HESAM UNIVERSITÉ

Arts et Métiers Sciences et Technologies

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES ET MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR
Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (**LEM3**) - **Campus de Metz**

THÈSE

présentée par : **Xavier MOREL**
soutenue le : **04 mai 2023**

pour obtenir le grade de : **Docteur d'HESAM Université**

préparée à : **École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**
Spécialité : **Mécanique des Matériaux**

Étude expérimentale et numérique de l'emboutissage à chaud des aciers Usibor®1500 et Usibor®2000

THÈSE dirigée par : Madame Sophie BERVEILLER

et co-encadrée par : Madame Marion MARTINY et Monsieur Denis BOUSCAUD

Jury

Mme. Sabine DENIS	Professeur des Universités, IJL, Université de Lorraine	Présidente
M. Manuel FRANÇOIS	Professeur des Universités, LASMIS, UTT	Rapporteur
M. Nicolas JACQUES	Maître de Conférences HDR, IRDL, ENSTA Bretagne	Rapporteur
M. Tudor BALAN	Professeur des Universités, LCFC, Arts et Métiers	Examinateur
M. Thierry STUREL	Ingénieur de recherche, ArcelorMittal, Maizières-lès-Metz	Examinateur
Mme. Sophie BERVEILLER	Maître de Conférences HDR, LEM3, Arts et Métiers	Examinatrice
Mme. Marion MARTINY	Professeur des Universités, LEM3, Université de Lorraine	Examinatrice
M. Denis BOUSCAUD	Ingénieur de recherche, LEM3, Arts et Métiers	Examinateur
M. Sébastien MERCIER	Professeur des Universités, LEM3, Université de Lorraine	Invité
M. Benjamin SARRE	Ingénieur de recherche, ArcelorMittal, Montataire	Invité

THÈSE

It's a long way, to the top, if you want to rock and roll...

Bon Scott

Table des matières

1 Introduction **13**

1.1 Objectifs européens de réduction d'émissions de gaz à effet de serre 14

1.2 Réponse technique de l'industrie automobile 15

1.2.1 Émergence des HSS 15

1.2.2 Emergence des PHS et des gammes Usibor® 16

1.3 Problématique des contraintes résiduelles après mise en forme 18

2 Étude bibliographique **21**

2.1 Procédé d'emboutissage à chaud 23

2.1.1 Description industrielle du procédé 23

2.1.1.1 Emboutissage à chaud direct 23

2.1.1.2 Variantes de fabrication 24

2.1.2 Transformations métallurgiques des aciers Usibor® pendant l'emboutissage à chaud 26

2.1.2.1 Composition chimique des nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 . . 26

2.1.2.2 État initial et revêtement des tôles 27

2.1.2.3 Austénitisation 29

2.1.2.4 Trempe et mise en forme simultanée 31

2.2 Comportement métallurgique et rhéologique des aciers Usibor® 34

2.2.1 Transformation martensitique des aciers Usibor® 34

2.2.1.1 Approche cristallographique de la transformation martensitique . . . 34
2.2.1.1.1 Différence entre transformation diffusive et displacive 34
2.2.1.1.2 Croissance et autoaccomodation de la martensite 36
2.2.1.2 Déformations engendrées par la transformation martensitique 38
2.2.2 Rhéologie des aciers Usibor® 41
2.3 Modélisation physique du procédé 43
2.3.1 Cadre commun des différents modèles 44
2.3.2 Modélisation de la plasticité de transformation (J.B. Leblond, 1986) 45
2.3.3 Simulation de la mise en forme de l'austénite uniquement (L. Garcia-Aranda, 2004) 47
2.3.4 Prise en compte de la transformation de phase (P. Åkerström, 2006) 48
2.3.5 Amélioration de la description thermique de l'emboutissage (J.W. Choi, H.H. Bok et al., 2011) 53
2.3.6 Homogénéisation des propriétés mécaniques (R. Neumann et al., 2016) 56
2.3.7 Bilan général de tous les modèles d'emboutissage 60
2.4 Contraintes résiduelles post-emboutissage à chaud 61
2.4.1 Origine analytique des contraintes résiduelles par emboutissage à chaud 62
2.4.2 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles 63
2.4.3 Simulation numérique des contraintes résiduelles pour la nuance Usibor®1500 65

3 Caractérisation expérimentale des nuances Usibor® 69

3.1 Analyses chimiques et propriétés des aciers Usibor® 70
3.1.1 Composition chimique et microstructure des aciers Usibor® 70
3.1.2 Comportement rhéologique pour chaque nuance 72
3.1.2.1 Comportement de l'austénite 73
3.1.2.2 Comportement de la martensite 75

3.1.3 Caractérisation de la transformation de phase 78
3.2 Analyses de contraintes résiduelles préliminaires 81
3.2.1 Méthodes d'analyses des contraintes résiduelles 81
3.2.1.1 Techniques destructives 81
3.2.1.2 Techniques non-destructives 82
3.2.1.2.1 Analyses par diffraction des rayons X 83
3.2.1.2.2 Calcul des contraintes résiduelles 84
3.2.2 Résultats expérimentaux en surface des emboutis en forme d'oméga 85
3.2.2.1 Préparation des échantillons 86
3.2.2.2 Influence des paramètres du procédé sur les contraintes résiduelles . . 88

4 Mise en équations et validation de la simulation de l'emboutissage à chaud 91
4.1 Équations du modèle d'emboutissage à chaud 93
4.1.1 Description physique des aciers Usibor® 93
4.1.1.1 Partie métallurgique 93
4.1.1.2 Partie mécanique 96
4.1.1.2.1 Comportement élastique 96
4.1.1.2.2 Comportement plastique 99
4.1.1.3 Partie thermique 106
4.1.2 Description des interactions au sein du procédé d'emboutissage à chaud 109
4.1.3 Conclusion partielle 110
4.2 Formulation 3D discrète du modèle d'emboutissage 111
4.2.1 Prédiction-correction sans changement de phase 113
4.2.1.1 Prédiction élastique 113
4.2.1.2 Correction plastique 114
4.2.2 Prédiction-correction avec changement de phase 115

4.2.2.1 Prédiction élastique 115
4.2.2.2 Correction plastique 116
4.2.2.3 Modules tangents 117
4.2.2.3.1 DDSDDE 118
4.2.2.3.2 Calcul de DDSDDT 121
4.2.2.3.3 Calcul de DRPLDE 125
4.2.2.3.4 Calcul de DRPLDT 126
4.2.2.3.5 Calcul des dérivées partielles de la limite d'écoulement . . . 126
4.3 Formulation 1D discrète du modèle d'emboutissage 128
4.3.1 État initial et chargement 129
4.3.2 Formulation uniaxiale du prédicteur-correcteur 129
4.3.2.1 Mise à jour de la partie sphérique du tenseur des contraintes 130
4.3.2.2 Prédiction élastique 1D 130
4.3.2.3 Correction plastique 1D 132
4.4 Vérification et validation du modèle et de ses optimisations 135
4.4.1 Implémentation du modèle 1D en Python® 135
4.4.2 Vérification du modèle 138
4.4.3 Validation du modèle 139
4.4.3.1 Essais de traction-trempe 139
4.4.3.1.1 Description des essais expérimentaux 139
4.4.3.1.2 Simulations 1D des essais de traction-trempe 141
4.4.3.2 Essais de plasto-dilatométrie 142
4.4.3.2.1 Description des essais expérimentaux 142
4.4.3.2.2 Simulations 1D des essais de plasto-dilatométrie 143

5 Simulations Abaqus® de l'emboutissage à chaud **149**

5.1 Implémentation, vérification et validation de la UMAT 150

5.1.1 Validation croisée avec le modèle 1D 150

5.1.2 Essais de plasto-dilatométrie 153

5.2 Emboutissage et simulation des pliages en V 155

5.2.1 Plan d'expérience 156

5.2.2 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles sur les pliages en V 157

5.2.2.1 En surface 157

5.2.2.2 En profondeur 160

5.2.3 Simulations 2D en déformations planes 164

5.2.3.1 Mise en donnée des simulations 2D 164

5.2.3.1.1 Symétries du problème, conditions initiales et conditions aux limites 164

5.2.3.1.2 Choix des éléments et *steps* associés 166

5.2.3.2 Contraintes simulées dans les pliages 2D 168

5.2.4 Simulations 3D 171

5.2.4.1 Mise en donnée des simulations 3D 171

5.2.4.2 Comparaisons entre 2D et 3D 172

5.2.4.3 Ajout du revêtement 174

5.2.4.3.1 Modélisation du revêtement 174

5.2.4.3.2 Comparaison entre les simulations avec et sans revêtement . 176

5.2.4.4 Modélisation et simulation du polissage électrolytique du revêtement 181

5.2.4.5 Influence des *eigenstrains* 182

5.2.4.6 Influence de la transformation martensitique 184

5.2.4.7 Conclusion partielle 186

5.2.5 Influence des paramètres du procédé sur les contraintes résiduelles 187

5.2.5.1 Augmentation de la pression d'outil . . . 188
5.2.5.2 Allongement du temps de transfert . . . 189
5.3 Simulation des contraintes résiduelles pour les emboutis en oméga . . . 192
5.3.1 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles . . . 192
5.3.1.1 En surface . . . 193
5.3.1.2 En profondeur . . . 194
5.3.2 Mise en donnée des simulations 3D . . . 195
5.3.3 Simulations 3D des emboutis omégas . . . 196
5.4 Conclusion des simulations d'emboutissage . . . 198

6 Conclusions et perspectives 201

Annexes 207

A Optimisation par algorithmes génétiques . . . 208
B Addenda à la construction du modèle 3D d'emboutissage à chaud . . . 213
B.1 Démonstrations pour l'homogénéisation du mélange austénite-martensite . . . 213
B.1.1 Constantes élastiques . . . 213
B.1.2 Constantes thermiques . . . 216
B.2 Démonstrations pour la construction de l'algorithme de prédiction-correction . 217
B.3 Projection des tenseurs en notation de Voigt . . . 219
C Addenda à la construction du modèle 1D . . . 221
C.1 Prédiction élastique . . . 221
C.2 Correction plastique . . . 222
D Paramètres d'acquisition des contraintes résiduelles . . . 223
D.1 Conditions de diffraction . . . 223
D.2 Conditions d'acquisition . . . 223
D.3 Conditions de traitement des raies et calcul des contraintes . . . 223

E Étude paramétrique des propriétés du revêtement 224
E.1 Mise en données des simulations à plat 224
E.2 Résultats 225
E.2.1 Influence de la loi de comportement 225
E.2.2 Influence du coefficient de dilatation thermique 227
E.2.3 Influence de l'épaisseur du revêtement 228
F Utilisation des réseaux neuronaux pour la simulation de l'emboutissage à chaud 230
F.1 Amélioration de la précision 230
F.1.1 Introduction aux réseaux neuronaux 230
F.1.1.1 Structure d'un réseau neuronal 230
F.1.1.2 Apprentissage et optimisation d'un réseau neuronal 232
F.1.2 Exemples issus de la bibliographie 234
F.1.3 Base de données d'entrainement 235
F.1.4 Construction et entrainement du réseau neuronal 237
F.1.5 Ajout de nouveaux essais expérimentaux 241
F.2 Augmentation de la rapidité 243
F.2.1 Méthodes conventionnelles pour la boucle de plasticité 243
F.2.2 Exemple issu de la littérature 244
F.2.3 Constitution d'une base de données d'entrainement 246
F.2.4 Entrainement et performance de la prédiction 248

Bibliographie **253**

Chapitre 1

Introduction

Les évolutions technico-économiques et écologiques, qu'elles concernent ou non le secteur automobile, ne vont généralement pas dans le même sens. Cette assertion contre-intuitive est pourtant affirmée dès l'aube de la révolution industrielle, tout d'abord par W.S. Jevons, qui observa que l'introduction de la machine à vapeur par J. Watts provoqua une augmentation substantielle de la consommation de charbon malgré une efficacité accrue. Ce concept fut ensuite repris par les économistes D. Khazzoom et L. Brookes qui soutenaient dès les années 1980 que l'augmentation de l'efficacité énergétique tend, non pas à diminuer, mais à augmenter la consommation de celle-ci [113].
Ce paradoxe, moteur puissant du dérèglement climatique, a conduit la Commission Européenne à prendre des mesures visant à diminuer l'impact du secteur automobile sur les émissions de gaz à effet de serre. C'est ce qui a conduit le groupe ArcelorMittal à développer de nouvelles nuances d'aciers, dont la gamme Usibor®, objet de cette étude. La première partie de cette introduction présente les normes successives de la Commission Européenne. La seconde décrit la réponse technique de l'industrie automobile jusqu'à l'émergence des nuances d'acier Usibor®. La troisième pose la problématique scientifique de cette étude.

Contenu

1.1 Objectifs européens de réduction d'émissions de gaz à effet de serre 14
1.2 Réponse technique de l'industrie automobile 15
1.2.1 Émergence des HSS 15
1.2.2 Emergence des PHS et des gammes Usibor® 16
1.3 Problématique des contraintes résiduelles après mise en forme 18

1.1 Objectifs européens de réduction d'émissions de gaz à effet de serre

La neutralité carbone visée par l'Union Européenne à l'horizon 2050 passe nécessairement par une réforme du secteur des transports. Ce dernier contribue en effet de manière importante aux émissions de gaz à effet de serre : en prenant en compte toutes les sources de pollution, le secteur automobile des véhicules légers représente environ un cinquième des émissions de gaz à effet serre au sein de l'UE [1]. Les mesures mises en œuvre agissent à deux échelles.

D'une part, à l'échelle du particulier, les états ont mis en œuvre des politiques incitatives pour orienter les tendances de consommation : en 2007 en France, à l'issue du Grenelle de l'environnement, les bonus-malus écologiques appliqués aux véhicules personnels sont introduits [101]. Cela a conduit à une diminution progressive des véhicules diesel par exemple (76% en 2008 à 39% en 2018 pour la France [122]) et à une augmentation de la proportion de véhicules hybrides et électriques. La Norvège fait également figure de pionnière, avec une exemption de TVA et de péages dès 2000 pour les particuliers et un calcul du bonus-malus en fonction de la masse du véhicule, ce qui favorise les véhicules peu gourmands [80].
D'autre part, la Commission Européenne a mis en place des restrictions progressives sur les émissions moyennes des parcs automobiles de voitures neuves, comme le montre la figure 1.1.

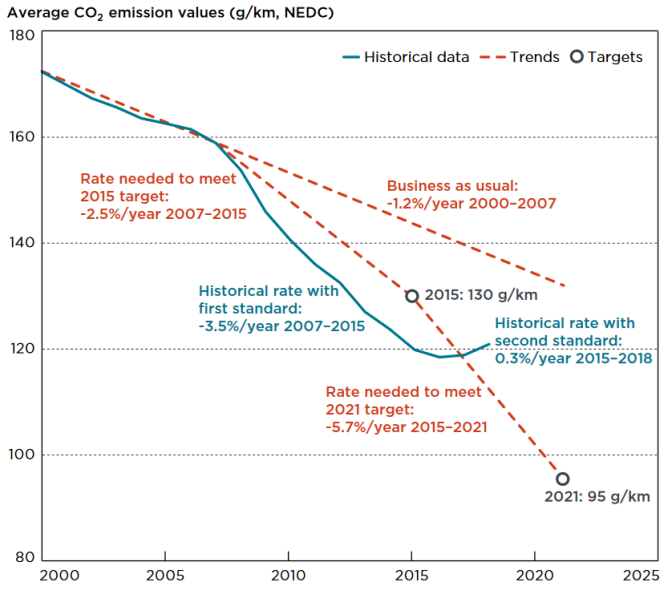


FIGURE 1.1 – Niveau d'émission moyen en CO_2 des voitures neuves [80]

Cette évolution a été renforcée récemment par l'adoption en 2019 du seuil de 60 g/km à l'horizon 2030 [25], puis en 2022 par l'interdiction de la vente des véhicules thermiques à l'horizon 2035. Afin de respecter ces différents seuils, les constructeurs automobiles ont dû adapter les matériaux et les méthodes de production.

1.2 Réponse technique de l'industrie automobile

Pour répondre aux normes d'émissions de CO_2 imposées par les instances européennes, les constructeurs automobiles ont approfondi trois axes d'études [80] :

1. Le rendement des moteurs thermiques.
2. L'aérodynamisme des carrosseries.
3. L'allègement des véhicules.

Le sujet de cette étude rentre dans l'axe de l'allègement des véhicules. Sur les dernières décennies, le leitmotiv de la recherche et du développement de cet axe d'amélioration a été de maximiser le compromis masse vs. propriétés mécaniques des pièces produites. Les deux paragraphes suivants synthétisent l'évolution technique aboutissant à l'émergence des HSS (*High Strength Steels*) puis des PHS (*Press Hardened Steels*) et des aciers de la gamme Usibor®.

1.2.1 Émergence des HSS

L'innovation technologique et l'avènement des HSS ont commencé avec l'usage progressif de la martensite au sein des aciers pour pièces automobiles. Cette phase, plus dure, permet d'atteindre de hautes propriétés mécaniques et donc de répondre plus facilement aux critères de sécurité, tout en gardant une formabilité correcte grâce à la présence d'autres phases [116]. Les HSS ont ensuite évolué grâce à deux méthodes [2] :

1. L'ajout d'éléments d'addition, formant les *Conventional High-Strength Steels* (CHSS) en vert sur la figure 1.2.
2. La modification de la proportion de chaque phase présente au sein du matériau, conduisant aux *Advanced High-Strength Steels* (AHSS) en orange sur la figure 1.2.

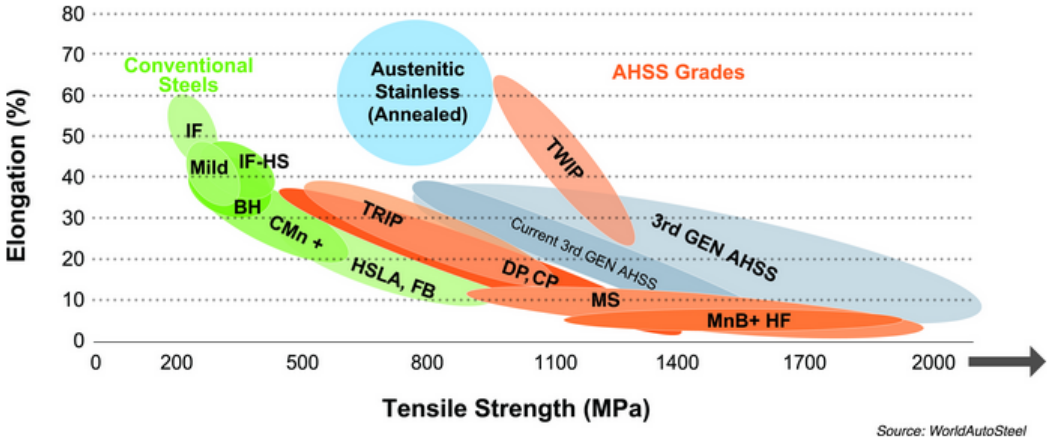


FIGURE 1.2 – Positionnement de plusieurs gammes d'aciers par rapport à l'allongement et la contrainte à rupture (*tensile strength*) [6]

Il est aussi commun de distinguer une sous-catégorie des AHSS : les UHSS (*Ultra-High Strength Steels*), qui se distinguent par des propriétés mécaniques exceptionnellement élevées, dont la contrainte à rupture [2, 116]. La figure 1.2 montre notamment l'évolution de la contrainte à rupture, génération après génération d'aciers. Toutefois, l'objectif de dépasser les 1400 MPa de contrainte à rupture ne permet plus de combiner facilement plusieurs phases en même temps. En effet, pour résoudre le compromis antagoniste formabilité/résistance mécanique, une proportion de martensite toujours plus élevée est nécessaire.

1.2.2 Emergence des PHS et des gammes Usibor®

Les AHSS ont exacerbé l'intérêt de profiter des différentes phases d'un acier en même temps : celles qui sont ductiles pour faciliter la mise en forme et celles qui sont dures pour leurs propriétés mécaniques. Les PHS (*Press Hardened Steels*) désignent les aciers emboutis à chaud. Ils combinent également les propriétés des différentes phases de l'acier, mais en des points différents du procédé. Les propriétés ductiles sont utilisées lors de la mise en forme de l'acier puis disparaissent lors de la transformation martensitique des PHS.

Ce procédé possède deux avantages. D'une part, la ductilité à haute température permet d'atteindre des géométries complexes et de réaliser les pièces mécaniques avec une forme quasi-définitive (*net-shape*) [71, 111]. D'autre part, en fonction du refroidissement imposé au matériau, il est possible de piloter les propriétés finales de la pièce mécanique [85]. Ces deux avantages, combinés au développe-

ment conjoint des procédés à chaud et des métallurgies ont permis une adoption progressive des PHS dans l'industrie automobile. La quantité de pièces produites a augmenté de manière exponentielle. Si le constructeur Saab Automobile AB fut le premier constructeur à utiliser cette technologie dans le milieu des années 1990, les aciers PHS représentaient 250 millions de pièces automobiles produites au milieu des années 2010 [88]. La proportion de pièces PHS au sein d'une même caisse en blanc a également augmenté au cours des 20 dernières années. Un exemple caractéristique est celui du Volvo XC90 : sa caisse en blanc était composée de 7% de PHS en 2003 puis 17% en 2006 pour enfin culminer à 40% en 2014 [88].

Parmi les PHS, les aciers Usibor®, développés, produits et commercialisés par ArcelorMittal, se caractérisent notamment par une structure 100% martensitique après traitement thermique et par leur revêtement aluminié AluSi®. La génération Usibor®1500, de substrat 22MnB5, possède une résistance mécanique de 1500 MPa, pour une déformation à rupture de 6% [5], ce qui en fait une nuance particulièrement adaptée pour les pièces anti-intrusion d'une caisse en blanc, comme le montre la figure 1.3. Elle a été équipée pour la première fois sur les Peugeot 607 et les Citroën C5.



FIGURE 1.3 – PHS ArcelorMittal au sein d'une caisse en blanc [5]

La combinaison des gammes Usibor® et Ductibor® [1] permet aux constructeurs d'économiser plusieurs dizaines de kilogrammes sur les caisses en blanc (par exemple : 45 kg pour un utilitaire et 87 kg pour un véhicule du segment D). La nouvelle génération en développement, Usibor®2000, atteint une résistance mécanique encore plus élevée à 1800 MPa pour une déformation à rupture de 6%, cela permet une réduction supplémentaire de 10% de la masse d'une pièce mécanique.

1. La gamme Ductibor®, avec ses propriétés contraires (plus faible résistance mécanique et plus grande déformation à rupture) est développée pour emmagasiner l'énergie mécanique dégagée par une collision.

1.3 Problématique des contraintes résiduelles après mise en forme

Le procédé d'emboutissage à chaud induit des chargements thermomécaniques complexes et brutaux aux aciers Usibor®. Combinés à la transformation de phase martensitique, ces chargements génèrent des contraintes résiduelles et des distorsions au sein des pièces mécaniques [107].
Les déformations indésirables après emboutissage ont auparavant été étudiées pour la nuance Usibor®1500 :

1. Globalement, à l'échelle d'une pièce mécanique, en mesurant expérimentalement l'angle de retour élastique d'un emboutis en forme de "oméga" [93].
2. Localement, en mesurant la différence des géométries entre les formes théoriques et expérimentales d'emboutis en forme de "W" [96].

Ces deux études ont montré qu'à l'échelle d'une pièce mécanique, il n'y a pas de retour élastique ou de distorsions géométriques. En revanche, localement, à cause des différences de chemins thermiques et de pressions exercées, des contraintes résiduelles peuvent émerger et conduire à de petites distorsions. L'étude de R. Neumann et al. [96] a été la première à proposer une comparaison locale des contraintes résiduelles entre des emboutis expérimentaux et des simulations par éléments finis sous Abaqus®/Standard pour la nuance Usibor®1500 uniquement, car aucun modèle n'existe pour la nuance Usibor®2000 [132]. De plus, leur comparaison étant limitée à un point d'analyse numérique, l'influence des paramètres du procédé d'emboutissage, comme le temps de transfert entre le four et la presse ou la pression d'outil exercée sur la tôle, n'a pas été prise en compte au sein de cette étude.

Aussi l'objectif de cette thèse, réalisée en partenariat avec les centres de recherche ArcelorMittal Maizières-lès-Metz et ArcelorMittal Montataire, était de développer un modèle d'emboutissage à chaud par éléments finis. Celui-ci devait être capable de prédire l'état métallurgique et mécanique final, incluant l'état de contraintes résiduelles, en fonction des paramètres du procédé et ce, pour les deux nuances Usibor®1500 et Usibor®2000.
Dans la suite du manuscrit, l'étude des précédents modèles d'emboutissage est présentée avec une attention accordée aux influences des paramètres du procédé sur le comportement microscopique et macroscopique des aciers Usibor®. Le chapitre 3 présente les deux nuances étudiées ainsi que les essais expérimentaux qui ont servi à caractériser le comportement métallurgique et mécanique du matériau.

Les équations constitutives du modèle sont introduites au chapitre 4. Celui-ci est ensuite validé sur la base d'essais expérimentaux indépendants.

Enfin, le modèle ainsi validé, a été implémenté sous Abaqus® pour simuler l'emboutissage de différentes géométries (pliages en V et omégas). Les résultats numériques et leurs confrontations aux expériences font l'objet du chapitre 5. Une dernière partie reprend ensuite les principales conclusions et perspectives de cette étude.

Chapitre 2

Étude bibliographique

La première partie de ce chapitre décrit le procédé d'emboutissage à chaud d'un point de vue industriel, avec une description métallurgique des aciers Usibor® à chaque étape. La physique de la transformation martensitique est également présentée, ainsi que la modification de comportement rhéologique qu'elle engendre sur les aciers Usibor®.
Ensuite, l'étude bibliographique présente la complexité croissante des différents modèles d'emboutissage, avec les apports de chacun d'entre eux à la description du procédé et du matériau. Enfin, cette partie se termine sur la notion de contraintes résiduelles d'un point de vue théorique, expérimental et numérique avec une présentation des travaux déjà publiés sur la nuance Usibor®1500.

Contenu

2.1 Procédé d'emboutissage à chaud 23
2.1.1 Description industrielle du procédé 23
2.1.2 Transformations métallurgiques des aciers Usibor® pendant l'emboutissage à chaud 26
2.2 Comportement métallurgique et rhéologique des aciers Usibor® 34
2.2.1 Transformation martensitique des aciers Usibor® 34
2.2.2 Rhéologie des aciers Usibor® 41
2.3 Modélisation physique du procédé 43
2.3.1 Cadre commun des différents modèles 44
2.3.2 Modélisation de la plasticité de transformation (J.B. Leblond, 1986) 45
2.3.3 Simulation de la mise en forme de l'austénite uniquement (L. Garcia-Aranda, 2004) 47
2.3.4 Prise en compte de la transformation de phase (P. Åkerström, 2006) 48
2.3.5 Amélioration de la description thermique de l'emboutissage (J.W. Choi, H.H. Bok et al., 2011) 53
2.3.6 Homogénéisation des propriétés mécaniques (R. Neumann et al., 2016) 56
2.3.7 Bilan général de tous les modèles d'emboutissage 60
2.4 Contraintes résiduelles post-emboutissage à chaud 61
2.4.1 Origine analytique des contraintes résiduelles par emboutissage à chaud 62
2.4.2 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles 63
2.4.3 Simulation numérique des contraintes résiduelles pour la nuance Usibor®1500 65

2.1 Procédé d'emboutissage à chaud

2.1.1 Description industrielle du procédé

L'emboutissage à chaud direct, i.e. dans sa forme la plus simple, est d'abord présenté, puis suivi des variantes de fabrication qu'il est possible de réaliser.

2.1.1.1 Emboutissage à chaud direct

L'emboutissage à chaud direct peut se résumer en trois étapes principales :

1. L'austénitisation (*heating* sur la figure 2.1) : le matériau est chauffé suffisamment longtemps dans un four à une température suffisamment élevée permettant d'obtenir une structure 100% austénitique.
2. Le transfert de la tôle entre le four et la presse.
3. La trempe et la mise en forme simultanées (*hot stamping* sur la figure 2.1) : le matériau est mis en forme entre matrices refroidies tout en acquérant ses propriétés mécaniques finales. Il est maintenu entre outils jusqu'au refroidissement complet.

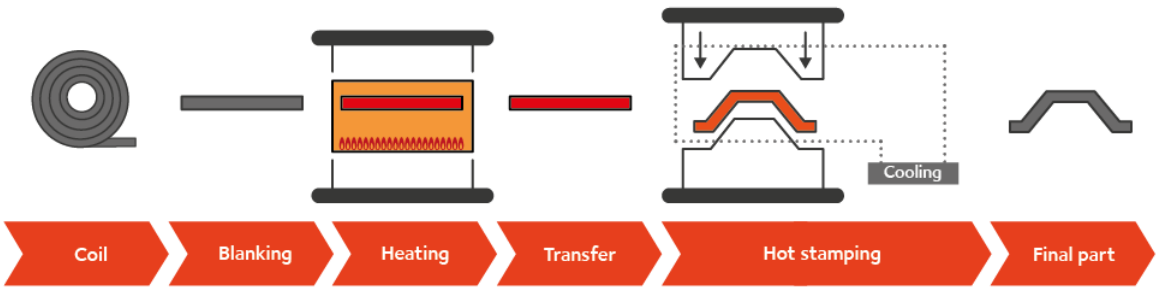


FIGURE 2.1 – Synoptique de l'emboutissage à chaud direct [5]

Cette méthode s'appuie sur la variabilité des propriétés mécaniques des aciers Usibor®. Comme le montre la figure 2.2, l'austénitisation porte le matériau vers des domaines plus ductiles afin de faciliter sa mise en forme (étape 1).

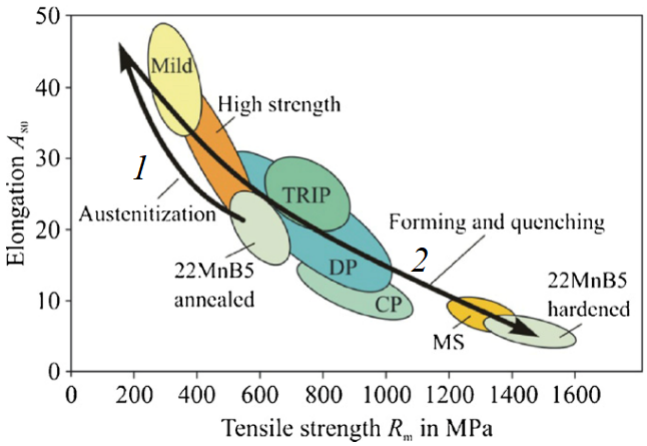


FIGURE 2.2 – Évolution des propriétés mécaniques du 22MnB5 (acier Usibor®1500) au cours de l'emboutissage à chaud [56]

Cette étape possède deux paramètres importants : la température et la durée d'austénitisation. Ceux-ci influent la morphologie de l'austénite, qui impacte la transformation martensitique de l'acier. Ensuite, la trempe génère la structure martensitique, ce qui permet d'atteindre les résistances mécaniques élevées des aciers Usibor® (étape 2). La vitesse de la trempe dépend à la fois du temps de transfert entre le four et la presse et de la pression exercée par l'outil. L'avantage de l'emboutissage à chaud par rapport aux autres procédés de mise en forme réside dans sa capacité à combiner les deux étapes en une. Au sein de l'outil, la tôle acquiert conjointement sa forme définitive et sa microstructure martensitique, sans laquelle les aciers de la gamme Usibor® ne pourraient avoir ce potentiel d'allègement.

2.1.1.2 Variantes de fabrication

Les pièces mécaniques utilisées dans l'industrie automobile combinent localement différentes propriétés pour pouvoir exploiter au maximum le compromis déformation/résistance. Dans le cadre nominal de l'emboutissage à chaud direct, les pièces sont embouties séparément puis assemblées par soudage. Deux nouvelles variantes sont en cours de développement afin d'obtenir une pièce finie avec des propriétés mécaniques locales sur-mesure. La première variante prône un assemblage de différents matériaux subissant le même traitement thermomécanique alors que la suivante n'utilise qu'un seul et même matériau mais différents cycles thermomécaniques. L'assemblage de matériaux avant mise en forme est particulièrement utilisé pour les *doorrings*, comme le montre la figure 2.3 [5].

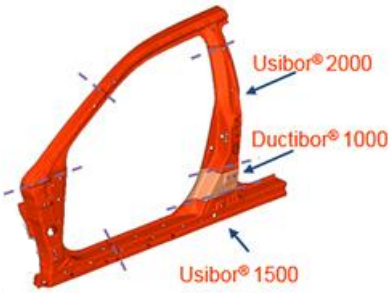


FIGURE 2.3 – Composition de la caisse en blanc au niveau de la porte avant [5]

Les nuances Usibor® sont utilisées pour résister mécaniquement aux chocs et les nuances Ductibor® pour absorber l'énergie d'impact. Assembler les différents flancs avant mise en forme, lorsque ceux-ci sont encore plats, facilite grandement le procédé et diminue le risque de distorsions par soudage. Malgré un même cycle d'austénitisation et de trempe, les compositions chimiques différentes induisent des propriétés mécaniques localement spécifiques.

En revanche, les traitements thermomécaniques différentiels n'utilisent qu'un seul et même matériau, mais jouent sur les chemins thermiques afin de graduer les propriétés mécaniques :

1. En utilisant des austénitisations différentielles : la pièce mécanique est austénitisée à différentes températures, ce qui produit des trempes différentes et donc des microstructures différentes [40]. Par exemple, chauffer une partie au dessus de A_{c3} et une autre en dessous permet de produire un gradient de contrainte à rupture allant de 1100 MPa à 1500 MPa au sein de la même pièce [84]. L'austénitisation hétérogène est réalisée soit en employant des isolants thermiques pour localement limiter l'échauffement de la tôle, soit en exploitant un circuit complexe de résistances électriques pour localement chauffer la tôle à une température donnée.
2. En utilisant des trempes différentielles : cette fois-ci, la tôle est chauffée de manière homogène, mais refroidie localement plus ou moins rapidement. Il existe diverses méthodes pour provoquer un flux de chaleur hétérogène : recourir à des matrices avec plusieurs matériaux de conductivités différentes, limiter localement la pression de contact entre les matrices et la tôle et donc jouer sur la résistance thermique de contact ou chauffer localement les matrices afin de modifier les flux de chaleur [40, 83, 85].

Ces développements, aussi bien l'assemblage des matériaux que les traitements thermiques hétérogènes, sont complexes à mettre en œuvre, mais présentent des résultats tout à fait équivalents aux procédés traditionnels [85] et permettent ainsi de réduire le nombre d'étapes nécessaires à la fabrication d'une pièce.
Toutefois, ces variantes reposent toujours sur les transformations de phase au sein des aciers Usibor® et de la variabilité des propriétés mécaniques qui en découle. La partie suivante présente toutes les transformations métallurgiques que subit la tôle lors d'un emboutissage à chaud.

2.1.2 Transformations métallurgiques des aciers Usibor® pendant l'emboutissage à chaud

Cette partie présente de manière exhaustive toutes les transformations de phase que subit une tôle en acier Usibor®, de sa coulée à sa mise en forme, ainsi que l'influence des principaux paramètres du procédé sur lesdites transformations et sur les propriétés finales des aciers.

2.1.2.1 Composition chimique des nuances Usibor®1500 et Usibor®2000

Les aciers de la gamme Usibor® possèdent de nombreux éléments d'addition, chacun possédant un rôle spécifique. Le tableau 2.1 présente les teneurs massiques visées des éléments d'addition contenus au sein des aciers de la gamme Usibor®.

Tableau 2.1 – Teneurs nominales massiques en éléments d'alliage pour chaque nuance (complément en fer) [5]

Élément (%)	C	Si	Mn	P	S	Al	B	Ti+Nb	Cr+Mo
Usibor®1500	0,25	0,4	1,4	0,03	0,01	0,1	0,005	0,12	1
Usibor®2000	0,37	0,7				0,06			1,4

Les deux nuances Usibor® diffèrent principalement par leur taux de carbone (0,25% pour l'acier Usibor®1500 contre 0,37% pour la nuance Usibor®2000). Les autres éléments facilitent soit la mise en forme de l'acier et améliorent soit ses propriétés mécaniques après transformation :

1. Le bore est probablement l'élément d'addition le plus important des aciers Usibor®. Celui-ci augmente la dureté du matériau [29, 89] et agit également sur le domaine ferritique en le déplaçant vers de plus faibles vitesses de refroidissement, ce qui facilite la trempabilité et donc l'apparition de la structure martensitique [89, 91]. Son utilisation, de l'ordre de quelques ppm,

explique également les taux de carbone modérés au sein des aciers Usibor®. En effet, plus le taux de carbone est élevé et moins l'effet du bore est notable, et celui-ci disparait complètement lorsque le taux de carbone excède 0,8% [55, 91].

2. Le niobium est utilisé pour augmenter la température de début de transformation martensitique, ce qui facilite donc l'obtention d'une structure 100% martensitique en fin d'emboutissage [91].
3. Le manganèse permet de diminuer la température d'austénitisation des aciers Usibor® et contribue également à leurs propriétés mécaniques élevées, mais dans une moindre mesure que le carbone [29, 132].
4. Le titane et le chrome ont un emploi double. Ils génèrent des précipités durcissants qui améliorent les propriétés mécaniques des aciers Usibor® mais agissent également sur l'azote : leurs affinités avec cet élément sont supérieures à celle du bore. Ceci favorise la formation de nitrures de titane et de chrome et donc préserve le bore en solution solide [55].

2.1.2.2 État initial et revêtement des tôles

Une fois la coulée réalisée, les tôles en aciers de la gamme Usibor® sont fabriquées par laminage. Elles subissent ensuite un revenu à 700°C, où elles obtiennent une structure ferrito-perlitique (75%-25% pour la nuance Usibor®1500 sur la figure 2.4) [91]. Dans cette configuration, les aciers Usibor® possèdent les propriétés mécaniques regroupées au sein du tableau 2.2.

TABLEAU 2.2 – Propriétés mécaniques initiales des aciers Usibor® [5]

Nuance	Dureté (HV)	R_e (MPa)	R_m (MPa)
Usibor®1500	177	450	610
Usibor®2000	220	580	810

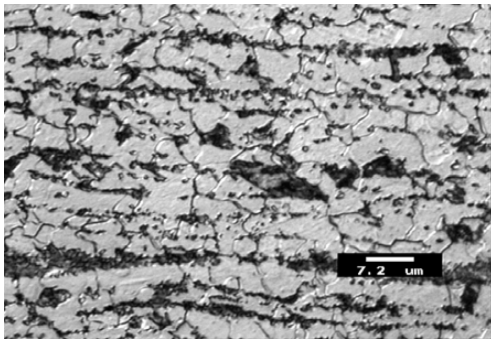


FIGURE 2.4 – Structure ferrito-perlitique des aciers Usibor® [29]

Le revêtement est ensuite apposé sur les tôles afin de les protéger de l'environnement extérieur. Deux catégories de revêtements sont actuellement développées [5, 88] :

1. Les revêtements à base de silicium : l'alliage le plus utilisé, AluSi®, est un mélange d'aluminium (90%) et de silicium (10%).
2. Les revêtements à base de zinc : plusieurs nuances sont utilisées (Zn-Al, Zn-Fe-Al, Zn-Ni).

Malgré une protection moins performante vis-à-vis de la corrosion, la protection à base d'aluminium est préférée au zinc, car elle supporte mieux l'étape d'austénitisation. En effet, la température élevée favorise la diffusion du fer pur dans le revêtement AlSi, ce qui l'empêche de fondre à plus de 900°C malgré une température de fusion initiale de l'ordre de 600°C [56, 59]. De plus, les intermétalliques AlSiFe formés permettent une très bonne adhésion du revêtement au substrat de la tôle [59].
Le rôle du revêtement est de faire barrière dans les deux sens entre la tôle et l'environnement. En effet, l'entrée ou la sortie de certains éléments par diffusion peut avoir des effets non désirés sur les propriétés mécaniques de l'acier Usibor® :

1. Dans le sens matériau vers environnement : lors de l'austénitisation, le matériau nu est sujet à la décarburation, où des atomes de carbone diffusent vers le milieu environnant [59]. Une diminution du taux de carbone favorise directement la formation de ferrite au sein des zones appauvries, ce qui a pour conséquence d'abaisser les propriétés mécaniques.
2. Dans le sens environnement vers matériau : toujours au cours de l'austénitisation, les fortes températures favorisent la corrosion de la tôle. Le revêtement AluSi® forme une barrière protectrice contre les agents corrosifs (naturels ou non) pouvant entrer en contact avec le matériau [3]. Par exemple, lorsque l'aluminium contenu dans le revêtement entre au contact de l'oxygène, celui-ci se passive et forme une couche d'oxyde protectrice.

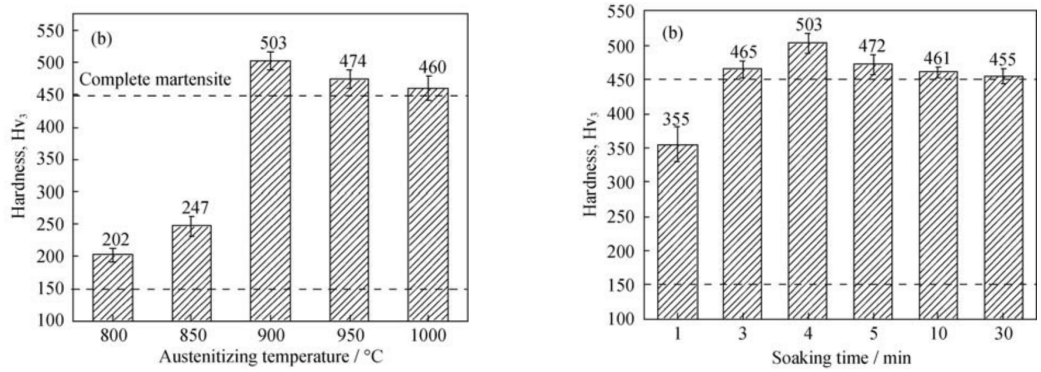
Pour les aciers Usibor®, le procédé d'enduction retenu par ArcelorMittal est le suivant [5] : la tôle à nu passe dans un bain de galvanisation contenant le revêtement à l'état liquide. La tôle est ensuite séchée et le revêtement se solidifie en surface de celle-ci. Les conditions opératoires permettent de fixer l'épaisseur du revêtement. La gamme AluSi®150 atteint 150 g/m^2, ce qui correspond à une épaisseur de 25 μm environ. Cependant, le revêtement n'acquiert son adhérence et ses propriétés finales qu'après austénitisation.

2.1.2.3 Austénitisation

L'austénitisation se produit lors de l'étape de chauffage au cours du procédé de fabrication des tôles en acier Usibor®. La structure ferrito-perlitique se transforme en austénite, phase plus ductile donc plus malléable. Cette étape possède deux paramètres clés :

1. La température d'austénitisation : plus la température d'austénitisation est élevée, plus la taille de grain est élevée [91].
2. La durée d'austénitisation : plus l'austénitisation dure, plus les grains d'austénite formés sont gros.

Toute la difficulté est de trouver le bon compromis [138], car celui-ci dépend aussi de l'épaisseur de la tôle [56]. Les résultats suivants ont été établis pour une tôle de 1,4 mm d'épaisseur. Une austénitisation à température trop faible (inférieure à 850°C) ou trop courte (inférieure à 3 minutes) ne permet pas d'avoir une structure 100% martensitique après emboutissage (respectivement figures 2.5a et 2.5b).

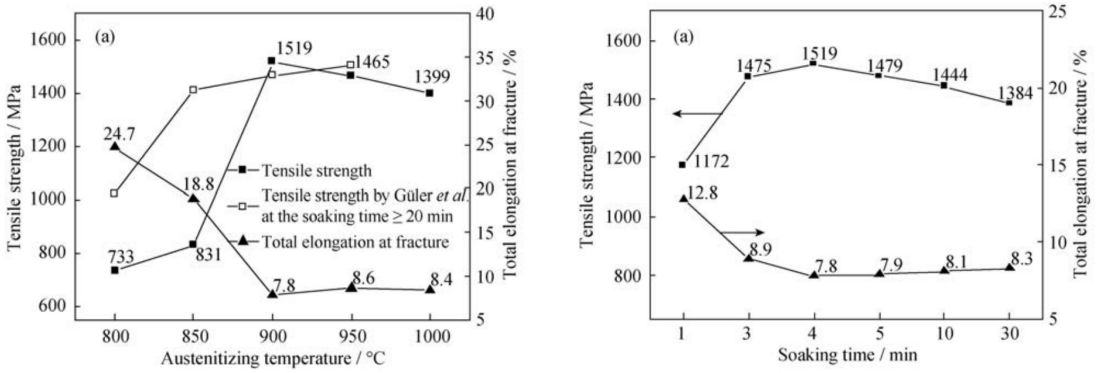


(a) Température d'austénitisation (4 minutes) (b) Durée d'austénitisation (900°C)

FIGURE 2.5 – Évolution de la dureté de l'acier Usibor®1500 en fonction des paramètres d'austénitisation [138]

En effet, une température trop faible et/ou une durée trop courte ne permettent pas une bonne transformation des grains de ferrite ou de perlite pendant l'austénitisation. Ceux-ci perdurent donc même après trempe à température ambiante, ce qui conduit à la nette diminution de la dureté illustrée sur les figures 2.5a et 2.5b [138]. Par contre, au-delà de 900°C et 3 minutes, la structure est 100% martensitique après trempe, car toute la structure initiale ferrito-perlitique disparait au profit d'une structure austénitique. De plus, une augmentation d'un des deux paramètres de manière excessive

conduit à une diminution des propriétés mécaniques à température ambiante de l'acier Usibor®1500, comme le montre les figures 2.6a et 2.6b.



(a) Température d'austénitisation (4 minutes) (b) Durée d'austénitisation (900°C)

FIGURE 2.6 – Évolution des propriétés mécaniques de l'acier Usibor®1500 en fonction des paramètres d'austénitisation [138]

Cette variation des propriétés mécaniques, de l'ordre de 10%, provient de l'influence des paramètres d'austénitisation sur la transformation martensitique (illustrée et discutée en détails en partie 2.2.1.1.2). La durée d'austénitisation modifie les températures de début (M_s) et de fin (M_f) de transformation martensitique. Pour la nuance 22MnB5 (figure 2.7), une augmentation de la durée d'austénitisation par un facteur 4 diminue la température de début de transformation et augmente sa température de fin de l'ordre de 10% [91].

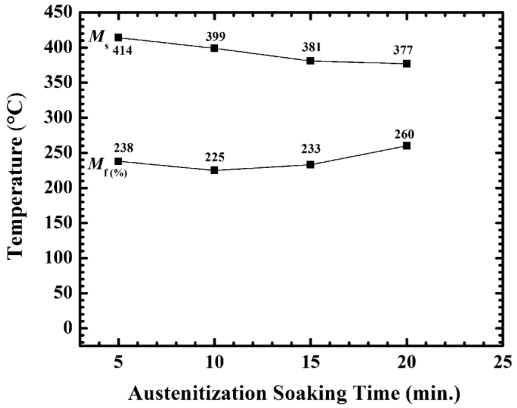
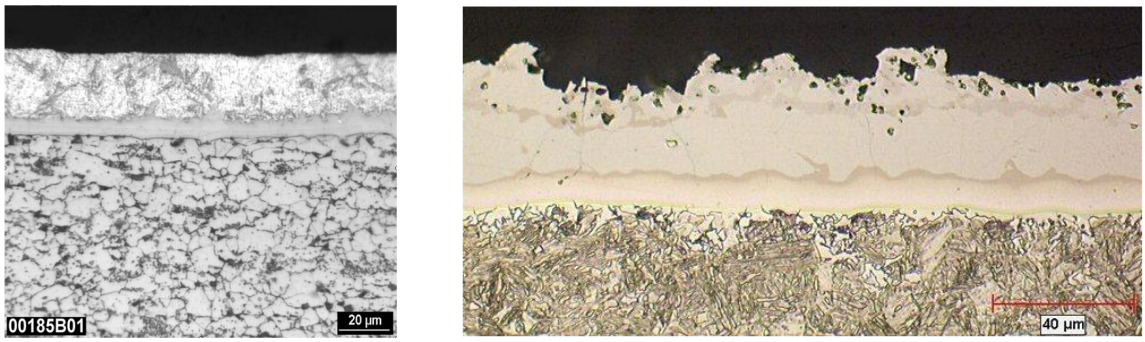


FIGURE 2.7 – Influence de la durée d'austénitisation sur les températures M_s et M_f [92]

Cela veut donc dire que la transformation martensitique est plus brutale pour des austénitisations plus longues : à 5 minutes, elle s'effectue entre les températures 414°C (687K) et 238°C (501K) alors

qu'à 20 minutes, elle s'effectue entre 377°C (650K) et 260°C (533K). Globalement, plus l'austénitisation est longue et plus les grains d'austénite sont gros, ce qui agit directement sur la germination et la croissance de la martensite [18]. Cette interprétation est également reprise par Z. Nishiyama [98], qui a montré expérimentalement une diminution de la température M_s lors d'une augmentation de la taille de grain pour un acier 33NiCrMo13 (composition chimique proche de la nuance Usibor®2000).
L'austénitisation a également un effet sur le revêtement. En effet, au cours de l'austénitisation, une couche d'inter-métalliques ternaires AlSiFe se forme et allie le revêtement au substrat, comme le montre la figure 2.8. En conséquence, le revêtement s'épaissit, et passe de 25 μm à 30-40 μm [34, 63].



(a) Revêtement avant emboutissage (b) Revêtement après emboutissage

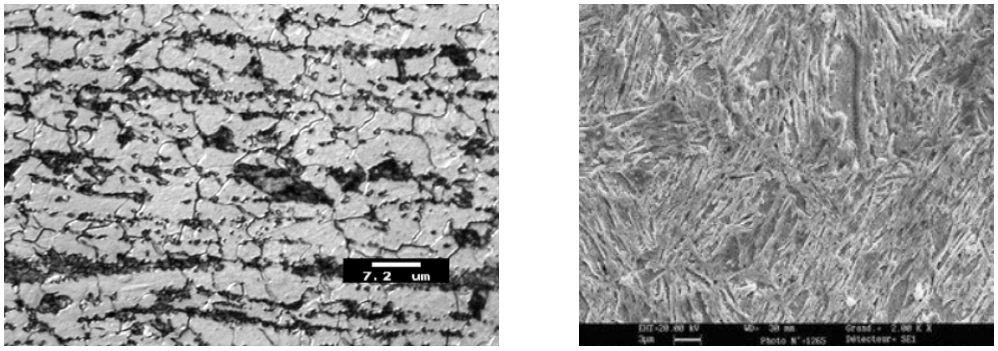
FIGURE 2.8 – Revêtement AluSi®150 avant et après emboutissage à chaud [5]

Tout comme pour le cœur de la tôle, si l'étape d'austénitisation n'est pas bien maitrisée, les conséquences sur le revêtement peuvent être dramatiques. Par exemple, une température trop élevée peut engendrer des fissures dans l'épaisseur du revêtement à cause de dilatations thermiques trop importantes [34].

2.1.2.4 Trempe et mise en forme simultanée

L'objectif de cette dernière étape est de conférer à l'acier Usibor® une structure martensitique tout en donnant à la pièce mécanique sa forme finale. Les matrices sont maintenues à 7°C par de l'eau ou du glycol afin d'assurer une vitesse de refroidissement minimale de 27°C/s [56]. Cette vitesse de refroidissement représente la vitesse critique martensitique de l'acier Usibor®1500, qui sera détaillée ultérieurement. Si le refroidissement est plus lent que cette vitesse critique, alors la microstructure finale n'est pas totalement martensitique, car de la bainite se forme en amont, ce qui réduit les propriétés mécaniques du matériau.

La figure 2.9 montre l'évolution microstructurale du substrat entre son état initial ferrito-perlitique et son état final martensitique.



(a) Microstructure avant emboutissage [29] (b) Microstructure après emboutissage [5]

FIGURE 2.9 – Microstructure du cœur de la tôle avant et après emboutissage à chaud

De cet état final, martensitique, découlent les propriétés mécaniques du tableau 2.3.

TABLEAU 2.3 – Propriétés mécaniques finales des aciers Usibor® [5, 29]

Nuance	Dureté (HV)	$R_p0,2$ (MPa)	R_m (MPa)	A (%)
Usibor®1500	430	≥1050	≥1400	5
Usibor®2000	n.c.	≥1400	≥1800	5

Deux paramètres du procédé ont une influence sur la trempe des aciers Usibor® : le temps de transfert entre le four et l'outil et la pression exercée par celui-ci pendant l'emboutissage.
Ces deux paramètres modifient conjointement la vitesse de refroidissement de la tôle. M. Naderi et al. ont montré expérimentalement qu'une augmentation de la vitesse de refroidissement réduit de moitié la plage de températures sur laquelle la transformation se produit, comme le montre la figure 2.10 [92].

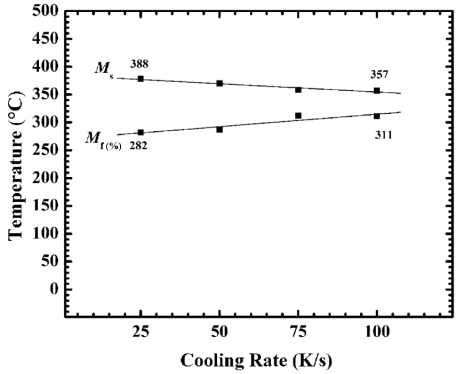
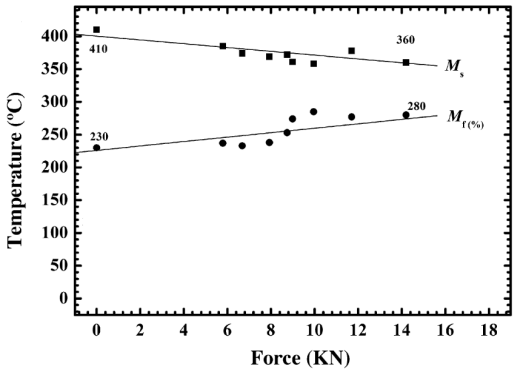


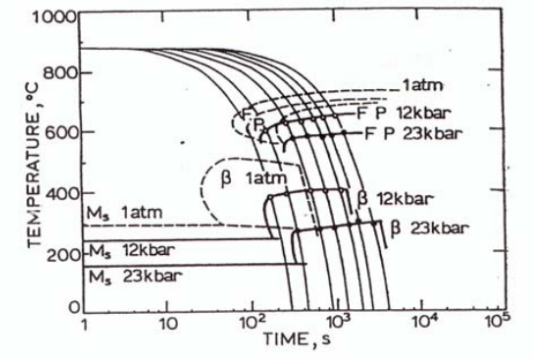
FIGURE 2.10 – Influence de la vitesse de refroidissement sur les températures M_s et M_f [92]

M. Nikravesh et al. ont poussé l'étude expérimentale en ajoutant l'influence de l'écrouissage par comparaison entre des échantillons déformés (40% de déformation plastique) et non-déformés. Les résultats montrent une augmentation de la vitesse critique martensitique à 60°C/s mais une diminution inférieure à 5% pour les températures M_s et M_f aux vitesses de trempe les plus rapides [97].

La pression d'outil seule influence le début de la transformation [92]. Globalement, les contraintes de traction favorisent l'apparition de la martensite et les contraintes de compression la défavorisent. La figure 2.11a montre que l'augmentation d'une force de compression diminue la température M_s et augmente la température M_f pour un acier 22MnB5. La figure 2.11b présente l'influence d'une contrainte de compression hydrostatique sur un acier C45 : le diagramme TRC est dans son ensemble décalé vers des températures plus basses.



(a) Influence de la force appliquée sur les températures M_s et M_f [92]



(b) Effet d'une pression hydrostatique sur les transformations de phase d'un acier C45 [115]

FIGURE 2.11 – Évolution des transformations de phase en fonction d'une contrainte appliquée

De plus, les contraintes de compression hydrostatiques permettent d'augmenter la trempabilité des aciers Usibor®. En effet, le domaine bainitique (β sur la figure 2.11b) est décalé vers les temps plus longs, ce qui permet de diminuer la vitesse critique martensitique.

L'emboutissage a également des effets secondaires sur le revêtement, plus ou moins graves en fonction des conditions opératoires, car la mise en forme de la pièce finale induit un frottement entre la tôle et les matrices [56]. Si la pression d'outil est trop importante, le revêtement peut être endommagé localement. A contrario, une pression d'outil trop faible réduit la conduction thermique entre la tôle et les matrices en augmentant la résistance thermique de contact [85]. Si un transfert thermique minimal

n'est pas assuré, alors la microstructure après emboutissage n'est pas complètement martensitique. L'état du revêtement, aussi bien que les propriétés mécaniques du matériau, dépendent de deux paramètres clés. Le premier est ainsi la pression de contact entre l'outil et la tôle avec des valeurs recommandées entre 10 MPa et 40 MPa [56, 85]. Le second est la température de mise en forme, qui est souvent contrôlée par le temps de transfert de la tôle entre le four et la presse, censé être le plus rapide possible.

La prochaine partie présente les mécanismes microscopiques de la transformation martensitique qui permettent d'expliquer toutes les manifestations macroscopiques induites par les paramètres du procédé d'emboutissage à chaud.

2.2 Comportement métallurgique et rhéologique des aciers Usibor®

2.2.1 Transformation martensitique des aciers Usibor®

Bien qu'elle ne fut clairement identifiée qu'au début du vingtième siècle par le physicien allemand A. Martens, les origines de la martensite par trempe remontent à bien plus longtemps. Une des plus anciennes mentions revient à Homère, dans son Odyssée :

"Comme quand le forgeron plonge une grande hache,
ou une doloire dans l'eau froide pour la tremper,
le métal siffle, et là gît la force du fer"

Les prochains paragraphes présentent le lien métallurgique entre la trempe de l'acier et la structure martensitique, ainsi que les modifications cristallographiques qu'elle engendre.

2.2.1.1 Approche cristallographique de la transformation martensitique

2.2.1.1.1 Différence entre transformation diffusive et displacive

La transformation martensitique est une transition d'une phase solide à une autre phase solide distincte, possédant une enthalpie de changement de phase, ce qui en fait une transformation du premier ordre. Les transformations solide-solide peuvent toutefois être subdivisées en deux catégories [126] : les transformations diffusives et les transformations displacives. Dans les deux cas, il y a co-existence des phases mères et filles avec germination et croissance. La distinction entre diffusif et displacif a lieu

au niveau du mode de croissance.

Lors d'une transformation diffusive, les atomes situés à l'interface entre les deux phases ont un comportement aléatoire : ils se déplacent jusqu'à plusieurs distances inter-atomiques afin d'atteindre une nouvelle position au sein de l'organisation cristallographique de la phase fille. Collectivement, ils forment ainsi de proche en proche la phase fille qui croît par diffusion [126]. Les phases ferritiques et perlitiques (F et P sur la figure 2.12) suivent ce mode de croissance.

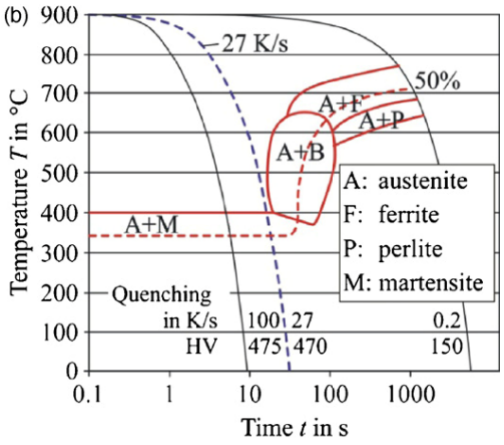


FIGURE 2.12 – Diagramme TRC de l'acier Usibor®1500 [56]

Pour une transformation displacive, le mécanisme est différent. Les atomes adoptent un des deux comportements collectifs suivants [126] :

1. Le *shuffling* des plans cristallographiques : les atomes se déplacent collectivement par sauts jusqu'à atteindre leurs nouvelles positions au sein de la phase fille.
2. La déformation du réseau cristallographique par dilatation, cisaillement... La combinaison de plusieurs déformations est parfois nécessaire afin d'aboutir à la morphologie de la phase fille [61].

Le comportement collectif des atomes permet aux transformations displacives d'être beaucoup plus rapides que les transformations diffusives avec des vitesses de croissance de l'ordre de la vitesse du son dans les métaux (jusqu'à 1100 $m.s^{-1}$) [10, 57].

Dans le cas des aciers Usibor®, la transformation martensitique se fait par déformation globale du réseau cristallographique [61]. La vitesse de refroidissement doit être supérieure à la vitesse critique de refroidissement de 27°$C.s^{-1}$ pour obtenir une structure 100% martensitique (TRC sur la figure 2.12),

ce qui est suffisamment élevé pour fortement limiter le déplacement des atomes. Ainsi, la transformation s'opère à partir d'une température *martensite start* M_s et ne dépend que de la température et non du temps.

2.2.1.1.2 Croissance et autoaccomodation de la martensite

Une des propriétés des transformations de phases du premier ordre est de pouvoir observer les deux phases simultanément. Cette coexistence des deux phases implique donc un accroissement progressif de la martensite, qui possède une structure cristallographique différente de celle de l'austénite. Cette dernière possède en effet une structure cubique à faces centrées (groupe cristallographique A_1, $Fm\bar{3}m$). La martensite, quant à elle, possède une structure quadratique centrée (groupe cristallographique A_a, I4/mmm), représentée sur la figure 2.13. La diminution du nombre de symétries dans la structure de la phase fille implique donc la coexistence de plusieurs configurations, appelées variantes.

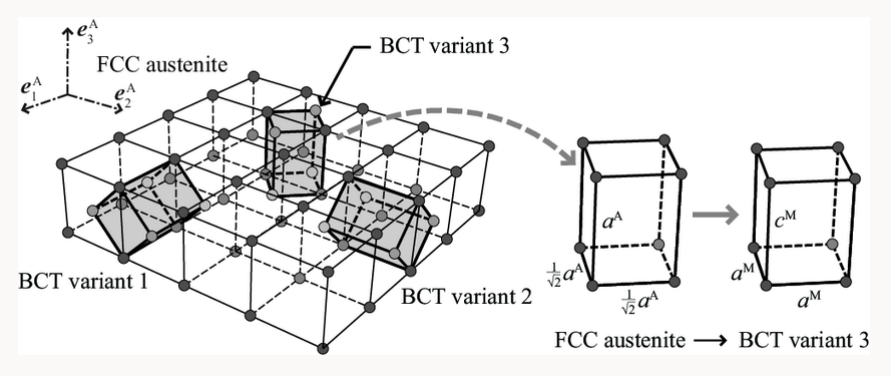


FIGURE 2.13 – Structure austénitique initiale et trois variantes de la structure martensitique [123]

La différence de paramètres de maille entre l'austénite et la martensite (figure 2.13) engendre un réarrangement atomique en plusieurs étapes. La transformation démarre au niveau d'un plan d'habitat, qui définit l'interface entre la structure initiale austénitique et la variante de martensite en cours de formation, dans une direction cristallographique donnée. La combinaison d'un plan d'habitat et d'une direction définit la variante de martensite [10]. Il en existe au total 24 possibilités ; trois d'entre elles sont représentées sur la figure 2.13.

La croissance d'une variante de martensite démarre d'un plan d'habitat (en rouge sur la figure 2.14), généralement un joint de grain de l'austénite ou une autre latte de martensite (figure 2.15), et se décompose en trois étapes [124], qui sont parallèlement illustrées sur la figure 2.14 :

1. Une déformation homogène du réseau cristallin, appelée déformation de Bain [7]. Cette déformation correspond au cumul d'un cisaillement de direction $\vec{m}_1$ sur la figure 2.14 et d'une dilatation isotrope de normale $\vec{m}_2$ induits par la transformation martensitique, selon un plan de normale $\vec{n}$ et dans une direction globale $\vec{m}$ égale à $\vec{m}_1 + \vec{m}_2$.
2. Une déformation à réseau invariant : des défauts cristallographiques apparaissent dans la structure du matériau (maclage, glissement), ce qui permet de conserver la continuité de la matière de part et d'autre du plan d'habitat.
3. Une rotation homogène du réseau qui permet d'accoler les réseaux de martensite et d'austénite sur le plan d'habitat.

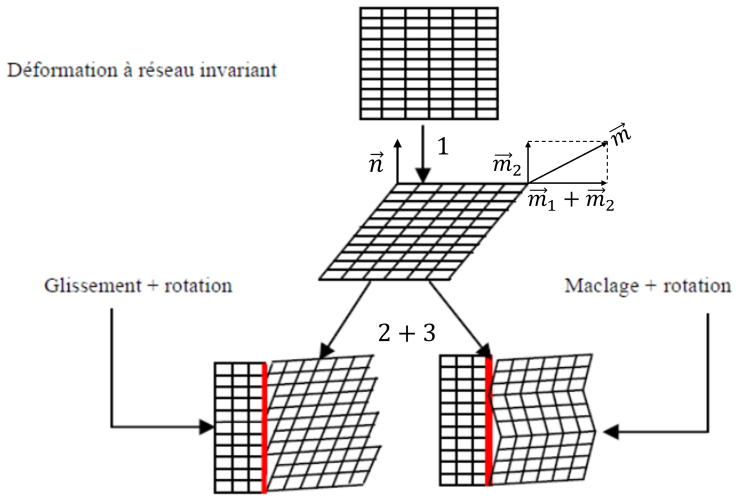


FIGURE 2.14 – Déformations successives décrivant la transformation martensitique du point de vue de la structure cristallographique (d'après R. Guilheux [35])

Ainsi, au sein d'un même grain d'austénite, plusieurs variantes peuvent apparaitre, comme le montre la figure 2.15. Il en résulte alors une structure erratique, illustrée sur les micrographies réalisées pour les aciers Usibor®, sur la figure 2.9 page 32 par exemple.

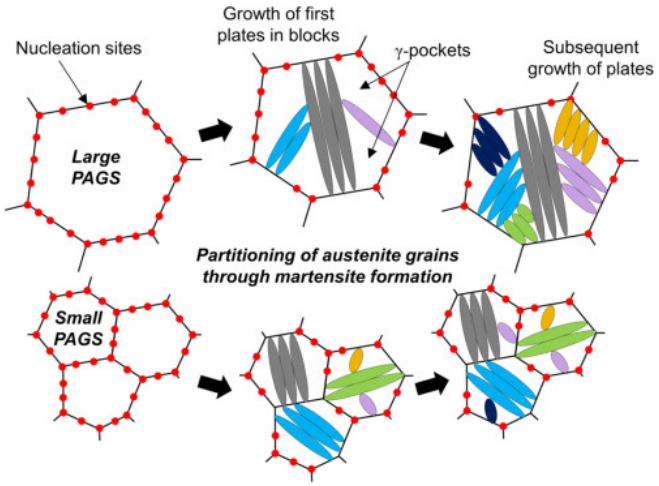


FIGURE 2.15 – Influence de la taille des grains antérieurs d'austénite sur la morphologie de la martensite (PAGS = *Prior Austenite Grain Size*) [18]

Même si la micrographie b de la figure 2.9 et le schéma de la figure 2.15 semblent montrer des structures désordonnées, la croissance de la martensite respecte néanmoins une règle : l'isotropie. En effet, en l'absence d'influence extérieure (contrainte appliquée, gradient de température), il y a autoaccommodation des variantes de martensite : les déformations locales engendrées par ces variantes se compensent mutuellement. Les 24 variantes possibles sont donc équiprobables.
La différence de paramètres de maille entre l'austénite et la martensite induit donc des déformations microscopiques anisotropes, qui, à l'échelle macroscopique sont en revanche isotropes, si l'austénite initiale n'est pas trop texturée.

2.2.1.2 Déformations engendrées par la transformation martensitique

La transformation martensitique engendre deux types de déformations. La première est isotrope et découle directement de la différence de paramètres cristallographiques. L'augmentation de la taille de la maille primitive conduit à une dilatation isotrope à l'échelle macroscopique. Celle-ci est notamment proportionnelle au taux de carbone [10] : $\frac{\Delta V}{V} = 0,045 * (wt\%C)$.

De plus, le changement de volume global isotrope génère des contraintes microscopiques à l'interface du changement de phase. Leurs intensités sont suffisamment élevées pour dépasser la limite élastique du matériau et donc engendrer des déformations plastiques. Deux mécanismes permettent d'expliquer

un tel phénomène :

1. Le mécanisme de G.W. Greenwood et R.H. Johnson (1965) se base sur la variation de volume [32]. Celle-ci engendre des micro-déformations dans la phase la plus molle, l'austénite en l'occurrence. Conséquences de la croissance des variantes de martensite, ces micro-déformations sont orientées de manière aléatoire, comme le montre la figure 2.15. Ainsi, à l'échelle macroscopique, seule une variation de volume isotrope est observée.
2. Le mécanisme de C.L. Magee (1966), prend en considération la croissance des variantes de martensite [77]. Ces variantes induisent un cisaillement local dans la phase austénitique. La direction de croissance des variantes étant équiprobable, il n'y a pas de déformation macroscopique résultante.

Cependant, dans le cas où une contrainte externe est appliquée, une direction préférentielle apparait, que ce soit pour une micro-déformation ou pour la croissance d'une variante : cette sélection entraine donc l'apparition d'une plasticité de transformation déviatorique macroscopiquement anisotrope. Cet effet est particulièrement visible lors d'un essai de dilatométrie sous contrainte : une éprouvette cylindrique, encastrée à ses extrémités, est soumise à un chargement mécanique et trempée au-delà de la vitesse critique martensitique. P. Åkerström a notamment réalisé cette étude pour l'acier 22MnB5 avec trois chargements axiaux différents [2] : un en compression, un nul et un en traction.

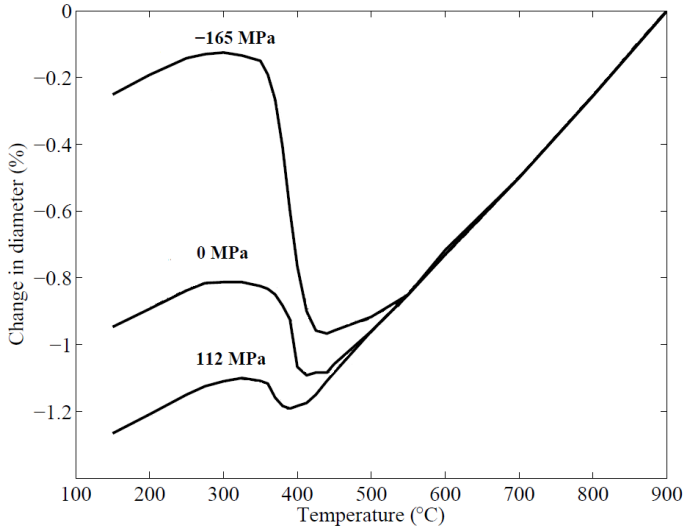


FIGURE 2.16 – Influence d'une contrainte appliquée sur la dilatation d'une éprouvette de dilatométrie (d'après P. Åkerström [2])

La figure 2.16 présente le changement de diamètre lors du refroidissement de l'éprouvette, avec une influence notable de la contrainte appliquée sur la géométrie finale de celle-ci. Plus le chargement est élevé en traction et plus la plasticité de transformation compense la dilatation isotrope de la transformation martensitique.
En effet, la transformation engendrant une dilatation isotrope, des contraintes de compression axiales tendent donc à s'opposer à la croissance de la martensite dans cette direction. Celle-ci va donc préférentiellement croitre dans d'autres directions que celle de la sollicitation, ce qui explique notamment l'augmentation du rayon de la figure 2.16. Cette différence de rayon final est une manifestation macroscopique de la plasticité de transformation.

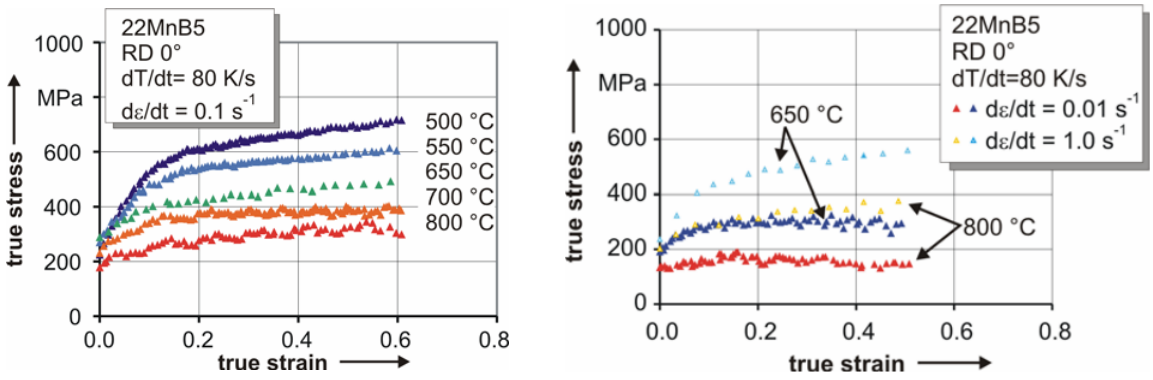
Le chargement en contrainte explique aussi la différence au niveau des débuts de transformation : entre le chargement à -165 MPa et 112 MPa, la température M_s décroit d'une centaine de degrés. Cette influence peut être vérifiée par une considération thermodynamique : pour que l'austénite se décompose en martensite, une quantité ΔG d'énergie libre est nécessaire. Dans le cadre d'une transformation au refroidissement, cette énergie est d'ordre thermique. Cependant, avec une contrainte appliquée, une énergie mécanique est ajoutée à l'énergie thermique : selon le signe de l'énergie mécanique, cette dernière favorise ou défavorise le changement de phase. Comme la transformation martensitique des aciers Usibor® crée une dilatation isotrope, une contrainte de compression hydrostatique tend à s'opposer à la transformation de phase et donc à diminuer la température M_s [105]. La contrainte ne peut pas indéfiniment favoriser ou défavoriser la transformation martensitique. Il existe un point critique défini par la limite élastique de la phase austénitique [103]. En-deçà de ce point critique, la transformation est induite par le refroidissement et assistée par la contrainte mécanique. En revanche, au-delà, l'énergie motrice de la transformation martensitique devient la contrainte mécanique [103].

Le changement de cristallographie modifie également le comportement mécaniques des aciers Usibor®. La prochaine partie présente ainsi la rhéologie des phases austénitique et martensitique.

2.2.2 Rhéologie des aciers Usibor®

La rhéologie de la phase austénitique de la nuance Usibor®1500 a depuis longtemps été étudiée. Les principaux travaux ont permis de quantifier les deux principales influences sur la contrainte d'écoulement : la température (entre M_s et 900°C) et la vitesse de déformation (entre 0,01 s^{-1} et 1 s^{-1}). Les essais de M. Merklein et al. [82] ont été réalisés sur des éprouvettes de 1,75 mm d'épaisseur dans la direction de laminage. Après une austénitisation de 4 minutes à 950°C, celles-ci ont ensuite été refroidies à 80°C.s^{-1} jusqu'à la température de l'essai.

L'influence de la température, à vitesse de déformation fixe (0,1 s^{-1}), illustrée sur la figure 2.17a, est assez classique pour un acier. Plus la température augmente, plus l'adoucissement thermique est important et plus la limite d'écoulement diminue [82], ce qui s'explique notamment par une mobilité accrue des dislocations. L'effet sur la limite élastique est en revanche négligeable. L'austénite présente également un caractère visco-plastique, comme le montre la figure 2.17b. Les essais réalisés aux vitesses de 0,01 s^{-1} et 1 s^{-1}, isothermes à 650°C ou 800°C, présentent une contrainte d'écoulement multipliée par deux pour une vitesse de déformation multipliée par 100.



(a) Influence de la température (b) Influence de la vitesse de déformation

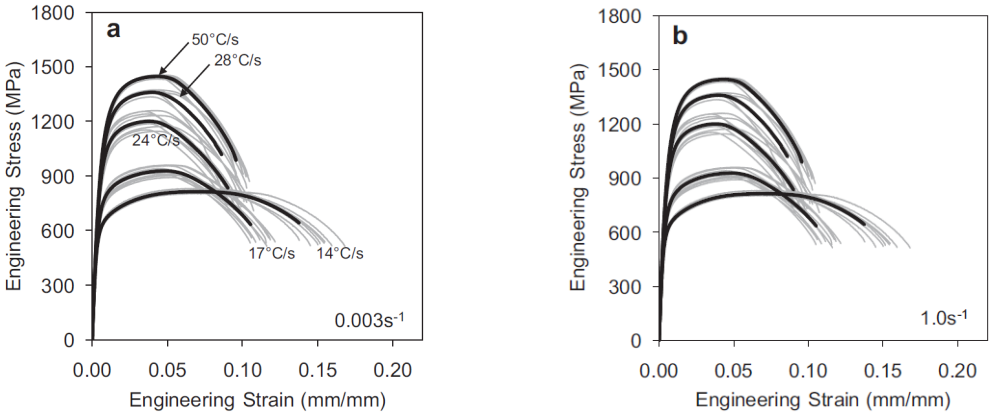
FIGURE 2.17 – Évolution de la contrainte d'écoulement austénitique de la nuance 22MnB5 [82]

Ces résultats ont également été corroborés par A. Turetta et al. pour une austénitisation de 5 minutes à 900°C avec des éprouvettes d'épaisseur 1,5 mm [125].

D'autres facteurs ont également été étudiés, mais montrent des influences négligeables sur la rhéologie en phase austénitique pour la nuance Usibor®1500. L'effet de l'orientation par rapport à la direction de laminage a été vérifiée avec des éprouvettes de traction prélevées à 0°, 45° et 90° par rapport à la direction de laminage [81]. La vitesse de refroidissement a également été prise en compte, avec deux

valeurs à 15 °C.s^{-1} et 80 °C.s^{-1} [82]. La température d'austénitisation a également été considérée avec des essais de traction sur des éprouvettes austénitisées respectivement à 825°C et 950°C [118].

La rhéologie de la phase martensitique a principalement été étudiée à température ambiante. Comme annoncé par les spécificités techniques d'ArcelorMittal, la nuance 22MnB5 atteint une contrainte maximale à 1500 MPa [23]. Toutefois, cette dernière peut être légèrement influencée par deux paramètres, dont les essais expérimentaux sont représentés sur les figures 2.18a et 2.18b. Une variation de la vitesse de déformation entre 0,003 s^{-1} (quasi-statique) et 1075 s^{-1} induit une augmentation de la contrainte d'écoulement inférieure à 100 MPa [8]. Le second paramètre est la vitesse de trempe. Une variation de celle-ci entre la vitesse critique martensitique et 50 °C.s^{-1} provoque une augmentation de la contrainte d'écoulement inférieure à 50 MPa [8].



(a) Essais quasi-statique (b) Essais à grande vitesse

FIGURE 2.18 – Évolution de la contrainte d'écoulement martensitique de la nuance 22MnB5 en fonction de la vitesse de refroidissement [8]

Il n'existe en revanche pas d'études poussées sur la dépendance à la température pour la phase martensitique de l'acier Usibor®1500. Les modèles d'emboutissage les plus récents [13, 96] prennent en compte des paramètres de plasticité issus du logiciel *JMatPro*, qui prédisent toutefois des contraintes de l'ordre de 2000 MPa pour la nuance Usibor®1500 à température ambiante, ce qui est bien au-dessus des données expérimentales.
De plus, une récente revue de la littérature pointe notamment le manque de données et de modèles pour la nuance Usibor®2000 [132].

Les propriétés rhéologiques et de transformation de phase des aciers Usibor® ont ensuite été traduites en modèles mathématiques pour être utilisées au sein de modèles d'emboutissage à chaud. La prochaine partie présente par ordre de complexité croissante les différents modèles d'emboutissage en insistant sur les spécificités propres à chaque modèle.

2.3 Modélisation physique du procédé

Toute la difficulté de la modélisation de l'emboutissage à chaud relève du couplage des différents phénomènes physiques présentés dans la partie précédente :

1. Mécanique, par la mise en forme de la tôle.
2. Thermique, par les flux de chaleur pendant le transfert puis la trempe.
3. Cristallographique, par le changement de phase engendré.

Ces trois couplages font ainsi intervenir un grand nombre de paramètres reliés entre eux par diverses équations, comme le montre la figure 2.19.

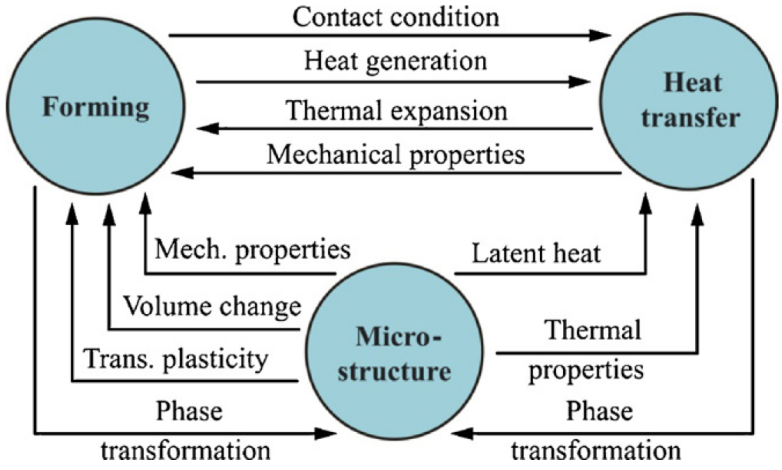


FIGURE 2.19 – Interactions entre les différents domaines physiques [56]

Tous les modèles décrits dans cette partie adoptent un cadre commun de référence qui est présenté dans un premier temps. Ensuite, les apports ou particularités de chaque modèle sont détaillés par rapport à ce cadre commun.

2.3.1 Cadre commun des différents modèles

Pour chaque auteur, les équations sont regroupées selon les trois types de domaines définis sur la figure 2.19 : métallurgique, mécanique et thermique.
Le point de départ de toute modélisation de l'emboutissage à chaud est une décomposition additive de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{ij}$, généralement en 5 contributions séparées, qui dépendent toutes des trois domaines susmentionnés [56] :

1. Une contribution élastique $\dot{\varepsilon}_{ij}^{el}$.
2. Une contribution thermique $\dot{\varepsilon}_{ij}^{th}$, qui est due à la dilatation thermique des phases austénitique et martensitique.
3. Une contribution plastique $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}$, également appelée "plasticité classique".
4. Une contribution isotrope de transformation de phase $\dot{\varepsilon}_{ij}^{iso}$, générée par la différence de taille entre les mailles de l'austénite et de la martensite (voir partie 2.2.1.2).
5. Une contribution de plasticité de transformation $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pt}$, induite par la contrainte appliquée lors du changement de phase (voir partie 2.2.1.2).

La vitesse de déformation totale prend alors la formulation suivante :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{el} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{th} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{iso} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pt} \tag{2.1}$$

Pour plus de clarté, des notations communes sont adoptées, regroupées dans le tableau 2.4.

Tableau 2.4 – Notations utilisées

Description	Notation
Fraction de martensite formée	z
Température martensite start	M_s
Température martensite finish	M_f
Tenseur identité d'ordre 2 ou 4	$\boldsymbol{I}$ ou $\mathbb{I}$
Tenseur déviatorique des contraintes	$\boldsymbol{S}$ ou S_{ij}
Vitesse de déformation équivalente	$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$
Déformation plastique effective ou cumulée	$\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^t \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} dt$
Contrainte équivalente de von Mises	$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}}$
Contrainte d'écoulement	σ_y
Symbole de Kronecker	δ_{ij}

De plus, un scalaire est noté sans modification de police E, un tenseur d'ordre 2 est noté en gras $\boldsymbol{E}$ et un tenseur d'ordre 4 prend la notation "ensemble mathématique" $\mathbb{E}$. Les indices A et M sont également utilisés pour relier une grandeur aux phases austénitique et martensitique respectivement. Enfin, sauf mention contraire, les conventions de sommation d'Einstein sont également adoptées.

2.3.2 Modélisation de la plasticité de transformation (J.B. Leblond, 1986)

Les travaux de J.B. Leblond et al. [67, 69] ne sont pas destinés à la modélisation de l'emboutissage à chaud mais posent les fondements de la mécanique des transformations de phase dans les aciers avec deux études analytiques portant sur l'homogénéisation des propriétés mécaniques et sur la plasticité de transformation. Ces deux études sont présentées ci-après par ordre chronologique.
Antérieurement à leur première étude, l'homogénéisation de la limite élastique effective $\bar{\sigma}_y$ d'un mélange de deux phases, ici l'austénite A et la martensite M, se faisait de deux manières différentes : soit en supposant que la phase la plus dure ne plastifie pas (ici la martensite) soit à l'aide d'une loi des mélanges [69] :

$$\bar{\sigma}_y = (1 - z)\sigma_y^A + z\sigma_y^M \tag{2.2}$$

La variable z désigne ici la fraction de martensite formée et σ^i la limite élastique de la phase correspondante. Toutefois, lorsqu'il y a un écart important entre les propriétés plastiques, cette approximation linéaire n'est pas suffisante. Leur étude théorique a été conduite par simulation numérique (éléments finis) d'une inclusion cubique de la phase dure dans une matrice de la phase molle. Les deux phases sont considérées comme parfaitement plastiques, avec un facteur 4 entre les limites élastiques de l'austénite et de la martensite. Les résultats, pour plusieurs mélanges austénite-martensite, montrent une limite élastique effective inférieure à la loi des mélanges. Comme le montre la figure 2.20, plus la fraction de phase dure est faible et plus cette assertion est vraie.

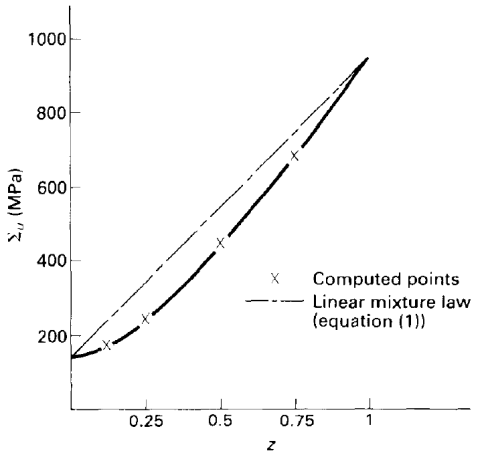


FIGURE 2.20 – Evolution de la limite élastique $\bar{\sigma}_y$ en fonction de la fraction de martensite formée [69]

L'écart entre la loi des mélanges et l'homogénéisation au sens de Leblond et al. s'explique de deux façons [69]. D'une part, un écart d'alignement entre les tenseurs des contraintes microscopiques et macroscopiques conduit à une limite effective plus faible. D'autre part, et notamment au début de la transformation de phase, les déformations plastiques sont prioritairement localisées dans la phase la plus molle, en l'occurrence l'austénite, ce qui explique l'écart plus élevé en début de transformation. En conclusion, l'auteur propose de modéliser cela par une fonction non-linéaire f de la fraction martensitique, telle que :

$$\bar{\sigma}_y = (1 - f(z))\,\sigma_y^A + f(z)\sigma_y^M \tag{2.3}$$

Les auteurs ont également proposé une formulation de la plasticité de transformation $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pt}$, basée sur le mécanisme de G.W. Greenwood et R.H. Johnson (voir partie 2.2.1.2). Celle-ci est exprimée comme le produit de 3 termes [67], qui sont une constante de proportionnalité K^{pt}, une fonction de distribution de la fraction martensitique $\phi(z)$ et le déviateur des contraintes $\boldsymbol{S}$:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pt} = \frac{3}{2} K^{pt} \dot{\phi}(z) S_{ij} \tag{2.4}$$

La justification heuristique de l'équation 2.4 est la suivante : sans transformation martensitique, il n'y a pas de plasticité de transformation. Par conséquent, $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pt}$ doit être proportionnel à $\dot{z}$. De plus, la plasticité de transformation n'induit pas de changement de volume, ce qui implique une trace nulle du tenseur associé. Ce dernier est donc proportionnel au déviateur des contraintes S_{ij} plutôt qu'au

tenseur des contraintes σ_{ij}. Enfin, K^{pt} désigne la constante de proportionnalité et $\phi(z)$ une fonction de la fraction martensitique normalisée, telle que $\phi(0) = 0$ et $\phi(1) = 1$.
Plusieurs auteurs ont ainsi proposé des fonctions ϕ :

1. K. Tanaka et al. [78] : $\phi(z) = z$
2. S. Denis et al. (ou Y. Desalos) [21] : $\phi(z) = z(2 - z)$
3. J.B. Leblond et J. Devaux [66] : $\phi(z) = z(1 - \ln(z))$

Les publications de J.B. Leblond et al. [65, 67, 68, 69] posent ainsi les fondements de la modélisation de la transformation martensitique pendant l'emboutissage à chaud et les équations proposées sont notamment reprises par la plupart des auteurs suivants. Ces modèles reposent sur des simplifications assez fortes, comme le cas plastique idéal ou des homogénéisations linéaires pour la déformation thermique par exemple et sont donc développés et complétés par les études postérieures.

2.3.3 Simulation de la mise en forme de l'austénite uniquement (L. Garcia-Aranda, 2004)

Les travaux de L. Garcia-Aranda [29] sont les premiers à traiter de la mise en forme de l'acier Usibor®1500. L'objectif de ce modèle est de conduire une étude de faisabilité en simulation par éléments finis des pieds-B (ou pied-milieu, situé entre les deux portières) et de déterminer les paramètres du procédé permettant de limiter la déformation plastique de la pièce à un niveau acceptable. Le modèle proposé se limite ainsi à la phase austénitique uniquement [29] et ne traite par conséquent que des parties mécaniques et thermiques (voir figure 2.19), car toute la mise en forme des aciers Usibor® est supposée intervenir en phase austénitique.

Contribution mécanique

La partie mécanique se limite aux contributions élastiques et plastiques de l'équation 2.1. L'élasticité est modélisée par loi de Hooke avec le tenseur d'élasticité $\mathbb{C}$, qui permet de relier le tenseur des déformations élastiques au tenseur des contraintes de Cauchy [48] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} \tag{2.5}$$

Le critère de plasticité est quant à lui modélisé par le critère de von Mises [128] :

$$\bar{\sigma}_y^2 = \frac{1}{2}\left[(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + (\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + (\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 + 6\left(\sigma_{23}^2+\sigma_{31}^2+\sigma_{12}^2\right)\right] = \frac{3}{2}S_{ij}S_{ij} \tag{2.6}$$

Le duo loi de Hooke et critère de von Mises est généralement adopté par tous les modèles d'emboutissage. Le comportement des aciers Usibor® ne montre en effet pas d'anisotropie élastique ou plastique, avec par exemple, une absence d'influence de la direction de laminage sur la rhéologie (voir partie 2.2.2). Ce duo de modèles est donc amplement suffisant.
Le comportement plastique de la phase austénitique est ensuite décrit par une loi de F.H. Norton et N.J. Hoff [46] :

$$\sigma_y^A = K\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^n \left(\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}\right)^m \exp\left(\frac{\beta}{T}\right) \tag{2.7}$$

Au sein de cette équation, K désigne la consistance du matériau (en MPa.s$^{-\mathrm{m}}$) et n le paramètre d'écrouissage, m et β quantifient respectivement les influences de la température et de la vitesse de déformation. Cette formulation viscoplastique permet de fidèlement reproduire les dépendances du comportement plastique de la nuance Usibor®1500 à la température et à la vitesse de déformation.

Contribution thermique

Les travaux de L. Garcia-Aranda ont ensuite apporté une contribution significative sur les transferts thermiques. Une des principales campagnes expérimentales de ses travaux traite du coefficient de transfert thermique. Les acquisitions de températures ont montré une forte dépendance dudit coefficient à la pression de contact. Trois domaines distincts ont ainsi été identifiés. En-dessous de 1 MPa et au-dessus de 20 MPa, le coefficient de transfert thermique h est considéré comme constant. Entre ces deux bornes, celui-ci est proportionnel au logarithme de la pression de contact.

2.3.4 Prise en compte de la transformation de phase (P. Åkerström, 2006)

Le modèle d'emboutissage à chaud de l'acier Usibor®1500 construit par P. Åkerström [2] est le premier à prendre en compte la transformation de phase. Contrairement à L. Garcia-Aranda, ce modèle prend en compte les cinq contributions de l'équation 2.1. Les modélisations de la transformation de

phase et de sa plasticité associée sont ici nécessaires, car l'objectif du modèle est plus complexe : estimer les distorsions globales et locales des pièces mécaniques ainsi que les proportions de phases formées. Cette étude a également été conduite à l'aide des éléments finis.

Contribution métallurgique

Au sein du modèle d'emboutissage de P. Åkerström, l'équation de D.P. Koistinen et R.E. Marburger [60] permet de décrire l'évolution quantitative de la fraction volumique de martensite en fonction de la température au cours de la transformation. Elle est exprimée par l'équation 2.8.

$$z = 1 - \exp(-b(M_s - T)), \text{si } T \leq M_s, 0 \text{ sinon} \tag{2.8}$$

Le paramètre b dépend uniquement de la nature du matériau considéré. La température M_s dépend non seulement de la nature du matériau mais aussi de la contrainte appliquée (voir figure 2.11b page 33). Bien qu'il ne l'utilise pas au sein de son implémentation, P. Åkerström relève le modèle de T. Inoue et Z.G. Wang [49], ajoutant deux termes correctifs au sein de l'exponentielle (équation 2.9).

$$z = 1 - \exp\left[b(T - M_s) + A\sigma_M + B(tr(\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}))^{1/2}\right] \tag{2.9}$$

Dans cette formule, A et B sont deux paramètres supplémentaires dépendant du matériau et permettant de prendre en compte l'influence d'une contrainte sur la température M_s. Le terme σ_M désigne ici la contrainte moyenne. L'équation de D.P. Koistinen et R.E. Marburger (version de l'équation 2.8) est ensuite utilisée pour modéliser la plasticité de transformation. Le modèle de P. Åkerström regroupe les deux termes $\dot{\varepsilon}_{ij}^{iso}$ et $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pt}$ en un seul et même terme :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{iso} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pt} = -\frac{3\frac{\Delta V}{V} h\left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}_y}\right) \dot{z} \ln(z)}{\sigma_y^A} S_{ij} \tag{2.10}$$

Au sein de cette équation, $\frac{\Delta V}{V}$ désigne la différence relative de volume entre la phase austénitique et la phase martensitique. Au dénominateur, quelle que soit la température, la limite élastique est ramenée à celle de l'austénite σ_y^A uniquement.

Enfin, la fonction h permet de prendre en compte un effet non-linéaire aux fortes contraintes :

$$h\left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}_y}\right) = \begin{cases} 1, \text{si } \frac{\sigma}{\bar{\sigma}_y} \leq \frac{1}{2} \\ 1 + \frac{7}{2}\left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}_y} - \frac{1}{2}\right), \text{si } \frac{\sigma}{\bar{\sigma}_y} > \frac{1}{2} \end{cases} \tag{2.11}$$

Contribution mécanique

P. Åkerström [2] utilise l'hypothèse isotrope pour décomposer le tenseur d'élasticité $\mathbb{C}$ en un module de compressibilité isotrope K et un module de cisaillement G :

$$\mathbb{C} = 3K\mathbb{P}_1 + 2G\mathbb{P}_2 \tag{2.12}$$

Au sein de l'équation 2.12, $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$ désignent deux projecteurs, définis par $\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I}$ et $\mathbb{P}_2 = \mathbb{I} - \mathbb{P}_1$. Cette décomposition de Kelvin permet ainsi d'exprimer plus facilement le tenseur des contraintes de Cauchy en le scindant en une partie sphérique et une partie déviatorique, parties ensuite reliées aux déformations de natures semblables. La plasticité est modélisée par les mêmes équations que celles de L. Garcia-Aranda, utilisant la loi d'écoulement plastique du J_2 [2] :

$$\dot{\varepsilon}^{pl}_{ij} = \frac{3}{2}\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}}{\bar{\sigma}_y} S_{ij} \tag{2.13}$$

Pour homogénéiser la limite élastique $\bar{\sigma}_y$, P. Åkerström mentionne l'homogénéisation non-linéaire de J.B. Leblond (équation 2.3) et également le modèle de H. Geijselaers [30] :

$$\bar{\sigma}_y = (1-z)\sigma_y^A + z\left(C + 2(1-C)z - (1-C)z^2\right)\sigma_y^M \quad \text{avec :} \quad C = 1,383\frac{\sigma_y^A}{\sigma_y^M} \tag{2.14}$$

A cause du manque de données expérimentales, le modèle de P. Åkerström se contente d'une loi des mélanges linéaire. Le comportement viscoplastique de l'austénite est décrit au sein des travaux de P. Åkerström à deux échelles différentes de la matière.

La première loi de comportement est phénoménologique, donc macroscopique : G.R. Johnson et W.H. Cook ont proposé un modèle empirique reposant sur 7 constantes (A, B, C, m, n, $\dot{\varepsilon}_0$, T_f) dépendantes du matériau considéré [51] :

$$\sigma_y = \left[A + B(\bar{\varepsilon}^{pl})^n\right]\left[1 + C\ln\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right]\left[1 - T^{*^m}\right] \tag{2.15}$$

Le dénominateur $\dot{\varepsilon}_0$ est égal à 1,0 s^{-1} [51]. La grandeur T^* représente la température homologue qui se définit comme le quotient de la température thermodynamique du matériau par sa température de fusion T_f.
Le modèle de G.R. Johnson et W.H. Cook peut être interprété comme le produit de trois termes : un facteur prenant en compte l'influence de l'écrouissage (premier terme de l'équation 2.15) puis deux facteurs exprimant l'influence de la vitesse de déformation et de l'adoucissement sur la limite d'écoulement (respectivement le second puis le troisième terme de l'équation 2.15).

La seconde loi est en revanche microscopique et se base sur la mobilité des dislocations, permettant de décrire des mécanismes propres à certaines gammes de déformations [94]. Par exemple, pour des déformations moyennes, c'est l'activation thermique du mouvement des dislocations qui prime, alors qu'aux grandes déformations, c'est le glissement de celles-ci qui permet de décrire au mieux le comportement des matériaux. La loi de comportement développée par S. Nemat-Nasser [94], et reprise par P. Åkerström, repose sur le glissement des plans cristallographiques, engendré par le mouvement des dislocations de densité ρ et par une distorsion élastique des mailles cristallographiques :

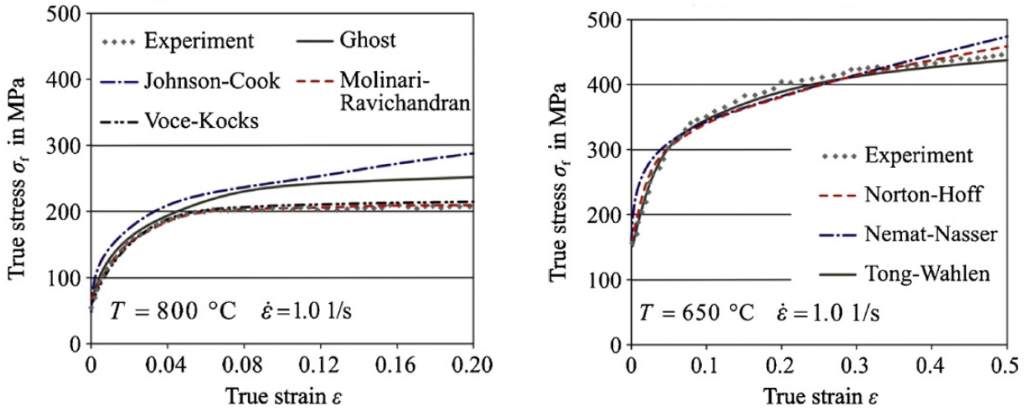
$$\sigma_y = \sigma_0 \left(1 - \left[-\frac{k_b T}{G_0}\left(\ln\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) + \ln(\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}})\right]^{\frac{1}{q}}\right)^{\frac{1}{p}} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} + \sigma_0^a g\left(\bar{\varepsilon}^{pl}, d_G, ...\right) \tag{2.16}$$

Cette formulation n'est valide que pour un domaine restreint de températures inférieures à une température critique T_c, telle que :

$$T_c = -\frac{G_0}{k_b}\left(\ln\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) + \ln\left(\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}\right)\right)^{-1} \tag{2.17}$$

Cette température définit la limite à partir de laquelle les dislocations peuvent franchir les barrières de potentiels G_0 environnantes, uniquement par le fait de leur activation thermique. Dans les deux équations précédentes, σ_0 représente une contrainte effective et $\sigma_0^a g\left(\bar{\varepsilon}^{pl}, d_G, ...\right)$ la partie athermique de la contrainte d'écoulement. Dans le cas de l'acier 22MnB5, la fonction g peut prendre la forme suivante [56] : $g\left(\bar{\varepsilon}^{pl}, d_G, ...\right) = \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^n$. Les autres constantes (p, q, ρ_0, $\dot{\varepsilon}_0$) dépendent de la nature du matériau.
S. Nemat-Nasser propose ensuite une homogénéisation de Taylor [94] pour passer du microcristal à un polycristal.

Deux études expérimentales [22, 45] ont notamment comparé les lois de comportement proposées par L. Garcia-Aranda et P. Åkerström. Les résultats présentés sur la figure 2.21, illustrent des essais de traction pour deux températures différentes. Les modèles de F.H. Norton et N.J. Hoff et de S. Nemat-Nasser semblent plus efficaces pour décrire le comportement de l'austénite que le modèle de G.R. Johnson et W.H. Cook.



(a) B. Hochholdinger et al. [45] (b) L. Durrenberger et al. [22]

FIGURE 2.21 – Comparaison entre lois de comportement et essais de traction expérimentaux [56]

Pour la martensite, P. Åkerström ne propose pas une loi de comportement analytique. En effet, l'implémentation proposée est un tableau de valeurs avec des interpolations linéaires entre chaque point.

Contribution thermique

La contribution thermique du modèle d'emboutissage de P. Åkerström est complètement découplée de la contribution mécanique. Par exemple, la dissipation plastique est ici négligée. La fraction de martensite intervient en plusieurs points. Dans un premier temps, toutes les grandeurs thermiques (conductivité, capacité calorifique massique et coefficient de dilatation thermique) sont homogénéisées par une loi des mélanges. Dans un second temps, P. Åkerström introduit un terme source q au niveau de l'équation de la chaleur. La transformation martensitique est en effet exothermique et émet donc une chaleur latente de transformation de phase ΔH positive. Celle-ci est pondérée par la fraction de phase formée [2] :

$$\dot{q} = \Delta H \dot{z} \tag{2.18}$$

P. Åkerström a aussi apporté une contribution à la modélisation des transferts thermiques entre la tôle et les outils. Au sein de son modèle, deux conditions aux limites supplémentaires au modèle de L. Garcia-Aranda ont été identifiées [2] :

1. La convection vers l'environnement, proportionnelle à la différence entre la température de la tôle T_t et la température ambiante T_a via un coefficient de proportionnalité h. La puissance dégagée s'exprime alors : $P_{conv} = h(T_t - T_a)$.
2. Le rayonnement vers l'environnement, modélisé par la loi de J. Stefan et L. Boltzmann, faisant intervenir l'émissivité ε et une constante éponyme σ_S. La puissance surfacique dégagée possède alors l'expression suivante : $P_{rad} = \varepsilon\sigma_S(T_t^4 - T_a^4)$.

2.3.5 Amélioration de la description thermique de l'emboutissage (J.W. Choi, H.H. Bok et al., 2011)

Les derniers développements industriels, comme les *doorrings* décrits en partie 2.1.1.2, utilisent des traitements thermiques différentiels pour créer des gradients de propriétés mécaniques au sein d'une même pièce. Les modèles d'emboutissage développés par J.W. Choi et H.H. Bok et al. ont eu pour objectifs successifs de déterminer la faisabilité d'un tel procédé puis de qualifier et quantifier les proportions de phases formées et leurs propriétés mécaniques respectives.

Contribution métallurgique

Bien que la loi de D.P. Koistinen et R.E. Marburger permette de modéliser avec précision la majorité de la transformation martensitique, elle a tendance à sous-estimer la température M_s, comme le montre la figure 2.22 (ligne rouge pointillée). Pour contrer ce problème, H.H. Bok et al. proposent de rajouter un terme exponentiel (en vert sur la figure 2.22) afin de mieux interpoler le début de la transformation [13].
L'équation résultante est alors la suivante :

$$z = (1 - \exp[-b_1(M_{s_1} - T)])H_1(M_{s_I} - T) + \beta \exp[b_2(M_{s_{II}} - T]H_2(H_1) \tag{2.19}$$

Au sein de cette équation, les températures M_{s_1} et M_{s_2} sont définies sur la figure 2.22 et les termes b_1, b_2 et β sont trois coefficients dépendants du matériau.

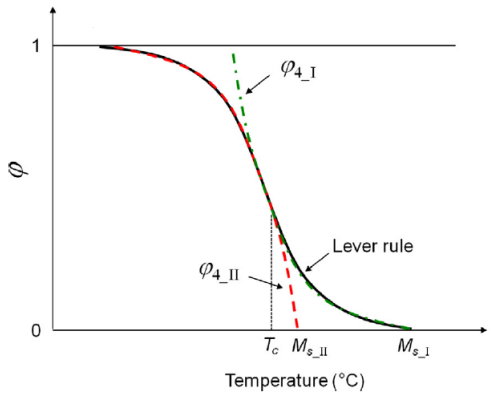


FIGURE 2.22 – Evolution de la fraction martensitique ϕ (noir : expérimental, rouge : D.P. Koistinen et R.E. Marburger, vert : exponentielle) [13]

Les fonctions de Heaviside H_1 et H_2 sont définies par :

$$H_1 = \begin{cases} 1 \text{ si } M_{s_1} - T \geq 0 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \qquad H_2 = \begin{cases} 1 \text{ si } H_1 = 0 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{2.20}$$

H.H. Bok et al. proposent également une autre loi d'évolution [15], celle de S. Kamamoto [53] :

$$z = 1 - \exp\left(-b\left(\frac{T - M_f}{M_s - M_f}\right)^n\right) \tag{2.21}$$

Cette équation est très semblable à celle de D.P. Koistinen et R.E. Marburger, mais elle norme le coefficient au sein de l'exponentielle entre 0 et $-b$ en utilisant la température M_f. Son expression mathématique introduit deux constantes b et n dépendantes du matériau.
Contrairement au modèle de P. Åkerström, celui de H.H. Bok et al. [14] modélise séparément les contributions isotropes et déviatoriques de la déformation engendrée par la transformation de phase. La contribution isotrope est regroupée avec la dilatation thermique sous la forme d'un changement de densité ρ en fonction de la température :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{th} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{iso} = \left(\left(\frac{\rho(T_n)}{\rho(T_{n+1})}\right)^{\frac{1}{3}} - 1\right)\delta_{ij} \tag{2.22}$$

Le modèle de J.B. Leblond (équation 2.4) est repris pour la plasticité de transformation et la fonction de distribution de Y. Desalos ($\phi(z) = z(2-z)$) y est intégrée, alors que P. Åkerström préférait une distribution logarithmique ($\phi(z) = z(1 - \ln(z))$) [2, 20].

Contribution mécanique

Les apports à la modélisation du comportement des aciers Usibor® au sein du modèle de H.H. Bok et al. est double. Dans un premier temps, P. Åkerström n'utilisait qu'une seule valeur pour le module d'Young, alors que H.H. Bok et al. [13, 125] proposent un unique polynôme interpolateur de degré 3 en température pour l'ensemble des deux phases :

$$E(T)[\text{MPa}] = 2,825.10^5 + 61,4\ T - 0,684\ T^2 + 4,568.10^{-3}\ T^3 \tag{2.23}$$

Dans un second temps, la modélisation plastique change également : le comportement de l'austénite est toujours modélisé par une loi de G.R. Johnson et W.H. Cook (équation 2.15), comme pour P. Åkerström. En revanche, H.H. Bok et al. [13, 14] proposent une loi analytique pour le comportement de la martensite (modèle de H.W. Swift) :

$$\sigma_y = K\left(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^{pl}\right)^n \tag{2.24}$$

Au sein de l'équation 2.24, K et n sont les paramètres matériaux de l'écrouissage et sont modélisés par des fonctions linéaires de la température. Le terme ε_0 est constant et permet de définir une limite élastique égale à $K\varepsilon_0^n$. Contrairement à l'équation de G.R. Johnson et W.H. Cook, le modèle de H.W. Swift ne dépend pas de la vitesse de déformation, dont l'influence est bien plus faible en phase martensitique qu'en phase austénitique pour les aciers Usibor® (voir partie 2.2.2).
L'homogénéisation de ces deux lois de comportement se fait par une loi des mélanges et le critère de plasticité est celui de von Mises [14], comme pour le modèle de P. Åkerström.

Contribution thermique

La contribution thermique de ce modèle reprend la chaleur latente de transformation de phase, comme le modèle précédent mais inclut également la dissipation plastique. Le terme source de l'équation de la chaleur est donc le suivant :

$$\dot{q} = \Delta H \dot{z} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}} \tag{2.25}$$

L'ajout de la dissipation plastique implique ainsi un couplage fort entre la partie thermique et la partie mécanique.

2.3.6 Homogénéisation des propriétés mécaniques (R. Neumann et al., 2016)

Les travaux de R. Neumann et al. [95, 96] développent plus en détail ceux de P. Åkerström. Ils étudient en effet l'influence des paramètres d'emboutissage sur les distorsions globales et locales sur des pièces mécaniques en forme de "W" [96]. La formulation lagrangienne du modèle, dans le cadre thermodynamique des petites déformations, permet de pousser l'étude jusqu'à la simulation locale des contraintes résiduelles. Comme pour les autres modèles, cette partie présente les principales équations des publications de R. Neumann et al. [95, 96]. Les résultats des analyses expérimentales de contraintes résiduelles et leurs confrontations aux simulations numériques seront présentées ultérieurement.

Cadre thermodynamique

Il se base sur la formulation de l'énergie libre de Helmholtz [96] :

$$\bar{\rho}\psi = \underbrace{\frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} : \bar{\mathbb{C}} : \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} - \frac{1}{2}\bar{\boldsymbol{\alpha}} : \mathbb{C} : \bar{\boldsymbol{\alpha}}(\Delta T)^2}_{\text{Partie thermoélastique}} + \underbrace{\bar{\rho}\bar{c}_p\left(\Delta T - T\ln\left(\frac{T}{T_0}\right)\right)}_{\text{Partie thermique}} + \underbrace{\bar{\rho}\psi^{pl}\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)}_{\text{Partie plastique}} \tag{2.26}$$

Au sein de cette équation, tous les termes surmontés d'une barre désignent une grandeur homogénéisée entre la phase austénitique et la phase martensitique. La valeur ΔT décrit un écart de température par rapport à une température de référence T_0 et $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ représente le tenseur des coefficients d'expansion thermique. Les trois prochains paragraphes présentent les équations qui permettent de modéliser les différents termes de l'équation 2.26.

Contribution métallurgique

Pour la fraction martensitique, R. Neumann et al. transforment la formulation de H.H. Bok et al. en une fonction continue de classe $\mathcal{C}^\infty$ par rapport à la température :

$$z = \frac{1}{1 + a\exp(b(T - M_s))} \tag{2.27}$$

Cette fonction introduit de nouveaux coefficients a, b et M_s dépendants du matériau. Ceux-ci ont des définitions analogues aux coefficients de l'équation de D.P. Koistinen et R.E. Marburger (équation 2.8).

Tous les termes de l'équation 2.1 sont ici séparés. La dilatation isotrope de changement de phase est exprimée par un unique coefficient $\frac{\Delta V}{V}$ relié à la différence relative de taille de maille entre l'austénite et la martensite :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{iso} = \frac{\Delta V}{V}\dot{z}\delta_{ij} \tag{2.28}$$

La plasticité de transformation est modélisée par l'équation de J.B. Leblond et al. (équation 2.4) avec la fonction de distribution logarithmique de J.B. Leblond et al. ($\phi(z) = z(1 - \ln(z))$) [67] ou la distribution linéaire de K. Tanaka ($\phi(z) = z$) [78].
Le coefficient K^{pt} de l'équation 2.4 est à l'origine constant. Une étude expérimentale indépendante a montré que ce coefficient possède une dépendance à la contrainte appliquée [121]. R. Neumann et al. proposent ainsi de modéliser le coefficient K^{pt} par une fonction (loi de type Weibull) dépendante de la limite d'élasticité $\bar{\sigma}_y$ (les k_i, $i \in \mathbb{N}$, sont des constantes) :

$$K^{pt} = k_0 - k_1 \exp\left(k_2 \left(\bar{\sigma}_y\right)^{k_3}\right) \tag{2.29}$$

Contribution mécanique

Le modèle d'emboutissage de R. Neumann et al. propose une homogénéisation des constantes élastiques (tenseur $\bar{\mathbb{C}}$ de l'équation 2.26) plus développée que les précédents modèles. Deux stratégies différentes sont proposées. La première adopte une méthode variationnelle, en l'occurrence l'approximation de Z. Hashin et S. Shtrikman [38, 129, 130] :

$$\bar{\mathbb{C}} = \mathbb{C}_A - \mathbb{P}_0^{-1} + \left((1-z)\mathbb{P}_0 + z\left[\mathbb{P}_0^{-1} + \mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A\right]^{-1}\right)^{-1} \tag{2.30}$$

Dans l'expression ci-dessus, $\mathbb{P}_0$ désigne un tenseur de polarisation et prend la formulation suivante [96], où K et G désignent respectivement les modules de compressibilité isotrope et de cisaillement (voir équation 2.12) :

$$\mathbb{P}_0 = \frac{1}{3K_A + 4G_A}\mathbb{P}_1 + \frac{1}{5G_A}\frac{3K_A + 6G_A}{3K_A + 4G_A}\mathbb{P}_2 \tag{2.31}$$

La seconde utilisée est l'approche micromécanique auto-cohérente. Ce modèle se base sur l'inclusion

d'Eshelby [24] plongée dans une matrice possédant les propriétés du matériau homogène. Le tenseur effectif d'élasticité s'exprime [43] :

$$\bar{\mathbb{C}} = \mathbb{C}_A + z(\mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A) \circ \mathbb{A}^{SIP} \tag{2.32}$$

Le tenseur de localisation des déformations $\mathbb{A}^{SIP}$ (SIP : *Single Inclusion Problem*, défini par J.D. Eshelby [24]) dépend des propriétés de l'inclusion, ici la martensite, et du matériau homogène équivalent, ici l'austénite [133] :

$$\mathbb{A}^{SIP} = \frac{1}{1 + (1 - \frac{4}{3}R)(A + 3B)}\mathbb{P}_1 + \frac{1}{1 + (2 + \frac{4}{3}R)\frac{A}{5}}\mathbb{P}_2 \tag{2.33}$$

Les grandeurs A, B et R sont définies par [133] :

$$A = \frac{G_M}{\bar{G}} - 1 \tag{2.34}$$

$$B = \frac{1}{3}\left(\frac{K_M}{\bar{K}} - \frac{G_M}{\bar{G}}\right) \tag{2.35}$$

$$R = \frac{3\bar{G}}{3\bar{K} + 4\bar{G}} \tag{2.36}$$

Pour le modèle auto-cohérent, les équations des grandeurs effectives $\bar{K}$ et $\bar{G}$ sont couplées. La résolution se fait donc numériquement, par exemple à l'aide d'un point fixe.
Que ce soit pour l'approximation de Z. Hashin et S. Shtrikman ou le modèle auto-cohérent, il est possible de relier les modules effectifs de compression isotrope et de cisaillement au module d'Young et au coefficient de Poisson effectifs, qui sont ici définis par des fonctions affines de la température. Les relations nécessaires sont les suivantes [64] :

$$\bar{E} = \frac{9\bar{K}\bar{G}}{3\bar{K} + \bar{G}} \tag{2.37}$$

$$\bar{\nu} = \frac{3\bar{K} - 2\bar{G}}{6\bar{K} + 2\bar{G}} \tag{2.38}$$

Lors de la transformation martensitique, le coefficient de dilatation thermique doit être homogénéisé afin de décrire le comportement homogène du matériau. Si la plupart des auteurs ont utilisé une

loi d'addition des phases pour décrire ce coefficient [68], R. Neumann et al. préfèrent une approche micromécanique plus élaborée [96], basée sur les travaux de V.M. Levin [54] :

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}} = \bar{\mathbb{C}}^{-1} \circ \langle \mathbb{A}^T \circ \mathbb{C} : \boldsymbol{\alpha} \rangle \tag{2.39}$$

L'hypothèse isotrope reste également valable pour la déformation thermique macroscopique, ce qui implique donc pour les équations 2.26 et 2.39 : $\bar{\boldsymbol{\alpha}} = \bar{\alpha}\boldsymbol{I}$.
La modélisation de la plasticité change également au sein de ce modèle. En effet, en négligeant l'effet viscoplastique de l'austénite, le modèle de R. Neumann reprend le modèle de H.W. Swift, tel que défini dans le modèle de H.H. Bok (voir équation 2.24). Cela permet de définir plus facilement le potentiel plastique $\bar{\rho}\psi_i\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)$ de l'équation 2.26 pour la phase i :

$$\rho_i \psi_i\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right) = \frac{K}{n+1}\left(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n+1} - K\varepsilon_0^n \bar{\varepsilon}^{pl} \tag{2.40}$$

Cette équation correspond à l'intégrale de la loi de H.W. Swift entre 0 et $\bar{\varepsilon}^{pl}$, car par définition, le tenseur des contraintes dérive également du potentiel plastique. Que ce soit ensuite le potentiel plastique ou la limite élastique, l'homogénéisation des différentes phases se fait à l'aide d'une loi des mélanges.

Contribution thermique

Le cadre thermodynamique complet permet de construire un terme source de l'équation de la chaleur plus exhaustif. En effet, l'application du premier principe de la thermodynamique permet d'écrire le terme source comme [95] :

$$\dot{q} = \underbrace{\boldsymbol{\sigma} : \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}} + \boldsymbol{\varepsilon^{pt}}\right)}_{\text{Dissipation plastique}} + \underbrace{\frac{\Delta V}{V} tr(\boldsymbol{\sigma}) + 3\bar{\rho}\bar{\alpha}\bar{K}Ttr\left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}}\right)}_{\text{Thermoélasticité}} + \underbrace{\Delta H \dot{z}}_{\text{Chaleur latente}} \tag{2.41}$$

Pour les simulations d'emboutissage à chaud, les auteurs supposent que les autres termes sont négligeables devant $\Delta H\dot{z}$. Cette hypothèse permet de découpler les équations de la thermique et de la mécanique afin de simplifier le couplage fort en un couplage faible. Pour les autres grandeurs thermiques, une loi des mélanges est utilisée, comme pour les précédents modèles d'emboutissage.

2.3.7 Bilan général de tous les modèles d'emboutissage

Le tableau 2.5 suivant regroupe toutes les équations pour chaque modèle d'emboutissage. Il montre notamment la complexité progressive de ces modèles, avec la prise en compte des propriétés de la martensite puis l'homogénéisation des constantes élastiques.

TABLEAU 2.5 – Bilan des équations utilisées pour chaque modèle d'emboutissage

		Modèle d'emboutissage			
		L. Garcia-Aranda	P. Åkerström	J.W. Choi & H.H. Bok	R. Neumann
Mécanique	Homogénéisation élastique	-	-	Polynôme en température	Hashin-Shtrikman ou auto-cohérent
	Critère de plasticité	von Mises	von Mises	von Mises	von Mises
	Loi de comportement austénite	Norton-Hoff	Johnson-Cook ou Nemat-Nasser	Johnson-Cook	Swift
	Loi de comportement martensite	-	Linéaire par morceaux	Swift	Swift
	Homogénéisation plastique	-	Loi des mélanges	Loi des mélanges	Loi des mélanges
Métallurgie	Fraction de martensite	-	Koistinen-Marburger	Koistinen-Marburger ou Kamamoto	Sigmoïde
	Augmentation volume isotrope	-	-	Différence de densité	Différence de volume relative
	Plasticité de transformation	-	Leblond	Leblond	Leblond
	Fonction de distribution	-	Leblond	Desalos	Leblond ou Tanaka
Thermique	Terme source de l'équation de la chaleur	-	Chaleur latente	Chaleur latente + Dissipation plastique	Chaleur latente
	Conditions aux limites	Contact	Contact + Convection + Radiation	Contact + Convection + Radiation	Contact + Convection + Radiation

Le dernier modèle, de R. Neumann et al., possède une précision suffisante pour modéliser les contraintes résiduelles dans l'épaisseur des tôles embouties. Après une présentation analytique et expérimentale des contraintes résiduelles, la prochaine partie détaille les résultats numériques des simulations issues des travaux de R. Neumann et al.

2.4 Contraintes résiduelles post-emboutissage à chaud

Les contraintes résiduelles émanent toujours d'une incompatibilité de déformations [9] :

> "Toute hétérogénéité de déformation introduite à toute échelle de la structure entraîne l'existence de contraintes résiduelles."

Les différentes échelles de la structure permettent ensuite de distinguer plusieurs échelles pour les contraintes résiduelles [9] :

1. Contraintes résiduelles de premier ordre (σ_R^I) : aussi appelées contraintes résiduelles macroscopiques, ces contraintes s'étendent uniformément sur de nombreux grains et s'équilibrent sur des sections entières d'une pièce mécanique. Elles génèrent des déformations importantes lors d'un rééquilibrage.
2. Contraintes résiduelles de second ordre (σ_R^{II}) : ces contraintes résiduelles microscopiques homogènes ont un domaine d'action plus restreint, de l'ordre de quelques grains.
3. Contraintes résiduelles de troisième ordre (σ_R^{III}) : ces contraintes résiduelles sont également microscopiques et hétérogènes. Elles sont principalement dues aux défauts locaux du réseau cristallin (dislocation, substitution, lacune, précipité...) et s'équilibrent alors sur quelques distances interatomiques.

Les différents ordres de contraintes résiduelles sont liés entre eux. Les contraintes d'un ordre n peuvent être interprétées comme la résultante d'un ordre $n-1$, et inversement les contraintes d'un ordre $n-1$ comme un écart local à une moyenne globale d'ordre n. Par principe de superposition, les contraintes de différents ordres s'additionnent, telles que :

$$\sigma_R = \sigma_R^I + \sigma_R^{II} + \sigma_R^{III} \tag{2.42}$$

A l'échelle de l'emboutissage à chaud, seules les contraintes des premier et second ordres sont importantes et provoquent des distorsions mécaniques respectivement globales et locales. Toutes les contributions métallurgiques, mécaniques et thermiques (figure 2.19) peuvent conduire à l'émergence de contraintes résiduelles.

La première partie de cette section explique l'émergence des contraintes résiduelles par les déformations inélastiques. Les deux parties suivantes présentent les analyses expérimentales réalisées sur des emboutis en acier Usibor® puis les simulations numériques de celles-ci.

2.4.1 Origine analytique des contraintes résiduelles par emboutissage à chaud

Les contraintes résiduelles apparaissent lors d'une incompatibilité des déformations. Lorsqu'un milieu subit une déformation, l'hypothèse des milieux continus suppose qu'il n'y a pas rupture de continuité de matière ou superposition de matière. Cette hypothèse implique donc certaines conditions mathématiques sur le champ des déformations [64] :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{\text{rot}}(\boldsymbol{\varepsilon})\right) = \overrightarrow{0} \tag{2.43}$$

L'équation 2.43 se nomme équation de compatibilité. Tant qu'elle est vérifiée, les déformations sont compatibles et aucune contrainte résiduelle n'apparait au sein de la matière. L'existence de contraintes résiduelles implique ainsi une incompatibilité des déformations : c'est le principe de l'inclusion d'Eshelby [24], où une portion d'un milieu continu isotrope homogène et élastique subit une déformation, le rendant incompatible avec son environnement. Si cette déformation apparait ex nihilo dans la formulation de J.D. Eshelby [24], elle possède cependant une réalité bien concrète. Nommée *stress-free transformation strain* (déformation de transformation libre de contrainte) par J.D. Eshelby [24] en 1957 puis *eigenstrain* (déformation propre) par T. Mura [90] en 1982, cette déformation globale $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ regroupe toutes les déformations inélastiques, telles que [62] :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\varepsilon}^* &= \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} && \text{(déformation totale privée des déformations élastiques)} \\
&= \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{th}} && \text{(dilatation thermique)} \\
&+ \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{pl}} && \text{(déformation plastique due à un écrouissage)} \\
&+ \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{pt}} && \text{(plasticité de transformation)} \\
&+ \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{iso}} && \text{(dilatation isotrope de changement de phase)}
\end{aligned}$$

Toutes les contributions citées ci-dessus peuvent potentiellement induire des *eigenstrains*. Dans le cadre de l'emboutissage à chaud des aciers Usibor®, les tôles en fin de procédé sont à température ambiante et 100% martensitique. Par conséquent, seules les plasticités par écrouissage et de transformation peuvent contribuer aux *eigenstrains*. L'existence d'*eigenstrains* s'accompagne alors d'une réponse élastique du milieu environnant [41], afin de respecter l'équation de compatibilité 2.43 :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{\text{rot}}\left(\boldsymbol{\varepsilon}^{*}+\boldsymbol{\varepsilon}^{el}\right)\right)=\overrightarrow{0} \tag{2.44}$$

Les déformations élastiques génèrent alors des contraintes résiduelles $\boldsymbol{\sigma_R}$. Celles-ci sont auto-équilibrées afin de respecter l'équation d'équilibre libre de toute force :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma_R})=0 \tag{2.45}$$

La notion d'*eigenstrain* illustre ainsi parfaitement pourquoi la modélisation de la plasticité classique et de la plasticité de transformation occupe une place prépondérante dans les modèles d'emboutissage présentés précédemment.

2.4.2 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles d'ordre I ont été étudiées indirectement lors de l'analyse expérimentale du retour élastique ou *springback*. Lorsque l'emboutissage est réalisé à froid, les contraintes résiduelles post-mise en forme génèrent alors des retours élastiques non-négligeables. Une étude, menée sur des HSS de contrainte à rupture entre 350 MPa et 980 MPa, a montré les multiples déformations que peut subir un embouti (ouverture, torsion, cambrement, flambage...) [135]. Ce phénomène a ensuite été étudié sur les emboutis en forme d'oméga pour la nuance Usibor®1500 en emboutissage à chaud [93], où l'écart angulaire entre la forme désirée et la forme obtenue a été mesuré (figure 2.23).

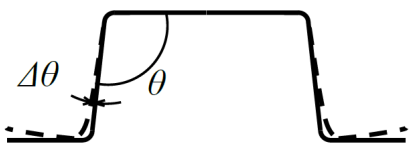
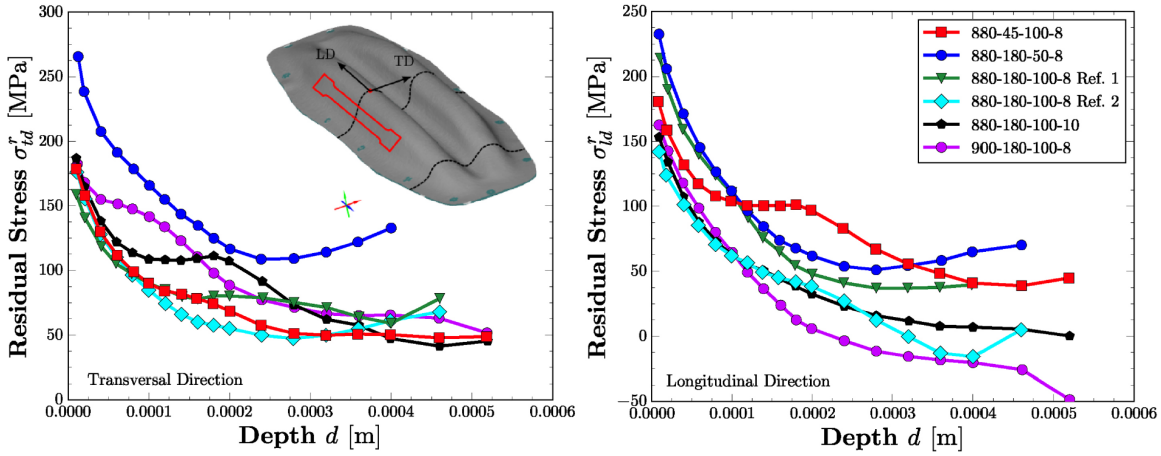


FIGURE 2.23 – Retour élastique sur les emboutis en forme d'oméga [93]

Les essais de Y. Nakagawa et al. [93] ont été réalisés sur des tôles revêtues en AluSi® de 1,6 et 2,4 mm d'épaisseur, et non-revêtues de 3,2 mm d'épaisseur. Toutes les tôles ont été austénitisées à 910°C avec une durée proportionnelle à leur épaisseur puis transférées en 7 secondes dans l'outil, où les tôles sont maintenues entre 0 et 20 secondes. Les résultats de cette étude montrent qu'un maintien entre les outils suffisamment long pour garantir une transformation martensitique complète permet de limiter l'écart angulaire en-dessous de 0,5° pour des tôles ayant une épaisseur comprise entre 1,6 mm et 3,2 mm. Ce faible écart indique donc que les contraintes résiduelles pour la nuance Usibor®1500 sont peu élevées ou présentent de faibles gradients à l'ordre I.

Les contraintes plus locales ont été étudiées par R. Neumann et al. en 2019, pour des profils en forme de "W" de 1,8 mm d'épaisseur en acier 22MnB5, notamment illustrés sur la figure 2.24a. Les auteurs ne mentionnent pas la présence d'un revêtement sur le substrat, qui contient une proportion mineure de bainite et de ferrite [96].



(a) Direction transversale (b) Direction longitudinale

FIGURE 2.24 – Profil en profondeur des contraintes résiduelles sur un échantillon de l'acier 22MnB5 [96]

Plusieurs emboutis ont été réalisés avec des conditions thermomécaniques variables : température d'austénitisation, durée d'austénitisation, vitesse de déformation et durée du maintien entre les matrices. Les différentes valeurs retenues sont indiquées dans cet ordre au sein de la légende de la figure 2.24b.

Les analyses de contraintes résiduelles ont été réalisées par perçage incrémental [1] sur un point situé au sommet du "W" et dans deux directions illustrées sur la figure 2.24a. Les figures 2.24a et 2.24b présentent l'évolution des contraintes résiduelles en fonction de la profondeur pour chaque configuration thermomécanique d'emboutissage.

Les contraintes sont en traction en surface puis semblent se stabiliser au tiers de l'épaisseur sans toutefois passer en compression. Elles semblent également uniformes pour les deux directions considérées. Vis-à-vis des conditions d'emboutissage, la température d'austénitisation la plus élevée (900°C) semble maximiser les contraintes résiduelles [96]. La même étude propose ensuite une confrontation de ces résultats expérimentaux avec des simulations par éléments finis.

2.4.3 Simulation numérique des contraintes résiduelles pour la nuance Usibor®1500

La simulation numérique de l'emboutissage à chaud se fait à l'aide de la méthode des éléments finis [29], qui offrent la possibilité de coupler plusieurs phénomènes physiques. Les deux logiciels principalement utilisés sont Abaqus®/Standard (H.H. Bok et al. [14] et R. Neumann et al. [96]) ou LS-Dyna (P. Åkerström [2]) en formulation implicite.

Afin de gagner en temps de calcul, les plans de symétrie des tôles et des outils sont utilisés pour réduire le nombre total d'éléments. Ainsi, pour R. Neumann et al., un quart de la géométrie du "W" décrite au paragraphe précédent a été simulé (voir figure 2.25).

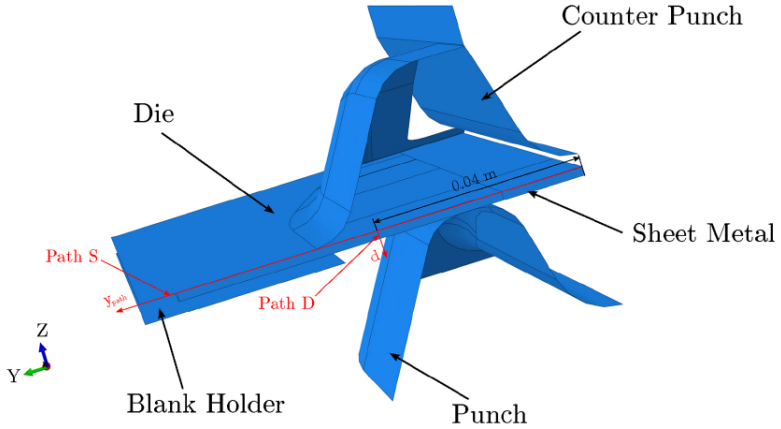


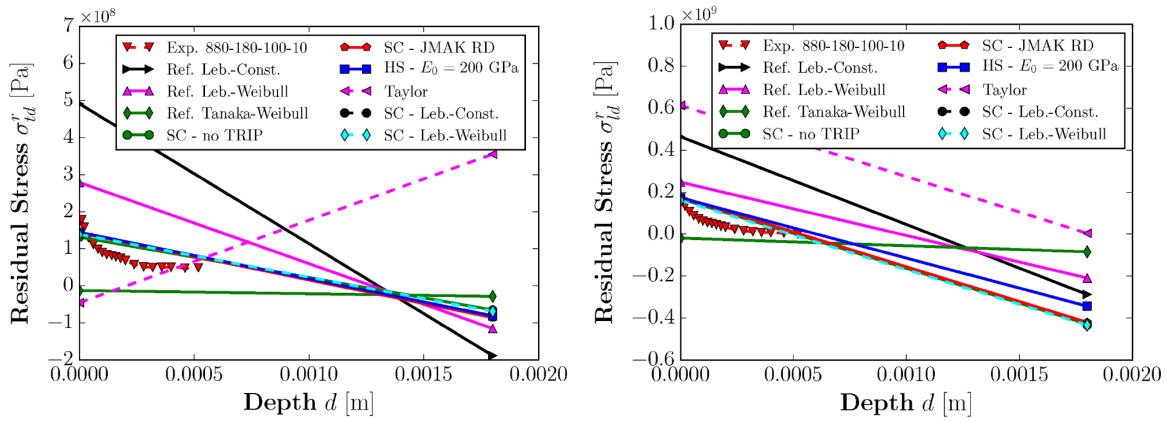
FIGURE 2.25 – Simulation de l'emboutissage à chaud pour la géométrie en "W" [96]

1. La méthode sera présentée au chapitre suivant avec toutes les techniques expérimentales, en partie 3.2.1.

Il convient ensuite de choisir le type d'éléments en fonction de la nature du problème. Le couplage fort entre la thermique, la mécanique et la métallurgie impose une catégorie d'éléments compatibles à la formulation implicite *coupled temperature-displacement* pour le logiciel Abaqus®. Au sein de l'étude de R. Neumann et al. [96], les outils sont modélisés par des éléments coques rigides S3T ou S4RT en intégration réduite, car considérés comme indéformables. A contrario, la tôle est maillée avec des éléments solides C3D8T, au sein desquels les équations de la thermique et de la mécanique sont résolues.
Ces simulations ont été utilisées pour comparer les différents modèles présentés en partie 2.3.6 :

1. L'approche micromécanique avec les modèles de Z. Hashin et S. Shtrikman [38] puis le modèle auto-cohérent [129, 130].
2. La plasticité de transformation avec le modèle de J.B. Leblond [67] muni des fonctions de distribution de K. Tanaka [78] ou de Weibull.

Les résultats des simulations sont superposés aux résultats expérimentaux de référence sur les figures 2.26a et 2.26b.



(a) Direction transversale

(b) Direction longitudinale

FIGURE 2.26 – Comparaison entre profils de contraintes résiduelles simulées et expérimentales pour la nuance Usibor®1500 [96]

Les représentations graphiques des modèles sont linéaires car les auteurs n'ont utilisé qu'un unique élément dans l'épaisseur, muni de fonctions de formes linéaires. Cette simplification introduit une incertitude de l'ordre de 50% entre les résultats expérimentaux et numériques, car les profils expérimentaux présentent une évolution quadratique ou de la forme d'une exponentielle décroissante.

Conclusion et démarche de l'étude

La première phase de l'emboutissage à chaud possède deux paramètres clés : la température et la durée d'austénitisation. Ces deux paramètres influent sur la transformation martensitique et donc la morphologie de la structure finale, mais les propriétés mécaniques ne sont que modérément modifiées en fin d'emboutissage. La seconde phase, qui représente la mise en forme et trempe simultanées, dépend de deux paramètres qui sont le temps de transfert puis la pression d'outil. Ces paramètres influent également la transformation martensitique, au niveau des températures de début et de fin mais principalement au niveau des déformations engendrées. En effet, les essais de dilatométrie sous contrainte ont montré que la forme finale d'une éprouvette dépend de son chargement pendant la transformation martensitique.

Les modèles successifs d'emboutissage ont montré l'importance de la plasticité classique et de la plasticité de transformation sur le comportement des aciers Usibor®. Le dernier modèle, de R. Neumann et al. [96], est suffisamment exhaustif pour pouvoir modéliser les contraintes résiduelles post-emboutissage. Toutefois, le non-respect du caractère viscoplastique de l'austénite peut introduire une incertitude importante quant aux résultats des simulations. De plus, les constantes de ce modèle ont été identifiées sur des nuances autres que l'acier Usibor®1500, comme le Boloc02 ou l'acier 42CrMo4. Bien qu'ils aient des compositions chimiques proches de la nuance Usibor®1500, celles-ci diffèrent tout de même et impliquent ainsi une approximation.

Peu de résultats expérimentaux de contraintes résiduelles sur la nuance Usibor®1500 ont été publiés. Ceux de l'étude de R. Neumann et al. ont été réalisés sur des tôles non-revêtues [96], présentant des proportions mineures de ferrite et de bainite, probablement issues d'une décarburation partielle en surface des tôles. Les profils de contraintes analysées semblent montrer un antagonisme entre les contraintes de surface et les contraintes au cœur de la tôle. En effet, les contraintes résiduelles sont en forte traction en surface puis se stabilisent en faible traction au tiers de l'épaisseur de la tôle. Une modélisation plus fine, avec plus d'éléments dans l'épaisseur semble donc nécessaire afin de rendre compte des gradients de contraintes.
Enfin, comme cela a été pointé sur une revue récente de la littérature [132], aucun modèle ni aucune

donnée expérimentale n'ont été publiés sur la nuance Usibor®2000 à ce jour.

Pour répondre à ces différentes problématiques, une caractérisation complète des deux nuances Usibor® a été nécessaire dans un premier temps, afin d'obtenir un jeu de paramètres matériau par nuance. Plusieurs géométries d'emboutis ont été réalisées pour différentes combinaisons de temps de transfert et de pressions d'outil, afin de pouvoir quantifier l'influence de ces deux paramètres sur les champs de contraintes résiduelles en surface et en profondeur du substrat martensitique.
Les paramètres du modèle, développé au chapitre 4, ont été identifiés à partir des essais expérimentaux présentés au chapitre 3. Enfin, le modèle a été utilisé pour simuler des géométries de plus en plus complexes et confronter les résultats aux contraintes résiduelles expérimentales.

Chapitre 3

Caractérisation expérimentale des nuances Usibor®

Cette partie détaille tous les essais expérimentaux réalisés pour la caractérisation des deux nuances Usibor®. Une étude approfondie a été entreprise pour faire le lien entre les différences de compositions chimiques et les différences de comportements macroscopiques, au niveau de la rhéologie et de la transformation martensitique, respectivement à l'aide d'essais de traction et de dilatométrie.
La seconde partie de ce chapitre est consacrée à une étude préliminaire des contraintes résiduelles. Dans un premier temps, les méthodes d'analyses des contraintes sont présentées dans leur ensemble, avec une attention particulière à la diffraction des rayons X, qui est la technique expérimentale utilisée pour cette étude. Dans un second temps, le plan d'expérience des emboutis en forme d'oméga est présenté ainsi que les analyses de contraintes résiduelles en surface du substrat martensitique pour les deux nuances d'acier Usibor®.

Contenu

3.1 Analyses chimiques et propriétés des aciers Usibor® 70
3.1.1 Composition chimique et microstructure des aciers Usibor® 70
3.1.2 Comportement rhéologique pour chaque nuance 72
3.1.3 Caractérisation de la transformation de phase 78
3.2 Analyses de contraintes résiduelles préliminaires 81
3.2.1 Méthodes d'analyses des contraintes résiduelles 81
3.2.2 Résultats expérimentaux en surface des emboutis en forme d'oméga 85

3.1 Analyses chimiques et propriétés des aciers Usibor®

La caractérisation des aciers Usibor® commence à l'échelle locale par la détermination de la composition chimique et de la microstructure des deux nuances. Puis, le comportement général des matériaux est étudié par des essais de traction, afin de déterminer leur écrouissage phase par phase, et par des essais de dilatométrie pendant la transformation martensitique.

3.1.1 Composition chimique et microstructure des aciers Usibor®

Pour chaque nuance, une coulée spécifique a été réalisée afin de limiter les variations de composition chimique. Le tableau suivant présente les teneurs en éléments massiques pour chacune des nuances d'acier Usibor®.

TABLEAU 3.1 – Teneurs en éléments massiques pour les deux nuances Usibor® (complément en fer) mesurées par spectro-étincelles et par fusion pour les éléments C, S, O et N

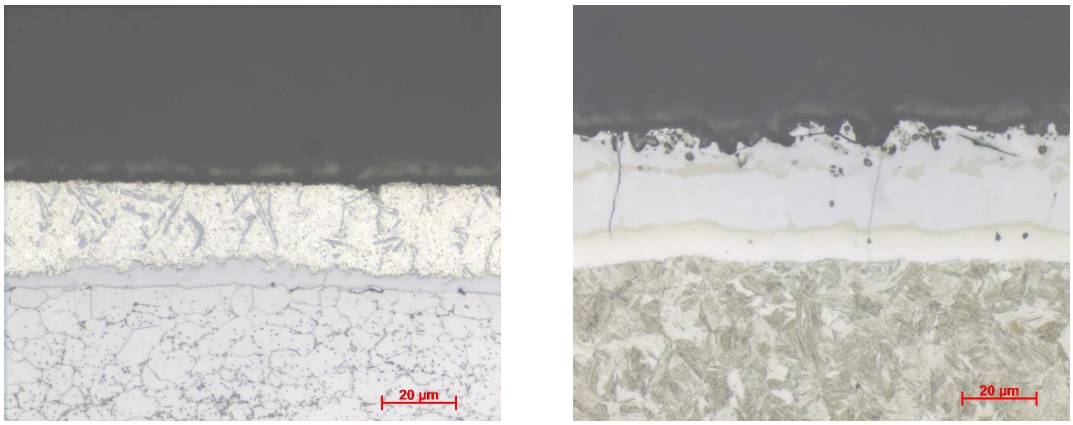
Élément (%)	C	Si	Mn	P	Cr	Mo	Ni	Al	Cu
Usibor®1500	0,23	0,233	1,16	0,0110	0,187	0,012	0,019	0,039	0,012
Usibor®2000	0,32	0,525	0,648	0,0120	0,323	0,181	0,344	0,027	0,012

Élément (%)	Nb	Ti	V	Sn	Ca	B	S	O	N
Usibor®1500	<0,002	0,033	0,002	<0,002	0,0023	0,003	0,0009	<0,001	0,0046
Usibor®2000	0,047	0,008	<0,002	<0,002	<0,003	0,002	0,0023	<0,001	0,0026

La distinction principale entre les deux nuances se situe au niveau du taux de carbone : la nuance Usibor®2000 possède 0,32% de carbone contre 0,23% pour la nuance Usibor®1500. Cette différence se traduit notamment par des propriétés mécaniques plus élevées pour l'acier Usibor®2000 [56]. Le carbone étant un élément gammagène, il influence la transformation martensitique en diminuant la température M_s et en augmentant la plasticité de transformation. Une augmentation du taux de Nb permet d'accroitre la densité de précipités NbC. Cela contribue à bloquer les dislocations et donc à augmenter, dans une moindre mesure que le carbone, les propriétés mécaniques de la nuance Usibor®2000 [74, 137].

Différentes passes de laminage à chaud puis à froid ont été réalisées jusqu'à obtenir une épaisseur de 1,5 mm. Les tôles ont ensuite subi un recuit à 973K pour obtenir une structure ferrito-perlitique, telle qu'illustrée sur les figures 3.1a et 3.2a. Le revêtement AluSi®150 est également visible sur la

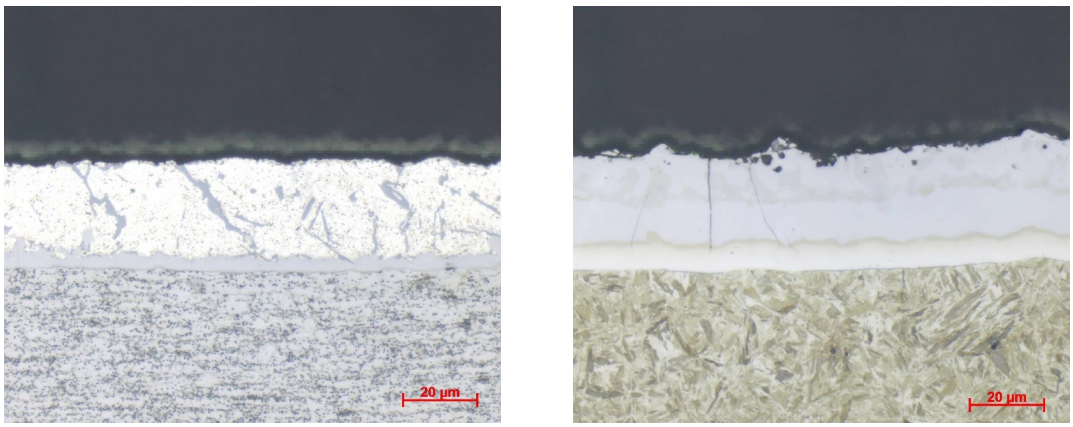
bande supérieure. Les tôles ont été in fine livrées sous la forme de coupons de 1000 mm par 1200 mm. Les figures 3.1b et 3.2b montrent la microstructure de la surface de la tôle après emboutissage, c'est à dire après le traitement d'austénitisation de 1173K pendant 5 minutes puis la trempe entre outils. Le revêtement s'épaissit et atteint 45 μm. La morphologie de sa surface change également par abrasion des outils pendant la mise en forme.



(a) État ferrite-perlite (b) État martensitique

FIGURE 3.1 – Microstructures MEB de la coulée Usibor®1500 avant et après emboutissage

L'augmentation de l'épaisseur s'explique par l'alliation et la formation d'intermétalliques pendant l'austénitisation de la tôle [19, 26]. Ce phénomène se retrouve également pour la nuance Usibor®2000, où le revêtement AluSi®150 forme une couche de 45 μm après emboutissage, comme illustré sur la figure 3.2b ci-dessous.



(a) État ferrite-perlite (b) État martensitique

FIGURE 3.2 – Microstructures MEB de la coulée Usibor®2000 avant et après emboutissage

3.1.2 Comportement rhéologique pour chaque nuance

Des essais de traction ont permis de quantifier le comportement de chaque phase de manière idoine. Plusieurs températures et vitesses de déformation ont été choisies, afin de prendre en compte le comportement viscoplastique des aciers Usibor® présenté en partie 2.2.2. Celles-ci sont les mêmes pour les deux nuances Usibor®. Les essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes *dogbone*, dont la mise en plan est présentée sur la figure 3.3.

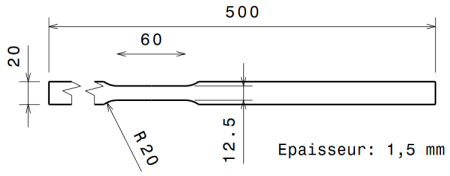


FIGURE 3.3 – Mise en plan des éprouvettes *dogbone*

Toutes les éprouvettes ont été prélevées dans la direction de laminage. Cette précaution n'est pas obligatoire pour les aciers Usibor®, car l'austénitisation est suffisamment longue pour effacer toute influence du laminage sur la microstructure. Tous les essais ont été réalisés à ArcelorMittal Maizières-lès-Metz avec une machine de traction à chaud Instron®, équipée de thermocouples et d'extensomètres et illustrée sur la figure 3.4. Le chauffage de l'éprouvette est fait par des lampes et le refroidissement par air soufflé.



FIGURE 3.4 – Machine de traction à chaud Instron® de ArcelorMittal Maizières-lès-Metz

Les deux parties suivantes présentent les résultats pour l'austénite et la martensite.

3.1.2.1 Comportement de l'austénite

Pour la phase austénitique, l'austénitisation de l'éprouvette et l'essai de traction sont réalisés au sein du même cycle thermomécanique. L'éprouvette est chauffée et austénitisée pendant 5 minutes à 1173K, maintenue pendant 10 secondes afin d'assurer une température homogène dans la tôle, puis refroidie à la température voulue T_C pour l'essai de traction (voir figure 3.5) : le cycle complet est résumé sur la figure 3.5 avec les différentes vitesses de chauffage et de refroidissement.

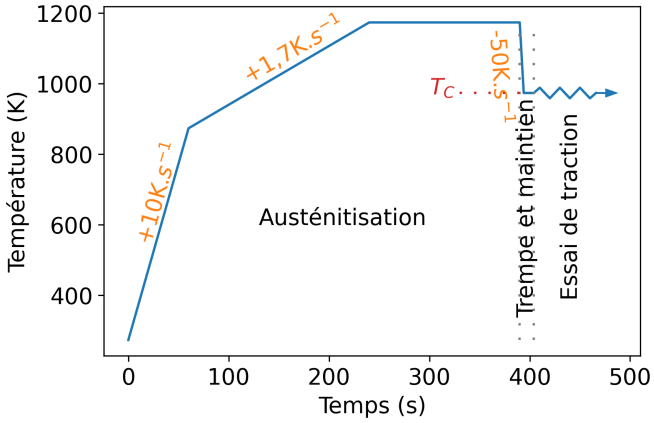
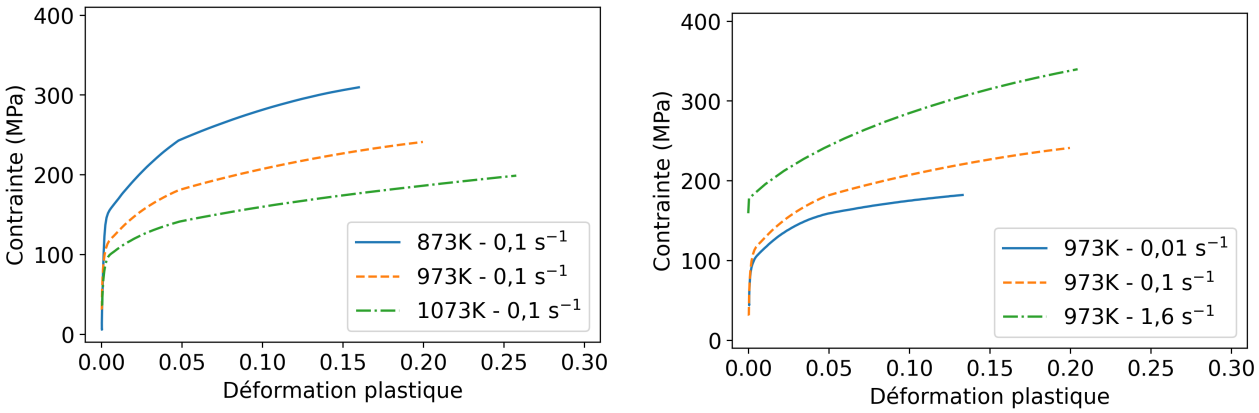


FIGURE 3.5 – Cycle thermomécanique pour un essai de traction en phase austénitique à 973K

La température maximale pour T_C a été choisie égale à la température d'austénitisation, qui représente la température maximale que peut atteindre la tôle au cours du cycle d'emboutissage en conditions industrielles. Bien que la température martensite start M_s, à laquelle débute la transformation martensitique, soit pour la nuance Usibor®1500 de l'ordre de 650K, il est difficile de descendre en-dessous de 773K pour l'essai de traction. En effet, la température M_s est sensible à l'état de contrainte local, comme expliqué en partie 2.1.2. Avec une température plus proche de M_s, il existe donc un risque non-négligeable de former de la martensite au cours de l'essai de traction.
Pour chaque condition, trois essais ont été réalisés pour la répétabilité :

1. Température T_C (figure 3.5) : 773K, 873K, 973K, 1073K et 1173K.
2. Vitesse de déformation : 0,01 s^{-1}, 0,1 s^{-1} et 1,6 s^{-1}.

Les figures 3.6a et 3.6b présentent les essais de traction en contraintes rationnelles en fonction de la température et de la vitesse de déformation respectivement pour la nuance Usibor®1500.

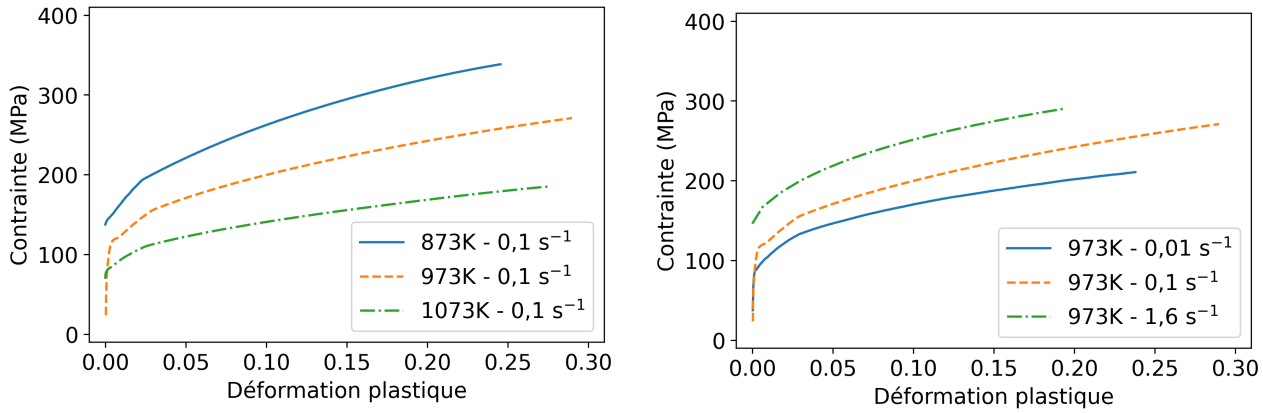


(a) Influence de la température ($\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = 0,1$ s^{-1}) (b) Influence de la vitesse de déformation ($T = 973$K)

FIGURE 3.6 – Essais de traction rationnels en phase austénitique pour la nuance Usibor®1500

La température, sur la figure 3.6a, montre une forte influence de la température sur l'écrouissage de la nuance Usibor®1500. Une augmentation de 200K provoque une diminution de la contrainte à rupture de 100 MPa, soit 33%. De plus, l'allongement à rupture augmente sensiblement : l'éprouvette rompt à 15% de déformation plastique à 873K et à 25% de déformation plastique à 1073K. En plus de l'effet de la température sur l'écrouissage, la phase austénitique de l'acier Usibor®1500 possède un caractère viscoplastique. Une augmentation de la vitesse de déformation par un facteur 10 conduit à un écrouissage du matériau 20% plus élevé. L'allongement à rupture augmente également avec la vitesse de déformation. Un essai à 0,01 s^{-1} s'arrête à 13% de déformation plastique, alors qu'un essai à 1,6 s^{-1} rompt à 20% de déformation plastique. La vitesse de déformation influence également la limite élastique. En effet, si le domaine plastique des deux essais à plus basses vitesses démarre à faible contrainte, le début de l'essai à 1,6 s^{-1} est à 150 MPa et se distingue très clairement des deux autres. Les différences induites par la modification de la température et/ou de la vitesse de déformation sont suffisamment importantes pour être prises en compte dans la loi de comportement.

Les figures 3.7a et 3.7b présentent les mêmes essais pour la nuance Usibor®2000.



(a) Influence de la température ($\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = 0,1$ s^{-1}) (b) Influence de la vitesse de déformation ($T = 973$K)

FIGURE 3.7 – Essais de traction rationnels en phase austénitique pour la nuance Usibor®2000

L'influence de la température sur la nuance Usibor®2000 est assez semblable à la nuance Usibor®1500 malgré la différence de taux de carbone. La seule différence notable pour la nuance Usibor®2000 est l'allongement à rupture, qui est compris entre 25% et 28% pour l'ensemble des températures. L'influence de la déformation plastique est également fortement semblable avec toutefois une augmentation plus modérée de l'écrouissage à la vitesse de déformation la plus élevée (contrainte à rupture de 300 MPa contre 350 MPa pour la nuance Usibor®1500).

3.1.2.2 Comportement de la martensite

Pour caractériser le comportement d'un matériau 100% martensitique à différentes températures, il est impossible d'utiliser le même cycle thermomécanique que pour l'austénite. En effet, lors du franchissement de la température M_s au refroidissement, l'existence d'un domaine biphasé et donc d'une fraction d'austénite résiduelle perturberait le comportement de la martensite.

Ainsi, des tôles d'acier Usibor® (400 mm par 500 mm) ont été austénitisées puis trempées entre des matrices planes. Cette méthode permet d'obtenir une structure martensitique pour la caractérisation très proche de celle présente au sein des emboutis industriels. Les éprouvettes ont ensuite été découpées directement à l'état martensitique. Elles sont chauffées à 50 K.s^{-1} jusqu'à la température T_C de l'essai. Un maintien de 30 secondes est ensuite observé afin d'assurer une homogénéisation de la

température dans l'épaisseur de la tôle, puis l'essai de traction est réalisé à la vitesse de déformation voulue. Le cycle est illustré sur la figure 3.8.

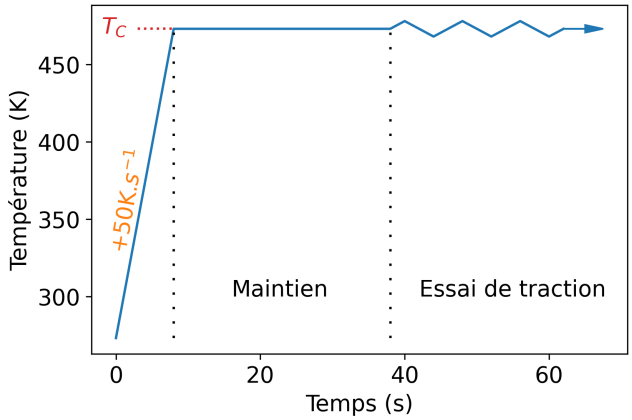


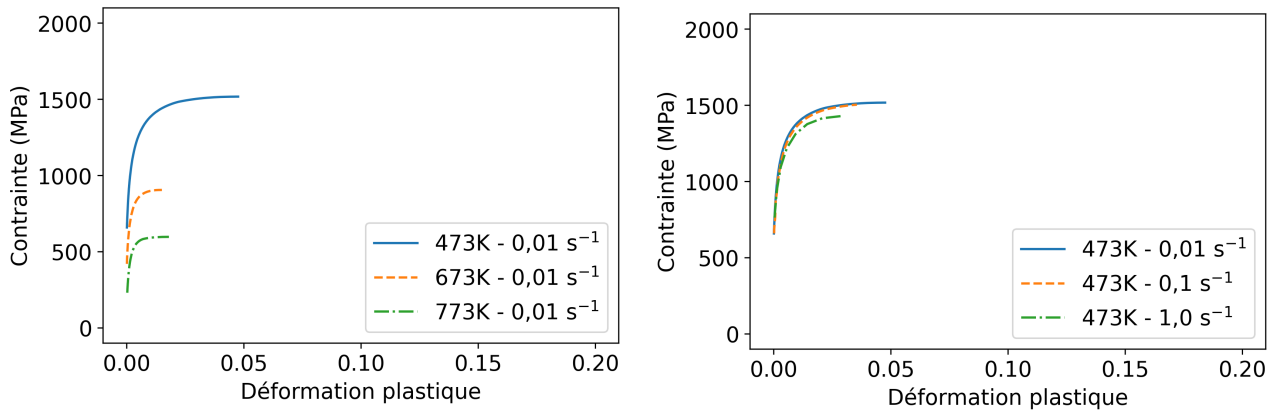
FIGURE 3.8 – Cycle thermomécanique pour un essai de traction en phase martensitique à 473K

La plage de températures sélectionnées s'étale de la température ambiante à la température M_s environ. Il est possible de monter aussi haut en température tout en gardant une structure martensitique. En effet, la température A_{c1}, qui marque le début de la formation de l'austénite, est de l'ordre de 950K, bien au-dessus de la température maximale des essais. Cela ne représente en revanche pas d'intérêt pour la modélisation de l'emboutissage à chaud.

Comme pour l'austénite, les essais sur la martensite ont été triplés et réalisés pour les différentes combinaisons de températures et de vitesses de déformations :

1. Température T_C : 293K, 373K, 473K, 573K, 673K et 773K.
2. Vitesse de déformation : 0,01 s^{-1}, 0,1 s^{-1} et 1 s^{-1}.

Afin de quantifier un éventuel revenu de la martensite, des essais de traction supplémentaires ont été réalisés aux températures de 373K et 773K avec un temps de maintien de 1 minute. La différence engendrée par rapport au cycle nominal présenté sur la figure 3.8 au niveau des contraintes rationnelles est inférieure au pourcent. Les figures 3.9a et 3.9b présentent les essais de traction en contraintes rationnelles en fonction de la température et de la vitesse de déformation pour la nuance Usibor®1500. La fin de l'essai sur les graphiques ne représente plus la rupture, comme pour les essais en phase austénitique, mais la contrainte ultime atteinte pendant l'essai.



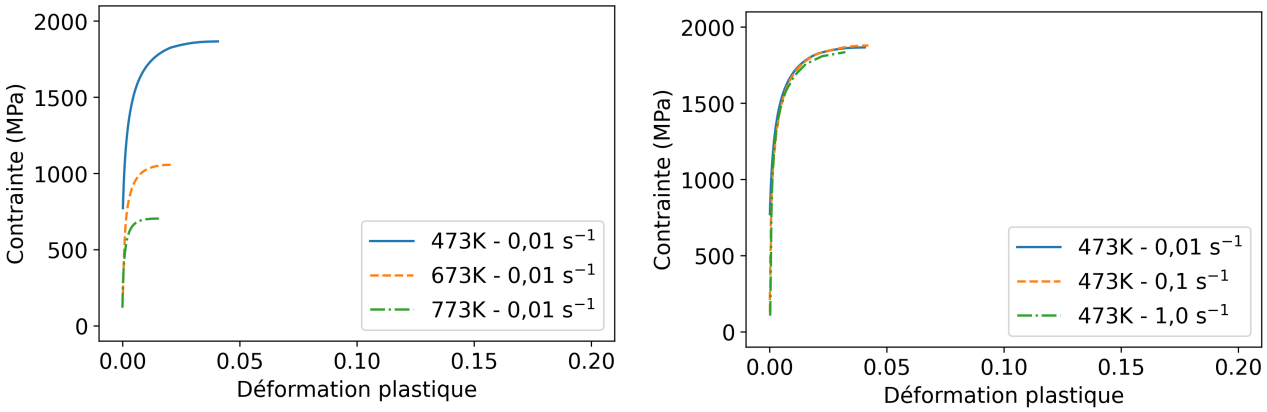
(a) Influence de la température ($\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = 0,01$ s^{-1}) (b) Influence de la vitesse de déformation ($T = 473$K)

FIGURE 3.9 – Essais de traction rationnels en phase martensitique pour la nuance Usibor®1500

En phase martensitique, l'acier Usibor®1500 possède un comportement différent. D'une part, la phase martensitique est beaucoup moins ductile que la phase austénitique. En effet, la martensite commence à subir un endommagement dès quelques pourcents de déformation plastique. D'autre part, l'effet de la température n'est pas linéaire. En effet, la courbe à 473K sur la figure 3.9a présente une contrainte à rupture de 1500 MPa, ce qui correspond aux essais à température ambiante et aux spécifications techniques [5]. Cela implique donc que la température a un effet négligeable en-dessous de ce seuil. Au-delà, une augmentation de la température provoque une diminution drastique de la contrainte d'écoulement. Par exemple, une augmentation de la température entre 473K et 773K divise par deux la contrainte d'écoulement, passant de 1500 MPa à 500 MPa. L'effet sur la limite élastique est très similaire : la même augmentation de température la divise par trois, passant de 750 MPa à 250 MPa environ.

De plus, la viscoplasticité de la nuance Usibor®1500 est négligeable en phase martensitique. La figure 3.9b illustre trois essais réalisés à 473K pour trois vitesses de déformation différentes. Ces trois essais de traction sont assimilables les uns aux autres, ce qui est en accord avec d'autres études [44]. A plus haute température, la vitesse de déformation présente le même effet, ce qui représente un écart de l'ordre de 10% sur la contrainte à rupture.

Les figures 3.10a et 3.10b présentent les mêmes essais pour la nuance Usibor®2000.



(a) Influence de la température ($\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = 0,1$ s^{-1}) (b) Influence de la vitesse de déformation ($T = 473$K)

FIGURE 3.10 – Essais de traction en phase martensitique pour la nuance Usibor®2000

Le comportement est fortement similaire à la nuance Usibor®1500 vis-à-vis de la température et de la vitesse de déformation. En revanche, la limite d'écoulement est bien plus élevée que pour l'acier Usibor®1500 (1800 MPa contre 1500 MPa) comme attendu.

3.1.3 Caractérisation de la transformation de phase

Afin de qualifier la transformation martensitique, des essais de dilatométrie sous contrainte ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques de diamètre 5 mm et de longueur 10 mm. La géométrie des éprouvettes ne permet pas un prélèvement dans la matière affectée à cette étude, mais provient d'une coulée proche. Les essais ont été réalisés au sein des laboratoires de ArcelorMittal Maizières-lès-Metz dans un dilatomètre Bähr Dil805A/D sous atmosphère contrôlée en hélium, illustré sur la figure 3.11a.

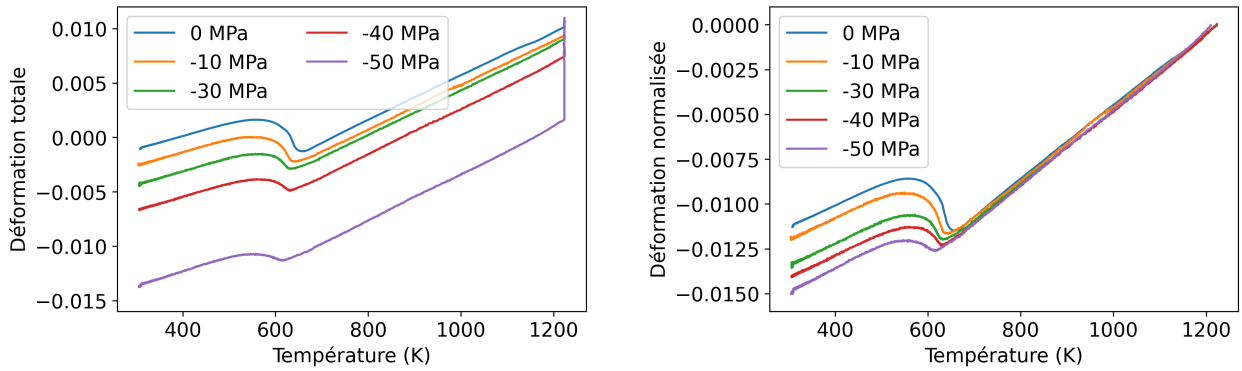


(a) Dilatomètre complet (b) Enceinte de l'essai

FIGURE 3.11 – Illustrations du plasto-dilatomètre utilisé pour les essais de caractérisation de la transformation martensitique (ArcelorMittal Maizières-lès-Metz)

La figure 3.11b montre le que le chauffage est réalisé par induction et le refroidissement par atmosphère soufflée. L'asservissement est réalisé par deux thermocouples (fils rouge et noir). L'éprouvette est positionnée contre un capteur de force et la mesure des déformations est faite par projection de l'ombre de l'éprouvette.

Après une austénitisation à 1173K pendant 5 minutes, les éprouvettes ont été chargées en compression isotherme entre 0 et -50 MPa au maximum puis refroidies à 100 $K.s^{-1}$ afin de garantir une structure martensitique.
La figure 3.12a montre l'évolution de la déformation totale de l'éprouvette en fonction de la température pour plusieurs valeurs de compression pendant le chargement isotherme et la trempe de l'éprouvette. Afin de mieux apprécier l'influence de la contrainte sur la transformation martensitique, la figure 3.12b présente les mêmes résultats mais avec une déformation normalisée. Elle désigne ici la déformation totale remise à zéro après chargement en contrainte, ce qui explique pourquoi les essais commencent tous à déformation nulle.



(a) Déformation totale

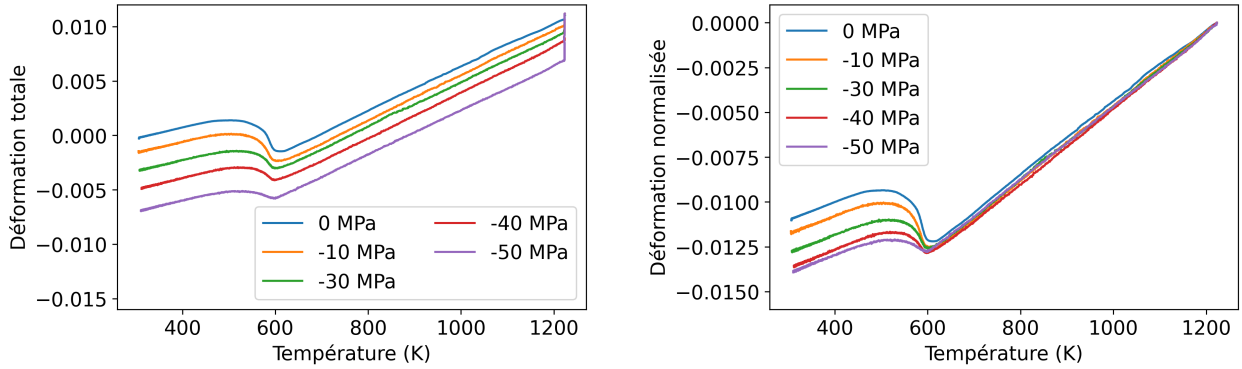
(b) Déformation normalisée

FIGURE 3.12 – Essais de dilatométrie sous différentes compressions pour la nuance Usibor®1500

Dans un premier temps, le début de la transformation martensitique est retardé par la contrainte de compression. En effet, cette tendance est fortement visible sur la figure 3.12b, où la transformation démarre à 640K environ sans compression et à 610K environ pour la compression à -50 MPa. L'énergie mécanique de compression est en effet défavorable à la genèse de la martensite, car cette dernière crée une augmentation du volume de l'éprouvette (paragraphe 2.2.1.1.2) ; un plus grand apport en énergie thermique est donc nécessaire pour provoquer la transformation.

Dans un second temps, la dilatation créée par la transformation martensitique, dans la direction de la sollicitation mécanique, diminue avec le niveau de compression. Cette tendance s'explique par la plasticité de transformation : la martensite croit dans des directions autres que celle du chargement mécanique, car les variantes dans cette direction sont défavorisées par la compression.

Les figures 3.13a et 3.13b présentent les mêmes essais mais pour la nuance Usibor®2000.



(a) Déformation totale

(b) Déformation normalisée

FIGURE 3.13 – Essais de dilatométrie sous différentes compressions pour la nuance Usibor®2000

Les transformations de phase pour les aciers Usibor®2000 et Usibor®2000 sont globalement semblables. La seule différence notable entre les deux nuances est la température de début de transformation : elle démarre aux alentours de 600K pour la nuance Usibor®2000, ce qui est inférieur à la nuance Usibor®1500. Cela s'explique par le taux de carbone plus élevé, qui génère une dilatation plus importante de l'éprouvette (voir partie 2.2.1.2). Un apport supérieur en énergie thermique est donc nécessaire pour initier la transformation.

Les contraintes influencent donc la transformation martensitique au niveau de la température de début de transformation mais aussi au niveau des déformations engendrées par celle-ci. Ces changements impactent donc le comportement du matériau pendant l'emboutissage à chaud. Cette différence de comportement doit ainsi se retrouver à l'état final, en modifiant les niveaux des contraintes résiduelles dans la tôle.

3.2 Analyses de contraintes résiduelles préliminaires

Cette partie présente dans un premier temps les méthodes d'analyse des contraintes résiduelles puis les premiers résultats sur les emboutis en acier Usibor®.

3.2.1 Méthodes d'analyses des contraintes résiduelles

La plupart des techniques de détermination des contraintes résiduelles sont basées sur la mesure des déformations élastiques macroscopiques. Les contraintes sont ensuite calculées à partir des lois de l'élasticité. Les paragraphes suivants présentent brièvement les différentes méthodes d'analyse des contraintes résiduelles avant de détailler celle utilisant la diffraction des rayons X.

3.2.1.1 Techniques destructives

Les méthodes destructives procèdent par enlèvement de matière. Elles sont toutes basées sur la même considération [9] : l'enlèvement de matière provoque un rééquilibrage des contraintes résiduelles et donc des déformations autour de la zone affectée. Il s'agit d'un problème inverse, qui permet de remonter aux contraintes résiduelles à partir de la création d'un champ de déformations.
Au préalable, des jauges de déformation sont disposées sur la surface de la pièce mécanique et celles-ci relèvent les déformations lors de l'enlèvement de matière. Ce type de technique ne permet d'estimer que les contraintes macroscopiques. Deux méthodes d'enlèvement de matière sont particulièrement utilisées [9] :

1. La méthode du trou incrémental : un perçage progressif est réalisé au centre d'une rosette contenant plusieurs jauges. A partir des déformations mesurées à chaque pas de perçage, les contraintes peuvent être calculées. Afin de ne pas introduire de contraintes parasites, le perçage est réalisé à faible vitesse. Cette méthode est assez limitée : elle ne permet ni de déterminer les contraintes en extrême surface, ni d'avoir un résultat exploitable lors d'un fort gradient de contraintes.
2. La méthode du trépan incrémental : le principe de cette technique est identique au trou incrémental. Cependant, au lieu de réaliser un perçage, l'opérateur usine une gorge circulaire à fond plat. Cette méthode permet d'atteindre des profondeurs plus élevées que le perçage du trou incrémental.

Ces deux méthodes sont parfois qualifiées de semi-destructives, car elles consistent en des enlèvements de matière limités. Les deux autres méthodes destructives procèdent à des découpes transversales de la pièce et donc à des enlèvements de matière beaucoup plus importants :

1. La méthode du contour [104] : cette méthode implique la découpe de la pièce en deux parties. Ensuite, le contour de la sous-pièce est mesuré ; celui-ci est déformé à cause de la relaxation des contraintes résiduelles. La différence entre la géométrie initiale et la géométrie après découpe permet de remonter aux contraintes résiduelles présentes à la surface déformée.
2. La méthode de la fente [42] : au lieu de découper la pièce en une seule passe, la découpe est faite pas à pas et les déformations sont relevées après chaque passe. Si les déformations sont mesurées à proximité de la fente, alors cette méthode est similaire à celle du trou incrémental.

Qu'elles soient destructives ou semi-destructives, ces méthodes (en dehors de la méthode de la flèche) ne sont pas adaptées à l'étude des contraintes résiduelles au sein des tôles minces, tout simplement parce qu'il n'y a pas assez de matière pour obtenir un résultat exploitable.

3.2.1.2 Techniques non-destructives

Il est possible de distinguer 3 catégories différentes :

1. Les méthodes diffractométriques [9] : ces méthodes reposent sur l'exploitation des spectres de diffraction d'un faisceau de rayons X ou de neutrons. La nature du rayonnement est choisie afin d'éviter toute fluorescence, d'avoir un pic aux grands angles et de bien pouvoir séparer les pics en présence de multiples phases ou de phases de basse symétrie cristalline.
2. Les méthodes ultrasoniques [110] : les contraintes résiduelles affectent la vitesse de propagation des ultrasons au sein de la matière. Ces méthodes requièrent cependant un calibrage précis à l'aide d'un échantillon complètement relaxé.
3. Les techniques électromagnétiques [110] : par exemple, l'analyse du bruit de Barkhausen se base sur les interactions magnéto-élastiques entre les courants magnétiques et les contraintes résiduelles. Les matériaux possédant une anisotropie ou des contraintes de traction ont tendance à augmenter le bruit de Barkhausen. L'étude de l'intensité du bruit permet ainsi de remonter aux contraintes résiduelles.

La diffraction des rayons X est compatible avec la géométrie des tôles minces, contrairement aux méthodes destructives, et répond à la nécessité d'une résolution locale des mesures, contrairement aux méthodes ultrasoniques et électromagnétiques. Elle a donc été utilisée dans cette étude et est abordée plus en détail au paragraphe suivant.

3.2.1.2.1 Analyses par diffraction des rayons X

Les rayons X représentent une partie du spectre électromagnétique pour lesquels les longueurs d'ondes sont comprises entre 10 pm et 10 nm. Les aciers sont des solides cristallins possédant une distance interatomique de l'ordre de 0,1 nm, ils peuvent donc diffracter les rayons X. Lorsqu'un rayon de longueur d'onde λ atteint des plans interréticulaires d_{hkl}, la diffraction s'opère avec un angle θ défini par la loi de Bragg selon un entier n [16, 17, 52] :

$$2d_{nh,nk,nl}\sin(\theta) = n\lambda \tag{3.1}$$

L'étude du spectre diffracté par le réseau cristallin apporte alors de nombreuses informations :

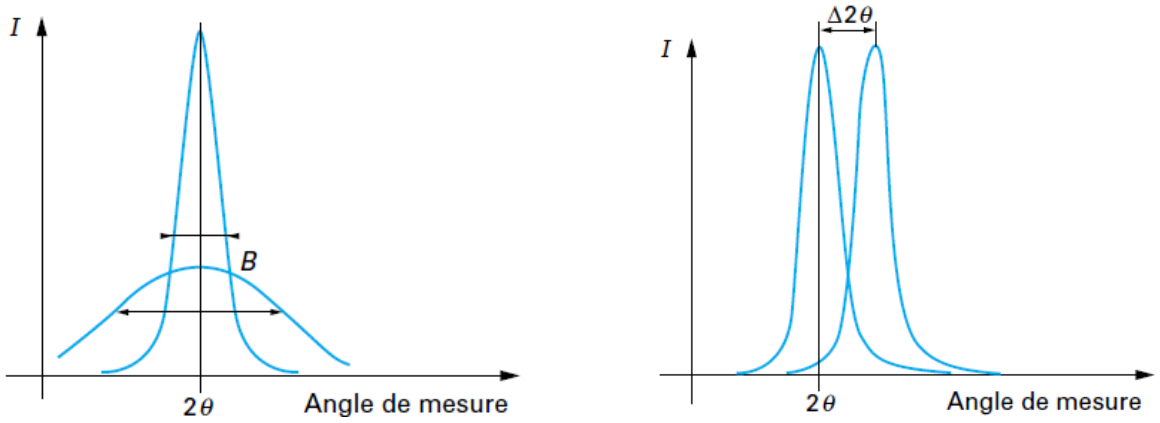
1. L'identification de phases : chaque matériau possède un spectre de diffraction unique. En comparant le diffractogramme d'un matériau inconnu à ceux de matériaux connus et référencés, ou en l'indexant directement, il est possible de déterminer les phases qui le composent. L'estimation des intensités des pics de diffraction permet aussi de quantifier les proportions relatives des phases présentes au sein de l'échantillon.

2. La détermination des orientations préférentielles des réseaux cristallins : en fonction de l'orientation du cristal par rapport aux rayons X incidents, différentes familles de plans $\{hkl\}$ vont diffracter ces derniers. Tout en soumettant l'échantillon à des rayons X, faire tourner l'échantillon permet de faire diffracter l'ensemble des différents plans cristallographiques. Les principales orientations du cristal produisent les pics les plus intenses et sont donc identifiables au sein du diffractogramme complet. Cette étude se fait selon deux rotations (polaire et azimutale) et se nomme figure de pôles.

3. La détermination des contraintes résiduelles, qui est l'objet des paragraphes suivants.

3.2.1.2.2 Calcul des contraintes résiduelles

Comme toute autre méthode, l'analyse des contraintes résiduelles par diffraction se base sur une mesure de déformation. Dans ce cas précis, ce sont les plans interréticulaires qui font office de jauges de déformations. La diffraction des rayons X permet d'analyser à la fois les microcontraintes et les macrocontraintes [17].



(a) Microcontraintes (b) Macrocontraintes

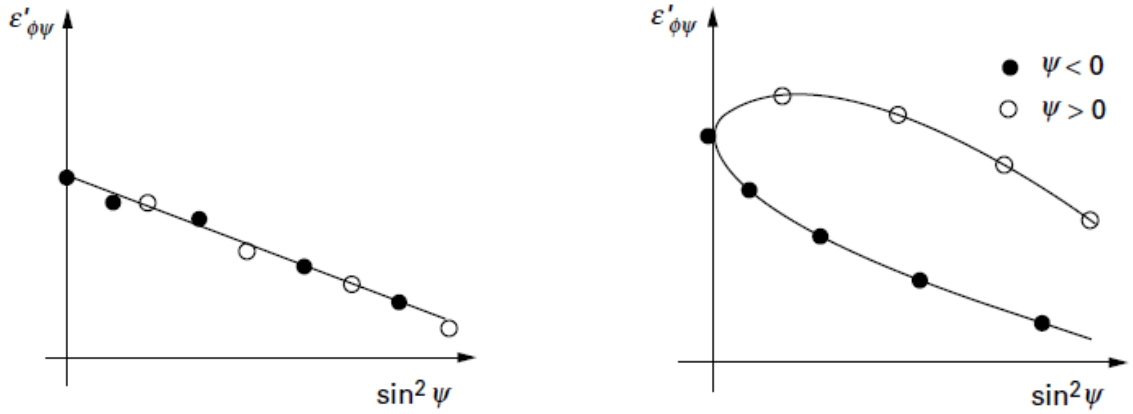
FIGURE 3.14 – Influences des contraintes résiduelles sur les pics de diffraction [17]

D'une part, les microcontraintes ont tendance à élargir les pics de diffraction, comme le montre la figure 3.14a. Les microcontraintes correspondent aux contraintes résiduelles d'ordre III (voir paragraphe 2.4 page 61) qui ont pour origine les défauts locaux au sein de la matière (joints de grains, dislocations et défauts cristallographiques ponctuels). Ces défauts induisent des phénomènes diffusifs perturbant les rayons X diffractés et expliquant l'élargissement des pics de diffraction.

D'autre part, les macrocontraintes génèrent des déformations plus globales, qui peuvent être interprétées comme des déplacements des plans interréticulaires. Selon le signe de la contrainte, il s'agit d'un écartement ou d'un rapprochement des plans cristallographiques. La distance interréticulaire est intrinsèquement liée à l'angle de Bragg (voir équation 3.1) : une macrocontrainte induit donc un déplacement du pic diffracté, comme le montre la figure 3.14b. Ces déformations permettent de remonter ensuite aux contraintes résiduelles via la loi des $\sin^2(\psi)$ [17]. Dans le cadre des contraintes planes et dans l'hypothèse d'un matériau homogène et isotrope, l'équation 3.2 permet de calculer la contrainte résiduelle dans une direction donnée ϕ, à partir des déformations mesurées pour les différents angles d'Euler ψ, où E représente le module d'Young et ν le coefficient de Poisson :

$$\varepsilon_{\phi\psi} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_\phi \sin^2(\psi) - \frac{\nu}{E}tr(\boldsymbol{\sigma}) \tag{3.2}$$

Dans le cas d'une contrainte biaxiale, cette loi est linéaire, comme le montre la figure 3.15a.



(a) Contrainte biaxiale (sans cisaillement)

(b) Contrainte triaxiale (avec cisaillement)

FIGURE 3.15 – Représentations graphiques de la loi des $\sin^2(\psi)$ pour différents états de contrainte [17]

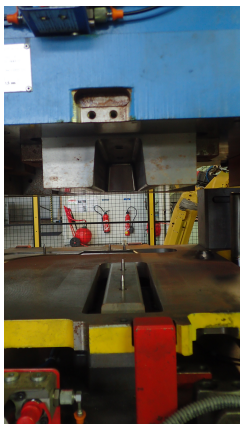
Le calcul de son coefficient directeur permet ainsi de déterminer le niveau de contrainte dans la direction de la mesure. Dans le cas d'un état de contrainte triaxial (figure 3.15b), la pente moyenne de l'ellipse donne la valeur de la contrainte et l'ouverture permet d'estimer le niveau de cisaillement.

3.2.2 Résultats expérimentaux en surface des emboutis en forme d'oméga

La forme des omégas est représentative des pièces industrielles et est très souvent utilisée pour qualifier le procédé d'emboutissage à chaud. Cette géométrie a donc été choisie pour estimer l'influence de la pression d'outil et du temps de transfert entre le four et la presse sur les contraintes résiduelles. D'une part, trois pressions ont été retenues (50 T, 100 T et 150 T) pour le temps de transfert nominal (7 secondes). D'autre part, le temps de transfert a été allongé à 11 secondes pour la pression d'outil maximale. Deux emboutis ont été réalisés pour chaque condition opératoire. L'ensemble du plan d'expérience a été réalisé à ArcelorMittal Montataire pour les deux nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 sur une presse SMP illustrée sur les figures 3.16a et 3.16b.



(a) Presse globale



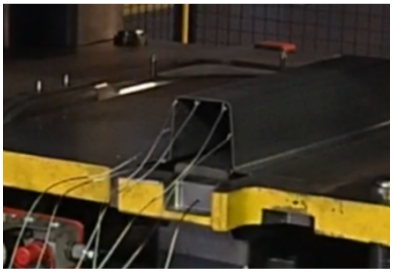
(b) Détail de l'outil

FIGURE 3.16 – Presse et outils pour emboutissage oméga

Les tôles ont été découpées sous la forme de coupons de 350 mm par 250 mm puis austénitisées à 1173K pendant 5 minutes. Le transfert est ensuite réalisé par un opérateur selon le plan d'expérience établi puis la tôle est mise en forme et trempée par les outils. Ceux-ci sont suffisamment massifs pour ne pas nécessiter un circuit de refroidissement interne. A la fin de l'emboutissage, la tôle possède la géométrie illustrée sur la figure 3.17a.



(a) Géométrie globale



(b) Thermocouples soudés

FIGURE 3.17 – Emboutis en forme d'oméga

Afin de créer des données expérimentales de comparaison avec les simulations par éléments finis, les emboutis omégas ont été équipés de thermocouples de type K. Comme le montre la figure 3.17b, 7 thermocouples régulièrement répartis ont été soudés dans l'épaisseur du bord court des emboutis.

3.2.2.1 Préparation des échantillons

L'ensemble des paramètres des analyses de contrainte et du diffractomètre Proto iXRD est détaillé en annexe D. L'utilisation du tube de chrome (2,29Å) délivre une énergie de 5,4 keV et ne permet

ainsi une pénétration des rayons X que sur 10 μm environ. Comme le revêtement en AluSi®150 était beaucoup plus épais (de l'ordre de 45 μm, voir figures 3.1b et 3.2b page 71), il a été nécessaire de l'éliminer pour que les rayons X puissent pénétrer le substrat martensitique.
Un polissage mécanique est exclus, car il perturberait le champ de contraintes résiduelles en surface de la tôle. Le polissage électrolytique avec de l'eau saturée en sel permet de contourner cette difficulté. La durée de polissage était la même quelle que soit la nuance d'acier Usibor®, mais dépendait uniquement de l'embout utilisé (taille de la zone polie) : le petit embout (4 mm) permet de polir sur des géométries plus sévères comme de fines arêtes ; le grand embout (10 mm) permet d'avoir un meilleur polissage et ainsi une surface de diffraction homogène, car la vitesse d'écoulement de l'électrolyte est moindre. Après quelques essais préliminaires pour une tension de 40 V et un courant de 1,1 A, les durées de 7 secondes pour le petit embout et de 30 secondes pour le grand ont permis d'atteindre la surface du substrat martensitique.

Le revêtement a été éliminé sur tout le long du profil aux points marqués sur la figure 3.18, selon la méthode détaillée. Les analyses de contraintes résiduelles ont ensuite été réalisées dans les deux directions DL (Direction Longitudinale) et DT (Direction Transversale).

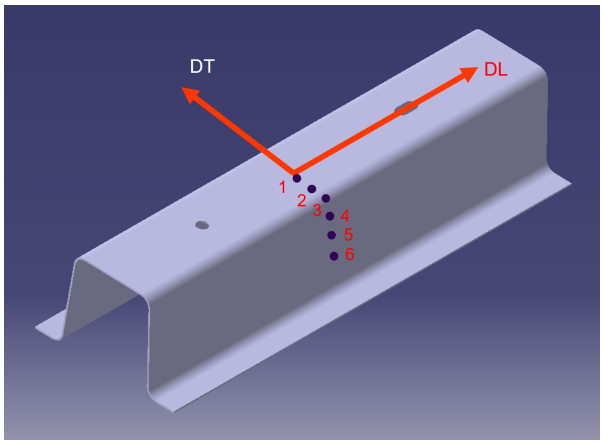
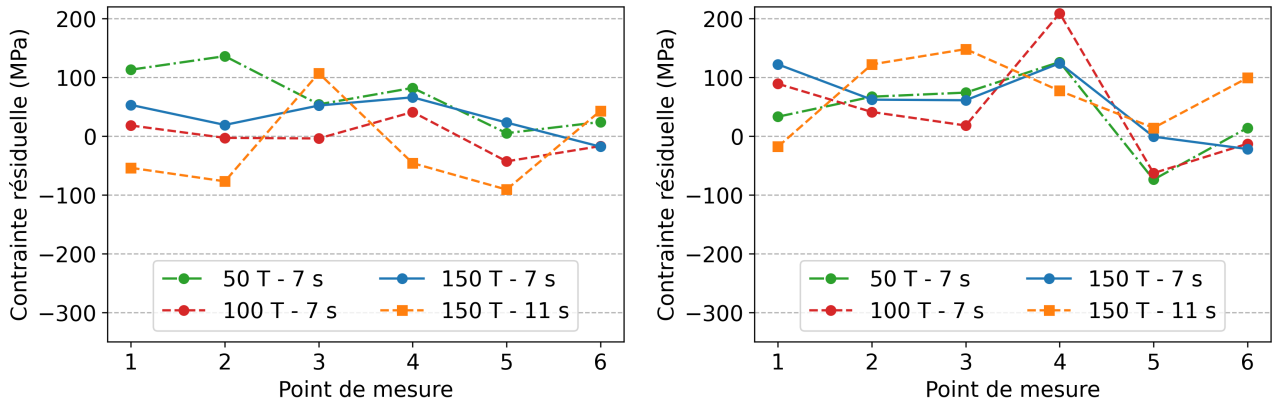


FIGURE 3.18 – Positions des points d'analyses en diffraction des rayons X

Les résultats présentés ci-après sont les moyennes des mesures sur les deux emboutis différents par condition opératoire (pression d'outil et temps de transfert). Les incertitudes expérimentales sont estimées à ±50 MPa pour l'ensemble de ce document, ce qui inclut la reproductibilité d'une pièce à l'autre.

3.2.2.2 Influence des paramètres du procédé sur les contraintes résiduelles

Le plan d'expérience d'emboutissage des omégas fait varier deux paramètres du procédé : le temps de transfert entre le four et la presse, et la pression exercée par l'outil. Deux temps de transfert ont été sélectionnés (7 secondes et 11 secondes) pour une pression d'outil constante (150 T) et trois pressions d'outil (50 T, 100 T et 150 T) pour un temps de transfert de 7 secondes.
Les figures 3.19a et 3.19b regroupent toutes les analyses de contraintes sur la nuance Usibor®1500 pour l'ensemble du plan d'expérience.



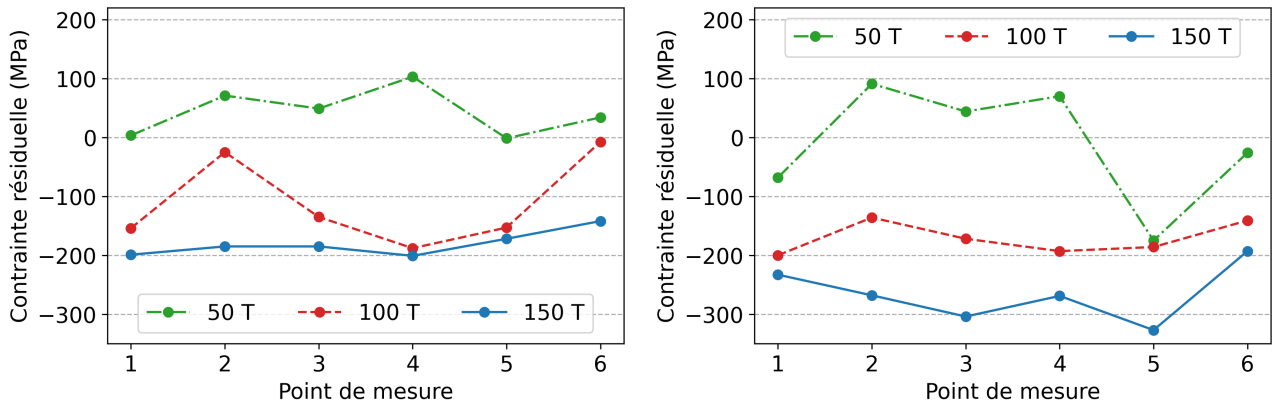
(a) Direction DL

(b) Direction DT

FIGURE 3.19 – Comparaison des contraintes en surface du substrat martensitique pour la nuance Usibor®1500 en fonction de la pression d'outil et du temps de transfert

Sur l'ensemble des surfaces des emboutis omégas, l'acier Usibor®1500 présente peu de contraintes résiduelles, quelles que soient les conditions opératoires. En effet, les contraintes sont majoritairement comprises entre 0 et 100 MPa avec une incertitude de ±50 MPa, ce qui est inférieur à 7% de la contrainte à rupture du matériau à température ambiante, aussi bien au niveau des zones non déformées (points 1, 2 et 4 à 6) ou du congé (point 3).

Cependant, les contraintes dans l'acier Usibor®2000 sont plus importantes et montrent des tendances plus nettes vis-à-vis des paramètres opératoires. Les figures 3.20a et 3.20b présentent les profils complets sur l'ensemble des points 1 à 6 dans les deux directions DL et DT.

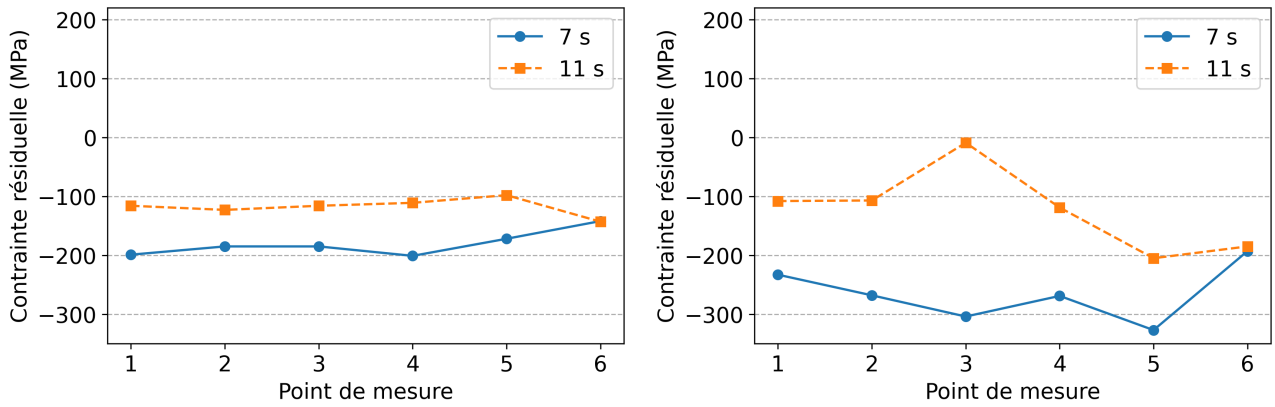


(a) Direction DL (b) Direction DT

FIGURE 3.20 – Influence de la pression d'outil sur les contraintes résiduelles en surface de la nuance Usibor®2000 pour un temps de transfert de 7 secondes

Pour cette nuance, chaque pression d'outil se distingue plus clairement. En effet, à 50 T, les contraintes sont en légère traction, principalement entre 0 et 100 MPa. Dès 100 T, les contraintes passent en compression, entre 0 et -200 MPa. A la troisième pression d'outil, 150 T, les contraintes de compression sont renforcées, entre -150 MPa et -300 MPa.

Le temps de transfert possède également une influence sur le niveau de contraintes résiduelles. Plusieurs tôles ont été embouties avec une pression de 150 T avec deux temps de transfert différents : 7 et 11 secondes. Les figures 3.21a et 3.21b présentent les profils de contraintes sur la surface des omégas pour les deux temps de transfert.



(a) Direction DL (b) Direction DT

FIGURE 3.21 – Influence du temps de transfert sur les contraintes résiduelles en surface de la nuance Usibor®2000 pour une pression d'outil de 150 T

Dans les deux directions DL et DT, un allongement du temps de transfert réduit le niveau de contraintes de compression. Dans la direction DL, cet effet est à la limite des incertitudes expérimentales, mais dans la direction DT, 4 secondes de transfert en plus suffisent à réduire les contraintes de 150 MPa en moyenne.
La figure 3.22 présente un résumé statistique des contraintes résiduelles pour chaque condition opératoire, ce qui permet de mettre en exergue les conclusions précédentes.

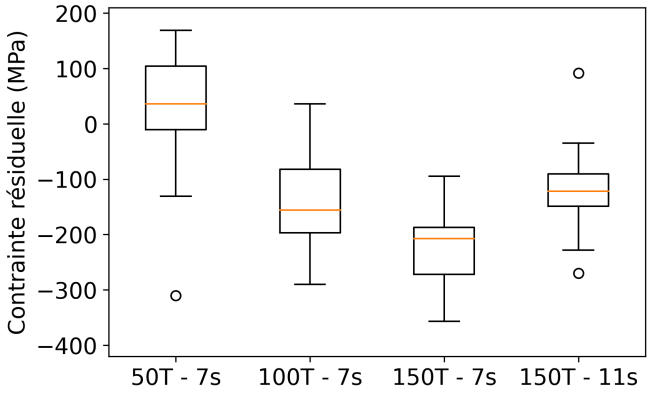


FIGURE 3.22 – Dispersion statistique des contraintes résiduelles pour chaque condition d'emboutissage pour la nuance Usibor®2000

Les deux tendances générales sont les suivantes pour la surface du substrat martensitique :

1. Une augmentation de la pression d'outil conduit à un renforcement des contraintes de compression.
2. Une augmentation du temps de transfert adoucit les contraintes résiduelles.

Ces résultats montrent donc clairement qu'une optimisation des paramètres d'emboutissage peut permettre de maitriser l'état de contraintes résiduelles. Toutefois, toutes les analyses présentées au sein de cette partie sont localisées en surface du substrat martensitique. Outre le gain de temps que cela représente, la simulation numérique est nécessaire afin d'accéder à l'état de contrainte sur toute l'épaisseur de la tôle.
Le prochain chapitre présente le modèle d'emboutissage à chaud développé dans cette optique ainsi que son implémentation.

Chapitre 4

Mise en équations et validation de la simulation de l'emboutissage à chaud

Cette partie décrit dans un premier temps les équations choisies pour modéliser les phénomènes mécaniques, thermiques et métallurgiques de l'emboutissage à chaud. Dans un second temps viennent la construction d'un algorithme de prédiction-correction 3D utilisé au sein des simulations Abaqus® puis le développement d'un modèle 1D uniaxial. En parallèle, les essais réalisés pour optimiser les lois de comportement, puis pour vérifier et valider les implémentations des modèles 3D et 1D, sont exposés et leurs exploitations détaillées.

Les notations suivantes sont adoptées :

Modification de la police de caractère	
Scalaire (police normale)	E
Tenseur d'ordre 2 (police en gras)	$\boldsymbol{E}$
Tenseur d'ordre 4 (notation ensemble mathématique)	$\mathbb{E}$

Notations spécifiques	
Tenseur identité et symbole de Kronecker	$\boldsymbol{I}$ (ordre 2) ou $\mathbb{I}$ (ordre 4) et δ_{ij}
Tenseur d'élasticité	$\mathbb{C}$
Tenseur de localisation	$\mathbb{A}$
Indices des phases	A=austénite et M=martensite
Fraction de martensite	z
Projecteurs sphérique et déviatorique	$\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I}$ et $\mathbb{P}_2 = \mathbb{I}$
Tenseur déviateur des contraintes et sa prédiction élastique	$\boldsymbol{S}$ ou S_{ij} et $\left(S_{ij}^{t+dt}\right)^{pr}$
Vitesse de déformation équivalente	$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}$
Déformation plastique effective ou cumulée	$\bar{\varepsilon}^{pl} = \int_0^t \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} dt$
Contrainte équivalente de von Mises	$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}}$
Contrainte d'écoulement	σ_y

Contenu

4.1 Équations du modèle d'emboutissage à chaud 93
4.1.1 Description physique des aciers Usibor® 93
4.1.2 Description des interactions au sein du procédé d'emboutissage à chaud 109
4.1.3 Conclusion partielle 110
4.2 Formulation 3D discrète du modèle d'emboutissage 111
4.2.1 Prédiction-correction sans changement de phase 113
4.2.2 Prédiction-correction avec changement de phase 115
4.3 Formulation 1D discrète du modèle d'emboutissage 128
4.3.1 État initial et chargement 129
4.3.2 Formulation uniaxiale du prédicteur-correcteur 129
4.4 Vérification et validation du modèle et de ses optimisations 135
4.4.1 Implémentation du modèle 1D en Python® 135
4.4.2 Vérification du modèle 138
4.4.3 Validation du modèle 139

4.1 Équations du modèle d'emboutissage à chaud

Comme pour tous les modèles présentés en partie 2.3, une décomposition additive de la vitesse de déformation a été choisie :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{iso} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pt} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{el} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{th} \tag{4.1}$$

Cette partie débute par une présentation du comportement métallurgique, mécanique et thermique des aciers Usibor®. L'équation de la chaleur, incluant un couplage thermomécanique fort, est ensuite estimée. En dernier lieu, les interactions au sein du procédé entre la tôle, les outils et l'environnement sont détaillées.

4.1.1 Description physique des aciers Usibor®

La description du modèle d'emboutissage reprend le même formalisme que l'étude bibliographique. Les trois parties du modèle sont décrites dans le même ordre : contribution métallurgique, contribution mécanique et contribution thermique.

4.1.1.1 Partie métallurgique

La transformation martensitique étant uniquement induite par la température, la loi choisie pour décrire la fraction volumique de martensite z est celle de D.P. Koistinen et R.E. Marburger [60] :

$$z = 1 - \exp(-b(M_s - T)), \text{ pour } T \leq M_s \tag{4.2}$$

Elle est utilisée dans la quasi-totalité des modèles d'emboutissage à chaud dans sa version originelle (équation 4.2) [2, 12, 96] ou parfois légèrement modifiée [12, 96]. Deux paramètres sont nécessaires pour décrire la fraction de martensite : la température de début de transformation M_s et le coefficient de vitesse de transformation b. L'identification des paramètres a été réalisée par algorithmes génétiques, dont la méthode est présentée en annexe A. Les valeurs ainsi obtenues pour les deux nuances d'acier Usibor®, ainsi que quelques exemples issus de la littérature, sont présentés au sein du tableau 4.1. Les valeurs identifiées sont globalement proches de celles issues de la littérature. Certaines toutefois, comme le paramètre cinétique de H.H. Bok et al. [12], sont assez éloignées des autres, parce qu'elles ont

été identifiées théoriquement et non sur des essais expérimentaux. De plus, la différence de température M_s entre les deux nuances d'acier Usibor® illustre bien les résultats observés expérimentalement lors des essais de dilatométrie, illustrés sur la figure 3.12a.
La transformation martensitique induit une déformation spécifique dans les aciers. Elle peut être décomposée en une partie sphérique et une partie déviatorique. La partie sphérique est naturellement proportionnelle au tenseur identité $\boldsymbol{I}$, avec $\frac{\Delta V}{V}$ la différence relative de volume entre les mailles de l'austénite et de la martensite et pondérée par la fraction de martensite formée :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{iso}} = \frac{\Delta V}{V}\dot{z}\boldsymbol{I} \tag{4.3}$$

Pour décrire la partie déviatorique, le modèle de J.B. Leblond et J. Giusti a été retenu [67]. Celui-ci est très présent au sein de la littérature [13, 96] et possède également une expression assez simple. Au sein de l'équation 4.4, qui décrit la plasticité de transformation, $\boldsymbol{S}$ désigne le déviateur des contraintes, K^{pt} une constante de couplage et ϕ une fonction de distribution de la fraction volumique de martensite.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pt}} = \frac{3}{2}K^{pt}\dot{\phi}(z)\boldsymbol{S} \quad \text{avec : } \phi(z) = z \tag{4.4}$$

Grâce aux données issues des essais de dilatométrie présentés en partie 3.1.3, tous les coefficients présentés au sein de cette partie ont été optimisés par algorithmes génétiques (voir annexe A). Ils sont regroupés au sein du tableau 4.1.

TABLEAU 4.1 – Paramètres de transformation de phase (en italique, valeurs identifiées sur des nuances autres que les aciers Usibor®)

Nuance	Paramètre	M_s (K)	b (K^{-1})	$\frac{\Delta V}{V}$	K^{pt} (MPa^{-1})	ΔH ($J.m^{-3}$)
Usibor®1500	Cette étude	646,7	0,03095	0,004872	$5{,}109.10^{-5}$	$649.10^8 \pm 11$
	P. Åkerstrom [2, 117]	*688*	*0,033*	*0,006*	n.c.	*640.10⁸*
	H.H. Bok et al. [12, 14]	628	0,011	n.c.	$5{,}656.10^{-5}$	*636.10⁸*
	R. Neumann et al. [96]	668	0,02963	0,00112	$5{,}608.10^{-5}$	*636.10⁸*
	L. Zhu et al. [139]	683	n.c.	n.c.	n.c.	n.c.
Usibor®2000	Cette étude	602,5	0,02334	0,004906	$6{,}145.10^{-5}$	$622.10^8 \pm 35$

La valeur de la chaleur latente, ΔH, a été déterminée à partir des essais d'emboutissage expérimentaux. En effet, tous les emboutis réalisés ont été équipés de thermocouples (voir omégas figure 3.17b page 86), ce qui a permis de calculer la chaleur latente pour les deux nuances Usibor®1500 et

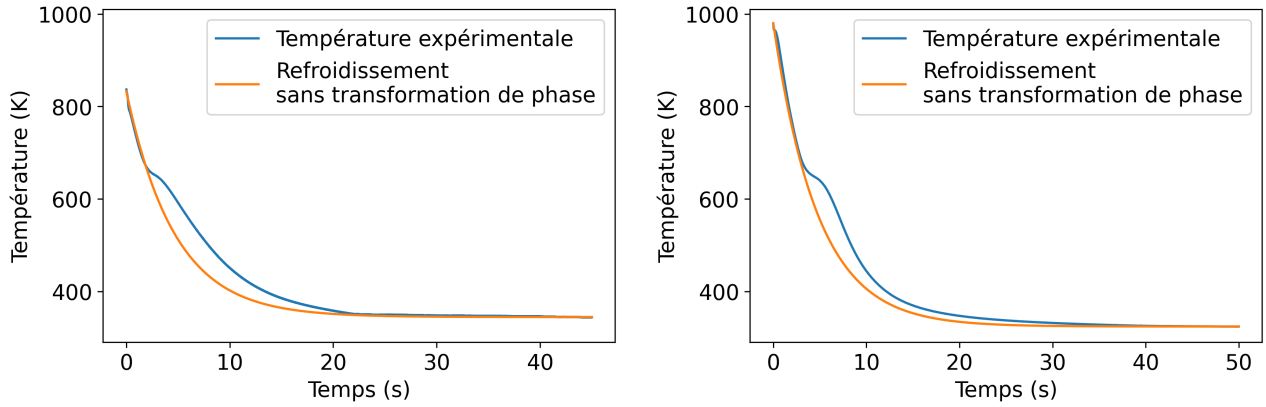
Usibor®2000 à partir des températures expérimentales. Il est en effet possible de comparer celles-ci avec un refroidissement fictif sans changement de phase et d'imputer la différence à la chaleur latente, car la mise en forme de la pièce étant terminée, il n'y a pas de dissipation plastique.
Sans changement de phase (cas 1), il n'y a que l'échange de chaleur de la tôle vers l'outil qui permet le refroidissement de celle-ci. Le premier principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$d\dot{e}_1 = \delta\dot{Q}_1^{\acute{e}ch} = -\tilde{h}\,(T_1 - T_\infty)\,dS \tag{4.5}$$

Au sein de cette équation, $\tilde{h}$ représente le coefficient de transfert thermique, dS une surface élémentaire par laquelle l'échange se fait, T_1 la température de la tôle en l'absence de changement de phase et T_∞ la température de l'outil loin du contact. Dans ce modèle, la température de la tôle est supposée uniforme. L'énergie interne $d\dot{e}_1$ peut être remplacée par le produit $\rho\bar{c}_p\dot{T}_1 dV$, où $\bar{c}_p$ désigne la capacité calorifique massique, ce qui permet d'écrire la température T_1 sous la forme :

$$T_1(t) = T_\infty + (T(0) - T_\infty)e^{-rt} \quad \text{avec : } r = \frac{\tilde{h}S}{\bar{c}_p} \tag{4.6}$$

Les constantes $(T_\infty, T(0), r)$ ont été déterminées par une optimisation de Newton-Raphson au sens des moindres carrés afin d'établir une correspondance avec la courbe expérimentale sur les parties hors changement de phase ; c'est-à-dire avant M_s et après M_f. Deux exemples différents sont illustrés sur la figure 4.1 pour la nuance Usibor®1500, correspondants à deux thermocouples différents.



(a) Exemple 1

(b) Exemple 2

FIGURE 4.1 – Illustration de courbes expérimentales et théoriques en Usibor®1500

Avec le changement de phase, ce qui correspond aux courbes expérimentales bleues sur la figure 4.1, un second terme complète l'équation 4.5 :

$$d\dot{e}_2 = \delta\dot{Q}_2^{éch} + \delta\dot{Q}^{chal} = -\tilde{h}\,(T_2 - T_\infty)\,dS + \Delta H\dot{z}dV \tag{4.7}$$

En supposant que $\delta\dot{Q}_1^{éch}$ et $\delta\dot{Q}_2^{éch}$ soient égaux, l'écart entre les deux courbes correspond donc à l'effet de la chaleur latente sur le refroidissement [1]. Ainsi :

$$\int \rho\bar{c}_p\Delta T dt = \int \Delta H\dot{z}dt = \Delta H \tag{4.8}$$

Les chaleurs latentes, présentées au sein du tableau 4.1, ont ensuite été déterminées par une intégration numérique avec la méthode des rectangles. Ceux-ci représentent les moyennes sur 9 séries de mesures pour l'acier Usibor®1500 et sur 4 séries de mesures pour la nuance Usibor®2000.
Comme pour les précédents modèles présentés au sein de la revue bibliographique, la contribution métallurgique influe considérablement sur les contributions mécaniques et thermiques.

4.1.1.2 Partie mécanique

La description des propriétés mécaniques requiert plusieurs modèles afin de décrire le comportement élastique et plastique de la phase austénitique et de la phase martensitique.

4.1.1.2.1 Comportement élastique

La contribution élastique à la déformation totale est déterminée à partir de la loi de R. Hooke, faisant intervenir le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ et le tenseur d'élasticité homogénéisé $\bar{\mathbb{C}}$:

$$\boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbb{C}} : \boldsymbol{\varepsilon^{el}} \tag{4.9}$$

L'élasticité étant supposée isotrope [2], deux grandeurs sont nécessaires pour décrire chaque phase : le module d'Young et le coefficient de Poisson. Ce dernier est pris constant, égal à 0,3 pour les deux phases comme pour les deux nuances d'acier Usibor®. En revanche, comme le module d'Young possède

1. Cette approximation conduit à une erreur maximale de l'ordre de : $\|\delta\dot{Q}_1^{éch} - \delta\dot{Q}_2^{éch}\|_\infty = \|\tilde{h}S(T_2 - T_1)\|_\infty \approx 15,7.10^3$ J.m^{-3}, ce qui est bien inférieur aux valeurs de chaleur latente présentées tableau 4.1.

une forte dépendance à la température, les valeurs expérimentales fournies par ArcelorMittal ont été interpolées avec des polynômes en température, comme le montre la figure 4.2.

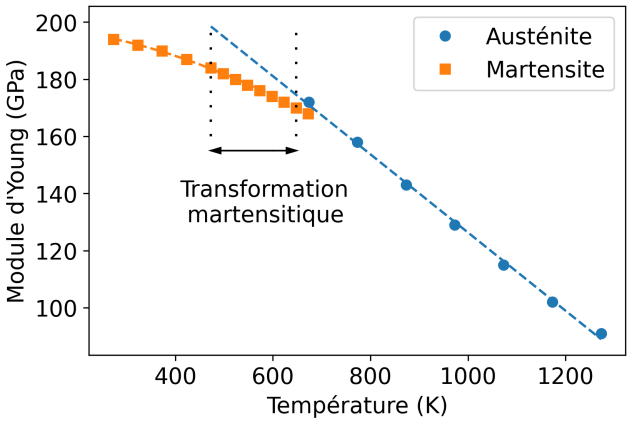


FIGURE 4.2 – Description du module d'Young pour les phases austénitique et martensitique des deux nuances d'acier Usibor® (données ArcelorMittal)

Le module d'Young austénitique est linéaire en température, un polynôme du premier degré suffit donc à décrire son comportement ($r^2 = 0,998$) :

$$E_A(T) = A_1 T + A_2 \quad \text{avec : } A_1 = -0,14 \text{ GPa.K}^{-1} \text{ et } A_2 = 263 \text{ GPa} \tag{4.10}$$

En revanche, la martensite démontre un comportement non-linéaire sur la figure 4.2. Un polynôme de degré 2 suffit à le décrire ($r^2 = 0,9991$) :

$$E_M(T) = M_1 T^2 + M_2 T + M_3 \tag{4.11}$$
$$\text{avec : } M_1 = -6,9.10^{-5} \text{ GPa.K}^{-2},\ M_2 = -8,8.10^{-4} \text{ GPa.K}^{-1} \text{ et } M_3 = 200 \text{ GPa}$$

Le module d'Young est expérimentalement plus facile à déterminer que les modules de compressibilité K et de cisaillement G. Toutefois, au sein des modèles d'emboutissage [2, 96], ces derniers sont préférés, car ils facilitent son implémentation. Les deux modules peuvent être déterminés à l'aide des deux équations suivantes :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{4.12}$$

L'écart de propriétés élastiques entre les phases austénitique et martensitique, illustré sur la figure 4.2, motive grandement l'utilisation d'un schéma d'homogénéisation. Comme pour R. Neumann et al. [96], c'est le modèle auto-cohérent qui a été retenu. Les grandes lignes du modèle auto-cohérent sont présentées ici, mais une démonstration exhaustive des équations du modèle est proposée en annexe B.1.1.

Au sein du modèle auto-cohérent, le tenseur effectif d'élasticité $\bar{\mathbb{C}}$ s'exprime à l'aide des tenseurs d'élasticité de chaque phase et du tenseur de localisation de l'inclusion martensitique $\langle \mathbb{A} \rangle_M$ [43] :

$$\bar{\mathbb{C}} = \langle \mathbb{C} \rangle = \mathbb{C}_A + z\,(\mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A) \circ \langle \mathbb{A} \rangle_M \tag{4.13}$$

Le même formalisme est utilisé par R. Neumann et al. (voir partie 2.3.6) [96]. A partir de la solution du problème de l'inclusion de J.D. Eschelby [24], le tenseur de localisation devient (*SIP : Single Inclusion Problem*) :

$$\langle \mathbb{A} \rangle_M = \mathbb{A}^{SIP} = \alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2 \tag{4.14}$$

Les tenseurs $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$ sont les projecteurs respectivement sphériques et déviatoriques [2]. Ainsi, en utilisant la décomposition de W. Kelvin pour les différents tenseurs d'élasticité :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbb{C}} &= \mathbb{C}_A + z\,(\mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A) \circ \left(\alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2\right) \\ \leftrightarrow 3\bar{K}\mathbb{P}_1 + 2\bar{G}\mathbb{P}_2 &= 3\left(K_A + z\,(K_M - K_A)\,\alpha_1^{SIP}\right)\mathbb{P}_1 + 2\left(G_A + z\,(G_M - G_A)\,\alpha_2^{SIP}\right)\mathbb{P}_2 \end{aligned}$$

En projetant maintenant l'égalité selon $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$, il est possible de déterminer les expressions des constantes élastiques effectives $\bar{K}$ et $\bar{G}$:

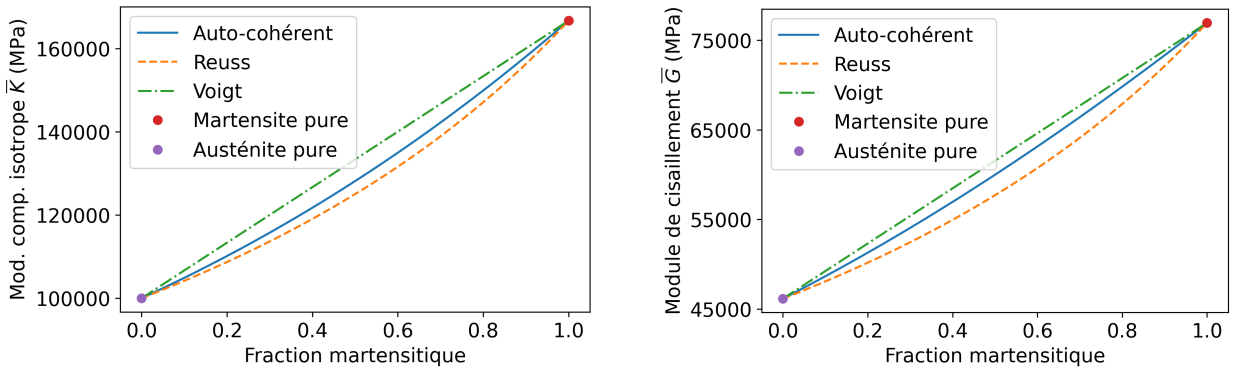
$$\begin{cases} \bar{K} = K_A + z\,(K_M - K_A)\,\alpha_1^{SIP} \\ \bar{G} = G_A + z\,(G_M - G_A)\,\alpha_2^{SIP} \end{cases} \tag{4.15}$$

2. $\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I}$ et $\mathbb{P}_2 = \mathbb{I} - \mathbb{P}_1$. Comme tout projecteur, ceux-ci vérifient : $\forall (i,j) \in \mathbb{N}^2, \mathbb{P}_i \circ \mathbb{P}_j = \mathbb{P}_i \delta_{ij}$ (pas de notation indicielle ici).

Le détail des calculs de α_1^{SIP} et de α_2^{SIP} est également proposé en annexe B.1.1. Ces calculs permettent de compléter le système des deux équations 4.15 :

$$\begin{cases} \bar{K} = K_A + z\,(K_M - K_A)\,\dfrac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}} \\ \bar{G} = G_A + z\,(G_M - G_A)\,\dfrac{\bar{G}(3\bar{K} + 4\bar{G})}{\bar{G}(3\bar{K} + 4\bar{G}) + \frac{2}{5}(3\bar{K} + 6\bar{G})(G_M - \bar{G})} \end{cases} \tag{4.16}$$

Ces deux équations sont implicites et couplées pour une fraction de martensite z non nulle. La méthode de résolution choisie est numérique, avec la recherche d'un point fixe entre les deux équations. Les deux figures ci-après illustrent les prédictions du modèle auto-cohérent et des modèles de Voigt et Reuss en fonction de la fraction martensitique (décrits également en annexe B.1.1).



(a) Module de compressibilité $\bar{K}$

(b) Module de cisaillement $\bar{G}$

FIGURE 4.3 – Évolution des constantes élastiques des aciers Usibor® pour le modèle auto-cohérent en fonction de la fraction martensitique

Les courbes propres au modèle auto-cohérent apparaissent bien dans le faisceau défini par les bornes de Voigt et Reuss. Cette homogénéisation permet donc de déterminer les modules effectifs $\bar{K}$ et $\bar{G}$ pour toute température, à partir des propriétés de chaque phase.

4.1.1.2.2 Comportement plastique

La description du comportement plastique des aciers Usibor® nécessite plusieurs équations : une loi de comportement pour chaque phase du matériau, un modèle permettant d'homogénéiser le comportement pendant la transformation martensitique, un critère de plasticité et une loi d'écoulement. Toutes ces différentes équations sont présentées dans cet ordre au sein de ce paragraphe.

Les lois choisies sont communes aux deux nuances afin de n'avoir qu'un seul et même modèle pour toute la gamme Usibor® avec simplement des coefficients différents en fonction du matériau considéré. La simulation de l'emboutissage à chaud se fait principalement à l'aide des éléments finis (voir les simulations de contraintes résiduelles en partie 2.4 page 61). Pour le logiciel commercial Abaqus®, l'implémentation du comportement du matériau se fait à l'aide d'un script Fortran indépendant (subroutine UMAT), qui utilise comme paramètres les constantes métallurgiques, mécaniques et thermiques du matériau considéré. L'utilisation d'un seul et même modèle permet de n'implémenter qu'un seul script qui appelle la bonne série de coefficients en fonction de la nuance utilisée dans la simulation.

4.1.1.2.2.1 Loi de comportement austénitique

Le modèle utilisé pour la phase austénitique est celui de G.R. Johnson et W.H. Cook [51]. Il est d'une part grandement utilisé au sein de la littérature [2, 14, 56], et il possède également l'avantage d'être pré-implémenté au sein d'Abaqus, ce qui facilite les premières étapes de vérification des implémentations. Cependant, quelques modifications ont été apportées à la loi originelle. La contrainte d'écoulement de l'austénite σ_y^A dépend de la déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^{pl}$, de sa dérivée temporelle $\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}$ afin de respecter le caractère visco-plastique de cette phase (voir partie 3.1.2 page 72), et de la température T (A, B, C, ε_0^A, n^A, $\dot{\varepsilon}_0$, T_f^A et m^A sont des paramètres matériaux) :

$$\sigma_y^A = \left(A + B\left(\varepsilon_0^A + \bar{\varepsilon}_{pl}\right)^{n^A}\right)\left(1 + C\ln\left(1 + \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}_{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right)\left(1 - \left(\frac{T}{T_f^A}\right)^{m^A}\right) \tag{4.17}$$

Dans le terme d'écrouissage, le coefficient de pré-écrouissage ε_0^A fait office de seuil de plasticité. Il permet de borner la dérivée de la loi de comportement par la déformation plastique et d'éviter sa divergence aux faibles déformations plastiques [3]. La seconde modification se situe dans le terme visco-plastique. L'ajout du "+1" au sein du logarithme permet d'avoir une réponse quasi-statique. Il évite également la divergence de ses dérivées aux petites déformations plastiques. Ces astuces numériques modifient certes la loi originelle proposée par G.R. Johnson et W.H. Cook en 1983, mais s'avèrent très précieuses pour faciliter la convergence des simulations numériques sous Abaqus®.

3. Les dérivées de la loi d'écoulement par rapport à la déformation plastique ou par rapport à la température interviennent ultérieurement dans la construction de l'algorithme de prédiction-correction, en partie 4.2.2.3.1.

L'optimisation des coefficients de la loi de comportement a été réalisée grâce aux données issues des essais de traction décrits en partie 3.1.2.1. La méthode retenue est une nouvelle fois les algorithmes génétiques, mais une vérification a également été réalisée avec la méthode de Newton-Raphson. Le tableau 4.2 résume les coefficients déterminés pour cette étude et les compare à ceux proposés au sein de la littérature.

TABLEAU 4.2 – Coefficients optimisés pour la loi de comportement de l'austénite pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 et comparaisons avec les études précédentes (en italique, valeurs identifiées sur des nuances autres que Usibor®)

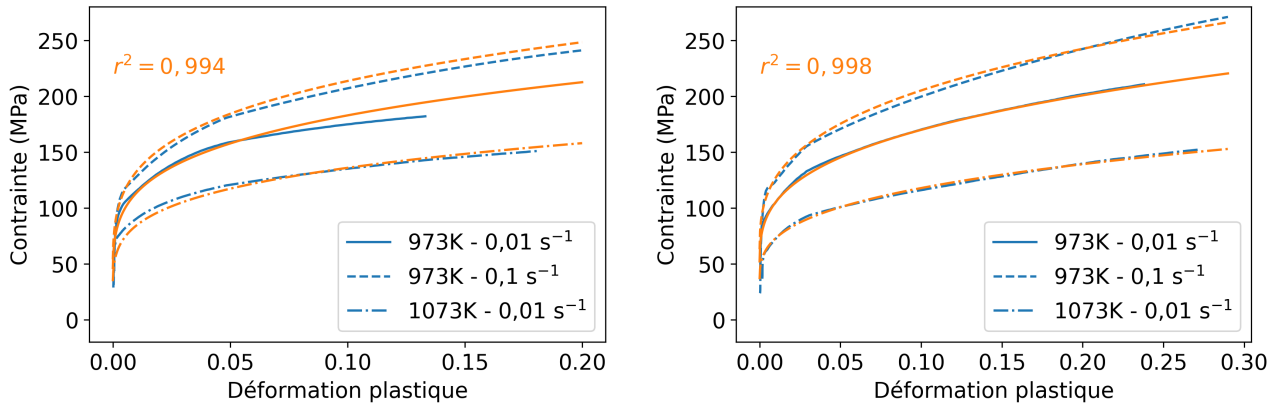
Nuance	Coefficient	A (MPa)	B (MPa)	ε_0^A	n^A
Usibor®1500	Cette étude	341	5002	$5{,}601.10^{-5}$	0,241
	H.H. Bok et al. [14]	0	370	0,01	0,3
	P. Åkerstrom [2]	*1,044*	*4632*	*0*	*0,253*
Usibor®2000	Cette étude	888	4337	$1{,}127.10^{-5}$	0,347

Nuance	Coefficient	C	$\dot{\bar{\varepsilon}}_0$ (s^{-1})	T_f^A (K)	m^A
Usibor®1500	Cette étude	0,1553	0,03302	1413	0,1506
	H.H. Bok et al. [14]	$0{,}0586+0{,}011\bar{\varepsilon}_{pl}$	0,7	1773	$0{,}8+0{,}0335\ln\left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}_{pl}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)$
	P. Åkerstrom [2]	-	-	n.c.	*0,125*
Usibor®2000	Cette étude	0,1177	0,003614	1350	0,1599

La loi de comportement proposée par P. Åkerstrom [2] ne possède pas de terme visco-plastique et la limite élastique à déformation plastique nulle A est très faible et peut potentiellement poser des problèmes de convergence lors des simulations numériques. La loi de comportement de H.H. Bok et al. [14] utilise à plusieurs reprises le terme logarithmique pouvant diverger lors de l'entrée en plasticité.

Aucune comparaison au sein de la littérature n'est disponible pour l'acier Usibor®2000. Ce fait est récemment relevé en conclusion d'un article de revue de la littérature [132] : il n'existe actuellement aucun modèle de comportement et d'emboutissage pour la nuance Usibor®2000.

La performance des optimisations pour les deux nuances d'Usibor® est illustrée pour quelques essais de traction sur les graphiques de la figure 4.4.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 4.4 – Comparaison d'essais de traction entre modélisation (bleu) et expérience (orange) en phase austénitique pour plusieurs températures et vitesses de déformation pour les deux nuances Usibor®

L'écart entre les coefficients des deux nuances peut aussi s'apprécier qualitativement sur les deux graphiques. D'une part, l'acier Usibor®2000 montre un écrouissage plus important. Cela se traduit notamment par un exposant n^A et un coefficient A plus élevés (respectivement 1,4 et 2,6 fois plus élevés). D'autre part, l'influence de la température et de la vitesse de déformation semble être identique quelle que soit la nuance considérée. Les coefficients relatifs à ces effets sont très proches entre les deux nuances d'acier Usibor®, avec des écarts inférieurs à 5%.
Les coefficients de corrélation (0,994 et 0,998) montrent une bonne adéquation entre le modèle optimisé et les données expérimentales. Avec l'interprétation physique précédemment conduite, l'optimisation semble donc pertinente pour la phase austénitique.

4.1.1.2.2.2 Loi de comportement martensitique

La loi retenue pour la description de la phase martensitique est celle de H.W. Swift [119], comme pour le modèle de R. Neumann et al.. Les essais de traction réalisés sur la phase martensitique, décrits en partie 3.1.2.1, ne montraient pas de comportement visco-plastique mais une forte dépendance à la température. Un terme fonction de la température a donc été rajouté à la loi de comportement. La formulation de la contrainte d'écoulement de la martensite σ_y^M est donc la suivante (K, ε_0^M, n^M, T_f^M

et m^M sont des paramètres matériaux) :

$$\sigma_y^M = K\left(\varepsilon_0^M + \bar{\varepsilon}_{pl}\right)^{n^M}\left(1 - \left(\frac{T}{T_f^M}\right)^{m^M}\right) \tag{4.18}$$

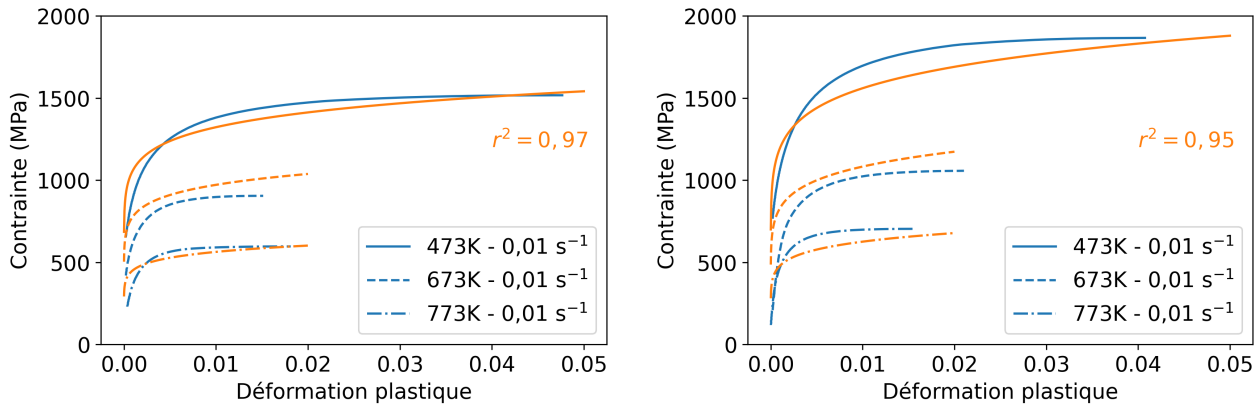
Cette loi de comportement est également utilisée par H.H. Bok et al. [14], mais la dépendance en température est incluse de manière différente : les coefficients K et n sont remplacés par des polynômes du premier ordre en température. La comparaison des coefficients est réalisée tableau 4.3.

TABLEAU 4.3 – Coefficients optimisés pour la loi de comportement de la martensite pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 et comparaisons avec les études précédentes

Nuance	Coefficient	K (MPa)	ε_0	n	T_f (K)	m
Usibor®1500	Cette étude	2107	0,0001	0,09513	860	4,826
	H.H. Bok et al. [14]	2449-1,06667T	0,002	0,0742 - 0,00006T	-	-
Usibor®2000	Cette étude	2935	0,0001	0,1159	868	3,898

La loi de comportement choisie pour cette étude permet d'avoir une description plus précise de la plasticité à des domaines proches de la température ambiante. En effet, les essais expérimentaux montrent un effet notable de la température à partir de 573K et non une évolution linéaire comme le proposent H.H. Bok et al. [14].

Tout comme pour l'austénite, la performance des optimisations pour les deux nuances d'Usibor® est illustrée pour quelques essais de traction sur les graphiques de la figure 4.5.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 4.5 – Comparaison d'essais de traction entre modélisation (bleu) et expérience (orange) en phase martensitique pour plusieurs températures

Contrairement à la phase austénitique, les coefficients de corrélation sont ici moins bons. Cela s'explique notamment par le comportement fortement non-linéaire de la martensite. En effet, après une importante phase d'écrouissage ($\bar{\varepsilon}^{pl} < 0{,}005\%$), la contrainte d'écoulement sature très vite et le comportement devient presque plastiquement parfait. Cette hétérogénéité de comportement au sein de la plasticité rend l'optimisation plus ardue.

4.1.1.2.2.3 Homogénéisation de la limite d'écoulement

Comme pour les propriétés élastiques, les propriétés plastiques doivent être homogénéisées afin de décrire fidèlement le comportement du mélange austénite-martensite pendant la transformation de phase.

L'utilisation d'une loi linéaire des mélanges est réfutée depuis longtemps par de nombreux auteurs. Les modèles alors utilisables sont détaillés par J.B. Leblond et P. Åkerström au sein de la littérature. Ils traduisent de manière phénoménologique la micromécanique du mélange austénite-martensite : lors d'un chargement mécanique, les déformations plastiques se localisent de manière préférentielle dans l'austénite, à cause de ses propriétés mécaniques moins élevées. Par conséquent, la limite élastique homogène d'un mélange austénite martensite est plus proche de la limite de l'austénite que de celle de la martensite.

Pour décrire ce phénomène, le modèle proposé par H. Geijselaers a été retenu [30]. Celui-ci utilise un paramètre C défini par :

$$C = \gamma \frac{\sigma_y^A}{\sigma_y^M} \tag{4.19}$$

Le coefficient γ est une constante égale à 1,383. Les notations σ_y^A et σ_y^M désignent respectivement les limites d'écoulement des phases pures de l'austénite et de la martensite. La limite d'écoulement homogène $\bar{\sigma}_y$ est alors définie par :

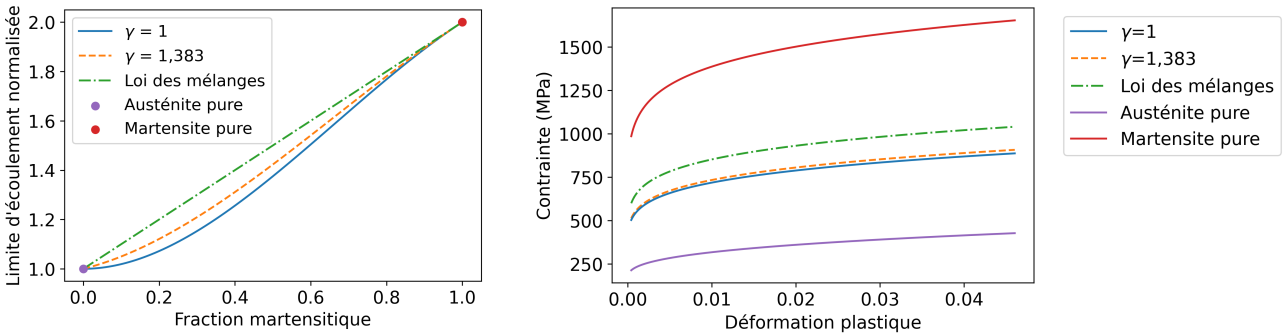
$$\bar{\sigma}_y = \sigma_y^A(1-z) + z(C + 2(1-C)z - (1-C)z^2)\sigma_y^M \tag{4.20}$$

En remplaçant C par son expression, il est également possible de réécrire cette équation sous la forme :

$$\bar{\sigma}_y = \left(1 - z + \gamma z(z-1)^2\right)\sigma_y^A + z^2(2-z)\sigma_y^M \tag{4.21}$$

Cette nouvelle formulation permet d'éviter une division au sein du coefficient C précédemment défini, source d'instabilité numérique. Le paramètre γ peut alors être ajusté en fonction de la nuance considérée mais il reste encadré. Le graphique 4.6a illustre l'évolution de la limite d'écoulement homogène au sens de H. Geijselaers [30] en fonction de la fraction martensitique entre deux limites des phases pures arbitrairement normalisées :

1. La courbe $\gamma = 1$ illustre la borne inférieure, car elle représente la condition $\left[\dfrac{\partial \bar{\sigma}_y}{\partial z}\right]_{z=0} > 0$.
2. La courbe de la loi des mélanges représente la borne supérieure.



(a) Évolution de la limite élastique homogène en fonction de la fraction martensitique pour deux différentes valeurs de γ

(b) Essais de traction pour différentes homogénéisations avec les phases pures pour un mélange 50% austénite et 50% martensite

FIGURE 4.6 – Évaluation de la pertinence des modèles d'homogénéisation de la limite d'écoulement

La figure 4.6b présente des essais simulés de traction pour une microstructure de 50% austénite et 50% martensite. La loi des mélanges est topologiquement située à mi-chemin entre l'austénite pure et la martensite pure. Le modèle de H. Geijselaers quant à lui diminue la contrainte d'écoulement, et la valeur de γ ne semble pas avoir un grand effet sur cette composition donnée.

4.1.1.2.2.4 Critère de plasticité et loi d'écoulement

L'hypothèse isotrope a été ici une nouvelle fois admise. Ainsi, le critère de plasticité isotrope de von Mises a été adopté, comme beaucoup de travaux auparavant [2, 12, 120]. La fonction de charge f s'exprime à partir de la limite d'écoulement homogène $\bar{\sigma}_y$ définie par l'équation 4.21 :

$$f = \bar{\sigma}_y - \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \tag{4.22}$$

La loi d'écoulement du J_2 qui permet de relier la déformation plastique à la fonction de charge est la suivante (règle de normalité) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}}{\bar{\sigma}_y} \boldsymbol{S} \quad \text{avec : } \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}}} \tag{4.23}$$

Cette loi fait intervenir un paramètre d'écrouissage λ, dont le calcul est détaillé en annexe B.2, ainsi que toutes les justifications algébriques nécessaires pour aboutir à l'équation précédente.

4.1.1.3 Partie thermique

La description du comportement thermique du matériau nécessite plusieurs coefficients. Le premier est le coefficient de dilatation thermique. L'hypothèse isotrope s'applique également ici, ce qui permet de ramener le tenseur des coefficients de dilatation thermique à un unique scalaire $\bar{\alpha}$:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{th}} = \bar{\alpha} \dot{T} \boldsymbol{I} \tag{4.24}$$

Deux valeurs sont donc nécessaires pour chaque nuance : une pour l'austénite α_A et une pour la martensite α_M. Celles-ci ont été identifiées à l'aide des essais de dilatométrie présentés en partie 3.1.3. La partie linéaire pour $T \geq M_s$ permet d'identifier α_A et la partie définie par $T \leq M_f$ permet de calculer α_M. Les valeurs sont résumées au sein du tableau 4.4.

TABLEAU 4.4 – Coefficients de dilatation thermique des phases austénitique et martensitique des nuances Usibor®1500 et Usibor®2000

Nuance	Coefficient	α_A (K^{-1})	α_M (K^{-1})
Usibor®1500	Cette étude	$2{,}05.10^{-5}$	$1{,}23.10^{-5}$
	P. Åkerstrom [2]	$2{,}5.10^{-5}$	$1{,}11.10^{-5}$
	H.H. Bok et al. [14]	$2{,}05.10^{-5}$	$1{,}38.10^{-5}$
	B. Ghoo et al. [31]	$1{,}3.10^{-5}$	n.c.
Usibor®2000	Cette étude	$2{,}00.10^{-5}$	$1{,}10.10^{-5}$

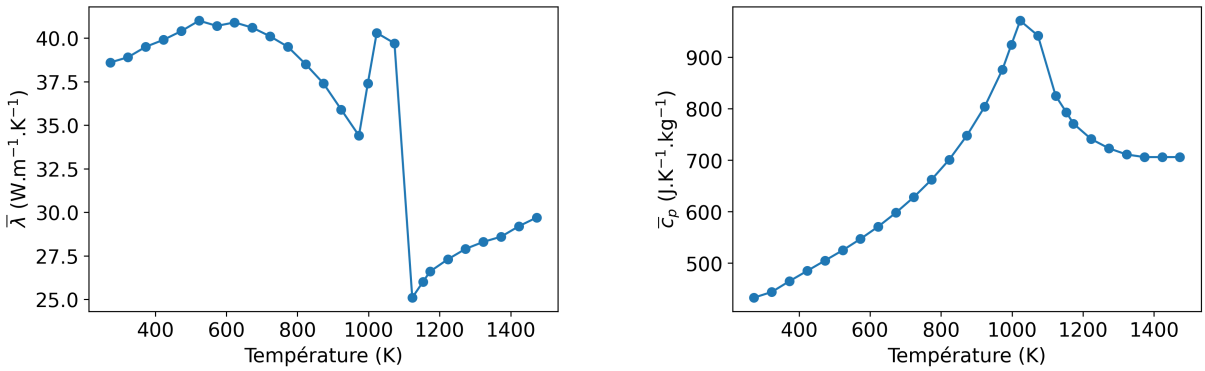
L'écart relatif entre les coefficients de dilatation thermique des phases austénitique et martensitique est de l'ordre de 80%, ce qui motive grandement l'utilisation d'une homogénéisation plus aboutie qu'une simple loi des mélanges. Comme pour R. Neumann et al. [96], c'est l'approche de V.M. Levin qui a été retenue [54] et qui permet d'écrire le coefficient homogène $\bar{\alpha}$ comme :

$$\bar{\alpha} = \alpha_A + z\,(\alpha_M - \alpha_A)\,\frac{K_M}{\bar{K}}\,\frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}} \tag{4.25}$$

Le détail des calculs permettant d'aboutir à cette équation est disponible en annexe B.1.2. Le denier point de la partie thermique du modèle est l'équation de la chaleur. L'équation 4.26 permet de déterminer les champs de température pendant le régime transitoire de l'emboutissage des aciers Usibor® :

$$\rho \bar{c}_p \dot{T} = \bar{\lambda} \Delta T + \phi \tag{4.26}$$

La masse volumique ρ a été ici considérée comme une constante et égale à 7890 $kg.m^{-3}$ pour les deux nuances d'acier Usibor®, ce qui introduit une erreur relative de l'ordre du pourcent. La chaleur spécifique $\bar{c}_p$ et la conductivité $\bar{\lambda}$ ont des dépendances plus complexes à la température et sont illustrées sur la figure 4.7. Les données de conductivité et de chaleur spécifique sont fournies par ArcelorMittal et représentent les points sur les figures 4.7. Des interpolations linéaires sont ensuite effectuées entre chaque point pour décrire le comportement à une température intermédiaire.



(a) Conductivité thermique

(b) Chaleur spécifique

FIGURE 4.7 – Évolution de la conductivité et de la chaleur spécifique en fonction de la température (données ArcelorMittal) pour les deux nuances d'acier Usibor®

Enfin, le terme source ϕ de l'équation de la chaleur est influencé par la plasticité et par la chaleur latente de transformation de phase. Les modèles utilisés pour ces deux contributions sont issus des modèles présentés au chapitre 2, en partie 2.3. La puissance volumique dissipée par la plasticité ϕ_1 inclut la plasticité classique et la plasticité de transformation [95] :

$$\phi_1 = \beta \boldsymbol{\sigma} : \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pt}} \right) \tag{4.27}$$

Le coefficient β correspond au facteur de Taylor-Quinney, ici pris égal à 1. Pour la transformation de phase, la puissance volumique est directement liée à l'enthalpie de changement de phase ΔH, dont l'estimation pour les deux nuances a été présentée au sein du tableau 4.1, pondérée par la vitesse d'évolution de la fraction volumique de martensite.

$$\phi_2 = \Delta H \dot{z} \tag{4.28}$$

Le terme source complet ϕ correspond à la somme des termes ϕ_1 et ϕ_2 :

$$\phi = \boldsymbol{\sigma} : \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pl}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\boldsymbol{pt}} \right) + \Delta H \dot{z} \tag{4.29}$$

Ce terme source crée un couplage fort entre la thermique, la métallurgie et la mécanique du modèle au sein de l'équation de la chaleur. Il représente également un point central des simulations Abaqus®, ce qui sera discuté lors de la présentation des simulations.

4.1.2 Description des interactions au sein du procédé d'emboutissage à chaud

Au cours de l'emboutissage à chaud, la tôle interagit avec l'air ambiant et avec l'outil. Vers l'air ambiant, la tôle créée des flux de chaleurs convectifs ϕ_{conv} et radiatifs ϕ_{rad}.
Le flux de chaleur convectif se détermine par l'équation suivante :

$$\phi_{conv} = h_{env}(T - T_{env}) \tag{4.30}$$

La température T_{env} désigne la température ambiante (293K) et le coefficient h_{env} le coefficient de transfert thermique.
Le rayonnement de la tôle vers l'environnement est calculé à partir de l'équation de J. Stefan et L. Boltzmann :

$$\phi_{rad} = \varepsilon\sigma_S \left(T^4 - T_{env}^4\right) \tag{4.31}$$

Dans cette équation, σ_S est la constante de Stefan-Boltzmann et ε l'émissivité. Les valeurs du coefficient de transfert thermique et de l'émissivité ont été déterminées à l'aide d'un problème inverse, afin de décrire avec précision le refroidissement de la tôle pendant le transfert entre le four et la presse. Le coefficient de transfert thermique a été estimé à 60 $\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$, légèrement supérieur à celui de P. Åkerström (52 $\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$) [2]. L'émissivité est fixée à 0,72, en revanche légèrement inférieure à celle utilisée par P. Åkerstrom (émissivité égale à 1) [2].
Le troisième et dernier modèle est celui du contact ϕ_{cont} entre la tôle et les outils. La loi est la même que pour la convection vers l'environnement, mais le coefficient de transfert thermique h_{mat} n'est plus une constante :

$$\phi_{cont} = h_{mat}(P, \delta)(T - T_{mat}) \tag{4.32}$$

En effet, le coefficient de transfert thermique h dépend dans ce cas de la pression exercée par l'outil P d'un côté ou la distance δ entre l'outil et la tôle de l'autre. La plupart des précédentes études utilisent soit des valeurs constantes [2, 132], soit des approximations linéaires [12]. La dépendance du coefficient de transfert thermique à la pression d'outil et à la distance rémanente entre l'outil et la tôle, ainsi que l'allure de cette dépendance étaient déjà connues [132], mais pas encore quantifiées. Les

valeurs retenues (données ArcelorMittal) sont regroupées au sein de la figure 4.8.

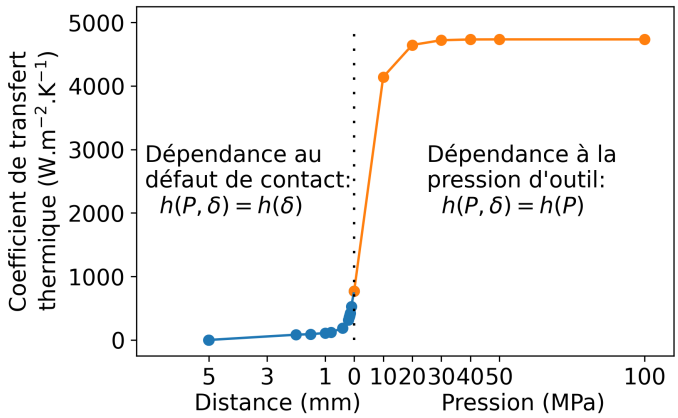


FIGURE 4.8 – Description du coefficient de transfert thermique entre la tôle en Usibor® et les outils (données ArcelorMittal)

Le contact mécanique est modélisé à l'aide d'un coefficient de frottement égal à 0,3, comme pour le modèle de P. Åkerström [2].

4.1.3 Conclusion partielle

Les équations présentées en partie 4.1.1 décrivent le comportement du substrat martensitique des aciers Usibor®. En effet, sur le comportement global du matériau, la faible épaisseur du revêtement pousse à négliger l'influence de celui-ci.
En revanche, la description des interactions du procédé, en partie 4.1.2, inclut tacitement la présence du revêtement. En effet, les données numériques présentées ont été identifiées sur des essais expérimentaux où le revêtement est bien présent.

Afin de pouvoir l'implémenter au sein de simulations par éléments finis, le modèle d'emboutissage à chaud doit d'abord être discrétisé d'un point de vue temporel et spatial. Celui-ci est ensuite transformé en un algorithme de prédiction-correction, où un comportement élastique est d'abord prédit puis éventuellement corrigé avec de la plasticité. La prochaine partie détaille la construction dudit algorithme de prédiction-correction, d'abord sans changement de phase, puis en le prenant en compte.

4.2 Formulation 3D discrète du modèle d'emboutissage

L'objectif d'un algorithme de prédiction-correction en mécanique des matériaux est de mettre à jour le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}}$ à partir des incréments de déformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$, de température ΔT lors du pas de temps dt, tout en prenant en compte les paramètres du matériau, définis au sein de la section précédente [4].
La contrainte mise à jour se détermine à l'aide de la loi de R. Hooke dans sa version discrète [48] :

$$\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}} = \bar{\mathbb{C}}^{t+dt} : \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right)^{t+dt} \tag{4.33}$$

Ainsi [5] :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}} &= \bar{\mathbb{C}}^{t+dt} : \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right)^{t+dt} \\
&= \left(\bar{\mathbb{C}}^{t} + \Delta\bar{\mathbb{C}}\right) : \left(\left(\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right)^{t} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right) \\
&= \bar{\mathbb{C}}^{t} : \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right)^{t} + \bar{\mathbb{C}}^{t} : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} + \Delta\bar{\mathbb{C}} : \left(\boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right)^{t} + \Delta\bar{\mathbb{C}} : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} \\
&= \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}} + \bar{\mathbb{C}}^{t} : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} + \Delta\bar{\mathbb{C}} : \left[\left(\bar{\mathbb{C}}^{t}\right)^{-1} : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}}\right], \text{en négligeant le terme d'ordre 2.} \\
&= \left(\mathbb{I} + \Delta\bar{\mathbb{C}} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^{t}\right)^{-1}\right) : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}} + \bar{\mathbb{C}}^{t} : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}
\end{aligned}$$

La décomposition additive du taux de déformation (équation 4.1 page 93) fait maintenant place à une version incrémentale :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon} = \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{pl}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{th}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{iso}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{pt}} \tag{4.34}$$

Il est ensuite possible de remplacer $\Delta\varepsilon^{el}$ par l'expression précédente :

$$\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}} = \left(\mathbb{I} + \Delta\bar{\mathbb{C}} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^{t}\right)^{-1}\right) : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}} + \bar{\mathbb{C}}^{t} : \left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{th}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{pl}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{iso}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{pt}}\right) \tag{4.35}$$

4. Ces variables se retrouvent notamment dans une subroutine Abaqus® respectivement sous les noms *stress*, *dstran*, *dtemp* et *dtime*.

5. L'opérateur $\circ$ désigne un produit tensoriel, l'opérateur : un produit tensoriel doublement contracté et l'opérateur $\otimes$ un produit dyadique.

Toutes les contributions de déformation de l'équation 4.35, à l'exception de l'incrément de déformation totale, sont soit sphériques (dilatation thermique et changement de volume isotrope lors de la transformation de phase), soit déviatoriques (plasticité classique et plasticité de transformation). Il est donc proposé de décomposer le tenseur des contraintes en parties sphériques et déviatoriques afin de simplifier les formulations des prédictions élastiques et des corrections plastiques. Cette décomposition se fait à l'aide des projecteurs $\mathbb{P}_1$ pour la partie sphérique et $\mathbb{P}_2$ pour la partie déviatorique [6].
Pour la partie sphérique, la projection selon $\mathbb{P}_1$ donne :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}_1 : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}} &= \mathbb{P}_1 : \left[\left(\mathbb{I} + \Delta\bar{\mathbb{C}} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^t\right)^{-1}\right) : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}}\right] + \mathbb{P}_1 : \left[\bar{\mathbb{C}}^t : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right] \\ &= \left[\mathbb{P}_1 \circ \left(\mathbb{I} + \Delta\bar{\mathbb{C}} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^t\right)^{-1}\right)\right] : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}} + \left[\mathbb{P}_1 \circ \bar{\mathbb{C}}^t\right] : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\end{aligned}$$

L'hypothèse isotrope permet d'exprimer le tenseur d'élasticité $\bar{\mathbb{C}}$ à l'aide des modules de compression isotrope $\bar{K}$ et de cisaillement $\bar{G}$ (décomposition de W. Kelvin). Ainsi :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}_1 : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}} &= \left[\mathbb{P}_1 \circ \left(\mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2 + \left(3\Delta\bar{K}\mathbb{P}_1 + 2\Delta\bar{G}\mathbb{P}_2\right) \circ \left(\frac{1}{3\bar{K}^t}\mathbb{P}_1 + \frac{1}{2\bar{G}^t}\mathbb{P}_2\right)\right)\right] : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}} \\ &+ \left[\mathbb{P}_1 \circ \left(3\bar{K}^t\mathbb{P}_1 + 2\bar{G}^t\mathbb{P}_2\right)\right] : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} \\ &= \frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^t}\mathbb{P}_1 : \boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}} + 3\bar{K}^t\mathbb{P}_1 : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\end{aligned}$$

Ce calcul permet alors de conclure :

$$tr\left(\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t+dt}}\right) = \frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^t} tr\left(\boldsymbol{\sigma}^{\boldsymbol{t}}\right) + 3\bar{K}^t tr\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}}\right) \tag{4.36}$$

Pour la partie déviatorique $\boldsymbol{S}$ du tenseur des contraintes, le calcul est analogue, mais la projection est faite cette fois-ci selon $\mathbb{P}_2$. Le résultat est le suivant :

$$\boldsymbol{S}^{\boldsymbol{t+dt}} = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\boldsymbol{S}^{\boldsymbol{t}} + 2\bar{G}^t\mathbb{P}_2 : \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{\boldsymbol{el}} \tag{4.37}$$

6. Les projecteurs possèdent les formulations respectives suivantes : $\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3}\boldsymbol{I} \otimes \boldsymbol{I}$ et $\mathbb{P}_2 = \mathbb{I} - \mathbb{P}_1$, avec la propriété suivante $\mathbb{P}_i \circ \mathbb{P}_j = \mathbb{P}_i\delta_{ij}$ (pas de notation indicielle ici).

Ces deux équations servent de base à la formulation du prédicteur-correcteur. Pour des soucis de clarté, il a été choisi de détailler les calculs sans changement de phase dans un premier temps, puis en rajoutant la transformation martensitique dans un second temps.

4.2.1 Prédiction-correction sans changement de phase

Dans cette sous-partie, en l'absence de changement de phase, les constantes mécaniques n'ont pas besoin d'être homogénéisées. L'incrément de déformation élastique est privé de deux contributions et l'équation 4.1 est simplifiée :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{el}} = \boldsymbol{\Delta\varepsilon} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} \tag{4.38}$$

Comme la déformation plastique au sens de von Mises [128] est déviatorique, la mise à jour de la partie sphérique peut-être faite directement :

$$tr\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}\right) = \frac{K^{t+dt}}{K^t} tr\left(\boldsymbol{\sigma^t}\right) + K^t\left(tr\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\right) - 3tr\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}}\right)\right) \tag{4.39}$$

En revanche, la mise à jour de la partie déviatorique se fait par une méthode de prédiction-correction [2]. Afin de faciliter les calculs, il est utile d'introduire la notation $\boldsymbol{\Delta e}$ représentant la partie déviatorique de l'incrément de déformation total $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$, comme suggéré par P. Åkerstrom [2].

4.2.1.1 Prédiction élastique

Lors de la prédiction élastique, la contribution plastique est d'abord nulle. Ainsi, le terme $\mathbb{P}_2$: $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{el}}$ est directement égal à $\boldsymbol{\Delta e}$. La prédiction élastique $\left(\boldsymbol{S}^{t+dt}\right)^{pr}$ se calcule alors à partir de l'équation 4.37 :

$$\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\boldsymbol{S^t} + 2\bar{G}^t\boldsymbol{\Delta e} \tag{4.40}$$

4.2.1.2 Correction plastique

Lors de la correction plastique, la contribution du tenseur éponyme n'est plus nulle. Ainsi :

$$\boldsymbol{S^{t+dt}} = \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} - 2\bar{G}^t \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} \tag{4.41}$$

La loi d'écoulement associée au critère de von Mises est la suivante (voir annexe B.2) :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} = \frac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{\boldsymbol{S}}{\bar{\sigma}_y} \tag{4.42}$$

Ainsi, en combinant les équations 4.41 et 4.42 :

$$S_{ij}^{t+dt} = \left(S_{ij}^{t+dt}\right)^{pr} - 3G^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{S_{ij}^{t+dt}}{\sigma_y^{t+dt}} \tag{4.43}$$

Soit encore :

$$S_{ij}^{t+dt}\left(1 + 3G^t\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\sigma_y^{t+dt}}\right) = \left(S_{ij}^{t+dt}\right)^{pr} \tag{4.44}$$

Il est alors possible de contracter l'équation 4.44 avec elle-même afin d'aboutir à une relation scalaire :

$$\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^2\left(1 + 3G^t\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\sigma_y^{t+dt}}\right)^2 = \left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\right)^2 \tag{4.45}$$

Soit encore :

$$\sigma_y^{t+dt} + 3G^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} = \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} \tag{4.46}$$

Comme σ_y^{t+dt} dépend de $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$, cette équation doit être résolue numériquement, à l'aide d'un algorithme de Newton-Raphson ou de la dichotomie par exemple. Après convergence, il est possible de mettre à jour le tenseur déviateur des contraintes (combinaison des équations 4.44 et 4.45) :

$$\boldsymbol{S^{t+dt}} = \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\frac{\sigma_y^{t+dt}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \tag{4.47}$$

Celui-ci permet à son tour de mettre à jour les tenseurs des déformations plastiques et des contraintes (avec l'équation 4.39) :

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}\right)^{\boldsymbol{t+dt}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \dfrac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\dfrac{\boldsymbol{S^{t+dt}}}{\sigma_y^{t+dt}} \\ \boldsymbol{\sigma^{t+dt}} = \dfrac{1}{3}tr\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}\right)\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S^{t+dt}} \end{cases} \tag{4.48}$$

Ces deux équations constituent alors la conclusion de la construction de la prédiction-correction sans changement de phase. Certains calculs préliminaires restent valables avec le changement de phase et sont donc directement repris dans la partie suivante.

4.2.2 Prédiction-correction avec changement de phase

En rajoutant la transformation de phase, les décompositions sphérique et déviatorique du tenseur des contraintes tiennent maintenant compte des incréments de déformation isotrope de changement de phase et de plasticité de transformation. Si la plasticité de transformation est un phénomène déviatorique, le changement de volume isotrope est sphérique. La mise à jour de la partie sphérique du tenseur des contraintes en tient compte, l'équation 4.39 change et devient :

$$tr\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}\right) = \frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^{t}}tr\left(\boldsymbol{\sigma^{t}}\right) + 3\bar{K}^{t}\left(tr\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon}\right) - tr\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}}\right) - tr\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{iso}}\right)\right) \tag{4.49}$$

4.2.2.1 Prédiction élastique

Lors de la prédiction élastique de la partie déviatorique, la plasticité classique est nulle mais il faut prendre en compte la plasticité de transformation qui dépend de la température.

$$\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}\boldsymbol{S^{t}} + 2\bar{G}^{t}\boldsymbol{\Delta e} - 2\bar{G}^{t}\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}} \tag{4.50}$$

La plasticité de transformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}$ est modélisée par l'équation de J.B. Leblond (équation 4.4). Son expression permet de déterminer une formulation pour la prédiction élastique :

$$\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\left(1 + 3\bar{G}^{t}K^{pt}\Delta z\right) = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}\boldsymbol{S^{t}} + 2\bar{G}^{t}\boldsymbol{\Delta e} \tag{4.51}$$

Afin de compléter la prédiction élastique, un développement analogue au cas sans changement de phase est nécessaire afin d'apporter la correction plastique au modèle.

4.2.2.2 Correction plastique

Comme pour le cas sans changement de phase, la correction plastique se fait en ajoutant la contribution de la plasticité classique.

$$\boldsymbol{S^{t+dt}} = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\boldsymbol{S^t} + 2\bar{G}^t\boldsymbol{\Delta e} - 2\bar{G}^t\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}\right) \tag{4.52}$$

La plasticité de transformation ne dépend plus ici de $\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}$ mais du déviateur des contraintes mis à jour $\boldsymbol{S^{t+dt}}$. Ainsi, avec les équations 4.4, 4.42 et 4.51 :

$$\boldsymbol{S^{t+dt}} = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\boldsymbol{S^t} + 2\bar{G}^t\boldsymbol{\Delta e} - 2\bar{G}^t\frac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{\boldsymbol{S^{t+dt}}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}} - 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\boldsymbol{S^{t+dt}} \tag{4.53}$$

Soit encore :

$$\boldsymbol{S^{t+dt}}\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z + 3\bar{G}^t\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}\right) = \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right) \tag{4.54}$$

En adoptant la démarche du cas sans changement de phase ; c'est à dire en contractant la relation précédente avec elle-même, il est possible d'aboutir à :

$$\bar{\sigma}_y^{t+dt}\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right) + 3\bar{G}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} = \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right) \tag{4.55}$$

Cette équation forme donc la correction plastique avec changement de phase. Cette formulation est très proche du cas sans changement de phase (équation 4.46 page 114). Le terme $3\bar{G}K^{pt}\Delta z$, proportionnel à l'incrément de fraction volumique de martensite, représente l'influence de la plasticité de transformation sur la plasticité classique.

Comme pour le cas sans changement de phase, l'équation 4.55 doit être résolue par une méthode numérique et après convergence, la mise à jour du déviateur des contraintes se fait de la même façon.

$$\boldsymbol{S^{t+dt}} = \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\frac{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \tag{4.56}$$

Cette équation est très utile pour le calcul des modules tangents, objet de la partie suivante. Elle permet aussi de mettre à jour le tenseur des déformations plastiques, avec l'équation 4.42 définie page 114 :

$$\left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}\right)^{\boldsymbol{t+dt}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \frac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{\boldsymbol{S^{t+dt}}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}} \tag{4.57}$$

L'équation 4.56 permet également de mettre à jour le tenseur des contraintes (avec l'équation 4.49) :

$$\boldsymbol{\sigma^{t+dt}} = \frac{1}{3}tr\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}\right)\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S^{t+dt}} \tag{4.58}$$

Bien que les différentes contributions de déformations définies en partie 2.3.1 page 44, en dehors de la plasticité classique, ne soient pas nécessaires pour la mise à jour du tenseur des contraintes, les évolutions de celles-ci peuvent s'avérer utiles afin de comprendre certains phénomènes. Ainsi :

$$\begin{cases} \left(\boldsymbol{\varepsilon^{th}}\right)^{\boldsymbol{t+dt}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{th}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \bar{\alpha}\Delta T\boldsymbol{I} \\ \left(\boldsymbol{\varepsilon^{iso}}\right)^{\boldsymbol{t+dt}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{iso}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \dfrac{\Delta V}{V}\Delta z\boldsymbol{I} \\ \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pt}}\right)^{\boldsymbol{t+dt}} = \left(\boldsymbol{\varepsilon^{pt}}\right)^{\boldsymbol{t}} + \dfrac{3}{2}K^{pt}\Delta z\boldsymbol{S^{t+dt}} \end{cases} \tag{4.59}$$

L'implémentation de toutes les équations de cette partie ainsi que l'algorithme complet de prédiction-correction 3D sont présentés au chapitre suivant, en guise de préambule aux calculs Abaqus®. Les simulations sous Abaqus® nécessitent également des modules tangents. Bien qu'utilisés plus tard au sein de ce document, il est plus commode de détailler leurs calculs ici, car leurs formulations sont basées sur les équations du prédicteur-correcteur.

4.2.2.3 Modules tangents

Les modules tangents sont des tenseurs nécessaires à la convergence des calculs sous Abaqus®. Il y en a 4 à calculer, dont les définitions sont successivement données dans la suite du document.

4.2.2.3.1 DDSDDE

Le tenseur d'ordre 4 DDSDDE, noté $\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma}$, est défini par la relation suivante :

$$\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma} = \frac{\partial \boldsymbol{\Delta\sigma}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \tag{4.60}$$

Or, d'après l'équation 4.35 :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Delta\sigma} &= \boldsymbol{\sigma^{t+dt}} - \boldsymbol{\sigma^{t}} \\
&= \left(\mathbb{I} + \Delta\bar{\mathbb{C}} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^{t}\right)^{-1}\right) : \boldsymbol{\sigma^{t}} + \bar{\mathbb{C}}^{t} : \left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{iso}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}\right) - \boldsymbol{\sigma^{t}} \\
&= \left(\Delta\bar{\mathbb{C}} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^{t}\right)^{-1}\right) : \boldsymbol{\sigma^{t}} + \bar{\mathbb{C}}^{t} : \left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{iso}} - \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}\right)
\end{aligned}$$

Cependant, comme $\Delta\bar{\mathbb{C}}$, $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}}$ et $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{iso}}$ ne dépendent que de l'incrément de température ΔT, l'équation 4.60 devient :

$$\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma} = \bar{\mathbb{C}}^{t} - \bar{\mathbb{C}}^{t} \circ \frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} - \bar{\mathbb{C}}^{t} \circ \frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}^{pt}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \tag{4.61}$$

Les termes $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}$ et $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}$ sont des tenseurs déviatoriques du second ordre. Il est possible de simplifier l'expression précédente :

$$\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma} = \bar{\mathbb{C}}^{t} - 2\bar{G}^{t}\frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} - 2\bar{G}^{t}\frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \tag{4.62}$$

En replaçant $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}$ par l'écoulement plastique de l'équation 4.42 et $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}$ par le modèle de J.B. Leblond (équation 4.4), l'expression précédente devient :

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma} &= \bar{\mathbb{C}}^{t} - 3\bar{G}^{t}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\left(\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right) - 3\bar{G}^{t}K^{pt}\Delta z\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\left(\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right) \\
&= \bar{\mathbb{C}}^{t} - 3\bar{G}^{t}\left[\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} + \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\right)^{2}}\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} - \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} \otimes \frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\right)\right] \\
&- 3\bar{G}^{t}K^{pt}\Delta z\left[\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} + \frac{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\right)^{2}}\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} - \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} \otimes \frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\right)\right]
\end{aligned}$$

Il y a donc quatre dérivées partielles à calculer :

$$(a) : \frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \qquad (b) : \frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \qquad (c) : \frac{\partial \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \qquad (d) : \frac{\partial \bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \tag{4.63}$$

4.2.2.3.1.1 Première dérivée partielle (équation 4.63a)

La première dérivée partielle est obtenue en dérivant l'équation 4.51 par l'incrément de déformation :

$$\begin{aligned}
\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt} \Delta z\right) \frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \left(\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t} \boldsymbol{S}^t + 2\bar{G}^t \boldsymbol{\Delta e} \right) \\
&= 2\bar{G}^t \frac{\partial \boldsymbol{\Delta e}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \\
\leftrightarrow \frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} &= \frac{2\bar{G}^t}{1 + 3\bar{G}^t K^{pt} \Delta z} \mathbb{P}_2
\end{aligned}$$

4.2.2.3.1.2 Seconde dérivée partielle (équation 4.63b)

La seconde dérivée partielle se calcule à partir de la définition de $\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$ par la double contraction du tenseur déviateur des contraintes $\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}$ avec lui même :

$$\begin{aligned}
\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\right)^2 &= \frac{3}{2}\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} : \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} \\
\leftrightarrow 2\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{3}{2} 2 \frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} : \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} \\
\leftrightarrow \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{3}{2} \left(\frac{2\bar{G}^t}{1 + 3\bar{G}^t K^{pt} \Delta z} \mathbb{P}_2 \right) : \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} \\
\leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{3\bar{G}^t}{1 + 3\bar{G}^t K^{pt} \Delta z} \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}
\end{aligned}$$

4.2.2.3.1.3 Troisième dérivée partielle (équation 4.63c)

Le calcul de la troisième dérivée partielle se base sur la dérivée de l'équation 4.55 par l'incrément de déformation plastique :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\left[\bar{\sigma}_y^{t+dt}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)+3\bar{G}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right] &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\left[\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\right] \\
\leftrightarrow \left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}+3\bar{G}^t\frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} &= \left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \\
\leftrightarrow \left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}+3\bar{G}^t\frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} &= 3\bar{G}^t\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \\
\leftrightarrow \frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} &= \frac{3\bar{G}^t}{\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}+3\bar{G}^t}\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}
\end{aligned}$$

Cette dernière dérivée partielle dépend de la contrainte d'écoulement homogène, dont les dérivées par rapport à l'incrément de temps et l'incrément de déformation plastique effectif, sont détaillées dans une partie ultérieure. Cette expression synthétisée est conservée ici pour des soucis de concision. Il en est de même pour la quatrième dérivée partielle.

4.2.2.3.1.4 Quatrième dérivée partielle (équation 4.63d)

La quatrième dérivée partielle est simplement réécrite afin de faire apparaitre la troisième :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} &= \frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}\frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \\
&= \frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}\frac{3\bar{G}^t}{\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}+3\bar{G}^t}\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}
\end{aligned}$$

Il suffit alors de remplacer les expressions bloc par bloc :

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma} = \bar{\mathbb{C}}^t &- 3\bar{G}^t \frac{3\bar{G}^t}{\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\dfrac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} + 3\bar{G}^t} \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \\
&- 3\bar{G}^t \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \left(\frac{2\bar{G}^t}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\mathbb{P}_2 - \frac{3\bar{G}^t}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z} \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \right) \\
&- 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{3\bar{G}^t}{\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\dfrac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} + 3\bar{G}^t} \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} \\
&- 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z \frac{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \left(\frac{2\bar{G}^t}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\mathbb{P}_2 - \frac{3\bar{G}^t}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z} \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \right)
\end{aligned}$$

Soit encore, en factorisant :

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma} = \bar{\mathbb{C}}^t &- 6\left(\bar{G}^t\right)^2 \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} + K^{pt}\Delta z\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)}\mathbb{P}_2 \\
&- 9\left(\bar{G}^t\right)^2 \left[\frac{1+K^{pt}\Delta z\dfrac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}}{\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\dfrac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} + 3\bar{G}^t} - \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} + K^{pt}\Delta z\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)} \right] \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} \otimes \frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}
\end{aligned}$$

4.2.2.3.2 Calcul de DDSDDT

Le tenseur d'ordre 2 DDSDDT, noté $\boldsymbol{M}_{\Delta T}^{\Delta\sigma}$, est défini par la relation suivante :

$$\boldsymbol{M}_{\Delta T}^{\Delta\sigma} = \frac{\partial\boldsymbol{\Delta\sigma}}{\partial\Delta T} \tag{4.64}$$

Contrairement au module DDSDDE, beaucoup moins de simplifications sont ici possibles. En effet, seul $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$ de l'équation 4.35 est indépendant de l'incrément de température ΔT. Ainsi :

$$\boldsymbol{M}_{\Delta T}^{\Delta\sigma} = \left(\frac{\partial\Delta\bar{\mathbb{C}}}{\partial\Delta T} \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^t\right)^{-1} \right) : \boldsymbol{\sigma^t} - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}}}{\partial\Delta T} - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\partial\Delta T} - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{iso}}}{\partial\Delta T} - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\partial\Delta T} \tag{4.65}$$

En utilisant les définitions de chaque incrément de déformation au sein de l'équation précédente :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{M}_{\Delta T}^{\Delta\sigma} = & \left[\frac{\partial\left(3\Delta\bar{K}\mathbb{P}_1 + 2\Delta\bar{G}\mathbb{P}_2\right)}{\partial\Delta T} \circ \left(\frac{1}{3\bar{K}^t}\mathbb{P}_1 + \frac{1}{2\bar{G}^t}\mathbb{P}_2\right)\right] : \left(\frac{1}{3}tr\left(\boldsymbol{\sigma^t}\right)\boldsymbol{I} + \boldsymbol{S^t}\right) - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{\partial\bar{\alpha}^t\Delta T}{\partial\Delta T}\boldsymbol{I} \\
& - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{3}{2}\frac{\partial}{\partial\Delta T}\left(\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right) - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{\Delta V}{V}\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T}\boldsymbol{I} - \bar{\mathbb{C}}^t : \frac{3}{2}K^{pt}\frac{\partial}{\partial\Delta T}\left(\Delta z\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right) \\
& = \frac{1}{\bar{K}^t}\frac{\partial\Delta\bar{K}}{\partial\Delta T}\frac{1}{3}tr\left(\boldsymbol{\sigma^t}\right)\boldsymbol{I} + \frac{1}{\bar{G}^t}\frac{\partial\Delta\bar{G}}{\partial\Delta T}\boldsymbol{S^t} - 3\bar{K}^t\bar{\alpha}^t\boldsymbol{I} \\
& - 3\bar{G}^t\left[\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial\Delta T} + \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\right)^2}\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial\Delta T} - \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial\Delta T}\right)\right] \\
& - 3\bar{K}^t\frac{\Delta V}{V}\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T}\boldsymbol{I} \\
& - 3\bar{G}^tK^{pt}\left[\Delta z\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta T} + \bar{\sigma}_y^{t+dt}\frac{\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T}\right] \\
& - 3\bar{G}^tK^{pt}\left[\frac{\Delta z\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\right)^2}\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial\Delta T} - \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial\Delta T}\right)\right]
\end{aligned}
$$

Il y a donc six dérivées partielles à calculer :

$$
(a) : \frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T} \quad (b) : \frac{\partial\Delta\bar{K}}{\partial\Delta T} \quad (c) : \frac{\partial\Delta\bar{G}}{\partial\Delta T} \quad (d) : \frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial\Delta T} \quad (e) : \frac{\partial\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\partial\Delta T} \quad (f) : \frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial\Delta T} \tag{4.66}
$$

4.2.2.3.2.1 Première dérivée partielle (équation 4.66a)

La fraction volumique de martensite z est modélisée par l'équation de D.P. Koistinen - R.E. Marburger [60], décrite au paragraphe 4.2 page 93. La dérivée partielle est nulle pour $\Delta T \geq 0$ et s'exprime pour $\Delta T \leq 0$ par :

$$
\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T} = \frac{\partial z^{t+dt}}{\partial\Delta T} = -b\exp\left(b\left(T^{t+dt} - M_s\right)\right) \tag{4.67}
$$

4.2.2.3.2.2 Deuxième et troisième dérivées partielles (équations 4.66b et 4.66c)

Au sein du modèle auto-cohérent, les équations permettant de calculer les modules $\bar{K}$ et $\bar{G}$ sont couplées. Cependant, des expressions indépendantes de $\frac{\partial \Delta \bar{K}}{\partial \Delta T}$ et $\frac{\partial \Delta \bar{G}}{\partial \Delta T}$ sont possibles. Afin de gagner en concision, les dérivées par rapport à l'incrément de température ΔT pourront être notées par un point. Cette notation n'est valable que pour les deux calculs suivants. Toutes les grandeurs sont également supposées déjà mises à jour à l'instant $t + dt$, selon l'équation 4.16 page 99.

$$
\begin{aligned}
\dot{\bar{K}} &= \dot{K}_A + \frac{\partial}{\partial \Delta T}\left[z\left(K_M - K_A\right) \frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}} \right] \\
&= \dot{K}_A + \left(K_M - K_A\right) \frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}} \frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T} \\
&+ z\left(K_M - K_A\right) \frac{\left(3\dot{\bar{K}} + 4\dot{\bar{G}}\right)\left(3K_M + 4\bar{G}\right) - \left(3\dot{K}_M + 4\dot{\bar{G}}\right)\left(3\bar{K} + 4\bar{G}\right)}{\left(3K_M + 4\bar{G}\right)^2} + z \frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}} \left(\dot{K}_M - \dot{K}_A\right)
\end{aligned}
$$

Pour le module de cisaillement, le calcul est le suivant :

$$
\begin{aligned}
\dot{\bar{G}} &= \dot{G}_A + \frac{\partial}{\partial \Delta T}\left[z\left(G_M - G_A\right) \frac{1}{1 + \frac{2}{5}\frac{3\bar{K}+6\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1\right)} \right] \\
&= \dot{G}_A + \frac{G_M - G_A}{1 + \frac{2}{5}\frac{3\bar{K}+6\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1\right)} \frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T} \\
&- z\left(G_M - G_A\right) \frac{\frac{2}{5}\left[\frac{3\bar{K}+6\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}} \frac{\dot{G}_M \bar{G} - \dot{\bar{G}} G_M}{\bar{G}^2} + \frac{6\left(\dot{\bar{G}}\bar{K} - \dot{\bar{K}}\bar{G}\right)}{\left(\bar{K}+4\bar{G}\right)^2}\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1\right) \right]}{\left[1 + \frac{2}{5}\frac{3\bar{K}+6\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1\right)\right]^2} + z \frac{\dot{G}_M - \dot{G}_A}{1 + \frac{2}{5}\frac{3\bar{K}+6\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1\right)}
\end{aligned}
$$

Les valeurs de $\bar{K}_A$, $\bar{K}_M$, $\bar{G}_A$ et $\bar{G}_M$ sont connues. Les deux équations précédentes forment donc un système linéaire pour $\dot{\bar{K}}$ et $\dot{\bar{G}}$, sachant que $\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T}$ est définie dans l'équation 4.67.

4.2.2.3.2.3 Quatrième dérivée partielle (équation 4.66d)

La seconde dérivée partielle pour le module DDSDDT se calcule de manière analogue à 4.63a. L'équation 4.51 page 115 doit être dérivée par l'incrément de ΔT :

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T}\left[\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\right] = \frac{\partial}{\partial \Delta T}\left(\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\boldsymbol{S}^t + 2\bar{G}^t\boldsymbol{\Delta e}\right)$$

$$\leftrightarrow \left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \Delta T} + 3\bar{G}^t K^{pt}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T}\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}} = \frac{\partial \Delta \bar{G}}{\partial \Delta T}\frac{\boldsymbol{S^t}}{\bar{G}^t}$$

$$\leftrightarrow \frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \Delta T} = \frac{1}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\frac{\partial \Delta \bar{G}}{\partial \Delta T}\frac{\boldsymbol{S^t}}{\bar{G}^t} - \frac{3\bar{G}^t K^{pt}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T}}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}$$

Sous cette forme, la quatrième dérivée partielle peut être analytiquement déterminée.

4.2.2.3.2.4 Cinquième dérivée partielle (équation 4.66e)

Le calcul est une nouvelle fois analogue au module tangent DDSDDE pour la dérivée partielle 4.63b :

$$\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\frac{\partial}{\partial \Delta T}\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} = \frac{3}{2}\frac{\partial\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\partial \Delta T} : \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}$$

$$= \frac{3}{2}\left(\frac{1}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\frac{\partial \Delta \bar{G}}{\partial \Delta T}\frac{\boldsymbol{S^t}}{\bar{G}^t} - \frac{3\bar{G}^t K^{pt}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T}}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\right) : \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}$$

$$\leftrightarrow \frac{\partial}{\partial \Delta T}\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} = \frac{3}{2}\frac{1}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\frac{\partial \Delta \bar{G}}{\partial \Delta T}\frac{\boldsymbol{S^t} : \left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}}{\bar{G}^t\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}} - \frac{3\bar{G}^t K^{pt}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T}}{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$$

4.2.2.3.2.5 Sixième dérivée partielle (équation 4.66f)

La dernière dérivée partielle pour le module DDSDDT se calcule de manière analogue à 4.63b. L'équation 4.55 page 116 doit être dérivée par l'incrément de ΔT.

$$\frac{\partial}{\partial \Delta T}\left[\bar{\sigma}_y^{t+dt}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)+3\bar{G}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right]=\frac{\partial}{\partial \Delta T}\left[\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\right]$$
$$\leftrightarrow 3\bar{G}^t\frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial\Delta T}=\frac{\partial}{\partial\Delta T}\left[\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}-\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\right]$$
$$\leftrightarrow \frac{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\partial\Delta T}=\frac{1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z}{3\bar{G}^t}\frac{\partial\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}-\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)}{\partial\Delta T}+K^{pt}\left(\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}-\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T}$$

Grâce à ces derniers calculs, le module tangent DDSDDT est maintenant analytiquement connu. L'expression de $\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta T}$ est détaillée à la fin du calcul des modules tangents.

4.2.2.3.3 Calcul de DRPLDE

La forme incrémentale du terme source ϕ de l'équation de la chaleur est la suivante :

$$\Delta\phi=\frac{\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}+\boldsymbol{\sigma^t}}{2}:\left(\frac{\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\Delta t}+\frac{\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\Delta t}\right)+\Delta H\frac{\Delta z}{\Delta t} \tag{4.68}$$

Comme la chaleur latente ne dépend pas de l'incrément de déformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$, seul le terme de dissipation est utile dans le calcul de DRPLDE. Le tenseur d'ordre 2 $\boldsymbol{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\phi}$ est défini par le gradient suivant :

$$\boldsymbol{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\phi}=\frac{\partial\Delta\phi}{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon}} \tag{4.69}$$

Ainsi, avec l'aide de l'équation 4.35 page 111 et en réécrivant $\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}$ sous la forme $\boldsymbol{\sigma^t}+\boldsymbol{\Delta\sigma}$:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\phi}&=\frac{1}{2\Delta t}\frac{\partial\boldsymbol{\Delta\sigma}}{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon}}:\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}+\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}\right)+\frac{1}{2\Delta t}\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}+\boldsymbol{\sigma^t}\right):\left(\frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon}}+\frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\right)\\&=\frac{1}{2\Delta t}\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma}:\left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}+\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}\right)+\frac{1}{2\Delta t}\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}+\boldsymbol{\sigma^t}\right):\left(\frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon}}+\frac{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\partial\boldsymbol{\Delta\varepsilon}}\right)\end{aligned}$$

Pour la première partie de cette expression, le module tangent DDSDDE $\left(\mathbb{M}_{\Delta\varepsilon}^{\Delta\sigma}\right)$ apparait. Pour la seconde partie, les calculs intermédiaires des dérivées partielles ont déjà été détaillés dans le calcul du module tangent DDSDDE.

4.2.2.3.4 Calcul de DRPLDT

Le dernier module tangent DRPLDT, noté $M_{\Delta T}^{\Delta\phi}$ est un scalaire égal à la dérivée partielle de $\Delta\phi$ par l'incrément de température. Sa formulation incrémentale est donnée par l'équation 4.68. Ainsi :

$$\begin{aligned} M_{\Delta T}^{\Delta\phi} = \frac{\partial \Delta\phi}{\partial \Delta T} &= \frac{\partial}{\partial \Delta T}\left(\frac{\boldsymbol{\Delta\sigma} + 2\boldsymbol{\sigma^t}}{2}\right) : \frac{\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\Delta t} + \frac{\boldsymbol{\sigma^{t+dt}} + \boldsymbol{\sigma^t}}{2} : \frac{\partial}{\partial \Delta T}\left(\frac{\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\Delta t}\right) + \frac{\Delta H}{\Delta t}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T} \\ &= \frac{\partial \boldsymbol{\Delta\sigma}}{\partial \Delta T} : \frac{\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{2\Delta t} + \frac{\boldsymbol{\sigma^{t+dt}} + \boldsymbol{\sigma^t}}{2\Delta t} : \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\partial \Delta T} + \frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\partial \Delta T}\right) + \frac{\Delta H}{\Delta t}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T} \end{aligned}$$

Au sein de l'expression précédente, il reste quatre dérivées partielles. La première correspond au module tangent DDSDDT. Les trois autres ont déjà été détaillées lors du développement du module DDSDDT en partie 4.2.2.3.2. L'expression détaillée du module DRPLDT est alors la suivante :

$$M_{\Delta T}^{\Delta\phi} = \frac{1}{2\Delta t}\boldsymbol{M}_{\Delta T}^{\Delta\sigma} : \left(\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} + \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}\right) - \frac{\boldsymbol{\sigma^{t+dt}} + \boldsymbol{\sigma^t}}{\Delta t} : \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}}{\partial \Delta T} + \frac{\partial \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}}{\partial \Delta T}\right) + \frac{\Delta H}{\Delta t}\frac{\partial \Delta z}{\partial \Delta T} \tag{4.70}$$

Avec cette dernière expression, tous les modules tangents ont été déterminés analytiquement. Il reste toutefois à détailler les dérivées partielles de la limite élastique homogène $\bar{\sigma}_y^{t+dt}$ par les incréments de déformation plastique effective $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ ou de température ΔT. C'est l'objet du prochain et dernier paragraphe de la construction du modèle 3D.

4.2.2.3.5 Calcul des dérivées partielles de la limite d'écoulement

Les trois modules DDSDDE, DDSDDT et DRPLDE font intervenir les dérivées partielles de la limite d'écoulement $\bar{\sigma}_y^{t+dt}$ par les incréments de déformation plastique effective $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ ou de température ΔT. Le modèle de G.R. Johnson et W.H. Cook décrit l'écoulement de la phase austénitique. Son équation adaptée aux simulations numériques est rappelée en équation 4.17. Sa version incrémentale est proposée ci-dessous :

$$\left(\sigma_y^A\right)^{t+dt} = \left(A + B\left(\varepsilon_0^A + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^A}\right)\left(1 + C\ln\left(1 + \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)\right)\left(1 - \left(\frac{T^t + \Delta T}{T_f^A}\right)^{m^A}\right) \tag{4.71}$$

Sa dérivée partielle par rapport à l'incrément de déformation plastique effective est alors la suivante :

$$\frac{\partial \left(\sigma_y^A\right)^{t+dt}}{\partial \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} = \left[Bn^A \left(\varepsilon_0^A + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^A-1} \left(1 + C\ln\left(1 + \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)\right) + \left(A + B\left(\varepsilon_0^A + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^A}\right) \frac{C}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} \right] \left(1 - \left(\frac{T^t + \Delta T}{T_f^A}\right)^{m^A}\right)$$

L'utilisation du terme ε_0 au sein du terme d'écrouissage, expliqué page 100 prend ici tout son sens. En effet, l'exposant $n-1$ est négatif, ainsi la présence du ε_0 permet de limiter la divergence de la dérivée partielle. La même remarque s'applique pour le terme "+1" au sein du logarithme.
La dérivée partielle par rapport à l'incrément de température est égale à :

$$\frac{\partial \left(\sigma_y^A\right)^{t+dt}}{\partial \Delta T} = -\left(A + B\left(\varepsilon_0^A + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^A}\right) \left(1 + C\ln\left(1 + \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)\right) \frac{m^A}{T_f^A} \left(\frac{T^t + \Delta T}{T_f^A}\right)^{m^A-1} \tag{4.72}$$

Les deux mêmes dérivées partielles doivent être calculées pour la loi de H.W. Swift (équation 4.18) pour la description de la martensite. Sa version incrémentale est la suivante :

$$\left(\sigma_y^M\right)^{t+dt} = K\left(\varepsilon_0^M + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^M} \left(1 - \left(\frac{T^t + \Delta T}{T_f^M}\right)^{m^M}\right) \tag{4.73}$$

Les deux dérivées partielles sont les suivantes :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \left(\sigma_y^M\right)^{t+dt}}{\partial \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} = Kn^M \left(\varepsilon_0^M + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^M-1} \left(1 - \left(\dfrac{T^t + \Delta T}{T_f^M}\right)^{m^M}\right) \\ \dfrac{\partial \left(\sigma_y^M\right)^{t+dt}}{\partial \Delta T} = -K\left(\varepsilon_0^M + \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{n^M} \dfrac{m^M}{T_f^M} \left(\dfrac{T^t + \Delta T}{T_f^M}\right)^{m^M-1} \end{cases} \tag{4.74}$$

Ces dérivées partielles, propres à chaque phase, s'inscrivent ensuite dans les dérivées partielles de la limite d'écoulement du matériau, limite définie par l'équation 4.21. Celle-ci fait aussi intervenir l'incrément de fraction martensitique qui dépend exclusivement de la température. La dérivée partielle

de la limite d'écoulement $\bar{\sigma}_y^{t+dt}$ par rapport à l'incrément de plasticité effectif $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ se déduit par linéarité :

$$\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} = \left(1 - z + \gamma z(z-1)^2\right)\frac{\partial\left(\sigma_y^A\right)^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} + z^2(2-z)\frac{\partial\left(\sigma_y^M\right)^{t+dt}}{\partial\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}} \tag{4.75}$$

Comme la fraction martensitique dépend de la température, la seconde dérivée est un peu plus complexe :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\partial\Delta T} = &\left(1 - z + \gamma z(z-1)^2\right)\frac{\partial}{\partial\Delta T}\left(\sigma_y^A\right)^{t+dt} + z^2(2-z)\frac{\partial}{\partial\Delta T}\left(\sigma_y^M\right)^{t+dt} \\ &+ \left(\sigma_y^A\right)^{t+dt}\left(-1 + \gamma(z-1)^2 + 2\gamma z(z-1)\right)\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T} + \left(\sigma_y^M\right)^{t+dt}\left(4z - 3z^2\right)\frac{\partial\Delta z}{\partial\Delta T}\end{aligned}$$

Ces dernières expressions concluent la construction du modèle d'emboutissage à chaud en trois dimensions avec la détermination analytique des modules tangents. Ceux-ci seront implémentés au sein d'Abaqus® pour les simulations par éléments finis d'emboutissage. Le formalisme d'Abaqus® utilise les notations de Voigt. La projection des modules tangents dans ce système est détaillée en annexe B.3. Les résultats des simulations Abaqus® sont traités dans le prochain chapitre.

4.3 Formulation 1D discrète du modèle d'emboutissage

La partie précédente traitait de la construction du modèle d'emboutissage en 3D. Toutefois, dans le cas de chargements uniaxiaux, il est possible de ramener le problème à une dimension. Dans un premier temps, un modèle 1D a permis de décrire agilement tout chargement thermomécanique uniaxial, comme les essais de dilatométrie précédemment décrits.
Dans un second temps, ce type de modèle a été implémenté sous un langage open-source (Python® en l'occurrence) pour permettre une identification des paramètres du modèle bien plus rapidement.
Cette partie explique la transformation analytique nécessaire pour aboutir au modèle 1D à partir du modèle 3D. La première sous-partie détaille l'état initial et le chargement imposé puis la seconde explique la manipulation arithmétique des équations de prédiction-correction.

4.3.1 État initial et chargement

Soit un chargement de traction uniaxiale selon la direction $\overrightarrow{u}_1$. Le tenseur des contraintes et son déviateur à un instant t sont les suivants :

$$\boldsymbol{\sigma^t} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{S^t} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2\sigma_{11}^t & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_{11}^t & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_{11}^t \end{bmatrix} \tag{4.76}$$

Cet élément subit des incréments de déformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$ et de température ΔT indépendants. De l'incrément de température découle un incrément de fraction martensitique volumique Δz ainsi qu'une mise à jour des constantes élastiques effectives $\bar{K}$ et $\bar{G}$, selon les mêmes équations que pour le prédicteur-correcteur 3D. L'hypothèse d'une traction uniaxiale permet d'écrire l'incrément de déformation $\boldsymbol{\Delta\varepsilon}$ et son déviateur $\boldsymbol{\Delta e}$ sous la forme :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\varepsilon_{22} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\Delta e} = (\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}) \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \tag{4.77}$$

L'hypothèse isotrope pour le comportement du matériau est toujours valable ici. Les autres contributions à l'incrément de déformation s'écrivent alors (avec une condition de nullité de la trace pour $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}}$ et $\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}}$) :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} = \Delta\varepsilon_{11}^{pl}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pt}} = \Delta\varepsilon_{11}^{pt}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{th}} = \bar{\alpha}\Delta T\boldsymbol{I} \qquad \boldsymbol{\Delta\varepsilon^{iso}} = \frac{\Delta V}{V}\Delta z\boldsymbol{I} \tag{4.78}$$

L'ensemble de ces tenseurs forment ainsi l'état à l'instant t.

4.3.2 Formulation uniaxiale du prédicteur-correcteur

Pour ce cas simple, le tenseur des contraintes se résume à un simple scalaire σ_{11}^t. Toutefois, la mise à jour de la contrainte 1D se construit bien à partir de la prédiction-correction dans sa forme tridimensionnelle : l'hypothèse d'uniaxialité va être appliquée aux équations tridimensionnelles 4.49 et 4.50.

4.3.2.1 Mise à jour de la partie sphérique du tenseur des contraintes

L'équation 4.49 appliquée à ce cas simple devient :

$$\sigma_{11}^{t+dt} = \frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^{t}}\sigma_{11}^{t} + 3\bar{K}^{t}\left(\Delta\varepsilon_{11} + 2\Delta\varepsilon_{22} - 3\bar{\alpha}\Delta T - 3\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right) \tag{4.79}$$

Comme pour le cas tridimensionnel, la prédiction-correction se fait toujours sur le déviateur des contraintes.

4.3.2.2 Prédiction élastique 1D

L'équation 4.50 pour la composante 11 devient :

$$\begin{aligned}\left(S_{11}^{t+dt}\right)^{pr}\left(1 + 3\bar{G}^{t}K^{pt}\Delta z\right) &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}S_{11}^{t} + 2\bar{G}^{t}\Delta e_{11} \\ &= \frac{2}{3}\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}\sigma_{11}^{t} + \frac{4}{3}\bar{G}^{t}\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}\right)\end{aligned}$$

De manière analogue, pour la composante 22 :

$$\begin{aligned}\left(S_{22}^{t+dt}\right)^{pr}\left(1 + 3\bar{G}^{t}K^{pt}\Delta z\right) &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}S_{22}^{t} + 2\bar{G}^{t}\Delta e_{22} \\ &= -\frac{1}{3}\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}\sigma_{11}^{t} - \frac{2}{3}\bar{G}^{t}\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}\right)\end{aligned}$$

En posant $\boldsymbol{I^*} = \begin{bmatrix}\frac{2}{3} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{3} & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\end{bmatrix}$, il possible de regrouper les deux expressions précédentes au sein d'une même équation matricielle :

$$\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}\left(1 + 3\bar{G}^{t}K^{pt}\Delta z\right) = \left[\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^{t}}\sigma_{11}^{t} + 2\bar{G}^{t}\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}\right)\right]\boldsymbol{I^*} \tag{4.80}$$

Or, $\left(\boldsymbol{S^{t+dt}}\right)^{\boldsymbol{pr}}$ est égal à $\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr}\boldsymbol{I^*}$, ce qui permet de réécrire l'équation précédente sous la forme :

$$\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\boldsymbol{I^*}=\left[\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t+2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{22}\right)\right]\boldsymbol{I^*} \tag{4.81}$$

Soit encore :

$$\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr}=\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t+2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{22}\right) \tag{4.82}$$

Il ne reste alors plus qu'à déterminer l'expression de $\Delta\varepsilon_{22}$. Dans le cas d'une sollicitation uniaxiale, la surface latérale reste libre. A chaque instant, le tenseur des contraintes doit donc vérifier que σ_{22} reste nul. Ainsi, avec l'équation 4.79 :

$$\begin{aligned}
\left(\sigma_{22}^{t+dt}\right)^{pr} &= 0\\
&= \left(S_{22}^{t+dt}\right)^{pr}+\frac{1}{3}tr\left(\boldsymbol{\sigma^{t+dt}}\right)\\
&= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}S_{22}^t+2\bar{G}^t\left(\Delta e_{22}-\Delta\varepsilon_{22}^{pt}\right)+\frac{1}{3}\frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^t}\sigma_{11}^t+\bar{K}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}+2\Delta\varepsilon_{22}-3\bar{\alpha}\Delta T-3\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)\\
&= -\frac{1}{3}\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t-2\bar{G}^t\left(\frac{\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{22}}{3}-\frac{1}{2}\Delta\varepsilon_{11}^{pt}\right)+\frac{1}{3}\frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^t}\sigma_{11}^t\\
&+\bar{K}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}+2\Delta\varepsilon_{22}-3\bar{\alpha}\Delta T-3\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)
\end{aligned}$$

Or, comme le coefficient de Poisson ν reste constant pour tout t, les quotients $\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}$ et $\frac{\bar{K}^{t+dt}}{\bar{K}^t}$ sont tous deux égaux à $\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}$. Ainsi :

$$\Delta\varepsilon_{22}=-\frac{\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11}^{pt}+\frac{3\bar{K}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T+\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}-\frac{\bar{K}^t-\frac{2}{3}\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11} \tag{4.83}$$

En utilisant cette expression et l'égalité entre $\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}$ et $\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}$ au sein de l'équation 4.82, il vient après quelques calculs détaillés en annexe C.1 :

$$\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr}=\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t+\bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{11}^{th}-\Delta\varepsilon_{11}^{iso}\right) \tag{4.84}$$

Cela permet donc d'écrire la prédiction élastique équivalente $\left(\sigma^{t+dt}\right)^{pr}$ sous sa forme définitive :

$$\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma^{t+dt}\right)^{pr} = \frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma^t + \bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{th} - \Delta\varepsilon^{iso}\right) \tag{4.85}$$

Cette équation ne fait intervenir que des grandeurs mécaniques uniaxiales, notamment grâce aux équivalences entre les propriétés mécaniques (équation 4.12 page 97). Cette formulation est similaire à la prédiction élastique dans sa version tridimensionnelle (équation 4.51 page 115), ce qui prouve la cohérence analytique entre les modèles 3D et 1D.

4.3.2.3 Correction plastique 1D

La correction plastique uniaxiale suit un développement tout à fait analogue à la prédiction 1D. Seul change le point de départ : la prédiction élastique (équation 4.51) est permutée avec la correction plastique (équation 4.52) afin d'inclure l'incrément de plasticité dans les calculs.
La composante 11 du déviateur des contraintes s'écrit :

$$\begin{aligned} S_{11}^{t+dt} &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}S_{11}^t + 2\bar{G}^t\Delta e_{11} - 2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}^{pl} + \Delta\varepsilon_{11}^{pt}\right) \\ \leftrightarrow S_{11}^{t+dt}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right) &= \frac{2}{3}\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t + \frac{4}{3}\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}\right) - 2\bar{G}^t\Delta\varepsilon_{11}^{pl} \end{aligned}$$

Et la composante 22 :

$$\begin{aligned} S_{22}^{t+dt} &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}S_{22}^t + 2\bar{G}^t\Delta e_{22} - 2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{22}^{pl} + \Delta\varepsilon_{22}^{pt}\right) \\ \leftrightarrow S_{22}^{t+dt}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right) &= -\frac{1}{3}\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t - \frac{2}{3}\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}\right) + \bar{G}^t\Delta\varepsilon_{11}^{pl} \end{aligned}$$

En reprenant la formulation de la matrice $\boldsymbol{I^*}$ définie précédemment, il est possible de combiner les deux expressions précédentes en une équation matricielle :

$$\boldsymbol{S^{t+dt}}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right) = \left(\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t + 2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{22}\right) - 3\bar{G}^t\Delta\varepsilon_{11}^{pl}\right)\boldsymbol{I^*} \tag{4.86}$$

Comme pour la prédiction élastique, l'équation précédente est exprimée uniquement en fonction du tenseur $\boldsymbol{I}^*$, ce qui permet d'aboutir à la relation scalaire suivante :

$$\bar{\sigma}_{11}^{t+dt}\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)=\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t+2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{22}\right)-3\bar{G}^t\Delta\varepsilon_{11}^{pl} \tag{4.87}$$

La loi d'écoulement, construite avec le prédicteur-correcteur 3D, paragraphe 4.2.1 page 113, permet d'écrire que :

$$\Delta\varepsilon_{ij}^{pl}=\frac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{S_{ij}^{t+dt}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}} \tag{4.88}$$

Or, l'uniaxialité du problème impose la forme du déviateur des contraintes (définition 4.76 page 129) ainsi que l'égalité entre la contrainte 1D en valeur absolue et la contrainte équivalente au sens de von Mises. Ainsi, l'équation précédente se simplifie grandement :

$$\left|\Delta\varepsilon_{11}^{pl}\right|=\left|\frac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{S_{11}^{t+dt}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}\right|=\left|\frac{3}{2}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{\frac{2}{3}\sigma_{11}^{t+dt}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}\right|=\left|\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\frac{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}{\bar{\sigma}_y^{t+dt}}\right|=\left|\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right| \tag{4.89}$$

Cette simplification s'utilise dans l'équation 4.87 afin de remplacer le terme $\Delta\varepsilon_{11}^{pl}$ par $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$. Comme pour la prédiction élastique, il ne reste plus qu'à chercher une expression en $\Delta\varepsilon_{22}$ en fonction des autres déformations dans la direction $\overrightarrow{u}_1$. La démarche est similaire à la prédiction élastique en posant $\bar{\sigma}_{22}^{t+dt}$ égal à zéro. Ainsi, par rapport à l'équation 4.83, $\Delta\varepsilon_{22}$ dépend en plus de l'incrément de déformation plastique $\Delta\varepsilon_{11}^{pl}$:

$$\Delta\varepsilon_{22}=-\frac{\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\left(\Delta\varepsilon_{11}^{pt}+\Delta\varepsilon_{11}^{pl}\right)+\frac{3\bar{K}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T+\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}-\frac{\bar{K}^t-\frac{2}{3}\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11} \tag{4.90}$$

Cette expression de $\Delta\varepsilon_{22}$ peut alors être utilisée dans l'équation 4.87. Les justifications de la prédiction élastique sont ici utilisées (voir annexe C.2) pour aboutir à l'équation suivante :

$$\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\sigma_{11}^{t+dt}=\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t+\bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{11}^{th}+\Delta\varepsilon_{11}^{iso}-\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right) \tag{4.91}$$

Cette dernière relation permet de définir une équation scalaire ne faisant intervenir que des grandeurs uniaxiales :

$$\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\sigma^{t+dt} = \left|\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma^t + \bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{th} + \Delta\varepsilon^{iso} - \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)\right| \tag{4.92}$$

En utilisant l'expression de la prédiction plastique (équation 4.85 page 132), il possible d'obtenir une formulation très proche du prédicteur-correcteur 3D :

$$\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\sigma^{t+dt} = \left|\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} - \bar{E}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right| \tag{4.93}$$

Cette dernière formule conclut la construction du prédicteur-correcteur 1D. En effet, contrairement au modèle 3D, aucun calcul supplémentaire n'est nécessaire pour mettre à jour la contrainte et la déformation plastique, car l'équation 4.93 contient directement la contrainte mise à jour et l'incrément de déformation plastique.

Le parallèle avec la formulation 3D est immédiat tant sur la forme de l'équation que sur le fond. Par exemple, toutes les constantes des matériaux utilisés, comme le coefficient de dilatation thermique ou le facteur d'intensité de plasticité de transformation, restent identiques entre modèles 1D et 3D. Ainsi, cette version uniaxiale est très utile pour rapidement et facilement calibrer le modèle, le vérifier et le valider. Toutes les identifications des lois de comportement présentées section 4.1 ont été déterminées à l'aide de cet algorithme uniaxial. La vérification et la validation du modèle sont l'objet de la partie suivante. Cette partie présente dans un premier temps l'implémentation du modèle 1D sous Python®.

4.4 Vérification et validation du modèle et de ses optimisations

La vérification du modèle consiste à s'assurer que celui-ci est capable de prédire les essais de calibration (essais de traction et essais de dilatométrie présentés au chapitre précédent). La validation du modèle permet d'évaluer la performance du modèle sur des essais indépendants, décrits au sein de cette partie. Les simulations de l'ensemble des ces essais ont été réalisées avec le modèle 1D.

4.4.1 Implémentation du modèle 1D en Python®

L'objectif du modèle 1D est de décrire le comportement uniaxial des aciers Usibor® pour un chargement thermomécanique donné. Les tôles en acier Usibor® sont suffisamment fines pour que la température puisse être supposée uniforme (le nombre de Biot est petit devant 1). C'est pourquoi le solveur proposé ne résout que la partie mécanique du modèle ; les changements de températures font alors partie des données d'entrée du programme.
Le programme a été pensé et construit en orienté-objet. Dans un premier temps, deux classes ont été définies pour les deux nuances d'acier Usibor®. Les attributs de ces classes sont les paramètres matériaux calculés au sein de la partie 4.1. Deux méthodes sont également attribuées à chacune des classes : une pour le calcul du module d'Young en fonction de la température et une pour calculer la limite d'écoulement effective du matériau, telle qu'elle a été définie en partie 4.1.1.2.2. Via une énumération [7], il est également possible de choisir le modèle de plasticité désiré : celui proposé au sein de cette étude, ceux présents dans la littérature mais également une solution par apprentissage, qui sera développée au sein de l'annexe F.1. Tout utilisateur peut également rajouter un modèle en incrémentant l'énumération.

Dans un second temps, les équations constitutives du modèle ont été implémentées sous la forme de fonctions : une pour le modèle auto-cohérent (défini en partie 4.12), une pour la transformation de phase (définie à l'équation 4.2) et une pour la prédiction-correction (construite en partie 4.3).

7. En langage Python®, une énumération, via une classe héritant de *Enum*, permet de relier un ensemble de noms symboliques, appelés "membres", à des valeurs uniques. Cette méthode permet d'accéder dynamiquement aux membres par leur nom et ainsi éviter de nombreuses erreurs.

Dans un dernier temps viennent les étapes pré-implémentées de calculs. Trois différents chargements sont proposés à partir d'un état initial défini :

1. Un chargement à contrainte libre avec incréments de déformation et de température ainsi qu'une vitesse de déformation plastique.
2. Un chargement à contrainte constante avec incréments de déformation et de température ainsi qu'une vitesse de déformation plastique.
3. Un chargement défini par des données expérimentales (temps, températures et déformations).

Tous ces types de calculs utilisent directement l'algorithme de prédiction-correction établi précédemment, dont le synoptique est proposé à la page suivante. La précision des calculs est poussée jusqu'au dixième de MPa pour la contrainte et jusqu'à 10^{-8} pour la déformation. Le chargement à contrainte libre correspond directement à cet algorithme.
Le chargement à contrainte constante rajoute un niveau supplémentaire : l'incrément initial de déformation proposé par l'utilisateur fait office d'initialisation à une boucle de Newton-Raphson permettant effectivement de trouver le bon incrément de déformation pour conserver une contrainte inchangée.
Le dernier type de chargement utilise directement les données expérimentales importées par l'utilisateur afin de déterminer les incréments de déformation et de température ainsi que la vitesse de déformation. Le tout utilise une différence finie avant comme méthode.

Ces différentes pré-implémentations permettent de faciliter les simulations des essais de vérification et de validation, présentées au sein des paragraphes suivants.

Algorithme 1 : Implémentation de l'algorithme de prédiction-correction 1D

Données d'entrée : les incréments ΔT et $\Delta\varepsilon$, l'état à l'instant t avec σ^t, T^t, $\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t$ et la vitesse de déformation $\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}$. La fraction de martensite z^{t+dt} a été au préalable mise à jour, ainsi que le module d'Young $\bar{E}^{t+dt}$.

Prédiction élastique :

Équation 4.24 : $\Delta\varepsilon^{th} = \bar{\alpha}\Delta T$

Équation 4.3 : $\Delta\varepsilon^{iso} = \dfrac{\Delta V}{V}\Delta z$

Équation 4.85 : $\left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} = \left|\dfrac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma^t + \bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{th} - \Delta\varepsilon^{iso}\right)\right|$

Correction plastique :

if $\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} > \bar{\sigma}_y^{t+dt}$ **then**

Mise en place de la dichotomie :

Borne inf. : $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{inf} = 0$ et $\left(\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)_{inf} = \bar{\sigma}_y^{t+dt}\left(\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{inf}, T^{t+dt}, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}, z^{t+dt}\right)$

Borne sup. : $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{inf} = \dfrac{2\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}}{\bar{E}^t}$ et

$\left(\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)_{sup} = \bar{\sigma}_y^{t+dt}\left(\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{sup}, T^{t+dt}, \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}, z^{t+dt}\right)$

Fermeture inf. :

$f_{inf} = \left(\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)_{inf}\left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right) - \left|\left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} - \bar{E}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{inf}\right| < 0$

Fermeture sup. :

$f_{sup} = \left(\bar{\sigma}_y^{t+dt}\right)_{sup}\left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right) - \left|\left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} - \bar{E}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{sup}\right| > 0$

for i **from** *1* **to** N **do**

$\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} = \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{inf} + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{sup}}{2}$

Fermeture (équation 4.93) :

$f = \left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\bar{\sigma}_y^{t+dt} - \left|\left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr} - \bar{E}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right|$

if $f \times f_{inf} < 0$ **then**

$\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{sup} = \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ et $f_{sup} = f$

else

$\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}_{inf} = \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ et $f_{inf} = f$

end

end

$\sigma^{t+dt} = \bar{\sigma}_y^{t+dt}$ et $\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{t+dt} = \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t + \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$

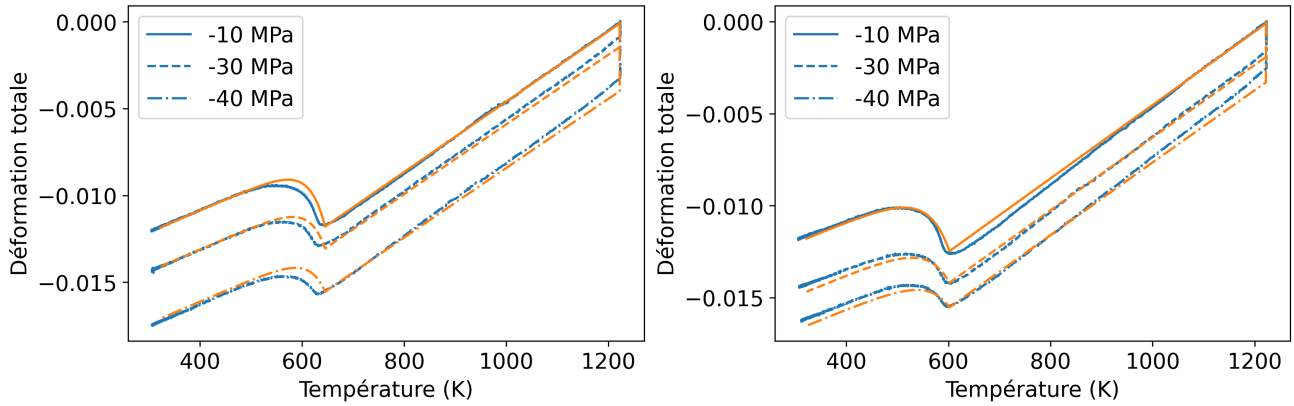
else

$\sigma^{t+dt} = \left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$ et $\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^{t+dt} = \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t$

end

4.4.2 Vérification du modèle

Les essais de dilatométrie ont été utilisés pour vérifier le modèle. Ils comportent trois parties distinctes : une austénitisation de l'échantillon, un chargement en contrainte et une trempe. Le modèle proposé admet comme point de départ un état initial complètement austénitique. En conséquence, seules les parties chargement et trempe sont reproduites sur les figures 4.9a et 4.9b pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 respectivement.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 4.9 – Comparaisons des déformations entre simulations et expériences pour différentes contraintes de compression appliquées au cours d'un essai de dilatométrie (orange : simulation ; bleu : expérimental)

Les constantes thermiques et métallurgiques des deux nuances ont été identifiées sur ces essais. Il est légitime d'observer un tel niveau de corrélation entre expériences et simulations. Toutefois, il reste deux sources d'écarts.

La première se situe au niveau de la fin du chargement ; elle est particulièrement visible pour les essais à -40 MPa. Les simulations prédisent une déformation plus importante que les essais expérimentaux. Ceci s'explique par un effet de déformation non-unixiale : à partir d'un certain niveau de compression, les échantillons cylindriques présentent un renflement au niveau du rayon (effet tonneau). L'augmentation de la section droite de l'éprouvette conduit donc nécessairement à une diminution de la contrainte mesurée. Cet effet sera également discuté pour les essais de plasto-dilatométrie, où les niveaux de compression atteints sont bien plus importants.

La seconde source d'écart se situe au niveau de la température M_s. Un chargement mécanique perturbe le début de la transformation martensitique. Les mécanismes cristallographiques à l'origine de ce

phénomène sont discutés au sein de la littérature (partie 2.1.2 page 26). Toutefois, compte-tenu de la faible influence de la contrainte sur la température M_s, il a été décidé d'ignorer cet effet au sein du modèle, ce qui explique ainsi l'écart observé.
Le modèle est ensuite testé sur des essais indépendants, décrits au prochain paragraphe.

4.4.3 Validation du modèle

Les essais de caractérisation permettent d'analyser le comportement des nuances Usibor® et d'identifier les paramètres des modèles. Toutefois, afin d'évaluer la performance d'un modèle, des essais indépendants sont nécessaires. Ils ont été conçus pour emprunter des chemins thermomécaniques complexes tout en restant dans le cadre de l'emboutissage à chaud (refroidissement avec chargement mécanique). Les deux paragraphes suivants présentent les essais mécaniques ainsi que les mesures associées.

4.4.3.1 Essais de traction-trempe

4.4.3.1.1 Description des essais expérimentaux

Les essais de traction-trempe réalisent un essai de traction combiné à un refroidissement brutal. Ils ont été réalisés sur les éprouvettes *dogbone* illustrées sur la figure 3.3 page 72 et sur la même machine que pour les essais de traction. Ils suivent le chemin thermomécanique montré en figure 4.10.

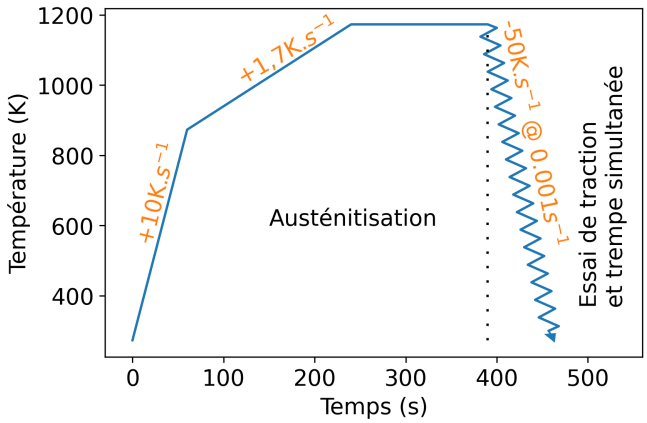
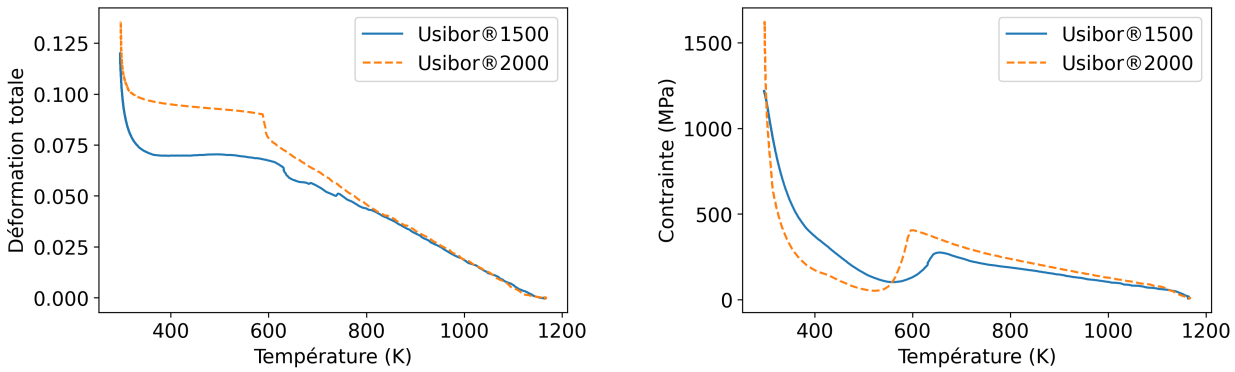


FIGURE 4.10 – Cycle thermomécanique des essais de traction-trempe

Après austénitisation à 1173K pendant 5 minutes, les éprouvettes sont refroidies à 50 K.s^{-1} tout

en subissant un essai de traction. La vitesse de déformation est suffisamment lente (10^{-3} s^{-1}) afin de permettre à l'éprouvette d'atteindre la température ambiante avant rupture. L'essai est piloté en température grâce à un thermocouple et en déformation grâce à un extensomètre. Les données enregistrées sont présentées sur la figure 4.11a.



(a) Déformation totale

(b) Contrainte

FIGURE 4.11 – Mesures expérimentales en fonction de la température pour les essais de traction-trempe sur les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000

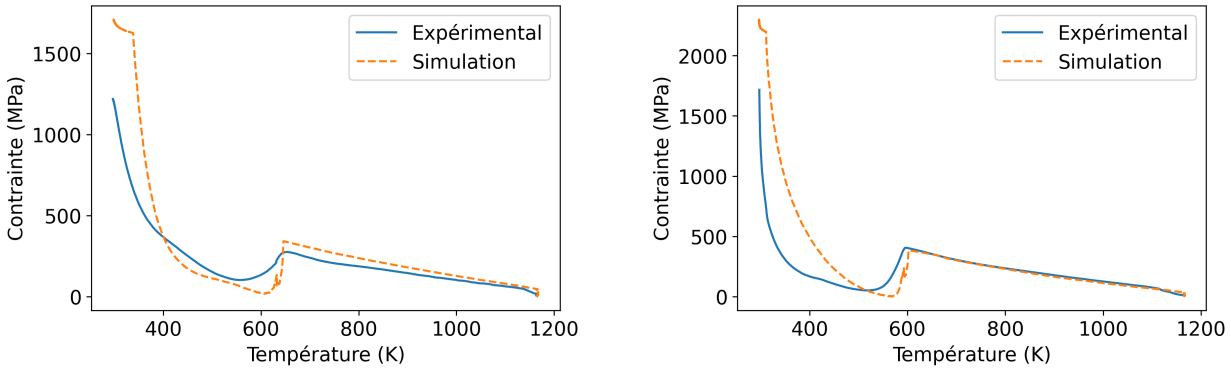
L'évolution de la contrainte pendant l'essai sur les deux nuances d'acier Usibor® est présentée sur la figure 4.11b. Dans un premier temps, à haute température, la contrainte augmente progressivement. Au point de début de transformation, elle chute brutalement à cause de la croissance de la martensite. En effet, comme la maille de la martensite occupe un volume légèrement plus grand que celui de l'austénite, l'effort de traction au niveau des mors diminue au fur et à mesure de sa croissance. L'explication cristallographique de ce phénomène est donnée en partie 2.2.1.1.2 page 36. Il en résulte donc une diminution de la contrainte. Après transformation, la contrainte croit de nouveau élastiquement avec les propriétés de la martensite.

Les différences entre les transformations martensitiques des deux nuances sont ici particulièrement visibles. D'une part, la transformation démarre bien à plus basse température pour l'acier Usibor®2000. D'autre part pour cette même nuance, la chute de contrainte due à la plasticité de transformation est également plus importante, de 400 MPa à 100 MPa. Ces deux résultats expérimentaux sont en accord avec la présence d'un taux de carbone plus élevé : ce dernier est gammagène et augmente la plasticité de transformation (partie 2.2.1.1.2).

4.4.3.1.2 Simulations 1D des essais de traction-trempe

Les essais de traction-trempe étant uniaxiaux, il est possible d'utiliser les données expérimentales de temps, de températures et de déformations afin de reconstruire l'essai grâce au modèle 1D et son implémentation. Le chemin thermomécanique présenté en figure 4.11a est directement fourni comme donnée d'entrée de la simulation.

La confrontation entre les données issues des simulations 1D et de l'expérimental pour les deux nuances d'acier Usibor®, est présentée sur les deux graphiques de la figure 4.12. Bien que la corrélation soit plus faible que pour les essais de vérification, elle reste toute de même très satisfaisante. La transformation et la plasticité associée semblent décrire de manière adéquate la chute de contrainte pendant la transformation de phase.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 4.12 – Comparaison entre modèle et expérimental en phase austénitique

Toutefois, la contrainte en phase martensitique semble surestimée. Elle s'explique par une des approximations du modèle : la plasticité accumulée est décrite de manière macroscopique. Ainsi l'entièreté de la plasticité en phase austénitique est transmise à la martensite qui est donc déjà écrouie avant sollicitation. En réalité, seule une fraction de la plasticité est transmise pendant la transformation de phase, car le changement de configuration cristallographique annihile une partie des dislocations et donc de la plasticité. Cette approximation explique également l'inflexion observable après transformation aux hautes contraintes.

Cet essai, mêlant à la fois un chargement mécanique et un chargement thermique, a permis de valider de nombreux paramètres du modèle : les lois de comportement plastique, le modèle de transformation

et la plasticité associée. Les essais de plasto-dilatométrie, en compression, ont permis de réaliser une étude connexe et complémentaire.

4.4.3.2 Essais de plasto-dilatométrie

4.4.3.2.1 Description des essais expérimentaux

Les essais de plasto-dilatométrie ont été réalisés sur les mêmes éprouvettes cylindriques et sur le même banc d'essai que les essais de dilatométrie. Ils suivent un chemin thermomécanique en trois parties, résumé sur le synoptique 4.13.

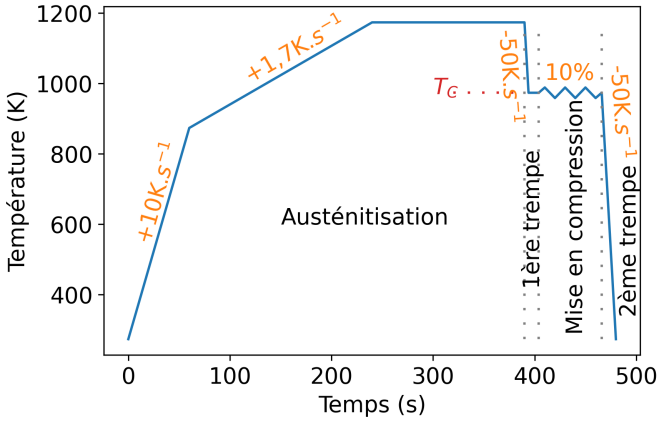
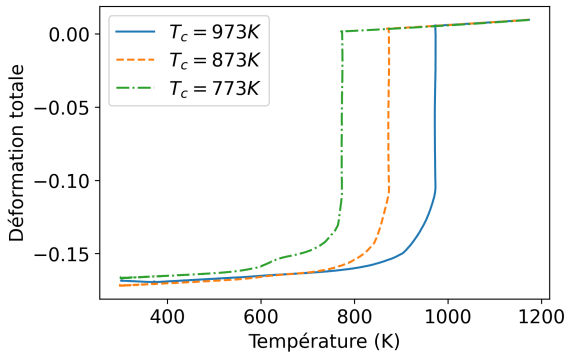


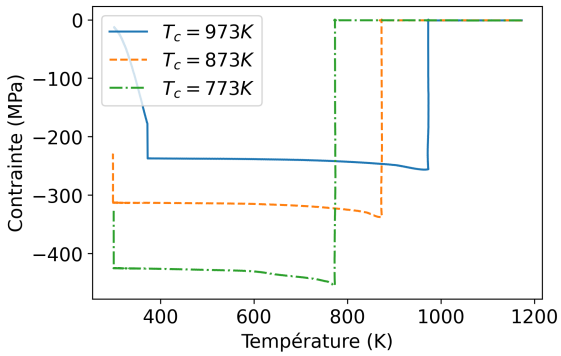
FIGURE 4.13 – Cycle thermomécanique pour un essai de plasto-dilatométrie

Dans un premier temps, l'éprouvette est très légèrement comprimée pour son maintien, par une force de 15N, et refroidie à 50 K.s^{-1} jusqu'à une température donnée T_C illustrée sur la figure 4.13. Dans un second temps, le cylindre est mis en compression isotherme en phase austénitique jusqu'à 10 % de déformation. Enfin, en dernière étape, l'éprouvette est refroidie jusqu'à la température ambiante à 50 K.s^{-1}.

Pour ces essais expérimentaux, trois températures de mise en compression T_C ont été choisies : 773K, 873K et 973K. Pour chaque essai, les évolutions de la déformation de l'éprouvette et de la contrainte en fonction de la température sont respectivement représentées sur les figures 4.14a et 4.14b pour la nuance Usibor®1500 et sur les figures 4.15a 4.15b pour la nuance Usibor®2000.

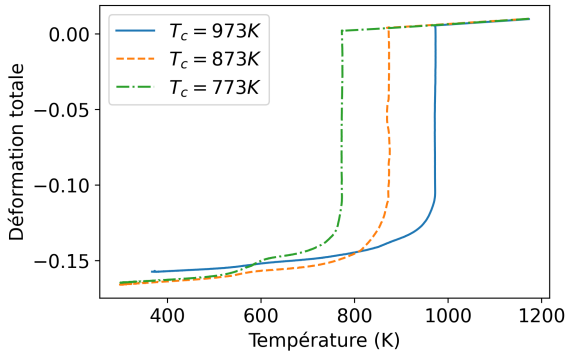


(a) Évolution de la déformation pendant l'essai

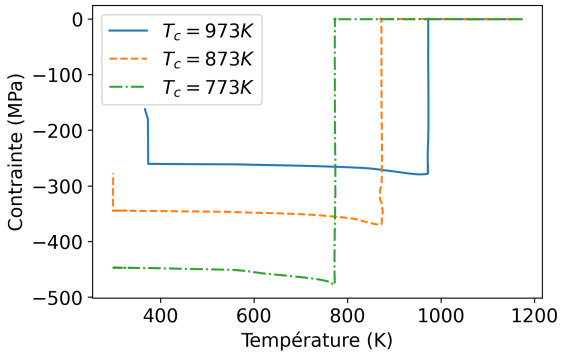


(b) Évolution de la contrainte pendant l'essai

FIGURE 4.14 – Mesures expérimentales en fonction de la température des essais de plasto-dilatométrie pour la nuance Usibor®1500



(a) Évolution de la déformation pendant l'essai



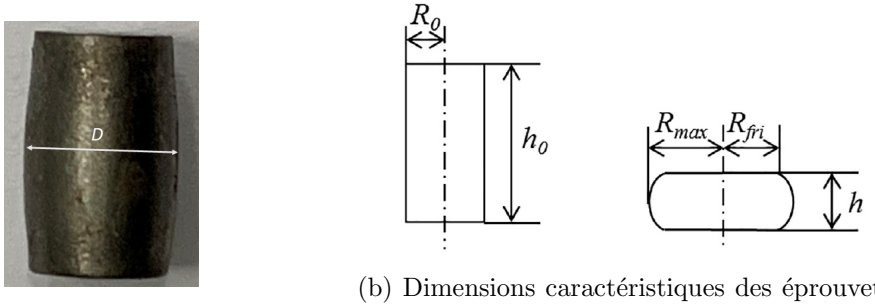
(b) Évolution de la contrainte pendant l'essai

FIGURE 4.15 – Mesures expérimentales en fonction de la température des essais de plasto-dilatométrie pour la nuance Usibor®2000

Les trois étapes des essais de plasto-dilatométrie sont bien identifiables. Entre les trois essais, la différence de comportement s'explique par la différence d'écrouissage entre les températures T_C. Plus celle-ci diminue, plus la contrainte développée par le matériau augmente. Les essais de traction isotherme, présentés en partie 3.1.2.1, montrent en effet une forte influence de la température sur l'écrouissage du matériau en phase austénitique.

4.4.3.2.2 Simulations 1D des essais de plasto-dilatométrie

Les essais de plasto-dilatométrie sont plus complexes à reconstruire à l'aide du modèle 1D. En effet, après essai, les éprouvettes sont déformées dans le sens du rayon (figure 4.16b), où le diamètre D augmente de manière notable.



(a) Éprouvette réelle après essai

(b) Dimensions caractéristiques des éprouvettes avant et après déformation [134]

FIGURE 4.16 – Déformation de l'éprouvette après essai

Pour compenser cet effet, Y. Xu et al. [134] ont proposé une méthode permettant de corriger l'augmentation de la section droite centrale et son impact sur la mesure σ_M de la contrainte réelle σ au sein de l'éprouvette. Leur facteur de correction dépend à la fois de la géométrie initiale de l'éprouvette et de la géométrie après compression dont les grandeurs caractéristiques sont décrites en figure 4.16b :

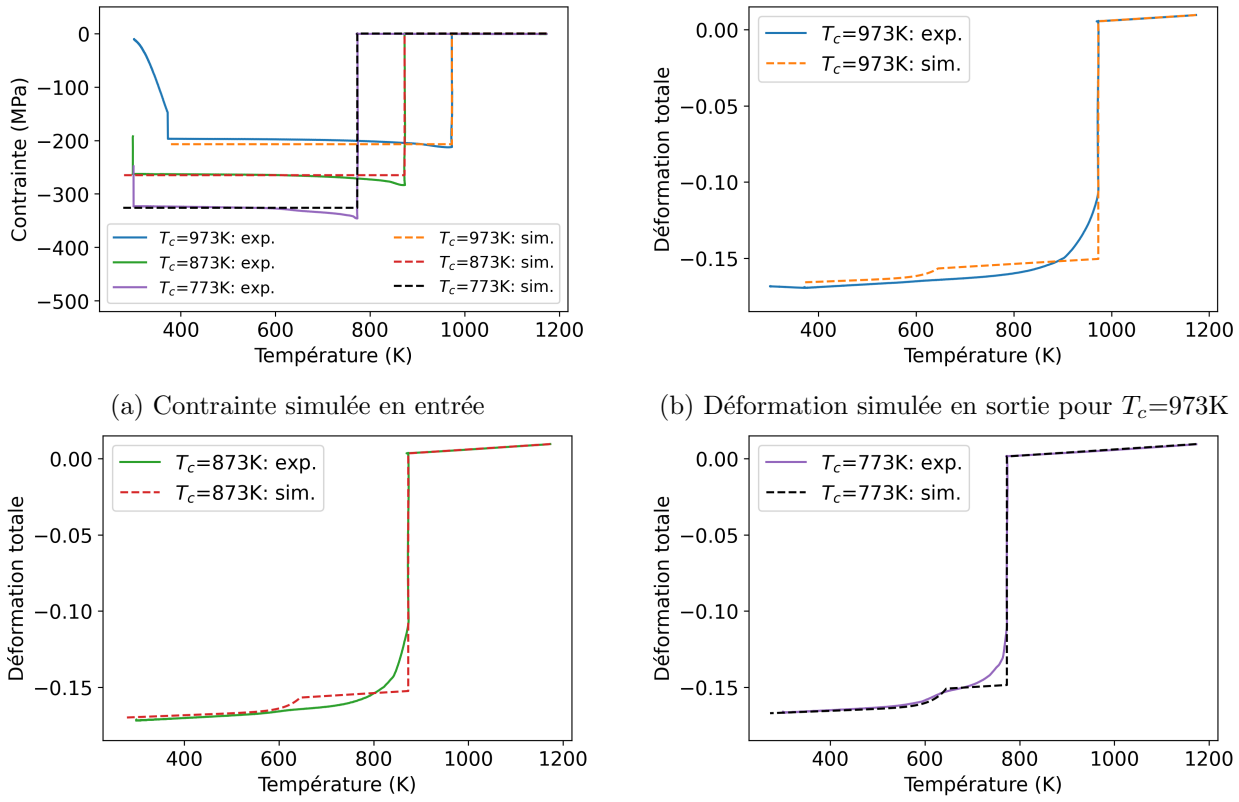
$$\sigma = \sigma_M \frac{C^2}{2\left(e^C - C - 1\right)} \text{ , avec : } C = \frac{2mR_0}{h}\sqrt{\frac{h_0}{h}} \tag{4.94}$$

Dans la définition du facteur C, la valeur m désigne un paramètre empirique qui tient son origine dans l'existence de frottements aux interfaces, lui-même défini avec les grandeurs caractéristiques présentées en figure 4.16b. R_{fri} désigne le rayon de la zone de contact entre l'éprouvette et les mors, et R le rayon idéal en l'absence de frottement, ce qui correspond à la conservation du volume (i.e. $R^2h = R_0^2h_0$) :

$$m = \frac{\frac{R_0 b}{h}\sqrt{\frac{h_0}{h}}}{\frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{2b}{3\sqrt{3}}} \text{ , avec : } b = 4\frac{h}{R(h_0-h)}\left(R_{max} - R_{fri}\right) = 4\frac{h}{R(h_0-h)}\left(R_{max} - \sqrt{3\frac{h_0}{h}R_0^2 - 2R_{max}^2}\right) \tag{4.95}$$

A titre d'exemple, l'éprouvette comprimée à la température de 973K possède une longueur initiale de 10,096 mm et un rayon initial de 2,526 mm puis des dimensions finales respectives de 8,449 mm et 2,816 mm. Cette évolution du rayon conduit à un facteur de correction de 0,96 ; soit encore une surestimation de la contrainte mesurée de 4,2%.

Contrairement aux essais de traction-trempe, les essais de plasto-dilatométrie n'ont pas été simulés directement à partir des données expérimentales mais avec une combinaison de chargements pré-implémentés à contrainte libre et à contrainte bloquée (les pré-implémentations sont décrites en partie 4.4.1). Ces trois chargements successifs sont clairement distinguables sur les figures 4.17a et 4.18a pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 respectivement.



(a) Contrainte simulée en entrée

(b) Déformation simulée en sortie pour T_c=973K

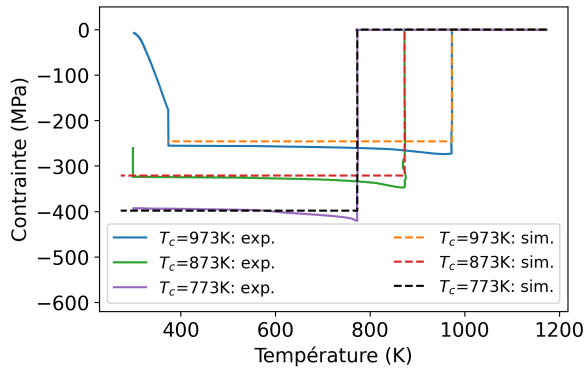
(c) Déformation simulée en sortie pour T_c=873K

(d) Déformation simulée en sortie pour T_c=773K

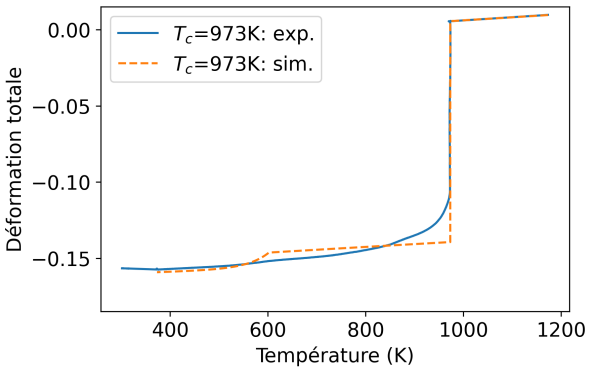
FIGURE 4.17 – Simulations des essais de plasto-dilatométrie pour la nuance Usibor®1500 (T_C : température de mise en compression)

La contrainte est ici utilisée pour calibrer l'entrée de la simulation afin de comparer en sortie la déformation globale de l'éprouvette avec les données expérimentales. Grâce au facteur de correction, la déformation simulée est en adéquation avec la déformation expérimentale de l'éprouvette. Le modèle 1D semble parfaitement capable de prédire la déformation axiale finale. Toutefois, lors de la mise en compression de l'éprouvette, l'écart entre simulation et expérience se creuse : cela s'explique par la forme "tonneau" de l'éprouvette après essai (illustrée sur la figure 4.16a) et les effets triaxiaux

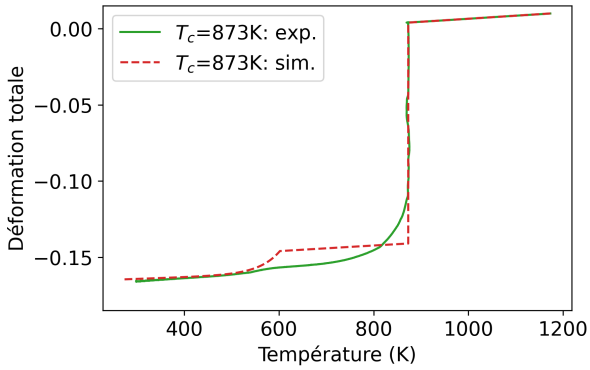
subséquents non pris en compte par le modèle 1D. Ces écarts sont présents sur tous les graphiques illustrant la déformation (figure 4.17b à 4.18d).



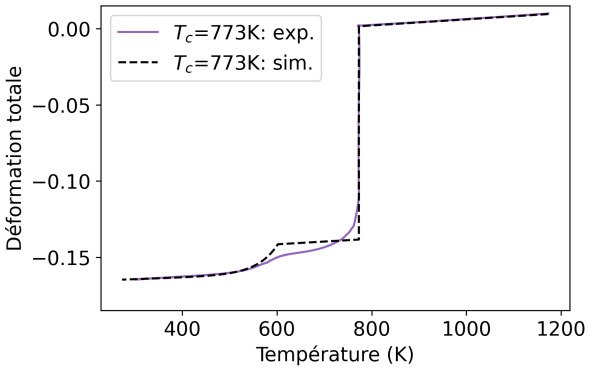
(a) Contrainte simulée en entrée



(b) Déformation simulée en sortie pour T_c=973K



(c) Déformation simulée en sortie pour T_c=873K



(d) Déformation simulée en sortie pour T_c=773K

FIGURE 4.18 – Simulations des essais de plasto-dilatométrie pour la nuance Usibor®2000 (T_C : température de mise en compression)

Malgré les écarts rémanents, la corrélation entre expérimental et simulation est ici très satisfaisante. Ces essais ont permis de valider le modèle et son implémentation 1D dans les deux sens : en utilisant la déformation ou la contrainte comme entrée de la simulation. Toutefois les simulations de ces essais en 3D sont nécessaires afin de rendre compte de l'augmentation du rayon de l'éprouvette et de sa déformation axiale sans facteur de correction. Les résultats seront présentés au chapitre suivant, avec l'ensemble des calculs réalisés sous Abaqus®.

Conclusion

Les comparaisons entre essais expérimentaux et simulations unixiales permettent de valider le modèle construit pour l'emboutissage à chaud ainsi que les optimisations des lois de comportement proposées. Ce type d'outil, bien qu'incapable de décrire des états de contraintes complexes, permet néanmoins de qualifier efficacement et rapidement le comportement des aciers Usibor® lors d'un chargement thermomécanique donné. Il est également intéressant de pointer le caractère open-source et bas-coût de ce type de solutions.

Toutefois, le passage à des simulations 3D est nécessaire afin de décrire des essais non-uniaxiaux par essence. La simulation 3D de l'emboutissage à chaud est présentée dans le chapitre suivant et s'attache en particulier à caractériser les contraintes résiduelles.

Chapitre 5

Simulations Abaqus® de l'emboutissage à chaud

Le modèle construit a précédemment été vérifié et validé dans sa version 1D. En préambule, une brève explication de l'implémentation 3D est proposée ainsi que la vérification et la validation croisée du modèle.

Ce chapitre traite ensuite des emboutissages de pièces réelles, d'abord des pliages en V puis des pièces en forme d'oméga. Pour chaque type d'embouti, une description exhaustive de la campagne expérimentale est proposée, suivie des analyses de contraintes résiduelles réalisées en surface et dans la profondeur du substrat martensitique. Ces analyses sont ensuite comparées aux simulations numériques d'emboutissage sous Abaqus®/Standard.

Contenu

5.1 Implémentation, vérification et validation de la UMAT 150
5.1.1 Validation croisée avec le modèle 1D 150
5.1.2 Essais de plasto-dilatométrie 153
5.2 Emboutissage et simulation des pliages en V 155
5.2.1 Plan d'expérience 156
5.2.2 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles sur les pliages en V 157
5.2.3 Simulations 2D en déformations planes 164
5.2.4 Simulations 3D 171
5.2.5 Influence des paramètres du procédé sur les contraintes résiduelles 187
5.3 Simulation des contraintes résiduelles pour les emboutis en oméga 192
5.3.1 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles 192
5.3.2 Mise en donnée des simulations 3D 195
5.3.3 Simulations 3D des emboutis omégas 196
5.4 Conclusion des simulations d'emboutissage 198

5.1 Implémentation, vérification et validation de la UMAT

La complexité du modèle du comportement des aciers Usibor® requiert sous Abaqus® l'utilisation de subroutine(s). Certains auteurs utilisent plusieurs subroutines afin de décrire séparément les équations du modèle [96] : UEXPAN pour la dilatation thermique, UMATHT pour les propriétés thermiques et UMAT pour le comportement mécanique.
Pour les simulations présentées dans cette partie, tout le modèle a été implémenté au sein d'une UMAT uniquement, car la multiplication des scripts Fortran ralentit les calculs. Une comparaison rapide des simulations 1D Python® et 3D Abaqus® est d'abord présentée avec les essais de traction-trempe, afin de valider l'implémentation. La seconde partie est consacrée aux essais de plasto-dilatométrie.

5.1.1 Validation croisée avec le modèle 1D

Dans un premier temps, il est possible de faire cette validation croisée en se basant sur des essais expérimentaux, comme les essais de traction-trempe présentés au chapitre précédent (partie 4.4.3), reproductibles avec le modèle 1D.
L'essai tridimensionnel a été simulé sur une éprouvette réelle (illustrée figure 5.1).

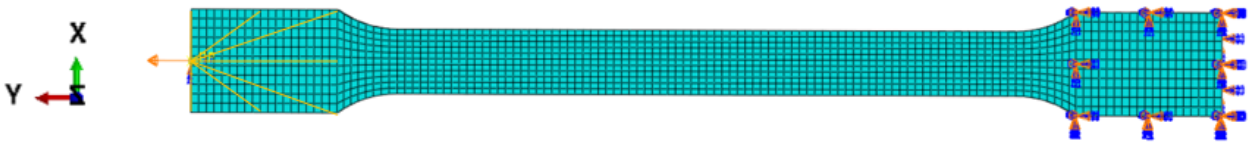


FIGURE 5.1 – Mise en données de l'essai de traction-trempe sur une éprouvette classique de traction

Le mors inférieur est encastré et le mors supérieur subit un déplacement dans la direction $\overrightarrow{y}$. L'éprouvette est maillée avec des éléments hexaédriques C3D8 de 200 μm de coté, pour lesquels la température est directement imposée sous la forme d'un champ prédéfini. Initialement, l'éprouvette est à 1173K. La vitesse de déformation nominale est de 0,001 s^{-1} et le refroidissement est de 50 $K.s^{-1}$. Un seul *step static general* muni de l'option *nlgeom* activée est nécessaire. La figure 5.2 montre l'évolution de la contrainte lors de l'essai expérimental et des simulations 1D et 3D.
La contrainte σ_{22} présentée sur la figure 5.2 correspond à la composante du tenseur dans la direction

de sollicitation pour un élément situé au centre de l'éprouvette. Les résultats des modèles 1D et 3D sont globalement superposables, ce qui permet de faire une validation croisée des implémentations.

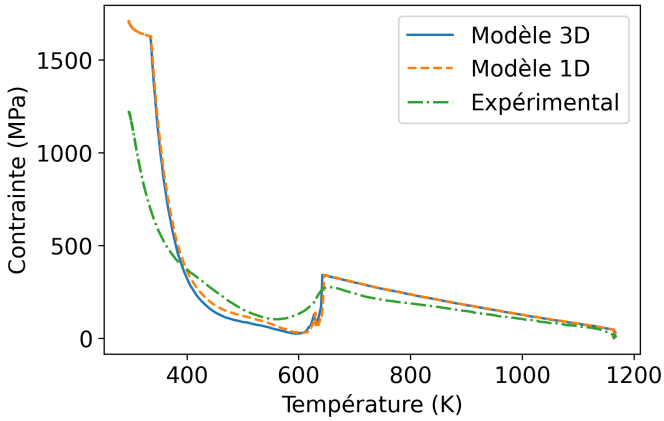
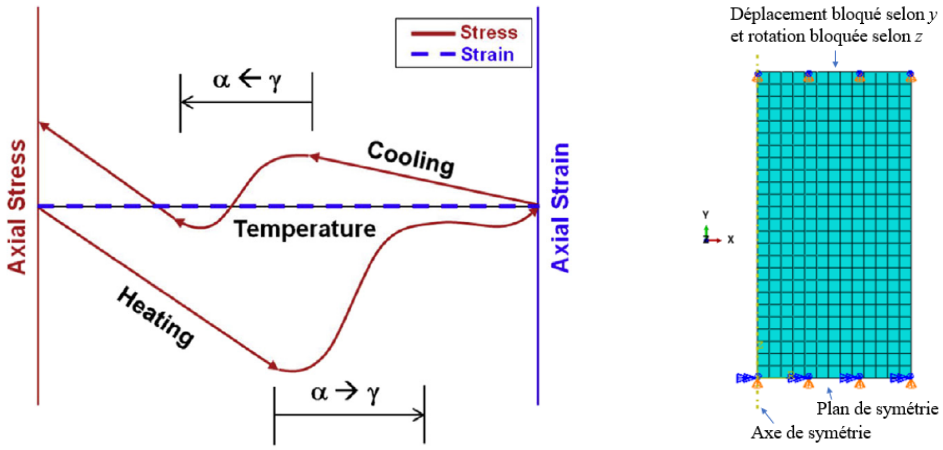


FIGURE 5.2 – Comparaison des simulations 1D et 3D pour les essais de traction-trempe pour la nuance Usibor®1500

Dans un second temps, il est également possible de comparer les simulations directement entre elles, sans essai expérimental. Par exemple, l'essai de K. Satoh est régulièrement utilisé pour sa simplicité [112] : une éprouvette est trempée avec un déplacement axial bloqué. Son synoptique est présenté par H.H. Bok et al. pour la caractérisation de la nuance Usibor®1500 (figure 5.3a) [14].



(a) Chargements en contrainte et déformation [14] (b) Conditions aux limites

FIGURE 5.3 – Mise en données d'un essai de K. Satoh sur une éprouvette cylindrique

Comme le montre la figure 5.3a, la déformation axiale reste nulle car l'éprouvette est encastrée à chaque extrémité. La contrainte est ainsi supposée passer en compression lors de la transformation

martensitique. L'essai a été simulé sous Abaqus® avec une éprouvette cylindrique, identique à celle des essais de dilatométrie (diamètre 5 mm, longueur 10 mm). L'axisymétrie selon l'axe $\overrightarrow{y}$ et le plan de symétrie $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{z})$ ont été exploités afin de réduire le temps de calcul. L'éprouvette simulée et ses conditions aux limites sont représentées sur la figure 5.3b : la longueur de l'éprouvette reste fixe tout au long de l'essai et seul change le champ de température.

Comme pour l'essai de traction-trempe, la température est imposée à 1173K à l'état initial puis l'éprouvette est refroidie de 50 $K.s^{-1}$, également en un seul *step static general* avec l'option *nlgeom* activée. L'éprouvette a été maillée avec des éléments CAX4 de 200 μm de coté. La valeur de σ_{22} issue de l'implémentation 3D est comparée à la simulation 1D sur la figure 5.4.

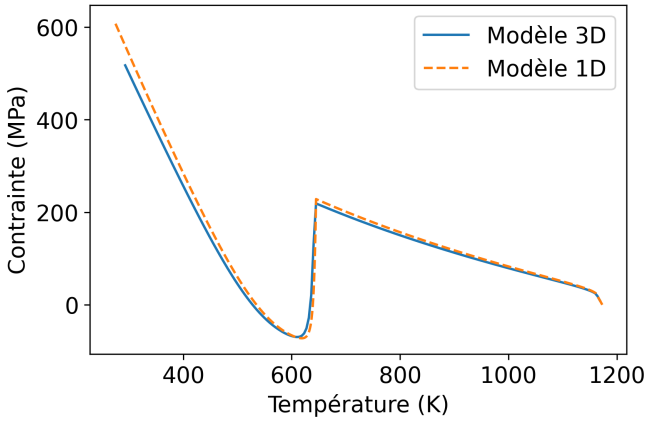


FIGURE 5.4 – Évolutions des contraintes issues des simulations 1D et 3D au cours du refroidissement d'un essai de K. Satoh pour la nuance Usibor®1500

La déformation restant nulle, la contrainte est donc uniquement influencée par les phénomènes thermiques et métallurgiques au cours de l'essai. Celle-ci augmente dans un premier temps en phase austénitique à cause de la contraction générée par le refroidissement et la condition aux limites imposant une longueur constante de l'éprouvette. La chute brutale au milieu de l'essai est causée par la dilatation générée par la transformation, jusqu'à ce que la contraction thermique reprenne le dessus après transformation. Les deux essais présentent bien la même réponse en contrainte, ce qui permet de valider la comparaison croisée entre les implémentations 1D et 3D du modèle d'emboutissage à chaud. Dans la suite, les essais de plasto-dilatométrie sont également simulés, car ils permettent de réaliser une validation du comportement 3D du matériau.

5.1.2 Essais de plasto-dilatométrie

Les essais de plasto-dilatométrie simulés en 1D nécessitent un facteur de correction afin de compenser la déformation radiale de l'éprouvette (voir partie 4.4.3). En 3D, le modèle peut naturellement reproduire les déformations axiales et radiales de l'éprouvette.
La description complète des essais est fournie au chapitre précédent. Le cycle thermomécanique, illustré sur la figure 4.13, comporte trois parties : un premier refroidissement à chargement nul, une mise en compression isotherme en phase austénitique puis un second refroidissement jusqu'à la température ambiante.
Les mors, illustrés en figure 5.5, sont modélisés par un comportement élastique, avec les propriétés de l'acier X38 ($E_{X38} = 218$ GPa et $\nu_{X38} = 0,295$) et des éléments CAX4 de 200 μm de coté. Le mors inférieur est encastré et le mors supérieur est bloqué selon l'axe $\overrightarrow{y}$ lors des phases de refroidissement, mais laissé libre de tout mouvement lors de la mise en compression, de manière à imposer le chargement mécanique. Le déroulé expérimental est naturellement scindé en trois *steps static general* avec l'option *nlgeom* activée.

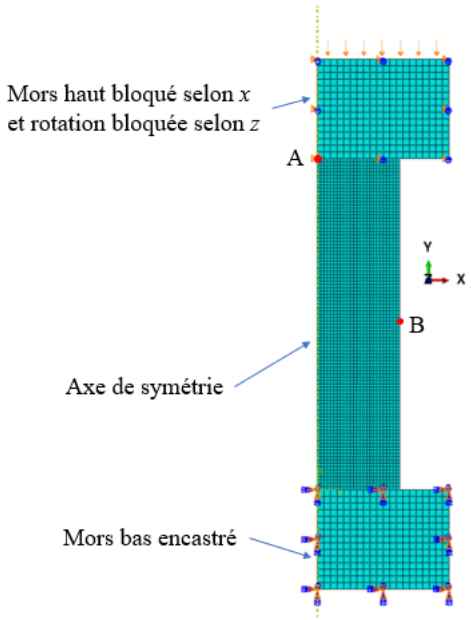


FIGURE 5.5 – Mise en données de l'essai de plasto-dilatométrie sur une éprouvette cylindrique

L'éprouvette, subissant des déformations importantes, est maillée plus finement avec les mêmes éléments (taille de 100 μm de côté). Le contact entre mors et éprouvette est normalement "dur", i.e.

pas de pénétration possible du mors dans l'éprouvette avec ajustement automatique des nœuds, et radialement avec un coefficient de frottement de 0,3.
La force mesurée expérimentalement est directement imposée sur la partie supérieure du mors supérieur. Les efforts simulés et expérimentaux, illustrés sur la figure 5.6 pour l'essai en acier Usibor®1500 à la température de compression de 973K, sont ainsi confondus.

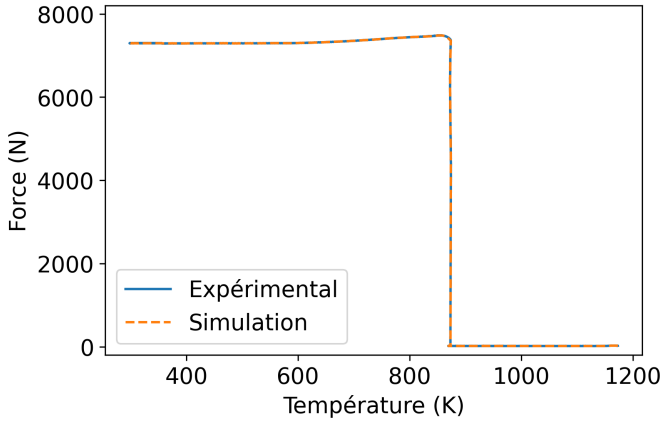
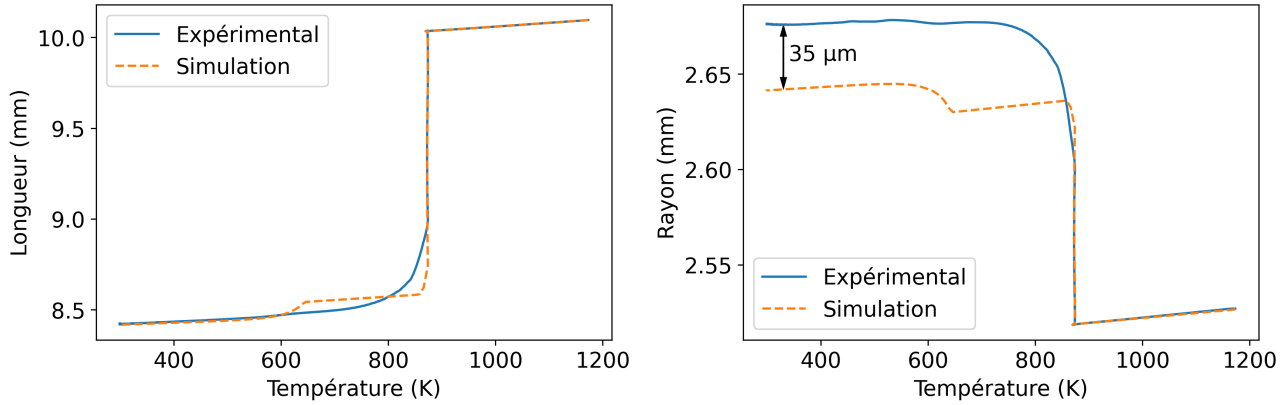


FIGURE 5.6 – Chargement expérimental et numérique de l'éprouvette de plasto-dilatométrie en Usibor®1500 pour une température de mise en compression de 873K

Au cours de la simulation, le déplacement dans la direction $\overrightarrow{y}$ est relevé au point A ainsi que le déplacement radial dans la direction $\overrightarrow{x}$ au point B (voir figure 5.5 pour la définition de deux points). Cela permet ainsi de comparer la longueur et le rayon de l'éprouvette au cours de l'essai, qui sont respectivement présentés sur les figures 5.7a et 5.7b.

La longueur de l'éprouvette présente une très belle corrélation, malgré quelques écarts lors de la fin de la mise en compression. Ces écarts étaient déjà présents sur les simulations 1D, mais sont ici réduits, grâce à la prise en compte de la déformation radiale. L'évolution du rayon, en figure 5.7b, présente toutefois un léger écart acceptable à la fin de la simulation, de l'ordre du pourcent.
Les simulations des autres essais présentent des évolutions similaires. Les écarts pour la longueur et la largeur en fin d'essai sont résumés au sein du tableau 5.1.

Les simulations de la nuance Usibor®1500 présentent des résultats plus précis que pour la nuance Usibor®2000, où les écarts en fin de simulation peuvent monter jusqu'à 7,7%. Toutefois, ces essais de validation 3D sont concluants quant à la capacité du modèle à reproduire le comportement triaxial sans facteur de correction.



(a) Évolution de la longueur de l'éprouvette

(b) Évolution du rayon de l'éprouvette

FIGURE 5.7 – Simulation 3D et confrontation aux données expérimentales d'un essai de plasto-dilatométrie pour la nuance Usibor®1500 à la température de mise en compression de 873K

TABLEAU 5.1 – Erreurs relatives sur la longueur et la largeur des simulations 3D des essais de plasto-dilatométrie pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000

Nuance	Température de mise en compression (K)	Longueur (%)	Largeur (%)
Usibor®1500	973	1,9	1,8
	873	0,05	1,3
	773	5,4	0,93
Usibor®2000	973	6,8	2,5
	873	2,9	1,5
	773	7,7	2,1

Il est donc maintenant possible de passer aux simulations d'emboutissage à chaud afin de modéliser les contraintes résiduelles des aciers Usibor®.

5.2 Emboutissage et simulation des pliages en V

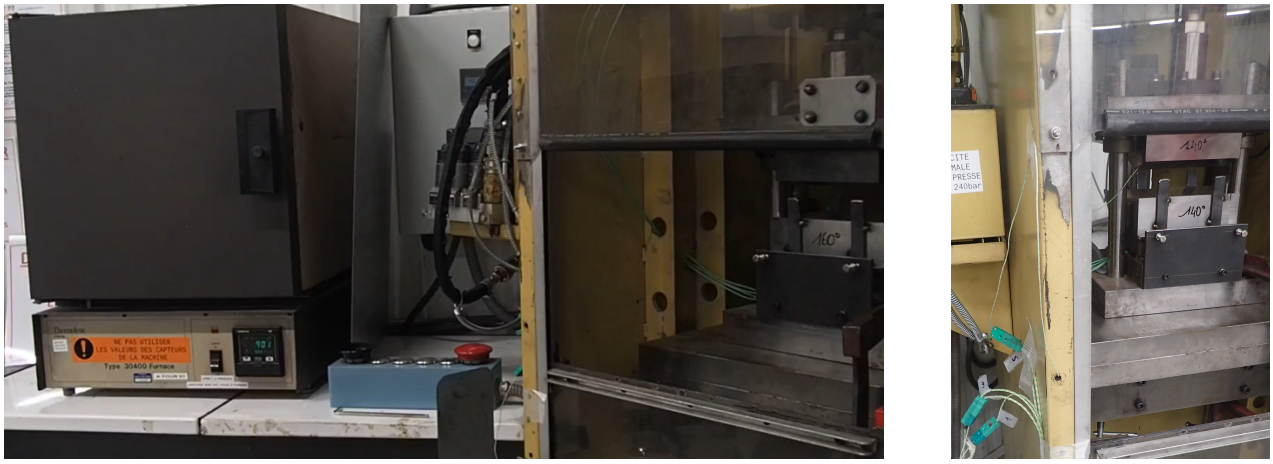
Afin de valider le modèle jusqu'au calcul des contraintes résiduelles sur des pièces représentatives de structures industrielles, des essais spécifiques ont été réalisés : la géométrie des pièces devait d'une part permettre une bonne accessibilité pour la détermination des contraintes par DRX ; d'autre part, les chemins de déformation dans les différentes zones de la pièce devaient être simples pour découpler les différentes sources de contraintes résiduelles (thermique, mécanique, métallurgique).

Des essais de pliage en V ont été choisis : la tôle d'acier (150 mm par 100 mm) a subi un pliage centré dans son sens long. Bien que relativement simple, peu d'études utilisent cette géométrie pour qualifier

le procédé d'emboutissage à chaud. L'une d'entre elles, publiée par R.Q. Guo et al. [36], a mesuré expérimentalement le retour élastique et les microstructures formées après emboutissage.
Dans un premier temps, le plan d'expérience est détaillé puis les analyses expérimentales de contraintes résiduelles sont présentées, à la fois en surface du substrat martensitique et en profondeur. Dans un second temps viennent les simulations numériques des pliages en V, en 2D puis en 3D.

5.2.1 Plan d'expérience

Les essais de pliage ont été réalisés au centre de ArcelorMittal Montataire pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000. Afin de limiter la variabilité, les essais ont été menés par le même opérateur. Après une austénitisation à 1173K pendant 5 minutes dans le four situé sur la gauche de la photo 5.8a, la tôle est transférée à la presse et maintenue entre outils fermés pendant 40 secondes. La photo 5.8a montre le montage d'un pliage à 160° sur la droite et la photo 5.8b le montage à 140°. L'angle de pliage et le temps de transfert sont fonction du plan d'essais.



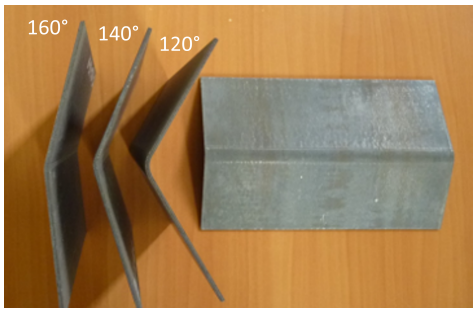
(a) Four et outil à 160° (b) Outil à 140°

FIGURE 5.8 – Illustrations de l'équipement utilisé pour les pliages en V

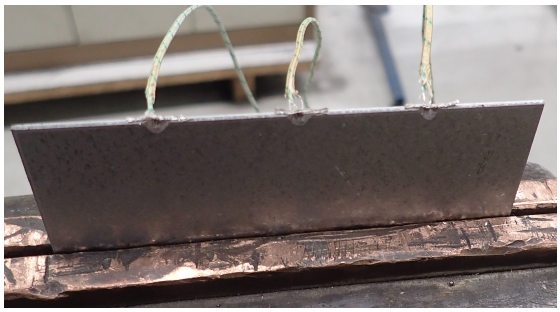
Pour chaque condition opératoire, les essais ont été triplés et pour chaque essai, la pression d'outil a été mesurée à l'aide de quatre cellules de charges placées aux coins de la matrice inférieure. Les mesures de températures ont été faites pour quelques pliages seulement, judicieusement choisis afin de caractériser toutes les campagnes. Les différents paramètres des essais sont les suivants :

1. Trois angles de pliage ont été choisis (120°, 140° et 160° comme illustrés sur la figure 5.9a) pour permettre une caractérisation des contraintes résiduelles par DRX simple mais également pour

quantifier l'influence de la déformation plastique.



(a) Vue de dessus et de côté des pliages



(b) Fixation des thermocouples avant emboutissage

FIGURE 5.9 – Illustrations de pliages en V en acier Usibor®

2. Les temps de transfert de 7 et 13 secondes entre le four et la presse ont été choisis. Dans un procédé classique, transférer la tôle austénitique le plus rapidement possible permet de garantir la structure martensitique et les propriétés mécaniques qui en découlent. En revanche, différer l'emboutissage de la tôle permet de changer la température de mise en forme, et donc modifier les contraintes résiduelles post-emboutissage.

5.2.2 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles sur les pliages en V

Les analyses de contraintes résiduelles ont été réalisées en surface du substrat martensitique mais également en profondeur avec des enlèvements successifs de matière. Les paramètres de polissage électrolytique et de diffraction des rayons X ont été détaillés dans la partie 3.2.2.1 et en annexe D.

5.2.2.1 En surface

Les analyses de contraintes résiduelles ont été réalisées par DRX en surface du substrat martensitique, après polissage du revêtement en AluSi®. Pour chaque embouti, quinze points répartis en trois séries sur l'extrados ont été analysés.
Les trois séries de points permettent d'inclure une dispersion statistique le long de la tôle. Les analyses ont été conduites dans les deux directions spécifiées sur la figure 5.10. Dans le cas où l'angle de pliage est le plus ouvert, 160°, les analyses ont également été réalisées en intrados. Les incertitudes expérimentales et les dispersions statistiques pour toutes les valeurs présentées, aussi bien en surface qu'en profondeur, représentent une valeur cumulée de ±50 MPa.

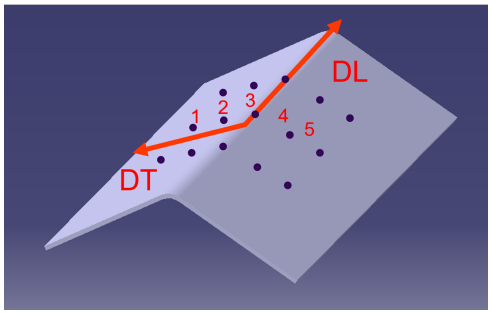
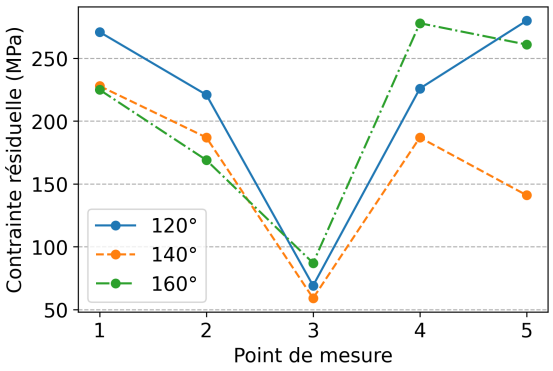
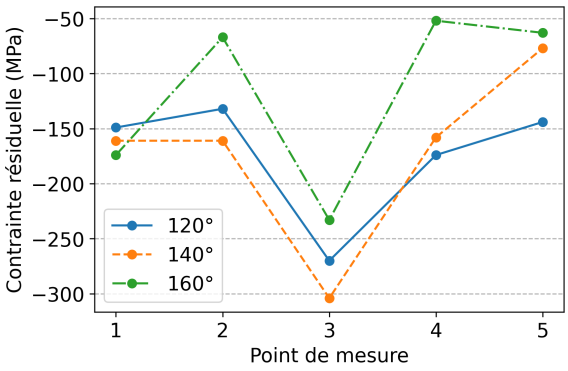


FIGURE 5.10 – Positions des points d'analyses de contraintes résiduelles sur les pliages (DL : Direction Longitudinale ; DT : Direction Transversale, formant un repère local)

Les figures 5.11a et 5.11b présentent les valeurs de contraintes en surface du substrat martensitique dans la direction DT pour les trois angles de pliage. Chaque valeur sur les deux graphiques représente la moyenne en ce point sur les 3 séries.



(a) Usibor®1500



(b) Usibor®2000

FIGURE 5.11 – Contraintes résiduelles en surface de l'extrados du substrat martensitique (moyennes sur les trois séries de mesures dans la direction DT)

Globalement, pour la nuance Usibor®1500, les contraintes sont en traction. Elles sont plus faibles au niveau du pli où elles sont comprises entre 50 et 100 MPa (point 3). Les flancs présentent en revanche une traction plus prononcée, relativement homogène sur l'ensemble des points (points 1 et 2 d'un coté du pli et 4 et 5 de l'autre), où elles sont comprises entre 150 et 300 MPa.
Pour la nuance Usibor®2000, les contraintes résiduelles sont en revanche en compression, comprises entre -50 et -250 MPa. La compression la plus forte, aux alentours de -250 MPa, est observée au niveau du pli et les compressions les plus faibles au niveau des flancs, comprises entre -100 et -150 MPa.
Entre les deux nuances, les résultats sont translatés : les profils sont les mêmes pour les deux nuances,

en traction pour la nuance Usibor®1500 et en compression pour la nuance Usibor®2000. Ces résultats tendent à montrer que la déformation plastique, plus importante au niveau du pli, influence les contraintes résiduelles, mais que les différences d'angles ne sont pas suffisantes pour induire un gradient de contraintes résiduelles, car tous les outils possèdent le même rayon de courbure.

La figure 5.12 illustre les contraintes résiduelles de la direction DT en fonction de la direction DL pour les trois angles d'ouverture des pliages.

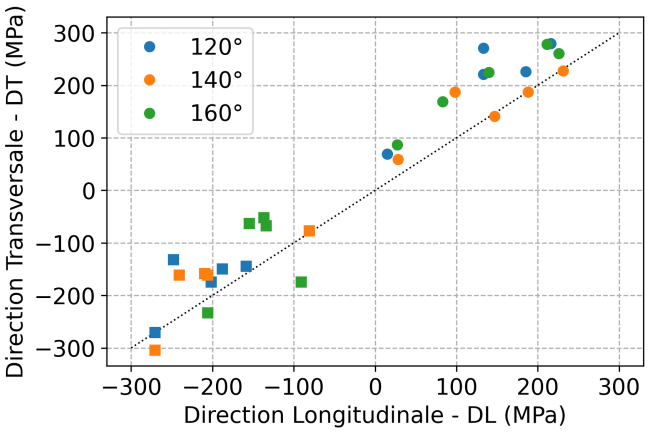


FIGURE 5.12 – Comparaison des contraintes résiduelles entre les directions DL et DT (rond pour la nuance Usibor®1500 et carré pour la nuance Usibor®2000)

Dans un premier temps, les observations de signe des contraintes en fonction de la nuance restent vraies dans la direction DL : la nuance Usibor®1500 est en traction et la nuance Usibor®2000 en compression. De plus, celles-ci sont proches de la droite identité (représentée en pointillés sur la figure 5.12), ce qui tend à montrer un état biaxial des contraintes. Cette assertion reste également vraie au niveau du pli, malgré la différence de déformation plastique entre les deux directions.

Enfin, une analyse des contraintes en intrados a été réalisée sur les pliages avec une ouverture de 160°. Cette ouverture permet en effet une rotation suffisante de la tête d'acquisition du Proto iXRD pour avoir une ellipse des $\sin^2(\psi)$ exploitable (voir figure 3.15a page 85 pour plus de détails). La figure 5.13 présente la comparaison des contraintes entre l'intrados et l'extrados pour les deux nuances Usibor®.

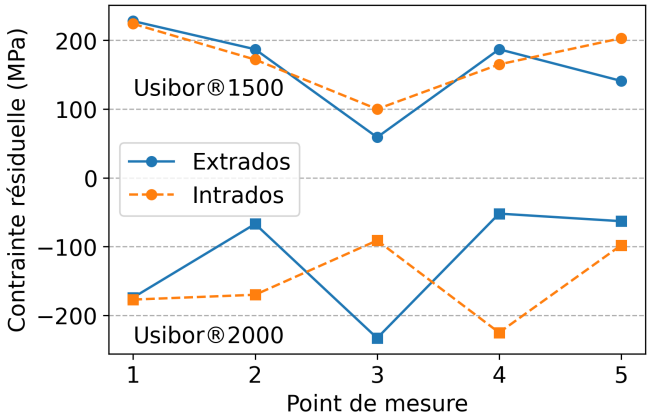


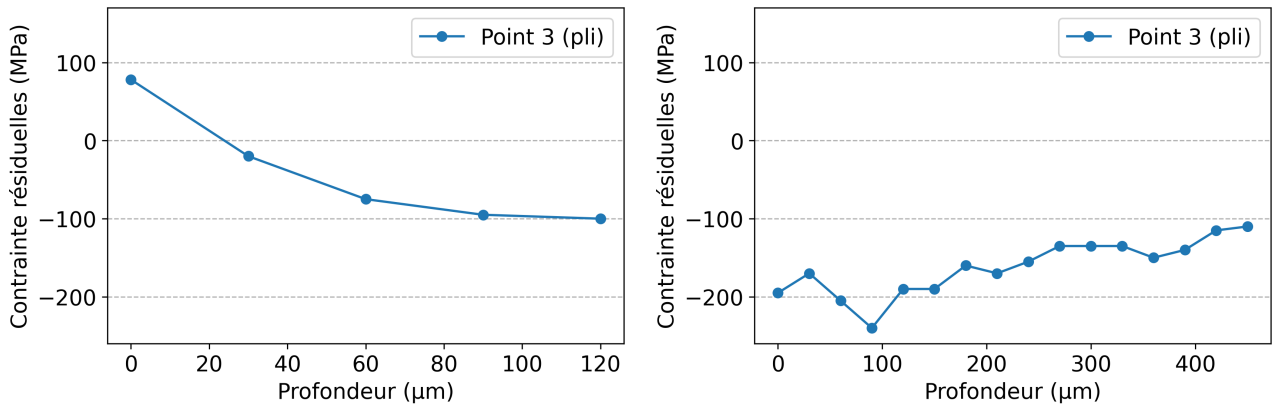
FIGURE 5.13 – Comparaison des contraintes résiduelles entre l'intrados et l'extrados du pliage à 160° dans la direction DT (rond pour la nuance Usibor®1500 et carré pour la nuance Usibor®2000)

Si la corrélation est très nette pour l'acier Usibor®1500, elle l'est un peu moins pour la nuance Usibor®2000, où la dispersion est plus grande. Les flancs les plus éloignés (points 1 et 5) ont une bonne correspondance, mais les points 2 à 4 présentent des écarts de l'ordre de 120 MPa.
L'effet du temps de transfert, seconde partie du plan d'essai, sera discuté ultérieurement lors de l'étude de l'influence des paramètres d'emboutissage à chaud, en partie 5.2.5.

Les contraintes en surface du substrat martensitique présentent des niveaux élevés, jusque 20% de la contrainte à rupture du matériau pour la nuance Usibor®1500. Cependant, l'absence de retour élastique, présentée à la fin de l'étude bibliographique au paragraphe 2.4.2, suggère que les contraintes doivent présenter un faible gradient sur l'épaisseur de la tôle. Il est donc intéressant d'estimer la profondeur affectée par les fortes contraintes de surface.

5.2.2.2 En profondeur

Afin d'accéder aux contraintes résiduelles en profondeur, des polissages électrolytiques successifs ont été réalisés. Les durées de ceux-ci ont été calibrées afin de retirer une épaisseur de 30 μm pour les deux nuances Usibor®. Les figures 5.14a et 5.14b présentent respectivement les analyses de contraintes résiduelles pour les nuances Usibor®1500 et Usibor®2000 sur le pli à 120° en extrados dans la direction DT.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 5.14 – Profils de contraintes résiduelles expérimentales brutes dans la direction DT en profondeur sur le pli des tôles en acier Usibor® (angle de 120°)

La nuance Usibor®1500 montre une rapide décroissance des contraintes de traction pour atteindre un équilibre en faible compression dès 100 μm. Pour la nuance Usibor®2000 en revanche, les contraintes de compression observées en surface sont beaucoup plus homogènes dans l'épaisseur. Sur un tiers de l'épaisseur de la tôle, les contraintes ne diminuent que de moitié. A une telle épaisseur, l'enlèvement de matière peut perturber localement les contraintes résiduelles.
En effet, plus la profondeur est élevée, plus l'enlèvement de matière relaxe les contraintes résiduelles expérimentales. Celles-ci doivent donc être corrigées et il existe deux méthodes différentes pour cela [27, 114] :

1. Une correction analytique : les formules proposées par M.G. Moore et W.P. Evans [87] pour des tôles planes ou des cylindres sont toujours grandement utilisées pour leur simplicité et leur rapidité.
2. Une correction numérique : l'utilisation des éléments finis permet de considérer tout type de géométrie et de déterminer précisément la redistribution des contraintes au sein de la pièce après polissage.

La méthode numérique est complexe à mettre en œuvre et nécessite aussi un temps de calcul conséquent. La correction analytique a donc été retenue. Elle a été établie pour des tôles planes subissant un enlèvement de matière homogène sur toute la surface. La contrainte corrigée σ_c dépend naturellement de la contrainte mesurée σ_m, de l'épaisseur totale de la tôle h et de l'épaisseur après

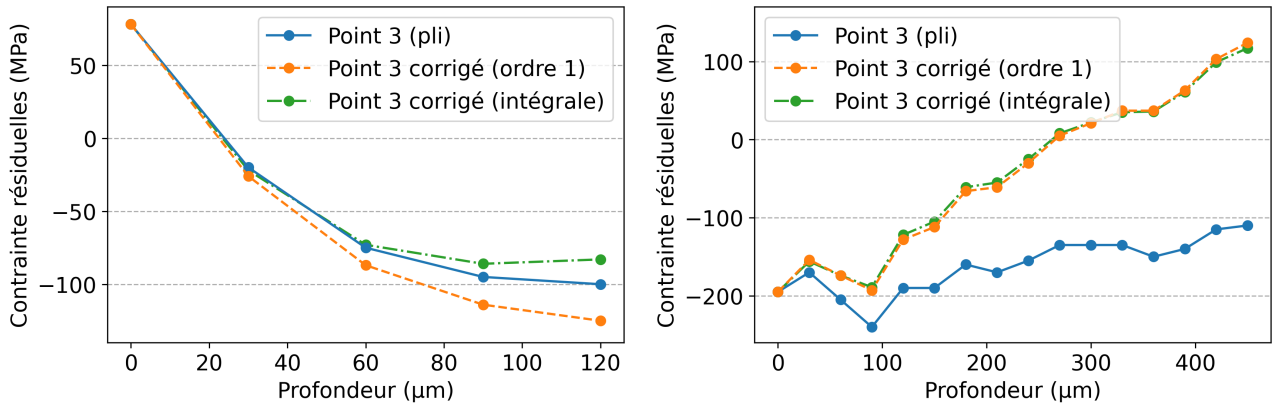
enlèvement de matière z [27] :

$$\sigma_c(z) = \sigma_m(z) + 2\int_z^h \frac{\sigma_m(u)}{u}du - 6z\int_z^h \frac{\sigma_m(u)}{u^2}du \tag{5.1}$$

Cette formulation intégrale peut être approximée par un développement au premier ordre [27] :

$$\sigma_c(z) = \sigma_m(z) - 4\sigma_m(h)\frac{h-z}{h} \tag{5.2}$$

Les figures 5.15a et 5.15b proposent une comparaison des deux modèles de correction, intégrale et à l'ordre 1, pour les mêmes profils de contraintes résiduelles présentés précédemment.



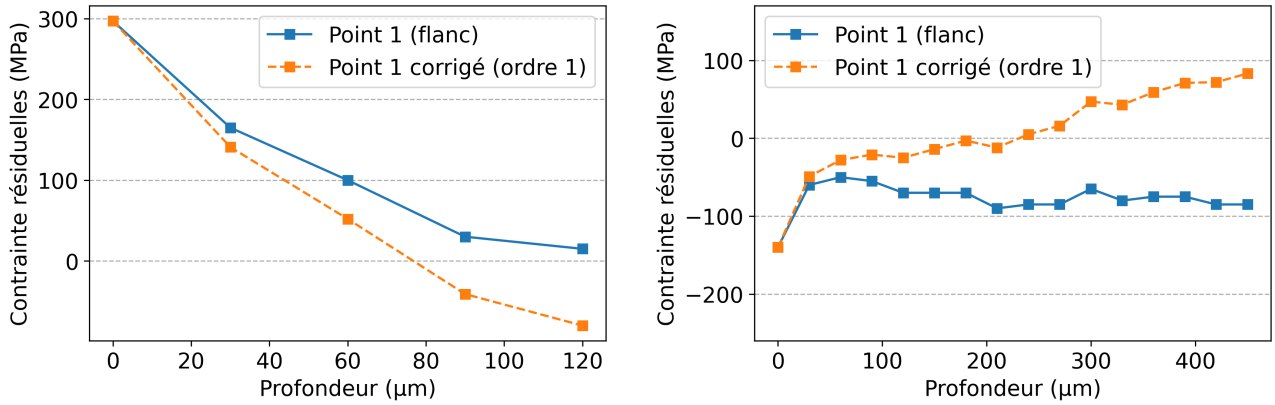
(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 5.15 – Profils de contraintes résiduelles expérimentales et corrigées dans la direction DT en profondeur du pli en acier Usibor® (angle de 120°)

Pour la nuance Usibor®1500, l'écart entre les deux modèles de correction se creuse jusqu'à atteindre 40 MPa, ce qui reste toutefois dans les incertitudes de mesure. En revanche, comme le montre la figure 5.15b, les corrections intégrale et à l'ordre 1 sont superposables pour la nuance Usibor®2000. Cette différence s'explique par le changement de signe des contraintes résiduelles pour la nuance Usibor®1500. En effet, la correction à l'ordre 1 est proportionnelle à la contrainte de surface et ne peut donc pas tenir compte d'un éventuel changement de signe en profondeur. Néanmoins, l'ordre 1 est suffisant pour décrire les contraintes résiduelles, même à une profondeur équivalente au tiers de la tôle.

Compte-tenu des hypothèses de l'approche analytique, la contrainte résiduelle réelle est comprise entre les contraintes déterminées expérimentalement et les contraintes corrigées. Les incertitudes expérimentales sont de ±50 MPa pour les contraintes et de ±10 μm pour la profondeur.

Les figures 5.16a et 5.16b présentent les profils de contraintes résiduelles en profondeur du flan (point 1) également sur l'extrados dans la direction DT.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 5.16 – Profils de contraintes résiduelles expérimentales et corrigées dans la direction DT en profondeur du flanc en acier Usibor® (angle de 120°)

Pour la nuance Usibor®1500, les fortes de contraintes de traction observées en surface du substrat martensitique repassent en légère compression, à 100 μm de profondeur pour le flanc et 25 μm de profondeur pour le pli. Les deux profils sont illustrés sur les figures 5.15a et 5.16a.
Pour la nuance Usibor®2000, les contraintes de compression en surface sont plus homogènes au niveau du pli, car elles deviennent nulles seulement aux alentours de 300 μm de profondeur. Pour le flanc en revanche, celles-ci atteignent un équilibre dès 50 μm.

Les profils en intrados ont été étudiés au niveau du pli, dans les deux directions DL et DT (voir figure 5.10) pour le pliage à 160° et sont présentés sur la figure 5.17.

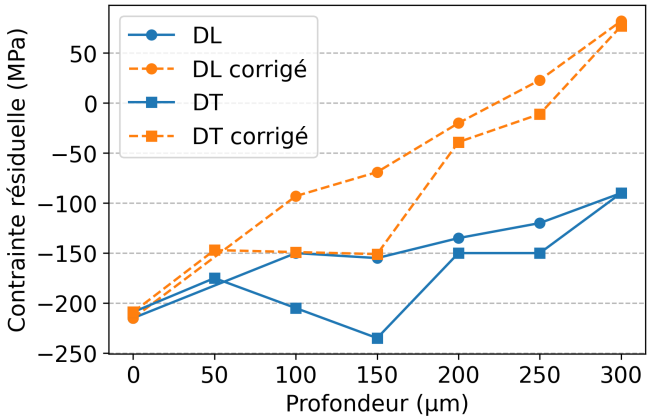


FIGURE 5.17 – Profils de contraintes résiduelles expérimentales et corrigées en intrados du pli pour la nuance Usibor®2000 (angle de 160°)

L'intrados est donc également en compression, ce qui induit une symétrie de la distribution de contraintes pour le pli en acier Usibor®2000 : compression en surface et traction à cœur. L'intensité des contraintes est également semblable : en extrados, la tôle avec un angle de 120° présente des contraintes de -200 MPa, ce qui est également le cas pour l'intrados du pliage à 160°. Le caractère biaxial des contraintes se retrouve une nouvelle fois ici. La présence d'un profil symétrique sur l'épaisseur peut également expliquer l'absence de retour élastique (ou sa faible amplitude).

5.2.3 Simulations 2D en déformations planes

La biaxialité des contraintes entre les directions DL et DT, présentée en surface sur la figure 5.12 puis en profondeur sur la figure 5.17, motive dans un premier temps l'utilisation d'un modèle 2D. Cette partie présente la mise en données des simulations dans un premier temps puis les contraintes résiduelles qu'elles prédisent au sein des pliages.

5.2.3.1 Mise en donnée des simulations 2D

5.2.3.1.1 Symétries du problème, conditions initiales et conditions aux limites

Pour réduire le temps de calcul, la symétrie selon le plan (Y, Z) est utilisée, comme le montre la figure 5.18. L'invariance par translation de l'emboutissage dans la direction DL et le caractère biaxial des analyses de contraintes résiduelles, poussent à modéliser le problème par des simulations 2D en déformations planes.

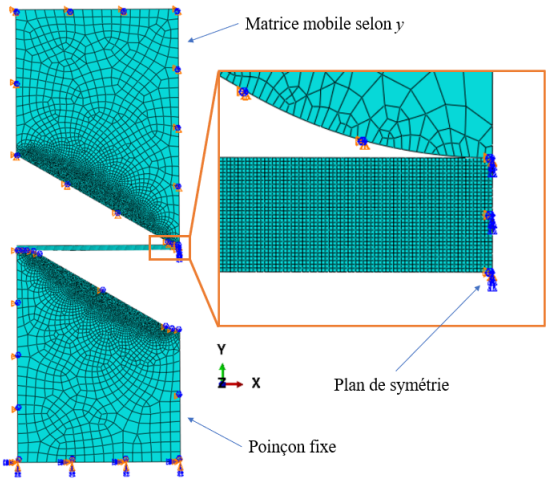


FIGURE 5.18 – Maillage et conditions aux limites des simulations 2D de pliage

A l'état initial, la tôle est homogène en température à 1173K avec une microstructure complètement austénitique. Les contraintes sont supposées nulles à la sortie du four, car l'austénitisation est suffisamment forte et longue pour les relaxer. Les outils sont quant à eux à la température ambiante (293K). Ils possèdent les mêmes propriétés que le mors des essais de plasto-dilatométrie et sont regroupées au sein du tableau 5.2 (acier X38).

TABLEAU 5.2 – Propriétés mécaniques et thermiques de l'acier X38

Propriété	X38
Module d'Young	218 GPa
Coefficient de Poisson	0,295
Capacité thermique massique	475 $J.K^{-1}.kg^{-1}$
Conductivité thermique	34 $W.m^{-1}.K^{-1}$
Masse volumique	7890 $kg.m^{-3}$

Pour les conditions aux limites mécaniques, la matrice est encastrée et le poinçon ne peut se mouvoir que selon l'axe $\overrightarrow{y}$. Pour la thermique, la surface extérieure de la tôle est soumise à de la convection et du rayonnement (voir partie 4.1.2 pour une description exhaustive). Pour le contact, les outils sont définis comme surfaces maîtres. Mécaniquement, le contact est normalement dur et tangentiellement dépendant d'un coefficient de friction égal à 0,3 et thermiquement, dépendant d'un coefficient de transfert thermique (voir figure 4.8). La pression d'outil est exercée pendant la mise en forme sur la surface supérieure du poinçon.

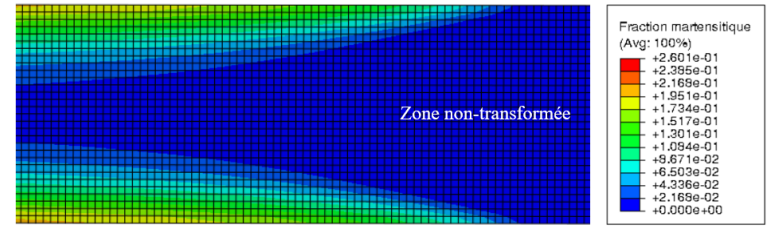
5.2.3.1.2 Choix des éléments et *steps* associés

Pour les précédentes simulations d'emboutissage à chaud, les outils sont considérés comme rigides. R. Neumann et al. considèrent les outils comme isothermes et sont donc modélisés par des surfaces analytiques [96]. P. Åkerström considère en revanche le caractère thermique et utilise donc un maillage pour décrire les outils [2]. Cette approche a ici été reprise, car, expérimentalement, l'outil double de température pendant un emboutissage à chaud : les outils sont ainsi maillés avec des éléments CPE3T et CPE4RT, avec un maillage plus fin au niveau des zones de contact avec la tôle (taille caractéristique : 0,4 mm). Ces éléments solides triangulaires et carrés sont en déformations planes avec une interpolation linéaire et une intégration de la température. Les calculs sont réalisés sous Abaqus® en *steps coupled temperature-displacement*, dont l'option *nlgeom* a été activée. Afin de gagner en temps de calcul, les éléments carrés sont en intégration réduite et pour limiter un potentiel effet sablier (*hourglass*), un contrôle *enhanced* est utilisé.

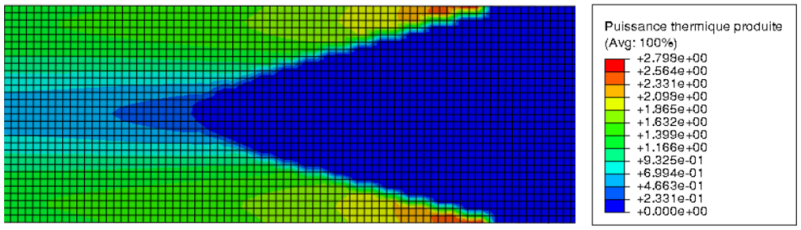
Pour la tôle, les éléments sont des CPE4T. L'intégration réduite est ici écartée afin d'avoir une bonne description des gradients thermiques et mécaniques. Une convergence du maillage a par ailleurs été effectuée avec des éléments compris entre 300 μm et 30 μm de coté. La mécanique converge assez rapidement, dès 150 μm. En revanche, les contraintes résiduelles présentent expérimentalement de forts gradients en sous-surface, ce qui nécessite une description plus fine. De plus, la chaleur latente de transformation martensitique produit très rapidement des puissances de l'ordre de plusieurs mW.mm^{-3} sur de fines épaisseurs, comme le montrent les figures 5.19a et 5.19b. Par conséquent, des éléments avec un coté de 50 μm ont été choisis pour mailler la tôle en acier Usibor®.

Chaque simulation est décomposée en 4 étapes :

1. Transfert (durée variable) : la durée varie entre 7 secondes et 13 secondes, selon le plan d'expérience et une variabilité opérateur, due au transfert manuel de la tôle vers l'outil.
2. Mise en forme de début de trempe (5 secondes) : cette étape est cruciale pendant l'emboutissage à chaud. Les grandes déformations et la chaleur produite (figure 5.19b) nécessitent un pas de temps fin pour une bonne convergence. La pression d'outil de 6,7 MPa est graduellement appliquée pendant la première seconde puis maintenue.
3. Fin de trempe (35 secondes) : la transformation martensitique complète étant atteinte, le pas de temps peut être augmenté sans mettre en danger la convergence des calculs. La pression d'outil est dans un premier temps maintenue puis relâchée sur les 5 dernières secondes du *step*.



(a) Fraction volumique de martensite

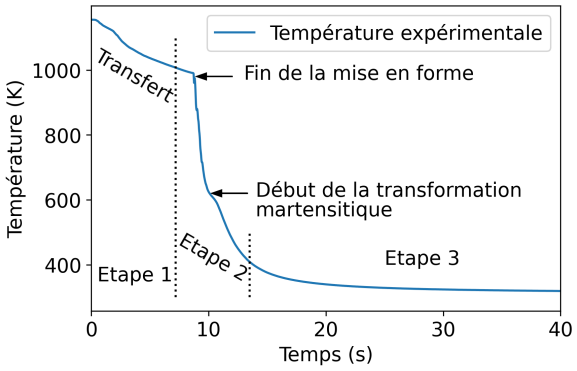


(b) Puissance volumique générée ($mW.mm^{-3}$)

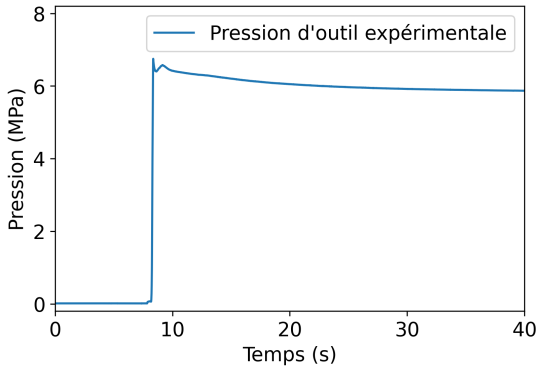
FIGURE 5.19 – Transformation martensitique au sein du flanc après mise en forme et puissance thermique générée par la chaleur latente

4. Ouverture d'outil (60 secondes) : les contacts mécaniques sont désactivés et les outils retirés afin d'obtenir les contraintes résiduelles post-emboutissage.

Les durées de chaque étape ont été déterminées à l'aide des mesures de températures faites sur les pliages. Les chargements mécaniques ont été calibrés à l'aide des mesures réalisées par les cellules de charge. Un exemple est donné en figure 5.20a pour le thermocouple soudé dans le pli d'un embouti en Usibor®2000 avec un angle de 120° et en figure 5.20b pour la force mesurée convertie en pression.



(a) Évolution de la température



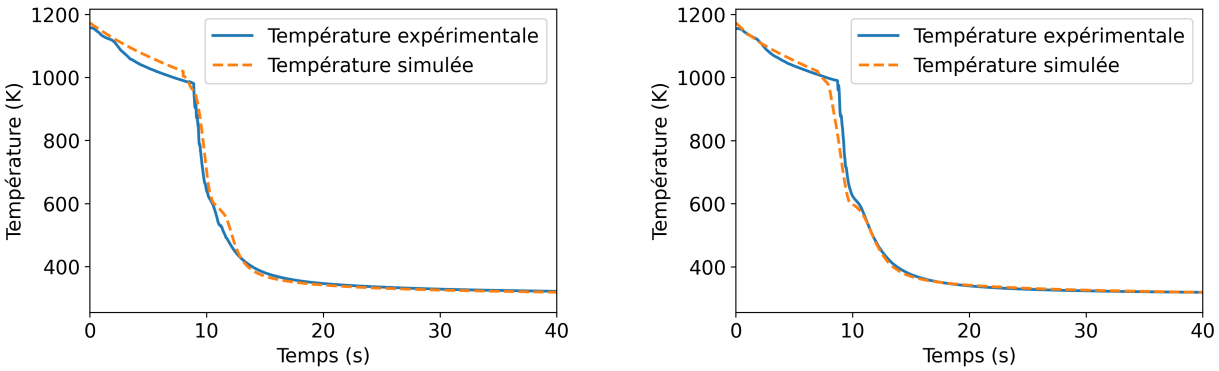
(b) Évolution de la pression d'outil

FIGURE 5.20 – Évolution des conditions thermomécaniques au niveau du pli au cours de l'emboutissage et détermination des durées de simulation (Usibor®2000, pliage à 120°)

La fin du transfert et le début de la trempe forment un changement de vitesse de refroidissement, qui permet de déterminer clairement la durée du transfert. Dans les 5 secondes suivantes, la mise en forme, la majorité du refroidissement et de la transformation martensitique sont réalisées. Viennent ensuite la fin du refroidissement (35 secondes) et l'ouverture de l'outil (60 secondes), tronquées sur la figure 5.20a pour des raisons de clarté.
Ces données expérimentales de température forment des données de contrôle pour les simulations. En effet, la fraction de martensite est calculée directement à partir de la température (voir équation 4.2) et joue un rôle capital dans la genèse des contraintes résiduelles.

5.2.3.2 Contraintes simulées dans les pliages 2D

Avant de relever les contraintes simulées, la première étape est de vérifier que les champs de températures correspondent aux mesures expérimentales. Les figures 5.21a et 5.21b présentent une comparaison entre les températures expérimentales et simulées au niveau du pli pour les deux nuances d'acier Usibor®.



(a) Usibor®1500 (b) Usibor®2000

FIGURE 5.21 – Comparaisons des températures expérimentales et simulées pour le pliage à 120° au point 3 pour un transfert de 7 secondes entre le four et la presse

Ces simulations apportent plusieurs points de validation. D'une part, les transferts thermiques, modélisés au chapitre précédent, permettent de décrire avec précision le refroidissement de la tôle, pendant le transfert et pendant la mise en forme. D'autre part, les valeurs déterminées pour les chaleurs latentes semblent décrire de manière idoine le dégagement de chaleur généré par la transformation martensitique. Par ailleurs, les vitesses de déformation pendant la mise en forme varient entre 0,003 s^{-1} et 0,15 s^{-1}, ce qui correspond à la gamme des essais de traction réalisés précédemment.

Toutefois, malgré une bonne description thermique de l'emboutissage, le modèle ne peut pas rendre compte des contraintes résiduelles après mise en forme. En effet, la simulation 2D pour la pression d'outil expérimentale de 6,7 MPa prédit en surface du substrat martensitique des contraintes résiduelles 15 à 20 fois plus faibles que les contraintes expérimentales. La figure 5.22 présente les contraintes résiduelles dans la profondeur de l'extrados au niveau du congé. Les contraintes expérimentales sont représentées par le faisceau bleuté, dont les bornes inférieure et supérieure sont respectivement définies par les contraintes résiduelles brutes et corrigées (voir figure 5.15b).

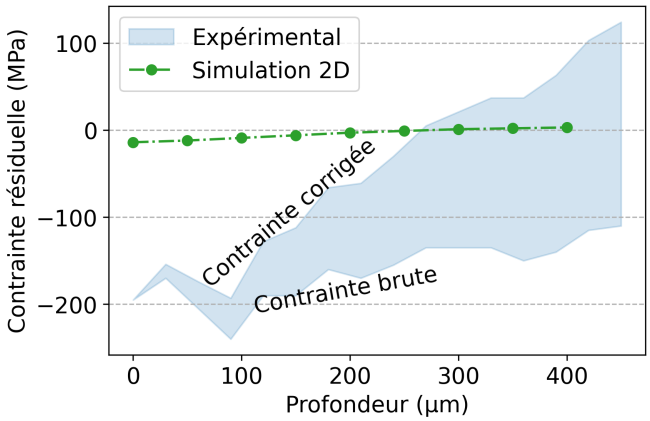


FIGURE 5.22 – Comparaison des contraintes résiduelles expérimentales brutes et simulées en déformations planes (pliage à 120° en acier Usibor®2000 dans l'extrados du congé)

La simulation numérique prédit un champ de contraintes très faible par rapport aux analyses expérimentales, uniforme entre -5 MPa et +5 MPa. Les différences de niveaux de contraintes entre le congé et les flancs ne sont donc pas retranscrites par la simulation.

L'écart entre la simulation et l'expérience s'explique par l'hypothèse des déformations planes, qui impose une composante ε_{33} égale à 0 (direction orthogonale au plan 2D, en figure 5.18). Pour compenser la contraction due au refroidissement de l'éprouvette, le modèle crée artificiellement des contraintes de traction élevées dans cette direction. Ces contraintes normales au plan 2D perturbent la description mécanique tout au long de la simulation. En effet, à la fin du transfert de 7 secondes, la composante σ_{33} atteint 65 MPa, ce qui est suffisant pour faire entrer la tôle en plasticité à 1000 K. Au début de la transformation martensitique, σ_{33} atteint 300 MPa, ce qui affecte la plasticité de transformation, proportionnelle au déviateur des contraintes. A la fin de la simulation, après l'ouverture de l'outil et le relâchement de la contrainte appliquée, σ_{33} atteint 500 MPa.

Cette contrainte normale est homogène dans l'épaisseur de la tôle, mais ne permet pas d'obtenir un gradient de déformations inélastiques suffisamment important pour retrouver les contraintes expérimentales. En effet, ce sont les incompatibilités de déformations, ou *eigenstrains*, qui provoquent l'apparition de contraintes résiduelles (voir partie 2.4.1). A la fin de l'emboutissage à chaud, la tôle est entièrement martensitique à température ambiante ; il ne peut donc pas y avoir de différences au niveau des dilatations thermiques $\boldsymbol{\varepsilon^{th}}$ ou isotropes de changement de phase $\boldsymbol{\varepsilon^{iso}}$. Les contraintes résiduelles ne peuvent donc émerger qu'à partir de la plasticité classique ou de la plasticité de transformation.
La figure 5.23 présente les composantes 11 pour la plasticité classique et la plasticité de transformation. Au niveau du flanc, les deux composantes sont homogènes sur toute l'épaisseur de la tôle, ce qui explique la présence d'un champ de contraintes résiduelles uniforme. En revanche, le pli présente un gradient de plasticité classique. Il est la cause du gradient de contraintes résiduelles simulées observable sur la figure 5.22, qui reste très faible devant les contraintes résiduelles expérimentales.

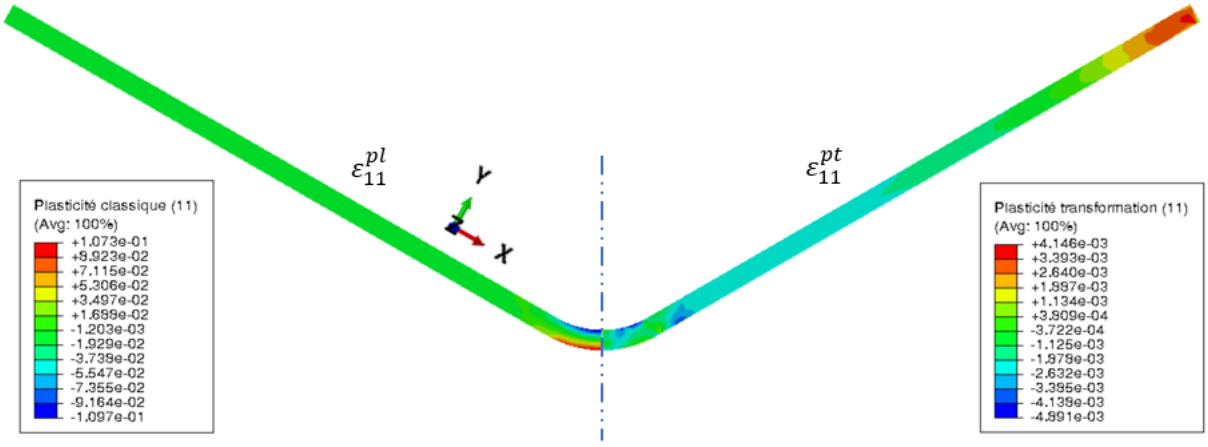


FIGURE 5.23 – Composantes ε_{11}^{pl} et ε_{11}^{pt} dans le repère local du pliage à 120° en acier Usibor®2000

Même en augmentant la pression d'outil, les profils de contraintes résiduelles ne s'accentuent pas. La figure 5.24 présente l'évolution de la contrainte résiduelle sur l'extrados du flanc (point 1 ou 5) et du pli (point 3) à 120° en Usibor®2000. Pour la contrainte expérimentale de 6,7 MPa, la surface du pliage montre bien de faibles niveaux de contraintes (voir également la figure 5.22), mais celles-ci s'atténuent très rapidement avec des pressions d'outil plus élevées.

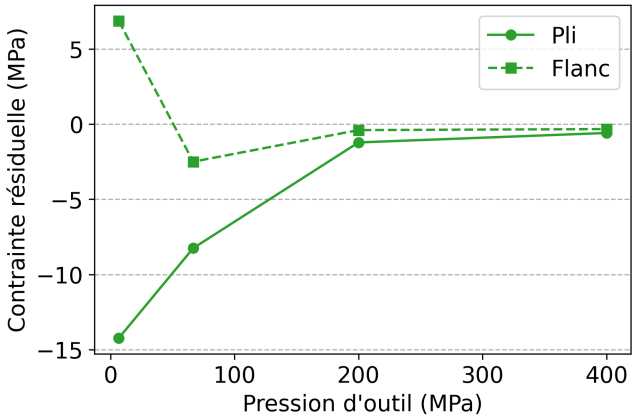


FIGURE 5.24 – Évolution de la contrainte résiduelle de surface en fonction de la pression d'outil appliquée (extrados du pli à 120° en Usibor®2000 dans la direction DT)

A la pression d'outil de 400 MPa, l'état de contrainte est nul sur l'ensemble de la tôle, alors qu'un tel niveau de pression d'outil devrait exacerber les déformations plastiques classiques et ainsi générer de fortes contraintes résiduelles.

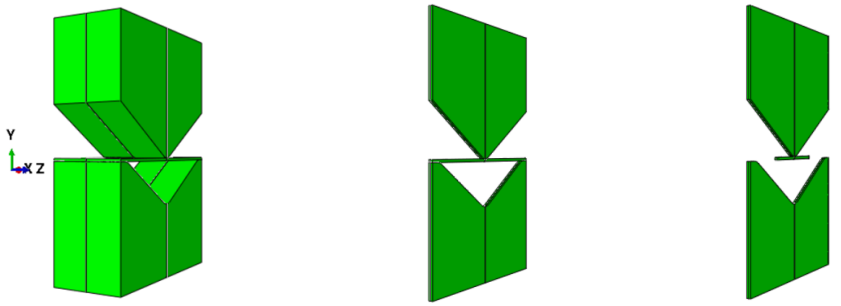
Pour conclure, les contraintes parasites, normales au plan de la simulation, faussent le calcul de la plasticité classique et de la plasticité de transformation. Or, ces deux *eigenstrains* sont essentielles à la présence d'un gradient de contraintes résiduelles entre la surface et le cœur de la tôle (voir partie 2.4.1). Il est donc nécessaire de passer aux simulations 3D afin de s'affranchir de la contrainte parasite σ_{33}.

5.2.4 Simulations 3D

5.2.4.1 Mise en donnée des simulations 3D

Les simulations 3D sont très semblables aux simulations 2D. Les deux principales différences sont les suivantes. Les simulations 3D possèdent une condition aux limites supplémentaire : un plan de symétrie selon $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$, illustré sur les figures 5.25a à 5.25c. De plus, le passage au 3D change la nature des éléments : C3D8T pour la tôle et C3D8RT pour les outils.

Plusieurs largeurs ont été simulées afin d'adapter le temps de calcul au besoin des simulations et sont illustrées sur les figures 5.25a à 5.25c.



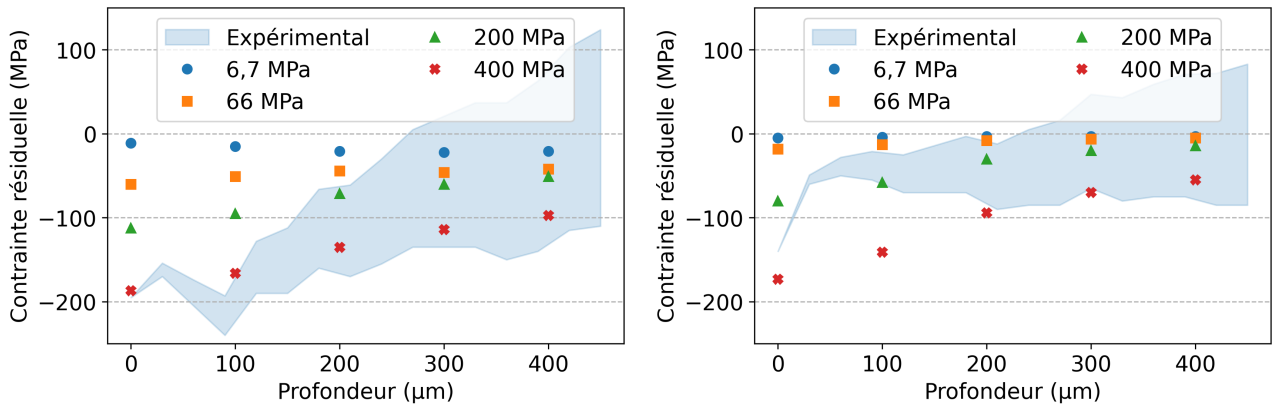
(a) Géométrie globale (b) Géométrie fine (c) Géométrie réduite

FIGURE 5.25 – Configurations des différentes simulations réalisées en 3D (cas d'un pliage à 120°)

La première configuration, sur la figure 5.25a, sert uniquement à s'assurer que les géométries réduites sont bien représentatives et n'induisent pas un biais.
De plus, outre la taille, il existe également une autre différence entre ces trois simulations. Sur la géométrie globale, toute la surface extérieure de la tôle est soumise à de la convection et du rayonnement avec l'extérieur. Pour la configuration fine, en figure 5.25b, les échanges thermiques avec l'extérieur sont supprimés pour les surfaces de normale $\overrightarrow{z}$ et pour la géométrie réduite, ils sont également supprimés pour les surfaces de normale $\overrightarrow{x}$. L'objectif est de représenter l'état de contraintes et de déformations dans la partie centrale du pliage. Un test de convergence sur le nombre d'éléments dans l'épaisseur des simulations (direction $\overrightarrow{z}$) a été réalisé afin de s'assurer que cette simplification n'affecte pas les résultats du profil de contrainte au niveau du plan de symétrie.

5.2.4.2 Comparaisons entre 2D et 3D

La même augmentation de pression d'outil a été simulée pour les pliages en 3D. Comme le montrent les figures 5.26a et 5.26b, les contraintes résiduelles en 3D de la nuance Usibor®2000 sont plus sensibles à la pression d'outil. Plus celle-ci est élevée et plus les contraintes sont en compression, ce qui est cohérent avec les analyses expérimentales sur les emboutis oméga (voir figure 3.22). Les simulations pour la pression d'outil à 6,7 MPa prédisent le bon niveau de contrainte au cœur de la tôle. En effet, la simulation intercepte en profondeur le faisceau expérimental défini par les contraintes expérimentales brutes et corrigées.



(a) Pli (point 3)

(b) Flanc (point 1 ou 5)

FIGURE 5.26 – Profils de contraintes résiduelles en profondeur sur l'extrados d'un pliage à 120° en Usibor®2000

Par contre, les contraintes prédites en surface sont bien en-dessous des contraintes expérimentales. Il faut augmenter la pression d'outil jusque 400 MPa pour avoir le bon profil de contraintes sur l'ensemble de l'épaisseur au niveau du pli (figure 5.26a) et 200 MPa au niveau du flanc (figure 5.26b), ce qui correspond respectivement à 60 fois et 30 fois la pression d'outil expérimentale.

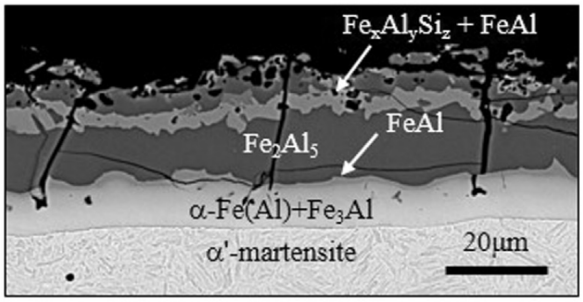
De plus, les simulations pour la nuance Usibor®2000 prédisent des contraintes résiduelles en traction (entre 0 et 100 MPa) à l'intérieur du pli, ce qui est contraire aux analyses expérimentales réalisées en surface (figure 5.13) et en profondeur (figure 5.17). La déformation de la tôle, dans la direction DT, crée des déformations plastiques opposées : négatives en intrados et positives en extrados. Cette différence de signe au niveau des *eigenstrains* se répercute sur le signe des contraintes résiduelles qui sont pour ces simulations négatives en extrados et positives en intrados. Ces observations permettent de conclure que la plasticité classique et la plasticité de transformation seules ne peuvent expliquer la genèse des contraintes résiduelles. Le flanc (figure 5.26b) en est presque exempt et pourtant il présente un point à -150 MPa en extrême surface du substrat martensitique. Le profil est ensuite équilibré dès le second point d'analyse à 30 μm de profondeur. Cela suggère également une origine située en extrême surface de la tôle. Ces deux raisons poussent à considérer le rôle du revêtement dans la genèse des contraintes résiduelles. Il est d'une part symétrique des deux cotés de la tôle et peut donc mener à des profils symétriques. D'autre part, son épaisseur après emboutissage est de 40 μm environ, ce qui est compatible avec une cause localisée en extrême surface.

5.2.4.3 Ajout du revêtement

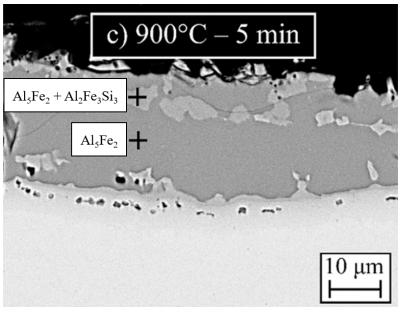
Les nuances d'acier Usibor® présentent des contraintes résiduelles évanescentes. En effet, comme le montrent les figures 5.15a et 5.15b, les contraintes résiduelles de la nuance Usibor®1500 s'atténuent dès 100 μm de profondeur et dès 200 μm pour la nuance Usibor®2000. Cette faible profondeur affectée suggère donc une cause située en surface de la tôle, i.e. le revêtement AluSi®150, jusqu'alors non pris en compte. Cette partie présente dans un premier le temps la modélisation adoptée pour le revêtement puis détaille son effet sur l'état de contrainte pendant la mise en forme et après la mise en forme.

5.2.4.3.1 Modélisation du revêtement

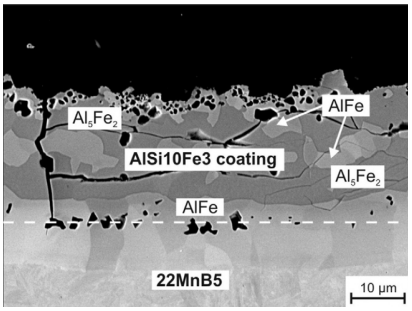
Le revêtement AluSi® est avant austénitisation un alliage 90% Al - 10% Si. Toutefois, avec les hautes températures, le fer diffuse du substrat martensitique vers le revêtement et forme des intermétalliques de structures variées.



(a) 1173K - 6,5 min [19]



(b) 1173K - 5 min [59]



(c) 1193K - 6 min [131]

FIGURE 5.27 – Micrographies du revêtement après différents traitements d'austénitisation et identification des structures AlSiFe

Des analyses en EDS ou en EBSD ont par ailleurs montré la diversité de celles-ci [19, 59, 131]. Quelques exemples sont illustrés sur les figures 5.27a à 5.27c pour la nuance Usibor®1500.

Bien que les différentes micrographies semblent montrer des structures sous forme de couches, celle-ci ne sont homogènes ni en composition stœchiométrique, ni en épaisseur, ni en nombre. Ces deux paramètres sont en effet fortement dépendants de la durée et de la température d'austénitisation [19, 33]. Ce sont toutefois les structures AlFe et Al_5Fe_2 qui sont les plus présentes à température ambiante pour une austénitisation de 5 minutes à 1173K.
La morphologie des différentes couches d'intermétalliques complexifie la modélisation numérique du revêtement. De plus, assimiler les différents intermétalliques les uns avec les autres s'avère impossible, car ceux-ci possèdent des propriétés mécaniques disparates, comme le montre le tableau 5.3.

TABLEAU 5.3 – Propriétés mécaniques expérimentales des intermétalliques Al_xFe_y

Structure	Module d'Young (GPa)	Dureté
AlFe [131]	176	517 HV
AlFe [19]	172	5,2 GPa
Al_5Fe_2 [131]	198	1090 HV
Al_5Fe_2 [19]	216	13 GPa

Une étude s'est intéressée à la modélisation par éléments finis du revêtement afin de déterminer ses conditions de rupture [136]. Les principales strates du revêtement sont modélisées par des couches uniformes, illustrées sur la figure 5.28.

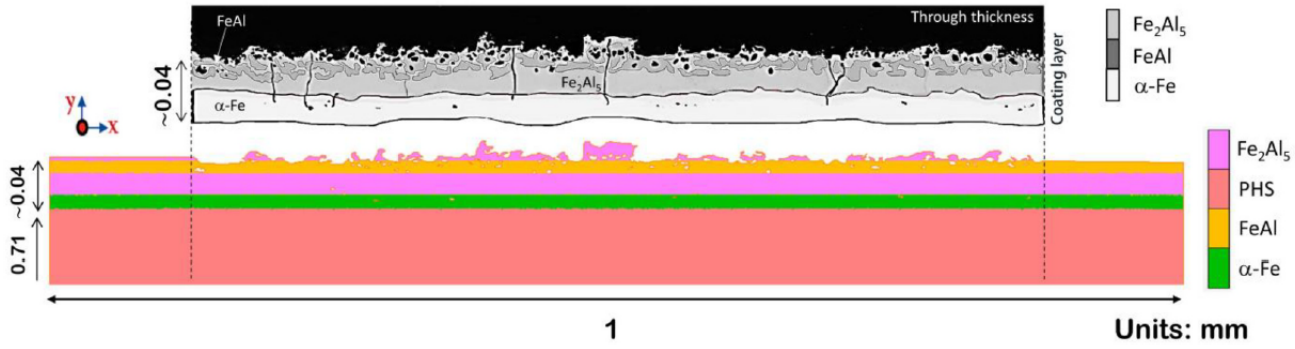


FIGURE 5.28 – Modélisation par éléments finis du revêtement AluSi® sur un substrat martensitique [136]

Les couches AlFe et α-Fe sont modélisées par un comportement plastique parfait et la couche Al_5Fe_2 est modélisée par un comportement élasto-plastique avec un écrouissage de Ludwik (σ_y^0 désigne la limite élastique et K et n les paramètres d'écrouissage) [76] :

$$\sigma_y = \sigma_y^0 + K\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^n \tag{5.3}$$

Les travaux de l'auteur sont réalisés à hautes températures et fournissent des valeurs numériques pour les modèles de plasticité, adaptées à cette plage de températures et regroupées au sein du tableau 5.4.

TABLEAU 5.4 – Paramètres matériaux des intermétalliques Al_xFe_y pour le revêtement AluSi® [136]

	T (K)	E (GPa)	σ_y^0 (MPa)	K (MPa)	n (-)	Déformation à rupture (%)
AlFe	773	221	940	-	-	5
	873	214	752	-	-	9
	973	206	563	-	-	16
Al_5Fe_2	773	198	2458	84	0,25	0,5
	873	196	2203	84	0,25	3
	973	192	1948	84	0,25	8

Pour les modélisations d'emboutissage à chaud, il est impossible de reprendre ces modèles tels quels. En effet, les modèles de rupture ne sont pas implémentés, car ils nécessiteraient une discrétisation trop importante des maillages pour converger, ce qui est incompatible avec la simulation d'emboutis complets : 0,5 μm pour les simulations de S. Zaman et al. [136], contre 50 μm pour cette étude.

Le modèle élastoplastique pour la configuration Al_5Fe_2 semble adapté aux températures de l'étude de S. Zaman et al. [136], mais est en réalité impossible à extrapoler. En effet, la dureté expérimentale des intermétalliques présente une évolution linéaire vis-à-vis de la température [131]. En considérant alors une extrapolation linéaire sur les valeurs du tableau 5.4, la limite élastique atteindrait 4403 MPa à température ambiante. Le prochain paragraphe propose une comparaison croisée entre les différents modèles discutés ici, ainsi qu'un modèle pour la composition 90%-Al et 10%-Si du revêtement AluSi®.

5.2.4.3.2 Comparaison entre les simulations avec et sans revêtement

Afin de simplifier les simulations, le revêtement a été modélisé par une seule couche homogène de 40μm d'épaisseur, maillée avec deux éléments C3D8T dans l'épaisseur. Le maillage a également été resserré en surface du substrat martensitique afin d'obtenir une description plus fine des contraintes (voir figure 5.29). Différentes simulations ont été réalisées avec les modèles de matériaux regroupés au sein du tableau 5.5.

TABLEAU 5.5 – Paramètres matériaux mécaniques du revêtement pour les simulations d'emboutissage

Description	ν	E (GPa)	σ_y^0 (MPa)	K (MPa)	n (-)
Elastique	0,3	100	-	-	-
Al_5Fe_2 [136]	0,3	198	2458	84	0,25
AlSi [4]	0,3	100	230	360	0,16

Les propriétés mécaniques du tableau 5.5 sont également accompagnées de propriétés thermiques identiques pour tous les modèles : une conductivité de 100 $W.m^{-1}.K^{-1}$, une capacité calorifique massique de 950 $J.K^{-1}.mol^{-1}$, un coefficient de dilatation thermique de $2{,}14.10^{-5}$ K^{-1} et une masse volumique de 2670 $kg.m^{-3}$, choisis à partir des données proposées par ANSYS/Granta® [4].

Le modèle élastique ne converge pas et s'arrête à mi-chemin de la mise en forme, car la contrainte dépasse les 3500 MPa au niveau du pli, en traction pour l'extrados et en compression pour l'intrados, comme le montre la figure 5.29. Les contraintes à la fin de la mise en forme seraient encore plus irréalistes, il est donc inutile de considérer davantage le modèle purement élastique.

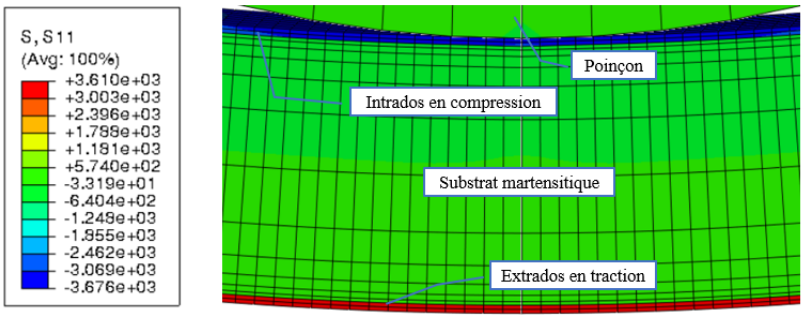
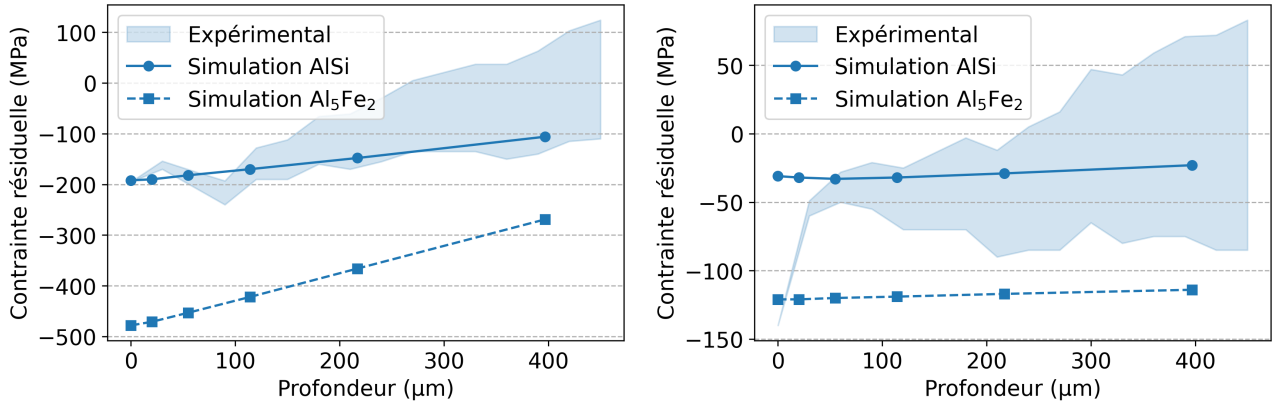


FIGURE 5.29 – Niveau de contrainte au sein du revêtement AluSi® avec un modèle purement élastique après 0,642 secondes de mise en forme

L'ajout d'un modèle de plasticité s'avère donc nécessaire. Deux modèles ont été comparés : celui proposé par S. Zaman et al. [136], décrit au paragraphe précédent et dont les valeurs numériques sont rappelées dans le tableau 5.5 et un modèle extrapolé des données matériaux de ANSYS/Granta® pour la carte matériau de l'AlSi (90%-10% environ) [4]. Les contraintes, prédites pour ces deux modèles dans le cas du pliage en Usibor®2000 à 120° sur l'extrados, sont regroupées sur les figures 5.30a et 5.30b. Pour toutes les simulations avec revêtement, la surface désigne comme précédemment la surface du substrat martensitique, qui n'est maintenant plus confondue avec la surface de la tôle, car le revêtement reste présent à la fin de la simulation.



(a) Point 3 (pli)

(b) Point 4 (flanc)

FIGURE 5.30 – Comparaison des profils de contraintes pour les deux types de modèles élasto-plastiques du revêtement (pliage à 120° en Usibor®2000 dans la direction DT)

Dans un premier temps, que ce soit au niveau du pli ou au niveau du flanc, le modèle de S. Zaman pour l'intermétallique Al_5Fe_2 prédit des contraintes de compression trop importantes, en surface comme au cœur de la tôle en acier Usibor®. En effet, les valeurs numériques sont situées en-dehors du faisceau bleuté défini par les contraintes résiduelles expérimentales brutes et corrigées (voir figure 5.22). En revanche, la corrélation entre les analyses expérimentales et le modèle proposé pour l'AlSi est bien meilleure, car en dehors du point de surface pour le flanc (figure 5.30b), toutes les valeurs numériques interceptent le faisceau expérimental. Cette corrélation est également renforcée par l'absence de contraintes normales à la tôle au sein des simulations, ce qui correspond à l'hypothèse expérimentale : en diffraction des rayons X, la contrainte calculée en un point correspond à la contrainte tangentielle moins la contrainte normale.

L'explication de la différence entre les deux modèles de revêtement est la suivante. Les deux modèles possèdent le même coefficient de dilatation thermique qui est supérieur à celui des aciers Usibor® ($2{,}14.10^{-5}$ K^{-1} contre $2{,}00.10^{-5}$ K^{-1} pour l'austénite et $1{,}10.10^{-5}$ K^{-1} pour la martensite de la nuance Usibor®2000). Le revêtement se contracte donc plus rapidement que le substrat martensitique principalement pendant la trempe de la tôle. Cette contraction génère donc des contraintes de traction au sein du revêtement, qui sont équilibrées par des contraintes de compression en surface du substrat martensitique.

Par sa limite élastique 10 fois plus élevée que pour l'AlSi binaire, le modèle du revêtement de S. Zaman

et al. [136] atteint des contraintes de traction élevées plus facilement, qui sont donc équilibrées par des contraintes de compression plus intenses. Toutefois, cette conclusion est à modérer, car le modèle de rupture de S. Zaman et al. permettrait de relaxer en partie les contraintes de traction.
Une étude paramétrique sur les propriétés du revêtement AlSi est proposée en annexe E, afin de quantifier la sensibilité de chaque paramètre mécanique sur les profils de contraintes résiduelles.

Le plan d'expérience sur les pliages inclut des emboutis avec un angle d'ouverture à 160°, permettant une confrontation simulation/expérience sur l'intrados de la tôle. Les simulations sans revêtement prédisent des champs de contraintes faibles, légèrement en compression pour l'extrados et légèrement en traction pour l'intrados. Contrairement aux simulations sans revêtement, les contraintes avec revêtement sont bien en compression marquée de part et d'autre de la tôle, ce qui permet de confirmer le rôle du revêtement sur le signe des contraintes en intrados. La différence entre les deux simulations est illustrée en figure 5.31.

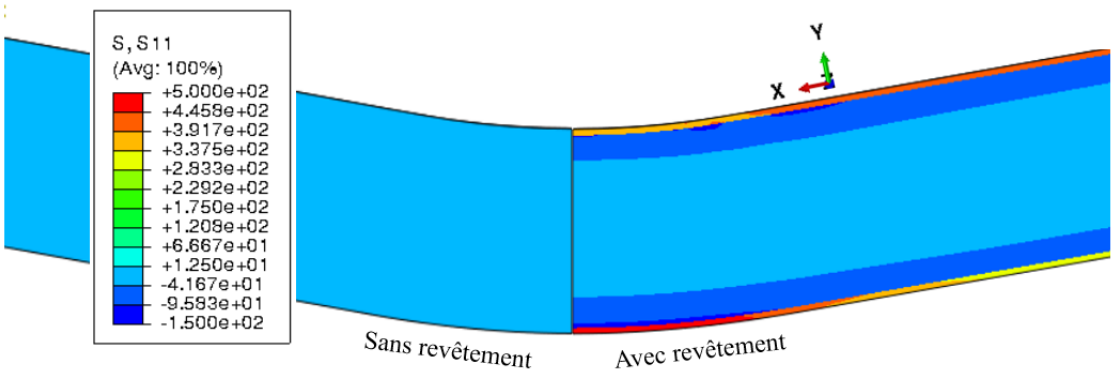
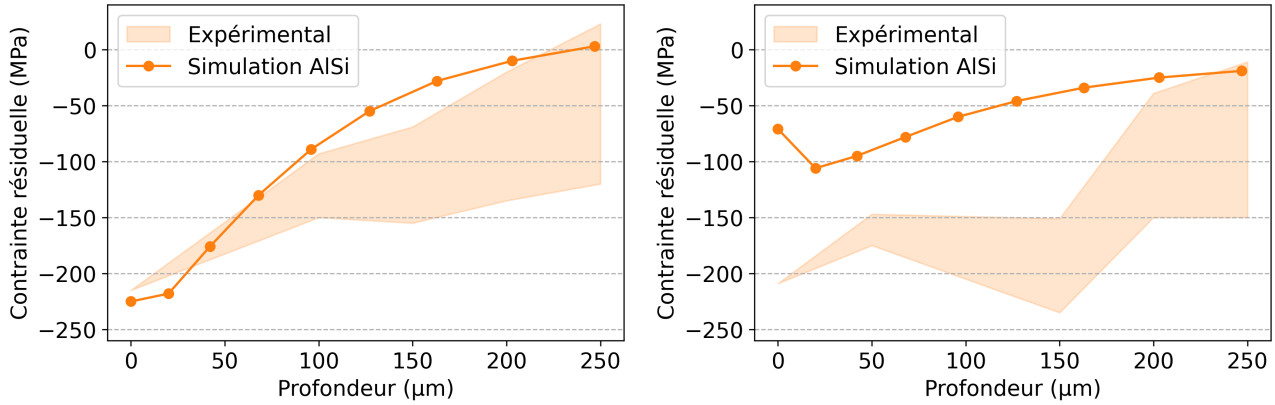


FIGURE 5.31 – Champs de contraintes résiduelles au niveau du pli à 160° dans la direction DT pour un pliage en Usibor®2000 (sans revêtement à gauche, avec revêtement à droite)

Quantitativement, une comparaison entre les profils expérimentaux (figure 5.17) en profondeur et la simulation est proposée sur les figures 5.32a et 5.32b pour l'intrados de la nuance Usibor®2000.
La direction DL présente une bonne corrélation avec les analyses expérimentales, avec des valeurs numériques plus proches des valeurs expérimentales corrigées que pour le pliage à 120°. L'écart dans la direction DT est plus important, car les contraintes prédites sont au maximum inférieures de 150 MPa aux valeurs expérimentales. Cela suggère que le modèle est tout de même sensible à l'angle de pliage, contrairement aux contraintes expérimentales. Cette conclusion est étudiée plus en détails au prochain paragraphe.

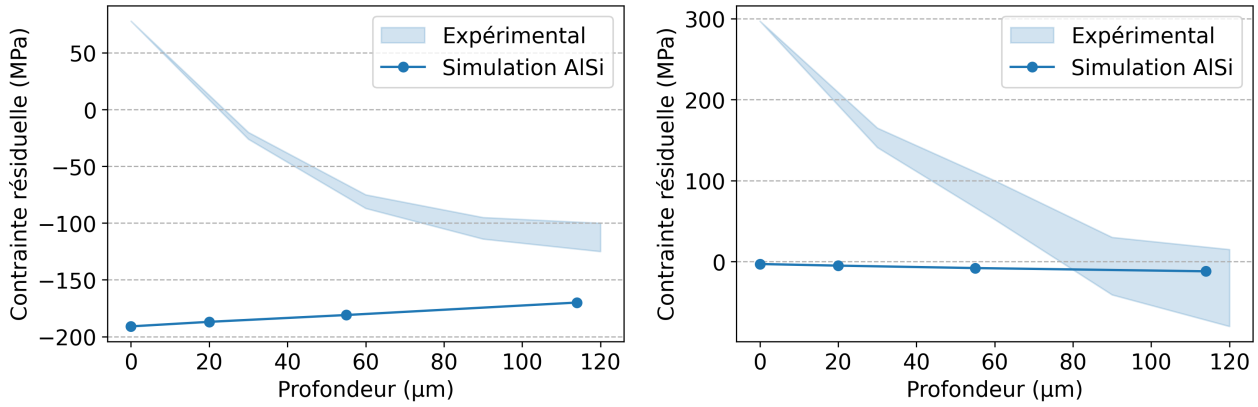


(a) Direction DL

(b) Direction DT

FIGURE 5.32 – Comparaison des profils de contraintes dans les directions DL et DT sur le pli à 160° en Usibor®2000 avec un revêtement AlSi (point 3)

Pour la nuance Usibor®1500, les prédictions du modèle en surface du substrat martensitique sont nettement moins bonnes. Les analyses expérimentales ont montré des contraintes de traction, de l'ordre de 80 MPa au niveau du congé et 300 MPa au niveau du flanc. Avec le modèle de l'AlSi pour le revêtement, les simulations prédisent des contraintes de compression à la surface du substrat martensitique, comme le montrent les figures 5.33a et 5.33b pour l'extrados d'un pliage à 120°.



(a) Point 3 (pli)

(b) Point 1 (flanc)

FIGURE 5.33 – Comparaison des profils de contraintes pour le revêtement en AlSi (pliage à 120° en Usibor®1500 dans la direction DT)

L'écart entre les valeurs prédites et analysées expérimentalement est de 300 MPa en surface du substrat martensitique. Comme les contraintes expérimentales chutent rapidement, la prédiction du modèle d'emboutissage devient acceptable dès 100 μm de profondeur. La cause peut être d'une part

expérimentale : si le revêtement n'a pas été entièrement poli, celui-ci pourrait perturber les analyses par diffraction des rayons X. Cela semble peu probable, car l'ensemble des analyses expérimentales réalisées en surface du substrat martensitique présente des contraintes de traction (voir notamment la figure 5.11a). La cause de l'erreur peut d'autre part être numérique : les deux nuances d'acier Usibor® possèdent des chimies différentes, les intermétalliques formés diffèrent donc d'une nuance à l'autre. Deux modèles séparés seraient donc nécessaires pour décrire le revêtement pour chaque nuance.

5.2.4.4 Modélisation et simulation du polissage électrolytique du revêtement

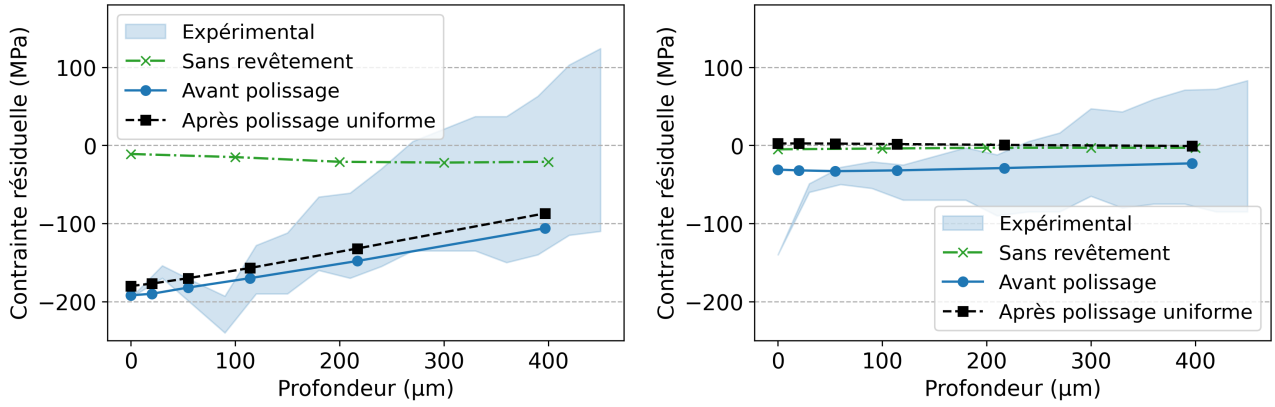
Les contraintes numériques présentées au paragraphe précédent sont toujours influencées par la présence du revêtement. Étant en traction, 341 MPa sur le pli et 264 MPa sur le flanc pour l'extrados par exemple, celui-ci influence nécessairement les contraintes en surface du substrat martensitique.
Le modèle de correction de M.G. Moore et W.P. Evans [87] se base sur un retrait uniforme du revêtement en surface de la tôle. Il est possible de simuler cette même phase de polissage afin de s'affranchir de l'influence du revêtement sur les contraintes du substrat. Pour cela, une diminution progressive des propriétés élastiques du revêtement en fin d'emboutissage permet d'imiter un enlèvement de matière uniforme. Le module d'Young du modèle AlSi proposé dans cette thèse (tableau 5.3) est initialement égal à 100 GPa quelle que soit la température. En le faisant progressivement diminuer avec la température, il est possible de relaxer les contraintes au sein du revêtement. La modélisation proposée au sein du tableau 5.6 est utilisée au sein de la simulation d'un pliage à 120° en Usibor®2000.

Tableau 5.6 – Modification du module d'Young en fonction de la température

Température (K)	Module d'Young (GPa)
1173	100
315	100
305	1
273	1

Les températures utilisées au sein du tableau 5.6, proches de la température ambiante, ont été déterminées pour que la relaxation des contraintes dans le revêtement intervienne en fin de simulation, une fois l'emboutissage terminé.
Avec les propriétés proposées, les contraintes dans le revêtement diminuent considérablement : en extrados, elles descendent sur l'ensemble du revêtement à quelques MPa. Les figures 5.34a et 5.34b

comparent les simulations de l'extrados d'un pliage avec un angle de 120° en Usibor®2000 sans revêtement (partie 5.2.4.2), avec un revêtement non poli (partie 5.2.4.3) et un revêtement poli uniformément selon la méthode de M.G. Moore et W.P. Evans [87].



(a) Point 3 (pli)

(b) Point 1 (flanc)

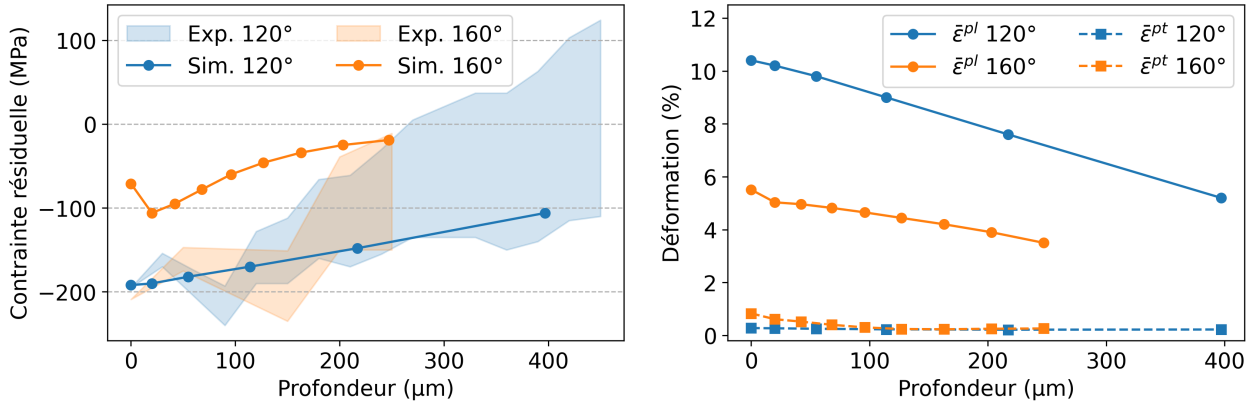
FIGURE 5.34 – Modification du profil de contraintes résiduelles dans le substrat martensitique après enlèvement complet du revêtement pour l'extrados d'un pliage à 120° en Usibor®2000

Au niveau du pli, l'écart absolu de contraintes est environ égal à 12 MPa sur l'ensemble du profil. Les contraintes résiduelles numériques sont à cet endroit très peu modifiées par le polissage. Cependant, les contraintes résiduelles du flanc relaxent complètement et reviennent à un niveau comparable aux simulations 3D réalisées sans revêtement (partie 5.2.4.2). Dans les zones non-déformées, les contraintes de compression sont donc en partie générées par les contraintes de traction du revêtement. Cette différence de relaxation ainsi que les différences de contraintes expérimentales entre le pli et le flanc proviennent des *eigenstrains*.

Sur l'ensemble du revêtement, la relaxation n'excédant pas les incertitudes expérimentales, toutes les simulations ultérieures sont présentées sans simulation du polissage.

5.2.4.5 Influence des *eigenstrains*

Les précédents paragraphes ont permis d'établir que le revêtement explique le signe et le niveau des contraintes résiduelles dans le substrat martensitique. Les différences expérimentales et numériques entre le pli et le flanc proviennent des *eigenstrains*, qui renforcent les contraintes résiduelles.



(a) Profils de contraintes résiduelles

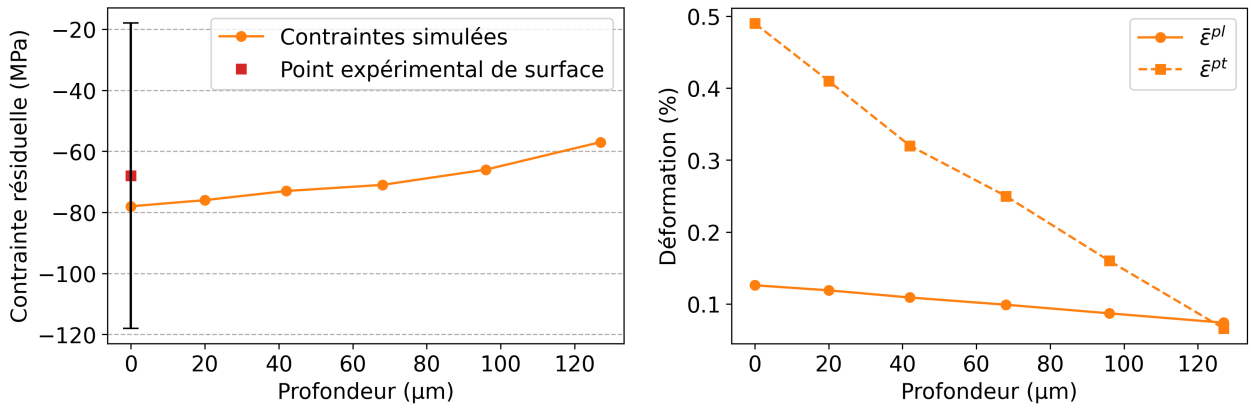
(b) Profils de déformations

FIGURE 5.35 – Comparaison des profils de contraintes et de déformations pour des pliages à 120° et 160° en acier Usibor®2000 (point 3)

Au niveau du pli, la plasticité classique prédomine et donc explique les différences de contraintes résiduelles simulées. La figure 5.35a présente les faisceaux expérimentaux pour différents angles (bleu pour le 120° et orange pour le 160°) définis par les contraintes brutes et corrigées. Ces deux profils sont clairement superposables sur les 250 μm en commun.

Ce n'est cependant pas le cas pour les profils de contraintes simulées. En effet, le profil pour le pliage à 120° offre une bonne corrélation, contrairement au pliage à 160°, où les contraintes simulées sont deux fois plus faibles que les contraintes expérimentales. Cette tendance se retrouve au niveau de la plasticité classique accumulée $\bar{\varepsilon}^{pl}$, car les valeurs numériques en profondeur présentent également un facteur 2, alors que la plasticité de transformation accumulée est beaucoup plus faible que la plasticité classique.

Au niveau du flanc, c'est la plasticité de transformation qui induit le gradient de contraintes résiduelles. La figure 5.36a présente le profil de contraintes avec un point expérimental réalisé en surface, qui présente une bonne corrélation. Comme précédemment, le gradient de contraintes résiduelles est corrélé aux gradients de déformations présentés en figure 5.36b.



(a) Profils de contraintes résiduelles

(b) Profils de déformations

FIGURE 5.36 – Comparaison des profils de contraintes et de déformations pour l'extrados du flanc d'un pliage à 160° en acier Usibor®2000 (point 1)

Les contraintes sont plus faibles au niveau du flanc et la relaxation plus importante, parce que les niveaux de déformations plastiques sont faibles, 10 % sur le congé contre 0,5% sur le flanc. Ainsi, les profils de contraintes résiduelles en profondeur du substrat martensitique montrent une corrélation non seulement avec les gradients, mais aussi avec les niveaux de déformations plastiques classiques et de transformation.

5.2.4.6 Influence de la transformation martensitique

Si le revêtement semble être la clé pour prédire les contraintes par éléments finis en surface du substrat à la fin de l'emboutissage, il est légitime de se poser la question de l'influence de la transformation martensitique sur l'état de contraintes résiduelles après emboutissage. Si l'importance de celle-ci est expérimentalement avérée, notamment pour l'absence de retour élastique (voir partie 2.4.2), il est intéressant de comprendre comment elle intervient sur l'état de contraintes.

La simulation d'un pliage à 120° en acier austénitique, avec revêtement AlSi et propriétés de la nuance Usibor®2000, a donc été réalisée sans transformation martensitique. Celle-ci prédit des contraintes de compression beaucoup plus élevées en surface du substrat martensitique. La figure 5.37 présente les profils de contraintes résiduelles en profondeur de l'extrados sur le pli de la tôle.

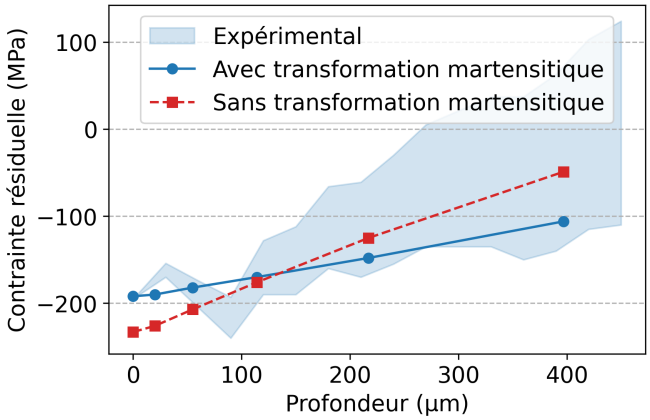


FIGURE 5.37 – Profils de contraintes résiduelles en profondeur de l'extrados du pli avec et sans transformation martensitique (point 3 du pliage à 120° en acier austénitique, point 3)

En surface du substrat, la contrainte sans transformation atteint -250 MPa contre -200 MPa avec transformation martensitique. Le retour à l'équilibre se fait ensuite beaucoup plus rapidement, car gradient de contraintes est deux fois plus élevé au moins sans transformation martensitique. Cela met bien en valeur le rôle de la transformation martensitique. En effet, le revêtement en surface du substrat martensitique n'affecte les contraintes résiduelles que sur une faible épaisseur, ce qui explique le gradient plus prononcé sans transformation martensitique. Lorsque cette dernière est présente, la plasticité de transformation qu'elle génère contribue aux *eigenstrains* et donc aux contraintes résiduelles en adoucissant le gradient de contraintes dans l'épaisseur de la tôle.
Par ailleurs, les coefficients de plasticité de transformation identifiés au chapitre 4, tableau 4.1, sont très proches pour les deux nuances Usibor®, ce qui explique notamment pourquoi le modèle prédit des contraintes de compression pour la nuance Usibor®1500 sur les figures 5.33a et 5.33b.

En réduisant le niveau de contrainte dans le matériau, la transformation contribue à diminuer le retour élastique des pliages. En effet, une ouverture moyenne de 0,5° a été constatée expérimentalement sur les pliages. Cette valeur est par ailleurs identique pour les deux nuances. Les simulations sans et avec transformation de phase affichent respectivement un retour élastique de 1° et 0,6°. La transformation de phase se produit des extrémités du pliage (zone la plus froide) vers le pli (zone la plus chaude). Au cours de celle-ci, les contraintes encore sous influence de la pression d'outil sont redistribuées. La figure 5.38 présente l'état de contrainte du substrat martensitique avant et après transformation.

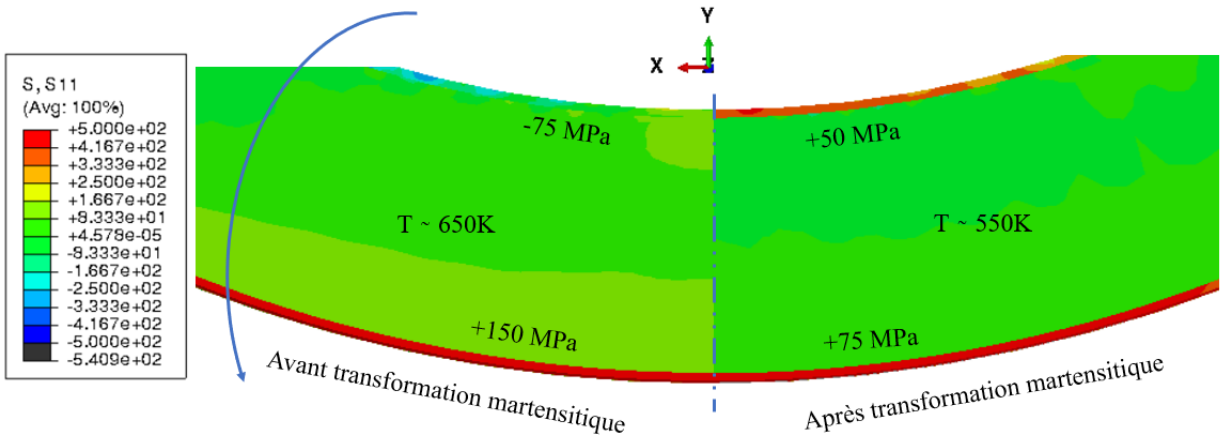


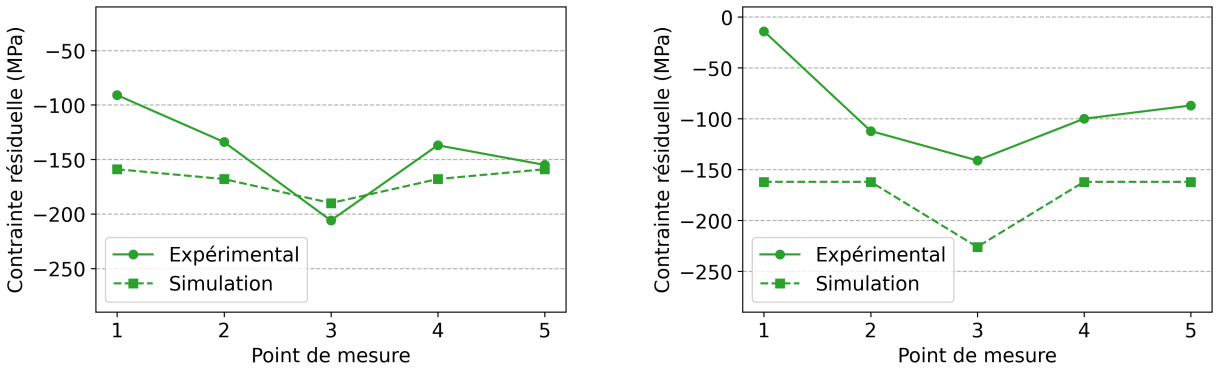
FIGURE 5.38 – Redistribution des contraintes au sein d'un pliage à 120° en Usibor®2000 (avant transformation à gauche, après transformation à droite)

Avant transformation, le substrat martensitique de l'extrados est en traction à +150 MPa et de l'intrados à -75 MPa. La différence de signe entre les contraintes crée donc un moment fléchissant (représenté en bleu sur la figure 5.38), responsable du retour élastique du pliage. En revanche, après transformation, la différence de contrainte entre extrados et intrados est divisée par 10 environ, ce qui réduit le retour élastique après relâchement de la pression d'outil.
Toutefois, les effets de la transformation martensitique et du revêtement sont également à coupler avec les déformations plastiques classiques et de transformation au sein de la tôle en acier Usibor®.

5.2.4.7 Conclusion partielle

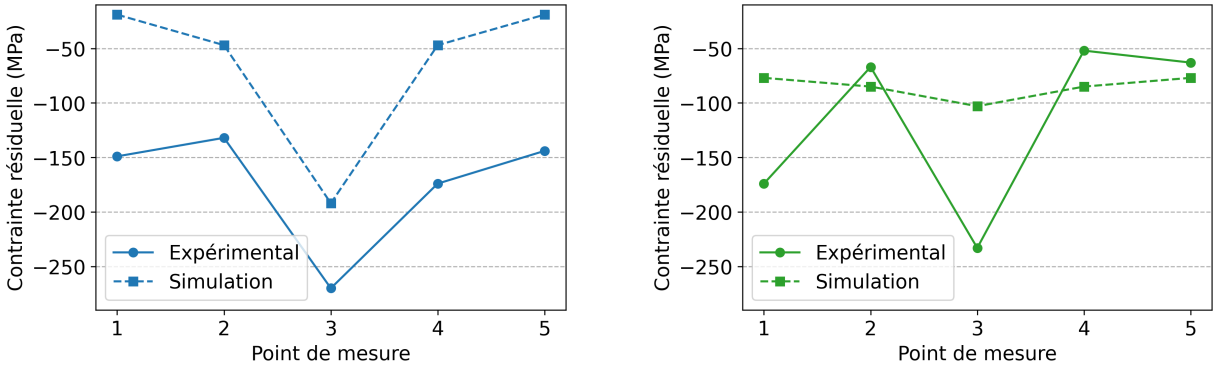
Même si le modèle ne prédit pas toujours le bon niveau de contraintes résiduelles, il est capable de saisir les tendances pour la nuance Usibor®2000. Les graphiques suivants présentent plusieurs comparaisons entre expériences et simulations en surface du substrat martensitique :

1. Les figures 5.39a, 5.39b et 5.40b montrent que le modèle prédit bien des contraintes de compression des deux cotés de la tôle et dans les deux directions d'analyse.
2. Les figures 5.39b et 5.40a montrent que le modèle est bien capable de prédire des contraintes plus importantes au niveau des zones déformées. Même s'il reste des écarts, les tendances sont bien reproduites par le modèle.



(a) Extrados (b) Intrados

FIGURE 5.39 – Comparaison des profils de contraintes dans la direction DL en surface du substrat martensitique pour un pliage à 160° en acier Usibor®2000



(a) 120° (b) 160°

FIGURE 5.40 – Comparaison des profils de contraintes en surface du substrat martensitique pour l'extrados dans la direction DT pour des pliages en acier Usibor®2000

Les simulations sur les pliages montrent que le modèle est bien capable de reproduire les principales tendances sur la nuance Usibor®2000, tant au niveau du signe des contraintes que de l'intensité de celles-ci. Elles permettent également de confirmer l'absence de retour élastique expérimental.
La prochaine partie présente l'influence des paramètres du procédé, pression d'outil et temps de transfert, sur les contraintes résiduelles.

5.2.5 Influence des paramètres du procédé sur les contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles expérimentales analysées sur les pliages et sur les emboutis omégas présentent des niveaux de contraintes inférieures à 20% des contraintes à rupture des nuances Usibor®

1500 et Usibor®2000 . L'influence des paramètres opératoires d'emboutissage à chaud (pression d'outil et temps de transfert) sur les contraintes résiduelles a été étudiée numériquement sur les pliages, dont la mise en données est présentée en partie 5.2.4.1.

5.2.5.1 Augmentation de la pression d'outil

L'augmentation de la pression d'outil a déjà été considérée lors du passage des simulations 2D aux simulations 3D sans revêtement (parties 5.2.3.2 et 5.2.4.2). Pour les simulations 2D, une augmentation de la pression d'outil conduisait à un aplatissement progressif du profil de contraintes résiduelles, jusqu'à une contrainte homogène nulle dans la tôle. Les simulations 3D sans revêtement ont bien montré, en revanche, une dépendance à la pression d'outil : une augmentation de la pression d'outil par un facteur 10 était nécessaire afin d'obtenir une modification substantielle du champ de contraintes résiduelles (figures 5.26a et 5.26b). Une telle augmentation est difficilement réalisable expérimentalement. Ces résultats ont été établis avec les simulations sans revêtement, il convient donc de vérifier que les conclusions restent vraies en présence du revêtement.
La figure 5.41 présente le profil de contraintes résiduelles en profondeur dans la direction DT de l'extrados du pli à 120° au point 3 pour l'acier Usibor®2000. Les deux profils sont presque confondus, malgré un facteur 2 entre les deux pressions d'outil.

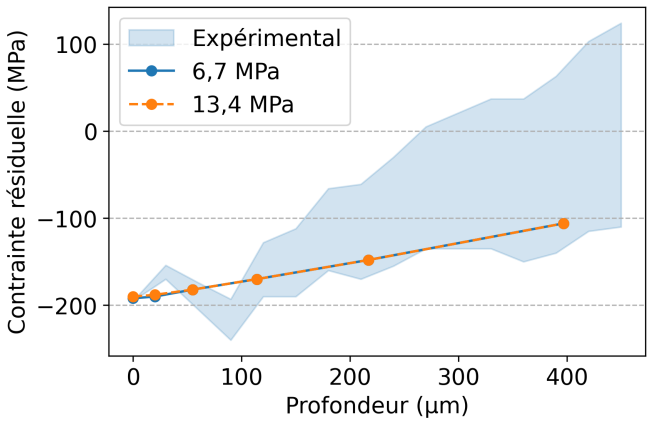


FIGURE 5.41 – Comparaison des champs de contraintes résiduelles dans la direction DT pour deux pressions d'outil sur l'extrados du pli à 120° en acier Usibor®2000 (point 3)

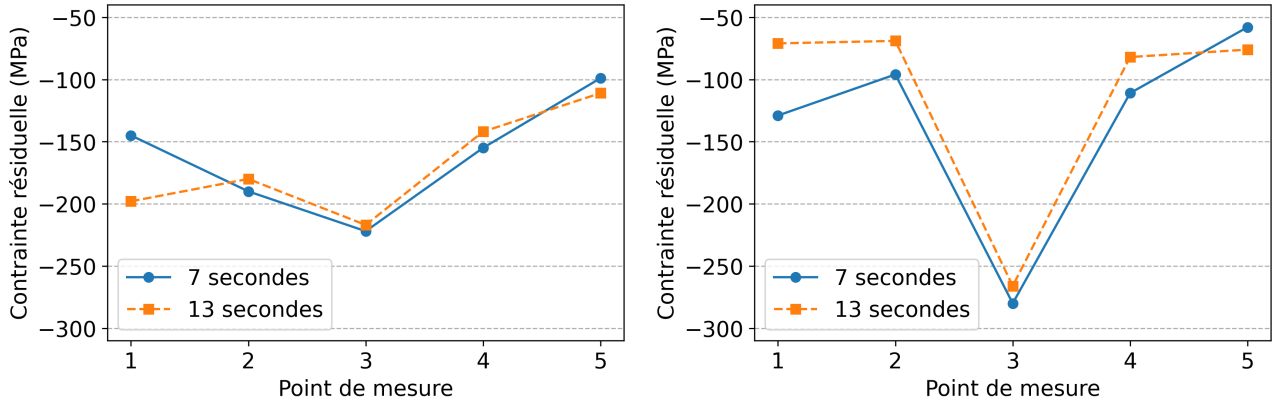
Cette différence n'est pas suffisante pour induire un écrouissage supplémentaire suffisant au sein de la tôle. En effet, au sommet de l'extrados du pli, les plasticités classiques accumulées pour les pressions

de 6,7 MPa (pression expérimentale) et 13,4 MPa affichent respectivement 10,39% et 10,83%. De plus, les contraintes de traction dans le revêtement affichent 316 MPa contre 340 MPa. Ces différences ne sont pas suffisantes pour induire une modification notable du champ de contraintes résiduelles dans la martensite.

Ces simulations numériques montrent ainsi une certaine stabilité des contraintes résiduelles par rapport aux pressions d'outil utilisées industriellement.

5.2.5.2 Allongement du temps de transfert

Le temps de transfert est le second paramètre pouvant être modifié. Dans le cadre du plan d'expérience présenté en partie 5.2.1, deux temps de transfert ont été retenus : un nominal de 7 secondes, correspondant aux essais expérimentaux, et un prolongé de 13 secondes. Les figures 5.42a et 5.42b présentent les moyennes des 3 séries d'analyses en surface du substrat martensitique pour les trois angles de pliage. Ce paramètre n'a pas d'influence sur les contraintes expérimentales de surface (voir figure 5.11b), respectivement pour les directions DL et DT.



(a) Direction DL

(b) Direction DT

FIGURE 5.42 – Contraintes résiduelles expérimentales en surface du substrat martensitique pour deux temps de transfert différents sur des pliages en V en acier Usibor®2000 (point 3)

Les différences entre les deux profils sont inférieures aux incertitudes expérimentales, ce qui permet de conclure qu'une augmentation de 4 secondes du temps de transfert ne modifie pas les profils de contraintes. Il en résulte également un retour élastique du même ordre de grandeur pour les pliages : les deux séries d'échantillons montrent expérimentalement une ouverture de +0,5°±0,1°. Les simulations numériques prédisent un retour élastique de 0,60° pour un transfert de 7 secondes. A 13 secondes,

celles-ci montrent une ouverture élastique de 0,76°.
La similitude des résultats s'explique par l'écart modéré de la température de mise en forme. En effet, entre un transfert à 7 secondes et un transfert à 13 secondes, il n'y a que 65K d'écart. Les deux refroidissements sont illustrés sur la figure 5.43.

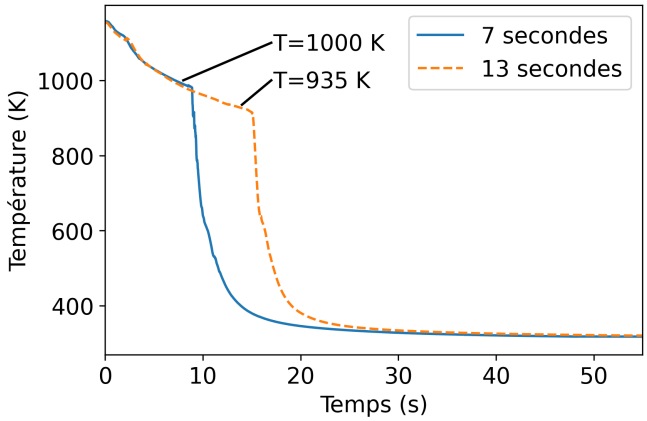


FIGURE 5.43 – Courbes de refroidissements mesurées par thermocouples au niveau d'un pli à 120° en Usibor®2000

L'écart de 65K se traduit ensuite par une faible différence entre les propriétés mécaniques. En effet, le module d'Young augmente de 9 MPa et la limite élastique de l'austénite est plus élevée de 14% pour le transfert long. Ces écarts, calculés à partir des modèles présentés au chapitre précédent, ne renforcent que très légèrement le profil de compression illustré sur la figure 5.44. La faible différence de contraintes conduit ainsi à une faible augmentation du retour élastique.

Il est toutefois possible de continuer à prolonger le temps de transfert sur les simulations numériques. Après 25 secondes de transfert, la mise en forme se fait toujours en phase austénitique, mais les propriétés mécaniques sont bien plus élevées. En effet, le module d'Young augmente de 28 MPa, soit 23%, et la limite d'écoulement est plus élevée de 61%. Cet écart plus important est suffisant pour générer des contraintes résiduelles plus importantes, comme le montre la figure 5.44.

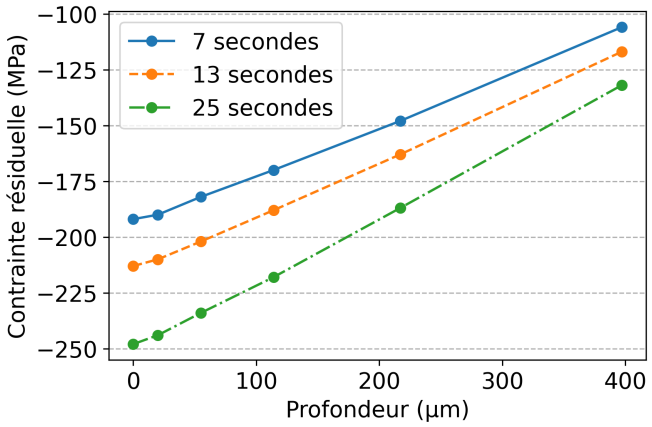


FIGURE 5.44 – Comparaison des champs de contraintes résiduelles au point 3 dans la direction DT pour deux temps de transfert sur l'extrados du pli à 120° en Usibor®2000

Le champ de contrainte est amplifié de 25% environ sur l'ensemble de la profondeur, ce qui engendre donc un retour élastique notable : après ouverture des outils, les pliages à 120° théoriques, présentent un angle d'ouverture de 125,4°.

A partir de ce résultat, une simulation a été conduite pour estimer le champ de contraintes résiduelles au sein de la tôle, si celle-ci n'avait pas pu se relaxer. Une tôle sans contraintes résiduelles, à température ambiante avec un angle d'ouverture de 125,4° a donc été implémentée. Un déplacement angulaire a ensuite été imposé à l'extrémité de la tôle afin de refermer le pliage jusqu'à l'angle de 120,6° déterminé lors des simulations en conditions expérimentales. Ce déplacement est effectué en un *step static general*, car la simulation est isotherme. Le profil de contraintes après fermeture présente alors des niveaux très élevés, à cause du comportement élastique, comme le montre la figure 5.45.

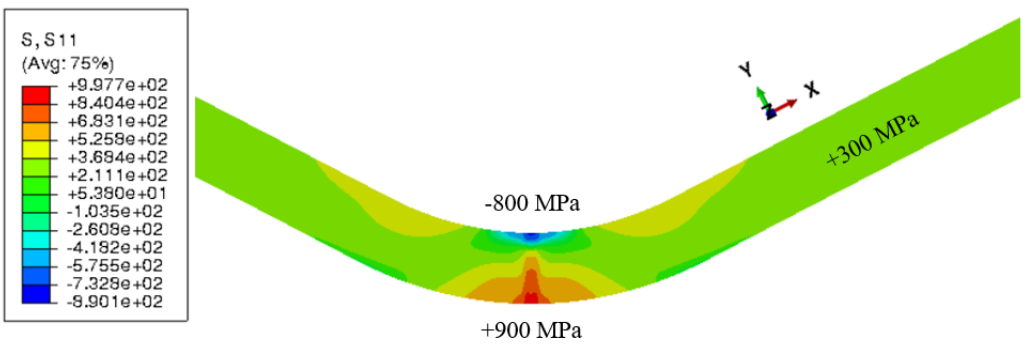


FIGURE 5.45 – Champ de contraintes résiduelles dans la direction DT après fermeture d'un pliage à 125,4° en acier Usibor®2000

Le profil de la figure 5.45 doit ensuite être superposé aux champs de contraintes résiduelles déterminés sur la figure 5.44. Il en résulte alors une évolution linéaire de l'intrados vers l'extrados entre -550 MPa et +700 MPa au niveau du pli. Les contraintes étant initialement relativement faibles dans le flanc, celui-ci reste environ à +350 MPa. Ces contraintes élevées expliquent donc le retour élastique progressif de la tôle lors de la diminution de la pression d'outil en fin d'emboutissage.

En conclusion, les simulations sur les pliages ont permis de comprendre le rôle du revêtement dans la genèse des contraintes résiduelles en surface du substrat martensitique et de comprendre les effets induits par une variation des paramètres d'emboutissage. La même étude a été réalisée sur des géométries plus complexes, des emboutis en forme d'oméga.

5.3 Simulation des contraintes résiduelles pour les emboutis en oméga

A la fin du troisième chapitre, en partie 3.2.2, des analyses de contraintes réalisées en surface du substrat martensitique ont montré, à l'échelle de la tôle, une forte dépendance aux paramètres du procédé : temps de transfert et pression d'outil. Cette partie reprend une partie des analyses de surface, puis présente les analyses réalisées en profondeur du substrat martensitique pour enfin aboutir à une confrontation avec les simulations numériques.

5.3.1 Analyses expérimentales de contraintes résiduelles

Comme pour les pliages, des analyses de contraintes ont été réalisées en surface et dans la profondeur du substrat martensitique. Les mêmes paramètres de polissage que pour les pliages ont permis de retirer le revêtement AluSi®. Les points d'analyse ont été régulièrement répartis le long du profil de la tôle, comme le montre la figure 5.46.

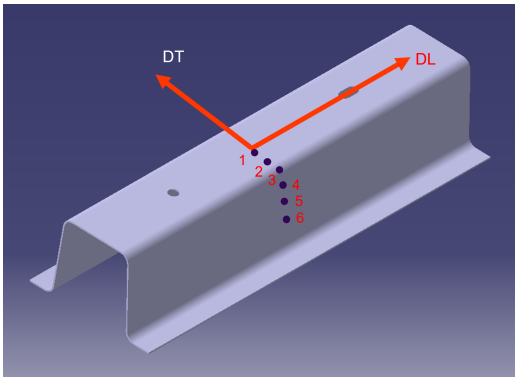


FIGURE 5.46 – Positions des points d'analyses de contraintes résiduelles sur les emboutis oméga (DL : Direction Longitudinale ; DT : Direction Transversale)

Tous les points représentés sur la figure 5.46 ont été analysés en surface dans les deux directions DL et DT pour les deux nuances Usibor®. Contrairement aux pliages, les emboutis omégas ne permettent pas une analyse des contraintes en intrados, à cause d'une compacité trop importante.

5.3.1.1 En surface

La figure 5.47 regroupe les analyses de contraintes réalisées sur les deux emboutis mis en forme avec une pression d'outil de 150T et un temps de transfert de 7 secondes dans les deux directions DL et DT. Les deux profils sont extraits des figures 3.20a et 3.20b présentées à la fin du chapitre 3.

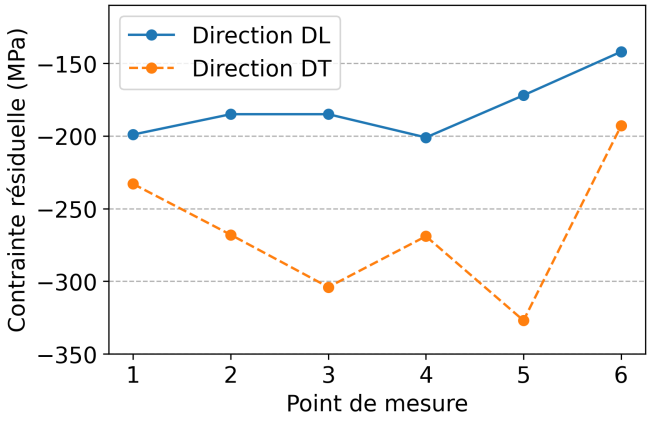


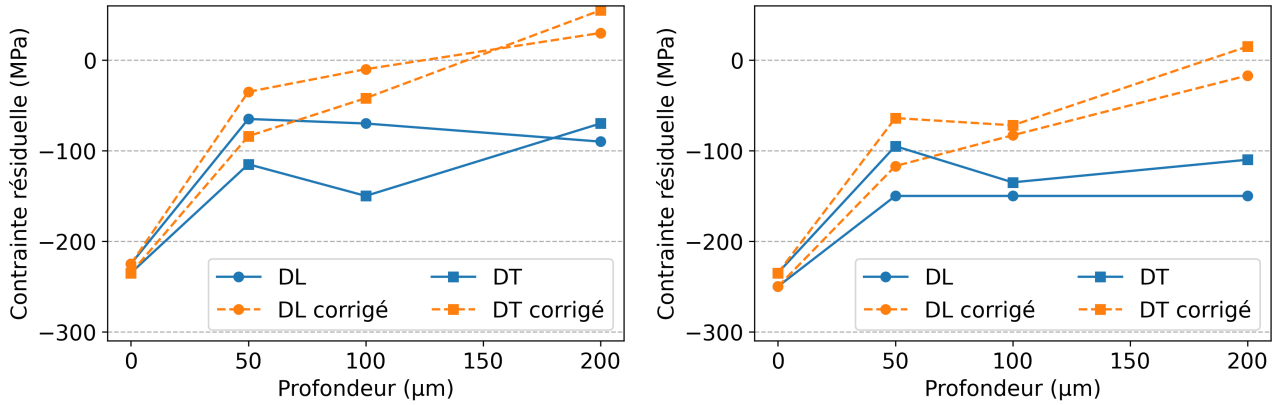
FIGURE 5.47 – Profils de contraintes en surface du substrat martensitique pour la nuance Usibor®2000 pour une pression d'outil de 150T et un temps de transfert de 7s dans les directions DL et DT

Par rapport aux analyses sur les pliages, les signes des contraintes analysées correspondent : la nuance Usibor®2000 est globalement en compression. Les niveaux de contraintes ne semblent pas

être sensibles au niveau de déformation plastique, puisque le congé (point 3), sur les deux séries de mesures, ne montre pas un niveau très différent du reste des points d'analyses. C'est là le point de divergence avec les analyses sur les pliages, car ces derniers étaient sensibles à la déformation plastique. En effet, entre les analyses sur le pli et sur les flancs, un écart de 200 MPa a été observé sur le niveau de contraintes résiduelles. Il est également important de vérifier si cette différence se confirme en profondeur du substrat martensitique.

5.3.1.2 En profondeur

Comme les contraintes sur la nuance Usibor®1500 étaient relativement faibles, les analyses en profondeur n'ont été réalisées que pour la nuance Usibor®2000 au niveau des points 1 et 3 dans les deux directions DL et DT.
Les analyses réalisées révèlent un comportement semblable aux pliages. En effet, pour les zones non déformées (les flancs des pliages et le point 1 les emboutis oméga), le champ de contraintes de compression est également évanescent. Dès 50 μm, les contraintes atteignent en effet un palier et demeurent ensuite sensiblement constantes, comme le montre la figure 5.48a.



(a) Point 1 (haut)

(b) Point 3 (congé)

FIGURE 5.48 – Profils de contraintes résiduelles expérimentales et corrigées pour un oméga en acier Usibor®2000 (pression d'outil 150T et temps de transfert 7s)

Vis-à-vis des deux directions DL et DT, l'état de contrainte sur les emboutis oméga est également biaxial, ce qui correspond aux précédentes conclusions sur les pliages. En revanche, entre le haut de l'embouti oméga non-déformé, en figure 5.48a et le congé déformé, en figure 5.48b, les profils sont fortement semblables, ce qui n'était pas le cas pour les pliages. Il y a également un autre point de

divergence. Sur les pliages, les contraintes au niveau du pli avaient tendance à décroitre linéairement, jusqu'à atteindre l'équilibre aux alentours de 250 μm. Pour les emboutis oméga, la décroissance est plus rapide et un palier semble être atteint dès 50 μm.
Comme pour les pliages, des simulations numériques par éléments finis ont été réalisées afin de modéliser l'état de contrainte de la tôle après mise en forme.

5.3.2 Mise en donnée des simulations 3D

Les simulations des emboutissages des profilés omégas ont pris en compte les principaux résultats des simulations des pliages : elles ont été directement réalisées en 3D avec le revêtement AlSi. La figure 5.49 présente le maillage et les conditions aux limites pour ces simulations.

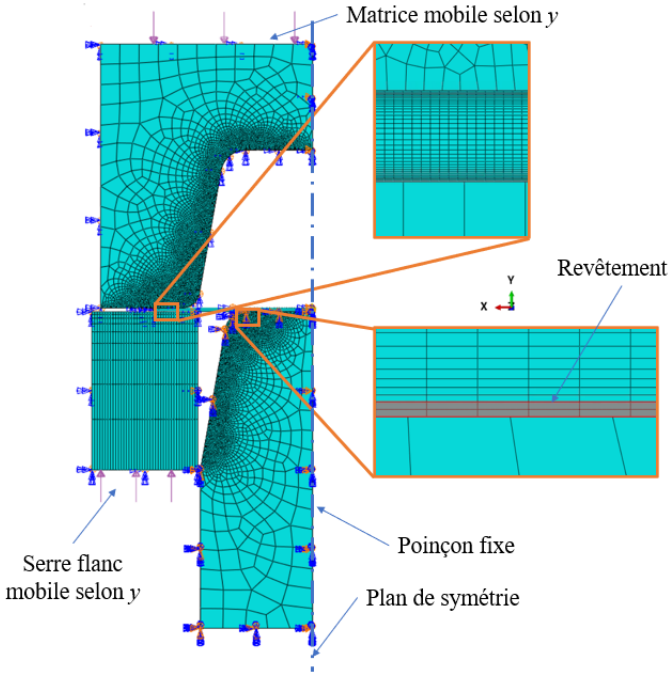


FIGURE 5.49 – Maillage et conditions aux limites des simulations d'emboutissage 3D des omégas

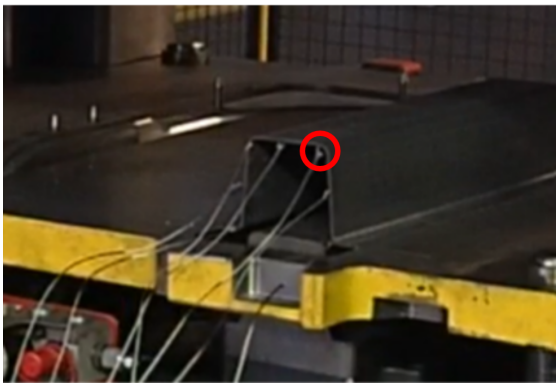
Comme pour les pliages, les simulations ont été réalisées avec une longueur réduite dans la direction DL afin de limiter le temps de calcul. Les mêmes simplifications ont été implémentées que pour la configuration "fine" décrite dans la partie 5.2.4.1 et illustrée sur la figure 5.25b. Les mêmes *steps* et les mêmes éléments ont été implémentés, toujours avec l'option *nlgeom* activée, mais les durées et conditions aux limites sont ici différentes :

1. Transfert (durée variable) : 7 ou 11 secondes selon le plan d'expérience.
2. Mise en forme et début de la trempe (5 secondes) : la pression sur la matrice supérieure (50T, 100T ou 150T, respectivement 5,6 MPa, 11,2 MPa ou 16,8 MPa) et la contre-pression sur le serre-flanc (20% de la pression exercée par la matrice supérieure) sont graduellement appliquées pendant la première seconde, qui correspond à la durée de la fermeture de l'outil.
3. Fin de la trempe (55 secondes) : la durée est ici plus longue que pour les pliages. Les deux pressions sont graduellement diminuées sur les 5 dernières secondes.
4. Ouverture des outils (60 secondes) : tous les contacts sont désactivés.

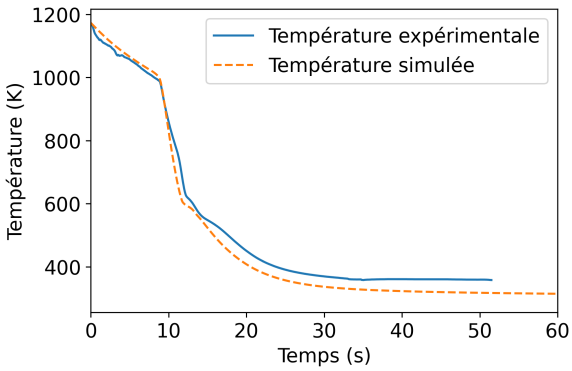
Les temps de transfert et pressions d'outils ont été fixés en fonction du plan d'expérience.

5.3.3 Simulations 3D des emboutis omégas

Les analyses en profondeur ont été réalisées pour une pression d'outil de 150 T et un temps de transfert de 7 secondes. Tous les résultats des simulations de ce paragraphe correspondent à ces paramètres expérimentaux.
Comme pour les pliages, la première étape est de vérifier la bonne corrélation entre les champs de températures simulées et expérimentales. La figure 5.50a illustre la position du thermocouple utilisé pour la comparaison et la figure 5.50b, les températures expérimentales et simulées correspondantes.



(a) Position du thermocouple

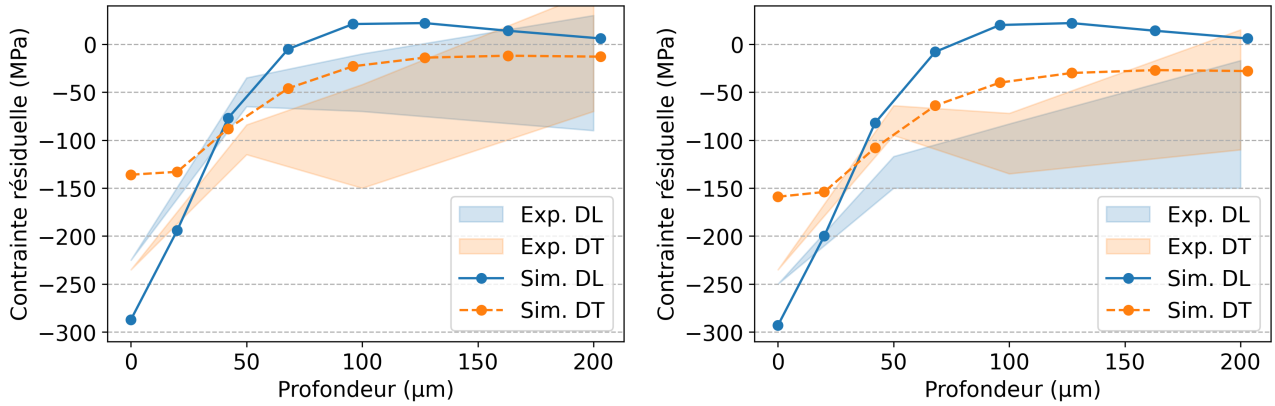


(b) Comparaison des températures

FIGURE 5.50 – Position du thermocouple et comparaison des températures expérimentales et simulées sur un embouti oméga en acier Usibor®2000

Les deux champs de température offrent une bonne correspondance, surtout au niveau des parties critiques de la mise en forme et de la transformation martensitique. L'écart rémanent à 50 secondes correspond à une température réelle de l'outil supérieure à la consigne.

Les confrontations de contraintes résiduelles ont ensuite été réalisées aux points 1 et 3 dans les deux directions DL et DT (définies sur la figure 5.46) et sont respectivement présentées sur les figures 5.51a et 5.51b. Comme pour les pliages, l'origine correspond à la surface du substrat martensitique.



(a) Point 1

(b) Point 3

FIGURE 5.51 – Comparaisons des contraintes expérimentales et simulées dans les directions DL et DT dans la profondeur d'un embouti oméga en acier Usibor®2000 pour la pression d'outil de 150 T et le temps de transfert de 7 secondes

Globalement, les profils simulés prédisent bien la chute rapide des contraintes expérimentales en atteignant un équilibre dès 50 μm. Pour tous les profils, le premier point de surface présente un écart, trop en compression pour la direction DL ou pas assez pour la direction DT. Toutefois, dès le second point, les contraintes simulées présentent une corrélation acceptable avec les contraintes expérimentales.

Toutes les conclusions présentées pour les pliages restent vraies pour les emboutis oméga. Macroscopiquement, il y a également un bon accord au niveau du retour élastique. Des angles de retour de 0,23° et 0,37° ont été mesurés expérimentalement sur les deux emboutis réalisés avec la pression d'outil de 150 T et le temps de transfert de 7 secondes. La simulation prédit un retour de 0,33° qui correspond bien aux valeurs expérimentales.

Localement, d'une part, le revêtement étant en traction des deux cotés de la tôle, celui-ci provoque un champ de contraintes résiduelles symétrique, aussi bien au niveau du point 1 (non déformé) que du point 3 (déformé plastiquement). La figure 5.52 présente un agrandissement des deux zones concernées pour les contraintes dans la direction DT.

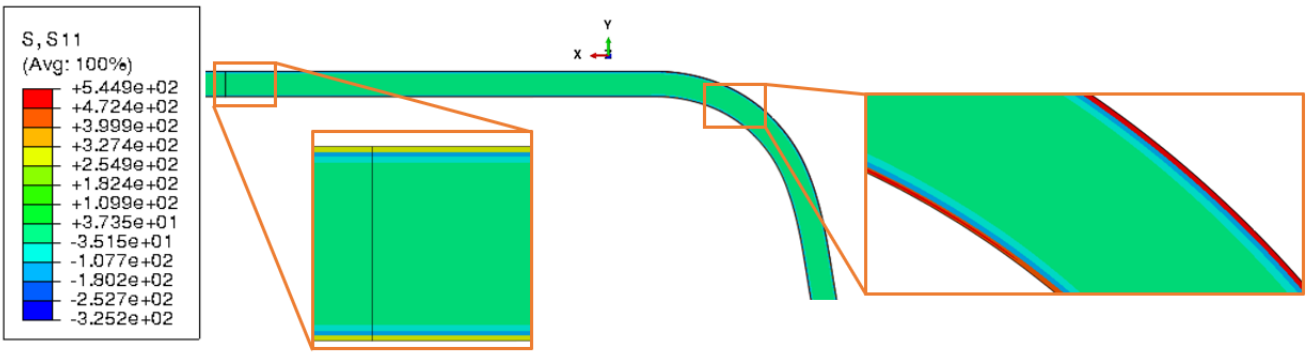


FIGURE 5.52 – Champs de contraintes résiduelles dans la direction DT le long d'un embouti oméga en acier Usibor®2000

D'autre part, les champs de contraintes résiduelles sont principalement corrélés à la plasticité de transformation. En effet, sur les trois premiers nœuds du maillage, là où les contraintes subissent le gradient maximum, la plasticité classique accumulée $\bar{\varepsilon}^{pl}$ reste stable aux alentours de 1% au point 1 non déformé et 10% au point 3 déformé. En revanche, toujours sur ces trois nœuds, la plasticité de transformation $\bar{\varepsilon}^{pt}$ décroit d'un facteur 3 au niveau des deux zones définies sur la figure 5.52, de 0,45% à 0,15% environ.

Il existe une différence entre les deux types d'emboutis : la profondeur affectée par les contraintes résiduelles. En effet, aussi bien expérimentalement que numériquement, les contraintes résiduelles deviennent constantes sur les pliages entre 200 et 250 μm de profondeur, alors qu'une stabilité est atteinte à 75 μm pour les emboutis omégas.

5.4 Conclusion des simulations d'emboutissage

Le revêtement joue donc un rôle clé dans la genèse des contraintes résiduelles en surface du substrat martensitique. Il permet d'avoir un profil de contraintes symétriques en fin de refroidissement, ce qui conduit à un faible retour élastique. Outre les deux modèles AlSi et Al_5Fe_2, une étude paramétrique est proposée en annexe E afin de mieux comprendre l'influence de chaque coefficient du modèle sur

les contraintes du substrat martensitique. Cette étude montre que l'écrouissage et le coefficient de dilatation thermique sont les deux principaux facteurs qui influencent les contraintes de compression. Toutefois, malgré le manque de données, le modèle proposé pour l'AlSi est capable de reproduire les champs de contraintes dans l'acier Usibor®2000 mais peine à générer des contraintes de traction expérimentales sur les pliages de la nuance Usibor®1500. Le rôle de la transformation martensitique est également important pour obtenir un profil de compression correspondant aux analyses expérimentales.

De plus, l'analyse de l'influence des paramètres du procédé permet d'apporter une réponse quant à l'apparition des distorsions géométriques. La pression d'outil, modifiée raisonnablement, ne change pas les champs de contraintes résiduelles alors que le temps de transfert engendre des distorsions géométriques importantes.

Afin d'améliorer la comparaison entre les contraintes numériques et les contraintes analysées expérimentalement, il serait intéressant de modéliser un polissage local, qui correspondrait à la méthode expérimentale employée. En effet, le retrait du revêtement simulé sous Abaqus®, comme le modèle de correction expérimental de M.G. Moore et W.P. Evans représentent des bornes supérieures de corrections respectivement numériques et analytiques.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

L'objectif de la thèse était de développer un modèle de simulation numérique de l'emboutissage à chaud, prenant en compte la transformation martensitique, et de le valider par comparaison à des analyses expérimentales de contraintes résiduelles par diffraction des rayons X. Deux nuances d'aciers produites par ArcelorMittal, Usibor®1500 et Usibor®2000, étaient envisagées.

Les analyses de contraintes résiduelles ont montré des tendances prononcées entre les nuances et en fonction des deux paramètres d'emboutissage considérés : temps de transfert et pression d'outil.
Pour les pliages en V, les analyses réalisées en surface du substrat martensitique sur la nuance Usibor®1500 ont montré des contraintes de traction sur les flancs décroissantes en se déplaçant vers le pli. En profondeur, ces contraintes atteignent un équilibre entre 50 et 100 μm en faible compression. Pour la nuance Usibor®2000, les résultats sont différents : la surface du substrat martensitique est globalement en compression, avec les contraintes les plus fortes au niveau du pli et des compressions plus modérées sur les flancs. Le comportement en profondeur est également différent, car les contraintes résiduelles présentent une décroissance plus lente et ne reviennent à l'équilibre qu'entre 250 et 300 μm de profondeur. Toutes ces observations se vérifient dans les deux directions d'analyses (DL et DT) mais aussi de part et d'autre de la tôle.
Pour les emboutis oméga, les signes des contraintes résiduelles par nuance correspondent aux analyses réalisées sur les pliages. Il y a toutefois deux différences : en surface, les contraintes résiduelles présentent moins de différences entre les zones déformées et les zones non déformées et en profondeur, les contraintes diminuent beaucoup plus rapidement.
De plus, les paramètres du procédé montrent des influences diverses. Une pression d'outil élevée, sur les emboutis oméga, génère un renforcement des contraintes de compression. La moyenne des contraintes résiduelles à 50 T est autour de la contrainte nulle, alors que la moyenne à 150 T est à -200 MPa. L'augmentation du temps de transfert provoque un relâchement des contraintes résiduelle sur les emboutis oméga, car la moyenne de contraintes remonte à -100 MPa, alors qu'il n'induit pas de différence notable sur les pliages.

Une confrontation numérique de ces résultats expérimentaux a ensuite été entreprise. Dans un premier temps, un modèle de comportement commun a été établi pour les deux nuances d'acier Usibor®, dont les coefficients ont été identifiés par une caractérisation complète du comportement plastique pour

chaque phase et de la transformation martensitique. Ce travail a apporté pour la nuance Usibor®1500 une base de données complète et des coefficients adaptés, alors que les précédentes modélisations utilisaient encore des données issues d'autres matériaux [14, 96]. Pour la nuance Usibor®2000, il s'agit des premières caractérisations et modélisations, aucune donnée n'étant jusque-là disponible dans la littérature [132].

Ces modèles ont ensuite été implémentés au sein de simulations 1D et 3D. Le modèle 1D, bien qu'incapable de décrire des états de contraintes complexes, a permis de qualifier efficacement et rapidement le comportement des aciers Usibor® sous un chargement thermomécanique donné. Il peut également trouver un intérêt majeur dans le développement de nouveaux cycles d'emboutissage avec des traitements thermiques plus complexes, ce qui est envisagé pour le développement de nouvelles nuances encore plus performantes [132]. Dans ce cadre-là, il est possible de proposer trois axes d'amélioration :

1. Ajouter des modèles de revenu, permettant de modéliser leur influence sur le comportement mécanique des aciers.
2. Ajouter les cinétiques de transformation des autres phases, comme la bainite et la ferrite, ce qui permettra de déterminer rapidement la proportion de chaque phase après un cycle thermomécanique donné.
3. Renforcer le caractère "jumeau numérique" en interfaçant directement le programme Python® avec une centrale d'acquisition.

Cette technique de modélisation, rarement présente au sein de la littérature, possède de nombreux avantages techniques. Il est également intéressant de pointer le caractère open-source et bas-coût de ce genre de solution.

Le modèle 3D, après plusieurs tentatives, a permis de montrer que le revêtement joue un rôle clé dans la genèse des contraintes résiduelles en surface du substrat martensitique. Bien que le modèle ne soit basé que sur des valeurs identifiées à partir de la base de données de ANSYS/Granta® [4], il arrive à prédire des niveaux de contraintes cohérents pour la nuance Usibor®2000 : la biaxialité, la symétrie et le niveau des contraintes de compression sont bien reproduits par les simulations. Mais le modèle peine à reproduire les contraintes résiduelles de traction situées en extrême surface des substrats en

acier Usibor®1500. Cette divergence appelle donc à une caractérisation complète du revêtement à plusieurs températures afin de comprendre la différence entre les deux nuances. Une méthode possible est celle de G.M. Oliver et W.C. Pharr par nanoindentation, qui permet de déterminer les principales propriétés élastiques et plastiques d'un matériau à partir des courbes force-déplacement [102].
Par ailleurs, les contraintes de surface présentées au sein de ce travail sont présentées telles quelles et celles en profondeur sont corrigées par une formule normalement applicable lors d'un polissage de la surface complète. Les simulations présentées au chapitre 5 ne montrent également qu'un polissage global du revêtement en surface de la tôle. Il est donc intéressant d'estimer l'erreur provoquée par le polissage électrolytique sur les analyses de contraintes résiduelles expérimentales et numériques. Cette étude peut être adressée de deux manières :

1. Expérimentalement en diffraction des neutrons : la faible profondeur de pénétration des rayons X impose le polissage électrolytique du revêtement. Avec des neutrons, le revêtement peut être traversé et permet donc d'éviter toute relaxation fortuite en surface du substrat martensitique.
2. Numériquement par les éléments finis : les simulations présentées au sein de ce document modélisent un retrait du revêtement uniquement. Or, les analyses ont été également réalisées en profondeur du substrat martensitique. En simulant l'enlèvement local de matière, il serait alors possible de quantifier la relaxation conduisant aux contraintes résiduelles expérimentales.

Pour terminer, les simulations par éléments finis ont montré l'importance d'une description précise de la plasticité classique et de la plasticité de transformation, afin de modéliser correctement les distorsions géométriques. Une approche par apprentissage est présentée en annexe F.1 permettant d'améliorer la qualité de la description de la plasticité, aussi bien en phase austénitique qu'en phase martensitique.
Cette approche permettrait une meilleure description de la plasticité pendant la transformation de phase, notamment pour le cas où le temps de transfert est allongé de façon abusive. Il serait également intéressant de vérifier expérimentalement les retours élastiques prédits pour les durées simulées.

Enfin, les durées des simulations sont le principal frein à l'étude par éléments finis des contraintes résiduelles. En effet, si les simulations 2D sont incapables de prédire les champs de contraintes, les simulations 3D requièrent un nombre important d'éléments, malgré des configurations réduites. Pour les pliages, les configurations réduites nécessitent entre 15 heures et 48 heures pour aboutir. Les embou-

tis omégas ont un nombre d'éléments plus important et des déformations plus fortes, les simulations peuvent durer de une à deux semaines. Simuler alors un embouti complet comme un pied-B semble ardu. Deux perspectives peuvent être proposées :

1. Expérimentalement, l'invariance par translation des pliages et des emboutis oméga est à la fois un avantage et un désavantage : elle permet de simplifier les problèmes en des configurations réduites mais permet aussi une relaxation des contraintes résiduelles par un retour élastique. L'emboutissage de pièces axisymétriques permettrait de répondre à ces deux problèmes : réduire le temps de calcul et créer une géométrie ne permettant pas un retour élastique aisé. Les godets sont pour cela un excellent exemple, souvent utilisés dans les problèmes d'emboutissage profond.
2. Numériquement, des solutions par apprentissage sont également à l'étude afin de réduire les temps de calcul. L'annexe F.2 propose de remplacer le retour radial par dichotomie par un réseau neuronal, ce qui permet de diminuer sensiblement le temps de calcul. De plus, une tendance récente cherche à utiliser des *Physics-Informed Neural Networks*, capables de résoudre des équations aux dérivées partielles, au sein des problèmes de plasticité [99]. L'utilisation de ceux-ci au sein de la formulation d'éléments finis permettrait de réduire leur nombre et par conséquent le temps de calcul.

Annexes

Contenu

A Optimisation par algorithmes génétiques 208
B Addenda à la construction du modèle 3D d'emboutissage à chaud 213
B.1 Démonstrations pour l'homogénéisation du mélange austénite-martensite . . . 213
B.2 Démonstrations pour la construction de l'algorithme de prédiction-correction . 217
B.3 Projection des tenseurs en notation de Voigt 219
C Addenda à la construction du modèle 1D 221
C.1 Prédiction élastique 221
C.2 Correction plastique 222
D Paramètres d'acquisition des contraintes résiduelles 223
D.1 Conditions de diffraction 223
D.2 Conditions d'acquisition 223
D.3 Conditions de traitement des raies et calcul des contraintes 223
E Étude paramétrique des propriétés du revêtement 224
E.1 Mise en données des simulations à plat 224
E.2 Résultats 225
F Utilisation des réseaux neuronaux pour la simulation de l'emboutissage à chaud . . . 230
F.1 Amélioration de la précision 230
F.2 Augmentation de la rapidité 243

A Optimisation par algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques représentent une technique d'optimisation bio-inspirée appartenant aux algorithmes évolutionnistes, utilisant les principes de la sélection naturelle. Cette méthode a été développée par J.H. Holland [47] dans les années 1960 et est particulièrement efficace pour les problèmes non-continus et fortement non-linéaires.
C'est justement le cas de l'optimisation des paramètres de changement de phase, où la loi de D.P. Koistinen et R.E. Marburger n'est pas de classe $\mathcal{C}^1$, un problème pour les méthodes analytiques, comme le gradient quasi-Newton. De plus, bien que certains paramètres puissent être estimés assez simplement à partir des essais expérimentaux, comme la température M_s sur les essais de dilatométrie en figure 3.12a, d'autres sont complètement inconnus, comme la différence relative de taille de maille $\frac{\Delta V}{V}$ ou le coefficient d'intensité de plasticité de transformation K^{pt}. Cela rend la tâche plus ardue pour les méthodes à parcours ou méta-heuristiques.

Pour les algorithmes génétiques, tout commence par une population initiale. Celle-ci doit être suffisamment large afin de garantir une convergence rapide vers le minimum global. Elle est composée d'individus ou phénotypes, chaque individu représentant un jeu de paramètres du modèle étudié. Chaque paramètre représente un gène de l'individu. Originellement, les gènes étaient codés en binaire, mais il est tout à fait possible d'utiliser des données de toute nature (réels par exemple). Pour les paramètres de changement de phase, le phénotype est composé : des coefficients de dilatation thermique α_A et α_M, de la température M_s, du paramètre cinétique b, de la différence

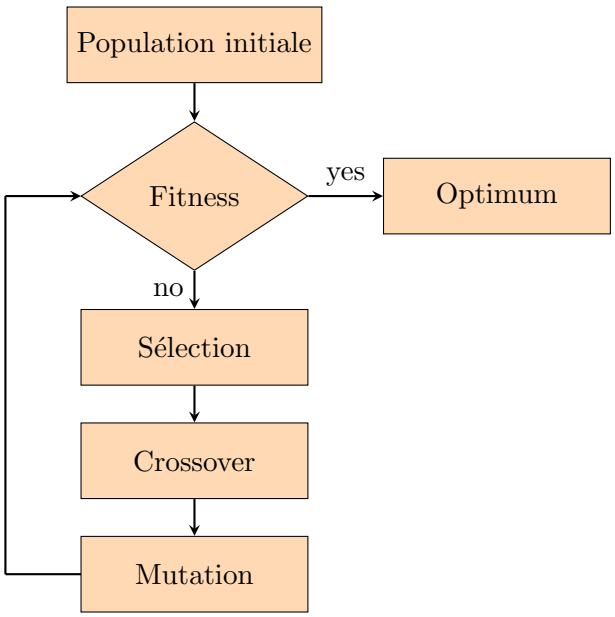


FIGURE 1 – Synoptique d'un algorithme génétique

relative de taille de maille $\frac{\Delta V}{V}$ et du coefficient d'intensité de plasticité de transformation K^{pt}. Tous ces paramètres sont alors regroupés dans un vecteur pour chaque individu i :

$$P_i = \left[\alpha_A, \alpha_M, M_s, b, \frac{\Delta V}{V}, K^{pt}\right]_i \tag{1}$$

Pour cet exemple, la population est fixée à 2000 individus. Tous les gènes de chaque individu sont initialisés aléatoirement. L'algorithme calcule ensuite l'erreur générée par chaque individu (fitness sur la figure 1) et classe les individus par performance. La performance est ici définie comme l'erreur quadratique moyenne entre les données expérimentales et la prédiction du modèle avec les coefficients du phénotype P_i. Pour l'exemple proposé, les données expérimentales proviennent des essais de dilatométrie présentés en partie 3.1.3.

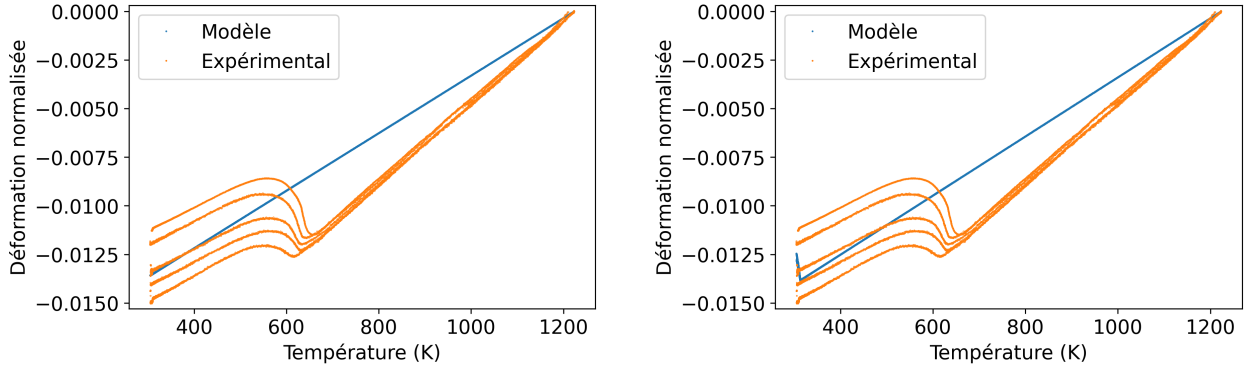
Les individus sont ensuite sélectionnés selon une règle établie (sélection sur la figure 1). La règle de sélection est cruciale : si trop peu d'individus sont sélectionnés, alors l'algorithme risque de converger vers un minimum local. Un tiers des individus est ici conservé pour la génération suivante et les autres sont éliminés, selon la doctrine de la "survie du plus apte".

Pour les deux-tiers manquants, ceux-ci sont créés par reproduction des individus restants. Deux individus parents conservés sont aléatoirement sélectionnés et pour chaque gène, l'enfant récupère aléatoirement l'allèle du premier ou du second parent.

In fine, le paramètre de mutation correspond à une variable aléatoire rajoutée à un ou plusieurs gènes de l'individu. Ce paramètre mutatoire permet d'augmenter la diversité en allèles de la population et donc de permettre aux gènes de se déplacer vers leur optimal. En autorisant une mutation large, ce paramètre permet également de sortir d'un minimum local.

Une fois la mutation achevée, la génération suivante est complète et peut en engendrer une nouvelle. L'algorithme boucle ainsi sur les étapes de fitness, sélection, crossover et mutation, pour un nombre de générations donné (boucle *for*) ou jusqu'à la vérification d'un critère sur la fonction objectif (boucle *while*), comme une erreur minimale à atteindre par exemple.

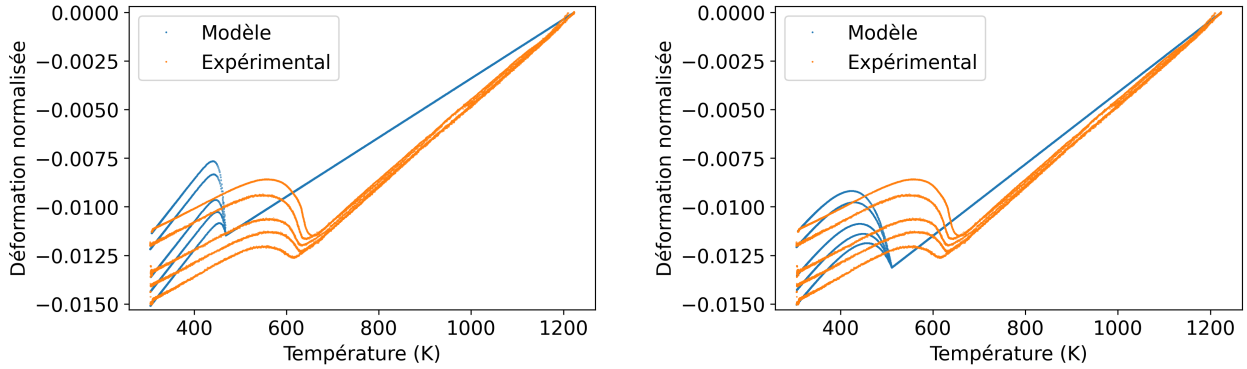
L'évolution est parfaitement visible tout au long de l'optimisation. Les figures suivantes représentent la capacité du modèle, génération après génération, à simuler les essais de dilatométrie décrits en partie 3.1.3. Sur les premières générations, le modèle est loin du compte, comme le montre les figures 2a et 2b.



(a) Génération n°20 (b) Génération n°40

FIGURE 2 – Premières générations de l'optimisation

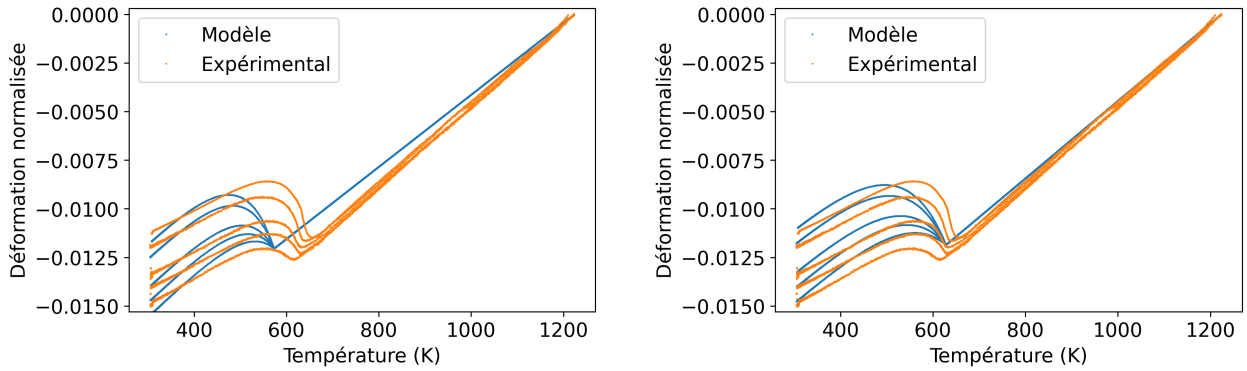
En revanche, dès la génération 80, en figure 3a, la transformation martensitique commence à apparaitre, mais le coefficient de dilatation thermique de la martensite est encore trop élevé et la température M_s trop basse.



(a) Génération n°80 (b) Génération n°180

FIGURE 3 – Générations suivantes de l'optimisation

Il faut attendre la génération 480, en figure 4b, pour que la température M_s se rapproche de la valeur expérimentale. La plasticité de transformation commence également à se rapprocher des observations expérimentales, car les différentes courbes présentent le bon écart en fin d'essai.



(a) Génération n°340 (b) Génération n°480

FIGURE 4 – Dernières générations de l'optimisation

L'amélioration qualitative du modèle peut également être appréciée quantitativement par l'erreur quadratique moyenne entre les prédictions du modèle et les courbes expérimentales. La figure 5 présente la diminution progressive de l'erreur quadratique moyenne génération après génération.
Elle décroit très rapidement sur les 100 premières générations, puis plus lentement. C'est là un des défauts de cette technique d'optimisation : comme la mutation repose sur une génération aléatoire, il peut ne rien se passer pendant plusieurs générations, c'est notamment le cas ici entre les générations 150 et 220.

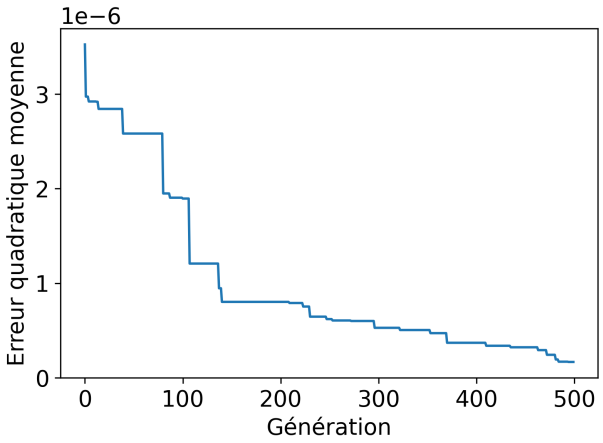
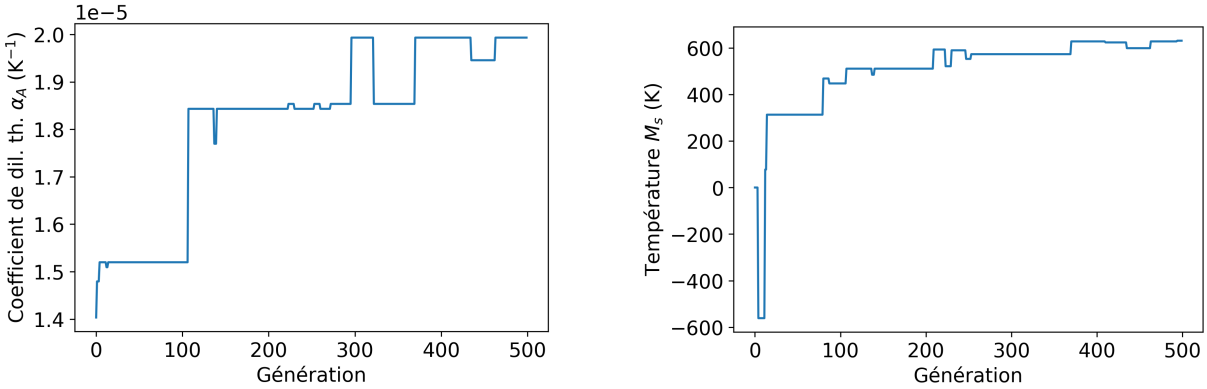


FIGURE 5 – Evolution de l'erreur quadratique moyenne génération après génération

Cette convergence progressive est également visible pour chaque coefficient. Les figures 6a et 6b présentent respectivement l'évolution du coefficient de dilatation thermique de l'austénite et de la température *martensite start*.



(a) Coefficient de dilatation thermique α_A

(b) Température M_s

FIGURE 6 – Évolution de deux gènes génération après génération

Sur ces 500 premières générations, l'essentiel du travail est fait. Les coefficients commencent à se rapprocher des observation expérimentales et le modèle commence à décrire les essais expérimentaux de façon satisfaisante. En revanche, il faut attendre la génération n°3000 pour obtenir la description des essais présentée sur la figure 4.9.

B Addenda à la construction du modèle 3D d'emboutissage à chaud

B.1 Démonstrations pour l'homogénéisation du mélange austénite-martensite

B.1.1 Constantes élastiques

La localisation du tenseur d'élasticité effectif $\bar{\mathbb{C}} = \langle \mathbb{C} \rangle$ se fait proportionnellement à chaque phase munie de son tenseur de localisation $\mathbb{A}$ [43] :

$$\bar{\mathbb{C}} = (1-z)\mathbb{C}_A \circ \langle \mathbb{A} \rangle_A + z\mathbb{C}_M \circ \langle \mathbb{A} \rangle_M \tag{2}$$

Ces tenseurs de localisation vérifient la relation : $(1-z)\langle \mathbb{A} \rangle_A + z\langle \mathbb{A} \rangle_M = \mathbb{I}$
Cela permet donc d'écrire que :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbb{C}} &= \mathbb{C}_A \circ (\mathbb{I} - z\langle \mathbb{A} \rangle_M) + z\mathbb{C}_M \circ \langle \mathbb{A} \rangle_M \\ &= \mathbb{C}_A + z\left(\mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A\right) \circ \langle \mathbb{A} \rangle_M \end{aligned}$$

Le schéma d'homogénéisation retenu est l'approche auto-cohérente. A partir de la solution du problème de l'inclusion de J.D. Eshelby (*SIP : Single Inclusion Problem*) [24], le tenseur de localisation est défini par :

$$\langle \mathbb{A} \rangle_M = \mathbb{A}^{SIP} = \alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2 \tag{3}$$

L'hypothèse isotrope permet justement de décomposer le tenseur d'élasticité $\mathbb{C}$ selon les deux projecteurs $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$, ce qui permet de faire respectivement apparaitre les modules de compressibilité isotrope K et de cisaillement G. L'expression précédente devient alors :

$$
\begin{aligned}
\bar{\mathbb{C}} &= \mathbb{C}_A + z\left(\mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A\right) \circ \langle \mathbb{A} \rangle_M \\
&= \mathbb{C}_A + z\left(\mathbb{C}_M - \mathbb{C}_A\right) \circ \left(\alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2\right) \\
&= 3K_A\mathbb{P}_1 + 2G_A\mathbb{P}_2 + z\left(3K_M\mathbb{P}_1 + 2G_M\mathbb{P}_2 - 3K_A\mathbb{P}_1 - 2G_A\mathbb{P}_2\right) \circ \left(\alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2\right) \\
&= 3K_A\mathbb{P}_1 + 2G_A\mathbb{P}_2 + z\left(3K_M - 3K_A\right)\alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + z\left(2G_M - 2G_A\right)\alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2 \\
\leftrightarrow 3\bar{K}\mathbb{P}_1 + 2\bar{G}\mathbb{P}_2 &= 3\left(K_A + z\left(K_M - K_A\right)\alpha_1^{SIP}\right)\mathbb{P}_1 + 2\left(G_A + z\left(G_M - G_A\right)\alpha_2^{SIP}\right)\mathbb{P}_2
\end{aligned}
$$

Ainsi, en projetant maintenant l'égalité selon les deux projecteurs, il est possible de déterminer les expressions des constantes élastiques effectives $\bar{K}$ et $\bar{G}$:

$$
\begin{cases}
\bar{K} = K_A + z\left(K_M - K_A\right)\alpha_1^{SIP} \\
\bar{G} = G_A + z\left(G_M - G_A\right)\alpha_2^{SIP}
\end{cases}
\tag{4}
$$

Le calcul exact de α_1^{SIP} et de α_2^{SIP} est le suivant [133]. Pour α_1^{SIP} :

$$
\begin{aligned}
\alpha_1^{SIP} &= \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{4}{3}\frac{3\bar{G}}{3\bar{K} + 4\bar{G}}\right)\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1 + 3\frac{1}{3}\left(\frac{K_M}{\bar{K}} - \frac{G_M}{\bar{G}}\right)\right)} \\
&= \frac{1}{1 + \left(1 - \frac{4\bar{G}}{3\bar{K} + 4\bar{G}}\right)\left(\frac{G_M}{\bar{G}} - 1 + \frac{K_M}{\bar{K}} - \frac{G_M}{\bar{G}}\right)} \\
&= \frac{1}{1 + \frac{3\bar{K} + 4\bar{G} - 4\bar{G}}{3\bar{K} + 4\bar{G}}\left(\frac{K_M}{\bar{K}} - 1\right)} \\
&= \frac{1}{1 + \frac{3\bar{K}}{3\bar{K} + 4\bar{G}}\frac{K_M - \bar{K}}{\bar{K}}} \\
&= \frac{1}{1 + \frac{3K_M - 3\bar{K}}{3\bar{K} + 4\bar{G}}} \\
&= \frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3\bar{K} + 4\bar{G} + 3K_M - 3\bar{K}} \\
&= \frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}}
\end{aligned}
$$

Pour α_2^{SIP} :

$$\begin{aligned}
\alpha_2^{SIP} &= \frac{1}{1+\left(2+\frac{4}{3}\frac{3\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\right)\frac{1}{5}\left(\frac{G_M}{\bar{G}}-1\right)} \\
&= \frac{1}{1+\left(2+\frac{4\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\right)\frac{1}{5}\left(\frac{G_M-\bar{G}}{\bar{G}}\right)} \\
&= \frac{1}{1+\left(\frac{6\bar{K}+12\bar{G}}{3\bar{K}+4\bar{G}}\right)\frac{1}{5}\left(\frac{G_M-\bar{G}}{\bar{G}}\right)} \\
&= \frac{\bar{G}(3\bar{K}+4\bar{G})}{\bar{G}(3\bar{K}+4\bar{G})+(6\bar{K}+12\bar{G})\frac{1}{5}(G_M-\bar{G})} \\
&= \frac{\bar{G}(3\bar{K}+4\bar{G})}{\bar{G}(3\bar{K}+4\bar{G})+\frac{2}{5}(3\bar{K}+6\bar{G})(G_M-\bar{G})}
\end{aligned}$$

Il est ainsi possible de compléter le système de l'équation 4 :

$$\begin{cases}
\bar{K} = K_A + z\,(K_M - K_A)\,\dfrac{3\bar{K}+4\bar{G}}{3K_M+4\bar{G}} \\
\bar{G} = G_A + z\,(G_M - G_A)\,\dfrac{\bar{G}(3\bar{K}+4\bar{G})}{\bar{G}(3\bar{K}+4\bar{G})+\frac{2}{5}(3\bar{K}+6\bar{G})(G_M-\bar{G})}
\end{cases} \tag{5}$$

A titre de comparaison, les approximations de Voigt [127] et de Reuss [108] sont les suivantes [68] :

$$\text{Approximation de Voigt} : \bar{\mathbb{C}} = (1-z)\mathbb{C}_A + z\mathbb{C}_M \tag{6}$$

$$\text{Approximation de Reuss} : \bar{\mathbb{C}} = \left((1-z)\mathbb{C}_A^{-1} + z\mathbb{C}_M^{-1}\right)^{-1} \tag{7}$$

Ces modèles sont toutefois assez éloignés du comportement réel d'un matériau biphasé. Ils représentent respectivement les bornes supérieures et inférieures des modules élastiques [43].

B.1.2 Constantes thermiques

Dans le cadre général, le coefficient de dilatation thermique est défini par une matrice de taille 3×3. L'homogénéisation de celui-ci nécessite un tenseur de quatrième ordre $\mathbb{B}$, défini à l'aide du tenseur de localisation $\mathbb{A}$ utilisé lors de l'homogénéisation des constantes élastiques [54], tel que :

$$\mathbb{B} = \mathbb{C} \circ \mathbb{A} \circ \bar{\mathbb{C}}^{-1} \tag{8}$$

Ce tenseur se décompose selon les projecteurs $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$ comme le tenseur $\mathbb{A}$, et donc le début du développement algébrique est similaire à ce qui a été exposé en partie B.1.1. Le point de départ est le théorème de V.M. Levin [54] :

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}} = \langle \mathbb{B}^T : \boldsymbol{\alpha} \rangle \tag{9}$$

Ainsi, avec l'équation 8 et la décomposition du tenseur de concentration des contraintes $\mathbb{B}$ [54] :

$$\begin{aligned}
\bar{\boldsymbol{\alpha}} &= \langle \mathbb{B}^T : \boldsymbol{\alpha} \rangle \\
&= (1-z)\langle \mathbb{B}^T \rangle_A : \boldsymbol{\alpha}_A + z\langle \mathbb{B}^T \rangle_M : \boldsymbol{\alpha}_M \\
&= \left(\mathbb{I} - z\langle \mathbb{B}^T \rangle_M \right) : \boldsymbol{\alpha}_A + z\langle \mathbb{B}^T \rangle_M : \boldsymbol{\alpha}_M \\
&= \mathbb{I} : \boldsymbol{\alpha}_A + z\langle \mathbb{B}^T \rangle_M : (\boldsymbol{\alpha}_M - \boldsymbol{\alpha}_A) \\
&= \mathbb{I} : \boldsymbol{\alpha}_A + z\langle \left(\mathbb{C} \circ \mathbb{A} \circ \bar{\mathbb{C}}^{-1} \right)^T \rangle_M : (\boldsymbol{\alpha}_M - \boldsymbol{\alpha}_A) \\
&= \mathbb{I} : \boldsymbol{\alpha}_A + z\langle \left(\bar{\mathbb{C}}^{-1} \right)^T \circ \mathbb{A}^T \circ \mathbb{C}^T \rangle_M : (\boldsymbol{\alpha}_M - \boldsymbol{\alpha}_A) \\
&= \mathbb{I} : \boldsymbol{\alpha}_A + z\mathbb{C}_M \circ \langle \mathbb{A}^T \rangle_M \circ \left(\bar{\mathbb{C}}^{-1} \right) : (\boldsymbol{\alpha}_M - \boldsymbol{\alpha}_A) \text{, par symétrie du tenseur d'élasticité.}
\end{aligned}$$

Comme pour l'homogénéisation des propriétés élastiques [24] : $\langle \mathbb{A} \rangle_M = \mathbb{A}^{SIP} = \alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2$ Les projecteurs $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$ étant symétriques, le tenseur de localisation des déformations $\mathbb{A}$ l'est aussi.

La décomposition isotrope du tenseur d'élasticité permet d'écrire que :

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\alpha}} &= \mathbb{I} : \boldsymbol{\alpha}_A + z\left(3K_M\mathbb{P}_1 + 2G_M\mathbb{P}_2\right) \circ \left(\alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2\right) \circ \left(\frac{1}{3\bar{K}}\mathbb{P}_1 + \frac{1}{2\bar{G}}\mathbb{P}_2\right) : (\boldsymbol{\alpha}_M - \boldsymbol{\alpha}_A) \\ \leftrightarrow \bar{\alpha}\boldsymbol{I} &= \alpha_A\mathbb{I} : \boldsymbol{I} + z\left(\alpha_M - \alpha_A\right)\left(\frac{K_M}{\bar{K}}\alpha_1^{SIP}\mathbb{P}_1 + \frac{G_M}{\bar{G}}\alpha_2^{SIP}\mathbb{P}_2\right) : \boldsymbol{I}\end{aligned}$$

Toujours avec l'hypothèse isotrope, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}$ est proportionnel au tenseur identité $\boldsymbol{I}$. Cela implique donc que tous les termes contenant le projecteur $\mathbb{P}_2$ s'annulent [1].

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}\boldsymbol{I} &= \alpha_A\boldsymbol{I} + z\left(\alpha_M - \alpha_A\right)\left(\frac{K_M}{\bar{K}}\alpha_1^{SIP}\frac{1}{3}\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I} + \frac{G_M}{\bar{G}}\alpha_2^{SIP}\left(\mathbb{I} - \frac{1}{3}\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I}\right)\right) : \boldsymbol{I} \\ &= \alpha_A\boldsymbol{I} + z\left(\alpha_M - \alpha_A\right)\frac{K_M}{\bar{K}}\alpha_1^{SIP}\boldsymbol{I} \\ \leftrightarrow \bar{\alpha} &= \alpha_A + z\left(\alpha_M - \alpha_A\right)\frac{K_M}{\bar{K}}\alpha_1^{SIP}\end{aligned}$$

Avec l'expression de α_1^{SIP} détaillée en partie B.1.1, l'homogénéisation du coefficient de dilatation thermique est la suivante :

$$\bar{\alpha} = \alpha_A + z\left(\alpha_M - \alpha_A\right)\frac{K_M}{\bar{K}}\frac{3\bar{K} + 4\bar{G}}{3K_M + 4\bar{G}} \tag{10}$$

B.2 Démonstrations pour la construction de l'algorithme de prédiction-correction

La loi d'écoulement permet de relier l'incrément de déformation plastique $\Delta\varepsilon_{ij}^{pl}$ au tenseur des contraintes [28] :

$$\boldsymbol{\Delta\varepsilon^{pl}} = \Delta\lambda\frac{\partial f}{\partial\boldsymbol{\sigma}} \tag{11}$$

1. En effet, $\mathbb{I} : \boldsymbol{I} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right)e_i\otimes e_j\otimes e_k\otimes e_l : \delta_{mn}e_m\otimes e_n = \frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jk}\right)e_i\otimes e_j\otimes e_k\otimes e_l : e_m\otimes e_n = \delta_{ik}\delta_{jk}e_i\otimes e_j\otimes e_k\otimes e_l : e_m\otimes e_n = \delta_{ij}e_i\otimes e_j = \boldsymbol{I}$
Et $\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I} : \boldsymbol{I} = \delta_{ij}\delta_{kl}e_i\otimes e_j\otimes e_k\otimes e_l : \delta_{mn}e_m\otimes e_n = 3\delta_{ij}e_i\otimes e_j = 3\boldsymbol{I}$

Lorsque la direction d'écoulement est maintenue orthogonale à la surface de charge, la plasticité est alors associée, ce qui est le cas en plasticité des métaux. Le terme f de cette équation représente la fonction de charge associée au critère de von Mises [2]. Cette fonction s'exprime par :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \bar{\varepsilon}, T) = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S}} - \sigma_y(\bar{\varepsilon}^{pl}, T) = 0 \tag{12}$$

De plus, dans l'équation 11, $\Delta\lambda$ appelé "multiplicateur plastique" représente une constante de proportionnalité. Pour la déterminer, il est nécessaire dans un premier temps de calculer les dérivées partielles de la fonction de charge par le tenseur des contraintes. En utilisant la convention de sommation d'Einstein pour les notations indicielles :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left(\sqrt{\frac{3}{2} S_{mn} S_{nm}} - \sigma_y(\bar{\varepsilon}^{pl}, T) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \sqrt{\frac{3}{2} S_{mn} S_{nm}} - \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_y(\bar{\varepsilon}^{pl}, T) \\
&= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{2 S_{nm}}{2\sqrt{S_{pq} S_{qp}}} \frac{\partial S_{mn}}{\partial \sigma_{ij}} \\
&= \frac{3}{2} \frac{S_{nm}}{\sqrt{\frac{3}{2} S_{pq} S_{qp}}} \left(\delta_{mi}\delta_{nj} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{mn} \right) \\
&= \frac{3}{2} \frac{S_{nm}}{\sqrt{\frac{3}{2} S_{pq} S_{qp}}} \left(\delta_{mi}\delta_{nj} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{mn} \right) \\
&= \frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2} S_{mn} S_{nm}}} \left(S_{ji} - \frac{1}{3} tr(\boldsymbol{S}) \delta_{ij} \right)
\end{aligned}$$

Or, comme $tr(\boldsymbol{S}) = 0$ et par symétrie du tenseur $\boldsymbol{S}$:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sqrt{\frac{3}{2} S_{mn} S_{nm}}} \tag{13}$$

L'incrément de déformation plastique équivalente $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ prend alors la forme :

$$\begin{aligned}
\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} &= \sqrt{\frac{2}{3}\Delta\varepsilon_{ij}^{pl}\Delta\varepsilon_{ij}^{pl}} \\
&= \sqrt{\frac{2}{3}\Delta\lambda\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}\Delta\lambda\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}} \\
&= \Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{3}{2}\frac{S_{ij}}{\sqrt{\frac{3}{2}S_{mn}S_{nm}}}\frac{3}{2}\frac{S_{ij}}{\sqrt{\frac{3}{2}S_{pq}S_{qp}}}} \\
&= \Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{\frac{3}{2}S_{ij}\frac{3}{2}S_{ij}}{\frac{3}{2}S_{mn}S_{nm}}} \\
&= \Delta\lambda\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{3}{2}} \\
&= \Delta\lambda
\end{aligned}$$

B.3 Projection des tenseurs en notation de Voigt

Abaqus® adopte les notations de Voigt pour les déformations et les contraintes. Il est donc nécessaire de projeter les modules tangents déterminés en partie 4.2 afin que ceux-ci respectent également lesdites notations de Voigt.

Les modules tangents DDSDDT, DRPLDE et DRPLDT ne dépendent que de tenseurs déjà définis en notation de Voigt par Abaqus®. Il n'y a donc aucun travail analytique supplémentaire à fournir. En revanche, DDSDDE dépend de tenseurs d'ordre 4 non-définis par Abaqus®, l'élasticité $\bar{\mathbb{C}}$ et le projecteur $\mathbb{P}_2$. La décomposition de W. Kelvin permet de ramener le tenseur d'élasticité aux projecteurs $\mathbb{P}_1$ et $\mathbb{P}_2$. Les deux projecteurs possèdent les expressions suivantes :

$$\begin{cases}
\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3}\boldsymbol{I}\otimes\boldsymbol{I} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}e_i\otimes e_j\otimes e_k\otimes e_l = \frac{1}{3}e_i\otimes e_i\otimes e_k\otimes e_k \\
\mathbb{P}_2 = \mathbb{I}-\mathbb{P}_1 = \mathbb{I} = \frac{1}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}\right)e_i\otimes e_j\otimes e_k\otimes e_l - \frac{1}{3}e_i\otimes e_i\otimes e_k\otimes e_k
\end{cases} \tag{14}$$

Ce qui donne en notation de Voigt :

$$\mathbb{P}_1 = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbb{P}_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{15}$$

Il est alors possible de déduire la projection du tenseur d'élasticité $\bar{\mathbb{C}}$ en notation de Voigt :

$$\bar{\mathbb{C}} = \begin{bmatrix} \bar{K} + \frac{4}{3}\bar{G} & \bar{K} - \frac{2}{3}\bar{G} & \bar{K} - \frac{2}{3}\bar{G} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{K} - \frac{2}{3}\bar{G} & \bar{K} + \frac{4}{3}\bar{G} & \bar{K} - \frac{2}{3}\bar{G} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{K} - \frac{2}{3}\bar{G} & \bar{K} - \frac{2}{3}\bar{G} & \bar{K} + \frac{4}{3}\bar{G} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{G} \end{bmatrix} \tag{16}$$

Ces expressions tensorielles sont directement implémentées telles quelles au sein du script UMAT.

C Addenda à la construction du modèle 1D

C.1 Prédiction élastique

L'incrément de déformation dans la direction orthogonale à la sollicitation vaut :

$$\Delta\varepsilon_{22} = -\frac{\bar{G}^t}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11}^{pt} + \frac{3\bar{K}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T + \frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t} - \frac{\bar{K}^t - \frac{2}{3}\bar{G}^t}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11} \tag{17}$$

En utilisant cette expression et l'égalité entre $\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}$ et $\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}$ au sein de l'équation 4.82 :

$$\begin{aligned}
\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t \\
&\quad + 2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11} + \frac{\bar{G}^t}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11}^{pt} - \frac{3\bar{K}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T + \frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t} + \frac{\bar{K}^t - \frac{2}{3}\bar{G}^t}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11}\right) \\
&= \frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t + \bar{E}^t\Delta\varepsilon_{11} + \frac{2\left(\bar{G}^t\right)^2}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}\frac{3}{2}K^{pt}\Delta z\left(S_{11}^{t+dt}\right)^{pr} - \frac{6\bar{K}^t\bar{G}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T + \frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t} \\
&= \frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t + \bar{E}^t\Delta\varepsilon_{11} + \frac{2\left(\bar{G}^t\right)^2}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}\frac{3}{2}K^{pt}\Delta z\frac{2}{3}\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr} - \bar{E}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T + \frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)
\end{aligned}$$

Il est alors possible d'effectuer une ultime factorisation par $\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr}$.

$$\begin{aligned}
\left(1 + 3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z - \frac{2\left(\bar{G}^t\right)^2}{2\bar{K}^t + \frac{2}{3}\bar{G}^t}K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t + \bar{E}^t\Delta\varepsilon_{11} - \bar{E}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T + \frac{\Delta V}{V}\Delta z\right) \\
\leftrightarrow \left(1 + \frac{9\bar{K}\bar{G}^t}{3\bar{K}^t + \bar{G}^t}K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t + \bar{E}^t\Delta\varepsilon_{11} - \bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}^{th} + \Delta\varepsilon_{11}^{iso}\right) \\
\leftrightarrow \left(1 + \bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\left(\sigma_{11}^{t+dt}\right)^{pr} &= \frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t + \bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11} - \Delta\varepsilon_{11}^{th} - \Delta\varepsilon_{11}^{iso}\right)
\end{aligned}$$

La dernière ligne forme ainsi la prédiction élastique du modèle 1D.

C.2 Correction plastique

Comme pour la prédiction élastique ci-dessus, le calcul de la contrainte corrigée dans la direction 11 est le suivant :

$$
\begin{aligned}
&\left(1+3\bar{G}^t K^{pt}\Delta z\right)\sigma_{11}^{t+dt} = \frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t \\
&+2\bar{G}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}+\frac{\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\left(\Delta\varepsilon_{11}^{pt}+\Delta\varepsilon_{11}^{pl}\right)-\frac{3\bar{K}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T+\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}+\frac{\bar{K}^t-\frac{2}{3}\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11}\right)-3\bar{G}^t\Delta\varepsilon_{11}^{pl} \\
&=\frac{\bar{G}^{t+dt}}{\bar{G}^t}\sigma_{11}^t+\frac{6\bar{K}^t\bar{G}^t}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\varepsilon_{11}+\frac{2\left(\bar{G}^t\right)^2}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\left(\Delta\varepsilon_{11}^{pt}+\Delta\varepsilon_{11}^{pl}\right)-\frac{6\bar{K}^t\bar{G}^t\left(\bar{\alpha}\Delta T+\frac{\Delta V}{V}\Delta z\right)}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}-3\bar{G}^t\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} \\
&=\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t+\bar{E}^t\Delta\varepsilon_{11}+\frac{2\left(\bar{G}^t\right)^2}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\frac{3}{2}K^{pt}\Delta z\frac{2}{3}\sigma_{11}^{t+dt}+\frac{2\left(\bar{G}^t\right)^2-6\bar{K}^t\bar{G}^t-2\left(\bar{G}^t\right)^2}{2\bar{K}^t+\frac{2}{3}\bar{G}^t}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}-\bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}^{th}+\Delta\varepsilon_{11}^{iso}\right) \\
&\leftrightarrow\left(1+\frac{9\bar{K}^t\bar{G}^t}{3\bar{K}^t+\bar{G}^t}K^{pt}\Delta z\right)\sigma_{11}^{t+dt}=\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t+\bar{E}^t\Delta\varepsilon_{11}-\frac{9\bar{K}^t\bar{G}^t}{3\bar{K}^t+\bar{G}^t}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}-\bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}^{th}+\Delta\varepsilon_{11}^{iso}\right) \\
&\leftrightarrow\left(1+\bar{E}^t K^{pt}\Delta z\right)\sigma_{11}^{t+dt}=\frac{\bar{E}^{t+dt}}{\bar{E}^t}\sigma_{11}^t+\bar{E}^t\left(\Delta\varepsilon_{11}-\Delta\varepsilon_{11}^{th}+\Delta\varepsilon_{11}^{iso}-\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right)
\end{aligned}
$$

La dernière ligne forme ainsi la correction plastique du modèle 1D.

D Paramètres d'acquisition des contraintes résiduelles

D.1 Conditions de diffraction

L'appareillage utilisé est un goniomètre Proto iXRD avec un montage d'acquisition en oméga. Les différentes vérifications obligatoires selon la norme européenne NF EN 15305 "Méthode d'essai pour l'analyse des contraintes résiduelles par diffraction des rayons X" ont été effectuées et sont conformes aux attentes. Il s'agit d'une mesure sur une poudre (σ=0 MPa) et d'un échantillon de référence en acier grenaillé (σ=-345 MPa). Le rayonnement utilisé est celui du chrome $K\alpha$ (λ=2,29Å) avec une tension de 20 kV et un ampérage de 4 mA. Le collimateur de 1 mm de diamètre permet d'illuminer une surface de quelques mm^2. Les pics de diffraction des plans {211} ($2\theta_0$=156°) de la ferrite α ont été utilisés pour le calcul des contraintes.

D.2 Conditions d'acquisition

La tête de diffraction est positionnée selon 7 angles β variant de -30° à +30° par rapport à la verticale avec une oscillation de ±2° par position. Les deux détecteurs à fibre optique sont donc positionnés selon 14 angles Ψ de -42° à +42°.
Le temps d'acquisition est de 60 secondes par pic de diffraction (moyenne de 20 analyses de 3 secondes chacune).

D.3 Conditions de traitement des raies et calcul des contraintes

La position angulaire en 2θ du pic de diffraction a été définie en utilisant la méthode de la gaussienne à 30% de la hauteur nette de la raie de diffraction. La correction LPA (Lorentz Polarisation Absorption) a été utilisée, ainsi qu'une correction de gain (P/G).
La méthode d'évaluation des contraintes a été basée sur un traitement elliptique ($\sin^2\Psi$). Cette méthode est expliquée sur l'équation 3.2 et illustrée sur la figure 3.15a page 85. Les constantes d'élasticité radiocristallographiques utilisées dans le calcul sont celles du fer α [39] : $S_1\{211\} = -1,28.10^{-6}$ MPa^{-1} et $\frac{1}{2}S_2\{211\} = 5,92.10^{-6}$ MPa^{-1}.
Pour les contraintes, les écarts à la linéarité apparaissant dans les tableaux de mesures représentent un test de la validité de l'application de la méthode, avec un intervalle de confiance au sens de Student de 95%. Les incertitudes de mesures sont égales à une fois l'écart type.

E Étude paramétrique des propriétés du revêtement

La différence de résultats entre les deux modèles (AlSi et Al_5Fe_2) pousse à étudier la sensibilité des contraintes résiduelles à chaque paramètre du modèle.

E.1 Mise en données des simulations à plat

Pour comprendre les interactions entre le revêtement et le substrat martensitique, une simulation simplifiée a été construite. Deux matrices planes compriment et trempent un morceau de tôle parallélépipédique en acier Usibor®2000 (figure 7).

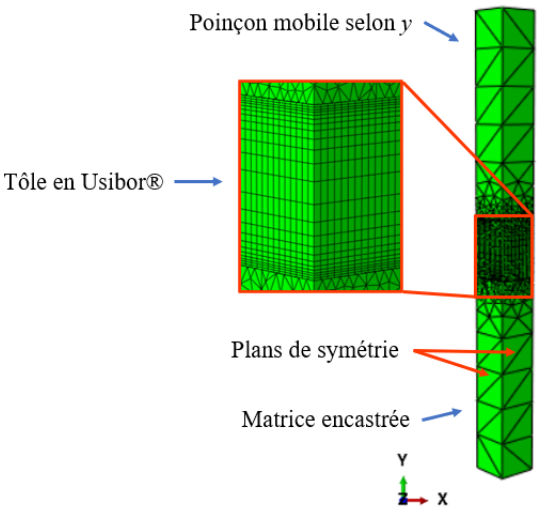


FIGURE 7 – Simulation d'un emboutissage à plat

Cette configuration correspond aux zones trempées, mais non-déformées, comme les flancs des pliages ou le dessus des emboutis oméga par exemple. Son principal avantage est le temps de calcul, notamment grâce à un nombre réduit d'éléments (1154 pour chaque outil, 3887 pour la tôle).

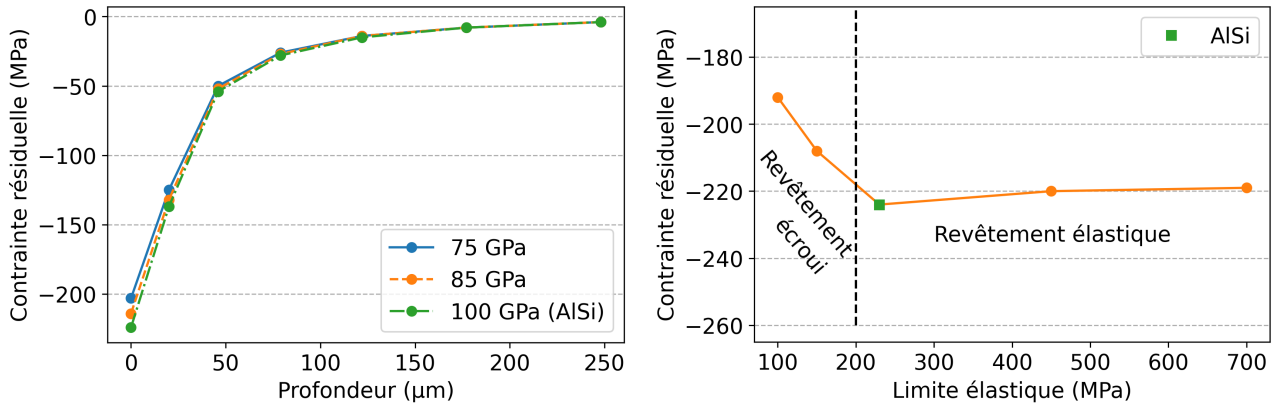
Les mêmes étapes que pour les pliages simulés ont été implémentées avec les mêmes paramètres : transfert de 7 secondes, mise en forme de 40 secondes et ouverture des outils. Cette configuration a permis de rapidement tester tous les paramètres mécaniques du revêtement.

E.2 Résultats

Une étude de sensibilité a été conduite pour chaque paramètre mécanique du revêtement. La comparaison est effectuée entre les profils de contraintes résiduelles en profondeur du substrat martensitique, au niveau de l'intersection des deux plans de symétries (figure 7).

E.2.1 Influence de la loi de comportement

Pour la partie élastique, comme le montre la figure 8a, une augmentation du module d'Young du revêtement conduit à un renforcement des contraintes de compression dans l'acier. En effet, un module d'Young de l'AlSi plus élevé conduit à une augmentation des contraintes de traction dans le revêtement, ce qui conduit immanquablement à une augmentation des contraintes de compression en surface du substrat martensitique.



(a) Module d'Young E

(b) Limite élastique σ_y^0

FIGURE 8 – Influence des propriétés élastiques sur les contraintes résiduelles dans le substrat martensitique

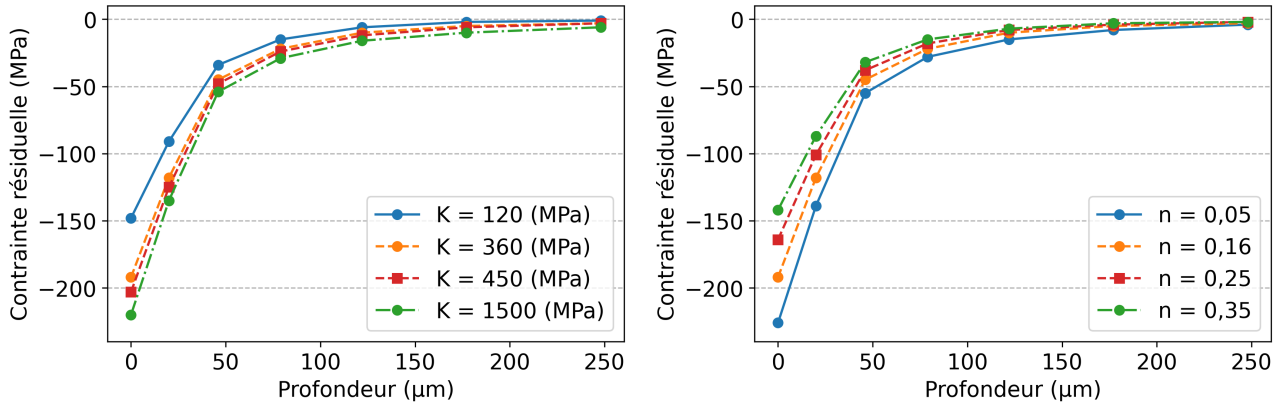
La figure 8b présente la contrainte résiduelle sur le premier nœud du substrat martensitique (le profil en profondeur est donc ici omis) en fonction de la limite élastique. En-deçà de 230 MPa, elle conduit à une diminution des contraintes résiduelles ; et au-delà de cette limite, elle ne possède plus d'influence. Cela s'explique par le niveau de contrainte atteint dans le revêtement. En effet, sur cette configuration à plat, elles sont inférieures à 200 MPa. La limite élastique n'intervient donc pas au-delà de cette limite et n'a donc logiquement pas d'influence.

Cependant, dans le cas d'une zone déformée, plus la zone est déformée et plus le niveau de contrainte augmente dans le revêtement. Par conséquent, une limite élastique élevée favorise un haut niveau de contraintes.

Le modèle de P. Ludwik possède deux paramètres d'écrouissage : un facteur de proportionnalité K et un exposant n :

$$\sigma_y\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right) = \sigma_y^0 + K\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^n \tag{18}$$

Pour mieux saisir l'influence de ces deux paramètres, la limite élastique est diminuée à 100 MPa afin d'avoir une entrée en plasticité plus rapide et donc un écrouissage plus important. Les figures 9a et 9b présentent l'évolution du profil de contraintes résiduelles en profondeur du substrat martensitique en fonction des deux paramètres d'écrouissage.



(a) Module K

(b) Exposant n

FIGURE 9 – Influence des coefficients d'écrouissage sur les contraintes résiduelles dans l'épaisseur du substrat martensitique

Plus le coefficient K augmente, plus la contrainte résiduelle est importante dans le substrat martensitique. Le ralentissement de la progression observée pour le cas où K est égal à 1500 MPa s'explique par la très faible plasticité du revêtement, qui reste inférieure à 0,1%.
Le taux de variation est en revanche opposé pour l'exposant n : plus celui-ci est élevé et plus les contraintes résiduelles dans le substrat martensitique diminuent.

Les deux variations des paramètres d'écrouissage se rejoignent. D'une part, la loi de P. Ludwik (équation 18) est une fonction croissante de K ; ce résultat est immédiat. D'autre part, cette même loi est une fonction décroissante de n. En effet :

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial n}\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right) = K \ln\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^n \tag{19}$$

Comme la plasticité accumulée est inférieure à 1, $\ln\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)$ est donc négatif, ce qui justifie la décroissante de la fonction. Pour conclure vis-à-vis de la loi de comportement, tout paramètre contribuant à augmenter la limite d'écoulement du revêtement renforce le profil de contraintes résiduelles en compression. Une limite d'écoulement plus élevée conduit naturellement à une traction plus forte dans le revêtement, qui est équilibrée par des contraintes de compression plus élevées en surface du substrat martensitique. L'influence des paramètres plastiques est par ailleurs beaucoup plus importante que les paramètres élastiques.

E.2.2 Influence du coefficient de dilatation thermique

Le coefficient de dilatation thermique joue un rôle prépondérant dans l'émergence des contraintes de traction dans le revêtement. Plusieurs valeurs ont été simulées et les résultats sont regroupés sur la figure 10.

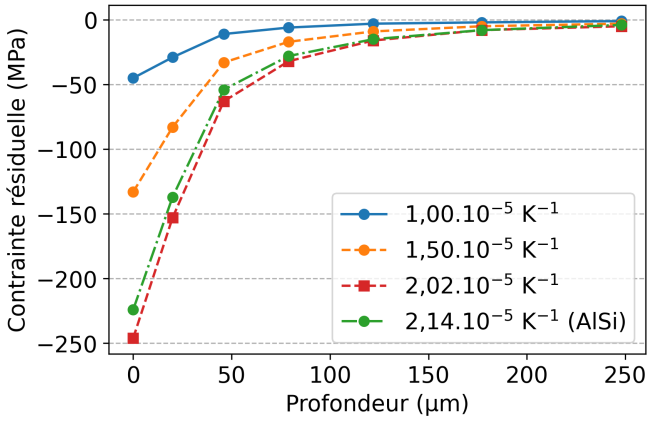


FIGURE 10 – Influence du coefficient de dilatation thermique sur les contraintes résiduelles dans l'épaisseur du substrat martensitique

Les différentes valeurs ont été choisies afin de représenter différentes configurations :

1. Le coefficient de 2,14.10^{-5} K^{-1} est au-dessus des coefficients de l'austénite et de la martensite de la nuance Usibor®2000.
2. Le coefficient de 2,02.10^{-5} K^{-1} est entre celui de l'austénite et la martensite.
3. Les coefficients de 1,50.10^{-5} K^{-1} et 1,00.10^{-5} K^{-1} sont en-dessous du coefficient de la martensite.

Globalement, plus le coefficient de dilatation thermique est important, plus les contraintes résiduelles de compression dans le substrat martensitique sont importantes. Pour les deux valeurs les plus élevées, les contraintes résiduelles proviennent de la différence de contraction des matériaux lors du refroidissement, tel que cela a été décrit au chapitre 5, en partie 5.2.4.3. Pour les deux valeurs inférieures, le mécanisme est différent. En effet, le coefficient de dilatation thermique du revêtement est plus faible que celui du substrat martensitique, ce dernier devrait donc être en compression et par conséquent le substrat en traction. C'est la transformation martensitique et sa dilatation isotrope associée qui supplante les contractions thermiques et crée les contraintes de compression en surface du substrat martensitique.

E.2.3 Influence de l'épaisseur du revêtement

La morphologie du revêtement, via son épaisseur, a également une influence sur les contraintes résiduelles. La micrographie présentée au chapitre 3, figure 3.2b, montre un revêtement d'épaisseur variable. Deux autres épaisseurs, en plus des 40 μm, ont donc été simulées. La figure 11 présente les profils de contraintes pour les trois épaisseurs de revêtement.

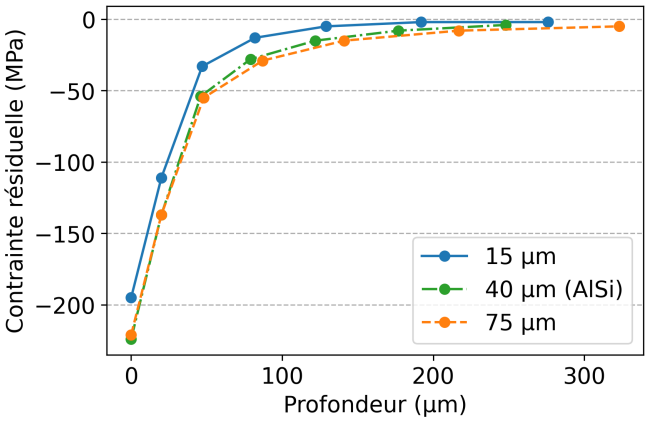


FIGURE 11 – Influence de l'épaisseur du revêtement sur les contraintes résiduelles dans l'épaisseur du substrat martensitique

Les contraintes résiduelles augmentent en compression entre 15 μm et 40 μm, car le revêtement est globalement en traction. Une plus grande épaisseur en traction signifie donc une plus grande compensation en compression. Le revêtement n'est pas entièrement en traction avec une épaisseur de 75 μm. Sa surface est en effet en légère compression (-20 MPa), ce qui explique que le profil de contrainte dans le substrat ne soit pas plus en compression.
Ainsi, pour une bonne description des contraintes dans le substrat martensitique, il est nécessaire de modéliser précisément les comportements thermique et plastique en fonction de la température, ainsi que la morphologie du revêtement.

Cette analyse permet de comprendre l'influence des paramètres du modèle du revêtement sur les contraintes résiduelles dans le substrat martensitique. Toutefois, le niveau de contrainte est à modérer pour deux raisons. La première est expérimentale : le revêtement fissure et donc relaxe une partie des contraintes qu'il développe. La seconde provient des simulations. En effet, l'étape de polissage n'est pas simulée au sein de ces exemples. Une relaxation partielle des contraintes numériques est donc à anticiper.

F Utilisation des réseaux neuronaux pour la simulation de l'emboutissage à chaud

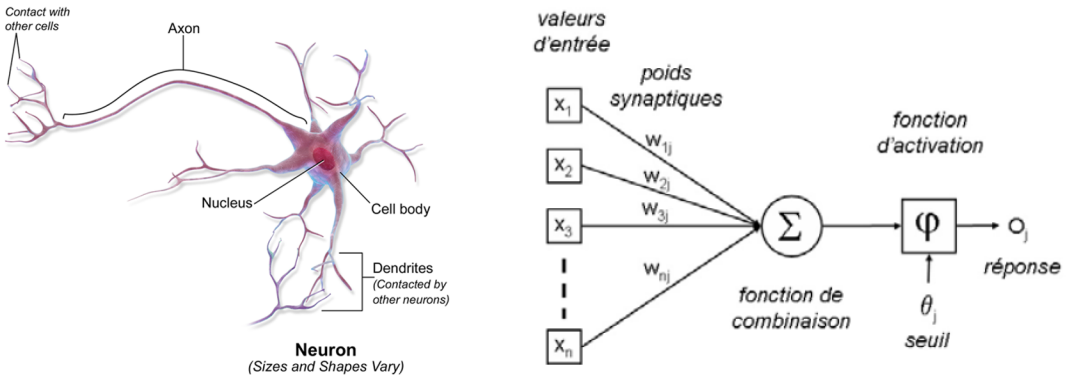
F.1 Amélioration de la précision

Les principaux résultats du chapitre 5, partie 5.2.4.5, ont montré que les déformations plastiques classiques et de transformation jouent un rôle primordial dans la genèse des contraintes résiduelles. Améliorer la précision de la description de la plasticité classique permet donc d'améliorer la prédiction des contraintes résiduelles. Dans cette optique, deux points peuvent être améliorés.
D'une part, les lois de comportement pour l'austénite et la martensite n'offrent pas une description parfaite du comportement expérimental : les deux lois proposées présentent des coefficients de corrélations de 0,994 pour l'austénite et 0,97 pour la martensite de l'acier Usibor®1500 (partie 4.1.1.2.2).
D'autre part, l'homogénéisation de la limite élastique (partie 4.1.1.2.2) utilise un modèle empirique proposé par H. Geijselaers pour un matériau proche, mais différent des aciers Usibor® [30]. Par conséquent, le modèle peine à interpoler correctement le comportement du mélange austénite-martensite, notamment par manque de données expérimentales.
Une approche par apprentissage permettrait de palier à ces descriptions imparfaites : le principe général des réseaux neuronaux, puis leur utilisation dans le cas de cette étude sont présentés dans cette partie.

F.1.1 Introduction aux réseaux neuronaux

F.1.1.1 Structure d'un réseau neuronal

Les réseaux de neurones artificiels, comme leur nom l'indique, forment une technique bio-inspirée imitant le fonctionnement des neurones biologiques [79], dont un schéma est donné sur la figure 12a.
Un neurone biologique est morphologiquement composé d'axones, lui permettant d'échanger des signaux bio-électriques, et d'un noyau, contenant le matériel génétique lui permettant de traiter l'information collectée. Le neurone formel suit cette idée [79]. Les axones sont modélisés par des poids (w_{ij} sur la figure 12b) qui permettent de graduer l'intensité des connexions entre deux neurones.



(a) Neurone biologique [11] (b) Neurone formel [106]

FIGURE 12 – Schématisations des neurones biologiques et formels

Le noyau est composé de deux éléments : une fonction de combinaison (généralement une somme pondérée) qui synthétise les informations collectées par les axones, et une fonction d'activation ϕ, qui, vis-à-vis d'un biais b ou seuil θ, transmet ou non une information à d'autres neurones. Le neurone formel est ainsi capable de réaliser des opérations arithmétiques élémentaires de la forme [79, 106] :

$$y_j = \phi\left(\sum_{i=1}^{n} w_{ij}x_i + b_j\right) \tag{20}$$

Il existe de nombreuses fonctions d'activation. Les trois principales pour des problèmes de régression sont les suivantes [100] :

1. La fonction sigmoïde : $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$
2. La tangente hyperbolique.
3. La fonction ReLU (*Rectified Linear Unit*) : $f(x) = \max(0, x)$

Les neurones communiquent ensuite entre eux via des poids et forment des réseaux. La première architecture, le perceptron, reste toujours grandement utilisée pour des problèmes de régressions [109]. Les neurones sont regroupés par couches (i.e. *MLP : Multi-Layer Perceptron*) et l'information se propage simultanément d'une couche amont vers une couche aval (i.e. *Feed-Forward Network* sur la figure 13), sans jamais remonter [106].

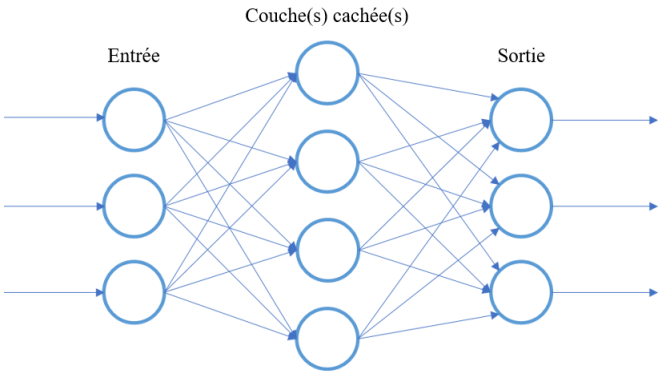


FIGURE 13 – Exemple d'architecture d'un MLP

La figure 13 présente trois types de couches différentes. Les couches d'entrée et de sortie représentent les interfaces du réseau qui respectivement collectent les informations nécessaires à son fonctionnement et transmettent à la fin sa prédiction. Ces deux couches sont généralement fixées par le contexte du problème. Pour la prédiction d'une limite d'écoulement, par exemple, la couche d'entrée contiendra notamment la déformation plastique effective, et la couche de sortie ne contiendra qu'un unique neurone transmettant la limite d'écoulement. Les couches cachées du réseau réalisent les opérations intermédiaires. Plus elles sont nombreuses, et plus le réseau gagne en agilité et est capable de modéliser des problèmes non-linéaires [86]. Cette capacité est directement liée au choix adéquat des poids et des biais, choix fait lors de l'entrainement du réseau neuronal.

F.1.1.2 Apprentissage et optimisation d'un réseau neuronal

Cette phase d'apprentissage se fait le plus souvent pour des problèmes de régressions à l'aide d'une base de données (apprentissage supervisé), ici constituée des essais de traction réalisés aux différentes températures et vitesses de déformation. Cette base de données est scindée en deux parties : généralement 80% à 90% pour l'entrainement et le reste pour la validation. Cette séparation permet de créer des données de contrôle afin de s'assurer de la qualité de l'apprentissage du réseau sur les données d'entrainement [70]. Une fonction de coût est établie afin de quantifier l'erreur entre la prédiction du réseau et la valeur expérimentale, illustrée sur la figure 14.

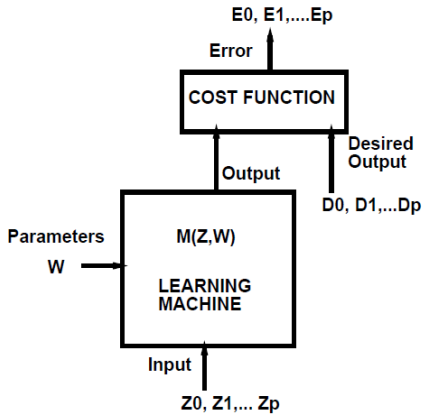
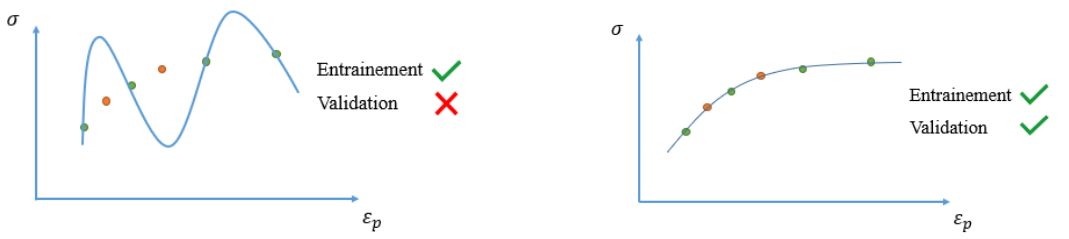


FIGURE 14 – Synoptique de la comparaison entre la prédiction d'un réseau neuronal et des données d'entrainement [70]

Pour un problème de régression à unique sortie, une erreur quadratique moyenne est parfaitement adaptée. Au cours de l'apprentissage, à chaque itération ou époque, une erreur moyenne est estimée sur l'ensemble des données d'entrainement. Le gradient de cette erreur e est ensuite rétropropagé aux poids w et biais du réseau afin de les ajuster époque après époque :

$$w^{n+1} = w^n - \eta \frac{\partial e}{\partial w^n} \tag{21}$$

Le taux d'apprentissage η est utilisé pour assurer une convergence de la descente de gradient vers l'erreur minimale. A titre d'exemple, la figure 15a présente un apprentissage satisfaisant au regard des données d'entrainement uniquement (points verts). Le réseau force l'interpolation au détriment du sens physique qu'il pourrait avoir. Une erreur sur les données de validation inférieure à ou du même ordre de grandeur que l'erreur sur les données d'entrainement, cas de la figure 15b, permet de minimiser le risque de surapprentissage du réseau.



(a) Apprentissage non-satisfaisant (b) Apprentissage satisfaisant

FIGURE 15 – Illustration de deux interpolations entre des valeurs d'entrainement

En général, pour faciliter l'entrainement du réseau, les données d'entrainement et de validation sont normalisées pour être centrées et réduites [70].
L'entrainement du réseau ne représente qu'une partie de sa construction. Afin de maximiser sa capacité de régression, un travail d'optimisation sur les hyperparamètres est nécessaire [37]. En effet, le nombre de couches cachées, le nombre de neurones par couche, la fonction d'activation et l'algorithme d'optimisation conditionnent les capacités du réseau. Dans le cas d'un réseau simple, comme celui présenté sur la figure 13, cette optimisation peut être conduite à l'aide d'un plan d'expérience.

F.1.2 Exemples issus de la bibliographie

Plusieurs auteurs ont auparavant utilisé un réseau neuronal afin de modéliser la limite d'écoulement d'un matériau en fonction de la température et/ou de la vitesse de déformation. Les premières études datent de la fin des années 2000. Y.C. Lin et al. [75] ont prédit la limite d'écoulement d'un acier faiblement allié en fonction de la température. A.K. Gupta [37] et H.Y. Li et al. [72] ont rajouté l'effet de la vitesse de déformation sur le comportement rhéologique de leur matériau, respectivement un acier austénitique 316 et un acier bas carbone 28CrMnMoV5. A titre d'exemple, le réseau développé par A.K. Gupta et al. est illustré sur la figure 16.

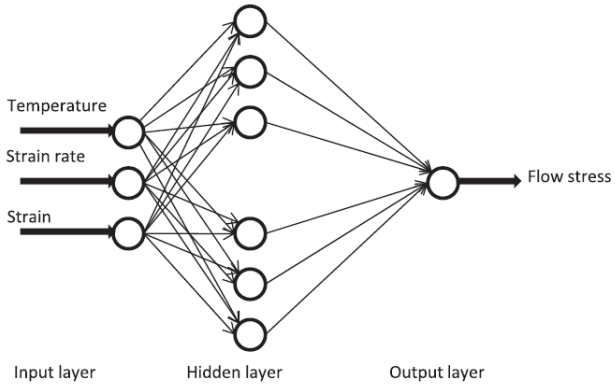


FIGURE 16 – Réseau neuronal pour la prédiction de la limite d'écoulement [37]

X. Li et al. [73] ont également proposé de modéliser le comportement visco-plastique d'un acier DP800 et ont utilisé leur modèle afin de simuler des essais de traction. Cependant, aucune étude ne s'est intéressée à la modélisation d'un comportement lors d'une transformation de phase. C'est ce qui est proposé dans la suite de cette partie.

F.1.3 Base de données d'entrainement

La base de données servant à l'apprentissage du réseau neuronal est composée des déformations plastiques, de la température et de la vitesse de déformation comme entrées, et de la contrainte d'écoulement comme sortie.
La fraction de martensite n'est pas utilisée comme donnée en entrée du réseau. Deux raisons motivent ce choix. D'une part, la fraction de martensite est uniquement fonction de la température, donc cette information est déjà indirectement incluse dans les données d'entrainement. D'autre part, il est préférable d'utiliser des données non-corrélées pour la couche d'entrée du réseau [70]. Par conséquent, les mêmes entrées et sorties que celles présentées sur la figure 16 ont été utilisées. Cette étude a été conduite pour la nuance Usibor®1500.

Les données d'entrainement correspondent aux essais expérimentaux :

1. Vitesses de déformation : 0,01 s^{-1}, 0,1 s^{-1} et à haute vitesse de déformation 1 s^{-1} pour la martensite ou 1,6 s^{-1} pour l'austénite.
2. Températures : 393K et 493K pour la martensite et 773K, 873K, 973K, 1073K et 1173K pour l'austénite.
3. Déformations plastiques : comprises entre 0 et 0,05 pour les essais en phase martensitique et entre 0 et 0,2 pour les essais en phase austénitique.

La différence des amplitudes de déformations plastiques entre les essais sur l'austénite et sur la martensite s'explique par la différence de ductilité. Comme tous les essais ont la même fréquence d'échantillonnage, il y a alors deux biais :

1. Les essais austénitiques comportent plus de points et occupent donc une proportion plus importante dans la base de données.
2. Le début d'un essai de traction possède le gradient d'écrouissage le plus fort mais représente une faible proportion des données.

Ces deux biais ont été corrigés par deux méthodes différentes. D'une part, l'usage de poids [2] pour chaque point dans le calcul de l'erreur quadratique moyenne a permis de donner une importance

2. A ne pas confondre avec les poids du réseau.

relative entre eux. Cette astuce a été utilisée pour corriger le biais entre les phases mais également pour donner une importance plus élevée au début de l'écrouissage.
La formule suivante est proposée pour les poids p :

$$p = \begin{cases} 5, \text{ si } \bar{\varepsilon}^{pl} < 0,05 \\ 2, \text{ si } 0,05 \leq \bar{\varepsilon}^{pl} < 0,2 \\ 1 \text{ sinon} \end{cases} \tag{22}$$

De plus, quelques données ont été rajoutées artificiellement afin de combler l'écart de ductilité entre l'austénite et la martensite : le modèle proposé au sein du chapitre 4 n'inclut pas la recristallisation due à la transformation de phase. Toute plasticité accumulée en phase austénitique est donc transmise à la phase martensitique. Le modèle n'inclut pas non plus les propriétés d'endommagement. Ainsi, le réseau neuronal doit être capable de modéliser la limite d'écoulement de la martensite jusqu'à 20% de plasticité accumulée, bien que cela n'ait que peu de sens physique.
Plusieurs points "fictifs" ont donc été rajoutés à la base de données. Ils représentent le prolongement par continuité de la fin de l'essai de traction en phase martensitique. Ces points ont également été affectés d'un poids plus important. Un exemple est donné en figure 17 pour un essai à 373K et une vitesse de déformation de 0,01 s^{-1}.

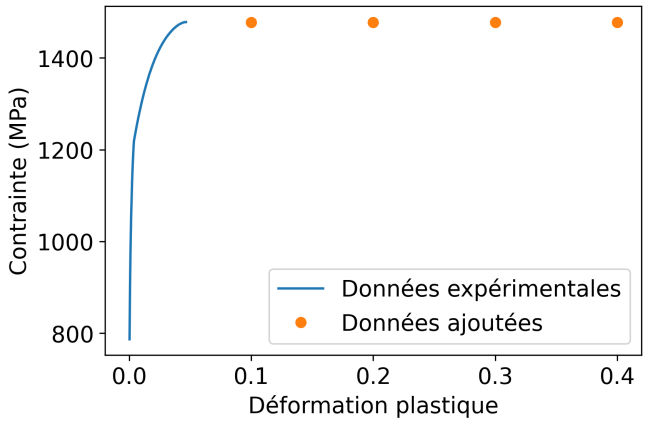


FIGURE 17 – Extrait de traction augmenté en phase martensitique (373K, 0,01 s^{-1})

Avec ces derniers paramètres, la base de données est complète mais doit encore être normalisée avant de servir à l'entrainement du réseau neuronal. Les formules proposées par H.Y. Li et al. [72] ont été retenues. Pour la température, la déformation plastique et la contrainte d'écoulement, qui possèdent une évolution linéaire, la normalisation éponyme a été appliquée (équation 23).

$$x' = \frac{x - 0,95\min(x)}{1,05\max(x) - 0,95\min(x)} \tag{23}$$

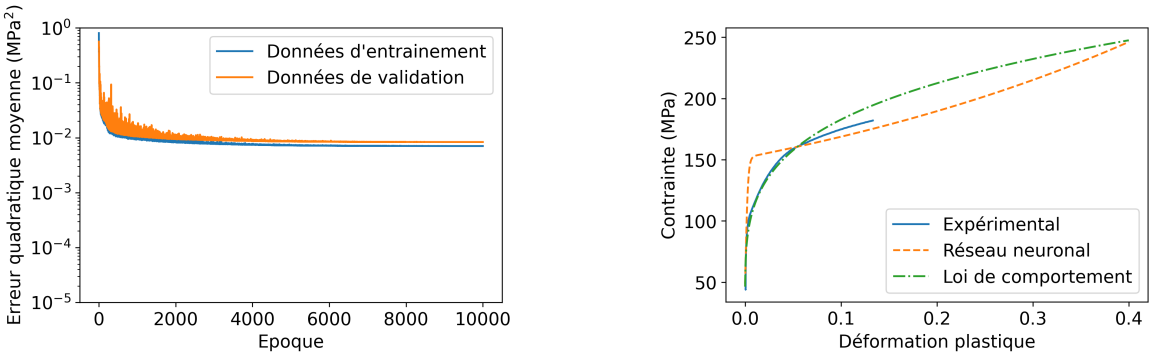
Pour la vitesse de déformation, qui suit une évolution exponentielle, une normalisation logarithmique a été appliquée (équation 24).

$$x' = \frac{3 + \log(x) - 0,95\min(3 + \log(x))}{1,05\max(3 + \log(x)) - 0,95\min(3 + \log(x))} \tag{24}$$

Une fois normalisées, les données sont prêtes à être utilisées pour l'entrainement du réseau neuronal.

F.1.4 Construction et entrainement du réseau neuronal

L'architecture du réseau retenue est un réseau en couches denses complètement connectées. Son entrainement se fait à l'aide de l'algorithme ADAM qui possède de nombreux avantages dont la rapidité et la stabilité [58]. Les fonctions d'activation ont ensuite été choisies en fonction du problème posé. En effet, la contrainte d'écoulement prédite en sortie par le réseau neuronal est positive. Choisir une sigmoïde pour le neurone de sortie permet de circonscrire les prédictions à des valeurs positives, ce qui évite ainsi de potentielles erreurs dans la correction plastique par apprentissage. Pour toutes les autres couches denses, une fonction tangente hyperbolique a été retenue. Enfin, le nombre de couches cachées et le nombre de neurones par couche ont fait l'objet d'un plan d'expériences. Les figures 18 à 20 montrent plusieurs exemples, croissants en terme de taille de réseau, d'historique d'apprentissage et de simulation d'un essai de traction (température de 973K et vitesse de déformation de 0,01 s^{-1}).

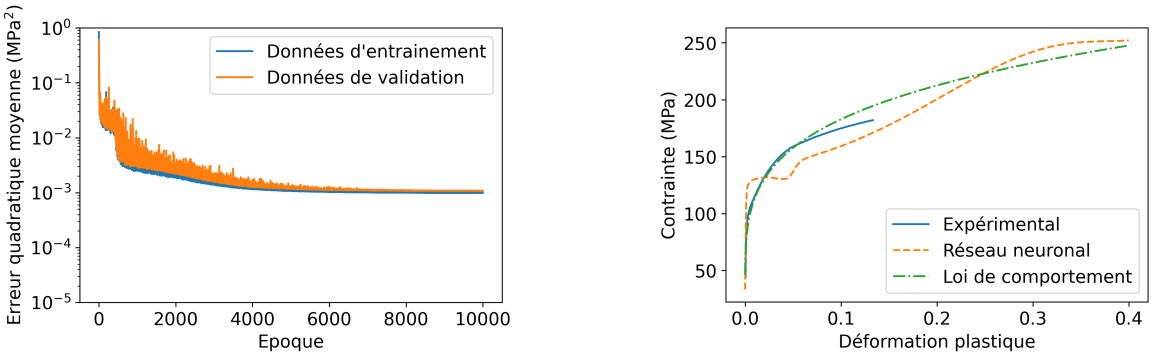


(a) Historique de l'apprentissage

(b) Essai de traction (973K, 0,01 s^{-1})

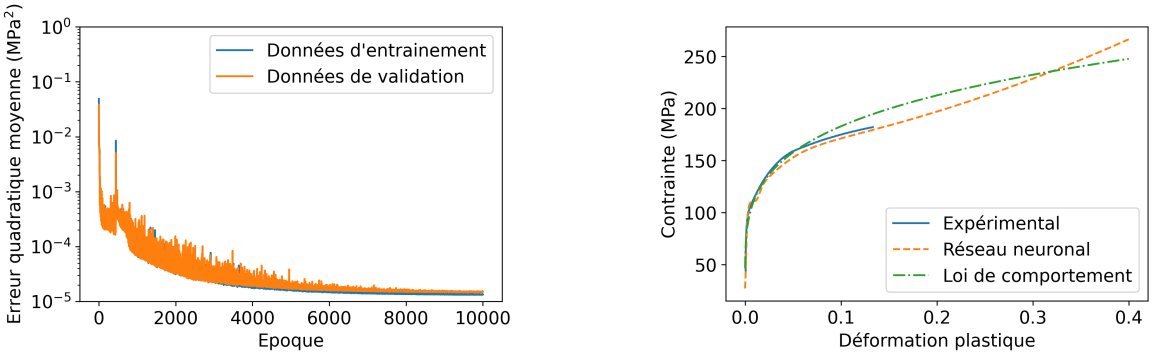
FIGURE 18 – Réseau de neurones 3 couches et 7 neurones (répartition des neurones par couche : 3-3-1)

La notation (3-3-1) indique que le réseau a 3 couches avec 3 neurones sur la première, 3 sur la seconde et un seul neurone sur la dernière.



(a) Historique de l'apprentissage (b) Essai de traction (973K, 0,01 s^{-1})

FIGURE 19 – Réseau de neurones 4 couches et 13 neurones (répartition des neurones par couche : 3-6-3-1)



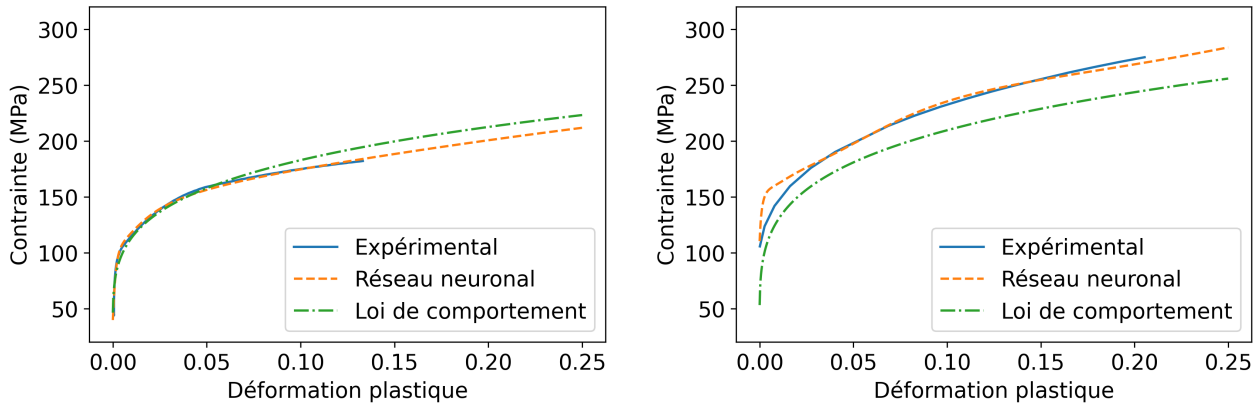
(a) Historique de l'apprentissage (b) Essai de traction (973K, 0,01 s^{-1})

FIGURE 20 – Réseau de neurones 5 couches et 25 neurones (répartition des neurones par couche : 3-7-7-7-1)

Graduellement, au fur et à mesure de l'augmentation de la taille du réseau, l'erreur quadratique moyenne diminue, ce qui est corrélé avec une précision accrue sur l'essai de traction associé. Le réseau le plus petit (figure 18) ne prédit qu'un comportement plastique parfait. En revanche, avec une augmentation progressive du nombre de couches et du nombre de neurones, le réseau modélise de mieux en mieux le comportement plastique de la nuance Usibor®1500.

Le réseau présenté sur la figure 20 présente une erreur quadratique satisfaisante. Il est également capable d'interpoler les données expérimentales avec succès, comme le montre la figure 20b, mais également d'extrapoler jusque 20% de déformation plastique avant de lentement diverger.

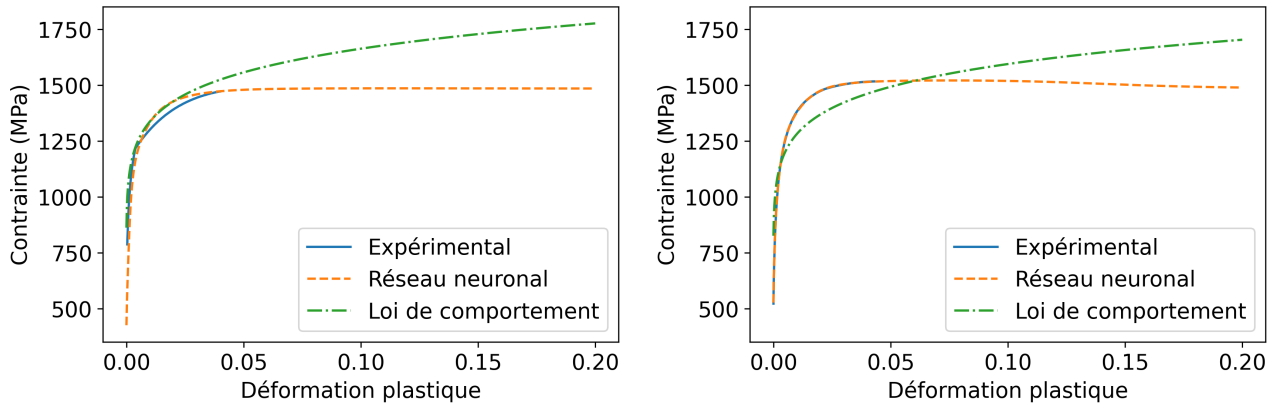
Le réseau présente de bonnes capacités d'interpolation, aussi bien en phase austénitique qu'en phase martensitique, comme le montrent les figures 21a à 22b et offre une description plus fine de la plasticité de l'acier Usibor®1500 par rapport à la loi de comportement conventionnelle (voir partie 4.1.1.2.2).



(a) 973K - 0,01 s^{-1} (b) 1073K - 1,6 s^{-1}

FIGURE 21 – Essais de traction en phase austénitique

Sur la figure 21b, l'interpolation sur réseau neuronal semble montrer des fluctuations plus importantes que sur les autres essais. Cela s'explique par un nombre de données plus faible à haute vitesse de déformation, ce qui pénalise l'apprentissage à ces vitesses-là.
Sur les figures 22a et 22b, l'ajout des points supplémentaires a parfaitement fonctionné, puisque le réseau neuronal présente un comportement parfaitement plastique au-delà 5% de déformation plastique.



(a) 373K - 0,1 s^{-1} (b) 473K - 0,01 s^{-1}

FIGURE 22 – Essais de traction en phase martensitique

La performance du réseau peut être résumée graphiquement, en comparant les données expérimentales et les données prédites, comme sur la figure 23.

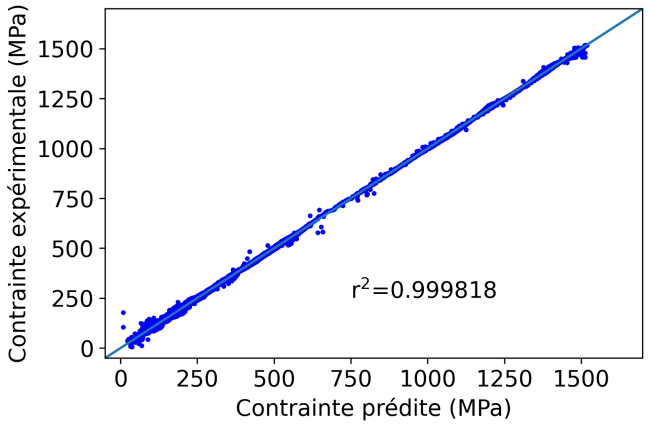
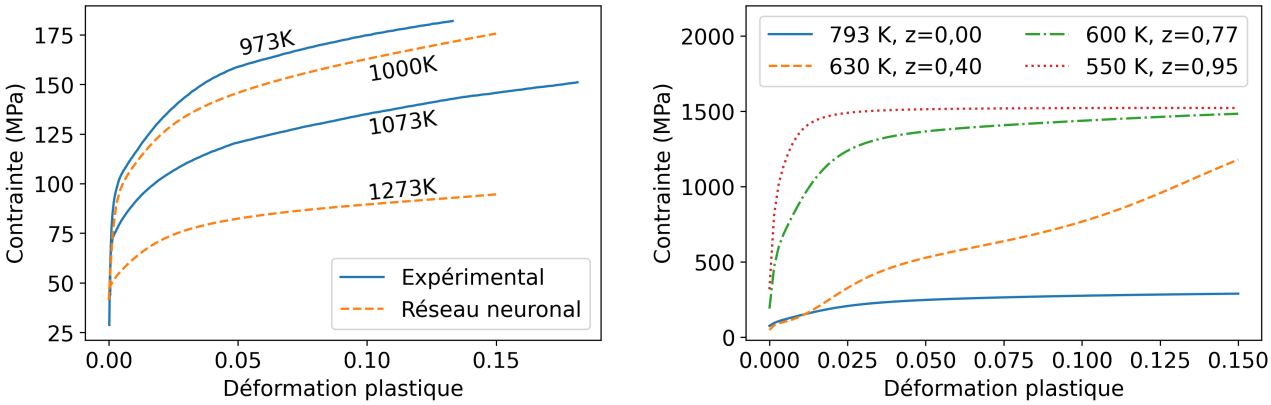


FIGURE 23 – Corrélation entre les données d'entrainement et les données de prédiction du réseau neuronal

Le réseau montre ainsi une très bonne corrélation, supérieure aux interpolations proposées pour les lois de G.R. Johnson et W.H. Cook [51] (r^2 =0,994) et pour l'austénite et H.W. Swift [119] (r^2 =0,97) pour la martensite.

Pour tester la performance du réseau neuronal, il convient également de s'intéresser à ses capacités d'interpolation en dehors des données d'entrainement. La figure 24a propose une comparaison en phase austénitique et la figure 24b présente le comportement du réseau pendant la transformation de phase.



(a) Phase austénitique

(b) Domaine biphasé (z : fraction martensitique)

FIGURE 24 – Essais de traction pour une vitesse de déformation de 0,01 s^{-1}

Sur la figure 24a, la prédiction du réseau neuronal à 1273K, soit 100K au-delà de la température

expérimentale maximale, montre un écrouissage tout à fait plausible avec une évolution régulière. Cela montre une certaine robustesse du réseau en-dehors de l'espace défini par les données d'entrainement. L'essai à 1000K montre que le réseau est aussi capable d'interpoler correctement entre les différentes températures.

La figure 24b pousse le réseau sur une interpolation plus large pour des températures correspondant à des compositions entre 100% austénitique et 100% martensitique. Les prédictions du réseau correspondent ainsi à différentes fractions de martensite. Malgré le manque de données expérimentales, le réseau est capable de prédire un comportement plausible pour les fractions de 0%, 77% et 95% de martensite, mais montre un comportement non-physique pour la fraction de 40%. Cela s'explique par un manque de données pour un apprentissage supervisé.

F.1.5 Ajout de nouveaux essais expérimentaux

Afin de palier au manque de données expérimentales pendant la transformation de phase, des essais complémentaires ont été réalisés pour différentes fractions de phases. La vitesse de déformation a été fixée à 0,1 s^{-1}, et la température modifiée en fonction de la fraction de martensite désirée. Elles ont été calculées à l'aide de l'équation de D.P. Koistinen et R.E. Marburger (équation 4.2). Les incertitudes expérimentales sur l'asservissement en température permettent de limiter l'incertitude sur la composition à quelques pourcents. Le tableau 1 regroupe les différentes fractions de phases et les températures des essais de traction correspondants.

Tableau 1 – Températures des essais de traction dans le domaine biphasé

Fraction de phase		Température correspondante
Austénite	Martensite	
70%	30%	635K
50%	50%	624K
30%	70%	608K
10%	90%	574K

La figure 25 montre les résultats des essais de traction pour la nuance Usibor®1500.

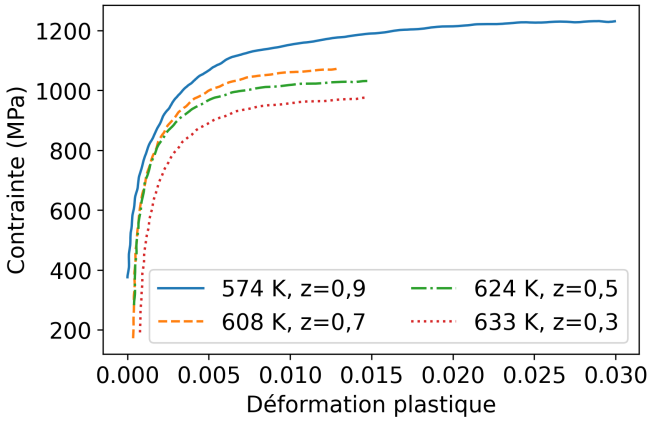


FIGURE 25 – Essais de traction expérimentaux, à différentes températures, avec différentes fractions de martensite z pour la nuance Usibor®1500

Malheureusement, ces essais n'ont pas pu enrichir la base de données expérimentale. En effet, malgré la diversité des compositions, les essais montrent des comportements semblables, très proches du comportement de la martensite. Cela s'explique par la contrainte imposée à l'éprouvette, qui est supérieure à la limite élastique de l'austénite. Au-delà de cette limite, l'énergie motrice de la transformation martensitique devient la contrainte mécanique [103]. Ce mécanisme est notamment discuté en partie 2.1.2. Il est donc nécessaire de réaliser une micrographie pour déterminer la fraction réelle de martensite au sein des éprouvettes avant de pouvoir inclure ces données expérimentales dans l'apprentissage.

F.2 Augmentation de la rapidité

Les calculs Abaqus® sont connus pour être longs, fonctions du nombre d'éléments et de points de contact. Malgré plusieurs simplifications, les calculs présentés au chapitre précédent durent entre une journée environ pour les pliages en V et plusieurs jours pour les emboutis oméga. Les réseaux de neurones, aptes aux problèmes de régression comme cela a été présenté, peuvent potentiellement être plus rapides que des méthodes numériques conventionnelles et ainsi accélérer les calculs par éléments finis. A cette fin, un réseau neuronal a été développé en remplacement de la boucle de retour radial pour la nuance Usibor®1500.

F.2.1 Méthodes conventionnelles pour la boucle de plasticité

Au niveau de l'implémentation du modèle d'emboutissage, la boucle de plasticité est résolue par une boucle *for*, de complexité temporelle en $\mathcal{O}(n)$. En remplaçant la boucle par un réseau neuronal, il serait possible d'accélérer le retour radial de la correction plastique, dont le synoptique est illustré sur la figure 26.

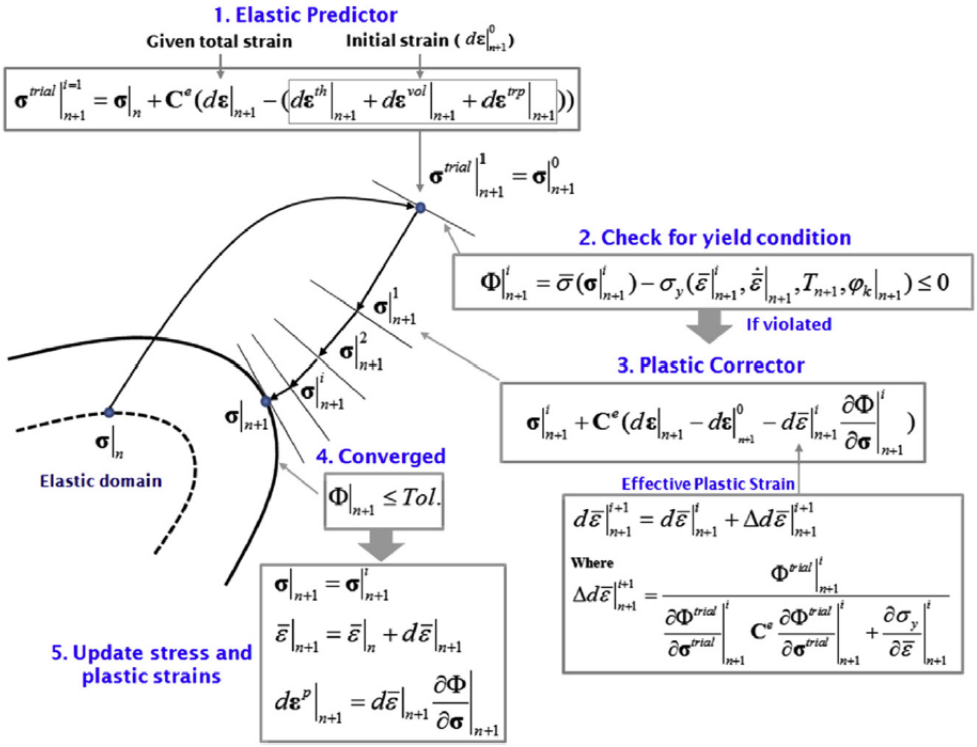


FIGURE 26 – Itérations successives de la boucle de plasticité [14]

La boucle de plasticité permet de déterminer la contrainte d'écoulement $\bar{\sigma}_y^{t+dt}$ et l'incrément de déformation plastique effective $\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ à partir des incréments de température ΔT et de temps dt, ainsi que de la déformation plastique effective $\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t$, de la température T^t et de la contrainte prédite élastiquement $\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$.
Le retour radial présenté en figure 26 est généralement résolu par un algorithme de Newton-Raphson ou par dichotomie, le premier étant plus rapide et le second plus stable. L'objectif est donc de remplacer ce retour radial par un réseau neuronal.

F.2.2 Exemple issu de la littérature

L'idée de remplacer la boucle *for* du retour radial par un réseau neuronal a été exploitée précédemment au sein de la littérature par D.P. Jang et al. [50]. Ils ont construit un *Feed-Forward Network* permettant de prédire les contraintes corrigées σ_1 et σ_2 à partir de la contrainte d'écoulement ρ de l'incrément n et d'une prédiction élastique en contraintes planes réduite à ses composantes principales σ_1^{TR} et σ_2^{TR}.
La déformation plastique équivalente à l'incrément $n+1$ est ensuite calculée à partir de l'inverse d'une loi de H.W. Swift, tel que :

$$\bar{\varepsilon}^{pl,n+1} = \left(\frac{\rho}{K}\right)^{\frac{1}{n}} - \varepsilon_0 \tag{25}$$

Les auteurs ont appliqué cette stratégie à l'acier 22MnB5, qui correspond à la nuance Usibor®1500 sans revêtement, pour des problèmes isothermes sans viscoplasticité. Les données d'entrainement du réseau ont été générées à partir du modèle constitutif via un algorithme de Newton-Raphson : 338182 données normalisées ont été divisées : 90% pour entrainement et 10% pour validation.

Après entrainement et optimisation du réseau, l'architecture finale est illustrée sur la figure 27. Chaque couche est activée par une fonction ReLU, ce qui explique la présence de neurones actifs et de neurones inactifs, car cette fonction renvoie une valeur nulle pour toute entrée négative.

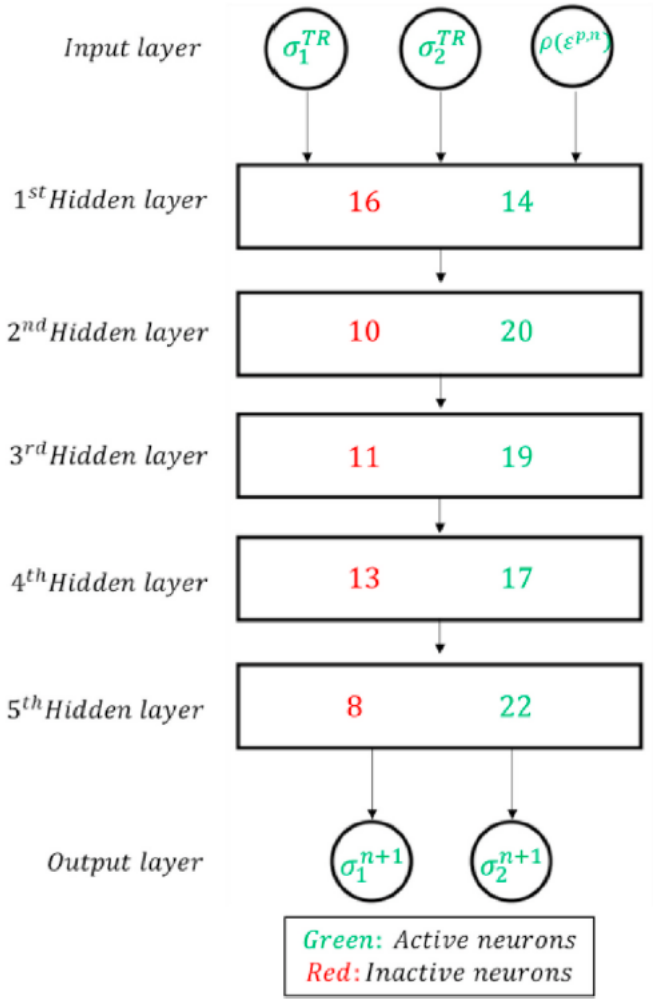
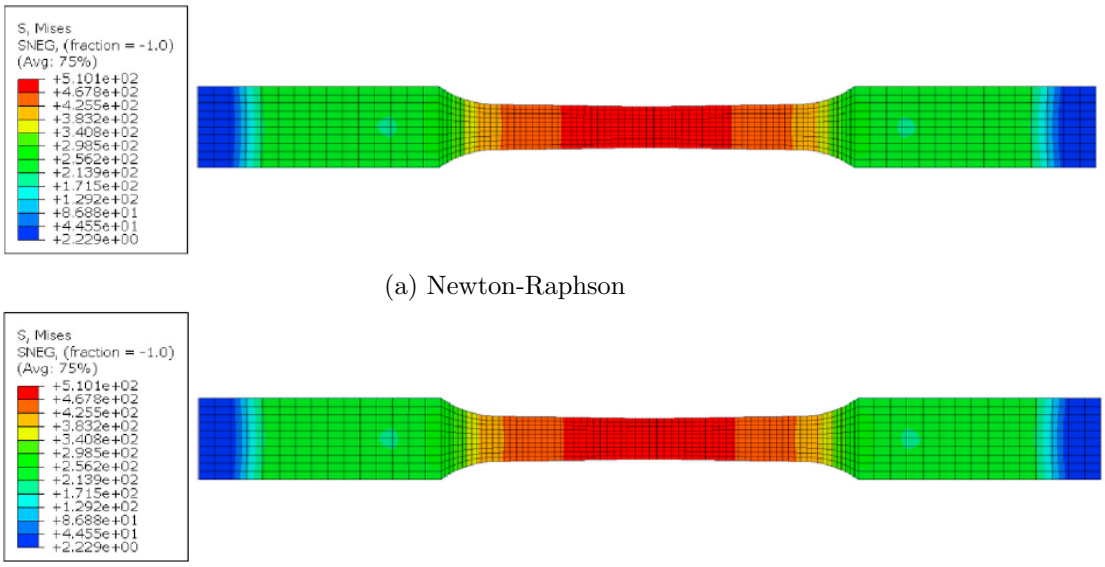


FIGURE 27 – Architecture du *Feed-Forward Network* proposé par D.P. Jang et al. [50]

Ce réseau a ensuite été implémenté au sein d'une UMAT dans Abaqus®/Standard et exploité pour deux types de problèmes : des essais de traction sur des éprouvettes *dogbone* et l'emboutissage de godets axisymétriques. Les figures 28a et 28b illustrent les différences entre les deux modèles de retour radial pour un essai de traction, où le mors supérieur impose à l'éprouvette un déplacement de 9 mm en une seconde, ce qui génère une déformation plastique effective de 32%. L'écart quadratique moyen entre les contraintes de von Mises prédites en fin d'essai par les deux modèles est de 0,31%.

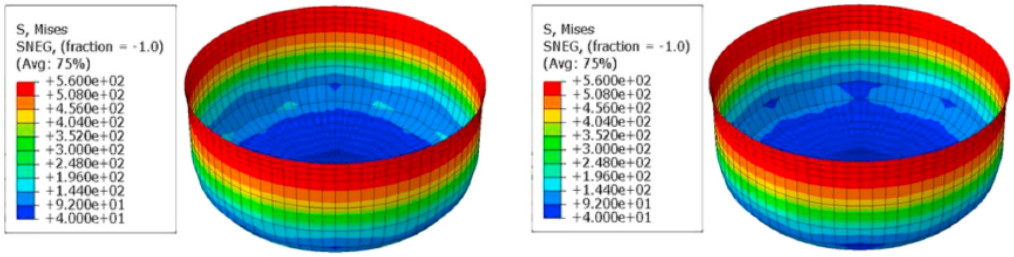


(a) Newton-Raphson

(b) Réseau neuronal

FIGURE 28 – Comparaison entre les deux modèles de retour radial pour une éprouvette de traction [50]

Les figures 29a et 29b présentent les résultats pour les godets. L'écart quadratique moyen entre les contraintes de von Mises pour les deux modèles est de 0,77%.



(a) Newton-Raphson (b) Réseau neuronal

FIGURE 29 – Comparaison entre les deux modèles de retour radial pour des godets [50]

Pour les godets, les auteurs relèvent une réduction de 11% du temps de calcul.

F.2.3 Constitution d'une base de données d'entrainement

La même méthodologie a été appliquée pour cette étude, tout en élargissant le problème à des variations de température et de vitesse de déformation. Ainsi, la contrainte élastique et la limite d'écoulement ne sont plus suffisantes en entrée, car le retour radial est aussi influencé par ces deux

paramètres via l'incrément de martensite et les propriétés mécaniques (voir équations 4.55 et 4.93 pour les formulations 3D et 1D respectivement).
Les entrées et sorties du réseau ont donc été modifiées en conséquence. L'entrée du réseau neuronal est constituée de la prédiction élastique équivalente $\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$, de la température T^t, de la plasticité accumulée $\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t$, de l'incrément de température ΔT et de l'incrément de temps dt.
Comme il n'existe pas d'essai expérimental permettant de construire une base de données avec les entrées et les sorties susmentionnées, elle a été construite à l'aide du retour radial par dichotomie, tel qu'il est implémenté au sein de la UMAT. Le réseau neuronal ne pourra donc pas être plus précis que le modèle conventionnel ici.

Un jeu de 200000 vecteurs d'entrées $\left[\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}, \left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t, T^t, \Delta T, dt\right]$ a été généré avec les distributions suivantes pour :

1. La prédiction élastique $\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$: uniforme entre 0 et 2000 MPa.
2. La température T^t : uniforme entre 1273K et 253K.
3. La déformation plastique effective $\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t$: exponentielle entre 10^{-10} et 0,5.
4. L'incrément de température ΔT : uniforme entre -5K et 0K.
5. L'incrément de temps dt : exponentielle entre 10^{-18} s et 1 s.

Un contrôle de la génération de données a notamment été réalisé pour le couple de (ΔT, dt), afin de limiter le refroidissement possible à 200 K.s^{-1}, déjà quatre fois supérieur au refroidissement maximal pendant la trempe. Cet ensemble de données d'entrées a ensuite été soumis à la boucle de plasticité avec une résolution par dichotomie afin de déterminer les données de sortie. La tableau 2 présente quelques exemples issus de la base de données.

Tableau 2 – Exemples de données issues de la base d'entrainement

Données d'entrée					Données de sortie	
$\left(\sigma_y^{t+dt}\right)^{pr}$ (MPa)	T^t (K)	$\left(\bar{\varepsilon}^{pl}\right)^t$ (-)	ΔT (K)	dt (s)	$\bar{\sigma}_y^{t+dt}$ (MPa)	$\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}$ (-)
1370,36	952,26	0,3495	-1,052	0,008268	373,23	0,007505
215,45	715,26	$2{,}841.10^{-05}$	-2,051	0,04102	122,93	0,0005600
1909,72	380,85	$2{,}735.10^{-08}$	-3,018	0,06036	1214,15	0,003625
1270,40	1186,36	0,3441	-3,325	0,06651	143,28	0,01118
1932,39	1150,30	$7{,}893.10^{-05}$	-3,549	0,07099	91,82	0,01740

Afin d'avoir un point de comparaison pour évaluer la performance du réseau neuronal, les données de sortie ont également été prédites par un algorithme de Newton-Raphson. Le tableau 3 présente les performances des deux méthodes numériques.

Tableau 3 – Performance des algorithmes conventionnels de retour radial

	Dichotomie	Newton-Raphson
Nombre moyen d'itérations avant convergence	29,8	4,9
Temps de calcul pour 200000 entrées (s)	218	80,6
Temps de calcul par entrée (ms)	1,199	0,403
Instabilités	0	8

La dichotomie est connue pour être plus lente que l'algorithme de Newton-Raphson, car elle nécessite un plus grand nombre d'itérations avant de converger (29,8 contre 4,9), mais celle-ci est toujours stable. C'est la principale raison de son utilisation au sein de la UMAT. Les instabilités dues à la résolution par Newton-Raphson correspondent à une divergence de la méthode et sont principalement causées par une prédiction élastique très forte, nécessitant un incrément de déformation plastique important.
Contrairement à un algorithme de Newton-Raphson, un réseau neuronal est toujours stable, i.e. il est toujours capable de prédire une valeur numérique, mais celle-ci peut s'écarter plus facilement de la réalité qu'un modèle de plasticité conventionnel. Le réseau neuronal présenté à la partie suivante est donc évalué sur ces deux critères : précision et rapidité.

F.2.4 Entrainement et performance de la prédiction

Étant entrainé à partir de données issues du modèle constitutif d'emboutissage, le réseau neuronal ne peut pas être plus précis que l'algorithme de prédiction-correction. Il convient toutefois de s'assurer qu'il n'introduit pas une erreur trop importante.
La base de données générée a été scindée en deux parties de manière aléatoire : 80% pour l'entrainement et 20% pour la validation. Les données ont ensuite été normalisées. La normalisation linéaire présentée équation 23 a été utilisée pour les données de contraintes et de températures. Pour les autres données, une normalisation logarithmique a été retenue. La présence de valeurs nulles, notamment pour les déformations plastiques impliquent une légère modification de la normalisation présentée équation 24. En effet, un terme ζ égal à 10^{-10} a été ajouté au sein du logarithme, tel que présenté équation 26.

$$x' = \frac{3 + \log(\zeta + x) - 0,95 \min(3 + \log(\zeta + x))}{1,05 \max(3 + \log(\zeta + x)) - 0,95 \min(3 + \log(\zeta + x))} \tag{26}$$

Le réseau est uniquement composé de couches denses complètement connectées avec les mêmes fonctions d'activation : sigmoïde pour la sortie afin de garantir des prédictions positives et une tangente hyperbolique pour les autres couches. L'apprentissage est toujours réalisé par l'algorithme ADAM [58] sur 5000 époques (voir figure 30).

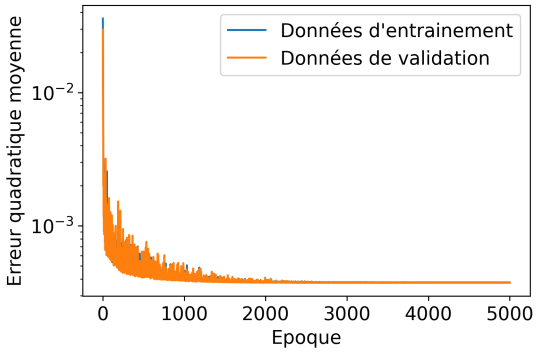
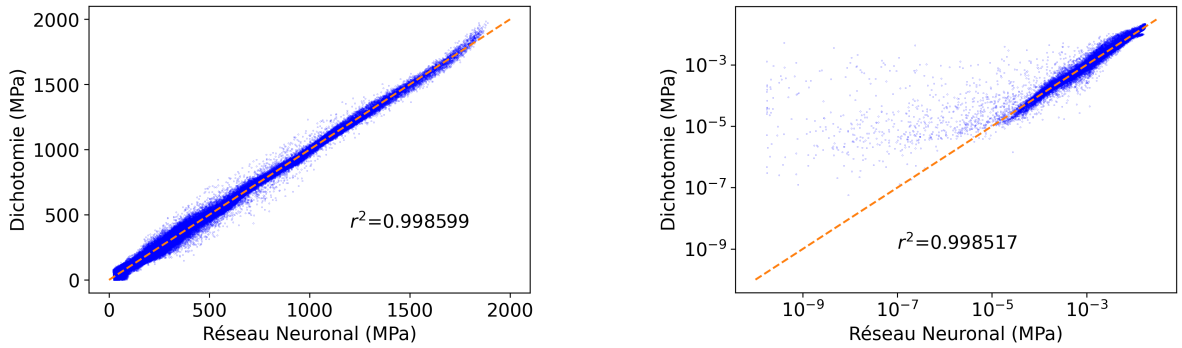


FIGURE 30 – Historique de l'apprentissage

Comme première partie de cette annexe, le même travail d'optimisation sur l'architecture du réseau neuronal a été réalisé. Un réseau à 5 couches et 31 neurones répartis selon la configuration 5-8-8-8-2 permet d'obtenir une erreur satisfaisante sur les données prédites. La figure 31a montre une très bonne corrélation pour l'ensemble des données de contrainte d'écoulement. Bien que le coefficient de corrélation soit très bon, le réseau neuronal a tendance à sous-estimer les plus faibles incréments de déformation plastique, comme le montre la figure 31b.



(a) Contrainte d'écoulement

(b) Incrément de déformation plastique effective

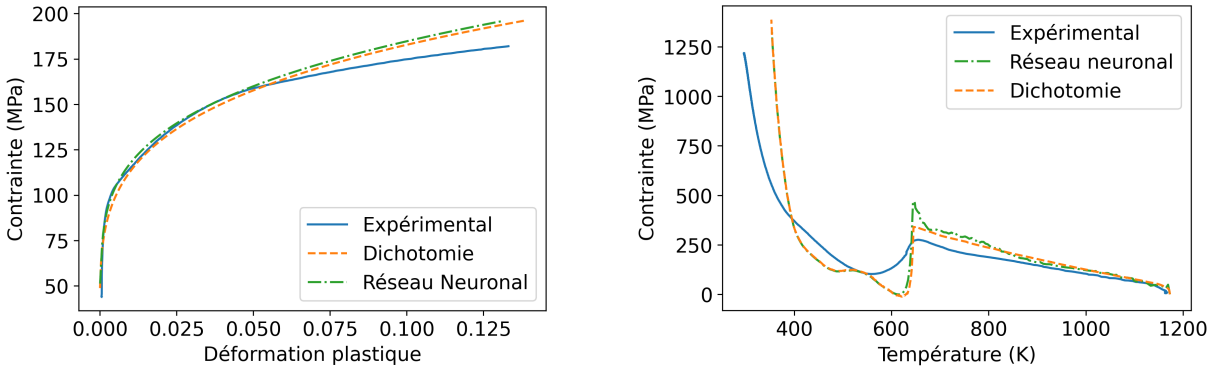
FIGURE 31 – Erreurs quadratiques moyennes sur les données d'entrainement

Le réseau neuronal présente une excellente performance sur les 200000 données d'entrainement. Le tableau 3 est repris au sein du tableau 4 et est complété par les résultats du réseau neuronal.

TABLEAU 4 – Performances des algorithmes de retour radial

	Dichotomie	Newton-Raphson	Réseau neuronal
Nombre moyen d'itérations avant convergence	29,8	4,9	1
Temps de calcul pour 200000 entrées (s)	218	80,6	15,7
Temps de calcul par entrée (ms)	1,199	0,403	0,0785
Instabilités	0	8	0

Ce dernier est 14 fois plus rapide que la dichotomie et 5 fois plus rapide que l'algorithme de Newton-Raphson. Ce résultat s'explique principalement par la nature du réseau : les architectures en couches denses (*Feed-Forward Network*) réalisent des opérations matricielles successives et permettent de s'affranchir des boucles itératives. Le réseau optimisé a ensuite été implémenté au sein du modèle 1D (décrit partie 4.4.1). Deux essais ont été réalisés afin de rendre compte de sa performance dans le cas d'essais expérimentaux. La figure 32a présente un essai de traction réalisé à 973K pour la vitesse de déformation de 0,01 s^{-1} et la figure 32b un essai de traction-trempe (conditions présentées en partie 4.4.3).



(a) Essai de traction (973K - 0,01 s^{-1})

(b) Essai de traction-trempe

FIGURE 32 – Comparaison des simulations 1D avec un retour radial par dichotomie et un retour radial par apprentissage

Sur la figure 32a, la corrélation entre le réseau neuronal et la dichotomie est très bonne et illustre parfaitement la limite de la méthode : le réseau neuronal ayant été entrainé à partir de données générées par le modèle 1D, il ne peut pas être plus performant.

Le second exemple correspond aux essais de traction-trempe, décrits en partie 4.4.3. La simulation avec un retour radial par apprentissage est ici moins bonne que par dichotomie. Entre 1200K et 700K, le réseau neuronal décrit avec précision la plasticité mais il montre une instabilité autour de la température de 600K où la contrainte prédite est 30% trop élevée. Sur le reste de l'essai, jusqu'à température ambiante, les deux modèles de retour radial sont superposés, car le comportement du matériau est élastique, donc indépendant de la méthode choisie.

L'instabilité présente à 600K s'explique par le manque d'homogénéité des données d'entrainement. Les données d'entrée ont été générées par des distributions uniformes linéaires ou exponentielles. Les données de sortie sont plus difficiles à maitriser. La figure 33 montre la distribution d'un quart de ces données de sortie.

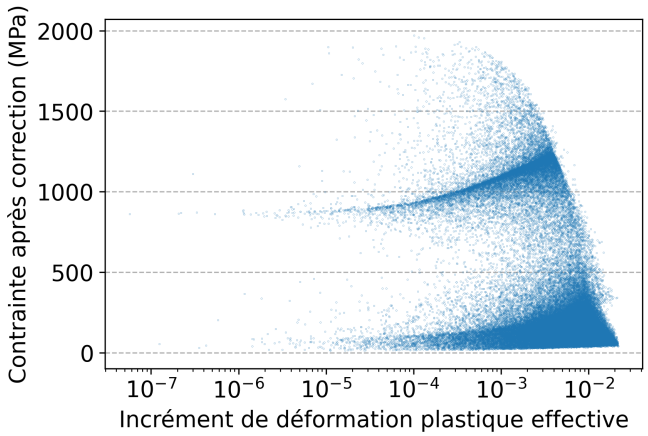


FIGURE 33 – Représentation graphique des données de sortie

Il est notable que les données ne présentent pas de distribution uniforme. D'une part, les faibles incréments de déformations plastiques sont sous-représentés. Il n'y a quasiment pas de points en-deçà de 10^{-5}. D'autre part, il y a également une rupture de continuité pour les contraintes comprises entre 400 MPa et 800 MPa, ce qui correspond à la singularité observée sur l'essai de traction-trempe (figure 32b). Cette distribution inégale engendre également un autre problème. Un même essai simulé en 500 ou en 1000 incréments ne donnerait pas nécessairement les mêmes résultats à cause de la faible représentation des petits incréments de déformation plastique effective. Ces deux défauts peuvent toutefois être corrigés par une amélioration de la base de données d'entrainement.

Malgré ces défauts, le réseau neuronal remplit son objectif de gain de temps. Les durées d'exécution des deux simulations, essais de traction et de traction-trempe, sont regroupées au sein du tableau 5.

Tableau 5 – Performances des algorithmes de retour radial sur les essais expérimentaux

	Dichotomie (s)	Réseau neuronal (s)	Écart relatif (%)
Traction (500 incréments)	0,704	0,412	41,4
Traction-trempe (2000 incréments)	5,19	4,44	14,5

Les écarts de performances sont moins grands que sur les données d'entrainement (tableau 4), car le retour radial ne représente plus qu'une partie de la simulation. Sous Abaqus®, ces écarts relatifs risquent d'être encore plus faibles, mais représenteraient toujours un gain de temps appréciable pour des simulations d'emboutissage.

Bibliographie

[1] European Environment Agency. Greenhouse gas emissions from transport in Europe, 2019.

[2] P. Åkerström. *Modelling and simulation of hot stamping*. PhD thesis, Luleå Tekniska Universitet, Suède, 2006.

[3] C. Allély, L. Dosdat, O. Clauzeau, K. Ogle, and P. Volovitch. Anticorrosion mechanisms of aluminized steel for hot stamping. *Surface & Coatings Technology*, 238 : 188–196, 2014.

[4] Inc. ANSYS. *Ansys®[Granta]*.

[5] ArcelorMittal. Aciers pour emboutissage à chaud, 2020. `automotive.arcelormittal.com/products/flat/PHS/usibor_ductibor`.

[6] AutoWorldSteel. Automotive steel definitions, 2020. `https://www.worldautosteel.org/steel-basics/automotive-steel-definitions`.

[7] E.C. Bain and N.Y. Dunkirk. The nature of martensite. *Advances in Mechanical Engineering*, 70(1) : 25–47, 1924.

[8] A. Bardelcik, M.J. Worswick, S. Winkler, and M.A. Wells. A strain rate sensitive constitutive model for quenched boron steel with tailored properties. *International Journal of Impact Engineering*, 50 : 49–62, 2012.

[9] J. Barralis, L. Castex, and G. Maeder. Techniques de l'Ingénieur : Précontraintes et traitements superficiels, 1999.

[10] H. Bhadeshia and R. Honeycombe. *Steels : microstructure and properties*. Edited by Butterworth-Heinemann, 2017.

[11] Blausen.com. *Medical gallery of Blausen medical*, 2014.

[12] H. Bok, M. Lee, E.J. Pavlina, and H. Kim. Comparative study of the prediction of microstructure and mechanical properties for a hot-stamped B-pillar reinforcing part. *International Journal of Mechanical Sciences*, 53 : 744–752, 2011.

[13] H.H. Bok, J.W. Choi, F. Barlat, D.W. Suh, and M. Lee. Thermo-mechanical-metallurgical modeling for hot-press forming in consideration of the prior austenite deformation effect. *International Journal of Plasticity*, 58 : 154–183, 2014.

[14] H.H. Bok, J.W. Choi, D.W. Suh, M. Lee, and F. Barlat. Stress developpement and shape change during press-hardening process using phase-transformation-based finite element analysis. *International Journal of Plasticity*, 73 : 142–170, 2015.

[15] H.H. Bok, S.N. Kim, D.W. Suh, F. Barlat, and M. Lee. Non-isothermal kinetics model to predict accurate phase transformation and hardness of 22MnB5 boron steel. *Materials Science and Engineering : A*, 626 : 67–73, 2015.

[16] W.H. Bragg and W.L. Bragg. The reflexion of X-rays by crystals. *Proceedings of the Royal Society A*, 88 : 428–438, 1913.

[17] N. Broll. Techniques de l'Ingénieur : Caractérisation de solides diffractés par diffraction X, 1996.

[18] C. Celada-Casero, J. Sietsma, and M.J. Santofimia. The role of the austenite grain size in the martensitic transformation in low carbon steels. *Materials & Design*, 167 : 107625, 2019.

[19] L. Cho, L. Golem, E.J. Seo, D. Bhattacharya, J.G. Speer, and K.O. Findley. Microstructural characteristics and mechanical properties of the Al-Si coating on press hardened 22MnB5 steel. *Journal of Alloys and Compounds*, 846 : 156349, 2020.

[20] J.W. Choi, H.H. Bok, F. Barlat, H.S. Son, D.J. Kim, and M.G. Lee. Experimental and numerical analyses of hot stamped parts with tailored properties. *ISIJ International*, 53(6) : 1047–1056, 2013.

[21] S. Denis, E. Aeby-Gautier, A. Simon, and G. Beck. Stress–phase transformation interactions – basic principles, modelling, and calculation of internal stresses. *Materials Science and Technology*, 1 : 805–814, 10 1985.

[22] L. Durrenberger, J. Wilsius, and P. Hein. Impact of the constitutive model on the hot forming numerical predictions of Usibor 1500P. 51–58, 2009. Luleå, Sweden.

[23] T.K. Eller, L. Greve, M.T. Andres, M. Medricky, A. Hatscher, V.T. Meinders, and A.H. van den Boogaard. Plasticity and fracture modeling of quench-hardenable boron steel with tailored properties. *Journal of Materials Processing Technology*, 214(6) : 1211–1227, 2014.

[24] J.D. Eshelby and R.E. Peierls. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London*, 241(1226) : 376–396, 1957.

[25] Commission Européenne. Regulation (EU) 2019/631, 2019.

[26] D.W. Fan, H.S. Kim, S. Birosca, and B.C. De Cooman. Critical review of hot stamping technology for automotive steels. In *Proceedings of the Materials Science & Technology Conference*, 98–109, 2007.

[27] M.E. Fitzpatrick, A.T. Fry, P. Holdway, F.A. Kandil, J. Shackleton, and L. Suominen. *Determination of residual stresses by X-ray diffraction*, national physical laboratory edition, 2005.

[28] Y.C. Fung and P. Tong. *Elastic and Plastic Behavior of Materials*, chapitre 6, 138–202. 2001.

[29] L. Garcia-Aranda. *Etude thermomécanique et modélisation numérique de l'emboutissage à chaud de l'Usibor 1500*. PhD thesis, Ecole des Mines de Paris, France, 2004.

[30] H. Geijselaers. *Numerical simulation of stresses due to solid state transformations : the simulation of laser hardening*. PhD thesis, University of Twente, Faculty of Engineering Technology, Pays-Bas, 2003.

[31] B. Ghoo, Y. Umezu, Y. Watanabe, N. Ma, and R. Averill. An optimization study of hot stamping operation. In F. Barlat, Y.H. Moon, and M.G. Lee, editeurs, *American Insitute of Physics Conference Series*, 1252 : 537–544, 2010.

[32] G.W. Greenwood and R.H. Johnson. The deformation of metals under small stresses during phase transformations. In Proceedings of the Royal Society A, editeur, *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 283 : 403–422, 1965.

[33] R. Grigorieva. *Etude des transformations de phases dans le revêtement Al-Si lors d'un recuit d'austénitisation*. PhD thesis, Ecole des Mines de Nancy, 2010.

[34] Z. Gui, K. Wang, Y. Zhang, and B. Zhu. Cracking and interfacial debonding of the Al-Si coating in hot stamping of pre-coated boron steel. *Applied Surface Science*, 316 : 595–603, 2014.

[35] R. Guilheux. *Comportement d'aciers à transformation de phase austénite-martensite pour la simulation de grenaillage de précontrainte.* Mécanique et matériaux, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2016.

[36] R.Q. Guo, L. Ying, P. Hu, W. Guo, X.Q. Han, and Z.H. Meng. Experimental study on hot bending of 22MnB5 steel. In *Advanced Manufacturing Technology, ADME 2011*. Trans Tech Publications Ltd, 314 : 66–69, 2011.

[37] A.K. Gupta, S.K. Singh, S. Reddy, and G. Hariharan. Prediction of flow stress in dynamic strain aging regime of austenitic stainless steel 316 using artificial neural network. *Materials and Design*, 35 : 589–595, 2012.

[38] Z. Hashin and S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 10(4) : 343–352, 1962.

[39] V. Hauk. 2.13 - X-ray elastic constants (XEC). In *Structural and Residual Stress Analysis by Nondestructive Methods*, 279–336. Elsevier Science B.V., Amsterdam, 1997.

[40] P. Hein and J. Wilsius. Status and innovation trends in hot stamping of Usibor1500 P. *Steel Research International*, 79(2) : 85–91, 2008.

[41] M.R. Hill. *Determination of residual stress based on the estimation of eigenstrain.* PhD thesis, Stanford University, Etats-Unis, 1996.

[42] M.R. Hill. *The slitting method*, chapitre 4, 89–108. John Wiley & Sons, Ltd, 2013.

[43] R. Hill. Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials—III. self-consistent model. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13(4) : 189–198, 1965.

[44] B. Hochholdinger. *Simulation des Presshärtensprozesses und Vorhersage der mechanischen Bauteileigenschaften nach dem Härten.* PhD thesis, ETH Zürich, Suisse, 2012.

[45] B. Hochholdinger, H. Grass, A. Lipp, and P. Hora. Modelling and determination of flow curves for the simulation of hot stamping. *International Deep Drawing Research Group IDDRG*, 659–669, 2009.

[46] N.J. Hoff. Approximate analysis of structures in the presence of moderately large creep deformations. *Quarterly of Applied Mathematics*, 12(1) : 49–55, 1954.

[47] J.H. Holland. *Adaptation in natural and artificial systems.* University of Michigan Press, 1975.

[48] R. Hooke. Explaining the power of springing bodies. In *De Potentia Restitutiva*. Royal Society, London, 1678.

[49] T. Inoue and Z.G. Wang. Coupling between temperature, stress and metallic structures during phase transformation and the analysis of carburized quenching of a steel gear. In G. Yagawa and N.S. Atluri, editeurs, *Computational Mechanics '86*. Springer Japan, 691–696, 1986.

[50] D.P. Jang, P. Fazily, and J.W. Yoon. Machine learning-based constitutive model for J2-plasticity. *International Journal of Plasticity*, 138 : 102919, 2021.

[51] G.R. Johnson and W.H. Cook. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering Fracture Mechanics*, 21(1) : 31–48, 1985.

[52] G. Joos. *Electromagnetic Waves IV : the Theory of Diffraction*, 376–394. Dover Publications, Inc., New York, 1986.

[53] S. Kamamoto, T. Nishimori, and S. Kinoshita. Analysis of residual stress and distortion resulting from quenching in large low-alloy steel shafts. *Materials Science and Technology*, 1(10) : 798–804, 1985.

[54] S. Kanaun and V.M. Levin. Volume 1 : Static problems. In G.M.L Gladwell, editeur, *Self-consistent methods for composites*, Solid Mechanics and its Applications, 162–166, 2008.

[55] B. Kapadia. Prediction of the boron hardenability in steel - A comprehensive review. In D.V. Doane and J.S. Kirkaldy, editeurs, *Hardenability concepts with applications to steel*, 448–482, 1977.

[56] H. Karbasian and A.E. Tekkaya. A review on hot stamping. *Journal of Materials Processing Technology*, 210(15) : 2103 – 2118, 2010.

[57] P.M. Kelly. 1 - Cristallography of martensite transformation in steels. In *Phase transformations in steels*, Woodhead Publishing Series in Metals and Surface Engineering, 3–33. Woodhead Publishing, 2012.

[58] D.P. Kingma and J. Ba. Adam : A method for stochastic optimization. *3rd International Conference for Learning Representations*, 2015. arxiv :1412.6980.

[59] C.M. Klassen, R.D.L. Smith, and K.J. Daun. Characterizing the AlSi coating on 22MnB5 steel using Raman spectroscopy. *Materials Characterization*, 189 : 112002, 2022.

[60] D.P. Koistinen and R.E. Marburger. A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels. *Acta Metallurgica*, 7 : 59–60, 1959.

[61] G. Krauss. Martensite in steels : strength and structure. *Materials Science and Engineering : A*, 273-275 :40–57, 1999.

[62] R. Kubler. Modélisation des contraintes résiduelles. In *Contraintes résiduelles : de nouveaux outils pour de nouveaux défis*. Mécamat, Aussois, 2020.

[63] M. Kuhlmann, O. Schwedler, N. Holtschke, and S. Jüttner. Condideration of hydrogen transport in press-hardened 22MnB5. *Materials Testing*, 57 : 110808, 2015.

[64] L. Landau and E. Lifshitz. *Théorie de l'Elasticité*, volume 7 of *Physique Théorique*, chapitre 1, 22–25. Editions Mir de Moscou, 1974.

[65] J.B. Leblond. Mathematical modelling of transformation plasticity in steels II : coupling with strain hardening phenomena. *International Journal of Plasticity*, 5 : 573–591, 1989.

[66] J.B. Leblond and J. Devaux. A new kinetic model for anisothermal metallurgical transformations in steels including effect of austenite grain size. *Acta Metallurgica*, 32 : 137–146, 1984.

[67] J.B. Leblond, J. Devaux, and J.C. Devaux. Mathematical modelling of transformation plasticity in steels I : case of ideal plastic phases. *International Journal of Plasticity*, 5 : 551–572, 1989.

[68] J.B. Leblond, G. Mottet, and J.C. Devaux. A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations - I : derivation of general relations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 34(4) : 395–409, 1986.

[69] J.B. Leblond, G. Mottet, and J.C. Devaux. A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations - II : study of classical plasticity for ideal-plastic phases. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 34(4) : 411–432, 1986.

[70] Y. LeCun, L. Bottou, G.B. Orr, and K.R. Müller. Efficient backprop. In G.B. Orr and K.R. Müller, editeurs, *Neural Networks : tricks of the trade*. Springer, 1998.

[71] S. Lee, J.A. Ronevich, G. Krauss, and D.K. Matlock. Hydrogen embrittlement of hardened low-carbon sheet steel. *ISIJ international*, 50(2) : 294–301, 2010.

[72] H.Y. Li, D.D. Wei, Y.H. Li, and X.F. Wang. Application of artificial neural network and constitutive equations to describe the hot compressive behavior of 28CrMnMoV steel. *Materials and Design*, 35 : 557–562, 2012.

[73] X. Li, C.C. Roth, and D. Mohr. Machine-learning based temperature- and rate-dependent plasticity model : application to analysis of fracture experiments on DP-steel. *International Journal of Plasticity*, 118 : 320–344, 2019.

[74] L. Lin, B. Li, G. Zhu, Y. Kang, and R. Liu. Effect of niobium precipitation behavior on microstructure and hydrogen induced cracking of press hardening steel 22MnB5. *Materials Science and Engineering : A*, 721 : 38–46, 2018.

[75] Y.C. Lin, J. Zhang, and J. Zhong. Application of neural networks to predict the elevated temperature flow behavior of a low alloy steel. *Computational Materials Science*, (4) : 752–758, 2008.

[76] P. Ludwik. Chapter 3 : Einfluß der Deformationsgeschwindigkeit mit besonderer Berücksichtigung der Nachwirkungserscheinungen. In Verlag von Springer Berlin Heidelberg, editeur, *Elemente der technologischen Mechanik*, 44–49. 1909.

[77] C.L. Magee. *Transformation kinetics, microplasticity and aging of martensite in Fe-31Ni*. PhD thesis, Carnegie Institute of Technology, Pittsburg PA, Etats-Unis, 1966.

[78] F. Marketz, F.D. Fischer, and K. Tanaka. Micromechanics of transformation-induced plasticity and variant coalescence. *Journal de Physique IV*, 6(C1) : C1–445, 1996.

[79] W.S. McCulloch and W. Pitts. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *The bulletin of Mathematical Biophysics*, 5(4) : 115–133, 1943.

[80] N. Meilhan. Comment faire enfin baisser les émissions de CO_2 des voitures. Note d'analyse, France Stratégie, 2019.

[81] M. Merklein and J. Lechler. Investigation of the thermo-mechanical properties of hot stamping steels. *Journal of Materials Processing Technology*, 177(1) : 452–455, 2006.

[82] M. Merklein, J. Lechler, and M. Geiger. Characterisation of the flow properties of the quenchenable ultra high strength steel 22MnB5. *CIRP Annals*, 55(1) : 229–232, 2006.

[83] M. Merklein, J. Lechler, T. Stöhr, and T. Svec. Herstellung von funktionsoptimierten Bauteilen im Presshärteprozess. *Stahl Eisen*, 6 : 51–57, 2010.

[84] M. Merklein, T. Svec, T. Stöhr, and M. Wiedland. Maßgeschneidert - Funktionsoptimierte Strukturbauteile im Presshärteprozess. *Lightweight Design*, 5 : 52–57, 2010.

[85] M. Merklein, M. Wieland, M. Lechner, S. Bruschi, and A. Ghiotti. Hot stamping of boron steel sheets with tailored properties : A review. *Journal of Materials Processing Technology*, 228 : 11–24, 2016.

[86] M. Minsky and S.A. Papert. *Perceptrons : An Introduction to Computational Geometry*. The MIT Press, 2017.

[87] M.G. Moore and W.P. Evans. Mathematical correction for stress in removed layers in X-ray diffraction residual stress analysis. *SAE Transactions*, 66 : 340–345, 1958.

[88] K. Mori, P.F. Bariani, B. Behrens, A. Brosius, S. Bruschi, T. Maeno, M. Merklein, and J. Yanagimoto. Hot stamping of ultra-high strength steel parts. *CIRP Annals*, 66(2) : 755–777, 2017.

[89] D.J. Mun, E.J Shin, Y.W. Choi, J.S. Lee, and Y.M. Koo. Effects of cooling rate, austenitizing temperature and austenite deformation on the transformation behavior of high-strength boron steel. *Materials Science and Engineering A*, 545 : 214 – 224, 2012.

[90] T. Mura. *Micromechanics of defects in solids*. Springer, 1982.

[91] M. Naderi. *Hot stamping of ultra high strength steels*. PhD thesis, Fakultät für Georessourcen und Materialtechnik der Rheinisch-Westfälischen Technischen, Hochschule Aachen, Allemagne, 2007.

[92] M. Naderi, A. Saeed-Akbari, and W. Bleck. The effects of non-isothermal deformation on martensitic transformation in 22MnB5 steel. *Materials Science and Engineering : A*, 487(1) : 445–455, 2008.

[93] Y. Nakagawa, K. Mori, S. Yashima, and T. Kaido. Springback behaviour and quenchability in hot stamping of thick sheets. *Procedia Manufacturing*, 15 : 1071–1078, 2018.

[94] S. Nemat-Nasser. Experimentally-based micromechanical modeling of metal plasticity with homogenization from micro-to macro-scale properties. In Kluver Academic Publisher, editeur, *IUTAM symposium on micro-and macrostructural aspects of thermoplasticity*, 101–113, 1999.

[95] R. Neumann and T. Böhlke. Hashin-Shtrikman type mean field model for the two-scale simulation of the thermomechanical processing of steel. *International Journal of Plasticity*, 77 : 1–29, 2016.

[96] R. Neumann, S. Schuster, J. Gibmeier, and T. Böhlke. Two-scale simulation of the hot stamping process based on a Hashin-Shtrikman mean field model. *Journal of Materials Processing Technology*, 267 : 124–140, 2019.

[97] M. Nikravesh, M. Naderi, and G.H. Akbari. Influence of hot plastic deformation and cooling rate on martensite and bainite start temperatures in 22MnB5 steel. *Materials Science and Engineering : A*, 540 : 24 – 29, 2012.

[98] Z. Nishiyama. *Martensitic Transformation*. Academic Press, 1978.

[99] S. Niu, E. Zhang, Y. Bazilevs, and V. Srivastava. Modeling finite-strain plasticity using physics-informed neural network and assessment of the network performance. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 172 : 105177, 2023.

[100] C.E. Nwankpa, W.I. Ijomah, A. Gachagan, and S. Marshall. Activation functions : comparison of trends in practice and research for deep learning. In *Proceedings of the 2nd International Conference on Computational Sciences and Technologies*, 2020.

[101] Loi n°2019 1479. Section IV bis : malus applicable aux voitures particulières les plus polluantes, 2019.

[102] W.C. Oliver and G.M. Pharr. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *Journal of materials research*, 7(6) : 1564–1583, 1992.

[103] G.B. Olson and M. Cohen. A mechanism for the strain-induced nucleation of martensitic transformations. *Journal of the Less Common Metals*, 28(1) : 107–118, 1972.

[104] P. Pagliaro, M.B. Prime, H. Swenson, and B. Zuccarello. Measuring multiple residual stress components using the contour method and multiple cuts. *Experimental Mechanics*, 50(2) : 187–194, 2010.

[105] J.R. Patel and M. Cohen. Criterion for the action of applied stress in the martensitic transformation. *Acta Metallurgica*, 1(5) : 531–538, 1953.

[106] J-P. Poli. *Structuration automatique de flux télévisuels.* PhD thesis, Université Paul Cézanne - Aix-Marseille III, 2007.

[107] V.C. Prantil, M.L. Callabresi, J.F. Lathrop, G.S. Ramaswany, and M.T. Lusk. Simulating distortion and residual stresses in carburized thin strips. *ASME Journal of Engineering Materials and Technology*, 125(2) : 116–124, 2003.

[108] A. Reuss. Berechnung der Fließgrenze von Mischkristallen auf Grund der Plastizitätsbedingung für Einkristalle. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 9(1) : 49–58, 1929.

[109] F. Rosenblatt. The perceptron : probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Reviews*, 65 : 386–408, 1958.

[110] C.O. Ruud. A review of selected non-destructive methods for residual stress measurement. *NDT International*, 15(1) : 15–23, 1982.

[111] P. Samadian, L. ten Kortenaar, K. Omer, C. Butcher, and M.J. Worswick. Fracture characterization of tailored Usibor® 1500-AS and damage modelling based on a coupled-micromechanical-phenomenological strategy. *Engineering Fracture Mechanics*, 223 : 106785, 2020.

[112] K. Satoh. Transient thermal stresses of weld heat-affected zone by both-ends-fixed bar analogy. *Japan Welding Society*, 3 : 125–134, 1972.

[113] H.D. Saunders. The Khazzoom-Brookes postulate and neoclassical growth. *The Energy Journal*, 13(4) : 131–148, 1992.

[114] V. Savaria, F. Bridier, and P. Bocher. Computational quantification and correction of the errors induced by layer removal for subsurface residual stress measurements. *International Journal of Mechanical Sciences*, 64(1) : 184–195, 2012.

[115] E. Schmidtmann and H. Grave. Einfluß unterschiedlicher Chromgehalte und eines allseitigen Druckes von 25 kbar auf das Umwandlungsverhalten von Stählen mit 0, 45% C. *Archiv für das Eisenhüttenwesen*, 48(8) : 431–435, 1977.

[116] J. Schmitt and T. Iung. New developments of advanced high-strength steels for automotive applications. *Comptes Rendus Physique*, 19(8) : 641 – 656, 2018.

[117] S. Sjöström. *The calculation of quench stresses in steel.* PhD thesis, Linköping University, Suède, 1982.

[118] T. Stöhr, L. Lechler, and M. Merklein. Investigations on different strategies for influencing the microstructural properties with respect to partial hot stamping. In *2nd International Conference on Hot Sheet Metal Forming of High-Performance Steel*, 273–281, 2009.

[119] H.W. Swift. Plastic instability under plane stress. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1(1) : 1–18, 1952.

[120] B. Tang, F. Wu, Q. Wang, J. Liu, N. Guo, H. Ge, Q. Wang, and P. Liu. Damage prediction of hot stamped boron steel 22MnB5 with a microscopic motivated ductile fracture criterion : experiment and simulation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 169 : 105302, 2020.

[121] B.T. Tang, S. Bruschi, A. Ghiotti, and P.F. Bariani. Numerical modelling of the tailored tempering process applied to 22MnB5 sheets. *Finite Elements in Analysis and Design*, 81 : 69–81, 2014.

[122] ICCT : the International Council for Clean Transportation. European vehicle market statistics : Pocketbook 2019/2020, 2019.

[123] D.D. Tjahjanto. *Micromechanical modeling and simulations of transformation-induced plasticity in multiphase carbon steels*. PhD thesis, Technical University of Delft, Pays-Bas, 2008.

[124] N. Trinh. *Sur la modélisation du comportement thermomécanique et métallurgique des aciers.* PhD thesis, Ecole Polytechnique X, 2008.

[125] A. Turetta, S. Bruschi, and A. Ghiotti. Investigation of 22MnB5 formability in hot stamping operations. *Journal of Materials Processing Technology*, 177(1) : 396–400, 2006.

[126] B. Verlinden, J. Driver, I. Samajdar, and R.D. Doherty. Chapter 7 : Phase transformations. In *Thermo-mechanical Processing of Metallic Materials*, Pergamon Materials Series, 127–150. 2007.

[127] W. Voigt. Theoretischen Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Krystalle. *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 34 : 3–51, 1887.

[128] R. von Mises. Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 4 : 582–592, 1913.

[129] L.J. Walpole. On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous systems—I. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 14(3) : 151–162, 1966.

[130] L.J. Walpole. On bounds for the overall elastic moduli of inhomogeneous systems—II. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 14(5) : 289–301, 1966.

[131] M. Windmann, A. Röttger, I. Hahn, and W. Theisen. Mechanical properties of Al_xFe_y intermetallics in Al-base coatings on steel 22MnB5 and resulting wear mechanisms at press-hardening tool steel surfaces. *Surface and Coatings Technology*, 321 : 321–327, 2017.

[132] I. Wróbel, A. Skowronek, and A. Grajcar. A review on hot stamping of advanced high-strength steels : Technological-metallurgical aspects and numerical simulation. *Symmetry*, 14(5) : 969, 2022.

[133] T. T. Wu. The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material. *International Journal of Solids and Structures*, 2(1) : 1–8, 1966.

[134] Y. Xu, P. Birnbaum, S. Pilz, X. Zhuang, Z. Zhao, and V. Kräusel. Investigation of constitutive relationship and dynamic recrystallization behavior of 22MnB5 during hot deformation. *Results in Physics*, 102426, 2019.

[135] T. Yoshida, E. Isogai, K. Sato, and K. Hashimoto. Springback problems in forming of high-strength steel sheets and countermeasures. Technical report n°103, Nippon Steel, 2013.

[136] S. Zaman, J. Hazrati, M. de Rooij, and T. van den Boogaard. Numerical and experimental studies of AlSi coating microstructure and its fracture at high temperatures. *Materials Science and Engineering : A*, 827 : 142067, 2021.

[137] Y. Zhao, D. Yang, Z. Qin, X. Chu, J. Liu, and Z. Zhao. A novel hot stamping steel with superior mechanical properties and antioxidant properties. *Journal of Materials Research and Technology*, 21 : 1944–1959, 2022.

[138] J. Zhou, B. Wang, M. Huang, and D. Cui. Effect of hot stamping parameters on the mechanical properties and microstructure of cold-rolled 22MnB5 steel strips. *International Journal of Minerals, Metallurgy, and Materials*, 21 : 544–555, 2014.

[139] L. Zhu, Z. Gu, H. Xu, and J. Chao. Modeling of microstructure evolution in 22MnB5 steel during hot stamping. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 21(2) : 197–201, 2014.

Xavier Morel

Étude expérimentale et numérique de l'emboutissage à chaud des aciers Usibor®1500 et Usibor®2000

Résumé : Les aciers de la gamme Usibor® ont été développés par ArcelorMittal afin de répondre à la problématique de l'allégement des véhicules. Ces nuances, possédant des propriétés mécaniques très élevées, sont mises en forme par emboutissage à chaud. En effet, la déformation à chaud permet d'obtenir des géométries complexes et la trempe entre matrices d'atteindre les propriétés mécaniques très élevées. Toutefois, ce procédé impose au matériau des chemins thermomécaniques sévères, pouvant conduire localement à la création de contraintes résiduelles. Un modèle de simulation numérique par éléments finis a donc été développé afin de les quantifier en fonction des paramètres du procédé ; les résultats numériques ont été confrontés aux valeurs expérimentales obtenues par diffraction des rayons X. Les simulations ont montré le rôle clé de l'interaction du revêtement avec la transformation martensitique dans la genèse des contraintes résiduelles, ainsi que l'influence des paramètres du procédé d'emboutissage.

Mots clés : emboutissage à chaud, aciers Usibor®, contraintes résiduelles, éléments finis, transformation martensitique, diffraction des rayons X.

Abstract : Usibor® grades were developed by ArcelorMittal in order to tackle the challenge of vehicle weight reduction. These grades, which have very high mechanical properties, are formed by hot stamping. The hot forming process allows complex geometries to be obtained and the hardening between dies allows the very high properties to be achieved. However, this process imposes harsh thermomechanical paths on the material, potentially leading locally to the rise of residual stresses. A constitutive model has been developed and implemented into finite element simulations to quantify them regarding process parameters ; numerical results have then been compared to experimental values determined using X-ray diffraction. Simulations revealed the key role of the interaction between the coating and the martensitic transformation, ultimately leading to the emergence of residual stresses, and their dependency on process parameters.

Keywords : hot stamping, Usibor® grades, residual stresses, finite elements, martensitic transformation, X-ray diffraction.