THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

En Mécanique et Génie Civil

École doctorale : Information, Structures, Systèmes

Unité de recherche : LMGC

Développement et utilisation d'un outil de simulation rapide pour l'étude de la propulsion maritime par foil oscillant souple inspirée de la nage des cétacés

Présentée par Théo SIMONET
Le 16 décembre 2022

Sous la direction de Loïc DARIDON et Kostia RONCIN

Devant le jury composé de

Sylvain GUILLOU, Professeur, Université Caen Normandie – LUSAC	Président
Antoine DUCOIN, Maître de conférences, École centrale de Nantes - LHEEA	Rapporteur
Annie LEROY, Maître de conférences, École de l'air et de l'espace - CRéA	Rapportrice
Franck NICOUD, Professeur, UM - IMAG	Examinateur
Loïc DARIDON, Professeur, UM - LMGC	Directeur de thèse
Kostia RONCIN, Maître de conférences, École de l'air et de l'espace - CRéA	Co-directeur

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Remerciements

Je remercie l'Université de Montpellier et le Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) de m'avoir accueilli pour cette thèse, en mettant notamment à ma disposition ses moyens techniques et humains. Je remercie tout d'abord mes directeurs de thèse. Loïc, pour avoir monté ce projet de recherche, m'avoir guidé au cours de ces trois ans (et un peu plus), et pour avoir été aussi réactif et impliqué pendant cette fin de thèse mouvementée. Kostia, pour m'avoir apporté son expertise technique, sa vision différente du problème, son accueil au laboratoire de l'École de l'Air, et enfin pour les visio jusqu'à tard ou j'ai appris énormément de choses.

Merci

Mes remerciements s'adressent également aux membres du jury qui ont accepté d'examiner mon travail.
Je remercie donc :

— Antoine Ducoin, pour avoir accepté le rôle de rapporteur ainsi que pour son retour si riche et encouragent sur mon manuscrit.
— Franck Nicoud, pour m'avoir donné le privilège de lui apprendre «quelque chose» après avoir été mon professeur pendant trois ans.
— Annie Leroy, pour avoir permis la tenue de ma soutenance de thèse en devenant reportrice au dernier moment.
— Sylvain Guillou, chairman lors de ma première présentation en conférence, premier à avoir cité mon travail, et finalement, président de mon jury de thèse.

Je ne peux que remercier l'aide incontestable apportée par les membres du laboratoire. Que ce soit d'ordre technique, Fred et Rémy pour tous mes soucis informatiques. Ou d'ordre humain et administratif, Laure, Cyril, Annarella, Isabelle, Caroline. Et de façon plus générale, tous les membres du laboratoire pour leur accueil chaleureux.

Je remercie également avec beaucoup d'enthousiasme tous les doctorants avec qui j'ai évolué pendant la thèse et passé de sincères bons moments. Notamment pour leur implication dans la vie active du labo dont j'ai profité, mais aussi pour leur aide, leur soutient, leur compréhension, leurs encouragements, leur discrétion ;), leur fun, leur énergie et tout simplement leur bienveillance. Une mention spéciale pour Chenghe et Emilie, les meilleurs co-

bureaux !

Un grand merci à Iris, pour m'avoir soutenue, supporté, encouragé et inspiré dans les meilleurs moments comme dans les plus difficiles.

Je remercie enfin, avec beaucoup d'émotion, ma famille qui m'a toujours soutenu. Mes parents, Arnaud Noémie et Justine pour leur aide et leur support régulier et spontané. Vous m'avez aidé à en arriver là, j'espère vous rendre fier.

Résumé

La propulsion bio-mimétique consiste à propulser un engin nautique par l'oscillation d'un corps profilé (foil), à l'image de la nageoire caudale des cétacés. La volonté de réduire la consommation énergétique et la pollution générée par le transport maritime, motive activement l'exploration de ce principe de propulsion alternatif à l'hélice. Toutefois, les dispositifs expérimentaux et les simulations haute-fidélité restent aujourd'hui coûteux et difficiles à mettre en place. Le travail réalisé au cours de cette thèse a conduit au développement d'un modèle d'ordre réduit permettant de simuler rapidement les performances d'un foil oscillant et d'étudier l'influence de sa flexibilité.

Le modèle développé se fonde sur un couplage fort entre une méthode de ligne portante 3D non-linéaire et un modèle de décrochage dynamique. La méthode de ligne portante 3D non-linéaire permet d'estimer rapidement le chargement hydrodynamique agissant sur un foil d'envergure finie, avec flèche, dièdre et vrillage, dans un écoulement stationnaire. Il s'agit d'une version numérique de la méthode de ligne portante de Prandtl. Celle-ci est agrémentée d'une version 3D du théorème de Kutta-Jukowski et d'un algorithme de résolution non-linéaire, permettant la prise en compte de polaires 2D non-linéaires. Une viscosité artificielle a été ajoutée aux équations de la ligne portante pour permettre la représentation correcte du phénomène de décrochage statique. Le modèle de décrochage dynamique utilisé est une version modifiée du modèle de Beddoes–Leishman. Celui-ci permet d'obtenir rapidement les coefficients dynamiques de portance, de trainée et de moment pour un profil 2D soumis à un mouvement quelconque. La simulation instationnaire d'un foil oscillant est réalisée par un calcul de ligne portante mobile, pour laquelle le comportement de chaque section du foil est donné par le modèle de décrochage dynamique. Un sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire est également mis en œuvre en aval du foil pour permettre la prise en compte de l'histoire du mouvement.

Les conditions des simulations réalisées ont été choisies de sorte à être représentatives de la nage des cétacés. C'est-à-dire que le foil est animé d'un mouvement de pilonnement et de tangage combiné. Le nombre de Reynolds de l'écoulement est grand ($Re > 10^4$). L'amplitude du mouvement du foil est de l'ordre de sa longueur de corde, et le nombre de Strouhal de l'oscillation est de l'ordre de $St = 0.3$, conformément aux observations biologiques.

Les résultats obtenus ont révélé l'influence du mouvement sur le nombre de Strouhal permettant de maximiser le rendement propulsif du foil. De plus, les résultats ont montré que le bénéfice apporté par la flexibilité du foil est supérieur pour les mouvements de pilonnement et de tangage combinés, par rapport au pilonnelent pur. La flexibilité est également plus favorable lorsque l'amplitude du mouvement est faible. Le rendement propulsif maximal obtenu est 0.89 et le bénéfice maximal lié à la flexibilité obtenu est 6.6%.

Les résultats renforcent l'idée que la flexibilité de la nageoire caudale des cétacés a perduré au fil de l'évolution afin de leur permettre de se déplacer plus efficacement. De ce fait, la pertinence de l'approche bio-mimétique est consolidée pour la conception de propulseurs maritimes efficaces.

Abstract

The bio-mimetic propulsion consists in propelling a nautical device by the oscillation of a profiled body (foil), in the way of the caudal fin of cetaceans. The will to reduce energy consumption and pollution generated by maritime transport, actively motivates the exploration of this propulsion principle which is an alternative to propellers. However, experimental Facilities and high-fidelity numerical simulations remain expensive and hard to set up. The work carried out has led to the development of a reduced order model allowing to rapidly simulate the performances of a flapping foil and to study the influence of its flexibility.

The developed model is based on a strong coupling between a non-linear 3D lifting-line method and a dynamic stall model. The non-linear 3D lifting-line method allows to quickly estimate the hydrodynamic loading acting on a finite span foil with sweep, dihedral and twist in a stationary flow. It is a numerical version of the Prandtl's lifting-line method. It is enhanced with a 3D version of the Kutta-Jukowski theorem and a non-linear resolution algorithm, allowing non-linear 2D polars to be used. An artificial viscosity has been added to the lifting-line equations to allow the correct representation of the static stall phenomenon. The dynamic stall model used is a modified version of the Beddoes-Leishman model. This model allows to quickly obtain the dynamic coefficients of lift, drag and moment for a 2D profile subjected to any motion. The unsteady simulation of flapping foil is performed by a moving lifting-line simulation, for which the behaviour of each spanwise section is given by the dynamic stall model. An unsteady wake generated by vortex shedding is also added downstream of the foil in order to allow the story of the movement to be taken into account.

The conditions of the simulations performed were chosen to be representative of cetacean swimming. That is, the foil motion is composed of heaving and pitching simultaneously. The Reynolds number of the flow is large ($Re > 10^4$). The amplitude of the foil motion is in the same order of magnitude than its chord length, and the Strouhal number of the oscillation is in the order of magnitude $St = 0.3$, consistent with the biological observations.

The obtained results revealed the influence of the motion on the Strouhal number maximizing the propulsive efficiency of the foil. Furthermore, the results showed that the benefit provided by the flexibility of the foil is greater for combined heave and pitch motions, compared to pure heave motion. Flexibility is also more favourable when the amplitude of motion is small. The maximum propulsive efficiency obtained is 0.89 and the maximum benefit due to flexibility is 6.6%.

The findings reinforce the idea that the flexibility of the cetacean caudal fin has persisted throughout evolution to allow them to move more efficiently. Thus, the relevance of the bio-mimetic approach is consolidated for the design of efficient marine propulsion systems.

Table des matières

I Introduction **23**

1 Contexte **25**

2 État de l'art **31**

2.1 Définition des paramètres du système 31

2.2 Synthèse bibliographique 35

3 Définition du problème **49**

3.1 Hypothèses, problème et repères 49

3.2 Analyse dimensionnelle du problème 51

II Méthodes **55**

4 Ligne portante **57**

4.1 Contexte des écoulements potentiels 58

4.2 Ligne portante de Prandtl 65

4.3 Ligne portante 3D non-linéaire 69

4.3.1 Présentation du modèle utilisé 71

4.3.2 Calcul des grandeurs hydrodynamiques 76

4.3.3 Discrétisation de l'envergure du foil 77

4.4 Validation de la LP3DNL stationnaire 79

4.4.1 Cas du foil elliptique de Prandlt 79

4.4.2 Cas d'un foil complexe : avec flèche et dièdre 84

4.4.3 Validation contre les mesures expérimentales de Chiereghin 87

4.5 Traitements pour les grands angles d'incidence, la viscosité artificielle 90

4.5.1 Corrections apportées à la LP3DNL pour les grands angles, la viscosité artificielle 91

4.5.2 Application de la viscosité artificielle sur les expériences de Chiereghin 95

5 Modèle de décrochage dynamique **99**

5.1 Le décrochage dynamique . . . 100

5.2 Le modèle de Bøckmann . . . 103

5.2.1 Écoulement instationnaire attaché . . . 104

5.2.2 Décrochage du bord de fuite . . . 105

5.2.3 Décrochage du bord d'attaque . . . 107

5.2.4 Calcul du coefficient de l'effort tangent . . . 108

5.2.5 Bilan . . . 109

5.2.6 Paramètres du modèle . . . 109

5.2.7 Initialisation du modèle . . . 109

5.2.8 Corrections 3D . . . 110

5.2.9 Validation de l'implémentation . . . 110

5.3 Modèle de Bangga, pour le coefficient de moment . . . 114

5.3.1 Validation de l'implémentation . . . 115

6 Ligne portante 3D non-linéaire instationnaire **119**

6.1 Couplage entre la ligne portante stationnaire et le modèle de décrochage dynamique . . . 120

6.2 Sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire . . . 125

6.3 Validation de la méthode de LP3DNLI . . . 129

6.3.1 Validations pour un nombre de Strouhal fixé . . . 129

6.3.2 Validation pour différents nombres de Strouhal . . . 136

III Résultats **139**

7 Étude des foils oscillants rigides **141**

7.1 Paramètres de l'étude . . . 141

7.2 Résultats . . . 142

7.2.1 Influence du mouvement sur le rendement propulsif . . . 142

7.2.2 Influence du mouvement sur les coefficients de poussée et de puissance fournie moyens . . . 146

7.2.3 Influence de la loi de corde du foil sur les performances . . . 149

7.2.4 Influence du profil sur les performances . . . 149

7.2.5 Configurations où l'angle d'incidence apparent est dominé par le tangage . . . 150

7.3 Discussion des résultats . . . 153

8 Étude des foils oscillants souples **157**

8.1 Prise en compte de la flexibilité du foil par la méthode de LP3DNLI 157

8.1.1 Effet de la flexibilité du foil dans la méthode de LP3DNLI 158

8.1.2 Description de la configuration déformée du foil et de la détermination des paramètres géométriques plausibles 159

8.2 Validation 161

8.3 Étude de l'influence de la flexibilité le long de l'envergure du foil 166

8.3.1 Étude sur la flexibilité optimale 167

8.3.2 Étude sur le gain lié à la flexibilité 170

8.4 Discussion des résultats 171

IV Conclusion **175**

Bibliographie **178**

Annexes **193**

A Stratégie numérique de résolution **195**

B Calcul de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ pour la méthode de LP3DNL **197**

C Validation de la méthode de LP3DNL pour un foil droit avec vrillage linéaire **201**

D Résultats de la LP3DNL pour les grands angles **203**

E Schéma de différences finies d'ordre 4 pour le calcul de dérivée seconde **207**

F Calcul de la matrice jacobienne $\underline{\underline{L}}$ pour la méthode de LP3DNLI **209**

G Validation de la méthode de LP3DNLI **213**

H Étude d'un foil oscillant rigide, $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ **217**

I Étude d'un foil oscillant souple **219**

Nomenclature

Abréviations

$2D, 3D$ Deux et trois dimensions

CIR Centre instantané de rotation

CoT Coût du transport

$LDVM$ Leading-edge-suction-parameter-modulated Discrete Vortex Method

$LP3DNL$ Ligne portante 3D non-linéaire

$LP3DNLI$ Ligne portante 3D non-linéaire instationnaire

Lettres grecques

α Angle d'incidence géométrique

α_0 Angle d'incidence à portance nulle

α_f Angle d'incidence instationnaire avec prise en compte du retard en pression

α_v Angle d'incidence critique

α_{app} Angle d'incidence apparent

α_{eff} Angle d'incidence effectif

Δs Distance dimensionnelle parcourue par le profil au cours du pas de temps, dans le repère $(\mathscr{R}_g)$

Δx distance entre deux points de contrôle des sections de la ligne portante

$\dot{\theta}$ Vitesse de tangage

η Rendement propulsif

Γ Circulation de la vitesse

Γ_{max} Circulation maximale

λ Allongement

μ Coefficient de viscosité artificielle / Viscosité dynamique

ϕ Angle de déphasage entre pilonnement et tangage / Potentiel de vitesse

ρ Masse volumique

τ Période d'oscillation / Position adimensionnelle du tourbillon sur la surface du profil

τ_v Durée de vie adimentionelle du tourbillon

θ Angle d'incidence géométrique / seconde coordonnée polaire

Θ^* Amplitude de tangage adimensionnée de Floryan et al. [59]

θ^* Part du tangage dans l'amplitude du mouvement

θ_0 Amplitude de tangage

θ_m Angle de tangage moyen

$\underline{\underline{\tau}}$ Tenseur des contraintes visqueuses

ε Paramètre de déformation

Lettres latines

$\dot{h}$ Vitesse de pilonnement

η_{max} Rendement propulsif maximal

$\mathbf{A}_{ij}, \mathbf{B}_{ij}$ Composantes de matrices utilisées pour le calcul de la matrice jacobienne

$\mathbf{dl}$ Élément infinitésimal de longueur

$\mathbf{dV}$ Vitesse induite par un élément infinitésimal de filament tourbillonnaire

$\mathbf{N}$ Effort normal

$\mathbf{T}$ Effort tangent

$\mathbf{u}_\infty$ Direction de l'écoulement infini amont

$\mathbf{u_{pl}}$ Vecteur directeur de la portance locale

$\mathbf{V_1}$ Vitesse induite par un segment tourbillonnaire

$\mathbf{V_2}$ Vitesse induite par un segment tourbillonnaire semi-infini

$\mathbf{V}_\infty$ Vitesse à l'infini amont

$\mathbf{V_m}$ Vitesse moyenne

$\mathbf{V_p}$ Vitesse périodique

$\mathbf{V_{eff}}$ Vitesse effective

$\mathbf{V_{ind}}$ Vitesse induite

$\mathbf{V_{sec}}$ Vitesse de la section

$\mathbf{V}$ Vecteur vitesse

$\mathbf{X}, (x, y, z)$ Position considérée

$\mathscr{C}$ Circulation

$\mathscr{H}$ Constante propre à chaque ligne de courant

$\overline{C_P}$ Coefficient de puissance fournie moyen

$\overline{C_T}$ Coefficient de poussé moyen

$\overline{C_{T_{reduit}}}$ Coefficient de poussée moyen réduit

$\overline{F_x}, \overline{F_y}, \overline{F_z}$ Projection des forces hydrodynamiques moyennes

$\overline{P}$ Puissance fournie moyenne

ψ Angle de déphasage entre le pilonnement et la déformation

$\tilde{d_0}$ Déplacement relatif maximal entre les sections à l'emplanture et au saumon adimensionné

$\underline{\underline{J}}$ Matrice jacobienne de la fonction $\underline{F}$

$\underline{\underline{K}}$ Matrice jacobienne avec viscosité artificielle

$\underline{\underline{L}}$ Matrice jacobienne de la fonction $\underline{H}$

$\underline{\underline{S}}$ Tenseur des vitesses de déformation

$\underline{F}$ Fonction vectorielle du système fondamental de la LP3DNL

$\underline{G}$ Fonction vectorielle du système fondamental de la LP3DNL avec viscosité artificielle

$\underline{H}$ Fonction vectorielle du système fondamental de la LP3DNLI

a, b Vitesses de convergence du coefficient de relaxation

A Amplitude totale du bord de fuite

A^* Amplitude adimensionnée du mouvement

A_1, A_2, b_1, b_2 Paramètres du modèle de décrochage dynamique

b Envergure du foil

c Longueur de corde du profil 2D / Contour fermé

C_D Coefficient de traînée 3D / traînée de décalage

C_D^d Coefficient de traînée dynamique 3D

C_d^d Coefficient de traînée dynamique 2D

C_L Coefficient de portance 3D

C_l Coefficient de portance 2D

C_L^d Coefficient de portance dynamique 3D

C_l^d Coefficient de portance dynamique 2D

C_m^d Coefficient de moment dynamique 2D

C_M^f Coefficient de moment dynamique attaché

C_M^{stat} Coefficient de moment statique / Polaire statique du moment de tangage

C_N Coefficient de l'effort normal

C_N^C Coefficient de l'effort circulatoire normal

C_N^f Coefficient de l'effort normal décroché au bord de fuite

C_N^I Coefficient de l'effort normal non-circulatoire (ou de masse ajoutée)

C_N^P Coefficient de l'effort normal total

C_N^V Part du coefficient de l'effort normal due au tourbillon lâché

C_N^{stat} Coefficient de l'effort normal statique / Polaire statique de l'effort normal

c_r Longueur de corde à l'emplanture

C_T Coefficient de poussée / Coefficient de l'effort tangent

C_T^{stat} Coefficient de l'effort tangent statique / Polaire statique de l'effort tangent

C_V effet du tourbillon lâché au bord d'attaque

$C_{D,induite}$ Coefficient de traînée induite

C_{D0} Coefficient de traînée à portance nulle

$C_{N\alpha}$ Pente du coefficient de l'effort normal à portance nulle

$C_{N_{3D}}$ Coefficient de l'effort normal 3D

$C_{T_{3D}}$ Coefficient de l'effort tangent 3D

D Traînée

d Déplacement relatif entre les sections à l'emplanture et au saumon

d_0 Déplacement relatif maximal entre les sections à l'emplanture et au saumon

d_0 Intensité du dièdre

D_p, D_f Fonctions de pénalisation du retard en pression et du retard visqueux

dt Durée du pas de temps

f Fréquence d'oscillation / degré de séparation au bord de fuite du profil

f_0 Intensité de la flèche

f_T Degré de séparation pour le calcul de l'effort tangent

F_x, F_y, F_z Projection des forces hydrodynamiques

f_{va} Facteur multiplicatif de la viscosité artificielle

h Mouvement de pilonnement

h^* Part du pillonement dans l'amplitude du mouvement

h'_0 Amplitude de pilonnement au saumon

h_0 Amplitude de pilonnement

k Étape de l'algorithme de Newton-Raphson / fréquence réduite / Intensité d'un doublet

$K_v, T_{vl}, T_M^U, T_M^D, K_f^C$ Paramètres du modèle de décrochage dynamique

L Portance

L_{sill} Longueur de sillage

M Moment

m Point de contrôle de la section

M_θ Moment de tangage

n Indice du pas de temps

n_s Nombre de sections

ncs Indice de convergence

$P1, P2, P3, P4$ Points du filament tourbillonnaire

p Pression

R Coefficient de relaxation / Rayon du disque solide

Re Nombre de Reynolds

S Surface alaire du foil

St Nombre de Strouhal

St_{opti} Nombre de Strouhal optimal

t Temps

T_p, T_f, T_v, η_T Paramètres du modèle de décrochage dynamique

V Vitesse de l'écoulement vue par le profil

V_∞ Norme de la vitesse à l'infini amont

V_r, V_θ Composantes de la vitesse dans la base polaire

v_r Angle de vrillage

V_{proj} Projection dans le plan de la section de la vitesse effective

y_0 Ordonnée le long de la ligne portante

$\tilde{d}_{0opti}$ Valeur de d_0 maximisant le rendement propulsif

Autres

$(O_b, \mathbf{x_b}, \mathbf{y_b}, \mathbf{z_b})$ Repère lié au foil (repère body)

$(O_g, \mathbf{x_g}, \mathbf{y_g}, \mathbf{z_g})$ Repère global galiléen

$(O_s, \mathbf{x_s}, \mathbf{y_s}, \mathbf{z_s})$ Repère local section

$. \cdot .$ Produit scalaire

$. \wedge .$ Produit vectoriel

Table des figures

1.1 Système de propulsion maritime par foil oscillant inspiré de la nage des cétacés. 26
1.2 Sampan chinois propulsé par un yuloh. Historische Abbildung. 27
1.3 Bateaux équipés de foils pour la sustentation. 28
1.4 Mouvement oscillant appliqué par un surfeur pour se sustenter, par HORUE Movie 28
1.5 Les quatre catégories classiques de la nage des animaux marins (adapté de [93]). 29

2.1 Foil droit à loi de corde elliptique tronqué. 32
2.2 Paramètres cinématiques d'un profil oscillant (adapté de [137]). 33
2.3 Nombre de Strouhal utilisé par des animaux marins en fonction du nombre de Reynolds (de [64]). . . 38
2.4 Rendement d'un profil oscillant en fonction du nombre de Strouhal pour différentes valeurs de la traînée de décalage (adapté de [58]). 39
2.5 Nombre de Strouhal utilisé par des animaux marins en fonction de leurs nombres de Lighthill (de [46]). 40
2.6 Evolution du sillage derrière un profil en fonction du nombre de Strouhal (adapté de [35]). 41
2.7 Représentation de l'écoulement derrière un foil d'envergure fini (de [167]). 44
2.8 Foil oscillant flexible en envergure (de [114]). 45

3.1 Décomposition en une partie traînante (bleu) et une partie propulsive (orange) pour deux animaux (adapté de [58]). 50
3.2 Représentation des différents repères du problème. 52

4.1 Écoulement uniforme (adapté de [2]). 60
4.2 Écoulement autour d'un doublet (adapté de [2]). 60
4.3 Écoulement autour d'un disque solide (adapté de [2]). 61
4.4 Écoulement autour d'un tourbillon (adapté de [2]). 61
4.5 Écoulement portant autour d'un disque (adapté de [2]). 62
4.6 Condition de Kutta pour le bord de fuite de profils de foils (adapté de [2]). 63
4.7 Filaments tourbillonnaires 64

4.8 Nappe tourbillonnaire (adapté de [2]). 64
4.9 Méthode des panneaux appliquée sur une portion d'aile d'avion (adapté de [84]). 65
4.10 Écoulement en aval d'une aile d'avion, NASA Langley Research Center. 66
4.11 Filament tourbillonnaire en fer à cheval. 67
4.12 Construction du modèle de ligne portante de Prandtl (adapté de [2]). 67
4.13 Projection de la portance locale d'un profil en portance et traînée induite. 68
4.14 Modèle de ligne portante 3D numérique (adapté de Katz et Plotkin [84]). 69
4.15 Représentation d'une section i de foil par un filament tourbillonnaire coudé. 70
4.16 Foil discrétisé pour le modèle de LP3DNL 72
4.17 Vitesse induite par un segment tourbillonnaire 73
4.18 Différentes répartitions des sections le long de la ligne portante pour un foil à loi de corde elliptique. . 78
4.19 Géométrie du foil droit à loi de corde elliptique. 80
4.20 Évolution du résidu du calcul au cours de la résolution. 80
4.21 Convergence au maillage des efforts hydrodynamiques pour le foil droit à loi de corde elliptique. . . . 81
4.22 Efforts hydrodynamiques sur le foil droit à loi de corde elliptique. 82
4.23 Circulation le long de l'envergure pour une incidence de 3°. 83
4.24 Erreur relative de la circulation. 83
4.25 Géométrie du foil avec flèche et dièdre. 84
4.26 Polaire 2D non-linéaire bijective. 85
4.27 Évolution de la norme du résidu du calcul au cours de la résolution, avec l'utilisation d'une polaire non-linéaire. 86
4.28 Convergence au maillage des efforts hydrodynamiques pour le foil avec flèche et dièdre et une polaire non-linéaire. 87
4.29 Coefficient de portance en fonction de l'incidence pour le foil avec flèche et dièdre pour différents nombre de sections. 87
4.30 Comparaison des variations du modèle de LP3DNL et des données expérimentales de Chiereghin et al. [26]. 88
4.31 Circulation le long de l'envergure du foil pour les différents angles d'incidence. 89
4.32 Résultats de la LP3DNL sur le cas test de JJ. Chattot pour évaluer la méthode de viscosité artificielle. 93
4.33 Résultats de la LP3DNL non-coudée sur le cas test de JJ. Chattot. 94
4.34 Circulation le long de l'envergure pour tous les angles d'incidences. 94
4.35 Résidus du calcul avec viscosité artificielle 95
4.36 Calculs de LP3DNL avec viscosité artificielle, sur les expériences de Chiereghin [26]. 96

5.1 Coefficient de portance et écoulement usuel pour un profil en incidence (Adapté de [4]). 100
5.2 Données expérimentales pour un profil NACA0012 en incidence, $R_e = 0.36 - 1.76 \times 10^6$. Coefficient de portance à gauche, Coefficient de traînée à droite (Adapté de [142]). 101
5.3 Schéma montrant les efforts hydrodynamiques et l'écoulement pour un profil en état de décrochage dynamique (Leishman [95]) 102
5.4 Efforts hydrodynamiques sur un profil en incidence. 104
5.5 Degré d'attachement f, défini pour une plaque mince dans un écoulement de Kirchhoff (adapté de Bøckmann [17]). 105
5.6 Efforts hydrodynamique sur un foil en pilonnement pur (avec des données de Bøckmann [17]) et Sheldahl [142]. 111
5.7 Influence du nombre de pas de temps par oscillation sur le chargement hydrodynamique moyen. . . . 112
5.8 Efforts hydrodynamique sur un foil en pilonnement et tangage (avec des données de Bøckmann [17]) et Sheldahl [142]. 113
5.9 Efforts hydrodynamique sur un foil en pilonnement et tangage, avec et sans correction du modèle (avec des données de Bøckmann [17]). 113
5.10 Exemple de chargement aérodynamique sur un foil en mouvement de tangage pur par le modèle de Bangga et al. [13] 114
5.11 Polaires aérodynamiques du profil S801 (données de OSU [123]). 116
5.12 Angle d'incidence du profil au cours d'une expérience de tangage pur (données de OSU [123]). 116
5.13 Efforts aérodynamique sur un foil en tangage pur (avec des données de Bangga et al. [13] et OSU [123]). 117

6.1 Logigramme du calcul de LP3DNLI. 124
6.2 Vue éclatée du sillage instationnaire en aval d'un foil mobile. 126
6.3 Représentation du sillage instationnaire en aval d'un foil animé d'un mouvement de pilonnement pur. . 128
6.4 Polaires statiques 2D, profil NACA0012, $Re = 20 \times 10^3$, [25, 142, 21]. 130
6.5 Influence des paramètres de simulation sur le coefficient de poussée moyen 2D. 130
6.6 Influence de la longueur du sillage sur le coefficient de poussée moyen. 131
6.7 Coefficients hydrodynamiques au cours de deux oscillations, par les différentes variantes de la méthode de LP3DNLI. 132
6.8 Coefficients hydrodynamiques au cours de deux oscillations, contre des résultats de la littérature [48, 68, 75]. 134
6.9 Coefficients de moment en fonction de l'angle d'incidence apparent. 135
6.10 Performances du foil oscillant en fonction du nombre de Strouhal du mouvement. 137

7.1 Rendement propulsif en fonction de St pour différentes valeurs de θ^*. 143
7.2 Évolution du nombre de Strouhal optimal et du rendement maximal correspondant en fonction de θ^*. . 143
7.3 Évolution du nombre de Strouhal optimal et du rendement maximal correspondant en fonction de A^*. 144
7.4 Rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différentes amplitudes du mouvement. . 145
7.5 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 0.5$. . . 146
7.6 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 1$. . . . 147
7.7 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 1.5$. . . 147
7.8 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 2.5$. . . 147
7.9 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $\theta^* = 0$. . . . 148
7.10 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $\theta^* = 0.1$. . . 148
7.11 Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $\theta^* = 0.2$. . . 148
7.12 Rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différentes lois de corde. 149
7.13 Rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différents profils. 150
7.14 η vs St pour $A^* = 0.5$, avec les configurations correspondantes à α_{app} dominé par le tangage. 151
7.15 Évolution de l'angle d'incidence apparent pour différents nombre de Strouhal avec $A^* = 0.5$ et $\theta^* = 0.15$.152

8.1 Représentation d'un foil oscillant souple. 158
8.2 Configurations déformées maximales des trois (demi-)foils de Heathcote et al. [76]. 160
8.3 Interpolation quadratique de ψ en fonction de la souplesse du foil $\tilde{d_0}$, selon les données expérimentales de Heathcote et al. [76]. 161
8.4 Coefficients hydrodynamiques en fonction du temps pour le foil rigide. 162
8.5 Coefficients hydrodynamiques en fonction du temps pour les foils souple et très souple. 164
8.6 Évolution des performances propulsives du foil en fonction de sa souplesse 165
8.7 Influence de la souplesse du foil sur le rendement propulsif pour les 8 configurations considérées dans l'étude. 167
8.8 Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour différentes amplitudes du mouvement. . 168
8.9 Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour 2 valeurs de θ^*. 169
8.10 Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour 2 nombres de Strouhal. 169
8.11 Influence de la souplesse du foil sur le coefficient de poussée moyen réduit pour les 8 configurations considérées dans l'étude. 170
8.12 Photographie par caméra embarquée sur un grand dauphin (*Tursiops truncatus*), par M. Robert Eiser. 172

C.1 Portance d'un foil avec un vrillage linéaire. 202

D.1 Polaire 2D et résultats de la PL3DNL en portance pour un foil rectangulaire ($b = 0.627$ m et $n_s = 50$). . 204

D.2 Circulation le long de l'envergure pour différentes incidences ($b = 0.627$ m et $n_s = 50$). 204
D.3 Résultats de la LP3DNL pour un foil rectangulaire, ($b = 0.627$ m et $n_s = 50$), avec une polaire en portance faiblement courbée. 205
D.4 Résultats de la LP3DNL pour un foil rectangulaire de grand allongement, ($b = 6.27$ m et $n_s = 50$). . . . 205
D.5 Résultats de la LP3DNL pour un foil rectangulaire, ($b = 6.27$ m et $n = 500$). 206

G.1 Influence du nombre d'oscillation simulé sur les coefficients hydrodynamiques moyens 2D. 213
G.2 Influence du nombre de pas de temps par oscillation sur les coefficients hydrodynamiques moyens 2D.214
G.3 Influence de la longueur du sillage sur les coefficients hydrodynamiques moyens 2D. 214
G.4 Coefficients hydrodynamiques en fonction de l'angle d'incidence apparent, comparaison entre les résultats de Visbal et de la LP3DNLI. 215

H.1 Coefficients de poussée en fonction du nombre de Strouhal. 217
H.2 Coefficients de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal. 218
H.3 Coefficients de poussée en fonction du nombre de Strouhal. 218
H.4 Coefficients de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal. 218

I.1 Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour différentes valeurs de θ^*. 219
I.2 Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour différents nombres de Strouhal. 219

Liste des tableaux

4.1 Résidu moyen des calculs selon le coefficient multiplicateur de viscosité artificielle. 97

5.1 Paramètres du modèle de décrochage dynamique 109
5.2 Paramètres liés au profil NACA0012 109
5.3 Nouveaux paramètres du modèle de décrochage dynamique proposés par Bøckmann et al. [19]. . . . 112
5.4 Paramètres du modèle de décrochage dynamique 115

8.1 Paramètres expérimentaux décrivant la configuration déformée du foil. 160
8.2 Numérotation des 8 configurations choisies pour l'étude de l'influence de la flexibilité. 166
8.3 Gain lié à la flexibilité du foil pour chaque configuration. 171
8.4 Angle d'incidence apparent maximal pour chaque configuration. 173

Première partie

Introduction

Chapitre 1

Contexte

Situation climatique et besoins

La hausse des températures moyennes à la surface de la Terre entre 2011 et 2020 par rapport à la période 1850-1900 a atteint 1.09℃, dont 1.07℃ est causé par les activités humaines [106]. Le réchauffement climatique engendre des impacts négatifs et des pertes et dommages connexes sur la nature et les personnes [120]. Parmi les conséquences déjà mesurables figurent la fonte des glaciers et glaces de l'Arctique et l'acidification et l'élévation du niveau des océans.

Le rapport du Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC), fait état d'environ 3.3 à 3.6 milliards d'humains vivants dans des contextes de grandes vulnérabilités face au changement climatique. La santé des habitants de chaque région mondiale connaît des dégradations. La disponibilité des ressources en eau et en nourriture diminue dans plusieurs régions du monde. Et pour certaines populations humaines, la pauvreté ou le manque d'accès à certains services amplifie les effets négatifs du réchauffement climatique. Il s'agit de plus des populations ayant globalement le moins contribué au réchauffement climatique qui sont le plus exposées à ses effets [120].

Le GIEC indique qu'il est un fait établi que les émissions de gaz à effet de serre anthropiques, par le biais du réchauffement climatique, sont la cause d'une hausse de la fréquence et/ou de l'intensité de certains évènements climatiques extrêmes depuis l'ère préindustrielle. Il s'agit notamment des cyclones tropicaux et des vagues de chaleur.

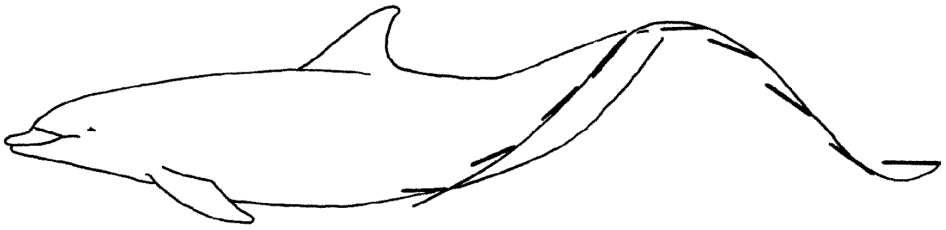
En 2018, le transport maritime mondial à émit 1056 millions de tonnes de dioxyde de carbone (CO_2) dans l'atmosphère, soit 2.9% des émissions anthropiques [79]. L'Organisation Maritime International (IMO), rapporte qu'il s'agit d'une hausse de 9.3% des émissions par rapport à 2012 et prévoit le maintien de l'augmentation des émissions de CO_2 pour le futur [79].

La nécessité de décarboner les sources d'énergie liées au transport est souligné par le GIEC [145], de sorte à

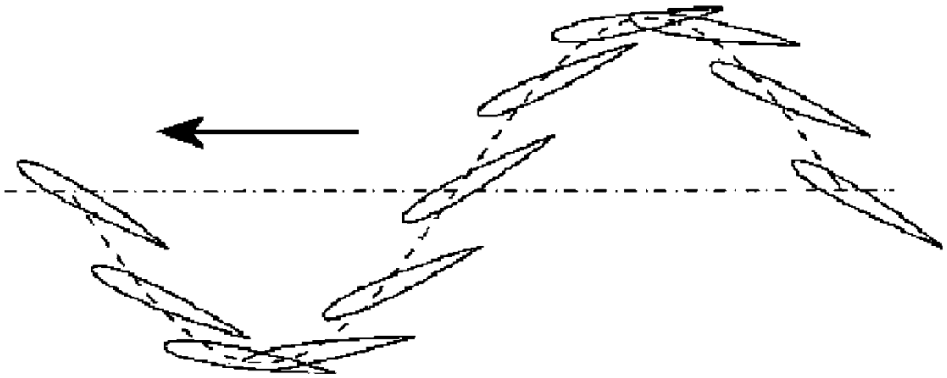
contenir le réchauffement à 1,5℃ par rapport aux températures préindustrielles, conformément à l'accord de Paris sur le climat. De manière naturelle, l'action la plus directe pour réduire les émissions liées au transport maritime serait de tendre vers un mode de vie sobre en exportations/importations internationales. Une volonté de décarboner les sources d'énergie et d'améliorer le rendement énergétique des moyens de transport toujours nécessaires doit dans le même temps s'installer.

Thématique abordée

Le travail réalisé au cours de cette thèse à conduit au développement et à l'utilisation d'une méthode de simulation numérique rapide, pour explorer le potentiel d'un système de propulsion maritime inspiré de la nage des cétacés et des poissons, fig. 1.1a. Le système en question consiste en un corps profilé, appelé *foil*, mis en mouvement dans un écoulement pour créer une force propulsive à l'image de la nageoire caudale des cétacés, fig. 1.1b.



(a) Représentation du mouvement de la nageoire caudale d'un dauphin (adapté de [51]).



(b) Représentation d'un profil de foil en mouvement oscillant (adapté de [137]).

FIGURE 1.1 – Système de propulsion maritime par foil oscillant inspiré de la nage des cétacés.

Ce principe biomimétique, alternatif à l'hélice conventionnelle est connu et utilisé depuis longtemps par les godilleurs. L'origine de l'utilisation de ce principe est incertaine et serait apparue indépendamment dans plusieurs régions du monde. Il est connu par exemple que la godille chinoise nommée "yuloh" était déjà utilisée en ancienne Chine (environ 1000 av. J.-C.) [128], fig. 1.2.



FIGURE 1.2 – Sampan chinois propulsé par un yuloh. Historische Abbildung.

Les premières recherches scientifiques sur le sujet remontent au début du 20ème siècle avec les travaux Knoller (1909) [86], et Betz (1912) [15], qui ont été les premiers à expliquer le mécanisme de génération de la propulsion par foil oscillant [172]. Depuis lors, de nombreuses études ont cherchées à mieux comprendre, exploiter et optimiser ce principe ([172],[146] et [72] pour des revues de littérature récentes). Il a notamment été montré par Floc'h et al. qu'un foil oscillant permet d'atteindre un rendement énergétique comparable à celle des hélices conventionnelles [55]. Fish, dans une étude récente [53], a comparé les performances de véhicules marins autonomes (à hélice ou non) avec celles d'animaux aquatiques, en termes de vitesse, de rendement, de manœuvrabilité et de discrétion. Il a été conclu que les systèmes de propulsions des véhicules marins autonomes créés par l'homme ne rivalisent, à ce jour, pas encore avec les mammifères marins [53]. Ces constats rendent légitime les recherches sur le mode de propulsion par foil oscillant et mettent en lumière la pertinence des cétacés comme source d'inspiration.

Au-delà des aspects propulsifs, l'extension du système pour la sustentation de l'engin en plus de sa propulsion peut également être réalisé naturellement avec un foil oscillant. Il est aujourd'hui commun de voir des navires de toutes tailles se déplacer au-dessus de la surface de l'eau grâce à des foils statiques, fig. 1.3. L'absence de contact entre la carène du bateau et la surface de l'eau permet de réduire significativement la force de traînée et augmenter la vitesse de navigation.

La sustentation, déjà présente dans le paysage de la navigation maritime, peut être couplée à la propulsion bio-inspirée en appliquant un mouvement non-symétrique au foil, ou en utilisant des profils non-symétriques [67, 103, 137, 151]. Cette pratique est déjà utilisée par certains surfeurs. En créant un mouvement oscillatoire en poussant avec les jambes, les surfeurs équipés d'un foil se maintiennent au-dessus de la surface de l'eau tout en avançant, fig. 1.4.



(a) Overboat, Néocéan. (b) TurboJET Urzela, par SoHome Jacaranda Lilau.

FIGURE 1.3 – Bateaux équipés de foils pour la sustentation.

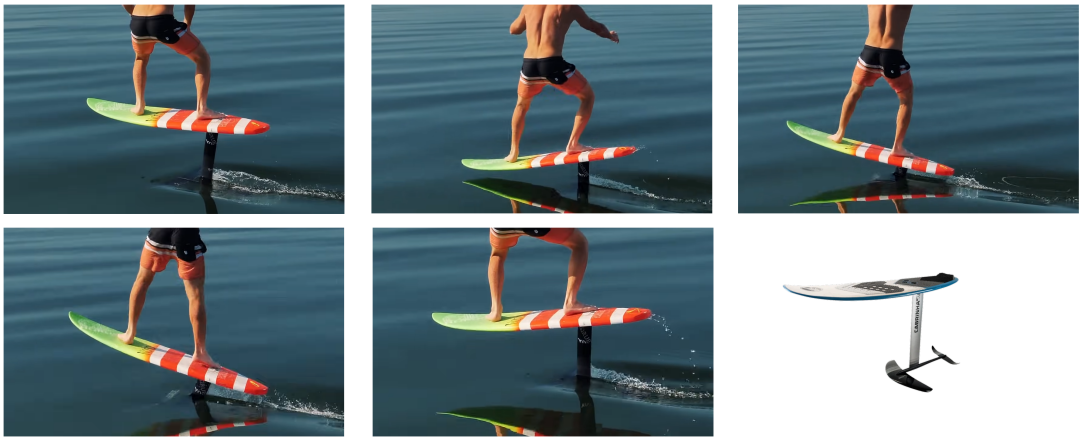


FIGURE 1.4 – Mouvement oscillant appliqué par un surfeur pour se sustenter, par HORUE Movie

Motivations pour la propulsion bio-inspirée

Les animaux marins se déplacent dans l'eau grâce aux mouvements oscillants de leur corps et de leur nageoire caudale. Les principales formes de locomotion sont anguilliformes, dans laquelle une vague passe uniformément le long d'un long corps élancé (ex : anguille) ; sous-carangiforme, où l'onde augmente rapidement en amplitude vers la queue (ex : truite) ; carangiforme, dans laquelle l'onde est concentrée près de la queue qui oscille rapidement (ex : maquereau) et thuniforme ou pratiquement tout le mouvement oscillant se fait dans la queue et la région reliant le corps principal à la queue. La queue elle-même a tendance à être élancée et en forme de croissant (ex : thon, requins lamnidés, cétacés) [93], fig. 1.5.

Les cétacés sont des nageurs de type thunniforme. Leur nageoire caudale est horizontale contrairement à celle des poissons. Elle fonctionne comme un hydrofoil, animée d'un mouvement de translation vertical (pilonnement) et de rotation dans son plan de symétrie (tangage). Le pilonnement est engendré par la flexion du tiers postérieur du corps et le tangage apparaît à la base de la queue [51], fig. 1.1a. Le mode de nage thuniforme est le mode

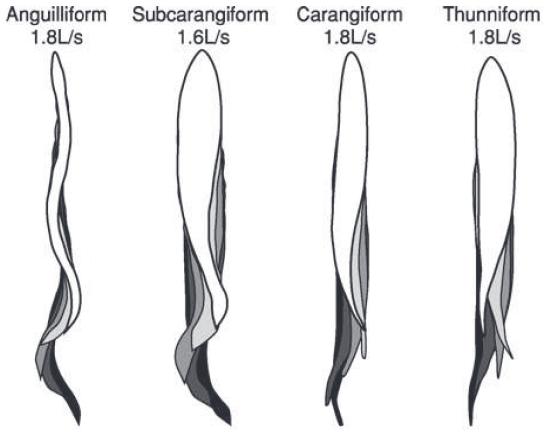


FIGURE 1.5 – Les quatre catégories classiques de la nage des animaux marins (adapté de [93]).

de locomotion maritime le plus efficace présent chez les animaux marins [141]. Il permet de maintenir une haute vitesse de croisière sur de longues durées. Ce mode de locomotion est considéré comme un point culminant dans l'évolution des nageurs car on le trouve parmi divers groupes de vertébrés (poissons téléostéens, requins et mammifères marins) qui ont chacun évolué dans des circonstances différentes [141].

Les premières estimations des performances de nage des dauphins par James Gray ont fait naître un engouement pour la dynamique des fluides mise en jeu dans la propulsion sous-marine. Ce domaine de recherche a stimulé de vigoureuses collaborations entre biologistes et ingénieurs, et a favorisé de nombreux traitements mathématiques, des recherches expérimentales et des simulations numériques [146]. James gray conclut en 1936 que pour nager aux vitesses observées, les dauphins devaient posséder une puissance musculaire sept fois supérieure à celle des autres cétacés [81]. Cette affirmation est connue sous le nom de paradoxe de Gray. Il s'ensuivit plusieurs hypothèses sur la capacité des dauphins à réduire significativement leur traînée, principalement grâce à leur peau lisse et souple permettant de maintenir une couche limite laminaire [90]. En 2006, F. E. Fish proposa une solution à ce paradoxe [52]. Il discuta différentes sources d'imprécisions, dans le calcul de la vitesse de nage et de la force de traînée, ayant mené au paradoxe. Il conclut que les dauphins, bien qu'étant parfaitement adaptés pour la nage ne présentent pas de performances hydrodynamiques inhabituelles. Les performances des dauphins sont dues principalement à leur forme profilée et aux mouvements oscillants qu'ils opèrent pour se déplacer dans l'eau.

Il est aujourd'hui connu que les vitesses de nage maximales des cétacés (i.e., baleines, dauphins, marsouins) s'étendent de 6.17 $\mathrm{m/s}$ à 15.4 $\mathrm{m/s}$ [53]. Des études récentes estiment qu'ils peuvent générer une puissance propulsive par unité de masse atteignant $60\mathrm{W/kg}$ [50, 54, 80], et atteindre des rendements supérieurs à 0.8 [51, 11, 55]. À ces performances, il peut être ajouté une grande manœuvrabilité, une nuisance sonore faible et un rendement propulsif élevé étendu sur une large plage de vitesses [53].

Pendant 50 millions d'années, le corps des cétacés s'est transformé pour devenir les nageurs efficaces qu'ils sont aujourd'hui. L'utilisation de cette source d'inspiration et la croissance des outils de simulation et d'expérimentation permet d'imaginer un avenir prometteur pour la propulsion maritime par foil oscillant.

Chapitre 2

État de l'art

Le présent chapitre a pour but de définir les différents paramètres mis en jeu dans un système de propulsion par foil oscillant et de faire une synthèse de la littérature scientifique portant sur le sujet.

Le système ne désigne pas ici un engin auto-propulsé dans son ensemble (bateau, drone, cétacé ...). Sauf mention explicite du contraire, le système désigne uniquement un modèle de propulseur, c'est-à-dire le foil oscillant seul. Les approximations conduisant à ce modèle et la réalité qu'il représente sont détaillées dans le chapitre suivant. Dans la mesure du possible, les grandeurs physiques correspondant aux nageoires caudales des cétacés sont données à titre indicatif.

2.1 Définition des paramètres du système

Les différents paramètres permettant de décrire le système de foil oscillant sont classés selon 4 groupes : les paramètres d'environnement, décrivant les propriétés du fluide ; les paramètres géométriques, liés à la forme du foil ; les paramètres cinématiques, décrivant le mouvement du foil et les paramètres de performances comprenant les forces, les puissances et le rendement propulsif du système.

Paramètres d'environnement

Le fluide considéré est en général supposé newtonien et incompressible. Le bilan d'énergie n'est pas pris en compte. La vitesse de l'écoulement à l'infini en amont est notée $\mathbf{V}_\infty$, de norme V_∞. La viscosité dynamique et la masse volumique du fluide sont μ et ρ respectivement. Le nombre de Reynolds de l'écoulement peut être calculé ainsi : $Re = \frac{\rho V_\infty c_r}{\mu}$, où c_r est la longueur de corde au milieu du foil, fig. 2.1.

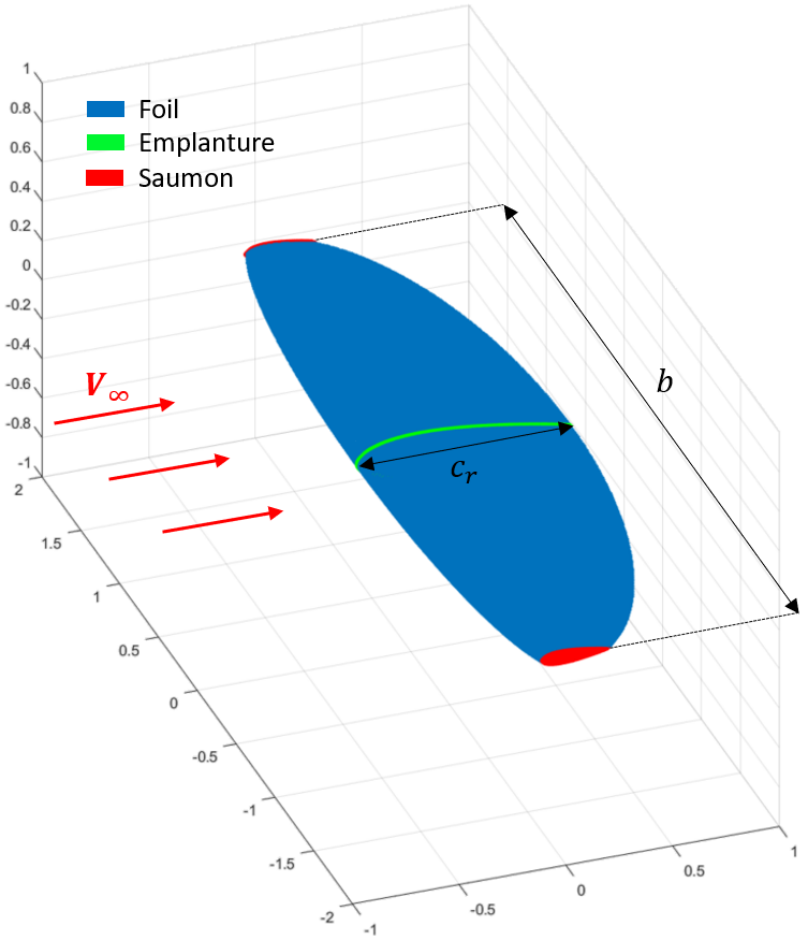


FIGURE 2.1 – Foil droit à loi de corde elliptique tronqué.

Paramètres géométriques

Les termes *emplanture* et *saumon* provenant de l'aéronautique seront utilisés pour faciliter la lecture. L'emplanture désigne ici le milieu du foil, c'est-à-dire la partie du foil sécante avec son plan de symétrie. Le saumon désigne les extrémités du foil, fig. 2.1.

La longueur de corde de la section à l'emplanture est c_r, et l'envergure du foil est notée b. La *loi de corde* désigne l'évolution de la longueur de corde des sections le long de l'envergure. Celle-ci pouvant être par exemple elliptique ou constante. La forme des profils, peut être une série normalisée du type NACA ou autre. Le foil peut également posséder de la flèche et/ou du dièdre, c'est-à-dire être courbé en projection dans le plan tangent à l'écoulement et l'envergure et le plan normal à l'écoulement respectivement, fig. 4.25. L'allongement λ désigne le rapport entre l'envergure et la longueur de corde moyenne, $\lambda = \frac{b^2}{S}$. Où S est la surface alaire du foil. Dans le cas d'un foil souple des paramètres supplémentaires entrent en jeux pour décrire la flexibilité de la structure ou l'évolution de sa forme au cours des oscillations (voir chapitre 8).

Paramètres cinématiques

Le style de nage thuniforme utilisé par les cétacés est composé d'un mouvement de pilonnement et d'un mouvement de tangage. Le pilonemment $h(t)$ donne la position du centre instantané de rotation (CIR) de la section au niveau de l'emplanture, dans la direction normale à l'écoulement amont. Le tangage $\theta(t)$ donne l'*angle d'incidence géométrique* formé entre la ligne de corde de la section et la direction de l'écoulement amont dans le plan de section fig. 2.2. Le mouvement est appliqué à la section au niveau de l'emplanture du foil. Les mouvements les plus répandus dans la littérature prennent la forme de fonctions harmoniques simples :

$$h(t) = h_0 \cos(2\pi f t) \tag{2.1}$$

$$\theta(t) = \theta_m + \theta_0 \cos(2\pi f t + \phi) \tag{2.2}$$

Où h_0 et θ_0 sont les amplitudes de pilonnement et de tangage respectivement, f est la fréquence d'oscillation, θ_m est l'angle d'incidence moyen du foil et ϕ est le déphasage entre les mouvements de pilonnement et de tangage.

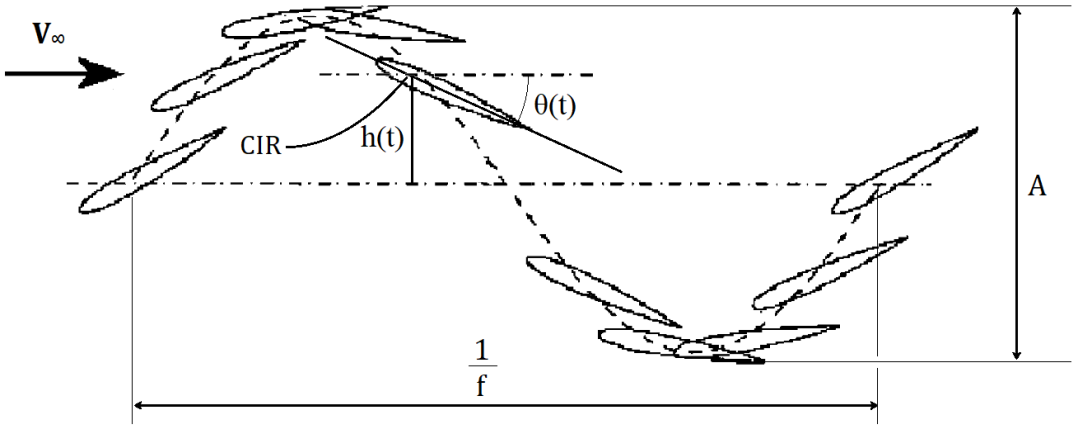


FIGURE 2.2 – Paramètres cinématiques d'un profil oscillant (adapté de [137]).

L'*angle d'incidence apparent* $\alpha_{app}(t)$, représente l'angle d'incidence réellement vue par le foil dans l'écoulement. Celui-ci s'exprime en fonction de la vitesse de pilonnement $\dot{h}(t)$:

$$\alpha_{app}(t) = \theta(t) - \arctan\left(\frac{\dot{h}(t)}{V_\infty}\right) \tag{2.3}$$

L'amplitude totale du bord de fuite est notée A, fig. 2.2. L'amplitude adimensionnée du mouvement est définie par $A^* = A/c_r$, et la part de l'amplitude causée par le pilonnement est $h^* = 2h_0/A$. Le nombre de Strouhal est défini par $St = \frac{fA}{V_\infty}$. Ce nombre a été introduit par Triantafyllou et al. en 1991 [157], pour décrire le régime d'oscillation. Il s'agit aujourd'hui du paramètre le plus présent dans la littérature sur les foils oscillants. C'est un nombre sans dimension qui fut initialement introduit pour caractériser le lâcher tourbillonnaire derrière un corps non profilé. La proximité entre l'amplitude du bord de fuite et la largeur du sillage tourbillonnaire derrière les foils oscillants ont

conduit à l'adoption du nombre de Strouhal, ainsi définit, pour caractériser la cinématique des foils et comparer leurs performances. Il peut être interprété de différentes manières. D'un côté, le nombre de Strouhal correspond à un ratio entre la vitesse du bord de fuite et la vitesse de l'écoulement amont. Plus précisément, deux fois le nombre de Strouhal pour un foil est le rapport entre la moyenne de la norme de la vitesse du bord de fuite et la vitesse de l'écoulement en amont. Le nombre de Strouhal correspond également à un nombre inversement proportionnel à la distance parcourue, divisée par le nombre d'oscillation réalisé par le foil. En d'autres termes, le nombre de Strouhal pour les foils oscillants, joue le même rôle que le rapport d'avance [1] pour les hélices [55], d'où sa pertinence dans les études sur les foils oscillants.

La fréquence réduite, définie par $k = \frac{f c_r}{V \infty}$ est également utilisée pour caractériser le mouvement des foils oscillants. Cependant elle ne rend pas compte de l'amplitude du mouvement, contrairement au nombre de Strouhal. Dans le domaine de l'aéronautique, la fréquence réduite est souvent utilisée pour décrire le caractère instationnaire de l'écoulement autour des voilures mobiles [85]. Ce paramètre correspond au rapport entre la longueur de corde de la section et la longueur d'onde de la ligne d'émission issue du bord de fuite dans l'écoulement. La fréquence réduite et le nombre de Strouhal sont reliés par la relation $St = kA^*$.

Il est à noter que certains auteurs [72, 172], définissent la fréquence réduite en ajoutant un facteur multiplicatif π, et définissent le nombre de Strouhal en utilisant la longueur de corde comme longueur caractéristique, et non pas l'amplitude du mouvement. Dans ce cas, les deux paramètres deviennent identiques à un facteur prêt.

Paramètres de performances

Les paramètres de performances regroupent les efforts hydrodynamiques appliqués sur le foil, la puissance mise en jeu pour sa mise en mouvement et les différents rendements du système.

Les composantes de la résultante hydrodynamique sont $F_x(t)$ dans la direction de l'écoulement amont (poussée), $F_y(t)$ vers tribord et $F_z(t)$ dans la direction complétant le repère orthonormé (portance). $\overline{F_x}$, $\overline{F_y}$ et $\overline{F_z}$ sont les valeurs moyennes respectives sur une période : $\overline{F_i} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau F_i(t)\ dt$. Où τ est la période de l'oscillation. La symétrie du système conduit à $\overline{F_y} = 0$ et à $\overline{F_z} = 0$ si les sections sont symétriques et l'angle de tangage moyen θ_m est nul.

Le coefficient de poussé moyen est défini par :

$$\overline{C_T} = \frac{\overline{F_x}}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 c_r b} \tag{2.4}$$

Ce coefficient peut désigner la traînée du foil lorsque celui-ci est négatif. Le coefficient de la puissance fournie moyenne est défini par :

$$\overline{C_P} = \frac{\overline{P}}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^3 c_r b} \tag{2.5}$$

1. *advance ratio* en anglais.

Où $\overline{P}$ est la puissance fournie moyenne au cours d'une oscillation :

$$\overline{P} = \frac{1}{\tau}\left(\int_0^\tau -F_z(t)\,\dot{h}(t)\;dt + \int_0^\tau -M_\theta(t)\,\dot{\theta}(t)\;dt\right) \tag{2.6}$$

Dans l'équation (2.6), $M_\theta(t)$ est le moment de tangage et $\dot{h}(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ sont les vitesses de pilonnement et de tangage respectivement. La première intégrale correspond à la puissance fournie pour actionner le foil en pilonnement et la seconde intégrale correspond à la puissance fournie pour actionner le foil en tangage. η désigne le rendement propulsif du système, ou le rendement de Froude [146, 172], ou simplement le rendement. Ce paramètre est défini comme le rapport entre la puissance propulsive et la puissance fournie, soit :

$$\eta = \frac{\overline{C_T}}{\overline{C_P}} \tag{2.7}$$

Le Coût du Transport (CoT) est également utilisé dans la littérature pour décrire le rendement du système [146]. Le CoT représente l'énergie métabolique pour les animaux ou l'énergie chimique et électrique pour les engins, qu'il est nécessaire d'utiliser pour transporter une unité de masse sur une unité de longueur. Le CoT est un rendement global ou métabolique considérant la façon dont la puissance fournie est générée, contrairement au rendement de Froude qui est un rendement purement hydrodynamique. De plus, le CoT ne considère pas la puissance de poussée et permet donc d'analyser un système dans son ensemble, le corps traînant et le propulseur, pour lequel la force de propulsion nette est nulle. Le CoT est inversement proportionnel au rendement de Froude et diminue généralement lorsque la taille de l'entité augmente [53, 146]. Bien que le CoT soit présent dans la littérature, le rendement de Froude y est plus répandu est sera utilisé dans ce travail. Dans la suite du document, le terme "rendement" désignera le rendement de Froude.

2.2 Synthèse bibliographique

Les premiers modèles permettant de décrire l'hydrodynamique des foils oscillants sont apparus à partir des années 1920. Le modèle de Wagner 1924 [168], exprimé dans le domaine temporel et le modèle de Theodoresen 1935 [153], exprimé dans le domaine fréquentiel. Ils supposent tous deux que le fluide est incompressible et non-visqueux. le foil est supposé d'épaisseur négligeable et les mouvements transversaux faibles de sorte à ce que les tourbillons lâchés dans le sillage restent sur une ligne droite derrière le foil. Garrick 1936 [62], a montré par la suite que ces deux modèles sont étroitement liés par une transformée de Laplace [17]. Garrick [62], a utilisé le modèle de Theodoresen [153], pour développer l'expression de la poussée et la puissance d'un profil oscillant.

Lighthill [101], a appliqué le modèle de Garrick [62], à sa théorie des corps allongés [100], pour étudier la nage des animaux ondulants qui à son tour a été étendu aux grandes amplitudes par Chopra [31]. L'hypothèse des faibles angles d'incidence est toutefois conservée.

Comme noté par Scherer [136] puis montré expérimentalement par Floryan et al. [59], des oscillations de grande amplitude par rapport à la corde sont nécessaires pour atteindre des niveaux de poussée exploitables. Les modèles analytiques bien qu'encore très répandus aujourd'hui ne permettent pas de représenter une propulsion efficace par foils oscillants. Pour étudier un tel système, le recours à l'expérimentation ou la simulation numérique est encore nécessaire.

Dans cette optique, l'équipe de A. J. Smits a réalisé des travaux notables. L'équipe a établi des lois de variation donnant la poussée et le rendement d'un profil 2D en fonction de l'amplitude du mouvement, du nombre de Strouhal et de la fréquence réduite du mouvement. Ces lois se basent sur la théorie de Theodoresen [153], le modèle de Sedov et al. [138], pour les forces de masse ajoutée et une collection de données expérimentales :

— Floryan et al. [57] ont exprimé la poussée et le rendement pour un profil en pilonnement pur et en tangage pur.

— Van Buren et al. [164] ont étendu l'analyse aux mouvements de pilonnement et de tangage simultanés.

— Floryan et al. [59] ont simplifié le modèle précédent en fixant l'angle de déphasage entre les mouvements de pilonnement et de tangage à la valeur $\phi = 90°$, représentative de la nage des mammifères marins et conduisant à un haut rendement propulsif, [3, 124, 164]. Le modèle ainsi réduit, eq. (2.8),(2.9) et (2.10), a ensuite été confronté à une nouvelle collection de données expérimentales de profil oscillant en grandes amplitudes. Bien que ces lois de variations aient été construites avec l'hypothèse des petits déplacements, leur validité s'étend sur l'ensemble des expériences réalisées, dont l'amplitude du mouvement atteint deux fois la longueur de corde.

$$\overline{C_T} = c_1 St^2 - C_D \tag{2.8}$$

$$\overline{C_P} = c_2 k St^2 (1 - h^* \Theta^*) \tag{2.9}$$

$$\eta = \frac{\overline{C_T}}{\overline{C_P}} \tag{2.10}$$

Où Θ^* est l'amplitude de tangage adimensionnée définie par $\Theta^* = 2c_r \sin(\theta_0)/A$, et C_D représente le coefficient de traînée de décalage [2] introduite par Van Buren et al. [164] et proportionnelle à Θ^*. Les paramètres empiriques c_1 et c_2 du modèle sont déterminés expérimentalement dans Floryan et al. [59] pour un Reynolds de 8000 et un profil en forme de goutte d'eau oscillant autour de son bord d'attaque. L'analyse de ces lois indique que, pour un nombre de Strouhal donné, il est plus efficace d'opérer de grandes amplitudes avec une faible fréquence et que l'amplitude

2. nommée *Offset drag* par l'auteur

doit être idéalement causée "équitablement" par le tangage et le pilonnement. Senturk et al. [139] ont confronté le modèle de Floryan et al. [59] à des simulations numériques de profil en tangage pur. Les auteurs ont montré que le modèle reste valide dans un champ d'application plus large mais que les paramètres empiriques sont fonction du nombre de Reynolds et du profil considéré.

En suivant la même idée, Moored et Quinn [110] ont développé des lois de variation pour les performances d'engins auto-propulsés par un foil en tangage pur. Le corps de l'engin est modélisé par la présence d'une force de traînée dépendante de la vitesse directement appliquée sur le foil. Ce modèle a ensuite été étendu aux foils d'envergure finie animés de pilonnement et de tangage simultanément par Ayancik et al. [12, 10].

Influence du nombre de Reynolds

Les nombres de Reynolds considérés dans la littérature sur le sujet de la propulsion par foil oscillant, s'étendent de 10 à 2×10^6, [172]. Toutefois, à l'exception des travaux de Ashraf et al. [9], il n'existe, à notre connaissance, aucune étude de l'influence du nombre de Reynolds sur les performances des foils oscillants couvrant plus de deux ordres de grandeur.

Senturk et Smits [139], ont montré que l'augmentation du nombre de Reynolds conduit aux mêmes effets que la diminution de la traînée de décalage discutée par Floryan et al. [58]. C'est-à-dire, lorsque le nombre de Reynolds augmente, la force de traînée appliquée sur le foil diminue. De ce fait, le rendement augmente de manière générale et le Strouhal optimal diminue. Senturk et Smits [139] reportent toutefois que cet effet tend à diminuer et devenir négligeable passée une certaine valeur du nombre de Reynolds. Ashraf et al. [9] reportent une tendance similaire pour plusieurs profils différents. En partant du principe que l'évolution a orienté tous les animaux marins vers une nage à haut rendement énergétique, ces résultats sont cohérents avec les observations biologiques [64]. En effet, Gazzola et al. [64], ont étudié simultanément la nage d'animaux marins allant des larves aux plus grands cétacés, couvrant ainsi une plage de nombre de Reynolds allant de 10 à 10^8, fig. 2.3. Les résultats font apparaître deux régimes de nages. La nage en régime laminaire ($Re < 10^4$) pour les plus petits animaux (larves, amphibiens, ...) où le Strouhal utilisé décroît lorsque le Reynolds augmente. Et la nage en régime turbulent ($Re > 10^4$) pour les plus grands animaux (des poissons jusqu'aux plus grands cétacés) où le nombre de Strouhal utilisé est centré autour de 0.3 sur plusieurs ordres de grandeur du nombre de Reynolds. Ashraf et al. [9] ont comparé des simulations laminaires et turbulentes (pour un Reynolds de 20×10^3) et ont trouvé que le régime turbulent conduit à une poussée et à un rendement légèrement supérieur.

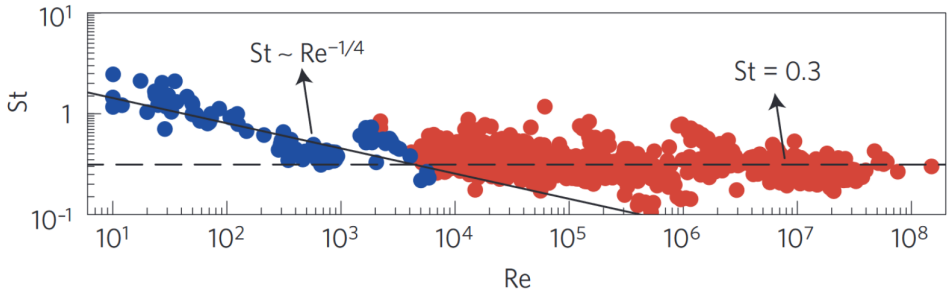


FIGURE 2.3 – Nombre de Strouhal utilisé par des animaux marins en fonction du nombre de Reynolds (de [64]).

Les études portant sur les plus faibles nombres de Reynolds ($Re < 500$) traitent principalement du vol des insectes, voir par exemple [143, 129, 67, 73]. La vitesse de croisière des grands dauphins (tursiops truncatus) s'étend de 1.2 m/s à 6 m/s, et la longueur de corde de leur nageoire caudale varie entre 0.2 m et 0.28 m, [51]. Les études [127, 126, 50, 54], reportent des données similaires sur d'autres types de dauphins. Les nombres de Reynolds correspondant sont compris entre 240×10^3 et 1.7×10^6. Il est à noter que Fish [53], reporte des pics de vitesse pour certains cétacés au-delà de 15 m/s, mais ces vitesses de nages ne correspondent pas aux vitesses de croisières des animaux.

Influence du nombre de Strouhal

Les différents résultats expérimentaux et de simulation numérique s'accordent autour d'une valeur optimale du nombre de Strouhal comprise entre 0.25 et 0.35 permettant d'obtenir un rendement maximal ([172],[146],[72]). Cette plage de valeurs est également en accord avec les observations biologiques. Rohr [127] a conduit des mesures en aquarium sur 28 spécimens de 6 espèces de cétacés différentes, 74% des résultats obtenus sont compris entre 0.2 et 0.3. Plus récemment, Gough [69] a étudié les performances de nage de 143 spécimens de 5 espèces de baleines en milieu naturel. Les résultats indiquent que les plus grands mammifères marins se déplacent également à un nombre de Strouhal compris entre 0.25 et 0.4.

Floryan et al. [58] ont discuté les raisons conduisant à cette plage de Strouhal optimale. Ils rapportent 3 explications présentes dans la littérature et ajoutent la leur, basée sur les lois de variation développées dans [160].

— Explication 1 : Ce régime crée un phénomène de résonance du sillage conduisant à des tourbillons de tailles maximales lâchés dans le sillage, permettant une poussée maximale par unité d'énergie fournie [157, 156, 111].

— Explication 2 : Cela maximise l'angle d'incidence qui n'éjecte pas de tourbillon au bord d'attaque [170].

— Explication 3 : Le rapport entre la taille de l'animal et l'amplitude des battements de queue dicte le Stroual pour équilibrer la poussée et la traînée [131].

— Explication proposée par Floryan et al. [58] : Le système de propulsion reçoit de la part du fluide des efforts de pression et des efforts visqueux, ces derniers correspondent à la traînée de décalage introduite par Van

Buren et al. [164]. Pour une configuration non visqueuse le rendement augmente à mesure que le nombre de Strouhal diminue et trouve sa limite pour $St \to 0$, fig. 2.4. Au contraire, lorsque les forces de traînée sont considérées, le rendement va devenir négatif pour la limite $St \to 0$ car à ce régime les forces de traînées dominent les forces de pression responsables de la poussée. La figure 2.4 représente le rendement en fonction du nombre de Strouhal pour différentes valeurs de la traînée de décalage obtenus avec le modèle de Floryan et al. [58]. La diminution de la traînée améliore le rendement, notamment la valeur maximale et diminue le nombre de Strouhal correspondant.

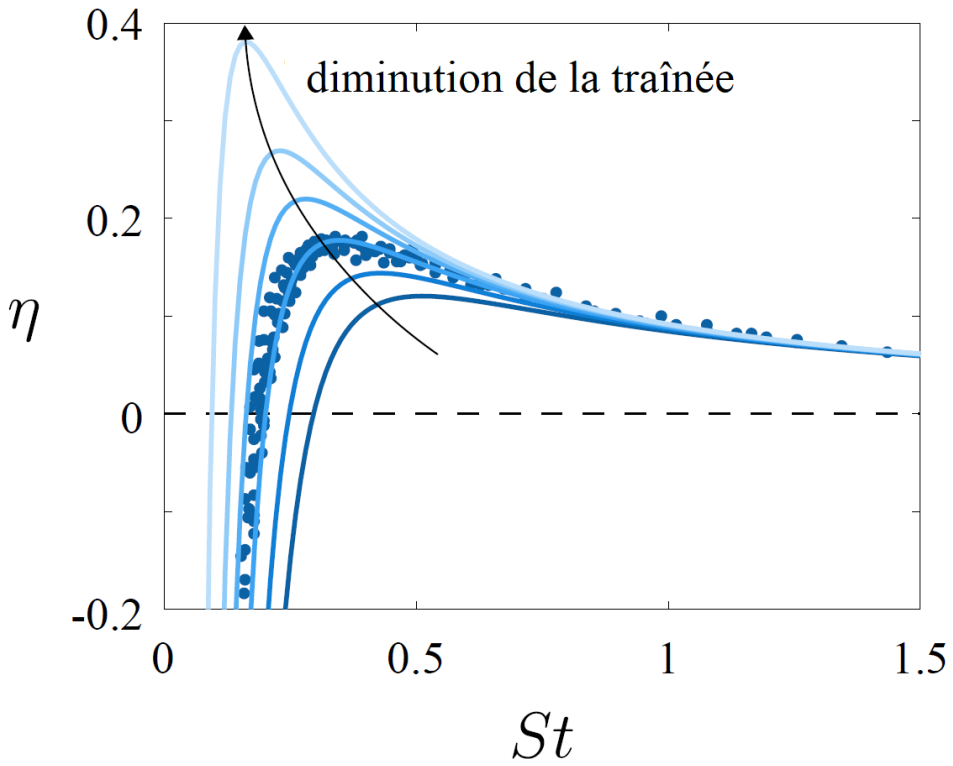


FIGURE 2.4 – Rendement d'un profil oscillant en fonction du nombre de Strouhal pour différentes valeurs de la traînée de décalage (adapté de [58]).

Dans une autre approche, Eloy [46] s'est intéressé au nombre de Strouhal optimal pour un nageur auto-propulsé. L'auteur a appliqué la théorie des corps allongés de Lighthill [101] et a conclu que le Strouhal optimal n'est pas constant mais dépendant d'un unique paramètre adimensionné, le nombre de Lighthill définit par : $Li = \frac{\pi D}{2mV^2}$. Où D est la traînée du nageur, m la masse ajoutée à l'extrémité de la queue et V la vitesse de nage. Ce nombre peut être interprété comme le rapport entre la traînée de l'animal et sa poussée générée. Le modèle prédit un nombre de Strouhal optimal croissant avec le nombre de Lighthill. La figure 2.5 montre la proximité du modèle avec les mesures réalisées sur 53 espèces aquatiques, confortant l'idée que l'évolution a orienté les nageurs vers un mode de locomotion maximisant le rendement.

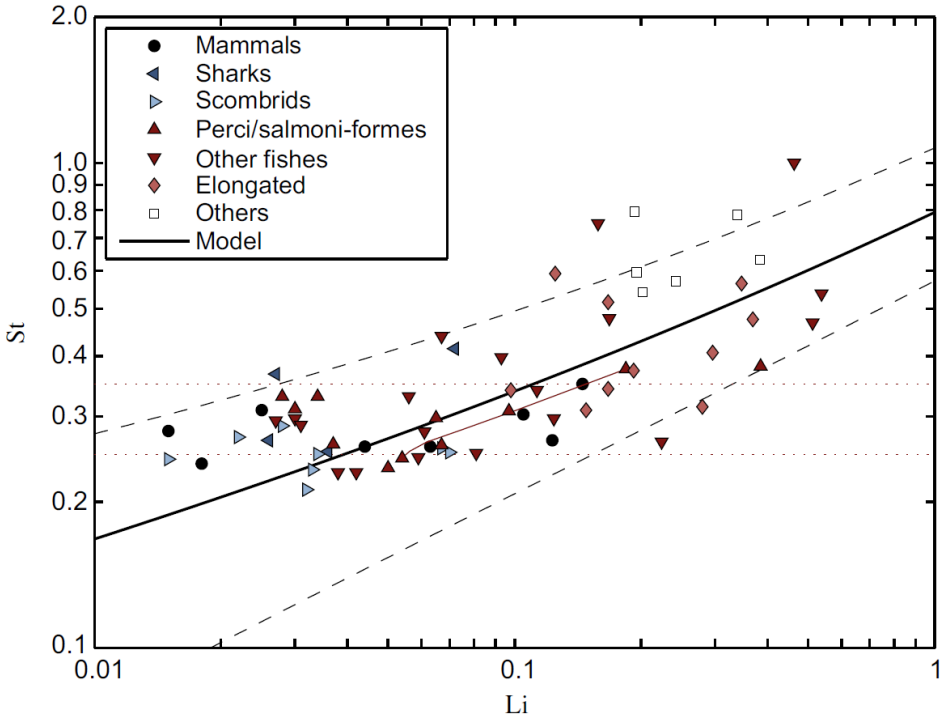


FIGURE 2.5 – Nombre de Strouhal utilisé par des animaux marins en fonction de leurs nombres de Lighthill (de [46]).

Structure du sillage

Une partie conséquente de la littérature porte sur l'analyse de la structure du sillage laissée derrière les foils oscillants et le lien entre ces structures et les performances hydrodynamiques. Floryan et al. [56] soutiennent le fait que le sillage n'est pas un indicateur pertinent pour conclure sur les performances du système. Il est notamment démontré que des configurations à performances hydrodynamiques similaires peuvent engendrer des sillages différents et qu'un sillage particulier peut être engendré par des systèmes opérant avec des performances différentes.

Les travaux expérimentaux et numériques s'accordent sur le fait qu'à faible fréquence d'oscillation le sillage derrière un profil forme une Allée de Von Karman (Vks) (caractéristique de la traînée), fig. 2.6. Lorsque cette fréquence augmente, le sillage devient neutre avec des tourbillons de sens alternés sur la ligne centrale, puis une allée de Von Karman inverse (Vksi) apparaît (caractéristique de la poussée), fig. 2.6. Pour les plus hautes fréquences d'oscillation, le sillage perd sa symétrie. La ligne moyenne des tourbillons bifurque vers le haut ou le bas selon les conditions initiales et l'angle de bifurcation dépend du nombre de Reynolds [35, 99]. Pour une fréquence fixe l'amplitude des oscillations a globalement la même influence sur le sillage [66]. L'allée de Von karman inverse est généralement assimilée à un régime produisant de la poussée, toutefois Bohl et Koochesfahani [20] ont montré que la transition Vks/VKsi ne coïncide pas exactement avec la transition traînée/poussée. Calderon et al. [22] ont montré que la bifurcation du sillage n'apparaît pas pour un foil d'allongement égal à 3, oscillant dans des conditions similaires et pour les fréquences plus élevés qu'un profil 2D dont le sillage est asymétrique. Il a été suggéré que la bifurcation du

sillage n'apparaît pas dans les écoulements 3D en raison de l'influence des tourbillons marginaux aux extrémités du foil. Toutefois, l'allongement limite autour duquel le sillage commence à bifurquer n'est pas connu.

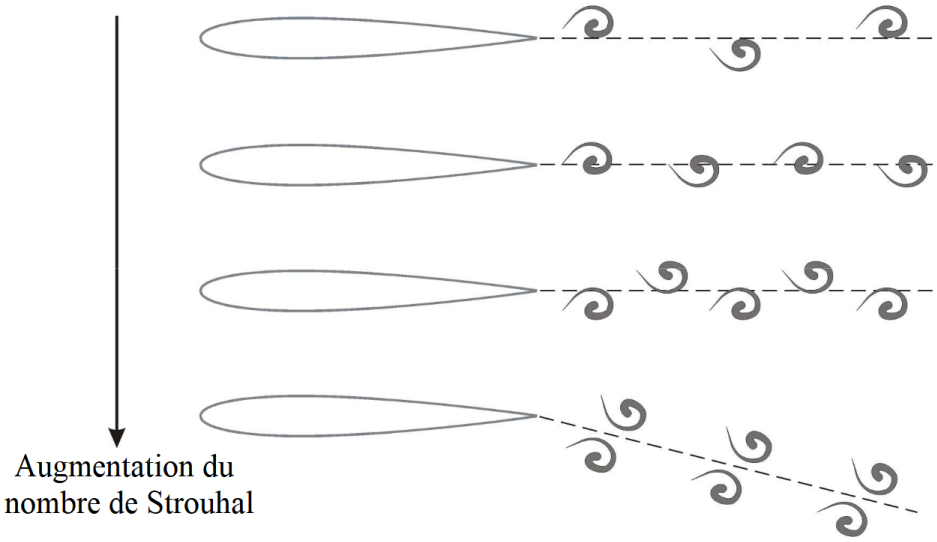


FIGURE 2.6 – Evolution du sillage derrière un profil en fonction du nombre de Strouhal (adapté de [35]).

Les résultats expérimentaux [158] et numériques [159, 176, 175] montrent que le régime optimal produit une allée de Von Karman inverse propre avec deux tourbillons de sens opposés lâchés par cycle d'oscillation, sans tourbillon généré au bord d'attaque. Il s'agit également du régime observé dans la nage du dauphin [129, 54]. Anderson et al. [3] et Guglielmini et Blondeaux [71], reportent toutefois qu'un régime de haut rendement et de poussée correcte est associé à la génération de tourbillons modérés au bord d'attaque venant s'amalgamer aux tourbillons du bord de fuite pour créer l'allée de Von Karman Inverse.

Influence de l'amplitude du mouvement

L'ensemble de la littérature sur les foils oscillants s'accorde sur le fait que pour produire une poussée convenable en opérant à un haut rendement ($\eta > 0.5$), l'amplitude du mouvement doit être grande. C'est-à-dire, le déplacement vertical total du bord de fuite du foil A, doit être de l'ordre de la longueur de corde ou supérieure, $A^* > 1$, [136, 12, 58, 3].

Floryan et al. [59], ont montré que pour un nombre de Strouhal fixé, il est favorable pour le rendement d'augmenter l'amplitude du mouvement et d'en réduire la fréquence en conséquence. Et cela, jusqu'à ce que le mouvement soit si ample et si lent que les forces de traînée contraignent la production de la poussée et fasse chuter le rendement [59]. L'existence d'une amplitude optimale du mouvement a également été observée par d'autres auteurs [11, 131]. Il est à noter que dans la nature, l'amplitude du mouvement de la nageoire caudale est souvent dictée par la morphologie de l'animal et correspond à un cinquième de sa longueur [131, 51]

L'amplitude totale du mouvement peut être engendrée par du pilonnement pur, du tangage pur ou un mouve-

ment de tangage et pilonnement simultané. Pour osciller avec un haut rendement, le foil nécessite d'être actionné simultanément en pilonement et en tangage. Plusieurs auteurs ont étudié les mouvements de tangage pur ou de pilonnement pur [38, 57, 139]. Pour l'ensemble des résultats obtenus, le rendement est inférieur à 0.3. Pour des mouvements de tangage et pilonnement simultanés, les études numériques visqueuses [91, 177] et expérimentales [124, 59], reportent des rendements supérieurs à 0.6. Les études expérimentales [137] et [3] reportent des rendements supérieurs à 0.7 et 0.8 respectivement.

Pour les mouvements combinés, il existe également une valeur optimale pour la proportion de l'amplitude engendrée par le pilonnement et le tangage [11, 12, 58, 164, 59]. Floryan et al. [58] et VanBuren et al. [164], concluent que pour un profil 2D, le rendement est maximal lorsque les mouvements de tangage et de pilonnement contribuent de manière égale à l'amplitude totale du mouvement, $h^* = 0.5$. Les résultats de Ayancik et al. [12], pour un foil 3D, reportent que pour maximiser le rendement, l'amplitude engendrée par le pilonnement doit représenter entre 75% et 94% de l'amplitude totale du mouvement, $0.75 < h^* < 0.94$, selon l'allongement du foil et l'amplitude totale elle-même.

Par contre, dans le cas non-optimal où l'amplitude du mouvement est faible ($A^* < 1$), le rendement est supérieur lorsque l'amplitude est majoritairement engendrée par le tangage, $h^* < 0.5$ [12].

L'amplitude totale de la nageoire caudale des cétacés représente en général 20% de la taille de l'animal. Pour les dauphins, la valeur moyenne de l'amplitude est $0.30\ \mathrm{m}$ (de $0.14\ \mathrm{m}$ à $0.47\ \mathrm{m}$, entre 5.8% et 19.4% de la taille des spécimens) pour les vitesses de croisières, et peut atteindre $0.68\ \mathrm{m}$ (28% de la taille de l'animal) au démarrage, [54, 127].

Influence de la forme du profil 2D

Van Buren et al. [163] ont conduit des calculs d'optimisation sur la forme des profils ($Re = 10^3 - 4 \times 10^5$). Un premier type de calcul a servi à minimiser la traînée statique et un autre type visait à maximiser le rendement du foil oscillant. Les calculs ont conduit à des profils avec un bord d'attaque épais permettant d'atteindre un angle d'incidence plus important sans séparation significative au bord d'attaque. De plus, la forme optimale se trouve être sensible aux conditions d'utilisation : l'angle d'incidence pour l'optimisation statique et la fréquence d'oscillation pour l'optimisation dynamique. Cela montre que la cinématique et la forme du foil sont étroitement liées, comme suggéré par Ayancik et al. [10] pour les nageoires et cinématiques de différents cétacés. Ashraf et al. [9] ont comparé des profils de différentes épaisseurs (du NACA06 au NACA50) animés de pilonnement pur pour différents Reynolds. Les résultats montrent qu'il existe une épaisseur optimale pour la poussée et le rendement qui dépend du Reynolds, à l'exception du Reynolds le plus faible ($Re = 200$) pour lequel les performances croissent de manière monotone lorsque l'épaisseur diminue. L'épaisseur optimale se trouve aussi être dépendante de l'amplitude de pilonnement et de tangage. Les simulations visqueuses de Senturk and Smits [139] montrent que la poussée et le rendement d'un foil en tangage pur augmentent de manière monotone lorsque l'épaisseur du profil diminue (du NACA30 à NACA06).

L'absence d'une valeur optimale ici peut s'expliquer par le Reynolds faible utilisé ($Re = 4000$) et l'amplitude et la fréquence faible limitant la génération de tourbillon au bord d'attaque.

Influence du centre instantané de rotation

La position du centre instantané de rotation (CIR) du profil varie selon les expériences et les simulations reportées dans la littérature. La majorité des travaux placent le CIR au quart de corde avant du profil, correspondant au foyer hydrodynamique, mais certains travaux d'influence utilisent d'autres choix. L'équipe de Triantafyllou [158] (revue), utilise le tiers de corde avant. L'équipe de Smits [146] (revue), utilise le bord d'attaque. Bøckmann et Steen [18] utilisent un point correspondant au quart de corde avant mais situé au-dessus de l'extrados, créant un mouvement de pendule. Dans l'hypothèse des petites oscillations, modifier la position du CIR le long de la ligne de corde est équivalent à modifier le déphasage temporel entre le mouvement de pilonnement et de tangage. Or, cela n'est plus le cas pour les oscillations de grandes amplitudes. Ayancik et al. [12] et Politis et Tsarsitalidis [118] ont reporté que lorsque la position du CIR se déplace de la demi-corde au bord d'attaque, les conditions d'oscillations optimales varient, le rendement diminue et la poussée augmente.

Mouvements poly-harmonique

Lorsque les mouvements de pilonnement et de tangage sont des fonctions sinusoïdales simples, l'angle d'incidence apparent eq. (2.3), varie de façon plus complexe. Cette cinématique n'est pas la plus optimale pour les performances du système, notamment pour de grandes amplitudes. Certaines études ont considéré des cinématiques plus riches avec un mouvement de pilonnement poly-harmonique, permettant de contrôler directement l'évolution de l'angle d'incidence apparent au cours de l'oscillation. Voir par exemple [124, 77, 161, 47]. Les résultats s'accordent sur le fait qu'une évolution sinusoïdale de l'angle d'incidence apparent peut améliorer le rendement ou améliore la poussée pour un rendement égal et qu'une évolution triangulaire ou en créneaux maximise la poussée. Il est à noter qu'un mouvement en créneaux strict de l'angle d'incidence apparent conduit à des accélérations infinies en pilonnement.

Influence de la flexibilité dans le sens de la corde pour un profil 2D

Une flexibilité modérée dans le sens de la corde est bénéfique pour le rendement propulsif des profils oscillants. Il a été montré expérimentalement [116] et numériquement [6], que le rendement passe par un maximum et que la poussée diminue légèrement lorsque la flexibilité augmente. Dewey et al. [39] ont également montré que les hauts rendements d'un foil souple s'étendent sur une plage de fréquence plus grande alors qu'un profil rigide présente un pic plus étroit. L'influence du déphasage entre les mouvements de déformation et de pilonnement a été étudiée par Miao and Ho [108]. Les auteurs ont conduit des simulations avec des déformations pré-postulées. Les auteurs ont

conclu sur un déphasage optimal de 90° pouvant correspondre à une déformation engendrée par le chargement hydrodynamique.

Influence de l'allongement

L'écoulement autour d'un foil d'envergure fini est différent de celui pour une géométrie 2D/pseudo-2D. Cela vient principalement des tourbillons marginaux apparaissant aux extrémités du foil et de leurs interactions avec les tourbillons lâchés (dans la direction de l'envergure). la figure 2.7 montre une représentation des résultats expérimentaux de Ellenrieder et al. [167], où le sillage forme des boucles tourbillonnaires interconnectées. Ces effets sont connus pour réduire les performances du système [172]. Triantafyllou et al. [158] argumentent toutefois que les effets 3D sont moins importants en régime instationnaire par rapport à un foil fixe.

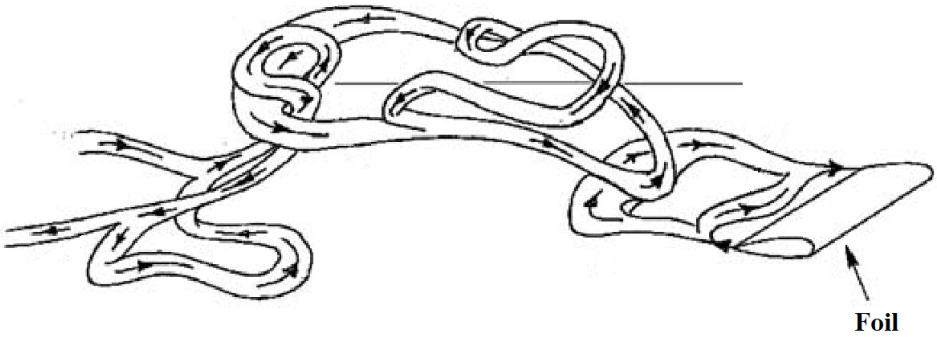


FIGURE 2.7 – Représentation de l'écoulement derrière un foil d'envergure fini (de [167]).

Gong et al. [67] ont réalisé des simulations visqueuses à bas Reynolds ($Re = 200$) sur des foils oscillants rectangulaires d'allongement allant de 1 à 7. Les résultats montrent que la poussée engendrée augmente avec l'allongement du foil jusqu'à une valeur de 3 puis diminue, indiquant l'existence d'un allongement optimal pour la poussée. Toujours pour un faible Reynolds de 200, Dong et al. [41] ont conduit le même type de simulations pour des foils de formes elliptiques et ont trouvé que les performances augmentent avec l'allongement et tendent vers les valeurs des profils 2D. L'effet de l'allongement sur le rendement est ici similaire à celui du nombre de Reynolds présenté précédemment. C'est-à-dire que le rendement augmente globalement avec l'allongement et le nombre de Strouhal optimal diminue lorsque l'allongement augmente. Ces conclusions sont également reportées avec des simulations non-visqueuses [118, 10]. Ayancik et al. [12] ont reporté, que l'allongement a une influence positive sur le rendement pour des mouvements dont le pilonnement génère la majorité de l'amplitude ($h^* > 0.5$), pour les cas où le tangage est dominant ($h^* < 0.5$) le système est plutôt insensible à l'allongement. Expérimentalement, Dewey et al. [39], et Cleaver et al. [36], reportent, également, une influence positive de l'allongement sur le rendement.

D'après l'étude de Sfakiotakis et al. [140], l'allongement de la nageoire caudale des nageurs de type thuniforme varie de 4.5 à 7.2. Fish [51], et Ayancik et al. [11], reportent des allongements de 3.3 à 5.6 pour la nageoire caudale des cétacés en particulier.

Influence de la forme du foil 3D

Liu et Bose [102], et plus récemment Ayancik et al. [11], ont comparé les performances de plusieurs nageoires caudales de cétacés (avec forme, flèche et allongement différent) avec des méthodes basées sur les écoulements potentiels. Ayancik et al. [11] conclue que les formes des nageoires caudales et les cinématiques utilisées dans la nature sont étroitement liés de sorte à maximiser les performances. La flèche de la nageoire a particulièrement été étudié mais les résultats ne font pas consensus. Certaines études rapportent une influence positive de la flèche sur le rendement et la poussée [98, 107, 177]. D'autres rapportent une influence neutre voire négative [180, 177]. Visbal et Garmann [166], ont réalisé des simulations haute-fidélité (simulations aux grandes échelles compressibles (LES), $Re = 200 \times 10^3$) sur des foils oscillants avec de la flèche. Les résultats reportent des coefficients de portance et de traînée similaires et un coefficient de moment de tangage fortement influencés par la flèche.

Influence de la flexibilité dans le sens de l'envergure du foil 3D

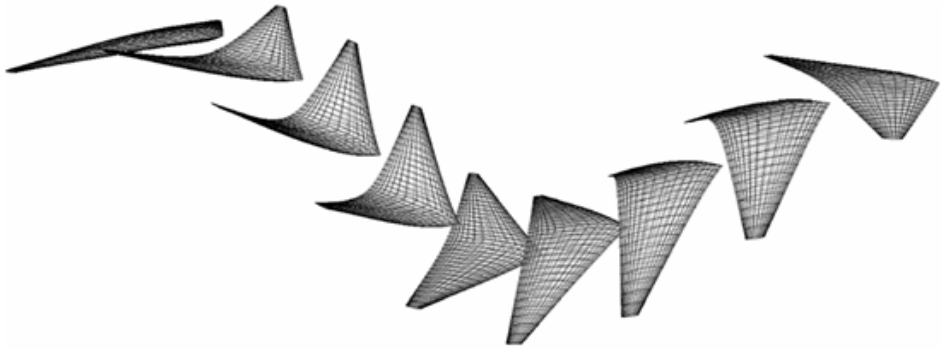


FIGURE 2.8 – Foil oscillant flexible en envergure (de [114]).

La déformation dans le sens de la corde du foil conduit à une modification de la forme des sections et engendre une modification de leurs angles d'incidence géométriques. La déformation dans le sens de l'envergure fig. 2.8, modifie quant à elle la vitesse des sections par rapport à l'écoulement amont et par conséquent affecte leurs angles d'incidence apparents [88]. Les simulations numériques conduites par Zhu [178], ont montré que les déformations dans le sens de l'envergure d'un foil oscillant dans un fluide de faible densité (air), sont dictées principalement par l'inertie du foil. Par contre, dans un fluide de forte densité (eau), les déformations sont dictées par le chargement hydrodynamique. La flexibilité conduit en général à des mouvements plus amples des sections au saumon par rapport à l'emplanture du foil. L'angle d'incidence apparent au saumon est de ce fait plus grand et peut conduire à une poussée et un rendement supérieur. Toutefois, si la flexibilité est trop grande, les mouvements de l'emplanture et du saumon tomberont en opposition de phase. Les mouvements des sections au voisinage des points équidistants de l'emplanture et des extrémités du foil seront de ce fait faibles, et conduiront à une diminution de la poussée et du rendement [68, 72]. D'ans le cas d'un foil rigide oscillant de manière déjà optimale, la conséquence de l'ajout d'une

flexibilité dans le sens de l'envergure n'est pas connue.

Les simulations non-visqueuses montrent que la flexibilité dans le sens de l'envergure du foil peut améliorer son rendement [114, 102, 87]. Ce résultat est valable lorsque la déformation est active ou passive. Une déformation active correspond à une déformation postulée à l'avance (donnée par exemple par une équation) [114, 102]. Une déformation passive correspond à une déformation causée par le chargement hydrodynamique et la rigidité du foil [87] (selon la simulation, l'inertie de la structure peut également être prise en compte [178]). La non-prise en compte des effets visqueux ne permet toutefois pas de déterminer l'amplitude de déformation optimale.

Yang et al. [174], ont réalisé des simulations visqueuses sur une nageoire caudale de thon (foil en forme de croissant). Dans ces simulations la déformation de la queue est active. Les résultats montrent que le pic de rendement en fonction de la fréquence d'oscillation de la nageoire rigide est plus élevé que celui de la nageoire souple. Par contre, le pic de rendement de la nageoire souple est moins étroit que celui de la nageoire rigide et couvre une plus grande plage de haut rendement. Par exemple, pour un coefficient de puissance fournie $C_P < 2.8$ la nageoire rigide est plus efficiente alors que dans un cas moins optimal, à une fréquence d'oscillation supérieure et un coefficient de puissance fournie $C_P > 2.8$, la nageoire flexible est plus efficiente que la nageoire rigide [174]. Bi et Cai [16], ont réalisés des expériences sur des foils flexibles animés d'un mouvement de roulis (pour modéliser une nageoire pectorale de poisson). Les résultats reportés par les auteurs montrent que pour différents nombres de Reynolds et de strouhal, la poussée et le rendement passent par un maximum lorsque la flexibilité augmente. Les flexibilités maximisant la poussé et le rendement ne sont toutefois pas les mêmes. Heatcote et al. [75], ont conduit des expériences sur des foils oscillants souples animés d'un mouvement de pilonnement pur. Les résultats obtenus montrent qu'un degré modéré de flexibilité améliore la poussée et n'a pas d'influence significative sur le rendement. Ce résultat est en accord avec les simulations numériques de Zhu [178]. Au-delà d'un certain degré de flexibilité, la poussée et le rendement chutent tous les deux. La flexibilité permettant de maximiser la force de poussée, correspond à un mouvement où l'amplitude du saumon est supérieure à 1.6 fois l'amplitude de l'emplanture [75].

À la suite de sa publication, l'expérience de Heatcote et al. [75], a été recréée numériquement par de nombreux auteurs, [7, 68, 30, 94, 7, 28]. Cette expérience est devenue un véritable benchmark pour la validation des modèles d'interaction fluide-structure. Les simulations en fluide visqueux reproduisent les résultats expérimentaux convenablement, à l'exception du foil le plus flexible, pour lequel la courbe de poussée en fonction du temps présente des oscillations de plus haute fréquence encore non-expliquées. Cho et al. [30], ont comparé des résultats de simulation en déformation passive avec d'autres résultats numériques récréant l'expérience de Heathcote. L'étude paramétrique réalisée couvre une plus grande plage de fréquence réduite (jusqu'à $k = 4.8$), et permet d'observer les pics d'amplitude des extrémités des foils en lien avec leurs fréquences propres. Lee et al. [94], ont étudié l'influence des effets de confinement sur l'expérience de Heathcote. Le confinement du foil n'est pas responsable des oscillations de plus hautes fréquences pour le foil le plus souple. Dans un domaine confiné, le système tourbillonnaire et

les caractéristiques hydro-élastiques des foils sont modifiés. Pour le foil de flexibilité intermédiaire, la poussée est 11.7% supérieur dans un domaine confiné par rapport à un domaine fluide supposé infini [94]. Les résultats expérimentaux obtenus par Heatcote et al. [75] seront également utilisés pour valider la méthode de simulation développé dans ce travail de thèse.

Najafi et Liu [114], ont réalisé des simulations non-visqueuses avec une méthode de panneaux (voir section 4.1), couplée avec un sillage instationnaire. La déformation du foil oscillant est active. Le mouvement de déformation est déphasé d'un angle ψ avec le mouvement de pilonnement. Lorsque $\psi = -90°$, les mouvements de pilonnement et de déformation sont en opposition de phase de sorte à ce que l'amplitude de la déformation soit minimale. Pour $\psi = -60°$, le mouvement du saumon est en retard de $30°$ par rapport au mouvement de l'emplanture. Les résultats indiquent qu'une déformation avec ce déphasage est bénéfique pour le rendement mais réduit la poussée. À l'inverse, pour $\psi = -120°$, le mouvement du saumon est en avance par rapport au mouvement de l'emplanture. Ce déphasage est bénéfique pour la poussée mais réduit le rendement. Lorsque $\psi = -120°$, le rendement et la poussée sont linéaires avec l'amplitude de déformation. Lorsque $\psi = -60°$, le rendement et la poussée sont quasi-linéaires avec l'amplitude de déformation, jusqu'à un déplacement relatif de 10% de l'envergure entre le saumon et l'emplanture [114].

Xia et al. [173], ont mené des simulations visqueuses sur un poisson auto-propulsé. La nageoire caudale du poisson se déforme de façon active. L'influence de la déformation est investiguée lorsque la nageoire prend une forme parabolique, hyperbolique et elliptique. Les résultats indiquent que pour un angle de déphasage donné entre le pilonnement et la déformation, la poussée et le rendement obtenus avec la déformation elliptique sont les plus élevés. La poussée et le rendement obtenus avec la déformation hyperbolique sont les plus faibles. Ces résultats sont valables quel que soit le déphasage étudié entre le pilonnement et la déformation, [173]. Najafi et Liu [114], ont étudié l'influence de la localisation de la déformation le long de l'envergure du foil. Les auteurs ont montré que pour les angles de déphasage pilonnement/déformation $\psi = 0°$ et $\psi = -60°$, la localisation de la déformation vers le saumon réduit le rendement. Pour $\psi = -120°$, la localisation de la déformation vers le saumon améliore le rendement et pour $\psi = 0°$, la localisation de la déformation réduit la force de poussée [114].

L'étude d'un foil oscillant générant une force de portance moyenne positive a été menée numériquement par Barnes et al. [14], et expérimentalement par Cleaver et al. [36]. Dans ces études, le foil flexible est soumis à un mouvement de pilonnement pur d'amplitude faible ($A^* = 0.3$). Le mouvement du foil n'est pas symétrique, l'angle d'incidence géométrique est fixe et vaut 15° (supérieur à l'angle de décrochage statique, voir section 5.1). Les résultats de Cleaver et al. [36], montrent que pour un nombre de Strouhal $St < 0.24$, Les performances hydrodynamiques du foil sont plutôt indépendantes de la flexibilité dans le sens de l'envergure. Pour un nombre de Strouhal $St < 0.24$, la flexibilité est bénéfique pour la portance moyenne et atteint des valeurs supérieures au double de la portance du foil rigide. La force de traînée moyenne est toutefois supérieure également. Barnes et al. [14] ont montré qu'il existe une flexibilité optimale pour maximiser la force de portance moyenne du foil.

Pour compléter cette synthèse bibliographique, le lecteur peut consulter les travaux de Wu et al. (2020) [172] pour une revue importante sur les foils oscillants en général (dont l'extraction d'énergie), de Smits (2019) [146] pour les aspects propulsifs avec une forte connexion avec les observations biologiques, et ceux de Gursul et Cleaver (2019) [72] pour une étude plus approfondie de la physique des écoulements en question. Ces revues d'articles récentes ont été réalisées sur le sujet des foils oscillants et traitent de manière plus exhaustive les paramètres du système.

Chapitre 3

Définition du problème

3.1 Hypothèses, problème et repères

Au regard des études bibliographiques que nous avons faites nous souhaitons étudier le rendement propulsif d'un engin équipé d'un foil oscillant souple dans le but de développer un propulseur bio-inspiré efficace. Nous commencerons donc par étudier le problème d'un engin (bateau, drone, sous-marin ...) auto-propulsé par un foil oscillant déformable dans un domaine fluide infini au repos. L'engin est supposé se déplacer en ligne droite, sa vitesse moyenne, $\mathbf{V_m}$ reste constante, au cours d'une ou de plusieurs oscillations. Les virages et les phases d'accélération ou de décélération ne sont pas considérés. L'effet de la pesanteur est négligé. Le problème est supposé périodique et possède un plan de symétrie séparant bâbord et tribord.

Le mouvement oscillant du foil engendre pour l'engin des accélérations périodiques. Sa vitesse totale au cours du temps $\mathbf{V}(t)$ peut être décomposée comme $\mathbf{V}(t) = \mathbf{V_m} + \mathbf{V_p}(t)$, où $\mathbf{V_p}(t)$ est une vitesse périodique de moyenne nulle sur une période d'oscillation. $\mathbf{V_p}(t)$ possède une composante normale à $\mathbf{V_m}$ et une composante dans la direction de $\mathbf{V_m}$, sa norme est supposée faible devant la vitesse moyenne. Il est confortable pour l'expérimentation et la simulation de faire l'approximation $\mathbf{V}(t) = \mathbf{V_m}$, en négligeant la partie périodique de la vitesse et de changer de référentiel pour ce placer dans celui de l'engin.

Le problème devient alors celui d'un écoulement de vitesse constante dans lequel se trouve un engin oscillant à vitesse d'avance nulle. Van Buren et al. [162], ont étudié analytiquement et expérimentalement l'influence de cette simplification sur les profils oscillants. Les auteurs ont conclu que les forces périodiques engendrées par $\mathbf{V_p}(t)$, n'ont pas d'influence sur les grandeurs intégrées sur un cycle d'oscillation (forces et rendement propulsif). Les performances d'un système à foil oscillant peuvent donc être étudiées avec précision en utilisant cette approximation.

Pour qu'un engin se maintienne à vitesse d'avance nulle dans un écoulement, les forces propulsives doivent contrebalancer exactement les forces de traînée. Lorsque le foil est animé d'un mouvement donné, la vitesse de l'écoulement conduisant à une vitesse d'avance nulle pour l'engin n'est pas connue à l'avance. Cette vitesse est

de plus dépendante de la cinématique du foil et influe sur les paramètres adimensionnés du système (le nombre de Strouhal, la fréquence réduite ou encore le nombre de Reynolds). Pour l'expérimentation et la simulation, il est également confortable de pouvoir imposer comme données d'entrée, la vitesse de l'écoulement et la cinématique du foil simultanément. Une seconde approximation, en ce sens, consiste à dissocier la source de traînée et la source de poussée de l'engin, [58], fig. 3.1. Le foil peut être identifié comme la source de poussée et le corps de l'engin, contenant la motorisation par exemple, peut être considéré comme la source de traînée principale. La modification de l'écoulement engendrée par une des parties est supposée ne plus avoir d'influence sur l'autre. Le foil peut alors être isolé. De ce fait, la poussée générée par le foil seul, maintenue à vitesse d'avance nulle dans l'écoulement, représente l'opposé de la traînée de l'hypothétique corps de l'engin se déplaçant à vitesse constante. La partie traînante de l'engin n'est toutefois plus un paramètre du système mais une entité conditionnée par la valeur de la poussée obtenue. Selon la vitesse de l'écoulement et la cinématique du foil imposée, le corps traînant de l'engin modélisé n'est pas le même. Dans la mesure où uniquement l'hydrodynamique du propulseur nous intéresse dans ce travail, l'approximation consistant à dissocier la partie traînante de l'engin de la partie propulsive apparaît pertinente.

Ces approximations sont souvent utilisées pour les modèles de propulsion des nageurs oscillants comme les thons et les dauphins [146] (revue).

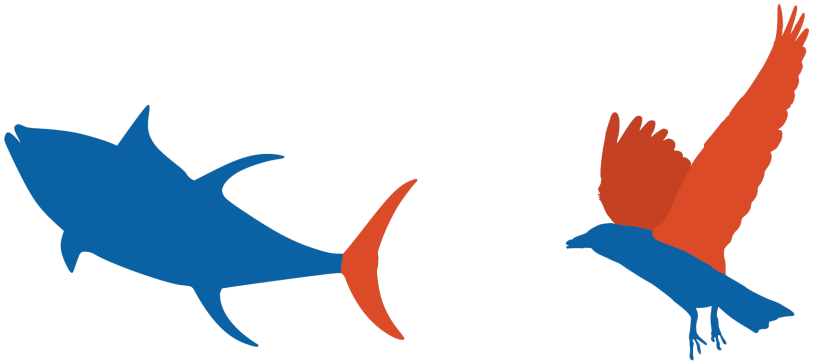


FIGURE 3.1 – Décomposition en une partie traînante (bleu) et une partie propulsive (orange) pour deux animaux (adapté de [58]).

Sous ces hypothèses, le problème étudié est modélisé par un foil, oscillant dans un domaine fluide infini dont la vitesse en amont est constante et uniforme. Le problème est supposé périodique et possède un plan de symétrie séparant bâbord et tribord, fig. 3.2a.

Pour l'étude du problème, trois repères sont utilisés, fig. 3.2.

— $(\mathscr{R}_g)$: Le repère $(\mathscr{R}_g)$ est le repère orthonormé direct de référence, il est supposé galiléen. L'écoulement à l'infini en amont y est considéré dans la direction des x positifs. L'axe z_g définit la verticale. La portance et la traînée du foil sont naturellement définit dans ce repère.

— $(\mathscr{R}_s)$: Le repère section $(\mathscr{R}_s)$ est un repère orthonormé défini pour chaque section le long de l'envergure du

foil. Son origine O_s se trouve au quart de corde de la section considérée. $\mathbf{x_s}$ est dans la direction de la ligne de corde et pointe vers le bord de fuite. $\mathbf{z_s}$ est dans le plan de la section, est orthogonal à $\mathbf{x_s}$ et pointe vers l'extrados. $\mathbf{y_s}$ viens compléter le trièdre direct dans la direction de l'envergure.

— $(\mathscr{R}_b)$: Le repère body $(\mathscr{R}_b)$ est le repère orthonormé lié au foil. Il s'agit du repère de la section à l'emplanture du foil pivoté d'un angle $-\pi$ par rapport à l'axe y_s. $\mathbf{x_b}$ pointe vers le bord d'attaque et $\mathbf{z_b}$ pointe vers l'intrados. La déformation du foil est décrite dans ce repère, (voir chapitre 8). Son origine O_b se situe au quart de corde avant de la section à l'emplanture du foil. Le mouvement de pilonnement $h(t)$ désigne la cote de l'origine O_b dans le repère $(\mathscr{R}_g)$. Le mouvement de tangage $\theta(t)$ désigne la rotation du repère body dans le repère $(\mathscr{R}_g)$ autour de l'axe y_g, dans le sens direct. L'angle de tangage nul correspond à un angle π entre $\mathbf{x_b}$ et $\mathbf{x_g}$.

3.2 Analyse dimensionnelle du problème

L'objectif de cette section est de définir un jeu de paramètres minimaliste permettant de décrire le système et guider les études paramétriques des chapitres 7 et 8.

Le problème 2D d'un écoulement constant en amont, incompressible et newtonien autour d'un profil oscillant en pilonnement et tangage harmonique fig. 2.2, est décrit par 11 paramètres :

3 **Paramètres d'environnement :**

— V_∞, vitesse de l'écoulement en amont $[\mathrm{m/s}]$

— μ, viscosité dynamique du fluide $[\mathrm{kg/m/s}]$

— ρ, masse volumique du fluide $[\mathrm{kg/m^3}]$

2 **Paramètres géométriques :**

— c_r, longueur de corde du profil $[\mathrm{m}]$

— $profil$, forme du profil (série NACA, série S de NREL ...) $[-]$

6 **Paramètres cinématiques :**

— f, fréquence d'oscillation $[\mathrm{s^{-1}}]$

— h_0, amplitude du pilonnement $[\mathrm{m}]$

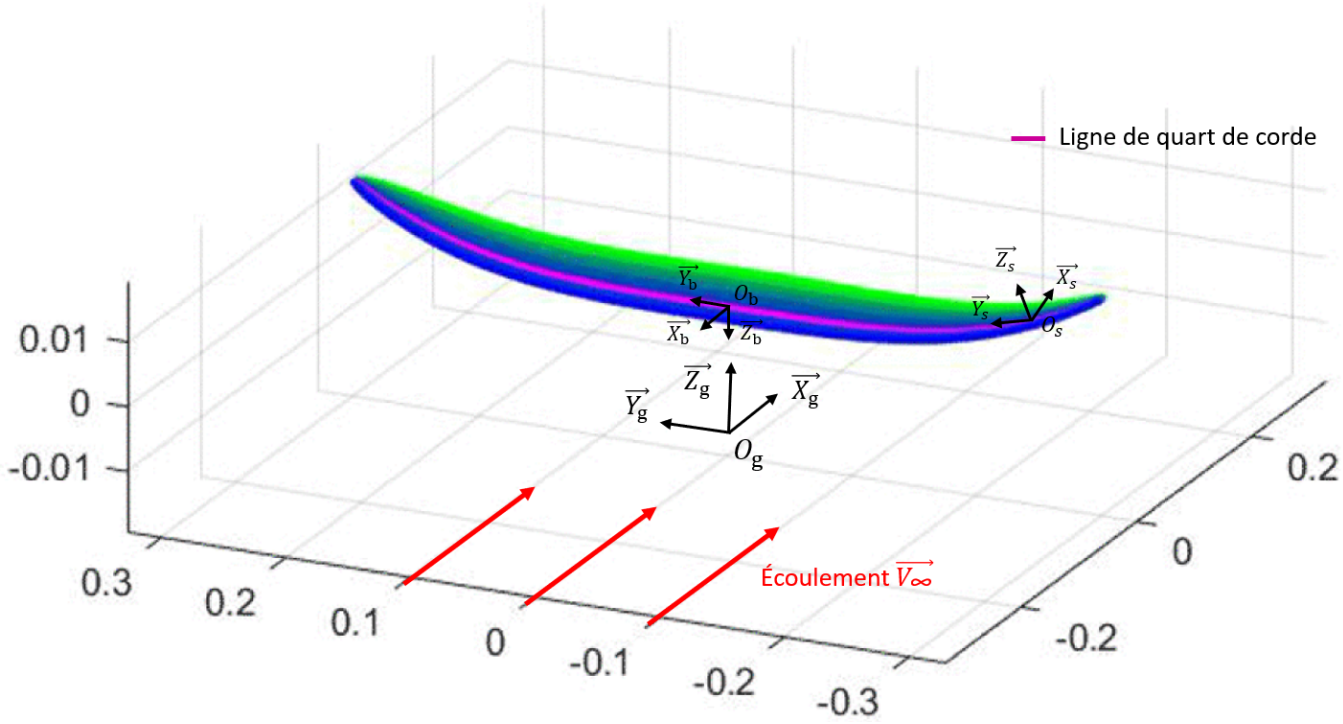
— θ_0, amplitude du tangage $[\mathrm{rad}]$

— θ_m, angle d'incidence géométrique moyen $[\mathrm{rad}]$

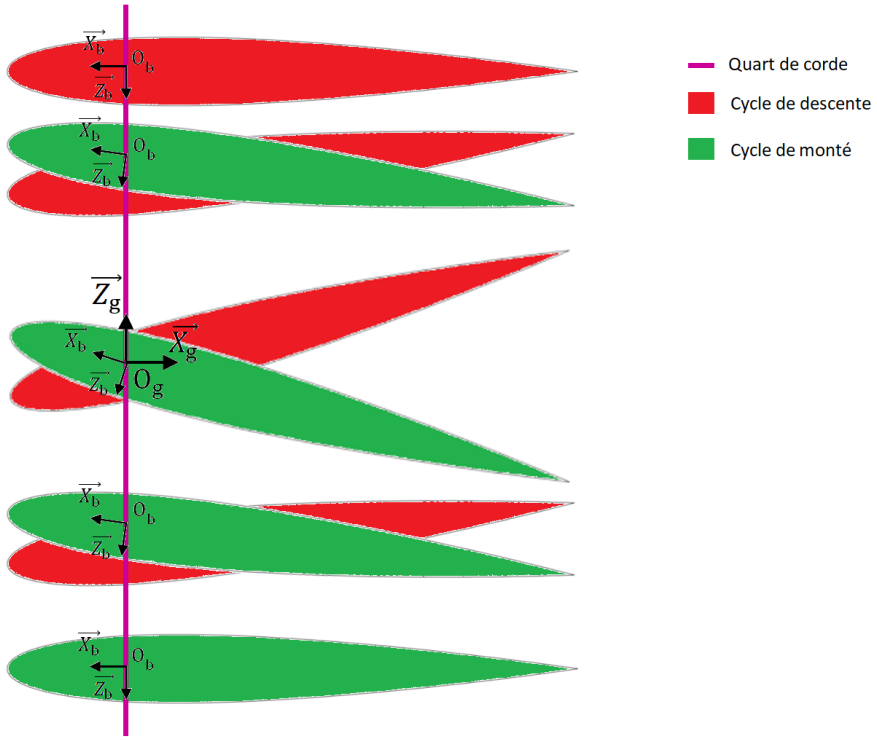
— ϕ, déphasage pilonnement/tangage $[\mathrm{rad}]$

— CIR, centre instantané de rotation $[\mathrm{m}]$

Pour simplifier le problème, le profil est supposé osciller de façon symétrique autour de son quart de corde avant. Le paramètre CIR est donc fixé au quart de corde du profil et $\theta_m = 0$. De plus, le déphasage entre le pilonnement et le tangage est fixé à $\phi = 90°$, ce qui permet d'atteindre les hauts rendements propulsifs [3, 124, 137, 164].



(a) Foil souple au cours d'un mouvement de pilonnement pur.



(b) Section à l'emplanture du foil au cours d'un mouvement oscillant.

FIGURE 3.2 – Représentation des différents repères du problème.

Les 8 paramètres restants dépendent de 3 unités fondamentales, la masse, le temps et la longueur. D'après le théorème de Vaschy-Buckingham [109], le problème peut être décrit exactement par un jeu de $8-3=5$ grandeurs adimensionnelles.

Les grandeurs choisies sont :

— $Re = \frac{\rho V_\infty c_r}{\mu}$ le nombre de Reynolds

— $S_t = \frac{fA}{V_\infty}$ le nombre de Strouhal

— $A^* = \frac{A}{c_r}$ l'amplitude adimensionnée du mouvement

— $\theta^* = 1 - \frac{2h_0}{A}$ la part du tangage dans l'amplitude du mouvement

— $profil$ la forme du profil

L'amplitude de tangage θ_0 n'apparaît pas ici mais peut être déterminée à partir de l'amplitude du mouvement et sa part de tangage.

Pour l'étude d'un foil 3D droit, c'est à dire sans flèche ni dièdre, deux paramètres s'ajoutent à l'analyse. Le premier est l'envergure du foil b, qui est exprimé sous la forme de l'allongement $\lambda = \frac{b^2}{S}$, où S est la surface alaire du foil. Le second paramètre est la loi de corde, décrivant l'évolution de la longueur de corde des sections le long de l'envergure. Ces paramètres sont sans dimension. Les paramètres décrivant la flexibilité du foil seront introduits au chapitre 8.

Les paramètres de performances, étant des paramètres de sortie du problème, n'ont pas été considérés dans l'analyse dimensionnelle. Seules les données d'entrées y ont été considérées. Les paramètres de sortie du problème qui seront étudiés, sont le coefficient de poussée C_T et le rendement du foil η. Ces paramètres sont sans dimensions.

Dans ce travail, les nombres de Reynolds considérés sont grands ($Re > 10^4$), de sorte à correspondre au régime de nage des cétacés. Ce régime conduit à un écoulement entièrement turbulent autour du profil et à un chargement hydrodynamique faiblement dépendant du nombre de Reynolds. Les nombres de Strouhal étudiés sont de l'ordre de $St = 0.3$, correspondant aux oscillations propulsives à haut rendement. L'amplitude du mouvement est de l'ordre de la longueur de corde ou supérieur, $A^* \geq 1$, pour atteindre des forces de propulsion et des rendements convenables. L'allongement des foils considérés est grand, $\lambda > 3$, pour être représentatif des nageoires caudales de cétacés.

Dans le cadre du problème posé ci-dessus, les questions suivantes surviennent naturellement. Comment se comportent la force propulsive et le rendement en fonction des paramètres choisis ? Quelle configuration optimale permettrait de maximiser le rendement tout en gardant une poussée convenable ? Quelle est l'influence de la flexibilité du foil dans le sens de son envergure ? La flexibilité est-elle bénéfique pour une solution rigide optimale ?

Ce travail de thèse vise à apporter des éléments de réponse à ces questions tout en explorant le potentiel d'une méthode de calcul numérique rapide. La méthode utilisée se fonde sur un couplage fort entre une méthode de ligne portante 3D non-linéaire et un modèle de décrochage dynamique, agrémenté d'un sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire.

Plan du manuscrit

À la suite de cette partie introductive, le manuscrit s'articulera autour de trois parties. Les chapitres 4, 5 et 6 formeront la partie *Méthodes*, où la méthode de simulation rapide développée et utilisée dans ce travail sera présentée. Plus précisément, les chapitre 4 et 5 présenteront respectivement la méthode de ligne portante 3D non-linéaire et le modèle de décrochage dynamique utilisé. Le chapitre 6 exposera ensuite le couplage réalisé entre ces deux modèles. La partie *Résultats* suivante, sera composée de deux chapitres traitant des résultats de la méthode mise en œuvre sur un foil oscillant représentatif de la nageoire caudale des cétacés. Le chapitre 7 portera sur l'influence de certains paramètres cinématiques et géométriques sur les performances hydrodynamiques des foils oscillants rigides. Le chapitre 8 se consacrera à l'influence de la flexibilité dans le sens de l'envergure du foil sur les performances. Finalement, une partie *Conclusion* viendra discuter l'ensemble du travail réalisé ainsi que les principaux résultats et exposera les différents axes d'amélioration pour un futur travail.

Deuxième partie

Méthodes

Chapitre 4

Ligne portante

Résumé du chapitre

Ce chapitre a pour vocation de présenter la méthode de ligne portante en régime stationnaire qui a été développée et utilisée dans ce travail. Pour ce faire, le contexte des écoulements potentiels est discuté pour introduire les différents théorèmes et les objets utiles aux modèles de ligne portante (théorème de Kutta-Joukowski, filaments et nappes tourbillonnaires...). Le modèle historique de Prandtl et le modèle de ligne portante 3D non-linéaire (LP3DNL) développé dans le cadre de ce travail sont ensuite présentés. Une validation du modèle est faite en confrontant les résultats obtenus aux résultats analytiques existants et à des résultats expérimentaux de la littérature. Finalement, une viscosité artificielle est introduite dans les équations décrivant la théorie de la ligne portante afin de permettre la prise en compte de polaires de portance fortement non-linéaires présentant un caractère non-bijectif et ainsi pouvoir représenter le phénomène de décrochage statique.

4.1 Contexte des écoulements potentiels

La première section de ce chapitre a pour but d'introduire les différents théorèmes et les objets utiles à la méthode de ligne portante. L'analyse part du cas général des équations de Navier-Stokes incompressibles et introduit progressivement les hypothèses conduisant au contexte des écoulements potentiels instationnaires. Les résultats utilisés portants sur les écoulements 2D puis 3D sont ensuite présentés. La méthode de ligne portante sera introduite à la section 4.2.

Dans le contexte de la mécanique Newtonienne, le comportement des fluides incompressibles est dicté par le principe fondamental de la dynamique et le principe de conservation de la masse. Le bilan d'énergie n'est pas pris en compte. Ces principes sont souvent exprimés sous la forme des équations de Navier-Stokes i.e. l'équation de continuité eq. (4.1) et l'équation de la quantité de mouvement eq. (4.2) respectivement, il est supposé ici que les forces de volumes sont négligeables :

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0 \tag{4.1}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\,\mathbf{grad}\, p + \mathbf{div}\, \underline{\underline{\tau}} \tag{4.2}$$

Où $\mathbf{V}$ est le champ de vitesse de l'écoulement, ρ et p sont respectivement la masse volumique et la pression dans le fluide. $\mathbf{grad}$ et $\mathbf{div}$ sont les opérateurs gradient et divergence respectivement et $\frac{D}{Dt}$ représente la dérivée particulaire. $\underline{\underline{\tau}}$ désigne la partie correspondant aux tensions visqueuses du tenseur des contraintes de Cauchy. Pour un fluide incompressible newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses est donné par $\underline{\underline{\tau}} = 2\mu\underline{\underline{S}}$ avec μ la viscosité dynamique du fluide et $\underline{\underline{S}}$ le tenseur des vitesses de déformation. Dans le cadre du problème posé à la section 3.1, les champs de vitesse et de pression en tout point du domaine fluide englobant le foil sont supposés satisfaire les équations de Navier-Stokes et tendre vers des quantités constantes et uniformes à l'infini amont. La vitesse du fluide est également supposée égale à la vitesse locale du foil sur sa surface (condition de non-glissement, où d'adhérence).

La solution analytique des équations de Navier-Stokes pour le problème de foil oscillant reste aujourd'hui inconnue. Une approche numérique est possible mais est trop coûteuse en temps et en ressource informatique pour pouvoir explorer l'influence de nombreux paramètres. Des modèles simplifiés sont alors nécessaires. Pour ce faire, une approche possible et couramment utilisée en aéronautique est de négliger la viscosité du fluide. Cette approximation est légitime dans le cas présent d'un écoulement à haut nombre de Reynolds. L'hypothèse de stationnarité de l'écoulement est de plus appliquée. Les équations de Navier-Stokes incompressibles eq. (4.1) et eq. (4.2) se

réduisent alors aux équations d'Euler :

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0 \tag{4.3}$$

$$\rho \, \underline{\underline{\operatorname{grad}}} \, \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} = - \, \mathbf{grad} \, p \tag{4.4}$$

Sous ces conditions, la couche limite du fluide sur le foil est considérée infiniment fine, l'écoulement est cherché en imposant qu'uniquement la composante de la vitesse normale à la paroi soit nulle. Cette condition aux limites est appelée *condition de non-pénétration aux parois* ou condition de glissement.

Bien que plus simple que les équations de Navier-Stokes incompressible, les équations d'Euler restent non-linéaires et contraignent à une discrétisation de l'ensemble du domaine fluide pour une résolution numérique. Une approximation supplémentaire consiste à considérer l'écoulement irrotationnel. Cela se traduit par le fait qu'une particule fluide n'est pas soumise à des rotations sur elle-même au cours de son mouvement. Autrement dit, le tenseur gradient de vitesse $\underline{\underline{\operatorname{grad}}} \, \mathbf{V}$ est symétrique, ou encore, le rotationnel de la vitesse est nul partout dans l'écoulement, eq. (4.5). Cette dernière affirmation est équivalente à dire que la vitesse dérive d'un potentiel, fig. 4.6, [8] :

$$\mathbf{rot} \mathbf{V} = \mathbf{0} \tag{4.5}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{grad} \, \phi \tag{4.6}$$

Où $\phi(\mathbf{X})$ est le potentiel de vitesse défini à une constante additive près et $\mathbf{X}$ est la position considérée dans le domaine fluide. Sous ces hypothèses, l'écoulement est appelé un *écoulement potentiel*. Le rapprochement des équations (4.3) et (4.6) conduit à ϕ solution de l'équation de Laplace :

$$\Delta \, \phi(\mathbf{X}) = 0 \tag{4.7}$$

La résolution analytique de l'équation (4.7) est largement documentée dans la littérature [148, 130, 179]. Le potentiel de vitesse ϕ, permettant de calculer le champ de vitesse, prend la forme d'une fonction harmonique. Il est important de noter que l'équation de Laplace, eq. (4.7), est une équation aux dérivées partielles linéaires du second ordre. La linéarité de l'équation joue un point clé ici en permettant l'utilisation du principe de superposition. Ce principe affirme que la somme de plusieurs potentiels de vitesse satisfaisants l'équation de Laplace sera aussi solution de l'équation de Laplace. À partir de là, il est possible de représenter un écoulement potentiel complexe par l'addition d'écoulements potentiels élémentaires. Parmi ces écoulements élémentaires se trouvent, l'écoulement uniforme, ainsi que des écoulements autour de points particuliers nommés singularités, comme la source, le puits, le tourbillon ou encore le doublet. Sur ces points, l'écoulement n'est plus irrotationnel. L'écoulement reste toutefois

irrotationnel en tout autre point du domaine fluide et présente des caractéristiques intéressantes. Par exemple, l'écoulement portant autour d'un disque solide peut être obtenu par combinaison d'un écoulement uniforme, d'un doublet et d'un tourbillon, comme décrit ci-après.

Écoulements en deux dimensions

En deux dimensions, un écoulement uniforme de vitesse V_∞ dans la direction x, fig. 4.1 est représenté par le potentiel $\phi_1 = xV_\infty$. Le champ de vitesse peut être déterminé à partir de l'eq. (4.6) et donne $V_x = V_\infty$ et $V_y = 0$. Le potentiel de vitesse $\phi_2 = \frac{k}{2\pi}\frac{\cos(\theta)}{r}$ décrit un écoulement autour de la singularité nommée doublet, fig. 4.2, où k est l'intensité du doublet et r et θ sont les coordonnées polaires du plan. Cet écoulement est formé de deux lobes de lignes de courant circulaires de part et d'autre de l'axe des x. La superposition de l'écoulement uniforme et de l'écoulement autour du doublet est décrite par la somme de leurs potentiels de vitesse : $\phi_3 = \phi_1 + \phi_2 = V_\infty x + \frac{k}{2\pi}\frac{\cos(\theta)}{r}$. Pour cet écoulement, fig. 4.3, la ligne de courant provenant de l'ordonnée $y = 0$ en amont se scinde en deux pour former les parties supérieures et inférieures d'un cercle centré en l'origine et de rayon $R = \sqrt{\frac{k}{2\pi V_\infty}}$. Ce potentiel de vitesse représente donc un écoulement autour d'un disque solide de rayon R dont la vitesse loin en amont vaut V_∞ dans la direction x, fig. 4.3.

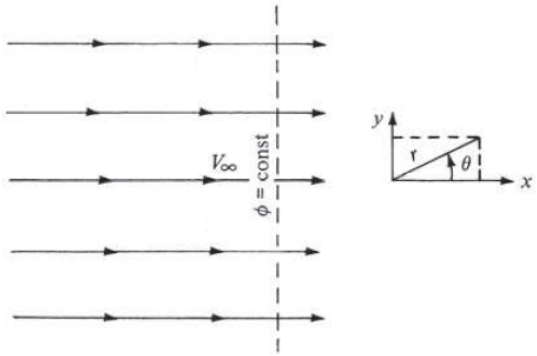


FIGURE 4.1 – Écoulement uniforme (adapté de [2]).

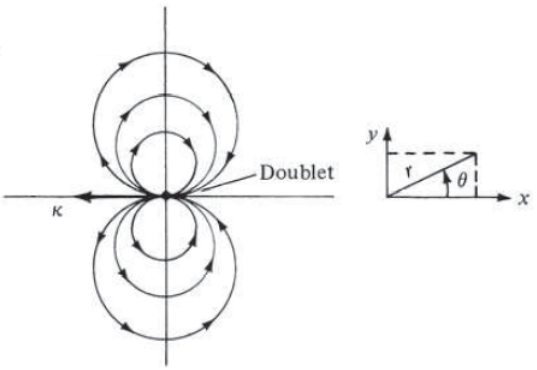


FIGURE 4.2 – Écoulement autour d'un doublet (adapté de [2]).

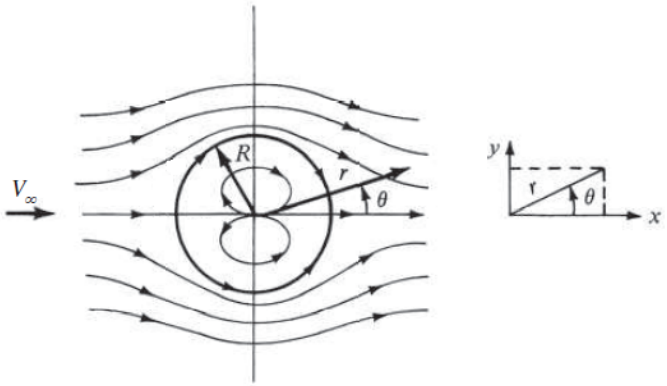


FIGURE 4.3 – Écoulement autour d'un disque solide (adapté de [2]).

L'écoulement autour d'un disque de la figure 4.3 est symétrique. Superposer à cet écoulement un autre écoulement où se trouve la singularité nommée tourbillon, fig. 4.4, permet de rompre cette symétrie et ainsi faire apparaître une force portante sur le disque. Le potentiel de vitesse d'un écoulement 2D dans lequel se trouve un tourbillon d'intensité Γ en son origine est $\phi_4 = -\dfrac{\Gamma}{2\pi}\theta$. Le champ de vitesse correspondant s'écrit dans la base polaire : $\left(V_r = 0,\ V_\theta = -\frac{\Gamma}{2\pi r}\right)$. Il s'agit ici d'un tourbillon irrotationnel dans lequel les particules fluides sont soumises à un mouvement de translation pur et dont la vitesse est inversement proportionnelle à la distance avec l'origine.

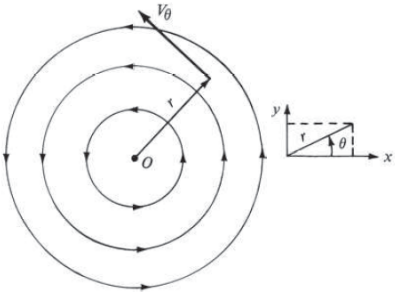


FIGURE 4.4 – Écoulement autour d'un tourbillon (adapté de [2]).

La circulation $\mathscr{C}$ de la vitesse le long d'un contour c quelconque s'exprime comme suit :

$$\mathscr{C} = \oint_c \mathbf{V} \cdot \mathbf{dl} \tag{4.8}$$

Où $\mathbf{dl}$ est l'élément infinitésimal de longueur le long du contour c. Pour un contour n'entourant pas l'origine, la circulation est toujours nulle, par contre, pour un contour entourant l'origine, la circulation vaut Γ quelle que soit sa forme [37]. Il est de ce fait courant de parler de Γ comme de la circulation du tourbillon pour en désigner son intensité. Il est à noter que par convention, un tourbillon de circulation positive tourne dans le sens horaire.

En superposant un tourbillon à l'écoulement symétrique de la figure 4.3, la symétrie disparaît et un ou deux points d'arrêt peuvent apparaître selon la valeur de la circulation du tourbillon, fig. 4.5, [37]. Une telle configuration peut être obtenue en pratique en faisant par exemple tourner le disque sur lui-même entraînant ainsi le fluide.

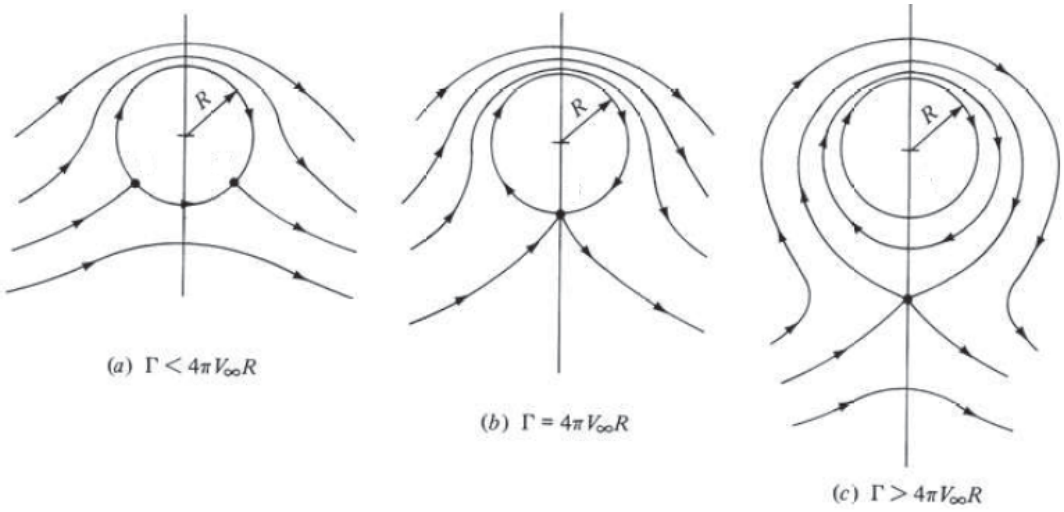


FIGURE 4.5 – Écoulement portant autour d'un disque (adapté de [2]).

Le champ de vitesse non-symétrique peut être obtenu à partir de son potentiel de vitesse avec l'eq. (4.6). Le champ de pression peut être calculé avec l'équation de la quantité de mouvement sous la forme du théorème de Bernoulli :

$$p + \frac{1}{2}\rho\|\mathbf{V}\|^2 = \mathscr{H} \tag{4.9}$$

Où $\mathscr{H}$ est une constante propre à chaque ligne de courant. Il est à noter que la forme ainsi énoncée du théorème de Bernoulli est valable pour les écoulements incompressibles, non-visqueux et stationnaires. Dans le cas présent d'un écoulement également irrotationnel, la constante $\mathscr{H}$ est commune à toutes les lignes de courant. Une fois le champ de vitesse déterminé, le champ de pression peut être entièrement déterminé avec l'eq. (4.9) à partir des conditions de vitesse et de pression imposées en amont. La viscosité du fluide étant négligée, seule les forces de pression sont appliquées sur le disque. La résultante de ces forces se calcule en intégrant les forces de pression sur le contour de la géométrie [37]. Le résultat est connu sous le nom de *théorème de Kutta-Joukowski* :

$$\boxed{L = \rho\, V_\infty\, \Gamma} \tag{4.10a}$$

$$\boxed{D = 0} \tag{4.10b}$$

Où L et D sont respectivement la portance et la traînée 2D appliquées sur le disque. Le théorème de Kutta-Joukowski met en évidence ici le *paradoxe de D'Alembert* qui indique qu'un objet quelconque plongé dans un écoulement non-visqueux et irrotationnel ne subira jamais de force de traînée, celle-ci étant due aux effets visqueux. Il est à noter que le théorème de Kutta-Joukowski ainsi formulé reste valable quelle que soit la forme de l'objet. Toutefois, l'équation de Laplace, eq. (4.7) sera satisfaite pour toute valeur de la circulation choisie. Une condition supplémentaire doit être formulée pour identifier la circulation correspondant à un écoulement réel. Pour les profils, la circulation est généralement choisie de sorte à ce que l'écoulement quitte de manière "douce" le bord de fuite

du profil. Il s'agit de la condition de Kutta [37]. C'est-à-dire que lorsque le bord de fuite forme un angle fini, fig. 4.6, celui-ci doit être un point d'arrêt de l'écoulement. Lorsque le bord de fuite est cornu, les vitesses le quittant par l'intrados et l'extrados doivent être finies et égales en direction et en intensité, fig. 4.6. Des conditions différentes peuvent survenir en pratique mais ne sont pas stables dans le temps [2].

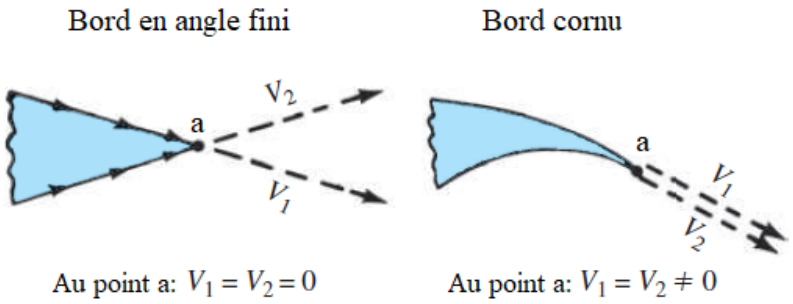


FIGURE 4.6 – Condition de Kutta pour le bord de fuite de profils de foils (adapté de [2]).

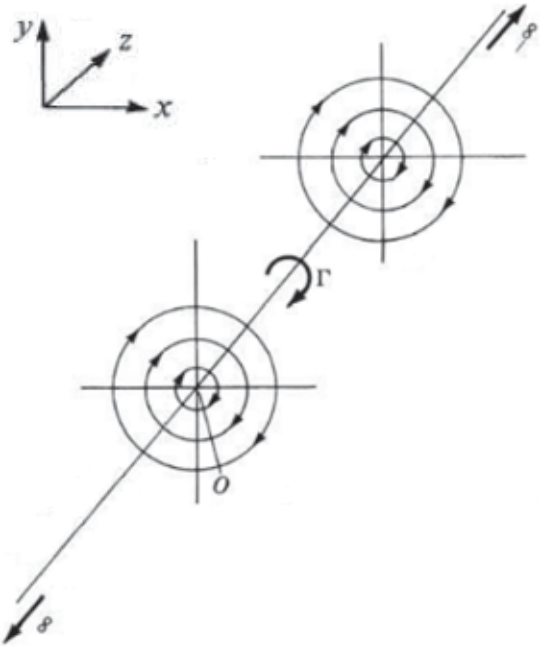
Écoulements en trois dimensions

L'écoulement tourbillonnaire bidimensionnel de la figure 4.4, représente en trois dimensions un écoulement infini et invariable dans la direction $\mathbf{z}$, fig. 4.7a. La singularité tourbillonnaire sur l'origine du repère devient en 3D un filament tourbillonnaire droit de circulation constante Γ, situé sur l'axe $\mathbf{z}$ du repère. Dans le cas général, un filament tourbillonnaire peut être courbe, fig. 4.7b. Il ne peut toutefois pas se terminer dans le fluide. Le filament doit se terminer sur une surface solide ou s'étendre jusqu'à l'infini ou alors former une boucle fermée. Son intensité doit également être constante sur toute sa longueur. Ces deux conditions sont connues sous le nom de *théorème de Helmholtz* [37]. En un point quelconque P du domaine fluide, la vitesse de l'écoulement en ce point, est dépendante de l'ensemble du ou des filaments tourbillonnaires. La part de la vitesse induite par un élément infinitésimal $\mathbf{dl}$ d'un filament est donnée par la loi de Biot-Savart :

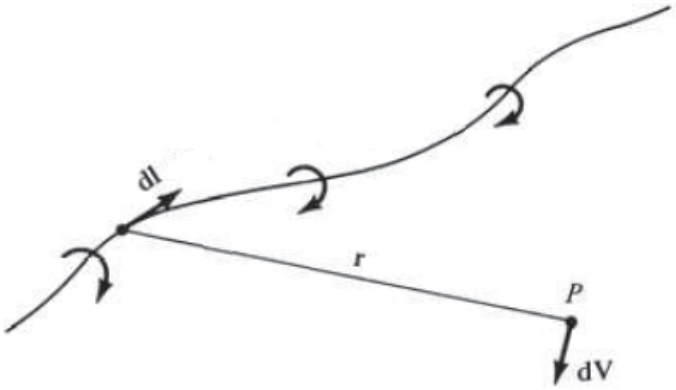
$$\mathbf{dV} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\mathbf{dl} \times \mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} \tag{4.11}$$

Où $\mathbf{r}$ est le vecteur allant de l'élément considéré du filament au point P, fig. 4.7b. L'équation (4.11) doit être intégrée sur l'ensemble du filament tourbillonnaire pour déterminer la vitesse de l'écoulement en un point P du domaine.

Une surface tourbillonnaire peut être obtenue par juxtaposition d'une infinité de filaments tourbillonnaires similaires dont l'intensité est infiniment faible. Ces filaments côte à côte forment une nappe tourbillonnaire continue, fig. 4.8, permettant par exemple de mettre en œuvre la méthode des panneaux présentée brièvement ci-après.



(a) Filament tourbillonnaire droit (adapté de [2]).



(b) Filament tourbillonnaire quelconque (adapté de [2]).

FIGURE 4.7 – Filaments tourbillonnaires

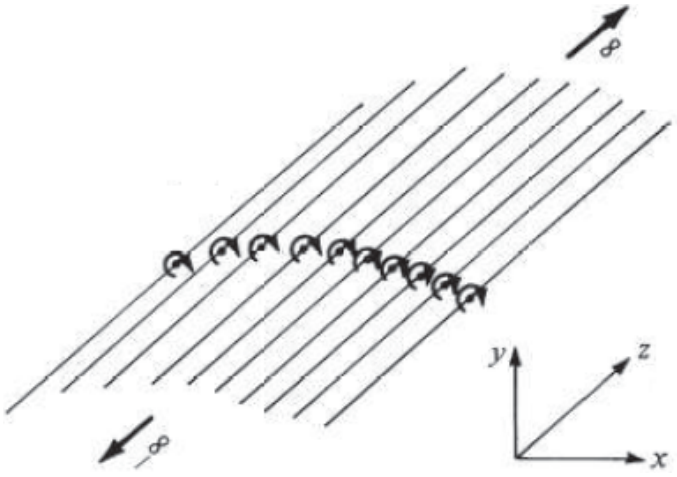


FIGURE 4.8 – Nappe tourbillonnaire (adapté de [2]).

La méthode des panneaux est une méthode de simulation fluide peu coûteuse en ressources informatiques. Elle permet de simuler l'écoulement potentiel autour d'un corps quelconque pouvant générer de la portance. Pour une portion d'aile d'avion par exemple, la surface de la géométrie est remplacée par une nappe tourbillonnaire d'intensité variable. L'idée principale de la méthode est de déterminer la répartition de l'intensité tourbillonnaire de sorte à ce qu'un équivalent 3D de la condition de Kutta (fig. 4.6) soit respecté et que la surface de la géométrie soit une ligne de courant. C'est-à-dire que l'écoulement respecte la condition de non-pénétration aux parois. La nappe tourbillonnaire est ensuite approximée par une collection de panneaux droits, fig. 4.9. L'intensité de la circulation sur les panneaux est considérée constante mais peut varier d'un panneau à l'autre. L'intensité de la circulation sur

chaque panneau forme un jeu d'inconnues déterminées au travers d'un système d'équations linéaires. Celui-ci est généré par l'application de la condition de non-pénétration en un point de contrôle situé sur chaque panneau.

Des méthodes de panneaux d'ordres plus élevés existent également, avec par exemple la prise en compte d'une intensité de singularité variable sur chaque panneau [84]. Les singularités utilisées peuvent être des combinaisons de sources et de tourbillons ou des combinaisons de sources et de doublets. Une nappe tourbillonnaire peut également être utilisée pour modéliser un sillage en aval d'une géométrie profilée, fig. 4.9. Quel que soit le type de la méthode de panneaux, la résolution revient à déterminer la répartition de l'intensité des singularités sur la surface de la géométrie et éventuellement dans le sillage. De fait, l'ensemble du domaine fluide n'a pas besoin d'être discrétisé et permet ainsi un coût en ressource informatique significativement plus faible que les simulations de fluides visqueux classiques (simulation aux grandes échelles (LES), simulation en moyenne de Reynolds (RANS)...).

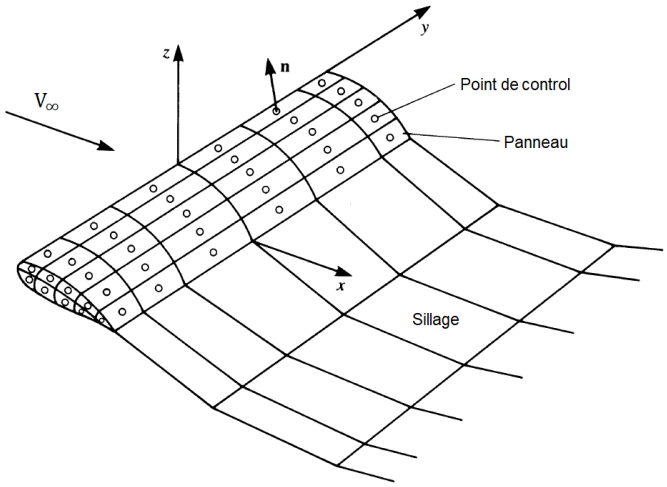


FIGURE 4.9 – Méthode des panneaux appliquée sur une portion d'aile d'avion (adapté de [84]).

4.2 Ligne portante de Prandtl

De la même façon que la méthode des panneaux, la méthode de la ligne portante de Prandlt (1918) [119] exploite uniquement la vitesse de l'écoulement sur la surface de la géométrie considérée. De ce fait, la résolution numérique ne nécessite pas la discrétisation de l'ensemble du domaine fluide. La ligne portante de Prandtl a été la première méthode analytique à prédire correctement les performances d'un foil d'envergure finie. Il s'agit d'une méthode permettant d'obtenir une estimation rapide de la portance 3D d'un foil dans un écoulement stationnaire, incompressible, non-visqueux et irrotationnel à partir d'une polaire 2D des profils des sections. Les effets 3D liés aux extrémités du foil, fig. 4.10, sont modélisés par une nappe tourbillonnaire partant du bord de fuite et s'étendant jusqu'à l'infini en aval de l'écoulement, fig. 4.12. Le cadre initial des travaux de Prandlt est limité aux foils droits avec une loie de corde variable. La simplicité de la méthode de la ligne portante rend confortable les développements

comme la prise en compte du dièdre et de la flèche [117] ou comme dans le travail réalisé dans cette thèse, l'ajout de corrections visqueuses (sections 4.3.2 et 4.5), et la prise en compte de la flexibilité de la structure dans le cadre étendu du régime instationnaire (voir chapitres 6 et 8).



FIGURE 4.10 – Écoulement en aval d'une aile d'avion, NASA Langley Research Center.

La théorie de la ligne portante formulée par Prandtl en 1918 se base sur une collection de filaments tourbillonnaires en fer à cheval, chacun composé de trois segments tourbillonnaires, fig. 4.11. Les filaments sont disposés les uns sur les autres pour modéliser un foil droit d'envergure b et son sillage dans un écoulement V_∞ uniforme en amont, fig. 4.12a. Le segment du filament tourbillonnaire se trouvant dans la direction de l'envergure est nommé *segment lié*, fig. 4.11, il est situé sur la ligne de quart de corde du foil modélisé. Les deux autres segments dit *segments libres* s'étendent jusqu'à l'infini en aval pour satisfaire le théorème de Helmholtz. Dans la limite d'un nombre infini de filaments, le système devient composé d'un segment tourbillonnaire lié de circulation variable, appelé *ligne portante*, à partir duquel une nappe tourbillonnaire s'étend jusqu'à l'infini, fig. 4.12b. Par construction, la circulation sur la nappe tourbillonnaire est donnée par l'évolution de la circulation le long de la ligne portante. La nappe tourbillonnaire induit dans l'écoulement amont une vitesse qui s'ajoute à l'écoulement uniforme et rend comptes des effets 3D. L'angle d'incidence local le long de l'envergure se retrouve alors modifié. L'angle d'incidence de la section d'ordonnée y_0 prenant en compte la vitesse induite par la nappe tourbillonnaire est désigné par l'*angle d'incidence effectif*, $\alpha_{eff}(y_0)$. En se plaçant dans l'approximation des petits angles, $\alpha_{eff}(y_0)$, s'obtient en intégrant la loi de Biot-Savart, eq. (4.11) sur l'ensemble de la nappe tourbillonnaire :

$$\alpha_{eff}(y_0) = \alpha(y_0) - \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma/dy}{y_0 - y} dy \tag{4.12}$$

Où $\alpha(y_0)$ est l'angle d'incidence géométrique.

La circulation le long de la ligne portante est déterminée de sorte à satisfaire l'*hypothèse de Prandtl*. Celle-ci suppose que chaque section du foil d'envergure finie génère une portance équivalente à une section similaire d'un foil d'envergure infinie ayant la même circulation [117]. D'un côté, la portance de la section du foil d'envergure

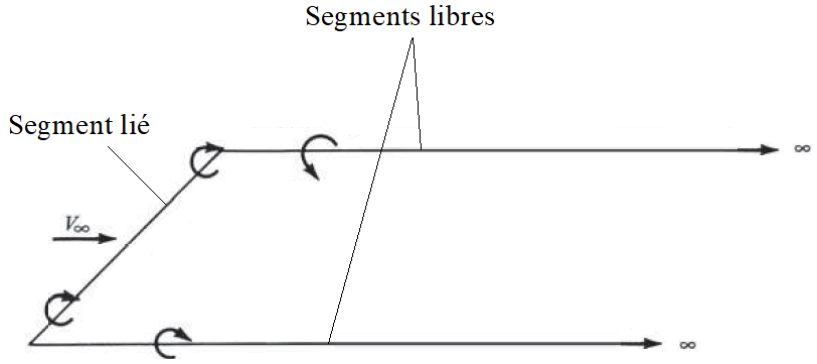
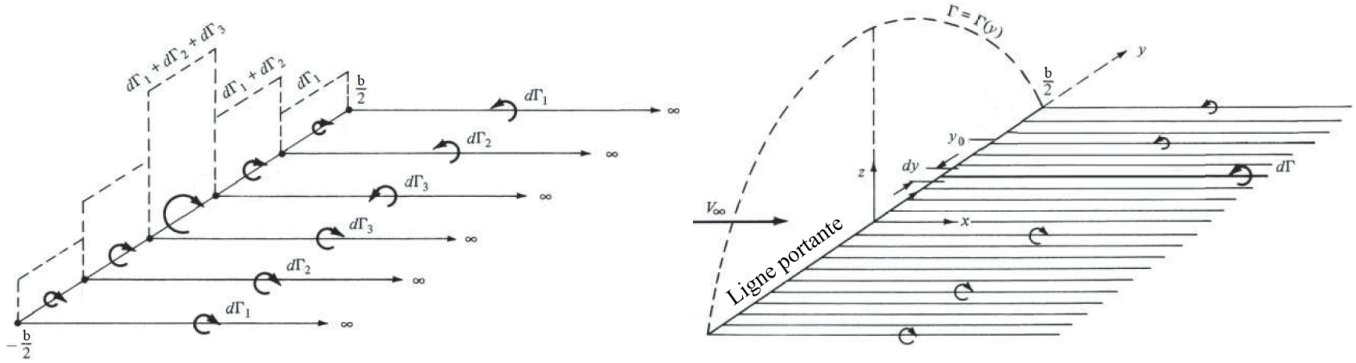


FIGURE 4.11 – Filament tourbillonnaire en fer à cheval.



(a) Superposition de trois filaments tourbillonnaires de circulation $d\Gamma_i$.

(b) Limite d'un nombre infini de filaments tourbillonnaires superposés.

FIGURE 4.12 – Construction du modèle de ligne portante de Prandtl (adapté de [2]).

finie est calculée avec le théorème de Kutta-Joukowski, eq. (4.10a). De l'autre côté, la portance L de la section équivalente d'un foil d'envergure infinie est déterminée à partir du coefficient de portance 2D, C_l et de l'angle d'incidence effectif :

$$L(y_0) = \frac{1}{2}\rho V_\infty^2 c(y_0)\, C_l(\alpha_{eff}) \tag{4.13}$$

Où $c(y_0)$ est la longueur de corde de la section d'ordonnée y_0. Le coefficient de portance 2D est donné par la loi des profils minces : $C_l = 2\pi(\alpha_{eff}(y_0) - \alpha_0)$, où α_0 est l'angle de portance nulle de la section considérée. L'hypothèse de Prandtl postule l'égalité entre ces deux calculs de portance et conduit à l'*équation fondamentale de la ligne portante de Prandtl* :

$$\boxed{\Gamma(y_0) = V_\infty c(y_0)\pi\left(\alpha(y_0) - \alpha_0(y_0)\right) - \frac{c(y_0)}{4}\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma/dy}{y_0 - y}dy} \tag{4.14}$$

Il s'agit d'une équation intégro-différentielle dont la seule inconnue est la circulation $\Gamma(y_0)$ le long de l'envergure. Après résolution, la portance locale L_l sur l'ensemble du foil peut être calculée avec le théorème de Kutta-Joukowski, eq. (4.10a). Celle-ci est définie dans la direction normale à l'écoulement effectif V_{eff} qui est par construction influencée par la nappe tourbillonnaire. Un fois transportée dans la base hydrodynamique globale, la résultante est composée d'une portance L d'intensité inférieure et d'une composante de traînée dite *traînée induite* $D_{induite}$, fig. 4.13.

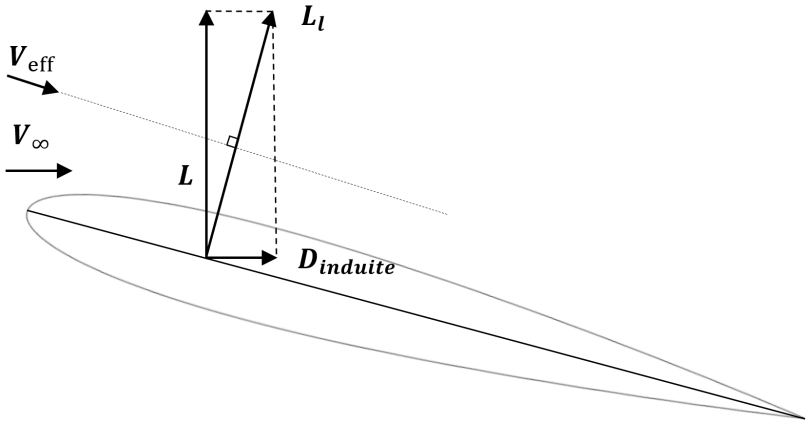


FIGURE 4.13 – Projection de la portance locale d'un profil en portance et traînée induite.

Dans le cas particulier d'un foil non vrillée et à loi de corde elliptique (fig. 4.19 de la section 4.4.1) l'équation fondamentale de la ligne portante de Prandtl admet une solution analytique [84, 2]. La circulation le long de l'envergure est elliptique et le coefficient de portance 3D, C_L prend une forme simple :

$$\Gamma(y_0) = \Gamma_{max}\sqrt{1-4\left(\frac{y_0}{b}\right)^2} \qquad \text{avec} \qquad \Gamma_{max} = \alpha\,\frac{2bV_\infty\pi c_r}{c_r\pi + 2b} \tag{4.15}$$

$$C_L = 2\pi(\alpha-\alpha_0)\frac{\lambda}{\lambda+2} \tag{4.16}$$

$$C_{D,induite} = \frac{{C_L}^2}{\lambda\pi} \tag{4.17}$$

Où α est l'angle d'incidence du foil et λ est son allongement. c_r est la longueur de corde à l'emplanture et S la surface alaire du foil. L'équation (4.16) montre que le coefficient de portance d'un foil droit à loi de corde elliptique augmente avec l'allongement et tend vers celui d'un foil d'envergure infini. L'équation (4.17) montre que son coefficient de traînée induite, $C_{D,induite}$ est inversement proportionnel à l'allongement. L'évolution des coefficients de portance et de traînée induite des équations (4.16) et (4.17) en fonction de l'angle d'incidence sont tracés sur les figures 4.22 et comparés aux résultats numériques de la méthode de ligne portante 3D non-linéaire discutée dans la section suivante.

4.3 Ligne portante 3D non-linéaire

L'extension du champ d'application de la théorie de Prandlt aux comportements non-linéaires nécessite de mettre en place une résolution de l'équation (4.31a) par des méthodes numériques. De ce fait, un coefficient de portance 2D (ou polaire en portance) non-linéaire peut être introduit pour représenter des effets visqueux. Ces approches numériques rendent possible l'étude de foils à géométries complexes, avec flèche et dièdre, ainsi que l'étude de l'interaction entre différents foils ou encore l'influence d'une surface libre sur les coefficients de portance [65, 104, 89, 149]. Ces modèles se construisent de la même manière que la théorie classique de Prandtl discutée à la section 4.2 mais en considérant une quantité finie de filaments tourbillonnaires. Ces filaments ne sont plus superposés mais juxtaposés les uns à côté des autres, fig. 4.14. Le foil est alors modélisé par une ligne portante constante par morceaux et son sillage par une collection finie de segments tourbillonnaires libres. L'application de l'hypothèse de Prandtl sur chaque section conduit à un système d'équations permettant de déterminer la circulation le long de la ligne portante.

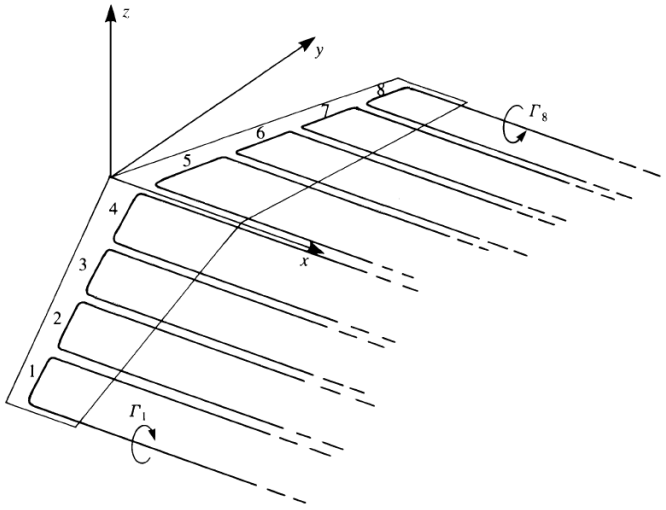


FIGURE 4.14 – Modèle de ligne portante 3D numérique (adapté de Katz et Plotkin [84]).

Anderson [2] a développé une méthode de résolution itérative permettant la prise en compte d'une polaire en portance non-linéaire pour un foil droit discrétisé en n_s sections. Après initialisation, la circulation à l'étape $k+1$ est déterminée comme étant égale au terme de droite de l'équation fondamentale de la ligne portante de Prandtl, eq. (4.14), à l'étape k :

$$\Gamma_i{}^{k+1} = \frac{1}{2}\, V_{inf}^2\, c_i\, C_l(\alpha_{eff_i}{}^k) \tag{4.18}$$

Pour toute section i et où C_l est non-linéaire. Le bon fonctionnement de cette méthode nécessite une sous relaxation forte (coefficient de relaxation < 0.05).

Phillips [117] a proposé d'ajouter deux éléments à la théorie initiale pour permettre la prise en compte de la flèche et du dièdre du foil :

1. L'utilisation d'une version 3D du théorème de Kutta-Joukowski basée sur la loi du tourbillon portant 3D [132] : $L_l\, \mathbf{u_{pl}} = \rho\, \Gamma\, b'\, (\mathbf{V_l} \times \mathbf{y_s})$, où b' désigne l'envergure de la section considérée, $\mathbf{y_s}$ sa direction et $\mathbf{u_{pl}}$ le vecteur directeur de la portance locale. Il s'agit du vecteur unitaire dans le plan de la section, normal à la vitesse locale de l'écoulement $\mathbf{V_l}$ et positif de l'intrados à l'extrados. L_l désigne la portance locale de la section, indépendante par construction de la composante de l'écoulement parallèle à l'envergure.
2. La prise en compte de l'ensemble des tourbillons liés pour le calcul de la vitesse locale sur la ligne portante. Pour un foil droit les tourbillons liés sont colinéaires, leur contribution est nulle. Ce n'est pas le cas avec du dièdre ou de la flèche, ce qui rend l'amélioration proposée par Phillips sensible.

Hunsaker [78] a développé une ligne portante d'ordre supérieur, pour laquelle la circulation varie linéairement par morceaux mais n'a pas conclu sur un bénéfice d'efficacité. Duport [45] a développé une méthode de ligne portante 3D non-linéaire basée sur l'algorithme non-linéaire d'Anderson [2] et des filaments tourbillonnaires coudés, fig. 4.15 proposés par Katz et Plotkin [84]. Une comparaison avec des simulations RANS a montré une précision correcte de la méthode pour des foils non-droits avec ou sans dérapage.

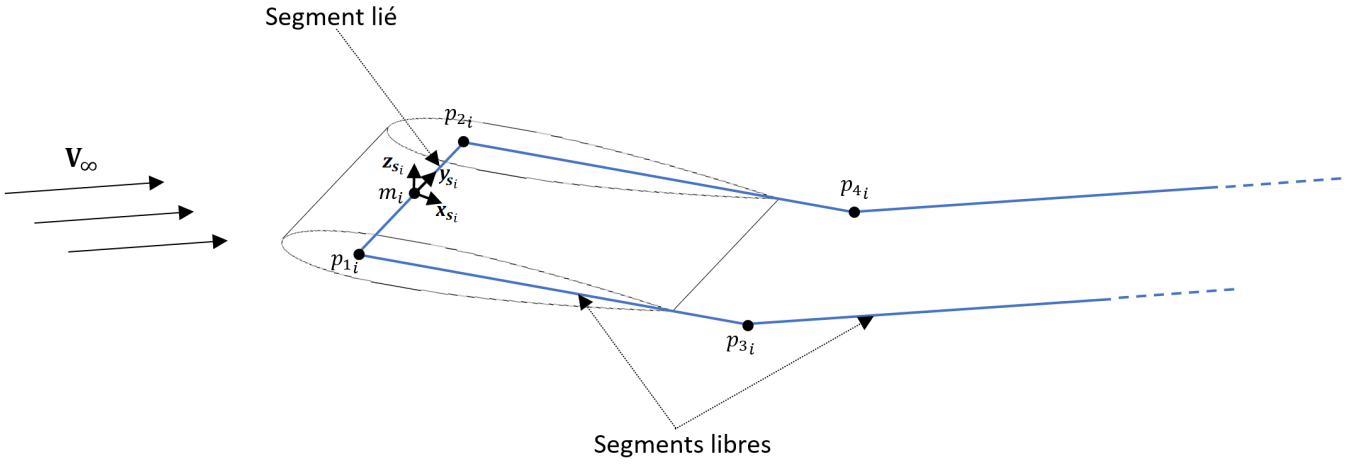


FIGURE 4.15 – Représentation d'une section i de foil par un filament tourbillonnaire coudé.

4.3.1 Présentation du modèle utilisé

Dans ce travail, le foil est discrétisé en n_s sections rectangulaires. À chaque section i d'envergure b_i et de longueur de corde c_i est associé une base section locale ($\mathbf{x_{s}}_i$, $\mathbf{y_{s}}_i$, $\mathbf{z_{s}}_i$) (voir section 3.1). Chaque section est représentée par un filament tourbillonnaire en fer à cheval coudé composé de cinq segments tourbillonnaires, fig. 4.15, sa circulation est Γ_i. Le segment lié (entre les points p_{1i} et p_{2i}) est positionné sur la ligne de quart de corde de la section considérée. La première partie des segments libres (entre p_{1i} et p_{3i}, et p_{2i} et p_{4i}) s'étend perpendiculairement au segment lié dans la direction de la ligne de corde sur une longueur de corde. La deuxième partie s'étend jusqu'à l'infini dans la direction de l'écoulement amont $\mathbf{V}_\infty$. Pour simplifier la géométrie et éviter les problèmes liés à des tourbillons trop proches, les segments libres voisins (d'une section à une autre) sont remplacés par un segment unique dont la circulation est la somme de celles des deux segments initiaux et la position des extrémités en est la moyenne. La figure 4.16 présente un foil avec flèche et dièdre, faiblement discrétisé. la figure 4.16a montre la modélisation avec un filament tourbillonnaire complet par section et la figure 4.16b montre la modélisation utilisée où les segments tourbillonnaires voisins ont été joints. Sur chaque segment lié est positionné un point de contrôle m_i, sur lequel la vitesse locale et l'angle d'incidence local seront calculés.

Le calcul de la part de la vitesse induite dans l'écoulement par l'ensemble des filaments tourbillonnaires est décrit ci-après :

Au point de contrôle m_i de la section i, la vitesse induite par un segment tourbillonnaire quelconque porté par le vecteur $\mathbf{r_0}$ et de circulation Γ est obtenu par intégration de la loi de Biot-Savart, eq. (4.11) :

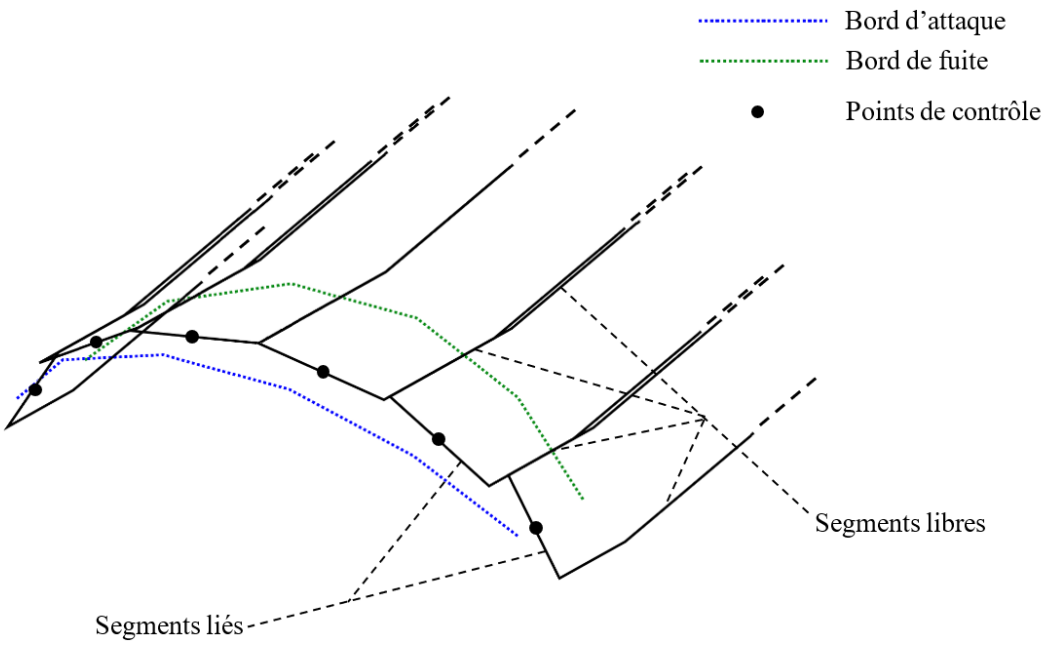
$$\mathbf{V_{ind_segment}} = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\mathbf{r_1}\wedge\mathbf{r_2}}{|\mathbf{r_1}\wedge\mathbf{r_2}|}\mathbf{r_0}\cdot\left(\frac{\mathbf{r_1}}{r_1}-\frac{\mathbf{r_2}}{r_2}\right) \tag{4.19}$$

Où $\mathbf{r_1}$ et $\mathbf{r_2}$ sont les vecteurs reliant respectivement le point de départ et le point d'arrivée du segment au point m_i et $r_i = ||\mathbf{r_i}||$ leurs normes, fig. 4.17a. Cette expression présente le désavantage d'être singulière lorsque $\mathbf{V_{ind_segment}}$ est évaluée en un point de la droite portée par le segment tourbillonnaire. Pour pallier ce problème, Phillips [117] a proposé la reformulation suivante :

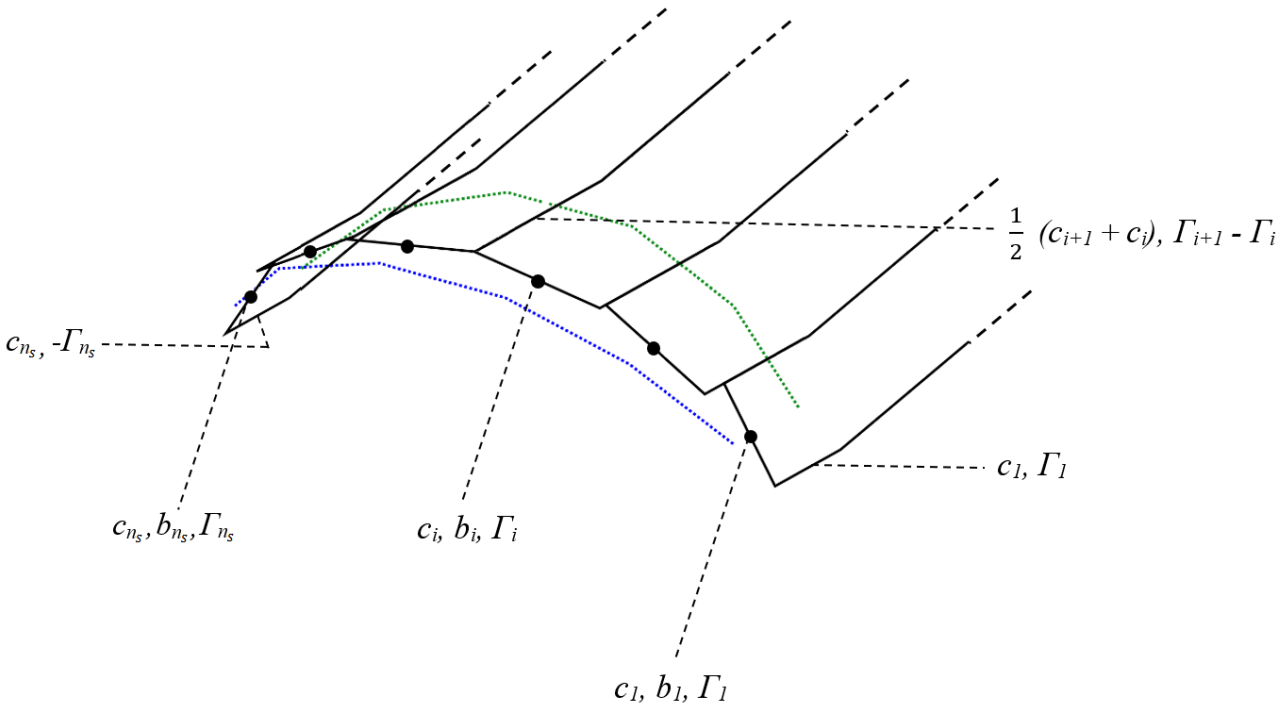
$$\mathbf{V_{ind-segment}} = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{(r_1+r_2)(\mathbf{r_1}\wedge\mathbf{r_2})}{r_1r_2(r_1r_2+\mathbf{r_1}\cdot\mathbf{r_2})} \tag{4.20}$$

Sous cette forme, la vitesse $\mathbf{V_{ind-segment}}$ n'est plus singulière lorsque l'angle entre $\mathbf{r_1}$ et $\mathbf{r_2}$ est nul mais reste toutefois singulière lorsque cet angle vaut $\pm\Pi$. En d'autres termes, $\mathbf{V_{ind_segment}}$ ne peut pas être calculée sur le segment lui-même mais est définie et vaut zéro sur le reste de la droite qu'il porte. Dans le cas d'un segment tourbillonnaire semi-infini dans la direction $\mathbf{u}_\infty$, fig. 4.17b, l'équation (4.20) prend la forme suivante :

$$\mathbf{V_{ind_segment\infty}} = \frac{\Gamma}{4\pi}\frac{\mathbf{u}_\infty\wedge\mathbf{r_1}}{r_1(r_1-\mathbf{u}_\infty\cdot\mathbf{r_1})} \tag{4.21}$$

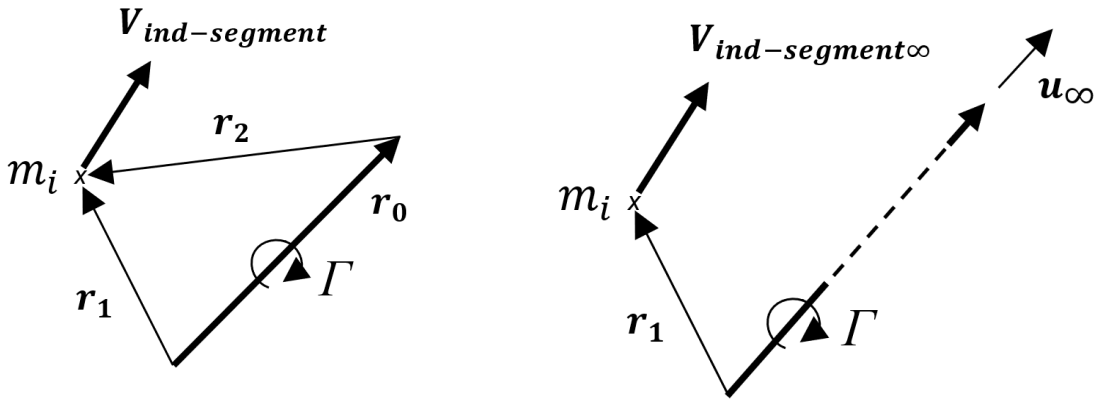


(a) Foil faiblement discrétisé, dont chaque section est modélisée par un filament tourbillonnaire coudé (adapté de [44]).



(b) Foil faiblement discrétisé, dont les segments tourbillonnaires voisins on été joints (adapté de [44]).

FIGURE 4.16 – Foil discrétisé pour le modèle de LP3DNL



(a) Vitesse induite par un segment tourbillonnaire porté par $\mathbf{r_0}$.

(b) Vitesse induite par un segment tourbillonnaire semi-infini suivant la direction $\mathbf{u}_\infty$.

FIGURE 4.17 – Vitesse induite par un segment tourbillonnaire

La vitesse induite, au point de contrôle de la section i, par l'ensemble des segments tourbillonnaires du foil est notée $\mathbf{V_{ind}}_i$:

$$\mathbf{V_{ind}}_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \sum_{j=1}^{n_s} \Gamma_j \mathbf{v}_{ij} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{ij} = \frac{1}{4\pi}\Bigg(&-\frac{\mathbf{u}_\infty \wedge \mathbf{r_3}}{r_3(r_3 - \mathbf{r_3}\cdot\mathbf{u}_\infty)} + \frac{(r_3+r_1)(\mathbf{r_3}\wedge\mathbf{r_1})}{r_3 r_1(r_3 r_1 + \mathbf{r_3}\cdot\mathbf{r_1})} + \frac{(r_1+r_2)(\mathbf{r_1}\wedge\mathbf{r_2})}{r_1 r_2(r_1 r_2 + \mathbf{r_1}\cdot\mathbf{r_2})} \\ &+\frac{(r_2+r_4)(\mathbf{r_2}\wedge\mathbf{r_4})}{r_2 r_4(r_2 r_4 + \mathbf{r_2}\cdot\mathbf{r_4})} + \frac{\mathbf{u}_\infty \wedge \mathbf{r_4}}{r_4(r_4 - \mathbf{r_4}\cdot\mathbf{u}_\infty)}\Bigg)_{ij}\end{aligned} \tag{4.23}$$

Dans l'équation (4.23), les vecteurs $\mathbf{r_k}$ dépendent de i et de j, la notation a été choisie ainsi pour simplifier la lecture. Le vecteur $\mathbf{r_k}_{ij}$ désigne le vecteur reliant le point p_k du filament de la section j au point de contrôle de la section i (il est à noter que pour la géométrie simplifiée de la figure 4.16b, les segments en partie ou entièrement superposés qui ont été joint, sont calculés séparément dans l'eq. (4.22) pour simplifier les cas à flèche non-nulle, la modélisation en reste toutefois inchangée). Pour éviter le problème de singularité de l'équation (4.20), lors du calcul de $\mathbf{V_{ind}}_i$, la contribution du segment lié de la section i (théoriquement nul) est ignorée. Le vecteur $\mathbf{v}_{ij}$ désigne la partie géométrique de la vitesse induite par le filament tourbillonnaire de la section j au point de contrôle de la section i. Cette quantité ne dépend pas de la circulation et peut être calculée une fois puis stockée et réutilisée au cours du calcul. Par construction, la vitesse induite dépend de la circulation de tous les filaments tourbillonnaires, $\mathbf{V_{ind}}_i = \mathbf{V_{ind}}_i\left(\underline{\Gamma}\right)$, où $\underline{\Gamma}$ désigne le vecteur contenant la circulation de chaque section [1].

1. La notation $\underline{\cdot}$ est utilisée ici pour différencier les vecteurs de taille n_s et les vecteurs de l'espace en gras.

La vitesse totale au point de contrôle de la section i est notée $\mathbf{V_{eff}}_i$, elle résulte de la somme de l'écoulement uniforme en amont $\mathbf{V}_\infty$ et de la vitesse induite $\mathbf{V_{ind}}_i$:

$$\mathbf{V_{eff}}_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \mathbf{V}_\infty + \mathbf{V_{ind}}_i\left(\underline{\Gamma}\right) \tag{4.24}$$

L'angle d'incidence effectif correspondant, est noté α_{eff_i} et est calculé ainsi :

$$\alpha_{eff_i}\left(\underline{\Gamma}\right) = \arctan\left(\frac{\mathbf{V_{eff}}_i \cdot \mathbf{z_s}_i}{\mathbf{V_{eff}}_i \cdot \mathbf{x_s}_i}\right) \tag{4.25}$$

Le théorème de Kutta-Joukowski 3D [117] appliqué à la section i donne L_i la portance locale de la section :

$$L_i\, \mathbf{u_{pl}}_i = \rho\, \Gamma_i\, b_i\, (\mathbf{V_{eff}}_i \times \mathbf{y_s}_i) \tag{4.26}$$

La portance locale est isolée par projection de l'eq. (4.26) suivant la direction de $\mathbf{u_{pl}}_i$:

$$L_i = \rho\, \Gamma_i\, b_i\, (\mathbf{V_{eff}}_i \times \mathbf{y_s}_i) \cdot \mathbf{u_{pl}}_i \tag{4.27}$$

Où $\mathbf{u_{pl}}_i$ est unitaire et par construction normal à $\mathbf{V_{eff}}_i$ et $\mathbf{y_s}_i$ il vient :

$$(\mathbf{V_{eff}}_i \times \mathbf{y_s}_i) \cdot \mathbf{u_{pl}}_i = \|\mathbf{V_{eff}}_i \times \mathbf{y_s}_i\| = V_{proj_i} \tag{4.28}$$

Où V_{proj_i} est utilisé pour désigner la norme de la vitesse effective au point de contrôle de la section i projetée dans le plan de la section.

L'hypothèse de Prandtl est appliquée au point de contrôle de chaque section. C'est-à-dire que pour toute section i la portance donnée par le théorème de Kutta-Joukowski 3D, eq. (4.27) est supposée égale à la portance d'une section équivalente d'un foil d'envergure infini, soit :

$$L_i = \frac{1}{2}\rho c_i b_i {V_{proj}}_i^2 C_l(\alpha_{eff_i}) \tag{4.29}$$

Où $C_l(.)$ est la polaire en portance (2D) éventuellement non-linéaire, provenant de mesures expérimentales ou de simulations numériques. Après réarrangement, l'égalité entre les deux calculs de portance, eq. (4.27) et eq. (4.29) devient :

$$\Gamma_i - \frac{1}{2} {V_{proj}}_i c_i C_l(\alpha_{eff_i}) = 0 \tag{4.30}$$

L'équation (4.30) correspond à l'équation fondamentale de la ligne portante de Prandtl pour la LP3DNL. Cette équation pour chaque section du foil forme le système non-linéaire, eq. (4.31a) permettant de déterminer la circulation le long de l'envergure :

$$\underline{F} = \underline{0} \tag{4.31a}$$

$$\text{avec,} \quad F_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \Gamma_i - \frac{1}{2} V_{proj_i}\left(\underline{\Gamma}\right) c_i C_l\big(\alpha_{eff_i}\left(\underline{\Gamma}\right)\big) \tag{4.31b}$$

Le problème de LP3DNL représenté par le système d'équations non-linéaires, eq. (4.31a), est résolu par la méthode de Newton-Raphson :

1. Initialisation de la circulation, Γ^0.
2. Itération de Newton-Raphson :

$$\underline{\Gamma}^{k+1} = \underline{\Gamma}^k - R\left(\underline{\underline{J}}^k\right)^{-1} \underline{F}\left(\underline{\Gamma}^k\right) \tag{4.32}$$

   Où k représente l'étape du calcul, R est un coefficient de relaxation adaptatif ($0 < R \leq 1$ voir annexe A), et $\underline{\underline{J}}^k$ est la matrice jacobienne de $\underline{F}\left(\underline{\Gamma}^k\right)$: $J_{ij}^k = \frac{\partial F_i}{\partial \Gamma_j}\left(\underline{\Gamma}^k\right)$.
3. Répétition de l'étape 2. jusqu'à ce que le résidu $\left\|\underline{F}\left(\underline{\Gamma}^k\right)\right\|$ soit inférieur à un critère (voir annexe A).

La matrice Jacobienne $\underline{\underline{J}}^k$ est calculée exactement et à chaque itération (voir annexe B pour le calcul complet) :

$$J_{ij}^k = \frac{\partial F_i}{\partial \Gamma_j}\left(\underline{\Gamma}^k\right) = \delta_{ij} - \frac{1}{2} c_i \left(\frac{\mathbf{V_{eff}^k}_i}{V_{proj_i}^k}\right) \cdot \left(\mathbf{A}_{ij}\, C_l\left(\alpha_{eff_i}^k\right) + \mathbf{B}_{ij}\, \frac{\partial C_l\left(\alpha_{eff_i}^k\right)}{\partial \alpha_{eff}}\right) \tag{4.33}$$

Où $\mathbf{A}_{ij}$ et $\mathbf{B}_{ij}$ sont deux vecteurs indépendants de la circulation :

$$\mathbf{A}_{ij} = \mathbf{v}_{ij}\, \mathbf{y}_{\mathbf{s}i}^2 \; - \; \mathbf{y}_{\mathbf{s}i}\left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{y}_{\mathbf{s}i}\right) \tag{4.34}$$

$$\mathbf{B}_{ij} = \mathbf{x}_{\mathbf{s}i}\left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z}_{\mathbf{s}i}\right) \; - \; \mathbf{z}_{\mathbf{s}i}\left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{\mathbf{s}i}\right) \tag{4.35}$$

Le coefficient de relaxation adaptatif et le critère d'arrêt utilisés pour la résolution du système sont donnée dans l'annexe A. L'initialisation de la circulation est discutée dans les paragraphes suivants.

L'algorithme de Newton-Raphson a besoin d'être initialisé par une répartition de circulation le long de l'envergure du foil. Duport [44] pour une méthode de LP3DNL similaire [2], a comparé trois types de circulations initiales. Une répartition constante, une répartition issue du théorème de Kutta-joukowski en négligeant les effets 3D et une répartition elliptique le long de l'envergure, pondérée par la circulation issue du théorème de Kutta-Joukowski au

2. Modèle de ligne portante 3D avec un algorithme de résolution de type Anderson [2]

milieu du foil. L'auteur a conclu que le choix de la circulation initiale n'a pas d'influence sur la solution finale. La répartition elliptique pondérée nécessite toutefois moins d'itérations pour atteindre l'étape convergée.

Dans le cadre de ce travail, pour certains calculs avec un grand nombre de sections ($n_s > 1000$), l'initialisation de la circulation par une répartition elliptique pondérée ne permettait pas toujours à l'algorithme de converger. Des irrégularités aux extrémités du foil apparaissaient. Une répartition pondérée, en cloche, de la forme $f(x) = 1-\cos(x)$ a été préférée pour la suite en raison de sa variation nulle aux extrémités réduisant l'apparition d'irrégularités.

Lorsqu'une polaire fortement non-linéaire et présentant un caractère non-bijectif est utilisée (section 4.4.3), le calcul ne converge pas toujours. Le calcul peut également converger vers des solutions non-physiques. La convergence ou non du calcul est influencée par la qualité de l'initialisation. La convergence d'un calcul pour un angle d'incidence particulier peut être atteinte petit à petit par succession de calculs à incidence croissante en utilisant comme circulation initiale la circulation convergée du calcul précédent. Cette stratégie est utilisée pour l'extension au régime instationnaire de la méthode (chapitre 6), mais est resté sans succès notable dans le cadre stationnaire non-linéaire présent (section 4.5).

4.3.2 Calcul des grandeurs hydrodynamiques

Une fois la convergence de l'algorithme atteinte, la circulation est connue le long de l'envergure du foil. La portance locale L_i de chaque section peut être calculée simplement par les équations (4.27) ou (4.29). Une traînée locale D_i due aux effets visqueux et un moment local M_i sont ensuite calculés à partir de polaires 2D puis appliqués sur chaque section pour former le chargement hydrodynamique complet :

$$D_i = \frac{1}{2}\rho(V_{proj_i})^2 c_i b_i C_d\left(\alpha_{eff_i}\right) \tag{4.36}$$

$$M_i = \frac{1}{2}\rho(V_{proj_i})^2 c_i^2 b_i C_m\left(\alpha_{eff_i}\right) \tag{4.37}$$

Le chargement hydrodynamique complet de la section i consiste en une force résultante $\mathbf{R}_i$ et un moment $\mathbf{M}_i$. La résultante est dans le plan de la section et ses projections sur les directions normales et tangentes à l'écoulement effectif sont respectivement la portance locale L_i et la traînée locale D_i. Le vecteur moment local $\mathbf{M}_i$ de norme M_i est dans la direction $\mathbf{y_{s}}_i$.

Les résultantes hydrodynamiques de chaque section sont ensuite projetées dans la base de l'écoulement global, puis sommées pour obtenir la résultante globale du foil $\mathbf{R}$ dont les projections sur $\mathbf{z_g}$ et $\mathbf{x_g}$ sont respectivement la portance L et la traînée D globale du foil. Le moment global $\mathbf{M}$ à l'origine du repère body O_b, est obtenu par l'équation (4.38) :

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n_s} \mathbf{M}_i + \mathbf{Om_i} \times \mathbf{R}_i \tag{4.38}$$

Où $\mathbf{Om_i}$ est le vecteur reliant les points O_b et m_i.

Les coefficients hydrodynamiques 3D sont finalement calculés avec S la surface alaire du foil et V_∞ la norme de la vitesse de l'écoulement en amont :

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho S V_\infty^2} \tag{4.39}$$

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho S V_\infty^2} \tag{4.40}$$

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho c_r S V_\infty^2} \tag{4.41}$$

Où M est la norme du moment global $\mathbf{M}$ du foil.

4.3.3 Discrétisation de l'envergure du foil

Le découpage du foil en n_s sections peut être réalisé de différentes façons, fig. 4.18. À l'image d'un maillage en simulation numérique pour la mécanique continue, la répartition des sections peut être homogène sur le foil, ou bien raffinée dans les zones d'intérêt. Dans les problèmes de ligne portante simple possédant une solution analytique, la variation de la circulation est la plus intense aux extrémités du foil. Au paragraphe 4.2, la circulation du foil droit à longueur de corde elliptique est également elliptique, sa variation aux extrémités est théoriquement infinie. Une discrétisation plus fine de la circulation dans ces zones est alors pertinente.

Dans ce travail, trois répartitions ont été considérées :

1. Une répartition *homogène* des sections avec les points de contrôle placés en leurs centres, fig. 4.18a.
2. Une répartition dite en *cosinus*, où la taille des sections diminue en se rapprochant des extrémités. Les points de contrôle sont également placés au centre des sections, fig. 4.18b.
3. Une répartition dite en *cosinus décentré*, proposée par Phillips [117], où les sections sont réparties en cosinus et dont les points de contrôle sont décentrés vers l'extérieur à mesure que les sections se rapprochent des extrémités, fig. 4.18c.

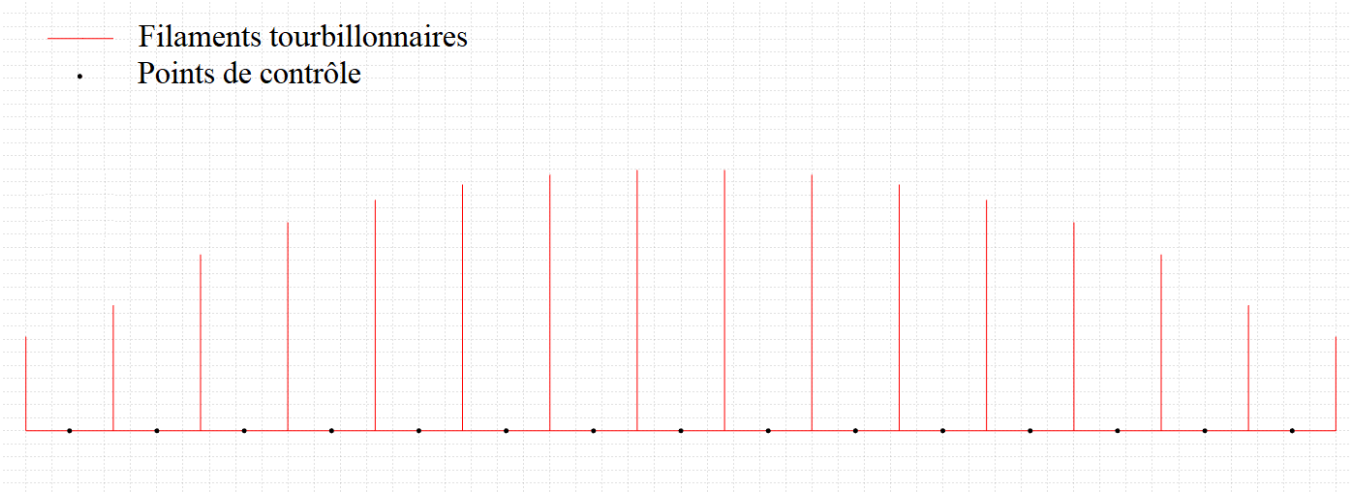
La ligne de quart de corde d'un foil droit d'envergure b est portée par l'axe y. Pour la répartition homogène, l'envergure des sections b_i est constante : $b_i = b/n_s$. Les points de contrôle sont placés aux centres des sections, fig. 4.18a. Pour une répartition des sections en cosinus, les n_s sections sont situées entre les $n_s + 1$ points d'ordonnées y_i :

$$y_i = -\frac{b}{2}\cos\left(\frac{i\pi}{n_s}\right) \qquad \text{avec } 0 \leq i \leq n_s \tag{4.42}$$

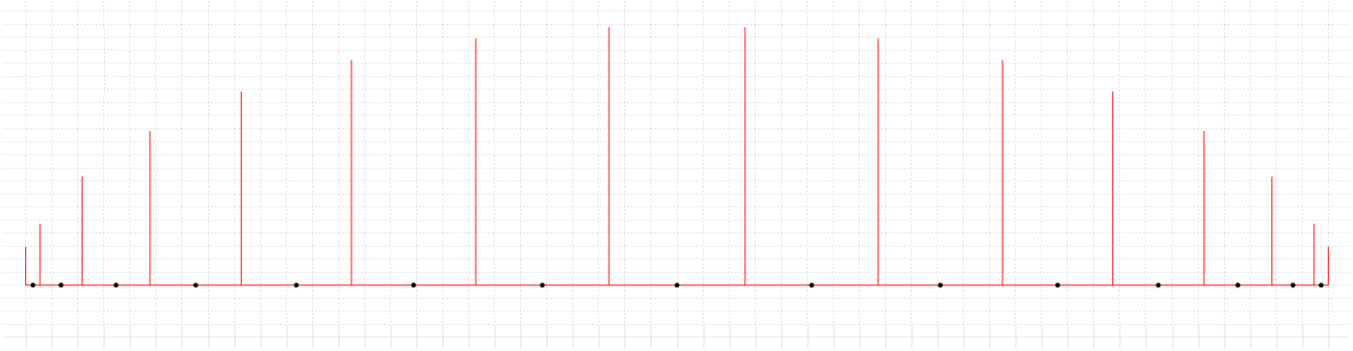
Pour la répartition en cosinus décentré, les n_s points de contrôle sont positionnés aux ordonnées y'_i :

$$y'_i = -\frac{b}{2}\cos\left(\frac{(2i+1)\pi}{2n_s}\right) \qquad \text{avec } 1 \leq i \leq n_s \tag{4.43}$$

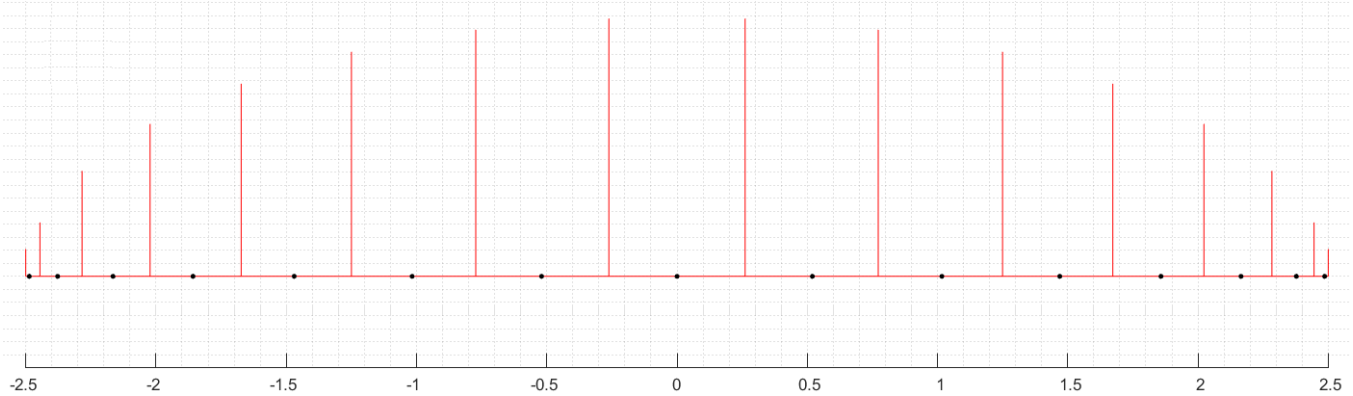
Pour les foils non-droits, la géométrie est d'abord créée sans prendre en compte la flèche et le dièdre, avec une des trois répartitions précédentes. La position des points des sections (fig. 4.15) est ensuite ajustée pour obtenir la géométrie voulue.



(a) Répartition homogène.



(b) Répartition en cosinus.



(c) Répartition en cosinus avec les points de contrôle décentrés.

FIGURE 4.18 – Différentes répartitions des sections le long de la ligne portante pour un foil à loi de corde elliptique.

4.4 Validation de la LP3DNL stationnaire

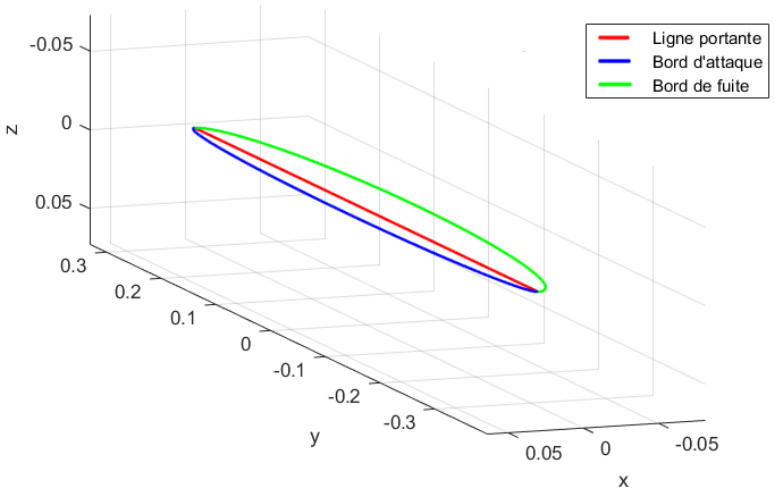
Pour l'ensemble des cas de validation de la ligne portante stationnaire, les conditions ont été choisies de façon à correspondre à celles des expériences de Chiereghin et al. [26]. L'auteur a réalisé, en canal hydraulique, des mesures de portance sur un foil rectangulaire (3D) d'allongement $\lambda = 10$ et sur un foil rectangulaire traversant assimilé à un profil 2D. Le profil utilisé est le NACA0012. La corde à l'emplanture est $c_r = 0.0627\ \mathrm{m}$, l'envergure du foil 3D est $b = 0.627\ \mathrm{m}$ et le nombre de Reynolds de l'écoulement est $Re = 20 \times 10^3$, ce qui conduit à une vitesse incidente de $0.32\ \mathrm{m/s}$. Le fluide en présence est l'eau à température ambiante, sa masse volumique et sa viscosité dynamique sont supposées constantes et de valeurs $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ et $\mu = 10^-3\ \mathrm{kg/m/s}$ respectivement. La validation débute par un cas simple possédant une solution analytique (section 4.12), le foil à loi de corde elliptique de Prandtl, avec et sans vrillage. Un cas complexe est ensuite considéré avec un foil avec flèche, dièdre et une polaire en portance non-linéaire. Finalement, les expériences de Chiereghin et al. [26] sont recréées numériquement et les résultats de la LP3DNL sont comparés aux résultats expérimentaux.

4.4.1 Cas du foil elliptique de Prandlt

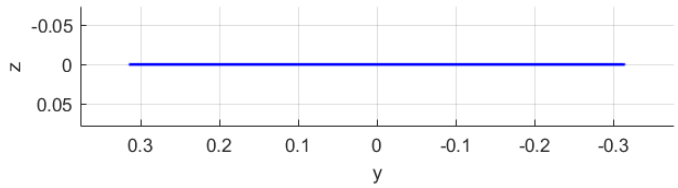
Pour le premier cas de validation, un foil de géométrie simple est considéré. Il s'agit du foil elliptique de Prandtl discuté au paragraphe 4.2. C'est un foil droit sans vrillage dont la loi de corde est elliptique, fig. 4.19. Sa surface alaire vaut $S = \frac{1}{4}\pi b c_r = 0.031\ \mathrm{m^2}$ et son allongement $\lambda = \frac{b^2}{S} = 12.7$. Les polaires 2D utilisées sont issues de la loi des profils minces (section 4.2).

Le modèle de ligne portante de Prandtl, pour ce problème, admet une solution analytique (paragraphe 4.2). Le coefficient de portance 3D théorique du foil vaut : $C_L = 2\pi\alpha\frac{\lambda}{\lambda+2}$. La circulation $\Gamma(y)$ le long de l'envergure est elliptique, son expression est donnée par Katz et Plotkin [84] : $\Gamma(y) = \Gamma_{max}\sqrt{1-4\left(\frac{y}{b}\right)^2}$. Où Γ_{max} est la circulation maximale à l'emplanture : $\Gamma_{max} = \frac{2bV_\infty\pi c_r\alpha}{c_r\pi + 2b}$.

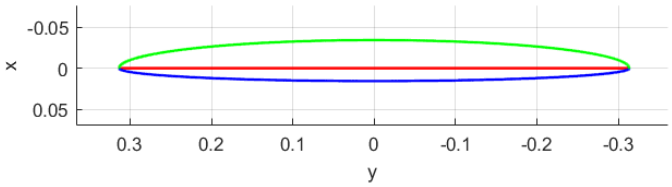
La figure 4.20 présente l'évolution du résidu $\|\underline{F}\|$ au cours des itérations de la méthode de résolution non-linéaire pour une incidence de $3°$. Le foil est discrétisé en 200 sections réparties de façon uniforme. Le premier point de la figure 4.20 représente le résidu pour la circulation initiale. Après trois itérations de Newton-Raphson le résidu du calcul atteint la précision machine de l'ordre de 10^{-17}.



(a) Vue 3D



(b) Vue de face



(c) Vue de dessus

FIGURE 4.19 – Géométrie du foil droit à loi de corde elliptique.

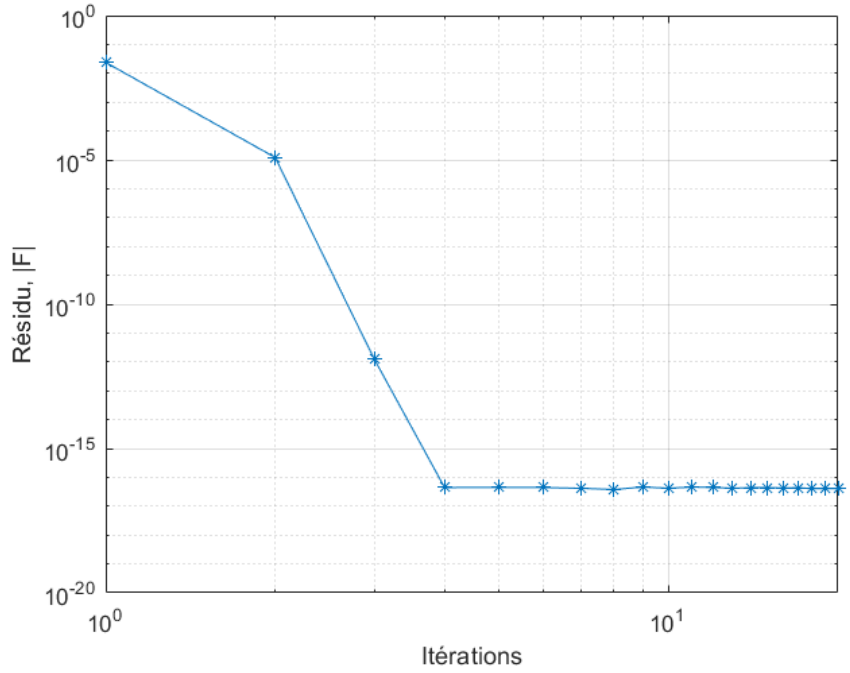
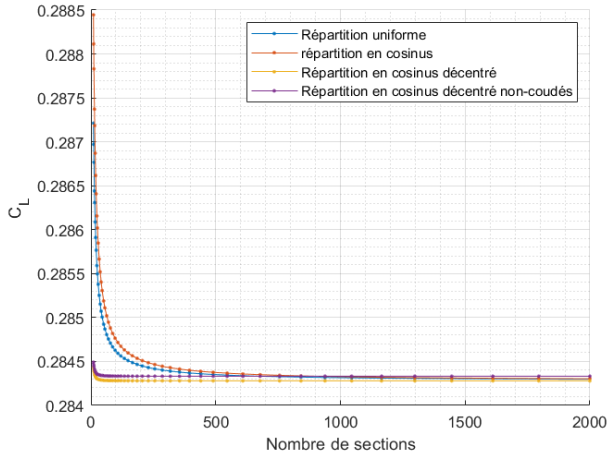
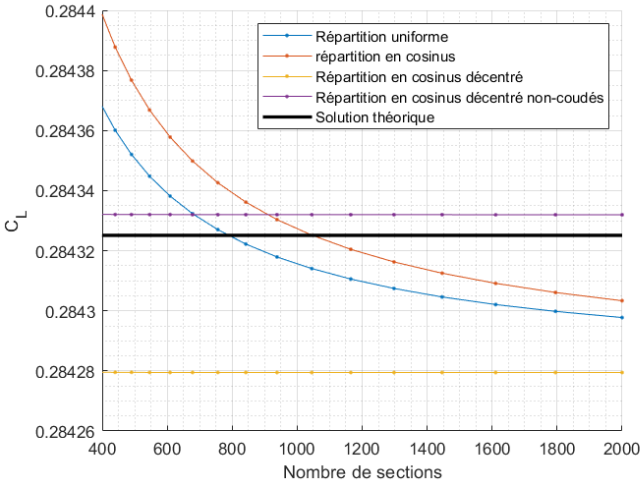


FIGURE 4.20 – Évolution du résidu du calcul au cours de la résolution.

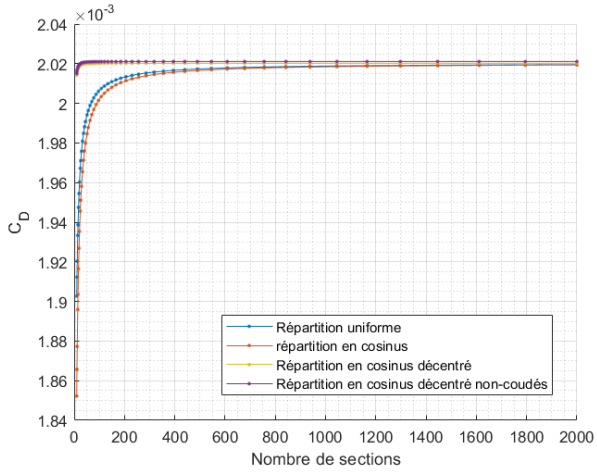
La figure 4.21 montre l'évolution des coefficients de portance et de traînée en fonction du nombre de sections utilisées et des différentes répartitions présentées dans le paragraphe 4.3.3. Le nombre de sections varie de 10 à 2000. Sur les parties zoomées, fig. 4.21b et fig. 4.21d, le résultat théorique est représenté par un trait plein noir. Les répartitions uniformes, en cosinus et en cosinus décentré sont représentées en bleu, orange et jaune respectivement.



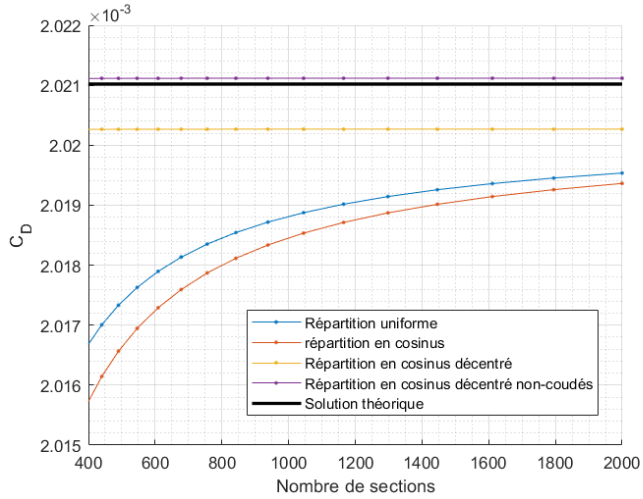
(a) C_L en fonction du nombre de section.



(b) ZOOM du C_L en fonction du nombre de section.



(c) C_D en fonction du nombre de section.



(d) ZOOM du C_D en fonction du nombre de section.

FIGURE 4.21 – Convergence au maillage des efforts hydrodynamiques pour le foil droit à loi de corde elliptique.

L'ensemble des cas considérés exhibent un comportement de convergence en fonction du nombre de sections. La répartition en cosinus montre un comportement similaire à la répartition uniforme alors que la répartition en cosinus décentré converge plus rapidement. Ce constat indique que réduire la taille des sections aux extrémités suivant une répartition en cosinus est pertinent uniquement lorsque les points de contrôle sont décentrés.

Sur la figure fig. 4.21b, l'asymptote des courbes ne coïncide pas exactement avec la solution analytique. Cela

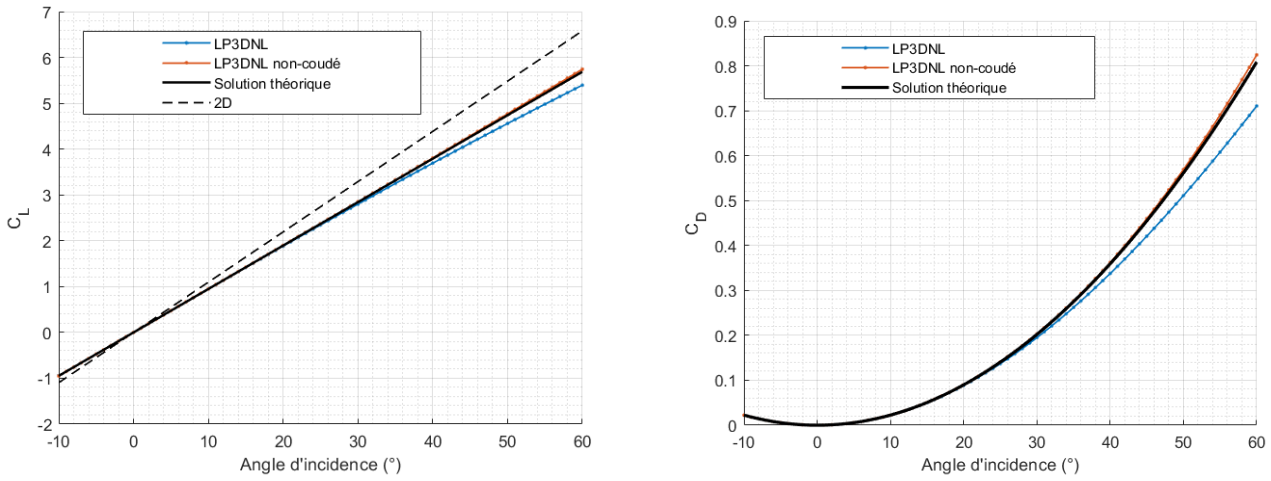
est dû aux différences entre le modèle numérique de LP3DNL présenté et le modèle théorique de Prandtl :

— L'utilisation de filaments tourbillonnaires coudés pour modéliser les sections du foil et de son sillage, fig. 4.15.

— La linéarisation de la fonction *arctangente* pour aboutir à l'équation fondamentale de la ligne portante de Prandtl, eq. (4.14). Cette simplification n'est pas utilisée dans le modèle numérique, eq. (4.12).

— Le choix de la vitesse de référence utilisée par le modèle théorique qui est la vitesse à l'infini amont V_∞ et celle dans le modèle numérique, qui est la projection de la vitesse effective locale dans le plan de la section, V_{proj}.

La courbe violette de la figure 4.21 représente les coefficients hydrodynamiques du foil où les sections sont réparties en cosinus décentré et dont les filaments tourbillonnaires ne sont pas coudés. Ceux-ci s'étendent directement du quart de corde vers l'infini en aval de manière similaire au modèle de Prandtl. Comme attendu, la valeur limite de la courbe du cas de la répartition en cosinus décentré non-coudé est plus proche de la valeur analytique que le cas de la répartition en cosinus décentré simple, fig. 4.21b et fig. 4.21d. L'apport des filaments coudés proposée par Katz et Plotkin [84] est discuté au travers de la comparaison avec les résultats expérimentaux de Chiereghin [27] à la section 4.4.3.



(a) C_L en fonction de l'angle d'incidence.

(b) C_D en fonction de l'angle d'incidence.

FIGURE 4.22 – Efforts hydrodynamiques sur le foil droit à loi de corde elliptique.

La figure 4.22 montre les coefficients de portance et de traînée en fonction de l'angle d'incidence du foil. Les courbes noires solide et en pointillés représentent respectivement la solution analytique du modèle de Prandtl et la polaire 2D utilisée, de pente 2π. Les résultats du modèle de LP3DNL utilisent 200 sections réparties en cosinus décentré, ce qui est supposé suffisant au vu des résultats de la figure 4.21. Les courbes bleu et orange correspondent respectivement aux cas dont les filaments tourbillonnaires sont coudés et non-coudés. Les résultats de la figure 4.22 pour les angles d'incidence supérieurs à environ 20° n'ont pas de sens physique ici puisque la loi des profils minces utilisée ne représente pas les effets non-linéaires observables en pratique pour les grands angles d'inci-

dence (section 4.5). Les résultats présentés s'étendent tout de même jusqu'à une incidence de 60° pour mettre en évidence les différences entre la LP3DNL et le modèle de Prandtl. Les résultats coïncident pour les faibles angles d'incidence et diffèrent progressivement lorsque l'angle d'incidence augmente. Le coefficient de portance obtenu avec la LP3DNL n'est donc pas tout à fait linéaire avec l'angle d'incidence du foil. Cet effet est bien moindre pour la géométrie à filaments tourbillonnaires non-coudés.

Pour un angle d'incidence de 3°, la circulation obtenue le long de l'envergure est montrée sur la figure 4.23. La figure 4.24 montre l'erreur relative entre la circulation issue du modèle de Prandtl et de la LP3DNL. Cette erreur est constante à l'exception des extrémités où elle chute.

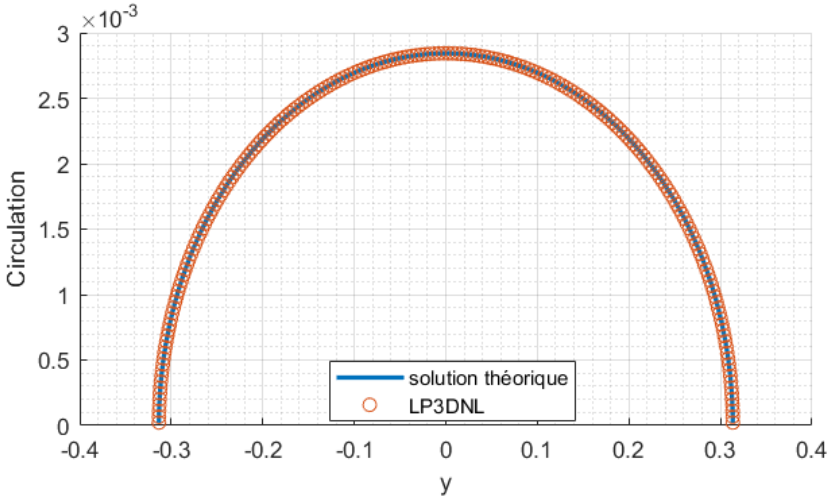


FIGURE 4.23 – Circulation le long de l'envergure pour une incidence de 3°.

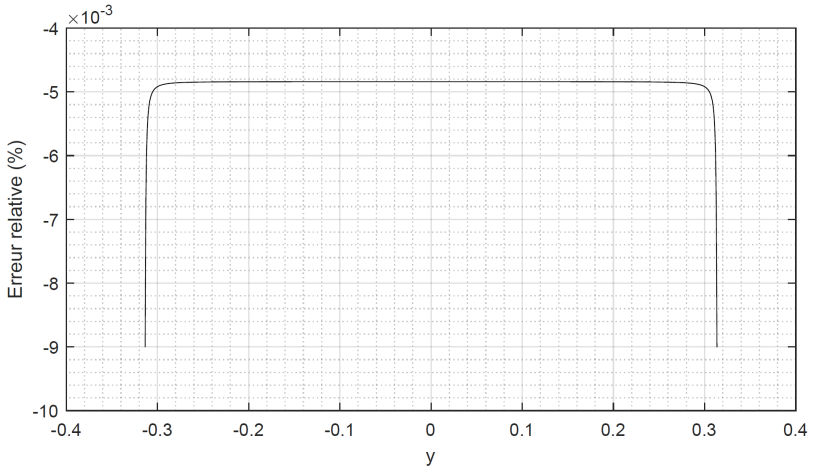
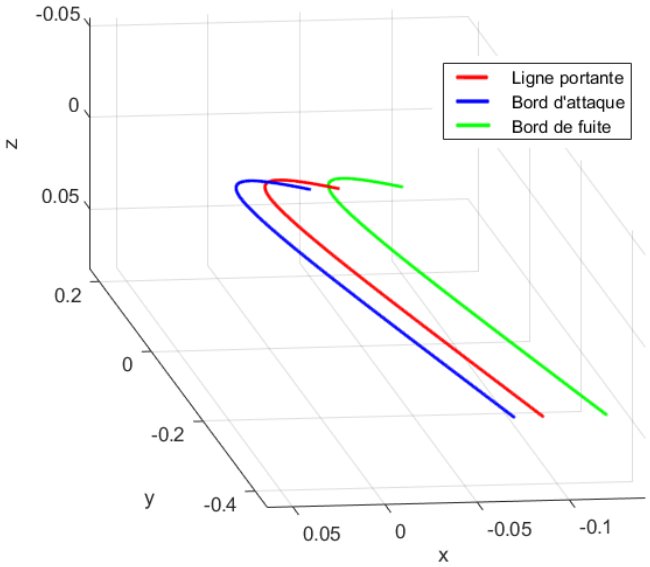


FIGURE 4.24 – Erreur relative de la circulation.

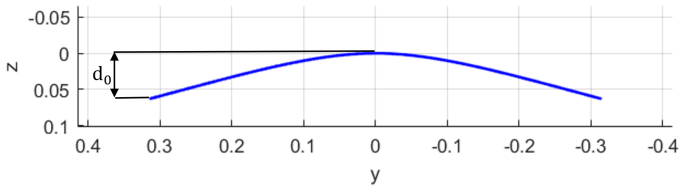
La validation de la méthode de LP3DNL pour un foil droit avec un vrillage linéaire le long de l'envergure est présentée dans l'annexe C.

4.4.2 Cas d'un foil complexe : avec flèche et dièdre

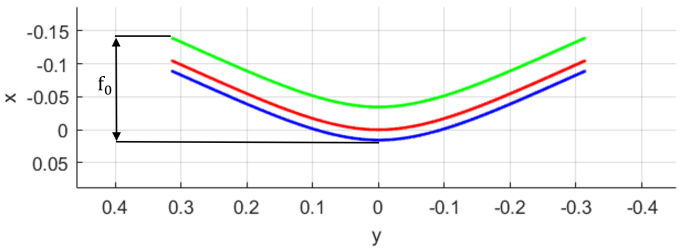
Le bon fonctionnement de la méthode de LP3DNL est maintenant discuté au travers de l'étude sur une configuration complexe. Le foil n'est plus droit mais possède de la flèche et du dièdre, fig. 4.25. La polaire 2D en portance utilisée est non-linéaire. Son allure et donnée sur la figure fig. 4.26. Il s'agit d'un polynôme de degré 3 choisi de sorte à pouvoir évaluer le caractère non-linéaire de la méthode de résolution tout en restant bijectif. Une validation avec une polaire représentative de la réalité pour les grands angles d'incidence est faite au paragraphe 4.4.3. Les problèmes numériques dus à une polaire 2D non-bijective et la solution mise en place son discutés à la section 4.5.



(a) Vue 3D



(b) Vue de face



(c) Vue de dessus

FIGURE 4.25 – Géométrie du foil avec flèche et dièdre.

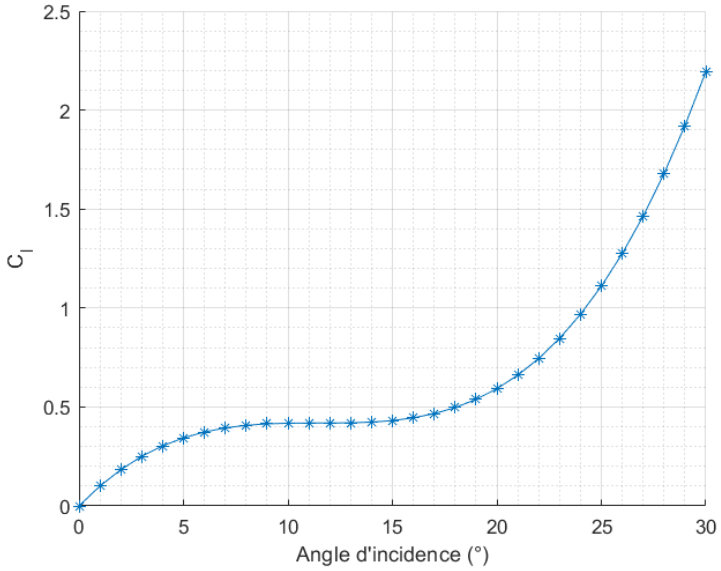


FIGURE 4.26 – Polaire 2D non-linéaire bijective.

La flèche et le dièdre sont définis dans ce travail par la courbure de la ligne de quart de corde du foil. Dans le plan $(\mathbf{y_b}, \mathbf{z_b})$ pour le dièdre et dans le plan $(\mathbf{x_b}, \mathbf{y_b})$ pour la flèche. La courbure est définie par une intensité et une forme. L'intensité de la courbure correspond à la différence de position de la ligne de quart de corde entre l'emplanture et les extrémités, dans le plan correspondant. Elle est notée d_0 pour le dièdre, fig. 4.25b, et f_0 pour la flèche, fig. 4.25c. La forme de la courbure est donnée par un polynôme de degré 4, eq. (4.44) :

$$f(y) = A\left(2\left(\frac{y}{b}\right)^2 - \frac{4}{3}\left|\left(\frac{y}{b}\right)^3\right| + \frac{1}{3}\left(\frac{y}{b}\right)^4\right) \tag{4.44}$$

Où y est l'ordonnée de la ligne de quart de corde, A est l'intensité de la courbure (d_0 ou f_0), et $f(y)$ est l'abscisse ou la cote de la ligne de quart de corde selon le cas. La forme de la courbure donnée par l'équation (4.44) correspond à la déformée d'une poutre d'Euler-Bernoulli soumise à un chargement linéique uniforme.

Il est à noter qu'en présence de dièdre, les plans des sections sont de plus pivotés autour de l'axe $\mathbf{x_b}$ pour maintenir les sections normales à la ligne de quart de corde. Par contre, pour un foil avec uniquement de la flèche, les sections sont parallèles les unes aux autres.

L'intensité du dièdre est $d_0 = 0.0627\ \mathrm{m}$, il a été choisi de sorte à correspondre au dièdre maximal atteint dans les expériences de foils oscillants souples de Heathcote et al. [76]. L'intensité de la flèche est $f_0 = 0.1045\ \mathrm{m}$, choisi de sorte à correspondre à la configuration des simulations de foils oscillants de Visbal et al. [166], soit un angle de flèche de 20° selon la définition aéronautique [4].

La figure 4.27 présente l'évolution du résidu lors du calcul pour une incidence de $8°$. 200 sections réparties en cosinus décentré ont été utilisées. À partir de 18 itérations le résidu du calcul atteint la précision machine.

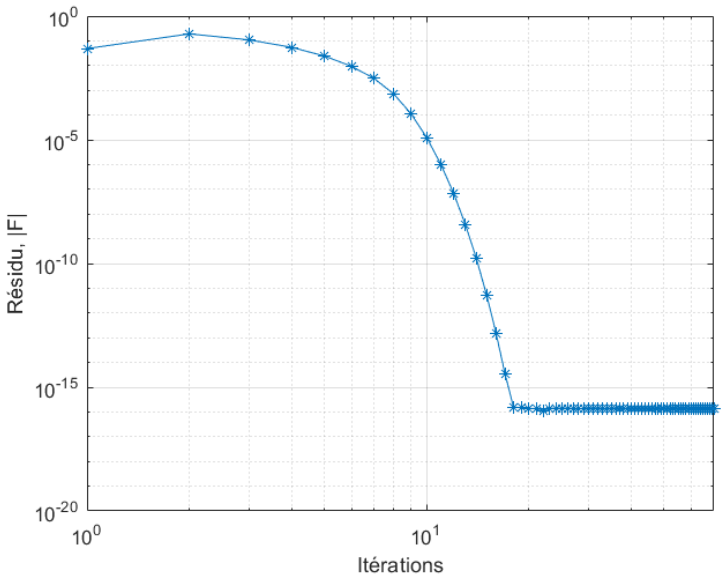
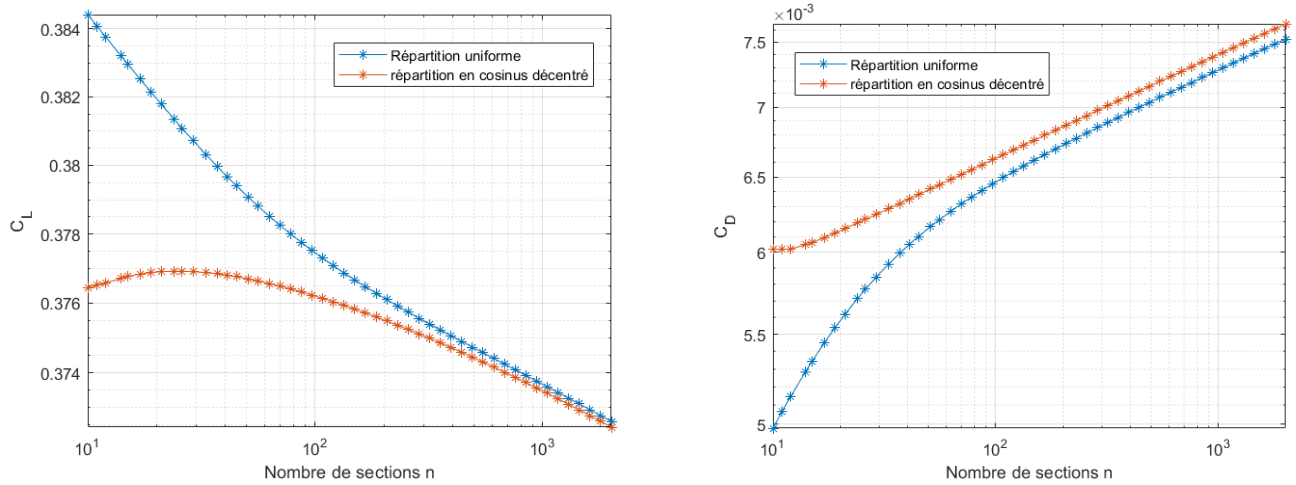


FIGURE 4.27 – Évolution de la norme du résidu du calcul au cours de la résolution, avec l'utilisation d'une polaire non-linéaire.

La figure 4.28 montre l'évolution des coefficients de portance et de traînée en fonction du nombre de sections utilisées. Les efforts hydrodynamiques ne tendent pas vers une valeur fixe mais semblent plutôt varier selon une loi puissance, quelle que soit la répartition spatiale des sections.

Ce constat reste identique pour un foil possédant uniquement de la flèche ou uniquement du dièdre et est indépendant de la polaire 2D utilisée, linéaire ou non. La pente des courbes de la figure 4.28, diminue avec l'amplitude de la flèche et du dièdre du foil. Reid [125] et Goates et Hunsaker [65] ont mis en évidence et discuté ce problème de non-convergence. Les auteurs proposent une méthode de ligne portante dite générale, plus élaborée, qui converge selon le nombre de sections pour les foils en dérapage ou avec une flèche non nulle. La figure 4.29 montre l'évolution du coefficient de portance selon l'angle d'incidence du foil pour 25, 200 et 1000 sections réparties en cosinus décentré. Malgré cette non-convergence au maillage des efforts hydrodynamiques, le coefficient de portance obtenu par le modèle de LP3DNL apparaît cohérent et l'erreur due au nombre de sections utilisées est faible, fig. 4.29.



(a) C_L en fonction du nombre de section.

(b) C_D en fonction du nombre de section.

FIGURE 4.28 – Convergence au maillage des efforts hydrodynamiques pour le foil avec flèche et dièdre et une polaire non-linéaire.

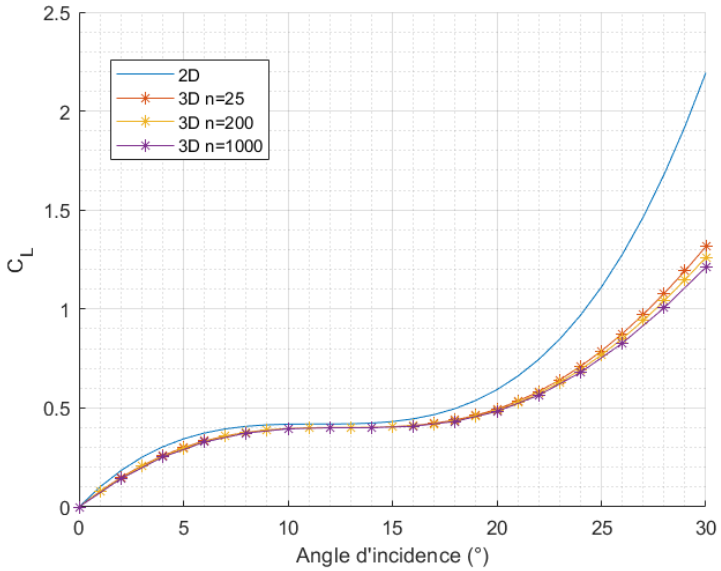


FIGURE 4.29 – Coefficient de portance en fonction de l'incidence pour le foil avec flèche et dièdre pour différents nombre de sections.

4.4.3 Validation contre les mesures expérimentales de Chiereghin

Chiereghin et al. [26], ont conduit des mesures, en canal hydraulique, de portance sur un foil rectangulaire (3D) et un foil rectangulaire traversant assimilable à un profil 2D. Le profil utilisé est le NACA0012 et le nombre de Reynolds en question est $Re = 20 \times 10^3$. Les polaires expérimentales 2D et 3D d'allongement $\lambda = 10$ sont données en bleu et orange respectivement sur la figure 4.30. Les coefficients de portance augmentent avec l'angle d'incidence jusqu'à un maximum local à 9° appelé l'*angle de décrochage statique*. Ils chutent ensuite brutalement

avant de remonter. Le sens physique de ces variations est discuté à la section 5.1.

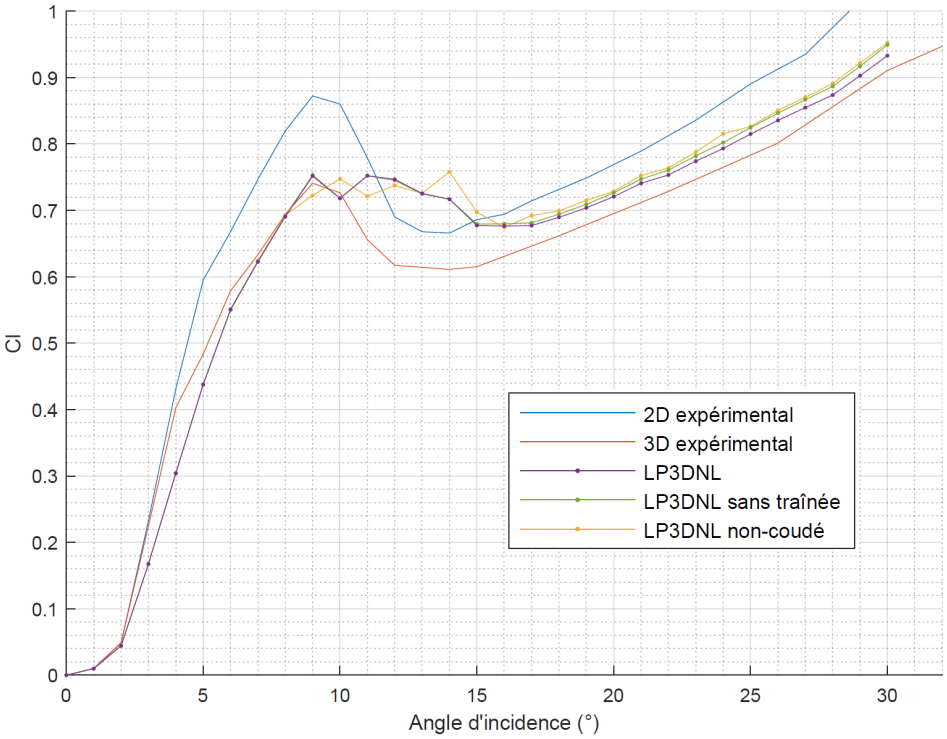


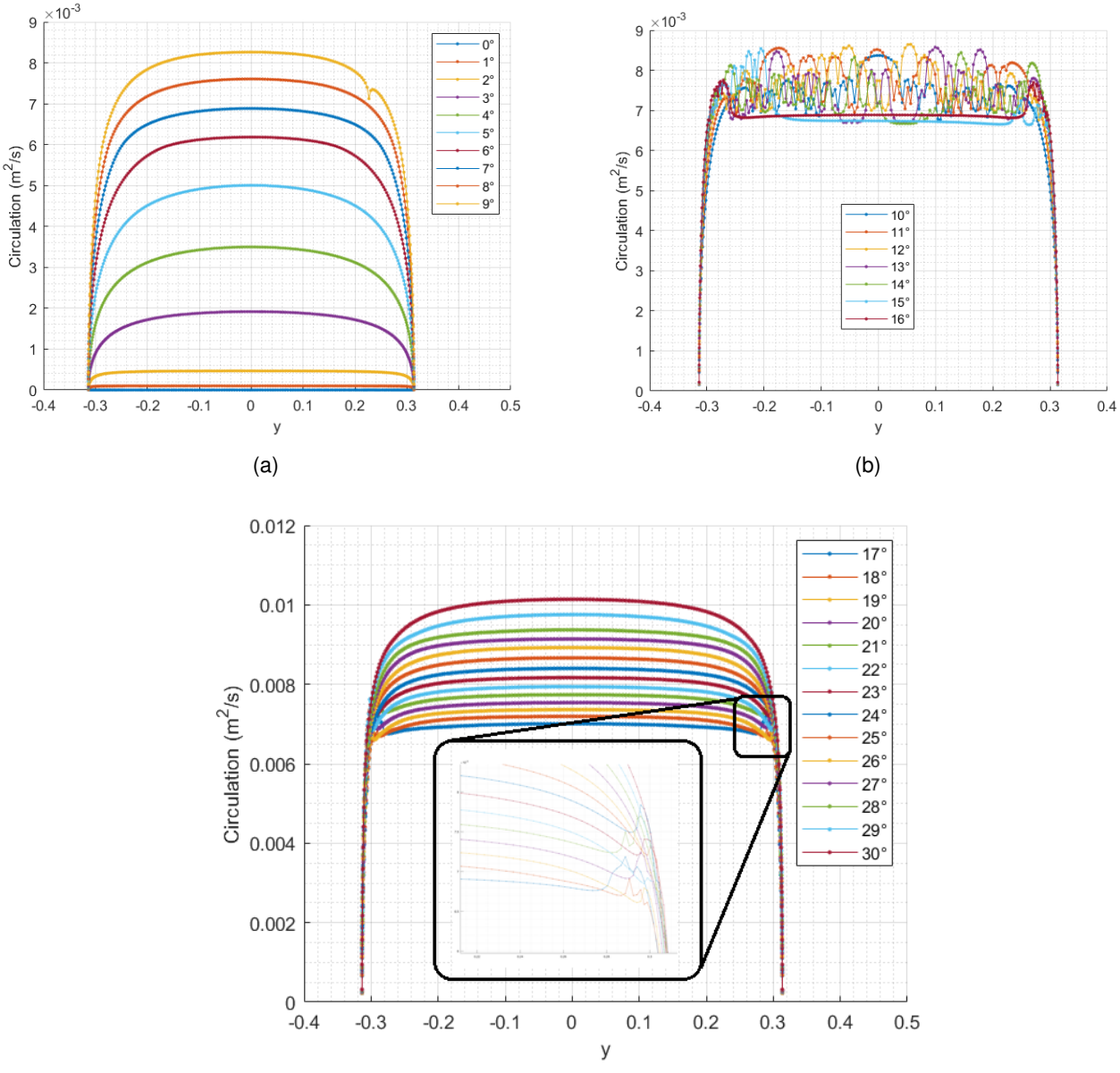
FIGURE 4.30 – Comparaison des variations du modèle de LP3DNL et des données expérimentales de Chiereghin et al. [26].

Les résultats expérimentaux 3D sont reconstitués numériquement avec la LP3DNL en utilisant comme polaire 2D en portance les données expérimentales 2D de Chiereghin et al. [26]. Pour la polaire en traînée, les données proviennent de Sheldahl et al. [142] (profil NACA0012, $Re = 20 \times 10^3$). Comme précédemment, 200 sections réparties en cosinus décentré ont été utilisées. La polaire 3D obtenue est comparée aux résultats expérimentaux, en violet sur la figure 4.30 (jusqu'à 14° les données violettes et vertes sont superposées). Les coefficients de portance des calculs entre 0-9° et 17-30° s'accordent bien avec les résultats expérimentaux. Pour les calculs entre 10° et 16° les coefficients de portance obtenus par la LP3DNL sont plus éloignés mais conservent l'ordre de grandeur.

L'ensemble des calculs de la figure 4.30 ont atteint une situation convergée, au sens du critère énoncé à la section A[3]. Toutefois, le sens physique des résultats des calculs au-delà de 9° est discutable. Pour les incidences entre 0° et 9° la circulation le long de l'envergure obtenue, est tracée sur la figure 4.31a. Les courbes sont bien régulières à l'exception de celle à 9° où un pic est présent. 93 itérations de Newton-Raphson ont été nécessaires pour le calcul à 9° d'incidence et en moyenne 22 itérations pour le reste de ces calculs. Entre 10° et 16° d'incidence, la circulation n'est pas physique, avec des zones en dents de scie et des "bosses" plus finement discrétisées, fig. 4.31b. Pour les incidences 10°, 11° et 12°, respectivement 203, 204 et 686 itérations ont été nécessaires pour que le calcul aboutisse. Au-delà de 16°, la circulation est plutôt régulière à l'exception d'une zone proche des

3. Le résidu $\|\underline{F}\|$ est de l'ordre de 10^{-8} pour tous les calculs.

extrémités où le comportement non-physique persiste mais diminue quand l'incidence augmente, fig. 4.31c. 58 itérations en moyenne ont été nécessaires pour ces calculs.



(a)

(b)

(c)

FIGURE 4.31 – Circulation le long de l'envergure du foil pour les différents angles d'incidence.

La polaire en portance utilisée ici présente un caractère non-bijectif dû à la partie décroissante entre 9° et 14°. Cette particularité conduit à la perte de l'unicité de la solution du problème de ligne portante dans la zone concernée et met en défaut la méthode de résolution de Newton-Raphson [42, 24]. Dans cette zone, l'algorithme ne converge pas toujours. Dans les cas favorables, la circulation convergée après un grand nombre d'itérations, est souvent non-physique et est sensible à la circulation initiale utilisée, au nombre de sections et à leur répartition spatiale. Ce phénomène et la solution mise en place son discutés plus en détails à la section suivante (section 4.5).

La portance locale du foil engendre via les effets 3D de la ligne portante une composante de traînée induite positive. De la même façon, la traînée ajoutée aux efforts hydrodynamiques engendre une composante de portance induite négative. Sur la figure 4.30, sont comparés les résultats obtenus avec la LP3DNL sans (en vert) et avec (en violet) l'ajout de la force de traînée, afin d'estimer son influence sur le coefficient de portance.

Jusqu'à 15° d'incidence, les résultats sont très proches. Au-delà de cet angle, le coefficient de portance est inférieur lorsque la polaire en traînée est utilisée. L'ajout d'une force de traînée permet, comme attendu, de se rapprocher des données expérimentales plus faibles. De plus, cet effet est ici sous-estimé puisque la polaire 2D en traînée utilisée provient de simulations numériques basées sur des expériences dont uniquement la traînée de pression a été mesurée (Sheldahl et al. [142]).

Sur la figure 4.30, apparaît également le coefficient de portance obtenue avec la LP3DNL, où la force de traînée est considérée et où les filaments tourbillonnaires sont non-coudés. La différence significative avec les filaments coudés n'apparaît également qu'après 15° d'incidence. Les résultats obtenus avec les filaments coudés sont inférieurs et plus proches des données expérimentales. Utiliser des filaments coudés, permet donc ici de se rapprocher des résultats expérimentaux. Entre 9° et 15°, les données obtenues sont différentes mais toujours dans le même ordre de grandeur.

4.5 Traitements pour les grands angles d'incidence, la viscosité artificielle

Les polaires en portance expérimentales présentent en général un maximum local entre 5° et 15° correspondant à l'incidence de décrochage statique, fig. 4.30, (voir aussi section 5.1). Au-delà de cette incidence la solution du problème de ligne portante perd son unicité [42, 40], plusieurs incidences locales existent pour un même coefficient de portance 2D et l'algorithme de résolution peut ne plus converger ou converge vers une solution non-physique, fig. 4.31b. Lorsqu'une solution est atteinte, celle-ci est dépendante de la circulation initiale utilisée dans l'algorithme et est généralement non-régulière avec des oscillations en dents de scie et peut présenter des "bosses" plus finement discrétisées, fig. 4.31b.

Ce phénomène a été clairement mis en lumière et discuté par Hunsaker [42] et a également été observé par d'autres auteurs [5, 23, 40, 42, 61, 113]. Le discours généralement adopté est que ce phénomène apparaît lorsque l'angle d'incidence considéré est situé sur la partie décroissante de la polaire ; et que, bien que la validité de la circulation non-régulière obtenue soit discutable, la valeur du coefficient de portance obtenu est convenable.

En pratique, dans des conditions réalistes, l'algorithme de résolution de la LP3DNL nécessite beaucoup plus d'itérations pour aboutir, pour une incidence dans la partie décroissante de la polaire que dans la partie précédent le maximum local. Dans de nombreux cas, l'algorithme ne converge pas du tout, et la circulation et la portance

explosent. Où les conditions réalistes correspondent à l'utilisation d'une polaire représentative de données expérimentales et d'un nombre de sections correct (n> 30).

Il arrive toutefois, sous certaines conditions, que le calcul se passe correctement sans souci apparent, malgré une polaire 2D non-bijective. Comme détaillé dans l'annexe D, ce problème de non-convergence ou d'irrégularité de la solution, semble plutôt être dû à un lien entre la courbure de la polaire 2D utilisée et l'allongement des sections dans le calcul de LP3DNL.

4.5.1 Corrections apportées à la LP3DNL pour les grands angles, la viscosité artificielle

Plusieurs auteurs ont tenté d'apporter des traitements à la ligne portante afin d'obtenir des résultats acceptables avec une polaire non-bijective et ainsi permettre de représenter le phénomène de décrochage statique. On retrouve par exemple [61, 40, 113]. La méthode retenue dans ce travail est celle de Jean-Jacques Chattot [24, 23], qui consiste à ajouter un terme de viscosité artificielle dans l'équation fondamentale de la LP3DNL pour sélectionner la solution correcte du problème non-linéaire.

Au système d'équations non-linéaires $\underline{F} = \underline{0}$, (eq. (4.31a) et (4.31b)), est ajouté le terme inspiré de Jean-Jacques Chattot [24, 23] pour former le nouveau système suivant :

$$\underline{G} = \underline{0} \tag{4.45a}$$

$$\text{avec,} \quad G_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \Gamma_i - \frac{1}{2} V_{proj_i} c_i C_l(\alpha_{eff_i}) - \mu_i \left(\frac{\partial^2 \underline{\Gamma}}{\partial \mathbf{y_s}^2}\right)_i \tag{4.45b}$$

Où μ_i est le *coefficient de viscosité artificielle*. Il s'agit d'un coefficient homogène à une surface et variable le long de l'envergure. $\mathbf{y_s}$ est la direction normale à la section considérée.

Le terme $\frac{\partial^2 \underline{\Gamma}}{\partial \mathbf{y_s}^2}$ désigne la dérivée seconde de la circulation le long de l'envergure du foil. Sa dimension est $[s^{-1}]$. Sa valeur est calculée par l'application de schémas de différences finies du second ordre [97] :

$$\left(\frac{\partial^2 \underline{\Gamma}}{\partial \mathbf{y_s}^2}\right)_i = \begin{cases} \left(\Gamma_{i-1} - 2\Gamma_i + \Gamma_{i+1}\right) / \Delta x^2 & \text{pour } i \neq 1 \text{ et } i \neq n \\ \left(2\Gamma_i - 5\Gamma_{i+1} + 4\Gamma_{i+2} - \Gamma_{i+3}\right) / \Delta x^2 & \text{pour } i = 1 \\ \left(2\Gamma_i - 5\Gamma_{i-1} + 4\Gamma_{i-2} - \Gamma_{i-3}\right) / \Delta x^2 & \text{pour } i = n \end{cases} \tag{4.46}$$

Où Δx est la distance entre deux points de contrôle de la ligne portante. Par construction, cette formulation est donc applicable à la LP3DNL uniquement pour une répartition uniforme des sections.

L'algorithme de résolution pour le système non-linéaire de l'eq. (4.45a), reste identique à celui décrit à la section 4.3.1. La matrice jacobienne de la fonction $\underline{G}$ prend toutefois une forme différente et est noté $\underline{\underline{K}}$:

$$K_{ij} = \frac{\partial G_i}{\partial \Gamma_j}(\underline{\Gamma}) = J_{ij} - \frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\left[\mu_i \left(\frac{\partial^2 \underline{\Gamma}}{\partial \mathbf{y_s}^2}\right)_i\right] \tag{4.47}$$

$$\underline{\underline{K}} = \underline{\underline{J}} - \frac{1}{\Delta x^2}\begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mu_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & 4 & -1 & & & & & \\ 1 & -2 & 1 & 0 & & & & \vdots & \\ 0 & 1 & -2 & 1 & & & \cdots & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 1 & -2 & & & & \vdots & \\ & \vdots & & & \ddots & & & \vdots & \\ & \vdots & & & & -2 & 1 & 0 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & & & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & \vdots & & & & 0 & 1 & -2 & 1 \\ & & & & & -1 & 4 & -5 & 2 \end{pmatrix} \tag{4.48}$$

Les coefficients de viscosité μ_i sont déterminés avant la première itération du calcul, selon les termes diagonaux de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$. Les valeurs sont choisies de sorte à ce que la diagonale de la matrice jacobienne $\underline{\underline{K}}$ soit entièrement positive pour pousser l'algorithme à converger vers une solution physique [24, 23]. Lorsqu'un terme diagonal de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ est déjà positif, le coefficient de viscosité correspondant prend la valeur nulle :

$$\mu_i = \begin{cases} \max(0, -\frac{1}{2} f_{va} \Delta x^2 J_{ii}) & \text{pour } i \neq 1 \text{ et } i \neq n \\ \min(0, \frac{1}{2} f_{va} \Delta x^2 J_{ii}) & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.49}$$

Où f_{va} est un facteur multiplicatif permettant de piloter la quantité de viscosité artificielle introduite dans le système. Lorsque $f_{va} = 0$, aucune viscosité artificielle n'est introduite et le système $\underline{G} = \underline{0}$ est équivalent au système $\underline{F} = \underline{0}$. Pour $f_{va} > 1$, la diagonale de la matrice jacobienne de $\underline{G}$ est strictement positive.

Pour tester la méthode, JJ. chattot [24] a proposé sa mise en application sur un cas test avec une polaire simple permettant d'obtenir une solution semi-analytique. Un foil droit à loi de corde elliptique est considéré avec un allongement $\lambda = 7$. La polaire analytique utilisée est la suivante :

$$C_l(\alpha_{eff}) = C_{l_{max}} \sin(2\alpha_{eff}) \tag{4.50}$$

Où $C_{l_{max}}$ est le coefficient de portance 2D maximal atteint en $\alpha_{eff} = \frac{\pi}{4}$.

La solution analytique du problème est cherchée en exprimant la circulation sous la forme d'une série de Fourier. Le coefficient de portance 3D ne dépend que du premier terme du développement de Fourier [84], et sa valeur peut être obtenue après résolution de l'équation non-linéaire suivante [24] :

$$C_L = \pi \lambda A_1 \tag{4.51}$$

$$\text{Avec,} \quad A_1 = \frac{C_{l_{max}}}{\pi \lambda} \sin(2\alpha - 2\arctan(A_1)) \tag{4.52}$$

L'équation (4.52) est résolue avec une méthode de Newton-Raphson. La figure 4.32 présente la polaire 2D en question, la polaire 3D solution semi-analytique du modèle de ligne portante de Prandtl et le résultat numérique de la LP3DNL correspondant. La valeur de $C_{l_{max}}$ est $C_{l_{max}} = 3$.

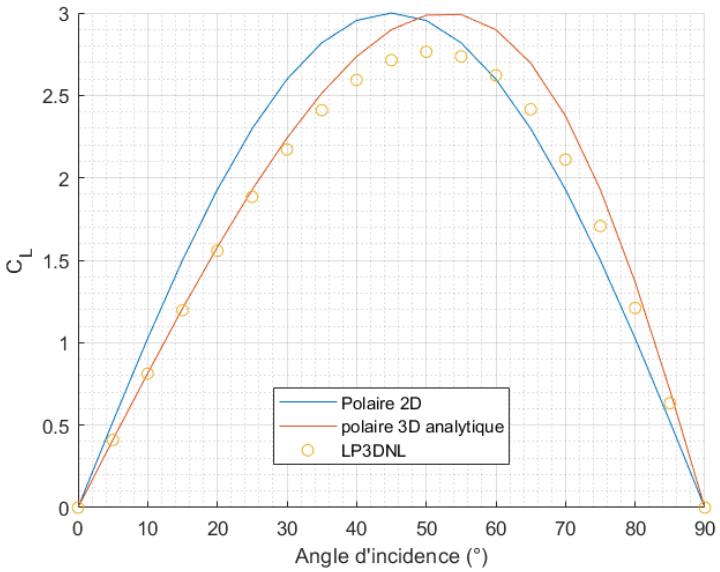


FIGURE 4.32 – Résultats de la LP3DNL sur le cas test de JJ. Chattot pour évaluer la méthode de viscosité artificielle.

Avec 200 sections réparties uniformément, la méthode de LP3DNL converge parfaitement pour ce cas test, y compris dans la zone décroissante de la polaire 2D. Comme illustré dans l'annexe D, la courbure de la polaire est ici suffisamment faible pour permettre une convergence propre de l'algorithme sans recours à la viscosité artificielle. Le résultat de la LP3DNL apparaît toutefois éloigné de la solution analytique. La figure 4.33 montre les résultats obtenus lorsque des filaments tourbillonnaires non-coudés sont considérés pour se rapprocher du modèle de Prandtl. La solution ainsi obtenue coïncide très bien avec la solution analytique mais les calculs sans viscosité artificielle ($f_{va} = 0$) convergent vers un solution non-physique dans la zone décroissante de la polaire, (étoiles jaunes sur la fig. 4.33). Les circulations correspondant à chaque incidence sont montrées sur la figure 4.34a. Un facteur multiplicatif de viscosité artificielle $f_{va} = 10$, permet de stabiliser les calculs et d'obtenir des coefficients de portance 3D très proches de la solution analytique, (cercles verts sur la fig. 4.33). Les circulations correspondantes sont montrées sur la figure 4.34.

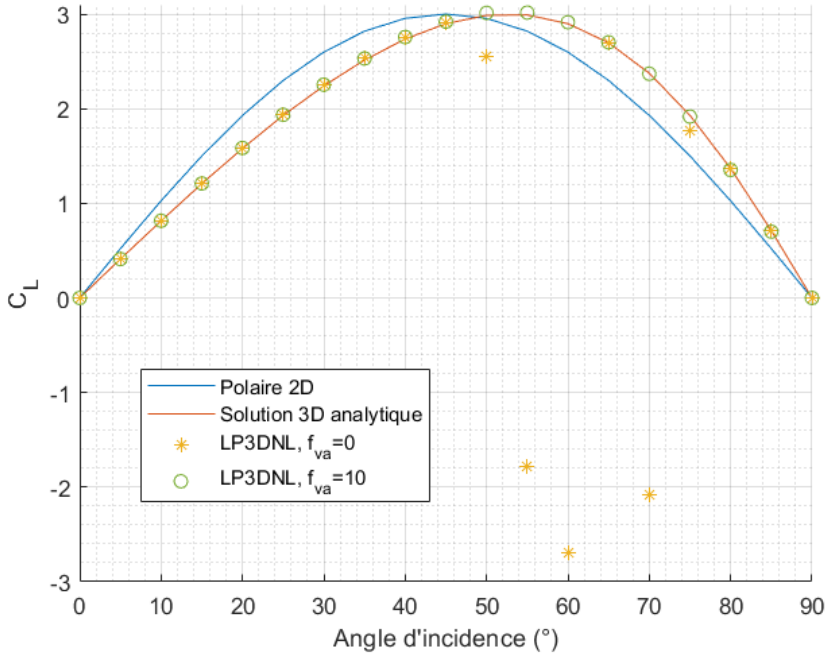
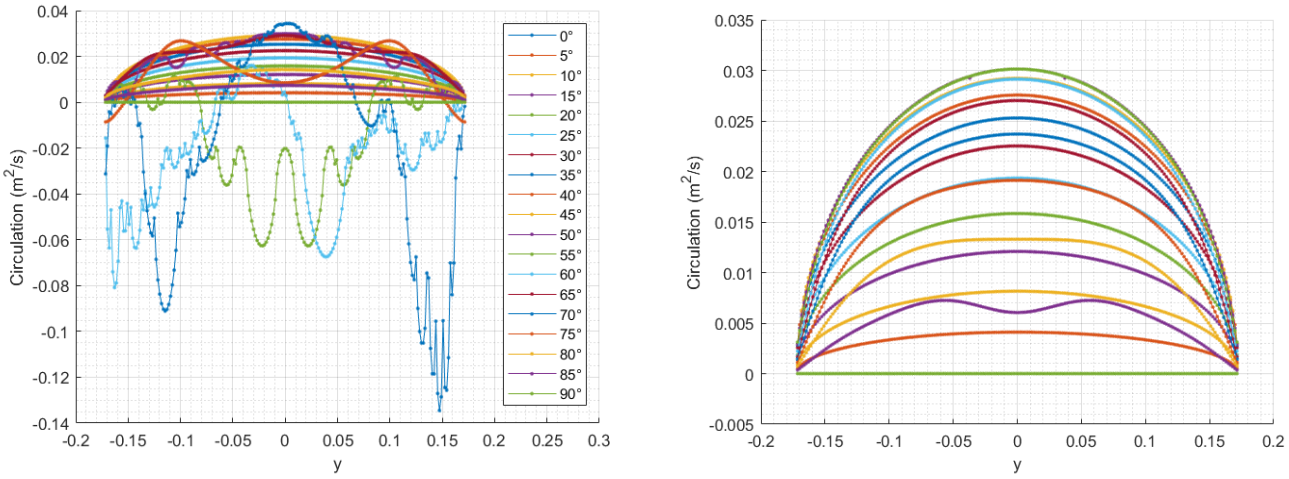


FIGURE 4.33 – Résultats de la LP3DNL non-coudée sur le cas test de JJ. Chattot.



(a) Sans viscosité artificielle, $f_{va} = 0$

(b) Avec viscosité artificielle, $f_{va} = 10$.

FIGURE 4.34 – Circulation le long de l'envergure pour tous les angles d'incidences.

Le résidu du calcul $||\underline{G}||$, une fois la convergence atteinte est tracée sur la figure 4.35 pour chaque angle d'incidence (cercles bleus). Les valeurs sont toutes inférieures à 10^{-6} m^2/s. La chute entre 15° et 20° d'incidence est causée par le passage de 2 à 3 itérations nécessaires à l'algorithme pour converger. A partir de 45° d'incidence, la viscosité artificielle est activée et l'algorithme a nécessité en moyenne 11 itérations pour converger. La courbe en étoiles oranges sur la figure 4.35, représente les résidus $||\underline{F}||$ des calculs, sans considération de la viscosité artificielle introduite. Cette quantité représente le respect de l'équation fondamentale de la LP3DNL, eq. (4.30). Pour un

calcul convergé, le résidu $||\underline{F}||$ est égal à la quantité de viscosité artificielle introduite dans le système $\mu_i \left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \mathbf{y_s}^2}\right)$, à la valeur près du résidu $||\underline{G}||$ supposé faible. Sur la figure 4.35, la quantité de viscosité artificielle introduite dans le système au-delà de 45° d'incidence est inférieure à 10^{-2} m^2/s, soit plus de 30 fois inférieure à la norme de la circulation correspondante.

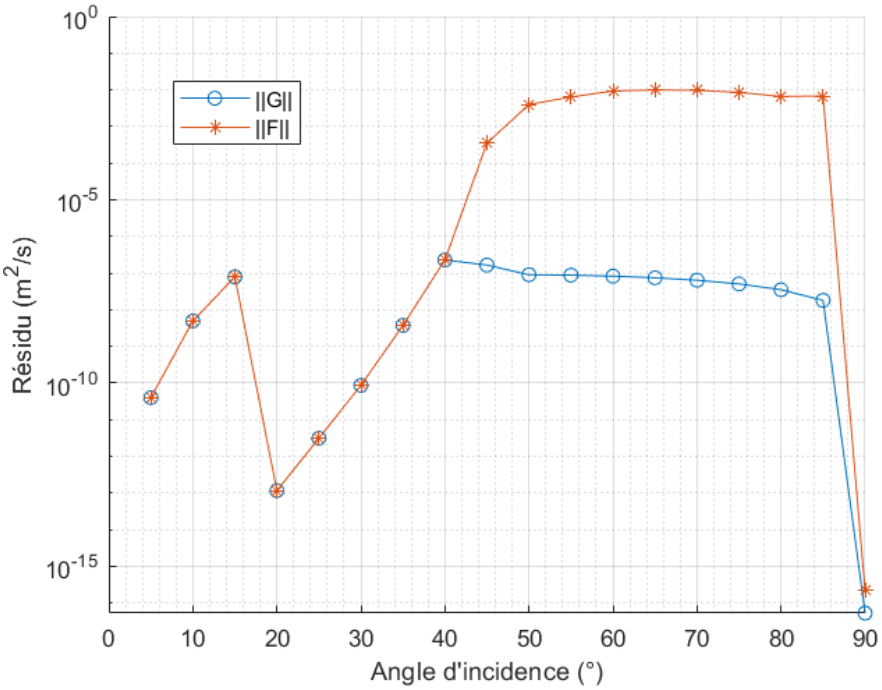


FIGURE 4.35 – Résidus du calcul avec viscosité artificielle

4.5.2 Application de la viscosité artificielle sur les expériences de Chiereghin

Les expériences de Chiereghin et al. [26] ont été recréées numériquement avec la méthode de LP3DNL agrémentée du principe de viscosité artificielle [24, 23]. 200 sections réparties uniformément ont été utilisées et le coefficient de relaxation initiale a été fixé à $R^0 = 0.2$. Les coefficients de portance 3D sont représentés sur la figure 4.36. La courbe jaune correspond au calcul sans viscosité artificielle, $f_{va} = 0$. La courbe violette et les points verts correspondent aux calculs avec un coefficient multiplicateur de viscosité artificielle de 10. Pour ces deux jeux de données la dérivée seconde de la circulation, (dans l'eq. (4.45b)) est calculée avec un schéma de différences finies d'ordre 2 et 4 respectivement (voir annexe E pour la prise en compte du schéma d'ordre 4 dans le modèle). Les valeurs du coefficient de portance obtenues sont quasiment superposées, de ce fait, le schéma d'ordre 2 est utilisé pour les autres calculs. Les courbes bleu clair et bordeaux correspondent aux calculs menés avec un coefficient multiplicateur de viscosité artificielle $f_{va} = 100$ et $f_{va} = 10000$ respectivement. Pour tous les cas concernés, la viscosité artificielle est activée pour les angles d'incidences situés entre $9°$ et $13°$. Pour les autres angles, les résultats de tous les cas sont identiques.

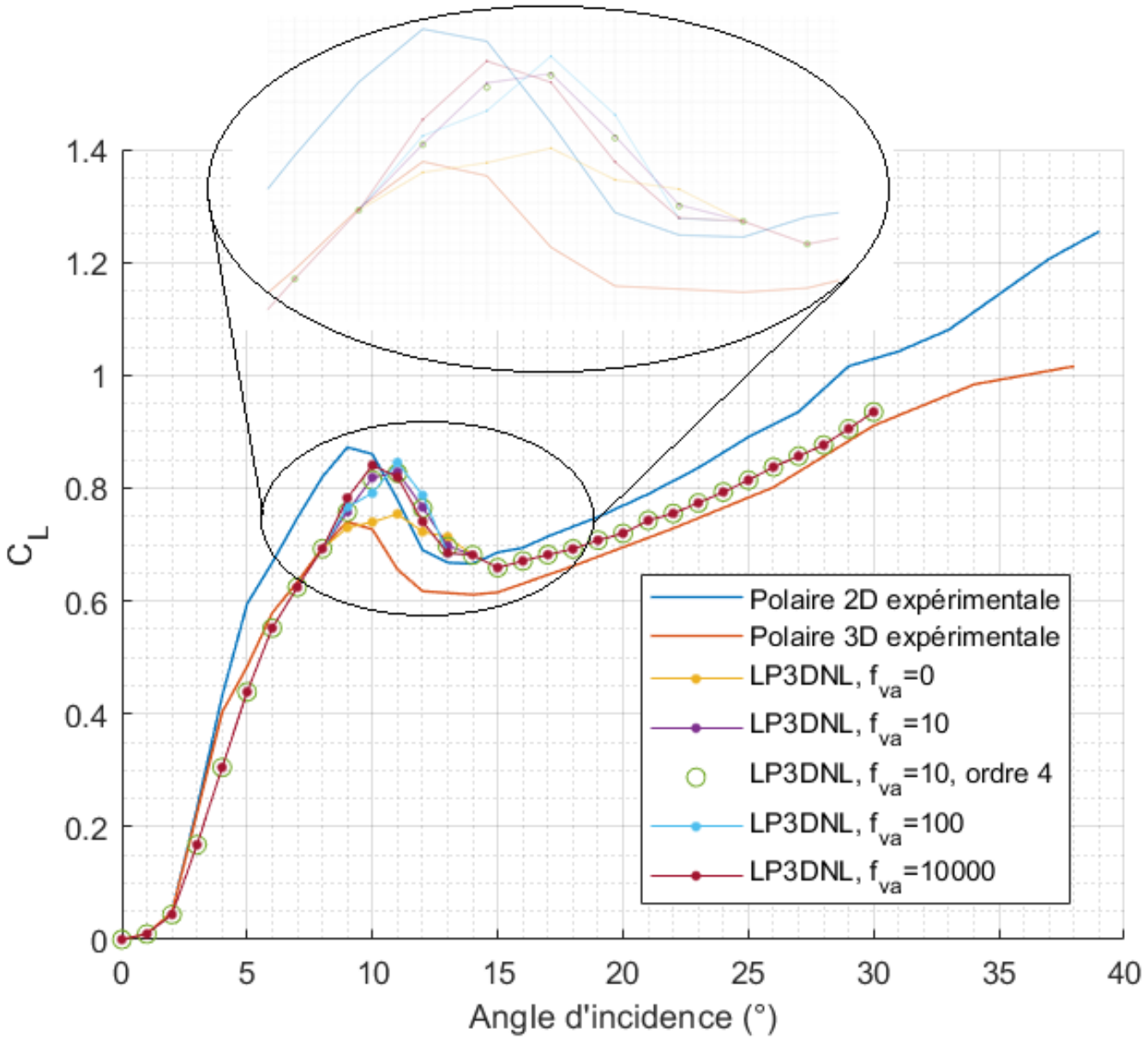


FIGURE 4.36 – Calculs de LP3DNL avec viscosité artificielle, sur les expériences de Chiereghin [26].

Pour le cas sans viscosité artificielle, les calculs aux incidences de $9°$ à $17°$ présentent une circulation le long de l'envergure non-physique. Les autres cas, avec l'aide de la viscosité artificielle, convergent proprement vers une solution régulière jusqu'à $13°$ d'incidence puis vers une solution non-physique à partir de $14°$ où la viscosité artificielle ne s'active plus. C'est-à-dire que les termes diagonaux de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ sont tous positifs dès l'initialisation des calculs.

L'ensemble des calculs ont convergé à l'exception du cas sans viscosité artificielle à $11°$ où le calcul a été stoppé après 300 itérations. Les autres calculs ont atteint un état convergé avec un résidu $||\underline{G}||$ en moyenne de l'ordre de $10^{-7}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ ou moins, pour une circulation de norme $||\Gamma|| = 9.2 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$ en moyenne.

Le respect de l'équation fondamentale de la LP3DNL, eq. (4.30), se témoigne par la petitesse du résidu $||\underline{F}||$,

sans considération de la viscosité artificielle. Au vu de l'équation 4.45b, ce terme peut être interprété comme la quantité de viscosité artificielle introduite dans le système lorsque le résidu $||\underline{G}||$ avoisine zéro.

Pour chaque cas, la moyenne du résidu $||\underline{F}||$, assimilée à la quantité de viscosité artificielle introduite dans le système, est reportée dans le tableau 4.1. Le cas sans viscosité artificielle respecte le mieux l'équation fondamentale de la LP3DNL, puisqu'il s'agit de l'équation directement résolue. Les circulations correspondantes ont toutefois un sens non-physique. Avec la viscosité artificielle, le problème résolu est celui de l'eq. (4.45a). Il diffère du problème de LP3DNL initial selon la quantité de viscosité artificielle introduite. Pour les résultats avec $f_{va} = 10, 100$ et 10000, les coefficients de portances obtenus sont proches et comme attendu, le respect de l'équation fondamentale de la LP3DNL diminue lorsque f_{va} augmente.

TABLE 4.1 – Résidu moyen des calculs selon le coefficient multiplicateur de viscosité artificielle.

f_{va}	0	10	10 (ordre 4)	100	10000	-
$\overline{\|\|\underline{F}\|\|}$	4.6×10^{-7}	1.4×10^{-3}	1.2×10^{-3}	3.4×10^{-3}	6.1×10^{-3}	m^2/s

L'utilisation d'un schéma de discrétisation d'ordre 4 pour la dérivée seconde de la circulation apparaît également peu utile ici. Avec cet ajout le coefficient de portance obtenu reste quasiment identique et le respect de l'équation fondamentale de la LP3DNL varie peu.

Les coefficients de portance pour les 4 cas utilisant la viscosité artificielle sont proches les uns des autres et présentent une allure cohérente mais sont supérieurs aux données expérimentales. En pratique, l'écoulement dans la zone au-delà du décrochage statique est instationnaire. Une partie de la différence observée peut être expliquée par l'utilisation de données instationnaires moyennées en temps par la méthode de LP3DNL stationnaire par construction.

Sur cette expérience, la méthode de viscosité artificielle permet aux calculs de LP3DNL de converger vers une solution physique à l'incidence de décrochage statique et au-delà (entre $9°$ et $13°$). La méthode en l'état ne permet cependant pas d'obtenir des résultats satisfaisants dans le voisinage du minimum local où le coefficient de portance 2D remonte après le décrochage statique (entre $14°$ et $17°$). Dans cette zone, la viscosité artificielle ne peut pas agir car les termes diagonaux de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ sont déjà positifs dès l'initialisation des calculs. Le défaut de la méthode de viscosité artificielle ainsi formulée est sa dépendance à la circulation initiale. Une circulation initiale particulière pourrait conduire à une activation de la viscosité artificielle et une stabilité des calculs. Plusieurs circulations initiales ont été testées par l'auteur, dont l'initialisation par la circulation finale d'un calcul à un angle d'incidence très proche. Ces tentatives sont restées sans succès notable.

Chapitre 5

Modèle de décrochage dynamique

Résumé du chapitre

Ce chapitre décrit le phénomène de décrochage dynamique et la modélisation qui en est faite dans ce travail. Dans un premier temps, les phénomènes d'écoulements instationnaires autour d'un profil en mouvement sont discutés. Le modèle de décrochage dynamique de Bøckmann est ensuite décrit et son implémentation est validée contre des données expérimentales. Ce modèle sera utilisé pour prédire les coefficients de portance et de traînée dynamiques des profils. Le calcul du coefficient de moment dynamique est issu du modèle de Bangga qui sera finalement présenté et validé avec des données expérimentales de l'Ohio State University.

Le modèle de décrochage dynamique 2D complet présenté dans ce chapitre aura pour vocation d'être couplé, dans le chapitre suivant, à la méthode de ligne portante 3D non-linéaire stationnaire. Le modèle couplé obtenu permettra de modéliser un foil 3D oscillant dans un écoulement fluide. Les aspects 3D sont apportés par le modèle de ligne portante, et la dimension instationnaire provient du modèle de décrochage dynamique.

5.1 Le décrochage dynamique

L'écoulement stationnaire bidimensionnel autour d'un profil fixe et les efforts hydrodynamiques en résultant dépendent de l'angle d'incidence du profil. Pour les angles suffisamment faibles (inférieurs à des valeurs allant de $5°$ à $15°$ environ selon le profil et le nombre de Reynolds), l'écoulement autour du profil est attaché. C'est-à-dire que les lignes de courant suivent en douceur le contour du profil, fig. 5.1. Dans cette zone, le coefficient de portance varie de façon affine avec l'angle d'incidence [1] [4]. Pour un profil mince dans un écoulement potentiel, la valeur théorique de la pente du coefficient de portance est 2π. Les mesures expérimentales sur des profils standards reportent des valeurs extrêmement proches [1, 142]. Pour des angles d'incidence supérieurs, la couche limite au bord de fuite se décolle et une zone de recirculation apparaît, fig. 5.1. En présence de ce phénomène, le coefficient de portance devient non-linéaire et présente un maximum local. L'angle d'incidence correspondant à ce maximum est appelé *angle de décrochage statique*. Au-delà de cette incidence, le coefficient de portance chute et la traînée augmente rapidement en raison de l'extension de la région décollée sur l'extrados du profil, [4], fig. 5.2.

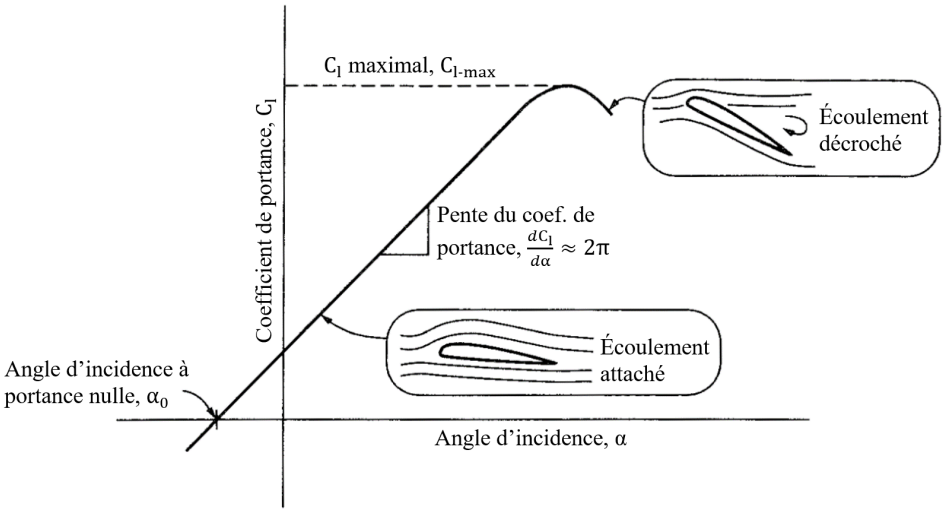


FIGURE 5.1 – Coefficient de portance et écoulement usuel pour un profil en incidence (Adapté de [4]).

Le terme « décrochage dynamique » fait référence à un profil dont l'angle d'incidence varie continûment et qui, à un moment donné, dépasse l'angle de décrochage statique. Le décrochage dynamique est caractérisé par des polaires de portance, de traînée et de moment qui ne suivent pas leurs équivalentes statiques, mais présente plutôt une hystérésis, si le mouvement est cyclique, fig. 5.3.

L'aspect le plus caractéristique du phénomène de décrochage dynamique est le lâcher tourbillonnaire, fig. 5.3. Lorsque l'angle d'incidence ou le mouvement est suffisamment intense, un tourbillon se forme dans la région du bord d'attaque du profil. L'apparition de ce phénomène peut être estimé par un critère. Par exemple, dans le modèle de décrochage dynamique de Bøckmann [17], un tourbillon est lâché lorsque la valeur absolue de l'angle d'incidence

1. A l'exception de certains profils pour les nombres de Reynolds bas ($Re \sim 20000$) où le coefficient de portance est non-linéaire au voisinage de l'incidence nulle, voir par exemple [27, 33].

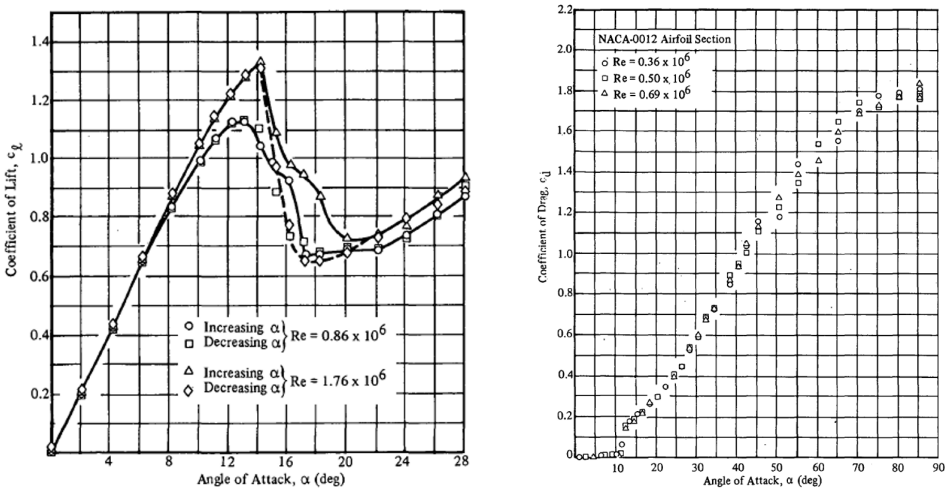


FIGURE 5.2 – Données expérimentales pour un profil NACA0012 en incidence, $R_e = 0.36 - 1.76 \times 10^6$. Coefficient de portance à gauche, Coefficient de traînée à droite (Adapté de [142]).

dépasse un angle critique α_v (déterminé par la rupture de la polaire en moment, fig. 5.3). Ou encore lorsque le paramètre de succion du bord d'attaque (LESP) de Ramesh [122], calculé à partir de la pression en plusieurs points de la région du bord d'attaque, atteint une pression critique [48]. Ce tourbillon se déplace ensuite le long du profil et conduit à des variations d'efforts pouvant être significativement différentes par rapport au cas statique. Lorsque le tourbillon passe le bord de fuite, l'écoulement devient complètement décroché et les efforts sur le profil chutent brutalement. Lorsque l'angle d'attaque redevient suffisamment faible (étape 5 de la figure 5.3), l'écoulement se raccroche à nouveau [95].

La simulation numérique haute-fidélité (simulation numérique directe (DNS), ou simulation aux grandes échelles (LES)) permet aujourd'hui de calculer correctement les efforts hydrodynamiques sur un profil en décrochage dynamique [68, 29, 139]. Les temps de calculs associés restent toutefois trop importants pour étudier l'influence de plusieurs paramètres. Les premiers modèles analytiques portant sur l'aérodynamique instationnaire des profils remontent aux années 1920 et 1930 avec les travaux de Wagner 1924 [169], Theodorsen 1935 [152] ou encore Garrick 1936 [63]. Ces modèles, détaillés dans [17, 56, 134], ne permettent pas de représenter les écoulements en régime décroché. Les profils sont supposés d'épaisseur négligeable et limités à de faibles angles d'incidence dans un écoulement incompressible et non visqueux. Or, comme noté par Scherer [135] et Chopra [32], de grandes amplitudes d'oscillation et des fréquences relativement élevées sont requises pour atteindre une poussée significative. Floryan [58] a également montré que la viscosité est un aspect crucial dans l'étude de la propulsion par foil oscillant. Sans viscosité, le paradoxe de D'Alembert (traduit par l'eq. (4.10b)) conduit à une force de traînée nulle et de ce fait à un rendement maximal lorsque le nombre de Strouhal St tend vers zéro. La traînée est nécessaire pour représenter correctement le comportement des foils oscillants à faible nombre de Strouhal et laisser apparaître sa valeur optimale maximisant le rendement.

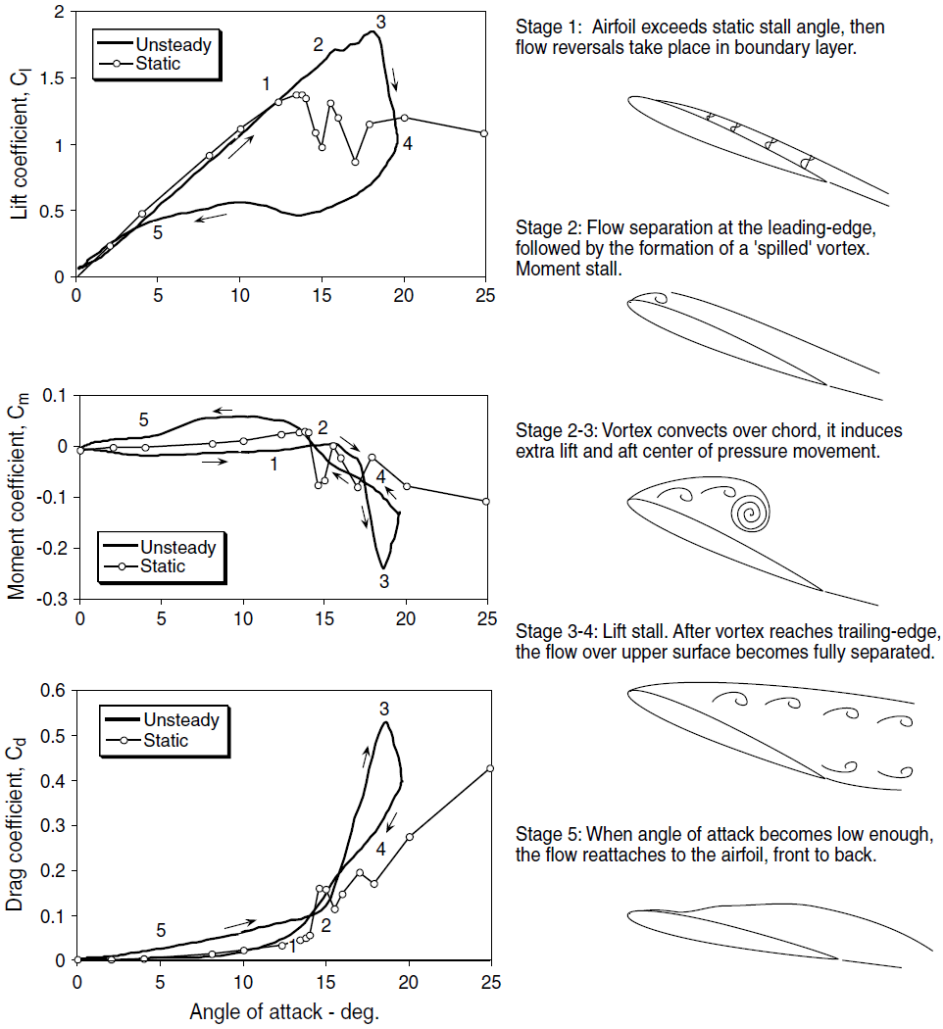


FIGURE 5.3 – Schéma montrant les efforts hydrodynamiques et l'écoulement pour un profil en état de décrochage dynamique (Leishman [95])

C'est à la fin des années 1970 que sont apparus les premiers modèles de décrochage dynamique [60]. Ils permettent d'obtenir, plus rapidement qu'avec la simulation haute-fidélité, une estimation des efforts du fluide sur un profil animé d'un mouvement quelconque, pour des écoulements instationnaires décrochés ou non. Ces modèles plus ou moins complexes, se basent en partie sur des aspects physiques et nécessitent d'introduire des paramètres empiriques. Les modèles les plus répandus sont le modèle de Beddoes–Leishman [96] et le modèle ONERA [155]. Le premier se fonde sur la modélisation des phénomènes physiques de l'écoulement via trois modules couplés : un module pour les aspects instationnaires attachés et deux autres rendant compte des effets de décrochage aux bords d'attaque et de fuite. Le modèle ONERA [155] établit la courbe de portance par un ensemble d'équations différentielles non-linéaires plutôt qu'en représentant explicitement le système physique. Une équation du premier ordre modélise le chargement dû à l'écoulement accroché et une équation du second ordre modélise les effets visqueux. Ces deux modèles ont initialement été développés pour l'aérodynamique des pales d'hélicoptères. Il existe toutefois de nombreux modèles, découlant de ces deux précédents, spécifiquement adaptés à d'autres applica-

tions. Comme par exemple les pales d'éoliennes avec le modèle Risø [74], le modèle de Larsen [92], le modèle Snel [147] ou encore le modèle Øye [115]. Les principales différences entre l'aérodynamique des pales d'hélicoptères et d'éoliennes sont l'absence d'effets de compressibilité et l'utilisation de profils plus épais [112]. Avec les mêmes considérations, Bøckmann [17] a proposé une adaptation du modèle de Beddoes–Leishman [96] pour une application à un système de propulsion maritime par foil oscillant.

5.2 Le modèle de Bøckmann

Le modèle de décrochage dynamique utilisé dans ce travail est celui proposé par Bøckmann [17]. Il s'agit d'une version légèrement modifiée du modèle de Beddoes–Leishman [96]. L'auteur a apporté des modifications de sorte à ce que le modèle fonctionne correctement pour le problème de propulsion par foil oscillant. Comme détaillé plus loin dans cette partie :

- les effets de compressibilité ont été retirés.
- L'expression de l'effort non-circulatoire (ou de masse ajoutée) est reformulée de sorte à pouvoir prendre en compte le mouvement de pilonnement du profil en plus du mouvement de tangage.
- L'expression de la position du point de séparation est modifiée, comme proposée par Moriarty [112], afin de pouvoir recréer correctement les données statiques pour les grands angles d'incidence.

Conformément au modèle initial, le calcul des efforts instationnaires s'appuie sur des polaires statiques de portance et de traînée du profil considéré. Les efforts hydrodynamiques sont exprimés au quart de corde, dans la base section. La force normale $\mathbf{N}$ est définie dans la direction de $\mathbf{z_s}$ et la force tangentielle $\mathbf{T}$ dans la direction de $-\mathbf{x_s}$, c'est-à-dire de sens positif du bord de fuite au bord d'attaque, fig. 5.4. Leurs coefficients adimensionnels sont respectivement C_N et C_T. L'angle d'incidence du profil utilisé dans le modèle est l'angle d'incidence apparent α_{app} (voir section 2.1), calculé à partir de l'angle d'incidence géométrique θ (angle entre la ligne de corde et la direction de l'écoulement amont), la vitesse de l'écoulement amont V_∞ et la vitesse de pilonnement $\dot{h}$:

$$\alpha_{app} = \theta - \arctan\left(\frac{\dot{h}}{V_\infty}\right) \tag{5.1}$$

L'angle d'incidence apparent α_{app} permet de prendre en compte un profil animé simultanément d'un mouvement de pilonnement et de tangage.

Le calcul est organisé en trois modules couplés donnant le coefficient de l'effort normal dynamique C_N au pas de temps n : l'écoulement instationnaire attaché, le décrochage au bord de fuite et le décrochage du bord d'attaque. Le coefficient de l'effort tangent dynamique C_T est calculé par la suite.

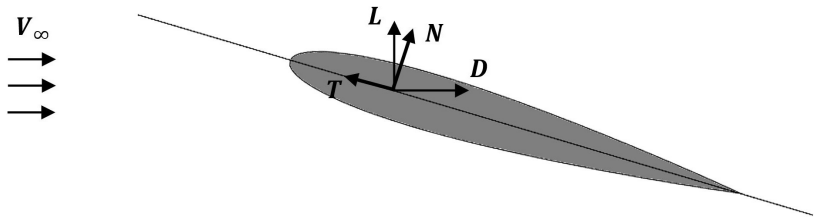


FIGURE 5.4 – Efforts hydrodynamiques sur un profil en incidence.

5.2.1 Écoulement instationnaire attaché

Pour un écoulement attaché, si l'angle d'incidence est légèrement modifié, le point de séparation ne se restabilisera pas instantanément au bord de fuite [17]. Le coefficient de l'effort circulatoire normal $C^C_{N,n}$ dû à un angle d'incidence en évolution est exprimé comme suit :

$$C^C_{N,n} = C_{N\alpha}(\alpha_{app_n} - \alpha_0 - X_n - Y_n) \tag{5.2}$$

$$C^C_{N,n} = C_{N\alpha}(\alpha_{E,n} - \alpha_0) \tag{5.3}$$

$$X_n = X_{n-1}e^{-b_1\Delta S} + A_1(\alpha_{app_n} - \alpha_{app_{n-1}})e^{-b_1\frac{\Delta S}{2}} \tag{5.4}$$

$$Y_n = Y_{n-1}e^{-b_2\Delta S} + A_2(\alpha_{app_n} - \alpha_{app_{n-1}})e^{-b_2\frac{\Delta S}{2}} \tag{5.5}$$

Où $C_{N\alpha}$ représente la pente du coefficient de l'effort normal à portance nulle (mesurée à partir des polaires statiques), α_0 est l'angle d'incidence à portance nulle et l'indice n représente le pas de temps. X et Y sont des fonctions de pénalisation modélisant le retard dû aux effets instationnaires. A_1, A_2, b_1 et b_2 sont des constantes empiriques propres au profil (leurs valeurs numériques sont discutées au 5.2.6). ΔS représente la distance parcourue par le profil, dans le repère fluide, adimensionnée par la demi-longueur de corde au cours du pas de temps, $\Delta S = \frac{2V_n dt}{c}$. Où V_n est la vitesse de l'écoulement vue par le point de quart de corde du profil (variable en fonction de la vitesse de pilonnement). L'initialisation du modèle avec les valeurs X_0 et Y_0 est discutée au 5.2.7.

Le coefficient de l'effort normal non-circulatoire, aussi appelé effort de masse ajoutée, est exprimé ainsi :

$$C^I_{N,n} = \frac{\pi c}{2{V_n}^2}\left(-\ddot{h}\cos(\theta) + V_\infty\frac{d}{dt}\sin(\theta) + \frac{c}{4}\ddot{\theta}\right) \tag{5.6}$$

Où $\ddot{h}$ et $\ddot{\theta}$ sont respectivement les accélérations en pilonnement et en tangage au quart de corde. Le coefficient de l'effort normal total pour un écoulement attaché est finalement la somme du coefficient de masse ajoutée et du coefficient circulatoire normal :

$$C^P_{N,n} = C^C_{N,n} + C^I_{N,n} \tag{5.7}$$

5.2.2 Décrochage du bord de fuite

La réponse calculée pour l'écoulement attaché est ensuite modifiée en fonction du degré de séparation au bord de fuite. La séparation de l'écoulement entraîne une perte de circulation autour du profil, et donc une diminution de la portance. La position du point de séparation est donnée par $f = x/c$, où x est le point de séparation le long de la ligne de corde, mesuré à partir du bord d'attaque, et c la longueur de corde du profil. Pour un écoulement entièrement attaché, $f = 1$ et $f = 0$ pour un écoulement entièrement décroché, fig. 5.5. Le coefficient de l'effort normal statique C_N^{stat}, est relié au point de séparation par l'approximation de la plaque mince dans un écoulement potentiel de Kirchoff [154] :

$$C_N^{stat} = C_{N\alpha}(\alpha - \alpha_0)\left(\frac{1+\sqrt{f}}{2}\right)^2 \tag{5.8}$$

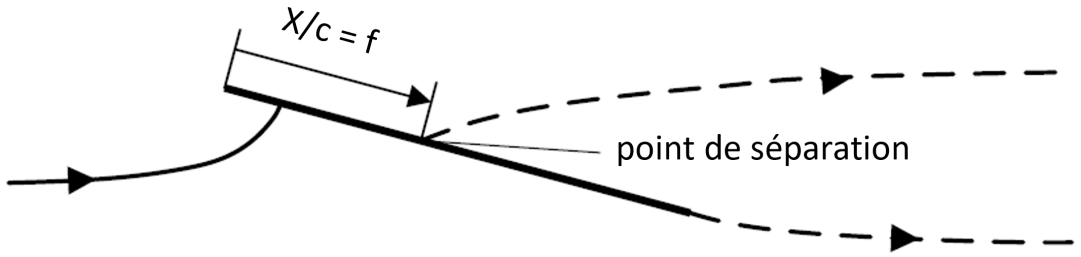


FIGURE 5.5 – Degré d'attachement f, défini pour une plaque mince dans un écoulement de Kirchhoff (adapté de Bøckmann [17]).

Pour déterminer le degré d'attachement f, Beddoes–Leishman [96] utilise une régression exponentielle à partir de données statiques. Moriarty [112] a montré qu'il est plus précis d'utiliser directement les données statiques dans l'équation (5.8) inversée pour s'affranchir des erreurs liées à la régression :

$$f = \left(2\sqrt{\frac{C_N^{stat}(\alpha)}{C_{N\alpha}(\alpha - \alpha_0)}} - 1\right)^2 \tag{5.9}$$

Moriarty [112] a également montré que l'équation (5.8) ne permet pas de représenter avec précision le degré d'attachement f pour tous les angles d'incidence. Pour les grands angles, f doit pouvoir devenir négatif pour reproduire les données statiques. Or le signe négatif disparaît avec le passage au carré dans l'équation (5.9). Pour pallier ce problème, l'expression de f dans l'équation (5.9) est reformulée pour en préserver le signe :

$$t = 2\sqrt{\frac{C_N^{stat}(\alpha)}{C_{N\alpha}(\alpha - \alpha_0)}} - 1 \tag{5.10}$$

$$f = t^2 \operatorname{sign}(t) \tag{5.11}$$

$$C_N^{stat} = C_{N\alpha}(\alpha - \alpha_0)\left(\frac{1+\sqrt{|f|}\operatorname{sign}(f)}{2}\right)^2 \tag{5.12}$$

Pour revenir au modèle de Bøckmann, les aspects instationnaires sont décrits sous la forme d'un retard dans la réponse de la pression au bord d'attaque. Cela est modélisé par une fonction de pénalisation D_p appliquée à l'effort normal instationnaire attaché :

$$C'_{N,n} = C^P_{N,n} - D_{p,n} \tag{5.13}$$

$$D_{p,n} = D_{p,n-1} e^{-\frac{\Delta S}{T_p}} + (C^P_{N,n} - C^P_{N,n-1}) e^{-\frac{\Delta S}{2T_p}} \tag{5.14}$$

Où T_p est une constante temporelle adimensionnelle (voir 5.2.6) pour le retard de pression des écoulements détachés. Un angle d'incidence équivalent α_f, est défini pour prendre en compte ce retard :

$$\alpha_{f,n} = \frac{C'_{N,n}}{C_{N\alpha}} + \alpha_0 \tag{5.15}$$

Le degré d'attachement avec le retard de pression f'_n, correspondant est obtenu à partir des équations (5.10) et (5.11) :

$$t'_n = 2\sqrt{\frac{C_N^{statique}(\alpha_{f,n})}{C_{N\alpha}(\alpha_{f,n} - \alpha_0)}} - 1 \tag{5.16}$$

$$f'_n = t'^2_n \operatorname{sign}(t'_n) \tag{5.17}$$

En plus du retard en pression, la couche limite instationnaire apporte un retard visqueux modélisé par la fonction de pénalisation D_f appliquée sur le degré d'attachement incluant le retard de pression f'_n :

$$f''_n = f'_n - D_{f,n} \tag{5.18}$$

$$D_{f,n} = D_{f,n-1} e^{-\frac{\Delta S}{T_f}} + (f'_n - f'_{n-1}) e^{-\frac{\Delta S}{2T_f}} \tag{5.19}$$

Où T_f est une constante temporelle adimensionnelle (voir 5.2.6) pour le retard visqueux de la couche limite.

Finalement, le coefficient de l'effort normal intégrant les effets de décrochage depuis le bord de fuite C^f_N, est calculé à partir de l'équation 5.12 de Moriarty [112], avec le degré d'attachement modifié par le retard de pression et le retard visqueux f''_n :

$$C^f_{N,n} = C_{N\alpha}(\alpha_{E,n} - \alpha_0) \left(\frac{1 + \sqrt{|f''_n|} \operatorname{sign}(f''_n)}{2} \right)^2 \tag{5.20}$$

5.2.3 Décrochage du bord d'attaque

Le troisième module décrit le décrochage du profil, lorsque le tourbillon formé au bord d'attaque se détache et opère son déplacement le long de la surface du profil. Pour les efforts hydrodynamiques, il est supposé dans le modèle que l'effet de ce tourbillon est négligeable tant qu'il reste fixe dans la région du bord d'attaque [17]. Pour un profil symétrique, le tourbillon est supposé se détacher lorsque la valeur absolue de l'angle d'incidence dépasse une valeur seuil α_v. La valeur seuil α_v peut être déterminée à partir des polaires statiques, lorsque le moment chute brutalement (étape 2 de la fig. 5.3). Une fois détaché le tourbillon se déplace le long de l'extrados à un tiers de la vitesse incidente [70]. Une variable adimensionnelle $\tau = \frac{V_n(t-t_0)}{3c}$ permet de repérer la position du tourbillon, avec t_0 l'instant ou le tourbillon est lâché au bord d'attaque. Le tourbillon se trouve sur la surface du profil pour $0 < \tau < 1$:

$$\tau_n = \begin{cases} \tau_{n-1} + \frac{V_n}{3c}\Delta t \ ; & \text{si } |\alpha_{app_n}| > \alpha_v \\ 0 \ ; & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.21}$$

L'effet du tourbillon au bord d'attaque $C_{V,n}$ est défini comme la différence entre la portance instationnaire en écoulement attaché $C^C_{N,n}$ et la portance détachée donnée par l'approximation de Kirchhoff $C^f_{N,n}$ [154] :

$$C_{V,n} = C^C_{N,n} - C^f_{N,n} \tag{5.22}$$

La part du coefficient de l'effort normal due au lâcher tourbillonnaire $C^V_{N,n}$ décroît exponentiellement mais est incrémenté par l'effet du tourbillon lorsque celui-ci se trouve sur la surface du profil et que son effet est favorable à l'effort normal :

$$C^V_{N,n} = \begin{cases} C^V_{N,n-1}e^{-\frac{\Delta S}{T_v}} + (C_{V,n} - C_{V,n-1})e^{-\frac{\Delta S}{2T_v}} \ ; & \text{si } 0 < \tau_n < 1 \text{ et } \operatorname{sign}(C_{V,n} - C_{V,n-1}) = \operatorname{sign}(\alpha_{app_n}) \\ C^V_{N,n-1}e^{-\frac{\Delta S}{T_v}} \ ; & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.23}$$

Où T_v est une constante temporelle adimensionnelle (voir 5.2.6). La condition $\operatorname{sign}(C_{V,n} - C_{V,n-1}) = \operatorname{sign}(\alpha_{app_n})$ permet d'obtenir un effet symétrique lorsque le mouvement d'oscillation du profil est symétrique. L'effort normal dû au lâcher tourbillonnaire est incrémenté par l'effet du tourbillon uniquement lorsque cet effet est favorable à l'effort normal. C'est-à-dire, lorsque l'effet est positif si l'incidence est positive (ce qui correspond à la phase de montée du profil pour un déphasage de $\frac{\pi}{2}$ entre le mouvement de pilonnement et de tangage) et négatif si l'incidence est négative (phase de descente du profil).

L'interprétation par l'auteur du présent module au travers des équations (5.21), (5.22) et (5.23) est qu'un tourbillon est lâché au bord d'attaque du profil lorsque son angle d'incidence (positif ou négatif) dépasse un seuil. Le coefficient de l'effort hydrodynamique normal sera influencé activement par ce tourbillon tant que l'incidence reste au dessus de la valeur seuil et que le tourbillon n'atteint pas le bord de fuite du profil. Lorsque l'incidence redes-

cend en dessous de la valeur seuil, l'influence de ce tourbillon perdurera mais sera dégressif (deuxième partie de l'eq. (5.23). Un autre tourbillon peut être lâché, par la suite, à l'extrados ou l'intrados si l'incidence le permet, avant que le tourbillon précèdent n'atteigne le bord de fuite.

5.2.4 Calcul du coefficient de l'effort tangent

Beddoes et Leishman [96] expriment le coefficient de l'effort tangent comme suit :

$$C_{T,n}^{f} = \eta_T C_{N\alpha}(\alpha_{E,n} - \alpha_0)\alpha_{E,n}\sqrt{f_n''} - C_{D0} \tag{5.24}$$

Où η_T est le facteur de rétablissement de la succion du bord d'attaque. Il tient compte du fait que le profil ne produit pas 100$\%$ de la force tangentielle atteinte en écoulement potentiel [17]. Dans Bøckmann [17] et Bøckmann et al. [19], $\eta_T = 0.95$ est utilisé. Le terme en $\sqrt{\cdot}$ provient du modèle d'écoulement de Kirchhoff [154] et f_n'' est utilisé pour tenir compte du retard de pression et du retard visqueux. C_{D0} est le coefficient de traînée à portance nulle. Toujours dans le but d'améliorer la précision de f_n'', soit le degré d'attachement de l'écoulement au bord de fuite, Moriarty [112] propose d'utiliser pour la force tangentielle, un degré d'attachement $f_{T,n}''$ différent issu de l'inversion de l'équation 5.24 :

$$t_{T,n}' = \frac{C_T^{stat}(\alpha_{f,n}) + C_{D0}}{\eta_T C_{N\alpha}(\alpha_{f,n} - \alpha_0)\alpha_{f,n}} \tag{5.25}$$

$$f_{T,n}' = {t_{T,n}'}^2 \operatorname{sign}(t_{T,n}') \tag{5.26}$$

$$f_{T,n}'' = f_{T,n}' - D_{f,n} \tag{5.27}$$

Où C_T^{stat} est le coefficient de l'effort tangent statique. La forme finale de l'expression du coefficient de l'effort tangent après les corrections de Moriarty [112] pour les grands angles est donc :

$$C_{T,n}^{f} = \eta_T C_{N\alpha}(\alpha_{E,n} - \alpha_0)\alpha_{E,n}\sqrt{|f_{T,n}''|}\operatorname{sign}\left(f_{T,n}''\right) - C_{D0} \tag{5.28}$$

5.2.5 Bilan

Le coefficient de l'effort hydrodynamique agissant sur la structure dans la direction normale à la ligne de corde C_N, se calcule finalement comme la somme de l'effort normal dû à l'écoulement décroché au bord de fuite, de la contribution de la masse ajoutée et de l'effet des tourbillons lâchés au bord d'attaque, eq. (5.29). Le coefficient de l'effort dans la direction tangente à la ligne de corde C_T est calculé à la section 5.2.4 à partir de l'écoulement décroché au bord de fuite, eq. (5.30) :

$$C_N = C_N^f + C_N^I + C_N^V \tag{5.29}$$

$$C_T = C_T^f \tag{5.30}$$

Les coefficients de portance et de traînée dynamiques 2D son ensuite calculés avec θ l'angle d'incidence géométrique du profil :

$$C_l^d = C_N \cos(\theta) + C_T \sin(\theta) \tag{5.31}$$

$$C_d^d = C_N \sin(\theta) - C_T \cos(\theta) \tag{5.32}$$

5.2.6 Paramètres du modèle

Les différents paramètres empiriques du modèle sont donnés dans le tableau 5.1 :

TABLE 5.1 – Paramètres du modèle de décrochage dynamique

A_1	A_2	b_1	b_2	T_p	T_f	T_v	η_T
0.165	0.335	0.0455	0.3	1.5	7	15	0.95

Les quatre premiers paramètres A_1, A_2, b_1 et b_2 sont donnés par Jones et al. [82, 83] pour la plaque mince. T_p, T_f et T_v ont été déterminés par Bøckmann [17] pour s'approcher au mieux de ses résultats expérimentaux. Les paramètres propres au profil utilisé ont été déterminés à partir des résultats expérimentaux de Sheldahl et al. [142] et sont donnés dans le tableau 5.2.

TABLE 5.2 – Paramètres liés au profil NACA0012

α_0	$C_{N\alpha}$	α_v	C_{D0}
0°	6.314 rad^{-1}	11°	0.0116

5.2.7 Initialisation du modèle

Pour un pas de temps donné, le modèle nécessite la valeur de certaines variables au pas de temps précèdent. De ce fait, le modèle requiert d'être initialisé. Par souci de simplicité il est supposé qu'à l'étape initiale le profil est

fixe à une incidence α_{ini} suffisamment faible pour que l'écoulement soit stationnaire. Les variables X_n, Y_n, $D_{p,n}$, $D_{f,n}$, τ_n et $C^V_{N,n}$ sont donc initialisées à zéro et les valeurs initiales des variables $C^p_{N,n}$, f'_n et $C_{V,n}$ sont données par les équations (5.33), (5.34) et (5.35) respectivement :

$$C^p_{N,0} = C_{N\alpha}(\alpha_{ini} - \alpha_0) \tag{5.33}$$

$$f'_0 = \left(2\sqrt{\frac{C^{stat}_N(\alpha_{ini})}{C_{N\alpha}(\alpha_{ini} - \alpha_0)}} - 1\right)^2 \tag{5.34}$$

$$C_{V,0} = C_{N\alpha}(\alpha_{ini} - \alpha_0)\left(1 - \frac{C^{stat}_N(\alpha_{ini})}{C_{N\alpha}(\alpha_{ini} - \alpha_0)}\right) \tag{5.35}$$

5.2.8 Corrections 3D

Dans le but de prendre en compte les effets liés à un allongement fini, Bøckmann [17] a proposé d'apporter des corrections 3D au modèle. Ces corrections sont inspirées de la ligne portante de Prandtl et permettent aux résultats du modèle d'être représentatifs des données expérimentales également réalisées dans le cadre de la thèse de Bøckmann [17].

Les coefficients de portance et de traînée dynamique 3D sont obtenus en appliquant les résultats du foil droit à loi de corde elliptique (section 4.2). Le coefficient de portance est multiplié par un terme dépendant de l'allongement considéré et le terme de traînée induite est ajoutée au coefficient de traînée :

$$C^d_L = C^d_l \times \frac{\lambda}{\lambda + 2} \tag{5.36}$$

$$C^d_D = C^d_d + \frac{4\pi\lambda\,\alpha_f^2}{(\lambda+2)^2} \tag{5.37}$$

Où C^d_l et C^d_d sont calculés avec les équations (5.31) et (5.32) et l'angle α_f du pas de temps considéré, et l'équation (5.29) sans la prise en compte du coefficient de l'effort de masse ajoutée C^I_N.

Les coefficients dynamiques des efforts normal et tangent 3D sont ensuite calculés à partir des coefficients de portance et traînée 3D, et la contribution de la masse ajoutée est additionnée au coefficient de l'effort normal :

$$C_{N_{3D}} = C_L\cos(\alpha_f) + C_D\sin(\alpha_f) + C^I_N \tag{5.38}$$

$$C_{T_{3D}} = C_L\sin(\alpha_f) - C_D\cos(\alpha_f) \tag{5.39}$$

5.2.9 Validation de l'implémentation

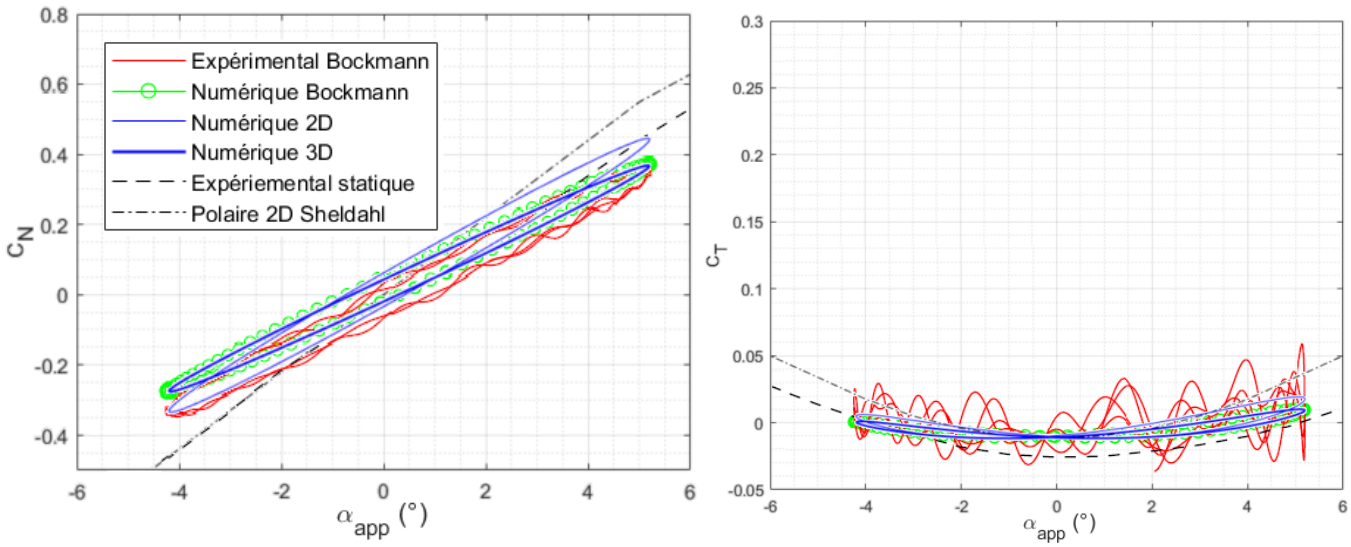
Bøckmann [17] a réalisé des expériences de foil fixe et oscillant en canal hydraulique. Le foil est pratiquement droit, sa longueur de corde à l'emplanture et son envergure sont $c_r = 0.1875$ m et $b = 1.8125$ m respectivement. Le profil du foil est le NACA0015 et le nombre de Reynolds considéré est environ $Re = 200 \times 10^3$.

La première expérience consiste en un mouvement de pilonnement pur. La vitesse de l'écoulement est fixée à $V_\infty = 1.286\ \mathrm{m/s}$. Le foil oscille verticalement selon un mouvement sinusoïdale de fréquence $f = 0.42\ \mathrm{Hz}$, et d'amplitude $h_0 = 0.04\ \mathrm{m}$. L'angle d'incidence apparent utilisé en donnée d'entrée du modèle de décrochage dynamique est donné par l'équation (5.40) :

$$\alpha_{app} = \theta_m - \arctan\left(\frac{\dot{h}}{V_\infty}\right) \tag{5.40}$$

Où θ_m est un angle de calage de $0.5°$.

La figure 5.6 présente les efforts hydrodynamique agissant sur le foil. Les courbes bleues sont les résultats numériques obtenus par la présente implémentation du modèle de décrochage dynamique. Les données brutes du modèle sont en trait fin et les données après corrections 3D sont en trait épais. Les courbes en noir pointillé correspondent aux polaires expérimentales statiques de Bøckmann [17] et les courbes en point-pontillé sont les polaires expérimentales statiques 2D de Sheldahl et al. [142], utilisées dans le modèle (profil NACA0015, $Re = 160 \times 10^3$).



(a) Coefficient de l'effort normal.

(b) Coefficient de l'effort tangent

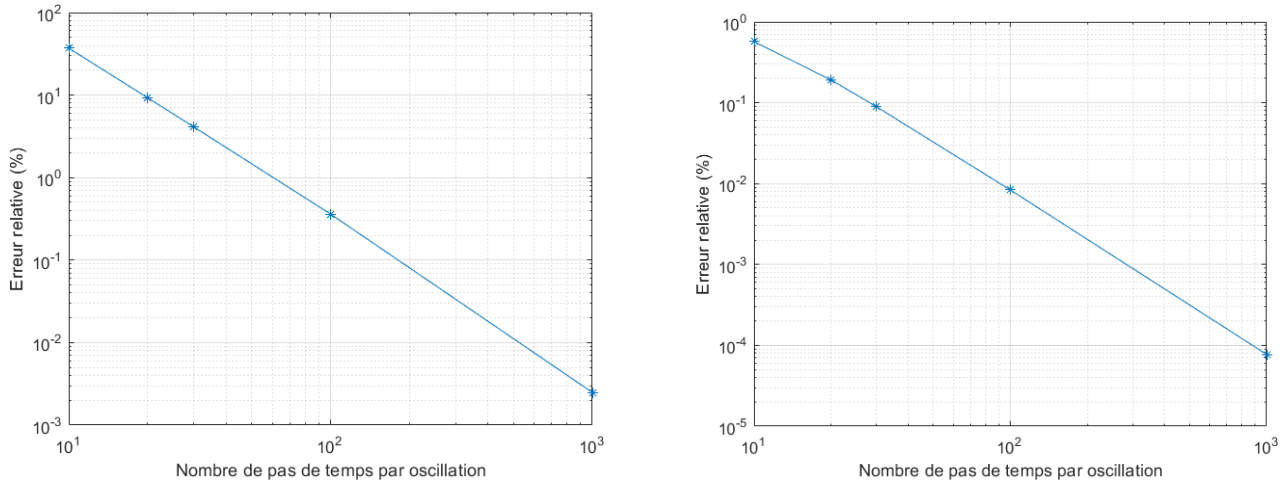
FIGURE 5.6 – Efforts hydrodynamique sur un foil en pilonnement pur (avec des données de Bøckmann [17]) et Sheldahl [142].

Les résultats après corrections 3D se superposent très bien aux résultats de Bøckmann [17].

Pour ce calcul, le modèle de décrochage dynamique a simulé 10 oscillations et 100 pas de temps par oscillation ont été utilisés. Les résultats des 5 dernières oscillations sont tracés sur la figure 5.6. La différence entre les oscillations est indiscernable, cela montre que le modèle a atteint un état périodique en moins de 5 oscillations.

L'influence du nombre de pas de temps par oscillation est montré sur la figure 5.7. L'erreur relative sur le coefficient d'effort normal et tangent moyen, sur la dernière oscillation, est tracée en fonction du nombre de pas de

temps. L'erreur relative est calculée en pourcentage du coefficient d'effort normal ou tangent moyen sur la dernière oscillation du calcul réalisé avec 5000 pas de temps par oscillation. Avec 100 et 30 pas de temps par itération, l'erreur sur le coefficient de l'effort normal est inférieure à 0.5% et 5% respectivement. Pour le coefficient de l'effort tangent, l'erreur est encore inférieure.



(a) Erreur relative du C_N moyen.

(b) Erreur relative du C_T moyen.

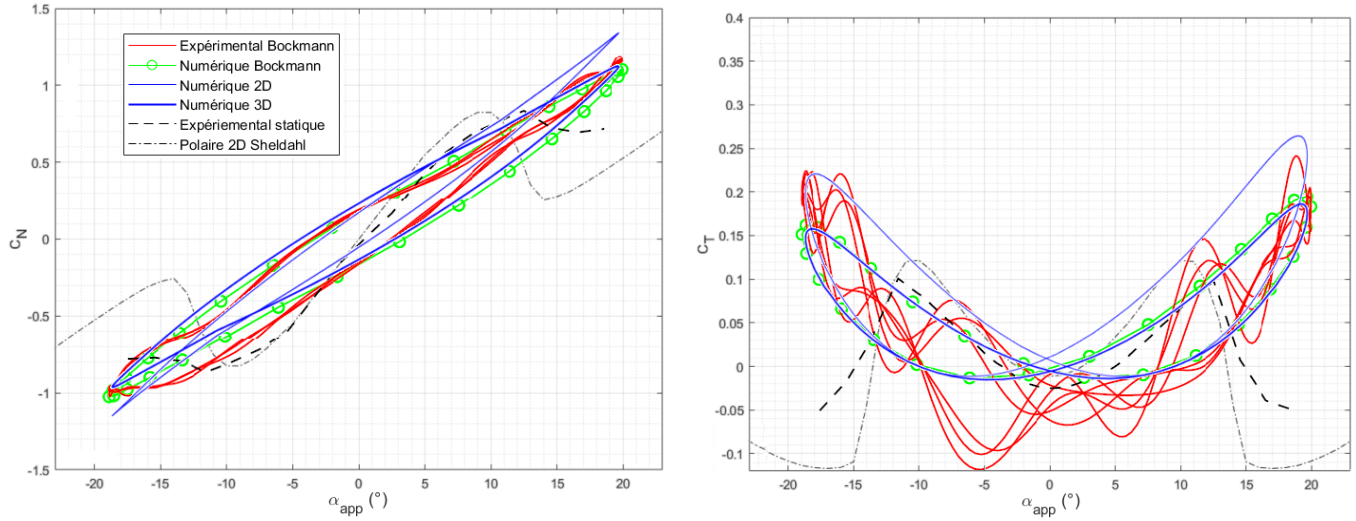
FIGURE 5.7 – Influence du nombre de pas de temps par oscillation sur le chargement hydrodynamique moyen.

Le second cas test est un mouvement de pilonnement et tangage combiné du foil. La vitesse de l'écoulement est fixée à $V_\infty = 0.9\ \mathrm{m/s}$. Le foil oscille à une fréquence de $f = 0.667\ \mathrm{Hz}$, avec un mouvement de tangage déphasé de 90° par rapport au mouvement de pilonnement. L'angle de calage est de 0.5° et les amplitudes de pilonnement et de tangage sont $h_0 = 0.12\ \mathrm{m}$ et $\theta_0 = 10°$ respectivement. Le nombre de Strouhal correspondant est $St = 0.18$. La figure 5.8 présente les efforts hydrodynamique agissant sur le foil. Comme précédemment, 10 oscillations ont été réalisées avec 100 pas de temps par oscillation. Les courbes des 5 dernières oscillations présentées sur la figure 5.8 sont indiscernables et coïncident très bien avec les résultats de Bøckmann [17]. Le coefficient de traînée moyen sur la dernière oscillation est $C_{D_{moy}} = -0.08$, le régime est donc propulsif pour ce cas test.

Dans Bøckmann et al. [19], l'auteur propose de modifier le modèle de Bøckmann [17] présenté ci-dessus pour mieux correspondre aux données expérimentales. Dans l'équation (5.21), l'angle utilisé pour le critère de décrochage au bord d'attaque n'est plus l'angle d'incidence apparent α_{app}, mais α_f l'angle prenant en compte le retard en pression et les aspects instationnaires attachés. Trois paramètres du modèle ont également été modifiés, les nouvelles valeurs prises sont reportées dans le tableau 5.3.

TABLE 5.3 – Nouveaux paramètres du modèle de décrochage dynamique proposés par Bøckmann et al. [19].

α_v	T_p	T_v
12.5°	3	6

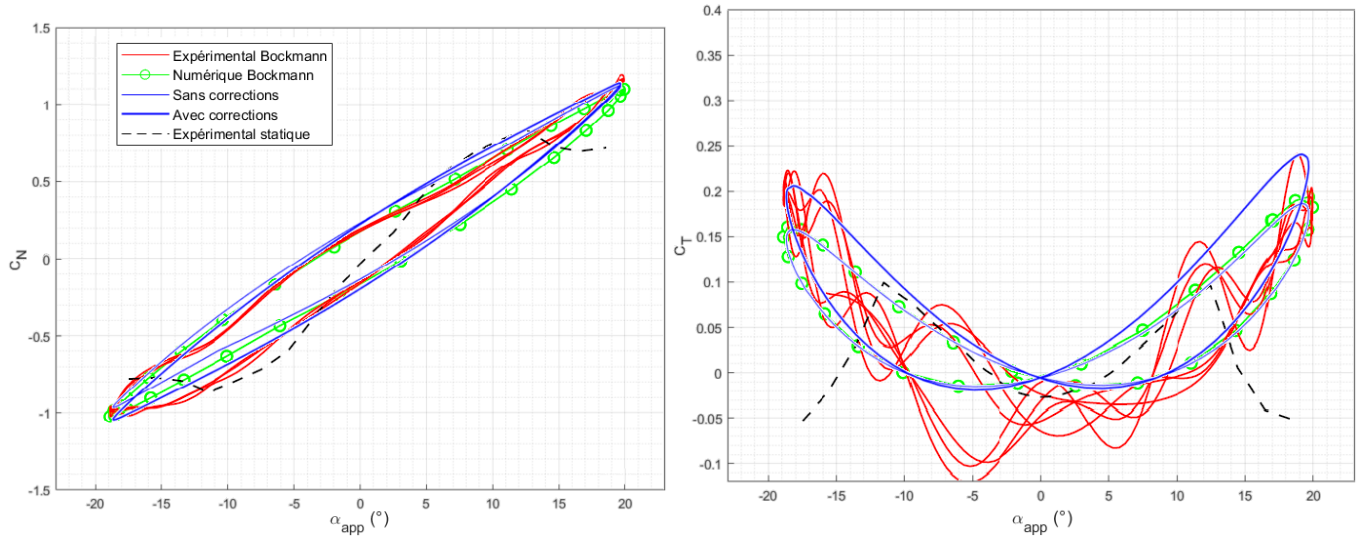


(a) Coefficient de l'effort normal.

(b) Coefficient de l'effort tangent

FIGURE 5.8 – Efforts hydrodynamique sur un foil en pilonnement et tangage (avec des données de Bøckmann [17]) et Sheldahl [142].

L'influence de ces modifications est présentée sur la figure 5.9. Les résultats du modèle pour le cas du foil en pilonnemet et tangage, sans et avec corrections sont présentés en traits bleu fin et épais respectivement. La différence est significative ici pour le coefficient de traînée numérique qui correspond mieux aux données expérimentales pour les grands angles d'incidence effectifs. Pour la suite du travail, ces corrections seront adoptées dans le modèle.



(a) Coefficient de l'effort normal.

(b) Coefficient de l'effort tangent

FIGURE 5.9 – Efforts hydrodynamique sur un foil en pilonnement et tangage, avec et sans correction du modèle (avec des données de Bøckmann [17]).

5.3 Modèle de Bangga, pour le coefficient de moment

Le modèle de Bøckmann [17] présenté précédemment permet de calculer rapidement les coefficient de portance et de traînée pour un foil oscillant dans un écoulement. Toutefois, le coefficient de moment dynamique n'est pas pris en compte dans ce modèle et est nécessaire pour le calcul de la puissance fournie pour l'actionnement du foil en tangage et de ce fait, le rendement du mouvement réalisé. Le calcul du coefficient de moment dynamique est emprunté à Bangga et al. [13].

Le modèle de décrochage dynamique de Bangga et al. [13] est un modèle du second ordre reprenant les forces des modèles classiques existants (modèle de Beddoes-Leishman [96], modèle ONERA [155], modèle Snel [147]). Les coefficients d'efforts sont calculés comme la somme de deux termes. Un terme du premier ordre donnant l'allure générale des courbes. Et un terme du second ordre donnant les oscillations de plus hautes fréquences au cours de l'oscillation du profil, fig. 5.10.

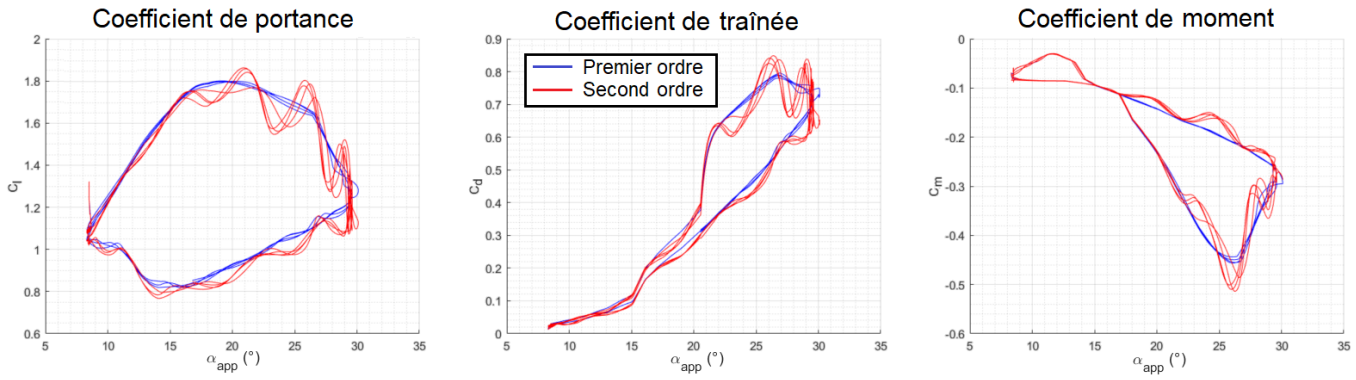


FIGURE 5.10 – Exemple de chargement aérodynamique sur un foil en mouvement de tangage pur par le modèle de Bangga et al. [13]

Uniquement la partie du premier ordre du modèle sera considérée dans ce travail. Il s'agit, comme pour le modèle de Bøckmann [17], d'une version légèrement modifiée du modèle de Beddoes-Leishman [96], adaptée pour fonctionner directement avec n'importe quel profil sans procédure d'ajustement de courbe.

Le coefficient de moment dynamique 2D est donné par l'équation (5.41) :

$$C_m^d = C_M^f + C_M^V + C_M^C \tag{5.41}$$

Où C_M^f représente la part du coefficient de moment due à l'écoulement instationnaire décroché au bord de fuite. Il s'agit de la valeur de la polaire statique en moment C_M^{stat}, évaluée à l'angle d'incidence prenant en compte le retard en pression α_f, au pas de temps n :

$$C_M^f = C_M^{stat}(\alpha_{f,n}) \tag{5.42}$$

La part du coefficient de moment due à la convection du tourbillon lâché au bord d'attaque C_M^V, est modélisée par les équations (5.43) et (5.44) :

$$C_M^V = -C_{pv} C_{N,n}^V \tag{5.43}$$

$$C_{pv} = K_v \left(1 - \cos\left(\frac{\pi \tau_{v_n}}{T_{vl}}\right)\right) \tag{5.44}$$

Où C_N^V est la contribution au coefficient de l'effort normal due au tourbillon lâché au bord d'attaque (section 5.2.3). τ_v est la durée de vie adimensionelle de ce tourbillon et n_v et T_{vl} sont des constantes empiriques.

Le terme C_M^C correspond au retard du coefficient de moment circulatoire permettant de corriger l'imprécision provenant de l'eq. (5.42) :

$$C_M^C = \begin{cases} C_{M_{n-1}}^C e^{-\frac{\Delta S}{T_M^U}} + C_{Pf}(C_{V,n} - C_{V,n-1})\, e^{-\frac{\Delta S}{2T_M^U}} \; ; & \text{si } \tau_{v_n} < T_{vl} \quad \text{et} \quad \alpha_{app_{n+1}} \geq \alpha_{app_n} \\ C_{M_{n-1}}^C e^{-\frac{\Delta S}{T_M^D}} + C_{Pf}(C_{V,n} - C_{V,n-1})\, e^{-\frac{\Delta S}{2T_M^D}} \; ; & \text{si } \alpha_{app_{n+1}} \leq \alpha_{app_n} \\ C_{M_{n-1}}^C \; ; & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.45}$$

Avec $$C_{Pf} = K_f^C C_{N\alpha}(\alpha_v - \alpha_0) \tag{5.46}$$

Où C_V est l'effet du tourbillon au bord d'attaque, eq. (5.22). T_M^U, T_M^D et K_f^C sont des constantes empiriques.

Les différents paramètres empiriques du modèle sont donnés dans le tableau 5.4 :

TABLE 5.4 – Paramètres du modèle de décrochage dynamique

K_v	T_{vl}	T_M^U	T_M^D	K_f^C
0.2	6	1.5	1.5	0.1

5.3.1 Validation de l'implémentation

L'implémentation du modèle est validée avec des expériences en soufflerie [123], réalisées au National Renewable Energy Lab. de l'Ohio State University (OSU). Il s'agit de mesures du chargement aérodynamique sur un profil S801 fixe et animé d'un mouvement de tangage pur. La figure 5.11 montre les polaires statiques du profil S801 réalisée par OSU pour un nombre de Reynolds $Re = 750 \times 10^3$.

L'expérience considérée est celle du profil S801 animé d'un mouvement de tangage sinusoïdal de fréquence $f = 1.22$ Hz, d'incidence moyenne $\theta_m = 20°$ et d'amplitude de tangage d'environ 10°. Par souci de représentativité de l'expérience, l'angle d'incidence apparent utilisé dans le modèle n'est pas un signal sinusoïdal pur mais l'angle d'incidence mesuré au cours de l'expérience. Son allure est montrée sur la figure 5.12.

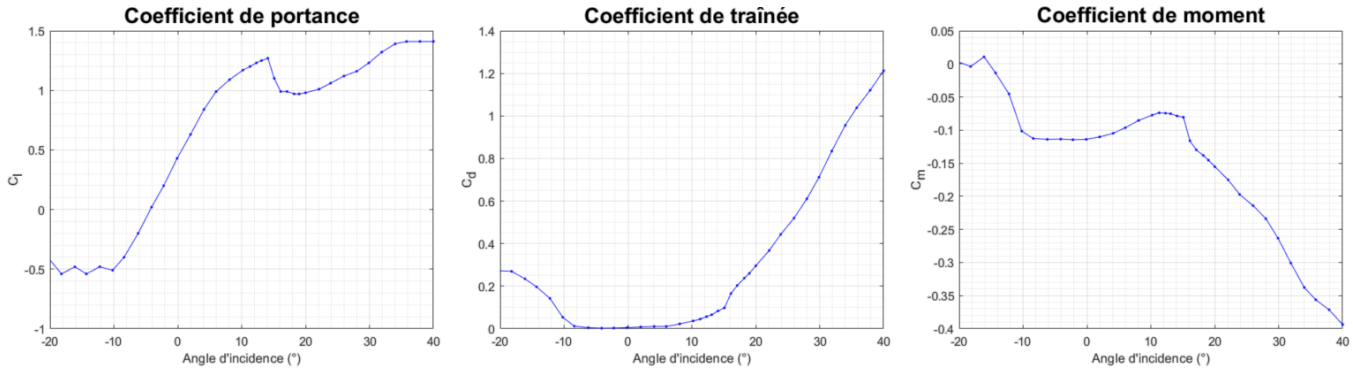


FIGURE 5.11 – Polaires aérodynamiques du profil S801 (données de OSU [123]).

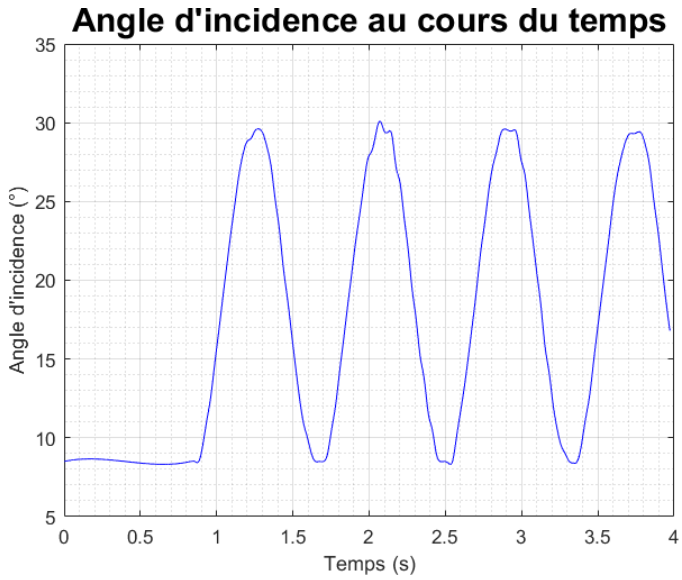


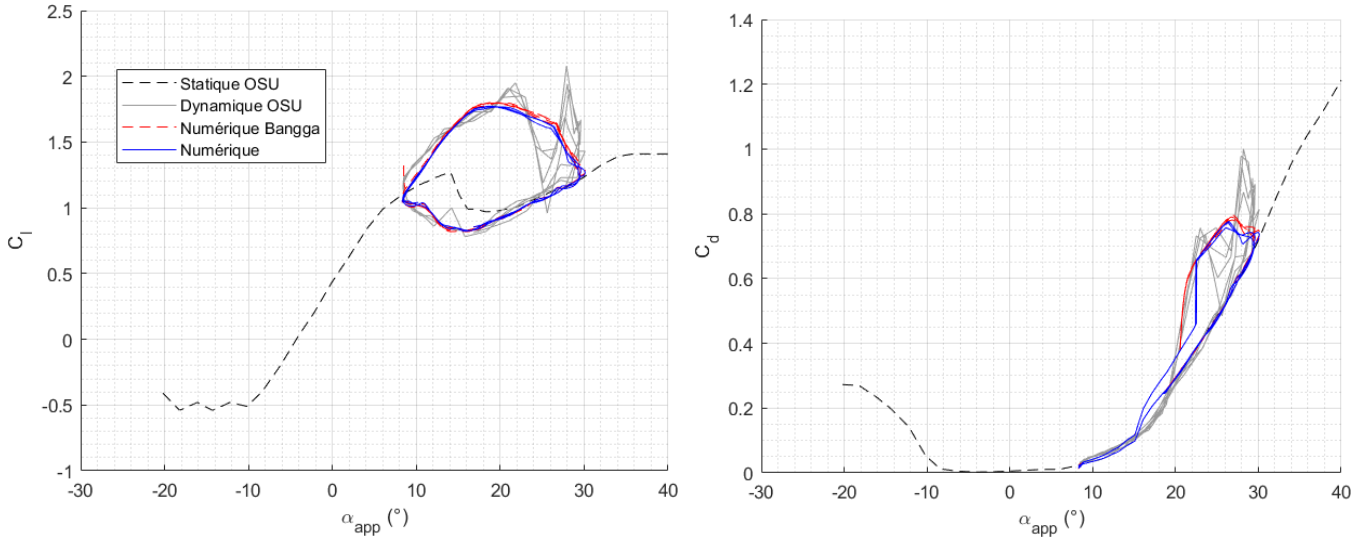
FIGURE 5.12 – Angle d'incidence du profil au cours d'une expérience de tangage pur (données de OSU [123]).

Le chargement aérodynamique obtenu est présenté sur la figure 5.13. Les résultats expérimentaux de OSU sont en noir pointillé et gris pour les données statique et dynamique respectivement. Les résultats numériques de Bangga et al. [13] sont en rouge pointillé et les résultats de la présente implémentation du modèle de Bangga sont en bleu. Pour ce calcul, tout comme Bangga et al. [13], 1440 pas de temps par oscillation ont été utilisés et les 4 oscillations de la figure 5.12 ont été simulées.

La correspondance entre les résultats de Bangga et al. [13], et ceux de la présente implémentation du modèle est satisfaisante. Les différences observées, par exemple sur la courbe de traînée autour de $20°$, peuvent provenir de la relaxation numérique appliquée par Bangga et absente dans la présente implémentation. Une erreur sur les constantes dépendantes du profil $C_{N\alpha}$ et α_0 [2], peut également survenir.

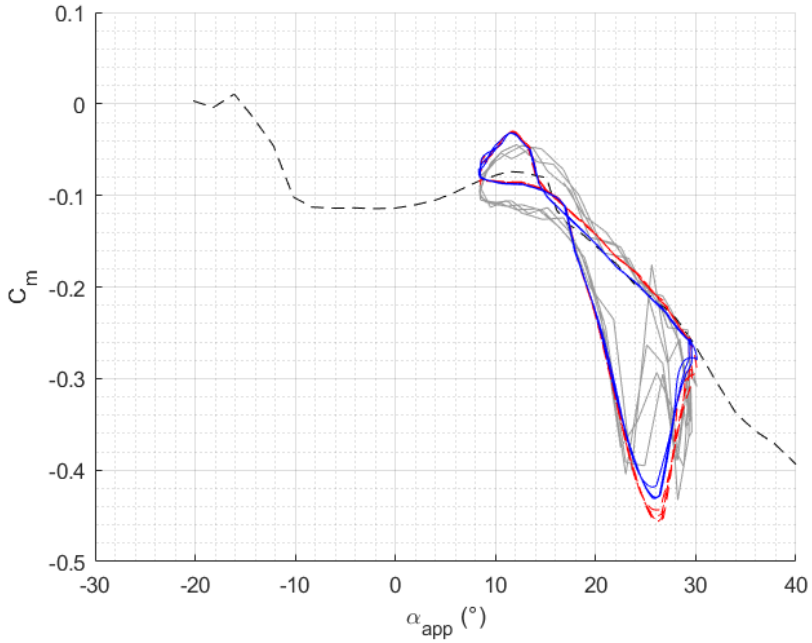
Pour la suite du travail, le calcul du coefficient de moment dynamique présenté ci-dessus sera inclus dans le modèle de décrochage dynamique de Bøckmann en assimilant la variable τ du modèle de Bøckmann à τ_v/T_{vl}, la durée de vie adimensionnelle du tourbillon lâché au bord d'attaque divisé par la constante empirique de Bangga.

2. Non-communiquées par l'auteur du modèle car calculée automatiquement à partir des polaires statiques.



(a) Coefficient de l'effort normal.

(b) Coefficient de l'effort tangent.



(c) Coefficient de l'effort tangent.

FIGURE 5.13 – Efforts aérodynamique sur un foil en tangage pur (avec des données de Bangga et al. [13] et OSU [123]).

Chapitre 6

Ligne portante 3D non-linéaire instationnaire

Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, la méthode de ligne portante 3D non-linéaire instationnaire est présentée. Cette approche permet de calculer rapidement l'évolution dans le temps du chargement hydrodynamique appliqué sur un foil oscillant dans un écoulement. Cette méthode nécessitant le couplage entre la méthode de ligne portante 3D non-linéaire stationnaire et le modèle de décrochage dynamique y est décrite. La modélisation du sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire discrétisé, en aval du foil est ensuite présentée. Finalement, la validation de la méthode est réalisée en comparant les résultats obtenus à ceux provenant de simulations numériques haute-fidélité et des mesure expérimentales de la littérature.

6.1 Couplage entre la ligne portante stationnaire et le modèle de décrochage dynamique

La présente section débutera par un rapide rappel bibliographique sur les travaux qui ont utilisé des méthodes similaires pour déterminer l'évolution d'un chargement aérodynamique le long de l'envergure d'une pâle d'éolienne ou d'un foil oscillant. Il s'ensuivra la description du couplage réalisé dans ces travaux, entre la méthode de ligne portante 3D non-linéaire et le modèle de décrochage dynamique. La section suivante portera sur le sillage instationnaire ajouté à la méthode. Finalement, la dernière section aura pour but de valider la méthode avec des résultats de la littérature.

Qiu et al. [121] ont développé une méthode de ligne portante mobile appliquée à des pales d'éolienne à axe horizontal. Les vitesses relatives des sections sont considérées et une grille tourbillonnaire est lâchée en aval de la structure pour représenter le sillage instationnaire. Il s'agit toutefois d'une méthode pseudo-stationnaire dans le sens où une forme équivalente de l'équation fondamentale de la LP3DNL stationnaire, eq. (4.31a), est utilisée. La méthode de Newthon-Raphson est également mise en œuvre pour résoudre le système à la différence près que l'algorithme est appliqué sur le carré de la fonction plutôt que directement sur la fonction F_i, eq. (4.31a) elle-même, comme présenté au chapitre 4. La matrice jacobienne correspondante est calculée par différentiation numérique [121], contrairement au calcul analytique du présent travail.

L'équipe de David Marten à l'UT Berlin a implémenté une méthode de ligne portante pseudo-stationnaire similaire dans le cadre du logiciel open source Qblade [1], (Marten et al. [105]). Les segments tourbillonnaires formant le sillage en aval de la structure sont convectés de façon libre selon la vitesse locale de l'écoulement. Un noyau visqueux est ajouté aux segments tourbillonnaires pour éviter la singularité du calcul de la vitesse induite, eq. (4.20). Les résultats obtenus sont en accord avec les données expérimentales de la littérature [105]. Saverin et al. [133], de l'équipe de Marten à l'UT Berlin, ont réalisé un couplage faible entre la méthode de ligne portante à sillage tourbillonnaire libre de Marten et al. [105] et une poutre d'Euler-Bernoulli pour étudier l'aéroélasticité des pales d'éolienne. Wendler et al. [171], également de l'équipe de Marten, ont couplé la méthode de ligne portante avec une version adaptée du modèle de décrochage dynamique de Beddoes–Leishman [96]. Toutefois, il s'agit uniquement de la mise en œuvre du modèle 2D avec l'angle d'incidence 3D obtenu par la méthode de ligne portante.

Sugar-Gabor [150], a développé une méthode de ligne portante 3D non-linéaire instationnaire basée sur une forme instationnaire du théorème de Kutta-Joukowski 3D [43], et un sillage tourbillonnaire libre. La méthode a montré des résultats satisfaisants pour la simulation d'éolienne et de foil oscillant 2D et 3D.

La méthode de ligne portante 3D non-linéaire instationnaire (LP3DNLI) développée dans ce travail et appliquée au foil oscillant, consiste en une succession de calculs de LP3DNL stationnaire couplés au modèle de décrochage

1. https ://qblade.org/

dynamique (section 6.1). À chaque pas de temps, la position du foil est actualisée selon le mouvement oscillant souhaité et l'algorithme de Newton-Raphson est mis en œuvre. Un calcul de LP3DNL stationnaire est réalisé pour initialiser le calcul instationnaire. Le modèle de décrochage dynamique est mis en œuvre pour chaque section et est initialisé à partir de l'angle d'incidence effectif issu du calcul stationnaire. Au cours des oscillations, des segments tourbillonnaires *libres* (dans la direction de l'écoulement amont) et *lâchés* (dans la direction de l'envergure) sont lâchés au bord de fuite du foil. Ces tourbillons sont ensuite entraînés dans l'écoulement par la vitesse infinie amont (section 6.2). Le sillage instationnaire ainsi formé représente une étape intermédiaire vers le sillage tourbillonnaire libre des auteurs de l'UT Berlin [105, 133, 171]. Celui-ci permet de prendre en compte l'histoire du mouvement du foil et de correspondre aux sillages instationnaires observés en pratique.

Le calcul de LP3DNLI est initialisé par un calcul de LP3DNL stationnaire (voir chapitre 4), correspondant à la configuration initiale du foil, à $t = 0\,\mathrm{s}$. L'angle d'incidence effectif obtenu permet d'initialiser la circulation, le sillage instationnaire (section 6.2) et le modèle de décrochage dynamique mis en œuvre pour chacune des sections du foil. La position du foil est ensuite mise à jour au début de chaque pas de temps. Les vitesses apparentes des sections et leurs distances adimensionnées parcourues ΔS, dépendantes des vitesses de pilonnement, sont également actualisées.

Après l'initialisation du calcul, pour un pas de temps n donné, la circulation le long de la ligne portante est solution du système d'équations non-linéaires (6.1) et (6.2). Il s'agit du système d'équation non-linéaire de la LP3DNL stationnaire, eq. (4.31a), pour lequel le coefficient de portance statique C_l a été remplacé par le coefficient de portance dynamique C_l^d, issu du modèle de décrochage dynamique présenté au chapitre 5 :

$$\underline{H} = \underline{0} \tag{6.1}$$

$$\text{avec,} \quad H_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \Gamma_i - \frac{1}{2} V_{proj_i}\left(\underline{\Gamma}\right) c_i \, C_l^d\big(\alpha_{eff_i}\left(\underline{\Gamma}\right)\big) \tag{6.2}$$

Où α_{eff_i} est l'angle d'incidence effectif vu par la section mobile i. Il s'agit de l'angle formé entre la ligne de corde de la section considérée et la vitesse effective vue par celle-ci. Pour une section mobile, la vitesse effective $\mathbf{V_{eff}}_i$ se calcule par l'équation (6.3) :

$$\mathbf{V_{eff}}_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \mathbf{V}_\infty - \mathbf{V_{sec}}_i + \mathbf{V_{ind}}_i\left(\underline{\Gamma}\right) \tag{6.3}$$

Où $\mathbf{V_{sec}}_i$ est la vitesse de la section considérée, dans le repère inertiel $(\mathscr{R}_g)$. L'angle d'incidence effectif α_{eff_i} correspondant, est calculé par l'équation (4.25), et est redonné ci-dessous :

$$\alpha_{eff_i}\left(\underline{\Gamma}\right) = \arctan\left(\frac{\mathbf{V_{eff}}_i \cdot \mathbf{z_s}_i}{\mathbf{V_{eff}}_i \cdot \mathbf{x_s}_i}\right) \tag{6.4}$$

L'algorithme de résolution du système (6.1) reste identique à celui décrit au chapitre 4 pour la LP3DNL stationnaire. La matrice jacobienne $\underline{\underline{L}}$ de la fonction $\underline{H}$ à l'itération k est donnée par l'équation (6.5) :

$$L_{ij}^{k} = \frac{\partial H_i}{\partial \Gamma_j}\left(\underline{\Gamma}^{k}\right) = \delta_{ij} - \frac{1}{2} c_i \left(\frac{\mathbf{V}_{\mathbf{eff}\,i}^{\mathbf{k}}}{V_{proj\,i}^{k}}\right) \cdot \left(\mathbf{A}_{ij}\, C_l^d\left(\alpha_{eff_i}^{k}\right) + \mathbf{B}_{ij}\, \frac{\partial C_l^d\left(\alpha_{eff_i}^{k}\right)}{\partial \alpha_{eff}}\right) \tag{6.5}$$

Le calcul de la matrice $\underline{\underline{L}}$ est identique à celui ce la matrice $\underline{\underline{J}}$ dans l'annexe B pour la LP3DNL stationnaire. Les vecteurs $\mathbf{A}_{ij}$ et $\mathbf{B}_{ij}$ sont donnés par les équations (4.34) et (4.35). Le calcul de la dérivée du coefficient de portance dynamique en fonction de l'angle d'incidence effectif $\partial C_l^d\left(\alpha_{eff_i}^{k}\right)/\partial \alpha_{eff}$, nécessite toutefois la dérivation du modèle de décrochage dynamique. Le calcul complet est présenté dans l'annexe F.

À chaque itération de Newton-Raphson, le coefficient de portance dynamique $C_l^d(\alpha_{eff})$ de chaque section est calculé par le modèle de décrochage dynamique en fonction des paramètres de l'état convergé du pas de temps précédent ($\underline{f'_{n-1}}, \underline{\tau_{n-1}}$... voir chapitre 5) et de l'angle d'incidence effectif de l'itération en question α_{eff}^{k}.

Une fois la convergence de la circulation atteinte, le chargement hydrodynamique correspondant est calculé. Les différents paramètres finaux du modèle de décrochage dynamique et la circulation convergée sont enregistrés pour le pas de temps suivant. La procédure complète du calcul est schématisée dans le logigramme de la figure 6.1. Il est à noter que la procédure de calcul instationnaire présentée ici est compatible avec l'ajout de la viscosité artificielle présentée à la section 4.5, pour stabiliser les calculs le cas échéant.

De la même façon que pour le cas stationnaire, le chargement hydrodynamique pour une section particulière au pas de temps n est donné par une résultante d'effort dynamique $\mathbf{R^d}_i$ et un moment dynamique $\mathbf{M^d}_i$ au quart de la corde de la section considérée. Les projections de la résultante sur les directions normales et tangentes à l'écoulement effectif local sont respectivement la portance locale dynamique L_i^d et la traînée locale dynamique D_i^d. Le vecteur moment local dynamique $\mathbf{M^d}_i$ de norme M_i^d est dans la direction $\mathbf{y_{s}}_i$. Les quantités $\left\{L_i^d, D_i^d, M_i^d\right\}$ du pas de temps n sont calculées à l'aide des relations suivantes :

$$L_{i,n}^d = \frac{1}{2}\rho(V_{proj}{}_{i,n})^2 c_i b_i C_l^d \left(\alpha_{eff}{}_{i,n}\right) \tag{6.6}$$

$$D_{i,n}^d = \frac{1}{2}\rho(V_{proj}{}_{i,n})^2 c_i b_i C_d^d \left(\alpha_{eff}{}_{i,n}\right) \tag{6.7}$$

$$M_{i,n}^d = \frac{1}{2}\rho(V_{proj}{}_{i,n})^2 c_i^2 b_i C_m^d \left(\alpha_{eff}{}_{i,n}\right) \tag{6.8}$$

Où $\alpha_{eff}{}_{i,n}$ est l'angle d'incidence effectif convergé de la section i et au pas de temps n.

La résultante dynamique globale du foil $\mathbf{R}_n$ et le moment dynamique global $\mathbf{M}_n$ sont calculés par :

$$\mathbf{R}_n = \sum_{i=1}^{n_s} \mathbf{R^d}_i \tag{6.9}$$

$$\mathbf{M}_n = \sum_{i=1}^{n_s} \mathbf{M^d}_i + \mathbf{Om_i} \times \mathbf{R^d}_i \tag{6.10}$$

Où $\mathbf{Om_i}$ est le vecteur reliant le point O_b et le point m de la section i, (voir paragraphe 4.15).

Finalement, pour le pas de temps n, la portance globale, la poussée globale et le moment de tangage global du foil sont obtenus par la projection de la force résultante et du moment du foil dans le repère inertiel $(\mathscr{R}_g)$:

$$L_n = \mathbf{R}_n \cdot \mathbf{z_g} \tag{6.11}$$

$$T_n = -\mathbf{R}_n \cdot \mathbf{x_g} \tag{6.12}$$

$$M_{\theta n} = \mathbf{M}_n \cdot \mathbf{y_g} \tag{6.13}$$

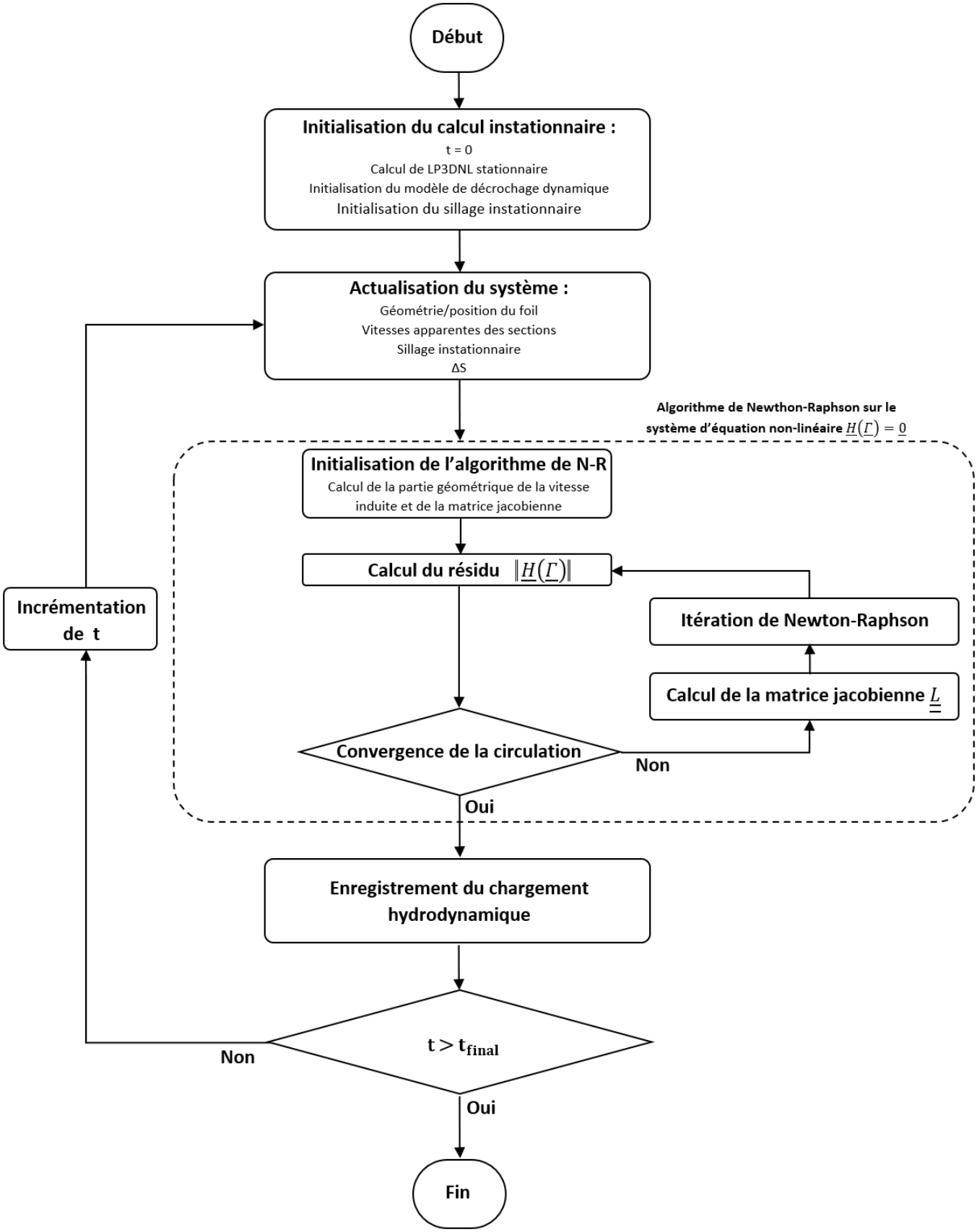


FIGURE 6.1 – Logigramme du calcul de LP3DNLI.

6.2 Sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire

L'expérimentation et les simulations hautes fidélités laissent apparaître une allée de Von-Karman inverse (Vksi) en aval des foils oscillants lorsque ceux-ci évoluent en régime propulsif ([20, 22] voir section 2.2). Pour rendre compte de ce phénomène dans la méthode de LP3DNLI, un lâcher tourbillonnaire est mis en œuvre en aval du foil mobile. Les segments tourbillonnaires s'étendant jusqu'à l'infini en aval pour la LP3DNL stationnaire (fig. 4.16), sont remplacés par une grille de segments tourbillonnaires guidée par le mouvement du foil et convectée par l'écoulement, fig. 6.3.

Les sections du foil sont ici modélisées par des quadrilatères formés de quatre segments tourbillonnaires reliant les points $p1$, $p2$, $p3$ et $p4$ définis précédemment, fig. 4.15. Ces quadrilatères tourbillonnaires sont juxtaposés les uns aux autres le long de l'envergure pour former le foil, fig. 6.2. Le sillage est composé de rangées de quadrilatères tourbillonnaires juxtaposées en aval du foil sur une distance L_{sill}, fig. 6.3. Après l'initialisation par un calcul de ligne portante stationnaire, le sillage instationnaire est initialisé à son tour. L'ensemble du sillage est initialement plat (fig. 6.3a) ou de la forme de la ligne de quart de corde du foil si celui-ci possède du dièdre. La circulation des tourbillons lâchés est initialisée à zéro. La circulation des tourbillons libres est initialisée par la différence entre les circulations des segments liés de part et d'autre, de sorte à correspondre à la configuration stationnaire.

Au début de chaque pas de temps, le sillage instationnaire est actualisé. C'est-à-dire, l'ensemble du sillage est convecté d'une distance $dt\,V_\infty$ dans la direction de l'écoulement amont. La dernière rangée de quadrilatères tourbillonnaires à l'extrémité du sillage est supprimée et une nouvelle rangée est créée, reliant le sillage convecté à la nouvelle position du foil. La circulation affectée à cette nouvelle rangée est la circulation convergée du pas de temps précédent, Γ^{n-1}, comme représentée en vue éclatée sur la figure 6.2. En somme, la circulation des segments tourbillonnaires lâchés dans le sillage au début du pas de temps est la variation de circulation au cours du pas de temps précédent, noté γ_k sur la figure 6.2. La figure 6.3b montre le sillage après une oscillation de 10 pas de temps pour un foil rectangulaire en pilonnement pur. Les segments du sillage sont tracés en rouge et bleu respectivement selon le signe positif ou négatif de la circulation (le sens positif est défini de bâbord à tribord pour les tourbillons lâchés et de l'amont à l'aval de l'écoulement pour les tourbillons libres). L'épaisseur des segments représente l'intensité de leurs circulations. Les figures 6.3c et 6.3d montrent le sillage pour des foils droits à loi de corde constante et elliptique respectivement après plus de trois oscillations où le sillage est entièrement mobile.

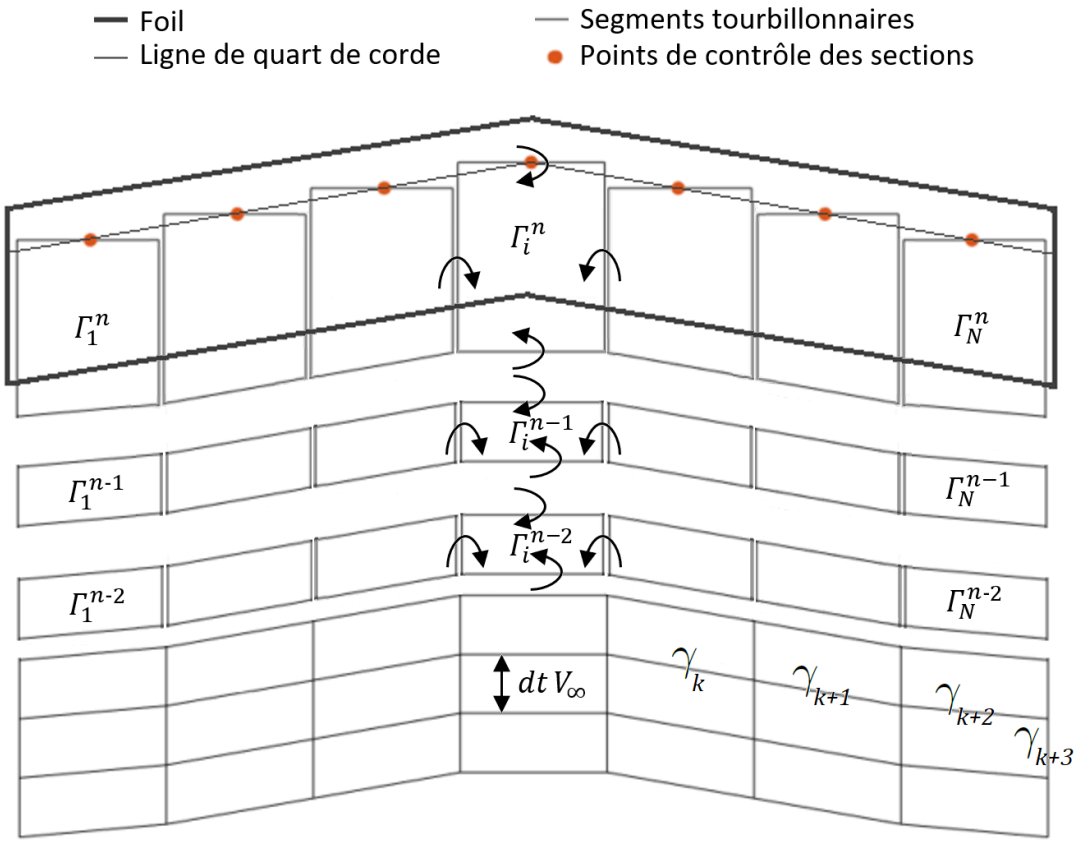


FIGURE 6.2 – Vue éclatée du sillage instationnaire en aval d'un foil mobile.

La vitesse induite au point de contrôle de la section i par l'ensemble des segments tourbillonnaires du domaine fluide prend la forme suivante :

$$\mathbf{V_{ind}}_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \sum_{j=1}^{n_s} \Gamma_j \mathbf{v}_{ij} \; + \sum_{k=1}^{n_t} \frac{\gamma_k}{4\pi} \left(\frac{(r_5 + r_6)(\mathbf{r_5} \wedge \mathbf{r_6})}{r_5 r_6 (r_5 r_6 + \mathbf{r_5} \cdot \mathbf{r_6})} \right)_{ik} \tag{6.14}$$

$$\mathbf{v}_{ij} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{(r_3 + r_1)(\mathbf{r_3} \wedge \mathbf{r_1})}{r_3 r_1 (r_3 r_1 + \mathbf{r_3} \cdot \mathbf{r_1})} + \frac{(r_1 + r_2)(\mathbf{r_1} \wedge \mathbf{r_2})}{r_1 r_2 (r_1 r_2 + \mathbf{r_1} \cdot \mathbf{r_2})} + \frac{(r_2 + r_4)(\mathbf{r_2} \wedge \mathbf{r_4})}{r_2 r_4 (r_2 r_4 + \mathbf{r_2} \cdot \mathbf{r_4})} + \frac{(r_4 + r_1)(\mathbf{r_4} \wedge \mathbf{r_1})}{r_4 r_1 (r_4 r_1 + \mathbf{r_4} \cdot \mathbf{r_1})} \right)_{ij} \tag{6.15}$$

Où n_t est le nombre de segments tourbillonnaires formant le sillage instationnaire et γ_k leurs circulations.

Dans les équations (6.14) et (6.15), les vecteurs $\mathbf{r_q}$ dépendent de i et j ou de i et k, la notation a été choisie ainsi pour simplifier la lecture. Le vecteur $\mathbf{r}_{\mathbf{q}_{ij}}$ pour $q = 1, 2, 3, 4$ est équivalent à celui défini au chapitre 4, et désigne le vecteur reliant le point p_q de la section j au point de contrôle de la section i, fig. 4.15. Les vecteurs $\mathbf{r}_{\mathbf{5}ik}$ et $\mathbf{r}_{\mathbf{6}ik}$ désignent les vecteurs reliant respectivement le début et la fin du segment tourbillonnaire k au point de contrôle de la section i.

Pour un pas de temps donné, lorsque l'algorithme de Newton-Raphson converge, le chargement hydrodynamique correspondant est stocké et la circulation obtenue est utilisée comme circulation initiale pour le pas de temps suivant. Dans le cas où l'algorithme ne converge pas, la circulation obtenue n'est pas enregistrée. Le calcul suivant

est alors réalisé en considérant un intervalle de temps englobant le pas de temps précédent n'ayant pas fonctionné. La circulation est initialisée par une répartition pondérée en cloche (voir section 4.3.1) et le sillage instationnaire est actualisé avec la dernière circulation valide obtenue.

Une fois le calcul instationnaire terminé, l'évolution temporelle du chargement hydrodynamique du foil est connue. Les coefficients hydrodynamiques correspondant sont obtenus avec les relations suivantes :

$$C_{L_n} = \frac{L_n}{\frac{1}{2}\rho S V_\infty^2} \tag{6.16}$$

$$C_{T_n} = \frac{T_n}{\frac{1}{2}\rho S V_\infty^2} \tag{6.17}$$

$$C_{M_n} = \frac{M_{\theta n}}{\frac{1}{2}\rho c_r S V_\infty^2} \tag{6.18}$$

Le coefficient de puissance fourni est défini par l'équation (6.19) :

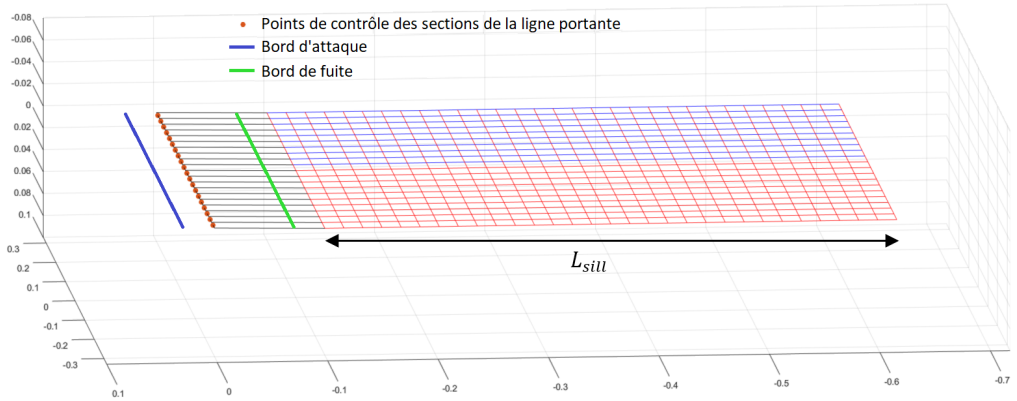
$$C_{P_n} = \frac{-L_n \dot{h} - M_\theta \dot{\theta}_n}{\frac{1}{2}\rho S V_\infty^3} \tag{6.19}$$

Où $\dot{h}$ et $\dot{\theta}$ sont respectivement les vitesses en pilonnement et en tangage au quart de corde de la section à l'emplanture.

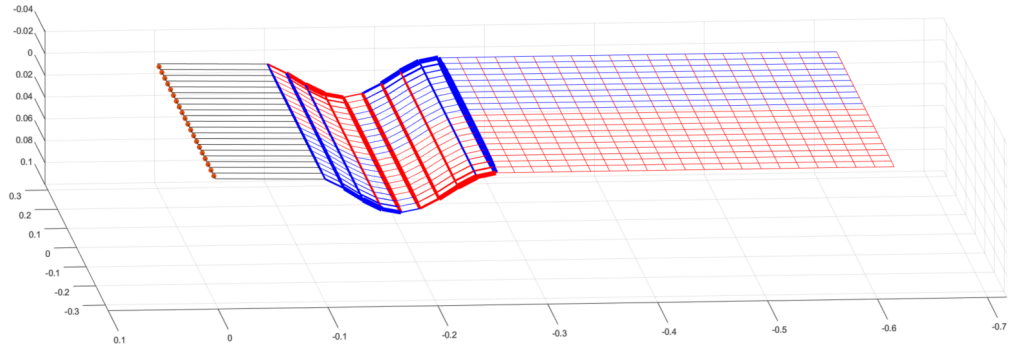
Le rendement propulsif η du système est défini comme le rapport entre la puissance propulsive et la puissance fournie moyenne au cours des oscillations, soit :

$$\eta = \frac{\overline{C_{T_n}}}{\overline{C_{P_n}}} \tag{6.20}$$

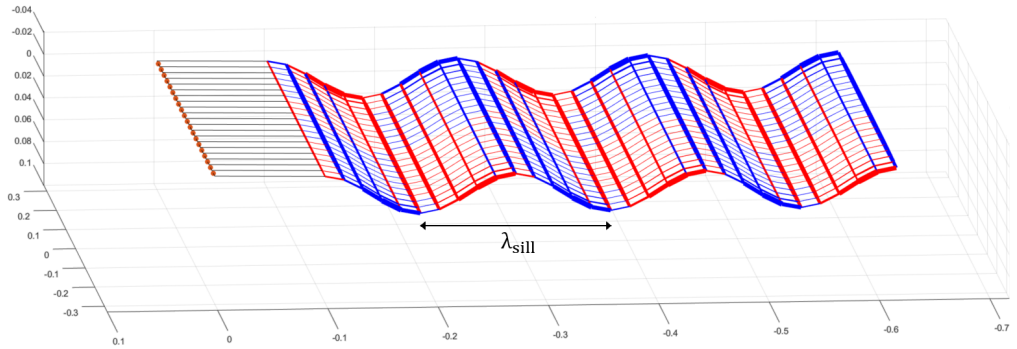
Où $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ sont les valeurs moyennes respectives de C_{T_n} et C_{P_n} sur une oscillation complète. De la même façon, les coefficients de portance et de moment moyens sur une oscillation sont notés $\overline{C_L}$ et $\overline{C_M}$ respectivement.



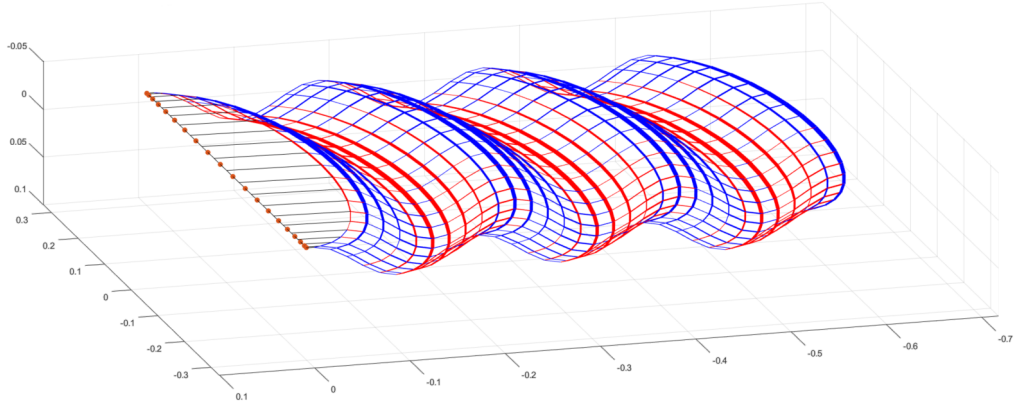
(a) Sillage à l'instant initial, t=0.



(b) Sillage après une oscillation.



(c) Sillage après trois oscillations.



(d) Sillage après trois oscillations pour un foil à loi de corde elliptique.

FIGURE 6.3 – Représentation du sillage instationnaire en aval d'un foil animé d'un mouvement de pilonnement pur.

6.3 Validation de la méthode de LP3DNLI

Cette section a pour but de valider la méthode de LP3DNLI présentée précédemment. Il s'agit d'une méthode issue du couplage fort entre une méthode de ligne portante 3D non-linéaire et un modèle de décrochage dynamique, 6.1. Un sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire est également ajouté à la méthode, 6.2. Dans un premier temps, les résultats expérimentaux de Heathcote et al. [75] seront utilisés pour calibrer et valider la méthode pour un nombre de Strouhal fixé. Les simulations numériques de Visbal et al. [165] seront ensuite exploitées pour valider le calibrage du modèle précédemment réalisé. Enfin, les résultats du modèle seront confrontés à des résultats de la littérature pour différents nombres de Strouhal. Pour l'ensemble des cas de validation ci-dessous, 50 sections réparties en cosinus décentré ont été utilisées pour discrétiser le foil.

6.3.1 Validations pour un nombre de Strouhal fixé

Expérience de Heathcote, $St = 0.2$

Les résultats de la méthode de LP3DNLI sont évalués ici au travers d'une des expériences de Heathcote et al. [75]. Les auteurs ont conduit, en canal hydraulique, des expériences sur des foils oscillants d'envergure finie, rigides et souples. Seul le cas rigide est considéré ici (les foils flexibles seront étudiés au chapitre 8). Il s'agit d'un foil rectangulaire de section NACA0012 et d'allongement $\lambda = 6$. Celui-ci est animé d'un mouvement harmonique de pilonnement pur d'amplitude $h_0 = 0.0175\,\mathrm{m}$ et de fréquence $f = 1.738\,\mathrm{Hz}$. La longueur de corde est $c_r = 0.1\,\mathrm{m}$ et la vitesse de l'écoulement est fixée à $V\infty = 0.3\,\mathrm{m/s}$, ce qui conduit au nombre de Reynolds $Re = 30 \times 10^3$, au nombre de Strouhal $St \approx 0.2$ et à l'amplitude du mouvement adimensionnée $A^* = 0.35$.

Les polaires statiques 2D utilisées pour ce cas test sont données sur la figure 6.4. Il s'agit de données expérimentales correspondant au profil NACA0012 pour un nombre de Reynolds $Re = 20 \times 10^3$. Les données proviennent de [25, 142, 21], pour la portance, la traînée et le moment respectivement. D'après les résultats expérimentaux de Cleaver et al. [34], les coefficients de portance pour le NACA0012 à $Re = 20 \times 10^3$ et $Re = 30 \times 10^3$ sont quasiment identiques.

Dans un premier temps, le modèle de décrochage dynamique 2D seul (voir chapitre 5) est mis en œuvre. La figure 6.5a présente les résultats d'un calcul de 20 oscillations. Le coefficient de poussée moyen $\overline{C_t}$ est tracé pour chaque oscillation réalisée. Pour ce calcul, 1000 pas de temps par oscillation ont été utilisés. La figure 6.5b montre l'évolution du coefficient de poussée moyen sur la dernière oscillation du calcul, en fonction du nombre de pas de temps utilisé par oscillation. Pour ces calculs, 20 oscillations ont été réalisées. Les courbes correspondantes pour les coefficients de portance et de moment se trouvent dans l'annexe G et convergent vers zéro en raison de la symétrie du mouvement. Le coefficient de poussée tend vers une valeur fixe en fonction du nombre d'oscillations et du nombre de pas de temps utilisés. Pour la suite du travail, simuler 10 oscillations découpées en 100 pas de

temps chacune sera considéré comme suffisant.

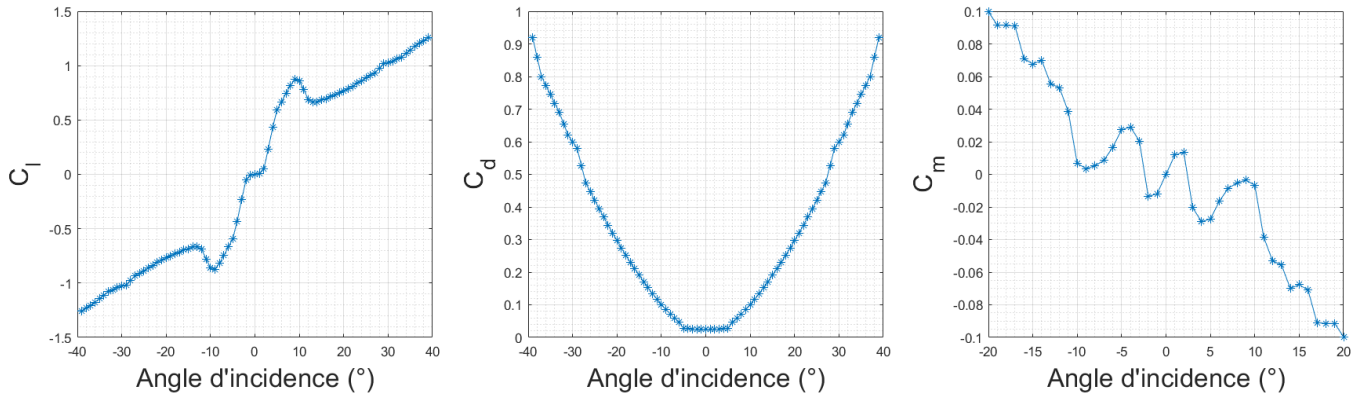
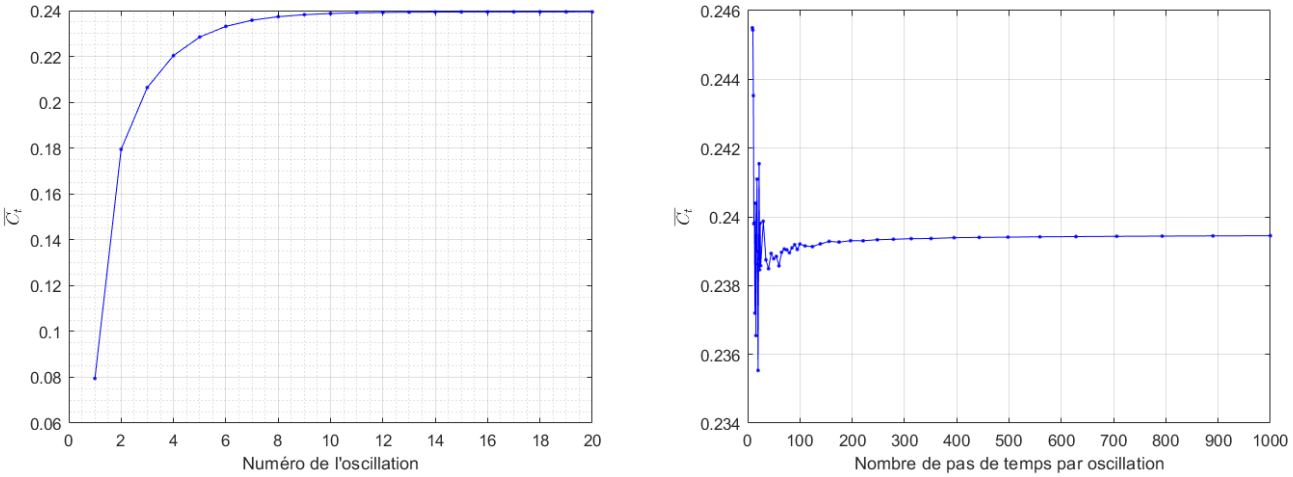


FIGURE 6.4 – Polaires statiques 2D, profil NACA0012, $Re = 20 \times 10^3$, [25, 142, 21].



(a) Influence du nombre d'oscillation.

(b) Influence du nombre de pas de temps par oscillation.

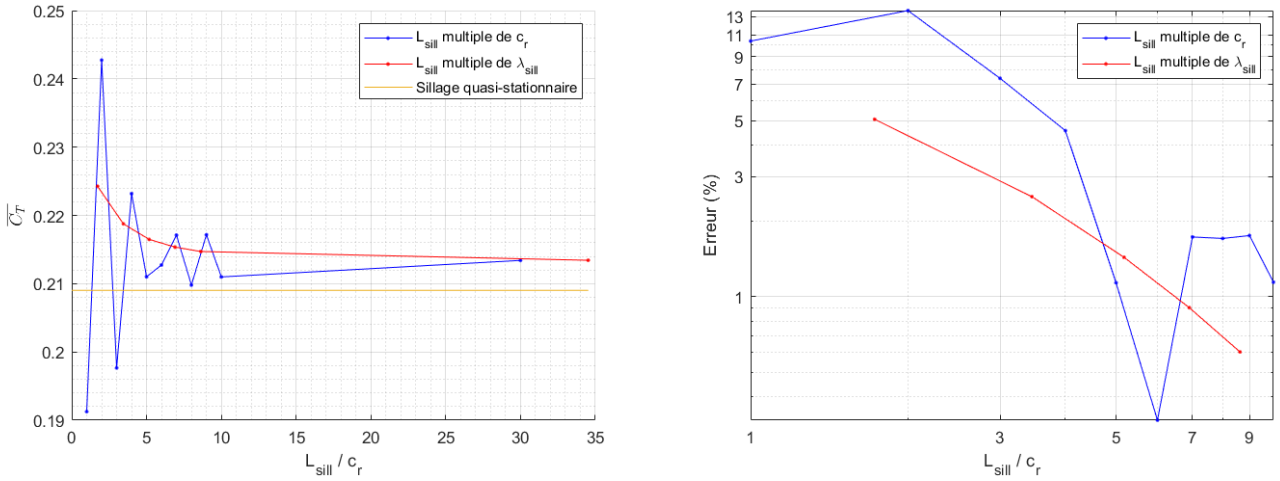
FIGURE 6.5 – Influence des paramètres de simulation sur le coefficient de poussée moyen 2D.

La figure 6.6a montre l'évolution du coefficient de poussée moyen $\overline{C_T}$ obtenu par la méthode de LP3DNLI en fonction de la longueur du sillage L_{sill} adimensionnée. La courbe bleue représente les calculs réalisés avec une valeur de L_{sill} multiple de la longueur de corde c_r, soit de 1 fois à 10 fois la longueur de corde et un calcul avec $L_{sill} = 30$ fois la longueur de corde du foil. La courbe rouge représente les calculs réalisés avec une valeur L_{sill} multiple de la longueur d'onde du sillage : $\lambda_{sill} = f/V_\infty \approx 0.173\,\mathrm{m}$, fig. 6.3c, soit de 1 fois à 5 fois la longueur d'onde du sillage et un calcul avec $L_{sill} = 20$ fois la longueur d'onde du sillage. La ligne droite jaune correspond au cas instationnaire avec un sillage quasi-stationnaire. C'est-à-dire que le sillage suit le foil dans son mouvement mais reste plat et s'étend jusqu'à l'infini en aval, comme pour le calcul stationnaire (chapitre 4). Les courbes correspondantes pour les coefficients de portance et de moment se trouvent dans l'annexe G.

La courbe bleu présente des oscillations dues à l'asymétrie apportée par le sillage lorsque la valeur L_{sill} ne coïncide pas avec un multiple de λ_{sill}, alors que la courbe rouge présente un comportement de convergence

monotone. Les résultats pour les configurations des points extrêmes des courbes bleu et rouge sont identiques, cela montre que passé une certaine limite la longueur du sillage choisie n'a plus d'influence, qu'elle soit multiple de λ_{sill} ou non.

La figure 6.6b montre l'évolution de l'erreur relative du coefficient de poussée moyen en fonction de la longueur du sillage adimensionné. Dans la mesure où L_{sill} est multiple de λ_{sill}, lorsque la longueur du sillage L_{sill} est supérieure à $0.3\,\mathrm{m}$, soit 3 fois la longueur de corde du foil, l'erreur relative sur le coefficient de poussée moyen est inférieure à 3%. D'après les résultats de Duport [44], l'erreur relative de la LP3DNL stationnaire face à des calculs RANS est supérieure à 5%. L'utilisation d'une longueur de sillage multiple de la longueur d'onde du sillage et supérieure à 3 longueurs de corde du foil pour la suite du travail sera donc considérée suffisante.



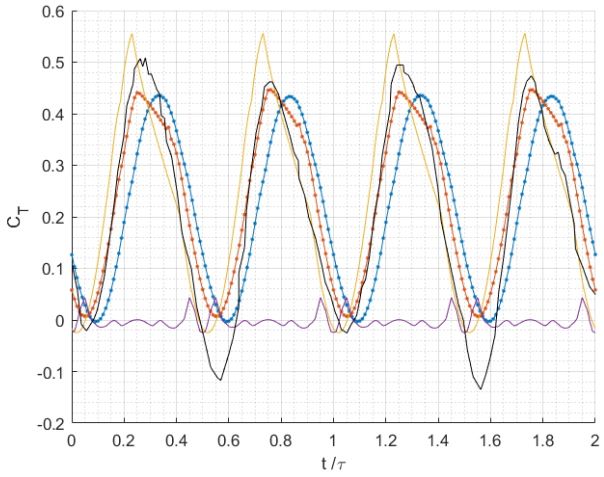
(a) Convergence selon la longueur du sillage.

(b) Erreur relative selon la longueur du sillage.

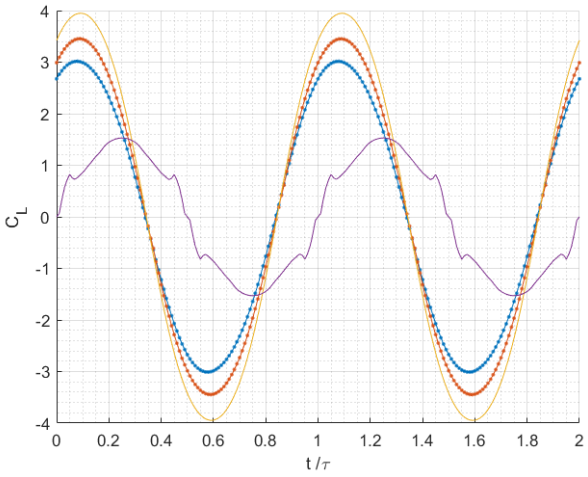
FIGURE 6.6 – Influence de la longueur du sillage sur le coefficient de poussée moyen.

Les évolutions temporelles des coefficients hydrodynamiques sont tracées sur la figure 6.7. Les deux dernières oscillations des dix oscillations simulées sont présentées. 100 pas de temps par oscillation ont été utilisés et la longueur du sillage est $L_{sill} \approx 0.345\,\mathrm{m}$, soit deux longueurs d'onde du sillage et un peu plus de trois longueurs de corde du foil. Le résultat de la LP3DNLI (modèle complet présenté précédemment) est tracé en bleu sur la figure 6.7. Celui-ci est comparé aux résultats obtenus par la méthode de LP3DNLI avec un sillage quasi-stationnaire (orange), le modèle de décrochage dynamique 2D (jaune) et la méthode de LP3DNL quasi-statique[2] avec un coefficient de viscosité artificielle $f_{va} = 1000$ (violet), et les données expérimentales de Heathcote et al. [75] pour le coefficient de poussée (noir).

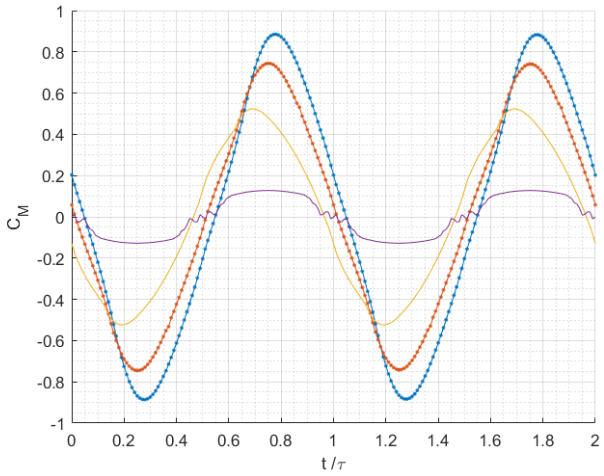
2. Calcul de LP3DNLI sans le couplage avec le modèle de décrochage dynamique ni le sillage instationnaire.



(a) Coefficient de poussée.



(b) Coefficient de portance.



(c) Coefficient de moment.

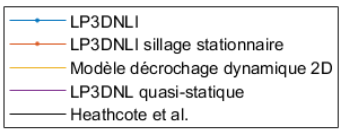


FIGURE 6.7 – Coefficients hydrodynamiques au cours de deux oscillations, par les différentes variantes de la méthode de LP3DNLI.

L'ensemble des pas de temps des calculs de LP3DNLI avec un sillage instationnaire ou quasi-stationnaire ont convergé vers une circulation régulière sans avoir recours à l'introduction de la viscosité artificielle pour faciliter la convergence des calculs. Les coefficients de poussée obtenus correspondent convenablement aux données expérimentales de Heathcote et al. [75]. Un déphasage temporel de la courbe de poussée obtenue par LP3DNLI est toutefois présent. L'allure des coefficients de portance et de moment obtenus avec les méthodes de LP3DNLI et le modèle de décrochage dynamique coïncident entre eux. Le modèle de décrochage dynamique 2D conduit à des coefficients de poussée et de portance supérieurs et un coefficient de moment inférieur à ceux obtenus avec la LP3DNLI. Cela indique que les effets 3D agissant sur le foil réduisent la portance et la poussée générée et augmentent le moment de tangage.

Les résultats obtenus par la méthode de LP3DNL quasi-statique sont irréguliers et éloignés des autres résultats. Avec un coefficient de viscosité artificielle $f_{va} = 1000$, la circulation a convergé vers une solution régulière pour l'ensemble des pas de temps. Toutefois, dans le cadre de cette expérience, l'angle d'incidence apparent des sections dépasse largement l'angle de décrochage statique ($\alpha_{app} > 32°$ dans le pire des cas) et la fréquence réduite du mouvement n'est pas négligeable devant l'unité, $k \approx 0.58$. Dans ce cadre-ci, l'hypothèse de quasi-stationnarité n'est pas pertinente [85].

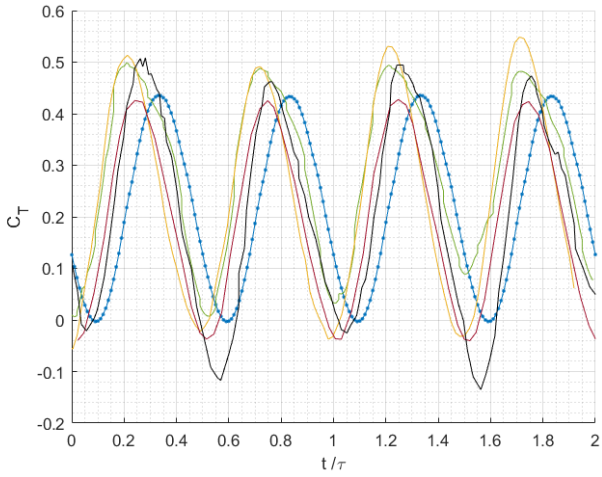
La figure 6.8 compare les résultats de la méthode de LP3DNLI (avec sillage instationnaire) et ceux obtenus avec d'autres méthodes. Les résultats de la méthode de *Leading-edge-suction-parameter-modulated Discrete Vortex Method* (LDVM 3D) de Faure et al. [48] sont tracés en vert. Les résultats de simulations URANS 2D réalisées avec le logiciel OpenFoam [48] sont tracés en jaune. Et les résultats de simulations aux grandes échelles 3D (LES) issues de Gordnier et al. [68] sont tracés en bordeaux.

L'amplitude du coefficient de poussée est capturée convenablement par la méthode de LP3DNLI. Aucune des méthodes numériques ne présentent un pic pour le coefficient de poussée inférieur à -0.1 comme obtenu expérimentalement par Heathcote et al. [75]. Le coefficient de portance obtenu par la LP3DNLI apparaît sous-estimé par rapport aux résultats des autres méthodes mais ne présente pas de déphasage temporel comme le coefficient de poussée.

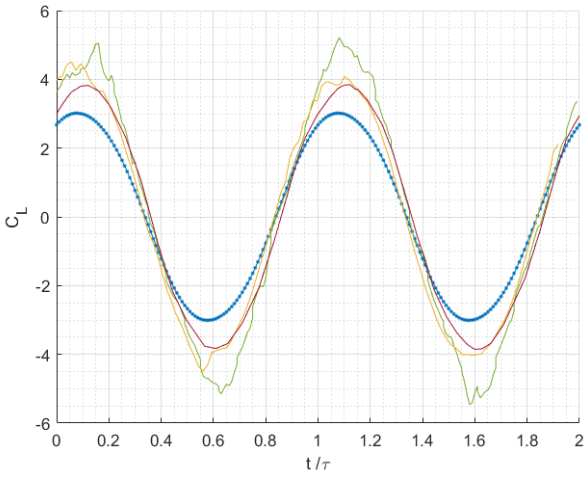
Traitement apporté pour le calcul du moment dynamique

Pour obtenir les résultats des figures 6.7c et 6.8c avec la méthode de LP3DNLI, le paramètre K_f^C du modèle de moment dynamique (section 5.3), a été modifié. Il s'agit d'un paramètre adimensionné agissant sur le terme C_M^C correspondant au retard du coefficient de moment circulatoire, eq. (5.46). La valeur $K_f^C = 1.4$ a été déterminée pour correspondre, en amplitude, aux différents résultats de la littérature, fig. 6.8c. La valeur $K_f^C = 0.1$ issue du modèle original de Bangga et al. [13], a été déterminée par les auteurs du modèle selon des résultats expérimentaux de profils oscillants à des nombres de Strouhal faibles ($St \approx 0.006$). Cette valeur ne permet pas de prédire l'évolution du coefficient de moment dynamique fidèlement pour les régimes propulsifs considérés ici ($St \approx 0.2$). Le coefficient de moment dynamique donné par le modèle avec la valeur $K_f^C = 0.1$ pour ce régime propulsif est encore inférieur au résultat de la LP3DNL quasi-statique déja éloigné des données de la littérature. Afin de représenter correctement le coefficient de moment pour des foils oscillants à différentes fréquences, une dépendance du paramètre K_f^C en fonction du nombre de Strouhal est postulée. En effet le nombre de Strouhal est un bon indicateur de la dépendance observée de K_f^C avec le régime d'oscillation. Une interpolation linéaire est proposée entre la valeur donnée dans Bangga et al. [13] et la valeur déterminée pour l'expérience de Heathcote :

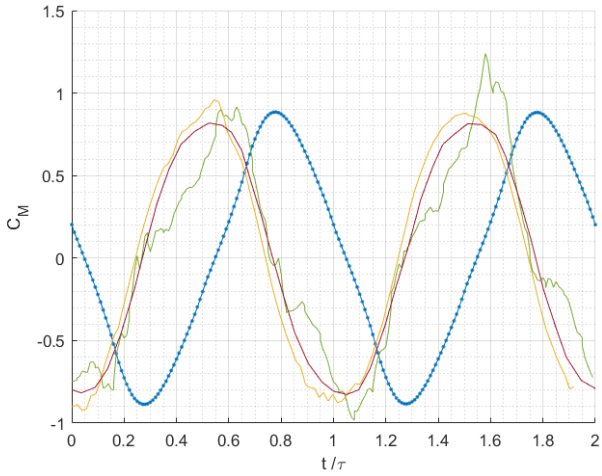
$$\boxed{K_f^C = 6.6 \times St + 0.062} \tag{6.21}$$



(a) Coefficient de poussée.



(b) Coefficient de portance



(c) Coefficient de moment.

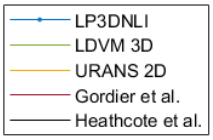


FIGURE 6.8 – Coefficients hydrodynamiques au cours de deux oscillations, contre des résultats de la littérature [48, 68, 75].

Cette relation permet d'obtenir un coefficient de moment convenable en amplitude pour un foil en régime propulsif ($St \approx 0.2$), fig. 6.8c, tout comme en régime traînant ($St \approx 0.006$), fig. 5.13. La courbe du coefficient de moment apparaît tout de même déphasée sur la figure 6.8c par rapport aux autres résultats de la littérature. Toutefois, il est à noter que ce déphasage non-expliqué n'a pas d'influence sur la valeur du coefficient hydrodynamique moyen en régime établi.

Simulations de Visbal, $St = 0.014$

Les résultats numériques de Visbal et al. [165] sont utilisés pour évaluer la relation proposée, reliant linéairement le paramètre K_f^C au nombre de Strouhal, (6.21) pour une configuration intermédiaire ($St = 0.014$), correspondant à un régime traînant. De fait pour cette comparaison, $K_f^C = 0.154$.

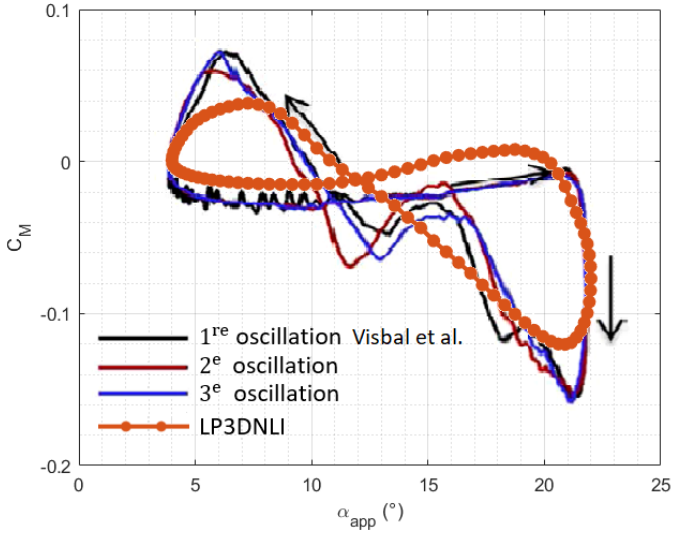


FIGURE 6.9 – Coefficients de moment en fonction de l'angle d'incidence apparent.

Visbal et al. [165] ont simulé un foil rectangulaire indéformable de section NACA0012 et d'allongement $\lambda = 4$, oscillant dans un écoulement turbulent. Le foil est animé d'un mouvement harmonique de tangage pur d'amplitude $\theta_0 = 9°$ et d'angle d'incidence moyen $\theta_m = 13°$. L'angle d'incidence géométrique maximal correspondant est $\alpha_{geo} = 22°$ et le nombre de Reynolds considéré est $Re = 200 \times 10^3$. La fréquence d'oscillation est $f = 1/16\text{Hz}$, et la fréquence réduite est $k = 1/16$, ce qui conduit au nombre de Strouhal $St \approx 0.014$. Le calcul réalisé consiste en une simulation aux grandes échelles (LES) avec une approche bas Reynolds pour représenter l'écoulement proche des parois. Le calcul de 3 oscillations a été réalisé [165].

La figure 6.9 compare le coefficient de moment issu de Visbal et al. [165] avec celui obtenu par la LP3DNLI en fonction de l'angle d'incidence apparent. 10 oscillations découpées en 100 pas de temps chacune ont été réalisées. La longueur du sillage utilisée est $L_{sill} \approx 27.7\,\text{m}$, soit une longueur d'onde du sillage ou 16 longueurs de corde. Les polaires 2D utilisées proviennent de Sheldahl et al. [142] et correspondent au NACA0012 à $Re = 360 \times 10^3$. Le coefficient de moment obtenu avec la LP3DNLI coïncide correctement avec celui des simulations haute-fidélité de Visbal et al. [165]. Les courbes correspondantes pour les coefficients de poussée et de portance se trouvent dans l'annexe G. Celles-ci coïncident moins bien aux résultats de Visbal en raison du nombre de Strouhal faible devant celui utilisé par Bøckmann [17] pour développer le modèle de décrochage dynamique.

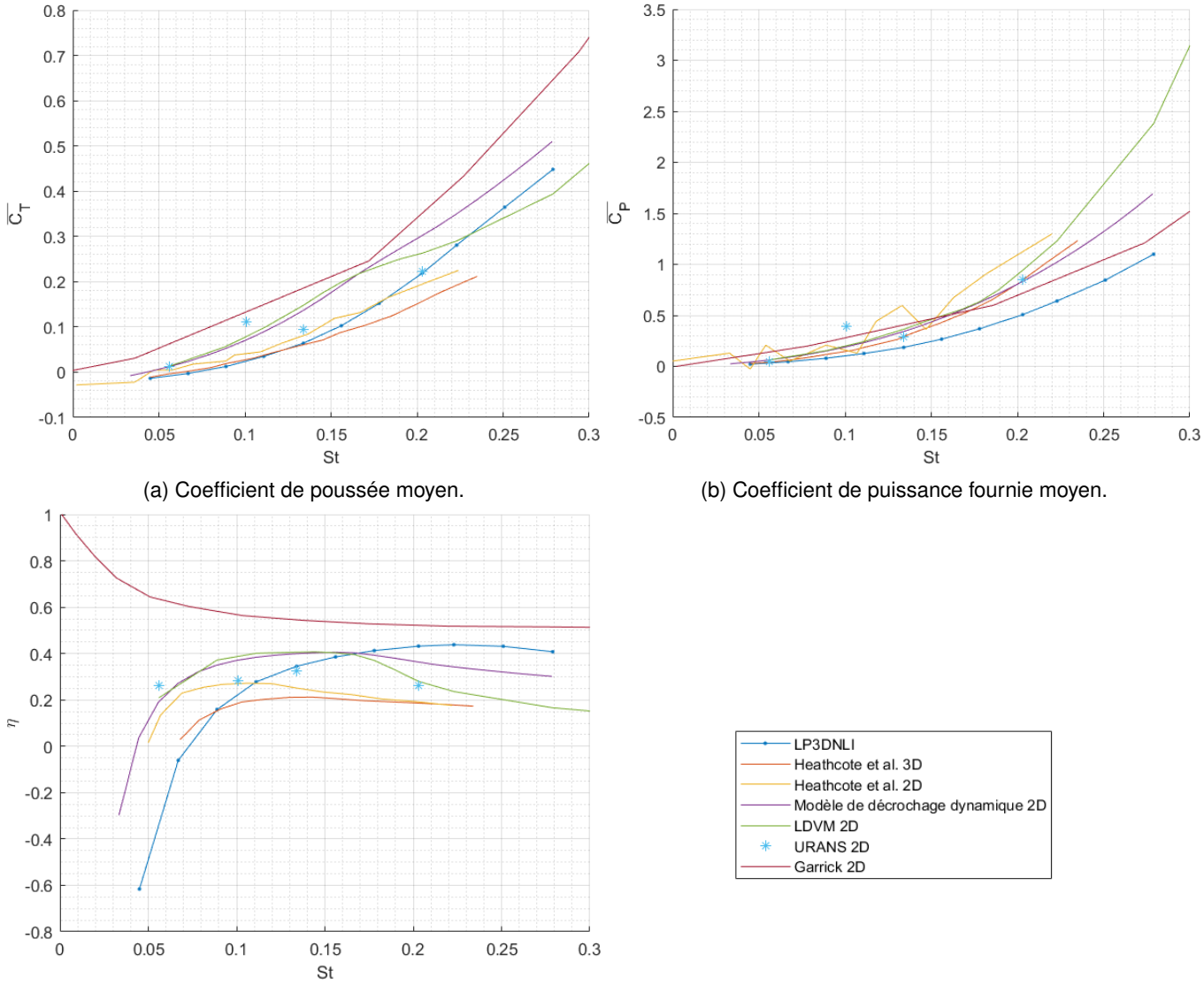
Comme l'estimation linéaire du paramètre K_f^C en fonction du nombre de Strouhal donne des résultats convaincants pour le coefficient de moment moyen, au regard des simulations de Visbal et al. [165], cette approche sera conservée pour la suite du travail.

6.3.2 Validation pour différents nombres de Strouhal

Pour ce dernier cas de validation, les conditions sont à nouveau celles des expériences de Heathcote et al. [75], (foil animé d'un mouvement de pilonnement pur).

La figure 6.10 présente l'évolution des performances du foil oscillant en fonction du nombre de Strouhal du mouvement. La courbe bordeaux correspond aux résultats obtenus avec le modèle non-visqueux de Garrick [63]. Ici l'amplitude des oscillations et la vitesse de l'écoulement amont sont fixes, modifier le nombre de Strouhal du mouvement revient donc à modifier la fréquence d'oscillation. Les résultats de la LP3DNLI sont cohérents avec les autres résultats présentés [48, 75], mais les coefficients moyens de poussée et de puissance fournie semblent tout de même croître plus rapidement et plus faiblement respectivement. Le rendement propulsif fig. 6.10c, obtenu par la LP3DNLI est maximal pour une valeur $St \approx 0.22$, ce qui est en accord avec la littérature (voir section 2.2). Cette valeur ne coïncide toutefois pas avec les autres données comparées.

Bien que les résultats de la méthode de LP3DNLI présentent quelques écarts quantitatifs par rapport aux données de la littérature, les phénomènes d'intérêt sont représentés. Les effets visqueux donnés par les polaires 2D expérimentales et le modèle de décrochage dynamique permettent de représenter la chute du rendement propulsif pour les faibles nombres de Reynolds, contrairement à la méthode non-visqueuse de Garrick [63]. Le nombre de Strouhal maximisant le rendement propulsif peut donc être étudié avec la méthode de LP3DNLI.



(a) Coefficient de poussée moyen.

(b) Coefficient de puissance fournie moyen.

(c) Rendement propulsif.

FIGURE 6.10 – Performances du foil oscillant en fonction du nombre de Strouhal du mouvement.

Troisième partie

Résultats

Chapitre 7

Étude des foils oscillants rigides

7.1 Paramètres de l'étude

Dans ce chapitre la méthode de LP3DNLI est mise en œuvre pour étudier l'influence du mouvement sur les performances propulsives d'un foil oscillant rigide. Plus particulièrement, l'influence du nombre de Strouhal St, de l'amplitude adimensionnée du mouvement A^* et de la proportion de l'amplitude due au tangage θ^* sera étudiée. Le système considéré est un foil droit animé d'un mouvement combiné de pilonnement et de tangage. Ces mouvements sont harmoniques. Le mouvement de tangage est appliqué au quart de corde avant des sections du foil et est déphasé d'un angle $\frac{\pi}{2}$ par rapport au mouvement de pilonnement. La loi de corde du foil est elliptique et le profil des sections est le NACA0012.

Les conditions sont choisies de sorte à être représentatives du mouvement des nageoires caudales des cétacés lorsque ceux-ci nagent à leurs régimes de croisière (voir section 3.2). De fait, le nombre de Reynolds de l'écoulement choisi est $Re = 700 \times 10^3$ et l'allongement du foil est fixé à $\lambda = 5$. Les plages de valeurs prises par les paramètres sont respectivement $St \in \{0.02\ ,\ 0.8\}$, $A^* \in \{0.5\ ,\ 2.5\}$ et $\theta^* \in \{0\ ,\ 0.6\}$. Les paramètres représentatifs des performances propulsives du système choisis sont le coefficient de poussée moyen $\overline{C_T}$, le coefficient de puissance fournie moyen $\overline{C_P}$ et le rendement propulsif défini par $\eta = \frac{\overline{C_T}}{\overline{C_P}}$ (voir section 2.1). Pour certains jeux de paramètres, les calculs correspondants ont également été menés avec une loi de corde constante ou un profil NACA0015.

7.2 Résultats

Les résultats présentés dans cette section correspondent aux cas où l'angle d'incidence apparent du foil est dominé par le mouvement de pilonnement. Les cas où l'angle d'incidence apparent est dominé par le tangage sont discutés à la section 7.2.5.

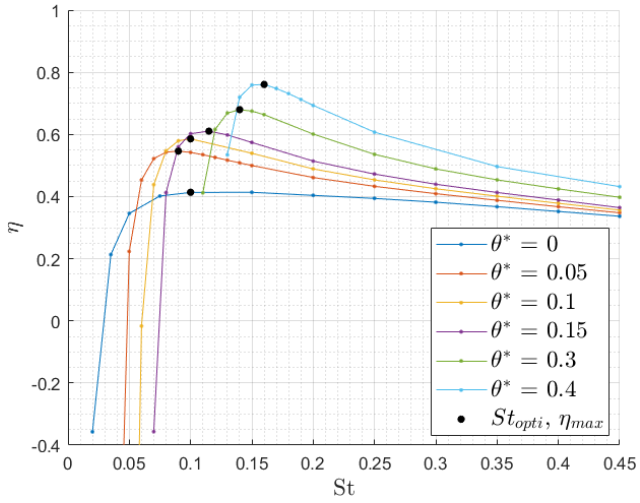
7.2.1 Influence du mouvement sur le rendement propulsif

Influence de θ^*

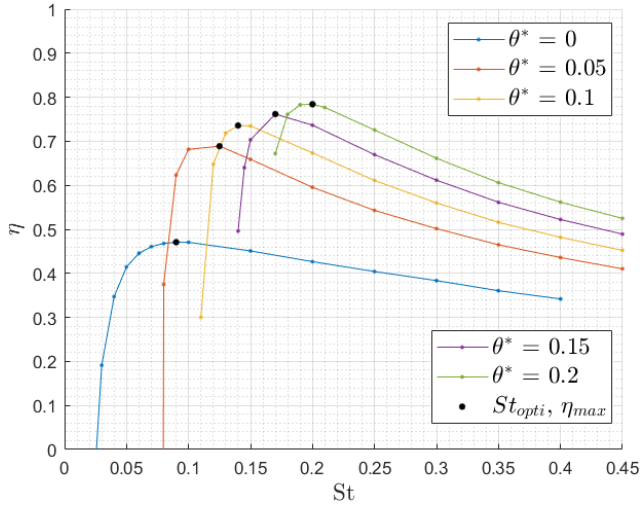
La figure 7.1 présente l'évolution du rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différentes proportions de tangage θ^*. Les sous-figures 7.1a, 7.1b,7.1c et 7.1d correspondent aux configurations avec $A^* = 0.5$, 1, 1.5 et 2 respectivement. Il est notable que le rendement passe toujours par un maximum en fonction du nombre de Strouhal. Le rendement est d'abord négatif pour les nombres de Strouhal faibles, c'est-à-dire que le foil oscille en régime traînant et non en régime propulsif, fig. 7.1a. Le rendement augmente ensuite rapidement avec le nombre Strouhal, celui-ci passe par un maximum puis diminue lentement. Le rendement maximal atteint pour une valeur de θ^* donnée est noté η_{max}. Celui-ci est mis en évidence par un point noir sur la figure 7.1. Le nombre de Strouhal optimal correspondant à η_{max} est noté St_{opti}. Les courbes de la figure 7.1 montrent que le rendement augmente avec la proportion de tangage θ^*, lorsque les nombres de Strouhal considérés sont supérieurs aux valeurs St_{opti}.

La figure 7.2 montre l'évolution de St_{opti} et du η_{max} correspondant en fonction de θ^* pour les différentes valeurs de l'amplitude considérées. St_{opti} augmente de façon quasi-linéaire avec la valeur de θ^*. De plus, la pente de la courbe St_{opti} vs θ^* augmente avec l'amplitude du mouvement A^*, fig. 7.2a. Le rendement maximal augmente en fonction de θ^* et exhibe une allure concave pour $A^* = 0.5$, 1 et 1.5. Pour la plus grande amplitude $A^* = 2.5$, la valeur intermédiaire $\theta^* = 0.1$ conduit à la plus grande valeur de η_{max}, fig. 7.2b.

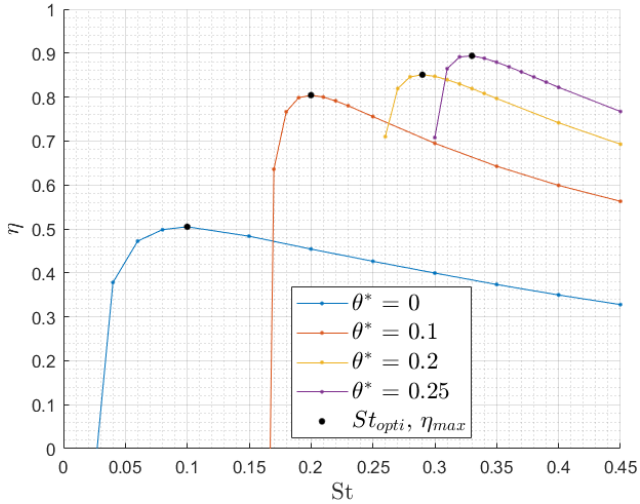
Les valeurs de St_{opti} s'étendent de 0.09 à 0.62 sur l'ensemble des calculs réalisés selon θ^* et A^*. Le rendement propulsif maximal atteint au travers de tous les calculs est $\eta = 0.894$ et correspond au cas avec $A^* = 1.5$, $\theta^* = 0.25$ et $St = 0.33$.



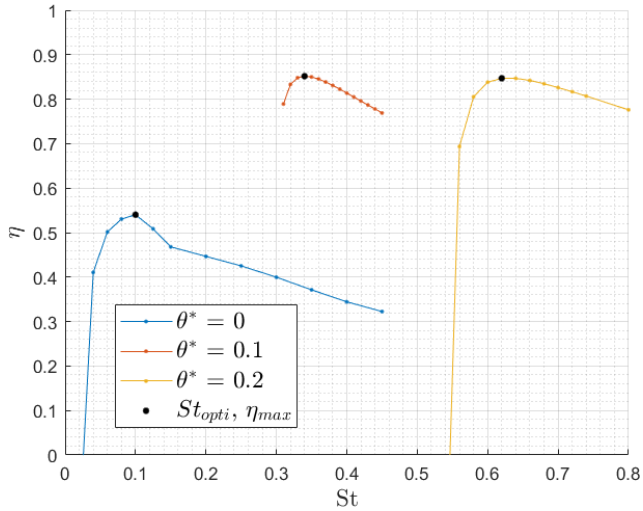
(a) η vs St pour $A^* = 0.5$.



(b) η vs St pour $A^* = 1$.

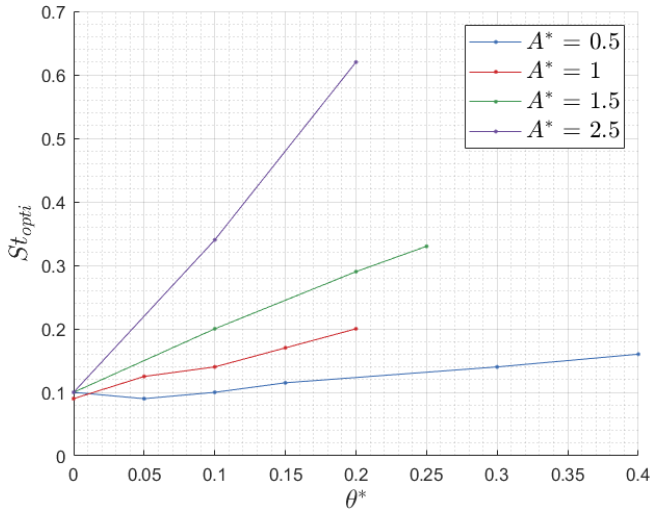


(c) η vs St pour $A^* = 1.5$.

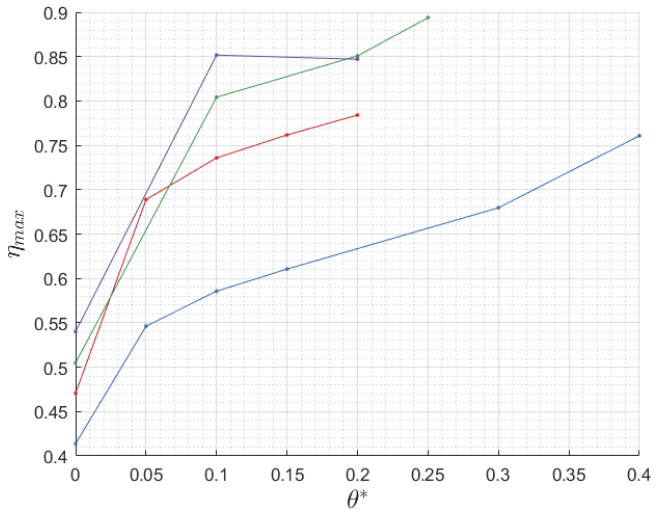


(d) η vs St pour $A^* = 2.5$.

FIGURE 7.1 – Rendement propulsif en fonction de St pour différentes valeurs de θ^*.



(a) St_{opti} vs θ^*.



(b) η_{max} vs θ^*.

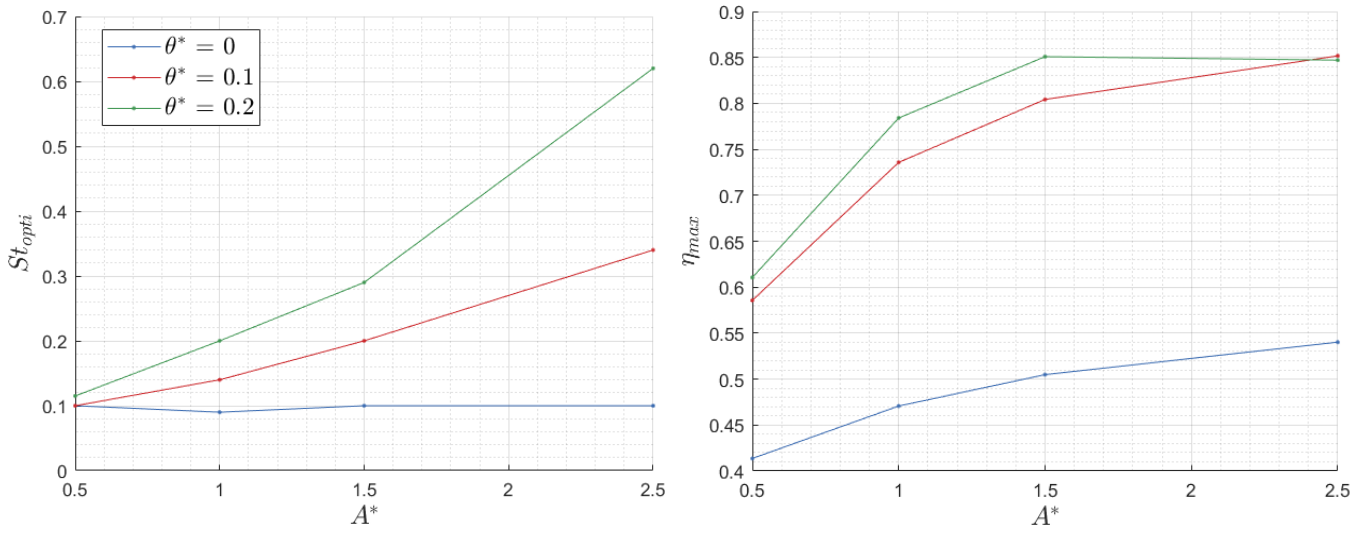
FIGURE 7.2 – Évolution du nombre de Strouhal optimal et du rendement maximal correspondant en fonction de θ^*.

Influence de A^*

La figure 7.4 montre l'évolution du rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différentes amplitudes du mouvement. Il s'agit d'une partie des données déjà présentées dans la figure 7.1, celles-ci sont réorganisées dans la figure 7.4 de sorte à mettre en évidence l'influence de l'amplitude du mouvement sur le rendement propulsif du système.

Dans le cas avec $\theta^* = 0$ et $A^* = 2.5$, le rendement est inférieur au cas similaire avec $A^* = 1.5$, lorsque le nombre de Strouhal est supérieur à $St = 0.15$, fig. 7.4a. Pour l'ensemble des autres cas, lorsque le nombre de Strouhal est supérieur aux valeurs St_{opti}, le rendement augmente avec l'amplitude A^*.

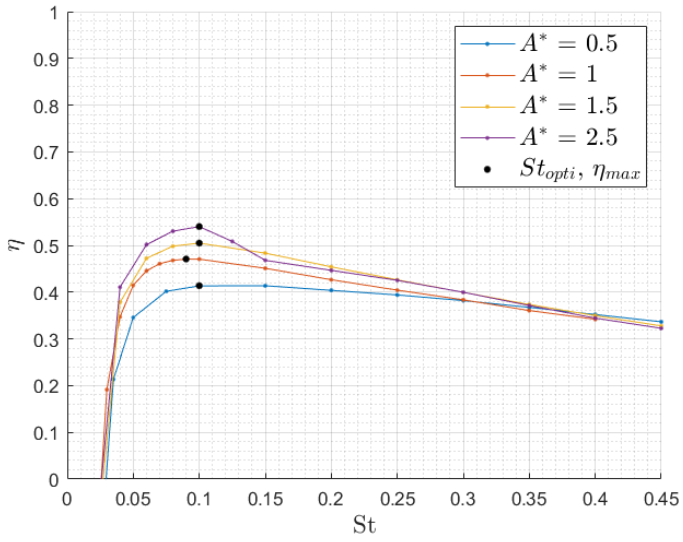
La figure 7.3 montre l'évolution de St_{opti} et du η_{max} correspondant en fonction de A^* pour les différentes proportions de tangage considérées. Le nombre de Strouhal optimal augmente avec la valeur de A^*. L'allure des courbes est légèrement convexe et cette convexité augmente avec θ^*, fig. 7.3a. Le rendement maximal augmente en fonction de A^* et exhibe une allure concave. Pour la plus grande proportion de tangage $\theta^* = 0.2$, la valeur intermédiaire $A^* = 1.5$ conduit à la plus grande valeur de η_{max}, fig. 7.3b.



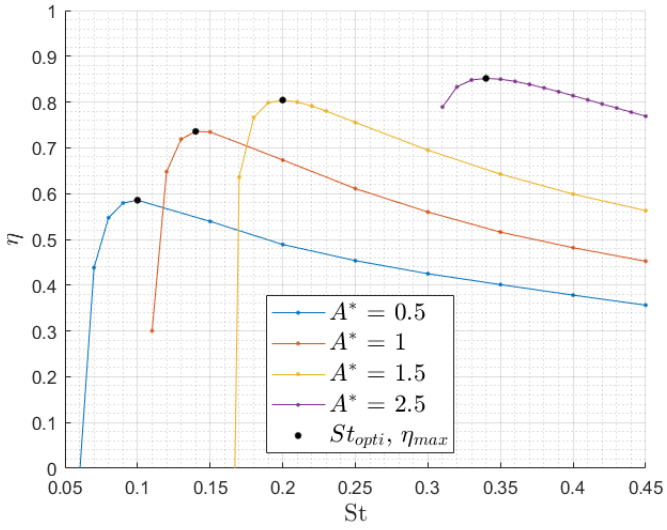
(a) St_{opti} vs θ^*.

(b) η_{max} vs θ^*.

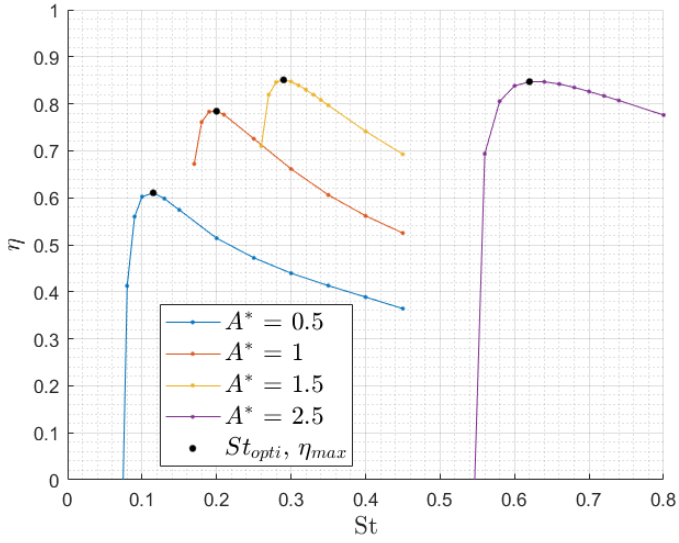
FIGURE 7.3 – Évolution du nombre de Strouhal optimal et du rendement maximal correspondant en fonction de A^*.



(a) η vs St pour $\theta^* = 0$.



(b) η vs St pour $\theta^* = 0.1$.



(c) η vs St pour $\theta^* = 0.2$.

FIGURE 7.4 – Rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différentes amplitudes du mouvement.

7.2.2 Influence du mouvement sur les coefficients de poussée et de puissance fournie moyens

Les figures 7.5 à 7.8 montrent les coefficients de poussée et de puissance fournie moyens $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ (voir section 6.2), en fonction du nombre de Strouhal pour différentes valeurs de θ^*.

$\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ augmentent toujours avec le nombre de Strouhal. De plus, $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ diminuent lorsque θ^* augmente, quelle que soit l'amplitude du mouvement. Le nombre de Strouhal correspondant à la transition entre les régimes traînant et propulsif (passage de $\overline{C_T} < 0$, à $\overline{C_T} > 0$) augmente avec θ^*. De plus, cet effet s'intensifie avec l'amplitude du mouvement.

Les figures 7.9 à 7.11 montrent les coefficients de poussée et de puissance fournie moyens $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$, en fonction du nombre de Strouhal pour différentes amplitudes du mouvement, A^*. Il s'agit d'une partie des données déjà présentées dans les figures 7.5 à 7.8, celles-ci sont réorganisées de sorte à mettre en évidence l'influence de l'amplitude du mouvement sur $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$.

Pour $\theta^* = 0.1$ et $\theta^* = 0.2$, $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ diminuent lorsque l'amplitude du mouvement augmente. Pour le mouvement de pilonnement pur ($\theta^* = 0$), l'influence de l'amplitude sur $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ est faible devant celle du nombre de Strouhal. La légère tendance observable est que $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ augmentent faiblement avec θ^*, jusqu'à $St \approx 0.35$ au-delà duquel la tendance s'inverse, fig. 7.9.

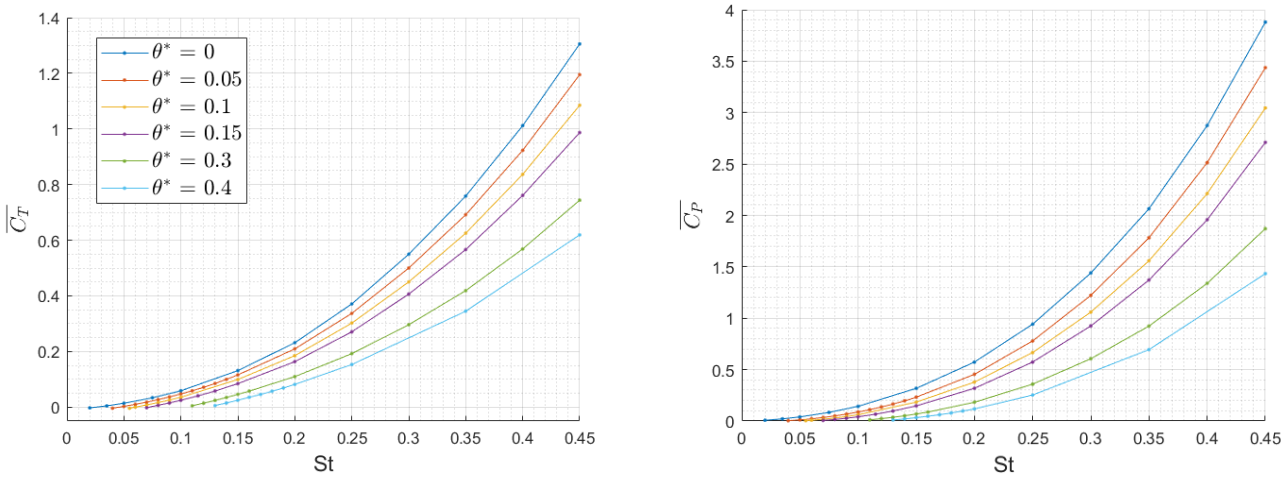


FIGURE 7.5 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 0.5$.

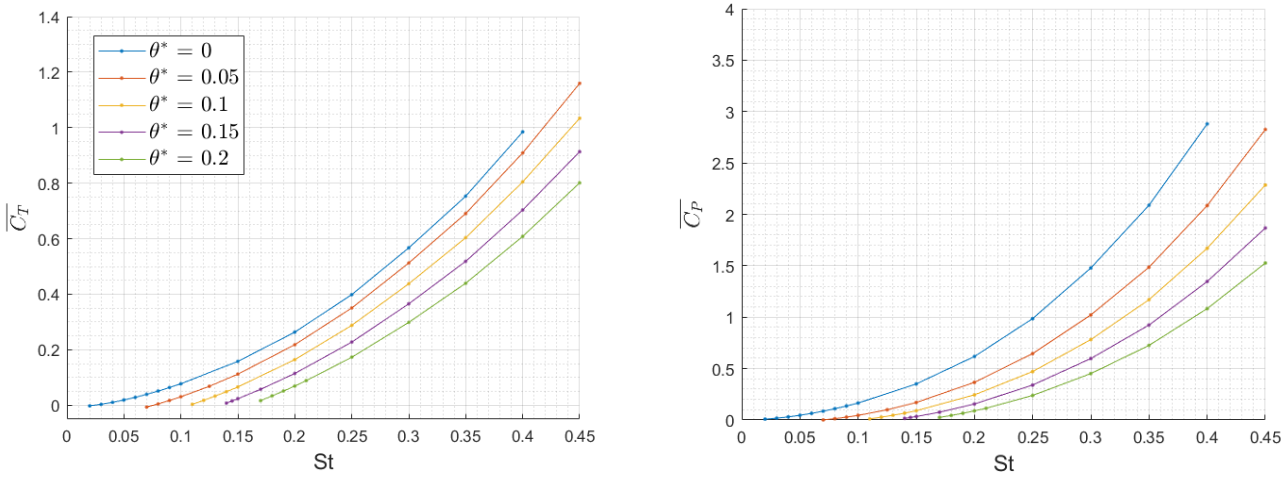


FIGURE 7.6 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 1$.

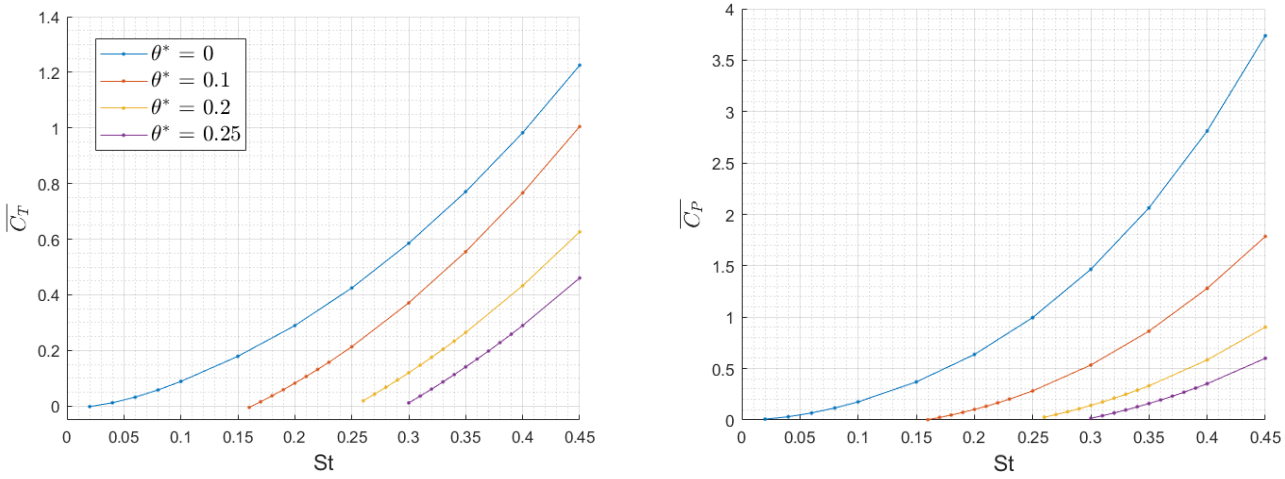


FIGURE 7.7 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 1.5$.

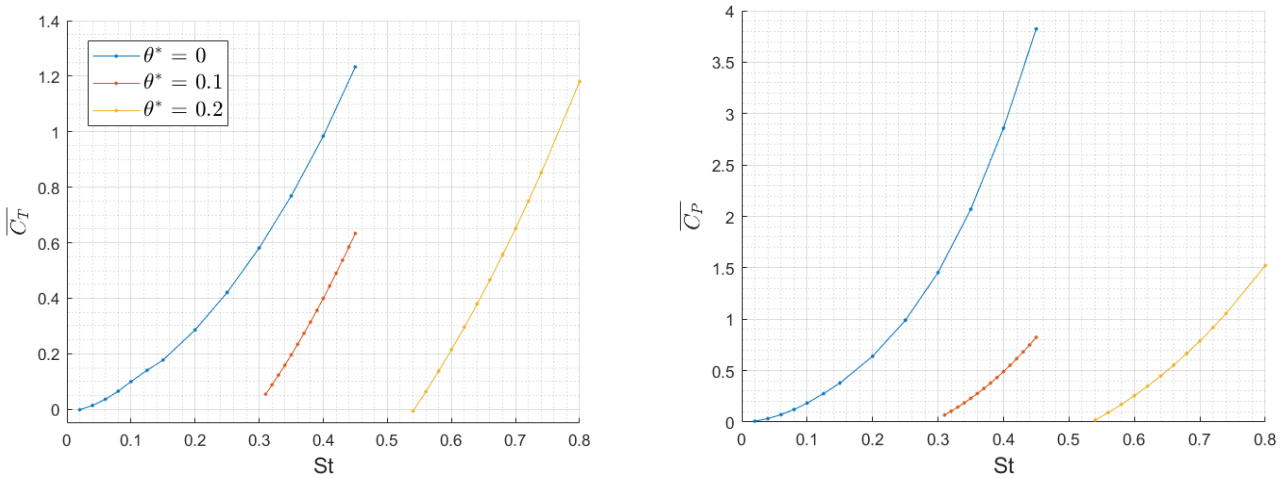


FIGURE 7.8 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $A^* = 2.5$.

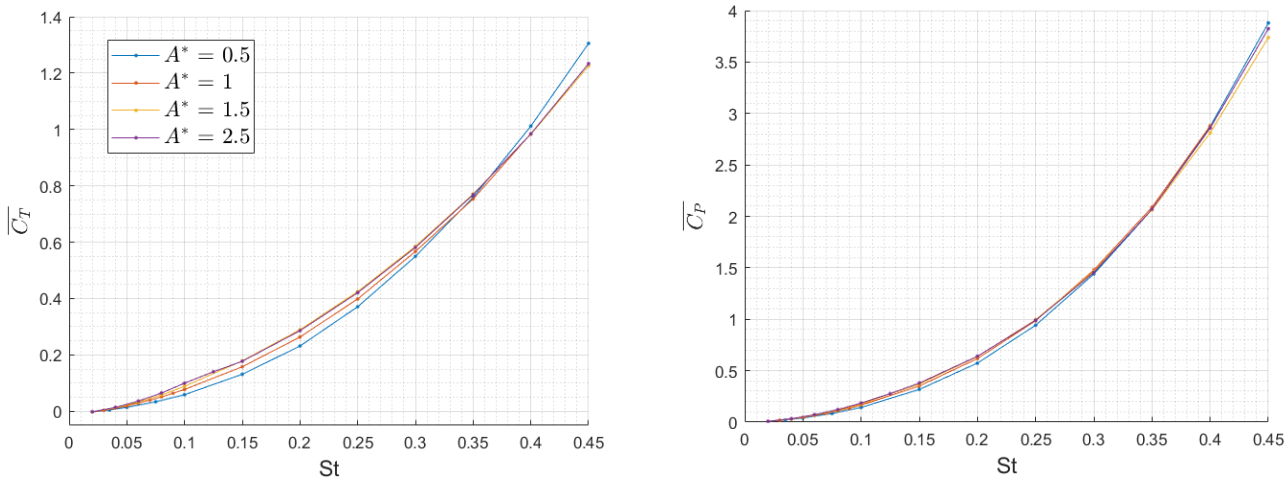


FIGURE 7.9 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $\theta^* = 0$.

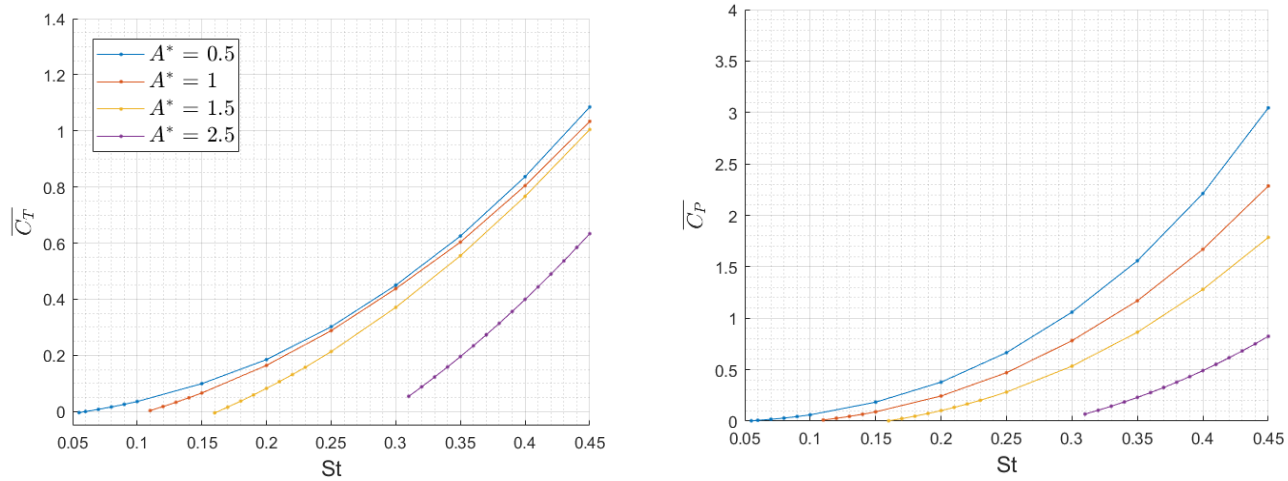


FIGURE 7.10 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $\theta^* = 0.1$.

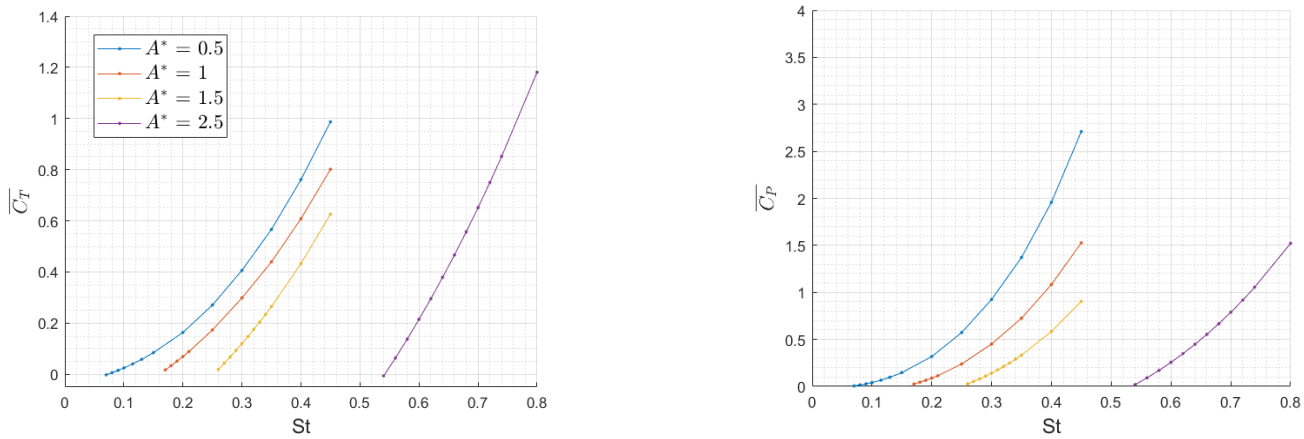
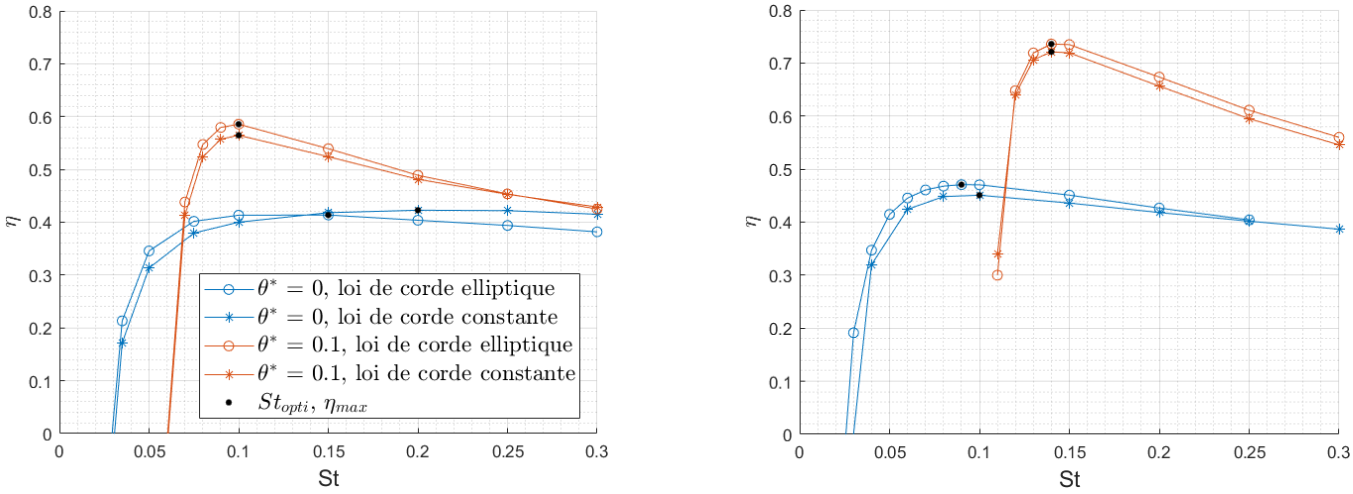


FIGURE 7.11 – Coefficients de poussée et de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal pour $\theta^* = 0.2$.

7.2.3 Influence de la loi de corde du foil sur les performances

La figure 7.12 compare le rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal d'un foil avec une loi de corde elliptique (données précédentes) et avec une loi de corde constante (foil rectangulaire). Pour cette étude, quatre configurations sont considérées : les oscillations en pilonnement pur et en pilonnement/tangage combiné, soit $\theta^* = 0$ et $\theta^* = 0.1$, pour les deux amplitudes $A^* = 0.5$ et $A^* = 1$.

Le rendement propulsif est supérieur pour le foil avec un loi de corde elliptique pour l'ensemble des configurations à l'exception de celle avec $A^* = 0.5$ et $\theta^* = 0$ où la tendance s'inverse au-delà de $St = 0.15$, fig. 7.12a. La valeur du nombre de Strouhal optimal est faiblement influencée par la loi de corde utilisée, fig. 7.12. Les courbes correspondantes pour $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ se trouvent dans l'annexe H, celles-ci montrent que l'influence de la loi de corde sur $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ est faible devant celle de St.



(a) η vs St pour $A^* = 0.5$.

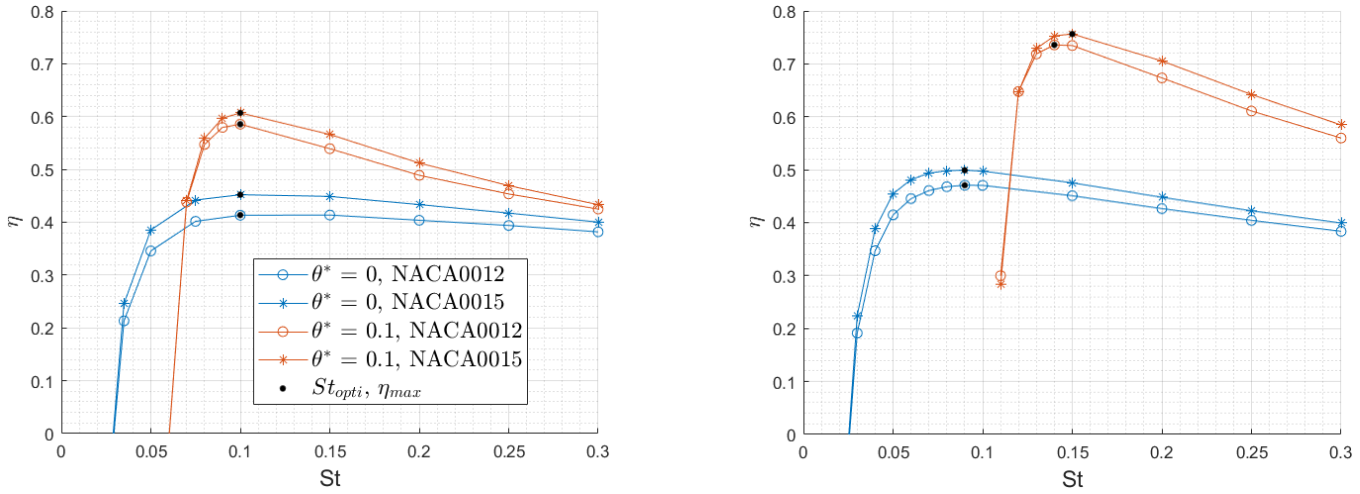
(b) η vs St pour $A^* = 1$.

FIGURE 7.12 – Rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différentes lois de corde.

7.2.4 Influence du profil sur les performances

La figure 7.13 présente le rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour deux profils symétriques différents, à savoir le NACA0012 et le NACA0015. Pour mener cette comparaison, les quatre configurations de la section précédente ont été considérées à nouveau.

Le rendement propulsif est supérieur pour le profil NACA0015 pour l'ensemble des cas considérés. La valeur du nombre de Strouhal optimal est faiblement influencée par le profil utilisé, fig. 7.13. Les courbes correspondantes pour $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ se trouvent dans l'annexe H, celles-ci montrent que l'influence de la loi de corde sur $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ est faible devant celle de St.



(a) η vs St pour $A^* = 0.5$.

(b) η vs St pour $A^* = 1$.

FIGURE 7.13 – Rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour différents profils.

7.2.5 Configurations où l'angle d'incidence apparent est dominé par le tangage

Dans les sections précédentes, les résultats présentés correspondent à des configurations de foils oscillants où l'angle d'incidence apparent des sections est piloté par le mouvement de pilonnement. Pour les configurations où cet angle est piloté par le mouvement de tangage, la méthode de LP3DNLI en l'état, échoue à donner un résultat cohérent. La figure 7.14 montre l'évolution du rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour un foil droit oscillant avec une amplitude adimensionnée $A^* = 0.5$, pour différentes proportions de tangage. Il s'agit des données de la figure 7.1a précédente, avec l'ajout de certains points où la méthode de LP3DNLI est mise en défaut. C'est-à-dire que lorsque le nombre de Strouhal est inférieur à une certaine limite selon θ^*, le rendement obtenu prend subitement une valeur supérieure à 1. De plus, pour la plus grande proportion de tangage $\theta^* = 0.6$, le rendement en fonction du nombre de Strouhal exhibe une allure monotone et est supérieur à 1 pour les nombres de Strouhal inférieurs à 0.25, fig. 7.14.

Il est observé par l'auteur que ces valeurs incohérentes surviennent pour tout mouvement avec un tangage non nul ($\theta^* > 0$) et un nombre de Strouhal suffisamment faible. Ou bien, pour les mouvements dont la proportion de l'amplitude due au tangage est suffisamment élevée ($\theta^* > 0.4$ pour le cas de la figure 7.14). Ces deux configurations qui mettent en défaut la méthode de LP3DNLI correspondent aux cas où l'angle d'incidence apparent des sections du foil est dominé par le mouvement de tangage. Le coefficient de puissance fournie moyen devient alors négatif ou très faible et le rendement propulsif dépasse 1. Les paragraphes suivants ont pour but d'illustrer ce phénomène.

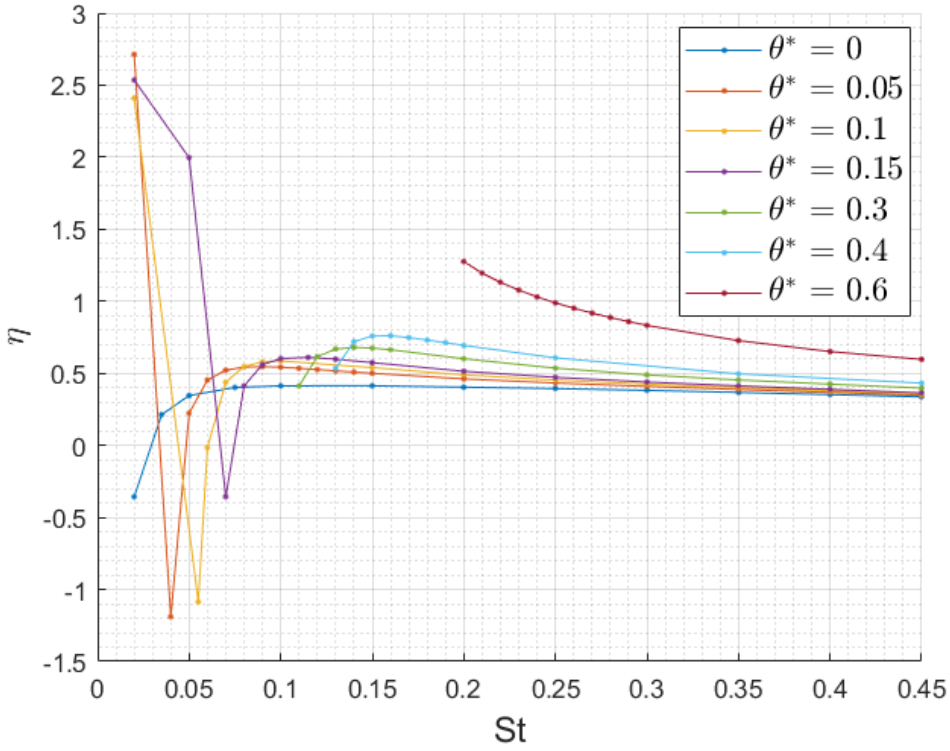


FIGURE 7.14 – η vs St pour $A^* = 0.5$, avec les configurations correspondantes à α_{app} dominé par le tangage.

L'angle d'incidence apparent α_{app} d'une section d'un foil rigide en fonction du temps est donné par l'équation 7.1, (équation 2.3 de la section 2.1). Celui-ci résulte de la somme de deux termes. Le premier terme est l'angle d'incidence géométrique de la section, $\theta(t)$, donné par le mouvement de tangage. Le second terme $-\arctan\left(\frac{\dot{h}(t)}{V_\infty}\right)$ rend compte de la vitesse de pilonnement de la section et dépend donc de la fréquence d'oscillation.

$$\alpha_{app}(t) = \theta(t) - \arctan\left(\frac{\dot{h}(t)}{V_\infty}\right) \tag{7.1}$$

Lorsque le terme $\theta(t)$ est grand devant le terme $-\arctan\left(\frac{\dot{h}(t)}{V_\infty}\right)$, l'angle d'incidence apparent est dit dominé par le tangage, dans le cas contraire il est désigné comme dominé par le pilonnement.

La figure 7.15 montre l'évolution de l'angle d'incidence apparent en fonction du temps pour $A^* = 0.5$, $\theta^* = 0.15$ et différents nombres de Strouhal St. Dans cette configuration, puisque la vitesse de l'écoulement et l'amplitude du mouvement sont constantes, réduire le nombre de Strouhal revient à réduire la fréquence d'oscillation du foil et donc le terme $-\arctan\left(\frac{\dot{h}(t)}{V_\infty}\right)$. Sur la figure 7.15, la teinte verte est attribuée aux mouvements pour lesquels α_{app} est dominé par le pilonnement et la teinte rouge aux mouvements pour lesquels α_{app} est dominé par le tangage. Lorsque α_{app} est dominé par le tangage, son allure est opposée à celle de α_{app} dominé par le pilonnement. De ce fait, lorsque α_{app} est dominé par le pilonnement, α_{app} est positif pendant la phase de descente du foil puis négatif pendant la montée. À l'inverse, lorsque α_{app} est dominé par le tangage, α_{app} est négatif pendant la phase de descente puis positif pendant la montée.

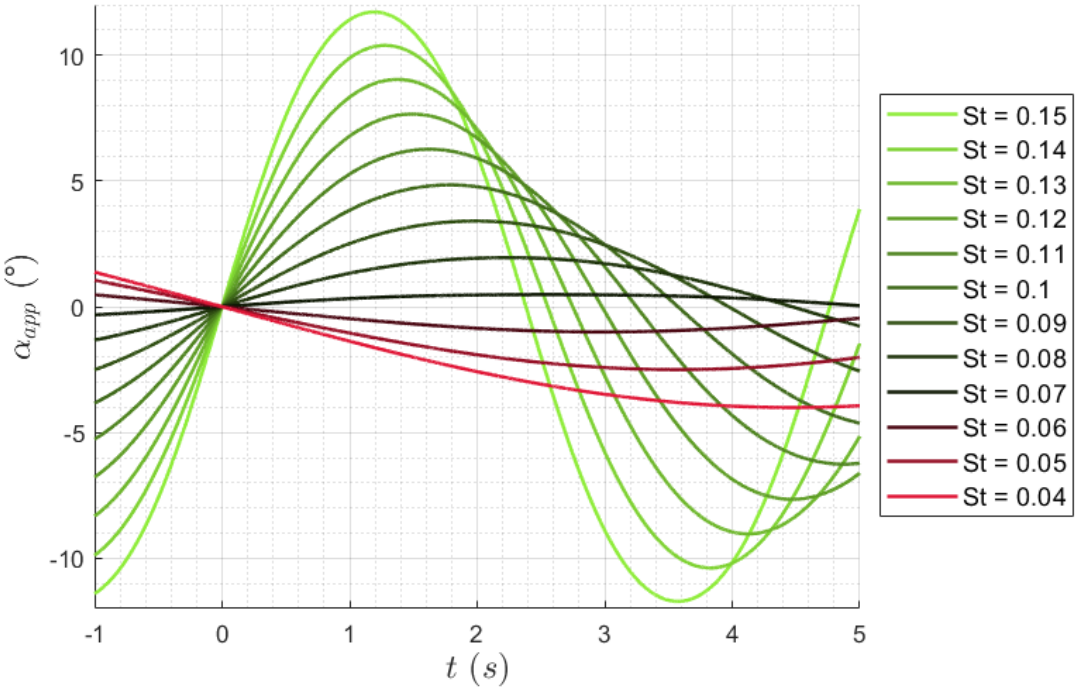


FIGURE 7.15 – Évolution de l'angle d'incidence apparent pour différents nombre de Strouhal avec $A^* = 0.5$ et $\theta^* = 0.15$.

Le coefficient de puissance fournie est donné par l'équation 7.2 (équation 2.5 de la section 2.1). Celui-ci résulte de la somme adimensionnalisée des deux termes $-L_n\dot{h}$ et $-M_\theta\dot{\theta}_n$, représentant les puissances à fournir pour actionner le foil en pilonnement et en tangage respectivement.

$$C_{P_n} = \frac{-L_n\dot{h} - M_\theta\dot{\theta}_n}{\frac{1}{2}\rho S V_\infty^3} \tag{7.2}$$

La portance L_n suit le signe de l'angle d'incidence apparent (aux effets dynamiques près). De ce fait, lorsque l'angle d'incidence apparent est dominé par le tangage, L_n et $\dot{h}$ sont en phase et la valeur moyenne du terme $-L_n\dot{h}$ est alors négative. Cela conduit à un C_{P_n} négatif et donc à un rendement négatif. La valeur négative du terme $-L_n\dot{h}$ n'est pas anormale en soit, le souci est qu'à ce moment là, le terme $-M_\theta\dot{\theta}_n$ est supposé compenser $-L_n\dot{h}$ pour conduire à un coefficient de puissance fournie moyen positif, mais le modèle de moment dynamique implémenté dans ce travail ne le permet pas. Sur la figure 6.8c, le résultat du modèle de moment dynamique coïncide en amplitude avec les données de la littérature mais apparaît déphasé dans le temps. Cet inconvénient mineur pour la valeur du coefficient de moment moyen conduit à une valeur fausse de la puissance fournie pour l'actionnement en pilonement $-M_\theta\dot{\theta}_n$. De ce fait, le coefficient $\overline{C_P}$ devient négatif ou très faible et le rendement propulsif atteint des valeurs incohérentes supérieures à 1.

7.3 Discussion des résultats

La méthode de LP3DNLI a montré qu'elle pouvait fournir une estimation convenable et cohérente des performances d'un foil droit oscillant à un régime propulsif dans un écoulement constant, (voir section 6.3 et section 7.2). De façon générale, les résultats du présent chapitre ont montré la capacité de la méthode à déterminer un nombre de Strouhal optimal permettant de maximiser le rendement propulsif du système. La méthode permet également d'étudier l'évolution du rendement en fonction de l'amplitude de tangage du foil et de déterminer l'amplitude de tangage optimale pour certaines amplitudes du mouvement ($A^* = 2.5$ dans ce travail). De la même façon, la méthode permet d'étudier l'évolution du rendement en fonction de l'amplitude du mouvement et de déterminer l'amplitude optimale pour certaines amplitudes de tangage ($\theta^* = 0.2$ dans ce travail). Finalement, les résultats présentés ont aussi montré la capacité de la méthode à comparer des foils oscillants avec différents profils ou lois de corde, bien que l'influence de ces paramètres sur les performances soit faible devant l'influence du mouvement.

Quelle que soient la fréquence d'oscillation et l'amplitude du mouvement considérée jusqu'à $A^* = 2.5$, les rendements obtenus pour les foils animés d'un mouvement de pilonnement pur sont inférieurs à $\eta < 0.55$. Un mouvement de pilonnement/tangage combiné est nécessaire pour atteindre des hauts rendements. Ce résultat est également confirmé dans la littérature pour les mouvements de tangage pur [57, 139]. Le rendement propulsif maximal obtenu pour un mouvement combiné est $\eta = 0.894$ et correspond à la configuration avec $A^* = 1.5$, $\theta^* = 0.25$ et $St = 0.33$. Le coefficient de poussée moyen associé est toutefois faible $\overline{C_T} = 0.087$. Les résultats sont également cohérents avec la littérature dans le sens ou le rendement est supérieur pour les oscillations de grandes amplitudes, supérieures à une longueur de corde, $A^* > 1$, [136, 12, 58, 3]

Les résultats pour $A^* = 2.5$ ont montré qu'il existe une valeur de la proportion de tangage optimale pour le rendement situé autour de $\theta^* = 0.1$. Le rendement pour les calculs aux amplitudes inférieures continue toutefois de croître au-delà de $\theta^* = 0.1$. Cela implique que s'il existe toujours une proportion de tangage optimale, comme énoncé dans la littérature [11, 12, 58, 164, 59], celle-ci doit augmenter lorsque l'amplitude du mouvement diminue. Cette affirmation permettrait de concilier les résultats de Ayancik et al. [12] et ceux de VanBuren et al. [164]. Ayancik et al. [12] reportent une plage optimale $0.06 < \theta^* < 0.25$. Alors que les travaux de VanBuren et al. [164], basés sur des hypothèses des petites amplitudes conduisent à une proposition de tangage optimale plus grande $\theta^* = 0.5$.

$\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ augmentent toujours avec le nombre de Strouhal et leur allure est convexe. Ce résultat est cohérent avec les lois de variations données par Floryan et al. [59], qui prédisent que $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ sont proportionnels à St^2. De plus, les résultats obtenus montrent que $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ diminuent lorsque θ^* augmente, quelle que soit l'amplitude du mouvement. Cela traduit le fait que l'apport d'un mouvement de tangage modéré au mouvement de pilonnement diminue le coefficient de poussée moyen du foil mais améliore son rendement propulsif en diminuant plus encore le coefficient de puissance fournie moyen.

Selon l'amplitude du mouvement et sa proportion de tangage, le nombre de Strouhal maximisant le rendement St_{opti}, s'étend de 0.09 à 0.65. La plage de valeurs $St = [0.25 - 0.35]$, observée chez les animaux marins coïncide avec la plage optimale trouvée ici uniquement pour une partie des mouvements. Les mouvements dont le nombre de Strouhal optimal est compris dans la plage $[0.25 - 0.35]$, sont les configurations avec $A^* = 1.5$ et $\theta^* = \{0.2, 0.25\}$, ou alors avec $A^* = 2.5$ et $\theta^* = 0.1$.

St_{opti} augmente avec θ^* et cet effet augmente avec A^*. De la même façon, St_{opti} augmente avec A^* et cet effet augmente avec θ^*. Cela indique que l'amplitude du mouvement et sa part de tangage sont deux paramètres étroitement liés et que leurs influences interagissent significativement sur le rendement. Ces deux paramètres influent sur l'angle d'incidence apparent. Il est de ce fait peut-être judicieux d'utiliser l'angle d'incidence apparent maximal comme paramètre du problème à l'image de certains auteurs [172].

La figure 7.12 montre que le rendement d'un foil oscillant est supérieur lorsque celui-ci possède une loi de corde elliptique par rapport à une loi de corde constante. Cela pourrait s'expliquer par le fait établi qu'une loi de corde elliptique minimise la traînée d'un foil statique [2, 84, 24]. En extrapolant ce résultat aux foils mobiles, la loi de corde elliptique permettrait de minimiser les forces de traînée générées par le fluide et ainsi maximiser la poussée. L'influence de la loi de corde du foil oscillant sur son rendement propulsif apparaît toutefois faible devant l'influence du mouvement. Il apparaît plus judicieux sur la figure 7.12, d'opérer avec un foil rectangulaire et un mouvement optimal plutôt qu'avec un foil elliptique avec par exemple un mouvement de tangage pur ou un nombre de Strouhal plus faible que l'optimal. Le mouvement optimal semble toutefois indépendant de la loi de corde utilisée, à l'exception du cas avec $A^* = 0.5$ et $\theta^* = 0$.

La figure 7.13 montre que le profil NACA0015, pour les sections d'un foil oscillant, conduit à un rendement supérieur par rapport au profil NACA0012. Van Buren et al. [163], ont montré numériquement que le rendement des foils oscillants est supérieur lorsque ceux-ci utilisent des profils plus épais. La justification donnée par les auteurs est qu'un profil plus épais est associé à un angle de décrochage statique plus grand et peut ainsi limiter la séparation au bord d'attaque. Dans ce travail, les angles de décrochage statiques des profils NACA0012 et NACA0015 pour le nombre de Reynolds considéré sont $11.5°$ et $14.5°$ respectivement. Les quatre cas considérés sur la figure 7.13, avec $A^* = 0.5$ et $\theta^* = \{0, 0.1\}$ puis avec $A^* = 1$ et $\theta^* = \{0, 0.1\}$, conduisent aux angles d'incidence apparents maximaux $17.4°$, $7.45°$, $15.8°$ et $6.3°$ respectivement, pour le nombre de Strouhal optimal correspondant. Les valeurs supérieures à $14.5°$ pour les deux cas de pilonnement pur sont cohérentes avec l'argument de Van Buren et al. [163]. Toutefois, les mouvements combinés conduisent à des angles d'incidence apparents ne dépassant pas les angles de décrochage statique des profils. Le coefficient de traînée plus faible du profil NACA0015 peut justifier son rendement supérieur pour les configurations où le décrochage du bord d'attaque n'apparaît pas. Il est à noter que les effets 3D et les effets dynamiques du foil réduisent l'incidence des sections. Les angles d'incidence effectifs directement vus par les sections du foil au cours des oscillations sont donc inférieurs à l'angle d'incidence apparent maximal théorique.

La méthode a été implémentée dans l'environnement MATLAB. Le code a été vectorisé dans la mesure du possible mais n'a pas été optimisé en termes de temps d'exécution. L'ensemble des calculs ont été exécutés en mono-processeur sur un ordinateur portable (Intel Core i7, 2.2GHz). À titre indicatif, chaque calcul de LP3DNLI du présent chapitre a nécessité entre 10 et 30 minutes pour aboutir. Pour le calcul ayant eu le plus de mal à aboutir, moins de 5% des pas de temps du calcul n'ont pas atteint un état convergé. Un maximum de 3 pas de temps consécutifs n'ayant pas convergés est survenu. Le pas de temps suivant, ayant abouti, englobait les 3 pas de temps précédents. Sa durée représentait la proportion correcte de $1/25^{\text{ème}}$ de la période d'oscillation.

Une limite de la méthode de LP3DNLI, comme détaillée précédemment, est les régimes pour lesquels l'angle d'incidence effectif du foil est dominé par le mouvement de tangage. Cela correspond aux oscillations dont l'amplitude est majoritairement composée de tangage ou avec un faible nombre de Strouhal. Ayancik et al. [12], reportent toutefois que ces régimes ne permettent pas d'obtenir les plus hauts rendements, les auteurs ont conclu que les mouvements dominés par le tangage ne sont favorables que pour les cas non-optimaux ou l'amplitude est faible, $A^* < 1$. Bien que la frontière soit étroite entre le régime traînant et le régime où l'angle apparent est dominé par le tangage, la méthode de LP3DNLI permet tout de même de simuler ces régimes traînants où le coefficient de poussée moyen et le rendement sont négatifs. Dans l'optique future de simuler correctement les régimes où l'angle d'incidence apparent est dominé par le tangage, un autre modèle de moment dynamique peut être utilisé ou alors le modèle actuel peut être modifié. Par exemple un autre paramètre du modèle (voir tableau 5.4) peut être supposé variable en fonction du nombre de Strouhal (similairement aux traitements appliqués au paramètre K_f^C, voir section 6.3) pour permettre d'obtenir une coefficient de moment en phase avec ceux issus de la littérature.

Chapitre 8

Étude des foils oscillants souples

Ce dernier chapitre a pour but de présenter la capacité de la méthode de LP3DNLI à simuler la résultante hydrodynamique des foils oscillants se déformant dans le sens de leurs envergures au cours du mouvement. La première partie du chapitre décrira la prise en compte de la déformation active du foil par la méthode de LP3DNLI. Les résultats obtenus par la méthode seront ensuite comparés avec des résultats expérimentaux et numériques issus de la littérature. Finalement, la méthode sera mise en œuvre sur une configuration représentative de la nageoire caudale des cétacés et l'influence de la flexibilité du foil sur ses performances hydrodynamiques sera étudiée.

8.1 Prise en compte de la flexibilité du foil par la méthode de LP3DNLI

Dans cette partie, le foil est supposé flexible le long de son envergure. La flexibilité dans le sens de la corde n'est pas considérée. La déformation du foil induit un dièdre variable au cours du mouvement. C'est-à-dire que l'intensité de la courbure du foil projeté sur le plan normal à l'écoulement varie dans le temps. À titre d'exemple, la figure 8.1 présente la géométrie d'un foil oscillant souple au cours de son mouvement. Les lignes rouges représentent la projection dans le plan normal à l'écoulement de la ligne de quart de corde des sections du foil.

Dans cette étude, la déformation est active, c'est-à-dire que la forme du foil au cours du mouvement est présupposée, contrairement à une déformation passive où la forme du foil est induite par le chargement hydrodynamique au court du mouvement. Toutefois, les déformations utilisées dans ce travail se veulent représentatives d'une configuration passive à l'image des nageoires caudales des cétacés dépourvues de muscles.

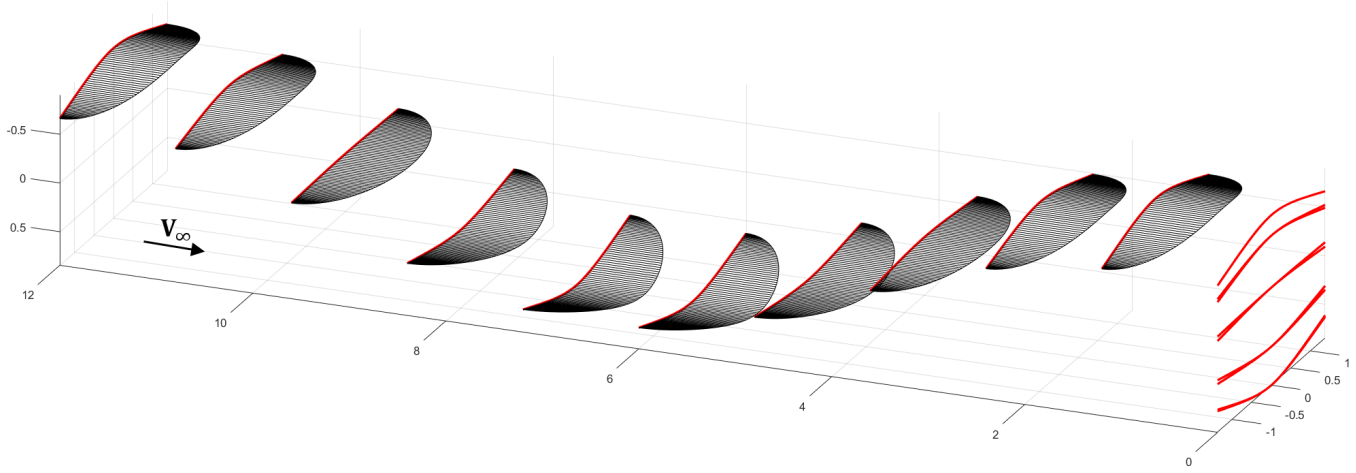


FIGURE 8.1 – Représentation d'un foil oscillant souple.

8.1.1 Effet de la flexibilité du foil dans la méthode de LP3DNLI

La méthode de LP3DNLI décrite dans les chapitres 4, 5 et 6, reste valide dans le cas d'un foil souple. La différence provient de la géométrie du foil qui varie au cours de son mouvement. Par exemple, sur la figure 8.1, l'amplitude de pilonnement h_i d'une section est plus faible à mesure que celle-ci se trouve proche du saumon. De ce fait, la vitesse verticale des sections est variable le long de l'envergure. L'accélération en pilonnement $\ddot{h}_i$ et la distance adimensionnée parcourue par la section ΔS_i, utilisées dans le modèle de décrochage dynamique sont dès lors également variables le long de l'envergure.

Par souci de simplicité, les vitesses des sections dans le repère $(\mathscr{R}_g)$ sont assimilées à leurs vitesses de pilonnement lorsque le mouvement de tangage est ignoré, $\dot{h}_i$ (voir section suivante, 8.1.2). De plus, les vitesses et accélérations en tangage $\dot{\theta}_i$ et $\ddot{\theta}_i$ sont supposées variables dans le temps mais homogènes sur le foil à chaque instant. Enfin, l'envergure b du foil reste constante au cours du mouvement. De ce fait, le dièdre entraîne une augmentation de la longueur de la ligne de quart de corde du foil, fig. 8.2. Ces hypothèses simplificatrices ont pour effet de restreindre le cadre de l'étude aux faibles flexibilités.

8.1.2 Description de la configuration déformée du foil et de la détermination des paramètres géométriques plausibles

L'allure de la configuration déformée du foil est empruntée à Liu et Bose [102]. La ligne de quart de corde du foil au cours du temps est assimilée à une fonction polynomiale $d(y_0, t)$ (comme présentée à la section 4.4.2). Cette fonction correspond au déplacement relatif entre la section à l'emplanture et la section d'ordonnée y_0, selon la direction $\mathbf{z_b}$:

$$d(y_0,t) = d_0 \left[2\left(\frac{y_0}{b/2}\right)^2 - \frac{4}{3}\left|\left(\frac{y_0}{b/2}\right)^3\right| + \frac{1}{3}\left(\frac{y_0}{b/2}\right)^4 \right] \cos\left(2\pi f t + \psi\right) \tag{8.1}$$

Où d_0 représente le déplacement relatif maximal entre les sections aux saumons et à l'emplanture du foil, fig. 8.2. ψ représente le déphasage temporel entre le mouvement de pilonnement et les déplacements relatifs.

La partie spatiale de l'équation (8.1) donne l'allure générale de la ligne de quart de corde du foil. Celle-ci correspond à la déformée d'une poutre d'Euler-Bernoulli soumise à une force répartie sur sa longueur. Le terme $\cos\left(2\pi f t + \psi\right)$, contrôle l'intensité du déplacement au cours du temps.

Lorsqu'il n'y a pas de mouvement de tangage, la position verticale du quart de corde de la section i positionnée à l'ordonnée y_0 est donc la somme du mouvement de pilonnement et des déplacements relatifs du foil, (eq. (8.2)) :

$$h_i(y_0,t) = h(t) + d(y_0,t) \tag{8.2}$$

De manière similaire, la vitesse de pilonnement $\dot{h_i}$ de la section i est la somme des dérivées du mouvement de pilonnement et des déplacements relatifs :

$$\dot{h_i}(y_0,t) = \dot{h}(t) + \dot{d}(y_0,t) \tag{8.3}$$

Dans le cadre de la LP3DNLI implémentée ici, lorsque le mouvement comprend un mouvement de tangage, le foil déformé à l'instant t est d'abord généré, puis le pilonnement et le tangage sont appliqués en tant que mouvement de solide rigide.

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer des couples de paramètres (d_0, ψ) dont la déformation active correspondante est similaire à une déformation passive. Ces couples de paramètres d_0 et ψ sont déterminés à partir des résultats expérimentaux de Heathcote et al. [76]. Ces expériences consistent en une série de mesures des performances propulsives de trois foils de rigidités différentes actionnés en pilonnement pur. Les trois foils sont désignés respectivement par *rigide*, *souple* et *très souple*, fig. 8.2. Un mouvement vertical harmonique est imposé à l'emplanture : $h_{emp}(t) = h_0 \cos(2\pi f t)$, avec $h_0 = 0.0175\ \mathrm{m}$. L'évolution de la position verticale du saumon issue de

l'expérience coïncide avec une fonction harmonique et est décrite par les auteurs de la façon suivante : $h_{sau}(t) = h'_0 \cos(2\pi f t + \varphi)$. Où h'_0 est l'amplitude de pilonnement du saumon et φ est l'angle de déphasage temporel entre les mouvements de l'emplanture et du saumon. Les valeurs expérimentales de h'_0 et φ ainsi que les paramètres d_0 et ψ correspondants sont reportées dans le tableau 8.1. Le foil qualifié de *rigide* présente une déformation faible mais non-nulle. Ces paramètres d_0 et ψ permettent de représenter l'entièreté de la configuration déformée du foil, pour laquelle les déplacements relatifs entre le saumon et l'emplanture correspondent aux données expérimentales de Heathcote, eq. (8.1). Le passage des paramètres de Heathcote à ceux de Liu et Bose est réalisé avec les équations (8.4) et (8.5).

$$d_0 = \sqrt{h_0^2 + h_0'^2 - 2h_0 h'_0 \cos(\varphi)} \tag{8.4}$$

$$\psi = \arcsin\left(\frac{1}{d_0}\left(h'_0 \cos(\varphi) - h_0\right)\right) - \frac{\pi}{2} \tag{8.5}$$

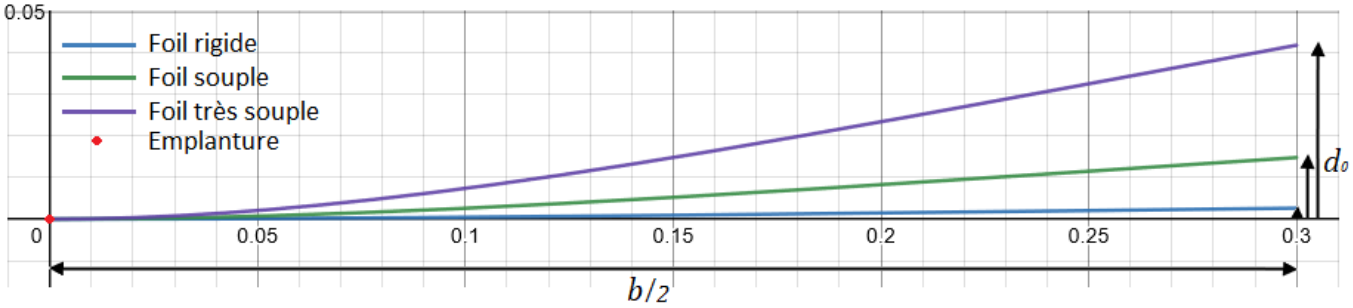


FIGURE 8.2 – Configurations déformées maximales des trois (demi-)foils de Heathcote et al. [76].

TABLE 8.1 – Paramètres expérimentaux décrivant la configuration déformée du foil.

Foil	h'_0/h_0	φ	d_0(m)	ψ
Rigide	1.13	$-4.2°$	0.00265	$-33.1°$
Souple	1.64	$-25.1°$	0.0148	$-55.1°$
Très souple	1.76	$-117°$	0.0418	$-139°$

Afin de pouvoir représenter les déformations passives des foils de flexibilités intermédiaires aux trois foils considérés par Heathcote et al. [76], une interpolation quadratique entre le paramètre ψ et $\tilde{d_0}$ est proposée, eq. (8.6). Le paramètre $\tilde{d_0}$ est utilisé pour caractériser la *souplesse* du foil et est défini par $\tilde{d_0} = \frac{d_0}{b/2}$. La figure 8.3 représente l'évolution de $\psi(\tilde{d_0})$ donnée par l'équation eq. (8.6) et les données expérimentales issues des équations (8.4) et (8.5).

$$\psi(\tilde{d_0}) = -51.9 \times (2d_0/b)^2 - 6.46 \times (2d_0/b) - 0.5172 \tag{8.6}$$

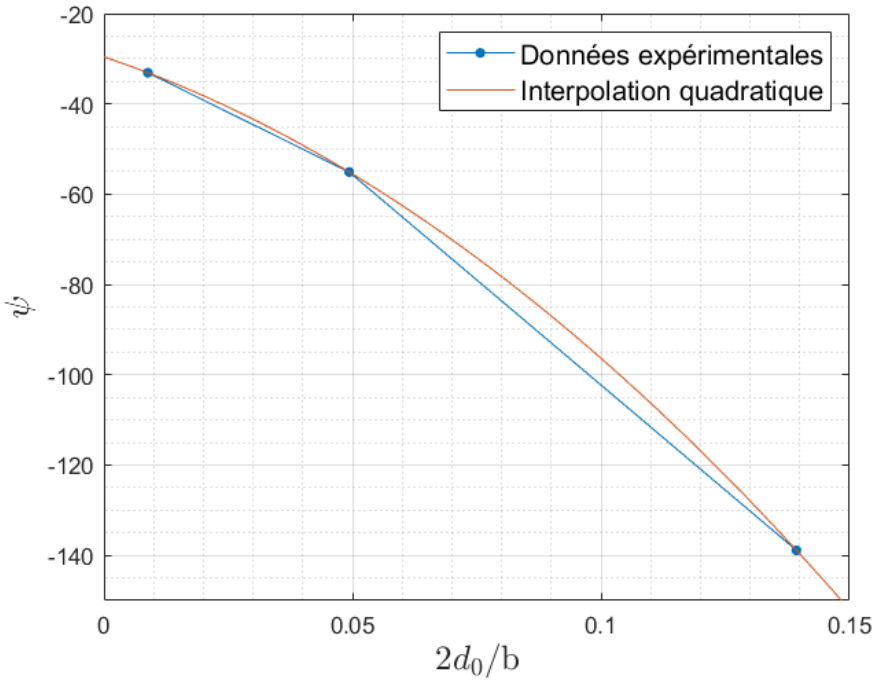
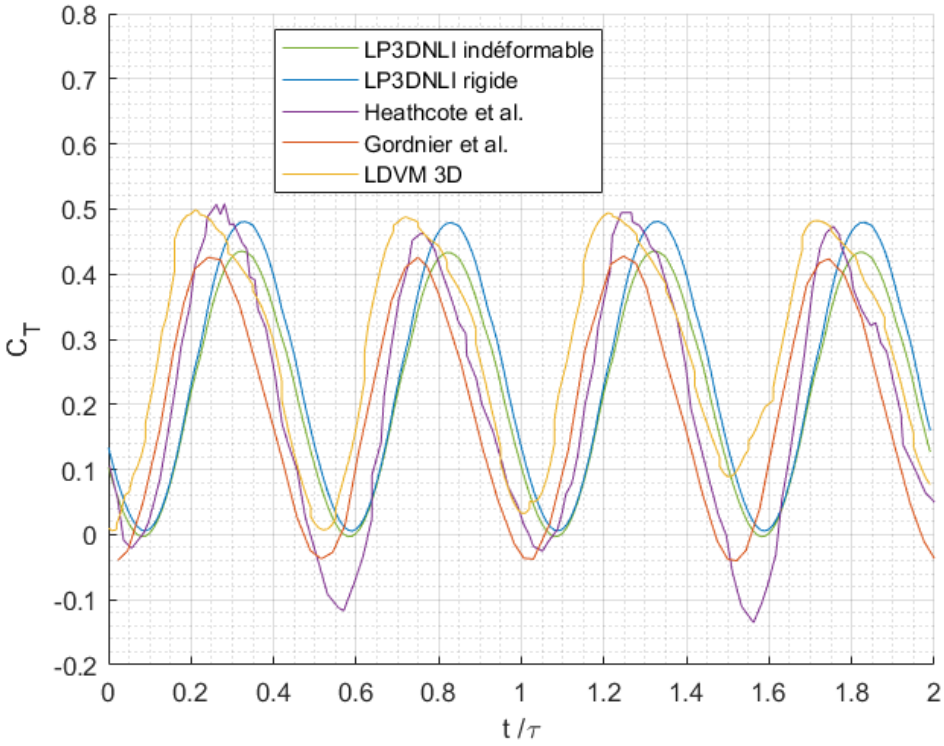


FIGURE 8.3 – Interpolation quadratique de ψ en fonction de la souplesse du foil $\tilde{d_0}$, selon les données expérimentales de Heathcote et al. [76].

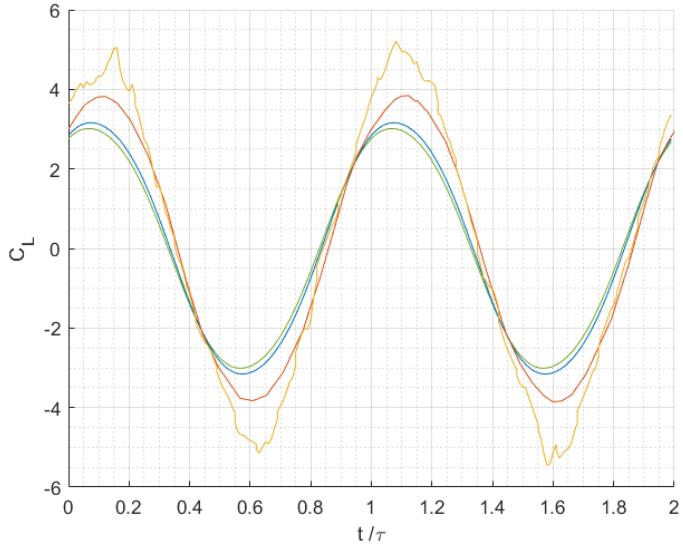
8.2 Validation

Le bon fonctionnement de la méthode de LP3DNLI pour les foils oscillants souples est évalué au travers de la comparaison avec les expériences de Heathcote et al. [76]. De la même façon que dans les chapitres 6 et 7, les calculs de LP3DNLI ont été réalisés en discrétisant le foil en 50 sections réparties en cosinus décentré ; et les 10 oscillations réalisées ont été découpées en 100 pas de temps chacune. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats expérimentaux ainsi qu'aux résultats numériques des simulations haute-fidélité de Gornier et al. [68] (déformations passives et simulations aux grandes échelles pour la partie fluide) et du modèle d'ordre réduit de Faure et al. [48], (*Leading-edge-suction-parameter-modulated Discrete Vortex Method*, LDVM 3D)(déformations actives).

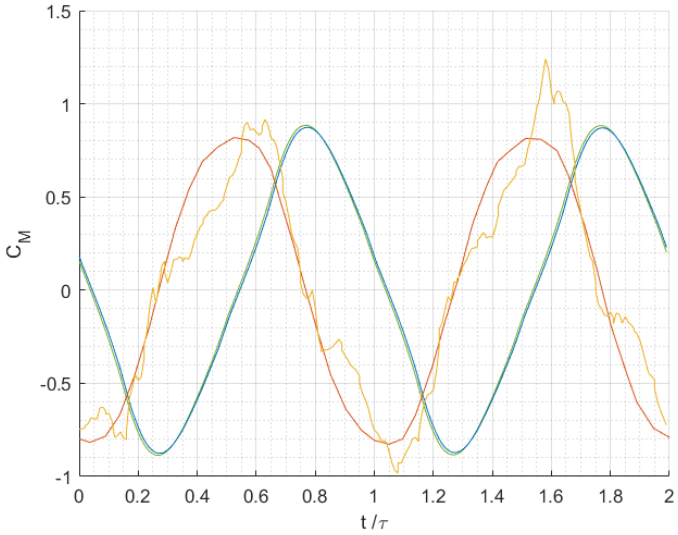
La figure 8.4 montre l'évolution temporelle des coefficients hydrodynamiques pour le cas du foil rigide. Par souci de comparaison, les résultats du foil strictement indéformable présentés au chapitre 6 sont également représentés. Les résultats pour les foils rigides et indéformables sont en phase. Les faibles déplacements relatifs présents pour le foil rigide par rapport au foil indéformable conduisent à une amplitude du coefficient de poussée plus grande. Ce coefficient se retrouve ainsi légèrement plus proche des données expérimentales. Cette faible flexibilité à peu d'influence sur les coefficients de portance et de moment, fig. 8.4.



(a) Coefficient de poussée.



(b) Coefficient de portance.



(c) Coefficient de moment.

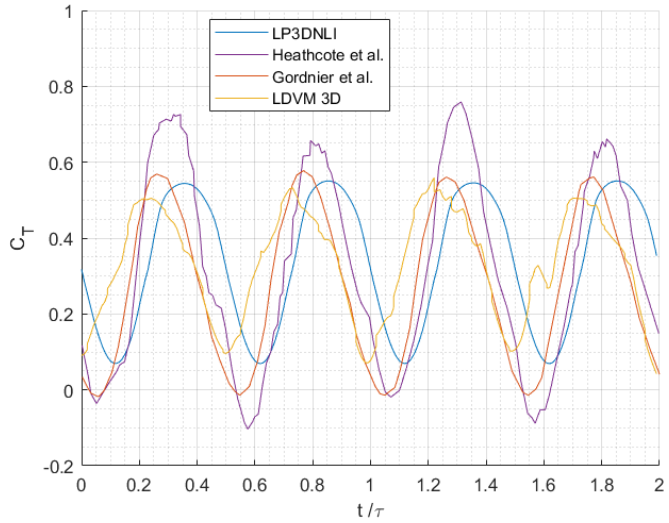
FIGURE 8.4 – Coefficients hydrodynamiques en fonction du temps pour le foil rigide.

La figure 8.5 montre les coefficients hydrodynamiques en fonction du temps pour le foil souple (à gauche) et le foil très souple (à droite). Pour le foil souple, le coefficient de poussée fig. 8.5a, correspond convenablement aux résultats numériques en amplitude mais présente un léger déphasage temporel. Aucun des trois résultats numériques ne présentent des pics positifs ou négatifs aussi forts que les données expérimentales. Le coefficient de portance apparaît sous-estimé par la méthode de LP3DNLI similairement au cas rigide. Le coefficient de moment apparaît pour ce cas légèrement sous-estimé et conserve le décalage temporel présent pour le cas rigide. Les résultats pour le foil très souple correspondent moins bien aux données de la littérature mais restent cohérents en amplitude. Les données de la littérature elles-mêmes correspondent moins bien entre elles pour ce cas très souple. Les coefficients de poussée et de portance sont en phase avec ceux de la LDVM 3D mais déphasés par rapport à ceux des simulations de Gordnier et al. [68]. Ces écarts peuvent être liés aux déplacements relatifs plus intense ici, qui poussent la LP3DNLI au-delà de sa limite des faibles flexibilités, fig. 8.2.

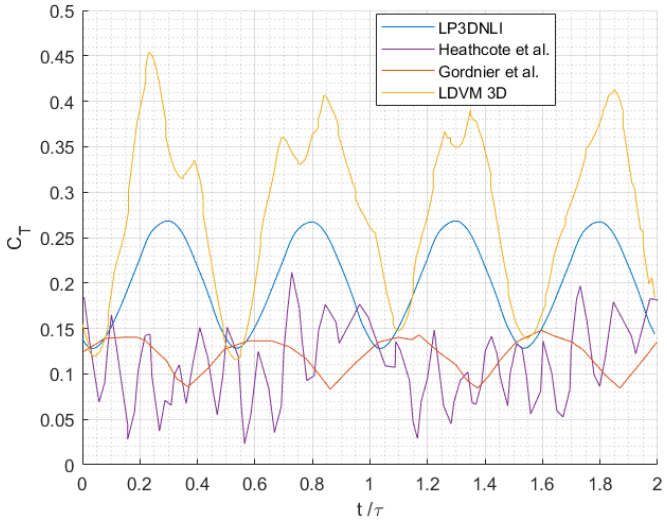
La figure 8.6, présente l'évolution du coefficient de poussé moyen, du coefficient de puissance fournie moyen et du rendement propulsif, en fonction de la souplesse $\tilde{d_0}$ du foil. Les résultats de la littérature sont donnés pour les foils rigide, souple et très souple. $\overline{C_P}$ et η sont fourni uniquement par Heathcote et al. [76]. Les résultats de la LP3DNLI pour les foils rigide, souple et très souple sont représentés par des étoiles bleues. Les résultats correspondant aux foils de flexibilités intermédiaires, via l'interpolation de l'eq. (8.6), sont représentés par des points bleus.

Les résultats de la LP3DNLI s'accordent tous qualitativement avec les données de la littérature. Le coefficient de poussée pour les foils rigide et flexible correspond convenablement avec les résultats expérimentaux, le résultat pour le foil très flexible est plus éloigné. Les valeurs de $\overline{C_P}$ obtenus avec la LP3DNLI sont sous-estimées par rapport aux valeurs expérimentales. Le rendement propulsif se retrouve de ce fait surestimé. Ici les rendements propulsifs obtenus sont deux fois supérieurs aux données expérimentales de Heathcote [76].

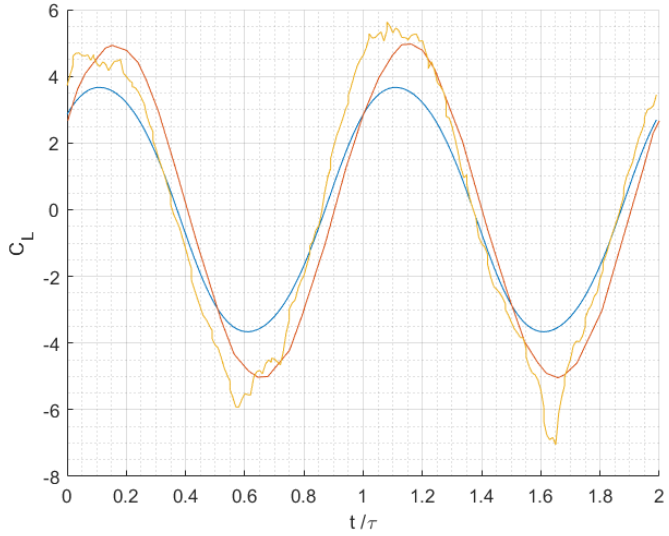
Les résultats de la littérature sur les foils rigide, souple et très souple permettent de prouver l'existence d'une souplesse maximisant les coefficients de poussée et de puissance fournie, fig. 8.6. Les paramètres d_0 et ψ interpolés puis mis en œuvre dans la méthode de LP3DNLI permettent d'aller plus loin et d'estimer ces souplesses particulières. Les souplesses $\tilde{d_0}$ maximisant $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$ sont respectivement 0.07 et 0.09, fig. 8.6a et fig. 8.6b. Le zoom sur l'évolution du rendement en fonction de la souplesse, fig. 8.6d, permet également de montrer l'existence d'une souplesse faible $\tilde{d_0} = 0.01$, maximisant le rendement propulsif. Cette dernière conclusion ne pouvait pas être déterminée par Heathcote et al. [76] en raison de la petitesse de cette souplesse optimale par rapport aux souplesses des trois foils considérés.



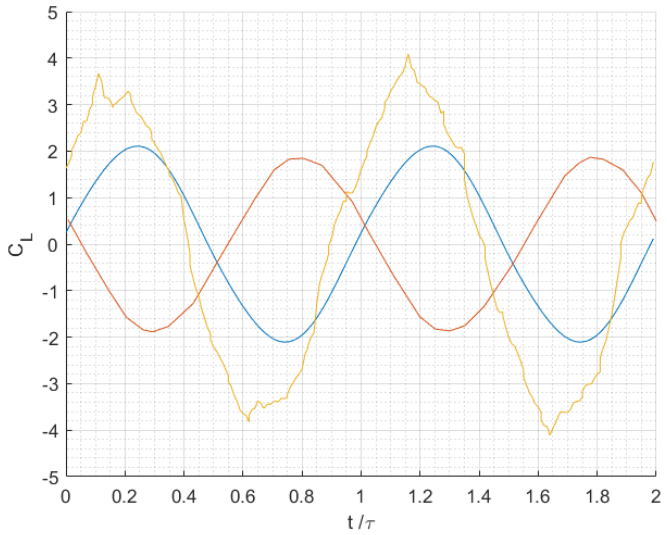
(a) C_T pour le foil souple.



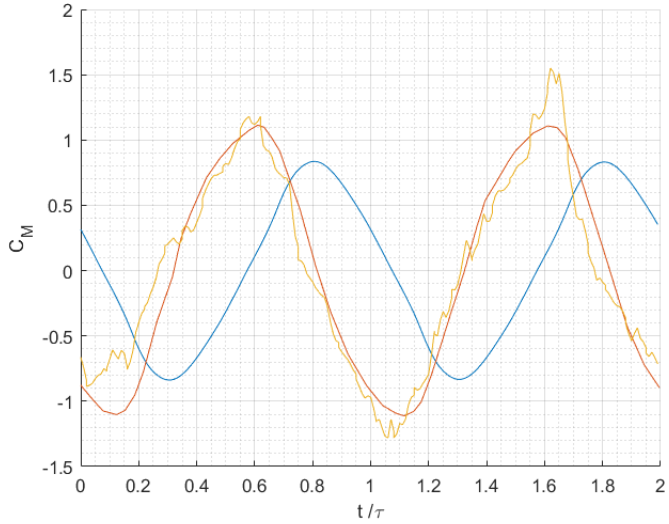
(b) C_T pour le foil très souple.



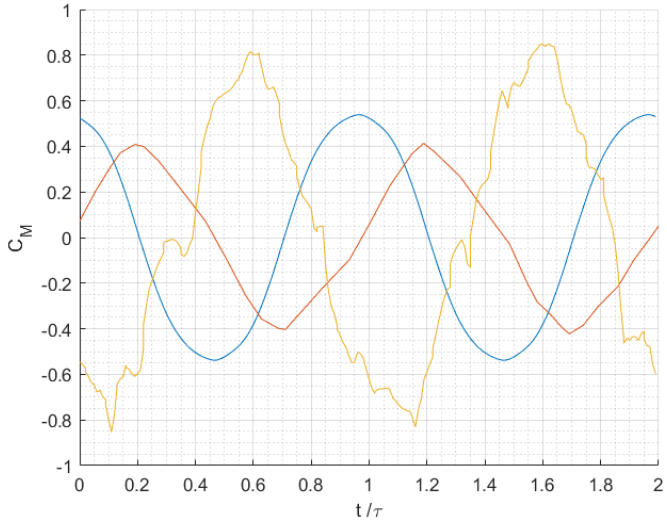
(c) C_L pour le foil souple.



(d) C_L pour le foil très souple.

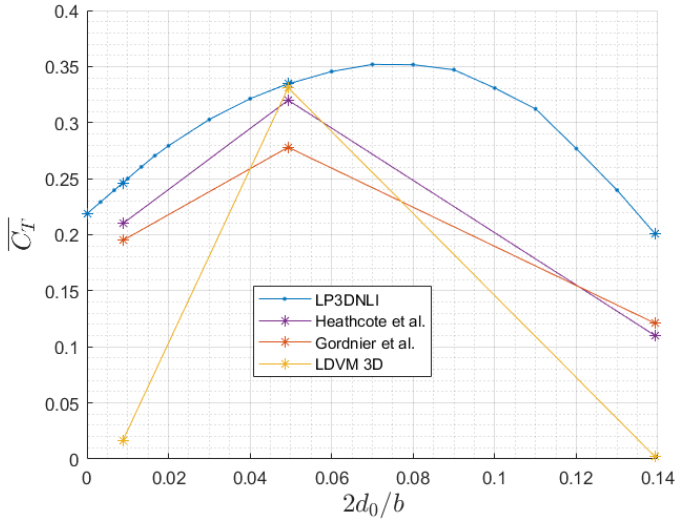


(e) C_M pour le foil souple.

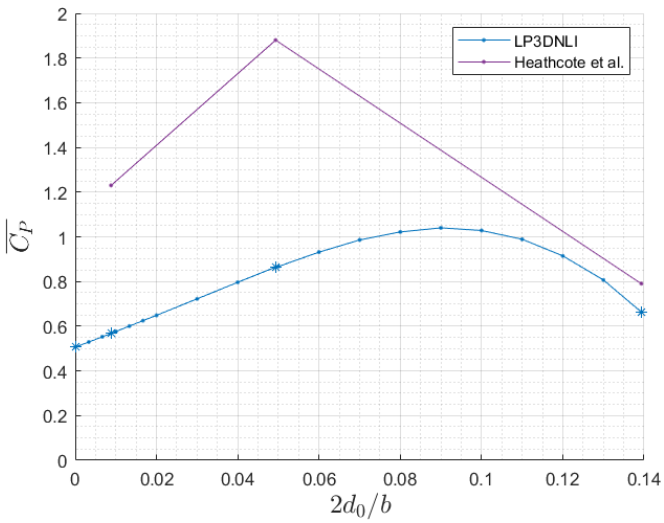


(f) C_M pour le foil très souple.

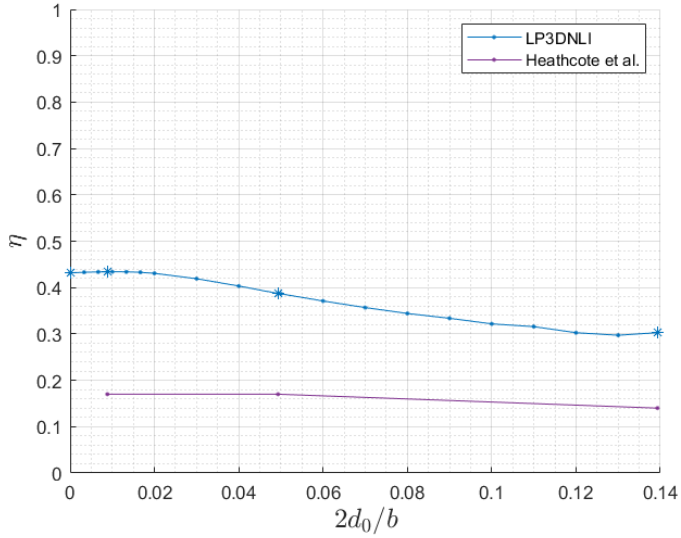
FIGURE 8.5 – Coefficients hydrodynamiques en fonction du temps pour les foils souple et très souple.



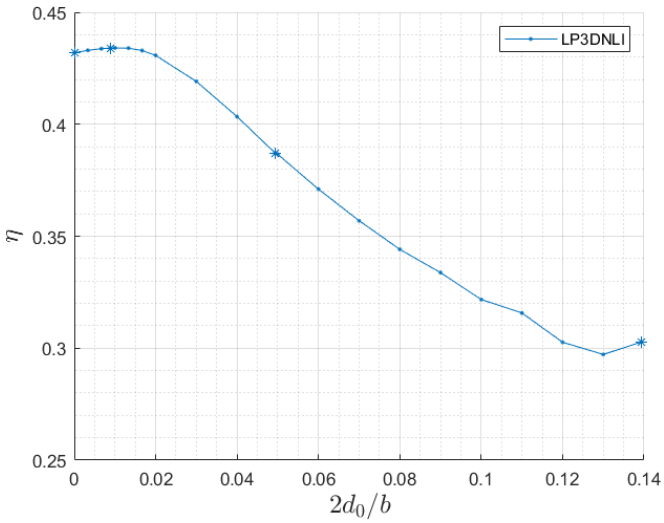
(a) Coefficient de poussée moyen.



(b) Coefficient de puissance fournie moyen.



(c) Rendement propulsif.



(d) -Zoom- Rendement propulsif.

FIGURE 8.6 – Évolution des performances propulsives du foil en fonction de sa souplesse

8.3 Étude de l'influence de la flexibilité le long de l'envergure du foil

Dans cette section, la méthode de LP3DNLI est mise en œuvre pour étudier les performances propulsives des foils oscillants souples. L'influence de la souplesse des foils dans le sens de leurs envergures est étudiée pour différentes amplitudes du mouvement, différentes amplitudes de tangage et différents nombres de Strouhal.

Les conditions sont choisies de sorte à être représentatives de celles des nageoires caudales des cétacés lorsque ceux-ci nagent à leurs régimes de croisière (voir section 3.2). Plus précisément, les expériences choisies pour étudier l'influence de la souplesse consistent en 8 configurations parmi l'ensemble des calculs réalisés au chapitre 7 pour les foils rigides. C'est-à-dire que le nombre de Reynolds de l'écoulement est $Re = 700 \times 10^3$, l'allongement du foil est $\lambda = 5$, sa loi de corde est elliptique et le profil des sections est le NACA0012. Les amplitudes adimensionnées du mouvement considérées sont $A^* = \{1, 1.5\}$. Les parts considérées de l'amplitude de tangage dans l'amplitude totale sont $\theta^* = \{0, 0.2\}$, correspondant à un mouvement de pilonnement pur et un mouvement combiné de pilonnement et tangage. Finalement, les nombres de Strouhal considérés sont $St = 0.4$ puis le nombre de Strouhal maximisant le rendement propulsif pour la configuration considérée. L'étude de ces trois paramètres (A^*, θ^* et St) prenant chacun 2 valeurs, conduit à 8 configurations pour lesquelles l'influence de la souplesse sur les performances sera étudiée. Ces 8 configurations sont explicitées et numérotés dans le tableau 8.2. Les souplesses $\tilde{d_0}$ considérées dans cette étude, s'étendent de 0 à 0.16.

TABLE 8.2 – Numérotation des 8 configurations choisies pour l'étude de l'influence de la flexibilité.

n°	$\mathbf{A^*}$	θ^*	**St**
1	1	0	0.4
2	1	0	0.09
3	1	0.2	0.4
4	1	0.2	0.2
5	1.5	0	0.4
6	1.5	0	0.1
7	1.5	0.2	0.4
8	1.5	0.2	0.29

Pour donner une idée générale de l'influence de la souplesse du foil, la figure 8.7 montre les évolutions du rendement propulsif en fonction du nombre de Strouhal pour un foil oscillant rigide avec $A^* = \{1, 1.5\}$ et $\theta^* = \{0, 0.2\}$. Il s'agit de courbes déjà présentées au chapitre 7. À celles-ci sont ajoutées des barres verticales correspondant à la plage de variation du rendement obtenu avec le même foil en fonction de sa flexibilité pour les 8 configurations considérées. La première observation est que la flexibilité du foil peut augmenter ou réduire le rendement. De plus, cette flexibilité a un impact variable sur le rendement selon la configuration considérée. Par exemple, l'influence de la flexibilité est la plus grande pour les configurations avec $\theta^* = 0.2$ et le nombre de Strouhal optimal.

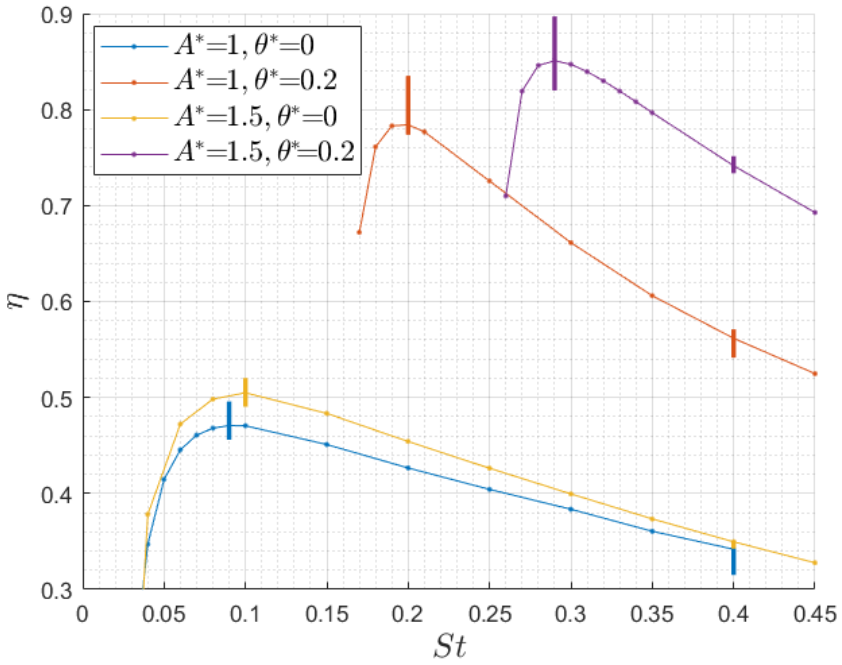


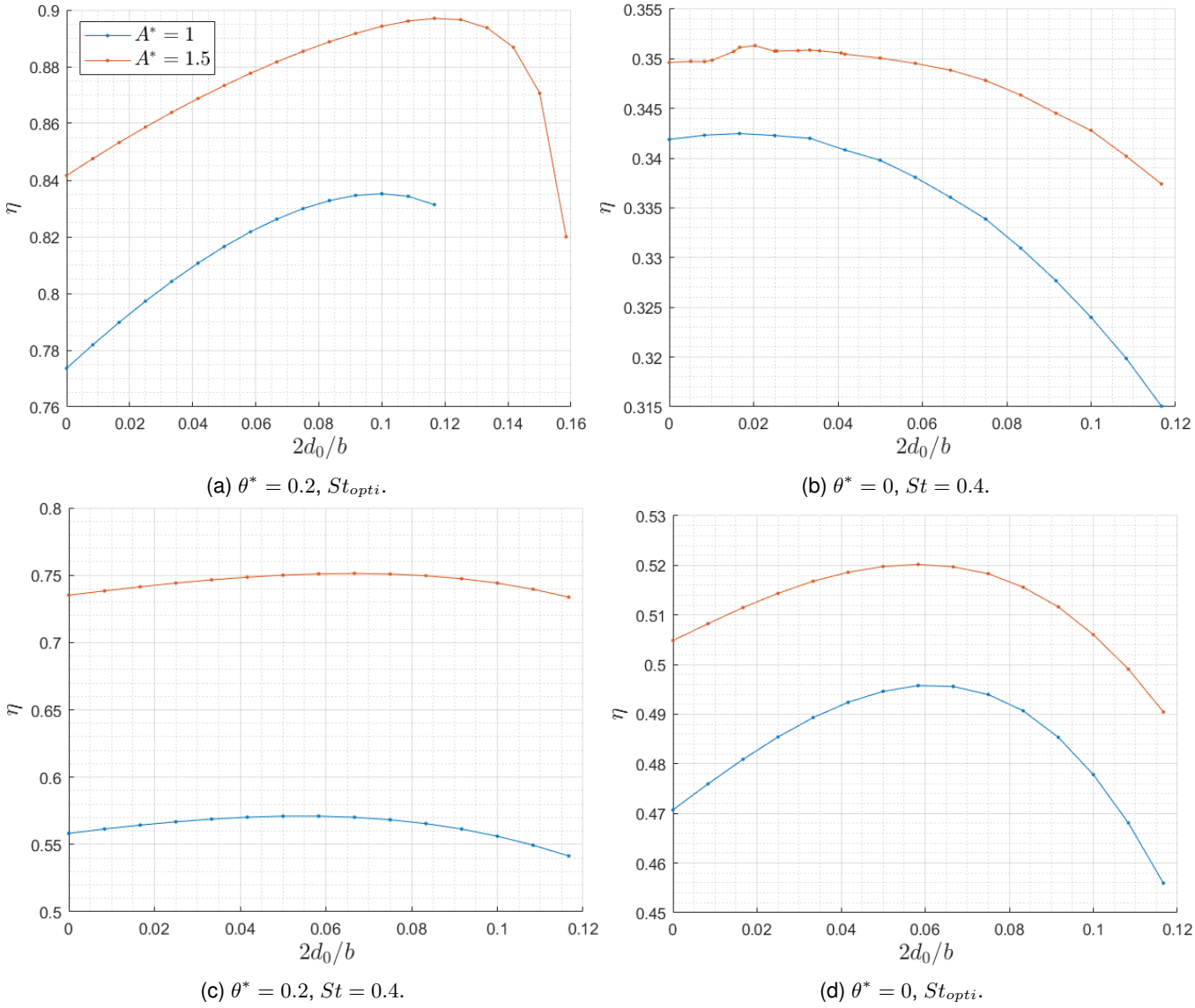
FIGURE 8.7 – Influence de la souplesse du foil sur le rendement propulsif pour les 8 configurations considérées dans l'étude.

8.3.1 Étude sur la flexibilité optimale

Cette section traite de l'influence de la souplesse maximisant le rendement propulsif, en fonction de A^*, θ^* et St. La figure 8.8, montre l'évolution du rendement propulsif en fonction de la souplesse du foil pour les 8 configurations considérées. Pour chaque configuration, les résultats montrent qu'il existe une valeur de souplesse du foil permettant de maximiser le rendement. Cette souplesse optimale $\tilde{d}_{0opti}$ est comprise entre 0.008 et 0.13. Les courbes de la figure 8.8 sont ordonnées de sorte à mettre en évidence l'influence de l'amplitude du mouvement A^*. La souplesse optimale apparaît être indépendante de l'amplitude du mouvement, à l'exception des configurations 4 et 8 (fig. 8.8a), où un décalage entre les maximums des courbes est présent. Pour les configurations 1 et 5, avec $\theta^* = 0$ et $St = 0.4$, la souplesse optimale est environ $\tilde{d}_{0opti} = 0.02$, fig. 8.8b. Pour les configurations 3 et 7 ainsi que 2 et 6, la souplesse optimale est environ $\tilde{d}_{0opti} = 0.06$, fig. 8.8c, fig. 8.8d.

La figure 8.9, montre l'évolution du rendement propulsif en fonction de la souplesse du foil pour les configurations 1 et 3 ainsi que 6 et 8. Les configurations 1 et 8 correspondent respectivement aux configurations conduisant au rendement propulsif minimal est maximal. Les courbes de la figure 8.9 correspondent à une partie des courbes de la figure 8.8 précédente, elles sont ordonnées de sorte à mettre en évidence l'influence de la part de l'amplitude liée au tangage, θ^*. Les résultats montrent que la souplesse optimale est plus grande pour les mouvements combinés par rapport aux mouvements de pilonnement pur. Cette conclusion reste valable lorsque le nombre de Strouhal est optimal ou supérieur à sa valeur optimale et pour les deux amplitudes du mouvement considérées. Les courbes

correspondantes pour les configurations 2, 4, 5 et 7 se trouvent dans l'annexe I.



(a) $\theta^* = 0.2$, St_{opti}.

(b) $\theta^* = 0$, $St = 0.4$.

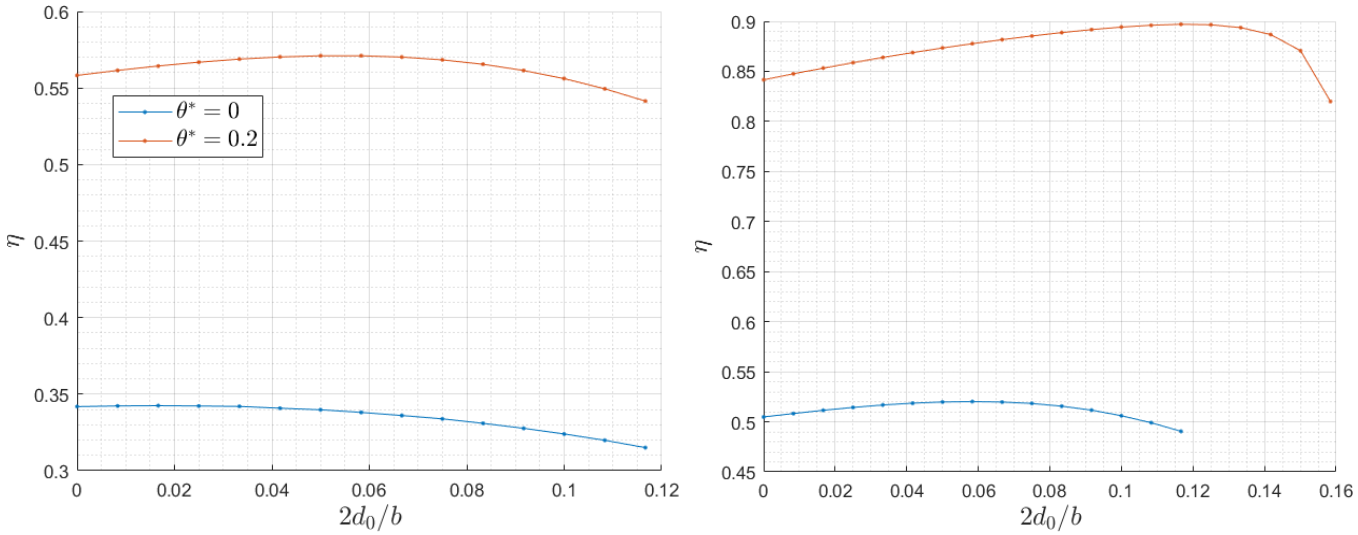
(c) $\theta^* = 0.2$, $St = 0.4$.

(d) $\theta^* = 0$, St_{opti}.

FIGURE 8.8 – Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour différentes amplitudes du mouvement.

La figure 8.10, montre l'évolution du rendement propulsif en fonction de la souplesse du foil pour les configurations 1 et 3 ainsi que 6 et 8. Il s'agit également d'une partie des courbes de la figure 8.8 précédente, celles-ci sont ordonnées de sorte à mettre en évidence l'influence du nombre de Strouhal. Les résultats montrent que la souplesse optimale est plus grande pour une valeur du nombre de Strouhal optimale par rapport à la valeur $St = 0.4$ supérieure à la valeur optimale. Cette conclusion reste valable pour les deux valeurs de A^* et de θ^* considérées. Les courbes correspondantes pour les configurations 2, 4, 5 et 7 se trouvent dans l'annexe I.

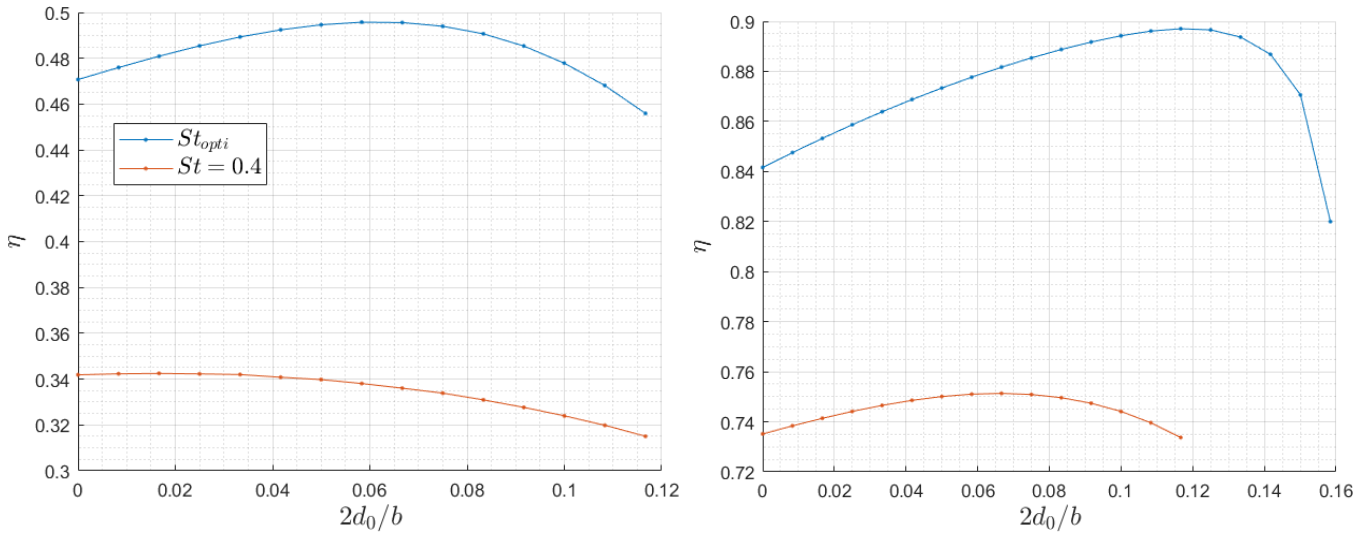
La figure 8.11, montre le coefficient de poussée moyen réduit $\overline{C_{T_{reduit}}}$, en fonction de la souplesse $\tilde{d_0}$, pour l'ensemble des configurations considérées. $\overline{C_{T_{reduit}}}$ désigne le coefficient de poussé moyen d'une configuration divisé par sa valeur maximale en fonction de la souplesse, de sorte à ce que le $\overline{C_{T_{reduit}}}$ maximal de chaque configuration soit égal à 1, soit $\overline{C_{T_{reduit}}} = \overline{C_T} \,/ \max\left(\overline{C_T}(\tilde{d_0})\right)$. Les résultats de la figure 8.11, montrent que la souplesse maximisant le coefficient $\overline{C_{T_{reduit}}}$ est proche de $\tilde{d_0} = 0.067$ pour la configuration 3 et est de l'ordre de $\tilde{d_0} = 0.058$ pour les 7 autres configurations considérées.



(a) $A^* = 1$, $St = 0.4$.

(b) $A^* = 1.5$, St_{opti}.

FIGURE 8.9 – Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour 2 valeurs de θ^*.



(a) $A^* = 1$, $\theta^* = 0$.

(b) $A^* = 1.5$, $\theta^* = 0.2$.

FIGURE 8.10 – Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour 2 nombres de Strouhal.

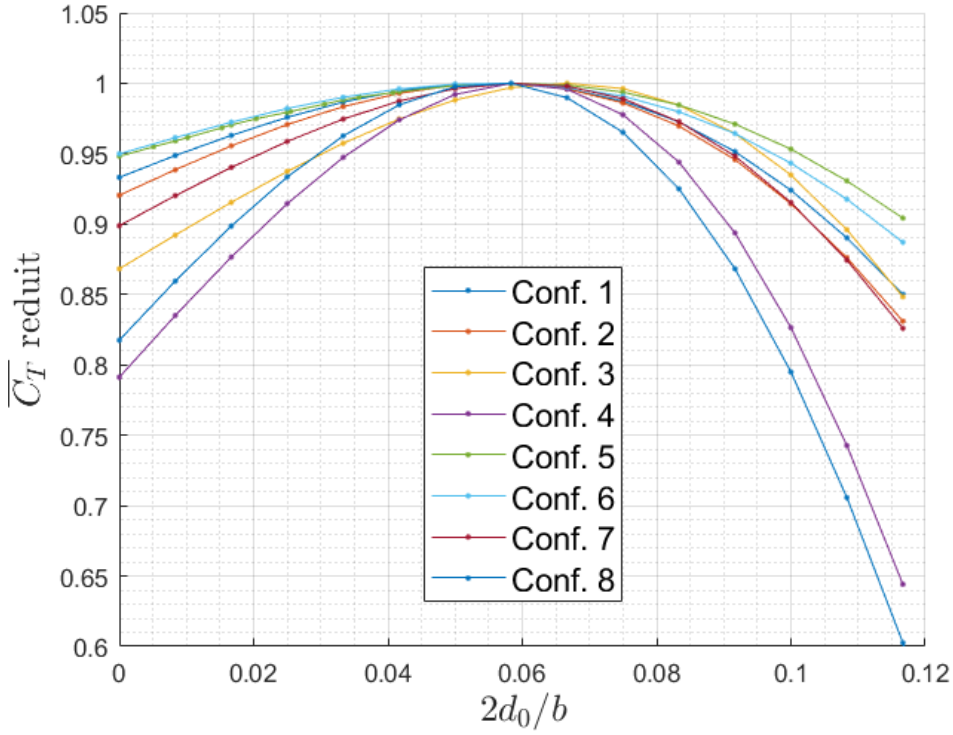


FIGURE 8.11 – Influence de la souplesse du foil sur le coefficient de poussée moyen réduit pour les 8 configurations considérées dans l'étude.

8.3.2 Étude sur le gain lié à la flexibilité

Pour une configuration donnée, le *gain* sur le rendement propulsif lié à la souplesse du foil est défini par le pourcentage du bénéfice apporté, par rapport au cas rigide :

$$\text{gain} = 100\ \frac{|\eta_{max} - \eta_{rigide}|}{\eta_{rigide}} \tag{8.7}$$

Où η_{rigide} est le rendement propulsif de la configuration sans déformation du foil et η_{max} est le rendement maximal atteint pour la souplesse $\tilde{d}_{0opti}$. Le gain sur le coefficient de poussée moyen est défini de façon analogue.

Les gains apportés par la souplesse du foil pour chaque configuration considérée sont reportés dans le tableau 8.3. Les gains sur le rendement propulsif et le coefficient de poussée moyen s'étendent de 0.18% à 8.0% et de 5.3% à 26% respectivement selon la configuration. L'analyse des tableaux 8.3 et 8.2 montre que les gains dus à la souplesse du foil sont supérieurs lorsque le mouvement est composé de pilonnement et de tangage simultanément. En effet, les gains obtenus lorsque le mouvement est du pilonnement pur sont plus faibles. Cette conclusion est valable pour l'ensemble des nombres de Strouhal et des amplitudes du mouvement considérés. Pour les configurations 5 et 6, soit avec $A^* = 1.5$ et $\theta^* = 0$, le gain sur $\overline{C_T}$ est supérieur pour $St = 0.4$ (conf. 5) par rapport au nombre de Strouhal maximisant le rendement $St = 0.1$ (conf. 6). Pour l'ensemble des autres configurations, les gains sur η et $\overline{C_T}$ sont supérieurs lorsque le foil oscille à son nombre de Strouhal optimal par rapport à $St = 0.4$. Pour les configurations

1 et 5, soit avec $\theta^* = 0$ et $St^* = 0.4$, le gain sur η est supérieur pour $A^* = 1.5$ (conf. 5) par rapport $A^* = 1$ (conf. 1). Pour l'ensemble des autres configurations, les gains sur η et $\overline{C_T}$ sont supérieurs pour l'amplitude d'oscillation la plus faible, c'est-à-dire $A^* = 1$ par rapport à $A^* = 1.5$.

TABLE 8.3 – Gain lié à la flexibilité du foil pour chaque configuration.

Configuration	**gain (% de η)**	**gain (% de $\overline{C_T}$)**
1	0.18	7.2
2	5.3	8.6
3	2.3	15
4	8.0	26
5	0.47	5.5
6	3.0	5.3
7	2.2	11
8	6.6	22

8.4 Discussion des résultats

Les principaux résultats de ce chapitre sont énoncés ci-dessous :

1. Il existe une souplesse maximisant le rendement propulsif du foil ainsi que son coefficient de poussée moyen pour différents nombres de Strouhal, différentes amplitudes du mouvement et différentes amplitudes de tangage. Cette souplesse optimale se situe entre $\tilde{d_0} = 0.01$ et $\tilde{d_0} = 0.13$, selon les configurations.
2. La souplesse optimale maximisant le rendement est supérieure pour un mouvement de pilonnement et tangage combiné par rapport à un mouvement de tangage pur. Cette souplesse optimale est plus grande pour le nombre de Strouhal optimal par rapport à la valeur supérieure $St = 0.4$. Enfin, pour 3 comparaisons sur les 4 réalisées, la souplesse optimale ne varie pas entre les deux amplitudes du mouvement considérées.
3. La souplesse maximisant le coefficient de poussée moyen est identique pour 7 des 8 configurations considérées.
4. Les gains apportés par la souplesse du foil sont supérieurs pour un mouvement de pilonnement et tangage combiné et le nombre de Strouhal optimal, par rapport à un mouvement de pilonnement pur et au nombre de Strouhal $St = 0.4$ respectivement. Le gain sur le coefficient de poussée moyen est également supérieur pour l'amplitude du mouvement $A^* = 1$ par rapport à l'amplitude $A^* = 1.5$.
5. Les gains apportés par la souplesse du foil atteignent 8.0% pour le rendement propulsif et 26% pour le coefficient de poussée moyen.

Les résultats de la littérature ont montré que pour certaines configurations, la flexibilité du foil oscillant peut être bénéfique pour son rendement propulsif [114, 102, 173]. Les études [75, 87] ont de plus montré l'existence d'une flexibilité maximisant le rendement propulsif du foil ainsi que son coefficient de poussée moyen. Les résultats obtenus avec la LP3DNLI sont donc cohérents avec la littérature et permettent d'étendre l'existence de la flexibilité optimale pour plusieurs amplitudes du mouvement, plusieurs amplitudes de tangage et plusieurs nombres de Strouhal. De plus, une estimation de la souplesse de la nageoire caudale d'un grand dauphin (*Tursiops truncatus*) a été réalisée à partir de photographies prises en milieu naturel par M. Robert Eiser, fig. 8.12. La souplesse de la nageoire caudale des grands dauphins est estimée à environ $\tilde{d_0} = 0.15$. La souplesse maximisant le rendement obtenue pour la configuration 8 est $\tilde{d_0} = 0.12$. Cette configuration correspond aux oscillations les plus représentatives de la nage des cétacés ($A^* = 1.5$, $\theta^* = 0.2$, St_{opti}). La valeur de la souplesse optimale obtenue est cohérente avec la valeur estimée sur le grand dauphin. Ces conclusions nous confortent dans l'idée que la souplesse de la nageoire caudale des cétacés a perduré au fil de l'évolution afin de leur permettre de se déplacer en consommant moins d'énergie. L'approche bio-mimétique sur ces grands mammifères reste alors pertinente pour la conception d'un propulseur maritime efficace.

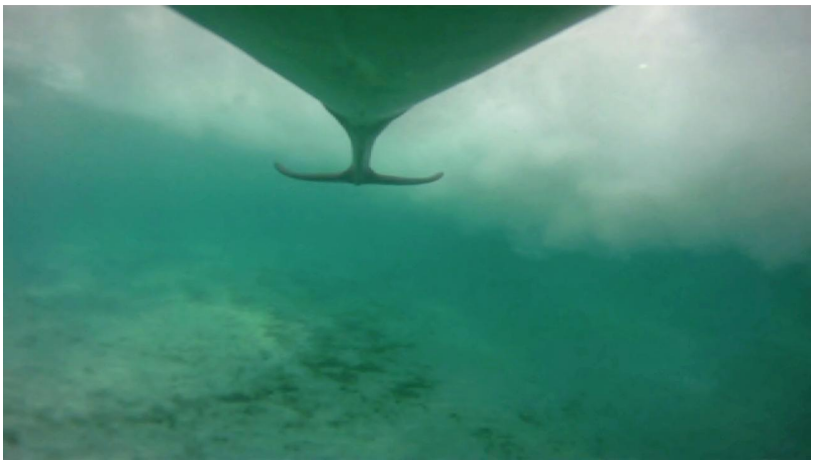


FIGURE 8.12 – Photographie par caméra embarquée sur un grand dauphin (*Tursiops truncatus*), par M. Robert Eiser.

L'étude de l'influence de la souplesse du foil selon différents mouvements fig. 8.8, 8.9 et 8.10, montre que les gains sur η et $\overline{C_T}$ liés à la souplesse du foil augmentent avec θ^*, et diminuent lorsque A^* et St augmentent, dans la mesure où St est supérieur au St optimal. Pour le gain sur $\overline{C_T}$, ces observations se retrouvent pour les 4 comparaisons réalisées avec des paramètres différents, tab. 8.3. Pour le gain sur η, les tendances sont correctes pour 3 des 4 comparaisons considérées et celle ayant échouée correspond aux rendements et aux gains les plus faibles (gain $< 0.5\%$). À la connaissance de l'auteur, aucune référence de la littérature n'a étudié l'influence de la flexibilité dans le sens de l'envergure des foils oscillants en fonction des différents paramètres cinématiques discutés ici.

Une interprétation des tendances exprimées précédemment est que le gain lié à la flexibilité augmente lorsque θ^* et St se rapprochent de leurs valeurs optimales. Le gain augmente également lorsque l'amplitude du mouvement diminue, c'est-à-dire lorsque l'amplitude s'éloigne de sa valeur optimale, qui est supérieure à $A^* = 1.5$ (voir chapitre 7).

Le tableau 8.4 donne les angles d'incidence apparents théoriques maximaux atteints au cours des oscillations pour les 8 configurations. Les configurations les plus efficientes correspondent aux cas 4 et 8 avec les angles apparents maximaux les plus faibles. Ceux-ci sont par ailleurs significativement faibles devant l'angle de décrochage statique du profil utilisé ici ($11.5°$ pour le NACA0012 à $Re = 700 \times 10^3$). L'analyse du tableau 8.4 montre que les valeurs de θ^* et St plus proches des valeurs optimales conduisent à des gains plus grands ainsi qu'à des angles apparents plus faibles. De plus, les deux configurations de plus faibles rendements correspondent aux cas 1 et 5 pour lesquels l'angle d'incidence apparent dépasse $50°$ au cours de l'oscillation. L'angle apparent maximal pour une configuration apparaît donc relié à ces performances propulsives.

La souplesse maximisant le rendement pour la configuration 8 est la plus élevée parmi les 8 étudiées. De même, les gains sur le rendement et le coefficient de poussée moyen associés sont les seconds les plus élevés de tous. La configuration 8 est donc celle parmi les 8 qui conduit au rendement le plus haut, pour l'état rigide. Il s'agit en même temps, de la seconde configuration qui peut être la plus améliorée avec la flexibilité. L'influence de la flexibilité sur la configuration maximisant le rendement à l'état rigide, pour A^*, θ^* et St simultanément reste toutefois inconnue.

TABLE 8.4 – Angle d'incidence apparent maximal pour chaque configuration.

Configuration	$\alpha_{\mathbf{app,max}}$ (°)
1	51.5
2	15.8
3	22.1
4	3.6
5	51.5
6	17.4
7	10.7
8	2.5

Une étude paramétrique similaire avec un plus grand nombre de valeurs pourrait conduire à des tendances plus riches et donner des nouvelles idées. Considérer des amplitudes du mouvement plus grandes pourrait par exemple conduire à des conclusions différentes. Ayancik et al. [11] ont montré que l'amplitude de la nageoire caudale de certains cétacés peut atteindre 7 fois la longueur de la corde ($A^* = 7$). Il est possible que l'influence de l'amplitude du mouvement sur le rendement s'inverse pour de plus grandes amplitudes. Il peut être également intéressant de reproduire les mêmes simulations avec une forme de déformée du foil différente du polynôme de degré 4 utilisé ici, eq. (8.1). Par exemple, la localisation de la déformation le long de l'envergure a été étudié dans [144] avec une méthode de LP3DNL quasi-statique.

Quatrième partie

Conclusion

Conclusions et perspectives

La sobriété énergétique et la réduction des émissions de gaz à effet de serre sont deux sujets de préoccupation majeure dans le monde actuel. Le transport maritime contribue significativement aux émissions anthropiques de dioxyde de carbone, de ce fait, tendre à les réduire représente un vecteur d'amélioration de la condition humaine. En ce sens, l'optimisation des performances énergétiques des navires et l'exploration de nouveaux systèmes de propulsion maritime sont des enjeux clés du domaine. Le système de propulsion par foil oscillant est une alternative à l'hélice conventionnelle qui n'a pas encore montré son plein potentiel. Les hautes performances de nage des cétacés font de leurs nageoires caudales une source d'inspiration pertinente pour l'optimisation de ce système. De nombreux efforts de recherches sont entrepris pour l'étude de la propulsion bio-mimétique, mais les dispositifs expérimentaux et les simulations haute-fidélité restent aujourd'hui coûteux et difficiles à mettre en place. Le développement de modèles d'ordre réduit apparaît alors justifié pour la phase de préconception et l'optimisation des performances du propulseur. L'influence du mouvement sur la force propulsive et le rendement des foils oscillants 3D n'est pas encore totalement maîtrisée aujourd'hui. La flexibilité dans le sens de l'envergure, pourtant présente sur la nageoire caudale de tous les cétacés, est particulièrement peu documentée.

Afin d'apporter des éléments de réponses à ces zones d'ombre, une méthode de simulation rapide a été développée puis mise en œuvre au cours de ce travail de thèse. Cette méthode repose sur le couplage fort d'un modèle de ligne portante 3D non-linéaire et d'un modèle de décrochage dynamique. Le modèle développé tire ainsi profit des aspects 3D et des aspects instationnaires des deux modèles. Un mouvement de pilonnement et tangage combiné peut être imposé au foil. La courbure de la ligne de quart de corde des sections peut varier au cours du temps et ainsi représenter la flexibilité du foil le long de son envergure. Des données expérimentales de la littérature ont été exploitées pour déterminer des courbures représentatives de déformations causées par le chargement hydrodynamique et montrer l'opérabilité du modèle développé.

Les résultats de la méthode se sont révélés satisfaisants pour la simulation des foils rigides et souples, oscillants à un régime propulsif. Des résultats de la littérature ont servi à calibrer et à valider le modèle. À partir de là, des études paramétriques complètes ont été menées permettant d'élargir les résultats à d'autres configurations. En particulier, l'existence d'un nombre de Strouhal permettant de maximiser le rendement propulsif a été vérifié pour l'ensemble des cas considérés. De plus, il a été montré que ce nombre de Strouhal optimal augmente avec l'am-

plitude du mouvement ainsi qu'avec la part du mouvement liée au tangage. Le rendement propulsif maximal atteint pour l'ensemble des simulations est $\eta = 0.894$ et correspond à la configuration avec l'amplitude adimensionnée du mouvement $A^* = 1.5$, la part de tangage $\theta^* = 0.25$ et le nombre de Strouhal $St = 0.33$. L'étude sur les foils oscillants souples a conduit à des résultats originaux. Il a été montré que l'ajout d'une flexibilité dans le sens de l'envergure peut améliorer le rendement propulsif et la poussée du foil pour l'ensemble des configurations considérées. De plus, la flexibilité maximisant le rendement propulsif s'est révélée supérieure pour les mouvements de pilonnement et tangage combinés par rapport aux mouvements de pilonnements purs. De la même façon, la flexibilité maximisant le rendement propulsif est supérieure lorsque le foil oscille au nombre de Strouhal optimal de la configuration rigide. Il a également été montré que le bénéfice apporté par la flexibilité sur le rendement propulsif augmente lorsque la flexibilité optimale augmente. L'influence de la flexibilité sur la configuration rigide optimale demeure toutefois une question ouverte.

Ces travaux présentent des résultats encourageants à plusieurs titres. Tout d'abord, la précision des calculs de rendement et de force de poussée s'avère pertinente dans le cadre de préconception de système de propulsion par foil oscillant. Ensuite, la rapidité des calculs permet l'exploration de l'effet de multiples paramètres et l'optimisation du système. Enfin, le champ d'application de la méthode coïncide avec les configurations représentatives de la nageoire caudale des cétacés, ce qui en fait un outil de choix pour la conception d'un propulseur efficace basée sur l'approche bio-mimétique.

Dans l'optique d'une poursuite du travail réalisé, la méthode ainsi que son utilisation peuvent être perfectionnées. Tout d'abord, le modèle de moment dynamique peut être modifié ou remplacé par un autre modèle existant afin de représenter plus fidèlement le coefficient de moment dynamique ; et ainsi estimer correctement la puissance fournie pour l'actionnement du foil en tangage. Ensuite, des polaires 2D correspondant à différents nombres de Reynolds pourraient être utilisées selon la longueur de corde des sections et la vitesse de l'écoulement local. L'application d'une viscosité artificielle pour aider la convergence des calculs pourrait être étudiée plus en profondeur ; ou une méthode numérique de résolution de problèmes non-linéaire plus robuste pourrait être implémentée. Le sillage instationnaire en aval du foil pourrait également être convecté en fonction de l'écoulement local au lieu de l'écoulement en amont, à l'image du sillage libre de Marten et al. [104]. Les déplacements relatifs de grandes amplitudes pourraient aussi être pris en compte dans la méthode afin de pouvoir simuler les foils fortement flexibles. Enfin, Un modèle de poutre pourrait être couplé à la méthode de LP3DNLI et permettre ainsi la simulation de la déformation passive du foil dans n'importe quelle configuration.

Concernant l'utilisation de la méthode de LP3DNLI, il serait intéressant de considérer des oscillations de plus grandes amplitudes $A^* \geq 3$, comme observé chez les cétacés [11]. De plus, l'influence d'autres paramètres du système pourrait être étudiée, comme par exemple l'allongement du foil, son vrillage, sa flèche ou la forme de la déformée pour les foils souples. Finalement, la méthode de LP3DNLI peut également être mise en œuvre pour des régimes non-périodiques comme les accélérations/freinages et les virages réalisés par les engins nautiques.

Bibliographie

[1] I. H. Abbott and A. E. VonDoenhoff. *Theory of wing sections : Including a summery of airfoil data*. Dover Publ, New York, N.Y., unabridged, corr. republ edition, 1959. ISBN 0486605868.

[2] J. D. Anderson. *Fundamentals of aerodynamics*. McGraw-Hill series in aeronautical and aerospace engineering. McGraw-Hill Education, New York, N.Y., 6th ed. edition, 2017. ISBN 978-1-259-12991-9.

[3] J. M. ANDERSON, K. STREITLIEN, D. S. BARRETT, and M. S. TRIANTAFYLLOU. Oscillating foils of high propulsive efficiency. *Journal of Fluid Mechanics*, 360 :41–72, 1998. ISSN 0022-1120. doi : 10.1017/S0022112097008392.

[4] J. D. Anderson Jr. *Aircraft Performance and Design*. McGraw-Hill Higher education, Boston, Mass., 5. repr edition, 2012. ISBN 0-07-070245-4.

[5] J. D. Anderson Jr, S. Corda, and D. M. Van Wie. Numerical lifting line theory applied to drooped leading-edge wings below and above stall. *Journal of Aircraft*, 17(12) :898–904, 1980.

[6] D. E. Anevlavi, E. S. Filippas, A. E. Karperaki, and K. A. Belibassakis. A non-linear bem–fem coupled scheme for the performance of flexible flapping-foil thrusters. *Journal of Marine Science and Engineering*, 8(1) :56, 2020. doi : 10.3390/jmse8010056.

[7] H. Aono, S. Chimakurthi, C. Cesnik, H. Liu, and W. Shyy. Computational modeling of spanwise flexibility effects on flapping wing aerodynamics. In *47th AIAA aerospace sciences meeting including the new horizons forum and aerospace exposition*, page 1270, 2009.

[8] W. Appel. *Mathématiques pour la physique et les physiciens*. H & K ed, Paris, 4e éd. revue, corrigée et augmentée edition, impr. 2008. ISBN 978-2351410394.

[9] M. A. Ashraf, J. Young, and J. Lai. Reynolds number, thickness and camber effects on flapping airfoil propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 27(2) :145–160, 2011. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2010.11.010.

[10] F. Ayancik, Q. Zhong, D. B. Quinn, A. Brandes, H. Bart-Smith, and K. W. Moored. Scaling laws for the propulsive performance of three-dimensional pitching propulsors. *Journal of Fluid Mechanics*, 871 :1117–1138, 2019. ISSN 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2019.334.

[11] F. Ayancik, F. E. Fish, and K. W. Moored. Three-dimensional scaling laws of cetacean propulsion characterize the hydrodynamic interplay of flukes' shape and kinematics. *Journal of the Royal Society, Interface*, 17(163) : 20190655, 2020. doi : 10.1098/rsif.2019.0655.

[12] F. Ayancik, A. Mivehchi, and K. W. Moored. Scaling laws for three-dimensional combined heaving and pitching propulsors, 2020. URL `http://arxiv.org/pdf/2010.06618v1`.

[13] G. Bangga, T. Lutz, and M. Arnold. An improved second-order dynamic stall model for wind turbine airfoils. *Wind Energy Science*, 5(3) :1037–1058, 2020. doi : 10.5194/wes-5-1037-2020.

[14] C. J. Barnes, M. R. Visbal, and R. E. Gordnier. High-fidelity simulations of a flexible heaving finite-aspect-ratio wing. In *Fluid Dynamics and Co-located Conferences*, [Place of publication not identified], 2013. [publisher not identified]. ISBN 978-1-62410-214-1. doi : 10.2514/6.2013-3179.

[15] A. Betz. Ein beitrag zur erkl€arung des segelfluges. *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt*, 3 : 269–272, 1912.

[16] S. Bi and Y. Cai. Effect of spanwise flexibility on propulsion performance of a flapping hydrofoil at low reynolds number. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 25(1) :12–19, 2012. ISSN 1000-9345. doi : 10.3901/CJME.2012.01.012.

[17] E. Bøckmann. *Wave Propulsion of Ships*. PhD thesis, NTNU, 2015. URL `https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/handle/11250/284142`.

[18] E. Bøckmann and S. Steen. Experiments with actively pitch-controlled and spring-loaded oscillating foils. *Applied Ocean Research*, 48 :227–235, 2014. ISSN 0141-1187. doi : 10.1016/j.apor.2014.09.004.

[19] E. Bøckmann and S. Steen. Model test and simulation of a ship with wavefoils. *Applied Ocean Research*, 57 (November) :8–18, 2016. ISSN 01411187. doi : 10.1016/j.apor.2016.02.002.

[20] D. G. Bohl and M. M. Koochesfahani. Mtv measurements of the vortical field in the wake of an airfoil oscillating at high reduced frequency. *Journal of Fluid Mechanics*, 620 :63–88, 2009.

[21] S. Bull, N. Chiereghin, I. Gursul, and D. Cleaver. Unsteady aerodynamics of a plunging airfoil in transient motion. *Journal of Fluids and Structures*, 103 :103288, 2021.

[22] D. E. Calderon, D. J. Cleaver, I. Gursul, and Z. Wang. On the absence of asymmetric wakes for periodically plunging finite wings. *Physics of Fluids*, 26(7) :071907, 2014. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.4891256.

[23] J.-J. Chattot. Analysis and design of wings and wing/winglet combinations at low speeds. In *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, page 220, 2004.

[24] J.-J. Chattot and M. Hafez. *Theoretical and Applied Aerodynamics : And Related Numerical Methods*. Springer Netherlands, Dordrecht, aufl. 2015 edition, 2015. ISBN 978-94-017-9824-2.

[25] N. Chiereghin, D. Cleaver, and I. Gursul. Unsteady measurements for a periodically plunging airfoil. In *AIAA SciTech Forum*, [Place of publication not identified], 2017. [publisher not identified]. ISBN 978-1-62410-447-3. doi : $10.2514/6.2017\text{-}0996$.

[26] N. Chiereghin, D. Cleaver, and I. Gursul. Unsteady force and flow measurements for plunging finite wings. In *47th AIAA Fluid Dynamics Conference*, page 3127, 2017.

[27] N. Chiereghin, S. Bull, D. J. Cleaver, and I. Gursul. Three-dimensionality of leading-edge vortices on high aspect ratio plunging wings. *Physical Review Fluids*, 5(6), 2020. doi : $10.1103/\mathrm{PhysRevFluids}.5.064701$.

[28] S. K. Chimakurthi. *A computational aeroelasticity framework for analyzing flapping wings*. PhD thesis, University of Michigan, 2009.

[29] H. Cho, N. Lee, S.-J. Shin, and S. Lee. Extensive 3d analysis for fluid–structure interaction of spanwise flexible plunging wing 3d fsi analysis for spanwise flexible plunging wing. *The Aeronautical Journal*, 123(1262) :484–506, 2019. ISSN 0001-9240. doi : $10.1017/\mathrm{aer}.2019.5$.

[30] H. Cho, N. Lee, S.-J. Shin, and S. Lee. Extensive 3d analysis for fluid–structure interaction of spanwise flexible plunging wing 3d fsi analysis for spanwise flexible plunging wing. *The Aeronautical Journal*, 123(1262) :484–506, 2019. ISSN 0001-9240. doi : $10.1017/\mathrm{aer}.2019.5$.

[31] M. Chopra. Large amplitude lunate-tail theory of fish locomotion. *Journal of Fluid Mechanics*, 74(1) :161–182, 1976.

[32] M. G. Chopra. Large amplitude lunate-tail theory of fish locomotion. *Journal of Fluid Mechanics*, 74(1) : 161–182, 1976. ISSN 0022-1120. doi : $10.1017/\mathrm{S}0022112076001742$.

[33] D. Cleaver, Z. Wang, and I. Gursul. Vortex mode bifurcation and lift force of a plunging airfoil at low reynolds numbers. In *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, page 635, Reston, Virigina, 01042010. American Institute of Aeronautics and Astronautics. ISBN 978-1-60086-959-4. doi : $10.2514/6.2010\text{-}390$.

[34] D. Cleaver, Z. Wang, and I. Gursul. Vortex mode bifurcation and lift force of a plunging airfoil at low reynolds numbers. In *48th AIAA aerospace sciences meeting including the new horizons forum and aerospace exposition*, page 390, 2010.

[35] D. J. Cleaver, Z. Wang, and I. Gursul. Bifurcating flows of plunging aerofoils at high strouhal numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 708 :349–376, 2012.

[36] D. J. Cleaver, D. E. Calderon, Z. Wang, and I. Gursul. Lift enhancement through flexibility of plunging wings at low reynolds numbers. *Journal of Fluids and Structures*, 64 :27–45, 2016. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2016.04.004.

[37] J. Cousteix and C. Gouverneur. *Aérodynamique : Physique et concepts de base*. Sciences mécaniques de l'étudiant au chercheur. Cépaduès éditions, Toulouse, DL 2016, cop. 2016. ISBN 978-2-36493-525-9.

[38] J. Deng, L. Sun, L. Teng, D. Pan, and X. Shao. The correlation between wake transition and propulsive efficiency of a flapping foil : A numerical study. *Physics of Fluids*, 28(9) :094101, 2016. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.4961566.

[39] P. A. Dewey, B. M. Boschitsch, K. W. Moored, H. A. Stone, and A. J. Smits. Scaling laws for the thrust production of flexible pitching panels. *Journal of Fluid Mechanics*, 732 :29–46, 2013. ISSN 0022-1120. doi : 10.1017/jfm.2013.384.

[40] J. N. Dias. Nonlinear lifting-line algorithm for unsteady and post-stall conditions. In *34th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, page 4164, 2016.

[41] H. DONG, R. Mittal, and F. M. NAJJAR. Wake topology and hydrodynamic performance of low-aspect-ratio flapping foils. *Journal of Fluid Mechanics*, 566 :309, 2006. ISSN 0022-1120. doi : 10.1017/s002211200600190x. URL http://dx.doi.org/10.1017/s002211200600190x.

[42] Doug Hunsaker. Post stall behavior of a lifting line algorithm. *Utah Space Grant Consortium*, 2007.

[43] M. Drela. Integrated simulation model for preliminary aerodynamic, structural, and control-law design of aircraft. In *40th Structures, structural dynamics, and materials conference and exhibit*, page 1394, 1999.

[44] C. Duport. *Modeling with consideration of the fluid-structure interaction of the behavior under load of a kite for auxiliary traction of ships*. PhD thesis, ENSTA Bretagne, Brest, France, 2018.

[45] C. Duport, J.-B. Leroux, K. Roncin, C. Jochum, and Y. Parlier. Benchmarking of a 3d non-linear lifting line method against 3d ranse simulations. *La Houille Blanche*, 105(5-6) :70–73, 2019. ISSN 0018-6368. doi : 10.1051/lhb/2019029.

[46] C. Eloy. Optimal strouhal number for swimming animals. *Journal of Fluids and Structures*, 30 :205–218, 2012. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2012.02.008.

[47] J. A. Esfahani, E. Barati, and H. R. Karbasian. Comparative investigations in the effect of angle of attack profile on hydrodynamic performance of bio-inspired foil, (corrected). *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, 10(2) :99–108, 2013. ISSN 1813-8535. doi : 10.3329/jname.v10i2.14229.

[48] T. M. Faure, K. Roncin, B. Viaud, T. Simonet, and L. Daridon. Flapping wing propulsion : Comparison between discrete vortex method and other models. *Physics of Fluids*, 34(3) :034108, 2022. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/5.0083158.

[49] L. Filotas. Solution of the lifting line equation for twisted elliptic wings. *Journal of Aircraft*, 8(10) :835–836, 1971.

[50] F. Fish, T. Williams, E. Sherman, Y. Moon, V. Wu, and T. Wei. Experimental measurement of dolphin thrust generated during a tail stand using dpiv. *Fluids*, 3(2) :33, 2018. doi : 10.3390/fluids3020033.

[51] F. E. Fish. Power output and propulsive efficiency of swimming bottlenose dolphins (tursiops truncatus). *Journal of Experimental Biology*, 185(1) :179–193, 1993.

[52] F. E. Fish. The myth and reality of gray's paradox : implication of dolphin drag reduction for technology. *Bioinspiration & biomimetics*, 1(2) :R17, 2006.

[53] F. E. Fish. Advantages of aquatic animals as models for bio-inspired drones over present auv technology. *Bioinspiration & biomimetics*, 15(2) :025001, 2020. doi : 10.1088/1748-3190/ab5a34.

[54] F. E. Fish, P. Legac, T. M. Williams, and T. Wei. Measurement of hydrodynamic force generation by swimming dolphins using bubble dpiv. *The Journal of experimental biology*, 217(Pt 2) :252–260, 2014. doi : 10.1242/jeb.087924.

[55] F. Floc'h, S. Phoemsapthawee, J. M. Laurens, and J. B. Leroux. Porpoising foil as a propulsion system. *Ocean engineering*, 39 :53–61, 2012.

[56] D. Floryan. *Hydromechanics and Optimization of Fast and Efficient Swimming*. PhD thesis, Princeton University, 2019. URL https://search.proquest.com/openview/210c995edbf932e442376ee86da1b2ae/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y.

[57] D. Floryan, T. van Buren, C. W. Rowley, and A. J. Smits. Scaling the propulsive performance of heaving and pitching foils. *Journal of Fluid Mechanics*, 822 :386–397, 2017. ISSN 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2017.302.

[58] D. Floryan, T. van Buren, and A. J. Smits. Efficient cruising for swimming and flying animals is dictated by fluid drag. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 115(32) : 8116–8118, 2018. doi : 10.1073/pnas.1805941115.

[59] D. Floryan, T. van Buren, and A. J. Smits. Large-amplitude oscillations of foils for efficient propulsion. *Physical Review Fluids*, 4(9), 2019. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.4.093102. URL http://arxiv.org/pdf/1909.12377v1.

[60] P. P. Friedmann. Formulation and solution of rotary-wing aeroelastic stability and response problems. *Vertica*, 1983. URL https://scholar.google.com/citations?user=kcpncbcaaaaj&hl=fr&oi=sra.

[61] S. Gallay and E. Laurendeau. Nonlinear generalized lifting-line coupling algorithms for pre/poststall flows. *AIAA Journal*, 53(7) :1784–1792, 2015.

[62] I. Garrick et al. Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. 1936.

[63] i. E. Garrick. Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. *Report National Advisory Committee for Aeronautics, NACA Report, 567, 419-427*, 1936.

[64] M. Gazzola, M. Argentina, and L. Mahadevan. Scaling macroscopic aquatic locomotion. *Nature Physics*, 10 (10) :758–761, 2014.

[65] C. D. Goates and D. F. Hunsaker. Practical implementation of a general numerical lifting-line method. In *AIAA Scitech 2021 Forum*, page 451, Reston, Virginia, 01112021. American Institute of Aeronautics and Astronautics. ISBN 978-1-62410-609-5. doi : 10.2514/6.2021-0118.

[66] R. Godoy-Diana, J.-L. Aider, and J. E. Wesfreid. Transitions in the wake of a flapping foil. *Physical Review E*, 77(1) :016308, 2008.

[67] C. Gong, J. Han, Z. Yuan, Z. Fang, and G. Chen. Numerical investigation of the effects of different parameters on the thrust performance of three dimensional flapping wings. *Aerospace Science and Technology*, 84 : 431–445, 2019. ISSN 12709638. doi : 10.1016/j.ast.2018.10.021.

[68] R. E. Gordnier, S. Kumar Chimakurthi, C. E. Cesnik, and P. J. Attar. High-fidelity aeroelastic computations of a flapping wing with spanwise flexibility. *Journal of Fluids and Structures*, 40(4) :86–104, 2013. ISSN 08899746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2013.03.009.

[69] W. T. Gough, P. S. Segre, K. C. Bierlich, D. E. Cade, J. Potvin, F. E. Fish, J. Dale, J. Di Clemente, A. S. Friedlaender, D. W. Johnston, S. R. Kahane-Rapport, J. Kennedy, J. H. Long, M. Oudejans, G. Penry, M. S. Savoca, M. Simon, S. K. A. Videsen, F. Visser, D. N. Wiley, and J. A. Goldbogen. Scaling of swimming performance in baleen whales. *The Journal of experimental biology*, 222(Pt 20), 2019. doi : 10.1242/jeb.204172.

[70] R. B. Green, R. M. Galbraith, and A. J. Niven. Measurements of the dynamic stall vortex convection speed. *The Aeronautical Journal*, 1992. URL https://www.cambridge.org/core/journals/

aeronautical-journal/article/measurements-of-the-dynamic-stall-vortex-convection-speed/653f715c1d4d9f168f63bd50ca3dde06.

[71] L. Guglielmini and P. Blondeaux. Propulsive efficiency of oscillating foils. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 23(2) :255–278, 2004. ISSN 09977546. doi : 10.1016/j.euromechflu.2003.10.002.

[72] I. Gursul and D. Cleaver. Plunging oscillations of airfoils and wings : Progress, opportunities, and challenges. *AIAA Journal*, 57(9) :3648–3665, 2019. ISSN 0001-1452. doi : 10.2514/1.J056655.

[73] J. Han, Z. Yuan, and G. Chen. Effects of kinematic parameters on three-dimensional flapping wing at low reynolds number. *Physics of Fluids*, 30(8) :081901, 2018. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.5041292.

[74] Hansen, Morten, Hartvig, M. Gaunaa, and Madsen, Helge, Aagaard. A beddoes-leishman type dynamic stall model in state-space and indicial formulations. *Forskningscenter Risoe. Risoe-R No. 1354(EN)*, 2004. URL https://orbit.dtu.dk/files/7711084/ris_r_1354.pdf.

[75] S. Heathcote, Z. Wang, and I. Gursul. Effect of spanwise flexibility on flapping wing propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 24(2) :183–199, 2008. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2007.08.003.

[76] S. Heathcote, Z. Wang, and I. Gursul. Effect of spanwise flexibility on flapping wing propulsion. *Journal of fluids and structures*, 24(2) :183–199, 2008.

[77] F. S. Hover, Ø. Haugsdal, and M. S. TRIANTAFYLLOU. Effect of angle of attack profiles in flapping foil propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 19(1) :37–47, 2004. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2003.10.003.

[78] D. F. Hunsaker, editor. *A numerical lifting-line method using horseshoe vortex sheets*, 2011. URL https://digitalcommons.usu.edu/spacegrant/2011/session1/4/.

[79] IMO. Fourth greenhouse gas study 2020, executive summary. Technical report, International Maritime Organization, 2020. URL https://wwwcdn.imo.org/localresources/en/OurWork/Environment/Documents/Fourth%20IMO%20GHG%20Study%202020%20Executive-Summary.pdf.

[80] K. ISOGAI. Effect of flexibility of the caudal fin on the propulsive performance of dolphins. *TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES*, 57(1) :21–30, 2014. ISSN 0549-3811. doi : 10.2322/tjsass.57.21.

[81] J. GRAY. Studies in animal locomotion [paradoxe de gray]. 1936.

[82] R. T. Jones. Operational treatment of the nonuniform-lift theory in airplane dynamics. Technical report, NTRS - NASA, 1938.

[83] R. T. Jones. The unsteady lift of a wing of finite aspect ratio. Technical report, NTRS - NASA, 1940.

[84] J. Katz and A. Plotkin. *Low-speed aerodynamics*, volume 13 of *Cambridge aerospace series*. Cambridge University Press, Cambridge, 2nd ed., 10th printing edition, 2010. ISBN 0-521-66219-2.

[85] B. Kirsch. *Apport de l'anisotropie des matériaux composites aux performances aéroélastiques des ailes à grand allongement de drones HALE*. PhD thesis, Aix-Marseille, 2019.

[86] R. Knoller. Die gesetzedes luftwiderstandes. *Flug-und Motortechnik (Wien)*, 3(21) :1–7, 1909.

[87] D. Kodali, C.-K. Kang, and H. Aono. Analytical aerodynamic model of spanwise flexible flapping wings in forward flight. In *AIAA SciTech Forum*, [Place of publication not identified], 2017. [publisher not identified]. ISBN 978-1-62410-447-3. doi : $10.2514/6.2017\text{-}0331$.

[88] D. Kodali, C. Medina, C.-K. Kang, and H. Aono. Effects of spanwise flexibility on the performance of flapping flyers in forward flight. *Journal of the Royal Society, Interface*, 14(136), 2017. doi : $10.1098/\mathrm{rsif}.2017.0725$.

[89] J. V. Kramer, J. Godø, and Steen S., editors. *Hydrofoil simulations – non-linear lifting line vs CFD*, 2018.

[90] M. O. KRAMER. Hydrodynamics of the dolphin. In *Advances in hydroscience*, volume 2, pages 111–130. Elsevier, 1965.

[91] A. Krishnadas, S. Ravichandran, and P. Rajagopal. Analysis of biomimetic caudal fin shapes for optimal propulsive efficiency. *Ocean Engineering*, 153 :132–142, 2018. ISSN 0029-8018. doi : $10.1016/\mathrm{j.oceaneng}.2018.01.082$.

[92] J. W. Larsen, S. Nielsen, and S. Krenk. Dynamic stall model for wind turbine airfoils. *Journal of Fluids and Structures*, 23(7) :959–982, 2007. ISSN 08899746. doi : $10.1016/\mathrm{j.jfluidstructs}.2007.02.005$.

[93] G. V. Lauder and E. D. Tytell. Hydrodynamics of undulatory propulsion. *Fish physiology*, 23 :425–468, 2005.

[94] N. Lee, S. Lee, H. Cho, and S. Shin. A computational study of wall effects on the aeroelastic behavior of spanwise flexible wings. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 20(3) :596–610, 2019. ISSN 2093-274X. doi : $10.1007/\mathrm{s}42405\text{-}019\text{-}00168\text{-}3$.

[95] J. G. Leishman. Challenges in modelling the unsteady aerodynamics of wind turbines. *Wind Energy*, 5(2-3) : 85–132, 2002. ISSN 1095-4244. doi : $10.1002/\mathrm{we}.62$.

[96] J. G. Leishman and T. S. Beddoes. A semi–empirical model for dynamic stall. *Journal of the American Helicopter Society*, 34(3) :3–17, 1989. ISSN 2161-6027. doi : $10.4050/\mathrm{JAHS}.34.3.3$.

[97] R. J. LeVeque. *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations : steady-state and time-dependent problems*. SIAM, 2007.

[98] G.-j. Li, L. Zhu, and X.-y. Lu. Numerical studies on locomotion perfromance of fishlike tail fins. *Journal of Hydrodynamics*, 24(4) :488–495, 2012. ISSN 1001-6058. doi : 10.1016/S1001-6058(11)60270-9.

[99] C. Liang, K. Ou, S. Premasuthan, A. Jameson, and Z. Wang. High-order accurate simulations of unsteady flow past plunging and pitching airfoils. *Computers & Fluids*, 40(1) :236–248, 2011.

[100] M. Lighthill. Note on the swimming of slender fish. *Journal of fluid Mechanics*, 9(2) :305–317, 1960.

[101] M. Lighthill. J. 1970 aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency. *The locomotion of elongated bodies in pipes*, 253, 1970.

[102] P. Liu and N. Bose. Propulsive performance from oscillating propulsors with spanwise flexibility. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 453(1963) : 1763–1770, 1997. ISSN 1364-5021. doi : 10.1098/rspa.1997.0095.

[103] K. Lu, Y. H. Xie, and D. Zhang. Numerical study of large amplitude, nonsinusoidal motion and camber effects on pitching airfoil propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 36 :184–194, 2013. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2012.10.004. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974612002009`.

[104] D. Marten, M. Lennie, G. Pechlivanoglou, C. N. Nayeri, and C. O. Paschereit. Implementation, optimization, and validation of a nonlinear lifting line-free vortex wake module within the wind turbine simulation code qblade. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 138(7) :264, 2016. ISSN 0742-4795. doi : 10.1115/1.4031872.

[105] D. Marten, M. Lennie, G. Pechlivanoglou, C. N. Nayeri, and C. O. Paschereit. Implementation, optimization, and validation of a nonlinear lifting line-free vortex wake module within the wind turbine simulation code qblade. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 138(7), 2016.

[106] V. Masson-Delmotte et al. Summary for policymakers climate change 2021 : The physical science basis. *Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, 2021. doi : 10.1017/9781009157896.001. URL `https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/downloads/report/IPCC_AR6_WGI_SPM_final.pdf`.

[107] A. Matta, H. Pendar, F. Battaglia, and J. Bayandor. Impact of caudal fin shape on thrust production of a thunniform swimmer. *Journal of Bionic Engineering*, 17(2) :254–269, 2020. ISSN 1672-6529. doi : 10.1007/s42235-020-0020-9.

[108] J.-M. Miao and M.-H. Ho. Effect of flexure on aerodynamic propulsive efficiency of flapping flexible airfoil. *Journal of Fluids and Structures*, 22(3) :401–419, 2006. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2005.11.004.

[109] T. Misic, M. Najdanovic-Lukic, and L. Nesic. Dimensional analysis in physics and the buckingham theorem. *European Journal of Physics*, 31(4) :893, 2010.

[110] K. W. Moored and D. B. Quinn. Inviscid scaling laws of a self-propelled pitching airfoil. *AIAA Journal*, 57(9) : 3686–3700, 2019.

[111] K. W. Moored, P. A. Dewey, A. Smits, and H. Haj-Hariri. Hydrodynamic wake resonance as an underlying principle of efficient unsteady propulsion. *Journal of Fluid Mechanics*, 708 :329–348, 2012.

[112] Moriarty, Patrick J and Hansen, A Craig. Aerodyn theory manual, 2005.

[113] R. Mukherjee. *Poststall prediction of multiple-lifting-surface configurations using a decambering approach*. PhD thesis, North Carolina State University, Raleigh, US, 2006.

[114] S. Najafi and P. Liu. Propulsion performance of spanwise flexible wing using unsteady panel method. *Journal of Ocean University of China*, 19(3) :505–518, 2020. ISSN 1672-5182. doi : $10.1007/\mathrm{s}11802\text{-}020\text{-}4214\text{-}\mathrm{x}$.

[115] S. Øye, editor. *Dynamic stall simulated as time lag of separation*, 1991.

[116] P Prempraneerach, FS Hover, Michael S Triantafyllou. The effect of chordwise flexibility on the thrust and efficiency of a flapping foil. *Proc. 13th Int. Symp. on Unmanned Untethered Submersible Technology : special session on bioengineering research related to autonomous underwater vehicles, New Hampshire*, 152, 2003.

[117] W. F. Phillips and D. O. Snyder. Modern adaptation of prandtl's classic lifting-line theory. *Journal of Aircraft*, 37(4) :662–670, 2000. ISSN 0021-8669. doi : $10.2514/2.2649$.

[118] G. K. Politis and V. T. Tsarsitalidis. Flapping wing propulsor design : An approach based on systematic 3d-bem simulations. *Ocean Engineering*, 84 :98–123, 2014. ISSN 0029-8018. doi : $10.1016/\mathrm{j.oceaneng}.2014.04.002$.

[119] L. Prandtl. Königliche gesellschaft der wissenschaften zu göttingen. *Tragflügeltheorie*, 1918.

[120] H. Pörtner, D. Roberts, M. Tignor, E. Poloczanska, K. Mintenbeck, A. Alegría, M. Craig, S. Langsdorf, S. Löschke, V. Möller, A. Okem, and B. Rama. Ipcc, 2022 : Summary for policymakers. in : Climate change 2022 : Impacts, adaptation, and vulnerability. contribution of working group ii to the sixth assessment report of the intergovernmental panel on climate change. Technical report, Cambridge University Press., 2022. URL `https://report.ipcc.ch/ar6wg2/pdf/IPCC_AR6_WGII_SummaryForPolicymakers.pdf`. In Press.

[121] Y.-X. Qiu, X.-D. Wang, S. Kang, M. Zhao, and J.-Y. Liang. Predictions of unsteady hawt aerodynamics in yawing and pitching using the free vortex method. *Renewable Energy*, 70 :93–106, 2014.

[122] K. Ramesh, A. Gopalarathnam, K. Granlund, M. V. Ol, and J. R. Edwards. Discrete-vortex method with novel shedding criterion for unsteady aerofoil flows with intermittent leading-edge vortex shedding. *Journal of Fluid Mechanics*, 751 :500–538, 2014. ISSN 0022-1120. doi : $10.1017/\mathrm{jfm}.2014.297$.

[123] M. Ramsay, R. Hoffman and G. G. Effects of grit roughness and pitch oscillations on the s801 airfoil. Technical report, National Renewable Energy Lab., Ohio State University, 1996.

[124] D. A. Read, F. S. Hover, and M. S. TRIANTAFYLLOU. Forces on oscillating foils for propulsion and maneuvering. *Journal of Fluids and Structures*, 17(1) :163–183, 2003. ISSN 0889-9746. doi : 10.1016/S0889-9746(02)00115-9.

[125] J. T. Reid. *A General Approach to Lifting-Line Theory, Applied to Wings with SweepSweep*. PhD thesis, Utah State University, US, 2020.

[126] J. Rohr, F. Fish, and J. Gilpatrick Jr. Maximum swim speeds of captive and free-ranging delphinids : Critical analysis of extraordinary performance. *Marine Mammal Science*, 18(1) :1–19, 2002.

[127] J. J. Rohr and F. E. Fish. Strouhal numbers and optimization of swimming by odontocete cetaceans. *The Journal of experimental biology*, 207(Pt 10) :1633–1642, 2004. doi : 10.1242/jeb.00948.

[128] C. A. Ronan and J. Needham. *The Shorter'Science and Civilisation in China'*. Cambridge University Press, 1978.

[129] K. V. Rozhdestvensky and V. A. Ryzhov. Aerohydrodynamics of flapping-wing propulsors. *Progress in Aerospace Sciences*, 39(8) :585–633, 2003. ISSN 03760421. doi : 10.1016/S0376-0421(03)00077-0.

[130] W. Rudin. *Analyse réelle et complexe : cours et exercices*. Dunod, 1998.

[131] M. Saadat, F. E. Fish, A. G. Domel, V. Di Santo, G. V. LAUDER, and H. Haj-Hariri. On the rules for aquatic locomotion. *Physical Review Fluids*, 2(8) :083102, 2017. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.2.083102. URL http://link.aps.org/pdf/10.1103/PhysRevFluids.2.083102.

[132] P. G. Saffman. *Vortex dynamics*. Cambridge University Press, New York, 1995. ISBN 9780521477390.

[133] J. Saverin, D. Marten, G. Pechlivanoglou, C. N. Nayeri, and C. O. Paschereit. Coupling of an unsteady lifting line free vortex wake code to the aeroelastic hawt simulation suite fast. In *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, volume 49873, page V009T46A002. American Society of Mechanical Engineers, 2016.

[134] G. T. Scarlett. *Unsteady hydrodynamics of tidal turbine blades*. PhD thesis, University of Edinburgh, 2019.

[135] J. O. Scherer. Experimental and theoretical investigation of large amplitude oscillation foil propulsion systemsoscillation foil propulsion systems. *HYDRONAUTICS INC LAUREL MD*, 1968. URL https://apps.dtic.mil/sti/citations/ad0673776.

[136] J. O. Scherer. Experimental and theoretical investigation of large amplitude oscillation foil propulsion systems. Technical report, HYDRONAUTICS INC LAUREL MD, 1968.

[137] L. Schouveiler, F. Hover, and M. Triantafyllou. Performance of flapping foil propulsion. *Journal of fluids and structures*, 20(7) :949–959, 2005.

[138] L. I. Sedov, C. Chu, H. Cohen, B. Seckler, and J. Gillis. Two-dimensional problems in hydrodynamics and aerodynamics. *Physics Today*, 18(12) :62, 1965.

[139] U. Senturk and A. J. Smits. Reynolds number scaling of the propulsive performance of a pitching airfoil. *AIAA Journal*, 57(7) :2663–2669, 2019. ISSN 0001-1452. doi : $10.2514/1.J058371$.

[140] M. Sfakiotakis, D. M. Lane, and J. Davies. Review of fish swimming modes for aquatic locomotion. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 24(2) :237–252, 1999. ISSN 0364-9059. doi : $10.1109/48.757275$.

[141] M. Sfakiotakis, D. M. Lane, and J. B. C. Davies. Review of fish swimming modes for aquatic locomotion. *IEEE Journal of oceanic engineering*, 24(2) :237–252, 1999.

[142] R. E. Sheldahl and P. C. Klimas. Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines, 1981. URL `https://www.osti.gov/biblio/6548367`.

[143] W. Shyy, H. Aono, S. K. Chimakurthi, P. Trizila, C.-K. Kang, C. Cesnik, and H. Liu. Recent progress in flapping wing aerodynamics and aeroelasticity. *Progress in Aerospace Sciences*, 46(7) :284–327, 2010. ISSN 03760421. doi : $10.1016/\mathrm{j.paerosci.2010.01.001}$.

[144] T. Simonet, K. Roncin, L. Lapierre, and L. Daridon. Etude de l'efficience d'un systeme de propulsion maritime par foil oscillant souple. In *17èmes Journées de l'Hydrodynamique*, Cherbourg, France, Nov. 2020. URL `https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03103310`.

[145] J. Skea, P. Shukla, and Ş. Kılkış. Climate change 2022 : Mitigation of climate change, 2022. URL `https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg3/downloads/report/IPCC_AR6_WGIII_SPM.pdf`.

[146] A. J. Smits. Undulatory and oscillatory swimming. *Journal of Fluid Mechanics*, 874, 2019.

[147] H. Snel, editor. *Heuristic modelling of dynamic stall characteristics*, 1997. Bookshop for Scientific Publications.

[148] J. Stewart. *Calculus : Early transcendentals*. Brooks/Cole, Cengage Learning, Belmont, Cal., 7th ed. edition, 2012. ISBN 978-0-538-49790-9.

[149] O. Sugar-Gabor. A general numerical unsteady non-linear lifting line model for engineering aerodynamics studies. *The Aeronautical Journal*, 122(1254) :1199–1228, 2018. ISSN 0001-9240. doi : $10.1017/\mathrm{aer.2018.57}$.

[150] O. Sugar-Gabor. A general numerical unsteady non-linear lifting line model for engineering aerodynamics studies. *The Aeronautical Journal*, 122(1254) :1199–1228, 2018.

[151] W. B. Tay and K. B. Lim. Analysis of non-symmetrical flapping airfoils. *Acta Mechanica Sinica*, 25(4) :433–450, 2009. ISSN 0567-7718. doi : 10.1007/s10409-009-0259-1.

[152] T. Theodorsen. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. *Classical Aerodynamic Theory*, 1935.

[153] T. Theodorsen. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. Technical report, 1949.

[154] B. Thwaites and R. E. Meyer. Incompressible aerodynamics. *Journal of Applied Mechanics*, 27(4) :760, 1960. ISSN 0021-8936. doi : 10.1115/1.3644123.

[155] C. T. Tran and D. Petot. Semi-empirical model for the dynamic stall of airfoils in view of the application to the calculation of responses of a helicopter blade in forward flight. ., 1980.

[156] G. S. Triantafyllou, M. S. TRIANTAFYLLOU, and M. A. Grosenbaugh. Optimal thrust development in oscillating foils with application to fish propulsion. *Journal of Fluids and Structures*, 7(2) :205–224, 1993. ISSN 0889-9746. doi : 10.1006/jfls.1993.1012. URL `http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974683710121`.

[157] M. Triantafyllou, G. Triantafyllou, and R. Gopalkrishnan. Wake mechanics for thrust generation in oscillating foils. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(12) :2835–2837, 1991.

[158] M. S. TRIANTAFYLLOU, A. H. Techet, and F. S. Hover. Review of experimental work in biomimetic foils. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 29(3) :585–594, 2004. ISSN 0364-9059. doi : 10.1109/JOE.2004.833216.

[159] I. H. Tuncer and M. Kaya. Optimization of flapping airfoils for maximum thrust and propulsive efficiency. *AIAA journal*, 43(11) :2329–2336, 2005.

[160] T. van Buren, D. Floryan, D. Brunner, U. Senturk, and A. J. Smits. Impact of trailing edge shape on the wake and propulsive performance of pitching panels. *Physical Review Fluids*, 2(1) :1–10, 2017. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.2.014702.

[161] T. van Buren, D. Floryan, D. Quinn, and A. J. Smits. Nonsinusoidal gaits for unsteady propulsion. *Physical Review Fluids*, 2(5) :1–13, 2017. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.2.053101.

[162] T. van Buren, D. Floryan, N. Wei, and A. J. Smits. Flow speed has little impact on propulsive characteristics of oscillating foils. *Physical Review Fluids*, 3(1) :1–13, 2018. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.3.013103.

[163] T. Van Buren, D. Floryan, A. T. Bode-Oke, P. Han, H. Dong, and A. Smits. Foil shapes for efficient fish-like propulsion. In *AIAA Scitech 2019 Forum*, page 1379, 2019.

[164] T. van Buren, D. Floryan, and A. J. Smits. Scaling and performance of simultaneously heaving and pitching foils. *AIAA Journal*, 57(9) :3666–3677, 2019. ISSN 0001-1452. doi : $10.2514/1.J056635$.

[165] M. R. Visbal and D. J. Garmann. High-fidelity simulations of dynamic stall over a finite-aspect-ratio wing. In *8th AIAA Flow Control Conference*, page 4243, 2016.

[166] M. R. Visbal and D. J. Garmann. Effect of sweep on dynamic stall of a pitching finite-aspect-ratio wing. *AIAA Journal*, 57(8) :3274–3289, 2019.

[167] K. D. Von Ellenrieder, K. Parker, and J. Soria. Flow structures behind a heaving and pitching finite-span wing. *Journal of Fluid Mechanics*, 490 :129–138, 2003.

[168] H. Wagner. Über die entstehung des dynamischen auftriebes von tragflügeln. 1924.

[169] H. Wagner. Über die entstehung des dynamischen auftriebes von tragflügeln. *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5(1) :17–35, 1925. ISSN 0044-2267. doi : $10.1002/\mathrm{zamm}.19250050103$. URL `http://dx.doi.org/10.1002/zamm.19250050103`.

[170] Z. J. Wang. Vortex shedding and frequency selection in flapping flight. *Journal of Fluid Mechanics*, 410 : 323–341, 2000.

[171] J. Wendler, D. Marten, G. Pechlivanoglou, C. N. Nayeri, and C. O. Paschereit. An unsteady aerodynamics model for lifting line free vortex wake simulations of hawt and vawt in qblade. In *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, volume 49873, page V009T46A011. American Society of Mechanical Engineers, 2016.

[172] X. Wu, X. Zhang, X. Tian, X. Li, and W. Lu. A review on fluid dynamics of flapping foils. *Ocean Engineering*, 195 :106712, 2020.

[173] D. Xia, W.-s. Chen, J.-k. Liu, and X. Luo. Using spanwise flexibility of caudal fin to improve swimming performance for small fishlike robots. *Journal of Hydrodynamics*, 30(5) :859–871, 2018. ISSN 1001-6058. doi : $10.1007/\mathrm{s42241\text{-}018\text{-}0100\text{-}z}$.

[174] L. Yang, Y. Su, and Q. Xiao. Numerical study of propulsion mechanism for oscillating rigid and flexible tunatails. *Journal of Bionic Engineering*, 8(4) :406–417, 2011. ISSN 1672-6529. doi : $10.1016/\mathrm{S1672\text{-}6529(11)60046\text{-}2}$.

[175] J. Young and J. C. Lai. Mechanisms influencing the efficiency of oscillating airfoil propulsion. *AIAA journal*, 45 (7) :1695–1702, 2007.

[176] J. Young, J. Lai, M. Kaya, and I. Tuncer. Thrust and efficiency of propulsion by oscillating foils. In *Computational Fluid Dynamics 2004*, pages 313–318. Springer, 2006.

[177] Zhongying Xiong and Xiaomin Liu. Numerical investigation on evolutionary characteristics of the leading-edge vortex induced by flapping caudal fin. *Physics of Fluids*, 31(12) :125117, 2019. ISSN 1070-6631. doi : $10.1063/1.5128701$.

[178] Q. Zhu. Numerical simulation of a flapping foil with chordwise or spanwise flexibility. *AIAA Journal*, 45(10) : 2448–2457, 2007. ISSN 0001-1452. doi : $10.2514/1.28565$.

[179] D. G. Zill. *Differential equations with boundary-value problems*. Cengage Learning, 2016.

[180] A. N. Zurman-Nasution, B. Ganapathisubramani, and G. D. Weymouth. Fin sweep angle does not determine flapping propulsive performance. *Journal of the Royal Society Interface*, 18(178) :20210174, 2021.

Annexe A

Stratégie numérique de résolution

Utilisation d'un coefficient de relaxation adaptatif

Lorsqu'une polaire non-linéaire est utilisée (section 4.4.2 ou 4.4.3), l'algorithme nécessite d'être sous-relaxé pour converger correctement : $0 < R \leq 1$ (pour $R = 1$ le calcul n'est pas relaxé). Une valeur du coefficient de relaxation inférieure à $R = 0.2$ est en général adaptée. Dans le cas d'un calcul convergé, la solution finale n'est pas affectée par la relaxation choisie, un calcul sous-relaxé nécessitera toutefois plus d'itérations pour aboutir. Dans l'optique d'optimiser le temps de résolution, le coefficient de relaxation est autorisé à augmenter ou diminuer au cours des itérations du calcul. Étant donné une valeur initiale R^0, à partir de la seconde itération, le coefficient de relaxation est amplifié si le résidu de l'itération est inférieur à celui obtenu à l'itération précédente, ou réduit sinon :

$$R^{k+1} = \begin{cases} (1-a)R^k + a & \text{si} \quad \left\| \underline{F}\left(\underline{\Gamma}^k\right) \right\| < \left\| \underline{F}\left(\underline{\Gamma}^{k-1}\right) \right\| \\ (1-b)R^k & \text{sinon} \end{cases} \tag{A.1}$$

Où a et b sont les vitesses de convergence du coefficient de relaxation vers 1 et 0 respectivement. Dans ce travail la valeur initiale de la relaxation est en général fixée à $R^0 = 1$, les vitesses de convergence a et b sont fixées à 0.2 et 0.5 respectivement. Lorsqu'une polaire linéaire est utilisée, la relaxation ne varie pas et reste égale à 1 pendant le calcul. Pour une polaire non-linéaire, le coefficient de relaxation est en général réduit à la seconde itération puis peut augmenter ou continuer à diminuer selon le cas.

Définition d'un critère de convergence

Le calcul est considéré convergé lorsque le résidu du calcul est inférieur à la norme de la circulation multipliée par 10^{-ncs} :

$$\left\| \underline{F}\left(\underline{\Gamma}^k\right) \right\| < 10^{-ncs} \left\| \underline{\Gamma}^k \right\| \tag{A.2}$$

Dans ce travail la valeur de ncs est fixé à 6.

Annexe B

Calcul de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ pour la méthode de LP3DNL

La matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ de la fonction vectorielle $\underline{F}\left(\underline{\Gamma}\right)$ pour une itération donnée, est définie par :

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial \Gamma_j}\left(\underline{\Gamma}\right)$$

Où $F_i\left(\underline{\Gamma}\right)$ est donnée par l'équation (4.31b) :

$$F_i\left(\underline{\Gamma}\right) = \Gamma_i - \frac{1}{2} V_{proj_i} c_i C_l(\alpha_{eff_i})$$

La projection de la vitesse effective dans le plan de la section i, V_{proj_i} et l'angle d'incidence effectif correspondant, α_{eff_i} sont respectivement donnés par les équations (4.28) et (4.25) :

$$V_{proj_i} = \|\mathbf{V_{eff}}_i \times \mathbf{y_s}_i\|$$
$$\alpha_{eff_i}\left(\underline{\Gamma}\right) = \arctan\left(\frac{\mathbf{V_{eff}}_i \cdot \mathbf{z_s}_i}{\mathbf{V_{eff}}_i \cdot \mathbf{x_s}_i}\right)$$

La vitesse effective $\mathbf{V_{eff}}$ est donnée par l'équation (4.24). Pour favoriser la lisibilité des calculs, les indices i pour V_{proj}, $\mathbf{V_{eff}}$, α_{eff}, $\mathbf{x_s}$, $\mathbf{y_s}$ et $\mathbf{z_s}$ ont été omis dans le déroulé du calcul. De plus, des couleurs ont été assignées à certains termes d'intérêt pour leur permettre d'être identifiés rapidement :

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial \Gamma_j}\left(\underline{\Gamma}\right) = \delta_{ij} - \frac{1}{2} c_i \frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\left(V_{proj} C_l(\alpha_{eff})\right) \tag{B.1}$$

Où δ_{ij} est le symbole de Kronecker : $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si } i = j \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$

$$\frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\left(V_{proj} C_l(\alpha_{eff})\right) = \frac{\partial V_{proj}}{\partial \Gamma_j} C_l(\alpha_{eff}) + V_{proj} \frac{\partial C_l(\alpha_{eff})}{\partial \alpha_{eff}} \frac{\partial \alpha_{eff}}{\partial \alpha_{\Gamma_j}} \tag{B.2}$$

La norme dans l'expression de V_{proj} est reformulée, la règle de la chaîne est ensuite appliquée :

$$\frac{\partial V_{proj}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\partial}{\partial \Gamma_j} \|\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s}\| = \frac{\partial}{\partial \Gamma_j} \sqrt{(\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s})^2} \tag{B.3}$$

$$\frac{\partial V_{proj}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\frac{\partial}{\partial \Gamma_j}(\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s})^2}{2\sqrt{(\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s})^2}} = \frac{2\,(\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s}) \cdot \frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s}}{2V_{proj}} \tag{B.4}$$

$$\frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\mathbf{V_{eff}}\,(\underline{\Gamma}) = \frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\mathbf{V_{ind}}\,(\underline{\Gamma}) = \mathbf{v}_{ij} \qquad \text{où } \mathbf{v}_{ij} \text{ est donné par l'eq. (4.23)} \tag{B.5}$$

$$\frac{\partial V_{proj}}{\partial \Gamma_j} = \frac{(\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s}) \cdot (\mathbf{v}_{ij} \times \mathbf{y_s})}{V_{proj}} \tag{B.6}$$

En utilisant l'identité vectorielle $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}) - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{d}) \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$, il vient :

$$\frac{\partial V_{proj}}{\partial \Gamma_j} = \frac{(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{v}_{ij}) \cdot (\mathbf{y_s})^2 - (\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{y_s}) \cdot (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{y_s})}{V_{proj}} \tag{B.7}$$

$$\frac{\partial V_{proj}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\mathbf{V_{eff}}}{V_{proj}} \cdot \left(\mathbf{v}_{ij}(\mathbf{y_s})^2 - \mathbf{y_s}\,(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{y_s})\right) \tag{B.8}$$

De la même façon, la règle de la chaîne est appliquée pour le calcul de la dérivée de l'angle d'incidence effectif :

$$\frac{\partial \alpha_{eff}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\partial}{\partial \Gamma_j} \arctan\left(\frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_3}}{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_1}}\right) = \frac{\frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\left(\frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_3}}{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_1}}\right)}{1 + \left(\frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_3}}{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_1}}\right)^2} \tag{B.9}$$

$$\frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\left(\frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_3}}{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_1}}\right) = \frac{(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s})\,(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s}) - (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s})\,(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s})}{(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2} \tag{B.10}$$

$$\frac{\partial}{\partial \Gamma_j}\frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s}}{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s}} = \left(\frac{\mathbf{V_{eff}}}{(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2}\right) \cdot (\mathbf{x_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s}) - \mathbf{z_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s})) \tag{B.11}$$

En injectant eq. (B.11) dans eq. (B.9) puis en multipliant le numérateur et le dénominateur par $(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2$ il vient :

$$\frac{\partial \alpha_{eff}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\left(\frac{\mathbf{V_{eff}}}{(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2}\right) \cdot (\mathbf{x_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s}) - \mathbf{z_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s}))}{1 + \left(\frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s}}{\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s}}\right)^2} \tag{B.12}$$

$$\frac{\partial \alpha_{eff}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\mathbf{V_{eff}} \cdot (\mathbf{x_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s}) - \mathbf{z_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s}))}{(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2 + (\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s})^2} \tag{B.13}$$

$$\frac{\partial \alpha_{eff}}{\partial \Gamma_j} = \frac{\mathbf{V_{eff}}}{V_{proj}^2} \cdot (\mathbf{x_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s}) - \mathbf{z_s}(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s})) \tag{B.14}$$

Preuve de $(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2 + (\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s})^2 = V_{proj}^2$:

$$V_{proj}^2 = ||\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s}||^2 = (\mathbf{V_{eff}} \times \mathbf{y_s})^2 = (\mathbf{V_{eff}} \times (\mathbf{z_s} \times \mathbf{x_s}))^2 \tag{B.15}$$

Avec l'identité vectorielle $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{c} \cdot \mathbf{a}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$, il vient :

$$V_{proj}^2 = (\mathbf{z_s}(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s}) - \mathbf{x_s}(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s}))^2 \tag{B.16}$$

$$V_{proj}^2 = {\mathbf{z_s}}^2(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2 + {\mathbf{x_s}}^2(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s})^2 - 2(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s})(\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})\mathbf{x_s} \cdot \mathbf{z_s} \tag{B.17}$$

$$V_{proj}^2 = (\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{x_s})^2 + (\mathbf{V_{eff}} \cdot \mathbf{z_s})^2 \tag{B.18}$$

Car ${\mathbf{x_s}}^2 = {\mathbf{z_s}}^2 = 1$ et $\mathbf{x_s} \cdot \mathbf{z_s} = 0$. □

En injectant eq. (B.8) et eq. (B.14) dans eq. (B.2) puis dans eq. (B.1) :

$$J_{ij} = \delta_{ij} - \frac{1}{2} c_i \left(\frac{\mathbf{V_{eff}}}{V_{proj}} \cdot \left(\mathbf{v}_{ij} (\mathbf{y_s})^2 - \mathbf{y_s} \left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{y_s} \right) \right) C_l(\alpha_{eff}) + V_{proj} \frac{\partial C_l(\alpha_{eff})}{\partial \alpha_{eff}} \frac{\mathbf{V_{eff}}}{V_{proj}^2} \cdot \left(\mathbf{x_s} (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s}) - \mathbf{z_s} (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s}) \right) \right) \tag{B.19}$$

$$J_{ij} = \delta_{ij} - \frac{1}{2} \frac{c_i}{V_{proj}} \mathbf{V_{eff}} \cdot \left(C_l(\alpha_{eff}) \left(\mathbf{v}_{ij} {\mathbf{y_s}}^2 - \mathbf{y_s} \left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{y_s} \right) \right) + \frac{\partial C_l(\alpha_{eff})}{\partial \alpha_{eff}} \left(\mathbf{x_s} (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{z_s}) - \mathbf{z_s} (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_s}) \right) \right) \tag{B.20}$$

Finalement :

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial \Gamma_j} (\underline{\Gamma}) = \delta_{ij} - \frac{1}{2} c_i \left(\frac{\mathbf{V_{eff}}_i}{{V_{proj}}_i} \right) \cdot \left(\mathbf{A}_{ij} \, C_l({\alpha_{eff}}_i) + \mathbf{B}_{ij} \, \frac{\partial C_l({\alpha_{eff}}_i)}{\partial \alpha_{eff}} \right)$$

Où $\mathbf{A}_{ij}$ et $\mathbf{B}_{ij}$ sont deux vecteurs indépendants de la circulation :

$$\mathbf{A}_{ij} = \mathbf{v}_{ij} \, {\mathbf{y_s}}_i^2 \; - \; \mathbf{x_2}_i \left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_2}_i \right)$$

$$\mathbf{B}_{ij} = \mathbf{x_1}_i \left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_3}_i \right) \; - \; \mathbf{x_3}_i \left(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{x_1}_i \right)$$

Annexe C

Validation de la méthode de LP3DNL pour un foil droit avec vrillage linéaire

Dans ce cas de validation, il s'agit d'étudier les coefficients hydroynamiques pour un foil droit à loi de corde elliptique avec un vrillage linéaire le long de l'envergure et dont la polaire 2D en portance est donnée par la loi des profils minces. L'angle d'incidence géométrique α_v de la section positionnée à l'ordonnée y_0 est donné par la fonction $\alpha_v = \alpha + |y_0| v_r \frac{2}{b}$, où α est l'incidence géométrique de la section à l'emplanture du foil, v_r est le vrillage aux extrémités du foil et $y_0 \in [-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}]$.

La résolution analytique du modèle de Prandtl dans ce cas est donnée par [49, 84] :

$$C_L = \frac{4}{3} \frac{3\alpha\pi + 4v_r}{2b + \pi c_r} b \tag{C.1}$$

La comparaison entre les résultats de la LP3DNL et la solution analytique est présentée sur la figure C.1 pour un vrillage positif $v_r = 10°$, et négatif $v_r = -10°$. Les résultats coïncident très bien.

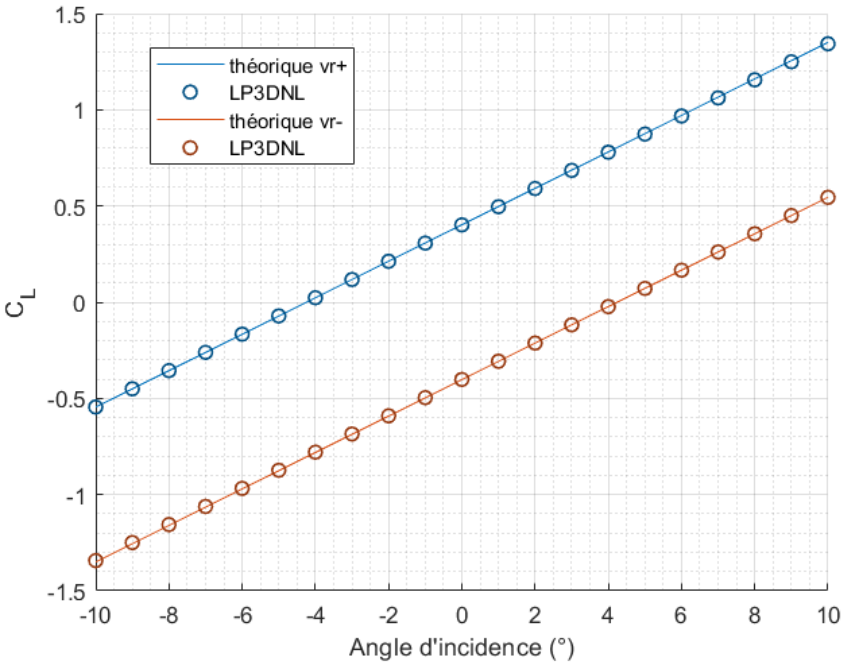


FIGURE C.1 – Portance d'un foil avec un vrillage linéaire.

Annexe D

Résultats de la LP3DNL pour les grands angles

Cette section a pour but de mettre en évidence les conditions conduisant à la non-convergence de la méthode de LP3DNL lorsque la polaire 2D utilisée présente un caractère non-bijectif. Ces conditions semblent dépendre d'un lien entre la courbure de la polaire 2D et l'allongement des section du foil.

Sur la figure D.1 sont présentés les résultats numériques d'un foil rectangulaire de longueur de corde $c_r = 0.0627\ \mathrm{m}$ et d'envergure $b = 0.627\ \mathrm{m}$. 50 sections réparties uniformément le long de l'envergure ont été utilisées. La polaire 2D utilisée est également représentée sur la figure D.1 et se veut représentative du coefficient de portance d'un profil NACA0012 à un nombre de Reynolds d'environ 100×10^3. La première partie est linéaire avec une pente de 2π. Un polynôme de degré 3 est ensuite utilisé pour représenter la zone du décrochage statique. Enfin, le coefficient de portance au delà de 35° d'incidence est supposé constant. Sur la figure D.1, le résultat numérique 3D laisse apparaître comme attendu une pente à l'origine plus faible que la polaire 2D. L'allure générale de la polaire est ensuite conservée mais certaines irrégularités sont observables dans la zone décroissante. Sur la figure D.2a est montré la circulation le long de l'envergure du foil pour les incidences jusqu'au maximum de portance, et après 44° où la polaire est constante. Dans ces zones les courbes sont bien régulières. Sur la figure D.2b est montré la circulation pour les incidences dans la zone décroissante de la polaire 2D (entre 20° et 42°). Les courbes sont ici en dents de scie et les calculs correspondants on nécessités en moyenne 93.5 itérations pour aboutir contre 3.5 pour le reste des calculs. Les valeurs du coefficient de portance sur la figure D.1 sont toutefois convenables malgré les irrégularités présentes.

Lorsque le calcul est instable, la forme précise de la circulation non-physique est dépendante de la circulation initiale et du coefficient de relaxation. Toutefois, la manipulation de ces deux paramètres numériques ne permet pas d'obtenir une circulation régulière. La difficulté à obtenir un calcul satisfaisant dépend d'une part de la courbure de

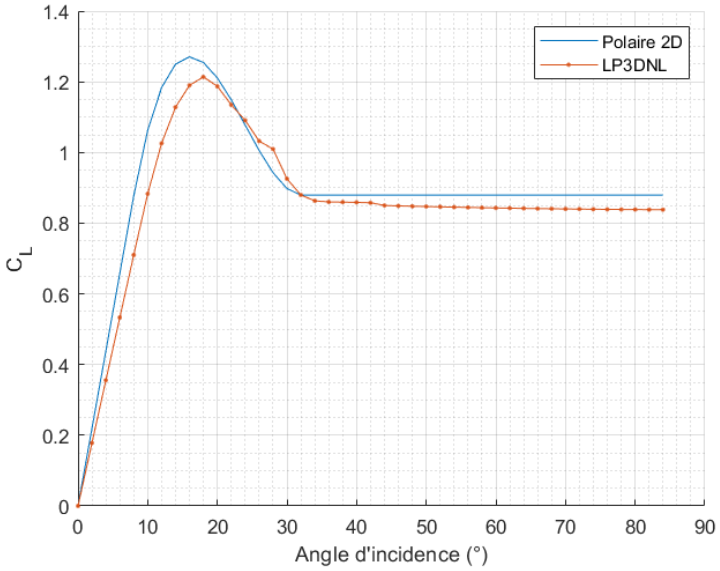
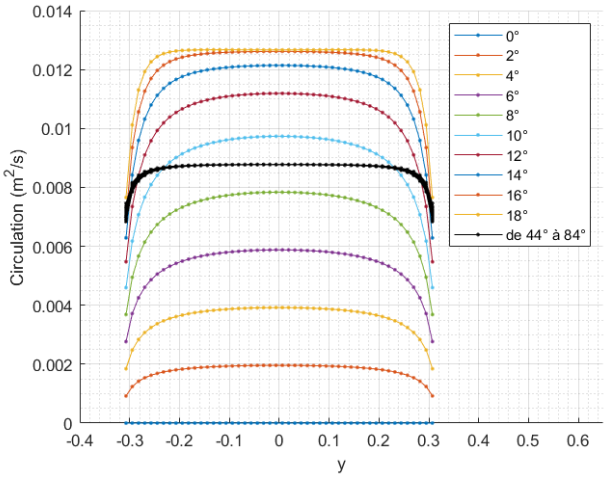
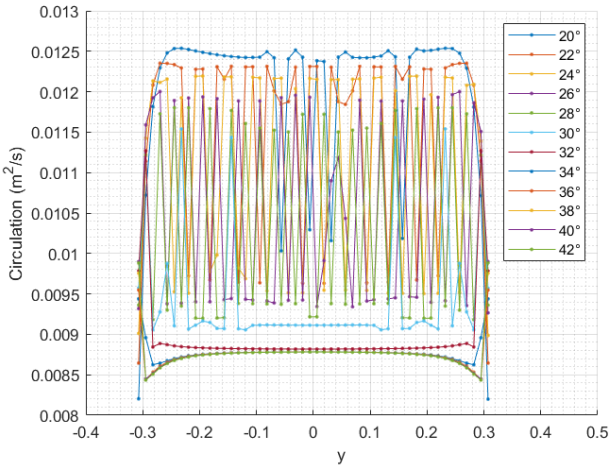


FIGURE D.1 – Polaire 2D et résultats de la PL3DNL en portance pour un foil rectangulaire ($b = 0.627$ m et $n_s = 50$).



(a) Sur la partie de la polaire précédent le maximum, et au delà de la zone décroissante.



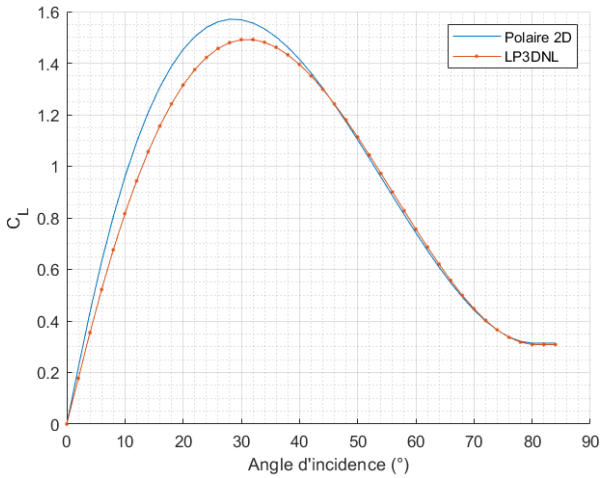
(b) Sur la partie décroissante de la polaire.

FIGURE D.2 – Circulation le long de l'envergure pour différentes incidences ($b = 0.627$ m et $n_s = 50$).

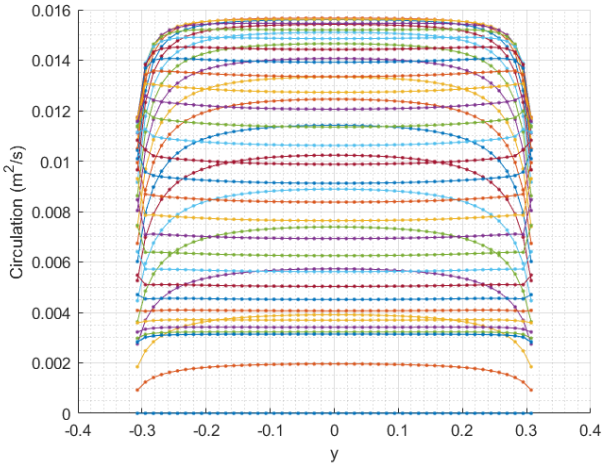
la polaire utilisée et d'autre part de l'allongement des sections. La figure D.3 montre les coefficients de portance et les circulations obtenus pour le cas précèdent, lorsque les paramètres de la fonction analytique de la polaire 2D ont été modifiés pour obtenir une courbure plus faible, fig. D.3a. Cette fois-ci, la circulation est bien régulière tout le temps et le coefficient de portance 3D évolue avec l'angle d'incidence de façon cohérente et lisse.

En revenant sur la polaire 2D fortement courbée, le calcul peut également être stabilisé en augmentant l'envergure du foil. La figure D.4 présente les résultats de calculs pour une envergure 10 fois supérieure, $b = 6.27$ m, conduisant à un allongement des section valant $\lambda_{section} = \frac{b}{n_s c_r} = 2$, (contre $\lambda_{section} = 0.2$ pour le cas initial). Le coefficient de portance 3D apparaît lisse et très proche de la polaire 2D, en raison du grand allongement du foil

considéré ici, ($\lambda = 100$). La circulation est régulière quelque soit l'angle d'incidence, et quasiment constante au delà de 32° à l'image du coefficient de portance.

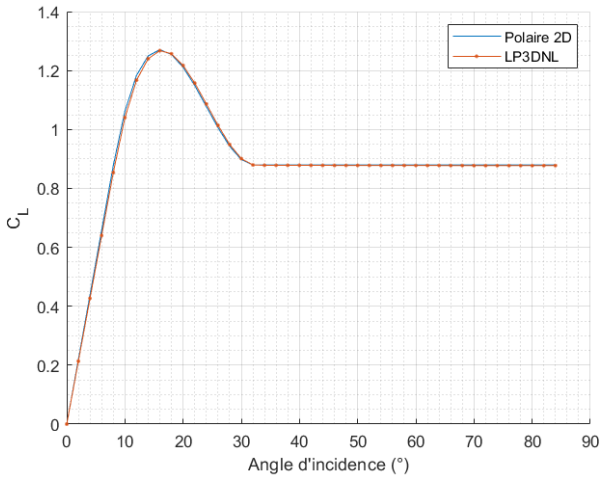


(a) Polaire 2D faiblement courbée et coefficient de portance 3D.

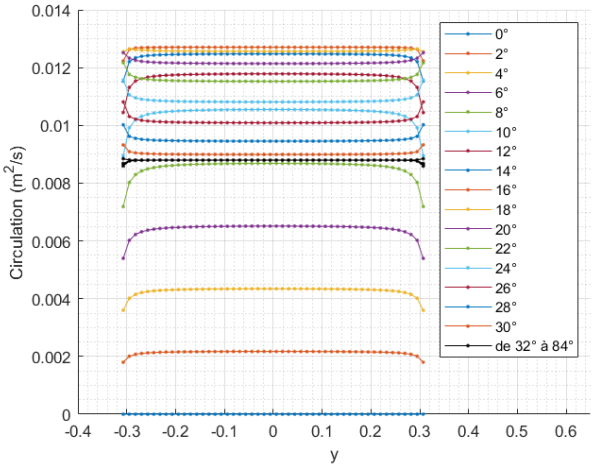


(b) Circulation le long de l'envergure pour l'ensemble des angles d'incidence.

FIGURE D.3 – Résultats de la LP3DNL pour un foil rectangulaire, ($b = 0.627$ m et $n_s = 50$), avec une polaire en portance faiblement courbée.



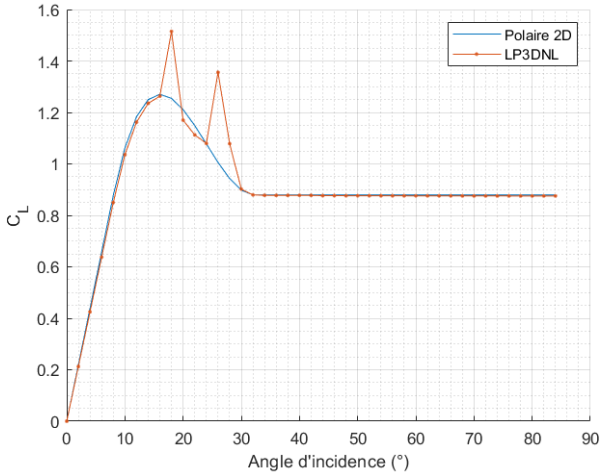
(a) Polaire 2D et coefficient de portance 3D.



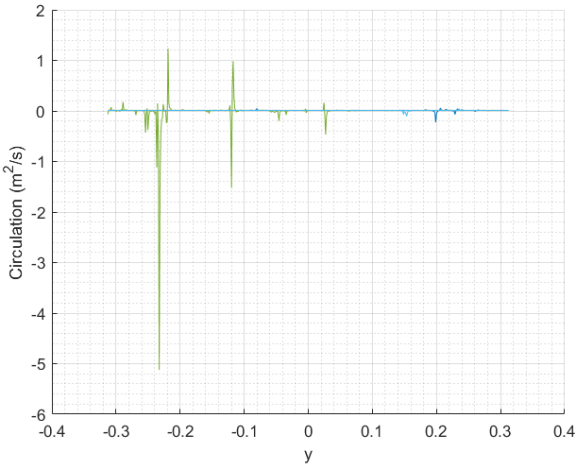
(b) Circulation le long de l'envergure pour l'ensemble des angles d'incidence.

FIGURE D.4 – Résultats de la LP3DNL pour un foil rectangulaire de grand allongement, ($b = 6.27$ m et $n_s = 50$).

Finalement, la figure D.5 présente les résultats numériques pour le foil de grand allongement, $b = 6.27$ m découpé en 500 sections uniformes, pour conserver l'allongement initial des sections, $\lambda_{section} = 0.2$. Comme précédemment, jusqu'à 18° d'incidence et au delà de 42°, la circulation et le coefficient de portance sont satisfaisants. Entre 18° et 42° d'incidence, la circulation explose et le coefficient de portance s'éloigne significativement de la valeur attendue, malgré une sous relaxation du calcul. Entre 18° et 28° d'incidence, les calculs n'ont pas convergé après 500 itérations et ont été stoppés.



(a) Polaire 2D et coefficient de portance 3D.



(b) Circulation le long de l'envergure entre 18° et 42° d'incidence.

FIGURE D.5 – Résultats de la LP3DNL pour un foil rectangulaire, ($b = 6.27$ m et $n = 500$).

Ces résultats ont montré que la stabilité des calculs de LP3DNL avec une polaire 2D non-bijective présentant un maximum dépend de l'allongement des sections et de la courbure de la polaire utilisée. En modifiant ces paramètres, il est possible d'obtenir une polaire en portance 3D lisse et cohérente et une circulation bien régulière. L'intérêt de ces conclusions peut toutefois paraître modeste. En général, la polaire 2D des calculs de ligne portante n'est pas un paramètre du problème. Et le choix d'un nombre de section permettant un allongement de ces dernières suffisamment faible revient en quelque sorte à discrétiser la circulation de la ligne portante trop faiblement pour que certaines variations, source d'instabilité, ne puisse pas apparaître. Malgré une telle discrétisation, les coefficients de portance 3D des figures D.3a et D.4a semblent tout à fait satisfaisant.

Annexe E

Schéma de différences finies d'ordre 4 pour le calcul de dérivée seconde

Le calcul de la dérivée seconde de la circulation le long de l'envergure du foil avec un schéma de différences finies d'ordre 4 prend la forme suivante :

$$\left(\frac{\partial^2 \underline{\Gamma}}{\partial \mathbf{x_2}^2}\right)_i = \begin{cases} \left(-\Gamma_{i-2} + 16\Gamma_{i-1} - 30\Gamma_i + 16\Gamma_{i+1} - \Gamma_{i+2}\right)/\Delta x^2 & \text{pour } i \neq \{1, 2, n-1, n\} \\ \left(\Gamma_{i-1} - 2\Gamma_i + \Gamma_{i+1}\right)/\Delta x^2 & \text{pour } i = \{2, n-1\} \\ \left(2\Gamma_i - 5\Gamma_{i+1} + 4\Gamma_{i+2} - \Gamma_{i+3}\right)/\Delta x^2 & \text{pour } i = 1 \\ \left(2\Gamma_i - 5\Gamma_{i-1} + 4\Gamma_{i-2} - \Gamma_{i-3}\right)/\Delta x^2 & \text{pour } i = n \end{cases} \tag{E.1}$$

Un schéma d'ordre 4 est utilisé au centre de la matrice. Sur les bords, pour $i = \{1, 2, n-1, n\}$ un schéma d'ordre 2 est utilisé.

La matrice jacobienne $\underline{\underline{K}}$ correspondante est la suivante :

$$\underline{\underline{K}} = \underline{\underline{J}} - \frac{1}{\Delta x^2} \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & \cdots & & \cdots & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & \cdots & & & \vdots \\ \vdots & 0 & \frac{\mu_3}{12} & 0 & & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots & \vdots \\ & & & 0 & \frac{\mu_{n-2}}{12} & 0 & \vdots \\ \vdots & & & \cdots & 0 & \mu_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & & \cdots & \cdots & 0 & \mu_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & 4 & -1 & 0 & 0 & & & \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & & \vdots & \\ -1 & 16 & -30 & 16 & -1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots \\ 0 & -1 & 16 & -30 & 16 & -1 & & \vdots & \\ & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \\ & \vdots & & -1 & 16 & -30 & 16 & -1 & 0 \\ \cdots & 0 & \cdots & 1 & -1 & 16 & -30 & 16 & -1 \\ & \vdots & & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ & & & 0 & 0 & -1 & 4 & -5 & 2 \end{pmatrix} \tag{E.2}$$

Où les coefficients de viscosité μ_i sont déterminés selon les termes diagonaux de la matrice jacobienne $\underline{\underline{J}}$ avant la première itération du calcul :

$$\mu_i = \begin{cases} \max(0, -\frac{2}{5} f_{va} \Delta x^2 J_{ii}) & \text{pour } i \neq \{1, 2, n-1, n\} \\ \max(0, -\frac{1}{2} f_{va} \Delta x^2 J_{ii}) & \text{pour } i = \{2, n-1\} \\ \min(0, \frac{1}{2} f_{va} \Delta x^2 J_{ii}) & \text{pour } i = \{1, n\} \end{cases} \tag{E.3}$$

Annexe F

Calcul de la matrice jacobienne $\underline{\underline{L}}$ pour la méthode de LP3DNLI

Pour un pas de temps du calcul instationnaire donné, et une itération de Newton-Raphson donnée, la matrice jacobienne $\underline{\underline{L}}$ de la fonction vectorielle $\underline{H}\left(\underline{\Gamma}\right)$ eq. (6.1), est définie par l'équation F.1 :

$$L_{ij} = \frac{\partial H_i}{\partial \Gamma_j}\left(\underline{\Gamma}\right) = \delta_{ij} - \frac{1}{2} c_i \left(\frac{\mathbf{V_{eff}}_i}{{V_{proj}}_i}\right) \cdot \left(\mathbf{A}_{ij}\, C_l^d\left({\alpha_{eff}}_i\right) + \mathbf{B}_{ij}\, \frac{\partial C_l^d\left({\alpha_{eff}}_i\right)}{\partial \alpha_{eff}}\right) \tag{F.1}$$

Où toutes les quantités à l'exception de la longueur de corde c_i sont dépendantes du pas de temps du calcul. V_{eff}, V_{proj} et α_{eff} varient de plus au cours des itérations de Newton-Raphson à l'intérieure des pas de temps.

Le calcul de la matrice $\underline{\underline{L}}$ pour aboutir sur la forme de l'équation (F.1) est identique au calcul de la matrice $\underline{\underline{J}}$ dans l'annexe B pour la LP3DNL stationnaire. Les vecteurs $\mathbf{A}_{ij}$ et $\mathbf{B}_{ij}$ sont donnés par les équations (4.34) et (4.35). Le calcul de la dérivée du coefficient de portance dynamique en fonction de l'angle d'incidence effectif $\partial C_l^d\left({\alpha_{eff}}_i\right)/\partial \alpha_{eff}$, nécessite toutefois la dérivation du modèle de décrochage dynamique. Cette dérivée est définie en fonction des dérivées des coefficients des efforts normal et tangent au profil, eq. (F.2). Tout comme dans le calcul de l'annexe B, les indices i ont été omis dans le déroulé du calcul pour faciliter la lecture et des couleurs ont été assignées à certains termes d'intérêt pour leur permettre d'être identifiés rapidement :

$$\frac{\partial Cl(\alpha_{eff})}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{\partial C_N(\alpha_{eff})}{\partial \alpha_{eff}} \cos(\theta) + \frac{\partial C_T(\alpha_{eff})}{\alpha_{eff}} \sin(\theta) \tag{F.2}$$

Où θ est l'angle d'incidence géométrique de la section à l'emplanture du foil au pas de temps considéré. Les dérivées des coefficients des efforts normal et tangent sont données par les équations eq. (F.3) et eq. (F.13) respectivement :

$$\frac{\partial C_N(\alpha_{eff})}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{\partial C_N^I}{\partial \alpha_{eff}} + \frac{\partial C_N^f}{\partial \alpha_{eff}} + \frac{\partial C_N^V}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{\partial C_N^f}{\partial \alpha_{eff}} + \frac{\partial C_N^V}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.3}$$

Car le coefficient de masse ajouté est indépendant de la circulation.

$$\frac{\partial C_N^V}{\partial \alpha_{eff}} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\Delta S}{2T_v}\right)\left(\frac{\partial C_N^C}{\partial \alpha_{eff}} - \frac{\partial C_N^f}{\partial \alpha_{eff}}\right) \ ; & \text{si } 0 < \tau < 1 \text{ et } \operatorname{sign}(C_V - C_{V,n-1}) = \operatorname{sign}(\alpha_{eff}) \\ 0 \ ; & \text{sinon} \end{cases} \tag{F.4}$$

Où $C_{V,n-1}$ est l'effet du tourbillon au bord d'attaque 5.22 du pas de temps précédent.

Les dérivées des coefficients de l'effort normal circulatoire C_N^C et de l'effort normal intégrant les effets de décrochage du bord de fuite C_N^f sont données par les équations eq. (F.11) et eq. (F.5) respectivement :

$$\frac{\partial C_N^f}{\partial \alpha_{eff}} = \left(\frac{1 + \sqrt{|f_n''|}\operatorname{sign}(f'')}{2}\right)^2 \frac{\partial C_N^C}{\partial \alpha_{eff}} + C_N^C \frac{\partial}{\partial \alpha_{eff}}\left(\frac{1 + \sqrt{|f_n''|}\operatorname{sign}(f'')}{2}\right)^2 \tag{F.5}$$

Avec :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{eff}}\left(\frac{1 + \sqrt{|f''|}\operatorname{sign}(f'')}{2}\right)^2 = \frac{1 + \operatorname{sign}(f'')\sqrt{|f''|}}{4\sqrt{|f''|}}\left(1 - e^{-\frac{\Delta S}{2T_f}}\right)\frac{\partial f'}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.6}$$

La dérivée du degré d'attachement incluant le retard en pression est donné par :

$$\frac{\partial f'}{\partial \alpha_{eff}} = 2|t_N'|\frac{\partial t_N'}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.7}$$

Avec :

$$\frac{\partial t_N'}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{\frac{\partial}{\partial \alpha_{eff}}\frac{C_N^{statique}(\alpha_f)}{C_{N\alpha}(\alpha_f - \alpha_0)}}{\sqrt{\frac{C_N^{statique}(\alpha_f)}{C_{N\alpha}(\alpha_f - \alpha_0)}}} = \frac{\partial \alpha_f}{\partial \alpha_{eff}}\sqrt{\frac{C_N^{statique}(\alpha_f)}{C_{N\alpha}(\alpha_f - \alpha_0)}}\left(\frac{C_{N-prime}^{statique}(\alpha_f)}{C_N^{statique}(\alpha_f)} - \frac{1}{(\alpha_f - \alpha_0)}\right) \tag{F.8}$$

Dans l'équation précédente, la dérivée du coefficient de l'effort normal évalué pour l'angle α_f et calculée par la règle de la chaîne :

$$\frac{\partial C_N^{statique}(\alpha_f)}{\partial \alpha_{eff}} = C_{N-prime}^{statique}(\alpha_f)\frac{\partial \alpha_f}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.9}$$

Où $C_{N-prime}^{statique}(\alpha_f)$ représente la dérivée du coefficient de l'effort normal stationnaire. La dérivée de l'angle α_f est donnée par :

$$\frac{\partial \alpha_f}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{1}{C_{N\alpha}}\left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta S}{2T_p}\right)\right)\frac{\partial C_N^C}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.10}$$

Les dérivées du coefficient de l'effort normal circulatoire et de l'angle α_E sont données par les équations eq. (F.11) et eq. (F.12) respectivement :

$$\frac{\partial C_N^C}{\partial \alpha_{eff}} = C_{N\alpha}\frac{\partial \alpha_E}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.11}$$

$$\frac{\partial \alpha_E}{\partial \alpha_{eff}} = 1 - A_1 e^{-b_1 \frac{\Delta S}{2}} - A_2 e^{-b_2 \frac{\Delta S}{2}} \tag{F.12}$$

La dérivée du coefficient de l'effort tangent est obtenue en dérivant l'eq. (F.13) :

$$\frac{\partial C_T\left(\alpha_{eff}\right)}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{\partial C_T^f}{\partial \alpha_{eff}} = -\eta_T C_{N\alpha}\,\mathrm{sign}\left(f_T''\right)\frac{\partial}{\partial \alpha_{eff}}\left(\left(\alpha_E-\alpha_0\right)\alpha_E\sqrt{|f_T''|}\right) \tag{F.13}$$

Avec les termes en bleu ciel, vert et gris donnés respectivement par les équations eq. (F.14), eq. (F.15) et eq. (F.16) :

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{eff}}\left(\left(\alpha_E-\alpha_0\right)\alpha_E\sqrt{|f_T''|}\right) = \left(\alpha_E-\alpha_0\right)\sqrt{|f_T''|}\frac{\partial \alpha_E}{\partial \alpha_{eff}} + \alpha_E\frac{\partial\left(\alpha_E-\alpha_0\right)\sqrt{|f_T''|}}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.14}$$

$$\frac{\partial\left(\alpha_E-\alpha_0\right)\sqrt{|f_T''|}}{\partial \alpha_{eff}} = \sqrt{|f_T''|}\frac{\partial \alpha_E}{\partial \alpha_{eff}} + \left(\alpha_E-\alpha_0\right)\frac{\partial\sqrt{|f_T''|}}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.15}$$

$$\frac{\partial\sqrt{|f_T''|}}{\partial \alpha_{eff}} = \frac{\mathrm{sign}\left(f_T''\right)}{2\sqrt{|f_T''|}}\left(\frac{\partial f_T'}{\partial \alpha_{eff}} - \exp\left(-\frac{\Delta \mathrm{S}}{2T_f}\right)\frac{\partial f'}{\partial \alpha_{eff}}\right) \tag{F.16}$$

La dérivée du degré d'attachement lié à l'effort tangent au profil avec le retard de pression f_T' est donné par :

$$\frac{\partial f_T'}{\partial \alpha_{eff}} = 2|t_T'|\frac{\partial t_T'}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.17}$$

Avec :

$$\frac{\partial t_t'}{\partial \alpha_{eff}} = \left(\frac{\partial C_T^{statique}\left(\alpha_f\right)}{\partial \alpha_{eff}} + \frac{\left(C_T^{statique}\left(\alpha_f\right)-C_{D0}\right)}{\alpha_f\left(\alpha_f-\alpha_0\right)}\frac{\partial\left(\alpha_f-\alpha_0\right)\alpha_f}{\partial \alpha_{eff}}\right) \Big/ \left(\eta_T C_{N\alpha}\alpha_f\left(\alpha_f-\alpha_0\right)\right) \tag{F.18}$$

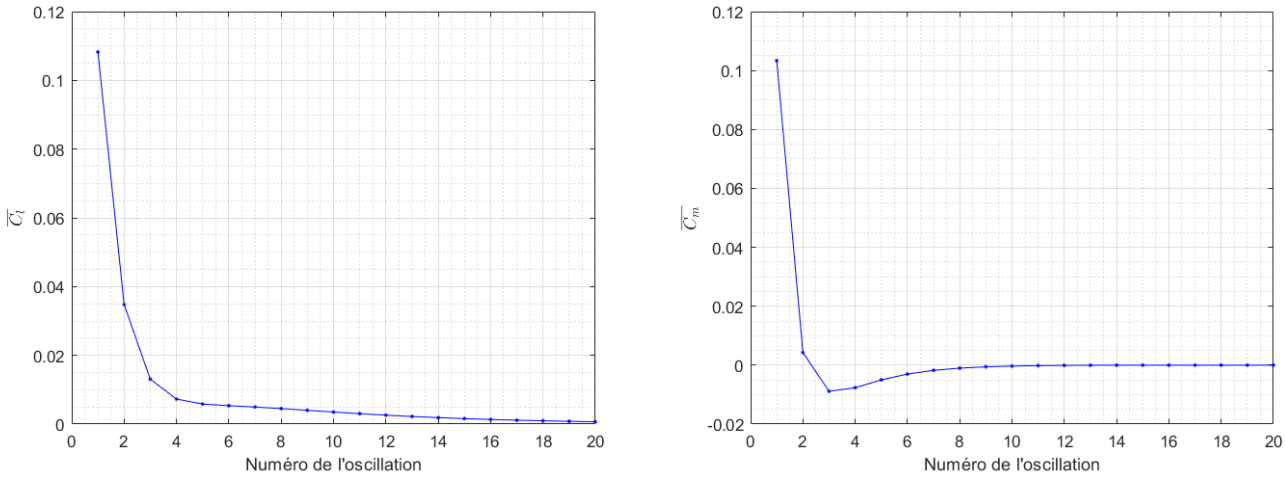
Finalement les termes en vert et rouge sont donnés respectivement par les équations eq. (F.19) et eq. (F.20) et dépendent de la dérivée de l'angle α_f donnée par l'équation eq. (F.10).

$$\frac{\partial C_T^{statique}\left(\alpha_f\right)}{\partial \alpha_{eff}} = C_{T-prime}^{statique}\left(\alpha_f\right)\frac{\partial \alpha_f}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.19}$$

$$\frac{\partial\left(\alpha_f-\alpha_0\right)\alpha_f}{\partial \alpha_{eff}} = \left(2\alpha_f-\alpha_0\right)\frac{\partial \alpha_f}{\partial \alpha_{eff}} \tag{F.20}$$

Annexe G

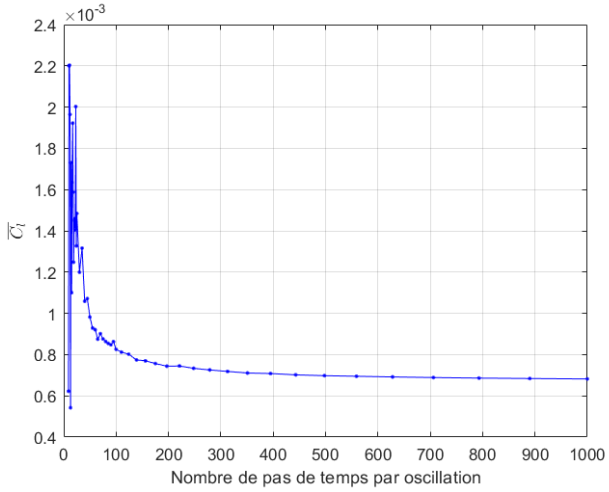
Validation de la méthode de LP3DNLI



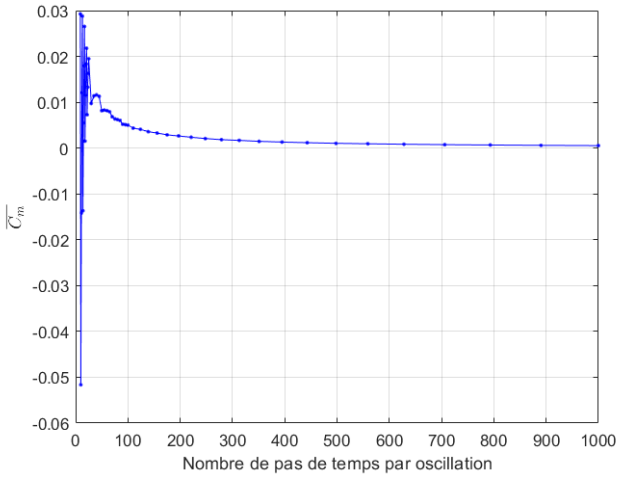
(a) Coefficient de portance moyen.

(b) Coefficient de moment moyen.

FIGURE G.1 – Influence du nombre d'oscillation simulé sur les coefficients hydrodynamiques moyens 2D.

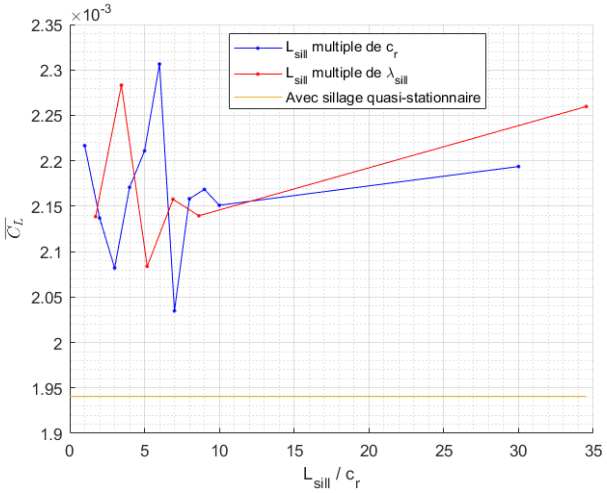


(a) Coefficient de portance moyen.

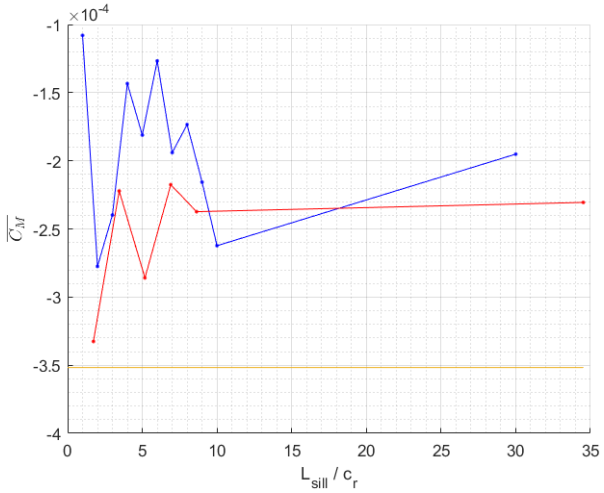


(b) Coefficient de moment moyen.

FIGURE G.2 – Influence du nombre de pas de temps par oscillation sur les coefficients hydrodynamiques moyens 2D.

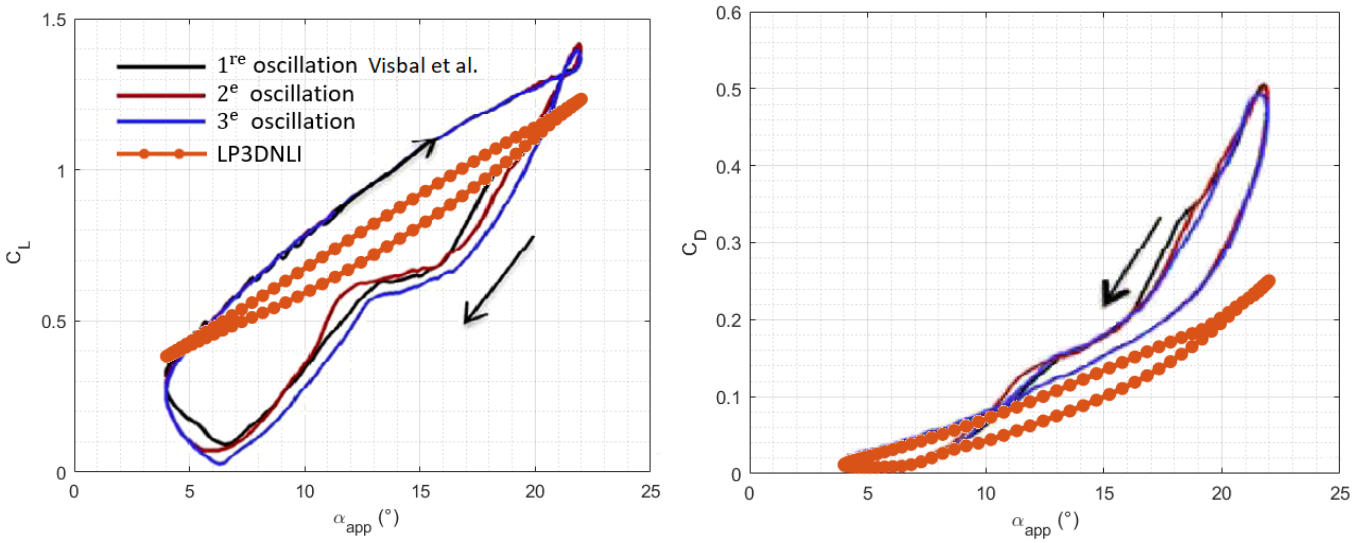


(a) Coefficient de portance moyen.



(b) Coefficient de moment moyen.

FIGURE G.3 – Influence de la longueur du sillage sur les coefficients hydrodynamiques moyens 2D.



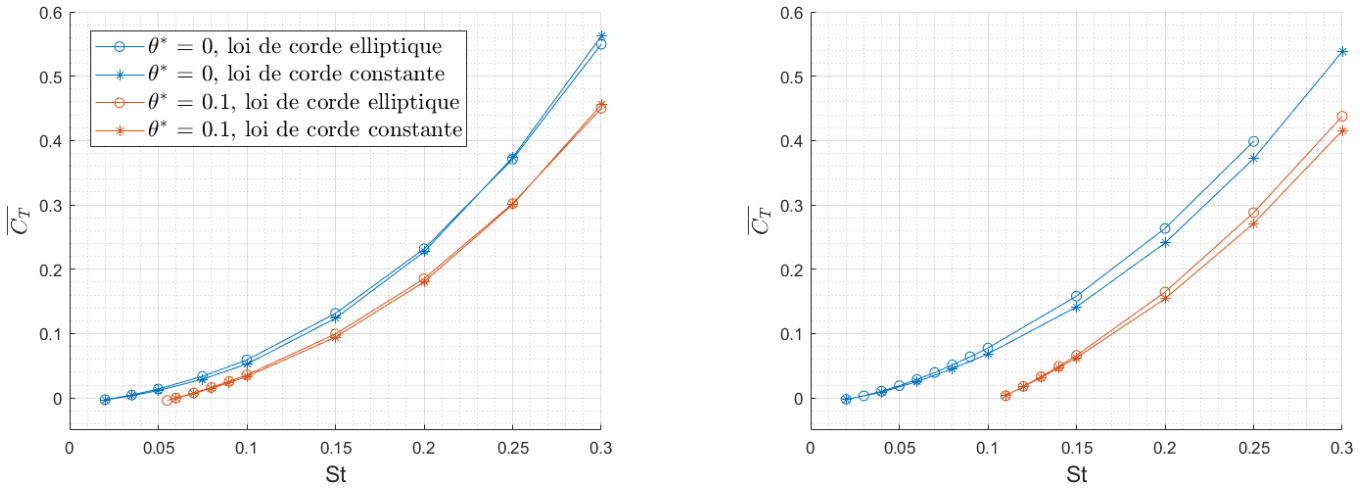
(a) Coefficient de portance.

(b) Coefficient de traînée.

FIGURE G.4 – Coefficients hydrodynamiques en fonction de l'angle d'incidence apparent, comparaison entre les résultats de Visbal et de la LP3DNLI.

Annexe H

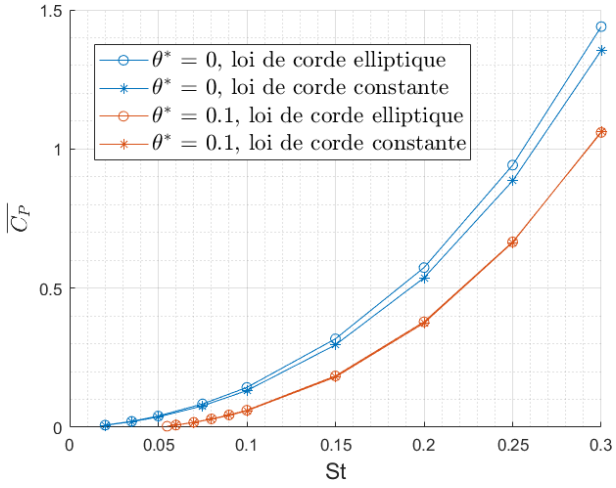
Étude d'un foil oscillant rigide, $\overline{C_T}$ et $\overline{C_P}$



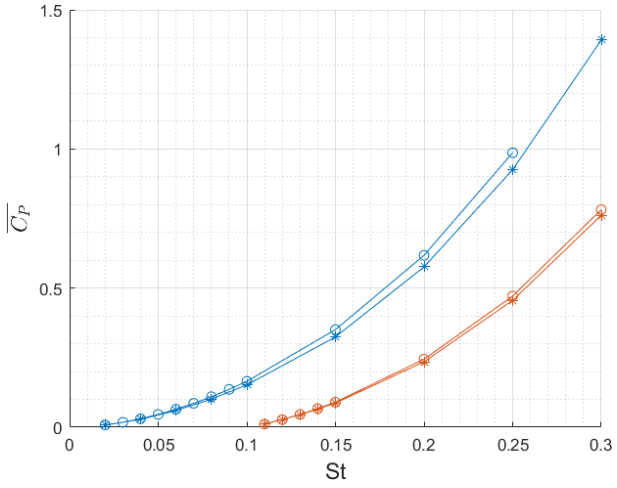
(a) $\overline{C_T}$ vs St pour $A^* = 0.5$.

(b) $\overline{C_T}$ vs St pour $A^* = 1$.

FIGURE H.1 – Coefficients de poussée en fonction du nombre de Strouhal.

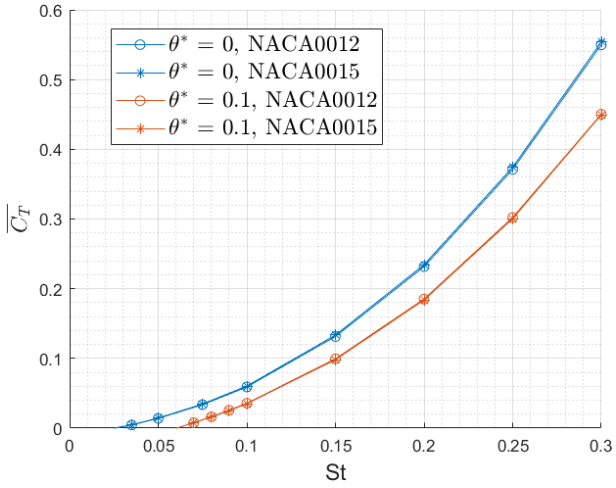


(a) $\overline{C_P}$ vs St pour $A^* = 0.5$.

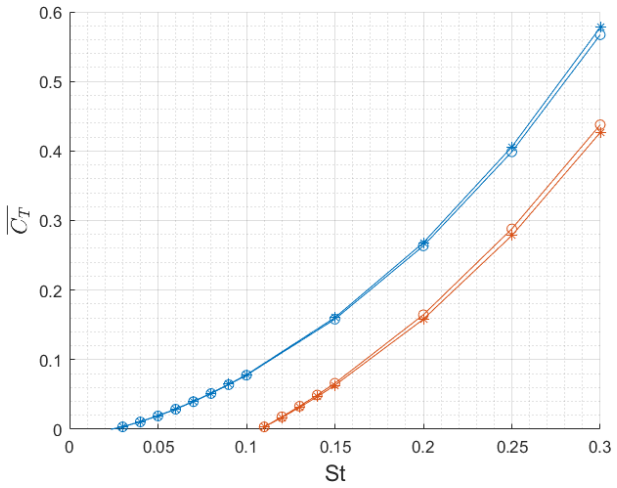


(b) $\overline{C_P}$ vs St pour $A^* = 1$.

FIGURE H.2 – Coefficients de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal.

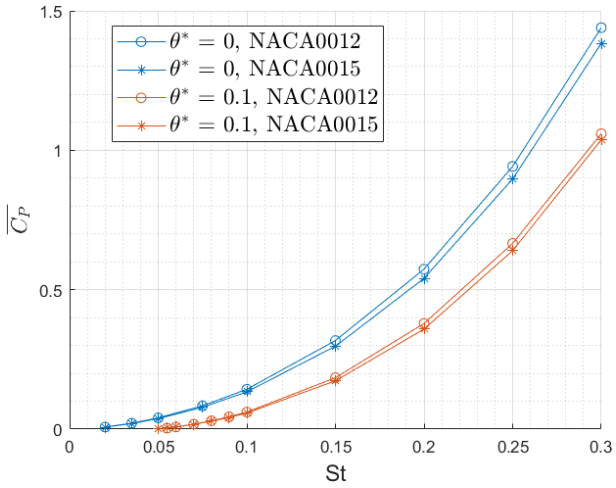


(a) $\overline{C_T}$ vs St pour $A^* = 0.5$.

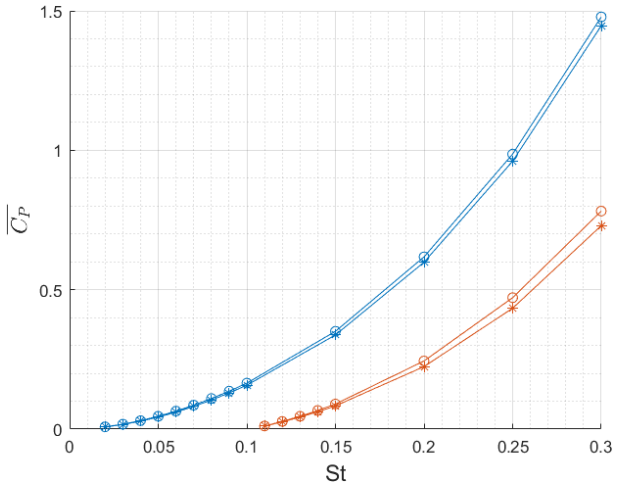


(b) $\overline{C_T}$ vs St pour $A^* = 1$.

FIGURE H.3 – Coefficients de poussée en fonction du nombre de Strouhal.



(a) $\overline{C_P}$ vs St pour $A^* = 0.5$.

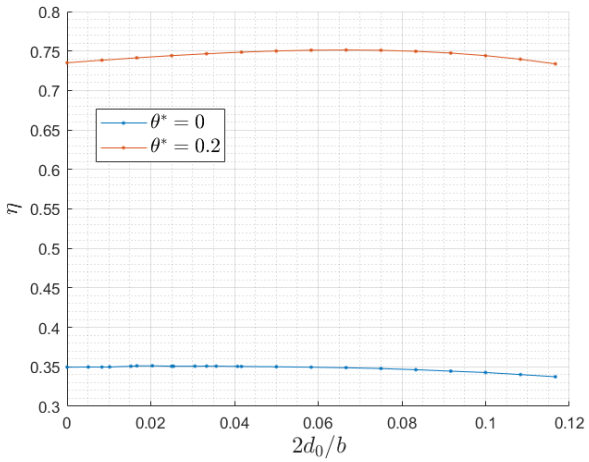


(b) $\overline{C_P}$ vs St pour $A^* = 1$.

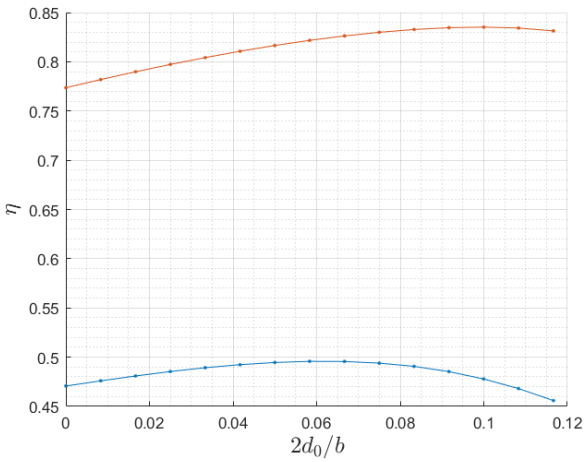
FIGURE H.4 – Coefficients de puissance fournie en fonction du nombre de Strouhal.

Annexe I

Étude d'un foil oscillant souple

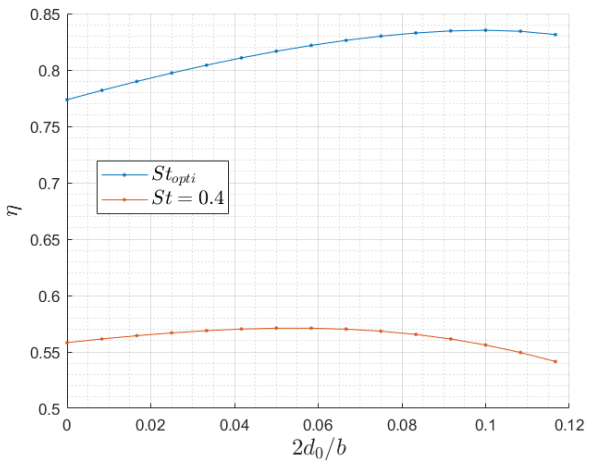


(a) $A^* = 1.5$, $St = 0.4$.

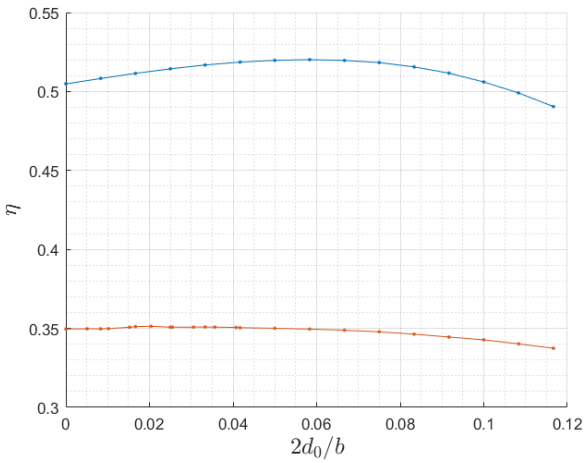


(b) $A^* = 1$, St_{opti}.

FIGURE I.1 – Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour différentes valeurs de θ^*.



(a) $A^* = 1$, $\theta^* = 0.2$.



(b) $A^* = 1.5$, $\theta^* = 0$.

FIGURE I.2 – Rendement propulsif du foil en fonction de sa souplesse pour différents nombres de Strouhal.

Développement et utilisation d'un outil de simulation rapide pour l'étude de la propulsion maritime par foil oscillant souple inspirée de la nage des cétacés

La propulsion bio-mimétique consiste à propulser un engin nautique par l'oscillation d'un corps profilé (foil), à l'image de la nageoire caudale des cétacés. La volonté de réduire la consommation énergétique et la pollution générée par le transport maritime, motive activement l'exploration de ce principe de propulsion alternatif à l'hélice. Toutefois, les dispositifs expérimentaux et les simulations haute-fidélité restent aujourd'hui coûteux et difficiles à mettre en place. Le travail réalisé au cours de cette thèse a conduit au développement d'un modèle d'ordre réduit permettant de simuler rapidement les performances d'un foil oscillant et d'étudier l'influence de sa flexibilité.

Le modèle développé se fonde sur un couplage fort entre une méthode de ligne portante 3D non-linéaire et un modèle de décrochage dynamique. La méthode de ligne portante 3D non-linéaire permet d'estimer rapidement le chargement hydrodynamique agissant sur un foil d'envergure finie avec flèche, dièdre et vrillage dans un écoulement stationnaire. Il s'agit d'une version numérique de la méthode de ligne portante de Prandtl. Celle-ci est agrémentée d'une version 3D du théorème de Kutta-Jukowski et d'un algorithme de résolution non-linéaire, permettant la prise en compte de polaires 2D non-linéaires. Une viscosité artificielle a été ajoutée aux équations de la ligne portante pour permettre la représentation correcte du phénomène de décrochage statique. Le modèle de décrochage dynamique utilisé est une version modifiée du modèle de Beddoes–Leishman. Celui-ci permet d'obtenir rapidement les coefficients dynamiques de portance, de trainée et de moment pour un profil 2D soumis à un mouvement quelconque. La simulation instationnaire d'un foil oscillant est réalisée par un calcul de ligne portante mobile, pour laquelle le comportement de chaque section du foil est donné par le modèle de décrochage dynamique. Un sillage instationnaire par lâcher tourbillonnaire est également mis en œuvre en aval du foil pour permettre la prise en compte de l'histoire du mouvement.

Les conditions des simulations réalisées ont été choisies de sorte à être représentatives de la nage des cétacés. C'est-à-dire que le foil est animé d'un mouvement de pilonnement et de tangage combiné. Le nombre de Reynolds de l'écoulement est grand (Re>10^4). L'amplitude du mouvement du foil est de l'ordre de sa longueur de corde, et le nombre de Strouhal de l'oscillation est de l'ordre de St=0.3, conformément aux observations biologiques.

Les résultats obtenus ont révélé l'influence du mouvement sur le nombre de Strouhal permettant de maximiser le rendement propulsif du foil. De plus, les résultats ont montré que le bénéfice apporté par la flexibilité du foil est supérieur pour les mouvements de pilonnement et de tangage combinés, par rapport au pilonnelent pur. La flexibilité est également plus favorable lorsque l'amplitude du mouvement est faible. Le rendement propulsif maximal obtenu est 0.89 et le bénéfice maximal lié à la flexibilité est 6.6%.

Mots-clés: Ligne portante - Modèle de décrochage dynamique - viscosité artificielle - Dynamique des fluides - biomimétisme

Development and use of a fast simulation tool for the study of marine propulsion by flexible flapping foil inspired by cetacean swimming

The bio-mimetic propulsion consists in propelling a nautical device by the oscillation of a profiled body (foil), in the way of the caudal fin of cetaceans. The will to reduce energy consumption and pollution generated by maritime transport, actively motivates the exploration of this propulsion principle which is an alternative to propellers. However, experimental Facilities and high-fidelity numerical simulations remain expensive and hard to set up. The work carried out has led to the development of a reduced order model allowing to rapidly simulate the performances of a flapping foil and to study the influence of its flexibility.

The developed model is based on a strong coupling between a non-linear 3D lifting-line method and a dynamic stall model. The non-linear 3D lifting-line method allows to quickly estimate the hydrodynamic loading acting on a finite span foil with sweep, dihedral and twist in a stationary flow. It is a numerical version of the Prandtl's lifting-line method. It is enhanced with a 3D version of the Kutta-Jukowski theorem and a non-linear resolution algorithm, allowing non-linear 2D polars to be used. An artificial viscosity has been added to the lifting-line equations to allow the correct representation of the static stall phenomenon. The dynamic stall model used is a modified version of the Beddoes-Leishman model. This model allows to quickly obtain the dynamic coefficients of lift, drag and moment for a 2D profile subjected to any motion. The unsteady simulation of flapping foil is performed by a moving lifting-line simulation, for which the behaviour of each spanwise section is given by the dynamic stall model. An unsteady wake generated by vortex shedding is also added downstream of the foil in order to allow the story of the movement to be taken into account.

The conditions of the simulations performed were chosen to be representative of cetacean swimming. That is, the foil motion is composed of heaving and pitching simultaneously. The Reynolds number of the flow is large (Re>10^4). The amplitude of the foil motion is in the same order of magnitude than its chord length, and the Strouhal number of the oscillation is in the order of magnitude St=0.3, consistent with the biological observations.

The obtained results revealed the influence of the motion on the Strouhal number maximizing the propulsive efficiency of the foil. Furthermore, the results showed that the benefit provided by the flexibility of the foil is greater for combined heave and pitch motions, compared to pure heave motion. Flexibility is also more favourable when the amplitude of motion is small. The maximum propulsive efficiency obtained is 0.89 and the maximum benefit due to flexibility is 6.6%.

Keywords: Lifting-line – Dynamic stall model – artificial viscosity – Fluid dynamics - biomimicry