THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

En mathématiques et modélisation

École doctorale Information Structures Systèmes

Unité de recherche Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck

Jeux et apprentissages mathématiques : de la conception d'un jeu de société à une ingénierie didactique et ludique

Présentée par Alix Boissière
Le 10 novembre 2023

Sous la direction de Viviane Durand-Guerrier et Nicolas Pelay

Devant le jury composé de

Viviane DURAND-GUERRIER, Professeure émérite, Université de Montpellier	Directrice
Nicolas PELAY, docteur, non académique	Co-encadrant
Marie-Line GARDES, Professeure ordinaire, HEP Lausanne	Rapporteure
Christian MERCAT, Professeur, Université de Lyon 1	Président du jury et rapporteur
Christine CHAMBRIS, Professeure, Université de Cergy	Examinatrice
Floriane WOZNIAK, Professeure, Université de Montpellier	Examinatrice
Eric SANCHEZ, Professeur, Université de Genève	Examinateur
Nicolas SABY, Maître de conférence, Université de Montpellier	Examinateur

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Viviane Durand-Guerrier d'avoir accepté de diriger ce travail. Merci d'avoir cru en mon travail, de m'avoir conseillée tout en me soutenant dans toutes mes décisions, merci d'avoir été toujours disponible, et de m'avoir laissé tout le temps dont j'avais besoin pour terminer ce travail.

Je remercie également Nicolas Pelay sans qui ce travail n'aurait pas vu le jour. Merci pour toutes les opportunités que tu m'as offertes et en particulier celle de créer l'Atelier des potions. Ce fut une expérience incroyable.

Je remercie chaleureusement Marie-Line Gardes et Christian Mercat d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Et un grand merci également à Christine Chambris, Floriane Wozniak, Eric Sanchez et Nicolas Saby d'avoir accepté d'être membre du jury.

Je remercie tous les membres de l'équipe DéMA pour leur accueil. Il n'est pas toujours facile de se sentir membre d'une équipe quand on ne travaille pas sur place mais vous avez réussi à me faire oublier cette distance. Merci pour votre intérêt sur l'avancement de mon travail et vos encouragement sur ces derniers mois.

Merci à Laura Pallez de m'avoir fait découvrir le master II d'Histoire, Philosophie et Didactique des sciences puis Nicolas Pelay et Plaisir Maths. Et merci de m'avoir accompagnée dans le développement de l'Atelier des potions. Sans toi tout ceci ne serait pas arrivé.

Merci également à Emma et Anaïs pour les nombreux échanges lors de la conception de l'Atelier des potions. Votre expertise nous a permis de faire de l'Atelier des potions un jeu extrêmement riche.

Je remercie également Amélie, Perrine, Laetitia et Jérôme de m'avoir ouvert leurs classes.

Un grand merci à ma famille d'avoir été là quand il fallait mais aussi de n'avoir pas posé la question qui fâche « Alors cette thèse ? » (sauf toi Ophélie, je m'en souviendrai pour la rédaction de ton prochain mémoire ;p).

Merci à Ezio, mon petit chéri. Merci pour ta patience quand maman n'était pas disponible, merci d'avoir accepté facilement d'être gardé par de nombreuses personnes ces derniers mois, et merci pour toutes nos pauses câlins pendant la rédaction de ce manuscrit. J'espère que tu aimeras jouer et apprendre autant que tes parents et que ce travail te rendra fier un jour.

Et finalement, merci à JD. Merci de m'avoir encouragée à changer de voie pour le master, de m'avoir encouragée pour me lancer dans ce projet de thèse, de m'avoir écoutée parler avec passion de mon travail comme de m'avoir consolée et soutenue quand je voulais tout lâcher. Mais surtout... Merci pour tous les sacrifices que tu as faits ces derniers mois. Je t'aime.

Résumé

La thèse porte sur l'usage des jeux de société dans l'enseignement des mathématiques en classe ordinaire. Elle vise à formaliser l'expérience acquise au sein du collectif Plaisir Maths, où nous avons développé des compétences et des outils pour créer des animations didactiques et ludiques et former des enseignants à l'utilisation du jeu en classe. Notre thèse s'inscrit dans le prolongement des travaux de recherche de Pelay* (2011) en didactique des mathématiques, en mettant la dialectique jeu-apprentissage au cœur de notre sujet de recherche. Nos questions de recherche portent :

— sur l'identification caractéristique de jeux pouvant être utilisés à la fois en contexte purement ludique (en animations socio-culturelles, à la maison) et être insérés dans une ingénierie didactique en contexte scolaire, d'une part,

— sur les conditions et contraintes de développement d'ingénieries didactiques permettant de faire cohabiter des enjeux didactiques et des enjeux ludiques, d'autre part.

La thèse est divisée en cinq chapitres :

— Le premier chapitre traite de la problématique de recherche, examine l'état des recherches en didactique des mathématiques liées à la dialectique jeu-apprentissages, précise les questions de recherche, et présente les concepts et les outils méthodologiques utilisés dans l'étude.

— Le deuxième chapitre revient sur le concept de contrat didactique et ludique développé par Pelay (2011) et présente la caractérisation des différents contrats ainsi qu'un exemple d'utilisation.

— Le troisième chapitre décrit le développement du jeu de société « l'Atelier des

potions » autour du concept de fraction, en mettant en évidence les considérations didactiques intégrées au jeu.

— Le quatrième chapitre présente une ingénierie didactique et ludique sur la décomposition additive des fractions, conçue autour de « l'Atelier des potions », en expliquant comment les choix des valeurs des variables didactiques ont été influencés par des considérations à la fois didactiques et ludiques.

— Le cinquième et dernier chapitre se consacre à la présentation de l'expérimentation de laboratoire et à son analyse ultérieure.

Nous terminons par les résultats obtenus et les perspectives ouvertes par ce travail.

* Pelay N. (2011). Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique, thèse de l'université Claude Bernard Lyon 1

Mots-clé

didactique des mathématiques
jeux et apprentissages
ingénierie didactique et ludique
contrat didactique et ludique
variables didactiques
fractions

Abstract

This Ph.D. thesis focuses on the use of board games in the teaching of mathematics in ordinary classrooms. Its aim is to formalize the experience gained within the Plaisir Maths collective, where we have developed skills and tools for creating didactic and play-based animations and for teacher training in using games in the classroom. Our thesis builds upon the research work of Pelay* (2011) in didactics of mathematics by placing the dialectic of play and learning at the heart of the research subject. Our research questions revolve around :

— Identifying characteristics of games that can be used both in purely playful contexts (in socio-cultural events or at home) and integrated into didactic engineering in a school context.

— Exploring the conditions and constraints for developing didactic engineering that allows the coexistence of didactic and play-based objectives.

The thesis is divided into five chapters :

— The first chapter addresses the research problem, examines the state of research in didactics of mathematics related to the play-learning dialectic, specifies the research questions, and introduces the concepts and methodological tools used in the study.

— The second chapter revisits the concept of didactic and play-based contract developed by Pelay (2011) and presents the characterization of different contracts along with examples of their usage.

— The third chapter describes the development of the board game "l'Atelier des potion" centered around the concept of fractions, highlighting the didactic considerations integrated into the game.

— The fourth chapter presents a didactic and play-based engineering approach

for the additive decomposition of fractions, designed around "l'Atelier des potion", explaining how the choices of values for the didactic variables were influenced by both didactic and play-based considerations.

— The fifth and final chapter is devoted to the presentation of the laboratory experimentation and its subsequent analysis.

We conclude with the results obtained and the perspectives opened up by this work.

Keywords

didactics of mathematics

playing and learning

didactic and play-based engineering

didactic and play-based contract

didactic variables

fractions

Table des matières

Introduction générale **17**

1 Problématique et méthodologie de recherche **21**

1.1 La dialectique jeu-apprentissage en didactique des mathématiques . . 21

1.1.1 Les travaux de Pelay 22

1.1.1.1 Projet et résultats 22

1.1.1.2 Position sur le concept de jeu 22

1.1.1.3 Articulation entre didactique et ludique 23

1.1.2 Les travaux de Rousson 25

1.1.2.1 Projet 25

1.1.2.2 Position sur le concept de jeu 26

1.1.2.3 Articulation entre didactique et ludique 27

1.1.3 Les travaux de Haye 28

1.1.3.1 Projet 28

1.1.3.2 Position sur le concept de jeu 29

1.1.3.3 Articulation entre didactique et ludique 30

1.1.4 Notre positionnement 32

1.1.4.1 Le concept de jeu 32

1.1.4.2 Articulation entre didactique et ludique 33

1.2 Problématique et questions de recherche 35

1.3 La théorie des situations didactiques comme cadre d'analyse de la dialectique jeu-apprentissage 36

1.3.1 Le contrat didactique et le contrat didactique et ludique . . . 37

1.3.2 La dévolution 38

1.3.3 Le milieu et adidacticité 38
1.3.4 Les variables didactiques 39
1.3.5 L'ingénierie didactique 40
1.3.5.1 Les analyses préliminaires 41
1.3.5.2 La conception et l'analyse *a priori* de l'ingénierie didactique et ludique 41
1.3.5.3 L'expérimentation 41
1.3.5.4 L'analyse *a posteriori* et la validation 42

2 Le concept de contrat didactique et ludique 43

2.1 D'une ingénierie didactique vers une ingénierie didactique et ludique . 44
2.1.1 La situation didactique initiale 44
2.1.2 L'adaptation ludique 46
2.2 Insuffisance du concept de contrat didactique en contexte d'animation scientifique 47
2.3 Elaboration théorique du concept de contrat didactique et ludique . . 48
2.3.1 Retour sur le cas Gaël 48
2.3.2 Le contrat ludique de Duflo 50
2.3.3 Le concept de contrat didactique et ludique 50
2.4 Des jeux de société aux activités didactiques et ludiques 52
2.5 Trois types de contrats didactiques et ludiques 52
2.5.1 Les contrats séquentiels 53
2.5.2 Les contrats évolutifs 55
2.5.3 Les contrats stables 57
2.6 D'un jeu de société à une activité didactique et ludique 58
2.6.1 Présentation du jeu 59
2.6.2 L'adaptation didactique et ludique 60
2.6.3 La classification des contrats comme outil d'analyse et d'organisation de l'activité 62

3 Développement d'un jeu de société autour de la notion de fraction 65

3.1 En amont de la conception 66
3.1.1 Le cahier des charges 66
3.1.2 Les variables macro-didactiques du jeu 68
3.2 Les jeux de société autour de la notion de fraction 69
3.2.1 Présentation 70
3.2.1.1 Les jeux de sociétés édités 70
3.2.1.2 Les jeux créés par des enseignants 71
3.2.1.3 Les ensembles de matériel pédagogique 73
3.2.1.4 Les jeux vidéos 73
3.2.2 Analyse 74
3.2.2.1 Les jeux de cartes 74
3.2.2.2 Les lotos et les jeux de plateau connus 75
3.2.2.3 Les exercices adaptés sous forme de jeu 76
3.2.2.4 *Le jeu des Fractions* 76
3.3 L'Atelier des potions 78
3.3.1 Présentation du jeu l'Atelier des potions 78
3.3.2 L'articulation didactique et ludique 80
3.3.3 Choix des valeurs des variables didactiques pour la conception du jeu 82
3.3.3.1 Le choix de valeurs pour les variables relatives au matériel qui constitue les ingrédients dans le jeu . . 82
3.3.3.2 Le choix des valeurs des variables relatives aux cartes du jeu 87
3.3.3.3 Le choix des valeurs des variables relatives au grimoire des solutions 89
3.3.4 Présentation des ressources pour les enseignants 92
3.3.4.1 Le tutoriel de prise en main du jeu 92
3.3.4.2 Les séances d'enseignements élaborées autour du jeu 93
3.3.4.3 Le document d'accompagnement 94

4 Une ingénierie didactique et ludique autour de l'Atelier des potions 97

4.1 Les ingénieries didactiques et ludiques 97

4.2 La décomposition d'une fraction supérieure à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 99

4.3 Présentation de l'ingénierie didactique et ludique 102

4.4 Analyse *a priori* de la séance 1 - Introduction au jeu 105

4.4.1 Présentation 105

4.4.2 Phase 1 - Présentation et installation du matériel 105

4.4.3 Phase 2 - Réalisation de la première recette pas à pas 106

4.4.4 Phase 3 - Vérification de la résalisation de la première recette 107

4.4.5 Phase 4 - Jeu avec quelques cartes 108

4.4.6 Phase 5 - Fin du jeu et rangement 109

4.4.7 Analyse des variables de l'activité 109

4.4.7.1 VDS1.1 : Modalité de présentation des règles du jeu 109

4.4.7.2 VDS1.2 : Carte potion utilisée pour le tutoriel 109

4.4.7.3 VDS1.3 : Les autres cartes pour la suite de la séance 110

4.4.7.4 VDS1.4 : Nombre de grimoire des solutions à disposition des élèves 111

4.5 Analyse *a priori* de la séance 2 - La quantité mystère 111

4.5.1 Présentation 111

4.5.2 Phase 1 - L'introduction de l'activité 112

4.5.3 Phase 2 - La solution du grimoire 113

4.5.4 Phase 3 - Le coloriage 113

4.5.5 Phase 4 - La conclusion 114

4.5.6 Institutionnalisation 114

4.5.7 Analyse des variables didactiques de l'activité 115

4.5.7.1 VDS2.1 : Le nombre d'ingrédients pour la recette . . 115

4.5.7.2 VDS2.2 : L'ingrédient 115

4.5.7.3 VDS2.3 : La fraction demandée 117

4.5.7.4 VDS2.4 : La taille de la représentation de la solution de la potion sur le document distribué aux élèves . . 118
4.6 Analyse *a priori* de la séance 3 - Exercices autour de la quantité mystère 118
4.6.1 Présentation 118
4.6.2 Exercice 1 - la potion de raie 119
4.6.3 Exercice 2 - la potion de grenouille 120
4.6.4 Analyse des variables didactiques 120
4.6.4.1 VDS3.1 : Le nombre d'ingrédients pour les recettes . 120
4.6.4.2 VDS3.2 : Les ingrédients pour les exercices 121
4.6.4.3 VDS3.3 : La fraction demandée pour les potions . . . 121
4.6.4.4 VDS3.4 : La présence ou non de bordure délimitant les pièces dans la représentation des solutions 122
4.6.4.5 VDS3.5 : La taille de la représentation des solutions aux potions sur le document distribué aux élèves . . 123
4.7 Analyse *a priori* de la séance 4 - Jeu avec les fractions supérieures à 1 123
4.7.1 Présentation 123
4.7.2 Stratégies de résolution des cartes 124
4.7.2.1 Stratégies possibles en fonction des contraintes du matériel pour les cartes violettes contenant une fraction de la forme $\frac{m}{n}$ avec $n < m < 2n$ 125
4.7.2.2 Stratégies possibles en fonction des contraintes du matériel pour les cartes orange contenant une fraction de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$ 129
4.7.2.3 Stratégies possibles en fonction des contraintes du matériel pour les cartes jaunes contenant une fraction de la forme $k + \frac{m}{n}$ avec $k = 1$ ou 2 et $m < n$ . . 131
4.7.3 Phase 1 - Jeu collectif sur les cartes ordonnées 132
4.7.4 Phase 2 - Jeu sur les cartes restantes de la catégorie *fractions supérieures à 1* 134
4.7.5 Analyse des variables didactiques 134

4.7.5.1 VDS4.1 : Cartes sélectionnées pour jouer 134
4.7.5.2 VDS4.2 : Variante de modalité de jeu choisie 135
4.7.5.3 VDS4.3 : Ordre des cartes prédéterminées 135
4.7.5.4 VDS4.4 : Couleurs des cartes prédéterminées 136
4.7.5.5 VDS4.5 : Nombre de cartes prédéterminées 136
4.7.5.6 VDS4.6 : Choix des cartes 137
4.7.5.7 VDS4.7 : Agencement des quatre premières cartes . . 138
4.7.5.8 VDS4.7 : Nombre de grimoires des solutions à disposition des élèves 139
4.8 Analyse *a priori* de la séance 5 - Exercices 139
4.8.1 Présentation 139
4.8.2 Analyse des variables didactiques 141
4.8.2.1 VDS5.1 : type d'exercice d'entraînement 141
4.8.2.2 VDS5.2 : Partie(s) à compléter des équations à trous 141
4.8.2.3 VDS5.3 : Orientation de l'équation à trou 141
4.8.2.4 VDS5.4 : Utilisation du matériel 142
4.8.2.5 VDS5.5 : Correspondance des dénominateurs des fractions avec les partitions du jeu 142
4.8.2.6 VDS5.5 : Encadrement des fractions 143

5 Expérimentation de laboratoire 145

5.1 Expérimentation de laboratoire 146
5.1.1 Le contexte 146
5.1.1.1 Le contexte sanitaire et le déroulement de l'expérimentation 146
5.1.1.2 Le public concerné 147
5.1.2 Le déroulement des séances 148
5.1.3 Le recueil des données 148
5.1.3.1 Données vidéos 148
5.1.3.2 Traces écrites 150
5.1.3.3 Le questionnaire préalable 150

5.2 Analyse *a posteriori* de la séance de jeu avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1* . . . 153
5.2.1 Choix d'organisation . . . 153
5.2.2 Déroulement détaillé . . . 154
5.2.3 Les stratégies observées . . . 162
5.2.3.1 Le cas de L. . . . 162
5.2.3.2 Le cas de D. . . . 163
5.2.3.3 Le cas de N. . . . 163
5.2.4 Analyse en terme de contrat didactique et ludique . . . 164
5.2.4.1 Le contrat didactique et ludique au niveau du groupe 164
5.2.4.2 Le cas de D. . . . 166
5.2.4.3 Le cas de L. . . . 168
5.2.4.4 Le cas de N. . . . 169
5.2.5 Conclusion de l'analyse *a posteriori* de la séance 4 . . . 170
5.3 Analyse *a posteriori* de la séance d'exercices . . . 171
5.3.1 Déroulement détaillé . . . 171
5.3.2 Analyse des fiches d'exercices . . . 171
5.3.2.1 Les réponses de L. . . . 171
5.3.2.2 Les réponses de D. . . . 173
5.3.2.3 Les réponses de N. . . . 174

Conclusion générale **177**

Bibliographie **180**

Annexes **188**

Annexe 1 - Le cahier des charges . . . 189
Annexe 2 - Liste des jeux autour de la notion de fraction . . . 191
Annexe 3 - Tableau récapitulatif de l'ensemble des cartes du jeu l'Atelier des potions . . . 196
Annexe 4 - Dossier d'accompagnement de l'Atelier des potions . . . 198

Annexe 5 - Ingénierie didactique et ludique 282
Annexe 6 - Questionnaire préalable 320
Annexe 7 - Réponses au questionnaire préalable 329
Annexe 8 - Suivis des stratégies 356
Annexe 9 - Transcription de la séance 4 362
Annexe 10 - Traces écrites 392
Annexe 11 - Auteurs et contributeurs au développement de l'Atelier des potions 394

Introduction générale

La volonté de réaliser cette thèse vient de la volonté de formaliser l'expérience accumulée au cours des dix dernières années. A l'issue de notre master II de recherche en histoire, philosophie et didactique des sciences, spécialité didactique des mathématiques, à l'université Claude Bernard Lyon I, nous avons été embauchée au sein du collectif Plaisir Maths [1] créé par Nicolas Pelay et qui regroupe des chercheurs en didactique des mathématiques, des enseignants et des animateurs scientifiques. Etant nous même amatrice de jeux de société, nous avons été séduite par l'approche ludique que proposait Plaisir Maths pour ses interventions en milieu scolaire. Au cours des années passées au sein de Plaisir Maths nous avons été amenée à nous familiariser avec les travaux de recherche de Pelay sur la dialectique jeu-apprentissages et à développer des prolongements théoriques aux travaux de Pelay (2011), des outils didactiques et un savoir-faire conséquent pour l'élaboration de divers projets d'animations mathématiques ludiques et de formation des enseignants sur l'utilisation du jeu en classe. C'est cette expérience que nous souhaitons formaliser par ce travail de thèse.

La dialectique jeu-apprentissages, qui se trouve au coeur de notre thèse, soulève immédiatement la question de l'articulation des enjeux ludiques et des enjeux didactiques dans une activité didactique basée sur le jeu. Plusieurs travaux de recherche (Godot, 2005; Pelay, 2011; Rousson, 2017; Haye, 2019) montrent que l'utilisation de jeux est bénéfique aux apprentissages mathématiques, en particulier, mais pas seulement, car ce sont des vecteurs de motivation. Mais tous s'accordent sur le fait que

1. Plaisir Maths se compose d'une association et d'une entreprise éditoriale dont les objectifs sont l'animation et la conception d'activités mathématiques ludiques. https ://www.plaisir-maths.fr/

l'articulation des enjeux didactiques et ludiques est un point délicat lors de l'utilisation de jeux pour une activité à visée didactique. Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons à l'articulation de ces différents enjeux dans le cas de l'utilisation de jeux de société pour l'enseignement des mathématiques en classe ordinaire.

Pelay (2011) a montré que l'étude didactique de l'articulation jeux et apprentissages, en contexte d'animation, nécessite la prise en charge explicite du jeu dans l'élaboration d'activités ayant la double valence didactique et ludique. Pelay a également montré que le concept de contrat didactique développé par Brousseau (1998a) dans la théorie des situations didactiques (TSD) ne suffisait pas à modéliser les interactions entre les enfants et l'animateur dans ce même contexte. En effet, Pelay a observé que la priorité des enjeux ludiques dans le contexte d'animation peut amener l'animateur à reconsidérer les enjeux didactiques de l'activité proposée. Afin d'analyser les interactions entre l'animateur et les enfants, Pelay a développé le concept de contrat didactique et ludique, enrichissement du concept de contrat didactique développé par Brousseau (1998a) dans la théorie des situations didactiques. Les résultats de la thèse de Pelay ont été réinvestis dans le cadre de Plaisir Maths. Les activités didactiques et ludiques basées sur le jeu et mettant en jeu des notions mathématiques que nous avons développées au sein de Plaisir Maths ont conduit à de nombreuses animations menées auprès de publics variés lors de fêtes de la science, de stages mathématiques, et d'interventions dans les classes ou auprès de groupes scolaires à la Maison des Mathématiques et de l'Informatique à Lyon. Ces dernières ont donné lieu à des observations naturalistes soutenant l'hypothèse que les travaux de Pelay, et plus particulièrement le concept de contrat didactique et ludique, peuvent offrir de nouvelles perspectives d'étude des interactions entre l'enseignant et les élèves lors d'utilisation de jeux pour l'enseignement en classe ordinaire. Lors de nos interventions auprès d'enseignants du premier et du second degré, nous avons pu constater que les jeux utilisés en classe de mathématiques le sont principalement pour l'approfondissement et le réinvestissement des connaissances. Nous nous demandons s'il est possible d'utiliser des jeux pour la construction des savoirs. Par ailleurs, le contexte scolaire peut dénaturer le jeu (Haye, 2019) : l'injonction d'ap-

prendre en milieu scolaire amène à transformer le jeu en une activité contrainte dans le temps et à laquelle les élèves sont obligés de participer. Cette modification des modalités de l'activité peut empêcher les élèves d'y prendre plaisir. Mais peut-on toujours parler de jeu s'il n'y a pas de plaisir ?

Cela nous amène à nous questionner sur les jeux pouvant être insérés dans une ingénierie didactique pour la construction des savoirs mathématiques, l'entraînement et le réinvestissement en contexte scolaire sans perdre leur caractère ludique.

Notre travail de recherche consiste à montrer :

— Comment en partant de cette question, nous avons été amenée à proposer, dans le prolongement des travaux de Pelay (2011) une catégorisation des différents types de contrats didactiques et ludiques pouvant s'installer lors d'utilisation d'un jeu pour des activités à visées didactiques en mathématiques, aussi bien en contexte d'animation qu'en contexte scolaire ; et comment cette catégorisation des contrats didactiques et ludiques peut être utilisée à la fois comme outil pour l'analyse de jeux et comme outil d'organisation de l'activité.

— Pourquoi nos considérations sur l'articulation entre les enjeux didactiques et les enjeux ludiques, lors de la conception d'activités didactiques et ludiques, nous ont amenés à développer notre propre jeu de société autour de la notion de fraction pouvant, d'une part, être inséré dans une ingénierie didactique pour la construction des savoirs mathématiques, l'entraînement et le réinvestissement en contexte scolaire, et utilisé en contexte purement ludique d'autre part.

L'écrit de thèse se compose de cinq chapitres qui s'articulent de la façon suivante.

Dans le premier chapitre, intitulé *Problématique et méthodologie de recherche*, nous faisons, dans un premier temps, un état des lieux des recherches françaises en didactique des mathématiques ayant la dialectique jeu-apprendissages au cœur de

leurs travaux. Nous revenons ensuite sur notre problématique en nous positionnant sur les questions d'articulation entre le jeu et les apprentissages et nous précisons nos questions de recherche. Nous exposons ensuite les concepts et outils méthodologiques de la TSD que nous utilisons dans nos recherches.

Dans le deuxième chapitre, intitulé *Le concept de contrat didactique et ludique* nous revenons sur l'élaboration du contrat didactique et ludique par Pelay (2011) pour présenter ensuite la caractérisation des différents contrats didactiques et ludiques, et donner à voir un exemple d'utilisation.

Le troisième chapitre, *Développement d'un jeu de société autour de la notion de fraction*, montre comment nous avons élaboré, au sein de Plaisir Maths, le jeu de société *l'Atelier des potions*. Nous présentons dans ce chapitre le travail sur des variables macro et micro-didactiques qui a permis d'intégrer les enjeux didactiques directement au matériel du jeu.

Nous présentons, dans le quatrième chapitre, l'ingénierie didactique et ludique sur la décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, conçue autour de *l'Atelier des potions*. Nous exposons comment les choix des valeurs des variables didactiques de l'ingénierie ont été pilotés à la fois par des considérations didactiques et des considérations ludiques.

Nous consacrons le dernier chapitre de notre écrit de thèse, le chapitre 5, à la présentation de notre expérimentation de laboratoire et à son analyse *a posteriori*.

Chapitre 1

Problématique et méthodologie de recherche

Introduction

L'objet de ce premier chapitre est de présenter la démarche générale de notre recherche. Nous commençons par faire un état des lieux des recherches françaises en didactique des mathématiques sur la dialectique jeu-apprentissages, dans l'optique de nous éclairer sur le concept de jeu et l'articulation possible entre celui-ci et des apprentissages mathématiques. Suite à cet état des lieux nous reprenons notre problématique de recherche et nous éclaircissons nos questions de recherche. Nous terminons ce chapitre en présentant les concepts et outils méthodologiques de la théorie des situations didactiques que nous utilisons dans notre travail. Nous préciserons comment nous les utilisons pour répondre à nos questions de recherche.

1.1 La dialectique jeu-apprentissage en didactique des mathématiques

Si l'utilisation des jeux pour l'enseignement des mathématiques est une pratique courante, les travaux en didactique des mathématiques en France sur la dialectique jeu-apprentissage ne sont pas nombreux. Nous présentons ici, trois travaux de thèse

qui nous permettent d'éclaircir le concept de jeu et l'articulation possible entre le jeu et les apprentissages.

1.1.1 Les travaux de Pelay

1.1.1.1 Projet et résultats

Dans sa thèse, Nicolas Pelay (2011) a cherché à explorer et à comprendre la dialectique jeu-apprentissage en contexte d'animation socio-culturelle avec une perspective didactique. Le cadre théorique didactique qui a été retenu est la Théorie des Situations Didactiques (TSD) de Guy Brousseau (1998b) car Pelay a fait l'hypothèse que cette théorie lui permettrait de concevoir des animations mathématiques et ludiques favorisant les apprentissages, de développer des outils théoriques et conceptuels pour modéliser et analyser les liens entre jeux et apprentissages, et de favoriser les liens entre recherche et action dans le contexte de l'animation scientifique.

Le terrain d'étude de Pelay l'a amené à considérer la dimension ludique du jeu, et non plus seulement sa dimension épistémique, et à étudier les interactions du joueur effectif, et non plus seulement de l'actant, avec l'animateur et plus généralement le milieu de la situation. Ceci le conduit à enrichir le concept de contrat didactique défini par Brousseau (1998b) pour prendre en compte cette dimension ludique et à définir le concept de *contrat didactique et ludique*. Nous reviendrons en détail sur l'élaboration de ce concept dans le chapitre 2.

1.1.1.2 Position sur le concept de jeu

Concernant le concept de jeu Pelay en a fait une analyse principalement à travers l'étude de Brougère (2005) et de Duflo (1997). Dans la première partie de sa thèse, Pelay s'appuie sur le travail de Brougère (2005) et assume ne pas avoir de définition arrêtée du jeu mais seulement des caractéristiques plus ou moins présentes dans un jeu : « Pour mener ce travail, il nous faut accepter de commencer sans définition précise du jeu » (Pelay, 2011, p.62). Pelay étudie alors la dévolution des situations didactiques avec un potentiel ludique et en particulier « l'investissement de l'enfant dans ces situations » (Pelay, 2011, p.63).

C'est lors de la conception du concept de contrat didactique et ludique que Pelay est amené à clarifier le terme ludique et à revenir sur le concept de jeu. Pelay reprend le travail de Duflo (1997) qui, après avoir étudié les classifications et définitions du jeu que l'on retrouve chez Caillois (1967), Henriot (1976; 1990) et Huizinga (1988), en donne une définition : « Le jeu est l'invention d'une liberté dans et par une légalité » (Duflo, 1997, p.57). C'est cette définition structurelle du jeu, comme ensemble de règles auquel un joueur se soumet, que Pelay retient pour définir la partie ludique du concept de contrat didactique et ludique :« Le cœur du pôle ludique, c'est la légaliberté. Ce sont les règles dans et par lesquelles se noue la relation ludique. Le mot "ludique" renvoie à la définition du jeu au sens de C. Duflo » (Pelay, 2011, p.208)

1.1.1.3 Articulation entre didactique et ludique

Pelay a eu deux démarches distinctes dans son travail de thèse. Dans un premier temps, il a identifié dans la situation didactique de la somme de dix nombres consécutifs (**?**) un potentiel ludique qu'il a exploité pour créer une version ludique de la situation et développer une ingénierie didactique autour de celle-ci. En appui sur son expérience d'animateur de séjour de vacances, Pelay a remarqué que la situation didactique était porteuse d'un enjeu ludique de rapidité. Il a alors modifié la situation pour lui donner la forme d'une course.

Pelay a également enrichit la situation didactique d'autres attributs ludiques qu'il appelle des ressorts ludiques. Les ressorts ludiques sont « comme des ingrédients qu'utilise l'animateur pour réaliser une animation dont il espère que chaque enfant trouvera au moins un élément pour s'investir » (Pelay, 2011, p.110). Pelay a identifié de façon empirique les ressorts ludiques suivants :

L'imaginaire ludique	Plaisir de s'imaginer ailleurs ou autrement, d'incarner un autre personnage, un autre univers, etc. Immersion psychologique dans une autre réalité, un autre univers. Détachement partiel d'une certaine « réalité ».
La compétition ludique	Plaisir de se mesurer aux autres, de mettre en avant une force physique ou intellectuelle.
La coopération ludique	Plaisir d'être et de réussir avec les autres, de réussir quelque chose qu'on n'arriverait pas seul, plaisir du groupe.
Le défi ludique	Plaisir de réussir une épreuve en utilisant une force physique ou intellectuelle. Moteur individuel et psychologique qui pousse à se dépasser ou se surpasser individuellement. Le défi peut être personnel ou collectif, si bien qu'il est lié à la compétition ou à la coopération ludique (il n'y a pas de compétition ludique sans défi ludique)
L'action corporelle ludique	Plaisir de réaliser des mouvements ou des actions avec son corps. Lien entre l'homme et son corps. Souvent liée avec d'autres ressorts ludiques : le défi, la coopération, la compétition, l'expérimentation
L'action intellectuelle ludique	Plaisir d'utiliser son intelligence. Lien entre l'homme et son esprit. Souvent liée avec d'autres ressorts ludiques : le défi, la coopération, la compétition
L'expérimentation ludique	Plaisir de manipuler et modifier des objets extérieurs : construire, fabriquer, décomposer, etc. Liée à l'action corporelle et intellectuelle.
Le matériel ludique	Plaisir d'être en contact avec des objets extérieurs : toucher, voir, sentir des objets. Le jeu a une réalité physique et matérielle (pièce, plateau, jeton, etc.). Liée à l'imaginaire et l'expérimentation ludique.
L'incertitude ludique	Plaisir d'être dans un certain état d'incertitude.
L'attente ludique	Plaisir d'être dans un certain état d'attente.
Le pari ludique	Plaisir de miser quelque chose, de prendre un risque, de se mettre en "danger". Lié à l'incertitude, au défi, à la compétition, au hasard.
Le hasard ludique	Plaisir de s'en remettre au hasard. Directement lié à l'incertitude ludique : il n'y a pas de hasard sans incertitude (L'inverse n'est pas vrai).
La surprise ludique	Plaisir de l'inattendu. Liée à l'action intellectuelle ou corporelle ludique : il se passe quelque chose de non prévu ou anticipé.

FIGURE 1.1 – Liste des ressorts ludiques selon Pelay (2011, p.110)

Pour la situation de la somme de dix nombres consécutifs, Pelay a créé un imaginaire ludique et un enjeu de compétition entre équipes. Nous reprendrons plus en détail les travaux de Pelay sur la situation de la somme de dix nombres consécutifs dans le chapitre suivant.

Dans un second temps, Pelay a cherché à prendre en charge l'articulation des dimensions didactiques et ludiques de l'ingénierie didactique dès la conception de la situation didactique autour de laquelle elle est construite :

"Considérant que les enjeux ludiques sont de la même importance que

les enjeux didactiques dans les animations menées en séjour de vacances, il nous faut :

— prendre en compte la dimension ludique dès la conception de la situation didactique,

— prendre en compte dans la conception les contraintes spécifiques du contexte de séjours de vacances." (Pelay, 2011, p.318)

En effet, Pelay a fait le constat que le concept de contrat didactique et ludique lui permettait de gérer les enjeux didactiques et ludiques pendant l'animation mais il ne permettait pas de prendre en charge les aspects de conception des animations et en particulier l'articulation d'une situation didactique avec un jeu : « si ce concept permet de gérer les aspects de gestion de la situation, il ne permet pas à lui seul de prendre en charge les enjeux de conception » (Ibid., p.317). Pelay a alors conçu une seconde ingénierie didactique sur les nombres premiers « prenant en compte dès la conception à la fois les dimensions ludiques et didactiques, autrement dit en intégrant comme constituants à part entière les ressorts ludiques et les règles ludiques que nous avons identifiés » (Ibid., p.317). Pelay a ainsi ébauché le concept d'ingénierie didactique et ludique comme une perspective de son travail de recherche en faisant l'hypothèse que l'articulation entre le jeu et les apprentissages se fait au niveau de la règle ludique pour la situation didactique : « nous avions fait l'hypothèse d'une articulation possible entre jeu et apprentissage, permise par la règle ludique, et au terme de cette étude, cette hypothèse nous semble très prometteuse »(Ibid., p.341).

1.1.2 Les travaux de Rousson

1.1.2.1 Projet

Le projet de thèse de Rousson (2017) s'inscrit à la suite de travaux de mémoires de master, dont un en histoire, philosophie et didactique des sciences, sur l'énumération et la situation qu'elle nomme « une voiture dans chaque garage », inspirée de la situation « jeu des boites d'allumettes » de Briand (1999). Rousson s'appuie sur son expérience en tant que professeure des écoles pour envisager des apprentissages par

le jeu. Rousson a cherché à transformer la situation didactique construite au cours de ses recherches de mémoire en une ressource articulant didactique et ludique : « Cette thèse a donc pour objet la conception d'une ressource articulant didactique et ludique pour l'apprentissage de l'énumération à l'école maternelle » (Rousson, 2017, p.20).

Tout comme les travaux de Pelay, les travaux de Rousson s'inscrivent dans le cadre de la TSD (Brousseau, 1998b). Rousson a fait le choix de ce cadre théorique pour la proximité qu'il y a avec le jeu et en particulier la théorie des jeux (Rousson, 2017, p.40).

1.1.2.2 Position sur le concept de jeu

Au début de sa thèse, Rousson est revenue sur des définitions du jeu issues de nombreux domaines : sciences de l'éducation, histoire, économie, philosophie et sociologie. L'objectif de Rousson n'était pas « d'essayer de fournir une définition du jeu [...] ni de [se] positionner par rapport aux différentes définitions » (Rousson, 2017, p.33) mais de lister les caractéristiques qui peuvent donner un caractère ludique à une activité pour « transférer ce potentiel ludique à des activités d'apprentissage » (Ibid., p.39). Les caractéristiques listées par Rousson sont représentées dans la figure ci-dessous (Ibid., p.34).

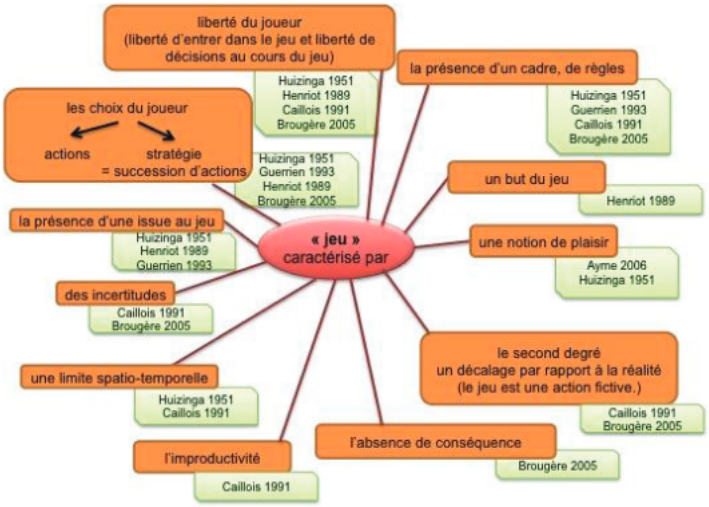


FIGURE 1.2 – Synthèse des caractéristiques du jeu selon Rousson

1.1.2.3 Articulation entre didactique et ludique

En appui sur les travaux de Pelay et sur les travaux en sciences de l'éducation dans le domaine du numérique, Rousson a cherché à clarifier l'articulation possible entre le jeu et les apprentissages. Rousson a étudié les différentes terminologies pour désigner un jeu numérique à visée éducative. Puis, partant du constat que l'articulation entre didactique et ludique n'est pas aisée, elle a développé le concept de *jeu-situation* pour gérer l'articulation entre le didactique et le ludique.

Le concept de jeu-situation emprunte à la TSD et aux études sur les jeux numériques à visée éducative les caractéristiques suivantes :

- "la stratégie optimale de résolution repose sur la connaissance/compétence à faire acquérir au joueur-apprenant, le pur hasard est à éviter ;
- la dévolution permet au joueur-apprenant d'entrer dans le jeu-situation et son maintien dans l'activité ;
- le milieu et donc ici le jeu-situation renvoie des informations au joueur-apprenant qui lui permettent de faire évoluer ses stratégies personnelles ;
- il existe une progressivité dans les apprentissages et dans le jeu ;
- comme dans la situation adidactique, le jeu-situation ne fait pas intervenir l'enseignant comme proposeur de connaissances. Il faut faire attention à ne pas se trouver dans un mode d'apprentissage béhavioriste ;
- l'idée d'intégration et de cohérence du didactique et du ludique en lien avec la métaphore intrinsèque." (Rousson, 2017, 59)

Rousson propose ensuite un modèle de conception d'un jeu-situation comportant trois voies envisageables : « (1) partir d'un jeu existant et le "didactiser" en lui assignant un objectif d'apprentissage en lien avec la stratégie gagnante et en ajoutant éventuellement des éléments permettant de définir un milieu favorisant cet apprentissage ; (2) partir d'une situation didactique et la "ludiciser" en y insérant des éléments ludiques qui lui confèrent des caractéristiques d'un jeu ; (3) concevoir un nouveau

jeu-situation » (Rousson, 2017, p.62) Rousson opte dans sa thèse pour la deuxième voie en partant d'une situation didactique existante. En cela, sa démarche se rapproche de celle de Pelay lors de la conception de l'ingénierie autour de la situation de « la somme de dix nombres consécutifs ».

Par ailleurs, dans le prolongement du travail de Pelay sur le contrat didactique et ludique, Rousson attribut la double valence didactique et ludique à deux autres concepts issus de la TSD : les variables didactiques et ludiques, et les rétroactions didactiques et ludiques (Rousson et Pelay, 2017; Rousson, 2017). La double valence est attribué aux variables quand « les choix réalisés influent en même temps sur les procédures des élèves et sur l'engagement et le plaisir ludique des joueurs-apprenants » (Rousson, 2017, p.66). De même la double valence est attribuée aux rétroactions qui renvoient des informations par rapport à la connaissance visée et qui favorisent et maintiennent le plaisir ludique. Rousson a utilisé ces concepts pour « [donner] du sens à la fois au regard de la stratégie mise en œuvre et du point de vue du contexte du jeu » (Ibid., p. 128)

1.1.3 Les travaux de Haye

1.1.3.1 Projet

Le projet de thèse de Haye (2019) vient d'un ensemble de constats issus de son expérience en tant que professeur des écoles. Haye a constaté le lien privilégié entre la pratique de jeux de société et la pratique des mathématiques. Il s'est alors interrogé sur la place du jeu à l'école et a cherché à déterminer dans qu'elle mesure « le jeu peut-il être vecteur d'apprentissages mathématiques efficace au cycle 3 de l'école élémentaire » (Haye, 2019, p.18). Pour répondre à sa question de recherche Haye a développé une séquence d'enseignement en appui sur le jeu de go au cycle 3.

Haye s'est intéressé à l'impact que pouvait avoir l'institution sur le jeu et en particulier sur la perte potentielle du plaisir ludique quand l'activité est imposée. Il s'est donné des outils conceptuels pour analyser l'utilisation d'un jeu de société en contexte scolaire et déterminer précisément si l'activité proposée permet des

apprentissages et si elle est perçue comme un jeu par les élèves. Nous présentons ces outils dans les paragraphes ci-dessous.

1.1.3.2 Position sur le concept de jeu

Tout comme Pelay, Haye reprend les définitions du jeu de Huizinga (1988), Caillois (1967), Duflo (1997) et Brougère (2005). Il liste une série d'invariants à toutes ces approches, caractéristiques du jeu sous ses différentes formes :

— « *La règle* : L'activité proposée aux élèves doit avoir des règles spécifiques. Dans le cas des jeux de société, il est nécessaire qu'elles soient clairement établies. Dans certains jeux, notamment chez les jeunes enfants, elles sont souvent plus souples et implicites.

— *La clôture ludique* : Le jeu est limité, séparé. Il faut donc que le moment de jeu en classe soit délimité et que les élèves sachent quelles en sont les bornes. Ces limites sont données par les règles.

— *La liberté* : Ce critère s'exprime à deux niveaux. Avant le jeu, le joueur doit avoir le choix de rentrer ou non dans le jeu. Pendant le jeu, ce dernier doit offrir des libertés au joueur. Il s'agit ici de la liberté ludique de Duflo.

— *L'incertitude* : Pour qu'il y ait jeu, il ne faut pas que le résultat puisse être déterminé a priori.

— *Le fun* : Ou encore le plaisir ludique, la joie. Le jeu génère chez le joueur ce "sentiment" spécifique. Si les élèves ne le ressentent pas, alors il n'y a pas jeu.

— *La gratuité* : Le jeu est pratiqué en premier lieu, si ce n'est uniquement, pour le fun qu'il procure. » (Haye, 2019, p.34)

Ayant constaté que l'environnement scolaire rend difficile le respect de toutes ces caractéristiques, Haye a proposé des outils conceptuels pour analyser l'utilisation du jeu dans un contexte scolaire : le *game*, le *play*, le *potentiel ludique* et le *potentiel d'apprentissage*. Les deux premiers permettent de définir un modèle du jeu que nous

détaillons ci-après, les deux derniers relèvent de l'articulation entre le didactique et le ludique, nous les détaillerons dans le paragraphe suivant.

Haye définit le *game* comme « ce qui existe d'un jeu, sans joueur pour le pratiquer » (Haye, 2019, p.41). Il considère que c'est l'aspect structurel du jeu au sens de Duflo, c'est-à-dire l'ensemble des règles qui régissent ce qui est permis et ce qui ne l'est pas dans le jeu. Ceci permet de « savoir si une activité est un game [...] de manière objective et antérieure à la pratique » (Ibid., p.42). Le fait qu'une activité soit décrite comme un game ne garantit pas qu'elle sera perçue comme un jeu par les participants, en particulier, si les participants n'éprouvent pas de plaisir ludique dans l'activité, ce ne sera pas un jeu. Pour qu'un game soit un jeu, il faut qu'il induise un *play*...

« Le *play* est ce qu'ont fait les gens quand ils affirment avoir joué » (Ibid., p.42), c'est « l'activité réelle, vécue par les participants du game » (Ibid., p.42). Selon Haye, le plaisir éprouvé par les participants à un game est forcément d'ordre ludique et c'est ce plaisir qui motive le play.

Le game et le play se complètent et forment ensemble un modèle de ce qu'est un jeu : le game est la structure du jeu, le play est l'activité vécue.

1.1.3.3 Articulation entre didactique et ludique

A l'inverse de Pelay et Rousson, Haye n'a pas cherché à développer une activité ludique autour d'une situation didactique mais il s'est intéressé aux apprentissages possibles par l'utilisation de jeux existants en contexte scolaire. Haye a développé des outils conceptuels permettant l'analyse d'un jeu (et en particulier d'un game) pour déterminer sa possible utilisation en classe. Nous les présentons ici.

Comme nous l'avons précisé dans le paragraphe précédent, le contexte scolaire auquel s'est intéressé Haye modifie selon lui la façon dont un jeu est vécu. Une activité décrite comme un game ne garantit pas qu'elle sera perçue comme un jeu par les participants, en particulier, si les participants n'éprouvent pas de plaisir ludique dans l'activité, ce ne sera pas un jeu :

> Rien ne nous assure qu'au terme de la démarche, l'activité proposée aux

élèves soit toujours un jeu. Même sans modification, le cadre scolaire peut suffire à empêcher l'apparition du plaisir ludique. (Haye, 2019, p.41)

Pour estimer la possibilité d'un game à induire un plaisir ludique, et donc un play, Haye introduit le concept de *potentiel ludique*. Il s'agit d'exhiber, par l'analyse *a priori* de l'activité, des ressorts ludiques (au sens de Pelay) et de déterminer s'ils sont « internes ou externes à l'activité » (Ibid., p.43), s'ils sont « constitutifs de l'activité »(Ibid., p.43). Selon Haye, « si une activité, basée sur un game, génère un play par la mise en œuvre de ressorts ludiques extérieurs et imprévus, alors ce game n'est pas correctement conçu ». L'analyse du caractère interne ou externe des ressorts ludiques apparaît alors comme un outil de conception d'une séquence d'enseignement autour d'un game :

"Par rapport à la pratique en classe, l'utilisation d'un game doit dégager l'enseignant de la charge de la réalisation du potentiel ludique. Si le professeur participe à l'émergence du play, son impact sur ce dernier, bien que non négligeable, n'est pas primordial. Si l'enseignant assure, par son intervention seule, la réalisation du play, cela veut dire que le potentiel ludique du game n'est pas suffisant ou inadapté à la population visée" (Ibid., p.44)

De façon similaire, pour estimer la possibilité pour un game d'induire des apprentissages, Haye introduit le concept de *potentiel d'apprentissage*. Ce potentiel d'apprentissage est déterminé par une analyse mathématique et didactique du game. Haye propose une méthodologie pour déterminer ce potentiel d'apprentissage : il s'agit de déterminer ce qu'il nomme *l'architecture mathématique du jeu* (Ibid., p.84) d'après Eysseric *et al.* (2012), c'est-à-dire la caractérisation des éléments du jeu et des relations entre ces derniers dans une théorie mathématique, puis de déterminer dans quels domaines, au sens des programmes scolaires, le game peut être employé. Il existe deux type de game ayant un potentiel d'apprentissage :

— Les games dont « la mécanique [1] du jeu est indépendante des objets manipulés, ou du moins, permet de les faire varier » (Ibid., p.86). Ces games peuvent

1. nous définissons la terme de mécanique de jeu au paragraphe suivant.

être exploités dans différents domaines mathématiques en fonction des objets choisis. Haye donne l'exemple du jeu de la bataille dont la mécanique repose sur la comparaison de deux objets et qui peut être exploité dans les domaines "nombres et calculs" ou "grandeurs et mesures" pour un travail sur les relations d'ordre.

— Les games dont les modalités d'actions du jeu, les stratégies permettent des apprentissages (Ibid., p.86). Dans ce cas, le domaine mathématique dans lequel le game peut être exploité est déterminé par les objets mathématiques auxquels on peut appliquer une stratégie identique à celle du game. C'est le cas du jeu de go utilisé par Haye.

1.1.4 Notre positionnement

L'analyse des travaux présentés ci-dessus nous permet de nous positionner sur le concept de jeu et sur l'articulation entre didactique et ludique que nous envisageons.

1.1.4.1 Le concept de jeu

Nous avons vu que la recherche d'une définition précise de ce qu'est un jeu n'est pas une chose aisée et n'est pas indispensable pour étudier la dialectique jeu-apprentissages. Cependant, le modèle du jeu de Haye basé sur le couple game-play nous semble très pertinent pour distinguer le jeu-structure du jeu joué effectivement.

Les jeux qui nous intéressent particulièrement sont les *jeux de société* : « Jeu non sportif autre que jeu vidéo, se jouant à plusieurs, généralement en intérieur, et utilisant le plus souvent du matériel fabriqué spécialement pour ce jeu » [2].

Selon nous, le jeu de société est caractérisé par

— une règle du jeu qui décrit la légaliberté des joueurs au sens de Duflo (1997),

— le matériel avec lequel les joueurs interagissent (s'il y en a),

— et une mécanique de jeu (Adams et Dormans, 2012), agencement de mécanismes décrivant précisément la structure du jeu : l'ensemble des actions que doit/peut faire le joueur et leur agencement dans la partie.

2. Wiktionnaire : https ://fr.wiktionary.org/wiki/jeu_de_société, consulté le 05/06/2023

La mécanique du jeu n'est pas la règle du jeu. La règle du jeu décrit ce que l'on a le droit de faire et les conséquences directes d'une action, elle est connue du joueur *a priori*. Il s'agit en quelque sorte de la notice d'utilisation du jeu. La mécanique du jeu décrit la structure, au sens de Duflo (1997), elle n'est pas connue des joueurs *a priori*, elle apparaît avec la pratique du jeu. Par exemple la mécanique du jeu de l'oie, pouvant être déclinée en une multitude de version, est l'agencement de mécanismes suivants : lancé de dé(s), déplacement sur un plateau serpentant, analyse de la case d'arrivée et action correspondante (redescendre par un serpent, monter en haut d'une échelle, fin de la partie si case finale), fin de tour, au joueur suivant. Selon le modèle de Haye, les jeux de société sont des games. En effet, ils sont caractérisés par leur structure et leur matériel, ils ne plaisent pas forcément à tous les joueurs et ils n'induisent pas forcément de play. La possibilité d'engendrer un play va dépendre des ressorts ludiques, au sens de Pelay (2011), présents dans la mécanique du jeu et des affinités des joueurs.

1.1.4.2 Articulation entre didactique et ludique

Nos travaux s'inscrivent à la suite des travaux de Pelay et visent à contribuer à la formalisation des outils didactiques utilisés au sein du collectif Plaisir Maths depuis une dizaine d'année. C'est donc tout naturellement que nous partageons les hypothèses exposées par Pelay à la fin de sa thèse :

— « Le concept de contrat didactique et ludique n'est donc pas conçu comme un concept spécifique des séjours de vacances, et nous faisons l'hypothèse qu'il pourrait être utilisé dans d'autres contextes, lorsque les deux pôles (didactique ou ludique) sont implicitement ou explicitement présents, pouvant entraîner ou non des tensions entre jeu et apprentissage » (Pelay, 2011, p.346).

— « L'étude didactique de l'articulation entre jeu et apprentissage implique la prise en charge explicite du jeu dans l'élaboration théorique au niveau de la conception de situations ayant une double valence didactique et ludique » (Ibid., p.346).

Les situations à double valence didactique et ludique dont fait mention Pelay font

partie de ce que nous appelons *les activités didactiques et ludiques*. Les activités didactiques et ludiques peuvent être des situations didactiques avec un potentiel ludique, des utilisations de jeux de société dans une optique didactique ou toute activité mêlant des enjeux didactiques et ludiques. Nous en présenterons plusieurs exemples dans le chapitre 2. Nous ne reprendrons pas le terme de *jeu-situation* utilisé par Rousson car, d'une part, il n'englobe pas toutes les activités didactiques et ludiques, et d'autre part, nous ne sommes pas à l'aise avec l'utilisation du terme "jeu" dans le vocable. En effet, nous considérons en accord avec Haye que si on peut objectiver *a priori* un potentiel ludique et une structure de game, on ne peut déterminer qu'*a posteriori* s'il y a émergence d'un play et donc s'il s'agit bien d'un jeu.

En accord avec le modèle de Haye, nous considérons que c'est la mécanique du jeu qui décrit le game et donc la structure d'un jeu. Nous faisons l'hypothèse que, lors de la conception d'une activité didactique et ludique, l'articulation entre le didactique et le ludique est à penser au niveau de la mécanique du jeu qui sous-tend l'activité. En effet, c'est à ce niveau là que les ressorts ludiques sont apparents et Haye a montré que c'est également à ce niveau que se fait l'analyse du potentiel d'apprentissage d'un game. Ceci nous conduit à reconsidérer l'hypothèse de Pelay selon laquelle les règles ludiques sont « le nœud de la dialectique jeu-apprentissages dans notre élaboration théorique au sein de la théorie des situations » (Ibid., p.347), parce que Pelay considérait que les règles du jeu décrivaient la structure du jeu.

Pour concevoir une activité didactique et ludique, nous retenons deux voies possibles :

— Concevoir une situation didactique, ou partir d'une situation didactique, et la ludiciser grâce à des ressorts ludiques. Il restera à déterminer si l'activité proposée est en effet un jeu par l'étude de sa structure et de l'émergence ou non d'un play.

— Concevoir un jeu à partir d'une mécanique de jeu existante, ou partir d'un jeu de société existant, et le didactiser après l'analyse de son potentiel d'appren-

tissage. Il restera également à déterminer si l'activité proposée est toujours un jeu.

Contrairement à Rousson (2017, p.62), nous considérons que même si on construit une activité didactique et ludique originale, on est forcément dans un des deux cas cités, ou les deux. En effet, même si l'activité créé s'appuie sur un nouveau jeu et une nouvelle situation, l'articulation des enjeux didactiques et ludiques est une dialectique : il s'agit toujours d'adapter l'organisation de la situation pour intégrer des ressorts ludiques et d'adapter la structure du jeu pour intégrer les enjeux didactiques par les objets considérés ou les stratégies, dans un aller-retour entre les deux cas pour affiner l'articulation des deux. A un moment donné de la conception de l'activité il y a toujours soit la situation soit le game qui est prévalent jusqu'à ce qu'on trouve un équilibre entre les deux.

1.2 Problématique et questions de recherche

Dans l'introduction, nous avons rapidement évoqué notre problématique comme s'inscrivant dans la suite des travaux de Pelay et s'appuyant sur l'hypothèse que le concept de contrat didactique et ludique peut offrir de nouvelles perspectives d'études des interactions entre l'enseignant et les élèves lors de l'utilisation de jeux pour l'enseignement des mathématiques. L'étude des travaux en didactique des mathématiques sur la dialectique jeu-apprentissages nous a permis de clarifier ce que peut être un jeu et comment peuvent s'articuler les enjeux didactiques et ludiques dans une activité mêlant des enjeux didactiques et des enjeux ludiques. **Cela nous amène à nous questionner sur les jeux pouvant être insérés dans une ingénierie didactique pour la construction des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement en contexte scolaire tout en permettant l'émergence d'un play.**

De tels jeux doivent avoir un potentiel ludique fort pour que les enjeux didactiques ne fassent pas disparaître les enjeux ludiques. Nous faisons l'hypothèse que si un game contenant un potentiel d'apprentissage intrinsèque (qui ne nécessite pas l'analyse du jeu mais qui peut être réalisé en jouant) peut être utilisé en contexte

purement ludique, alors son potentiel ludique est suffisamment fort pour faire émerger un play en contexte scolaire. En effet, notre expérience à Plaisir Maths nous a permis d'observer qu'en contexte d'animation les participants peuvent refuser d'entrer dans l'activité si le didactique est trop présent puisque la priorité est donnée au ludique. Autrement dit, la dévolution d'une activité didactique et ludique est plus délicate en contexte d'animation car les participants peuvent refuser de prendre en charge les enjeux didactiques. Nous faisons l'hypothèse que si le potentiel ludique de l'activité est suffisamment fort pour prendre en charge la dévolution des enjeux didactiques en contexte purement ludique, alors l'émergence d'un play en contexte scolaire est envisageable. Nos questions de recherche deviennent alors :

— **Quelles conditions et contraintes doit remplir un jeu pour pouvoir être utilisé à la fois en contexte purement ludique et inséré dans des ingénieries didactiques pour la constructions des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement en contexte scolaire ?**
Cette question est traitée dans le chapitres 2 et les résultats sont opérationnalisés dans le chapitre 3 par la conception de l'Atelier des potions.

— **L'Atelier des potions permet-il d'élaborer une ingénierie didactique permettant d'articuler les enjeux ludiques et didactiques ?**
Cette question est traitée dans les chapitres 4 et 5 de notre thèse.

1.3 La théorie des situations didactiques comme cadre d'analyse de la dialectique jeu-apprentissage

Nos travaux s'inscrivent à la suite des travaux de Pelay sur la dialectique jeu apprentissage en contexte d'animation socio-culturelle (Pelay, 2011). Le cadre théorique didactique qui a été retenu est la Théorie des Situations Didactiques (TSD) développée par Guy Brousseau (1998b) et une approche socioconstructiviste des apprentissages. Pelay (2011) a montré que cette théorie permettait de concevoir des animations mathématiques et ludiques favorisant les apprentissages et de développer des outils théoriques et conceptuels pour modéliser et analyser les liens entre jeu et

apprentissages. Nous précisons ici les concepts et les outils méthodologiques de la TSD et leurs évolutions que nous utilisons dans nos recherches et de quelle manière.

1.3.1 Le contrat didactique et le contrat didactique et ludique

Le contrat didactique est défini par Brousseau comme :

> l'ensemble des obligations réciproques et des "sanctions" que chaque partenaire de la situation didactique
> — impose ou croit imposer, explicitement ou implicitement, aux autres
> — et celles qu'on lui impose ou qu'il croit qu'on lui impose, à propos de la connaissance en cause.
>
> Le contrat didactique est le résultat d'une "négociation" souvent implicite des modalités d'établissement des rapports entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif. (Brousseau, 2010, p.6)

Dans sa thèse, Pelay (2011) a cherché à analyser et modéliser les interactions entre les joueurs et l'animateur, acteurs de l'ingénierie didactique et ludique qu'il a expérimenté. Le concept de contrat didactique tel qu'il a été développé par Brousseau ne permettait pas de modéliser les interactions entre les participants et l'animateur en contexte d'animation socio-culturelle. Ce constat a amené Pelay à envisager la modélisation de ces interactions sous la forme d'un contrat qui articule les enjeux didactiques et les enjeux ludiques : le contrat didactique et ludique. Nous ne détaillons pas ici l'élaboration du concept de contrat didactique et ludique par Pelay, nous y reviendrons dans le chapitre suivant. Pelay a défini le concept de contrat didactique et ludique comme :

> « L'ensemble des règles et comportements, implicites et explicites, entre un éducateur et un ou des participants dans un projet, qui lie, de façon explicite ou implicite, jeu et apprentissage dans un contexte donné. » (Pelay, 2011, p.284)

Dans la conclusion générale de sa thèse, Pelay revient sur le fait que « le concept de contrat didactique et ludique n'est donc pas conçu comme un concept spécifique

des séjours de vacances » (Pelay, 2011, p.346). Il fait l'hypothèse qu' « il pourrait être utilisé dans d'autres contextes, lorsque les deux pôles (didactique ou ludique) sont implicitement ou explicitement présents, pouvant entraîner ou non des tensions entre jeu et apprentissage » (Ibid.). Cette hypothèse est une hypothèse constitutive de notre travail de recherche et nous montrerons comment une classification de différents contrats didactiques et ludiques peut être un outil d'analyse et d'organisation de l'activité.

1.3.2 La dévolution

Brousseau (2010, p.5) définit la dévolution comme le « processus par lequel l'enseignant parvient dans une situation didactique à placer l'élève comme simple actant dans une situation a-didactique (à modèle non didactique) ». L'enseignant fait en sorte que l'élève « se sente responsable de l'obtention du résultat proposé, et qu'il accepte l'idée que la solution ne dépend que de l'exercice des connaissances qu'il possède déjà » (Ibid.). Pelay a montré que « le jeu est un moteur de la dévolution en séjour de vacances » (Pelay, 2011, p.343). Nous faisons l'hypothèse que ce résultat reste valable en contexte scolaire permettant à la fois l'entrée et le maintien dans l'activité, et la prise de responsabilité sur l'apprentissage.

1.3.3 Le milieu et adidacticité

Dans son glossaire, Brousseau définit le milieu de la façon suivante :

> Le milieu est le système antagoniste de l'actant. Dans une situation d'action, on appelle "milieu" tout ce qui agit sur l'élève ou/et ce sur quoi l'élève agit. (Brousseau, 2010, p.3)

Le milieu agit sur l'élève par rétroactions et c'est la dialectique entre les actions de l'élève et les rétroactions du milieu qui permettent d'affiner les stratégies et la constructions des savoirs :

> L'apprentissage se produit à travers l'interprétation des effets des actions sur le milieu, par l'adaptation du sujet au milieu. (Perrin-Glorian et Hersant, 2003, p.220)

Le concept de milieu nous paraît être indispensable à l'étude de la dialectique jeu-apprentissage. Nous faisons l'hypothèse que pour qu'un jeu permette des apprentissages, il doit porter certaines des caractéristiques d'un milieu de type antagoniste Salin (2002) :

— le milieu doit être porteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres afin de permettre l'adaptation de l'élève ;
— le milieu doit développer l'autonomie de l'élève dans ses apprentissages ;
— le milieu doit collaborer à la maîtrise de savoirs mathématiques identifiés comme tels.

Nous utiliserons le concept de milieu, et plus précisément les caractéristiques du milieu antagoniste de type expérimental définies par Dias (2008) pour justifier le choix de concevoir notre propre jeu de société et justifier des choix faits dans la conception de celui-ci. Ces caractéristiques sont (Dias, 2008, p.53 à 56) :

— Un milieu porteur de déséquilibres dans les rétroactions qu'il fournit à l'activité de l'élève. Il faut que le milieu permette à l'élève d'engager ses connaissances dans une tentative de contrôle mais qu'il lui indique également que ses moyens de contrôle sont encore insuffisants pour résoudre le problème. Le problème proposé doit pour cela être adapté au niveau scolaire des élèves et comporter des éléments de déstabilisation cognitive.
— Un milieu qui développe l'autonomie de l'élève grâce à un fort potentiel d'adidacticité. C'est à dire un milieu qui s'enrichit pour permettre aux élèves d'investir la situation tout en limitant les interventions de l'enseignant au contrôle des réponses du milieu.
— Un milieu qui collabore à l'accès à des savoirs mathématiques.

1.3.4 Les variables didactiques

Bessot définit la notion de variable didactique de la façon suivante :

> La notion de variable didactique d'une situation adidactique désigne une variable :
> — "à la disposition de l'enseignant" : l'enseignant peut faire un choix en

rapport avec son projet d'enseignement, choix objectivé comme une valeur de cette variable. Les autres valeurs représentent d'autres choix possibles non retenus qu'il est important de décrire pour comprendre la signification du savoir dans la situation particulière.

— telle que ses valeurs pertinentes changent la "hiérarchie" des stratégies possibles, ou encore changent la stratégie "optimale" de la situation (et donc la signification du savoir visé).

(Bessot, 2003, p.13)

Nous utilisons la notion de variables didactiques étendue au travail du chercheur dans la méthodologie de l'ingénierie didactique (González-Martín *et al.*, 2014, p.121). Les variables didactiques sont vues comme outil d'identification et de pilotage des choix possibles permettant de contrôler le potentiel adidactique d'une situation. Nous utilisons cet outil à différents niveaux au cours de notre étude : des variables macro-didactiques (Artigue, 1990) en amont des choix des contenus, les variables micro-didactiques mathématiques relatives à la conception du jeu, les variables micro-didactiques mathématiques et les variables micro-didactique d'organisation relatives à l'ingénierie didactique et ludique.

1.3.5 L'ingénierie didactique

Nous choisissons d'utiliser l'ingénierie didactique comme méthodologie de recherche car c'est « la méthodologie privilégiée pour explorer les potentialités offertes par des formes didactiques nouvelles » (Artigue, 2021). Nous décrivons ici la méthodologie générale de notre travail, s'appuyant sur les 4 phases de développement d'une ingénierie didactique (Artigue, 1989) :

— les analyses préliminaires,

— la conception et l'analyse *a priori*

— l'expérimentation,

— l'analyse *a posteriori* et la validation.

1.3.5.1 Les analyses préliminaires

Les analyses préliminaires d'une ingénierie didactique incluent en général trois dimensions : analyse épistémologique du contenu mathématique en jeu, une analyse des conditions et contraintes institutionnelles, une analyse de ce que la recherche didactique offre pour soutenir la conception de l'ingénierie (Artigue, 1989; González-Martín *et al.*, 2014; Artigue, 2021). La particularité de notre travail se situe dans le fait que les deuxième et troisième dimensions portent non seulement sur le contenu mathématique en jeu mais également sur la dialectique jeu-apprentissages. Les analyses relatives à la dialectique jeu-apprentissages et la conception du jeu sont développées dans les chapitres 2 et 3. Les analyses relatives au contenu mathématique sera présenté dans le chapitre 4.

1.3.5.2 La conception et l'analyse *a priori* de l'ingénierie didactique et ludique

Afin de répondre à notre deuxième question de recherche, l'ingénierie que nous avons développée est une ingénierie didactique et ludique : une ingénierie qui prend en compte dès la conception l'articulation entre les enjeux didactiques et les enjeux ludiques. Nous montrerons dans le chapitre 4 comment nous avons mis au cœur de l'ingénierie le jeu de société que nous avons conçu comme un milieu antagoniste de type expérimental et comment l'articulation des enjeux didactiques et ludiques ont piloté les choix des valeurs des variables didactiques relatives à l'ingénierie didactique.

1.3.5.3 L'expérimentation

L'ingénierie didactique est ludique a été expérimentée dans un contexte de type laboratoire en février et mars 2020 dans une école élémentaire. Nous avons extrait de leur classe 4 élèves de CM1 et nous avons mené nous même l'expérimentation afin de contrôler les variables didactiques et les enjeux ludiques. Les données collectées sont des captures vidéos de l'activité des élèves et de l'ensemble du groupe, ainsi que les productions écrites des élèves.

1.3.5.4 L'analyse *a posteriori* et la validation

Conformément à la méthodologie de l'ingénierie didactique, nous confronterons les résultats de nos expérimentations à l'analyse *a priori* pour la validation interne de nos hypothèses de recherches. Il est question, dans notre travail de recherche, de vérifier que le jeu de société que nous avons conçu permet la construction de savoirs mathématiques tout en gardant son caractère ludique.

Conclusion

Les recherches en didactique des mathématiques sur la dialectique jeu-apprentissages nous ont permis de clarifier les possibilités d'articulation des enjeux didactiques et ludiques lors d'activités mêlant jeu et apprentissages mathématiques. Nous avons précisé nos questions de recherche et les concepts et outils méthodologiques de la Théorie des situations didactiques que nous souhaitons utiliser dans notre recherche.

Dans le chapitre suivant, nous reviendrons en détail sur l'élaboration du concept de contrat didactique et ludique par Pelay (2011) et nous montrerons comment nous en avons fait un outil pour l'analyse et la conception d'activités didactiques et ludiques.

Chapitre 2

Le concept de contrat didactique et ludique

Introduction

L'hypothèse fondatrice de nos travaux de recherche sur la dialectique jeu-apprentissage est le fait que les travaux de Pelay, et plus particulièrement le concept de contrat didactique et ludique, peuvent offrir de nouvelles perspectives d'étude des interactions entre l'enseignant et les élèves lors d'utilisation de jeux pour l'enseignement des mathématiques en classe ordinaire. Notre expérience au sein du collectif Plaisir Maths nous a permis d'étudier comment un animateur gère simultanément et articule des enjeux didactiques et des enjeux ludiques dans des activités mêlant jeu et apprentissages. Les processus de recherche de contrat didactique et ludique entre l'animateur et le ou les joueur(s) nous ont amenée à identifier plusieurs types de contrats didactiques et ludiques susceptibles d'apparaître lors d'activité liant jeu et apprentissages.

Dans ce chapitre nous revenons, tout d'abord, sur les travaux de Pelay et les fondements du concept de contrat didactique et ludique. Nous présentons en premier lieu l'ingénierie didactique et ludique développée par Pelay (2011) à partir d'une situation mathématique ayant un potentiel ludique intrinsèque en partie exploité dans l'ingénierie didactique développée par Barallobres (2007). Nous montrons ensuite comment les résultats expérimentaux ont fait émerger le besoin de faire évoluer

le concept du contrat didactique développé par Brousseau (1998b) vers le concept de contrat didactique et ludique. Nos proposons ensuite une classifications des contrats didactiques et ludiques, en les illustrant à chaque fois par un exemple. Et nous terminons en montrant un exemple d'utilisation de cette catégorisation pour développer et analyser une activité à visée didactique en mathématiques basée sur un jeu de société.

2.1 D'une ingénierie didactique vers une ingénierie didactique et ludique

Pelay a identifié dans une situation d'introduction à l'algèbre présentée par Barallobres (2007) un potentiel ludique intrinsèque qu'il a exploité pour l'élaboration d'une activité didactique et ludique. Il a pour cela utilisé la méthodologie de l'ingénierie didactique à la fois comme outil de développement d'activités didactiques et ludiques et comme instrument phénoménologique pour le chercheur. Nous montrons ici comment, après avoir identifié le potentiel ludique de la situation, Pelay a adapté l'ingénierie didactique de Barallobres (Ibid.) pour l'utiliser dans un contexte ludique.

2.1.1 La situation didactique initiale

La situation didactique présentée dans Barallobres (2007) a été conçue, expérimentée et analysée dans le but de construire un milieu pour l'entrée des élèves dans les pratiques algébriques. Barallobres s'est appuyé sur la situation mathématique consistant à calculer le plus rapidement possible la somme de dix nombres consécutifs dont la liste est fournie aux élèves (désignée par la suite : « situation des dix nombres consécutifs »). L'objectif de son travail est d'amener les élèves à produire et justifier une formule algébrique telle que $10n + 45$ ou $10x + 5$ où n et x sont respectivement le premier et le cinquième nombre de la série de dix nombres consécutifs.

La version papier-crayon de la situation1 mise en place par Barallobres dans le

cadre de sa thèse comporte 3 étapes. La première étape se déroule en équipe de 4 ou 5 élèves. Le professeur explique que le but du jeu est de trouver le plus rapidement possible la somme des dix nombres consécutifs écrits au tableau. Les équipes jouent deux manches : la première avec les nombres de 19 à 28, la seconde avec les nombres de 783 à 792. Cette première étape a pour objectif de familiariser les élèves avec les règles et de faire émerger le fait qu'il existe des méthodes de calcul efficaces et rapides. La deuxième étape de la situation consiste en un temps de réflexion pour trouver un moyen de donner la réponse le plus rapidement possible. L'objectif de cette étape est de faire émerger des stratégies de calcul liées à la recherche de régularité. Les élèves peuvent tester leur méthode en jouant entre eux ou contre le professeur. Cela permet au professeur de mettre en évidence la limite des procédures trouvées par les élèves. Cette étape se termine par un retour au jeu avec des séries de nombres plus grands qu'à la première étape (de l'ordre du million). La troisième étape est l'occasion pour les équipes de justifier les formules trouvées. A cette étape, il leur est explicitement demandé de produire une formule et de justifier sa validité.

Deux stratégies ont été trouvées et retenues par les élèves comme étant les plus efficaces. La première correspond à la production de la formule, où n est le premier nombre de la série de 10 nombres consécutifs ; la deuxième consiste à « mettre un 5 à la fin du cinquième nombre de la série ». Les discussions entre les équipes, lors de la troisième étape, tournent autour du mode de production des formules et de l'explicitation d'implicites dans la production. La deuxième méthode est reconnue comme plus rapide que la première, mais les extraits des retranscriptions montrent que le lien avec une formule algébrique n'est pas évident pour la majorité des élèves.

L'analyse a priori de la situation montre que le choix de dix nombres consécutifs pour la valeur de la variable *longueur de la série de nombres consécutifs* fait coexister deux milieux mathématiques pour la résolution du problème. Il est possible d'aborder le problème du point de vue *successeur* lié à la théorie algébrique ou du point de vue *numération décimale de position* lié au système décimal de représentation des nombres2. La première stratégie trouvée par les élèves, « multiplier le premier nombre par 10 et ajouter 45 », peut apparaître dans les deux milieux

tandis que la deuxième stratégie, « mettre un 5 à la fin du cinquième nombre de la série », utilise en acte un raisonnement lié au système décimal de position. Cette deuxième stratégie ne peut pas être adaptée lorsque le nombre de termes de la série est différent de 10 ou d'un multiple de 10, par exemple en choisissant des séries de 8 nombres consécutifs.

2.1.2 L'adaptation ludique

En prenant en considération la compétition entre équipes et le défi de la rapidité, Pelay a fait l'hypothèse que cette situation était un bon candidat pour l'élaboration d'une ingénierie didactique et ludique. Il a contextualisé le problème dans divers univers fictifs et il a modifié le déroulement de la situation pour qu'elle réponde à ses objectifs. Nous présentons ici l'adaptation présentée dans ses travaux de thèse et expérimentée dans un séjour de vacances sur le thème des pirates.

Pelay a conçu une histoire afin de présenter le problème autour du capitaine Twicken Black réputé pour sa victoire lors d'un combat naval. Ses prévisions et sa gestion précise des munitions lui ont permis de l'emporter contre les 10 navires ennemis. En effet, Twiken Black avait remarqué que les bateaux étaient similaires, mais chacun plus grand que le précédent. Ainsi, s'il lui fallait 17 munitions pour couler le premier, il lui en fallait 18 pour le deuxième, 19 pour le troisième et ainsi de suite. L'animation a pour objectif de trouver et de comprendre la stratégie de Twicken Black. La contextualisation ludique dans l'univers des pirates porte ici la situation et les raisons de calculer la somme de dix nombres consécutifs le plus rapidement possible.

Pelay a également modifié le déroulement de la situation pour donner une place plus importante au défi de rapidité. Tout comme dans la situation didactique initiale, la première étape permet de familiariser les participants avec les règles. L'animateur présente l'histoire de Twicken Black et demande l'aide des participants pour retrouver la stratégie de Twicken Black en revivant le combat. La différence principale avec la situation de Barallobres réside dans l'ajout, en deuxième étape, d'une phase de course où les participants enchainent les combats. L'équipe qui gagne est

celle qui a su prédire le plus rapidement possible le nombre de munitions nécessaires pour couler les navires. Cette deuxième étape est fortement ludique et la recherche de stratégie motivée par l'envie de gagner les combats. L'animateur augmente graduellement l'ordre de grandeur des nombres à additionner de façon à faire émerger l'existence de stratégies de calcul efficaces et rapides, sans pour autant proposer des nombres trop grands qui freineraient la course. Le choix de l'ordre de grandeur des nombres est une variable didactique qui impacte à cette étape l'aspect ludique de l'activité.

L'activité se poursuit ensuite de façon similaire à la situation initiale. L'animateur demande aux participants d'écrire leur stratégie et de chercher les raisons pour lesquelles elle fonctionne pour toutes les séries de dix nombres consécutifs. Lorsque le temps de l'activité le permettait, Pelay a ajouté une dernière étape à la situation où l'animateur propose de reprendre les combats avec des flottes de huit bateaux. En accord avec l'analyse a priori de la situation, cette étape a pour objectif de reconsidérer les stratégies basées sur le système de numération décimale de position.

2.2 Insuffisance du concept de contrat didactique en contexte d'animation scientifique

Pelay a expérimenté de nombreuses fois l'ingénierie didactique et ludique autour de la « situation des dix nombres consécutifs » dans le cadre de sa thèse, à la fois en tant qu'animateur et en tant qu'observateur. Nous présentons ici trois constats qui montrent l'insuffisance du contrat didactique en contexte d'animation scientifique :

— Les phases adidactiques peuvent être vécues comme purement ludiques dans certains contextes d'animation, en particulier lors de séjours de vacances. Dans ce cas là, les interactions entre l'animateur et les enfants sont principalement régulées par des enjeux ludiques (organisation d'une course entre équipes, répartitions des points, désignation des équipes gagnantes, etc.). Les analyses a posteriori montrent cependant que certains enfants développent les nouvelles stratégies identifiées dans l'analyse a priori de la situation initiale

comme favorisant les apprentissages visés. Ni un contrat purement ludique, ni un contrat purement didactique ne permet de modéliser ces interactions.

— La nécessité, en contexte d'animation, de faire vivre le jeu a conduit Pelay à faire l'hypothèse que même les phases à visée didactique des animations ne peuvent être modélisées par un contrat purement didactique.

— Il y a absence de paradoxe du contrat didactique : même si l'animateur poursuit des enjeux didactiques et les réalisent, la nécessité de faire vivre le jeu le conduit parfois à renoncer à certains enjeux didactiques initialement prévus. Le contrat qui s'instaure est donc d'une autre nature que le contrat didactique habituel. En effet, il ne repose pas sur une injonction d'enseigner portée par une institution.

Ces résultats ont conduit Pelay à envisager une modélisation des interactions entre l'animateur et les participants sous la forme d'un contrat qui articule les enjeux didactiques et les enjeux ludiques.

2.3 Elaboration théorique du concept de contrat didactique et ludique

Pour mener l'élaboration théorique de ce concept, Pelay a procédé en deux étapes. Tout d'abord, il est revenu sur les origines du concept de contrat didactique pour en comprendre les fondements et a étudié pour cela le *Cas Gaël* , présenté dans la thèse de Brousseau (1986). Ensuite, il a cherché à donner un sens précis au terme *ludique* et à définir les fondements d'un contrat de type ludique, ce qu'il a fait en s'appuyant sur l'ouvrage *Jouer et philosopher* de Duflo (1997). Nous présentons ci-dessous une synthèse de ces deux points avant de présenter le concept de contrat didactique et ludique.

2.3.1 Retour sur le cas Gaël

Le cas Gaël, initialement présenté dans la thèse d'état de Brousseau (1986) et par la suite repris en anglais (Brousseau et Warfield, 1999) et en français (Brousseau,

2009), joue un rôle central dans l'élaboration du concept de contrat didactique. Gaël est un enfant ayant des difficultés en mathématiques qui était aidé par un soutien individuel sur huit séances. La particularité de Gaël réside dans le fait que ses difficultés ne sont liées ni à des problèmes de compréhension ou de résolution de tâches ni à un retard cognitif, mais au fait qu'il réponde au hasard, sans réfléchir, aux questions qui lui sont posées. Le concept de contrat didactique développé par Brousseau (1986) a pris naissance dans cette expérience.

Pelay a relevé dans les quatre premières séances du cas Gaël les interactions ludiques entre Gaël et l'intervenant. Il montre que le processus de recherche de contrat mené au cours de ces séances est une articulation d'interactions didactiques et d'interactions ludiques qui évoluent en fonction des enjeux fixés par l'intervenant et de la progression de Gaël.

> Les attitudes ludiques, sciemment utilisées par l'intervenant pour « justifier » les débats, risquent d'être « récupérées » pour reproduire le dilemme fondamental signalé plus haut. Il faudra donc que l'intervenant accomplisse une nouvelle modification du « contrat didactique » en réintroduisant des exigences. En fait, il serait souhaitable d'obtenir une suite de ruptures ; alternativement, l'intervenant se présenterait, soit comme un partenaire, un complice dans un jeu, soit comme un interlocuteur qui attend quelque chose de lui, et qui dit quoi. (Brousseau, 2009, p.25)

Les interactions ludiques influent directement sur le processus d'apprentissage et s'articulent avec les interactions didactiques pour répondre aux objectifs fixés. Or ces interactions ludiques ne sont pas modélisées par Brousseau (Brousseau, 1986; Brousseau et Warfield, 1999; Brousseau, 2009) car Brousseau se concentre sur le sujet épistémique. Dans une volonté de modéliser à la fois l'actant et le joueur réel, Pelay s'est intéressé aux travaux du philosophe Colas Duflo (1997) qui cherche à caractériser le *jeu réel* tel qu'il est effectivement joué par les hommes.

2.3.2 Le contrat ludique de Duflo

A l'origine des recherches de Duflo (1997) sur le jeu il y a une volonté de faire une philosophie qui s'intéresse aux pratiques humaines concrètes, s'inscrivant dans la voie de l'anthropologie pragmatique (Duflo, 1997, p.3). En cherchant à caractériser ce qu'est le fait de jouer, Duflo a développé un concept de contrat ludique en Philosophie.

Duflo définit le jeu dans et par ses règles, adoptant ainsi une approche structurelle. Il montre comment la liberté ludique est permise par l'incertitude concernant les issues des choix effectués par le joueur. L'acte par lequel le joueur abandonne sa liberté individuelle pour se soumettre à cette liberté ludique est précisément ce qu'il définit comme le contrat ludique (Duflo, 1997, p.223). Les règles, constitutives du jeu, définissent les actions possibles et le joueur agit pour réduire son incertitude et acquérir des connaissances sur le jeu dans et par le respect de ces règles. Si nous prenons pour exemple le jeu d'échecs, le joueur abandonne sa liberté individuelle pour se soumettre aux règles de déplacement des différents pions. Ces règles de déplacement des pions sont constitutives du jeu d'échecs. En effet, si au cours de la partie le *fou* ne se déplace pas en diagonale nous ne jouons pas au échecs, et il en va de même pour tous les autres pions. A son tour de jeu, le joueur est libre de déplacer un pion, au choix, selon sa règle de déplacement et réduit par son action son incertitude sur le déroulement de la partie. Son choix de déplacement élimine a fortiori une multitude de déroulements possibles de la partie.

Il y a là l'idée essentielle qui a permis à Pelay de lier les travaux de Duflo à ceux de Brousseau car dans les jeux épistémiques considérés par Brousseau les connaissances sur le jeu sont porteuses des savoirs visés.

2.3.3 Le concept de contrat didactique et ludique

La place des interactions entre la dimension didactique et la dimension ludique dans les expérimentations mises en place dans sa thèse a conduit Pelay à considérer la possibilité de les modéliser sous la forme d'un contrat unique, le contrat didactique et ludique, considéré comme un enrichissement du concept de contrat didactique tel

que défini dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998b). Il définit le concept de contrat didactique et ludique comme :

> L'ensemble des règles et comportements, implicites et explicites, entre un éducateur et un ou des participants dans un projet, qui lie, de façon explicite ou implicite, jeu et apprentissage dans un contexte donné. (Pelay, 2011, p.284)

La conjonction *et* dans la locution *contrat didactique et ludique* vise à modéliser la dialectique jeu-apprentissage. Il s'agit de considérer les deux dimensions, didactique et ludique, en interaction l'une avec l'autre et sans ordre de priorité. Comme Pelay l'a montré dans son étude du cas Gaël, les interactions ludiques peuvent s'articuler avec les interactions didactiques afin de répondre aux objectifs fixés pour la séance. Pour l'observateur, la recherche de contrat didactique et ludique peut être considérée comme la recherche de la position optimale, pour les objectifs visés, d'un curseur allant d'un pôle purement ludique, tel un jeu dénué d'intentions didactiques, à un pôle purement didactique où tout aspect de jeu aurait disparu. Si nous revenons sur l'ingénierie didactique et ludique autour de la « situation des dix nombres consécutifs » présentée ci-dessus, à chaque étape de l'ingénierie les participants et l'animateur cherchent à instaurer un contrat didactique et ludique. Les expérimentations ont permis d'observer que dans la phase de course, les interactions portent majoritairement sur les aspects ludiques du jeu (règles, course) mais les choix du nombre de départ par l'animateur traduisent des intentions didactiques. On peut modéliser ces interactions par un contrat didactique et ludique à forte valence ludique. A l'inverse, les interactions lors des troisième et quatrième étapes portent majoritairement sur la validation des formules produites. Cependant, la nécessité de justifier ces formules est portée par l'imaginaire de l'activité et les participants y font parfois référence. Ces étapes peuvent être modélisées par des contrats didactiques et ludiques à forte valence didactique.

2.4 Des jeux de société aux activités didactiques et ludiques

Dans la suite de ses travaux de thèses, Pelay a créé le collectif Plaisir Maths qui développe des activités didactiques et ludiques suivant deux directions principales : l'adaptation de situations didactiques ayant un potentiel ludique ou le développement d'activités didactiques et ludiques autour de jeux de société ayant un potentiel didactique. La méthodologie de recherche et de développement mise en œuvre est la méthodologie des trois pôles :

> La méthodologie des trois pôles vise à donner une place explicite, visible et reconnue scientifiquement, à l'implication du chercheur et son engagement sur le terrain. (Pelay, 2011, p.234)

En appui sur de nombreuses mise en œuvres des activités didactiques et ludiques développées à partir de jeux de société au sein de Plaisir Maths, nous proposons une classification des types de contrats didactiques et ludiques susceptibles d'apparaître, en les illustrant à chaque fois par un exemple. Nous proposons ensuite un exemple d'utilisation que nous faisons de cette classification pour développer et analyser des activités didactiques et ludiques autour de jeux de société.

2.5 Trois types de contrats didactiques et ludiques

Etudier la gestion de l'animateur d'une activité mathématique ludique permet de comprendre comment ce dernier gère simultanément et articule des enjeux didactiques et des enjeux ludiques. Nous faisons l'hypothèse que ses actions et interactions dans une situation traduisent ses intentions (affichées ou cachées) par rapport à des enjeux (affichés ou cachés) en lien avec les pôles didactique et ludique (Pelay, 2011). Le processus de recherche de contrat didactique et ludique se fait par des évolutions de ces intentions et de ces enjeux par rapport aux objectifs didactiques et ludiques.

Nous avons identifié, lors de mises en œuvre des activités didactiques et ludiques développées à partir de jeux de société au sein de Plaisir Maths, trois types de contrats didactiques et ludiques à l'aide desquels nous pouvons analyser des activités

didactiques et ludiques développées autour de jeux de société. Nous les présentons ici et les développons par la suite :

— Des contrats séquentiels qui alternent entre des phases purement ludiques et des phases purement didactiques ou didactiques et ludiques, avec des transitions qui peuvent être vécues comme des ruptures de contrat de la part des élèves. Ce type de contrat peut apparaître avec des jeux de société qui n'ont pas été pensés avec un enjeu didactique a priori.

— Les contrats évolutifs qui s'initient avec une phase purement ludique et évoluent, à l'initiative de l'élève/joueur, vers une phase didactique et ludique dans l'optique de répondre aux objectifs ludiques. Les puzzles et casses-têtes sont généralement des jeux que l'on peut analyser avec ce type de contrat didactique et ludique.

— Les contrats stables qui correspondent à une position relativement médiane et fixe du curseur didactique-ludique tout au long de l'activité. Dans ce cas-ci, les enjeux didactiques et les enjeux ludiques sont intrinsèquement liés par les règles ludiques.

2.5.1 Les contrats séquentiels

Le jeu Dobble édité par Asmodée [1] est un bon exemple de jeu conduisant à une activité didactique et ludique pouvant être analysée par un contrat séquentiel. Il s'agit d'un jeu de carte de rapidité et de discrimination visuelle. Chaque carte est composée de huit symboles différents et a exactement un symbole en commun avec chacune des autres cartes. Il y a plusieurs façons de jouer au Dobble, mais elles sont toutes basées sur le fait d'identifier le plus rapidement possible le symbole commun entre deux cartes données. L'intérêt mathématique du Dobble réside dans la relation entre les cartes du jeu et le nombre de symboles représentés par carte qui définissent un plan projectif fini [2], mais le jeu n'a pas été conçu avec une intention didactique. Il existe plusieurs activités dédiées aux élèves de collège et de lycée pour les amener

1. `https://fr.asmodee.com/fr/games/dobble/`
2. L'article de Bourrigan (**?**), issu du site internet Images des mathématiques, présente les aspects mathématiques du jeu Dobble. `https://images.math.cnrs.fr/Dobble-et-la-geometrie-finie.html`

à étudier la structure du Dobble, nous choisissons de détailler ici celle qui est le plus souvent utilisée au cours des animations de Plaisir Maths (Pelay et Boissiere, 2015). L'activité proposée par Plaisir Maths est la création par les participants d'un mini Dobble sur la base de 3 symboles par carte (contre 8 dans la version classique) en respectant le principe de base du Dobble : chaque paire de cartes prises au hasard a exactement un symbole en commun. Le nombre maximum de cartes que les participants peuvent construire avec ces contraintes est sept. L'activité est composée de quatre phases :

— 1. la découverte du jeu Dobble classique et de son principe ;

— 2. la construction des cartes du mini-Dobble ;

— 3. la confrontation à l'impossibilité de faire une huitième carte ;

— et 4. la preuve du fait qu'il est impossible de créer une huitième carte.

Plus on avance dans l'activité, plus les enjeux didactiques deviennent importants et prennent le pas sur les enjeux ludiques. Il faut renégocier le contrat didactique et ludique à chaque changement de phase et cela peut être vécu comme des ruptures de contrat par les élèves. Dans la première phase, les élèves jouent au Dobble tel que le jeu a été conçu, c'est une phase purement ludique nécessaire pour que les élèves s'approprient le jeu et ses spécificités. Elle est suivie d'une phase didactique et ludique où les élèves questionnent la structure du jeu afin d'en créer une version réduite. Nous avons pu observer lors de nos animations que la transition entre ces deux phases est délicate : il est difficile de faire passer les élèves d'une attitude ludique à une attitude de recherche et d'étude. Les observations conduites nous amènent à faire l'hypothèse que l'interruption de la partie par l'animateur pour questionner les élèves sur les spécificités du Dobble (et introduire la deuxième phase) est régulièrement vécue par les élèves comme une rupture de contrat. De même la transition entre la troisième phase, où ils ont l'intuition de ne pas pouvoir faire de huitième carte, et la dernière phase de rédaction de la preuve se fait en général par une intervention de l'animateur et est délicate.

Les jeux, que l'on peut analyser avec les contrats didactiques et ludiques séquentiels, n'ont pas été conçus a priori avec des enjeux didactiques. C'est leur analyse

mathématique qui montre un potentiel pour les insérer dans des activités didactiques et ludiques. L'absence d'enjeux didactiques a priori nous impose d'organiser l'activité sous la forme d'une séquence de phases ludiques, didactiques et ludiques ou didactiques afin de mettre à profit le potentiel du jeu. Dans l'exemple du jeu de Dobble que nous venons de présenter, sans l'activité de création d'un mini Dobble, il est peu probable que les joueurs s'interrogent sur la structure du jeu et le nombre de cartes que l'on peut créer sur ce principe.

Nous faisons l'hypothèse que les jeux de tirage pour illustrer l'enseignement des probabilités et l'utilisation du jeu des petits chevaux lors d'une activité de numération peuvent être analysés avec un contrat didactique et ludique de type séquentiel.

2.5.2 Les contrats évolutifs

Le deuxième type de contrat est selon nous caractéristique de l'utilisation de puzzles, casses-têtes et défis porteurs d'enjeux mathématiques pour une activité didactique et ludique. L'intérêt des activités autours de puzzles, casses-têtes et défis réside dans le fait que les connaissances mathématiques permettent d'avoir un contrôle sur la situation et d'orienter l'action. Nous illustrons ce type de contrat en présentant le puzzle connu sous le nom *carré + carré = carré*[3].



FIGURE 2.1 – Pièces du puzzle *carré + carré = carré*

Carré + carré = carré est composé de cinq pièces planes (cf. figure 2.1) et se résout en deux étapes :

— faire un carré à l'aide des quatre pièces non carrées,

— faire un carré avec toutes les pièces.

Comme c'est en général le cas avec la plupart des casses-têtes et puzzles, l'activité commence par une phase purement ludique et exploratoire des combinaisons de pièces possibles sans nécessairement une réflexion mathématique de la part du

3. Puzzle extrait de l'exposition « Pourquoi les maths ? »

joueur. De très nombreuses observations faites de cette situation, dans le cadre de la fête de la science, d'expositions et d'animations, montrent qu'il est courant que la première étape du puzzle *carré + carré = carré* soit résolue de cette manière, mais qu'il est rare que ce soit le cas pour la deuxième étape quand elle est faite à la suite de la première. Dans un grand nombre de cas, face à l'échec de la méthode d'exploration et de combinaison pour la deuxième étape, le joueur se met à analyser le problème géométriquement, par exemple en prenant en compte la mesure des angles formés par les pièces ou les longueurs des côtés et les aires. Nous analysons cette modification de comportement comme une évolution de contrat, d'un contrat ludique vers un contrat didactique et ludique, initiée par le joueur lui-même.

Lorsque l'évolution du contrat didactique et ludique est initiée par le joueur, comme c'est le cas dans cet exemple, elle n'est pas perçue comme une rupture de contrat. Cependant, dans un certain nombre de cas, c'est l'intervenant qui met le joueur sur la piste de la possibilité d'une analyse mathématique en donnant un indice d'ordre mathématique. Cette intervention de la part de l'intervenant peut être perçue comme une rupture de contrat par le joueur et l'amener à refuser d'entrer dans l'analyse mathématique, voire sortir de l'activité. En contexte d'animation culturelle cela n'est pas problématique. Par contre, dans le cas d'une utilisation en classe de cette situation avec des objectifs didactiques, la rupture de contrat peut empêcher la réalisation de ces objectifs.

Les jeux qui conduisent à des activités didactiques et ludiques pouvant s'analyser avec des contrats de type évolutif sont assez propices à une utilisation en classe car ils peuvent favoriser la dévolution de l'activité. Mais cela suppose une organisation minutieuse de l'activité car les rétroactions du milieu peuvent être insuffisantes. La nature des interventions de l'enseignant doit être pensée soigneusement pour éviter l'écueil de la rupture de contrat qui empêcherait les élèves d'entrer dans les apprentissages mathématiques possibles.

2.5.3 Les contrats stables

Nous avons identifié des contrats que nous avons qualifiés de stables lors de l'analyse de l'utilisation de jeux ayant a priori des enjeux didactiques forts et intégrés aux enjeux ludiques. L'action ludique est alors intrinsèquement articulée à la réalisation des enjeux didactiques. Les jeux faisant travailler les joueurs sur les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication, et division) peuvent être analysés à l'aide de ce type de contrat car l'objectif ludique est lié à la capacité à réaliser les opérations demandées. Nous présentons ci-dessous le jeu Chamboul'math créé par Gérard Martin. Chamboul'math est en quelque sorte le Jenga [4] (ou Chamboul'tout) des mathématiques. Des buchettes, numérotées de 1 à 33, sont disposées trois par trois de sorte à former une tour dont l'orientation alterne à chaque étage (cf. figure 2.2). A tour de rôle, chaque joueur lance les quatre dés cubiques à disposition et tente d'obtenir un nombre correspondant à une bûchette encore sur la tour en utilisant exactement une fois chaque dé mais les opérations de son choix [5]. Il essaie ensuite de retirer la bûchette en question, sans faire s'effondrer la tour. S'il réussit à retirer la bûchette, le joueur marque alors autant de points que le nombre indiqué sur celle-ci, sinon il perd ce même nombre de points.

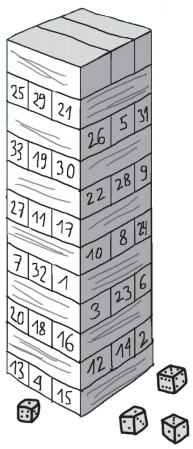


FIGURE 2.2 – Jeu Chamboul'math

Dans le jeu Chamboul'math, l'enjeu ludique principal est de réussir à retirer la bûchette rapportant le plus de points encore disponible et ne faisant pas s'effondrer la

4. Jeu d'adresse édité par Hasbro où l'on déconstruit une tour constituée de buchette jusqu'à son effondrement.

5. Exemple : si le tirage des 4 dés donne pour résultat $(3, 5, 6, 5)$, le joueur peut retirer la buchette 32 $(5 \times 6 + 5 - 3)$, ou la buchette 28 $(5 \times 5 + 6 - 3)$, ou la buchette 19 $(5 + 5 + 6 + 3)$, etc.

tour. Il est indissociable des enjeux didactiques d'optimisation du calcul fait à partir des quatre dés. L'analyse de son utilisation à l'aide du concept de contrat didactique et ludique montre que la position du curseur entre les pôles didactique et ludique varie très peu au cours de l'activité. Les enjeux didactiques et les enjeux ludiques restent articulés tout au long de la partie. En effet, les règles du jeu elles-même explicitent cette articulation. De plus, lorsque la tension ludique augmente au cours de la partie parce que la tour est de plus en plus instable, l'enjeu didactique devient d'autant plus évident. Les joueurs doivent en effet réaliser les objectifs didactiques pour ne pas perdre systématiquement.

L'utilisation des jeux conduisant à des activités didactiques et ludiques pouvant être analysées par un contrat stable permet en situation de gérer aisément les interactions didactiques et ludiques. En effet, les enjeux ludiques permettent le maintien de la dévolution des enjeux didactiques sans que l'animateur n'ait à intervenir. Lorsque les enjeux ludiques sont suffisants pour que les élèves entrent dans l'activité, l'animateur peut s'appuyer sur le jeu pour remplir ses objectifs didactiques, ce qui lui permet de rester en position de maître du jeu tout au long de l'activité sans intervenir sur le plan didactique.

2.6 D'un jeu de société à une activité didactique et ludique

La catégorisation des contrats didactiques et ludiques que nous venons de présenter est pour nous un outil pour l'élaboration d'activités didactiques et ludiques et pour leur analyse. A l'aide d'un exemple, nous montrons ci-dessous comment la catégorisation des trois types de contrats séquentiel, évolutif et stable, nous permet dès la conception de l'activité d'anticiper les possibles ruptures de contrat didactique et ludique.

2.6.1 Présentation du jeu

L'activité didactique et ludique que nous présentons ci-dessous s'appuie sur un jeu de dextérité et d'observation conçu par Roberto Fraga, édité par Blue Orange [6], et vendu sous le nom *Go Go Gelato !*.

Chaque joueur dispose de 4 cônes (un bleu, un jaune, un vert et un rose) et 3 boules de glace (une jaune, une verte et une rose). L'objectif est de reproduire les agencements présents sur les cartes Challenge (cf. figure 2.3), en passant les boules de glace d'un cône à l'autre en prenant soin de ne pas les toucher avec les mains ni de les laisser tomber. Le 1er joueur à remplir correctement la commande demandée par la carte Challenge remporte la manche. Le jeu se poursuit en retournant une nouvelle carte Challenge.



FIGURE 2.3 – Carte challenge et position initiale du matériel

Le jeu possède un intérêt didactique car les joueurs font rapidement appel à des concepts en acte d'algorithmique pour résoudre la combinaison demandée, au sens de concept en acte de Vergnaud (1991), tels que la boucle *tant que* et l'optimisation. En effet, il faut minimiser le nombre de manipulations des cônes et des boules de glace pour gagner du temps. Par conséquent, à chaque itération, il faut choisir lorsque cela est possible l' action qui permet d'amener le cône vide à son état final (lui attribuer la boule de glace de la bonne couleur) puis réitérer avec le nouveau cône vide. La figure 2.4 montre l'enchaînement optimal pour résoudre la combinaison de la figure 2.3.

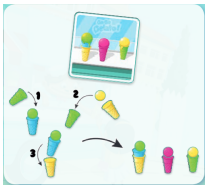


FIGURE 2.4 – Résolution d'une carte challenge depuis la position initiale

6. `http://www.blueorangegames.eu/fr/`

Il existe deux variantes du jeu : la première (variante 1) où les cônes et boules sont remis en position initiale après chaque manche (cf figure 2.3), la seconde (variante 2) où les cartes challenge s'enchaînent en laissant le matériel dans la disposition où il se trouve entre chaque manche.

2.6.2 L'adaptation didactique et ludique

La dimension algorithmique de *Go Go Gelato !* nous a amenéé à penser une activité didactique et ludique autour du jeu. L'objectif de l'activité est d'amener les élèves à formuler, pour chaque carte Challenge, l'algorithme utilisé pour réaliser l'agencement. Nous avons divisé l'activité en quatre étapes :

— Dans la première étape, les élèves jouent par quatre avec la variante 2 (sans remettre les cônes en position initiale) pour se familiariser avec le jeu. Cette étape comporte cinq manches [7].

— La deuxième étape consiste à demander aux élèves de jouer cinq nouvelles manches avec la variante 1 et d'observer le premier déplacement qu'ils effectuent pour chaque carte. Nous avons choisi pour cette étape uniquement des cartes Challenges où il y a une boule de glace dans le cône bleu (cône qui est toujours vide au départ avec la variante 1). Nous n'avons pas retenu les cartes où le cône bleu reste vide à la fin ni les cartes où le cône bleu supporte un autre cône. Les figures 2.5 et 2.6 montrent respectivement une carte Challenge retenue pour cette étape et une autre non retenue.



FIGURE 2.5 – Carte challenge retenue pour l'étape 2

7. Dans le jeu *Go Go Gelato !* une manche correspond à la réalisation de l'agencement donnée par une carte.



FIGURE 2.6 – Carte challenge non retenue pour l'étape 2

— Pour la troisième étape, les quatre élèves sont répartis en deux équipes de deux. Dans chaque équipe il y a un « programmeur » qui est le seul à pourvoir voir la carte Challenge et qui dicte à l'« exécuteur », qui est le seul à pouvoir manipuler le matériel, les mouvements à effectuer. Chaque « programmeur » reçoit une carte Challenge et l'équipe qui réalise la combinaison le plus rapidement possible remporte la manche. Les élèves jouent cinq manches avant de changer de rôle au sein de leur binôme. Ils jouent alors cinq nouvelles manches.

— Lors de la quatrième et dernière étape, il est demandé aux élèves de chercher, individuellement, l'enchaînement optimal, en terme de nombre de manipulations, permettant de réaliser consécutivement les agencements de deux cartes Challenges préalablement choisies, sans remise du matériel en position initiale entre les deux agencements.

Nous avons identifié deux types d'algorithme pour la réalisation des agencements demandés par les cartes Challenges. Le premier est l'utilisation d'une boucle *tant que* simple : tant que le matériel n'est pas dans la configuration demandée par la carte Challenge, nous associons au cône vide la boule de glace dont il doit être surmonté. Le deuxième type d'algorithme correspond à l'utilisation du cône vide comme pivot : lorsque l'on se trouve dans une configuration qui n'est pas celle demandée par la carte Challenge mais où le cône vide doit rester vide pour l'agencement final, nous devons échanger les boules de glace d'au moins deux autres cônes en se servant du cône vide comme pivot. Le choix de la stratégie utilisée est dépendant de la configuration du matériel au début de la manche et de la carte Challenge choisie pour cette manche. Nous avons là une variable didactique mathématique sous forme de couple. Pour la première composante du couple, la configuration du matériel au début de la manche, il existe une combinatoire de valeurs respectant les règles suivantes : chaque boule

de glace est dans un cône (pas forcément de la même couleur) et le cône vide peut être simplement posé sur la table (cf. figure 2.6), retourné sur la table et surmonté d'un des autres cônes avec sa boule de glace (cf. figure 2.5), ou emboîté sous un autre cône et sa boule de glace (cf. figure 2.4). La deuxième composante de la variable, la carte Challenge jouée pour la manche, peut être n'importe quelle carte parmi les 54 cartes Challenges du jeu.

Nous avons fait l'hypothèse que la variante 1 couplée avec des cartes Challenges où le cône bleu (qui est toujours vide au départ dans la variante 1) est directement surmonté d'une boule de glace favorise l'identification d'invariants opératoires par les élèves. En effet, le premier mouvement est toujours d'associer la bonne boule de glace au cône bleu. Nous avons élaboré l'étape 2 pour tester cette hypothèse.

Le mode de jeu, individuel ou en équipe, est une variable didactique d'organisation de l'activité. Le mode individuel, dans cette activité, favorise l'action et les étapes 1 et 2 de l'activité peuvent être considérées comme situations d'action. En variant la valeur de la variable du mode individuel au mode binôme « programmeur »/« exécuteur » à l'étape 3, nous souhaitions amener les élèves à formuler l'algorithme utilisé pour chaque carte et créer ainsi une situation de formulation.

2.6.3 La classification des contrats comme outil d'analyse et d'organisation de l'activité

La catégorisation des contrats didactiques et ludiques, présentée ci-dessus, est pour nous un outil pour l'élaboration d'activités didactiques et ludiques d'une part et pour leur analyse d'autre part. En analysant l'articulation des potentiels enjeux didactiques et des enjeux ludiques d'un jeu, nous pouvons déterminer quel type de contrat serait adapté à l'analyse d'une activité menée autour de ce jeu. Cela nous permet, lors de la conception de l'activité didactique et ludique autour du dit jeu de prêter attention aux écueils spécifiques à chaque type de contrat didactique et ludique. Nous exemplifions cette idée en reprenant l'activité didactique et ludique autour du jeu *Go Go Gelato !*, présentée précédemment.

Ayant repéré l'intérêt didactique du jeu *Go Go Gelato !*, nous souhaitions dé-

velopper une activité didactique et ludique autour de celui-ci. Le jeu n'ayant pas d'enjeux didactiques connectés aux enjeux ludiques a priori, nous ne pouvions réaliser cette activité qu'en pensant au contrat didactique et ludique séquentiel et, par conséquent, organiser l'activité sous la forme d'un enchainement de phases de jeu et de phases plus didactiques. Il nous a fallu, lors de la conception de la situation, garder en tête qu'il est peu probable que l'évolution de contrat soit à l'initiative du joueur (comme se serait le cas dans un contrat évolutif). Nous avons donc prêté attention aux transitions entre les différentes étapes de l'activité pour éviter qu'elles ne soient perçues comme des ruptures de contrat par les élèves. A chaque transition nous modifions la valeur d'une ou plusieurs variables didactiques pour amener les élèves à une activité plus didactique tout en conservant une valence ludique de l'activité. Il nous semblait important de faire en sorte que l'enchainement de l'activité reste ludique. C'est pourquoi nous avons limité chaque étape à cinq manches : à la fin de la cinquième manche le jeu s'arrête. La nouvelle étape est alors présentée comme une reprise du jeu sous forme de variante. Les expérimentations, conduites à la Maison des Mathématiques et de l'Informatique en 2018, ont montré que la nouvelle étape est alors perçue comme la possibilité de continuer à jouer. Nous faisons l'hypothèse que cela participe à la dévolution de l'activité.

Le fait de savoir que l'activité didactique et ludique que nous souhaitions développer autour de *Go Go Gelato !* pourrait être analysée par un contrat séquentiel, nous a permis d'anticiper les possibles interventions de l'animateur dans l'activité.

Conclusion

Les activités didactiques et ludiques développées par Plaisir Maths ont été implémentées en contexte d'animation (fêtes de la science, sorties scolaires à la Maison des Mathématiques et de l'Informatique, séjours de vacances, etc.) et en contexte scolaire. La mise en œuvre de ces activités en contexte d'animation scolaire et leur analyse à la lumière de la catégorisation des contrats didactiques et ludiques nous a permis d'observer que les jeux de société pouvant être analysés par un contrat stable étaient plus faciles à mettre en place dans ce contexte. Nous faisons l'hypothèse que

l'établissement d'un contrat stable favorise l'émergence d'un play qui dure tout le long de l'activité, ce qui facilite sa dévolution aux élèves. Ceci nous conduit à faire l'hypothèse que ces jeux sont de bons candidats pour le développement d'activités didactiques et ludiques pouvant être utilisées à la fois en contexte d'animation et en contexte scolaire en s'insérant dans différents types d'ingénieries didactiques pour la construction des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement en mathématiques.

Cependant, à notre connaissance, il existe peu de jeux dans le commerce pouvant être analysés par un contrat stable et dont les enjeux didactiques potentiels pourraient permettre une utilisation pour la construction des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement en mathématiques. Les quelques jeux que nous connaissons pouvant être analysés par un contrat didactique et ludique stable sont en général des jeux qui permettent de s'entraîner sur une notion mathématique très précise. C'est le cas de Chamboul'math, présenté plus haut, qui permet de renforcer l'utilisation des quatre opérations et d'aborder la notion de priorité dans les opérations. De ce fait, ces jeux semblent plus appropriés pour une utilisation ponctuelle au cours de l'année pour consolider ou réinvestir les apprentissages mathématiques que comme outil pour la construction des savoirs.

Chapitre 3

Développement d'un jeu de société autour de la notion de fraction

Introduction

A ce stade de nos recherches, les nombreuses mises en œuvres en contexte scolaire d'activités didactiques et ludiques au sein de Plaisir Maths nous ont confortée dans l'hypothèse que les travaux de Pelay (2011) sur le contrat didactique est ludique peuvent s'étendre au contexte scolaire. L'élaboration de la classification des différents types de contrats didactiques et ludiques susceptibles d'émerger lors d'activités liant jeu et apprentissages, présentée dans le chapitre précédent, nous a permis de dégager l'hypothèse que les jeux pouvant être analysés à l'aide d'un contrat stable sont de bon candidats pour être utilisés à la fois en contexte ludique et insérés dans des ingénieries didactiques en contexte scolaire. Cependant, nous rencontrons un point bloquant car nous n'avons pas trouvé de jeu de société correspondant à ce critère et propice à une utilisation pour la construction des savoirs.

Cette difficulté nous a amené à envisager de concevoir notre propre jeu de société, au sein du collectif Plaisir Maths [1] afin d'opérationnaliser les résultats obtenus jusque là. Nous avons cherché à déterminer, au niveau de l'articulation entre la mécanique

1. L'ensemble des auteurs et contributeurs à l'élaboration de l'Atelier des potions est disponible en Annexe 11.

de jeu et les enjeux didactiques, les contraintes et les conditions que devait remplir un tel jeu.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord le cahier des charges que nous avons élaboré pour répondre à notre projet et les choix des valeurs des variables macro-didactiques du jeu. Nous montrons ensuite, par une analyse en terme de contrat didactique et ludique et en terme d'articulation entre la mécanique de jeu et les enjeux didactiques, pourquoi les jeux que nous avions répertoriés autour de la notion de fraction n'étaient pas de bons candidats pour notre projet. Enfin, nous présentons le jeu que nous avons conçu, le processus de conception, les choix des valeurs des variables didactiques ayant mené au jeu tel qu'il est commercialisé, et les ressources pour les enseignants que nous avons élaborées atour du jeu.

3.1 En amont de la conception

A l'origine du projet de développement du jeu réside l'idée de développer un jeu pouvant être utilisé à la fois en contexte d'animation et en contexte scolaire dont les enjeux didactiques sont intrinsèquement liés aux enjeux ludiques. La première étape du processus de développement a été l'élaboration d'un cahier des charges d'un jeu correspondant à ces critères et à fixer la valeur de variables macro-didactiques.

3.1.1 Le cahier des charges

En décembre 2016, dans l'optique de rédiger un cahier des charges d'un jeu pouvant être utilisé en animations socio-culturelles et en classe, nous avons interrogé un panel d'enseignants et d'animateurs proches de Plaisir Maths pour avoir un point de vue de praticiens. Nous souhaitions enrichir le cahier des charges des contraintes de cours ordinaires dans la classe car c'est un contexte dont nous n'étions pas familiers. Nous avons interrogé les enseignants sous la forme d'une question ouverte transmise par écrit : « Selon vous, qu'est ce qu'un bon jeu mathématique pour la classe ? ». Nous avons reçu une dizaine de réponses qui nous ont permis de dégager des critères que nous avons mobilisés conjointement avec nos propres réponses appuyées sur notre expérience et les résultats de travaux de recherche. Le cahier des

charges (Annexe 1) est constitué de trois catégories : didactique, ludique, et utilisation en classe. Sur le plan didactique, nous nous sommes appuyés sur la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998b), les travaux de Pelay (2011) et les trois caractéristiques d'un milieu antagoniste de type expérimental (Dias, 2008), et nous avons identifié les caractéristiques didactiques que nous souhaitions retrouver dans notre jeu :

— un jeu qui favorise le processus de dévolution, permettant à la fois l'entrée et le maintien dans l'activité, et la prise de responsabilité sur l'apprentissage ;
— un jeu avec un fort potentiel d'adidacticité, et qui puisse s'insérer dans une séquence didactique articulant des situations d'action, de formulation et de validation ;
— un jeu qui laisse des choix possibles pour les variables didactiques mathématiques et d'organisation, afin de donner aux enseignants et animateurs de nombreuses possibilités d'action.

Sur le plan ludique, l'objectif est d'élaborer un jeu de société qui puisse fonctionner comme tel, indépendamment de toute intention didactique a priori, et qui puisse être joué aussi bien à l'école qu'en dehors de l'école. Nous souhaitons accorder une place importante à la manipulation, avoir une contextualisation motivante et accrocheuse, et surtout de nombreux ressorts ludiques (Pelay, 2011) pour que la majorité des enfants puissent s'engager avec plaisir dans une activité didactique et ludique autour du jeu.

Enfin, nous souhaitons que ce jeu puisse être un véritable outil d'enseignement en classe, dans la mesure où notre objectif est d'élaborer un jeu pour l'enseignement des mathématiques. En appui sur les réponses du questionnaire et en collaboration avec certains des enseignants y ayant répondu, nous avons défini les critères suivants :

— le thème du jeu doit être une notion du programme scolaire ou une compétence du socle commun ;
— le jeu doit permettre le travail autonome des élèves ;
— l'ergonomie du jeu doit être adaptée à une utilisation en classe (facile à ins-

taller et à ranger, matériel adapté aux élèves, ne pas prendre trop de place, avoir plusieurs modalités d'utilisation, etc.) ;

— la durée d'une partie doit être modulable ;

— les règles et la prise en main du jeu doivent être simples et faciles à comprendre.

3.1.2 Les variables macro-didactiques du jeu

La définition du projet de conception du jeu nous a amené à identifier et fixer la valeur de certaines variables macro-didactiques. Nous les présentons ici.

VM1 : Le public visé

Notre objectif étant de faire un jeu pouvant être utilisé à la fois en contexte d'animation et d'enseignement ordinaire, nous pouvions choisir d'adresser le jeu à des enfants entre 3 et 18 ans. Nous avons fait le choix de nous adresser à des élèves de cycle 3 (entre 9 et 12 ans généralement) qui correspond à la transition entre l'école élémentaire et le collège. La pratique du jeu est relativement courante en élémentaire, y compris dans certains cas pour des activités d'enseignement, alors qu'elle est faiblement présente au collège. Ceci nous conduit à faire l'hypothèse que les enseignants d'élémentaire sollicités seront assez ouverts à l'utilisation du jeu en classe. Nous faisons également l'hypothèse que les enseignants de collège puissent voir un intérêt à utiliser le jeu en sixième car c'est la dernière année du cycle 3 et l'année de transition.

VM2 : Le type de jeu

Nous pouvions choisir de développer un jeu vidéo, un jeu de société (jeu de cartes, un jeu de plateau) ou tout autre type de jeu. Nous voulions un jeu avec du matériel à manipuler compte tenu de l'importance de l'expérimentation par des objets tangibles au cycle 3. Ceci nous a conduit à retenir les jeux de plateau qui,

comme les jeux de carte, favorisent le processus de dévolution permettant à la fois l'entrée et le maintien dans l'activité (Pelay, 2011). Par ailleurs, nous accordons un importance particulière à la dimension collective et sociale (Vygotsky, 1967) du jeu de société.

VM3 : La notion mathématique abordée

Notre objectif étant d'élaborer un jeu pour l'enseignement des mathématiques au cycle 3, nous avions fixé dans notre cahier des charges d'aborder une notion au programme scolaire. Nous avons choisi d'aborder la notion de fraction qui est une notion introduite au cycle 3 et dont l'appropriation est source de difficultés qui persistent tout au long du curriculum (Vivier, 2015).

VM4 : Les dimensions du plateau de jeu

Nous pouvions choisir de faire tenir le jeu dans le micro-espace ou le meso-espace. Les contraintes ergonomiques du cahier des charges (être facile à installer et à ranger, avoir du matériel adapté aux élèves, ne pas prendre trop de place, avoir plusieurs modalités d'utilisation) nous ont amenés à décider que le matériel pour un élève devait pouvoir tenir dans le micro-espace. Nous avons choisi de concevoir un plateau magnétique de taille A3 contenant l'ensemble du matériel par joueur. Ce plateau est ensuite divisé en quatre sous-plateaux de taille A5 pour faciliter le rangement.

3.2 Les jeux de société autour de la notion de fraction

Afin d'éclaircir les raisons qui nous ont conduites à élaborer notre propre jeu de société, nous allons montrer les limites des jeux existants que nous avons identifiées

par rapport à notre projet. Nous dirons en quoi ils ne sont pas, selon nous, de bons candidats à une utilisation à la fois en contexte d'animation et en contexte scolaire dans des ingénieries didactiques pour la constructions des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement, tout au long d'un cycle d'enseignement.

Pour cela, nous avons recensé l'ensemble des jeux que nous avons trouvés autour de la notion de fraction à l'aide d'une recherche par mots clés sur un moteur de recherche. Nous nous sommes limitée à l'espace Français pour les jeux de sociétés édités et les jeux de sociétés proposés par des acteurs de l'enseignement des mathématiques. Nous avons étendu nos recherches à l'espace de mathématique francophone pour les ensembles de matériel et les applications mobiles. Nous les présentons dans cette partie et nous en faisons l'analyse, à des notions autour de l'articulation didactique et ludique que nous avons présentées au chapitre 1 : le contrat didactique et ludique, les ressorts ludiques, la notion de mécanique de jeu, le potentiel ludique et le potentiel d'apprentissage d'un game.

3.2.1 Présentation

Nous avons fait une recherche avec les mots clés " jeu" et "fractions" à la fois sur un moteur de recherche pour identifier les jeux autour de la notion de fraction et sur la base de données Publimath [2] pour identifier les publications autour des jeux sur les fractions dans la littérature d'interface. Ces recherches font rapidement apparaître le fait qu'il existe peu de jeux de société édités autour de la notion de fraction. Cependant il existe de nombreux jeux créés par des enseignants, de nombreux ensembles de matériel à visée pédagogique et de nombreux jeux vidéos autour de la notion de fraction. Nous les présentons ici.

3.2.1.1 Les jeux de sociétés édités

Nous considérons ici les jeux édités par des éditeurs de jeux de sociétés et disponibles dans les magasins spécialisés en France. Nous avons référencé deux jeux de société édités :

2. https ://publimath.univ-irem.fr/

— Fractodingo édité par Arithma et

— Mathé Cat's édité par Cat's family.

Ce sont tous deux des jeux de cartes. Sur les cartes on retrouve différentes représentations de fractions : forme fractionnaire irréductible, forme fractionnaire réductible, écriture en toute lettre, écriture décimale, représentation graphique (partie coloriée d'une forme géométrique considérée comme l'unité). Plusieurs règles de jeu sont proposées pour chacun d'eux telles que le rami, le mistigri, la bataille.

Chacun des deux jeux propose une forme d'autocorrection. Mathé Cat's propose des cartes solutions qui regroupent toutes les cartes correspondant à une même fraction.



FIGURE 3.1 – Cartes correstion du jeu Mathé Cat's

Fractodingo propose une correction à l'aide d'illustrations à comparer. Il y a un pirate représenté sur chaque carte et, à la manière d'un jeu des sept différences, tous les pirates se ressemble à un petit détail près. Deux cartes représentent la même fraction si et seulement si elles ont le même pirate.



FIGURE 3.2 – Exemples de pirates permettant de vérifier les paires de cartes dans Fractodingo

3.2.1.2 Les jeux créés par des enseignants

Parmi les jeux autour de la notion de fraction que l'on trouve en faisant une recherche sur internet, il y a la catégorie des jeux créés par des enseignants, ou

des acteurs de l'enseignement des mathématiques, que nous avons répertorié sous la catégorie "Jeu DIY" [3].

Nous avons référencé dans l'Annexe 2 les jeux proposés par certains groupes jeux des IREM [4], les jeux proposés dans les brochures de l'APMEP [5] et les jeux proposés par des enseignants blogueurs français connus.

Ces jeux sont généralement soit des exercices sur les fractions adaptés sous la forme d'un jeu à l'aide d'un ou deux ressorts ludiques, comme les coloriages magiques par exemple, soit d'une adaptation d'un jeu de société connu avec des fractions, les plus courants étant le mistigri, le rami, la bataille, le trivial pursuit, le loto, et le dobble.

Dans cette catégorie se trouve *Le jeu des fractions* conçu par le groupe Premier Degré de l'IREM de Nice et qui a fait l'objet de deux articles dans des revues d'interface :

— Trémèje, J., Winder, C., Davio, H., et Rosso, D.(2009). Jouons avec des fractions. *Grand N*, (84)

— Winder, C.(2017). Un jeu des fractions pour le cycle 3. *Petit x*, (103)

Le jeu des fractions ne correspond pas aux descriptions faites ci-dessus, c'est un jeu original. Ce jeu est composé d'un plateau de jeu sur lequel sont représentées plusieurs figures géométriques identiques partagées en 6, 8 ou 10 parts égales (différents plateaux existent), de pièces réversibles bicolores (une couleur par équipe) constituées de différents nombres de parts (la plus grande de ces pièces correspondant à la figure géométrique représentée sur le plateau), et de deux ou trois paquets de cartes sur lesquelles est inscrite une fraction. Le principe du jeu consiste à recouvrir le plan de jeu avec des pièces de sa couleur en fonction des tirages des cartes. Le système de comptage de points est fait pour inciter les élèves à décomposer une fraction en un entier et une fraction inférieure à un.

3. DIY : Do It Yourself. Jeu fabriqué à l'aide de documents à imprimer et découper
4. Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques
5. Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

3.2.1.3 Les ensembles de matériel pédagogique

Certains jeux qui apparaissent quand on fait une recherche sur les jeux autour de la notion de fraction sur un moteur de recherche sont en fait des ensembles de matériel pédagogique autour de la notion de fraction. Il n'y a pas de règle du jeu associée à ces ensembles de matériel c'est pour cette raison que nous ne les considérons pas comme des jeux de société. Nous avons fait le choix d'en référencer certains, particulièrement riches, car il peuvent être de bons supports pour créer des jeux autour de la notion de fraction et qu'ils ont été une source d'inspiration dans le développement de notre jeu par la suite.

3.2.1.4 Les jeux vidéos

Nous avons fait le choix de nous intéresser aux jeux de société et pas au jeux vidéo car les jeux de société favorisent la manipulation et l'interaction entre les joueurs. Il nous semble cependant important de souligner qu'il existe de nombreux jeux vidéo à visée didactique autour de la notion de fraction. Nous avons recensé dans l'Annexe 2, les jeux vidéos que l'on trouve sur des sites internet français ainsi que les applications mobiles.

Les jeux vidéos que nous avons recensés sont soit des jeux du type jeux d'arcades hébergés sur des sites internet soit des applications mobiles. Parmi ces derniers, nous devons mentionner *Slice Fraction* conçu par des chercheurs du département de didactique de l'UQAM et *Math Mathews Fractions* développé en collaboration avec des chercheurs en didactique des mathématiques à l'université de Lyon 1.

Ce dernier à fait l'objet d'une thèse en neurosciences cognitives, d'un mémoire de master en didactique des mathématiques et de plusieurs articles de recherche et dans des revues d'interface :

— Bhatia, P.(2021). *The neurocognitive bases of fraction processing in the learning brain*, Thèse de doctorat, Université de Lyon.

— Zarpas, P.(2018). *Elaboration d'une praxéologie de référende sur les fractions*. Mémoire master II recherche, Université de Montpellier.

— Zarpas, P. et Gardes, M.-L.(2019). Un jeu vidéo didactique pour l'apprentissage des fractions. *RMé*, (231)

— Zarpas, P.(2020). Analyse didactique d'un jeu vidéo élaboré pour l'apprentissage des fractions. *Petit x*, (113)

— Bhatia, P., Le Diagon, S., Langlois, E., Prado, J. et Gardes, M.-L.(2023). Impact of a game-based interventionon fraction learning for fifth-grade students. A pre-registered randomized controlled study. *Journal of Computer Assisted Learning*, 39(1)

3.2.2 Analyse

Comme nous l'avons montré précédemment, la catégorisation des contrats didactiques et ludiques est pour nous un outil pour l'élaboration d'activités didactiques et ludiques d'une part et pour leur analyse d'autre part. Cependant, ce concept n'a pas été suffisant pour analyser les jeux présentés ci-dessus et expliquer en quoi ils ne répondaient pas aux critères de notre projet. En effet, pour tous les jeux présentés ci-dessus les enjeux didactiques sont liés aux enjeux ludiques et il est possible d'analyser l'utilisation de ce jeux par un contrat stable. Cela nous a amené à nous questionner plus précisément sur l'articulation des enjeux didactiques et des enjeux ludiques. Comme nous l'avons précisé dans le chapitre 1, le concept de mécanique de jeu nous a permis de reformuler la question de l'articulation entre les enjeux didactiques et les enjeux ludiques à celle de l'articulation d'un objectif didactique avec une mécanique de jeu au niveau du game. Il est possible d'analyser cette articulation et l'équilibre entre différents enjeux en analysant le potentiel d'apprentissage et le potentiel ludique de chaque game.

3.2.2.1 Les jeux de cartes

Les jeux de cartes présentés ci-dessus, qu'ils soient édités ou DIY, peuvent être analysés de la manière suivante : peu importe la règle du jeu choisie (mistigri, bataille, rami, memory) le principe est de faire des paires de cartes ou de comparer des cartes. Les valeurs sur les cartes étant des représentations de fractions, l'enjeu

ludique, faire des paires de cartes ou comparer la valeur de deux cartes, est intrinsèquement lié à l'enjeu didactique qui est d'associer deux fractions représentant le même nombre ou de comparer deux fractions. L'utilisation de ces jeux peut donc bien être analysée à l'aide d'un contrat stable.

Pour ce qui est de l'articulation des enjeux didactiques à la mécanique de jeux, on ne peut pas vraiment parler ici d'articulation. En effet, ces jeux s'appuient sur des jeux connus aux mécaniques robustes avec de nombreux mécanismes et ressorts ludiques, pour autant ces mécaniques n'ont pas été repensée pour s'adapter aux enjeux didactiques. Nous sommes ici dans le cas où la mécanique du jeu est indépendante des objets manipulés, ou du moins, permet de les faire varier. Les éléments mathématiques viennent remplacer des éléments qui étaient initialement ludiques comme les valeurs des cartes dans le cas de la bataille ou les dessins à retrouver dans le cas du memory, du lynx ou du dobble. Les jeux créés par ce type d'adaptation d'un jeu de carte connu en ajoutant des éléments mathématiques sont des jeux utiles pour le réinvestissement et la consolidation des savoirs. Par contre, les mécaniques des jeux de cartes ne laissent pas de places à la manipulation et l'expérimentation. Par ailleurs, il faut déjà savoir lire et comparer deux fractions pour pouvoir jouer à ces jeux si bien qu'ils ne favorisent pas *a priori* la construction de connaissances sur les fractions.

3.2.2.2 Les lotos et les jeux de plateau connus

Les lotos et les jeux de plateau connus peuvent être analysés de façon similaire aux jeux de carte. Les enjeux didactiques ne sont pas forcément les mêmes que ceux des jeux de cartes décrits ci-dessus mais leur articulation à une mécanique de jeu existante est similaire. Pour les lotos, il s'agit de retrouver sur sa carte de jeu une représentation de la fraction énoncée par le maître du jeu. Pour le trivial pursuit, les questions de culture générale sont remplacées par des questions sur les fractions. Et pour les jeux de l'oie, les valeurs sur les dés utilisés et la numérotation des cases ne sont plus des entiers mais des fractions. Pour ces types de jeux, les enjeux

didactiques sont intrinsèquement liés aux enjeux ludiques mais il s'agit à nouveau de l'ajout d'éléments mathématiques à une mécanique de jeu robuste.

De même que pour les jeux de cartes, les jeux créés ainsi on un potentiel d'apprentissage limité et ne permettent pas la construction des savoirs. Ils sont plus adaptés pour le réinvestissement et la consolidation de ceux-ci.

3.2.2.3 Les exercices adaptés sous forme de jeu

Nous souhaitons ici analyser les jeux solos tel que les coloriages magiques, les labyrinthes, les casses-têtes proposés par l'APMEP.

De prime abord, nous pourrions penser que l'utilisation de ces jeux peut être analysée par un contrat évolutif puisque nous sommes dans la catégorie des casses-têtes et puzzles. Cependant, les intentions didactiques de ces jeux ne sont pas cachées, les enjeux didactiques sont explicites pour le joueur. La phase de tâtonnement ludique n'a pas lieu d'être pour ces jeux-ci. L'utilisation de ces jeux peut donc être analysée par un contrat stable.

Nous ne pouvons pas parler ici d'articulation des enjeux didactiques à une mécanique de jeu car il n'y pas de mécanique de jeu à proprement parler. Ces jeux ont un ou deux ressorts ludiques ou mécanismes ludiques mais ne sont pas suffisamment complexes pour que l'on parle de mécanique de jeu. Le potentiel ludique de ces jeux est faible. De ce fait et du fait que les enjeux didactiques soient explicites, il y a peu de chance que ces jeux puissent vivre en contexte purement ludique.

3.2.2.4 *Le jeu des Fractions*

De tous les jeux présentés ci-dessus, le seul jeu qui soit un jeu de plateau avec du matériel à manipuler est *Le jeu des fractions* de l'IREM de Nice.

Les enjeux didactiques sont nombreux (Trémèje *et al.*, 2009; Winder, 2017) :

— Utiliser des fractions inférieures et supérieures à 1.

— Effectuer des calculs avec des fractions simples de même dénominateur.

— Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

— Utiliser l'écriture décimale.

— Calculer la somme de nombres décimaux.

— Utiliser des fractions équivalentes.

Les enjeux ludiques sont :

— Le choix des pièces correspondant à la fraction demandée par les cartes.

— Le positionnement des pièces sur le plateau pour optimiser ses bonus et contrer l'adversaire (compléter des unités et empêcher l'adversaire de remplir une unité avec seulement des pièces de sa couleur)

Les enjeux ludiques et les enjeux didactiques sont liés. Il faut manipuler des fractions pour choisir ses pièces et compter les points. La manipulation des pièces et les plateaux permettent de construire des connaissances sur les équivalences de fractions (Winder, 2017), et la gestion de la feuille de score et des bonus incite les élèves à extraire la partie entière d'une fraction. D'après ce que l'on vient de présenter et les expérimentations présentées dans (Ibid.), il semble que l'utilisation du *Le jeu des Fractions* peut être analysée par un contrat stable et que le jeu peut être utilisé pour la constructions des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement.

Pour autant, *Le jeu des Fractions* ne répond pas à notre cahier des charges. En effet, il nous semble que le jeu serait difficilement viable en contexte d'animation car la mécanique du jeu n'est pas assez robuste. Premièrement, le système de comptage des points rend un des enjeux ludiques caduc : peu importe le choix que l'on fait pour les pièces que l'on prend, les points sont déterminés par les cartes tirées au hasard et le placement de ces pièces sur le plateau (compléter le plus d'unité et contrer l'adversaire). De plus, en fonction du premier tirage de carte [6], le premier joueur peut complètement empêcher l'adversaire de marquer des bonus et les points seront uniquement déterminés par le tirage des cartes au hasard. Deuxièmement, le jeu n'a pas de ressort ludique tel qu'une contextualisation dans un univers ludique, un graphisme ou matériel attrayant, des effets de course ou de pari. Le potentiel ludique du *jeu des Fractions* est trop limité pour être utilisé en dehors d'un contexte scolaire.

6. Si le dénominateur de la partie décimale de la fraction est supérieur au nombre de forme unité sur le plateau moins la partie entière de la fraction

3.3 L'Atelier des potions

N'ayant pas trouvé de candidat correspondant au critères de notre projet parmi les jeux existants, nous avons décidé de créer notre propre jeu de plateau. Nous le présentons ici et détaillons les choix didactiques que nous avons fait lors de sa conception.

3.3.1 Présentation du jeu l'Atelier des potions

Nous faisons le choix de commencer par présenter le jeu dans sa version finale pour faciliter l'exposé des considérations ayant amené à sa conception.

Le jeu que nous avons conçu, l'Atelier des potions [7], aborde la notion de fraction dans un univers de sorcellerie. Il s'adresse à des enfants entre 9 et 12 ans et peut se jouer de 1 à 4 joueurs. Les joueurs sont des apprentis sorciers qui réalisent des potions magiques à l'aide d'ingrédients placés devant eux : grenouilles, araignées, raies et serpents. Au milieu de la table est posée la recette d'une potion magique à réaliser et 4 jetons de magie (de 1 à 4 étoiles). Chaque joueur possède un chaudron dans lequel il peut réaliser sa potion et un couvercle.

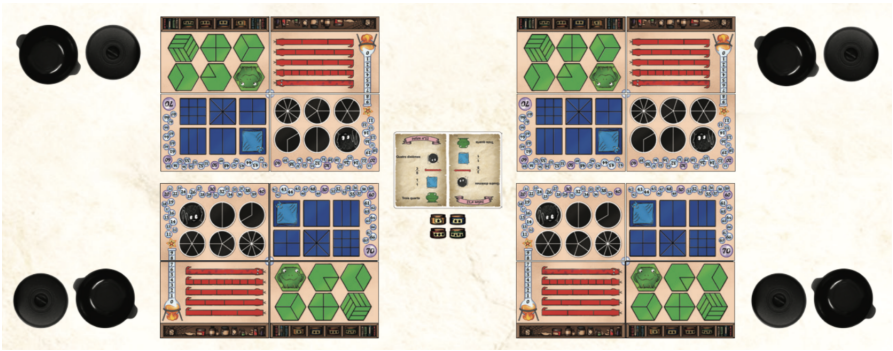


FIGURE 3.3 – Configuration du jeu pour 4 joueurs

Sur la carte recette se trouve une liste de fractions de chaque ingrédient qu'il faut réunir pour faire la recette (par exemple : quatre dixièmes d'araignée, trois cinquièmes de serpent, une raie et trois quarts de grenouille).

7. L'Atelier des potions est édité par EMA, la branche éditoriale de Plaisir Maths. https ://www.atelier-potions.fr/. L'Atelier des potions est une marque déposée.

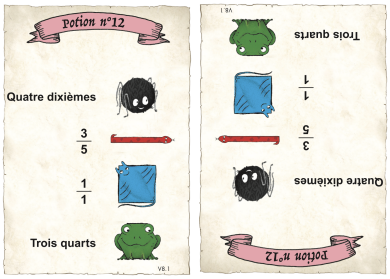


FIGURE 3.4 – Carte de la potion n°12

Les joueurs concoctent la potion dans leur chaudron en attrapant sur leur plateau les pièces correspondant aux fractions demandées. Ils parient ensuite sur leur réussite en misant un jeton de magie qu'ils placent dans leur chaudron. Ils referment le couvercle sur leur chaudron pour indiquer qu'ils ont terminé.

Lorsque tous les joueurs ont fini la recette, ils peuvent passer à la vérification de la recette à l'aide du grimoire des solutions. Après avoir ouvert le grimoire des solutions à la page correspondant à la potion qu'ils devaient réaliser, les élèves superposent le contenu de leur chaudron sur les figures. Si l'ensemble des pièces prises pour un ingrédient correspond parfaitement à la figure, cela signifie que les joueurs ont pris la bonne quantité de cet ingrédient.

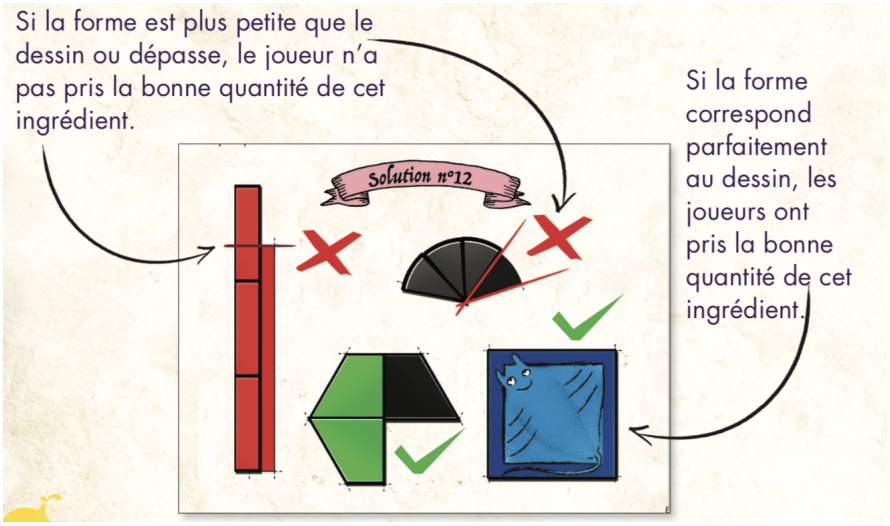


FIGURE 3.5 – Exemple de vérification à l'aide du grimoire des solutions

Une fois que les contenus de l'ensemble des chaudrons ont été vérifiés, chaque joueur compte ses points. Si la recette est correcte, il marque autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton qu'il a choisi. Sinon (c'est-à-dire que la quantité prise pour au moins un ingrédient ne correpond pas à la fraction indiquée sur la carte), il perd

autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton qu'il a choisi [8]. Une nouvelle manche peut alors débuter. Le gagnant est le joueur ayant marqué le plus de points au bout d'un temps imparti.

3.3.2 L'articulation didactique et ludique

Lorsque le cahier des charges du projet a été établi et que les valeurs pour les quatre macro-variables présentées au paragraphe 3.1.2 ont été fixées, l'équipe de recherche et développement de Plaisir Maths s'est lancée dans une phase exploratoire de développement afin de dégager des idées de jeux. Cette phase d'exploration a été guidée par les usages que nous souhaitions pouvoir faire du jeu aussi bien en contexte didactique qu'en contexte purement ludique. De ce fait les propositions envisagées étaient celles pour lesquelles les enjeux didactiques pouvaient être articulés aux enjeux ludiques. Nous précisons ici comment nous avons articulé ces différents enjeux et comment cela nous a amené au principe du jeu tel qu'il existe aujourd'hui.

Il s'agit d'une articulation dans le sens où l'objectif est d'obtenir une intégration des dimensions didactiques et ludiques : nous ne voulions ni habiller un objectif didactique d'attributs ludiques (comme l'imaginaire, la manipulation, le comptage de points), ni ajouter à une mécanique ludique des éléments mathématiques (comme créer un mistigri avec des représentations de fractions sur les cartes). Pour réussir à articuler les deux dimensions didactique et ludique, et ne pas se contenter de les juxtaposer, nous avions besoin d'une mécanique de jeu suffisamment robuste pour pouvoir être utilisée en contexte ludique sans intention didactique d'une part et ne pas disparaître derrière les enjeux didactiques lors d'une utilisation en contexte didactique d'autre part. Pour l'élaboration du jeu, nous avons choisi de nous centrer sur l'objectif didactique suivant : reconnaître parmi un ensemble de représentations géométriques, en termes de rapport d'aire, celle(s) qui correspond(ent) à une fraction donnée. Cet objectif didactique correspond à un objectif du programme scolaire accessible dès l'introduction du concept de fraction et à la base de nombreux exercices dans les manuels scolaires. De plus, en adaptant l'énoncé de la façon suivante :

8. Les joueurs entament la partie avec un capital de 10 points.

reconnaître et prendre, parmi un ensemble de pièces géométrique, celle(s) correspondant à une fraction donnée d'une autre pièce géométrique (par exemple reconnaître la pièce correspondant à 1/2 hexagone régulier), nous pouvions remplir la contrainte de manipulation de notre cahier des charges.

Avec cette dimension de manipulation, la suite d'actions permettant de remplir l'objectif didactique que nous avions choisi nous semblait proche d'une mécanique à la base de nombreux jeux (tel que Bazar Bizarre, Go Go Gelato, ou Dr Eureka) : retourner une « carte consigne » au centre de la table, réaliser tous en même temps et le plus rapidement possible le défi de manipulation (sélection ou agencement) donné par la carte, annoncer dès qu'un joueur a fini, vérification par les pairs, gain (ou non) de la « carte consigne », tour suivant. Cette mécanique, étant utilisée pour de nombreux jeux du commerce s'adressant à des enfants à partir de 6 ans, est de fait suffisamment robuste pour permettre une utilisation en contexte ludique et adaptée aux élèves du cycle 3. Par ailleurs, le cœur de la mécanique étant la réalisation d'une consigne de manipulation, nous avons fait l'hypothèse qu'elle pouvait être porteuse de nos objectifs didactiques à condition que la « carte consigne » corresponde à une liste de fractions correspondant aux pièces que les élèves doivent attraper.

Nous avions à cette étape, l'ébauche d'un jeu articulant les aspects didactiques et ludiques au cœur de sa structure dans le sens où les règles sont constitutives du jeu et définissent à la fois les actions didactiques et la mécanique de jeu :

— D'une part, le jeu est porteur de plusieurs ressorts ludiques : la compétition ludique avec l'aspect course, le défi ludique avec les difficultés de la consigne, le matériel ludique qu'il faut attraper ou agencer et l'attente ludique pendant la vérification du résultat par les pairs.

— D'autre part, le jeu est porteur d'enjeux didactiques : la prise des pièces demandées est directement connectée avec les enjeux didactiques sur les fractions vue comme rapport de grandeurs.

Après une contextualisation ludique dans un univers magique où l'enjeu est la réalisation de potions magiques, nous avons joué au cours de plusieurs cycles de recherche et développement sur les nombreuses variables didactiques mathématiques

à notre disposition et les ressorts ludiques présentés ci-dessus pour nous assurer d'avoir un bon équilibre entre les dimensions didactiques et ludiques. A chaque cycle de recherche et développement, les valeurs des variables didactiques mathématiques et les ressorts ludiques ont été ajustées en collaboration avec des enseignants du collectif Plaisir Maths et le nouveau prototype obtenu a été testé. Nous présentons ci-dessous les choix de valeur que nous avons faits pour les principales variables didactiques dans le jeu tel qu'il est commercialisé.

3.3.3 Choix des valeurs des variables didactiques pour la conception du jeu

Les choix des valeurs des variables didactiques que nous présentons ici ont été pilotés par notre cahier des charges (cf. paragraphe 3.1.1) et le fait que le jeu que nous développions était pour nous l'élément principal du milieu antagoniste de type expérimental que nous souhaitions mettre en place dans nos futures ingénieries didactiques et ludiques. Le jeu devait donc :

- être porteur de déséquilibres dans les rétroactions qu'il fournit au joueur en lui indiquant que ces moyens de contrôle pour la réalisation des potions étaient insuffisants ;
- développer l'autonomie du joueur en favorisant la dévolution d'une part mais également en permettant au joueur de contrôler les réponses du milieu.
- permettre l'accès à des savoirs mathématiques, c'est-à-dire proposer des situations qui fassent fonctionner ces savoirs mathématiques.

C'est par un jeu sur les valeurs des variables didactiques relatives au matériel qui constitue les ingrédients, les variables didactiques relatives aux cartes et celles relatives au grimoire des solutions et la façon dont elles influent les unes sur les autres que nous avons pu remplir ces conditions. Nous présentons ces choix ici.

3.3.3.1 Le choix de valeurs pour les variables relatives au matériel qui constitue les ingrédients dans le jeu

VD1 : Nature des représentations

Valeurs possibles : collection d'objets discrets, partition de grandeurs continues, position sur la droite graduée.

Choix : Nous avons choisi de représenter les fractions par les partitions de grandeurs continues qui est une des entrées qui permet de donner du sens au concept de fraction (Vergnaud, 1991). D'autre part, la décomposition et recomposition de volume, surface et longueur est une compétence normalement acquise par les élèves enfants de cet âge (9-12 ans) (Piaget *et al.*, 1973).

VD2 : Dimension des objets partitionnés

Valeurs possibles : objet de dimension 1, objet de dimension 2, objet de dimension 3

Choix : Nous n'avons pas retenu les objets de dimension trois qui sont plus compliqués à produire et plus difficiles à représenter dans le grimoire des solutions. La dimension du jeu que nous avons fixé (VM4) et le découpage du plateau en 4 sous-plateaux nous amènent à choisir 4 objets à partitionner [9] :

- Un objet de dimension 1 permettant l'analogie avec la droite graduée.
- Trois objets de dimension 2 pour varier les représentations.

VD3 : Partition pour la décomposition et recomposition des objets

Valeurs possibles : tous les pièces élémentaires de même mesure d'aire ou de longueur sont superposables, ou non.

Choix : pour un objet donné, nous avons fait le choix d'un découpage régulier pour que les élèves puissent vérifier par superposition que les pièces élémentaires ont même longueur ou même aire.

VD4 : Formes utilisées correspondantes à une unité

9. Puisque nous souhaitons avoir du matériel à manipuler pour le jeu, tous les objets seront produit dans un matériau aimanté et auront une épaisseur de 1 à 2 millimètres afin de renforcer leur solidité. Nous les considérons quand même comme des objets du plan.

VD4.1 : Formes utilisées pour les objets de dimension 1

Valeur possibles : bâtonnet, ficelle, réglette, portion de couronne, portion de courbe ouverte [10].

Choix : Le choix fait pour VD3 nous amène à privilégier des représentations permettant des partitions régulières (tous les morceaux de même longueur sont matériellement superposables) et nous amène à exclure les portions de courbe ouverte à l'exception des arc de cercle. Les contraintes de production du matériel aimanté nous amènent à privilégier la réglette ou la portion de couronne. C'est la réglette qui a été retenue comme candidat principal car elle permet une analogie avec la droite graduée [11].

VD4.2 : formes utilisées pour les objets de dimension 2

Valeurs possibles : patatoïdes, formes représentant des objets ou animaux (étoile, nuage, poisson, etc.), polygones réguliers, disque, ellipse.

Choix : Le choix fait pour VD3 nous a amené à choisir des formes géométriques ayant un grand nombre d'axes de symétrie ou découpables en bandes superposables. Par ailleurs nous souhaitions inclure les formes usuellement utilisés en classe. Nous avons choisi d'utiliser le disque, le carré et l'hexagone régulier.

VD5 : Nombre de partitions de l'unité pour chaque forme

Valeurs possibles : tout entier naturel non nul (sous réserve que la réalisation matérielle des pièces soit possible)

Choix : VM4 ayant fixé la dimension de chaque sous-plateaux à un A5, et comme nous ne souhaitions pas avoir des pièces trop petites (surface $< 1\ cm^2$), nous avons choisi d'avoir six partitions différentes de l'unité pour chaque forme de dimension 2 et cinq partitions différentes pour la réglette (cf. Figure 3.6)

10. Le fait que nous ayons choisi de développer un jeu de plateau avec du matériel à manipuler (VM2) justifie que nous ne nous intéressons pas au représentations dessinées.

11. Cette analogie pourra être utilisée dans certaines activités périphériques autour du jeu.

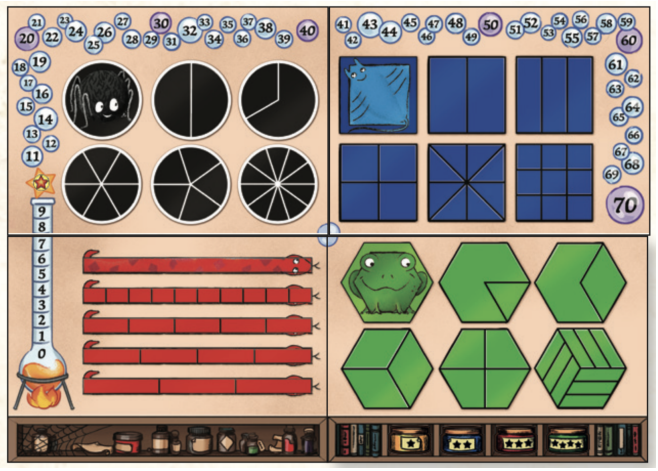


FIGURE 3.6 – Plateau pour un joueur

VD6 : Fractions utilisées pour partitionner les unités

Valeurs possibles : fractions unitaires [12], fractions non unitaires inférieures à 1.

Choix ergonomique :

— VD6.0.1 : Nous n'avons pas considéré de fractions inférieures au dixième car les pièces formées par de telles partitions étaient trop petites et ne répondaient pas aux critères de production [13].

Choix didactiques :

— VD6.0.2 : Nous avons choisi de prendre en compte les "fractions simples" [14] au programme du cycle 3.

— VD6.0.3 : La pièce correspondant à l'unité est présente sur le plateau pour rendre visible à quelles fractions correspondent les autres pièces.

— VD6.0.4 : Nous souhaitions avoir une majorité de partitions de la forme $\frac{1}{n}$ afin de rendre visible l'aspect partage en parts égales qui définit la fraction.

— VD6.0.5 :Pour le disque et l'hexagone, nous souhaitions avoir quelques partitions de la forme $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n}$ avec $(n > 2)$ afin que les élèves aient l'occasion d'observer que les fractions non unitaires représentent également un rapport

12. Les fractions unitaires sont les fractions dont le numérateur est égal à 1.

13. Les contraintes transmises par le producteur nous oblige à ne retenir que des pièces ayant des angles supérieurs à $\frac{\pi}{10}$ et de largeur supérieure à 1 centimètre

14. Il n'existe pas de définition mathématique des fractions simples. Le programme du cycle 3 utilise ce terme sans le définir. La ressource *Fraction et nombres décimaux au cycle 3* MENJ (2016) précise : « Lorsque le partage se fait en un petit nombre de parts (2,3,4,...) et que l'on prend un petit nombre de telles parts, on parle de fractions simples : $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{10}$, etc. ». Nous considérons que les fractions simples sont des fractions inférieures ou égales à 2 dont le dénominateur est inférieur ou égal à 10.

de grandeurs et non seulement une manière de traduire une collection finie de fractions unitaires. Nous avons choisi les partitions $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n}$ afin que les fractions correspondant à chaque pièce soient facilement identifiables.

— VD6.0.6 : Nous souhaitions avoir une même fraction représentée pour chaque forme. Ainsi, pour chaque forme, il y a une partition en tiers. Nous avons choisi le tiers car il est moins courant que le demi et le quart.

— VD6.0.7 : Nous avons éliminé certaines partitions pour favoriser l'utilisation par les joueurs de fractions équivalentes. Nous n'avons, par exemple, pas retenu la partition de l'hexagone en deux demis afin d'obliger les joueurs à prendre deux quarts d'hexagone pour obtenir un demi hexagone.

— VD6.0.8 : Nous souhaitions que certaines fractions servent à partitionner au moins deux formes. Nous faisons l'hypothèse que ce choix permettra la mise en évidence du point de vue des rapport de grandeurs.

Ces choix généraux pour VD6 nous ont amené à choisir, pour chacune des formes unités, les fractions utilisées pour les partitions. Nous ne rentrerons pas ici dans le détail de chacun des choix mais présentons l'ensemble du matériel obtenu sous la forme d'un tableau (cf. Figure 3.7).

	1	5/6	2/3	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
Hexagone	1	1	1		4	4		1			9	
Carré	1			2	3	4				8	9	
Disque	1		1	2	1		5	6				10
Réglette	1				3	4	5					10

FIGURE 3.7 – tableau répertoriant l'ensemble des pièces du jeu

VD7 : Type d'emplacement pour les pièces sur le plateau

Valeurs possibles : Unités recomposées, pièces alignées par forme, pas de disposition particulière.

Choix : Pour VM4 nous avions fait le choix de plateaux magnétiques pour le jeu, il restait à déterminer comment ranger les pièces du jeu sur le plateau. Nous avons fait le choix d'illustrer chaque plateau et de représenter 6 unités pour les araignées, les raies et les grenouilles et 5 unités pour les serpents (cf. Figure 3.8).



FIGURE 3.8 – Plateaux vides

Les élèves peuvent ainsi ranger leur pièces sur le plateau en recomposant des unités, ce qui permet l'identification des partitions de chaque ingrédient. Nous avons illustré chaque unité sur le plateau pour faire ressortir le fait que lorsqu'on prend n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient, on a pris une unité et créer ainsi une rétroaction du milieu.

3.3.3.2 Le choix des valeurs des variables relatives aux cartes du jeu

Une fois le matériel formant les *ingrédients* réalisé, nous avons développé les cartes recettes des potions magiques (appelées cartes potion par la suite), autre élément essentiel du jeu. L'élaboration des cartes potions a été pilotée par les variables didactiques suivantes :

- **VD8** : Le nombre de lignes ingrédient par carte
- **VD9** : Le fait de faire apparaître plusieurs fois le même ingrédient dans la recette ou non
- **VD10** : L'utilisation de dénominateurs correspondant à une partition ou non
- **VD11** : Le type de fractions utilisées (unitaire, simple, réductible, irréductible, inférieure ou supérieure à 1)
- **VD12** : L'écriture de la fraction (écriture fractionnaire, écriture en toutes lettres, écriture mixte, écriture sous forme de somme)

Nous ne rentrerons pas ici dans le détail des choix de chaque variable mais nous présentons de façon descriptive les cartes conçues car c'est ce qui nous servira par la suite pour la conception de l'ingénierie didactique.

La combinatoire des possibles pour la réalisation des cartes était très élevée mais les contraintes de production ont limité le nombre de cartes à soixante-quatre. Nous avons fait le choix de faire quatorze types de cartes différentes, identifiés par leur couleur (cf. Annexe 3), afin de pouvoir aborder la plupart des connaissances et compétences liées aux fractions présentes au programme du cycle 3.

L'ensemble des cartes créées est réparti en quatre catégories :

— Les cartes comprenant des fractions unitaires (vert foncé) et des fractions simples (rose). Elles peuvent être utilisées dès que la notion de fraction a été introduite auprès des élèves.

— Les cartes comprenant exactement une fraction supérieure à 1. Dans cette catégorie nous trouvons les cartes permettant d'aborder la décomposition additive des fractions supérieurs à 1 comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 (violettes, oranges et jaunes), les cartes comprenant exactement un entier écrit sous la forme $\frac{n}{1}$ (vert clair) et celles comprenant deux fractions pour lesquelles on a inversé le numérateur et le dénominateur (rouges).

— Les cartes comprenant une fraction dont le dénominateur ne correspond pas à une partition présente pour l'ingrédient en question (bleu foncé, blanches et noires). Ces cartes sont permises par le choix VD6.0.7 : les joueurs vont être amenés à considérer des fractions qui soient équivalentes à celle demandée et qui correspondent à des partitions existantes.

— Les cartes demandant plusieurs fois le même ingrédient. Nous avons pensé ces cartes afin d'introduire les sommes de fractions. Nous trouvons dans cette catégorie des cartes qui demandent à ce que les joueurs prennent n fois la quantité $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient (gris foncé), des cartes introduisant les sommes de fractions ayant même dénominateur (gris clair), des cartes introduisant les sommes à 1 de fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre (marron), et des cartes introduisant les sommes inférieures à 1 de fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre (bleu ciel).

Parmi les connaissances et compétences au programme du cycle 3 liées aux fractions, voici celles que les cartes développées permettent d'aborder :

- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives.
- Connaître et utiliser quelques fractions simples comme opérateur de partage en faisant le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique.
- Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs une fois l'unité fixée.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Connaître des égalités entre des fractions usuelles (exemples : $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Le repérage d'une fraction sur la droite graduée, l'encadrement d'une fraction par deux nombres entiers consécutifs, la comparaison de deux fractions de même dénominateur, et les fractions quotients de deux nombres entiers sont des notions qui ne sont pas abordables par le principe de réalisation d'une recette. Nous n'avons pas créé de carte recette de potion autour de ces notions. Cependant, nous souhaitions par la suite développer des activités connexes au jeu abordant ces notions en utilisant le matériel du jeu. Nous les présenterons dans le paragraphe 3.3.4. Les sommes de fractions ne sont pas explicitement au programme du cycle 3 mais ce sont des activités qui sont rencontrées et travaillées en fin de cycle. Nous avons choisi d'élaborer des cartes permettant de rencontrer des sommes itérées de n fois $\frac{1}{n}$, des sommes de fractions ayant même dénominateur, et des sommes à 1 de fractions dont les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre.

3.3.3.3 Le choix des valeurs des variables relatives au grimoire des solutions

Le dernier élément du jeu que nous avons conçu est le grimoire des solutions. Comme nous l'avions mentionné dans le cahier des charges, nous souhaitions avoir un

jeu avec un fort potentiel d'adidacticité, et qui puisse s'insérer dans une ingénierie didactique articulant des situations d'action, de formulation et de validation. De plus, afin que le jeu puisse être utilisé en classe ordinaire, nous avions également considéré qu'il devait permettre l'autonomie des joueurs. Afin de répondre à ces contraintes, nous avons souhaité que les joueurs puissent vérifier par eux-même la potion faite. Nous avons pour cela choisi de créer un livret de solutions comme cela se fait aujourd'hui pour certains jeux de défis, comme ceux de la gamme smartgames [15].

Dans le cas de notre jeu, il s'agissait de représenter l'ensemble des combinaisons de pièces possibles pour obtenir les fractions demandées. Cependant, pour la majorité des cartes, il n'existe pas une solution unique pour obtenir la fraction demandée avec les pièces du jeu. Par exemple, il est possible, avec les pièces du jeu correspondant à la grenouille, de former un demi hexagone à l'aide de deux quarts, un tiers et un sixième, ou trois neuvièmes et un sixième (cf. Figure 3.9).

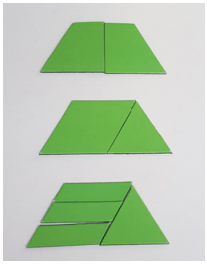


FIGURE 3.9 – Différentes combinaisons de pièces formant un hexagone

Voici les variables didactiques qui ont piloté l'élaboration du grimoire des solutions.

VD13 : Présentation des solutions par potion ou par fraction.

Valeurs possibles : une entrée par potion ou une entrée par fraction et par ingrédient.
Choix : Nous avons choisi de proposer une solution par potion. Cette solution augmente la taille du grimoire des solutions (ils y a des fractions de certains ingrédients représentées plusieurs fois parce qu'elles sont sur plusieurs cartes potions) mais elle nous semble favoriser l'autonomie des élèves et par conséquent le caractère adidactique du jeu.

15. http ://www.smartgames.eu/fr

VD14 : Type de représentation des combinaisons de pièces.

Valeurs possibles : liste des combinaisons de pièces valides, une représentation graphique par combinaison de pièces possible, une seule représentation graphique pour toutes les combinaisons de pièces possibles.

Choix : Nous pouvions lister ou représenter l'ensemble des combinaisons de pièces valides pour chaque ingrédient de chaque carte mais l'élaboration exhaustive de cette liste aurait été fastidieuse et son utilisation aussi. Nous avons donc choisi de représenter les solutions pour chaque ingrédient sous la forme d'une surface unique sur laquelle les élèves posent l'ensemble de leurs pièces à la façon d'un puzzle (cf. Figure 3.10).

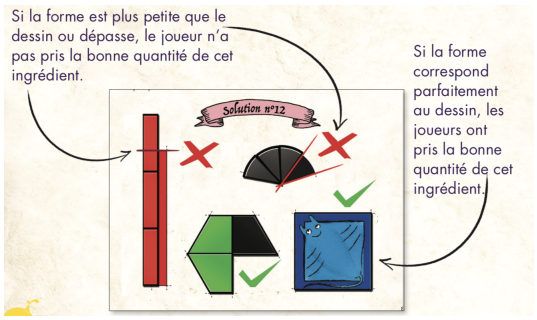


FIGURE 3.10 – Exemple de vérification avec le grimoire des solutions

Les surfaces du grimoire des solutions sont représentées sans démarcation des pièces. Excepté pour les fractions de la forme $\frac{1}{n}$ ou les unités, il est difficile d'identifier juste en regardant la solution une combinaison de pièces solution (cf.Figure 3.11).

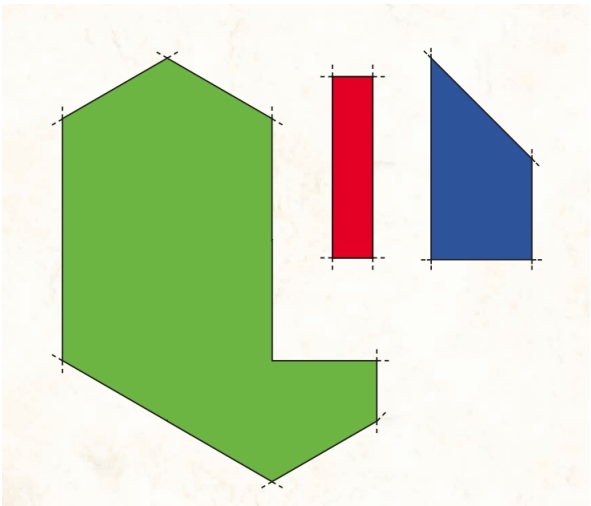


FIGURE 3.11 – Exemple de représentation de la solution dans le grimoire

Les cotés des surfaces représentées ont été prolongés par des pointillés afin de

rendre visible une pièce qui dépasserait de la surface. Une combinaison de pièces recouvre parfaitement la surface si, et seulement si, elle correspond à une solution. Une analyse mathématique a ainsi été nécessaire pour déterminer, pour chaque fraction de chaque ingrédient, la forme de la surface solution. Cela nous a amené à ne pas utiliser certaines fractions pour l'araignée dans les cartes potions parce qu'il n'existait pas une seule surface solution permettant de vérifier toutes les combinaisons de pièces. Par exemple, la partition non régulière en un tiers et deux tiers de l'araignée implique de créer deux surfaces différentes pour représenter les combinaisons de pièces correspondant à $\frac{7}{6}$ d'araignée (cf. Figure 3.12).

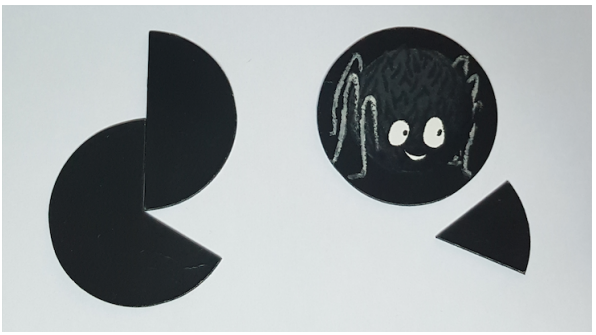


FIGURE 3.12 – Surfaces solutions pour $\frac{7}{6}$ d'araignée

3.3.4 Présentation des ressources pour les enseignants

3.3.4.1 Le tutoriel de prise en main du jeu

Lors de la présentation du jeu l'Atelier des potions à des enseignants, nous nous sommes rendus compte qu'il était difficile pour les enseignants de concevoir l'intérêt du jeu pour l'enseignement si nous n'en faisions pas la démonstration. Nous avons alors choisi de développer un tutoriel de prise en main du jeu qui a deux objectifs :

— expliquer clairement la mise en place du jeu et les règles du jeu

— permettre aux enseignants de découvrir tous les types de cartes du jeu et leur intérêt.

Ce tutoriel comporte trois parties distinctes : une partie préparation, une partie introduisant les règles du jeu et une partie permettant d'explorer les potentialités du jeu.

Dans la partie préparation, nous expliquons comment disposer le matériel sur la table et nous imposons une sélection de cartes à faire dans un ordre précis. Cette sélection a été pensée pour répondre au deuxième objectif. Nous avons proposé une carte de chaque catégorie dans l'ordre du paquet que nous avons agencé de façon à ce que les aspects didactiques de chaque catégorie et les relations entre les catégories soient clairement apparents. Ceci afin de donner aux enseignants une première idée des apports potentiels du jeu pour les apprentissages visés.

La deuxième partie du tutoriel explique sur un exemple comment jouer à l'Atelier des potions. Les règles du jeu ne sont pas compliquées mais elles sont nombreuses et détaillées car il y a plusieurs étapes dans une manche de jeu. Cette partie du tutoriel permet aux enseignants de s'emparer du jeu mais elle peut également servir d'exemple de présentation des règles pour les élèves.

La dernière partie du tutoriel propose aux enseignants de jouer sur l'ensemble des cartes sélectionnées dans la préparation, dans l'ordre indiqué.

3.3.4.2 Les séances d'enseignements élaborées autour du jeu

Lorsque nous avons questionné les enseignants sur les limites de l'utilisation de jeux de société pour l'enseignement ordinaire, une des réponses les plus fréquentes était la difficulté à élaborer des séances à partir d'un jeu, souvent due à un manque de temps. Nous avons alors choisi de développer des séances d'enseignement autour du jeu l'Atelier des fractions clés en main avec un déroulement détaillé, des informations sur les variables didactiques à disposition des enseignants et les choix que nous avons fait et que nous conseillons de ne pas modifier, et tous les documents pour les élèves.

Il existe deux types de séances d'enseignement : les séances de jeu et les séances utilisant le matériel du jeu.

Les séances de jeu Ces séances sont en fait des parties de l'Atelier des potions

où les cartes et l'ordre dans lequel elles doivent être jouées sont prédéterminés pour remplir un objectif didactique. Nous en avons crée quatre :

— une séance d'introduction du jeu auprès des élèves,

— une séance qui propose une variante du jeu où un élève lit la carte et le deuxième fait la recette en fonction de ce qu'a dit le premier pour travailler le vocabulaire relatif aux fractions

— une séance autour de la décomposition des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une partie inférieure à 1,

— et une séance abordant les équivalences de fractions.

Nous avons utilisé la première et la troisième dans l'ingénierie didactique et ludique que nous présenterons dans le chapitre suivant.

Les séances autour du matériel Les séances autour du matériel ne font pas jouer à l'Atelier des potions à proprement parlé mais s'appuient sur le matériel du jeu et sa manipulation pour aborder des notions autour du concept de la fraction. Il existe deux types de séances utilisant le matériel du jeu : des activités didactiques et ludiques, et des fiches d'exercices où les élèves peuvent s'aider du matériel pour répondre aux questions. Nous avons, à ce jour, créé huit séances abordant différentes notions : le vocabulaire relatif aux fractions, le partage en parts égales, les fractions supérieures à 1, les fractions quotients, la comparaison de fractions, et les équivalences de fractions.

3.3.4.3 Le document d'accompagnement

Nous avons regroupé le tutoriel et les séances d'enseignement dans un dossier que nous avons intitulé *Le document d'accompagnement*. Nous y avons ajouté :

— le détail du matériel à disposition

— un tableau détaillant toutes les cartes du jeu

— et des conseils d'utilisation du jeu.

Ce document d'accompagnement est disponible en Annexe 4.

Conclusion

Le jeu l'Atelier des potions a été édité et commercialisé au printemps 2018. Au mois de juillet 2018, il recevait le label Educaflip [16] décerné par un jury de professionnels du monde du jeu et d'enseignants. Le label EducaFlip identifie des jeux à forts potentiels pédagogiques utilisables en classe et en famille. Il récompense chaque année trois jeux répondant aux critères suivants : avoir un potentiel pédagogique important ; être utilisable en classe ou à la maison ; concerner des enfants scolarisés dans l'élémentaire ; être édité ; être accessible : on peut le trouver facilement dans les magasins ou sur internet et à un prix inférieur à 50€ [17].

Les premières implémentations du jeu en classe et en contexte d'animation nous permettent de confirmer que le jeu peut être utilisé dans ces deux contextes. Nous souhaitons maintenant tester l'hypothèse selon laquelle, l'Atelier des potions peut être inséré au cœur d'une ingénierie didactique pour la construction des savoirs.

16. https://www.jeux-festival.com/?s=Atelier+des+potions
17. https://www.jeux-festival.com/category/educaflip/

Chapitre 4

Une ingénierie didactique et ludique autour de l'Atelier des potions

Introduction

La conception du jeu l'Atelier des potions s'est faite dans l'objectif de pouvoir l'insérer dans des ingénieries didactiques pour la construction des savoirs. Les premiers tests du jeu et des ressources développées atour de celui-ci en contexte scolaire, réalisés au printemps 2019, nous ont confortée dans l'hypothèse qu'il serait possible de développer des ingénieries didactiques articulant les enjeux didactiques et les enjeux ludiques autour de l'Atelier des potions.

Dans ce chapitre, nous définissons en premier lieu le concept d'ingénierie didactique et ludique introduit par Pelay (2011). Nous justifions ensuite le choix de centrer notre ingénierie sur la décomposition des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Dans le troisième paragraphe, nous présentons l'ensemble de la séquence avant de détailler les choix faits pour les valeurs des variables didactiques dans l'analyse *a priori* de chaque séance.

4.1 Les ingénieries didactiques et ludiques

Dans le dernier chapitre de sa thèse Pelay (2011) présente l'élaboration d'une ingénierie « prenant en compte dès la conception à la fois les dimensions ludiques

et didactiques » (Ibid., p.317) qu'il nommera *ingénierie didactique et ludique*. Pelay ne définit pas le concept d'ingénierie didactique et ludique mais en présente un exemple et donne des premières pistes de réflexion théorique sur la méthodologie de conception d'une telle ingénierie. Il revient, entre autre, sur l'importance de la notion de ressort ludique pour l'articulation du didactique et du ludique et sur la caractérisation interne ou externe des dimensions ludiques de la situation.

En appui sur les éléments théoriques présentés au chapitre 1 (paragraphe 1.1.4), il nous semble que nous pouvons aujourd'hui définir plus précisément ce qu'est une ingénierie didactique et ludique. Nous considérons comme ingénierie didactique et ludique toute ingénierie didactique qui s'appuie sur une activité didactique et ludique ayant un potentiel ludique intrinsèque (c'est-à-dire dont les ressorts ludiques sont internes à l'activité) et qui prend en compte l'articulation entre les enjeux ludiques et didactiques dès la conception de celle-ci. Selon nous, cette prise en compte des enjeux didactiques et ludiques dès la conception se traduit au niveau des choix fait lors de la conception de deux façons :

— certains choix de valeurs de variables didactiques ne sont justifiés que dans l'optique de conserver les caractéristiques ludiques de l'activité,

— de même, le choix d'ajouter ou d'enlever des ressorts ludiques externes à l'activité peut-être motivé par des considérations didactiques et avoir un impact sur les stratégies mathématiques (ce qui en fait alors une variable didactique).

L'ingénierie didactique que nous avons conçue autour du jeu l'Atelier des potions, et que nous allons présenter dans ce chapitre, relève des ingénieries didactiques et ludiques. En effet, elle s'appuie sur le jeu de société l'Atelier des potions qui a été conçu pour prendre en charge l'articulation didactique et ludique dans le jeu et nous montrerons, dans l'analyse *a priori*, le travail effectué sur les variables didactiques et les ressorts ludiques externes pour poursuivre cette articulation des enjeux didactiques et ludiques tout au long de l'ingénierie.

4.2 La décomposition d'une fraction supérieure à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

Parmi les connaissances et compétence que l'on pouvait aborder avec le jeu l'Atelier des potions, nous avons fait le choix de centrer l'ingénierie didactique et ludique sur la décomposition additive des fractions supérieure à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Du point de vue du jeu, cette notion est particulièrement intéressante parce que le matériel à disposition dans le jeu ne permet pas d'envisager une fraction $\frac{m}{n}$ avec $m > n$ d'un ingrédient comme étant une collection de m pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient (excepté dans le cas où on demande $\frac{4}{3}$ de grenouille). En effet, comme l'on peut le voir sur la Figure 4.1, le matériel présent dans le jeu ne comporte que n pièces correspondant à une fraction $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient (sauf pour le tiers de grenouille qui existe en 4 exemplaires).

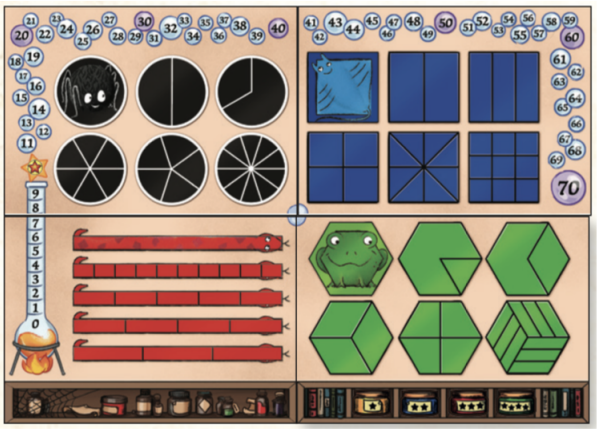


FIGURE 4.1 – Plateau de jeu

Cependant, pour toute fraction inférieure à 6 d'un ingrédient dont le dénominateur correspond à une partition de ce même ingrédient, il est possible de prendre une collection de pièces qui correspond à la décomposition de cette fraction en un entier et une fraction inférieure à 1. C'est cette spécificité du matériel qui nous avait amené, au moment de la conception du jeu, à développer une catégorie de cartes

potions autour des fractions supérieures à 1. On trouve dans cette catégorie de cartes cinq types de cartes différentes :

— les cartes vert clair comprenant un entier écrit sous la forme $\frac{n}{1}$,

— les cartes orange comprenant une fraction de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$,

— les cartes jaunes comprenant une fraction de la forme $k + \frac{n}{m}$ avec $k = 1$ ou 2 et $n < m$,

— les cartes rouges comprenant une fraction $\frac{n}{m}$ et une fraction $\frac{m}{n}$ d'un même ingrédient,

— et les cartes violettes comprenant une fraction comprises entre 1 et 2 écrite sous forme fractionnaire.

Du point de vue curriculaire, les fractions et les nombres décimaux sont introduits pour « exprimer des quantités et des mesures de grandeurs qui ne sont plus égales à un nombre entier d'unités »MENJ (2016). Les fractions sont introduites avant les nombres décimaux dans l'optique de donner du sens par la suite à l'écriture de ces derniers à l'aide d'une virgule : « L'écriture à virgule est présentée comme une convention d'écriture d'une fraction décimale ou d'une somme de fractions décimales » (MENJ, 2023b). Et « la progression sous-jacente pour les fractions-décimaux au cycle 3 est la suivante : d'abord l'étude des fractions simples avec la découverte, quelques équivalences, les décompositions en entier + rompu [1], l'addition, vient ensuite la généralisation aux fractions décimales, puis l'introduction de l'écriture positionnelle et la "disparition" des fractions »(Chambris, 2017, p.4). La notion de décomposition d'une fraction supérieure à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 apparaît alors comme un pré-requis à l'introduction des fractions décimales puis de l'écriture décimale. C'est pourquoi cette tâche fait partie des attendus de fin d'année de CM1 (MENJ, 2023a) : « [L'élève] connaît diverses désignations des fractions : orales, écrites et des décompositions additives et multiplicatives (ex : quatre tiers ; $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; $1 + \frac{1}{3}$; $4 \times \frac{1}{3}$ » (Ibid., p.3).

Sur le plan didactique, d'après Chambris (2017, p.13), un levier direct ou indirect pour renforcer les connaissances des élèves sur les décimaux « pourrait consister à

1. Cela correspond à décomposition d'une fraction supérieure à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1

consolider –et généraliser- certaines connaissances sur les fractions simples, à partir de la mesure des grandeurs, comme les équivalences de fractions, les décompositions en “entier+rompu” ». L'utilisation du jeu l'Atelier des potions pour décomposer les fractions supérieures à 1 correspond exactement à cette recommandation. De plus, nous savons que la conception des fractions supérieures à 1 est source de difficulté pour les élèves (Anselmo et Zucchetta, 2018, p.20). Cela s'explique, d'une part, par le fait que, dans le sens commun, le terme fraction désigne la partie d'un tout. En effet, le dictionnaire Larousse en ligne [2] donne comme première définition du mot fraction : « division, partie, portion d'un tout ». Or, comme le souligne Vergnaud : « considérer le tout comme une fraction de la partie n'a pas de sens » [3](Vergnaud, 1982, p.163). D'autre part, le système *parts de tarte*, grandement utilisé pour l'introduction des fractions au cycle 3, est qualifié « d'univers fermé, absolu, non ordonné » par Adjiage et Pluvinage (2000). Il exprime « des grandeurs, contraintes sous l'unité, et dont la mise en rapport relève plus d'un double comptage que de l'expression de grandeurs relatives » (Ibid., p.61). Les représentations des fractions par les *parts de tarte* induisent donc une vision partie-tout des fractions et de ce fait des rapports inclusifs (une grandeur est incluse dans l'autre), au sens de (Vergnaud, 1982, p.162). Or les rapports inclusifs de grandeurs sont toujours inférieurs ou égaux à 1. Il est donc nécessaire de dépasser cette conception inclusive des fractions pour pouvoir concevoir des fractions supérieures à 1 comme rapports de grandeurs. Avec la décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, nous contribuons à donner un sens au fractions supérieures à 1 dans le cadre de rapport exclusif de grandeurs.

L'ensemble de ces considérations nous ont amené à choisir la notion de décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 comme la notion centrale de l'ingénierie didactique et ludique.

2. `https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/fraction/34932`, consulté le 27 août 2023

3. traduit par nos soins

4.3 Présentation de l'ingénierie didactique et ludique

Nous avons organisé notre ingénierie didactique et ludique autour de cinq séances d'une durée de 30 à 45 minutes. Nous avons choisi la durée de 45 minutes chacune pour avoir le temps de mener une séance complète dans une heure de cours, l'installation et le rangement complète l'heure. Les séances ont été pensées pour être faites à la suite comme une séquence complète.

La première séance sert à présenter le jeu l'Atelier de Potion et à introduire son fonctionnement. Elle est optionnelle lorsque les élèves sont déjà familiarisés avec le jeu. Pour la deuxième séance, l'activité proposée s'appuie sur l'univers et le matériel du jeu. Elle permet d'introduire la décomposition d'une fraction supérieure à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un. La troisième séance reprend le principe de l'activité de la séance 2 de façon moins développée et avec d'autres ingrédients de l'Atelier des Potions pour consolider ce qui a été travaillé précédemment. La quatrième séance est une séance de jeu. Les élèves jouent à l'Atelier des Potions avec une sélection précise de cartes parmi les cartes présentant des fractions supérieures à 1. Comme il n'y a pas sur les plateaux plus de n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient, ces cartes présentent un enjeu didactique. Nous avons sélectionné quatre cartes permettant de confronter les élèves à cette difficulté et de donner des pistes pour la dépasser. Il existe deux versions de cette séance : la première confronte les élèves à la difficulté avant de proposer des pistes de résolution, la deuxième propose d'abord les pistes de résolution avant d'introduire la difficulté. Nous choisirons l'une ou l'autre en fonction des élèves et du déroulement de l'expérimentation. La dernière séance est une séance d'entraînement dont une partie des exercices peut être faite à l'aide du matériel de l'Atelier des potions mais dont l'objectif est de se détacher progressivement du matériel. Le tableau ci-dessous présente chaque séance.

Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe
Introduction au jeu	Première séance de jeu. Explication des règles du jeu et des rituels d'installation et de rangement.	Appropriation des règles du jeu.	30 min		Petits groupes
Quantité mystère	Les élèves sont confrontés à une potion nécessitant une fraction supérieure à 1 d'araignée. A l'aide du grimoire des solutions, ils vont chercher comment effectuer la potion.	Introduire la décomposition des fractions supérieures à 1 en un entier plus une partie fractionnaire inférieure à 1	45 min	Appropriation des savoirs	Binômes
Exercices autour de la quantité mystère	Les élèves reprennent le raisonnement de la séance quantité mystère avec d'autres ingrédients.	Consolider la décomposition des fractions supérieures à 1 en un entier plus une partie fractionnaire inférieure à 1	45 min	Appropriation des savoirs	Binômes

Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe
Jeu avec les fractions supérieures à 1 Version A	Variante de *L'Atelier des Potions* avec les cartes du thème Fractions supérieures à 1. Réalisation des premières cartes en classe entière pour balayer la difficulté. La première carte confronte les élèves à la difficulté. Les trois suivantes permettent de la surmonter.	Décomposer les fractions supérieures à 1 en un entier plus une partie fractionnaire inférieure à 1	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes
Jeu avec les fractions supérieures à 1 Version B	La séance est identique à la version A à l'exception de l'ordre des premières cartes qui est modifié pour éviter de confronter les élèves à la difficulté d'entrée de jeu.	Décomposer les fractions supérieures à 1 en un entier plus une partie fractionnaire inférieure à 1	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes
Fiche d'exercices	Trois séries d'exercices pour se détacher progressivement du matériel.	Idem	45 min	Entraînement	Individuel

4.4 Analyse *a priori* de la séance 1 - Introduction au jeu

4.4.1 Présentation

La première séance permet aux élèves de se familiariser avec le jeu l'Atelier des Potions. L'objectif de la séance est double : d'une part permettre aux élèves d'appréhender la mécanique du jeu et d'autre part permettre l'émergence du play. L'enjeu didactique n'est pas prédominant dans cette séance, il s'agit d'instaurer un contrat didactique et ludique à très forte valence ludique permettant plus tard d'instaurer d'autres contrats didactiques et ludiques. Nous avons identifié l'apprentissage des règles du jeu et l'identification des découpages d'ingrédients comme des quantités fractionnaires comme potentiels enjeux didactiques, mais nous faisons l'hypothèse que la reconnaissance de ces enjeux dépend des élèves.

La séance s'appuie sur le tutoriel de prise en main du jeu que nous avons présenté dans le chapitre précédent. La séance se déroule en 5 phases :

— Phase 1 : Présentation et installation du matériel

— Phase 2 : Réalisation de la première recette pas à pas

— Phase 3 : Vérification de la première recette

— Phase 4 : Jeu avec quelques cartes

— Phase 5 : Fin du jeu et rangement

Le document de préparation de la séance est disponible en page 12 de l'Annexe 5. Nous allons maintenant détailler l'intérêt de chaque phase.

4.4.2 Phase 1 - Présentation et installation du matériel

Cette phase a pour objectif de présenter l'ensemble du matériel du jeu : les plateaux avec les ingrédients, les cartes, le chaudron et le grimoire des solutions. Nous souhaitons ritualiser l'installation du matériel pour que les élèves soient autonomes dans cette tâche afin de gagner du temps lors des séances de jeu.

Concrètement, nous distribuons le matériel aux élèves, nous présentons et nommons chaque ingrédient en précisant que l'animal en entier représente l'unité et que

les autres sont découpés de différentes façons (sans rentrer dans les détails des découpes car c'est un enjeu ludique pour la partie) et nous indiquons comment agencer les plateaux entre eux. Ensuite nous demandons aux élèves de prendre un chaudron et un couvercle chacun, de placer leur étoile marqueur de point sur la case 10, de mettre le paquet de carte au centre de la table et le grimoire à porté de main.

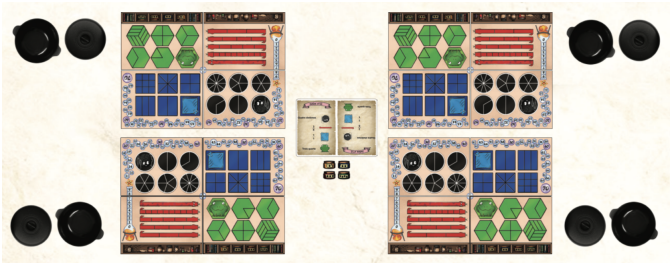


FIGURE 4.2 – Installation du jeu pour 4 joueurs

4.4.3 Phase 2 - Réalisation de la première recette pas à pas

Cette deuxième phase permet d'expliquer les règles du jeu en même temps que les élèves font les actions correspondantes [4]. Les règles de l'Atelier des Potions ne sont pas compliquées mais elles sont longues. Nous faisons l'hypothèse que la mise en action des élèves en utilisant le tutoriel de prise en main permet une assimilation rapide des règles du jeu. Cette étape contribue à la dévolution de l'activité.

Concrètement, nous dictons aux élèves chaque étape à faire :

— « Retournez la première carte du paquet et posez la à côté du paquet. Elle est écrite dans les deux sens pour que tout le monde puisse la lire. »

— « Sur la carte est indiquée la recette d'une potion magique. Quel est le premier indrédient ? La raie. Quelle quantité de raie faut-il mettre dans la recette ? Un quart. Prélever sur votre plateau un quart de raie et mettez la dans votre chaudron. Vous pouvez continuer la recette. »

— « Maintenant que vous avez mis tous les ingrédients dans le chaudron, il faut mettre l'ingrédient magique : la poussière d'étoile. C'est ce qui va rendre la potion vraiment magique. Mais attention ! Si vous vous êtes trompés dans la recette, le chaudron risquerait d'exploser. En bas de votre plateau, vous

4. Nous ne disons pas encore que les élèves jouent car il sont dans la découverte de la mécanique de jeu. Il y a peu de chance qu'un plaisir ludique émerge à cette étape.

avez quatre jetons qui représentent des bocaux avec des étoiles dessus, de une à quatre étoiles. Vous pouvez misez sur la réussite de votre potion en choisissant le jeton étoile que vous mettez dedans : si vous avez réussi votre potion, vous marquerez autant de points qu'il y a d'étoiles dans votre chaudron, mais si vous vous êtes trompés vous perdrez autant de point qu'il y a d'étoiles. Une fois que vous avez mis votre jeton étoile dans le chaudron, vous DEVEZ refermer le couvercle et vous NE POUVEZ PLUS modifier votre recette. »

— « Quand tous les joueurs de votre table ont fini leur recette on peut passer à l'étape suivante : la vérification de vos potions. »

4.4.4 Phase 3 - Vérification de la résalisation de la première recette

Cette troisième phase s'inscrit dans la continuité de la précédente et permet de finaliser la présentation et l'explication des règles du jeu. Il s'agit ici de guider les élèves dans l'utilisation du grimoire des solutions pour décider s'ils ont réalisé la recette correctement ou non. Nous avons fait le choix de considérer cette étape comme une phase à part entière car elle est cruciale pour la dévolution de l'activité. En effet, nous avons montré dans le chapitre 3 que le grimoire des solutions a été conçu pour permettre des rétroactions fortes du milieu. L'objectif de cette phase est d'apprendre aux élèves à se servir du grimoire des solutions et à décoder les informations qu'il renvoie.

La consigne que nous donnons aux élèves est la suivante : « Pour vérifier si la potion que vous avez réalisée est juste, on va se servir du grimoire des solutions. Si vous regardez sur la potion, il y a un bandeau qui indique son numéro. Ici, potion n° 2. Ouvrez le grimoire à la page de la solution n°2. Chacun votre tour, vérifiez votre potion en posant les pièces sur les dessins du grimoire. Si vos pièces correspondent parfaitement au dessin (ni plus grand ni plus petit), votre potion est correcte. Vous marquez alors le nombre de points qu'il y a sur le jeton étoile dans votre chaudron. Si vous avez fait une erreur ou plus, vous perdez le nombre de points qu'il y a

sur le jeton étoile dans votre chaudron. Attention, il faut parfois, pour les pièces de grenouille, poser les pièces avec le côté noir, le côté aimanté, visible ». Il est également possible de projeter l'illustration présente dans le livret des règles du jeu (cf. Figure 4.3).

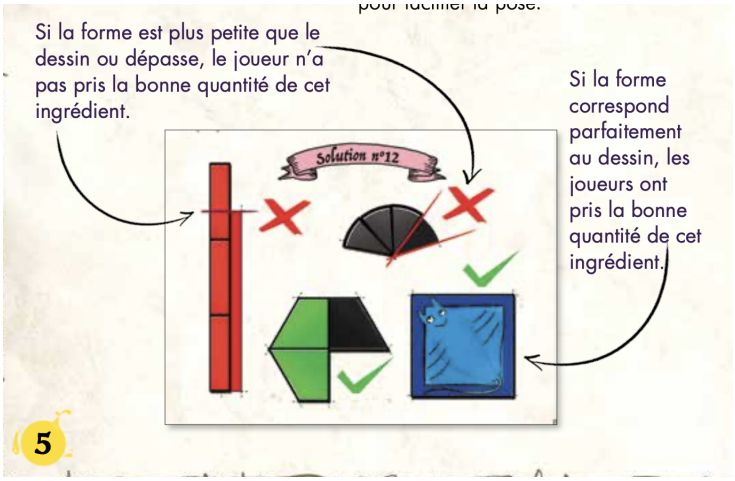


FIGURE 4.3 – Validation à l'aide du grimoire des solutions

Une fois que les élèves ont vérifié leur recette, nous leur demandons si une recette faite avec deux huitièmes de raie est correcte ou non. Nous ne nommons pas les pièces, nous les présentons seulement. Cela lance une discussion sur l'utilisation du grimoire et nous permet d'insister sur le fait que toute combinaison de pièces qui recouvre parfaitement le dessin sur le grimoire est valide.

Cette phase se termine avec pour consigne de ranger les pièces sur le plateau de jeu pour préparer la manche suivante.

4.4.5 Phase 4 - Jeu avec quelques cartes

Les trois premières phases ont permis d'instaurer les règles du jeu, de présenter le game aux élèves. La phase 4 est l'occasion de faire émerger le play et d'instaurer un contrat ludique. Nous souhaitons que cette phase soit la plus adidactique possible. Nous limitons nos interventions aux rappels des règles du jeu si les élèves en ont besoin. Le choix des cartes pour cette phase est important pour permettre l'émergence du play : il ne faut pas que les cartes présentent des enjeux didactiques trop importants. La priorité est donnée au jeu, à la dimension ludique.

4.4.6 Phase 5 - Fin du jeu et rangement

Tout comme lors de la première phase, l'objectif de la cinquième phase est de ritualiser le rangement du matériel. Nous précisons aux élèves comment ranger le matériel et sur quels points il faut faire attention pour ne pas perdre de temps lors des parties suivantes.

4.4.7 Analyse des variables de l'activité

L'enjeu didactique principal de cette séance est l'appropriation par les élèves des règles du jeu afin de maîtriser la mécanique de jeu. Nous présentons ici les variables didactiques que nous avons identifiées et les choix que nous avons fait pour faciliter cette appropriation.

4.4.7.1 VDS1.1 : Modalité de présentation des règles du jeu

Valeurs possibles : Lecture du livret de règles du jeu par l'adulte (enseignant, animateur, chercheur), lecture du livret de règles du jeu par les élèves, présentation vidéo [5], tutoriel de prise en main, ou tout autre moyen de transmission d'information.

Choix : Comme nous l'avons précisé dans le paragraphe 5.4.1.3, nous faisons l'hypothèse que la mise en action des élèves permet une assimilation rapide des règles du jeu, c'est pourquoi nous faisons le choix de l'utilisation du tutoriel de prise en main.

4.4.7.2 VDS1.2 : Carte potion utilisée pour le tutoriel

Valeurs possibles : N'importe quelle carte du jeu l'Atelier des potions, une carte spécialement créée pour le tutoriel.

Choix : Pour le tutoriel, nous souhaitions une carte qui ne présente pas de difficulté liée à l'utilisation des fractions. C'est pourquoi nous souhaitions que la ou les frac-

5.

tions utilisée(s) soi(en)t parmi les premières rencontrées par les élèves comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{10}$. Nous souhaitions également que les élèves découvrent le fonctionnement du grimoire des solutions lors du tutoriel. Or une des subtilités du grimoire des solutions est le fait que l'on peut poser les pièces côté aimanté visible pour valider la combinaison de pièces choisies et cela peut être nécessaire lorsque les quarts de grenouille sont en jeu [6]. Nous avons donc choisi d'utiliser une potion contenant des quarts de grenouille. La potion n°2 (cf. Figure 4.4 correspondait à ce que nous souhaitions.

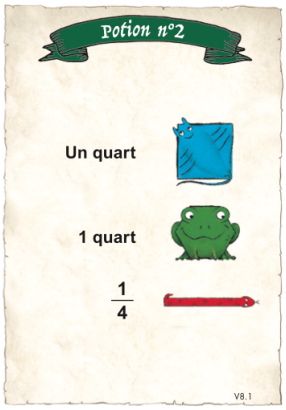


FIGURE 4.4 – Carte potion n°2

Ce n'est pas la seule mais nous avons choisi celle-ci parce qu'elle ne contient que trois ingrédients sur 4 ce qui réduit le temps nécessaire pour réaliser la potion et pour valider les pièces choisies avec le grimoire des solutions, le nombre de pièces à manipuler étant réduit.

4.4.7.3 VDS1.3 : Les autres cartes pour la suite de la séance

Valeurs possibles : cartes du thème *fraction unitaire et fractions simple*, cartes du thème *fractions supérieures à 1*, cartes du thème *fractions équivalentes*, cartes du thème *somme de fractions*, ou tout autre sélection de cartes du jeu
Choix : Cette séance est une séance d'introduction du jeu. Nous souhaitons instaurer un play. Nous avons fait le choix d'utiliser les cartes du thème *fraction unitaire et fractions simples*, numérotées de 1 à 19, ainsi que les cartes 50 à 54, du thème *somme de fractions*, qui demandent n fois $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient (cf. Figure 5.5). Nous

6. Toutes les pièces élémentaires correspondant aux quarts d'hexagone sont identiques à retournement près.

faisons l'hypothèse que ces dernières cartes peuvent permettre de faire émerger les stratégies consistant à prendre une unité plutôt que les n pièces demandées et que ces stratégies peuvent favoriser, dans la suite de l'ingénierie, la décomposition de fractions supérieures à 1 en la somme d'une fraction inférieure à 1 et d'un entier.

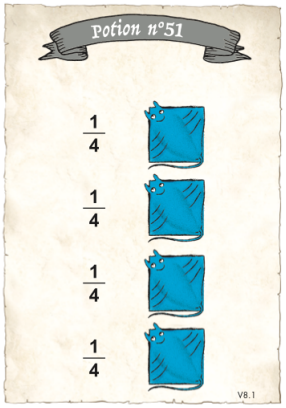


FIGURE 4.5 – Carte potion n°51

4.4.7.4 VDS1.4 : Nombre de grimoire des solutions à disposition des élèves

Valeurs possibles : un grimoire par table, un grimoire pour deux, un grimoire par élève.

Choix : Nous avons fait le choix de donner un grimoire des solutions par élèves afin de gagner du temps sur la vérifications des potions et permettre aux élèves de réaliser un plus grand nombre de potions. Nous faisons l'hypothèse que multiplier les expériences de réalisation et de vérification de potion permettra de consolider l'assimilation des règles du jeu.

4.5 Analyse *a priori* de la séance 2 - La quantité mystère

4.5.1 Présentation

La quantité mystère est une activité d'introduction de la décomposition additive d'une fraction supérieure à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

La séance est construite autour du matériel et de l'univers de l'Atelier des Potions. Deux apprentis sorciers ont envoyé un courrier à nos élèves pour leur demander de l'aide : ils sont tombés sur une recette qu'ils n'arrivent pas à faire et ils nous ont envoyé la recette et la solution du grimoire.

L'activité se déroule en quatre phases :

— l'introduction de l'activité

— la description de la solution représentée dans le grimoire des solutions,

— le coloriage de $\frac{11}{10}$ d'araignée,

— la conclusion que $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$.

La séance se conclut par une institutionnalisation du résultat obtenu.

Le document de préparation de la séance est disponible en page 20 de l'Annexe 5. Nous allons maintenant détailler l'intérêt de chaque étape.

4.5.2 Phase 1 - L'introduction de l'activité

Cette première phase de l'activité a pour objectif de planter le décor de l'activité dans l'univers ludique de l'atelier des potions, de donner du poids au pôle ludique du contrat didactique et ludique.

Nous distribuons la fiche d'activité aux élèves (cf. page 22 de l'Annexe 5) et nous introduisons l'activité de la façon suivante : « Elise et Arthur, deux apprentis sorciers d'une autre école, vous ont envoyé une lettre. Est-ce que quelqu'un peut la lire ? ». La Figure 4.6 correspond à la lettre présente au début de la fiche d'activité.

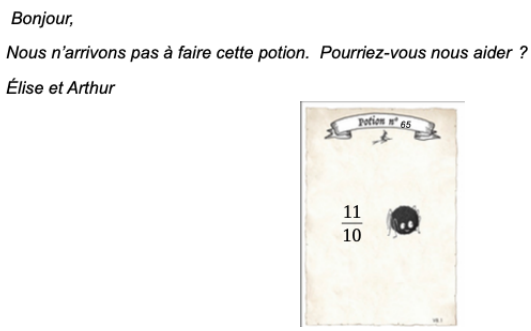


FIGURE 4.6 – Lettre des apprentis sorciers

Par cette contextualisation, les élèves sont plongés dans l'univers de la sorcellerie et ils sont mis en position d'aidants, ils ont pour mission de solutionner le problème

que rencontrent d'autres apprentis sorciers. Nous faisons l'hypothèse que cette étape de l'activité favorise la dévolution par sa dimension ludique.

4.5.3 Phase 2 - La solution du grimoire

Une fois que le décor est planté, les élèves peuvent commencer l'activité. La Figure 4.7 représente la consigne donnée aux élèves pour cette première étape de l'activité.

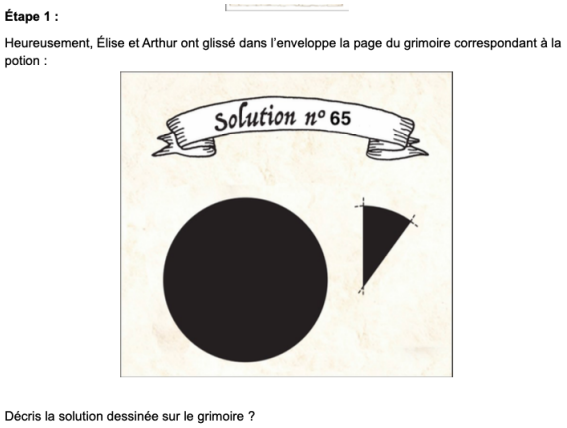


FIGURE 4.7 – Première étape de l'activité *La quantité mystère*

Une fois que les élèves ont décrit la solution du grimoire, il leur est demandé de vérifier leur description avec le matériel du jeu.

L'activité a été conçue pour être faite en binôme pour permettre aux élèves de discuter, de partager leurs idées. Il est indispensable que les élèves aient déjà manipulé le matériel du jeu et connaissent la mécanique de celui-ci pour pouvoir faire l'activité. En effet, il s'agit ici d'aider d'autres joueurs à réaliser une potion inventée pour l'activité, un élève qui ne connaîtrait pas le jeu ne saurait pas de quoi il ressort. Le vocabulaire utilisé est le vocabulaire du jeu pour contribuer à l'aspect ludique de l'activité. De plus, les élèves doivent reconnaître certaines pièces du jeu, il faut pour cela qu'ils les aient déjà manipulées.

4.5.4 Phase 3 - Le coloriage

La deuxième étape de l'activité consiste en un exercice courant autour de la notion de fraction. Il s'agit de colorier, entièrement ou partiellement, une ou plu-

sieurs formes unitaires partitionnées de façon à ce que l'aire de la surface coloriée corresponde à une fraction demandée de l'aire de la surface correspondant à la forme unitaire. Ici, il s'agit de colorier $\frac{11}{10}$ d'araignée, c'est-à-dire $\frac{11}{10}$ de disques unitaires.

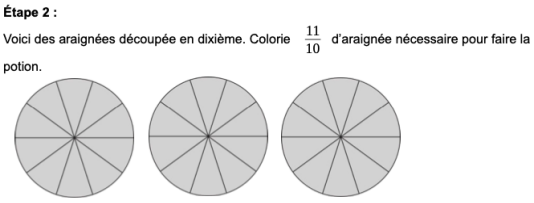


FIGURE 4.8 – Deuxième étape de l'activité *La quantité mystère*

La Figure 4.8 représente la consigne donnée aux élèves. Il est ensuite demandé aux élèves ce qu'ils peuvent déduire de ces deux premières étapes.

Le vocabulaire utilisé lors de cette étape est toujours celui du jeu : il est question d'araignée (pas de disque) et de potion magique.

4.5.5 Phase 4 - La conclusion

La troisième étape de l'activité consiste à conclure l'activité. Pour cela il est demandé aux élèves de répondre à Elise et Arthur en leur expliquant comment réaliser leur potion. Cette étape a deux objectifs, l'un didactique et l'autre ludique. Elle pousse les élèves à formuler la stratégie de résolution de la potion en détaillant les pièces qu'il faut prendre et elle permet de revenir concrètement dans l'univers du jeu.

4.5.6 Institutionnalisation

Une fois l'activité terminée, la séance se conclut par une institutionnalisation de ce qui a été vu pendant l'activité. Cette institutionnalisation prend la forme d'une mise en commun à l'oral et d'un bilan à coller dans le cahier des élèves (cf. Figure 4.9). L'objectif de cette première institutionnalisation est d'avoir une trace écrite commune à laquelle se référer lors des séances suivantes pour se rappeler comment on est arrivé à la décomposition : $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$ à l'aide de la potion d'araignée.

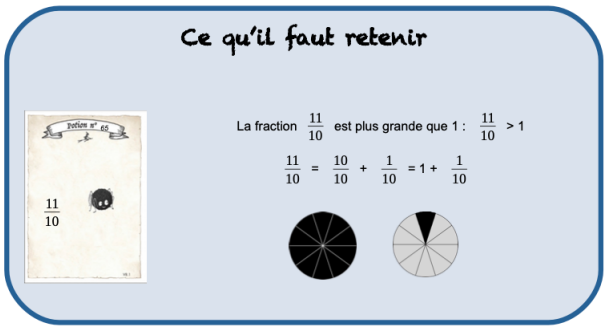


FIGURE 4.9 – Bilan de l'activité *La quantité mystère*

4.5.7 Analyse des variables didactiques de l'activité

L'activité a été conçue sous l'hypothèse que, dans certains cas, la représentation des solutions dans le grimoire des solutions peut permettre d'identifier au moins une combinaison de pièces permettant de faire la potion. De plus, nous faisons l'hypothèse que cela peut permettre aux élèves de rencontrer la connaissance visée, la décomposition additive d'une fraction supérieure à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, ce qui viendra enrichir le milieu pour les séances suivantes. Nous présentons ici les variables didactiques que nous avons identifiées lors de la conception de cette activité et les choix que nous avons fait.

4.5.7.1 VDS2.1 : Le nombre d'ingrédients pour la recette

Valeurs possibles : 1 à 4[7], un entier supérieur à 4.

Choix : Nous avons choisi de faire une potion avec un seul ingrédient, présent une seule fois sur la carte[8], pour que l'enjeu soit facilement identifiable.

4.5.7.2 VDS2.2 : L'ingrédient

Valeurs possibles : l'araignée, la grenouille, la raie, et le serpent.

Choix : Nous avons choisi l'araignée. L'araignée est le seul ingrédient pour lequel

7. Les cartes du jeu l'Atelier des potions n'ont pas plus de quatre ingrédients
8. Il existe des cartes potions avec plusieurs fois le même ingrédient comme les cartes n°33 ou 50

les représentations dans le grimoire des solutions de fractions supérieures à 1 sont discontinues. Les Figures 4.10 à 4.13 montrent des représentations de fractions supérieures à 1 pour chaque ingrédient.

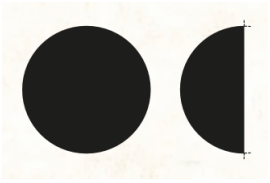


FIGURE 4.10 – Représentation d'une fraction supérieure à 1 pour l'araignée

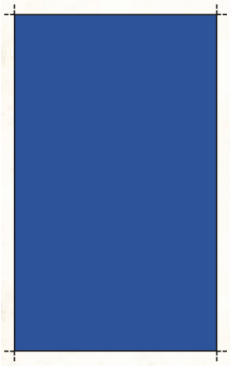


FIGURE 4.11 – Représentation d'une fraction supérieure à 1 pour la raie

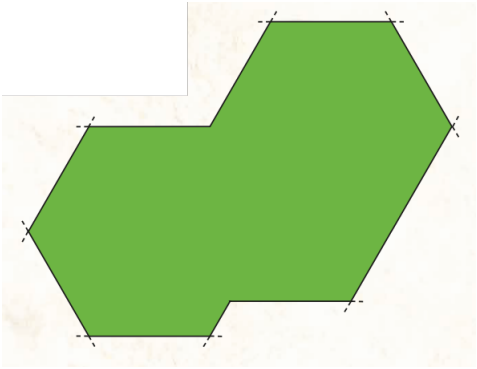


FIGURE 4.12 – Représentation d'une fraction supérieure à 1 pour la grenouille

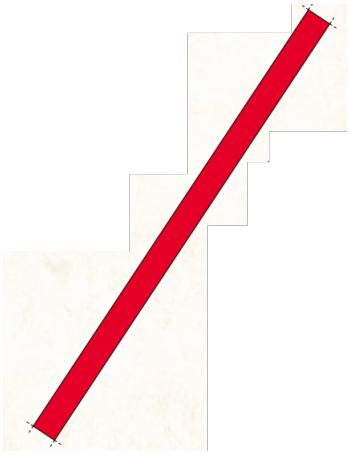


FIGURE 4.13 – Représentation d'une fraction supérieure à 1 pour le serpent

Dans le cas de l'araignée, l'unité, une araignée entière, est représentée par un disque, elle est donc facilement identifiable dans les représentations des solutions. Nous faisons l'hypothèse que cette spécificité favorisera la stratégie correspondant à choisir pour combinaison de pièces une décomposition en partie entière et partie fractionnaire inférieure à 1.

4.5.7.3 VDS2.3 : La fraction demandée

Valeurs possibles : Toute fraction comprise entre 1 et 6 dont le dénominateur est un élément de l'ensemble $\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$ [9]

Choix : Nous avons fait le choix d'utiliser une fraction inférieure à 2 parce qu'il n'existe qu'une seule pièce correspondant à l'unité pour chaque ingrédient. Demander aux élèves de prendre deux araignées entières induirait une difficulté supplémentaire (le choix des pièces pour faire une araignée entière), ce qui n'est pas un enjeu de cette activité. Nous avons fait le choix d'utiliser une fraction sous la forme $\frac{n+1}{n}$ pour que la solution représentée dans le grimoire permette d'identifier clairement une unité et une pièce correspondant à $\frac{1}{n}$. En effet, pour toute fraction comprise entre un et deux de dénominateur 2,3,5,6 ou 10 qui ne s'écrit pas sous la forme $\frac{n+1}{n}$ et avec le matériel à disposition, la partie entière peut être obtenue par plusieurs combinaisons de pièces. Or nous souhaitions qu'il n'y ait qu'une solution possible

9. Il y a 6 araignées au total sur le plateau : une entière, deux demies, une partitionnée en un tiers et deux tiers, une partitionnée en cinq cinquièmes, une partitionnée en six sixièmes et une partitionnée en dix dixièmes.

pour cette activité. Pour la même raison, seul les dénominateurs 6 et 10 permettait une seule combinaison de pièces possible pour la réalisation de $\frac{1}{n}$. Finalement, nous avons fait le choix des dixièmes car ils sont plus facilement identifiables : il est difficile de différencier à l'oeil nu les cinquièmes des sixièmes lorsqu'on n'en a pas l'habitude (la différence entre les deux pièces correspond à une part de disque d'angle $\frac{\pi}{15}$).

4.5.7.4 VDS2.4 : La taille de la représentation de la solution de la potion sur le document distribué aux élèves

Valeurs possibles : taille réelle, réduite ou agrandie.

Choix : La représentation de la solution de la potion sur le document distribué aux élèves doit leur permettre d'identifier une combinaison de pièces valide. Mathématiquement, lorsque l'ingrédient utilisé est l'araignée, la taille de la représentation importe peu puisque les angles des sections de disque sont invariants par agrandissement ou réduction et une solution de potion d'araignée est entièrement décrite par le nombre d'unité et l'angle de la section de disque correspondant à la partie fractionnaire [10]. Cependant nous faisons l'hypothèse que cette connaissance n'est pas à disposition d'élèves de cycle 3. Nous avons donc fait le choix de représenter la solution en taille réelle pour que les élèves puisse vérifier qu'une combinaison de pièce est solution en superposant les pièces et la représentation (comme pour l'utilisation du grimoire solution dans une partie de l'Atelier de potions).

4.6 Analyse *a priori* de la séance 3 - Exercices autour de la quantité mystère

4.6.1 Présentation

La troisième séance est un prolongement de l'activité *la quantité mystère*. Il s'agit ici de proposer, sous forme d'exercice, deux autres potions semblables à celle

10. Dans le cas de la raie carrée ou du serpent réglette, plusieurs pièces on la même forme et ne diffèrent que par la longueur d'un côté.

de la séance précédente pour généraliser le résultat obtenu à d'autres ingrédients et d'autres fractions. Les élèves ne repassent pas par toutes les étapes de *la quantité mystère* mais tentent à l'aide d'une potion, de sa solution dans le grimoires des solutions et du matériel de décomposer des fractions supérieures à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un.

Après un rappel oral par les élèves de ce qui a été fait la veille, les élèves font les deux exercices seuls ou en binôme. Une mise en commun est prévue à la fin de la séance pour corriger les exercices.

Le document de préparation de la séance est disponible en page 29 de l'Annexe 5 et le document distribué aux élèves en page 30.

4.6.2 Exercice 1 - la potion de raie

Le premier exercice présente une potion, crée pour l'exercice, demandant $\frac{9}{8}$ de raie et la solution comme elle serait représentée dans le grimoire des solutions (cf. Figure 4.14). En dessous les élèves ont l' équation à trous : $\frac{9}{8} = ... + \frac{...}{8}$. La représentation de

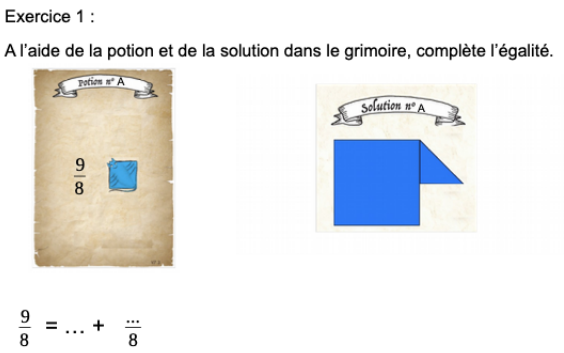


FIGURE 4.14 – Premier exercice

la solution n'est pas en taille réelle. Les élèves ne peuvent pas superposer le matériel pour déterminer les pièces correspondant à la solution. Cependant, les bords de l'unité ont été dessinés afin de permettre d'identifier les pièces utilisées.

Nous faisons l'hypothèse que le contrat didactique et ludique qui s'instaurera lors de cet exercice aura une forte valence didactique. En effet, l'activité proposée est quasiment dépourvue d'enjeu ludique : les éléments du jeu l'Atelier des potions sont repris dans les exercices mais on ne peut pas dire que l'univers ludique de l'atelier des potions soit présent dans l'exercice, la manipulation du matériel est

presque inexistante, il n'y a pas de ressort ludique dans la structure de l'activité. La structure de cette activité n'a rien d'un game et il y a peu de chance qu'un plaisir ludique émerge. Nous avons fait le choix d'une telle séance comme une première étape de décontextualisation des apprentissages, décontextualisation qui sera reprise lors de la dernière séance de l'ingénierie didactique et ludique.

4.6.3 Exercice 2 - la potion de grenouille

Comme le montre la Figure 4.15, l'exercice 2 est similaire au premier avec une potion demandant $\frac{10}{9}$ de grenouille. Il est probable que le contrat didactique et ludique qui émergera lors du premier exercice se poursuive pour ce deuxième exercice.

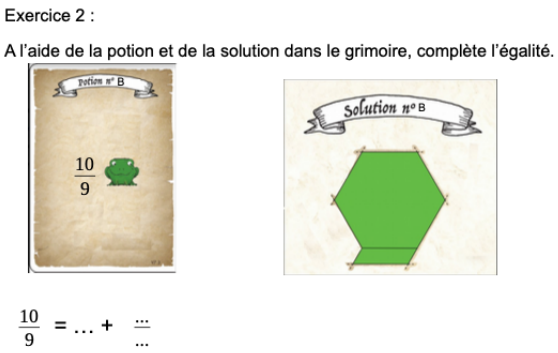


FIGURE 4.15 – Deuxième exercice

4.6.4 Analyse des variables didactiques

Les exercices étant basés sur l'activité de la séance 2, les variables didactiques que l'on retrouve ici sont celles de la séance 2 avec des choix différents et une variable didactique complémentaire due aux choix différents.

4.6.4.1 VDS3.1 : Le nombre d'ingrédients pour les recettes

Valeurs possibles : 1 à 4 comme pour chaque carte potion de l'atelier des potions, un entier supérieur à 4.

Choix : Par soucis de cohérence avec l'activité *la quantité mystère*, nous appliquons le même choix ici, c'est-à-dire une recette à un ingrédient présent qu'une seule fois

sur la carte (cf.VDS2.1).

4.6.4.2 VDS3.2 : Les ingrédients pour les exercices

Valeurs possibles : araignée, grenouille, serpent et/ou raie.

Choix : Nous aurions pu faire le choix de poursuivre les exercices avec les araignées, comme lors de l'activité *la quantité mystère* mais il n'y avait pas d'autre fraction comprise entre un et deux qui permettait une identification facile de la ou des pièces correspondant de la partie fractionnaire de la fraction supérieure à 1 (cf. VDS2.3). Nous faisons l'hypothèse que, suite à la séance 2, les élèves vont chercher à identifier la ou les unité(s) dans la représentation de la solution dans le grimoire des solutions. Il n'est plus indispensable que l'unité soit représentée séparément de la partie fractionnaire mais nous souhaitons qu'elle soit tout de même identifiable. Cela nous conduit à ne pas utiliser le serpent car les solutions pour le serpent sont représentées en mettant bout à bout les réglettes pour garder l'analogie avec la dimension 1. L'unité n'est alors pas identifiable sans mesurer. Nous avons donc choisi de faire un exercice utilisant des raies et un exercice utilisant des grenouilles.

4.6.4.3 VDS3.3 : La fraction demandée pour les potions

VDS3.3.1 : La fraction demandée pour la potion de raie (exercice 1)

Valeurs possibles : Toute fraction comprise entre 1 et 6 dont le dénominateur est un élément de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$ [11]

Choix : Les choix faits pour l'activité *la quantité mystère* (cf. VDS2.3) s'appliquent encore ici : une fraction inférieure à 2 car il n'existe qu'une pièce correspondant à l'unité et une fraction de la forme $\frac{n+1}{n}$ pour faciliter l'identification des pièces. Deux fractions répondaient à ces critères $\frac{9}{8}$ ou $\frac{10}{9}$. Le choix pour la variable VDS3.3.2, exposé ci-dessous, nous conduit à choisir la fraction $\frac{9}{8}$ pour la potion de raie.

11. Il y a 6 raies au total sur le plateau : une entière, une partitionnée en deux demies, une partitionnée en trois tiers, une partitionnée en quatre quarts, une partitionnée en huit huitièmes et une partitionnée en neuf neuvièmes.

VDS3.3.2 : La fraction demandée pour la potion de grenouille (exercice 2)

Valeurs possibles : Toute fraction comprise entre 1 et 6 dont le dénominateur est un élément de l'ensemble $\{1, 3, 4, 6, 9\}$ [12]

Choix : Tout comme pour la variable précédente nous avons fait le choix d'une fraction de la forme $\frac{n+1}{n}$. Pour les raisons de facilité à déterminer les pièces, nous avions le choix entre $\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{9}$. Nous avons choisi d'utiliser la fraction $\frac{10}{9}$ car nous avions observé lors de pré-expérimentations que pour certains élèves les fractions de la forme $\frac{10}{n}$ pouvaient être vues comme une unité. Nous faisons l'hypothèse que cela est du à la prégnance des fractions décimales dans l'enseignement au cycle 3 et que le fait de rencontrer des décompositions de fractions supérieures à 1 dont le numérateur est supérieur ou égale à 10 tôt dans l'apprentissage de la décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 peut aider à éviter cette erreur.

4.6.4.4 VDS3.4 : La présence ou non de bordure délimitant les pièces dans la représentation des solutions

Valeurs possibles : oui ou non

Choix : Dans le jeu l'Atelier des potions, les représentation des solutions dans le grimoire des solutions doivent valider toute combinaison de pièces correspondant à la fraction demandée. Ces représentations sont donc faites sous la forme d'une surface continue (sauf pour les fractions supérieures à 1 relatives à l'araignée) sans délimitation des pièces possibles. Cependant, dans les exercices proposés ici, nous avons fait le choix de représenter la solution en mettant une bordure dans la représentation des solutions afin d'induire l'identification de l'unité et d'une partie fractionnaire inférieure à 1 de l'ingrédient utilisé.

12. Il y a 6 raies au total sur le plateau : une entière, une partitionnée en trois tiers, une partitionnée en un tiers et deux tiers, une partitionnée en quatre quarts, une partitionnée en un sixième et cinq sixièmes et une partitionnée en neuf neuvièmes.

4.6.4.5 VDS3.5 : La taille de la représentation des solutions aux potions sur le document distribué aux élèves

Valeurs possibles : taille réelle, réduite ou agrandie

Choix : Nous avons choisi une représentation en taille réduite. Comme cette séance s'inscrit dans le prolongement de *la quantité mystère* et que nous avons fait le choix de mettre une bordure dans les représentations des solutions, nous faisons l'hypothèse que les élèves vont d'emblée chercher à identifier l'unité et une partie fractionnaire de l'ingrédient utilisé. De plus pour les ingrédients utilisés, la raie et la grenouille, nous avons choisi des fractions dont les pièces élémentaires de la partition ne ressemblent à aucune pièce élémentaire des autres partitions [13] ; les pièces représentées dans la solution du grimoire sont donc facilement identifiables sans avoir besoin de les superposer sur la représentation [14]

4.7 Analyse *a priori* de la séance 4 - Jeu avec les fractions supérieures à 1

4.7.1 Présentation

La quatrième séance de l'ingénierie didactique et ludique est la séance de jeu principale de l'ingénierie didactique et ludique. L'objectif de la séance est de s'appuyer sur les contraintes cartes/matériel du jeu de l'Atelier des potions pour approfondir la notion de décomposition des fractions supérieures à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. En effet, le matériel présent dans le jeu ne comporte que n pièces correspondant à une fraction $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient (sauf pour le tiers de grenouille qui existe en 4 exemplaires), il est donc impossible de réaliser les potions demandant des fractions supérieures 1 sans décomposer additivement ces fractions

13. Il n'y a qu'une seule partition en triangles pour le carré représentant la raie et il n'y a qu'une seule partition en parallélogrammes qui ne sont pas des losanges pour l'hexagone représentant les grenouilles.

14. contrairement aux partitions de disque représentant l'araignée qui sont toutes des parts de disque différentiables uniquement par l'angle au centre.

à l'aide d'autres fractions. De plus, les séances autour de *la quantité mystère* se sont

	1	5/6	2/3	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
Hexagone	1	1	1		4	4		1			9	
Carré	1			2	3	4				8	9	
Disque	1		1	2	1		5	6				10
Réglette	1				3	4	5					10

FIGURE 4.16 – Détail des pièces disponibles dans le jeu

concentrées sur des fractions de la forme $\frac{n+1}{n}$, tandis que les cartes de la catégorie *fractions supérieures à 1*[15] du jeu l'Atelier des potions comportent des entiers écrits sous la forme $\frac{n}{1}$ (cartes vert clair), des fractions de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$ (cartes orange), des fractions de la forme $k + \frac{n}{m}$ avec $k = 1$ ou 2 et $n < m$ (cartes jaunes), une fraction $\frac{n}{m}$ et une fraction $\frac{m}{n}$ d'un même ingrédient (cartes rouges) et des fractions comprises entre 1 et 2 écrites sous forme fractionnaire (cartes violettes).

La séance se décompose en deux phases :

— une première phase de jeu collectif sur les 4 premières cartes sélectionnées et ordonnées spécialement pour la séance.

— une deuxième phase de jeu, en autonomie, par groupe de 3 ou 4 sur le reste des cartes de la catégories *Fractions supérieures à 1.*

Il existe deux versions de cette séance qui se différencient par l'ordre des cartes pour la première phase de jeu. Nous les détaillerons dans le paragraphe 4.7.3 Les documents de préparation de la séance sont disponibles en page 33 et 35 de l'Annexe 5.

4.7.2 Stratégies de résolution des cartes

Les cartes violettes, jaunes et orange ont été spécialement conçues pour aborder les fractions supérieures à 1 dans le jeu et, en particulier, la décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Cependant, les stratégies pour réaliser les potions de ces cartes ne correspondent pas toutes à la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Nous détaillons ici les stratégies susceptibles d'émerger. Nous avons codé les stratégies en fonction de la couleur des cartes et, par conséquent, de la forme de

15. Il s'agit des cartes numérotées de 20 à 34 (cf. Annexe 3).

la fraction supérieure à 1 présente sur la carte. Ainsi, les stratégies pour les cartes violettes sont codées SV suivi d'un numéro, celles pour les cartes orange sont codées SO suivi d'un numéro et celles pour les cartes jaunes sont codées SJ suivi d'un numéro

4.7.2.1 Stratégies possibles en fonction des contraintes du matériel pour les cartes violettes contenant une fraction de la forme $\frac{m}{n}$ avec $n < m < 2n$

Nous avons identifié deux stratégies qui s'appuient sur un modèle implicite d'action, au sens de (Brousseau, 2010, p.3) et n'ont aucune chance d'aboutir [16] :

- **SV1** : Prendre uniquement n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.
- **SV2** : Prendre m pièces absolument.

Les nombreuses observations que l'on a faites lors des expérimentations préalables nous permettent de dégager différentes variantes de mise en œuvre pour la stratégie SV2 :

- **SV2.1** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis prendre $(m - n)$ pièces de ce même ingrédient au hasard parmi le matériel restant.
- **SV2.2** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis prendre $(m - n)$ pièces de ce même ingrédient dont les mesures d'aire se rapprochent le plus de celles correspondant à $\frac{1}{n}$.
- **SV2.3** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis prendre $(m - n)$ pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ d'un autre ingrédient.
- **SV2.4** : Prendre m pièces correspondant à une fraction inférieure à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.

Nous avons également identifié deux stratégies valides d'échange de pièces qui s'appuient sur l'équidécomposabilité des aires :

16. la stratégie SV2 présentée ci-dessous pourrait aboutir si une carte demandait $\frac{4}{3}$ de grenouille (et uniquement dans ce cas) mais une telle carte n'existe pas dans le jeu.

— **SV3** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis reconstituer, pour compléter, des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé à l'aide de plusieurs pièces correspondant à une fraction plus petite de l'ingrédient demandé, c'est-à-dire utiliser $k(m-n)$ pièces correspondant à $\frac{1}{kn}$ de l'ingrédient demandé pour reconstituer $(m-n)$ pièces correspondant à $\frac{1}{n}$

— **SV4** : Échanger des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé par une ou plusieurs pièces correspondant à l'unité ou à une fraction plus grande de l'ingrédient puis compléter avec des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.

Nous distinguons trois variantes de mise en œuvre pour la stratégie **SV4** :

— **SV4.1** : Échanger n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé avec la pièce unité et compléter par $(m-n)$ pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé. C'est la stratégie que nous souhaitons voir émerger.

— **SV4.2** : Échanger pk pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé avec k pièces correspondant à $\frac{1}{\frac{n}{p}}$ de l'ingrédient demandé.

— **SV4.3** : Échanger des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ avec au moins deux autres types de pièces.

Il est également possible de mettre en place une stratégie qui combine les stratégies **SV3** et **SV4** où les élèves échangeraient des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé avec des pièces correspondant à des fractions à la fois plus grandes et plus petites que $\frac{1}{n}$. Des erreurs de calcul peuvent être observées dans la mise en œuvre des stratégies **SV3** et **SV4**.

Prenons pour exemple la carte potion 31 qui demande $\frac{6}{4}$ de raie. Le matériel du

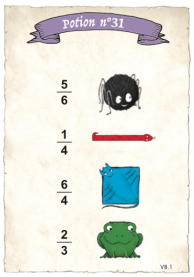


FIGURE 4.17 – Carte potion n°31

jeu contient une raie entière, une raie partitionnée en deux demis, une raie partitionnée en trois tiers, une raie partitionnée en quatre quarts, une raie partitionnée en huit huitièmes et une raie partitionnée en neuf neuvièmes (cf Figure 4.18).



FIGURE 4.18 – Plateau de jeu

La stratégie **SV1** consisterait à prendre 4 pièces correspondant à $\frac{1}{4}$ de raie. La stratégie **SV2** consisterait à prendre 4 pièces correspondant à $\frac{1}{4}$ de raie et 2 autres pièces du jeu (2 pièces correspondant à $\frac{1}{3}$ de raie pour **SV2.2** ou 2 pièces correspondant à $\frac{1}{4}$ de grenouille ou de serpent pour **SV2.3**) ou prendre 6 pièces correspondant à $\frac{1}{8}$ ou à $\frac{1}{9}$ de raie pour **SV2.4**.

Afin d'illustrer toutes les variantes de **SV3** et **SV4** nous devons envisager toutes les décompositions additives de $\frac{6}{4}$ à l'aide de fractions de dénominateurs 1, 2, 3, 4, 8 et 9. Nous présentons ici ces décompositions et si elles correspondent à **SV3** ou **SV4** :

$\frac{6}{4}$

$= 1 + \frac{1}{2}$ **SV4.3**

$= 1 + \frac{2}{4}$ **SV4.1**

$= 1 + \frac{4}{8}$ Combinaison de **SV4.1** et **SV3**

$= 1 + \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$ Combinaison de **SV4.1** et **SV3**

$= \frac{2}{2} + \frac{2}{4}$ **SV4.2**

$= \frac{2}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{2}{2} + \frac{4}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{3}{3} + \frac{1}{2}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{3}{3} + \frac{2}{4}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{3}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{3}{3} + \frac{4}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{4}{4} + \frac{1}{2}$ **SV4.2**

$= \frac{4}{4} + \frac{4}{8}$ **SV3**

$= \frac{8}{8} + \frac{1}{2}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{8}{8} + \frac{2}{4}$ **SV3**

$= \frac{9}{9} + \frac{1}{2}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{9}{9} + \frac{2}{4}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{9}{9} + \frac{1}{4} + \frac{2}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{9}{9} + \frac{4}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{4}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{6}{8}$ Combinaison de **SV4.2** et **SV3**

$= \frac{3}{4} + \frac{6}{8}$ **SV3**

Les nombreuses observations que nous avons pu faire nous permettent de faire l'hypothèse que l'apparition des stratégies qui combinent **SV3** et **SV4** ainsi que les stratégies **SV4.3** est peu probable.

Nous avons listé toutes les stratégies mathématiques liées aux cartes violettes contenant une fraction de la forme $\frac{m}{n}$ avec $n < m < 2n$. Il reste selon nous une stratégie possible qui est d'ordre ludique et qui s'appuie sur l'observation du jeu des autres élèves. Nous la noterons **SOb**. Nous avons identifié trois variantes de mise en œuvre de cette stratégie :

— **SOb.1** : Observer les pièces que prennent les autres élèves pendant qu'ils les manipulent.

— **SOb.2** : Regarder les pièces mises dans les chaudrons des autres élèves.

— **SOb.3** : Regarder les plateaux des autres élèves et en particulier les trous

formés par les pièces qui ont été enlevées pour déterminer celles-ci.

4.7.2.2 Stratégies possibles en fonction des contraintes du matériel pour les cartes orange contenant une fraction de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$

Les stratégies possibles que nous avons identifiées pour les cartes orange sont essentiellement les mêmes que pour les cartes violettes. Nous avons seulement identifié des variantes de mises en oeuvre.

Nous avons les deux stratégies qui s'appuie sur le modèle implicite d'action et qui n'ont aucune chance d'aboutir :

— **SO1** : Prendre uniquement n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.

— **SO2** : Prendre $n + 1$ pièces absolument.

Les différentes variantes de mise en œuvre pour la stratégie SO2 sont les mêmes que celles de SV2, complétées par une cinquième variante liée à l'utilisation des demis araignée :

— **SO2.1** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis prendre une pièce de ce même ingrédient au hasard parmi le matériel restant.

— **SO2.2** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis prendre une pièce de ce même ingrédient dont la mesure d'aire se rapprochent le plus de celles correspondant à $\frac{1}{n}$.

— **SO2.3** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis prendre une pièce correspondant à $\frac{1}{n}$ d'un autre ingrédient.

— **SO2.4** : Prendre $n + 1$ pièces correspondant à une fraction inférieure à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.

— **SO2.5** : Considérer les partitions en deux pièces non équivalentes comme une partition en demis.

Les deux stratégies qui s'appuient sur l'équidécomposabilité des aires sont également valident pour les cartes orange :

— **SO3** : Prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé puis

reconstituer, pour compléter, une pièce correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé à l'aide de plusieurs pièces correspondant à une fraction plus petite de l'ingrédient demandé, c'est-à-dire utiliser k pièces correspondant à $\frac{1}{kn}$ de l'ingrédient demandé pour reconstituer une pièce correspondant à $\frac{1}{n}$.

— **SO4** : Échanger des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé par une ou plusieurs pièces correspondant à l'unité ou à une fraction plus grande de l'ingrédient puis compléter avec des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.

Nous distinguons également trois variantes de mise en œuvre pour la stratégie **S04** :

— **SO4.1** : Échanger n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé avec la pièce unité et compléter par une pièce correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé. C'est la stratégie que nous souhaitons voir émerger pour les cartes orange également.

— **SO4.2** : Échanger pk pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé avec k pièces correspondant à $\frac{1}{\frac{n}{p}}$ de l'ingrédient demandé.

— **SO4.3** : Échanger des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ avec au moins deux autres types de pièces.

Tout comme pour les cartes violettes, il est possible de mettre en place une stratégie qui combine les stratégies **SO3** et **SO4** où les élèves échangeraient des pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé avec des pièces correspondant à des fractions à la fois plus grandes et plus petites que $\frac{1}{n}$. Cependant, les fractions demandées étant écrites sous la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$, nous faisons l'hypothèse que l'apparition des stratégies combinant de **SO3** et **SO4** ou des variantes **SO4.2** et **SO4.3** est peu probable.

Il est possible d'observer des erreur de calcul dans la mise en œuvre des stratégies **SO3** et **SO4**.

La stratégie d'observation **SOb** est indépendante des cartes utilisées. Elle peut donc également être observée avec les cartes orange.

Prenons pour exemple la carte potion 23 qui demande $\frac{2}{2} + \frac{1}{2}$ d'araignée. Le matériel du jeu contient une araignée entière, une araignée partitionnée en deux demis,

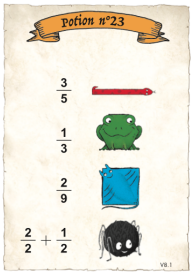


FIGURE 4.19 – Carte potion n°23

une araignée partitionnée en un tiers et deux tiers, une araignée partitionnée en cinq cinquièmes, une araignée partitionnée en six sixièmes et une araignée partitionnée en dix dixièmes.(cf Figure 4.20).



FIGURE 4.20 – Plateau de jeu

La stratégie **SO1** consisterait à prendre deux demies araignée. La stratégie **SO2** consisterait à prendre deux demies araignée et une autre pièce du jeu (au hasard pour **SO2.1**, un tiers d'araignée pour **SO2.2**, une demie raie pour **SO2.3** et un tiers ou la pièce correspondant à deux tiers d'araignée pour **SO2.5**) ou trois tiers d'araignée pour **SO2.4**. Les décompositions additives de $\frac{3}{2}$ à l'aide de fractions de dénominateur 1, 2, 3, 5, 6 et 10 permettraient d'identifier toutes les combinaisons de pièces qui valident la demande de $\frac{2}{2} + \frac{1}{2}$ d'araignée. Cependant, comme mentionné plus haut, nous faisons l'hypothèse que l'écriture de la fraction sous la forme $\frac{2}{2} + \frac{1}{2}$ induit fortement la combinaison de pièces correspondant à une araignée entière et une demie araignée.

4.7.2.3 Stratégies possibles en fonction des contraintes du matériel pour les cartes jaunes contenant une fraction de la forme $k + \frac{m}{n}$ avec $k = 1$ ou 2 et $m < n$

Les stratégies des résolutions des cartes jaunes sont différentes de celles présentées précédemment et cela est dû à la forme $k + \frac{m}{n}$ avec $k = 1$ ou 2 et $m < n$.

Nous avons une stratégie qui s'appuie sur le modèle implicite d'action **SJ1** qui consiste à prendre exactement $k + m$ pièces. Nous avons identifié deux variantes de mise en œuvre de cette stratégie :

— **SJ1.1** : Si k = 1, prendre la pièce correspondant à l'unité de l'ingrédient demandé et m pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé. Cette variante est valide et c'est la stratégie visée dans le cas k=1.

— **SJ1.2** : Si k=2, prendre la pièce correspondant à l'unité de l'ingrédient demandé, une pièce correspondant à une unité d'un autre ingrédient et m pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé.

— **SJ1.3** : Prendre $k + m$ pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé [17].

Les variantes **SJ1.2** et **SJ1.3** n'ont aucune chance d'aboutir car pour **SJ1.2** les élèves utilisent un autre ingrédient que celui demandé et pour **SJ1.3** $k \neq k \times n$ dès lors que $n \neq 1$.

Nous avons également identifié une stratégie de résolution, **SJ2**, propre à la carte potion 27 (la seule où $k = 2$) qui consiste à prendre la pièce correspondant à l'unité de l'ingrédient demandé, reconstituer une unité à l'aide de x pièces correspondant à $\frac{1}{x}$ de l'ingrédient demandé, $x \neq n$, et m pièces correspondant à $\frac{1}{n}$ de l'ingrédient demandé. C'est, dans le cas de la carte potion 27, la stratégie attendue.

Lorsque $k = 2$ il est nécessaire d'appliquer une stratégie du type **SJ1.2** ou **SJ2** parce qu'il n'existe qu'une seule pièce correspondant à l'unité pour chaque ingrédient.

La stratégie d'observation **SOb** et ses variantes de mise en œuvre sont toujours valides dans ce contexte.

4.7.3 Phase 1 - Jeu collectif sur les cartes ordonnées

Nous faisons l'hypothèse que faire jouer les élèves sur les cartes potions orange et jaunes comprenant des fractions de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$ ou des fractions de la forme $k + \frac{m}{n}$ avec $k = 1$ ou 2 et $m < n$ peut favoriser l'apparition de la stratégie consistant à décomposer les fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction

17. Sur l'ensemble des cartes jaunes $k + m$ est inférieur ou égal à n. Ce qui est une condition nécessaire pour voir apparaître cette stratégie.

inférieure à 1 car les fractions sont déjà écrites sous la forme d'une somme dont un des termes est un entier.

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons choisi d'imposer les premières cartes de la catégorie *Fractions supérieures à 1* que rencontrent les élèves.

Nous avons sélectionné 4 cartes du jeu :

— la carte potion 24 sur laquelle est présente la fraction $\frac{10}{10} + \frac{1}{10}$,

— la carte potion 28 sur laquelle est présente la fraction $1 + \frac{3}{10}$

— la carte potion 29 sur laquelle est présente la fraction $\frac{13}{10}$

— et la carte potion 31 sur laquelle est présente la fraction $\frac{6}{4}$.

Nous envisageons deux façons d'agencer ces quatre cartes pour faire favoriser l'émergence de la stratégie voulue. La première consisterait à confronter les élèves à la difficulté que représente la carte potion 31 (décomposition indispensable), puis de proposer les cartes potion 24 et 28 pour induire la stratégie de décomposition à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, et de terminer par la carte 29, du même type que la carte 31, pour identifier si les élèves ont modifié leur stratégie. Nous appelons cette version la version A. La deuxième version, que nous appelons version B, consiste à commencer par les cartes 24 et 28 qui nous paraissent plus faciles parce que les fractions supérieures à 1 sont écrites sous forme de somme, puis de proposer les cartes 29 et 31 où la décomposition fractions supérieures à 1 n'est pas suggérée.

Le choix entre les versions A ou B va dépendre du profil des élèves. Dans la version A, la réalisation de la potion semble impossible pour quelqu'un qui n'a pas l'idée de décomposer la fraction supérieure à 1. Cela peut être vécu comme un défi, ce qui en fait un ressort ludique, mais cela peut également être vécu comme une rupture de contrat ludique et être bloquant pour un élève qui manque de confiance en soi. Nous nous laissons la possibilité de choisir entre l'une ou l'autre des versions en fonction de notre ressenti lors des premières séances afin d'équilibrer les enjeux ludiques et didactiques.

Dans tous les cas, nous faisons l'hypothèse qu'à l'issue de la réalisation des quatre premières cartes potions, au moins un élève aura mis en place la stratégie de décom-

position des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 et que cette stratégie aura diffusé aux autres élèves lors des vérifications des potions à l'aide du grimoire des solutions car les élèves discutent à ce moment là de leurs stratégies.

4.7.4 Phase 2 - Jeu sur les cartes restantes de la catégorie *fractions supérieures à 1*

Cette deuxième phase de jeu consiste à laisser les élèves enchaîner les cartes potions de la catégorie *fractions supérieures à 1* dans un ordre aléatoire. L'objectif de cette phase est de permettre aux élèves de consolider leur stratégie en jouant. Nous faisons l'hypothèse qu'une fois les potions correspondant aux premières cartes réalisées et qu'une stratégie aura été mise en place, le ludique prendra le dessus sur les enjeux didactiques. Cela pourra se traduire par un intérêt accru pour le nombre de points misés pour chaque carte potion.

4.7.5 Analyse des variables didactiques

Voici les variables didactiques relatives à une séance de jeu à l'Atelier des potions.

4.7.5.1 VDS4.1 : Cartes sélectionnées pour jouer

Valeurs possibles : cartes du thème *fractions unitaires et fractions simples*, cartes du thème *fractions supérieures à 1*, cartes du thème *fractions équivalentes*, cartes du thème *somme de fractions*, ou tout autre sélection de cartes du jeu.
Choix : Le fait d'avoir choisi de centrer l'ingénierie didactique et ludique autour de la décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 nous conduit à choisir les cartes de thème *fractions supérieures à 1*. Nous n'avons pas choisi d'autres cartes pour ne pas mélanger les enjeux didactiques. Et nous avons choisi de jouer avec l'ensemble des cartes du thème car elles présentent toutes un intérêt pour la décomposition des fractions supérieures à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 : les cartes orange, jaunes, violettes et rouge permettent d'aborder la décomposition des frac-

tions supérieures à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, les cartes vert clair demandent des entiers écrits sous la forme $\frac{n}{1}$.

4.7.5.2 VDS4.2 : Variante de modalité de jeu choisie

Valeurs possibles : Il existe trois mode de jeu : le mode entraînement qui est celui décrit dans les règles du jeu officielles, où chaque joueur a ses propres jetons étoiles pour miser mais est quand même en compétition avec les autres joueurs sur le nombre de points accumulés à la fin de la partie ; le mode coopératif où toutes les décisions sont prises en commun et il n'y a aucune compétition ; et le mode course où un seul ensemble de jetons étoiles est conservé et mis à disposition au centre de la table et où il faut être le plus rapide à réaliser la potion pour avoir le choix du jeton étoile que l'on mise

Choix : Pour la première phase de jeu, nous ne souhaitons pas faire jouer les élèves en mode course. Nous souhaitons que cette phase permette de faire émerger la stratégie de décomposition des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Or la course est un enjeu ludique fort et nous craignons qu'il ne prenne le pas sur l'enjeu didactique. Les élèves peuvent ne pas vouloir partager leur stratégie pour être sûrs d'être les plus rapides ou encore jouer au hasard pour la même raison (quitte à perdre des points). Entre les modes entraînement et coopératif, nous avons décidé de ne pas faire de choix. Les deux sont favorables à l'émergence de la stratégie recherchée et nous choisissons de laisser faire les élèves.

Pour la deuxième phase de jeu, si la stratégie de décomposition des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 a émergé il peut être envisagé de faire évoluer le jeu vers le mode course pour rajouter un ressort ludique.

4.7.5.3 VDS4.3 : Ordre des cartes prédéterminées

Valeurs possibles : oui ou non

Choix : Oui. Nous faisons l'hypothèse que faire jouer les élèves sur les cartes potions

comprenant des fractions de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$ ou des fractions de la forme $k + \frac{n}{m}$ avec $k = 1$ ou 2 et $n < m$ peut favoriser l'apparition de la stratégie consistant à décomposer les fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 car les fractions sont déjà écrites sous la forme d'une somme dont un des termes est un entier.

4.7.5.4 VDS4.4 : Couleurs des cartes prédéterminées

Valeurs possibles : vert clair (entiers écrits sous la forme $\frac{n}{1}$), orange (fractions de la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$), jaune (fractions de la forme $k + \frac{n}{m}$ avec $k = 1$ ou 2 et $n < m$), rouge (une fraction $\frac{n}{m}$ et une fraction $\frac{m}{n}$ d'un même ingrédient) ou violet (fractions comprises entre 1 et 2 écrites sous forme fractionnaire)

Choix : Les cartes vert clair n'ont pas d'intérêt pour faire émerger la connaissance visée car les entiers sont par définition déjà décomposés. Les cartes rouges, en plus de faire intervenir des fractions supérieures à 1, ont des enjeux didactiques relatifs au sens des numérateurs et dénominateurs et à la somme de fractions. Nous ne souhaitons pas qu'elles soient parmi les premières cartes rencontrées par les élèves. Comme nous l'avons précisé, nous faisons l'hypothèse que les cartes jaunes et les cartes orange peuvent favoriser les stratégies mettant en œuvre la connaissance visée. Et les cartes violettes peuvent nous permettre de vérifier notre hypothèse. Nous choisissons donc ces trois couleurs pour les cartes prédéterminées.

4.7.5.5 VDS4.5 : Nombre de cartes prédéterminées

Valeurs possibles : tout entier entre 1 et 10 (nombre de cartes de couleur vert clair, orange ou violet)

Choix : Nous avons initialement conçu la séance dans sa version A. Nous avons donc choisi d'imposer une carte violette pour introduire la difficulté, une carte orange puis une carte jaune pour orienter les stratégies et à nouveau une carte violette pour observer si la stratégie visée avait en effet émergée. Nous avons choisi de n'utiliser qu'une seule carte orange et qu'une seule carte jaune car nous faisons

l'hypothèse que cela est suffisant pour faire émerger la décomposition à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. De plus nous ne voulions pas prédéterminer de nombreuses cartes car la logistique de préparation des paquets de cartes est compliquée. Cela fait donc quatre cartes.
Dans la version B nous aurions pu nous limiter à trois cartes, une orange, une jaune puis une violette. Mais nous avons fait le choix de garder les mêmes cartes dans les deux versions pour des raisons pratiques.

4.7.5.6 VDS4.6 : Choix des cartes

VDS4.6.1 : choix pour la carte orange Valeurs possibles : cartes potions 23 ($\frac{2}{2} + \frac{1}{2}$ d'araignée), 24 ($\frac{10}{10} + \frac{1}{10}$ d'araignée) ou 25 ($\frac{3}{3} + \frac{1}{3}$ de serpent)
Choix : Nous avons choisi la carte potion 24 qui demande $\frac{10}{10} + \frac{1}{10}$ d'araignée pour faire le lien avec l'activité *la quantité mystère* de la séance. Nous faisons l'hypothèse que les élèves reconnaîtront dans cette carte potion l'étape intermédiaire de la décomposition $\frac{11}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{1}{10}$.

VDS4.6.2 : choix pour la carte jaune Valeurs possibles : cartes potions 26 ($1 + \frac{2}{3}$ de raie), 27 ($2 + \frac{2}{9}$ de grenouille) ou 28 ($1 + \frac{3}{10}$ de serpent)
Choix : Nous n'avons pas choisi la carte 27 car elle comporte une fraction supérieure à 1 dont la partie entière est 2. Or il n'existe qu'une seule pièce correspondant à l'unité pour chaque ingrédient. Pour réaliser la potion, il faudrait alors choisir de prendre une combinaison de pièce correspondant à une araignée entière pour faire la deuxième unité. Nous faisons l'hypothèse que cela rajouterait une difficulté dans l'exécution de la potion qui n'a pas d'intérêt (ni ludique ni didactique) tant que les stratégies ne sont pas établies. Nous n'avons pas choisi la carte potion 26 car les tiers et les demis de raies ayant la même forme, nous craignons que la stratégie erronée consistant à prendre trois tiers de raies plus deux demis de raies n'apparaisse. Nous avons donc choisi la carte 28 qui n'avait pas ces inconvénients.

VDS4.6.3 : choix pour les cartes violettes Valeurs possibles : cartes potions 29 ($\frac{13}{10}$ de serpent), 20 ($\frac{11}{8}$ de raie), 31 ($\frac{6}{4}$ de raie) ou 32 ($\frac{10}{9}$ de grenouille)

Choix : Nous avons choisi de sélectionner la carte 29 qui demande $\frac{13}{10}$ de serpent pour faire le lien avec la carte 28 qui demande $1 + \frac{3}{10}$ de serpent. Nous avions ainsi toutes les étapes de la décomposition de $\frac{13}{10}$ à l'aide des serpents.

Nous n'avons pas choisi la carte 32 car l'exercice 2 de la séance précédente consistait à décomposer $\frac{10}{9}$ de grenouille) [18].

Nous n'avons pas choisi la carte potion 30 car une stratégie de décomposition erronée de $\frac{11}{8}$ est $1 + \frac{1}{8}$ du à la prégnance des fractions décimales au cycle 3. Nous souhaitions éviter cette stratégie.

Pour la deuxième carte violette, nous avons donc fait le choix de la carte potion 31.

4.7.5.7 VDS4.7 : Agencement des quatre premières cartes

Valeurs possibles : tout arrangement des cartes 24, 28, 29 et 31

Choix : Nous avons choisi de proposer la carte orange avant la carte jaune car cela correspond aux étapes successives de décomposition des fractions supérieures à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 : $\frac{kn+x}{n} = \frac{kn}{n} + \frac{x}{n} = k + \frac{x}{n}$ avec k un entier positif, et $x < n$.

Nous avons choisi de proposer une carte violette après les cartes jaune et orange pour vérifier l'hypothèse que les cartes jaune et orange peuvent induire la stratégie voulue. Nous avons choisie la carte 29 pour cela car elle reprend la même fraction que la carte orange qui la précède. Pour la dernière carte violette, nous pouvions la mettre avant la carte jaune, après la carte jaune ou après la carte violette 29. Comme nous l'avons précisé dans le paragraphe 5.4.4.2 nous avons choisi deux agencements de cartes, la version A (31, 24, 28, 29) et la version B (24, 28, 29, 31). Le choix final se fera lors des expérimentations, en fonction des élèves.

18. Contrairement à la carte potion 24 qui demande la même fraction que *la quantité mystère* mais sous une autre forme, ici la fractions demandée est exactement celle utilisée pour l'exercice 2 de la séance précédente.

4.7.5.8 VDS4.7 : Nombre de grimoires des solutions à disposition des élèves

Valeurs possibles : un grimoire par table, un grimoire pour deux, un grimoire par élève.

Choix : En accord avec le choix fait pour la variable VDS1.4, nous avons donné un grimoire à chaque élève. Nous espérions gagner du temps sur la vérification des potions (les élèves n'ayant pas à vérifier leur potion un par un) et permettre ainsi la réalisation d'un plus grand nombre de potions.

4.8 Analyse *a priori* de la séance 5 - Exercices

4.8.1 Présentation

La dernière séance de l'ingénierie didactique est une séance d'exercices ayant pour objectif de décontextualiser la décomposition des fractions supérieures à 1 en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. En effet, toutes les décompositions effectuées par les élèves jusque ici se sont faites dans l'univers de l'Atelier des potions et avec l'aide du matériel. L'objectif de cette séance de se détacher progressivement du matériel du jeu pour aller vers une résolution d'exercices mettant en jeu des transformations d'écritures.

La séance comporte trois exercices, chaque exercice comporte 6 équations du type $\frac{kn+m}{n} = \frac{kn}{n} + \frac{m}{n} = k + \frac{m}{n}$ avec k, m et n des entiers strictement positifs et $m < n$, proposée sous la forme d'opération à trou. Il y a trois types d'équations proposées aux élèves :

- trois équations de la forme $\frac{kn+m}{n} = \frac{\cdots}{\cdots} + \frac{\cdots}{\cdots} = \ldots + \frac{\cdots}{\cdots}$
- une fractions de la forme $\frac{\cdots}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots} + \frac{\cdots}{\cdots} = k + \frac{m}{n}$
- deux équations de la forme $k + \frac{m}{n} = \frac{\cdots}{\cdots} + \frac{\cdots}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots}$.

Le premier exercice indique aux élèves avec quel ingrédient ils peuvent s'aider pour compléter l'égalité. Pour cela, nous avons inséré sous l'équation une image de l'ingrédient à utiliser (cf.Figure 4.21).



FIGURE 4.21 – Exercice 1.A

Quatre des six équations concernent la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 de fractions comprises entre 1 et 2, une équation concerne la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 d'une fraction comprise entre 2 et 3, et la dernière se centre sur la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 d'une fraction comprise entre 3 et 4.

Pour le deuxième exercice, les élèves peuvent toujours s'aider du matériel mais c'est à eux de choisir l'ingrédient susceptible de les aider. Quatre des six équations concernent la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 de fractions comprises entre 1 et 2, les deux autres équations concernent la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 de fractions comprises entre 2 et 3.

Pour le dernier exercice, les élèves ne doivent plus s'aider du matériel. Certaines des fractions utilisées dans cet exercice ont un dénominateur qui ne correspond à aucune partition d'aucun ingrédient mais ce n'est pas le cas de toutes les fractions utilisées. Pour éviter toute tentation pour les élèves d'utiliser le matériel malgré la consigne, il est prévu de retirer le matériel des tables lorsque les élèves arrivent à l'exercice 3. Cinq des six équations concernent la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 de fractions comprises entre 1 et 2, et la dernière concerne la décomposition additive à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 d'une fraction comprise entre 3 et 4

Nous faisons l'hypothèse que le contrat didactique et ludique qui s'instaurera lors de cette séance aura une forte valence didactique et qu'elle augmentera d'autant plus qu'on s'éloigne du matériel du jeu.

La feuille d'exercice est disponible en page 37 de l'Annexe 5.

4.8.2 Analyse des variables didactiques

4.8.2.1 VDS5.1 : type d'exercice d'entraînement

Valeurs possibles : équation à trous, décomposition non guidée

Choix : Nous avons fait le choix d'utiliser des équations à trous car nous souhaitions que les élèves détaillent toutes les étapes de leur calcul. Avec l'utilisation des équations à trous, nous induisons le fait que le détail des opérations réalisées est attendu par les emplacements prévus à cet effet .

4.8.2.2 VDS5.2 : Partie(s) à compléter des équations à trous

Valeurs possibles : un membre de l'équation, un membre de l'équation et les autres partiellement, chaque membre de l'équation partiellement.

Choix : Nous avons choisi d'utiliser des équations à trous dont seulement un membre est complété. Pour certaines équations c'est le membre avec la fraction supérieure à 1 écrite sous forme fractionnaire qui est donnée, pour d'autres c'est la forme décomposée qui est donnée. Le membre de l'équation qui correspond au détail de calcul est toujours laissé vide.

4.8.2.3 VDS5.3 : Orientation de l'équation à trou

Valeurs possibles : le membre donné est le membre de gauche et le membre à compléter est celui de droite, le membre donné est le membre de droite et le membre à compléter est celui de gauche, un mélange des deux.

Choix : Lorsque le membre qui est donné correspond à la fraction écrite sous forme fractionnaire, nous avons choisi de le placer systématiquement à gauche comme cela a été présenté dans les documents autour de l'activité de *la quantité mystère*. Lorsque que le membre qui est donné est la décomposition à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, nous avons gardé les deux possibilités. L'exercice qui consiste à additionner la partie entière et la partie fractionnaire pour retrouver la fraction supérieure à 1 n'a pas été abordé jusqu'ici. Nous faisons l'hypothèse que pour certains élèves cet exercice est plus simple dans le sens de lecture conventionnel (de gauche à droite) tandis que pour d'autres, l'exercice est plus facile si les membres de

l'équation sont dans les mêmes positions que lors des séances précédentes (l'écriture fractionnaire systématiquement à gauche et la décomposition systématiquement à droite).

4.8.2.4 VDS5.4 : Utilisation du matériel

Valeurs possibles : Oui ou non

Choix : Nous faisons l'hypothèse qu'à l'issue de la séance de jeu les élèves ont des connaissances en acte (au sens de Vergnaud) sur la décomposition des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 mais qu'elles ne sont pas formalisées. Avec le matériel, les élèves peuvent mettre en place la stratégie qui consiste, pour la décomposition d'une fraction $\frac{m}{n}$, à prendre n pièces correspondant à $\frac{1}{n}$, échanger ces n pièces pour une unité, puis compléter par (m-n) pièces correspondant à $\frac{1}{n}$. Cette stratégie passe par toutes les étapes de la décomposition des fractions supérieures à 1. Pour la somme de la partie entière et la partie fractionnaire, les élèves peuvent s'aider du matériel pour retrouver l'égalité $1 = \frac{n}{n}$. Afin de permettre aux élèves de formaliser leurs connaissances nous avons choisi de proposer des exercices qui s'éloignent de plus en plus du matériel. Pour le premier exercice, le matériel à utiliser est indiqué. Cependant rien n'oblige les élèves à s'en servir. Pour le deuxième exercice, nous avons choisi de ne pas indiquer quel matériel utiliser pour inciter les élèves à s'en détacher tout en leur laissant la possibilité de l'utiliser. Pour le troisième exercice, nous avons fait le choix de retirer le matériel aux élèves.

4.8.2.5 VDS5.5 : Correspondance des dénominateurs des fractions avec les partitions du jeu

Valeurs possibles : fractions dont le dénominateur correspond à la partition d'au moins un ingrédient du jeu, fractions dont le dénominateur ne correspond à aucune partition d'aucun ingrédient du jeu.

Choix : Pour les exercices 1 et 2, nous avons choisi des fractions dont le dénominateur correspond à la partition d'au moins un ingrédient du jeu pour que les élèves puissent s'aider du matériel. Pour l'exercice 3, nous avons choisi des fractions des

deux catégories puisque les correspondances avec le matériel n'étaient plus nécessaires.

4.8.2.6 VDS5.5 : Encadrement des fractions

Valeurs possibles : tout encadrement entre 1 et un entier naturel supérieur à 1. Choix : N'ayant plus les contraintes liées à la manipulation du matériel, nous avons choisi des fractions comprises entre 1 et 4. Nous souhaitions que les élèves manipulent des fractions supérieures à 2 car elles sont très peu présentes dans le jeu l'Atelier des potions. Nous voulions cependant que la décomposition ne soit pas trop fastidieuse, qu'il y ait un nombre raisonnable d'étapes intermédiaires de type $k+\frac{x}{n}$ avec $x > n$ et $k \geq 1$. Le nombre d'étapes intermédiaires étant lié à la partie entière de la fraction, nous avons décidé de prendre des fractions inférieures à 4.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre ingénierie didactique et ludique basée sur l'Atelier des potions autour de la décomposition additive des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Les trois premières séances de l'ingénierie didactique et ludique ont pour objectif d'enrichir le milieu antagoniste de type expérimental (Dias, 2009) pour permettre aux élèves de contrôler les stratégies lors de la séance 4. La séance 4 est la séance principale de l'ingénierie. Elle a été conçue pour vérifier notre hypothèse selon laquelle l'Atelier des potions peut être inséré dans une ingénierie didactique pour la conception des savoirs. Finalement, la séance 5, la séance d'exercices, vient conclure l'ingénierie en approfondissant et décontextualisant les connaissances acquises par le jeu.

Nous avons fait des pré-expérimentations de cette ingénierie au printemps 2019. Ces pré-expérimentations nous ont permis d'affiner nos choix de valeurs pour les variables didactiques présentés dans ce chapitre. Afin de vérifier l'émergence de plays lors des différentes séances et la possibilité construction des savoirs, nous avons choisi de mener une expérimentation de type laboratoire. Nous la présentons dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Expérimentation de laboratoire

Introduction

L'objectif de notre recherche est l'analyse de la dialectique jeu-apprentissages en milieu scolaire. Dans le chapitre 2, nous avons cherché à définir les conditions et les contraintes que doit remplir un jeu afin de pouvoir être utilisé à la fois en contexte ludique et en contexte scolaire. Nous avons montré que les jeux de société pouvant être analysé par un contrat didactique et ludique stable étaient de bons candidats. Cependant, nous avons éprouvé de la difficulté à trouver un tel jeu qui permette également la construction des savoirs. En effet, les jeux pouvant être analysés à l'aide des contrats stables sont principalement des jeux permettant l'entraînement et le réinvestissement des connaissances. Cela nous a amené à concevoir notre propre jeu de société, construisant ainsi un milieu antagoniste de type expérimental riche pour développer ensuite une ingénierie didactique et ludique que nous avons présentée au chapitre 4.

Nous avons choisi de mener une expérimentation de type laboratoire, c'est-à-dire sur un petit nombre d'élèves et dans un contexte hors classe, afin de contrôler précisément le déroulement de l'ingénierie et articuler au mieux les enjeux didactiques et ludiques. L'objectif de cette expérimentation est double : tester notre hypothèse que l'Atelier des potions permet l'émergence d'un contrat didactique et ludique stable d'une part, et tester notre hypothèse que l'ingénierie didactique et ludique élaborée permet la construction des savoirs d'autre part.

Dans ce chapitre, nous décrivons le contexte particulier dans lequel s'est déroulé l'expérimentation, le public visé, le déroulement général de l'expérimentation et les données recueillies. Nos procédons ensuite à l'analyse *a posteriori* de la séance 4, la séance de jeu centrale de notre ingénierie ainsi que la séance d'exercices qui clôture celle-ci.

5.1 Expérimentation de laboratoire

5.1.1 Le contexte

5.1.1.1 Le contexte sanitaire et le déroulement de l'expérimentation

L'expérimentation devait se dérouler de février à juin 2020, dans une école de la région toulousaine, l'école élémentaire publique du Château à Tournefeuille, auprès de deux groupes de 4 élèves de CM1 chacun, issus de classes de CE2/CM1 et CM1/CM2. Chaque intervention devait s'organiser en cinq temps :

— Entretiens préalables avec les enseignants.

— Recueil des conceptions préalables des élèves à l'aide d'un questionnaire.

— Observations des élèves au cours des 5 séances de l'ingénierie didactique et ludique menée par la chercheuse.

— Entretiens *a posteriori* et individuel avec les élèves.

— Entretiens *a posteriori* avec les enseignants.

Il était également prévu de fournir au enseignants le matériel et les documents relatifs à l'ingénierie afin qu'ils puissent la mettre en place dans leur classe. Le contexte sanitaire de l'année 2020 ne nous a pas permis de mener l'expérimentation dans les conditions initialement prévues. Avant que les établissements scolaires ne ferment pour le confinement du printemps 2020, nous avons eu le temps de :

— nous entretenir avec l'enseignant de CM1/CM2,

— de faire passer le questionnaire à 4 élèves de CM1 issus de sa classe,

— de sortir ces 4 mêmes élèves de la classe et de les observer sur les séances de l'ingénierie didactique en entier.

Un des 4 élèves a été absent à partir de la séance autour de l'activité *la quantité*

mystère. Il était de retour en classe le jour de la dernière séance mais nous avons fait le choix de ne pas l'inclure dans la séance parce qu'il avait manqué la majeure partie de l'ingénierie. Nous n'avons pas pu mener nos entretiens *a posteriori* ni intervenir auprès des élèves de la classe de CE2/CM1. A la reprise des cours en présentiel, fin juin 2020, nous n'avons pas jugé pertinent de reprendre l'expérimentation.

5.1.1.2 Le public concerné

L'expérimentation s'est effectivement déroulée auprès de 4 élèves de la classe de CM1/CM2, de février à mars 2020. Après l'observation, début février, d'une séance de cours sur les fractions, nous avons eu un entretien avec l'enseignant. Lors de ce entretien, nous avons discuté de la programmation de la séquence sur les fractions prévue pour les élèves de CM1 et nous avons convenu que l'expérimentation débuterait au retour des vacances scolaires, trois semaines plus tard. La décomposition des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 ne devait pas être abordée avec les élèves de CM1 d'ici là. Nous avons également convenu que nous mènerions l'expérimentation sur quatre élèves aux profils différents, choisis par l'enseignant, et sortis de la classe, tandis que l'enseignant mettrait l'ingénierie en place avec le reste de la classe.

Du fait que les élèves concernés par l'expérimentation étaient issus d'une classe double niveau CM1/CM2 nous ne pouvions pas garantir qu'ils n'aient pas déjà rencontré les décompositions additives de fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. En effet, lors de l'observation de la séance de cours menée par l'enseignant, nous avons pu observé l'organisation qu'a mis en place l'enseignant pour gérer le double niveau CM1/CM2. Les tables sont disposées en rang de part et d'autre d'une allée centrale. Les élèves de CM1 sont placés du coté de la porte d'entrée et les élèves de CM2 sont placés du côté des fenêtres. Le tableau est partagé en deux par une ligne verticale. Lorsque les élèves de CM2 travaillent en autonomie, l'enseignant intervient auprès des élèves de CM1 et inversement. Il est donc possible que les élèves de CM1 aient déjà observé des décompositions de fractions supérieures à 1 effectuées avec les élèves de CM2.

5.1.2 Le déroulement des séances

L'expérimentation s'est déroulée sur sept séances :

— l'observation d'une séance de cours sur la notion de fractions menée par l'enseignant,

— une séance où les élèves ont répondu au questionnaire préalable,

— la séance d'introduction du jeu l'Atelier des potions,

— une séance où les élèves ont fait l'activité *la quantité mystère*, les exercices autour de *la quantité mystère*, puis ont joué à l'Atelier des potions avec les mêmes cartes que lors de la séance d'introduction,

— la séance de jeu avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1* dans sa version A

— la séance de jeu avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1* dans sa version B puis le début de la fiche d'exercices

— une dernière séance où les élèves ont fini la fiche d'exercices et ont joué à nouveau avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1*.

5.1.3 Le recueil des données

5.1.3.1 Données vidéos

Nous avons fait le choix d'utiliser deux caméras : une au fond de la classe pour avoir une vue d'ensemble du groupe et une au dessus de la table pour observer plus précisément les actions des élèves.

Captation audio

Chacune des deux caméras dispose d'un micro qui permet d'enregistrer les discussions avec une qualité suffisante pour être retranscrites. L'expérimentation se faisant sur un petit groupe, nous n'avons pas choisi d'utiliser de micro en complément de ce dispositif.

La vue d'ensemble

L'objectif de la vue d'ensemble est d'observer les interactions entre la chercheuse et

les élèves, ainsi qu'entre les élèves entre eux. Nous souhaitions que le dispositif soit petit pour ne pas prendre de place au sol parce que la salle était petite et pour qu'il puisse se faire oublier des élèves pendant la séance. Par ailleurs, nous n'avions pas besoin d'une captation avec une très haute résolution. Nous avons choisi d'utiliser la caméra de notre téléphone que nous avions accroché à la poignée d'une fenêtre de la salle à l'aide d'un trépied octopus.

Dans le cadre de la caméra se trouve la table, les élèves, la chercheuse, la deuxième caméra et le tableau. Les enregistrements de cette caméra viennent compléter les enregistrements audio car elle nous permet de déterminer qui parle et à quel(s) interlocuteur(s). Ils permettent également de voir où se porte l'attention des élèves : sur leur plateau de jeu, sur les plateaux de jeu des autres élèves, sur le grimoire des solutions, sur la chercheuse ou sur le tableau.

La vue du dessus

Afin d'observer précisément les gestes des élèves lorsqu'ils manipulent le matériel du jeu, nous avons choisi de doubler notre dispositif d'une caméra disposée au dessus de la table. Celle-ci nous permet d'observer les gestes effectués par les élèves lorsqu'ils manipulent le matériel (compter les pièces, hésiter entre plusieurs pièces, avoir des difficultés de positionnement des pièces sur le grimoires, etc.). Nous faisons l'hypothèse que cela peut nous éclairer sur les stratégies mises en place par les élèves.

Pour ce dispositif, nous avons utilisé une petite caméra sport permettant à la fois une installation discrète et une captation en haute résolution. La caméra était fixée à sur un bras horizontal monté sur un trépied. La caméra se trouvait à peu près à deux mètres du sol. Dans le cadre de la caméra se trouve uniquement la table sur laquelle travaillent les élèves.

Méthodologie d'analyse des données

Les données recueillies étant nombreuses, nous n'avons pas retranscrit l'ensemble

des enregistrements. Nous avons regardé et écouté tous les enregistrements au moins deux fois :

— une première fois pour avoir un aperçu général du déroulement
— une seconde pour mettre en parallèle les deux prises de vue et extraire les passages à retranscrire
— et une troisième fois pour la retranscription de ces passages.

Comme précisé dans le paragraphe sur la vue d'ensemble, le double enregistrement audio et vidéo nous permet d'affiner notre travail de transcription en déterminant précisément qui parle et à qui. Et la vue du dessus nous permet de connaître précisément les pièces du jeu qui sont montrées ou manipulées pendant les temps d'échange. Nous avons donc systématiquement analysé les enregistrements en articulant les deux points de vue et les enregistrements audio.

5.1.3.2 Traces écrites

Trois séances de l'ingénierie didactique comportent des documents sur lesquels les élèves doivent écrire. Nous avons récupéré l'ensemble de ces documents : le document d'activité *la quantité mystère*, les fiches exercices autour de *la quantité mystère*, et les fiches d'exercices en fin d'ingénierie.

5.1.3.3 Le questionnaire préalable

Afin de pouvoir analyser les actions des élèves et les traces écrites, nous avions besoin de connaître l'état des conceptions des élèves sur les fractions et en particulier le rapport de grandeurs exclusif. En effet, comme nous l'avons précisé au paragraphe 4.2, les fractions inférieures à 1 peuvent être considéré comme un rapport de grandeur interne ou externe, tandis que les fractions supérieures à 1, lorsqu'elles sont considérées comme un rapport de grandeur, correspondent nécessairement à un rapport externe. Dans cette optique, nous avons développé un questionnaire (cf. Annexe 6) que nous leur avons fait passé au tout début de l'expérimentation.

Pour concevoir ce questionnaire, nous nous sommes appuyée sur un questionnaire déceloppé par l'équipe de chercheurs en didactique des mathématiques qui travaillent sur le jeu *Math Mathews Fractions* (Bhatia, 2021; Bhatia *et al.*, 2023). Nous nous

sommes inspirée des questions relatives au concept de fraction et au programme de CM1 (questions 1 à 5) ainsi que des questions sur la droite graduée (questions 8 et 9) pour concevoir les questions 3 à 14 de notre questionnaire. Nous avons également ajouté trois questions :

- Une question ouverte où il est demandé d'écrire tous les mots que l'élève associe avec le mot fraction.
- Une question en deux parties demandant de donner une fraction supérieure à 1 puis de la représenter (question 2).
- Une question avec des bandes de papier à mesurer les unes par rapport aux autres (question 15).

La première question a pour objectif de nous éclairer sur les termes que les élèves associent au mot *fraction*. Cela peut déjà nous éclairer sur les conceptions des élèves (est-ce un nombre, une position sur la droite graduée, un partage, une écriture ou autre chose ?).

La deuxième question sert à déterminer quelle conception les élèves ont des fractions supérieures à 1. La représentation étant libre, le choix des élèves nous permet de déterminer s'ils considèrent les fractions supérieures à 1 plutôt comme une position sur un axe gradué, un rapport de grandeur inclusif ou exclusif, au sens de Vergnaud (1982), ou simplement une écriture fractionnaire avec le numérateur supérieur au dénominateur. Pour les questions 3 à 5 de notre questionnaire, nous nous sommes inspirée des questions 1, 2 et 5 du questionnaire mentionné ci-dessus et d'une activité extraite du dossier d'accompagnement du jeu l'Atelier des potions, expérimentée de nombreuses fois. Nous avons mis à disposition du matériel issu de L'atelier des potions (le jeu n'était pas connu des élèves au moment où ils ont répondu au questionnaire), leur demandant de retrouver parmi les pièces à disposition, celle qui correspond à une certaine fraction d'une surface donnée. Le choix d'utiliser le matériel avait pour objectif de permettre la manipulation de rapports de grandeurs exclusifs dans le cas de grandeurs continues. Ces questions ont été conçues afin de vérifier que la notion de partage en part égales des aires, à la base de la définition des fractions par les rapports de grandeurs, était acquise par les élèves.

Les questions 6 à 9 sont inspirées de la question 4 du questionnaire conçu pour le jeu *Math Mathews Fractions* et de l'exemple donné par Vergnaud (1982) pour illustrer le cas des rapports exclusifs en contexte discret. Nous l'avons décliné en quatre versions afin d'explorer toutes les configurations possibles : rapport des cardinaux des collections considérées inférieur ou supérieur à 1 et cardinal de référence égal ou supérieur au dénominateur du rapport des cardinaux des collections considérées.

Les questions 10 et 11, où il est question de représenter une certaine fraction d'une figure donnée, ont été rédigées afin de vérifier la capacité des élèves à partitionner une surface en parts d'aires égales. Nous avons fait le choix de laisser libre la représentation (sur la figure ou sur un dessin à part) afin d'observer si les élèves favorisent un rapport inclusif ou exclusif.

Les questions 12 et 13 du questionnaire demandent de positionner des fractions sur une droite graduée. L'objectif de ces questions n'était pas de vérifier la capacité des élèves à positionner correctement une fraction sur la droite graduée, ce qui n'avait pas grand intérêt dans le cadre de nos recherches, mais plutôt d'observer s'ils mettent en place des stratégies d'équivalence de fraction ou de subdivision de la graduation. Nous faisions l'hypothèse que les stratégies utilisées dans ce contexte pouvaient nous éclairer sur les stratégies mise en place dpar la suite dans le jeu l'Atelier des potions.

La question 14 s'appuie sur plusieurs questions issues du questionnaire conçu pour le jeu *Math Mathews Fractions*. Nous les avons regroupées en une seule question afin de déterminer si les élèves sont capables de jongler entre les différentes représentations des fractions proposées, ce qui indiquerait un début de synthèse des différentes conceptions des fractions.

La quinzième question, où il est question de mesurer des bandes de papier les une par rapport aux autres, a été rédigée pour proposer aux élèves une situation faisant appel à un rapport de longueur. Nous souhaitions observer si les élèves étaient capable d'identifier l'unité dans une situation où elle n'est pas clairement définie.

Les réponses à ce questionnaire ont été analysées en amont de l'analyse des autres données afin d'avoir une idée plus précise des connaissances et conceptions

des élèves avant l'expérimentation. Ensuite nous les avons croisées avec les stratégies choisies par les élèves lors de la séance de jeu et les réponses à la fiche d'exercices de la dernière séance. Cela nous a permis de mieux interpréter ces dernières et d'en déduire si des apprentissages avaient eu lieu. Nous présenterons les réponses qui sont pertinentes pour nos analyses lors de l'analyse *a posteriori* de la séance 5, la séance d'exercices.

5.2 Analyse *a posteriori* de la séance de jeu avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1*

La séance 4 de l'ingénierie didactique et ludique, la séance où les élèves jouent à l'Atelier des potions avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1*, est la séance principale de l'ingénierie. Les séances précédentes ont été créées pour introduire le jeu et favoriser l'émergence de la stratégie de jeu liée à la décomposition des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Et la séance d'exercices à la fin de l'ingénierie a été créée pour vérifier si le jeu a permis des apprentissages ainsi qu'un début de décontextualisation. Nous souhaitons, par l'analyse *a posteriori* de cette séance regarder :

— les stratégies mises en place par les élèves pour commencer à déterminer s'il y a eu des apprentissages, et

— les types de contrats didactiques et ludiques qui se sont négociés avec les élèves pour déterminer si l'Atelier des potions permet l'émergence de contrats didactiques et ludiques stables.

5.2.1 Choix d'organisation

Dans l'analyse *a priori* de la séance 4 (cf. paragraphe 4.7), la séance de jeu avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1*, nous avons présenté deux déroulements possibles pour cette séance, la version A et la version B, qui diffèrent par l'ordre dans lequel sont présentées les quatre cartes choisies pour être réalisées en premier.

Nous avions précisé que le choix entre ces deux organisations serait fait en fonction des élèves.

Suite à l'observation des élèves sur la séance d'introduction du jeu et les séances autour de l'activité *la quantité mystère*, nous avions initialement choisi de faire la séance 4 dans sa version A le vendredi 28 février 2020. Cependant, deux évènements survenus lors de cette séance nous ont conduit à décider de reproduire la séance dans la version B le lundi suivant :

— Premièrement, nous n'avons pas réussi à instaurer un contrat didactique et ludique avec une élève du groupe (ce que nous montrerons dans le paragraphe 5.2.4.4). Nous craignions que cet.te élève ait des difficultés dans la poursuite de l'ingénierie. Par ailleurs, nous faisions l'hypothèse que la version B de la séance de jeu avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1* permettrait de mettre l'élève en position de réussite, ce qui faciliterait l'installation d'un contrat didactique et ludique.

— D'autre part, la caméra de la prise de vue par dessus n'a pas enregistré l'ensemble de la séance du à un soucis de batterie. Nous ne savions pas s'il serait possible d'analyser les stratégies des élèves uniquement avec la vue de groupe. Nous préférions renouveler la séance en prenant en compte dans l'analyse *a posteriori* le fait que c'était la seconde fois que les élèves rencontraient les cartes de ce thème.

Nous avons présenté la séance du lundi 2 mars aux élèves comme la prolongation de la séance du vendredi. Nous avons commencé la séance par la résolution d'une carte issue de la catégorie *fractions unitaires et fractions simples*, puis nous avons proposé deux cartes de la catégorie *sommes de fractions* qui demandent n fois $\frac{1}{n}$ d'un ingrédient donné (comme cela avait été fait lors de la séance d'introduction du jeu). Nous souhaitions, d'une part, mettre les élèves dans une position de réussite dès le début de la séance et, d'autre part, insister sur le fait que $\frac{n}{n} = 1$.

5.2.2 Déroulement détaillé

Version A - le vendredi 28 février 2020

Installation. En arrivant dans la salle, les élèves se sont installés à la table et ont commencé à installer les plateaux de jeux en autonomie (1 minute 30 secondes).

Carte potion n° 31. Ils ont ensuite, avec notre accord, retourné la première carte potion du paquet au centre de la table, la carte potion n°31, et commencé la réalisation de cette recette. Les élèves ont tout de suite identifié que la carte était différente de celles vues lors de la séance d'introduction du jeu. Deux d'entre eux, que nous appellerons L. et D., ont essayé de réaliser la potion et le.a troisième, que nous appellerons N., n'a réalisé que partiellement la potion, choisissant de ne prendre aucune pièce pour l'ingrédient dont il était demandé une fraction supérieure à 1 (environ 2 minutes). Après la réalisation de la potion, les élèves ont vérifié dans le grimoire des solutions si leur choix de pièces correspondait à des solutions possibles (environ 1 minute). Il s'en est suivi une discussion sur la possibilité ou non de réaliser la potion avec le matériel à disposition (2 minutes) : L. dit qu'il n'était pas possible de réaliser la potion, D. a énoncé une stratégie, nous avons essayé de formaliser cette stratégie au tableau mais les élèves étaient déjà passé à autre chose et comptaient leurs points. Pendant que les élèves rangeaient leur pièces sur le plateau pour se préparer à réaliser la potion suivante, ils posaient des questions sur la piste de score et le nom du jeu (1 minute).

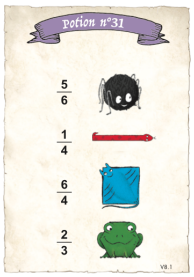


FIGURE 5.1 – Carte potion n°31

Carte potion n° 24. Dès que la carte potion a été retournée, N. a repèré la difficulté que représentait la fraction supérieure à 1 d'araignée demandée pour cette potion (cf. Figure 5.2). N. a eu du mal à se lancer dans la réalisation de la potion. L. et D. ont choisi de commencer par les ingrédients qui ne présentaient pas de difficulté puis ils se sont concentrés sur le cas de l'araignée (2 minutes 30 secondes).

Lors de la vérification de la potion, nous avons lancé une discussion sur les choix

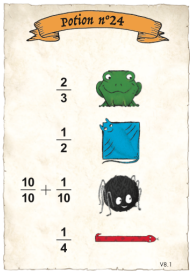


FIGURE 5.2 – Carte potion n°24

de pièces effectués pour l'araignée (environ 2 minutes). L. a exposé sa stratégie d'échange de pièces. En rangeant leur matériel, les élèves discutaient des points gagnés ou perdus et du repas de midi à venir (1 minute 30 secondes).

Carte potion n° 28. L. et D. étaient motivés à l'idée de réaliser une nouvelle potion.



FIGURE 5.3 – Carte potion n°28

N. a tardé à rentrer dans le jeu. La réalisation de la potion a duré 2 minutes 30. Pendant la vérification de la potion (environ 4 minutes), nous avons demandé aux élèves de ne pas ranger leur pièces dès qu'ils ont terminé de vérifier leur potion afin de pouvoir discuter de leur choix de pièces. Après avoir discuté des choix de chaque élève, les élèves discutent du fait que gagner ou perdre fait partie du jeu. Pendant le rangement des pièces sur les plateaux (environ 3 minutes), N. reprend la discussion sur les repas.

Carte potion n° 29. D. et L. ont immédiatement commencé à manipuler. N. nous a questionnée sur la suite du déroulement de l'expérimentation. N. ne s'est lancée dans la réalisation de sa potion que lorsque ses camarades avaient terminé et sous les encouragements de L. La réalisation de la potion a pris 3 minutes. Lors de la vérification de potion (6 minutes), N. a refusé de poser ses pièces sur le grimoire des solutions sachant que la manche est perdue. Nous avons alors demandé à N. de nous expliquer pourquoi les pièces choisies ne validaient pas la potion et nous

avons tenté de faire émerger la stratégie de décomposition des fractions supérieures à 1 par une série de questions sur les échanges de pièces possibles. En parallèle de cela, L. et D. vérifient leur potions, discutent des points qu'ils ont gagnés ou perdus et rangent leur matériel. Suite à nos questions, nous sommes allée au tableau pour proposer une institutionnalisation mais N. n'y a pas prêté attention et préférait ranger son matériel.

Carte potion n° 20. D. et L. étaient motivés pour la réalisation de cette nouvelle potion, N. n'avait plus envie de jouer et a annoncé vouloir perdre. Pendant la vérification de la potion, nous avons interrogé les élèves sur l'équivalence $\frac{n}{n}$ en faisant varier n. Les élèves montrent les équivalences sur le matériel en utilisant différents ingrédients.

Carte potion n° 30. Tous les élèves se lancent dans la réalisation de la potion dès que la carte est retournée (2 minutes 30). Pendant la vérification de la potion (4 minutes 30), L. remarque que la caméra au-dessus de la table ne filme pas. Nous réparons le problème. L. essaie de motiver N. à vérifier sa potion et à comprendre où est son erreur. En rangeant le matériel (2 minutes), les élèves discutent à nouveau du repas à venir, du nom du jeu et des points qu'ils ont respectivement.

Carte potion n° 23. Les élèves réalisent leur potions (3 minutes). L. fait remarquer que N. n'a plus qu'un seul point sur sa piste de score. L. essaie de motiver N. Juste avant la vérification des potions (2 minutes), les élèves annoncent qu'ils sont sûrs de perdre ou de gagner. D. s'énerve du fait que L. gagne systématiquement. Nous discutons avec D. des choix qu'il a fait et il révèle avoir choisi ses pièces au hasard parce qu'il était sûr de perdre. Nous lui faisons remarquer qu'il a déjà réussi plusieurs potions, qu'à plusieurs reprises il a su dire qu'il s'était trompé et quelles pièces il aurait du prendre avant la vérification de la potion et qu'il est donc tout à fait capable de réaliser les potions correctement. S'ensuit une discussion sur le fait qu'il veut jouer trop vite.

Carte potion n° 25. Nous encourageons N. à réussir cette potion. D. met en place une stratégies d'échange de pièces pour la quantité de grenouille alors que cela n'est pas indispensable (D. commence par prendre $\frac{3}{4}$ de grenouille comme demandé puis

échange avec d'autres pièces plusieurs fois). Après avoir réalisé sa potion, L. s'intéresse à ce que font ses camarades. Nous guidons N. dans la réalisation de sa potion. N. se rend compte d'une erreur commise mais refuse de modifier sa potion avant la vérification. La phase de réalisation de la potion aura duré 3 minutes environ. Pendant la phase de vérification de la potion (3 minutes), les élèves discutent sur leur réaction lorsqu'ils perdent. N. dit préférer perdre, D. dit que ce n'est pas grave de perdre parce que ça n'est qu'un jeu, L. dit préférer gagner. Nous débriefons avec N. et D. de leur erreurs. Pendant qu'ils rangent leurs pièces, les élèves discutent de leur pronostics de perte ou de gain pour la séance suivante. L. encourage ses camarades. Nous proposons que la prochaine potion soit réalisée sans gagner ou perdre de points et les élèves acceptent.

Carte potion n° 21.

Les élèves sont perturbés par la fraction $\frac{3}{1}$ qui est demandée pour l'araignée. Nous



FIGURE 5.4 – Carte potion n° 21

les guidons sur l'interprétation de cette fraction. Les élèves réalisent leur potion (3 minutes 30). N. remarque à nouveau une erreur dans sa potion mais refuse de la modifier. Ne comprenant pas son comportement, nous lui proposons de sortir de la salle pour discuter en tête-à-tête. Pendant ce temps, L. et D. vérifient leur potion et discutent (4 minutes). La sonnerie retentit. Nous rentrons dans la salle avec N. L. nous explique avoir perdu cette manche-ci et pourquoi. D. annonce avoir réussi.

Rangement du jeu. Les élèves rangent le jeu en autonomie en nous questionnant sur la façon dont nous visionnons les captations.

Version B - le lundi 2 mars 2020

Installation. Les élèves installent le matériel en autonomie en discutant avec nous du fait que l'élève absent est de retour en classe, de ce qui a été abordé dans les deux séances précédentes (celles manquées par l'élève absent) et de leur week-end.
Carte potion n°16.



FIGURE 5.5 – Carte potion n° 16

Nous annonçons que nous allons commencer doucement et les élèves se lancent rapidement dans la réalisation de la potion (2 minutes). Juste avant de vérifier leur potion, les élèves discutent du nombre de points qu'ils ont misés. N. dit avoir envie de modifier sa mise pour prendre 4 étoiles. Les autres élèves acceptent. Les élèves vérifient leur potions (2 minutes). D. place un peu trop vite ses pièces sur le grimoire des solutions et ne remarque pas qu'il a pris un cinquième d'araignée au lieu d'un sixième. Nous lui faisons remarquer. D. est alors très déçu d'avoir raté sa potion. Pendant que les élèves rangent leur matériel (1 minutes), nous les encourageons à prendre leur temps dans la réalisation des potions.
Carte potion n°53. Les élèves commencent la réalisation de leur potion (environ 3 minutes 30) par les grenouilles. D. prend directement la grenouille unité. L.

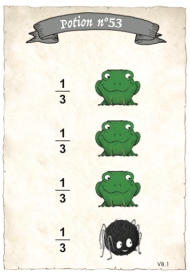


FIGURE 5.6 – Carte potion n° 53

commence à prendre un tiers de grenouille et avant de prendre le deuxième, repose le premier et prend la grenouille unité. N. hésite plusieurs fois entre prendre une

grenouille entière ou trois tiers de grenouille et finis par choisir la grenouille entière. Les élèves ont ensuite des difficultés à identifier le tiers d'araignée[1]. Nous leur montrons le découpage irrégulier de la grenouille en une pièce correspondant à un tiers et une pièce correspondant à deux tiers et nous précisons qu'il en va de même pour l'araignée[2]. Lors de la vérification de la potion (30 secondes), D. et L. se tapent dans la main et crient de joie parce qu'ils ont réussi la potion. En rangeant son matériel, D. explique que cette dernière carte lui a redonné confiance.

Carte potion n°52.

Les élèves poussent un cri en voyant la carte mais nous précisons qu'elle n'est pas

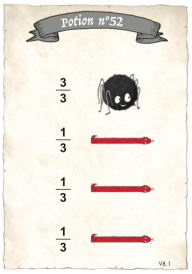


FIGURE 5.7 – Carte potion n° 52

difficile. En réalisant la potion (1 minute 30), les élèves confirment que la potion est facile à réaliser. Avant la vérification de la potion, nous profitons de cette carte pour interroger les élèves sur les équivalences $\frac{n}{n} = 1$ en faisant varier n. Les élèves proposent également $\frac{16}{16}$ et $\frac{32}{32}$. Pendant la vérification de la potion et le rangemment des pièces (4 minutes 30), les élèves expriment qu'ils s'auto-félicitent et indiquent reprendre confiance.

Carte potion n°24. En voyant la carte potion, les élèves s'inquiètent de sa difficulté. Nous les rassurons. Tous les élèves se lancent dans la réalisation de la potion. Nous guidons N. dans la réalisation de sa potion en lui demandant à quoi est égale $\frac{10}{10}$ et puis comment compléter la potion. Après la vérification de leur potion (30 secondes), nous félicitons les élèves pour leur potion réussie. Tous s'accordent sur

1. Il n'y a pas trois tiers d'araignée sur le plateau mais un découpage irrégulier de l'araignée en une pièce correspondant à un tiers et une pièce correspondant à deux tiers.

2. Sur le plateau de la grenouille il y a un découpage régulier en trois tiers et le découpage irrégulier un tiers et deux tiers. Il est donc possible d'identifier les pièces du découpage irrégulier par comparaison au découpage régulier. Nous avons donc choisi de montrer le découpage irrégulier sur la grenouille avant celui de l'araignée pour que les élèves identifient les différentes pièces par eux-même.

le fait qu'en prenant leur temps et en se concentrant ils réussissent leur potion. En rangeant leur matériel ( ) les élèves discutent de leur weekend, des devoirs et de leur points.

Carte potion n°28. En lisant la potion, N. lit la fraction en inversant numérateur et dénominateur. N. est interrompue par L. dans la réalisation de la partie serpent de la potion ($\frac{10}{10} + \frac{3}{10}$ après avoir pris un entier. Nous intervenons pour lui rappeler que sa potion n'est pas terminée. Après avoir fini leur potion, N. et L. mélangent à l'aide du serpent entier. Pendant la vérification de la potion, nous félicitons à nouveau les élèves pour leur réalisation de la potion. Les élèves discutent de sport en finissant de placer toutes leur pièces sur le grimoire (3 minutes). En rangeant leur matériel, les élèves discutent de leur points et demandent s'il est autorisé de prendre plus d'un jeton étoiles pour marquer plus de points.

Carte potion n°29. D. cherche à mettre en place une stratégie d'échange de pièces pour la raie même si ce n'est pas indispensable : il cherche à prendre un tiers de grenouille à la place de trois neuvièmes de grenouille mais s'embrouille et prend trois tiers. Nous essayons de lui faire remarquer son erreur. D. repose les tiers et prend trois fois trois neuvième (soit à nouveau une raie entière). Nous essayons à nouveau de faire remarquer son erreur à D. en lui demandant combien il a pris de pièces. S'ensuit une discussion entre D. et nous sur ce qu'est un neuvième ou un tiers. L. en profite pour indiquer à N. quelles pièces prendre pour les $\frac{13}{10}$ de serpent. La réalisation de la potion aura pris environ 5 minutes. Pendant la correction de la potion, D. et L. se chamaillent parce que D. se félicite de tout réussir alors qu'il a demandé à L. d'arrêter de se vanter, ce que L. lui fait remarquer. Après avoir félicité les élèves sur leur réussite, nous annonçons aux élèves que nous allons faire une dernière carte. Les élèves souhaitant poursuivre le jeu, nous discutons avec eux des organisations possibles pour la fin de cette séance et la suivante. Ils décident à l'unanimité de faire effectivement une dernière carte et de commencer les exercices ce jour-là afin de pouvoir jouer un peu à la séance suivante. En rangeant leur matériel, les élèves discutent des points marqués à cette séance ainsi qu'aux deux autres séances de jeu (celle du vendredi et la séance d'introduction).

Carte potion n°31. Pendant la réalisation de la potion, D. nous demande de l'aide pour les $\frac{6}{4}$ de raie à prendre. Nous ne répondons pas. N. regarde le plateau de L. avant de choisir ses pièces pour la raie. L. valide le choix de N. N. essaie de prendre tous les jetons étoiles pour marquer 10 points. N. et L. dansent devant la caméra pendant que D. finit de réaliser sa potion. Pendant que les élèves vérifient leur potion, nous commençons à ranger les cartes du jeu et préparer la fiche d'exercice. Les élèves annoncent leurs points puis rangent leur matériel. La séance se poursuit avec la fiche d'exercice.

5.2.3 Les stratégies observées

Nous avions demandé à l'enseignant de choisir pour nous des élèves aux profils différents et cela s'est observé dans les stratégies mises en place par les élèves pour les résolutions des potions. Nous présentons ici les tendances observées sur les cartes jaunes, orange et violettes rencontrées par les élèves. Le détail des stratégies mises en place par chaque élève, pour chaque carte rencontrée, est disponibles en Annexe 8.

5.2.3.1 Le cas de L.

L. a identifié dès la première carte potion le lien entre les cartes utilisées pour cette cette séance de jeu et la séance précédente autour de l'activité *La quantité mystère*. Cela lui a permis de mettre en place, dès la deuxième carte, les stratégies visées et de réussir toutes ses potions (exceptée la potion 21 qui demande $\frac{3}{1}$ de raie). La version A de la séance de jeu avec les fractions supérieures à 1 était tout à fait appropriée au profil de L.. Nous pouvons conclure que les choix des valeurs faits pour les variables didactiques relatives aux cartes choisies et à leur ordre permettent l'émergence des stratégies de décomposition des fractions supérieures à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

5.2.3.2 Le cas de D.

Lors de la première séance de jeu sur les fractions supérieures à 1 (le vendredi) les stratégies mises en place par D. pour résoudre les cartes sont moins consistantes. En effet, D. réussit la première carte orange (fraction sous la forme $\frac{n}{n} + \frac{1}{n}$) qu'il rencontre (la carte 24) en utilisant la stratégie visée mais se trompe sur les autres cartes orange : D. utilise une stratégie erronée dans le premier cas et se trompe dans la mise en œuvre de la stratégie visée dans le second). Cependant, à part la première carte jouée, les cartes violettes (fraction sous la forme $\frac{m}{n}$, $n < m < 2n$) sont réussies. Lors des vérifications des potions dans le grimoire des solutions, D. énonce régulièrement la stratégie qu'il fallait utiliser.

Lors de la deuxième séance, D. reprend confiance en lui et cela impacte ses stratégies. Toutes les cartes avec des fractions supérieures à 1 sont réussies lors de cette séance. Notre hypothèse que la version A de la séance de jeu avec les fractions supérieures à 1 peut être bloquante pour certains élèves tandis que la version B met en confiance est vérifiée dans le cas de D. De plus le cas de D. confirme que les stratégies peuvent diffuser aux autres élèves lors de la phase de vérification des potions.

5.2.3.3 Le cas de N.

La stratégie la plus utilisée par N. lors des deux séances de jeu est la stratégie d'observation dans toutes ses variantes de mise en œuvre. Lors de la première séance, la majorité des potions ne sont pas réussies. Mais lors de la deuxième séance, N. réussit toutes ses potions, avec de l'aide pour deux potions. Les données collectées sur ces séances ne nous permettent pas de déterminer si N. a identifié l'invariant dans les stratégies mises en place par L. et D. qui consiste à échanger n pièces correspondant à la fraction $\frac{1}{n}$ pour la pièce unité, nécessaire à la construction des stratégies visées.

5.2.4 Analyse en terme de contrat didactique et ludique

Nous avons conçu le jeu l'Atelier des potions dans l'optique de permettre l'installation d'un contrat didactique et ludique stable même lors de phases de construction des savoirs. C'est cette hypothèse que nous avons mise à l'épreuve dans notre expérimentation. Nous avons pu montrer dans le paragraphe précédent que deux des trois élèves ont élaboré les stratégies visées conformément à l'analyse *a priori*. Il s'agit ici de regarder le type de contrat didactique et ludique qui s'installe au niveau du groupe puis, plus précisément, par rapport à chaque élève du groupe.

5.2.4.1 Le contrat didactique et ludique au niveau du groupe

Nous avons conçu la séance, aussi bien pour la version A que la version B, en deux temps : une première phase de jeu collectif sur des cartes ordonnées avec un temps de discussion que nous animions entre chaque carte, puis une deuxième phase de jeu, plus libre, sur les cartes restantes de la catégorie *fractions supérieures à 1*. Dû à cette organisation, nous anticipions deux contrats didactiques et ludiques différents pour chacune des phases : une valence didactique plus importante pour la première phase de jeu et, à l'inverse, une valence ludique plus importante lors de la deuxième phase de jeu.

L'alternance des moments de jeu et des discussions sur les stratégies lors de la réalisation des potions des quatre premières cartes pouvait faire émerger :

- un contrat didactique et ludique séquentiel si les discussions sur les stratégies entre chaque carte sont vécues comme des moments hors du jeu (soit par leur longueur, soit parce que nous en sommes à l'initiative),
- un contrat didactique évolutif si les élèves sortent temporairement du jeu mais qu'ils sont à l'initiative des discussions et cherchent à comprendre comment gagner,
- ou un contrat didactique et ludique stable si, malgré les discussions, les élèves restent dans le jeu.

Nous souhaitions que cette première phase de jeu donne lieu à un contrat didactique et ludique stable ou à un contrat didactique et ludique évolutif où les élèves cherchent

à comprendre comment résoudre les cartes potions avant de reprendre le jeu. Par ailleurs, nous souhaitions que les stratégies diffusent lors des vérifications des potions pour favoriser l'instauration d'un contrat didactique et ludique stable à forte valence ludique pour la deuxième phase de jeu.

Lors de la vérification de la première carte potion, le vendredi 28 février 2020, les discussions n'ont pas émergé comme nous le souhaitions. N. constatant que la manche été perdue ne voulait pas poser ses ingrédients sur son grimoire des solutions, nous avons du insister en expliquant que nous souhaitions en discuter. De même une fois que les élèves ont eu fini de vérifier leur potion, ils ont immédiatement retiré leurs pièces du grimoire sans regarder ce qu'avaient fait leur camarades. Nous sommes intervenue pour qu'ils replacent leur pièces de raies sur le grimoire.

A ce moment, D. a énoncé avoir compris ce qu'il aurait fallu faire et a énoncé la stratégie gagnante. Comme N. semblait ne pas comprendre, nous avons souhaité formaliser au tableau mais les élèves étaient déjà passé à autre chose.

Pour les quatres premières cartes, nous avons du insister pour que les élèves laissent leur pièces sur le grimoire que l'on puisse discuter des choix de pièces. Les élèves étaient très concentrés sur leur jeu et les points des autres joueurs, mais ne prêtaient pas attention aux pièces choisies par les autres. De ce fait, les stratégies n'ont pas diffusé comme nous l'espérions. Nous faisons, *a posteriori*, l'hypothèse que cela est dû au fait que les élèves avaient chacun leur propre grimoire des solutions. Nous avions fait le choix, pour la variable VDS4.7, de donner un grimoire à chaque élève pour diminuer le temps passé sur les vérifications des potions. Nous n'avions pas anticipé que ce choix réduirait les interactions entre les élèves. En effet, lorsqu'un seul grimoire est disponible pour la vérification, les élèves ont tendance à regarder ce que fait la personne qui vérifie sa potion. Cela est favorable à l'apparition de questionnements et de discussions sur les stratégies.

Malgré le fait que les stratégies n'ont pas diffusé dans la première phase de jeu, des contrats didactiques et ludiques se sont instaurés entre D., L. et nous. Mais nous n'avons pas réussi à établir un contrat didactique et ludique avec N. Nous détaillerons le cas de chaque élèves ci-après.

Le lundi suivant, le 2 mars, nous avons fait le choix de recommencer la séance en version B et de commencer par trois cartes qui n'abordent pas les fractions supérieures à 1 pour mettre les élèves en confiance. Nous avions pour hypothèse que cela favoriserait l'émergence d'un play auprès de N. Chaque élève avait toujours son propre grimoire des solutions mais nous n'avions plus à insister pour qu'ils laissent leurs pièces dessus après la vérification.

5.2.4.2 Le cas de D.

Le contrat qui s'est négocié implicitement avec D., dès la première séance, est un contrat didactique et ludique avec une forte valence ludique.

Plusieurs éléments nous permettent d'avancer que la réalisation des potions est vécue par D. comme un jeu. Tout d'abord, D. a demandé à plusieurs reprises s'il pouvait retourner la carte potion au début de la manche. Manipuler les cartes est pour D. une source de plaisir ludique. Les exclamations de début de manches (transcriptions l. 236, l. 325, l.440., Annexe 9) et l'expression "faites chauffez les manettes", utilisée par D. à plusieurs reprise lors de la séance du lundi, montrent son excitation à entamer la réalisation d'un nouvelle carte potion. D. s'est toujours lancé rapidement dans la manipulation du matériel pour réaliser les potions et, pendant ses manipulations, il ne prête pas attention à ses camarades ou aux conversations qui ont lieu dans ces moments là. Par ailleurs, lors de la séance du vendredi (et la première carte du lundi), D. ajoute un enjeu de rapidité qui n'est pas présent *a priori* dans la variante mise en place pour l'expérimentation : « Je pense juste que tu vas un tout petit peu trop vite » (transcription, l. 780, Annexe 9). Cet enjeu de rapidité, l'a conduit à confondre les cinquièmes et les sixièmes d'araignées à deux reprises (cf. suivi des stratégie de D. cartes potion n°20 et 16, Annexe 8). A chaque manche, D. a pris soin de bien choisir les points misés (« Je vais en mettre une » (transcriptions l.264, Annexe 9) ; « J'ai eu tort de prendre deux points. », (Ibid., l. 312)) et d'annoncer combien de point il avait. Il montrait des exclamations de joie lorsque que la potion était réussie et de déception lorsque la potion était ratée : « Ouais bon...J'ai perdu » (Ibid., l. 117), « Je sens que j'ai gagné ! » (Ibid., l.282),« J'ai perdu 4 étoiles.

C'est de pire en pire » (Ibid., l.371), « J'ai gagné 3 étoiles ! » (Ibid., l.496), « J'ai perdu. C'est mort. » (Ibid., l.741). Et, finalement, D. a systématiquement utilisé les champs lexicaux du gain ou de la perte mais jamais celui de la réussite où de l'échec.

Avec le fait de jouer vient l'envie de gagner. Cela l'a amené à chercher comment réussir les potions, à vouloir comprendre. A plusieurs reprises, une fois qu'il avait fini sa potion, D. a observé et analysé ce que faisaient ses camarades. En particulier, lors de la réalisation de la carte potion n°28, en regardant le jeu de N., D. s'est exclamé : « Quoique, N. elle a raison. Quoi que oui. J'ai réfléchi N. a raison de mettre un serpent entier. » (transcription, l.342, Annexe 9). De plus, lors de la vérification des potions dans le grimoire, D. posait toutes ses pièces sur le grimoire même lorsqu'il savait que la manche était perdue. A plusieurs reprise, son discours montre qu'il analysait les rétroactions du grimoire des solutions pour comprendre quelle combinaison de pièces permettait de valider la potion :

— carte potion n°31 : « J'ai compris ce qu'il fallait faire ! [...] Au fait, par exemple, il fallait prendre une raie entière plus deux trucs comme ça.[...]Et là on aurait gagné. » (transcription, l.342, Annexe 9)
— carte potion n° 20 : « Est-ce que ça compte si ça dépasse ? » (transcription, l.650, Annexe 9)
— carte potion n °23. : « Ben j'ai pris... Euh... Les deux demi alors que je me suis rendu compte que, si je prenais une araignée entière et que je prenais un demi, et ben alors j'allais avoir juste. » (transcription, l.754, Annexe 9)

Cela a donné une dimension didactique au contrat qui s'est instauré avec D. sans pour autant rompre le contrat ludique. Nous sommes bien dans ce cas sur un contrat didactique et ludique. De plus, trois éléments nous amènent à penser que même lors des phases de vérification des potions, D. n'est pas sorti du jeu et que le contrat didactique et ludique que l'on observe est de type stable :

— D. a continué d'utiliser les champs lexicaux du gain et de la perte pendant ses analyses
— l'ensemble de ses interventions avec le reste du groupe était à la volée et à destination de tous.

— lorsque nous posions des questions au groupe, il répondait sans lever la main et sans interrompre son activité.

Cependant, seul un entretien *a posteriori* avec D. aurait permis de confirmer cette hypothèse mais comme nous l'avons mentionné, cela n'a pas été possible en raison de la situation sanitaire de 2020.

5.2.4.3 Le cas de L.

Le contrat didactique et ludique qui s'est instauré avec L. est un contrat à forte valence didactique. S'il nous semble que L. s'est amusée en réalisant les potions (nous le montrerons), les enjeux didactiques étaient explicites et extrêmement présents pour L. De ce fait, à plusieurs reprises, L. a régulé l'activité de ses camarades : soit en relançant l'activité après des discours sur d'autres sujets que l'activité (transcription l.327, l.695, Annexe 9) soit en encourageant N. pour qu'elle se concentre et fasse ce qui était demandé (transcription l.244, l.351, l.459, l.498, l.708, Annexe 9). L. a également fait peser la menace du maître sur ces camarades pour les rappeler à l'ordre (« Si le maître il voit ça, il va t'engueuler. » (Ibid., l.551)) et a vérifié à deux reprises que D. ne trichait pas. Parmi les champs lexicaux utilisés par L., nous retrouvons celui du travail : dès la réalisation de la première potion, L. identifie que « On avait travaillé hier en plus » (transcription l.78, Annexe 9), autre exemples. De plus, lorsque L. souhaitait répondre aux questions que nous posions, elle levait systématiquement la main. L'ensemble de ces éléments nous montrent que, des trois élèves, L. avait le contrat didactique et ludique avec la plus forte valence didactique et nous faisons l'hypothèse que L. était tout à fait consciente que l'expérimentation se déroulait en contexte scolaire et qu'il y avait quelque chose à apprendre.

Pour autant, le contrat qui s'est instauré avec L. n'est pas un contrat seulement didactique. Les champs lexicaux utilisés par L. pour décrire la réussite ou non des potions sont ceux du gain et de la perte, pas ceux de la réussite ou de l'échec. Et le nombre de points gagnés et perdus par chaque joueur était très important pour L. : au début de la première séance, L. a rappelé à ses camarades qu'ils ne devaient pas oublier de compter leurs points contrairement à la séance d'introduction du jeu

(transcription, l. 44, Annexe 9), et elle était souvent à l'initiative des discussions sur les points de chacun (transcription, l. 292, l.645, l.686. l. 701, l.733, l.741, l.830, Annexe 9).

5.2.4.4 Le cas de N.

Lors de la première séance de jeu avec les fractions supérieures à 1, nous n'avons pas réussi à instaurer un contrat didactique et ludique avec N. Au début de la séance, N. semblait prendre plaisir à réaliser ses potions mais, pendant les phases de vérifications de celles-ci, elle ne cherchait pas à comprendre pourquoi sa potion était incorrecte ni comment y remédier. En effet, à plusieurs reprises N. n'a pas souhaité placer l'ensemble de ses pièces sur le grimoire des solutions sachant qu'elle s'était trompée : « J'ai perdu, c'est bon je ne le fais même pas » (transcription, l.95, Annexe 9), « Bon, ben, c'est pas la peine que je le fais alors. » (Ibid. l.364). De plus, lors de la vérification de la première carte potion, lorsque D. expliquait ce qu'ils auraient du faire pour gagner, la vidéo montre que N. rangeait son matériel et n'écoutait que distraitement les explications de D. C'est pourquoi, lorsqu'elle a dit ne pas comprendre et a posé des questions (transcription l.141, l.144, l.149, Annexe 9), nous avons été amenée à expliciter les propos de D. au tableau. Cependant, N. n'a pas plus écouté nos explications et continuait de ranger son matériel. N. répond « Non » (transcription, l. 170, Annexe 9) lorsque nous demandons si « tout le monde est d'accord », mais ensuite, elle nous répond « Ah ! euh.. Non ! Mais si, si ,si ! » puis « Non mais je me suis trompée » lorsqu'on lui demande pourquoi elle n'est pas d'accord. Cela peut laisser à penser que N. était dans un contrat purement ludique et que la vérification méticuleuse des potions pour comprendre et progresser dans le jeu était vécue comme une rupture de contrat ludique. Du moins, nous faisons l'hypothèse que N. n'a pas perçu les enjeux didactiques de la séance et l'intérêt des interventions didactiques pour le jeu. La dévolution de la situation ne s'est pas faite.

A partir de la troisième carte potion, N. a commencé à montrer de moins en moins d'entrain lors de la réalisation des cartes potions, à dire qu'elle souhaitait perdre (transcription l.632, l.842, Annexe 9) et à montrer de plus en plus de réticence

lorsque nous lui posions des questions. A la fin de la séance, N. était complètement sortie de l'activité. Nous faisons trois hypothèses concernant le comportement de N. lors de cette séance :

— La version A de la séance de jeu n'a pas permis à N. de dépasser le modèle implicite d'action initial. La répétition de la difficulté et les échecs successifs de N. ont miné sa confiance en soi.
— Nos interventions didactiques étaient vécues comme des ruptures de contrat ludique.
— Les deux points précédents ont, petit à petit, éteint tout plaisir ludique.

Lors de la séance du lundi 2 mars 2020, nous avons choisi de proposer la version B de la séance précédée de trois cartes pouvant être résolues à l'aide du modèle implicite d'action pour mettre N. en confiance. Nous avons également choisi d'apporter de l'aide à N., ou de laisser L. apporter de l'aide à N., lorsque cela était nécessaire pour favoriser l'émergence d'un play. Concrètement, nous avons supprimé le caractère adidactique de la situation pour renforcer l'aspect ludique et favoriser l'articulation entre didactique et ludique.

5.2.5 Conclusion de l'analyse *a posteriori* de la séance 4

L'analyse *a posteriori* de la séance de jeu avec les cartes du thème *Fractions supérieures à 1* nous permet de vérifier que :

— dans au moins un cas, le jeu l'Atelier des potions a permis l'émergence d'un contrat didactique et ludique stable,
— dans au moins un cas, les stratégies ont diffusé pendant la phase de vérification des potions
— la version B de la séance de jeu peut permettre à certains élèves de se sentir plus sûrs d'eux,
— les contrats didactiques et ludiques stables sont plus favorables à l'articulation jeu/apprentissage.

5.3 Analyse *a posteriori* de la séance d'exercices

5.3.1 Déroulement détaillé

Le travail sur la fiche d'exercices s'est déroulé en deux temps : les élèves ont commencé la fiche le lundi 2 mars 2020 et ce travail s'est poursuivi le lendemain, le mardi 3 mars 2020.

La consigne a été lue par L. à notre demande puis la première équation a été complétée en groupe. Nous en avons profité pour préciser aux élèves ce qui été attendu dans la partie centrale des équations. Une fois la première équation complétée, nous souhaitions expliquer aux élèves comment compléter les équations commençant par un terme décomposé mais N. et L. étaient très bavardes et nous coupaient la parole continuellement. Nous avons donc dit aux élèves d'essayer de se débrouiller seul et que nous verrions plus tard ce qu'il en était. L. et D. se sont lancés dans la résolution des exercices tandis que N. regardait autour d'elle.

A la fin de la séance, les élèves avaient complété les trois premières équations en demandant régulièrement de l'aide.

Au début de la séance du mardi, nous avons demandé aux élèves de nous expliquer comment ils avaient complété les équations de la veille. Nous avons noté le détail des calculs au tableau. Les élèves se sont ensuite lancés dans la résolution de la fiche d'exercices. Nous avons mis fin a l'activité au bout de 30 minutes.

5.3.2 Analyse des fiches d'exercices

Nous allons ici présenter l'analyse des fiches d'exercices que nous faisons en croisant les traces écrites collectées avec les réponses au questionnaire préalable. Les fiches d'exercices des trois élèves sont disponibles en Annexe 10 et les réponses au questionnaire préalable en Annexe 7.

5.3.2.1 Les réponses de L.

La fiche d'exercice.

L. est la seule élève à avoir complété toutes les équations de la fiche d'exercices.

La fiche d'exercice de L. ne montre des signes de réponses effacées puis corrigées que sur les exercices 1.B et 1.C (cf. Figure 5.8) La Figure 5.8 montre également

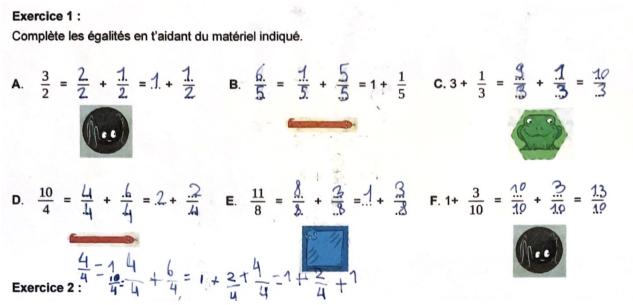


FIGURE 5.8 – Premier exercice de la fiche d'exercice de L.

comment L. a détaillé les calculs dans le cas de fractions supérieures à 2. La captation vidéo montre que le détail des calculs a été de son initiative.

Retour sur le questionnaire préalable

Les réponses de L. pour la fiche d'exercices sont cohérentes avec ses réponses au questionnaire préalable. En effet, à la question 2 du questionnaire préalable où il est demandé de donner une fraction supérieure à 1 puis de la représenter, L. a donné une fraction décomposée à l'aide de deux unités (écrites séparement) et d'une fractions inférieure à 1 (cf. Figure 5.9). De plus, L. est la seule élève a avoir répondu

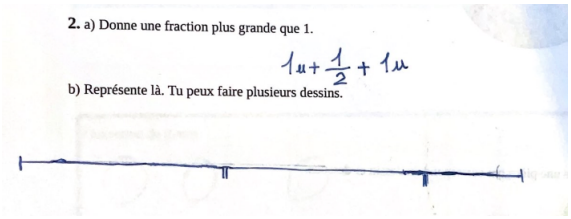


FIGURE 5.9 – Réponse de L. à la deuxième question du questionnaire préalable

aux questions sur les collections discrètes. La seule question de ce type où sa réponse est correcte est le cas où la fraction demandée est supérieure à 1 et où le cardinal de l'ensemble de référence correspond au dénominateur de la fraction demandée (question 9). Cependant, L. n'a pa su représenter une fraction supérieure à 1 d'une grandeur continue.

Au vu de ces éléments l'hypothèse que les conceptions sur les fractions supérieures à 1 était déjà bien avancées avant l'expérimentation nous semble raisonnable. Nous

faisons l'hypothèse que cela lui a permis d'identifier rapidement les enjeux didactiques de l'expérimentation et de consolider des connaissances en jeu.

5.3.2.2 Les réponses de D.

La fiche d'exercice.

D. a fait le premier exercice en entier, la quasi totalité de l'exercice 2 (excepté une équation) et une équation de l'exercice 3.

Pour trois équations dont la fraction est comprise entre 1 et 2, on identifie des signes du fait qu'il ait effacé puis réécrit. Mais toutes les équations sont correctes. Cependant nous pouvons voir (cf. Figure 5.10) que les équations contenant des fractions supérieures à 2 ont nécessité une intervention de notre part.

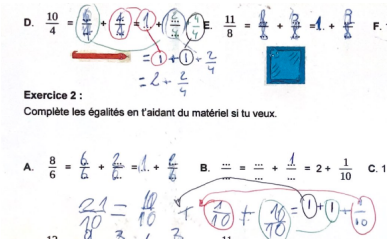


FIGURE 5.10 – Equations contenant des fractions supérieures à 2 chez D.

Cela semble indiquer que D. était à l'aise pour réaliser les exercices qui rentraient dans le cadre de ce qui avait été fait pendant les séances de jeu mais que la généralisation était plus délicate.

Retour sur le questionnaire préalable

Lors du questionnaire préalable, D. n'a pas su donner de fraction fraction supérieure à 1 ni en représenter une. De plus, à chaque fois qu'il était demandé de donner une représentation d'une fraction supérieure à 1, D. a essayé de donner une représentation selon un rapport inclusif (cf. Figures 5.11 à 5.13)

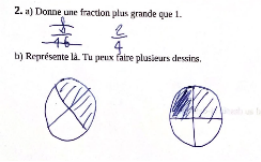


FIGURE 5.11 – Réponse de D. à la question 2

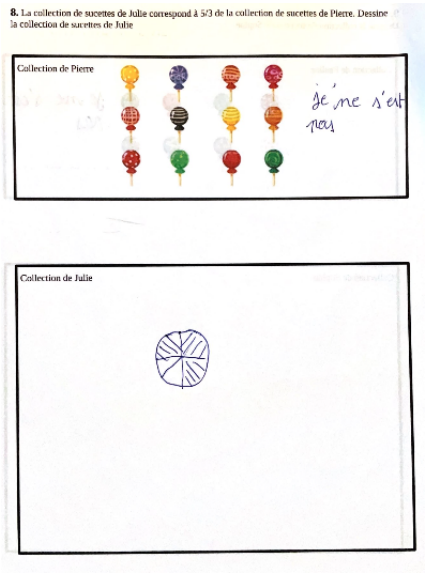


FIGURE 5.12 – Réponse de D. à la question 8

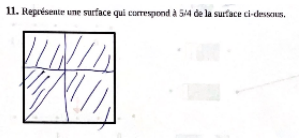


FIGURE 5.13 – Réponse de D. à la question 11

Les réponses de D. au questionnaire préalable montrent que D. avait une conception des fractions comme des rapports internes de grandeurs de dimension 2. Le suivi des stratégies qu'il a mis en place lors de la séance 4 (décrit au paragraphe 5.2.3.2) et ses réponses à la fiche d'exercice semblent indiquer que D. a appris à décomposer et recomposer des fractions comprises entre 1 et 2.

5.3.2.3 Les réponses de N.

Nous n'analyserons pas la trace écrite de N. car la captation vidéo montre que nous avons accompagné N. tout au long de la résolution de la fiche d'exercices.

Nous pouvons cependant conclure que le l'ingénierie didactique et ludique n'a pas permis à N. de construire les connaissances visées.

Conclusion

L'analyse *a posteriori* des deux séances présentée ci-dessus permet de conforter un nombre conséquent d'hypothèses que nous avions faites :

— Les choix que nous avions faits pour les cartes premières se sont avérés pertinents pour permettre aux élèves d'élaborer la stratégie visée.
— L'Atelier des potions permet l'émergence de contrats didactiques et ludiques stables bien que cela ne soit pas systématique.
— Dans le cas où un contrat stable ne s'établit pas, comme dans le cas de N., les ruptures de contrats didactiques et ludiques (ou de contrat ludique) peuvent faire sortir les élèves du jeu et par conséquent de la situation. Cela impacte négativement la dévolution de l'activité et les possibles apprentissages.
— L'Atelier des potions peut être inséré dans une ingénierie didactique pour la construction des savoirs. stables.

D'autre part, la variable didactique relative au nombre de grimoire à disposition des élèves a un impact sur la possibilité de voir apparaître des moments de formulation. Nous faisons l'hypothèse que le fait de réduire le nombre de grimoire à disposition peut favoriser les interactions entre les élèves et augmenter les opportunités de formulation.

Conclusion générale

La dialectique jeu-apprentissages, que nous avons placée au cœur de notre thèse, nous a amenée à nous questionner sur les jeux de société pouvant être utilisés pour la construction des savoirs mathématiques, l'entraînement et le réinvestissement en contexte scolaire sans perdre leur caractère ludique. La première constatation que nous avons faite est que le contexte scolaire peut dénaturer l'expérience du jeu (Haye, 2019) et que l'activité proposée aux élèves ne peut pas toujours être caractérisée de jeu. L'étude des travaux de recherche en didactique des mathématiques sur le sujet nous a permis de faire l'hypothèse que si un jeu de société contenant un potentiel d'apprentissage intrinsèque peut être utilisé en contexte purement ludique (en animation, à la maison ou lors de salons du jeu de société) alors son potentiel ludique est suffisamment fort pour faire émerger un play en contexte scolaire. Nous avons alors essayé de déterminer les conditions et contraintes que doit remplir un jeu de société pour pouvoir être utilisé à la fois en contexte purement ludique et inséré dans des ingénieries didactiques pour la construction des savoirs, l'entraînement et le réinvestissement en contexte scolaire.

Les observations de type naturaliste en contexte scolaire et en contexte d'animation mathématique, menées au sein du collectif Plaisir Maths sur de nombreuses années, nous ont permis de développer une classification des contrats didactiques et ludiques pouvant émerger lors de la mise en œuvre d'activités à visée didactique basées sur un jeu de société. Nous avons identifié trois types de contrats didactiques et ludiques susceptibles d'émerger dans ce contexte : les contrats didactiques et ludiques séquentiels qui alternent des phases de jeu et des phases d'étude ; les contrats didactiques et ludiques évolutifs qui évoluent, à l'intiative du joueur, d'une phase ludique à une phase d'étude dans l'optique de contrôler le jeu ; et les contrats stables

où les enjeux didactiques et enjeux ludiques sont intrinsèquement liés tout au long de l'activité. Cette classification, que nous avons modélisée, exemplifiée et dont nous avons montré une utilisation effective pour l'analyse et la conception d'activité didactique et ludique, s'est avérée être un outil pertinent pour l'analyse de l'utilisation de jeu de société en contexte scolaire : l'analyse des interactions entre les élèves et le chercheur et plus particulièrement du type de contrat didactique qui s'instaure dans une séance de jeu en contexte scolaire s'est avérée être un outil pertinent pour l'analyse *a posteriori* de notre ingénierie didactique et ludique. Par ailleurs, nous avions fait l'hypothèse que les jeux pouvant être analysés par un contrat didactique et ludique stable, du fait qu'ils permettent d'éviter les ruptures de contrat, étaient de bons candidats pour une utilisation articulant les enjeux didactiques et les enjeux ludiques en contexte scolaire. Notre expérimentation nous a permis de conforter cette hypothèse et de formuler une hypothèse plus forte : parce que les jeux pouvant être analysés par un contrat didactique et ludique stable évitent les ruptures de contrat, ils favorisent la dévolution et les apprentissages.

Nos considérations sur les contrats stables et l'analyse des jeux existant autour de la notion de fraction nous ont amenée à faire le constat que peu de jeux pouvant être analysés par un contrat didactique et ludique stable permettent une utilisation pour la construction des savoirs. En effet, la plupart de ces jeux sont conçus à partir d'une mécanique de jeu indépendante des objets manipulés ; ceux-ci sont remplacés par des objets mathématiques lors de la conception et le résultat obtenu nécessite en général une certaine maîtrise de ces objets mathématiques pour pouvoir jouer. Cette constatation nous a conduit à concevoir notre propre jeu de société permettant une utilisation pour la construction des savoirs sur l'hypothèse que l'articulation entre les enjeux didactiques et ludiques se joue au niveau de la mécanique du jeu. L'utilisation du jeu que nous avons obtenu, en contexte scolaire et d'animation, nous a permis de conforter cette hypothèse.

Le jeu que nous avons conçu au sein du collectif Plaisir Maths, l'Atelier des potions, s'est avéré contribuer à la mise en place d'un milieu antagoniste de type expérimental très riche. L'articulation entre le matériel et les cartes du jeu permet

de créer des situations d'action avec une dimension expérimentale importante, et l'articulation entre les pièces du jeu et le grimoire des solution offre des rétroactions du milieu qui permettent de créer des situations de validations. L'expérimentation a permis de montrer, en particulier dans le cas de D., que ces rétroactions étaient à la portée des élèves et permettaient la construction des savoirs. L'atelier des potions ne permet pas des situations de formulation au sens propre du terme mais l'analyse des transcriptions a mis en lumière le fait que des moments de formulation apparaissent dans les phases de vérification des potions.

L'expérimentation que nous avons menée a également permis de montrer que l'Atelier des potions permet l'émergence de contrats didactiques et ludiques stables. Cependant, elle a également montré que l'émergence de ce type de contrat didactique n'est pas systématique et qu'en l'absence d'un contrat didactique et ludique stable, la dévolution de l'activité ne peut pas se faire.

Pour finir, nous souhaitons revenir sur un résultat méthodologique important. Nous avons montré comment, lors de la conception du jeu, le jeu sur les valeurs des variables didactiques liées au matériel formant les ingrédients, les cartes, et le grimoire nous a permis de concevoir le milieu antagoniste expérimental que nous avons mentionné précédemment. Nous avons également montré comment, au cours de la conception de l'ingénierie didactique, les considérations ludiques et didactiques pilotent les choix des valeurs des variables didactiques. L'utilisation de variables didactiques tout au long du processus de conception, des variables macro-didactiques précédent la conception de l'Atelier des potions aux variables didactiques de contrôle de l'ingénierie didactique, s'est avérée un outil puissant pour l'articulation des enjeux didactiques et ludiques.

Nous envisageons de poursuivre les analyses de l'ensemble de la séquence pour identifier, entre autre, si la séance 2 autour de l'activité de *la quantité mystère* porte des caractéristiques ludiques. Par ailleurs nous souhaiterions poursuivre les expérimentations selon plusieurs axes :

— Reprendre une expérimentation de type laboratoire en modifiant la variable didactique relative au nombre de grimoire à disposition afin de vérifier si

la réduction le nombre de grimoire à disposition des élèves peut favoriser l'apparition de moments de formulation.

— Étendre l'expérimentation de l'ingénierie didactique et ludique présentée à des groupes plus important et menée par les enseignants.

— Concevoir et expérimenter d'autres ingénieries didactiques et ludiques basées sur l'Atelier des potions en milieu scolaire ou d'animation pour explorer les autres potentiels d'apprentissages du jeu.

Suite à ce travail de recherche, il nous semble possible d'approfondir le travail théorique sur l'articulation entre le didactique et le ludiques, entamé par Nicolas Pelay avec le concept de contrat didactique et ludique. En particulier, il nous semble envisageable aujourd'hui, en appui sur notre expérience au sein de Plaisir Maths et la conception de l'Atelier des potions, de penser une modélisation théorique du concept de situation didactique et ludique.

Bibliographie

Adams, E. et Dormans, J. (2012). *Game mechanics : advanced game design*. New Riders.

Adjiage, François, R. A. et Pluvinage, F. (2000). Un registre géométrique unidimensionnel pour l'expression des rationnels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 38(1):1–15.

Anselmo, B. et Zucchetta, H. (2018). *Construire les nouveaux nombres au cycle 3. Fractions et décimaux*. Réseau canopé édition. https ://www.reseau-canope.fr/notice/construire-les-nouveaux-nombres-au-cycle-3-fractions-et-decimaux.html.

Artigue, M. (1989). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3)(1):281–308.

Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique en mathématiques. *IREM de Rennes*.

Artigue, M. (2021). Méthodologies de recherche en didactique des mathématiques : Où en sommes-nous ? Research Methodologies in didactic of mathematics : Where Are We ? *Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 22(3):25–64.

Barallobres, G. (2007). Introduction à l'algèbre par la généralisation : problèmes didactiques soulevés. *For the learning of mathematic*, 27(1):6.

Bessot, A. (2003). Une introduction à la théorie des situation didactiques. *Les cahiers du laboratoire Leibniz*, 91:1–28.

Bhatia, P. (2021). *The neurocognitive bases of fraction processing in the learning brain.* Thèse de doctorat, Université de Lyon.

Bhatia, P., Le Diagon, S., Langlois, E., William, M., Prado, J. et Gardes, M.-L. (2023). Impact of a game-based intervention on fraction learning for fifth-grade students : A pre-registered randomized controlled study. *Journal of Computer Assisted Learning*, 39(1):49–62.

Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 38(1):1–15.

Brougère, G. (2005). *Jouer/apprendre.* Economica.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques.* Doctorat d'Etat ès sciences, Université Sciences et Technologies - Bordeaux I.

Brousseau, G. (1998a). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998). https ://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.

Brousseau, G. (1998b). *Théorie des situations didactiques.* La pensée sauvage Grenoble.

Brousseau, G. (2009). Le cas de Gaël revisité (1999-2009). page 38. https ://hal.science/hal-00582620/document.

Brousseau, G. (2010). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998).

Brousseau, G. et Warfield, V. M. (1999). The case of Gaël. *Journal of Mathematical Behavior*, 18(1):7–52. https ://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00696270.

Caillois, R. (1967). *Les Jeux Et les Hommes le Masque Et le Vertige.* Gallimard.

Chambris, C. (2017). Questions sur l'enseignement des nombres, notamment décimaux, au cycle 3. *Enseigner les maths au Cycle 3 – IREM de Poitiers*. https ://irem.univ-poitiers.fr/colloque2017/ressources/Conf01.pdf.

Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques : Etude exploratoire dans des situations d'enseignement et de formation au sein de l'enseignement spécialisé*. Theses, Université Claude Bernard Lyon 1. https ://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01243335.

Dias, T. (2009). La dimension expérimentale des mathématiques, un exempleavec la situation des polyèdres. *Grand N*, pages 63–83.

Duflo, C. (1997). *Jouer et philosopher*. Presses universitaires de france édition.

Eysseric, P., Simard, A. et Winder, C. (2012). Exemple de dispositif de formation à l'utilisation des jeux à l'école pour les apprentissages mathématiques. *In Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012*. https ://emf.unige.ch/files/4214/5320/1496/EMF2012GT2EYSSERIC.pdf.

Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*. Theses, Université Joseph-Fourier - Grenoble I.

González-Martín, A. S., Bloch, I., Durand-Guerrier, V. et Maschietto, M. (2014). Didactic Situations and Didactical Engineering in university mathematics : cases from the study of Calculus and proof. *Research in Mathematics Education*, 16(2):117–134.

Haye, T. (2019). *Étude des conditions et des contraintes d'implémentation d'un jeu de société à l'école, comme vecteur d'apprentissages mathématiques : cas du jeu de Go au cycle 3*. thesis, Montpellier. http ://www.theses.fr/2019MONTS030.

Henriot, J. (1976). *Le jeu*. FeniXX, editions josé corti. édition. Google-Books-ID : zi7NDwAAQBAJ.

Henriot, J. (1990). *Sous couleur de jouer. La métaphore ludique.*

Huizinga, J. (1988). *Homo ludens : essai sur la fonction sociale du jeu.* Numéro 130 de Collection Tel. Gallimard, S.l., photomech. repr édition.

MENJ (2016). Fractions et nombres décimaux au cycle 3.

MENJ (2023a). Attendus de fin d'année-CM1-Mathématiques.

MENJ (2023b). Programme du cyle 3.

Pelay, N. (2011). *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique etludique en contexte d'animation scientifique.* Theses, Université Claude Bernard - Lyon I. https ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00665076.

Pelay, N. et Boissiere, A. (2015). Vulgarisation et enseignement des mathématiques dans le jeu Dobble. *In Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage–Actes du colloque EMF2015–Spé2*, pages 944–956.

Perrin-Glorian, M.-J. et Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 23(2):217–276. https ://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01492159.

Piaget, J., Inhelder, B. et Szeminska, A. (1973). *La géométrie spontanée de l'enfant.* Presses Universitaires de France. OCLC : 7378267041.

Rousson, L. (2017). *Conception d'un jeu-situation numérique et son appropriation par des professeurs :le cas de l'enseignement de l'énumération à l'école maternelle.* Theses, Université de Lyon. https ://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01730704.

Rousson, L. et Pelay, N. (2017). Modèle didactique de conception d'un jeu éducatif numérique. *In Numérique & éducation : dispositifs, jeux, enjeux, hors jeux.* PUN - Éditions universitaires de Lorraine. OCLC : 985406336.

Salin, M. H. (2002). Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations. *Actes de la 11e Ecole d'Ete de Didactique des Mathématiques*, pages 111–124.

Trémèje, J., Winder, C., Davio, H. et Rosso, D. (2009). Jouons avec les fractions. *Grand N*, 84:45–75.

Vergnaud, G. (1982). Multiplicative Structures. *In Acquisition of mathematics concepts and processes*, pages 127–174.

Vergnaud, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2.3:133–170.

Vivier, L. (2015). *Sur la route des réels.* Habilitation à diriger des recherches - Note de synthèse, Université Paris Diderot.

Vygotsky, L. S. (1967). Play and Its Role in the Mental Development of the Child. *Soviet Psychology*, 5(3):6–18.

Winder, C. (2017). Un jeu des fractions pour le cycle 3. *Petit x*, 103:57–82.

Zarpas, P. (2018). *Elaboration d'une praxéologie de référence sur les fractions.* Mémoire master II recherche, Université de Montpellier. (non publié).

Zarpas, P. (2020). Analyse didactique d'un jeu de vidéo élaboré pour l'apprentissage des fractions. *Petit x*, 113:41–58.

Zarpas, P. et Gardes, M.-L. (2019). Un jeu vidéo didactique pour l'apprentissage des fractions. *RMé*, 231.

Annexes

Annexe 1 - Le cahier des charges

Cahier des charges - Jeu mathématique pour la classe

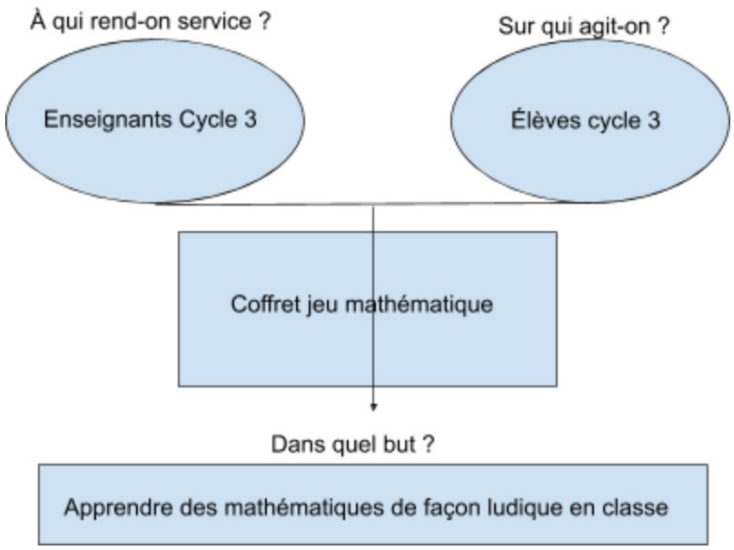
Contexte et définition du problème

L'enseignement des mathématiques est mal perçu par les élèves et par la société de façon générale (manque d'intérêt /motivation pour les maths, clichés liés au genre, phobie / stress des maths, mauvais résultats scolaires). Les enseignants expriment un besoin de rendre leur enseignement des mathématiques plus attractif et motivant pour les élèves.

Nous pensons que les mathématiques ont un réel potentiel ludique, et souhaitons exploiter ce potentiel pour développer un approche pédagogique basée sur le jeu et la manipulation.

Objectifs

Plaisir Maths/Ema a identifié des potentialités de l'enseignement ludique en classe, et souhaitons maintenant produire des jeux qui seront vendus auprès des enseignants.



Périmètre

Nous nous centrons sur les enseignants de primaire (cycle 3) en France.

Description fonctionnelle

Fonctionnalité	Critères
Didactiques	Travailler/utiliser une notion. Enjeux didactiques spécifiques.
	Institutionnaliser les notions évoquée dans le jeu.
	Mobiliser la réflexion, le raisonnement.
	Permettre une progressivité. Avoir différents niveaux de difficulté.
	Permettre l'évaluation des connaissances/des apprentissages.
	Dévoluer l'activité aux élèves.
	Permettre d'instaurer un contrat didactique
Ludiques	Être motivant, accrocheur, attirant.
	Mettre en réussite.
	Proposer différents ressorts ludiques (compétition, collaboration, gain/perte, etc…)
	Proposer du matériel adapté/attractif. Être basé sur la manipulation.
	Permettre d'instaurer un contrat ludique
	Avoir un enjeu ludique fort.
Pour une utilisation en classe	Être inscrit dans le programme, dans une progression ou dans socle commun.
	Avoir des règles faciles à expliquer, faciles à comprendre
	Être facile à installer et à démonter/ranger, compact, de bonne qualité (solide, fiabilité, sécurité).
	Permettre l'autonomie des élèves et auto validation pour faciliter la gestion Ne pas être source de chaos.
	Avoir une grande reproductibilité ou permettre des prolongements
	Être utilisable sur différents temps de classe, activités classiques de classe
	Permettre une bonne gestion du temps
	Être facile à prendre en main par les enseignants
	Permettre d'instaurer un contrat didactique et ludique stable.

Environnement extérieur

L'enseignant, la communauté enseignante, l'élève qui joue, le groupe d'élèves, la salle de classe, les parents, les inspecteurs, la législation.

Annexe 2 - Liste des jeux autour de la notion de fraction

Liste de jeux autour des fractions

Catégorie	Titre	Principe	Notion travaillée	Source
Jeu du commerce	Fractodingo	Mistigri, rami, bataille	Représentations d'une fraction, fractions équivalentes, addition de fractions	Aritma
Jeu du commerce	Mathé Cat's 1	9 règles de jeux différentes	Représentations d'une fraction, fractions égales, fractions complémentaires à 1	Cats family
Jeu DIY	Course D6Mo-fracto	Trivial pursuit sur les fractions et les nombres décimaux	Lecture de fractions, équivalence entre fractions, comparaison de fractions, placement de fractions sur une bande numérique, écriture décimale, comparaison de nombres décimaux, passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et inversement.	La classe de Mallory
Jeu DIY	Loto fractions	Loto	Décomposition de fractions en un entier et une fraction inférieure à 1	La classe de Mallory
Jeu DIY	Loto fractions décimales et nombres décimaux	Loto	Passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et inversément	La classe de Mallory
Jeu DIY	La courses des fractions	Trivial pursuit sur les fractions	Différentes écritures et représentation des fractions	La classe de Mallory
Jeu DIY	Fraction Worm		Lecture de fractions, équivalence entre fractions, comparaison de fractions, placement de fractions sur une bande numérique	La classe de Mallory
Jeu DIY	Uno des fractions	Uno	Fractions équivalentes, identification du dénominateur	La classe de Mallory
Jeu DIY	Bingos sur les fractions	Bingos	Associer une écriture fractionnaire et une représentation sous forme de "camembert" d'une fraction.	La classe de Mallory
Jeu DIY	La course	Trivial pursuit	Représentation de fractions,	La classe de

	aux pizzas	sur les fractions	écriture fractionnaire et comparaison de fractions	Mallory
Jeu DIY	La part du trésor	Collectionner des pièces en fonctions de cartes	Fraction opérateur	La classe de Mallory
Jeu DIY	Les dés-fractions	Bingo	Représentation de fractions	La classe de Mallory
Jeu DIY	Jeu de lynx des fractions	Jeu de lynx	Différentes écritures de fractions	La classe de Mallory
Jeu DIY	Les fractions à table	Compléter des pizzas en fonctions de cartes fractions	Complément à 1, sommes de fractions	La classe de Mallory
Jeu DIY	Bataille de fractions	Bataille	Comparaison de fraction, simplification de fractions	La classe de Mallory
Jeu DIY	Jeu du symbole commun	Dobble	Différentes écritures d'une fraction	La classe de Mallory
Jeu DIY	L'entier qui prend	6 qui prend avec des fractions	addition de fraction	Guillaume Caron
Jeu DIY	Nombres speed	jungle speed avec des fractions décimales	différentes écritures d'un nombre décimal	Guillaume Caron
Jeu DIY	Cartachari	Associer une carte question à la bonne carte réponse, plusieurs ensemble de cartes en fonction des notions travaillées	Egalité de fractions, écriture décimale, décomposition de fractions en un entier et une fraction inférieure à un, représentation des fractions.	Charivari à l'école
Jeu DIY	Charidragon	Exercice ludifié avec auto-validation	Complément à 1, n*1/n, simplification de fractions	Charivari à l'école
Jeu DIY	Super Fracto	Jeu de l'oie	Vocabulaire, représentation des fractions, comparaison, position sur la droite graduée.	La classe de Delphine

Jeu DIY	Matou en jeu	Dossier jeux avec des jeux classiques 7 familles, bataille, rami, mistigri, etc.	Vocabulaire, différentes écritures et représentations, simplification, comparaison, sommes de fractions	IREM de Clermont Ferrand
Jeu DIY	Le jeu des fractions	Compléter des polygones réguliers, des cercles, ou des rectangles à l'aide de cartes tirées	Complément à 1, somme de fractions, décomposition d'une fraction en un entier et une fraction inférieure à un	Groupe IREM 1er degré Draguignan
Jeu DIY	Combi et mini combi	Coloriage	Coloriage d'une quantité	APMEP, jeux 5
Jeu DIY	Puissance 4	Puissance 4 des fractions	Opération sur les fractions, fractions et puissances	APMEP, jeux 8
Jeu DIY	Eléphant ou poisson	Coloriage magique	Simplification de fraction, égalité de fractions	APMEP, jeux 9
Jeu DIY	Labynombre	Labyrinthe conditionné par des fractions	Simplification de fraction, égalité de fractions	APMEP, jeux 9
Jeu DIY	Tétratri	retrouver des triangles formés de 4 plus petits triangles dont la somme est égale à un fraction donnée	Somme de fractions	APMEP, jeux 10
Jeu DIY	Alphabet	Message codé	Comparaison de fractions	APMEP, jeux 10
Jeu DIY	Mosacolla	Coloriage magique	Egalité de fractions	APMEP, jeux 10
Matériel pédagogique	Fractionnary	Différentes découpes d'un hexagone régulier, manipulation	Représentations d'une fraction, fractions équivalentes, addition de fractions	Fractionnary
Matériel pédagogique	Labo de Fractions	Disques, portions de		https://www.amazon.fr/Cre

		disque empilables sur les disques et des cartes		ative-Toys-CT2048-Scientifique-Fractions/dp/B005V9TOZC
Matériel pédagogique	Fraction As	Cartes avec des fractions représentées à l'aide de rapports de surface		Atzeo
Matériel pédagogique	Dés des fractions	Gros dés avec différentes représentation de fraction		Hand2mind
Matériel pédagogique	Wrap-ups fractions	Languette en plastique avec des encoches sur chaque longueur et une corde à enrouler.	Représentation de fractions, simplification de fraction, somme de fractions.	Learning wraps up
Jeu vidéo	Pêche fraction	Pêche à la ligne virtuelle	Simplification de fraction	Site jeux maths
Jeu vidéo	Candy math	Candy crush fraction	Différentes écritures et représentations d'une fraction	Site jeux maths
Jeu vidéo	Fractis	Tétris fraction	Différentes écritures et représentations d'une fraction	Site jeux maths
Jeu vidéo	La course aux fractions	Course virtuelle avec des obstacles à éviter	Simplification de fractions	Site jeux maths
Jeu vidéo	Fractor	Exercice en ligne	Associer une écriture fractionnaire à une représentation géométrique des fractions	Site jeux maths
Jeu vidéo	Bulles de fractions	Jeu de vitesse	Simplification de fractions	Site jeux maths
Jeu vidéo	Croque fraction	Jeu d'adresse virtuel	Simplification de fractions	Site jeux maths
Jeu vidéo	Vise les fractions	Jeu de fléchettes virtuel	Différentes représentations d'une fraction	Site logiciel éducatif
Jeu vidéo	Slice fraction	Application de	Notion de partage, numérateur,	Ululab

		jeu sur téléphone	dénominateur, problèmes, comparaisons de fraction	
Jeu vidéo	Math Matthews Fractions	Jeu vidéo en 2D	Faire des liens entre différentes représentations des fractions. Utiliser des fractions pour faire des partages de grandeurs. Utiliser des fractions pour mesurer des grandeurs. Utiliser des fractions pour exprimer un quotient. Repérer des fractions sur une demi-droite graduée. Placer des fractions sur une demi-droite graduée. Établir une égalité entre deux fractions simples. Comparer deux fractions simples. Ranger des fractions dans l'ordre croissant / décroissant. Additionner des fractions de même dénominateur. Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples	Kiupe

Annexe 3 - Tableau récapitulatif de l'ensemble des cartes du jeu l'Atelier des potions

Thème	Numéro	Couleurs	Description de la carte	Grenouille (hexagone)	Raie (carré)	Araignée (disque)	Serpent (réglette)
Cartes de base	1	Vert foncé	Fraction unitaire identique pour plusieurs ingrédients (par ex : 1/3 de chaque ingrédient)	1/3	1 tiers		Un tiers
	2	Vert foncé		Un quart	1 quart		1/4
	3	Vert foncé			1/2	Un demi	
	4	Vert foncé		1/9	1 neuvième	Un cinquième	1/5
	5	Vert foncé		Un quart	1/4	1 dixième	1/10
	6	Rose	Fractions simples différentes	1/9	Un quart	1 sixième	1/10
	7	Rose		1/3	1 huitième	Un demi	1/4
	8	Rose		Un quart	1/3	1 cinquième	1/10
	9	Rose		1/4	1/2	1 sixième	Un tiers
	10	Rose		1 tiers	1/9	1/10	Un cinquième
	11	Rose		4/9	3/4	4 cinquièmes	Deux tiers
	12	Rose		Trois quarts	1/1	Quatre dixièmes	3/5
	13	Rose		3/3	2/9	4 dixièmes	3 cinquièmes
	14	Rose		Deux tiers	5/8	2/2	2 quarts
	15	Rose		3/4	1 quart	2/5	Un tiers
	16	Rose		3 neuvièmes	2/8	1/6	Trois dixièmes
	17	Rose		Un tiers	4/9	3/5	2 tiers
	18	Rose		1/9	Deux tiers	3 dixièmes	3/4
	19	Rose		Un quart	1/2	Trois sixièmes	1/5
Fractions > 1	20	Vert clair	Entiers écrits qous la forme 2/1	1/3	**1/1**	4/10	3/4
	21	Vert clair		4/9	1/4	**3/1**	3/10
	22	Vert clair		**2/1**	2/3	3/6	4/5
	23	Orange	Fraction de la forme x/x + 1/x	1/3	2/9	**2/2+1/2**	3/5
	24	Orange		2/3	1/2	**10/10+1/10**	1/4
	25	Orange		3/4	2/3	1/2	**3/3+1/3**
	26	Jaune	Fraction de la forme k+n/m, k= 1ou2, n<m	5/6	**1+2/3**	1/6	1/5
	27	Jaune		**2+2/9**	2/9	7/10	3/5
	28	Jaune		6/9	6/8	3/5	**1+3/10**
	29	Violet	Fraction >1	2/9	3/9	3/5	**13/10**
	30	Violet		2/4	**11/8**	6/10	1/3
	31	Violet		2/3	**6/4**	5/6	1/4
	32	Violet		**10/9**	1/2	**4/4**	2/3
	33	Rouge	Fractions du type 4/3 et ¾ du même ingrédient pour appuyer sur la différence numérateur/dénominateur	1/6		**6/5** **5/6**	3/5
	34	Rouge		**3/4** **4/3**	3/8		3/10
Equivalence de fractions	35	Noir	Fraction simplifiable et son équivalence irréductible du même ingrédient	**1/2** **2/4**	1/8	3/3	
	36	Noir		1/6	2/3		**1/2** **2/4**
	37	Noir			**2/6** **1/3**	5/6	3/3
	38	Noir		6/9		**3/9** **1/3**	2/5
	39	Bleu foncé	Fractions à simplifier obligatoirement (le découpage n'est pas présent)	1/9	2/3	**3/9**	3/5
	40	Bleu foncé		**2/8**	5/8	4/5	1/3
	41	Bleu foncé		1/3	4/9	1/2	**2/6**
	42	Bleu foncé		2/4	4/8	**2/4**	4/4
	43	Bleu foncé		2/3	**5/10**	2/3	5/10
	44	Bleu foncé		**4/6**	1/2	2/6	1/4
	45	Bleu foncé		2/9	3/4	1/10	**6/9**
	46	Bleu foncé		1/1	**3/6**	1/3	7/10
	47	Bleu foncé		5/6	1/4	2/5	**6/8**
	48	Blanc	Fractions à "complexifier" obligatoirement (le découpage n'est pas présent)	**1/2**	1/9	3/10	1
	49	Blanc		1/4	1/3	1/5	**1/2**

Thème	**Numéro**	Couleurs	Description de la carte	Grenouille (hexagone)	Raie (carré)	Araignée (disque)	Serpent (réglette)
Somme de fractions	**50**	Gris foncé	n*(1/n)				**1/4** **1/4** **1/4** **1/4**
	51	Gris foncé			**1/4** **1/4** **1/4** **1/4**		
	52	Gris foncé				3/3	**1/3** **1/3** **1/3**
	53	Gris foncé		**1/3** **1/3** **1/3**		1/3	
	54	Gris foncé			**1/2** **1/2**	**1/2** **1/2**	
	55	Gris clair	Somme fractions du même dénominateur	2/4	**1/6** **3/6**	2/5	
	56	Gris clair			3/9	**1/3** **1/3**	1/3
	57	Gris clair		1		3/10	**1/2** **1/2**
	58	Gris clair		**2/6** **3/6**	1/9		3/5
	59	Gris clair		1/6		6/10	**2/6** **1/6**
	60	Marron	Somme à 1 de fractions de la même table			**1/6** **1/6** **2/3**	
	61	Marron		**1/3** **2/9** **4/9**			
	62	Marron					**1/5** **3/10** **5/10**
	63	Bleu Ciel	Somme de fractions de la même table <1	**1/3** **2/9** **1/9**			
	64	Bleu Ciel			**1/8** **1/8** **1/4**		

Annexe 4 - Dossier d'accompagnement de l'Atelier des potions

L'Atelier des Potions

Dossier d'accompagnement scolaire.



Plaisir Maths

Table des matières

1 Introduction **4**
1.1 Note d'intention . . . 4
1.2 Dossier en développement . . . 4

2 Prise en main du jeu - Tutoriel **6**
2.1 Préparation . . . 6
2.2 C'est parti ! . . . 6

3 Détail du matériel **7**
3.1 Pièces rangées sur les plateaux . . . 7
3.2 Tableau cartes . . . 8

4 Conseils généraux d'utilisations **10**
4.1 Utiliser le jeu comme un véritable moteur pour les apprentissages. . . . 10
4.2 Instaurer des rituels d'utilisation dès la première séance. . . . 10
4.3 Utiliser le grimoire des solutions pour développer l'autonomie des élèves. . . . 11
4.4 Favoriser la manipulation. . . . 11

5 Séances **12**
5.1 Tableau synthétique . . . 14
5.2 Introduction au jeu . . . 17
5.2.1 Présentation . . . 17
5.2.2 Document(s) . . . 17
5.3 Le message magique . . . 24
5.3.1 Présentation . . . 24
5.3.2 Choix didactiques . . . 24
5.3.3 Document(s) . . . 24
5.4 Créons nos propres potions . . . 26
5.4.1 Choix didactiques . . . 26
5.4.2 Document(s) . . . 26
5.5 Défi vocabulaire . . . 36
5.5.1 Choix didactiques . . . 36
5.5.2 Document(s) . . . 36
5.6 A la recherche de la pièce perdue . . . 38
5.6.1 Choix didactiques . . . 38
5.6.2 Documents . . . 38
5.7 La quantité mystère . . . 52
5.7.1 Présentation . . . 52
5.7.2 Choix didactiques . . . 52
5.7.3 Document(s) . . . 52
5.8 Exercices autour de la quantité mystère . . . 62
5.8.1 Présentation . . . 62
5.8.2 Choix didactiques . . . 62
5.8.3 Document(s) . . . 62
5.9 Jeu avec les fractions >1 - Version A . . . 66
5.9.1 Choix didactiques . . . 66
5.9.2 Documents . . . 66
5.10 Jeu avec les fractions >1 - Version B . . . 68
5.10.1 Choix didactiques . . . 68
5.10.2 Documents . . . 68
5.11 Fiche d'exercices . . . 70
5.11.1 Choix didactiques . . . 70

5.11.2 Documents 70
5.12 Chacun sa part 72
5.12.1 Choix didactiques 72
5.12.2 Documents 72
5.13 Le meilleur prix 76
5.13.1 Choix didactiques 76
5.13.2 Documents 76
5.14 Jeu avec les équivalentes - Version A 80
5.14.1 Choix didactiques 80
5.14.2 Documents 80
5.15 Jeu avec les fractions équivalentes - Version B 82
5.15.1 Choix didactiques 82
5.15.2 Documents 82

1 Introduction

1.1 Note d'intention

Plaisir Maths est un collectif de chercheurs, d'enseignants et d'animateurs revendiquant une pédagogie basée sur le jeu et l'expérimentation, et dans laquelle chacun est acteur de son savoir, et s'approprie, à son rythme et en jouant, des notions mathématiques.

Parce que le mot "mathématiques" fait parfois peur, Plaisir Maths souhaite aussi réconcilier certains enfants et adultes avec les maths en faisant le pari du plaisir du jeu, de l'exploration et de la découverte libre, de la dynamique de groupe qui se crée dans les jeux de société, de la stimulation intellectuelle créée par les défis et les casse-têtes, etc.

Le jeu Atelier des Potions est né de la volonté d'apporter une solution aux problèmes de l'enseignement des mathématiques. Nous sommes parti de plusieurs constatations :

- L'enseignement des fractions est une véritable difficulté depuis plusieurs décennies. Lorsqu'on demande aux enseignants ce qu'ils trouvent le plus difficile à enseigner, la notion de fraction revient beaucoup. Et dans le même temps, beaucoup d'élèves quittent leur scolarité sans avoir vraiment compris le concept de fraction.
- Les mathématiques sont très peu attractives pour une grande majorité d'élèves de par leur utilisation comme critère de réussite. De nombreux élèves se braquent face aux mathématiques et sont considérés comme en échec. Les résultats très moyens de la France à Pisa et TIMMS en sont le témoin.
- Les résultats de recherche en didactique, bien qu' extrêmement riches et intéressants pour la formation des enseignants, sont encore trop peu mis concrètement en œuvre dans l'enseignement.

L'Atelier des Potions a été conçu pour permettre de jouer et d'apprendre les fractions en même temps, et nous souhaitons que les enfants prennent du plaisir à jouer et à apprendre !

Nous avons misé sur la manipulation et la création d'une didactique appliquée pour faire de notre jeu un outil ludique, didactique et surtout utile. Plus qu'un jeu, l'Atelier des Potions est donc aussi un véritable outil pédagogique pour donner du sens aux notions enseignées du programme du cycle 3. Il peut être utilisé pour :

- consolider et réinvestir les notions déjà acquises,
- réaliser une progression didactique sur chaque année scolaire (fractions supérieures à 1, équivalence de fraction, somme de fractions, décomposition de fractions, etc.),
- permettre des ateliers de remédiation pour les élèves en grande difficulté.

Il a été conçu de façon collaborative entre des enseignants et des chercheurs dans le but de rendre concret les résultats de la recherche en didactique des mathématiques. Nous souhaitons aussi construire des outils pédagogiques issus de la recherche qui soient adaptés et efficaces pour les enseignants, et leur permettre ainsi d'exercer leur liberté pédagogique et de faire des choix en fonction de leurs élèves et du contexte dans lequel ils travaillent.

Nous souhaitons à tous ceux qui mettront en place l'atelier dans leur classe qu'ils réussiront à faire de l'apprentissage des fractions un vrai moment de plaisir dont les élèves se souviendront !

1.2 Dossier en développement

Le présent dossier d'accompagnement a vocation à être un ensemble de ressources pour favoriser l'intégration du jeu dans la classe. Il contient des conseils et des séances testées en classe lors de la première année d'expérimentation 2017-2018. Par les variantes et les choix que nous vous proposons, nous vous permettons de mettre en pratique des résultats de la recherche en didactique des mathématiques, car l'Atelier des Potions fait actuellement l'objet d'une thèse en didactique des mathématiques, menée par Alix Boissière, doctorante à l'université de Montpellier, qui étudie la mise en œuvre du jeu dans les classes de cycle 3.

Ce dossier est en cours de développement, et est conçu pour être évolutif. Nous le souhaitons le plus pratique et le plus riche possible, et collaborons avec des enseignants dans cette optique. Il s'améliorera

et s'enrichira donc au fur et à mesure de la mise en place du jeu dans les classes pilotes, et nous comptons aussi beaucoup sur vos retours et sur les interactions que nous aurons avec vous pour l'améliorer au cours du temps.

Il a aussi vocation à se développer en ligne sur `www.atelier-potions.fr/dossier-accompagnement` Nous avons l'objectif de pouvoir y mettre des ressources spécifiques (vidéos, photos, etc.), des liens vers d'autres sites, des compléments didactiques, de la bibliographie, etc.

Le projet de déploiement du jeu dans les classes et les écoles pilotes est coordonné par Nicolas Pelay, président de Plaisir Maths, docteur en didactique des mathématiques, et auteur d'une thèse sur le jeu et les apprentissages mathématiques

2 Prise en main du jeu - Tutoriel

Afin de vous permettre une prise en main rapide du jeu nous vous proposons un tutoriel. Il vous permettra de comprendre le déroulement d'une partie et de découvrir les différentes possibilités d'utilisation et d'apprentissage que permet le jeu. Nous vous conseillons de jouer au tutoriel avec des collègues pour être 3 ou 4 joueurs.

2.1 Préparation

- Préparez les cartes dans l'ordre suivant : 4, 15, 51, 22, 30, 25, 27, 33, 37, 45, 48, 61, 64, 55. Les placer face cachée au centre de la table (la carte 4 sur le dessus de la pile).
- Formez deux équipes.
- Chaque équipe place devant elle les 4 plateaux de jeu (un de chaque couleur), en connectant la piste de point (une bulle se forme au centre du plateau).
- Chaque équipe place devant elle un chaudron avec son couvercle.
- Chaque équipe place son jeton étoile sur la case 10 de sa piste de points (sur le plateau des araignées).
- Placez le grimoire des solutions à portée de main d'un des joueurs.

2.2 C'est parti !

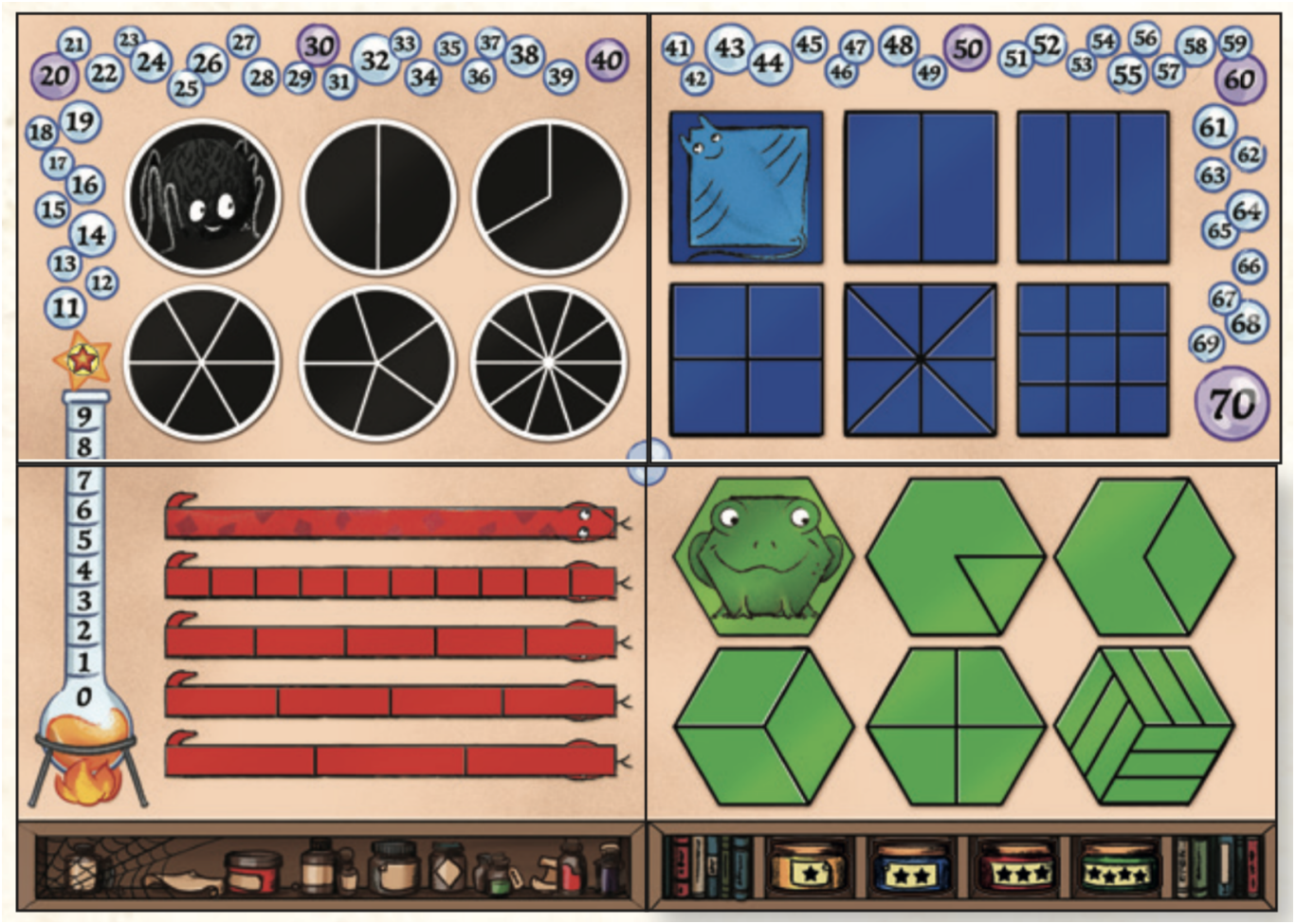
1. Retournez la première carte (potion n°4). La carte est écrite dans les 2 sens pour que tout le monde puisse la lire.
2. Chaque joueur réalise la potion dans son chaudron à l'aide des ingrédients à sa disposition.
3. Dès qu'un joueur a fini sa potion, il parie sur sa réussite à l'aide des jetons étoilés. Il choisit un jeton et le met dans son chaudron et referme le couvercle. Il ne peut alors plus toucher à sa potion.
4. Lorsque tous les joueurs ont fini leur potion, corrigez à l'aide du grimoire des solutions. Ouvrez le grimoire à la page 4 où se trouve la solution de la potion n°4.
   Pour vérifier une potion il suffit de superposer les pièces sur le dessin. Si les pièces permettent de reconstituer parfaitement le dessin (ni trop petit, ni dépassement), la potion est correcte.
   Note : Plusieurs combinaisons de pièces peuvent correspondre à la fraction demandée. Nous avons créé le grimoire de façon à ce que toutes les combinaisons soient validées par un seul dessin.
5. Comptez vos points : si votre potion est correcte gagnez autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton choisi, sinon (une erreur ou plus) perdez autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton choisi. Déplacez votre jeton jaune sur la piste de points en fonction du résultat.
6. Retournez la carte suivante. Procédez aux étapes 2 à 4.
   Note : En fonction des quarts de grenouille que vous avez pris, il est peut être nécessaire de poser les pièces à l'envers sur le grimoire (face aimantée visible). C'est parfaitement autorisé et il vous faudra bien le spécifier à vos élèves.
7. Pour les cartes suivantes, nous vous proposons de rendre le jeu encore plus ludique. Un des joueurs met ses quatre jetons étoilés au centre de la table, les jetons des autres joueurs sont écartés du jeu. Dès qu'un joueur a fini sa recette, il attrape un jeton numéroté parmi ceux restant sur la table, le met dans son chaudron. Le reste du jeu se déroule normalement.
8. Finissez la pile de cartes. Nous les avons sélectionnées pour vous faire découvrir toutes les possibilités.

3 Détail du matériel

3.1 Pièces rangées sur les plateaux

Le jeu est constitué de 4 plateaux aimantés qui s'assemblent en connectant la piste de point (une bulle apparaît alors au milieu). Les 4 jetons "points de magie" se rangent en bas du plateau grenouille comme sur l'illustration.

Les deux réglettes de 19,5 et 18 cm ne sont pas nécessaires pour jouer à l'Atelier des Potions mais elles ont été créées dans l'optique de développer des séances décrochées autour d'elles (elles sont très intéressantes dans la séance du message magique (page 16). Elles n'ont pas d'emplacement représenté sur le plateau mais peuvent être rangées dans la partie décoration "étagère" du plateau serpent.



3.2 Tableau cartes

Les cartes ont été choisies pour couvrir les thèmes du cycle 3. Nous avons fait le choix de mettre un enjeu didactique par carte, et qui est mentionné dans le tableau ci-dessous par la colonne mise en gras, pour à faciliter les mises en commun et l'institutionnalisation par l'enseignant.

Thème	Numéro	Couleurs	Description de la carte	Grenouille (hexagone)	Raie (carré)	Araignée (disque)	Serpent (réglette)
Cartes de base	1	Vert foncé	Fraction unitaire identique pour plusieurs ingrédients (par ex : 1/3 de chaque ingrédient)	1/3	1 tiers		Un tiers
	2	Vert foncé		Un quart	1 quart		1/4
	3	Vert foncé			1/2	Un demi	
	4	Vert foncé		1/9	1 neuvième	Un cinquième	1/5
	5	Vert foncé		Un quart	1/4	1 dixième	1/10
	6	Rose	Fractions simples différentes	1/9	Un quart	1 sixième	1/10
	7	Rose		1/3	1 huitième	Un demi	1/4
	8	Rose		Un quart	1/3	1 cinquième	1/10
	9	Rose		1/4	1/2	1 sixième	Un tiers
	10	Rose		1 tiers	1/9	1/10	Un cinquième
	11	Rose		4/9	3/4	4 cinquièmes	Deux tiers
	12	Rose		Trois quarts	1/1	Quatre dixièmes	3/5
	13	Rose		3/3	2/9	4 dixièmes	3 cinquièmes
	14	Rose		Deux tiers	5/8	2/2	2 quarts
	15	Rose		3/4	1 quart	2/5	Un tiers
	16	Rose		3 neuvièmes	2/8	1/6	Trois dixièmes
	17	Rose		Un tiers	4/9	3/5	2 tiers
	18	Rose		1/9	Deux tiers	3 dixièmes	3/4
	19	Rose		Un quart	1/2	Trois sixièmes	1/5
Fractions > 1	20	Vert clair	Exactement un entier écrit sous la forme n/1	1/3	**1/1**	4/10	3/4
	21	Vert clair		4/9	1/4	**3/1**	3/10
	22	Vert clair		**2/1**	2/3	3/6	4/5
	23	Orange	Exactement une fraction supérieure à 1 décomposée sous la forme x/x+ 1/x	1/3	2/9	**2/2+1/2**	3/5
	24	Orange		2/3	1/2	**10/10+1/10**	1/4
	25	Orange		3/4	2/3	1/2	**3/3+1/3**
	26	Jaune	Exactement une fraction décomposée sous la forme k+n/m, k= 1 ou 2, n<m	5/6	**1+2/3**	1/6	1/5
	27	Jaune		**2+2/9**	2/9	7/10	3/5
	28	Jaune		6/9	6/8	3/5	**1+3/10**
	29	Violet	Exactement une fraction supérieure à 1	2/9	3/9	3/5	**13/10**
	30	Violet		2/4	**11/8**	6/10	1/3
	31	Violet		2/3	**6/4**	5/6	1/4
	32	Violet		**10/9**	1/2	**4/4**	2/3
	33	Rouge	Pour un même ingrédient, une paire d'ingrédient du type (a/b, b/a) pour appuyer sur la différence numérateur et dénominateur	1/6		**6/5** **5/6**	3/5
	34	Rouge		**3/4** **4/3**	3/8		3/10

Thème	Numéro	Couleurs	Description de la carte	Grenouille (hexagone)	Raie (carré)	Araignée (disque)	Serpent (réglette)
Equivalence de fractions	35	Noir	Pour un même ingrédient, fraction simplifiable et fraction équivalente irréductible	**1/2** **2/4**	1/8	3/3	
	36	Noir		1/6	2/3		**1/2** **2/4**
	37	Noir			**2/6** **1/3**	5/6	3/3
	38	Noir		6/9		**3/9** **1/3**	2/5
	39	Bleu foncé	Exactement une fraction à simplifier obligatoirement (dont le dénominateur ne correspond pas à une partition de l'ingrédient demandé)	1/9	2/3	**3/9**	3/5
	40	Bleu foncé		**2/8**	5/8	4/5	1/3
	41	Bleu foncé		1/3	4/9	1/2	**2/6**
	42	Bleu foncé		2/4	4/8	**2/4**	4/4
	43	Bleu foncé		2/3	**5/10**	2/3	5/10
	44	Bleu foncé		**4/6**	1/2	2/6	1/4
	45	Bleu foncé		2/9	3/4	1/10	**6/9**
	46	Bleu foncé		1/1	**3/6**	1/3	7/10
	47	Bleu foncé		5/6	1/4	2/5	**6/8**
	48	Blanc	Exactement une fraction à "complexifier" obligatoirement (dont le dénominateur ne correspond pas à une partition de l'ingrédient demandé)	**1/2**	1/9	3/10	1
	49	Blanc		1/4	1/3	1/5	**1/2**
Somme de fractions	50	Gris foncé	Addition itérée n fois de 1/n				**1/4** **1/4** **1/4** **1/4**
	51	Gris foncé			**1/4** **1/4** **1/4** **1/4**		
	52	Gris foncé				3/3	**1/3** **1/3** **1/3**
	53	Gris foncé		**1/3** **1/3** **1/3**		1/3	
	54	Gris foncé			**1/2** **1/2**	**1/2** **1/2**	
	55	Gris clair	Somme de fractions ayant même dénominateur	2/4	**1/6** **3/6**	2/5	
	56	Gris clair			3/9	**1/3** **1/3**	1/3
	57	Gris clair		1		3/10	**1/2** **1/2**
	58	Gris clair		**2/6** **3/6**	1/9		3/5
	59	Gris clair		1/6		6/10	**2/6** **1/6**
	60	Marron	Somme à 1 de fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre			**1/6** **1/6** **2/3**	
	61	Marron		**1/3** **2/9** **4/9**			
	62	Marron					**1/5** **3/10** **5/10**
	63	Bleu Ciel	Somme inférieure à 1 de fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre	**1/3** **2/9** **1/9**			
	64	Bleu Ciel			**1/8** **1/8** **1/4**		

4 Conseils généraux d'utilisations

Du fait de la diversité et de la richesse des approches pédagogiques, nous avons conçu l'Atelier des Potions pour qu'il puisse être mis en œuvre de différentes façons :

— en classe entière, en groupes, en fond de classe, etc.

— individuellement, en binômes, en petit groupe, etc.

Au cours de cette première année d'expérimentation, nous avons pu observer qu'il existe une grande diversité des pratiques pédagogiques dans l'utilisation en classe de l'Atelier des Potions, mais qu'il est possible d'identifier des principes généraux communs à de nombreux enseignants, et dont nous espérons qu'ils feront aussi sens pour vous.

4.1 Utiliser le jeu comme un véritable moteur pour les apprentissages.

S'il ne devait y avoir qu'un conseil, ce serait celui-là : mettez en place de vrais moments ludiques dans la classe, où les enfants jouent avec les cartes que vous aurez astucieusement choisies ! Le jeu a été conçu pour que l'enjeu ludique (réaliser une potion) et l'enjeu didactique (apprendre les fractions) soient bien articulés l'un à l'autre de sorte que les enfants puissent être à la fois dans le jeu (faire des potions) et dans les apprentissages mathématiques (développer de nouvelles stratégies en fonction des nouvelles potions), et ainsi jouer et apprendre en même temps !

Nous vous conseillons – autant que possible – d'éviter d'intervenir de façon trop didactique pendant ces phases ludiques, et de plutôt vous placer en position d'observateur : observer leurs stratégies, leurs réussites et leurs erreurs, leurs manières de vérifier dans le grimoire, leurs discussions, ... Utilisez toutes ces informations pour leur proposer de nouvelles cartes adaptées à leurs besoins, et par la suite créer des débats dans la classe, réaliser des institutionnalisations, et affiner la construction de vos séances.

Il existe différents modes de jeu (voir livret de règles du jeu) : entraînement, duel (individuel ou semi-coopératif),et un mode de jeu purement coopératif est aussi en cours de développement.

Bien sûr, les séances où les enfants ne jouent pas et réalisent des activités décrochées en utilisant le matériel de jeu sont essentielles dans la construction des apprentissages, mais gardez le fil conducteur ludique (faire des potions de plus en plus compliquées et devenir un sorcier accompli !), et vous aurez ainsi toutes les chances de maintenir leur motivation d'apprendre sur l'ensemble de la séquence !

4.2 Instaurer des rituels d'utilisation dès la première séance.

Les détracteurs d'une pédagogie ludique et plaisante affirment parfois que jouer prend du temps et crée du désordre dans la classe ! Avec l'Atelier des Potions, vous pourrez prouver le contraire : ce jeu peut se mettre en place et se ranger très rapidement, et se jouer dans le calme et la bonne humeur !

Pour cela, il est très important que la première séance où vous présentez le jeu soit bien pensée du point de vue de la mise en place et des rituels que vous allez instaurer : mise en place, rangement, soin du matériel, utilisation calme du jeu, recherche systématique des pièces égarées en fin de séance, etc.)

Faites-en l'objectif premier dès la première séance : instaurez vos règles de fonctionnement en même temps que vous expliquez les règles du jeu au fur et à mesure de la séance. Programmez pour la première séance un vrai temps pour l'installation, la présentation du matériel, les règles du jeu, et le rangement.

Intégrez autant que possible vos règles dans l'imaginaire : vous pouvez faire gagner ou perdre des points selon le respect des règles de fonctionnement que vous souhaitez instaurer.Vous pouvez passer une sorte de pacte avec les enfants sur le fait que des moments de jeu seront mis en place si les règles sont respectées. Comme les enfants seront motivés et auront envie de jouer, il y a toutes les chances que ces règles soient respectées.

Cette première séance prend un peu de temps, n'y mettez pas trop d'enjeu didactique : il est largement possible de ne jouer sur la première séance qu'avec des cartes simples pour vraiment se familiariser avec le jeu et avec le fonctionnement que vous souhaitez instaurer.

Ce temps pris au départ ne sera pas perdu, car vous aurez posé un cadre didactique et ludique qui va booster leur apprentissage des fractions !

4.3 Utiliser le grimoire des solutions pour développer l'autonomie des élèves.

Le grimoire, qui permet l'auto-validation, est un outil très utile pour développer l'autonomie des élèves dans leurs apprentissages, car il permet aux élèves de valider par eux-mêmes leur potion sans que ce soit l'enseignant qui le fasse.

Tout comme le rituel de rangement, mettez en place dès la première séance l'importance de vérifier de façon précise les potions réalisées dans le grimoire. Il existe différentes façons de faire : chaque enfant vérifie sa potion ou un enfant peut être chargé à chaque tour de valider les potions des autres joueurs. Dans certaines classes pilote, certains enseignants ont même instauré dans les phases ludiques un rôle spécial de « maître du jeu » qui ne joue pas et est chargé de vérifier le bon déroulement du jeu et la validité des potions. S'il y a un doute sur la validité de la solution, les autres joueurs doivent convaincre le maître du jeu. Quel que soit votre choix, il est important en tout cas de développer des routines pour que le temps de correction se fasse de façon efficace.

Dans l'Atelier des potions, l'erreur est un moteur d'apprentissages. Il est important que les élèves se trompent et tentent des nouvelles choses, car c'est ce qui leur permet de se poser des questions et de construire la notion de fraction. Permettez aussi aux enfants d'utiliser le grimoire pour se corriger eux-mêmes, trouver une solution et proposer des interprétations. Organisez des moments de discussions entre les élèves, de mises en commun des stratégies, etc.

4.4 Favoriser la manipulation.

Le jeu est conçu de sorte que le sens de la fraction émerge par la manipulation. C'est en jouant et en manipulant les ingrédients, que les élèves vont se rendre compte des équivalences de fractions, des possibilités de décomposition, des différentes stratégies possibles pour faire une même potion, etc.

Les ingrédients ont chacun des caractéristiques que vous allez découvrir, et sur lesquels vous allez vous appuyer - avec les cartes de potion adaptées - pour construire de nouveaux apprentissages.

Le potentiel du jeu est aussi basé sur le fait qu'il y a très souvent plusieurs façons de faire les potions, et c'est cette diversité des possibilités qui va permettre de construire le sens de la fraction (équivalence, décomposition, simplification de fractions). En favorisant les échanges, l'utilisation du grimoire pour vérifier une solution, la comparaison des méthodes, vous allez leur permettre de développer une grande richesse de stratégies.

Par ailleurs, les comparaisons entre les différents ingrédients peuvent permettre de surmonter des difficultés. Si, par exemple, un élève n'arrive pas à prendre une demi grenouille (parce que la pièce n'existe pas), le fait de rechercher les différentes façon de produire une demie raie peut lui permettre de trouver la solution.

5 Séances

Nous vous proposons un ensemble de séances autour du jeu développées par des enseignants et chercheurs en didactique des mathématiques. Certaines séances sont des variantes du jeu en utilisant certaines cartes particulières et en modifiant légèrement le déroulement, les autres sont des activités décrochées (recherche ou exercices) utilisant le matériel et l'univers du jeu.

Les séances de jeu ont été conçu pour maximiser le potentiel du jeu en sélectionnant des cartes précises et en les agençant de manière à favoriser les apprentissages. Ces séances sont représentées en rouge dans le tableaux synthétique ci-dessous. Les séances décrochées ont été pensées dans l'objectif de travailler certaines notions qui ne sont pas abordées en jouant simplement au jeu. Nous avons choisi de scénariser ces séances autour de deux personnages, Élise et Arthur, apprentis sorcier et sorcière. Élise et Arthur font face à de nombreuses difficultés et demande de l'aide à vos élèves. Cela permet de contextualiser les problèmes proposés lors des séances. Les séances décrochées sont représentées en noir dans le tableau synthétique ci-dessous.

Pour chaque séance vous trouverez une fiche, appelée "fiche séance", qui reprend le déroulement détaillé et quelques conseils, et le cas échéant, les documents à distribuer aux élèves. Nous vous conseillons vivement de faire une première séance de jeu dans votre classe, en groupe de 3 ou 4, et avec les cartes de bases (1 à 19) mélangées. Vous pouvez vous inspirer du tutoriel (cf. paragraphe 2) pour expliquer le jeu à vos élèves ou utiliser la séance d'introduction du jeu développée à cet effet. Cette séance est l'occasion de bien insister sur les règles du jeu, sur l'utilisation du grimoire pour vérifier la solution, et sur les rituels d'installation et de rangement du jeu (le jeu s'installe et se range en 5 minutes si un rituel est instauré).

Nous faisons la distinction entre les choix pédagogiques et les choix didactiques que vous aurez à réaliser :

— Les choix pédagogiques ont des impacts du point de vue éducatif. Ces choix permettent à l'enseignant d'agir en fonction de ses valeurs éducatives et de s'adapter à la classe et aux élèves, en fonction de ses modalités de travail (en groupe, en binôme, en individuel, en classe entière, en classe inversée, etc.), et en fonctions de ses modalités ludiques (compétition, coopération, entraînement, etc.). Ils relèvent de la liberté pédagogique de l'enseignant.

— Les choix didactiques ont des impacts du point de vue des apprentissages mathématiques. Dans ce jeu, c'est le cas du choix des pièces et le choix des cartes, qui sont des éléments cruciaux et déterminants du bon déroulement des séances du point de vue de la construction des apprentissages et des objectifs didactiques à atteindre.

Les concepteurs de Plaisir Maths ont fait des choix didactiques précis dans la construction des séances. Bien sûr, il n'est pas interdit de faire des modifications. Avec l'expérience, il est possible d'effecture des choix plus précis et pertinents en fonction de ce que font les élèves, mais il est important d'être conscient que modifier les choix didactiques des séances proposées est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages des élèves.

5.1 Tableau synthétique

Thème	Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe	Page
Introduction	Introduction au jeu	Première séance de jeu. Explication des règles du jeu et des rituels d'installation et de rangement	Appropriation des règles du jeu	20 min		Petits groupes	17
Vocabulaire lecture et écriture	Le message magique	Rituel sur le principe du bouche à oreille. Un élève choisi et cache un ingrédient, il écrit sur une ardoise la fraction associée. Un second élève lit la fraction à voix haute. Le reste de la classe cherche la pièce qui correspond. On termine par analyser à quelle étape il y a eu des difficultés de communication.	Utiliser les désignations orales et écrites des fractions.	10 min	Appropriation des savoirs	Classe entière Petits groupes	24
	Créons nos potions	Les élèves créent leurs propres cartes en respectant des contraintes.	Utiliser les désignations orales et écrites des fractions.	40 min + 20 min	Réinvestissement	Petits groupes	26
	Défi vocabulaire	Variante du jeu : un élève lit la carte, le deuxième fait la recette en fonction de ce qu'a dit le premier, le troisième sert d'arbitre pour un autre groupe. Les rôles tournent.	Utiliser les désignations orales et écrites des fractions.	30 min	Entrainement ou Évaluation	Trinômes	36
Partage en parts égales	A la recherche de la pièce perdue **Version** A	Construction d'un protocole afin de déterminer précisément la fraction associée à une pièce donnée. Alternance de phases de recherche et de mises en commun	Établir le sens du dénominateur	40 min	Appropriation des savoirs	Individuel	38
	A la recherche de la pièce perdue **Version** B	Idem. La différence se fait sur le déroulement : une seule phase de recherche longue et mise en commun générale	Établir le sens du dénominateur	40 min	Appropriation des savoirs	Individuel	38

Thème	Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe	Page
Fractions >1	Quantité mystère	Les élèves sont confrontés à une potions nécessitant une fraction >1 d'araignée. A l'aide du grimoire des solutions, ils vont chercher comment effectuer la potion.	Introduire la décomposition des fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	45 min	Appropriation des savoirs	Binômes	52
	Exercices autour de la quantité mystère	Les élèves reprennent le raisonnement de la séance quantité mystère avec d'autres ingrédients.	Consolider la décomposition des fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	45 min	Appropriation des savoirs	Binômes	62
	Jeu avec les fractions >1 **Version** A	Variante de *L'Atelier des Potions* avec les cartes du thème Fractions >1. Réalisation des premières cartes en classe entière pour balayer les difficultés. La première carte confronte les élèves à la difficulté. Les trois suivantes permettent de la surmonter.	Décomposer les fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes	66
	Jeu avec les fractions >1 **Version** B	La séance est identique à la version A à l'exception de l'ordre des premières cartes qui est modifié pour éviter de confronter les élèves à la difficulté d'entrée de jeu.	Décomposer les fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes	68
	Fiche d'exercices	Trois séries d'exercices pour se détacher progressivement du matériel.	Décomposer des fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	45 min	Entraînement	Individuel	70

Thème	Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe	Page
Fractions quotients	Chacun sa part	Les élèves se répartissent des ensembles d'ingrédients entiers équitablement.	Reconnaître une fraction comme quotient de 2 nombres entiers.	45 min	Appropriation des savoirs	Petits groupes	72
Comparaison de fractions	Le meilleur prix	Les élèves comparent différentes fractions et déterminent plusieurs méthodes.	Dégager et appliquer des règles de comparaison de fractions dans différents cas	45 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Individuel	76
Fractions équivalentes	Jeu avec les fractions équivalentes **Version** A	Variante de *L'Atelier des Potions* avec les cartes du thème fractions équivalentes. Réalisation des premières cartes en classe entière pour balayer les difficultés. La première carte confronte les élèves à la difficulté. Les trois suivantes permettent de la surmonter.	Manipuler les fractions équivalentes	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes	80
	Jeu avec les fractions équivalentes **Version** B	La séance est identique à la version A à l'exception de l'ordre des premières cartes qui est modifié pour éviter de confronter les élèves à la difficulté d'entrée de jeu.	Manipuler les fractions équivalentes	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes	82

5.2 Introduction au jeu

5.2.1 Présentation

Cette première séance est pour vous l'occasion d'introduire pas à pas les règles du jeu auprès des élèves. Elle n'a pas d'enjeux didactique particulier mais elle est cruciale pour permettre une bonne appropriation du jeu, de son installation et de son rangement par les élèves.

5.2.2 Document(s)

Vous trouverez à la page suivante la fiche séance avec le détail du déroulement, des consignes oral à donner aux élèves et des conseils pour mener à bien cette séance, ainsi que l'image des plateaux rangés à montrer aux élèves.

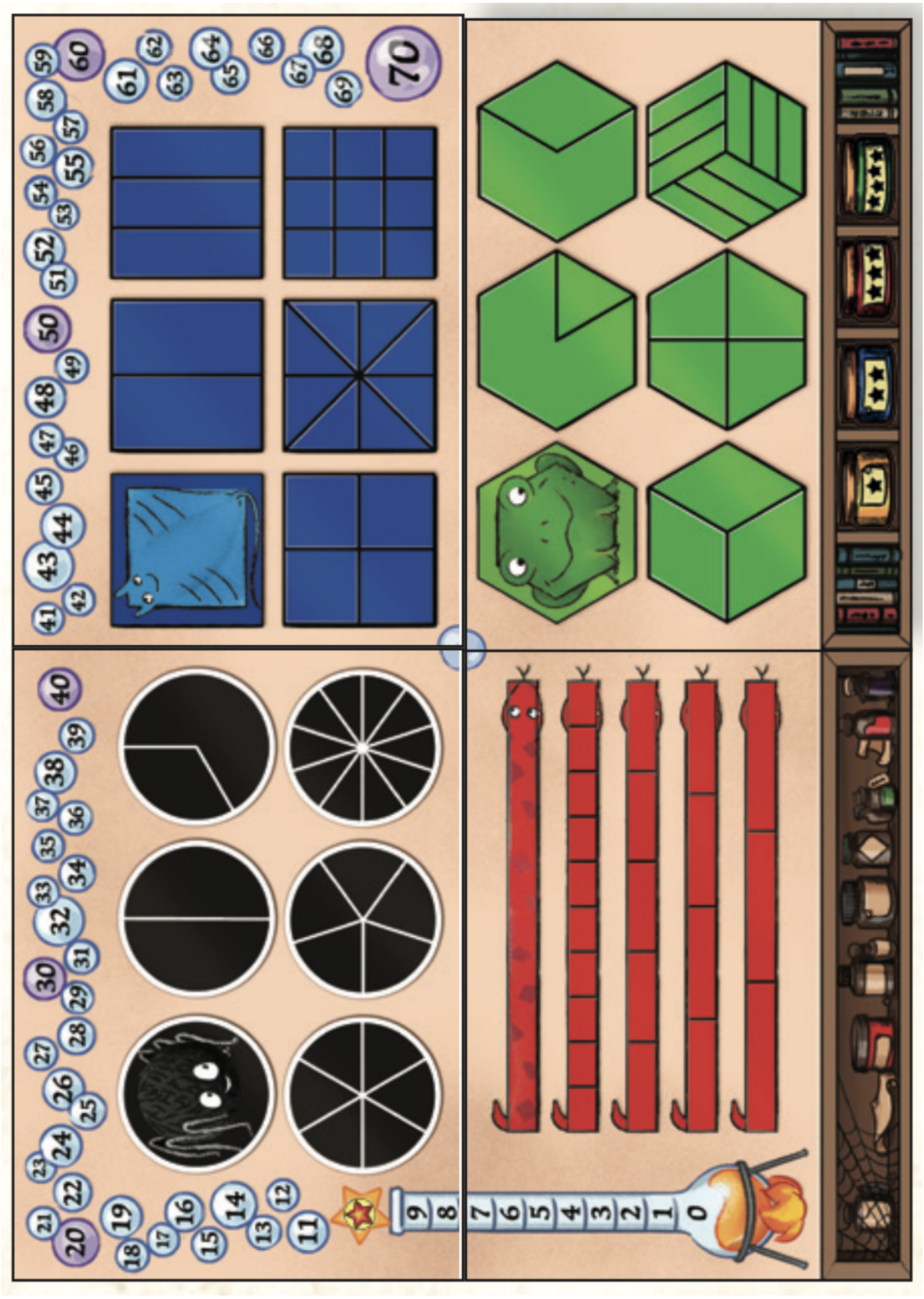
Séance 0.1

L'Atelier des potions Introduction au jeu l'Atelier des potions				Cycle 3 20 minutes
Prérequis : Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y.				
Objectifs : Introduire le jeu l'Atelier des potions aux élèves.				
Compétence : Comprendre et assimiler les règles du jeu.				
Compétences du socle:				
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
N° 1 Installation du matériel	*/Distribuer le matériel aux élèves : 4 plateaux (un de chaque ingrédient) et un chaudron par élève ou équipe, un jeu de carte et grimoire par table./* */Projeter ou afficher au tableau l'illustration des plateaux installés./* Consigne : Vous avez devant vous 4 plateaux avec des araignées, des raies, des serpents et des grenouilles. Placer les plateaux comme vous montre l'illustration. Au centre des quatre plateaux doit apparaître une bulle. */Vérifier les dispositions des plateaux./* Consigne : Sur les bords du plateau, vous pouvez voir des bulles avec des nombres. Elles représentent la pistes de score. Vous devriez trouver un jeton jaune avec une étoile dessus. Placez le sur la case 10. On peut commencer	Collectif	5 minutes	- Les plateaux d'ingrédients (un par élève ou un pour 2). - Les chaudrons (un par élève ou un pour 2). - Les cartes de base (vert foncé et rose) préparées de la façon suivante : les potions n°2, n°15 et n°54 sur le dessus du paquet (la potion n°2 étant la première qui sera retournée). Un paquet par groupe de 4.
N° 2 Réalisation de la première carte	Consigne : Dans l'Atelier des potions, vous êtes des apprentis sorciers et sorcières. Vous allez devoir réaliser des potions magiques à l'aide des ingrédients devant vous. Vous avez des araignées et des morceaux d'araignée, des raies et des morceaux de raie, des serpents et des morceaux de serpent, et des grenouilles et des morceaux de grenouille. */Laisser un instant aux élèves pour découvrir le matériel./* Consigne : Retournez la première carte du paquet au centre de la table et posez-la à côté du paquet. Elle est écrite dans les deux sens pour que tout le monde puisse la lire. Vous pouvez faire la potion magique en mettant les ingrédients dans votre chaudron. **Les élèves réalisent la potion n° 2**	Collectif	2 minutes	

	/Attendre que tout le monde ait fini de réaliser sa potion./ */Il est possible de guider les élèves dans la réalisation de la potion en dictant les ingrédients un par un./* Consigne : Lorsque vous avez mis tous les ingrédients dans le chaudron, il faut ajouter de la poussière d'étoile pour que la potion soit magique. Regardez en bas du plateau des grenouilles. Vous pouvez mettre une, deux, trois, ou quatre étoiles. Le nombre d'étoiles que vous mettez dans votre potion correspond au nombre de points que vous pouvez gagner ou perdre: si vous avez mis 4 étoiles et que vous avez réussi votre potion, vous gagnerez 4 points ; mais si vous vous êtes trompés, vous perdrez 4 points. Choisissez bien le nombre d'étoiles que vous mettez dans votre potion, puis fermez le couvercle et attendez que toute votre table ait fini.			
N° 3 Vérification de la première carte	Consigne : Pour vérifier si la potion que vous avez réalisée est juste, on va se servir du grimoire des solutions. Si vous regardez sur la potion, il y a un bandeau qui indique son numéro. Ici, potion n° 2. Ouvrez le grimoire à la page de la solution n°2. **Les élèves élèves ouvrent le grimoire à la première page et trouvent la solution 2.** Consigne **:** Pour vérifier votre potion, vos devez poser à tour de rôle les pièces sur les dessins du grimoire. Si vos pièces correspondent parfaitement au dessin (ni plus grand plus petit), votre potion est juste. Vous marquez alors le nombre de points qu'il y a sur le jeton étoile dans votre chaudron. Si vous avez fait une erreur ou plus, vous perdez le nombre de points qu'il y a sur le jeton étoile dans votre chaudron. Attention, il faut parfois, pour les pièces de grenouille, poser les pièces avec le côté noir, le côté aimanté, visible. **Les élèves posent les pièces sur le grimoire.** */Passez dans les groupe pour vérifier que tout le monde ait bien compris./* */Rappelez et insistez sur le fait qu'on peut poser les pièces de grenouille côté aimanté visible./* Consigne **:** N'oubliez pas de marquer vos points sur la piste de score. Vous pouvez ensuite ranger vos pièces sur les plateaux.	Collectif	5 minutes	

N° 4 Réalisation de la deuxième carte	<u>Consigne</u> **:** Nous allons maintenant réaliser une deuxième potion magique. Retournez la deuxième carte du paquet. **Les élèves réalisent la potion n°15 dans leur chaudron.** */ Passez dans les groupes. Rappelez qu'il faut attendre que toute la table ait fini de faire la potion pour ouvrir le grimoire. Rappelez que l'on peut poser les grenouilles côté aimanté visible./*	Collectif	2 minutes	
N° 5 Réalisation de la troisième carte	**Les élèves poursuivent la partie sur la troisième carte, la potion n°54.** */ Passez dans les groupes vérifier que tout se passe bien. Si des élèves vous demandent s'ils peuvent prendre une araignée ou une raie entière, répondez que vous ne savez pas et qu'on verra dans en corrigeant dans le grimoire./* */ Il est important pour les élèves de comprendre que la validation est portée par le grimoire des solutions et que tout ce qui est validée par le grimoire est une réponse correcte./* */Lorsque les élèves passent à la correction dans le grimoire, montrez aux élèves que une araignée entière et une raie entière étaient également une solution. Rappelez que 2/2=1./*	Collectif	2 minutes	
N° 6 Fin du jeu et rangement	*/Si vous avez le temps, laissez jouer les élèves sur quelques cartes./* <u>Consigne</u> **:** C'est l'heure de ranger. Finissez la potion que vous êtes en train de faire, puis je vais vous expliquer comment ranger le jeu. */Lorsque les élèves ont fini leur potion, guidez les pour le rangement pas à pas./* <u>Consigne</u> **:** Rangez vos ingrédients sur vos plateaux. Faites attention à ce que toutes les morceaux d'araignée soient bien aimantés et non posés à l'envers. */Vous pouvez faire remarquer aux élèves que le coté aimanté n'a pas la même couleur, ni la même texture que le côté non aimanté./* */Ce point est important car sinon les pièces se collent au plateau qu'on pose dessus en superposant les plateaux. C'est la première cause de perte de pièces./*	Individuel	5 minutes	

	<u>Consigne</u> **:** Remettez le jeton étoile jaune sur la case 10 de la piste de score. Puis empiler vos 4 plateaux. */ A cette étape, libre à vous de ramasser le matériel ou de demander aux élèves de l'apporter dans les boites./* */Il est important de ritualiser le rangement pour gagner du temps et ne pas perdre de pièces./*			


0 1 2 3 4 5 6 7
8 9
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70

5.3 Le message magique

5.3.1 Présentation

Le message magique est un rituel de classe autour de la nomenclature des fractions. Nous l'avons conçu pour qu'il puisse être mis en place à chaque début de séance autour de *L'Atelier des Potions* grâce à sa courte durée (5 à 10 minutes). Cette activité est particulièrement adaptée pour les élèves d'élémentaire et pour une utilisation en classe entière.

Le rituel a été conçu en trois partie, autour du principe du bouche à oreille : un élève choisi et cache une quantité d'un ingrédient, il écrit sur une ardoise la fraction associée, un second élève lit la fraction à voix haute, le reste de la classe cherche la pièce qui correspond. Lorsqu'il y eu une erreur, les élèves, avec votre aide, analysent où la communication a posé problème : dans l'identification de la fraction associée au(x) morceau(x) choisi, dans l'écriture de la fraction, dans la lecture de la fraction, ou dans l'identification du/des morceau(x) correspondant à la fraction lue. L'ensemble du rituel repose sur les erreurs qui peuvent être faites et sur leur analyse. Il est donc crucial de laisser les élèves se tromper.

5.3.2 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— Faire écrire par un élève puis lire par un autre.
— Faire lire la fraction à voix haute sans que le reste de la classe ne voit la fraction écrite.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.3.3 Document(s)

Vous trouverez au verso la fiche séance associée (séance 1.1). Il n'y a pas de document à distribuer aux élèves pour cette séance.

L'Atelier des potions Le message magique				Cycle 3 Séance rituelle 10 min
Prérequis : Connaître ce que signifient numérateur et dénominateur dans une fraction. Avoir déjà joué à ADP.				
Objectifs : Utiliser les désignations orales et écrites des fractions.				
Compétence : Comprendre et utiliser les désignations orales et écrites des fractions pour communiquer des informations aux autres. .				
Compétences du socle: • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques				
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Choix de la pièce et écriture du message	*/Distribuer à chaque élève ou binôme les 4 plaques d'ingrédients complètes./* **Un élève choisit une ou plusieurs pièce(s) (identiques) et la/les place dans le chaudron (lors de la première séance le professeur peut jouer ce rôle ou pas pour ne pas donner de modèle).** Consigne : X a choisi une fraction d'un des ingrédients qu'il a caché. Le but étant que vous trouviez de quelle(s) pièce(s) il s'agit. Mais X n'a pas le droit de parler il va donc transmettre son message par écrit (sur l'ardoise) à Y qui vous le lira car vous ne pouvez pas voir l'ardoise. **X inscrit son message sur l'ardoise.**	Collectif	2-5 min	1 jeu (toutes les pièces + plateaux des 4 ingrédients) pour 1 ou 2 élève(s). Le jeu de l'enseignant Un chaudron Une ardoise
2 Lecture du message.	**X donne l'ardoise à Y qui lit le message à haute voix à l'ensemble de la classe.** */Conseil : Nous vous conseillons de ne pas reprendre l'élève s'il commet une erreur, c'est ce qui rendra le rituel riche. /* Consigne : Prenez la pièce qui vous semble correspondre au message de X. **Les élèves prennent la pièce qu'ils pensent être la bonne et la place devant eux ou dans leur chaudron.**	Collectif	1 min	
3 Vérification	***X sort la pièce choisie du récipient et chacun vérifie si celle-ci correspond à celle qu'il a prise.*** */Vérifier les réponses des élèves, instaurer une discussion pour identifier la causes des erreurs./* **Discussion avec les élèves afin d'identifier le problème de transmission du message (écriture ? prononciation ? identification de la fraction à prendre ?)** */Établir au fur et à mesure les informations indispensables à transmettre (la fraction d'une unité/ ingrédient spécifique par exemple écrire 1/3 ne suffit pas./*	Collectif	2-5 min	

5.4 Créons nos propres potions

Voici une façon ludique pour vos élèves d'utiliser le vocabulaire autour des fractions. En créant leurs cartes, ils vont écrire des fractions sous différentes formes, retrouver la fraction associée à une forme et inversement. Ils pourront ensuite jouer avec ces nouvelles cartes dans la séance *Défi vocabulaire*.

Chaque groupe d'élèves, à l'aide d'une fiche consigne, devra créer 4 nouvelles cartes ainsi que les solutions pour le grimoire. Nous vous conseillons de faire travailler chaque groupe au brouillon, et une fois que vous valider la carte et la solution, de passer à la confection au propre.

5.4.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :

— Utilisation de plusieurs représentations des fractions dans la consigne (pièces dessinées, écriture en toutes lettres, écriture fractionnaire, etc.).

— Demander aux élèves d'utiliser pour la réalisation de leur cartes parfois l'écriture en toutes lettres et parfois l'écriture fractionnaire.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.4.2 Document(s)

La fiche séance 1.2 (au verso) détaille le déroulement. Elle est suivie des 4 exemplaires de fiches consignes (pour plus de diversité) à distribuer aux élèves (docs 1.2.1 à 1.2.4).

Séance 1.2

L'Atelier des potions Créons nos potions.	Cycle 3 2 séances de 40 minutes et 25 minutes respectivement

Prérequis : Connaître ce que signifient numérateur et dénominateur dans une fraction, et avoir un peu de recul sur la notion de fraction (minimum fin de séquence CM1). Avoir déjà joué à ADP.

Objectifs : Réinvestir les désignations orales et écrites des fractions.

Compétence : Utiliser les désignations écrites des fractions pour créer de nouvelles cartes potions et les solutions correspondantes pour le grimoire.

Compétences du socle:

- Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques
- Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel
- Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projets
- Domaine 4, compétence 2 : Conception, création, réalisation
- Domaine 5, compétence 3 : Invention, élaboration, production

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
Séance 1(1) La commande d'Arthur et Élise.	Mise en situation : Arthur et Elise (les élèves apprentis sorciers) souhaiteraient avoir de nouvelles potions à faire et vous proposent de les créer. Pour être sûr que rien n'explose, ils vous ont préparé des guides pour créer les cartes. */Distribuer à chaque binôme un document élèves, et faire lire la lettre d'Arthur et Élise./* Consigne : Sur votre cahier de brouillon vous allez créer votre carte en suivant les indications d'Arthur et Élise et dessiner la solution. Souvenez-vous que votre carte sera utilisée pour le défi donc essayez de mettre des pièges, des fractions difficiles à trouver. Attention, il doit toujours être possible de prendre la quantité d'ingrédient demandée. */Faire un exemple collectif au tableau/*	Collectif	10 min	1 jeu (toutes les pièces + plateaux des 4 ingrédients) pour 2 élèves. 1 document élève parmi les 4 par binôme. (doc 1.2.1 à 1.2.4) Cahier de brouillon
Séance 1 (2) Créons nos propres cartes	**Les binômes travaillent à la réalisation des cartes.** */Passer dans les groupes pour aider ceux qui en ont besoin, vérifier que les contraintes sont respectées et que les cartes sont réalisables./*	Binômes	30 min	Cahier de brouillon Cartes et grimoire vierges.
Séance 2 (1) Réaliser sa carte au propre.	*/Rappeler ce qui a été fait la fois précédente./* **Les élèves modifient leurs cartes si besoin en fonction des indications du PE puis les recopient au propre sur les cartes vierges.** */Aider les groupes en difficulté à modifier leur carte. Conseil : Pour les groupes qui avancent vite, leur proposer de réaliser une deuxième carte et/ou d'aider les autres groupes. /*	Collectif Binômes	5 min 20 min	

Doc 1.2.1

Créons nos potions

Fiche A

Bonjour,

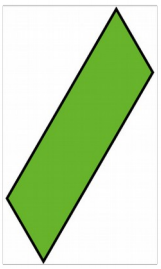
Nous avons créé toutes les recettes de potions proposées sur les cartes et nous souhaiterions en avoir des nouvelles. Pouvez-vous nous créer 4 nouvelles potions?
Nous vous avons préparé une consigne par carte à respecter pour être sûr de ne pas tout faire exploser. Et surtout n'oubliez pas de compléter le grimoire avec la solution.

Élise et Arthur

Consignes :

Créez une potion avec :

- Carte 1 : Que des tiers
- Carte 2 : ⅝ d'araignée
- Carte 3 : Une fraction écrite en lettres
- Carte 4 : Cet ingrédient :



Doc 1.2.2

Créons nos potions

Fiche B

Bonjour,

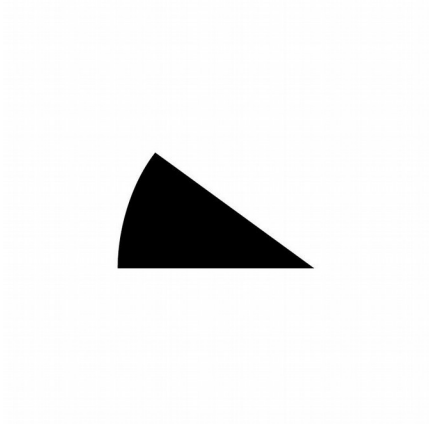
Nous avons créé toutes les recettes de potions proposées sur les cartes et nous souhaiterions en avoir des nouvelles. Pouvez-vous nous créer 4 nouvelles potions?
Nous vous avons préparé une consigne par carte à respecter pour être sûr de ne pas tout faire exploser. Et surtout n'oubliez pas de compléter le grimoire avec la solution.

Élise et Arthur

Consignes :

Créez une potion avec :

- Carte 1 : Trois quarts de serpent
- Carte 2 : ⅔ de grenouille écrit en lettres
- Carte 3 : Des huitièmes de raie écrits en chiffres
- Carte 2 : 4 fois cet ingrédient :



Doc 1.2.3

Créons nos potions

Fiche C

Bonjour,

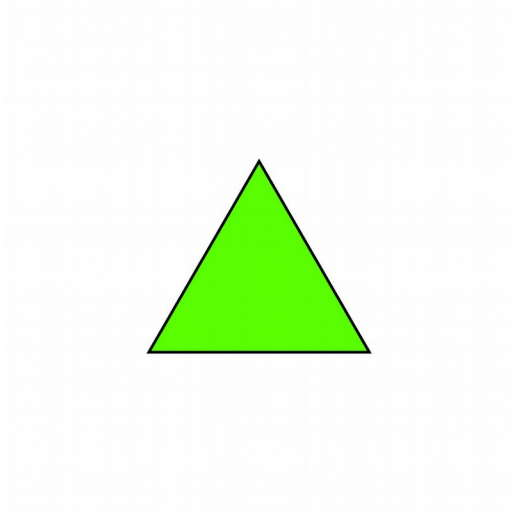
Nous avons créé toutes les recettes de potions proposées sur les cartes et nous souhaiterions en avoir des nouvelles. Pouvez-vous nous créer 4 nouvelles potions?
Nous vous avons préparé une consigne par carte à respecter pour être sûr de ne pas tout faire exploser. Et surtout n'oubliez pas de compléter le grimoire avec la solution.

Élise et Arthur

Consignes :

Créez une potion avec :

- Carte 1 : Un sixième d'araignée
- Carte 2 : Une fraction écrite en lettres
- Carte 3 : 4 quarts de serpent
- Carte 4 : Cette pièce :



Doc 1.2.4

Créons nos potions

Fiche D

Bonjour,

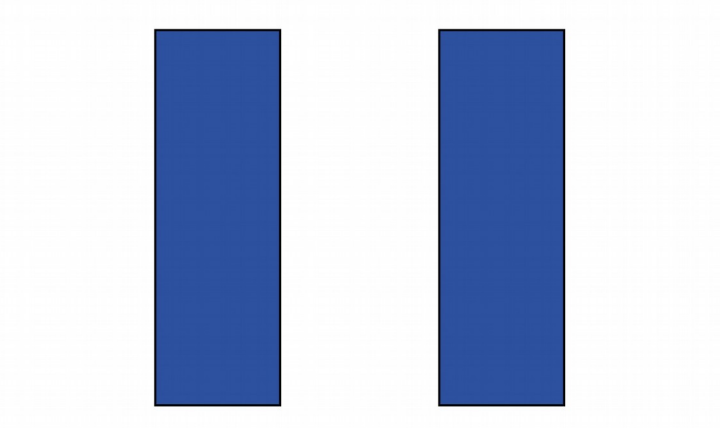
Nous avons créé toutes les recettes de potions proposées sur les cartes et nous souhaiterions en avoir des nouvelles. Pouvez-vous nous créer 4 nouvelles potions?
Nous vous avons préparé une consigne par carte à respecter pour être sûr de ne pas tout faire exploser. Et surtout n'oubliez pas de compléter le grimoire avec la solution.

Élise et Arthur

Consignes :

Créez une potion avec :

- Carte 1 : ½ de deux ingrédients différents
- Carte 2 : 3 cinquièmes de serpent
- Carte 3 : 2 grenouilles
- Carte 4 : Ces pièces :



5.5 Défi vocabulaire

Cette séance est une variante du jeu l'Atelier des Potions qui se joue à 3 : un seul joueur lit la recette, un autre fait la recette sans voir la carte et le troisième sert d'arbitre dans un autre groupe. Nous l'avons pensée comme une façon de conclure l'ensemble des 3 séances sur le vocabulaire : le rituel, la création de nouvelles cartes, et finalement le défi en équipe.

Ce défi n'a d'intérêt que s'il y a au moins deux groupes de 3 élèves qui y participent. Ce qui est réalisable avec un seul jeu car il suffit d'un plateau (les 4 ingrédients), par équipe.

La durée des trois manches n'a pas été fixée, libre à vous de fixer le temps de jeu et la durée de l'activité.

5.5.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— Avoir un membre du trinôme qui sert de vérificateur dans un autre groupe.
— Chaque élève a un rôle particulier et agit seul.
— Déroulement en trois manches pour que chaque élève joue au moins une fois chaque rôle.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.5.2 Document(s)

Vous trouverez la fiche séance au verso (séance 1.3). Elle détaille le déroulement et les consignes pour les élèves.

Séance 1.3

L'Atelier des potions Le défi des potions				Cycle 3 Minimum 30 minutes
Prérequis : Avoir déjà joué au jeu ADP, avoir réalisé la séance « Créons nos potions ».				
Objectifs : Réinvestir ses connaissances sur les fractions pour réaliser un maximum de potions.				
Compétence : Comprendre et utiliser les désignations orales et écrites des fractions pour communiquer des informations aux autres.				
Compétences du socle: • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques				
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Mise en situation	Mise en situation ou consigne : Elise et Arthur vous proposent un défi, réaliser le plus de potions possibles en un temps limité. Mais étant donné que vous commencez à être de bons sorciers ils vous proposent une petite difficulté : 1 seul joueur peut lire la carte et un seul joueur peut prendre les ingrédients et les placer dans le chaudron. Ce défi se déroulera en 3 manches de .....minutes. Vous serez par équipes de 3, chacun aura un rôle différent : • Le lecteur qui lit la recette mais il ne peut pas toucher aux ingrédients. • Le réalisateur qui réalise la potion mais il ne peut pas voir la recette. • Le vérificateur qui arbitre à la table d'une autre équipe (il vérifie que les règles sont respectées et valide ou non les recettes réalisées en s'aidant du grimoire). A chaque manche les rôles changeront. Les autres règles sont les mêmes que le jeu classique. */L'enseignant(e) explique les consignes, réponds aux questions et annonce les rôles pour chaque manche. Il est possible d'afficher un tableau des rôles au tableau ou d'en donner un par équipes pour que les élèves puissent se placer rapidement entre chaque manche. /*	Collectif	10 minutes	Liste des équipes et répartition des rôles pour chaque manche.
2 Lancement de la manche 1.	**Les lecteurs et réalisateurs de la manche se placent devant leur matériel et le vérificateur se place à la table de l'équipe qu'il doit arbitrer**. **Les élèves jouent pendant les ..... minutes.** */L'enseignant(e) donne le top départ de la manche et s'assure du bon déroulement du défi (gestion des conflits, niveau sonore ...) Lorsque cela est nécessaire on peut instaurer la règle de perte de points en cas de non-respect des règles ou de niveau sonore trop élevé par exemple./* **Au bout du temps imparti, on fait tourner les rôles pour la deuxième manche.** **Idem pour la troisième manche.**	E n trinôme	3x ..... minutes	1 chronomètre, Par équipe : • 1 jeu • 1 paquet de cartes choisies parmi les niveaux déjà réalisés • Optionnel : des cartes produites par les élèves dans la séance « Créons nos popres potions» • 1 grimoire (+ les solutions des nouvelles cartes)

5.6 A la recherche de la pièce perdue

A la recherche de la pièce perdue est une séance pensée pour insister sur la notion de partage en parts **égales**. Le matériel indiqué dans la fiche séance est crucial au bon déroulement de l'activité. Il permet de créer des difficultés qui amèneront les élèves à affiner le sens qu'ils donnent au dénominateur.

Il y a deux versions de cette activité, elles diffèrent par leur gestion de l'activité mais pas par le contenu :

— Dans la première version, on alterne des phases de recherche courtes avec des bilans en groupe classe. Ce déroulement est conseillé pour les élèves d'élémentaire.

— Dans la seconde version, le temps de recherche est plus long et il n'y a qu'un bilan à la fin. Ce déroulement est conseillé pour les élèves de collège car il demande plus d'autonomie dans le travail.

Dans les deux versions nous vous conseillons de faire travailler les élèves individuellement car c'est une séance de développement du sens accordé au dénominateur et il est plus productif que chaque élève expérimente pour lui-même les situations de blocage. C'est pour cette même raison que nous avons créé deux documents élèves pour chaque version : un élève et son voisin ne sont pas confrontés aux mêmes situations mais elles sont équivalentes.

Nous vous conseillons de préparer le matériel pour chaque élève à l'avance. Cette étape est un peu longue et l'activité perd son intérêt si c'est les élèves qui le font.

5.6.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— Le choix du matériel pour chaque fiche.
— L'ordre des étapes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.6.2 Documents

Vous trouverez ci-après :

— La fiche séance de la version A (séance 2.1), recto-verso, récapitulant le déroulement détaillé et un exemple pour chaque institutionnalisation intermédiaire (phrase après chaque bilan). Elle est suivie des deux documents élèves, chacun recto-verso, correspondant à ce déroulement (docs 2.1.1 & 2.1.2).

— La fiche séance de la version B (séance 2.2), recto-verso, récapitulant le déroulement détaillé, ainsi que les deux documents élèves, uniquement recto, correspondant à cette deuxième version (docs 2.2.1 & 2.2.2).

Séance 2.1

L'Atelier des potions A la recherche de la pièce perdue – **Version A**	Cycle 3 40 min

Prérequis : Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y

Objectifs : Etablir à quoi correspond y.

Compétence : Comprendre que x (le numérateur) = nombre de parts prises/sélectionnées et que y (le dénominateur) = nombres de parts identiques totales formant une unité.

Compétences du socle:

- Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel.
- Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projet.
- Domaine 4 : Démarches scientifiques.

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Élise et Arthur ont besoin de notre aide. (mise en situation)	*/Conseil : préparer les chaudrons en avance, c'est un peu long./* Mise en situation : Arthur et Élise ont besoin de votre aide. Ils vous ont écrit une lettre pour vous expliquer la situation. */Distribuer les fiches aux élèves en alternant les fiches 1 et 2, et les chaudrons respectifs. Faire lire la consigne à voix haute./* Consigne : Lire la consigne, et utiliser le matériel dans le chaudron pour répondre aux questions.	Collectif	5 min	Docs 2.1.1 & 2.1.2 Pour les élèves ayant le doc 2.1.1 mettre dans le chaudron : 3 fois 1/3 de raie 6 fois 1/6 d'araignée 3 fois 1/5 d'araignée 4 fois 1/3 de grenouille 1/6 de grenouille 5/6 de grenouille Pour les élèves ayant le doc 2.1.2, mettre dans le chaudron : 4 fois 1/4 de grenouille 5 fois 1/5 d'araignée 3 fois 1/6 d'araignée 8 fois 1/9 de raie 1/3 d'araignée 2/3 d'araignée

2 Cherchons comment aider Elise et Arthur (recherche des élèves)	**Les élèves cherchent individuellement la fraction correspondant à la première pièce dessinée.** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. + orienter les groupes bloqués /* **Mise en commun**. */Comparer les réponses et les procédés des différents groupes./* Consigne : Pourriez-vous formuler une phrase pour expliquer comment on trouve la fraction correspondant à la pièce demandée. */Interroger des élèves sur leur procédé. Convergence vers une phrase commune. Conseil : Ce n'est pas grave si le procédé est erroné, les prochaines étapes permettront de s'en rendre compte et de le corriger./* **Les élèves notent sur la feuille la fraction correspondante (corrigée) et une phrase « procédé » intermédiaire. Exemple : On compte combien il y a de pièces, cela nous donne le dénominateur (ce que l'on écrit en dessous du trait de fraction) et la pièce que l'on a correspond à une part, c'est le numérateur (ce que l'on écrit au-dessus du trait de fraction).**	Individuel Collectif	5 min 10/15 min	Ardoise/ Cahier de brouillon
3 Affinons notre démarche	**Reprise de l'étape 2 avec la deuxième pièce.** */Identifier les élèves qui sont bloqués par le procédé intermédiaire (erroné) . /* **Mise en commun.** */Affiner le procédé en insistant sur le fait que les pièces doivent être identiques./* **Reprise de l'étape 2 avec la troisième pièce.** */Identifier les élèves qui sont bloqués par le procédé intermédiaire (erroné) . /* **Mise en commun.** */Affiner le procédé en insistant sur le fait qu'il faut compter les pièces nécessaires pour former une unité./*	Individuel Collectif Individuel Collectif	5 min 5 min 5 min 5 min	

Doc 2.1.1

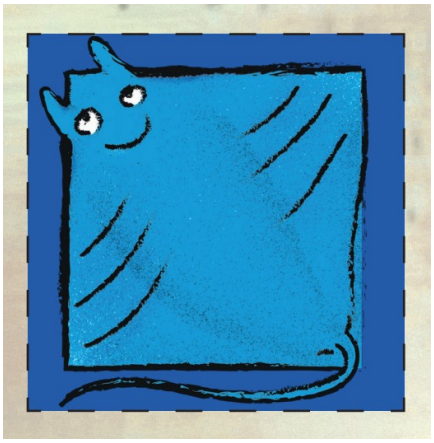
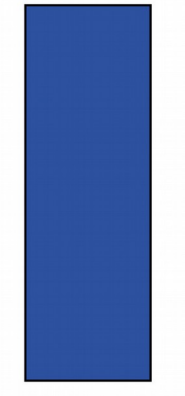
A la recherche de la pièce perdue

Fiche A

Niveau 1 :

Étape 1 :

Élise est allée au marché et le vendeur, qui aime bien sa cliente fidèle, lui a donné quelques ingrédients bonus. Malheureusement il a tout mélangé et elle ne sait plus à quoi correspondent les morceaux. A l'aide du matériel à ta disposition, aide Élise à trouver à quelle quantité ils correspondent :

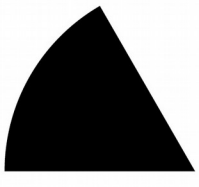
Unité	Pièce	Réponse
		……

Étape 2 :

Élise et Arthur souhaiteraient avoir un protocole pour pouvoir identifier à quelle quantité correspond un morceau d'ingrédient. Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……
……

Niveau 2 :

Unité	Pièce	Réponse
		……

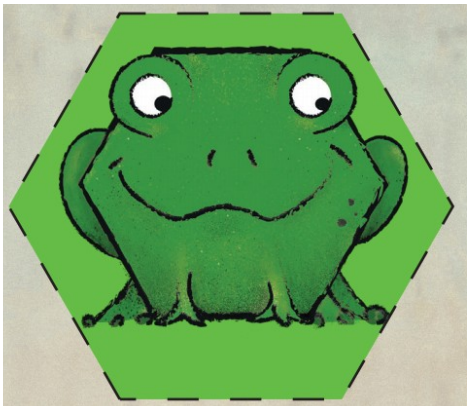
Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

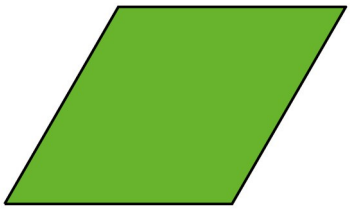
……

Niveau 3 :

Unité



Pièce



Réponse

……

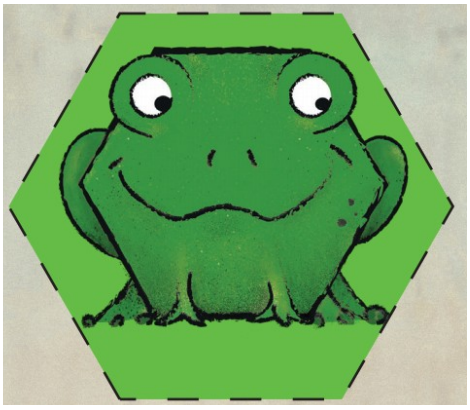
Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

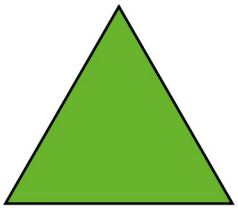
……

Niveau 4 :

Unité



Pièce



Réponse

……

Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

……

……

Doc 2.1.2

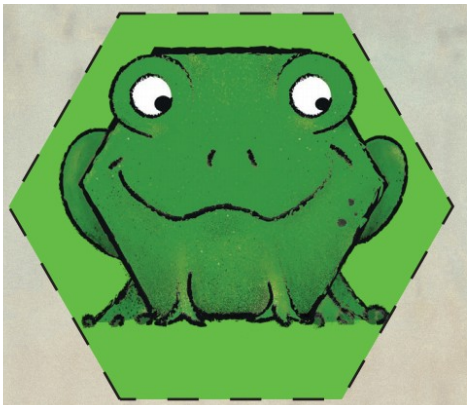
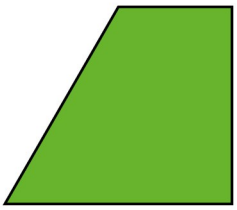
A la recherche de la pièce perdue

Fiche B

Niveau 1 :

Étape 1 :

Élise est allée au marché et le vendeur, qui aime bien sa cliente fidèle, lui a donné quelques ingrédients bonus. Malheureusement il a tout mélangé et elle ne sait plus à quoi correspondent les morceaux. A l'aide du matériel à ta disposition, aide Elise à trouver à quelle quantité ils correspondent :

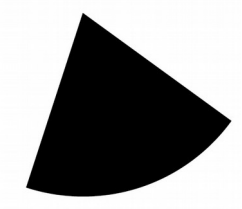
Unité	Pièce	Réponse
		……

Étape 2 :

Élise et Arthur souhaiteraient avoir un protocole pour pouvoir identifier à quelle quantité correspond un morceau d'ingrédient. Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……
……

Niveau 2 :

Unité	Pièce	Réponse
		……

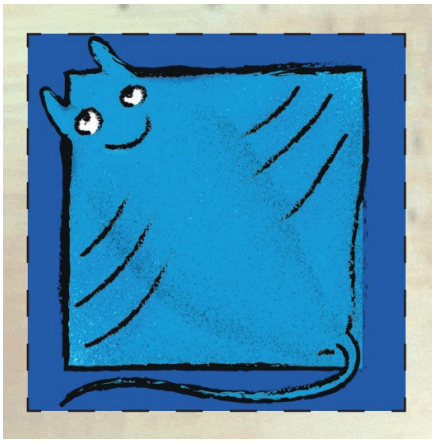
Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

……

Niveau 3 :

Unité Pièce Réponse





……

Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

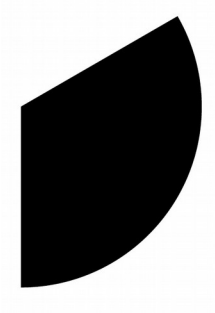
……

……

Niveau 4 :

Unité Pièce Réponse





……

Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

……

……

Séance 2.2

L'Atelier des potions A la recherche de la pièce perdue – **Version B**	Cycle 3 40 min

Prérequis : Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y

Objectifs : Etablir à quoi correspond y.

Compétence : Comprendre que x (le numérateur) = nombre de parts prises/sélectionnées et que y (le dénominateur) = nombres de parts identiques totales formant une unité.

Compétences du socle:

- Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel.
- Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projet.
- Domaine 4 : Démarches scientifiques.

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Élise et Arthur ont besoin de notre aide. (mise en situation)	*/Conseil : préparer les chaudrons en avance, c'est un peu long./* Mise en situation : Arthur et Élise ont besoin de votre aide. Ils vous ont écrit une lettre pour vous expliquer la situation. */Distribuer les fiches aux élèves en alternant les fiches 1 et 2, et les chaudrons respectifs. Faire lire la consigne à voix haute./* Consigne : Lire la consigne, et utiliser le matériel dans le chaudron pour répondre aux questions.	Collectif	5 min	Docs 2.2.1 & 2.2.2 Pour les élèves ayant le doc 2.2.1, mettre dans le chaudron : 3 fois 1/3 de raie 6 fois 1/6 d'araignée 3 fois 1/5 d'araignée 4 fois 1/3 de grenouille 1/6 de grenouille 5/6 de grenouille Pour les élèves ayant le doc 2.2.2, mettre dans le chaudron : 4 fois 1/4 de grenouille 5 fois 1/5 d'araignée 3 fois 1/6 d'araignée 8 fois 1/9 de raie 1/3 d'araignée 2/3 d'araignée

2 Cherchons comment aider Elise et Arthur (recherche des élèves)	**Les élèves cherchent individuellement les fractions correspondant à chacune des pièces.** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. + orienter les groupes bloqués /*	Individuel	15 min	Ardoise/ Cahier de brouillon
3 Mise en commun	***Mise en commun.*** */Comparer les réponses et les procédés des différents groupes./* Consigne : Pourriez vous formuler une phrase pour expliquer comment on trouve la fraction correspondant à la pièce demandée. */Interroger des élèves sur leur procédé. Convergence vers une phrase commune. /* **Les élèves notent sur leur feuille la phrase bilan générale qui spécifie qu'il faut compter le nombre de pièces identiques pour former une unité afin de connaître la fraction correspondant à une pièce.**	Collectif	15	

Plaisir Maths

Doc 2.2.1

A la recherche de la pièce perdue

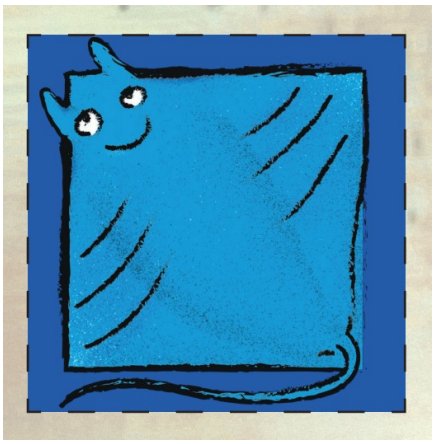
Étape 1 :

Fiche A

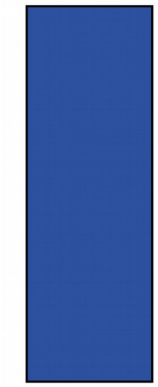
Élise est allée au marché et le vendeur, qui aime bien sa cliente fidèle, lui a donné quelques ingrédients bonus. Malheureusement il a tout mélangé et elle ne sait plus à quoi correspondent les morceaux. A l'aide du matériel à ta disposition, aide Elise à trouver à quelle quantité ils correspondent :

Niveau 1 :

Unité



Pièce



Réponse :

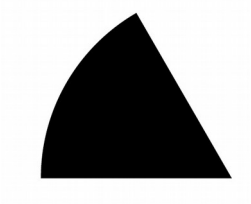
……..

Niveau 2

Unité



Pièce

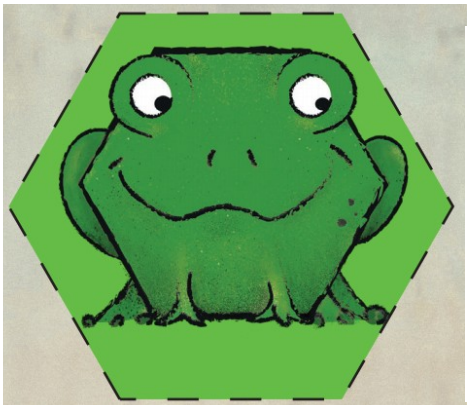


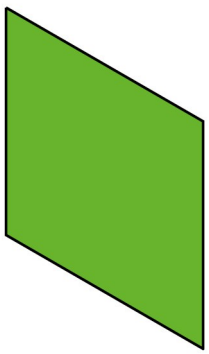
Réponse :

……...

Niveau 3 :

Unité





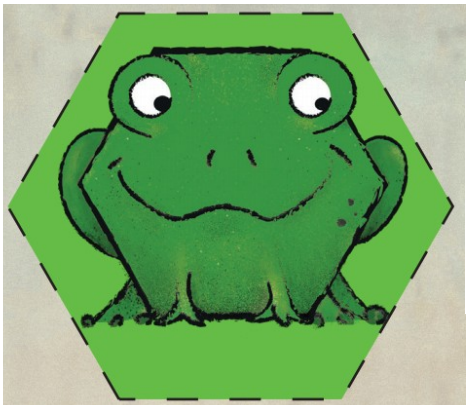
Réponse :

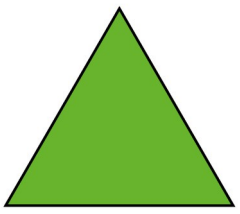
……..

Niveau 4 :

Pièce

Unité





Réponse :

……

Étape 2 :

Élise et Arthur souhaiteraient avoir une méthode pour pouvoir identifier à quelle quantité correspond un morceau d'ingrédient. Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

……

Plaisir Maths

Doc 2.2.2

A la recherche de la pièce perdue

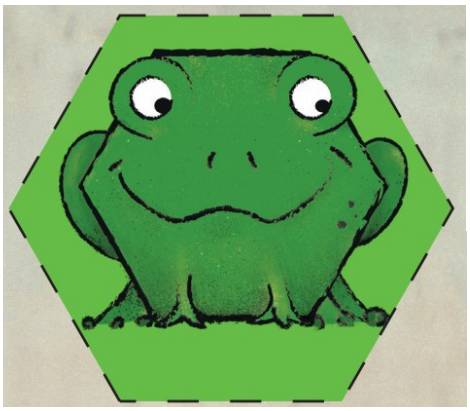
Étape 1 :

Fiche B

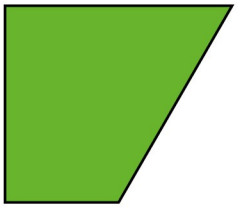
Élise est allée au marché et le vendeur, qui aime bien sa cliente fidèle, lui a donné quelques ingrédients bonus. Malheureusement il a tout mélangé et elle ne sait plus à quoi correspondent les morceaux. A l'aide du matériel à ta disposition, aide Élise à trouver à quelle quantité ils correspondent :

Niveau 1 :

Unité



Pièce



Réponse :

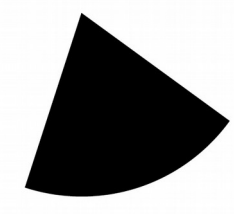
……..

Niveau 2 :

Unité



Pièce

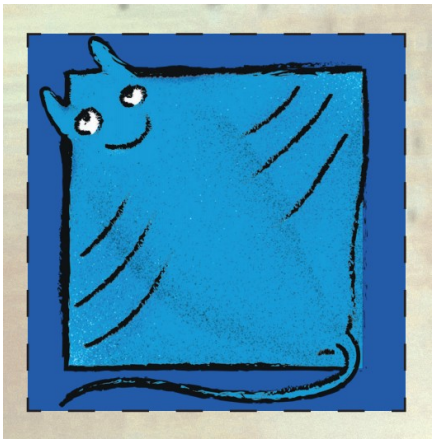


Réponse :

……...

Niveau 3 :

Unité



Pièce



Réponse :

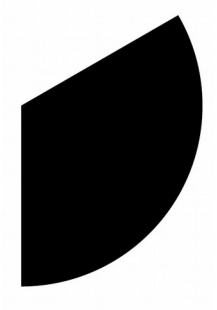
……..

Niveau 4 :

Unité



Pièce



Réponse :

……

Étape 2 :

Élise et Arthur souhaiteraient avoir une méthode pour pouvoir identifier à quelle quantité correspond un morceau d'ingrédient. Peux-tu expliquer comment tu as fait ?

……

……

5.7 La quantité mystère

5.7.1 Présentation

La quantité mystère est une séance d'introduction de la décomposition additive d'une fraction supérieure à un à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à un. Les élèves sont confrontés à une potion nécessitant $\frac{11}{10}$ d'araignée. A l'aide de la représentation de la solution sur le grimoire, nous les amenons à faire la conjecture que $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$.

La séance se déroule en 3 étapes :

— Décrire la solution représentée sur le grimoire.
— Colorier $\frac{11}{10}$ d'araignée
— Conclure que $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$

A la fin de la séance, nous vous conseillons de faire un bilan à l'aide du document fourni (3.2.2).

5.7.2 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :

— Utilisation de la fraction $\frac{11}{10}$ d'araignée. La représentation de la solution permet d'identifier rapidement que cela correspond à 1 araignée entière et une pièce correspondant à $\frac{1}{10}$ d'araignée
— Partir de la représentation de la solution pour faire émerger la conjecture

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.7.3 Document(s)

Vous trouverez à la page suivante la fiche séance associée recto-verso (séance 3.2). Elle est suivi du document à distribuer aux élèves (doc 3.2.1) et du document bilan pour la fin de la séance (doc 3.2.2).

Plaisir Maths

Séance 3.2

L'Atelier des potions Quantité mystère	Cycle 3 40 minutes

Prérequis : Avoir déjà joué à l'*Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y.

Objectifs : Introduire les fractions >1 et la décomposition d'une fraction supérieur à 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1

Compétence : (x+y)/y = 1 + x/y

Compétences du socle :

- Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques.
- Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel.
- Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projet.
- Domaine 4 : Démarches scientifiques.

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Etape 1	*/Distribuer le document 3.2.1 aux élèves **mais pas le matériel** et lire la lettre de mise en situation./* **Les élèves cherchent à répondre à la première étape.** **Mise en commun de la réponse à l'étape 1.** */ Faire émerger que la réponse sur le grimoire correspond à 1 araignée entière et un dixième d'araignée. Distribuer le plateau d'araignées./* **Les élèves vérifient avec le matériel que le grimoire correspond à 1 araignée plus un dixième d'araignée.**	Binômes Commun Binômes	15 min	Document 3.2.1 et un plateau d'araignées par binôme
2 Etape 2	*/Faire lire la première consigne de l'étape 2 : colorier $\frac{11}{10}$ d'araignée. /* **Les élèvent colorient $\frac{11}{10}$ d'araignée.** */Inviter les élèves à comparer leur coloriage à la solution du grimoire. En déduire que $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$./* **Bilan en commun de l'étape 2**	Binôme Commun	5 min 5 min	

3 Etape 3	*/Demander aux élèves comment ils feraient la position. Faire écrire la réponse./* **Les élèves répondent à l'étape 3.**	Binôme	10 min	
4 Bilan	*/ Distribuer le document 3.2.2 à coller dans le cahier de cours et faire un bilan avec les élèves./*	Commun	5 min	Document 3.2.2 par élève

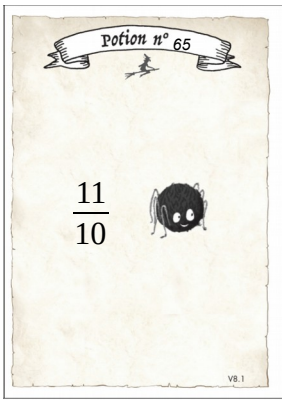
Doc 3.2.1

Quantité mystère

Bonjour,

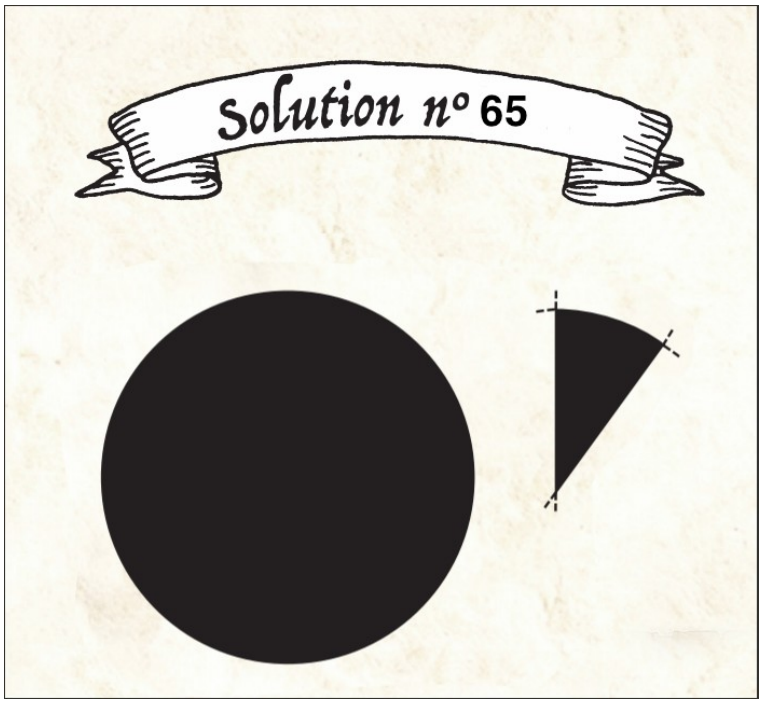
Nous n'arrivons pas à faire cette potion. Pourriez-vous nous aider ?

Élise et Arthur



Étape 1 :

Heureusement, Élise et Arthur ont glissé dans l'enveloppe la page du grimoire correspondant à la potion :



Décris la solution dessinée sur le grimoire ?

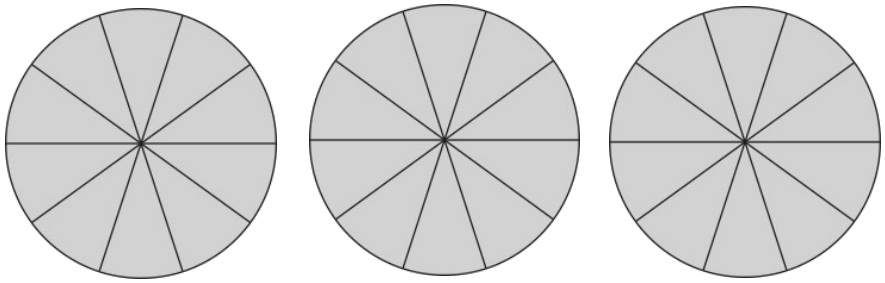
……..

……..

Vérifie avec le matériel.

Étape 2 :

Voici des araignées découpée en dixième. Colorie $\frac{11}{10}$ d'araignée nécessaire pour faire la potion.



Que peux-tu en déduire ?

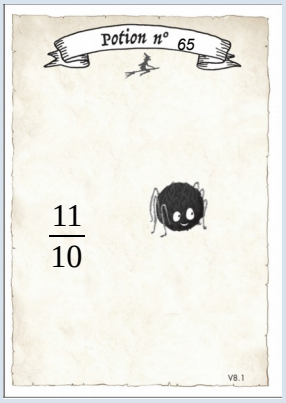
……..
……

Étape 3 :

Explique à Élise et Arthur comment réaliser la potion.

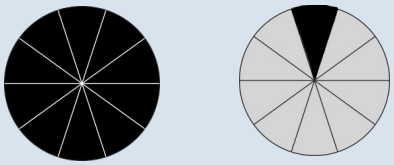
……..
……..
……..
……..
……..
……..
……..

Ce qu'il faut retenir

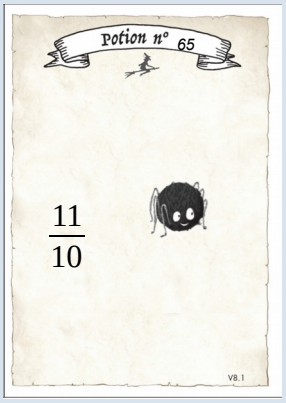


La fraction $\frac{11}{10}$ est plus grande que 1 : $\frac{11}{10} > 1$

$$\frac{11}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{1}{10}$$

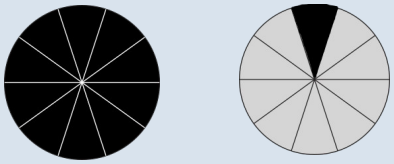


Ce qu'il faut retenir



La fraction $\frac{11}{10}$ est plus grande que 1 : $\frac{11}{10} > 1$

$$\frac{11}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{1}{10}$$



5.8 Exercices autour de la quantité mystère

5.8.1 Présentation

Nous vous proposons de faire une deuxième séance autour de la quantité mystère afin de généraliser le résultat obtenu. La fiche d'exercice (doc 3.3.1) reprend, avec les grenouilles et les raies, le principe de la quantité mystère : à l'aide d'une potion et de sa solution, les élèves décomposent des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

5.8.2 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— Exceptionnellement, les solutions sont dessinées avec des contours pour permettre d'identifier les pièces en jeu.
— Utilisation de fractions du type $\frac{n+1}{n}$.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.8.3 Document(s)

Vous trouverez au verso la fiche séance associée (séance 3.3) suivie de la fiche d'exercice à distribuer aux élèves (doc 3.3.1).

Plaisir Maths

Séance 3.3

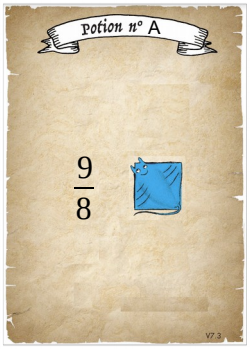
L'Atelier des potions Exercices autour de la quantité mystère	Cycle 3 40 minutes
Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Avoir fait la séance *La quantité mystère*	
Objectifs : Généraliser la décomposition d'une fraction supérieur à 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1	
Compétence : $(x+y)/y = 1 + x/y$	
Compétences du socle : • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. • Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel. • Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projet. • Domaine 4 : Démarches scientifiques. .	

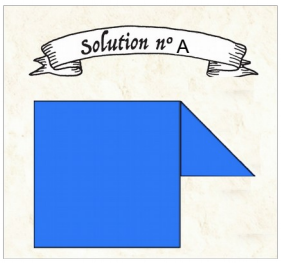
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Rappel de la séance *Quantité mystère*	*/Demander aux élèves de résumer à l'oral la séance* Quantité mystère./ **Les élèves discutent en petit groupe ou en classe entière de la séance *Quantité mystère*.** */Insister sur le bilan et ce qu'il fallait retenir./*	Collectif	5-10 min	
2 Exercices	*/Distribuer la fiche d'exercices. /* Consigne : En comparant la recette et sa solution, compléter l'égalité. **Résolution des deux exercices.** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. /* **Correction des exercices**	Individuel ou binômes Collectif	20 min 10-15 min	Doc 3.3.1

Exercices autour de la quantité mystère

Exercice 1 :

A l'aide de la potion et de la solution dans le grimoire, complète l'égalité.



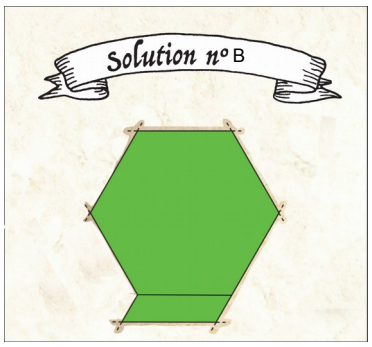


$\frac{9}{8}$ = … + $\frac{\cdots}{8}$

Exercice 2 :

A l'aide de la potion et de la solution dans le grimoire, complète l'égalité.





$\frac{10}{9}$ = … + $\frac{\cdots}{\cdots}$

5.9 Jeu avec les fractions >1 - Version A

L'ensemble des cartes du jeu est séparé en 4 thèmes : les cartes de base, les fractions >1, les équivalences de fractions, et les sommes de fractions (cf. paragraphe 3.2). Il est question dans cette séance de jouer avec les cartes du thème fractions >1.

Pour introduire ces nouvelles cartes, sources de difficultés, nous en avons choisi 4 à faire dans un ordre précis avant de jouer avec le reste des cartes. Après chacune des 4 premières cartes, une discussion en classe entière ou en petits groupes est prévue pour surmonter les difficultés rencontrées. Nous vous conseillons de permettre des discussions entre les différentes tables de jeu et idéalement en classe entière. En effet, au sein d'une table de jeu, les élèves peuvent décider de balayer la difficulté et de passer à côté de l'enjeu didactique. Par ailleurs, tous les groupes n'auront pas forcément la même stratégie de résolution et il est enrichissant de les partager.

Le choix et l'ordre des 4 premières cartes sont cruciaux. Nous les avons pensés afin que les élèves soient confrontés à un blocage avec la première carte qui est soulevé à l'aide des deux suivantes. La quatrième carte, du même type que la première, est là pour confirmer la stratégie développée. Les élèves passent ainsi par toutes les étapes de la décomposition des fractions supérieures à 1 : $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = 1 + \frac{2}{8}$.

5.9.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— La sélection des 4 premières cartes.
— L'ordre des 4 premières cartes.
— Le temps de discussion après chacune des premières cartes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.9.2 Documents

Vous trouverez au dos la fiche séance 3.1 qui détaille l'organisation des cartes et le déroulement de la séance.

Séance 3.1

L'Atelier des potions Jeu avec les fractions plus grandes que 1- **Version A**	Cycle 3 40 minutes

Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y, savoir décomposer une fraction plus grande que 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1

Objectifs : S'entraîner à décomposer une fraction supérieure à 1 en une partie entière et une fraction inférieure à 1

Compétence : (x+y)/y = 1 + x/y

Compétences du socle :

- Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques.
- Domaine 3, compétence 2 : La règle et le droit. L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité…

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Jeu collectif avec quelques cartes triées	*/Rappeler les règles du jeu, préciser qu'on va jouer avec des cartes spéciales/* **Les élèves jouent avec la carte n°31.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./* **Les élèves jouent avec la carte n°24.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 10/10 = 1/* **Les élèves jouent avec la carte n°28.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler la décomposition d'une fraction./* **Les élèves jouent avec la carte n°29.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./*	Collectif	2/4 min par carte	Jeu installé Chaque paquet de cartes est trié de la façon suivante : - potion n°31 - potion n°24 - potion n° 28 - potion n°29 - le reste des potions violettes, turquoises, oranges, jaunes rouges et vert clair mélangées
2 Entraînement	**Les groupes jouent sur le reste des cartes** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. /*	Par groupe	20/30 min	

5.10 Jeu avec les fractions >1 - Version B

La version B du jeu avec les fractions >1 ne diffère de la première que par l'ordre des 4 premières cartes. L'objectif et le déroulement de la séance sont en tous points similaires.

Nous avons choisi pour cette deuxième version d'éviter le blocage suscité par la première carte de la version 1. En effet, si ce blocage est intéressant pour certains élèves car source de questionnement, il peut en démotiver d'autres peu sûrs d'eux. L'ordre des 4 premières cartes permet d'amener plus graduellement les élèves vers la décomposition des fractions supérieures à 1. Tout comme pour la version 1, les élèves passent ainsi par toutes les étapes de la décomposition des fractions supérieures à 1 : $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = 1 + \frac{2}{8}$.

Après chacune des 4 premières cartes, une discussion en classe entière ou en petits groupes est prévue pour surmonter les difficultés rencontrées. Nous vous conseillons de permettre des discussions entre les différentes tables de jeu et idéalement en classe entière. En effet, au sein d'une table de jeu, les élèves peuvent décider de balayer la difficulté et de passer à côté de l'enjeu didactique. Par ailleurs, tous les groupes n'auront pas forcément la même stratégie de résolution et il est enrichissant de les partager.

Lors d'une séance de jeu en classe, il est tout à fait possible de différencier l'activité en proposant les versions 1 ou 2 en fonction des groupes d'élèves.

5.10.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— La sélection des 4 premières cartes.
— L'ordre des 4 premières cartes.
— Le temps de discussion après chacune des premières cartes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.10.2 Documents

Vous trouverez au dos la fiche séance 3.4 qui détaille l'organisation des cartes et le déroulement de la séance.

Séance 3.4

L'Atelier des potions Décomposition des fractions plus grandes que 1- **Version B**	Cycle 3 40 minutes
Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y, savoir décomposer une fraction plus grande que 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1	
Objectifs : S'entraîner à décomposer une fraction supérieure à 1 en une partie entière et une fraction inférieure à 1	
Compétence : (x+y)/y = 1 + x/y	
Compétences du socle : • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. • Domaine 3, compétence 2 : La règle et le droit. L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité…	

Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Jeu collectif avec quelques cartes triées	*/Rappeler les règles du jeu, préciser qu'on va jouer avec des cartes spéciales/* **Les élèves jouent avec la carte n°24.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 10/10 = 1/* **Les élèves jouent avec la carte n°28.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler la décomposition d'une fraction./* **Les élèves jouent avec la carte n°29.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./* **Les élèves jouent avec la carte n°31.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./*	Collectif	2/4 min par carte	Jeu installé Chaque paquet de cartes est trié de la façon suivante : - potion n°24 - potion n° 28 - potion n°29 - potion n°31 - le reste des potions violettes, turquoises, oranges, jaunes rouges, vert clair mélangées
2 Entraînement	**Les groupes jouent sur le reste des cartes** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. /*	Par groupe	20/30 min	

5.11 Fiche d'exercices

Une des difficultés des apprentissages par le jeu est la transposition des savoir acquis dans le jeu à d'autres contextes d'utilisation. Dans cette optique, nous avons conçu trois séries d'exercices permettant aux élèves de se détacher progressivement du matériel du jeu pour résoudre des exercices plus classiques.

Dans la première série d'exercices, nous demandons aux élèves de compléter des égalités liées à la décomposition des fractions >1 en s'aidant du matériel. Pour chaque égalité, l'ingrédient permettant de trouver la solution est précisé.

Dans la deuxième série d'exercices, les élèves peuvent toujours s'aider du matériel mais, cette fois-ci, c'est à eux de déterminer l'ingrédient qui peut les aider à compléter l'égalité.

Finalement, dans la troisième série d'exercices, les élèves doivent compléter les égalités sans l'aide du matériel.

5.11.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :

— Choix des dénominateurs pour chacune des étapes.

— Demander de passer par toutes les étapes de la décomposition pour insister sur l'algorithme de calcul : $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = 1 + \frac{2}{8}$.

— L'utilisation de fractions supérieures à 2 ou 3 afin de généraliser les procédures.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.11.2 Documents

Nous n'avons pas développé de fiche séance relative à cette fiche d'exercices. Libre à vous de consacrer une séance complète à la fiche d'exercices ou de la répartir sur plusieurs séances.

Vous trouverez donc au verso la fiche d'exercices à distribuer aux élèves.

Plaisir Maths

Doc 3.5.1

Fiche d'exercices

Exercice 1 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel indiqué.

A. $\frac{3}{2} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$



B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 1 + \frac{1}{5}$



C. $3 + \frac{1}{3} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



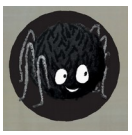
D. $\frac{10}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$



E. $\frac{11}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$



F. $1 + \frac{3}{10} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



Exercice 2 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel si tu veux.

A. $\frac{8}{6} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 2 + \frac{1}{10}$

C. $1 + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

D. $\frac{12}{9} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

E. $\frac{11}{5} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

F. $1 + \frac{2}{3} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Exercice 3 :

Complète les égalités.

A. $\frac{15}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 3 + \frac{5}{6}$

C. $1 + \frac{1}{12} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

D. $\frac{11}{7} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

E. $\frac{7}{5} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

F. $1 + \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

5.12 Chacun sa part

Considérer une fraction comme le quotient de nombres entiers est une étape importante dans l'appréhension du caractère numérique des fractions. Nous vous proposons ici une séance permettant d'envisager ainsi les fractions. Cette séance est conseillée pour les élèves de collège.

Les élèves doivent partager entre eux des paquets d'ingrédients entiers afin d'avoir chacun exactement la même quantité de chaque ingrédient (par exemple 3 araignées et 1 grenouille à partager en 2). En s'aidant du matériel à leur disposition (les différents découpages de chaque ingrédient), les élèves font trouver des stratégies permettant de partager les paquets d'ingrédients.

Il y a plusieurs stratégies possibles pour partager les paquets d'ingrédients :

— répartir les ingrédients entiers équitablement autant que possible, puis diviser et partager les ingrédients restants.

— diviser chaque ingrédient entier entre les personnes.

Dans tous les cas, il est possible de faire le lien entre la stratégie choisie par les élèves et la division (par exemple : en passant par l'étape de la division euclidienne dans le premier cas), et d'amener ainsi les élèves à considérer une fraction comme le résultat de la division de 2 entiers, c'est-à-dire, un quotient de 2 entiers.

5.12.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— Le nombre d'ingrédients à partager et entre combien de personnes.
— Le type des ingrédients à partager (grenouille, araignée, serpent, ou raie).
— L'ordre des deux étapes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.12.2 Documents

Vous trouverez au verso la fiche séance 4.1 détaillant le déroulement de la séance, suivi du document 4.1 à distribuer aux élèves.

Plaisir Maths

Séance 4.1

L'Atelier des potions Chacun sa part				Cycle 3 Durée : 45 minutes
Prérequis : Savoir lire et écrire une fraction, savoir faire une division euclidienne. Avoir déjà joué à ADP				
Objectifs : Reconnaître une fraction comme quotient de 2 entiers.				
Compétence : Différentier quotient exact et quotient approché. Produire une écriture fractionnaire pour exprimer un quotient.				
Compétences du socle: • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques • Domaine 4, compétence 1 : Démarches scientifiques				
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1. Préparation	Mise en situation : Avant de faire leurs recettes Elise et Arthur ont besoin de répartir les paquets d'ingrédients qu'ils ont achetés de façon équitable avec vous. Aide les à partager les ingrédients. */Distribution des fiches et du matériel./* **Lecture collective de la consigne générale et de la consigne de l'étape 1.**	Collectif	5 min	Doc 4.1 Pour chaque binôme : • La plaque araignée, la plaque serpent, la plaque raie et la plaque grenouille.
2. Recherche des élèves étape1	Consigne : Voici les ingrédients distribués par Elise et Arthur. Répartir ses ingrédients de telle façon à ce que ton binôme et toi disposiez de la même quantité pour votre recette. **Les élèves cherche la réponse à l'étape 1, en s'aidant du matériel.** */Passer dans les groupes pour vérifier les démarches. Insister sur le fait que la réponse pour chaque ingrédient doit être donné sous la forme d'une fraction./*	Binômes	10 min	
3. Correction étape1	**Correction collective de l'étape 1.** */Demander des explications sur les démarches. Ramasser les partages réalisés pour les coller au tableau. Relever les remarques pertinentes pour amener les élèves à connecter le travail à la notion de division/*	Collectif	10 min	
4. Etape 2	**Reprise des phase 2 et 3 pour l'étape 2.** */ Faire un bilan collectif sur ce que les élèves concluent de la séance. Exemple phrase bilan : un fraction x/y peut être vue comme le résultat de la division de x par y./*	Binômes Collectif	20 min	

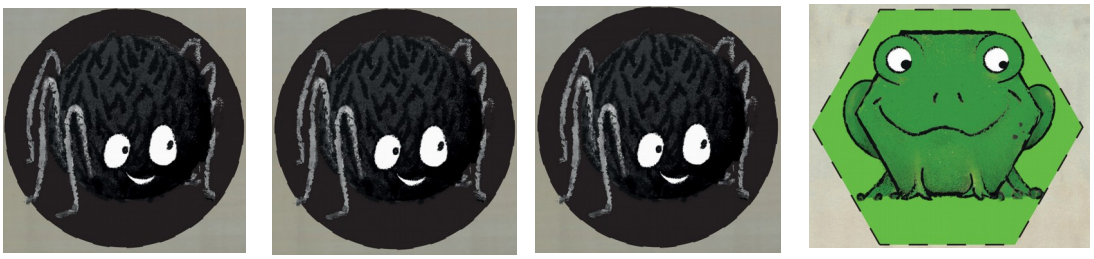
Doc 4.1

Chacun sa part

Avant de faire leurs recettes Elise et Arthur ont besoin de répartir les paquets d'ingrédients qu'ils ont achetés de façon équitable avec vous. Aidez les à partager les ingrédients.

Étape 1 : Répartition en deux parties égales.

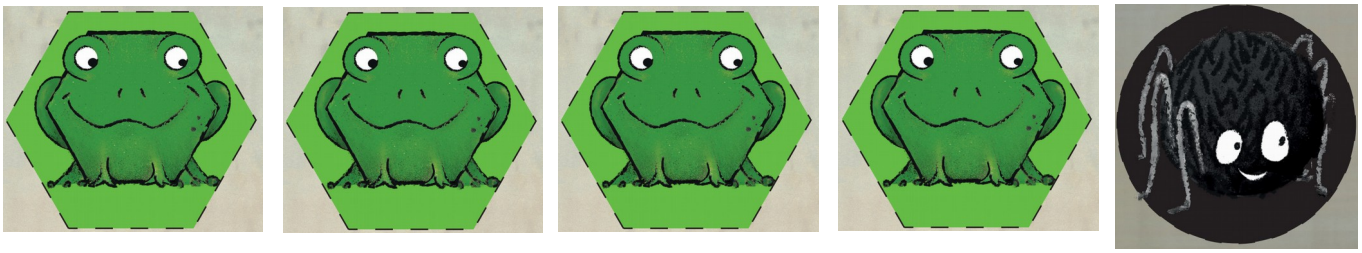
Voici le premier paquet d'ingrédients. Répartir ces ingrédients pour que ton binôme et toi disposiez de la **même quantité** pour votre recette.

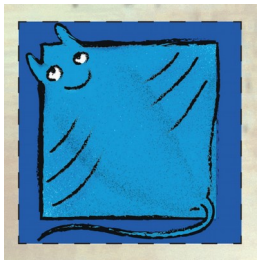


Dessine, ci-dessous, les ingrédients que vous avez donnés à une personne. Quelle quantité cela représente-t-il ?

Étape 2 : Répartir en trois parties égales.

Voici le deuxième paquet d'ingrédients. Répartir ces ingrédient pour que ton binôme, Arthur et toi disposiez de la **même quantité** pour votre recette.





Dessine les ingrédients que vous avez donnés à Arthur :

Quelle quantité cela représente-t-il ?

5.13 Le meilleur prix

Cette séance a été pensée afin de confronter les élèves au problème de comparaison des fractions. Il s'agit surtout d'une fiche d'exercices présentant les différents cas de comparaison de fractions : fractions avec le même dénominateur, fractions avec le même numérateur, fractions de la même table dont une est simplifiable, fractions à mettre au même dénominateur.

La fiche séance est composée de 4 étapes (une pour chaque type de comparaison). Pour chaque étape, les élèves pourront s'aider du matériel au début (l'ingrédient à utiliser est précisé), puis ils auront deux fractions à comparer sans le matériel. Finalement, pour chaque étape, les élèves devront rédiger une méthode afin de comparer les fractions de cette étape. Les étapes 3 et 4 sont surtout conseillées aux élèves de collège.

5.13.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
- Les ingrédients à utiliser pour comparer les fractions avec le matériel (en fonction des valeurs des fractions).
- Les valeurs des fractions à comparer sans le matériel.
- L'ordre des étapes.
- La rédaction d'une méthode à chaque étape.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.13.2 Documents

Vous trouverez au verso la fiche séance 5.1 détaillant le déroulement, suivie du document 5.1 à distribuer aux élèves.

Séance 5.1

L'Atelier des potions Le meilleur prix				Cycle 3 Durée : 60 minutes
Prérequis : Savoir lire et écrire une fraction, connaître le sens du numérateur et du dénominateur, savoir manipuler les équivalences de fractions. Avoir déjà joué à ADP.				
Objectifs : Savoir comparer des fractions.				
Compétence : Dégager et appliquer des règles de comparaisons de fractions dans différents cas : même dénominateur, même numérateur, équivalentes etc.				
Compétences du socle: • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques • Domaine 4, compétence 1 : Démarches scientifiques				
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1. Préparation	Mise en situation : Arthur et Elise sont allés au marché et il y avait deux marchands pour les ingrédients. Ils veulent comparer les prix des vendeurs et pour cela ils ont besoin de comparer des fractions. Pouvez-vous les aider ? */Distribution des fiches et du matériel./* **Lecture collective de la consigne générale.**	Collectif	5 min	Doc 5.1 Pour chaque binôme : La plaque araignée, la plaque serpent, la plaque raie et la plaque grenouille.
2. Recherche des élèves	Consigne : Peux tu aider Elise et Arthur à trouver une méthode pour comparer les quantités d'un ingrédient ? **Les élèves commencent à compléter la fiche en s'aidant du matériel.** */Passer dans les groupes. Proposer aux élèves qui ont du mal a formaliser leurs méthodes de commencer par comparer toutes les fractions./*	Individuel	10 min	
3. Correction de l'étape 1	**Correction collective de l'étape 1.** */Pour chaque couple de fractions demander aux élèves ce qu'ils ont écrits./* **Les élèves donnent leur réponse en montrant le signe < > ou = avec leurs mains.** */S'il y a consensus, passer rapidement au suivant, sinon expliquer le choix fait./* **Discussion sur la méthode.** */Utiliser les réponses des élèves pour dégager une phrase « méthode » correcte qui convienne à tout le monde. Par exemple : Pour comparer deux fractions de même numérateur, la fraction qui a le plus grand dénominateur est la plus petite des deux./*	Collectif	10 min	
4. Etape 2 à 4	**Reprise des phase 2 et 3 pour les étapes 2 à 4 qui correspondent à d'autre cas de comparaison.** */ Exemple de phrase pour étape 2 : Pour comparer deux fractions de même dénominateur, la fraction qui a le plus petit numérateur est la plus petite des deux./* */ Exemple de phrase pour étape 3 : Pour comparer deux fractions il faut parfois simplifier une des deux fractions pour se ramener aux cas des étapes 1 et 2./* */ Exemple de phrase pour étape 4 : Pour comparer deux fractions quelconques, il faut les réduire au même dénominateur ./*	Individuel Collectif	35 min	

Le meilleur prix

Arthur et Élise sont allés au marché et il y avait deux marchands pour les ingrédients. Pour le même prix, chacun des marchands proposait une quantité différente du même ingrédient. Élise et Arthur veulent comparer les prix des vendeurs et pour cela ils ont besoin de comparer des fractions. Pouvez-vous les aider ?

Peux-tu aider les élèves à trouver une méthode pour comparer les quantités d'un ingrédient ?

Étape 1 :

$\frac{1}{3} \dots \frac{1}{2}$ 

$\frac{2}{9} \dots \frac{2}{8}$ 

$\frac{5}{7} \dots \frac{5}{9}$

$\frac{13}{21} \dots \frac{13}{11}$

Quelle méthode peux-tu leur suggérer ?

……

Étape 2 :

$\frac{4}{6} \dots \frac{3}{6}$ 

$\frac{4}{9} \dots \frac{5}{9}$ 

$\frac{9}{19} \dots \frac{4}{19}$

$\frac{21}{13} \dots \frac{12}{13}$

Quelle méthode peux-tu leur suggérer ?

……

……

Étape 3 :

$\frac{1}{2} \dots \frac{5}{10}$ 

$\frac{4}{5} \dots \frac{7}{10}$ 

$\frac{1}{4} \dots \frac{2}{8}$ 

$\frac{2}{3} \dots \frac{6}{9}$ 

$\frac{2}{7} \dots \frac{5}{14}$

$\frac{3}{12} \dots \frac{5}{6}$

Quelle méthode peux-tu leur suggérer ?

……

……

Étape 4 :

$\frac{4}{10} \dots \frac{1}{3}$ 

$\frac{1}{2} \dots \frac{2}{3}$ 

$\frac{2}{7} \dots \frac{1}{3}$

$\frac{4}{4} \dots \frac{8}{9}$

Quelle méthode peux-tu leur suggérer ?

……

……

5.14 Jeu avec les équivalentes - Version A

L'ensemble des cartes du jeu sont séparées en 4 thèmes : les cartes de base, les fractions >1, les équivalences de fractions, et les sommes de fractions (cf. paragraphe 3.2). Il est question dans cette séance de jouer avec les cartes du thème fractions équivalentes.

Pour introduire ces nouvelles cartes, sources de difficultés, nous en avons choisi 4 à faire dans un ordre précis avant de jouer avec le reste des cartes. Après chacune des 4 premières cartes, une discussion en classe entière ou en petits groupes est prévue pour surmonter les difficultés rencontrées. En effet les élèves sont confrontés à des cartes qui leur demandent des découpages d'ingrédient qui ne sont pas présents sur le plateau. Nous vous conseillons de permettre des discussions entre les différentes tables de jeu et idéalement en classe entière. En effet, au sein d'une table de jeu, les élèves peuvent décider de balayer la difficulté et de passer à côté de l'enjeu didactique. Par ailleurs, tous les groupes n'auront pas forcément la même stratégie de résolution et il est enrichissant de les partager.

Le choix et l'ordre des 4 premières cartes sont cruciaux. Nous les avons pensés afin que les élèves soient confrontés à un blocage avec la première carte qui est soulevé à l'aide des deux suivantes. La quatrième carte, du même type que la première, est là pour confirmer la stratégie développée. Les élèves sont alors confrontés à des équivalences de fractions qui nécessitent de simplifier ou de "complexifier" des fractions.

5.14.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— La sélection des 4 premières cartes.
— L'ordre des 4 premières cartes.
— Le temps de discussion après chacune des premières cartes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.14.2 Documents

Vous trouverez au dos la fiche séance 6.1 qui détaille l'organisation des cartes et le déroulement de la séance.

Plaisir Maths

Séance 6.1

L'Atelier des potions Jeu avec les cartes du thème « fractions équivalentes » - **Version A**	Cycle 3 40 minutes

Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y, savoir reconnaître deux fractions équivalentes, savoir simplifier une fraction.

Objectifs : S'entraîner à reconnaître des fractions équivalentes.

Compétence : (x.z)/(y.z) = x/y

Compétences du socle :

- Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques.
- Domaine 3, compétence 2 : La règle et le droit. L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité…

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Jeu collectif avec quelques cartes triées	*/Rappeler les règles du jeu, préciser qu'on va jouer avec des cartes spéciales/* **Les élèves jouent avec la carte n°48.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./* **Les élèves jouent avec la carte n°35.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 1/2 = 1/4* **./** **Les élèves jouent avec la carte n°37.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 2/6 = 1/3 ./* **Les élèves jouent avec la carte n°41.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./*	Collectif	2/4 min par carte	Jeu installé. Chaque paquet de cartes est trié de la façon suivante : - potion n°48 - potion n°35 - potion n° 37 - potion n°41 - potion n°16 - le reste des potions bleues foncées, blanches noires, et les cartes n° 12, 13, 14 et 19 mélangées.
2 Entraînement	**Les groupes jouent sur le reste des cartes** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. Il peut être très intéressant d'observer les réponses pour la première carte (potion n°16)./* */Il est possible d'introduire la variante suivante au milieu de la séance /* Variante : Bonus de 1 point pour le joueur qui a réussi et utilisé le moins de pièces possible.	Par groupe	20/30 min	

5.15 Jeu avec les fractions équivalentes - Version B

La version B du jeu avec les fractions équivalentes ne diffère de la première que par l'ordre des 4 premières cartes. L'objectif et le déroulement de la séance sont en tous points similaires.

Nous avons choisi pour cette deuxième version d'éviter le blocage suscité par la première carte de la version 1. En effet, si ce blocage est intéressant pour certains élèves car source de questionnement, il peut démotiver certains élèves peu sûrs d'eux. L'ordre des 4 premières cartes permet d'amener plus graduellement les élèves les simplifications ou "complexifications" de fractions nécessaires pour résoudre les cartes.

Après chacune des 4 premières cartes, une discussion en classe entière ou en petits groupes est prévue pour surmonter les difficultés rencontrées. Nous vous conseillons de permettre des discussions entre les différentes tables de jeu et idéalement en classe entière. En effet, au sein d'une table de jeu, les élèves peuvent décider de balayer la difficulté et de passer à côté de l'enjeu didactique. Par ailleurs, tous les groupes n'auront pas forcément la même stratégie de résolution et il est enrichissant de les partager.

Lors d'une séance de jeu en classe, il est tout à fait possible de différencier l'activité en proposant les versions 1 ou 2 en fonction des groupes d'élèves.

5.15.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons fait :
— La sélection des 4 premières cartes.
— L'ordre des 4 premières cartes.
— Le temps de discussion après chacune des premières cartes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

5.15.2 Documents

Vous trouverez au dos la fiche séance 6.2 qui détaille l'organisation des cartes et le déroulement de la séance.

Plaisir Maths

Séance 6.2

L'Atelier des potions Jeu avec les cartes du thème « fractions équivalentes » - **Version B**	Cycle 3 40 minutes
Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y, savoir reconnaître deux fractions équivalentes, savoir simplifier une fraction.	
Objectifs : S'entraîner à reconnaître des fractions équivalentes.	
Compétence : (x.z)/(y.z) = x/y	
Compétences du socle : • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. • Domaine 3, compétence 2 : La règle et le droit. L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité…	

Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Jeu collectif avec quelques cartes triées	*/Rappeler les règles du jeu, préciser qu'on va jouer avec des cartes spéciales/* **Les élèves jouent avec la carte n°35.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 1/2 = 1/4 ./* **Les élèves jouent avec la carte n°48.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler la solution de la carte précédente./* **Les élèves jouent avec la carte n°37.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 2/6 = 1/3 ./* **Les élèves jouent avec la carte n°41.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler la solution de la carte précédente./*	Collectif	2/4 min par carte	Jeu installé. Chaque paquet de cartes est trié de la façon suivante : - potion n°35 - potion n°48 - potion n° 37 - potion n°41 - potion n°16 - le reste des potions bleues foncées, blanches noires, et les cartes n° 12, 13, 14 et 19 mélangées.
2 Entraînement	**Les groupes jouent sur le reste des cartes** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. Il peut être très intéressant d'observer les réponses pour la première carte (potion n°16)./* */Il est possible d'introduire la variante suivante au milieu de la séance /* Variante : Bonus de 1 point pour le joueur qui a réussi et utilisé le moins de pièces possible.	Groupe	20/30 min	

L'Atelier des Potions

Ingénierie didactique et ludique.



Plaisir Maths

Table des matières

1 Prise en main du jeu - Tutoriel **3**
1.1 Préparation . . . 3
1.2 C'est parti ! . . . 3

2 Détail du matériel **4**
2.1 Pièces rangées sur les plateaux . . . 4
2.2 Tableau cartes . . . 5

3 Séances **7**
3.1 Tableau synthétique . . . 8
3.2 Introduction au jeu . . . 10
3.2.1 Présentation . . . 10
3.2.2 Document(s) . . . 10
3.3 La quantité mystère . . . 18
3.3.1 Présentation . . . 18
3.3.2 Choix didactiques . . . 18
3.3.3 Document(s) . . . 18
3.4 Exercices autour de la quantité mystère . . . 28
3.4.1 Présentation . . . 28
3.4.2 Choix didactiques . . . 28
3.4.3 Document(s) . . . 28
3.5 Jeu avec les fractions supérieures à 1 - Version A . . . 32
3.5.1 Choix didactiques . . . 32
3.5.2 Documents . . . 32
3.6 Jeu avec les fractions supérieures à 1 - Version B . . . 34
3.6.1 Choix didactiques . . . 34
3.6.2 Documents . . . 34
3.7 Fiche d'exercices . . . 36
3.7.1 Choix didactiques . . . 36
3.7.2 Documents . . . 36

1 Prise en main du jeu - Tutoriel

Afin de vous permettre une prise en main rapide du jeu nous vous proposons un tutoriel. Il vous permettra de comprendre le déroulement d'une partie et de découvrir les différentes possibilités d'utilisation et d'apprentissage que permet le jeu. Nous vous conseillons de jouer au tutoriel avec des collègues pour être 3 ou 4 joueurs.

Le tutoriel reprends pas-à-pas le déroulement d'une manche de jeu, puis vous fait découvrir les 14 types de cartes différents. Laissez-vous guider.

1.1 Préparation

- Préparez les cartes dans l'ordre suivant : 4, 15, 51, 22, 30, 25, 27, 33, 37, 45, 48, 61, 64, 55. Les placer face cachée au centre de la table (la carte 4 sur le dessus de la pile).
- Formez deux équipes.
- Chaque équipe place devant elle les 4 plateaux de jeu (un de chaque couleur), en connectant la piste de point (une bulle se forme au centre du plateau).
- Chaque équipe place devant elle un chaudron avec son couvercle.
- Chaque équipe place son jeton étoile sur la case 10 de sa piste de points (sur le plateau des araignées).
- Placez le grimoire des solutions à portée de main d'un des joueurs.

1.2 C'est parti !

subsectionC'est parti !

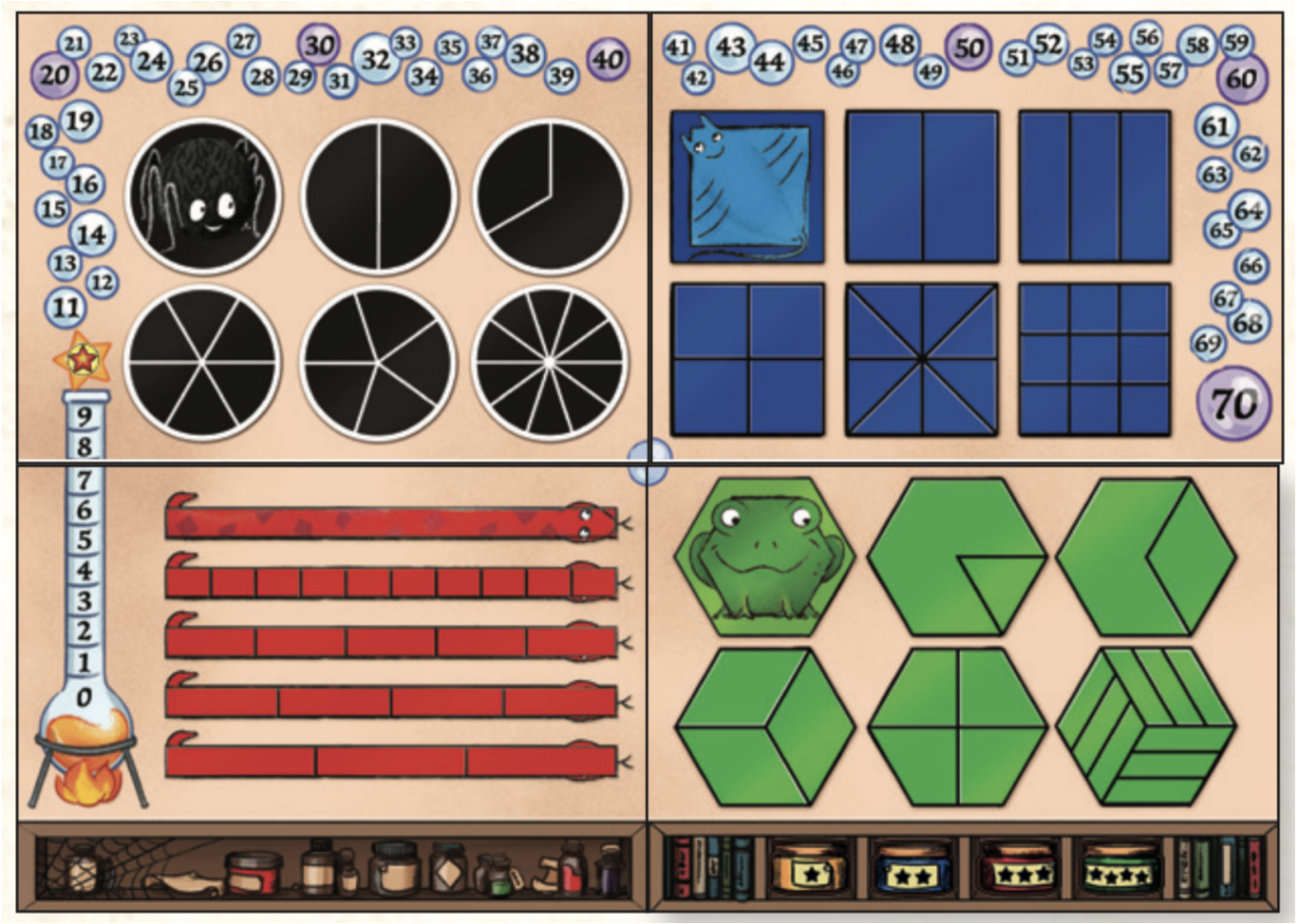
1. Retournez la première carte (potion n°4). La carte est écrite dans les deux sens pour que tout le monde puisse la lire.
2. Chaque joueur réalise la potion dans son chaudron à l'aide des ingrédients à sa disposition.
3. Dès qu'un joueur a fini sa potion, il parie sur sa réussite à l'aide des jetons étoilés. Il choisit un jeton, le met dans son chaudron et referme le couvercle. Il ne peut alors plus toucher à sa potion.
4. Lorsque tous les joueurs ont fini leur potion, corrigez à l'aide du grimoire des solutions. Ouvrez le grimoire à la page 4 où se trouve la solution de la potion n°4.
   Pour vérifier une potion, il suffit de superposer les pièces sur le dessin. Si les pièces permettent de reconstituer parfaitement le dessin (ni trop petit, ni dépassement), la potion est correcte.
   Note : Plusieurs combinaisons de pièces peuvent correspondre à la fraction demandée. Nous avons créé le grimoire de façon à ce que toutes les combinaisons soient validées par un seul dessin.
5. Comptez vos points : si votre potion est correcte, vous gagnez autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton choisi sinon (une erreur ou plus), vous perdez autant de points qu'il y a d'étoiles sur le jeton choisi. Déplacez votre jeton jaune sur la piste de points en fonction du résultat.
6. Retournez la carte suivante. Procédez aux étapes 2 à 4.
   Note : En fonction des quarts de grenouille que vous avez pris, il est peut-être nécessaire de poser les pièces à l'envers sur le grimoire (face aimantée visible). C'est parfaitement autorisé et il vous faudra bien le spécifier à vos élèves.
7. Pour les cartes suivantes, nous vous proposons de rendre le jeu encore plus ludique. Un des joueurs met ses quatre jetons étoilés au centre de la table, les jetons des autres joueurs sont écartés du jeu. Dès qu'un joueur a fini sa recette, il attrape un jeton numéroté parmi ceux restant sur la table, le met dans son chaudron. Le reste du jeu se déroule normalement.
8. Finissez la pile de cartes. Nous les avons sélectionnées pour vous faire découvrir toutes les possibilités.

2 Détail du matériel

2.1 Pièces rangées sur les plateaux

Le jeu est constitué de 4 plateaux aimantés qui s'assemblent en connectant la piste de point (une bulle apparaît alors au milieu). Les 4 jetons "points de magie" se rangent en bas du plateau grenouille comme sur l'illustration.

Le jeton étoile jaune se place initialement sur la bulle 10 de la piste de points.



2.2 Tableau cartes

Les cartes ont été choisies pour couvrir les thèmes du cycle 3. À partir de la carte 20, nous avons fait le choix de mettre un enjeu didactique par carte (exemple : pour les cartes 20 à 22, "Exactement un entier écrit sous la forme n/1"). Sur chaque carte, cet enjeu porte sur un seul des ingrédients (exemple : sur les raies pour la carte 20, sur les araignées pour la 21 et sur les grenouilles pour la carte 22). Ceci facilite les mises en commun et l'institutionnalisation par l'enseignant. Ces informations sont représentées en gras dans le tableau ci-dessous (exemple : pour la carte 20, "1/1" est en gras dans la colonne "Raie").

Thème	Numéro	Couleurs	Description de la carte	Grenouille (hexagone)	Raie (carré)	Araignée (disque)	Serpent (réglette)
Cartes de base	1	Vert foncé	Fraction unitaire identique pour plusieurs ingrédients (par ex : 1/3 de chaque ingrédient)	1/3	1 tiers		Un tiers
	2	Vert foncé		Un quart	1 quart		1/4
	3	Vert foncé			1/2	Un demi	
	4	Vert foncé		1/9	1 neuvième	Un cinquième	1/5
	5	Vert foncé		Un quart	1/4	1 dixième	1/10
	6	Rose	Fractions simples différentes	1/9	Un quart	1 sixième	1/10
	7	Rose		1/3	1 huitième	Un demi	1/4
	8	Rose		Un quart	1/3	1 cinquième	1/10
	9	Rose		1/4	1/2	1 sixième	Un tiers
	10	Rose		1 tiers	1/9	1/10	Un cinquième
	11	Rose		4/9	3/4	4 cinquièmes	Deux tiers
	12	Rose		Trois quarts	1/1	Quatre dixièmes	3/5
	13	Rose		3/3	2/9	4 dixièmes	3 cinquièmes
	14	Rose		Deux tiers	5/8	2/2	2 quarts
	15	Rose		3/4	1 quart	2/5	Un tiers
	16	Rose		3 neuvièmes	2/8	1/6	Trois dixièmes
	17	Rose		Un tiers	4/9	3/5	2 tiers
	18	Rose		1/9	Deux tiers	3 dixièmes	3/4
	19	Rose		Un quart	1/2	Trois sixièmes	1/5
Fractions > 1	20	Vert clair	Exactement un entier écrit sous la forme n/1	1/3	**1/1**	4/10	3/4
	21	Vert clair		4/9	1/4	**3/1**	3/10
	22	Vert clair		**2/1**	2/3	3/6	4/5
	23	Orange	Exactement une fraction supérieure à 1 décomposée sous la forme x/x+ 1/x	1/3	2/9	**2/2+1/2**	3/5
	24	Orange		2/3	1/2	**10/10+1/10**	1/4
	25	Orange		3/4	2/3	1/2	**3/3+1/3**
	26	Jaune	Exactement une fraction décomposée sous la forme k+n/m, k= 1 ou 2, n<m	5/6	**1+2/3**	1/6	1/5
	27	Jaune		**2+2/9**	2/9	7/10	3/5
	28	Jaune		6/9	6/8	3/5	**1+3/10**
	29	Violet	Exactement une fraction supérieure à 1	2/9	3/9	3/5	**13/10**
	30	Violet		2/4	**11/8**	6/10	1/3
	31	Violet		2/3	**6/4**	5/6	1/4
	32	Violet		**10/9**	1/2	**4/4**	2/3
	33	Rouge	Pour un même ingrédient, une paire d'ingrédient du type (a/b, b/a) pour appuyer sur la différence numérateur et dénominateur	1/6		**6/5** **5/6**	3/5
	34	Rouge		**3/4** **4/3**	3/8		3/10

Thème	Numéro	Couleurs	Description de la carte	Grenouille (hexagone)	Raie (carré)	Araignée (disque)	Serpent (réglette)
Equivalence de fractions	35	Noir	Pour un même ingrédient, fraction simplifiable et fraction équivalente irréductible	**1/2** **2/4**	1/8	3/3	
	36	Noir		1/6	2/3		**1/2** **2/4**
	37	Noir			**2/6** **1/3**	5/6	3/3
	38	Noir		6/9		**3/9** **1/3**	2/5
	39	Bleu foncé	Exactement une fraction à simplifier obligatoirement (dont le dénominateur ne correspond pas à une partition de l'ingrédient demandé)	1/9	2/3	**3/9**	3/5
	40	Bleu foncé		**2/8**	5/8	4/5	1/3
	41	Bleu foncé		1/3	4/9	1/2	**2/6**
	42	Bleu foncé		2/4	4/8	**2/4**	4/4
	43	Bleu foncé		2/3	**5/10**	2/3	5/10
	44	Bleu foncé		**4/6**	1/2	2/6	1/4
	45	Bleu foncé		2/9	3/4	1/10	**6/9**
	46	Bleu foncé		1/1	**3/6**	1/3	7/10
	47	Bleu foncé		5/6	1/4	2/5	**6/8**
	48	Blanc	Exactement une fraction à "complexifier" obligatoirement (dont le dénominateur ne correspond pas à une partition de l'ingrédient demandé)	**1/2**	1/9	3/10	1
	49	Blanc		1/4	1/3	1/5	**1/2**
Somme de fractions	50	Gris foncé	Addition itérée n fois de 1/n				**1/4** **1/4** **1/4** **1/4**
	51	Gris foncé			**1/4** **1/4** **1/4** **1/4**		
	52	Gris foncé				3/3	**1/3** **1/3** **1/3**
	53	Gris foncé		**1/3** **1/3** **1/3**		1/3	
	54	Gris foncé			**1/2** **1/2**	**1/2** **1/2**	
	55	Gris clair	Somme de fractions ayant même dénominateur	2/4	**1/6** **3/6**	2/5	
	56	Gris clair			3/9	**1/3** **1/3**	1/3
	57	Gris clair		1		3/10	**1/2** **1/2**
	58	Gris clair		**2/6** **3/6**	1/9		3/5
	59	Gris clair		1/6		6/10	**2/6** **1/6**
	60	Marron	Somme à 1 de fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre			**1/6** **1/6** **2/3**	
	61	Marron		**1/3** **2/9** **4/9**			
	62	Marron					**1/5** **3/10** **5/10**
	63	Bleu Ciel	Somme inférieure à 1 de fractions dont les dénominateurs sont des multiples d'un même nombre	**1/3** **2/9** **1/9**			
	64	Bleu Ciel			**1/8** **1/8** **1/4**		

3 Séances

Nous vous proposons un ensemble de séances autour du jeu développées par des enseignants et chercheurs en didactique des mathématiques. Certaines séances sont des variantes du jeu en utilisant certaines cartes particulières et en modifiant légèrement le déroulement, les autres sont des activités décrochées (recherche ou exercices) utilisant le matériel et l'univers du jeu.

Les **séances de jeu** ont été conçues pour maximiser le potentiel du jeu en sélectionnant des cartes précises et en les agençant de manière à favoriser les apprentissages. Les noms de ces séances sont en rouge et en gras dans le tableau synthétique ci-après.
Les **séances décrochées** ont été pensées dans l'objectif de travailler certaines notions qui ne sont pas abordées en jouant simplement au jeu. Nous avons choisi de scénariser ces séances autour de deux personnages, Élise et Arthur, apprentis sorcier et sorcière. Élise et Arthur font face à de nombreuses difficultés et demandent de l'aide à vos élèves. Cela permet de contextualiser les problèmes proposés lors des séances. Les noms des séances décrochées sont en noir dans le tableau synthétique ci-après.

Pour chaque séance vous trouverez une fiche, appelée "fiche séance", qui reprend le déroulement détaillé et quelques conseils, et le cas échéant, les documents à distribuer aux élèves. Nous vous conseillons vivement de faire une première séance de jeu dans votre classe, en groupes de 3 ou 4, et avec les cartes de bases (1 à 19) mélangées. Vous pouvez vous inspirer du tutoriel (cf. paragraphe 2) pour expliquer le jeu à vos élèves ou utiliser la séance d'introduction du jeu développée à cet effet. Cette séance est l'occasion de bien insister sur les règles du jeu, sur l'utilisation du grimoire pour vérifier la solution, et sur les rituels d'installation et de rangement du jeu (le jeu s'installe et se range en 5 minutes si un rituel est instauré).

Nous faisons la distinction entre les choix pédagogiques et les choix didactiques que vous aurez à réaliser :

- Les **choix pédagogiques** ont des impacts du point de vue éducatif. Ces choix permettent à l'enseignant d'agir en fonction de ses valeurs éducatives et de s'adapter à la classe et aux élèves, en fonction de ses modalités de travail (en groupe, en binôme, en individuel, en classe entière, en classe inversée, etc.), et en fonction de ses modalités ludiques (compétition, coopération, entraînement, etc.). Ils relèvent de la liberté pédagogique de l'enseignant.

- Les **choix didactiques** ont des impacts du point de vue des apprentissages mathématiques. Dans ce jeu, c'est le cas du choix des pièces et le choix des cartes, qui sont des éléments cruciaux et déterminants du bon déroulement des séances du point de vue de la construction des apprentissages et des objectifs didactiques à atteindre.

Les concepteurs de Plaisir Maths ont fait des choix didactiques précis dans la construction des séances. Bien sûr, il n'est pas interdit de faire des modifications. Avec l'expérience, il est possible d'effectuer des choix plus précis et pertinents en fonction de ce que font les élèves, mais il est important d'être conscient que modifier les choix didactiques des séances proposées est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages des élèves.

3.1 Tableau synthétique

Ce tableau présente l'ensemble des séances proposées dans ce dossier, leur objectif, leur durée, la nature de l'activité (appropriation des savoirs ou entraînement, ainsi que la page à laquelle vous trouverez un descriptif plus complet et les documents relatifs.

Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe	Page
Introduction au jeu	Première séance de jeu. Explication des règles du jeu et des rituels d'installation et de rangement.	Appropriation des règles du jeu.	20 min		Petits groupes	10
Quantité mystère	Les élèves sont confrontés à une potions nécessitant une fraction >1 d'araignée. A l'aide du grimoire des solutions, ils vont chercher comment effectuer la potion.	Introduire la décomposition des fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	45 min	Appropriation des savoirs	Binômes	18
Exercices autour de la quantité mystère	Les élèves reprennent le raisonnement de la séance quantité mystère avec d'autres ingrédients.	Consolider la décomposition des fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	45 min	Appropriation des savoirs	Binômes	28
Jeu avec les fractions >1 Version A	Variante de *L'Atelier des Potions* avec les cartes du thème Fractions >1. Réalisation des premières cartes en classe entière pour balayer les difficultés. La première carte confronte les élèves à la difficulté. Les trois suivantes permettent de la surmonter.	Décomposer les fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes	32

Nom de la séance	Description	Objectif	Durée	Nature	Groupe	Page
Jeu avec les fractions >1 Version B	La séance est identique à la version A à l'exception de l'ordre des premières cartes qui est modifié pour éviter de confronter les élèves à la difficulté d'entrée de jeu.	Décomposer les fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	40 min	Appropriation des savoirs ou Entraînement	Petits groupes	34
Fiche d'exercices	Trois séries d'exercices pour se détacher progressivement du matériel.	Décomposer des fractions >1 en un entier plus une partie fractionnaire <1	45 min	Entraînement	Individuel	36

3.2 Introduction au jeu

3.2.1 Présentation

Cette première séance est pour vous l'occasion d'introduire pas à pas les règles du jeu auprès des élèves. Elle n'a pas d'enjeu didactique particulier mais elle est cruciale pour permettre une bonne appropriation du jeu, de son installation et de son rangement par les élèves.

3.2.2 Document(s)

Vous trouverez à la page suivante la fiche séance avec le détail du déroulement, des consignes orales à donner aux élèves et des conseils pour mener à bien cette séance, ainsi que l'image des plateaux rangés à montrer aux élèves.

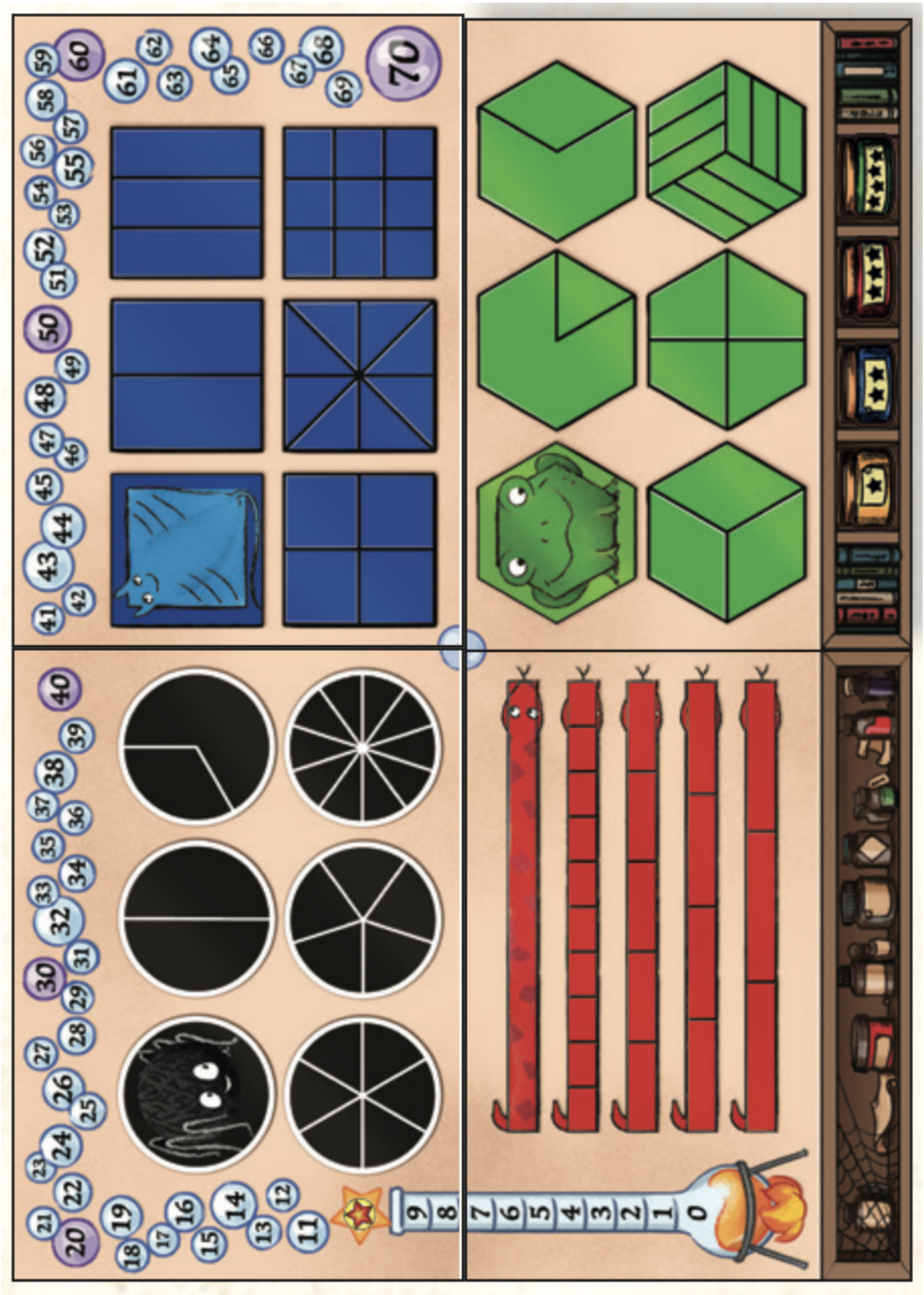
Séance 0.1

L'Atelier des potions Introduction au jeu l'Atelier des potions				Cycle 3 20 minutes
Prérequis : Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y.				
Objectifs : Introduire le jeu l'Atelier des potions aux élèves.				
Compétence : Comprendre et assimiler les règles du jeu.				
Compétences du socle:				
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
N° 1 Installation du matériel	*/Distribuer le matériel aux élèves : 4 plateaux (un de chaque ingrédient) et un chaudron par élève ou équipe, un jeu de carte et grimoire par table./* */Projeter ou afficher au tableau l'illustration des plateaux installés./* Consigne : Vous avez devant vous 4 plateaux avec des araignées, des raies, des serpents et des grenouilles. Placer les plateaux comme vous montre l'illustration. Au centre des quatre plateaux doit apparaître une bulle. */Vérifier les dispositions des plateaux./* Consigne : Sur les bords du plateau, vous pouvez voir des bulles avec des nombres. Elles représentent la pistes de score. Vous devriez trouver un jeton jaune avec une étoile dessus. Placez le sur la case 10. On peut commencer	Collectif	5 minutes	- Les plateaux d'ingrédients (un par élève ou un pour 2). - Les chaudrons (un par élève ou un pour 2). - Les cartes de base (vert foncé et rose) préparées de la façon suivante : les potions n°2, n°15 et n°54 sur le dessus du paquet (la potion n°2 étant la première qui sera retournée). Un paquet par groupe de 4.
N° 2 Réalisation de la première carte	Consigne : Dans l'Atelier des potions, vous êtes des apprentis sorciers et sorcières. Vous allez devoir réaliser des potions magiques à l'aide des ingrédients devant vous. Vous avez des araignées et des morceaux d'araignée, des raies et des morceaux de raie, des serpents et des morceaux de serpent, et des grenouilles et des morceaux de grenouille. */Laisser un instant aux élèves pour découvrir le matériel./* Consigne : Retournez la première carte du paquet au centre de la table et posez-la à côté du paquet. Elle est écrite dans les deux sens pour que tout le monde puisse la lire. Vous pouvez faire la potion magique en mettant les ingrédients dans votre chaudron. **Les élèves réalisent la potion n° 2**	Collectif	2 minutes	

	/Attendre que tout le monde ait fini de réaliser sa potion./ */Il est possible de guider les élèves dans la réalisation de la potion en dictant les ingrédients un par un./* Consigne : Lorsque vous avez mis tous les ingrédients dans le chaudron, il faut ajouter de la poussière d'étoile pour que la potion soit magique. Regardez en bas du plateau des grenouilles. Vous pouvez mettre une, deux, trois, ou quatre étoiles. Le nombre d'étoiles que vous mettez dans votre potion correspond au nombre de points que vous pouvez gagner ou perdre: si vous avez mis 4 étoiles et que vous avez réussi votre potion, vous gagnerez 4 points ; mais si vous vous êtes trompés, vous perdrez 4 points. Choisissez bien le nombre d'étoiles que vous mettez dans votre potion, puis fermez le couvercle et attendez que toute votre table ait fini.			
N° 3 Vérification de la première carte	Consigne : Pour vérifier si la potion que vous avez réalisée est juste, on va se servir du grimoire des solutions. Si vous regardez sur la potion, il y a un bandeau qui indique son numéro. Ici, potion n° 2. Ouvrez le grimoire à la page de la solution n°2. **Les élèves élèves ouvrent le grimoire à la première page et trouvent la solution 2.** Consigne **:** Pour vérifier votre potion, vos devez poser à tour de rôle les pièces sur les dessins du grimoire. Si vos pièces correspondent parfaitement au dessin (ni plus grand plus petit), votre potion est juste. Vous marquez alors le nombre de points qu'il y a sur le jeton étoile dans votre chaudron. Si vous avez fait une erreur ou plus, vous perdez le nombre de points qu'il y a sur le jeton étoile dans votre chaudron. Attention, il faut parfois, pour les pièces de grenouille, poser les pièces avec le côté noir, le côté aimanté, visible. **Les élèves posent les pièces sur le grimoire.** */Passez dans les groupe pour vérifier que tout le monde ait bien compris./* */Rappelez et insistez sur le fait qu'on peut poser les pièces de grenouille côté aimanté visible./* Consigne **:** N'oubliez pas de marquer vos points sur la piste de score. Vous pouvez ensuite ranger vos pièces sur les plateaux.	Collectif	5 minutes	

N° 4 Réalisation de la deuxième carte	<u>Consigne</u> **:** Nous allons maintenant réaliser une deuxième potion magique. Retournez la deuxième carte du paquet. **Les élèves réalisent la potion n°15 dans leur chaudron.** */ Passez dans les groupes. Rappelez qu'il faut attendre que toute la table ait fini de faire la potion pour ouvrir le grimoire. Rappelez que l'on peut poser les grenouilles côté aimanté visible./*	Collectif	2 minutes	
N° 5 Réalisation de la troisième carte	**Les élèves poursuivent la partie sur la troisième carte, la potion n°54.** */ Passez dans les groupes vérifier que tout se passe bien. Si des élèves vous demandent s'ils peuvent prendre une araignée ou une raie entière, répondez que vous ne savez pas et qu'on verra dans en corrigeant dans le grimoire./* */ Il est important pour les élèves de comprendre que la validation est portée par le grimoire des solutions et que tout ce qui est validée par le grimoire est une réponse correcte./* */Lorsque les élèves passent à la correction dans le grimoire, montrez aux élèves que une araignée entière et une raie entière étaient également une solution. Rappelez que 2/2=1./*	Collectif	2 minutes	
N° 6 Fin du jeu et rangement	*/Si vous avez le temps, laissez jouer les élèves sur quelques cartes./* <u>Consigne</u> **:** C'est l'heure de ranger. Finissez la potion que vous êtes en train de faire, puis je vais vous expliquer comment ranger le jeu. */Lorsque les élèves ont fini leur potion, guidez les pour le rangement pas à pas./* <u>Consigne</u> **:** Rangez vos ingrédients sur vos plateaux. Faites attention à ce que toutes les morceaux d'araignée soient bien aimantés et non posés à l'envers. */Vous pouvez faire remarquer aux élèves que le coté aimanté n'a pas la même couleur, ni la même texture que le côté non aimanté./* */Ce point est important car sinon les pièces se collent au plateau qu'on pose dessus en superposant les plateaux. C'est la première cause de perte de pièces./*	Individuel	5 minutes	

	<u>Consigne</u> **:** Remettez le jeton étoile jaune sur la case 10 de la piste de score. Puis empiler vos 4 plateaux. */ A cette étape, libre à vous de ramasser le matériel ou de demander aux élèves de l'apporter dans les boites./* */Il est important de ritualiser le rangement pour gagner du temps et ne pas perdre de pièces./*			



3.3 La quantité mystère

3.3.1 Présentation

La quantité mystère est une séance d'introduction de la décomposition additive d'une fraction supérieure à 1 à l'aide d'un entier et d'une fraction inférieure à 1. Les élèves sont confrontés à une potion nécessitant $\frac{11}{10}$ d'araignée. À l'aide de la représentation de la solution sur le grimoire, nous les amenons à faire la conjecture que $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$.

La séance se déroule en 3 étapes :

— Décrire la solution représentée sur le grimoire.
— Colorier $\frac{11}{10}$ d'araignée
— Conclure que $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$

À la fin de la séance, nous vous conseillons de faire un bilan à l'aide du document fourni (3.2.2).

3.3.2 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons faits :

— Utilisation de la fraction $\frac{11}{10}$ d'araignée. La représentation de la solution permet d'identifier rapidement que cela correspond à 1 araignée entière et une pièce correspondant à $\frac{1}{10}$ d'araignée.
— Partir de la représentation de la solution pour faire émerger la conjecture.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

3.3.3 Document(s)

Vous trouverez à la page suivante la fiche séance associée recto-verso (séance 3.2). Elle est suivie du document à distribuer aux élèves (doc 3.2.1) et du document bilan pour la fin de la séance (doc 3.2.2).

Séance 3.2

L'Atelier des potions Quantité mystère	Cycle 3 40 minutes

Prérequis : Avoir déjà joué à l'*Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y.

Objectifs : Introduire les fractions >1 et la décomposition d'une fraction supérieur à 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1

Compétence : $(x+y)/y = 1 + x/y$

Compétences du socle :

- Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques.
- Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel.
- Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projet.
- Domaine 4 : Démarches scientifiques.

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Etape 1	*/Distribuer le document 3.2.1 aux élèves* ***mais pas le matériel*** *et lire la lettre de mise en situation./* **Les élèves cherchent à répondre à la première étape.** **Mise en commun de la réponse à l'étape 1.** */ Faire émerger que la réponse sur le grimoire correspond à 1 araignée entière et un dixième d'araignée. Distribuer le plateau d'araignées./* **Les élèves vérifient avec le matériel que le grimoire correspond à 1 araignée plus un dixième d'araignée.**	Binômes Commun Binômes	15 min	Document 3.2.1 et un plateau d'araignées par binôme
2 Etape 2	*/Faire lire la première consigne de l'étape 2 : colorier* $\frac{11}{10}$ *d'araignée. /* **Les élèvent colorient** $\frac{11}{10}$ **d'araignée.** */Inviter les élèves à comparer leur coloriage à la solution du grimoire. En déduire que* $\frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10}$*./* **Bilan en commun de l'étape 2**	Binôme Commun	5 min 5 min	

V2.0

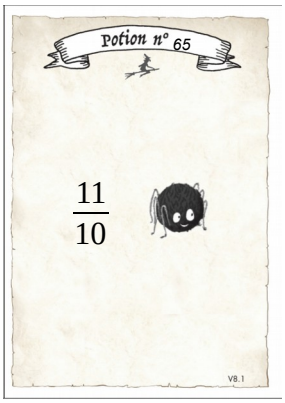
3 Etape 3	*/Demander aux élèves comment ils feraient la position. Faire écrire la réponse./* **Les élèves répondent à l'étape 3.**	Binôme	10 min	
4 Bilan	*/ Distribuer le document 3.2.2 à coller dans le cahier de cours et faire un bilan avec les élèves./*	Commun	5 min	Document 3.2.2 par élève

Quantité mystère

Bonjour,

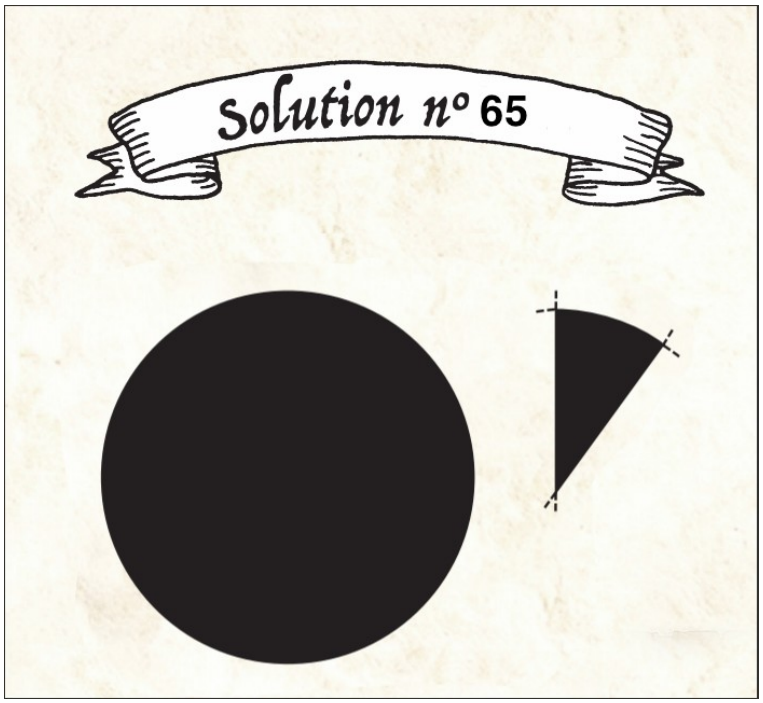
Nous n'arrivons pas à faire cette potion. Pourriez-vous nous aider ?

Élise et Arthur



Étape 1 :

Heureusement, Élise et Arthur ont glissé dans l'enveloppe la page du grimoire correspondant à la potion :



Décris la solution dessinée sur le grimoire ?

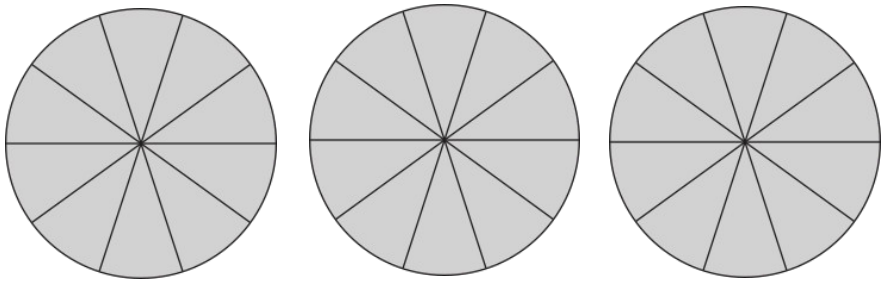
……..

……..

Vérifie avec le matériel.

Étape 2 :

Voici des araignées découpée en dixième. Colorie $\frac{11}{10}$ d'araignée nécessaire pour faire la potion.



Que peux-tu en déduire ?

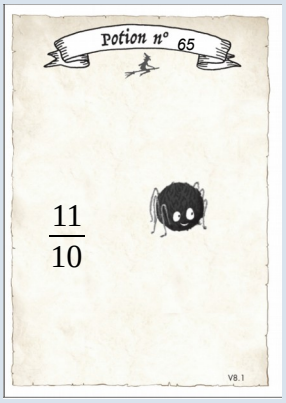
……..
……

Étape 3 :

Explique à Élise et Arthur comment réaliser la potion.

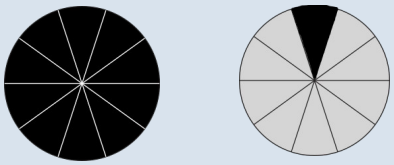
……..
……..
……..
……..
……..
……..
……..

Ce qu'il faut retenir

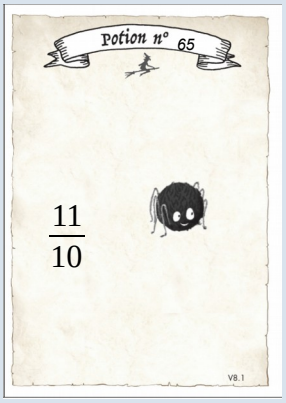


La fraction $\frac{11}{10}$ est plus grande que 1 : $\frac{11}{10} > 1$

$$\frac{11}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{1}{10}$$

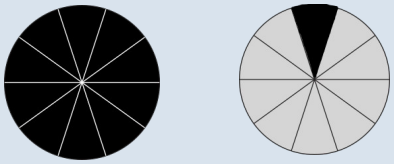


Ce qu'il faut retenir



La fraction $\frac{11}{10}$ est plus grande que 1 : $\frac{11}{10} > 1$

$$\frac{11}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{1}{10}$$



3.4 Exercices autour de la quantité mystère

3.4.1 Présentation

Nous vous proposons de faire une deuxième séance autour de la quantité mystère afin de généraliser le résultat obtenu. La fiche d'exercice (doc 3.3.1) reprend, avec les grenouilles et les raies, le principe de la quantité mystère : à l'aide d'une potion et de sa solution, les élèves décomposent des fractions supérieures à 1 en la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

3.4.2 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons faits :
— Exceptionnellement, les solutions sont dessinées avec des contours pour permettre d'identifier les pièces en jeu.
— Utilisation de fractions du type $\frac{n+1}{n}$.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance est susceptible d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

3.4.3 Document(s)

Vous trouverez au verso la fiche séance associée (séance 3.3) suivie de la fiche d'exercice à distribuer aux élèves (doc 3.3.1).

Plaisir Maths

Séance 3.3

L'Atelier des potions Exercices autour de la quantité mystère	Cycle 3 40 minutes
Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Avoir fait la séance *La quantité mystère*	
Objectifs : Généraliser la décomposition d'une fraction supérieur à 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1	
Compétence : $(x+y)/y = 1 + x/y$	
Compétences du socle : • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. • Domaine 2, compétence 1 : Organisation du travail personnel. • Domaine 2, compétence 2 : Coopération et réalisation de projet. • Domaine 4 : Démarches scientifiques. .	

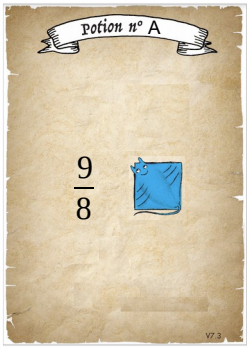
Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Rappel de la séance *Quantité mystère*	*/Demander aux élèves de résumer à l'oral la séance* Quantité mystère./ **Les élèves discutent en petit groupe ou en classe entière de la séance *Quantité mystère.*** */Insister sur le bilan et ce qu'il fallait retenir./*	Collectif	5-10 min	
2 Exercices	*/Distribuer la fiche d'exercices. /* Consigne : En comparant la recette et sa solution, compléter l'égalité. **Résolution des deux exercices.** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. /* **Correction des exercices**	Individuel ou binômes Collectif	20 min 10-15 min	Doc 3.3.1

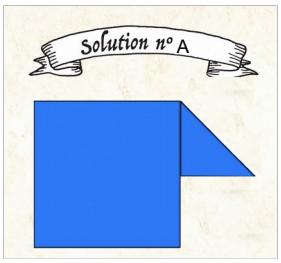
Doc 3.3.1

Exercices autour de la quantité mystère

Exercice 1 :

A l'aide de la potion et de la solution dans le grimoire, complète l'égalité.



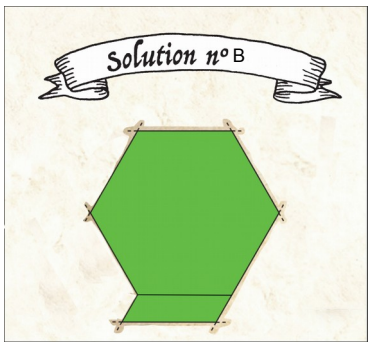


$\frac{9}{8}$ = … + $\frac{\cdots}{8}$

Exercice 2 :

A l'aide de la potion et de la solution dans le grimoire, complète l'égalité.





$\frac{10}{9}$ = … + $\frac{\cdots}{\cdots}$

3.5 Jeu avec les fractions supérieures à 1 - Version A

L'ensemble des cartes du jeu est séparé en 4 thèmes : les cartes de base, les fractions supérieures à 1, les équivalences de fractions, et les sommes de fractions (cf. paragraphe 3.2). Il est question dans cette séance de jouer avec les cartes du thème *fractions supérieures à 1.*

Pour introduire ces nouvelles cartes, sources de difficultés, nous en avons choisi 4 à faire dans un ordre précis avant de jouer avec le reste des cartes. Après chacune des 4 premières cartes, une discussion en classe entière ou en petits groupes est prévue pour surmonter les difficultés rencontrées. Nous vous conseillons de permettre des discussions entre les différentes tables de jeu et idéalement en classe entière. En effet, au sein d'une table de jeu, les élèves peuvent décider de balayer la difficulté et de passer à côté de l'enjeu didactique. Par ailleurs, tous les groupes n'auront pas forcément la même stratégie de résolution et il est enrichissant de les partager.

Le choix et l'ordre des 4 premières cartes sont cruciaux. Nous les avons pensés afin que les élèves soient confrontés à un blocage avec la première carte qui est soulevé à l'aide des deux suivantes. La quatrième carte, du même type que la première, est là pour confirmer la stratégie développée. Les élèves passent ainsi par toutes les étapes de la décomposition des fractions supérieures à 1 : $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = 1 + \frac{2}{8}$.

3.5.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons faits :
— La sélection des 4 premières cartes.
— L'ordre des 4 premières cartes.
— Le temps de discussion après chacune des premières cartes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

3.5.2 Documents

Vous trouverez au dos la fiche séance 3.1 qui détaille l'organisation des cartes et le déroulement de la séance.

Séance 3.1

L'Atelier des potions Jeu avec les fractions plus grandes que 1- **Version A**	Cycle 3 40 minutes

Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y, savoir décomposer une fraction plus grande que 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1

Objectifs : S'entraîner à décomposer une fraction supérieure à 1 en une partie entière et une fraction inférieure à 1

Compétence : $(x+y)/y = 1 + x/y$

Compétences du socle :

- Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques.
- Domaine 3, compétence 2 : La règle et le droit. L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité…

Phase n°	Déroulement	Modalités	Temps	Matériel
1 Jeu collectif avec quelques cartes triées	*/Rappeler les règles du jeu, préciser qu'on va jouer avec des cartes spéciales/* **Les élèves jouent avec la carte n°31.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./* **Les élèves jouent avec la carte n°24.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 10/10 = 1/* **Les élèves jouent avec la carte n°28.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler la décomposition d'une fraction./* **Les élèves jouent avec la carte n°29.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./*	Collectif	2/4 min par carte	Jeu installé Chaque paquet de cartes est trié de la façon suivante : - potion n°31 - potion n°24 - potion n° 28 - potion n°29 - le reste des potions violettes, turquoises, oranges, jaunes rouges et vert clair mélangées
2 Entraînement	**Les groupes jouent sur le reste des cartes** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. /*	Par groupe	20/30 min	

3.6 Jeu avec les fractions supérieures à 1 - Version B

La version B du jeu avec les fractions supérieures à 1 ne diffère de la première que par l'ordre des 4 premières cartes. L'objectif et le déroulement de la séance sont en tous points similaires.

Nous avons choisi pour cette deuxième version d'éviter le blocage suscité par la première carte de la version 1. En effet, si ce blocage est intéressant pour certains élèves car source de questionnement, il peut en démotiver d'autres peu sûrs d'eux. L'ordre des 4 premières cartes permet d'amener plus graduellement les élèves vers la décomposition des fractions supérieures à 1. Tout comme pour la version 1, les élèves passent ainsi par toutes les étapes de la décomposition des fractions supérieures à 1 : $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = 1 + \frac{2}{8}$.

Après chacune des 4 premières cartes, une discussion en classe entière ou en petits groupes est prévue pour surmonter les difficultés rencontrées. Nous vous conseillons de permettre des discussions entre les différentes tables de jeu et idéalement en classe entière. En effet, au sein d'une table de jeu, les élèves peuvent décider de balayer la difficulté et de passer à côté de l'enjeu didactique. Par ailleurs, tous les groupes n'auront pas forcément la même stratégie de résolution et il est enrichissant de les partager.

Lors d'une séance de jeu en classe, il est tout à fait possible de différencier l'activité en proposant les versions 1 ou 2 en fonction des groupes d'élèves.

3.6.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons faits :
— La sélection des 4 premières cartes.
— L'ordre des 4 premières cartes.
— Le temps de discussion après chacune des premières cartes.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

3.6.2 Documents

Vous trouverez au dos la fiche séance 3.4 qui détaille l'organisation des cartes et le déroulement de la séance.

Séance 3.4

L'Atelier des potions Décomposition des fractions plus grandes que 1- **Version B**	Cycle 3 40 minutes
Prérequis : Avoir déjà joué à *L'Atelier des potions*. Connaître la notation d'une fraction sous la forme x/y, savoir décomposer une fraction plus grande que 1 en une partie entière et un fraction inférieure à 1	
Objectifs : S'entraîner à décomposer une fraction supérieure à 1 en une partie entière et une fraction inférieure à 1	
Compétence : (x+y)/y = 1 + x/y	
Compétences du socle : • Domaine 1, compétence 3 : Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques. • Domaine 3, compétence 2 : La règle et le droit. L'élève comprend et respecte les règles communes, notamment les règles de civilité…	

Phase n°	**Déroulement**	**Modalités**	**Temps**	**Matériel**
1 Jeu collectif avec quelques cartes triées	*/Rappeler les règles du jeu, préciser qu'on va jouer avec des cartes spéciales/* **Les élèves jouent avec la carte n°24.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler que 10/10 = 1/* **Les élèves jouent avec la carte n°28.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses. Rappeler la décomposition d'une fraction./* **Les élèves jouent avec la carte n°29.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./* **Les élèves jouent avec la carte n°31.** */Discuter des difficultés, comparer les réponses./*	Collectif	2/4 min par carte	Jeu installé Chaque paquet de cartes est trié de la façon suivante : - potion n°24 - potion n° 28 - potion n°29 - potion n°31 - le reste des potions violettes, turquoises, oranges, jaunes rouges, vert clair mélangées
2 Entraînement	**Les groupes jouent sur le reste des cartes** */Passer dans les groupes pour identifier les démarches pertinentes et les démarches erronées. /*	Par groupe	20/30 min	

3.7 Fiche d'exercices

Une des difficultés des apprentissages par le jeu est la transposition des savoirs acquis dans le jeu à d'autres contextes d'utilisation. Dans cette optique, nous avons conçu trois séries d'exercices permettant aux élèves de se détacher progressivement du matériel du jeu pour résoudre des exercices plus classiques.

Dans la première série d'exercices, nous demandons aux élèves de compléter des égalités liées à la décomposition des fractions supérieures à 1 en s'aidant du matériel. Pour chaque égalité, l'ingrédient permettant de trouver la solution est précisé.

Dans la deuxième série d'exercices, les élèves peuvent toujours s'aider du matériel mais, cette fois-ci, c'est à eux de déterminer l'ingrédient qui peut les aider à compléter l'égalité.

Finalement, dans la troisième série d'exercices, les élèves doivent compléter les égalités sans l'aide du matériel.

3.7.1 Choix didactiques

Voici les choix didactiques que nous avons faits :
— Choix des dénominateurs pour chacune des étapes.
— Demander de passer par toutes les étapes de la décomposition pour insister sur l'algorithme de calcul : $\frac{10}{8} = \frac{8}{8} + \frac{2}{8} = 1 + \frac{2}{8}$.
— L'utilisation de fractions supérieures à 2 ou 3 afin de généraliser les procédures.

Attention ! Modifier ces aspects de la séance risquerait d'impacter négativement l'intérêt didactique de la séance et les possibles apprentissages.

3.7.2 Documents

Nous n'avons pas développé de fiche séance relative à cette fiche d'exercices. Libre à vous de consacrer une séance complète à la fiche d'exercices ou de la répartir sur plusieurs séances.

Vous trouverez donc au verso la fiche d'exercices à distribuer aux élèves.

Doc 3.5.1

Fiche d'exercices

Exercice 1 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel indiqué.

A. $\frac{3}{2} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$



B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 1 + \frac{1}{5}$



C. $3 + \frac{1}{3} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



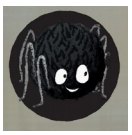
D. $\frac{10}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$



E. $\frac{11}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$



F. $1 + \frac{3}{10} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



Exercice 2 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel si tu veux.

A. $\frac{8}{6} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 2 + \frac{1}{10}$

C. $1 + \frac{1}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

D. $\frac{12}{9} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

E. $\frac{11}{5} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

F. $1 + \frac{2}{3} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Exercice 3 :

Complète les égalités.

A. $\frac{15}{8} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 3 + \frac{5}{6}$

C. $1 + \frac{1}{12} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

D. $\frac{11}{7} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

E. $\frac{7}{5} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

F. $1 + \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Annexe 6 - Questionnaire préalable

Nom : ……
Prénom : ……
Classe : ……..

Date : ……..

1. Ecris tous les mots que tu associes au mot fraction.

2. a) Donne une fraction plus grande que 1.

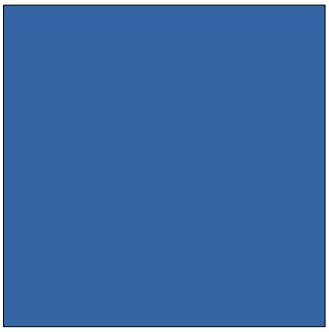
b) Représente là. Tu peux faire plusieurs dessins.

3. Tu as un ensemble de pièces géométrique dans le bol devant toi.

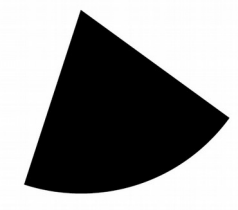
a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



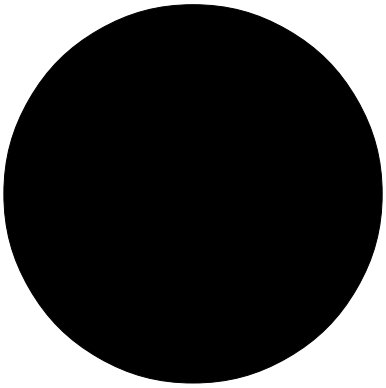
b) La surface de cette pièce correspond à ……de la surface dessinée ci-dessous.



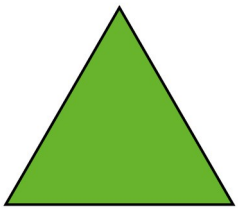
4. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



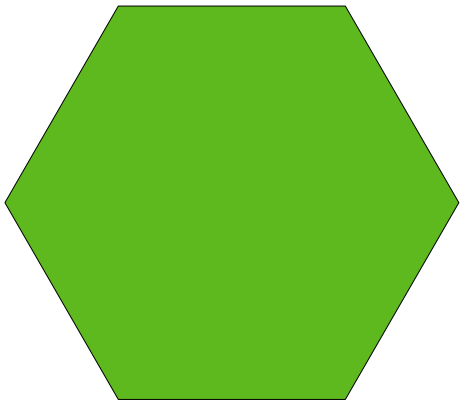
b) La surface de cette pièce correspond à ……de la surface dessinée ci-dessous.



5. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



b) La surface de cette pièce correspond à ……de la surface dessinée ci-dessous.



6. La collection de petites voitures de Pierre correspond à 3/5 de la collection de petites voitures de Paul. Dessine la collection de petites voiture de Pierre

Collection de Paul







Collection de Pierre

7. La collection de petites voitures de Lucas correspond à 3/4 de la collection de petites voitures de Franck.

Collection de Franck



Collection de Lucas

8. La collection de sucettes de Julie correspond à 5/3 de la collection de sucettes de Pierre. Dessine la collection de sucettes de Julie

Collection de Pierre



Collection de Julie

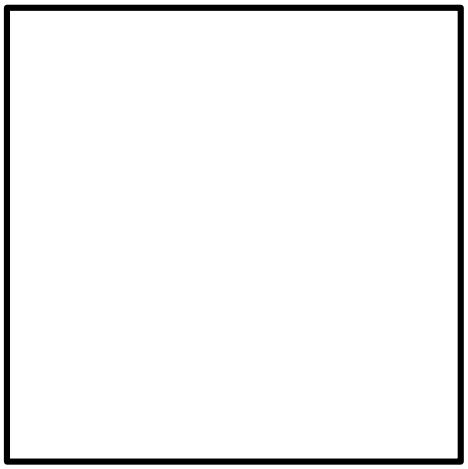
9. La collection de sucettes de Sophie correspond à 9/8 de la collection de sucettes de Pauline.
Dessine la collection de sucettes de Sophie

Collection de Pauline

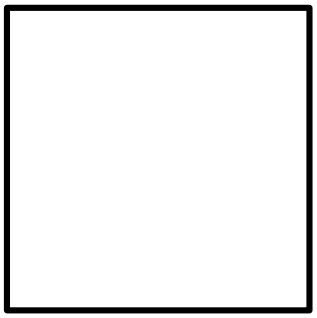


Collection de Sophie

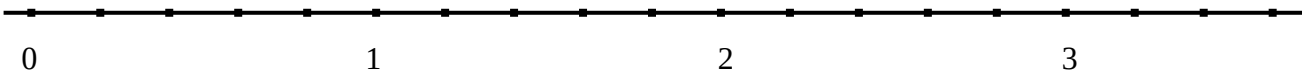
10. Représente une surface qui correspond à 2/3 de la surface ci-dessous.



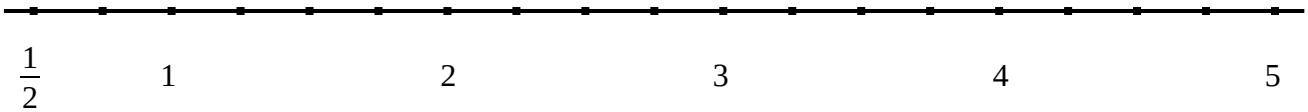
11. Représente une surface qui correspond à 5/4 de la surface ci-dessous.



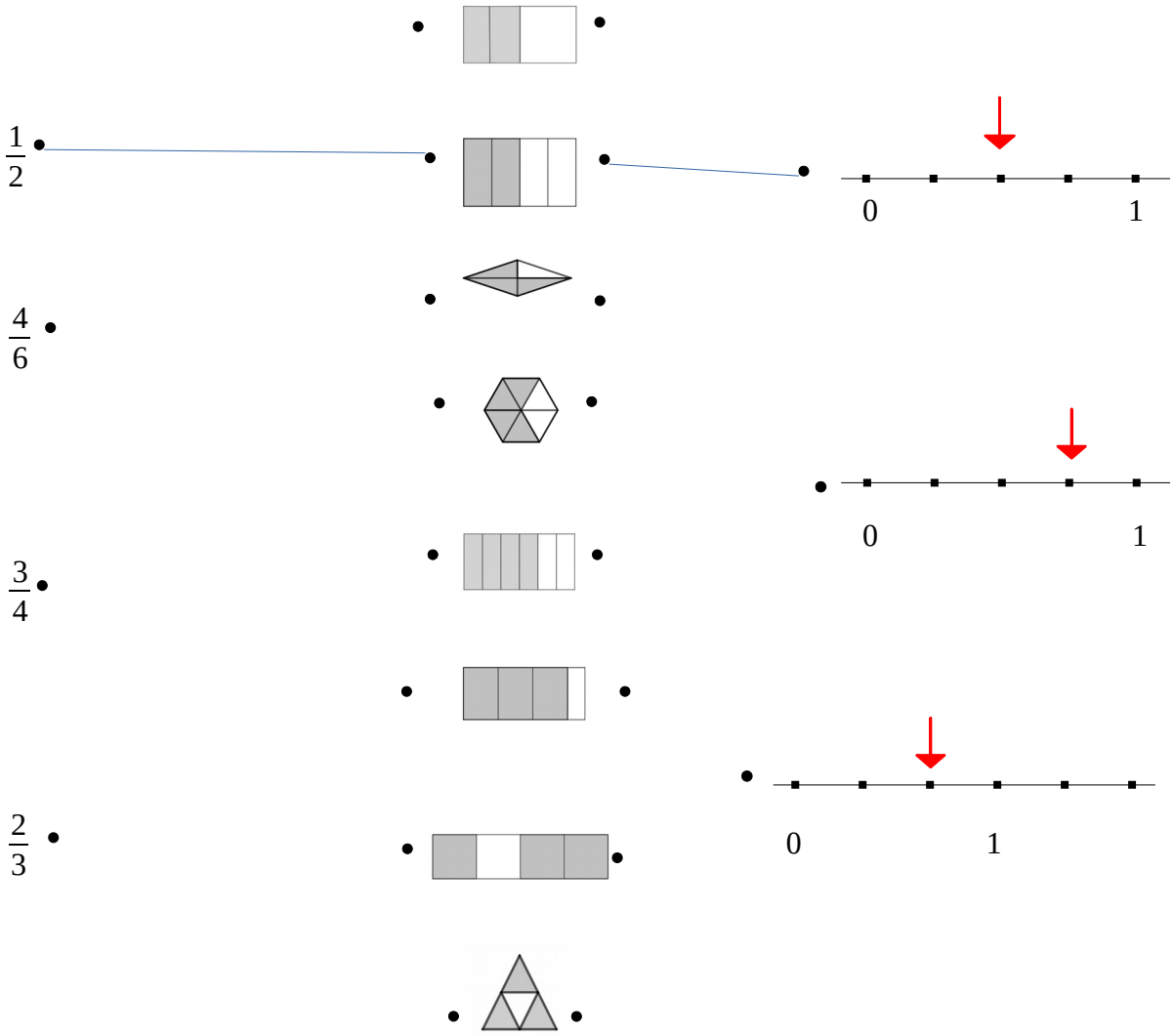
12. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{5}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{10}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{16}{5}$; $\frac{14}{10}$



13. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{10}{8}$



14. Relie les différentes représentations d'une même fraction comme sur l'exemple.



15. Tu as devant toi 4 bandes de papier : la bande A, la bande B, la bande C et la bande D.

a) Quelle est la longueur de la bande B par rapport à la bande A ?

b) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande A ?

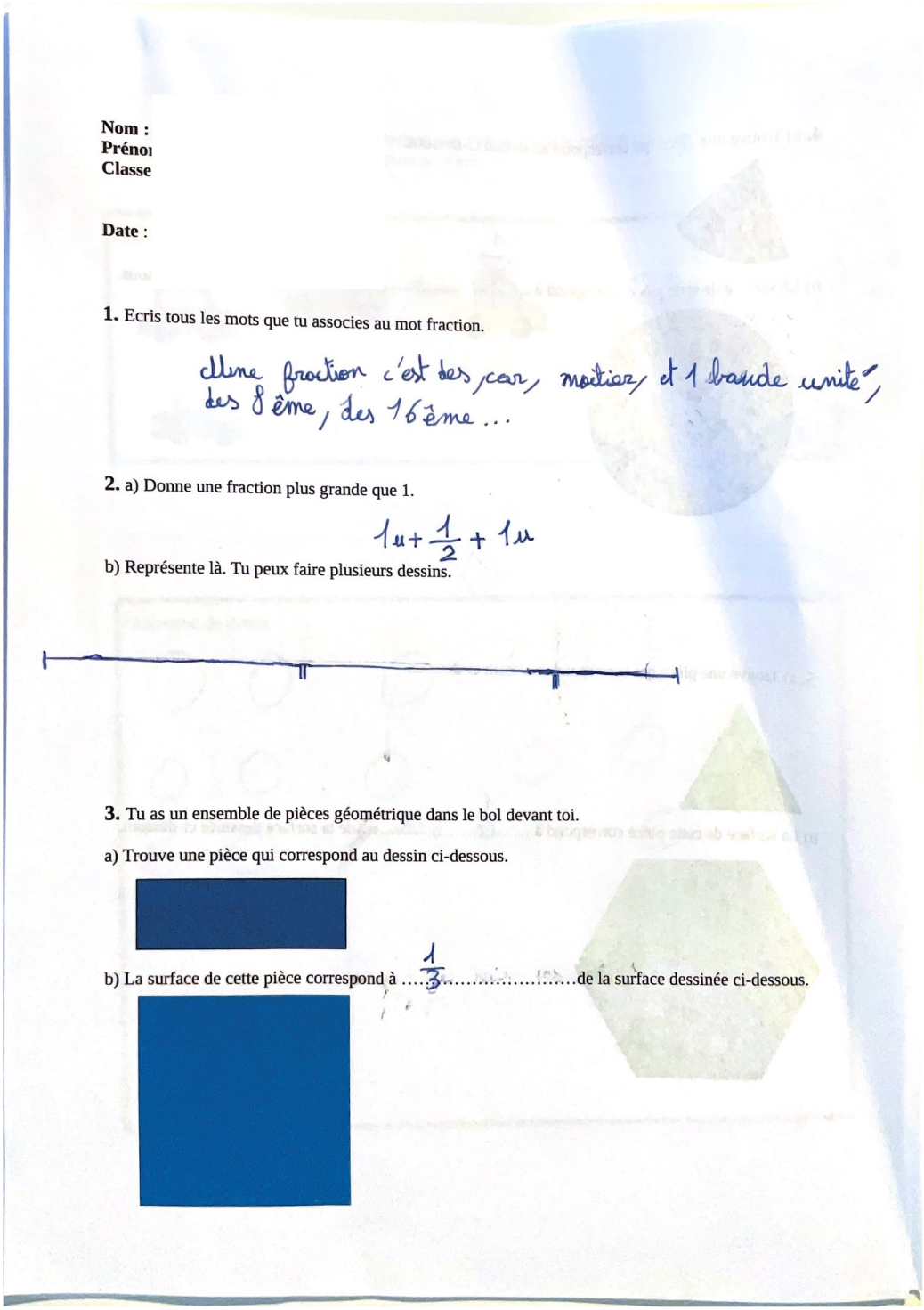
c) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande B ?

d) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande C ?

e) Quelle est la longueur de la bande A par rapport à la bande C ?

Annexe 7 - Réponses au questionnaire préalable

Réponse de L.



Nom :
Prénom
Classe

Date :

1. Ecris tous les mots que tu associes au mot fraction.

Une fraction c'est des, car, moitiez, et 1 grande unité, des 8ème, des 16ème ...

2. a) Donne une fraction plus grande que 1.

$1u + \frac{1}{2} + 1u$

b) Représente là. Tu peux faire plusieurs dessins.

3. Tu as un ensemble de pièces géométrique dans le bol devant toi.

a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.

b) La surface de cette pièce correspond à $\frac{1}{3}$ de la surface dessinée ci-dessous.

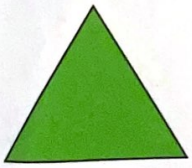
4. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



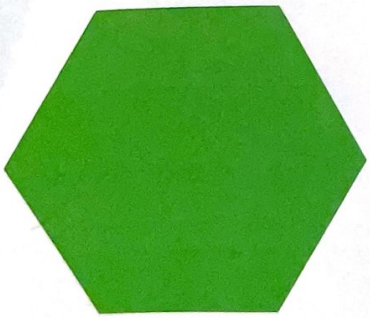
b) La surface de cette pièce correspond à $\frac{1}{5}$ de la surface dessinée ci-dessous.



5. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



b) La surface de cette pièce correspond à $\frac{1}{6}$ de la surface dessinée ci-dessous.



6. La collection de petites voitures de Pierre correspond à 3/5 de la collection de petites voitures de Paul. Dessine la collection de petites voiture de Pierre

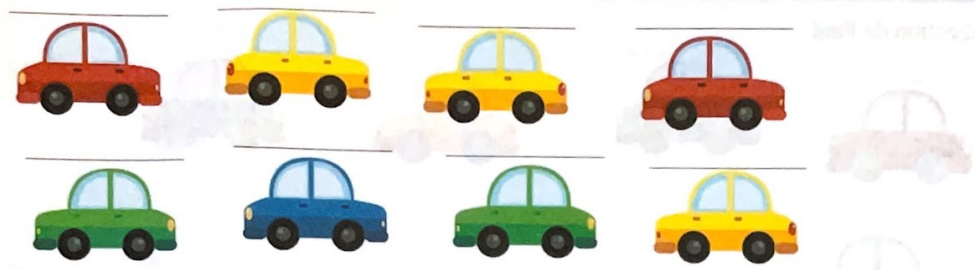
Collection de Paul



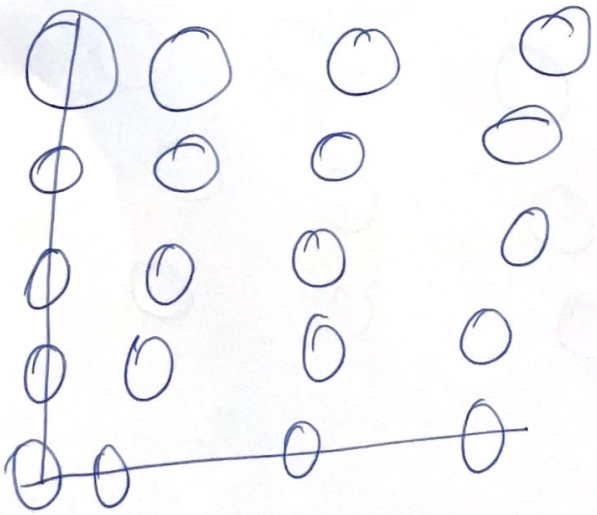
Collection de Pierre

7. La collection de petites voitures de Lucas correspond à 3/4 de la collection de petites voitures de Franck.

Collection de Franck



Collection de Lucas

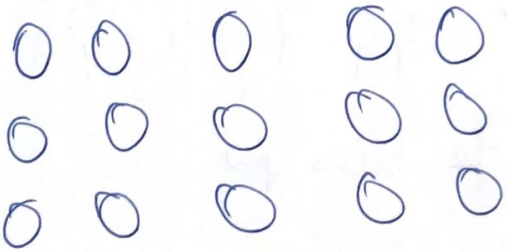


8. La collection de sucettes de Julie correspond à 5/3 de la collection de sucettes de Pierre. Dessine la collection de sucettes de Julie

Collection de Pierre



Collection de Julie

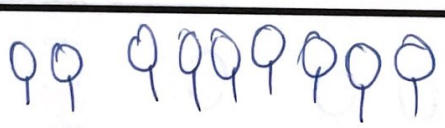


9. La collection de sucettes de Sophie correspond à 9/8 de la collection de sucettes de Pauline.
Dessine la collection de sucettes de Sophie

Collection de Pauline



Collection de Sophie

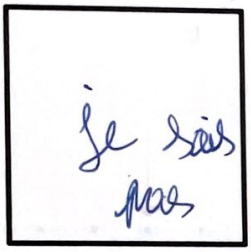


Je sais pas.

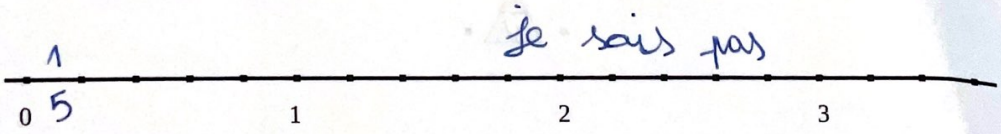
10. Représente une surface qui correspond à 2/3 de la surface ci-dessous.



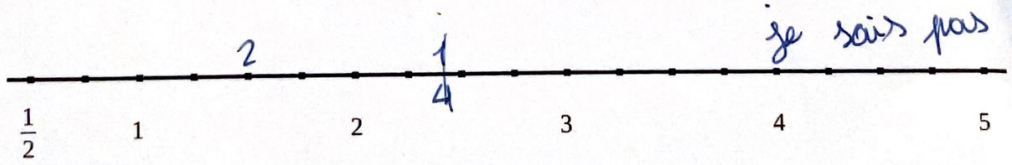
11. Représente une surface qui correspond à 5/4 de la surface ci-dessous.



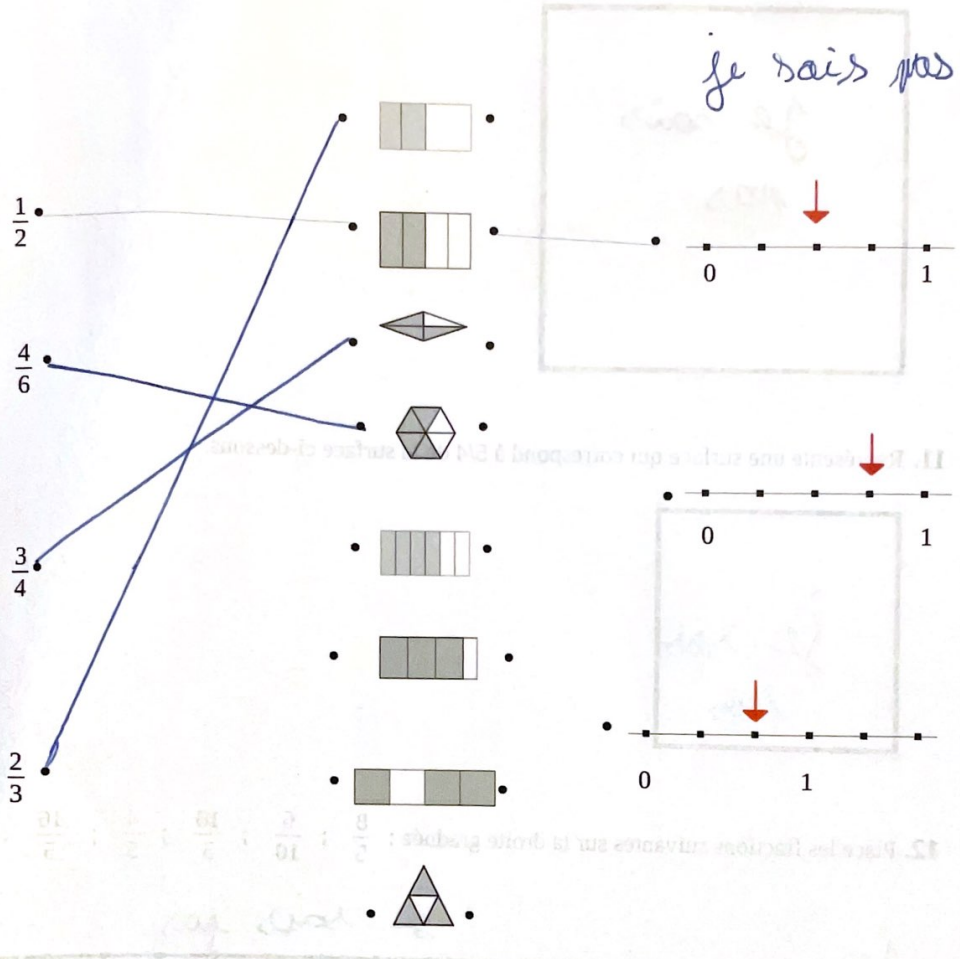
12. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{5}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{10}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{16}{5}$; $\frac{14}{10}$



13. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{10}{8}$



14. Relie les différentes représentations d'une même fraction comme sur l'exemple.



15. Tu as devant toi 4 bandes de papier : la bande A, la bande B, la bande C et la bande D.

a) Quelle est la longueur de la bande B par rapport à la bande A ? La bande B fait 4 fois la A.

b) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande A ? La bande D fait 2 fois la A.

c) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande B ? La bande B fait 2 fois la D.

d) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande C ? je sais pas

e) Quelle est la longueur de la bande A par rapport à la bande C ? je sais pas

Réponse de D.

Nom
Prénc
Class

Date

1. Ecris tous les mots que tu associes au mot fraction.
Une fraction est un petit signe il y le numérateur et le dénominateur

2. a) Donne une fraction plus grande que 1.
~~4/16~~ 2/4
b) Représente là. Tu peux faire plusieurs dessins.




3. Tu as un ensemble de pièces géométrique dans le bol devant toi.

a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



b) La surface de cette pièce correspond à ~~un carré~~ 1/3 de la surface dessinée ci-dessous.



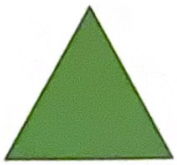
4. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



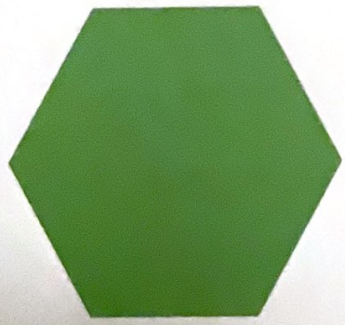
b) La surface de cette pièce correspond à ……$\frac{1}{5}$……de la surface dessinée ci-dessous.



5. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.

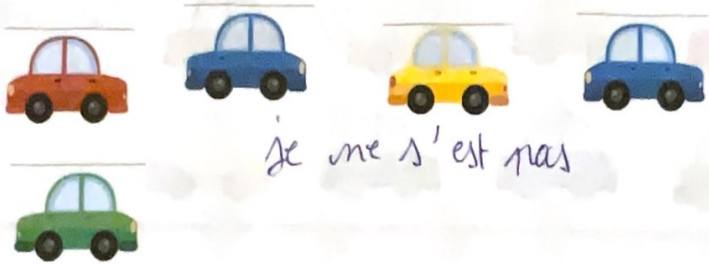


b) La surface de cette pièce correspond à ……$\frac{1}{4}$……de la surface dessinée ci-dessous.



6. La collection de petites voitures de Pierre correspond à 3/5 de la collection de petites voitures de Paul. Dessine la collection de petites voiture de Pierre

Collection de Paul



je ne s'est pas

Collection de Pierre

je ne s'est pas

7. La collection de petites voitures de Lucas correspond à 3/4 de la collection de petites voitures de Franck.

Collection de Franck



Je ne s'est pas

Collection de Lucas

Je ne s'est

8. La collection de sucettes de Julie correspond à 5/3 de la collection de sucettes de Pierre. Dessine la collection de sucettes de Julie

Collection de Pierre



je ne s'en pas

Collection de Julie



9. La collection de sucettes de Sophie correspond à 9/8 de la collection de sucettes de Pauline.
Dessine la collection de sucettes de Sophie

Collection de Pauline



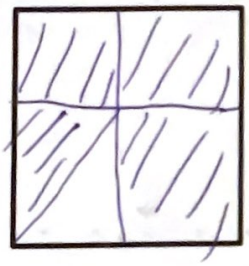
je ne s'est pas

Collection de Sophie

10. Représente une surface qui correspond à 2/3 de la surface ci-dessous.



11. Représente une surface qui correspond à 5/4 de la surface ci-dessous.



12. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{5}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{10}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{16}{5}$; $\frac{14}{10}$

Je ne s'est pas

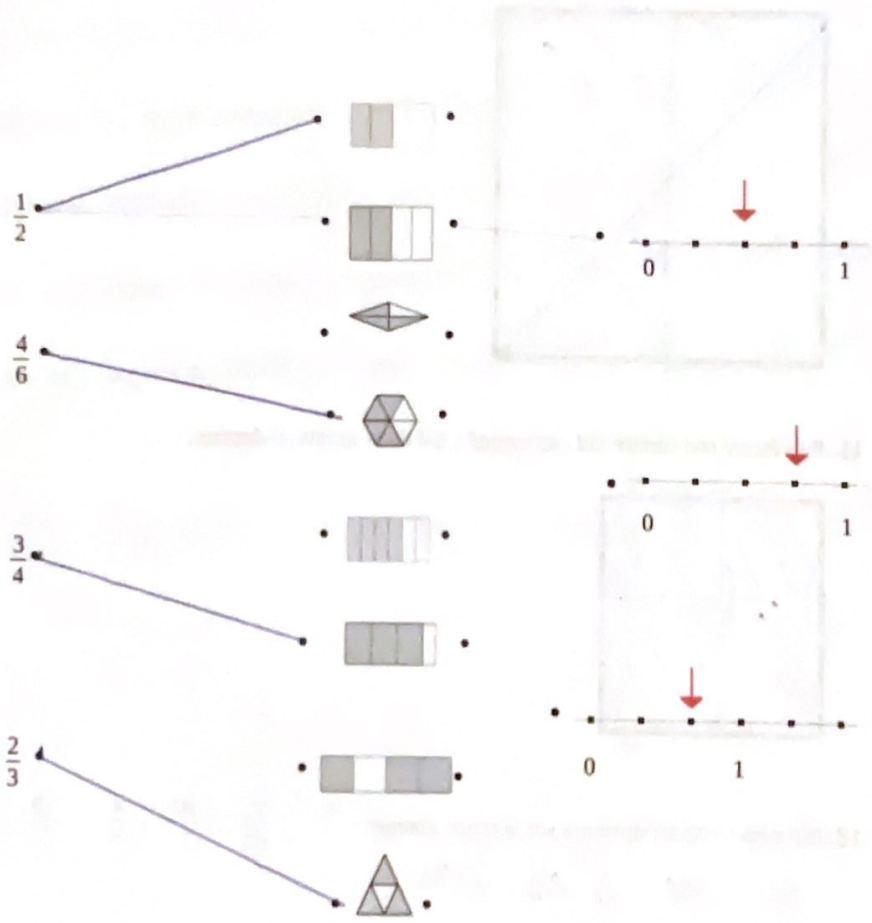


13. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{10}{8}$

Je ne s'est pas



14. Relie les différentes représentations d'une même fraction comme sur l'exemple.



15. Tu as devant toi 4 bandes de papier : la bande A, la bande B, la bande C et la bande D.

a) Quelle est la longueur de la bande B par rapport à la bande A ?

b) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande A ? je ne s'est pas

c) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande B ? je ne s'est pas

d) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande C ? je ne s'est pas

e) Quelle est la longueur de la bande A par rapport à la bande C ? je ne s'est pas

a) la bande B messure ~~3cm~~ $\frac{1}{4}$ de plus

Réponse de N.

Nom :
Prénor
Classe

Date :

1. Ecris tous les mots que tu associes au mot fraction.

~~des fractions c'est~~ Les fractions c'est des chiffres et on les écrie on fractions par exemple $\frac{5}{4}$ u c'est ça une fractions

2. a) Donne une fraction plus grande que 1.

$\frac{5}{4}$ u

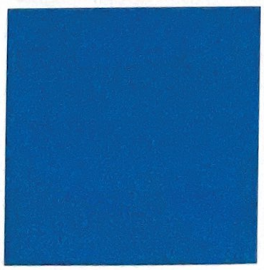
b) Représente là. Tu peux faire plusieurs dessins.

3. Tu as un ensemble de pièces géométrique dans le bol devant toi.

a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.



b) La surface de cette pièce correspond à .....~~334~~ $\frac{1}{3}$.....de la surface dessinée ci-dessous.



4. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.

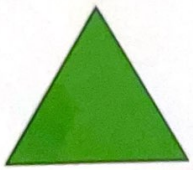


b) La surface de cette pièce correspond à ……de la surface dessinée ci-dessous.

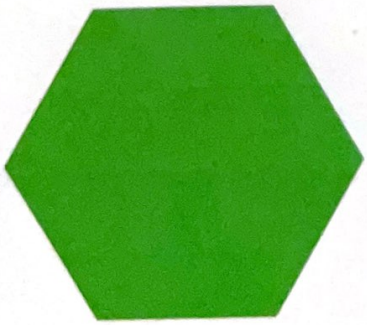


je ne sais pas

5. a) Trouve une pièce qui correspond au dessin ci-dessous.

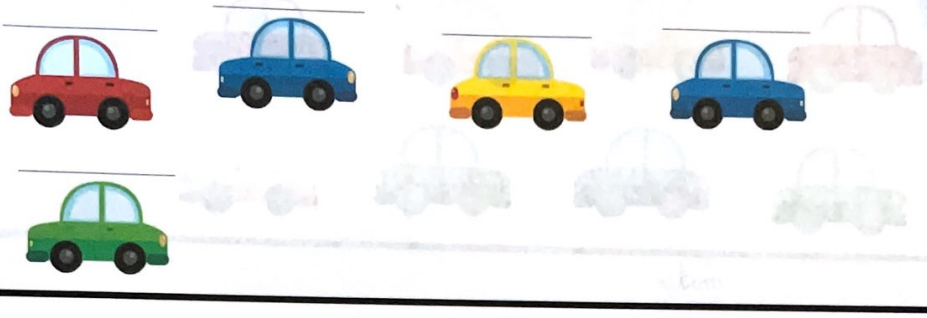


b) La surface de cette pièce correspond à ……$\frac{1}{3}$……de la surface dessinée ci-dessous.



6. La collection de petites voitures de Pierre correspond à 3/5 de la collection de petites voitures de Paul. Dessine la collection de petites voiture de Pierre

Collection de Paul



Collection de Pierre

je ne sais pas

7. La collection de petites voitures de Lucas correspond à 3/4 de la collection de petites voitures de Franck.

Collection de Franck



Collection de Lucas

je ne sais pas

9. La collection de sucettes de Sophie correspond à 9/8 de la collection de sucettes de Pauline.
Dessine la collection de sucettes de Sophie

Collection de Pauline



Collection de Sophie

je sais pas

8. La collection de sucettes de Julie correspond à 5/3 de la collection de sucettes de Pierre. Dessine la collection de sucettes de Julie

Collection de Pierre

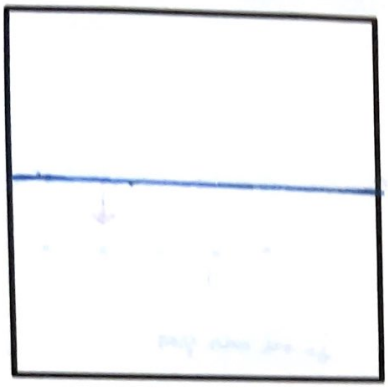


Collection de Julie



Je ne sais pas

10. Représente une surface qui correspond à 2/3 de la surface ci-dessous.



11. Représente une surface qui correspond à 5/4 de la surface ci-dessous.



12. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{5}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{10}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{16}{5}$; $\frac{14}{10}$

je ne m'en sors

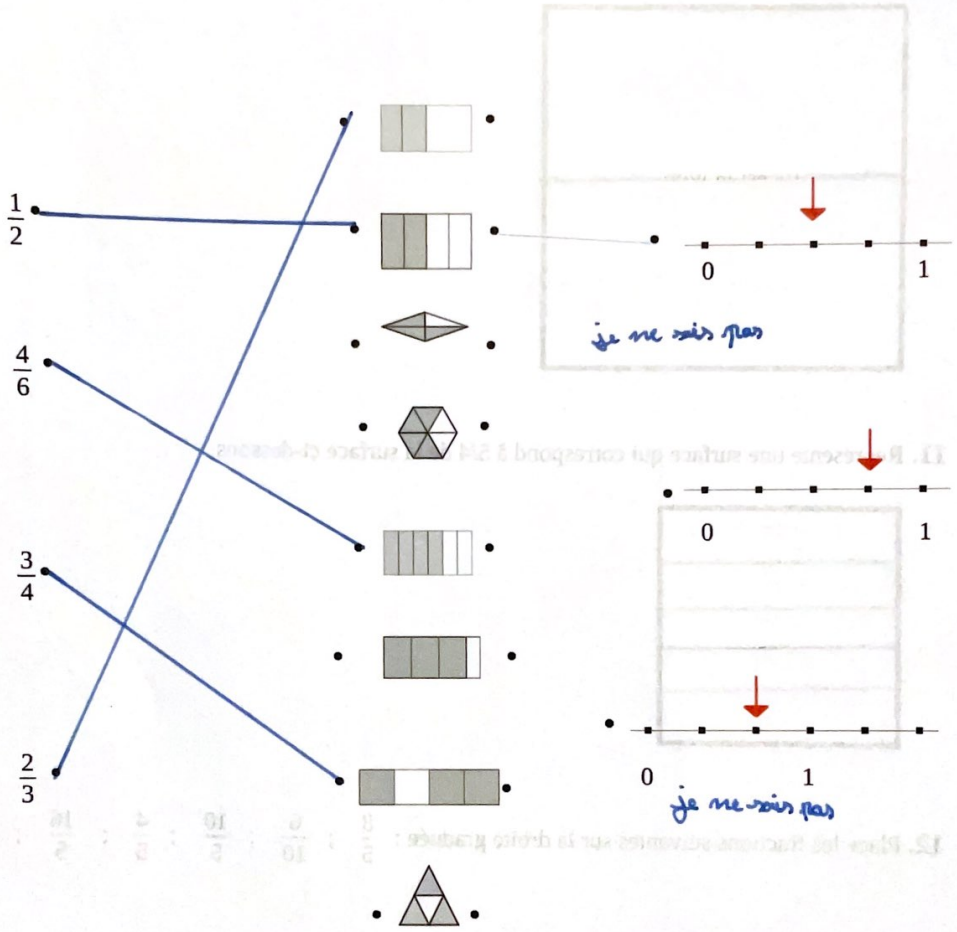


13. Place les fractions suivantes sur la droite graduée : $\frac{8}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{5}{5}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{10}{8}$

je sais pas



14. Relie les différentes représentations d'une même fraction comme sur l'exemple.



15. Tu as devant toi 4 bandes de papier : la bande A, la bande B, la bande C et la bande D.

a) Quelle est la longueur de la bande B par rapport à la bande A ? La bande B mesure $\frac{1}{3}$ et la bande C $\frac{1}{17}$.

b) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande A ? La bande D mesure 13 et la

c) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande B ?

d) Quelle est la longueur de la bande D par rapport à la bande C ?

e) Quelle est la longueur de la bande A par rapport à la bande C ?

Annexe 8 - Suivis des stratégies

Suivi des stratégies de L.					
	Fraction supérieure à 1	**Stratégie pour la fraction supérieure à 1**	**Variante de mise en oeuvre**	**Réussite / échec**	**Autre(s) stratégie(s) notable(s) ou remarques**
Carte potion n°31	$\frac{6}{4}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	échec : prend une unité mais pas les 2 quarts manquant.	Identifie que c'est ce qui a été travaillé à la séance précédente
Carte potion n°24	$\frac{10}{10}+\frac{1}{10}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	Énonce que l'unité correspond à 10 dixièmes
Carte potion n°28	$1+\frac{3}{10}$	SJ1	SJ1.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°29	$\frac{13}{10}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°20	/	/	/	réussite	/
Carte potion n°30	$\frac{11}{8}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	L. cache son plateau avec sa trousse pour que N. arrête d'observer.
Carte potion n°23	$\frac{2}{2}+\frac{1}{2}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°25	$\frac{3}{3}+\frac{1}{3}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°21	$\frac{3}{1}$	/	/	échec	L'écriture de l'entier 3 sous la forme d'une fraction de dénominateur 1 déstabilise les élèves (pas de sens au niveau des grandeurs), la chercheuse guide des élèves sur l'interprétation de la carte.
Carte potion n°16	/	/	/	réussite	/
Carte potion n°53	/	/	/	réussite	Prend un grenouille entière à la place de trois tiers
Carte potion n°52	/	/	/	réussite	Prend l'unité à la place des trois tiers dans les deux cas
Carte potion n°24	$\frac{10}{10}+\frac{1}{10}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°28	$1+\frac{3}{10}$	SJ1	SJ1.1 (stratégie visée)	réussite	/

Carte potion n°29	$\frac{13}{10}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°31	$\frac{6}{4}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	/

Suivi des stratégies de D.					
	Fraction supérieure à 1	**Stratégie pour la fraction supérieure à 1**	**Variante de mise en oeuvre**	**Réussite / échec**	**Autre(s) stratégie(s) notable(s) ou remarques**
Carte potion n°31	$\frac{6}{4}$	SV1	/	échec	Énonce la stratégie visée (SV4.1) lors de la vérification dans le grimoire des solutions
Carte potion n°24	$\frac{10}{10}+\frac{1}{10}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°28	$1+\frac{3}{10}$	SJ1	SJ1.3	échec	/
Carte potion n°29	$\frac{13}{10}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°20	/	/	/	échec : a pris un cinquième d'araignée ou lieu d'un sixième	/
Carte potion n°30	$\frac{11}{8}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	réussite remise en question par L. (triche)
Carte potion n°23	$\frac{2}{2}+\frac{1}{2}$	SO2	SO2.1	échec	D. utilise une comptine pour choisir la pièce qu'il prend au hasard.
Carte potion n°25	$\frac{3}{3}+\frac{1}{3}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	échec: D. met trois tiers de serpent dans son chaudron, les sort, les superpose au serpent unité, remet les trois tiers de serpent dans le chaudron puis rajoute le serpent entier, hésite et finit par retirer les trois tiers de serpent.	D. veut mettre en place des stratégies d'échange de pièces pour les fractions inférieures à 1 également ce qui induit des erreurs
Carte potion n°21	$\frac{3}{1}$	/	/	réussite	L'écriture de l'entier 3 sous la forme d'une fraction de dénominateur 1 déstabilise les élèves (pas de sens au niveau des grandeurs), la chercheuse guide des élèves sur l'interprétation de la carte.
Carte potion n°16	/	/	/	échec : a pris un cinquième	/

				d’araignée ou lieu d’un sixième	
Carte potion n°53	/	/	/	réussite	Prend un grenouille entière à la place de trois tiers
Carte potion n°52	/	/	/	réussite	Prend l’unité à la place des trois tiers dans les deux cas
Carte potion n°24	$\frac{10}{10}+\frac{1}{10}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°28	$1 + \frac{3}{10}$	SJ1	SJ1.1 (stratégie visée)	réussite	/
Carte potion n°29	$\frac{13}{10}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	Met en place des stratégie d’échange de pièces pour les fractions inférieure à un et se trompe
Carte potion n°31	$\frac{6}{4}$	SV4	SV4.1 (stratégie visée)	réussite	Stratégie guidée par la chercheuse

Suivi des stratégies de N.					
	Fraction supérieure à 1	**Stratégie pour la fraction supérieure à 1**	**Variante de mise en oeuvre**	**Réussite / échec**	**Autre(s) stratégie(s) notable(s) ou remarques**
Carte potion n°31	$\frac{6}{4}$	SV1	/	échec	/
Carte potion n°24	$\frac{10}{10}+\frac{1}{10}$	SOb	SOb.1	réussite	/
Carte potion n°28	$1+\frac{3}{10}$	SJ1	SJ1.1 (visée)	échec : a oublié les trois dixièmes de serpent	Énonce que c'est un oubli
Carte potion n°29	$\frac{13}{10}$	SOb	SOb.2	échec : ne prend qu'un serpent entier (visible chez les autres car il dépasse du chaudron)	/
Carte potion n°20	/	/	/	échec : a pris une demie raie au lieu d'une raie entière	/
Carte potion n°30	$\frac{11}{8}$	SOb	SOb.1	échec : ne prend qu'une raie entière	L. cache son plateau avec sa trousse pour que N. arrête d'observer.
Carte potion n°23	$\frac{2}{2}+\frac{1}{2}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	Stratégie guidée pas à pas par la chercheuse
Carte potion n°25	$\frac{3}{3}+\frac{1}{3}$	SO1	/	échec	/
Carte potion n°21	$\frac{3}{1}$	/	/	échec	L'écriture de l'entier 3 sous la forme d'une fraction de dénominateur 1 déstabilise les élèves (pas de sens au niveau des grandeurs), la chercheuse guide des élèves sur l'interprétation de la carte.
Carte potion n°16	/	/	/	réussite	/
Carte potion n°53	/	/	/	réussite	prend trois tiers de grenouille
Carte potion n°52	/	/	/	réussite	Prend l'unité à la place des trois tiers dans les deux cas
Carte potion n°24	$\frac{10}{10}+\frac{1}{10}$	SO4	SO4.1 (stratégie visée)	réussite	Stratégie guidée par la chercheuse
Carte potion n°28	$1+\frac{3}{10}$	SJ1	SJ1.1 (stratégie visée)	réussite	/

Carte potion n°29	$\frac{13}{10}$	SOb	SOb.3	réussite	Réponse soufflée par L.
Carte potion n°31	$\frac{6}{4}$	SOb	SOb.3	réussite	/

Annexe 9 - Transcription de la séance 4

L. : Euh, on peut les mettre dans l'ordre ?

Chercheuse : Oui.

N. : Moi, ça je le mets là. Et...

L. : Attends. Laisse moi faire.

N. : Mais, on n'a pas besoin de stylo.

L. : (chuchote) Laisse moi faire.

D. : Et mmmeh, meh, meh meh.

N. : (A L.) Un pour toi.

D. : Meh, meh, meh, meh meh.

N. : (A L.) Je te le mets sur la table... (A D.) Un pour toi et un pour moi. (A L.) Mais moi je le mets avec toi. Pfff. On verra ça après. La règle ici. (A L.) Ferme ta trousse, au cas où, si elle tombe. Au moins il n'y aura rien qui tombera. (A D.) Toi aussi D. Ah! Tu l'as déjà fermée.

D. : Je tire la première carte.

N. : Non, pas encore. J'ai pas encore... préparé.

L. : Mais en fait ça sert à quoi de tirer ou pas tirer. On s'en fiche, hein?

D. : Bah si tu t'en fiches, pourquoi tu pas ?

Chercheuse : Oh! Vous pouvez... Vous pouvez commencer.

N. : Attends, attends !

Chercheuse : Si vous êtes prêts.

N. : Non ! Non !

L. : On n'est pas prêts D.

N. : T'es tellement pressé(e). (A propos d'un morceau de serpent) What ?! ça, ça s'est enlevé.

L. : Voilà !

N. : (A propos du morceau de serpent) Il vient d'où celui-là ?

L. : (A propos du morceau de serpent) L....

D. : On démarre à 10, hein ?

L. : (A propos du morceau de serpent) Il vient d'où celui-là ?

D. : Il faut démarrer à 10, N.

L. : (A propos du morceau de serpent) C’est pas le mien !

Chercheuse : C'est pas le tien ?

N. : C'est pas le mien.

D. : Si ! C'est pas le mien non plus.

N. : Bah, c'est pas le mien non plus en tout cas.

L. : C'est pas le mien non plus.

Chercheuse : Bah, il doit venir d'une autre plaque. Je vais le ranger.

N. : (A D.) Attends ! Oui, je sais c'est long mais il faut…

—---------- Carte 31—----------

L. : Allez vas-y !

N. : Alors dans deux, trois...

L. : Allez vas-y ! Dans un, deux trois...

N. : Eh toi! hein!

L. : Faut pas qu'on oublie ses points, hein ?

N. : (En rigolant) La dernière fois, tu t'en souviens, on avait oublié.

L. : Alors....

N. : Alors, on peut commencer. (En chuchotant) Alors qu'est-ce que je vais mettre... (En parlant des tiers de grenouille) 3 et j'en prends 2

L. : Il me manque un bout d'araignée là.

Chercheuse : (Acquiesce)

N. : Six? mais il n'y a pas six en fait. Un de trois. Mais non il n'y a pas six.

L. : Merci.

N. : What ?!

D. : Ah ouais, j'avais dit que c'était en plus dur.

N. : (En chuchotant, compte les morceaux de raies) Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf. Je me suis trompé(e)...

L. : Ah mais, c'est trop dur!!

N. : Ah mais je peux pas...

L. : Mais oui..

N. : (En montrant la ligne des raies sur la carte potion) Pour ça...Beh t'as 4 mais tu peux pas prendre 6.

D. : Moi, j'ai peut-être une idée mais je vous la dis pas.

N. : Mais c'est quoi ce truc?

D. : Trois...

L. : Oh my god.

N. : Bon ben je vais commencer par le serpent alors. Tant pis. ... (en comptant les pièces) Un, deux, trois, quatre, cinq. Un, deux, trois, quatre.

L. : C'est pas possible...

N. : (A L.) Ben t'as qu'à faire ceux.. ceux où tu arrives. Et tu fais, euh.. le plus difficile à la fin.

D. : C'est bon !

L. : Bah déjà... Attends mais là c'est trop dur.

D. : J'avais dit que c'était un peu difficile.

L. : Ok c'est bon! J'ai tout compris, c'est ça.. Je crois que c'est ça. On va mettre ça.

N. : J'y arrive pas...

L. : (A D.) T'as mis quoi...Ah !

N. : Je ne sais pas si...

L. : Je suis pas sûr(e) que c'est quatre...Bon! On avait travaillé hier en plus...

D. : (A L.) Tu prends toujours 4 étoiles.

L. : Non parce que je suis sûr(e) (inaudible).

N. : Un! Parce que je sais que je vais perdre. Non!

D. : C'est trop tard.

L. : (En montrant les raies de N.) Mais t'as pas fais ça. Bon...

N. : Je ne sais pas.

Chercheuse : (A N.)Tu ne le fais pas ?

N. : (A L.) Toi non plus tu ne l'as pas fait. Si?

L. : Si!

D. : C'est potion 31.

N. : (A L.) Ah ouais, t'as mis ça...

L. : C'est là.

N. : Ok.. C'est bon 31...

L. : Ohhh.

D. : J'ai perdu.

L. : Quoi ?

N. : J'ai perdu, c'est bon je ne le fais même pas.

L. : J'ai perdu.

D. : Oui j'ai perdu

Chercheuse : Non. Faites le quand même.

D. : Oui

N. : Non, regarde j'ai pas de bleu. Je n'ai pas pris...

Chercheuse : C'est pas grave. Faites le quand même, qu'on vérifie et qu'on discute ensemble.

L. : Purée... Non ! C'est compliqué.

N. : (A L.) Toi aussi t'as pas pris de bleu... Ah si. Moi j'ai perdu.. .

L. : En plus j'ai mis 4. Toi ça va t'as...

D. : Nooon... J'ai perdu...Fallait prendre... Ce n'était pas la bonne potion. Fallait prendre tout ça de raie.

N. : (Tousse).

D. : Fallait prendre une raie.. Ouh là!

L. : Non c'était pas possible.

D. : Fallait prendre plus de raie que... .

L. : Mais c'était pas possible. Là. Le quatre raie, tout ça.

Chercheuse : Ben je ne sais pas. On va en discuter. Je vous laisse finir.

N. : Ohhh ! Non, ça, ça ne rentre pas.

D. : J'ai perdu.

L. : Ok, bon, je sais, j'ai perdu.

N. : Ouais bon...J'ai perdu

Chercheuse : Vous pouvez laisser vos... Vos raies sur le... euh..

N. : De quoi? Nos raies ?

Chercheuse : Oui, ceux qui ont pris des raies, les laisser sur... les laisser sur le grimoire qu'on discute .

N. : Raté! Yes, yes, yes.

L. : T'as de la chance.

D. : Ah! J'ai compris ce qu'il faut.

N. : J'ai de la chance que j'ai pris un point.

Chercheuse : (A D.) Quoi?

D. : J'ai compris ce qu'il fallait faire!

L. : (A D.) J'ai pas compris...

N. : (A L.) T'as pris quatre points et j'ai pris un point.

D. : Au fait, par exemple, il fallait prendre une raie entière plus deux trucs comme ça.

N. : Ohhhhh!

D. : Et là on aurait gagné.

N. Ah oui ! ça fait.. hum..

D. : ça fait six quart parce qu'une raie entière...

L. : Ah mais oui !!!

D. : C'est parce qu'une raie entière c'est quatre, c'est quatre quarts plus...euh... Plus deux trucs euh...

L. : Purée !

D. : Comme ça

L. : Plus deux trucs, c'est quoi plus deux trucs.

D. : Ça fait...

N. : On comprend rien!

Chercheuse : (En montrant la pièce) Plus deux ?

D. : Carrés.

N. : C'est pas des carrés...

Chercheuse : En fractions. Deux ?

D. : Deux quarts.

Chercheuse : Voilà...

D. : On aurait gagné

N. : Deux quarts?

D. : Mais non (inaudible).

Chercheuse : (A N.) Une en... Une raie entière, ça fait ? Combien de quarts ?

D. : J'avais dit que ça serait plus difficile.

L. : Euh 1.

D. : J'avais dit. J'avais dit.

Chercheuse : Je vais l'écrire au tableau..

N. : (A L.) Toi, tu perds quatre point.

D. : Oui. Moi aussi...

N. : Moi je perds un point.

Chercheuse : Vous m'avez dit...

D. : Rhooo. N. la chance!

Chercheuse : Une raie entière ça fait ?

N. : Moi je perds un point. Et j'ai de la chance. Tu vois c'est pour ça que je t'ai dis de pas prendre beaucoup de points.

Chercheuse : N. tu as dit ? Une raie entière, ça fait combien de quarts vous m'avez dit ?

N. et D. : Quatre quarts!

Chercheuse : Oui. Tout le monde est d'accord là-dessus.

L. : Oui.

N. : Non.

L. : Atta..ta... tends! Oui, oui, c'est bon, oui.

Chercheuse : Oui c'est bon?

N. : Moi, je suis pas d'accord.

Chercheuse : Et si... (A N.) Pourquoi t'es pas d'accord?

N. : Ah! euh.. Non ! Mais si, si ,si!

Chercheuse : Tu peux ne pas être d'accord...

D. : On a le droit...

Chercheuse : Mais du dois m'expliquer.

N. : Non mais je me suis trompé.e.

Chercheuse : Et du coup... Pour faire... Si je fais une raie entière plus deux quarts.

N. : Ah! My god!

L. : Ben ça fait siii... .

N. : Ça fait si... Ben ça fait.. C'est égale à...

Chercheuse : Ça fait combien de qua...

L. : ça fait six.

Chercheuse : ça fait quatre quarts plus deux quarts. Est ce que vous êtes d'accord? J'ai remplacé un par quatre quarts. Et ça fait combien de quarts au total?

L. : Beh six quarts.

N. : Beh six quarts.

Chercheuse : C'est un peu ce qu'on a vu hier, non?

L. : Si ! C'est ce que j'ai dit..(inaudible)

N. : Allez c'est parti ! On fait le....

Chercheuse : On fait la suivante ?

D. : Attends! Je suis pas prêt, je suis pas prêt.

Chercheuse : (A N.) Attends, attends. On attend que tout le monde range.

N. : Eh! J'ai de la chance que j'ai pris un point.

L. : ça fait quoi si on est là?

D. : T'as perdu un point?

Chercheuse : Tu arrives à zéro et tu ne peux pas descendre en dessous mais tu vas avoir du mal à remonter.

D. : Ah oui très beaucoup de mal.

N. : Mais on ne peut pas descendre là? Et là? Et là? Et là?

Chercheuse : Non.

N. : Et là? Et là? Et là? Et là?

L. : Alors, c'est quoi?

N. : Pourquoi on ne peut pas faire comme ça?

Chercheuse : (A L.) On attend que D. ai fini de ranger.

N. : Pourquoi on ne peut pas faire zéro...

Chercheuse : (A L.) On va la poser à côté.

L. : Ah ouais.

N. : Et si on a zéro et ben on revient à 100. Non, on revient à 89.

N. : (Chantonne).

L. : Ça fait quoi si t'es là?

N. : Ben t'as gagné.

D. : T'as gagné.

Chercheuse : Oui.

D. : T'as gagné, le jeu.

L. : T'as gagné 3 000 €?

Chercheuse : Non.

L. : Oh...

Chercheuse : T'as juste gagné le jeu. Mais...

N. : Tu gagnes quoi ?

Chercheuse : Il faut jouer longtemps pour arriver là, hein?

D. : Oui. Il faut jouer longtemps.

N. : Comment ça s'appelle ce jeu?

Chercheuse : L'Atelier des potions.

N. : Ahhh ...

N. : Y a écrit là.

Chercheuse : C'est écrit ici en bas : l'Atelier des potions.

—---------- Carte 24 —----------

D. : OK. T'as tiré?

L. : Ahah !

N. : Quoi tiré?

Chercheuse : Non. On n'a pas tiré. ça c'était l'ancienne carte

N. : Prêt? Feu ! go ! partez! Tu mets au milieu,hein? Parce qu'on ne voit pas.

D. : Go! go! go! go!

Chercheuse : On va mettre ça sur le côté.

L. : Voilà !

N. : Qu'est ce qui se passe?

L. : Après, c'est hyper dur. Plus dur que avant.

N. : Oh ! Dix dix, plus un dixième. Mais pourquoi on fait ça? J'aime pas avoir ça.

L. : (rigole) Je sais ce que c'est.

N. : Et ça. Et ça. Je ne sais pas ça va jusqu'à où.

L. : Bon allez. Commence par les faciles. Là.

D. : Allez! Deux...

N. : Ça c'est le chat qui m'a fait ça. L à. Je l'ai frappé. (N. et L. rigole) Il a compris hein? Quand je l'ai frappé il a dit "miaou". Trois, deux alors...

D. : (chuchote) Je suis concentré à fond.

L. : (chuchote) Moi aussi. Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix. (Fort) Attends ! Alors, un! (chuchote) deux, trois, quatre, cinq, six,.

N. : Oh my god!

L. : Sept, huit, neuf, dix. Ah... C'est trop dur !

N. : T'as qu'à compter dans ta tête. J'ai trop envie d'écrire. Si on écrit c'est plus facile mais... Je vais écrire sur ma main.

D. : OK, j'ai compris.

L. : C'est dix dixième donc je vais mettre ça. Ça vaut… plus un dixième.

N. : Ah mais ouais !

L. : Mais.. Oh !

D. : Arrêtez de me copier !

L. : Mais je ne t'ai pas copié moi !

N. : On te copie même pas.

D. : Bon. C'est bon j'ai fini.

Chercheuse : T'as pas mis d'étoile ?

D. : ça ! Je vais en mettre une.

L. : Je vais en mettre quatre. Je suis sûre. Je suis sûre et certaine.

D. : Si tu perds 4… Si tu peux en perdre 4 étoiles je te fais ça (signe L sur le front). Parce que moi je (inaudible).

L. Parce que moi

N. : Je crois qu'il faut...

L : Parce que moi je vais en gagner 4, euh !

D. : Quoique je vais en prendre 4.

L. : Oh t'es un tricheur.

Chercheuse : Tu as déjà mis tes étoiles.

L. : Trop tard…

N. : Ouais c'est ça… Ouais, vraiment, je vais mettre trois étoiles parce...non… Vas-y trois points parce que je vais perdre. Tu vois tout à l'heure j'avais raison de prendre 1 point.

Chercheuse : Tout le monde a fini.

N. : Ouais ! Allez ! Bon..

[…]

N. : Je sens que je vais perdre.

D. : Je sens que j'ai gagné !

N. : Moi aussi je sens que j'ai gagné. Après c'est pas compliqué. (A D.) Toi t'as perdu au premier ?

D. : Ouais, j'ai perdu.

L. : Ouuuuh. J'ai gagné. (En chantonnant) J'ai gagné. J'ai gagné. J'ai gagné. Voilà j'ai eu raison.

N. : Allez ! C'est bon ! J'ai gagné.

Chercheuse : Tu peux le laisser une seconde sur ton grimoire, le temps que tout le monde ait terminé. Ne les enlevez pas qu'on puisse discuter un petit peu. Pardon, j'aurai dû vous le dire avant.

L. : Et du coup j'ai gagné 4 étoiles.

N. : Et du coup j'ai gagné 3 étoiles.

L. : Et du coup j'ai gagné 4 étoiles.

Chercheuse : Alors. Pourquoi vous avez fait ça pour les araignées ?

N. : bah parce que.. pour les araignées.. bah parce que ça, ça fait… Non, non, non

L. : Je sais !

Chercheuse : (A N.) Vas-y ! (puis fait un signe de tête à L. en l'absence de réponse).

L. : parce que 10 dixièmes, ça c'est un, euh, ça c'est 10 dixièmes. Parce que tout ça c'est 10 dixième donc je pouvais prendre ça (en montrant l'unité).

Chercheuse : Et ça c'est quoi ? Ça vaut combien ?

L. : ça fait un.

Chercheuse : Une araignée.

L. : Une araignée entière

N. : Une araignée entière ça fait 10 dixièmes.

L. : Et ça, c'est un dixième.

Chercheuse : Tu as fait pareil D. ? Tu as pensé pareil ?

D. : Oui.

N. : Je peux les enlever ?

Chercheuse : Pouvez les enlever.

D. : J'ai eu tort de prendre deux points.

N. : Tu as combien de points ?

D. : J'ai 8 points.

L. : 10.

N. : 1, 2, 3.. 12 points.

L. : Ohh! C'est pas possible ! Ah si c'est possible.

Chercheuse : Si parce qu'au premier elle a pris qu'un point.

L. : Oui elle a [inaudible] un.

N. : Vous voyez, vous prenez toujours 4 étoiles et vous perdez… 3 étoiles c'est bien.

D. : Moi aussi je prends 3 étoiles. Ah non, 4 étoiles.

[Discussion repas]

—---------- Carte 28 —----------

N. : Oh non…

D. : Ok ok ok

N. : Oh mais pourquoi je suis comme ça et je me fais mal moi même avec ça.

L. : Allez, allez.

(les élèves réalisent leurs potions)

L. : Attend il y en a combien là? Mais pourquoi il y en a deux fois deux là?

Chercheuse : On en discutera plus tard. Je retiens ta question.

L. : Parce que, euh… On peut pas en fait. Ah mais si on peut. (Compte les sixièmes)

(les élèves continuent leurs potions)

L. : Et on va mettre 4 étoiles.

N. : Tu es sûre de toi ? tu veux mettre 4 étoiles ?

L. : Sûre.

N. : Le dernier. Oh my god !

L. : C'est trop facile.

N. : Je ne sais pas je mets combien. Au moins 2, je mets au moins deux. Trois ? Non. Je ne sais pas quoi mettre.

L. : Bah alors t'as un problème.

N. : Vas-y, je mets quatre.

D. : Quoique, N. elle a raison. Quoi que oui. J'ai réfléchi N. a raison de mettre un serpent entier.

N. : Je mets 3.

D. : Elle a raison de mettre un serpent entier.

L. : Mais moi aussi je l'ai fait.

D. : Non…

L. : Mais oui, tu ne vois pas? T'es miro?

Chercheuse : C'est bon ?

N. : Attends je vais mélanger. Voilà…

L. : Allez N. …

Chercheuse : Quand vous avez fini de poser sur le grimoire, on enlève pas cette fois-ci. On attend, on en discute. D'accord ?

(Cherchent la page)

N. : Ohhh, j'ai raison, voilà! Ah mais non…

L. : Et bien moi aussi…

N. : Ohhh, j'ai oublié ça, j'ai oublié…

L. : Moi aussi j'ai raison.

Chercheuse : Qu'est-ce que tu as oublié N.? Par rapport à ce qu'il y a écrit sur la potion

L. : J'ai réussi.

N. : J'ai oublié, euh, 10 trois… Euh non! Trois dixièmes.

Chercheuse : Tu as pris un serpent entier mais tu as oublié les trois dixièmes.

N. : Bon, ben, c'est pas la peine que je le fais alors.

Chercheuse : (A D.) Et toi D., qu'est-ce que tu as fait ?

L. : Si N. fais le!

Chercheuse : C’est pas grave si tu veux pas faire le reste. Tu ne veux pas vérifier si le reste tu avais juste ?

(N. fait non de la tête)

Chercheuse : (A D.) Qu’est-ce que tu as fait toi? Euh…

D. : J'ai perdu 4 étoiles. C’est de pire en pire.

Chercheuse : Tu en as pris que trois ?

D. : J'ai perdu 4 étoiles. C’est de pire en pire.

N.: Je te l’avais dit !!

L. : Moi j’ai gagné.

Chercheuse : Tu en as pris plus, tu en as pris quatre.

D. : Oui mais ça ne change rien.

Chercheuse : Pourquoi tu en as pris quatre? Tu as cru que ça c'était un dixième aussi ? (D. acquiesce) Oui mais il n'y a pas écrit un dixième il y a écrit un.

L. : Je suis trop forte.

Chercheuse : (A D.) Je te rassure il y a beaucoup de gens qui font cette erreur.

N. : Tu as beaucoup de points ?

L. : Oui beaucoup plus.

Chercheuse : (A D.) Mais tu ne te tromperas pas la prochaine fois.

N. : Je vais tricher.

D. : Ça fait deux fois que je me trompe.

Chercheuse : Bah, c’est pas grave.

D. : de tout les potions que j’ai fait, c’est…

Chercheuse : Eh ! Est-ce qu'on gagne toujours à tous les jeux ?

N. : Oui !

Chercheuse : non ! Beh, non !

A. : Ah moi oui, parce que je suis la plus [inaudible] Et tout le monde dit que je gagne tout le temps. Et un jour, j’ai gagner au loto.

D. : Alors que c’est faux.

N. : C’est vrai.

L. : C’est vrai.

Chercheuse : Tu as eu de la chance… Le principal c'est de voir ce qu'on a fait faux pour pouvoir corriger la prochaine fois. D'accord ? (D. acquiesce)

[...]

L. : Eh, eh , eh. J’ai gagné les cops.

N. : Eh ouais, beh, beh, beh, on s’en fiche. Allez je vais te rattraper .

L. : Du coup voilà c'est bon j'ai tout gagné.

N. : J’en ai 10 moi. Ah mais non j’en ai à 11. On le compte le 12 ou pas.

L. : Je suis à 14.

Chercheuse : Tu avais pris que deux étoiles?

N. : Non 3.

Chercheuse : Ben alors tu redescends. Ben non, tu redescends ça fait 12 11 10 et encore un. Tu perds 3 points. On est d’accord ? Un deux trois.

D. : (A L.) Tu gagnes combien de points toi?

L. : Euh… 4.

Chercheuse : (A N.) Tu es à 12.

N. : Oui, 1 2 3.

Chercheuse : Non ça c’est 13.

N. : Ah mais oui c'est vrai!

Chercheuse : Tu descends.

N. : Je suis une (inaudible).

[...]

N. : Moi j'ai perdu 3 étoiles donc, euh, quand même !

D. : Moi ,j'en ai perdu 4.

N. : C'est pas la fin, c'est pas la fin.

L. : Ben, moi j’en ai gagné 4.

D. : Ouais mais on avait compris en fait.

N. : C'est vrai ça. On avait bien compris.
(Discussion sur les pitas pendant que les élèves rangent leur matériel)

L. : Prochaine carte.

D. : C'est moi qui la tire.

N. : Pourquoi ?
L. : Pourquoi donc ?

N. : Parce que tu as perdu 4 étoiles. Voilà.

L. : Parce que… parce que… parce que …

Chercheuse : (A D.) À enlever tes étoiles déjà ou pas encore ?

L. : Pas encore

N. : Ohhhh

L. : (à chaque fois que D. descend d'une case) Ting, ting, ting, ting.

D. : Euh… Waouh. J'en suis à 4, dis donc.

[...]

D. : L. J'aimerais trop que tu perds 4 étoiles là. Ça va me soulager.

[N. et L. parlent de pita et de légumes]

—---------- Carte 29 —----------

D. : C'est bon. (En tournant la carte) Hop !

L. : Oh my god !

N. : Pourquoi on fait des trucs compliqués.

L. : Parce que ça devait être compliqué.

N. : Parce que c'est le dernier jour.

L. : Non, a… C'est le dernier jour ?

(Chercheuse fait non de la tête)

N. : Non mais c'est le dernier jour "vendredi". Après c'est le weekend.

L. : Ahh. On s'en fiche de ça. Ouh! J'ai failli mettre ça. Heureusement que non…

N. : Et lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, tu viens aussi ?

L. : Vous venez !

Chercheuse : Je viens lundi et après on verra si c'est fini.

L. : Oh non.

N. : Après c'est fini ? C'est fini !?

Chercheuse : Fais ta potion.

(discussion sur le groupe que nous devions prendre dans l'autre classe)

N. : C'est dur, aidez-moi…

L. : En plus on a expliqué avant. Tu pourrais t'en souvenir quand même.

N. : Aidez-moi…Aidez-moi…

L. : Allez N., t'as rien fait là!

N. : Si ! J'ai fait ça.

(N. et L. rigolent)

L. : Je sais pas si c'est ça. J'ai trop peur là …

N. : Ah oui! Il y avait Ducobu à la télé.

L. : (A. N.) Arrête de parler. (A elle-même) Mais non! Ça ne peut pas être… Pfff.

Chercheuse : Concentrez-vous un petit peu, elle est difficile cette carte. Concentrez-vous !

N. : C'est bon. Non, non, non ! Qu'est-ce que j'ai fait ? C'est bon.

L. : J'ai trop peur.

N. : Je te dis : "ne mets pas 4". Ne mets pas 4.

D. : Elle est trop sûre d'elle L.

N. : Moi, je mélange.

Chercheuse : Chuuuut.

L. : Je vais mettre un. Parce que là… C'est sûr que je ne sais pas.

N. : Ohhh!

D. : Oh mon Dieu !

L. : Non franchement…

N. : (A D.) Tu as pris combien toi ?

D. : J'ai pris trois étoiles.

N. : Oh, comme moi !

D. : Comme ça si je perds 3 étoiles j'en serai à 2.

N. : A 2 ?

L. : Mais non à 1 !

Chercheuse : Non à 1. 4 moins 3 ?

D. : Ah oui.

L. : Oulala, en plus c'est trop facile.

Chercheuse : Allez. On vérifie?

L. : Combien ? 29.

N. : J'espère qu'on ne va pas perdre.

D. : Cette fois-ci arrêtez de dire j'ai gagné.

L. : (en même temps) Oh non j'ai gagné. Alors que j'ai raison ! Oh my God ! J'aurais dû mettre 4.

N. : Ah ouais, t'as perdu combien de points toi ?

L. : Non j'en ai pas perdu, j'en ai gagné 1.

N. : Moi je dis même pas. J'ai perdu. Allez. On s'en fiche.

Chercheuse : Mais non en s'en fiche pas.

D. : J'ai gagné 3 étoiles !

N. : J'ai perdu.

L. : Mais allez N., fais le.

N. : Mais j'ai perdu !

L. : On s'en fiche. Fais-le.

Chercheuse : C'est pas grave. Vous laissez votre, euh…

N. : Ah ! Mais non, mais non, mais non, je n'ai pas perdu. On va faire ça. (complète les serpents avec des grenouilles)

Chercheuse : Non. N., fais les choses convenablement. Tu t'es déconcentrée et c'est pas rigolo.

L. : Oui j’ai gagné un point.

N. : C'est pas beaucoup quand même.

(L. chante)

N. : Pourquoi tu chantes?

L. : C’est bon. J’ai tout raison.

Chercheuse : Tu le laisses.

D. : Sauf que tu as gagné un point.

L. : Et alors? C'est mieux que toi.

Chercheuse : Laissez-le comme ça pour le moment qu'on puisse comparer quand tout le monde aura fini.

Chercheuse : Tu peux m'expliquer ton erreur N. ?

N. : Je n'ai pas pris 13, euh… 10 euh… 13 dixièmes.

Chercheuse : Tu en as pris combien? Des dixièmes ?

N. : 1

Chercheuse : Tu as pris un dixième ?

N. : Oui…

Chercheuse : C’est quoi un dixième?

N. : Non. Un serpent entier.

Chercheuse : Un serpent entier. Et ça fait combien de dixièmes un serpent entier?

(L. lève la main)

D. : J'ai 16 points.

Chercheuse : Réfléchis. Prends ton temps, pas de pression. Tu peux réfléchir.

D. : Tu as combien de points L. ?

L. : C'est pas vrai ! Tu n'as pas pris le serpent là.

D. : Si.

L. : Pas entier.

D. : Si. J’ai pris le serpent entier.

L. : (A la chercheuse) Il a pris le serpent entier ?

D. : Oui.

Chercheuse : Oui.

N. : (A la chercheuse) Quart, quart, quart, quart.

Chercheuse : Pas en quarts, en dixièmes.

L. : Moi je sais.

N. : Ah! En dixièmes? euh…

Chercheuse : Un serpent entier ça fait combien de dixièmes ?

(L. Lève la main)

D. : Ben 10 dixièmes.

L. : Ben oui!

N. : Ah, oui. C'est vrai.

Chercheuse : (A N.) Regarde sur ton plateau. On va comparer. Un serpent entier. Ils sont où les dixièmes.

D. : Ben, ça fait 10 dixièmes.

Chercheuse : (A N.) Tu peux me les montrer sur le plateau des serpents.

N. : Là.

Chercheuse : Tu vérifies que c'est bien des dixièmes.

L. : Si le maître il voit ça, il va t'engueuler.

Chercheuse : Comment tu vérifies si c'est des dixièmes?

N. : Je compte.

Chercheuse : Tu comptes.

D. : Alix, je peux remettre mes… (la chercheuse acquiesce)

(N. compte)

Chercheuse : Ok. Donc un serpent entier… On compare. On part s'il te plaît aux dixièmes pour voir combien ça fait. Prends le serpent et mets-le à côté des dixièmes.

L. : Je peux remettre ?

Chercheuse : Oui.

D. : Je suis le meilleur.

L. : Non c'est moi le meilleur

D. : LA meilleure. Excuse moi stp !

Chercheuse : On va enlever ça. Un serpent entier ça correspond à combien de dixièmes ?

L. : Il l'a dit avant, D. Hein?

Chercheuse : Non, mais surtout elle peut le regarder sur son plateau. (A N.) Est-ce que tu comprends ce que je te demande de faire?

N. : Trois dixièmes ?

D. : N. faut vraiment [travailler] les fractions hein?

N. : Je les connais les fractions.

(Chercheuse se lève pour se rapprocher de N.)

Chercheuse : Concentre-toi N. D'accord ? On se reconcentre. Oui ? On se rencontre ?

(N. acquiesce)

Chercheuse : Tu m'as dit un serpent entier, c'est 3 dixièmes. Jusque-là. C'est la même taille ça et ça? (N. fait non de la tête) Non. On est d'accord. Moi je te demande un serpent entier c'est?

N. : 10 dixièmes.

Chercheuse : 10 dixième oui c'est aussi long qu'un serpent entier. Dix dixièmes c'est tous les dixièmes. D'accord ? (N. acquiesce) Ouais. Essaie maintenant de faire 13/10. Tu essayes? Comment on peut faire ?

N. : On prend 3 dixièmes.

Chercheuse : Ça c'est trois dixièmes. et il en manque combien maintenant des dixièmes ?

N. : 10

Chercheuse : 10. Où est-ce que je peux trouver dix dixièmes. Quelque chose qui fait la même taille que 10 dixièmes ?

N. : On prend le serpent entier.

Chercheuse : On prend le serpent entier. Voilà. Tu as compris cette fois-ci ?

L. : (A N.) Ça, c'est combien de dixièmes?

N. : Pourquoi tu me demandes ?

L. : Parce que je veux voir si tu as compris.

N. : 10 dixièmes

Chercheuse : Exactement.

L. : Voilà.

Chercheuse : C'est comme l'araignée qu'on a fait hier. Je le réécrit au tableau ? 1 c'est égal à combien de dixièmes ?

L. : Euh. 10. 10, 10.

Chercheuse : 10 dixièmes. Et du coup, si je veux faire 13/10 ?

D. : Je prends… Je prends..

(L. et D. lèvent la main)

Chercheuse : Je vais diviser…Je vais séparer en deux.

L. : C'est moi qui le dis !

Chercheuse : D'un côté je vais prendre ?

D. : Un serpent entier.

Chercheuse : D'abord 10 dixièmes.

D. : Je prends 10/10 un serpent entier.

Chercheuse : Et 3 dixièmes.

D. : Je prends trois dixièmes.

Chercheuse : Et on est d'accord ça c'est un. Que ce soit le serpent, l'araignée, peu importe quoi. C'est la même chose.

N. : Au prochain, je prends 4. Et si je perds, c'est pas grave.

Chercheuse : D'accord ? N. Ce qu'il y a écrit au tableau, c'est un peu plus clair maintenant?

D. : Allez.

Chercheuse : Allez. C'est bon ? Tout le monde a rangé ?

N. : Attends ! Attends ! J'ai oublié un truc dans le cahier.

[...]

—---------- Carte 20 —---------

D. : Vas- y qui tire là ?

L. : Moi.

D. : Rho ! Regarde pas. Pose !

L. : Quoi?

D. : Ohhh. J'ai compris tout. Cette fois-ci je vais prendre 4.

L. : Mais toi tu parles en verlan.

Chercheuse : Tu prends le 4 à la fin. Parce que normalement, une fois que tu as mis tes étoiles, tu ne peux plus toucher ton chaudron.

[...]

L. : Ok je suis vraiment vraiment hyper sûre de moi.

D. : Trois quatrième.

N. : Je veux perdre.

L. : Pourquoi tu veux perdre? Elle a dit qu'elle veut perdre. Moi je veux gagner

(Discussion sur le fait que la salle soit une classe ou non)

L. : C'est bon? Vous avez fini ?

D. : Oui. Allez. 20.

L. : J'ai tout bon.

D. : J'ai tout bon.

L. : Moi aussi

N. : Ça ne sert à rien de me demander si j'ai perdu.

L. : Arrête de dire que tu as perdu.

Chercheuse : Mets le reste quand même. N. tu mets le reste et tu le laisses. Parce qu'à chaque fois que tu as perdu il faut comprendre pourquoi t'as perdu. Sinon, tu ne vas pas avancer.

L. : Tu ne va jamais comprendre pourquoi tu as fait ça. [...] Et voilà. C'est bon. Tout juste. 1, 2, 3, 4, Oh ! Je suis à 19.

Chercheuse : On peut discuter ? Tiens, L. tu peux discuter avec N. de ce qu'elle a fait sur la raie stp?

(L. et N. discutent, inaudible).

D. : Est-ce que ça compte si ça dépasse ?

Chercheuse : Ben non. C'est trop grand.

(Discussion sur les pièces prises par D.)

—----------Carte 30 —----------

L. : Est-ce qu'elle est dure ? Ouin… C'est bon j'ai tout pigé.

D. : Deux quatrièmes…

N. : 10 sixièmes (au lieu de 6/10). 8 onzièmes ? (siffle)

Chercheuse : Non. Dans l'autre sens

N. : Ah oui. euh. 11 huitièmes.

D. : Je prends 3 étoiles.

Chercheuse : Tu as tout fait déjà?

D. : Non. 11 huitièmes.

L. : Mais oh! Elle fait que me recopier! Déjà, je ne sais même pas si c'est ça.

Chercheuse : Concentrez-vous bien. Il en faut 11 des huitièmes au total.

L. : Attends. Je compte avec mes doigts.

D. : Attends! Oui oui oui!

N. : Si on n'a pas mis d'étoiles, on peut enlever?

Chercheuse : Oui tu peux enlever.

L. : Je suis sûre et certaine. Je ne vérifie même pas parce que je suis sûre et certaine.

N. : (En changeant ses pièces) Je ne t'ai pas recopié. Moi j'ai pris 4 points, si je perds je suis à…1,2,3,4

L. : Tu es à 4? Ah non tu es à 1.

N. : C'est pas grave si je perds. Le but du jeu ce n'est pas de gagner.

Chercheuse : Un petit peu quand même : c'est de réussir à faire les potions.

L. : (A N. qui ouvre son grimoire) Attends que D. ait fini. (A D.) Tu as pris 3 ?

L. : Yes.

D. : Mais arrêtez de dire yes, vous n'avez pas encore commencé au fait.

L. : Mais tu vois, tu dis tout le temps “au fait”.

D. : Et ça te gêne ?

N. : En fait j'ai perdu.

L. : (A D.) Ben ouais. (A N.) Mets quand même tes trucs. Mais pourquoi tu n'en as pas pris un entier? (A N. qui a pris 2 demis)

N. : Je pouvais prendre 1 mais c’est la même chose puisque c’est découpé en 2.

L. : Du coup c'est facile, très facile. La prochaine fois on fera beaucoup beaucoup plus dur.

N. : Moi j'ai perdu 1 point. Euh j'ai perdu quatre points.

L. : Tu es à un.

N. : J'ai un point.

(Discussion sur la caméra qui ne filme pas)

D. : J’ai trois points.

L. : J’ai 4 points.

N. : J’ai 1 point moi.

D. : J’ai sept points.

—----------Carte 23 —----------

L. : Bon. Vous le faites ou il n’y a que moi qui fait ?

D. : Euh… Trois cinquièmes?

L. : Alors ?

D. : Euh… Trois troisièmes.

L. : Je prends 4 je suis sûre et certaine. Même pas besoin de vérifier. Je pense que j'ai juste. On pourrait écrire au tableau la prochaine fois ?

Chercheuse : Non.

L. : Oh! Tu es un N. ?

N. : Oui.

Chercheuse : (A N.) Tu peux le faire. Aie confiance en toi. Si tu réfléchis bien, tu vas savoir le faire.

N. : De quoi ?

Chercheuse : La potion !

L. : Allez N. !

Chercheuse : Tu vas gagner 3 cette fois-ci.

L. : Ça commence très bien.

D. : Euhhh. Je le mets désespérement. ½

L. : Oui, ça commence très bien.

N. : De quoi ?

L. : Vas-y vas-y.

Chercheuse : Laisse-la faire.

D. : Ça sera toi au bout de 3. 1, 2, 3. (pour choisir une pièce d'araignée). Euh… Et là je prends… Je prends un point.

L. : (A N.) Deux deuxièmes. C'est quoi deux deuxièmes?

Chercheuse : (A N.) Remets tous tes araignées sur le plateau pour le moment. Là il faut que tu prennes ?

N. : Deux deuxièmes.

Chercheuse : Deux deuxièmes. Ils sont où les demis. On dit demi mais ce n'est pas grave. Ok. Il faut que tu en prennes deux.

N. : Je prends les deux

Chercheuse : Tu prends les deux. Vas-y, mets-les dans ta main. Deux deuxièmes, du coup, quand tu as pris les deux, ça correspond à quoi ? C'est aussi grand que quoi ?

N. : Que… Qu'une araignée.

Chercheuse : OK. Tu es d'accord, on échange les deux demis pour une araignée ? OK. Alors on échange. Mets dans le chaudron. Donc on a pris ça. Ouais ? Et maintenant il faut prendre quoi ?

N. : 1 de.., 1 demi.

Chercheuse : OK. Tu peux en prendre un demi ? Il y a ce qu'il faut sur ton plateau ? Des demis?

L. : (A N.) Et tu mets combien d'étoiles ? Mais ferme le bien (en parlant du chaudron).

Chercheuse : On peut vérifier ?

D. : Je suis sûr que je vais perdre. 23.

L. : Moi je suis sûre que je vais gagner. Il ne faut pas être déc… Je suis sûre je vais gagner moi.Ben j'ai gagné.

D. : J'ai perdu. C'est mort.

L. : Et ben moi j'ai gagné !

D. : Je sais que tu as gagné, c'est bon.

L. : (A D.) Tu as pris combien d'étoiles ?

D. : 1

L. : Ah ! Bon ça va, tu es pas…

D. : Si. Je suis ruiné j'en ai trois.

L. : Ben essaie de monter.

D. : Mais comment ? Dis-moi !

L. : Ben en réfléchissant !

Chercheuse : Vas-y. Finis ta correction et après on en discute. Ouais ? Il te reste un morceau là-bas. Bon. Tu t'es trompé que sur les araignées. Tu as pris quoi sur les araignées. Tu as pris..

D. : Ben j'ai pris… Euh… Les deux demi alors que je me suis rendu compte que, si je prenais une araignée entière et que je prenais un demi, et ben alors j'allais avoir juste.

L. : Alix ? Elle enlève ? (A N.) Tu as gagné du coup. Ben du coup tu montes.

Chercheuse : Et là tu as pris deux demi plus ?

D. : Euh… Un cinquième.

Chercheuse : Ben on te demander un demi pas un cinquième.

D. : J'ai pris ça au hasard.

Chercheuse : Au hasard ? Ah, bon ben.

L. : Pourquoi tu as fait au hasard ?

D. : Parce que je savais que j'allais perdre. Et c'est ce qui est arrivé.

Chercheuse : Mais… Puis en fait tu as su corriger.

L. : Mais si tu savais pourquoi tu as pas réfléchi ?

Chercheuse : (A L.) Attends ! (A. D) Tu as su corriger tout seul. Tu as trouvé tout seul à la fin. Ben, la prochaine fois il suffira de réfléchir un tout petit peu plus et tu gagneras,, non ? Moi je suis sûr que tu es capable de le faire : tu as réussi à le faire tout à l'heure.

D. : Ah non!

Chercheuse : Si, si, si ! Bon ben du coup j'ai un problème avec la caméra ça n'a pas filmé mais je te jure que tu as réussi tout à l'heure. Il y a une fois où il a réussi par lui-même. Il sait le faire. A chaque fois il comprend bien ce qu'il se passe. Il faut juste prendre un tout petit peu plus de temps. Et puis hier tu y arrivais très bien aussi.

D. : Oui. Hier j'y arrivais, avant-hier j'y arrivais.

Chercheuse : Pas aujourd'hui aussi tu a réussi en fait. Je suis sûre que tu comprends. Je pense juste que tu vas un peu…

D. : J'ai trois points et j'y arrive ?

Chercheuse : Non. Je pense juste que tu vas un tout petit peu trop vite. Si tu prends un tout petit peu plus ton temps tu devrais y arriver. Ouais? Allez la prochaine carte c'est la bonne !

—----------Carte 25 —----------

L. : Alors.

D. : 3 quatrièmes.

N. : Oh non.

Chercheuse : (A N.) Tu vas y arriver et tu as réussi à faire celle d'avant. Tu vas réussir à faire celle-ci.

L. : Vas-y N. En plus c'est facile.

Chercheuse : Moi je ne la trouve pas si facile que ça mais je pense que tout le monde peut y arriver.

L. : Pour moi elle est facile.

Chercheuse : (A D.) Tu ne fais pas la potion ?

D. : Je réfléchis.

Chercheuse : (A D.) Pourquoi tu prends ça ?

D. : Il y a une intuition qui me dit prends ça tout entier et mets-le.

Chercheuse : Et là qu'est-ce qu'on te demande ?

D. : 3 quatrièmes.

Chercheuse : Ils sont où les quarts?

D. : Sauf que si je prends tout ça …

Chercheuse : Attends pourquoi tu te complique la vie? On te demande ¾. ils sont où les quarts?

D. : Bah ils sont là.

Chercheuse : Il faut en prendre combien ?

D. : 3. Sauf que moi j'ai envie de prendre ça.

L. : Et ben fais ce que tu as envie mais c'est pas…

N. : Je n'arrive pas à l'attraper.

L. : (A N.) Pourquoi tu te compliques la vie à mettre ça ?

Chercheuse : Laisse-la faire.

D. : J'avoue.

Chercheuse : Laisse-la faire tranquillement ses manipulations pour y arriver. (A N.) Tu as pris combien? C'est combien et pourquoi tu les as pris?

N. : C'est trois tiers. Parce qu'il faut prendre trois tiers.

Chercheuse : Ouais. Et est-ce que tu peux les échanger avec quelque chose ? Je sais pas je pose la question. Est-ce que c'est aussi grand qu'autre chose ?

D. : Attends !

Chercheuse : (A D.) Tu as pris combien de serpents entiers au total ?

D. : 2.

Chercheuse : Il y a écrit deux serpents ? Reprends le temps de bien réfléchir.

N. : Oh non. Oh my god !

Chercheuse : (A N.) Ben corrige. Vas-y, change. Si si, je t'autorise. Vas-y, change. Change mais dans ce cas-là tu mets que deux étoiles à la place des 4. Pourquoi non? Bah, dis-moi pourquoi tu ne veux pas.

D. : Je vais prendre 4 étoiles.

Chercheuse : Est-ce que tout le monde est d'accord pour qu'elle change ?

L. : Ça c'est si elle veut.

D. : Moi je suis d'accord.

L. : Moi je suis d'accord.

Chercheuse : Donc si tu veux changer tu peux. Tu ne veux pas ?

D. : Sois sûr de toi. Fais ce que tu veux. Bon ok. Allez. 25. Oh non j'ai perdu !

L. : Tu as pris combien d'étoiles ?

Chercheuse : Trois tiers c'est combien de serpents ?

D. : Sauf que moi j'ai remis mes trois tiers de serpent !

Chercheuse : Oui mais toi tu avais pris, tu avais pris tout ça.

D. : Oui

Chercheuse : (En les posant sur le grimoire) C'était trop grand. Oui ? Trois tiers ça fait combien de serpents ? Trois tiers ?

D. : Trois tiers c'est un serpent entier.

Chercheuse : Oui. Et après il fallait en prendre combien ?

D. : Un tiers

Chercheuse : En plus. Tu vois tu sais le faire. Pourquoi quand tu fais la potion tu te trompes ? Tu te stresses ? Un peu ? Ouais ?

L. : Elle a dit qu'elle préférait perdre.

Chercheuse : Pourquoi tu préfères perdre?

L. : Elle a dit qu'elle préfère perdre.

Chercheuse : Pourquoi tu préfères perdre N.?

D. : Si je perds c'est pas grave c'est qu'un jeu.

L. : Mais non mais attends, euh.

D. : Non, mais il n'y a pas de “non mais attends”. C'est qu'un jeu !

Chercheuse : Oui c'est qu'un jeu.

L. : Oui je sais mais je préfère gagner que perdre. Comme tout le monde quoi. Bon ben, c'est bon. Moi j'avance de 4 étoiles. Je suis à 31.

Annexe 10 - Traces écrites

Plaisir Maths

Doc 3.5.1

Fiche d'exercices

Exercice 1 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel indiqué.

A. $\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

B. $\frac{6}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{5}$

C. $3 + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$







D. $\frac{10}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 1 + 1 + \frac{2}{4}$ E. $\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8}$ F. $1 + \frac{3}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$

$= 1 + 1 + \frac{2}{4}$

$= 2 + \frac{2}{4}$





Exercice 2 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel si tu veux.

A. $\frac{8}{6} = \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = 1 + \frac{2}{6}$

B. $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{1}{\ldots} = 2 + \frac{1}{10}$

C. $1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

$\frac{21}{10} = \frac{10}{10} + \frac{1}{10} + \frac{10}{10} = 1 + 1 + \frac{1}{10}$

D. $\frac{12}{9} = \frac{9}{9} + \frac{3}{9} = 1 + \frac{3}{9}$

E. $\frac{11}{5} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots + \frac{\ldots}{\ldots}$

F. $1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Exercice 3 :

Complète les égalités.

A. $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

B. $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = 3 + \frac{5}{6}$

C. $1 + \frac{1}{12} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

D. $\frac{11}{7} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots + \frac{\ldots}{\ldots}$

E. $\frac{7}{5} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots + \frac{\ldots}{\ldots}$

F. $1 + \frac{3}{4} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$

V2.0

Plaisir Maths

Doc 3.5.1

Fiche d'exercices

Exercice 1 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel indiqué.

A. $\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$



B. $\frac{6}{5} = \frac{1}{5} + \frac{5}{5} = 1 + \frac{1}{5}$



C. $3 + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$



D. $\frac{10}{4} = \frac{4}{4} + \frac{6}{4} = 2 + \frac{2}{4}$



E. $\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8}$



F. $1 + \frac{3}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$



$\frac{4}{4} = 1$ $\frac{10}{4} = \frac{4}{4} + \frac{6}{4} = 1 + \frac{2}{4} + \frac{4}{4} = 1 + \frac{2}{4} + 1$

Exercice 2 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel si tu veux.

A. $\frac{8}{6} = \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = 1 + \frac{2}{6}$

B. $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = 2 + \frac{1}{10}$

B $\frac{21}{10} = \frac{1}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} = 2 + \frac{1}{10}$

C. $1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

D. $\frac{12}{9} = \frac{9}{9} + \frac{3}{9} = 1 + \frac{3}{9}$

E. $\frac{11}{5} = \frac{5}{5} + \frac{6}{5} = 2 + \frac{1}{5}$

F. $1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Exercice 3 :

Complète les égalités.

A. $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

B. $\frac{\ldots}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots} + \frac{\ldots}{\ldots} = 3 + \frac{5}{6}$

C. $1 + \frac{1}{12} = \frac{12}{12} + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$

$\frac{23}{6} = \frac{5}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{6}{6} = 3 + \frac{5}{6}$

D. $\frac{11}{7} = \frac{7}{7} + \frac{4}{7} = 1 + \frac{4}{7}$

E. $\frac{7}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5}$

F. $1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$

Plaisir Maths

Doc 3.5.1

Fiche d'exercices

Exercice 1 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel indiqué.

A. $\frac{3}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$



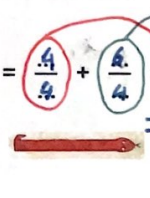
B. $\frac{6}{5} = \frac{5}{5} + \frac{1}{5} = 1 + \frac{1}{5}$



C. $3 + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$



D. $\frac{10}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 1 + 1 + \frac{2}{4} = 2 + \frac{2}{4}$



E. $\frac{11}{8} = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8}$



F. $1 + \frac{3}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$



Exercice 2 :

Complète les égalités en t'aidant du matériel si tu veux.

A. $\frac{8}{6} = \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = 1 + \frac{2}{6}$

B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 2 + \frac{1}{10}$

$21 = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{1}{10} = 1 + 1 + \frac{1}{10}$

C. $1 + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

D. $\frac{12}{9} = \frac{9}{9} + \frac{3}{9} = 1 + \frac{3}{9}$

E. $\frac{11}{5} = \frac{5}{5} + \frac{6}{5} = 1 + \frac{6}{5}$

$= \frac{5}{5} + \frac{1}{5} + 1 = 1 + \frac{1}{5} + 1 = 2 + \frac{1}{5}$

F. $1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

Exercice 3 :

Complète les égalités.

A. $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8}$

B. $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = 3 + \frac{5}{6}$

C. $1 + \frac{1}{12} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

D. $\frac{11}{7} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

E. $\frac{7}{5} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \dots + \frac{\dots}{\dots}$

F. $1 + \frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Annexe 11 - Auteurs et contributeurs au développement de l'Atelier des potions

Conception - R& D didactique : Alix Boissière, Laura Pallez, Nicolas Pelay

Conception - Enseignants : Anaïs Richart, Emma Joalland

Illustration et graphisme : Marielle Durand, Emmanuel Vedrenne

Graphisme : Christine Alcouffe

Contributeurs : Hervé Antoine, Clara Chetan, Pierre Emmanuel Lépicier, Julien Deseigne, Pierre Crépel, Viviane Durand-Guerrier, Marie-José Pestel, François Clouard, Léa Ziercher, Pierre Esclafit, Laure Delhomme, Christophe Stoltz, Camille Paoletti