de mélange.

Comme mentionné précédemment, de nombreuses corrélations de qualité entre les données expérimentales et numériques sur les caractéristiques statique et dynamique des paliers hydrodynamiques lisses, des joints annulaires et des amortisseurs à film fluide sont obtenus avec des modèles de mélange, montrant que l'évaluation précise de la fraction volumique de gaz et de son impact sur les propriétés du mélange sont les enjeux clé.

Tout ceci a orienté les développements vers une adaptation des modèles de mélange homogène et hétérogène aux configurations industrielles d'intérêt. Le modèle de mélange hétérogène intègre le glissement entre les phases, ce qui permet de modéliser un effet de traînée. Son intérêt sera discuté dans cette thèse.

Les écoulements étudiés sont des écoulements à bulles, caractérisés par de faibles quantités d'air à l'entrée du palier. Le comportement des bulles de gaz sphériques dans un liquide incompressible est régi par l'équation de Rayleigh-Plesset [62,63], qui établit une relation entre la différence de pression entre le liquide et la bulle et son rayon.

$$\begin{aligned} p_B(\underline{X},t) - p_L(\underline{X},t) \\ = \rho_L R_B(\underline{X},t)\frac{d^2R_B(\underline{X},t)}{dt^2} + \rho_L\frac{3}{2}\left(\frac{dR_B(\underline{X},t)}{dt}\right)^2 + \frac{4\mu_L}{R_B(\underline{X},t)}\frac{dR_B(\underline{X},t)}{dt} \\ + \frac{4\kappa}{R_B(\underline{X},t)^2}\frac{dR_B(\underline{X},t)}{dt} + \frac{2S}{R_B(\underline{X},t)} \end{aligned} \quad \text{(II-1)}$$

$\underline{X} = (x,z)$ est la position dans le palier. Son utilisation dans les équations permet de différencier les grandeurs variables de celles qui sont constantes dans le domaine. Les deux premiers termes du membre de droite illustrent l'inertie à l'interface, tandis que les troisième et quatrième termes reflètent respectivement les amortissements visqueux et de dilation. Le dernier terme représente la tension de surface. L'approximation proposée par Diaz et San Andres [25] consiste à négliger toutes les interactions à l'interface lorsque le temps de relaxation de la bulle est petit par rapport au temps caractéristique du système (la période de rotation du rotor). Le rapport est estimé dans les configurations industrielles d'intérêt :

$$\begin{gathered} \frac{\tau_G}{\tau_{\Omega_\mathrm{r}}} = \frac{\rho_G D_G^2 \Omega_\mathrm{r}}{36\pi\mu_L} \approx 10^{-5} \ll 1 \\ \rho_G = 1.2\ kg.m^{-3}, D_B = 100\ \mu m, \Omega_r = 1200\ tr.min^{-1}, \mu_L = 10^{-3}\ Pa.s \end{gathered} \quad \text{(II-2)}$$

Pour rester conservatif dans cette estimation, la taille de la bulle est prise égale au plus grand jeu radial des paliers examinés. Le temps de relaxation des bulles étant très court par rapport à la période de rotation du rotor, l'approximation est valide. Dans ce cadre, la bulle et le liquide sont en équilibre statique et une unique inconnue de pression stationnaire est à résoudre :

$$p(\underline{X}) = p_B(\underline{X}) = p_L(\underline{X}) \tag{II-3}$$

Il est postulé que chaque bulle puisse contenir de l'air entrainé, qui ne fait pas l'objet d'échange de masse avec le liquide, ainsi que de la vapeur d'eau. La pression de bulle est alors la somme des pressions partielles des deux gaz :

$$p_B(\underline{X}) = p_G(\underline{X}) + p_{cav} \tag{II-4}$$

Dans sa thèse, Gehannin [64] décrit le processus qui permet d'obtenir une formule explicite simple liant la fraction volumique de gaz à la pression, en considérant deux sources d'apparition de gaz, l'entrainement d'air et la cavitation. Dans cette configuration, un volume élémentaire de fluide peut contenir un gaz libéré par cavitation, de l'air ou du liquide. La fraction volumique occupée par chaque composant est :

$$\alpha_I(\underline{X}) = \frac{\mathcal{V}_I(\underline{X})}{\mathcal{V}_T(\underline{X})}, \qquad I \in \{V, G, L\} \tag{II-5}$$

Les gaz sont supposés parfaits. De ce fait, chacun d'entre eux occupe tout le volume disponible dans les bulles. D'où :

$$\mathcal{V}_B(\underline{X}) = \mathcal{V}_G(\underline{X}) = \mathcal{V}_V(\underline{X}) \tag{II-6}$$

Par conséquent, il y a une unique fraction volumique liée au gaz, notée α, qui correspond aux volumes des bulles dans le volume fluide élémentaire. Ensuite, la masse volumique du mélange dépend de chacune des masses volumiques :

$$\rho_m(\underline{X}) = \alpha(\underline{X})(\rho_G(\underline{X}) + \rho_V) + [1 - \alpha(\underline{X})]\rho_L \approx \alpha(\underline{X})\rho_G(\underline{X}) + [1 - \alpha(\underline{X})]\rho_L \qquad \text{(II-7)}$$

La masse volumique de la vapeur d'eau est supposée constante et sa valeur à $20°C$ et à pression de vaporisation est environ de $0.0173\ kg.m^{-3}$. Elle est donc négligée dans la formule. La relation (II-7) reste vérifiée en amont :

$$\rho_{m,am} \approx \alpha_{am}\rho_{G,am} + [1 - \alpha_{am}]\rho_L \qquad \text{(II-8)}$$

ρ_L est la masse volumique du liquide et $\rho_G(\underline{X})$ peut s'exprimer en fonction du rayon de bulle et de constantes d'alimentation, car la masse de gaz se conserve dans l'écoulement :

$$m_G(\underline{X}) = m_{G,am} \Longrightarrow \rho_G(\underline{X}) = \rho_{G,am}\left(\frac{R_{B,am}}{R_B(\underline{X})}\right)^3 \qquad \text{(II-9)}$$

Il est supposé que dans les écoulements étudiés, il n'y a ni création, ni destruction de bulles. Leur nombre, constant, est noté N_B. La masse totale du volume élémentaire ne varie pas, ce qui permet après quelques développements, de relier le nombre de bulles par unité de volume $n_B(\underline{X})$ à la masse volumique du mélange :

$$\frac{N_B}{m_T} = \frac{N_B}{\rho_m(\underline{X})\mathcal{V}_T(\underline{X})} = \frac{n_B(\underline{X})}{\rho_m(\underline{X})} = \frac{n_{B,am}}{\rho_{m,am}} \Longrightarrow n_B(\underline{X}) = \frac{\rho_m(\underline{X})}{\rho_{m,am}} n_{B,am} \qquad \text{(II-10)}$$

Relier la fraction volumique de gaz à la densité volumique de bulles permet d'obtenir l'expression de cette fraction en fonction de la masse volumique et du rayon de bulle en utilisant (II-10) :

$$\alpha(\underline{X}) = n_B(\underline{X})\mathcal{V}_B(\underline{X}), \qquad \alpha_{am} = n_{B,am}\mathcal{V}_{B,am}$$
$$\Rightarrow \alpha(\underline{X}) = \frac{\rho_m(\underline{X})\alpha_{am}}{\rho_{m,am}}\left(\frac{\mathcal{V}_B(\underline{X})}{\mathcal{V}_{B,am}}\right) = \frac{\rho_m(\underline{X})\alpha_{am}}{\rho_{m,am}}\left(\frac{R_B(\underline{X})}{R_{B,am}}\right)^3 \tag{II-11}$$

En injectant (II-7) dans l'équation (II-11), il vient :

$$\alpha(\underline{X}) = \frac{\rho_m(\underline{X})\alpha_{am}}{\rho_{m,am}}\left(\frac{R_B(\underline{X})}{R_{B,am}}\right)^3 = \frac{\left[\alpha(\underline{X})\rho_G(\underline{X}) + \left(1-\alpha(\underline{X})\right)\rho_L\right]\alpha_{am}}{\rho_{m,am}}\left(\frac{R_B(\underline{X})}{R_{B,am}}\right)^3$$
$$\Longrightarrow \alpha(\underline{X}) = \frac{\alpha_{am}}{\left(\frac{R_B(\underline{X})}{R_{B,am}}\right)^3\frac{\rho_{m,am}}{\rho_L} - \alpha_{am}\frac{\left(\rho_G(\underline{X})-\rho_L\right)}{\rho_L}} \tag{II-12}$$

En utilisant l'équation (II-9) puis l'équation (II-8), la formule précédente permet de dériver une expression de la fraction volumique de gaz en fonction du rayon de bulle et des données d'alimentation :

$$\alpha(\underline{X}) = \frac{\alpha_{am}}{\alpha_{am} + \left(\frac{R_B(\underline{X})}{R_{B,am}}\right)^3\left(\frac{\rho_{m,am}}{\rho_L} - \alpha_{am}\frac{\left(\rho_{G,am}-\rho_L\right)}{\rho_L}\right)}$$
$$\Longrightarrow \alpha(\underline{X}) = \frac{\alpha_{am}}{\alpha_{am} + \left(\frac{R_{B\,am}}{R_B(\underline{X})}\right)^3(1-\alpha_{am})} \tag{II-13}$$

L'écoulement est isotherme, donc en suivant la loi des gaz parfaits et en employant l'expression (II-4), il vient :

$$p_G(\underline{X})\frac{4}{3}\pi R_B(\underline{X})^3 = p_{G_{am}}\frac{4}{3}\pi R_{B_{am}}^3$$
$$\Rightarrow \left(p_B(\underline{X}) - p_{cav}\right)R_B(\underline{X})^3 = \left(p_{B_{am}} - p_{cav}\right)R_{B_{am}}^3 \tag{II-14}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{R_{B\,am}}{R_B(\underline{X})}\right)^3 = \frac{\left(p_B(\underline{X}) - p_{cav}\right)}{\left(p_{am} - p_{cav}\right)} = \frac{\left(p(\underline{X}) - p_{cav}\right)}{\left(p_{am} - p_{cav}\right)}$$

La fraction volumique de gaz (éq. (II-13)) devient alors une fonction explicite de la pression et fait intervenir la pression de cavitation :

$$\alpha(\underline{X}) = \frac{\alpha_{am}}{\alpha_{am} + \frac{(p(\underline{X}) - p_{cav})}{(p_{am} - p_{cav})}(1 - \alpha_{am})} \tag{II-15}$$

La détermination de la viscosité dynamique du mélange est plus complexe. Il existe une vingtaine de lois répertoriées dans [112]. Chaque modèle est représentatif d'une physique et il convient d'adapter le choix au cas d'application. Dans les études de la littérature en Lubrification, il est courant de voir les auteurs essayer plusieurs formules pour choisir celle qui permet de corréler au mieux des résultats expérimentaux. Dans cette thèse, trois sont explorées :

$$Mac\ Adams: \mu_m = \lambda\mu_G + (1 - \lambda)\mu_L \tag{II-16}$$

$$Dukler: \quad \mu_m = \alpha\mu_G + (1 - \alpha)\mu_L \tag{II-17}$$

$$\mu_m = \alpha\mu_G + (1 - \alpha)\mu_L + 2\sqrt{\alpha(1 - \alpha)\mu_G\mu_L} \tag{II-18}$$

Le modèle de Mac Adams [113] est pondéré par la fraction massique du mélange. Dans le cas d'un phénomène d'entrainement où il n'y a donc pas d'échange de masse, la loi prédit une viscosité constante dans l'ensemble du domaine. Le modèle de Dukler [114] est une analogie directe à l'expression de la masse volumique du mélange. Il prédit une viscosité variable, et qui diminue avec l'augmentation de la taille des bulles. Le dernier modèle est utilisé par Lu et San Andres [10] pour corréler des résultats expérimentaux d'écoulement diphasique dans un joint annulaire.

II.6 Conclusion

En conclusion de ce chapitre, les paliers étudiés étant immergés, sont exposés à deux sources principales de formation de gaz : la vaporisation, assimilée à la cavitation dans ce contexte, et l'entraînement de gaz via l'alimentation, sujet principal de la thèse. Si la cavitation est peu probable dans les paliers hydrostatiques en raison des pressions d'alimentation élevées, elle doit néanmoins être prise en compte pour les paliers hydrodynamiques. Elle résulte d'un échange de masse entre le liquide et sa phase gazeuse à une pression de cavitation constante. Le modèle de référence pour la modélisation de la cavitation demeure celui d'Elrod et Adams [51]. Récemment, des algorithmes

efficaces de résolution ont été proposés par Woloszynski et al. [60] (algorithme FBNS) et Biboulet et Lubrecht [61] (méthode $p - \theta$).

La modélisation de l'entrainement de gaz en Lubrification est un sujet plus exploratoire. Dans ce cas, il n'y a pas d'échange de masse entre le liquide et le gaz et la phase entrainée modifie le comportement global du fluide pour des pressions supérieures à la pression de cavitation. La plupart des modèles dans la littérature s'appuient sur l'hypothèse d'un mélange homogène de bulles de gaz dans le liquide [22,23,81], fournissant des corrélations convaincantes avec les données expérimentales, notamment pour les amortisseurs à film fluide [25,99,215] et les joints annulaires [9,10,82,84]. Dans cette approche, l'approximation de Diaz et San Andres [25] de l'équation de dynamique de bulles de Rayleigh-Plesset [62,63], valide dans les configurations étudiées, permet d'évaluer la fraction volumique de gaz en fonction de la pression. Cette fraction permet ensuite d'estimer la masse volumique du mélange, tandis que diverses lois sont disponibles pour calculer sa viscosité. Le modèle intègre également la cavitation en considérant que les bulles contiennent de la vapeur d'eau à pression constante.

Lu et San Andres [10] ont récemment enrichi les modèles de mélange en y introduisant l'hétérogénéité (glissement entre phases), démontrant que cette prise en compte est essentielle pour une prédiction précise du comportement dynamique des joints annulaires. Les études convergent pour montrer que même une petite quantité de gaz dans le lubrifiant peut avoir un impact significatif sur les comportements statique et dynamique des composants lubrifiés. Cela souligne l'importance d'élaborer des modèles prenant en compte cette contamination dans les applications industrielles. Les modèles de mélange, qui ont le plus de référence dans le domaine, n'ont jamais été appliqués aux paliers hydrostatiques, sujet du Chapitre III et du Chapitre IV ou aux paliers hydrodynamiques rainurés, sujet du Chapitre V. Ainsi, les modèles de mélange ont été retenus comme base des développements de cette thèse, avec des adaptations proposées pour les configurations industrielles étudiées.

Chapitre III. Modèles « bulk flow » diphasiques pour l'entrainement d'air dans les joints annulaires et les paliers hydrostatiques

III.1 Introduction

Dans certains scenarios étudiés, l'eau utilisée comme lubrifiant dans certains paliers hydrostatiques des pompes du parc nucléaire pourrait contenir jusqu'à $10\ \%$ d'air. La Figure III-1 illustre un exemple d'un palier hydrostatique à cinq alvéoles en forme de H alimenté par une rainure circonférentielle.

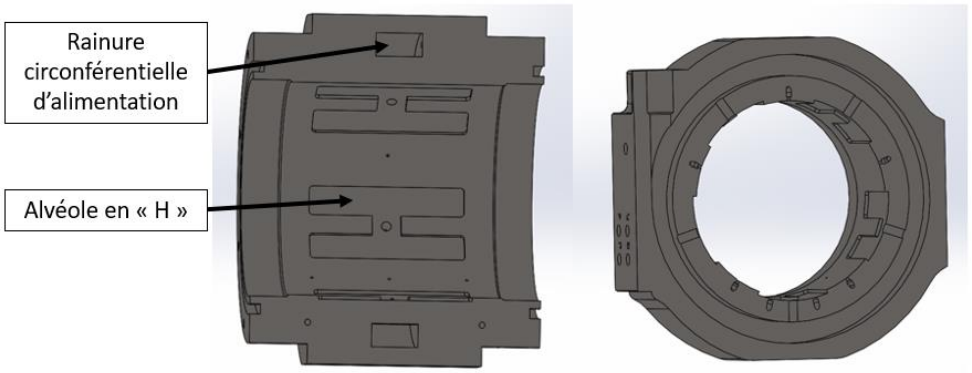


Figure III-1: palier hydrostatique à alvéoles en H

Le nombre de Reynolds réduit estimé à partir des conditions opérationnelles et de la géométrie (Figure I-9), indique que les effets d'inertie sont du même ordre de grandeur que les forces de cisaillement dans l'écoulement. En général, pour prendre en compte des effets d'inertie prononcés, l'étude de l'écoulement en film mince fait appel au modèle de « bulk flow ». Introduit par Constantinescu [17] et Launder et Leschziner [18], ce modèle est utilisé pour étudier les écoulements dans les butées [115,116], les paliers [117,118] et les joints annulaires [104,119].

L'estimation de l'impact du gaz sur les propriétés du fluide est fondamentale. Les modèles de « bulk flow » de mélange homogène et hétérogène, développés par Lu et San Andres [10] pour étudier les écoulements à bulles dans les joints annulaires et validés par comparaison avec des résultats expérimentaux [9], seront adaptés pour analyser le palier hydrostatique.

Ce chapitre présente d'abord la théorie des modèles de mélange pour les écoulements confinés, intègre la turbulence et les effets d'inertie, puis détaille la discrétisation des équations et l'algorithme de résolution. Les modèles implémentés seront comparés aux résultats de Lu et San Andres [10] pour les joints annulaires. Une nouvelle version de la méthode de résolution qui intègre la compressibilité dans la phase de correction de l'algorithme SIMPLE, sera présentée et évaluée.

La dernière partie de ce chapitre portera sur l'adaptation des modèles à la résolution de l'écoulement dans les paliers hydrostatiques. Les validations du modèle en régime monophasique pour l'évaluation des caractéristiques statiques et dynamiques seront menées par comparaison avec des résultats de référence sur un palier hydrostatique à pression d'alimentation élevée [120] et sur le banc d'essai d'EDF représentant la configuration industrielle.

Ensuite, un modèle CFD sera élaboré pour évaluer les coefficients de perte de charge singulière pour un écoulement monophasique, valider la loi de perte de charge singulière proposée pour un écoulement diphasique (éq. (III-131)) ainsi que les modèles « bulk flow » de mélange homogène. Enfin, l'effet de l'entrainement d'air sur les comportements statique et dynamique du palier hydrostatique sera étudié.

III.2 Modèle de mélange homogène en Lubrification tenant compte des effets d'inertie

Les théories développées pour prendre en compte l'inertie en Lubrification ont d'abord été élaborées pour des écoulements bidimensionnelles, isovisqueux et incompressible. Dès 1946, Slezkin et Targ [121] ont proposé la méthode des forces d'inertie moyennes qui proposent de remplacer l'équation du mouvement par une formulation approchée. En 1948, Kahlert [122] a proposé une décomposition des champs en une partie calculée sans tenir compte de l'inertie et une composante de correction dues aux forces d'inertie. Cette méthode suppose des petites corrections de vitesse et permet d'obtenir une approximation des vitesses et pression dans le film. D'autres méthodes utilisent les fonctions de courant pour intégrer les termes inertiels [123–125]. En 1970, Constantinescu [126] a développé une méthode pour prendre en compte les forces d'inertie et la turbulence en supposant un profil parabolique de vitesse dans l'épaisseur, inchangé par les forces d'inertie. Constantinescu et Galetuse [127] ont ensuite généralisé ce développement aux écoulements tridimensionnels et turbulents. Cette méthode est efficace lorsque les effets inertiels sont comparables aux effets visqueux mais perd en précision pour des effets d'inertie trop importants.

Pour traiter l'inertie et la turbulence dans les écoulements confinés, le système d'équations du « bulk flow » offre le meilleur compromis entre précision et effort de calcul [17,18]. Contrairement au modèle de Reynolds, les vitesses et la pression sont découplées dans la résolution. Pour un écoulement stationnaire et isotherme, le modèle du « bulk flow » se compose de deux équations de conservation de la quantité de mouvement, intégrant les termes d'inertie, et d'une équation de conservation de la masse. Les inconnues du modèle sont les champs de vitesse moyennée selon l'épaisseur de film et la pression. La turbulence est prise en compte grâce à la loi de frottement de Hirs [19], qui permet de calculer les contraintes de cisaillement aux parois en fonction des vitesses moyennes.

Le développement de la théorie menant au modèle de « bulk flow » de mélange homogène est exposé en premier lieu. Le modèle « bulk flow » pour un fluide monophasique, proposé dans la littérature [17,18], est établi en tenant compte des variations de la masse volumique et de la viscosité. Ainsi, l'extension de ce modèle au modèle de mélange homogène, qui est un modèle monofluide avec masse volumique et viscosité variables demeure inchangée. Les étapes importantes du raisonnement sont présentées dans ce manuscrit.

Dans un mélange homogène, les deux phases sont en équilibre thermodynamique (pression et enthalpie identiques) et partagent une vitesse commune, notée $\underline{v}_m$. Les équations de conservation sont résolues pour un fluide unique, nommé mélange. Dans ce contexte, en supposant un écoulement stationnaire et isotherme, et en négligeant les forces massiques, les équations de Navier-Stokes se simplifient en cinq équations de conservation : trois pour la quantité de mouvement dans chaque direction de l'espace, une pour la masse du mélange, et une pour la masse de gaz. Ces équations sont regroupées dans le système suivant :

$$\begin{cases} \underline{\nabla}.\left(\rho_m \underline{v}_m\right) = 0 \\ \underline{\nabla}.\left(\rho_m \underline{v}_m \otimes \underline{v}_m\right) = -\underline{\nabla} p \; + \underline{\nabla}.\left\{\mu_m \left[\underline{\underline{\nabla}}\, \underline{v}_m + \left(\underline{\underline{\nabla}}\, \underline{v}_m\right)^T\right]\right\} \\ \underline{\nabla}.\left(\alpha \rho_G \underline{v}_m\right) \end{cases} \qquad \text{(III-1)}$$

Les termes sources nuls dans les équations de conservation de la masse indiquent l'absence d'échange de masse entre liquide et gaz, en accord avec le phénomène de transport modélisé.

La lubrification par film fluide est un phénomène où un liquide lubrifiant s'écoule entre deux surfaces séparées par une distance très faible (de l'ordre de 10^{-4} mètres) comparée aux autres dimensions caractéristiques du domaine (de l'ordre de 10^{-1} mètres) [16]. Cette faible distance constitue ce qui

est communément appelé épaisseur de film. La Figure III-2 illustre une configuration typique d'un écoulement en film mince dans un palier entre deux parois séparées par une épaisseur notée H :

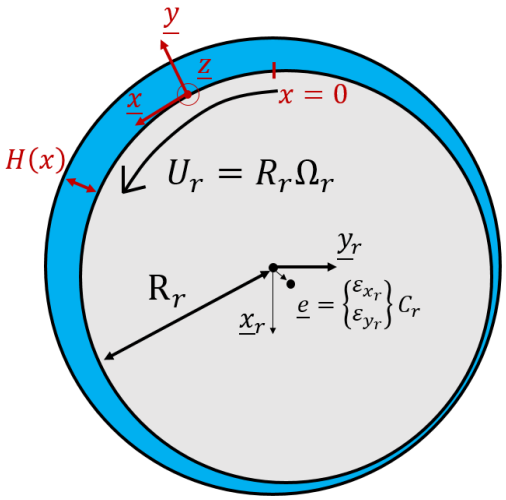


Figure III-2: Systèmes d'axes des modèles

La paroi du rotor est animée d'une vitesse $U_r = R_r\Omega_r$, avec R_r le rayon du rotor et Ω_r la vitesse angulaire de rotation du rotor. La position du rotor dans le palier est donnée par son excentricité $\underline{e}$ qui s'exprime en fonction des composantes de l'excentricité relative $\varepsilon_{x_r}, \varepsilon_{y_r}$ et du jeu radial C_r. L'épaisseur de film suit la formule suivante :

$$H(x) = C_r\left(\varepsilon_{x_r} cos(x/R_r) + \varepsilon_{y_r} sin(x/R_r)\right) \tag{III-2}$$

Pour le palier hydrostatique qui est centré, l'épaisseur de film s'écrit simplement $H(x) = C_r$. Les hypothèses incluent le non-glissement entre le fluide et les parois, ainsi qu'une courbure de contact négligeable [16]. La faible épaisseur de film incite à réaliser une analyse dimensionnelle. Afin de simplifier les développements dans cette section, les composantes de position et de vitesse sont réécrites de la manière suivante :

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}, \qquad \begin{Bmatrix} u_m \\ v_m \\ w_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \tag{III-3}$$

Cela permet d'utiliser la convention d'Einstein pour simplifier les notations de sommation dans l'analyse dimensionnelle. Les nombres adimensionnels introduits sont :

$$\bar{\bar{x}}_1 = \frac{x_1}{l},\ \bar{\bar{x}}_2 = \frac{x_2}{H},\ \bar{\bar{x}}_3 = \frac{x_3}{l},\ \bar{\bar{u}}_1 = \frac{u_1}{v},\ \bar{\bar{u}}_2 = \frac{u_2}{v},\ \bar{\bar{u}}_3 = \frac{u_3}{v},\ \bar{\bar{\mu}} = \frac{\mu_m}{\mu_0},\ \bar{\bar{p}} = p\frac{H^2}{\mu_0 v l}$$
$$\varepsilon = \frac{H}{R_r}, \qquad Re_{lb} = \frac{\rho_m v H}{\mu_m}, \qquad Re^* = \varepsilon Re_{lb} \tag{III-4}$$

où l est une longueur caractéristique du domaine dans les directions $\underline{x}$ et $\underline{z}$ et v est une vitesse caractéristique de l'écoulement. Parmi ces expressions, il est possible d'identifier le nombre de Reynolds, Re_{lb} (éq. (I-2)), et le nombre de Reynolds réduit, Re^* (éq. (I-3)), présentés dans l'introduction. Les trois équations de conservation de quantité de mouvement du système (III-1) deviennent avec l'adimensionnement :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_1} &= \varepsilon\left[-Re_{lb}\bar{\bar{u}}_j\frac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \varepsilon\bar{\bar{\mu}}\frac{\partial}{\partial \bar{\bar{x}}_1}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_j}{\bar{\bar{x}}_j}\right) + \varepsilon\bar{\bar{\mu}}\left(\frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_3^2}\right)\right] + \bar{\bar{\mu}}\frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} \\
&\quad + \varepsilon^2\left[2\frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_1}\frac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_1} + \frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_3} + \frac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_1}\right)\right] + \frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2} + \varepsilon^2\frac{\partial \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_1}\right) \\
\frac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} &= \varepsilon^2\left\{\varepsilon\left[-Re_{lb}\bar{\bar{u}}_j\frac{\partial \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \varepsilon\bar{\bar{\mu}}\left(\frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_3^2}\right)\right] + \bar{\bar{\mu}}\frac{\partial}{\partial \bar{\bar{x}}_2}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_j}{\bar{\bar{x}}_j}\right) + \bar{\bar{\mu}}\frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} + 2\frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2}\frac{\partial \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_2}\right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_1}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2} + \varepsilon^2\frac{\partial \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_1}\right) + \frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2} + \varepsilon^2\frac{\partial \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\right)\right\} \\
\frac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3} &= \varepsilon\left[-Re_{lb}\bar{\bar{u}}_j\frac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \varepsilon\bar{\bar{\mu}}\frac{\partial}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_j}{\bar{\bar{x}}_j}\right) + \varepsilon\bar{\bar{\mu}}\left(\frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_3^2}\right)\right] + \bar{\bar{\mu}}\frac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} \\
&\quad + \varepsilon^2\left[2\frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\frac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_3} + \frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_1} + \frac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\right)\right] + \frac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2}\left(\frac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2} + \varepsilon^2\frac{\partial \bar{\bar{u}}_2}{\partial \bar{\bar{x}}_3}\right)
\end{aligned} \tag{III-5}$$

En Lubrification, ε est de l'ordre de 10^{-3}. Pour les paliers étudiés dans cette thèse, $\varepsilon \approx 2.10^{-3}$. Cela signifie que les termes multipliés par ε^2 et $\varepsilon^3 Re_{lb}$ sont négligeables. Il vient :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_1} = -\varepsilon Re_{lb} \bar{\bar{u}}_j \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \bar{\bar{\mu}} \dfrac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} + \dfrac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \\ \dfrac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} = 0 \\ \dfrac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3} = -\varepsilon Re_{lb} \bar{\bar{u}}_j \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \bar{\bar{\mu}} \dfrac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} + \dfrac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \end{cases} \quad \text{(III-6)}$$

Le nombre de Reynolds réduit pondère les termes inertiels. Pour le palier hydrodynamique rainuré, Re^* est petit devant l'unité, justifiant que ces termes soient également négligés. Cette simplification conduit à l'équation de Reynolds pour un mélange homogène (éq. (V-2)), présentée dans le Chapitre V. Cependant, pour le palier hydrostatique, cette simplification n'est pas applicable. En revenant aux variables dimensionnelles et aux notations initiales (éq. (III-3)), le système s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \underline{\nabla}.\left(\rho_m \underline{v}_m\right) = 0 \\ \dfrac{\partial(\rho_m u_m^2)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\rho_m v_m u_m)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\rho_m w_m u_m)}{\partial z} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} + \dfrac{\partial S_{xy}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial(\rho_m u_m w_m)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\rho_m v_m w_m)}{\partial y} + \dfrac{\partial(\rho_m w_m^2)}{\partial z} = -\dfrac{\partial p}{\partial z} + \dfrac{\partial S_{zy}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \underline{\nabla}.\left(\alpha \rho_G \underline{v}_m\right) = 0 \end{cases} \quad \text{(III-7)}$$

où $\underline{\underline{S}} = \mu_m \left[\underline{\underline{\nabla}}\, \underline{v}_m + \left(\underline{\underline{\nabla}}\, \underline{v}_m\right)^T\right]$ est le tenseur des contraintes de cisaillement et S_{ij} $(i,j \in \{x,y,z\})$ ses composantes. Ensuite, les variables sont intégrées selon l'épaisseur de film selon l'expression suivante :

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{H}\int_0^H \Phi dy \quad \text{(III-8)}$$

La masse volumique et la viscosité sont considérées comme des fonctions uniques de la pression et par conséquent ne varient pas selon l'épaisseur de film. En procédant à l'intégration dans les équations de conservation et en maintenant les mêmes notations pour une variable et son intégrale, le système (III-7) se reformule comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_m H) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\rho_m w_m H) = 0 \\ \dfrac{\partial(\rho_m u_m^2)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\rho_m w_m u_m)}{\partial z} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} + S_{xy}\Big|_0^H \\ \dfrac{\partial(\rho_m u_m w_m)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\rho_m w_m^2)}{\partial z} = -\dfrac{\partial p}{\partial z} + S_{zy}\Big|_0^H \\ \dfrac{\partial}{\partial x}(\alpha\rho_G u_m H) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\alpha\rho_G w_m H) = 0 \end{cases} \quad \text{(III-9)}$$

où $S_{ij}\big|_0^H = S_{ij}(y = H) - S_{ij}(y = 0)$. Ainsi, la résolution est réduite à celle de champs moyennés à travers l'épaisseur du film, d'où l'expression « bulk flow ». Des détails sur l'intégration des équations de conservation sont donnés dans [128].

Pour un mélange homogène, Diaz et San Andres [25] ont démontré que la résolution de l'équation de conservation de la masse de gaz était équivalente à calculer la fraction volumique de gaz à partir d'une formule algébrique qui la relie à la pression (éq. (II-15)). Le système finalement résolu est :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_m H) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\rho_m w_m H) = 0 \\ \dfrac{\partial(\rho_m u_m^2 H)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\rho_m w_m u_m H)}{\partial z} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} + S_{xy}\Big|_0^H \\ \dfrac{\partial(\rho_m u_m w_m H)}{\partial x} + \dfrac{\partial(\rho_m w_m^2 H)}{\partial z} = -\dfrac{\partial p}{\partial z} + S_{zy}\Big|_0^H \\ \alpha = \dfrac{\alpha_{am}}{\alpha_{am} + \dfrac{p}{p_{am}}(1 - \alpha_{am})} \end{cases} \quad \text{(III-10)}$$

Il est pertinent de noter que cette formule pour la fraction volumique de gaz ne tient pas compte de la pression de cavitation, étant donné que ce phénomène est négligé, ce qui suppose ainsi un écoulement comportant exclusivement de l'air dans les bulles. Cette hypothèse peut être adoptée dans l'étude des paliers hydrostatiques, où les pressions d'alimentation sont assez élevées. Des comparaisons entre des résultats de simulation d'un modèle CFD de mélange homogène et ceux du modèle « bulk flow » qui seront menées dans la section IV.1.11 confirmeront l'équivalence entre la résolution de la conservation de la masse de gaz (dans le système (III-22)) et l'utilisation de la formule explicite (dans le système (III-40)).

En plus des effets d'inertie, il est essentiel de prendre en compte la turbulence dans le film mince. La turbulence influe sur le calcul des contraintes de cisaillement et son incorporation est abordée dans la section III.4.

III.3 Modèle de mélange hétérogène en Lubrification

Lu et San Andres [10] ont observé que la prise en compte du glissement entre les phases pouvait avoir une importance dans la prédiction du comportement dynamique d'un joint annulaire lubrifié à l'huile et contaminé par des bulles d'air. Pour parvenir à cette conclusion, ils ont adapté le modèle ASMM (« algebraic slip mixture model ») [78] pour les écoulements en film mince. Afin d'évaluer l'impact du glissement dans l'étude numérique d'un palier hydrostatique lubrifié à l'eau et contaminé par des bulles d'air, ce modèle a été implémenté dans cette thèse. Il repose sur un système d'équations similaire, comprenant deux équations de conservation de masse et deux équations de conservation de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_m H) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\rho_m w_m H) = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho_m {u_m}^2 H(1+r_1)) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\rho_m u_m w_m H(1+r_2)) = -H\dfrac{\partial p}{\partial x} - S_{xy}|_0^H \\ \dfrac{\partial}{\partial x}(\rho_m u_m w_m H(1+r_3)) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\rho_m {w_m}^2 H(1+r_4)) = -H\dfrac{\partial p}{\partial z} - S_{zy}|_0^H \\ \dfrac{\partial}{\partial x}(\alpha\rho_G u_G H) + \dfrac{\partial}{\partial z}(\alpha\rho_G w_G H) = 0 \end{cases} \quad \text{(III-11)}$$

Dans ce cas, les vitesses du liquide et du gaz peuvent être différentes. Les composantes de la vitesse du mélange et de la vitesse de dérive, $v_{dr,G}$, qui est la différence entre la vitesse du gaz et la vitesse du mélange, sont :

$$v_m = \frac{1}{\rho_m}(\alpha\rho_G v_G + (1-\alpha)\rho_L v_L), \qquad v_{dr,G} = v_G - v_m\,, \qquad v \in \{u, w\} \qquad \text{(III-12)}$$

Contrairement au modèle de mélange homogène, l'équation explicite qui lie la fraction volumique à la pression (éq. (II-15)) ne peut plus se substituer à la résolution de l'équation de conservation de la masse de gaz. De plus, des coefficients de diffusion liés à l'hétérogénéité apparaissent dans les équations de conservation de quantité de mouvement. Ces derniers sont définis par les formules :

$$r_1 = \frac{\alpha \rho_G u_{dr,G}^2}{\rho_m {u_m}^2}, \qquad r_2 = \frac{\alpha \rho_G u_{dr,G} w_{dr,G}}{\rho_m u_m w_m}, \qquad r_3 = r_2, \qquad r_4 = \frac{\alpha \rho_G w_{dr,G}^2}{\rho_m {w_m}^2} \tag{III-13}$$

Les composantes de la vitesse de dérive constituent des nouvelles inconnues du problème. Il est possible de les relier aux composantes de la vitesse de glissement entre le gaz et le liquide de la manière suivante [78] :

$$v_{dr,G} = (v_G - v_L)(1 - \lambda_G) = v_{G,L}(1 - \lambda_G), \qquad v \in \{u, w\} \tag{III-14}$$

La fraction massique de gaz λ_G est constante dans le domaine car il n'y a pas d'échange de masse entre les phases. Elle s'écrit en fonction de la fraction volumique de gaz et des masses volumiques du gaz et du mélange :

$$\lambda_G = \frac{\alpha \rho_G}{\rho_m} \tag{III-15}$$

Un équilibre des forces est établi entre la force de traînée qui agit sur les bulles de gaz et la force déduite de la différence de densité entre le mélange et le gaz :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\rho_L \frac{\pi D_B^2}{4} C_f |u_{G,L}| u_{G,L} = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{D_B}{2}\right)^3 (\rho_G - \rho_m)\dot{u}_m \\ \frac{1}{2}\rho_L \frac{\pi D_B^2}{4} C_f |w_{G,L}| w_{G,L} = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{D_B}{2}\right)^3 (\rho_G - \rho_m)\dot{w}_m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |u_{G,L}| u_{G,L} = \frac{4}{3}\frac{D_B}{C_f}\frac{(\rho_G - \rho_m)}{\rho_L}\dot{u}_m \\ |w_{G,L}| w_{G,L} = \frac{4}{3}\frac{D_B}{C_f}\frac{(\rho_G - \rho_m)}{\rho_L}\dot{w}_m \end{cases} \tag{III-16}$$

Ces formules font intervenir le diamètre de bulle, D_B, les dérivées temporelles totales des composantes de la vitesse, $\dot{u}_m$ et $\dot{w}_m$, et le coefficient de traînée, C_f. Ce dernier est modélisé ici par la formule de Schiller et Naumann [129–131] :

$$C_f = \begin{cases} \frac{24}{Re_{G,L}}\left(1 + 0.15{Re_{G,L}}^{0.687}\right) & Re_{G,L} \leq 1000 \\ 0.44 & Re_{G,L} > 1000 \end{cases} \quad \text{(III-17)}$$

$Re_{G,L}$ est le nombre de Reynolds relié à la vitesse de glissement :

$$Re_{G,L_x} = \frac{\rho_L |u_{G,L}| D_B}{\mu_L}, \qquad Re_{G,L_z} = \frac{\rho_L |w_{G,L}| D_B}{\mu_L} \quad \text{(III-18)}$$

A partir de ces expressions, il est possible de simplifier l'équation reliant les vitesses de glissement à l'accélération du mélange :

$$\begin{cases} u_{G,L} = \frac{\tau_G}{f_{t,x}} \frac{(\rho_G - \rho_m)}{\rho_G} \dot{u}_m \\ w_{G,L} = \frac{\tau_G}{f_{t,z}} \frac{(\rho_G - \rho_m)}{\rho_G} \dot{w}_m \end{cases} \quad \text{(III-19)}$$

où τ_G est le temps de relaxation d'une bulle de gaz. Les fonctions de trainée, $f_{t,i}$, sont données par :

$$f_{t,i} = \begin{cases} 1 + 0.15{Re_{G,L_i}}^{0.687} & Re_{G,L_i} \leq 1000 \\ 0.0183 Re_{G,L_i} & Re_{G,L_i} > 1000 \end{cases} \quad \text{(III-20)}$$

L'écoulement est stationnaire et la gravité est négligée. Cela signifie que les composantes d'accélération du mélange sont uniquement composées des termes convectifs :

$$\begin{cases} \dot{u}_m = -\left(\frac{\partial u_m}{\partial x} + \frac{\partial w_m}{\partial z}\right) u_m \\ \dot{w}_m = -\left(\frac{\partial u_m}{\partial x} + \frac{\partial w_m}{\partial z}\right) w_m \end{cases} \quad \text{(III-21)}$$

Le temps de relaxation d'une bulle de gaz utilisé dans (III-19) est défini par [10] :

$$\tau_G = \frac{\rho_G D_B^2}{18\mu_L} \tag{III-22}$$

Ces équations supplémentaires permettent de déterminer les vitesses de glissement et de fermer les équations du « bulk flow » hétérogène. Dans les applications du modèle de mélange hétérogène proposées par Lu et San Andres [10], le diamètre de bulle reste constant dans le domaine et équivaut au jeu radial. Cette hypothèse provient des observations faites sur leur dispositif expérimental [36] où, même en générant des écoulements à bulles de $2\ \mu m$, celles-ci atteignent finalement une taille supérieure au jeu radial du joint. Plus les bulles sont grosses dans l'écoulement, plus les effets d'hétérogénéité se manifestent, réduisant ainsi la précision des résultats obtenus avec le modèle de mélange homogène.

Le modèle de mélange hétérogène n'intègre pas tous les mécanismes possibles dans un mélange confiné avec de grandes bulles, qui peuvent interagir, se rompre et coalescer. Toutefois, d'après Lu et San Andres [10], il inclut, via le glissement et la diffusion des moments qui en découlent, la physique nécessaire pour évaluer avec une meilleure précision la réponse dynamique du joint.

Du point de vue de la modélisation, l'hypothèse d'un diamètre de bulle constant n'est pas justifiée. En effet, avec un nombre constant de bulles, une augmentation de la fraction volumique de gaz devrait normalement entrainer une augmentation du diamètre des bulles, en l'absence de phénomènes de coalescence ou de séparation. L'adoption d'un diamètre de bulle constant et égal au jeu radial semble être une manière de maximiser numériquement les effets d'hétérogénéité pour se rapprocher d'un comportement réel. Ces points seront discutés à la lumière des résultats numériques obtenus avec les modèles développés.

Dans la section III.9.2, lors de la discussion sur l'intérêt de la méthode prenant en compte la compressibilité dans l'algorithme SIMPLE introduite dans cette thèse, une méthodologie qui permet de considérer des écoulements à petites bulles dont le diamètre peut évoluer dans l'espace confiné est présentée. Cette dernière approche s'inscrit dans le cadre des hypothèses du modèle de mélange.

III.4 Prise en compte de la turbulence

En Lubrification, la turbulence est un phénomène observé dans divers contextes. Par exemple, dans l'étude des joints annulaires, les gradients élevés de pression génèrent de grandes vitesses d'écoulement [119]. De même, dans l'industrie aérospatiale, les vitesses de rotation élevées peuvent

engendrer la turbulence dans les paliers hybrides de turbopompes [5]. Dans le domaine nucléaire, contextuel dans cette étude, l'utilisation d'un lubrifiant peu visqueux comme l'eau favorise également son apparition [132].

La complexité réside alors dans l'absence de formules explicites reliant les contraintes de cisaillement au gradient de vitesse, contrairement au régime laminaire. Les modèles de turbulence employés en Lubrification sont des adaptations de ceux utilisées dans les conduites et dans la couche limite. Les premières tentatives de modélisation de la turbulence pour les écoulements confinés ont utilisé le modèle de longueur de mélange [133]. Sur cette base, des travaux menés dans les années 1960 et 1970 par Constantinescu [134–138], ainsi que par Ng, Pan et Elrod [139–141], ont permis d'intégrer la turbulence dans les études de Lubrification. Des coefficients d'origine empirique ont été développés et incorporés dans l'équation de Reynolds pour les écoulements hydrodynamiques [142] et les écoulements hydrostatiques [126]. Ces modèles ont démontré de bonnes capacités de prédiction pour les écoulements en film mince et sont toujours utilisés de nos jours.

Cependant, Tennekes and Lumley [143] ont souligné que ce modèle n'était plus adapté pour les écoulements générés à la fois par des gradients de pression et par des mouvements relatifs de paroi, tels que le couplage des effets hydrostatique et hydrodynamique dans les paliers hybrides, et impliquant plusieurs échelles de longueurs caractéristiques pour la turbulence. Pour surmonter ces limitations, Ho et Vohr [144] ont été les premiers à présenter une analyse incluant une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente. Launder and Leschziner [18] sont allés plus loin en introduisant deux équations de fermeture pour évaluer le tenseur de Reynolds avec les variables k (énergie cinétique turbulente) et ϵ (taux de dissipation de l'énergie turbulente). Burton [145] et Black [146] ont même utilisé des informations sur la forme des profils de vitesse moyennées dans le temps pour estimer la turbulence.

En contraste avec les approches visant à complexifier les résolutions pour incorporer les effets de turbulence en Lubrification, Hirs a proposé en 1973 [19] une méthode simplifiée qui ne nécessite ni modèle, ni information sur les fluctuations locales de vitesse dues à la turbulence ou sur la forme des profils. Cette approche, qui s'applique uniquement dans les films minces, repose entièrement sur l'écoulement moyen et consiste à établir un lien entre la différence des contraintes de cisaillement entre chaque paroi et la valeur de la vitesse moyenne selon l'épaisseur [147]. En réalité, ce travail constitue une extension logique des travaux menés par Blasius sur les écoulements de type Poiseuille dans les tuyaux [148], par Davis et White [149] sur le même type d'écoulement mais dans des tuyaux de section rectangulaire et par Couette [150] pour des écoulements dans un espace annulaire où l'un des cylindres en mouvement génère le cisaillement dans le fluide. Dans ce qui suit, l'approche de Hirs

pour estimer les effets de turbulence sera adoptée car il a montré une grande capacité prédictive validée par plusieurs études expérimentales [118,151,152].

Le système d'équations du bulk-flow pour un écoulement de mélange homogène est donné par l'équation (III-10). Pour un écoulement laminaire et sans prise en compte des effets d'inertie, les différences de contraintes de cisaillement aux parois sont similaires à celles présentées par Frêne et al. [16] pour un écoulement monophasique :

$$\begin{cases} u_m = \dfrac{1}{2\mu_m}\dfrac{\partial p}{\partial x} y(y-H) + \dfrac{H-y}{H} U_r \\ w_m = \dfrac{1}{2\mu_m}\dfrac{\partial p}{\partial z} y(y-H) \end{cases}$$
$$\begin{cases} S_{xy}\big|_0^H = \mu_m \dfrac{\partial u_m}{\partial y}(y=H) - \mu_m \dfrac{\partial u_m}{\partial y}(y=0) = 12\dfrac{\mu_m}{H}\left(u_m - \dfrac{U_r}{2}\right) \\ S_{zy}\big|_0^H = \mu_m \dfrac{\partial w_m}{\partial y}(y=H) - \mu_m \dfrac{\partial w_m}{\partial y}(y=0) = 12\dfrac{\mu_m}{H} w_m \end{cases} \quad \text{(III-23)}$$

Ces expressions des composantes de vitesse et du cisaillement sont celles du modèle de Reynolds laminaire présenté dans le Chapitre V.

Pour exprimer ces coefficients pour tous les régimes d'écoulement, Hirs utilise une relation simple, adaptée ici au cas d'un écoulement de mélange :

$$\frac{S}{\frac{1}{2}\rho_m v_{m,rel}^2} = f = aRe^b$$
$$Re = \frac{\rho_m v_{m,rel} D_H}{\mu_m}, \qquad D_H = 2H \quad \text{(III-24)}$$

Le diamètre hydraulique dans un espace annulaire est égal au double du jeu radial. $v_{m,rel}$ représente la vitesse relative de l'écoulement par rapport à la vitesse de la paroi considérée. Le coefficient f, connu sous le nom de coefficient de frottement ou coefficient de Fanning, est une fonction du nombre de Reynolds. Les coefficients a et b sont calibrés expérimentalement en fonction des différents types d'écoulement. Il convient de noter que les coefficients a et b sont différents selon qu'il s'agisse d'un écoulement de Poiseuille ou d'un écoulement de Couette.

Hirs a remarqué que la contrainte de cisaillement à la paroi était peu sensible au type d'écoulement, et a donc supposé que les effets combinés (Poiseuille et Couette) peuvent s'additionner. A partir de cette observation et des développements détaillés dans [19,153,154], l'expression générale des contraintes de cisaillement utilisées dans le « bulk flow » contient uniquement les coefficients de frottement liés à l'écoulement de Poiseuille, f_{po} :

$$\begin{cases} S_{xy}\big|_0^H = \dfrac{\rho_m v_{m,r}(u_m - U_r)}{2} f_{po,r} + \dfrac{\rho_m v_{m,st} u_m}{2} f_{po,st} \\ S_{zy}\big|_0^H = \dfrac{\rho_m v_{m,r} w_m}{2} f_{po,r} + \dfrac{\rho_m v_{m,st} w_m}{2} f_{po,st} \end{cases} \tag{III-25}$$

Avec :

$$\begin{gathered} v_{m,r} = \sqrt{w_m^2 + (u_m - U_r)^2}, \qquad v_{m,st} = \sqrt{w_m^2 + u_m^2} \\ f_{po,i} = a_{po} Re_i^{b_{po}}, \qquad Re_i = \frac{2\rho_m H v_{m,i}}{\mu_m}, \qquad i = r, st \\ r = rotor, \qquad st = stator \end{gathered} \tag{III-26}$$

La connaissance du couple de paramètres (a, b) pour un écoulement de type Poiseuille est donc suffisante pour exprimer la turbulence dans ce modèle. Pour un écoulement laminaire, l'expression analytique des différences de contrainte de cisaillement (éq. (III-23)) est retrouvée en introduisant des nombres de Reynolds et en posant $a_{po} = 24$ et $b_{po} = -1$:

$$\begin{cases} S_{xy}\big|_0^H = \dfrac{\rho_m v_{m,r}(u_m - U_r)}{2} f_r + \dfrac{\rho_m v_{m,st} u_m}{2} f_{st} \\ S_{zy}\big|_0^H = \dfrac{\rho_m v_{m,r} w_m}{2} f_r + \dfrac{\rho_m v_{m,st} w_m}{2} f_{st} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} S_{xy}\big|_0^H = (u_m - U_r)\dfrac{\mu_m}{4H} Re_r f_r + u_m \dfrac{\mu_m}{4H} Re_{st} f_{st} \\ S_{zy}\big|_0^H = w_m \dfrac{\mu_m}{4H} Re_r f_r + w_m \dfrac{\mu_m}{4H} Re_{st} f_{st} \end{cases} \tag{III-27}$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} S_{xy}\big|_0^H = 6(u_m - U_r)\dfrac{\mu_m}{H} + 6u_m \dfrac{\mu_m}{H} \\ S_{zy}\big|_0^H = 6w_m \dfrac{\mu_m}{H} + 6w_m \dfrac{\mu_m}{H} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} S_{xy}\big|_0^H = 12\left(u_m - \dfrac{U_r}{2}\right)\dfrac{\mu_m}{H} \\ S_{zy}\big|_0^H = 12 w_m \dfrac{\mu_m}{H} \end{cases}$$

En revanche, pour les écoulements turbulents, il est plus compliqué d'obtenir des résultats analytiques et les coefficients sont le plus souvent déduits de résultats expérimentaux. Pour exprimer le coefficient de Fanning dans le modèle « bulk flow », il est usuel d'utiliser le lien qui existe entre ce dernier et le coefficient de Darcy-Weisbach (λ_D) [104] :

$$\lambda_D = 4f \tag{III-28}$$

Le coefficient de Darcy est utilisé pour exprimer les pertes de charge Δp par frottement en fonction de la vitesse débitante v sur une longueur d'écoulement l :

$$\Delta p = \lambda_D \frac{l}{D_H} \rho \frac{v^2}{2} = \lambda_D \frac{l}{2H} \rho \frac{v^2}{2} \tag{III-29}$$

Les coefficients de Darcy et de Fanning expriment la même réalité physique. Le livre d'Idel'cik de 1986 [155] étudie les pertes de charge régulière et singulière pour des écoulements de Poiseuille dans différents types de section. Il répertorie, entre autres, un grand nombre de coefficients de Darcy en régime laminaire et en régime turbulent. De surcroît, il met en évidence les liens qui existent entre les coefficients obtenus pour un écoulement dans une section circulaire et ceux obtenus pour un écoulement dans une section annulaire. La section annulaire est la section d'intérêt en Lubrification. Il applique un facteur correctif qui permet de passer d'un écoulement en section circulaire à un écoulement en section annulaire :

$$\lambda_{D,ann} = k_2 \lambda_{D,circ} \tag{III-30}$$

Le facteur k_2 dépend du rapport entre le diamètre intérieur et le diamètre extérieur, du régime d'écoulement et de l'état des parois. Par exemple, le coefficient de Darcy pour un écoulement laminaire dans une section circulaire lisse est décrit par la relation :

$$\lambda_{D,circ} = \frac{64}{Re} \tag{III-31}$$

Le facteur correctif à appliquer lorsque les diamètres intérieur et extérieur sont proches (écoulement en film mince) est $k_2 = 1{,}5$. Ceci donne :

$$\lambda_{D,ann} = \frac{96}{Re} \tag{III-32}$$

Ce résultat permet de déterminer le coefficient de Fanning à introduire dans les équations du « bulk flow » :

$$f = \frac{\lambda_{D,ann}}{4} = \frac{24}{Re} \tag{III-33}$$

Il s'agit bien du même coefficient que celui obtenu analytiquement par l'équation de Reynolds (éq. (III-27)). Dans ce cas, le passage par les résultats d'Idel'cik n'est pas nécessaire mais montre la cohérence entre l'analytique et l'expérimental. Pour un écoulement turbulent dans une conduite circulaire à paroi lisse, le coefficient de Darcy est :

$$\lambda_{D,circ} = 0{,}3164 Re^{-0{,}25} \tag{III-34}$$

Le facteur correctif à appliquer pour obtenir le coefficient pour une conduite annulaire de faible jeu radial est $k_2 = 1{,}5$:

$$\lambda_{D,ann} = 0.4746 Re^{-0.25} \tag{III-35}$$

Il vient :

$$f_{ann} = \frac{\lambda_{D,ann}}{4} = 0.1187 Re^{-0.25} \tag{III-36}$$

Ce coefficient n'est pas celui qui est usuellement utilisé en Lubrification. En effet, pour un écoulement turbulent entre parois lisses, il est plus courant de voir utiliser dans le modèle bulk-flow un coefficient de frottement déduit du coefficient de Darcy pour un écoulement en section circulaire [128]:

$$f_{circ} = \frac{\lambda_{D,circ}}{4} = 0.0791 Re^{-0.25} \tag{III-37}$$

Ou encore lorsque le nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de film est utilisé :

$$\begin{aligned} Re_{lb} &= \frac{\rho_m v_{m,i} H}{\mu_m} \\ f_{circ} &= 0.06651 {Re_{lb}}^{-0.25} \\ &= 0.06651 \left(\frac{\rho_m v_{m,i} H}{\mu_m}\right)^{-0.25} \\ &= 0.06651 \times 2^{0.25} \left(\frac{\rho_m v_{m,i} (2H)}{\mu_m}\right)^{-0.25} \\ &= 0.0791 Re^{-0.25} \end{aligned} \tag{III-38}$$

Les expressions (III-37) et (III-38) sont équivalentes. Par défaut dans cette thèse, f_{ann} est utilisé dans le modèle de turbulence. Lors d'analyses impliquant des régimes turbulents, les résultats obtenus avec f_{ann} et f_{circ} seront comparés et confrontés à des données expérimentales ainsi qu'à des résultats de simulations CFD pour vérifier le raisonnement mené.

D'après les limites du diagramme de Moody, le coefficient de frottement pour les écoulements laminaires est appliqué pour $Re < 2000$ et le coefficient de frottement pour les écoulements turbulents pour $Re > 3000$. Entre les deux, la transition est réalisée à l'aide d'un polynôme d'interpolation [156] :

$$f = \begin{cases} f_{lam}, & Re \leq 0 \\ f_{lam}(1 - 3Re^2 + 2Re^3) + f_{turb}(3Re^2 - 2Re^3), & 0 < Re < 1 \\ f_{turb}, & Re \geq 1 \end{cases} \tag{III-39}$$

III.5 Discrétisation des équations du « bulk flow » en régime diphasique

La méthode de discrétisation des équations du « bulk flow » diphasique est exposée pour le modèle de mélange hétérogène. Pour le modèle de mélange homogène, elle se déduit simplement en prenant des coefficients d'hétérogénéité nuls et une vitesse commune pour le gaz et le liquide.

La méthode des volumes finis est employée pour discrétiser le domaine et résoudre le système. Ce schéma garantit, de manière intrinsèque, la conservation locale des grandeurs physiques de masse et de quantité de mouvement, car par construction, il reformule le problème en un ensemble d'équations de bilan. Les résolutions sur les cas d'application sont en deux dimensions (2D) car les grandeurs sont intégrées dans l'épaisseur lors de la construction des équations. Par conséquent, le domaine de résolution est un plan défini par les coordonnées (x, z) correspondant à la géométrie développée du palier ou du joint. L'axe x représente la direction circonférentielle et l'axe z la direction axiale. Les bords circonférentiels du modèle numérique portent des conditions de périodicité tandis que les bords axiaux sont généralement soumis à des conditions de pression imposée. Dans le cas des paliers hydrostatiques, la pression est également imposée à l'intérieur du domaine sur le bord des alvéoles. La démarche repose sur l'utilisation de maillages structurés composés de rectangles, une approche idéale compte tenu de la géométrie des joints annulaires et des paliers hydrostatiques examinés dans cette section. Des illustrations de la discrétisation du domaine et des conditions aux limites sont présentées sur la Figure III-3.

Lu et San Andres [10] ont utilisé la méthode des volumes finis avec des grilles décalés pour la discrétisation des équations, ce qui implique que les points de calculs des vitesses et des pressions diffèrent. Dans cette thèse, la méthode des volumes finis est appliquée en utilisant un maillage colocalisé, ce qui signifie que toutes les variables sont résolues au centre des cellules. Cette méthode offre une simplicité d'implémentation et garantit généralement une meilleure conservation de la masse, car les flux entrants et sortants sont évalués au même emplacement. De plus, le défi associé à ce processus de résolution qui porte sur les oscillations de pression, est comblée grâce à la méthode d'interpolation de Rhie & Chow [157].

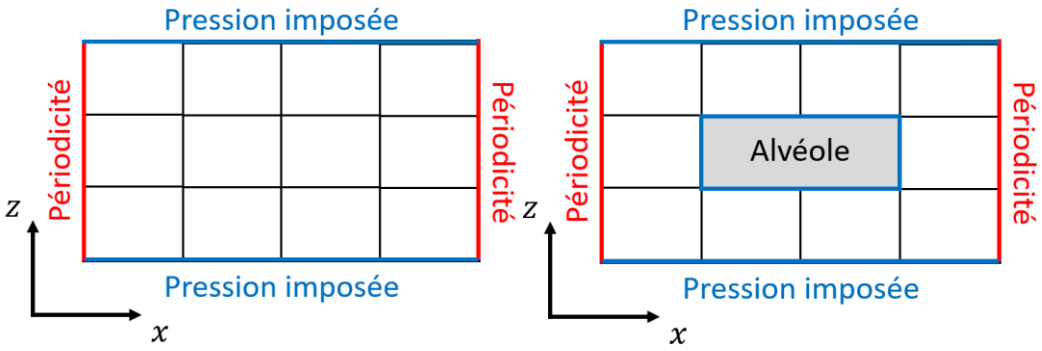


Figure III-3: Discrétisation et conditions aux limites du domaine fluide pour les joints et les paliers hydrodynamiques lisses (à gauche) et les paliers hydrostatiques (à droite)

Pour commencer, les équations du modèle sont reformulées sous la forme générale d'équation de transport :

$$\underline{\nabla}.\left(\underline{\Psi_{\Xi}}\Xi\right) = Q_{\Xi} \tag{III-40}$$

Chaque équation de transport a ses définitions pour le terme de flux et le terme source. Elles sont répertoriées dans le Tableau III-1.

Tableau III-1: Définition des termes de flux et des termes sources dans les équations du « bulk flow »

Equations de transport	Ξ	$\underline{\Psi_{\Xi}}$	Q_{Ξ}
Masse du mélange	1	$\rho_m \underline{v_m} H$	0
Quantité de mouvement selon x	u_m	$\rho_m \begin{Bmatrix}(1+r_1)u_m \\ (1+r_2)w_m\end{Bmatrix} H$	$-H\dfrac{\partial p}{\partial x} - \tau_{xy}\Big\|_0^H$
Quantité de mouvement selon z	w_m	$\rho_m \begin{Bmatrix}(1+r_3)u_m \\ (1+r_4)w_m\end{Bmatrix} H$	$-H\dfrac{\partial p}{\partial z} - \tau_{zy}\Big\|_0^H$
Masse du gaz	1	$\alpha\rho_G \underline{v_G} H$	0

Les équations sont intégrées sur chaque cellule de contrôle de la discrétisation du domaine et le théorème de Green-Ostrogradski est appliqué pour l'intégrale de la divergence :

$$\int_{\Lambda} \underline{\nabla}.(\underline{\Psi_{\Xi}}\Xi)d\Lambda = \int_{\Lambda} Q_{\Xi}d\Lambda \Rightarrow \oint_{\Gamma}(\underline{\Psi_{\Xi}}\Xi).\underline{n}d\Gamma = \int_{\Lambda} Q_{\Xi}d\Lambda \qquad \text{(III-41)}$$

où $\underline{n}$ représente la normale sortante aux arêtes. Pour chaque cellule de contrôle, les variables sont résolues sur le centre P, les flux sont exprimés sur les centres des arêtes « est » (e), « sud » (s), « ouest » (o) et « nord » (n) et les centres voisins « est » (E), « sud » (S), « ouest » (O) et « nord » (N) interviennent dans l'approximation des valeurs aux arêtes. Ces informations géométriques sont récapitulées sur la Figure III-4.

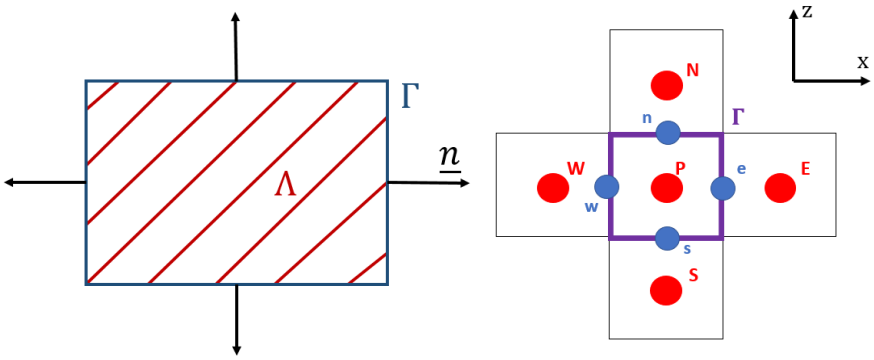


Figure III-4: Cellule élémentaire (à gauche) et points de référence de la discrétisation (à droite)

Les intégrales sont approximées comme suit :

$$\oint_{\Gamma}(\underline{\Psi_{\Xi}}\Xi).\underline{n}d\Gamma = \int_{\Lambda} Q_{\Xi}d\Lambda \Rightarrow \sum_{i\in\{e,n\}} \Psi_{\Xi,i}\Xi_i l_i - \sum_{i\in\{w,s\}} \Psi_{\Xi,i}\Xi_i l_i = Q_{\Xi,P}\Lambda_P \qquad \text{(III-42)}$$

l_i est la longueur de l'arête traversée par le flux. Le terme $\Psi_{\Xi,i}l_i$ représente un débit massique $\dot{m}_{\Xi,i}$, permettant ainsi d'écrire la formule de la manière suivante :

$$\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{\Xi,i}\Xi_i - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{\Xi,i}\Xi_i = Q_{\Xi,P}\Lambda_P \qquad \text{(III-43)}$$

Le système d'équations (III-19) permet d'évaluer les vitesses de glissement, ce qui permet ensuite de déduire les coefficients de diffusion associés à l'hétérogénéité. Sur chaque centre P du maillage, ce système s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{cases} G_a\left(u_{G,L_P}\right) = u_{G,L_P} + \dfrac{\tau_{G_P}}{f_{t,x_P}} \dfrac{\left(\rho_{G_P} - \rho_{m_P}\right)}{\rho_{G_P}} \left[\left(\dfrac{\partial u_m}{\partial x} + \dfrac{\partial w_m}{\partial z}\right) u_m\right]_P = 0 \\ G_b\left(w_{G,L_P}\right) = w_{G,L_P} + \dfrac{\tau_{G_P}}{f_{t,z_P}} \dfrac{\left(\rho_{G_P} - \rho_{m_P}\right)}{\rho_{G_P}} \left[\left(\dfrac{\partial u_m}{\partial x} + \dfrac{\partial w_m}{\partial z}\right) w_m\right]_P = 0 \end{cases} \quad \text{(III-44)}$$

Avec τ_G le temps de relaxation caractéristique des bulles de gaz (équation (III-22), [10]) et f_t les coefficients de trainée (équation (III-20)). Les équations du « bulk flow » sont résolues à l'aide de l'algorithme SIMPLE, une méthode de résolution itérative largement employée en Mécanique des Fluides. Développé par Patankar dans les années 1970 [158] pour la résolution des équations de Navier-Stokes incompressible, cet algorithme est semi-implicite. Il se divise en deux étapes principales pour un écoulement isotherme : la résolution des équations de conservation de la quantité de mouvement et la correction de la pression pour satisfaire la conservation de masse. Ces étapes sont répétées jusqu'à atteindre une précision déterminée. Il peut être adapté pour prendre en compte de manière robuste la compressibilité [159]. Des variantes de cet algorithme existent pour améliorer la robustesse de la résolution comme l'algorithme SIMPLEC [160] ou l'algorithme PISO [161].

Pour un écoulement de mélange, cet algorithme est étendu pour tenir compte des variations de la fraction volumique de gaz et des effets d'hétérogénéités. Deux versions de la phase de correction sont examinées : la correction « incompressible » de Lu et San Andres [10], qui ne tient pas compte de la variation de la masse volumique, et la correction « compressible » développée dans cette thèse, intégrant cette variation. Dans la première approche, à chaque itération, la fraction volumique est déterminée après la phase de correction, créant un couplage faible entre la pression et la fraction volumique de gaz. Dans la seconde, cette résolution est intégrée à la phase de correction, créant un couplage fort entre ces variables. Le processus de résolution pour chaque itération $n \in \mathbb{N}^*$ est détaillé dans la section suivante.

III.6 Algorithme SIMPLE pour la résolution des équations du « bulk flow » en régime diphasique

III.6.1 Résolution des vitesses de glissement

A chaque itération (n), les vecteurs contenant les inconnues sur chaque centre du maillage issus de l'itération précédente sont :

$$(\underline{u_m}^{(n-1)}, \underline{w_m}^{(n-1)}, \underline{\alpha}^{(n-1)}, \underline{p}^{(n-1)}, \underline{u_{G,L}}^{(n-1)}, \underline{w_{G,L}}^{(n-1)}) \tag{III-45}$$

Pour chaque centre, les nouvelles valeurs de vitesse de glissement sont obtenues en résolvant les équations non-linéaires suivantes :

$$\begin{cases} G_{a_P}\left(u_{G,L_P}^{(n)}\right) = 0 \\ G_{\mathscr{b}_P}\left(w_{G,L_P}^{(n)}\right) = 0 \end{cases}$$

Ces équations sont regroupées pour former un système vectoriel :

$$\underline{G}\left(\{\underline{v_{G,L}}^{(n)}\}\right) = \underline{G}\left(\begin{Bmatrix} \underline{u_{G,L}}^{(n)} \\ \underline{w_{G,L}}^{(n)} \end{Bmatrix}\right) = \begin{Bmatrix} \underline{G_a}\left(\underline{u_{G,L}}^{(n)}\right) \\ \underline{G_{\mathscr{b}}}\left(\underline{w_{G,L}}^{(n)}\right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \end{Bmatrix} \tag{III-46}$$

Avec $\underline{G}$ une fonction vectorielle non-linéaire déduite de la discrétisation. L'algorithme utilisé pour résoudre ce problème est l'algorithme de Newton-Raphson. Une initialisation $\underline{v_{G,L}}^{(0)}$ des vitesses de glissement est donnée. En notant $k \in \mathbb{N}$ le numéro de l'itération, chaque étape de la méthode s'écrit :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \underline{\underline{J}}_{G,v_{G,L}}{}^{(k)} \underline{\delta v_{G,L}}^{(k)} = -\underline{G}^{(k)} \tag{III-47}$$

La matrice jacobienne de cette fonction est une matrice diagonale de taille $2N_{el} \times 2N_{el}$. Les N premiers éléments de la diagonale correspondent aux N_{el} dérivées des composantes de $\underline{G_a}$ et les N_{el} derniers aux N_{el} dérivées des composantes de $\underline{G_b}$. Chaque centre contribue à la construction de la matrice jacobienne par les éléments :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial G_{a\,P}}{\partial u_{G,L_P}^{(n)}} = 1 + \dfrac{\tau_{G_P}^{(n-1)} \left(\rho_{G_P}^{(n-1)} - \rho_{m_P}^{(n-1)} \right) \dot{u}_m^{(n-1)}}{\rho_{G\,P}^{(n-1)}} \dfrac{\dfrac{\partial f_{t,x_P}^{(n)}}{\partial u_{G,L_P}^{(n)}}}{f_{t,x_P}^{(n)^2}} \\ \dfrac{\partial G_{b\,P}}{\partial w_{G,L_P}^{(n)}} = 1 + \dfrac{\tau_{G_P}^{(n-1)} \left(\rho_{G_P}^{(n-1)} - \rho_{m_P}^{(n-1)} \right) \dot{w}_m^{(n-1)}}{\rho_{G\,P}^{(n-1)}} \dfrac{\dfrac{\partial f_{t,z_P}^{(n)}}{\partial w_{G,L_P}^{(n)}}}{f_{t,z_P}^{(n)^2}} \end{cases} \quad \text{(III-48)}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{t,x_P}^{(n)}}{\partial u_{G,L_P}^{(n)}} &= \begin{cases} \left(0.10305 \dfrac{\partial Re_{G,L_{xP}}^{(n)}}{\partial u_{G,L_P}^{(n)}} Re_{G,L_{xP}}^{(n)\ -0.313} \right) & Re_{G,L_{xP}}^{(n)} \leq 1000 \\ 0.0183 \dfrac{\partial Re_{G,L_{xP}}^{(n)}}{u_{G,L_P}^{(n)}} & Re_{G,L_{xP}}^{(n)} > 1000 \end{cases} \\ \frac{\partial f_{t,z_P}^{(n)}}{\partial w_{G,L_P}^{(n)}} &= \begin{cases} \left(0.10305 \dfrac{\partial Re_{G,L_{zP}}^{(n)}}{\partial w_{G,L_P}^{(n)}} Re_{G,L_{zP}}^{(n)\ -0.313} \right) & Re_{G,L_{zP}}^{(n)} \leq 1000 \\ 0.0183 \dfrac{\partial Re_{G,L_{zP}}^{(n)}}{w_{G,L_P}^{(n)}} & Re_{G,L_{zP}}^{(n)} > 1000 \end{cases} \end{aligned} \quad \text{(III-49)}$$

Et :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Re_{G,L_{xP}}^{(n)}}{\partial u_{G,L_P}^{(n)}} = \dfrac{\rho_L D_B}{\mu_L} & u_{G,L_P}^{(n)} \geq 0 \\ \dfrac{\partial Re_{G,L_{xP}}^{(n)}}{\partial u_{G,L_P}^{(n)}} = -\dfrac{\rho_L D_B}{\mu_L} & u_{G,L_P}^{(n)} < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Re_{G,L_{zP}}^{(n)}}{\partial w_{G,L_P}^{(n)}} = \dfrac{\rho_L D_B}{\mu_L} & w_{G,L_P}^{(n)} \geq 0 \\ \dfrac{\partial Re_{G,L_{zP}}^{(n)}}{\partial w_{G,L_P}^{(n)}} = -\dfrac{\rho_L D_B}{\mu_L} & w_{G,L_P}^{(n)} \geq 0 \end{cases} \qquad \text{(III-50)}$$

Le calcul des accélérations du mélange fait intervenir les dérivées spatiales de vitesse. Celles-ci sont approximées par différences centrées d'ordre 2 :

$$\left(\frac{\partial u_m}{\partial x}\right)_P^{(n-1)} = \frac{u_{m,E} - u_{m,W}}{(\Delta x_W + \Delta x_E)}, \qquad \left(\frac{\partial w_m}{\partial z}\right)_P^{(n-1)} = \frac{w_{m,S} - w_{m,N}}{(\Delta z_S + \Delta z_N)} \qquad \text{(III-51)}$$

Les pas de la discrétisation sont illustrés sur la Figure III-5.

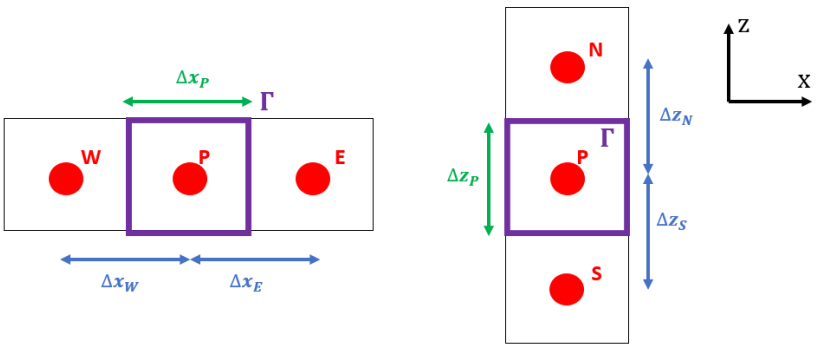


Figure III-5: Pas de la discrétisation

Pour améliorer la robustesse de l'algorithme SIMPLE, des coefficients de relaxation $\beta_{u_{G,L}}$ sont utilisés pour introduire en partie la nouvelle solution :

$$u_{G,L_P}^{(n)} = \beta_{u_{G,L}} u_{G,L_P}^{(n)} + (1 - \beta_{u_{G,L}}) u_{G,L_P}^{(n-1)}$$

$$w_{G,L_P}^{(n)} = \beta_{u_{G,L}} w_{G,L_P}^{(n)} + (1 - \beta_{u_{G,L}}) w_{G,L_P}^{(n-1)} \quad \text{(III-52)}$$

III.6.2 Etape de prédiction : résolution des équations de quantité de mouvement

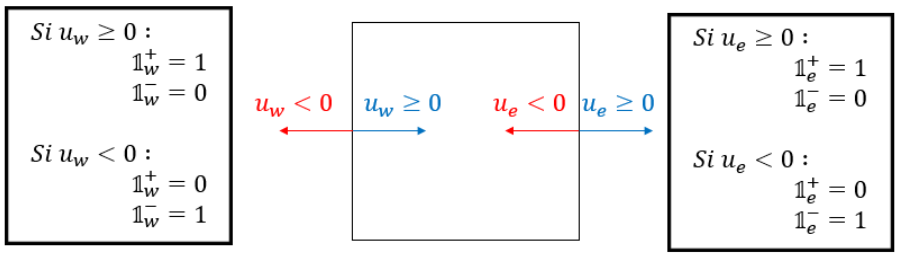
Les équations de conservation de la quantité de mouvement discrétisées sont considérées :

$$\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{\Xi,i}\Xi_i - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{\Xi,i}\Xi_i = Q_{\Xi,P}\Lambda_P, \qquad \Xi \in \{u_m, w_m\} \quad \text{(III-53)}$$

Ξ_i est approximé grâce à un schéma upwind d'ordre 1 qui est basé sur le signe de la vitesse normale à l'arête :

$$\begin{aligned}
\Xi_e &= \frac{1 + SGN(u_{m,e})}{2}\Xi_P + \frac{1 - SGN(u_{m,e})}{2}\Xi_E = \mathbb{1}_e^+\Xi_P + \mathbb{1}_e^-\Xi_E \\
\Xi_w &= \frac{1 - SGN(u_{m,w})}{2}\Xi_P + \frac{1 + SGN(u_{m,w})}{2}\Xi_W = \mathbb{1}_w^-\Xi_P + \mathbb{1}_w^+\Xi_W \\
\Xi_n &= \frac{1 + SGN(w_{m,n})}{2}\Xi_P + \frac{1 - SGN(w_{m,n})}{2}\Xi_N = \mathbb{1}_n^+\Xi_P + \mathbb{1}_n^-\Xi_N \\
\Xi_s &= \frac{1 - SGN(w_{m,s})}{2}\Xi_P + \frac{1 + SGN(w_{m,s})}{2}\Xi_S = \mathbb{1}_s^-\Xi_P + \mathbb{1}_s^+\Xi_S
\end{aligned} \quad \text{(III-54)}$$

Les fonctions employées dans le schéma sont illustrées sur la Figure III-6.



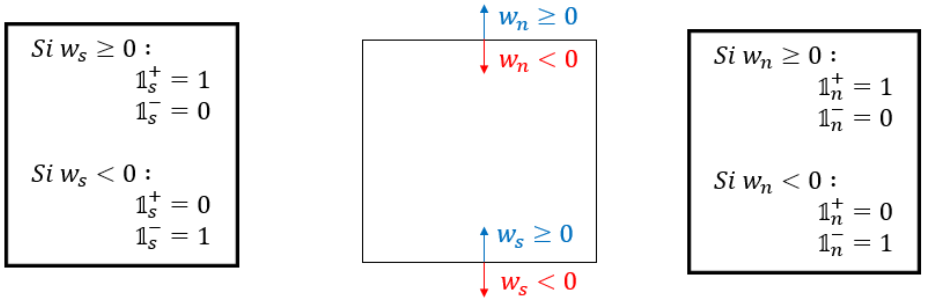


Figure III-6: Définition des fonctions indicatrices utilisées dans le schéma d'approximation upwind

En ajoutant ces approximations, la relation devient :

$$\left(\mathbb{1}_e^+ \dot{m}_{\Xi,e} - \mathbb{1}_w^- \dot{m}_{\Xi,w} + \mathbb{1}_n^+ \dot{m}_{\Xi,n} - \mathbb{1}_s^- \dot{m}_{\Xi,s}\right)\Xi_P = -\mathbb{1}_e^- \dot{m}_{\Xi,e}\Xi_E + \mathbb{1}_w^+ \dot{m}_{\Xi,w}\Xi_W - \mathbb{1}_n^- \dot{m}_{\Xi,n}\Xi_N + \mathbb{1}_s^+ \dot{m}_{\Xi,s}\Xi_S + Q_{\Xi,P}\Lambda_P \quad \text{(III-55)}$$

L'équation de transport se met sous la forme :

$$a_{\Xi,P}\Xi_P = \sum_{I=W,S,E,N} a_{\Xi,I}\Xi_I + Q_{\Xi,P}\Lambda_P \quad \text{(III-56)}$$

Avec :

$$a_{\Xi,P} = \mathbb{1}_e^+ \dot{m}_{\Xi,e} - \mathbb{1}_w^- \dot{m}_{\Xi,w} + \mathbb{1}_n^+ \dot{m}_{\Xi,n} - \mathbb{1}_s^- \dot{m}_{\Xi,s}$$
$$a_{\Xi,E} = -\mathbb{1}_e^- \dot{m}_{\Xi,e},\ \ a_{\Xi,W} = \mathbb{1}_w^+ \dot{m}_{\Xi,w},\ \ a_{\Xi,N} = -\mathbb{1}_n^- \dot{m}_{\Xi,n},\ \ a_{\Xi,S} = \mathbb{1}_s^+ \dot{m}_{\Xi,s} \quad \text{(III-57)}$$

Pour un écoulement homogène, la conservation de la masse du mélange amène à une relation entre les coefficients :

$$a_{\Xi,P} = \sum_{I=W,S,E,N} a_{\Xi,I} \tag{III-58}$$

Tous les termes dépendent des vitesses $\Xi \in \{u_m, w_m\}$ et les coefficients ainsi que le terme source peuvent en plus dépendre de la pression, de la fraction volumique et des vitesses de glissement. L'une des idées de l'algorithme SIMPLE est de considérer que dans cette phase de prédiction, seule Ξ est une inconnue de l'itération courante et que toute autre variable apparaissant dans les coefficients ou dans le terme source a une valeur issue de l'itération précédente. L'équation à résoudre devient alors une équation linéaire d'inconnue Ξ^*:

$$a_{\Xi,P}^{(n-1)} \Xi_P^* = \sum_{I=W,S,E,N} a_{\Xi,I}^{(n-1)} \Xi_I^* + Q_{\Xi,P}^{(n-1)} \Lambda_P \tag{III-59}$$

L'intégration sur chaque cellule P permet de remplir une ligne du système de résolution global. Pour alléger les notations dans la suite du développement de l'étape de prédiction, l'itération $(n-1)$ n'est plus indiquée explicitement :

$$a_{\Xi,P} \Xi_P^* = \sum_{I=W,S,E,N} a_{\Xi,I} \Xi_I^* + Q_{\Xi,P} \Lambda_P \tag{III-60}$$

Le terme source est séparé entre le terme lié au gradient de pression et celui lié aux contraintes de cisaillement :

$$\begin{cases} a_{u_m,P} u_{m,P}^* = \sum_{I=W,S,E,N} a_{u_m,I} u_{m,I}^* - H_P \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_P \Lambda_P + \breve{Q}_{u_m,P} \Lambda_P \\ a_{w_m,P} w_{m,P}^* = \sum_{I=W,S,E,N} a_{w_m,I} w_{m,I}^* - H_P \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_P \Lambda_P + \breve{Q}_{w_m,P} \Lambda_P \end{cases} \tag{III-61}$$

La solution est obtenue par une méthode itérative de type Gauss-Seidel. Un coefficient de relaxation β est introduit pour favoriser la convergence de l'algorithme SIMPLE. Ainsi, les équations de conservation de la quantité de mouvement se présentent sous cette forme :

$$\begin{cases} u^*_{m,P} = \sum_{I=W,S,E,N} \dfrac{a_{u_m,I}}{a_{u_m,P}(1+\beta_{u_m})} u^*_{m,I} - b_{u_m,P}\left(\dfrac{\partial p}{\partial x}\right)_P + \breve{\breve{Q}}_{u_m,P} \\ w^*_{m,P} = \sum_{I=W,S,E,N} \dfrac{a_{w_m,I}}{a_{w_m,P}(1+\beta_{w_m})} w^*_{m,I} - b_{w_m,P}\left(\dfrac{\partial p}{\partial z}\right)_P + \breve{\breve{Q}}_{w_m,P} \end{cases} \quad \text{(III-62)}$$

Avec :

$$b_{\Xi,P} = \frac{H_P \Lambda_P}{a_{\Xi,P}(1+\beta_\Xi)}, \qquad \breve{\breve{Q}}_{\Xi,P} = \frac{\breve{Q}_{u_m,P}\Lambda_P + a_{\Xi,P}\beta_\Xi \Xi_P}{a_{\Xi,P}(1+\beta_\Xi)} \quad \text{(III-63)}$$

Les approximations des masses volumiques aux arêtes, présentes dans les coefficients, sont réalisées par une méthode d'upwind d'ordre 1. Toutefois, les résultats obtenus après cette résolution ne sont pas encore définitifs dans l'itération courante. Ils représentent les prédictions de vitesse notées *. Ensuite, les valeurs des vitesses aux arêtes des éléments sont interpolées à l'aide de la procédure de Rhie et Chow [157], visant à éviter les oscillations de type échiquier (« checkerboard oscillations ») propres à l'utilisation des maillages colocalisés :

$$\begin{aligned} \forall i \in \{e,w\}, \qquad u^*_{m,i} &= \overleftrightarrow{u^*_{m,\iota}} - \overleftrightarrow{b_{u_m,\iota}}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_i - \overleftrightarrow{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_\iota}\right] + \frac{\beta_{u_m}}{1+\beta_{u_m}}\left[u_{m,i} - \overleftrightarrow{u_{m,\iota}}\right] \\ \forall i \in \{n,s\}, \qquad w^*_{m,i} &= \overleftrightarrow{w^*_{m,\iota}} - \overleftrightarrow{b_{w_m,\iota}}\left[\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_i - \overleftrightarrow{\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_\iota}\right] + \frac{\beta_{w_m}}{1+\beta_{w_m}}\left[w_{m,i} - \overleftrightarrow{w_{m,\iota}}\right] \end{aligned} \quad \text{(III-64)}$$

Le symbole $\overleftrightarrow{\ }$ représente l'interpolation linéaire d'une valeur aux arêtes en fonction des valeurs aux deux centres voisins. La dernière partie du terme, qui contient les valeurs de vitesse de l'itération antérieure, est introduite pour éliminer une dépendance de la solution au facteur de relaxation [162].

III.6.3 Etape de correction de type « incompressible » : la perturbation de densité est négligée

Le cœur de l'algorithme repose sur le couplage entre les vitesses et la pression. La procédure est itérative, suivant un schéma de type prédiction-correction. L'hypothèse sous-jacente stipule que les vitesses et la pression peuvent être décomposées comme suit :

$$w_m = w_m^* + w_m', \qquad u_m = u_m^* + u_m', \qquad p = p^* + p' \tag{III-65}$$

Les valeurs prédites sont représentées par l'indice * tandis que les corrections sont indiquées par l'indice $'$. La prédiction de la pression provient de l'itération précédente :

$$p^* = p^{(n-1)} \tag{III-66}$$

tandis que les prédictions de vitesses sont calculées par la résolution du système (III-61). Les corrections de pression sont évaluées en résolvant l'équation de conservation de la masse du mélange (première ligne du Tableau III-1) réécrite à partir de la décomposition (III-65). Le débit massique est le débit massique du mélange qui sera noté $\dot{m}_m$:

$$\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{m,i}' - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{m,i}' = -\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{m,i}^* + \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{m,i}^* \tag{III-67}$$

Avec :

$$\begin{aligned}\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{m,i}' - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{m,i}' &= \rho_{m,e}^{(n-1)} u_{m,e}' H_e \Delta z_P + \rho_{m,n}^{(n-1)} w_{m,n}' H_n \Delta x_P - \rho_{m,w}^{(n-1)} u_{m,w}' H_w \Delta z_P \\ &\quad - \rho_{m,s}^{(n-1)} w_{m,s}' H_s \Delta x_P\end{aligned} \tag{III-68}$$

La perturbation de densité est ignorée, car la valeur utilisée est issue de l'itération précédente. De nouveau, pour des raisons de simplification, l'indice $(n-1)$ sera omis par la suite.

En intégrant la décomposition (III-65) dans l'équation de prédiction, les corrections de vitesse sont exprimées en fonction des corrections de pression :

$$\begin{cases} u'_{m,P} = \sum_{I=W,S,E,N} \dfrac{a_{u_m,I}}{a_{u_m,P}\left(1+\beta_{u_m}\right)} u'_{m,I} - b_{u_m,P}\left(\dfrac{\partial p'}{\partial x}\right)_P \\ w'_{m,P} = \sum_{I=W,S,E,N} \dfrac{a_{w_m,I}}{a_{w_m,P}\left(1+\beta_{w_m}\right)} w'_{m,I} - b_{w_m,P}\left(\dfrac{\partial p'}{\partial z}\right)_P \end{cases} \quad \text{(III-69)}$$

À ce stade, l'une des hypothèses clé de l'algorithme SIMPLE est établie : les corrections de vitesse sont uniquement fonction du gradient des corrections de pression. Par conséquent :

$$u'_{m,P} = -b_{u_m,P}\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_P, \qquad w'_{m,P} = -b_{w_m,P}\left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_P \quad \text{(III-70)}$$

Ces expressions sont valides sur les arêtes :

$$\forall i \in \{e,w\}, \qquad u'_{m,i} = -\overleftrightarrow{b_{u_m,i}}\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_i, \qquad \forall i \in \{n,s\}, \qquad w'_{m,i} = -\overleftrightarrow{b_{w_m,i}}\left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_i \quad \text{(III-71)}$$

Les corrections de vitesse sont ensuite introduites dans l'équation (III-68) et les dérivées de pression sont approximées par des différences finies d'ordre 2. Après quelques opérations, une équation linéaire pour la correction de pression est dérivée :

$$a_{m,P} p'_P = \sum_{I=W,S,E,N} a_{m,I} p'_I - \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}^*_{m,i} + \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}^*_{m,i} \quad \text{(III-72)}$$

Avec :

$$
\begin{aligned}
a_{m,P} &= \sum_{i=W,S,E,N} a_{m,I} \\
a_{m,W} &= \frac{\rho_{m,w}\overleftrightarrow{b_{u_m,w}} H_w \Delta z_P}{\Delta x_W}, \qquad a_{m,E} = \frac{\rho_{m,e}\overleftrightarrow{b_{u_m,e}} H_e \Delta z_P}{\Delta x_E} \\
a_{m,N} &= \frac{\rho_{m,n}\overleftrightarrow{b_{w_m,n}^{(n-1)}} H_n \Delta x_P}{\Delta z_N}, \qquad a_{m,S} = \frac{\rho_{m,s}\overleftrightarrow{b_{u_m,s}} H_s \Delta x_P}{\Delta z_S}
\end{aligned}
\tag{III-73}
$$

De nouveau, les approximations des masses volumiques aux arêtes présentes dans les coefficients sont obtenues par une méthode upwind d'ordre 1. Ensuite, ce système linéaire est résolu à l'aide des solveurs de la librairie PARDISO [163–165]. Une fois les corrections de pression calculées, les composantes de vitesse et la pression sont mises à jour :

$$
\begin{gathered}
u_{m,P}^{(n)} = u_{m,P}^{*} - b_{u_m,P}\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)_P, \qquad w_{m,P}^{(n)} = w_{m,P}^{*} - b_{w_m,P}\left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)_P \\
p_P^{(n)} = p_P^{*} + \beta_p p_P'
\end{gathered}
\tag{III-74}
$$

Un coefficient de relaxation est appliqué à la correction de pression pour stabiliser la résolution. Ensuite, l'objectif est d'actualiser la valeur de la fraction volumique de gaz ainsi que de toutes les variables qui en découlent, la masse volumique et la viscosité du mélange. Dans le cas d'un écoulement homogène, cette mise à jour se fait directement à partir du champ de pression :

$$
\alpha_P^{(n)} = \frac{\alpha_{am}}{\alpha_{am} + \dfrac{p_P^{(n)}}{p_{am}}(1-\alpha_{am})}
\tag{III-75}
$$

Pour un écoulement hétérogène, l'équation de conservation de la masse de gaz est résolue (dernière ligne du Tableau III-1). Le débit massique est le débit massique du gaz qui sera noté $\dot{m}_G$:

$$
\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{G,i} - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{G,i} = 0
\tag{III-76}
$$

$$\Rightarrow \rho_{G,e} H_e u_{G,e} \Delta z_P \alpha_e^{(n)} - \rho_{G,w} H_w u_{G,w} \Delta z_P \alpha_w^{(n)} + \rho_{G,n} H_n w_{G,n} \Delta x_P \alpha_n^{(n)} - \rho_{G,s} H_s w_{G,s} \Delta z_P \alpha_s^{(n)} = 0$$

La masse volumique de gaz est déterminée à partir de la pression, tandis que la vitesse du gaz est déduite des valeurs de vitesse de glissement et de mélange. La fraction volumique est l'inconnue de l'équation de conservation. Ses valeurs aux arêtes sont estimées à l'aide d'une méthode d'upwind d'ordre 1, dont le sens dépend du signe de la vitesse de gaz. Cette différence dans la méthode d'approximation conduit à des ajustements dans la construction des fonctions indicatrices. Les mêmes notations sont conservées pour ces dernières. L'équation linéaire pour la fraction volumique est :

$$\boldsymbol{a_{G,P}}\, \boldsymbol{\alpha_P^{(n)}} = \sum_{\boldsymbol{I}} \boldsymbol{a_{G,I}}\, \boldsymbol{\alpha_I^{(n)}}$$

$$\begin{aligned} a_{G,P} \quad = \quad & \rho_{G,e} H_e u_{G,e} \Delta z_P \mathbb{1}_e^+ - \rho_{G,w} H_w u_{G,w} \Delta z_P \mathbb{1}_w^- \\ & + \rho_{G,n} H_n w_{G,n} \Delta x_P \mathbb{1}_n^+ - \rho_{G,s}^{(n)} H_s w_{G,s}^{(n)} \Delta x_P \mathbb{1}_s^- \end{aligned} \qquad \text{(III-77)}$$

$$a_{G,E} = -\rho_{G,e} H_e u_{G,e} \Delta z_P \mathbb{1}_e^-, \qquad a_{G,W} = \rho_{G,w} H_w u_{G,w} \Delta z_P \mathbb{1}_w^+$$

$$a_{G,N} = -\rho_{G,n} H_n w_{G,n} \Delta x_P \mathbb{1}_n^-, \qquad a_{G,S} = \rho_{G,s} H_s w_{G,s} \Delta x_P \mathbb{1}_s^+$$

III.6.4 Etape de correction de type « compressible » : prise en compte de la perturbation de densité

Contrairement à la méthode précédemment exposée, l'approche de type « compressible » prend en compte la perturbation de masse volumique lors de l'étape de correction. Par conséquent, cette perturbation est décomposée en un terme de prédiction et un terme de correction :

$$\rho_m = \rho_m^* + \rho_m' \qquad \text{(III-78)}$$

De manière similaire à ce qui est pratiqué dans les études d'écoulement de gaz parfait [26], la perturbation au premier ordre de la densité est utilisée :

$$\rho_m' = \frac{\alpha^*}{rT} p' + (\rho_G^* - \rho_L)\alpha' \qquad \text{(III-79)}$$

Les prédictions de fraction volumique de gaz et de pression proviennent directement de l'itération précédente :

$$\alpha^* = \alpha^{(n-1)}, \qquad \rho_G^* = \rho_G^{(n-1)} \tag{III-80}$$

Les différentes décompositions de variables intégrées dans l'équation de conservation du mélange discrétisée aboutissent à :

$$\begin{aligned} \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}'_{m,i} - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}'_{m,i} \;=\;& \rho^*_{m,e} u'_{m,e} H_e \Delta z_P + \rho^*_{m,n} w'_{m,n} H_n \Delta x_P \\ -\;& \left(\rho^*_{m,w} u'_{m,w} H_w \Delta z_P + \rho^*_{m,s} w'_{m,s} H_s \Delta x_P\right) \\ +\;& \rho'_{m,e} u^*_{m,e} H_e \Delta z_P + \rho'_{m,n} w^*_{m,n} H_n \Delta x_P \\ -\;& \left(\rho'_{m,w} u^*_{m,w} H_w \Delta z_P + \rho'_{m,s} w^*_{m,s} H_s \Delta x_P\right) \\ =\;& -\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}^*_{m,i} + \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}^*_{m,i} \end{aligned} \tag{III-81}$$

Comme précédemment, les corrections de vitesse sont liées aux dérivées des corrections de pression, elles-mêmes approximées par différences finies. En parallèle, les corrections de masse volumique de mélange sont approximées par upwind. L'ensemble conduit à une équation linéaire dont certains coefficients sont ceux de l'équation (III-73) :

$$\left(a_{m,P} + \breve{a}_{m,P}\right) p'_P + \breve{\breve{a}}_{m,P} \alpha'_P = \sum_{I=W,S,E,N} \left(a_{m,I} + \breve{a}_{m,I}\right) p'_I + \breve{\breve{a}}_{m,P} \alpha'_I - \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}^*_{m,i} + \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}^*_{m,i}$$

Les nouveaux coefficients sont définis par :

$$\begin{aligned} \breve{a}_{m,P} \;=\;& u^*_{m,e} H_e \Delta z_P \mathbb{1}^+_e \frac{\alpha^*_P}{rT} + w^*_{m,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^+_n \frac{\alpha^*_P}{rT} \\ -\;& \left(u^*_{m,w} H_w \Delta z_P \mathbb{1}^-_w \frac{\alpha^*_P}{rT} + w^*_{m,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^-_s \frac{\alpha^*_P}{rT}\right) \end{aligned} \tag{III-82}$$

$$\breve{a}_{m,W} = u^*_{m,w} H_w \Delta z_P \mathbb{1}^+_w \frac{\alpha^*_W}{rT}, \qquad \breve{a}_{m,E} = -u^*_{m,e} H_e \Delta z_P \mathbb{1}^-_e \frac{\alpha^*_E}{rT}$$

$$\breve{a}_{m,N} = -w^*_{m,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^-_n \frac{\alpha^*_N}{rT}, \qquad \breve{a}_{m,S} = w^*_{m,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^+_s \frac{\alpha^*_S}{rT}$$

$$\begin{aligned} \breve{\breve{a}}_{m,P} \quad = \quad & u^*_{m,e} H_e \Delta z_P \mathbb{1}^+_e \left(\rho^*_{G,P} - \rho_L\right) + w^*_{m,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^+_n \left(\rho^*_{G,P} - \rho_L\right) \\ - \quad & \left(u^*_{m,w} H_w \Delta z_P \mathbb{1}^-_w \left(\rho^*_{G,P} - \rho_L\right) + w^*_{m,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^-_s \left(\rho^*_{G,P} - \rho_L\right)\right) \end{aligned}$$

$$\breve{\breve{a}}_{m,W} = u^*_{m,w} H_w \Delta z_P \mathbb{1}^+_w \left(\rho^*_{G,W} - \rho_L\right), \qquad \breve{\breve{a}}_{m,E} = -u^*_{m,e} H_e \Delta z_P \mathbb{1}^-_e \left(\rho^*_{G,E} - \rho_L\right)$$

$$\breve{\breve{a}}_{m,N} = -w^*_{m,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^-_n \left(\rho^*_{G,N} - \rho_L\right), \qquad \breve{\breve{a}}_{m,S} = w^*_{m,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^+_s \left(\rho^*_{G,S} - \rho_L\right)$$

Si l'écoulement est homogène, alors la fraction volumique de gaz est une fonction explicite de la pression. Par conséquent, la correction de fraction volumique est également une fonction explicite de la correction de pression :

$$\alpha' = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)^* p' \tag{III-83}$$

Dans ce cas, le système construit est composé de N_{el} équations pour N_{el} inconnues de correction de pression. La phase de correction peut être résolue. En revanche, dans le cas d'un écoulement hétérogène, la fraction volumique de gaz n'est pas directement liée à la pression locale. Il est alors nécessaire d'intégrer l'équation de conservation de la masse de gaz au système de correction :

$$\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}'_{G,i} - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}'_{G,i} = -\sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}^*_{G,i} + \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}^*_{G,i} \tag{III-84}$$

Les corrections de débits massiques de gaz donnent :

$$\begin{aligned} \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}'_{G,i} - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}'_{G,i} \quad = \quad & \left(\alpha_e \rho_{G,e} u_{G,e}\right)' H_e \Delta z_P + \left(\alpha_n \rho_{G,n} w_{G,n}\right)' H_n \Delta x_P \\ & -\left(\alpha_w \rho_{G,w} u_{G,w}\right)' H_w \Delta z_P - \left(\alpha_s \rho_{G,s} w_{G,s}\right)' H_s \Delta x_P \end{aligned} \tag{III-85}$$

Avec :

$$\forall i \in \{e,n,w,s\}, v \in \{u,w\},$$
$$\left(\alpha_i \rho_{G,i} v_{G,i}\right)' = \alpha_i^* \rho_{G,i}^* v_{G,i}' + \alpha_i^* \rho_{G,i}' v_{G,i}^* + \alpha_i' \rho_{G,i}^* v_{G,i}^* \tag{III-86}$$

En suivant l'hypothèse de Lu et San Andres [10], la correction de la vitesse de glissement n'est pas prise en compte. Cette hypothèse permet d'écrire :

$$\forall v \in \{u,w\}, \qquad v_{G,i}' = \left(v_{m,i} + v_{dr,G,i}\right)' = v_{m,i}' \tag{III-87}$$

Les corrections de vitesse de mélange ne dépendent que des gradients de correction de pression comme exprimés dans les formules (III-72). En tenant compte de cela, les développements conduisent à une équation linéaire pour la correction de pression et pour la correction de fraction volumique :

$$\left(a_{G,P} + \breve{a}_{G,P}\right)p_P' + \breve{\breve{a}}_{G,P}\alpha_P' = \sum_{I=W,S,E,N}\left(a_{G,I} + \breve{a}_{G,I}\right)p_I' + \breve{\breve{a}}_{G,I}\alpha_I' - \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{G,i}^* + \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{G,i}^*$$

Les nouveaux coefficients sont définis par :

$$\begin{aligned}
a_{G,P} &= \sum_{i=W,S,E,N} a_{G,I} \\
a_{G,W} &= \frac{\alpha_w^* \rho_{G,w}^* \overleftarrow{b_{u_m,w}} H_w \Delta z_P}{\Delta x_W}, \qquad a_{G,E} = \frac{\alpha_e^* \rho_{G,e}^* \overleftarrow{b_{u_m,e}} H_e \Delta z_P}{\Delta x_E} \\
a_{G,N} &= \frac{\alpha_n^* \rho_{G,n}^* \overleftarrow{b_{u_m,n}} H_n \Delta x_P}{\Delta z_N}, \qquad a_{G,S} = \frac{\alpha_s^* \rho_{G,s}^* \overleftarrow{b_{u_m,s}} H_s \Delta x_P}{\Delta z_S} \\
\breve{a}_{G,P} &= u_{G,e}^* H_e \Delta z_P \mathbb{1}_e^+ \frac{\alpha_P^*}{rT} + w_{G,n}^* H_n \Delta x_P \mathbb{1}_n^+ \frac{\alpha_P^*}{rT} \\
&\quad - \left(u_{G,w}^* H_w \Delta z_P \mathbb{1}_w^- \frac{\alpha_P^*}{rT} + w_{G,s}^* H_s \Delta x_P \mathbb{1}_s^- \frac{\alpha_P^*}{rT}\right) \\
\breve{a}_{G,W} &= u_{G,w}^* H_w \Delta z_P \mathbb{1}_w^+ \frac{\alpha_W^*}{rT}, \qquad \breve{a}_{G,E} = -u_{G,e}^* H_e \Delta z_P \mathbb{1}_e^- \frac{\alpha_E^*}{rT}
\end{aligned} \tag{III-88}$$

$$\breve{a}_{G,N} = -w^*_{G,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^-_n \frac{\alpha^*_N}{rT}, \qquad \breve{a}_{G,S} = w^*_{G,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^+_s \frac{\alpha^*_S}{rT}$$

$$\breve{\breve{a}}_{G,P} = u^*_{G,e} H_e \Delta z_P \mathbb{1}^+_e \rho^*_{G,P} + w^*_{G,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^+_n \rho^*_{G,P} - \left(u^*_{G,w} H_w \Delta z_P \mathbb{1}^-_w \rho^*_{G,P} + w^*_{G,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^-_s \rho^*_{G,P} \right)$$

$$\breve{\breve{a}}_{G,W} = u^*_{G,w} H_w \Delta z_P \mathbb{1}^+_w \rho^*_{G,W}, \qquad \breve{\breve{a}}_{G,E} = -u^*_{G,e} H_e \Delta z_P \mathbb{1}^-_e \rho^*_{G,E}$$

$$\breve{\breve{a}}_{G,N} = -w^*_{G,n} H_n \Delta x_P \mathbb{1}^-_n \rho^*_{G,N}, \qquad \breve{\breve{a}}_{G,S} = w^*_{G,s} H_s \Delta x_P \mathbb{1}^+_s \rho^*_{G,S}$$

Les discrétisations des équations de conservation de la masse de mélange et de la masse gaz aboutissent à un système linéaire de $2N_{el}$ équations à $2N_{el}$ inconnues où N_{el} équations correspondent aux corrections de pression sur les centres du maillage et N_{el} aux corrections de fraction volumique sur ces mêmes centres. Ce problème est résolu grâce aux solveurs linéaires de la librairie PARDISO [163–165]. Une fois le vecteur solution calculée, un coefficient de relaxation est appliqué à la correction de la fraction volumique :

$$\alpha_P^{(n)} = \alpha_P^* + \beta_\alpha \alpha'_P \tag{III-89}$$

Les organigrammes de résolution pour la méthode de type « incompressible » et celle de type « compressible » sont représentés sur la Figure III-7.

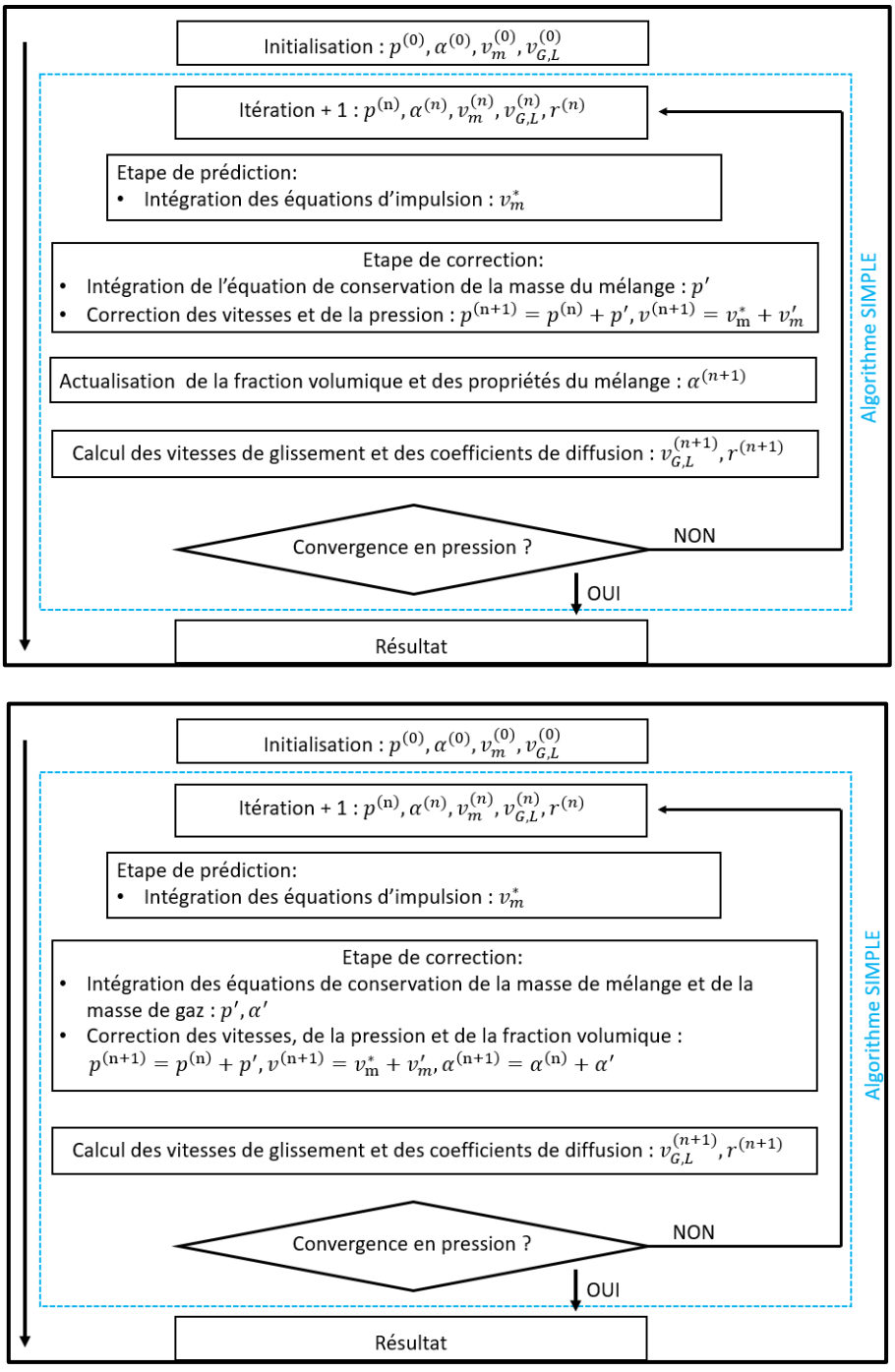


Figure III-7: Organigramme de la résolution type "incompressible" (en haut) et type "compressible" (en bas)

III.7 Analyse dynamique linéaire des éléments lubrifiés

III.7.1 Calcul des coefficients dynamiques

Pour l'analyse dynamique d'une ligne d'arbre dans une machine tournante, les forces générées par les films lubrifiants décrivent le comportement des paliers. Ces forces peuvent être déterminées en intégrant le champ de pression. Une analyse précise du système rotor-paliers s'avère complexe, car elle nécessite la résolution simultanée des équations du mouvement du rotor et des équations d'écoulement dans chaque palier. Dans cette thèse, une approche linéaire est adoptée comme cela est fait usuellement pour étudier la stabilité de points d'équilibre [166]. L'étude se concentre sur de petits déplacements autour d'une position d'équilibre statique, permettant ainsi de déterminer la réponse du composant lubrifié à de petites perturbations. L'action du fluide en réponse à une petite perturbation est linéarisée et exprimée à l'aide de matrices de raideurs et d'amortissement. La Figure III-8 illustre le système dynamique équivalent. De plus, l'inertie du fluide n'est pas négligeable dans les paliers hydrostatiques et par conséquent, il convient de prendre en compte la masse ajoutée :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \delta F_{x_r} \\ \delta F_{y_r} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} F_{x_r}(x_{r,0}+x_r, y_{r,0}+y_r, \dot{x}_r, \dot{y}_r, \ddot{x}_r, \ddot{y}_r) - F_{x_r}(x_{r,0}, y_{r,0}, 0,0,0,0) \\ F_{y_r}(x_{r,0}+x_r, y_{r,0}+y_r, \dot{x}_r, \dot{y}_r, \ddot{x}_r, \ddot{y}_r) - F_{y_r}(x_{r,0}, y_{r,0}, 0,0,0,0) \end{Bmatrix} \\ &= -[K_{ij}]\begin{Bmatrix} x_r \\ y_r \end{Bmatrix} - [C_{ij}]\begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{y}_r \end{Bmatrix} - [m_{a,ij}]\begin{Bmatrix} \ddot{x}_r \\ \ddot{y}_r \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad \text{(III-90)}$$

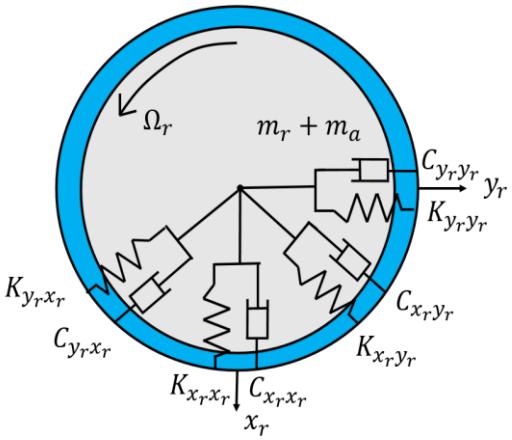


Figure III-8: Représentation du système dynamique linéaire équivalent du système rotor-paliers

Pour évaluer les coefficients dynamiques des organes de lubrification, diverses méthodes sont disponibles. La première méthode consiste à réaliser des calculs statiques pour des positions proches de la position d'équilibre, permettant ainsi d'estimer les coefficients de raideur par le biais de

différences finies [167]. La seconde méthode vise à déterminer l'ensemble des coefficients dynamiques, incluant à la fois les raideurs et les amortissements [168,169]. Cette approche consiste à exciter sinusoïdalement la position du rotor selon les axes $\underline{x}_r$ et $\underline{y}_r$, à une fréquence d'excitation notée ω. Les perturbations sont exprimées sous forme complexe pour simplifier les résolutions comme schématisée dans la Figure III-9.

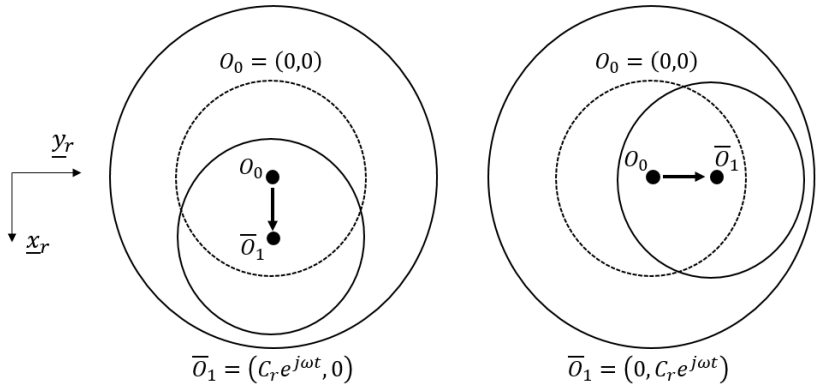


Figure III-9: Perturbations complexes d'une position d'équilibre centrée du rotor

Lorsque la position du rotor est perturbée, cela induit également une perturbation de l'épaisseur du film, affectant ainsi toutes les grandeurs d'intérêt du modèle ainsi que leurs intégrales. Ces champs peuvent être exprimés comme suit :

$$\overline{\Phi}(\underline{X}, t) = \Phi_0(\underline{X}) + \overline{\Phi}_{1,\mathrm{T}}(\underline{X}, t), \qquad \left|\overline{\Phi}_{1,T}(\underline{X}, t)\right| \ll \left|\Phi_0(\underline{X})\right| \tag{III-91}$$

Dans ce manuscrit, la notation $\overline{\ }$ identifie les nombres complexes. En supposant l'indépendance entre les variables d'espace et de temps, la perturbation peut être réécrite de la manière suivante :

$$\overline{\Phi}_{1,T}(\underline{X}, t) = \overline{\Phi}_1(\underline{X}) e^{j\omega t} \tag{III-92}$$

Afin de déterminer les forces dynamiques engendrées par le film fluide dans le contexte de cette seconde méthode, la force dynamique linéarisée est réécrite sous forme complexe et fait intervenir une matrice d'impédance $\overline{\mathrm{Z}}$:

$$\begin{Bmatrix}\overline{F}_{x_r,1}\\ \overline{F}_{y_r,1}\end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix}\overline{Z}_{x_rx_r} & \overline{Z}_{x_ry_r}\\ \overline{Z}_{y_rx_r} & \overline{Z}_{y_ry_r}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}e_{x_r,1}\\ e_{y_r,1}\end{Bmatrix} - \left(\begin{bmatrix}K_{x_rx_r} & K_{x_ry_r}\\ K_{y_rx_r} & K_{y_ry_r}\end{bmatrix} + j\omega\begin{bmatrix}C_{x_rx_r} & C_{x_ry_r}\\ C_{y_rx_r} & C_{y_ry_r}\end{bmatrix} - \omega^2\begin{bmatrix}M_{a_{x_rx_r}} & M_{a_{x_ry_r}}\\ M_{a_{y_rx_r}} & M_{a_{y_ry_r}}\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}e_{x_r,1}\\ e_{y_r,1}\end{Bmatrix} \quad \text{(III-93)}$$

Une forme générale de ces formules est donnée par :

$$\overline{F}_{k,1}^{(l)} = -\overline{Z}_{kl}e_{l,1} \Rightarrow \overline{Z}_{kl} = -\frac{\overline{F}_{k,1}^{(l)}}{e_{l,1}}, \qquad k,l \in \{x_r, y_r\} \quad \text{(III-94)}$$

Comme toutes les perturbations appliquées sont d'amplitude C_r, les impédances sont obtenues à partir de l'équation suivante :

$$\overline{Z}_{kl} = -\frac{1}{C_r}\int_0^{L_z}\int_0^{L_x}\overline{p}_1^{(l)}\chi_k dxdz\ , \qquad k \in \{x_r, y_r\} \quad \text{(III-95)}$$

où $\chi_{x_r} = cos(\varsigma)$, $\chi_{y_r} = sin(\varsigma)$ et $\varsigma = \frac{x}{R}$. La prise en compte de la masse ajoutée M_a permet de mieux représenter l'évolution de l'impédance en fonction de la fréquence d'excitation. Les relations permettant l'identification des coefficients dynamiques sont les suivantes :

$$\forall \mathrm{k,l} \in \{x_r, y_r\}, \qquad \Re\left(\overline{Z}_{kl}\right) = K_{kl} - M_{a_{kl}}\omega^2, \qquad Im\left(\overline{Z}_{kl}\right) = \omega C_{kl} \quad \text{(III-96)}$$

Concrètement, les calculs d'impédance sont réalisés pour plusieurs fréquences d'excitation et les coefficients dynamiques sont estimés par minimisation de l'erreur quadratique obtenue.

Une spécificité liée à la présence d'air dans l'eau et qu'elle augmente la compressibilité du mélange. Les travaux d'Elrod et al. [83] sur les paliers aérodynamiques (lubrification avec de l'air) ont montré

que pour des écoulements compressibles, les coefficients dynamiques dépendent de la fréquence d'excitation. Pour les composants lubrifiés par un gaz pur, la raideur directe augmente avec la fréquence d'excitation, atteignant une valeur asymptotique (le composant devient plus rigide à des fréquences élevées) [5,83]. À l'inverse, l'amortissement direct diminue avec l'augmentation de la fréquence d'excitation et tend vers zéro à haute fréquence. Les coefficients croisés de raideur et d'amortissement suivent une tendance similaire à celle de l'amortissement direct [5,83]. Ces comportements ont été confirmés par des observations expérimentales [170].

Par conséquent, la lubrification par un mélange eau-air implique que les coefficients dynamiques dépendent de la fréquence d'excitation [81]. L'écriture des parties réelle et imaginaire se généralise comme suit :

$$\Re\left(\overline{Z}_{kl}\right) = K_{kl}(\omega), \qquad Im\left(\overline{Z}_{kl}\right) = \omega C_{kl}(\omega) \tag{III-97}$$

Cette formulation inclut le modèle (III-96). Pour calculer la perturbation du champ de pression $\overline{p}_1^{(l)}$ qui permet de remonter aux coefficients dynamiques, les équations du modèle « bulk flow » diphasique sont écrites au premier ordre. En reprenant la forme générale (éq. (III-40)), cela s'écrit :

$$\begin{aligned} \underline{\nabla}.\left(\underline{\overline{\Psi}}_{\Xi_{1,\mathrm{T}}}\Xi_0 + \underline{\Psi}_{\Xi_0}\overline{\Xi}_{1,T}\right) &= \overline{Q}_{\Xi_{1,T}} - \frac{\partial\left(\rho_{m_0}\Xi_0\overline{H}_{1,T} + \rho_{m_0}\overline{\Xi}_{1,T}H_0 + \overline{\rho}_{m_{1,T}}\Xi_0 H_0\right)}{\partial t} \\ \Rightarrow \underline{\nabla}.\left(\underline{\overline{\Psi}}_{\Xi_1}\Xi_0 + \underline{\Psi}_{\Xi_0}\overline{\Xi}_1\right) &= \overline{Q}_{\Xi_1} - j\omega\left(\rho_{m_0}\Xi_0 H_1 + \rho_{m_0}\overline{\Xi}_1 H_0 + \overline{\rho}_{m_1}\Xi_0 H_0\right) \end{aligned} \tag{III-98}$$

Le terme $\left(-j\omega\overline{\rho}_{m_1}\Xi_0 H_0\right)$ liée à la perturbation de la masse volumique du mélange est à l'origine des variations des coefficients dynamiques avec la fréquence d'excitation. Lu et San Andres [10] constatent que les coefficients de diffusion liés aux effets d'hétérogénéité sont petits par rapport à l'unité, une observation qui se retrouve dans les applications étudiés dans cette thèse. Ils proposent ainsi de négliger la perturbation de ces coefficients ainsi que des vitesses de glissement. Autrement dit, cela revient à écrire :

$$\overline{r}_{1_1} = \overline{r}_{2_1} = \overline{r}_{3_1} = \overline{r}_{4_1} = \overline{0} \tag{III-99}$$

$$\bar{u}_{dr,G_1} = \bar{w}_{dr,G_1} = \overline{0} \Rightarrow \bar{u}_{G_1} = \bar{u}_{m_1}, \bar{w}_{G_1} = \bar{w}_{m_1}$$

Chaque équation de transport a ses définitions pour le terme de flux et le terme source au premier ordre. Elles sont répertoriées dans le Tableau III-2.

Tableau III-2: Définition des termes de flux et des termes sources dans les équations du « bulk flow » à l'ordre 1

Equations de transport	$\bar{\Xi}_1$	$\underline{\Psi_\Xi}$	$\overline{Q}_{\Xi_1}$
Masse du mélange	0	$\bar{\rho}_{m_1}\underline{v}_{m0}H_0 + \rho_{m0}\underline{\bar{v}}_{m_1}H_0 + \rho_{m0}\underline{v}_{m0}H_1$	0
Quantité de mouvement selon x	$\bar{u}_{m_1}$	$\bar{\rho}_{m_1}\begin{Bmatrix}(1+r_1)u_{m0}\\(1+r_2)w_{m0}\end{Bmatrix}H_0 + \rho_{m0}\begin{Bmatrix}(1+r_1)\bar{u}_{m_1}\\(1+r_2)\bar{w}_{m_1}\end{Bmatrix}H_0 + \rho_{m0}\begin{Bmatrix}(1+r_1)u_{m0}\\(1+r_2)w_{m0}\end{Bmatrix}H_1$	$-H_1\frac{\partial p_0}{\partial x} - H_0\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} - \overline{\tau_{xy}\|_0^H}_1$
Quantité de mouvement selon z	$\bar{w}_{m_1}$	$\bar{\rho}_{m_1}\begin{Bmatrix}(1+r_3)u_{m0}\\(1+r_4)w_{m0}\end{Bmatrix}H_0 + \rho_{m0}\begin{Bmatrix}(1+r_3)\bar{u}_{m_1}\\(1+r_4)\bar{w}_{m_1}\end{Bmatrix}H_0 + \rho_{m0}\begin{Bmatrix}(1+r_3)u_{m0}\\(1+r_4)w_{m0}\end{Bmatrix}H_1$	$-H_1\frac{\partial p_0}{\partial z} - H_0\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial z} - \overline{\tau_{zy}\|_0^H}_1$
Masse du gaz	0	$\bar{\alpha}_1\rho_{G0}\underline{v}_{G0}H_0 + \alpha_0\bar{\rho}_{G_1}\underline{v}_{G0}H_0 + \alpha_0\rho_{G0}\underline{\bar{v}}_{m_1}H_0 + \alpha_0\rho_{G0}\underline{v}_{G0}H_1$	0

Dans les modèles de mélange, les propriétés du fluide doivent être également perturbées :

$$\bar{\rho}_{m_1} = \frac{\partial \rho_{m_0}}{\partial p_0}\bar{p}_1, \qquad \bar{\mu}_{m_1} = \frac{\partial \mu_{m_0}}{\partial p_0}\bar{p}_1 \tag{III-100}$$

Les dérivées de la masse volumique et de la viscosité selon les différentes lois employées dans cette thèse sont présentées en Annexe A. Les différentes étapes de la résolution au premier ordre sont exposées dans l'Annexe B. Elles suivent une démarche de résolution de type « incompressible » car, du fait de la linéarisation des équations du « bulk flow », les résolutions au premier ordre ne posent pas de problème de robustesse.

III.7.2 Analyse de stabilité avec prise en compte des effets d'inertie et de la compressibilité

Le palier fluide peut engendrer une vibration du rotor autour de son axe à une fréquence proche de la demi-fréquence de rotation (mouvement de précession nommé « whirl ») [1]. En dessous d'une vitesse de rotation et d'une masse dites critiques, ce mouvement est bien amorti et ne pose pas de problème de stabilité. Au-delà, l'amplitude des vibrations peut augmenter jusqu'à porter atteinte à l'intégrité de la ligne d'arbres. Cette instabilité s'appelle « whip » ou fouettement. Dans cette thèse, un modèle de rotor de Jeffcott (Figure III-10) est utilisé pour estimer l'effet de la contamination en air sur la stabilité vis-à-vis du fouettement (« whip ») [16].

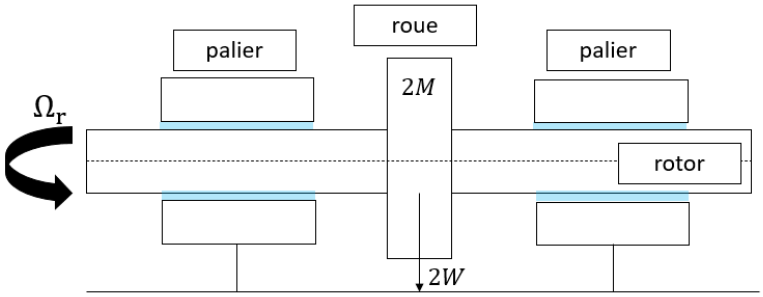


Figure III-10: Schéma d'un rotor de Jeffcott

Dans cette modélisation, le rotor est rigide supporté par deux paliers identiques et équidistants de la roue où la masse est concentrée. Le moment d'inertie de l'arbre est négligé. Seul le mode propre lié au mouvement de précession est investigué. Le système linéaire associé à l'étude de stabilité de la position d'équilibre s'écrit :

$$\left(M_r + [M_a]_{ij}\right)\begin{Bmatrix}\ddot{x}_r\\ \ddot{y}_r\end{Bmatrix} + [C]_{ij}\begin{Bmatrix}\dot{x}_r\\ \dot{y}_r\end{Bmatrix} + [K]_{ij}\begin{Bmatrix}x_r\\ y_r\end{Bmatrix} = 0 \qquad \text{(III-101)}$$

A la différence d'une étude de stabilité classique en Lubrification, la prise en compte de l'inertie dans le modèle introduit ici la matrice de masse ajoutée $[M_a]_{ij}$. L'approche de Lund [166] consiste à considérer le mouvement à la limite de stabilité, en partant du principe que ce mouvement est périodique :

$$x_r = X_r e^{i\omega t} = X_r e^{i\gamma\Omega_r t}, \qquad y_r = Y_r e^{i\omega t} = Y_r e^{i\gamma\Omega_r t}, \qquad \gamma = \omega/\Omega_r \tag{III-102}$$

La pulsation de la vibration est ω, tandis que γ est le rapport entre cette pulsation et la pulsation de rotation du rotor. Ce rapport est appelé « Whirl Frequency Ratio » (WFR). L'introduction de cette solution dans l'équation de la dynamique donne un système matriciel homogène :

$$\begin{pmatrix} -\left(M_r + M_{a_{x_r x_r}}\right)\omega^2 + iC_{x_r x_r}\omega + K_{x_r x_r} & -M_{a_{x_r y_r}}\omega^2 + iC_{x_r y_r}\omega + K_{x_r y_r} \\ -M_{a_{y_r x_r}}\omega^2 + iC_{x_r y_r}\omega + K_{y_r x_r} & -\left(M + M_{a_{y_r y_r}}\right)\omega^2 + iC_{y_r y_r}\omega + K_{y_r y_r} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} X_r \\ Y_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{III-103}$$

Ce système admet une solution si le déterminant de la matrice est nul :

$$A_a\omega^4 - iA_b\omega^3 - A_c\omega^2 + iA_d\omega + A_e = 0 \Longrightarrow \begin{cases} A_a\omega^4 - A_c\omega^2 + A_e = 0 \\ A_b\omega^3 - A_d\omega = 0 \end{cases} \tag{III-104}$$

Avec :

$$\begin{gathered} \forall i,j \in \{x_r, y_r\}, \qquad A_a = M_r^2 + M_r tr(M_a) + det(M_a), \qquad A_b = M_r tr\left(C_{ij}\right) + M_{eq,a} tr\left(C_{ij}\right) \\ A_c = M_r tr\left(K_{ij}\right) + det\left(C_{ij}\right) + M_{eq,b} tr\left(K_{ij}\right), \qquad A_d = K_{eq} tr\left(C_{ij}\right), \qquad A_e = det\left(K_{ij}\right) \end{gathered} \tag{III-105}$$

où K_{eq} est une raideur équivalente et $M_{eq,a}$ et $M_{eq,b}$ sont des masses équivalentes introduites pour simplifier les écrites des coefficients. Ces grandeurs sont définies comme suit :

$$K_{eq} = \frac{K_{x_r x_r} C_{y_r y_r} + K_{y_r y_r} C_{x_r x_r} - K_{x_r y_r} C_{y_r x_r} - K_{y_r x_r} C_{x_r y_r}}{tr(C_{ij})}$$
$$M_{eq,a} = \frac{M_{a_{x_r x_r}} C_{y_r y_r} + M_{a_{y_r y_r}} C_{x_r x_r} - M_{a_{x_r y_r}} C_{y_r x_r} - M_{a_{y_r x_r}} C_{x_r y_r}}{tr(C_{ij})} \quad \text{(III-106)}$$
$$M_{eq,b} = \frac{M_{a_{x_r x_r}} K_{y_r y_r} + M_{a_{y_r y_r}} K_{x_r x_r} - M_{a_{x_r y_r}} K_{y_r x_r} - M_{a_{y_r x_r}} K_{x_r y_r}}{tr(K_{ij})}$$

La deuxième équation du système (III-104) offre deux solutions possibles pour ω : $\omega = 0 \; ou \; \omega^2 = A_d/A_b$. La première solution implique $A_e = 0$, ce qui n'est pas envisageable puisque les raideurs directes sont non nulles. Par conséquent, la seconde solution détermine la fréquence de fouettement, laquelle dépend encore de la masse critique à ce stade. Les deux équations du système sont donc les suivantes :

$$\begin{cases} A_a \omega^4 - A_c \omega^2 + A_e = 0 \\ \omega^2 = A_d/A_b \end{cases} \quad \text{(III-107)}$$

En substituant la seconde équation du système dans la première, une nouvelle équation est obtenue où la masse critique est l'unique inconnue :

$$A_a A_d^2 - A_c A_d A_b + A_e A_b^2 = 0 \quad \text{(III-108)}$$

En remplaçant les coefficients par leurs expressions, il vient :

$$\begin{aligned} &\left(M_{cr}^2 + M_{cr} tr(M_a) + det(M_a)\right)\left(K_{eq} tr(C_{ij})\right)^2 \\ &\quad - \left(M_{cr} tr(K_{ij}) + det(C_{ij}) + M_{eq,b} tr(K_{ij})\right) K_{eq} tr(C_{ij}) \left(M_{cr} tr(C_{ij}) \right. \\ &\quad \left. + M_{eq,a} tr(C_{ij})\right) + det(K_{ij}) \left(M_{cr} tr(C_{ij}) + M_{eq,a} tr(C_{ij})\right)^2 = 0 \end{aligned} \quad \text{(III-109)}$$

Il s'agit d'une équation d'ordre 2 en M_{cr} :

$$a M_{cr}^2 + b M_{cr} + c = 0 \quad \text{(III-110)}$$

$$a = K_{eq}^2 - tr(K_{ij})K_{eq} + det(K_{ij})$$
$$b = tr(M_a)K_{eq}^2 - det(C_{ij})K_{eq} - M_{eq,b}tr(K_{ij})K_{eq} - M_{eq,a}tr(K_{ij})K_{eq} + 2det(K_{ij})M_{eq,a} \quad \text{(III-111)}$$
$$c = det(M_a)K_{eq}^2 - det(C_{ij})K_{eq}M_{eq,a} + tr(K_{ij})M_{eq,a}M_{eq,b}K_{eq} + det(K_{ij})M_{eq,a}^2$$

Ce système admet deux solutions :

$$M_{cr,a} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \qquad M_{cr,b} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \qquad \Delta = b^2 - 4ac \quad \text{(III-112)}$$

La plus petite valeur correspond à la masse critique M_{cr}. La fréquence de fouettement est alors :

$$\omega_{cr}^2 = \frac{A_d}{A_b} = \frac{K_{eq}}{(M_{cr} + M_{eq,a})} \quad \text{(III-113)}$$

La fréquence du mouvement de précession est sous-synchrone ce qui restreint le domaine d'étude des fréquences d'excitations lorsque l'instabilité de fouettement est investiguée. Il est donc probable que sur l'intervalle de fréquences d'excitation sous-synchrones, la masse ajoutée ait peu d'influence sur les coefficients dynamiques. Dans cette situation, afin de simplifier la détermination des grandeurs de stabilité, il est possible de réécrire la masse critique et la pulsation de fouettement comme suit :

$$aM_{cr}^2 + bM_{cr} = 0 \Longrightarrow M_{cr} = -\frac{b}{a} \quad \text{(III-114)}$$
$$a = K_{eq}^2 - tr(K_{ij})K_{eq} + det(K_{ij})$$
$$b = -det(C_{ij})K_{eq} \quad \text{(III-115)}$$
$$\omega_{cr}^2 = \frac{K_{eq}}{M_{cr}} \quad \text{(III-116)}$$

Les expressions (III-114), (III-115), (III-116) sont classiques et décrites par Lund [166]. Lorsque la compressibilité influence les coefficients dynamiques, ceux-ci varient avec la fréquence d'excitation. Pour déterminer la limite de stabilité, il faut alors vérifier l'égalité entre la pulsation d'excitation imposée numériquement, ω, et la pulsation de fouettement obtenue à partir du calcul des coefficients dynamiques, ω_{cr} (éq. (III-116)). Ce problème devient non-linéaire et la pulsation critique

est déterminée par minimisation sur un intervalle de pulsations d'excitation sous-synchrones ($\omega \in [0; \Omega_r]$).

Dans le cadre de cette thèse, les études se concentrent sur l'influence de l'air sur la limite de stabilité liée au mouvement de précession (mode de corps rigide du rotor). Pour réaliser des études dynamiques complètes en intégrant toute la complexité de la ligne d'arbre et en tenant compte des modes de structure lorsqu'une dépendance significative des coefficients dynamiques à la fréquence d'excitation est avérée, une méthodologie spécifique doit être mise en place pour réaliser des études dynamiques complètes. En effet, pour calculer les modes propres du système rotor-paliers, il faut itérativement résoudre le problème modal jusqu'à ce que la fréquence propre coïncide avec celle utilisée pour calculer les coefficients dynamiques. Cette procédure, requise pour chaque mode et pour chaque vitesse de rotation, est chronophage, surtout en présence de fréquences très proches ou lors du croisement des fréquences, comme illustrée dans un diagramme de Campbell [5]. Pour surmonter ce problème, [171] a utilisé des fonctions de transfert de premier ordre pour modéliser approximativement les caractéristiques dynamiques d'un palier à air, une approche étendue aux fonctions de transfert de deuxième ordre par [172]. Bien que l'utilisation des fonctions de transfert ait également été explorée dans [173,174], elle introduisait des fréquences artificielles. Ce problème a été résolu par [175] en ajoutant une contrainte supplémentaire sur les pôles des fractions rationnelles employées pour approcher les coefficients dynamiques, aboutissant à un ensemble d'équations différentielles avec des degrés de liberté supplémentaires pour décrire les forces générées dans le palier. Par la suite, cette méthode a été étendue au cas non-linéaire par [176]. Dans le prolongement de cette thèse, cette méthode pourrait être appliquée pour des études de dynamique de ligne d'arbres.

Un autre type d'instabilité, propre aux paliers hydrostatiques, est l'instabilité de type « marteau pneumatique ». Celle-ci se produit lorsque l'amortissement direct du système devient négatif, entraînant un risque proéminent de contact et de dégradations importantes de la structure. Cette instabilité, liée à la compressibilité du fluide, a plus de chances d'apparaître lorsque les alvéoles sont profondes. Des analyses de ce phénomène sont par exemple fournies dans [177–179]. L'énergie qui génère cette vibration provient de la pressurisation du fluide. Avec un fluide incompressible, tout mouvement du rotor qui diminue localement le volume disponible déplace instantanément le fluide qui remplissait ce volume. Ce déplacement du fluide induit une force de réaction sur le rotor approximativement proportionnelle et en phase avec la vitesse car elle est liée au débit de fluide expulsé du volume. Cette force s'identifie donc comme un amortissement. En revanche, avec un fluide compressible, un déplacement du rotor n'implique pas nécessairement un déplacement du

fluide. Si le mouvement est lent, le fluide compressible se déplace et un amortissement se produit. Si le mouvement du rotor est rapide, du fait de sa compressibilité, le fluide ne répond pas instantanément, créant un effet de retard (renforcé lorsque les alvéoles sont profondes) et rendant nul ou négatif l'amortissement du système. Cela correspond à l'instabilité de type « marteau pneumatique ».

III.8 Pertes de charge singulières en régime diphasique

Les modèles de mélange développés dans cette thèse permettent de résoudre des écoulements confinés. Avant de pénétrer dans la zone de film mince et en y sortant, le fluide peut rencontrer des singularités géométriques, telles que des changements brusques de section de passage, qui engendrent des pertes ou des récupérations de pression localisées. Dans les applications étudiées, il est essentiel de considérer les pertes de charge singulières pour les écoulements dans les joints annulaires et dans les paliers hydrostatiques. La Figure III-11 présente des profils de pression axiaux typiques d'un joint annulaire et d'un palier hydrostatique centrés. Dans le joint, une perte de charge singulière est visible en entrée, tandis qu'une récupération de pression se manifeste en sortie. La pression amont est notée p_{am} et la pression aval p_{av}. Pour les paliers hydrostatiques, il faut prendre en compte une perte de charge singulière lors du passage de la zone d'alimentation (p_{am}) à l'alvéole (p_{alv}), ainsi que lors du passage de l'alvéole au film mince (p_{alv}^{+}). Le schéma illustre la perte de charge singulière à la restriction de section entre l'alvéole et le film mince, ainsi que la récupération de pression en sortie. L'effet de compressibilité dans le film mince est également représenté, avec une variation non-linéaire de la pression en cas de présence de gaz.

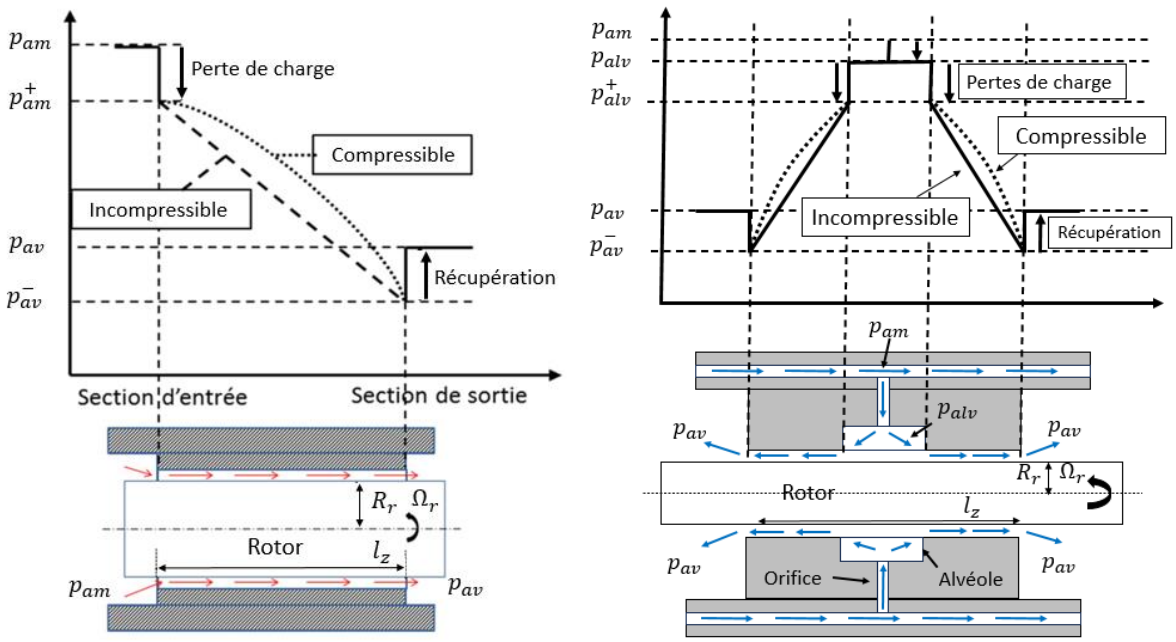


Figure III-11: Profils types de distribution de pression dans un joint annulaire centré [5] (à gauche) et de distribution de pression dans un palier hydrostatique (à droite)

La perte de charge dans l'orifice du palier hydrostatique entre la pression d'alimentation, p_{am}, et la pression alvéolaire, p_{alv}, sera traitée dans la section (III-10). Dans cette section, la perte de charge $p_{am} - p_{am}^{+}$ en entrée de joint et la perte de charge $p_{alv} - p_{alv}^{+}$ en entrée de film mince dans le palier hydrostatique sont présentées. Une formule de Bernoulli généralisée est employée pour déterminer les pertes de charge singulières pour les différentes configurations d'écoulement. Pour un écoulement de liquide pur, elle s'exprime ainsi :

$$p_i^{+} = p_i - (1 + \xi_i)\frac{\rho_L {v_{L,i}^{+}}^2}{2}, \quad i \in \{am, alv\}, \quad v_L \in \{u_L, w_L\} \tag{III-117}$$

Pour simplifier, la vitesse du fluide en amont du rétrécissement est négligée. Le coefficient ξ est le coefficient de perte de charge singulière. Il dépend de la géométrie de la singularité et du régime d'écoulement. Des valeurs typiques de ces coefficients sont répertoriées par Idel'cik dans [155]. La diminution de pression est attribuée aux effets d'inertie concentrés $\left(-\frac{\rho_L {v_{L,i}^{+}}^2}{2}\right)$ et à un terme lié à la singularité géométrique $\left(-\xi_i \frac{\rho_L {v_{L,i}^{+}}^2}{2}\right)$ que le modèle de film mince ne peut pas représenter car il

traite uniquement des forces d'inertie distribuées. Le terme $\left(\frac{\rho_L {v_{L,i}^+}^2}{2}\right)$ représente la pression dynamique du fluide, correspondant à son énergie cinétique par unité de volume et le terme $\left(\xi_i \frac{\rho_L {v_{L,i}^+}^2}{2}\right)$ représente la perte de charge singulière liée au rétrécissement. Une formule similaire est construite pour la récupération de pression en sortie :

$$p_{av}^- = p_{av} - (1-\xi_{av})\frac{\rho_L v_{L,av}^2}{2}, \qquad v_L \in \{u_L, w_L\} \tag{III-118}$$

Dans de nombreuses références, la récupération de pression en sortie est négligée ($\xi_{av} = 1$), ce qui n'impacte pas la qualité des résultats [104,180–182]. Par conséquent, cette hypothèse est adoptée en première approximation. Afin de réaliser les calculs de petites perturbations décrite dans la section III.7.1, l'expression (III-117) est écrite au premier ordre avec la perturbation de pression alvéolaire $\overline{p}_{alv_1}$ qui doit être prise en compte :

$$\begin{aligned} \overline{p}_{am_1}^+ &= -(1+\xi_{alv})\rho_L v_{L0}\overline{v}_{L_1}, \quad v_L \in \{u_L, w_L\} \\ \overline{p}_{alv_1}^+ &= \overline{p}_{alv_1} - (1+\xi_{alv})\rho_L v_{L0}\overline{v}_{L_1}, \quad v_L \in \{u_L, w_L\} \end{aligned} \tag{III-119}$$

Si l'écoulement est un gaz pur, les effets de compressibilité sont intégrés et la formule (III-117) devient :

$$\begin{aligned} p_i^+ &= p_i\left[1 + \frac{(\gamma_G - 1)}{2}(1+\xi){M_{G,i}^+}^2\right]^{\frac{\gamma_G}{1-\gamma_G}}, \qquad i \in \{am, alv\} \\ avec\ M_G &= \frac{v_G}{a_G}, \qquad a_G = \sqrt{\gamma_G r T} \approx 340\frac{m}{s}, \qquad \gamma_G = 1.4, \qquad r = 287\ J/kg/K \end{aligned} \tag{III-120}$$

Cette formule est valable pour une transformation adiabatique d'un gaz parfait. Elle est intégrée dans la résolution d'écoulements dans les joints annulaires par Arghir et Frêne dans [183]. a_G est la vitesse du son dans le gaz, M_G est le nombre de Mach du gaz et γ_G est le ratio de chaleur spécifique du gaz. Pour des faibles nombres de Mach ($M_G < 0.3$) [184], un développement limité à l'ordre 1 donne une formule similaire au cas incompressible :

$$p_i^+ = p_i - (1+\xi)\frac{\rho_{G,i}^+ v_G^2}{2}, \qquad i \in \{am, alv\} \tag{III-121}$$

Ces formules sont régulièrement utilisées dans les études de lubrification pour les liquides et gaz purs. En revanche, la perte de charge singulière pour un écoulement diphasique est moins documentée. Lu et San Andres [10] proposent une adaptation de la formule (III-120) pour la définir:

$$p_i^+ = p_i \left[1 + \frac{(\gamma_m - 1)}{2}(1+\xi) {M_{m,i}^+}^2\right]^{\frac{\gamma_m}{1-\gamma_m}}, \qquad i \in \{am, alv\} \tag{III-122}$$

Dans ce manuscrit, cette formule sera évaluée uniquement pour les joints annulaires pour des raisons détaillées dans la section III.9.1. Les différents coefficients de la formule s'expriment ainsi :

$$\gamma_m = \lambda\gamma_G + (1-\lambda)\gamma_L, \qquad \gamma_L = 1 \tag{III-123}$$

$$M_m = \frac{v_m}{a_m}, \qquad \frac{1}{a_m} = \sqrt{\rho_m \left(\frac{\alpha}{\rho_G a_G} + \frac{(1-\alpha)}{\rho_L a_L^2}\right)} \tag{III-124}$$

$$a_L = \sqrt{\frac{K_L}{\rho_L}} \approx 1400\ m/s \tag{III-125}$$

où K_L est le module de compressibilité du liquide, environ $2\ GPa$ pour l'eau à pression et température usuelles et entre $1\ et\ 1.5\ GPa$ pour des huiles et a_m la vitesse du son dans le mélange.

Pour de faibles nombres de Mach, l'approximation de l'expression (III-122) donne :

$$p_{am}^+ \approx p_{am} - (1+\xi)\frac{\frac{p_{am}\gamma_m}{{a_m^+}^2}{v_{m,i}^+}^2}{2} \tag{III-126}$$

La formule (III-122) suppose que le mélange se comporte comme un gaz parfait, ce qui est une hypothèse assez forte, surtout pour mélanges contenant de faibles proportions d'air. Cette hypothèse sera discutée dans la section III.9.

La formule de perte de charge (III-122) à l'ordre 1 proposée par Lu et San Andres [10], qui néglige la perturbation de la vitesse du son dans le mélange, est la suivante :

$$\overline{p}^{+}_{am_1} = -p_{am}\gamma_m(1+\xi)M^{+}_{m,am_0}\left[1+\frac{(\gamma_m-1)}{2}(1+\xi)M^{+}_{m,am_0}{}^2\right]^{\frac{1-2\gamma_m}{\gamma_m-1}}\frac{\overline{v}^{+}_{m,am_1}}{a_{m_0}} \qquad \text{(III-127)}$$

Une formule de perte de charge diphasique simplifiée est proposée dans cette thèse, qui pondère par la fraction volumique de gaz les pertes de charge qu'auraient subies un liquide pur et un gaz pur :

$$p_i - p_i^{+} = \alpha_i^{+}\Delta p_G + (1-\alpha_i^{+})\Delta p_L, \qquad i \in \{am, alv\} \qquad \text{(III-128)}$$

L'hypothèse de mélange homogène implique que les vitesses de chaque phase sont égales à la vitesse du mélange. Cela signifie que la perte de charge qu'aurait un liquide pur s'écrit :

$$\Delta p_L = \frac{(1+\xi)}{2}\rho_L v^{+}_{m,i}{}^2, \qquad i \in \{am, alv\} \qquad \text{(III-129)}$$

et que la perte de charge qu'aurait un gaz pur sous l'hypothèse d'un faible de nombre de Mach est la suivante :

$$\Delta p_G = \frac{(1+\xi)}{2}\rho^{+}_{G,i} v^{+}_{m,i}{}^2, \qquad i \in \{am, alv\} \qquad \text{(III-130)}$$

Finalement, la formule proposée est définie par l'expression suivante :

$$p_i - p_i^{+} = \frac{(1+\xi)}{2}\left(\alpha_i^{+}\rho^{+}_{G,i} + (1-\alpha_i^{+})\rho_L\right)v^{+}_{m,i}{}^2 = \frac{(1+\xi)}{2}\rho^{+}_{m,i} v^{+}_{m,i}{}^2, \qquad i \in \{am, alv\} \qquad \text{(III-131)}$$

Cette formule tend vers celle de perte de charge singulière pour un liquide pur (III-117) lorsque $\alpha_i^+ \to 0$, et vers celle pour un gaz pur (III-121) lorsque $\alpha_i^+ \to 1$. Son utilisation pour des écoulements de mélange homogène faiblement contaminé ($\alpha_{am} \leq 10\ \%$) sera validée grâce à des calculs CFD dans la section IV.1.11.

La petite perturbation de l'expression (III-131) est :

$$\begin{aligned} \overline{p}_{am_1}^+ &= -(1+\xi_{alv})\frac{\left(\overline{\rho}_{m_1}^{\ +} {v_{m_0}^+}^2 + 2\rho_{m_0}^{\ +} v_{m_0}^+ \overline{v}_{m_1}^+\right)}{2}, \qquad v_m \in \{u_m, w_m\} \\ \overline{p}_{alv_1}^+ &= \overline{p}_{alv_1} - (1+\xi_{alv})\frac{\left(\overline{\rho}_{m_1}^{\ +} {v_{m_0}^+}^2 + 2\rho_{m_0}^{\ +} v_{m_0}^+ \overline{v}_{m_1}^+\right)}{2}, \qquad v_m \in \{u_m, w_m\} \end{aligned} \tag{III-132}$$

III.9 Validation des modèles « bulk flow » de mélange et des méthodes de résolution

III.9.1 Comparaison à un cas de référence avec contamination en air

Les développements réalisés dans cette thèse sont confrontés aux résultats numériques de Lu et San Andres [10], ainsi qu'aux résultats expérimentaux de Zhang et al. [9] sur un écoulement dans un joint annulaire lisse. Le rotor est centré à l'intérieur du joint (Figure I-7). La géométrie du joint, les conditions de fonctionnement et les propriétés du lubrifiant et de l'air qui le contamine sont présentées dans le Tableau III-3, le Tableau III-4 et le Tableau III-5 :

Tableau III-3: Configuration géométrique du joint

Rayon du rotor [mm]	Longueur axiale du joint [mm]	Jeu radial [mm]
44.65	57.8	0.140

Tableau III-4: Conditions de fonctionnement du joint

Pression	Pression	Vitesse de rotation	Excentricité	Coefficient de perte de

amont [bar]	aval [bar]	du rotor [tr/min]	relative	charge amont
44.8	6.9	7500	(0,0)	0.00

Tableau III-5: Propriétés des fluides

	Masse volumique [kg.m^{-3}]	Viscosité dynamique [Pa.s]
Huile siliconique	899	4.53×10^{-3}
Air	1.14 à p_{atm}	1.8×10^{-5}

La pré-rotation du fluide, qui correspond à la vitesse circonférentielle dans la section d'entrée du joint, n'est pas prise en compte car elle n'est ni observée expérimentalement par Zhang et al. [9], ni considérée dans l'étude numérique de Lu et San Andres [10]. Une étude de sensibilité au maillage, présentée en Annexe A, justifie le choix du maillage utilisé. Dans un premier temps, le modèle développé est validé pour un écoulement monophasique par comparaison aux résultats expérimentaux de Zhang et al. [9]. Plusieurs paramètres du modèle sont inconnus et calibrés pour corréler au mieux aux données expérimentales, dans une démarche similaire à celle entreprise par Lu et San Andres [10].

Le premier paramètre à calibrer est le coefficient de perte de charge singulière en entrée de joint, ξ. Aucun résultat expérimental sur les pressions à l'intérieur du film mince n'est disponible pour ajuster cette valeur. Dans les modèles de cette thèse, une valeur couramment utilisée pour les rétrécissements de section, $\xi = 0.5$ [155], est adoptée pour les écoulements monophasique et diphasique car elle donne de bons résultats. Ensuite, le jeu radial estimé se situe entre $135\ \mu m$ et $145\ \mu m$, la meilleure corrélation étant obtenue avec un jeu radial de $145\ \mu m$. Enfin, les modèles numériques de cette thèse calculent les contraintes de cisaillement en fonction du régime d'écoulement évalué localement (laminaire, turbulent ou en transition).

Les paramètres fixés par Lu et San Andres [10], pour obtenir les meilleures corrélations sont : $\xi = 0$, $C_r = 142\ \mu m$, régime laminaire. Les résultats expérimentaux de Zhang et al. [9], numériques de Lu et San Andres [10] et ceux du modèle développé sont répertoriés dans le Tableau III-6. La dernière ligne présente les résultats obtenus avec le modèle de cette thèse utilisant les mêmes paramètres que Lu et San Andres [10].

Il est constaté qu'en reprenant ces paramètres, les valeurs calculées de débit de fuite, de raideur directe et de raideur croisée sont significativement inférieures aux résultats expérimentaux [9] et

numériques [10]. Cela indique que les implémentations du modèle bulk flow monophasique dans cette thèse et dans la référence [10] sont proches mais ne sont pas équivalentes. Le calibrage des paramètres dans un intervalle de valeurs réalistes permet d'obtenir de bonnes corrélations sur l'ensemble des caractéristiques étudiées. Le modèle développé avec les paramètres calibrés est donc conservé pour la suite de l'étude.

Tableau III-6: Caractéristiques statiques et dynamiques d'un joint annulaire lubrifié par une huile pure

	$\dot{m}$ (kg/s)	$K_{x_r x_r}$ (kN/mm)	$K_{x_r y_r}$ (kN/mm)	$C_{x_r x_r}$ (kN.s/mm)	$C_{x_r y_r}$ (kN.s/mm)	$M_{x_r x_r}$ (kg)
Expérimental Zhang et al. [9]	0.90	23.9	12.0	50.3	10.0	17.1
Numérique Lu et San Andres [10]	0.86	21.1	10.5	45.7	10.7	14.2
Numérique avec les paramètres calibrés	0.84	20.68	11.22	54.94	8.95	13.23
Numérique avec les paramètres du modèle de Lu et SA	0.82	17.13	7.06	48.16	9.48	13.28

La Figure III-12 montre que l'évolution de la pression le long de l'axe du joint annulaire prédite par le modèle numérique de Lu et San Andres [10] et par le modèle développé dans cette thèse sont similaires avec la présence visible de la perte de charge singulière en entrée. $\bar{\bar{z}} = z/l_z$ est la coordonnée axiale adimensionnée.

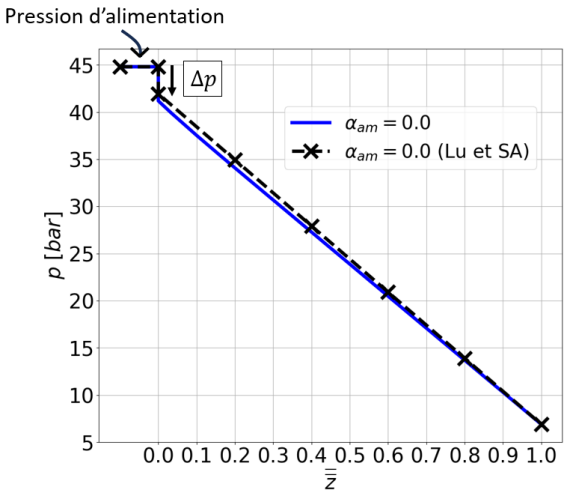


Figure III-12: Evolution de la pression le long de l'axe du joint annulaire

Lorsque l'écoulement est un mélange d'huile et d'air, la viscosité du fluide peut varier. Ainsi, il est nécessaire d'utiliser une loi de viscosité de mélange adaptée. Les deux lois présentées par Lu et San Andres [10] sont évaluées avec le modèle développé. Il s'agit de la loi de viscosité de Mac Adams (éq. (II-16)) pondérée par les fractions massiques de gaz et de liquide (notée « visco. mass. » dans les graphiques), qui prédit une viscosité constante dans le joint (pas d'échange de masse entre les deux phases). La seconde loi (éq. (II-18)) utilise la fraction volumique de gaz (notée « visco. vol. » dans les graphiques) et prédit une viscosité variable dans le joint. La Figure III-13 montre l'évolution du débit massique en fonction de la fraction volumique de gaz entrainé. Lu et San Andres [10] ont trouvé une meilleure corrélation avec la loi de Mac Adams, sans afficher les résultats obtenus avec l'autre loi. Les calculs sont effectués avec le modèle de mélange homogène (MH) et le modèle de mélange non homogène (MNH). Dans le cas de l'écoulement hétérogène, le diamètre de bulle est constant et égal au jeu radial.

L'ensemble des modèles numériques sous-estime quelque peu le débit de fuite mesuré expérimentalement. Avec le modèle développé, la loi de viscosité basée sur la fraction volumique du gaz offre la meilleure corrélation. Des petites différences apparaissent de nouveau entre le modèle développé et celui de Lu et San Andres [10], mais les deux s'accordent sur le fait que l'introduction de l'hétérogénéité n'influence pas la prédiction de débit. Il vient alors que les courbes obtenues avec le modèle de mélange hétérogène et le modèle de mélange homogène sont confondues.

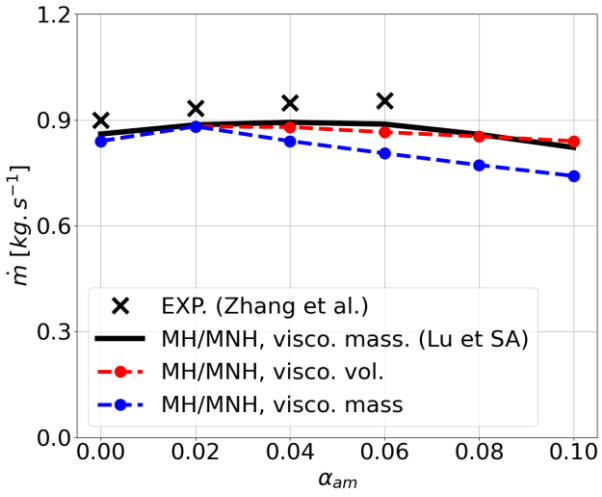


Figure III-13: Evolution du débit de fuite dans le joint en fonction du niveau de contamination par l'air

Pour comprendre pourquoi l'hypothèse d'écoulement non homogène n'influence pas la prédiction de débit, il est utile d'examiner l'évolution des vitesses de glissement dans l'écoulement et des coefficients de diffusion associés à l'hétérogénéité. La Figure III-14 met en lumière le développement axial de la vitesse de glissement du gaz par rapport au liquide. Comme observée par Lu et San Andres [10], l'hétérogénéité se manifeste principalement en sortie de joint. Cependant, les vitesses de glissement évaluées dans les codes développés sont supérieures à celles de Lu et San Andres [10] d'un ordre de grandeur : pour $10\ \%$ de contamination en air, la vitesse de glissement est d'environ $0.35\ m.s^{-1}$ dans les codes développés, contre environ $0.025\ m.s^{-1}$ dans la publication. Néanmoins, le rapport entre la vitesse de glissement et celle du liquide reste inférieur à 1 %, même en sortie de joint, témoignant d'une très faible hétérogénéité le joint. Ce rapport est même de $0.1\ \%$ en prenant les valeurs de vitesses de glissement de Lu et San Andres [10].

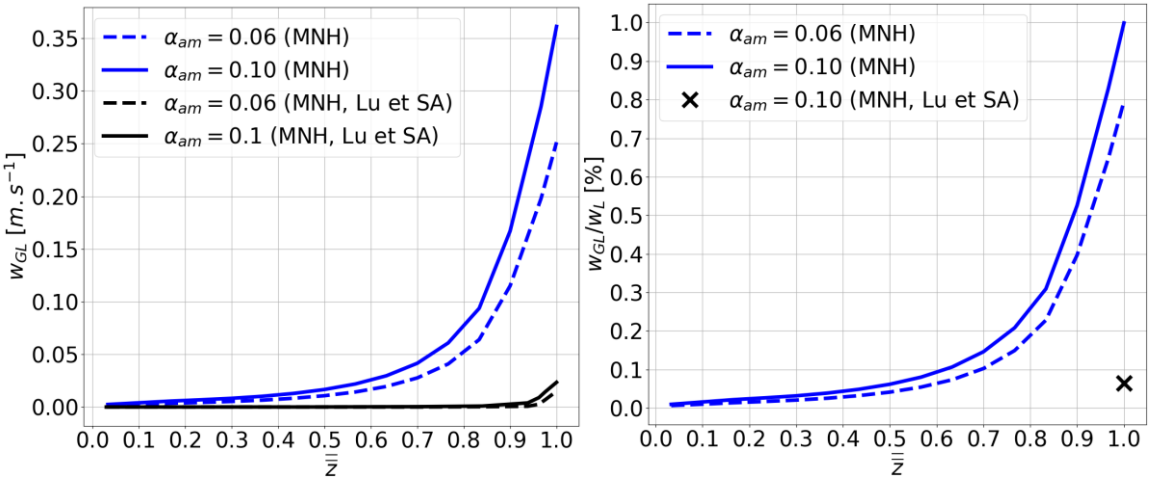


Figure III-14: Evolution axiale de la vitesse de glissement (à gauche) et du rapport entre la vitesse de glissement et la vitesse du liquide (à droite) pour différents niveaux de contamination

Dans le modèle de mélange hétérogène (éq. (III-11)), ce sont les vitesses de glissement et les coefficients de diffusion (r_1, r_2, r_3, r_4) qui vont venir modifier la résolution des équations de conservation. La Figure III-15 représente l'évolution des coefficients de diffusion le long du joint annulaire. Il apparaît qu'ils sont extrêmement faibles par rapport à l'unité. Dans cet écoulement faiblement contaminé avec de l'air, les vitesses de glissement et les coefficients de diffusion sont donc négligeables, ce qui explique la similitude entre les résultats obtenus en régime stationnaire avec les modèles de mélange homogène et hétérogène.

En outre, pour les calculs dynamiques, la perturbation de ces coefficients et des vitesses de glissement est négligée, conformément à l'hypothèse émise par Lu et San Andres [10] et reprise dans cette thèse. Il n'y a donc, à priori, aucune raison d'observer des différences importantes entre les modèles de mélange homogène et hétérogène dans la prédiction des coefficients dynamiques car aucun effet additionnel par rapport au régime statique n'est intégré. Cependant, Lu et San Andres rapportent des divergences importantes dans les prédictions dynamiques lorsqu'ils utilisent le modèle de mélange hétérogène. Ceci constitue un point de désaccord majeur entre leur analyse et les résultats de la thèse.

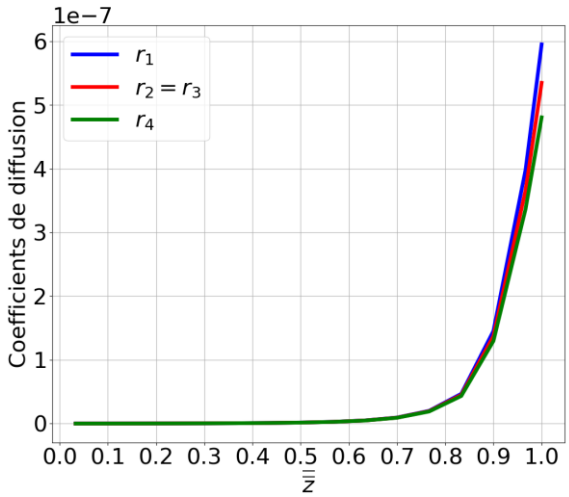


Figure III-15: Evolution des coefficients de diffusion liés à l'hétérogénéité

Avant d'entreprendre une étude comparative de l'influence de l'entrainement d'air sur les coefficients dynamiques, il convient d'aborder un sujet important soulevé par cette thèse, et qui reste encore peu exploré dans la littérature en Lubrification : la définition précise de la loi de perte de charge singulière pour un écoulement diphasique. Dans les modèles développés, le choix de cette loi impacte significativement les résultats. Une attention particulière sera donc accordée plus loin à sa construction dans l'étude des paliers hydrostatiques, en utilisant des calculs CFD.

Dans la référence [10], Lu et San Andres proposent de traiter la perte de charge en régime diphasique pour un liquide légèrement contaminé en appliquant la formule (III-122), une adaptation de la formule (III-120) qui s'applique aux gaz parfaits. Cependant, une analyse de la formule (III-122) dans le cas limite où la quantité d'air entrainée tend vers zéro, sous l'hypothèse d'un nombre Mach faible (équation (III-126)), révèle l'expression suivante :

$$p_{am}^{+} \approx p_{am} - (1+\xi)\frac{p_{am}\gamma_L}{K_L}\frac{\rho_L v_m^2}{2} \quad \text{(III-133)}$$

Ce cas limite met en lumière une discontinuité entre la formule utilisée pour un écoulement diphasique et la formule de Bernoulli pour un liquide pur (équation (III-117)). En effet, dans cette application, le terme $\frac{p_{am}\gamma_L}{K_L}$ vaut environ $2.10^{-3} \neq 1$. Cela signifie que l'adoption de cette formule revient à négliger la perte de charge singulière en entrée de joint dès qu'une fraction infime d'air est introduite dans le liquide. Cette hypothèse qui semble peu physique, constitue un postulat majeur de ce modèle, et génère des discontinuités lors de la transition du régime monophasique vers le régime diphasique. De plus, la valeur choisie par Lu et San Andres [10] pour le coefficient de perte de charge singulière diffère entre les régimes monophasique et diphasique ($\xi_L = 0, \xi_m = 0.2$). Pour un même régime d'écoulement et une même rugosité de paroi, ce coefficient est uniquement lié à la géométrie et devrait être constant.

Cette analyse se confirme au regard des évolutions de pression le long du joint annulaire présenté sur la Figure III-16 (a). En effet, contrairement à la Figure III-12 où la perte de charge en entrée de joint apparaissait nettement pour l'écoulement monophasique, aucune diminution de pression visible n'est observée en entrée de joint ($\Delta p \approx 0 \Longrightarrow p_{am} \approx p_{am}^{+}$) pour les écoulements diphasiques. Il est notable que les évolutions de pression et de fraction volumique de gaz prédites par les modèles numériques sont similaires.

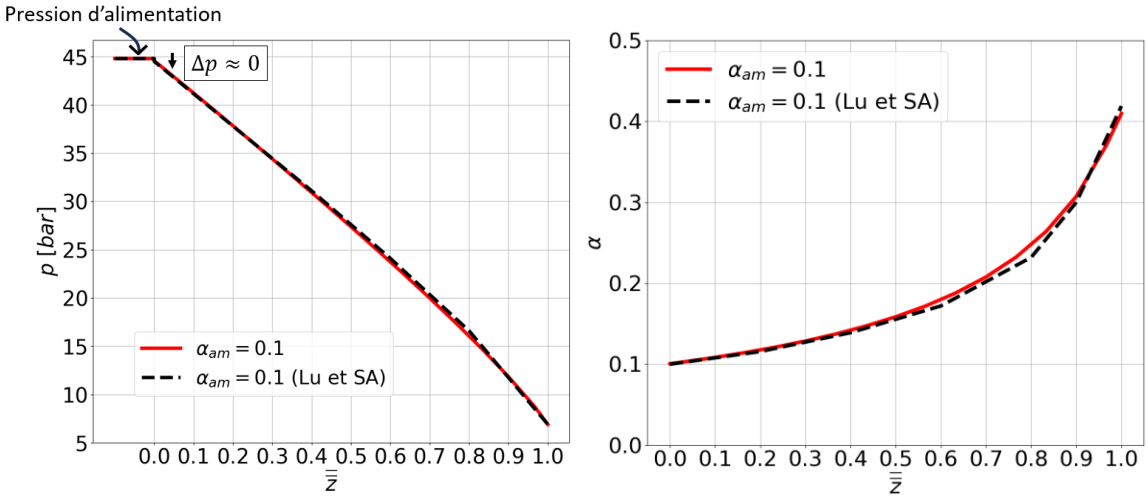


Figure III-16: Evolution de pression (à gauche, (a)) et de la fraction volumique de gaz (à droite, (b)) le long du joint pour un fluide contaminé ($\alpha_{am} = 10$ %)

Cette analyse, ainsi que les études effectuées sur le palier hydrostatique et présentés plus loin dans cette thèse, ont conduit au développement d'une nouvelle formule de perte de charge (éq. (III-131)) qui permet une transition continue entre les régimes diphasique et monophasique. Cette formule repose sur l'hypothèse qu'une petite proportion de gaz ne devrait pas modifier drastiquement la perte de charge. Une illustration de l'impact de l'utilisation de cette nouvelle loi pour la perte de charge diphasique est présentée sur la Figure III-17. La perte de charge pour $\alpha_{am} = 10$ % est proche de celle calculée en régime monophasique, tandis que les effets de compressibilité se manifestent par la courbure du profil de pression.

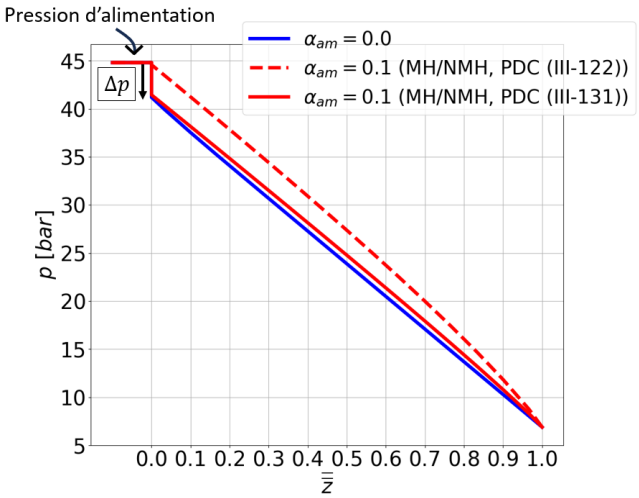


Figure III-17: Evolution de la pression le long de l'axe du joint

L'utilisation de la loi de perte de charge développée dans cette thèse (éq. (III-131)) est indiquée dans les légendes par "$PDC\ (III-131)$" et l'utilisation de celle proposée par Lu et San Andres (éq. (III-122)) par "$PDC\ (III-122)$". L'influence du choix de cette loi sur la prédiction des coefficients dynamiques a également été investiguée. Tout d'abord, la Figure III-18 met en exergue l'évolution de la partie réelle de l'impédance en fonction de la fréquence d'excitation, à partir des données expérimentales de Zhang [9], ainsi que des résultats numériques de Lu et San Andres [10] et du modèle développé dans cette thèse. Les fréquences étudiées sont sous-synchrones (la fréquence de rotation du rotor est de $125\ Hz$). Les résultats soulignent l'importance de la prise en compte de la masse ajoutée pour décrire la diminution de la partie réelle de l'impédance à mesure que la fréquence augmente $\left(\Re\left(\overline{Z}_{ii}\right) = K_{ii} - m_{a\,ii}\omega^2,\ i \in \{x_r, y_r\}\right)$.

En régime de liquide pur, les modèles numériques concordent avec une bonne précision avec les résultats expérimentaux. Des différences plus marquées émergent pour un écoulement diphasique pour $\alpha_{am} = 0.06$. Dans les résultats expérimentaux, la partie réelle de l'impédance devient négative. Dans les modèles de Lu et San Andres, l'hétérogénéité a un impact majeur sur la prédiction : la raideur statique $\left(\Re\left(\overline{Z}_{ii}\right)(\omega = 0) = K_{ii}\right)$ passe d'environ $10\ kN.mm^{-1}$ en écoulement homogène à $2\ kN.mm^{-1}$ en écoulement hétérogène. En revanche, dans les modèles développés, la prise en compte de l'hétérogénéité n'a pas d'impact. Cependant, il est constaté que le choix de la loi de perte de charge singulière influence fortement les prédictions. La raideur statique pour $\alpha_{am} = 0.06$ passe de $15\ kN.mm^{-1}$ avec la loi proposée dans cette thèse à $-5\ kN.mm^{-1}$ avec la loi de Lu et San Andres [10], et la courbe d'impédance obtenue est proche des résultats expérimentaux. Ces résultats montrent que la caractérisation précise de la perte de charge singulière est centrale dans cette estimation. La tendance générale est une diminution de la partie réelle de l'impédance avec l'entrainement d'air, une tendance confirmée par les résultats expérimentaux.

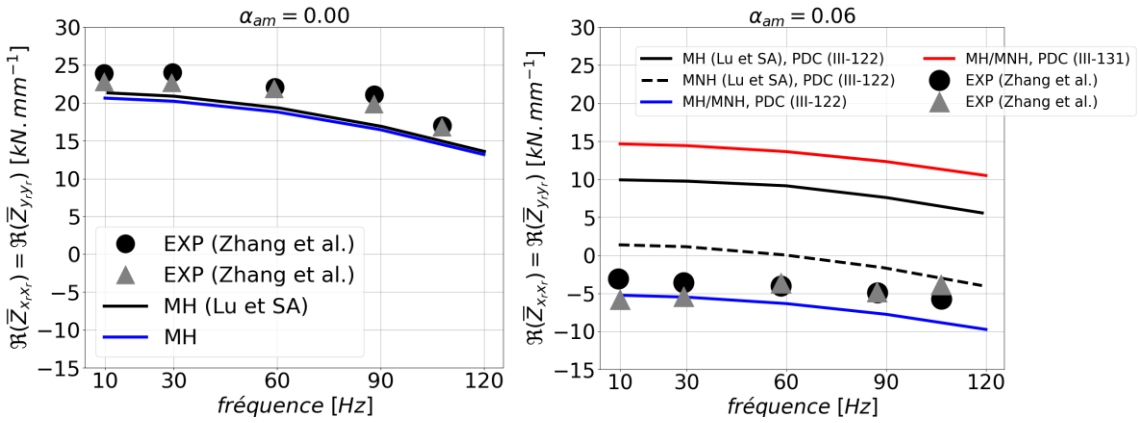


Figure III-18: Partie réelle de l'impédance directe en fonction de la fréquence d'excitation

Chaque graphique présentant l'évolution des coefficients dynamiques en fonction de la contamination en air inclut deux courbes tirées de l'article de Lu et San Andres [10]. Les coefficients de raideur et de masse ajoutée sont identifiés par minimisation de l'erreur quadratique à partir de la formule donnant la partie réelle de l'impédance (éq. (III-96)). Les courbes des coefficients dynamiques diffèrent en raison des divergences de leurs résultats obtenus en régime dynamique avec un modèle de mélange homogène et avec un modèle de mélange hétérogène. Elles sont comparées à deux courbes issues des codes développés dans cette thèse dont, dont la différence provient de la loi de perte de pression singulière utilisée. Il est important de noter à nouveau que l'introduction de l'hétérogénéité n'a eu aucun impact sur les prédictions des coefficients dynamiques dans les modèles développés. Les courbes obtenues à partir du modèle de mélange homogène et du modèle de mélange hétérogène sont donc superposées et légendées par le sigle « MH/MNH ».

La Figure III-19 représente l'évolution des raideurs directe et croisée du joint annulaire en fonction du niveau d'entrainement d'air. Le graphique de la raideur directe (a) révèle une influence majeure de la contamination en air, se traduisant par une diminution radicale du coefficient expérimental, qui passe d'environ $23\ kN.mm^{-1}$ en régime monophasique à $-5\ kN.mm^{-1}$ pour $\alpha_{am} = 0.06$. Tous les modèles numériques prédisent une diminution de la raideur directe avec l'augmentation de la fraction d'air. Dans les résultats de Lu et San Andres [10], l'hétérogénéité accentue cette diminution, et la courbe suit la tendance observée sur les trois premiers points expérimentaux. Dans les modèles développés, la discontinuité de la perte de charge singulière entre les régimes monophasique et diphasique entraine une discontinuité dans l'estimation de la raideur directe. Avec la formule de perte de charge développée dans cette thèse, la raideur directe diminue de moitié passant d'environ $20\ kN.mm^{-1}$ à $10\ kN.mm^{-1}$, alors qu'avec la formule de perte de charge de Lu et San Andres (éq. (III-122)), elle est négative pour tous les niveaux de contamination.

Le graphique de la raideur croisée ((III-18) (b)) souligne une augmentation de la raideur croisée en fonction de la quantité d'air entrainée, bien que cette augmentation soit moins prononcée pour les résultats numériques que pour les données expérimentales. La discontinuité introduite par la formule de perte de charge diphasique se révèle moins prononcée que pour la raideur directe. Les modèles numériques offrent des prédictions globalement similaires.

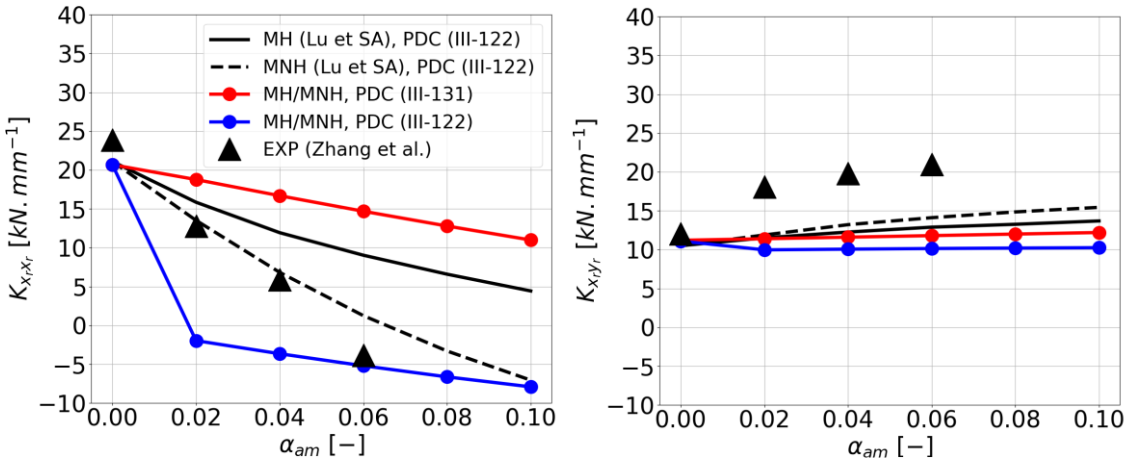


Figure III-19: Evolution de la raideur directe (à gauche, (a)) et de la raideur croisée (à droite, (b)) en fonction du niveau de contamination

La Figure III-20 illustre l'évolution des coefficients d'amortissement en fonction de la fraction volumique d'air en entrée de joint. Les résultats expérimentaux indiquent une croissance très marquée de l'amortissement direct avec le niveau de contamination en air, phénomène que les modèles numériques ne parviennent pas à reproduire. L'influence de l'hétérogénéité sur l'amortissement demeure faible dans les résultats de Lu et San Andres [10]. La diminution abrupte de l'amortissement croisé, observée par Zhang [9], n'est pas répliquée par les modèles numériques qui prévoient tout de même une diminution importante.

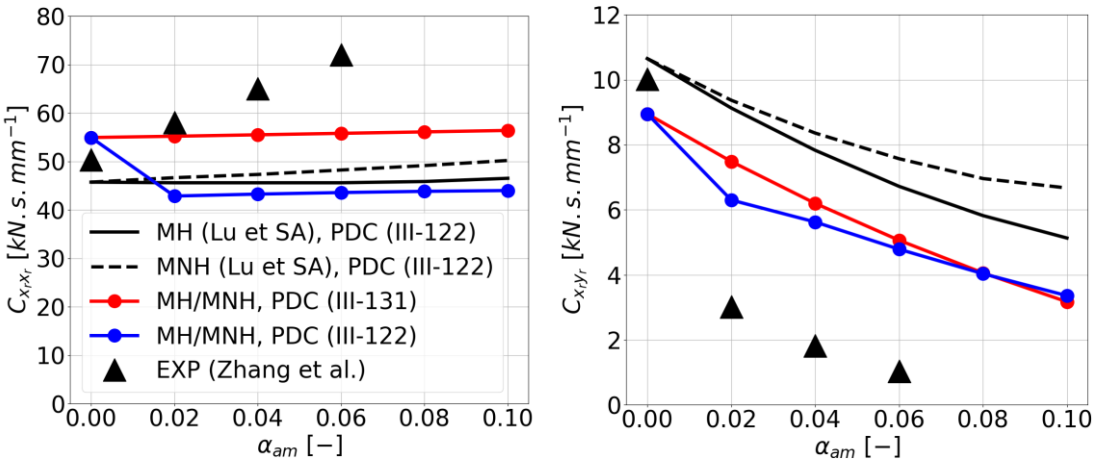


Figure III-20: Evolution de l'amortissement direct (à gauche, (a)) et de l'amortissement croisé (à droite (b)) en fonction du niveau de contamination

En dernier lieu, la masse ajoutée par le fluide est évaluée sur la Figure III-21. Les modèles sous-estiment cette masse en condition d'écoulement monophasique. En revanche, les programmes développés permettent de retrouver avec une précision satisfaisante la décroissance de la masse ajoutée en fonction du niveau de contamination en air.

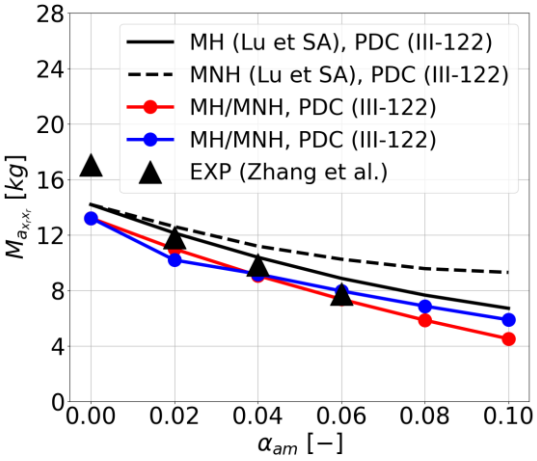


Figure III-21: Evolution de la masse ajoutée en fonction du niveau de contamination

Pour conclure, les modèles de mélange homogène et hétérogène développés sur la base des modèles présentés dans [10] ont été examinés pour la modélisation de l'entrainement d'air dans un joint annulaire lubrifié à l'huile. Des comparaisons ont été effectuées avec les résultats

expérimentaux d'un joint annulaire décrit dans [9]. À l'issue de cette étude, plusieurs analyses des modèles développés peuvent être menées.

En régime statique, les modèles numériques réussissent à reproduire de manière satisfaisante les débits de fuite pour différents niveaux de contamination en air. Ils confirment également l'absence d'impact significatif de l'hétérogénéité sur cette caractéristique du joint. En revanche, les vitesses de glissement entre l'huile et l'air, calculées dans les mêmes conditions de fonctionnement, sont plus élevées avec le modèle numérique développé qu'avec le modèle de Lu et San Andres [10] : jusqu'à $1\ \%$ de glissement relatif contre un maximum de $0.1\ \%$ dans l'article. Cependant, ces valeurs restent très faibles et les coefficients de diffusion liés à l'hétérogénéité sont négligeables (de l'ordre de 10^{-7}), ce qui explique que les résultats statiques ne diffèrent pas de ceux obtenus avec le modèle de mélange homogène. Les perturbations de ces coefficients et de la vitesse de glissement n'étant pas considérés, l'impact de l'hétérogénéité sur les calculs dynamiques est toujours négligeable dans les modèles développés. Il serait intéressant d'intégrer la perturbation des grandeurs d'hétérogénéité dans le modèle au premier ordre, bien que les faibles valeurs observées pour un joint annulaire centré rendent peu probable un impact significatif.

Cette discussion sur l'influence de l'hétérogénéité est le point de divergence majeur avec l'analyse de Lu et San Andres, qui n'observent aucun effet d'hétérogénéité sur le comportement statique du joint, ne considèrent pas la perturbation des grandeurs d'hétérogénéité et obtiennent des prédictions dynamiques différentes. La thèse développée ici soutient que l'hétérogénéité n'a aucun impact significatif en régimes statique et dynamique pour des faibles niveaux de contamination en air, et que la loi de perte de charge singulière diphasique en entrée de joint doit être examinée et validée avec plus d'attention car elle influence fortement la prédiction du comportement dynamique du joint. De plus, la loi utilisée par Lu et San Andres [10] en régime diphasique induit une diminution de pression négligeable en entrée du composant de lubrification dès qu'une petite proportion d'air est introduite, ce qui est une hypothèse assez forte.

Les coefficients dynamiques déterminés en régime monophasique montrent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. Les tendances d'évolution avec l'augmentation de la quantité d'air entrainée sont similaires entre les modèles numériques de Lu et San Andres et ceux développés dans cette thèse : légère croissance de l'amortissement direct et de la raideur croisée, ainsi qu'une décroissance marquée de la raideur directe, de l'amortissement croisé et de la masse ajoutée. Globalement, il apparaît que les modèles donnent des sens de variations corrects des coefficients dynamiques par rapport à l'expérimental mais qu'ils peinent à reproduire les variations marquées. L'objectif dans l'étude du palier hydrostatique industriel sera de construire un modèle « bulk flow »

de mélange homogène et de calibrer une loi de perte de charge singulière valable pour un écoulement diphasique.

III.9.2 Illustration de l'intérêt de la méthode « compressible » pour la résolution d'écoulements de mélange

Une évaluation des performances des méthodes de résolution est réalisée en utilisant comme référence l'écoulement dans le joint décrit dans la section précédente. Pour les études industrielles, il est crucial de concevoir un solveur robuste capable de traiter des écoulements avec des niveaux élevés de contamination. Dans l'étude menée par Zhang et al. [9], les niveaux de contamination atteignent jusqu'à $10\,\%$. Dans cette section, une gamme assez complète de niveaux de contamination est explorée, $\alpha_{am} \in [0.10; 0.90]$. La pression amont est fixée à $15\ bar$ afin de faciliter la convergence des simulations pour des fractions volumiques de gaz très importantes. Imposer un gradient de pression élevé à un fluide principalement composé d'air peut générer un blocage sonique en sortie de joint. Ceci nécessite un traitement numérique spécifique [5] qui n'est pas l'objet de cette thèse. La formule employée pour évaluer la perte de charge singulière en régime diphasique est la formule (III-131) proposée dans cette thèse.

Afin de permettre une modélisation plus complète et conforme aux hypothèses de mélange, la possibilité d'introduire des diamètres variables de bulle a été intégrée dans le modèle de mélange hétérogène. Un paramètre N_B égal au nombre de bulles est défini, et reste constant dans toute la zone de lubrification. En connaissant la fraction volumique de gaz et le nombre de bulles, le diamètre de bulle peut être calculé. Une cellule élémentaire est donc considérée, contenant un nombre de bulles N_B dans l'épaisseur de film et une fraction volumique de gaz α. La Figure III-22 schématise cette situation.

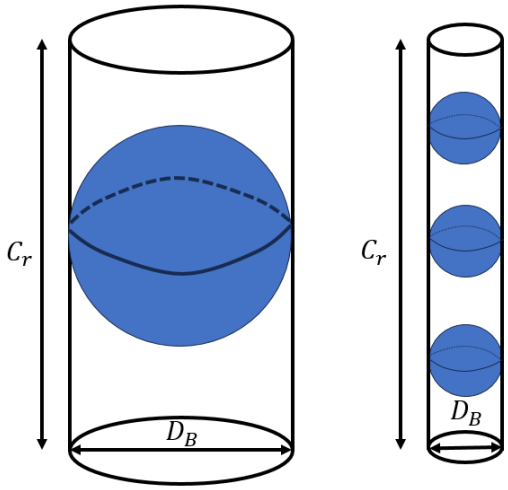


Figure III-22: Répartition de bulles dans l'épaisseur de film

La fraction volumique de gaz est définie comme le rapport entre le volume des bulles et le volume total, ce qui permet de déduire l'expression du diamètre de bulle en fonction de α et de N_B :

$$\alpha = \frac{\mathcal{V}_{B,T}}{\mathcal{V}_T} = \frac{N_B \mathcal{V}_B}{\mathcal{V}_T} = \frac{N_B \frac{4}{3}\pi R_B^3}{\pi R_B^2 C_r} = \frac{N_B \frac{4}{3}\pi \left(\frac{D_B}{2}\right)^3}{\pi \left(\frac{D_B}{2}\right)^2 C_r} = \frac{2}{3}\frac{N_B D_B}{C_r} \Rightarrow D_B = \frac{3}{2}\frac{C_r}{N_B}\alpha \qquad \text{(III-134)}$$

$\mathcal{V}_{B,T}$ est le volume total des bulles dans le volume élémentaire avec $\mathcal{V}_B$ le volume d'une bulle. V_T est le volume de la cellule élémentaire. L'utilisation de cette relation permet également de moduler le « niveau d'hétérogénéité » en fixant un nombre de bulles plus ou moins élevé. Le nombre de bulles est inversement proportionnel au diamètre et plus le diamètre de bulle est important, plus le glissement entre les phases et les effets de diffusion dans le fluide seront prononcés. Au contraire, un diamètre de bulle réduit favorise un comportement plus proche des hypothèses d'homogénéité.[1]

L'influence de l'entrainement d'air et des effets d'hétérogénéité sur l'évolution des caractéristiques de l'écoulement est présentée en Annexe C. Dans cette partie, les deux formulations de la phase de correction de l'algorithme numérique SIMPLE sont comparées pour une résolution d'écoulement de mélange. La Figure III-23 montre l'évolution du nombre d'itérations de l'algorithme SIMPLE nécessaire pour atteindre la convergence dans des conditions identiques (même tolérance et mêmes

[1] Il sera démontré dans la section IV.1.9 que cette formule, construite sur un raisonnement géométrique, est équivalente à la formule de diamètre moyen de Sauter [185] lorsque le nombre de bulles reste constant dans l'écoulement (pas de ruptures ni de coalescences des bulles).

coefficients de relaxation utilisés) pour différents niveaux de contamination avec le modèle de mélange homogène. Le temps de calcul par itération est équivalent dans les deux types de résolution. Les résultats montrent que lorsque les effets de compressibilité sont significatifs (fraction volumique de gaz élevée), le couplage fort entre la pression et la fraction volumique dans la phase de correction accélère la résolution en réduisant le nombre d'itérations. En cas de mélange principalement gazeux, le nombre d'itérations est quasiment diminué de moitié. Par ailleurs, pour que l'algorithme soit performant, le niveau de contamination doit être relativement élevé, soit $\alpha_{am} \geq 40\ \%$. En dessous de cette valeur, l'algorithme « incompressible » se révèle plus efficace.

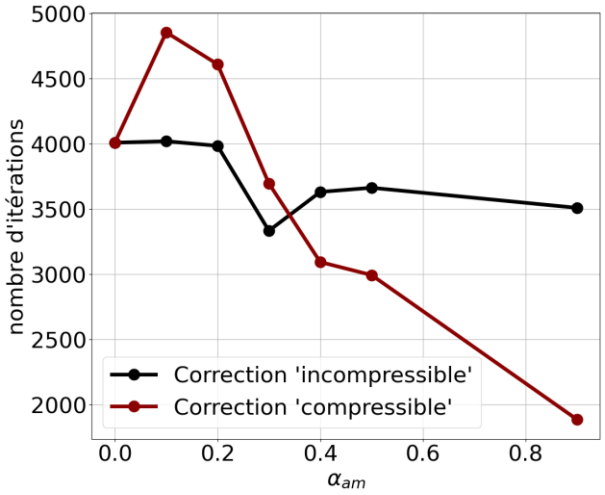


Figure III-23: Nombre d'itérations de l'algorithme SIMPLE pour atteindre la convergence

A présent, l'hétérogénéité est prise en compte grâce au modèle de mélange non-homogène. Le diamètre de bulle guide le niveau d'hétérogénéité présent dans l'écoulement. Différents nombres de bulles sont donnés pour une quantité d'air $\alpha_{am} = 0.10$. La Figure III-24 (a) est obtenue en utilisant le solveur « incompressible ». Tous les coefficients de relaxation sont pris égaux et notés β sachant que pour le modèle de mélange hétérogène, une relaxation supplémentaire est réalisée pour la vitesse de glissement. Le graphique montre l'évolution du plus grand coefficient de relaxation (avec un pas de 0.1) pouvant être utilisé pour atteindre la convergence, offrant ainsi un indicateur de la robustesse de la méthode de résolution. Logiquement, lorsque le nombre de bulles est petit, l'hétérogénéité augmente, rendant la convergence plus difficile à obtenir et nécessitant l'utilisation de faibles coefficients de relaxation. Les résultats observés confirment ce phénomène. De plus, ce solveur rend très compliqué la résolution d'écoulements à grosses bulles ($N_B \approx 1, D_B \approx C_r$) qui sont d'intérêt dans les films minces.

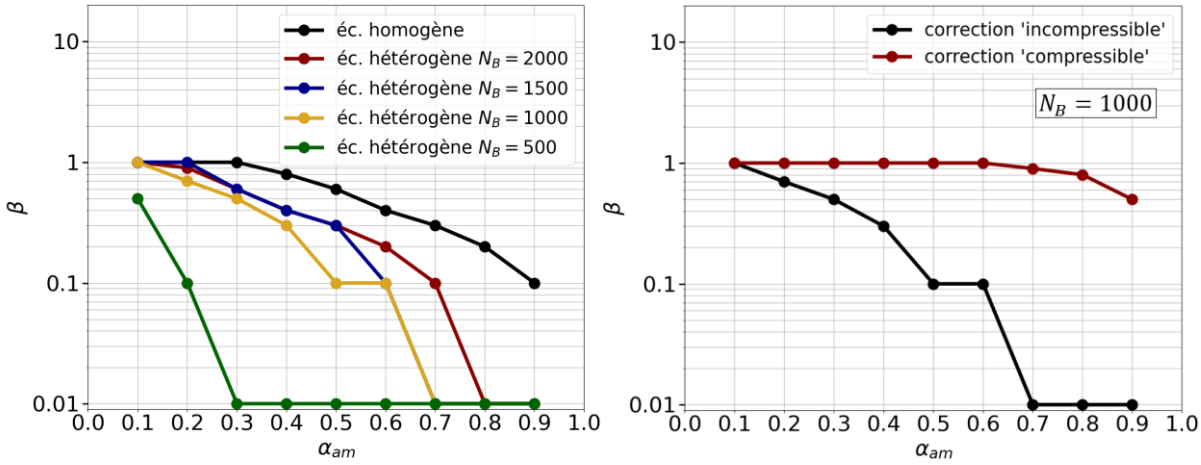


Figure III-24: Coefficients de relaxation nécessaire pour atteindre la convergence avec le solveur « incompressible » (à gauche, (a)) et comparaison entre les solveurs pour $N_B = 1000$ (à droite, (b))

L'introduction du solveur « compressible » est évaluée en analysant l'évolution du plus grand coefficient de relaxation nécessaire pour atteindre la convergence. L'écoulement est un mélange hétérogène à petites bulles avec $N_B = 1000$. Les comparaisons des coefficients utilisés pour chaque solveur en fonction de la quantité d'air dans le mélange sont présentées sur la Figure III-24 (b). Les courbes démontrent clairement les bénéfices de l'utilisation d'une phase de correction « compressible ». Pour $\alpha_{am} \in [0.10,0.60]$, la convergence est atteinte sans nécessiter de relaxation, et pour $\alpha_{am} > 0.60$, les coefficients restent au-dessus de 0.5 et nettement supérieurs à ceux requis avec la phase de correction "incompressible". En comparaison, ils sont même supérieurs aux coefficients utilisés pour résoudre l'écoulement homogène avec le solveur « incompressible » présentés sur la Figure III-24 (a). Dans le contexte étudié, le solveur « compressible » permet d'obtenir des convergences du modèle pour des bulles de plus grande taille, jusqu'à l'ordre du jeu radial.

En conclusion, le solveur développé offre des gains significatifs en termes de temps de calcul pour les résolutions impliquant des fractions volumiques d'air élevées ($\alpha_{am} > 40\ \%$) et assure une très bonne robustesse dès des faibles niveaux de contamination ($\alpha_{am} = 10\ \%$), en particulier pour les simulations d'écoulement hétérogène.

III.10 Modèle simplifié pour résoudre l'écoulement dans un palier hydrostatique

III.10.1 Bilan de débit dans les PHS : Schéma de résolution

Usuellement, dans les analyses des paliers hydrostatiques, les conditions aux limites sont établies à l'entrée des orifices d'alimentation et à la sortie de palier. A l'entrée, la pression ou le débit est imposé(e) et en aval, le fluide est évacué à pression atmosphérique (dans les conditions d'essai). L'estimation du champ de pression nécessite la résolution de l'écoulement dans les orifices, les alvéoles et le film mince (Figure III-25). Cependant, les géométries des orifices et des alvéoles ne permettent pas de considérer une dimension comme négligeable devant les deux autres, donc les conditions requises pour utiliser le modèle « bulk flow » dans ces zones ne sont pas remplies.

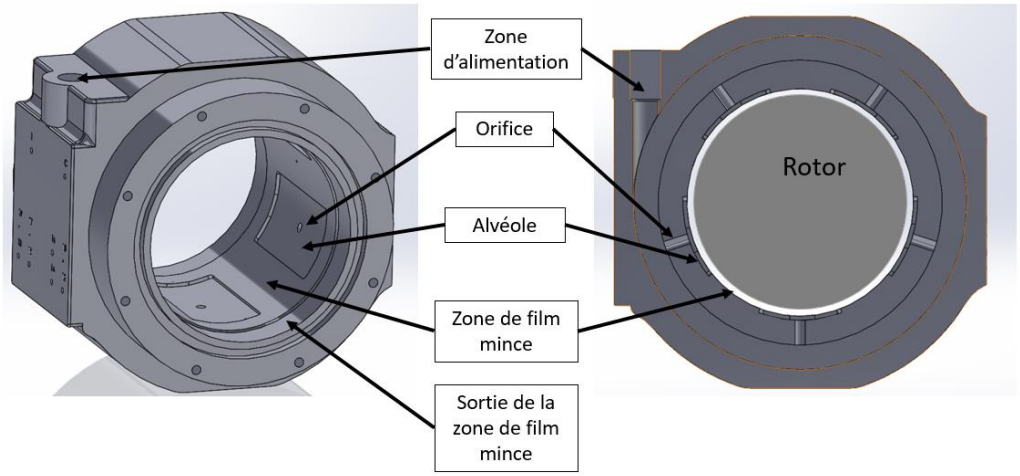


Figure III-25: Palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires

Dans la zone de film mince (en bleu clair sur la Figure III-26), les équations du « bulk flow » sont résolues pour déterminer la pression (p) et les vitesses (u_m, w_m) du fluide en utilisant les techniques présentées précédemment (section III.5).

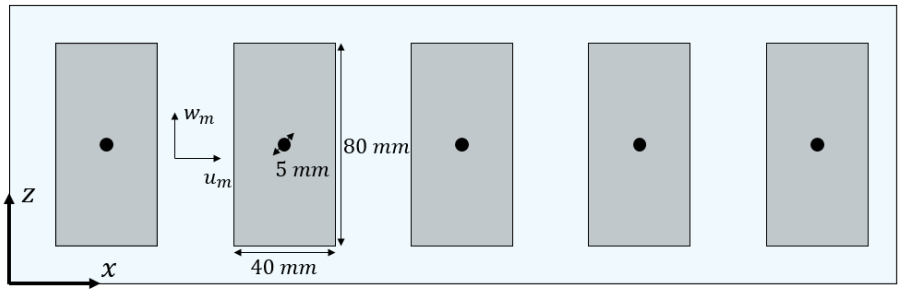


Figure III-26: Palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires développé

La partie amont qui échappe à la théorie de la Lubrification est située entre la zone d'alimentation et les limites des alvéoles (Figure III-27). Le fluide fait face à deux restrictions successives, la première dans l'orifice et la seconde, lors de son passage de l'alvéole vers le film mince.

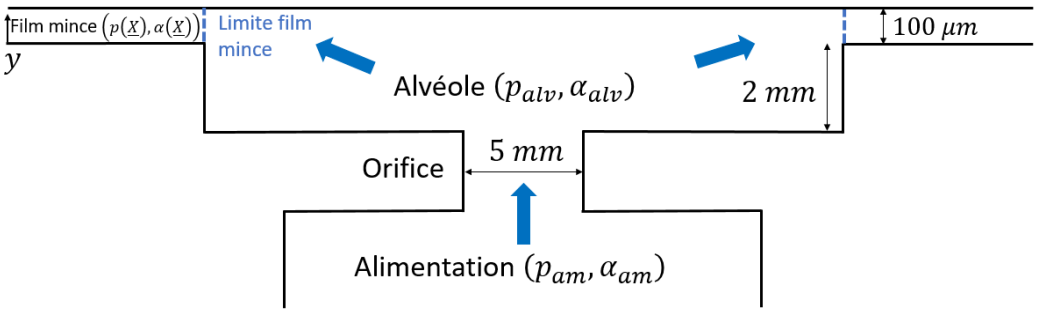


Figure III-27: Zone d'alimentation, alvéoles et film mince

La pression des alvéoles, p_{alv}, est supposée uniforme dans tout le volume correspondant. Cette hypothèse est justifiée lorsque l'alvéole est assez profonde [16,186], soit au moins d'un ordre de grandeur supérieur à l'épaisseur de film. Une schématisation de l'évolution de la pression dans la direction axiale du palier est présentée sur la Figure III-28.

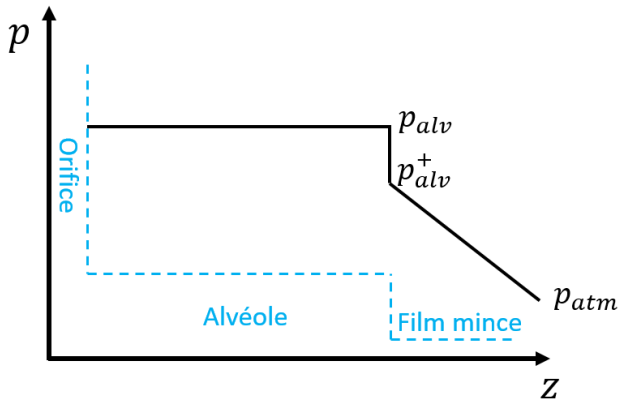


Figure III-28: Schéma de l'évolution de la pression d'un fluide incompressible dans le palier hydrostatique

Le fluide subit une première chute de pression, exprimée par la formule de Bernoulli pour un écoulement incompressible (s'il s'agit d'un liquide pur), lorsqu'il traverse l'orifice (formule équivalente à l'équation (III-117)) :

$$v_O = C_d \sqrt{2 \frac{(p_{am} - p_{alv})}{\rho_L}} \tag{III-135}$$

Cette expression permet d'évaluer le débit massique de fluide qui traverse l'orifice :

$$\dot{m}_{L,O} = C_d \Lambda_O \sqrt{2 \rho_L (p_{am} - p_{alv})} \tag{III-136}$$

Λ_O est la section de l'orifice. Une extension de la formule de Bernoulli aux écoulements diphasiques homogènes (formule équivalente à l'équation (III-131)) est introduite dans cette thèse :

$$\dot{m}_{m,O} = C_d \Lambda_O \sqrt{2 \rho_{m,am} (p_{am} - p_{alv})} \tag{III-137}$$

L'intérêt de l'utilisation de cette formule sera évalué dans la partie IV.1.11 avec l'aide de simulations CFD. Une seconde chute de pression est observée lorsque le fluide entre dans la zone de film mince. Cette diminution de pression est décrite par une formule de Bernoulli généralisée et est incluse dans l'algorithme de résolution du système des équations du « bulk flow » (formule (III-117)) :

$$p_{alv}^{+} = p_{alv} - (1 + \xi) \frac{\rho_L v_L^2}{2}, \qquad v_L \in \{u_L, w_L\} \tag{III-138}$$

De la même manière que pour la perte de charge singulière liée à l'orifice, une extension simple de la formule aux écoulements de mélange homogène (éq. (III-131)) est introduite :

$$p_{alv}^{+} = p_{alv} - (1+\xi)\frac{\rho_m v_m^2}{2}, \qquad v_m \in \{u_m, w_m\} \tag{III-139}$$

Son intégration dans le modèle simplifié est mise en exergue dans la section IV.1.11. Cette perte de charge singulière se traduit, en termes de résolution, par l'imposition d'une condition limite locale sur la pression tout autour des alvéoles, ajustée en fonction de la valeur de la vitesse. Une fois les champs de pression et de vitesses établis dans le film, le débit massique sortant des alvéoles est calculé en intégrant les débits élémentaires sur le pourtour des alvéoles grâce à la formule suivante :

$$\dot{m}_{m,alv} = \int_{\Gamma} \rho_m H \underline{v_m}.\underline{n}\, d\Gamma = \sum_{k\in\mathcal{F}} \rho_{m_k} H_k \underline{v_m}_k.\underline{n}_k \Delta\Gamma_k \tag{III-140}$$

Où $\mathcal{F} =$ {Ensemble des volumes dont une arête appartient à l'alvéole}. Ces contributions locales sont illustrées sur la Figure III-29.

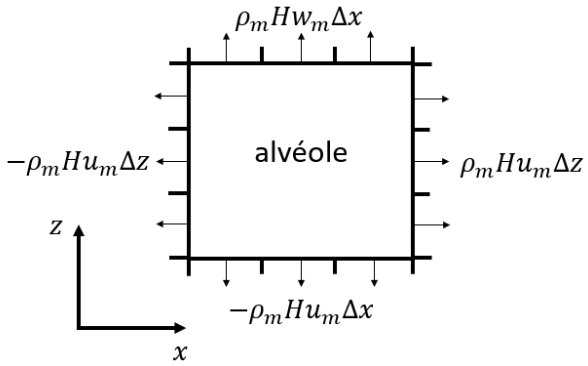


Figure III-29: Débit massique local évalué sur chaque arête d'une alvéole rectangulaire

La pression dans l'alvéole est obtenue par l'équilibre des débits massiques entre l'entrée dans l'alvéole par l'orifice et la sortie de l'alvéole :

$$\dot{m}_{m,O}(p_{alv}) = \dot{m}_{m,alv}(p_{alv}) \tag{III-141}$$

Si le rotor est centré dans le palier hydrostatique, les pressions sont identiques dans les alvéoles. Pour un rotor excentré, les pressions alvéolaires sont différentes et il faut résoudre autant d'équations qu'il

y a d'alvéoles. Ce nombre d'alvéoles est noté n_{alv}. Les pressions alvéolaires peuvent être regroupées dans un vecteur $\underline{p}_{alv}$ de taille n_{alv}. Le système à résoudre est alors :

$$\underline{G}\left(\underline{p}_{alv}\right) = \left\{\dot{m}_{O,i}\left(p_{alv,i}\right) - \dot{m}_{alv,i}\left(p_{alv,i}\right)\right\}_{i\in[\![1;n_{alv}]\!]} = \underline{0} \tag{III-142}$$

Un algorithme de Newton-Raphson est utilisé pour résoudre ce problème non-linéaire. Chaque itération (n) du processus de résolution est issue d'une linéarisation au premier ordre du résidu :

$$\underline{G}\left(\underline{p_{alv}}^{(n+1)}\right) \approx \underline{G}\left(\underline{p_{alv}}^{(n)}\right) + \underline{\underline{J}}_{\underline{G},\underline{p}_{alv}}{}^{(n)}\,\underline{\Delta p_{alv}} = 0 \tag{III-143}$$

L'expression de la matrice jacobienne n'est pas explicite et une approximation par différences finies du premier ordre est employé. Les pressions alvéolaires sont perturbées une à une par un coefficient $\Delta p_{alv,p}$. Finalement, n_{alv} perturbations sont réalisées par des vecteurs $\underline{\Delta p}_{alv,p,j}$ qui valent $\Delta p_{alv,p}$ sur la j-ème composante ($j \in [\![1; n_{alv}]\!]$) et 0 partout ailleurs. La matrice jacobienne est ainsi définie par :

$$\forall i,j \in [\![1; n_{alv}]\!], \qquad \left(\underline{\underline{J}}_{\underline{G},\underline{p}_{alv}}{}^{(n)}\right)_{i,j} = \frac{G_i\left(\underline{p}_{alv}^{(n)} + \underline{\Delta p}_{alv,p,j}\right) - G_i\left(\underline{p}_{alv}^{(n)}\right)}{\Delta p_{alv,p}} \tag{III-144}$$

En résumé, le modèle est un couplage entre un équilibre de masse (éq. (III-141)) qui permet de déterminer les pressions alvéolaires et un modèle « bulk flow » résolu dans les régions de film mince.

III.10.2 Petites perturbations du débit massique

Lorsque la méthode des petites perturbations est utilisée pour réaliser l'analyse dynamique linéaire du palier, il est requis d'écrire les équilibres de débit massique à l'ordre 1 afin de calculer les petites perturbations de pression alvéolaire initiées par le mouvement du rotor et coupler cette résolution à celle des petites perturbations de pression dans le film. Pour chaque alvéole, l'équilibre est formulé en prenant en compte la perturbation temporelle de masse dans le volume alvéolaire :

$$\overline{\dot{m}}_{O_1}\left(\overline{p}_{alv_1}\right) = \overline{\dot{m}}_{alv1}\left(\overline{p}_{alv_1}\right) + j\omega\left(\overline{\rho}_{m,alv_1}\mathcal{V}_{alv0} + \rho_{m,alv_0}\overline{\mathcal{V}}_{alv_1}\right) \quad \text{(III-145)}$$

Le volume à l'intérieur d'alvéole et sa petite perturbation sont définis par :

$$\mathcal{V}_{alv,0} = \Lambda_{alv}\left(H_{alv} + \int dH_0\right)$$
$$\overline{\mathcal{V}}_{alv_1} = \Lambda_{alv}\int d\overline{H}_1 \quad \text{(III-146)}$$

Car la profondeur de l'alvéole H_{alv} est constante et l'épaisseur de film H varie selon la localisation dans l'alvéole. Les petites perturbations des formules de Bernoulli pour exprimer les débits massiques se présentent comme suit :

$$\overline{\dot{m}}_{O_1} = -\dot{m}_{O_0}\frac{\overline{p}_{alv_1}}{2(p_{am} - p_{alv_0})}$$
$$\overline{\dot{m}}_{alv1} = \sum_{k\in\mathcal{F}}\left(\overline{\rho}_{m_1}H_{k0}\underline{v}_{mk_0} + \rho_{m_0}H_{k1}\underline{v}_{mk_0} + \rho_{m_0}H_{k0}\overline{\underline{v}}_{mk_1}\right).\underline{n}_k\Delta\Gamma_k \quad \text{(III-147)}$$

La condition aux limites à l'entrée du film est également écrite à l'ordre 1 :

$$\overline{p}^{+}_{alv_1} = \overline{p}_{alv_1} - (1+\xi_m)\frac{\left(\overline{\rho}_{m_1}v^2_{m_0} + 2\rho_{m_0}v_{m_0}\overline{v}_{m_1}\right)}{2}, \qquad v_m \in \{u_m, w_m\} \quad \text{(III-148)}$$

En toute rigueur, les termes instationnaires doivent être pris en compte pour exprimer les perturbations de débit. Ils sont ici négligés car Hassini [5] montre que ce terme n'a d'influence que pour les très hautes fréquences ($3\ kHz$ pour un palier hydrostatique lubrifié avec de l'air). Dans les études dynamiques du palier hydrostatique étudié, les fréquences d'excitations d'intérêt sont les premiers multiples de la fréquence du rotor qui est de $25\ Hz$.

III.11 Validation du modèle « bulk flow » monophasique pour palier hydrostatique

Afin de valider le développement du modèle « bulk flow » pour un liquide pur appliqué au palier hydrostatique, des comparaisons basées sur les études numérique et expérimentale décrites par Jolly et al. [120] sont exposées. Cette référence propose de nombreux résultats expérimentaux en régime statique et en régime dynamique. De plus, le dispositif expérimental utilise également de l'eau comme lubrifiant.

Le palier possède 6 alvéoles. Il est supposé qu'il opère en position centrée, ce qui signifie que, théoriquement, les pressions alvéolaires sont identiques et que les matrices de raideur et d'amortissement sont antisymétriques. En réalité, le rotor ne se trouve jamais en position parfaitement centrée, ce qui se traduit par des pressions alvéolaires légèrement différentes (des variations relatives de pression alvéolaire de 5 à 10 % sont observées) et des symétries imparfaites des matrices dynamiques mesurées.

Les pressions d'alimentation sont de $35\ bar$ et $45\ bar$ et les vitesses de rotation du rotor valent $2000\ tr/min$, $4000\ tr/min$, et $6000\ tr/min$. Les résultats expérimentaux donnent la pression d'alimentation, la pression alvéolaire et le débit qui traverse le palier. Ces informations permettent de calculer le coefficient de décharge, $C_d = 0.66$ qui devient la seule inconnue de l'expression (III-136). Le coefficient de Bernoulli est lui calibré pour corréler au mieux aux résultats expérimentaux ($\xi = 0.67$). A des conditions de fonctionnement données, une série d'excitations dynamiques est appliquée pour déterminer les impédances du système, et ainsi identifier les coefficients dynamiques.

Etant donné que les alvéoles sont peu profondes ($H_{alv}/C_r \approx 3.5$), des variations de pression non négligeables peuvent se produire à l'intérieur [152,187]. Cette caractéristique n'est pas prise en compte dans le modèle développé dans cette thèse car les alvéoles de la configuration industrielle sont profondes ($H_{alv}/C_r \approx 50$). De plus il va être montré dans les sections suivantes que ne pas prendre en compte cette caractéristique de l'écoulement n'altère pas la qualité des prédictions numériques.

Une étude de sensibilité présentée en Annexe K a permis de choisir le maillage qui représente le meilleur compromis entre précision et effort de calcul.

Dans un premier temps, les champs de pression (Figure III-30), de Reynolds (Figure III-32) et de Reynolds réduit (Figure III-33) sont représentées pour les états de fonctionnement où la vitesse

d'écoulement est minimale : $p_{am} = 35\ bar, \Omega_r = 2000\ tr/min$. Étant donné la périodicité du problème, seule une portion correspondant à un sixième de la circonférence est simulée.

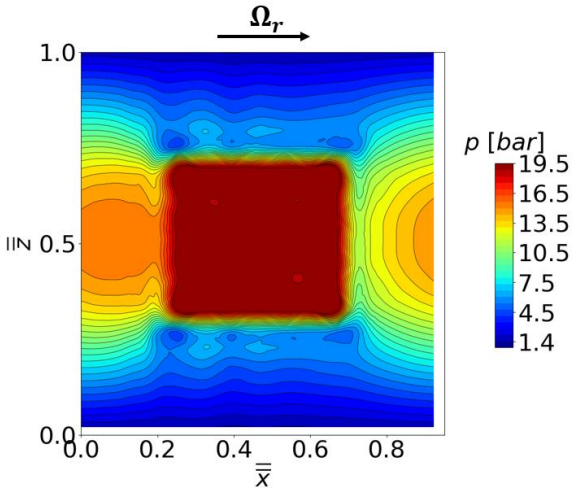


Figure III-30: Champs de pression sur un motif périodique dans le palier hydrostatique développé pour $p_{am} = 35\ bar, \Omega_r = 2000\ tr/min$

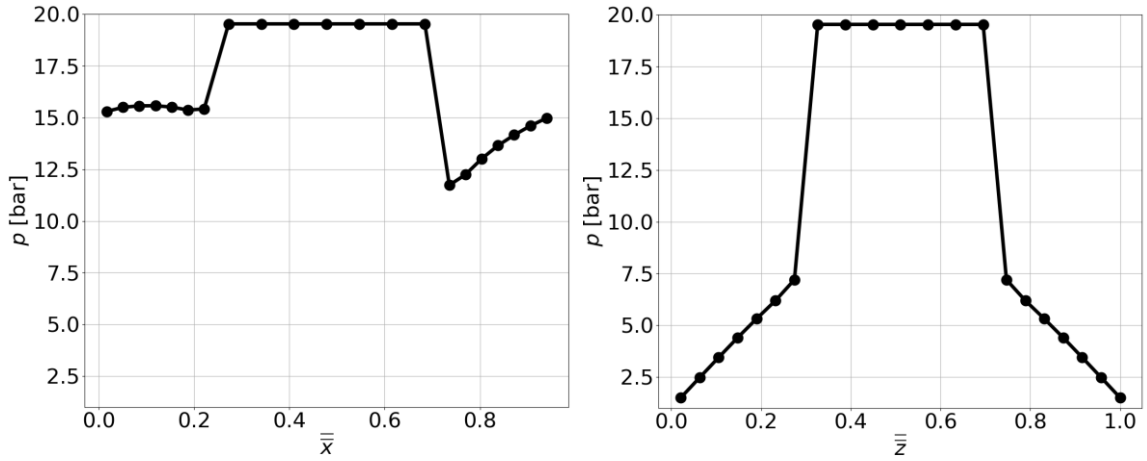


Figure III-31: Profil de pression circonférentielle à $\bar{\bar{z}} = \bar{\bar{z}}_{max}/2$ (à gauche, (a)) et profil de pression axiale à $\bar{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}_{max}/2$ (à droite, (b)) calculés à partir du champ de pression de la Figure III-30

La Figure III-31 révèle les traits caractéristiques des champs de pression dans les paliers hydrostatiques. Tout d'abord, les pertes de charge singulières sont visibles sur les bords axiaux des alvéoles où la pression chute localement de près de $19.5\ bar$ à environ $7\ bar$ (Figure III-31 (b)). Ce phénomène est également perceptible, bien que de manière atténuée, dans la direction

circonférentielle (Figure III-31 (a)). Sur les bords « est » des alvéoles, un effet hydrodynamique s'ajoute à l'effet hydrostatique dans le sens de la rotation du rotor.

La Figure III-32 souligne respectivement le nombre de Reynolds circonférentiel et le nombre de Reynolds axial dans le palier développé. Les valeurs maximales observées sont proches dans les deux directions : $Re_{x,max} \approx 30\,000$, $Re_{z,max} \approx 35\,000$. Par ailleurs, les nombres de Reynolds élevés indiquent un écoulement entièrement turbulent dans la majeure partie du film.

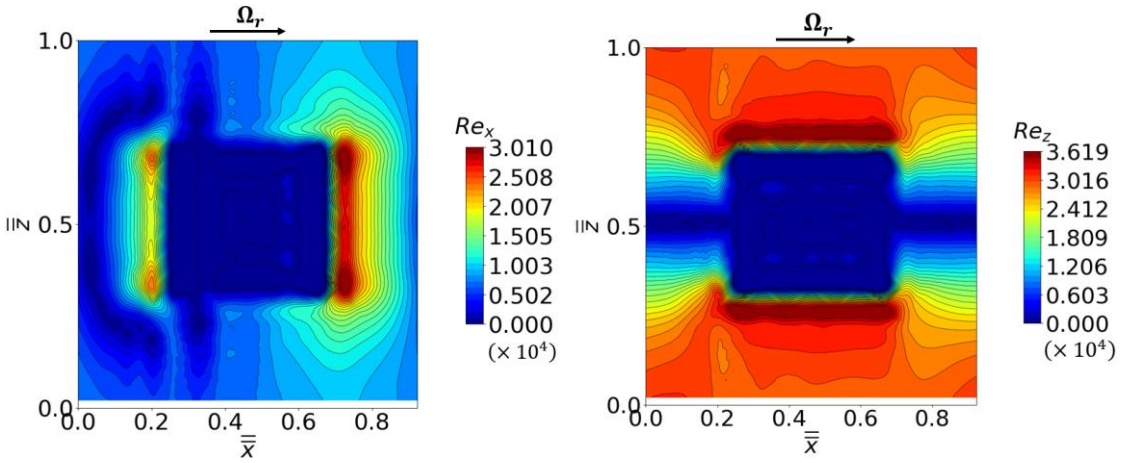


Figure III-32: Nombre de Reynolds circonférentiel (à gauche) et axial (à droite) dans le palier hydrostatique développé pour $p_{am} = 35\ bar, \Omega_r = 2000\ tr/min$

La Figure III-33 expose respectivement le nombre de Reynolds réduit circonférentiel et le nombre de Reynolds réduit axial dans le palier hydrostatique. Conformément aux conditions de fonctionnement, ces valeurs sont très élevées, de l'ordre de 10^2. Cette constatation suggère une prévalence des effets d'inertie dans l'écoulement, ce qui confirme l'intérêt de l'utilisation des équations du « bulk flow » pour obtenir les champs de pression et de vitesse dans le film.

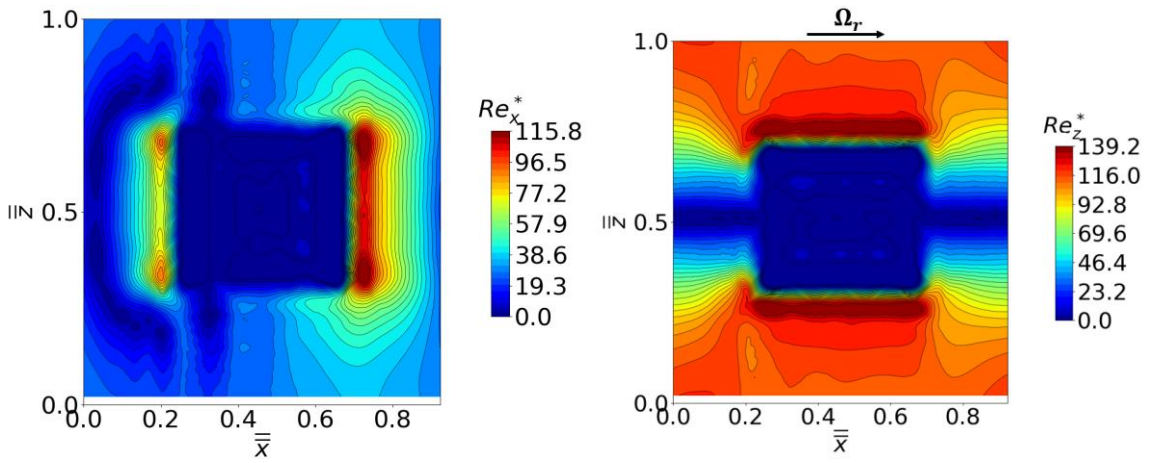


Figure III-33: Nombre de Reynolds réduit circonférentiel (en haut) et axial (en bas) dans le palier hydrostatique développé pour $p_{am} = 35\ bar, \Omega_r = 2000\ tr/min$

Les variables examinées à l'équilibre statique sont la pression alvéolaire et le débit massique pour les résultats expérimentaux, les pressions alvéolaires sont mesurées dans trois alvéoles. Étant donné que le rotor n'est pas parfaitement centré, les valeurs ne sont pas identiques. Des variations relatives de pression alvéolaire de 5 à 10 % sont observées. Les modèles numériques, qui supposent un rotor centré, fournissent une valeur moyenne de ces résultats.

La Figure III-34 illustre l'évolution de la pression alvéolaire en fonction de la vitesse de rotation du rotor pour des pressions d'alimentation de $35\ et\ 45\ bar$. Il est notable que le modèle développé dans cette thèse offre une approximation satisfaisante de la pression alvéolaire pour toutes les conditions de fonctionnement. L'acronyme $'BF'$ correspond à l'utilisation du modèle « bulk flow ».

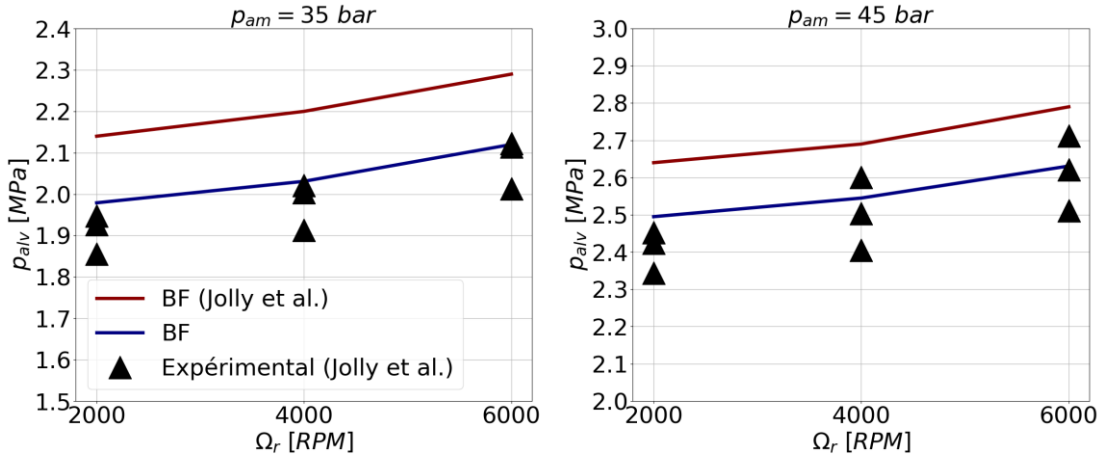


Figure III-34: Pression alvéolaire VS vitesse de rotation du rotor

De façon analogue, dans la Figure III-35, l'évolution du débit massique pour toutes les conditions de fonctionnement est illustrée. Le modèle développé montre une corrélation consistante avec les résultats expérimentaux.

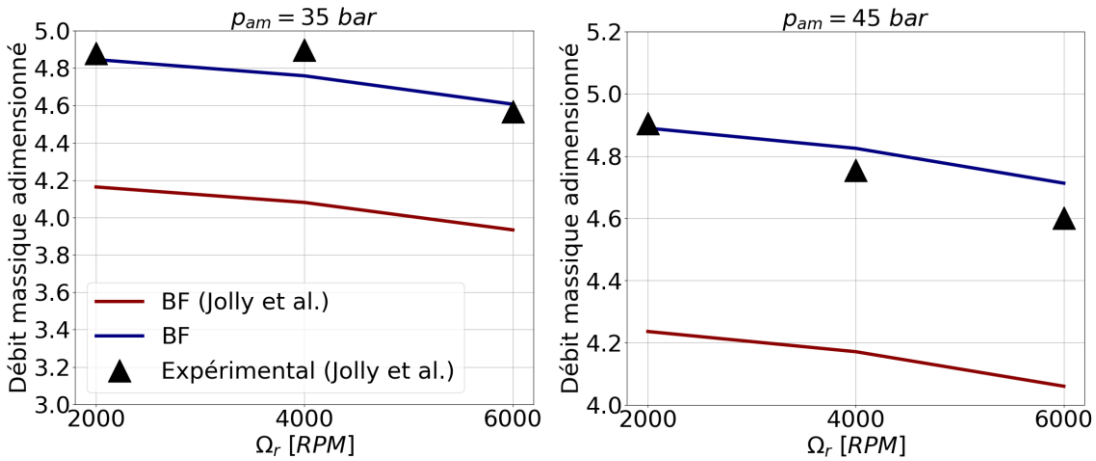


Figure III-35: Débit massique adimensionné $\left(\dot{m}/\left(\sqrt{2\rho_L p_{am}} R_r C_r\right)\right)$ VS vitesse de rotation du rotor.

En résumé, les comparaisons établies ci-dessus confirment la capacité prédictive du modèle développé en ce qui concerne les caractéristiques statiques d'un palier hydrostatique avec des effets d'inertie prédominants. Les différences obtenues numériquement par Jolly et al. [120] peuvent provenir du choix des coefficients de perte de charge singulière ou du modèle de turbulence et du choix des coefficients de frottement à appliquer.

Les caractéristiques dynamiques examinées comprennent les raideurs, les amortissements, la masse ajoutée et le WFR. La Figure III-36 représente l'évolution des raideurs en fonction de la vitesse de rotation de rotor pour les deux conditions d'alimentation étudiées. La valeur pratiquement constante de la raideur directe est correctement évaluée par le modèle développé sur les deux graphiques, tout comme l'évolution linéaire de la raideur croisée.

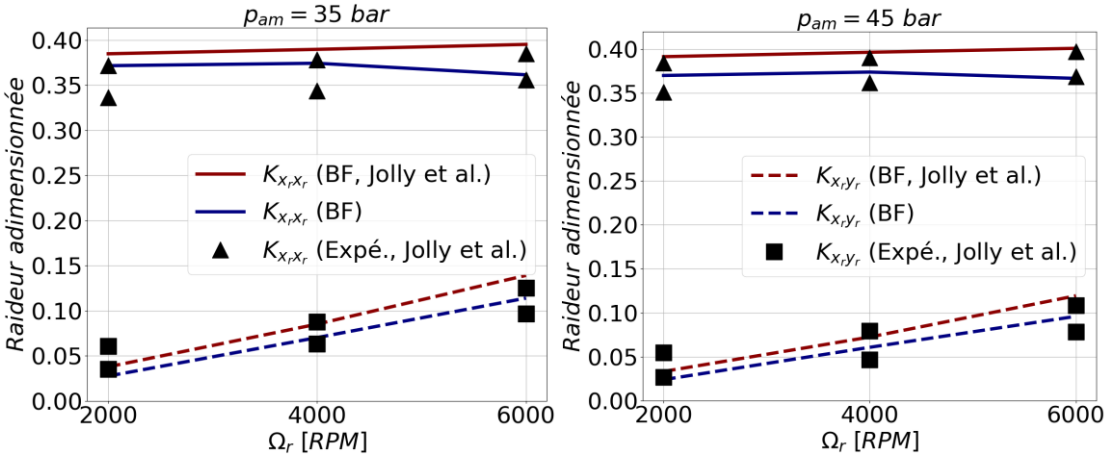


Figure III-36: Raideurs adimensionnées $\left(KC_r/(p_{am}l_{z_r}D_r)\right)$ VS vitesse de rotation du rotor

Les amortissements sont représentés sur la Figure III-37. Les modèles numériques parviennent à reproduire fidèlement l'évolution linéaire de l'amortissement direct en fonction de la vitesse de rotation mais ils sous-estiment légèrement les valeurs. Quant à l'amortissement croisée, il est presque nul dans les résultats expérimentaux, et des valeurs négligeables sont également évaluées par les modèles.

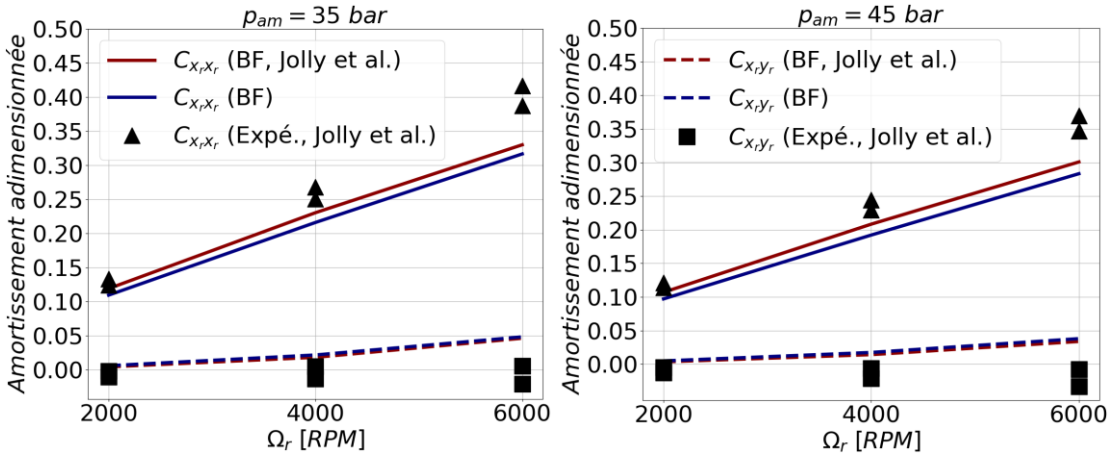


Figure III-37: Amortissements adimensionnées $\left(C\Omega_r C_r/(p_{am}l_{z_r}D_r)\right)$ VS vitesse de rotation du rotor.

La masse ajoutée est exposée dans la Figure III-38. Pour la pression d'alimentation $p_{am} = 35\ bar$, les modèles offrent de bonnes approximations de la masse ajoutée, même s'ils n'arrivent pas à

reproduire la décroissance apparente avec la vitesse de rotation du rotor. En revanche, pour une pression d'alimentation de $p_{am} = 45\ bar$, la masse ajoutée estimée numériquement est légèrement supérieure à celle trouvée expérimentalement.

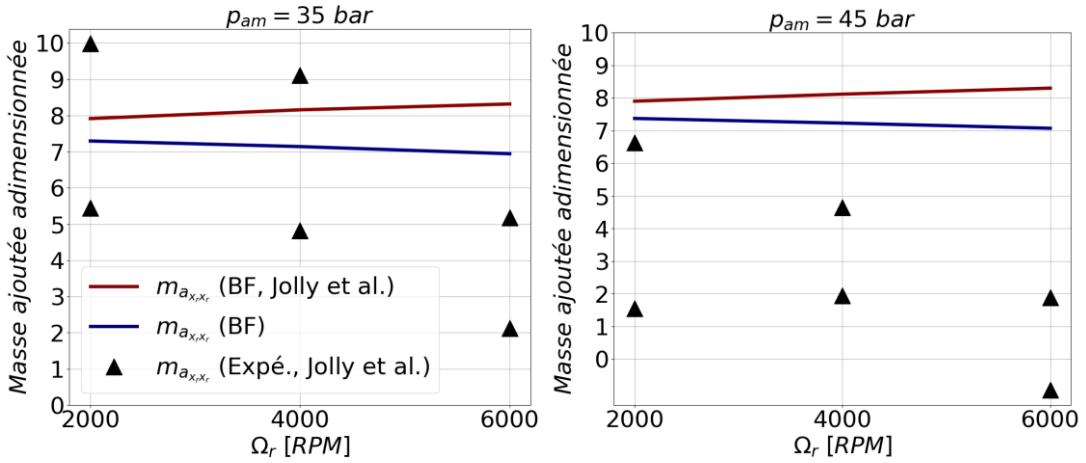


Figure III-38: Masse ajoutée adimensionnée $\left(m_a/\left(\rho_L l_{z_r} D_r^2\right)\right)$ VS vitesse de rotation du rotor

Pour terminer, la Figure III-39 montre l'évolution du WFR en fonction de la vitesse de rotation pour les deux pressions d'alimentation étudiées. Un faible WFR est favorable pour la stabilité tandis qu'une valeur proche de $WFR = 0.5$ indique un système plus instable. Les résultats du modèles numériques développés sont proches des faibles valeurs de WFR (autour de $0.2, 0.3$) identifiés expérimentalement.

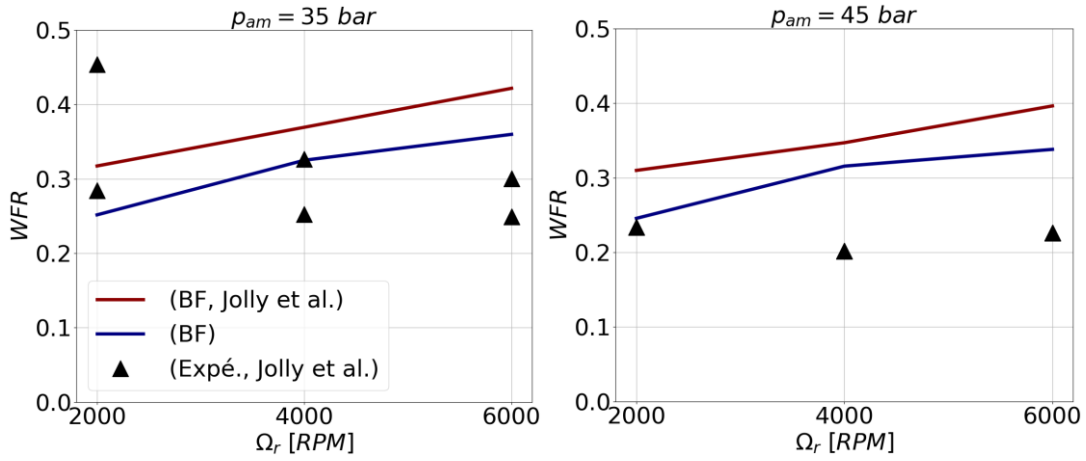


Figure III-39: WFR VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{p_{am} = 35\ bar\ en\ haut\ et\ p_{am} = 45\ bar\ en\ bas}$)

En conclusion, le modèle développé fournit des résultats satisfaisants des caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique avec des effets d'inertie significatifs et de la turbulence dans un écoulement monophasique.

L'écoulement dans ce palier est pleinement turbulent. Des résultats de référence existent, offrant ainsi une bonne opportunité de comparer l'utilisation de f_{circ} et f_{ann} dans la loi de Blasius pour l'évaluation des coefficients de frottements. Une discussion autour de ce point a été détaillée dans la section III.4 sachant que par défaut, f_{ann} est utilisé dans les simulations de cette thèse. Cette comparaison est réalisée en Annexe D.

De plus, une interrogation soulevée par Hassini dans [5] porte sur le choix de la surface de référence la plus appropriée dans la formule de la perte de charge singulière liée à la présence d'un orifice (formules (III-136) et (III-137)). Cette question est traitée en détail dans l'Annexe E.

III.12 Conclusion

En conclusion, dans ce chapitre des modèles « bulk flow » pour les mélanges homogène et hétérogène ont été développés et résolus à l'aide de la méthode de discrétisation par volumes finis et de l'algorithme SIMPLE. La validation de ce modèle en écoulement de liquide pur, tant en régimes statique que dynamique, s'appuie sur des comparaisons avec des résultats expérimentaux réalisés sur des joints annulaires [9] ainsi que sur des paliers hydrostatiques [120]. Concernant les écoulements diphasiques stationnaires, le modèle permet d'établir une corrélation satisfaisante avec les données expérimentales issues des études sur les joints annulaires présentées dans [9].

Cependant, des interrogations subsistent quant à la capacité de ce modèle à prédire le comportement dynamique en régime diphasique. Une analyse approfondie du modèle de mélange hétérogène proposée par Lu et San Andres [10] a mis en évidence des divergences avec les conclusions de ces auteurs. En effet, les grandeurs calculées liées à l'hétérogénéité du mélange, vitesses de glissement et coefficients de diffusion, sont négligeables pour les faibles niveaux de contamination considérés. Rien ne justifie qu'elles influencent significativement la réponse dynamique du système, contrairement à ce qui est suggéré dans [10]. Cette thèse soutient que l'aspect primordial réside dans la définition rigoureuse des pertes de charge en régime diphasique,

celles-ci ayant une influence déterminante sur les réponses statique et dynamique dans ces conditions. Ainsi, une nouvelle formulation des pertes de charge pour les écoulements diphasiques a été proposée (éq. (III-131)) et sera confrontée à des simulations CFD appliquées au palier hydrostatique industriel dans le Chapitre IV.

Parallèlement à ces travaux, une méthode alternative de résolution a été suggérée pour la phase de correction de l'algorithme SIMPLE, intégrant la perturbation de densité. Cette approche améliore sensiblement la robustesse de la résolution en régime hétérogène, en particulier lorsque la fraction volumique d'air dans le mélange augmente.

Enfin, l'analyse dynamique linéaire des éléments lubrifiés a été exposée, en mettant en exergue les spécificités liées à l'influence des effets d'inertie et de compressibilité dans le calcul des coefficients dynamiques et l'évaluation de stabilité. Lorsque les effets d'inertie sont importants sur la gamme de fréquences d'excitation étudiée, il devient essentiel d'inclure la masse ajoutée afin de reproduire avec précision la réponse dynamique du composant lubrifié. Dans ce cas, les coefficients dynamiques de raideur, d'amortissement et de masse ajoutée sont constants avec la fréquence d'excitation. En revanche, lorsque les effets de compressibilité deviennent significatifs, ce modèle ne s'applique plus. Les coefficients dynamiques de raideur et d'amortissement deviennent alors fonction de la fréquence d'excitation et une résolution non-linéaire est nécessaire pour identifier la masse critique et le WFR.

Chapitre IV. Modélisation avancée pour l'entrainement d'air dans les paliers hydrostatiques

IV.1 Modélisation CFD d'un palier hydrostatique pour l'évaluation des pertes de charge singulière

IV.1.1 Introduction

Cette partie a pour objectif de calibrer des lois de perte de charge singulière en régime monophasique et en régime diphasique pour le palier hydrostatique à l'aide de simulations CFD. Afin de simplifier le modèle pour ces calculs, des alvéoles rectangulaires équivalentes sont utilisées, comme illustré sur la Figure IV-1.

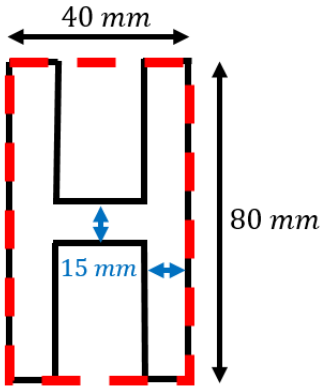


Figure IV-1: Représentation de l'alvéole rectangulaire équivalente

Les résultats obtenus par CFD permettront également de valider les développements des équations du « bulk flow » en régime diphasique dans le film mince.

IV.1.2 Description du palier hydrostatique

Le palier conçu expérimentalement est identique aux paliers hydrostatiques utilisés sur le parc. Dans la configuration expérimentale, le rotor est peu chargée. A priori, dans la configuration industrielle également car ces paliers sont utilisés sur des pompes verticales. Par conséquent, la position du rotor

est considérée centrée. La pression atmosphérique est appliquée aux extrémités axiales du palier (conditions d'essai). La profondeur des alvéoles est 20 fois plus grande que le jeu radial, ce qui permet d'y considérer la pression constante. Les détails sur la géométrie du palier, les conditions de fonctionnement et les propriétés du fluide sont répertoriés dans le Tableau IV-1.

Tableau IV-1: Caractéristiques du palier hydrostatique

Configuration géométrique	
Rayon du rotor [mm]	55
Longueur axiale du palier [mm]	110
Jeu radial [mm]	0.100
Nombre d'alvéoles	5
Longueur axiale des alvéoles [mm]	80.0
Longueur circonférentielle des alvéoles [mm]	40.0
Profondeur des alvéoles [mm]	2.00
Diamètre de l'orifice [mm]	5.00

Conditions de fonctionnement	
Vitesse de rotation du rotor [tr.min^{-1}]	1500
Excentricité relative	(0,0)

Propriétés des fluides	
Masse volumique liquide [kg.m^{-3}]	1000
Masse volumique air [kg.m^{-3}]	1.00
Viscosité dynamique air [Pa.s]	1.85*10^{-5}

Les débits d'eau explorés dans le palier hydrostatique se situent dans l'intervalle $[1; 4]\ m^3/h$. Le rapport des surfaces est $\Lambda_O/\Lambda_{inh} \approx 0.3$. La surface la plus resctrictive est celle de l'orifice, utilisée ici comme section de référence pour l'évaluation de la perte de charge singulière entre l'alimentation et l'alvéole (c.f. Annexe E).

IV.1.3 Logiciels CFD utilisés

Dans les orifices et les alvéoles, la théorie de la Lubrification atteint ses limites, car l'hypothèse de deux échelles de longueur distinctes n'est plus valide. Ainsi, il devient important de modéliser l'écoulement dans les orifices et les alvéoles afin de déterminer les coefficients de perte de charge singulière spécifiques à chaque géométrie. Bien que des valeurs courantes existent ($C_d \approx 0.7\ et\ \xi \approx 0.5$) leur imprécision peut significativement affecter la qualité des prédictions numériques. De plus, l'utilisation de simulations CFD pour cette tâche est bien établie pour des écoulements monophasiques, mais reste inexplorée pour les écoulements diphasiques. Les valeurs de ces coefficients ainsi que les lois reliant la vitesse d'écoulement et la perte de charge singulière nécessitent donc une étude approfondie.

Le modèle CFD monophasique est élaboré à partir du logiciel open-source développé par EDF, Code_Saturne [188]. Ce logiciel est spécifiquement conçu pour simuler une vaste gamme d'écoulements de fluides, de phénomènes de combustion et de transferts de chaleur dans divers contextes industriels et scientifiques. Fondé sur une approche volumes finis, il utilise des cellules co-localisées. De plus, sa flexibilité est notable, offrant la possibilité d'appliquer différents modèles de turbulence, allant des modèles RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) jusqu'aux modèles LES (Large-Eddy Simulation).

Le pendant multiphasique de Code_Saturne à EDF est le logiciel Neptune_CFD. Cependant, le modèle de turbulence $k-\omega\ SST$, adapté pour les écoulements bas Reynolds dans le film mince, n'est pas disponible sur Neptune_CFD. Afin d'obtenir des résultats concordant avec un modèle diphasique, les simulations ont été réalisées avec le logiciel Fluent de la suite ANSYS. Les modèles de mélange homogène et hétérogène sont employés pour évaluer les pertes de charge singulière pour un écoulement diphasique.

IV.1.4 Modèles de turbulence RANS

Pour modéliser la turbulence, la méthode RANS [189] est appliquée. Dans cette approche, l'information liée à la turbulence est contenue dans le tenseur de Reynolds, qui est un terme source des équations de conservation de la quantité de mouvement. L'hypothèse de Boussinesq permet de relier le tenseur de Reynolds au champs moyen des vitesses en introduisant l'énergie cinétique turbulente k et la viscosité turbulente μ_t.

Dans cette thèse, des modèles de turbulence à deux équations sont évalués, complétant les équations de conservation par deux équations de transport pour les grandeurs turbulentes. Les modèles $k-\epsilon$ [190] et $k-\omega$ [191] sont les plus répandus dans cette catégorie. ϵ est le taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente. Lorsqu'elle est employée dans le modèle de turbulence, ω correspond à la fréquence de rotation des tourbillons dans l'écoulement turbulent. Ces variables, combinées à k, permettent de déterminer la viscosité turbulente μ_t.

Le modèle $k-\epsilon$ rencontre des difficultés à reproduire correctement les écoulements fortement cisaillés, le rendant peu prédictif près des parois [191]. Il est donc souvent associé à une loi de paroi qui évalue les propriétés d'écoulement dans la couche limite grâce à des formules analytiques. En CFD, l'incorporation d'une loi de paroi permet le calcul des grandeurs de l'écoulement sur la première couche d'éléments adjacente à la paroi, en s'assurant que celle-ci se trouve dans la couche logarithmique. Toutefois, dans le film mince d'épaisseur $100\ \mu m$, toutes les couches d'éléments sont

dans des zones d'écoulement à bas Reynolds, soit dans la sous-couche visqueuse et la couche tampon. Dans ces conditions, le modèle $k-\epsilon$ associé à une loi de paroi n'est plus suffisant.

Le modèle $k-\omega$ est plus adapté aux régimes d'écoulement à bas Reynolds, Cependant, mais il présente une forte sensibilité aux conditions limites de turbulence. De légères variations des conditions d'entrée peuvent entraîner d'importantes fluctuations de la viscosité turbulente [191].

Le modèle de turbulence $k-\omega\, SST$ [192,193] combine les caractéristiques de deux modèles mentionnés, visant à exploiter les avantages de chacun tout en évitant leurs limitations. À haut Reynolds, il se comporte comme un modèle $k-\epsilon$, tandis qu'à bas Reynolds, dans la sous-couche visqueuse, il agit comme un modèle $k-\omega$, avec une transition progressive entre les deux.

IV.1.5 Géométrie et conditions aux limites du modèle CFD du palier hydrostatique

Initialement, la vitesse du rotor est ignorée afin de focaliser l'étude sur les pertes de charge générées par l'écoulement de Poiseuille dans le palier. Un modèle CFD est construit pour déterminer les coefficients de perte de charge singulière propres à la géométrie de l'écoulement et pour vérifier les résolutions dans la zone de film mince. Les symétries sont prises en compte pour éviter la modélisation complète du palier sur toute sa circonférence et son axe, ce qui permet de réduire le temps de calcul. Comme illustré sur la Figure IV-2 pour un palier hydrostatique avec 5 alvéoles, seule une fraction de $1/20^{e}$ de la zone fluide est finalement représentée.

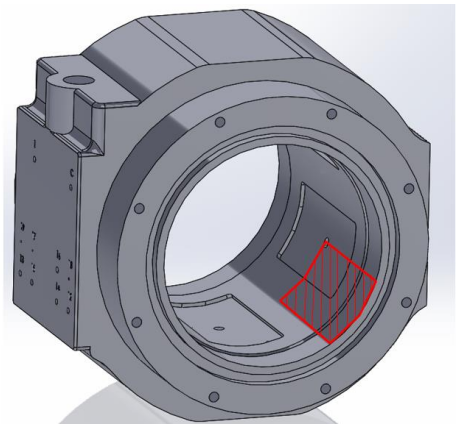


Figure IV-2: Zone du palier hydrostatique représentée dans le modèle CFD

Par souci de simplicité, le canal d'alimentation est modélisé par un réservoir, avec un débit connu à la surface d'entrée, comme cela a été fait dans [5]. Un réservoir est modélisé à la sortie du film mince pour représenter l'élargissement de section et la pression atmosphérique est imposée à la surface de sortie. Des conditions de symétrie sont appliquées aux surfaces de découpe et autour du réservoir d'entrée. Les surfaces du rotor et du palier sont modélisées par des parois. L'ensemble des conditions aux limites est illustré sur la Figure IV-3.

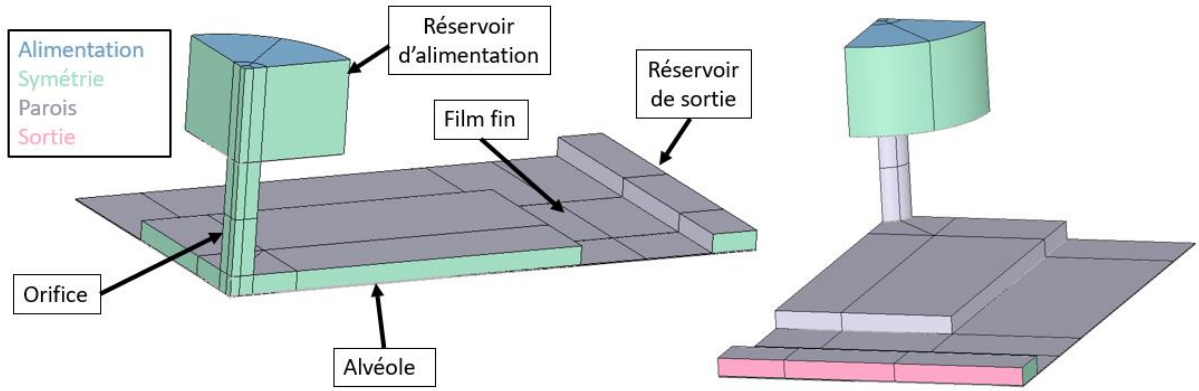


Figure IV-3: Domaine fluide du modèle CFD

La plage d'étude pour le débit total d'eau dans le palier est définie comme $Q_{L,T} \in [1\ m^3.h^{-1}; 4\ m^3.h^{-1}]$ et $Q_L = Q_{L,T}/20$ est le débit dans le modèle CFD du palier hydrostatique. Les niveaux de contamination en air explorés appartiennent à l'intervalle $[0; 0.10]$. À mesure que la contamination de l'air augmente, la zone de passage de l'eau diminue. L'écoulement est supposé homogène en entrée de modèle. Pour un débit d'eau donné, plus il y a d'air à l'entrée, plus la vitesse à appliquer aux deux phases est grande. Une formule simple est utilisée pour calculer la vitesse prescrite pour chaque débit d'eau et chaque fraction volumique d'air :

$$v_{m,am} = \frac{Q_L}{(1-\alpha_{am})\Lambda_{am}} \tag{IV-1}$$

avec Λ_{am}, la section d'entrée de la zone d'alimentation. Il convient de souligner que l'air est compressible, ce qui implique que le débit volumique du mélange n'est pas conservé. En revanche, le débit massique l'est, et sa valeur à la sortie du domaine est identique à celle à l'entrée :

$$\dot{m}_m = \rho_{m,am} \Lambda_{am} v_{m,am} \quad \text{(IV-2)}$$

De ce fait, toutes les pertes de charge singulière et tous les équilibres de masse sont formulés en fonction du débit massique.

IV.1.6 Maillage du modèle CFD

La géométrie étudiée est relativement simple, ce qui permet la génération d'un maillage hexaédrique structuré (Figure IV-4). Comparativement aux maillages tétraédriques, ce type de maillage offre un meilleur compromis entre précision et vitesse de calcul. Une étude de sensibilité pour justifier du choix du maillage pour les études est réalisée en Annexe K.

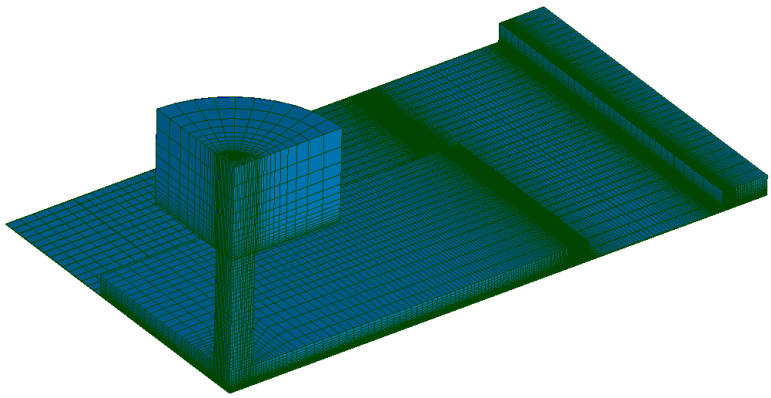


Figure IV-4: Exemple de maillage hexaédrique du domaine

La taille de la couche d'éléments en proche paroi est déterminée sur la base de la valeur du paramètre sans dimension y^+, définit comme suit :

$$y^+ = \frac{y\rho}{\mu} v_\tau, \qquad v_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad \text{(IV-3)}$$

Ici, y représente la distance locale à la paroi, v_τ la vitesse de frottement et τ_p la contrainte de cisaillement à la paroi. Ce paramètre permet de déterminer l'appartenance du centre d'un élément à

l'une des trois catégories suivantes : sous-couche visqueuse ($y^+ < 5$: région proche paroi où les effets visqueux sont dominants), couche tampon ($5 < y^+ < 30$: région intermédiaire où les effets visqueux et turbulents sont importants) ou couche logarithmique ($y^+ > 30$: région la plus éloignée de la paroi où la turbulence domine). L'adoption d'une loi de paroi permet de contourner la nécessité de résoudre la sous-couche visqueuse, où la plupart des modèles de turbulence sont peu performants [191]. Pour cette raison, le principe de la construction du maillage consiste à placer les centres des éléments de la couche en proche paroi dans la couche logarithmique. La taille de cette couche est déterminée en fonction de la vitesse estimée dans l'orifice, où la première perte de charge singulière se produit. Dans les maillages dits "grossiers", la taille du premier élément est de $0.15\ mm$ tandis que dans les maillages dits "fins", elle est de $0.1\ mm$. Par exemple, pour un débit d'eau $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$ dans le palier, y^+ vaut environ 50 avec le maillage fin dans les zones où la vitesse d'écoulement et le frottement sont significatifs (Figure IV-5).

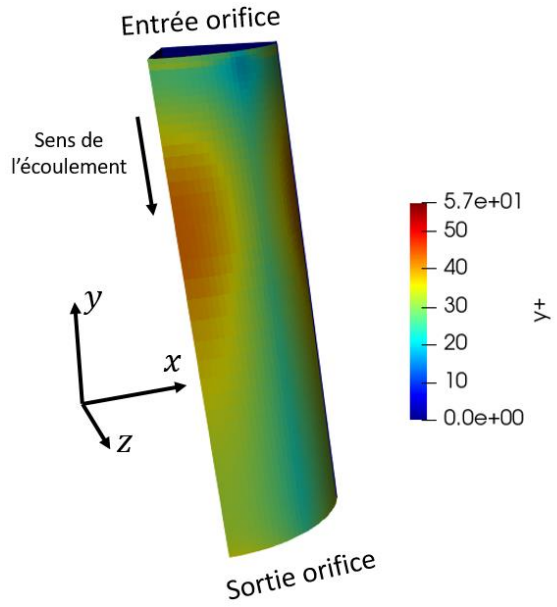


Figure IV-5: y^+ dans l'orifice $\left(Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1},\ \alpha_{am} = 0.00\right)$.

Pour assurer une évaluation précise de la perte de charge régulière, environ quinze éléments sont nécessaires dans l'épaisseur du film mince [5]. Dans les maillages utilisés, 20 éléments sont répartis à travers l'épaisseur du film. Or, cette discrétisation ne permet pas d'avoir une couche en proche paroi dans la couche logarithmique. Les éléments adjacents aux parois, ainsi que les couches d'éléments centrales, se retrouvent inévitablement dans la sous-couche visqueuse $(1 < y^+ < 5)$ ou dans la

couche tampon $(5 < y^+ < 30)$, comme le confirme la Figure IV-6. Par conséquent, l'écoulement dans le film mince a bien les spécificités d'un écoulement à bas Reynolds.

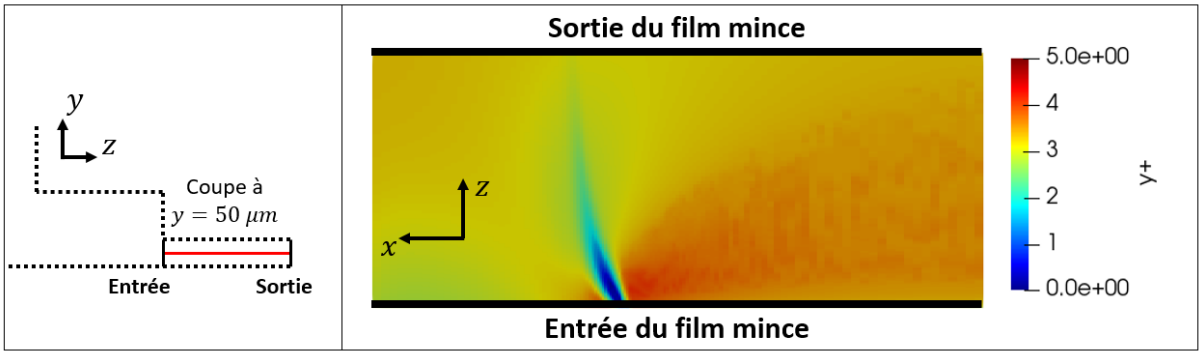


Figure IV-6: y^+ dans film $\left(Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1},\ \alpha_{am} = 0.00\right)$

La complexité principale de la construction du maillage du palier hydrostatique est la prise en compte dans un même modèle de sections d'écoulement de dimension très différentes. Cela implique la gestion de transitions entre des éléments de tailles très variées. Alors que la section de l'orifice est de l'ordre de quelques millimètres, celle du film est de $100\ \mu m$. Dans les maillages fins, un rapport de grossissement des éléments de 1.5 est respecté partout (Figure IV-22). Une étude de sensibilité au maillage sur l'évaluation des pertes de charge et sur le coût de calcul est présenté en Annexe K.

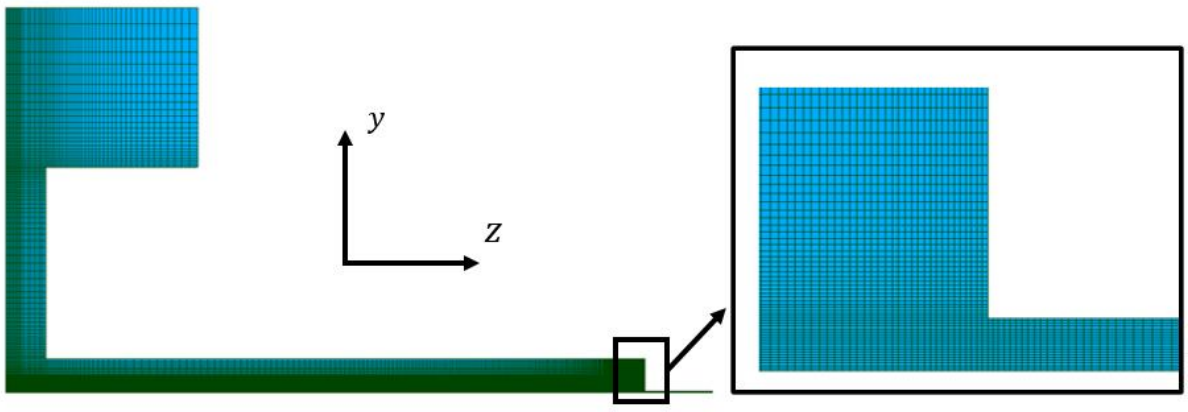


Figure IV-7: Maillage fin du palier hydrostatique

IV.1.7 Choix du modèle de turbulence

Comme évoqué précédemment, les différentes échelles des sections de passage du fluide génèrent des écoulements plus ou moins turbulent dans le palier. Dans l'orifice, l'écoulement se contracte et devient pleinement turbulent au centre. Le nombre de Reynolds est de l'ordre de $90\,000$ pour un débit total en eau de $4\ m^3.h^{-1}$ et une contamination en air nulle, comme illustré sur la Figure IV-8.

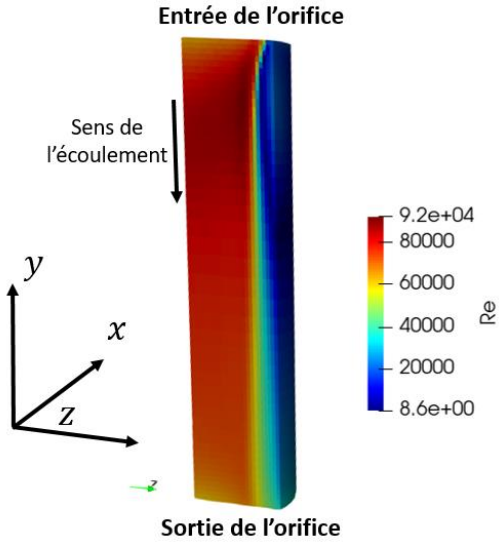


Figure IV-8: Nombre de Reynolds dans l'orifice $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.00}\right)$

Dans le film, le diamètre hydraulique est plus petit (de l'ordre de grandeur de l'épaisseur de film). Comme il est perceptible sur la Figure IV-9, l'écoulement est faiblement turbulent. A mi-épaisseur de film, là où la vitesse est la plus importante, il est de l'ordre de 5000 à 6000 pour $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}\ et\ \alpha_{am} = 0.00$.

Finalement, il est important d'introduire un modèle de turbulence adapté à la fois aux écoulements en haut Reynolds (dans l'orifice) et en bas Reynolds (dans le film mince). Pour cette raison, le modèle de turbulence $k - \omega\ SST$ est employé dans les simulations.

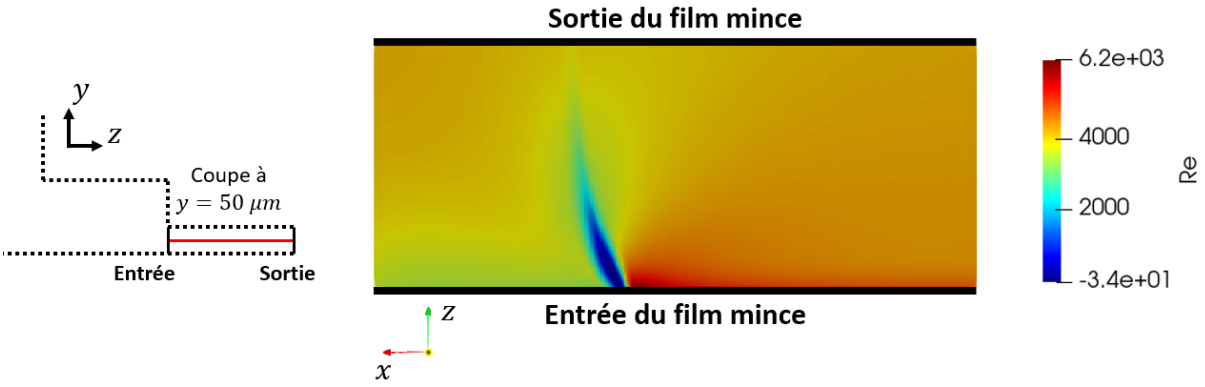


Figure IV-9: Nombre de Reynolds à mi-épaisseur du film $\left(Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.00\right)$

IV.1.8 Critères de convergence

Plusieurs critères de convergence sont pris en considération lors des simulations CFD, en plus de la diminution des résidus de résolution. Pour des écoulements monophasique et diphasique, l'évolution de la pression est suivie en plusieurs points stratégiques du palier : sur la surface d'entrée où la pression d'alimentation est post-traitée, dans l'alvéole et dans le film. Par exemple, la Figure IV-10 montre l'évolution de la pression d'alimentation en fonction du nombre d'itérations. La stabilisation de cette pression devient visible après quelques centaines d'itérations.

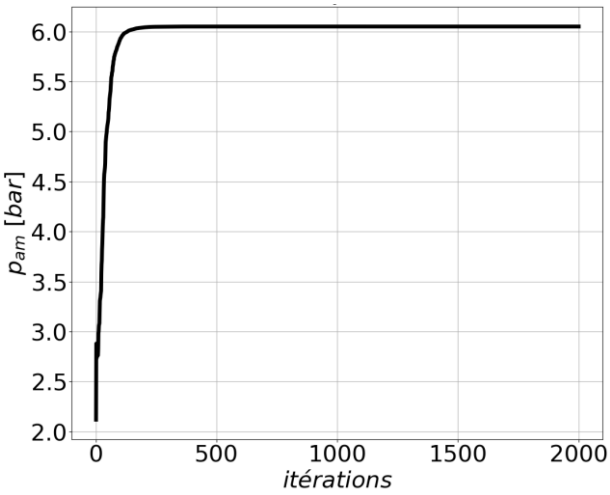


Figure IV-10: Evolution de la pression d'alimentation en fonction du nombre d'itérations obtenue avec Fluent $\left(Q_{L,T} = 3\ m^3.h^{-1},\ \alpha_{am} = 0.00\right)$

Pour les simulations en écoulement diphasique, un critère supplémentaire est pris en compte : la convergence de l'équilibre de masse entre l'entrée et la sortie. La Figure IV-11 illustre les évolutions des débits massiques entrant et sortant du modèle pour le gaz et le mélange. Avec des conditions d'entrée $Q_{L,T} = 4\ m^3/h\ et\ \ \alpha_{am} = 0.10$, les équilibres de masse sont atteints après un peu plus de 6000 itérations. Une fois cet équilibre obtenu pour les deux phases, le critère principal du bilan de masse est satisfait par la simulation. Il convient de noter que les simulations CFD d'écoulement de mélange sont particulièrement chronophages avec la puissance de calcul disponible. Le temps de simulation pour les écoulements monophasiques est de l'ordre d'une dizaine de minutes tandis que pour atteindre la convergence avec le modèle de mélange sur le même maillage, il faut une vingtaine d'heures. Cela justifie l'étude de sensibilité au maillage menée en régime monophasique en Annexe K.

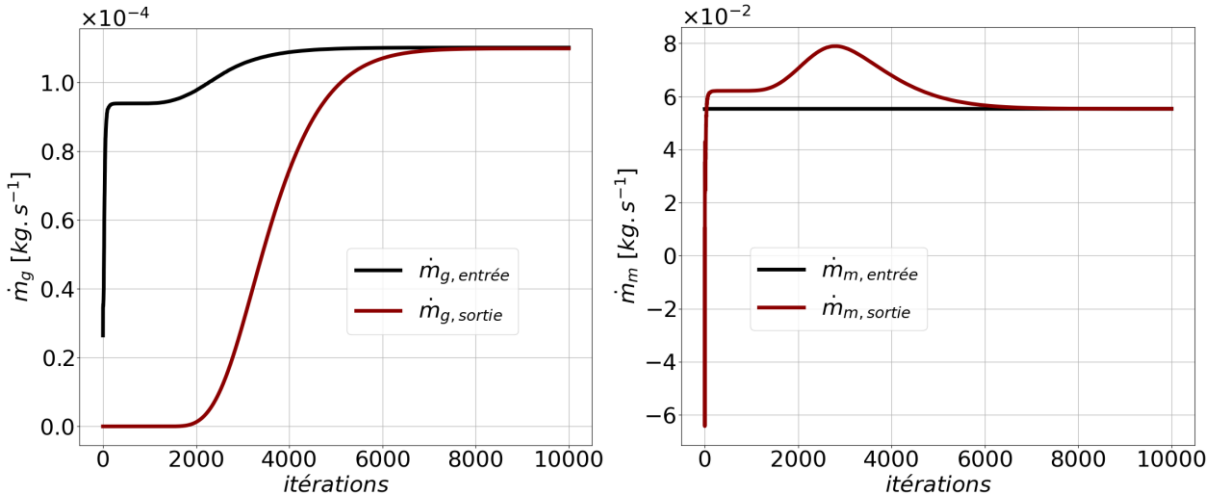


Figure IV-11: Evolution de la masse de gaz et de la masse du mélange en entrée et sortie de palier en fonction du nombre d'itérations obtenue avec Fluent $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1},\ \alpha_{am} = 0.10}\right)$

IV.1.9 Impact de l'écoulement hétérogène pour une géométrie caractéristique simplifiée

Avant de réaliser les simulations pour déterminer les lois de perte de charge singulière. L'impact de l'hétérogénéité dans l'écoulement diphasique est examiné à l'aide de calculs CFD. Etant donné des temps de calculs qui se rallongent avec le modèle de mélange hétérogène (environ deux fois plus long), une étude de sensibilité à l'hétérogénéité est réalisée sur une géométrie simplifiée ne représentant pas la zone d'alimentation et l'orifice mais uniquement une partie de l'alvéole, le film

mince et un réservoir de sortie. Cette géométrie permet de générer une perte de charge singulière avec la restriction de section et une perte de charge régulière avec la zone de film mince. Ainsi, l'impact de l'hétérogénéité sur ces pertes de charge peut être étudiée. La géométrie et les conditions aux limites du modèle sont exposées sur la Figure IV-12.

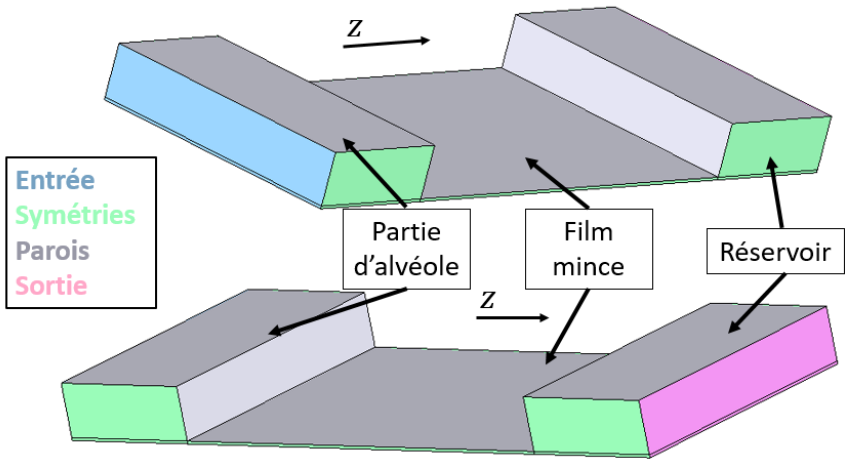


Figure IV-12: Géométrie simplifiée et conditions aux limites

Le modèle CFD de mélange hétérogène de FLUENT offre des représentations plus détaillées de la vitesse de glissement par rapport à ce qui a été élaboré dans le cadre des équations du « bulk flow » par Lu et San Andres [10] (éq. (III-19)). Ainsi, l'expression de la vitesse de glissement est la suivante [78] :

$$\underline{v}_{G,L} = \frac{\tau_G}{C_f}\frac{(\rho_G - \rho_m)}{\rho_G}\underline{\dot{v}}_G - \frac{\eta_t}{\sigma_t}\left(\frac{\underline{\nabla}\alpha}{\alpha} + \frac{\underline{\nabla}\alpha}{1-\alpha}\right) \quad \text{(IV-4)}$$

Un terme additionnel de diffusion par rapport à l'équation (III-19) apparait dans le second terme de l'expression. Dans cette expression, σ_t est le nombre de Prandtl et Schmidt, égal à 0.75 et η_t est la diffusivité turbulente. La formule décrivant le temps de relaxation de la bulle, τ_G est présenté à l'équation (III-22). Quant au coefficient de traînée, il est toujours modélisé selon les développements de Schiller et Naumann (éq. (III-20)). Enfin, l'accélération du gaz est donnée par :

$$\underline{\dot{v}_G} = -\left(\underline{v_m}.\underline{\nabla}\right)\underline{v_m} \tag{IV-5}$$

Dans le modèle CFD, le diamètre de bulle, qui intervient dans la formule du temps de relaxation, est variable et constitue une inconnue du problème numérique. Il est caractérisé par une approche de type “taille unique” (“single-size approach”) développée pour les écoulements à bulles dans [194]. Cette méthode postule qu’à l’intérieur d’une cellule de calcul, toutes les bulles ont la même taille. Ce diamètre est désigné comme le diamètre moyen de Sauter (“Sauter mean diameter”) et s’exprime théoriquement par [185]:

$$D_B = \frac{6\alpha}{\Lambda_{int}} \tag{IV-6}$$

Λ_{int} représente la concentration de surface interfaciale. Le lien entre cette formule et celle développée dans cette thèse (éq. (III-134)) sur des bases géométriques pour prendre en compte la variabilité du diamètre de bulle dans le modèle « bulk flow » de mélange hétérogène est étudié. La concentration de surface interfaciale correspond au rapport entre la surface des bulles et le volume dans lequel elles sont contenues. Donc d’après la schématisation de la Figure III-22:

$$\Lambda_{int} = \frac{\Lambda_B}{\mathcal{V}_T} = \frac{N_B 4\pi R_B^2}{\pi R_B^2 C_r} = \frac{4N_B}{C_r} \tag{IV-7}$$

L’expression de la surface interfaciale est injectée dans l’équation (IV-6) :

$$D_B = \frac{6\alpha}{\Lambda_{int}} = \frac{3}{2}\frac{C_r}{N_B}\alpha \tag{IV-8}$$

Cette formule est identique à celle obtenue par des considérations géométriques dans la section III.9.2 (éq. (III-134)). Cela signifie que la formule utilisée dans les modèles de Lubrification est cohérente avec cette modélisation et correspond au cas particulier où le nombre de bulles reste constant dans l’écoulement. Plus généralement, la concentration de surface interfaciale peut être

résolue à l'aide d'une équation de transport qui permet de prendre en compte la coalescence des bulles liées à des collisions aléatoires ou leur rupture générée par la turbulence [194–196] :

$$\underline{\nabla}.\left(\alpha\Lambda_{int}\underline{v_G}\right) = \frac{1}{3}\Lambda_{int}\underline{\nabla}.\left(\underline{\nabla}\rho_G\right) + \rho_G(Q_{RC} + Q_{WE} + Q_{TI}) \qquad \text{(IV-9)}$$

Q_{RC} et Q_{WE} sont des termes sources liés à la réunion des bulles et Q_{TI} à leur séparation. Dans les calculs CFD, ces termes sources sont modélisés grâce au modèle d'Ishii-Kim [195,196]. Dans la situation où les phénomènes de rupture et de coalescence de bulle joueraient un rôle important sur le comportement du mélange dans le palier (cas de contamination en air importante par exemple), l'intégration de cette équation de transport pourrait représenter un complément intéressant au modèle de bulk flow de mélange hétérogène développé dans cette thèse.

La restriction de section induit une contraction du fluide, engendrant des zones de recirculation proche des parois, comme illustré sur Figure IV-13. Selon la référence [197], des simulations CFD d'écoulement diphasique dans les joints annulaires démontrent que ces zones de recirculation deviennent des régions d'accumulation de gaz, contribuant ainsi à l'hétérogénéité du mélange. Ceci va être vérifié dans la suite.

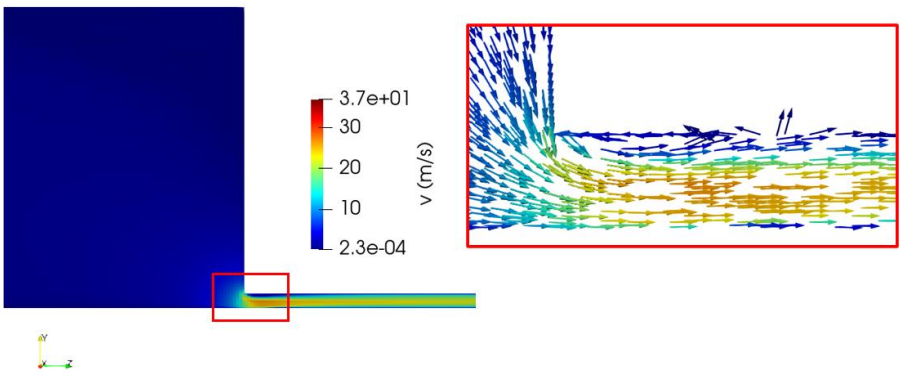


Figure IV-13: Champs de vitesse à l'entrée du film mince $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.00}\right)$

Les conditions d'entrée les plus susceptibles de générer de l'hétérogénéité dans l'écoulement sont caractérisées par un débit d'eau maximal, $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$, et un taux d'entrainement d'air élevé, $\alpha_{am} = 10\ \%$. En complément de ces conditions aux limites, l'intégration d'un nouveau paramètre

dans le modèle de mélange hétérogène s'avère nécessaire : le diamètre des bulles. Trois valeurs relatives à l'épaisseur de film sont étudiées, $D_{B,am} \in \left\{\frac{C_r}{100} = 1\ \mu m;\ \frac{C_r}{30} \approx 3.3\ \mu m;\ \frac{C_r}{10} = 10\ \mu m\right\}$.

La Figure IV-14 décrit l'évolution de la fraction volumique de gaz près de la paroi supérieure du film mince $(y = 0.90C_r)$. MH désigne le mélange homogène et MNH, le mélange non homogène. A fraction volumique constante, lorsque les bulles sont de plus grandes tailles, la concentration de gaz près de la paroi et donc l'hétérogénéité à l'entrée du film est plus marquée. En outre, les effets d'hétérogénéités s'estompent progressivement pour finalement disparaitre à mi-longueur axiale du film mince $(z \approx 12.5\ mm)$, indiquant une homogénéisation de l'écoulement.

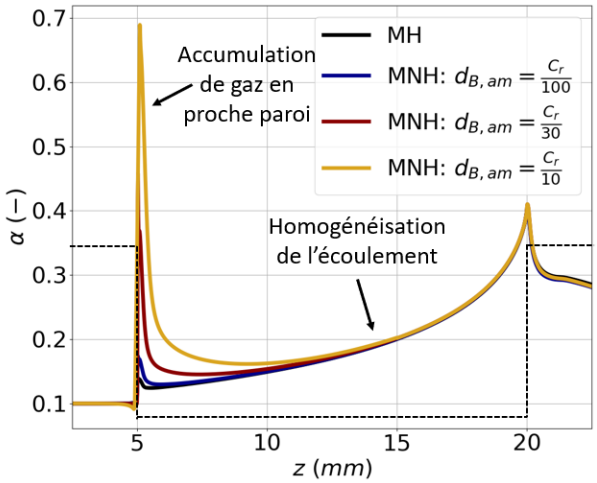


Figure IV-14: Evolution de la fraction volumique de gaz proche de la paroi supérieure du film $(y = 0.90C_r)$

Les évolutions de la composante axiale de la vitesse du gaz (Figure IV-15 (a)) et de la pression (Figure IV-15 (b)) à mi-épaisseur de film sont présentées, obtenues à la fois avec le modèle de mélange homogène et le modèle de mélange hétérogène. Il ressort clairement que l'effet du glissement entre les phases permis par le modèle hétérogène reste négligeable. Ceci suggère que malgré l'apparition de concentrations de gaz localement à l'entrée du film, cela n'affecte pas significativement l'écoulement du fluide. De plus, l'impact de l'hétérogénéité sur le profil de pression est infime. Bien que de légères modifications de la distribution de pression soient perceptibles, rien ne justifie la complexification du modèle à l'échelle du modèle de palier.

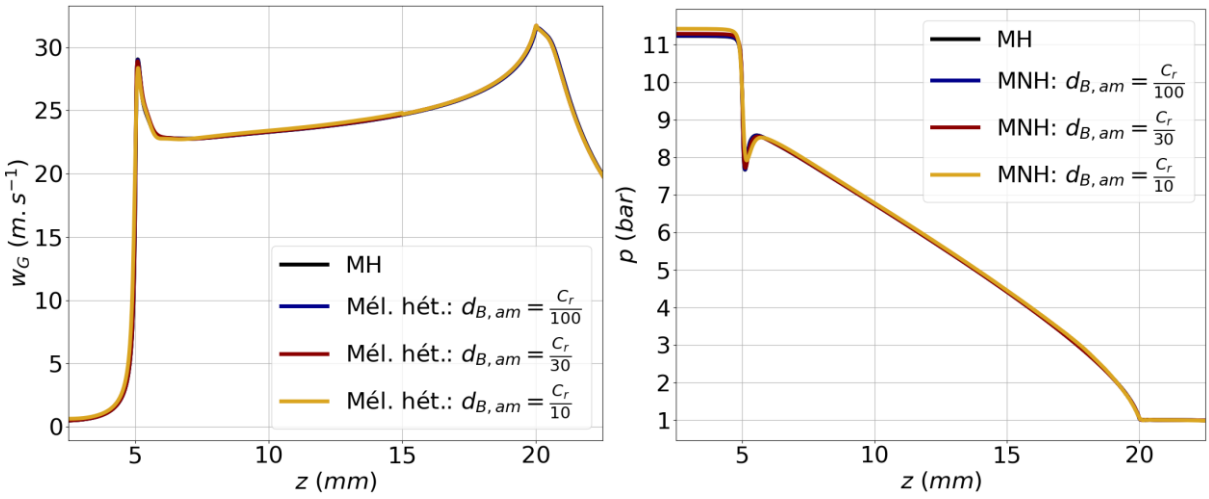


Figure IV-15: Evolution de la composante axiale de la vitesse de gaz (à gauche, (a)) et de la pression (à droite, (b)) à mi-épaisseur de film $(y = 0.50C_r)$

La géométrie simplifiée (Figure IV-12) est employée uniquement dans cette section pour estimer l'impact des effets d'hétérogénéité sur les pertes de charge régulière et singulière et permet de montrer qu'ils sont négligeables. Par conséquent, pour le reste de l'étude, comme dans les parties précédentes, la géométrie du palier hydrostatique (Figure IV-3) est utilisée avec un modèle d'écoulement de mélange homogène.

IV.1.10 Calibration des lois de perte de charge singulière

Le champ de pression dans le palier est illustré sur la Figure IV-16 grâce aux résultats d'une simulation CFD pour un débit volumique d'eau total dans le palier $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$ et sans air entrainé. Tout d'abord, les pressions dans la zone d'alimentation, dans l'alvéole et dans le réservoir de sortie semblent assez uniformes. Ensuite, les changements de couleurs permettent de distinguer les chutes de pression typiques. Une première chute de pression a lieu entre le réservoir et l'alvéole, représentant la perte de charge singulière liée à l'orifice. Ensuite, un saut de pression est présent entre la valeur constante alvéolaire et l'entrée du film. Il s'agit de la perte de charge singulière liée à la transition alvéole-film. Pour finir, une diminution régulière de la pression se produit dans le film jusqu'à atteindre la pression atmosphérique. La majeure partie de la perte de charge dans le palier a lieu dans cette zone.

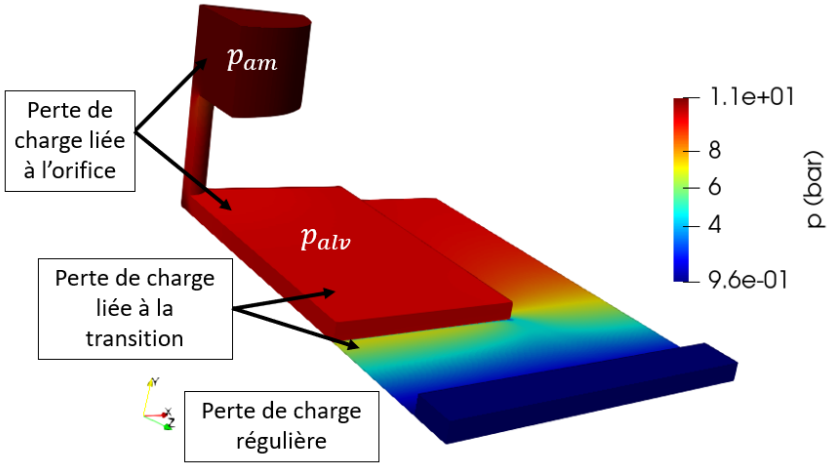


Figure IV-16: Evolution de la pression dans le palier $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.00}\right)$

La Figure IV-17 représente l'évolution de la pression à mi-épaisseur de film $(y = 50\ \mu m)$. Elle permet d'observer la pression constante dans l'alvéole, la perte de charge singulière à l'entrée du film (changement net de couleur à $z = 40\ mm$) et la perte de charge régulière dans le film (changement progressif de couleur pour $40\ mm \leq z \leq 55\ mm$). Le post-traitement est effectué suivant un axe défini sur la Figure IV-17 à $x = 1.25\ mm$ et $y = 50\ \mu m$. Ce choix est arbitraire car tout autre axe selon $\underline{z}$ passant par l'alvéole peut convenir pour cette étude, l'important étant d'obtenir les valeurs de pression dans l'alvéole et à l'entrée du film mince afin d'évaluer la perte de charge singulière à l'entrée du film et la fraction volumique de gaz et la vitesse à l'entrée du film mince qui interviennent dans les formules (III-117) et (III-131) .

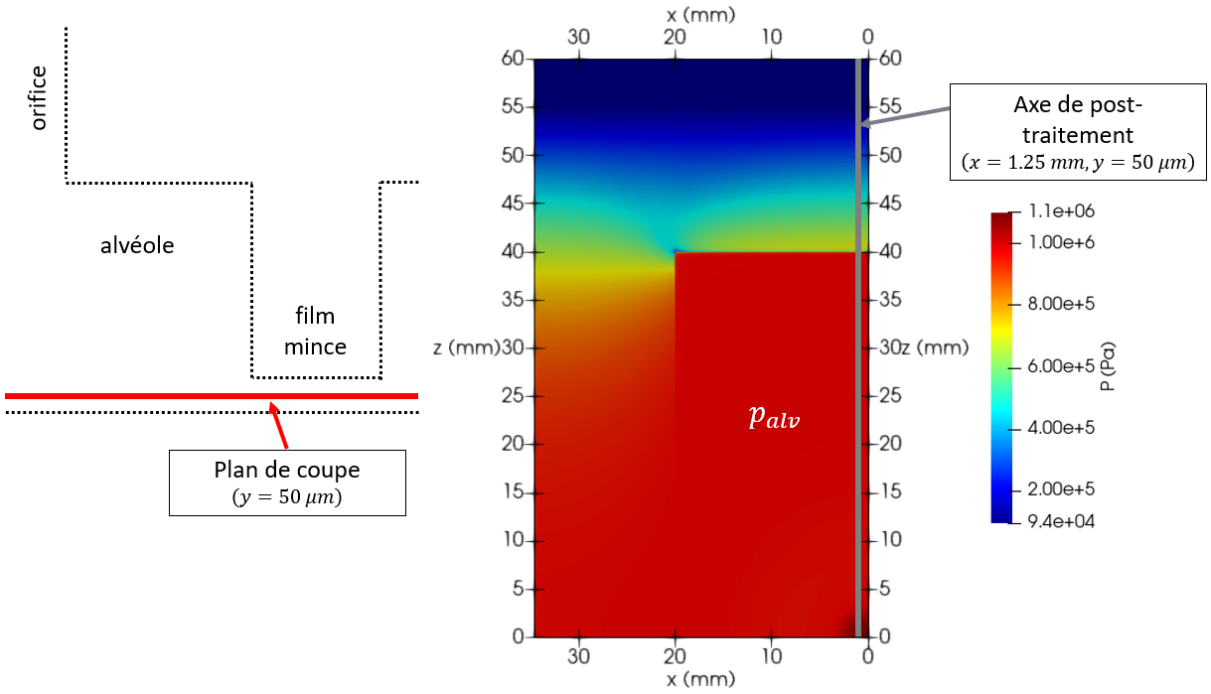


Figure IV-17: Evolution de la pression sur le plan à mi-épaisseur de film et définition de l'axe de post-traitement $(Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.00)$

La variation de la pression le long de cet axe est exposée dans la Figure IV-18. La valeur de la pression dans le réservoir d'alimentation, p_{am}, est reporté sur ce graphique. Une surpression résultant de l'impact du jet descendant apparait à $z = 0\ mm$. La pression finit par se stabiliser dans l'alvéole pour $z \in [20; 40]\ mm$, ce qui justifie l'hypothèse de pression alvéolaire constante, et est utilisée pour déterminer p_{alv}. Suivant cela une perte de charge singulière causée par la restriction de section se produit à l'interface entre l'alvéole et le film mince ($z = 40\ mm$). Pour finir, dans le film mince, la pression évolue de façon régulière. Cette évolution régulière est extrapolée sur l'interface afin d'avoir une mesure de la perte de pression liées à l'écoulement dans le film mince excluant les phénomènes locaux.

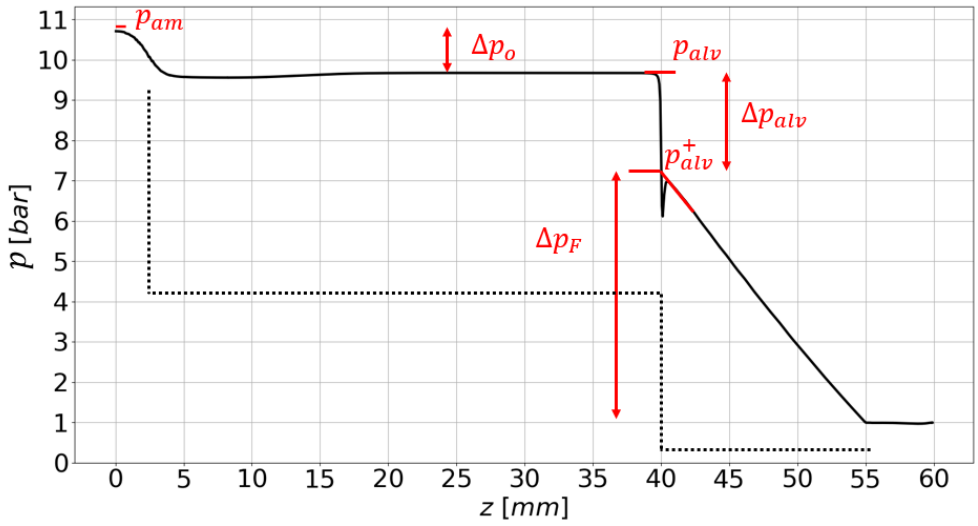


Figure IV-18: Profil de pression à mi-épaisseur de film sur l'axe de post-traitement $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.00}\right)$

Finalement, la méthodologie pour chaque simulation CFD est de relever les trois pertes de charge caractéristiques sur ce profil de pression. Leurs définitions sont répertoriées dans le Tableau IV-2.

Tableau IV-2: Pertes de charge caractéristiques dans le palier hydrostatique

Perte de charge	Singulière orifice	Singulière alvéole-film	Régulière film
Formule	$\Delta p_O = p_{am} - p_{alv}$	$\Delta p_{alv} = p_{alv} - p^+_{alv}$	$\Delta p_F = p^+_{alv} - p_{atm}$

Pour un liquide pur, la perte de charge singulière dans l'orifice est reliée au débit par l'intermédiaire de la formule (III-136). Dès lors, à partir des pertes de charge obtenues en CFD pour différents débits, il est proposé dans cette thèse de calculer une valeur optimisée de C_d par la minimisation de l'erreur quadratique suivante :

$$\min_{C_d}\left[\sum_i \left(\Delta p_{O,i} - \frac{\rho_L Q_{L,i}^2}{2C_d^2\Lambda_O^2}\right)^2\right] \qquad \text{(IV-10)}$$

De façon semblable, la relation entre la perte de charge singulière de la transition alvéole-film mince et la vitesse d'écoulement moyenne (selon l'épaisseur de film) à l'entrée de film est établie par la

formule (III-138). Ici, le débit n'est pas utilisé car la vitesse axiale moyenne à l'entrée du film mince n'est pas uniforme (elle dépend de x) et par conséquent les pertes de charge. Il est donc important de calibrer le coefficient de perte de charge singulière avec la vitesse axiale locale. Cette vitesse est un résultat de la simulation CFD. Pour l'obtenir, la composante axiale de la vitesse est moyennée suivant l'épaisseur de film en deux points de l'axe de post-traitement proches de l'entrée du film mince, à savoir $z = 42\,mm$ et $z = 44\,mm$ (pour s'affranchir des effets locaux à $z = 40\,mm$). Les deux vitesses moyennes ainsi obtenues sont extrapolées à l'entrée du film. Ce processus de post-traitement est réalisé pour chaque simulation CFD. Ultérieurement, de la même manière que pour l'orifice, le coefficient ξ est optimisé par minimisation quadratique :

$$\min_{\xi}\left[\sum_{i}\left(\Delta p_{alv,i} - (1+\xi)\frac{\rho_L v_{L,i}^2}{2}\right)^2\right] \qquad \text{(IV-11)}$$

Pour un écoulement de mélange homogène, les résultats CFD (Figure IV-19) montrent que les évolutions de pression sont similaires à celles obtenues en écoulement de liquide pur. La distinction réside dans l'effet de compressibilité, perceptible par la courbure de la variation de pression, induite par la présence d'air. Proche de l'entrée du film, l'évolution de pression est quasiment linéaire, ce qui permet d'utiliser la même extrapolation pour évaluer les pertes de charge. Il sera également noté, que l'introduction d'air n'entraine pas une diminution de pression négligeable en entrée de film mince, comme cela serait obtenu avec la formule (éq. (III-122)) de Lu et San Andres [10].

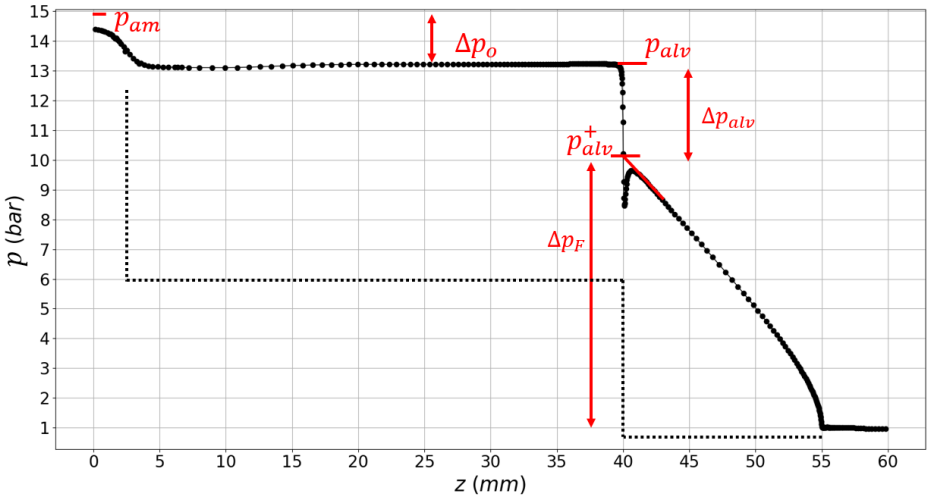


Figure IV-19: Profil de pression à mi-épaisseur de film sur l'axe de post-traitement $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.10}\right)$

En régime de mélange, il est proposé, dans un premier temps, de calibrer des coefficients de perte de charge singulière à l'aide des formules de Bernoulli de liquide pur (éq. (IV-10) et éq. (IV-11)). Il sera ensuite envisageable d'examiner la corrélation entre ces coefficients $(C_d \; et \; \xi)$ et le niveau de contamination en entrée de palier, α_{am}, pour dériver des lois qui pourront être utilisées dans le modèle simplifié : $C_d(\alpha_{am})$ et $\xi(\alpha_{am})$. Ceci représente une première méthode de calibration des coefficients. Son point faible est qu'elle nécessite des calculs CFD en régime diphasique qui sont très coûteux en temps de calcul.

Dans le but d'obtenir des coefficients de perte de charge singulière, C_d et ξ, indépendants de la contamination α_{am} et qui ne dépendent que de la géométrie de la restriction, des formules qui tiennent compte de la masse volumique réelle du fluide ont été proposées dans cette thèse (éq. (III-137) et (III-139)). Si les formules sont représentatives, cela permettra pour de futures études similaires de n'avoir que des simulations CFD monophasiques à mener dans ce type de calibration et de pouvoir réaliser l'ensemble des simulations diphasiques avec le modèle « bulk flow » muni des coefficients calibrés en régime monophasique. Les processus de minimisation à entreprendre peuvent être exprimés comme suit :

$$\min_{C_d}\left[\sum_i\left(\Delta p_{O,i} - \frac{\dot{m}_{m,i}^2}{2\rho_{m,am}C_d^2\Lambda_O^2}\right)^2\right], \min_{\xi}\left[\sum_i\left(\Delta p_{alv,i} - (1+\xi)\frac{\rho_m v_{m,i}^2}{2}\right)^2\right] \qquad \text{(IV-12)}$$

Alors que la masse volumique du mélange dans la zone d'alimentation $\rho_{m,am}$ est une donnée du modèle simplifié, la valeur de la masse volumique du mélange à l'entrée du film est un résultat de la simulation, calculée à partir de la pression et de la fraction volumique locales. De même que pour la pression, la fraction volumique de gaz est extrapolée à l'entrée du film, comme illustré sur la Figure IV-20. La masse volumique du mélange à l'entrée du film peut alors être évaluée grâce à la formule (II-7).

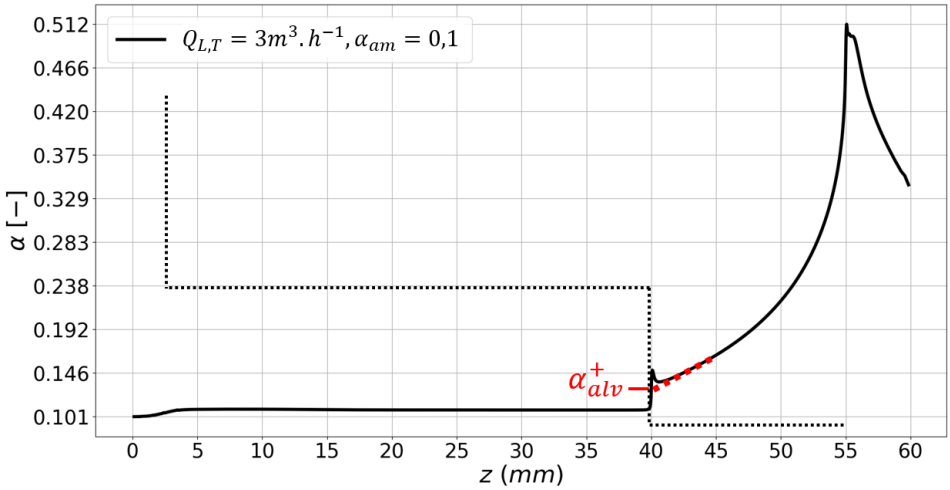


Figure IV-20: Evolution de la fraction volumique à mi-épaisseur de film

IV.1.11 Coefficients de perte de charge singulière et comparaisons CFD/modèle simplifié

L'objectif de cette section est de calibrer les coefficients de perte de charge singulière sur une plage de débits volumiques d'eau dans le palier, $Q_{L,T} \in [1,4]\ m^3/h$, et pour des niveaux d'entrainement d'air allant de 0 à $10\ \%$. Pour y parvenir, des simulations de mélange homogène sont effectuées à l'aide du logiciel Fluent pour les débits volumiques d'eau $Q_{L,T} \in \{1; 2; 3; 4\}\ m^3/h$ et les niveaux de contamination $\alpha_{am} \in \{0;\ 2.5;\ 5;\ 10\}\ \%$. Il est important de souligner que la calibration est effectuée sur des écoulements de Poiseuille, ce qui implique que la vitesse de rotation du rotor est fixée à $0\ tr/min$. Pour tous les écoulements diphasiques étudiés en CFD et avec le modèle bulk flow sur cette fin de chapitre, la loi de Dukler (éq. (II-17)) est employée pour estimer la viscosité. La Figure IV-21 révèle l'évolution de la perte de charge totale dans le palier en fonction du débit volumique d'eau et des différents niveaux de contamination en air. Dans la modélisation des conditions d'entrée utilisée, pour un débit volumique d'eau donné, une augmentation de la fraction volumique de gaz

entraîne une diminution de la section de passage pour le liquide et une augmentation de la vitesse homogène pour les deux phases. Cela indique que la variation de la perte de charge avec l'augmentation de la contamination provient à la fois des effets de mélange et de l'augmentation de la vitesse d'écoulement.

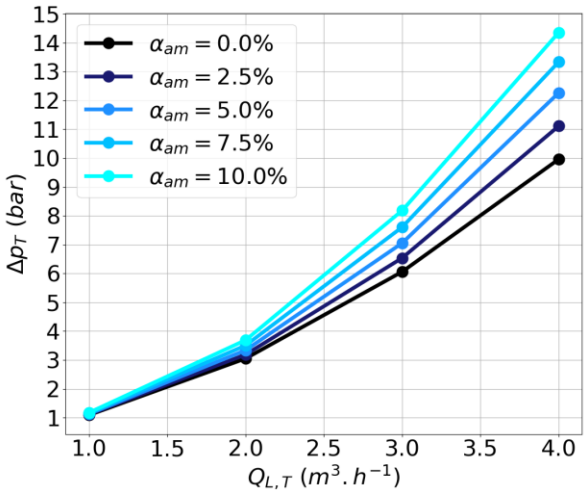


Figure IV-21: Evolution de la perte de charge totale dans le palier en fonction du débit volumique d'eau et du niveau de contamination en air

Perte de charge singulière dans l'orifice

Dans un premier temps, l'étude se concentre sur la perte de charge singulière dans l'orifice. La calibration du coefficient de décharge est entreprise en utilisant la formule de Bernoulli incompressible (éq. (III-136)) ainsi que son extension au cas diphasique présentée dans cette thèse (éq. (III-137)). La valeur calibrée avec la première formule est notée $C_{d,L}$, tandis que celle calibrée avec la seconde est notée $C_{d,m}$. Pour chaque niveau de contamination en air, quatre simulations sont réalisées pour des débits d'eau différents, et le coefficient est ajusté en fonction des résultats obtenus.

La Figure IV-22 illustre la comparaison entre l'estimation de perte de charge dans l'orifice fournie par la CFD et par celle obtenue à partir des formules avec les coefficients calibrés pour un mélange contenant $10\,\%$ d'air en entrée. Le débit volumique $Q_L = Q_{L,T}/5$ est le débit volumique d'eau qui passe par un orifice. Les procédures de minimisation conduisent à $C_{d,L} = 0.7047$, et $C_{d,m} = 0.7466$. Ces résultats indiquent que la perte de charge singulière au niveau de l'orifice est proportionnelle au

carré de la vitesse d'écoulement et montre que le mélange homogène faiblement contaminé avec de l'air se comporte comme un liquide avec des effets de compressibilité qui sont négligeables.

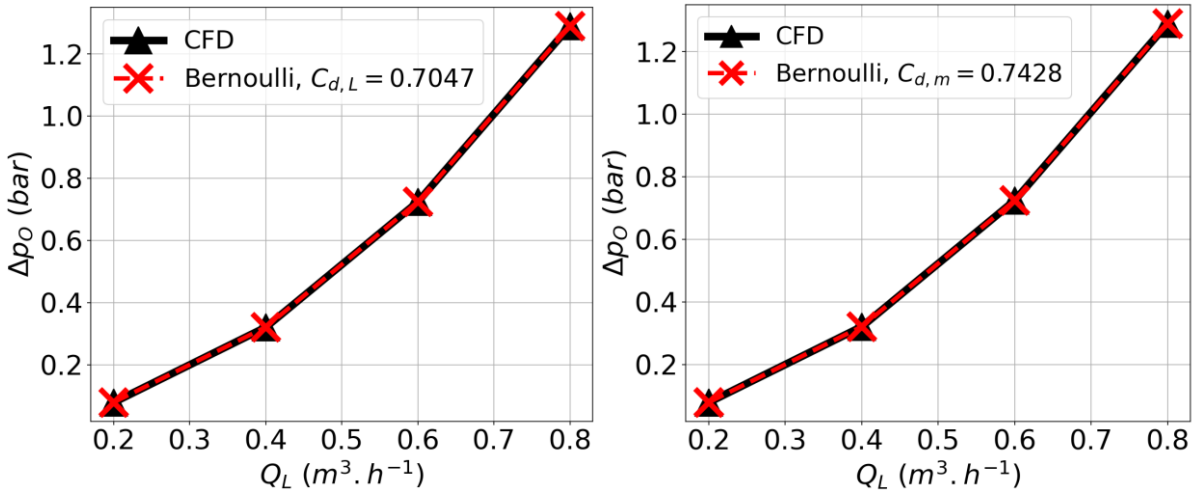


Figure IV-22: Perte de charge dans l'orifice en fonction du débit volumique d'eau ($\alpha_{am} = 0.10$)

En répétant la même démarche pour tous les niveaux de contamination, il est possible de tracer l'évolution des coefficients de décharge en fonction de la quantité d'air entrainée (Figure IV-23). Une première observation révèle que dans les deux cas, la dépendance à la quantité d'air est presque linéaire.

Cela suggère qu'avec quelques calculs CFD, il est possible de calibrer des lois de perte de charge singulière qui peuvent être utilisées dans le modèle simplifié, couvrant au moins les niveaux de contamination de 0 à 10 %. Une seconde observation, qui souligne l'intérêt de l'introduction de la formule prenant en compte la quantité d'air (éq. (III-137)), est que $C_{d,m}$ varie très peu dans l'intervalle étudié. Premièrement, cela indique que la valeur calibrée en écoulement monophasique est suffisante pour traiter de l'ensemble des cas diphasiques avec le modèle simplifié. Ensuite, cela signifie que la formule de Bernoulli employée est représentative de l'influence de l'air sur la perte de pression d'un mélange homogène.

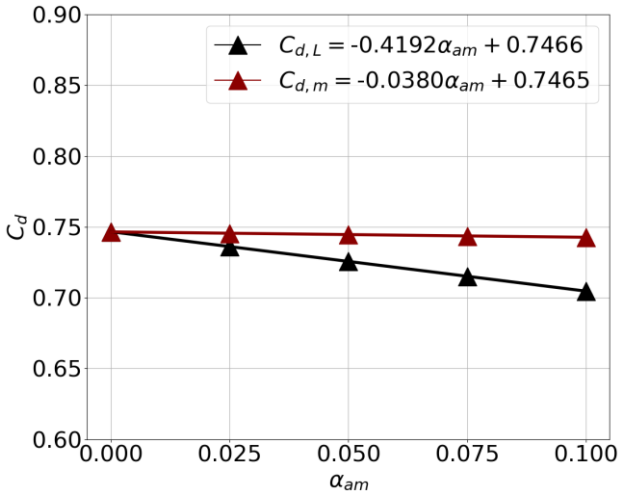


Figure IV-23: Evolution du coefficient de décharge en fonction du niveau de contamination en air

Perte de charge singulière à la restriction de section alvéole-film

A ce stade, l'attention se porte sur la perte de charge singulière au niveau de la restriction alvéole-film mince. De la même manière que dans la partie précédente, le coefficient de perte de charge singulière ξ est calibré à partir de deux formules différentes : une formule de Bernoulli incompressible (éq. (III-138)) et une extension de cette formule pour les écoulements diphasiques (éq. (III-139)).

Pour chaque fraction volumique d'air, les valeurs de ξ_L et ξ_m sont ajustées de manière à ce que les courbes de Δp_{alv} en fonction de la composante axiale de la vitesse w_m en entrée de film mince obtenus par la CFD, et les formules de type Bernoulli, correspondent au mieux au sens des moindres carrés. La différence dans l'étude de cette perte de charge singulière par rapport au cas de l'orifice réside dans l'introduction dans les formules de grandeurs locales (vitesse et fraction volumique) calculées à partir des résultats des simulations CFD. La Figure IV-24 met en évidence les estimations de perte de charge fournies par la CFD et par les formules de type Bernoulli avec les coefficients calibrés pour un mélange contenant $10\ \%$ d'air en entrée. Les résultats des minimisations sont : $\xi_L = 0.4353$ et $\xi_m = 0.6496$. Ces résultats indiquent que la perte de charge singulière à la transition entre l'alvéole est le film mince est également proportionnelle au carré de la vitesse d'écoulement et montre de nouveau que le mélange homogène faiblement contaminé avec de l'air se comporte comme un liquide avec des effets de compressibilité négligeables.

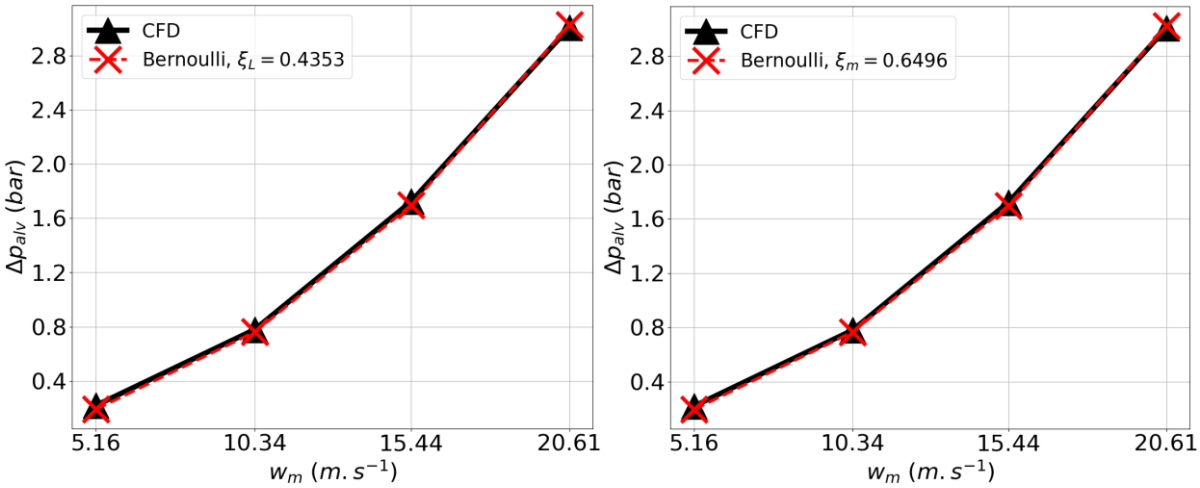


Figure IV-24: Perte de charge à la transition alvéole/film en fonction de la vitesse en entrée de film ($\alpha_{am} = 0.10$)

La Figure IV-25 présente l'évolution des coefficients de perte de charge singulière en fonction de la quantité d'air à l'alimentation. La première conclusion est similaire à celle constatée pour l'orifice : des lois linéaires peuvent être établies pour donner une approximation de bonne qualité des coefficients en fonction de la quantité d'air. La seconde conclusion est également identique. L'introduction d'une formule incluant une dépendance à la quantité d'air locale via l'utilisation de la masse volumique du mélange permet de limiter la variation du coefficient de perte de charge. Cela implique qu'il est possible, avec une approximation très correcte, d'utiliser le coefficient construit en écoulement monophasique pour traiter des écoulements de mélange et que la formule employée est représentative de la physique de la perte de pression du mélange pour des faibles niveaux d'entrainement d'air. De plus, elle peut également représenter une bonne approximation pour des niveaux d'entrainement d'air plus importants.

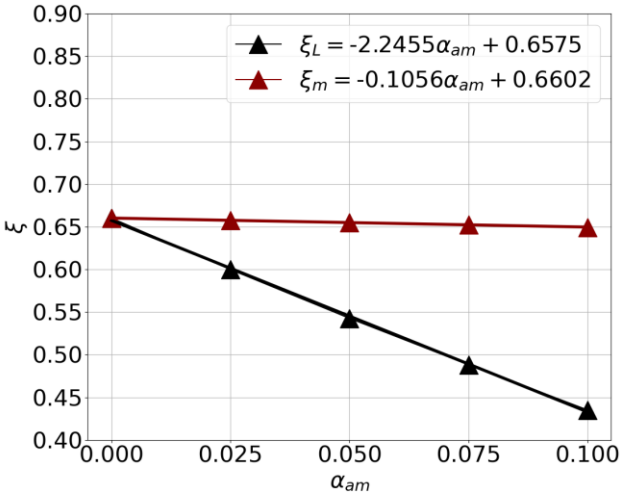


Figure IV-25: Evolution du coefficient de perte de charge singulière en fonction du niveau de contamination en air

Ces éléments démontrent que la formule de perte de charge singulière diphasique introduite dans cette thèse (éq. (III-131)) est valide dans les hypothèses d'écoulement de mélange homogène. Le résultat fort qui en découle est que les valeurs calibrées en écoulement monophasique sont suffisantes pour traiter des écoulements diphasiques (pour des niveaux de contamination raisonnables) avec le modèle simplifié. Pouvoir éviter de réaliser des simulations diphasiques en CFD dans d'autres études représenterait un gain considérable en temps de calcul. De plus, ces observations confirment que la formule proposée par Lu et San Andres (éq. (III-122)) n'est pas adéquate pour estimer la perte de charge singulière d'un liquide faiblement contaminée avec de l'air, car elle prédirait des diminutions négligeables de pression (Figure III-16 et Figure III-17), alors que les résultats CFD montrent qu'elles ne le sont pas.

Comparaison des pertes de charge CFD VS modèle simplifié avec coefficients calibrés

Une fois la calibration des coefficients de perte de charge terminée, ils sont intégrés dans le modèle simplifié. Les formules sélectionnées sont donc les formules (III-137) et (III-139) qui font intervenir la masse volumique du mélange. Les coefficients $C_{d,m}$ et ξ_m sont pris constants et égaux à leurs valeurs optimisées pour un écoulement de liquide pur :

$$C_{d,m} = 0.7465, \qquad \xi_m = 0.6602 \tag{IV-13}$$

Dans le modèle simplifié, la résolution repose sur une pression d'alimentation imposée, avec une fraction volumique d'air en entrée également prescrite. Cette méthode fournit le champ de pression ainsi qu'une estimation du débit massique total dans le palier. Plus la pression d'alimentation augmente, plus le débit massique augmente et inversement. Ainsi, pour chaque configuration, il existe un unique couple de valeurs pour la pression d'alimentation et le débit massique total. Chaque modèle (CFD, modèle simplifié) résout l'une des deux inconnues. Par conséquent, les pertes de charge seront tracées en fonction du débit massique total pour les deux modèles afin de vérifier leur concordance.

Les comparaisons sont effectuées pour l'écoulement monophasique et l'écoulement diphasique comportant le plus grand volume de gaz ($\alpha_{am} = 10\ \%$). La pression atmosphérique est appliquée aux extrémités axiales du palier. Les conditions aux limites du modèle simplifié sont spécifiées dans le Tableau IV-3. Le choix du maillage employé est justifié en Annexe K.

Tableau IV-3: Conditions aux limites du modèle simplifié

	$Q_{L,T}\ (m^3.h^{-1})$	4	3	2	1	4	3	2	1
Conditions aux limites	α_{am}	0	0	0	0	0.10	0.10	0.10	0.10
	$p_{am}\ (bar)$	10.94	7.048	4.046	2.091	15.30	9.154	4.680	2.173

La Figure IV-26 expose l'évolution de la perte de charge totale dans le palier hydrostatique et de la perte de charge dans le film mince en fonction du débit massique pour les cas d'écoulement en liquide pur et diphasique avec la plus haute fraction volumique d'air : $\alpha_{am} = 0.10$. Une très bonne corrélation entre les deux modèles apparaît, aussi bien pour l'écoulement monophasique que pour l'écoulement de mélange. De légères différences persistent dans la prédiction du débit massique par le modèle simplifié, mais ces écarts demeurent négligeables. Il est particulièrement intéressant de noter que la résolution via les équations du « bulk flow » dans le film mince est proche de celle obtenue avec la résolution CFD utilisant le modèle de turbulence $k-\omega\ SST$. Cela valide le développement du modèle « bulk flow » de mélange homogène pour le palier hydrostatique centré.

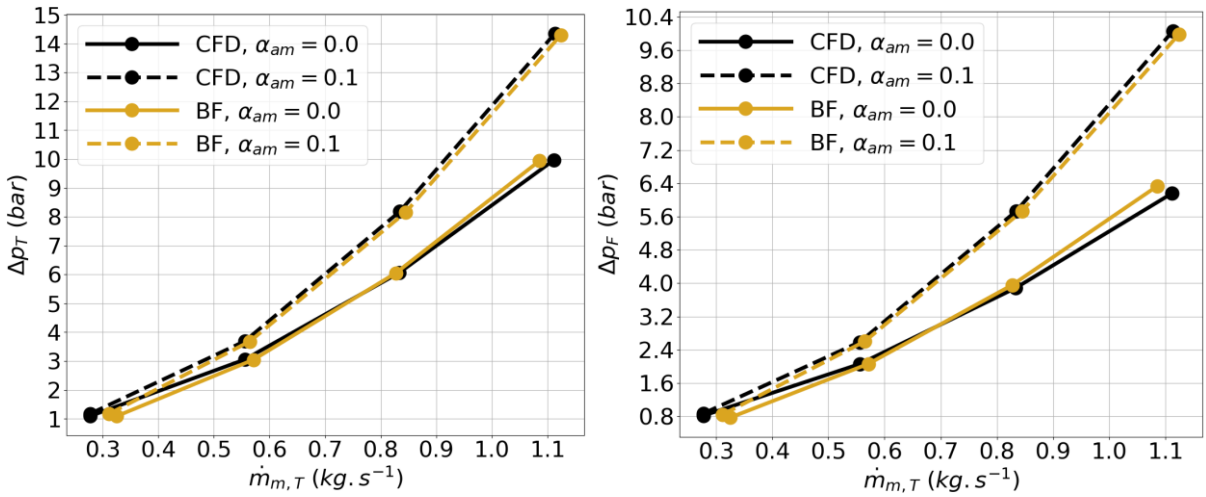


Figure IV-26: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film mince (à droite) VS débit massique total dans le palier

Par la suite, la même analyse est effectuée pour les pertes de charge singulières, et les résultats sont présentées sur la Figure IV-27.

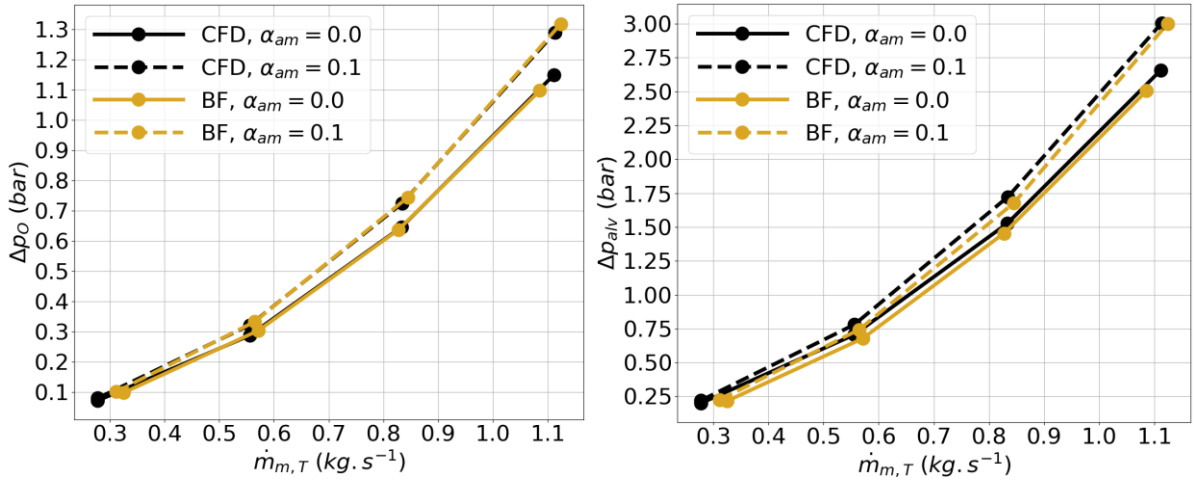


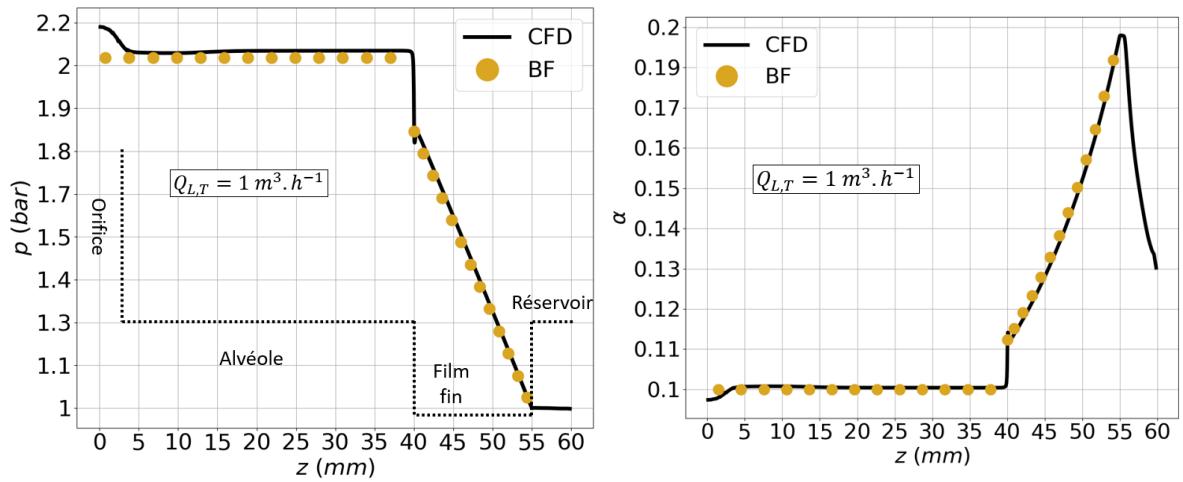
Figure IV-27: Perte de charge dans l'orifice (à gauche) et dans la transition alvéole/film (à droite) VS débit massique total dans le palier

Pour la perte de charge associée à l'orifice, les courbes se superposent et montrent la bonne calibration du coefficient de décharge $C_{d,m}$. Pour la perte de charge liée à la transition alvéole-film, de légères différences sont observées car l'évaluation de la perte de charge dépend de la vitesse locale calculée en entrée de film qui peut différer un peu entre les simulations CFD et les calculs avec

le modèle « bulk flow ». Globalement, les estimations des pertes de charge singulière obtenues avec le modèle simplifié sont de très bonne qualité.

En résumé, les résultats obtenus avec le modèle simplifié sont très proches des résultats CFD, tant en régime monophasique que diphasique. L'élaboration de formules de perte de charge singulière intégrant l'effet de l'entrainement d'air a démontré la possibilité de calibrer des coefficients sur la base des résultats monophasiques, permettant ainsi d'obtenir une excellente corrélation entre les modèles pour des contaminations atteignant jusqu'à 10 % à l'alimentation du palier.

Des exemples de comparaison des profils axiaux de pression et de fraction volumique à mi-épaisseur de film sont présentés sur la Figure IV-28 pour un débit volumique total d'eau dans le palier $Q_{L,T} \in \{1,2,3,4\}\, m^3.h^{-1}$ et une contamination en air à l'entrée du palier $\alpha_{am} = 0.10$. Les résultats obtenus par la CFD et le modèle simplifié sont concordants. Les pressions alvéolaires sont similaires et l'évolution de la pression dans le film est reproduite avec fidélité, notamment avec l'apparition d'une courbure du profil de pression due à l'introduction du gaz. La similitude des profils de fraction volumique d'air dans le film confirme l'équivalence entre l'utilisation de la formule explicite reliant la quantité de gaz à la pression (éq. (II-15)) et la résolution de l'équation de conservation de la masse du gaz, démontrée par Lu et San Andres [10]. De plus, cela montre la validité de la loi de Hirs munie de coefficients de frottement calculés à partir de la formule de Blasius pour des contaminations en air variant entre 10 % et 50%, ce qui est supérieur à la limite proposée par Salhi et al. [89] ($\alpha \leq 5\%$). Pour la simulation avec un débit volumique d'eau de $4\, m^3.h^{-1}$, la dépression importante du fluide (d'environ $14\, bar$) implique une fraction volumique de gaz en sortie très élevée ($\alpha \approx 0.70$), ce qui génère quelques oscillations sur les simulations CFD.



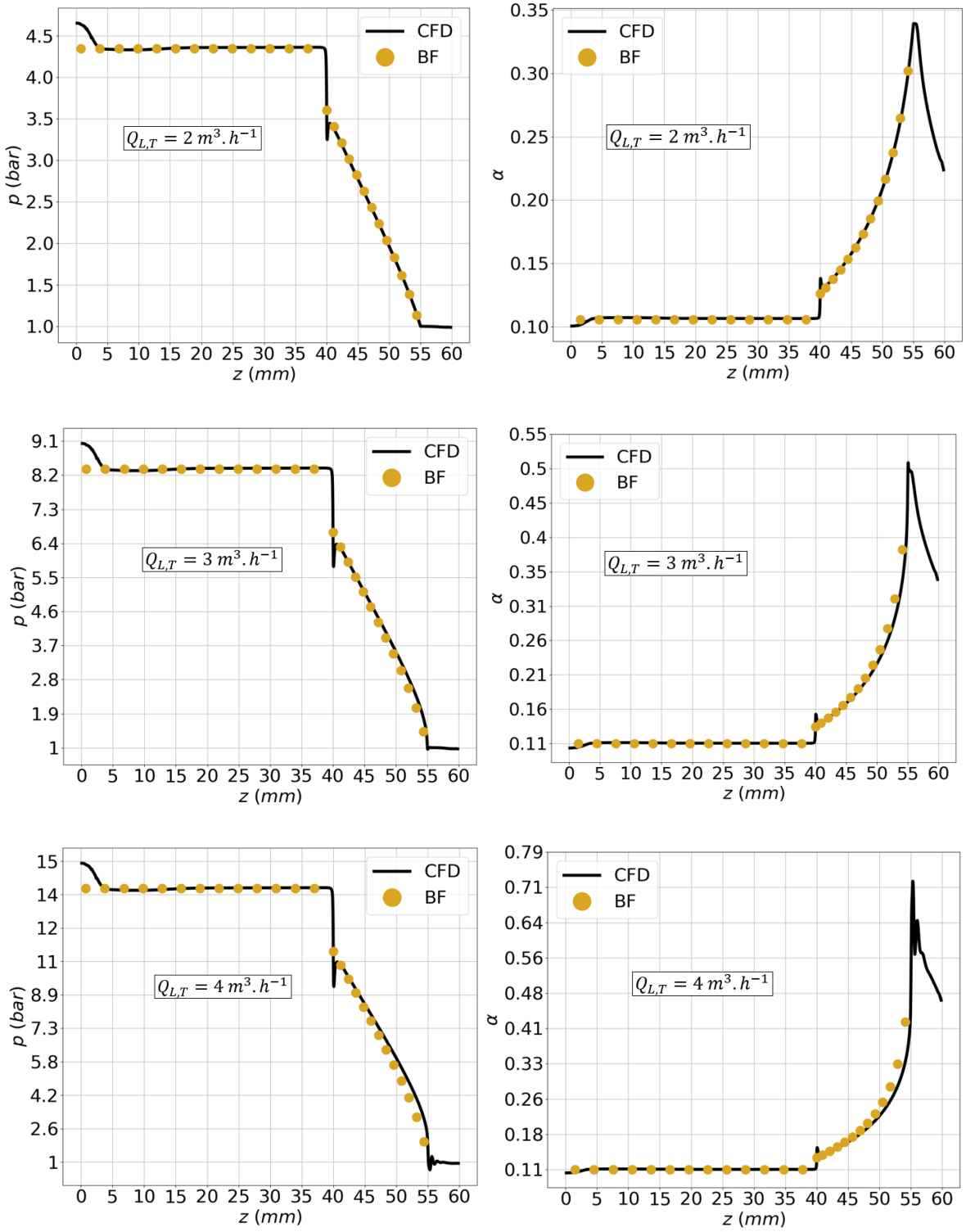


Figure IV-28: Profil axial de pression et de fraction volumique de gaz à mi-épaisseur de film $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} \in \{1,2,3,4\}\ m^3.h^{-1}, \alpha_{am} = 0.10}\right)$

Le recours aux simulations CFD n'est pas usuel pour des études génériques des paliers car la construction du maillage n'est pas simple et surtout parce que la mise en place des calculs en régime

dynamique est délicate. Pour le régime dynamique, il est nécessaire d'avoir des maillages déformables qui s'adaptent aux perturbations de la position du rotor en sachant que les symétries exposées sur la Figure IV-2 sont perdues. Ce dernier point vaut également pour des calculs en position excentrée du rotor. Le modèle « bulk flow » avec des coefficients de perte de charge singulière calibrés est donc un outil efficace pour réaliser des études en régimes statique et dynamique du palier car les variations d'épaisseur de film sont simplement prises en compte dans une fonction H.

Influence de la définition du coefficient de frottement dans la formule de Blasius sur l'évaluation des pertes de charge

Dans les comparaisons présentées entre le modèle simplifié et CFD, le coefficient de frottement utilisé dans la loi de turbulence de Blasius dans les équations du « bulk flow » est dérivé du coefficient de Darcy pour des écoulements en section annulaire : f_{ann} (éq. (III-36)), et les corrélations sont de très bonne qualité. Cette section expose les résultats produits par le modèle simplifié lorsque le coefficient de frottement f_{circ} (équation (III-37)) est utilisé dans les résolutions. L'écoulement est un mélange homogène avec une contamination en air à l'alimentation $\alpha_{am} = 0.10$. La rotation du rotor est toujours considérée nulle.

La Figure IV-29, qui reprend les profils de pression pour $Q_{L,T} = 3\ m^3.h^{-1}$ présenté dans la Figure IV-28, inclut en plus le profil de pression donné par le modèle bulk flow muni de f_{circ}. Comme attendu, le coefficient de frottement plus faible entraîne une sous-estimation de la chute de pression dans le film mince. De plus, la chute de pression singulière à l'entrée du film mince est plus élevée, ce qui conduira nécessairement à une estimation plus importante du débit massique à l'entrée du film mince.

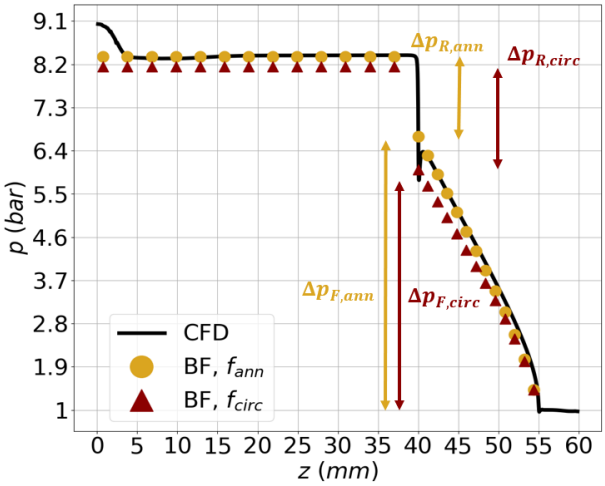


Figure IV-29: Profil axial de pression à mi-épaisseur de film $\left(\boldsymbol{Q_{L,T} = 3\ m^3.h^{-1}}, \boldsymbol{\alpha_{am} = 0.10}\right)$

La Figure IV-30 confirme ces observations en présentant l'évolution de la perte de charge totale dans le palier hydrostatique et de la perte de charge régulière dans le film mince en fonction du débit massique traversant le palier. Le choix du coefficient de frottement a un effet majeur sur les prédictions. A pression d'alimentation p_{am} égale, qui équivaut à une perte de charge totale Δp_T égale, le modèle « bulk flow » utilisant le coefficient f_{circ} surestime grandement le débit massique à travers le palier tout en sous-estimant la perte de charge dans le film mince Δp_F.

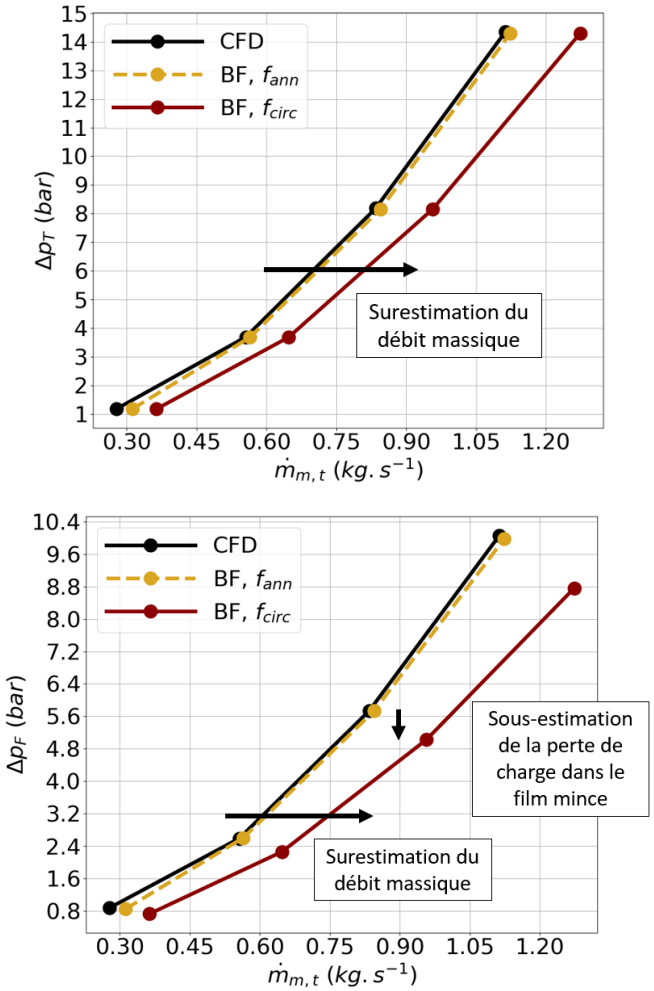


Figure IV-30: Perte de charge totale VS débit massique total dans le palier

En conclusion, l'utilisation d'un coefficient de frottement basé sur l'hypothèse d'un écoulement en section circulaire conduit à des prédictions de mauvaise qualité du modèle simplifié, qui sous-estime alors le frottement.

Par ailleurs, dans de nombreuses applications en Lubrification [5,156], il est fréquent que des lois de turbulence tenant compte de la rugosité des surfaces, telles que la loi de Colebrook [198] ou la relation de Moody qui en dérive, soient utilisés. Il est intéressant de noter que pour le palier hydrostatique étudié, l'hypothèse de paroi lisse est valide car le jeu radial est important et la loi de Blasius fournit des prédictions conformes aux résultats CFD et donc aux observations expérimentales.

Influence de l'hétérogénéité sur l'estimation des pertes de charge

Une étude complémentaire à celle menée dans la section IV.1.9 est conduite sur l'impact de l'hétérogénéité sur les pertes de charge dans le palier. Le modèle « bulk flow » de mélange hétérogène permet de considérer le glissement entre l'eau et l'air dans le film. Une condition aux limites d'écoulement homogène est imposée à l'entrée du film mince. Un diamètre de bulle constant, égal à l'épaisseur du film, est choisi comme condition d'entrée pour maximiser les potentiels effets d'hétérogénéité.

Les évaluations de perte de charge totale et de la perte de charge régulière dans le film mince en fonction du débit massique sont exposées sur la Figure IV-31. Un léger impact de l'hétérogénéité sur la prédiction est observé, augmentant avec la vitesse d'écoulement mais demeurant négligeable. Cet impact se traduit par une légère réduction du débit massique dans le palier hydrostatique, avec un différentiel de pression équivalent. Étant donné que cette influence demeure marginale, la complexification du modèle n'est pas justifiée dans la plage de débits étudiée et pour des niveaux de contamination en air inférieurs à $10\,\%$. Par conséquent, le modèle de mélange homogène est maintenu pour le reste de l'étude. En revanche, le modèle de modèle hétérogène pourrait s'avérer être utile pour l'étude de niveaux contamination supérieurs.

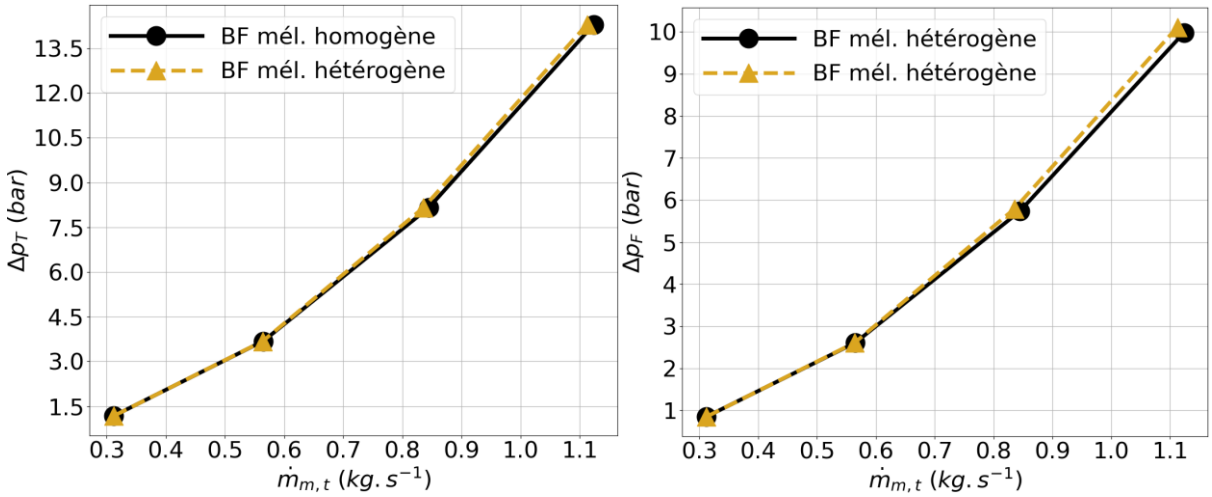


Figure IV-31: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film mince (à droite) VS débit massique total dans le palier

Dans l'Annexe F, les régimes d'écoulement dans le film sont étudiés, sans chercher à modéliser précisément les pertes de charge singulières. Cette partie de l'étude vise à mettre en évidence l'importance des effets d'inertie et de turbulence sur les caractéristiques du palier hydrostatique concerné et à comparer les contributions. Il y est présenté en détail l'intérêt de l'implémentation du

modèle « bulk flow » et de la prise en compte de la turbulence en comparaison au modèle de Reynolds laminaire pour la prédiction des caractéristiques statiques et dynamiques du palier hydrostatique lubrifié avec de l'eau pure.

IV.1.12 Prise en compte de la vitesse du rotor et variation de la pression dans les alvéoles

Après avoir sélectionné le modèle de mélange et ajusté avec précision les coefficients de perte de charge singulière, la vitesse du rotor est prise en compte ($\Omega_r = 1500\ tr/min$) et l'hypothèse de pression constante dans les alvéoles est validée par des simulations CFD. Avec le mouvement de la paroi du rotor, la condition de symétrie intérieure sur la face de normale $\underline{x}$ n'est plus valide (Figure IV-2 et Figure IV-3). Une plus grande partie de l'écoulement doit être modélisée et des conditions de périodicité doivent remplacer les conditions de symétrie sur les faces concernées. Une représentation du maillage utilisé ainsi que des indications sur les nouvelles conditions aux limites imposées sont visibles sur la Figure IV-32. De plus, l'axe, situé à mi-épaisseur de film ($y = 50\ \mu m$), utilisé pour le post-traitement de la pression, est également indiqué.

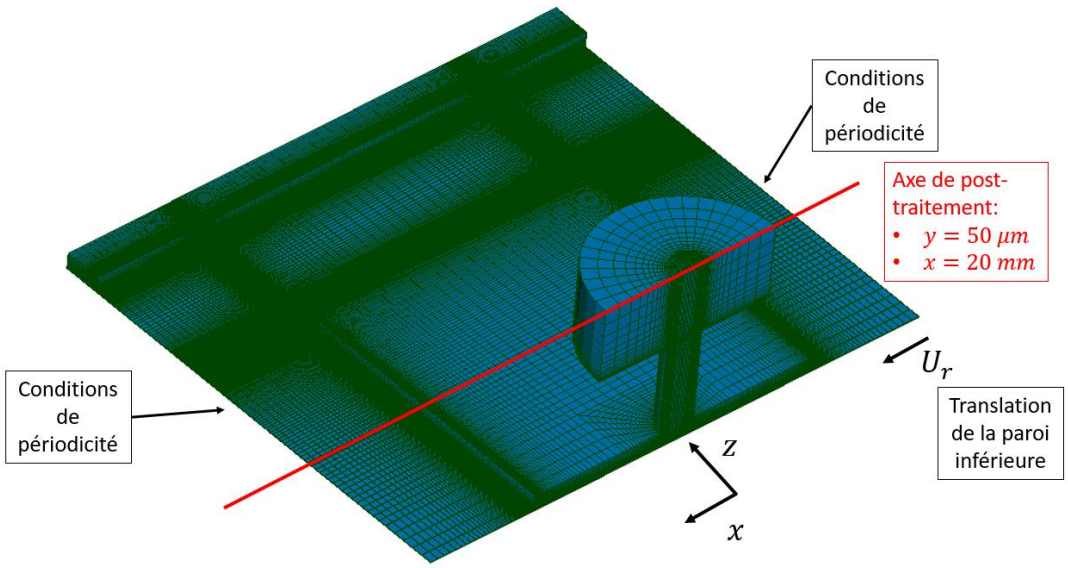


Figure IV-32: Maillage pour les simulations CFD de l'écoulement avec rotation du rotor

Deux calculs sont réalisés pour $\alpha_{am} = 0.10$. Le premier avec un débit volumique d'eau $Q_{L,T} = 2\ m^3.h^{-1}$ et le second avec $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$. Les profils de pressions à mi-épaisseur de film selon l'axe circonférentiel sont présentés sur la Figure IV-33.

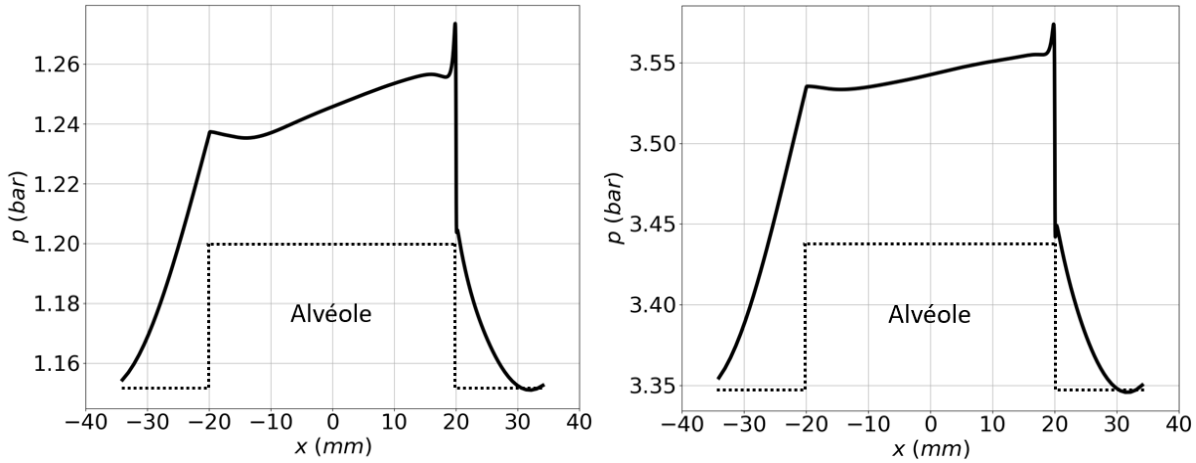


Figure IV-33: Profil de pression à mi-épaisseur de film selon l'axe circonférentiel pour $Q_{L,T} = 2\ m^3.h^{-1}$ et $\alpha_{am} = 0.10$ (à gauche) et $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$ et $\alpha_{am} = 0.10$ (à droite)

Les résultats montrent les faibles variations de pression dans l'alvéole causées par l'entrainement du rotor et de l'effet de Couette généré. Ceci confirme que l'hypothèse de pression constante dans les zones alvéolaires est justifiée. De surcroit, les simulations CFD fournissent les pressions dans la zone d'alimentation pour différentes conditions d'entrée répertoriées dans le Tableau IV-4. Les lignes correspondent à différentes fractions volumiques d'air, tandis que les colonnes représentent différents débits volumiques d'eau.

Tableau IV-4: Pression d'alimentation $[bar]$ pour différents niveaux de contamination en air (en abscisse) et débit volumique d'eau (en ordonnée)

$Q_{L,T}(m^3/h)$ \ α_{am}	1	2	3	4
0	2.24	4.22	7.19	11.03
0.025	2.26	4.36	7.66	12.17
0.05	2.28	4.50	8.17	13.31
0.075	2.30	4.67	8.71	14.36
0.10	2.32	4.85	9.28	15.36

IV.2 Etude d'un palier hydrostatique à 5 alvéoles en forme de H et influence de la forme de l'alvéole

Après avoir calibré les lois de perte de charge et valider les développements du modèle « bulk flow », l'étude se focalise sur la première problématique industrielle abordée dans cette thèse : la modélisation des effets de la contamination en air sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique à 5 alvéoles en forme de H. Dans un premier temps, le dispositif expérimental élaboré en parallèle de la thèse est décrit. Il permet d'obtenir des solutions de référence pour valider les développements numériques réalisés.

IV.2.1 Présentation du moyen d'essai

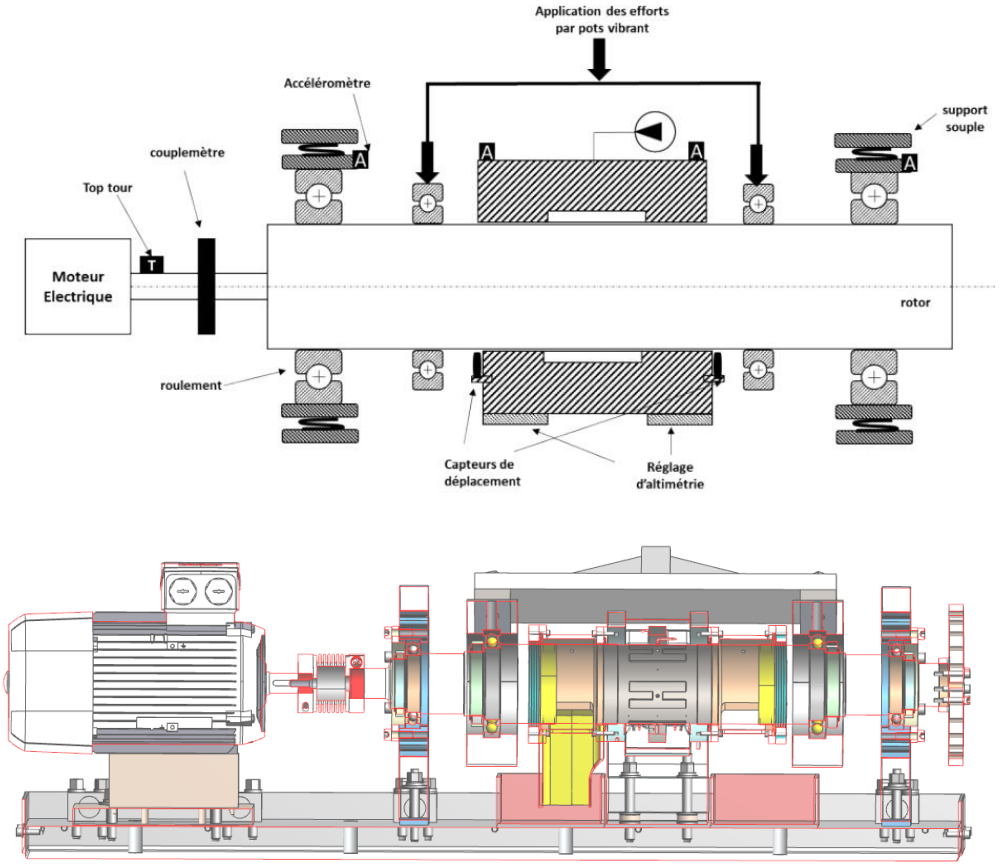
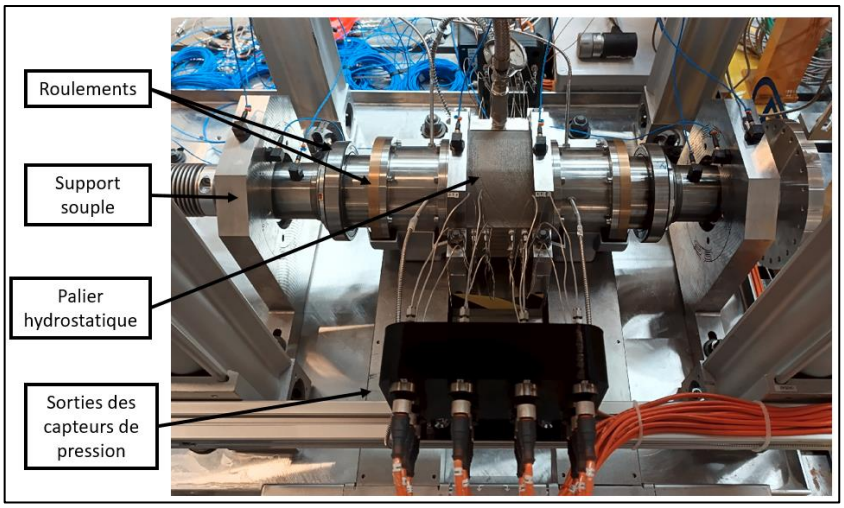


Figure IV-34: Schéma de principe (en haut) et coupe CAO (en bas) du système rotor-palier

En parallèle des développements de la thèse, un banc d'essai nommé NADIR (baNc d'Analyse Dynamique des paliers en mélange eau-aiR) a été monté dans le laboratoire EDF Lab Paris-Saclay. L'objectif est de caractériser les comportements statique et dynamique du palier hydrostatique et de fournir des données expérimentales pour valider les codes implémentés. Un rotor rigide est monté sur deux roulements principaux et entrainé par un moteur électrique. Les roulements principaux sont logés dans des supports qui sont assez souples pour permettre l'excitation du système tout en apportant la raideur suffisante au bon comportement de la ligne d'arbres. Le palier est placé au centre de la ligne d'arbres. Le schéma de principe du système et une coupe de la ligne d'arbres sont présentés sur la Figure IV-34. Des photos du banc d'essai avec une mise en avant de certains des composants sont illustrées sur la Figure IV-35.



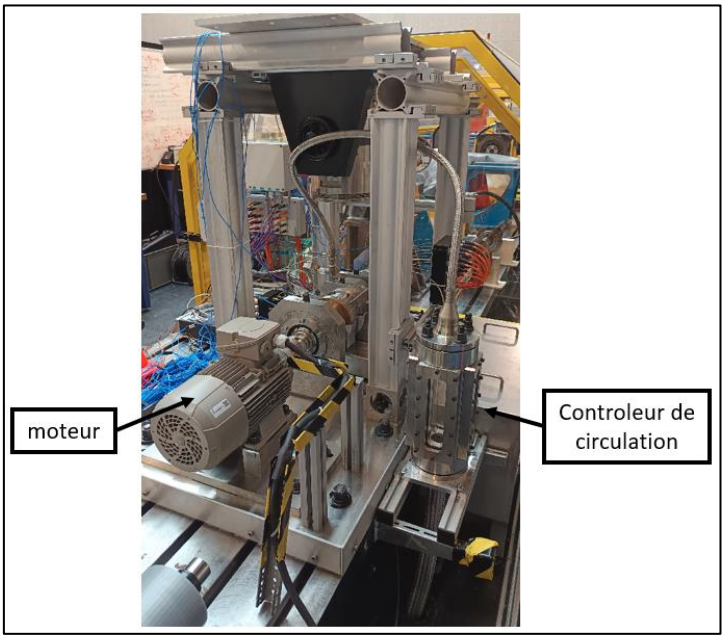


Figure IV-35: Banc d'essai NADIR

Des capteurs de pression sont placés (Figure IV-36) dans le palier hydrostatique dans les différentes régions d'intérêt : la zone d'alimentation, les alvéoles et le film mince. La disposition permet de recueillir des points de référence essentiels pour les modèles développés. Dans le temps imparti pour la thèse, des champs de pression ont été relevés pour trois valeurs de débit volumique d'eau dans le palier de $2.412\,, 2.748$ et $3.16\,m^3.h^{-1}$ en régime monophasique. Ces résultats seront exploités dans la section IV.2.3 pour valider les modèles dans ce régime.

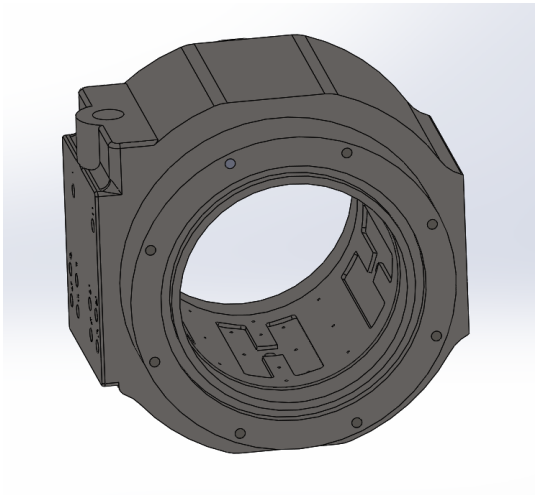


Figure IV-36: CAO du palier hydrostatique avec des emplacements pour les capteurs de pression

Dans les perspectives, il est prévu de calculer les coefficients dynamiques du palier et de réaliser le même travail pour déterminer les caractéristiques statiques et dynamiques en régime diphasique. Concernant l'excitation dynamique du système, elle sera induite par l'application d'efforts à l'aide d'un pot vibrant. Les forces dynamiques engendrées par le film fluide seront évaluées à partir des signaux fournis par les capteurs de force situés sous le support du palier. Une analyse des données permettra ensuite de remonter aux coefficients dynamiques du système rotor-palier.

Pour l'étude en écoulement de mélange, l'eau et l'air sont mélangés dans un circuit hydraulique fermé et une conduite en plexiglas (contrôleur de circulation visible sur la Figure IV-35) permet de visualiser le fluide résultant. Les débits d'eau et d'air injectés sont régulés pour maîtriser la fraction volumique de gaz initiale et la structure de l'écoulement diphasique. La Figure IV-37 présente des visualisations de premiers mélanges obtenus avec une première situation où l'écoulement généré est un écoulement à bulles et une seconde situation où des poches de gaz apparaissent. L'objectif dans un premier temps est d'alimenter le palier hydrostatique avec un mélange initialement homogène tout en contrôlant avec précision la proportion de gaz.

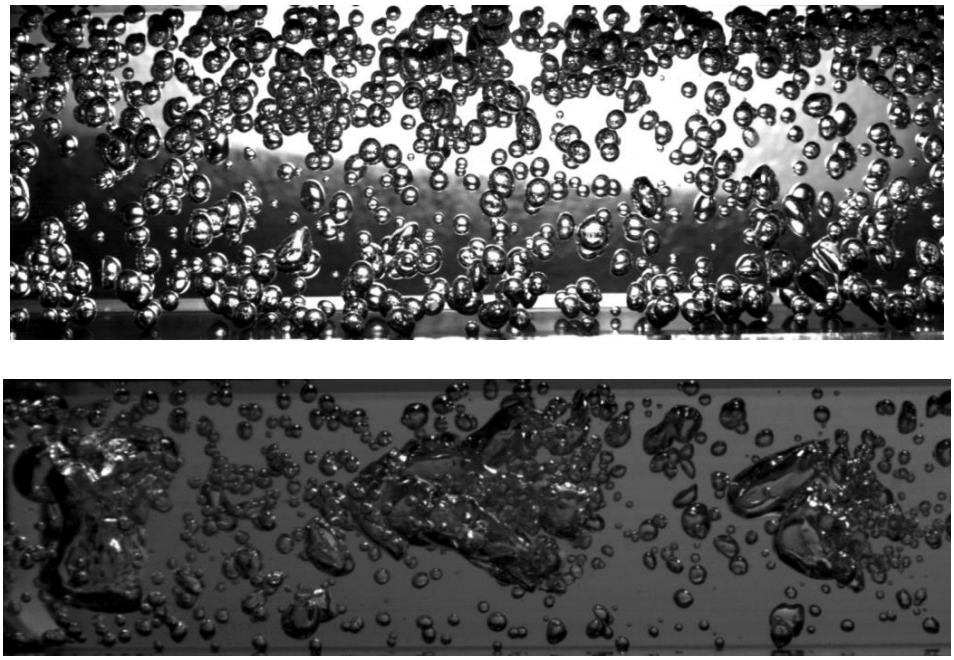


Figure IV-37: Visualisation du mélange dans le circuit d'alimentation du palier hydrostatique, écoulement à bulles (en haut) et écoulement en poches et à bulles (en bas)

IV.2.2 Equivalence du comportement statique en mélange eau-air des paliers hydrostatiques avec alvéoles en H et alvéoles rectangulaires

L'influence de la forme de l'alvéole sur l'écoulement réel est investiguée. Les lois de perte de charge singulières employées sont celles proposées dans cette thèse pour les écoulements de mélange (éq. (III-137) et (III-139)) et les coefficients C_d et ξ sont ceux calibrés dans la section IV.1.11 (éq. (IV-13)). Jusqu'à présent, des alvéoles rectangulaires équivalentes ont été utilisées à la place des alvéoles en forme de H pour simplifier les analyses. Le maillage employé se base sur l'optimisation réalisée avec la configuration alvéoles rectangulaires et est présenté en Annexe K. Des simulations sont menées pour les conditions d'alimentation : $\alpha_{am} = 0.10$, $Q_{L,T} = 4m^3.h^{-1}$. La Figure IV-38 expose les champs de pression sur un motif périodique, dans les paliers hydrostatiques développés avec alvéoles rectangulaires et alvéoles en forme de H. La configuration en H est clairement visible sur la seconde figure. La répartition de pression est similaire entre les deux configurations. La différence réside dans l'écoulement entre les barres du H selon la direction circonférentielle.

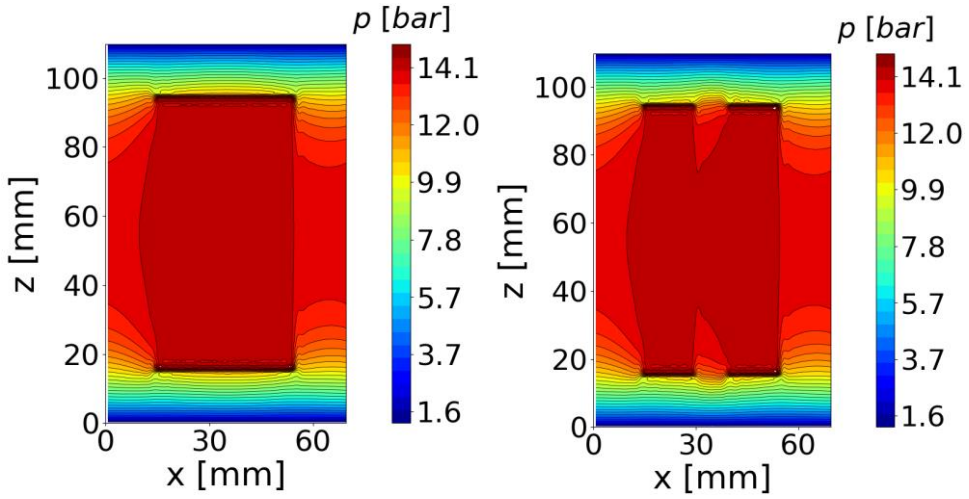


Figure IV-38: Champs de pression sur un motif périodique dans le palier hydrostatique avec alvéoles rectangulaires (à gauche) et alvéoles en forme de H (à droite) $\left(\boldsymbol{\alpha_{am} = 0.10,\ Q_{L,T} = 4m^3.h^{-1}, \Omega_r = 1500\ tr.min^{-1}}\right)$

Des profils axiaux de pression sont tracés sur la Figure IV-39 afin de comparer le comportement du fluide dans les deux configurations. Une première observation des graphiques révèle que la pression alvéolaire semble peu sensible à la forme de l'alvéole. Lorsque la pression est tracée le long d'un axe passant par le centre d'un H, il est observé l'absence de perte de charge singulière sur ce profil pour le palier hydrostatique avec des alvéoles en forme de H, et les deux courbes convergent dans la zone du film. Enfin, en positionnant l'axe de post-traitement dans l'une des barres d'un H, il est noté que les profils obtenus avec des alvéoles rectangulaires et avec des alvéoles en forme de H, se superposent, en particulier la perte de charge singulière à la transition alvéole-film mince. Ainsi, la simplification de la forme des alvéoles qui a permis une étude CFD sur une géométrie allégée pour évaluer les pertes de charge singulières est justifiée. En conclusion, en régime stationnaire, les deux paliers affichent des comportements très similaires.

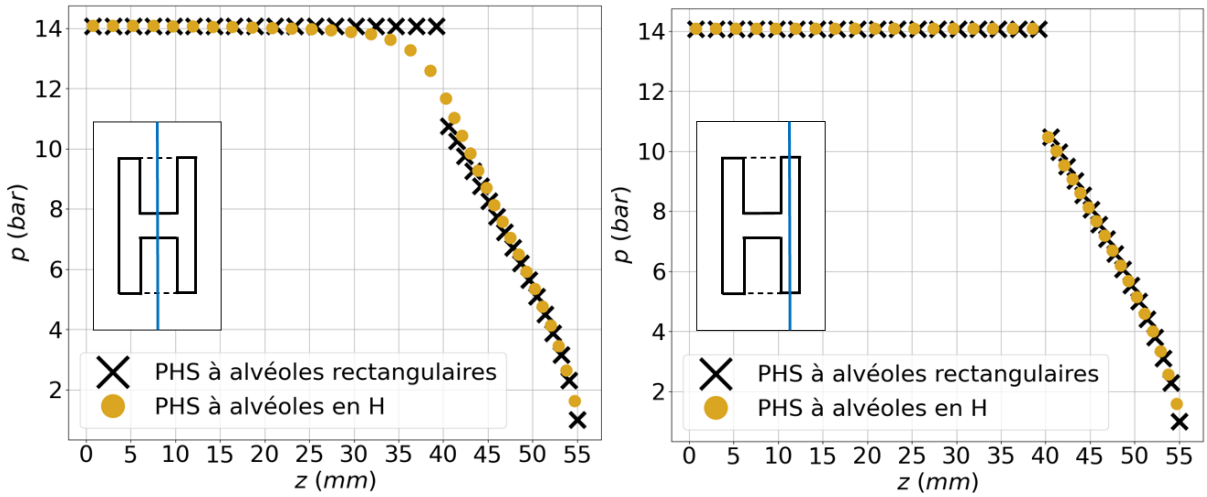


Figure IV-39: Profils de pression axiaux $\left(\alpha_{am} = 0.10,\ Q_{L,T} = 4m^3.h^{-1}, \Omega_r = 1500\ tr.min^{-1}\right)$

Cette conclusion est confirmée aussi par l'évolution de la pression d'alimentation en fonction du débit massique traversant le palier hydrostatique, représenté sur la Figure III-38. Les deux configurations de palier hydrostatique exercent une résistance hydraulique similaire, bien que légèrement inférieure dans le cas des alvéoles rectangulaires.

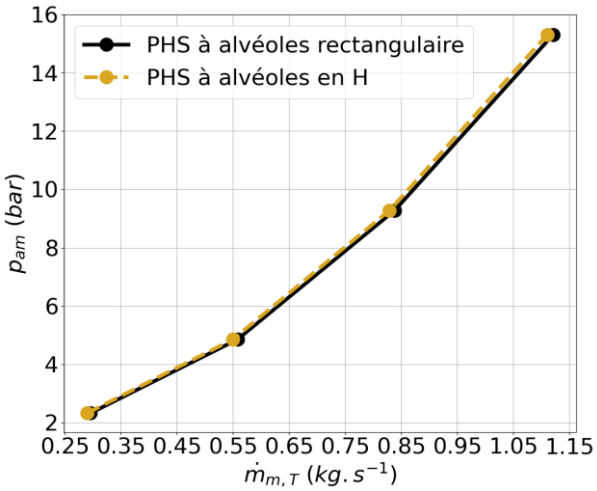


Figure IV-40: Pression d'alimentation VS débit massique dans le palier hydrostatique $\left(\alpha_{am} = 0.10, \Omega_r = 1500\ tr.min^{-1}\right)$

Sur la Figure IV-41, les évolutions de la masse volumique et de la viscosité dynamique dans le palier hydrostatique équipé d'alvéoles en forme de H sont présentées. La diminution de la pression induit

une augmentation de la fraction volumique d'air, ce qui entraîne une diminution de la masse volumique et de la viscosité dynamique du mélange.

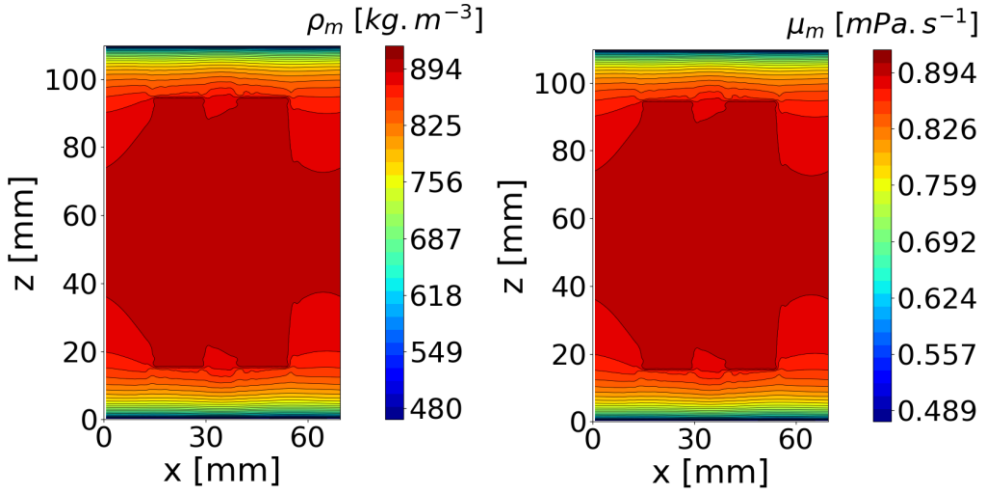


Figure IV-41: Masse volumique du mélange (à gauche) et viscosité dynamique du mélange (à droite) sur un motif périodique dans le palier hydrostatique avec alvéoles en forme de H $(\boldsymbol{\alpha_{am} = 0.10,\ Q_{L,T} = 4m^3.h^{-1}, \Omega_r = 1500\ tr.min^{-1}})$

IV.2.3 Validation des modèles en régime statique pour un écoulement en liquide pur dans le palier hydrostatique

Dans les expérimentations réalisées à l'aide du banc d'essai décrit à la section IV.2.1, le rotor n'est pas parfaitement aligné avec le palier, ce qui se traduit par une légère asymétrie des pressions obtenues en z et en $-z$ avec les capteurs positionnés de manière symétrique par rapport à l'axe $z = 0$ (Figure IV-42). Cela donne deux évaluations des pertes de charge (suivant $+z$ et suivant $-z$) qui sont systématiquement toutes deux reportées et une solution numérique est considérée précise si elle se situe entre ces deux valeurs. Dans les essais réalisés, la rotation du rotor est nulle. Les résultats numériques exposés sont donc obtenus avec le modèle présenté dans la section IV.1.5.

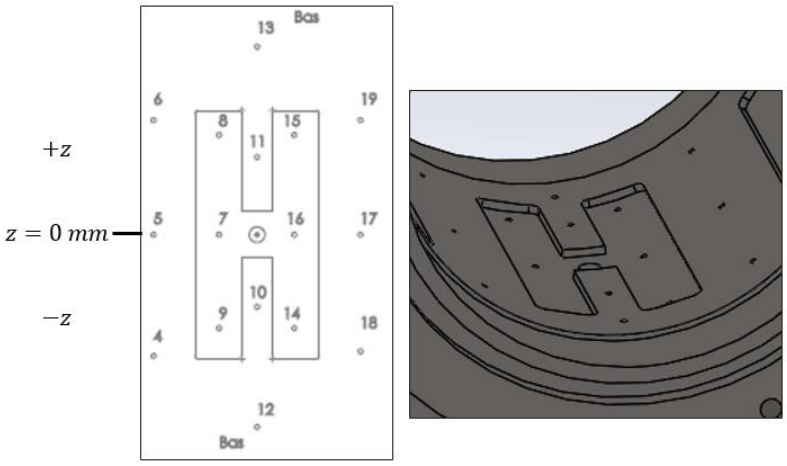


Figure IV-42: Position des capteurs de pression dans le palier hydrostatique

Des comparaisons sont menées entre les résultats de simulations CFD Code_Saturne avec les modèles de turbulence $k-\epsilon$ et $k-\omega\,SST$, munis tous deux de lois de paroi traitant de l'ensemble des y^+, et les résultats expérimentaux. Les simulations sont réalisées en liquide pur et pour des débits $Q_{L,T} \in [2\ m^3.h^{-1}, 3.5\ m^3.h^{-1}]$. Chaque perte de charge est examinée individuellement.

La Figure IV-43 représente les évolutions de la perte de charge totale et de la perte de charge dans le film mince en fonction du débit d'eau total dans le palier hydrostatique. L'utilisation du modèle de turbulence $k-\omega\,SST$ permet d'obtenir des corrélations très précises avec les données expérimentales. En particulier, dans le film mince, le modèle de turbulence remplit efficacement son rôle et offre des prédictions très satisfaisantes pour la perte de charge à bas Reynolds. Comme attendu, le modèle de turbulence $k-\epsilon$ fournit une erreur sur l'estimation du frottement dans cette région. Cela justifie le choix du modèle et son utilisation comme référence pour la validation du modèle « bulk flow ».

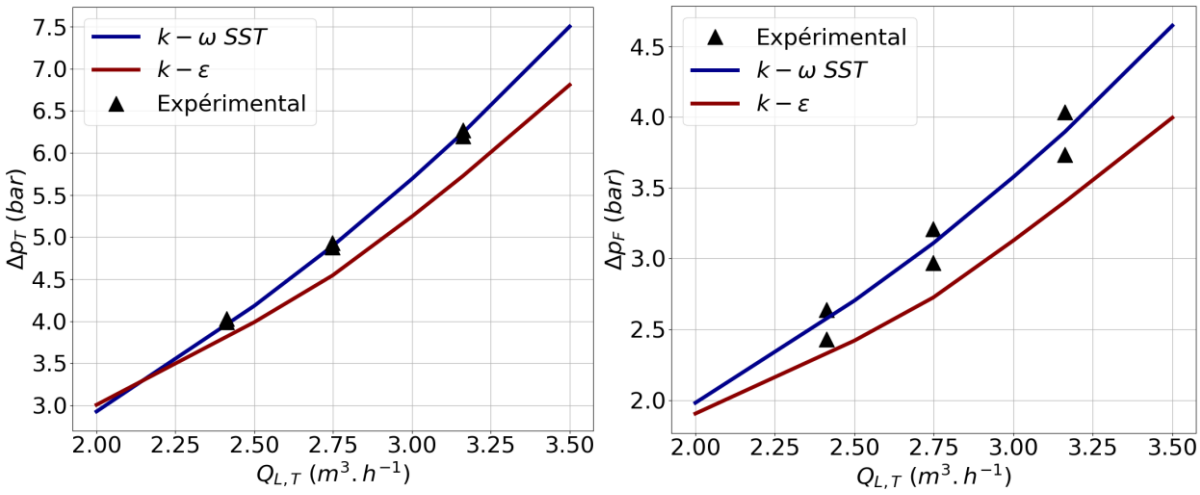


Figure IV-43: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film mince (à droite) VS débit total d'eau dans le palier

La Figure IV-44 présente les évolutions de la perte de charge dans l'orifice et de la perte de charge au passage alvéole-film en fonction du débit volumique total d'eau dans le palier. Il est observé que la perte de charge dans l'orifice est légèrement sous-estimée par les deux modèles. Cette sous-estimation pourrait être attribuée au fait que la modélisation CFD ne reflète pas fidèlement l'écoulement réel lorsqu'il pénètre dans les orifices. En pratique, le fluide est amené par une gorge d'alimentation circonférentielle avant de changer de direction et d'entrer à l'intérieur des orifices, contrairement à ce qui est modélisé où ce changement de direction n'est pas pris en compte. Cependant, la perte de charge dans cette zone est très faible par rapport à celle observée ailleurs dans le palier. Cette légère sous-estimation a donc peu d'impact sur l'évaluation globale du champ de pression. Le modèle $k-\omega\ SST$ représente un peu mieux la perte de charge à la restriction de section entre l'alvéole et le film mince, même si, comme pour le cas de l'orifice, le choix entre les deux modèles de turbulence n'a pas d'influence majeure sur l'évaluation des pertes de charge singulières.

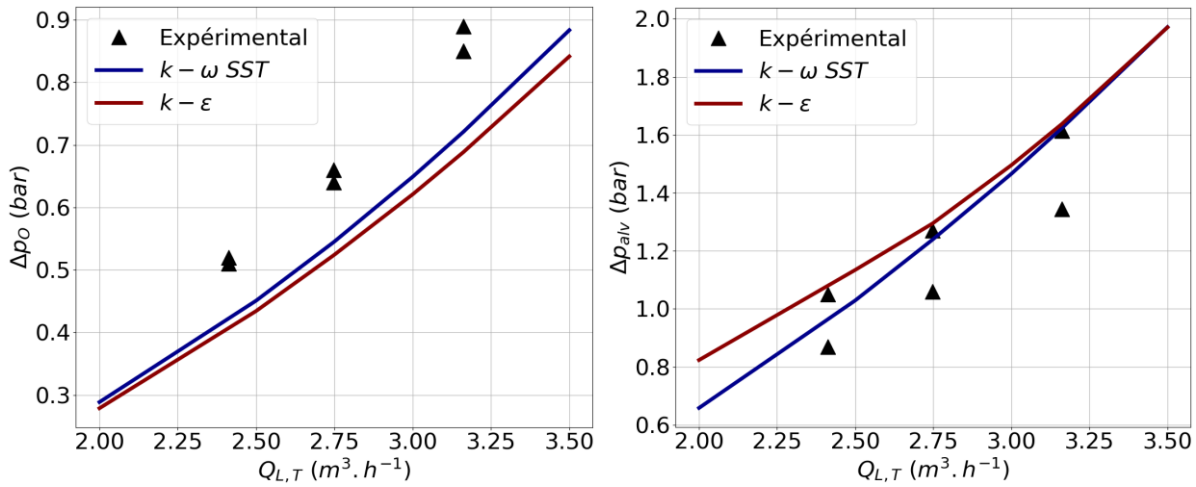


Figure IV-44: Perte de charge dans l'orifice (à gauche) et dans la transition alv/film (à droite) VS débit d'eau dans le palier ($\alpha_{am} = 0.00$)

La Figure IV-45 expose les profils de pression obtenus avec les deux modèles de turbulence et leur comparaison avec les résultats expérimentaux. Il est évident que le modèle $k-\omega\ SST$ reproduit avec précision la pente de la perte de charge dans le film mince. En outre, il est remarqué que le modèle $k-\epsilon$ semble sous-estimer de plus en plus le frottement à mesure que la vitesse d'écoulement augmente.

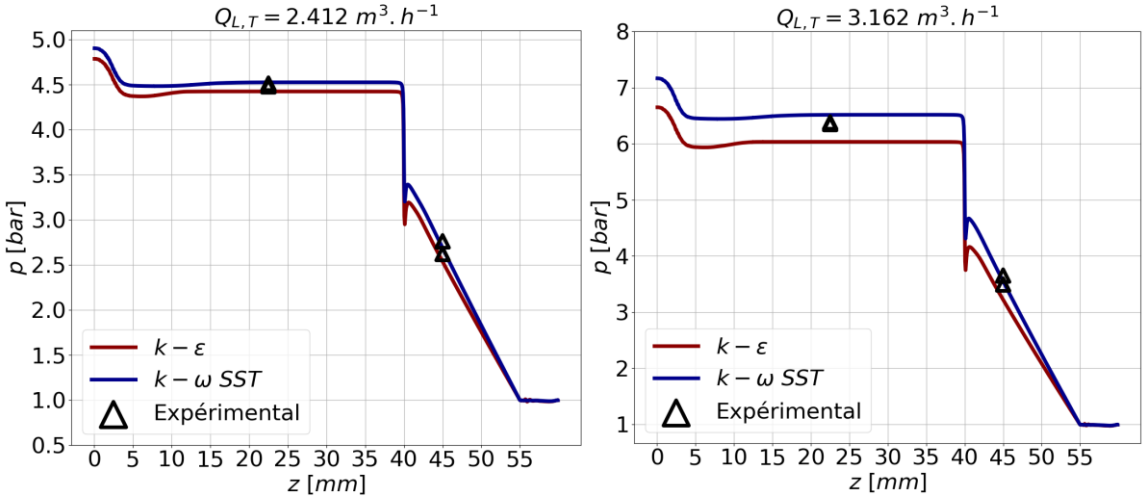


Figure IV-45: Profils de pression à mi-épaisseur de film le long de l'axe z ($x = 1.25\ mm, y = 50\ \mu m$)

La transition vers l'étude d'un écoulement diphasique a requis un changement de logiciel afin de pouvoir utiliser le modèle de turbulence $k-\omega\ SST$ en régime diphasique. Pour valider ce passage, il est nécessaire que les résultats obtenus avec Fluent en utilisant un modèle de mélange et $\alpha_{am} = 0.00$ corrèlent bien avec ceux issus de Code_Saturne. Cette vérification est détaillée en Annexe G.

IV.2.4 Comportement dynamique en mélange eau-air du palier hydrostatique avec alvéole en H

Cette section se penche sur l'influence de la quantité d'air sur les comportements dynamiques du palier hydrostatique, comparant les configurations d'alvéoles rectangulaires et d'alvéoles en forme de H. Le débit volumique d'eau dans le palier est constant, fixé à $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$. Dans un premier temps, une analyse de l'évolution des impédances en fonction de la fréquence d'excitation dans un intervalle $[0, \Omega_r]$ est mené pour détecter un éventuel impact de l'inertie du fluide ou de la compressibilité de la phase gazeuse (Figure IV-46) sur des alvéoles en H. Les courbes montrent que les parties réelles des impédances demeurent constantes tandis que les parties imaginaires sont linéaires. Cela indique que sur la plage de fréquences d'excitation considérée, ni les effets inertiels ni la compressibilité de l'air ne jouent un rôle significatif. Dès lors, comme les coefficients dynamiques sont constants, leur détermination et le calcul des caractéristiques de stabilité peuvent être réalisés avec une unique fréquence d'excitation prise égale à $\Omega_r/2$ dans les calculs (section III.7). Cela est permis par le fait que les coefficients dynamiques sont quasiment constants pour des fréquences d'excitation sous-synchrone.

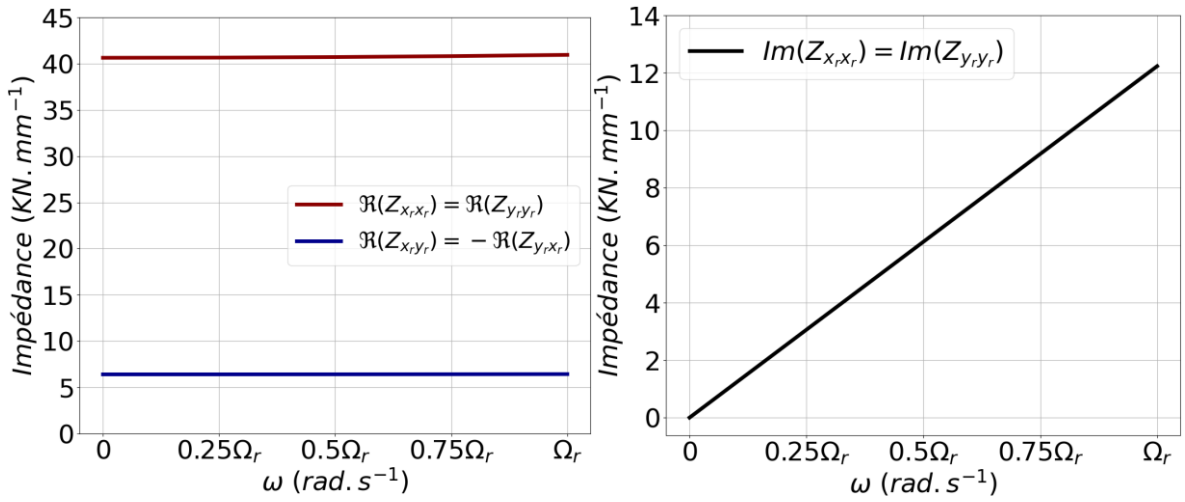


Figure IV-46: Parties réelles (à gauche) et imaginaires (à droite) de l'impédance du palier à alvéoles en H $\left(\alpha_{am} = 0.10,\ Q_{L,T} = 4m^3.h^{-1}, \Omega_r = 1500\ tr.min^{-1}\right)$

Dans l'analyse des raideurs en fonction de la quantité d'air dans la zone d'alimentation (Figure IV-47), il est remarqué une augmentation de la raideur directe d'environ 8 % pour une fraction volumique de gaz entrainé de 10 % pour chaque configuration de palier hydrostatique. Cette tendance est favorable à la stabilité du palier, car elle accroît la masse critique du système. Les alvéoles rectangulaires apportent un peu plus de raideur directe que les alvéoles en H (un peu moins d'1 $kN.mm^{-1}$). Par ailleurs, une très faible augmentation de la raideur croisée (d'environ 2 %) avec l'augmentation de la quantité d'air dans le mélange est observée puis sa valeur se stabilise. La croissance de cette grandeur a un impact négatif sur la stabilité du système car elle diminue la masse critique et augmente la fréquence de précession (WFR). Elle est légèrement supérieure avec l'utilisation d'alvéoles rectangulaires.

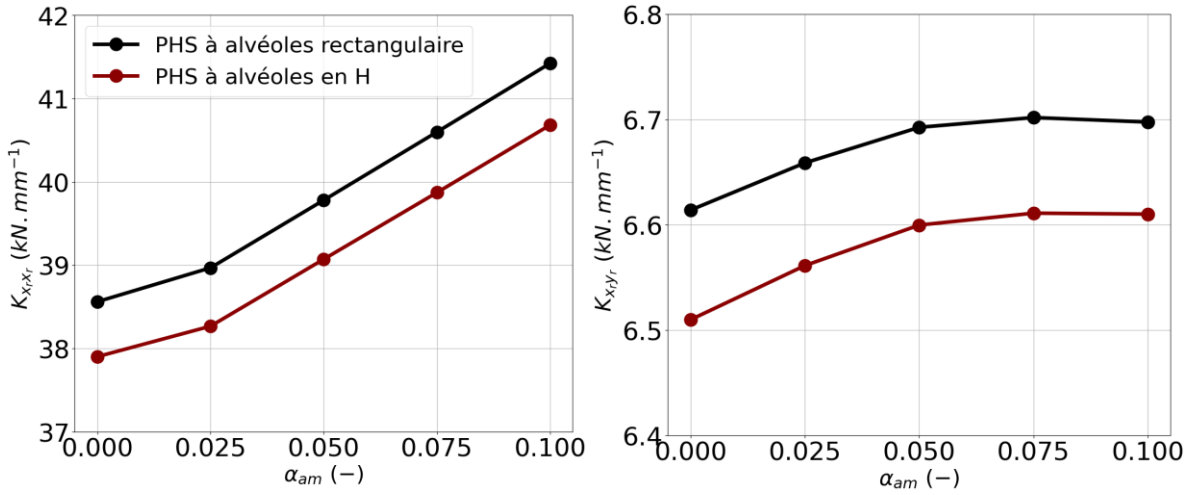


Figure IV-47: Raideur directe (à gauche) et raideur croisée (à droite) VS fraction volumique d'air à l'alimentation

Enfin, l'évolution de l'amortissement direct des paliers hydrostatiques est tracée sur la Figure IV-48, mettant en évidence l'impact plus important de la contamination en air. Une nette diminution de l'amortissement apparait, entre 10 % et 15 % sur l'intervalle étudiée. De manière logique, l'utilisation d'alvéole en forme de H permet de réduire cet effet par réduction du volume alvéolaire.

L'entrainement d'air dans le palier hydrostatique diminue l'amortissement du système rotor-palier, une tendance similaire à celle obtenue par Cheng et al. [22] et Goodwin et al. [23] sur des paliers hydrodynamiques et opposée à celle obtenue par Zhang et al. [9], Lu et San Andrés [10] et dans cette thèse sur les joints annulaires. Dans le cas particulier du palier hydrostatique traitée ici, cette diminution probable soulevait des préoccupations quant à une instabilité de type « marteau pneumatique » (amortissement nul ou négatif). Cependant, pour le niveau de contamination examiné, l'amortissement généré par le palier demeure très élevé. Une estimation de la contamination nécessaire pour que l'amortissement devienne nul en extrapolant les résultats obtenus pour des fractions volumiques d'air entrainée $\alpha_{am} \in [0; 10]$ % est $\alpha_{am} \approx 92$ %. D'un point de vue industriel, ce résultat est très rassurant quant à la stabilité du palier en situation d'alimentation dégradée.

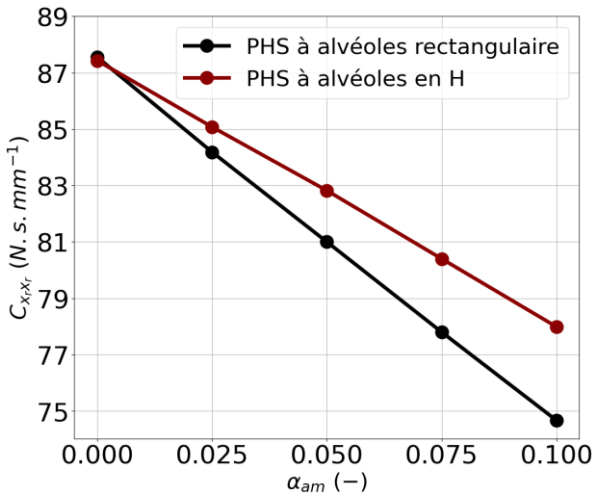


Figure IV-48: Amortissement direct VS fraction volumique d'air à l'alimentation

Le WFR et la masse critique sont évaluées sur la Figure IV-49 pour les deux paliers hydrostatiques en fonction du volume d'air entrainé. A mesure que la fraction de gaz augmente, le WFR s'accroît également, en raison de l'augmentation de la raideur croisée et la diminution de l'amortissement. Cette augmentation du WFR évoque une dégradation de la stabilité du système rotor-palier. Des valeurs proches voire supérieures à 0.5 sont observées, ce qui concorde avec les études de San Andres [177], qui stipulent que pour des paliers hybrides, le WFR est proche de 0.5. Il précise même qu'avec l'utilisation d'un fluide compressible ou dans des conditions de fonctionnement particulières de faible vitesse du rotor et pression d'alimentation élevée, le WFR peut dépasser 0.5, ce qui n'est pas le cas pour des paliers hydrodynamiques.

Dans les simulations réalisées, l'augmentation du WFR est moins prononcée avec l'utilisation d'alvéoles en forme de H. De plus, une augmentation du WFR est souvent associée à une diminution de la masse critique, phénomène confirmé par la Figure IV-49 (b). En effet, la masse critique diminue nettement avec l'augmentation de l'entrainement d'air. L'utilisation d'alvéoles en forme de H exerce un effet positif sur la stabilité du système en repoussant cette limite. La diminution relative de la masse critique observée dans la configuration industrielle est d'environ 15% pour 10% de fraction volumique d'air entrainé. Cependant, la masse maximale du rotor est de l'ordre de la centaine de kg, ce qui écarte les risques d'instabilité induit par la présence d'air.

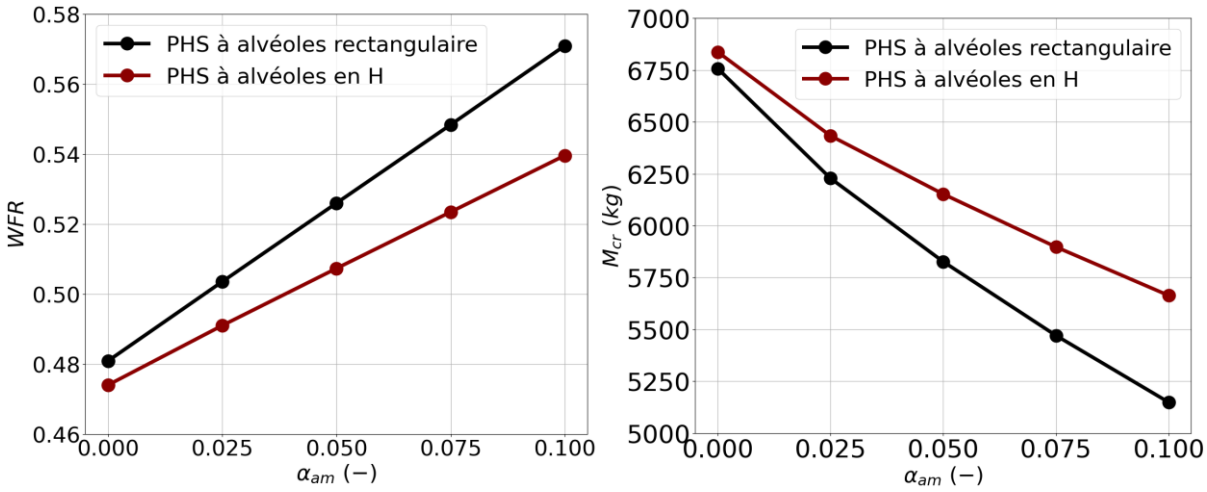


Figure IV-49: WFR (à gauche, (a)) et masse critique (à droite, (b)) VS fraction volumique d'air à l'alimentation

IV.3 Conclusion

En conclusion, les corrélations établies entre le modèle « bulk flow », les résultats CFD et les essais expérimentaux réalisés sur le banc d'essai NADIR confirment la validation des modèles en régime monophasique discutée dans le Chapitre III. Concernant les écoulements diphasiques stationnaires, les lois de perte de charge proposée dans cette thèse ont été validées grâce aux résultats de référence obtenues par CFD. Enrichi de ces formules, le modèle « bulk flow » a montré une bonne concordance avec les résultats CFD de référence pour le palier hydrostatique industriel. De plus, l'impact de l'hétérogénéité a été réévalué dans cette configuration, confirmant que, pour de faibles niveaux de contamination en air, son intégration dans le modèle n'est pas nécessaire. Parallèlement, les corrélations obtenues ont souligné que l'utilisation d'un coefficient de frottement basé sur la loi de turbulence de Blasius, dérivée du coefficient de Darcy pour les écoulements en section annulaire,

est plus adéquate que celle fondée sur une section circulaire, souvent employée en Lubrification [128].

L'importance d'une définition précise des pertes de charge singulières en régime diphasique, notamment pour l'évaluation des coefficients dynamiques, a été soulignée dans le Chapitre III. Une fois ces formules validées, le modèle « bulk flow » a pu être appliqué pour prédire le comportement dynamique du palier industriel. Il a été observé que le comportement dynamique global du système rotor-palier se détériore avec l'augmentation de la contamination en air en raison d'une réduction de l'amortissement direct. Le WFR augmente avec la fraction d'air et la masse critique diminue, réduisant ainsi les marges de stabilité. Cependant, l'utilisation d'alvéoles en forme de H plutôt que rectangulaires permet de limiter cette dégradation des caractéristiques du palier. De plus, les résultats sont rassurant du point de vue industrielle car l'amortissement direct du palier reste substantiel même en cas d'alimentation dégradée, ce qui écarte la crainte d'une instabilité de type « marteau pneumatique ». En outre, bien que la marge de stabilité se soit dégradée vis-à-vis du "fouettement", elle demeure suffisante pour écarter ce risque.

Pour conclure, les objectifs de modélisation ont été atteints, permettant des études exhaustives en régime statique et dynamique du palier hydrostatique industriel. Le modèle fournit des coefficients dynamiques intégrant l'effet de la contamination par l'air, essentiels pour une analyse de la ligne d'arbres de pompe et pour évaluer les risques d'instabilité du palier. Ces résultats doivent désormais être confrontés à des données expérimentales afin de valider les hypothèses formulées en régime diphasique.

Dans le chapitre suivant, une étude similaire est menée pour modéliser l'effet d'entrainement d'air sur la seconde technologie d'intérêt dans cette thèse : le palier hydrodynamique rainuré.

Chapitre V. Modèle de Reynolds diphasique pour l'entrainement d'air et la cavitation dans les paliers hydrodynamiques

V.1 Introduction

Dans la plupart des paliers hydrodynamiques de pompes utilisées dans les centrales nucléaires, des rainures d'alimentation sont intégrées. Un exemple de ce type de palier est illustré sur la Figure V-1. Ces rainures correspondent à des parties usinées du palier qui sont inclinées par rapport à l'axe de rotation du rotor. Leur inclinaison peut varier selon les besoins. Les rainures faisant moins d'un tour de circonférence seront appelées rainures inclinées dans cette thèse. Celles faisant plus d'un tour seront dénommées rainures hélicoïdales. Lorsque le rotor tourne, les rainures génèrent un effet de pompage et agissent comme une source d'alimentation externe [199], complémentaire à un léger différentiel de pression imposé entre les deux bords axiaux du palier. La présence de rainures permet une distribution efficace du fluide dans la zone de lubrification, réduisant ainsi les frottements au démarrage et à l'arrêt de la machine tournante. Elles remplissent également une autre fonction importante : dans certaines situations, des corps étrangers peuvent contaminer le liquide comme des débris solides. Les rainures piègent ces particules et facilitent alors leur évacuation hors du palier. De plus, les rainures modifient la stabilité dynamique du système rotor-palier et influencent la capacité de charge du palier hydrodynamique [200]. Il est donc essentiel de dimensionner avec attention leur nombre et leur géométrie lors de la conception. Dans ce chapitre, l'effet de l'entrainement d'air est étudié sur un palier hydrodynamique à une rainure hélicoïdale débouchante faisant deux fois le tour de la circonférence et un palier hydrodynamique à deux rainures débouchantes inclinées de $20°$. Une représentation simplifiée de cette dernière géométrie est présentée sur la Figure V-1.

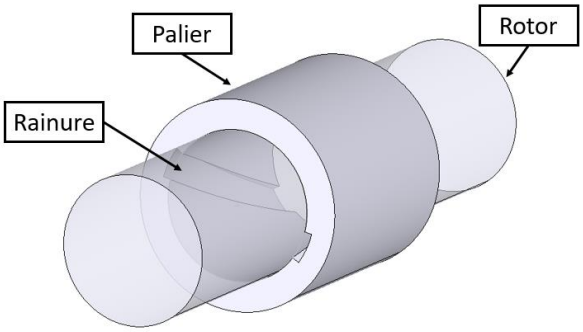


Figure V-1: Palier à rainures inclinées

Ces paliers hydrodynamiques sont lubrifiés à l'eau. Dans certaines situations, l'eau pourrait être contaminée par une quantité d'air significative entrainant des modifications des comportements statique et dynamique du palier. L'estimation est comparable à celle réalisée pour les paliers hydrostatiques, soit $\alpha_{am} \approx 10\ \%$, bien que cette valeur soit encore en cours d'étude. Les recherches menées sur le palier hydrodynamique dans cette thèse explorent, en plus du niveau de contamination attendu, des fractions volumiques de gaz élevées allant jusqu'à 50 %, afin d'appréhender le comportement du palier pour des conditions de contamination marquées.

En fonctionnement, le rotor positionné verticalement peut être soumis à différentes charges statiques (efforts hydrauliques ou électromagnétiques) reprises par les paliers. Les charges peuvent évoluer au cours du fonctionnement de la pompe. En condition d'alimentation en eau pur, chaque palier hydrodynamique possède une certaine capacité de charge. Afin de maîtriser l'exploitation des pompes en condition d'alimentation dégradée, il est nécessaire de simuler l'effet de l'entrainement d'air sur un intervalle étendu de cette capacité de charge, afin de couvrir un éventail exhaustif de scénarios de chargement.

Les effets d'inertie étant négligeables dans les paliers hydrodynamiques étudiés (Figure I-10), le modèle de Reynolds s'avère adapté pour la résolution de l'écoulement. La première partie de l'étude se concentre sur le développement théorique de ce modèle pour le mélange, qui prend en compte la variabilité de la masse volumique et de la densité, avec l'expression explicite de la fraction volumique en fonction de la pression (éq. (II-15)). Cette formule basé sur les travaux de Diaz et San Andres [25] permet de prendre en compte la présence de gaz par cavitation et par transport en utilisant l'équation de Rayleigh-Plesset [62,63]. La discrétisation du modèle est réalisée sur des maillages structurés composés d'éléments rectangulaires, appliquée initialement au cas simple du palier hydrodynamique lisse. Ce premier cas d'application vise à comparer les prédictions de cavitation obtenues à celles du modèle de Woloszynski [60] basé sur la théorie de Jakobsson, Floberg et Olsson

(JFO) [48,201]. La théorie JFO étant une référence pour modéliser ce phénomène. En particulier, le modèle de Diaz et San Andres [25] sera évalué pour sa capacité à reproduire fidèlement la rupture et la reformation de film.

La deuxième partie de l'étude se concentre sur le traitement numérique de la présence de rainures dans les paliers hydrodynamiques. Tout d'abord, le maillage du domaine doit s'adapter à la géométrie des rainures, qui peuvent être inclinées dans les applications industrielles. Par conséquent, le choix s'est porté sur des maillages non structurées formés de triangles, pouvant s'adapter à tout type de géométrie, et les implications théoriques sur la discrétisation de l'équation de Reynolds diphasique sont exposées. Le choix d'un maillage composé de triangles a été réalisé dans l'optique d'obtenir un solveur capable de traiter tout type d'inclusion géométrique, comme des rayures dans d'autres applications. Le développement de ce modèle est utilisé pour réaliser une analyse sur l'effet de la contamination en air sur les caractéristiques statiques d'un palier hydrodynamique à rainure hélicoïdale.

Pour finir, l'équation de Reynolds est formulée dans le cadre des petites perturbations pour permettre l'évaluation des caractéristiques dynamiques, c'est à dire les coefficients de raideur et d'amortissement de ce type de palier. Une étude est alors entreprise sur l'effet de l'entrainement d'air sur les comportements statique et dynamique d'un palier hydrodynamique à rainures inclinées.

V.2 Modèle de Reynolds diphasique pour l'entrainement d'air et la cavitation

Les hypothèses et le raisonnement menant à la simplification des équations de Navier-Stokes dans le cadre des écoulements confinés a été présentés au début du Chapitre III dans la section III.2. D'après les estimations du nombre de Reynolds réduit présentées sur la Figure I-10, les effets inertiels sont négligeables dans le palier hydrodynamique rainuré. Il est donc possible de simplifier le système adimensionné (III-6) de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_1} = -\varepsilon Re_{lb} \bar{\bar{u}}_j \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \bar{\bar{\mu}} \dfrac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} + \dfrac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \approx \dfrac{\partial}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \left(\bar{\bar{\mu}} \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_1}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \right) \\ \dfrac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} = 0 \\ \dfrac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}_3} = -\varepsilon Re_{lb} \bar{\bar{u}}_j \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_j} + \bar{\bar{\mu}} \dfrac{\partial^2 \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2^2} + \dfrac{\partial \bar{\bar{\mu}}}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \approx \dfrac{\partial}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \left(\bar{\bar{\mu}} \dfrac{\partial \bar{\bar{u}}_3}{\partial \bar{\bar{x}}_2} \right) \end{cases} \quad \text{(V-1)}$$

Ensuite, comme pour le modèle de « bulk flow », les équations sont intégrées selon l'épaisseur du film. Négliger les termes d'inertie permet de découpler les vitesses et la pression dans le système. En revenant aux variables dimensionnées, l'équation résultante est l'équation de Reynolds isotherme avec une masse volumique et une viscosité variable :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\rho_m H^3}{\mu_m}\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho_m H^3}{\mu_m}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=6U_r\frac{\partial(\rho_m H)}{\partial x} \tag{V-2}$$

Tous les détails sur les développements pour obtenir cette équation sont donnés par Frêne et al. [16], qui réalisent la démonstration pour un fluide qui possède également des propriétés variables. Le membre de gauche représente le mouvement de fluide induit par un gradient de pression (écoulement de Poiseuille) et le membre de droite représente le mouvement du fluide provoqué par la vitesse relative entre les parois (écoulement de Couette). La masse volumique est exprimée en fonction de la fraction volumique de gaz et de la pression grâce à la formule (II-7). De même, une loi est choisie pour décrire la variation de la viscosité dynamique du mélange en fonction de l'application (formules (II-16) et (II-17)). Grâce au modèle de Diaz et San Andres [25] (éq. (II-15)), la fraction volumique de gaz est reliée à la pression. Cette formule permet également de traiter la cavitation [64]. Finalement, l'équation de Reynolds diphasique se présente comme une équation non-linéaire avec la pression p comme seule inconnue. Une fois résolue, il est possible d'en déduire les vitesses dans l'écoulement (éq. (III-23)) ainsi que les contraintes de cisaillement [16] :

$$\begin{cases} S_{xy}=\mu_m\dfrac{\partial u_m}{\partial y}=\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial p}{\partial x}(2y-H)-U_r\dfrac{\mu_m}{H} \\ S_{yz}=\mu_m\dfrac{\partial w_m}{\partial y}=\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial p}{\partial z}(2y-H) \end{cases} \tag{V-3}$$

Dans le cadre de cette thèse, ce modèle a été implémenté pour résoudre des écoulements dans les paliers hydrodynamiques lisses et rainurés et les paliers hydrostatiques. Dans les paliers hydrostatiques, la résolution de l'équation de Reynolds sert de point de départ pour les résolutions des équations du bulk flow.

V.2.1 Discrétisation par la méthode des volumes finis sur maillage structuré

Le système (V-2) constitue un ensemble d'équations aux dérivées partielles et non-linéaires en p. De la même manière que pour les équations du « bulk flow », un schéma de discrétisation de type volumes finis est utilisé sur une grille colocalisée. Une illustration de la discrétisation et des conditions aux limites est présentée sur la Figure V-2.

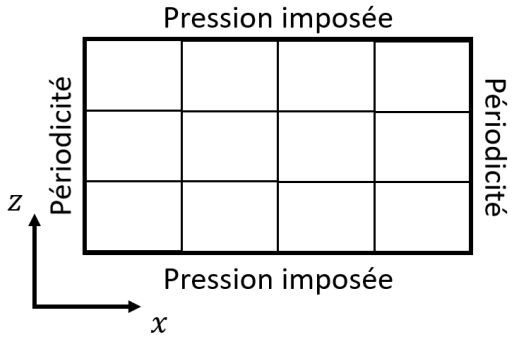


Figure V-2: Discrétisation et conditions aux limites du domaine fluide

L'équation de Reynolds est reformulée sous forme conservative :

$$\underline{\nabla}.\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}H^3\underline{\nabla}p - 6\rho_m H\underline{U_r}\right) = 0, \qquad \underline{U_r} = \begin{pmatrix} U_r \\ 0 \end{pmatrix} \tag{V-4}$$

Elle est ensuite intégrée sur chaque cellule et transformée en flux aux arêtes grâce au théorème de Green-Ostrogradsky :

$$\iint_\Lambda \underline{\nabla}.\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}H^3\underline{\nabla}p - 6\rho_m H\underline{U_r}\right)d\Lambda = \oint_\Gamma \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}H^3\underline{\nabla}p - 6\rho_m H\underline{U_r}\right).\underline{n}d\Gamma = 0 \tag{V-5}$$

L'intégrale de circulation est approximée comme suit :

$$\oint_\Gamma \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}H^3\underline{\nabla}p - 6\rho_m H\underline{U_r}\right).\underline{n}d\Gamma = \sum_{i\in\{e,w,s,n\}} \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}H^3\underline{\nabla}p - 6\rho_m H\underline{U_r}\right)_i.\underline{n_i}\Delta\Gamma_i \tag{V-6}$$

Les pas du maillage ne sont pas nécessairement égaux et sont définis sur la Figure III-5. L'approximation (V-6) permet d'obtenir la relation :

$$\left[\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_e H_e^3 \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_e - 6\rho_{m,e} H_e U_r\right]\Delta z_P - \left[\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_w H_w^3 \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_w - 6\rho_{m,w} H_w U_r\right]\Delta z_P + \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_n H_n^3 \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_n \Delta x_P - \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_s H_s^3 \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_s \Delta x_P = 0 \quad \text{(V-7)}$$

Les dérivées aux arêtes sont approximées par différences finies d'ordre 2 :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_e = \frac{p_E - p_P}{\Delta x_E}, \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_w = \frac{p_P - p_W}{\Delta x_W}$$
$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_n = \frac{p_N - p_P}{\Delta x_N}, \qquad \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_s = \frac{p_P - p_S}{\Delta x_S} \quad \text{(V-8)}$$

Et les variables $\Xi \in \{\rho_m, \mu_m\}$ sont transportées à l'aide d'un schéma upwind d'ordre 1 détaillé à l'équation (III-54). L'équation devient alors :

$$a_P(p)p_P + a_E(p)p_E + a_W(p)p_W + a_N(p)p_N + a_S(p)p_S - b_P(p) = 0 \quad \text{(V-9)}$$

Avec :

$$a_E(p) = H_e^3 \frac{\Delta z_P}{\Delta \mathrm{x_E}}\left(\mathbb{1}_e^- \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_E + \mathbb{1}_e^+ \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_P\right),$$
$$a_W(p) = H_w^3 \frac{\Delta z_P}{\Delta \mathrm{x_W}}\left(\mathbb{1}_w^+ \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_W + \mathbb{1}_w^- \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_P\right)$$
$$a_N(p) = H_n^3 \frac{\Delta x_P}{\Delta z_N}\left(\mathbb{1}_n^- \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_N + \mathbb{1}_n^+ \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_P\right) \quad \text{(V-10)}$$
$$a_S(p) = H_s^3 \frac{\Delta x_P}{\Delta z_S}\left(\mathbb{1}_s^+ \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_S + \mathbb{1}_s^- \left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_P\right)$$

$$a_P(p) = -\sum_{I\in\{E,W,N,S\}} a_I$$

$$b_P(p) = 6U_r\Delta z_P(\rho_P(H_e\mathbb{1}_e^+ - H_w\mathbb{1}_w^-) + \rho_E H_e\mathbb{1}_e^- - \rho_W H_w\mathbb{1}_w^+)$$

Les inconnues de pression sur chaque centre sont regroupées dans un vecteur :

$$\underline{p} = \{p_k\}_{k\in[\![1;N_{el}]\!]} \tag{V-11}$$

Avec N_{el} le nombre de cellules du maillage. D'où le système vectoriel suivant :

$$\underline{F}\left(\underline{p}\right) = \underline{0} \tag{V-12}$$

Avec $\underline{F}$ une fonction vectorielle non-linéaire déduite de la discrétisation de l'équation de Reynolds. L'algorithme utilisé pour résoudre ce problème est l'algorithme de Newton-Raphson. Une initialisation $\underline{p}^{(0)}$ du champ de pression est donnée. En notant $k \in \mathbb{N}$ le numéro de l'itération, chaque étape de la méthode s'écrit :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \underline{\underline{J}}_{F,P}{}^{(k)}\,\underline{\delta p}^{(k)} = -\underline{F}^{(k)} \tag{V-13}$$

$\underline{\underline{J}}_{F,P}$ est la matrice jacobienne de la fonction vectorielle $\underline{F}$ par rapport à la variable $\underline{p}$. Les composantes de cette matrice (notée ici J pour simplifier l'écriture) sont définies comme suit :

$$\boldsymbol{J_{P,P}} = -\sum_{\boldsymbol{I}\in\{\boldsymbol{E},\boldsymbol{W},\boldsymbol{N},\boldsymbol{S}\}} \boldsymbol{a_I} - \left(\sum_{\boldsymbol{I}\in\{\boldsymbol{E},\boldsymbol{W},\boldsymbol{N},\boldsymbol{S}\}} \frac{\boldsymbol{\partial a_I}}{\boldsymbol{\partial p_P}}\right)\boldsymbol{p_P} + \left(\sum_{\boldsymbol{I}\in\{\boldsymbol{E},\boldsymbol{W},\boldsymbol{N},\boldsymbol{S}\}} \frac{\boldsymbol{\partial a_I}}{\boldsymbol{\partial p_P}}\boldsymbol{p_I}\right) - \frac{\boldsymbol{\partial b_P}}{\boldsymbol{\partial p_P}}$$

$$\sum_{I\in\{E,W,N,S\}} \frac{\partial a_I}{\partial p_P} = p_P \frac{d\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_P}{dp_P}\left(H_e^3\frac{\Delta z_P}{\Delta x_E}\mathbb{1}_e^+ + H_w^3\frac{\Delta z_P}{\Delta x_W}\mathbb{1}_w^- + H_n^3\frac{\Delta x_P}{\Delta z_N}\mathbb{1}_n^+ + H_s^3\frac{\Delta x_P}{\Delta z_S}\mathbb{1}_S^-\right) \tag{V-14}$$

$$\frac{\partial b_P}{\partial p_P} = 6U_r\Delta z_P\frac{d\rho_P}{dp_P}(H_e\mathbb{1}_e^+ - H_w\mathbb{1}_w^-)$$

$$\boldsymbol{J_{P,E}} = \frac{\boldsymbol{\partial a_E}}{\boldsymbol{\partial p_E}}(\boldsymbol{p_E} - \boldsymbol{p_P}) + \boldsymbol{a_E} - \frac{\boldsymbol{\partial b_P}}{\boldsymbol{\partial p_E}}$$

$$\frac{\partial a_E}{\partial p_E} = \mathbb{1}_e^- \frac{d\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_E}{dp_E} H_e^3 \frac{\Delta z_P}{\Delta x_E}, \qquad \frac{\partial b_P}{\partial p_E} = 6H_e U_R \Delta z_P \mathbb{1}_e^- \frac{d\rho_E}{dp_E}$$

$$\boldsymbol{J_{P,W}} = \frac{\boldsymbol{\partial a_W}}{\boldsymbol{\partial p_W}}(\boldsymbol{p_W} - \boldsymbol{p_P}) + \boldsymbol{a_W} - \frac{\boldsymbol{\partial b_P}}{\boldsymbol{\partial p_W}}$$

$$\frac{\partial a_W}{\partial p_W} = \mathbb{1}_w^+ \frac{d\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_W}{dp_W} H_w^3 \frac{\Delta z_P}{\Delta x_W}, \qquad \frac{\partial b_P}{\partial p_W} = -6H_w U_r \Delta z_P \mathbb{1}_w^+ \frac{d\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_W}{dp_W}$$

$$\boldsymbol{J_{P,N}} = \frac{\boldsymbol{\partial a_N}}{\boldsymbol{\partial p_N}}(\boldsymbol{p_N} - \boldsymbol{p_P}) + \boldsymbol{a_N}, \qquad \frac{\partial a_N}{\partial p_N} = \mathbb{1}_n^- \frac{d\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_N}{dp_N} H_n^3 \frac{\Delta x_P}{\Delta z_N}$$

$$\boldsymbol{J_{P,S}} = \frac{\boldsymbol{\partial a_S}}{\boldsymbol{\partial p_S}}(\boldsymbol{p_S} - \boldsymbol{p_P}) + \boldsymbol{a_S}, \qquad \frac{\partial a_S}{\partial p_S} = \mathbb{1}_s^+ \frac{d\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_S}{dp_S} H_s^3 \frac{\Delta x_P}{\Delta z_S}$$

A chaque itération, le système (V-13) est résolu et un incrément est appliqué au vecteur des pressions :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \underline{p}^{(k+1)} = \underline{p}^{(k)} + \underline{\delta p}^{(k)} \tag{V-15}$$

Jusqu'à atteindre le critère de convergence avec une tolérance donnée :

$$\left\|\underline{F}^{(k)}\right\|_\infty < tolérance \tag{V-16}$$

V.2.2 Validation du modèle pour la cavitation dans un palier cylindrique

Le modèle développé dans la partie précédente offre la capacité de traiter de l'entrainement de gaz en prenant en compte la variation des propriétés du mélange. Gehannin [64] illustre qu'il permet également de modéliser la cavitation en considérant que les bulles contiennent de la vapeur à pression partielle constante. Avant de l'utiliser dans des situations intégrant tous les phénomènes physiques qu'il est capable de représenter, il est judicieux de le comparer à un modèle de cavitation référencé dans lequel le lubrifiant est un liquide pur pouvant rompre si la pression atteint la pression de cavitation, afin d'estimer si la cavitation est bien représentée.

Le modèle de cavitation de référence implémenté dans cette thèse est la reformulation de Woloszynski [60] du modèle d'Elrod et d'Adams [51]. La formulation de l'équation de Reynolds adimensionnée dans ce modèle est la suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \bar{\bar{x}}}\left(\bar{\bar{H}}^3 \frac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{x}}}\right) + \frac{l_x^2}{l_z^2}\frac{\partial}{\partial \bar{\bar{z}}}\left(\bar{\bar{H}}^3 \frac{\partial \bar{\bar{p}}}{\partial \bar{\bar{z}}}\right) = 6\mu_L U_r \frac{l_x}{H_{ref}^2 p_{ref}} \frac{\partial}{\partial x}\left((1-\theta)\bar{\bar{H}}\right)$$
$$\bar{\bar{H}} = \frac{H}{H_{ref}}, \qquad \bar{\bar{p}} = \frac{p}{p_{ref}}, \qquad \bar{\bar{x}} = \frac{x}{l_x}, \qquad \bar{\bar{z}} = \frac{z}{l_z} \tag{V-17}$$

θ est un taux volumique de remplissage par la phase gazeuse dans la zone de cavitation. Pour que le modèle respecte la théorie JFO, il faut que la conservation de la masse sur les frontières de cavitation soit respectée et que la pression dans la zone de cavitation soit égale à la pression de cavitation. Ces conditions peuvent être regroupées dans une contrainte de complémentarité [53,54] :

$$(\bar{\bar{p}} - \bar{\bar{p}}_{cav})\theta = 0, \;\; (\bar{\bar{p}} - \bar{\bar{p}}_{cav}) \geq 0, \;\; \theta \geq 0 \tag{V-18}$$

En présence de cavitation, la valeur du taux de remplissage est strictement supérieure à 0, soit $\theta_{am} \in \,]0;1]$ et la pression est égale à la pression de cavitation. En l'absence de cavitation, le taux de remplissage est nul, le film fluide est complet et la pression est strictement supérieur à la pression de cavitation. Pour simplifier la résolution, une équation de type Fisher-Burmeister proposée par Woloszynski et al. [60] permet de transformer la contrainte de complémentarité en une équation d'inconnues la pression et le taux de remplissage :

$$(\bar{\bar{p}} - \bar{\bar{p}}_{cav}) + \theta + \sqrt{(\bar{\bar{p}} - \bar{\bar{p}}_{cav})^2 + \theta^2} = 0 \tag{V-19}$$

Le système final à résoudre est un système sans contrainte composé de deux équations à deux inconnues (éq. (V-17) et éq. (V-19)). Woloszynski et al. [60] proposent un algorithme de résolution efficace pour ce système, appelé algorithme FBNS (Fischer-Burmeister-Newton-Schur), qui repose sur l'écriture du complément de Schur de la matrice jacobienne de la résolution itérative. Cet algorithme a été implémenté dans le cadre de cette thèse. De plus, la méthode « p moins θ » développée par Biboulet et Lubrecht [61] a également été mise en œuvre, offrant une alternative à l'algorithme de

Woloszynski et al. [60]. La discrétisation du système et des comparaisons sur les algorithmes de résolution sont détaillées en Annexe I.

La formulation de Woloszynski [60] basé sur le modèle d'Elrod et d'Adams [51] de l'équation de Reynolds permet de représenter la cavitation et donc dans le cadre de cette thèse, la cavitation par vaporisation du liquide. La formulation de Diaz et San Andres [25] de l'équation de Reynolds permet en plus de représenter l'entrainement de gaz dans le liquide (éq. (II-15)). L'utilisation de ce dernier modèle pour modéliser la cavitation a été suggérée par Gehannin [64]. Une vérification de cet usage est réalisée sur un palier hydrodynamique lisse sous-alimenté. La condition de sous-alimentation dans un palier hydrodynamique correspond à la situation où un débit inférieur au débit de fonctionnement est fourni, ce qui engendre un retard de la formation du film dans la partie convergente. La section de formation du film se trouve en aval de la section d'alimentation, comme illustré sur la Figure V-3.

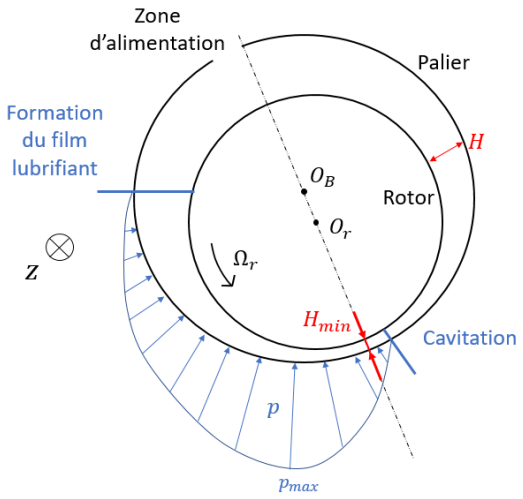


Figure V-3: Forces hydrodynamiques et distribution de pression dans le palier

Cette situation représente un défi de modélisation pour les modèles de cavitation car il faut détecter une zone de rupture et une zone de formation de film à l'intérieur du palier. En termes de conditions aux limites, la sous-alimentation se traduit par une pression égale à la pression de cavitation et une fraction volumique de gaz non nulle.

Pour comparer les modèles de cavitation, il est nécessaire d'introduire une quantité négligeable d'air transportée dans le lubrifiant dans le modèle de Diaz et San Andres [25], afin que la cavitation

devienne la seule source de gaz. La condition limite permettant de générer ce type d'écoulement sans produire une singularité dans la formule (II-15) est la suivante :

$$p_{am} = p_{cav} + p_{\epsilon}, \qquad 0 < p_{\epsilon} \ll p_{cav} \tag{V-20}$$

Le petit incrément de pression permet d'éviter la singularité inhérente à la modélisation tout en générant une pression de l'air entrainé quasiment nulle. Par la loi des gaz parfaits, cela permet d'obtenir une masse d'air entrainée négligeable :

$$p_{G_{am}} = p_{am} - p_{cav} = p_{\epsilon} \approx 0\ Pa \Rightarrow \rho_{G_{am}} \approx 0\ kg.m^{-3} \Rightarrow m_{G_{am}} \approx 0\ kg \tag{V-21}$$

Ensuite, pour instaurer la condition de sous-alimentation, il est indispensable d'imposer une valeur de la fraction volumique non nulle à l'entrée de palier. Etant donnée que la masse d'air entrainée est pratiquement nulle, la présence de gaz à l'alimentation ne peut être due qu'à la vapeur d'eau. La fraction volumique de gaz en entrée est fixée :

$$\theta_{am} = \alpha_{am} = 0.40 \tag{V-22}$$

La Figure V-4 décrit les évolutions de pression et de fraction volumique de gaz dans le palier hydrodynamique en fonction de la coordonnée circonférentielle. Il est évident que le modèle de Diaz et San Andres [25] parvient à reproduire fidèlement l'ensemble des phénomènes physiques générés dans cet écoulement. Effectivement, la zone de sous-alimentation, la génération de pression puis la dépression et la cavitation se retrouvent toutes sur les courbes. Une différence notable réside dans le fait que le modèle de Diaz et San Andres [25] décrive une variation continue pour la fraction volumique de gaz.

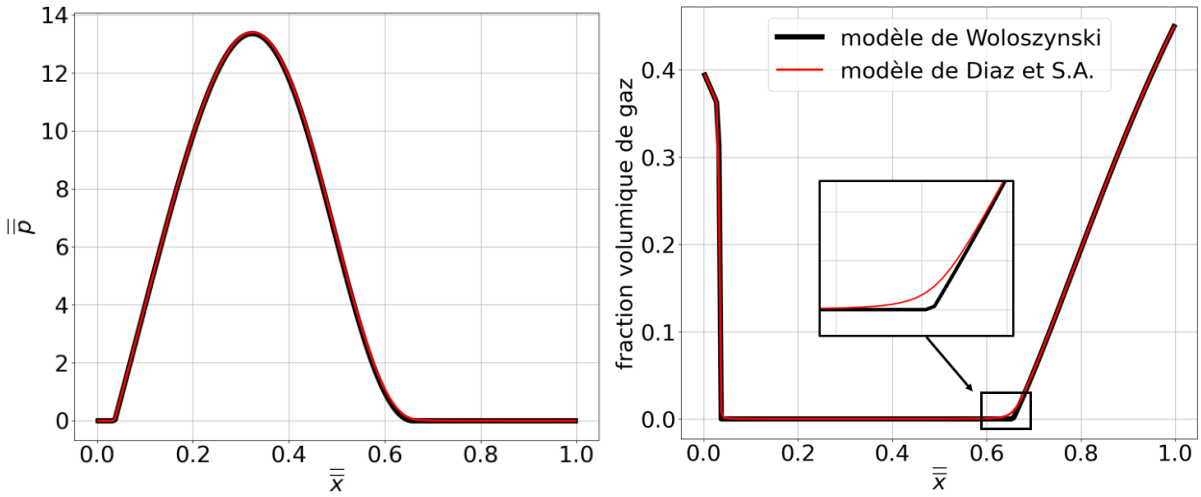


Figure V-4: Evolution de la pression adimensionnée (à gauche) et de la fraction volumique de gaz (à droite) en fonction de la coordonnée circonférentielle adimensionnée ($\boldsymbol{p_{am} = p_{av} = p_{cav}}$, $\boldsymbol{\alpha_{am} = \theta_{am} = 0.45}$)

Une deuxième comparaison est examinée. Cette fois-ci, la fraction volumique de gaz en entrée est légèrement augmentée :

$$\theta_{am} = \alpha_{am} = 0.45 \tag{V-23}$$

Les résultats numériques sont représentés sur la Figure V-5. De nouveau, une très bonne corrélation est observée entre les deux modèles. Ici, avec une fraction volumique de gaz plus élevée en entrée, la formation du film fluide complet nécessite une distance circonférentielle plus grande. De surcroit, la génération de pression dans le palier hydrodynamique est plus faible. Il est à nouveau remarquable que le modèle de Diaz et San Andres [25] produit des profils de fraction volumique de gaz de dérivée continue.

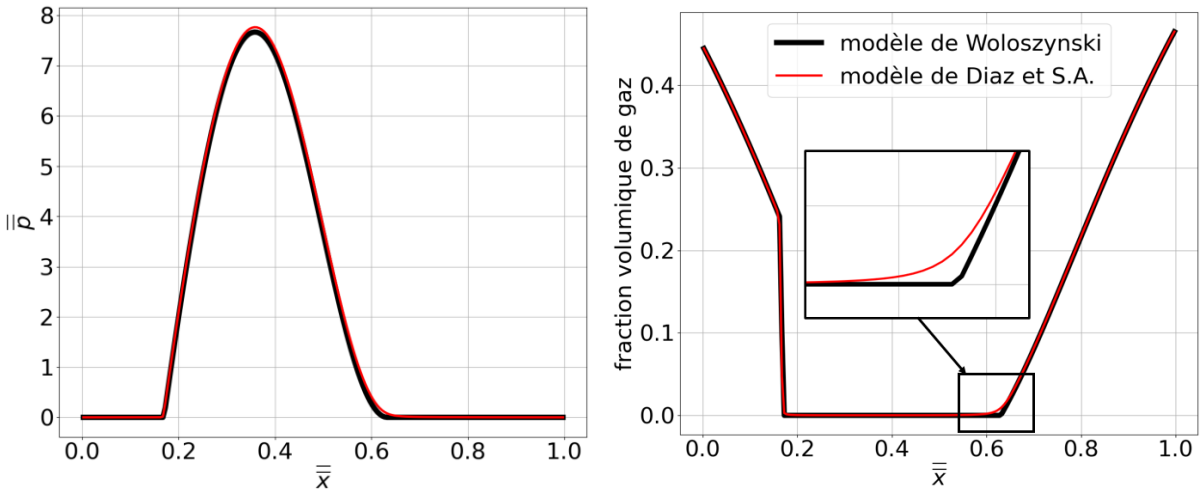


Figure V-5: Evolution de la pression adimensionnée (à gauche) et de la fraction volumique de gaz (à droite) en fonction de la coordonnée circonférentielle adimensionnée ($p_{am} = p_{av} = p_{cav}$, $\alpha_{am} = \theta_{am} = 0.45$)

En conclusion, ces simulations numériques montrent la capacité du modèle de Diaz et San Andres [25] à modéliser des écoulements de liquide dans un palier en tenant compte du phénomène de cavitation, en particulier prédire correctement les zones de rupture et de formation du film. Cependant, une limitation du modèle de Diaz et San Andres [25] dans cette configuration est que si, au cours des itérations, des calculs locaux donnent des pressions inférieures à la pression de cavitation, les valeurs de fraction volumique de gaz déduites peuvent sortir de l'intervalle $[0; 1]$, ce qui peut entraîner d'importants problèmes de robustesse. Ce point a été discuté dans [64]. D'un autre côté, l'avantage du modèle de Diaz et San Andres [25] est de pouvoir intégrer le phénomène de transport de gaz, qui impacte les propriétés du fluide pour des pressions supérieures à la pression de cavitation, et donc affecte le comportement du lubrifiant dans tout le domaine. Cette utilisation du modèle sera explorée dans les sections suivantes. En résumé, le modèle de Diaz et San Andres [25] est plus complet qu'un modèle de cavitation simple car il modélise également l'entrainement d'air, il est précis dans sa prédiction des zones de cavitation mais sa résolution de ce dernier phénomène est moins robuste.

V.3 Résolution de l'équation de Reynolds diphasique sur maillages non structurés adaptés aux paliers hydrodynamiques rainurés

La présence de rainures modifie l'écoulement dans les paliers hydrodynamiques. Lorsque la profondeur des rainures dépasse largement l'épaisseur du film mince, les effets hydrodynamiques deviennent négligeables dans les rainures et la pression peut raisonnablement y être considérée constante. En effet selon [16], lorsque les rainures possèdent une profondeur de deux ordres de grandeur supérieure à l'épaisseur de film, les données expérimentales montrent que l'effet hydrodynamique est absent. De plus, la référence [186] indique que les rayures cessent d'influencer le comportement hydrodynamique des paliers à patins oscillants lorsqu'elles sont d'un ordre de grandeur supérieur au jeu radial. Dans le cas de rainures profondes, si elles sont débouchantes et qu'un différentiel de pression est appliqué entre les bords axiaux du palier, alors la pression se développe linéairement dans les rainures entre les deux valeurs imposées. Cette hypothèse est appliquée pour l'étude d'un palier hydrodynamique à deux rainures inclinées présentée dans la section V.7 car la profondeur de ses rainures est cinquante fois supérieure au jeu radial.

En revanche, si les rainures ont une profondeur comparable au jeu radial, il est impératif de l'équation de Reynolds en tenant compte de la discontinuité. Cela sera le cas pour l'étude d'un palier hydrodynamique à rainure hélicoïdale présentée à la section V.5, où la profondeur de la rainure est cinq fois supérieure au jeu radial. Quelle que soit la situation, le maillage doit être conçu de manière à ce que les arêtes d'éléments coïncident avec les bords des rainures. Dans le cas des rainures profondes débouchantes, des conditions aux limites en pression y seront appliquées, tandis que dans l'autre cas, ces arêtes seront le lieu de traitement de la discontinuité.

Cette contrainte géométrique complique l'utilisation d'un maillage structuré, qui reste possible par l'introduction d'un changement de variable pour intégrer l'équation de Reynolds sur des maillages composés de parallélogrammes réguliers [202,203]. Cependant, cette méthode ne convient pas pour traiter d'autres cas et de défauts rencontrés dans les paliers. Dans cette thèse, afin d'assurer une résolution aussi générale que possible, une stratégie de résolution sur des maillages triangulaires a été adoptée.

Dans l'industrie, divers types de palier intègrent des rainures. Parmi ceux couramment rencontrés, se trouvent les paliers à chevrons (« herringbone grooved journal bearing ») et les paliers à rainures spirales (« spiral grooved journal bearing »), représentés sur la Figure V-6. Contrairement au palier à rainures inclinés, ils génèrent deux effets de pompage opposés qui dirigent le lubrifiant vers le centre du palier [204]. Le pompage peut être équilibré en termes de débit axial net lorsque les rainures de

chaque côté du palier lisse sont symétriques. L'apport supplémentaire de lubrifiant au centre du palier lisse accroît la pression et améliore la stabilité dynamique [200].

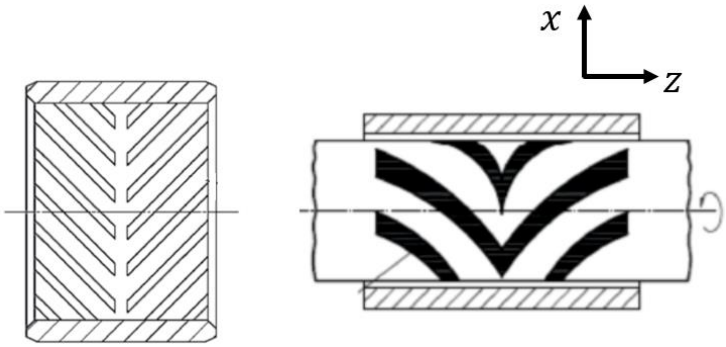


Figure V-6: Palier à chevrons (à gauche) et palier à rainures sprirales (à droite)

Dans le passé, le défi majeur associé à l'intégration des rainures dans un modèle numérique de lubrification résidait dans la gestion des discontinuités d'épaisseur de film. Un examen approfondi de l'évolution des développements sur ce sujet est présenté dans [205]. Deux principales méthodes ont été développées. La première est la théorie des rainures étroites (« narrow groove theory ») introduite par Whipple en 1949 [206,207] qui contourne la résolution directe en supposant l'existence d'un nombre infini de rainures et qui aboutit à une forme lisse de la pression. Cette première approximation s'avère inapplicable dans les paliers hydrodynamiques étudiés dans cette thèse qui comportent peu de rainures. La deuxième méthode consiste à résoudre l'équation de Reynolds [20,208] sur l'ensemble du domaine, y compris les lignes de discontinuité [209]. Van der Stegen [210] a appliqué la méthode des différences finies mais des difficultés liées aux oscillations numériques sont apparues. Pour surmonter ces difficultés, Bonneau et Absi [211] ont combiné la méthode des éléments finis avec des fonctions de pondération de Petrov-Galerkin bien adaptées. Par la suite, Arghir [212] a suggéré d'adapter la méthode des volumes finis aux maillages non structurés. Les méthodes éléments finis et volumes finis fonctionnent toutes deux pour traiter numériquement la présence de rainures.

Finalement, la méthode utilisée pour discrétiser l'équation du mélange dans les paliers rainurées est une adaptation de la méthode des volumes finis décrite par Dahite et Arghir [27] dans un cas de lubrification par gaz pur dans les joints annulaires segmentés. Des maillages triangulaires sont générés à l'aide de la bibliothèque développée dans [213] et proposée dans le module Python *meshpy*. Il est intéressant de noter que récemment, Hassini et al. [186] ont proposé une méthode de

régularisation qui permet de considérer les discontinuités de l'épaisseur de film dans un palier à patins oscillants tout en tenant compte de la thermique qui peut constituer une alternative à la méthode proposée ici.

Des applications concrètes du modèle théorique développé seront présentées dans les sections V.5 et V.7. Dans la partie V.5, une évaluation de la capacité de charge d'un palier à rainure hélicoïdale peu profonde avec une alimentation dégradée (mélange eau-air) sera menée. L'influence importante du choix de la loi de viscosité sera soulignée. Par la suite, dans la section V.7, des études sur l'effet de la contamination en gaz sur la capacité de charge et la stabilité dynamique seront effectués pour un palier à rainure inclinée profonde.

Toutes les études sur les paliers hydrodynamiques à rainures seront réalisées sur une géométrie de palier, des conditions d'alimentations et des propriétés de lubrifiant fixes, telles que répertoriées dans le Tableau V-1. Dans les conditions opérationnelles, un léger gradient de pression est appliqué pour entrainer l'eau dans la zone de lubrification. Les variations géométriques porteront sur différentes conceptions de rainures.

Tableau V-1: Configuration géométrique, conditions de fonctionnement du palier hydrodynamique et propriété des fluides

Géométrie du palier	
Rayon du rotor [mm]	50
Longueur axiale palier [mm]	150
Jeu radial [mm]	0.05

Conditions opérationnelles	
Pression amont [bar]	5.60
Pression aval [bar]	5.40
Vitesse de rotation du rotor [$tr.min^{-1}$]	1200

Propriétés des fluides	
Masse volumique de l'eau [$kg.m^{-3}$]	1000
Masse volumique de l'air [$kg.m^{-3}$]	1.00
Viscosité dynamique de l'air [Pa.s]	1.85×10^{-5}

V.3.1 Eléments géométriques liés aux maillages triangulaires

Un exemple de maillage triangulaire d'un palier à deux rainures inclinées est présenté sur la Figure V-7. Les triangles sont générés pour s'adapter aux particularités géométriques. Des conditions de périodicité sont imposées sur les bords circonférentiels du domaine et des conditions aux limites en pression sur les bords axiaux.

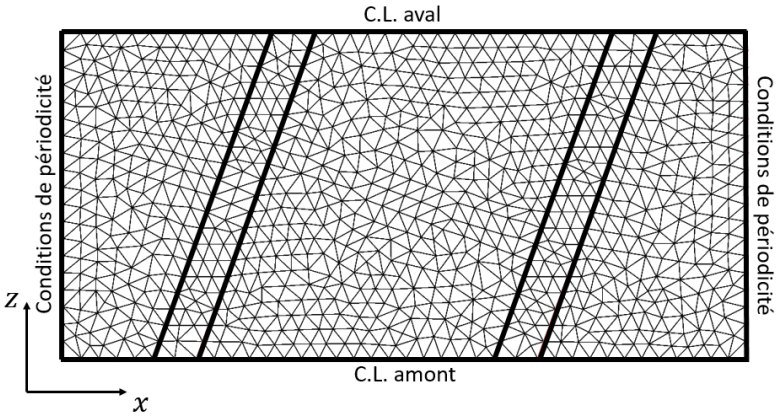


Figure V-7: Maillage triangulaire d'un palier à deux rainures inclinées

Dans une discrétisation utilisant un maillage structuré avec des éléments rectangulaires, il est aisé d'approximer les dérivées de pression normales aux arêtes car il n'y a pas de différences entre le vecteur unitaire indiquant la direction de la normale et celui qui relie les deux centres voisins. De plus, ces normales ne peuvent suivre que deux directions : $\underline{x}$ et $\underline{z}$. En revanche, avec les maillages triangulaires, toutes les directions sont possibles et les vecteurs qui donnent les directions normales ne sont pas confondus avec ceux qui relient les deux centres voisins. Ainsi, il est nécessaire de définir dans le code les éléments géométriques importants de la résolution de l'équation de Reynolds sur un maillage non structuré. Ces derniers sont en partie illustrés sur la Figure V-8.

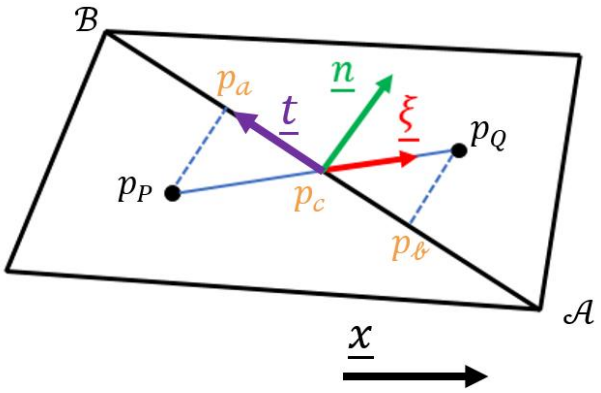


Figure V-8: Eléments géométriques importants pour la discrétisation

Dans la résolution, un bilan de flux sur chaque triangle permet de remplir les lignes des systèmes à résoudre. Dans l'illustration, le triangle courant est le triangle P. Les sommets sont parcourus dans le sens trigonométrique. Les coordonnées des sommets $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ et du vecteur $\underline{\mathcal{BA}}$ sont données par :

$$\mathcal{A} = (x_{\mathcal{A}}, z_{\mathcal{A}}), \qquad \mathcal{B} = (x_{\mathcal{B}}, z_{\mathcal{B}}), \qquad \underline{\mathcal{BA}} = \begin{Bmatrix} x_{\mathcal{A}} - x_{\mathcal{B}} \\ z_{\mathcal{A}} - z_{\mathcal{B}} \end{Bmatrix} \tag{V-24}$$

La normale à l'arête $\mathcal{AB}$ sortante par rapport au triangle P et de même norme que $\underline{\mathcal{BA}}$ s'exprime par :

$$\underline{n} = \begin{Bmatrix} z_{\mathcal{B}} - z_{\mathcal{A}} \\ x_{\mathcal{A}} - x_{\mathcal{B}} \end{Bmatrix} \tag{V-25}$$

Il est possible de démontrer qu'il s'agit bien de la normale sortante en vérifiant le signe du déterminant de la matrice suivante :

$$det\left(\begin{bmatrix} x_{\mathcal{A}} - x_{\mathcal{B}} & z_{\mathcal{B}} - z_{\mathcal{A}} \\ z_{\mathcal{A}} - z_{\mathcal{B}} & x_{\mathcal{A}} - x_{\mathcal{B}} \end{bmatrix}\right) = (x_{\mathcal{A}} - x_{\mathcal{B}})^2 + (z_{\mathcal{B}} - z_{\mathcal{A}})^2 \geq 0 \tag{V-26}$$

Quatre angles vont avoir de l'importance dans le processus de résolution : $\left(\underline{n}, \underline{\xi}\right)$, $\left(\underline{n}, \underline{x}\right)$, $\left(\underline{\xi}, \underline{x}\right)$, $\left(\underline{t}, \underline{x}\right)$. Le vecteur $\underline{\xi}$ est défini à partir des coordonnées des centres P et Q :

$$P = (x_P, z_P), \qquad Q = \left(x_Q, z_Q\right), \qquad \underline{\xi} = \underline{PQ} = \begin{Bmatrix} x_Q - x_P \\ z_Q - z_P \end{Bmatrix} \tag{V-27}$$

Le vecteur tangentiel à l'arête $\underline{t}$ est déduit de $\underline{\mathcal{BA}}$:

$$\underline{t} = -\underline{\mathcal{BA}} = \underline{\mathcal{AB}} \tag{V-28}$$

La convention employée stipule qu'un angle est orientée du vecteur de droite au vecteur de gauche et est positif dans le sens trigonométrique. Les valeurs de leur cosinus et de leur sinus vont permettre de réaliser toutes les projections nécessaires. Des formules trigonométriques sont utilisées pour les évaluer :

$$cos(\underline{t},\underline{x}) = \frac{x_{\mathcal{B}} - x_{\mathcal{A}}}{l_{\mathcal{AB}}}, \qquad sin(\underline{t},\underline{x}) = \frac{z_{\mathcal{B}} - z_{\mathcal{A}}}{l_{\mathcal{AB}}}$$

$$cos(\underline{n},\underline{x}) = \frac{z_{\mathcal{B}} - z_{\mathcal{A}}}{l_{\mathcal{AB}}}, \qquad sin(\underline{n},\underline{x}) = \frac{x_{\mathcal{A}} - x_{\mathcal{B}}}{l_{\mathcal{AB}}}$$

$$cos\left(\underline{\xi},\underline{x}\right) = \frac{x_Q - x_P}{l_{PQ}}, \qquad sin\left(\underline{\xi},\underline{x}\right) = \frac{z_Q - z_P}{l_{PQ}} \tag{V-29}$$

$$\cos\left(\underline{n},\underline{\xi}\right) = \cos\left((\underline{n},\underline{x}) - \left(\underline{\xi},\underline{x}\right)\right) = \cos(\underline{n},\underline{x})\cos\left(\underline{\xi},\underline{x}\right) + \sin(\underline{n},\underline{x})\sin\left(\underline{\xi},\underline{x}\right)$$

$$\sin\left(\underline{n},\underline{\xi}\right) = \sin\left((\underline{n},\underline{x}) - \left(\underline{\xi},\underline{x}\right)\right) = \sin(\underline{n},\underline{x})\cos\left(\underline{\xi},\underline{x}\right) - \cos(\underline{n},\underline{x})\sin\left(\underline{\xi},\underline{x}\right)$$

$l_{ij} > 0$ est la longueur de l'arête ij.

V.3.2 Discrétisation de l'équation de Reynolds diphasique sur un maillage triangulaire

L'équation de Reynolds diphasique écrite sous forme d'intégrale sur le contour d'un élément (formule (V-5)) est prise comme point de départ :

$$\oint_{\Gamma}\left(\frac{\rho_m}{12\mu_m}H^3\underline{\nabla}p - \frac{\rho_m H}{2}\underline{U_r}\right).\underline{n}d\Gamma = 0 \tag{V-30}$$

Dans un maillage triangulaire, ce contour est composé de trois arêtes (Figure V-9).

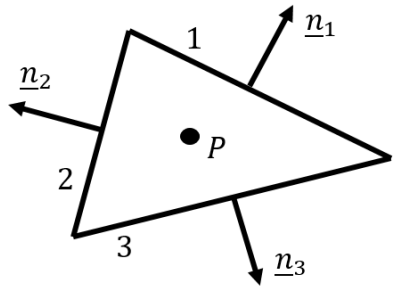


Figure V-9: Cellule du maillage triangulaire

Par conséquent, la discrétisation de la formule (V-30) donne :

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\tilde{\rho}_{m,i}}{\tilde{\mu}_{m,i}} \frac{H_i^3}{12} \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial n}\right)_i l_i - \sum_{i=1}^{3} \tilde{\rho}_{m,i} \frac{H_i}{2} U_r l_i cos(\underline{n_i}, \underline{x}) = 0 \qquad \text{(V-31)}$$

Cette formulation est analogue à celle détaillée pour les études sur les joints annulaires segmentés lubrifiés à l'air exposée dans [27]. Les spécificités liées à l'écoulement en mélange résident dans la loi qui décrit la masse volumique et dans le fait que la viscosité est une variable du modèle. La notation $\tilde{}_i$ représente les variables dépendant de la pression exprimée sur l'arête i. L'objectif de la démarche à suivre est d'exprimer l'équation (V-31) en fonction de variables qui dépendent de la pression sur les centres voisins (une variable dépendant de la pression sur le centre voisin I est noté $_I$) afin de construire un système d'inconnues comprenant les pressions aux centres des triangles. La première étape de ce processus consiste à exprimer la dérivée de pression selon la normale sortante, en prenant en compte une éventuelle discontinuité de l'épaisseur du film. Pour ce faire, la situation la plus générale est décrite sur la Figure V-10. De part et d'autre de l'arête commune, l'épaisseur de film prend deux valeurs différentes : H_P et H_Q.

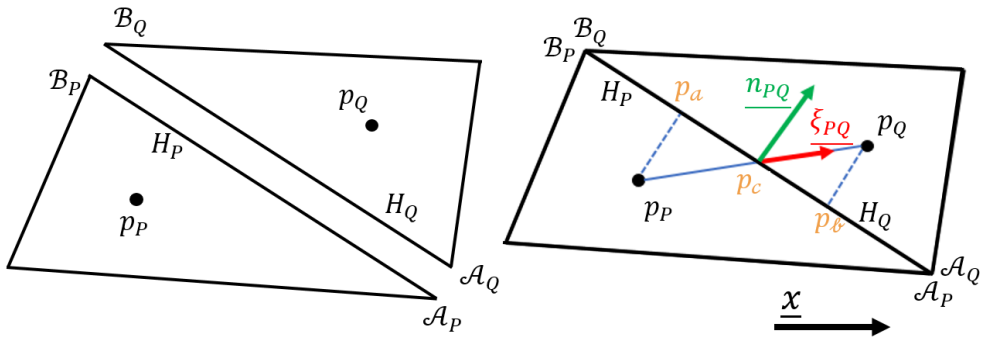


Figure V-10 : Présentation de deux éléments adjacents présentant une discontinuité

Les pressions aux nœuds communs sont supposées identiques :

$$p_{\mathcal{B}_P} = p_{\mathcal{B}_Q} = p_{\mathcal{B}}, \qquad p_{\mathcal{A}_P} = p_{\mathcal{A}_Q} = p_{\mathcal{A}} \qquad \text{(V-32)}$$

Les vecteurs attachés aux triangles P et Q sont liés par les relations :

$$\underline{n}_{PQ} = -\underline{n}_{QP} = \underline{n}, \qquad \underline{\xi}_{PQ} = -\underline{\xi}_{QP} = \underline{\xi} \tag{V-33}$$

La démonstration détaillée dans [27] montre, après quelques calculs et en utilisant l'égalité qui relie les débits massiques à l'arête $\left(\dot{m}_{PQ} = -\dot{m}_{QP}\right)$, que la dérivée de pression selon la normale sortante s'approxime comme suit :

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_{PQ} = {} & \frac{p_{\mathcal{B}} - p_{\mathcal{A}}}{l_{\mathcal{AB}}} tan\left(\underline{n}, \underline{\xi}\right) \\ & + \frac{1}{l_{Pc} cos\left(\underline{n}, \underline{\xi}\right)} \left(\frac{H_Q^3 - H_P^3}{12\left(\mathcal{C}_Q + \mathcal{C}_P\right)} \frac{p_{\mathcal{B}} - p_{\mathcal{A}}}{l_{\mathcal{AB}}} tan\left(\underline{n}, \underline{\xi}\right) \right. \\ & \left. + \frac{\tilde{\mu}_{m_{PQ}}\left(H_P - H_Q\right)}{2\left(\mathcal{C}_Q + \mathcal{C}_P\right)} U_r cos\left(\underline{n}, \underline{x}\right) + \frac{\mathcal{C}_Q}{\mathcal{C}_Q + \mathcal{C}_P}\left(p_Q - p_P\right) \right) \\ \mathcal{C}_P = \frac{H_P^3}{12 l_{Pc} cos\left(\underline{n}, \underline{\xi}\right)}, & \qquad \mathcal{C}_Q = \frac{H_Q^3}{12 l_{Qc} cos\left(\underline{n}, \underline{\xi}\right)}\end{aligned} \tag{V-34}$$

Contrairement à ce qui est suggéré dans [27], il est préférable que la viscosité dynamique $\tilde{\mu}_m$ n'apparaisse pas dans les coefficients $\mathcal{C}_P$ et $\mathcal{C}_Q$. Dans [27], la viscosité dynamique est constante et inclue dans le dénominateur de ces paramètres qui sont donc des constantes. Cependant, pour un écoulement de mélange, la viscosité est une variable. Afin de préserver le caractère constant de ces coefficients, il convient d'éviter cette inclusion.

L'équation (V-34), qui exprime la dérivée de pression selon la normale sortante, peut être réécrite de manière générique afin d'être intégré dans la formule (V-31):

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \quad \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial n}\right)_i = \frac{p_{\mathcal{B}_i} - p_{\mathcal{A}_i}}{l_i} tan\left(\underline{n_i}, \underline{\xi_i}\right) + \frac{1}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n_i}, \underline{\xi_i}\right)} \left(\frac{H_{ii}^3 - H_{Pi}^3}{12(\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi})} \frac{p_{\mathcal{B}_i} - p_{\mathcal{A}_i}}{l_i} tan\left(\underline{n_i}, \underline{\xi_i}\right) + \frac{\tilde{\mu}_{m_i}(H_{Pi} - H_{ii})}{2(\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi})} U_r cos\left(\underline{n_i}, \underline{x}\right) + \frac{\mathcal{C}_{ii}}{\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi}} (p_i - p_P) \right) \tag{V-35}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \quad \mathcal{C}_{Pi} = \frac{H_{Pi}^3}{12 l_{Pc_i} cos\left(\underline{n_i}, \underline{\xi_i}\right)}, \quad \mathcal{C}_{ii} = \frac{H_{ii}^3}{12 l_{ic_i} cos\left(\underline{n_i}, \underline{\xi_i}\right)}$$

Les pressions aux nœuds des triangles sont approximées à partir d'une interpolation qui fait apparaitre les pressions aux centres de tous les triangles communs au nœud concerné, ainsi que les aires des triangles :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \quad p_{\mathcal{A}_i} = \frac{\sum_{j_{\mathcal{A}_i}}^{n_{\mathcal{A}_i}} p_{j_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\sum_{j_{\mathcal{A}_i}}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{j_{\mathcal{A}_i}}}, \quad p_{\mathcal{B}_i} = \frac{\sum_{j_{\mathcal{B}_i}}^{n_{\mathcal{B}_i}} p_{j_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\sum_{j_{\mathcal{B}_i}}^{n_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{j_{\mathcal{B}_i}}} \tag{V-36}$$

j_{A_i} et $j_{\mathcal{B}_i}$ sont les indices des centres de triangle qui ont pour noeud commun respectivement $\mathcal{A}_i$ et $\mathcal{B}_i$ et $n_{\mathcal{A}_i}$ et $n_{\mathcal{B}_i}$ représentent leurs nombres. La « molécule » de la matrice qui correspond à tous les triangles qui interviennent dans la discrétisation liée au triangle P est illustrée sur la Figure V-11.

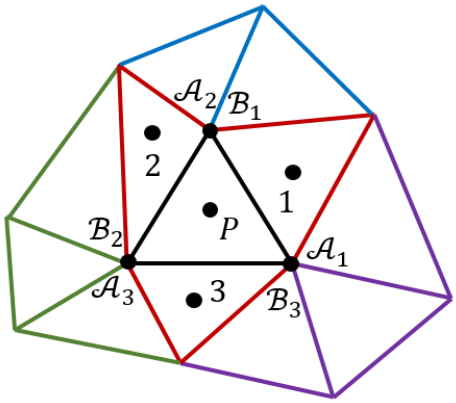


Figure V-11: "Molécule" de la matrice

L'équation issue du bilan de flux sur le triangle P est à présent :

$$\begin{aligned} G_P\left(\underline{p}\right) &= \sum_{i=1}^{3}(\tilde{a}_i + \tilde{a}_i')p_i + \sum_{i=1}^{3}\sum_{j_{\mathcal{B}_i}=1\setminus\{i\}}^{n_{\mathcal{B}_i}} \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}\, p_{j_{\mathcal{B}_i}} \\ &\quad -\sum_{i=1}^{3}\sum_{j_{\mathcal{A}_i}=1\setminus\{i\}}^{n_{\mathcal{A}_i}} \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}} p_{j_{\mathcal{A}_i}} - (\tilde{a}_P + \tilde{a}'_P)p_P - \tilde{b}_P \\ &= 0 \end{aligned} \tag{V-37}$$

Où $\underline{p}$ est le vecteur regroupant les inconnues de pression aux centres des triangles ($\underline{p} = \{p_k\}_{k\in[\![1;N_{el}]\!]}$) et G_P la fonction issue du bilan de flux sur le triangle P. Tous les coefficients de cette équation sont fonctions de la pression. $G_P\left(\underline{p}\right) = 0$ est donc une équation non-linéaire d'inconnue la pression. Les définitions des coefficients sont les suivantes :

$$\begin{aligned} &\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \tilde{a}_i\left(\underline{p}\right) = \frac{\tilde{\rho}_{m,i}\left(\underline{p}\right)}{\tilde{\mu}_{m,i}\left(\underline{p}\right)} \frac{H_{Pi}^3 l_i}{12 l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{\mathcal{C}_{ii}}{\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi}} \\ &\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \tilde{a}_i'\left(\underline{p}\right) = \tilde{\varphi}_i\left(\underline{p}\right)\Lambda_i\left(\frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}}\Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}} + \frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}}\Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}\right) \\ &\tilde{a}_P'\left(\underline{p}\right) = \sum_{i=1}^{3}\tilde{a}_i\left(\underline{p}\right), \qquad \tilde{a}_P'\left(\underline{p}\right) = \sum_{i=1}^{3}\tilde{\varphi}_i\left(\underline{p}\right)\Lambda_P\left(\frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}}\Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}} + \frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}}\Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}\right) \end{aligned} \tag{V-38}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{A}_i}]\!] \backslash \{i\}, \qquad \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}}\left(\underline{p}\right) = \frac{\tilde{\varphi}_i\left(\underline{p}\right)\Lambda_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}}\Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{B}_i}]\!] \backslash \{i\}, \qquad \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}\left(\underline{p}\right) = \frac{\tilde{\varphi}_i\left(\underline{p}\right)\Lambda_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}}\Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}}$$

$$\tilde{b}_P\left(\underline{p}\right) = \sum_{i=1}^{3}\tilde{\rho}_{m,i}\left(\underline{p}\right)\frac{H_{Pi}}{2}U_r l_i cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right) - \sum_{i=1}^{3}\tilde{\rho}_{m,i}\left(\underline{p}\right)\frac{H_{Pi}^3}{12}l_i\frac{H_{Pi}-H_{ii}}{2(\mathcal{C}_{ii}+\mathcal{C}_{Pi})}\frac{U_r cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)}{l_{Pc_i}cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)}$$

Avec :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \tilde{\varphi}_i\left(\underline{p}\right) = \frac{\tilde{\rho}_{m,i}\left(\underline{p}\right)}{\tilde{\mu}_{m,i}\left(\underline{p}\right)}\frac{H_{Pi}^3}{12}tan\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)\left[1 + \frac{1}{l_{Pc_i}cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)}\frac{H_{ii}^3 - H_{Pi}^3}{12(\mathcal{C}_{ii}+\mathcal{C}_{Pi})}\right] \tag{V-39}$$

La dépendance en pression des coefficients correspond à celle de la masse volumique et de la viscosité dynamique du mélange. Ce sont les dernières grandeurs dépendantes des pressions aux arêtes dans l'équation. Comme dans le cas des maillages structurés, les variables $\Xi \in \{\rho_m, \mu_m\}$ sont transportées à l'aide d'un schéma upwind d'ordre 1.

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \tilde{\Xi}_i = \mathbb{1}_i^+\Xi_P + \mathbb{1}_i^-\Xi_i$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \mathbb{1}_i^+ = \begin{cases} 1 \; si \; \underline{v}_i.\underline{n}_i > 0 \\ 0 \; si \; \underline{v}_i.\underline{n}_i < 0 \end{cases}, \; \mathbb{1}_i^- = \begin{cases} 1 \; si \; \underline{v}_i.\underline{n}_i < 0 \\ 0 \; si \; \underline{v}_i.\underline{n}_i > 0 \end{cases} \tag{V-40}$$

L'expression de la vitesse normale selon le vecteur sortant est :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad v_{ni} = -\frac{H_i^2}{12\tilde{\mu}_{m,i}}\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial n}\right)_i + \frac{U_r}{2} cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)$$
$$= -\frac{H_i^2}{12\tilde{\mu}_{m,i}}\left[\frac{p_i - p_P}{l_{Pi} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} + \frac{p_{\mathcal{B}_i} - p_{\mathcal{A}_i}}{l_i}\left(tan\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)\right)\right] \tag{V-41}$$
$$+ \frac{U_r}{2} cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)$$

La vitesse tangentielle orientée dans le sens du vecteur $\underline{\mathcal{AB}}$ est quant à elle donnée par :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad v_{ti} = -\frac{H_i^2}{12\tilde{\mu}_{m,i}}\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t}\right)_i + \frac{U_r}{2} cos\left(\underline{t}_i, \underline{x}_i\right)$$
$$= -\frac{H_i^2}{12\mu_{m,i}} \frac{\left(p_{\mathcal{B}_i} - p_{\mathcal{A}_i}\right)}{l_i} + \frac{U_r}{2} cos\left(\underline{t}_i, \underline{x}_i\right) \tag{V-42}$$

La vitesse tangentielle n'est pas utilisée dans la résolution du champ de pression mais permet de construire le vecteur vitesse à l'issu des calculs. Les équations issues des bilans de flux sur chaque triangle sont regroupées dans un vecteur et le problème complet est défini de la manière suivante :

$$\underline{G}\left(\underline{p}\right) = \underline{0} \tag{V-43}$$

Avec $\underline{G}$ une fonction vectorielle non-linéaire déduite de la discrétisation de l'équation de Reynolds. Comme pour la résolution de l'équation de Reynolds diphasique sur un maillage structuré, l'algorithme de Newton-Raphson est employé pour trouver le zéro de la fonction non-linéaire (V-43). Pour mettre en place ce processus, les éléments de la matrice jacobienne de $\underline{G}$ par rapport au vecteur $\underline{p}$ doivent être déterminés. Pour chaque triangle courant P, une ligne de la matrice est trouvée. Les éléments de cette ligne sont formulés ainsi :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial G_P(\underline{p})}{\partial p_i}$$

$$= \left(\tilde{a}_i + \tilde{a}_i^{'}\right) + \left(\frac{\partial \tilde{a}_i}{\partial p_i} + \frac{\partial \tilde{a}_i^{'}}{\partial p_i}\right) p_i - \left(\frac{\partial \tilde{a}_P}{\partial p_i} + \frac{\partial \tilde{a}_P^{'}}{\partial p_i}\right) p_P - \frac{\partial \tilde{b}_P}{\partial p_i}$$

$$+ \sum_{j_{\mathcal{B}_i}=1\backslash\{i\}}^{n_{\mathcal{B}_i}} \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\partial p_i} p_{j_{\mathcal{B}_i}} - \sum_{j_{\mathcal{A}_i}=1\backslash\{i\}}^{n_{\mathcal{A}_i}} \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\partial p_i} p_{j_{\mathcal{A}_i}}$$

$$\frac{\partial G(p)}{\partial p_P} = \sum_{i=1}^{3} \left(\frac{\partial \tilde{a}_i}{\partial p_P} + \frac{\partial \tilde{a}_i^{'}}{\partial p_P}\right) p_i - \left(\frac{\partial \tilde{a}_P}{\partial p_P} + \frac{\partial \tilde{a}_P^{'}}{\partial p_P}\right) p_P - \left(\tilde{a}_P + \tilde{a}_P^{'}\right) - \frac{\partial \tilde{b}_P}{\partial p_P} \tag{V-44}$$

$$+ \sum_{j_{\mathcal{B}_i}=1\backslash\{i\}}^{n_{\mathcal{B}_i}} \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\partial p_P} p_{j_{\mathcal{B}_i}} - \sum_{j_{\mathcal{A}_i}=1\backslash\{i\}}^{n_{\mathcal{A}_i}} \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\partial p_P} p_{j_{\mathcal{A}_i}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{B}_i}]\!]\backslash\{i\}, \qquad \frac{\partial G(p)}{\partial p_{j_{\mathcal{B}_i}}} = \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{A}_i}]\!]\backslash\{i\}, \qquad \frac{\partial G(p)}{\partial p_{j_{\mathcal{A}_i}}} = -\tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}}$$

Et les dérivées des coefficients par rapport aux composantes de pression s'écrivent :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial \tilde{a}_i}{\partial p_i} = \frac{\partial \tilde{a}_P}{\partial p_i} = \mathbb{1}_i^- \frac{\partial \left(\frac{\rho_{m,i}}{\mu_{m,i}}\right)}{\partial p_i} \beta_i, \qquad \frac{\partial \tilde{a}_P}{\partial p_P} = \mathbb{1}_i^+ \frac{\partial \left(\frac{\rho_{m,P}}{\mu_{m,P}}\right)}{\partial p_P} \beta_i$$

$$\frac{\partial \tilde{a}_P}{\partial p_P} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \tilde{a}_i}{\partial p_P}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \beta_i = \frac{H_{Pi}^3 l_i}{12 l_{P\mathcal{C}_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{\mathcal{C}_{ii}}{\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial \tilde{a}_i^{'}}{\partial p_i} = \frac{\partial \tilde{a}_P^{'}}{\partial p_i} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_i} \Lambda_i \left(\frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}} + \frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}\right) \tag{V-45}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial \tilde{a}_i^{'}}{\partial p_P} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_P} \Lambda_i \left(\frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}} + \frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}\right)$$

$$\frac{\partial \tilde{a}_P^{'}}{\partial p_P} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_P} \Lambda_P \left(\frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}} + \frac{1}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}\right)$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1;n_{\mathcal{B}_i}]\!]\backslash\{i\}, \qquad \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\partial p_i} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_i} \frac{\Lambda_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1;n_{\mathcal{A}_i}]\!]\backslash\{i\}, \qquad \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\partial p_i} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_i} \frac{\Lambda_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1;n_{\mathcal{B}_i}]\!]\backslash\{i\}, \qquad \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\partial p_P} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_P} \frac{\Lambda_{j_{\mathcal{B}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{B}_i}}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1;n_{\mathcal{A}_i}]\!]\backslash\{i\}, \qquad \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\partial p_P} = \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_P} \frac{\Lambda_{j_{\mathcal{A}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda_{k_{\mathcal{A}_i}}}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_i}$$

$$= \mathbb{1}_i^- \frac{\partial \left(\frac{\rho_{m,i}}{\mu_{m,i}}\right)}{\partial p_i} \frac{H_{Pi}^3}{12} tan\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right) \left[1 + \frac{1}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{H_{ii}^3 - H_{Pi}^3}{12(\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi})}\right]$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial \tilde{\varphi}_i}{\partial p_P}$$

$$= \mathbb{1}_i^+ \frac{\partial \left(\frac{\rho_{m,P}}{\mu_{m,P}}\right)}{\partial p_P} \frac{H_{Pi}^3}{12} tan\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right) \left[1 + \frac{1}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{H_{ii}^3 - H_{Pi}^3}{12(\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi})}\right]$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \frac{\partial \tilde{b}_P}{\partial p_i}$$

$$= \mathbb{1}_i^- \frac{\partial \rho_{m,i}}{\partial p_i} \frac{H_{Pi}}{2} U_r l_i cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)$$

$$- \mathbb{1}_i^- \frac{\partial \rho_{m,i}}{\partial p_i} \frac{H_{Pi}^3}{12} l_i \frac{H_{Pi} - H_{ii}}{2(\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi})} \frac{U_r cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)}$$

$$\frac{\partial \tilde{b}_P}{\partial p_P} = \sum_{i=1}^{3} \mathbb{1}_i^+ \frac{\partial \rho_{m,P}}{\partial p_P} \frac{H_{Pi}}{2} U_r l_i cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)$$

$$- \sum_{i=1}^{3} \mathbb{1}_i^+ \frac{\partial \rho_{m,P}}{\partial p_P} \frac{H_{Pi}^3}{12} l_i \frac{H_{Pi} - H_{ii}}{2(\mathcal{C}_{ii} + \mathcal{C}_{Pi})} \frac{U_r cos\left(\underline{n}_i, \underline{x}\right)}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)}$$

Dahite et Arghir [27] ont proposé deux remplissages possibles de la matrice jacobienne pour faciliter sa construction en terme d'implémentation dans le processus itératif et accélérer les calculs. La première matrice jacobienne considérée est appelée "matrice jacobienne incomplète". Elle ne prend en compte aucun des termes issus des pressions aux nœuds. Cela revient à annuler certains coefficients dans l'écriture de la matrice jacobienne :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \tilde{a}_i^{'} = 0$$

$$\tilde{a}_P^{'} = 0$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \begin{cases} \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{B}_i}]\!] \backslash \{i\}, & \tilde{a}_{j_{\mathcal{B}_i}}^{'} = 0 \\ \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{A}_i}]\!] \backslash \{i\}, & \tilde{a}_{j_{\mathcal{A}_i}}^{'} = 0 \end{cases} \tag{V-46}$$

La « molécule » liée à ce remplissage est représentée sur la Figure V-12.

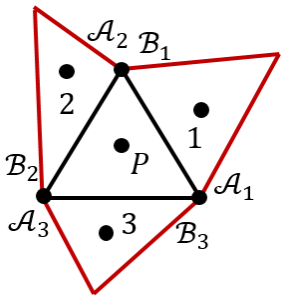


Figure V-12: "Molécule" de la matrice jacobienne "incomplète"

Cette approximation au premier ordre incomplète a montré ses limites dans de nombreuses résolutions [27]. Ils ont donc proposé une forme plus complète de la matrice jacobienne pour rendre les résolutions plus robustes. Cette matrice peut être nommée “matrice jacobienne presque complète”. Elle prend en compte une partie des termes issus des approximations de pression aux nœuds. Cela revient à annuler moins de coefficients dans la matrice jacobienne :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \tilde{a}_i^{'} = 0$$

$$\tilde{a}_P^{'} = 0$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \begin{cases} \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1;3]\!], & \tilde{a}_{j_{\mathcal{B}_i}}^{'} = 0 \\ \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1;3]\!], & \tilde{a}_{j_{\mathcal{A}_i}}^{'} = 0 \end{cases} \tag{V-47}$$

Les trois premières valeurs d'indice que peuvent prendre $j_{\mathcal{B}_i}$ et $j_{\mathcal{A}_i}$ correspondent aux triangles qui ont une arête commune avec le triangle courant P. Les termes associés à ces indices ne sont pas pris en compte dans la matrice jacobienne. En revanche, les autres indices, qui impliquent les triangles ayant un sommet commun avec le triangle courant mais aucune arête partagée, sont pris en compte. Cette approche permet, à l'échelle de la programmation, de remplir chaque ligne de la matrice jacobienne en deux blocs distincts : le premier correspondant aux triangles partageant une arête avec le triangle P et le second correspondant aux autres triangles. Ce deuxième niveau de remplissage de la matrice jacobienne a déjà démontré son efficacité pour obtenir des résolutions robustes dans le cadre de l'étude des joints segmentés lubrifiés à l'air et il est donc réutilisé dans cette thèse avec les ajustements nécessaires pour traiter la lubrification en mélange.

De surcroit, Dahite et Arghir [27] ont identifié une seconde source d'instabilité de la résolution : les contrastes d'épaisseur de film trop marqués entre la zone de film mince et la zone des rainures. Dans ce contexte, ils ont montré qu'une incrémentation progressive de la profondeur des rainures dans la fonction donnant le jeu radial local améliore la robustesse. Cette méthode est également intégrée à l'implémentation. L'organigramme de la résolution est présenté sur la Figure V-13.

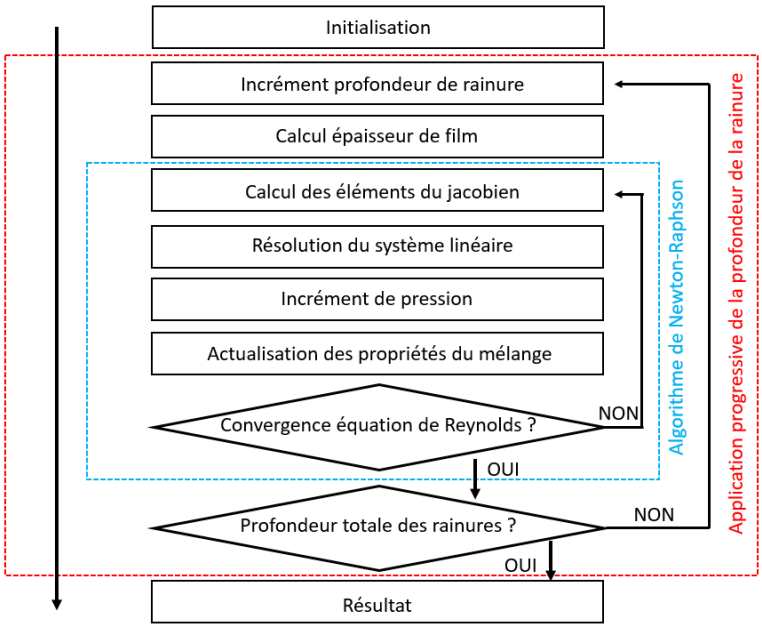


Figure V-13: Organigramme de l'algorithme de résolution de l'équation de Reynolds

V.4 Calcul du palier en charge imposée

Dans un premier temps, une analyse statique est entreprise sur un palier doté d'une rainure hélicoïdale peu profonde, en utilisant la méthodologie élaborée dans la section précédente. Les caractéristiques géométriques de la rainure sont répertoriées dans le Tableau V-2. Le pas de la rainure désigne la distance axiale parcourue lors d'un tour complet autour de la circonférence. Il est ici fixé à $75\ mm$ pour un palier de longueur axiale $150\ mm$, impliquant ainsi deux tours complets. La profondeur de la rainure est de $250\ \mu m$ ce qui représente $5\ C_r$. A première vue, cette profondeur semble insuffisante pour y ignorer les variations de pression hydrodynamique. La résolution de l'équation de Reynolds est donc réalisée sur l'ensemble du domaine en tenant compte des discontinuités de l'épaisseur de film.

Tableau V-2: Donnée géométrique de la rainure hélicoïdale

Largeur [mm]	Pas [mm]	Profondeur [mm]
8	75	0.25

Un maillage triangulaire illustrée sur la Figure V-14 est élaboré sur cette configuration géométrique. La taille des arêtes de triangle est globalement uniforme, avec une longueur cible d'environ $2.5\ mm$, afin de garantir une densité suffisante d'éléments dans les rainures, qui sont relativement étroites. Ce maillage généré est dense, assurant ainsi une bonne précision des résultats.

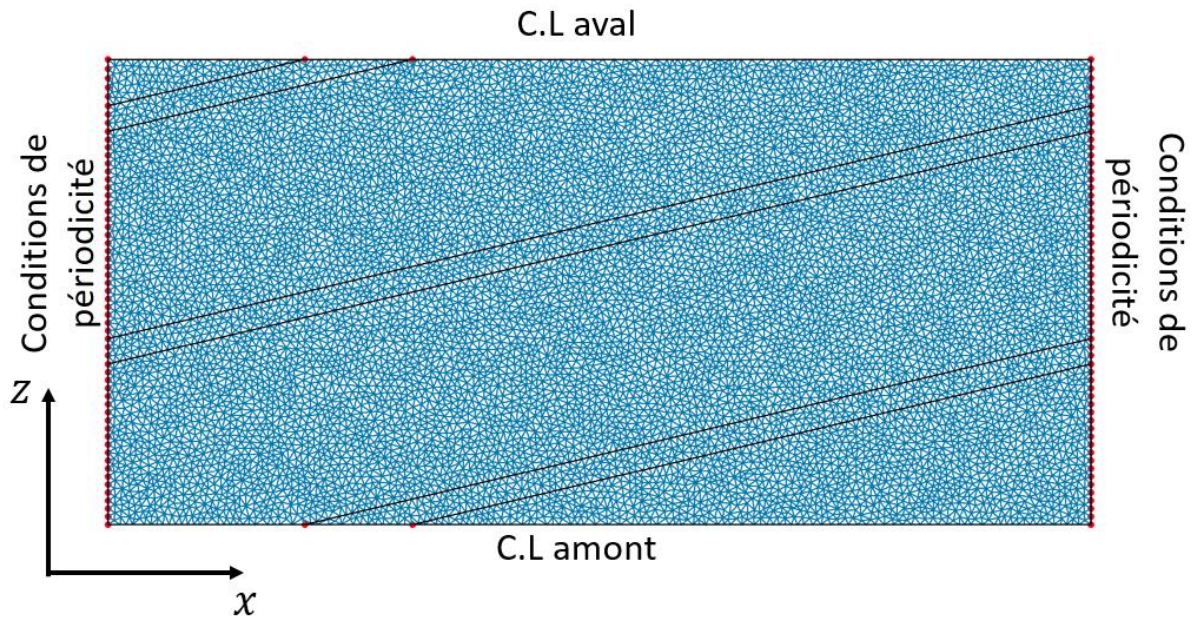


Figure V-14: Maillage triangulaire du palier à rainure hélicoïdale

Pour évaluer l'impact de la contamination sur le comportement du palier hydrodynamique, il est nécessaire de résoudre l'excentricité qui permet l'équilibre entre une charge statique appliquée au rotor et la portance générée par le film mince. A charge fixe, selon la quantité d'air entrainée, la position d'équilibre du rotor pourrait être modifiée, ce qui aurait un impact sur les coefficients dynamiques et donc sur la stabilité. Par convention, la charge sera appliquée selon $\underline{x_r}$ (Figure V-15).

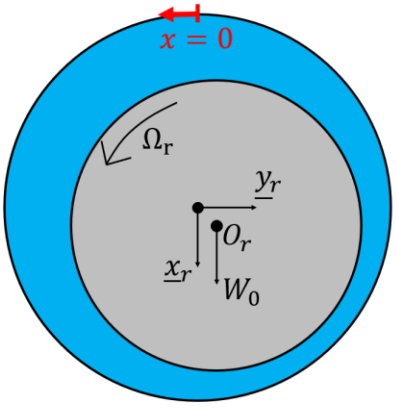


Figure V-15: Schéma de principe d'un palier hydrodynamique

Ce problème se formule sous forme vectorielle comme suit :

$$\underline{F_T}(\underline{e}) = \begin{Bmatrix} F_{x_r}(\underline{e}) + W_0 \\ F_{y_r}(\underline{e}) \end{Bmatrix} = \underline{0} \tag{V-48}$$

avec F_{x_r} et F_{y_r} les forces générées par le film fluide qui dépende de l'excentricité $\underline{e}$. Il s'agit d'un système d'équations non-linéaires d'inconnue la position du rotor. Il est résolu grâce à l'algorithme de Newton-Raphson. Dans cette thèse une méthode originale pour approximer la matrice jacobienne de la résolution itérative en utilisant des résolutions de l'équation de Reynolds au premier ordre est présentée en Annexe H.

Afin de vérifier que la rainure influence de manière cohérente l'écoulement, l'évolution du champ de pression et l'effet de pompage sont analysés pour une charge de $250\,N$ appliquée sur le rotor. L'équilibre des forces conduit à une excentricité d'équilibre $\underline{\epsilon} = \{0.018, 0.153\}$. Tout d'abord, le champ de pression à l'intérieur du palier est représenté sur la Figure V-16, où la localisation de la rainure est également indiquée. L'impact de la rainure sur la variation de pression est notable, avec une orientation des gradients qui suit la direction de la rainure. A l'intérieur de celle-ci, les effets hydrodynamiques sont atténués en raison de l'épaisseur de film plus importante dans cette zone.

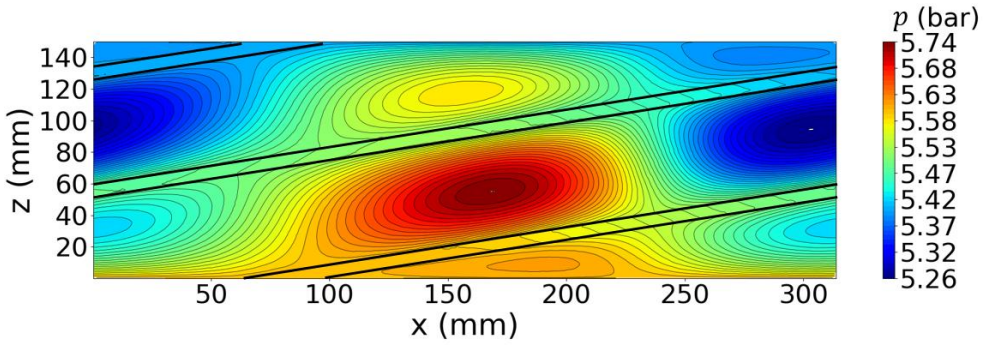


Figure V-16: Champs de pression dans le palier hydrodynamique à rainure hélicoïdale lubrifié à l'eau, $\Omega_r = 1200\ tr.min^{-1}, W_0 = 250\ N$

La Figure V-17 présente l'évolution du profil de la composante axiale de la vitesse selon la coordonnée circonférentielle à l'entrée et à la sortie du palier pour un palier hydrodynamique lisse et pour un palier hydrodynamique avec rainure hélicoïdale. Les traits en pointillés délimitent la zone correspondant à la rainure. L'excentricité du rotor implique des zones de surpression et de dépression dans le palier.

La zone de surpression est au centre sur la Figure V-16, des valeurs de x entre environ 100 et 200 mm, donc la composante axiale de la vitesse est négative en entrée de palier et positive en sortie dans cet intervalle car le fluide est expulsé de part et d'autre du palier.

La zone dépressionnaire apparait sur les deux extrémités de la Figure V-16, pour des valeurs de x approximativement inférieures à 50 et supérieures à 250 mm. Pour ces valeurs de la coordonnée circonférentielle, la composante axiale de la vitesse amont est positive et la vitesse aval est négative car le fluide est aspiré à l'intérieur du palier.

De plus, le léger différentiel de pression imposée génère un écoulement hydrostatique dans la direction des z positifs, ce qui se traduit par des moyennes de vitesses amont et aval légèrement positives.

Pour finir, la comparaison des profils entre un palier hydrodynamique lisse et un palier hydrodynamique rainuré illustre l'effet de pompage induit par la rainure, avec une augmentation significative de la composante axiale de la vitesse dans l'intervalle entre les traits pointillés. Cela entraîne également une augmentation globale de la vitesse et donc du débit axial.

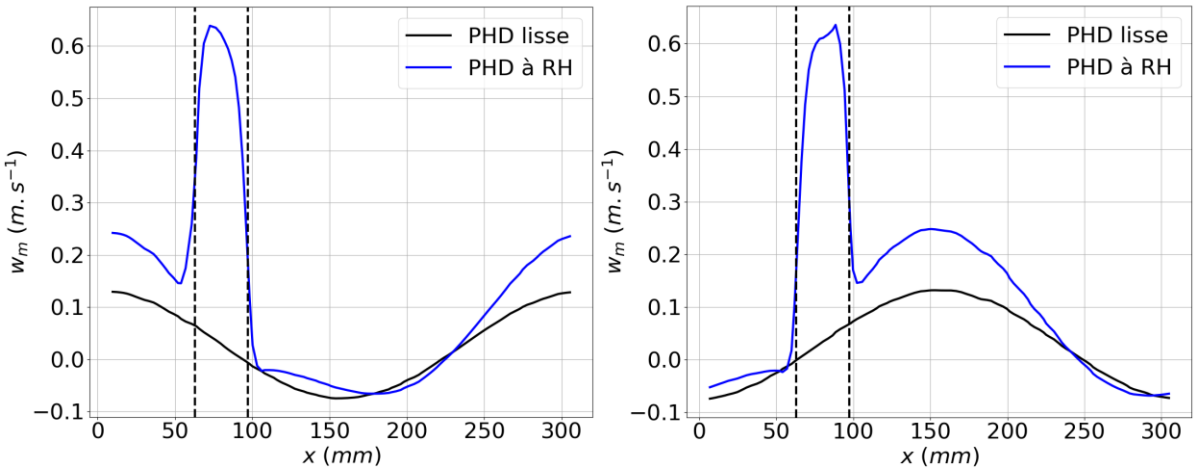


Figure V-17: Profil de la composante axiale de vitesse à l'entrée (à gauche) et la sortie (à droite) dans les paliers hydrodynamiques lubrifiés en eau $\left(\boldsymbol{\Omega_r = 1200\ tr.min^{-1}, W_0 = 250\ N}\right)$

Ensuite, la profondeur de la rainure est utilisée comme paramètre pour montrer que le modèle prédit bien une augmentation du débit axial avec l'augmentation de la profondeur de la rainure. La Figure V-18 expose la variation du débit massique total traversant axialement le palier en fonction du ratio entre la profondeur de la rainure et le jeu radial. Une profondeur nulle correspond à un palier

hydrodynamique lisse. L'impact de la rainure sur la circulation axiale du fluide est manifeste : plus la rainure est profonde, plus le débit est élevé. Le modèle numérique confirme l'effet attendu.

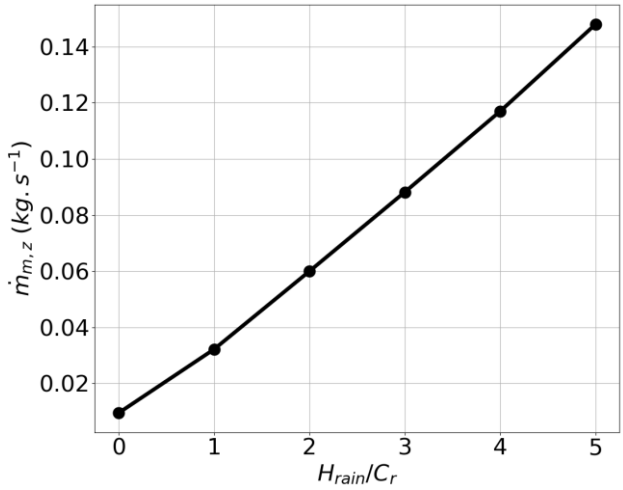


Figure V-18: Débit massique axiale VS ratio entre la profondeur de l'alvéole et le jeu radial

V.5 Effet de l'entrainement d'air sur les caractéristiques statiques d'un palier hydrodynamique à rainure hélicoïdale

Des simulations numériques ont été réalisées en eau pure, à un niveau de contamination en air attendu de 10 % et à un niveau élevé de 50 %. L'objectif est de quantifier l'impact de l'entraînement de l'air sur les caractéristiques statiques du palier hydrodynamique : portance et couple de frottement dans cette étude. La viscosité du mélange est calculée grâce aux lois de Dukler (II-17) et de Mac Adams (II-16) qui sont comparées entre elles. Dans le palier hydrodynamique lubrifié en eau pur, une excentricité relative de $70\,\%$ génère une portance de $2250\,N$. Par conséquent, des équilibrages statiques ont été réalisés pour des charges imposées dans une gamme allant de $100\,N$ à $2250\,N$ afin de couvrir une large gamme de charges que le palier peut supporter en fonctionnement normal.

La Figure V-19 représente les champs de pression, de fraction volumique de gaz et de viscosité dynamique du mélange dans le palier hydrodynamique pour une contamination en air à l'amont $\alpha_{am} = 0.50$, une charge appliquée de $2250\,N$ et une position d'équilibre résolue $\underline{e} = (0.38, 0.66)C_r$ du centre du rotor dans le palier. Dans cette simulation, la loi de Dukler est utilisée, ce qui induit une variation de la viscosité du mélange dans le palier. Dans les zones de haute pression le gaz est comprimé et le volume qu'il occupe est faible. Au contraire, dans les zones de basse pression, le gaz

se dilate et occupe un volume plus important. Dans le même temps, lorsque la fraction volumique est grande, la viscosité diminue car elle tend vers la viscosité du gaz et inversement. Lorsque le modèle de Mac Adams est utilisé pour estimer la viscosité, elle est pondérée par la fraction massique de gaz qui est constante dans le palier. Par exemple, sur le même cas de charge ($W_0 = 2250\ N$), la viscosité du mélange vaut $0.77\ mPa.s$ dans l'ensemble du palier. Elle est plus faible que la viscosité de l'eau mais supérieure à la viscosité estimée avec le modèle de Dukler.

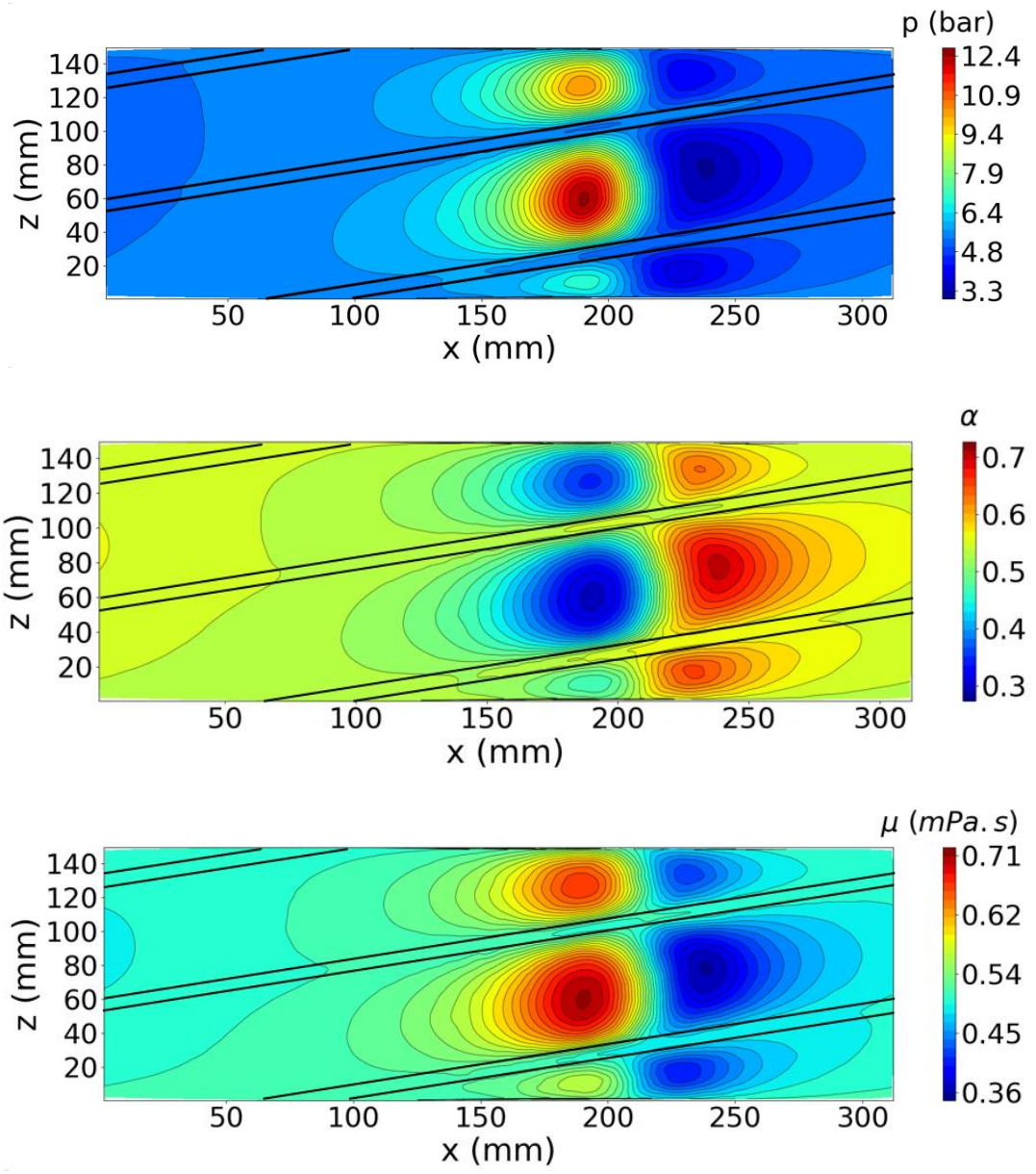


Figure V-19: Champs de pression (en haut), de fraction volumique (au milieu) et de viscosité dynamique (en bas) pour $\alpha_{am} = 0.50, \Omega_r = 1200\ tr.min^{-1}, W_0 = 2250\ N, \varepsilon = 75\ \%$

La Figure V-20 décrit l'évolution de la portance produite par le film mince (a) et du couple de frottement induit (b) en fonction de l'excentricité relative du rotor.

En premier lieu, l'attention se porte sur la charge générée par le palier. Les courbes démontrent que la présence d'air dans le fluide la réduit. Cela est cohérent avec les lois de viscosité de mélange employées qui prédisent une diminution de la viscosité avec l'entrainement d'air par rapport à l'écoulement en liquide pur. La loi de Dukler, basée sur la fraction volumique de gaz, prédit des viscosités faibles, ce qui implique une charge générée par le palier qui diminue sensiblement. La loi de Mac Adams, basée sur la fraction massique de gaz, montre une diminution moins prononcée de la charge générée.

Pour une contamination en air de $10\ \%$, la capacité de charge diminue de manière modérée avec les deux modèles. Par exemple, une excentricité de $50\ \%$ permet d'équilibrer une charge statique d'environ $1190\ N$ avec une lubrification en liquide pur. Avec $10\ \%$ de fraction volumique d'air, la charge diminue à environ $1140\ N$ (réduction relative de $4\ \%$) lorsque la viscosité du mélange est considérée constante et à environ $1070\ N$ (réduction relative de $10\ \%$) si la viscosité est considérée variable. Dans les deux scénarios, même le plus pessimiste, l'entrainement d'air ne diminue pas de manière significative la capacité de charge du palier.

Dans un cas hypothétique de contamination élevée (50 % de fraction volumique d'air en entrée), l'impact du gaz est, de manière logique, considérable. La charge supportée avec une excentricité de $50\ \%$ passe à $880\ N$ (diminution relative de $25\ \%$) lorsque la viscosité du mélange est constante et même à $610\ N$ (diminution relative de $50\ \%$) lorsqu'elle est considérée comme variable. Il est donc évident que plus la quantité de gaz entraîné est importante, plus il est crucial de caractériser précisément l'évolution de la viscosité du mélange, qui a une influence majeure sur le comportement statique. L'état actuel de connaissance en Lubrification n'est pas satisfaisant sur ce sujet et de futurs développements théoriques afin de ne plus uniquement utiliser les lois comme des paramètres, et expérimentaux pour valider la partie théorique aurait un intérêt tout particulier.

Enfin, l'évolution du couple de frottement, visible sur le graphique de droite de la Figure V-20 confirme que l'entrainement d'air réduit le frottement dans le palier dans des conditions opérationnelles équivalentes. Cette diminution du frottement est due à la diminution de la viscosité, qui est plus prononcée lorsque celle-ci est variable selon la loi de Dukler.

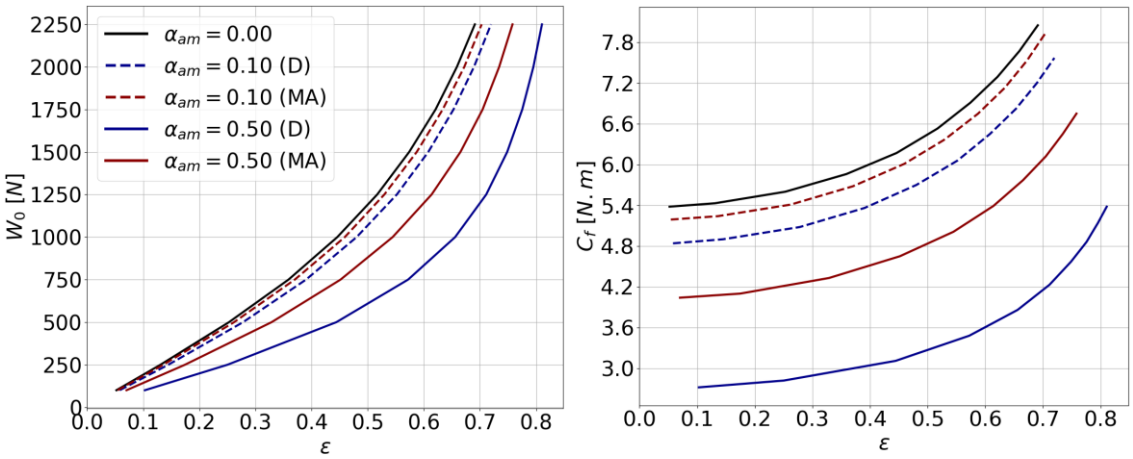


Figure V-20: Charge (à gauche, (a)) et couple de frottement (à droite, (b)) VS excentricité relative

Les pressions appliquées aux extrémités axiales du palier étant relativement élevées (environ 5.5 bar), la cavitation apparait pour des excentricités supérieures à 75 % avec une lubrification du palier en eau pur. Dans cette situation, le modèle de Diaz et San Andres [25] permet de représenter le phénomène. En premier lieu, cela se caractérise par une apparition d'un plateau de pression à pression de cavitation et une présence de gaz uniquement dans cette zone (Figure V-21).

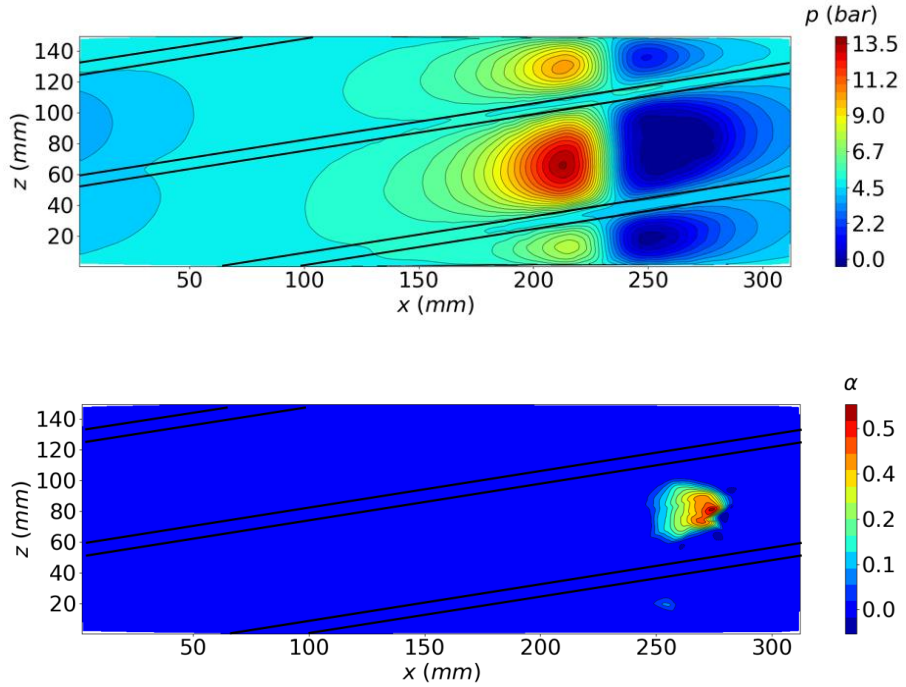


Figure V-21: Champs de pression (en haut) et de fraction volumique de gaz (en bas) dans le palier à rainure hélicoïdale lubrifié en eau pure ($\Omega_r = 1200\ tr.min^{-1}, W = 3500\ N$)

Ensuite, cela est visible sur l'évolution de l'angle de calage (Figure V-22). Avant que la cavitation ne se produise, l'angle de calage est proche de 90°. De manière similaire à ce qui est observé pour un palier hydrodynamique lisse sans rupture de film [16], le déplacement pour équilibrer la charge est perpendiculaire à la direction de cette dernière. Ensuite, l'apparition de gaz par cavitation entraine une diminution de l'angle de calage.

L'observation intéressante ici porte sur un effet similaire de l'air entrainé sur l'angle de calage avec une diminution observée. Plus la contamination est importante, plus cette diminution est significative. En revanche, l'intégration de la variabilité de la viscosité ne suscite pas de changements substantiels.

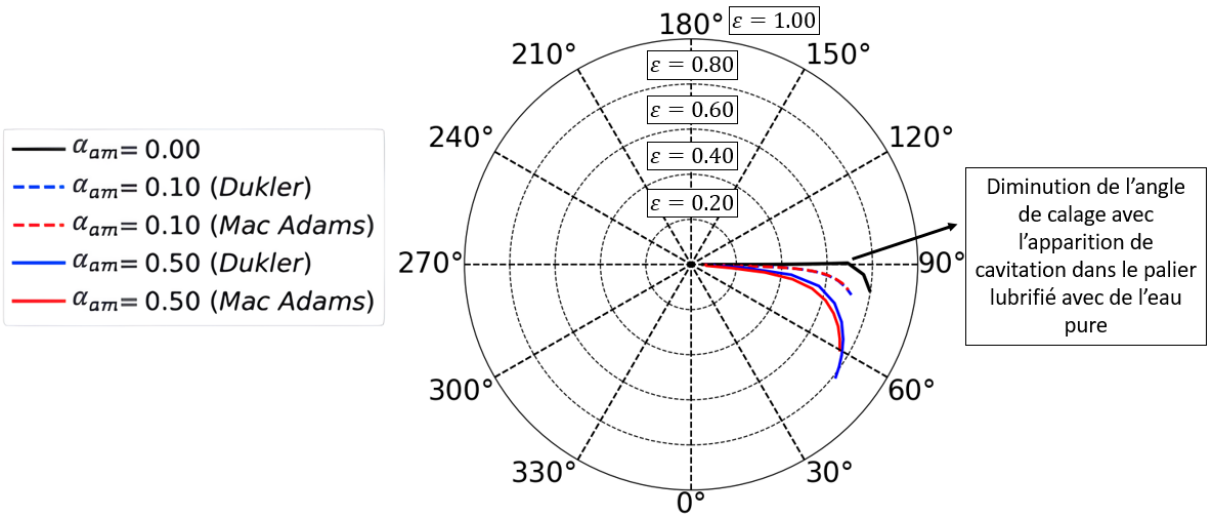


Figure V-22: Evolution en coordonnées polaires des positions d'équilibre statique pour différents niveaux de contamination en air

V.6 Résolution de l'équation de Reynolds diphasique à l'ordre 1

Afin de déterminer les forces dynamiques engendrées par le film fluide dans le contexte de la méthode des petites perturbations décrites dans la section III.7, l'équation de Reynolds diphasique est solutionnée au premier ordre :

$$\underline{\nabla}.\left(H_0^3\underline{\nabla}p_0\overline{\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)}_1+\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_0 H_0^3\underline{\nabla}\overline{p}_1-6H_0\underline{U}_r\overline{\rho}_{m_1}\right)-12H_0\frac{\partial\overline{\rho}_{m_1}}{\partial t}$$
$$=-\underline{\nabla}.\left(3\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_0 H_0^2H_1\underline{\nabla}p_0+6\rho_{m_0}H_1\underline{U}_r\right)+12\rho_{m_0}\frac{\partial\overline{H}_1}{\partial t} \quad \text{(V-49)}$$

Dans l'espace complexe, la dérivée temporelle est équivalente à une multiplication par le facteur $j\omega$. Par conséquent, l'équation de Reynolds se formule ainsi :

$$\underline{\nabla}.\left(H_0^3\underline{\nabla}p_0\overline{\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)}_1+\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_0 H_0^3\underline{\nabla}\overline{p}_1-6H_0\underline{U}_r\overline{\rho}_{m_1}\right)-j\omega12H_0\overline{\rho}_{m_1}$$
$$=-\underline{\nabla}.\left(3\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)_0 H_0^2H_1\underline{\nabla}p_0+6\rho_{m_0}H_1\underline{U}_r\right)+j\omega12H_1\rho_{m_0} \quad \text{(V-50)}$$

La petite perturbation du rapport entre la masse volumique et la viscosité est définie par :

$$\overline{\left(\frac{\rho_m}{\mu_m}\right)}_1=\frac{\partial\left(\frac{\rho_{m_0}}{\mu_{m_0}}\right)}{\partial p_0}\overline{p}_1=\left(\frac{1}{\mu_{m_0}}\frac{\partial\rho_{m_0}}{\partial p_0}-\frac{\rho_{m_0}}{\mu_{m_0}^2}\frac{\partial\mu_{m_0}}{\partial p_0}\right)\overline{p}_1 \quad \text{(V-51)}$$

Les expressions des dérivées de masse volumique et de viscosité de mélange sont présentées en Annexe A.

L'équation dynamique (V-50) est une équation complexe linéaire d'inconnue $\overline{p}_1$. Elle est discrétisée sur des maillages triangulaires et solutionnée dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations. La discrétisation de cette équation pour des maillages triangulaires dans le contexte d'un écoulement en gaz pur n'est pas abordée dans [27], car cette application requiert la résolution de l'équation de Reynolds instationnaire, qui est l'objet principal du développement théorique. La résolution de l'équation de Reynolds au premier ordre sur des maillages triangulaires, basée sur une discrétisation de type volumes finis, représente donc une contribution de cette thèse.

Pour faciliter l'implémentation et en première approximation, les termes considérés dans la matrice jacobienne presque complète (éq. (V-44), (V-45) et (V-47)) pour la résolution stationnaire sont utilisés pour construire le système linéaire à l'ordre 1. La perturbation de l'équation de Reynolds à l'ordre 0 discrétisée (V-37) est écrite en tenant compte de la dérivée temporelle :

$$\sum_{i=1}^{3}\frac{\partial G_{P_0}}{\partial p_{i_0}}\overline{p}_{i_1}+\left(\frac{\partial G_{P_0}}{\partial p_{P_0}}-j\omega H_{P_0}\frac{\partial \rho_{m,P_0}}{\partial p_{P_0}}\Lambda_P\right)\overline{p}_{P_1}+\sum_{i=1}^{3}\sum_{j_{\mathcal{B}_i}=1\setminus\{1,2,3\}}^{n_{\mathcal{B}_i}}\frac{\partial G_{P_0}}{\partial p_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}}}\overline{p}_{j_{\mathcal{B}_{i_1}}}$$
$$-\sum_{i=1}^{3}\sum_{j_{\mathcal{A}_i}=1\setminus\{1,2,3\}}^{n_{\mathcal{A}_i}}\frac{\partial G_{P_0}}{\partial p_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}}}\overline{p}_{j_{\mathcal{A}_{i_1}}}=-\frac{\partial G_{P_0}}{\partial H_0}H_1+j\omega H_{P_1}\rho_{m,P_0}\Lambda_P \tag{V-52}$$

Les perturbations complexes de pression inconnues de ce problème sont regroupées dans un vecteur $\underline{\overline{p}}_1=\left(\overline{p}_{1,k}\right)_{k\in[\![1;N_{el}]\!]}$. La résolution globale se résume alors par la résolution d'un système linéaire complexe du type :

$$\underline{\underline{\overline{A}}}\,\underline{\overline{p}}_1=\underline{\overline{C}} \tag{V-53}$$

La matrice et le second membre se décomposent ainsi :

$$\underline{\underline{\overline{A}}}=\underline{\underline{A}}_2+j\underline{\underline{A}}_3,\qquad \underline{\underline{A}}_2=\underline{\underline{J}}_{\underline{G},\underline{p}},\qquad \underline{\overline{B}}=\underline{C}_2+j\underline{C}_3 \tag{V-54}$$

Les matrices $\underline{\underline{A}}_2$, $\underline{\underline{A}}_3$, $\underline{C}_2$ et $\underline{C}_3$ sont des matrices réelles purs. La matrice $\underline{\underline{A}}_2$ est la matrice jacobienne presque complète. Celle-ci a déjà été calculé à l'issue de la résolution stationnaire. La matrice $\underline{\underline{A}}_3$ est une matrice diagonale issue de la perturbation de la dérivée temporelle de l'équation de Reynolds. Le vecteur $\underline{C}_3$ a la même origine. Le vecteur $\underline{C}_2$ est issu des perturbations de l'épaisseur de film. Sa ligne correspondant au triangle P s'écrit :

$$C_{2,P}=-\sum_{i=1}^{3}\left[p_{i_0}\frac{\partial\widetilde{a}_{i_0}}{\partial H_0}H_1\right]-\sum_{i=1}^{3}\sum_{j_{\mathcal{B}_i}=1\setminus\{1,2,3\}}^{n_{\mathcal{B}_i}}\left[p_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}}\frac{\partial\widetilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}}}{\partial H_0}H_1\right]$$
$$+\sum_{i=1}^{3}\sum_{j_{\mathcal{A}_i}=1\setminus\{1,2,3\}}^{n_{\mathcal{A}_i}}\left[p_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}}\frac{\partial\widetilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}}}{\partial H_0}H_1\right]+p_{P_0}\frac{\partial\widetilde{a}_{P_0}}{\partial H_0}H_1+\frac{\partial\widetilde{b}_{P_0}}{\partial H_0}H_1 \tag{V-55}$$

Le détail des différents termes et la validation de la construction théorique du modèle de Reynolds à l'ordre 1 sont présentés en Annexe J.

V.7 Effet de l'entrainement d'air sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrodynamique à deux rainures inclinées

Le modèle dynamique développé est appliqué pour l'étude d'un palier hydrodynamique à deux rainures inclinées profondes (Figure I-6 (b)). La géométrie des rainures est reportée dans le Tableau V-3. Dans la configuration industrielle considérée, la profondeur des rainures est plus d'un ordre de grandeur supérieure au jeu radial ($H_{rain} = 5\,mm = 50 \times C_r$). Cela implique que les effets hydrodynamiques y sont négligeables et que la pression peut raisonnablement être supposée linéaire dans les rainures débouchantes entre les deux extrémités axiales du palier.

Tableau V-3: Configuration géométrique des rainures

Longueur circonférentielle des rainures [mm]	Inclinaison des rainures [°]	Profondeur des rainures [mm]
20	20°	5

Dans un cas de lubrification en liquide pur, pour une charge statique de $12.5\ kN$, l'excentricité du rotor à l'équilibre est de 85 %. Par conséquent, l'étude de l'effet de l'entrainement sur les caractéristiques du palier est réalisée pour un intervalle de charge statique $W_0 \in [100; 12.5]\ kN$ qui couvre une partie importante des charges que peut supporter le palier. Un accroissement graduel de l'air entrainé est introduit dans le palier hydrodynamique. Les simulations sont conduites pour des valeurs $\alpha_{am} = \{0,10,20,30,40,50\}\ \%$. L'effet de la présence de gaz sur les comportements statique et dynamique du palier est investigué. En première approximation, le modèle de viscosité de mélange employé est le modèle de viscosité constante de Mac Adams (II-16). Une analyse de sensibilité présentée en Annexe K est réalisée pour choisir le maillage optimal pour l'étude.

La Figure V-23 met en lumière l'influence de la fraction volumique d'air sur la capacité de charge du palier hydrodynamique. Pour une contamination du lubrifiant $\alpha_{am} = 10\ \%$, l'influence de l'air sur la

capacité de charge est négligeable. Ce n'est qu'avec une valeur d'entrainement d'air très élevée, par exemple $\alpha_{am} = 50\ \%$, que l'influence devient visible. Il apparait alors une diminution significative de la capacité de charge. Pour une charge appliquée de $4\ \mathrm{kN}$, l'excentricité nécessaire pour équilibre la charge augmente de $16\ \%$. Ce constat est cohérent avec ce qui a été observé sur le palier à rainure hélicoïdale, où la réduction de viscosité due à l'entraînement d'air induit également une baisse de la capacité de charge.

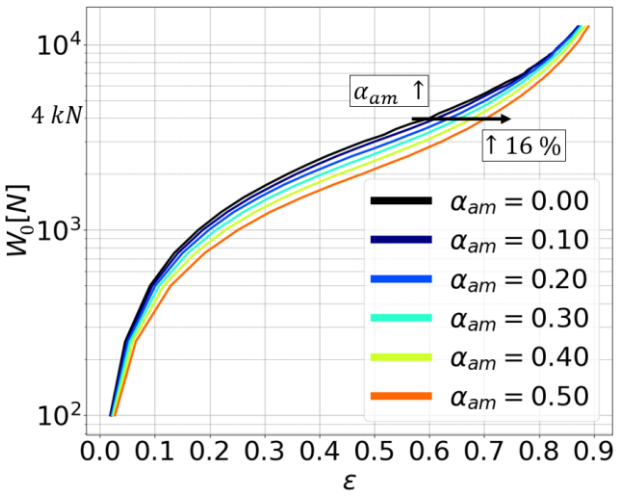


Figure V-23: Charge imposée vs excentricité relative

Les conclusions sont également convergentes concernant le graphique polaire de la Figure V-24 qui met en évidence la réduction de l'angle de calage pour tous les niveaux de charge à mesure que la contamination du lubrifiant augmente. Il est de nouveau remarquable que les deux sources de présence de gaz, à savoir l'entrainement d'air et la vaporisation, exercent un effet similaire sur l'angle de calage, à savoir une diminution.

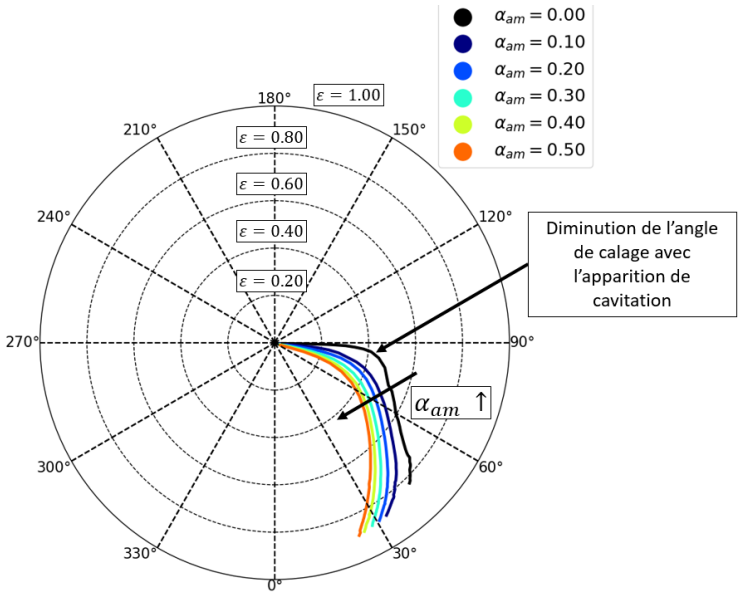


Figure V-24: Graphique polaire de l'excentricité statique

Il est bien établi que la cavitation favorise la stabilité des paliers hydrodynamiques. En effet, Frêne et al. [16] ont démontré qu'un palier lisse cylindrique soumis à une même pression à ses extrémités sans rupture de film est toujours instable d'un point de vue vibratoire, en raison de l'absence de raideur directe générée par le palier.

La diminution rapide de l'angle de calage due à l'entrainement d'air dans le lubrifiant suggère que le déplacement pour équilibrer la charge tend à s'aligner avec cette dernière, anticipant ainsi un impact potentiellement bénéfique sur la stabilité dynamique du système, avec une probable augmentation de la raideur directe.

La Figure V-25 illustre le champ de pression et la distribution de fraction volumique d'air dans le palier hydrodynamique pour $\alpha_{am} = 10\ \%$ et $W_0 = 4\ kN$. L'excentricité statique relative à l'équilibre est $\underline{e} = (0.365, 0.493) C_r$. Les zones à haute pression correspondent à des régions où l'air est comprimé, ce qui se traduit par des faibles fractions volumiques de gaz, tandis que dans les zones à basse pression, l'air se dilate et occupe plus de volumes. La fraction volumique d'air varie entre 5 et 15 % pour $\alpha_{am} = 0.10$ à l'alimentation.

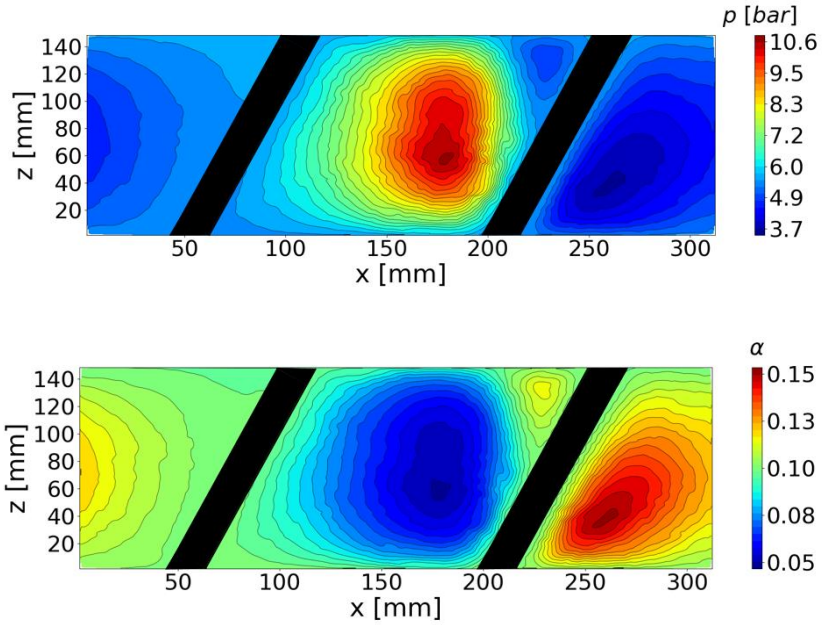


Figure V-25: Pression (en haut) et fraction volumique de gaz (en bas) dans le palier hydrodynamique $(\boldsymbol{\Omega_r = 1200\ rpm,\ W_0 = 4\ kN,\ \alpha_{am} = 0.10})$

Les coefficients dynamiques linéaires présentés sur la Figure V-25 sont évalués pour $\Omega_r = 1200\ tr.min^{-1}$, $W_0 = 4\ kN$ et différentes fréquences d'excitation sous-synchrones car l'instabilité de fouettement investiguée apparait toujours pour des fréquences inférieures à la fréquence de rotation du rotor. L'accroissement de la fraction volumique entraîne une dépendance croissante des coefficients dynamiques à l'égard de la fréquence d'excitation qui illustre les effets de compressibilité discutés dans la section III.7.1. Par exemple, la raideur directe $K_{x_r x_r}$ augmente de 33 % entre la fréquence d'excitation nulle et la fréquence d'excitation synchrone. De plus, l'amortissement croisé devient négatif comme pour les paliers à air calculés dans [214]. L'augmentation des raideurs directes et la diminution des amortissements directes est en accord avec les travaux d'Elrod et al. [83] sur les paliers aérodynamiques confirmés par des résultats numériques [5] et par des observations expérimentales [170].

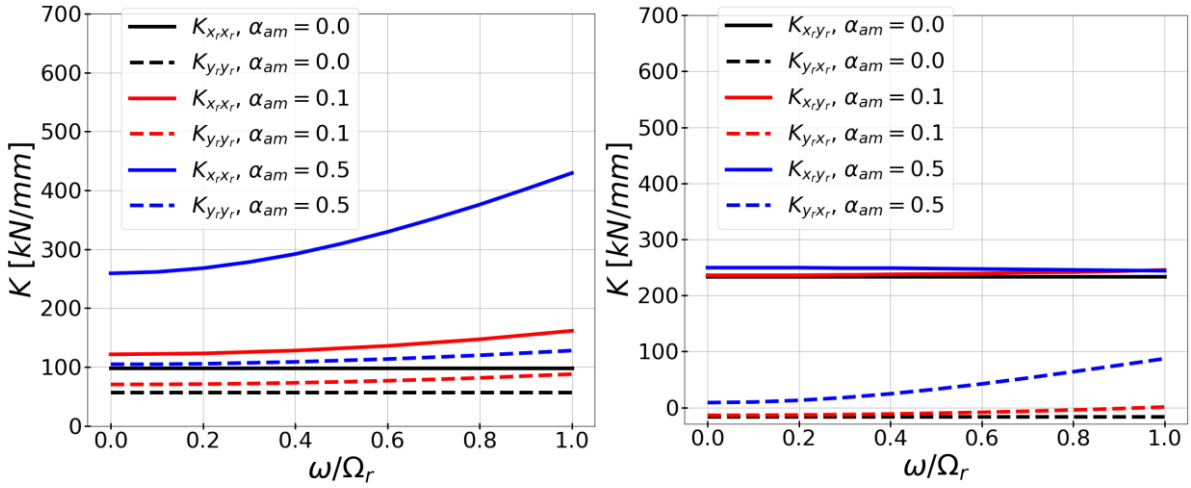


Figure V-26: Raideurs directes (à gauche) et croisées (à droite) vs ratio fréquence d'excitation sur pulsation du rotor ($\Omega_r = 1200\ tr.min^{-1},\ W_0 = 4\ kN$)

Ensuite, il apparait une augmentation significative de la raideur directe avec l'augmentation de la proportion d'air dans le lubrifiant. Cette observation découle logiquement des résultats obtenus en régime statique. En effet, pour une charge appliquée constante, il a été constaté que l'excentricité augmente et que l'angle de calage diminue, deux variations qui favorisent l'augmentation de la raideur directe. En ce qui concerne les autres coefficients dynamiques, l'analyse de leur sens de variation est plus complexe. En revanche, il est notable que l'impact de la contamination est moindre sur ces paramètres.

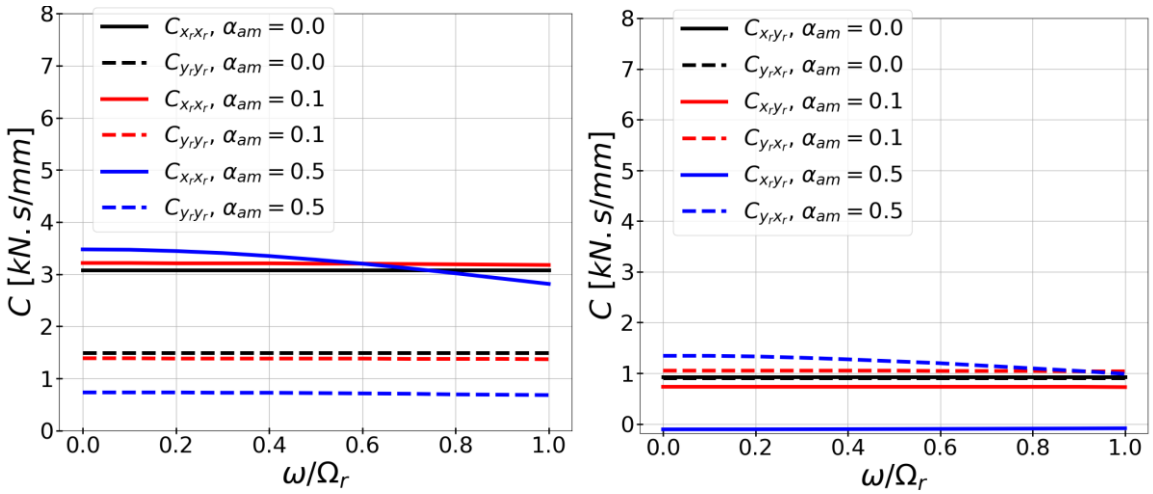


Figure V-27: Amortissements directs (à gauche) et croisés (à droite) vs ratio fréquence d'excitation sur pulsation du rotor ($\Omega_r = 1200\ tr.min^{-1},\ W_0 = 4\ kN$)

Les formules de la masse critique et du WFR sont données par les équations (III-114) et (III-116). Avec les coefficients dynamiques maintenant dépendants de la fréquence d'excitation, le problème devient un problème algébrique non-linéaire, car la fréquence de fouettement doit coïncider avec la fréquence d'excitation. Cependant, cette non-linéarité et faible et la convergence de la résolution est rapide.

La masse critique et le WFR du palier hydrodynamique à 2 rainures inclinées pour différents niveaux de contamination en air sont représentés sur la Figure V-28. La masse critique a des valeurs positives pour toutes les charges appliquées, ce qui exclut toute condition de fonctionnement inconditionnellement instable. Il est observé que pour une large gamme de charges appliquées, $W_0 \in [100; 8000]\ N$, l'entrainement d'air améliore la stabilité avec une augmentation significative de la masse critique du système. En effet, plus la quantité entrainée est importante, plus cette amélioration est marquée. Par exemple, pour $W_0 = 4\ kN$, la masse critique en fonctionnement normal est $M_{cr} \approx 20\ tonnes$. Cette masse critique augmente de $50\ \%$ et passe à $M_{cr} \approx 30\ tonnes$ avec $50\ \%$ d'air entrainé. Lorsque le palier est très chargé, $W_0 > 8000\ N$, la lubrification à l'eau pure apporte plus de stabilité vis-à-vis du fouettement.

En conclusion, selon la charge supportée, la présence d'air ne réduit pas forcément la stabilité du système ; au contraire elle peut l'améliorer considérablement sur un large intervalle de charges. Ce résultat est particulièrement intéressant d'un point de vue industriel, car ces paliers sont utilisés sur des pompes verticales, typiquement soumises à des charges relativement faibles. Ainsi, dans cette gamme de chargement, la réduction de la capacité de charge n'est pas préjudiciable et la stabilité du système est améliorée.

De manière logique, le WFR évolue quasiment inversement par rapport à la masse critique. Pour un palier hydrodynamique, il est toujours inférieur à 0.5 [16] et lorsqu'il s'approche de cette valeur, cela indique souvent une stabilité réduite, car associé à une raideur croisée importante qui favorise le mouvement de précession. C'est le cas pour les paliers faiblement chargés, et cela est confirmé par cette application.

Ensuite, une diminution importante du WFR coïncide avec une augmentation marquée de la masse critique. Cette observation est logique car lorsque que le palier est chargé, il s'excentre et perturbe l'écoulement circonférentiel ce qui induit une diminution de la raideur croisée et une meilleure stabilité. Dans le cas de la lubrification à l'eau pure, la masse critique initialement diminue puis augmente à nouveau pour $W_0 > 3500\ N$, ce qui se traduit par une fluctuation du WFR. L'entrainement d'air a tendance à atténuer cette oscillation du WFR.

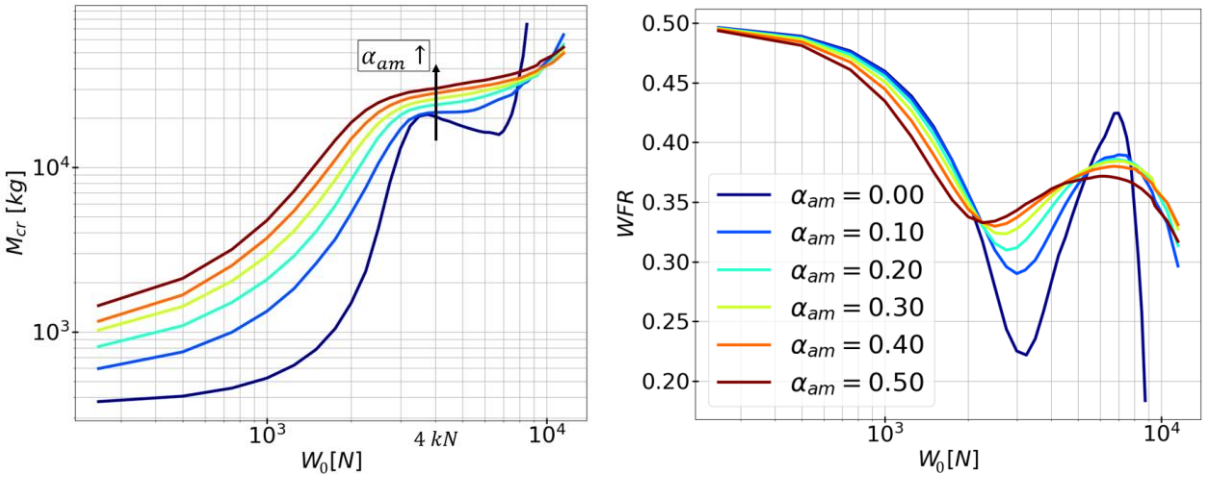


Figure V-28: Masse critique (à gauche) et WFR (à droite) vs nombre de Sommerfeld

En conclusion, la capacité de charge du palier hydrodynamique à deux rainures inclinées diminue avec l'entrainement d'air, une réduction visible pour des niveaux de contamination élevées. A $10\ \%$ de fraction volumique de gaz en amont, qui est le niveau de contamination d'intérêt dans cette étude industrielle, cette diminution est faible. L'impact du gaz est plus apparent sur le comportement dynamique du palier hydrodynamique. En effet, la présence d'air augmente la masse critique renforçant ainsi la stabilité du palier vis-à-vis du fouettement pour un large intervalle de charges appliquées. Ainsi, une faible contamination en air altère très peu le comportement statique et améliore nettement le comportement dynamique du palier hydrodynamique. Globalement, l'entrainement d'air induit un impact positif sur le comportement du système.

V.8 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle de Reynolds diphasique a été élaboré afin de simuler les deux mécanismes d'apparition de gaz d'intérêt, à savoir la cavitation et l'entrainement d'air, dans le cadre des écoulements au sein des paliers hydrodynamiques. La résolution de ce modèle, réalisée par la méthode des volumes finis sur un maillage triangulaire, a été choisie pour s'adapter à la présence de rainures dans les paliers industriels et l'intégration de la discontinuité d'épaisseur de film à la frontière des rainures s'inspire des travaux de Dahite et Arghir [27].

Les lois de viscosité des mélanges étudiées dans cette thèse prévoient une diminution de la viscosité du fluide en raison de l'entrainement d'air, ce qui entraîne une réduction de la capacité de charge des paliers hydrodynamiques rainurés. Toutefois, pour des niveaux de contamination d'intérêt qui restent modérés, $\alpha_{am} \leq 10\%$, cette diminution est relativement faible. En revanche, pour des taux

de contamination plus élevés, la loi de viscosité adoptée influence considérablement les résultats. Ce constat souligne la nécessité de futurs développements théoriques et expérimentaux pour éclairer ce choix avec une compréhension plus approfondie.

Par ailleurs, il a été montré que la présence de gaz dans le palier, qu'elle soit due à la cavitation ou à l'entrainement d'air, entraîne une diminution de l'angle de calage. En particulier, plus la quantité d'air entrainée est importante, plus l'angle de calage se réduit et plus l'excentricité augmente. Ces deux tendances favorisent l'accroissement de la raideur directe du système, améliorant ainsi sa stabilité. En effet, dans un large intervalle de charges appliquées, la masse critique augmente avec la contamination. Ces résultats sont rassurants d'un point de vue industriel, car ils atténuent les inquiétudes concernant une réduction significative de la capacité de charge et de la stabilité dynamique des paliers.

En conclusion, les objectifs de modélisation ont été satisfaits, ouvrant la voie à des études exhaustives tant en régime statique qu'en régime dynamique des paliers hydrodynamiques rainurés industriels. Le modèle fournit des coefficients dynamiques qui intègrent l'effet de la contamination par l'air, essentiels pour une analyse précise de la ligne d'arbres de pompe et pour évaluer les risques d'instabilité des paliers. Ces résultats doivent désormais être confrontés à des données expérimentales afin de valider les hypothèses formulées dans le cadre du régime diphasique.

Conclusion générale

Pour conclure de manière générale, cette étude s'est focalisée sur l'effet de l'entrainement d'air sur les comportements statique et dynamique de paliers hydrostatiques à alvéoles en forme de H et de paliers rainurés, utilisés dans certaines pompes centrifuges du parc nucléaire. Une revue bibliographique approfondie a d'abord été menée pour positionner les modèles existants en Lubrification qui traitent de cette problématique. Il a été observé que la majorité des modèles se basent sur l'hypothèse de mélange homogène de gaz dans le liquide [22,23,81], fournissant des corrélations satisfaisantes avec les données expérimentales, principalement pour les caractéristiques des amortisseurs à film fluide [25,99,215] et des joints annulaires [9,10,82,84]. Toutefois, ces modèles n'ont jamais été appliqués aux paliers hydrostatiques ou aux paliers hydrodynamiques rainurés. Ainsi, ce modèle a été choisi comme base des développements de cette thèse, en proposant une démarche d'adaptation pour les configurations industrielles évoquées.

L'hypothèse d'homogénéité peut toutefois être limitante dans certaines configurations, notamment lorsque la fraction d'air entrainée est importante ou lorsque le diamètre des bulles est comparable au jeu radial. Cette limite a été clairement mise en lumière dans la littérature, où les mauvaises corrélations ont été observées dans l'estimation du comportement dynamique des joints annulaires contaminés par de l'air, en utilisant le modèle de mélange homogène [10]. Lu et San Andres [10] ont ainsi développé un modèle de mélange hétérogène qui a donné des résultats prometteurs, motivant son intégration dans les codes développés pour cette thèse.

Pour obtenir des résultats de référence en régime statique et dynamique pour les paliers hydrostatiques, un banc d'essai a été conçu simultanément à la réalisation de la thèse. Ces essais ont permis de collecter des données sur des écoulements monophasiques stationnaires, avec des perspectives pour des essais en écoulement diphasique et en régime dynamique.

Chaque technologie a été traitée de manière distincte dans un chapitre dédié, en raison des défis spécifiques associés à la modélisation des écoulements conformément à leurs configurations respectives, tout en abordant la problématique commune de l'entraînement d'air. Pour les paliers hydrostatiques, cela impliquait notamment l'intégration des effets d'inertie et de turbulence dans la modélisation, tandis que pour les paliers hydrodynamiques, la gestion numérique des rainures représentait un défi majeur.

L'analyse du palier hydrostatique a confirmé l'importance des effets d'inertie et de turbulence, conduisant au développement d'un modèle de type « bulk flow » validé pour des écoulements monophasiques à travers des comparaisons expérimentales sur un joint annulaire [9] et sur un palier

hydrostatique [120]. Les modèles de mélange homogène et hétérogène ont également été confrontés à des résultats expérimentaux [9] et numériques [10] sur le même joint annulaire, révélant des différences dans les prédictions dynamiques.

En régime statique, concernant l'estimation de l'effet d'entrainement d'air sur le débit de fuite du joint, les modèles et l'expérimental concordent. Un consensus émerge autour de valeurs de vitesse de glissement négligeables dans l'écoulement, expliquant ainsi des résultats similaires dans les prédictions en régime statique entre les modèles de mélange homogène et hétérogène. Une analyse supplémentaire sur l'ordre de grandeur des coefficients de diffusion liés à l'hétérogénéité indique leur caractère négligeable. Si la vitesse de glissement et les coefficients de diffusion sont presque nuls, les deux modèles de mélange sont équivalents. De plus, selon l'hypothèse de Lu et San Andres [10], qui négligent les perturbations des coefficients de diffusion et de la vitesse de glissement, les modèles de mélange sont également équivalents en régime dynamique. Cependant, Lu et San Andres [10] observent des différences majeures dans la prédiction des coefficients dynamiques, ce qui représente un point de désaccord avec les conclusions avancées dans cette thèse.

Dans l'ensemble, les modèles de mélange rencontrent des difficultés à reproduire fidèlement les résultats expérimentaux [9] concernant l'évolution des coefficients dynamiques du joint annulaire avec l'accroissement de la fraction d'air dans le lubrifiant, notamment les augmentations marquées de la raideur croisée et de l'amortissement direct. Cependant, ils donnent les bonnes tendances d'évolution.

Une part significative du travail s'est concentrée sur l'évaluation des pertes de charge en régime diphasique qui est le réel facteur influent d'après les résultats de cette thèse. En utilisant la formule de Lu et San Andres [10], dérivée pour un gaz parfait et adaptée à un écoulement de mélange, il est apparu que les pertes de charge à l'entrée du joint sont négligeables dès qu'une petite fraction de gaz est présente dans le lubrifiant. Cela a conduit à des discontinuités marquées dans les prédictions des coefficients dynamiques des modèles développés, en particulier pour les raideurs directes. Pour remédier à cela, une nouvelle formule pondérant les pertes de charge pour un liquide et un gaz pur a été proposée, assurant une transition continues entre les deux régimes.

Compte tenu de l'état de l'art, l'adaptation des modèles de mélange homogène et hétérogène pour les paliers hydrostatiques a été jugée pertinente car les essais dans le laboratoire EDF offrent des perspectives prometteuses pour évaluer la validité des hypothèses de mélange en fonction de la fraction volumique d'air à l'alimentation et la structure de l'écoulement diphasique généré. De plus, l'estimation des pertes de charge, essentielle pour la prédiction, peut être validée avec des résultats en régime statique. Un travail préalable à l'obtention de résultats expérimentaux a été mené avec la

mise en place d'un modèle CFD du palier, qui a démontré la validité, sous l'hypothèse d'un écoulement de mélange homogène, de la formule proposée pour les pertes de charge diphasiques. De plus, les simulations CFD ont validé les développements du modèle « bulk flow » diphasique pour la résolution de l'écoulement dans le film mince. Pour finir, le modèle « bulk flow » monophasique est corrélé avec les premiers résultats expérimentaux obtenus pour des écoulements monophasiques stationnaires.

Le modèle « bulk flow » de mélange homogène a ensuite été employée pour estimer l'impact de la contamination sur les coefficients dynamiques et la stabilité des paliers hydrostatiques industriels. Il est apparu que l'augmentation de l'entrainement d'air implique une dégradation de la stabilité du palier due à une baisse rapide de l'amortissement direct du système. Cependant, avec un entraînement d'air de 10 %, l'amortissement direct du palier hydrostatique reste élevé, excluant ainsi le risque d'instabilité de type « marteau pneumatique ». De plus, l'utilisation d'alvéoles en forme de H, plutôt que rectangulaires, permet de limiter la dégradation de la masse critique avec l'augmentation de la présence d'air dans le mélange. Il est à noter que la masse réelle du rotor reste nettement inférieure à l'ensemble des masses critiques évaluées, ce qui rassure quant à la probabilité d'une instabilité de type « fouettement ».

Le dernier chapitre a été consacré à l'étude de l'entrainement d'air dans les paliers hydrodynamiques rainurés. Dans ces paliers, l'apparition du gaz peut provenir de deux sources distinctes : la cavitation et l'entrainement d'air. Le modèle de mélange de Diaz et San Andres [25], fondé sur un couplage de l'équation de Reynolds et de l'équation de Rayleigh-Plesset, permet de modéliser ces deux phénomènes en considérant des bulles composées de vapeur et de gaz. Ce modèle a été comparé à des modèles de référence pour la cavitation basée sur la théorie JFO, démontrant sa capacité à prédire avec précision la formation et la rupture de film dans un palier hydrodynamique lisse en condition de sous-alimentation. En s'inspirant des travaux de Dahite et Arghir [27], qui ont utilisé l'équation de Reynolds pour un gaz pur sur des maillages non structurés, l'implémentation du modèle de Diaz et San Andres [25] a été étendue à ce type de maillage.

L'entrainement d'air dans les paliers rainurés induit une diminution de la capacité de charge. Cependant, pour une fraction volumique de $10\ \%$ d'air entrainé, cette diminution reste modérée. En revanche, l'entrainement d'air a un impact important sur la stabilité du palier hydrodynamique. En effet, l'augmentation de la fraction d'air dans le mélange tend à accroître la masse critique du système pour une charge donnée, indiquant ainsi une meilleure stabilité. Cela provient du fait qu'à chargement constant, l'entrainement d'air induit une augmentation de l'excentricité et une diminution de l'angle de calage qui favorisent une augmentation importante de la raideur directe.

Étant donné que les paliers hydrodynamiques sont utilisés principalement sur des pompes verticales et sont donc généralement peu chargés, l'entraînement d'air améliore globalement le comportement du système rotor-palier. En conclusion, les résultats de cette thèse sont encourageants quant à la capacité des paliers étudiés à maintenir leur fonctionnalité même en présence de niveaux faibles d'entraînement d'air.

Un point d'attention soulevé dans ce chapitre concerne le choix de la loi de viscosité pour le mélange, particulièrement impactant lorsque de fortes quantités d'air sont entraînées. Ce choix nécessite une validation par des résultats expérimentaux ou par une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu pour estimer la viscosité du mélange. Le choix de cette loi est souvent utilisé comme un paramètre du modèle mais devra faire l'objet d'études plus approfondis au vu de son importance.

Les perspectives de ce travail sont nombreuses. En premier lieu, il est nécessaire d'évaluer la qualité du modèle « bulk flow » implémenté pour le palier hydrostatique par rapport aux résultats expérimentaux en régime diphasique pour une alimentation du palier avec un écoulement à bulles. Si les hypothèses de mélange homogène se révèlent adéquates pour une prédiction précise de l'impact de l'air sur les caractéristiques statiques et dynamiques du palier pour des niveaux de contamination faibles ($\alpha_{am} \leq 10\ \%$), alors la réponse à la problématique industrielle sera consolidée. Cela permettra également de valider les choix des lois de perte de charge et de viscosité pour un écoulement diphasique. Dans ce scénario, il sera alors pertinent de regarder jusqu'à quel niveau de contamination les hypothèses de mélange restent valables. Si les résultats du modèle ne sont pas satisfaisants pour de faibles niveaux de contamination des approches plus complexes telles que des modèles à phases séparées avec une modélisation détaillée des interfaces (VOF, level set...) devront être envisagées pour améliorer les corrélations.

Par la suite, il s'agira d'intégrer les coefficients dynamiques obtenus dans les études de dynamique de ligne d'arbres. En mélange eau-air, les coefficients dynamiques exhibent une dépendance à la fréquence d'excitation. Pour déterminer la stabilité du palier face au fouettement, il a été montré que cela implique la résolution d'une équation faiblement non-linéaire. En revanche, pour calculer les modes propres de l'ensemble de la ligne d'arbres et de ses paliers, la littérature montre que le calcul s'avère coûteux [5]. L'implémentation d'une méthode d'approximation des impédances par des fractions rationnelles, proposée par [175], pourrait faciliter cette intégration de la réponse dynamique des paliers dans le calcul global.

Enfin, les développements futurs pourront se concentrer sur des scénarios d'alimentation plus complexes, incluant des arrivées intermittentes de poches d'air. Dans de tels cas, l'hypothèse de

stationnarité de l'écoulement et les modèles de mélange seront inappropriés, rendant indispensable la modélisation de ces inclusions par des méthodes de suivi de frontière.

Références

[1] Newkirk, B., and Taylor, H., 1925, “Shaft Whipping Due to Oil Action in Journal Bearings,” General Electric Review, **28**(8), pp. 559–568.

[2] Rieger, N., 1967, “Design of Gas Bearings Notes Supplemental to the RPI-MTI Course on Gas Bearing Design,” RPI-MTI, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY.

[3] Powell, J. W., 1970, “Design of Aerostatic Bearings,” (No Title).

[4] Gross, W. A., Matsch, L. A., Castelli, V., Eshel, A., Vohr, J. H., and Wildmann, M., 1980, “Fluid Film Lubrication.”

[5] Hassini, M. A., 2012, “Contribution à l’analyse Des Paliers Fluides et Des Joints d’étanchéité Utilisés Dans Lesturbopompes Spatiales,” PhD Thesis, Poitiers.

[6] Diaz, S. E., and San Andres, L. A., 1998, “Measurements of Pressure in a Squeeze Film Damper with an Air/Oil Bubbly Mixture,” Tribology Transactions, **41**(2), pp. 282–288.

[7] Gehannin, J., Arghir, M., and Bonneau, O., 2016, “A Volume of Fluid Method for Air Ingestion in Squeeze Film Dampers,” Tribology Transactions, **59**(2), pp. 208–218.

[8] Zhang, M., Mclean, J. E., and Childs, D. W., 2017, “Experimental Study of the Static and Dynamic Characteristics of a Long Smooth Seal With Two-Phase, Mainly Air Mixtures,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **139**(12), p. 122504.

[9] Zhang, M., Childs, D. W., Mclean, J. E., Tran, D. L., and Shrestha, H., 2019, “Experimental Study of the Leakage and Rotordynamic Coefficients of a Long-Smooth Seal With Two-Phase, Mainly Oil Mixtures,” Journal of Tribology, **141**(4), p. 042201.

[10] Lu, X., San Andrés, L., and Yang, J., 2022, “A Nonhomogeneous Bulk Flow Model for Gas in Liquid Flow Annular Seals: An Effort to Produce Engineering Results,” Journal of Tribology, **144**(6), p. 062302.

[11] Liu, P., Patil, A., and Morrison, G., 2018, “Multiphase Flow Performance Prediction Model for Twin-Screw Pump,” Journal of Fluids Engineering, **140**(3), p. 031103.

[12] Vannini, G., Del-Vescovo, G., Bertoneri, M., and Wilcox, M., 2014, “Centrifugal Compressor Rotordynamics in Wet Gas Conditions,” Proc. 43rd Turbomachinery & 30th International Pump Users Symposia, Houston, TX.

[13] Bibet, P.-J., Lumpkin, V. A., Klepsvik, K. H., and Grimstad, H., 2013, “Design and Verification Testing of New Balance Piston for High Boost Multiphase Pumps,” Proc. 42th Turbomachinery & 29th International Pump Users Symposia, Houston, TX.

[14] Bibet, P.-J., Ekeberg, I., Knudsen, H., Torbergsen, E., Kjellnes, F., Angeltveit, R., and Klepsvik, K. H., 2018, “Design and Verification Testing of Balance Piston for High-Viscosity Multiphase Pumps,” Proc. 47th Turbomachinery & 34th International Pump Users Symposia, Houston, TX.

[15] Arghir, M., Amoser, M., Dueymes, E., and Al., 1997, “Activité de La Division " Applications Industrielles de La Mécanique Des Fluides ". L’influence de Joints Annulaires Lisses Sur Le Comportement Dynamique de Ligne d’arbres de Machines Hydrauliques,” La Houille Blanche, **83**(6), pp. 14–28.

[16] Frêne, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., and Godet, M., *Lubrification Hydrodynamique. Paliers et Butées*.

[17] Constantinescu, V. N., 1995, *Laminar Viscous Flow*, Springer-Verlag, New York Berlin Paris [etc].

[18] Launder, B. E., and Leschziner, M., 1978, “Flow in Finite-Width, Thrust Bearings Including Inertial Effects: I—Laminar Flow,” Journal of Lubrication Technology, **100**(3), pp. 330–338.

[19] Hirs, G. G., 1973, “A Bulk-Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films,” Journal of Lubrication Technology, **95**(2), pp. 137–145.

[20] Pinkus, O., Sternlicht, B., and Saibel, E., 1962, “Theory of Hydrodynamic Lubrication,” Journal of Applied Mechanics, **29**(1), pp. 221–222.

[21] Fantino, B., Frene, J., and Godet, M., 1972, “Reynolds Equation in Viscous Film Theory,” Journal of Lubrication Technology, **94**(3), pp. 287–288.

[22] Cheng, F., and Ji, W., 2016, “A New Model of Water–Gas Turbulent Lubrication for Analysis of the Static and Dynamic Characteristics in a Journal Bearing,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, **230**(12), pp. 1439–1451.
[23] Goodwin, M. J., Dong, D., Yu, H., and Nikolajsen, J. L., 2007, “Theoretical and Experimental Investigation of the Effect of Oil Aeration on the Load-Carrying Capacity of a Hydrodynamic Journal Bearing,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, **221**(7), pp. 779–786.
[24] Bayada, G., and Chupin, L., 2013, “Compressible Fluid Model for Hydrodynamic Lubrication Cavitation,” Journal of Tribology, **135**(4), p. 041702.
[25] Diaz, S., and San Andre´s, L., 2001, “A Model for Squeeze Film Dampers Operating With Air Entrainment and Validation With Experiments,” Journal of Tribology, **123**(1), pp. 125–133.
[26] Karki, K. C., and Patankar, S. V., 1989, “Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speedsin Arbitrary Configurations,” AIAA Journal, **27**(9), pp. 1167–1174.
[27] Dahite, S., and Arghir, M., 2021, “Numerical Modelling of a Segmented Annular Seal with Enhanced Lift Effects,” Mechanical Systems and Signal Processing, **152**, p. 107455.
[28] San Andrés, L., 2009, “Notes 06. Liquid Cavitation in Fluid Film Bearings.”
[29] Grando, F. P., Priest, M., and Prata, A. T., 2006, “A Two-Phase Flow Approach to Cavitation Modelling in Journal Bearings,” Tribol Lett, **21**(3), pp. 233–244.
[30] Hao, Z., and Gu, C., 2014, “Numerical Modeling for Gaseous Cavitation of Oil Film and Non-Equilibrium Dissolution Effects in Thrust Bearings,” Tribology International, **78**, pp. 14–26.
[31] Brennen, C. E., 2014, *Cavitation and Bubble Dynamics*, Cambridge University Press, New York.
[32] Franc, J.-P., and Michel, J.-M., 2010, *Fundamentals of Cavitation: Selected by Grenoble Sciences*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
[33] Sun, D. C., and Brewe, D. E., 1992, “Two Reference Time Scales for Studying the Dynamic Cavitation of Liquid Films,” Journal of Tribology, **114**(3), pp. 612–615.
[34] Brunetière, N., 2018, “A General Model for Liquid and Gas Lubrication, Including Cavitation,” Journal of Tribology, **140**(2), p. 021702.
[35] Zeidan, F. Y., and Vance, J. M., 1990, “Cavitation Regimes in Squeeze Film Dampers and Their Effect on the Pressure Distribution,” Tribology Transactions, **33**(3), pp. 447–453.
[36] San Andres, L., Lu, X., and Jie, Z., 2018, “Leakage and Force Coefficients for Pump Annular Seals Operating With Air/Oil Mixtures: Measurements Vs Predictions and Air Injection to Increase Seal Dynamic Stiffness,” Proc. 34rd Turbomachinery & Pump Symposium, Houston, TX.
[37] Braun, M. J., and Hannon, W. M., 2010, “Cavitation Formation and Modelling for Fluid Film Bearings: A Review,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, **224**(9), pp. 839–863.
[38] Gümbel, L., 1914, “Das Problem Der Lagerreibung,” Mbl. Berlin. Bez. Ver. dtsch. Ing, **5**, pp. 87–104.
[39] Swift, H. W., 1932, “THE STABILITY OF LUBRICATING FILMS IN JOURNAL BEARINGS. (INCLUDES APPENDIX).,” Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers, **233**(1932), pp. 267–288.
[40] Stieber, W., 1933, “Das Schwimmlager: Hydrodynamische Theorie Des Gleitlagers,” (No Title).
[41] Brewe, D. E., 1986, “Theoretical Modeling of the Vapor Cavitation in Dynamically Loaded Journal Bearings,” Journal of Tribology, **108**(4), pp. 628–637.
[42] Floberg, L., 1973, *On Journal Bearing Lubrication Considering the Tensile Strength of the Liquid Lubricant*, Lund Technical University.
[43] Floberg, L., 1965, “On Hydrodynamic Lubrication with Special Reference to Sub-Cavity Pressures and Number of Streamers in Cavitation Regions,” (No Title).
[44] Mori, H., Yabe, H., and Fujita, Y., 1968, “On the Separation Boundary Condition for Fluid Lubrication Theories of Journal Bearings,” A S L E Transactions, **11**(3), pp. 196–203.
[45] Coyne, J. C., and Elrod, H. G., 1970, “Conditions for the Rupture of a Lubricating Film. Part I: Theoretical Model,” Journal of Lubrication Technology, **92**(3), pp. 451–456.

[46] Hopkins, M. R., 1957, “Viscous Flow between Rotating Cylinders and a Sheet Moving between Them,” Br. J. Appl. Phys., **8**(11), pp. 442–444.
[47] Birkhoff, G., and Hays, D. F., 1963, “Free Boundaries in Partial Lubrication,” Journal of Mathematics and Physics, **42**(1–4), pp. 126–138.
[48] Jakobsson, B., and Floberg, L., 1957, “The Finite Journal Bearing, Considering Vaporization (Das Gleitlager von Endlicher Breite Mit Verdampfung),” (No Title).
[49] Olsson, K.-O., 1957, “Cavitation in Dynamically Loaded Bearing,” Trans. Chalmers Univ. of Tech, Sweden, **308**.
[50] Floberg, L., 1974, “Cavitation Boundary Conditions with Regard to the Number of Streamers and Tensile Strength of the Liquid,” Cavitation and related phenomena in lubrication, pp. 31–36.
[51] Elrod, H., and Adams, M., 1974, “A Computer Program for Cavitation and Starvation Problems,” Cavitation and related phenomena in lubrication, **37**.
[52] Elrod, H. G., 1981, “A Cavitation Algorithm,” Journal of Lubrication Technology, **103**(3), pp. 350–354.
[53] Bertocchi, L., Dini, D., Giacopini, M., Fowell, M. T., and Baldini, A., 2013, “Fluid Film Lubrication in the Presence of Cavitation: A Mass-Conserving Two-Dimensional Formulation for Compressible, Piezoviscous and Non-Newtonian Fluids,” Tribology International, **67**, pp. 61–71.
[54] Giacopini, M., Fowell, M. T., Dini, D., and Strozzi, A., 2010, “A Mass-Conserving Complementarity Formulation to Study Lubricant Films in the Presence of Cavitation,” Journal of Tribology, **132**(4), p. 041702.
[55] Woods, C. M., and Brewe, D. E., 1989, “The Solution of the Elrod Algorithm for a Dynamically Loaded Journal Bearing Using Multigrid Techniques,” Journal of Tribology, **111**(2), pp. 302–308.
[56] Brewe, D. E., and Jacobson, Bo. O., 1987, “The Effect of Vibration Amplitude on Vapour Cavitation in Journal Bearings,” Wear, **115**(1–2), pp. 63–73.
[57] Mistry, K., Biswas, S., and Athre, K., 1997, “A New Theoretical Model for Analysis of the Fluid Film in the Cavitation Zone of a Journal Bearing,” Journal of Tribology, **119**(4), pp. 741–746.
[58] Ausas, R. F., Jai, M., and Buscaglia, G. C., 2009, “A Mass-Conserving Algorithm for Dynamical Lubrication Problems With Cavitation,” Journal of Tribology, **131**(3), p. 031702.
[59] Fesanghary, M., and Khonsari, M. M., 2011, “A Modification of the Switch Function in the Elrod Cavitation Algorithm,” Journal of Tribology, **133**(2), p. 024501.
[60] Woloszynski, T., Podsiadlo, P., and Stachowiak, G. W., 2015, “Efficient Solution to the Cavitation Problem in Hydrodynamic Lubrication,” Tribol Lett, **58**(1), p. 18.
[61] Biboulet, N., and Lubrecht, A. A., 2018, “Efficient Solver Implementation for Reynolds Equation with Mass-Conserving Cavitation,” Tribology International, **118**, pp. 295–300.
[62] Rayleigh, Lord, 1917, “VIII. *On the Pressure Developed in a Liquid during the Collapse of a Spherical Cavity*,” The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, **34**(200), pp. 94–98.
[63] Plesset, M. S., 1949, “The Dynamics of Cavitation Bubbles,” Journal of Applied Mechanics, **16**(3), pp. 277–282.
[64] Gehannin, J., 2009, “Analyse Théorique Des Amortisseurs à Film Fluide Fonctionnant à Des Nombres de Reynolds Élevés,” Poitiers.
[65] Someya, T., 2003, “On the Development of Negative Pressure in Oil Film and the Characteristics of Journal Bearing,” Meccanica, **38**(6), pp. 643–658.
[66] Lance, M., and Bataille, J., 1991, “Turbulence in the Liquid Phase of a Uniform Bubbly Air–Water Flow,” J. Fluid Mech., **222**(1), p. 95.
[67] Fabre, J., and Line, A., 1992, “Modeling of Two-Phase Slug Flow,” Annu. Rev. Fluid Mech., **24**(1), pp. 21–46.
[68] Brauner, N., and Maron, D. M., 1989, “2 Phase Liquid Liquid Stratified Flow,” Physicochemical Hydrodynamics, **11**(4), pp. 487–506.
[69] Cheng, L., Ribatski, G., and Thome, J. R., 2008, “Two-Phase Flow Patterns and Flow-Pattern Maps: Fundamentals and Applications,” Applied Mechanics Reviews, **61**(5), p. 050802.

[70] Shao, C., Bao, N., Wang, S., and Zhou, J., 2022, “Study on the Prediction Method and the Flow Characteristics of Gas-Liquid Two-Phase Flow Patterns in the Suction Chamber,” HFF, **32**(8), pp. 2700–2718.
[71] Shynybayeva, A., and Rojas-Solórzano, L. R., 2020, “Eulerian–Eulerian Modeling of Multiphase Flow in Horizontal Annuli: Current Limitations and Challenges,” Processes, **8**(11), p. 1426.
[72] Ubbink, O., and Issa, R. I., 1999, “A Method for Capturing Sharp Fluid Interfaces on Arbitrary Meshes,” Journal of Computational Physics, **153**(1), pp. 26–50.
[73] Youngs, D. L., 1982, “Time-Dependent Multi-Material Flow with Large Fluid Distortion,” Numerical methods for fluid dynamics.
[74] Ishii, M., and Hibiki, T., 2011, *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow*, Springer New York, New York, NY.
[75] Vooren, A. I. van de and Technische Hogeschool Twente, eds., 1976, *Proceedings / International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics. 5: June 28 - July 2, 1976, Twente University, Enschede*.
[76] Hirt, C. W., and Nichols, B. D., 1981, “Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries,” Journal of Computational Physics, **39**(1), pp. 201–225.
[77] Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S., 1994, “A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow,” Journal of Computational Physics, **114**(1), pp. 146–159.
[78] Manninen, M., Taivassalo, V., and Kallio, S., 1996, *On the Mixture Model for Multiphase Flow*, Technical Research Centre of Finland, Espoo.
[79] Kolev, N. I., 2015, *Multiphase Flow Dynamics 1: Fundamentals*, Springer International Publishing, Cham.
[80] Iwatsubo, T., and Nishino, T., 1994, “An Experimental Study on the Static and Dynamic Characteristics of Pump Annular Seals with Two Phase Flow,” *Rotordynamic Instability Problems in High-Performance Turbomachinery*, pp. 49–64.
[81] Institut Pprime, Université de Poitiers, ENSMA, UPR CNRS 3346 SP2MI, 11 Bd. Pierre et Marie Curie, BP 30179 86962 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France. mihai.arghir@univ-poitiers.fr, Mihai, A., Abdelmalik, Z., and Gérard Pineau, P., 2011, “Rotordynamic Analysis of Textured Annular Seals With Multiphase (Bubbly) Flow,” INCAS BULLETIN, **3**(3), pp. 3–13.
[82] Andrés, L. S., 2012, “Rotordynamic Force Coefficients of Bubbly Mixture Annular Pressure Seals,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **134**(2), p. 022503.
[83] Elrod, H. G., McCabe, J. T., and Chu, T. Y., 1967, “Determination of Gas-Bearing Stability by Response to a Step-Jump,” Journal of Lubrication Technology, **89**(4), pp. 493–498.
[84] Zhang, M., 2017, “Experimental Study of the Static and Dynamic Characteristics of a Long (L/D= 0.65) Smooth Annular Seal Operating Under Two-Phase (Liquid/Gas) Conditions,” PhD Thesis.
[85] Grimaldi, G., Pascazio, G., Vannini, G., and Afferrante, L., 2019, “Stratified Two-Phase Flow in Annular Seals,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **141**(7), p. 071006.
[86] San Andre´s, L., 2011, “Rotordynamic Force Coefficients of Bubbly Mixture Annular Pressure Seals,” *Volume 6: Structures and Dynamics, Parts A and B*, ASMEDC, Vancouver, British Columbia, Canada, pp. 477–486.
[87] Li, Z., Fang, Z., and Li, J., 2019, “Numerical Investigation on the Leakage and Rotordynamic Characteristics for Three Types of Annular Gas Seals in Wet Gas Conditions,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **141**(3), p. 032504.
[88] San Andrés, L., Yang, J., and Lu, X., 2019, “On the Leakage, Torque, and Dynamic Force Coefficients of Air in Oil (Wet) Annular Seal: A Computational Fluid Dynamics Analysis Anchored to Test Data,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **141**(2), p. 021008.
[89] Salhi, A., Rey, C., and Rosant, J. M., 1992, “Pressure Drop in Single-Phase and Two-Phase Couette-Poiseuille Flow,” Journal of Fluids Engineering, **114**(1), pp. 80–84.
[90] Feng, N. S., and Hahn, E. J., 1986, “Density and Viscosity Models for Two-Phase Homogeneous Hydrodynamic Damper Fluids,” A S L E Transactions, **29**(3), pp. 361–369.
[91] Pinkus, O., 1990, *Thermal Aspects of Fluid Film Tribology*, ASME Press, New York.

[92] Abdel-Latif, L. A., Peeken, H., and Benner, J., 1985, “Thermohydrodynamic Analysis of Thrust-Bearing With Circular Pads Running on Bubbly Oil (BTHD-Theory),” Journal of Tribology, **107**(4), pp. 527–537.
[93] Roach, M., and Goodwin, M., 1992, “Vibration Control in Rotating Machinery by the Use of Accumulators or Aerated Lubricants,” *Rotordynamics’ 92: Proceedings of the International Conference on Rotating Machine Dynamics Hotel Des Bains, Venice, 28–30 April 1992*, Springer, pp. 367–375.
[94] Szeri, A. Z., 1996, “On the Flow of Emulsions in Tribological Contacts,” Wear, **200**(1–2), pp. 353–364.
[95] Nikolajsen, J. L., 1999, “Viscosity and Density Models for Aerated Oil in Fluid-Film Bearings©,” Tribology Transactions, **42**(1), pp. 186–191.
[96] Nikolajsen, J. L., 1999, “The Effect of Aerated Oil on the Load Capacity of a Plain Journal Bearing©,” Tribology Transactions, **42**(1), pp. 58–62.
[97] Parkins, D. W., and May-Miller, R., 1984, “Cavitation in an Oscillatory Oil Squeeze Film,” Journal of Tribology, **106**(3), pp. 360–365.
[98] San Andre´s, L., and Diaz, S. E., 2002, “Pressure Measurements and Flow Visualization in a Squeeze Film Damper Operating With a Bubbly Mixture,” Journal of Tribology, **124**(2), pp. 346–350.
[99] Gehannin, J., Arghir, M., and Bonneau, O., 2009, “Evaluation of Rayleigh–Plesset Equation Based Cavitation Models for Squeeze Film Dampers,” Journal of Tribology, **131**(2), p. 024501.
[100] Dowson, D., and Taylor, C. M., 1979, “Cavitation in Bearings,” Annu. Rev. Fluid Mech., **11**(1), pp. 35–65.
[101] Jacobson, B. O., and Hamrock, B. J., 1983, “High-Speed Motion Picture Camera Experiments of Cavitation in Dynamically Loaded Journal Bearings,” Journal of Lubrication Technology, **105**(3), pp. 446–452.
[102] Sun, D. C., Brewe, D. E., and Abel, P. B., 1993, “Simultaneous Pressure Measurement and High-Speed Photography Study of Cavitation in a Dynamically Loaded Journal Bearing,” Journal of Tribology, **115**(1), pp. 88–95.
[103] Adiletta, G., and Della Pietra, L., 2006, “Experimental Study of a Squeeze Film Damper With Eccentric Circular Orbits,” Journal of Tribology, **128**(2), pp. 365–377.
[104] Childs, D. W., 1993, *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling and Analysis*, Wiley, New York.
[105] Walton, J. F., Walowit, J. A., Zorzi, E. S., and Schrand, J., 1987, “Experimental Observation of Cavitating Squeeze-Film Dampers,” Journal of Tribology, **109**(2), pp. 290–294.
[106] Zeidan, F. Y., and Vance, J. M., 1989, “Cavitation Leading to a Two Phase Fluid in a Squeeze Film Damper,” Tribology Transactions, **32**(1), pp. 100–104.
[107] Zeidan, F., and Vance, J., 1990, “A Density Correlation for a Two-Phase Lubricant and Its Effect on the Pressure Distribution©,” Tribology Transactions, **33**(4), pp. 641–647.
[108] Tao, L., Diaz, S., Andre´s, L. S., and Rajagopal, K. R., 2000, “Analysis of Squeeze Film Dampers Operating With Bubbly Lubricants,” Journal of Tribology, **122**(1), pp. 205–210.
[109] Diaz, S., and San Andrés, L., 1998, “Effects of Bubbly Flow on the Dynamic Pressure Fields of a Test Squeeze Film Damper,” *ASEM Fluids Engineering Division Summer Meeting, Washington, DC, June, Paper FEDSM98-5070*.
[110] Diaz, S. E., and San Andrés, L. A., 1999, “A Method for Identification of Bearing Force Coefficients and Its Application to a Squeeze Film Damper with a Bubbly Lubricant,” Tribology Transactions, **42**(4), pp. 739–746.
[111] Diaz, S. E., and San Andre´s, L. A., 2001, “Air Entrainment Versus Lubricant Vaporization in Squeeze Film Dampers: An Experimental Assessment of Their Fundamental Differences,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **123**(4), pp. 871–877.
[112] Awad, M. M., and Muzychka, Y. S., 2008, “Effective Property Models for Homogeneous Two-Phase Flows,” Experimental Thermal and Fluid Science, **33**(1), pp. 106–113.
[113] Mc Adams, W., 1954, *Heat Transmission*, New York.

[114] Dukler, A. E., Wicks, M., and Cleveland, R. G., 1964, “Frictional Pressure Drop in Two-phase Flow: B. An Approach through Similarity Analysis,” AIChE Journal, **10**(1), pp. 44–51.
[115] San Andre´s, L., 2000, “Bulk-Flow Analysis of Hybrid Thrust Bearings for Process Fluid Applications,” Journal of Tribology, **122**(1), pp. 170–180.
[116] Yoshimoto, S., Yamamoto, M., and Toda, K., 2007, “Numerical Calculations of Pressure Distribution in the Bearing Clearance of Circular Aerostatic Thrust Bearings With a Single Air Supply Inlet,” Journal of Tribology, **129**(2), pp. 384–390.
[117] Helene, M., Arghir, M., and Frene, J., 2004, “Combined Navier-Stokes and Bulk-Flow Analysis of Hybrid Bearings: Radial and Angled Injection,” *ASME/STLE 2004 International Joint Tribology Conference, Parts A and B*, ASMEDC, Long Beach, California, USA, pp. 517–527.
[118] San Andres, L., Childs, D., and Yang, Z., 1995, “Turbulent-Flow Hydrostatic Bearings: Analysis and Experimental Results,” International Journal of Mechanical Sciences, **37**(8), pp. 815–829.
[119] San Andres, L. A., 1991, “Analysis of Variable Fluid Properties, Turbulent Annular Seals,” Journal of Tribology, **113**(4), pp. 694–702.
[120] Jolly, P., Hassini, M. A., Arghir, M., and Bonneau, O., 2013, “Identification of Stiffness and Damping Coefficients of Hydrostatic Bearing with Angled Injection,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, **227**(8), pp. 905–911.
[121] Slezkin, N., and Targ, S., 1946, “L’Equation Generalisee de Reynolds,” CR Acad. Sc. de l’URSS, **54**(3), pp. 205–208.
[122] Kahlert, W., 1948, “Der Einflu der Trgheitskrfte bei der hydrodynamischen Schmiermitteltheorie,” Ing. arch, **16**(5–6), pp. 321–342.
[123] Milne, A. A., 1959, “On the Effect of Lubricant Inertia in the Theory of Hydrodynamic Lubrication,” Journal of Basic Engineering, **81**(2), pp. 239–244.
[124] Wood, W. W., 1957, “The Asymptotic Expansions at Large Reynolds Numbers for Steady Motion between Non-Coaxial Rotating Cylinders,” J. Fluid Mech., **3**(02), p. 159.
[125] Sood, D., and Elrod, Jr., H., 1972, “On the Flow between Two Long Eccentric Cylinders,” *10th Aerospace Sciences Meeting*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, San Diego,CA,U.S.A.
[126] Constantinescu, V. N., 1973, “On the Influence of Inertia Forces in Hydrostatic Turbulent Lubrication,” Revue Roumaine Sc. Mech. Appl., pp. 283–310.
[127] Constantinescu, V. N., and Galetuse, S., 1974, “On the Possibilities of Improving the Accuracy of the Evaluation of Inertia Forces in Laminar and Turbulent Films,” Journal of Lubrication Technology, **96**(1), pp. 69–77.
[128] San Andres, L., *Notes 09. Fluid Inertia and Turbulence in Fluid Film Bearings*.
[129] Schiller, L., and Naumann, A., 1935, “A Drag Coefficient Correlation,” Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure.
[130] Clift, R., Grace, J. R., and Weber, M. E., 2013, *Bubbles, Drops, and Particles*, Dover Publ, Mineola, NY.
[131] Massey, B. S., 1994, *Mechanics of Fluids*, Chapman & Hall, London New York Tokyo [etc.].
[132] Voitus, A., Arghir, M., and Hassini, M.-A., 2023, “Effect of Air-Liquid Homogeneous Mixture on the Linear Dynamic Characteristics of a Hydrostatic Journal Bearing,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **145**(12), p. 121018.
[133] Prandtl, L., 1925, “7. Bericht Über Untersuchungen Zur Ausgebildeten Turbulenz,” Z Angew Math Mech, **5**(2), pp. 136–139.
[134] Constantinescu, V. N., 1959, “On Turbulent Lubrication,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, **173**(1), pp. 881–900.
[135] Constantinescu, V. N., 1962, “Analysis of Bearings Operating in Turbulent Regime,” Journal of Basic Engineering, **84**(1), pp. 139–151.
[136] Constantinescu, V. N., 1970, “On the Influence of Inertia Forces in Turbulent and Laminar Self-Acting Films,” Journal of Lubrication Technology, **92**(3), pp. 473–480.

[137] Constantinescu, V. N., and Galetuse, S., 1965, “On the Determination of Friction Forces in Turbulent Lubrication,” A S L E Transactions, **8**(4), pp. 367–380.
[138] Constantinescu, V. N., and Galetuse, S., 1982, “Operating Characteristics of Journal Bearings in Turbulent Inertial Flow,” Journal of Lubrication Technology, **104**(2), pp. 173–179.
[139] Elrod, H. G., and Ng, C. W., 1967, “A Theory for Turbulent Fluid Films and Its Application to Bearings,” Journal of Lubrication Technology, **89**(3), pp. 346–362.
[140] Ng, C.-W., 1964, “Fluid Dynamic Foundation of Turbulent Lubrication Theory,” A S L E Transactions, **7**(4), pp. 311–321.
[141] Ng, C.-W., and Pan, C. H. T., 1965, “A Linearized Turbulent Lubrication Theory,” Journal of Basic Engineering, **87**(3), pp. 675–682.
[142] Constantinescu, V. N., Pan, C. H. T., Smalley, A. J., and Vohr, J. H., 1970, “Lubrication Phenomena in a Film of Low Kinematic Viscosity,” Revue Roumaine Sc. Mech. Appl., pp. 479–509.
[143] Tennekes, H., and Lumley, J. L., 1972, *A First Course in Turbulence*, MIT press.
[144] Ho, M.-K., and Vohr, J. H., 1974, “Application of Energy Model of Turbulence to Calculation of Lubricant Flows,” Journal of Lubrication Technology, **96**(1), pp. 95–102.
[145] Burton, R., 1965, *Fundamental Investigation of Liquid-Metal Lubricated Journal Bearings*, Southwest Research Institute, Department of Aerospace Propulsion Research.
[146] Black, H. F., 1970, “Empirical Treatment of Hydrodynamic Journal Bearing Performance in the Superlaminar Regime,” Journal of Mechanical Engineering Science, **12**(2), pp. 116–122.
[147] Hirs, G. G., 1970, *Fundamentals of a Bulk-Flow Theory for Turbulent Lubricant Films*, Delft University Holland.
[148] Blasius, H., “Das Aehnlichkeitsgesetz Bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten.”
[149] Davis, S. J., and White, C. M., 1928, “An Experimental Study of the Flow of Water in Pipes of Rectangular Section,” Proc. R. Soc. Lond. A, **119**(781), pp. 92–107.
[150] Couette, M., 1890, *Études Sur Le Frottement Des Liquides, Par M. Maurice Couette*, Gauthier-Villars et fils.
[151] Soulas, T., and San Andre´s, L., 2003, “Performance of Damaged Hydrostatic Bearings: Predictions Versus Experiments,” Journal of Tribology, **125**(2), pp. 451–456.
[152] San Andres, L., and Childs, D., 1997, “Angled Injection—Hydrostatic Bearings Analysis and Comparison to Test Results,” Journal of Tribology, **119**(1), pp. 179–187.
[153] Szeri, A. Z., ed., 1980, *Tribology: Friction, Lubrication, and Wear*, Hemisphere Pub. Corp, Washington.
[154] San Andres, L., 2009, “Notes 08. Turbulence Flow in Thin Film Bearings: Characteristics and Modeling.”
[155] Idel’čik, I. E., 1986, *Memento des pertes de charge: coefficients de pertes de charge singulières et de pertes de charge par frottement*, Éditions Eyrolles, Paris.
[156] Zirkelback, N., and San Andres, L., 1996, “Bulk-Flow Model for the Transition to Turbulence Regime in Annular Pressure Seals,” Tribology Transactions, **39**(4), pp. 835–842.
[157] Rhie, C. M., and Chow, W. L., 1983, “Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation,” AIAA Journal, **21**(11), pp. 1525–1532.
[158] Patankar, Y. C., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.”
[159] Venkateswaran, S., and Merkle, L., 1999, “Analysis of Preconditioning Methods for the Euler and Navier-Stokes Equations,” Lecture series-van Kareman Institute for fluid dynamics, **3**, pp. B1–B155.
[160] Van Doormaal, J. P., and Raithby, G. D., 1984, “ENHANCEMENTS OF THE SIMPLE METHOD FOR PREDICTING INCOMPRESSIBLE FLUID FLOWS,” Numerical Heat Transfer, **7**(2), pp. 147–163.
[161] Issa, R. I., 1986, “Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting,” Journal of Computational Physics, **62**(1), pp. 40–65.
[162] Majumdar, S., 1988, “ROLE OF UNDERRELAXATION IN MOMENTUM INTERPOLATION FOR CALCULATION OF FLOW WITH NONSTAGGERED GRIDS,” Numerical Heat Transfer, **13**(1), pp. 125–132.

[163] Alappat, C., Basermann, A., Bishop, A. R., Fehske, H., Hager, G., Schenk, O., Thies, J., and Wellein, G., 2020, "A Recursive Algebraic Coloring Technique for Hardware-Efficient Symmetric Sparse Matrix-Vector Multiplication," ACM Trans. Parallel Comput., **7**(3), pp. 1–37.
[164] Bollhöfer, M., Schenk, O., Janalik, R., Hamm, S., and Gullapalli, K., 2020, "State-of-the-Art Sparse Direct Solvers," *Parallel Algorithms in Computational Science and Engineering,*.
[165] Bollhöfer, M., Eftekhari, A., Scheidegger, S., and Schenk, O., 2019, "Large-Scale Sparse Inverse Covariance Matrix Estimation," SIAM J. Sci. Comput., **41**(1), pp. A380–A401.
[166] Lund, J. W., 1968, "Calculation of Stiffness and Damping Properties of Gas Bearings," Journal of Lubrication Technology, **90**(4), pp. 793–803.
[167] Mitchell, J. R., Holmes, R., and Van Ballegooyen, H., 1965, "Paper 2: Experimental Determination of a Bearing Oil-Film Stiffness," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings, **180**(11), pp. 90–96.
[168] Glienicke, J., 1966, "Paper 13: Experimental Investigation of the Stiffness and Damping Coefficients of Turbine Bearings and Their Application to Instability Prediction," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings, **181**(2), pp. 116–129.
[169] Morton, P. G., 1971, "Measurement of the Dynamic Characteristics of a Large Sleeve Bearing," Journal of Lubrication Technology, **93**(1), pp. 143–150.
[170] San Andrés, L., Lu, X., and Wu, T., 2020, "On the Influence of Gas Content on the Rotordynamic Force Coefficients of a Three-Wave (Air in Oil) Annular Seal for Multiple Phase Pumps," Journal of Fluids Engineering, **142**(3), p. 031102.
[171] Liebregts, R., 1988, "Rotordynamics of a Grindle Spindle Supported With Air Bearings," Nat. Lab. Technical Note, (259/88).
[172] Geerts, N., 1995, "Linear Dynamic Analysis of Rotorsystems with Gas Bearings," Master's thesis, Eindhoven University of Technology.
[173] Kleynhans, G. F., and Childs, D. W., 1997, "The Acoustic Influence of Cell Depth on the Rotordynamic Characteristics of Smooth-Rotor/Honeycomb-Stator Annular Gas Seals," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **119**(4), pp. 949–956.
[174] Soulas, T., and Andres, L. S., 2007, "A Bulk Flow Model for Off-Centered Honeycomb Gas Seals," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **129**(1), pp. 185–194.
[175] Hassini, M. A., and Arghir, M., 2014, "A New Approach for the Stability Analysis of Rotors Supported by Gas Bearings," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **136**(2), p. 022504.
[176] Hassini, M. A., and Arghir, M., 2015, "A Simplified and Consistent Nonlinear Transient Analysis Method for Gas Bearing: Extension to Flexible Rotors," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **137**(9), p. 092502.
[177] San Andrés, L., 2009, "Notes 12.(a) Annular Pressure (Damper) Seals, and (b) Hydrostatic Journal Bearings."
[178] Jacob, J. S., Yu, J. J., Bently, D. E., and Goldman, P., 2001, "Air-Hammer Instability of Externally Pressurized Compressible-Fluid Bearings."
[179] Arghir, M., Hassini, M.-A., Balducchi, F., and Gauthier, R., 2016, "Synthesis of Experimental and Theoretical Analysis of Pneumatic Hammer Instability in an Aerostatic Bearing," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **138**(2), p. 021602.
[180] Staubli, T., 1993, "A Labyrinth Seal - ETHZ Test Case."
[181] Kanki, H., 1984, "Experimental Study on the Dynamic Charateristics of Pump Annlar Seals," paper C297/84, pp. 159–166.
[182] San Andres, L., 1993, "Dynamic Force and Moment Coefficients for Short Length Annular Seals," Journal of Tribology, **115**(1), pp. 61–70.
[183] Arghir, M., and Frene, J., 2001, "Numerical Solution of Lubrication's Compressible Bulk Flow Equations: Applications to Annular Gas Seals Analysis," *Volume 3: Heat Transfer; Electric Power; Industrial and Cogeneration*, American Society of Mechanical Engineers, New Orleans, Louisiana, USA, p. V003T01A004.

[184] Carafoli, E., and Constantinescu, V. N., 1984, *Dinamica Fluidelor Compresibile*, Editura Academiei Republicii Socialiste România.
[185] Morel, C., Ruyer, P., Seiler, N., and Laviéville, J. M., 2010, "Comparison of Several Models for Multi-Size Bubbly Flows on an Adiabatic Experiment," International Journal of Multiphase Flow, **36**(1), pp. 25–39.
[186] Hassini, M.-A., Zhang, S., Chatterton, S., and Pennacchi, P., 2023, "Theoretical and Experimental Comparisons for Rotordynamic Coefficients of a Multiscratched Tilting Pad Journal Bearing," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **145**(2), p. 021008.
[187] San Andre´s, L., 1990, "Turbulent Hybrid Bearings With Fluid Inertia Effects," Journal of Tribology, **112**(4), pp. 699–707.
[188] Archambeau, F., Méchitoua, N., and Sakiz, M., 2004, "Code Saturne: A Finite Volume Code for the Computation of Turbulent Incompressible Flows-Industrial Applications," International Journal on Finite Volumes, **1**(1), p. http-www.
[189] Cebeci, T., Smith, A. M. O., and Libby, P. A., 1976, "Analysis of Turbulent Boundary Layers," Journal of Applied Mechanics, **43**(1), pp. 189–189.
[190] Launder, B. E., and Spalding, D. B., 1972, *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, London, New York.
[191] Wilcox, D., 1998, *Turbulence Modeling for CFD*.
[192] Menter, F., 1993, "Zonal Two Equation K-w Turbulence Models For Aerodynamic Flows," *23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Orlando,FL,U.S.A.
[193] Menter, F. R., 1994, "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal, **32**(8), pp. 1598–1605.
[194] Hibiki, T., and Ishii, M., 2000, "One-Group Interfacial Area Transport of Bubbly Flows in Vertical Round Tubes," International Journal of Heat and Mass Transfer, **43**(15), pp. 2711–2726.
[195] Wu, Q., Kim, S., Ishii, M., and Beus, S. G., 1998, "One-Group Interfacial Area Transport in Vertical Bubbly Flow," International Journal of Heat and Mass Transfer, **41**(8–9), pp. 1103–1112.
[196] Ishii, M., and Kim, S., 2001, "Micro Four-Sensor Probe Measurement of Interfacial Area Transport for Bubbly Flow in Round Pipes," Nuclear Engineering and Design, **205**(1–2), pp. 123–131.
[197] Yang, J., Tran, D. L., and San Andrés, L., 2023, "Computational Fluid Dynamics Analysis and Experimental Results for the Dynamic Performance of Two Long Smooth Surface Annular Seals Operating With a Liquid in Air Mixture," Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **145**(11), p. 111012.
[198] Colebrook, C. F., and White, C. M., 1937, "Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes," Proc. R. Soc. Lond. A, **161**(906), pp. 367–381.
[199] Chow, C. Y., and Vohr, J. H., 1970, "Helical-Grooved Journal Bearing Operated in Turbulent Regime," Journal of Lubrication Technology, **92**(2), pp. 346–357.
[200] Vohr, J. H., and Chow, C. Y., 1965, "Characteristics of Herringbone-Grooved, Gas-Lubricated Journal Bearings," Journal of Basic Engineering, **87**(3), pp. 568–576.
[201] Olsson, K.-O., 1974, *On Hydrodynamic Lubrication: With Special Reference to Nonstationary Cavitation*, Chalmers University of Technology.
[202] Warner, P. C., and Thoman, R. J., 1964, "The Effect of the 150-Degree Partial Bearing on Rotor-Unbalance Vibration," Journal of Basic Engineering, **86**(2), pp. 337–345.
[203] Denis, S., Hassini, M.-A., and Arghir, M., 2015, "Non-Linear Analysis of the Defects of a Vertical Turbine," *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics*, P. Pennacchi, ed., Springer International Publishing, Cham, pp. 1629–1640.
[204] Schiffmann, J., and Favrat, D., 2010, "Integrated Design and Optimization of Gas Bearing Supported Rotors," Journal of Mechanical Design, **132**(5), p. 051007.
[205] Gu, L., Guenat, E., and Schiffmann, J., 2020, "A Review of Grooved Dynamic Gas Bearings," Applied Mechanics Reviews, **72**(1), p. 010802.

[206] Whipple, R. T., 1951, “Theory Of The Spiral Grooved Thrust Bearing With Liquid Or Gas Lubricant.”
[207] Whipple, R. T., 1949, *Herringbone Patten Thrust Bearing*, Atomic Energy Establishment, Herwell.
[208] Cameron, A., and Ettles, C. M. M., 1981, *Basic Lubrication Theory*, E. Horwood ; Halsted Press, Chichester : New York.
[209] Faria, M. T. C., and Andre´s, L. S., 1999, “On the Numerical Modeling of High-Speed Hydrodynamic Gas Bearings,” Journal of Tribology, **122**(1), pp. 124–130.
[210] Van Der Stegen, R. H. M., 1997, “Numerical Modelling of Self-Acting Gas Lubricated Bearings with Experimental Verification,” University of Twente.
[211] Bonneau, D., and Absi, J., 1994, “Analysis of Aerodynamic Journal Bearings With Small Number of Herringbone Grooves by Finite Element Method,” Journal of Tribology, **116**(4), pp. 698–704.
[212] Arghir, M., Lez, S. L., and Frene, J., 2006, “Finite-Volume Solution of the Compressible Reynolds Equation: Linear and Non-Linear Analysis of Gas Bearings,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, **220**(7), pp. 617–627.
[213] Shewchuk, J. R., 1996, “Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator,” *Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering*, M.C. Lin, and D. Manocha, eds., Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 203–222.
[214] Al-Bender, F., 2020, *Air Bearings: Theory, Design and Applications*, Wiley, Hoboken, NJ, USA.
[215] San Andrés, L., and Koo, B., 2020, “Model and Experimental Verification of the Dynamic Forced Performance of a Tightly Sealed Squeeze Film Damper Supplied With a Bubbly Mixture,” Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, **142**(1), p. 011023.
[216] Kelley, C. T., 2003, *Solving Nonlinear Equations with Newton’s Method*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.

Annexe A. Dérivées des propriétés du mélange par rapport à la pression

Dérivée de la fraction volumique de gaz par rapport à la pression :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial p} = \frac{-\frac{\alpha_{am}(1-\alpha_{am})}{(p_{am}-p_{cav})}}{\left(\alpha_{am} + \frac{p-p_{cav}}{p_{am}-p_{cav}}(1-\alpha_{am})\right)^2} \tag{A-1}$$

Dérivée de la masse volumique du mélange par rapport à la pression :

$$\begin{gathered} \rho_m = \alpha\rho_G + (1-\alpha)\rho_L \\ \frac{\partial \rho_m}{\partial p} = \alpha\frac{\partial \rho_G}{\partial p} + (\rho_G - \rho_L)\frac{\partial \alpha}{\partial p} = \frac{\alpha}{rT} + (\rho_G - \rho_L)\frac{\partial \alpha}{\partial p} \end{gathered} \tag{A-2}$$

Dérivée de la viscosité du mélange par rapport à la pression :

$$\begin{gathered} Mac\ adams: \quad \mu_m = \lambda\mu_G + (1-\lambda)\mu_L \\ \frac{\partial \mu_m}{\partial p} = 0 \end{gathered} \tag{A-3}$$

$$\begin{gathered} Dukler: \qquad \mu_m = \alpha\mu_G + (1-\alpha)\mu_L \\ \frac{\partial \mu_m}{\partial p} = \frac{\partial \alpha}{\partial p}(\mu_G - \mu_L) \end{gathered} \tag{A-4}$$

$$\begin{gathered} \mu_m = \alpha\mu_G + (1-\alpha)\mu_L + 2\sqrt{\alpha(1-\alpha)\mu_G\mu_L} \\ \frac{\partial \mu_m}{\partial p} = \frac{\partial \alpha}{\partial p}\left[\mu_G - \mu_L + \frac{\sqrt{\mu_G\mu_L}(1-2\alpha)}{\sqrt{\alpha(1-\alpha)}}\right] \end{gathered} \tag{A-5}$$

Annexe B. Petites perturbations des équations du « bulk flow » diphasique

Etape de prédiction à l'ordre 1

La petite perturbation des équations de conservation de la quantité de mouvement du modèle « bulk flow » diphasique donne :

$$\begin{aligned}
&\forall \Xi \in \{u_m, w_m\}, \sum_{i\in\{e,n\}} \left(\overline{\dot{m}}_{\Xi,i_1}\Xi_{i_0} + \dot{m}_{\Xi,i_0}\overline{\Xi}_{i_1}\right) - \sum_{i\in\{w,s\}} \left(\overline{\dot{m}}_{\Xi,i_1}\Xi_{i_0} + \dot{m}_{\Xi,i_0}\overline{\Xi}_{i_1}\right) \\
&\qquad = \overline{Q}_{\Xi,P_1}\Lambda_P - j\omega\left(\rho_{m,P_0}H_{P_0}\overline{\Xi}_{P_1} + \rho_{m,P_0}H_{P_1}\Xi_0 + \overline{\rho}_{m,P_1}H_{P_0}\Xi_{P_0}\right)\Lambda_P \\
&\Rightarrow \forall \Xi \in \{u_m, w_m\}, \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{\Xi,i_0}\overline{\Xi}_{i_1} - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{\Xi,i_0}\overline{\Xi}_{i_1} \\
&\qquad = \overline{Q}_{\Xi,P_1}\Lambda_P - j\omega\left(\rho_{m,P_0}H_{P_0}\overline{\Xi}_{P_1} + \rho_{m,P_0}H_{P_1}\Xi_0 + \overline{\rho}_{m,P_1}H_{P_0}\Xi_{P_0}\right)\Lambda_P \\
&\qquad - \sum_{i\in\{e,n\}} \overline{\dot{m}}_{\Xi,i_1}\Xi_{i_0} + \sum_{i\in\{w,s\}} \overline{\dot{m}}_{\Xi,i_1}\Xi_{i_0}
\end{aligned} \tag{B-1}$$

Donc à chaque itération n de l'algorithme SIMPLE, l'équation linéaire liée à la prédiction s'écrit :

$$\Rightarrow \forall \Xi \in \{u_m, w_m\}, \sum_{i\in\{e,n\}} \dot{m}_{\Xi,i_0}\overline{\Xi}^*_{i_1} - \sum_{i\in\{w,s\}} \dot{m}_{\Xi,i_0}\overline{\Xi}^*_{i_1} = \overline{B}_{\Xi,P_1}\Lambda_P \tag{B-2}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
\overline{B}_{\Xi,P_1}\Lambda_P = \overline{Q}_{\Xi,P_1}\Lambda_P - j\omega\left(\rho_{m,P_0}H_{P_0}\overline{\Xi}_{P_1} + \rho_{m,P_0}H_{P_1}\Xi_0 + \overline{\rho}_{m,P_1}H_{P_0}\Xi_{P_0}\right)\Lambda_P \\
- \sum_{i\in\{e,n\}} \overline{\dot{m}_{\Xi,i_1}}\Xi_{i0} + \sum_{i\in\{w,s\}} \overline{\dot{m}_{\Xi,i_1}}\Xi_{i0}
\end{aligned} \tag{B-3}$$

Dès lors, les coefficients de la matrice à l'ordre 1 sont ceux de la dernière itération à l'ordre 0. Les termes à l'ordre 1 apparaissant dans le terme source sont issus de l'itération précédente. Le travail principal réside dans l'écriture des contraintes de cisaillement à l'ordre 1, $\overline{Q}_{\Xi,P_1}$:

$$\begin{cases} \overline{Q}_{u_m,P_1} = -H_{P_0}\overline{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)}_{P_1} - H_{P_1}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{P_0} + \overline{\breve{Q}}_{u_m,P_1} \\ \overline{Q}_{w_m,P_1} = -H_{P_0}\overline{\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)}_{P_1} - H_{P_1}\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{P_0} + \overline{\breve{Q}}_{w_m,P_1} \end{cases} \tag{B-4}$$

Elles s'écrivent :

$$\overline{\breve{Q}}_{u_m,P_1} = \overline{S}_{xy}\Big|_{0\,P_1}^{H}, \qquad \overline{\breve{Q}}_{w_m,P_1} = \overline{S}_{zy}\Big|_{0\,P_1}^{H} \tag{B-5}$$

Tous les termes dans les expressions des contraintes de cisaillement définis dans la formule (III-25) s'écrivent de la manière générique suivante :

$$S = \frac{1}{2}\rho v_a v_b f \tag{B-6}$$

La petite perturbation de cette expression est :

$$\overline{S}_1 = S_0\left[\frac{\overline{\rho}_1}{\rho_0} + \frac{\overline{v}_{a_1}}{v_{a_0}} + \frac{\overline{v}_{b_1}}{v_{b_0}} + \frac{\overline{f}_1}{f_0}\right] \tag{B-7}$$

Les différentes vitesses intervenant dans les formules s'expriment au premier ordre comme suit :

$$\overline{v}_{m,st_1} = \frac{w_{m_0}\overline{w}_{m_1} + u_{m_0}\overline{u}_{m_1}}{v_{m,st_0}}, \qquad v_{m,r_1} = \frac{w_{m_0}\overline{w}_{m_1} + (u_{m_0} - R_r\Omega)\overline{u}_{m_1}}{v_{m,r_0}} \tag{B-8}$$

De plus, il est nécessaire de développer le coefficient de frottement de Fanning à l'ordre 1. Il est dans cette thèse donné par la loi de Blasius, dès lors la petite perturbation du coefficient est :

$$\forall i \in \{st, r\}, \qquad \overline{f}_{i_1} = m \frac{\overline{Re}_{i_1}}{Re_{i_0}} f_{i_0} \tag{B-9}$$

Avec :

$$\forall i \in \{st, r\}, \qquad \forall v_m \in \{u_m, w_m\}, \qquad \overline{Re}_{i_1} = Re_{i_0}\left(\frac{H_1}{H_0} + \frac{\overline{v}_{m_1}}{v_{m_0}} + \frac{\overline{\rho}_{m_1}}{\rho_{m_0}} - \frac{\overline{\mu}_{m_1}}{\mu_{m_0}}\right) \tag{B-10}$$

Une fois la matrice et le second membre construit, l'algorithme de relaxation de Gauss-Seidel est appliqué à l'identique par rapport à la résolution stationnaire. La seule différence est sur le choix du coefficient de relaxation qui peut être différent à l'ordre 1 selon les besoins. Les prédictions de vitesse à l'ordre 1 sont obtenues après résolution et leurs valeurs sont extrapolées sur les arêtes du maillage :

$$\begin{aligned} i \in \{e, w\}, \qquad & \overline{u}^*_{m,i_1} = \overleftrightarrow{u}^*_{m,i_1} - \overleftrightarrow{b}_{u_m,i_1}\left[\overline{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)}_{i_1} - \overleftrightarrow{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)}_{i_1}\right] + \frac{\beta_{u_{m_1}}}{1+\beta_{u_{m_1}}}\left[\overline{u}_{m,i_1} - \overleftrightarrow{u}_{m,i_1}\right] \\ \forall i \in \{n, s\}, \qquad & \overline{w}^*_{m,i_1} \\ & = \overleftrightarrow{w}^*_{m,i_1} - \overleftrightarrow{b}_{w_m,i_1}\left[\overline{\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)}_{i_1} - \overleftrightarrow{\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)}_{i_1}\right] + \frac{\beta_{w_{m_1}}}{1+\beta_{w_{m_1}}}\left[\overline{w}_{m,i_1} - \overleftrightarrow{w}_{m,i_1}\right] \end{aligned} \tag{B-11}$$

Avec :

$$\forall v_m \in \{u_m, w_m\}, \qquad b_{v_m,P_1} = \frac{H_P \Lambda_P}{a_{v_m,P}\left(1+\beta_{v_{m_1}}\right)} \tag{B-12}$$

Etape de correction à l'ordre $\mathbf{1}$

L'étape de correction à l'ordre 1 est écrite sous forme « incompressible », c'est à dire sans prendre en compte la correction de densité à l'ordre 1. En effet, une fois la solution stationnaire obtenue, la résolution à l'ordre 1 ne pose en général pas de problème de robustesse car uniquement composée d'équations linéaires :

$$\begin{aligned}\sum_{i\in\{e,n\}} \overline{\dot{m}}'_{m,i_1} - \sum_{i\in\{w,s\}} \overline{\dot{m}}'_{m,i_1} \\ = -\sum_{i\in\{e,n\}} \overline{\dot{m}}^{*}_{m,i_1} + \sum_{i\in\{w,s\}} \overline{\dot{m}}^{*}_{m,i_1} - j\omega\left(\rho_{m,P_0} H_{P_1} + \overline{\rho}_{m,P_1} H_{P_0}\right)\Lambda_P\end{aligned} \tag{B-13}$$

Avec :

$$\begin{aligned}-\sum_{i\in\{e,n\}} \overline{\dot{m}}^{*}_{m,i_1} + \sum_{i\in\{w,s\}} \overline{\dot{m}}^{*}_{m,i_1} \\ = \left(\overline{\rho}_{m,w_1} u_{m,w_0} H_{w_0} + \rho_{m,w_0} \overline{u}^{*}_{m,w_1} H_{w_0} + \rho_{m,w_0} u_{m,w_0} H_{w_1}\right)\Delta z_P \\ + \left(\overline{\rho}_{m,s_1} w_{m,s_0} H_{s_0} + \rho_{m,s_0} \overline{w}^{*}_{m,s_1} H_{s_0} + \rho_{m,s_0} w_{m,s_0} H_{s_1}\right)\Delta x_P \\ - \left(\overline{\rho}_{m,e_1} u_{m,e_0} H_{e_0} + \rho_{m,e_0} \overline{u}^{*}_{m,e_1} H_{e_0} + \rho_{m,e_0} u_{m,e_0} H_{e_1}\right)\Delta z_P \\ - \left(\overline{\rho}_{m,n_1} w_{m,n_0} H_{n_0} + \rho_{m,n_0} \overline{w}^{*}_{m,n_1} H_{n_0} + \rho_{m,n_0} w_{m,n_0} H_{n_1}\right)\Delta x_P\end{aligned} \tag{B-14}$$

$$\begin{aligned}\sum_{i\in\{e,n\}} \overline{\dot{m}}'_{m,i_1} - \sum_{i\in\{w,s\}} \overline{\dot{m}}'_{m,i_1} = \rho_{m,e_0} \overline{u}'_{m,e_1} H_{e_0}\Delta z_P + \rho_{m,n_0} \overline{w}'_{m,n_1} H_{n_0}\Delta x_P \\ -\rho_{m,w_0} \overline{u}'_{m,w_1} H_{w_0}\Delta z_P - \rho_{m,s_0} \overline{w}'_{m,s_1} H_{s_0}\Delta x_P\end{aligned}$$

La relation entre correction de vitesse et gradient de correction de pression, à la base de l'algorithme SIMPLE, est également perturbée :

$$\forall i \in \{e,w\}, \qquad \overline{u}'_{m,i_1} = -\overleftrightarrow{b}^{(n-1)}_{u_m,i\ 1} \overline{\left(\frac{\partial p'}{\partial x}\right)}_{i_1}, \qquad \forall i \in \{n,s\},$$
$$\overline{w}'_{m,i_1} = -\overleftrightarrow{b}^{(n-1)}_{w_m,i\ 1} \overline{\left(\frac{\partial p'}{\partial z}\right)}_{i_1} \tag{B-15}$$

Cela induit que la matrice de la phase de correction à l'ordre 1 correspond à la matrice de la phase de correction « incompressible » à l'ordre 0, la seule différence étant le coefficient de relaxation spécifique à l'ordre 1. Le second membre est décrit dans les formules (B-13) et (B-14).

Si l'écoulement est homogène, une fois la correction de pression calculée, il suffit d'utiliser les formules de l'équation (III-100) et de l'Annexe A pour actualiser les petites perturbations des propriétés du mélange. En revanche, si l'écoulement est hétérogène, l'équation de conservation de la masse de gaz est écrite à l'ordre 1 pour déterminer la perturbation de la fraction volumique de gaz :

$$\begin{aligned}
&\mathrm{j}\omega\rho_{G,P_0} H_{P_0} \Lambda_P \overline{\alpha}_{P_1} + a_{G,P_0}\, \overline{\alpha}_{P_1} - \sum_{I\in\{W,S,N,E\}} a_{G,I_0}\, \overline{\alpha}_{I_1} \\
&\qquad = \left(\overline{\rho}_{G,w_1} H_{w_0} u_{G,w_0} \alpha_{w_0} - \overline{\rho}_{G,e_1} H_{e_0} u_{G,e_0} \alpha_{e_0}\right) \Delta z_P \\
&\qquad + \left(\overline{\rho}_{G,s_1} H_{s_0} w_{G,s_0} \alpha_{s_0} - \overline{\rho}_{G,n_1} H_{n_0} w_{G,n_0} \alpha_{n_0}\right) \Delta x_P \\
&\qquad + \left(\rho_{G,w_0} H_{w_1} u_{G,w_0} \alpha_{w_0} - \rho_{G,e_0} H_{e_1} u_{G,e_0} \alpha_{e_0}\right) \Delta z_P \\
&\qquad + \left(\rho_{G,s_0} H_{s_1} w_{G,s_0} \alpha_{s_0} - \rho_{G,n_0} H_{n_1} w_{G,n_0} \alpha_{n_0}\right) \Delta x_P \\
&\qquad + \left(\rho_{G,w_0} H_{w_0} \overline{u}_{G,w_1} \alpha_{w_0} - \rho_{G,e_0} H_{e_0} \overline{u}_{G,e_1} \alpha_{e_0}\right) \Delta z_P \\
&\qquad + \left(\rho_{G,s_0} H_{s_0} \overline{w}_{G,s_1} \alpha_{s_0} - \rho_{G,n_0} H_{n_0} \overline{u}_{G,n_1} \alpha_{n_0}\right) \Delta x_P \\
&\qquad - j\omega \left(\overline{\rho}_{G,P_1} H_{P_0} \alpha_{P_0} + \rho_{g,P_0} H_{P_1} \alpha_{P_0}\right) \Lambda_P
\end{aligned} \tag{B-16}$$

La partie réelle de la matrice définie par les coefficients $\left(a_{G,P_0}\right)$ et $\left(a_{G,I_0}, I \in \{W,S,N,E\}\right)$ est identique à celle utilisée à l'ordre 0 (éq. (III-77)).

Annexe C. Caractéristiques de l'écoulement dans un joint annulaire en mélange huile-air

Le modèle de mélange homogène est utilisé pour explorer l'impact d'une gamme complète de fractions volumiques d'air présentes dans l'huile d'un joint annulaire, allant de configurations de liquide pur à gaz pur ($\alpha_{am} \in [0; 1]$). La formule de perte de charge singulière en régime diphasique proposée dans cette thèse (éq. (III-131)) est employée. Les variations de pression, de fraction volumique de gaz et de la composante axiale de la vitesse en fonction de la coordonnée axiale pour chaque niveau de contamination sont illustrées sur la Figure C-1 et la Figure C-2. Sur le graphique représentant l'évolution de pression, l'impact de la compressibilité du gaz sur le profil de pression est notable, passant d'une évolution linéaire en liquide pur à un profil de courbure croissante avec l'augmentation de la fraction d'air. Une augmentation de la fraction d'air entraine une diminution de la viscosité du mélange, réduisant ainsi le frottement aux parois et accélérant l'écoulement à pression imposée identique. La Figure C-2 met en évidence le fait qu'une petite quantité de liquide suffit à considérablement ralentir le mélange. De plus, une vitesse d'entrée plus élevée dans le joint implique une augmentation significative de la perte de charge singulière. Il est donc logique d'observer la plus grande perte de charge singulière pour le gaz pur. Pour finir, la diminution de pression permet au gaz de prendre davantage d'espace dans le mélange, entraînant ainsi une augmentation de la fraction volumique de gaz le long de la direction axiale.

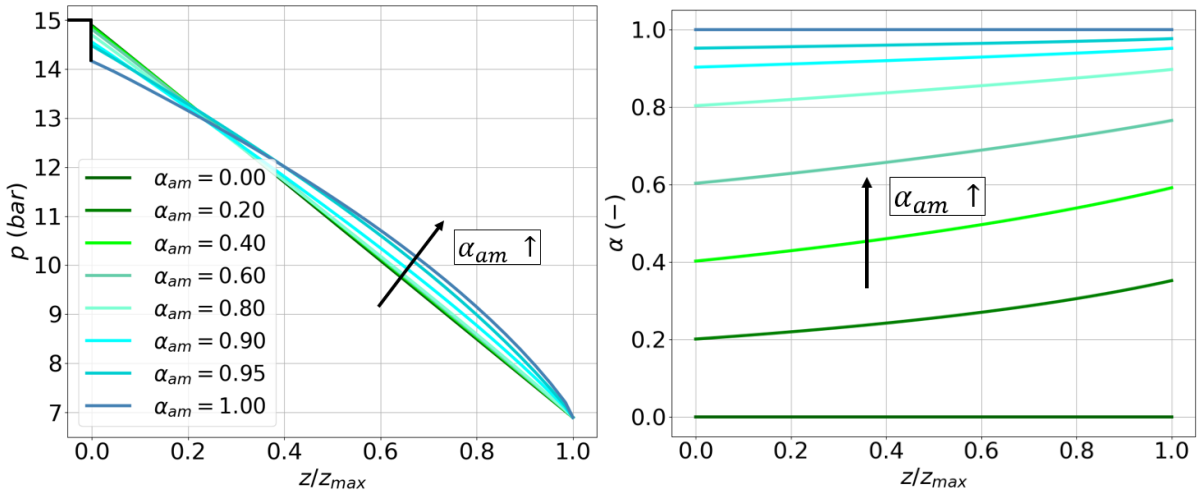


Figure C-1: Evolution de la pression (à gauche) et de la fraction volumique d'air (à droite) selon *z* dans le joint annulaire

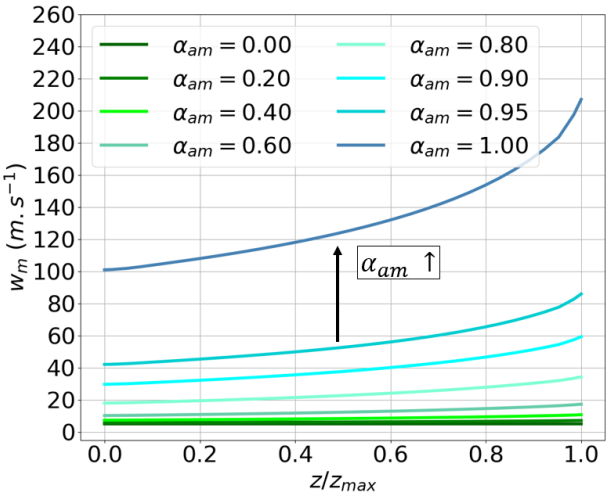


Figure C-2: Evolution de la composante axiale de vitesse du mélange selon z dans le joint annulaire

Pour examiner l'effet de l'hétérogénéité sur les variations des grandeurs physiques de l'écoulement, des simulations sont réalisées pour $\alpha_{am} = 0.30$ et des nombres de bulles $N_B \in \{1000,500,100\}$. La Figure C-3 expose l'évolution de la vitesse de glissement et de la vitesse de mélange le long de l'axe z. Pour un mélange homogène, il n'y a pas de glissement, donc $w_{G,L}$ est nulle. Pour les mélanges hétérogènes, la situation de l'écoulement en entrée est celle d'un écoulement homogène, donc $w_{G,L}(z = 0) = 0\ m.s^{-1}$. Ensuite, à mesure que la taille de bulle augmente, le glissement entre les phases devient conséquent.

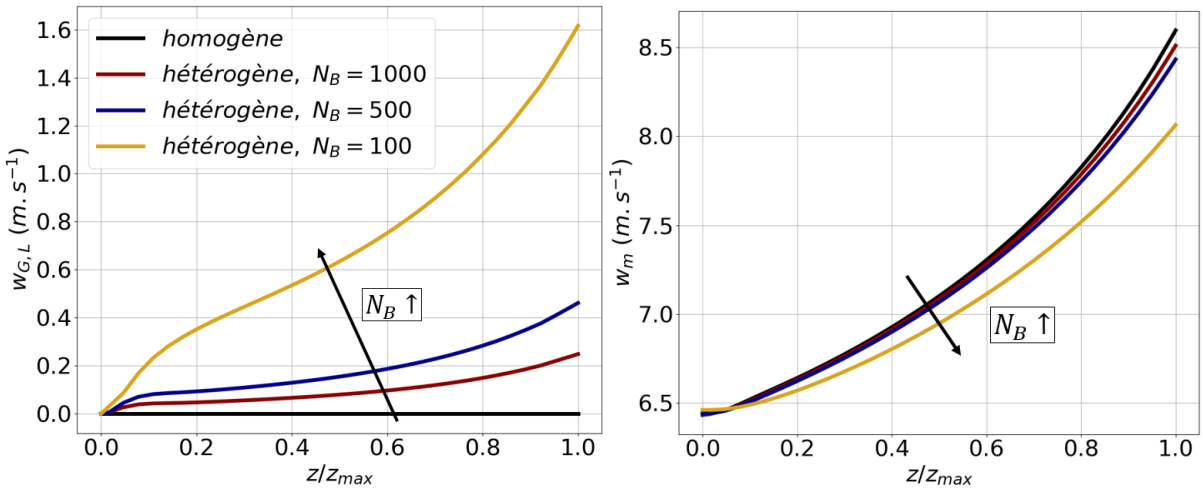


Figure C-3: Evolution des vitesses axiales de glissement (à gauche) et de mélange (à droite) dans la direction axiale

Cet effet se traduit par une décroissance de la vitesse du mélange avec l'augmentation de la taille de bulle. La même tendance est observée pour la fraction volumique de gaz, qui diminue globalement avec l'augmentation de l'hétérogénéité (Figure C-4). Dans les écoulements hétérogènes, le gaz a tendance à s'échapper du joint plus rapidement, ce qui entraine une diminution de sa concentration dans le lubrifiant.

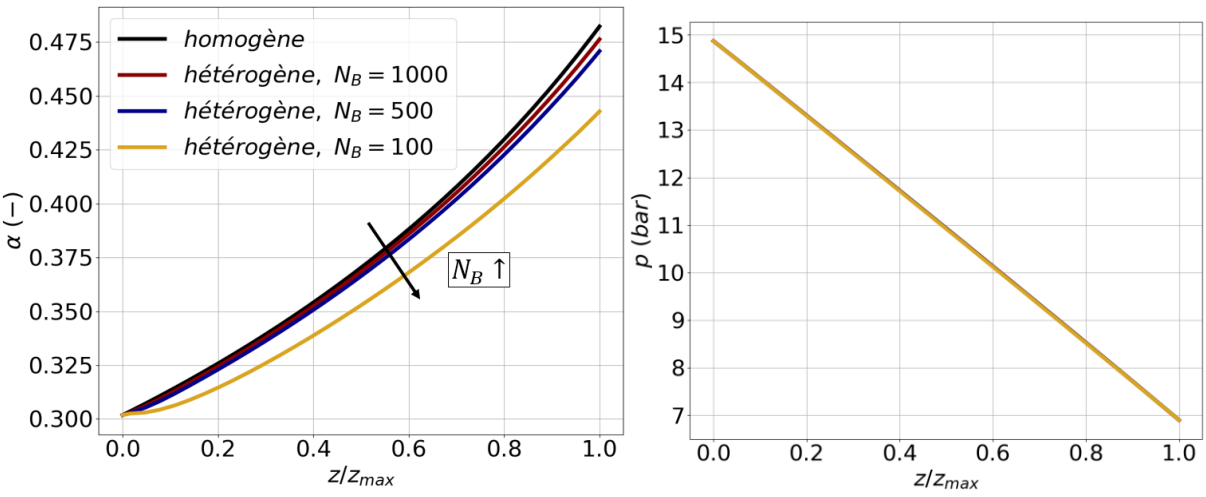


Figure C-4: Evolution de la fraction volumique de gaz (à gauche) et de la pression (à droite) dans la direction axiale

Ces résultats mettent en évidence un impact notable de la prise en compte du glissement lorsque la fraction volumique de gaz est importante sur les propriétés du mélange dans le joint annulaire. Cependant, la Figure C-4, qui dévoile les évolutions de pression axiale prédites par les différents modèles, suggère que l'hétérogénéité a moins d'influence sur la répartition de pression que sur les autres caractéristiques statiques.

Annexe D. Influence du coefficient de frottement dans la loi de turbulence de Blasius

Pour cette comparaison, les résultats avec les deux versions du code sont confrontés. La Figure D-1 décrit l'évolution du débit massique et des pressions alvéolaires en fonction de la vitesse de rotation du rotor pour $p_{am} = 45\ bar$. L'utilisation de f_{circ} dans les équations du « bulk flow » entraine une surestimation importante du débit massique et une sous-estimation des pressions alvéolaires dans le palier.

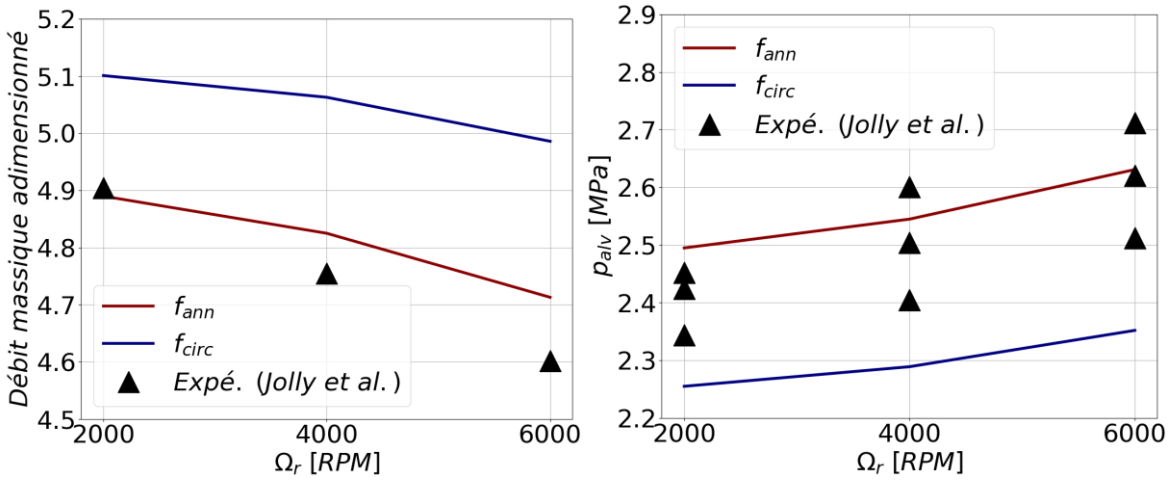


Figure D-1: Débit massique (à gauche, (a)) et pression alvéolaire (à droite, (b)) VS vitesse de rotation du rotor $(\boldsymbol{p_{am} = 45\ bar})$

Ensuite, le choix du coefficient de frottement affecte particulièrement le calcul de la raideur directe (Figure D-1 (a)). Une sous-estimation notable des valeurs attendus est obtenue avec f_{circ}. En revanche, le calcul des amortissements n'est pas affecté (Figure D-1 (b)), ce qui est cohérent car il n'y a pas de dérivées temporelles liées aux termes visqueux.

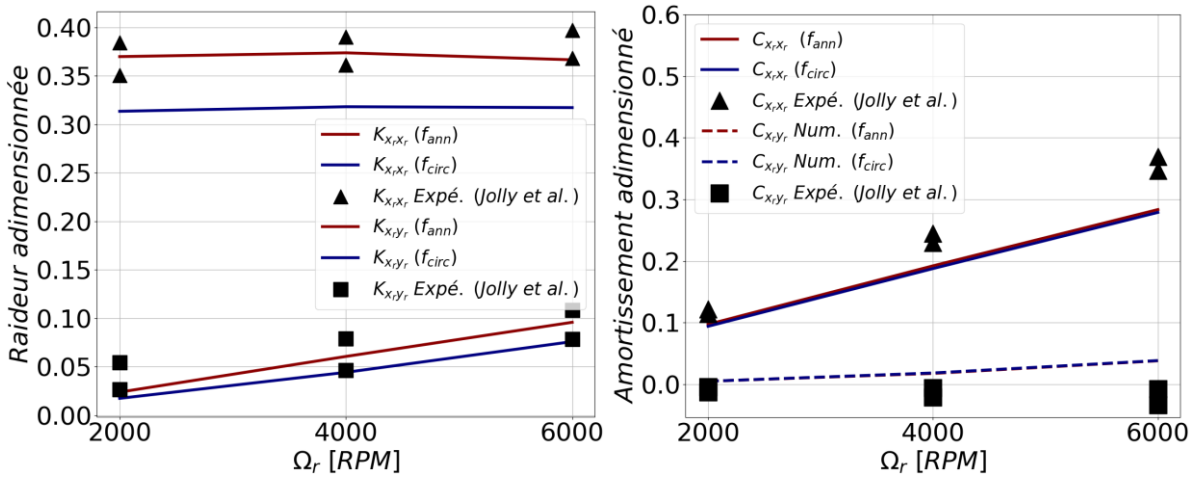


Figure D-2: Raideurs (à gauche, (a)) et amortissements (à droite, (b)) VS vitesse de rotation du rotor $(\boldsymbol{p_{am} = 45\ bar})$

La Figure D-3 montre les évolutions de masse ajoutée et du WFR en fonction de la vitesse de rotation du rotor. Les masses ajoutées calculées avec f_{ann} sont un peu plus proches des résultats expérimentaux. En revanche, les prédictions des WFR sont un peu meilleures avec l'utilisation de f_{circ}. Ce dernier point s'explique car la raideur croisée et l'amortissement direct sont sous-estimées avec f_{circ} et le WFR est proportionnel au quotient de ces deux coefficients dynamiques. Il ne s'agit donc là que de deux erreurs qui se compensent.

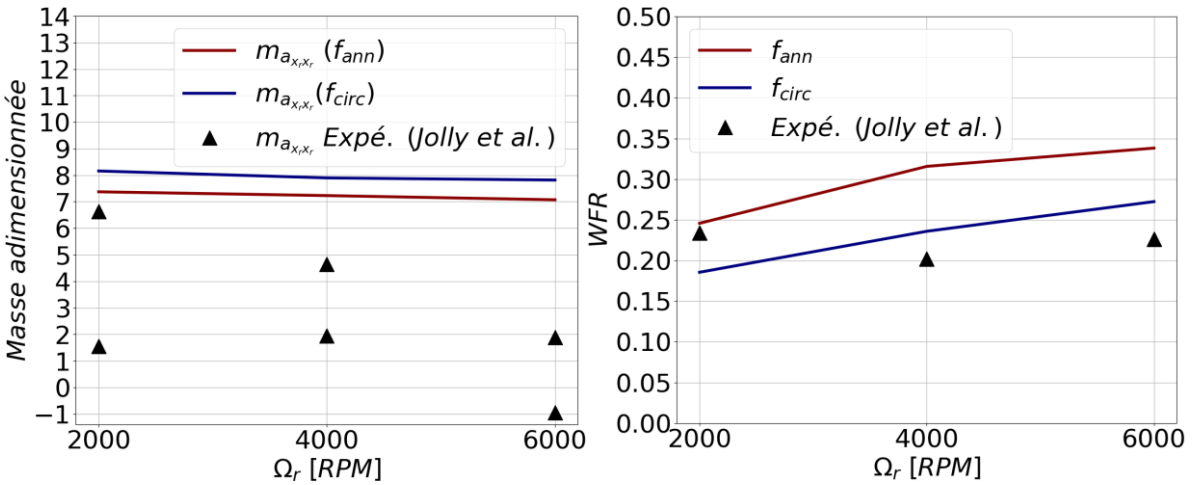


Figure D-3: Masse ajoutée adimensionnée $\left(\boldsymbol{m_a/\left(\rho_L l_{z_r} D_r^2\right)}\right)$ (à gauche, (a)) et WFR (à droite, (b)) VS vitesse de rotation du rotor $(\boldsymbol{p_{am} = 45\ bar})$

Par conséquent, ces comparaisons démontrent une influence importante du choix du coefficient de frottement dans la loi de Blasius. L'emploi d'un coefficient de Fanning déduit de la valeur du coefficient de Darcy calibré pour des écoulements en section annulaire permet d'obtenir des corrélations très précises entre les résultats numériques et expérimentaux, attestant ainsi de la bonne modélisation du fluide via les équations du « bulk flow » dans le film mince.

Annexe E. Influence du choix de la surface de référence sur l'évaluation du comportement du palier hydrostatique

Habituellement, la section Λ_O de l'orifice est naturellement retenue comme surface de référence. Comme illustré sur la Figure E-1, le fluide se contracte en passant par l'orifice (phénomène connu sous le nom de « vena-contracta ») et la section réelle de passage est plus petite que la section totale. Par conséquent, un coefficient de décharge C_d est utilisé dans les formules. Cependant, entre la zone d'alimentation et l'alvéole, le fluide ne subit pas qu'une seule restriction de section. Lorsqu'il passe de l'orifice à l'alvéole, il rencontre une deuxième restriction appelée restriction inhérente, caractérisée par la surface inhérente :

$$\Lambda_{inh} = \pi D_o (H_{alv} + H) \tag{E-1}$$

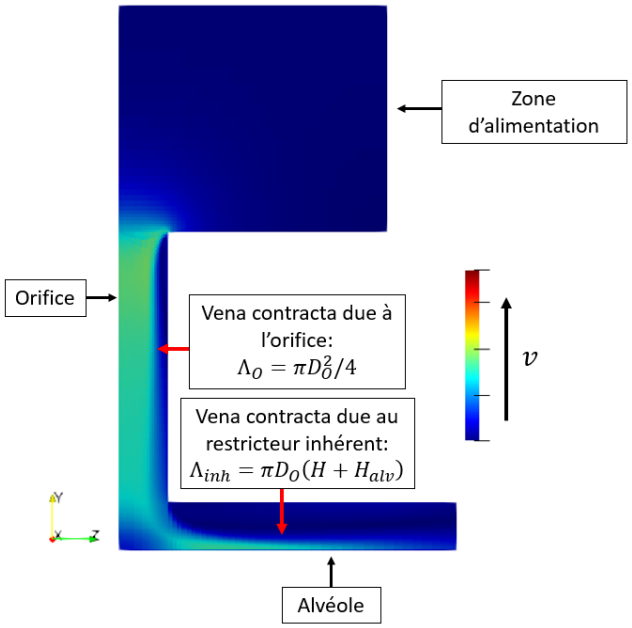


Figure E-1: Topologie de l'écoulement entre l'alimentation et l'alvéole

La surface la plus petite prévaudra dans l'effet de contraction du fluide et son utilisation dans la perte de charge singulière est plus cohérente avec la physique de l'écoulement [5]. Il est alors envisageable d'utiliser une surface équivalente :

$$\Lambda_{eq} = \frac{\Lambda_O \Lambda_{inh}}{\sqrt{\Lambda_O^2 + \Lambda_{inh}^2}} \tag{E-2}$$

Un point important repose sur le fait que cette nouvelle surface de référence dépende de l'épaisseur de film. Cela signifie que sa perturbation doit être prise en compte dans l'étude dynamique du palier et influence la prédiction des coefficients dynamiques. Les différentes formules de perte de charge singulière possibles sont les suivantes :

$$\dot{m}_O = C_d \Lambda_i \sqrt{2\rho_L (p_{am} - p_{alv})}, \qquad i \in \{O, inh, eq\} \tag{E-3}$$

Les perturbations de débit s'écrivent à présent :

$$\overline{\dot{m}}_{O_1} = \dot{m}_{O_0} \left(\frac{\Lambda_{i_1}}{\Lambda_{i_0}} - \frac{\overline{p}_{alv_1}}{2\left(p_{am} - p_{alv_0}\right)} \right) \tag{E-4}$$

Le rapport des surfaces propre à la géométrie étudiée dans [120] (section III.11) est :

$$\frac{\Lambda_o}{\Lambda_{inh}} = 1.96 \tag{E-5}$$

Cela signifie que la surface inhérente est censée jouer un rôle plus important dans la perte de charge singulière. Les résultats expérimentaux permettent de calibrer les coefficients de décharge pour chaque surface de référence en utilisant les mesures de débits et de perte de charge entre l'alimentation et l'alvéole :

$$C_d = \frac{\Lambda_i \sqrt{2\rho_L (p_{am} - p_{alv})}}{\dot{m}_O}, \qquad i \in \{O, inh, eq\} \tag{E-6}$$

$$\text{Orifice} : C_d = 0.300, \quad \text{Inhérent} : C_d = 0.587, \quad \text{Equivalent:} \; C_d = 0.659$$

Il est ici évident que si, de manière conventionnelle, la surface de l'orifice est choisie, alors comme elle n'est pas la principale source de restriction de l'écoulement, le coefficient calibré est en dehors de l'intervalle usuel : $0.6 \leq C_d \leq 0.8$, ce qui peut donner un indice sur le fait que ce n'est pas la surface la plus adéquate.

Pour les comparaisons aux résultats expérimentaux de [120] effectués dans les sections précédentes, la surface de référence choisie dans le modèle développé était la surface équivalente. L'objectif de l'étude suivante est de comparer les différents choix de surface afin d'observer si des erreurs majeures apparaissent lorsque le coefficient de décharge est correctement calibré pour chacune d'entre elles. La pression d'alimentation est fixée à $p_{am} = 45\ bar$.

La Figure E-2 montre le débit massique et la pression alvéolaire en fonction de la vitesse de rotation. Les corrélations demeurent de bonne qualité avec les trois surfaces. Cela est cohérent, car la calibration du coefficient de décharge sur la base des résultats expérimentaux est faite pour que le comportement statique du palier soit représentatif.

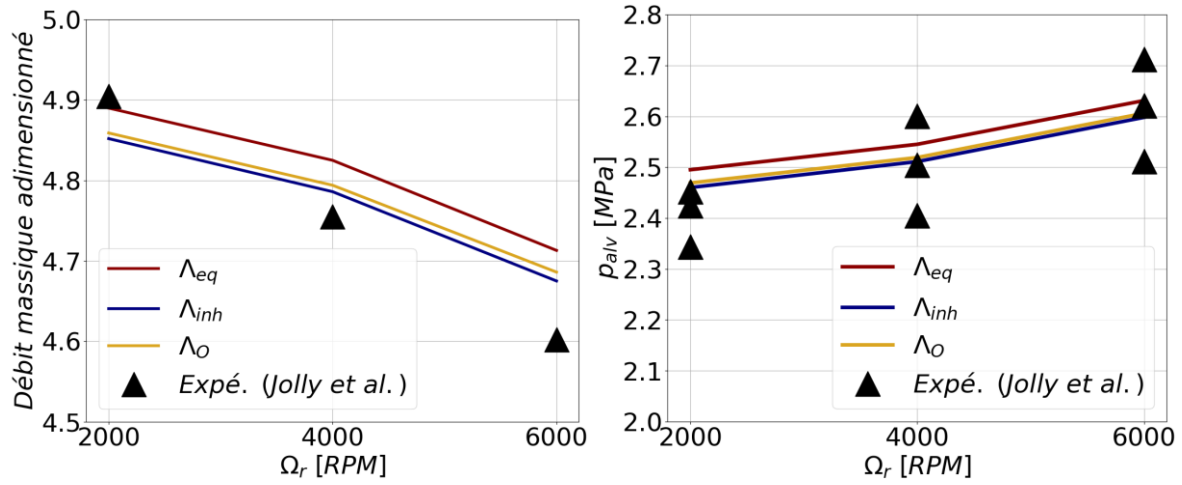


Figure E-2: Débit massique adimensionné $\left(\dot{m}/\left(\sqrt{2\rho_L p_{am}} R_r C_r\right)\right)$ (à gauche) et pression alvéolaire (à droite) VS vitesse de rotation du rotor $(p_{am} = 45\ bar)$

Le sujet intéressant porte sur l'influence du choix de la surface de référence sur le comportement dynamique. La Figure E-3 et la Figure E-4 représentent les évolutions des coefficients dynamiques en fonction de la vitesse de rotation du rotor. Le coefficient le plus impacté par le choix de la surface de référence est la raideur directe. L'utilisation de la surface de l'orifice comme surface de référence entraine une surestimation de ce coefficient. Cela confirme que la surface inhérente joue un rôle plus important dans la perte de charge. Malgré tout, les corrélations restent de bonne qualité avec tous les modèles tant que la calibration du coefficient de décharge est effectuée correctement, même si un choix adapté apporte plus de précisions. En revanche, la connaissance précise de ce coefficient de décharge, propre à chaque géométrie, n'est possible que si des résultats expérimentaux sont disponibles ou si un modèle CFD est construit pour l'évaluer. Dans la pratique, il est courant de choisir une valeur dans l'intervalle $[0.6,0.8]$ et dans ce cas, il est primordial d'utiliser une définition de surface cohérente pour l'écoulement.

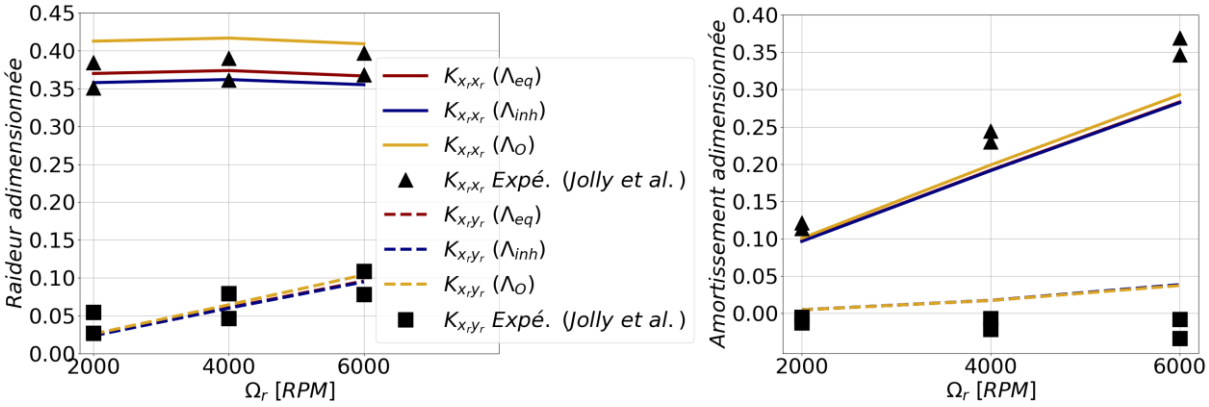


Figure E-3: Raideurs $\left(KC_r/\left(p_{am}l_{z_r}D_r\right)\right)$ (à gauche) et amortissement adimensionnés $\left(C\Omega_rC_r/\left(p_{am}l_{z_r}D_r\right)\right)$ (à droite) VS vitesse de rotation du rotor $(p_{am} = 45\ bar)$

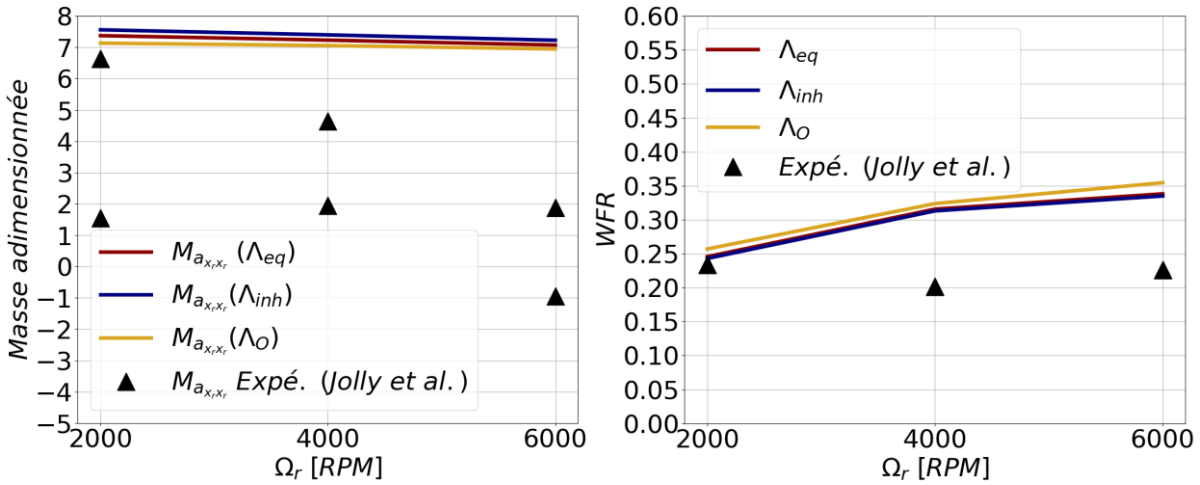


Figure E-4: Masse ajoutée adimensionnée $\left(m_a/\left(\rho_L l_{z_r} D_r^2\right)\right)$ (à gauche) et WFR (à droite) VS vitesse de rotation du rotor $(p_{am} = 45\ bar)$

Annexe F. Mise en évidence des effets d'inertie et de turbulence dans l'écoulement dans le palier hydrostatique industriel

Introduction

Dans cette annexe, la pression d'alimentation du palier hydrostatique est fixée à $5\,bar$. La lubrification est considérée avec un liquide pur, représentant le fonctionnement normal du palier. Cette configuration permet d 'analyser de près les régimes d'écoulement et de comprendre leur importance.

Cas d'étude

Des caractéristiques du palier hydrostatique en régimes statique (pression alvéolaire) et dynamique (raideur directe, raideur croisée et amortissement direct) sont comparés pour différents lubrifiants présentant des viscosités variables. Le lubrifiant réellement utilisé est l'eau, avec une viscosité $\mu_L = 1\,mPa.s$, et son utilisation dans le palier sera comparée à celles d'autres lubrifiants de type huile peu visqueuse, avec des viscosités dynamiques $\mu_L \in [1.25\,mPa.s; 4\,mPa.s]$ qui seront moins sensibles aux effets d'inertie.

Trois modèles développés pour résoudre l'écoulement dans le palier hydrostatique dans le cadre de cette thèse sont analysés, et leurs domaines d'application sont résumés dans le Tableau F-1. Les comparaisons entre le modèle de Reynolds laminaire et le modèle « bulk flow » laminaire permet d'évaluer l'impact des effets d'inertie seuls, tandis que les comparaisons entre le modèle « bulk flow » laminaire et le modèle « bulk flow » turbulent permettent de mesurer l'influence de la turbulence seule. Dans le modèle « bulk flow » turbulent, le calcul des coefficients de frottement prend en compte les régimes laminaire et turbulent ainsi qu'un régime de transition entre les deux grâce à un polynôme d'interpolation [156]. Le coefficient de frottement utilisé dans la loi de Blasius est f_{ann}. Les informations sur les modèles sont résumées dans le Tableau F-1.

Tableau F-1: Modèles développés pour résoudre l'écoulement dans le palier hydrostatique

Modèles	Reynolds laminaire	« Bulk flow » laminaire	« Bulk flow » turbulent

Régimes d'écoulement	Laminaire	Laminaire	Laminaire Transition lam.-turb. Turbulent
Prise en compte des effets d'inertie	Non	Oui	Oui

Sensibilité au maillage

Avant d'initier les diverses comparaisons, une étude de sensibilité sur la densité de mailles est entreprise. La taille des éléments est définie en fonction du nombre d'éléments sur la portée du palier, qui correspond à la distance axiale entre une alvéole et une extrémité du palier, soit $15\ mm$ dans la géométrie considérée. Les éléments constituants les maillages sont des carrés de taille uniforme. Cinq maillages sont construits pour estimer la sensibilité des paramètres calculés avec le modèle « bulk flow » turbulent Les détails de ces maillages sont présentés dans le Tableau F-2.

Tableau F-2: Description des maillages du palier hydrostatique

Maillages	1	2	3	4	5
Nombre d'éléments sur la portée	3	4	5	6	7
Taille de maille (mm)	5	3.75	3	2.5	2.14
Nombre d'éléments au total	900	1600	2500	3600	4900

Toutes les caractéristiques statique et dynamique étudiées se révèlent très peu sensibles à la finesse du maillage. Les raideurs sont celles qui présentent le plus de variations. Elles sont représentées sur la Figure F-1. Le maillage 3 est sélectionné pour l'ensemble des simulations car il offre un bon équilibre entre la vitesse de calcul et la précision.

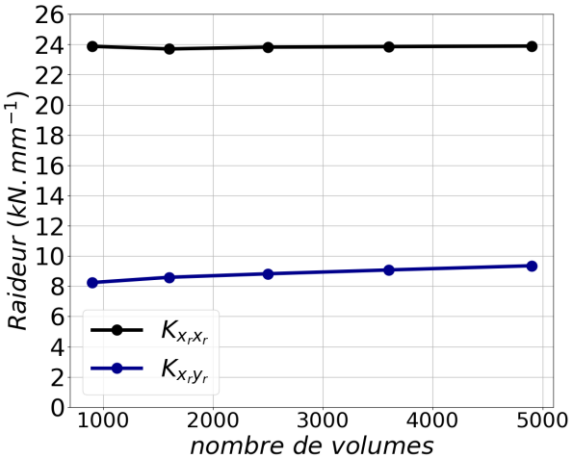


Figure F-1: Evolution des raideurs en fonction du nombre de cellules dans le maillage

Caractéristiques de l'écoulement dans le palier hydrostatique

Différentes caractéristiques de l'écoulement obtenues avec le modèle « bulk flow » turbulent sont illustrées pour le cas d'une lubrification en eau pure $(\mu_L = 1\, mPa.s)$ avec les conditions de fonctionnement suivantes : $p_{am} = 5\, bar,\ \Omega_r = 1500\, tr.min^{-1}$. La Figure F-2 montre le champ de pression sur un motif périodique. Les variations de pression entre les alvéoles sont minimes, et l'essentiel de la perte de charge se situe sur la portée du palier, c'est-à-dire entre les alvéoles et les extrémités axiales.

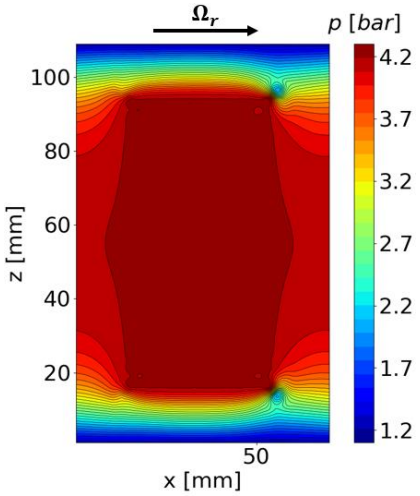


Figure F-2: Champs de pression dans le palier hydrostatique développé pour une lubrification en eau pure

La Figure F-3 illustre le nombre de Reynolds et le nombre de Reynolds réduit calculés à partir de la composante circonférentielle de la vitesse $\left(Re_x = \frac{2\rho_L u_L H}{\mu}, Re_x^* = Re_x \frac{C_r}{R_r}\right)$. Le fluide est entrainé par effet de Couette selon les x positifs à une vitesse moyenne proche de $\Omega_r/2$. Les pics de vitesses sont dus aux effets hydrostatiques en sortie d'alvéole. Autour des angles des alvéoles au niveau des arêtes « est », l'écoulement est turbulent avec $3000 < Re_x < 5000$. Par conséquent, la turbulence est à priori à prendre en compte. Dans les zones de pic de vitesse, le nombre de Reynolds réduit est bien supérieur à 1 $(6 < Re_x^* < 9)$, indiquant la prépondérance des effets inertiels. Ailleurs, il reste important : $Re_x^* > 1$. L'utilisation du modèle « bulk flow » semble donc justifiée.

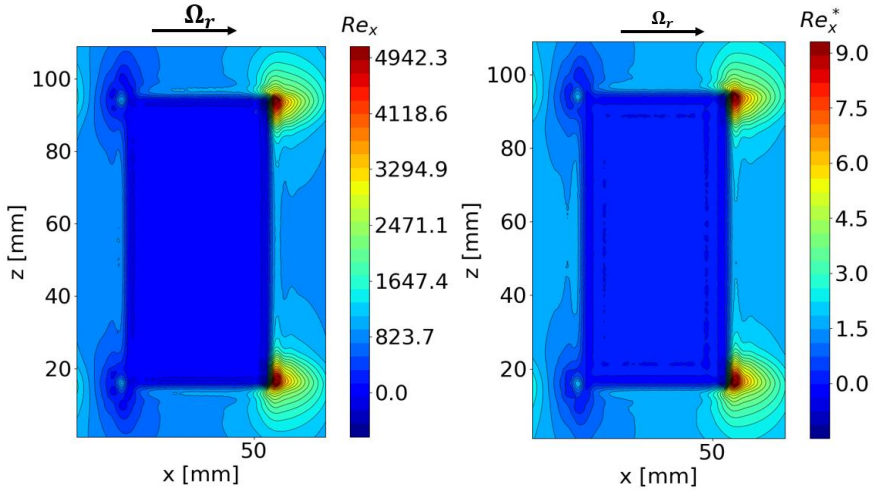


Figure F-3: Nombres de Reynolds (à gauche) et de Reynolds réduit (à droite) calculés à partir de la composante circonférentielle de la vitesse sur un motif périodique du palier hydrostatique

La Figure F-4 met en évidence le nombre de Reynolds et le nombre de Reynolds réduit calculés à partir de la composante axiale de la vitesse dans le palier hydrostatique $\left(Re_z = \frac{2\rho_L w_L H}{\mu}, Re_z^* = Re_z \frac{C_r}{R_r}\right)$. Les alvéoles expulsent le fluide de part et d'autre du palier. Les courtes portées entraînent la génération de forts gradients de pression et donc de fortes vitesses axiales. Ces vitesses élevées entraînent la génération de turbulence dans le film $(Re > 2000)$ ainsi que la prédominance des effets d'inertie $(4 < Re_z^* < 8)$ sur les portées. Ces résultats confirment la nécessité apparente de tenir compte des effets d'inertie et de turbulence dans le modèle.

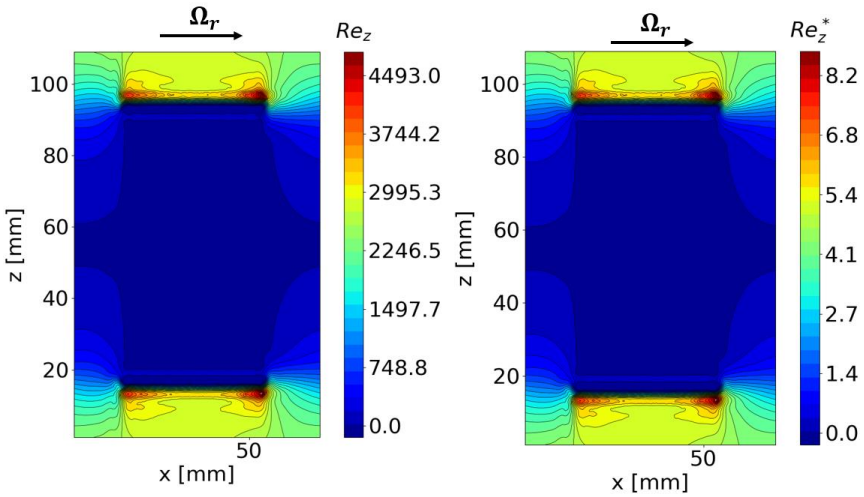


Figure F-4: Nombres de Reynolds (à gauche) et de Reynolds réduit (à droite) calculés à partir de la composante axiale de la vitesse sur un motif périodique du palier hydrostatique développé

Effets d'inertie et de turbulence sur la pression alvéolaire

Une variété de viscosités de lubrifiant est testée à des conditions de fonctionnement constantes. Les Figure F-5 tracent l'évolution de la pression alvéolaire à l'équilibre statique en fonction de la viscosité du lubrifiant. La courbe bleue trace l'évolution du nombre de Reynolds réduit moyen dans le palier hydrostatique lors de l'évaluation des effets d'inertie. Pour évaluer le nombre Reynolds moyen, le nombre de Reynolds calculé à partir de la composante axiale de la vitesse et celui calculé à partir de la composante circonférentielle de la vitesse sont moyennés et le maximum de ces deux valeurs est retenu :

$$Re_{moy} = \left(Re_{x,moy}, Re_{z,moy}\right)_{max} \tag{F-1}$$

Lorsqu'il s'agit d'estimer les effets de turbulence, la même courbe indique le nombre de Reynolds maximal dans le palier. Le nombre de Reynolds maximal est défini comme suit :

$$Re_{max} = \left(Re_{x,max}, Re_{z,max}\right)_{max} \tag{F-2}$$

L'inertie du fluide a peu d'incidence sur la valeur de la pression alvéolaire. Les courbes générées par le modèle de Reynolds et le modèle « bulk flow » laminaire se séparent environ à $Re^*_{moy} = 1$, moment où la contribution inertielle devient comparable à la contribution visqueuse. Lorsque $Re^*_{moy} < 1$, les effets d'inertie sont négligeables.

De surcroit, le second graphique de la Figure F-5 met en lumière une influence plus prononcée de la turbulence que des effets inertiels sur la valeur de la pression alvéolaire. Lorsque $Re_{max} > 2000$, la turbulence est intégrée dans le calcul des coefficients de frottement. Pour une lubrification en eau pure, l'estimation diffère d'environ $10\ \%$ avec $p_{alv} \approx 4.2$ bar avec le modèle « bulk flow » turbulent au lieu de $p_{alv} \approx 3.8\ bar$.

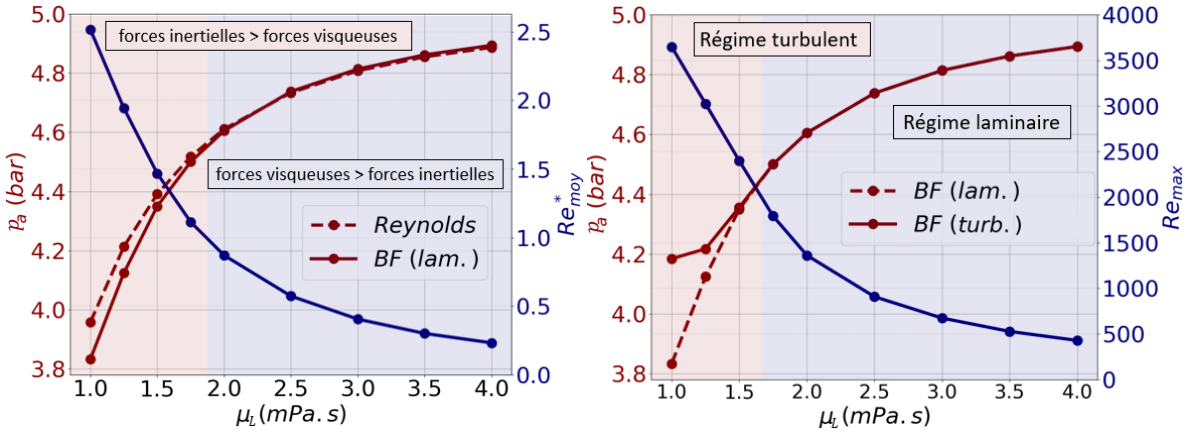


Figure F-5: Evolution de la pression alvéolaire et des nombres de Reynolds et de Reynolds réduit en fonction de la viscosité du lubrifiant

Effets d'inertie et de turbulence sur les coefficients dynamiques

Les impédances du système sont évaluées pour 5 fréquences d'excitation $\omega \in \{0\Omega_r, 0.25\Omega_r, 0.50\Omega_r, 0.75\Omega_r, \Omega_r\}$ comprises dans l'intervalle $[0; \Omega_r]$ lors d'une lubrification à l'eau pure $(\mu_L = 1\ mPa.s)$ et avec le modèle de « bulk flow » turbulent.

Avec prise en compte de l'inertie du fluide, les coefficients dynamiques sont calculés à l'aide de la formule (III-96), qui incluent les masses ajoutées aux calculs. Dans cette configuration, les masses ajoutées sont estimées à $m_{a_{x_r x_r}} = m_{a_{y_r y_r}} \approx 17\ kg$ et $m_{a_{y_r x_r}} = m_{a_{x_r y_r}} \approx -2.5\ kg$. La Figure F-6 montre les parties réelles des impédances directe et croisée, qui sont quasiment constantes avec la

fréquence d'excitation. Cela suggère que, pour des excitations sous-synchrones, les masses ajoutées ont un impact négligeable sur le comportement dynamique du palier hydrostatique, une observation cohérente avec les résultats rapportés dans [177].

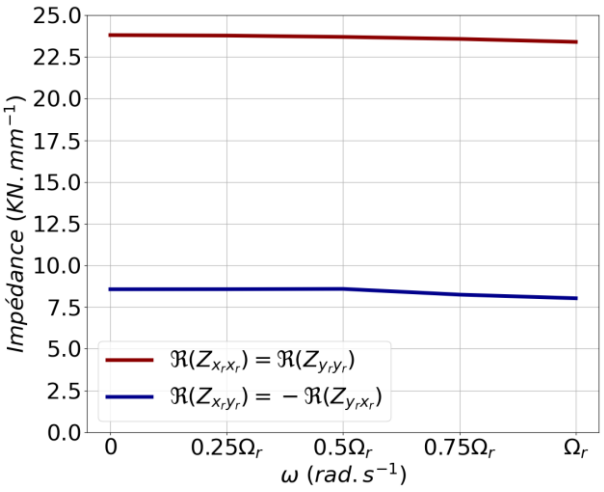


Figure F-6: Parties réelles (en haut) et imaginaires (en bas) de l'impédance du système pour des petites perturbations autour de la position d'équilibre (lubrifiant = eau pure, $\mu_L = 1\ mPa.s$)

L'accent est désormais mis sur l'impact des effets d'inertie et de turbulence sur les caractéristiques dynamiques du système. Les modèles de Reynolds, de « bulk flow » laminaire et de « bulk flow » turbulent prédisent les évolutions des coefficients dynamiques en fonction de la viscosité dynamique. Ces prédictions sont présentées sur les mêmes graphiques que les variations du nombre de Reynolds réduit moyen et du nombre de Reynolds maximal dans le film, mettant en évidence la variation des forces d'inertie et des effets de turbulence dans le fluide.

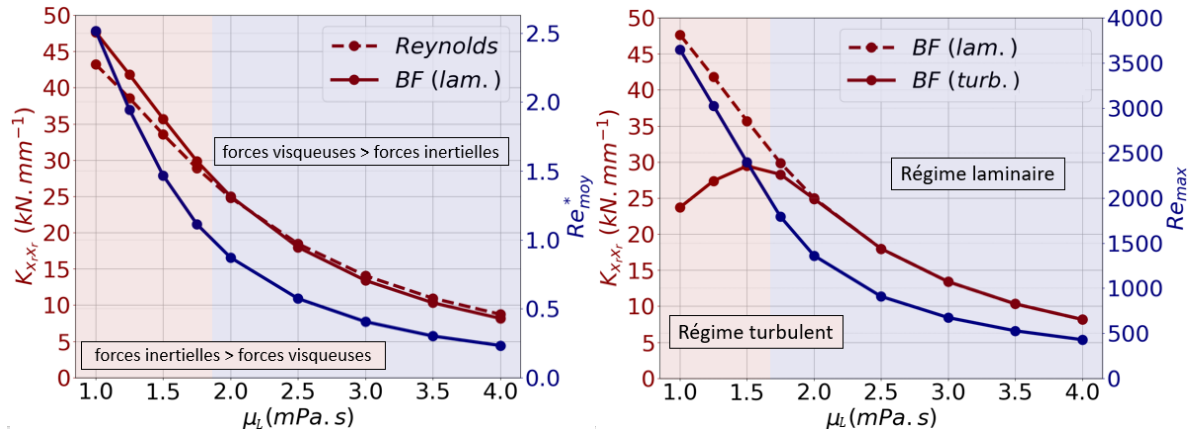


Figure F-7: Evolution de la raideur directe du système rotor-palier en fonction de la viscosité

Les données des courbes de la Figure F-7 révèlent que les effets inertiels sur la raideur directe deviennent significatifs à partir de $Re^*_{moy} = 1$, tandis que la turbulence devient prépondérante pour $Re_{max} > 2000$. Une observation intéressante est que la limite pour la turbulence est définie par l'utilisateur, rendant ainsi logique d'observer un effet autour de $Re_{max} = 2000$. En revanche, les effets d'inertie émergent naturellement de l'intégration des termes inertiels dans la résolution. Dès lors, observer l'évolution du nombre de Reynolds réduit permet de déterminer les valeurs pour lesquels il est pertinent de résoudre les équations du « bulk flow ».

Toujours sur la Figure F-7. Le modèle de « bulk flow » turbulent prédit une raideur du palier hydrostatique bien moindre, mais la turbulence réaugmente quelque peu cette valeur. L'intégration de la turbulence dans la modélisation permet de ne pas surestimer $K_{x_r x_r}$.

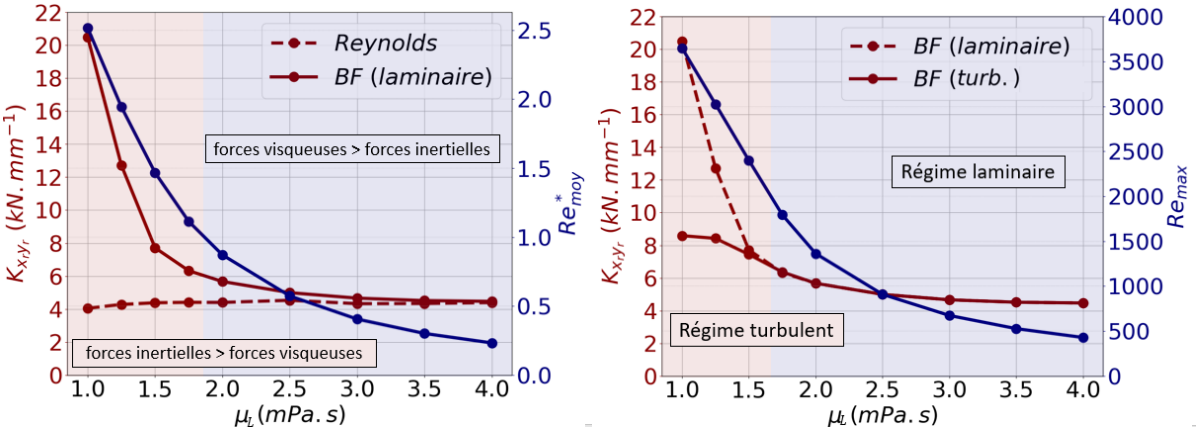


Figure F-8: Evolution de la raideur croisée du système rotor-palier en fonction de la viscosité du lubrifiant

La Figure F-8 décrit l'évolution de la raideur croisée en fonction de la viscosité du fluide. L'inertie montre un impact visible sur la raideur croisée pour des viscosités assez élevées et un nombre de Reynolds moyen assez faible $\left(Re^*_{moy} \approx 0.5, \mu_L \approx 2.5\, mPa.s\right)$. Le modèle « bulk flow » turbulent prédit une raideur croisée du système plus importante que le modèle de Reynolds, indiquant ainsi d'éventuels problèmes de stabilité dont une forte raideur croisée peut être la source. Il est essentiel de noter que lorsque les termes d'inertie sont considérés seuls (sans la turbulence), la raideur croisée est largement surestimée. Par conséquent, l'utilisation d'un modèle combinant les deux effets est cruciale dans de telles situations.

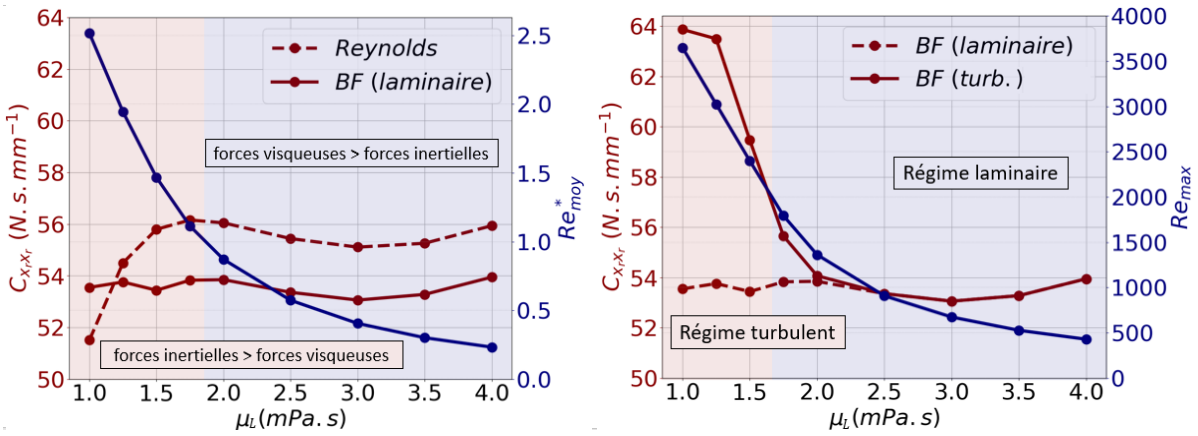


Figure F-9: Evolution de l'amortissement direct du système rotor-palier en fonction de la viscosité du lubrifiant

Dans la Figure F-9, l'évolution de l'amortissement direct avec la viscosité est illustrée. Les effets d'inertie sont observables pour toutes les viscosités explorées. Pour des viscosités supérieures à $1.75\, mPa.s$, le modèle de Reynolds et le modèle « bulk flow » laminaire prévoient des amortissements proches avec une évolution similaire. Pour des valeurs inférieures, les effets d'inertie prédisent une valeur qui se stabilise contrairement au modèle de Reynolds qui prévoit une décroissance avec la diminution de la viscosité. Lorsque le modèle est enrichi avec le modèle de turbulence, une augmentation significative de l'amortissement est prédite avec la baisse de viscosité. L'amortissement joue un rôle majeur dans le comportement dynamique du palier, car son augmentation peut compenser l'augmentation de la raideur croisée en termes de stabilité.

En synthèse, l'utilisation du modèle « bulk flow » turbulent est indispensable pour étudier le comportement du palier hydrostatique lubrifié à l'eau, étant donné que les effets d'inertie et de turbulence influent considérablement ses caractéristiques. Cette nécessité n'est pas aussi prégnante

pour un lubrifiant légèrement plus visqueux ($\mu_L > 2.5\, mPa.s$) utilisé dans des conditions de fonctionnement similaires. Pour les cas étudiés dans cette annexe, il serait intéressant de comparer les résultats à ceux obtenus avec un modèle de Reynolds qui intègre la turbulence [126] car la turbulence semble être l'effet le plus impactant sur les caractéristiques du palier.

Annexe G. Comparaison des logiciels CFD Code_Saturne et Fluent pour l'évaluation des pertes de charge pour un écoulement monophasique dans le palier hydrostatique

La transition vers l'étude d'un écoulement diphasique requiert un changement de logiciel afin de pouvoir utiliser le modèle de turbulence $k-\omega\ SST$ pour un écoulement diphasique. Pour valider ce passage, il est nécessaire que les résultats obtenus avec Fluent en utilisant un modèle de mélange et $\alpha_{am} = 0.00$ corrèlent bien avec ceux issus de Code_Saturne pour un écoulement monophasique. Les choix de modélisation communs aux logiciels sont répertoriés dans le Tableau G-1.

Tableau G-1: Choix de modélisation Code_Saturne VS Fluent

	Modèle de turbulence	Loi de paroi	Algorithme de prédiction-correction	Algorithme de reconstruction des gradients	Approximation spatiale
Code_Saturne et Fluent	$k-\omega\ SST$	« All y^+ »	SIMPLEC	« Green-Gauss cell-based »	pression et vitesse : ordre 2 grandeurs turbulentes : ordre 1

« All y^+ » signifie que la loi de paroi est valable pour la sous-couche visqueuse, la couche tampon et la couche logarithmique. Quatre simulations sont réalisées pour quatre débits volumiques d'eau total dans le palier, couvrant la gamme d'intérêt : $Q_{L,T} \in \{1; 2\ ; 3; 4\}\ m^3/h$, toutes en utilisant le même maillage. Les graphiques présentant les différentes pertes de charge, visibles sur la Figure G-1 et la Figure G-2, montrent une bonne concordance entre les résultats obtenus avec les deux logiciels. Malgré des différences attribuables aux particularités propres à l'implémentation des modèles de turbulence et des lois de paroi, ces divergences demeurent relativement faibles.

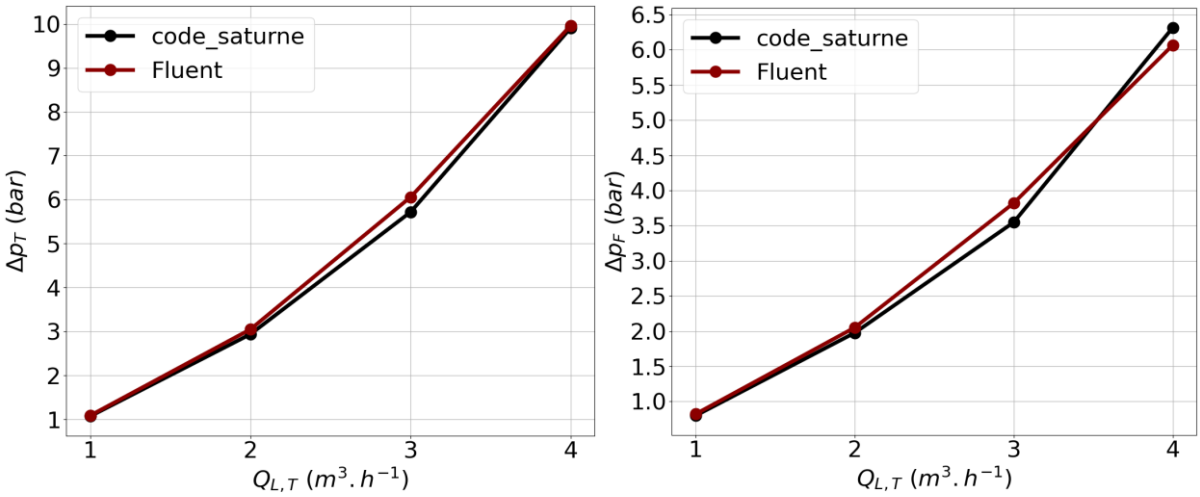


Figure G-1: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film (à droite) VS débit d'eau total dans le palier hydrostatique

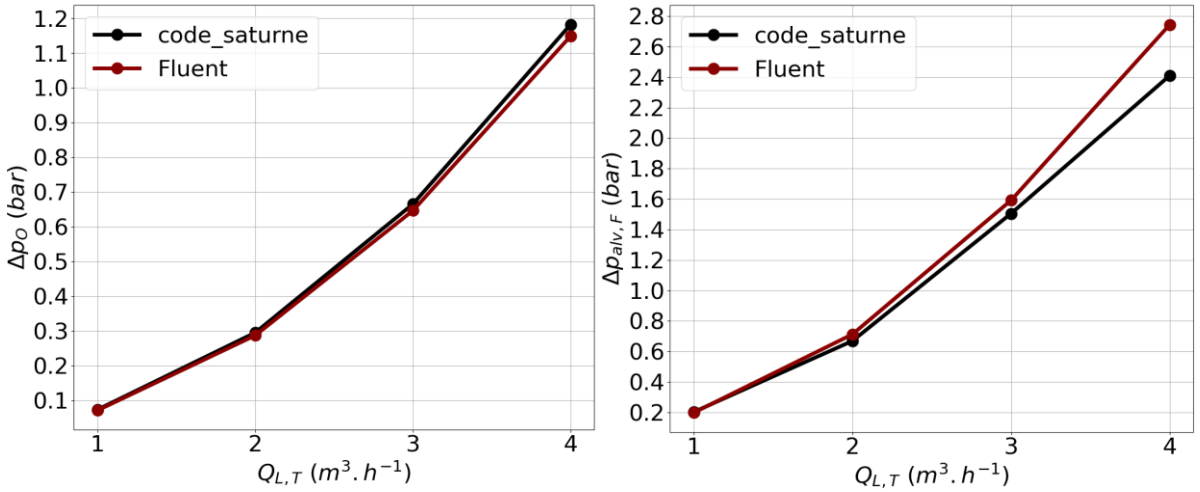


Figure G-2: Perte de charge dans l'orifice (à gauche) et à la transition alvéole-film (à droite) VS débit d'eau total dans le palier hydrostatique

Annexe H. Méthode des petites perturbations pour accélérer la résolution des calculs à charge imposée

L'équilibre de force à résoudre pour déterminer l'excentricité du rotor est :

$$\underline{F_T}(\underline{e}) = \begin{Bmatrix} F_{x_r}(\underline{e}) + W \\ F_{y_r}(\underline{e}) \end{Bmatrix} = \underline{0} \tag{H-1}$$

L'itération ($n \in \mathbb{N}$) de l'algorithme de Newton-Raphson de la résolution est définie par :

$$\underline{e}^{(n+1)} = \underline{e}^{(n)} - \left(\underline{\underline{J_{F_T,e}}}^{(n)}\right)^{-1} \underline{F_T}(\underline{e})^{(n)} \tag{H-2}$$

La matrice jacobienne $\underline{\underline{J_{F_T,e}}}^{(n)}$ n'est pas explicite. La méthode conventionnelle consiste à l'approximer par différences finies. Pour ce faire, des petits déplacements d'amplitude Δe de la position à l'itération (n) sont appliqués dans chaque direction et les forces générées sont calculées, $\underline{F_{T,\Delta x_r}}$ pour une position perturbée $\underline{e}_{\Delta \mathrm{x_r}} = (x_r + \Delta e, y_r)$ et $\underline{F_{T,\Delta y_r}}$ pour $\underline{e}_{\Delta \mathrm{y_r}} = (x_r, y_r + \Delta e)$. Les résultats permettent d'obtenir l'approximation de la matrice jacobienne :

$$\underline{\underline{\left(\frac{\partial F_T}{\partial e}\right)}}^{(n)} \approx \begin{pmatrix} \dfrac{F_{T,\Delta x_r x_r} - F_{T x_r}}{\Delta e} & \dfrac{F_{T,\Delta y_r x_r} - F_{T y_r}}{\Delta e} \\ \dfrac{F_{T,\Delta \mathrm{x_r} y_r} - F_{T y_r}}{\Delta e} & \dfrac{F_{T,\Delta \mathrm{y_r} y_r} - F_{T y_r}}{\Delta e} \end{pmatrix} \tag{H-3}$$

Dans cette thèse, une approche est proposée pour utiliser des résolutions de l'équation de Reynolds au premier ordre afin d'approximer le jacobien. Dans la limite des petites perturbations, la matrice jacobienne à évaluer est exactement la matrice de raideur du système à l'itération courante calculée à l'aide de la formule (III-93) en imposant une fréquence d'excitation nulle ($\omega = 0\, rad/s$). Le problème étant linéarisé, l'amplitude de la perturbation à appliquer est arbitraire. La nouvelle approximation obtenue est la suivante :

$$\underline{\underline{\left(\frac{\partial F_T}{\partial e}\right)}}^{(n)} \approx \underline{\underline{K}}^{(n)} \tag{H-4}$$

Grâce à cette méthode, les calculs utilisés pour approximer la matrice jacobienne sont linéaires. Des calculs à charge imposée sont réalisés sur la configuration de la section (V-4). La charge imposée correspond ici au poids propre de la partie du rotor immergée dans le palier hydrodynamique. Les simulations sont effectuées sur une large gamme de fractions volumiques d'air à l'alimentation comprises entre 0 et $80\ \%$. Le critère de convergence porte sur l'erreur d'équilibre des forces normalisée : $\frac{\|\underline{F_T}(\underline{e})\|_\infty}{W_0} < 10^{-5}$.

La Figure H-1 décrit le nombre d'itérations et le temps CPU pour atteindre la convergence pour chacune des simulations, à partir d'une position initiale centrée, en fonction de la proportion d'air entraîné dans le palier hydrodynamique. Premièrement, une proportion élevée de gaz dans le mélange implique un nombre d'itérations plus importants de l'algorithme de Newton-Raphson : jusqu'à $\alpha_{am} = 40\ \%$, 5 itérations sont suffisantes, puis 6 pour $\alpha_{am} = 60\ \%$ et 17 pour $\alpha_{am} = 80\ \%$. Lorsque le nombre d'itérations est le même, la compressibilité introduite par l'air rallonge les résolutions de l'équation de Reynolds. Cependant, dans l'intervalle de fractions volumiques de gaz d'intérêt dans cette thèse ($\alpha_{am} \leq 10\ \%$), les différences sont négligeables.

Ensuite, en se concentrant sur la comparaison entre les deux méthodes d'approximation du jacobien, les résultats sont sans équivoque. Le nombre d'itérations nécessaire pour atteindre la convergence est identique dans les deux cas ; cependant, une différence significative apparaît dans le temps de simulation, nettement inférieur avec la méthode des petites perturbations. Un facteur d'accélération de 2 à $2{,}5$ est obtenu.

Au cours de thèse, de nombreuses simulations ont été effectuées à charge imposée pour évaluer l'impact de l'entrainement d'air sur les caractéristiques du palier hydrodynamique. L'adoption de cette nouvelle approche a permis de mener ces études plus efficacement.

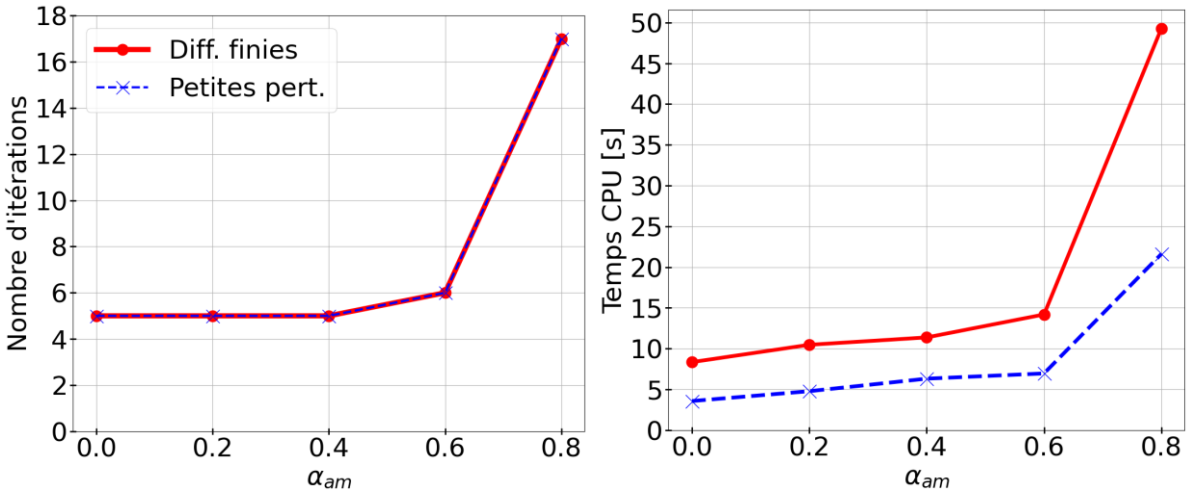


Figure H-1: Nombre d'itérations de l'algorithme de Newton-Raphson (à gauche) et temps CPU des simulations (à droite) VS fraction volumique d'air en entrée de palier

Annexe I. Algorithmes de résolution du modèle de Reynolds avec cavitation (formulation $\boldsymbol{p-\theta}$)

Modèle de Reynolds avec cavitation (formulation de Woloszynski **[60]**)

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial\bar{\bar{x}}}\left(\bar{\bar{H}}^3\dfrac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{x}}}\right)+\dfrac{l_x^2}{l_z^2}\dfrac{\partial}{\partial\bar{\bar{z}}}\left(\bar{\bar{H}}^3\dfrac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{z}}}\right)=6\mu_L U_r\dfrac{l_x}{H_{ref}^2 p_{ref}}\dfrac{\partial}{\partial x}\left((1-\theta)\bar{\bar{H}}\right) \\ (\bar{\bar{p}}-\bar{\bar{p}}_{cav})+\theta+\sqrt{(\bar{\bar{p}}-\bar{\bar{p}}_{cav})^2+\theta^2}=0 \end{cases} \tag{I-1}$$

Résolution directe du modèle de Reynolds avec cavitation

Le système à résoudre est un système d'équations aux dérivées partielles non-linéaire en (p,θ). Le schéma de discrétisation volumes finis est de nouveau utilisé. L'équation de Reynolds est réécrite sous forme conservative :

$$\underline{\nabla}.\underline{\Psi}=\underline{\nabla}.\begin{Bmatrix} \bar{\bar{H}}^3\dfrac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{x}}}-6\mu_L U_r\dfrac{l_x}{H_{ref}^2 p_{ref}}\dfrac{\partial}{\partial x}\left((1-\theta)\bar{\bar{H}}\right) \\ \dfrac{l_x^2}{l_z^2}\bar{\bar{H}}^3\dfrac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{z}}} \end{Bmatrix}=0 \tag{I-2}$$

Elle est ensuite intégrée sur chaque cellule :

$$\iint_\Lambda \underline{\nabla}.\underline{\Psi}d\Lambda=\oint_\Gamma \underline{\Psi}.\underline{n}d\Gamma=0 \tag{I-3}$$

L'intégrale de circulation s'approxime ainsi :

$$\oint_\Gamma \underline{\Psi}.\underline{n}d\Gamma=\sum_{i\in\{e,w,s,n\}}\underline{\Psi}_i.\underline{n}_i\Delta\Gamma_i \tag{I-4}$$

Cette approximation conduit à la relation suivante :

$$\begin{aligned}\bar{\bar{H}}_e^3\left(\frac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{x}}}\right)_e\Delta\bar{\bar{z}}_P-\bar{\bar{H}}_w^3\left(\frac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{x}}}\right)_w\Delta\bar{\bar{z}}_P+\frac{l_x^2}{l_z^2}\bar{\bar{H}}_n^3\left(\frac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{z}}}\right)_n\Delta\bar{\bar{x}}_P-\frac{l_x^2}{l_z^2}\bar{\bar{H}}_s^3\left(\frac{\partial\bar{\bar{p}}}{\partial\bar{\bar{z}}}\right)_s\Delta\bar{\bar{x}}_P\\-6\mu_L(1-\theta_e)\bar{\bar{H}}_eU_r\frac{l_x}{H_{ref}^2p_{ref}}\Delta\bar{\bar{z}}_P+6\mu_L(1-\theta_w)\bar{\bar{H}}_wU_r\frac{l_x}{H_{ref}^2p_{ref}}\Delta\bar{\bar{z}}_P\\=0\end{aligned}\qquad\text{(I-5)}$$

Les dérivées de pression aux arêtes sont approximées par différence finie d'ordre 2 (éq. (V-8)) et le taux de remplissage par un schéma upwind d'ordre 1. En intégrant ces approximations, l'équation devient :

$$a_P\bar{\bar{p}}_P+a_E\bar{\bar{p}}_E+a_W\bar{\bar{p}}_W+a_N\bar{\bar{p}}_N+a_S\bar{\bar{p}}_S+b_P\theta_P+b_E\theta_E+b_W\theta_W-c_P=0\qquad\text{(I-6)}$$

Avec :

$$\begin{gathered}a_E=\bar{\bar{H}}_e^3\frac{\Delta\bar{\bar{z}}_P}{\Delta\bar{\bar{x}}_{\mathrm{E}}},\qquad a_W=\bar{\bar{H}}_w^3\frac{\Delta\bar{\bar{z}}_P}{\Delta\bar{\bar{x}}_W},\qquad a_N=\frac{l_x^2}{l_z^2}\bar{\bar{H}}_n^3\frac{\Delta\bar{\bar{x}}_P}{\Delta\bar{\bar{z}}_N},\qquad a_S=\frac{l_x^2}{l_z^2}\bar{\bar{H}}_s^3\frac{\Delta\bar{\bar{x}}_P}{\Delta\bar{\bar{z}}_S}\\a_P=-\sum_{I\in\{E,W,N,S\}}a_I\\b_E=6\mu_LU_r\frac{l_x}{H_{ref}^2p_{ref}}\bar{\bar{H}}_e\Delta\bar{\bar{z}}_P\mathbb{1}_e^-,\qquad b_W=-6\mu_LU_r\frac{l_x}{H_{ref}^2p_{ref}}\bar{\bar{H}}_w\Delta\bar{\bar{z}}_P\mathbb{1}_w^+\\b_P=6\mu_LU_r\frac{l_x}{H_{ref}^2p_{ref}}\Delta\bar{\bar{z}}_P\left(\bar{\bar{H}}_e\mathbb{1}_e^+-H_w\mathbb{1}_w^-\right),\qquad c_P=6\mu_LU_r\frac{l_x}{H_{ref}^2p_{ref}}U_r\Delta\bar{\bar{z}}_P\left(\bar{\bar{H}}_e-\bar{\bar{H}}_w\right)\end{gathered}\qquad\text{(I-7)}$$

La condition de complémentarité donne directement la seconde partie du système :

$$(\bar{\bar{p}}_P-\bar{\bar{p}}_{cav})+\theta_P+\sqrt{(\bar{\bar{p}}_P-\bar{\bar{p}}_{cav})^2+\theta_P^2}=0\qquad\text{(I-8)}$$

Les inconnues de pression et de taux de remplissage sur chaque centre sont regroupées dans des vecteurs :

$$\underline{\bar{\bar{p}}} = (p_k)_{k\in[\![1;N_{el}]\!]}, \qquad \underline{\theta} = (\theta_k)_{k\in[\![1;N_{el}]\!]}, \tag{I-9}$$

Avec N_{el} le nombre de cellules du maillage. Ce qui conduit au système vectoriel suivant :

$$\begin{cases} \underline{F}\left(\underline{\bar{\bar{p}}}, \underline{\theta}\right) = \underline{0} \\ \underline{G}\left(\underline{\bar{\bar{p}}}, \underline{\theta}\right) = \underline{0} \end{cases} \tag{I-10}$$

Avec $\underline{F}$ une fonction vectorielle non-linéaire correspondant à la fonction de Fisher-Burmeister et $\underline{G}$ une fonction vectorielle linéaire déduite de la discrétisation de l'équation de Reynolds. L'algorithme de Newton-Raphson est mis en œuvre pour estimer les solutions. En notant $k \in \mathbb{N}$ le numéro de l'itération, chaque étape de la méthode s'écrit :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \underline{\underline{J}}^{(k)} \begin{pmatrix} \underline{\delta\bar{\bar{p}}}^{(k)} \\ \underline{\delta\theta}^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{J}}_{F,p}^{(k)} & \underline{\underline{J}}_{F,\theta}^{(k)} \\ \underline{\underline{J}}_{G,p}^{(k)} & \underline{\underline{J}}_{G,\theta}^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\delta\bar{\bar{p}}}^{(k)} \\ \underline{\delta\theta}^{(k)} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \underline{F}^{(k)} \\ \underline{G}^{(k)} \end{pmatrix} \tag{I-11}$$

$\underline{\underline{J}}_{i,j}$ est la dérivée partielle de la fonction $\underline{i}$ par rapport à la variable $\underline{j}$. Les composantes des sous-matrices jacobiennes sont les suivantes :

$$\left(\underline{\underline{J}}_{F,p}\right)_{P,P} = 1 - \frac{(\bar{\bar{p}}_P - \bar{\bar{p}}_{cav})}{\sqrt{(\bar{\bar{p}}_P - \bar{\bar{p}}_{cav})^2 + \theta_P^2}}, \qquad \left(\underline{\underline{J}}_{F,\theta}\right)_{P,P} = 1 - \frac{\theta_P}{\sqrt{(\bar{\bar{p}}_P - \bar{\bar{p}}_{cav})^2 + \theta_P^2}}$$

$$\left(\underline{\underline{J}}_{G,p}\right)_{P,P} = - \sum_{I\in\{E,W,N,S\}} a_I\,, \qquad \left(\underline{\underline{J}}_{G,\theta}\right)_{P,P} = b_P \tag{I-12}$$

$$\forall I \in \{E,W,N,S\},\ \left(\underline{\underline{J}}_{G,p}\right)_{P,I} = a_I \quad et \quad \forall I \in \{E,W\},\ \left(\underline{\underline{J}}_{G,\theta}\right)_{P,I} = b_I$$

Le système (I-11) est résolu à chaque itération et un incrément est appliqué aux vecteurs inconnus :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \underline{\bar{p}}^{(k+1)} = \underline{\bar{p}}^{(k)} + \underline{\delta\bar{p}}^{(k)}, \qquad \underline{\theta}^{(k+1)} = \underline{\theta}^{(k)} + \underline{\delta\theta}^{(k)} \tag{I-13}$$

Jusqu'à atteindre le critère de convergence avec une tolérance donnée :

$$\left\| \begin{matrix} \underline{F}^{(k)} \\ \underline{G}^{(k)} \end{matrix} \right\|_{\infty} < tolérance \tag{I-14}$$

Le coût de calcul lié à la prise en compte de la cavitation réside dans la non-linéarité introduite dans la résolution par rapport à une résolution d'équation de Reynolds pour un liquide pur et à l'augmentation de la taille des systèmes à résoudre avec l'ajout de l'équation de complémentarité.

Utilisation du complément de Schur dans le processus itératif

La méthodologie complète proposée par Woloszynski et al. [60] consiste non seulement à modifier la condition de complémentarité pour obtenir un système sans contrainte, mais également à améliorer l'efficacité du processus itératif en utilisant un complément de Schur. Cet algorithme s'appelle l'algorithme FBNS pour Fisher-Burmeister-Newton-Schur. La construction de la méthode part du constat que la matrice $\underline{\underline{J}}^{(k)}$ est en général moins bien conditionnée que les sous-matrices $\underline{\underline{J}}_{G,p}^{(k)}$ et $\underline{\underline{J}}_{G,\theta}^{(k)}$. Afin d'améliorer le conditionnement de la matrice jacobienne globale, ses colonnes sont réorganisées. Dans l'article, il est démontré que :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \max_{\mathrm{i}} \left(\left(\underline{\underline{J}}_{F,p}^{(k)} \right)_{i,i}, \left(\underline{\underline{J}}_{F,\theta}^{(k)} \right)_{i,i} \right) \in \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 2 \right] \tag{I-15}$$

Le principe de la réorganisation est alors le suivant :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \qquad \forall i \in [\![1; N_{el}]\!], \qquad si \ \left(\underline{\underline{J}}_{F,p}^{(k)} \right)_{i,i} < \left(\underline{\underline{J}}_{F,\theta}^{(k)} \right)_{i,i} \tag{I-16}$$

alors la $i - \text{è}me$ et la $i + N_{el} - \text{è}me$ colonnes de $\underline{\underline{J}}^{(k)}$ sont permutées

Cela aboutit à un nouveau système matriciel :

$$\underline{\underline{J_r}}\begin{pmatrix}\underline{\delta a}\\ \underline{\delta b}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\underline{\underline{A_F}} & \underline{\underline{B_F}}\\ \underline{\underline{A_G}} & \underline{\underline{B_G}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\underline{\delta a}\\ \underline{\delta b}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\underline{F}\\ \underline{G}\end{pmatrix} \tag{I-17}$$

$\underline{\delta a}$ et $\underline{\delta b}$ sont les vecteurs solutions réordonnés de l'itération courante. La nouveauté réside dans le fait que la sous matrice supérieure gauche $\underline{\underline{A_F}}$ est diagonale, positive et son nombre de conditionnement maximal est $4+2\sqrt{2}$. En utilisant le complément de Schur de $\underline{\underline{J_r}}$ par rapport à $\underline{\underline{A_F}}$, deux systèmes de taille N_{el} sont obtenus et résolus séquentiellement au lieu d'un système de taille $2N_{el}$:

$$\begin{cases}\left(\underline{\underline{B_G}}-\underline{\underline{A_G}}\,\underline{\underline{A_F}}^{-1}\underline{\underline{B_F}}\right)\underline{\delta b}=-\underline{G}+\underline{\underline{A_G}}\,\underline{\underline{A_F}}^{-1}\underline{F}\\ \underline{\underline{A_F}}\,\underline{\delta a}=-\underline{F}-\underline{\underline{B_F}}\,\underline{\delta b}\end{cases} \tag{I-18}$$

Sous des hypothèses raisonnables, $\underline{\underline{B_G}}-\underline{\underline{A_G}}\,\underline{\underline{A_F}}^{-1}\underline{\underline{B_F}}$ n'est pas singulière, ce qui assure la convergence super linéaire de la méthode si $\underline{\bar{\bar{p}}}^{(0)}$ et $\underline{\theta}^{(0)}$ sont proches de la solution [216]. L'article [60] ne fournit pas de preuves concernant le meilleur conditionnement de la matrice par rapport à $\underline{\underline{J}}$. Les arguments avancés pour prouver l'intérêt de la méthode sont les cas d'application présentés et la taille des systèmes.

Algorithme $\boldsymbol{p}$ « moins » $\boldsymbol{\theta}$ pour la résolution du modèle de Reynolds avec cavitation

Un algorithme alternatif à l'algorithme FBNS est exploré. Il est connu sous le nom de la méthode p « moins » θ, et a été développé par Biboulet et Lubrecht [61]. Cette méthode consiste à réécrire le système correspondant aux itérations du schéma de Newton-Raphson pour réduire la taille du problème en utilisant une propriété remarquable :

$$\underline{\underline{J}}_{F,p}^{(k)} + \underline{\underline{J}}_{F,\theta}^{(k)} = \underline{\underline{Id}} \tag{I-19}$$

Cela permet de formuler un problème simplifié où le vecteur inconnu $\begin{pmatrix} \delta\bar{\bar{p}}^{(k)} \\ \underline{\delta\theta}^{(k)} \end{pmatrix}$ est remplacé par un nouveau vecteur qui est la différence des deux composantes :

$$\left(\underline{\underline{J}}_{G,p}^{(k)}\underline{\underline{J}}_{F,\theta}^{(k)} - \underline{\underline{J}}_{G,\theta}^{(k)}\underline{\underline{J}}_{F,p}^{(k)}\right)\left(\underline{\delta\bar{\bar{p}}}^{(k)} - \underline{\delta\theta}^{(k)}\right) = -\underline{G}^{(k)} + \left(\underline{\underline{J}}_{G,p}^{(k)} + \underline{\underline{J}}_{G,\theta}^{(k)}\right)\underline{F}^{(k)} \tag{I-20}$$

Le vecteur solution de ce nouveau problème numérique est $\left(\underline{\bar{\bar{p}}}^{(k)} - \underline{\theta}^{(k)}\right)$. Les valeurs positives de ce vecteur sont affectées à $\underline{\bar{\bar{p}}}^{(k)}$ et les valeurs négatives à $\underline{\theta}^{(k)}$. Les trois algorithmes de résolution d'écoulement liquide avec cavitation ont été implémentés dans le cas des paliers hydrodynamiques lisses. Cela a permis de comparer l'efficacité de chaque méthode et de confronter les résultats numériques avec le modèle de Reynolds de Diaz et San Andres [25], calibré pour ne pas prendre en compte le transport d'une phase secondaire.

Comparaison des algorithmes de résolution FBNS et $\boldsymbol{p}$ « moins » $\boldsymbol{\theta}$ sur un cas de sous-alimentation et cavitation dans un palier hydrodynamique lisse

La condition de sous-alimentation dans un palier hydrodynamique correspond à la situation où un débit inférieur au débit de fonctionnement est fourni, ce qui engendre une cavitation en entrée de palier. La section de formation du film se trouve en aval de la section d'alimentation, comme illustré sur la Figure V-3. La zone convergente induit une augmentation de la pression qui génère un film fluide complet. Par la suite, le divergent provoque une dépression rapide qui engendre une zone de cavitation. Cette situation représente un défi de modélisation pour les modèles de cavitation car il faut détecter une zone de rupture et une zone de formation de film à l'intérieur du palier. En termes de conditions aux limites, la sous-alimentation se traduit par une pression égale à la pression de cavitation et une fraction volumique de gaz non nulle. Cette configuration représente un cas d'écoulement fictif qui permet de comparer les modèles et les algorithmes.

Le modèle de cavitation de Woloszynski et al. [60] est employé pour résoudre le champ de pression et la fraction volumique de gaz dans le palier hydrodynamique lisse. L'excentricité du rotor est imposée pour avoir un convergent à la suite de la zone d'alimentation pour générer le film, puis un divergent pour provoquer la cavitation. Ensuite, la pression d'alimentation et la pression de sortie sont égales à la pression de cavitation : $p_{am} = p_{av} = p_{cav}$. Enfin, la fraction volumique de gaz en entrée est fixée à 40 % : $\theta_{am} = 0.40$.

La Figure I-1 illustre l'évolution de la pression et de la fraction volumique de gaz dans le palier hydrodynamique en fonction de la coordonnée circonférentielle. Les trois algorithmes numériques sont utilisés pour vérifier leur bonne mise en œuvre. Le modèle de Woloszynski et al. [60] représente fidèlement les différentes caractéristiques de l'écoulement. Tout d'abord, la région de sous-alimentation se manifeste avec un plateau de pression et une valeur non nulle de la fraction volumique de gaz. Ensuite, le film se forme, ce qui traduit une pression supérieure à la pression de cavitation et une fraction volumique de gaz nulle. Enfin, le divergent entraîne une dépression, et conduit à l'apparition d'une zone de cavitation caractérisée par une pression constante ainsi qu'une augmentation de la fraction volumique de gaz.

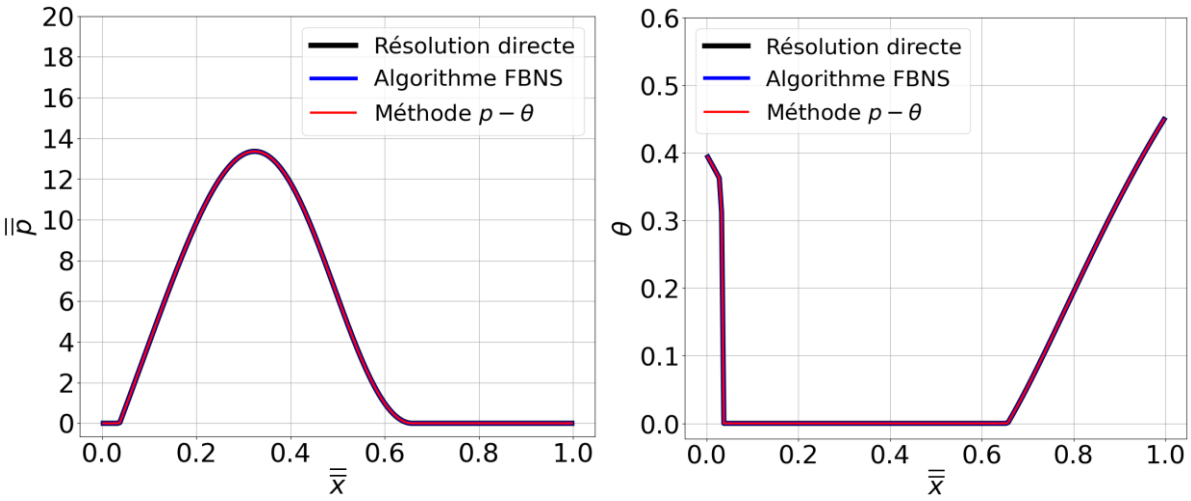


Figure I-1: Evolution de la pression adimensionnée $\left(\bar{\bar{p}} = p/p_{ref}\right)$ (à gauche) et de la fraction volumique de gaz (à droite) en fonction de la coordonnée circonférentielle adimensionnée $\left(\bar{\bar{x}} = x/l_x\right)$

Après avoir confirmé que toutes les implémentations produisent des résultats identiques, il est intéressant de comparer les algorithmes développés dans cette thèse en termes de temps de calcul

pour juger de leur efficacité. Des simulations ont été exécutées avec des densités de maillage importantes, dépassant les exigences de précision de la résolution, afin de confronter ces algorithmes sur des systèmes de grande taille à résoudre. Tous les calculs ont été réalisés dans les mêmes conditions, avec le même nombre de processeurs et sur la même machine. La Figure I-2 représente l'évolution du temps de simulation avec l'augmentation de la taille du maillage utilisé. Il est manifeste que les algorithmes FBNS et $p-\theta$ surpassent largement la résolution directe en termes de performance. En effet, les temps de simulation sont divisés par deux. Les deux méthodes d'accélération sont comparables pour les densités de maillage faibles, mais pour des tailles de maillage plus importantes, l'algorithme FBNS est plus rapide. En conclusion, l'implémentation de ces algorithmes de résolution pour la cavitation est d'intérêt pour des études génériques.

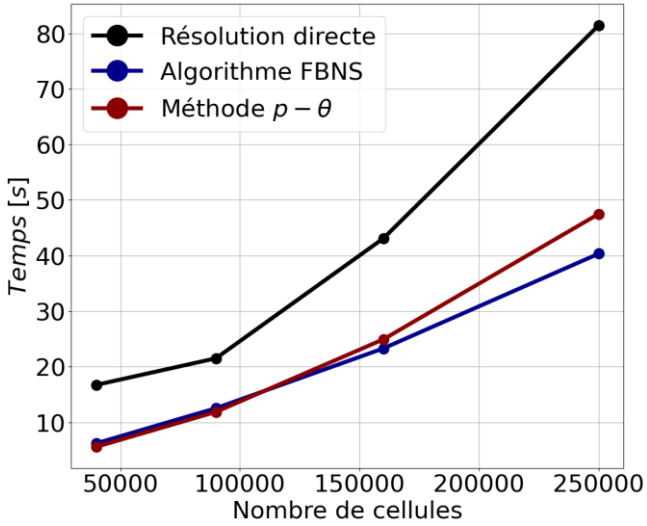


Figure I-2: Temps des simulations en fonction de la densité du maillage

Annexe J. Définition des termes de la discrétisation de l'équation de Reynolds diphasique à l'ordre 1 sur un maillage non structuré et validation

Les définitions des termes sont :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad p_{i_0}\frac{\partial \tilde{a}_{i_0}}{\partial H_0}H_1 = p_{i_0}\frac{\tilde{\rho}_{m,i_0}}{\tilde{\mu}_{m,i_0}}\beta_{i_1}$$

$$p_{P_0}\frac{\partial \tilde{a}_{P_0}}{\partial H_0}H_1 = p_{P_0}\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{\tilde{\rho}_{m,i_0}}{\tilde{\mu}_{m,i_0}}\beta_{i_1}\right]$$

$$\begin{aligned}\forall i \in [\![1;3]\!], \forall j_{\mathcal{B}_i} \in [\![1;n_{\mathcal{B}_i}]\!]\backslash\{1,2,3\}, \;\; & p_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}}\frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}}}{\partial H_0}H_1 \\ &= \frac{\tilde{\rho}_{m,i_0}}{\tilde{\mu}_{m,i_0}}\frac{H_{Pi_0}^{\;2}H_{Pi_1}}{4}tan\left(\underline{n}_i,\underline{\xi}_i\right)\Bigg[1 \\ &+ \frac{1}{l_{Pc_i}cos\left(\underline{n}_i,\underline{\xi}_i\right)}\frac{H_{ii_0}^{\;3}-H_{Pi_0}^{\;3}}{12\left(\mathcal{C}_{ii_0}+\mathcal{C}_{Pi_0}\right)}\Bigg]\frac{\Lambda^{j_{\mathcal{B}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}}\Lambda^{k_{\mathcal{B}_i}}}p_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}} \\ &+ \frac{\tilde{\rho}_{m,i_0}}{\tilde{\mu}_{m,i_0}}\frac{H_{Pi_0}^{\;3}}{12}tan\left(\underline{n}_i,\underline{\xi}_i\right)\frac{1}{l_{Pc_i}cos\left(\underline{n}_i,\underline{\xi}_i\right)}\Bigg[\frac{\left(H_{ii_0}^{\;2}H_{ii_1}-H_{Pi_0}^{\;2}H_{Pi_1}\right)}{4\left(\mathcal{C}_{ii_0}+\mathcal{C}_{Pi_0}\right)} \\ &- \frac{\left(H_{ii_0}^{\;3}-H_{Pi_0}^{\;3}\right)\left(\mathcal{C}_{ii_1}+\mathcal{C}_{Pi_1}\right)}{12\left(\mathcal{C}_{ii_0}+\mathcal{C}_{Pi_0}\right)^2}\Bigg]\frac{\Lambda^{j_{\mathcal{B}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{B}_i}=0}^{n_{\mathcal{B}_i}}\Lambda^{k_{\mathcal{B}_i}}}p_{j_{\mathcal{B}_{i_0}}}\end{aligned} \tag{J-1}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \forall j_{\mathcal{A}_i} \in [\![1; n_{\mathcal{A}_i}]\!] \backslash \{1,2,3\}, \quad p_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}} \frac{\partial \tilde{a}'_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}}}{\partial H_0} H_1$$

$$= \frac{\tilde{\rho}_{m,i_0}}{\tilde{\mu}_{m,i_0}} \frac{H_{Pi_0}^{\ 2} H_{Pi_1}}{4} tan\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right) \Bigg[1$$

$$+ \frac{1}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{H_{ii_0}^{\ 3} - H_{Pi_0}^{\ 3}}{12\left(\mathcal{C}_{ii_0} + \mathcal{C}_{Pi_0}\right)} \Bigg] \frac{\Lambda^{j_{\mathcal{A}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda^{k_{\mathcal{A}_i}}} p_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}}$$

$$+ \frac{\tilde{\rho}_{m,i_0}}{\tilde{\mu}_{m,i_0}} \frac{H_{Pi_0}^{\ 3}}{12} tan\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right) \frac{1}{l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \Bigg[\frac{\left(H_{ii_0}^{\ 2} H_{ii_1} - H_{Pi_0}^{\ 2} H_{Pi_1}\right)}{4\left(\mathcal{C}_{ii_0} + \mathcal{C}_{Pi_0}\right)}$$

$$- \frac{\left(H_{ii_0}^{\ 3} - H_{Pi_0}^{\ 3}\right)\left(\mathcal{C}_{ii_1} + \mathcal{C}_{Pi_1}\right)}{12\left(\mathcal{C}_{ii_0} + \mathcal{C}_{Pi_0}\right)^2} \Bigg] \frac{\Lambda^{j_{\mathcal{A}_i}}}{\sum_{k_{\mathcal{A}_i}=0}^{n_{\mathcal{A}_i}} \Lambda^{k_{\mathcal{A}_i}}} p_{j_{\mathcal{A}_{i_0}}}$$

Avec :

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \beta_{i_1}$$

$$= \frac{H_{Pi_0}^{\ 2} H_{Pi_1} l_i}{4} \frac{1}{l_{Pi} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{\mathcal{C}_{ii}^{(0)}}{\mathcal{C}_{ii}^{(0)} + \mathcal{C}_{Pi}^{(0)}}$$

$$+ \frac{H_{Pi_0}^{\ 3} l_i}{12} \frac{1}{l_{Pi} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \frac{\mathcal{C}_{ii_0}}{\mathcal{C}_{ii_0} + \mathcal{C}_{Pi_0}} \left(\frac{\mathcal{C}_{ii_1}}{\mathcal{C}_{ii_0}} - \frac{\mathcal{C}_{ii_1} + \mathcal{C}_{Pi_1}}{\mathcal{C}_{ii_0} + \mathcal{C}_{Pi_0}} \right) \qquad \text{(J-2)}$$

$$\forall i \in [\![1;3]\!], \qquad \mathcal{C}_{ii_1} = \frac{H_{ii_0}^{\ 2} H_{ii_1}}{4 l_{ic_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)} \qquad \mathcal{C}_{Pi_1} = \frac{H_{Pi_0}^{\ 2} H_{Pi_1}}{4 l_{Pc_i} cos\left(\underline{n}_i, \underline{\xi}_i\right)}$$

Dans l'intention de vérifier le développement théorique de l'équation de Reynolds diphasique à l'ordre 1 et de s'assurer que le système construit est suffisamment complet pour prédire avec précision les petites perturbations du champ de pression dans le palier, une solution de référence est construite par différences finies. La configuration géométrique, les conditions de fonctionnement et les propriétés du fluide correspondent à celles du palier hydrodynamique industriel qui sert de base aux développements des résolutions sur maillage non structuré. Elles sont détaillées dans le Tableau V-1. Dans cette section, le palier possède une rainure inclinée. La profondeur de la rainure est égale à $40\ \mu m$, ce qui signifie la discontinuité d'épaisseur de film est importante relativement au jeu radial qui vaut $50\ \mu m$. Le maillage du domaine est illustré sur la Figure J-1.

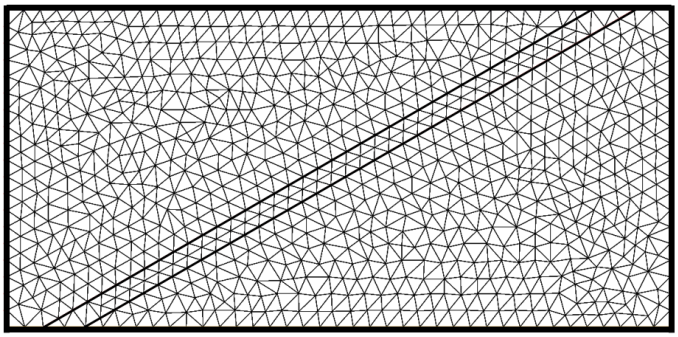


Figure J-1: Maillage palier hydrodynamique à une rainure inclinée

Une contamination en air importante en amont du palier est fixée : $\alpha_{am} = 0.4$. Cela permet d'évaluer la résolution au premier ordre sur un écoulement qui présente une compressibilité importante. L'excentricité est imposée. Deux calculs à l'ordre 0 sont effectués pour établir une référence pour la perturbation d'origine spatiale du champ de pression : $\epsilon_0 = (0.10{,}0)$, $\epsilon_2 = (0.1001{,}0)$. Le premier calcul fournit un champ de pression p_0 et le second calcul un champ de pression p_2. La différence de ces champs donne la référence pour la perturbation : $p_{1,ref} = p_2 - p_0$.

Une résolution de l'équation de Reynolds diphasique au premier ordre est effectuée sur la base du résultat stationnaire 0. Le modèle fournit une estimation de la perturbation p_1. La Figure J-2, montre les variations de pression divisées par les variations de position du rotor, avec des échelles identiques. Une augmentation de pression en amont de l'épaisseur minimale $(x = l_x/2)$, et une dépression en aval apparaissent, avec une influence observable de la rainure. La comparaison des perturbations de pression entre la solution de référence construite par différences finies et le calcul à l'ordre 1 montre une erreur relative maximale très faible qui valide la bonne précision de la solution à l'ordre 1 : $\frac{\left\|\underline{p}_{1,ref} - \underline{p_1}\right\|_\infty}{\left\|\underline{p}_{1,ref}\right\|_\infty} \times 100 = 0{,}036\ \%$.

Un autre essai de validation est entrepris pour une excentricité et une perturbation suivant $\underline{y_r}$: $\epsilon_0 = (0{,}0.10)$, $\epsilon_2 = (0{,}0.1001)$. Les résultats sont illustrés sur la Figure J-3. De très bonnes corrélations sont obtenus. L'augmentation de pression en amont du minimum d'épaisseur de film en $x = 3l_x/2$ est manifeste, tout comme la dépression en aval. L'erreur mesurée entre le calcul de référence et le calcul à l'ordre 1 est : $\frac{\left\|\underline{p}_{1,ref} - \underline{p_1}\right\|_\infty}{\left\|\underline{p}_{1,ref}\right\|_\infty} \times 100 = 0{,}035\ \%$.

En conclusion, un remplissage de type « presque complet » de la matrice du système au premier ordre est suffisant pour estimer avec précision les perturbations de pression.

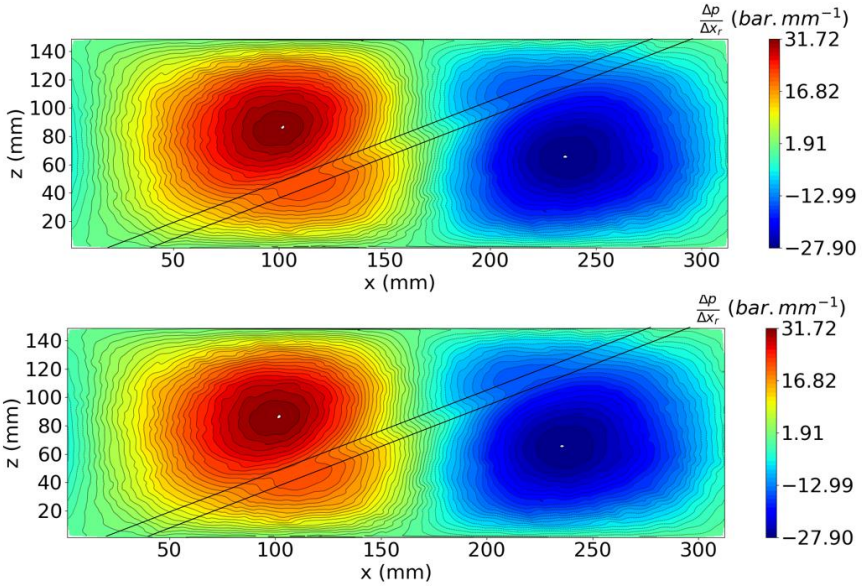


Figure J-2: Rapport entre variation de pression et variation en x_r de la position de rotor. Calcul de référence (en haut) et et calcul à l'ordre 1 (en bas)

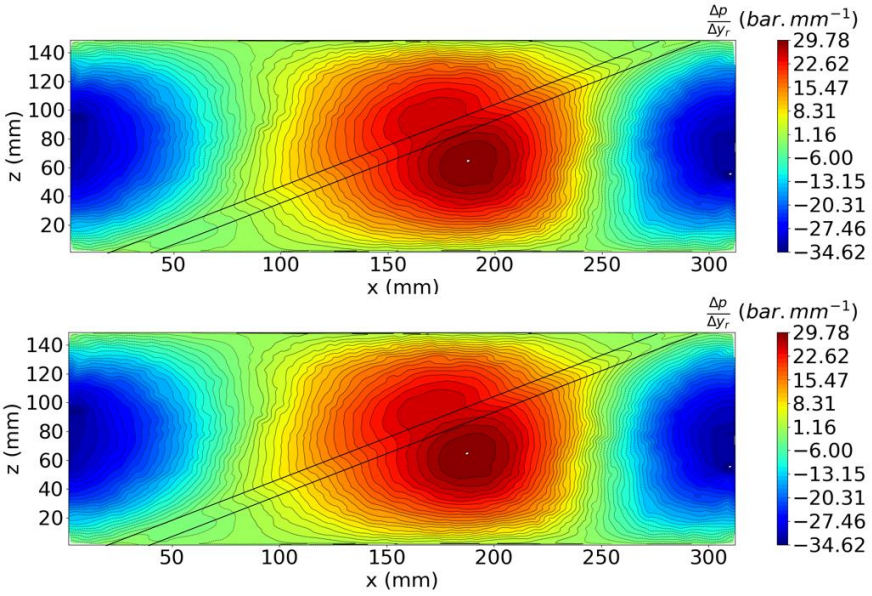


Figure J-3: Rapport entre variation de pression et variation en y_r de la position de rotor. Calcul de référence (en haut) et et calcul à l'ordre 1 (en bas)

Annexe K. Etudes de sensibilité au maillage

Modèle d'écoulement diphasique dans le joint annulaire présenté dans **[10]** (section III.9)

Pour réduire la densité globale des maillages utilisés, le pas de discrétisation est environ 2.5 fois plus fin dans la direction axiale que dans la direction circonférentielle, étant donné que les principales variations de pression résultent du gradient de pression imposé dans la direction axiale. Sur cette base, cinq maillages sont conçus et détaillés dans le Tableau K-1. Dans ce même tableau, les grandeurs d'intérêt les plus sensibles à la discrétisation sont évaluées avec chaque maillage dans un cas de contamination en air $\alpha_{am} = 0.10$. En régime statique, le débit massique de fuite est calculé et en régime dynamique l'amortissement direct. Les fréquences d'excitation utilisées pour les petites perturbations sont choisies de manière à être représentatives de l'intervalle employé par Lu et San Andres [10], $\{10,30,60,90,120\}\ Hz$.

Tableau K-1: Description des maillages et étude de sensibilité pour $\alpha_{am} = 0.10$

Maillages	Nombre d'éléments dans la direction circonférentielle	Nombre d'éléments dans la direction axiale	Nombre d'éléments total	Débit de fuite massique $(kg.s^{-1})$	Amortissement direct $(N.s.mm^{-1})$
1	10	5	50	0.855	53.04
2	20	10	200	0.855	48.6
3	30	15	450	0.855	47.34
4	40	20	800	0.855	46.78
5	50	25	1250	0.855	46.48

Modèle d'écoulement monophasique dans un palier hydrostatique avec pression d'alimentation élevée [120] (section III.11)

Pour déterminer le maillage optimal, des simulations sont menées pour des conditions de fonctionnement qui génèrent les vitesses d'écoulement les plus élevées : $p_{am} = 45\ bar, \Omega_r = 6000\ min^{-1}$. La taille de chaque maillage est répertoriée dans le Tableau K-2.

Tableau K-2: Taille des maillages

Maillages	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'éléments	432	1200	1728	2352	3072	3888	4800

Il a été remarqué que la finesse du maillage inter-alvéolaire (dans la direction circonférentielle) était cruciale pour garantir la robustesse de la résolution. En conséquence, une taille de maille plus fine est sélectionnée dans cette zone. Les motifs périodiques des maillages 1 et 6 sont illustrés sur la Figure K-1.

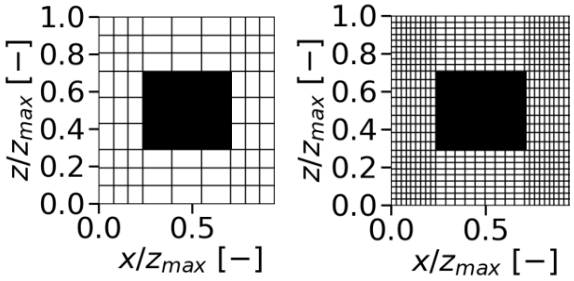


Figure K-1: Motifs périodiques des maillage 1 (à gauche) et maillage 6 (à droite)

La Figure K-2 analyse la variation des paramètres statique et dynamique les plus sensibles à la finesse de maillage. Dans le but d'assurer un équilibre optimal entre le temps de calcul et la précision des résultats, le maillage 4 a été préféré pour mener cette étude à bien.

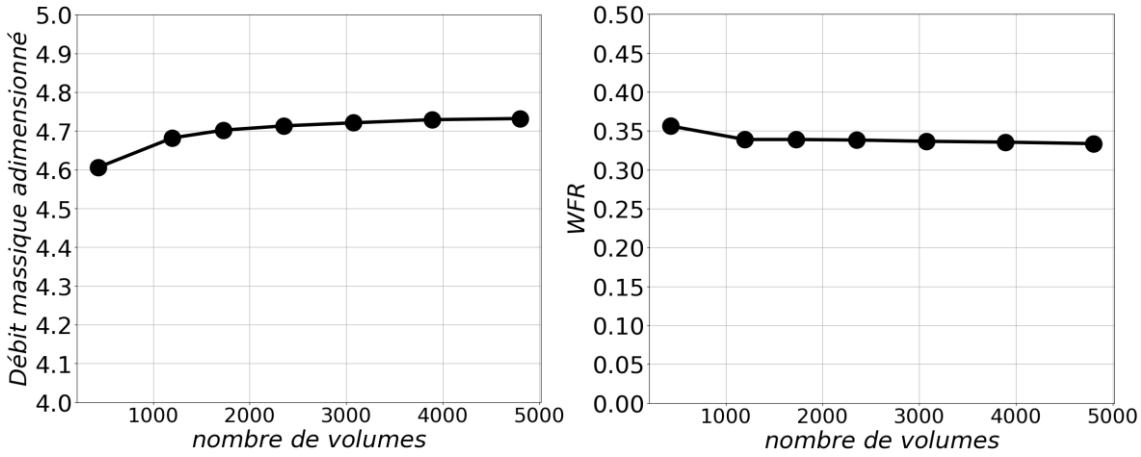


Figure K-2: Evolution du débit massique adimensionné $\left(\dot{m}/\left(\sqrt{2\rho_L p_{am}}R_r C_r\right)\right)$ (à gauche) et du WFR (à droite) en fonction du nombre de cellules dans le maillage

Modèle CFD d'écoulement monophasique dans le palier hydrostatique industriel (section IV.1)

Dans les maillages fins, un rapport de grossissement des éléments de 1.5 est respecté partout. En revanche, dans les maillages grossiers, des déraffinements plus marqués sont effectués dans les zones où les variations de pression sont négligeables.

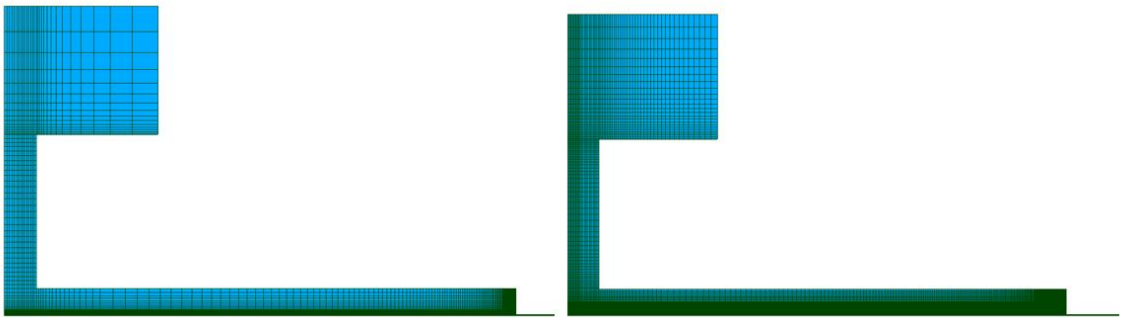


Figure K-3: Maillage grossier VS maillage fin dans l'orifice et dans l'alvéole

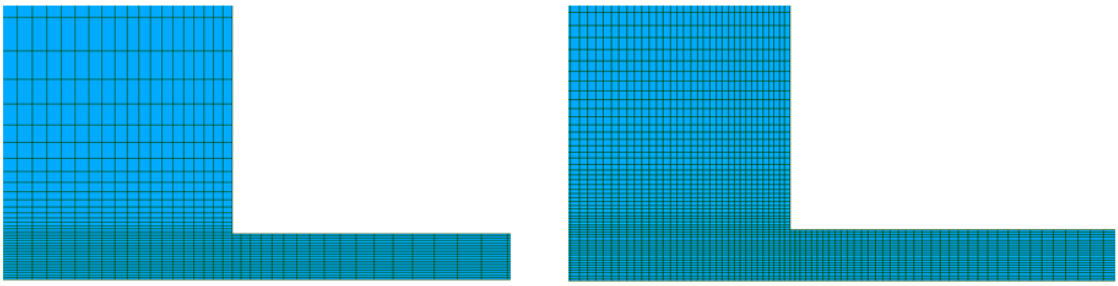


Figure K-4: Maillage grossier VS maillage fin à la transition alvéole film

Quatre maillages sont construits pour réaliser une étude de sensibilité. Leurs tailles sont répertoriées dans le Tableau K-3.

Tableau K-3: Taille des maillages pour la CFD

Maillages	1	2	3	4
Nombre d'éléments approximatif	400 000	880 000	3 100 000	3 700 000

Les pertes de charge obtenues dans les différentes zones du palier avec les différents maillages sont reportées sur la Figure K-5. Les évaluations de perte de charge sont peu sensibles à la finesse du maillage. De surcroit, il est notable que la majeure partie de la perte de charge dans le palier est concentrée dans le film mince. Cela renforce l'importance de choisir un modèle de turbulence précis dans le film mince.

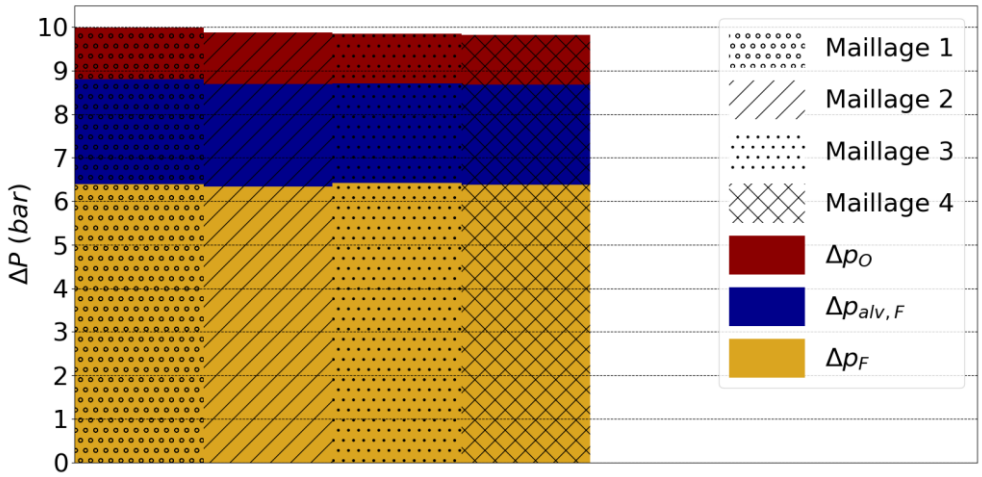


Figure K-5: Perte de charge obtenues avec les différents maillages pour $Q_{L,T} = 4\ m^3.h^{-1}$, $\alpha_{am} = 0.00$

La Figure K-6 montre le temps de calcul requis pour chaque simulation avec Code_Saturne dans des conditions de calcul identiques (même nombre de processeurs et même machine). Il est visible que le coût de calcul est multiplié par deux voire trois entre les maillages grossiers et les maillages fins. Le maillage 2 semble présenter un équilibre satisfaisant entre la précision des résultats et la rapidité des calculs. En réalité, d'un point de vue calcul industriel, tous les temps de calcul sont raisonnables. Cette étude de sensibilité est cruciale pour les analyses en écoulement mélange, qui impliquent des résolutions supplémentaires pour chaque volume de contrôle, entraînant ainsi un coût de calcul encore plus élevé. Avec les moyens à dispositions, les simulations avec le maillage 2 pour un écoulement de mélange homogène sont de l'ordre de $20\ h$.

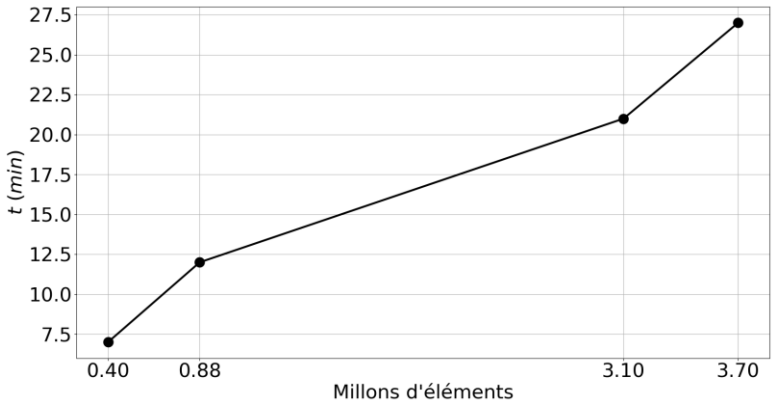


Figure K-6: Temps de simulation Code_Saturne VS Nombre d'éléments dans le maillage

Modèle « bulk flow » pour le palier hydrostatique industriel (sections IV.1 et IV.2)

Dans la configuration étudiée, le flux circonférentiel est quasiment inexistant en raison de l'absence de vitesse du rotor. Par conséquent, un maillage fin dans la direction circonférentielle n'est pas requis. L'intégralité de la perte de charge est axiale, et le nombre d'éléments sur la portée du palier est la principale garantie de la qualité de la résolution. Dès lors, pour chaque niveau de finesse du maillage, ce nombre d'éléments est spécifié, tandis qu'un rapport de grossissement de la taille des éléments, n'excédant pas 2.5, est appliqué. Six maillages sont créés, et leurs caractéristiques sont détaillées dans le Tableau K-4.

Tableau K-4: Définition des maillages

Maillage	1	2	3	4	5	6
Nombre d'éléments sur la portée	7	13	19	25	31	37
Nombre d'éléments au total	1360	4520	9330	17050	25590	35850

Le motif périodique du maillage 1 est représenté sur la Figure K-7.

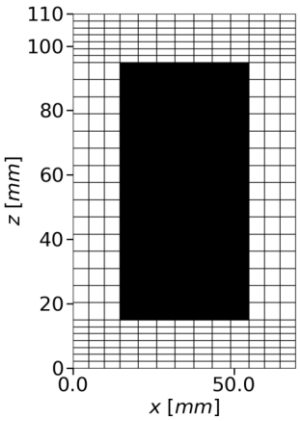


Figure K-7: Motif périodique du maillage 1 du palier hydrostatique

Une analyse de sensibilité est menée pour les conditions d'alimentation les plus critiques : $Q_{L,T} = 4\,m^3.h^{-1}$, $\alpha_{am} = 0.10$. Deux caractéristiques statiques du palier sont observées : la pression alvéolaire et le débit massique total. La Figure K-8 dévoile respectivement les variations de la

pression alvéolaire et du débit massique en fonction de la finesse du maillage. La convergence des grandeurs est manifeste, et le maillage 4 semble représenter un bon compromis en termes de précision et de densité d'éléments.

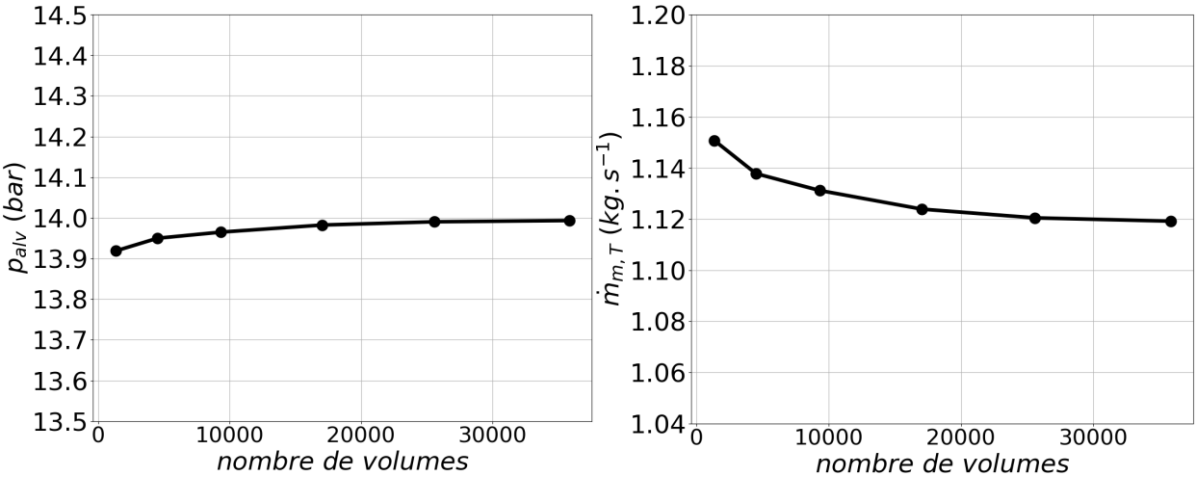


Figure K-8: Evolution de la pression alvéolaire (à gauche) et du débit massique total dans le palier hydrostatique (à droite) en fonction du nombre de cellules dans le maillage

Un maillage du palier hydrostatique à alvéole en H utilisant les tailles d'éléments optimales établies avec les alvéoles rectangulaires, est construit. Le nombre d'éléments sur la portée demeure identique et égale à 25. Le motif périodique de ce maillage est représenté sur la Figure K-9.

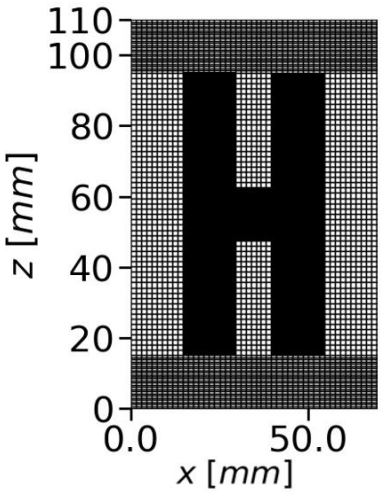


Figure K-9: Motif périodique du maillage du palier hydrostatique avec alvéoles en H

Modèle de Reynolds pour le palier hydrodynamique à deux rainures inclinées (section V.5)

Une analyse de sensibilité est entreprise afin d'optimiser la finesse du maillage pour trouver un équilibre idéal entre la durée de calcul et la précision. Cette étude est réalisée pour une charge verticale $W_0 = 4\ kN$ et avec un entrainement d'air élevée dans le lubrifiant $\alpha_{am} = 0.50$. Cinq maillages sont définis par rapport à la longueur cible des arêtes des triangles. Le détail de ces maillages est répertorié dans le Tableau K-5.

Tableau K-5: Maillages du palier à 2 rainures inclinées

Maillages	1	2	3	4	5
Longueur d'arête (mm)	10.5	7.85	6.28	5.24	3.93
Nombre de triangles	924	1682	2498	3702	6636

Des représentations visuelles du maillage 1 et du maillage 5 sont fournies dans la Figure K-10.

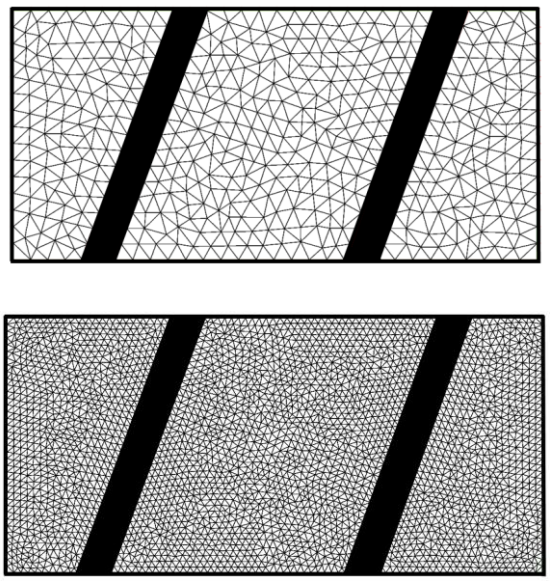


Figure K-10: Maillages 1 et 5 du palier à 2 rainures

La masse critique et la fréquence de précession (WFR) sont calculés avec tous les maillages. Après examen des courbes obtenues, il apparaît que le maillage 3 offre le meilleur compromis entre taille du maillage et précision.

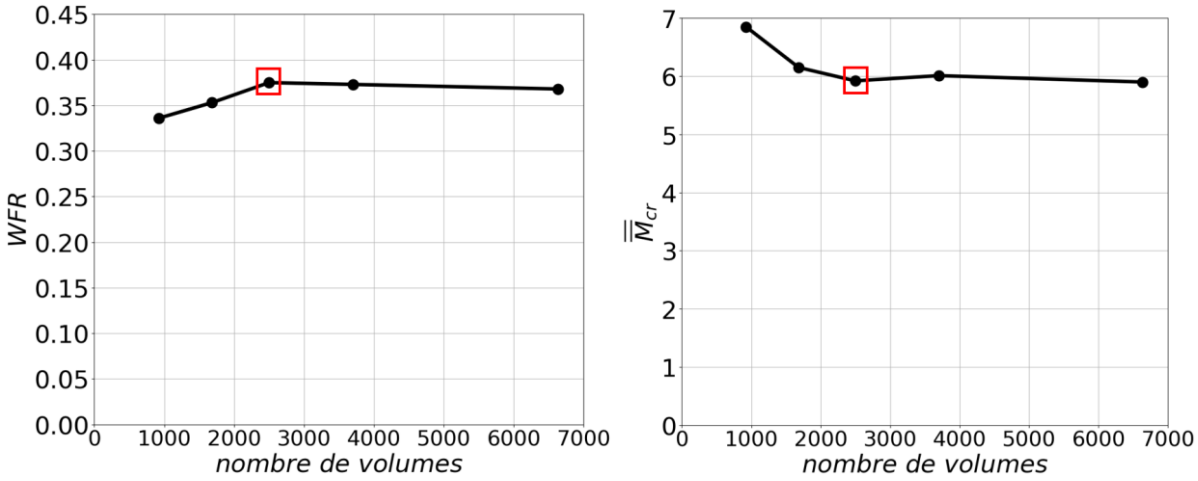


Figure K-11: Rapport fréquence de fouettement/fréquence de rotation (à gauche) et masse critique adimensionnée $\left(\overline{\overline{M}}_{cr} = \frac{M_{cr} C_r \Omega_r^2}{W_0}\right)$ (à droite) en fonction du nombre de cellules du maillage

Liste des figures

Figure I-1: Mix énergétique de la production d'EDF dans le monde en 2023 (Source : EDF, 2023) 19
Figure I-2: Répartition des centrales nucléaires en France (Source : IRSN, 2022) 20
Figure I-3: Principe de fonctionnement d'une centrale nucléaire (schéma IRSN) 22
Figure I-4: Schéma d'une pompe centrifuge verticale 23
Figure I-5: Schéma d'un rotor de pompe 24
Figure I-6: Palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires (à gauche, (a)) [5] et palier hydrodynamique à rainures inclinées (à droite, (b)) 25
Figure I-7: Schémas de principe d'un joint annulaire (à gauche) et d'un amortisseur à film fluide (à droite) 27
Figure I-8: Coupes du palier hydrostatique à alvéoles en H 29
Figure I-9 : Evolution du nombre de Reynolds (à gauche) et du nombre de Reynolds réduit (à droite) estimés dans le palier hydrostatique en fonction du débit volumique d'eau total 32
Figure I-10: Evolution du nombre de Reynolds (à gauche) et du nombre de Reynolds réduit (à droite) dans le palier hydrodynamique en fonction du jeu radial 33
Figure II-1: Cavitation dans un palier hydrodynamique complètement immergé dans un liquide [28]36
Figure II-2: Variations de pression dans un amortisseur à film fluide selon la circonférence et en fonction de la fraction volumique d'air entrainée [25] 37
Figure II-3: Contamination en air dans un joint annulaire lubrifié à l'huile [36] 38
Figure II-4: Illustration de différents modèles de cavitation [16] 39
Figure II-5: Détachement de l'écoulement selon l'épaisseur de film 40
Figure II-6: Structures d'écoulement diphasique pour des écoulements verticaux (en haut) et horizontaux (en bas) [69] 43
Figure II-7: Joint annulaire à poches [5] 45
Figure II-8: Schéma d'un amortisseur à film fluide [64] 50
Figure III-1: palier hydrostatique à alvéoles en H 58
Figure III-2: Systèmes d'axes des modèles 61
Figure III-3: Discrétisation et conditions aux limites du domaine fluide pour les joints et les paliers hydrodynamiques lisses (à gauche) et les paliers hydrostatiques (à droite) 76
Figure III-4: Cellule élémentaire (à gauche) et points de référence de la discrétisation (à droite) 77
Figure III-5: Pas de la discrétisation 81
Figure III-6: Définition des fonctions indicatrices utilisées dans le schéma d'approximation upwind . 83
Figure III-7: Organigramme de la résolution type "incompressible" (en haut) et type "compressible" (en bas) 94
Figure III-8: Représentation du système dynamique linéaire équivalent du système rotor-paliers..... 95
Figure III-9: Perturbations complexes d'une position d'équilibre centrée du rotor 96
Figure III-10: Schéma d'un rotor de Jeffcott 100
Figure III-11: Profils types de distribution de pression dans un joint annulaire centré [5] (à gauche) et de distribution de pression dans un palier hydrostatique (à droite) 106
Figure III-12: Evolution de la pression le long de l'axe du joint annulaire 112
Figure III-13: Evolution du débit de fuite dans le joint en fonction du niveau de contamination par l'air 113
Figure III-14: Evolution axiale de la vitesse de glissement (à gauche) et du rapport entre la vitesse de glissement et la vitesse du liquide (à droite) pour différents niveaux de contamination 114
Figure III-15: Evolution des coefficients de diffusion liés à l'hétérogénéité 115

Figure III-16: Evolution de pression (à gauche, (a)) et de la fraction volumique de gaz (à droite, (b)) le long du joint pour un fluide contaminé $\boldsymbol{\alpha am = 10}$ % 117
Figure III-17: Evolution de la pression le long de l'axe du joint..... 117
Figure III-18: Partie réelle de l'impédance directe en fonction de la fréquence d'excitation 119
Figure III-19: Evolution de la raideur directe (à gauche, (a)) et de la raideur croisée (à droite, (b)) en fonction du niveau de contamination..... 120
Figure III-20: Evolution de l'amortissement direct (à gauche, (a)) et de l'amortissement croisé (à droite (b)) en fonction du niveau de contamination..... 121
Figure III-21: Evolution de la masse ajoutée en fonction du niveau de contamination 121
Figure III-22: Répartition de bulles dans l'épaisseur de film 124
Figure III-23: Nombre d'itérations de l'algorithme SIMPLE pour atteindre la convergence 125
Figure III-24: Coefficients de relaxation nécessaire pour atteindre la convergence avec le solveur « incompressible » (à gauche, (a)) et comparaison entre les solveurs pour $\boldsymbol{NB = 1000}$ (à droite, (b)) 126
Figure III-25: Palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires 127
Figure III-26: Palier hydrostatique à alvéoles rectangulaires développé 128
Figure III-27: Zone d'alimentation, alvéoles et film mince..... 128
Figure III-28: Schéma de l'évolution de la pression d'un fluide incompressible dans le palier hydrostatique 129
Figure III-29: Débit massique local évalué sur chaque arête d'une alvéole rectangulaire 130
Figure III-30: Champs de pression sur un motif périodique dans le palier hydrostatique développé pour $\boldsymbol{pam = 35\ bar, \Omega r = 2000\ tr/min}$ 134
Figure III-31: Profil de pression circonférentielle à $\boldsymbol{z = zmax/2}$ (à gauche, (a)) et profil de pression axiale à $\boldsymbol{x = xmax/2}$ (à droite, (b)) calculés à partir du champ de pression de la Figure III-30 134
Figure III-32: Nombre de Reynolds circonférentiel (à gauche) et axial (à droite) dans le palier hydrostatique développé pour $\boldsymbol{pam = 35\ bar, \Omega r = 2000\ tr/min}$..... 135
Figure III-33: Nombre de Reynolds réduit circonférentiel (en haut) et axial (en bas) dans le palier hydrostatique développé pour $\boldsymbol{pam = 35\ bar, \Omega r = 2000\ tr/min}$..... 136
Figure III-34: Pression alvéolaire VS vitesse de rotation du rotor..... 136
Figure III-35: Débit massique adimensionné $\boldsymbol{m/2\rho LpamRrCr}$ VS vitesse de rotation du rotor..... 137
Figure III-36: Raideurs adimensionnées $\boldsymbol{KCr/pamlzrDr}$ VS vitesse de rotation du rotor..... 138
Figure III-37: Amortissements adimensionnées $\boldsymbol{C\Omega rCr/pamlzrDr}$ VS vitesse de rotation du rotor. 138
Figure III-38: Masse ajoutée adimensionnée $\boldsymbol{ma/\rho Llzr Dr2}$ VS vitesse de rotation du rotor..... 139
Figure III-39: WFR VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 35\ bar\ en\ haut\ et\ pam = 45\ bar\ en\ bas}$) 140
Figure IV-1: Représentation de l'alvéole rectangulaire équivalente..... 142
Figure IV-2: Zone du palier hydrostatique représentée dans le modèle CFD 145
Figure IV-3: Domaine fluide du modèle CFD 146
Figure IV-4: Exemple de maillage hexaédrique du domaine..... 147
Figure IV-5: $\boldsymbol{y+}$ dans l'orifice $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h - 1,\ \alpha am = 0.00}$. 148
Figure IV-6: $\boldsymbol{y+}$ dans film $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h - 1,\ \alpha am = 0.00}$ 149
Figure IV-7: Maillage fin du palier hydrostatique..... 149
Figure IV-8: Nombre de Reynolds dans l'orifice $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h - 1, \alpha am = 0.00}$ 150
Figure IV-9: Nombre de Reynolds à mi-épaisseur du film $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h - 1, \alpha am = 0.00}$..... 151
Figure IV-10: Evolution de la pression d'alimentation en fonction du nombre d'itérations obtenue avec Fluent $\boldsymbol{QL, T = 3\ m3.h - 1,\ \alpha am = 0.00}$ 151

Figure IV-11: Evolution de la masse de gaz et de la masse du mélange en entrée et sortie de palier en fonction du nombre d'itérations obtenue avec Fluent $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1,\ \alpha am = 0.10}$ 152
Figure IV-12: Géométrie simplifiée et conditions aux limites 153
Figure IV-13: Champs de vitesse à l'entrée du film mince $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1, \alpha am = 0.00}$ 155
Figure IV-14: Evolution de la fraction volumique de gaz proche de la paroi supérieure du film $\boldsymbol{y = 0.90Cr}$ 156
Figure IV-15: Evolution de la composante axiale de la vitesse de gaz (à gauche, (a)) et de la pression (à droite, (b)) à mi-épaisseur de film $\boldsymbol{y = 0.50Cr}$ 157
Figure IV-16: Evolution de la pression dans le palier $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1, \alpha am = 0.00}$ 158
Figure IV-17: Evolution de la pression sur le plan à mi-épaisseur de film et définition de l'axe de post-traitement $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1, \alpha am = 0.00}$ 159
Figure IV-18: Profil de pression à mi-épaisseur de film sur l'axe de post-traitement $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1, \alpha am = 0.00}$ 160
Figure IV-19: Profil de pression à mi-épaisseur de film sur l'axe de post-traitement $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1, \alpha am = 0.10}$ 162
Figure IV-20: Evolution de la fraction volumique à mi-épaisseur de film 163
Figure IV-21: Evolution de la perte de charge totale dans le palier en fonction du débit volumique d'eau et du niveau de contamination en air 164
Figure IV-22: Perte de charge dans l'orifice en fonction du débit volumique d'eau $\boldsymbol{\alpha am = 0.10}$ ... 165
Figure IV-23: Evolution du coefficient de décharge en fonction du niveau de contamination en air 166
Figure IV-24: Perte de charge à la transition alvéole/film en fonction de la vitesse en entrée de film $\boldsymbol{\alpha am = 0.10}$ 167
Figure IV-25: Evolution du coefficient de perte de charge singulière en fonction du niveau de contamination en air 168
Figure IV-26: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film mince (à droite) VS débit massique total dans le palier 170
Figure IV-27: Perte de charge dans l'orifice (à gauche) et dans la transition alvéole/film (à droite) VS débit massique total dans le palier 170
Figure IV-28: Profil axial de pression et de fraction volumique de gaz à mi-épaisseur de film $\boldsymbol{QL, T \in 1, 2, 3, 4\ m3.h-1\ , \alpha am = 0.10}$ 172
Figure IV-29: Profil axial de pression à mi-épaisseur de film $\boldsymbol{QL, T = 3\ m3.h-1\ , \alpha am = 0.10}$. 174
Figure IV-30: Perte de charge totale VS débit massique total dans le palier 175
Figure IV-31: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film mince (à droite) VS débit massique total dans le palier 176
Figure IV-32: Maillage pour les simulations CFD de l'écoulement avec rotation du rotor 177
Figure IV-33: Profil de pression à mi-épaisseur de film selon l'axe circonférentiel pour $\boldsymbol{QL, T = 2\ m3.h-1}$ et $\boldsymbol{\alpha am = 0.10}$ (à gauche) et $\boldsymbol{QL, T = 4\ m3.h-1}$ et $\boldsymbol{\alpha am = 0.10}$ (à droite) 178
Figure IV-34: Schéma de principe (en haut) et coupe CAO (en bas) du système rotor-palier 180
Figure IV-35: Banc d'essai NADIR 181
Figure IV-36: CAO du palier hydrostatique avec des emplacements pour les capteurs de pression . 182
Figure IV-37: Visualisation du mélange dans le circuit d'alimentation du palier hydrostatique, écoulement à bulles (en haut) et écoulement en poches et à bulles (en bas) 183
Figure IV-38: Champs de pression sur un motif périodique dans le palier hydrostatique avec alvéoles rectangulaires (à gauche) et alvéoles en forme de H (à droite) $\boldsymbol{\alpha am = 0.10,\ QL, T = 4m3.h-1, \Omega r = 1500\ tr.min-1}$ 184
Figure IV-39: Profils de pression axiaux $\boldsymbol{\alpha am = 0.10,\ QL, T = 4m3.h-1, \Omega r = 1500\ tr.min-1}$ 185

Figure IV-40: Pression d'alimentation VS débit massique dans le palier hydrostatique $\boldsymbol{\alpha am = 0.10, \Omega r = 1500\ tr.min-1}$ 185
Figure IV-41: Masse volumique du mélange (à gauche) et viscosité dynamique du mélange (à droite) sur un motif périodique dans le palier hydrostatique avec alvéoles en forme de H $\boldsymbol{\alpha am = 0.10}$, $\boldsymbol{QL,T = 4m3.h-1, \Omega r = 1500\ tr.min-1}$ 186
Figure IV-42: Position des capteurs de pression dans le palier hydrostatique 187
Figure IV-43: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film mince (à droite) VS débit total d'eau dans le palier 188
Figure IV-44: Perte de charge dans l'orifice (à gauche) et dans la transition alv/film (à droite) VS débit d'eau dans le palier $\boldsymbol{\alpha am = 0.00}$ 189
Figure IV-45: Profils de pression à mi-épaisseur de film le long de l'axe z $\boldsymbol{x = 1.25\ mm, y = 50\ \mu m}$ 189
Figure IV-46: Parties réelles (à gauche) et imaginaires (à droite) de l'impédance du palier à alvéoles en H $\boldsymbol{\alpha am = 0.10,\ QL,T = 4m3.h-1, \Omega r = 1500\ tr.min-1}$ 191
Figure IV-47: Raideur directe (à gauche) et raideur croisée (à droite) VS fraction volumique d'air à l'alimentation 191
Figure IV-48: Amortissement direct VS fraction volumique d'air à l'alimentation 192
Figure IV-49: WFR (à gauche, (a)) et masse critique (à droite, (b)) VS fraction volumique d'air à l'alimentation 193
Figure V-1: Palier à rainures inclinées 196
Figure V-2: Discrétisation et conditions aux limites du domaine fluide 199
Figure V-3: Forces hydrodynamiques et distribution de pression dans le palier 204
Figure V-4: Evolution de la pression adimensionnée (à gauche) et de la fraction volumique de gaz (à droite) en fonction de la coordonnée circonférentielle adimensionnée $\boldsymbol{pam = pav = pcav}$, $\boldsymbol{\alpha am = \theta am = 0.45}$ 206
Figure V-5: Evolution de la pression adimensionnée (à gauche) et de la fraction volumique de gaz (à droite) en fonction de la coordonnée circonférentielle adimensionnée $\boldsymbol{pam = pav = pcav}$, $\boldsymbol{\alpha am = \theta am = 0.45}$ 207
Figure V-6: Palier à chevrons (à gauche) et palier à rainures sprirales (à droite) 209
Figure V-7: Maillage triangulaire d'un palier à deux rainures inclinées 211
Figure V-8: Eléments géométriques importants pour la discrétisation 211
Figure V-9: Cellule du maillage triangulaire 213
Figure V-10 : Présentation de deux éléments adjacents présentant une discontinuité 214
Figure V-11: "Molécule" de la matrice 217
Figure V-12: "Molécule" de la matrice jacobienne "incomplète" 222
Figure V-13: Organigramme de l'algorithme de résolution de l'équation de Reynolds 223
Figure V-14: Maillage triangulaire du palier à rainure hélicoïdale 225
Figure V-15: Schéma de principe d'un palier hydrodynamique 225
Figure V-16: Champs de pression dans le palier hydrodynamique à rainure hélicoïdale lubrifié à l'eau, $\boldsymbol{\Omega r = 1200\ tr.min-1, W0 = 250\ N}$ 226
Figure V-17: Profil de la composante axiale de vitesse à l'entrée (à gauche) et la sortie (à droite) dans les paliers hydrodynamiques lubrifiés en eau $\boldsymbol{\Omega r = 1200\ tr.min-1, W0 = 250\ N}$ 227
Figure V-18: Débit massique axiale VS ratio entre la profondeur de l'alvéole et le jeu radial 228
Figure V-19: Champs de pression (en haut), de fraction volumique (au milieu) et de viscosité dynamique (en bas) pour $\boldsymbol{\alpha am = 0.50, \Omega r = 1200\ tr.min-1, W0 = 2250\ N, \varepsilon = 75\ \%}$ 229
Figure V-20: Charge (à gauche, (a)) et couple de frottement (à droite, (b)) VS excentricité relative 231
Figure V-21: Champs de pression (en haut) et de fraction volumique de gaz (en bas) dans le palier à rainure hélicoïdale lubrifié en eau pure $\boldsymbol{\Omega r = 1200\ tr.min-1, W = 3500\ N}$ 231

Figure V-22: Evolution en coordonnées polaires des positions d'équilibre statique pour différents niveaux de contamination en air 232
Figure V-23: Charge imposée vs excentricité relative 236
Figure V-24: Graphique polaire de l'excentricité statique 237
Figure V-25: Pression (en haut) et fraction volumique de gaz (en bas) dans le palier hydrodynamique $\boldsymbol{\Omega r = 1200\, rpm,\ W0 = 4\, kN,\ \alpha am = 0.10}$ 238
Figure V-26: Raideurs directes (à gauche) et croisées (à droite) vs ratio fréquence d'excitation sur pulsation du rotor $\boldsymbol{\Omega r = 1200\, tr.min - 1,\ W0 = 4\, kN}$ 239
Figure V-27: Amortissements directs (à gauche) et croisés (à droite) vs ratio fréquence d'excitation sur pulsation du rotor $\boldsymbol{\Omega r = 1200\, tr.min - 1,\ W0 = 4\, kN}$ 239
Figure V-28: Masse critique (à gauche) et WFR (à droite) vs nombre de Sommerfeld 241
Figure C-1: Evolution de la pression (à gauche) et de la fraction volumique d'air (à droite) selon $\boldsymbol{z}$ dans le joint annulaire 264
Figure C-2: Evolution de la composante axiale de vitesse du mélange selon $\boldsymbol{z}$ dans le joint annulaire 265
Figure C-3: Evolution des vitesses axiales de glissement (à gauche) et de mélange (à droite) dans la direction axiale 266
Figure C-4: Evolution de la fraction volumique de gaz (à gauche) et de la pression (à droite) dans la direction axiale 266
Figure D-1: Débit massique (à gauche, (a)) et pression alvéolaire (à droite, (b)) VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 45\, bar}$) 268
Figure D-2: Raideurs (à gauche, (a)) et amortissements (à droite, (b)) VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 45\, bar}$) 269
Figure D-3: Masse ajoutée adimensionnée $\boldsymbol{ma/\rho LlzrDr2}$ (à gauche, (a)) et WFR (à droite, (b)) VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 45\, bar}$) 269
Figure E-1: Topologie de l'écoulement entre l'alimentation et l'alvéole 271
Figure E-2: Débit massique adimensionné $\boldsymbol{m/2\rho LpamRrCr}$ (à gauche) et pression alvéolaire (à droite) VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 45\, bar}$) 273
Figure E-3: Raideurs $\boldsymbol{KCr/pamlzrDr}$ (à gauche) et amortissement adimensionnés $\boldsymbol{C\Omega rCr/pamlzrDr}$ (à droite) VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 45\, bar}$) 274
Figure E-4: Masse ajoutée adimensionnée $\boldsymbol{ma/\rho LlzrDr2}$ (à gauche) et WFR (à droite) VS vitesse de rotation du rotor ($\boldsymbol{pam = 45\, bar}$) 275
Figure F-1: Evolution des raideurs en fonction du nombre de cellules dans le maillage 278
Figure F-2: Champs de pression dans le palier hydrostatique développé pour une lubrification en eau pure 278
Figure F-3: Nombres de Reynolds (à gauche) et de Reynolds réduit (à droite) calculés à partir de la composante circonférentielle de la vitesse sur un motif périodique du palier hydrostatique 279
Figure F-4: Nombres de Reynolds (à gauche) et de Reynolds réduit (à droite) calculés à partir de la composante axiale de la vitesse sur un motif périodique du palier hydrostatique développé 280
Figure F-5: Evolution de la pression alvéolaire et des nombres de Reynolds et de Reynolds réduit en fonction de la viscosité du lubrifiant 281
Figure F-6: Parties réelles (en haut) et imaginaires (en bas) de l'impédance du système pour des petites perturbations autour de la position d'équilibre (lubrifiant = eau pure, $\boldsymbol{\mu L = 1\, mPa.s}$) 282
Figure F-7: Evolution de la raideur directe du système rotor-palier en fonction de la viscosité 283
Figure F-8: Evolution de la raideur croisée du système rotor-palier en fonction de la viscosité du lubrifiant 283
Figure F-9: Evolution de l'amortissement direct du système rotor-palier en fonction de la viscosité du lubrifiant 284

Figure G-1: Perte de charge totale (à gauche) et dans le film (à droite) VS débit d'eau total dans le palier hydrostatique 287
Figure G-2: Perte de charge dans l'orifice (à gauche) et à la transition alvéole-film (à droite) VS débit d'eau total dans le palier hydrostatique 287
Figure H-1: Nombre d'itérations de l'algorithme de Newton-Raphson (à gauche) et temps CPU des simulations (à droite) VS fraction volumique d'air en entrée de palier 290
Figure I-1: Evolution de la pression adimensionnée $\boldsymbol{p = p/pref}$ (à gauche) et de la fraction volumique de gaz (à droite) en fonction de la coordonnée circonférentielle adimensionnée $\boldsymbol{x = x/lx}$ 297
Figure I-2: Temps des simulations en fonction de la densité du maillage 298
Figure J-1: Maillage palier hydrodynamique à une rainure inclinée 301
Figure J-2: Rapport entre variation de pression et variation en $\boldsymbol{xr}$ de la position de rotor. Calcul de référence (en haut) et et calcul à l'ordre 1 (en bas) 302
Figure J-3: Rapport entre variation de pression et variation en $\boldsymbol{yr}$ de la position de rotor. Calcul de référence (en haut) et et calcul à l'ordre 1 (en bas) 302
Figure K-1: Motifs périodiques des maillage 1 (à gauche) et maillage 6 (à droite) 304
Figure K-2: Evolution du débit massique adimensionné $\boldsymbol{m/2\rho LpamRrCr}$ (à gauche) et du WFR (à droite) en fonction du nombre de cellules dans le maillage 305
Figure K-3: Maillage grossier VS maillage fin dans l'orifice et dans l'alvéole 305
Figure K-4: Maillage grossier VS maillage fin à la transition alvéole film 306
Figure K-5: Perte de charge obtenues avec les différents maillages pour $\boldsymbol{QL, T = 4\,m3.h - 1,}$ $\boldsymbol{\alpha am = 0.00}$ 307
Figure K-6: Temps de simulation Code_Saturne VS Nombre d'éléments dans le maillage 307
Figure K-7: Motif périodique du maillage 1 du palier hydrostatique 308
Figure K-8: Evolution de la pression alvéolaire (à gauche) et du débit massique total dans le palier hydrostatique (à droite) en fonction du nombre de cellules dans le maillage 309
Figure K-9: Motif périodique du maillage du palier hydrostatique avec alvéoles en H 309
Figure K-10: Maillages 1 et 5 du palier à 2 rainures 310
Figure K-11: Rapport fréquence de fouettement/fréquence de rotation (à gauche) et masse critique adimensionnée $\boldsymbol{Mcr = McrCr\Omega r2W0}$ (à droite) en fonction du nombre de cellules du maillage 311

Liste des tableaux

Tableau III-1: Définition des termes de flux et des termes sources dans les équations du « bulk flow » 76
Tableau III-2: Définition des termes de flux et des termes sources dans les équations du « bulk flow » à l'ordre 1 99
Tableau III-3: Configuration géométrique du joint 110
Tableau III-4: Conditions de fonctionnement du joint 110
Tableau III-5: Propriétés des fluides 111
Tableau III-6: Caractéristiques statiques et dynamiques d'un joint annulaire lubrifié par une huile pure 112
Tableau IV-1: Caractéristiques du palier hydrostatique 143
Tableau IV-2: Pertes de charge caractéristiques dans le palier hydrostatique 160
Tableau IV-3: Conditions aux limites du modèle simplifié 169
Tableau IV-4: Pression d'alimentation $\boldsymbol{bar}$ pour différents niveaux de contamination en air (en abscisse) et débit volumique d'eau (en ordonnée) 179
Tableau V-1: Configuration géométrique, conditions de fonctionnement du palier hydrodynamique et propriété des fluides 210
Tableau V-2: Donnée géométrique de la rainure hélicoïdale 224
Tableau V-3: Configuration géométrique des rainures 235
Tableau F-1: Modèles développés pour résoudre l'écoulement dans le palier hydrostatique 276
Tableau F-2: Description des maillages du palier hydrostatique 277
Tableau G-1: Choix de modélisation Code_Saturne VS Fluent 286
Tableau K-1: Description des maillages et étude de sensibilité pour $\boldsymbol{\alpha am = 0.10}$ 303
Tableau K-2: Taille des maillages 304
Tableau K-3: Taille des maillages pour la CFD 306
Tableau K-4: Définition des maillages 308
Tableau K-5: Maillages du palier à 2 rainures inclinées 310