THÈSE

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE POITIERS

Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées

Diplôme National - Arrêté du 25 mai 2016

École Doctorale SIMME : Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Énergétique

Secteur de recherche : Mécanique des Fluides

Présentée par

Johan Fourdrinoy

La Bataille d'Actium : zoologie des interactions ondes-courants-bateaux

---

Directeur de thèse :

Germain Rousseaux

Thèse préparée à l'Institut Pprime

Thèse soutenue le 06 janvier 2022

devant la Commission d'Examen

JURY

D. CALLUAUD	*Professeur, Université de Poitiers, Institut Pprime*	Président
M. BENZAQUEN	*Chargé de Recherche, CNRS, LadHyX*	Rapporteur
P. MEUNIER	*Directeur de Recherche, CNRS, IRPHE*	Rapporteur
P. BOURUET AUBERTOT	*Professeure, Sorbonne Université, LOCEAN*	Examinateur
M. MERCIER	*Chargé de Recherche, CNRS, IMFT*	Examinateur
G. ROUSSEAUX	*Chargé de Recherche, CNRS, Institut Pprime*	Examinateur

Remerciements

Trois ans, c'est le temps qu'il m'aura fallu pour transformer ce projet de thèse en ce manuscrit. Trois ans d'expériences, de sessions de code, de feuilles de brouillon, d'heures de rédaction... mais aussi de pauses brioches et cafés, de jeux de société, de balades à vélo... Enfin, ce sont trois ans pendant lesquels se sont succédé des hauts et des bas, mais surtout pendant lesquels j'ai toujours bénéficié du soutien de nombreuses personnes et à qui je tiens à adresser ici quelques mots.

En premier lieu, je souhaite remercier Germain Rousseaux qui m'a fait confiance dès 2017 en me proposant cette thèse, et qui m'a par la suite consacré une grande partie de son temps. Cette confiance m'a poussé à me surpasser et tu as su me guider, me former, et partager avec moi ta vision du monde scientifique.

Merci à Michael Benzaquen et Patrice Meunier d'avoir accepté de rapporter ce manuscrit, ainsi que Pascale Bouruet Aubertot, Damien Calluaud et Matthieu Mercier d'avoir composé mon jury de soutenance. Vos expertises et vos évaluations critiques de mon travail ont permis des échanges scientifiques enrichissants et ouvrent de multiples perspectives de recherche.

Cette thèse a été rendue possible grâce à plusieurs acteurs financiers. Tout d'abord le ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Innovation qui m'a octroyé une bourse durant ces trois ans. J'ai aussi pu bénéficier du soutien de la Mission interdisciplinaire du CNRS, de l'Agence nationale de la recherche française à travers le projet HARALAB (Hawking Radiation at the Laboratory), d'une ACI de l'Institut Pprime, et d'un financement dans le cadre des 80 ans du CNRS pour les projets transverses au sein du programme OFHYS (Optimisation de formes en hydrodynamique surface libre).

De plus, au sein de l'Institut Pprime, de nombreuses personnes contribuent à rendre le contexte scientifique le plus idéal possible. Je remercie donc le directeur de l'Institut Pprime Karl Joulain ainsi que le directeur du département Fluide Thermique et Combustion Laurent David. Je salue également l'intégralité des équipes Curiosity et HydÉE pour les discussions que nous avons eues et les conseils que vous m'avez donnés. Je remercie l'ensemble des services et équipements impliqués dans cette thèse : la plateforme hydrodynamique environnementale, le service métrologie, le service informatique, l'atelier du bâtiment H2. Mais par-dessus tout, je remercie les personnes qui font fonctionner ces structures : Patrick Braud, Romain Bellanger, Laurent Dupuis, Richard Tessier, Nicolas Réau, Jean Carl Rousseau, Jean-Marc Mougenot, Christian Refin, Ludovic Mascarenhas, Brice Bechet, Anthony Benard, Catherine Ecale, Vanessa Jean-Pierre, Kévin Picard, Marieline Debenest Francis Boissoneau, Pierre-François Laplaceta. En écoutant et répondant à toutes nos préoccupations, vous contribuez à faciliter nos vies de doctorants et doctorantes.

La nature pluridisciplinaire de cette thèse m'a permis de travailler aux côtés de plusieurs chercheuses et chercheurs qui ont été des soutiens majeurs au cours de ces trois ans : Isabelle Jouteur, Julien Dambrine, Madalina Petcu, Morgan Pierre, Nicolas James, Clément Caplier, Yann Devaux, Léo-Paul Euvé, Ierotheos Zacharias, Paul-Marius Martin, Scott Robertson, Alessandro Fabbri. Je voudrais en particulier adresser quelques mots à Julien qui, à travers sa vision et sa bienveillance, a beaucoup apporté à mes cheminements scientifiques. De plus, j'ai été aidé lors de certaines campagnes de mesures par Benjamin

Roman et Arthur Tichit.

Bien heureusement, la vie d'un doctorant ne se limite pas qu'aux équations, aussi je tiens à remercier tous les amis du laboratoire qui ont partagé du temps avec moi. Que ce soit autour d'un rapide café, d'une pause goûter, d'un plateau de jeu ou d'un grand repas. Merci à Yann, Ugo, Mélissa, Thomas O., Cédric, Sylvain, Pablo, Larbi, Gwenael, Étienne, Michelle, Thomas L., Hervé, Agathe, Anthony, Gad, Anne-Fleur, Pierre.

J'aurais pu poursuivre ces remerciements par beaucoup beaucoup plus de noms, car, avant d'en arriver à ce doctorat, bien des personnes ont été là pour moi. De Maxence et Lola, les amis d'enfance, à Adrien, le bras droit de prépa en passant par Camille pour les aventures. Mais je réduirais à quelques dernières personnes : Pierre, Yann, Anne-Fleur, Maxime, Solène, Lucie, Quentin, Morgane, Joana, Ophélie, Laurent, Victor, Laura, Stewee, Vincent et Tinmar. Enfin : Malwenn, Mélanie, Marielle pour ce bonheur que j'ai trouvé avec vous à Poitiers ; et Maman, Papa, Anaïs, Lucie pour votre soutien infaillible.

Mon dernier message ne peut être adressé qu'à toi Noémi. Avec un simple, mais au combien important : merci pour tout.

Sommaire

Nomenclature **vi**

Résumé **ix**

Introduction **1**

I Crises à Actium : de la bathymétrie à la stratification **5**

I.1 Histoire et légende autour de la bataille d'Actium 6

I.1.1 Contexte historique et mythe de l'échénéis 6

I.1.2 Bio-incrustation, effet gouvernail et turbulence 10

I.2 Caractéristiques navales 12

I.2.1 Flottes en présence 12

I.2.2 Maquette de navire antique et échelles réduites 14

I.2.3 Des caractéristiques océanographiques particulières 19

Synthèse 21

II Ondes générées en monocouche : effet de la bathymétrie **23**

II.1 Littérature en monocouche 25

II.1.1 Résistance à l'avancement d'un navire 25

II.1.2 Ondes en monocouche 35

II.2 Traction à vitesse constante d'une galère 51

II.2.1 Mesure de résistance avec une balance 51

II.2.2 Stéréo-réfraction 54

II.2.3 Visualisations des sillages par caméras rapides 57

II.3 Actium : des trirèmes avantagées 83

II.3.1 Résistance à l'avancement d'une galère 83

II.3.2 Carte bathymétrique et de résistances 86

Synthèse 91

III Ondes générées en bicouche : effet de la stratification **93**

III.1 Stratification : pluralités des phénomènes et des structures ondulatoires 95

III.1.1 Résistance à l'avancement d'un navire 95

III.1.2 Ondes en stratification 105

III.2 Traction à force constante 122

III.2.1 Techniques expérimentales 122

III.2.2 Régimes dynamiques des bateaux 139

III.2.3 Double système d'ondes identifié 144

III.3 Expérience de Scott Russell en bicouche 156

III.3.1 Techniques expérimentales 156

III.3.2 Observation des ondes 157
III.4 Une riche variété de structures 163
III.4.1 Déferlement du sillage de Nansen 163
III.4.2 Modes péristaltiques 165
III.4.3 Création d'un bolus 167
Synthèse 172
IV Un modèle linéaire pour la dynamique des eaux-mortes 173
IV.1 Méthode du calcul analytique du modèle linéaire 174
IV.1.1 Fonctionnement du calcul 174
IV.1.2 Discrétisation, maillage et comparaison calculs numériques-expériences 175
IV.2 Résultats numériques et compréhension du phénomène d'eaux-mortes 179
IV.2.1 Le phénomène d'eaux-mortes réexpliqué 179
IV.2.2 Courbes d'Ekman détaillées : étude asymptotique 180
IV.3 Effets du confinement latéral 182
IV.3.1 Impact sur les ondes 182
IV.3.2 Impact sur la dynamique du bateau 184
IV.4 Calculs numériques à vitesse constante 186
IV.4.1 Asservissement de la force de traction 186
IV.4.2 Comparaison des expériences à force ou à vitesse fixées 188
IV.4.3 Pistes pour s'échapper du piège 189
Synthèse 191
V Actium : un piège ondulatoire, une légende, et des perspectives 193
V.1 Modification des ondes de surface par les ondes d'interface 194
V.2 Mesure des champs de vitesses en bicouche 196
V.2.1 Technique expérimentale de la PIV 196
V.2.2 Coupe verticale : surfer le proto-soliton 199
V.2.3 Coupe horizontale : un autre motif échénéis 201
V.3 Questions ouvertes et perspectives 205
V.3.1 Effets d'eaux-mortes dans le bassin des carènes 205
V.3.2 Actium : d'autres pistes à explorer 207
V.3.3 Mode stationnaire au-dessus d'un obstacle : une analogie possible 210
V.3.4 Après la bataille d'Actium 211
Synthèse 213
Conclusion 215
Références bibliographiques 219
Annexes 232

Nomenclature

Constantes physiques

g	accélération de la pesanteur	$9.81\ [\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}]$
ν	viscosité cinématique de l'eau	$1.0 \times 10^{-6}\ [\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}]$
γ	tension de surface de eau-air	$72.8\ [\mathrm{kg.m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}]$

Paramètres monocouche

h	hauteur d'eau	[m]
$H_m(x)$	hauteur d'eau moyenne (mode 0)	[m]
ρ	masse volumique de l'eau en mono-couche	$998,2\ [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$
c_g	vitesse critique d'onde de surface	$[\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$

Paramètres en bicouche

h_t	hauteur d'eau totale	[m]
h_1	hauteur de la couche supérieure (eau douce)	[m]
h_2	hauteur de la couche inférieure (eau salée)	[m]
d	épaisseur de transition	[m]
ρ_1	masse volumique couche supérieure en bicouche	$[\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$
ρ_2	masse volumique couche inférieure en bicouche	$[\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$
$\rho(z)$	profil de masse volumique le long de la colonne d'eau	$[\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}]$
c_ϕ	vitesse critique d'onde d'interface	$[\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$

Paramètres géométriques du navire

$U_b(t)$	vitesse d'avancée	$[\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$
L_b	longueur	[m]
B_b	maître-bau (largeur maximale)	[m]
T_b	tirant d'eau (enfoncement)	[m]
M_b	masse du bateau	[kg]
A_b	section transverse du bateau	$[\mathrm{m}^2]$

Paramètres géométriques du canal

L	longueur	[m]
W	largeur	[m]
A_c	section transverse du canal	$[\mathrm{m}^2]$
m	taux de blocage, coefficient de blocage	
$U(x)$	vitesse du courant	$[\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$
Q	débit	$[\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}]$
$q = Q/W$	débit par unité de largeur	$[\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}]$
$o(x)$	géométrie d' l'obstacle	[m]

Nombres sans dimension

$\mathrm{Fr}_h = U/\sqrt{gh}$	nombre de Froude de hauteur d'eau
$\mathrm{Fr}_{L_b} = U/\sqrt{gL_b}$	nombre de Froude de longueur du bateau
$\mathrm{Fr}_I = U_b/c_\phi$	nombre de Froude interne

Méthodes expérimentales

f_{acqui}	fréquence d'acquisition	$[\mathrm{s}^{-1}]$
t_{acqui}	temps d'acquisition	[s]
Δx	résolution spatiale	[m]
L_{ROI}	largeur de la fenêtre de visualisation	[m]
R_t	résistance totale	$[\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}]$
R_v	résistance de frottement	$[\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}]$
R_w	résistance de vagues	$[\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}]$
F_t	force de traction	$[\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}]$
m_t	masse de traction	[kg]
m_{start}	masse initiale supplémentaire de traction	[kg]

Analyse ondulatoire

ω	pulsation dans le repère du laboratoire	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$
k	nombre d'onde dans le repère du laboratoire	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{m}^{-1}]$
k_x	nombre d'onde longitudinal	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{m}^{-1}]$
k_y	nombre d'onde transversal	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{m}^{-1}]$
λ	longueur d'onde	[m]
FFT	transformée de Fourier rapide	
Δk	résolution spectrale en espace	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{m}^{-1}]$
$\Delta\omega$	résolution spectrale en fréquence	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$
k_{max}	nombre d'onde maximal	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{m}^{-1}]$
ω_{max}	pulsation maximal	$[\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$
$dh_S(t,x)$	fluctuation de la surface	[m]
$dh_I(t,x)$	fluctuation de l'interface	[m]
$d\tilde{h}_{S,I}(\omega,k)$	Transformée de Fourier spatiotemporelle des fluctuations (interfaciales ou surfaciques)	[m]

Résumé de la thèse

La bataille navale d'Actium, qui s'est déroulée à l'embouchure du golfe Ambracique, fut un tournant de l'Antiquité en opposant trois personnages historiques (Octave contre Cléopâtre et Marc-Antoine). Ce combat a connu une issue inattendue, la flotte d'Octave s'imposant sur celle d'Antoine, pourtant composée d'embarcations plus imposantes. Pour élucider ce mystère, les commentateurs de l'époque ont évoqué l'échénéis ou rémora, un poisson qui aurait eu le pouvoir de ralentir à lui seul une galère.

À l'aune de mesures océanographiques modernes, et sur la base d'une approche pluridisciplinaire, ce travail de thèse cherche à expliquer les évènements qui sont survenus le 2 septembre 31 av. J.-C.. Les eaux d'Actium présentent deux singularités : des hauts fonds et une stratification en densité faisant du golfe l'unique fjord de Méditerranée. Chacun de ces aspects a été exploré à travers des expériences en laboratoire, étayées de calculs analytiques.

Dans un bassin des carènes, une reproduction de la galère antique Olympias est tractée à vitesse constante. L'analyse de la surface libre montre que le sillage du navire présente un motif particulier accompagnant la crise de résistance à l'avancement due aux effets de profondeur d'eau finie. Pour des vitesses proches de celles nécessaires à la technique martiale de l'éperonnage, les ondes divergentes du sillage se déplient, formant alors des bandes parallèles. Le pic de résistance et l'amplitude des ondes sont d'autant plus marqués que le rapport entre tirant d'eau et profondeur est grand, favorisant de ce fait les galères légères.

La présence d'un bicouche avec une marche en densité au niveau de la pycnocline, caractéristique particulière de l'embouchure, est connue pour être responsable d'un autre phénomène de ralentissement des navires appelé effet d'eaux-mortes. D'après la littérature antérieure, le mouvement d'un bateau au sein d'une stratification entraîne la génération d'ondes internes causant là encore une résistance à l'avancement, ainsi que des oscillations en vitesse. À partir du développement d'une technique de détection subpixel permettant de suivre des ondes internes micrométriques, et en tractant à force constante une maquette de bateau dans un aquarium stratifié, deux systèmes d'ondes ont pu être identifiés. Le premier est un sillage interne, stationnaire dans le référentiel du bateau : nommé sillage de Nansen, il est responsable d'un ralentissement continu du navire. Le second est une dépression ondulante dispersive, appelée onde d'Ekman, générée par l'accélération initiale du bateau. Longtemps confondue avec une émission périodique de solitons internes, l'onde d'Ekman peut être approximée par une onde linéaire agissant sur le bateau comme un tapis roulant bosselé. Le navire ressent alors une résistance de vague fluctuante, justifiant l'apparition d'oscillations en vitesse.

Un modèle analytique linéaire a été développé et mène à des expériences numériques de stratification. Il apparaît que le caractère oscillant des eaux-mortes n'est qu'une période transitoire de la dynamique du bateau : l'onde d'Ekman finit par s'échapper à la proue ou par être abandonnée à la poupe. De plus, les confinements latéraux imposés par les expériences de laboratoire accentuent ces phénomènes. Enfin, des mesures de champs de vitesses en milieu stratifié révèlent que le sillage de Nansen crée des courants modifiant l'aspect des ondes surfaciques et provoquant l'apparition de bandes lisses ou rugueuses dans le sillage de surface.

Les particularités du golfe Ambracique font de la bataille d'Actium une curiosité sur le plan de la physique des interactions ondes-courants-bateaux. Bathymétrie et stratification jouent toutes deux un rôle sur la dynamique des bateaux, pouvant les empêcher d'atteindre les vitesses recherchées, et faisant apparaître dans la forme du sillage des bandes ou ondes transverses rappelant le disque de succion du rémora. Peut-être l'origine de la légende de l'échénéis ?

Abstract

The naval battle of Actium, located in the mouth of the Ambracian Gulf, is a turning point of Antiquity as is featured three historical figures (Octavian versus Cleopatra and Antony) against each other. The battle had an unexpected outcome, with Octavian's fleet defeating Antony's, despite its more sizeable ships. To solve this mystery, the commentators of the time mentioned the echeneis, a fish that had the power to slow down a galley by itself.

In the light of modern oceanographic measurements, and based on a multidisciplinary work, this thesis focuses on understanding the events that took place on September 2nd 31 BC. The mouth of the Gulf has two singularities : shallow waters and a density stratification that makes the gulf the only fjord in the Mediterranean. Each of these aspects has been explored through laboratory experiments, supported by analytical calculations.

In a towing tank, a reproduction of the ancient galley Olympias is towed at constant speed. The analysis of the free surface shows that the ship's wake presents a particular pattern accompanying the drag crisis due to shallow water effects. At speeds close to those required for the martial technique of ramming, the divergent waves in the wake unfold, forming parallel bands. The drag peak and the waves' amplitude are more pronounced as the ratio between draught and depth is big, thus favouring light galleys.

The presence of a bilayer with a density step at the pycnocline, a singular nature of the mouth, is known to be responsible for another phenomenon of ship slowing down, called the dead-water effect. According to earlier literature, the movement of a ship within a stratification leads to the generation of internal waves, again causing drag, and to speed oscillations. From the development of a subpixel detection's method to track micrometric internal waves, and by pulling a model boat at constant force through a stratified aquarium, two wave systems were identified. The first is an internal wake, stationary in the ship's frame of reference. Named Nansen wake, it is responsible for a continuous slowing down of the boat. The second is a dispersive undulating depression, called Ekman wave, generated by the initial ship's acceleration. Long mistaken for a periodic emission of internal solitons, the Ekman wave can be approximated as a linear wave acting on the boat like a bumpy treadmill. Then, the ship sustains a fluctuating wave drag, justifying the formation of speed oscillations.

A linear analytical model was developed, leading to numerical stratification experiments. It appears that the dead-water's oscillation phenomenon is only a transient period of the ship's dynamics : with time, the Ekman wave eventually escapes at the bow or is released at the stern. Moreover, the lateral confinements imposed by laboratory experiments accentuate these phenomena. Finally, measurements of velocity fields in a stratified environment reveal that the Nansen wake creates currents which modify the appearance of the surface and cause the appearance of smooth or rough bands in the surface wake.

The particularities of the Ambracian Gulf make the Battle of Actium a curiosity in terms of the Physics of waves-currents-boats interactions. Bathymetry and stratification both play a role in the ships' dynamics, which can prevent them from reaching the desired speeds, and cause bands or transverse waves in the stern wake, reminiscent of the remora's sucking disk. Is it perhaps the origin of the echeneis' legend ?

Introduction

Que s'est-il passé le 2 septembre 31 avant Jésus-Christ ? Alors que la République romaine se déchire entre le camp d'Octave (futur premier empereur sous le nom d'Auguste) et celui de Marc-Antoine et Cléopâtre, l'issue du monde antique se joue autour d'une bataille navale. Une légende perdure à travers les siècles, celle d'un petit poisson appelé rémora ou échénéis capable de ralentir à la force de sa nage une flotte. C'est en tout cas ce qu'affirment des commentateurs de la bataille : si Marc-Antoine a abandonné la stratégie militaire de l'éperonnage, consistant à se servir de son rostre comme bélier, c'est que les dieux romains auraient envoyé un échénéis pour stopper sa flotte et favoriser son adversaire.

Ce thème peut paraître bien éloigné de la mécanique des fluides. Et pourtant, les interactions entre bateaux, courants et ondes ont sans doute été les outils de Neptune pour sceller la victoire octavienne. Les scientifiques ont proposé des scénarios où la bio-incrustation est la cause des ralentissements observés. Pour autant, des mesures océanographiques de l'embouchure du golfe Ambracique, lieu où s'est déroulée la bataille, mettent en évidence des singularités. Tout d'abord, cette région est réputée pour avoir une bathymétrie composée de hauts fonds. Deuxièmement, l'alimentation du golfe Ambracique par plusieurs rivières crée une stratification en densité le long de la colonne d'eau. Les deux couches d'eaux, eau douce sur eau salée, font de l'embouchure l'unique fjord de Méditerranée. Ces caractéristiques sont toutes deux connues pour générer des crises à l'avancement des navires. Les étudier pourrait donc offrir une nouvelle lecture des évènements à l'origine de la défaite antonienne, et peut-être même une autre interprétation de la légende du rémora.

La mécanique des fluides ne peut replacer à elle seule toutes les pièces du puzzle. Au contraire, une approche pluridisciplinaire regroupant des domaines aussi variés que la linguistique, l'histoire, les mathématiques ou encore la physique offre toutes les chances de percer le mystère. Ainsi, les historiens nous renseignent sur les flottes présentes et leurs mouvements au cours de la bataille. Les océanographes nous transmettent les particularités océanographiques de la région, en prenant en compte les modifications qu'elle a subies au cours du temps. À travers l'étude des textes et rapports d'époque, les linguistes proposent des interprétations des divers témoignages, démêlant légendes, propagandes et observations. Les architectes navals conduisent à des reproductions "fiables" de galères romaines. Grâce aux théories de résistances à l'avancement des navires, et en lien avec les mesures et résultats historiques, les mathématiciens et physiciens des ondes remontent à des dynamiques possibles des vaisseaux au cours de la bataille. Enfin, mécaniciens des fluides et expérimentateurs illustrent ces théories de mesure à échelle réduite, corroborant ou réfutant les hypothèses et précisant les descriptions scientifiques des interactions ondes-courants-bateaux.

C'est dans cette optique que j'ai rejoint l'Institut Pprime et commencé cette thèse et collaboration avec de nombreux chercheurs : Germain Rousseaux (Institut Pprime, Université de Poitiers), Clément Caplier (Institut Pprime, Université de Poitiers), Yann Devaux (Institut Pprime, Université de Poitiers), Areti Gianni (Université de Patras), Ierotheos Zacharias (Université de Patras), Isabelle Jouteur (Formes et représentations en linguistique, littérature et dans les arts de l'image et de la scène [FORELLIS], Uni-

versité de Poitiers), Paul-Marius Martin (Université de Montpellier), Julien Dambrine (Laboratoire de Mathématiques et Applications [LMA], Université de Poitiers), Madalina Petcu (LMA, Université de Poitiers) et Morgan Pierre (LMA, Université de Poitiers). Le projet a été soutenu par la Mission interdisciplinaire du Centre national de la recherche scientifique (CNRS) en 2013, par l'Agence nationale de la recherche française à travers la subvention ANR-15-CE30-0017-04 associée au projet HARALAB (Hawking Radiation at the Laboratory), par l'Action Concertée Incitative, un financement interne du laboratoire Pprime, ainsi que du soutien du projet OFHYS (Optimisation de formes en hydrodynamique surface libre) financé dans le cadre des 80 ans du CNRS pour les projets transverses. J'ai pu bénéficier du soutien de l'équipe Hydée et Curiosité au sein du département Fluide Thermique et Combustion (FTC), ainsi que de l'équipement de la plateforme hydrodynamique environnementale (pHE) et de la métrologie de l'Institut Pprime. Cette thèse est une opportunité de rassembler l'ensemble des travaux réalisés au cours de ces dernières années. Elle présente donc aussi bien les bathymétries déterminées par Ierotheos Zacharias et Areti Gianni de l'université de Patras lors de leur campagne de mesures ayant précédée mon arrivée, que les résultats et exploitations des nombreuses expériences effectuées à l'Institut Pprime au cours de ces trois ans.

Le premier chapitre consiste donc en une description de la bataille d'Actium et de ces éléments connus : faits de bataille, flottes en présence et océanographies. L'armada de chacun des camps est représentée par une galère : une décarème dans le cas de Marc-Antoine, une trirème pour Octave. Des similitudes géométriques et de Froude en hauteur sont appliquées. Cette ouverture sur le conflit romain est aussi l'occasion de revenir rapidement sur la légende de l'échénéis et des éléments linguistiques.

Puis, dans le deuxième chapitre, une série d'expériences menée dans le bassin d'essais des carènes se penche sur les effets de profondeur d'eau finie en fonction du tirant d'eau. Cette partie, qui commence sur une bibliographie des ondes de surface et des résistances à l'avancement d'un navire, traite de la génération et des modifications du sillage d'une maquette de galère antique reprenant les dimensions de la trière grecque Olympias. Des calculs théoriques de résistance de vagues en milieu confiné confortent ces observations en vue de dessus.

Le troisième chapitre s'attarde sur les phénomènes d'eaux-mortes et fait état de la littérature sur les ondes internes. Sous le nom d'eaux-mortes se cachent des dynamiques particulières observées lorsqu'un bateau navigue dans une stratification en densité. Dans un aquarium, un bicouche est créé et un bateau de petite taille y est tracté à force constante, laissant la liberté à la maquette de freiner ou d'accélérer. En vue de côté, la déformation de la pycnocline est mesurée à l'aide d'une nouvelle méthode de détection subpixel présentée ici. Des expériences de l'ingénieur Scott Russell, initialement réalisées en monocouche, ont ensuite été adaptées au cas de bicouche. Grâce à une étude spectrale des perturbations produites à l'interface, un modèle linéaire à deux systèmes ondulatoires est établi.

Ce modèle est exploité dans un quatrième chapitre, où un calcul analytique reproduit les dynamiques d'un bateau piégé en eaux-mortes. Ce dernier capture tout aussi bien la période transitoire du mouvement du navire que le régime asymptotique. En découle une meilleure compréhension des interactions ondes-bateaux en milieu stratifié. L'impact du confinement latéral est ensuite exploré, suivi d'une étude où la vitesse de traction est cette fois-ci imposée.

Dans le cinquième chapitre, des mesures de champs de vitesses au sein d'un bicouche sont présentées. Les courants internes observés à partir de mesures par vélocimétrie par images de particules (PIV) peuvent modifier l'apparence de la surface autour du bateau, et témoignent indirectement de la présence d'ondes internes. Depuis le pont d'une galère, les eaux-mortes responsables d'une crise de résistance ne seraient alors pas totalement invisibles. Ce dernier chapitre est aussi l'occasion d'explorer les questions autour de la bataille d'Actium perdurant ouvertes après cette thèse, et de dépasser le cadre historique afin d'y voir des perspectives pour la suite.

En effet, si cette approche pluridisciplinaire a pour vocation première de comprendre les circonstances de la défaite antonienne et de revisiter la légende de l'échénéis, les interactions ondes-courants-bateaux ont aussi de nombreuses autres applications. Une meilleure compréhension des sillages générés en milieu confiné permet l'optimisation des formes des bateaux. Les phénomènes d'eaux-mortes ont un intérêt crucial dans la navigation. On retrouve des stratifications à l'entrée de ports, au niveau d'estuaire (par exemple celui du Saint-Laurent au Québec), ainsi que dans la région des pôles où se dessinent de nouvelles routes commerciales. On soupçonne même les ondes internes d'être responsables de naufrages de sous-marins. En effet, pouvant atteindre des centaines de mètres d'amplitude, ces ondes entraînent les sous-marins imprudemment posés sur la pycnocline sous leurs lignes d'immersion maximale.

Enfin, cette thèse cherche à mettre en honneur la recherche interdisciplinaire ou multi-disciplinaire, pouvant mettre en lien autour d'un même sujet des scientifiques d'horizons différents, voire même de disciplines artistiques.



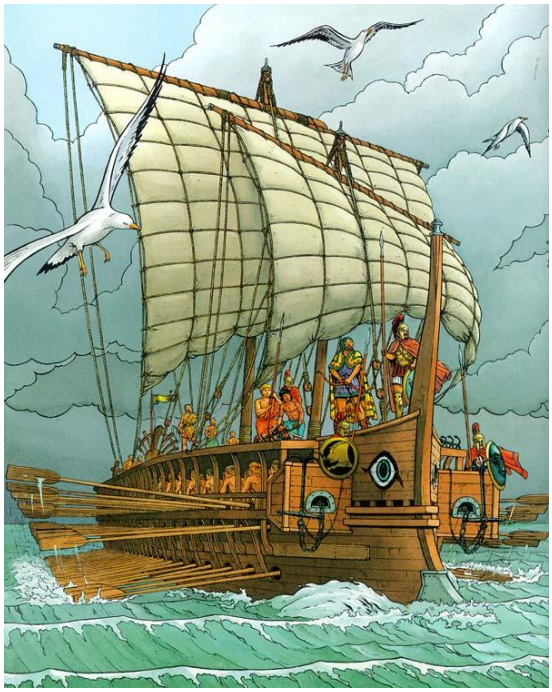
Extrait de *Actium*, bande dessinée de Jean-Yves Delitte et Filippo Cenni chez Glénat BD (2020).

> *Rare est le poisson dont l'existence de laquelle les anciens ont été également certains et qui a tellement occupé leur imagination - d'une puissance pensée pour être inhérente à la créature pour contrecarrer les agents physiques les plus forts - comme l'échénéis des Grecs ou le remora des Latins.*
>
> Albert Günther,*On the history of Echeneis, Annals and Magazine of Natural History*, 2 (10), (1918)

CHAPITRE I

Crises à Actium : de la bathymétrie à la stratification

I.1 Histoire et légende autour de la bataille d'Actium 6
I.1.1 Contexte historique et mythe de l'échénéis 6
I.1.2 Bio-incrustation, effet gouvernail et turbulence 10
I.2 Caractéristiques navales 12
I.2.1 Flottes en présence 12
I.2.2 Maquette de navire antique et échelles réduites 14
I.2.3 Des caractéristiques océanographiques particulières 19
Synthèse 21



Couverture de *Les Voyages d'Alix, la Marine antique (1)*, bande dessinée de Jacques Martin et Marc Henniquiau chez Orix (1997).

Ce premier chapitre introduit la bataille d'Actium et les études scientifiques qu'elle a engendrées. Une description des figures historiques et flottes en présence est réalisée, illustrée de rapports et témoignages de commentateurs de l'époque. Suite à la présentation des mouvements de troupes, ainsi que des mystères et légendes entourant ce conflit, nous abordons les travaux qui lui ont fait suite : mesure océanographique, architecture navale, modèle réduit d'une galère antique.

I.1 Histoire et légende autour de la bataille d'Actium

De nombreux travaux de l'équipe pluridisciplinaire ont précédé le début de cette thèse. Présentés dans ce chapitre, ils ont aussi donné lieu à une série de conférences à l'université de Poitiers entre 2013 et 2016 [Pujeau et Martin, 2013, Jouteur *et al.*, 2016].

I.1.1 Contexte historique et mythe de l'échénéis

Suite à l'assassinat de Jules César, un conflit éclate dans le monde antique opposant Marc-Antoine, bras droit de César à Octave, son fils adoptif. Le 2 septembre 31 av. J.-C., marque le tournant de la guerre civile et est une énigme pour les historiens et les scientifiques de tout temps [Martin, 1995, Sheppard, 2009, Cosme, 2014]. Ce jour-là eut lieu l'affrontement d'Antoine et Cléopâtre contre Octave dans le golfe Ambracique, près de la ville d'Actium en Grèce. En réponse au blocus imposé par le camp d'Octave, Antoine et sa flotte lourde composée entre autres de navires hellénistiques de fort tonnage [Murray, 2012, Pitassi, 2011], tente une percée et affronte la flotte octavienne, plus légère (figure 1.1). Deux mystérieuses anomalies sont venues perturber le déroulement de l'histoire : Antoine et son armée sont restés inexplicablement immobiles pendant trois heures à la sortie du golfe, puis, alors qu'ils auraient dû accélérer pour forcer les lignes adverses, ils ne sont pas parvenus à prendre de la vitesse. Cela les obligea à adopter des tactiques de combat consistant à se rapprocher de l'ennemi pour aborder leurs navires et pour lesquelles ces grands bateaux sont mal adaptés. Les sources anciennes qui mentionnent ces anomalies, soit ne donnent aucune explication, soit donnent des explications peu convaincantes. Tout semble indiquer que la flotte d'Antoine a d'abord été contrainte de rester immobile, puis qu'il ait dû se retrancher sur une tactique de combat moins prometteuse. L'explication généralement donnée par les historiens et les philologues modernes est qu'Antoine s'attendait à ce que le vent monte de la terre ; ce qui aurait permis à sa flotte de repousser celle d'Octave, pour ensuite s'éloigner en couvrant Cléopâtre qui restait à l'arrière avec le butin de guerre. Contrairement à l'usage, la flotte d'Antoine avait laissé les mâts et les voiles couchés sur le pont du navire pour, le moment venu, les utiliser et s'échapper. Ainsi ils auraient été sûrs de ne pas être rattrapés par les navires ennemis, qui eux s'étaient équipés pour combattre, c'est-à-dire uniquement de rames.

Pourtant, les évènements ne se sont pas produits de cette manière [Martin, 1995, Cosme, 2014]. La ligne de front d'Antoine s'est effondrée permettant à Agrippa, amiral d'Octave, d'attaquer la partie isolée des vaisseaux d'Antoine. Les rapports de l'époque offrent des indices sur le fait que l'immobilité antonienne n'était pas préméditée. Ses adversaires y apparaissent surpris de ce choix stratégique. Or, Octave connaissait certainement les plans d'Antoine et la tactique qu'il adopterait puisque son camp comptait des officiers en défection de l'armée antonienne. Le dernier ayant même changé de camps la veille de la bataille. Malgré ces renseignements, Octave est dit surpris de voir la flotte adverse immobile à l'embouchure du golfe. D'autres éléments viennent appuyer la thèse d'un évènement anormal ayant eu lieu. Les batailles antiques débutées par une harangue de chaque chef à ses troupes. Le but de ce discours étant de motiver et de donner confiance à son armée, le dirigeant le fait depuis une position dominante : à cheval lors de batailles terrestres,

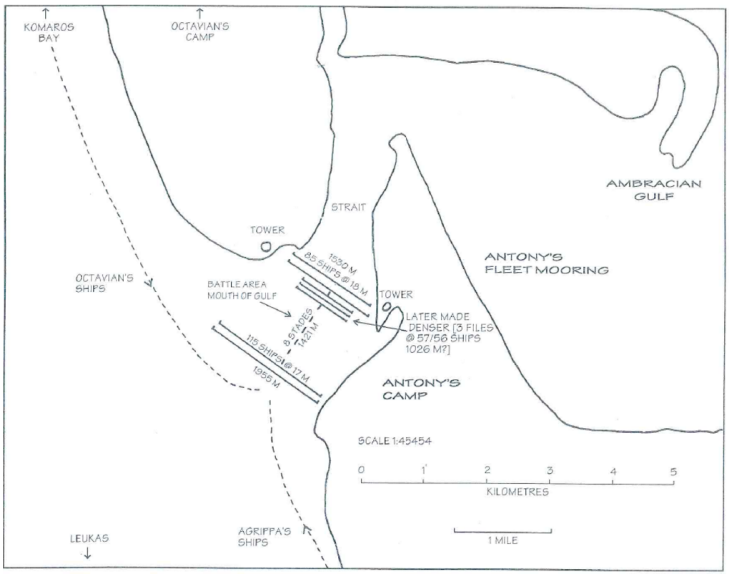


Figure 1.1 – Positions supposées des navires lors de la bataille d'Actium. Figure tirée de [Morrison *et al.*, 2000].

depuis la poupe d'un navire amiral de haut rang dans le cas des batailles navales. Pourtant, Antoine s'adresse à sa flotte depuis un navire plus petit, preuve que la maniabilité des galères imposantes devait être perturbée [Carter, 1970, Martin, 1995, Lange, 2011, Murray, 2012].

> *À la bataille d'Actium, dit-on, un poisson de cette espèce arrêta le navire prétorien d'Antoine dans sa course, au moment où il courait de navire en navire pour encourager et exhorter ses hommes, et l'obligea ainsi à le quitter et à monter à bord d'un autre. C'est ainsi que la flotte de César (Octave) prit l'avantage au début et chargea avec une impétuosité redoublée*
>
> Pline l'Ancien, Histoire Naturelle, an 79 [Pline, 1980]

Au cours des siècles suivants, cette bataille a fait couler beaucoup d'encre. Ainsi, pour Tarn : *« La véritable histoire d'Antoine et Cléopâtre ne sera probablement jamais connue ; elle est trop enfouie sous la version des vainqueurs"* [Tarn, 1931]. Toutefois, une légende a été invoquée pour expliquer la défaite d'Antoine et Cléopâtre et ces mystérieux ralentissements. Pline l'Ancien [Pline, 1892] qui a écrit sur cette bataille, était naturaliste, mais aussi amiral de la marine romaine occidentale au premier siècle, donc loin d'être un amateur dans le domaine naval. Selon lui, un poisson, appelé aujourd'hui échénéis ou rémora (figure 1.2), aurait eu le pouvoir d'arrêter les navires ou du moins de retarder leur mouvement en adhérant à la coque. Cette légende a traversé le temps [Blanc, 1997, Barbara, 2006, Jouteur et Gazeau, 2020, Fourdrinoy *et al.*, 2019], et il est difficile d'y tirer le vrai de la propagande des textes retraçant cette bataille. Un simple poisson aurait-il pu faire basculer l'Histoire, en empêchant un camp de prendre de la vitesse (figure 1.3) ?

> *Néanmoins toutes ces forces, alors qu'elles poussent dans le même sens, un seul et minuscule poisson, appelé rémora, peut les contrecarrer. Les vents ont beau se ruer, les bourrasques se déchaîner ; il commande à leur fureur, entrave de si grandes puissances et contraint les navires à s'arrêter, ce que ne sauraient faire aucune amarre ni des ancres d'un poids insurmontable ; il met un frein aux élans et dompte la rage des éléments, sans aucune peine, sans effort contraire, sans faire autre chose que s'attacher. C'est bien peu et cela suffit contre tant de forces déployées pour empêcher les navires d'avancer. Les flottes armées pour la guerre se hérissent de tours défensives, pour que sur la mer aussi on combatte comme du haut des remparts. O vanité humaine ! Ces éperons, armés de bronze et de fer afin de porter des coups peuvent être immobilisés et paralysés par un petit poisson d'un demi-pied !*
>
> Pline l'Ancien, Histoire Naturelle, an 79 [Pline, 1980]

Cette légende a aussi bien pu être inventée par le camp des déchus, afin de justifier l'immobilité des bateaux, que par le camp des gagnants servant de moyen de propagande augustéenne, Neptune favorisant Octave. En effet, le rémora portait déjà de nombreuses légendes [Jouteur et Gazeau, 2020, Fourdrinoy *et al.*, 2019] avant la bataille d'Actium, servant notamment à la conception de filtres d'amour, d'où l'attachement inconditionnel de Marc-Antoine pour Cléopâtre. La légende appelle donc à reconnaitre Auguste (le nom d'empereur d'Octave) comme étant le vainqueur choisi par la nature et les dieux. Pour célébrer sa victoire, Auguste fondra la ville de Nicopolis ad Actium où se dressait un forum rostra dont certains vestiges sont encore visibles. Par symbolique, ce bâtiment était orné des rostres de plusieurs navires antoniens, une pièce métallique placée à la proue. Sans doute même le rostre du vaisseau amiral d'Antoine, une décarème abandonnée au moment de sa fuite au profit d'un vaisseau plus léger et plus rapide, une quinquérème (figure 1.5). Ces rostres ont une importance majeure dans le déroulé des batailles navales antiques. À cette époque, ils servaient d'arme d'assaut en étant utilisés comme bélier pour percer la coque adverse, à l'image d'autotamponneuses. Cette technique nécessite toutefois une vitesse conséquente, ne pouvant être maintenue dans la durée. À la suite à la défaite d'Antoine, les rostres des bateaux coulés ont été repêchés. Une hypothèse est que lorsque le navire amiral a été sorti de l'eau, un rémora a été retrouvé accroché à sa coque, soutenant la légende. Ce poisson a la capacité, à l'aide d'un disque de succion, de s'accrocher aux animaux marins (requins, tortues, baleines, *etc* ...). Les naturalistes ont depuis étudié la manière dont le disque de succion (avec un motif typique de stries parallèles) du poisson exerce une pression énorme sur son hôte. En cas de mauvais temps, l'échénéis peut même saisir la coque d'un navire ou des rochers. Or, la bataille d'Actium s'est produite après quatre jours de tempêtes.

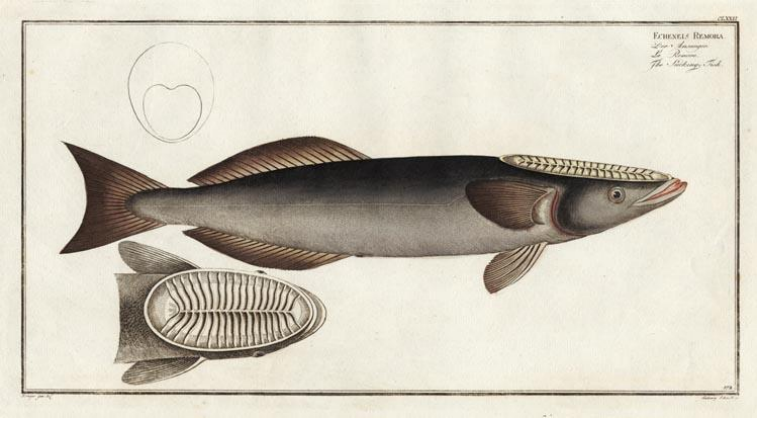


Figure 1.2 – Le rémora ou échénéis. Illustration tirée de *Ichtyologie, ou Histoire naturelle : générale et particulière des poissons (1785–1797)* de Bloch.

> *L'échénéis a une tête aplatie avec un rostre triangulaire. La partie supérieure de cette tête supporte une sorte de ventouse ou disque céphalique, permettant au rémora fuselé de se fixer sur d'autres animaux et parfois même sur des coques de bateau. De forme ovale, ce disque adhésif est composé de 20 à 28 paires de lames transversales, dentelées et mobiles [...] entourées d'une sorte de bourrelet ovale. Les rémoras sont à l'origine de nombreuses légendes.*
>
> Patrick LOUISY, *Guide d'identification des poissons marins*

Plutarque donne des détails sur le déroulement des premiers instants de la bataille navale : *Antoine allait de tous côtés sur une barque, exhortant les soldats, qui à cause de la lourdeur de leurs vaisseaux, devaient combattre de pied ferme, comme s'ils étaient solidement installés à terre, et recommandant aux pilotes de soutenir le choc des ennemis sans bouger, comme si leurs navires étaient au mouillage, et de maintenir leur position à l'embouchure du Golfe qui était étroit et difficile. « Cæsar [Octave]... a été étonné de voir l'ennemi immobile dans le goulet, en effet, leurs navires avaient l'apparence d'être à l'ancre. Il en resta convaincu assez longtemps, et tint ses vaisseaux éloignés des ennemis à une distance d'environ 8 stades (*1500 m*) »* [Pelling, 1988]. On retrouve ici la notion de surprise, la flotte octavienne s'attendant à une tentative de percée, mais aussi l'image d'un bateau à l'« ancre ». Une des interprétations possibles de l'utilisation de ce terme repose sur la légende des « échénéis », puisque, étymologiquement, ce mot porte une ambiguïté. *Eche in-* peut à la fois signifier *se tenir* et *retenir*, tandis que *naus* vient de *navire*. Ainsi, un *échénéis* rapporte à un poisson se tenant au bateau et retenant le navire. On associe souvent l'échénéis au terme *naucrates* signifiant *contrôler, maîtriser le bateau*. Enfin, *rémora* fait écho à la notion de *retard* en latin. En anglais, on le nomme *ship-holder*, et en latin on le retrouve parfois sous le nom *remeligo*, c'est-à-dire *lier les rames*. Pline l'Ancien justifie les difficultés auxquelles les galères d'Antoine étaient confrontées par cette légende antique. Pour le traducteur de Pline, J. Bostok, le mythe échénéidien est *« une tradition absurde, sans doute, inventée, probablement pour pallier la disgrâce de la défaite »*. Mais pour d'autres, l'autorité de Pline l'Ancien l'amiral (et des commentateurs ultérieurs) est telle qu'il ne se serait pas appuyé sur un tel récit même pour protéger la réputation d'Antoine et Cléopâtre.

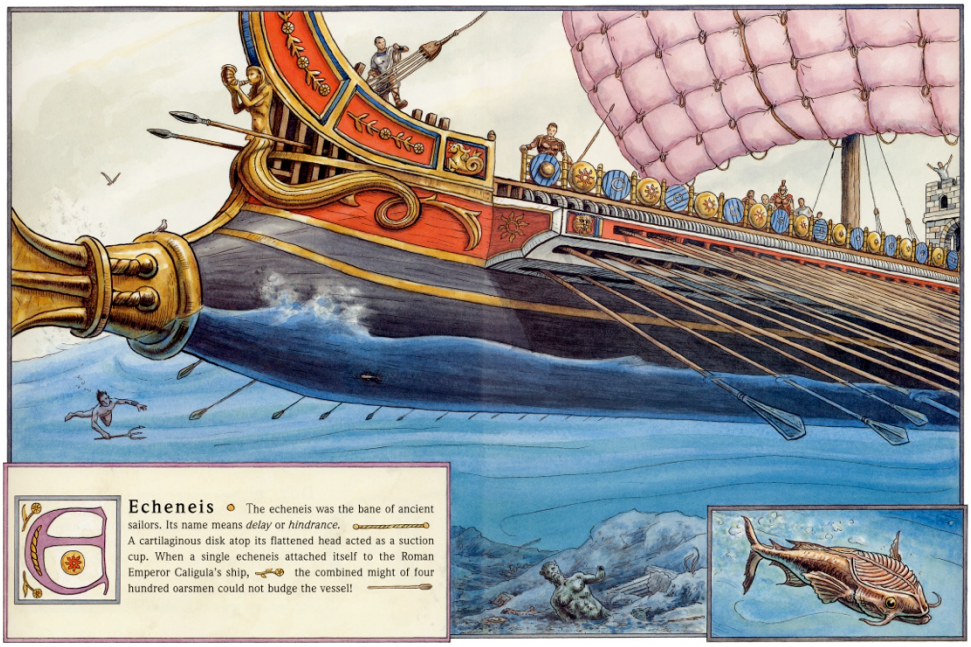


Figure 1.3 – La légende de l'échénéis stoppant les bateaux. Courtesy Jonathan Hunt.

> *Il s'agit d'un poisson qui a reçu en partage la haute mer, qui est de couleur noire, de la taille d'une anguille moyenne, et qui tire son nom de ce qu'il fait quand, après s'être attaché avec une force destructrice à un navire qui file porté par une bonne brise, et après avoir planté ses dents à l'extrémité de la poupe, il retient l'élan du navire, l'entrave et le bloque, à l'instar d'un homme qui tire violemment en arrière, par un coup sec sur les rênes, un cheval farouche qui refuse le mors. En vain on donne toute la voile, les vents soufflent sans aucun effet, et les passagers sont démoralisés.*
>
> Élien, De la Personnalité des animaux [Elien, 2001]

I.1.2 Bio-incrustation, effet gouvernail et turbulence

Certains scientifiques ont cherché à apporter d'autres raisonnements et arguments à ces ralentissements. Une approche de la légende est d'accepter la présence de rémoras accrochés à la quille du bateau, mais non pas seulement un unique poisson. En nombre, les poissons peuvent modifier la forme apparente du navire, alors moins hydrodynamique, et augmentant le frein turbulent. De plus, un poisson non fixé dans le sens du navire viendra jouer un rôle de gouvernail s'opposant au mouvement, jouant ici un effet gouvernail. Ces explications rapides ne sont toutefois pas toujours valides. Dans le cas d'un gros navire, l'effet gouvernail ou le frein turbulent vont être négligeables.

Une autre approche est de voir le poisson comme un témoin de la bio-incrustation [Gudger, 1918]. La présence de rémora serait une preuve du mauvais entretien de la flotte antonienne. Les navires d'Antoine ayant connu un blocus dans le golfe Ambracique, il se peut que leurs états se soient dégradés, favorisant le dépôt d'algues ou crustacés sur ses parois. C'est ainsi qu'un soldat met en garde son chef dans la pièce de Shakespeare *Antoine et Cléopâtre* :

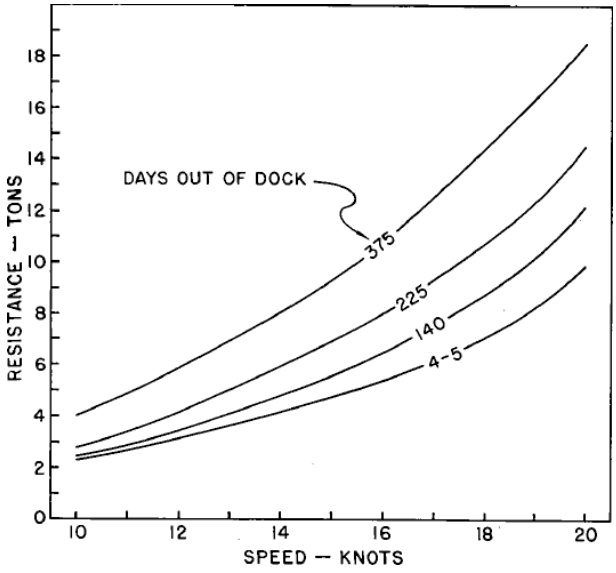


Figure 1.4 – Résistance à l'avancement du navire en fonction du nombre de jours depuis le dernier radoub (entretien de la coque du navire). Figure tirée de [Institution et of Ships, 1952].

> *Ô noble empereur, ne combattez point sur mer ; ne vous fiez pas à des planches pourries. Est-ce que vous vous défiez de cette épée et de ces blessures ? Laissez aux Égyptiens et aux Phéniciens l'art de nager comme les oisons : nous, Romains, nous avons l'habitude de vaincre sur terre, et en combattant de pied ferme.*
>
> Shakespeare - Antoine et Cléopâtre, Œuvres complètes, traduction Guizot, Didier, 1864, tome 2

En opposition à Pline, Plutarque soutient cette idée. Il n'évoque d'ailleurs pas la légende du rémora dans *Les Vies Parallèles, Vie d'Antoine*, mais seulement dans *Les Symposiaques, Livre 2, Question VII* (en 46), retranscrivant des « propos de table » (soit des discours douteux tenus après quelques verres) :

> *C'est une seule et même cause qui retarde la marche du vaisseau et qui attire le rémora. [...] Qaund cette coque, profondément humectée et trempée, amasse de nombreux fucus et des concrétions moussues, le bois de la quille a moins de force pour fendre l'eau ; et les vagues donnant contre cette masse visqueuse ne s'en détachent pas aisément. C'est pour cela que l'on racle les parois d'un navire, afin d'en détacher la mousse et les herbes marnes. En faisant cette opération, il est possible qu'on ait découvert quelque rémora retenu par ces matières visqueuses ; et l'on aura pensé qu'il était la cause du ralentissement de la marche pour le navire : tandis qu'on aurait dû reconnaître, qu'il n'était qu'un accessoire à la cause même de ce ralentissement.*
>
> Plutarque,Les Symposiaques, Livre 2, Question VII.

en effet, un bateau possédant une coque propre fendra l'eau plus facilement qu'un navire couvert de mousse. Ainsi, un bateau au mouillage depuis plusieurs jours présente une résistance plus élevée (figure 1.4).

Si l'effet gouvernail ou le frein turbulent imposés par des rémoras sont des effets anecdo-

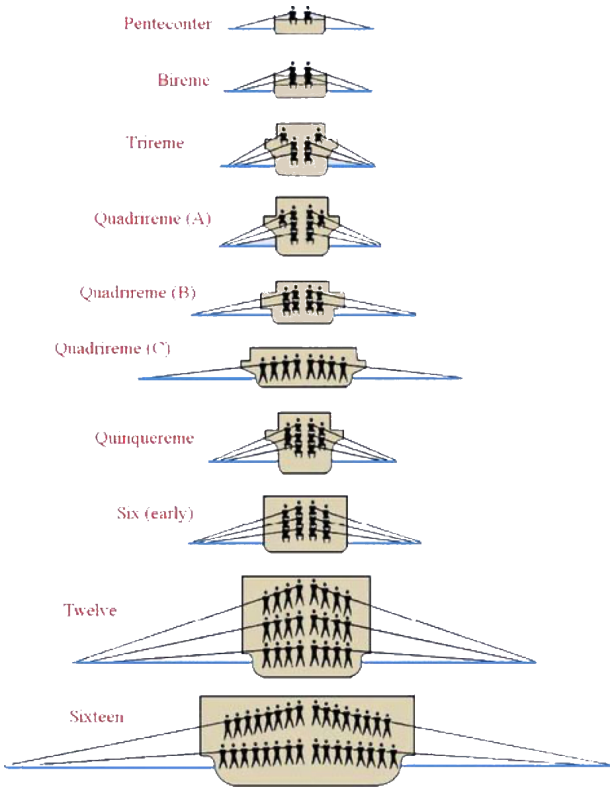


Figure 1.5 – Représentations de galères de différentes classes (de 1 à 16). La classe fait référence au nombre de rameurs par banc de nage et non au nombre de rames. Figure tirée de [Foley et Soedel, 1981].

tiques, la bio-incrustation joue un rôle pouvant être reconnu. L'encrassement biologique des coques de navire n'est pas étudié dans cette thèse, mais des détails sur son influence et comment le prendre en compte peuvent être trouvés dans la thèse de Andrea Farkas [Farkas, 2021].

Gudger [Gudger, 1918] conclut son examen des explications à la défaite antonienne par la déclaration catégorique *« qu'un autre mythe des anciens se dissipe dans les airs »*. Cette thèse cherche à défier ce point de vue, en donnant une part de raison à Pline face à Plutarque, grâce à l'analyse de nouvelles raisons scientifiques des difficultés de manœuvre.

I.2 Caractéristiques navales

Les nouvelles connaissances découvertes lors des dernières années sur l'océanographie du lieu de la bataille, l'architecture navale des bateaux de l'époque, permettent une reproduction partielle des conditions ayant mené à ce mystère. Des expériences en laboratoire ont donc été réalisées afin de reproduire ces configurations supposées. Le niveau d'eau, les vitesses et les dimensions du navire ont été déterminés à l'aide de mesures bathymétriques, des données d'archéoarchitecture navales et des rapports historiques de la bataille.

I.2.1 Flottes en présence

Les deux flottes présentes à Actium avaient des caractéristiques très différentes en ce qui concerne leurs architectures. D'après les rapports historiques [Pline, 1892, Martin, 1995], Octave a présenté une flotte composée de galères à rames de classes de 2 à 5, à savoir

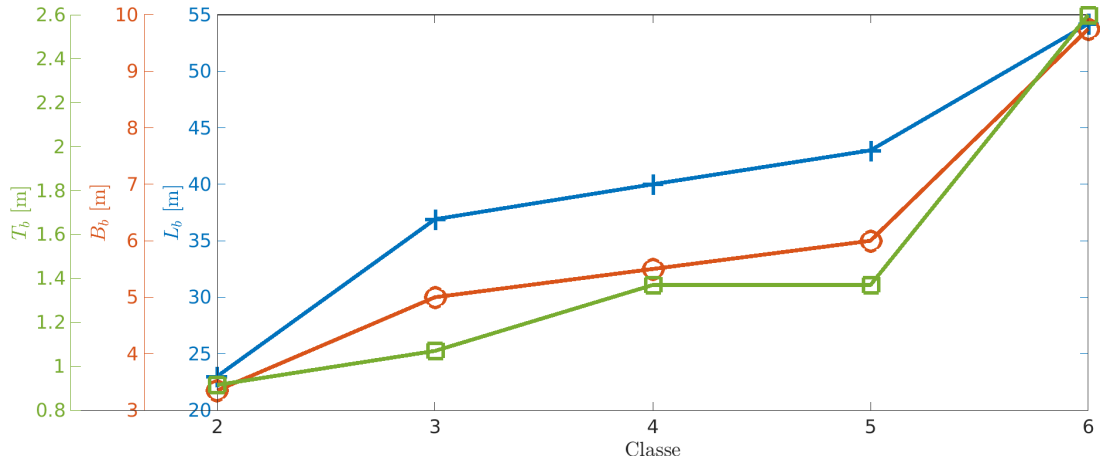


Figure 1.6 – Dimensions des navires romains en fonction de leur classe, d'après les travaux de [Pitassi, 2011].



Figure 1.7 – (GAUCHE) Trière grecque Olympias de Coates et Morrison [Morrison *et al.*, 2000]. (DROITE) Schéma de la maquette d'une galère antique à échelle réduite.

de birème à quinquérème. La classe se réfère au nombre de rameurs par banc de nage (figure 1.5). Contrairement à la flotte octavienne qui était légère, la flotte antonienne était lourde avec des classes de 4 à 10 (la classe 10 est ce qu'on appelle décarème). Comme discuté auparavant, le navire amiral d'Antoine, une décarème, a été retardé de plusieurs heures alors que les navires octaviens se déplaçaient librement.

Il ne reste aujourd'hui ni navire antique d'époque, ni plan de ces derniers, tous ayant été détruits par le temps. Il semble cependant qu'il y ait un consensus autour des plans navals d'une trirème avec une légère variation selon les périodes : la trière Olympias du Ve siècle av. J.-C.. Les historiens Coates et Morrison ont pu en 1987 en bâtir une reconstitution, et la faire naviguer [Coates, 1987, Morrison *et al.*, 2000] (figure 1.7). Bien qu'il existe quelques différences entre la trière grecque et la trirème romaine, cette reconstruction a permis une meilleure connaissance de la navigation d'un tel bateau : vitesse de croisière et vitesse maximale, résistance à l'avancement... Lors de la navigation de cette galère dans le canal de Corinthe, donc en présence d'un confinement latéral et en eau profonde, on distingue le sillage d'arcasse (figure 1.8). Le sillage de proue est quant à lui assez faible, surement perturbé par les nombreuses rames propulsant le bateau.

Malheureusement, il n'y a aucune preuve historique des dimensions réelles d'une décarème. En effet, les classes de bateaux supérieures à 5 n'étaient plus construites après la bataille



Figure 1.8 – Trière grecque Olympias de Coates et Morrison [Morrison *et al.*, 2000] naviguant dans le canal de Corinthe en août 1992. La galère se trouve en eau profonde avec un confinement latéral. Photo de Rosie Randolph.

d'Actium, principalement à cause de la défaite d'Antoine. Concomitante à la fin de l'ère hellénistique, la construction de ces grands bateaux a été arrêtée. Les dimensions et géométries des rostres sont connues grâce aux travaux de William Murray [Murray, 2012] et de l'Institute for the Visualization of History qui nous ont fourni la numérisation 3D d'un de ces « rostres ». Il est aussi possible d'estimer la taille de ces galères à partir des dimensions des classes inférieures documentées dans les travaux de Pitassi [Pitassi, 2011].

Dans cette étude, les classes représentatives de bateaux choisies pour les deux flottes sont :
- une trirème pour Octave,
- une décarème pour Antoine,

toutes deux équipées d'un rostre Athlit [Murray, 2012]. Ce type de rostre appartient à une classe 4, cependant, en raison de la taille réduite de notre modèle de navire de guerre dans les expériences, les différences dans la géométrie et l'époque du rostre seraient négligeables à ces échelles. Le cabinet d'architecture navale Mauric a alors adapté le rostre de classe 4 au plan de la trirème fourni par le *Trireme Trust*.

I.2.2 Maquette de navire antique et échelles réduites

Nous avons utilisé la forte hypothèse suivante : nous considérons que les dimensions d'une décarème représentaient le double de celles d'une trirème. Premièrement, les anciens rapports insistent sur le gigantisme des plus gros bateaux à Actium : Florus parle des navires Antoniens « *étant montés avec des tours et des ponts élevés, ils se déplaçaient comme des châteaux et des villes, tandis que la mer grondait et que les vents étaient fatigués. Pourtant, leur ampleur était leur destruction* ». Deuxièmement, grâce aux études archéologiques de William Murray, nous avons des preuves indirectes de la massivité des

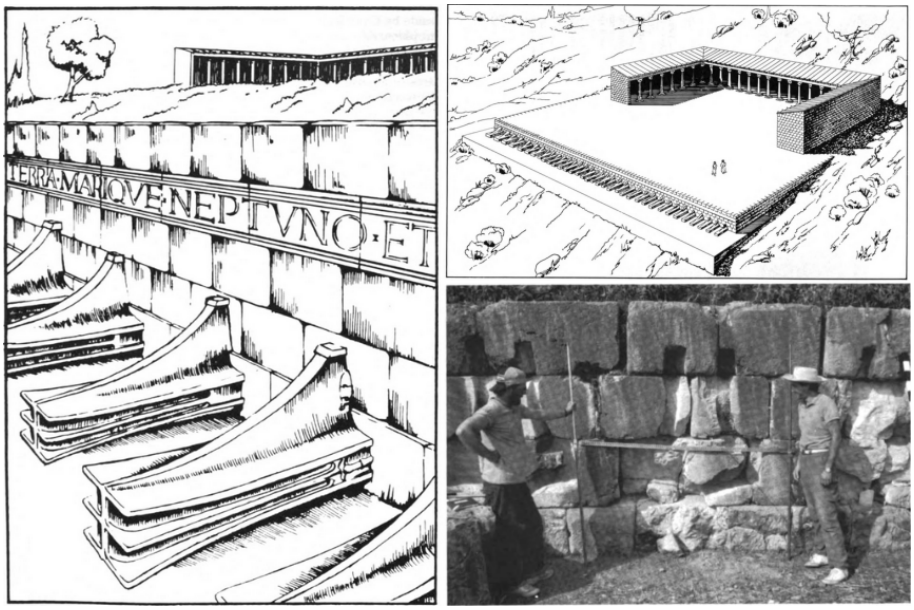


Figure 1.9 – Reconstruction des tailles de rostres à partir des empreintes retrouvées sur le temple d'Apollon à Nicopolis. Figures tirées de[Murray *et al.*, 1989].

navires de guerre à Actium. En effet, son équipe a pu identifier la taille des plus gros bateaux grâce à l'étude des empreintes de rostres dans les alvéoles du temple d'Apollon à Nicopolis. Juste après la bataille, Octave dédia à Apollon un trophée avec toutes les tailles de rostres pris sur les bateaux antoniens, de la classe 1 à la classe 10. En multipliant les dimensions d'une trirème (classe 3) par un facteur deux afin d'obtenir une décarème (classe 10), le tirant d'eau et la largeur obtenus semblent compatibles avec les extrapolations des historiens. En effet, d'après les travaux de Murray [Murray, 2012], le rostre d'une décarème a une section quatre fois plus grande que celle d'une trirème, d'où un facteur deux en taille.

Des doutes légitimes pourraient être formulés quant à la longueur puisqu'un bateau de soixante-dix mètres de long impliquerait peut-être des contraintes technologiques quant à sa construction, sa stabilité et sa résistance à la flexion. Pour autant, les navires de Nemi [Reggiani, 2000], d'une longueur de 73 m et d'un maître-bau de 24 m, nous rassurent sur la capacité à construire ces monstres dans la période antique. Ce faisant, on compense en quelque sorte par le fait que l'on garde le même coefficient de bloc C_b (le rapport entre le volume occupé par le navire et le volume du parallélépipède rectangle le contenant entièrement, ici $C_b = 0.37$) pour la trirème et la décarème. De plus, comme nous le verrons, le paramètre important dans le cadre de la bataille navale d'Actium n'est pas la longueur du bateau, mais le ratio entre le tirant d'eau respectif des navires T_b ($T_b \approx 1$ m pour une trirème et $T_b \approx 2 - 3$ m pour une décarème) et la profondeur d'eau h. Il est très probable que nous ayons sous-estimé le tirant d'eau T_b d'une décarème puisqu'il pouvait facilement être augmenté jusqu'à 3 m à cause du poids important des bateaux chargés comme constamment décrits par les sources antiques.

La géométrie de la maquette est basée sur les lignes de coque de la trière Olympias fournies par le Trirème Trust (figure 1.7). À la ligne de flottaison, la maquette du navire mesure $L_b = 1.20$ m de long et $B_b = 13.5$ cm de large. Le tirant d'eau est d'environ $T_b \approx 3.9$ cm, selon la configuration (trirème ou décarème), et du rapport T_b/h souhaité. Comme nous utilisons le même modèle pour étudier les comportements des trirèmes et des décarèmes,

	trirème	décarème
${L_b}^R$	32.08 m	64.15 m
${L_b}^M$	1.2 m	1.2 m
λ	26.73	53.47
$h_{\min}$ ($h_R = 3$ m)	11.22 cm	5.61 cm
$h_{\max}$ ($h_R = 3.5$ m)	13.09 m	6.55 cm
${U_b}^M$ (${U_b}^R = 5$ Nœuds)	$0.50\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$0.35\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$
${U_b}^M$ (${U_b}^R = 10$ Nœuds)	$1.00\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$	$0.70\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Table I.1 – Valeurs de passage des mesures réelles aux mesures de maquettes pour la décarème et la trirème.

le facteur d'échelle est différent entre les configurations (tableau I.1). La trière Olympias mesurant $L_b = 32.08$ m pour $B_b = 3.43$ m, les facteurs d'échelles sont $\lambda = 53.47$ pour la décarème et $\lambda = 26.73$ pour la trirème. Compte tenu des données bathymétriques présentées dans la partie I.2.3, une profondeur moyenne caractéristique de 3 mètres a été choisie pour l'embouchure du golfe Ambracique. Ainsi, la hauteur d'eau dans le bassin de traction a été fixée à $h = 11.22$ cm pour la configuration trirème, et à $h = 5.61$ cm pour la configuration décarème. Le clair sous quille, l'épaisseur d'eau entre le fond et la quille, fait respectivement 7.27 cm dans le cas trirème et 1.68 cm dans le cas décarème.

Les vitesses du modèle ont été déterminées en utilisant la règle de similitude du nombre de Froude de hauteur Fr_h entre les échelles réelles et les valeurs à l'échelle du modèle. Ce nombre sans dimension compare les effets inertiels aux effets gravitaires. Les valeurs de vitesse sont données en mètres par seconde pour le modèle et en nœuds pour un navire à échelle réelle. Le choix de la longueur de 1.2 m pour le modèle réduit nous permet d'explorer une gamme plus large de nombres de Froude en hauteur, tout en restant sous un nombre de Froude en longueur limite $\mathrm{Fr}_{L_b} = 0.5$ récemment mis en évidence par [Rabaud et Moisy, 2013, Darmon *et al.*, 2013] pour lesquels l'angle du sillage en eau profonde diminue (voir partie II.1.2.3).

$$\mathrm{Fr}_h{}^{\mathrm{Reel}} = \mathrm{Fr}_h{}^{\mathrm{Maquette}} \tag{1}$$

$$\frac{U_b^R}{\sqrt{g h_R}} = \frac{U_b^M}{\sqrt{g h_M}}$$

Or par similitude géométrique

$$h_M = \lambda h_R$$

donc

$$U_b^M = \frac{U_b^R}{\sqrt{\lambda}} \tag{2}$$

Les valeurs importantes sont résumées dans le tableau I.1.

Travailler avec une similitude géométrique et de Froude de hauteur impose de ne pouvoir conserver d'autres nombres adimensionnels comme le nombre de Reynolds Re. Cette variation du Reynolds entre échelle réelle et échelle réduite impacte les mesures de résistances totales. Mais comme il sera vu dans le chapitre suivant, la résistance peut être décomposée en plusieurs composantes. De façon simplifiée, le Froude joue un rôle sur la résistance induite par les vagues, celle qui nous intéresse dans cette étude, et le Reynolds joue un rôle sur la résistance induite par les frottements.

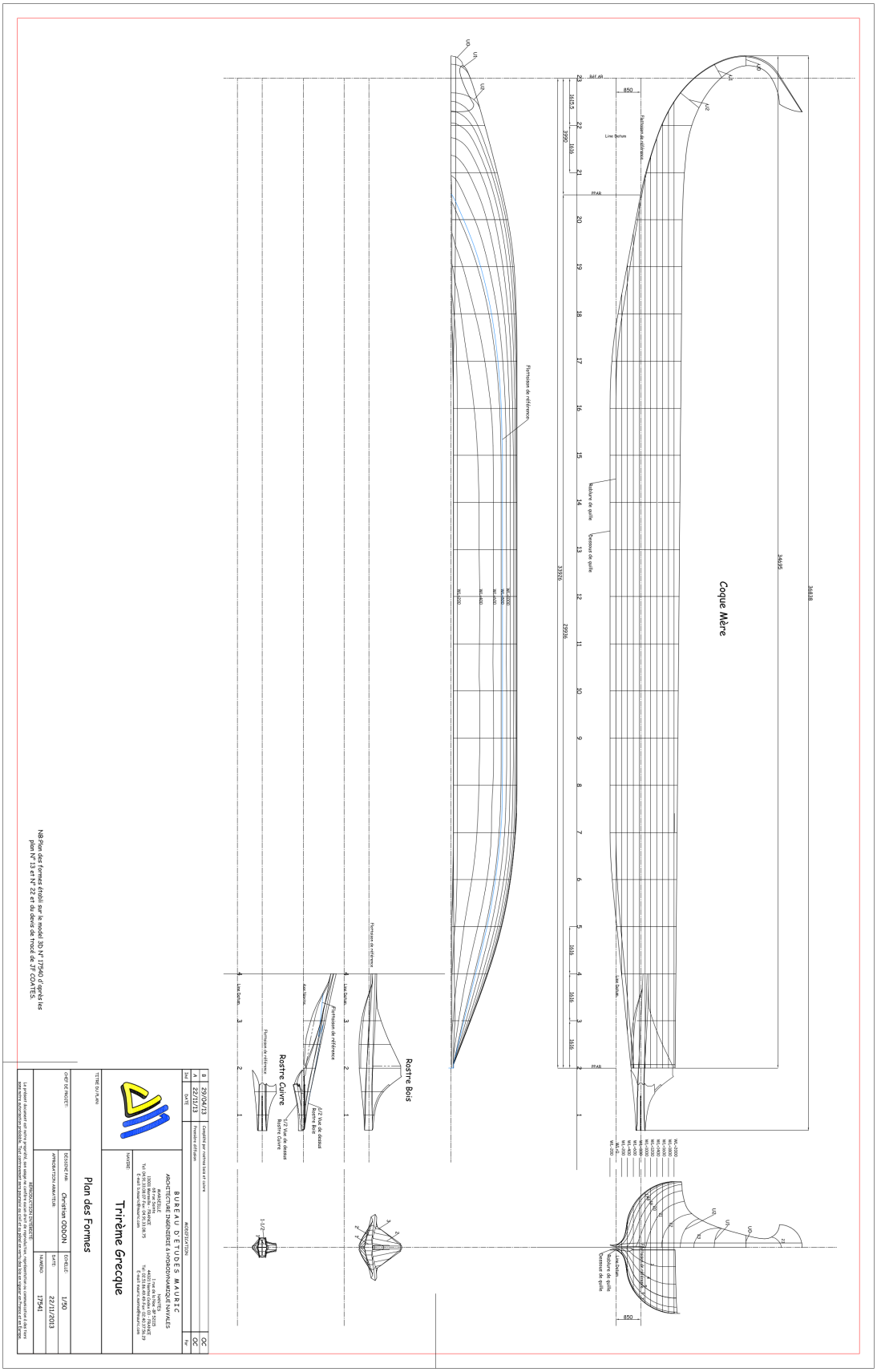


Figure 1.10 – Dessin technique de la trière Olympias réalisé par le cabinet d'architecture *Cabinet Mauric* en vue de la réalisation de la maquette à échelle réduite.

Table I.2 – Étude des dimensions et vitesses par similitudes géométrique et de Froude entre la bataille d'Actium et ses reproductions dans le bassin des carènes (monocouche) et le canal d'eaux-mortes (bicouche). En rouge, les similitudes géométriques non respectées compte tenu des limitations expérimentales. Le nombre de Reynolds n'est pas non plus conservé.

		Trirème		
		Bataille d'Actium	**Bassin des carènes**	**Canal d'eaux-mortes**
Architecture Navale	λ	1.00	26.7	160
	L_b	32.08 m	1.20 m	20.0 cm
	B_b	3.43 m	12.8 cm	2.14 cm
	T_b	1.00 m	3.74 cm	6.24 mm
Océanographie	h_t	3.00 m	11.2 cm	18.7 mm
	h_1	1.00 m	3.74 cm	6.24 mm
	h_2	2.00 m	7.48 cm	12.5 mm
Similitude en Froude	$U_b^R/U_b^M = \sqrt{\lambda}$	1	5.17	12.7
	$U_b(\mathrm{Fr}_h = 1)$	$5.42\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 10.5 nœuds	$1.05\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 2.04 nœuds	$0.428\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 0.832 nœuds
	$U_b(\mathrm{Fr}_I = 1)$	$0.226\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 0.44 nœuds	$4.38\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ 0.085 nœuds	$1.79\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ 0.035 nœuds
	$U_b(\mathrm{Fr}_{L_b} = 0.5)$	$8.87\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 17.2 nœuds	$1.72\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 3.33 nœuds	$0.70\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 1.36 nœuds
Reynolds	$\mathrm{Re}^R/\mathrm{Re}^M = \lambda^{3/2}$	1	138	2024

		Décarème		
		Bataille d'Actium	**Bassin des carènes**	**canal d'eaux-mortes**
Architecture Navale	λ	1.00	53.4	321
	L_b	64.15 m	1.20 m	20.0 cm
	B_b	6.86 m	12.8 cm	2.14 cm
	T_b	2.00 m	3.74 cm	6.24 mm
Océanographie	h_t	3.00 m	5.61 cm	9.35 mm
	h_1	1.00 m	1.87 cm	3.12 mm
	h_2	2.00 m	3.74 cm	6.24 mm
Similitude en Froude	$U_b^R/U_b^M = \sqrt{\lambda}$	1	7.31	17.9
	$U_b(\mathrm{Fr}_h = 1)$	$5.42\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 10.5 nœuds	$0.741\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 1.44 nœuds	$0.302\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 0.587 nœuds
	$U_b(\mathrm{Fr}_I = 1)$	$0.226\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 0.44 nœuds	$3.21\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ 0.062 nœuds	$1.27\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$ 0.025 nœuds
	$U_b(\mathrm{Fr}_{L_b} = 0.5)$	$12.5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 24.4 nœuds	$1.72\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 3.33 nœuds	$0.70\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 1.36 nœuds
Reynolds	$\mathrm{Re}^R/\mathrm{Re}^M = \lambda^{3/2}$	1	390	5751

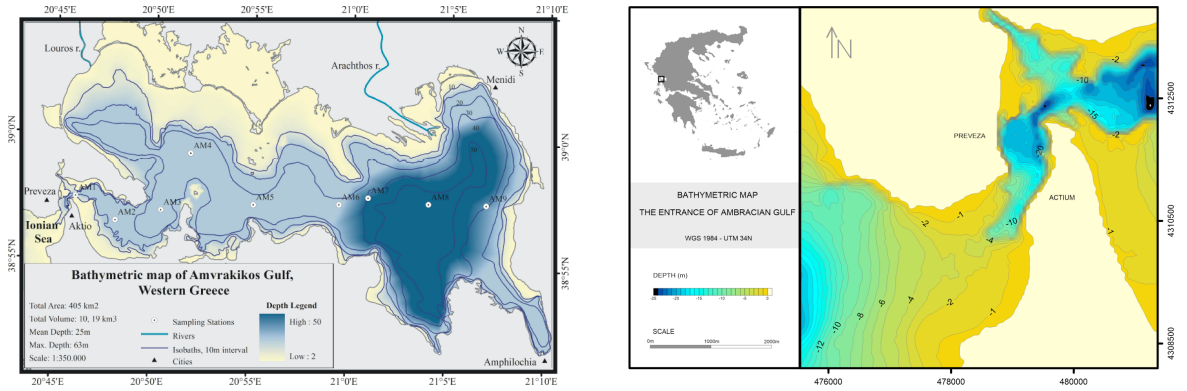


Figure 1.11 – (GAUCHE) Bathymétrie du golfe Ambracique. (DROITE) Bathymétrie de l'embouchure. Campagne océanographique en octobre 2012 réalisée par Ierotheos Zacharias et Areti Gianni. Figures tirées de [Fourdrinoy *et al.*, 2019].

I.2.3 Des caractéristiques océanographiques particulières

> *La recherche océanographique dans le golfe d'Amvrakikos en Grèce occidentale, une baie semi-fermée isolée de la mer Ionienne par un seuil étroit et peu profond, a montré qu'elle se caractérise par un régime océanographique de type fjord.*
>
> Ferentinos *et al.* [Ferentinos *et al.*, 2010]

Le golfe Ambracique est un système côtier semi-fermé de l'ouest de la Grèce, avec une profondeur moyenne de 26 m et une profondeur maximale de 63 m. L'entrée de ce golfe, c'est-à-dire la zone où s'est déroulée la bataille d'Actium, limite la communication du golfe avec la mer Ionienne. C'est une zone particulièrement peu profonde et étroite dont la profondeur moyenne ne dépasse pas 5 m de nos jours. La carte bathymétrique (échelle 1 :10000), « Preveza Strait – Bay and Harbour » du Service hydrographique de la marine hellénique (publiée en 1982), a permis de reconstituer la bathymétrie de la zone où s'est déroulée la bataille d'Actium. Les données de la carte ont été numérisées et projetées dans le système de coordonnées WGS 1984 — UTM 34N. Ces données ont ensuite été combinées aux données bathymétriques récupérées lors de deux campagnes d'échantillonnage en septembre - octobre 2012 réalisées par Ierotheos Zacharias et Areti Gianni de l'université de Patras, dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut Pprime. La bathymétrie est ensuite représentée sur la figure 1.11. Ces mesures sur place de profondeur ont été effectuées le long de 10 transects et de 20 points, uniformément répartis dans la zone d'intérêt.

À la suite à ce travail, des adaptations ont été nécessaires pour reconstituer la bathymétrie à l'entrée du golfe en 31 av. J.-C., lorsque la bataille a eu lieu. Ces modifications sont basées sur :

— Les changements relatifs du niveau de la mer au cours des 2000 dernières années (figure 1.12) [Lambeck, 1996],
— les changements du fond marin dus aux interventions humaines dans la zone au cours des dernières décennies. Par exemple, un chenal de navigation 13.5 m de profondeur environ a été creusé dans les années 1970. Ce chenal a modifié directement la bathymétrie de la zone, mais aussi son hydrodynamique et ses processus de sédimentation.

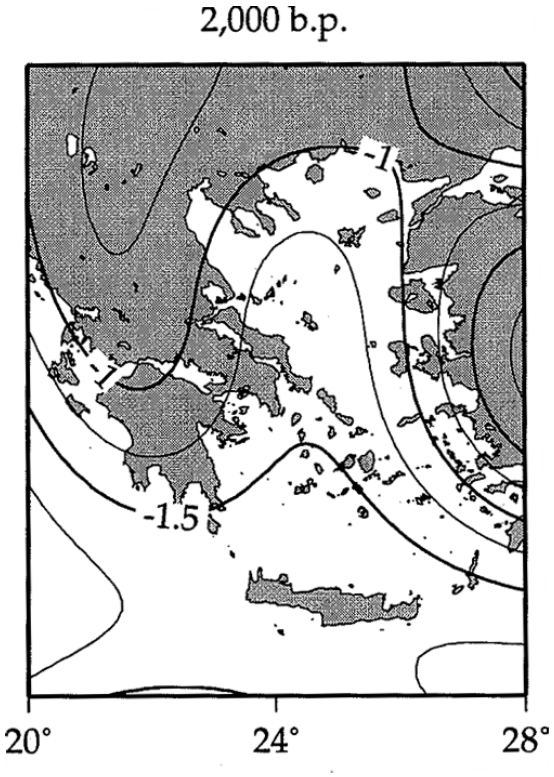


Figure 1.12 – (GAUCHE) Changement du niveau moyen de la mer au niveau de la Grèce et de ses environs entre 50 av. J.-C. et 1950. Les contours représentent la position du niveau moyen de la mer à cette époque par rapport au niveau moyen actuel. Figure tirée de [Lambeck, 1996].

L'ajout d'un chenal de navigation dans cette zone montre que jusqu'à encore récemment, les hauts fonds de la région provoquaient des problèmes à la navigation. Ces changements ont entraîné la formation de structures bathymétriques, qui ont été identifiées et supprimées lors de la reconstruction du fond. De plus, sur la base des données de la littérature et des observations sur place, il a été conclu que le niveau moyen de la mer pendant la bataille était de 75 cm inférieur à celui actuel [Lambeck et Purcell, 2005].

En plus de cette bathymétrie particulière, l'embouchure du golfe présente une stratification rappelant celle des fjords. Deux grands fleuves, à savoir l'Arachthos et le Louros, déversent de grandes quantités d'eau douce dans le golfe Ambracique [Therianos, 1974], entraînant une stratification en densité permanente le long de la colonne d'eau et la réduction de la salinité de la couche de surface. Cette couche d'eau est généralement bien mélangée, et son épaisseur est typiquement de l'ordre de quelques mètres. Les caractéristiques de la couche de pycnocline varient spatiotemporellement, sous l'influence des changements météorologiques et hydrologiques saisonniers de la région. Les eaux de surface et intermédiaires (couche de transition) sont librement reliées au large par l'embouchure du golfe. Des masses d'eau plus denses sont piégées derrière le seuil, aux plus grandes profondeurs. Comme dans la plupart des bassins de type fjord, les variations de densité de l'eau de mer ouverte sont cruciales pour l'échange d'eau, à la fois au-dessus et au-dessous du niveau du seuil [Stigebrandt, 2001]. À l'entrée du golfe Ambracique, la marée semi-diurne prévaut avec une portée moyenne de 5 cm^3 et une portée maximale enregistrée de 25 cm^3, tandis qu'à l'intérieur du golfe, le fetch limité d'environ 35 km^3 entraîne un régime de vagues de faible énergie [Fourdrinoy *et al.*, 2019].

Synthèse

La bataille d'Actium a une importance cruciale dans l'Antiquité en opposant trois figures historiques et en érigeant l'un d'entre eux en premier empereur romain. Elle a donc fait couler beaucoup d'encre, d'autant plus qu'elle a été la scène d'un mystère naval. Les bateaux imposants de la flotte antonienne semblent avoir été freinés, voire immobile. Cet évènement a été justifié par une légende : un échénéis aurait à lui seul empêché le mouvement des bateaux. La bio-incrustation peut être une première explication scientifique à ces ralentissements. Pour autant, d'autres pistes sont à explorer au regard des connaissances modernes.
La flotte antonienne était composée entre autres de galères de grandes tailles, là où les vaisseaux octaviens étaient plus modestes. En respectant une similitude en Froude de hauteur, il a été choisi de représenter lors des expériences le camp d'Octave par une trirème et celui d'Antoine par une décarème. Les dimensions de cette dernière ont été approximées comme le double de la trirème.
Enfin, des mesures océanographiques montrent que l'embouchure du golfe Ambracique présente des hauts fonds, première caractéristique de la région, mais surtout un comportement de type fjord, le seul de Méditerranée. En effet, il y existe une stratification en densité : un bicouche où de l'eau douce se superpose à de l'eau salée. L'objectif de cette thèse est de proposer une explication scientifique à la défaite d'Antoine dans la bataille navale d'Actium. La vérité étant peut-être liée à l'océanographie particulière de la zone.

CHAPITRE II

Ondes générées en monocouche : effet de la bathymétrie

II.1 Littérature en monocouche 25

II.1.1 Résistance à l'avancement d'un navire 25

II.1.1.1 Résistance visqueuse 25

II.1.1.2 Résistance de vague de surface 27

II.1.1.3 Traction à force constante et hystéresis 33

II.1.1.4 Mise en place du sillage et instationnarité 34

II.1.2 Ondes en monocouche 35

II.1.2.1 Relation de dispersion des ondes gravitaires de surface 35

II.1.2.2 Équations de Boussinesq et Korteweg-De Vries 39

II.1.2.3 Sillage en eau profonde 41

II.1.2.4 Sillage en eau peu profonde 43

II.1.2.5 Effet d'un confinement latéral et vertical et théorie de Schijf 45

II.1.2.6 Génération d'onde solitaire 47

II.2 Traction à vitesse constante d'une galère 51

II.2.1 Mesure de résistance avec une balance 51

II.2.2 Stéréo-réfraction 54

II.2.2.1 Technique expérimentale 54

II.2.2.2 Déformée de surface 3D 57

II.2.3 Visualisations des sillages par caméras rapides 57

II.2.3.1 Technique expérimentale 57

II.2.3.2 Angle du sillage 59

II.2.3.3 Sillage de poupe et motif échénéis 61

II.2.3.4 Sillage de proue et soliton 71

II.2.3.5 Effets hydrauliques 75

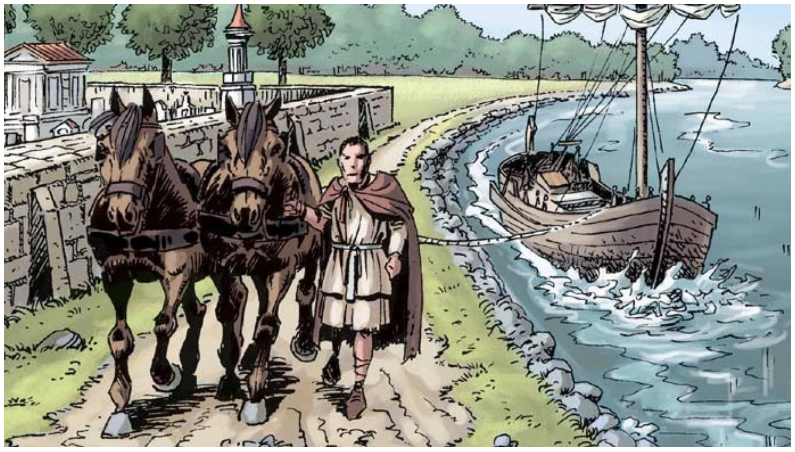
II.2.3.6 Effet instationnaire 81

II.3 Actium : des trirèmes avantagées 83

II.3.1 Résistance à l'avancement d'une galère 83

II.3.2 Carte bathymétrique et de résistances 86

Synthèse 91



Extrait de *Ad Victoriam 2. Les gladiateurs de Juliobona*, bande dessinée de Céka et Jacky Clech chez Varou (2019).

Ce deuxième chapitre porte sur la dynamique d'un bateau dans un monocouche, et notamment sur les résistances de vagues induites par le sillage généré dans un environnement de profondeur finie. Des observations de sillages créés par une maquette de galère antique tractée dans un bassin des carènes, supplantées de calcul théorique de résistance à l'avancement, offrent une nouvelle interprétation de la légende de l'échénéis, ainsi qu'une première justification aux ralentissements lors de la bataille d'Actium.

II.1 Littérature en monocouche

II.1.1 Résistance à l'avancement d'un navire

Le mouvement d'un bateau tracté dans une voie d'eau implique une force de traînée qui s'oppose à son déplacement. Cette force est fonction de la forme du bateau, de sa vitesse, des propriétés du fluide, ainsi que de la géométrie de la voie. Christiaan Huyghens [Huygens, 1698] démontre de façon empirique en 1669 que cette force évolue proportionnellement au carré de la vitesse. On peut décomposer la résistance totale à l'avancement d'un navire en plusieurs composantes de résistances :

$$R_t = R_a + R_w + R_v + R_h + R_p + R_i \tag{3}$$

avec R_a la résistance aérodynamique de la partie émergente, R_w la résistance de vagues, R_v la résistance de friction, et R_h la résistance hydraulique causée par les courants induits par le navire, R_p la traînée de forme générée par la modification de la pression autour du navire, et R_i une contribution des effets instationnaires. Cette thèse s'intéresse principalement aux contributions des ondes à la résistance à l'avancement. Pour les autres composantes, nous nous référons aux thèses et travaux de [Gomit, 2013], [Caplier, 2015], [Boucher, 2018], [Benzaquen, 2015], ainsi qu'à l'ouvrage « Fundamentals of Ship Hydrodynamics : Fluid Mechanics, Ship Resistance and Propulsion » de Lothar Birk [Birk, 2019]. De même, l'étude de la propulsion d'un navire antique au sein d'une bataille peut amener à d'autres résistances ou phénomènes à prendre en compte qui ne seront pas détailler ici, comme l'effet de l'utilisation de rames sur la résistance [Labbé *et al.*, 2019] ou même encore l'effet du roulis sur les catapultes embarquées [Foley et Soedel, 1981].

II.1.1.1 Résistance visqueuse

La composante visqueuse R_v provient des frottements le long de la surface mouillée de la coque du bateau. À partir d'une analyse dimensionnelle rapide, on montre que cette résistance doit être de la forme :

$$R_v = C\rho S_m U_b^2 \mathcal{F}\left(\mathrm{Eu}, \mathrm{Re}, \mathrm{Fr}\right) \tag{4}$$

avec $\mathrm{Eu} = \frac{\mathrm{p}}{\frac{1}{2}\rho \mathrm{U_b^2}}$, $\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{U_b L_b}}{\nu}$et $\mathrm{Fr} = \frac{\mathrm{U_b}}{\sqrt{\mathrm{g L_b}}}$. En effet, les paramètres influençant la résistance R_v $[\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}]$sont :

- la masse volumique du fluide ρ $[\mathrm{kg \cdot m^{-3}}]$
- la vitesse de déplacement U_b $[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]$
- une longueur caractéristique du bateau, par exemple sa longueur L_b [m]
- la viscosité du fluide la ν $[\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}]$
- l'accélération de la gravité g $[\mathrm{m \cdot s^{-2}}]$
- la pression autour de la coque du bateau p $[\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}}]$

On note 6 paramètres pour 3 dimensions (masse, longueur, temps). La résistance visqueuse peut donc être décrite à l'aide de trois nombres adimensionnels (théorème de Vaschy-Buckingham).

En supposant :

$$R_v = C\rho^a U_b^b L_b^c \nu^d g^e p^f \tag{5}$$

Il en découle :

$$\begin{cases} \text{Pour la masse} & 1 = a + f \\ \text{Pour la longueur} & 1 = -3a + b + c + 2d + e - f \\ \text{Pour le temps} & 2 = b + d + 2e + 2f \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} a = 1 - f \\ c = 2 - d + e \\ b = 2 - d - 2e - 2f \end{cases}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} R_v &= C\rho^{1-f} U_b^{2-d-2e-2f} L_b^{2-d+e} \nu^d g^e p^f \\ &= C\rho U_b L_b^2 \left[\frac{\nu}{U_b L_b}\right]^d \left[\frac{gL_b}{U_b^2}\right]^e \left[\frac{p}{\rho U_b^2}\right]^f \end{aligned}$$

En approximant, $S_m \approx L_b^2$ la surface caractéristique du bateau, on trouve :

$$R_v = C\rho S_m U_b^2 \mathcal{F}\left(\mathrm{Eu}, \mathrm{Re}, \mathrm{Fr}\right) \tag{7}$$

La composante visqueuse de la résistance peut-être divisée en deux sous-composantes [Boucher, 2018] :

- Une résistance de friction provenant du cisaillement entre la coque et le fluide.
- Une résistance de pression provenant d'un changement de pression le long de la coque due à la viscosité du fluide.

ITTC-1957 [ITTC, 1957] et Doutreleau [Doutreleau *et al.*, 2011] donnent une procédure permettant de calculer la contribution visqueuse :

$$R_v = C_\nu \frac{1}{2} \rho S_m U_b^2 \tag{8}$$

avec S_m la surface mouillée de la coque, U_b la vitesse du bateau, et C_ν le coefficient de frottement défini à partir du nombre de Reynolds $\mathrm{Re} = \frac{U_b L_b}{\nu}$ [Hoerner, 1965]. Dans le cas de nombres de Reynolds faibles ($\mathrm{Re} \in [10^4, 10^6]$), C_ν suit la loi de Blasius au sein d'un régime laminaire :

$$C_v \approx \frac{1.33}{\sqrt{\mathrm{Re}}} \tag{9}$$

Dans le cas de nombres de Reynolds plus grand ($\mathrm{Re} > 10^7$), C_ν (figure 2.1) :

$$C_v = \frac{0.075}{\left(\log_{10} \mathrm{Re} - 2\right)^2} \tag{10}$$

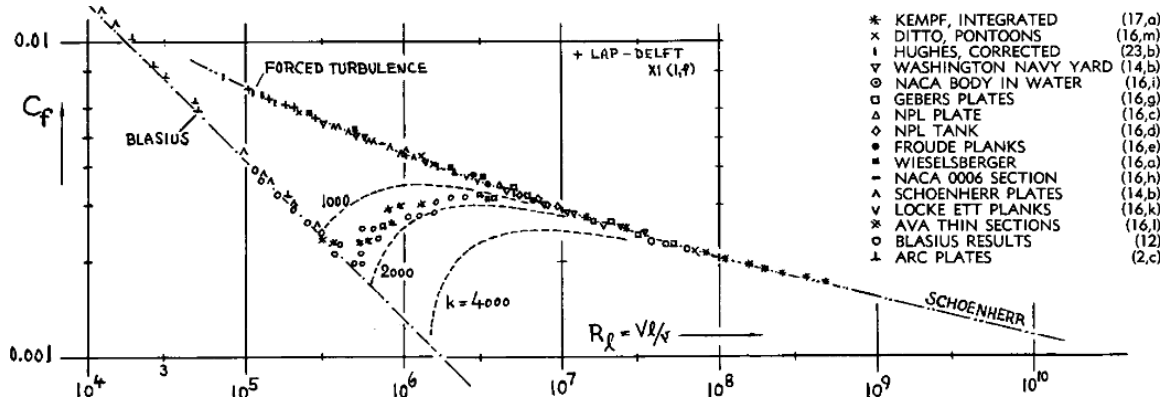


Figure 2.1 – Coefficient de frottement C_ν en fonction du nombre de Reynlods Re d'après [Hadler, 1958].

Finalement, nous avons :

$$R_w = R_t - \frac{0.075}{\left(\log_{10} Re - 2\right)^2} \frac{1}{2} \rho S_m U_b^2 \tag{11}$$

La viscosité de l'eau doit se calculer en prenant en compte l'effet « modèle réduit » [Doutreleau *et al.*, 2011]. Ainsi dans le cas réel elle vaut :

$$\nu = \left(\left[0.659 * 10^{-3} (\Theta - 1) - 0.05076 \right] (\Theta - 1) + 1.7688 \right) 10^{-6} \tag{12}$$

et dans le cas de la maquette :

$$\nu = \left(\left[0.585 * 10^{-3} (\Theta - 12) - 0.03761 \right] (\Theta - 12) + 1.235 \right) 10^{-6} \tag{13}$$

avec en mer $\Theta_R \approx 15\,^\circ\,\mathrm{C}$, $\Theta_m = 22.1\,^\circ\,\mathrm{C}$, $\rho_R = 1026 \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$ et $\rho_m = 999.87 \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

II.1.1.2 Résistance de vague de surface

La résistance de vague R_w va dépendre de la forme et de l'amplitude du sillage. Celles-ci sont paramétrées à la fois par la dynamique et la géométrie du bateau, et par la géométrie de la voie d'eau. Dans le cas d'une voie d'eau infinie (profondeur infinie $h \to \infty$, sans confinement latéral $W \to \infty$), Michell [Michell, 1898] propose une formule théorique linéaire de prédiction de la résistance de vague retranscrite équation 14. Les hypothèses sont un régime stationnaire, un fluide parfait et incompressible, ainsi qu'une linéarisation nécessitant une cambrure $A_w k_w$ faible. Enfin, le bateau doit présenter une forme allongée, c'est-à-dire $B_b \ll L_b$. Cette théorie présente des résultats cohérents avec les mesures expérimentales ([Weinblum, 1952], [Bai et McCarthy, 1979]).

$$R_w = \frac{4\rho g^2}{\pi U_b^2} \int_1^\infty \left(I^2 + J^2 \right) \frac{\lambda^2}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \mathrm{d}\lambda \tag{14}$$

avec I, J dépendant de la forme de la coque immergée du bateau $H(x, y)$:

$$I = \int_0^{L_b} F \cos\left(\frac{\lambda g x}{U_b^2} \right) \mathrm{d}x$$

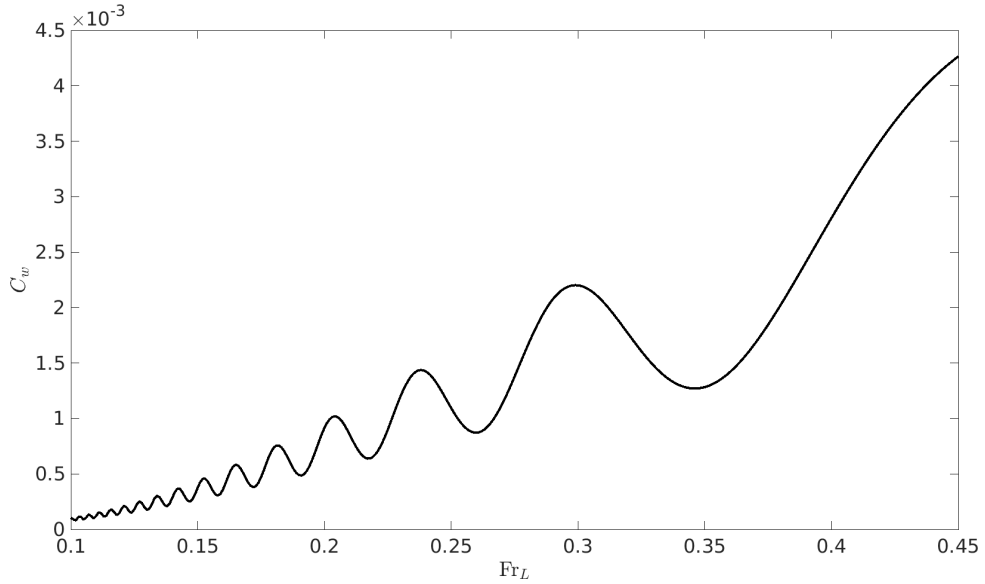


Figure 2.2 – Coefficient de résistance de vague $C_w = \frac{2R_w}{\rho U_b^2 S_m}$ en fonction du Froude de longueur Fr_{L_b} selon la théorie de Michell appliqué à un Wigley ($L_b/B_b = 10$ et $B_b/T_b = 1.6$).

$$J = \int_0^{L_b} F \sin\left(\frac{\lambda g x}{U_b^2}\right) \mathrm{d}x$$

avec

$$F = \int_{-T_b}^{0} \frac{\partial H(x,z)}{\partial x} \exp\left(\frac{\lambda^2 g z}{U_b^2}\right) \mathrm{d}z$$

Lorsqu'on trace la résistance de vague en fonction du Froude de longueur Fr_{L_b} (figure 2.2), on remarque des variations de la résistance. Ces variations s'expliquent à partir d'une vision simplifiée du bateau. Une version très simplifiée de ce dernier consiste en deux sphères immergées sous la surface et séparées d'une distance L_b, se déplaçant à la même vitesse U_b, et dans la même direction. L'une symbolise alors la perturbation due à la poupe, l'autre à la proue. Chacune des sphères est à l'origine d'un sillage de longueur d'onde caractéristique λ_w. Cette grandeur dépend de la vitesse U_b, et les deux sillages forment ensemble un sillage complet, considéré comme leur superposition. La somme des sillages peut alors être constructive ou destructive, impliquant des amplitudes plus fortes ou quasi nulles. Ainsi, l'énergie globale contenue dans le sillage complet étant proportionnelle au carré de l'amplitude, la résistance de vague en fonction de la vitesse du bateau présentera des oscillations. Ceci reste une vision simplifiée du problème puisqu'un bateau ne produit pas uniquement des perturbations à la proue et à la poupe, mais sur l'ensemble de la coque. Les oscillations réelles sont donc moins prononcées que dans le modèle simplifié, l'addition des perturbations ne pouvant être totalement constructive ou destructive.

Toutefois, les hypothèses nécessaires au calcul de cette résistance de vague impliquent des bateaux profilés tels que des catamarans, et répondent beaucoup moins bien à des bateaux peu profilés comme ceux utilisés pour le commerce fluvial. De plus, cette théorie n'est valable qu'en milieu infini. Un confinement entraîne une modification de la résistance à l'avancement. D'Alembert *et al.* définissent l'effet du confinement sur la résistance d'avancement [D'Alembert *et al.*, 1777] :

$$\frac{R_{\text{confinè}}}{R_{\text{illimitè}}} = \frac{8.46}{A_c/A_b + 2} \tag{15}$$

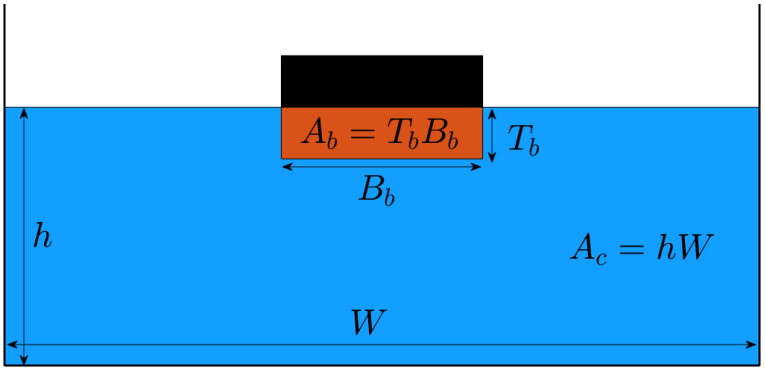


Figure 2.3 – Vue en coupe d'un canal avec un bateau.

	Confinement modéré	Confinement marqué	Confinement très marqué
h/T_b	15	4	1.5
W/B_b	50-200	10-15	4
A_c/A_b	50	7-8	4

Table II.1 – Classification du confinement hydraulique selon Voies Navigables de France [Pompée, 2015].

avec A_b l'aire qu'occupe le bateau dans la voie d'eau, et A_c l'aire de la voie d'eau (figure 2.3).

« Voies Navigables de France » fournit une classification empirique des confinements [Pompée, 2015], qu'ils soient verticaux ou latéraux (tableau II.1). Une autre classification fournie par l'International Towing Tank Conférence [ITTC, 1987] indique que le confinement vertical aura une influence sur l'écoulement lorsque $h/T_b < 4$, et que le confinement latéral impacte l'écoulement lorsque $W/B_b < 4$. Enfin, si $W/L_b < 0.35$ alors la réflection du sillage de poupe sur la paroi du canal a une influence sur le sillage de proue, modifiant là encore la résistance de vague.

D'autres travaux évoquent des crises de résistance en présence de confinement [Russell, 1839, Schofield et Martin, 2004] (figure 2.4). L'ingénieur écossais Scott Russell avait remarqué qu'un bateau se déplaçant en milieu confiné, typiquement dans des canaux, est confronté à une crise de résistance lorsque sa vitesse approche la vitesse critique $\sqrt{gh}$. Ainsi, les chevaux chargés de tirer les bateaux préféraient donner une forte accélération afin de dépasser ce seuil critique, et fournir par la suite un effort moindre [Darrigol, 2003]. Ce pic de résistance est d'autant plus marqué que le rapport entre tirant d'eau T_b et hauteur d'eau est important.

> *A spirited horse in the boat of William Houston„ one of the proprietors of the works, took fright and ran off, dragging the boat with it, and it was observed, to Mr. Houston's astonishment, that the foaming stern surge which used to devastate the banks had ceased, and the vessel was carried on through water comparatively smooth, with a resistance very greatly diminised.*
>
> Scott Russell [Russell, 1839]

Sretensky propose plusieurs théories (figure 2.5) dans les configurations :

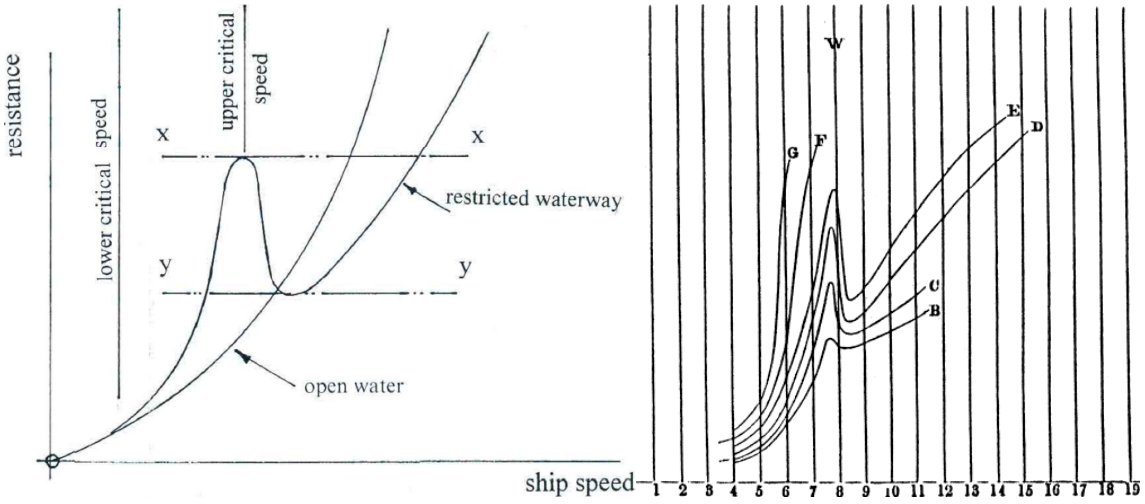


Figure 2.4 – (Gauche) Résistance d'avancement du navire en eau profonde et non profonde d'après [Schofield et Martin, 2004]. (Droite) Effet du tirant d'eau sur la résistance à l'avancement du navire. Le tirant d'eau T_b augmente de B à G. Figure tirée de [Russell, 1839].

— [Srettensky, 1936] en canal de profondeur infinie $h \to \infty$, $W < \infty$ (équation 16)

$$R_w = \frac{16\pi^2\rho g}{WU_b^2}\left[I_0^2 + J_0^2 + 2\sum_{k=1}^{\infty}\left(I_k^2 + J_k^2\right)\frac{\cosh^2(\tau_k)}{\cosh(2\tau_k)}\right] \tag{16}$$

avec $k \in \mathbb{N}$ et :

$$\frac{gW}{4U_b^2}\sinh(2\tau_k) = k\pi$$

$$I_k = -\frac{U_b}{2\pi}\int\int_S \frac{\partial H(x,z)}{\partial x}\exp\left(\frac{gz}{U_b^2}\cosh^2(\tau_k)\right)\cos\left(\frac{gx}{U_b^2}\cosh(\tau_k)\right)\mathrm{d}z\mathrm{d}x$$

$$J_k = \frac{U_b}{2\pi}\int\int_S \frac{\partial H(x,z)}{\partial x}\exp\left(\frac{gz}{U_b^2}\cosh^2(\tau_k)\right)\sin\left(\frac{gx}{U_b^2}\cosh(\tau_k)\right)\mathrm{d}z\mathrm{d}x$$

$$F_k = \int_{-T_b}^{0}\mathrm{d}z$$

— [Sretensky, 1937] en pleine mer de profondeur quelconque $h < \infty$, $W \to \infty$ (équation 17)

$$R_w = \frac{8\pi^2\rho g}{U_b^2}\int_{m_0}^{\infty}\left(P^2 + Q^2\right)\frac{m}{\sqrt{m^2 - \frac{gm}{U_b^2}\tanh(mh)\cosh^2(mh)}}\mathrm{d}m \tag{17}$$

avec

$$\begin{cases} \tanh(m_0 h) = \mathrm{Fr}_h^2 m_0 h & \text{pour } \mathrm{Fr}_h < 1 \\ m_0 = 0 & \text{pour } \mathrm{Fr}_h \geq 1 \end{cases}$$

et

$$P = \int\int_S \cosh\left(m(z+h)\right)\cos\left(\sqrt{\frac{gm}{U_b^2}\tanh(mh)}x\right)\sigma(x,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x$$

$$Q = \int\int_S \cosh\left(m(z+h)\right)\sin\left(\sqrt{\frac{gm}{U_b^2}\tanh(mh)}x\right)\sigma(x,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x$$

$$\sigma(x,z) = \frac{U_b}{2\pi}\frac{\partial H(x,z)}{\partial x}$$

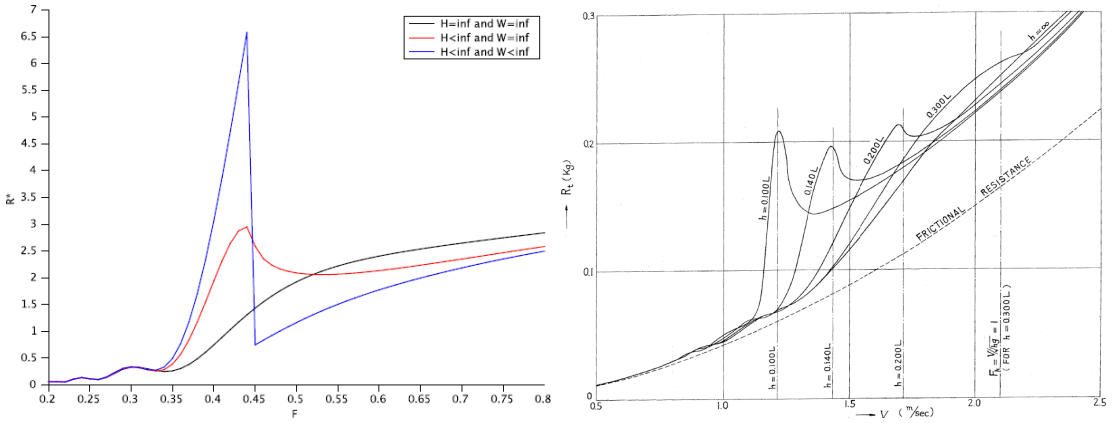


Figure 2.5 – (GAUCHE) Résistance de vague d'un navire de type Wigley dans 3 environnements. Cours de Morgan Pierre « Calcul de la résistance de vague en eau de profondeur quelconque ». (DROITE) Évolution de la résistance à l'avancement en fonction de la vitesse du navire pour différentes profondeurs d'eau. Figure tirée de [Inui, 1954].

— [Sretensky, 1937, Keldysh et Sedov, 1936] en canal de profondeur quelconque $h < \infty$, $W < \infty$ (équation 18)

$$R_w = \frac{8\rho g}{W} \sum_{n=n_0}^{\infty} \frac{U_n^2 + V_n^2}{q(n)\Lambda_{2n}} \tag{18}$$

$$U_n = \frac{q(n)}{\cosh(\lambda_{2n}h)} \int\int_S \frac{\partial H(x,z)}{\partial \chi} \cosh\left(\lambda_{2n}(\zeta + h)\right) \cos(\nu_{2n}\chi) \mathrm{d}\chi \mathrm{d}\zeta$$

$$V_n = \frac{q(n)}{\cosh(\lambda_{2n}h)} \int\int_S \frac{\partial H(x,z)}{\partial \chi} \cosh\left(\lambda_{2n}(\zeta + h)\right) \sin(\nu_{2n}\chi) \mathrm{d}\chi \mathrm{d}\zeta$$

et où

$$\begin{cases} q(n) = \frac{1}{2} & \text{pour} n = 0 \\ q(n) = 1 & \text{pour} n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

$$\lambda_n^2 - \nu_n^2 = \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2$$

$$\lambda_n \tanh(\lambda_n h) = \frac{U_b^2 \nu_n^2}{g}$$

$$\Lambda_n = 2 - \frac{gh}{U_b^2}\left[\frac{\lambda_n h}{\lambda_n h} + \frac{1}{\cosh(\lambda_n h)}\right]$$

Les hypothèses sont un état stationnaire atteint (bateau à vitesse constante dans une eau calme), dans un fluide incompressible parfait et un écoulement irrotationnel sans effets hydrauliques importants, avec un bateau tel que $B_b \ll L_b$.

Selon d'autres travaux théoriques de [Inui, 1954] et [Havelock, 1908], le pic a lieu pour $\mathrm{Fr}_h = 1.00$ quelle que soit la hauteur d'eau, et son importance est plus forte pour les faibles profondeurs. Ces prédictions sont confirmées par simulations numériques par [Hofman, 2006], tandis que [Dans, 2003] trouve expérimentalement un pic apparaissant plus tôt, dès $\mathrm{Fr}_h = 0.90$.

Les travaux de Inui [Inui, 1955] présentent aussi une décomposition de la résistance de vague entre une composante transverse et une composante divergente (figure 2.6) dans le cas d'une profondeur d'eau finie ou infinie. Il note que pour $\mathrm{Fr}_h > 1$ la composante

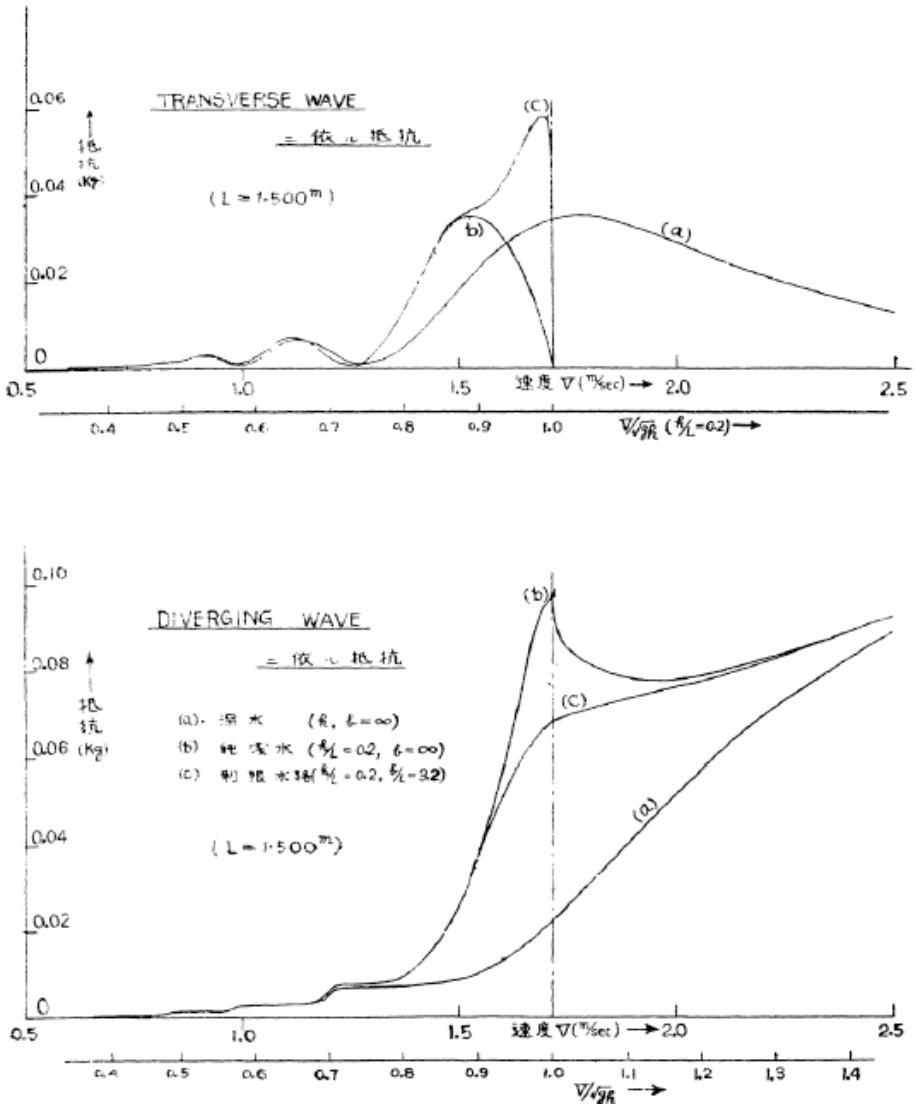


Figure 2.6 – (HAUT) Composante des ondes transverses dans la résistance de vague. (BAS) Composante des ondes divergentes dans la résistance de vague. Figure tirée de [Inui, 1955]. Dans le cas de profondeur d'eau finie, la composante transverse devient nulle pour Fr_h.

transverse est nulle. Ceci s'explique par le paradoxe de Houston (équation 41) montrant que la présence d'onde transverse nécessite $\mathrm{Fr}_h \leq 1$ [Darrigol, 2003].

Enfin, d'autres travaux présentent des résultats prenant en compte des effets non linéaires [Doctors et Dagan, 1980], ou encore instationnaires [Doctors, 1975, Gierczak-Galle *et al.*, 2020].

À cette résistance de vague « classique » peut aussi être ajoutée une résistance d'onde déferlante. Lorsque l'amplitude des ondes devient trop importante face à leur longueur d'onde, les vagues se brisent. Ces déferlements dissipent de l'énergie et peuvent donc être associés à une résistance. Cela est notamment le cas pour les vagues produites au niveau du bulbe à la proue, présentant des déformations de grandes cambrures.

II.1.1.3 Traction à force constante et hystéresis

Les résultats précédents sont basés sur des mesures ou des calculs à vitesse constante. La force de traction est continuellement ré-évaluée afin de conserver une vitesse fixée, et il est supposé que la résistance à l'avancement tend temporellement vers une valeur asymptotique, et qu'ainsi la force de traction se stabilise. D'autres expériences ou simulations sont menées non plus à vitesse constante, mais à force constante. Dans cette configuration, la vitesse est amenée à varier, que ce soit par la mise en place du sillage et donc de la résistance de vague, ou encore par des effets instationnaires provoquant des ralentissements. En reprenant les courbes de résistances en fonction de la vitesse (figure 2.4), on constate un phénomène d'hystérésis [Benham *et al.*, 2020]. En supposant que pour chaque force de traction imposée on atteigne un état stationnaire U_b^∞, alors cette vitesse asymptotique dépend des conditions initiales. Un bateau démarrant au repos ($U_b(t_0) = 0$, donc $F_t(t_0) = 0$) sera confronté à un mur de résistance en s'approchant de $\mathrm{Fr}_h \approx 1$. Pour une force de traction F_t, il se peut donc qu'il ne puisse dépasser cette vitesse critique. Deux régimes sont définis à partir de cette vitesse : le régime sous-critique tel que $\mathrm{Fr}_h < 1$ et le régime supercritique tel que $\mathrm{Fr}_h > 1$. On suppose désormais un bateau se déplaçant initialement à vitesse uniforme telle que $U_b(t_0) > \sqrt{gh}$, ce qui impose donc une force de traction initiale $F_t(t_0)$ suffisamment élevée pour compenser la résistance à l'avancement. Dans cette configuration, si la force de traction est d'un coup abaissée à F_t, une force de traction identique au cas d'un départ au repos, alors le bateau ne rencontrera pas cette fois-ci le mur de résistance. Il se peut donc que, à même force de traction, un bateau puisse être dans un régime sous-critique (départ au repos), ou supercritique (départ en mouvement).

Cette physique avait été comprise par les chevaux qui tiraient les bateaux dans les canaux. En donnant une accélération soudaine pour dépasser la crise de résistance en eau peu profonde (soit en partant au repos soit juste avant la crise de résistance pour esquiver le pic), les chevaux parviennent à trouver le minimum de résistance, leur permettant une vitesse plus élevée pour un effort moindre. Dans ce contexte, le changement de régime passe par une modification de la force de traction, mais ce phénomène peut aussi être produit par une modification de la bathymétrie et donc de la hauteur d'eau. Si un bateau navigant en eau profonde rencontre une zone peu profonde, par exemple à l'entrée d'un canal, alors il sera subitement soumis à la crise de résistance [Benham *et al.*, 2020]. Ici, ce n'est pas la force de traction qui fluctue, mais la vitesse critique $\sqrt{gh}$et donc la vitesse pour laquelle $\mathrm{Fr}_h = 1$.

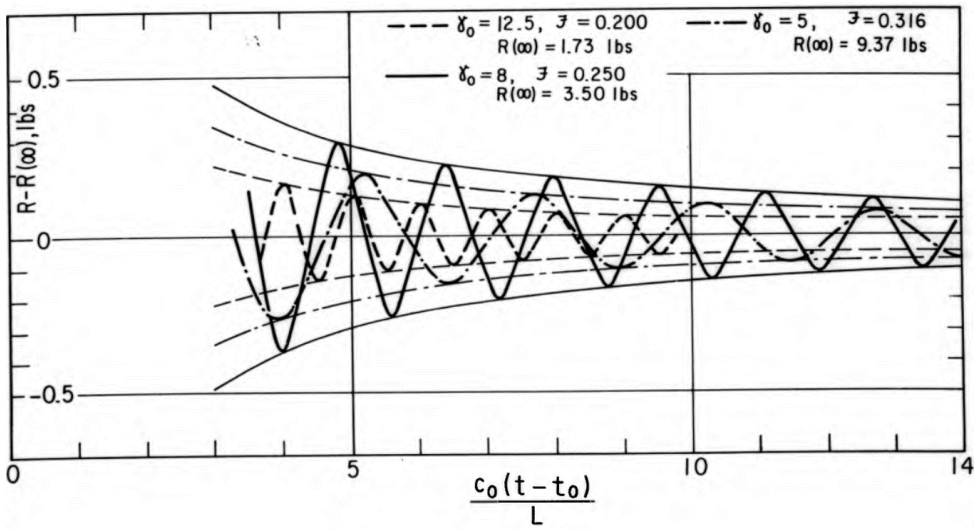


Figure 2.7 – Oscillation de la résistance de vague en fonction de la distance parcourue depuis que le bateau navigue à vitesse constante c, adimensionnée par la longueur du bateau. Figure tirée de [Wehausen, 1961].

Enfin, dans le cas d'une traction à force constante, une bande de vitesse ne peut être atteinte asymptotiquement et est donc une partie instable de la courbe $R_t = f(U_b^\infty)$. Ces vitesses correspondent à la partie décroissante $\frac{\partial R_t}{\partial U_b^\infty} < 0$.

II.1.1.4 Mise en place du sillage et instationnarité

Les résultats précédents supposent soit d'avoir atteint l'état stationnaire dans le cas de vitesse constante, soit un état quasi stationnaire dans le cas de force constante, c'est-à-dire que la résistance de vague au temps t correspond à la résistance de vague $R_t = f\left(U_b^\infty = U_b(t)\right)$. Pour autant, la construction du sillage prend du temps, et durant cette phase de formation la résistance imputée aux ondes est amenée à changer [Cherkesov, 1963]. Cette construction est étudiée par Wehausen en condition eau-profonde, à partir de calculs dans l'espace spectral, en prenant en compte une accélération du bateau soit instantanée, soit graduelle [Wehausen, 1961]. Il en résulte que l'accélération initiale impacte la résistance de vague même une fois la vitesse constante atteinte. L'accélération induit une oscillation de la résistance de vague au cours du temps, oscillation qui n'est pas négligeable même après 14 longueurs de bateau (figure 2.7). Pour autant, une mesure d'une résistance moyenne est toujours possible et son résultat équivaut aux résultats théoriques de Michell. De plus, Wehausen note que si la traction est fixée et non la vitesse, alors le bateau présente une dynamique particulière avec des accélérations et décélérations dues à la variation de la résistance de vague induite par l'accélération initiale.

Cette oscillation de la résistance de vague doit se retrouver dans la déformée de surface. Pour Çalişal, l'accélération initiale génère une onde bidimensionnelle η_T se superposant au sillage de surface [Calisal, 1977].

$$\eta_T = \frac{A}{U_b t} \sin\left(\frac{1g}{4U_b^2}(x - U_b t)\right) + \mathcal{O}(U_b t)^{-2} \tag{19}$$

avec A dépendant de la perturbation initiale.

L'amplitude de cette onde initiale, et donc son influence sur la résistance, décroit dans le temps. Pour Çalişal : *« the ship is in fact sailing not on a smooth surface but on her own acceleration waves. This should generate an unsteady wave resistance »* [Calisal, 1977]. Cette prédiction a été testée expérimentalement, et il en est conclu que la zone de mesure doit s'éloigner d'une distance supérieure à $40\mathrm{Fr}_{L_b}^2$ avant de pouvoir considérer le sillage comme réellement stationnaire et sans effet de l'onde d'accélération initiale [Calisal, 1980]. De plus, la présence d'un confinement horizontal accentue ce phénomène.

Des mesures expérimentales en eau peu profonde ont été réalisées par Mac Farlane *et al.* dans lesquelles un bateau passe d'un régime supercritique à un régime sous-critique. L'étude [Macfarlane et Graham-Parker, 2019] montre que l'effet instationnaire dû à l'accélération dépend du Froude de hauteur final Fr_h, mais aussi de la distance d'accélération (donc de la pente d'accélération). Toutefois, un critère empirique d'une distance de trois ou quatre bateaux entre la zone de mesure et le point où le bateau atteint sa vitesse constante permet de supposer que le sillage s'est stabilisé. De plus, il est conseillé de réduire au plus la distance d'accélération, en cherchant à obtenir une accélération de type immédiate et non graduelle.

II.1.2 Ondes en monocouche

Un bateau se déplaçant dans un fluide perturbe la surface et produit divers systèmes ondulatoires responsables de la résistance à l'avancement. Ces systèmes peuvent se superposer, interagir… et être amenés à se briser si la cambrure devient trop importante ($A_w k_w > 1/7$, avec A_W l'amplitude et k_w le nombre d'onde), bien que des déferlements soient observables pour des cambrures plus faibles [Michell, 1893].

II.1.2.1 Relation de dispersion des ondes gravitaires de surface

En supposant un système 2D (l'axe x étant l'axe de propagation des ondes et l'axe z l'axe vertical), les effets visqueux négligeables, et le fluide incompressible et irrotationnel, alors les équations de Laplace et de Bernoulli de la déformée de surface $\chi(x,t)$ peuvent s'écrire :

$$\boldsymbol{\Delta}\phi = 0 \tag{20}$$

$$\rho\frac{\partial\phi}{\partial t} = +\frac{\rho}{2}\left|\nabla\phi\right|^2 + \rho g z + p = p_0 \tag{21}$$

où $z = 0$ correspond à la position de la surface au repos et où ϕ est le potentiel de vitesse respectant $\chi(x,t) = \nabla\phi$ en $z = \chi(x,t)$.

La condition limite du fond ($z = -h$) correspond à $\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0$ avec n la normale au fond (fond impénétrable), mais où les mouvements selon l'axe parallèle au fond sont autorisés. Si le fond est horizontal selon l'axe x, alors $n = -e_z$ et $\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0$.

Pour la condition limite de surface ($z = \chi(x,t)$), on retrouve la condition $\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0$ avec n la normale à la surface. Cependant, cette normale dépend de la déformée de surface $\chi(x,t)$.

$$-\frac{\partial\chi}{\partial t} - \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\chi}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial z} \text{ pour } z = \chi(x,t) \tag{22}$$

Cette condition limite fait intervenir un terme non linéaire $\frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\chi}{\partial x}$.

De plus, au niveau de la surface, on a une égalité de pression due à la continuité des contraintes. L'équation de Bernoulli devient alors :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \phi)^T \nabla \phi + gz = 0 \text{ pour } z = \chi(x,t) \tag{23}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right] + gz = 0 \text{ pour } z = \chi(x,t) \tag{24}$$

$$\chi(x,t) = -\frac{1}{g}\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2g}\left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right] \text{ pour } z = \chi(x,t) \tag{25}$$

Cette condition limite fait intervenir un nouveau terme non linéaire $\left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right]$.

Pour résumer, les ondes de surface répondent au système :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Delta}\phi = 0 & \\ \chi(x,t) = -\frac{1}{g}\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2g}\left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2\right] & \text{pour } z = \chi(x,t) \\ -\frac{\partial \chi}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x}\frac{\partial \chi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial z} & = 0 \text{ pour } z = \chi(x,t) \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 & \text{pour } z = -h \end{cases} \tag{26}$$

Ce système étant non linéaire, plusieurs théories utilisent des simplifications afin d'apporter des solutions approchées. Dans le cas d'ondes longues, c'est-à-dire de faible cambrure $A_w k_w$, il est possible de linéariser les conditions limites :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Delta}\phi = 0 & \\ -\frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 & \text{pour } z \approx 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} + g\chi = 0 & \text{pour } z \approx 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 & \text{pour} z = -h \end{cases} \tag{27}$$

En combinant les conditions limites, on obtient :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ pour } z \approx 0 \tag{28}$$

Une théorie développée par Stokes [Stokes, 1847] propose une approximation du problème non linéaire jusqu'à l'ordre trois, tandis qu'Airy [Airy, 1845] propose une solution ne tenant compte que du premier ordre (solution linéaire). Cette solution linéaire d'Airy est une bonne approximation des ondes de faibles cambrures et permet d'approcher les problématiques de sillage de navire. Craik [Craik, 2004] a réalisé une reconstitution historique de ces différentes approximations sur la théorie des ondes.

À partir des équations linéarisées, il est possible de remonter à une relation de dispersion des ondes de surface :

$$\omega(k) = \pm\sqrt{gk\tanh(kh)} \tag{29}$$

avec ω la pulsation, k le nombre d'onde, g l'accélération due à la gravité et h la hauteur d'eau. Cette relation de dispersion donne une vitesse de phase $c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g\tanh(kh)}{k}}$. La

vitesse dépend de la longueur d'onde, ce qui signifie qu'il y a un effet dispersif : plus la longueur d'onde est grande, plus elle se déplace vite.

Dans le cas $kh \to \infty$, comme en profondeur infinie :

$$\omega(k) = \pm\sqrt{gk} \tag{30}$$

et

$$c = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{gL_w}{2\pi}} \tag{31}$$

et dans le cas $kh \approx 0$, comme lors d'une très faible profondeur ou de très grandes longueurs d'onde ($k \to 0$)

$$\omega(k) = \pm k\sqrt{gh} \tag{32}$$

et

$$c = \sqrt{gh} \tag{33}$$

En eau peu profonde ou pour les très grandes longueurs d'onde, il existe donc une vitesse de phase critique $c_{\text{crit}} = \sqrt{gh}$.

Ces calculs ont été réalisés en négligeant la tension de surface. Si on souhaite la prendre en compte, les conditions limites de surface changent, et il n'est plus possible de considérer la pression égale de part et d'autre de l'interface entre l'air et l'eau. La relation de dispersion devient alors :

$$\omega(k) = \pm\sqrt{\left(gk + \frac{\gamma}{\rho}k^3\right)\tanh(kh)} \tag{34}$$

avec γ la tension de surface et ρ la masse volumique de l'eau, La tension superficielle joue donc un rôle pour les ondes de faibles longueurs (grand k). Dans le cas d'une eau profonde :

$$\begin{cases} \omega \approx \sqrt{gk} & \text{pour les petites longueurs d'onde} \\ \omega \approx \sqrt{\frac{\gamma}{\rho}k^3} & \text{pour de grandes longueurs d'onde} \end{cases} \tag{35}$$

On définit la longueur capillaire $\lambda_\gamma = \frac{2\pi}{k_\gamma}$avec $k_\gamma = \sqrt{\frac{g\rho}{\gamma}}$. À partir de cette longueur capillaire, [Carusotto et Rousseaux, 2013] donnent une vitesse critique minimale, en dessous de laquelle la tension superficielle annihile les ondes de surface :

$$c_{\min} = \left(\frac{4g\gamma}{\rho}\right)^{1/4} \approx 23.1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}\text{pour une interface eau/air} \tag{36}$$

En effet, en présence de courant, qu'il soit naturel ou généré par un bateau, un effet Doppler apparaît modifiant la pulsation ω en une pulsation ω'.

$$\omega'(k) = -Uk_x \pm \sqrt{\left(gk + \frac{\gamma}{\rho}k^3\right)\tanh(kh)} \tag{37}$$

où $k\sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. On cherche les solutions particulières pour $\omega' = 0$, en négligeant le terme capillaire en k^3 :

$$U^2k_x^2 - g\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\tanh\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2}h\right) = 0 \tag{38}$$

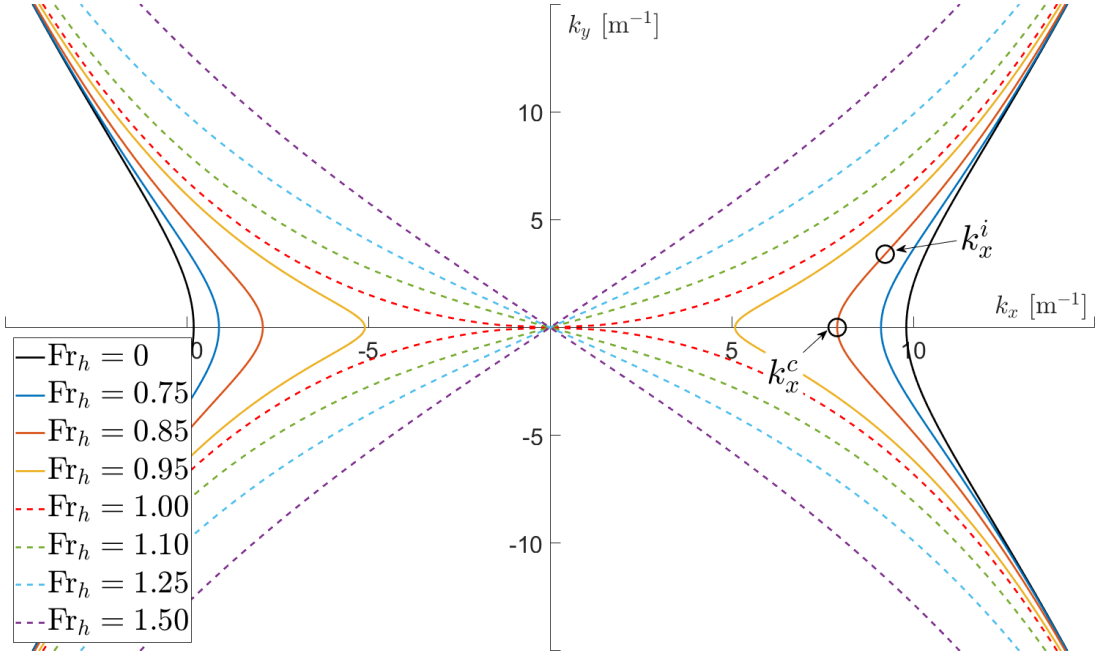


Figure 2.8 – Solution de l'équation 38 en faisant varier la hauteur d'eau (Fr$_h$) [Ekman, 1907].

En faisant varier la profondeur h de l'équation 38, on trouve comme solution la figure 2.8 [Ekman, 1906, Crapper, 1964].

En prenant l'asymptote pour une profondeur infinie $h \to \infty$, on obtient :

$$U^2 k_x^2 - g\sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 0 \tag{39}$$

Cette équation correspond à la courbe noire sur la figure 2.8 qui coupe l'axe des abscisses en $k_x^c = g/U^2$. Elle comporte deux points d'inflexion symétriques par rapport à cet axe en $k_x^i = \pm\sqrt{3/2}g/U^2$. On peut décomposer la courbe solution noire en deux parties :

- pour $k_x^c \leq k_x \leq k_x^i$, on a $k_y = \pm\sqrt{\frac{2g}{U^2}(k_x - k_x^c)}$
- pour $k_x^i \leq k_x$, on a $k_y = \pm\frac{U^2}{g}k_x^2$

Au point d'inflexion, la pente $(\frac{dk_y}{dk_x})$ est minimale, et forme donc un angle maximal : $\alpha = 1/\sqrt{8} = 19.47^\circ$.

Sans présence de parois, les modes transverses sont définis par $k_y = 0$. Pour ces modes, l'équation 38 devient :

$$\mathrm{Fr}_h^2 k_x^2 h = k_x \tanh(k_x h) \tag{40}$$

et donc :

$$\mathrm{Fr}_h = \sqrt{\frac{\tanh(k_x h)}{k_x h}} = \sqrt{\frac{\tanh(\kappa)}{\kappa}} \leq 1 \tag{41}$$

Ainsi, la présence de mode transverse en pleine mer nécessite $\mathrm{Fr}_h \leq 1$. Passée cette valeur, il n'y a plus d'onde transverse, ce qui implique une chute de résistance. En effet, l'augmentation de l'énergie des ondes due à l'augmentation de la résistance de vague RU est égale à l'augmentation de l'énergie totale EU moins le travail dû à la pression Π :

$$RU = EU - \Pi = EU - Ec_g \tag{42}$$

Avec $c_g = \partial\omega/\partial k$ la vitesse de groupe des ondes et, dans le cas des ondes transverses, $U = c_\phi$ avec $c_\phi = \omega/k$ la vitesse de phase. En considérant la relation de dispersion (équation 38), on obtient :

$$R = E\left(1 - \frac{c_g}{c_\phi}\right) = E\left(\frac{1}{2} - \frac{kh}{\sinh(2kh)}\right) \tag{43}$$

$$R = \frac{1}{2}\rho g a^2\left(\frac{1}{2} - \frac{kh}{\sinh(2kh)}\right) \tag{44}$$

Dans le cas eau profonde, $kh \to +\infty$:

$$R = \frac{1}{4}\rho g a^2 \tag{45}$$

et dans le cas peu profond, $kh \to 0$:

$$R = 0 \tag{46}$$

Ces calculs considèrent qu'il n'y a pas de parois ($W \to \infty$) et que les ondes sont purement transverses. Si au contraire les ondes se propagent dans un canal, les modes transverses équivalent à $k_y = n\pi/W$ avec W la largeur du canal et n un entier positif. Dans cette configuration, l'équation 38 devient :

$$\mathrm{Fr}_h^2 k_x^2 h = \sqrt{k_x^2 + \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2}\tanh\left(\sqrt{k_x^2 + \frac{n\pi}{W}^2}h\right) \tag{47}$$

En posant $\kappa_x = k_x h$ et $r = h/W$:

$$\mathrm{Fr}_h \kappa_x = \left(\kappa_x^2 + n^2\pi^2 r^2\right)^{1/4}\sqrt{\tanh\left(\sqrt{\kappa_x + n^2\pi^2 r^2}\right)} \tag{48}$$

Dans ces conditions, la présence d'onde transverse dépend de Fr_h mais aussi de $r = h/W$.

II.1.2.2 Équations de Boussinesq et Korteweg-De Vries

À partir des équations 26, on peut parvenir aux équations développées par [Boussinesq, 1872] puis par [Korteweg et De Vries, 1895] pour des ondes longues en eau peu profonde :

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} + c_0\frac{\partial\chi}{\partial x} + \alpha c_0\chi\frac{\partial\chi}{\partial x} + c_0\beta\frac{\partial^3\chi}{\partial x^3} = 0 \tag{49}$$

En changeant de référentiel, en prenant le référentiel mobile $X = x - c_0 t$:

$$\frac{\partial\chi}{\partial t} + \alpha c_0\chi\frac{\partial\chi}{\partial X} + c_0\beta\frac{\partial^3\chi}{\partial X^3} = 0 \tag{50}$$

Cette équation faiblement non linéaire présente différents termes : $\alpha c_0\chi\frac{\partial\chi}{\partial X}$une composante non linéaire, et $c_0\beta\frac{\partial^3\chi}{\partial X^3}$une composante dispersive.

Si on considère un système où $\alpha \neq 0$ et $\beta = 0$, c'est-à-dire où les effets dispersifs sont négligés, alors on obtient une équation non linéaire de la forme d'une équation de Burgers :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \phi \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} = 0 \tag{51}$$

avec $\zeta = C/X_0$ et $\tau = t/t_0$ des variables adimensionnelles. La vitesse de propagation apparaît comme étant proportionnelle à ϕ. Ainsi, les zones où ϕ est grand se propagent plus vite que les zones où ϕ est petit. Un front raide se forme provoquant une onde de choc.

Si on considère un système où $\alpha = 0$ et $\beta \neq 0$, alors on obtient une équation linéaire :

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \chi}{\partial x} + c_0 \beta \frac{\partial^3 \chi}{\partial x^3} = 0 \tag{52}$$

Cette équation a pour solution [Stepanyants, 2015] :

$$\chi(x,t) = \frac{A_0}{\sqrt[3]{3\pi|\beta|t}} \boldsymbol{Ai}\left(\frac{x - c_0 t}{\sqrt[3]{3|\beta|t}}\right) \tag{53}$$

avec $\boldsymbol{Ai}$la fonction d'Airy définie comme la solution à l'équation différentielle $y'' - xy = 0$.

Ainsi le terme non linéaire a tendance à former des fronts raides (énergie localisée en un point), là où le terme dispersif a tendance à étaler l'onde. Le nombre d'Ursell permet de comparer ces deux phénomènes :

$$\mathrm{Ur} = \frac{\alpha}{\beta} A_w L_w^3 \tag{54}$$

Si $\mathrm{Ur} \ll 12$ les effets non linéaires sont négligeables devant les effets dispersifs. Si $\mathrm{Ur} \gg 12$ les effets dispersifs sont négligeables devant les effets non linéaires. Enfin, si $\mathrm{Ur} = 12$ les effets non linéaires compensent parfaitement les effets dispersifs : l'onde a alors un comportement de type soliton (voir section II.1.2.6). Cette solution particulière est stable puisque si l'onde devient trop étroite $L_w \to 0$), le terme dispersif prédomine ($\mathrm{Ur} \ll 12$) étalant l'onde. Inversement, si l'onde présente un étalement trop important, le terme non linéaire prédomine ($\mathrm{Ur} \ll 12$), redressant l'onde.

Une comparaison de la solution linéaire d'Airy et du soliton est tracée figure 2.9. Il est à noter que la vitesse de propagation de cette solution non linéaire est proportionnelle à son amplitude : $v = c_0(1 + A_w)$.

Dans le cas d'une onde de surface, les coefficients de l'équation de Boussinesq et Korteweg - De Vries sont :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{3}{2h} \\ \beta = \frac{h^2}{6} \end{cases} \tag{55}$$

et donc $\mathrm{Ur} = \frac{9}{h^3} A_w L_w^3$

Ainsi, si $h(x) \to 0$, par exemple à l'approche d'une plage, $\mathrm{Ur} \ll 12$ et les effets non linéaires augmentent alors que les effets dispersifs diminuent jusqu'au déferlement de l'onde. Enfin, il est à noter que la solution d'Airy présente une solution avec un front d'onde de polarité positive (surélévation suivie d'éteules), mais aussi négative (dépression suivie d'éteules). Au contraire, l'existence d'un soliton à la surface libre entre l'eau et l'air nécessite une polarité positive. Un soliton de polarité négative a été observé par [Falcon *et al.*, 2002] dans une fine couche de mercure, solution stabilisée par la tension superficielle.

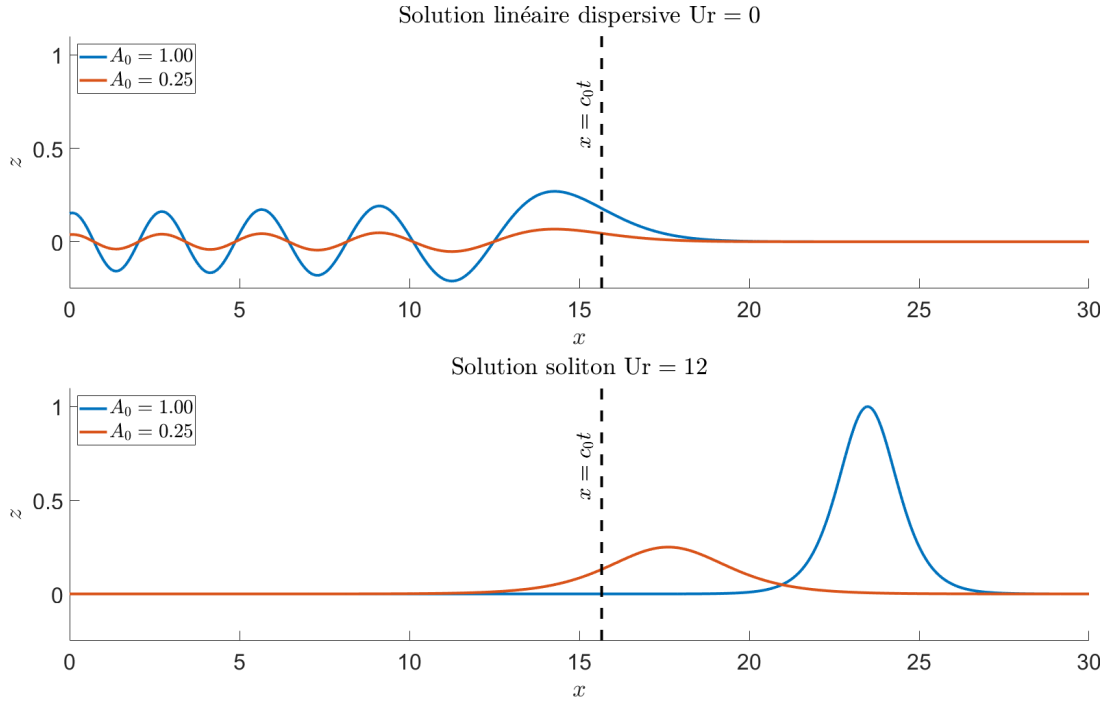


Figure 2.9 – Comparaison de la solution linéaire d'Airy de polarité positive ($A_0 > 0$) et de la solution pour un soliton. La vitesse de propagation de l'onde d'Airy ne dépend pas de son amplitude et est subsonique. La vitesse de propagation du soliton est proportionnelle à son amplitude et est supersonique.

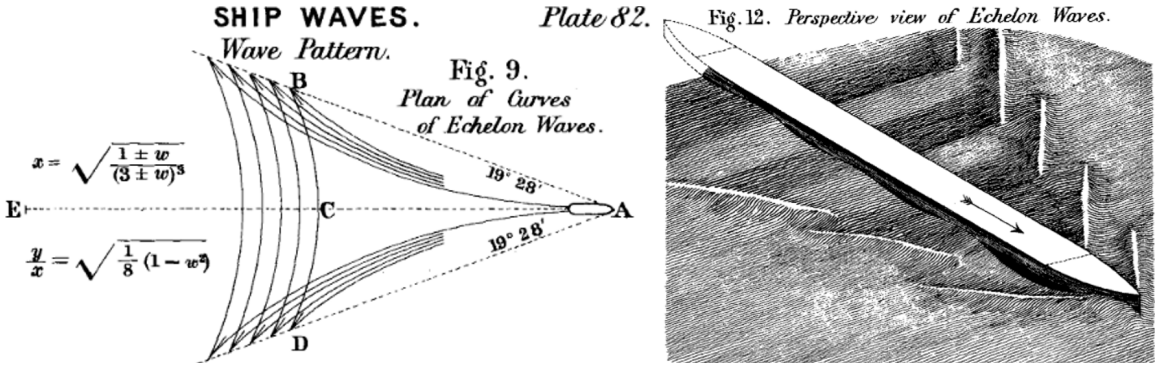


Figure 2.10 – Sillage de Kelvin d'un bateau en eau profonde. Figures tirées de [Thomson, 1887].

II.1.2.3 Sillage en eau profonde

Dans ses travaux, Lord Kelvin [Thomson, 1887] décrit le sillage d'un bateau en eau profonde comme une superposition d'ondes transverses (perpendiculaires au déplacement) et divergentes, formant un cône à l'arrière du navire et appelée sillage de Kelvin (figure 2.10). Ces ondes s'atténuent rapidement en amplitude du fait de la dispersion et des effets visqueux. L'angle que forme ce sillage, appelé angle de Kelvin, est égal à $\alpha_K = 19,47\,^\circ$ (figure 2.10). Vues du bateau, ces ondes sont stationnaires, ce qui signifie que leur vitesse est égale à celle du navire.

Initialement supposé constant, une décroissance de l'angle de Kelvin pour les grandes vitesses a par la suite été observée [Taylor et Watson, 2012, Baker, 1915, Whitham, 2011] (figure 2.11). En supposant un bateau de taille finie L_b, Rabaud et Moisy [Rabaud et Moisy, 2013] proposent une décroissance $1/\mathrm{Fr}_{L_b}$ à partir de $\mathrm{Fr}_{L_b} = 0.5$ avec Fr_{L_b} un nombre de Froude basé sur la longueur du navire. Selon Noblesse *et al.* [Noblesse *et al.*, 2014], l'angle

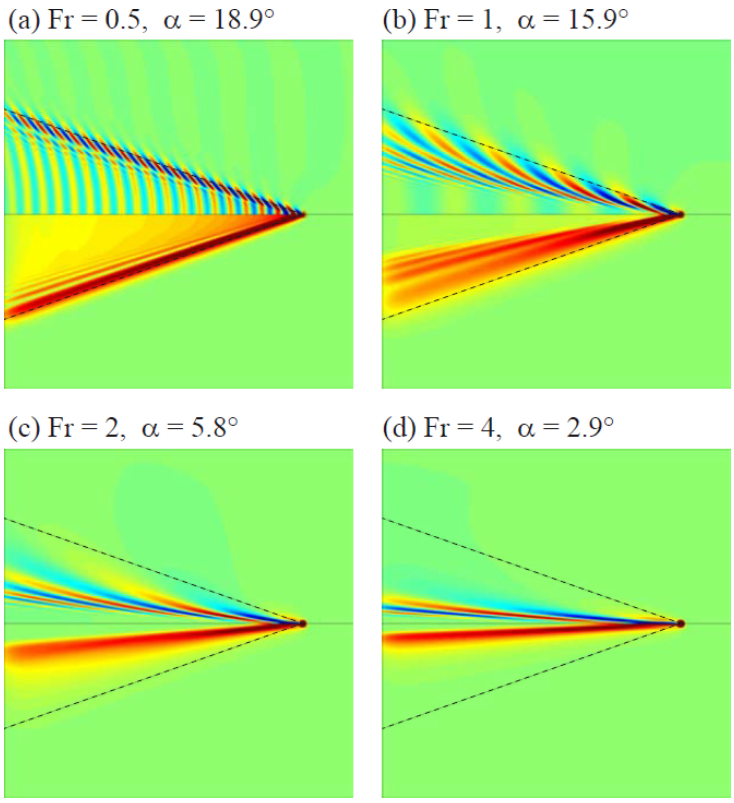


Figure 2.11 – Sillages d'un bateau en eau profonde selon son Froude de longueur. Figures tirées de [Rabaud et Moisy, 2013].

suivrait une loi en $1/\mathrm{Fr}_{L_b}^2$ à partir de $\mathrm{Fr}_{L_b} = 0.59$ (figure 2.12). Darmon *et al.* distinguent deux angles [Darmon *et al.*, 2013] : l'angle des caustiques et l'angle de Kelvin. Le premier correspond au maximum d'amplitude et suit une décroissance en $1/\mathrm{Fr}_L$. Le second délimite le bord du sillage, zone dans laquelle où se superposent les ondes transverses et divergentes (figure 2.13). Pour des vitesses telles que $\mathrm{Fr}_{L_b} < 0.5$ (sillage de Kelvin) ces angles se superposent.

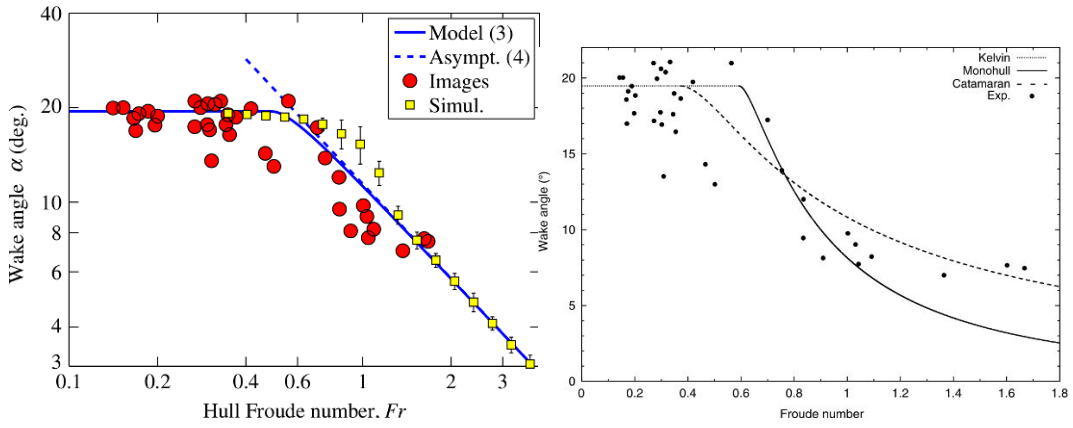


Figure 2.12 – Angle de Kelvin en fonction du Froude de longueur. Décroissance selon [Rabaud et Moisy, 2013] (GAUCHE), et [Noblesse *et al.*, 2014] (DROITE).

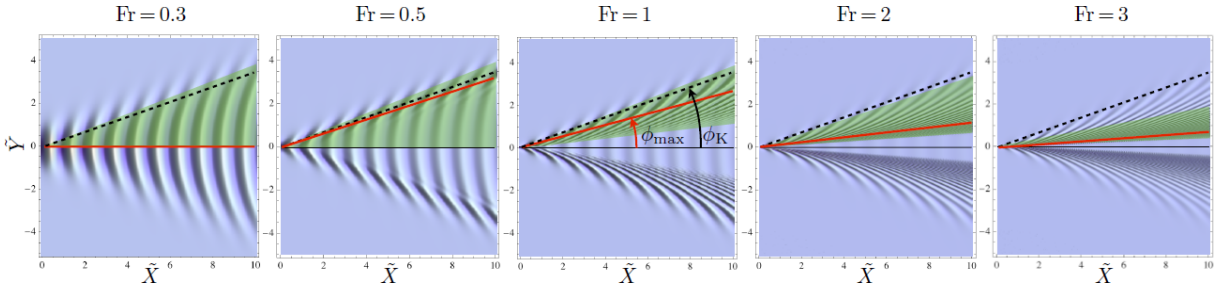


Figure 2.13 – Angle des caustiques et angle de Kelvin mesurés à l'arrière d'un bateau pour différents Froude de longueur Fr_L. Figure tirée de [Darmon *et al.*, 2013].

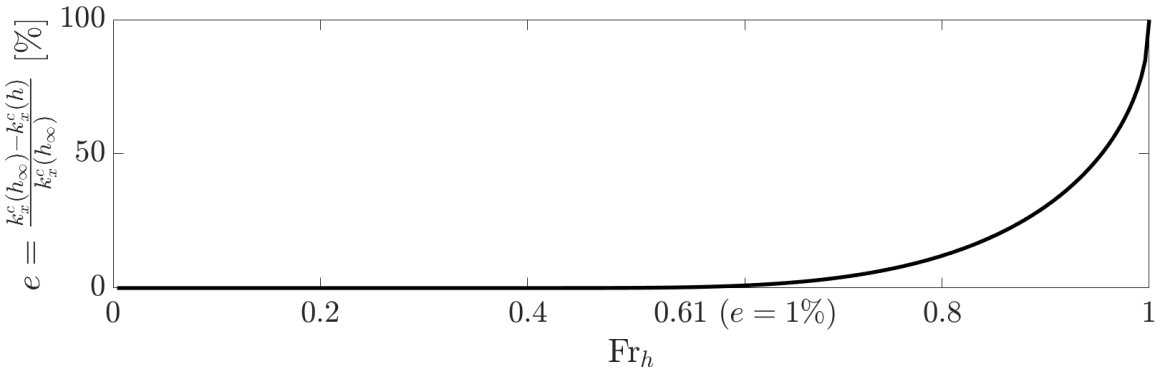


Figure 2.14 – Écart entre le nombre de coupure en fonction du Froude de hauteur et le nombre de coupure en eau profonde [Caplier, 2015].

II.1.2.4 Sillage en eau peu profonde

D'après la figure 2.8, lorsque la hauteur d'eau diminue, et donc que le nombre de Froude de hauteur Fr_h augmente, les branches se pincent en un point k_x^c plus faible. Ce k_x^c vaut 0 pour un Froude Fr_h égal à 1. Si le Froude continue d'augmenter, les branches se redressent pour former une croix [Carusotto et Rousseaux, 2013]. Si on s'intéresse à l'écart entre le nombre de coupure en eau profonde et le nombre de coupure en fonction du Froude de hauteur, on trouve que l'effet de fond se fait ressentir à partir de $\mathrm{Fr}_h \approx 0.61$ [Caplier, 2015] (figure 2.14).

En mesurant l'angle au point d'inflexion k_x^i comme fait précédemment, on trouve que l'angle du sillage est celui de Kelvin, soit 19.47 °, jusqu'à $\mathrm{Fr}_h = 0.60$. Puis l'angle augmente jusqu'à une valeur maximale $\alpha_{\max} = 90$ °, atteinte à $\mathrm{Fr}_h = 1.00$, puis diminue à nouveau (figure 2.15), à l'image d'un cône de Mach. À partir de ce constat, on définit plusieurs régimes [Elsaesser, 2005] (figure 2.16), inspirés de la théorie de Havelock [Havelock, 1908] :

- $\mathrm{Fr}_h \leq 0.60$ régime subcritique. L'angle est celui de Kelvin $\alpha = 19.47$ °
- $0.60 < \mathrm{Fr}_h < 1.00$ régime transcritique. L'angle augmente, et les longueurs des ondes transverses augmentent (k_x^c diminue)
- $\mathrm{Fr}_h = 1.00$ régime critique. Les ondes transverses disparaissent et ne restent que les ondes divergentes, ainsi qu'une onde solitaire créée à la proue dans le cas de la présence d'un confinement latéral.
- $1.00 < \mathrm{Fr}_h$ régime supercritique. L'angle diminue à nouveau, et l'onde solitaire de proue se replie le long du navire.

De plus, d'après les travaux de Scott Russell [Russell, 1839] sur la navigation des bateaux dans les canaux écossais, en présence d'un confinement latéral, un bourrelet se forme à l'avant du bateau à partir d'une vitesse critique (figure 2.17). L'amplitude du sillage

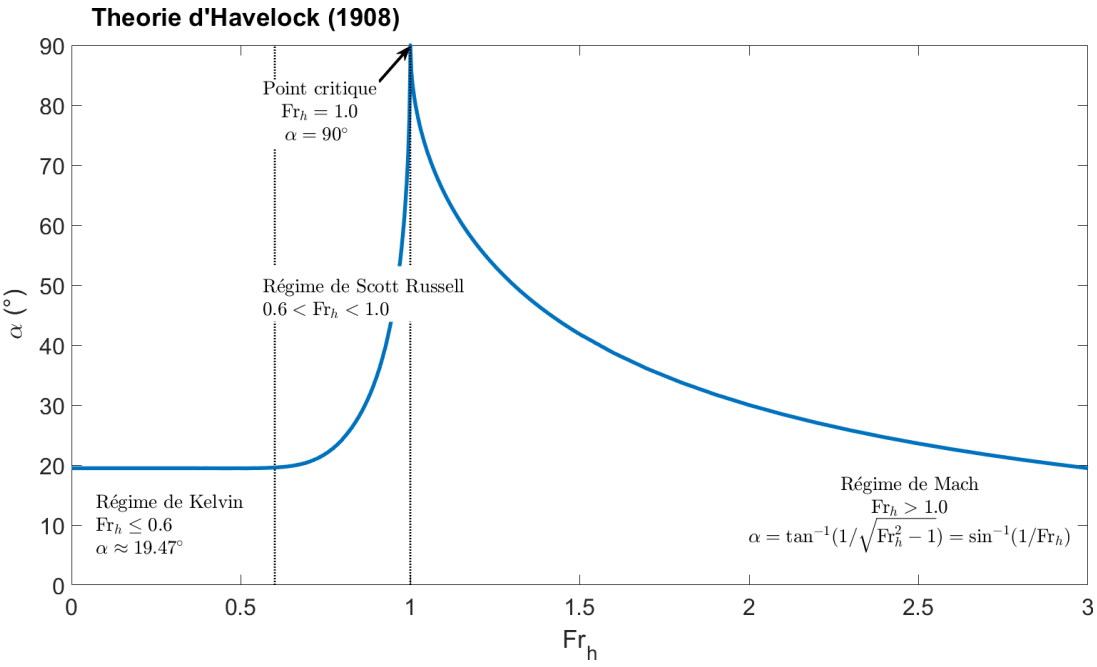


Figure 2.15 – Angle du sillage en eau peu profonde en fonction du Froude de hauteur Fr_h d'après la théorie de Havelock [Havelock, 1908].

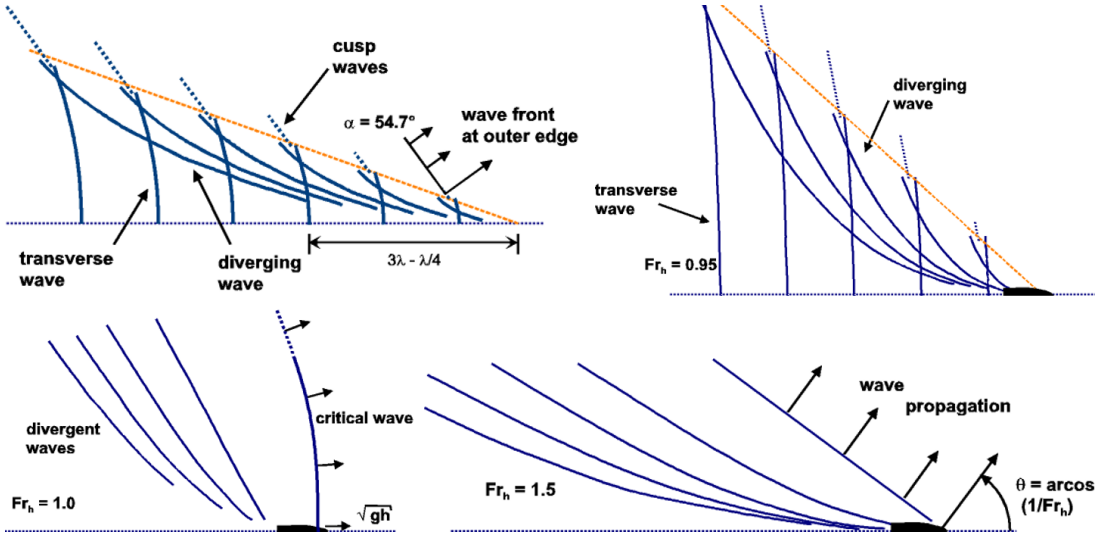


Figure 2.16 – Sillage en eau peu profonde en régime sous-critique (HAUT GAUCHE), transcritique (HAUT DROITE), critique (BAS GAUCHE) et supercritique (BAS-DROIT) d'après [Elsaesser, 2005].

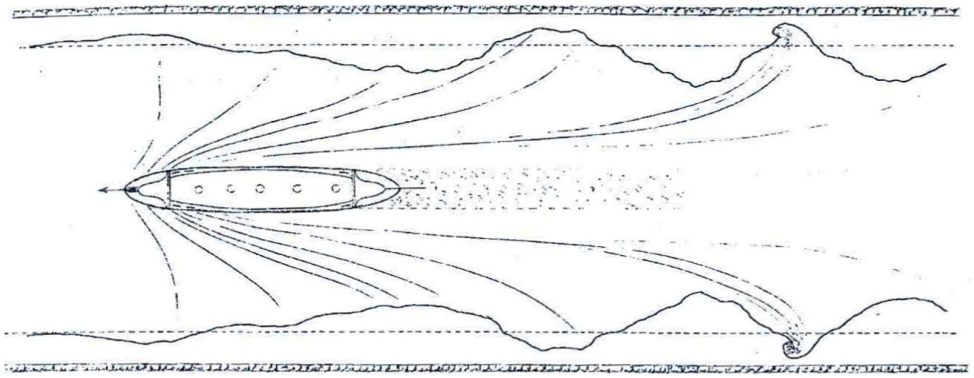


Figure 2.17 – Dessin du sillage d'un bateau en eau peu profonde par Scott Russell [Russell, 1839].

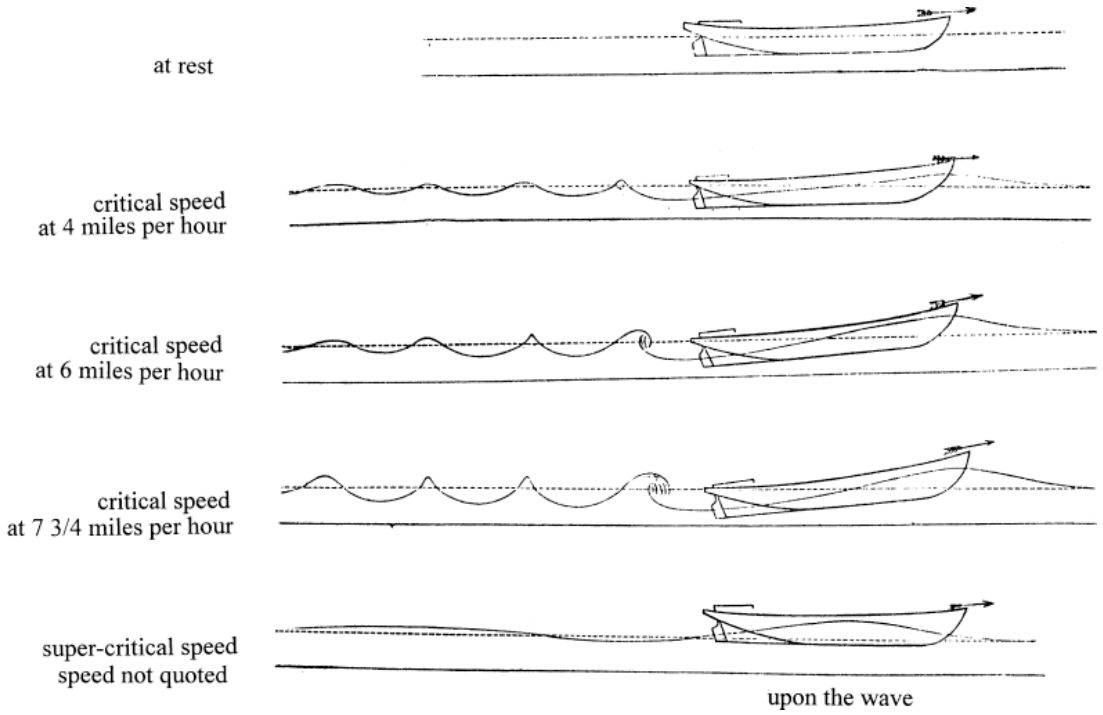


Figure 2.18 – Dessin du sillage d'un bateau en eau peu profonde en fonction de sa vitesse par Scott Russell [Russell, 1839].

augmente avec la vitesse, induisant une résistance à l'avancement plus élevée prédite par la théorie Sretensky-h. Une fois cette vitesse critique dépassée, le bateau se met à surfer sur la vague de proue, faisant alors chuter la résistance à l'avancement du navire (figure 2.18).

Ces observations ont été reproduites de très nombreuses fois en laboratoire : [Thews et Landweber, 1935], [Constantine, 1960, Constantine, 1961] et [Schofield et Bryan, 1974, Schofield et Martin, 2004].

II.1.2.5 Effet d'un confinement latéral et vertical et théorie de Schijf

Lorsque le bateau est confiné latéralement, la première conséquence ondulatoire est la réflection du sillage sur les parois. Ces réflections augmentent ponctuellement les amplitudes de vagues, ce qui impacte l'énergie dissipée comme cela a été vu précédemment. De plus, si la cambrure devient trop importante, cette superposition d'ondes peut entraîner des déferlements hydrauliques.

Lorsque le bateau est en mouvement, on mesure une variation de la vitesse du fluide le long de la coque. Ceci entraîne une différence de pression et de hauteur d'eau, pouvant se démontrer à partir du théorème de Bernoulli. On observe alors une variation du niveau du plan d'eau le long du navire : une surélévation au niveau de la proue, un creux le long de la carène, et une surélévation au niveau de la poupe. Ce mode zéro hydraulique, appelé vague de Bernoulli, dépend de la vitesse et de la forme du bateau [Gomit *et al.*, 2014], ainsi que des confinements verticaux et latéraux.

Dans le cas où le bateau se déplacerait dans une voie de profondeur et largeur finies, des effets hydrauliques peuvent se superposer aux effets précédemment présentés [Caplier *et al.*, 2020]. Ces effets sont à associer à un rapport surfacique appelé taux de blocage $m = \frac{A_b}{A_c}$avec A_b la surface occupée par le bateau dans une voie d'eau de surface A_c. Dans le cas d'une voie d'eau rectangulaire, $Ac = Wh$, et dans le cas d'un bateau peu profilé $A_b \approx B_b T_b$. Ainsi $m \approx \frac{B_b}{W}\frac{T_b}{h}$. Si le blocage est grand, le volume d'eau à déplacer étant inchangé, des courants de retour importants apparaissent pouvant mener à un mouvement de tangage du bateau.

Une théorie proposée par Schijf [Schijf, 1949] met en avant un nombre de Froude critique en fonction du taux de blocage (figure 2.19). D'après le théorème de Bernoulli appliqué sur une ligne de courant entre un point à la proue et un point au milieu du bateau :

$$\frac{1}{2}\rho U_b^2 = \frac{1}{2}\rho \left(U_b + \delta U\right)^2 + \rho g \delta h \tag{56}$$

avec δU la modification du courant et δh la modification du plan d'eau. Par conservation du débit :

$$U_b A_c = \left(U_b + \delta U\right)\left(A_c + \delta h W - A_b\right) \tag{57}$$

soit

$$\delta h W = Ac\left(1 - \frac{U_b}{U_b + \delta U}\right) - Ab \tag{58}$$

En injectant cette relation dans l'équation de Bernoulli :

$$0 = \frac{1}{2}\mathrm{Fr}_h^2 \left(\frac{U_b + \delta U}{U_b}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\mathrm{Fr}_h^2 + 1 - m\right)\frac{U_b + \delta U}{U_b} + 1 \tag{59}$$

Il s'agit d'un polynôme du troisième ordre $X^3 + pX + q = 0$ possédant des solutions réelles si $\Delta = -\left(27q^2 + 4p^3\right) > 0$ (formule de Cardan). Cela impose donc :

$$\mathrm{Fr}_h \leq \left[2\sin\left(\frac{\arcsin(1-m)}{3}\right)\right]^{3/2} \quad \& \quad \mathrm{Fr}_h \geq \left[2\sin\left(\frac{\pi - \arcsin(1-m)}{3}\right)\right]^{3/2} \tag{60}$$

On peut inverser la relation, en partant de $-27q^1 + 4p^3 = 0$ avec $q = \frac{2}{\mathrm{Fr}_h^2}$et $p = -1 - q(1-m)$. On trouve alors :

$$m = 1 + \frac{3}{2}\mathrm{Fr}_h^2 - \frac{\mathrm{Fr}_h^2}{2} \tag{61}$$

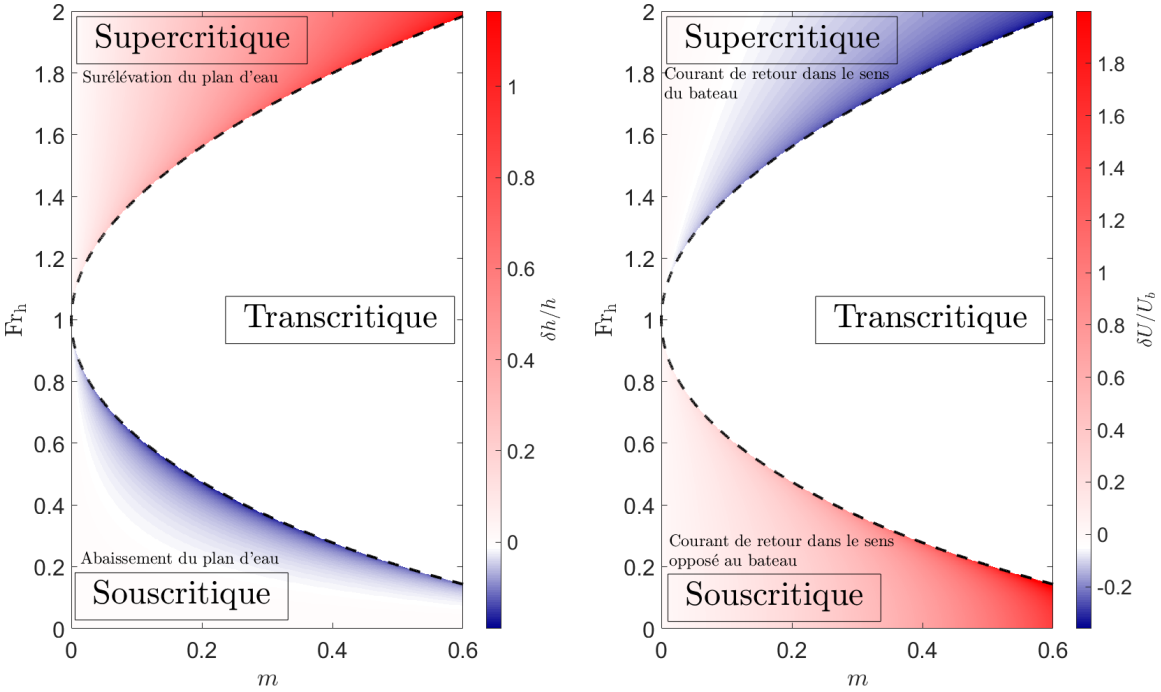


Figure 2.19 – Théorie de Schijf sur l'effet d'un double confinement de la voie d'eau. Calcul de l'abaissement ou de la surélévation du plan d'eau autour du bateau, ainsi que du courant de retour.

Dans cette gamme de Froude, on trouve comme solution pour le courant de retour δU et pour l'abaissement du plan d'eau δh (figure 2.19 et 2.20) :

$$\frac{\delta U}{U_b} = X - 1 \tag{62}$$

$$\frac{\delta h}{h} = q\left(1 - X^2\right) \tag{63}$$

avec

$$X = \sqrt{\frac{-4p}{3}} \cos\left[\frac{1}{3}\arccos\left(\sqrt{-\frac{27q^2}{4p^3}}\right) + \frac{2k\pi}{3}\right] \tag{64}$$

avec $k = 2$ si $\mathrm{Fr}_h < 1$, et $k = 0$ si $\mathrm{Fr}_h > 1$.

En plus de la modification du niveau du plan d'eau, les courants de retour induits par le bateau peuvent générer des enfoncements dynamiques (squats) [Inui *et al.*, 1956, Zeraatgar *et al.*, 2011] (figure 2.21). Ce phénomène intervient principalement pour les navires présentant un coefficient de bloc C_b proche de 1. Cet enfoncement peut provoquer des talonnements du fond, causant des dégâts aux navires et empêchant d'atteindre certaines vitesses.

II.1.2.6 Génération d'onde solitaire

D'après la théorie linéaire, il n'y a pas d'ondes générées par le bateau pouvant se déplacer plus vite que ce dernier, et donc se situer loin devant lui. Cependant, une onde solitaire non linéaire peut apparaître en présence d'un fort confinement. Si le bateau s'arrête brusquement, l'onde se dégage de la proue et s'échappe à l'avant. Cette observation a été

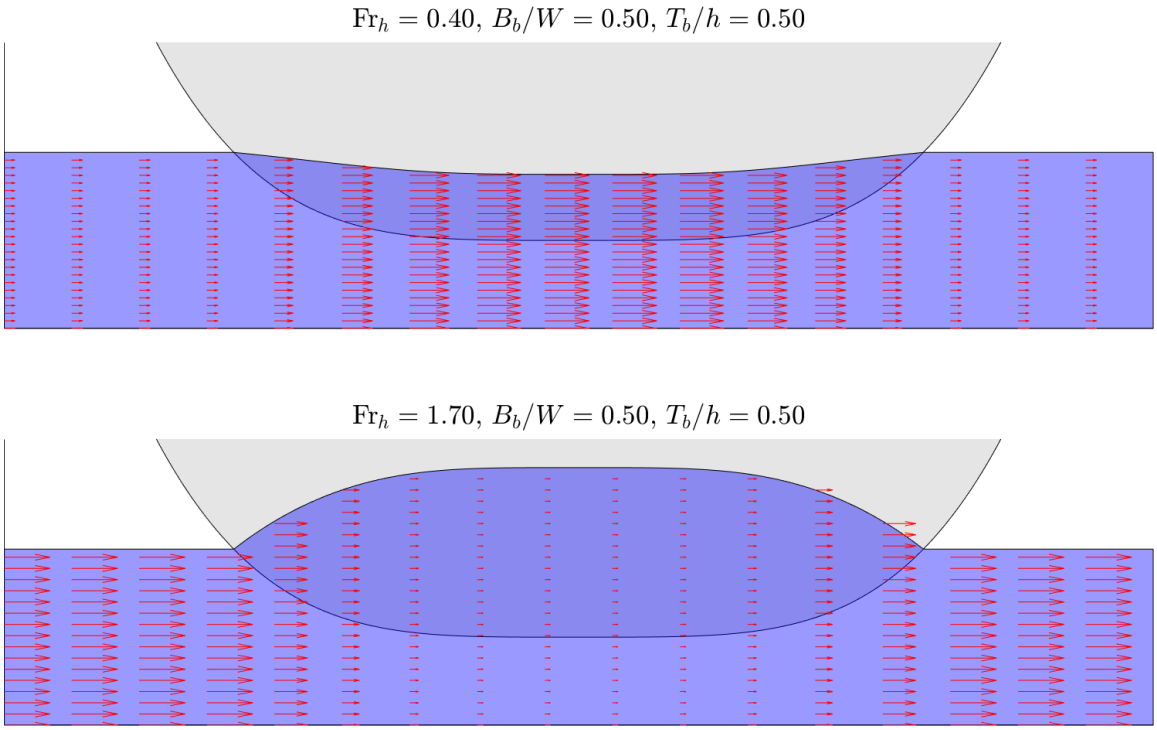


Figure 2.20 – Théorie de Schijf sur l'effet d'un double confinement de la voie d'eau. Calcul de l'abaissement ou de la surélévation du plan d'eau autour du bateau, ainsi que du courant de retour dans un cas sous-critique (HAUT) et supercritique (BAS). Les vitesses sont données dans le référentiel du bateau.

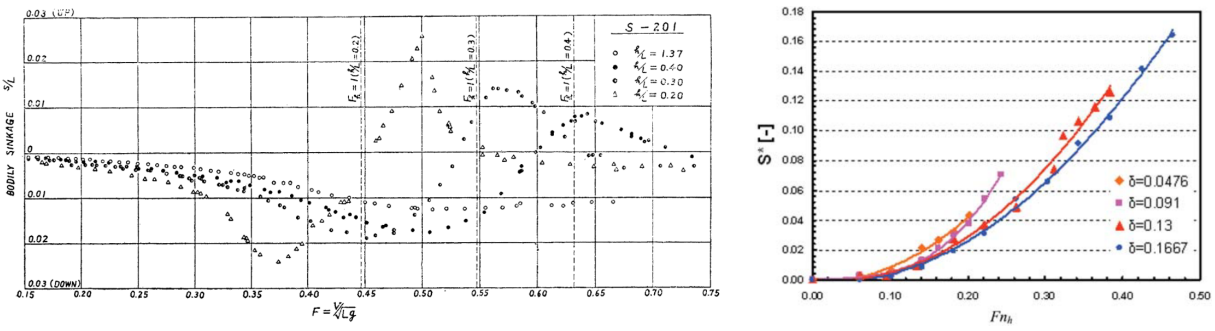


Figure 2.21 – Enfoncement dynamique en fonction de la vitesse du navire d'après les travaux de [Inui *et al.*, 1956] en fonction de la hauteur d'eau (GAUCHE) et [Zeraatgar *et al.*, 2011] (DROIT).

réalisée par Scott Russell qui suivit l'onde et constata qu'elle conservait sa vitesse et son amplitude sur plusieurs kilomètres. Cette onde solitaire correspond au cas où le terme non linéaire compense parfaitement le terme dispersif de l'équation de Boussinesq et Korteweg - De Vries. Scott Russell parvint à reproduire cette onde en laboratoire en plongeant une masse à l'extrémité d'un canal (figure 2.22).

Cette structure d'onde solitaire nécessite la présence d'un confinement vertical et d'une perturbation initiale pour exister. On parle de solution non topologique où les conditions amonts et avals du soliton sont identiques, en opposition à des structures topologiques pouvant apparaître au repos et où les conditions amont et aval diffèrent.

Dans le cas où le bateau se déplacerait à vitesse constante, des ondes solitaires peuvent être émises de façon périodique. Ces ondes solitaires sont suivies d'un train d'onde dispersive et sont appelées « proto-solitons » (precursor solitons) [Wu, 1987]. Ils apparaissent pour des vitesses U_b proches de $\mathrm{Fr}_h \approx 1$: le bateau agit comme une condition de forçage, et l'onde solitaire, se déplaçant à une vitesse relativement proche de U_b, reçoit de l'énergie du bateau sur une longue distance, avant d'avoir une vitesse suffisamment élevée pour s'éloigner du bateau (pour rappel, la vitesse d'un soliton est proportionnelle à son amplitude). Expérimentalement, ces proto-solitons peuvent apparaître à partir de $\mathrm{Fr}_h > 0.2$, et numériquement $\mathrm{Fr}_h > 0.4$ [Ertekin *et al.*, 1986].

D'après les expériences d'Erteking, le coefficient de blocage m est le critère essentiel à la génération de ces ondes solitaires. En effet, si on élargit un canal dans lequel un bateau génère des solitons, alors, pour que ce bateau puisse émettre des ondes solitaires de même amplitude, il faudrait qu'il transmette une énergie plus grande à l'onde [Ertekin, 1985]. Ainsi, si on s'intéresse à la dynamique du soliton, la largeur du canal influe dans l'amplitude de ce dernier.

Plus un bateau se déplace vite, plus le soliton émis sera de forte amplitude. Pour autant, passée une certaine amplitude, l'onde solitaire peut se mettre à déferler, limitant de ce fait sa taille maximale. Toutefois, la génération en régime supercritique d'une onde courbée non linéaire au niveau de la proue ne nécessite pas nécessairement la présence de paroi [Lee et Grimshaw, 1990]. C'est le redressement de l'onde solitaire en une onde droite qui implique un confinement latéral [Katsis et Akylas, 1987]. Dans le cas d'un bateau évoluant en pleine mer, donc sans effet de paroi, une onde solitaire non linéaire peut tout de même être générée au niveau de la proue, mais présentant une courbure parabolique. Si ce proto-soliton se détache du bateau, son amplitude se met alors à décroitre rapidement (en $t^{-1/3}$ selon [Li et Sclavounos, 2002]), sa courbure diminuant également.

Les ondes solitaires de ce type ont depuis été plus longuement étudiées (voir la bibliographie de [Soomere, 2007]), que ce soit par les modèles reproduisant des solitons de surface à partir du mouvement d'un obstacle en fond de canal [Wu, 1987].

D'après les travaux de [Grue, 2017], un système d'onde linéaire dispersif rappelant les tsunamis et la solution d'Airy peut aussi apparaître. Un bateau se déplaçant à vitesse sous-critique dans un milieu changeant brusquement de hauteur d'eau génère une onde linéaire possédant une vitesse proche de la vitesse critique$\sqrt{gh}$. Le champ de pression induit par le mouvement du navire agit comme une impulsion dans la zone de changement de profondeur, créant ce front d'onde suivi d'éteule et s'échappant à l'avant du navire.

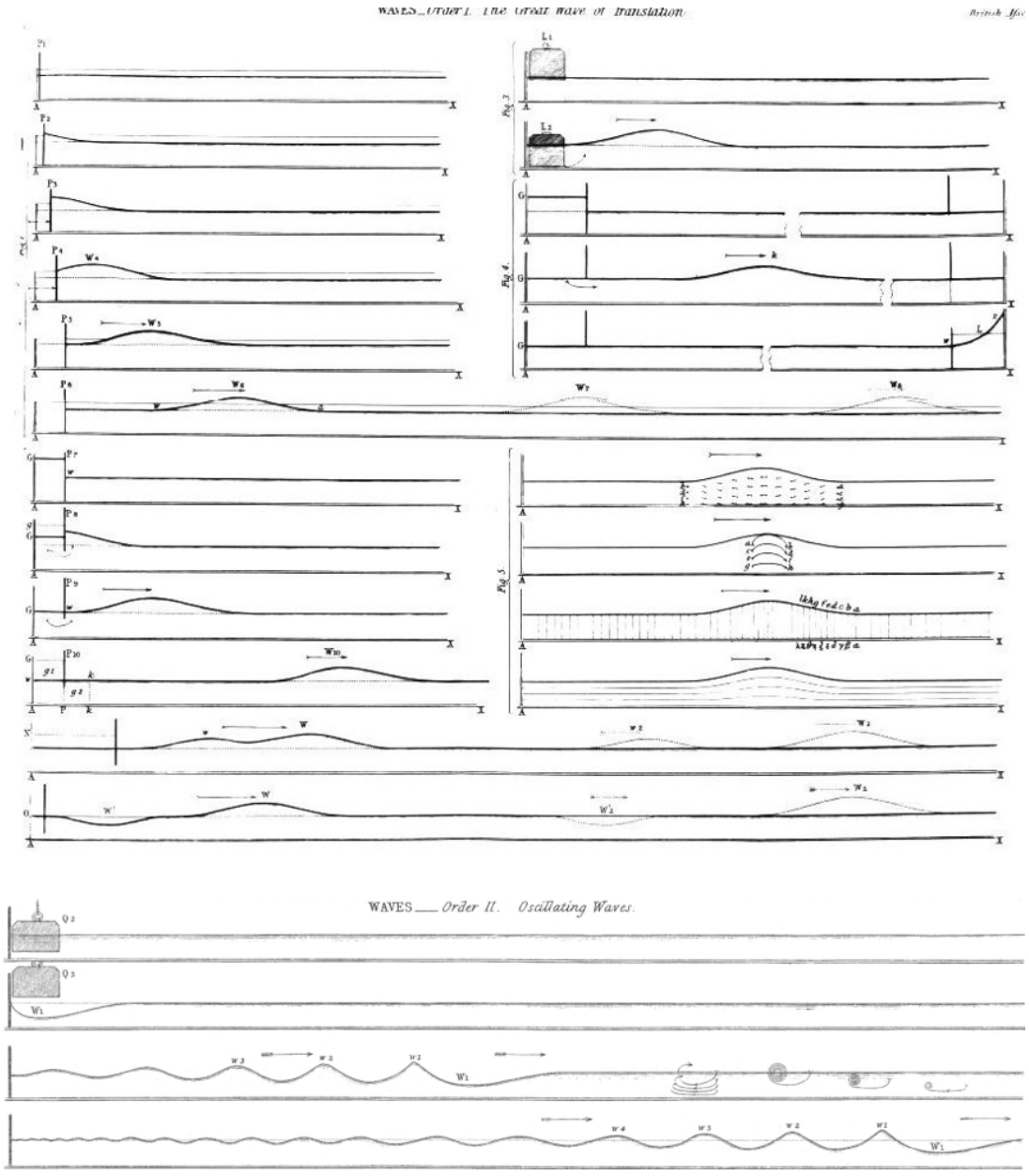


Figure 2.22 – Dessins de l'expérience de laboratoire réalisée par Scott Russell [Russell, 1839]. Lorsque l'obstacle est plongé, un soliton de polarité positive est formé (HAUT). Lorsque l'obstacle est enlevé, une dépression ondulante se forme (BAS).

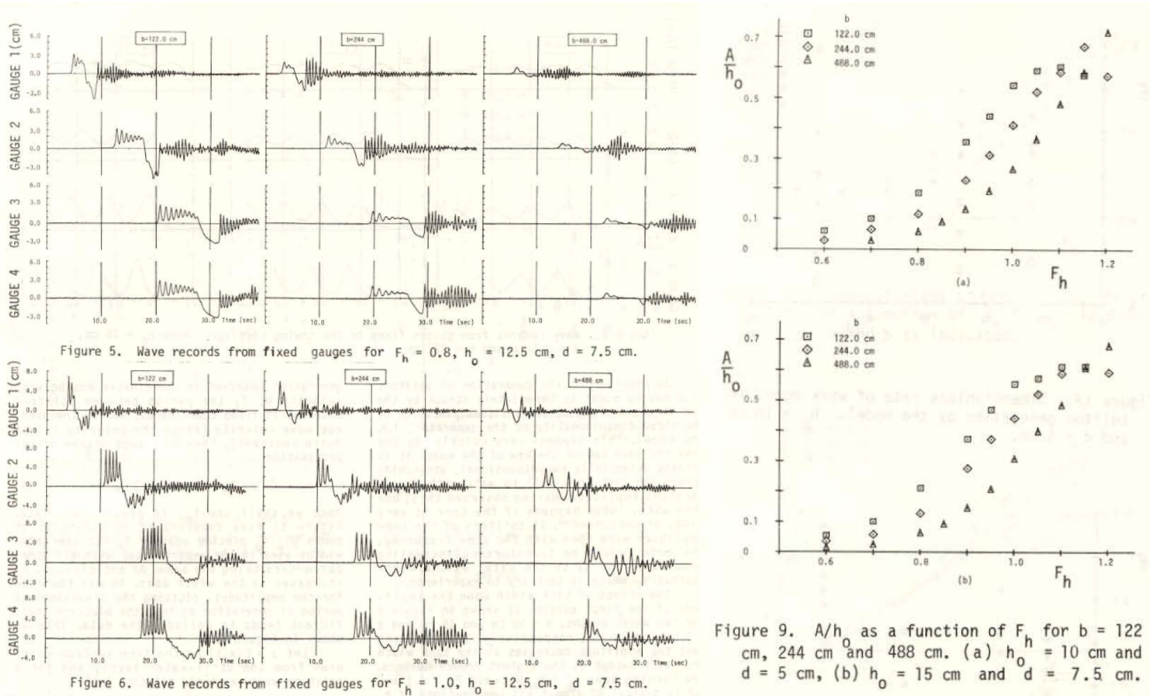


Figure 2.23 – (GAUCHE) Déformée de la surface libre au cours du temps à plusieurs positions et pour différentes largeurs de canal dans un cas sous-critique $\mathrm{Fr}_h = 0.8$ (haut), et critique $\mathrm{Fr}_h = 1$ (bas). (DROITE) Amplitude du soliton émis en fonction du Froude de hauteur Fr_h, selon la largeur du canal (ici noté b, et d le tirant d'eau). Figures tirées de [Ertekin, 1985].

II.2 Traction à vitesse constante d'une galère

Les mesures sont réalisées dans le bassin des carènes de l'Institut Pprime. Ce canal, de longueur $L = 20$ m, de largeur $W = 149$ cm, est constitué d'une section inférieure en trapèze de hauteur $h_{inf} = 20$ cm puis d'une section supérieure rectangulaire de hauteur $h_{sup} = 100$ cm. Une plage d'amortissement en mousse a été installée en fin de canal pour amortir les vagues générées. Le bassin est équipé d'un chariot monté sur des rails d'un pas de 0.94 cm, transportant un mât de traction et les équipements nécessaires aux mesures. Ce chariot se pilote à l'aide d'un ordinateur et permet d'atteindre, avec une accélération constante, une vitesse maximale de 2.35 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. L'utilisateur fixe la vitesse souhaitée, ainsi que la distance parcourue. Il est aussi possible de modifier l'accélération et la décélération qui ont été fixées à 0.50 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Un double fond a été installé afin de réaliser des mesures avec une profondeur d'eau faible (figure 2.24). [Gomit *et al.*, 2015] ont montré la représentativité des essais menés à échelle réduite dans le bassin des carènes de l'Institut Pprime.

II.2.1 Mesure de résistance avec une balance

Une première série de mesures, réalisée lors d'un stage de Master 2 de Yann Devaux [Devaux, 2014] visait à mettre en évidence un pic de résistance à l'avancement du navire, présent dans le cas de la décarème et absent dans le cas de la trirème. Pour cela nous cherchions à mesurer la force de traînée F_x à l'aide d'un dynamomètre à trois composantes (F_x, F_y, F_z, et le couple M_z) de type 9272, de la marque Kistler. Le dynamomètre fonctionne par des céramiques piézoélectriques générant une tension en fonction de leurs déformations. Un amplificateur 5070A de marque Kistler envoie les mesures à un système ADWin Pro,

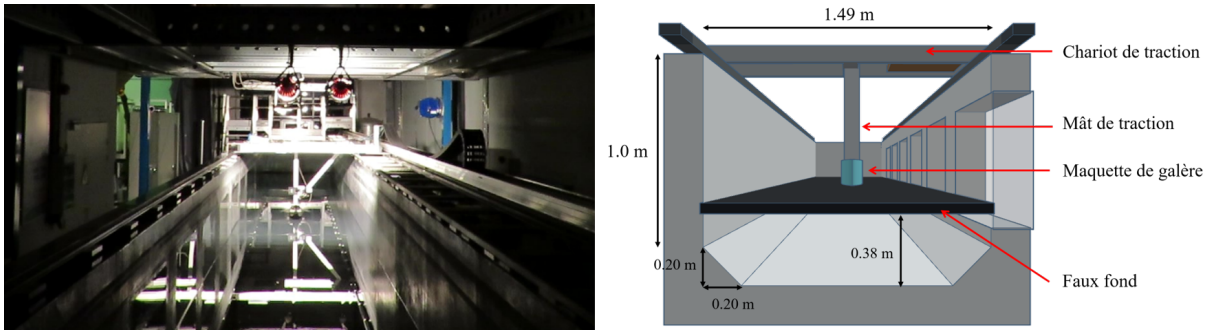


Figure 2.24 – Photo du bassin des carènes de l'Institut Pprime. Vue en coupe du bassin équipé du faux fond.

qui sont affichées et enregistrées par un programme LabView développé par Jean-Marc Mougenot. Il est possible de lancer l'acquisition par un trigger externe, que nous plaçons dans notre cas en début de canal pour mesurer les forces exercées au démarrage. La plage de mesure du dynamomètre Kistler est de ±5 kN.

Une fois les mesures de résistance faites, nous cherchons à déterminer la part due à la résistance de vague $R_w = R_t - R_v$. Cependant, le bruit de mesure couplé à la précision de l'équipement ne permet pas d'obtenir de résultats probants. La balance Kistler possède une résolution donnée par le constructeur de 0.01 N et la force de traînée R_t mesurée dans le cas des expériences avec maquette de galère est de l'ordre de 1 N. Si on calcule l'incertitude de la mesure en suivant la procédure proposée par la méthode GUM (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement [ISO *et al.*, 1995]) nous trouvons une incertitude élargie $I \approx 0.18$ N, donc de l'ordre de 20% de ce que nous cherchons à mesurer.

Détail du calcul de l'incertitude :

Erreur de dérivée	$i_d = \frac{dt_a}{s} \approx 8.8{\cdot}10^{-2}$ N avec d la dérive, t_a le temps d'acquisition, s la sensibilité
Erreur de linéarité	$i_l = \frac{I}{k_i} \approx 7.5 \cdot 10^{-4}$ N avec I l'incertitude élargie, k_i le facteur d'élargissement
Erreur de résolution	$i_r = \frac{r}{2\sqrt{3}} \approx 2.89 \cdot 10^{-3}$ N avec r la résolution de la balance
Incertitude type	$i_c = \sqrt{i_d^2 + i_l^2 + i_r^2} \approx 8.8 \cdot 10^{-2}$ N
Incertitude élargie	$I = 2i_c \approx 0.18$ N

De plus, le chariot crée de très nombreuses vibrations, venant perturber les mesures. Ces vibrations ont été identifiées comme provenant de :

- La vibration du mât de traction, qui résonne aux alentours de 9 Hz à vide, mais descend à 5 Hz avec le poids du bateau
- La vibration due aux dents du rail, a une fréquence $f = 9.4U_b \cdot 10^{-3}$ Hz. Elle s'accompagne de ses harmoniques
- Une vibration à 159 Hz, qui apparaît dès que le chariot cherche à obtenir une position (en mouvement, ou même à une position fixe forcée). Cette vibration peut présenter des harmoniques si elle devient trop importante.

Ces vibrations peuvent être constructives, et être alors encore plus problématiques pour nos mesures. Ceci est le cas par exemple avec une vitesse de 0.5 m $\cdot$ s^{-1}, où un harmonique de la vibration du rail s'ajoute à la vibration à 159 Hz. Ainsi, il ne nous a pas paru pertinent de continuer des mesures de résistance à l'avancement du navire à partir de la balance Kistler.

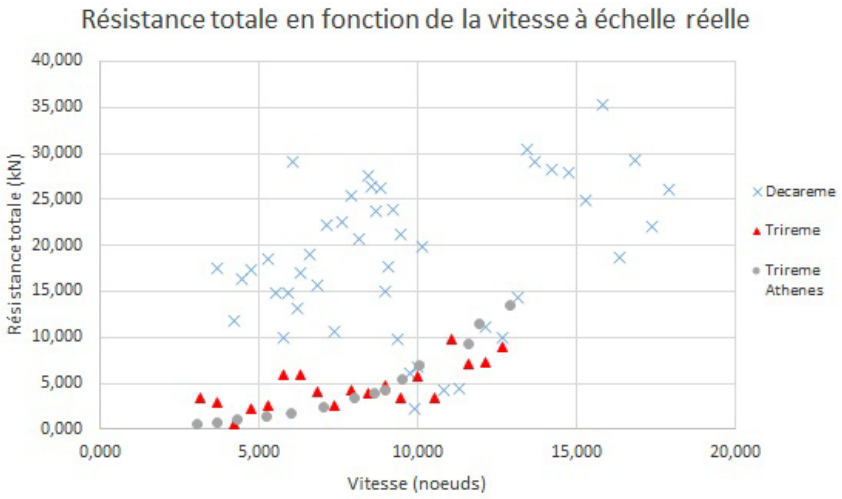


Figure 2.25 – Résistance totale en fonction de la vitesse remise à échelle réelle pour la décarème ($h = 5.61$ cm, $T_b = 3.93$ cm), la trirème ($h = 11.22$ cm, $T_b = 3.93$ cm) [Devaux, 2014] et [Grekoussis et Loukakis, 1985].

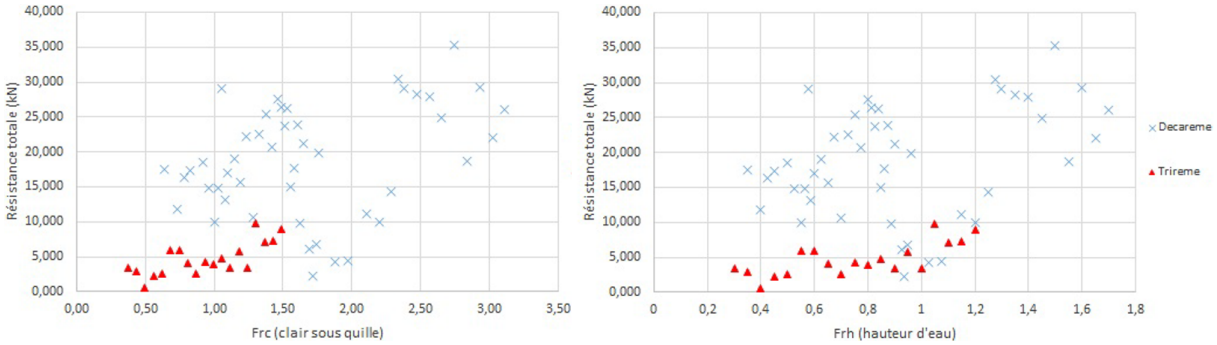


Figure 2.26 – Résistance totale en fonction de Fr_c en haut et Fr_h en bas, pour la décarème et la trirème avec 3 m d'eau remise à l'échelle réelle [Devaux, 2014].

Comme indiqué, plusieurs mesures avaient tout de même été réalisées, pour des vitesses remises à échelle allant de 3 nœuds à 17 nœuds pour la décarème et de 3 nœuds à 13 nœuds pour la trirème. Ces mesures sont comparées aux résultats expérimentaux de [Grekoussis et Loukakis, 1985] (figure 2.25) correspondant à des mesures de résistance effectuées en eau calme avec un modèle réduit de trirème de dimension $L_b = 3.2$ m, et une profondeur d'eau $h = 3$ m. Le Froude de hauteur est donc compris entre $0.093 < \mathrm{Fr}_h < 0.410$. Ainsi, leurs expériences ont été réalisées dans des conditions d'eau profonde et ne se sont pas concentrées sur les effets de bathymétrie.

Yann Devaux note que : *« nos résultats pour la trirème sont proches de ceux fournis par Athènes et traduisent typiquement la résistance à l'avancement en eaux profondes ». « Pour la décarème, le comportement n'est pas si simple : une augmentation de résistance se perçoit juste avant les 10 nœuds et retombe ensuite, comme un pic à franchir de la part des bateaux pour arriver à une vitesse où la résistance serait moindre »*. Les mesures sont ensuite tracées (figure 2.26) en fonction de deux nombres de Froude : $\mathrm{Fr}_h = \frac{U}{\sqrt{gh}}$fonction de la hauteur d'eau, et $\mathrm{Fr}_c = \frac{U}{\sqrt{g(h-T)}}$fonction du clair sous quille.

À noter qu'une visualisation latérale du bateau a permis, après mesure, de s'apercevoir qu'il existait des angles entre la cale de la maquette et le haut, mais aussi entre la cale et

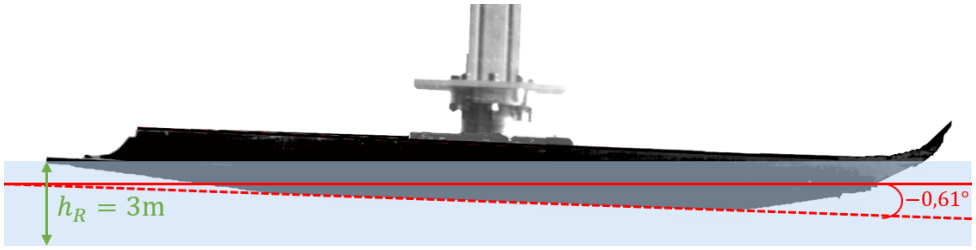


Figure 2.27 – Angle observé entre l'horizontale et la cale de la maquette.

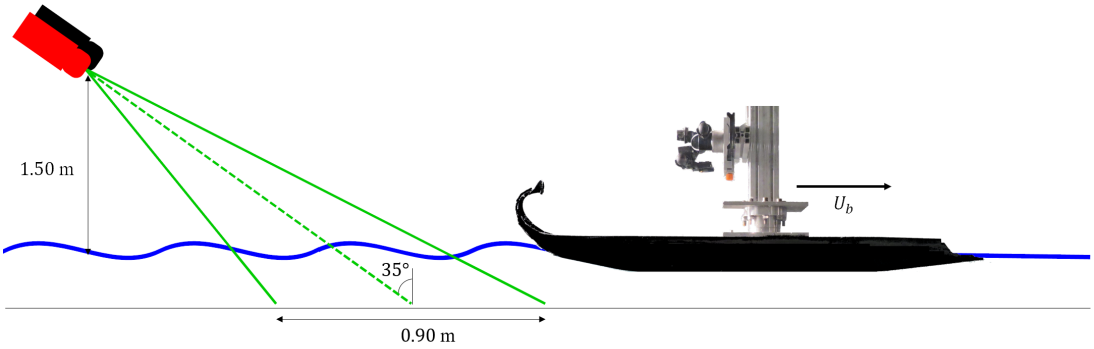


Figure 2.28 – Schéma de l'installation des caméras Dantec pour la stéréoréfraction.

la surface libre au repos (figure 2.27).

Cet angle de 0.13 ° induit un enfoncement du côté poupe de 2.7 mm. Remis à l'échelle, cela représente un enfoncement de 13.6 cm pour la décarème et 6.8 cm pour la trirème, soit une diminution de 15% du clair sous quille dans le cas de la décarème et de 3.5% pour la trirème. Dans le cas de la décarème, compte tenu de la faible hauteur de clair sous quille, un tel angle peut avoir un impact non modéré. Il est aussi important de noter que dans le cas de l'expérience grecque [Grekoussis et Loukakis, 1985], un surrenfoncement de 35 cm avait été noté, ce qui représente un angle de 0.61 ° .

II.2.2 Stéréo-réfraction

II.2.2.1 Technique expérimentale

Une série de mesures utilisant la méthode de stéréoréfraction développée par Guillaume Gomit lors de sa thèse [Gomit, 2013] a été réalisée. Cette technique est basée sur la réfraction d'un rayon lumineux lors du changement d'indice qu'implique une interface. Un motif type « nuit étoilée », généré à partir d'une image de PIV (Vélocimétrie par Images de Particules), est collé en fond de canal. À l'aide de deux caméras rapides Dantec SpeedSense 1040, de résolution 2320 × 1726 pixels, montées d'objectifs Nikkor AF 28 mm 1 :2,8, la zone du motif est capturée. Cette zone représente la moitié en largeur du canal, la seconde partie pouvant être reconstruite par symétrie. Les rayons lumineux sont déviés par la surface libre, modifiant l'aspect du motif. Par corrélation entre des images avec une surface au repos, et des images avec présence d'un sillage de bateau, et à l'aide d'un algorithme de traitement développé par Guillaume Gomit et Clément Caplier [Caplier, 2015], il est possible de remonter pour chaque pas de temps à une déformée de surface en trois dimensions. Cette technique nécessite toutefois une hauteur d'eau limitée ($h < 15$ cm).

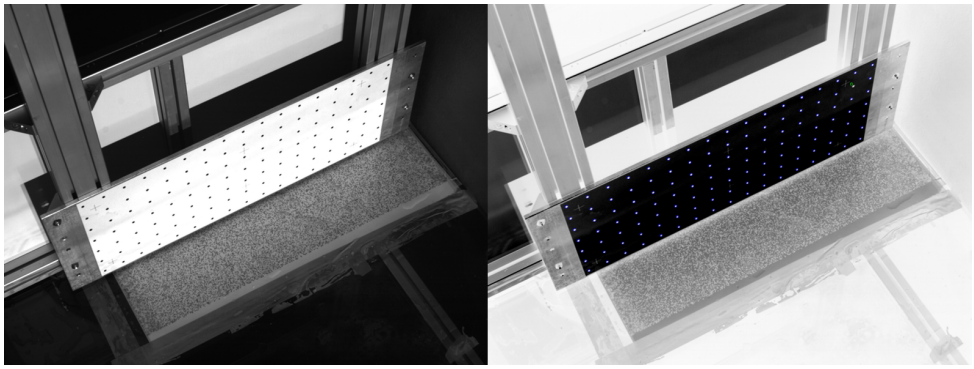


Figure 2.29 – (GAUCHE) Image prise par la caméra du centre. (DROITE) Image transformée et points détectés par le logiciel de calibration.



Figure 2.30 – Projecteurs pour la stéréoréfraction placée loin de la zone de mesure afin d'obtenir une lumière parallèle à la surface libre.

Les caméras sont placées à 1.5 m de hauteur, formant un angle de 30 ° entre elles, ainsi qu'un angle de 35 ° avec la surface libre (figure 2.28). L'ensemble des acquisitions est piloté par le logiciel Dynamic Studio. Un boitier EG permet de synchroniser les caméras déclenchées à partir d'un trigger externe. La fréquence d'acquisition a été fixée à $f_{acqui} = 10$ Hz. Chaque essai est reproduit trois fois. De cette manière, la déformée de surface peut être moyennée sur ces trois mesures, réduisant le nombre de points aberrants.

Pour passer du référentiel des caméras aux référentiels du laboratoire, une étape de calibration est réalisée. Une mire, installée sur le chariot du bassin de traction, est translatée d'un pas de 50 mm à plusieurs positions spatiales connues. Un algorithme permet ensuite de détecter sur chaque image les points de la mire, et d'associer ainsi à un point ses coordonnées dans le référentiel du laboratoire à ses coordonnées dans les référentiels des deux caméras. Le script procède par étapes : retouche de la photo afin d'augmenter les contrastes pour faciliter la détection de point, puis détection des points par des approximations polynomiales de la position en plusieurs passages (figure 2.29). Ensuite, le logiciel calcule la transformation mathématique (modèle Pinhole) permettant de passer d'un référentiel à l'autre. Il est nécessaire d'avoir une grande profondeur de champ pour avoir une image nette de la mire sur toute la zone de mesure. Cela nécessite donc une petite ouverture d'objectif impliquant une faible luminosité. Pour compenser cela, deux projecteurs halogènes sont installés, et la calibration se fait les lumières du canal éteintes. Pour qu'ils éclairent de façon la plus parallèle possible à la surface libre, nous les plaçons loin de la zone de mesure (figure 2.30).

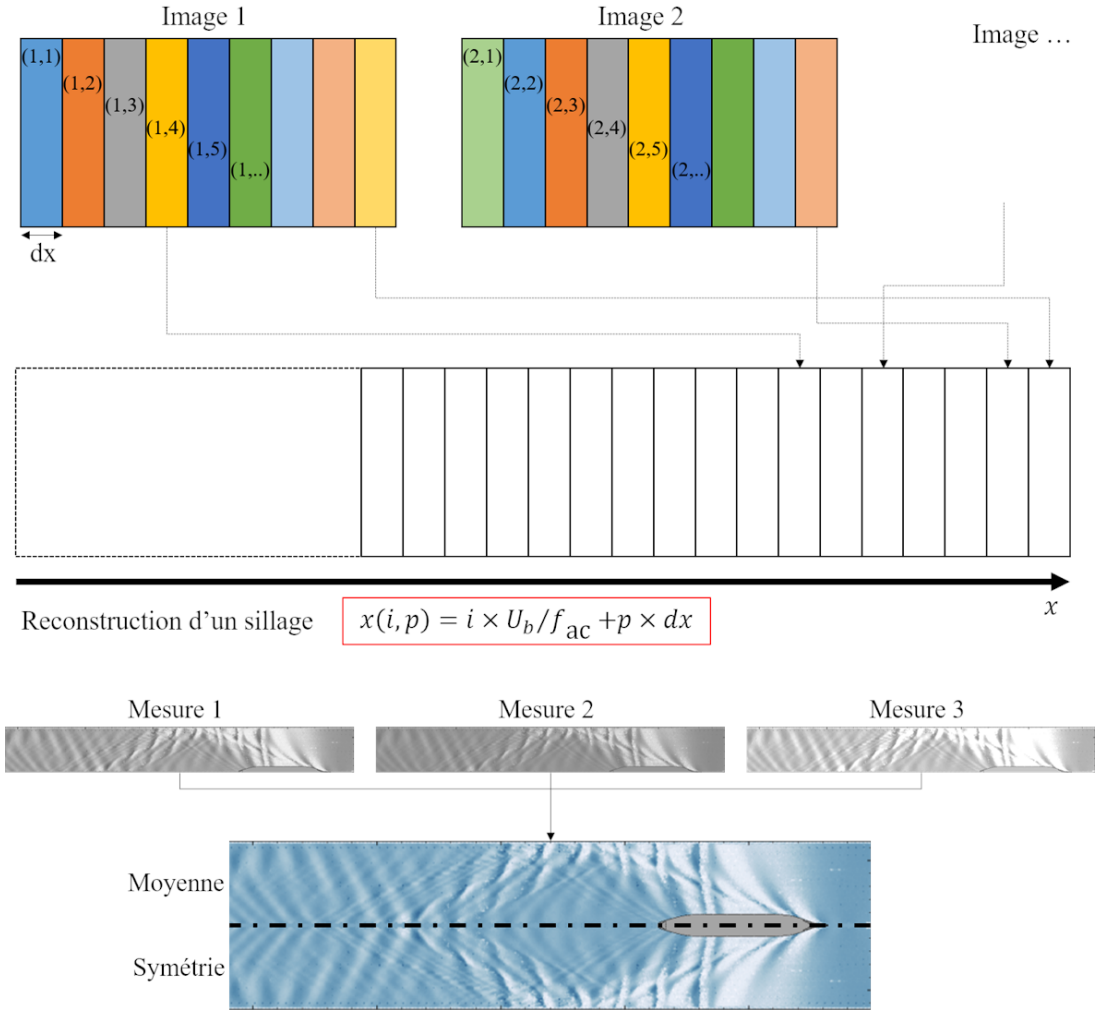


Figure 2.31 – Représentation schématique de la reconstruction du champ de vagues.

Suite au traitement des images acquises, nous obtenons pour chaque pas de temps trois champs de vagues (un par essai). Un second algorithme permet de transformer ces informations en un sillage de bateau et se compose en plusieurs phases :

- Suppression des points aberrants détectés selon un critère de corrélation inférieure à 0.8.
- Construction du sillage à partir de la vitesse connue de la maquette de navire, chaque pas de temps t_0 pouvant être rapproché d'une position dans le sillage $x_0 = U_b t_0$ (figure 2.31).
- Moyenne des trois champs de vagues obtenus.
- Reconstruction du sillage complet sur toute la largeur du canal par symétrie.

Cette reconstruction du sillage, pouvant atteindre 15 m en fonction de la vitesse de la maquette, nécessite plusieurs hypothèses :

- Le sillage du bateau se déplace à la vitesse de la maquette.
- Le bateau et les ondes accrochées ont atteint un régime stationnaire.
- L'acquisition est suffisamment courte pour ne pas être polluée par des réflexions d'ondes sur l'extrémité du canal.

La zone de mesure est donc placée à 8 m du départ : compromis entre une distance lointaine du départ pour atteindre un régime stationnaire, et une distance éloignée de l'extrémité du canal pour éviter la pollution par les ondes réfléchies.

Table II.2 – Résolutions spatiale et spectrale de la méthode de stéréoréfraction dans le canal de traction. Le sillage est supposé symétrique selon l'axe x.

$dx =$	5 mm
$dy =$	5 mm
$L_{\text{acqui}} \approx$	10 m
$W_{\text{acqui}} =$	2×0.75 m $= 1.5$ m par symétrie
$dk_x \approx$	0.63 m^{-1}
$dk_y =$	4.19 m^{-1}
$k_x^{\max} =$	628 m^{-1}
$k_y^{\max} =$	628 m^{-1}

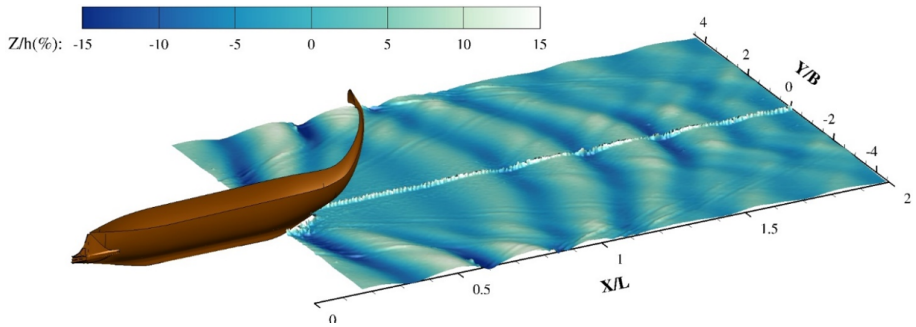


Figure 2.32 – Mesure du champ de vague produit en configuration décarré pour $\text{Fr}_h = 0.9$. Figure tirée de [Fourdrinoy *et al.*, 2019].

II.2.2.2 Déformée de surface 3D

L'intérêt de cette méthode de mesure est d'être non intrusive et permet une bonne résolution spatiale et spectrale (tableau II.2).

Les caméras étant positionnées à l'arrière, le sillage avant de la maquette n'est pas capturé. Seul le sillage de poupe est mesuré par cette méthode. De plus, la traînée tourbillonnaire suivant le bateau rend impossible de capturer les ondes dans l'axe du navire (figure 2.32).

II.2.3 Visualisations des sillages par caméras rapides

II.2.3.1 Technique expérimentale

Afin de mettre en évidence les différents phénomènes présents selon les régimes (formation de soliton, angle de Mach ou de Kelvin, motif échénéis, confinement latéral, vague de Bernoulli...), deux caméras rapides Photron Fastcam SA1 de résolution 1024x1024 sont placées pour filmer une zone du canal, à environ 8 m du départ. Une première caméra, fixée à une poutre à 3.50 m de hauteur, permet d'avoir une visualisation de dessus du sillage. Une seconde caméra, positionnée au niveau d'un hublot, permet de filmer avec une vue de côté. Les caméras sont pilotées par le logiciel Photron FastCam Viewer, avec une fréquence de 125 Hz. Un trigger externe permet de déclencher l'enregistrement 2 secondes avant le passage du bateau, afin de ne pas stocker trop d'images. Pour avoir des images nettes, le temps d'ouverture des caméras est réduit, ce qui nécessite l'utilisation des projecteurs halogènes (figure 2.30).

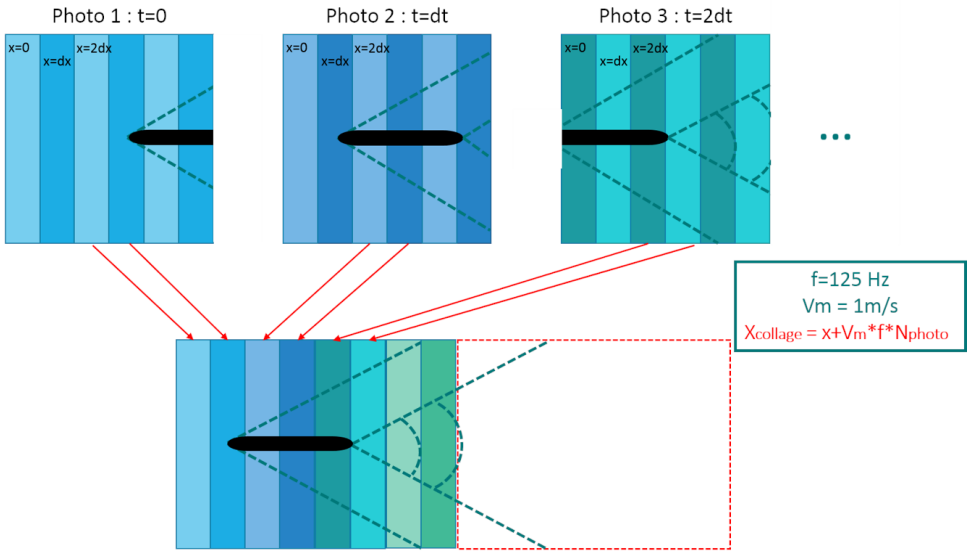


Figure 2.33 – Schéma de reconstruction d'un sillage de bateau à partir de photos en vue de dessus.

À partir des images prises de dessus, et connaissant la vitesse du bateau, il est possible de reconstruire la totalité du sillage en juxtaposant des parties de chacune des images. L'algorithme fonctionne d'une manière similaire à la reconstruction du sillage pour les mesures de stéréoréfraction (figure 2.33).

Il a été nécessaire de traiter les images, afin de faire apparaître les phénomènes de faible amplitude, par exemple la première bande, témoin de la formation du soliton. Ce traitement se fait en plusieurs étapes et a été automatisé par un code Matlab (figure 2.34). L'image passe tout d'abord par un filtre permettant d'harmoniser la luminosité des acquisitions entre elles. Les mesures n'étant pas réalisées le même jour et donc dans les mêmes conditions lumineuses (lumière naturelle), nous retravaillons la luminosité afin de pouvoir les comparer. Les projecteurs ne permettant pas une lumière homogène sur la zone de mesure, nous rétractons donc à chaque image une image modèle prise au repos afin de réduire l'impact de cette hétérogénéité. Enfin, nous retouchons la zone du bateau afin de lui rendre sa couleur noire, non déformée. Après ces transformations, les phénomènes de faible amplitude sont bien plus visibles, mais l'image apparaît bruitée, avec un effet poussière. Un dernier filtre, anti-poussière de type gaussien, peut permettre de retirer ce grain.

De plus, de façon identique, une caméra est placée de côté au niveau d'un hublot afin d'avoir une vue latérale du sillage.

Nous réalisons une série de mesures dans plusieurs configurations :

Configuration	λ	h^R	h^M	T_b^R	T_b^M	T_b/h	angle α
Décarème	53.47	3 [m]	5.61 [cm]	2.13 [m]	3.98 [cm]	0.71	0
Décarème	53.47	3 [m]	5.61 [cm]	2.40 [m]	4.49 [cm]	0.80	0
Décarème	53.47	3 [m]	5.61 [cm]	2.67 [m]	4.99 [cm]	0.89	0
Décarème	53.47	3 [m]	5.61 [cm]	2.13 [m]	3.98 [cm]	0.71	0.6 °
Trirème	26.73	3 [m]	11.22 [cm]	1.05 [m]	3.98 [cm]	0.35	0

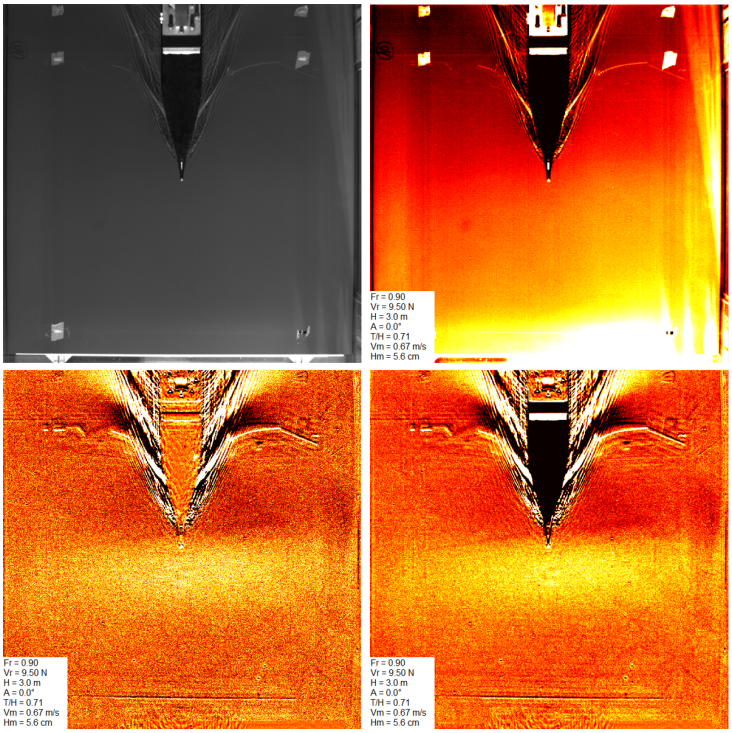


Figure 2.34 – Traitement d'une image vue de dessus dans l'objectif de visualiser la formation du soliton. 1 : prise originale. 2 : ajustement du contraste et de la luminosité. 3 : suppression de la différence de luminosité due au montage. 4 : mise en noir du bateau.

II.2.3.2 Angle du sillage

Dans le cas d'une grande profondeur d'eau, le sillage doit former un angle constant de 19.47°, jusqu'à un Froude de longueur Fr_L critique de $\mathrm{Fr}_{Lc} = 0.5$ [Rabaud et Moisy, 2013] ou $\mathrm{Fr}_{Lc} = 0.59$ [Noblesse *et al.*, 2014]. La maquette faisant 1.20 m, et la vitesse maximale ne dépassant pas les $2\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$, le Froude de longueur vaut au maximum $\mathrm{Fr}_L = 0.52$. Ainsi, si nous nous trouvons en configuration eau profonde, l'angle du sillage doit apparaître constant.

Au contraire, si le bateau se déplace en eau peu profonde, le sillage, assimilable à un cône de Mach, forme un angle évoluant avec le Froude de hauteur Fr_h. Plusieurs régimes sont définis [Elsaesser, 2005] : sous-critique ($\mathrm{Fr}_h \leq 0.60$), transcritique ($0.60 < \mathrm{Fr}_h < 1.00$), critique ($\mathrm{Fr}_h = 1.00$), et supercritique ($1.00 < \mathrm{Fr}_h$). L'étude de cet angle permet donc de définir s'il y a des effets de bathymétrie et si oui dans quel régime se situe le bateau.

À partir des reconstitutions des vues de dessus et dans les configurations expérimentales testées, on observe que le sillage forme un angle dépendant de la vitesse du bateau (figure 2.35). S'il est facile de constater cette modification de l'angle, il est plus difficile de la mesurer. En effet, la superposition des différentes structures ondulatoires fait apparaître une multitude de cônes : angle formé par les caustiques, par les ondes divergentes, l'allée turbulente… Selon les configurations, certains angles ressortent plus que d'autres, rendant la comparaison difficile (figure 2.36).

Cet angle peut cependant être mesuré indirectement à partir de l'espace spectral $\mathrm{FFT}\,(Z)\,(k_x, k_y)$ avec Z la déformée de surface libre obtenue par le gradient de luminosité. En effet, dans cet espace, le sillage peuple les branches correspondant à la relation de dispersion d'Ekman (figure 2.8). Comme vu précédemment, au point d'inflexion de la

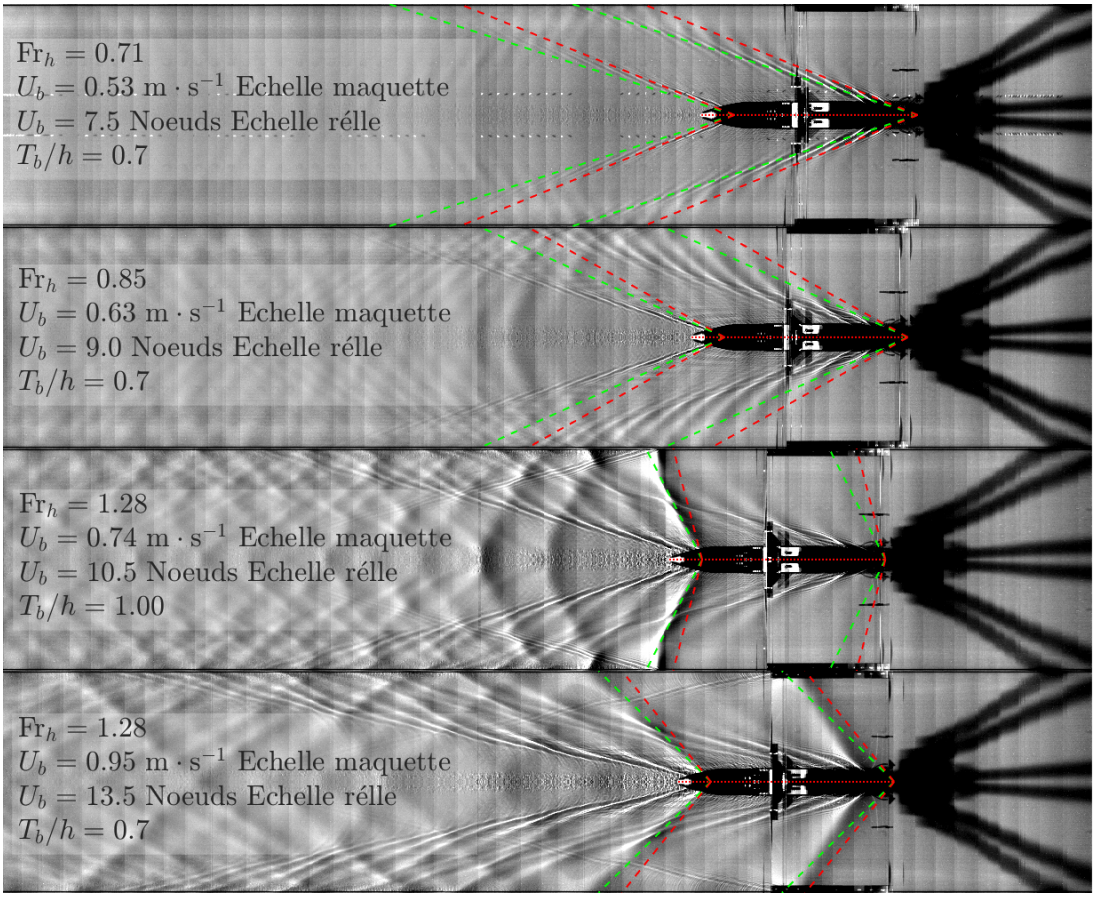


Figure 2.35 – Angles mesurés pour différentes vitesses, en configuration décarème. Les lignes vertes correspondent aux angles mesurés à partir de l'espace spectral, les lignes rouges aux angles théoriques.

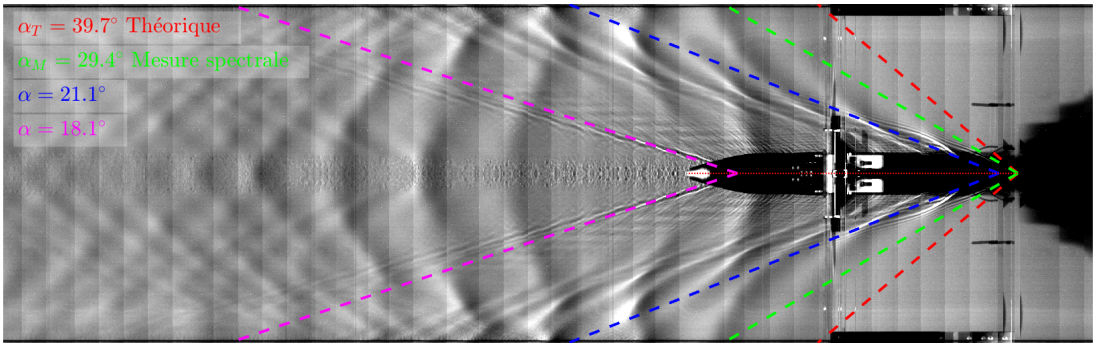


Figure 2.36 – Mesures de différents angles observables dans une configuration décarème, avec $\mathrm{Fr}_h = 0.92$.

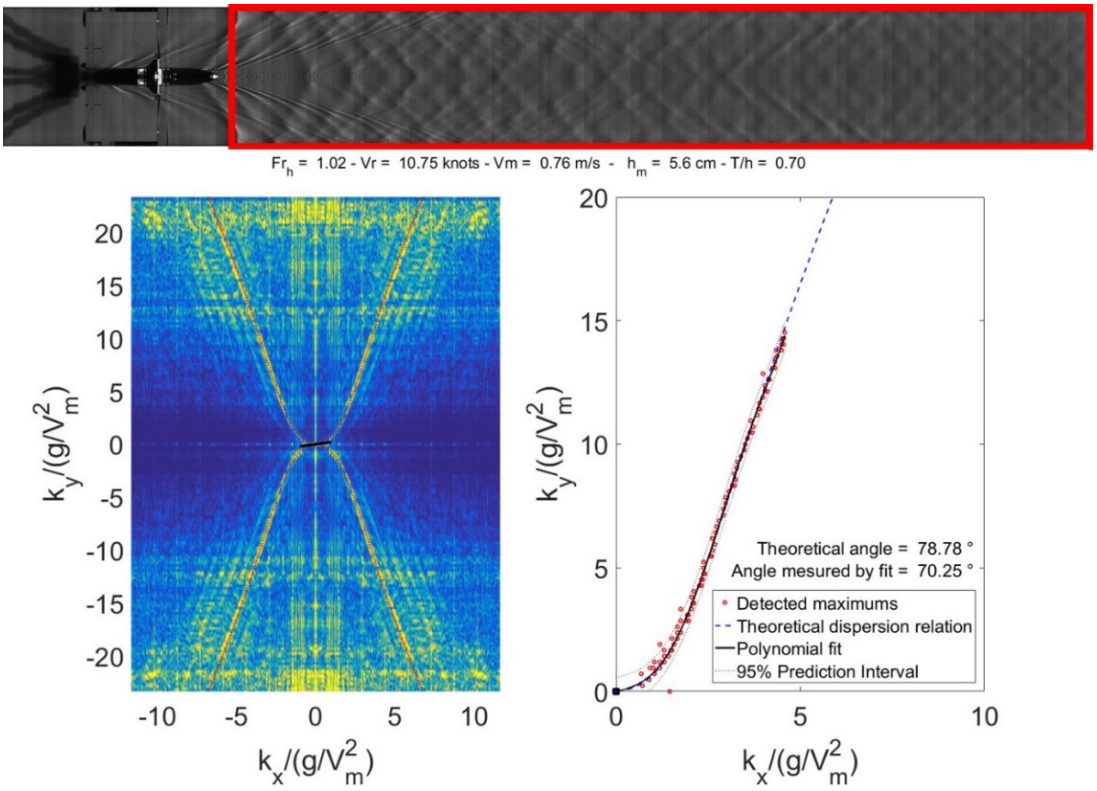


Figure 2.37 – Méthode de mesure de l'angle du sillage en vue de dessus à partir de la relation de dispersion dans l'espace spectral. La pente est mesurée à l'aide d'une courbe de tendance polynomiale.

relation de dispersion k_x^i la pente $(\frac{dk_y}{dk_x})$ est minimale et est égale à l'angle recherché. Ainsi, à partir des vues de dessus et par une transformée de Fourier 2D, il est possible de remonter à la relation de dispersion et donc l'angle (figure 2.37).

Nous réalisons cette méthode de mesure pour l'ensemble des expériences menées (figure 2.38). Les mesures suivent la relation théorique $\alpha = f(\mathrm{Fr}_h)$ proposée par Havelock [Havelock, 1908] (figure 2.39), avec un angle supérieur à l'angle de Kelvin pour $0.5 < \mathrm{Fr}_h < 1.0$, puis un repliement du sillage conduisant à un angle inférieur. Ainsi, la trirème, tout comme la décarème, passe par les régimes sous-critique, transcritique, et supercritique. On note toutefois un problème pour les faibles vitesses de la décarème ($\mathrm{Fr}_h < 0.6$). Ces points correspondent, à l'échelle de la maquette, à des vitesses $U_b < 0.5$ m $\cdot$ s^{-1}. Le sillage est alors de très faible amplitude, et le bruit généré à la surface par les vibrations du système de traction n'est plus négligeable (figure 2.40).

II.2.3.3 Sillage de poupe et motif échénéis

> *Et après avoir planté ses dents à l'extrémité de la poupe, il retient l'élan du navire.*
>
> Élien, *Nature des animaux*

Outre la modification de l'angle du sillage, l'augmentation en vitesse du bateau induit une modification des amplitudes des différentes ondes présentes à la poupe (figures 2.41 et 2.42). Pour les faibles vitesses, les ondes divergentes et transverses sont d'amplitude similaire. Pour des vitesses plus élevées ($\mathrm{Fr}_h \approx 1$), les ondes transverses sont de plus en

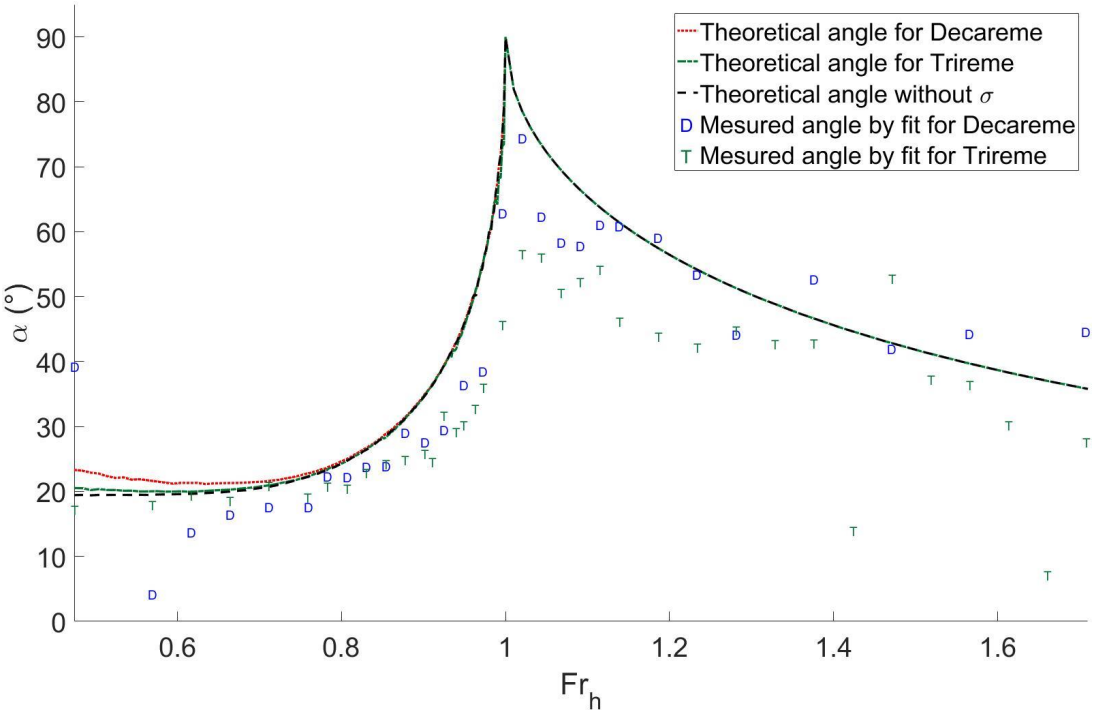


Figure 2.38 – Angles des sillages en fonction du Froude de hauteur Fr_h dans la configuration décarème et trirème. Les mesures des angles se font à partir de l'espace spectral et suivent la relation théorique d'Havelock [Havelock, 1908].

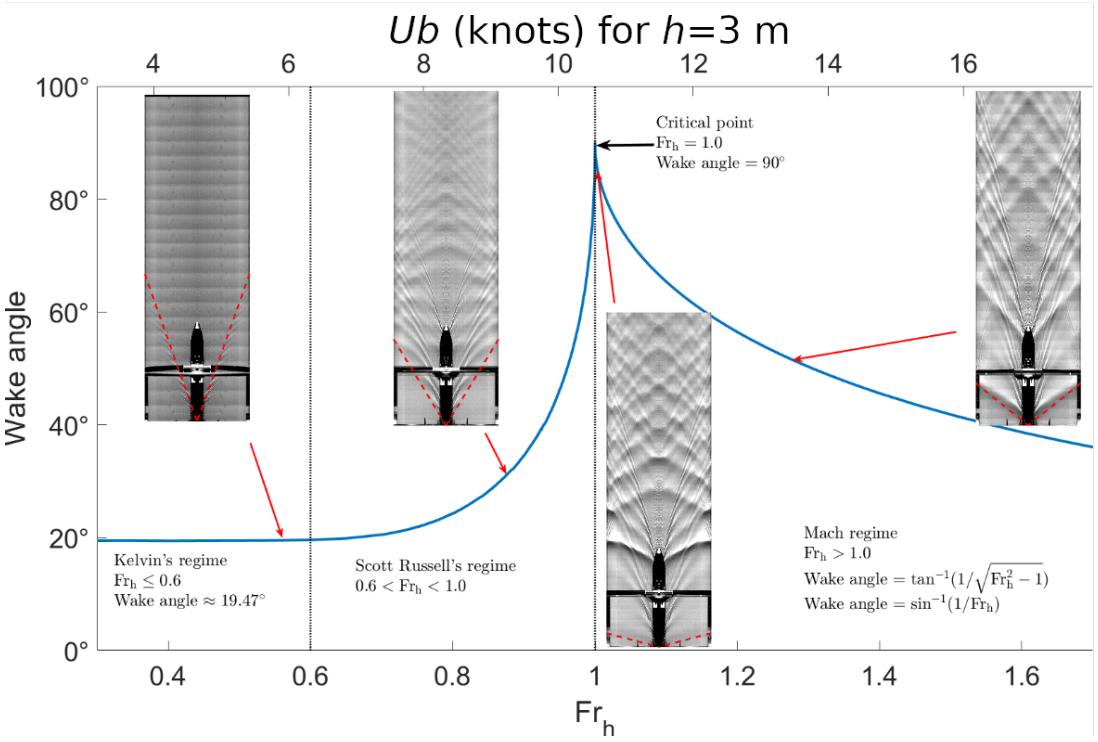


Figure 2.39 – Vue de dessus des angles de sillages suivant la théorie Havelock [Havelock, 1908].

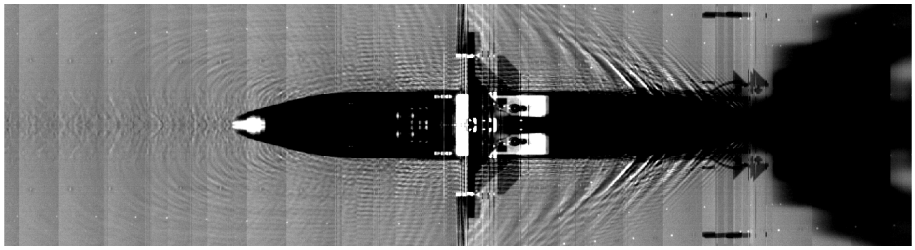


Figure 2.40 – Visualisation de dessus des perturbations induites par les vibrations du chariot de traction pour une faible vitesse de traction $U_b = 0.35\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

plus marquées. Cette augmentation de l'amplitude des ondes transverses est d'autant plus vraie pour les forts confinements verticaux $T_b/h \approx 1$ (figure 2.43), avec des amplitudes pouvant même entraîner des déferlements dans les cas extrêmes (figure 2.44). Passée la vitesse critique $\mathrm{Fr}_h = 1$, les ondes transverses sont emportées et disparaissent.

Cette augmentation en amplitude des ondes transverses, donc de l'énergie transférée aux vagues, est à rapprocher à la crise de résistance à l'avancement d'un navire en monocouche. D'après la théorie de Sretensky-h (figure 2.4), la résistance de vague dépend bien de la vitesse du bateau avec un pic en $\mathrm{Fr}_h = 1$, pic qui est d'autant plus marqué que le confinement vertical T_b/h est fort. Une des justifications possibles du mythe de la bataille d'Actium est que la flotte de Marc-Antoine aurait rencontré un pic de résistance à l'avancement du navire plus important que celle d'Octave. On compare le sillage d'une trirème avec celui d'une décarème (figure 2.45) dans les conditions de la bataille ($h = 3$ m) et des vitesses cohérentes avec les vitesses des galères en combat. Lors d'un assaut, les navires cherchent à atteindre un maximum de vitesse pour impacter l'adversaire. Cette accélération permet d'aller jusqu'à 10-12 nœuds pendant quelques secondes. Dans cette configuration, les vagues provoquées par la décarème sont plus importantes, ce qui induit une énergie plus forte et donc $R_{w-\mathrm{deca}} > R_{w-\mathrm{tri}}$.

Dans le cas de la décarème, il est aussi à noter l'apparition d'un motif particulier, aux environs de $\mathrm{Fr}_h \approx 0.90$, avec un maximum pour $\mathrm{Fr}_h \approx 1.00$. À ces vitesses, les ondes transverses sont quasiment horizontales (angle de 180 °), et d'amplitude suffisante pour « gommer » le sillage de proue (figure 2.41). Ce motif, présent uniquement pour la décarème et qu'on nommera le motif échénéis, rappelle le disque de succion du rémora et peut être un témoin visible depuis le navire, d'un ralentissement soudain.

> *Leurs vaisseaux sont légers, les vôtres sont pesants*
>
> Plutarque, *Vie d'Antoine*

Il est dit que Marc-Antoine et Cléopâtre emportaient avec eux des voiles et leurs trésors. Certains auteurs rapportent même que sous ce poids, leurs rostres étaient totalement plongés sous l'eau. Le rapport T_b/h ne semble pas jouer sur la gamme de Fr_h à laquelle le motif échénéis apparaît. En effet, ce dernier est toujours observable sur la gamme $\mathrm{Fr}_h \in [0.85; 1.1]$. Cependant, plus le tirant d'eau est grand, donc le clair sous quille faible, plus le motif est important (figures 2.46 et 2.47).

Ainsi, si Marc-Antoine et Cléopâtre ont bien chargé leurs navires, les phénomènes échénéidiens ont été amplifiés. Cela renforce l'idée que le confinement vertical est la raison pour

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.71$ - $\alpha = 0.0°$

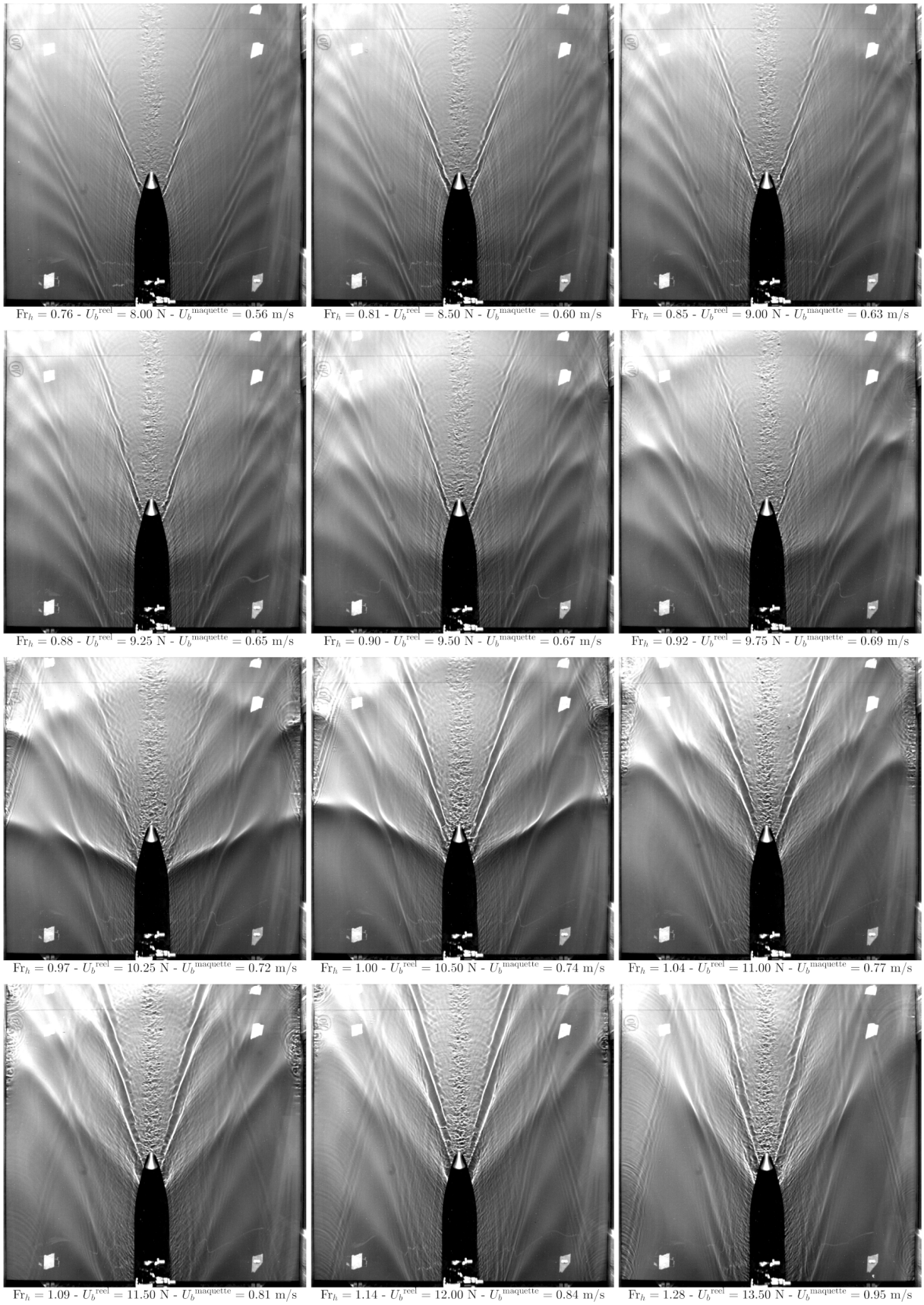


Figure 2.41 – Modification du sillage de poupe en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.71$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 11.22$ cm - $T_b/h = 0.35$ - $\alpha = 0.0°$

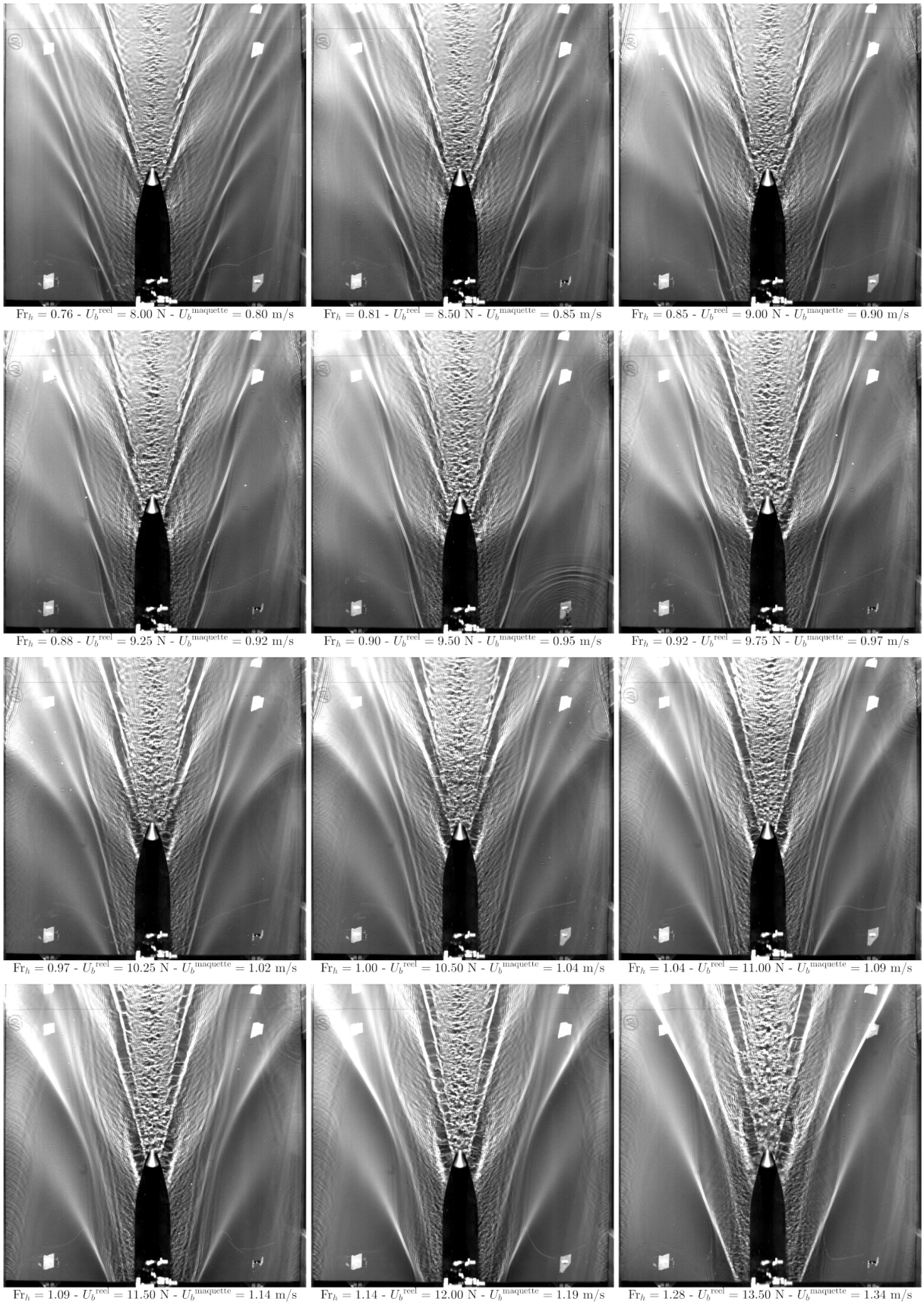


Figure 2.42 – Modification du sillage de poupe en fonction de la vitesse du bateau. Configuration trirème avec $T_b/h = 0.35$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.80$ - $\alpha = 0.0°$

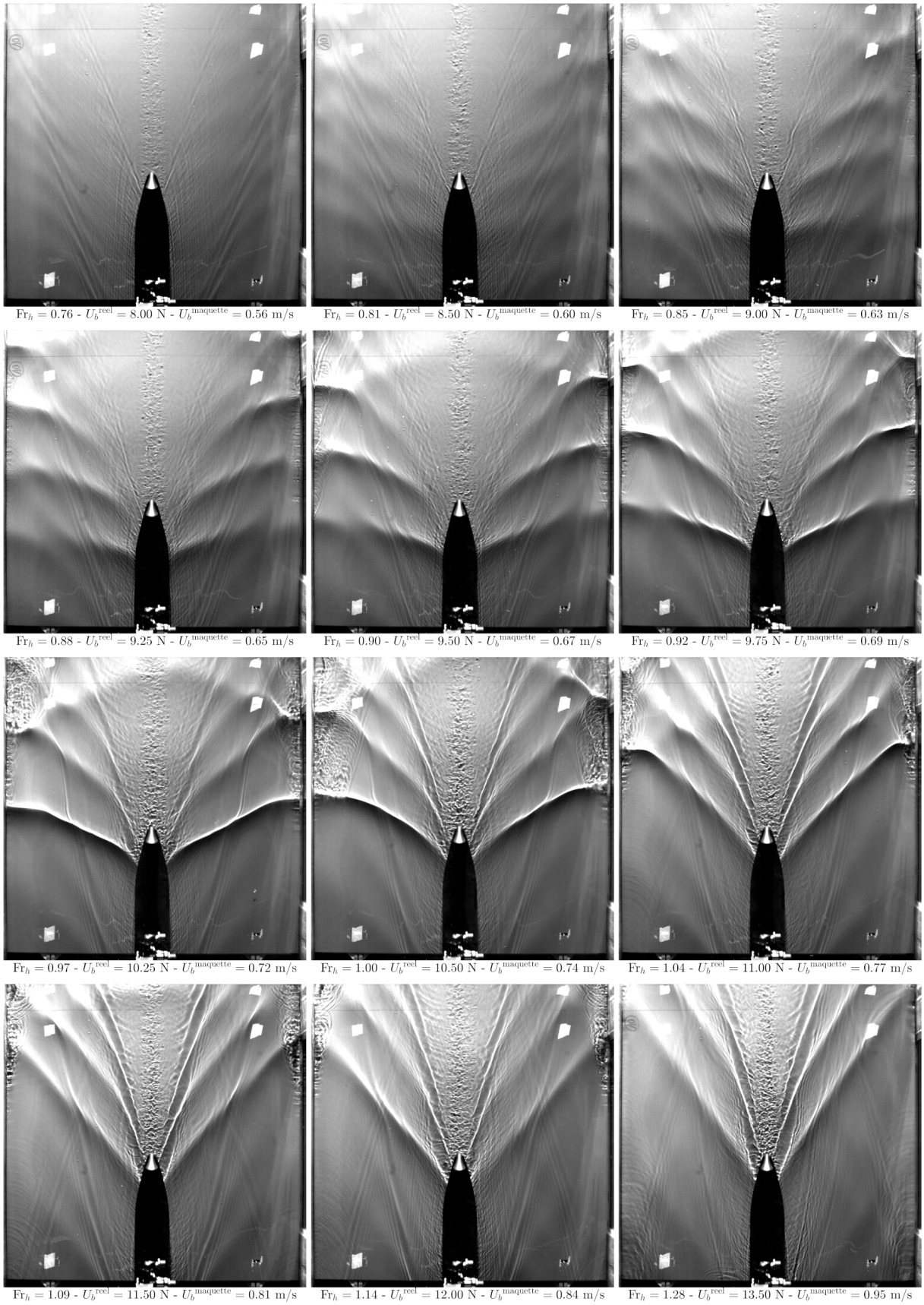


Figure 2.43 – Modification du sillage de poupe en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.80$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.89$ - $\alpha = 0.0°$

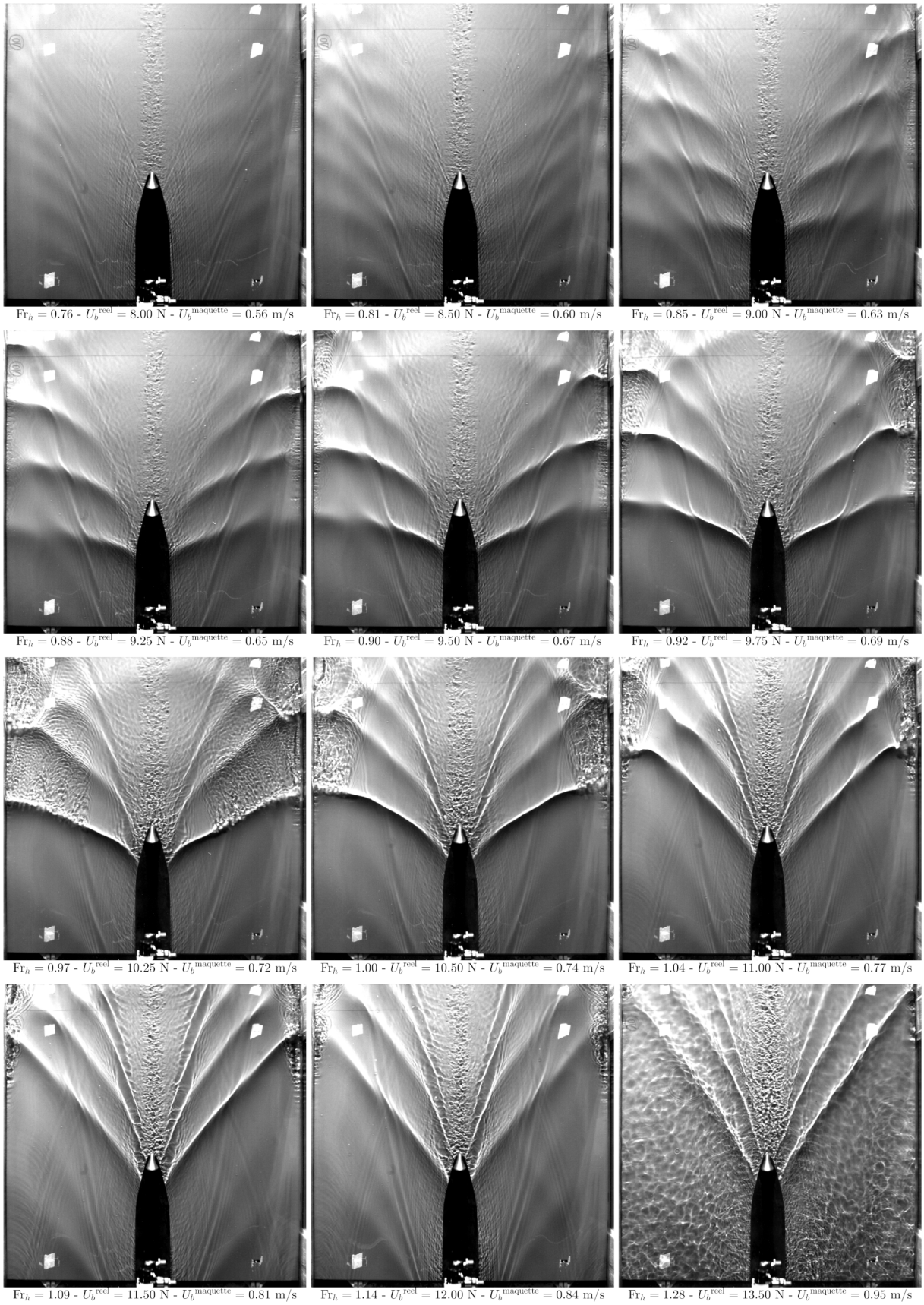


Figure 2.44 – Modification du sillage de poupe en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.89$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

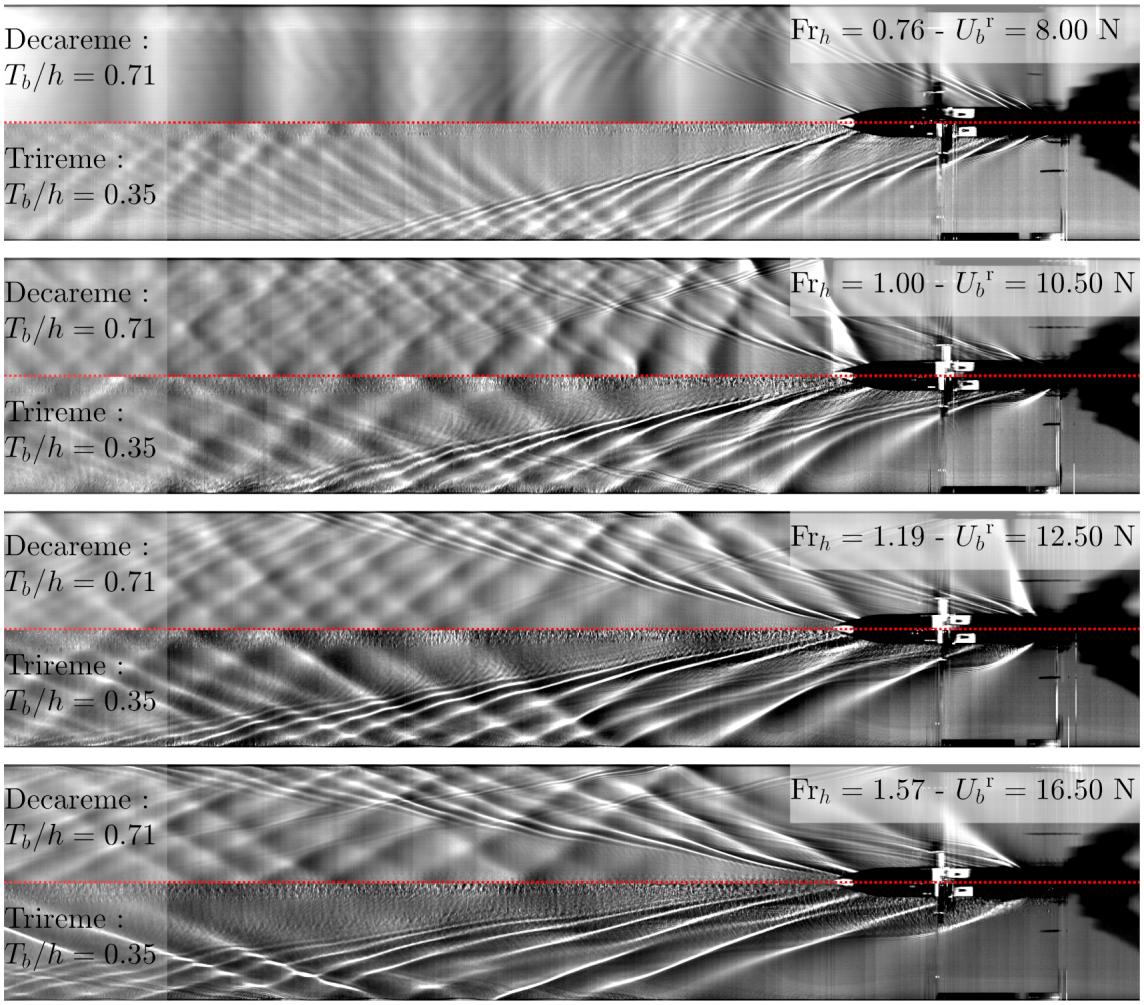


Figure 2.45 – Comparaison des sillages induits par une décarème $T_b/h = 0.71$ et une trirème $T_b/h = 0.35$ pour quatre vitesses.

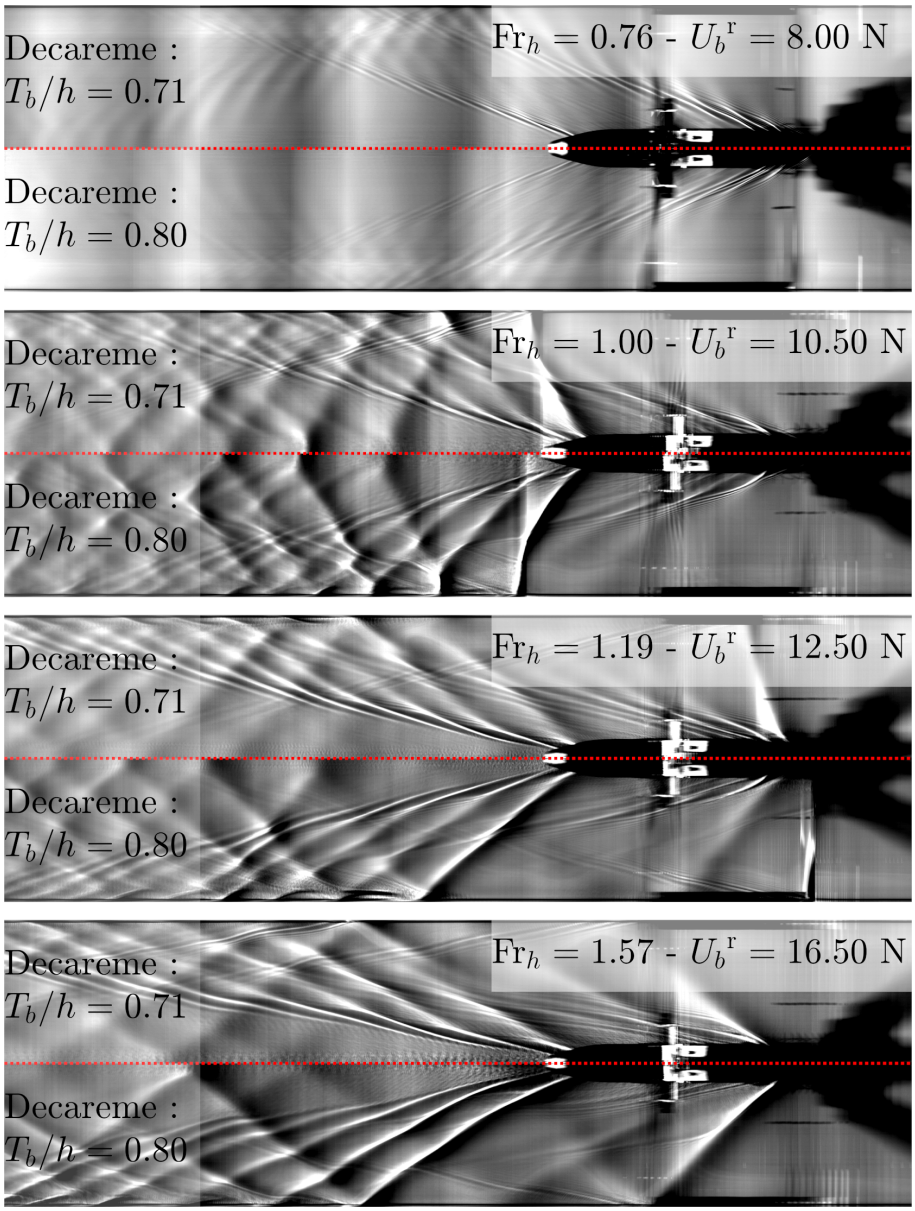


Figure 2.46 – Comparaison des sillages induits par des décarèmes avec des enfoncements tels que $T_b/h = 0.71$ et $T_b/h = 0.80$ pour quatre vitesses.

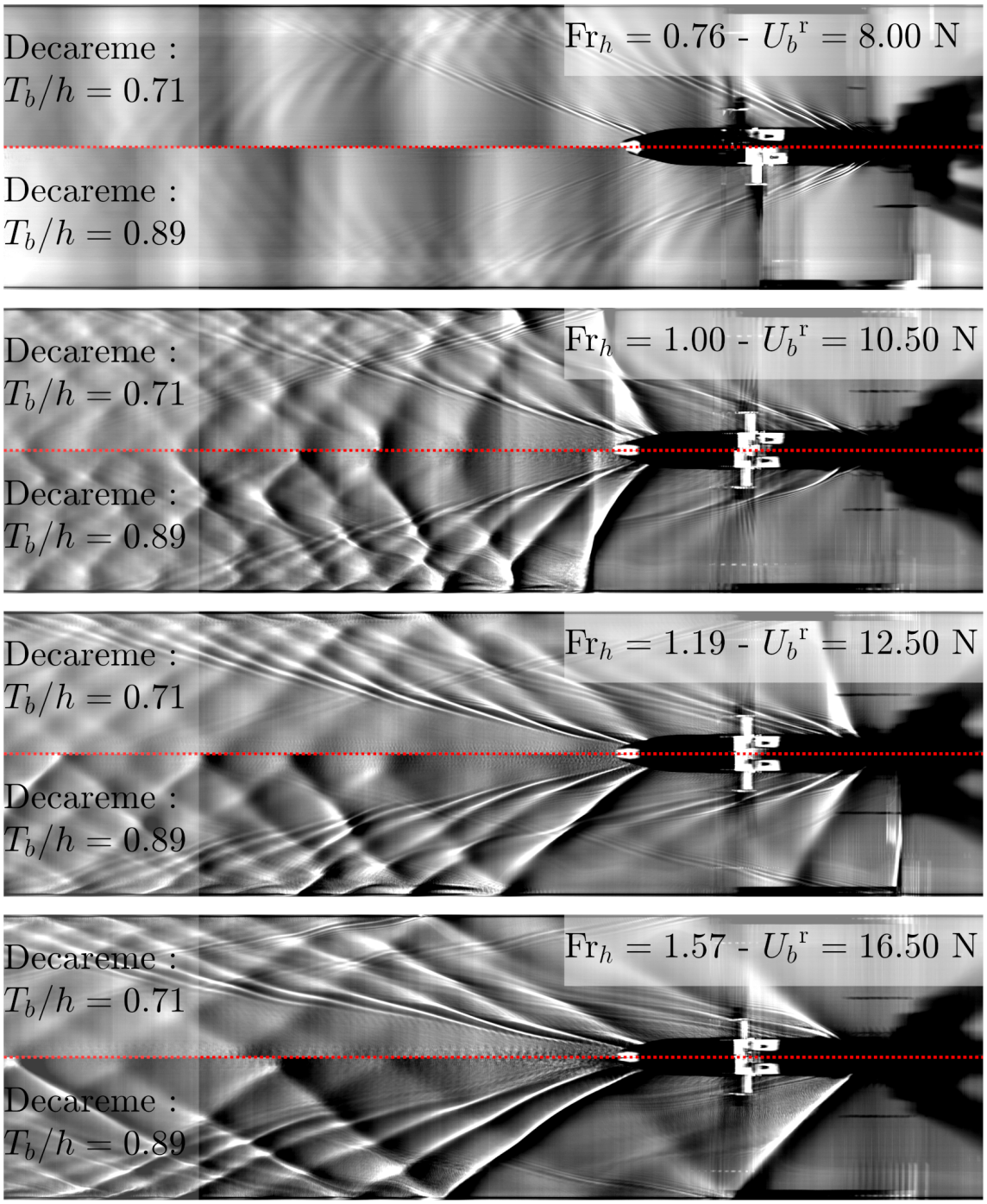


Figure 2.47 – Comparaison des sillages induits par des décarèmes avec des enfoncements tels que $T_b/h = 0.71$ et $T_b/h = 0.89$ pour quatre vitesses.

laquelle la flotte de Marc-Antoine a pu avoir des difficultés à accélérer et éperonner ses adversaires.

Lors des expériences d'Athènes [Grekoussis et Loukakis, 1985], un angle de 0.6 ° a été observé entre la proue et la poupe. Nous nous sommes donc intéressés à cette variable, pour regarder son influence, mais aussi pour valider les résultats obtenus par le stage de Yann Devaux où la cale du bateau présentait un angle de 0.13 °. Nous plaçons la maquette de manière à avoir, comme pour le cas classique, le rostre à moitié sous eau. Ainsi, le tirant d'eau varie entre la proue et la poupe : à la proue le tirant d'eau est de $T_b = 2.11$ m, lorsqu'il est de $T_b = 2.78$ m à la poupe, laissant alors un clair sous quille de seulement 22 cm dans le cas $h = 3$ m. Dans cette configuration, nous retrouvons une évolution en fonction du Froude de hauteur Fr_h similaire à celle pour un bateau enfoncé (figure 2.48). En effet, le motif échénéis semble toujours apparaître dans la même gamme de Fr_h mais avec de plus fortes amplitudes. Le tirant d'eau moyen entre la poupe et la proue est de $T_b^{\mathrm{moy}} = 2.44$ m, soit $T_b^{\mathrm{moy}}/h = 0.81$. Or, c'est de cette configuration ($T_b/h = 0.8$) que les motifs se rapprochent le plus (figure 2.43). Ainsi, considérer le tirant d'eau moyen est une bonne approximation pour connaître l'évolution du phénomène en fonction de Fr_h.

À partir des vues de côté (figure 2.49), il est possible de déterminer une longueur d'onde spécifique aux ondes transverses. Pour cela, les sillages sont reconstruits, puis une détection de la surface est appliquée. À partir de cette détection du sillage, une transformée de Fourier 1D permet de connaître la longueur d'onde caractéristique (figure 2.50). Dans le cas sous-critique $\mathrm{Fr}_h < 1$, cette longueur d'onde suit la loi théorique en eau de profonde :

$$L_w = \frac{2\pi U_b^2}{g} \tag{65}$$

Cette loi suppose que le bateau se déplace en eau profonde $k_w h \gg 1$, hypothèse qui n'est plus valable pour $\mathrm{Fr}_h > 1$.

II.2.3.4 Sillage de proue et soliton

Les observations de Scott Russell [Russell, 1839] indiquent qu'un bourrelet se forme à l'avant à partir de $\mathrm{Fr}_h = 1.00$. Dans la configuration décarème (figure 2.51), un léger début de déformée apparaît dès $\mathrm{Fr}_h = 0.90$. Sans traitement d'image, nous distinguons ces ondes de proue seulement à partir de 10.5 nœuds, soit $\mathrm{Fr}_h = 1.00$. On observe deux bandes horizontales à l'avant du bateau, une au niveau du rostre, une autre détachée à l'avant. En augmentant la vitesse et donc le Froude Fr_h, les bourrelets gagnent en amplitude. Le premier reste accroché sous le rostre et se plie ($\mathrm{Fr}_h > 1$), tandis que le second, d'une plus grande amplitude, se fait « rattraper » par le navire jusqu'à s'accrocher lui aussi au rostre. À partir de $\mathrm{Fr}_h = 1.0$, l'onde solitaire se trouve au niveau du rostre, formant un angle de quasiment 180 °. Puis, pour des Froude plus importants, les branches se plient pour former un cône dont l'angle suit une loi type cône de Mach autour du bateau.

L'enfoncement du bateau, et donc le rapport T_b/h, a un impact important sur le comportement des ondes de proue. Tout comme pour le sillage arrière, une augmentation du confinement vertical T_b/h entraîne une augmentation des amplitudes. L'onde solitaire atteint des cambrures telles qu'un déferlement apparaît dans le cas $T_b/h = 0.80$ (figure 2.52) et $T_b/h = 0.89$ (figure 2.53). Sa position vis-à-vis du rostre dépend elle aussi de ce confinement puisque si l'onde était accrochée au rostre à partir de $\mathrm{Fr}_h \approx 1.00$

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.71$ - $\alpha = 0.6°$

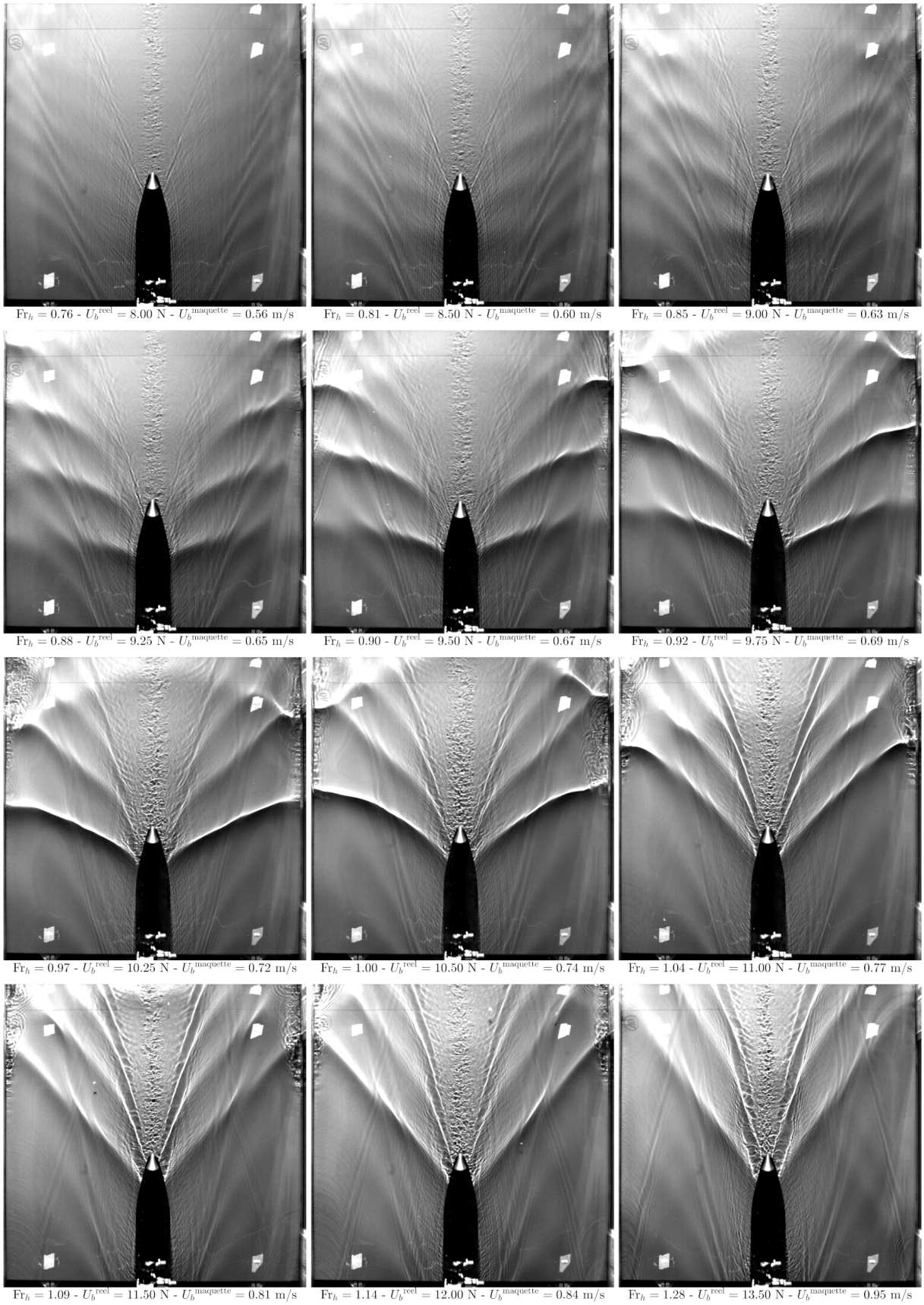


Figure 2.48 – Modification du sillage de poupe en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.71$ et $\alpha = 0.6^\circ$.

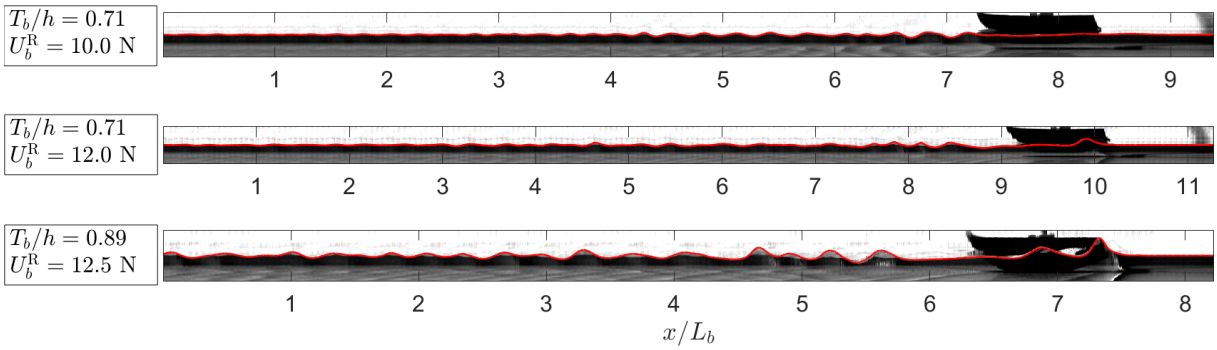


Figure 2.49 – Exemple d'une reconstruction latérale d'un sillage produit par une décarème pour plusieurs vitesses. La ligne rouge marque la détection de la surface. Un ratio 1 : 5 est appliqué entre l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées afin de faire ressortir les ondes.

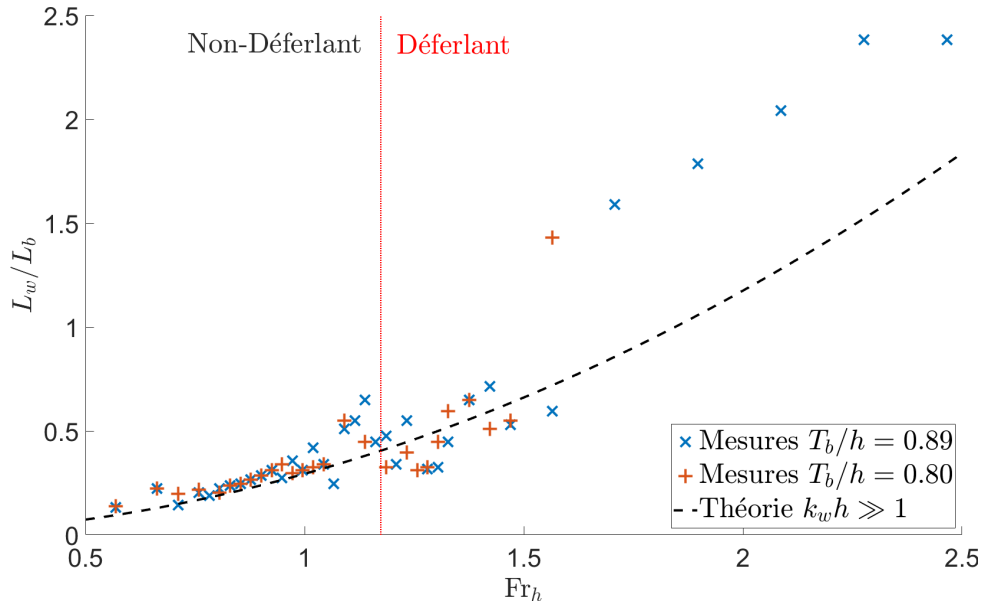


Figure 2.50 – Mesure dans l'espace spectral de la longueur d'onde caractéristique d'un sillage de poupe produit par une décarème en fonction de sa vitesse.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.71$ - $\alpha = 0.0°$

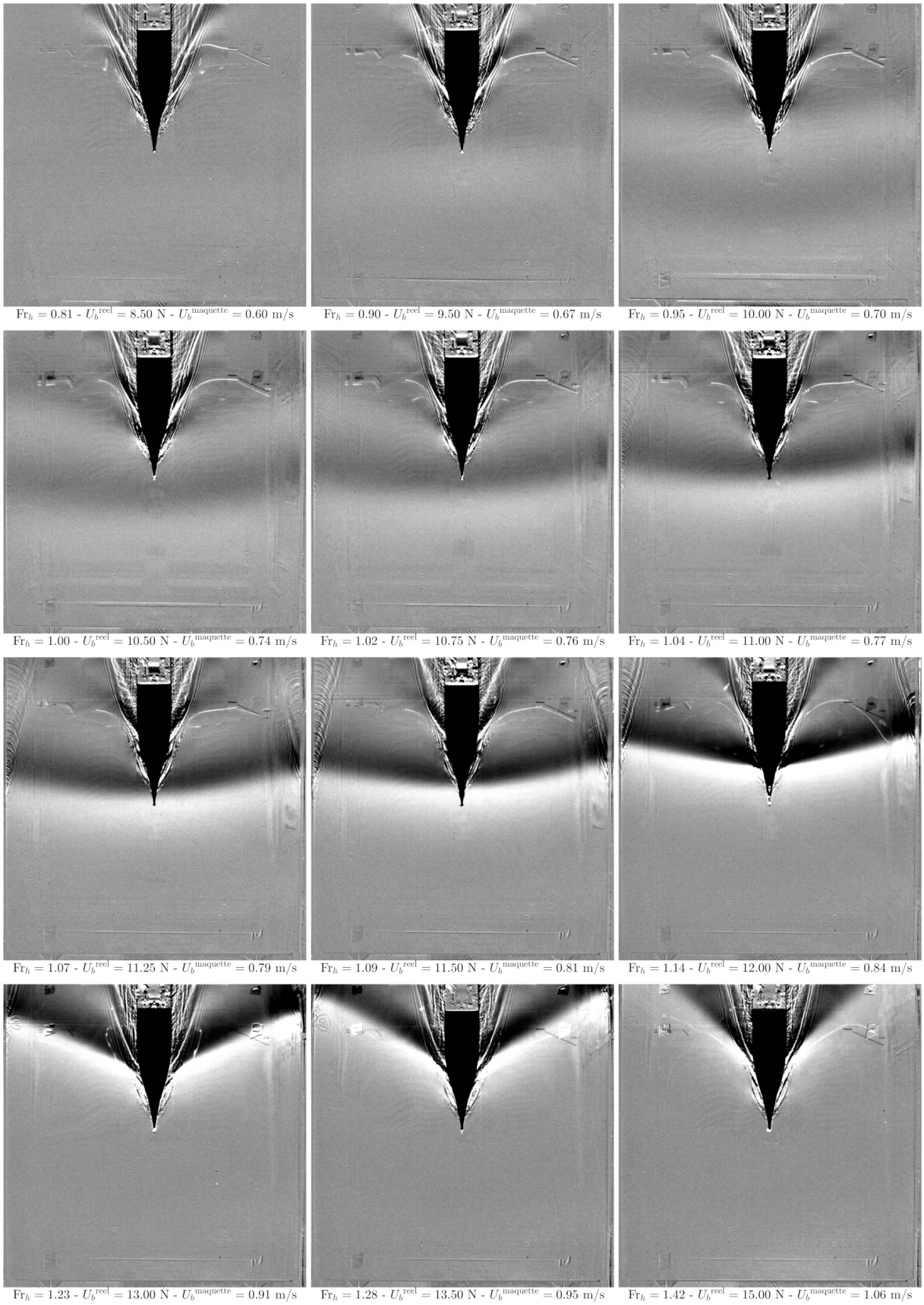


Figure 2.51 – Modification du sillage de proue en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.71$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

dans le cas $T_b/h = 0.71$, il est nécessaire d'attendre $\mathrm{Fr}_h \approx 1.15$ pour retrouver une telle configuration dans le cas $T_b/h = 0.89$. Tout comme pour le sillage arrière, si le bateau présente un angle entre sa proue et sa poupe, les comportements des ondes de proue peuvent être approximés par un tirant d'eau moyen T_b^{moy} (figure 2.54).

Enfin, dans la configuration trirème (figure 2.55), nous n'observons pas d'onde solitaire de proue, même pour des vitesses critiques telles que $\mathrm{Fr}_h \approx 1.00$. Cela laisse entendre que ces ondes de proue sont des phénomènes impliquant un confinement vertical, ou un confinement surfacique A_b/A_c.

Il faut toutefois s'assurer qu'il n'y a pas d'effets instationnaires polluant les résultats. En effet, il a été remarqué pour des vitesses élevées ($U_b^m \approx 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$) que l'onde avant n'avait pas atteint son régime stationnaire au niveau de la prise de vue (figure 2.60).

Ces prises de vues mettent en évidence un double système au niveau de la proue : une déformée de surface formant un cône rappelant le sillage de poupe, ainsi qu'une onde solitaire plus à l'avant du bateau. Les vues de côté permettent de mettre en évidence ces deux vagues (figure 2.49). L'onde solitaire atteint des cambrures importantes et se met alors à déferler. La détection de l'onde en vue de côté montre un déferlement apparaissant à partir de $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\max} > 0.4$ (figure 2.56). Ces cambrures maximales sont obtenues uniquement lorsque le confinement vertical devient suffisamment important.

Les deux systèmes de proue se distinguent aussi par leur comportement à l'arrêt du bateau (figure 2.57). Si l'onde solitaire se propage à une vitesse supersonique $\mathrm{Fr}_h \approx 1.22$, l'autre onde de proue se propage à la vitesse critique $c_\phi = \sqrt{gh}$. On peut donc associer l'onde solitaire à un soliton en devenir, là où l'onde de proue n'est qu'une partie du sillage classique d'un bateau en eau peu profonde. Enfin, il apparaît que l'onde solitaire est fortement dépendante du confinement dans lequel évolue le bateau. Si la génération en régime supercritique d'une onde courbée non linéaire au niveau de la proue ne nécessite pas la présence de paroi, le redressement en onde solitaire droite implique un confinement latéral [Katsis et Akylas, 1987]. De plus, l'amplitude du soliton (ou du proto-soliton) étant liée à la largeur de l'onde, le confinement latéral accentue la présence de cette onde de proue.

II.2.3.5 Effets hydrauliques

La similitude géométrique utilisée pour la réalisation de la maquette, ainsi que la variable libre qu'est la vitesse, permettent d'assurer une similitude de Froude de hauteur. En revanche, la similitude du Froude de longueur ne peut être assurée. Ainsi, nous pouvons nous trouver dans des configurations où apparaissent des effets de confinements latéraux. En effet, il a pu être observé pour les grandes vitesses, une déformation le long de la coque de la maquette (figure 2.58). Cette déformation, une surélévation au niveau de la proue, un creux le long de la carène, et une surélévation au niveau de la poupe, est appelée vague de Bernoulli et résulte d'une différence de pression le long de la paroi. D'après [Gomit *et al.*, 2014], ce mode zéro hydraulique apparaît dès $\mathrm{Fr}_L > 0.33$. Dans notre cas, cela revient à une apparition à partir d'une vitesse de maquette $U_b^M = 1.13\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, soit, remise à l'échelle réelle, $U_b^R = 11.4$ nœuds pour la trirème et $U_b^R = 16.1$ nœuds pour la décarème. Si cela correspond à une vitesse relativement haute pour la décarème, dans le cas trirème cette apparition correspond à la vitesse maximale d'attaque.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.80$ - $\alpha = 0.0°$

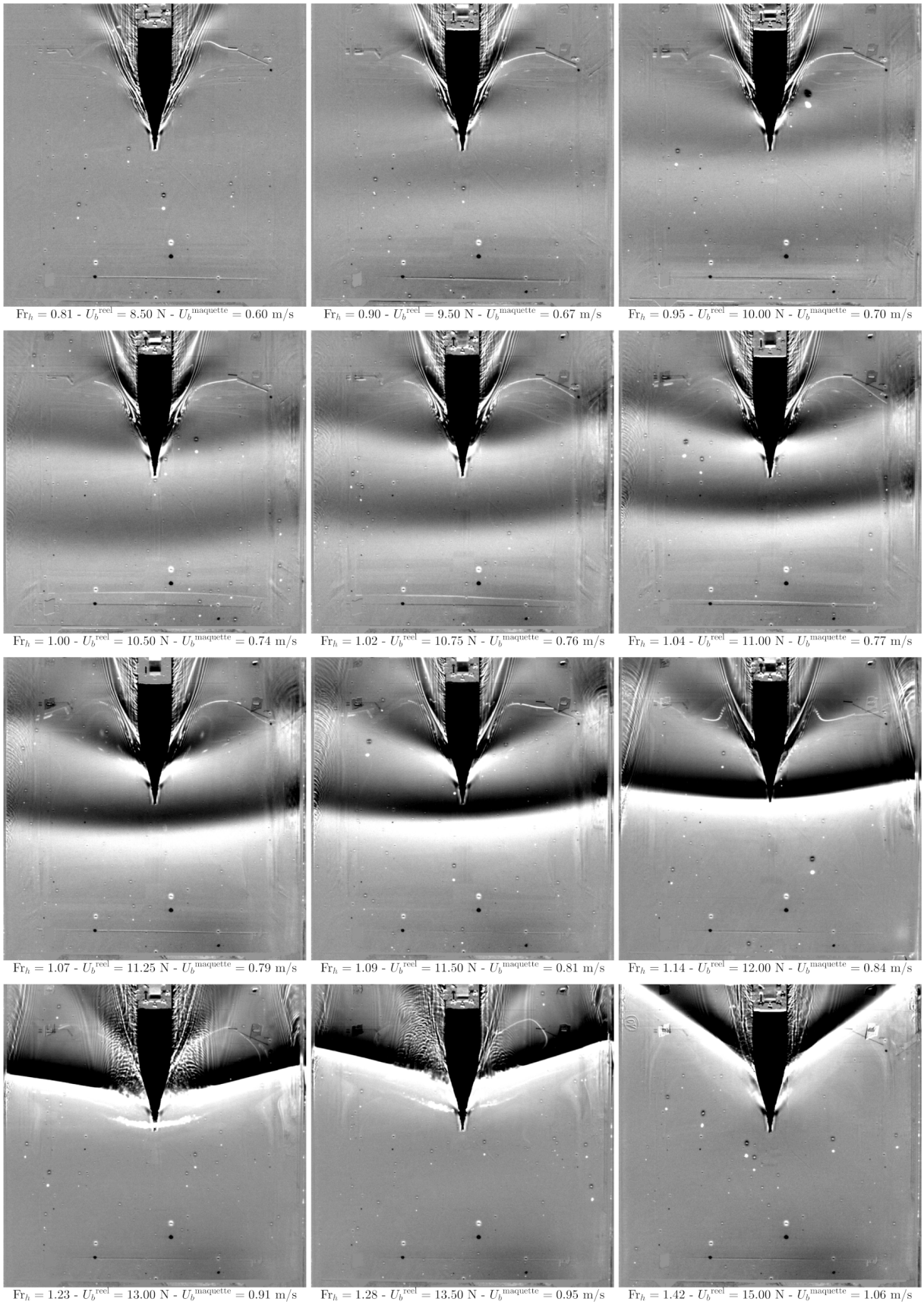


Figure 2.52 – Modification du sillage de proue en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.80$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.89$ - $\alpha = 0.0°$

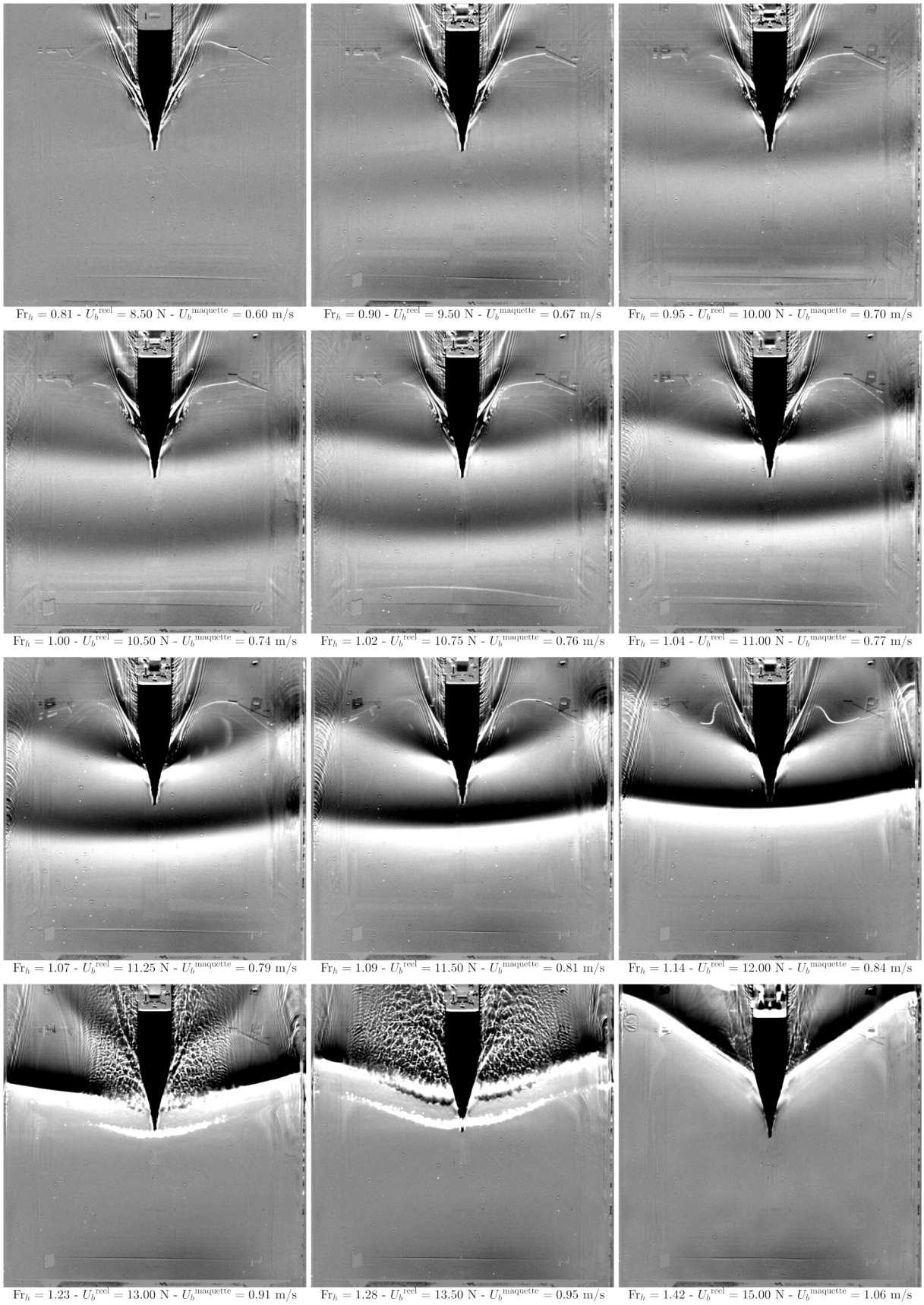


Figure 2.53 – Modification du sillage de proue en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.89$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 5.61$ cm - $T_b/h = 0.71$ - $\alpha = 0.6°$

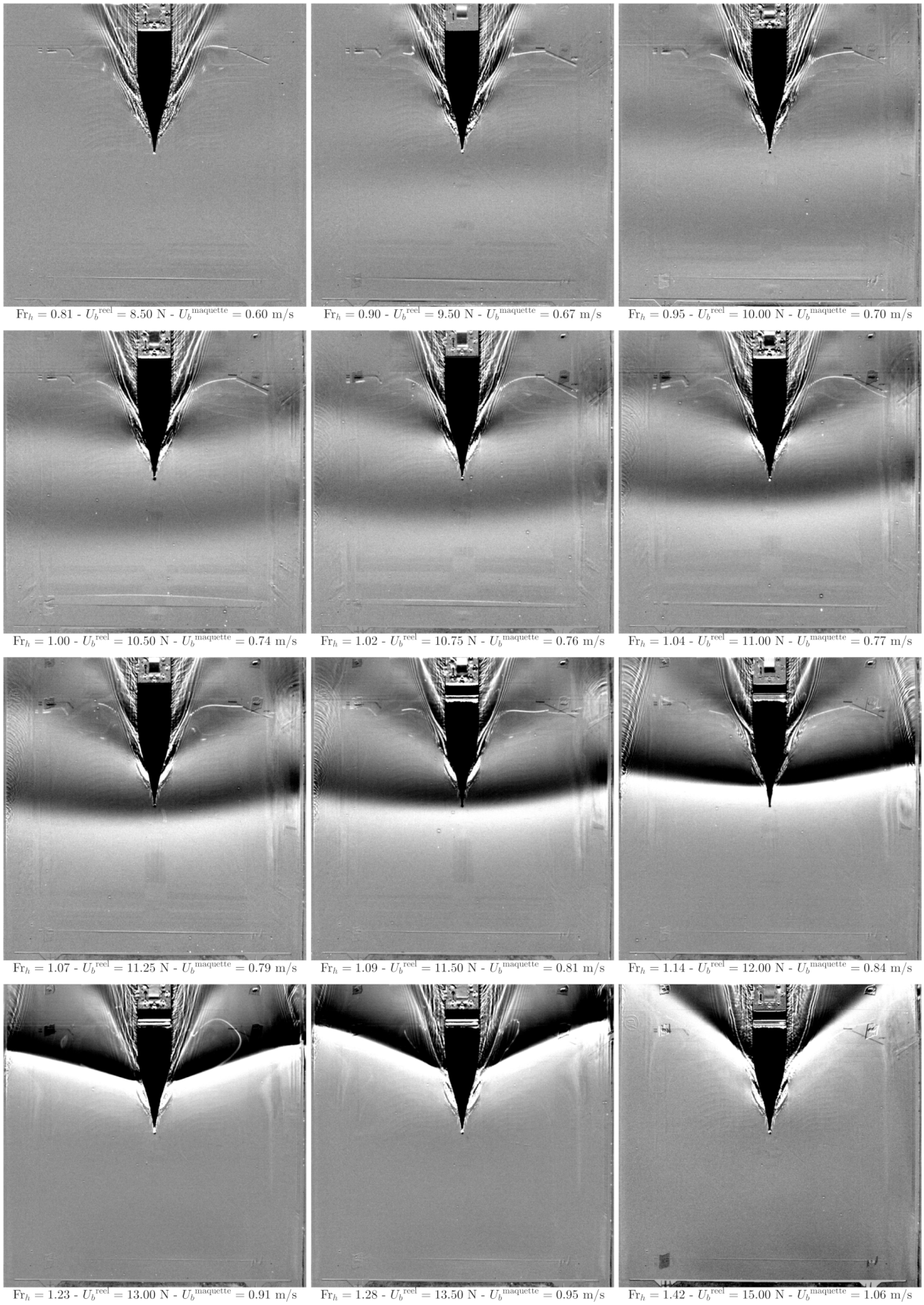


Figure 2.54 – Modification du sillage de proue en fonction de la vitesse du bateau. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.71$ et $\alpha = 0.6\,^\circ$.

$h^{\text{reel}} = 3.0$ m - $h^{\text{maquette}} = 11.22$ cm - $T_b/h = 0.35$ - $\alpha = 0.0°$

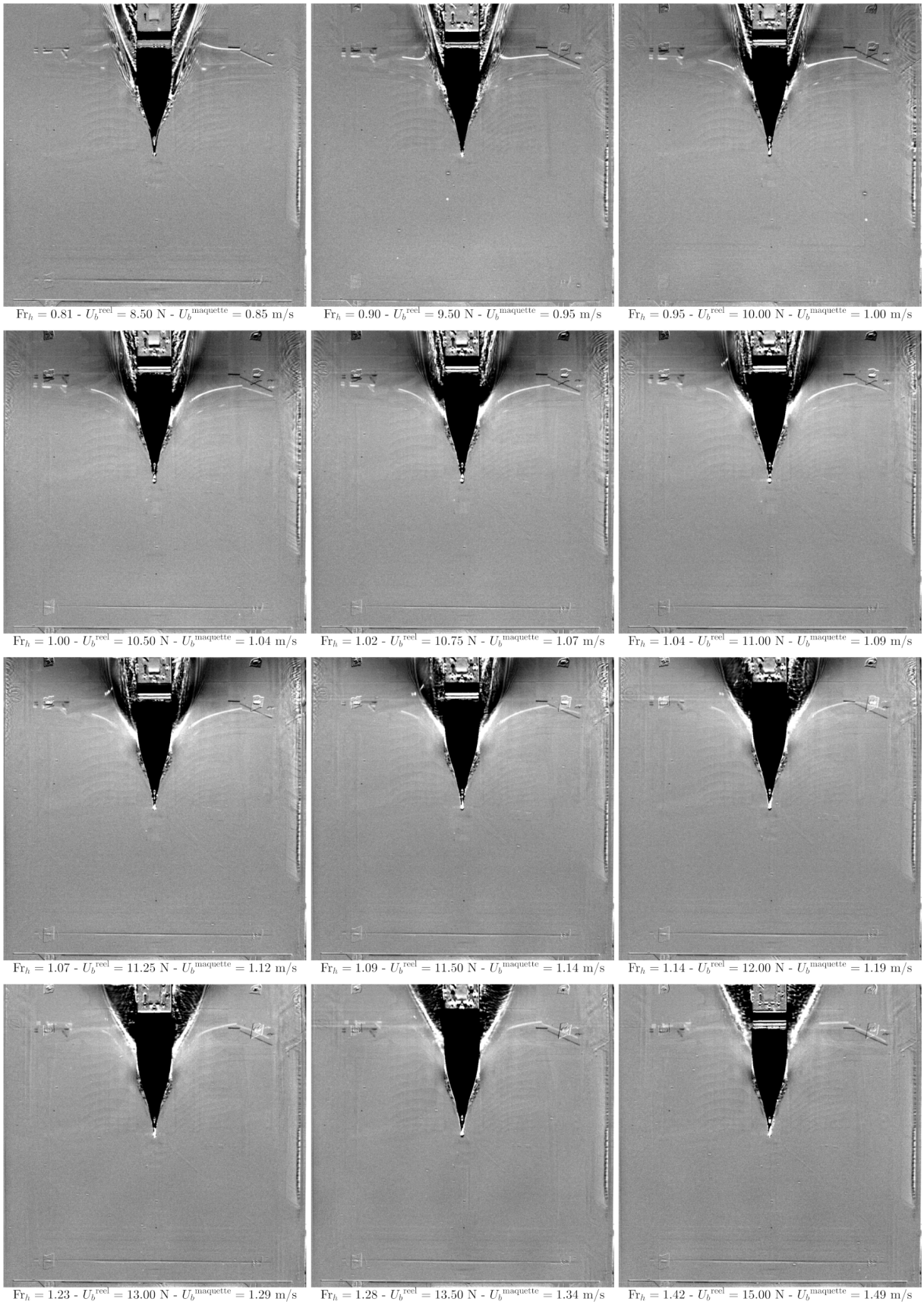


Figure 2.55 – Modification du sillage de proue en fonction de la vitesse du bateau. Configuration trirème avec $T_b/h = 0.35$ et $\alpha = 0\,^\circ$.

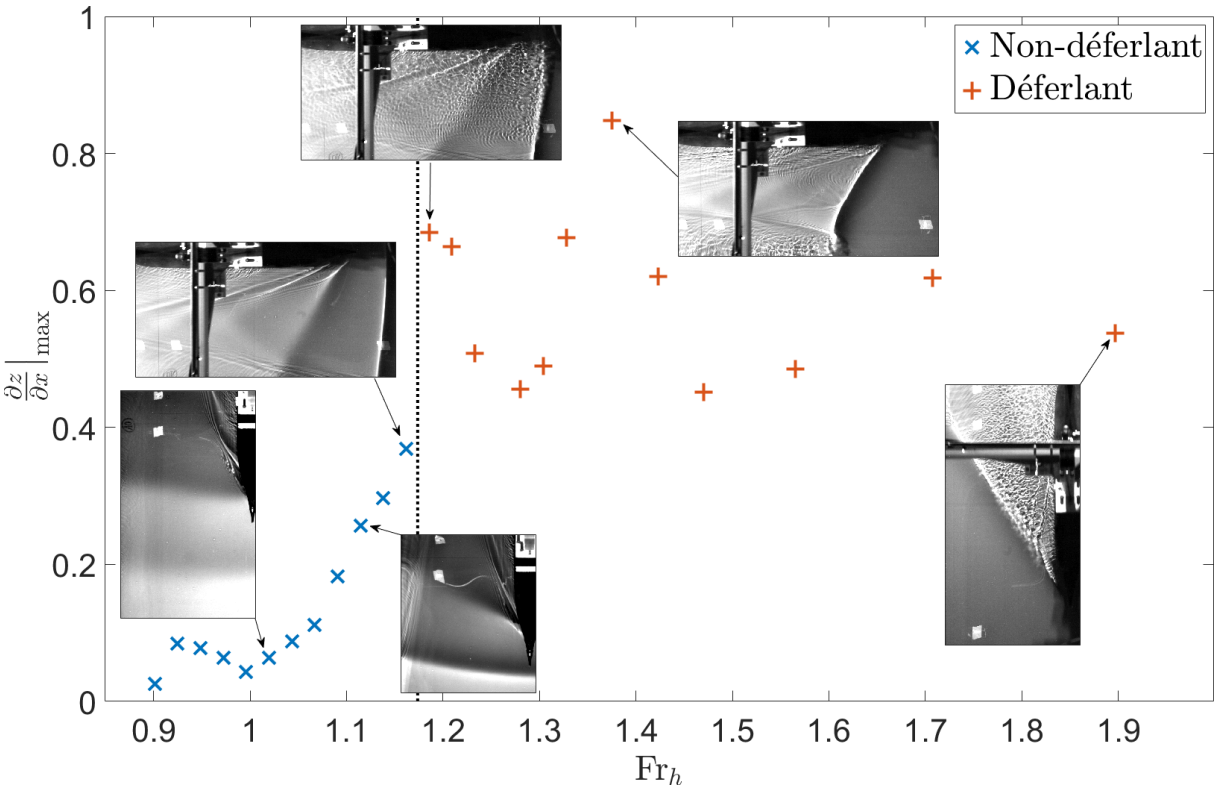


Figure 2.56 – Mesure de la cambrure de l'onde solitaire de proue en présence d'un fort confinement vertical. L'onde se met à déferler passé $\frac{\partial z}{\partial x}\big|_{\max} > 0.4$. Configuration décarème avec $T_b/h = 0.89$ et $\alpha = 0^\circ$.

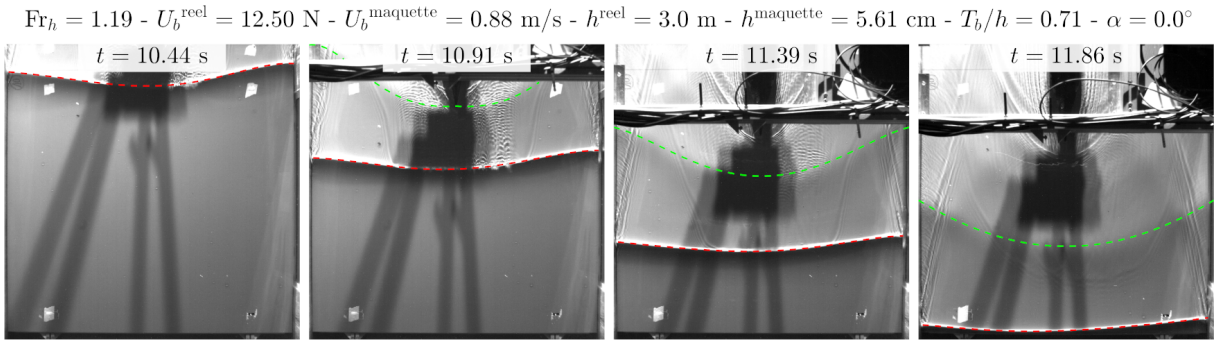


Figure 2.57 – Arrêt brusque d'une décarème en régime supercritique $\mathrm{Fr}_h \approx 1.19$. L'onde solitaire (rouge) accrochée à la proue est éjectée, se dépliant et formant un soliton se déplaçant à une vitesse supersonique $\mathrm{Fr}_h \approx 1.22$. Une seconde onde est éjectée (vert), conservant sa forme et se déplaçant à la vitesse critique $\mathrm{Fr}_h \approx 1.00$ Configuration décarème avec $T_b/h = 0.71$ et $\alpha = 0^\circ$.

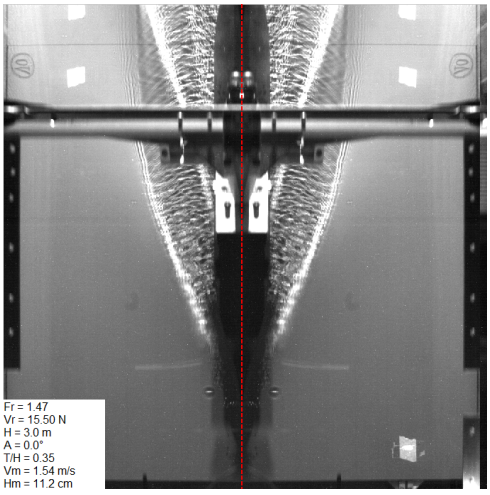


Figure 2.58 – Vague de Bernoulli dans le cas de la trirème avec une vitesse de $U_b^M = 1.54m \cdot s^{-1}$.

Aux effets de confinement horizontal peuvent s'associer les effets hydrauliques dus au confinement global de la voie d'eau. Selon la théorie de Schijf, un abaissement ($\mathrm{Fr}_h < 1$) ou une élévation ($\mathrm{Fr}_h > 1$) du plan d'eau accompagné d'un courant de retour apparaît lorsque $\mathrm{Fr}_h \approx 1$ et dépendent du coefficient de blocage $m = A_b/A_c$. Dans le cas des expériences avec la galère antique, ce coefficient vaut :

$$m = \frac{A_b}{A_c} = C_b \frac{T_b B_b}{hW} C_b \tag{66}$$

avec C_b le coefficient de bloc, égal à $C_b = A_b/\left(T_b B_b\right) = 0.39$ dans le cas de la maquette antique.

Les effets hydrauliques apparaissent pour des vitesses plus grandes dans le cas trirème que décarème, puisque cette dernière prend plus de place dans la voie d'eau. La maquette passe dans le domaine transcritique de la théorie de Schijf pour des vitesses comprises entre 8.9 N $< U_b^R <$ 12.2 N en configuration trirème, et 8.3 N $< U_b^R <$ 12.9 N en configuration décarème (8.0 N $< U_b^R <$ 13.1 N dans le cas d'un fort tirant d'eau). Toutefois, les modifications du plan d'eau ne dépassent pas les 20% (figure 2.59).

II.2.3.6 Effet instationnaire

Le bassin de traction étant de dimension finie ($L = 20$ m), certaines vitesses, et donc nombres de Froude, ne sont pas atteignables. L'accélération du chariot a été fixée à $0.5\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$, et la zone de mesure se situe à 9 m. Par un calcul rapide, on trouve donc que dans cette configuration la maquette ne peut dépasser la vitesse de $3\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. En plus de l'accélération du chariot, il est nécessaire de prendre en compte un temps de construction du sillage. En effet, on ne peut considérer que le sillage est totalement stationnaire dès que le bateau a atteint sa vitesse consigne. Lors des expériences à grande vitesse, certaines mesures ont montré que l'onde solitaire de proue n'était pas stabilisée lors du passage sous la caméra (figure 2.60).

On définit donc un temps utile t_u entre le passage sur la zone de mesure t_m à $x_m = 9$ m, et l'instant où le chariot a atteint la vitesse consigne t_c :

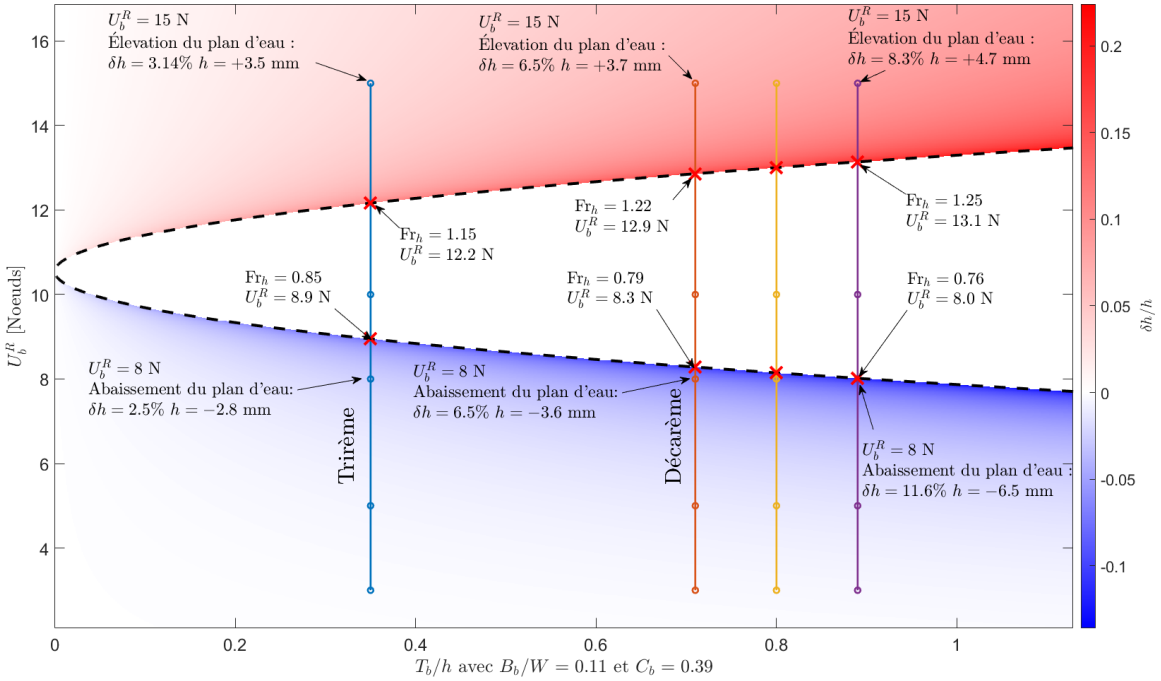


Figure 2.59 – Élévation ou abaissement du plan d'eau selon la théorie de Schijf pour une maquette de galère antique en canal de traction reproduisant les conditions de la bataille d'Actium. $B_b = 16.93$ cm, $W = 0.149$ m, $h^R = 3$ m.

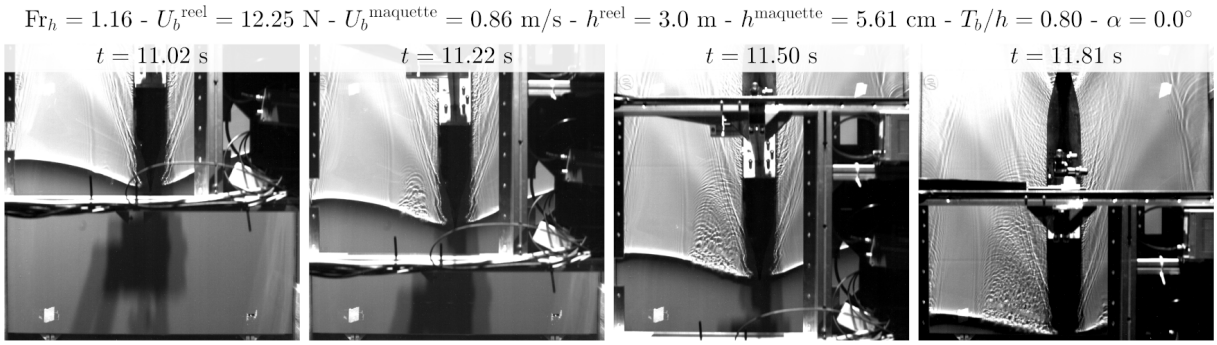


Figure 2.60 – Mise en place du déferlement du soliton au niveau de la zone de mesure. Cas décarème $V_r =$ 12.25nœuds.

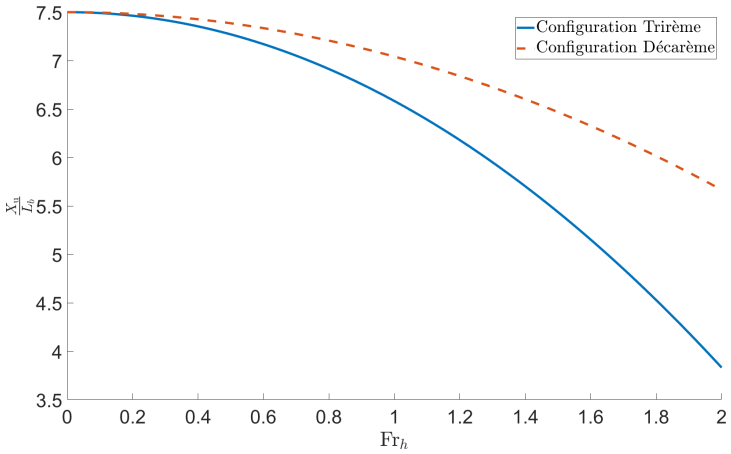


Figure 2.61 – Distance « utile » en fonction du nombre de Froude : distance entre le passage sur la zone de mesure à $x_m = 9$ m et l'instant où le chariot a atteint la vitesse consigne U_b, adimensionné par la taille de la maquette $L_b = 1.2$ m.

$$t_u = t_m - t_c = \frac{x_m - x_c}{U_b} = \frac{x_m - \frac{aU_b^2}{2}}{U_b}$$

$$t_u = t_m - t_c = \frac{x_m}{U_b} - \frac{1}{2}aU_b \tag{67}$$

On obtient la courbe de la figure 2.61.

Dans la configuration trirème et pour $\mathrm{Fr}_h = 1$, le temps utile est de seulement 8 secondes (contre 11.8 secondes pour une configuration décarème), ce qui correspond à une distance utile de 6.5 m (contre 7 m). Le critère donné par Mac Farlane [Macfarlane et Graham-Parker, 2019] est donc toujours respecté, mais celui-ci est donné pour des expériences réalisées en eau profonde sans confinement latéral. Or selon Çalişal les parois jouent un rôle prédominant dans l'instationnarité initiale [Calisal, 1977].

II.3 Actium : des trirèmes avantagées

II.3.1 Résistance à l'avancement d'une galère

À partir des données de l'architecture navale et des théories de Sretensky [Sretensky, 1937] (équation 17), il est possible de calculer une prédiction théorique de la résistance de vague d'une galère antique, en fonction de sa vitesse U_b et de son tirant d'eau T_b. Pour rappel, les prédictions théoriques de Sretensky nécessitent d'être en configuration d'eau peu profonde, sans effets hydrauliques significatifs (abaissement du niveau d'eau et courant de retour). En raison de l'importance de la conception des navires dans la bataille d'Actium, les formes réelles des galères sont prises en compte et non une représentation polynomiale de la coque sur un maillage uniforme. Les navires ont besoin d'un degré de précision différent selon la zone représentée. Ainsi, les détails du rostre nécessitent un maillage fin, là où la coque peut accepter un maillage plus grossier. Une grille composée de triangles a été utilisée.

Pour cela, la méthode du drapage a été choisie par Julien Dambrine. Cette dernière consiste

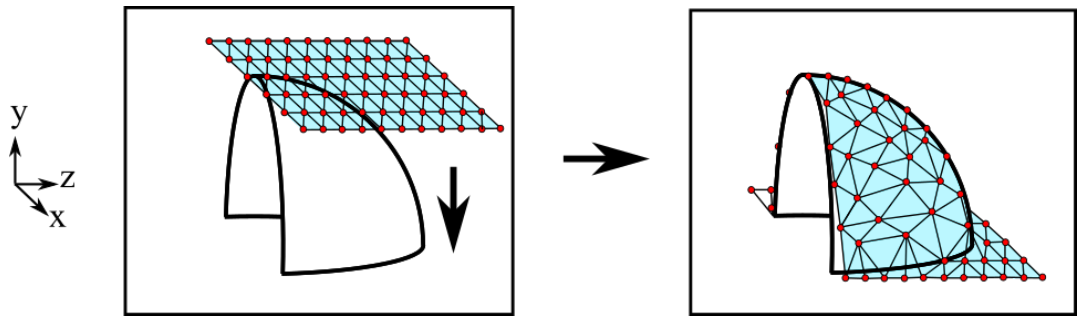


Figure 2.62 – Schéma d'explication de la méthode de drapage d'un objet. Un maillage uniforme triangulaire est initialement appliqué. Figure tirée de [Fourdrinoy *et al.*, 2019].

à créer au préalable une grille composée de triangles équivalents et uniformément répartis, placée sur un plan parallèle au plan médian de la coque. Les nœuds de ce maillage sont ensuite projetés sur la forme du bateau, en ne les déplaçant que selon l'axe vertical y, à l'image d'un drap venant recouvrir l'objet (figure 2.62). Cette méthode de maillage est directement implantée dans le logiciel Rhinoceros utilisé pour cette étude. Pour capturer l'ensemble de la forme du bateau avec le même niveau de détail, la galère est subdivisée en trois partis : la coque, la proue, et le rostre. À chacune de ces zones est associée une grille plus ou moins fine, pouvant atteindre un raffinage de 1 cm pour un navire de 30 m de long. Suite à ces étapes, la galère est décrite par un ensemble de 413 568 points. Bien que le maillage soit adapté au niveau de détail voulu, ce nombre de nœuds est encore trop important pour réaliser des calculs rapides. En effet, l'étude nécessite de connaître la résistance de vague fournie par la théorie de Sretensky pour de nombreuses hauteurs d'eau et vitesse d'avancement, et cela pour les deux configurations (trirème et décarème). La taille du maillage est donc réduite en extrayant un sous-ensemble de points avec une densité variable (plus de points là où de petits détails sont impliqués). Ensuite, un nouveau maillage est généré avec le générateur de maillage Delaunay intégré à Matlab. Le résultat est une représentation de la coque de la trirème à travers une fonction d'éléments finis sur un maillage de 25 185 points.

Dans un premier temps, les calculs théoriques appliqués à une galère antique sont réalisés dans une configuration eau profonde. À cette résistance, il est possible d'ajouter une résistance visqueuse due au frottement du bateau avec l'eau. On utilise pour cela le protocole ITTC-1957 (équation 8). L'utilisation de ce protocole est cohérente avec les expériences menées. En effet, si l'on compare cette méthode à celle utilisée par [Morrison *et al.*, 2000], basée sur les mesures du bassin de traction de [Grekoussis et Loukakis, 1985], on retrouve des résultats similaires (figure 2.63). La résistance visqueuse calculée avec ITTC-1957 est proche de la résistance visqueuse de [Morrison *et al.*, 2000], jusqu'à 8 nœuds (supérieure à la vitesse de croisière de 7 nœuds), vitesse à laquelle la résistance des vagues commence à jouer un rôle en eau profonde. Ainsi, un plus grand effort doit être fait pour augmenter la vitesse du navire.

Ensuite, des calculs numériques sont menés dans les conditions de la bataille d'Actium, c'est-à-dire avec une faible profondeur d'eau et en faisant varier le ratio T_b/h. Nous observons bien un pic de résistance pour $\mathrm{Fr}_h = 1$ dont l'amplitude croît avec T_b/h. En additionnant la résistance de vague à la résistance visqueuse, on obtient la résistance totale R_t en fonction de la vitesse U_b et de la géométrie (décarème ou trirème) (figure 2.64).

Pour les faibles vitesses, la résistance visqueuse est la principale composante de la résistance totale (figure 2.65). Les résistantes totales présentent donc un rapport de 3.6, correspondant

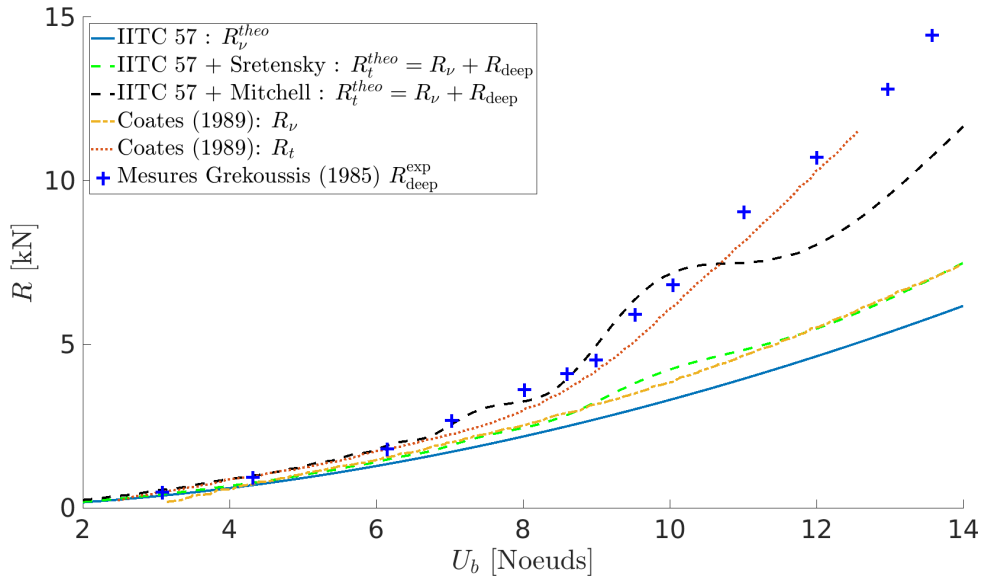


Figure 2.63 – Résistance à l'avancement théorique du navire en fonction de la vitesse U_b d'une galère en eau profonde. Les courbes théoriques sont comparées aux courbes expérimentales de [Grekoussis et Loukakis, 1985] et [Morrison *et al.*, 2000].

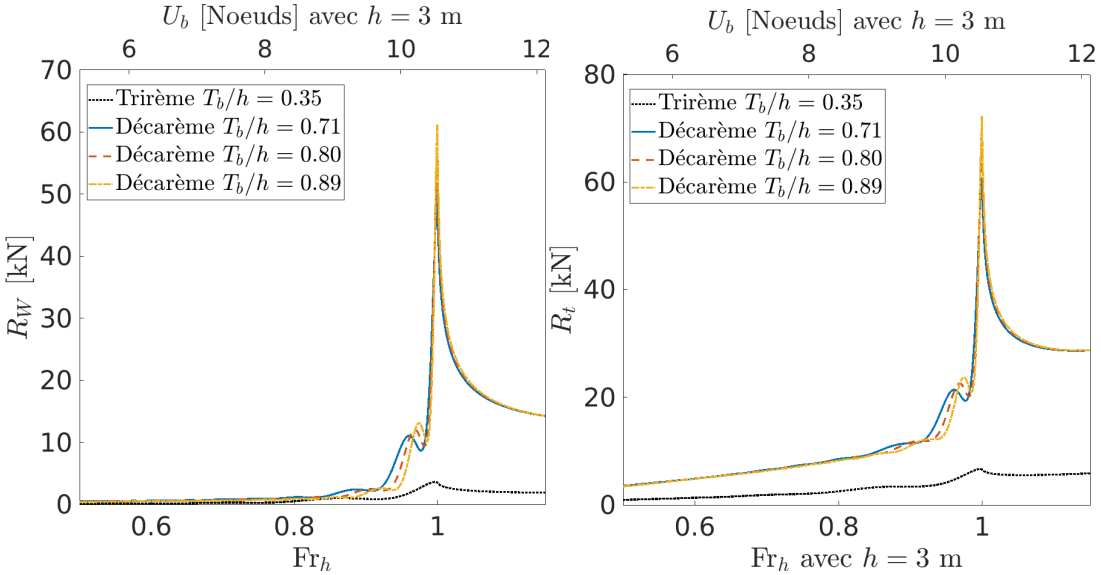


Figure 2.64 – Courbes des résistances de vague (GAUCHE) et totales (DROITE) pour les configurations trirème et décarème et fonction du Froude de hauteur Fr$_h$ ou de la vitesse du bateau U_b. La résistance visqueuse est calculée avec la méthode ITTC-1957, et la résistance à la formation de vagues avec la formule de Sretensky en profondeur finie.

au rapport ${R_\nu}^{\mathrm{D}}/{R_\nu}^{\mathrm{T}}$. Cette valeur, proche de 4, s'explique par la géométrie de la décarème qui est deux fois plus grande que la trirème. Les galères ayant des formes élancées, on peut relier la géométrie des navires à une planche de longueur L_b et de hauteur T_b. La surface mouillée S_m est approximativement $2L_b \times T_b$. Or, la longueur et le tirant d'eau d'une décarème sont le double de la longueur et du tirant d'eau d'une trirème. Ainsi, il y a un facteur 4 entre la surface mouillée de la décarème et la surface mouillée de la trirème. En repartant de l'équation 8 :

$$R_v = C_\nu \frac{1}{2} \rho S_m U_b^2$$

$$\frac{{R_v}^{\mathrm{D}}}{{R_v}^{\mathrm{T}}} = \frac{{C_\nu}^{\mathrm{D}}}{{C_\nu}^{\mathrm{T}}} \frac{{S_m}^{\mathrm{D}}}{{S_m}^{\mathrm{T}}} \tag{68}$$

avec

$$\frac{{C_\nu}^{\mathrm{D}}}{{C_\nu}^{\mathrm{T}}} = \frac{\left(\log_{10}\left(\mathrm{Re}^{\mathrm{T}}\right) - 2\right)^2}{\left(\log_{10}\left(\mathrm{Re}^{\mathrm{D}}\right) - 2\right)^2} \tag{69}$$

or

$$\mathrm{Re}^{\mathrm{T}} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}^{\mathrm{D}} \approx 10^8 \tag{70}$$

donc

$$\frac{{R_v}^{\mathrm{D}}}{{R_v}^{\mathrm{T}}} \approx 0.9 \frac{{S_m}^{\mathrm{D}}}{{S_m}^{\mathrm{T}}} \approx 3.6 \tag{71}$$

Sans effet de profondeur, une décarème a donc une résistance visqueuse 3.6 fois plus forte que la résistance d'une trirème. Pour compenser ce phénomène, il est nécessaire de déployer une puissance de rame plus importante. Par interpolation, à partir de données historiques sur le nombre de rameurs par classe de galère ([D'Amato, 2015, Pitassi, 2011]), on peut supposer le nombre de rameurs d'une décarème (figure 2.66). On retrouve un ratio identique de $605/170 = 3.55$ rameurs entre une décarème et une trirème.

À la vitesse de croisière des galères ($U_b \approx 7$ nœuds), les trirèmes tout comme les décarèmes n'atteignent jamais le pic de résistance puisque leurs tirants d'eau T_b ne leur permettent pas d'accéder aux zones où h et tel que $\mathrm{Fr}_h \approx 1$ (figure 2.67). À la vitesse d'éperonnage ($U_b \approx 10.5$ nœuds), le rapport de résistance des vagues est beaucoup plus élevé et peut monter jusqu'à 10. Ce mur de résistance intervient pour des profondeurs d'eau assez faibles ($h \approx 3$) et atteignables par les galères (figure 2.68).

II.3.2 Carte bathymétrique et de résistances

En utilisant la bathymétrie mesurée par Areti Gianni et Ierotheos Zacharias (I.2.3) et les calculs précédents, nous déduisons la résistance à l'avancement théorique de la trirème et de la décarème en divers points de l'embouchure du golfe Ambracique.

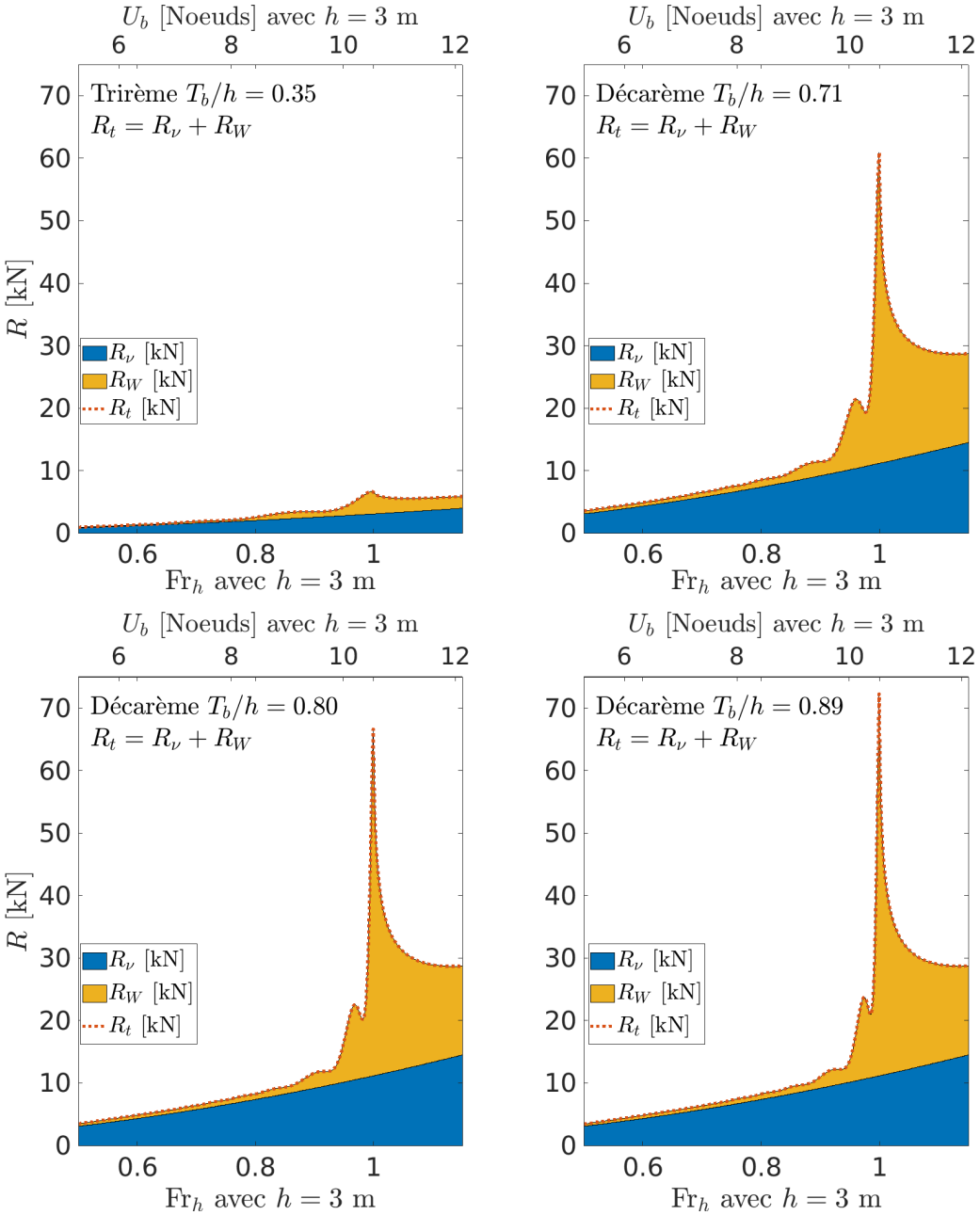


Figure 2.65 – Courbes des résistances totales décomposées en résistance visqueuse (bleu) et résistance de vague (jaune), pour les configurations trirème et décarème. La résistance visqueuse est calculée avec la méthode ITTC-1957, et la résistance à la formation de vagues avec la formule de Sretensky en profondeur finie.

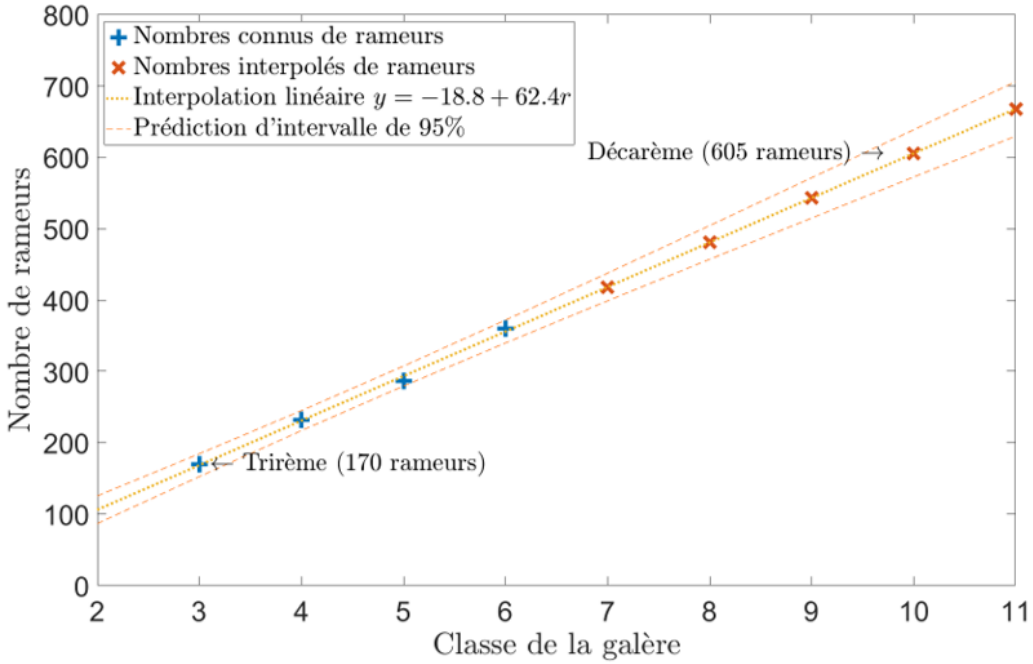


Figure 2.66 – Interpolation linéaire du nombre de rameurs par classe de galère à partir des données de [Pitassi, 2011] et [D'Amato, 2015].

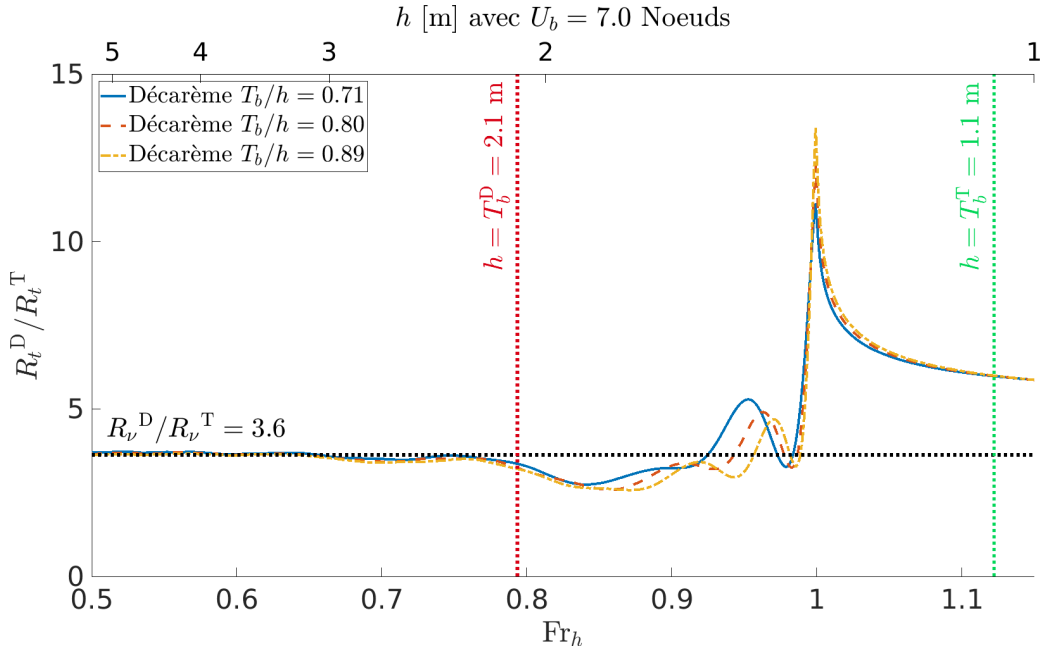


Figure 2.67 – Rapport entre les résistances totales de la décarème et de la trirème, avec une vitesse fixée à 7.0 nœuds. Pour les faibles nombres de Froude, le rapport des résistances totales tend vers le rapport des résistances visqueuses, égal à 3.6. Le pic de résistance n'est pas subi par la décarème, car il se situe dans une zone de trop faible profondeur (le tirant d'eau d'une décarème est plus grand que la profondeur nécessaire $T_b > h$).

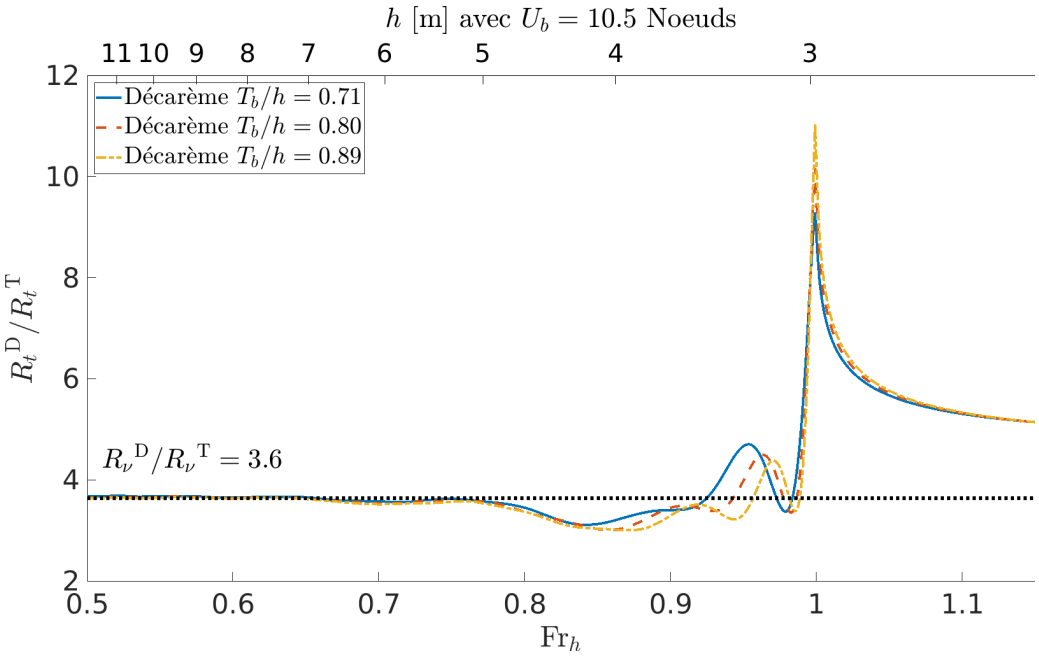


Figure 2.68 – Rapport entre les résistances totales de la décarème et de la trirème, avec une vitesse fixée à 10.5 nœuds. Pour les faibles nombres de Froude, le rapport des résistances totales tend vers le rapport des résistances visqueuses, égal à 3.6.

Les résultats des prédictions sur les résistances totales et de vagues sont résumés dans les deux cartes présentées figures 2.69 et 2.70. Les cartes ont été calculées pour deux vitesses : 7 nœuds (figure de gauche) et 10.5 nœuds (figure de droite). Cette dernière vitesse correspond aux vitesses recherchées lors d'une manœuvre d'éperonnage alors que la première correspond à la vitesse de croisière. Ces cartes montrent en couleurs le rapport entre la résistance totale appliquée à une décarème et celle appliquée à une trirème en chaque point du golfe Ambracique. Les données bathymétriques mesurées sont tracées avec des contours de lignes (en blanc), et trois zones particulières sont mises en évidence : la zone peu profonde et inaccessible pour la décarème (en gris), la zone peu profonde et inaccessible à la fois pour la trirème et la décarème (en noir), et la terre (en marron). À la vitesse de croisière de 7 nœuds, les calculs prédisent un rapport de résistance de vagues proche de 1, presque uniformément sur le champ de bataille. Cela signifie qu'aucun navire particulier ne tire avantage de la résistance de vague lorsque sa vitesse est inférieure à la vitesse d'éperonnage. Au contraire, la résistance de vague est très importante pour les décarèmes lorsqu'elles cherchent à gagner en vitesse. Les zones de faibles profondeurs ($h \approx 3$) forment alors une zone de goulot d'étranglement à l'entrée du golfe. Ce résultat confirme l'idée qu'une manœuvre d'éperonnage aurait pu être impossible pour les navires d'Antoine au niveau de l'embouchure, et répond ainsi à l'anomalie soulignée par les rapports historiques à savoir qu'Antoine a privilégié des tactiques de combat consistant à se rapprocher de l'ennemi pour aborder ses vaisseaux.

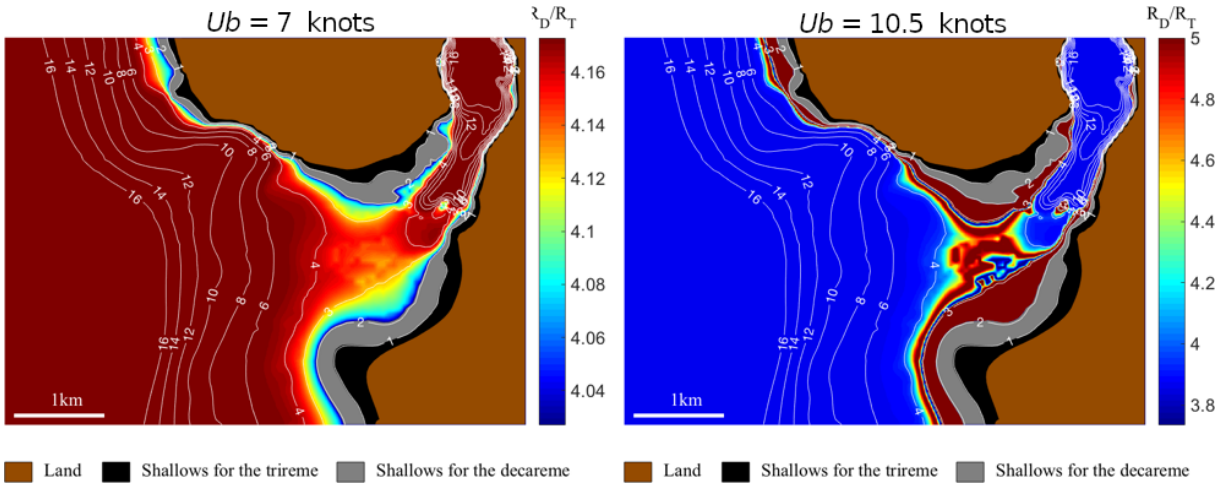


Figure 2.69 – Carte présentant l'ancienne bathymétrie et les prédictions théoriques des résistances totales pour deux vitesses différentes : 7 nœuds (à gauche) et 10.5 nœuds (à droite). Pour la vitesse d'attaque de 10.5 nœuds, la résistance ${R_W}^{\mathrm{D}}$ de la décarème est de deux à dix fois plus forte que la résistance ${R_W}^{\mathrm{T}}$ de trirème. La palette de couleurs a été saturée pour rendre les résultats plus visibles à 10.5 nœuds. Dans une petite zone à l'entrée du chenal, le ratio ${R_W}^{\mathrm{D}}/{R_W}^{\mathrm{T}}$ peut monter jusqu'à 10. [Fourdrinoy *et al.*, 2019].

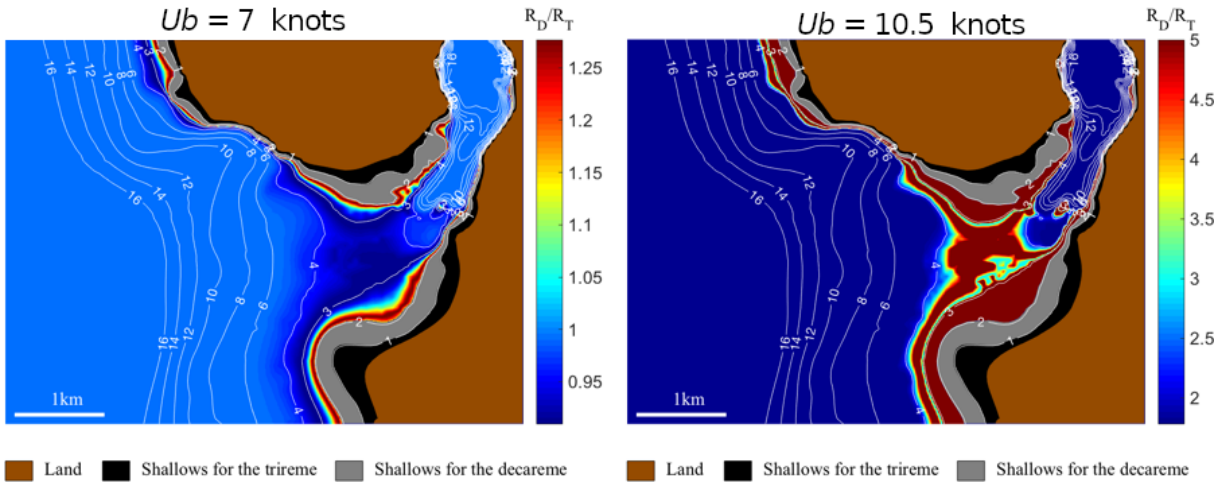


Figure 2.70 – Carte présentant l'ancienne bathymétrie et les prédictions théoriques des résistances de vagues pour deux vitesses différentes : 7 nœuds (à gauche) et 10.5 nœuds (à droite, avec une carte aux couleurs saturées). À 7 nœuds, la résistance de vague ${R_W}^{\mathrm{D}}$ de la décarème peut être inférieure à la résistance de vague de la trirème ${R_W}^{\mathrm{T}}$. [Fourdrinoy *et al.*, 2019].

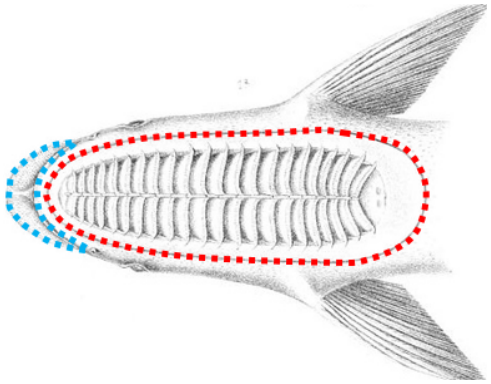


Figure 2.71 – Illustration d'échénéis naucrates d'Alfred Grandidier, extrait de l'Histoire de la Géographie de Madagascar (Imprimerie nationale, 1885). Les lèvres (bleues) peuvent représenter le bourrelet de proue, et le motif du disque de succion (rouge) peut représenter le motif particulier d'un sillage de type échénéis.

Synthèse

Lorsqu'on cherche à déplacer un objet dans un fluide, une résistance de traînée s'oppose au mouvement. Une partie de l'énergie du bateau est dissipée sous forme de frottement et est décrite dans la résistance de frottement. Une autre partie de l'énergie du bateau est transférée au fluide sous forme de vagues, dont les amplitudes sont un témoin de l'énergie perdue. Cette résistance de vague dépend de systèmes non linéaires et peut se calculer à l'aide de simplifications. De nombreux paramètres sont à prendre en compte, notamment l'impact des confinements sur les formes de sillages. Ainsi, l'étude des ondes de surface permet une amélioration de la compréhension de la dynamique d'un bateau.

Le but de ce travail a été de fournir une explication visuelle de la légende qui correspond aux difficultés navales rencontrées par la flotte antonienne à partir d'indices scientifiques. Les expériences consistant à tracter une maquette de galère romaine à vitesse constante dans un bassin des carènes, en reproduisant les conditions de bathymétrie de la bataille, mènent à la mise en évidence d'un motif particulier dans le sillage du navire. Ce dernier, visualisé avec des méthodes optiques non intrusives, est similaire au schéma des stries du disque de succion du poisson-échénéis. L'analyse des cartes de résistance, calculées à partir de théorie de résistance de vagues en profondeur d'eau finie, démontre que la flotte antonienne n'était pas en mesure d'utiliser la tactique de l'éperonnage, car la résistance des vagues d'un bateau présentant un fort tirant d'eau est multipliée jusqu'à dix fois par rapport à la flotte octavienne et ses faibles tirants d'eau. Les limitations du bassin des carènes (bruits de mesure d'amplitude comparable aux résistances exercées sur la maquette) empêchent d'illustrer ces théories par des mesures de résistances.

Ces résultats tenant compte d'une bathymétrie particulière lors de la bataille d'Actium, accompagnés d'une approche interdisciplinaire, apportent une première explication au mythe de l'échénéis, le petit poisson qui aurait ralenti à lui seul la flotte antonienne et suscité l'intérêt des historiens, écrivains et poètes depuis vingt siècles. Au regard du sillage généré par une galère en eau peu profonde, on peut se demander si la légende du rémora ne fait pas écho au motif de la surface libre visible depuis les navires. En effet, l'augmentation de l'amplitude des ondes transverses dans cette configuration particulière ($T_b/h \approx 1$, $\mathrm{Fr}_h \approx 1$) fait apparaître un schéma rappelant les stries du disque de succion du rémora. Le bourrelet de proue, apparaissant là encore lorsque $T_b/h \approx 1$ et $\mathrm{Fr}_h \approx 1$, rappelle quant à lui la lèvre du poisson (figure 2.71). Ainsi, les bateaux antoniens auraient été influencés par un échénéis ondulatoire et non biologique lors de la bataille d'Actium.

CHAPITRE III

Ondes générées en bicouche : effet de la stratification

III.1 Stratification : pluralités des phénomènes et des structures ondulatoires 95
III.1.1 Résistance à l'avancement d'un navire 95
III.1.1.1 L'observation de Nansen et les descriptions des marins du phénomène d'eaux-mortes 95
III.1.1.2 Stratification en milieu naturel 97
III.1.1.3 Crise(s) de résistance en eaux-mortes 100
III.1.1.4 Hystérésis de la résistance à l'avancement à force constante 102
III.1.1.5 Oscillation en vitesse : la seconde observation d'Ekman 103
III.1.2 Ondes en stratification 105
III.1.2.1 Équations linéaires des ondes internes en bicouche 105
III.1.2.2 Équations des ondes internes dans un tricouche 109
III.1.2.3 Équations des ondes internes dans un gradient continu de densité 112
III.1.2.4 Effet de la diffusion 114
III.1.2.5 Prise en compte de faibles non-linéarités 115
III.1.2.6 Onde solitaire 118
III.1.2.7 Bolus 120
III.2 Traction à force constante 122
III.2.1 Techniques expérimentales 122
III.2.1.1 Aquarium et stratification 122
III.2.1.2 Système de traction 124
III.2.1.3 Système caméras 126
III.2.1.4 Mesure de la position du bateau 127
III.2.1.5 Dynamique de la maquette en monocouche 128
III.2.1.6 Mesure de la déformée d'interface 130
III.2.1.7 GUI (graphical user interface) sous Matlab 134
III.2.2 Régimes dynamiques des bateaux 139
III.2.3 Double système d'ondes identifié 144
III.2.3.1 Régime balistique sous-critique 144
III.2.3.2 Régime balistique supercritique 148
III.2.3.3 Régime oscillant 150
III.2.3.4 Séparation du sillage de Nansen de l'onde d'Ekman 153
III.3 Expérience de Scott Russell en bicouche 156
III.3.1 Techniques expérimentales 156
III.3.2 Observation des ondes 157
III.4 Une riche variété de structures 163
III.4.1 Déferlement du sillage de Nansen 163
III.4.2 Modes péristaltiques 165
III.4.3 Création d'un bolus 167
Synthèse 172

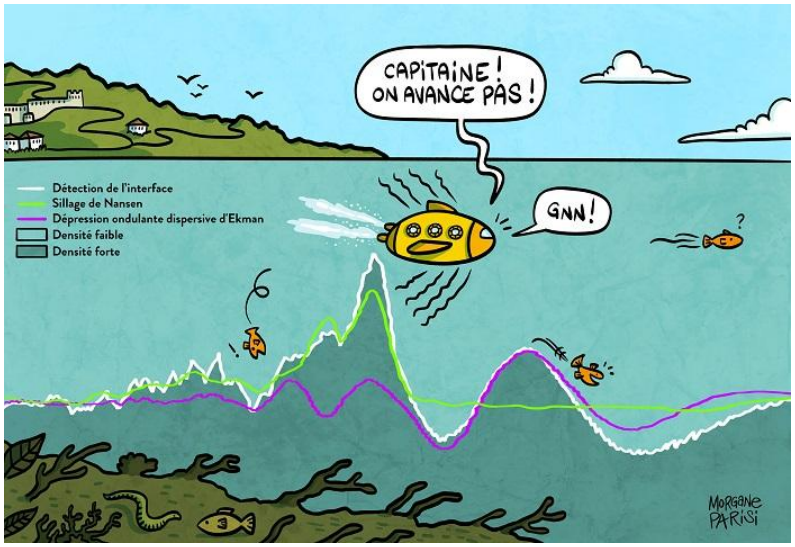


Illustration de Morgane Parisi (www.StudioBrou.com) réalisée dans le cadre de la communication autour de l'article [Fourdrinoy *et al.*, 2020].

Outre ses hauts fonds, l'embouchure du golfe Ambracique est le seul fjord de Méditerranée. Ce chapitre se penche donc sur les interactions entre les bateaux et les ondes internes générées à l'interface entre deux couches de densités différentes. Précédée d'une revue bibliographique, une expérience de traction d'une maquette de bateau dans un milieu stratifié est présentée. La déformée d'interface est mesurée à l'aide d'une nouvelle méthode de détection subpixel, et une seconde expérience, adaptée des travaux de Scott Russell en monocouche, permet une analyse précise des systèmes d'ondes générées. Enfin, les créations de structures ondulatoires et hydrauliques secondaires sont décrites.

> *Oceanographic research in the Amvrakikos Gulf in Western Greece, a semi-enclosed embayment isolated from the Ionian Sea by a narrow, shallow sill, has shown that it is characterised by a fjord-like oceanographic regime. The Gulf is characterised by a well-stratified two layer structure in the water column made up of a surface layer and a bottom layer that are separated by a strong pycnocline. At the entrance over the sill, there is a brackish water outflow in the surface water and a saline water inflow in the nearbed region. This morphology and water circulation pattern makes the Amvrakikos Gulf the only Mediterranean Sea fjord.*
>
> Ferentinos *et al.* [Ferentinos *et al.*, 2010]

III.1 Stratification : pluralités des phénomènes et des structures ondulatoires

III.1.1 Résistance à l'avancement d'un navire

III.1.1.1 L'observation de Nansen et les descriptions des marins du phénomène d'eaux-mortes

Le golfe Ambracique possède les mêmes caractéristiques qu'un fjord. Or, ces régions sont réputées des marins pour des phénomènes particuliers appelés « effet d'eaux-mortes ». Un des plus célèbres témoignages de ces phénomènes provient de l'explorateur norvégien Fridtjof Nansen lors de son expédition nordique de 1893-1896. L'entreprise était de traverser le pôle Nord dans une dérive transpolaire sur la banquise en se laissant volontairement piéger à bord du bateau le Fram, un bateau de 39 mètres de long et de 5 mètres de large pouvant se déplacer à 7 nœuds (figure 3.1). Au retour de l'expédition, il rapporte cette observation :

> *When caught in dead water Fram appeared to be held back, as if by some mysterious force, and she did not always answer the helm. In calm weather, with a light cargo, Fram was capable of 6 to 7 knots. When in dead water she was unable to make 1.5 knots. We made loops in our course, turned sometimes right around, tried all sorts of antics to get clear of it, but to very little purpose.*
>
> Nansen, [Nansen, 1905]

De retour en Norvège, il confia à Wilhem Bjerknes le soin de résoudre ce mystère, qui suggéra que ces ralentissements étaient dus à la génération d'ondes invisibles aux marins. Pour le scientifique, la résistance à l'avancement accrue s'explique par la présence d'onde interne entre deux couches d'eaux présentes dans les mers polaires. Son étudiant de l'époque, Vagn Walfrid Ekman fut le premier à étudier en laboratoire ce phénomène particulier, dont une description et les résultats majeurs des eaux-mortes sont publiés en 1904 [Ekman, 1904]. Les eaux-mortes y sont décrites comme un phénomène :

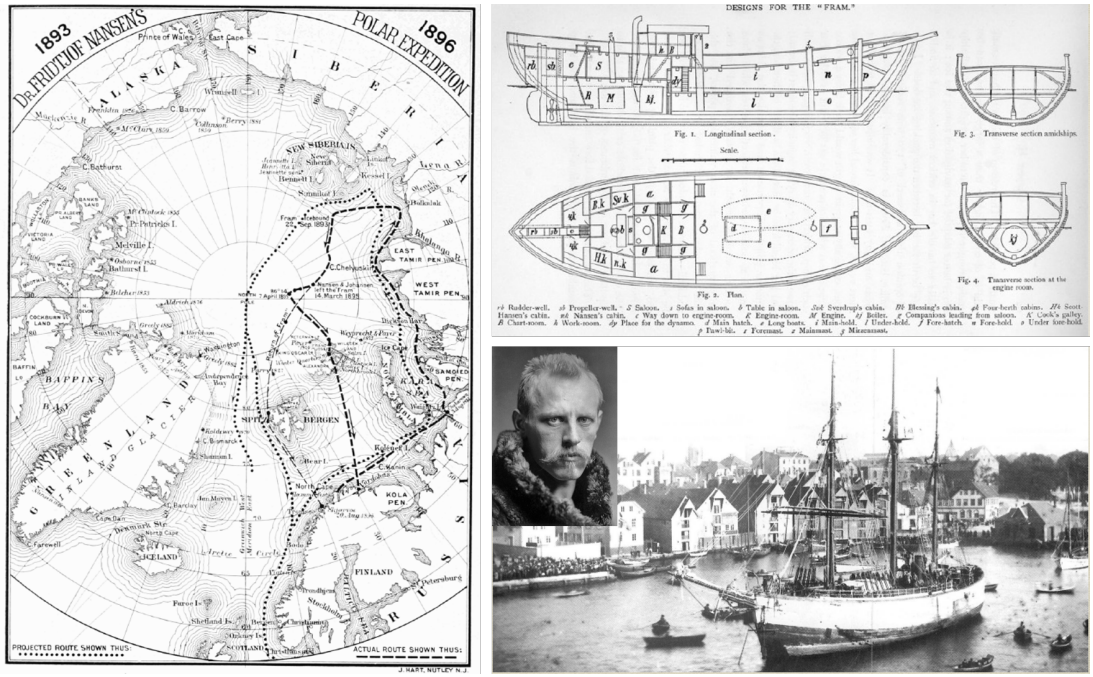


Figure 3.1 – (GAUCHE) Projet d'expédition et route suivie par l'explorateur Nansen (photo) dans le pôle Nord. (DROITE) Plan et photo du navire le Fram à bord duquel l'expédition a été réalisée [Nansen, 1905].

apparaissant principalement dans les environs de l'embouchure des rivières, surtout au moment des marées au printemps et en été ; ou près des côtes, là où une couche d'eau douce ou saumâtre repose sur l'eau de mer, plus lourde. Un navire, se déplaçant dans un tel endroit à une vitesse faible ou modérée, peut ressentir l'influence de ce phénomène ; on dit alors que le navire « est pris dans l'eau morte » ou « est entré dans de l'eau morte ». Si, en outre, le navire doit remonter un fleuve ou contre un courant même modéré, sa progression peut être totalement stoppée. Bien que son influence sur la direction d'un navire ou sur l'apparence de la surface de la mer peut, dans certains cas, être sujette à des modifications graduelles ; son effet sur la vitesse du navire se produit toujours, lui, de manière assez soudaine, la vitesse étant immédiatement réduite à une petite fraction de sa valeur ordinaire. Il arrive d'ailleurs très souvent que le navire soit pris dans les eaux-mortes dès le départ. Tout aussi soudainement, le navire retrouve sa vitesse normale — « comme s'il se détachait d'une ancre à l'arrière ». Parfois, le bateau se libère rapidement, mais dans certaines occasions, les navires peuvent rester impuissants dans l'eau morte pendant toute une journée et même plus. Si le moteur est arrêté, un navire en eau morte ne perd pas sa vitesse graduellement, comme dans des circonstances ordinaires, mais au contraire s'arrête net, et peut peut-être être stoppé à la poupe. Les voiliers, lorsqu'ils sont pris par les eaux mortes, ne répondent généralement pas à la barre. La perte de gouvernail est généralement l'effet le plus gênant des eaux mortes sur les voiliers. Certains marins scandinaves donnent apparemment le nom d'eau morte à divers effets sur leurs navires, qui leur font perdre le gouvernail. Par exemple, lorsqu'un navire par vent léger est affecté par un tourbillon ou lorsqu'il est détourné de sa route par l'influence de courants de directions différentes, on dit parfois qu'il s'est retrouvé en eau morte alors que la cause de l'accident n'a rien à voir avec ce phénomène particulier. [Ekman, 1904]

Ekman a cherché à reproduire ces conditions naturelles en laboratoire en mettant en place une stratification et en y tractant des maquettes de navires. Ses travaux à échelles

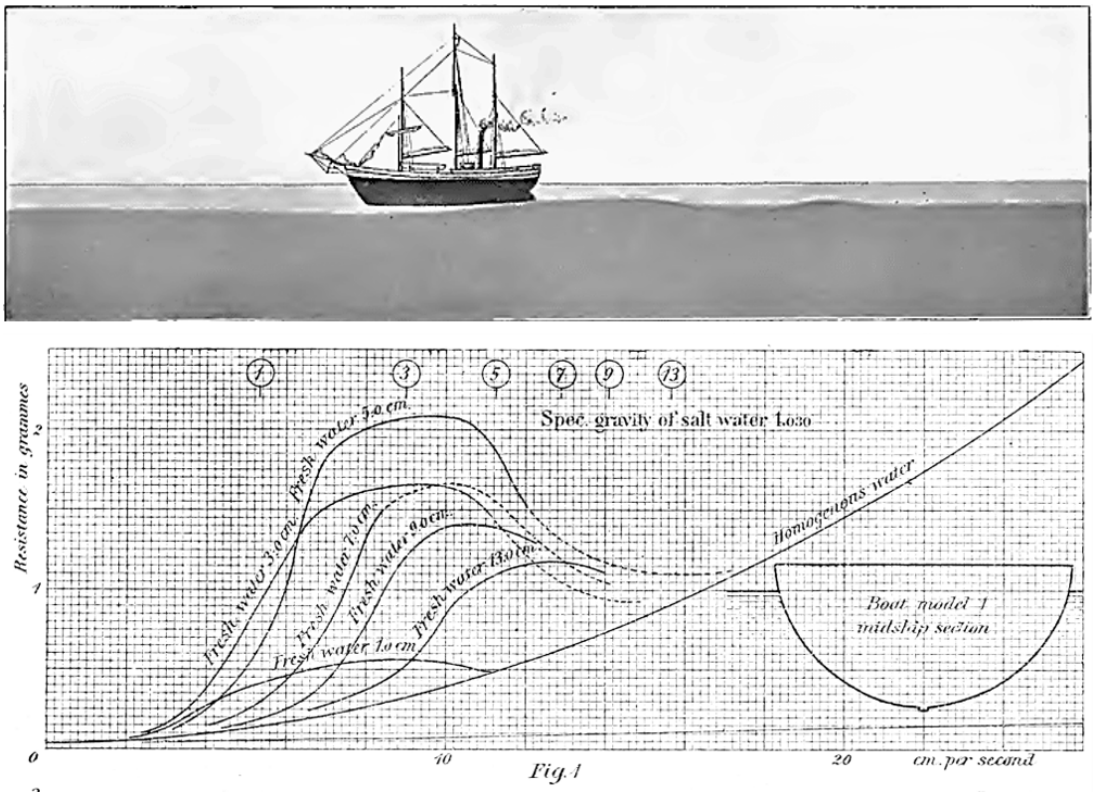


Figure 3.2 – (HAUT) Photo vue de côté de la déformée d'interface lors d'une expérience d'Ekman, avec un croquis du Fram ajouté. (BAS) Courbe de résistance en fonction de la vitesse du bateau pour différentes hauteurs d'eau douce. Les cercles correspondent à c_ϕ pour chaque configuration. Figures extraites de [Ekman, 1904].

réduites ont permis de confirmer que le déplacement d'un navire au sein d'un milieu stratifié en densité générait bien des ondes au niveau de l'interface, ondes responsables du ralentissement des navires. Il utilisa pour cela un canal de longueur $L = 3.5$ m et de largeur $B = 0.4$ m, ainsi qu'une maquette réduite du Fram à échelle 1 :100 ($L_b = 0.31$ m, $B_b = 0.105$ m). Un système de traction permet de tirer la maquette avec une force de traction constante. Une masse additionnelle peut être ajoutée sur les premiers instants afin d'accélérer plus rapidement le modèle et surpasser les frottements solides dus au système de traction. Le bateau est initialement maintenu par un électro-aimant et un système de crochet permet d'éviter lacets et roulis. À l'aide d'une planche flottante au niveau de la surface libre, une stratification est réalisée en environ une heure (pour une couche $h_1 = 5$ cm). Elle doit être la plus nette possible, en limitant la zone de mélange. La couche inférieure (salée) est colorée à l'encre de chine afin de la distinguer de la couche supérieure (figure 3.2).

III.1.1.2 Stratification en milieu naturel

Il est à distinguer deux types de stratifications : les stratifications stables et les stratifications instationnaires pour lesquelles les forces mises en jeu font monter un fluide léger et couler un fluide plus lourd (par exemple lors du réchauffement par le bas d'une eau). Ici, nous nous intéressons seulement aux stratifications stables puisqu'elles permettent la création d'ondes internes. Au sein de ces stratifications stables, deux familles sont identifiées : les stratifications de gaz non traitées dans cette étude (par exemple les stratifications

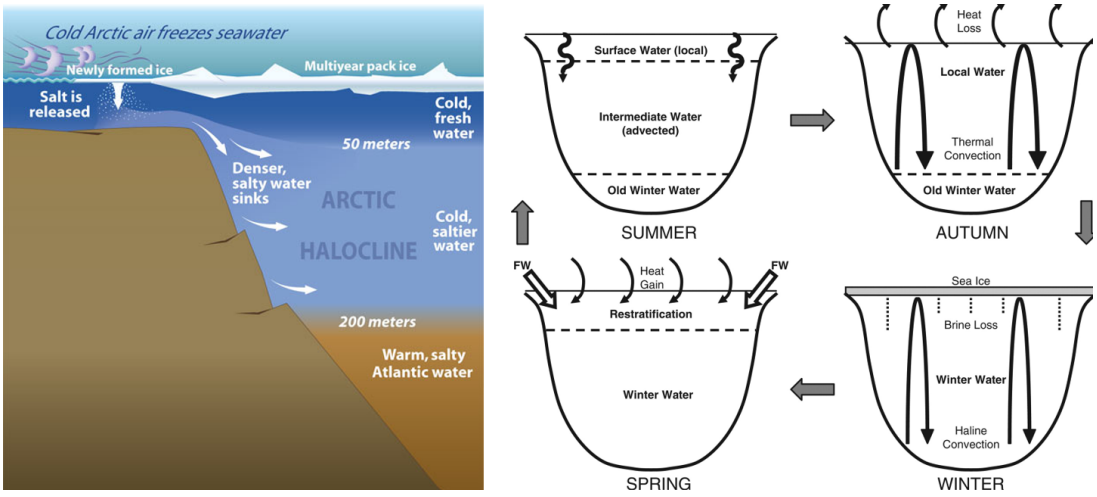


Figure 3.3 – (GAUCHE) Schéma d'une stratification en densité due à la salinité de l'eau (halocline) en océan Arctique (Illustration de Jayne Doucette, Woods Hole Oceanographic Institution). (DROITE) Explication de la mise en place d'une stratification due à la température (thermocline) en fonction de la saison (Figure tirée de [Cottier *et al.*, 2010]).

atmosphériques), et les stratifications liquides (par exemple les stratifications océaniques).

Les stratifications en densité peuvent être formées de fluides différents, non miscibles et de différentes masses volumiques (eau/huile), ou bien d'un fluide dont la densité décroît au sein de la colonne. Par exemple, une colonne d'eau peut présenter une salinité dépendante de la hauteur, avec une eau plus salée en fond, et dont la densité évolue donc continuellement. La stratification peut être « forte » si ce gradient de densité évolue rapidement, avec un saut, ou faible si le gradient évolue lentement. Dans la nature, on retrouve ces stratifications au sein des océans dues à un changement de température. On parle alors de thermocline (figure 3.3). Plusieurs zones sont définies :

— La région surfacique, avec de fortes turbulences dues aux contraintes du vent et aux déferlements d'ondes, s'étend sur approximativement 100 mètres (selon la saison, l'océan et la latitude) et est faiblement stratifiée, voire pas stratifiée.
— La région de la thermocline comprend à la fois la thermocline saisonnière et la thermocline principale. La première s'étend de 50 mètres à 150 mètres de profondeur, selon la saison. En été, puisqu'il y a un fort gradient de température entre la surface et les profondeurs, la stratification est plus forte et moins profonde qu'en hiver. La thermocline principale ne dépend pas, elle, de la saison et atteint 1000 mètres de profondeur.
— La région abyssale s'étend jusqu'au plancher océanique et est très faiblement stratifiée.

En plus de ces stratifications provenant d'une modification de la température, l'ajout de sel génère d'autres stratifications, appelées haloclines (figure 3.3). Celles-ci apparaissent lorsqu'une eau douce rencontre une eau salée :

— Dans une embouchure de golfe ou de rivière.
— Lors de la fonte de neige.

Le golfe Ambracique présente les caractéristiques d'un fjord, avec plusieurs rivières venant alimenter en eaux douces une couche d'eau saumâtre posée sur une couche d'eau salée (figures 3.4 et 3.5). Cette stratification évolue avec la saison et se dégrade à l'automne (octobre-décembre) avant de se reconstituer à la fin de l'hiver.

Les stratifications peuvent donc prendre plusieurs formes :

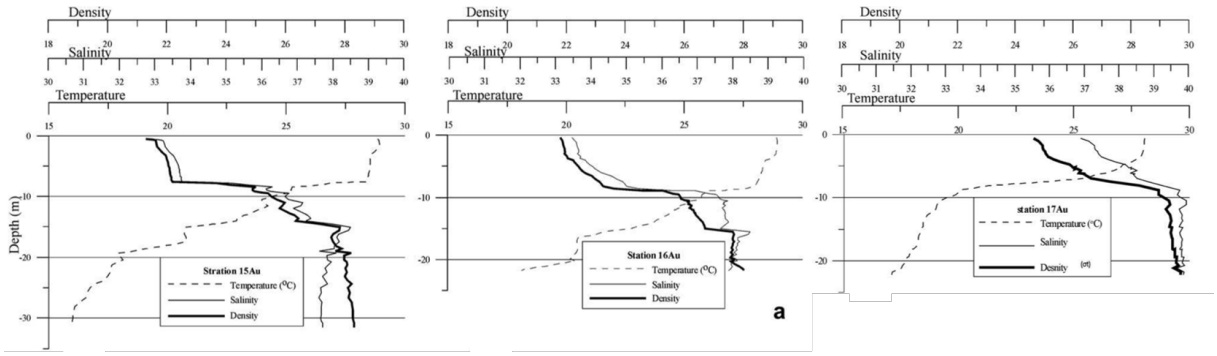


Figure 3.4 – Mesures du gradient de densité, de salinité et de température dans le golfe Ambracique en plusieurs stations de mesures réalisées par [Ferentinos *et al.*, 2010].

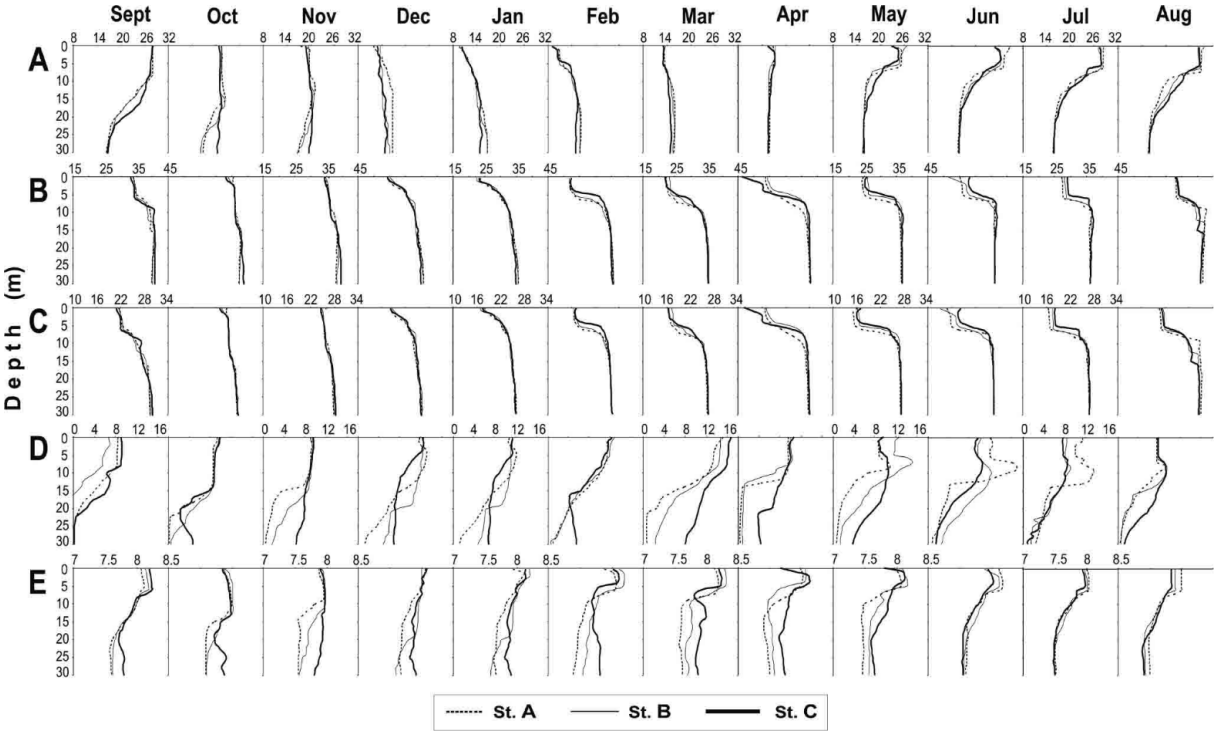


Figure 3.5 – Mesures des gradients de température (A), de salinité (B), de densité (C), d'oxygène (D), de pH (E) en trois stations, au cours de l'année (septembre 2008 à août 2009). Figure tirée de [Kehayias et Aposporis, 2014]. La bataille d'Actium a eu lieu un 2 septembre, dans une période où la marche en densité est marquée.

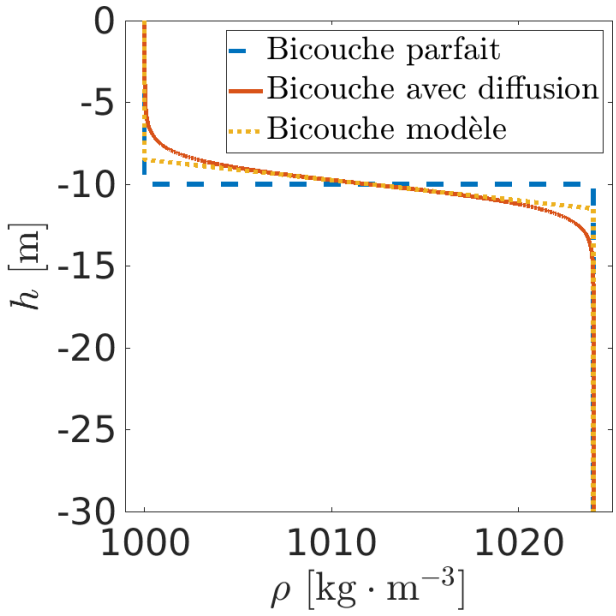


Figure 3.6 – Exemples de stratifications bicouche. Le bicouche avec une zone de diffusion est approximé par un tricouche dont la couche du milieu se comporte comme une stratification linéaire.

- Bicouche parfait : deux couches distinctes au sein desquelles la densité est homogène, séparées par une pycnocline. De manière similaire, il est possible de modéliser des stratifications en marche d'escalier de N couches distinctes. Certaines expériences sont réalisées en tricouche afin de mettre en évidence des modes barocliniques.
- Bicouche avec zone de mélange : deux couches dont la séparation se fait de façon progressive sur une hauteur d'eau d. Cette stratification peut être modélisée par trois zones : une couche supérieure de densité ρ_1, et de profondeur $h_1 - d/2$, une couche intermédiaire de profondeur d où la densité varie linéairement de ρ_1 jusqu'à ρ_2, et une couche inférieure de densité ρ_2 et de profondeur $h_2 - d/2$. On peut là aussi imaginer une stratification de ce type, mais sur N couches.
- Stratification continue : la densité évolue tout le long de la colonne d'eau. Un cas particulier est une stratification donc la densité évolue avec la profondeur de façon linéaire.

On parle parfois d'ondes interfaciales dans le cas d'onde se propageant au niveau d'une pycnocline, et d'ondes internes dans le cas d'onde se propageant dans une stratification continue. Dans cette étude, nous nous intéressons aux cas d'un bicouche parfait ou présentant une zone de mélange (figure 3.6). Cette zone de mélange provient d'une part de la mise en place de la stratification qui ne peut être parfaite et sans mélange, ainsi que de la diffusion du sel d'une couche vers l'autre. Cette diffusion accentue la zone de mélange au cours du temps nécessitant de réaliser régulièrement une nouvelle stratification.

III.1.1.3 Crise(s) de résistance en eaux-mortes

En supposant un bateau se déplaçant lentement dans un canal contenant un bicouche eau douce/eau salée, tel que $\rho_1 < \rho_2$ et $h_1 > T_b$, alors le passage laissé à l'eau douce devient étroit sous le bateau. Par conservation de la masse, sa vitesse augmente donc, ce qui induit une plus grande résistance de friction. En augmentant la vitesse, la modification de la pression au niveau de la quille du bateau devient telle qu'elle surpasse les effets de gravité poussant à stabiliser l'interface, engendrant des ondes sous et à l'arrière du bateau.

Enfin, si le bateau dépasse une certaine vitesse, alors le train d'ondes précédemment formé ne peut suivre le bateau et seule une faible déformée d'interface reste sous la quille. En supposant dorénavant que le bateau se déplace en pleine mer, donc sans confinement latéral, alors le passage laissé à l'eau douce est infini. Toutefois, si la vitesse du bateau devient trop importante, les déformées des lignes de courant impliquent de nouveau une modification de la pression et donc la génération d'un sillage interne responsable d'une résistance. Dans cette configuration pleine mer, le bateau est suivi d'un sillage composé d'ondes transverses et d'ondes divergentes.

Le premier constat est donc qu'un bateau en milieu stratifié atteint des vitesses inférieures à un bateau dans une eau homogène en densité. Ceci s'explique simplement par le fait qu'il est toujours soumis à une résistance à l'avancement « classique » qu'il subirait dans un monocouche (résistance due aux frottements le long de la coque et résistance due aux ondes de surface), et qu'il est maintenant nécessaire d'ajouter une contribution des ondes internes dépendant de la vitesse du navire.

Tout comme pour le sillage de surface, il est possible de définir plusieurs régimes en fonction de la forme du sillage interne, régis par la vitesse d'avancement du bateau U_b. On associe cette vitesse à une vitesse caractéristique des ondes internes, qui, dans le cas d'un bicouche de profondeur finie, est définie par [Gill, 1982] :

$$c_\phi = \sqrt{g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}\frac{h_2 h_1}{h_2 + h_1}} \tag{72}$$

avec $\rho_1,\ h_1$ les caractéristiques de la couche supérieure, et $\rho_2,\ h_2$ de la couche inférieure. Toutefois, des études analytiques [Miloh *et al.*, 1993], corroborées par des mesures expérimentales [Ekman, 1904, Mercier *et al.*, 2011, Medjdoub *et al.*, 2020], montrent que cette vitesse critique est légèrement inférieure à cette valeur théorique, avec un rapport d'environ 80%. Ainsi, il est possible de former un nombre de Froude basé sur les caractéristiques de la stratification :

$$\mathrm{Fr}_I^2 = \frac{U_b^2}{c_\phi^2} = \frac{U_b^2}{g\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{h_2 h_1}{h_2+h_1}} \tag{73}$$

Ekman propose plusieurs régimes selon ce nombre de Froude :

- Pour $\mathrm{Fr}_I \ll 1$: le bateau génère peu d'ondes internes et la résistance associée est négligeable. (régime sous-critique)
- Pour $\mathrm{Fr}_I \approx 1^-$: le bateau génère un sillage interne de forte amplitude, associé à une forte résistance à l'avancement (régime transcritique). Le bateau doit franchir une « crise de résistance ».
- Pour $\mathrm{Fr}_I > 1$: le sillage interne est de nouveau de très faible amplitude, et la résistance d'onde interne chute drastiquement jusqu'à devenir négligeable (régime supercritique).

C'est ce pic de résistance à l'approche de $\mathrm{Fr}_I = 1$ qui rend compte de l'apparition soudaine de l'effet d'eaux-mortes (figure 3.2). Si un voilier est poussé par un vent le propulsant à une vitesse proche, mais supérieure à c_ϕ, une brise légèrement plus faible fera basculer le bateau dans la crise de résistance, le freinant grandement. Si le vent reprend, le bateau sortira des eaux-mortes aussi subitement qu'il y est entré. Même sans effet du vent, une simple modification de la stratification entraîne un changement de la vitesse critique c_ϕ, et donc du comportement d'un navire.

De nombreuses études modernes ont depuis reproduit et complété ces expériences d'eaux-mortes à partir de mesure en conditions naturelles [Watson *et al.*, 1992, Thompson et Jensen, 1993], par des simulations [Miloh *et al.*, 1993, Nicolaou *et al.*, 1995, Motygin et Kuznetsov, 1997, Esmaeilpour *et al.*, 2018], de traction d'obstacle en fond de canal [Long, 1953, Vosper *et al.*, 1999], ou encore d'objet de différentes formes (par exemple des bateaux de différentes longueurs [Medjdoub *et al.*, 2020], ou même des nageurs [Maas et van Haren, 2006]). Enfin, plusieurs stratifications ont été étudiées : stratification [Chomaz *et al.*, 1993, Rottman *et al.*, 2004, Meunier *et al.*, 2006], tri-couche [Mercier *et al.*, 2011].

III.1.1.4 Hystérésis de la résistance à l'avancement à force constante

Les expériences originelles d'Ekman ont été réalisées à force de traction constante. Dans ces conditions, la résistance due aux ondes internes induit une hystérésis.

Supposons qu'initialement le bateau est au repos, et qu'à $t = 0$ on applique une force de traction F_t. Le bateau va alors accélérer jusqu'à atteindre une vitesse asymptotique U_b^∞. Cette vitesse dépend de la force de traction constante imposée : $U_b^\infty = f_0(F_t)$. On définit alors $F_t^{\text{crit},0}$ telle que $f_0(F_t) = c_\phi$ c'est-à-dire la force de traction nécessaire pour atteindre à partir d'un bateau au repos $\text{Fr}_I = 1$.

— Si $F_t > F_t^{\text{crit},0}$ alors $\text{Fr}_I > 1$.
— Si $F_t < F_t^{\text{crit},0}$ alors $\text{Fr}_I < 1$.

De plus on note une discontinuité au niveau de $F_t^{\text{crit},0}$:

$$f_0(F_t \to F_t^{\text{crit},0}\Big|_-) \approx c_\phi \tag{74}$$

$$f_0(F_t \to F_t^{\text{crit},0}\Big|_+) = U_b^{\text{supcrit}} > c_\phi \tag{75}$$

Ainsi, en augmentant légèrement la force de traction pour passer de $F_t = F_t^{\text{crit},0}$ à $F_t = F_t^{\text{crit},0} + \partial_{F_t}$, on « saute » d'une vitesse $U_b^\infty = c_\phi$ à $U_b^\infty = U_b^{\text{supcrit}}$. Il y a donc une plage de vitesse qu'un bateau tracté à force constante ne peut atteindre : $U_b^\infty \notin \left]c_\phi;\ U_b^{\text{supcrit}}\right[$.

Supposons désormais que la situation initiale soit un bateau se déplaçant à une vitesse uniforme $U_b^0 > c_\phi$. Ceci peut être réalisé expérimentalement en tractant initialement le bateau avec une force de traction $F_t^0 > F_t^{\text{crit},0}$. Puis, à $t = 0$, on tracte le bateau avec une force de traction F_t.

— Si $F_t > F_t^{\text{crit},0}$, alors $U_b^\infty = f_0(F_t)$ et $\text{Fr}_I > 1$. La vitesse asymptotique est égale à la vitesse obtenue à partir d'un bateau au repos.
— Si $F_t < F_t\text{crit, sup} < F_t^{\text{crit},0}$, alors $U_b^\infty = f_0(F_t)$ et $\text{Fr}_I < 1$. La vitesse asymptotique est égale à la vitesse obtenue à partir d'un bateau au repos.
— Si $F_t\text{crit, sup} < F_t < F_t^{\text{crit},0}$, alors $U_b^\infty \neq f_0(F_t)$ et $\text{Fr}_I > 1$. La vitesse asymptotique est supérieure à la vitesse obtenue à partir d'un bateau au repos.

Il y a là encore une discontinuité, au niveau de $F_t\text{crit, sup} < F_t^{\text{crit},0}$. Lors de ces expériences, Ekman a utilisé un système de masse initiale supplémentaire pour dépasser la crise de résistance et tenter d'approcher ce point critique où la résistance connait un minimum local.

La classification des régimes dynamiques en fonction de la vitesse asymptotique peut donc être affinée (figure 3.7), et voir section IV.2.2 :

— Régime sous-critique : $\text{Fr}_I < 1$, avec un comportement asymptotique ne dépend pas des conditions initiales.

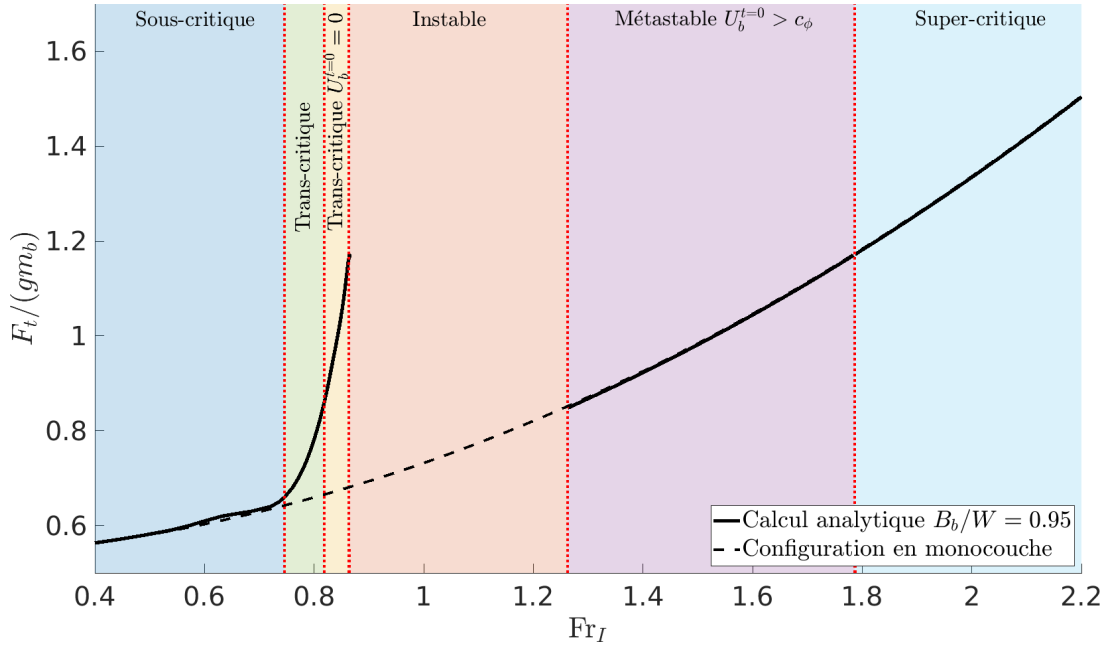


Figure 3.7 – Classification des régimes dynamiques d'un bateau en eaux-mortes. La courbe est réalisée à partir de calculs analytiques modélisant la traction d'un bateau à force constante (voir section IV.2.2). Le critère du régime transcritique est $R_W \geq 5\%R_v$.

- Régime transcritique : $\mathrm{Fr}_I < 1$, pour lequel la résistance de vague interne n'est plus négligeable en comparaison à la résistance visqueuse. Ce régime se décompose en deux catégories, la première partie atteinte sans dépendance aux conditions initiales, et une seconde partie nécessitant un départ au repos.
- Régime métastable : $\mathrm{Fr}_I > 1$ atteint pour un bateau initialement en mouvement $U_b^0 > c_\phi$.
- Régime instable : vitesse U_b^∞ ne pouvant être atteinte à force de traction constante.
- Régime supercritique : $\mathrm{Fr}_I > 1$ avec un comportement asymptotique ne dépend pas des conditions initiales.

Dans le cas d'expérience où la traction n'est plus constante, mais où la vitesse est imposée [Medjdoub *et al.*, 2020], il est possible d'atteindre des vitesses du régime instable en faisant évoluer temporellement la force de traction.

Enfin, les expériences et les simulations de traction d'objet dans une stratification montrent une crise de résistance intervenant autour de $\mathrm{Fr}_I < 1$ et non $\mathrm{Fr}_I = 1$. Miloh *et al.* trouvent numériquement un seuil critique à $\mathrm{Fr}_I = 0.9$, justifié par des effets dispersifs [Miloh *et al.*, 1993], tandis que Grue, par un modèle non linéaire, trouve un Froude interne critique dépendant du tirant d'eau T_b [Grue, 2015]. Selon Greenslade, le seuil se situerait entre $\mathrm{Fr}_I = 0.8$ et $\mathrm{Fr}_I = 1.1$, des effets non linéaires apparaissant pour ces régimes et limitant l'amplitude du sillage (saturation des ondes) [Greenslade, 2000]. Enfin, selon Esmaeilpour *et al.* et des simulations de sillages internes pour différentes profondeurs de stratification, la position du pic serait influencée par le rapport entre le tirant d'eau et la profondeur de la couche supérieure h_1/T_b [Esmaeilpour *et al.*, 2018].

III.1.1.5 Oscillation en vitesse : la seconde observation d'Ekman

Lors de ces expériences à force de traction constante, Ekman a observé un second phénomène. En plus du ralentissement, en comparaison à un bateau tracté au monocouche, les

maquettes de navire pouvaient entrer dans un régime dit « capricieux » dans lequel la vitesse du bateau ne se stabilise pas.

Bien que le modèle de bateau soit tracté par un poids constant, je n'ai jamais réussi à lui donner une vitesse constante, lorsqu'une couche d'eau douce recouvrait l'eau salée dans le canal. Au contraire, il était rapidement accéléré jusqu'à une vitesse plus élevée, il décélérait ensuite, faisait une nouvelle avancée, et ainsi de suite : la vitesse effectuait ainsi des oscillations, qui étaient parfois très importantes. [Ekman, 1904]

Ces oscillations en vitesse s'accentuent en amplitude et leurs périodes s'agrandissent pour des masses de traction plus lourdes et plus on s'approche du pic de résistance de $\mathrm{Fr}_I \approx 1$. Passée cette crise, le bateau atteint de nouveau des vitesses stabilisées. Selon Ekman, ces oscillations s'accompagnent de l'émission d'onde interne semblable au soliton de Scott Russell. Le bateau génère sous sa quille une onde solitaire, qui, lorsque le bateau est ralenti, poursuit sa route avec une vitesse constante égale à la vitesse maximale atteinte par le bateau. Les vagues à la poupe, elles, se rapprochent du navire, se brisent puis disparaissent. Le bateau accélère alors de nouveau, reproduisant le phénomène. Dans le cas où le bateau dépasserait la vitesse critique, l'onde solitaire resterait alors sous la quille, diminuant en amplitude, et se faisant « surfer par le navire ». Ekman précise que ces oscillations ne nécessitent pas que la couche d'eau salée vienne se briser sur la poupe du navire. Même dans le cas où il y aurait toujours une certaine hauteur d'eau douce entre l'interface et la quille du bateau, ces oscillations en vitesses peuvent être observées.

Pour Ekman, les oscillations en vitesse proviennent du fait que l'évolution de la résistance dans le temps n'est pas parfaitement simultanée à l'évolution de la vitesse : la résistance augmente graduellement avec la formation du sillage, après que le bateau ait atteint sa vitesse. Ainsi, au cours d'un cycle, le bateau accélère et atteint une vitesse élevée, car la résistance d'onde interne ne s'est pas encore constituée. Ces dernières croissent avec l'augmentation de l'amplitude du train d'ondes, jusqu'à devenir suffisamment grande pour ralentir le navire. Le bateau est alors plus lent, laissant au sillage l'occasion de perdre en amplitude, impliquant une résistance plus faible et donc une nouvelle accélération. L'évolution de la résistance suit l'évolution de la vitesse. De plus, les oscillations en vitesses seraient principalement la conséquence de la formation des ondes transverses et non des ondes divergentes. Or, les ondes divergentes apparaissant dans les canaux larges ou en pleine mer, les oscillations en vitesse sont donc exacerbées par la présence d'un confinement latéral, ce qui pourrait expliquer que ces impressionnantes fluctuations de vitesse n'aient pas été rapportées par les témoignages des marins. Une autre raison avancée par Ekman est que les bateaux à voiles ont une accélération plus lente, permettant à la résistance de vague de se stabiliser.

Les travaux présentés dans la thèse de Matthieu Mercier [Mercier, 2010] reprennent l'hypothèse d'une interaction entre une onde solitaire faiblement non linéaire et la solution de l'équation de Korteweg-De Vries. Le bateau génère une dépression à l'arrière du bateau, créant une onde solitaire supercritique. Cette onde se déplaçant plus vite que le navire parvient à le rattraper, le freine, puis le dépasse. Ce processus se répète alors, produisant une nouvelle oscillation en vitesse.

III.1.2 Ondes en stratification

Dans un fluide stratifié, les mouvements verticaux (dans le sens de la gravité) nécessitent de l'énergie puisqu'ils sont inhibés par le gradient de densité et une force de « flottaison ». L'eau soulevée est plus lourde que son environnement et est donc attirée vers le bas pour retrouver sa position d'équilibre. Il est possible de faire une analogie avec un système de ressort, avec une force de contraction (réciproquement d'expansion) si le fluide est étiré (réciproquement comprimé). Ces oscillations sont appelées ondes internes gravitaires, et peuvent apparaître aussi bien au niveau d'une interface discontinue que dans une stratification continue en se propageant de manières verticale et horizontale. Les ondes internes gravitaires dont la période est semblable à la rotation de la Terre subissent les effets de la force de Coriolis, et on parle alors d'onde inertielle [Gill, 1982] [Sutherland, 2010] [Lighthill et Lighthill, 1978]. Dans le cadre de cette étude où les oscillations sont générées par un bateau, les périodes sont bien plus faibles (de l'ordre de la seconde, voire de la minute) et la force de Coriolis est ignorée. De nombreuses autres structures peuvent apparaître au sein des stratifications (courants, vortex, marée...) [Farmer et Freeland, 1983, Wirth *et al.*, 2014].

III.1.2.1 Équations linéaires des ondes internes en bicouche

Tout comme pour les ondes de surface, il est possible de définir des équations prédisant la dynamique des ondes internes se déplaçant au niveau d'une interface (saut de densité) [Stokes, 1847]. On considère que l'épaisseur de transition entre les deux couches de fluides est petite vis-à-vis des longueurs d'onde impliquée, de sorte que cette zone mixte est approximée par une interface nette d'épaisseur nulle, et que les couches supérieure et inférieure ont une densité uniforme ρ_1 et ρ_2. De plus, on considère, malgré la diffusivité du sel dans l'eau, que le saut de densité est constant aux échelles de temps observées. De plus, en considérant la variation de densité le long de la colonne d'eau comme faible, il est possible d'utiliser l'approximation de Boussinesq. Les fluctuations en densité sont négligées à l'exception de leurs rôles sur les forces de flottabilité. On suppose aussi que le fluide est parfait et irrotationnel (période faible par rapport à la rotation de la Terre). La densité suit donc une loi :

$$\rho = \begin{cases} \rho_1 & \text{si } z \geq \eta \\ \rho_2 & \text{si } z < \eta \end{cases}$$

avec $\rho_1 < \rho_2$ et η la déformation de la pycnocline ($z = 0$ correspondant à la position d'équilibre de l'interface).

On définit les potentiels de vitesses ϕ_1 et ϕ_2 pour les couches supérieure et inférieure. Au sein des couches, le fluide étant irrotationnel et incompressible, on a :

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \tag{76}$$
$$\nabla^2 \phi_2 = 0 \tag{77}$$

À partir de l'équation de Bernoulli, on obtient au niveau de l'interface $z = \eta$:

$$\rho_1 \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \frac{1}{2}|\nabla \phi_1|^2 + g\eta \right) = \rho_2 \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2}|\nabla \phi_2|^2 + g\eta \right) \tag{78}$$

et la vitesse verticale au niveau de l'interface :

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \frac{D\eta}{Dt} \text{ pour } z = \eta \tag{79}$$

Ces équations peuvent être linéarisées dans la limite des petites déformations ($a_W \ll L_W$) :

$$\rho_1 \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=0} = \rho_2 \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{z=0} + \rho_2 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g\eta \tag{80}$$

$$\left. \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \right|_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \tag{81}$$

En supposant que la déformée d'interface se déplace selon l'axe e_x en onde plane, on a :

$$\eta(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} \tag{82}$$

et donc :

$$\phi_1 = \tilde{\phi_1}(z)e^{i(kx-\omega t)} \tag{83}$$

$$\phi_2 = \tilde{\phi_2}(z)e^{i(kx-\omega t)} \tag{84}$$

avec $\tilde{\phi_1}(z)$ et $\tilde{\phi_2}(z)$ des fonctions complexes.

Dans le cas d'ondes se propageant dans un fluide infini verticalement ($h_1 = h_2 = +\infty$), on a :

$$\phi_1 = A_1 e^{-ikz} e^{i(kx-\omega t)} \tag{85}$$

$$\phi_2 = A_2 e^{ikz} e^{i(kx-\omega t)} \tag{86}$$

En substituant ces termes dans les équations 80 et 81, le système d'équations devient :

$$\begin{pmatrix} -i\rho_1\omega & i\rho_2\omega & \rho_2\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2} \\ -k & -k & 0 \\ -k & 0 & i\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{87}$$

avec A le déplacement de l'interface, et A_1 et A_2 des amplitudes complexes.

La valeur propre de cette matrice permet de trouver la relation de dispersion des ondes internes pour un système linéarisé de profondeur infinie :

$$\omega^2 = gk\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \tag{88}$$

Le vecteur propre de l'équation donne la relation entre A_1, A_2 et A :

$$A_1 = -A_2 = i\frac{\omega}{k}A \tag{89}$$

On a donc :

$$\phi_1 = i\frac{\omega}{k}Ae^{-ikz}e^{i(kx-\omega t)} \text{ pour } z > 0 \tag{90}$$

$$\phi_2 = i\frac{\omega}{k}Ae^{ikz}e^{i(kx-\omega t)} \text{ pour } z < 0 \tag{91}$$

et en prenant les parties réelles :

$$\frac{\omega}{k}Ae^{-kz}sin(kx-\omega t) \text{ pour } z > 0 \tag{92}$$

$$\frac{\omega}{k}Ae^{kz}sin(kx-\omega t) \text{ pour } z < 0 \tag{93}$$

La vitesse horizontale u_x de la couche supérieure est égale à l'opposé de la vitesse horizontale de la couche inférieure. La déformation de l'interface agit donc comme un cisaillement infini changeant de signe de façon périodique selon si on se situe au niveau d'une crête ou d'un creux de l'onde. Toutefois, dans ce modèle, ce cisaillement est limité à l'interface et ne s'étend pas le long des couches.

On considère maintenant un milieu de profondeur semi-infinie ($h_1 = +\infty$), avec une condition de fond en $z = -h_2$:

$$\left.\frac{\partial\phi_2}{\partial z}\right|_{z=-h_2} = 0 \tag{94}$$

On a alors :

$$\phi_2 = A_2\cosh\left(k(z+h_2)\right)e^{i(kx-\omega t)} \tag{95}$$

et on trouve

$$\omega^2 = gk\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1+\rho_2\coth(kh_2)} \tag{96}$$

Enfin, dans le cas d'un milieu de profondeur finie, et en considérant que les déformées d'interface ne peuvent déformer la surface libre de sorte que cette dernière peut être approximée par une paroi rigide, on obtient :

$$\omega^2 = gk\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{1}{\coth(kh_1)+\coth(kh_2)} \tag{97}$$

Si $\eta = A\cos(kx-\omega t)$:

$$\phi_1 = -\frac{\omega}{k}A\frac{\cosh\left(k(z-h_1)\right)}{\sinh\left(k-h_1\right)}\sin\left(kx-\omega t\right) \text{ pour } z > 0 \tag{98}$$

$$\phi_2 = +\frac{\omega}{k}A\frac{\cosh\left(k(z-h_2)\right)}{\sinh\left(k-h_2\right)}\sin\left(kx-\omega t\right) \text{ pour } z < 0 \tag{99}$$

dans le cas des faibles profondeurs par rapport aux longueurs d'onde impliquée, $kh_1 \ll 1$ et $kh_2 \ll 1$ et à partir d'un développement limité de l'équation 97 :

$$\omega^2 = gk^2\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{h_1h_2}{h_1+h_2} \tag{100}$$

avec une vitesse caractéristique :

$$c_\phi = \sqrt{g\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{h_1h_2}{h_1+h_2}} \tag{101}$$

Cette relation de dispersion, que nous nommerons la relation de dispersion de Stokes correspond à des ondes longues sans dispersion ($\omega = c_\phi k$). On cherche à trouver les paramètres pour lesquels la crise d'onde interne intervient à une vitesse c_ϕ la plus proche de la crise d'onde de surface $c_g = \sqrt{gh_t}$ (pour rappel, ici, c_g ne désigne pas la vitesse de groupe). La première caractéristique est la position le long de la colonne d'eau de la pycnocline (h_1 et h_2). On remarque que la modification de h_1 impacte c_ϕ de la même manière que la modification de h_2. Cette invariance selon z se justifie par l'utilisation de l'approximation de Boussinesq. En faisant varier la position de l'interface et pour différentes hauteurs d'eau totales, on peut tracer des isolignes dans le plan $(h_1; h_2)$ le long desquelles c_g/c_ϕ est constant.

Dans un premier temps, on réalise le calcul des isolignes de c_g :

$$c_g = \sqrt{g\left(h_1 + h_2\right)}$$

donc

$$h_1 = \frac{c_g^2}{g} - h_2$$

Dans le cas des ondes internes, ces isolignes suivent l'équation :

$$c_\phi = \sqrt{g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}\frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}}$$

donc

$$h_1 = \frac{c_\phi^2 h_2}{g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} - c_\phi^2}$$

Si on compare ces deux vitesses critiques, on peut définir des isolignes pour lesquelles c_g/c_ϕ est constant, soit

$$\left(\frac{c_g}{c_\phi}\right)^2 = \frac{g\left(h_1 + h_2\right)}{g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}\frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}}$$

$$\left(\frac{c_g}{c_\phi}\right)^2 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} = \frac{\left(h_1 + h_2\right)^2}{h_1 h_2}$$

On pose $K = \left(\frac{c_g}{c_\phi}\right)^2 \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$. Les isolignes suivent les solutions du polynôme :

$$h_1^2 + h_1 h_2\left(2 - K\right) + h_2^2 = 0$$

On obtient alors (figure 3.8) :

$$h_1 = \frac{h_2\left[\pm\sqrt{K^2 - 4K} + (K - 2)\right]}{2}$$

On cherche l'isoligne pour laquelle $\frac{c_g}{c_\phi}$ elle est minimale, c'est-à-dire K minimal. D'après l'équation précédente $K \geq 4$ donc $K_{\min} = 4$. Ainsi on a :

$$\min\left(\frac{c_g}{c_\phi}\right) = \sqrt{\frac{4\rho_2}{\rho_2 - \rho_1}}$$

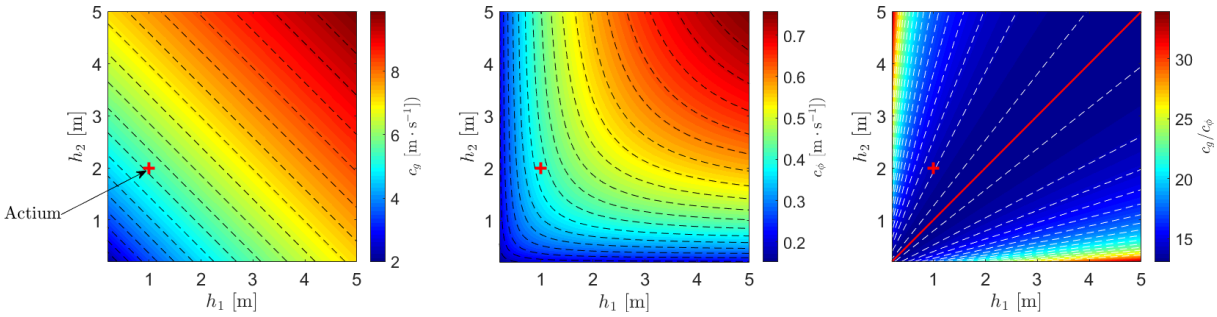


Figure 3.8 – Vitesses critiques des ondes de surface c_g et des ondes internes c_ϕ en fonction des différentes hauteurs de couches d'eaux. Rapport de ces vitesses critiques. Les courbes correspondent aux isolignes et la droite rouge au cas particulier $h_1 = h_2$ où le rapport des vitesses est minimal. $\rho_2 = 1024.0$ kg · m^{-3} et $\rho_1 = 1000.0$ kg · m^{-3}.

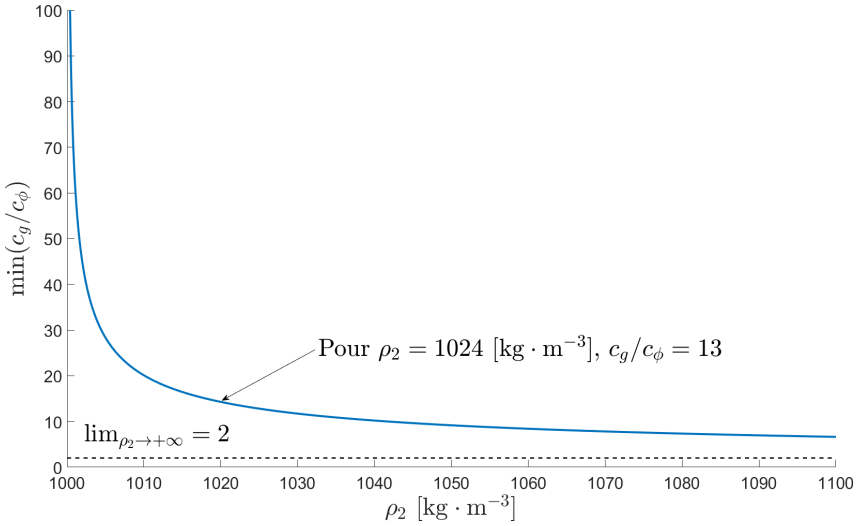


Figure 3.9 – $\min\left(\frac{c_g}{c_\phi}\right)$ en fonction de ρ_2 pour $\rho_1 = 1000.0$ kg · m^{-3}.

atteint lorsque $h_1 = h_2$ (pycnocline au milieu de la colonne d'eau). Ainsi $\frac{c_g}{c_\phi}$varie entre $+\infty$ lorsque $\rho_2 \to \rho_1$ et 2 lorsque $\rho_2 \gg \rho_1$. Si on prend des valeurs réalistes ($\max(\rho_2) \approx 1050$ kg · m^{-3}) on trouve alors $\min\left(\frac{c_g}{c_\phi}\right) \approx 10$ (figure 3.9).

Enfin, il est à noter qu'en diminuant une des couches d'eau (cas des faibles profondeurs d'Actium), on diminue la vitesse critique c_ϕ. La crise de résistance intervient alors plus tôt.

III.1.2.2 Équations des ondes internes dans un tricouche

Dans les expériences de laboratoire, un bicouche parfait obtenu à partir d'eaux de salinités différentes n'est pas possible. Une zone de transition se crée à cause de la diffusion du sel de la couche inférieure à la couche supérieure, formant une troisième couche de gradient de densité continue. Pour appréhender cette stratification, un tricouche est tout d'abord modélisé [Mercier *et al.*, 2011]. Ces trois couches se composent d'une couche supérieure de profondeur infinie et de densité homogène ρ_0, d'une couche intermédiaire de profondeur finie h_1 et de **densité homogène** ρ_1 (dans un premier temps), et d'une couche inférieure de profondeur infinie et de densité homogène ρ_2. Les hypothèses précédentes sont conservées (fluide irrotationnel, non visqueux et incompressible, petite déformation). L'origine du système de coordonnées est placée tel que $z = 0$ correspond au milieu de la couche

intermédiaire, de manière à ce que l'interface supérieure se situe en $z = h_1/2$ et l'interface inférieure en $z = -h_1/2$. On suppose les ondes se propageant sur ces interfaces comme des ondes unidirectionnelles :

$$\eta_1 = A_1 e^{i(kx-\omega t)} \tag{102}$$
$$\eta_2 = A_2 e^{i(kx-\omega t)} \tag{103}$$

avec η_1 et η_2 les déformées des interfaces, A_1 et A_2 leurs amplitudes complexes.

$$\nabla^2 \phi_j = 0 \text{ avec } j = 0, 1, 2. \tag{104}$$

et

$$\phi_j = \tilde{\phi}_j(z) e^{i(kx-\omega t)} \text{ avec } j = 0, 1, 2. \tag{105}$$

donc

$$\tilde{\phi}_j'' - k^2 \tilde{\phi}_j = 0 \text{ avec } j = 0, 1, 2. \tag{106}$$

avec $\tilde{\phi}_j$ dépendant des conditions limites :

$$\tilde{\phi}_0 = B_0 e^{-kz} \text{ pour } z > \frac{h_1}{2} \tag{107}$$
$$\tilde{\phi}_1 = B_1 \cosh(kz) + C_1 \sinh(kz) \text{ pour } |z| \leq \frac{h_1}{2} \tag{108}$$
$$\tilde{\phi}_2 = B_2 e^{kz} \text{ pour } z < \frac{h_1}{2} \tag{109}$$

Au niveau des interfaces :

$$\rho_0 \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \rho_0 g \eta_1 = \rho_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \rho_1 g \eta_1 \text{ pour } z = \frac{h_1}{2} \tag{110}$$
$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} = \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \eta_1}{\partial t} \text{ pour } z = \frac{h_1}{2} \tag{111}$$
$$\rho_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \rho_1 g \eta_2 = \rho_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \rho_2 g \eta_2 \text{ pour } z = -\frac{h_1}{2} \tag{112}$$
$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = \frac{\partial \eta_2}{\partial t} \text{ pour } z = -\frac{h_1}{2} \tag{113}$$

De la même manière que pour un bicouche, on définit un système matriciel dont une valeur propre définit la relation de dispersion d'un tricouche :

$$\omega^4 - gk \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 + \rho_0} \left(1 + F(kh_1)\right) \omega^1 + (gk)^2 F(kh_1) = 0 \tag{114}$$
$$F(kh_1) = \left[\frac{2\rho_1 (\rho_0 + \rho_2)}{(\rho_2 - \rho_1)(\rho_1 - \rho_0)} \left(\frac{1}{1 - \exp(-2kh_1)} \right) - 1 \right]^{-1} \tag{115}$$

En supposant $A_1 = A$ de sorte qu'un maximum de η_1 se situe en $(x = 0, t = 0)$, le vecteur propre du système matriciel donne les amplitudes complexes B_1, A_2 et C_1 :

$$B_1 = \frac{-i\omega}{k \sinh(kh_1/2)} (A - A_2) \tag{116}$$

$$C_1 = \frac{-i\omega}{k \cosh(kh_1/2)} (A + A_2) \tag{117}$$

$$A_2 = \frac{2\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \left[\frac{\rho_1 + \rho_0}{\rho_1 - \rho_0} \left(\frac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \frac{w^2}{gk} - 1 \right) e^{kh_1} + \left(\frac{w^2}{gk} - 1 \right) e^{-kh_1} \right]^{-1} A \tag{118}$$

Ainsi, si le coefficient devant A dans l'équation régissant A_2 est positif, les deux interfaces sont en phase et les crêtes de l'interface inférieure se situent sous les crêtes de l'interface supérieure. Au contraire, si le coefficient est négatif, les deux interfaces sont en opposition de phase. On parle de mode symétrique (ou mode pair) et asymétrique (ou mode impair).

Dans les expériences de la traction d'une maquette à force constante [Mercier, 2010], les deux modes (pair et impair) sont générés. Le mode pair se déplace plus vite que le mode impair et est le mode dictant la dynamique du bateau.

Dans le cas particulier où $\rho_0 \approx 0$, on retrouve une configuration similaire à un bicouche avec une interface η_1 correspondant à la surface libre. Dans cette situation la relation de dispersion équation 115 possède comme solution :

$$\omega^2 = gk$$

correspondant à la relation de dispersion des ondes de surface en eau profonde. On trouve alors :

$$A_2 = e^{-kh_1} A \tag{119}$$

Les ondes d'interface sont donc en phase avec les ondes de surface (mode pair), mais avec des amplitudes plus faibles dépendantes de l'épaisseur de la couche h_1, et indépendantes du saut de densité $\rho_1 - \rho_2$. Une seconde solution de la relation de dispersion 115 est :

$$\omega^2 = F(kh_1) gk \tag{120}$$

En considérant l'approximation de Boussinesq $\rho_2 - \rho_1 \ll \rho_2$,

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} gk \left(1 - e^{-2kh_1} \right) \tag{121}$$

On retrouve la relation de dispersion d'un bicouche. Dans ce cas-là :

$$A_2 = -A \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} e^{kh_1} \tag{122}$$

Les ondes d'interface sont en opposition de phase avec les ondes de surface (mode impair), et l'amplitude de ces ondes dépend cette fois-ci du saut de densité $\rho_2 - \rho_1$. Plus la stratification est profonde (h_1 grand), ou plus le saut de densité est faible ($\rho_1 \approx \rho_1$), plus le ratio entre l'amplitude des ondes internes et l'amplitude des ondes de surface A_2/A est grand.

Enfin, cette théorie ne prend en compte que des ondes linéaires. Dans le cas de perturbations de plus fortes amplitudes, des effets fortement non linéaires peuvent apparaître à chaque interface, ces non-linéarités pouvant interagir entre elles ([Long, 1953] et figure 3.10).

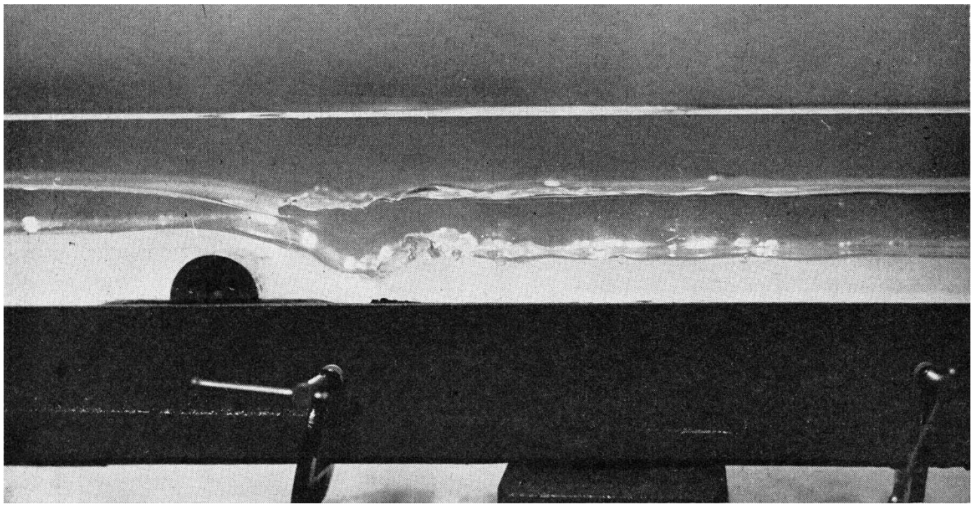


Figure 3.10 – Ressauts hydrauliques internes dans un tricouche réalisés par le mouvement d'un obstacle en fond de canal ($\mathrm{Fr}_I = 0.17$). Figure tirée de [Long, 1953].

III.1.2.3 Équations des ondes internes dans un gradient continu de densité

La région de densité mixte, créée au niveau de la pycnocline dans le cas d'un bicouche non parfait, présente un gradient de densité continu et non homogène. Il est possible de calculer de la même manière des relations de dispersion pour des cas avec n couches. Or, dans le cas d'une stratification présentant un gradient continu, une représentation possible est la superposition d'une multitude de couches au sein desquelles la densité est homogène. En effet, même dans le cas d'un bicouche, la vision d'une interface nette d'épaisseur nulle est une approximation. Dans la nature, on constate, même pour des stratifications fortes, une zone mixte où la densité varie selon un gradient continu. Dans le cas où cette épaisseur serait de l'ordre de la longueur d'onde, les équations précédemment présentées ne sont plus suffisantes. En supposant le gradient dans la zone mixte comme linéaire, on définit la fréquence de Brunt-Väisälä [Barriquand *et al.*, 2015] :

$$N_0 = \sqrt{-\frac{g}{\rho_2}\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}} = \sqrt{\frac{g}{\rho_2}\frac{\rho_2 - \rho_1}{d}} \tag{123}$$

avec ρ_2 et ρ_1 les masses volumiques des couches inférieure et supérieure et d l'épaisseur de la zone de transition.

En supposant une petite cellule de fluide de densité ρ_0 déplacée d'une hauteur γ, le principe fondamental de la dynamique donne :

$$\rho_0 \frac{\mathrm{d}^2\gamma}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z}\gamma g \tag{124}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\gamma}{\mathrm{d}t^2} + N_0^2\gamma = 0 \tag{125}$$

La fréquence de Brunt-Väisälä est donc reliée à la fréquence d'oscillation d'une cellule de fluide au sein de la zone de transition.

De la même manière que pour un bicouche, à partir des équations de Bernoulli et de

l'approximation de Boussinesq et en considérant des perturbations de petites amplitudes :

$$\begin{aligned}\rho_2 \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ \rho_2 \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial p}{\partial z} - g\rho \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} &= -w\frac{\partial p}{\partial z} \\ \nabla \cdot \vec{u} &= 0\end{aligned}$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 & \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & \frac{g}{\rho_2} & \frac{1}{\rho_2}\frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & -\frac{\rho_2}{g}N_0^2 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ w \\ \rho \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{126}$$

en supposant qu'il n'y a pas de condition limite, c'est-à-dire que le gradient de densité s'étend à l'infini, la solution peut s'écrire sous la forme :

$$s(x, z, t) = A_s e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)} \tag{127}$$

$$\begin{pmatrix} -i\omega & 0 & 0 & \frac{1}{\rho_2}ik_x \\ 0 & -i\omega & \frac{g}{\rho_2} & \frac{1}{\rho_2}ik_z \\ 0 & -\frac{\rho_2}{g}N_0^2 & -i\omega & 0 \\ ik_x & ik_z & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_u \\ A_w \\ A_\rho \\ A_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{128}$$

ce qui nous donne la relation de dispersion :

$$\omega^2 = N_0^2 \frac{k_x^2}{k_x^2 + k_z^2} = N_0^2 \frac{k_x^2}{|k|} \tag{129}$$

Si au contraire on suppose que le gradient de densité est limité dans une zone par des frontières horizontales, alors les ondes internes sont cantonnées à un nombre discret de mode verticales :

$$\omega_{ij} = N_0 \left[1 + \left(\frac{jL}{id}\right)^2\right]^{-1/2} \quad \text{avec } i, j \in \mathbb{N}^* \tag{130}$$

avec L la longueur du canal, d l'épaisseur de la zone de mélange présentant un gradient de densité, i le mode horizontal et j le mode vertical. Dans les expériences, on s'intéresse seulement au mode d'ordre faible. Les modes $(i, j) = (i, 1)$ correspondent à la solution principale étudiée dans le cadre d'un bicouche ; les modes $(i, j) = (i, 2)$ correspondent aux modes impairs (opposition de phase) des solutions étudiées dans le cadre d'un tricouche.

Il est possible de calculer les relations de dispersion respectives de chacun des modes. La figure 3.11 présente ces relations dans le cas $h_1 = 5$ cm, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_1 = 999.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3} avec une zone de transition d'épaisseur $d = 1.8$ cm. Nous retrouvons la forme en S caractéristique des ondes dispersives, le mode 0 étant la zone de plus forte énergie. Plusieurs autres modes sont visibles, présentant des vitesses maximales $V_{\max} = \max(\frac{\partial \omega}{\partial k}) = \frac{\partial \omega}{\partial k}\Big|_{k=0}$ de plus en plus faibles. Pour ces paramètres physiques, nous mesurons :

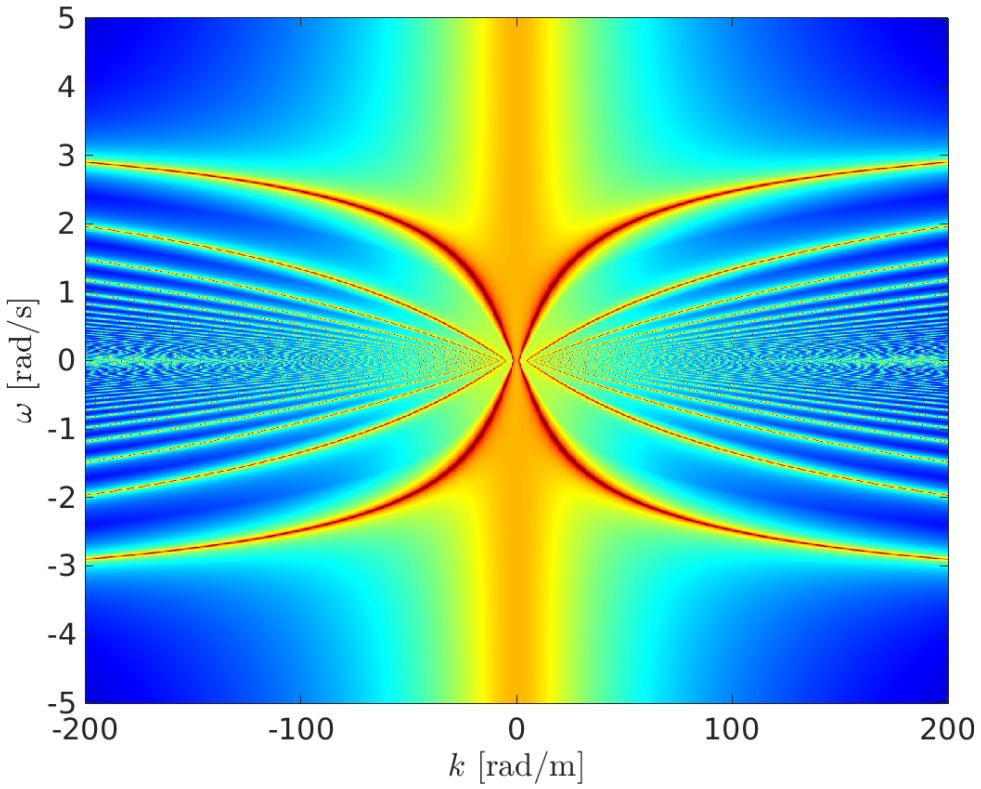


Figure 3.11 – Relation de dispersion théorique des modes péristaltiques secondaires. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 1.8$ cm.

— Mode 0 : $V^0_{\max} = 0.0875$ m $\cdot$ s^{-1}
— Mode 1 : $V^1_{\max} = 0.0210$ m $\cdot$ s^{-1}
— Mode 2 : $V^1_{\max} = 0.0126$ m $\cdot$ s^{-1}
— Mode 3 : $V^1_{\max} = 0.0091$ m $\cdot$ s^{-1}

Même si ils sont générés par une perturbation commune, les différents modes péristaltiques vont donc se séparer au cours du temps. De plus, le nombre de Froude interne est basé seulement sur la vitesse du mode 0 et non sur celles des modes secondaires. Si ces modes gagnent en énergie, il pourrait être pertinent de définir des Froude internes secondaires leurs correspondant. Toutefois, plus la stratification se rapproche d'un bicouche parfait (épaisseur de transition nulle), plus le mode péristaltique prépondérant sera le mode 0 [Barriquand *et al.*, 2015]. Outre le saut de densité, la forme de la stratification joue donc un rôle important.

III.1.2.4 Effet de la diffusion

Nous cherchons à réaliser nos expériences dans un bicouche idéal. Ainsi, le gradient de densité le long de la colonne d'eau doit être en forme de marche d'escalier, avec une zone de transition la plus fine possible. Lors de la mise en place de la stratification, il est possible de se placer au plus proche de cette configuration, mais, par la suite, la diffusion du sel d'une couche vers l'autre et le brassage induit par la maquette de bateau utilisée dans nos expériences présentées ultérieurement provoquent un épaississement de la couche mixte. Le gradient se modifie, suivant une courbe en tangente hyperbolique pouvant être approximée par une zone d'épaisseur d où la densité varie continuellement.

Ce nouveau gradient modifie le comportement des ondes. Une relation de dispersion

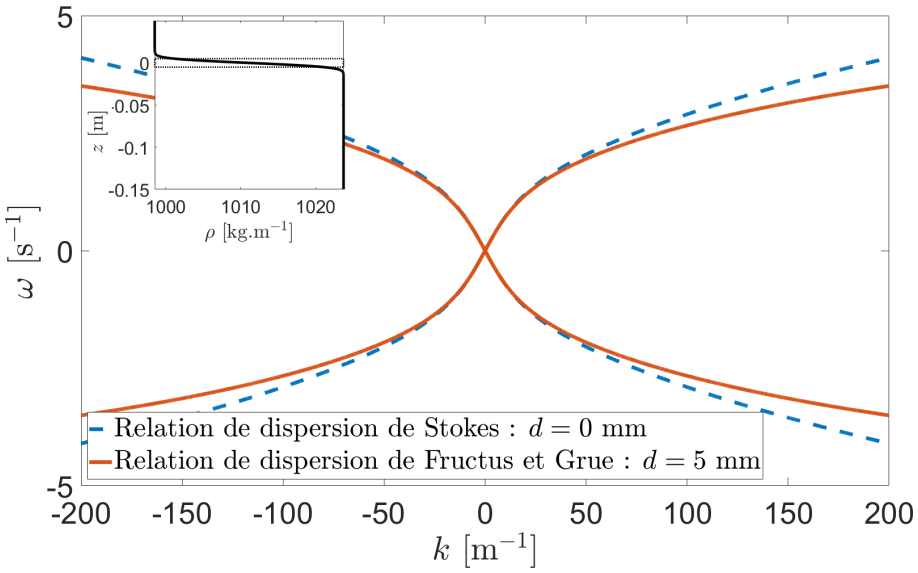


Figure 3.12 – Relation de dispersion théorique proposée par Stokes (équation 97) en rouge, pour un bicouche parfait. Relation de dispersion théorique proposée par Fructus et Grue (équation 132) en bleu, pour un bicouche présentant une zone de transition d'épaisseur $d = 5$ mm.

différente de la relation de dispersion de Stokes (équation 97) est proposée par Fructus et Grue [Fructus et Grue, 2004]. Cette relation fait intervenir la fréquence de Brunt-Väisälä :

$$N_0 = \sqrt{-\frac{g}{\rho_2}\frac{\rho_2 - \rho_1}{d}} \tag{131}$$

La relation de dispersion devient alors :

$$K_d^2 - k\left[\coth\left(kh_1\right) + \coth\left(kh_2\right)\right] K_d \coth\left(K_d d\right) - k^2 \coth\left(kh_1\right)\coth\left(kh_2\right) = 0 \tag{132}$$

avec $K_d = k\sqrt{N_0^2/\omega^2 - 1}$ Dans le cas où $d \to 0$ on retrouve la relation de dispersion de Stokes.

Ces relations de dispersion diffèrent pour les plus grands nombres d'ondes (figure 3.12).

Pour les petits nombres d'onde (grandes longueurs d'onde), les relations de dispersion de Stokes et Fructus tendent toutes deux vers $\omega = c_\phi k$. Ainsi, il n'est pas nécessaire de définir un nouveau nombre de Froude interne : la vitesse caractéristique des ondes longues n'est pas impactée par la diffusion et la détérioration de la stratification.

Toutefois, comme vue dans la section précédente, la diffusion entraîne l'apparition de modes péristaltiques secondaires, se déplaçant eux à des vitesses inférieures.

III.1.2.5 Prise en compte de faibles non-linéarités

Les calculs précédents ont été réalisés au sein des hypothèses linéaires nécessitant des déformées d'interface de faibles amplitudes. Si les ondes internes présentent des amplitudes suffisamment grandes, alors des non-linéarités apparaissent. Tout d'abord faibles, ces non-linéarités peuvent devenir prédominantes sur le terme advectif. Tout comme pour les ondes de surface ; les non-linéarités peuvent aussi amener de nouvelles solutions telles que des ondes de types soliton ou même des déferlements internes. Yuan *et al.* reprennent

différents critères afin de dresser des domaines de validité des théories des ondes interfaciales (figure III.1.2.5) [Yuan *et al.*, 2007]. En fonction de la stratification $(h_1, \rho_1, h_2, \rho_2)$ et des caractéristiques de l'onde (k_w, A_0), ils dressent des diagrammes présentant les limites de différents domaines, allant de l'approximation linéaire aux ondes déferlantes.

Dans le cas d'un bicouche de profondeur infinie ($h_1 = h_2 = +\infty$), la relation de dispersion prenant en compte de faibles non-linéarités devient :

$$\omega^2 = gk\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}\left(1 + \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2}A_0^2k^2\right) \tag{133}$$

En considérant l'approximation de Boussinesq :

$$\omega^2 = \frac{1}{2}g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}k\left(1 + \frac{1}{2}A_0^2k^2\right) \tag{134}$$

Une augmentation de l'amplitude de la perturbation aura donc tendance à augmenter la fréquence de l'onde ainsi que sa vitesse de phase. La déformée d'interface est alors :

$$\eta = A_0\left[\cos(kx - \omega t) - \frac{1}{8}A_0^2k^2\cos(3(kx - \omega t))\right] \tag{135}$$

La forme de la déformée n'est donc plus une sinusoïdale parfaite, mais est aplatie au niveau des creux et crêtes. Le terme correctif étant en A_0^3, les amplitudes doivent être larges pour qu'il devienne non négligeable (contrairement au cas des ondes de surface pour lequel le terme est en A_0^2). De plus, ce terme correctif a tendance à aplatir l'onde, n'encourageant pas les déferlements. Dans le cas des ondes internes, ce déferlement provient plus souvent des contraintes de cisaillement dues aux courants [Caulfield, 1994].

Dans le cas d'un bicouche de profondeur semi-infinie ($h_1 = \infty$), la relation de dispersion prenant en compte de faibles non-linéarités devient [Sutherland, 2010] :

$$\omega^2 = gk\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}\frac{1}{\coth(kh_2) + 1}\times \left[1 + \frac{9 - 22\tanh(kh_2) + 13\tanh^2(kh_2) + 4\tanh^3(kh_2)}{8\tanh(kh_2)}(A_0k)^2\right] \tag{136}$$

et la déformée a pour forme :

$$\eta = A_0\left[\cos(kx - \omega t) + \frac{3}{4}\frac{1 - \tanh(kh_2)}{\tanh^2(kh_2)}A_0k\cos(2kx - \omega t)\right] \tag{137}$$

Dans cette configuration, la déformée est aplatie au niveau des creux, mais plus pointue au niveau des sommets. Au contraire, si la couche inférieure du bicouche est infinie et la couche supérieure de profondeur finie, la déformée présente une forme aplatie au niveau des sommets et pointue au niveau des creux. Dans le cas d'une profondeur finie, la forme de la déformée dépend de la stratification :

— Si $(h_2/h_1)^2 < \rho_2/\rho_1$ les crêtes et creux sont aplatis.
— Si $(h_2/h_1)^2 > \rho_2/\rho_1$ les crêtes et creux sont pointus.

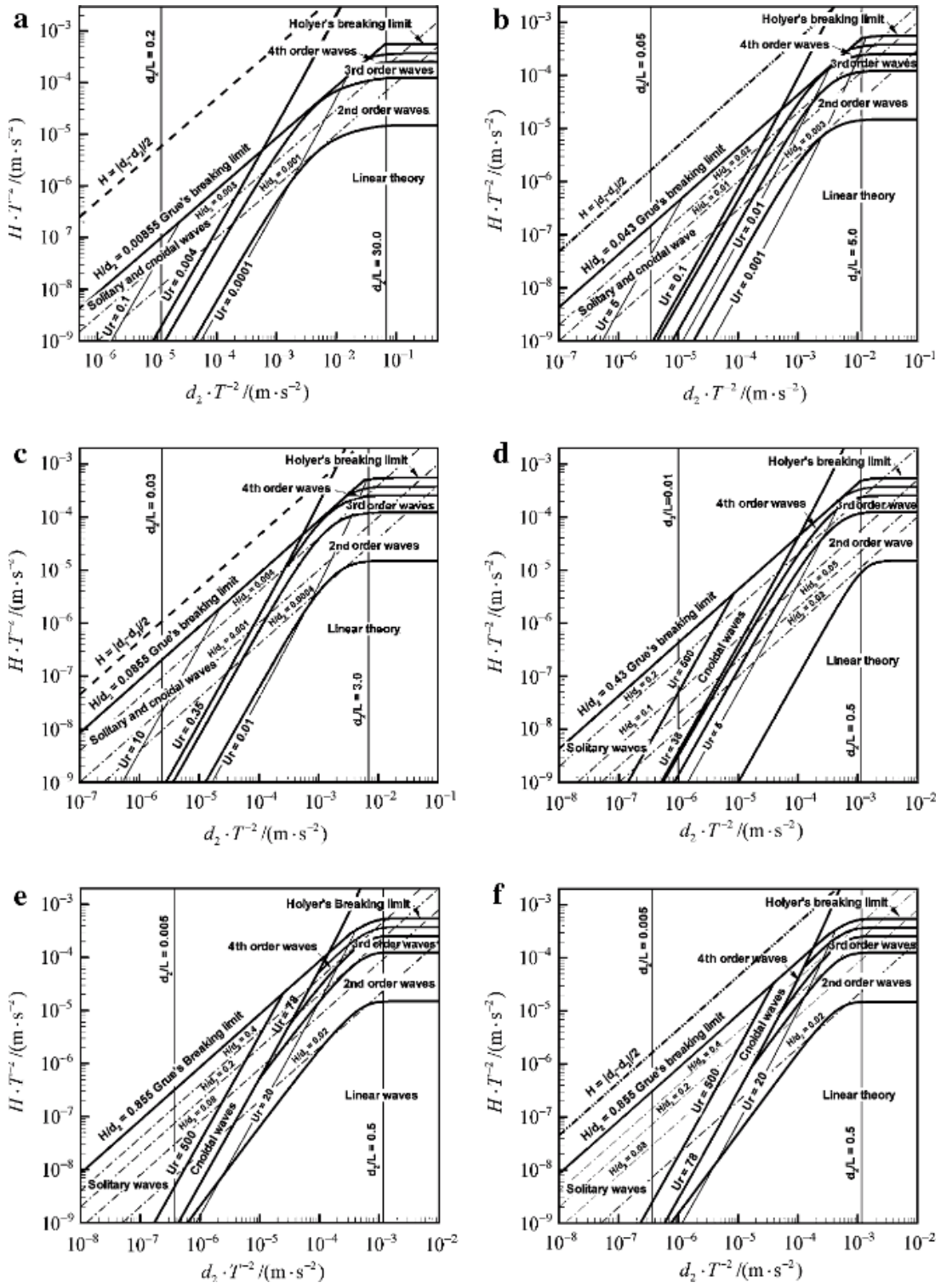


Figure 3.13 – Domaines de validité de différentes théories des ondes internes. De a à f, le ratio $r = h_1/h_2$ vaut respectivement 0.01, 0.05, 0.1, 0.5, 1.0, et 10.0. Notation : d_1 (d_2) correspond à h_1 (h_2), H l'amplitude de l'onde, T sa période. Figure tirée de [Yuan *et al.*, 2007].

la transition s'opérant autour de $h_2 \approx \frac{h_1}{2}\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_1}$.

Enfin, supposons une déformée d'interface dans un milieu de profondeur finie dont l'amplitude est suffisamment grande pour déclencher des effets non linéaires, et dont la longueur d'onde L_w est inférieure à la profondeur caractéristique du milieu h_2. Cette déformée est sujette à des effets advectifs, non linéaires, et dissipatifs. L'équation de Korteweg-De-Vries est alors :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_\phi \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3}{2}\frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2}\eta\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{6}c_\phi h_1 h_2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0 \tag{138}$$

avec c_ϕ le terme advectif, $\alpha = \frac{3}{2}\frac{h_1-h_2}{h_1 h_2}$le terme non linéaire et $\beta = \frac{1}{6}c_\phi h_1 h_2$ le terme dispersif [Long, 1956]. On note que le terme non linéaire s'annule lorsque $h_1 = h_2$ (pycnocline en milieu de colonne d'eau).

Si on néglige le terme α, une solution de l'équation de Boussinesq et Korteweg-De Vries linéarisée est alors [Stepanyants, 2015] :

$$\eta(x,t) = \pm\frac{A_0}{\sqrt[3]{3\pi[\beta|t}}\mathrm{Ai}\left(\frac{x - c_0 t}{\sqrt[3]{3[\beta|t}}\right) \tag{139}$$

avec Ai la fonction d'Airy comme vue dans le cas monocouche.

III.1.2.6 Onde solitaire

Tout comme en monocouche, des ondes solitaires stables peuvent être générées au niveau d'une interface. Dans le cas des eaux-mortes, ces ondes solitaires non linéaires sont soupçonnées d'être générées à chaque ralentissement du bateau [Mercier *et al.*, 2011]. Ces ondes correspondent à une solution où les non-linéarités compensent les effets dispersifs et dont la forme se conserve au cours du temps. Le soliton est donc solution non topologique de l'équation de Boussinesq et Korteweg - De Vries dans les situations où $\alpha = \beta$:

$$\eta(x,t) = \pm A\mathrm{sech}^2\left(\frac{x - Ct}{l}\right) \tag{140}$$

avec C la vitesse de phase du soliton, A son amplitude et l sa longueur d'onde.

$$C = c_\phi\left(1 + \frac{1}{2}A\frac{h_1 - h_2}{h_1 h_2}\right)$$

$$l = \frac{2h_1 h_2}{\sqrt{3A\left(h_1 - h_2\right)}}$$

Pour que le soliton existe $A\left(h_1 - h_2\right) > 0$. On peut en déduire que :

- La vitesse du soliton est toujours plus grande que la vitesse critique $C \geq c_\phi$.
- La vitesse du soliton dépend de son amplitude : plus le soliton est grand, plus il se déplace vite.
- La longueur d'onde dépend de son amplitude : plus le soliton est grand, plus sa longueur d'onde est petite.
- Si $h1 < h2$, alors $A < 0$ c'est-à-dire que le soliton est à polarité négative (dépression).
- Si $h1 > h2$, alors $A > 0$ c'est-à-dire que le soliton est à polarité positive (surélévation).

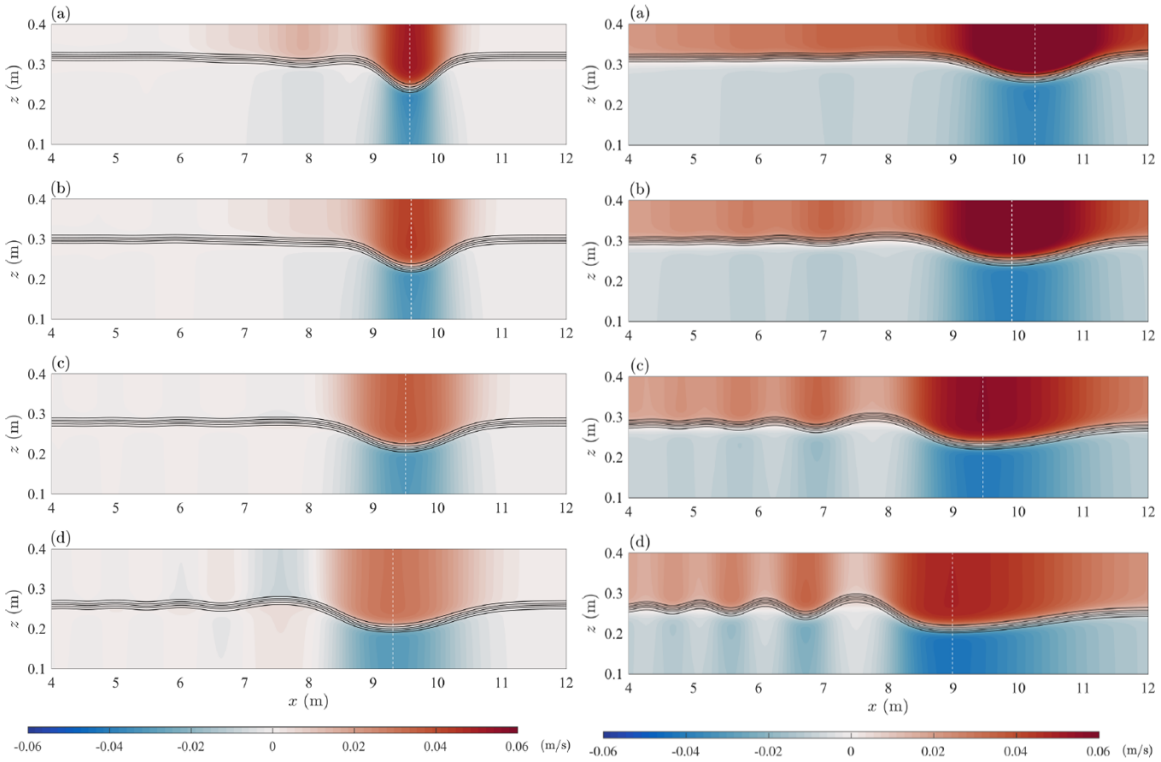


Figure 3.14 – (GAUCHE) Simulation d'une onde solitaire et des vitesses horizontales au sein d'une stratification selon la position de l'interface le long de la colonne d'eau, sans courant de fond. (DROITE) Même cas de figure, mais en présence d'un courant de fond généré par une seiche initiale de $A_s = -4$ mm. Figures tirées de [Xu et Stastna, 2019].

Ainsi, la polarité du soliton dans un bicouche dépend de la position de la pycnocline le long de la colonne d'eau. Dans la nature, les stratifications sont généralement telles que $h_1 < h_2$. Les solitons sont donc plus généralement des dépressions solitaires, par exemple observées chez [Shishkina, 2002].

Entre la solution d'Airy linéaire et le soliton, on trouve tout un gradient d'ondes présentant des effets non linéaires plus ou moins forts. Xu et Stastnas se sont interrogés sur les caractéristiques menant vers une solution linéaire type Airy (sans la nommer par ce nom), ou vers une solution non linéaire type soliton [Xu et Stastna, 2019] (figure 3.14).

Ils montrent, à partir d'expériences, que plus la pycnocline se trouve proche de la hauteur d'eau moyenne, plus le comportement de l'onde solitaire est de type linéaire. Au contraire, si $h_1 \ll h_2$, l'onde suivra un comportement non linéaire. De plus, ils montrent l'importance des cisaillements de fond : dans un courant de cisaillement dont la vorticité est de signe opposé à la vorticité induite par les vagues, l'équilibre entre le terme non linéaire et le terme dispersif est plus facilement maintenu favorisant l'apparition d'onde de type solitonique (figure 3.15).

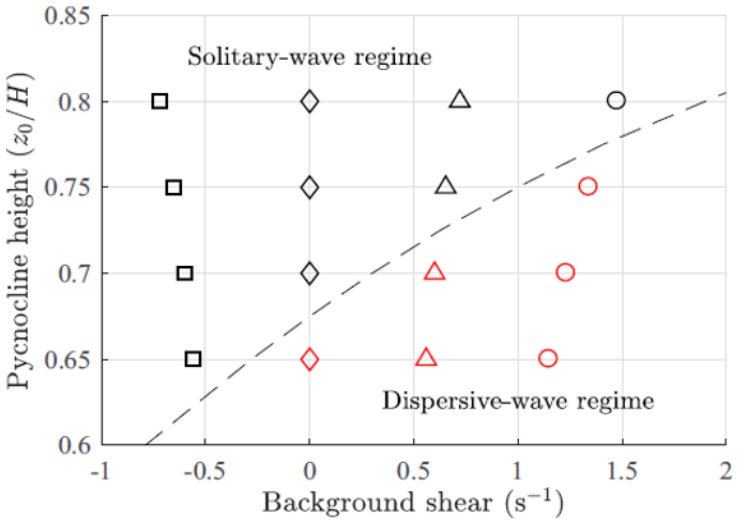


Figure 3.15 – Comportement de l'onde solitaire simulée numériquement en fonction de la stratification et du cisaillement de fond. Les symboles noirs (rouges) indiquent les cas dans lesquels une onde de type solitaire (dispersive) existe. La courbe en pointillés indique la limite approximative entre le régime d'ondes solitaires et le régime d'ondes dispersives à la Airy. Figure tirée de [Xu et Stastna, 2019].

> *We conjecture that for a given background environment, the wave forms also depend on the waves' amplitude. For waves with a smaller amplitude, the wave-induced current is weaker, meaning that the influence of the background current is larger. Hence,these waves tend to be dispersive instead of solitary-like if the background vorticity has the same sign as the wave-induced vorticity.*
>
> Xu et Stastna, [Xu et Stastna, 2019]

Enfin, plusieurs critères sur la forme de l'onde solitaire (figure 3.16) permettent de supposer son comportement [Xu et Stastna, 2019] :

- Si $A_w/L_w < 3\%$ (avec A_w l'amplitude du front d'onde et L_w, la longueur à demi-amplitude) alors l'onde a un comportement se rapprochant d'une solution linéaire.
- Si l'onde présente une asymétrie gauche droite, alors l'onde a un comportement se rapprochant d'une solution linéaire.

La forme du front d'onde peut être approximée par une gaussienne dont l'amplitude diminuerait et l'écart-type augmenterait au cours du temps. Cette gaussienne peut toutefois présenter une asymétrie. On définit alors le coefficient d'asymétrie par le moment d'ordre 3 :

$$\gamma_1 = \mathbb{E}\left[\left(\frac{X - x_0}{\sigma}\right)^3\right] \tag{141}$$

avec $\mathbb{E}$ l'espérance mathématique. Lorsque $\gamma_1 = 0$ le front d'onde est symétrique, lorsque $\gamma_1 < 0$ la queue est étalée vers la droite (et inversement pour $\gamma_1 > 0$) (figure 3.16).

III.1.2.7 Bolus

En plus des ondes pouvant être observées dans des stratifications, des structures hydrauliques peuvent apparaître. Expérimentalement, Stamp *et al.* ont observé que si les modes asymétriques des ondes péristaltiques se propageant au sein d'une pycnocline d'une certaine

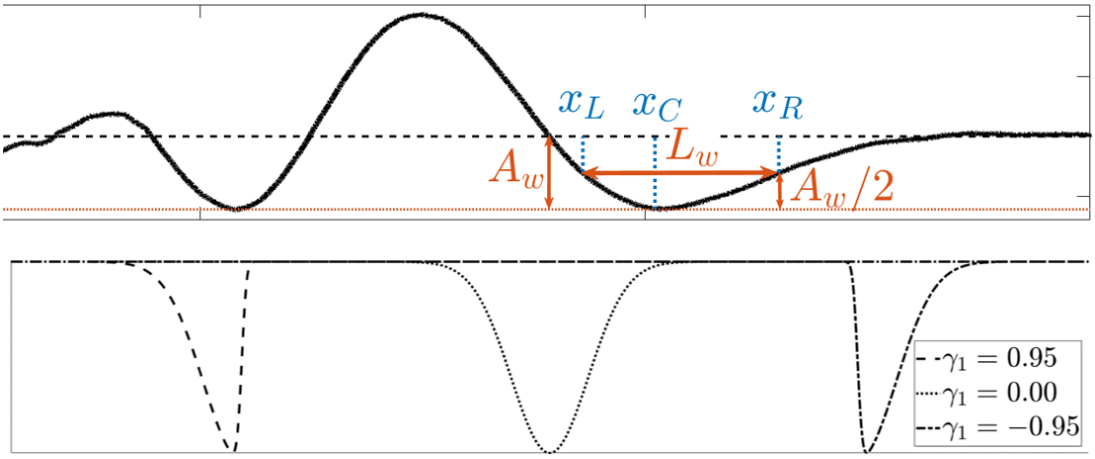


Figure 3.16 – (HAUT) Mesure d'une onde solitaire présentant une asymétrie et un faible rapport A_w/L_w (voir section III.3). (BAS) Schéma de gaussiennes asymétriques.

épaisseur correspondent à un transport d'énergie, une amplitude importante de ces ondes peut entraîner des cellules de fluides pris au piège [Stamp et Jacka, 1995]. Le fluide capturé prend la forme de deux tourbillons de rotations opposées, coincés au sein de l'épaisseur de la stratification, et transportés sur de longues distances. Dans leurs expériences [Stamp et Jacka, 1995], cette structure hydraulique est générée à partir d'une onde créée par le mouvement d'une pagaie au niveau de l'interface et passant au milieu de deux déflecteurs. D'autres expériences utilisent des obstacles en fond de canal pour perturber une onde solitaire, et ainsi modifier leur nature [Eiff et Bonneton, 2000, Emery et Gunnerson, 1973]. Au passage d'une marche par exemple, l'onde solitaire peut être modifiée de différentes manières selon son amplitude [Maderich *et al.*, 2010]. Si cette dernière est faible, alors le soliton n'est que faiblement impacté par la présence de la marche. Pour de plus grandes amplitudes, l'onde se déforme au niveau de la marche et s'accompagne d'instabilités de cisaillement de type Kelvin-Helmhotz. Enfin, pour des amplitudes encore plus grandes, le front de l'onde solitaire est déformé par l'écoulement se générant dans la couche inférieure. Cet écoulement entraîne la formation de deux tourbillons de sens opposé. Cette paire de tourbillons crée alors une zone de mélange tourbillonnaire se déplaçant au niveau de la pycnocline. La forme de l'obstacle joue un rôle prépondérant dans la nature de la structure apparaissant. Ainsi, si une onde solitaire arrive sur un plan incliné de faible pente, elle formera une structure ondulatoire composée d'un train d'ondes [Carr *et al.*, 2019]. Au contraire, face à une pente importante, on observe la formation d'un vortex avec possiblement la mise en suspension du lit [Kao *et al.*, 1985, Deepwell *et al.*, 2019]. Pour former ces vortex, il est donc nécessaire d'induire des courants verticaux, que ce soit par la présence d'obstacle ou du déferlement de l'onde interne. Cette masse de fluide se retrouve alors piégée dans la zone de transition entre couches inférieure et supérieure entraînant un épaississement de cette zone. De ce fait, la masse de fluide pourrait être confondue avec les modes asymétriques des ondes internes, mais il s'agit bien ici d'un fluide se déplaçant et non d'une onde. Dans la suite de l'étude, nous parlerons de bolus pour décrire ces structures hydrauliques, en référence au terme médical décrivant la masse que forment les aliments lors de leur passage dans l'œsophage (figure 3.17).

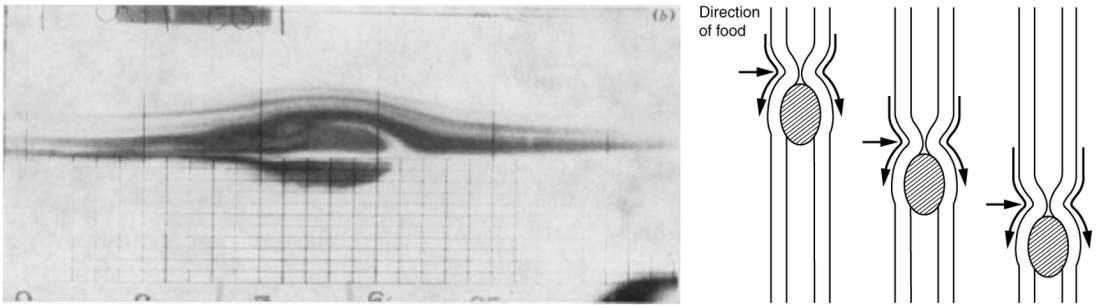


Figure 3.17 – (GAUCHE) Photo d'une masse de fluide transporté le long de la pycnocline, observé (Figure tirée de [Maxworthy, 1980]). (DROITE) Schéma du principe de péristaltisme, la masse d'aliments étant nommée bolus (Figure de OpenStax College, provenant de Anatomy & Physiology, Connexions Web site. http://cnx.org/content/col11496/1.6/, Jun 19, 2013).

III.2 Traction à force constante

III.2.1 Techniques expérimentales

III.2.1.1 Aquarium et stratification

Les expériences de traction d'un navire en milieu stratifié se font dans un aquarium de longueur $L = 3$ m et de largeur $W = 0.4$ m (figure 3.18). Le canal est fait de plaques de verre de marque Planilux de 15 mm, jointes par du silicone acétique de marque Aryton Verre A 311. Un système d'éclairage est réalisé à partir de deux rubans de LEDs blanches SMD Light ribbon de la marque JKL Components, positionnés sur le haut et le bas du canal. Les bandes sont reliées à une alimentation RPE-4323 et des interrupteurs permettant d'allumer une seule ou les deux bandes. Un panneau blanc est placé derrière l'aquarium pour obtenir un fond uni.

En amont, une eau de densité choisie est préparée à l'aide de pastille de sel. Par exemple, il faut compter 3.75 kg de sel dans 100 L d'eau pour obtenir une densité de $\rho_2 = 1024\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Du colorant alimentaire rouge est ajouté afin de permettre la différenciation des deux couches. Cette eau de densité élevée constituera la couche inférieure dans le canal, sur laquelle on superpose de l'eau adoucie de densité $\rho_1 \approx 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Cette stratification se fait à l'aide d'un système d'éponges. Un fin jet d'eau arrose une éponge humide flottant sur la couche d'eau salée (figure 3.19). Par gravité, l'eau douce traverse l'éponge et forme la nouvelle couche. Cette méthode de stratification permet un profil de densité dit « en escalier », c'est-à-dire avec un saut de densité présentant une interface nette, sans zone diffuse. Le profil de densité le long de la colonne d'eau est mesuré à l'aide d'un densimètre DMA35 de Anton Paar. Sa résolution est de $0.1\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ et sa précision de $1\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Pour réaliser les mesures le long de la colonne d'eau, le densimètre est monté sur une crémaillère de marque MEDAN dotée d'un afficheur analogique et ayant un pas de 0.1 mm. Toutefois, à cause de la diffusion du sel dans l'eau, cette étape de stratification doit être réalisée pour chaque journée de manipulation. En effet, le coefficient de diffusion du sel mesuré est égal à $D \approx 1.8 \times 10^{-9}\ \mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$. Cela implique une épaisseur de transition évoluant au cours du temps pouvant être estimée à $d \approx 4\sqrt{Dt}$, et valant déjà $d \approx 2.3$ cm au bout de 5 heures (figure 3.20). Ainsi, passée une journée, l'épaisseur de transition est supérieure à 5 cm (sans compter le mélange induit par les ondes et turbulences générées). Toutefois, le temps des expériences, l'épaisseur de transition est faible par rapport aux

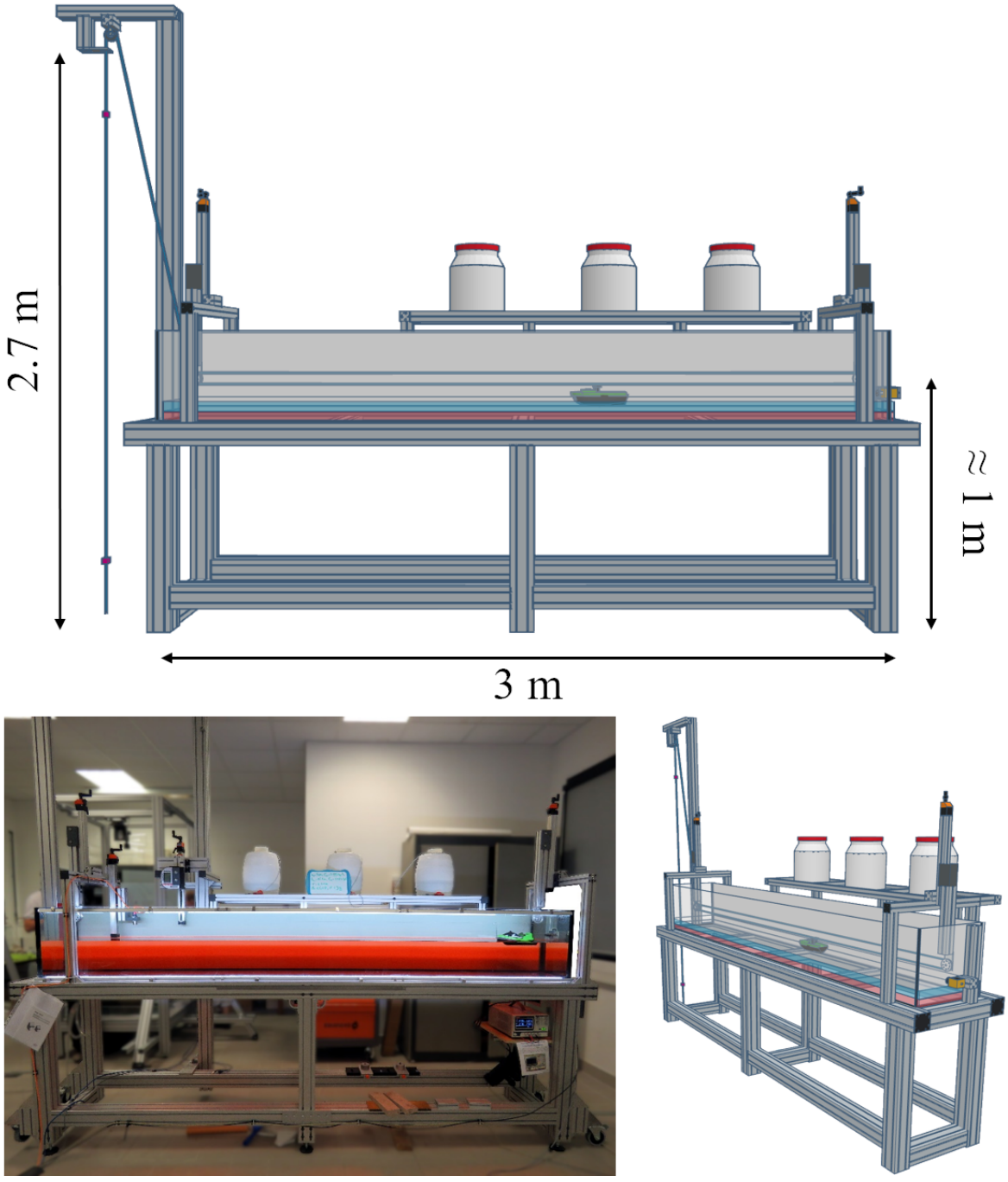


Figure 3.18 – Schémas et photo de l'expérience de traction d'une maquette de bateau dans un bicouche.

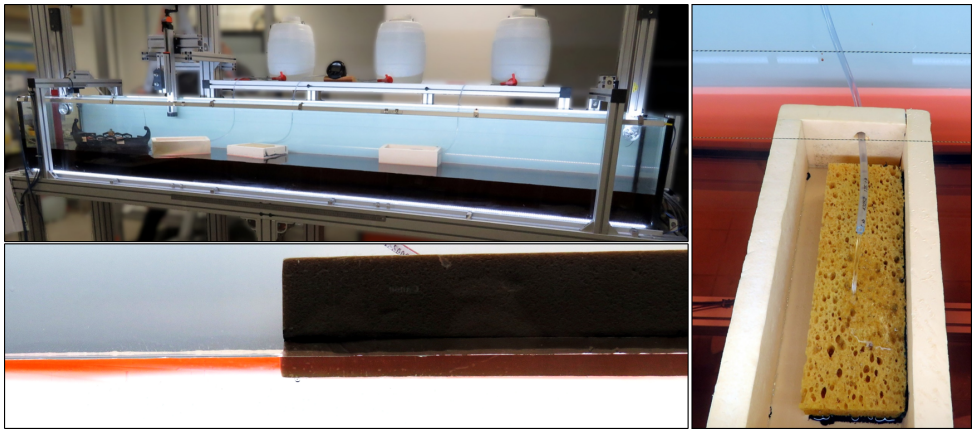


Figure 3.19 – Mise en place d'une stratification à l'aide d'éponges. Les éponges flottant à la surface sont arrosées d'eau douce. L'eau se déverse alors sur la couche d'eau salée, les éponges permettant de limiter les courants verticaux. Pour mieux visualiser la mise en place de la stratification, l'eau douce a été ici colorée. Dans les expériences réalisées ensuite, c'est la couche inférieure salée qui est colorée.

profondeurs des couches. La stratification peut donc toujours être approximée par un bicouche [Grue *et al.*, 1999].

III.2.1.2 Système de traction

Nous tractons, à force constante, un bateau de longueur $L_b = 0.2$ m et de largeur $B_b = 0.105$ m de la marque Playmobil identique à celui utilisé dans la thèse de Matthieu Mercier [Mercier, 2010]. La coque a été peinte en noire pour faciliter sa détection. Le rapport $B/W = 0.26$ est faible par rapport aux expériences récentes [Medjdoub *et al.*, 2020], mais respecte les dimensions utilisées par Ekman [Ekman, 1904]. De ce fait, nous ne pouvons considérer notre configuration comme bidimensionnelle et des phénomènes tridimensionnels peuvent apparaître. La traction du bateau se fait à l'aide d'un système de poulies, avec des masses constantes variant de 0.4 g à 1.8 g, avec un pas de 0.01 g. Il est composé de trois poulies : les deux premières formant une boucle fermée, la troisième connectant la masse de traction à la boucle. Un fil pendant jusqu'au sol a été ajouté au crochet tenant la masse de traction (figure 3.21). Ce fil joue un rôle essentiel puisqu'il compense la masse du fil se déroulant au cours de l'expérience et permet une force de traction constante au cours du temps. En effet, la masse de traction totale prend en compte les masses accrochées m_t^a, mais aussi le crochet m_t^c permettant de les installer, ainsi que le fil m_t^f. La masse de ce dernier n'est pas négligeable puisqu'elle peut représenter 10% de la masse totale de traction :

$$m_t = m_t^m + m_t^c + m_t^f \tag{142}$$

En prenant un fil de densité linéique ρ_f, on a alors :

$$m_t(x) = m_t(x_0) + (x_b - x_0)\rho_f \tag{143}$$

avec x_b la position du bateau au temps t et x_0 la position du bateau en temps t_0. La densité linéique valant $\rho_f = 0.091$ g $\cdot$ m, lorsque $m_t(x = 0) = 0.5$ g, et que le bateau a atteint l'extrémité du canal ($x_b = L = 3$), alors la masse finale de traction est de $m_t(t_0) = 0.77$ g, soit une modification de 45%. Pour de plus lourdes masses accrochées, la différence relative est plus petite, mais atteint toujours 12% lorsque $m_t(x = 0) = 1.8$ g.

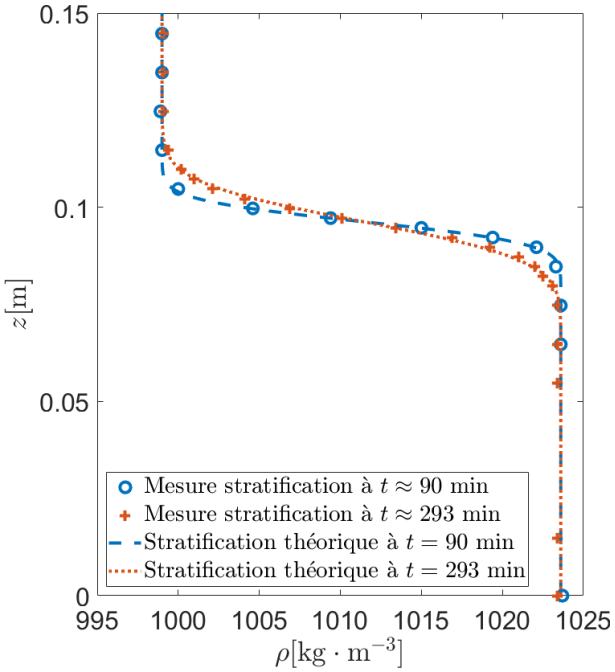


Figure 3.20 – Profil de densité le long d'une colonne d'eau avec $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}. Mise en place de la stratification à 9 h, fin de la stratification à 10 h. Première mesure du profil de densité à 10 h 30 (soit 90 minutes après le début de la stratification), et seconde mesure à 13 h 53 (soit 293 minutes). Diffusion du sel théorique : $D = 1.8 \times 10^{-9}$ m^2 · s^{-1}.

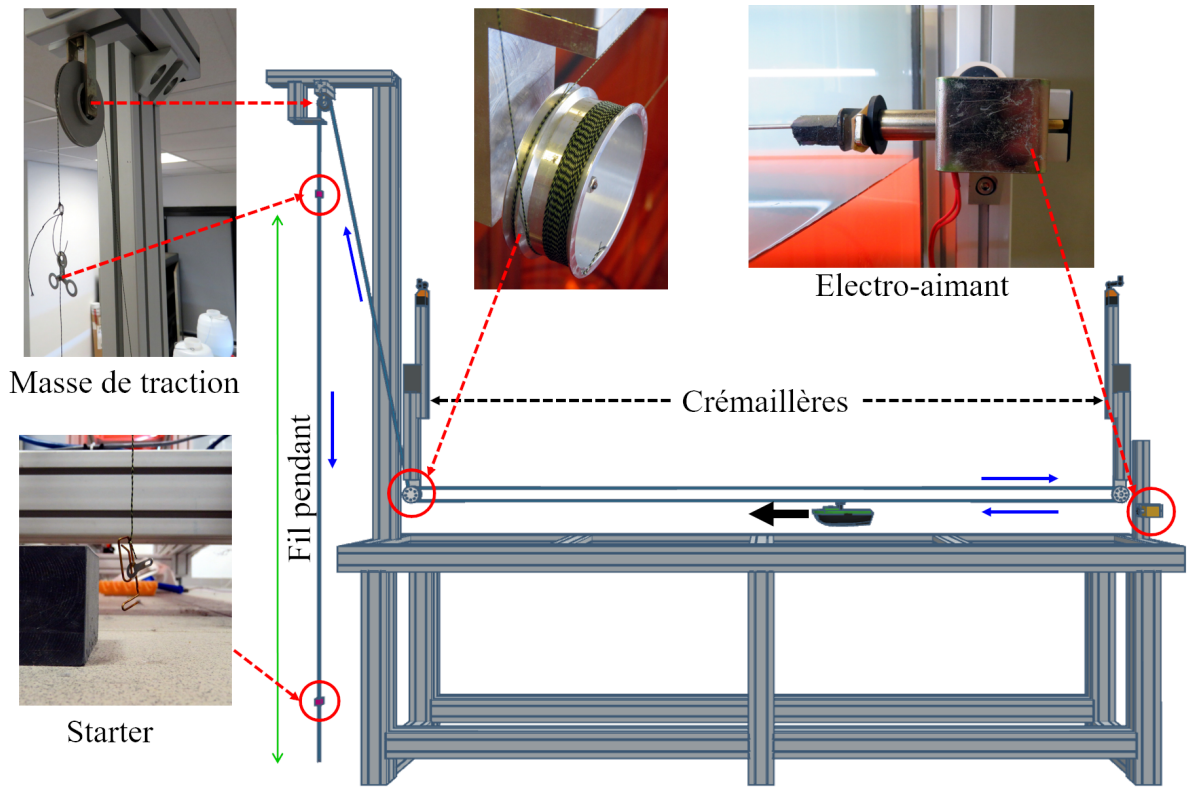


Figure 3.21 – Schémas du système de traction. L'électro-aimant permet de maintenir la maquette initialement en place. Le starter permet de compenser les frottements solides et une accélération plus forte. Le fil pendant permet de compenser le poids du déroulement du fil.

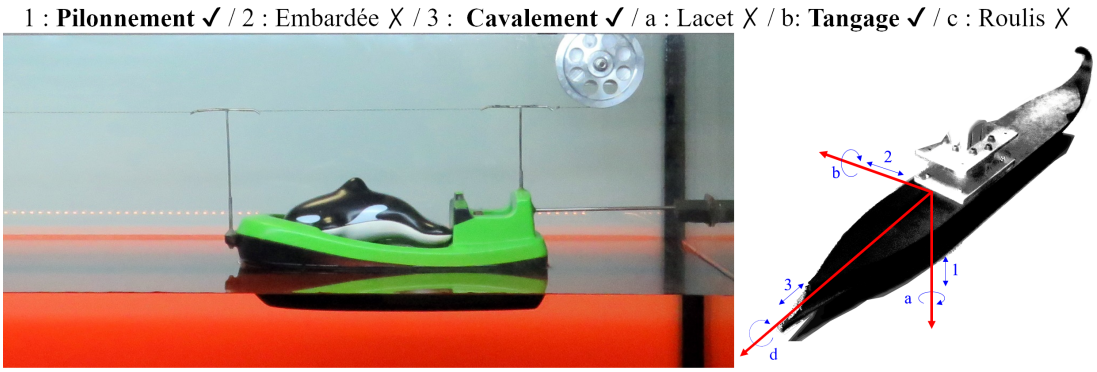


Figure 3.22 – Système d'accroche du bateau à la proue et à la poupe. Les deux accroches en T permettent de limiter les mouvements du bateau au cavalement (mouvement de sa course), pilonnement et tangage.

Le bateau est relié à ce système de traction par deux fourches (figure 3.22), une à l'avant et une à l'arrière, afin d'éviter tout lacet ou roulis dû à la génération de tourbillons de Van Karman. Ces accroches permettent toutefois le tangage de la maquette.

Initialement, le bateau est retenu à l'aide d'un électro-aimant placé à l'extérieur du canal (figure 3.21). Cet aimant peut être déclenché à distance, dégageant le bateau qui peut alors commencer sa course.

Plusieurs réglages sont nécessaires afin de limiter l'impact du système de traction sur le mouvement du bateau. Dans un premier temps, il est nécessaire de s'assurer que la boucle interne tractant le bateau est suffisamment tendue pour empêcher sa déformation due à la gravité. Si ce n'est pas le cas, le fil présentera un léger creux en milieu de canal. Toutefois, un fil trop tendu accentuera les frottements solides s'opposant à la force de traction. Dans un second temps, la hauteur de la boucle interne est réglée à l'aide des crémaillères. Ces dernières permettent de positionner les poulies en fonction de la hauteur d'eau et ont été calibrées de manière à se trouver à même altitude. Enfin, la position de la poutre peut être décalée afin de s'assurer le bon enroulement du fil de traction autour de la poulie centrale. Le fil de traction présente un très léger angle avec la boucle interne. Ceci permet au fil de s'enrouler autour de la poulie sans croisement et donc de se dérouler facilement lors de la course du bateau.

III.2.1.3 Système caméras

La position du bateau est enregistrée à l'aide de deux caméras placées à trois mètres du canal et filmant en vue de côté une longueur $L_{\mathrm{ROI}} = 2.25$ m et avec une résolution spatiale $\Delta x = 5.6 \times 10^{-4}$ m (figure 3.23). Il s agit de caméras Point Grey Grass Hooper (2048 × 2048 pixels) en niveaux de gris de type CMOS (complementary metal-oxide-semiconductor technology), permettant une fréquence maximale d'acquisition $f_{\mathrm{acqui,max}} =$ 90 Hz. Les images sont enregistrées au format tiff (Tagged Image File Format) sur 8-bit, c'est-à-dire 256 nuances de gris. Ce choix est guidé par un compromis entre précision et taille de stockage, puisqu'une expérience consiste généralement en la capture de 1024 à 8192 images dont la taille est de 4096 pixels sur 512 pixels. De plus, les caméras étant reliées au même ordinateur, l'enregistrement des images ne peut suivre la cadence de l'acquisition à haute fréquence ($f_{\mathrm{acqui}} = 50$ Hz). Les données des images sont donc momentanément stockées dans une mémoire tampon (buffer), avant d'être écrites dans la mémoire de l'ordinateur. Cette mémoire tampon étant de taille limitée, il est préférable de travailler

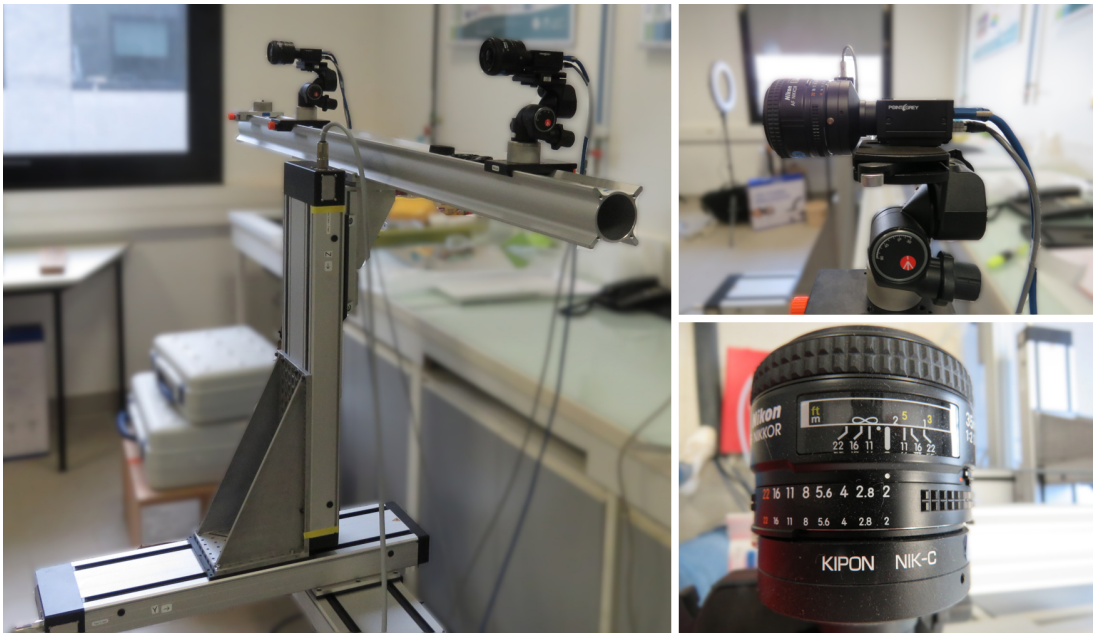


Figure 3.23 – Système de visualisation du sillage interne et du bateau en vue de côté. Deux caméras positionnées sur des rotules 3 angles sont placées sur une table de déplacement ISEL 3 axes.

sur des fichiers de taille réduite afin de ne pas la saturer. Enfin, il n'a pas été noté de gain particulier à travailler sur des images encodées en 16-bit (65 536 nuances de gris). Des objectifs de focale 35 mm sont ajoutés, ce qui équivaut à un angle de 16.22°. De cette façon, les images sont peu déformées et peuvent donc être représentatives de l'espace réel. Dans un premier temps, nous réglons les angles des caméras de manière à être parfaitement parallèles au canal. Les caméras sont fixées à des rotules permettant de jouer sur les trois rotations. Ces rotules sont installées sur un banc optique lui-même rattaché à une table de déplacement ISEL 3 axes, le tout à une distance de 2 m du canal. Cela nous permet de piloter la position de nos caméras. L'ouverture du diaphragme des caméras est réglée de façon à réduire au plus la profondeur de champ. Ainsi, il est possible de réaliser la mise au point sur le bord de canal, sans intégrer sur une grande profondeur.

Les caméras sont positionnées afin de réduire au maximum le chevauchement. La table de déplacement permet ensuite de déplacer notre système dans son ensemble afin d'ajuster notre zone de mesure. En effet, la longueur d'acquisition ($L_{\mathrm{ROI}} = 2.25$ m) ne permet pas une mesure sur l'ensemble du canal ($L = 3$ m). Enfin, l'axe vertical nous permet de placer la surface libre au centre des caméras. L'enregistrement des deux caméras est déclenché et synchronisé avec l'électro-aimant à partir d'un boîtier EG piloté par une interface graphique. Les images des deux caméras sont par la suite concaténées afin de reconstruire la zone de mesure entière. Les choix techniques sont guidés par un compromis entre des décisions scientifiques (amplitudes, fréquences et longueurs d'onde observée ; résolutions spectrales souhaitées) et des contraintes expérimentales (taille de la pièce, nombre de caméras, fréquence d'acquisition maximale, stockage des données).

III.2.1.4 Mesure de la position du bateau

À partir des images capturées, il est possible de mesurer la vitesse du bateau U_b au cours du temps ainsi que sa position x_b.

Avec une mesure au pixel	ϵ_x	$= \Delta x / \left(2\sqrt{3}\right)$	$\approx 1.6 \times 10^{-4}$ m
Avec une mesure au subpixel	ϵ_x	$= 0.1\Delta x / \left(2\sqrt{3}\right)$	$\approx 1.6 \times 10^{-5}$ m
	ϵ_t	$= 1 / \left(2\sqrt{3} f_{\text{resolution}}\right)$	$\approx 3 \times 10^{-3}$ s
Si $U_b = (x(t+\Delta t) - x(t))/\Delta t$	ϵ_{U_b}	$= 2\epsilon_x f_{\text{acqui}} + \epsilon_t f_{\text{acqui}} U_b$	
Si $U_b = \partial x_b x / \Delta t$	ϵ_{U_b}	$= \epsilon_x f_{\text{acqui}} + \epsilon_t f_{\text{acqui}} U_b$	

Si $U_b \approx 0.1$ m $\cdot$ s^{-1}	méthode position au pixel	$\epsilon_{U_b}/U_b \approx 6.2\%$
et $f_{\text{acqui}} = 10$ Hz	méthode position au subpixel	$\epsilon_{U_b}/U_b \approx 3.3\%$
	méthode déplacement au subpixel	$\epsilon_{U_b}/U_b \approx 3.2\%$
Si $U_b \approx 0.1$ m $\cdot$ s^{-1}	méthode position au pixel	$\epsilon_{U_b}/U_b \approx 31\%$
et $f_{\text{acqui}} = 50$ Hz,	méthode position au subpixel	$\epsilon_{U_b}/U_b \approx 16.6\%$
	méthode déplacement au subpixel	$\epsilon_{U_b}/U_b \approx 15.8\%$

Table III.1 – Calcul d'incertitude des différentes méthodes de mesure de la dynamique d'un bateau, avec $f_{\text{resolution}} = 90$ Hz et $\Delta x = 5.6 \times 10^{-4}$ m les résolutions temporelle et spatiale des caméras.

L'intensité lumineuse le long de l'axe x, pour une position z bien choisie (par exemple juste en dessous de la surface libre), montre une chute de la luminosité correspondant à la coque noire du bateau. Ainsi, le minimum du gradient de luminosité correspond à la proue (blanc de l'eau vers le noir de la coque) et le maximum du gradient correspond à la poupe (noir de la coque vers le blanc de l'eau). Cette méthode permet une première mesure rapide de la position du bateau avec une précision de l'ordre du pixel, soit $\Delta x = 5.6 \times 10^{-4}$ m. À partir de cette estimation, la précision peut être affinée sous la taille d'un pixel, avec une méthode dite subpixel. La corrélation croisée entre la forme de la coque et une vue de côté présente un pic gaussien au niveau de la position. À l'image des techniques de mesures PTV, cette gaussienne permet de préciser la position exacte du bateau entre deux pixels. De cette manière, la position du bateau $x_b(t)$ est connue avec une précision de l'ordre de $0.1\Delta x \approx 5 \times 10^{-5}$ m, impliquant une incertitude de mesure bien inférieure (tableau III.1).

En dérivant la position au cours du temps, on obtient la vitesse du bateau au cours du temps (figure 3.24). Cependant, la dérivée peut entraîner une augmentation du bruit de mesure. Une seconde méthode de mesure est donc réalisée, plus proche encore des mesures PTV. La corrélation croisée ne se fait plus entre une image recherchée de la coque et la vue de côté, mais entre une image au temps t et une image au temps $t + \Delta t$. De cette façon, la corrélation indique (toujours avec une résolution subpixel) non plus la position au temps t du bateau, mais le déplacement ∂x_b entre deux images capturées. De plus, cette méthode de mesure permet de réduire l'incertitude (tableau III.1).

III.2.1.5 Dynamique de la maquette en monocouche

Dans un premier temps, le bateau est tracté dans un monocouche, pour plusieurs hauteurs d'eau. Ces mesures servent à estimer les composantes à la résistance à l'avancement autres que la résistance d'onde interne. Pour rappel, en monocouche :

$$R_t = R_v + R_h + R_{WS} \tag{144}$$

avec R_v la composante visqueuse, R_h la composante hydraulique et R_{WS} la résistance de sillage de surface. Compte tenu des échelles réduites, le bateau ne dépasse jamais $U_b = 23.1$ cm $\cdot$ s^{-1} [Rousseaux *et al.*, 2010, Carusotto et Rousseaux, 2013]. De cette manière, dans le cas des expériences en petit canal, il n'y a pas d'ondes de surface

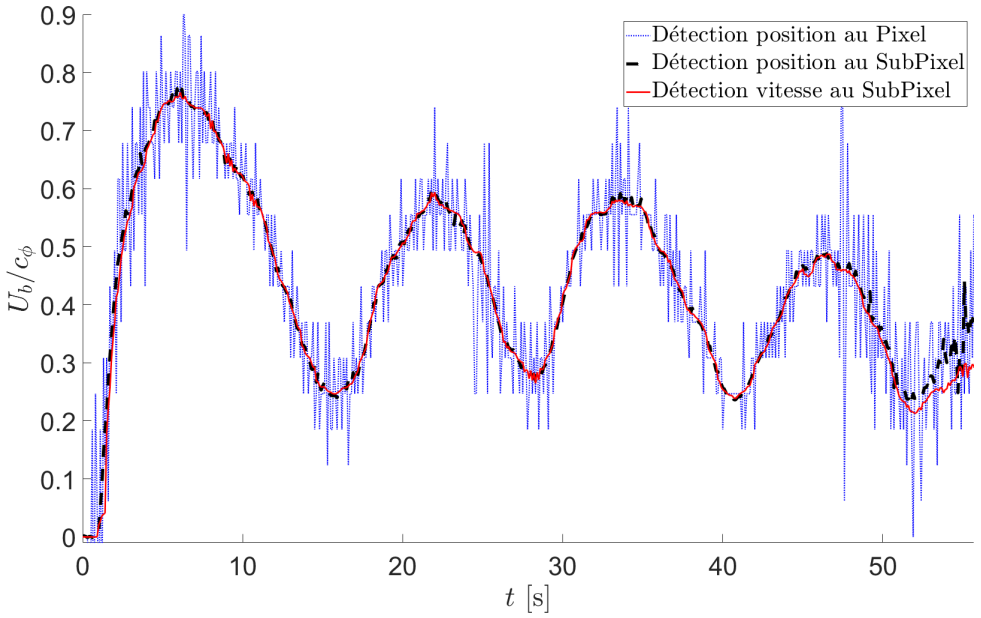


Figure 3.24 – Mesure de la dynamique d'un bateau par vue de côté avec trois méthodes différentes : à partir de la dérivée de la position du bateau au cours du temps détectée avec une précision au pixel (courbe bleue) ou au subpixel (courbe noire) ; ou par mesure directe du déplacement du bateau entre deux images avec une précision subpixel (courbe en rouge). $\Delta x = 5.56 \times 10^{-4}$ m, $f_{\text{acqui}} = 10$ Hz.

produites et on suppose donc $R_{WS} = 0$ ainsi que $R_h = 0$. On peut toutefois ajouter une autre composante R_f due au système de traction lui-même pouvant contenir des frottements solides.

Plusieurs mesures de dynamiques de bateau $U_b(t)$ sont réalisées, pour plusieurs hauteurs d'eau h et forces de traction F_t. Dans chacune des configurations, le bateau accélère jusqu'à atteindre une vitesse asymptotique $U_b^\infty(F_t, h)$. À partir du principe fondamental de la dynamique, on peut en déduire :

$$R_t^\infty + F_t = 0 \tag{145}$$

et l'on obtient alors une loi reliant R_t à une vitesse asymptotique U_b^∞ (figure 3.25) :

$$R_t = f((F_t, h) = K_1(h) + K_2(h) U_b^{\infty 2} \tag{146}$$

On retrouve une forme commune à la norme ITTC 1957 (équation 8), mais avec une résistance à l'avancement non nulle pour $U_b = 0$. Cette résistance sans déplacement peut être attribuée au frottement solide des poulies. De ce fait, certaines forces de traction ne permettent pas de déclencher le mouvement du bateau. Si $F_t < K_1$, le bateau ne peut pas s'élancer et il est donc nécessaire dans ce cas d'ajouter initialement une masse de traction plus forte. Cette masse supplémentaire m_s, appelée « starter », est placée en bas du fil pendant, à une hauteur du sol proche de 2 cm. De cette manière, tant que $x_b < 2$ cm, $m_{t0} = m_t + m_s$, et dès que le bateau a démarré et que $x_b > 2$ cm, le starter est au sol et la masse de traction vaut seulement m_t.

On note aussi que le coefficient de résistance $K_2(h)$ est plus grand pour les faibles profondeurs d'eau. Cela est cohérent avec le chapitre précédent, où la résistance est plus faible pour des rapports T_b/h faibles.

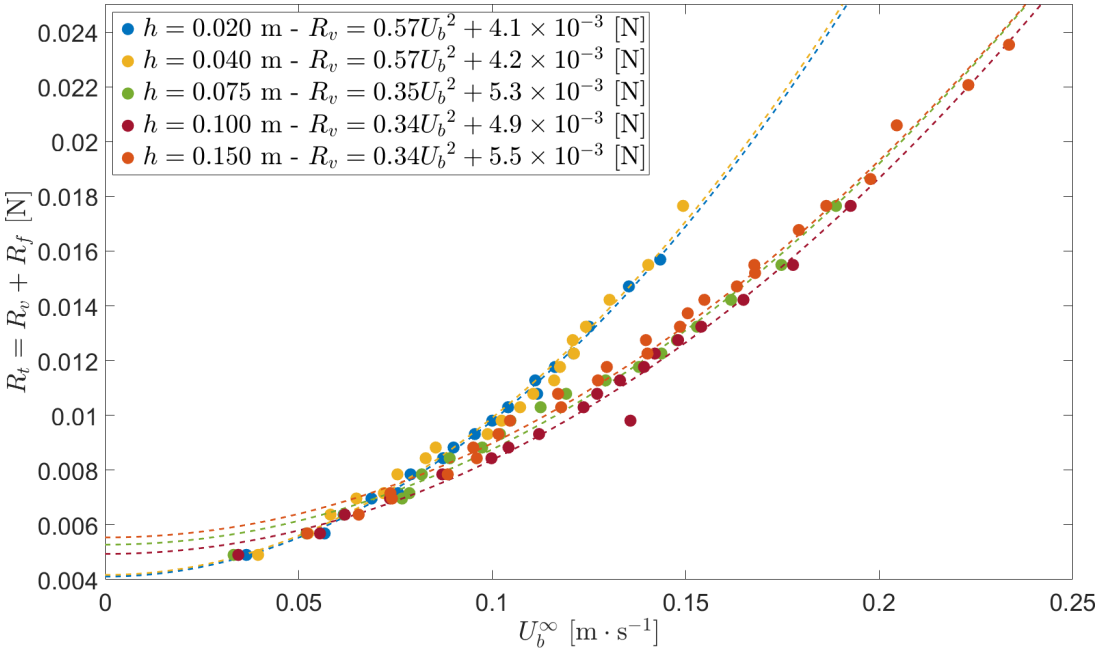


Figure 3.25 – Résistance à l'avancement d'un bateau en monocouche calculée à partir de la force de traction F_t, pour différentes hauteurs d'eau h et en fonction de la vitesse asymptotique atteinte U_b^∞.

III.2.1.6 Mesure de la déformée d'interface

La pycnocline est détectée à partir du gradient de luminosité entre l'eau salée rouge (apparaissant en noir sur les caméras noir et blanc) et l'eau douce transparente (apparaissant en blanc sur les caméras). Un simple colorant alimentaire est utilisé, puisqu'il offre l'avantage d'être peu cher, de ne pas laisser de traces sur les parois (contrairement à l'encre de chine) et de pouvoir être mis à l'égout sans traitement [Devaux, 2014, Bouruet-Aubertot *et al.*, 2016]. Un script MATLAB automatise ensuite cette détection. Chaque colonne de l'image est traitée indépendamment des autres. La méthode de détection s'inspire des méthodes de détections de surface libre développées chez [Weinfurtner *et al.*, 2011, Faltot *et al.*, 2014, Euvé, 2017, Redor, 2019] et où les profils d'intensités lumineuses suivent une loi de type gaussienne. Ici, le long de la colonne d'eau, la luminosité prend une forme en tangente hyperbolique, où le maximum de variation équivaut à la position de l'interface. Ainsi, détecter ce maximum pour chaque colonne permet une mesure rapide (5 μs pour une image de 4096 colonnes, soit 5 secondes pour 1024 images) de la pycnocline. Toutefois, cette méthode ne possède qu'une précision de l'ordre du pixel. Tout comme pour la détection de la position du bateau, une méthode dite « subpixel » est possible. Celle-ci repose sur une courbe d'ajustement en tanhavec le profil de luminosité. On cherche donc les meilleurs coefficients pour ajuster la fonction :

$$I = I_0 - A\tanh(\frac{z - z_0}{\tau}) \tag{147}$$

avec A l'amplitude de variation de luminosité, I_0 la luminosité moyenne à l'interface, τ la pente maximale au niveau de la pycnocline et z_0 la position de l'interface connue avec une précision sous l'ordre du pixel. Dans le cas d'une image enregistrée en 8-bit, il existe 256 nuances de gris. Ainsi, $A \approx 128$, $I_0 \approx 128$.

Cette méthode permet donc une bien meilleure précision de la détection de la position d'interface, mais est coûteuse en temps. Afin de réduire ce temps de calcul, plusieurs solutions sont apportées :

— Réduire le nombre de points pris en compte dans la courbe d'ajustement, en se concentrant uniquement sur les points autour de la détection au pixel effectuée précédemment et avec suffisamment de points pour capturer la forme caractéristique tanhdans son entièreté. Dans les expériences présentées dans la suite, le nombre de points pris en compte varie entre 30 et 50. Cela nécessite néanmoins une confiance dans le résultat obtenu au pixel près.
— Indiquer des coefficients supposés autour desquels chercher à ajuster la courbe. Si x_0 est supposé proche de la mesure au pixel, les autres coefficients doivent être supposés autrement. L'amplitude A et la luminosité moyenne y_0 s'obtiennent à partir des maximums et minimums de luminosité de chaque colonne ($A = 0.5(\max - \min)$ et $y_0 = (0.5(\max + \min))$. La pente maximale σ peut être supposée partir d'une régression linéaire autour du point x_0. Une autre approche pour proposer une estimation de ces coefficients est de supposer qu'ils varient peu d'une colonne à l'autre. Cependant, cette méthode est sensible au bruit de mesure (bulles d'air, taches, déferlements...) et une erreur peut alors se propager sur l'ensemble de l'image.
— Réduire le bruit de mesure en filtrant l'image par un algorithme de Savitzky-Golay [Schafer, 2011]. L'ajustement des coefficients pouvant être sensible aux points aberrants (dus au passage d'une bulle par exemple), appliquer un lissage de l'image peut accélérer grandement le calcul. Pour autant, cela entraîne une perte d'information en lissant les ondes de très faibles longueurs d'onde, l'algorithme de Savitzky-Golay agissant comme un filtre passe-haut.
— Paralléliser le code. Le script calculant la position de l'interface pour chaque colonne indépendamment, il est possible de calculer sur plusieurs cœurs en parallèle la détection de la pycnocline.

En appliquant ces diverses solutions, sans parallélisation, le temps de calcul de la position avec une précision subpixel atteint 7.5 s pour une image de 4096 colonnes (soit 2 heures pour 1024 images). En parallélisant sur quatre cœurs grâce à la Toolbox Matlab « Parallel Computing Toolbox », le temps de calcul tombe à 2.8 s pour une image de 4096 colonnes (soit 45 minutes pour 1024 images).

Les précisions de ces méthodes de mesure ont été évaluées à partir de détection de déformées connues. Une succession de déformées sinusoïdales est appliquée numériquement à une image de l'interface au repos (figure 3.27). L'image de référence est de 2048 pixels de long, sur 128 pixels de haut. On applique une déformée $z(x) = a\sin(2\pi x/\lambda + \pi)$ avec a variant de 10^{-3} à 10 pixels et $\lambda = 50$ pixels ($k_0 \approx 0.126$ pix^{-1}).

De cette manière, la déformée d'interface théorique est identifiée et peut être comparée aux mesures pixel et subpixel effectuées. Deux critères sont utilisés (figure 3.28) :
— Corrélation dans l'espace réel $z(x)$ entre mesures et déformée théorique.
— Corrélation dans l'espace spectral $\tilde{z}(k)$ entre mesures et déformée théorique avec utilisation d'une fenêtre de Hamming. Ce fenêtrage permet un lob principal étroit sans augmenter de trop les lobs secondaires [Podder *et al.*, 2014, Marx, 2019].

Ces corrélations sont calculées sur toute la plage d'amplitudes de déformation, permettant de tracer corr(a) (figure 3.29). Pour les deux méthodes de mesures et les deux types de corrélations, on obtient une loi :

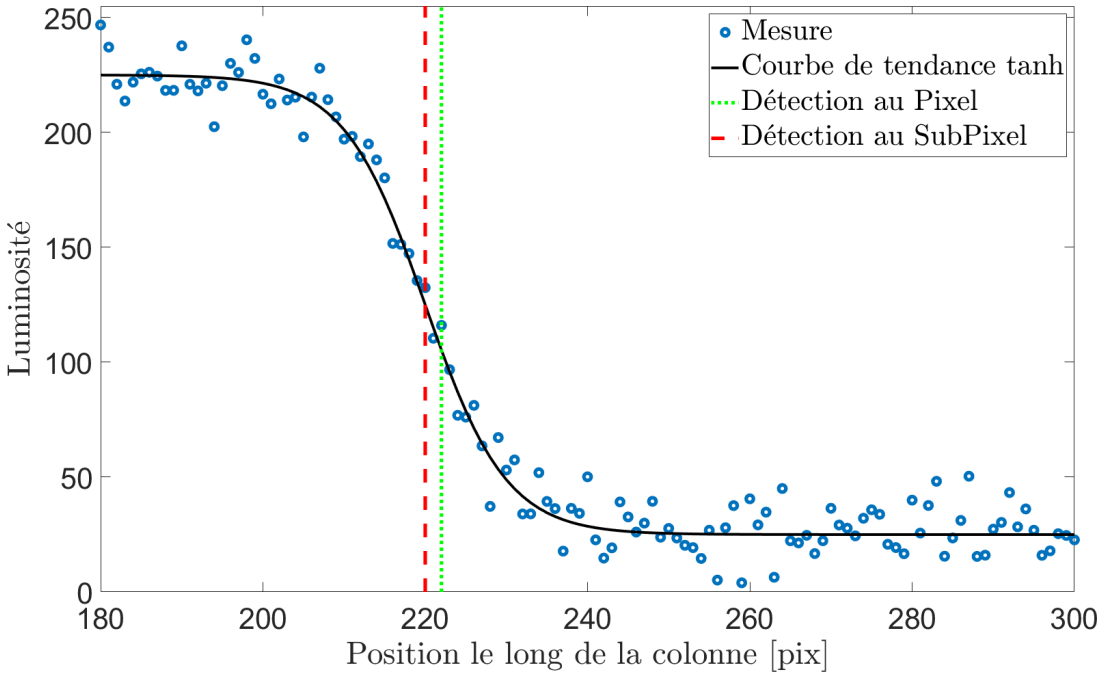


Figure 3.26 – Exemple d'un profil de luminosité le long d'une colonne. La détection au pixel (ligne verte) est réalisée par la recherche du maximum de gradient, la détection au subpixel (ligne rouge) par la recherche des coefficients de la courbe de tendance (courbe noire). Image enregistrée en 8-bit (256 nuances de gris).

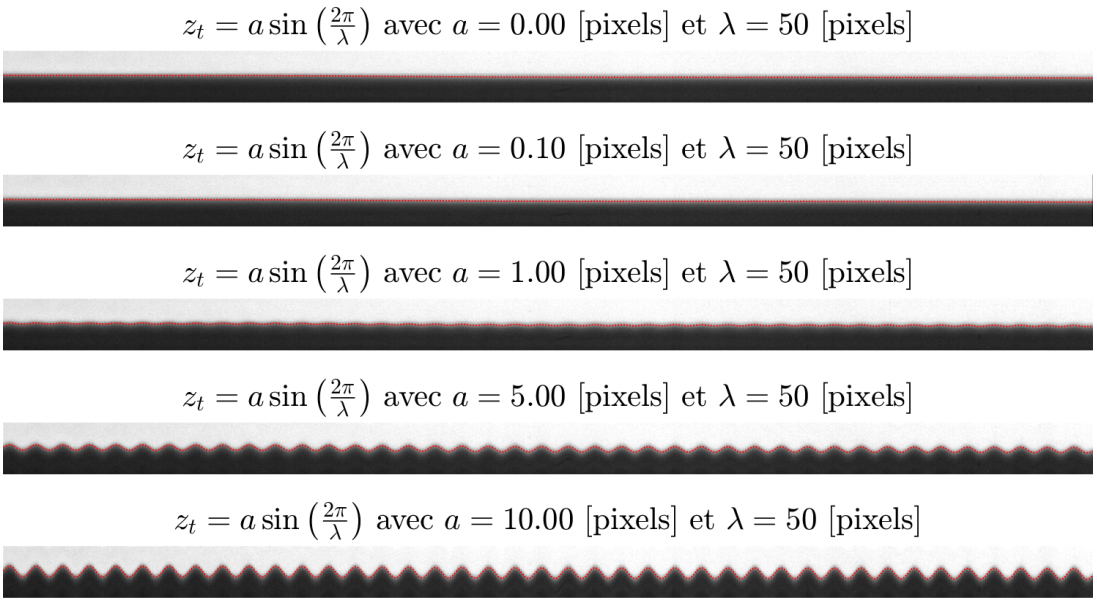


Figure 3.27 – Déformations sinusoïdales d'une interface au repos réalisées de façon numérique.

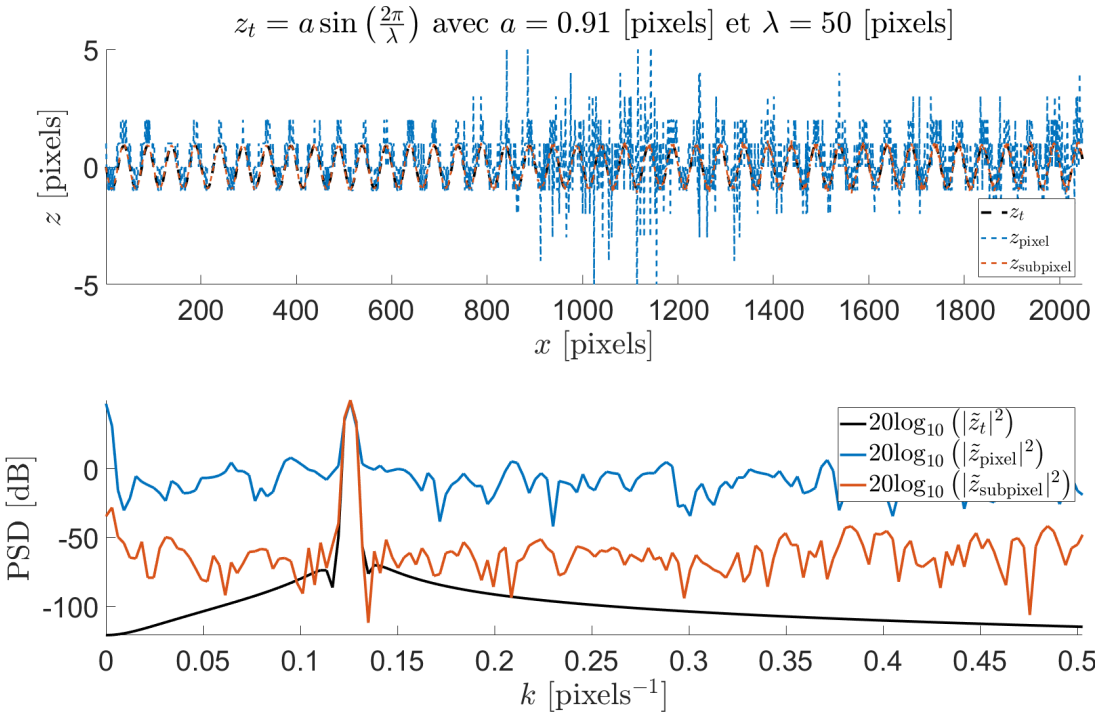


Figure 3.28 – Comparaisons d'une mesure au pixel près et d'une mesure subpixel d'une déformée théorique connue. La mesure au pixel près apparaît comme bruitée dans l'espace réel contrairement à la mesure subpixel. Dans l'espace spectral, le pic à $k = k_0$ est identifiable pour les deux mesures, mais est moins prononcé dans le cas pixel, faute à une valeur moyenne non nulle de $\tilde{z}_{\text{pix}}$. Cette valeur moyenne provient des sauts dans la mesure au pixel près.

$$\text{corr}(a) \approx \frac{1}{2}\left[1 + \tanh\left(\frac{\log_{10}(a) - \log_{10}(a_c))}{\sigma^2}\right)\right] \tag{148}$$

avec a_c l'amplitude de « coupure » en dessous de laquelle la corrélation entre théorie et mesure devient inférieure à 0,5.

Méthode	Espace	a_c [pix]	σ [pix]
Pixel	Réel	0.71	1.11
	Spectral	0.60	0.53
Subpixel	Réel	0.06	1.25
	Spectral	0.012	0.59

La méthode rapide dite « au pixel » permet donc bien des mesures d'onde de l'ordre du pixel, là où la méthode subpixel permet de gagner en précision de plus d'un facteur 10. Par ailleurs, cela met en évidence que le passage dans l'espace spectral permet d'étudier des ondes de plus faibles amplitudes que dans l'espace réel. La taille d'un pixel lors des expériences étant de l'ordre de 5×10^{-4} m, la précision de la méthode subpixel est de 5×10^{-5} m. Une telle précision est nécessaire afin de capturer les différentes échelles d'ondes, ainsi que pour suivre sur un temps plus long les ondes générées (la dissipation au cours du temps atténuant leurs amplitudes).

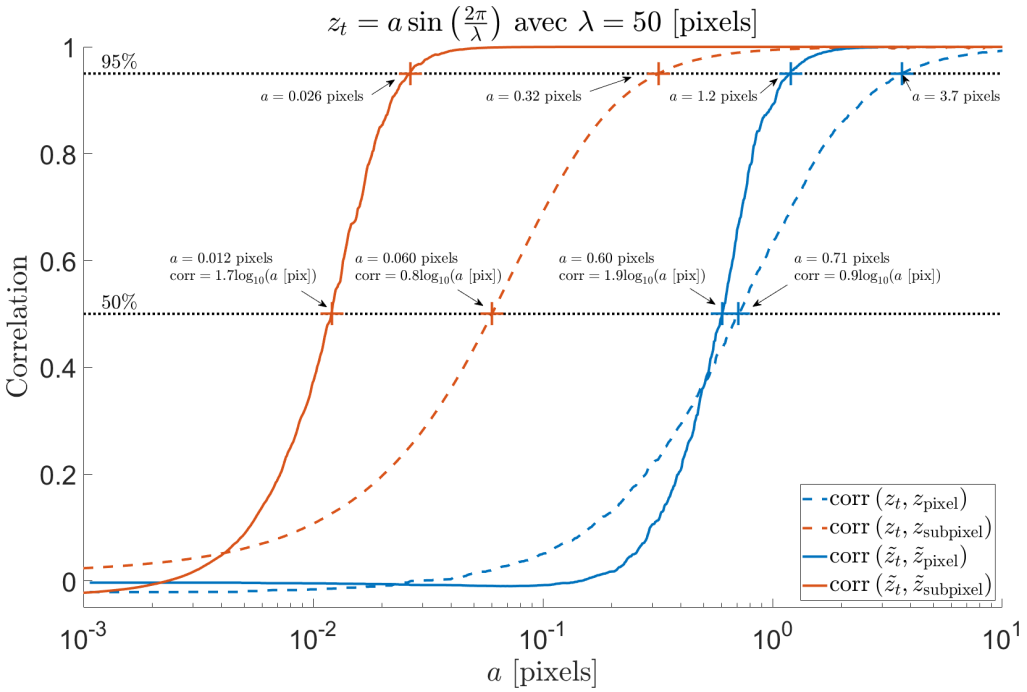


Figure 3.29 – Corrélations entre mesures et déformée appliquées à une interface au repos, en fonction de l'amplitude de la déformée. Courbes bleues : détections avec une méthode au pixel près. Courbes rouges : détections avec une méthode subpixel. Courbes continues : corrélations dans l'espace réel. Courbes continues : corrélations dans l'espace spectral.

III.2.1.7 GUI (graphical user interface) sous Matlab

L'ensemble de la procédure a conduit au développement d'une interface graphique sous Matlab afin de faciliter et accélérer les expérimentations. Ce GUI (pour Graphical User Interface) est un outil aidant l'expérimentateur de la mesure jusqu'à l'étude des résultats, en passant par le traitement des données. Plusieurs options ont été intégrées afin de rendre polyvalente cette interface et l'adapter à diverses expériences.

Le GUI se divise en plusieurs étapes correspondant à différents moments de l'étude :

- Renseignement des données d'expériences (canal, bateau, bathymétrie, stratification, date...) afin de former un cahier de laboratoire qui suivra les données traitées (figure 3.30).
- Traitement d'images afin de préparer à la détection d'interfaces (figure 3.31).
- Détections des interfaces (surface libre, bicouche...) (figure 3.32), ainsi que de la position du bateau au cours du temps (figure 3.33).
- Traitement des détections avec différents outils : diagrammes spatio-temporel et spectral, calcul de corrélation, création de films... (figure 3.35).

Ce GUI peut être amené à être utilisé aussi bien dans une étude sur les ondes internes ou de surface générées par un bateau, que des ondes au-dessus d'un obstacle. Ainsi il est possible d'ajouter des données sur (figure 3.30) :

- Les conditions expérimentales (date, température, expérimentateurs...)
- Le système de caméras (fréquence d'acquisition, résolution spatiale, nombre de caméras...)
- La stratification avec une (monocouche) ou plusieurs couches.
- La bathymétrie avec notamment la présence d'obstacles en fond de canal.

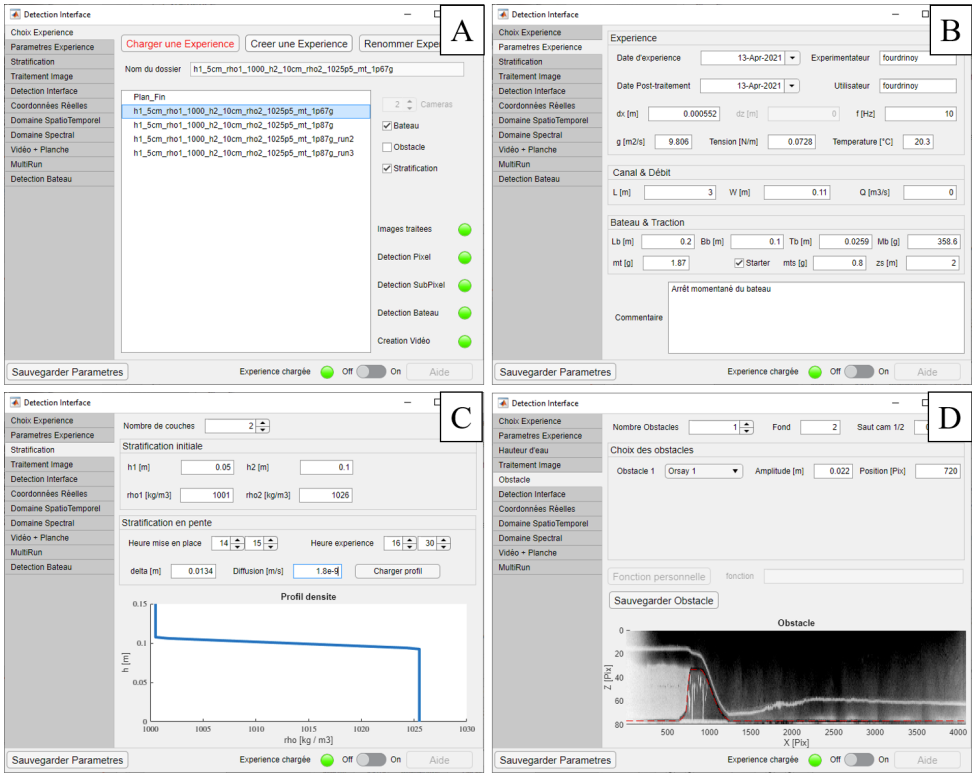


Figure 3.30 – Fenêtres du GUI permettant d'indiquer à l'interface les paramètres d'expériences. A : création des expériences. B : paramètres généraux, canal et traction. C : paramètres de stratification. D : paramètres de bathymétrie.

— La géométrie du canal.
— La présence d'un bateau tracté en indiquant la forme du bateau et les forces de traction.
— La présence de courant.

Ces indications permettent dans un premier temps le traitement des images, puis, dans un second temps, la comparaison des résultats avec différentes théories, comme superposer les relations de dispersion aux diagrammes spectraux. De plus, ces données servent de cahier de laboratoire numérique et sont par la suite ajoutées à l'ensemble des fichiers résultats.

Dans un second temps, les images sont traitées afin d'améliorer leurs qualités visuelles en vue de la réalisation de figures ou vidéos, mais surtout pour rendre possible et accélérer la détection subpixel (figure 3.31). Ici nous traiterons du cas d'une interface pouvant être identifiée comme la transition d'une couleur vers une autre (de blanc vers noir dans le cas d'une image en niveau de gris). Comme vue précédemment, ce profil de luminosité peut être ajusté par une fonction de type :

$$y = A_0 \tanh\left(\frac{x - x_0}{\sigma^2}\right) + y_0 \tag{149}$$

Car dans les expériences de type eaux-mortes la couche supérieure était non colorée et la couche inférieure colorée, le profil de luminosité varie de blanc vers noir et présente donc un gradient négatif ($A_0 < 0$). Le choix a été fait de conserver cette convention pour toutes les expériences. Ainsi, si dans une expérience le profil est inversé (noir vers blanc), il est nécessaire d'inverser les couleurs pour retrouver la bonne configuration. À partir d'une image test (prise dans le dossier de l'expérience, à un temps arbitraire $t = 0.25t_{\text{acqui}}$), il est possible de visualiser le rendu final. Cette fenêtre donne des informations supplémentaires :

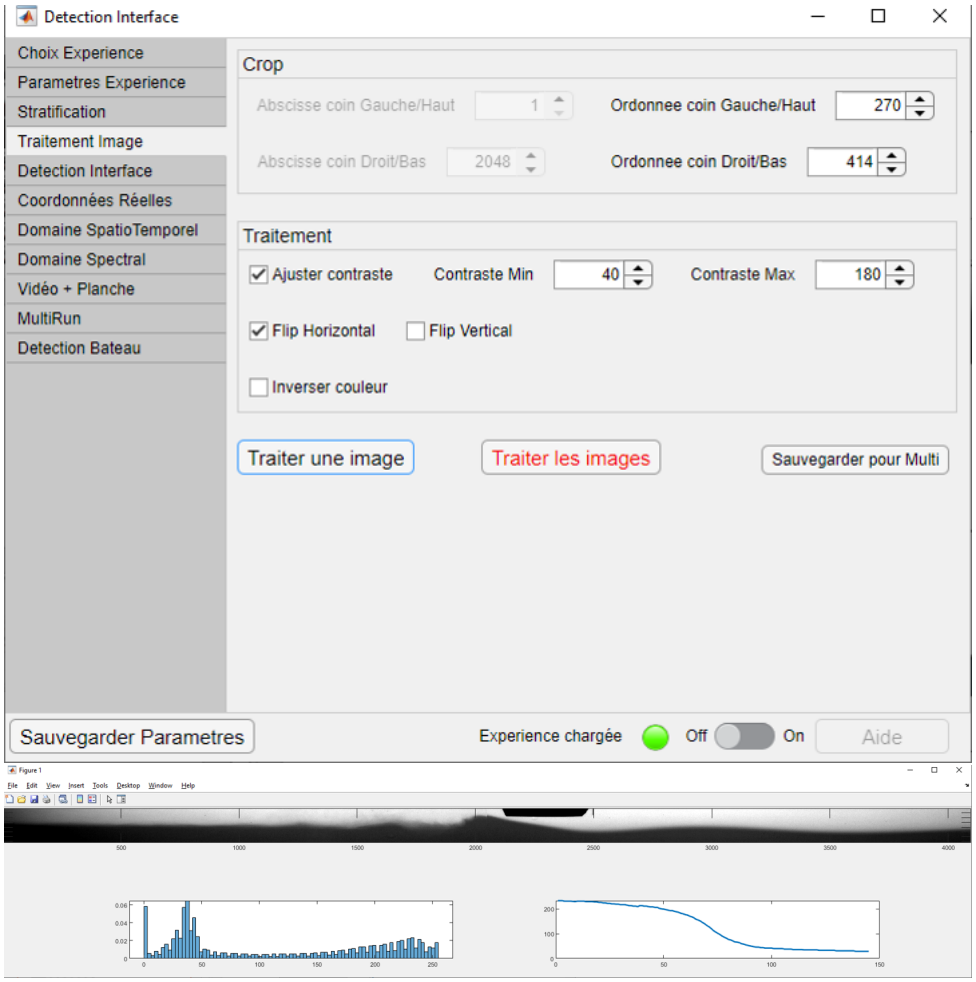


Figure 3.31 – (HAUT) Fenêtre du GUI permettant de traiter les images : recadrer, ajuster le contraste, rotation de l'image, inverser les couleurs. (BAS) Fenêtre du traitement d'une image de référence : rendu final, histogramme de l'intensité lumineuse, profil de luminosité le long d'une colonne.

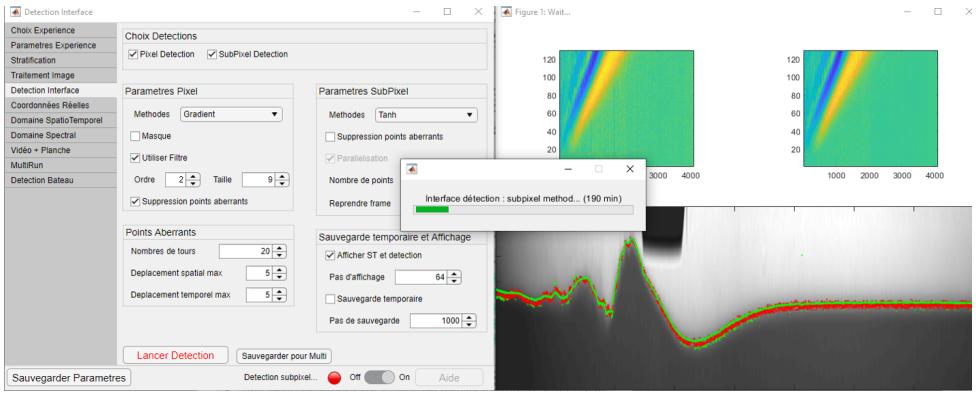


Figure 3.32 – (GAUCHE) Fenêtre du GUI permettant d'indiquer les paramètres de détection d'interface avec une précision au pixel ou subpixel. (DROITE) Fenêtre de visualisation d'une détection en cours de calcul.

un histogramme de l'intensité lumineuse de l'image traitée et un profil de luminosité le long d'une colonne. Ce dernier graphique est utile pour connaitre le nombre de pixels nécessaires pour former la courbe tanh. De manière générale, le nombre de points à prendre en compte est de 30-40 pixels. Notons qu'il est aussi possible de recadrer les images en hauteur sur la « partie utile » à la détection. Par exemple, dans le cadre d'une détection d'interface, centrer l'image autour de cette dernière en ne capturant pas jusqu'au fond du canal permet une accélération du traitement et de la détection (ouverture et manipulation de fichiers de plus petites tailles).

Après avoir traité et sauvegardé l'ensemble des images capturées lors de l'expérience, il est possible de détecter l'interface. L'utilisateur indique quelle méthode utiliser (pixel peu précise mais rapide, subpixel très précise, mais lente), et les paramètres de cette méthode. Dans le cas d'une détection au pixel d'une interface avec changement de couleur, le script recherche pour chaque colonne le minimum de gradient de luminosité, alors que pour une méthode subpixel une courbe de tendance sur N point est ajustée pour connaitre précisément la position de l'interface. D'autres paramètres peuvent être indiqués (figure 3.32) :

— Utilisation d'un masque afin de limiter la recherche de l'interface dans une zone de l'image
— Utilisation d'un filtre de Savitzky-Golay pour réduire l'impact du bruit de mesure.
— Suppression des points aberrants selon les critères prédéfinis.
— Affichage en cours de calcul de la détection
— Sauvegarde régulière de la détection temporaire afin de limiter l'impact d'un problème informatique.

La détection de l'interface est réalisée sur chaque colonne de façon indépendante. Ainsi, le chevauchement des caméras (figure 3.34), zone capturée par les deux caméras, n'a pas ici d'influence. Dans cette région, l'interface est simplement détectée à deux reprises (avec la caméra 1 et avec la caméra 2). Bien que ceci allonge le temps de calcul, ce travail supplémentaire reste négligeable puisque la zone de chevauchement est inférieure à 40 pixels. Ainsi, le script détecte l'interface sur 4096 colonnes là où il aurait pu ne calculer « que » sur 4076 colonnes si la région de chevauchement avait été supprimée (soit une augmentation du temps de calcul de 0.5%).

La position du bateau est ensuite mesurée avec les méthodes pixel ou subpixel présentées

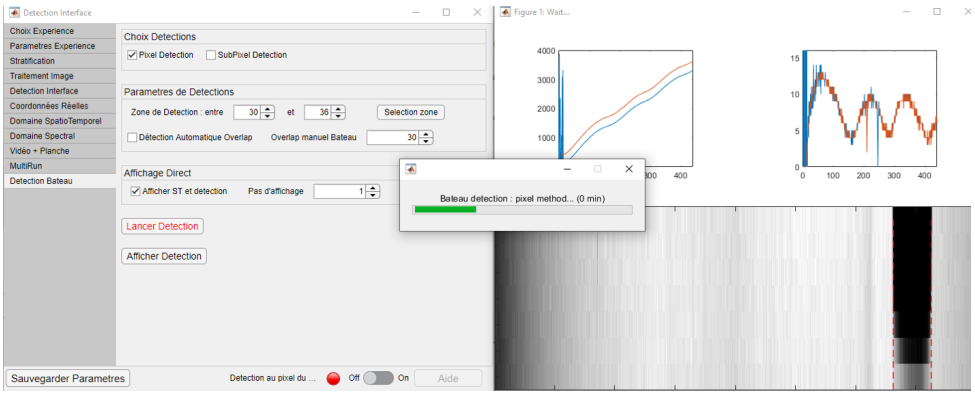


Figure 3.33 – (GAUCHE) Fenêtre du GUI permettant d'indiquer les paramètres de détection de la position du bateau au cours du temps. (DROITE) Fenêtre de visualisation d'une détection en cours de calcul.

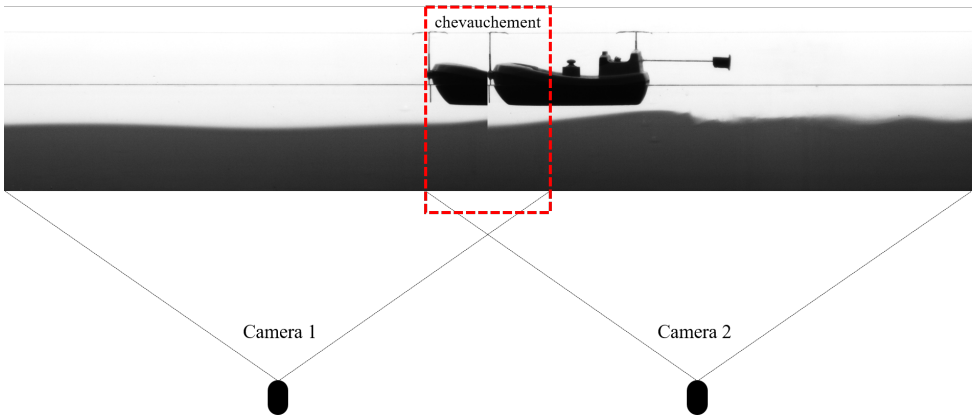


Figure 3.34 – Schéma du chevauchement des deux caméras. Une zone est capturée par les deux caméras et doit donc être supprimée pour pouvoir réaliser une recherche de la forme du bateau. L'exemple de chevauchement est ici exagéré pour être visuel, et est expérimentalement inférieur à 40 pixels (sur une image finale de 4096 pixels).

précédemment. De la même manière que pour la détection d'interface, il est possible d'afficher en cours de calcul la détection de la maquette (figure 3.33). Le chevauchement va ici jouer un rôle important. Le bateau étant détecté par une recherche de forme le long de l'axe x, et non par un calcul le long de la colonne d'eau, la duplication d'une zone crée un saut dans la détection. Le script permet une détection automatique de ce chevauchement ou une indication manuelle (chevauchement mesuré lors de la mise en place des caméras à l'aide d'une mire). La détection automatique utilise le passage du bateau d'une caméra à l'autre pour estimer la zone problématique, en supprimant des colonnes au centre de l'image globale afin de réduire au maximum le saut de la position détectée du bateau. Une fois ce chevauchement indiqué, l'utilisateur peut réaliser une mesure de la position du bateau au cours du temps.

Les précédentes détections sont réalisées dans le repère d'une image, c'est-à-dire que la position de l'interface est donnée en pixel le long de l'image. De même pour la position du bateau. Pour passer dans le référentiel du laboratoire, une image de l'interface au repos est utilisée. En comparant la position de l'interface au cours du temps et sa position au repos, il est possible de déterminer les fluctuations au cours du temps. La taille d'un pixel précédemment mesurée et indiquée à l'interface permet enfin de passer d'une mesure en pixel à une mesure en mètre. C'est aussi à cette étape que la zone de chevauchement est

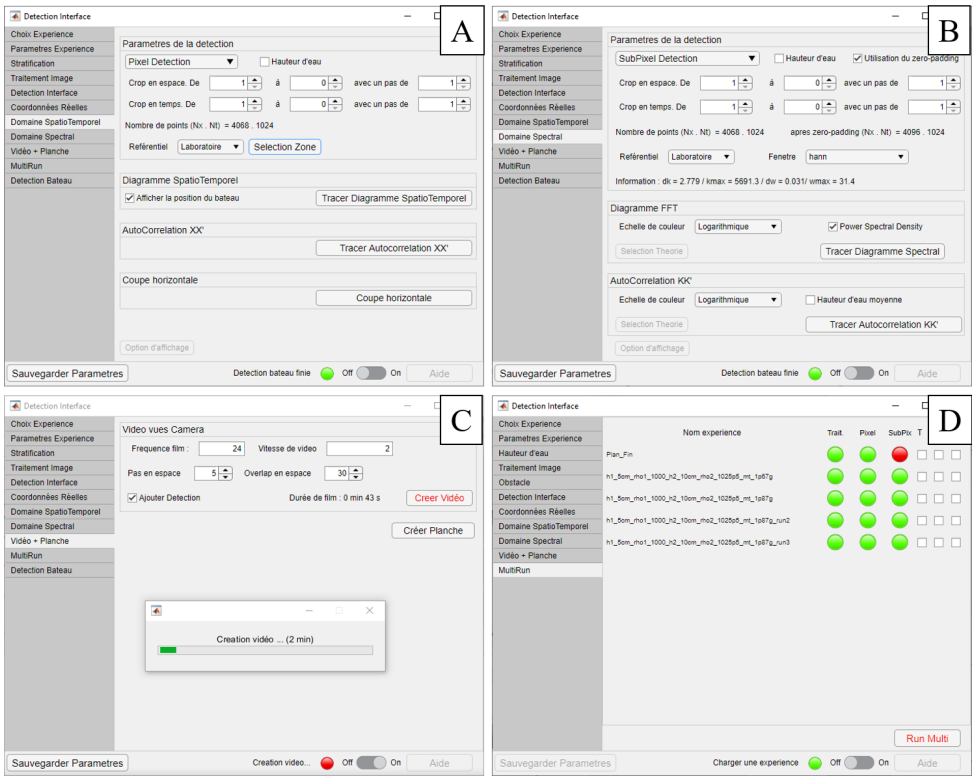


Figure 3.35 – Fenêtres du GUI permettant de réaliser le post-traitement des détections. A : diagrammes dans l'espace réel (spatio-temporel et autocorrélation). B : diagrammes dans l'espace spectral (Transformée de Fourier et autocorrélation). C : création de vidéo. D : traitement d'une multitude d'expériences de façon séquentielle.

retirée pour la détection d'interface. Pour cela, soit l'utilisateur indique la taille de la région problématique directement à partir d'une mesure réalisée avec mire lors de l'installation, soit il peut utiliser une détection automatique. Cette détection automatique utilise un calcul de corrélation : puisque l'interface dans cette zone a été calculée deux fois, des colonnes doivent présenter des fluctuations temporelles identiques et donc une corrélation très importante. Cette méthode utilise donc le calcul en doublon réalisé précédemment et permet même de connaitre la taille de la zone de chevauchement avec une précision inférieure au pixel.

Enfin, à la suite de ces calculs, de nombreux outils d'études des ondes ou de présentations sont disponibles :

- Diagrammes spatio-temporels dans le référentiel du laboratoire ou du bateau.
- Diagrammes spectraux dans le référentiel du laboratoire ou du bateau.
- Corrélations dans l'espace réel ou spectral.
- Création de films superposant la détection à l'interface.

De plus, les détections pouvant prendre plusieurs heures, le GUI prend en charge la possibilité de lancer à la suite les différentes étapes, et ce pour plusieurs expériences de façon séquentielle.

III.2.2 Régimes dynamiques des bateaux

En tractant à force constante dans un bicouche une maquette de bateau, nous retrouvons les régimes dynamiques établis par Ekman. Pour les faibles forces de traction, le bateau

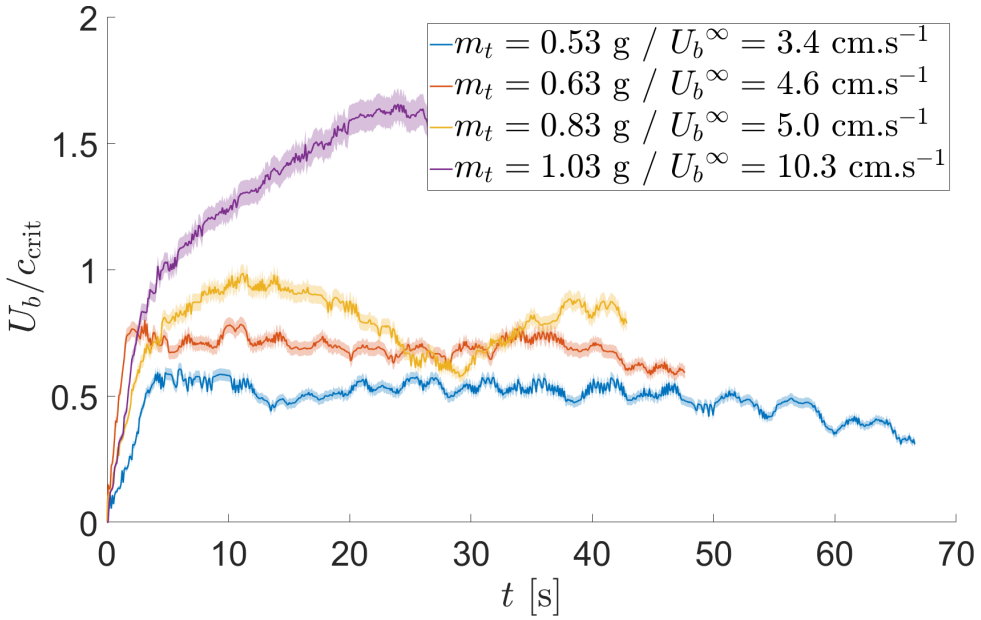


Figure 3.36 – Vitesses en fonction du temps pour différentes masses de traction. $\Delta U_b = 7.2 \times 10^{-2} U_b + 1.8 \times 10^{-4}$ m $\cdot$ s^{-1}. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}. $c_{\text{crit}} = 0.8 c_\phi$.

suit un comportement semblable à un monocouche : accélération jusqu'à une vitesse asymptotique U_b^∞. Cette vitesse asymptotique est plus faible que celle qu'atteindrait en monocouche la même maquette à même force de traction. Nous nommons ce régime balistique sous-critique en suivant Mercier [Mercier, 2010] (courbe bleu figure 3.36).

En augmentant la force de traction, la dynamique du bateau évolue et des oscillations en vitesse apparaissent. Dans un premier temps, le bateau accélère, atteignant une vitesse maximale, puis se met à ralentir, pour accélérer de nouveau et ainsi de suite (courbe jaune figure 3.36). Dans un canal de $L = 3$ m nous parvenons à observer seulement 2 à 3 périodes. Tout comme dans les travaux d'Ekman [Ekman, 1904], il est possible de définir une vitesse moyenne autour de laquelle le bateau oscille U_b^m (figure 3.37). Ce régime, que nous détaillerons par la suite, est nommé régime oscillant.

Enfin, toujours à force de traction constante, un dernier régime est observable, avec un comportement similaire au régime balistique sous-critique : le bateau accélère jusqu'à une vitesse asymptotique U_b^∞ (courbe violette figure 3.36). Là encore, la vitesse limite mesurée est inférieure à la vitesse obtenue pour les mêmes paramètres en monocouche. Ce régime visible pour les grandes vitesses est nommé régime balistique supercritique.

Comme dans le cas monocouche, la vitesse asymptotique est adimensionnée par le nombre de Froude $\text{Fr}_I = U_b/c_\phi$ avec $c_\phi = \sqrt{g\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2}\frac{h_2 h_1}{h_2+h_1}}$. Le régime balistique sous-critique est observable pour $\text{Fr}_I \ll 1$. Pour $\text{Fr}_I > 1$, le régime est balistique supercritique. Dans le cas où $\text{Fr}_I \approx 1$, le bateau est dans un régime oscillant et ne peut atteindre de vitesse asymptotique durant sa traversée de canal.

Plusieurs séries de mesures ont été réalisées en faisant varier les paramètres de stratification et les masses de traction. Ces courbes représentant la force de traction F_t en fonction de la vitesse asymptotique ou moyenne mesurée sont similaires à celles présentées dans les travaux d'Ekman (figure 3.38).

À partir des vitesses asymptotiques U_b^∞ ou moyennes U_b^m mesurées, il est possible de remonter à une résistance de vague interne. En effet, selon le principe fondamental de la

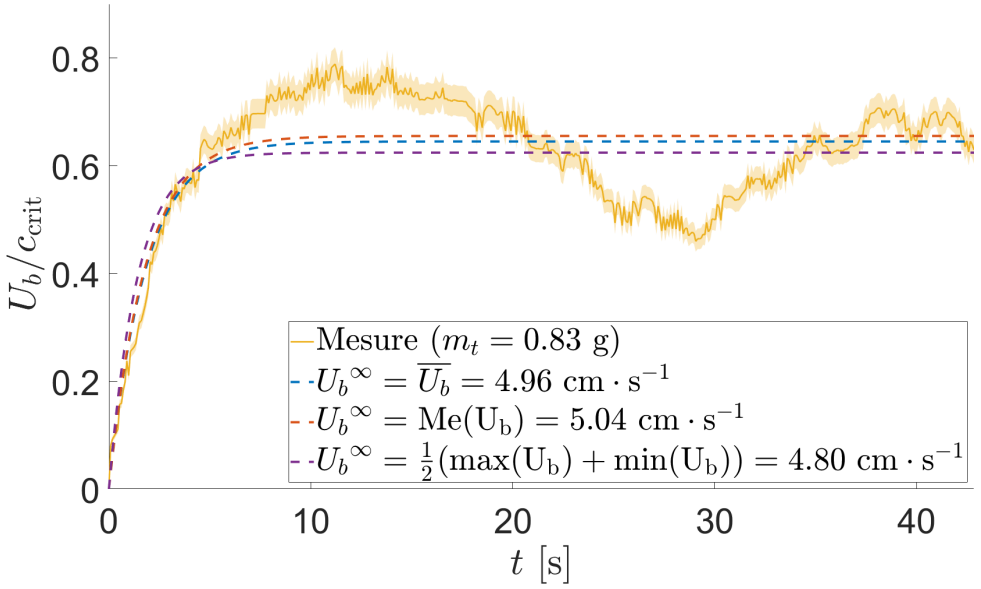


Figure 3.37 – Définition d'une vitesse moyenne dans un régime oscillant. $\Delta U_b = 7.2 \times 10^{-2} U_b + 1.8 \times 10^{-4}$ m · s^{-1}. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 0.83$ g.

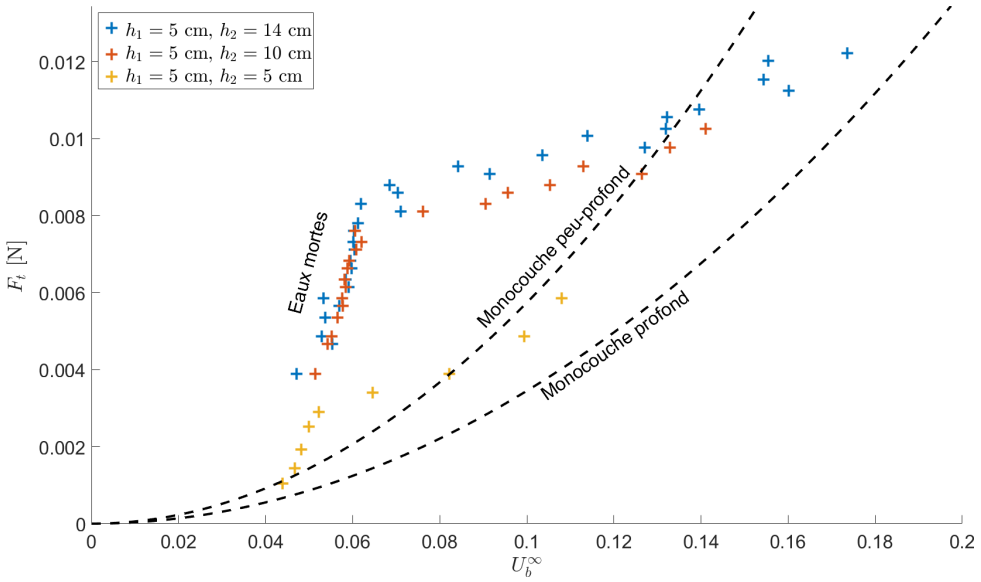


Figure 3.38 – Reproduction d'une courbe dite d'Ekman non adimensionnée. Dans le cas bicouche $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $\rho_2 = 1024$ kg · m^{-3}. Monocouche peu-profond : $0.575 U_b^{\infty 2}$. Monocouche profond : $0.344 U_b^{\infty 2}$.

dynamique :

$$\begin{aligned} m_b \frac{\partial U_b}{\partial t} &= \sum \vec{F_{\text{ext}}} \\ &= F_t - (R_\nu + R_h + R_S + R_W) \end{aligned}$$

avec R_ν la résistance visqueuse, R_h la résistance hydraulique, R_S la résistance d'ondes de surface, R_W la résistance d'ondes internes. Dans le cas d'un régime asymptotique :

$$\begin{aligned} m_b \frac{\partial U_b}{\partial t}(t=\infty) &= F_t - (R_\nu + R_h + R_S + R_W)^\infty \\ 0 &= F_t - (R_\nu + R_h + R_S + R_W)^\infty \end{aligned}$$

À partir des mesures réalisées en monocouche, nous pouvons trouver des relations reliant $(R_\nu + R_h + R_S)^\infty$ à la vitesse asymptotique U_b^∞ :

$$\begin{aligned} (R_\nu + R_h + R_S)^\infty &\approx 0.34 U_b^{\infty 2} + 5 \times 10^{-3} \text{ en haut profonde} \\ &\approx 0.57 U_b^{\infty 2} + 5 \times 10^{-3} \text{ en haut peu profonde} \end{aligned}$$

Ainsi nous obtenons :

$$R_W^\infty = m_t g - f\left(U_b^\infty\right) \tag{150}$$

Dans le cas d'un régime oscillant, bien que nous n'ayons pas encore atteint un régime stationnaire ($\frac{\partial U_b}{\partial t} \neq 0$), nous approximons R_W^m par une relation identique :

$$R_W^m = m_t g - f\left(U_b^m\right)$$

On peut alors tracer R_W^∞ en fonction de Fr_I (figure 3.39). On observe une crise de résistance pour $\text{Fr}_I \approx 0.8$ et non pour $\text{Fr}_I \approx 1$ de manière semblable aux mesures réalisées par Ekman. Ceci suppose que la résistance visqueuse est identique entre le cas monocouche et le cas stratifié. Ceci reste une approximation puisque la résistance visqueuse est modifiée par l'accélération de l'écoulement autour de la coque du bateau et la génération d'un gradient dû aux ondes internes de pression, pouvant entraîner une modification de 30 % de la résistance de frottement [Esmaeilpour *et al.*, 2018].

L'apparition de cette crise dépend donc de la vitesse critique d'onde interne c_ϕ. En jouant sur les paramètres de la stratification, il nous est donc possible de faire apparaître cette crise pour des vitesses plus ou moins élevées. Notons que cette vitesse est bien inférieure à la vitesse critique due aux effets de bathymétrie (crise pour $\text{Fr}_h \approx 1$). Pour les petites hauteurs d'eau, la crise intervient pour de plus faibles vitesses. Cependant, nous avons vu que les caractéristiques de l'expérience induisaient une résistance de frottement solide impliquant de ne pouvoir réaliser des mesures pour des masses de traction trop faibles. Ainsi, il est difficile de venir mesurer l'effet d'eaux-mortes dans le cas fortement confiné verticalement. Or, dans le cas de la reproduction des conditions exactes de la bataille d'Actium (hauts fonds et stratification), et compte tenu des effets d'échelles, la vitesse

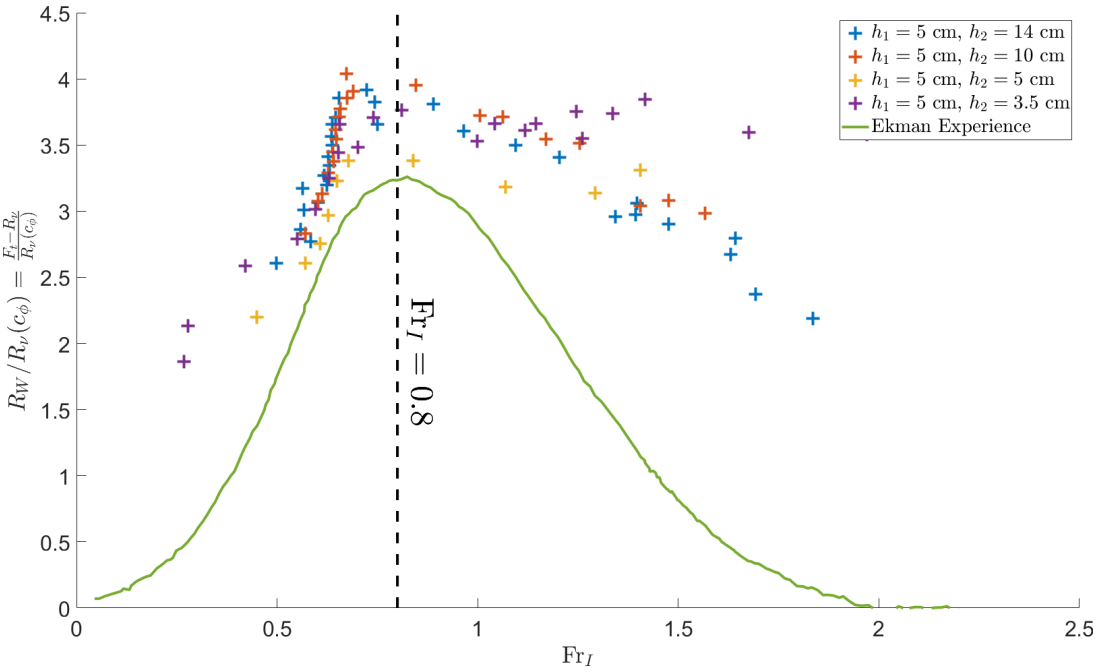


Figure 3.39 – Résistance de vague interne adimensionnée par la résistance visqueuse empirique à $U_b = c_\phi$ en fonction du Froude Interne Fr_I. Dans nos expériences $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $\rho_2 = 1024$ kg · m^{-3}. Paramètres de l'expérience d'Ekman : $h_1 = 2$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg · m^{-3}, $h_2 = 20$ cm, $\rho_2 = 1030.0$ kg · m^{-3} [Ekman, 1904].

critique serait de 1.27 cm · s^{-1} (tableau I.2). À partir de la résistance en monocouche (figure 3.25), et en supposant une résistance d'onde interne quatre fois supérieure au niveau du pic de résistance, on a : $R_t = R_W + R_v + R_f = 5R_v + R_f \approx 0.5 + 4$ mN. Les effets de frottements solides R_f cachent les effets d'eaux-mortes. Il serait donc nécessaire de faire des essais à plus grande échelle (voir section V.3.1).

Comme vu précédemment, à ces trois régimes historiques (sous-critique, supercritique, critique), d'autres régimes peuvent être atteints. En modifiant les conditions initiales, que ce soit la vitesse initiale du bateau ou même les caractéristiques de la stratification dans la zone de départ, la dynamique du bateau asymptotique peut varier. Cette hystéresis permet de mettre en évidence les nouveaux régimes :

— Régime instable : vitesses supercritiques que le bateau ne peut conserver dans le temps à force de traction constante.
— Régime métastable supercritique : vitesses supercritiques que le bateau atteint à condition que sa vitesse initiale soit déjà supercritique.
— Régime métastable sous-critique : vitesses sous-critiques que le bateau atteint à condition que sa vitesse initiale soit sous-critique.

Lors des expériences, la masse de traction ajoutée en début de course (starter) permet de dépasser les frottements solides, mais peut aussi potentiellement permettre au bateau de dépasser la crise de résistance et donc d'atteindre le régime métastable supercritique.

Enfin, on remarque que la vitesse caractéristique de la crise de résistance n'est pas égale à la vitesse théorique des ondes internes c_ϕ. Il est nécessaire d'ajouter un facteur $c_{\text{crit}} = \approx 0.8 c_\phi$. Ce facteur mesuré empiriquement est cohérent avec les travaux des études précédentes [Miloh *et al.*, 1993, Greenslade, 2000, Grue, 2015].

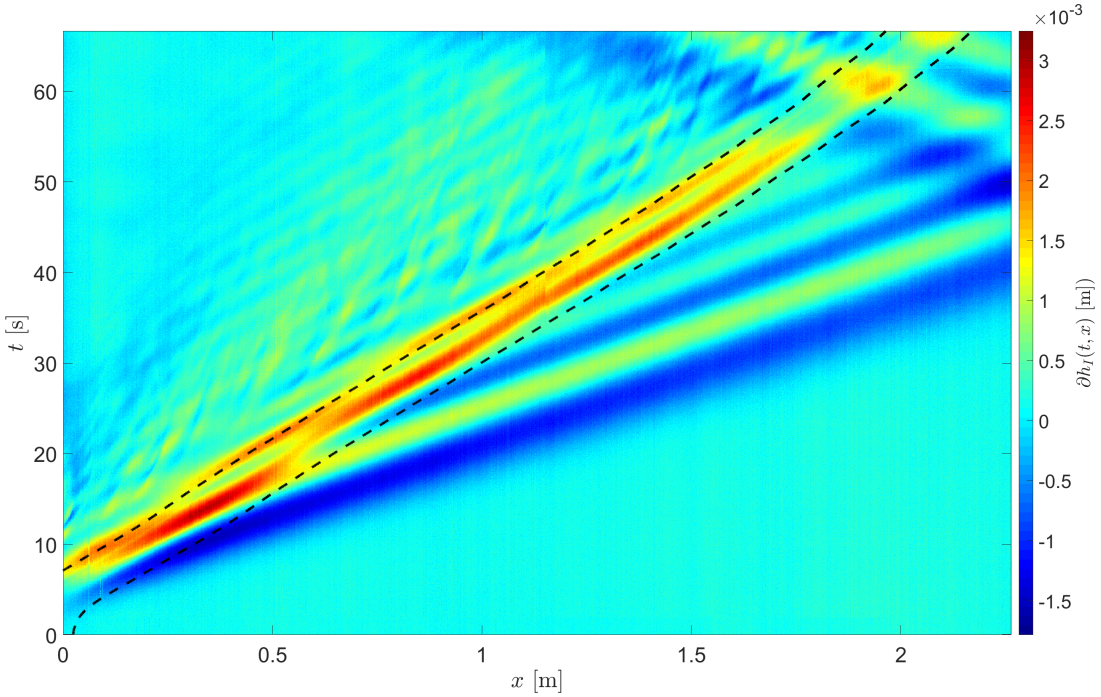


Figure 3.40 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$). La position du bateau est indiquée en pointillés noirs, l'une symbolisant la proue, l'autre la poupe. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

III.2.3 Double système d'ondes identifié

En plus de la mesure de la dynamique du bateau, nous mesurons la déformée d'interface au cours du temps. Là encore il est possible de distinguer les trois régimes : balistique sous-critique (figure 3.40), oscillant (figure 3.49) balistique supercritique (figure 3.45).

III.2.3.1 Régime balistique sous-critique

Dans le cas $\mathrm{Fr}_I \ll 0.8$, le bateau ne dépasse pas la vitesse maximale des ondes internes linéaires. Nous utilisons plusieurs outils afin d'étudier les ondes en présence. Dans un premier temps des diagrammes spatio-temporels (figure 3.40) permettant de visualiser la déformée d'interface dans l'espace et le temps. Il est possible de réaliser un changement de référentiel, en passant du référentiel du laboratoire (observateur placé sur le côté du canal), au référentiel du bateau (observateur placé sur le navire) (figure 3.41). Ce référentiel n'est pas galiléen puisque la vitesse du bateau lors de nos expériences n'est pas constante. Dans le cas d'un navire en régime balistique sous-critique, le bateau présente une accélération en début d'expérience, ainsi qu'une décélération brutale en fin de canal. Ce référentiel permet d'observer si des ondes sont stationnaires autour du bateau (onde se déplaçant à la vitesse du navire), ou bien si certaines ondes s'en échappent (à la proue dans le cas d'onde rapide, à la poupe dans le cas d'onde plus lente).

Dans les expériences sous-critiques $\mathrm{Fr}_I \ll 0.8$, plusieurs systèmes d'onde sont identifiables sur ces diagrammes spatio-temporels. Le premier est un système d'onde composé d'un front d'onde de polarité négative et suivi d'éteules (ou ondes secondaires), s'échappant à la proue du navire. Dans nos expériences, l'amplitude de ce front d'onde est faible, de l'ordre du millimètre. La vitesse du front d'onde vaut approximativement $0.8c_\phi$, tandis

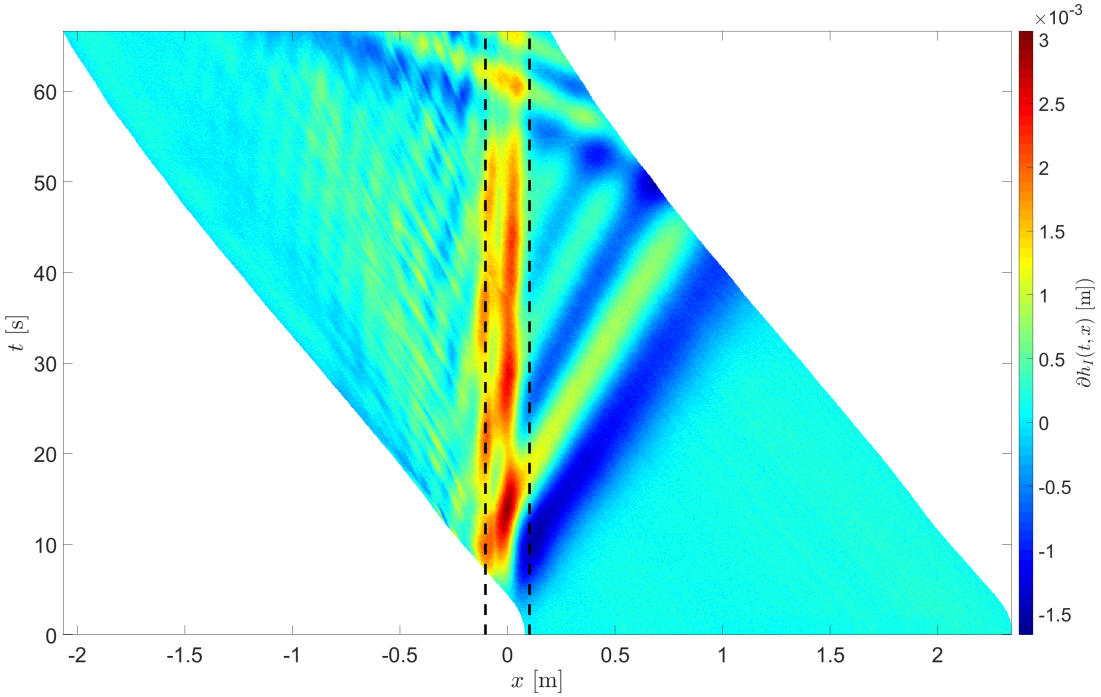


Figure 3.41 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$) dans le référentiel du bateau. La position du bateau est indiquée en pointillés noirs, l'une symbolisant la proue, l'autre la poupe. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

	Polarité	V/c_ϕ
front d'onde	Négative	0.83
Première éteule	Positive	0.80
Deuxième éteule	Négative	0.78
Troisième éteule	Positive	0.76
Quatrième éteule	Négative	0.73

Table III.2 – Vitesse des différentes éteules de la dépression ondulante observable sur le diagramme spatio-temporel (figure 3.40) en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$). $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

que les éteules suivantes présentent des vitesses et des amplitudes plus faibles. Ce système d'onde se réfléchit sur la paroi du canal sans changer de polarité.

Un second système d'onde est identifiable au niveau de la quille du bateau. On observe sous le bateau une surélévation, elle aussi suivie d'éteules. Contrairement au premier système d'onde s'échappant à la proue, ce second système d'onde semble accroché au navire, ce qui est confirmé par le changement de référentiel. Ce système d'onde s'apparente donc à un sillage non pas de surface, mais interne.

Les deux systèmes d'onde se superposent, et nous pouvons distinguer une modulation du sillage interne par la dépression ondulante. Lors du passage d'une éteule de polarité positive sous la quille, la surélévation due au sillage interne est d'autant plus marquée. Au contraire, lors du passage d'une éteule de polarité négative, la surélévation de la pycnocline est amoindrie.

Pour étudier ces ondes, nous utilisons des transformées de Fourier 2D (temporelle et spatiale) rapides (abrégée FFT2 pour Fast Fourier Transform 2 dimensions). Cet outil

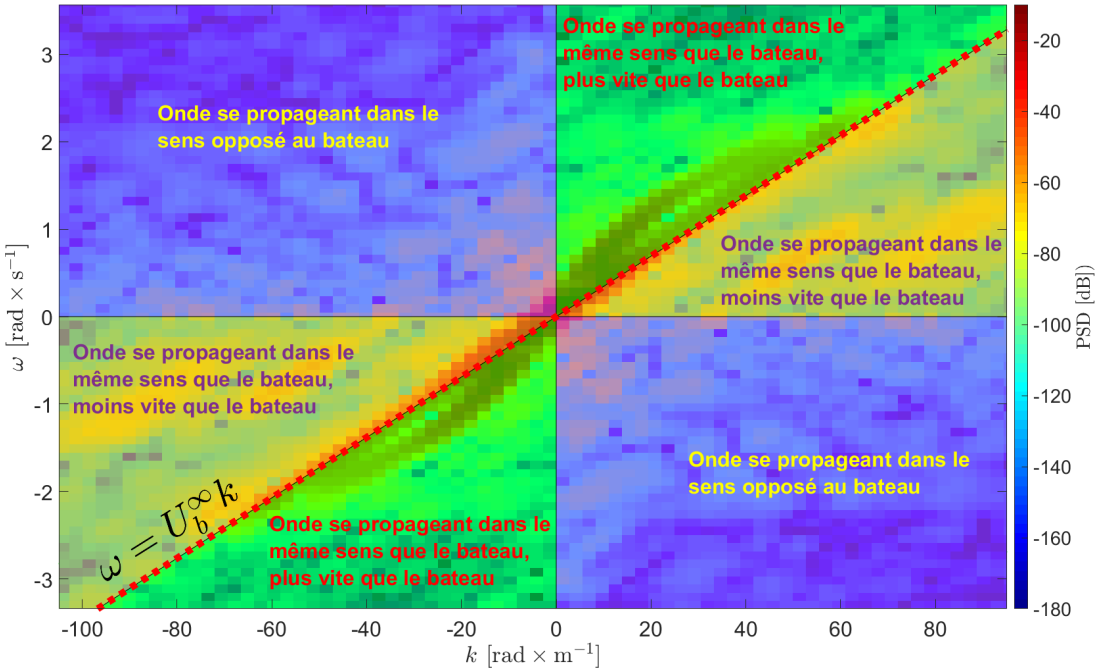


Figure 3.42 – Explication de la lecture du diagramme spectral dans le cas de la traction d'un bateau.

mathématique nous permet de nous placer dans l'espace spectral (ω, k), où ω correspond à la pulsation d'une onde et k au nombre d'onde. Nous affichons les résultats en densité spectrale de puissance (PSD pour Power Spectral Density) correspondant au carré du module de la FFT2. La figure 3.42 explique comment lire un tel diagramme.

Dans ce domaine, nous distinguons de nouveau les deux systèmes d'ondes (figure 3.43). La dépression ondulante peuple la densité spectrale autour de branches formant un S (courbe en verte sur la figure 3.43). Cette courbe suit la relation de dispersion proposée par Stokes :

$$\omega = \pm\sqrt{g|k|\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \coth(|k|h_1) + \rho_2 \coth(|k|h_2)}} \tag{151}$$

Il est tout de même nécessaire d'appliquer un terme correctif égal à 0.8 devant la relation de dispersion. Lorsque l'onde se déplace de la gauche vers la droite, elle peuple les branches correspondantes à un S. À la suite de la réflexion de la dépression sur l'extrémité, l'onde peuple les branches formant le S inversé (changement de sens de propagation).

Le sillage accroché à la quille du bateau vient lui peupler une branche advective $\omega = U_b^\infty k$. La phase d'accélération va avoir pour conséquence un épaississement de cette branche advective dû à une variation de la vitesse du bateau et donc une variation de la vitesse du sillage.

Tout comme pour les diagrammes spatio-temporels, il est possible de travailler dans le référentiel du bateau. Les ondes se déplaçant à la même vitesse que le navire peuplent l'axe des abscisses $\omega = 0$, puisque stationnaires dans ce référentiel (figure 3.44).

Ainsi, dans le cas sous-critique, deux systèmes d'onde sont clairement identifiables :

— Une dépression ondulante s'échappant à la proue, suivie d'éteules. Dans l'espace spectral, elle suit la relation de dispersion proposée par Stokes avec toutefois un coefficient correcteur de 0.8. Nous nommerons cette structure ondulatoire l'onde

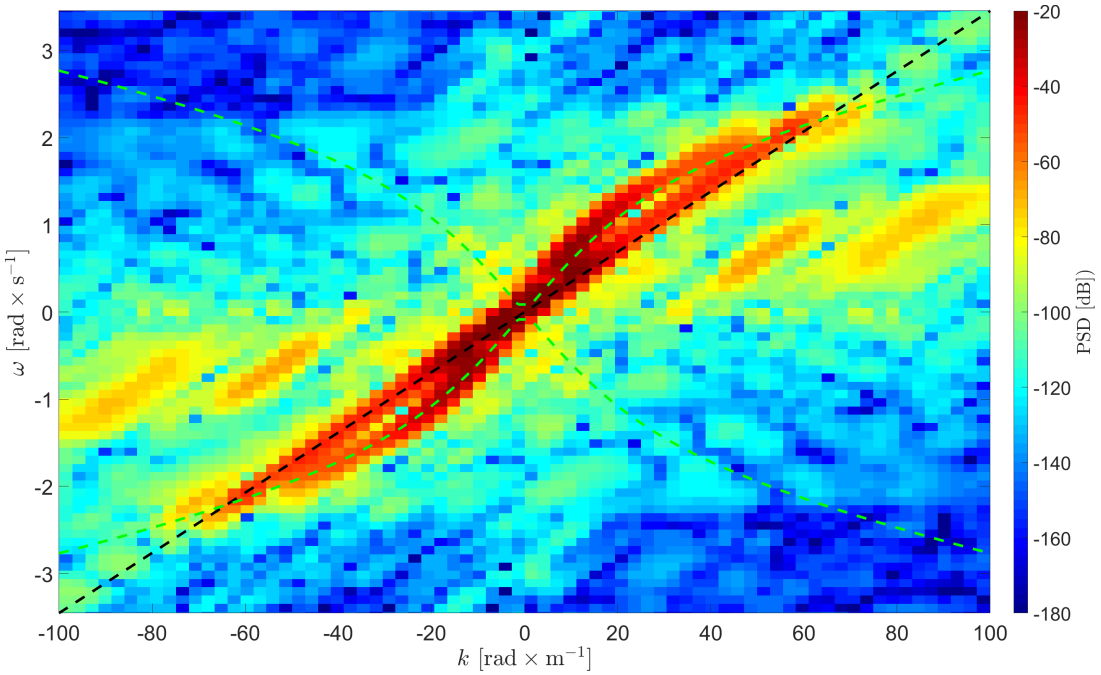


Figure 3.43 – Diagramme spectral en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$). Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

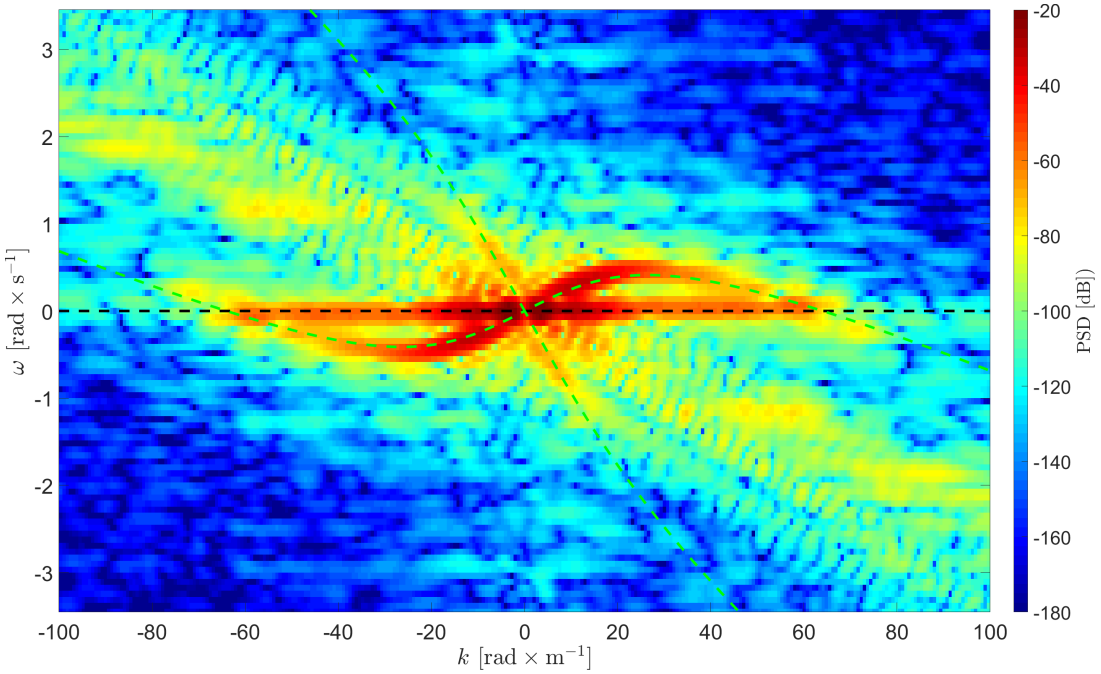


Figure 3.44 – Diagramme spectral en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$) dans le référentiel du bateau. Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

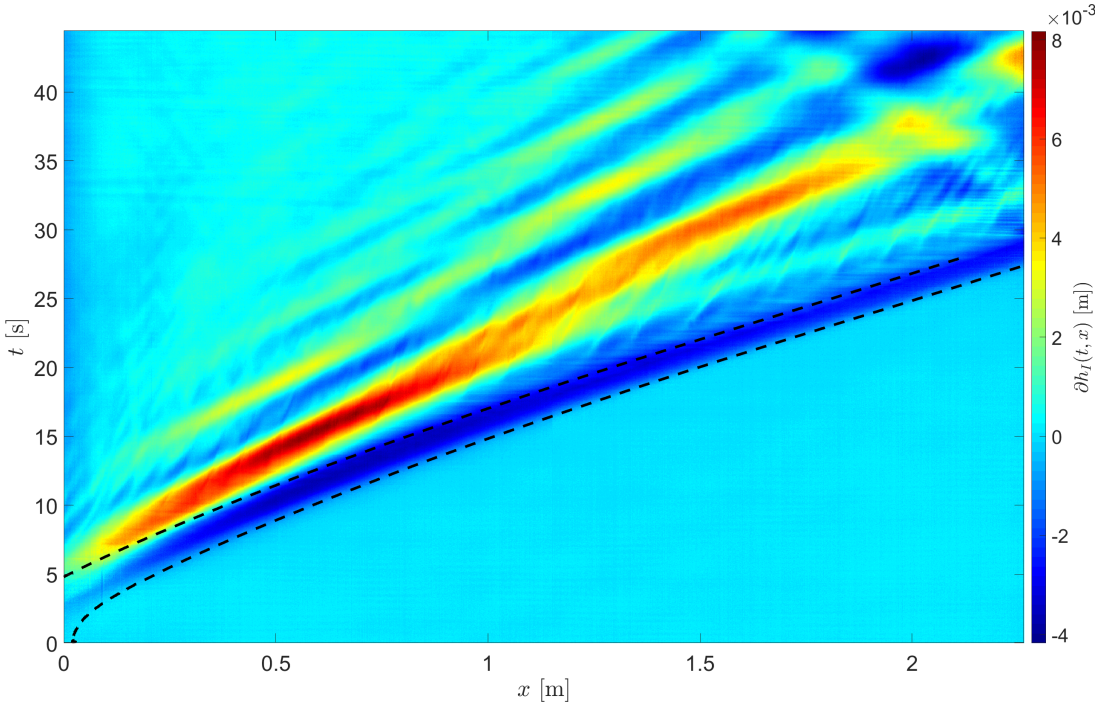


Figure 3.45 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime supercritique ($\mathrm{Fr}_I = 1.34$). La position du bateau est indiquée en pointillés noirs $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.03$ g.

d'Ekman en référence aux premières observations du scientifique.

— Un sillage interne composé d'une surélévation se déplaçant à la vitesse du bateau. Dans l'espace spectral, ce sillage peuple une branche advective $\omega = U_b^\infty k$.

III.2.3.2 Régime balistique supercritique

Dans le cas d'un régime balistique supercritique, c'est-à-dire $\mathrm{Fr}_I \gg 1$, le navire se déplace plus vite que la vitesse critique de l'onde interne. Nous n'observons plus l'onde d'Ekman s'échapper à la proue (figures 3.45 et 3.46). Pour autant, dans l'espace spectral (figures 3.47 et 3.48), nous distinguons toujours les branches en forme de S. Dans ce régime, ces dernières se situent dans les zones correspondant à des vitesses plus faibles que la branche advective $\omega = U_b^\infty k$ correspondant au sillage. Ce sillage diffère aussi du cas sous-critique : il ne se présente plus sous la forme d'une surélévation, mais comme une dépression (ou proto-soliton de polarité négative) accrochée à la quille. Il est aussi à noter que la branche advective $\omega = U_b^\infty k$ n'est pas, dans ce régime, une simple droite : elle se courbe à partir de $|k| > 20$. Cela peut être dû à un effet dispersif. Dans ce régime, le bateau génère un sillage lors de son accélération, puis dépasse $\mathrm{Fr}_I = 1$, laissant derrière lui ce sillage créé. Les éteules de l'ancien sillage ralentissent alors ($t > 20$ s sur la figure 3.45). Dans le référentiel du bateau (figure 3.48), une branche secondaire apparaît dans les cadrans ($\omega > 0; k > 0$) et ($\omega < 0; k < 0$). Cette branche est la conséquence du passage du référentiel du laboratoire au référentiel du bateau (non galiléen), où l'arrêt de la maquette entraîne une discontinuité dans la propagation du sillage anciennement généré (figure 3.46).

Ainsi, dans le cas supercritique, deux systèmes d'onde sont là encore identifiables :

— Une dépression accrochée à la quille du bateau, qui peut être vue comme un proto-soliton que le bateau surferait en raison de sa vitesse. Cette dépression est

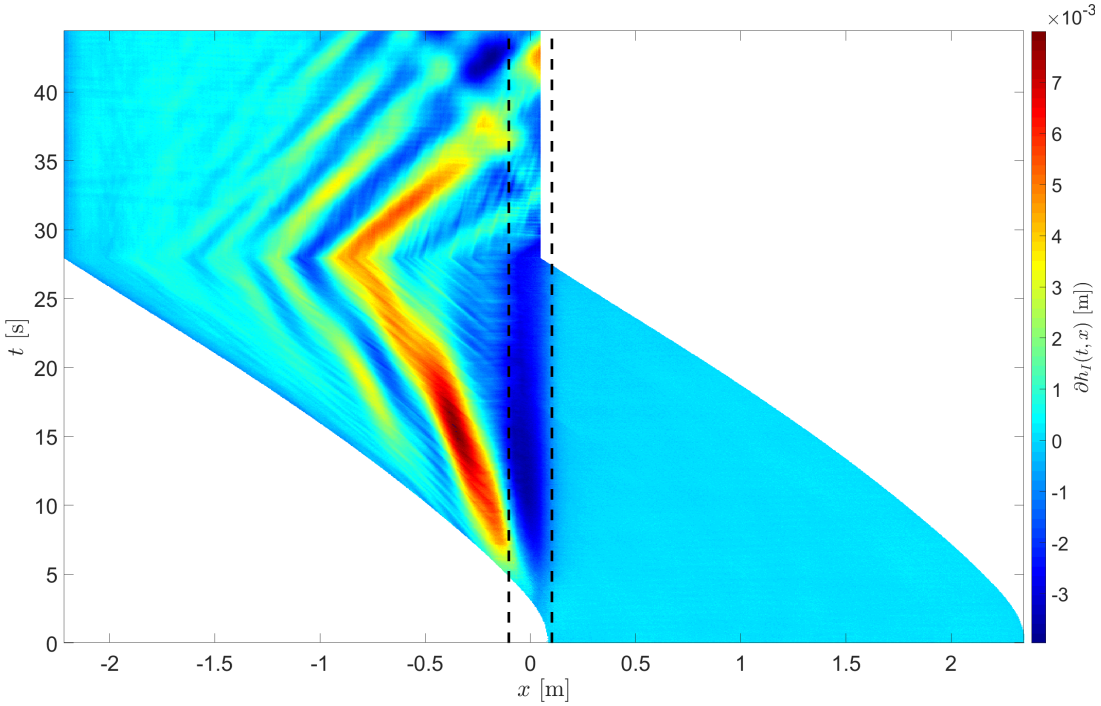


Figure 3.46 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime supercritique dans le référentiel du bateau ($\mathrm{Fr}_I = 1.34$). La position du bateau est indiquée en pointillés noirs $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.03$ g.

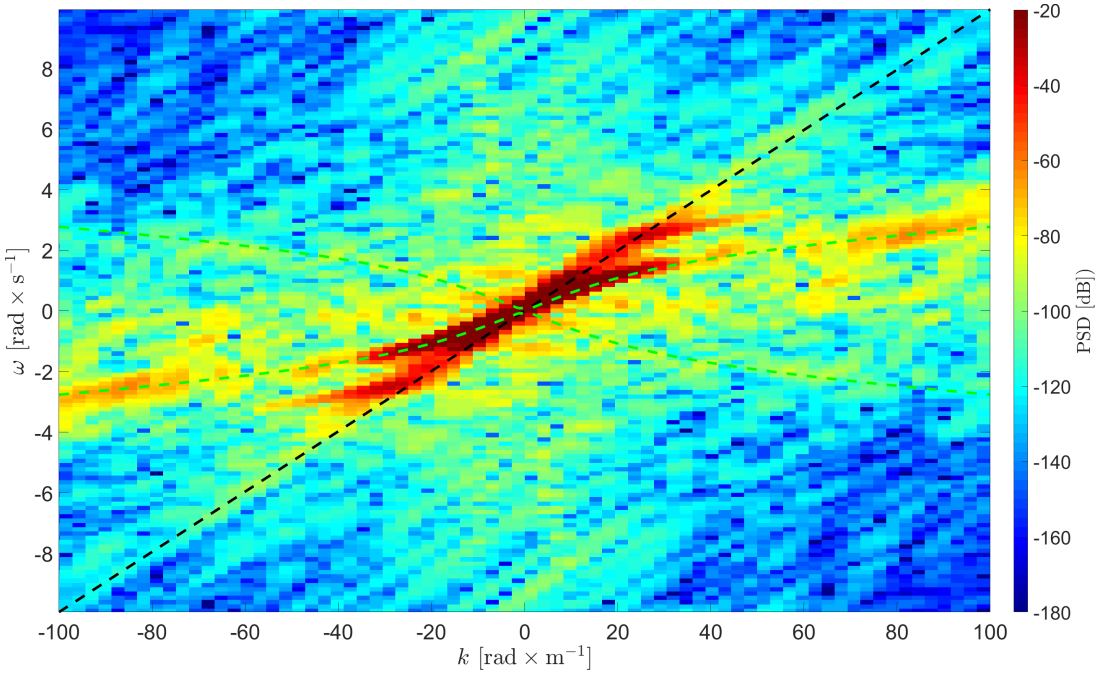


Figure 3.47 – Diagramme spectral en régime supercritique ($\mathrm{Fr}_I = 1.34$). Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.03$ g.

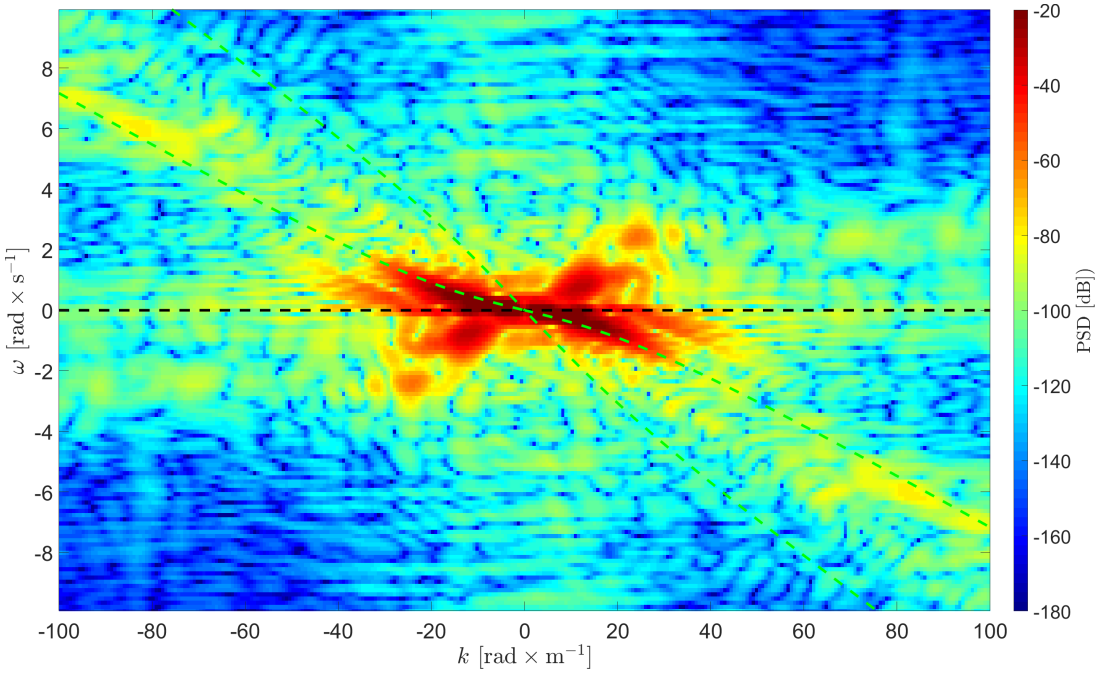


Figure 3.48 – Diagramme spectral en régime supercritique dans le référentiel du bateau ($\mathrm{Fr}_I = 1.34$). Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 1.03$ g.

stationnaire dans le référentiel du bateau.

— Une onde interne générée lors de la phase d'accélération, se déplaçant moins vite que le bateau et se faisant donc distancer. Dans le cas d'un canal de dimension infinie, cette onde devrait sortir du champ du bateau.

III.2.3.3 Régime oscillant

Si le navire se trouve en régime oscillant ($\mathrm{Fr}_I \approx 0.8$), les deux systèmes d'ondes décrits dans le régime sous-critique se confondent. Le bateau se déplace à une vitesse proche de la vitesse du front d'onde s'échappant à la proue (figure 3.49). Dans le domaine spectral (figure 3.51), la branche advective $\omega = U_b^m k$ se superpose alors avec la branche en S pour les plus petits nombres d'onde. Ces deux systèmes peuvent tout de même être identifiés dans cet espace pour les grands nombres d'onde ($k > 30$). Dans le référentiel du bateau (figures 3.50 et 3.52), on observe une oscillation de la position du sillage par rapport au bateau, restant toutefois accroché au niveau de la poupe.

On remarque donc une similitude dans l'espace spectral entre un régime oscillant et un régime balistique sous-critique. Dans le diagramme spatio-temporel, une dépression solitaire semble se détacher de la proue du bateau pour $t \approx 25$ s. Si cela peut rappeler la génération d'onde non linéaire de type soliton proposée comme justification au ralentissement soudain des navires piégés en eaux-mortes, il est aussi possible d'interpréter cette dépression comme la première éteule de l'onde d'Ekman repérée précédemment. C'est la distinction entre ces deux hypothèses que nous allons explorer dans la suite de l'étude.

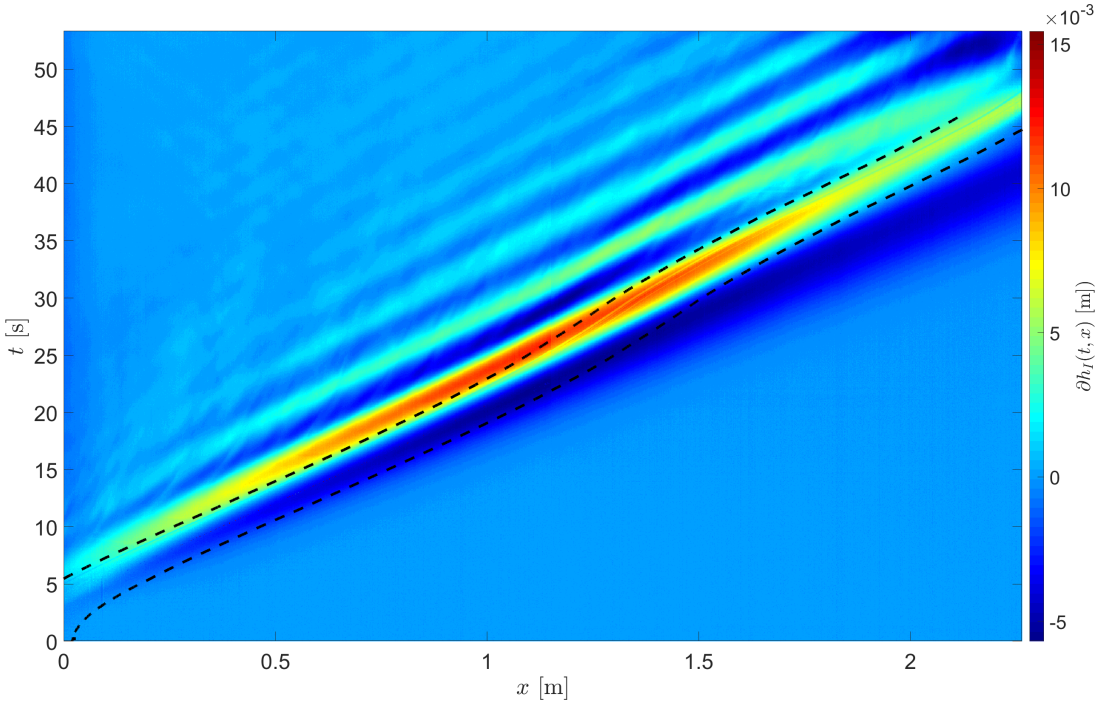


Figure 3.49 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime oscillant ($\mathrm{Fr}_I = 0.68$). La position du bateau est indiquée en pointillés noirs $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.83$ g.

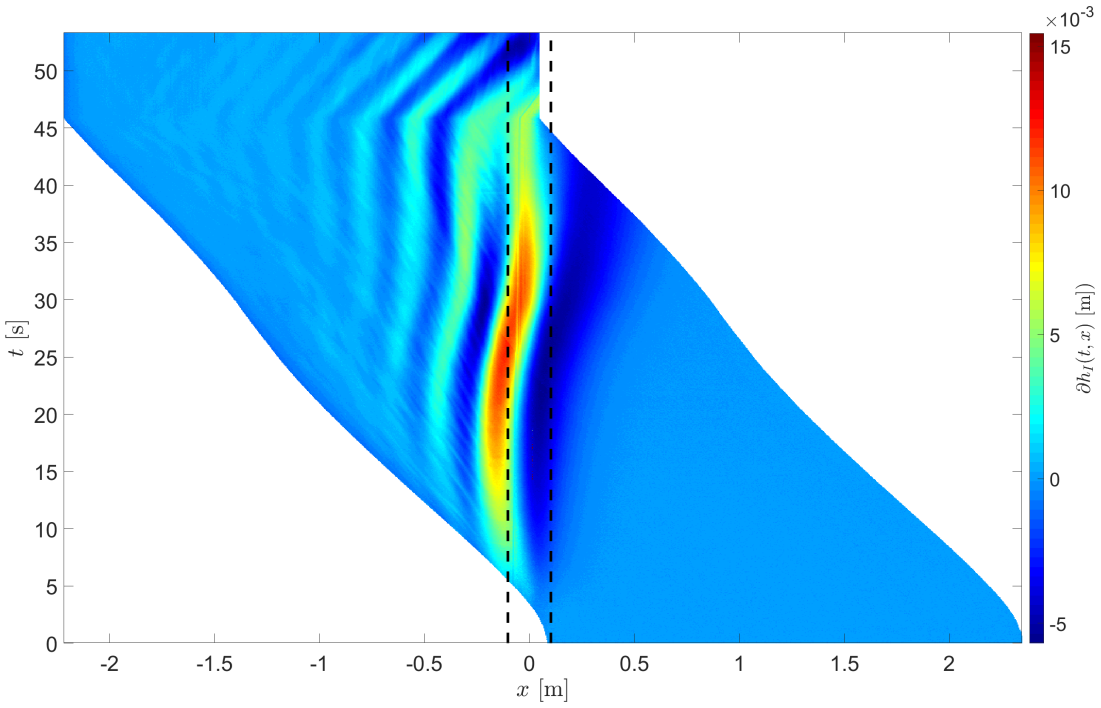


Figure 3.50 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime oscillant dans le référentiel du bateau ($\mathrm{Fr}_I = 0.68$). La position du bateau est indiquée en pointillés noirs $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.83$ g.

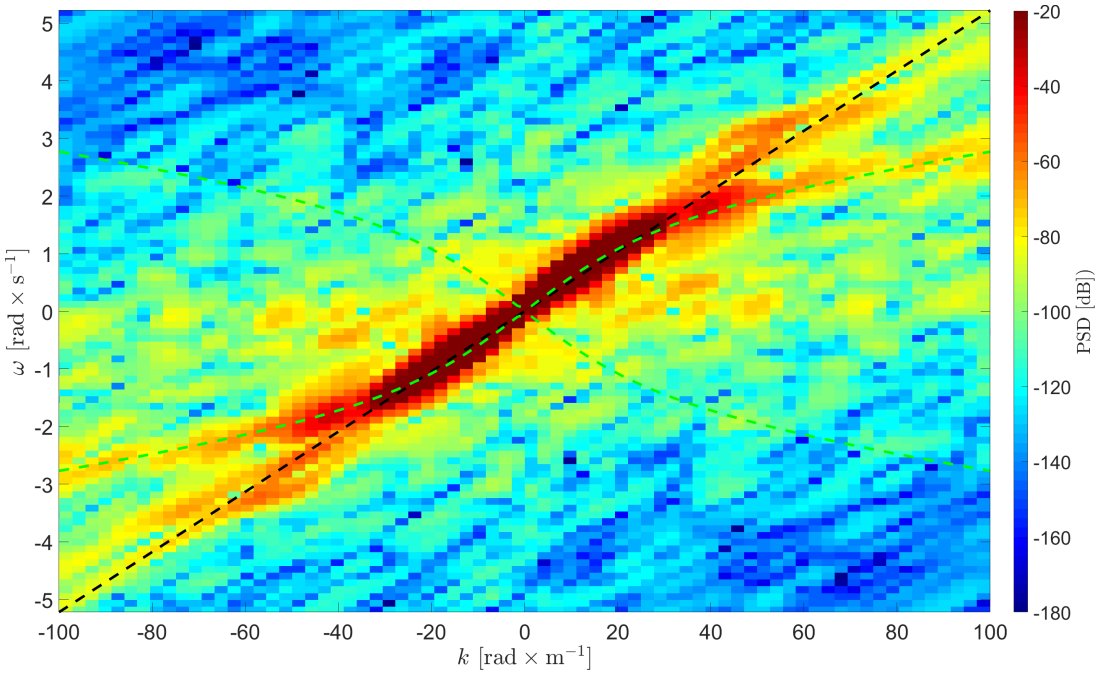


Figure 3.51 – Diagramme spectral en régime oscillant ($\mathrm{Fr}_I = 0.68$). Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.83$ g.

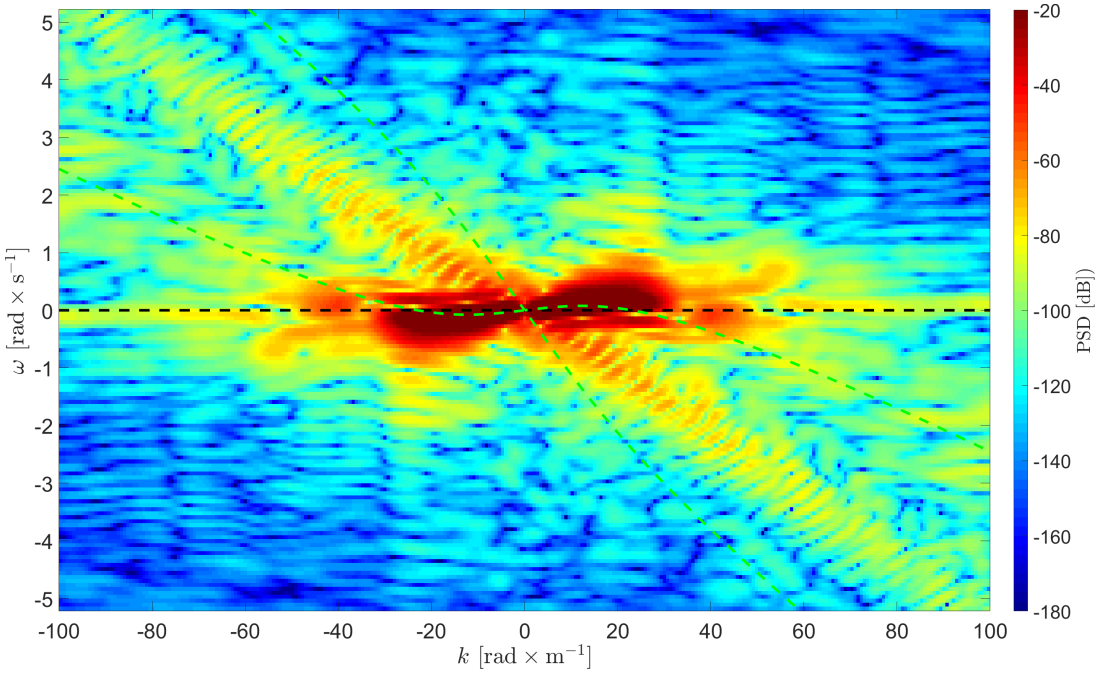


Figure 3.52 – Diagramme spectral en régime oscillant dans le référentiel du bateau ($\mathrm{Fr}_I = 0.68$). Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.83$ g.

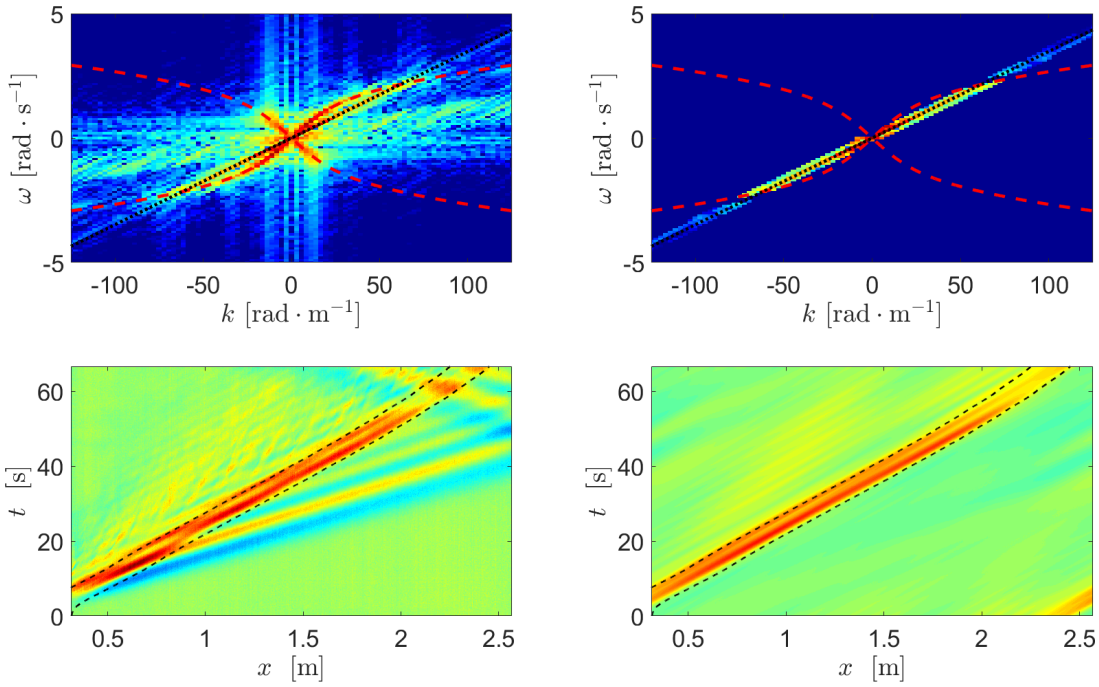


Figure 3.53 – Séparation du sillage de poupe dans le régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$). Utilisation d'une fenêtre rectangulaire. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

III.2.3.4 Séparation du sillage de Nansen de l'onde d'Ekman

Lorsqu'un navire se déplace en bicouche, nous distinguons donc deux systèmes ondulatoires. Un sillage interne généré à l'arrière du bateau et présentant une branche advective dans l'espace spectral ; une dépression ondulante dont la position dépend du régime dynamique du navire et présentant dans l'espace spectral une branche en S respectant la relation de dispersion de Grue. Nous cherchons à isoler chacun de ces systèmes. Pour cela, nous passons par l'espace spectral où, dans les cas de régimes balistiques, nous pouvons filtrer autour d'un des deux signaux. Nous appliquons un masque brut autour de la branche choisie, et, à l'aide d'une transformée de Fourier inverse, repassons dans l'espace réel. Cela nous permet d'isoler soit le sillage de Nansen en ne gardant que la branche advective (figure 3.53), soit l'onde d'Ekman en ne gardant que la branche en S (figure 3.54).

Ce procédé permet d'identifier des éteules supplémentaires à l'onde d'Ekman, éteules normalement cachées par le sillage de Nansen.

Pour autant, travailler sur une succession de transformées de Fourier et leurs inverses, ou encore l'utilisation d'un filtre brut, déforme le signal et notamment son amplitude (figure 3.56). On observe une modulation de l'amplitude dans le temps et l'espace, modulation dépendant de la fenêtre de filtre (figure 3.57). Cette modulation est d'autant plus importante que la fenêtre de filtre est faible. Il faut donc trouver un équilibre entre un filtre fin permettant de dissocier pour $k \approx 0$ la branche en S de la branche advective et un filtre épais permettant de réduire les effets de bords.

Isoler les deux systèmes d'onde à partir de l'espace spectral va donc déformer notre information. Afin d'améliorer notre description de la dépression ondulante pouvant s'échapper à la proue, nous mettons donc en place une nouvelle expérience permettant de la générer sans créer de sillage interne.

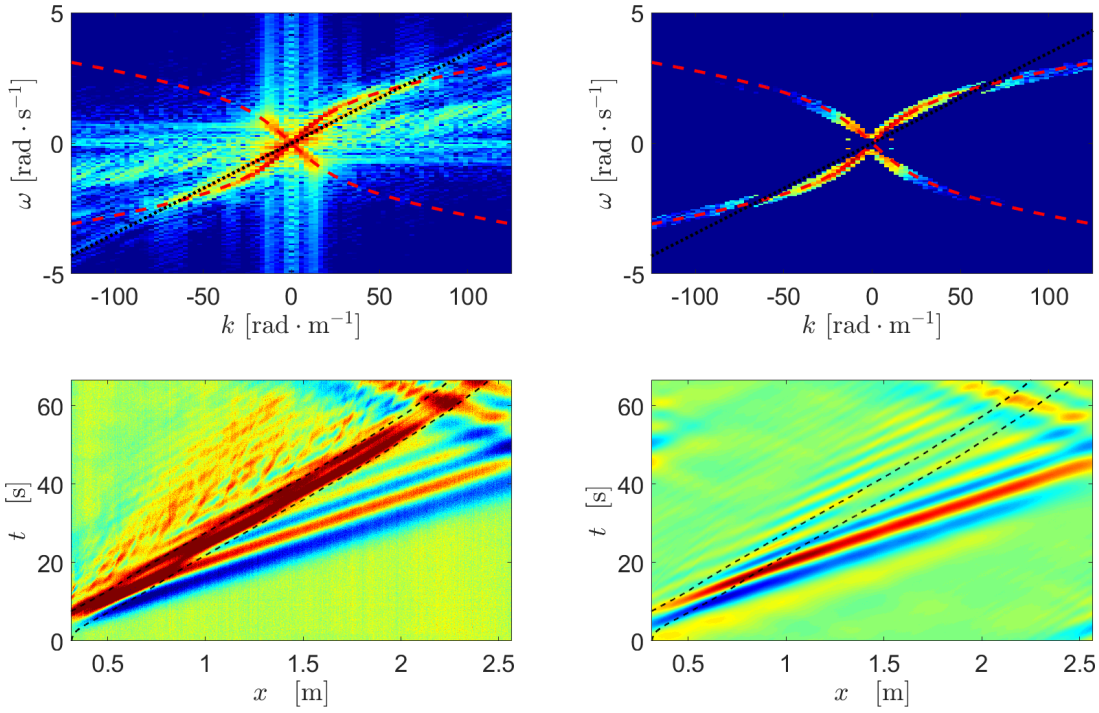


Figure 3.54 – Séparation de l'onde dispersive de proue dans le régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$). Utilisation d'une fenêtre rectangulaire. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

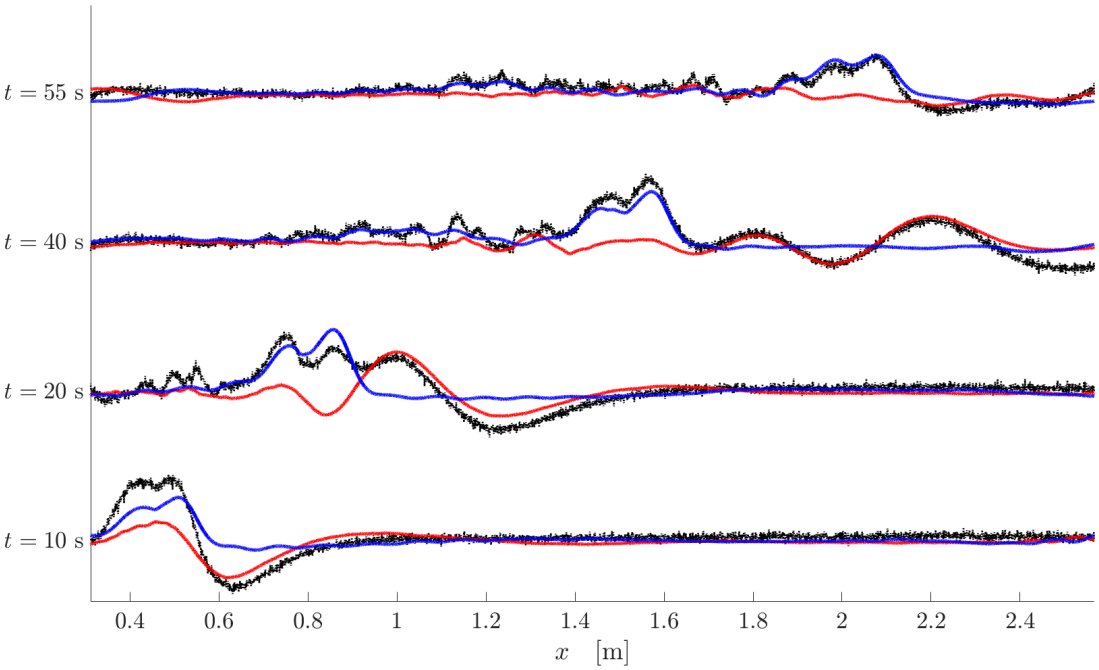


Figure 3.55 – Coupe spatiale pour différents temps de la déformée d'interface en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.44$). Utilisation d'une fenêtre rectangulaire pour isoler les deux systèmes d'ondes. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $m_t = 0.53$ g.

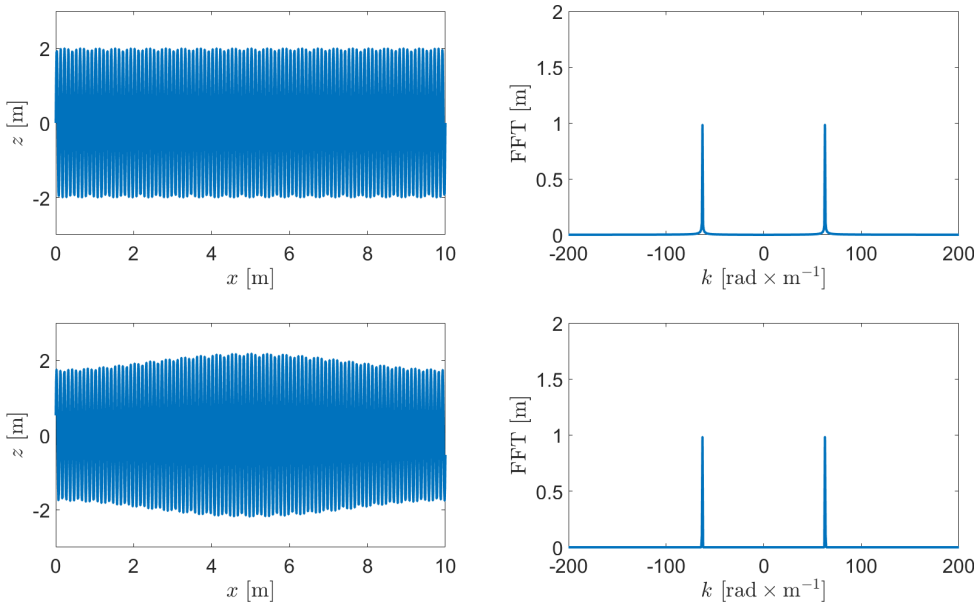


Figure 3.56 – Exemple des effets de bord lors d'un filtre brut d'un signal 1 D. Le signal d'origine (HAUT-GAUCHE) est une onde sinusoïdale unique d'amplitude 2 m et de nombre d'onde k_0, dont la transformée de Fourier discrète est présenté dans le graphique (HAUT-DROITE). Cette FFT est ensuite filtrée avec une fenêtre fine de $dk = 0.63$ rad/m autour de k_0, réduisant la largeur des lobs principaux (BAS-DROITE). Une transformée de Fourier inverse permet de revenir au domaine spatio-temporel (BAS-GAUCHE).

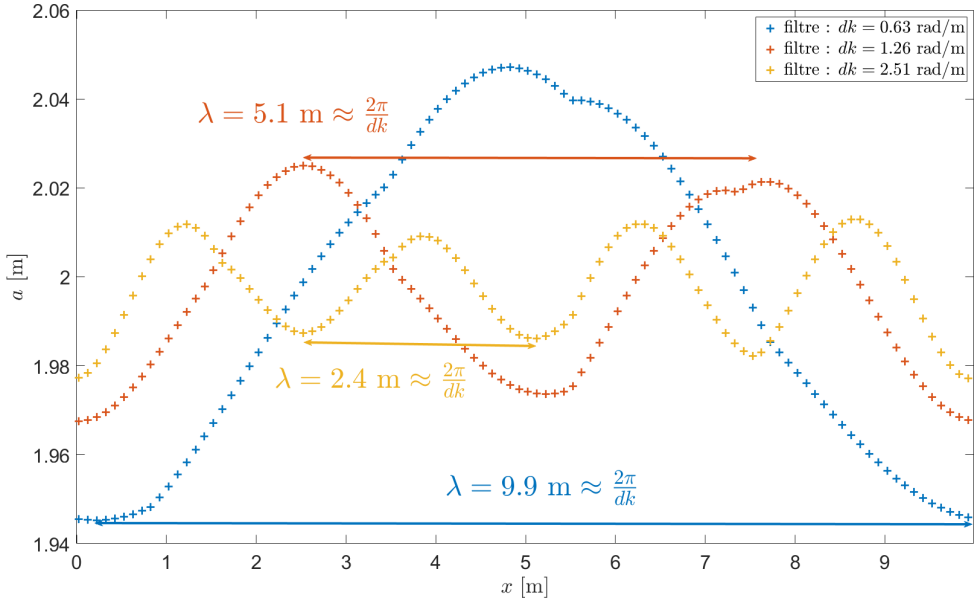


Figure 3.57 – Exemple des effets de bord lors d'un filtre brut d'un signal 1D selon plusieurs tailles de fenêtre. Le signal d'origine est une onde sinusoïdale unique d'amplitude 2 m et de nombre d'onde k_0, filtré dans l'espace spectral avec une fenêtre fine (voir figure 3.56). Pour chaque sommet et creux de la sinusoïde post-filtrage le long de l'axe x, l'amplitude a est détectée. Une taille de fenêtre très réduite (courbe bleue) implique une modification des amplitudes de l'onde sinusoïdale plus importantes que les modifications créées par une fenêtre large (courbe jaune). La modulation des amplitudes des creux et sommets est périodique avec une longueur d'oscillation dépendant de la taille de fenêtre.

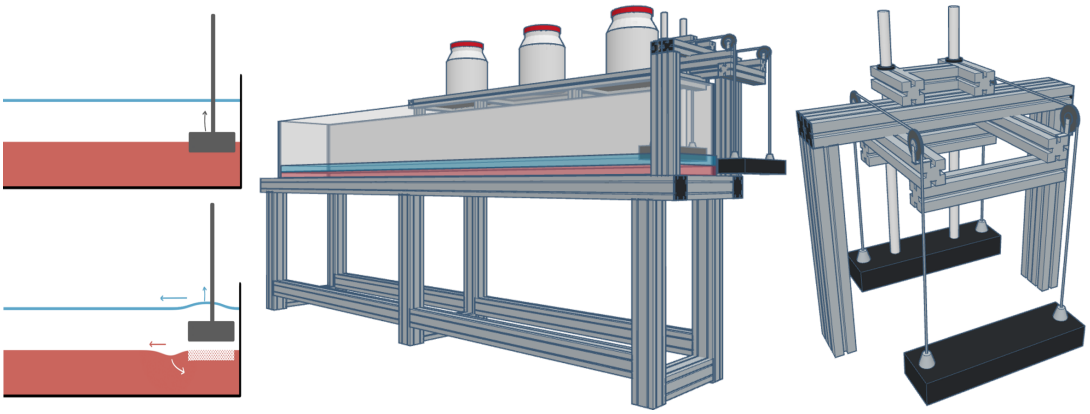


Figure 3.58 – Schéma de l'installation des expériences à la Scott-Russell. Un système de poulies permet de déplacer manuellement un obstacle positionné au niveau de la pycnocline.

III.3 Expérience de Scott Russell en bicouche

Cette expérience s'inspire de l'expérience de Scott-Russell en monocouche décrite précédemment, adaptée à une stratification en densité.

III.3.1 Techniques expérimentales

L'aquarium et le système de caméras sont identiques à ceux des expériences de traction de bateau en milieu stratifié. Cependant, tout comme pour les recherches effectuées par Scott Russell en monocouche, un obstacle est plongé ou retiré du fluide à l'extrémité du canal. Cet obstacle est de dimension $L_{\mathrm{SR}} = 0.119$ m, $W_{\mathrm{SR}} = 0.37$ m, $H_{\mathrm{SR}} = 0.04$ m. Un système de poulies permet de déplacer manuellement et verticalement l'obstacle. Pour cela des masses sont enlevées (ou placées) afin de faire contrepoids et plonger (soulever) l'obstacle (figur 3.58). Cette perturbation en bout de canal génère différents systèmes d'ondes se propageant et pouvant être réfléchies par les parois.

L'obstacle est initialement placé au niveau de la pycnocline. Puisque son mouvement est provoqué manuellement, il est nécessaire de mesurer son déplacement au cours du temps afin de pouvoir par la suite comparer les résultats. Pour cela, un capteur acoustique de type mic+340/IU/TC de la marque Microsonic est placé au-dessus de l'obstacle, et mesure la variation de la hauteur de l'obstacle au cours du temps. Ce capteur fonctionne par l'émission d'une onde acoustique se réfléchissant sur une languette fixée à l'obstacle et dépassant de l'eau. En mesurant le temps pour effectuer l'aller-retour sonde-surface, il est possible de remonter à une distance. Grâce à une calibration réalisée préalablement, nous pouvons alors mesurer en un point la position de l'obstacle au cours du temps $h\left(t, x = x_{\mathrm{capteur}}\right)$. La cellule de la sonde capturant l'onde réfléchie fait un centimètre de diamètre. Pilotée par une interface *LabView*, cette sonde acoustique permet la lecture en temps réel de la fluctuation de hauteur d $h\left(t, x = x_{\mathrm{capteur}}\right)$, avec une fréquence d'acquisition $f_{\mathrm{acqui}} = 200$ Hz et une résolution de 100 μm.

Il a été remarqué que la perturbation initiale génère de légères fluctuations de surface, contrairement à la traction de bateau qui ne dépasse pas le seuil critique de 23.1 $\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. Un second capteur acoustique est donc utilisé pour mesurer au cours du temps, et en un point situé au milieu du canal dans sa largeur, la déformée de surface libre. L'installation de cette seconde sonde au-dessus de l'aquarium nécessite un bâtit Norcan cachant une

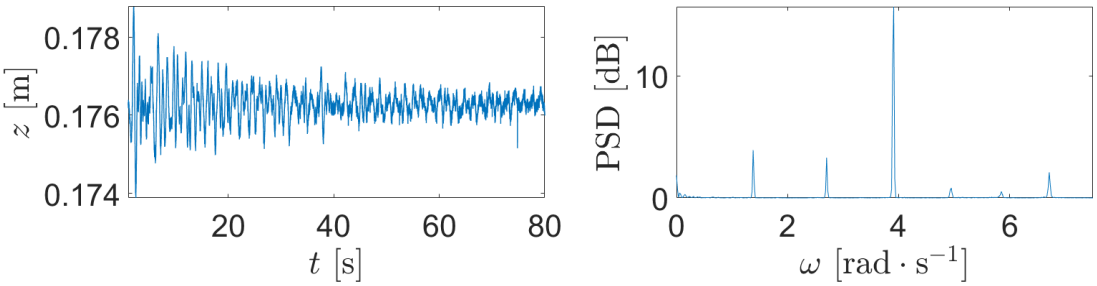


Figure 3.59 – (GAUCHE) Mesure par capture acoustique de la déformée de surface. (DROITE) Transformée de Fourier temporelle de la déformée de surface. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

partie de la visualisation de côté par les caméras.

Le traitement des données (détections des fluctuations d'interface) est géré par l'interface graphique sous Matlab déjà présentée.

III.3.2 Observation des ondes

Soulever une masse à l'extrémité du canal au niveau de l'interface provoque une perturbation de la pycnocline. Une onde se génère et se propage le long de l'aquarium. Nous réalisons les mêmes post-traitements que dans le cas de la déformée induite par la traction d'une maquette. Plusieurs systèmes d'ondes sont là encore identifiables. Des ondes très rapides et de petites longueurs d'onde se propagent à l'interface. Leurs vitesses correspondent à la vitesse caractéristique des ondes de gravité en monocouche $c_g = \sqrt{gh_t}$, avec $h_t = h_1 + h_2$. De plus, dans l'espace spectral, nous pouvons distinguer des points suivant la relation de dispersion :

$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kh_t)} \tag{152}$$

Lors de la perturbation initiale, nous générons, en plus des déformées d'interface, une déformée de surface se comportant comme dans un cas monocouche (figure 3.59). Ce système d'onde rapide au niveau de la pycnocline apparait donc comme la réponse à l'interface par la perturbation de surface.

Outre ces ondes de très faibles amplitudes, nous observons la génération et la propagation d'une onde similaire à l'onde d'Ekman : un front d'onde de polarité négative suivi d'éteules. L'étude de cette onde dans ce nouveau système expérimental offre plusieurs avantages. Le premier est qu'elle est isolée puisqu'aucun sillage n'est construit par la traction d'un bateau, sillage qui viendrait se superposer à notre onde. Le second avantage est la possibilité de suivre l'onde sur un temps plus long. Lors de la traction du bateau, l'arrêt brutal de la maquette en bout de canal génère de fortes perturbations, imposant un temps d'acquisition restreint. Dans l'expérience type Scott Russell, il est possible d'allonger ce temps, et mesurer plusieurs aller-retour de l'onde le long du canal. De plus, la technique subpixel permet une mesure d'onde de très faibles amplitudes et donc de suivre l'onde malgré la dispersion. Or, le temps d'acquisition est un paramètre crucial dans l'espace spectral puisque définissant la résolution fréquentielle. Pour rappel : $d\omega = \frac{2\pi}{t_{\text{acqui}}}$ [Faltot *et al.*, 2014].

Sur le diagramme spatio-temporel, nous constatons bien qu'il n'y a plus de branche advective correspondant précédemment au sillage de Nansen. L'onde d'Ekman vient peupler les branches de la relation de dispersion de Grue, différente ici de la relation

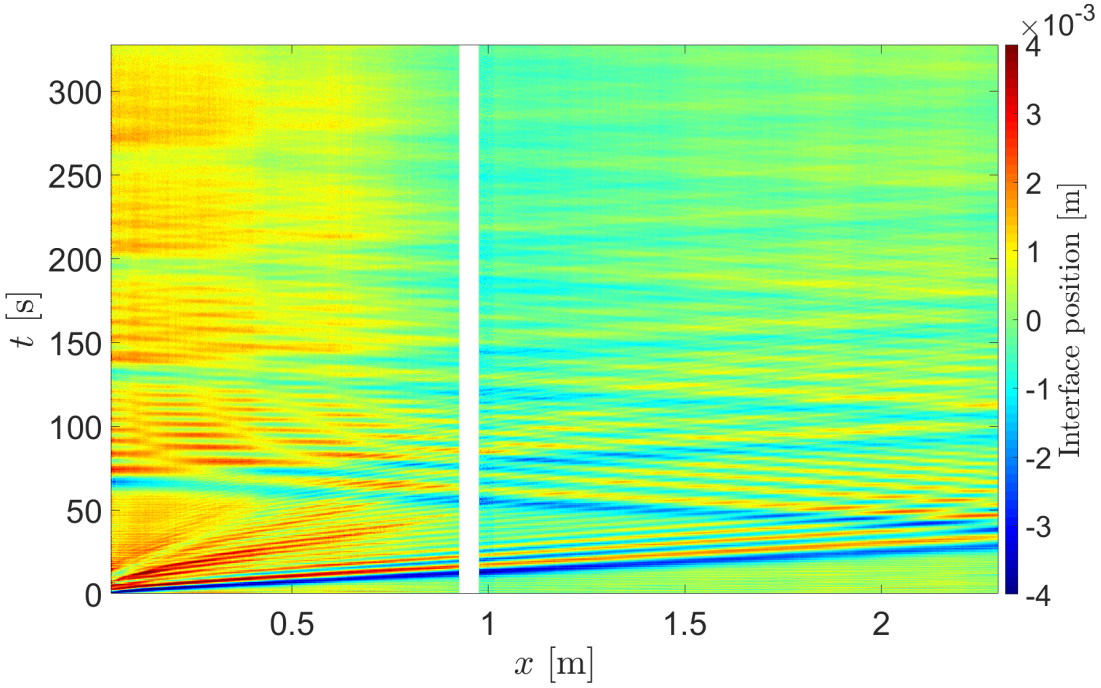


Figure 3.60 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface provoquée par le déplacement d'un obstacle en bout de canal et mesurée par la méthode subpixel. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm. La bande blanche correspond à la partie du canal cachée par les supports portant le capteur acoustique.

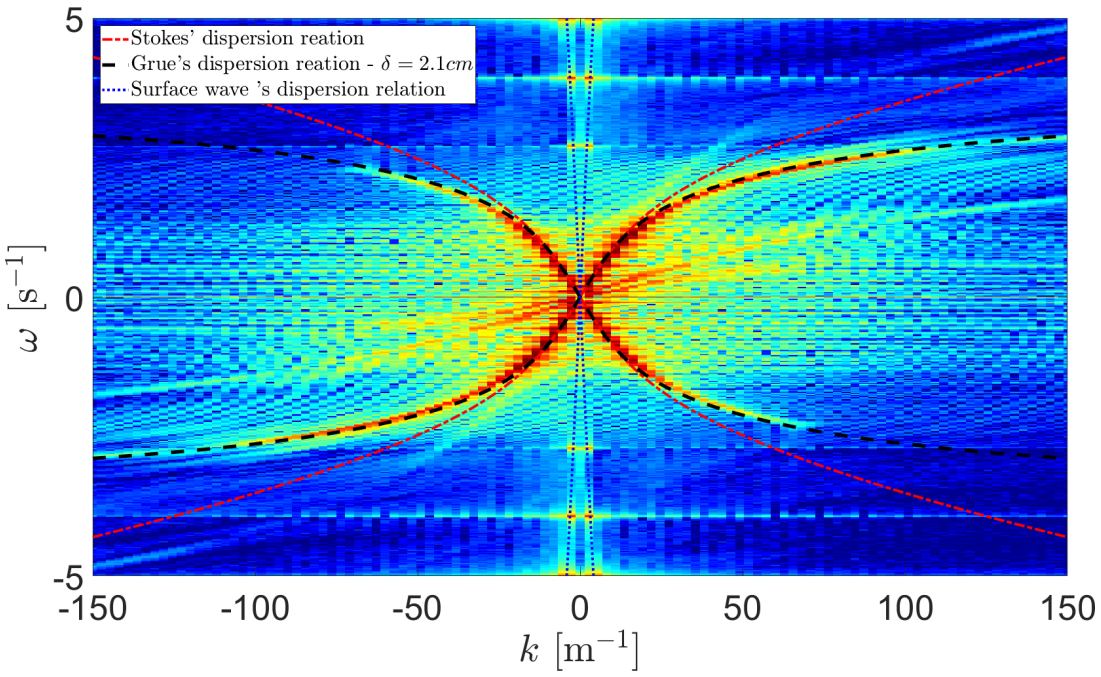


Figure 3.61 – Diagramme spectral de la déformée d'interface provoquée par le déplacement d'un obstacle en bout de canal et mesurée par la méthode subpixel. Utilisation d'une fenêtre de Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

de Stokes puisque la stratification présente un profil en pente. Dans ces expériences, nous constatons qu'il n'est plus nécessaire d'ajouter le facteur correctif 0.8. À partir de ces expériences, nous allons donc pouvoir étudier la nature de l'onde d'Ekman, et plus exactement son comportement linéaire ou non linéaire. Pour cela nous utilisons divers outils : la forme du front d'onde et les critères de Xu et Stastna (asymétrie, cambrure), le nombre d'Ursell (équation 54) permettant de comparer le terme dispersif et le terme non linéaire de l'équation de Korteweg - De Vries, et enfin une comparaison avec la solution linéaire d'Airy.

Il est possible de suivre le front de la dépression ondulante dispersive au cours du temps (figure 3.62). Dans un premier temps, à la suite de la perturbation, le front gagne en amplitude (phase de formation), puis sa longueur d'onde augmente tandis que son amplitude décroit lentement. La forme du front d'onde est approximée par une gaussienne dont l'amplitude diminue et l'écart-type augmente au cours du temps. Cette gaussienne présente une asymétrie, avec une queue étalée vers la droite. Ainsi, le coefficient d'asymétrie est de $\gamma_1 = -0.4$ (figure 3.62). Le front d'onde n'est pas symétrique comme le serait une solution solitonique. En s'intéressant au rapport entre l'amplitude du front A_w et sa demi-longueur d'onde L_w, on obtient un rapport de 0.72% (figure 3.63). D'après Xu et Stastna [Xu et Stastna, 2019], pour que la structure ondulatoire possède un comportement solitonique, son rapport amplitude-longueur doit être supérieur à 3%, et le coefficient d'asymétrie proche de $\gamma_1 \approx 0$. L'onde d'Ekman semble donc dans ce cas avoir un comportement linéaire.

Enfin, il est possible de tracer le nombre d'Ursell Ur en fonction du temps (figure 3.64). Pour rappel, ce nombre adimensionnel compare les effets non linéaires aux effets dispersifs. Si $\mathrm{Ur} = \frac{\alpha}{\beta} A_w {L_w}^2 = 12$, alors les effets dispersifs et non linéaires se compensent (cas d'un soliton). Dans le cas où $\mathrm{Ur} \ll 12$ alors les effets non linéaires sont négligeables devant les effets dispersifs. Dans cette expérience, $\mathrm{Ur} < 8$, ce qui suggère des effets dispersifs prédominant sur les non-linéarités.

Si on néglige le terme α, une solution de l'équation de Boussinesq et Korteweg —De Vries linéarisée est :

$$z(x,t) = \pm \frac{A_0}{\sqrt[3]{3\pi[\beta|t}} \mathrm{Ai}\left(\frac{x - c_0 t}{\sqrt[3]{3[\beta|t}}\right) \tag{153}$$

avec Ai la fonction d'Airy [Stepanyants, 2015].

On peut donc comparer cette solution théorique linéaire avec les mesures effectuées. Sur la figure 3.65, le diagramme spatio-temporel de la mesure montre des résultats filtrés afin de supprimer l'effet des perturbations de surface sur l'onde interne (ondes rapides se déplaçant à$\sqrt{gh_t}$). La solution linéaire d'Airy présente de grandes similitudes avec la mesure, mais diffère dans la phase d'accélération des éteules ($x < 1$ m). On remarque toutefois une différence concernant l'amortissement des ondes au cours du temps, la solution d'Airy n'en introduisant pas (la modification des amplitudes ne provient que d'effet dispersif dans cette solution). Si on compare les vitesses des éteules, témoin d'un étalement du train d'ondes, on note un comportement similaire entre théorie et mesures (figure 3.66). La vitesse du front d'onde ainsi que des éteules augmentent au cours du temps et tendent vers c_0. Dans le cas des expériences, cette accélération se fait plus lentement que pour la solution d'Airy.

Adapter l'expérience de Scott Russell permet une étude plus précise de l'onde d'Ekman, générée seule dans cette configuration. Il est alors possible de mettre en évidence un

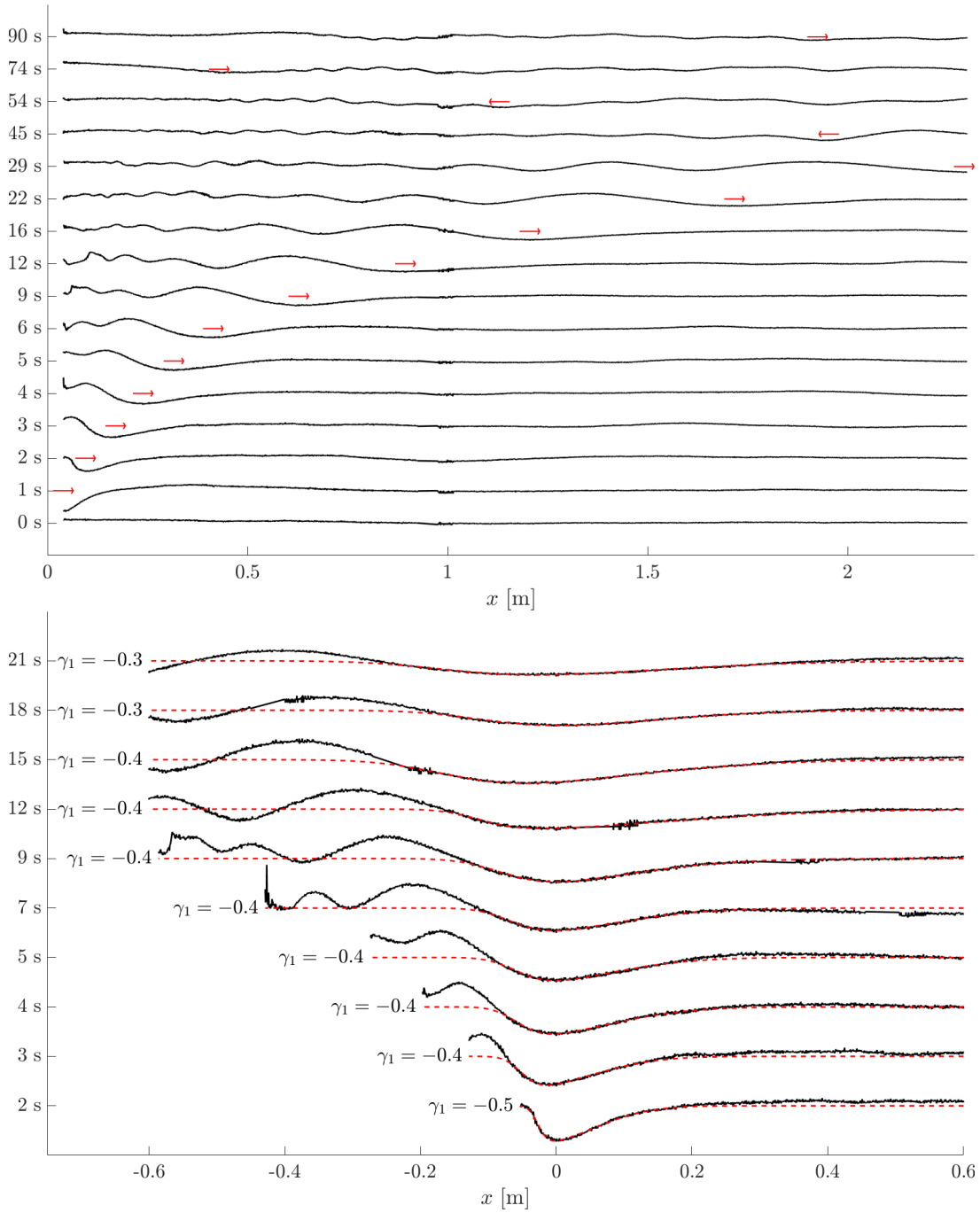


Figure 3.62 – Coupes temporelles de la déformée d'interface dans le cas d'une expérience type Scott Russell. En rouge, ajustement avec une gaussienne asymétrique de coefficient asymétrique $\gamma_1 = \mathbb{E}\left[\left(\frac{X-x_0}{\sigma}\right)^3\right]$. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

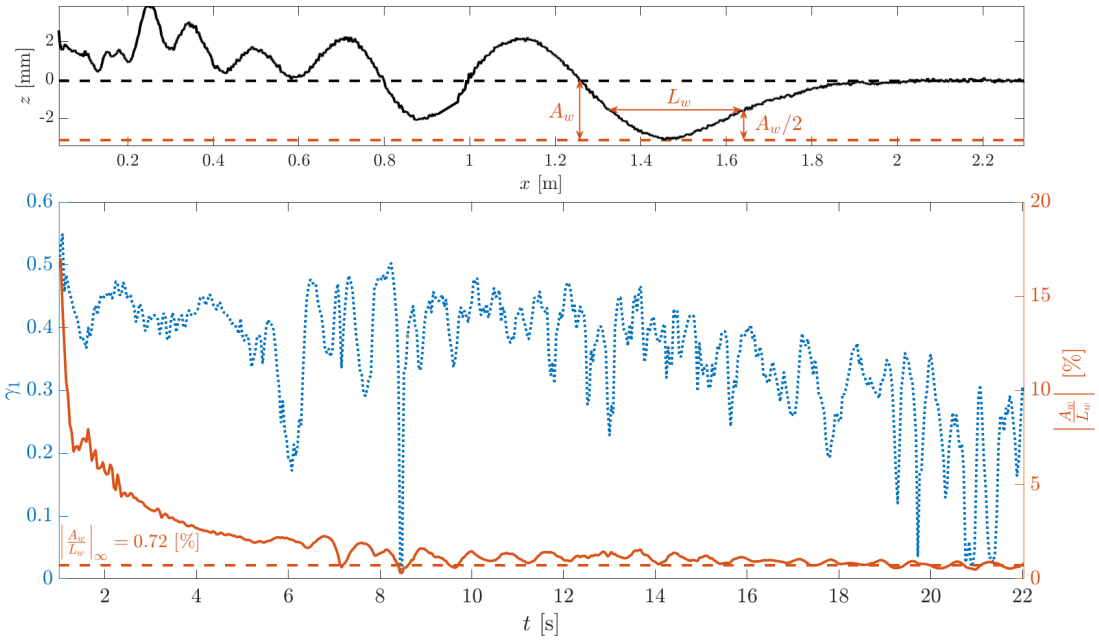


Figure 3.63 – Coefficient d'asymétrie et rapport entre l'amplitude et la longueur d'onde du front de l'onde d'Ekman au cours du temps. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

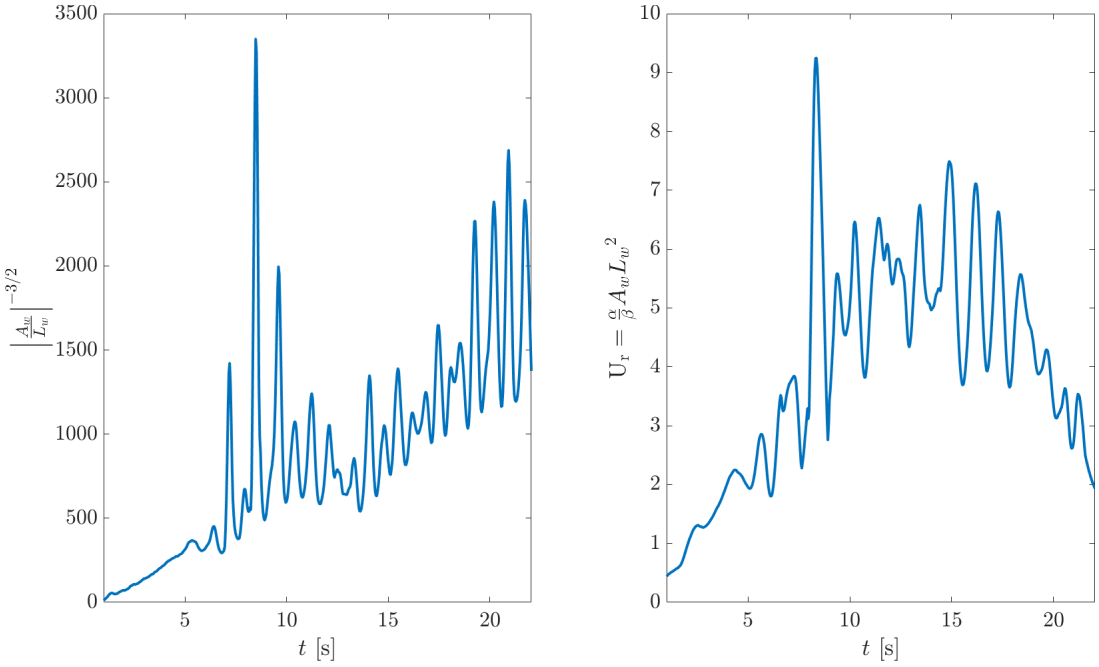


Figure 3.64 – (GAUCHE) Le rapport entre A_w et L_w suit une loi en $t^{-2/3}$ comme la solution linéaire d'Airy. (DROITE) Nombre d'Ursell Ur en fonction du temps dans le cas d'une expérience de Scott Russell. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}.

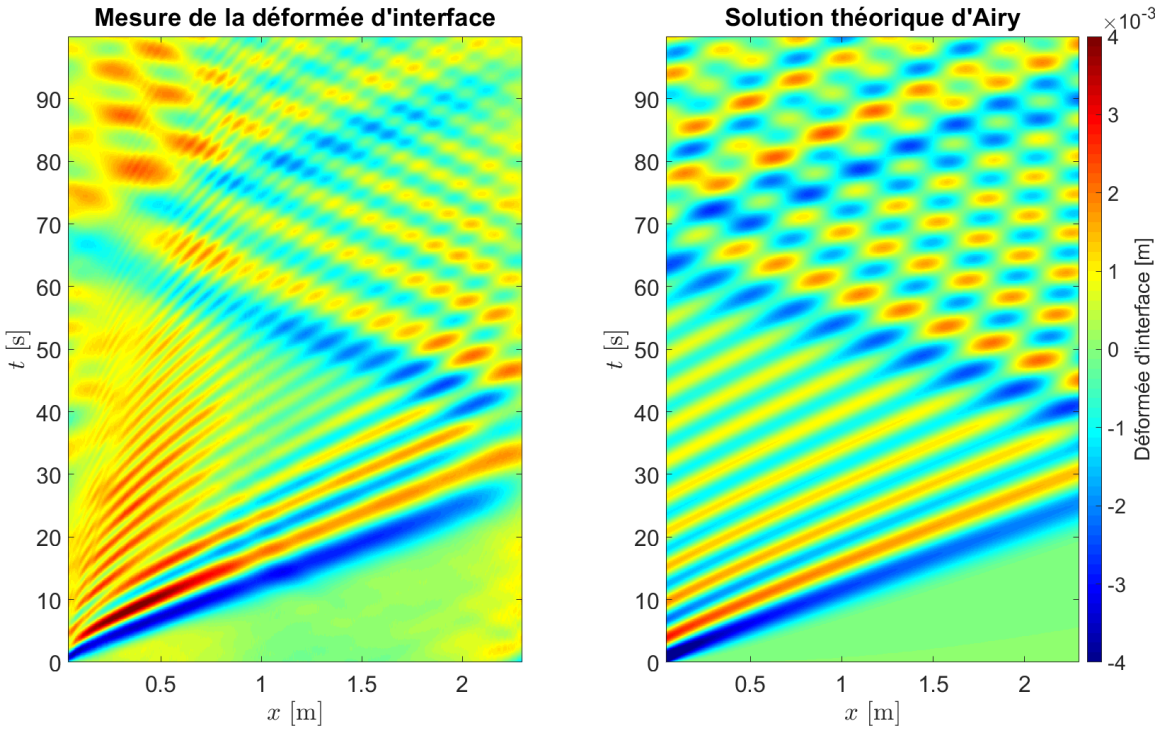


Figure 3.65 – Comparaison de la mesure de déformée d'interface lors d'une expérience de Scott Russell avec une solution linéaire d'Airy. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}.

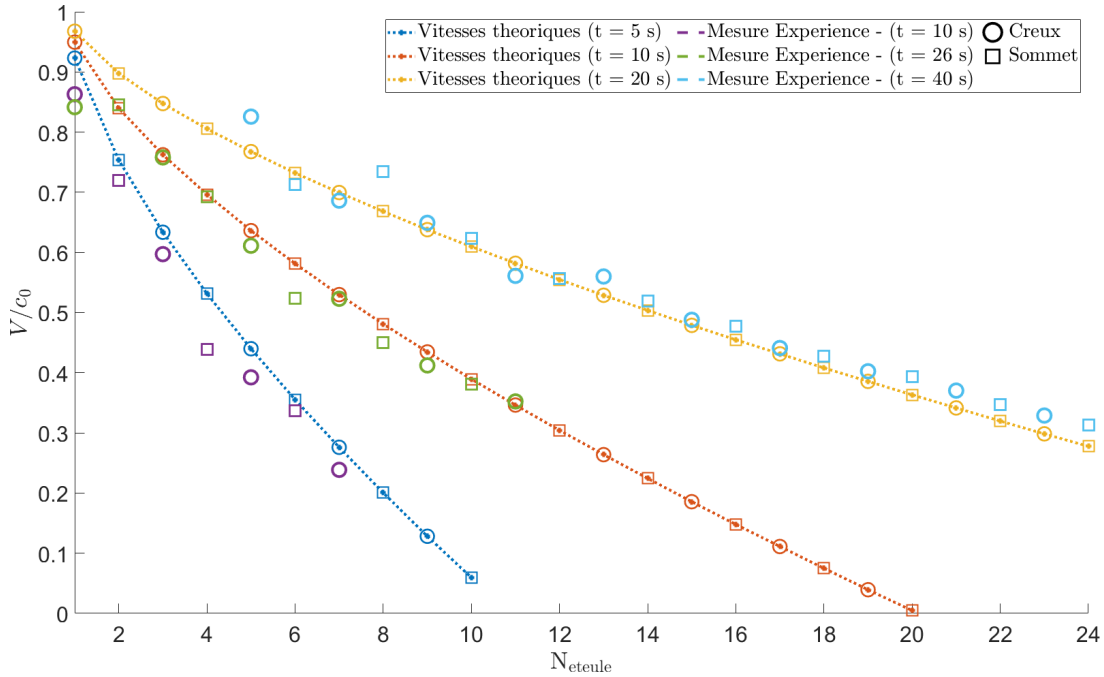


Figure 3.66 – Comparaison entre mesures et solution linéaire d'Airy des vitesses d'éteules de l'onde d'Ekman à différents temps. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}.

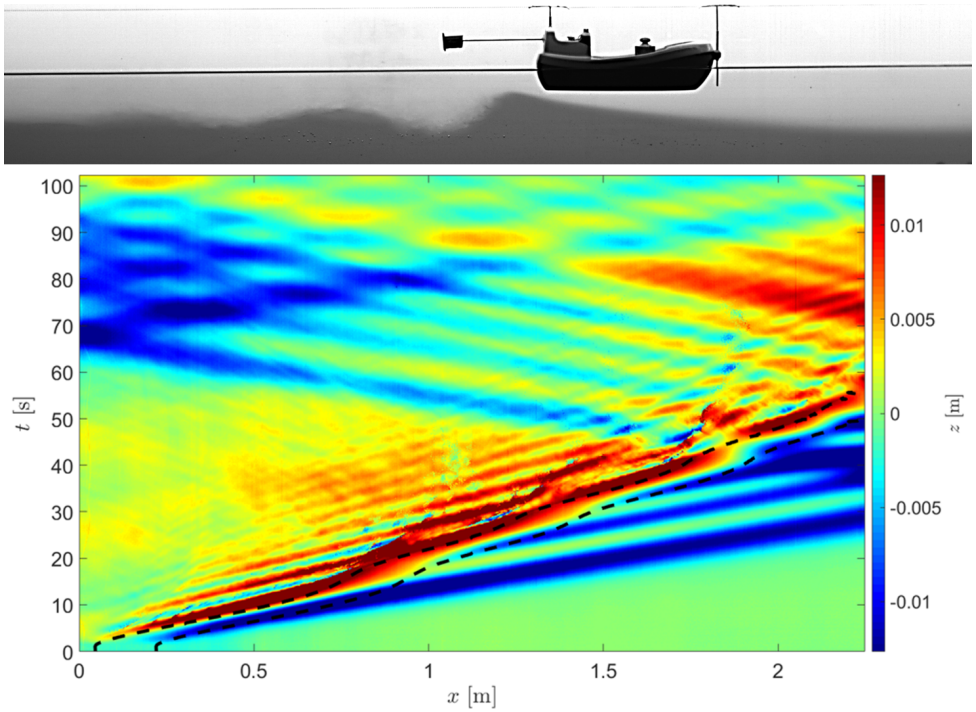


Figure 3.67 – Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface mesurée par la méthode subpixel en régime sous-critique ($\mathrm{Fr}_I = 0.4$) dans un canal étroit ($W = 0.11$ cm). La position du bateau est indiquée en pointillés noirs (un trait représentant la proue et le second la poupe). Les déferlements entraînent des discontinuités dans la détection. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000.5$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1025.5$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.67$ g.

comportement dispersif avec des non-linéarités négligeables. À partir de ce constat, nous chercherons à construire un modèle analytique d'interactions entre le bateau et les ondes internes (section IV).

III.4 Une riche variété de structures

S'il est possible de décrire les phénomènes d'eaux-mortes par la juxtaposition de deux structures ondulatoires (onde d'Ekman et sillage de Nansen), les nombreuses expériences menées en bicouche ont été l'occasion d'observer d'autres phénomènes, qu'ils soient ondulatoires ou hydrauliques, linéaires ou fortement non linéaires. Ces structures ne seront pas prises en compte dans le modèle analytique présenté dans la suite (section IV), et peuvent donc apparaitre comme des limites de ce dernier.

III.4.1 Déferlement du sillage de Nansen

Comme expliqué précédemment (section III.1.2.1), la théorie linéaire des ondes internes nécessite une cambrure faible, c'est-à-dire une grande longueur d'onde par rapport à l'amplitude. Dans le cas d'ondes de plus grandes amplitudes, des effets faiblement non linéaires apparaissent, voire des phénomènes fortement non linéaires. C'est le cas par exemple du déferlement des ondes internes. Ce phénomène a pu être observé lors d'expériences de traction à force constante d'un bateau dans un bicouche réalisées dans un canal étroit, avec donc un fort confinement latéral ($B_b/W \approx 1$). En effet, une série de mesures a été réalisée dans un canal de dimension $L = 2.845$ m, $W = 0.11$ m, directement posé dans l'aquarium

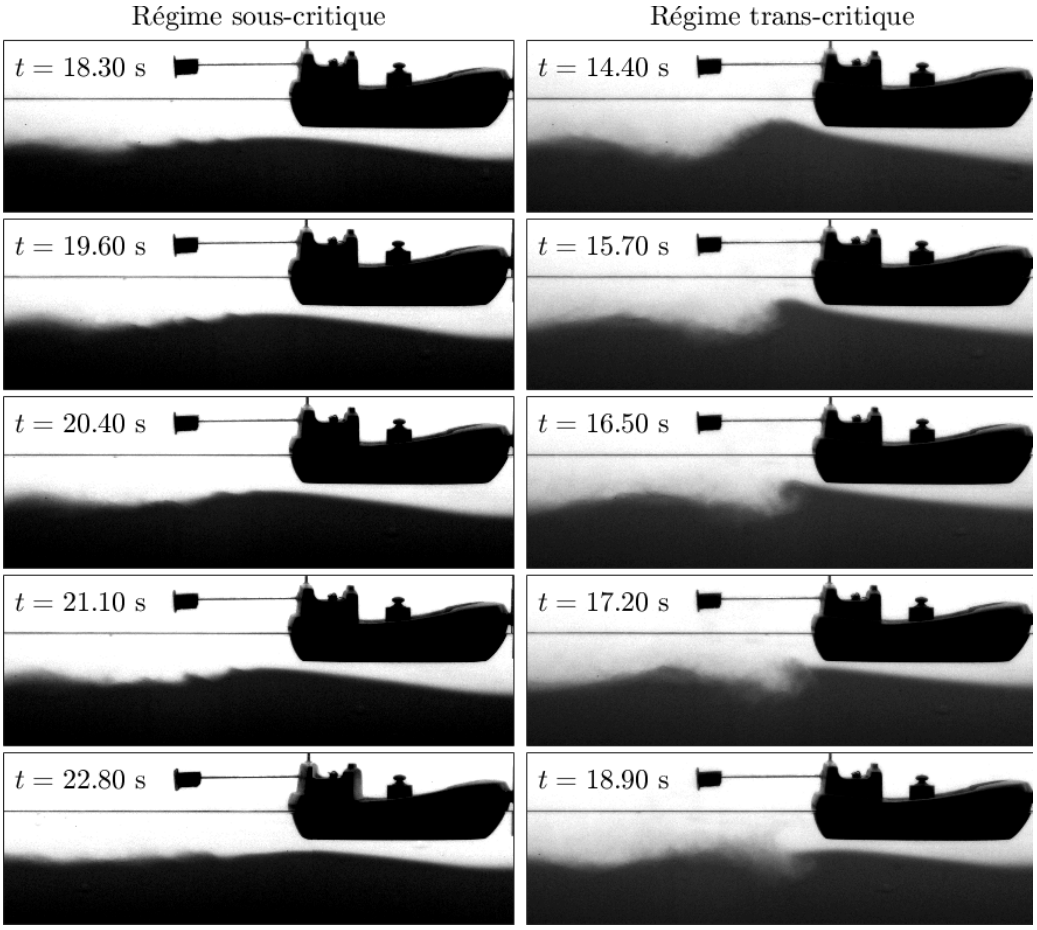


Figure 3.68 – (GAUCHE) Apparition d'instabilité de Kelvin-Helmholtz sur la crête du sillage de Kelvin, $m_t = 1.67$ g. (DROITE) Formation d'un vortex au niveau de la poupe du navire, créant une zone de mélange, $m_t = 1.87$ g. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000.5$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1025.5$ kg $\cdot$ m^{-3}, $B_b/W = 0.95$.

servant aux expériences précédentes. Le système de traction utilisé est identique aux expériences en canal large, ainsi que le montage des caméras et la méthode de détection. Ces expériences avaient pour objectifs de confirmer l'impact du confinement latéral sur les dynamiques des ondes et du bateau, à savoir une augmentation de l'amplitude des ondes, mais aussi des oscillations en vitesse (voir section IV.3).

Lors de ces expériences, les amplitudes du sillage de Nansen étaient bien plus fortes que dans le cas faiblement confiné, pouvant atteindre $A \approx 2.5$ cm, alors que $T_b = 2.6$ cm et $h_1 = 5$ cm. Ainsi, $A \approx (h_1 - T_b)$ et le sillage de Nansen se met à déferler (figure 3.67).

L'oscillation en vitesse du bateau entraîne une variation de la position relative du sillage par rapport à la poupe. Dans le référentiel du bateau, la coque du navire agit comme une condition de forçage pour le sillage du bateau, à l'image d'une onde interne qui passerait au-dessus d'un changement de bathymétrie (passage au-dessus d'une marche). Selon l'amplitude de l'onde incidente, l'instabilité peut prendre plusieurs formes (figure 3.68) :

- L'onde conserve sa forme pour les faibles amplitudes.
- Pour les amplitudes plus élevées, une instabilité de cisaillement entraîne l'apparition de rouleaux de Kelvin-Helmholtz générés sur la première crête du sillage.
- Pour les plus fortes amplitudes, l'onde se déforme de telle façon qu'une cellule de la couche supérieure pénètre la couche inférieure avec la formation d'un vortex.

Ces comportements rappellent le comportement d'une onde interne solitaire soumise au

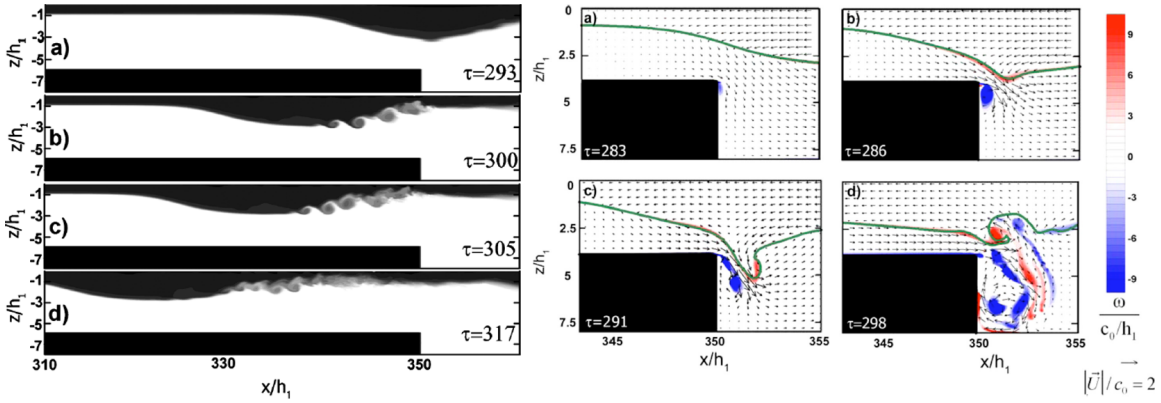


Figure 3.69 – Simulations numériques tirées de [Maderich *et al.*, 2010]. (GAUCHE) Formation d'une instabilité de Kelvin-Helmholtz. (DROITE) Formation d'une zone de mélange entre les deux couches avec une paire de tourbillons de signes opposés.

passage d'une marche. Une série de simulations numériques a été réalisée par Maderich *et al.*, montrant des phénomènes symétriques à ceux observés ici [Maderich *et al.*, 2010] (figure 3.69).

Ainsi, dans le cas de déformée d'interface de fortes amplitudes comme peut générer un bateau se déplaçant en milieu confiné, la coque du navire agit comme une condition de forçage pouvant conduire au déferlement de l'onde. Ce phénomène, non capturé dans le modèle linéaire, peut avoir pour conséquence la création d'une zone de mélange entre eau douce provenant de la couche supérieure et eau salée provenant de la couche inférieure [Hester et Vasil, 2016]. Cette région de transition correspondant à l'épaisseur de la pycnocline sera ensuite le lieu d'apparition de structures secondaires. Les difficultés à se déplacer du bateau en stratification s'en voient aussi modifiées, le sillage interne fortement non linéaire provoquant une résistance à l'avancement plus forte [Grue, 2018]. Il y a donc deux régimes oscillants au sein des phénomènes d'eaux-mortes. Le premier est dû à l'onde d'Ekman déclenchée par l'accélération initiale. Les éteules successives se superposent au sillage de Nansen et modifient la résistance d'onde interne. En opposition à ce double système ondulatoire linéaire, un second phénomène de variation de la vitesse nécessite la prise en compte de forte non-linéarité. En présence de confinement, le sillage de Nansen gagne en amplitude jusqu'à être de l'ordre du clair sous quille. L'onde interne au niveau de la poupe restreint la zone de passage ce qui entraîne une accélération du fluide, des instabilités, et une augmentation du gradient de pression [Esmaeilpour *et al.*, 2018]. Le sillage interne déferle, générant des vortex jouant un rôle dans la dynamique du bateau et modifiant le sillage. À partir de simulations bidimensionnelles (confinement total, voir section V.3.3), Hester et Vasil montrent que dans cette configuration une dépression se forme à l'arrière du bateau [Hester et Vasil, 2016] (figure 3.70). Cette dernière implique une résistance à l'avancement de pression prédominante sur les autres composantes.

III.4.2 Modes péristaltiques

Si nos premiers modèles prenaient comme critère un saut de densité en marche d'escalier, sans zone de transition, nous avons vu que la diffusion du sel ou encore le déferlement nous obligeaient à prendre en compte un gradient de densité avec pente. Cette correction est prise en compte dans la relation de dispersion proposée par Grue et permet de venir corriger le comportement des ondes de plus faible longueur d'onde (k grand). Un profil

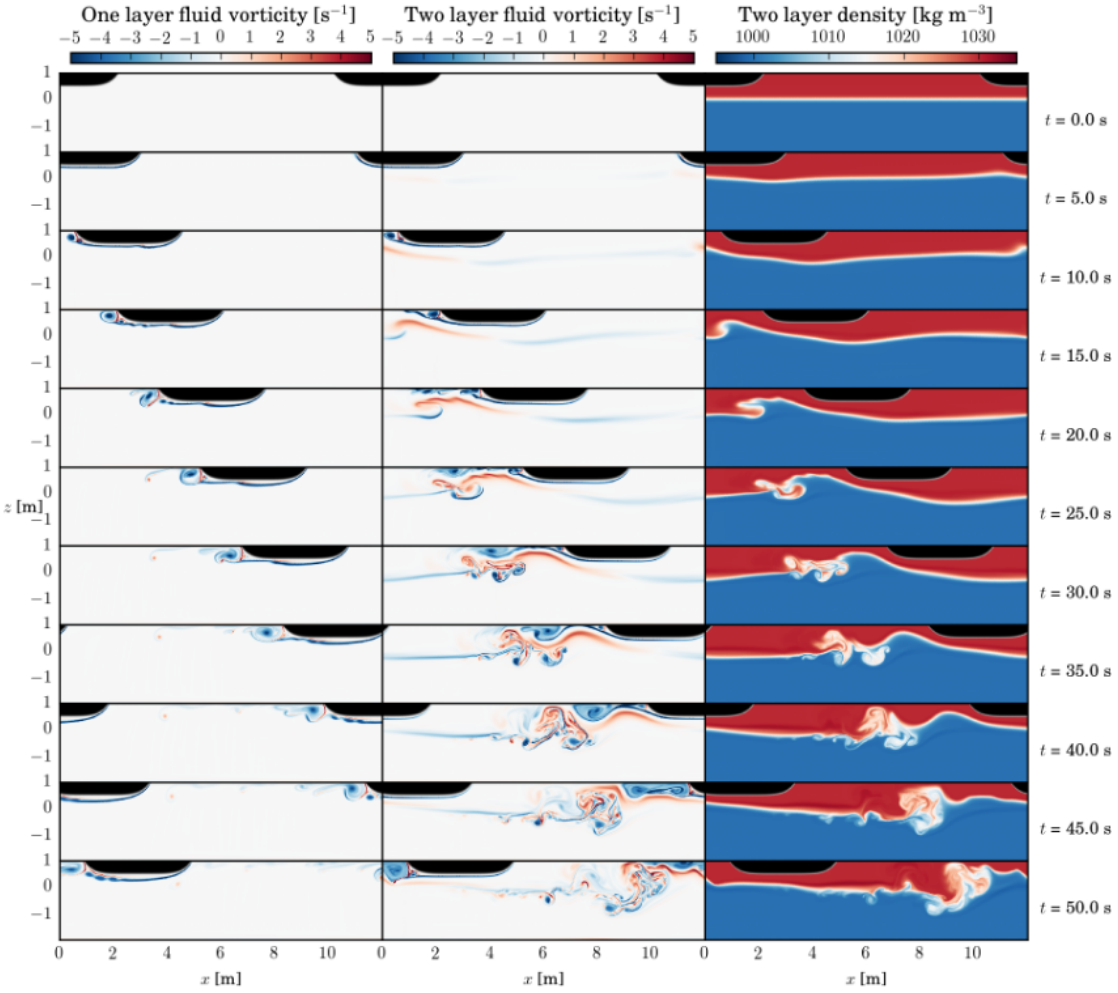


Figure 3.70 – Simulations numériques bidimensionnelles tirées de [Hester et Vasil, 2016]. (GAUCHE) Vorticité du fluide dans un monocouche. (Milieu) Vorticité du fluide dans un bicouche. (DROITE) Densité du fluide dans un bicouche.

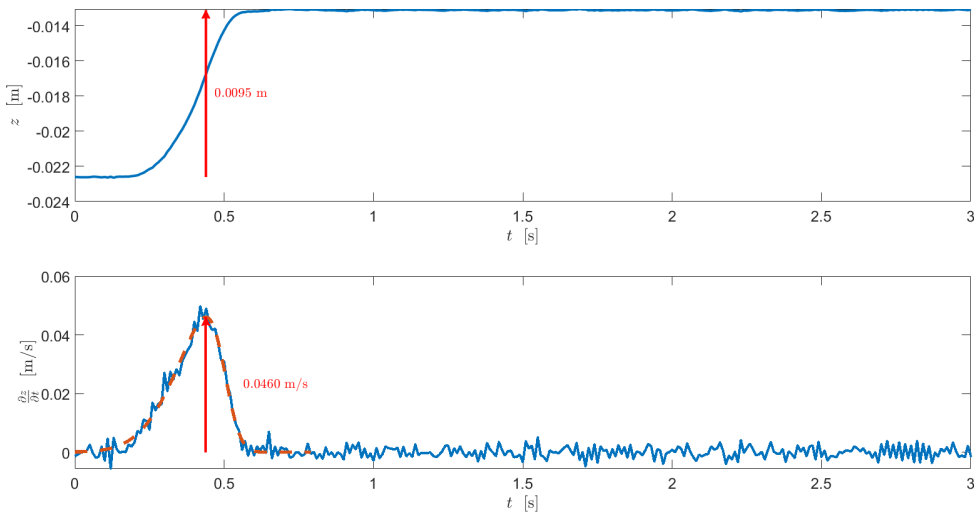


Figure 3.71 – Perturbation initiale mesurée avec un capteur acoustique. L'obstacle, initialement placé au niveau de l'interface à une extrémité du canal, est soulevé de 0.95 cm avec une vitesse maximale de déplacement de 4.60 cm $\cdot$ s^{-1}.

de densité présentant une pente peut être modélisé comme un profil composé de N couches. Au sein de ces couches, des mouvements verticaux sont possibles. Tout comme des déplacements transverses génèrent des modes transverses, les déplacements verticaux vont générer des modes appelés modes péristaltiques ou barocliniques précédemment décrits (figure 3.11). Théoriquement, $N-1$ modes peuvent apparaitre dans un profil de N couches, le mode $n = 0$ étant la dépression ondulante dispersive nommée ici onde d'Ekman.

Ces modes ont été observés lors des expériences à la Scott-Russell en bicouche en reprenant les paramètres précédents. Lorsque l'obstacle, placé à l'extrémité du canal au niveau de la pycnocline, est soulevé d'une hauteur de 0.95 cm (figure 3.71), on observe la propagation de la dépression ondulante dispersive (figure 3.71). Cette onde qui correspondant donc au mode 0 suit le comportement décrit précédemment et peut toujours être observée après plusieurs réflexions sur la paroi du canal. Dans l'espace spectral, cette onde peuple en énergie le long de la relation de dispersion de Grue. À l'arrière de cette onde, il est possible d'observer des ondes se déplaçant à des vitesses plus lentes. Ces dernières viennent peupler l'espace spectral autour des modes péristaltiques secondaires (modes 1 et 2 principalement).

Le mode 0 pouvant être suivi sur une plus longue période que les modes secondaires, ces derniers sont difficilement discernables dans l'espace spectral. Nous exploiterons donc la mesure seulement sur la période allant de $t = 0$ s à $t = 150$ s (figure 3.73). De cette manière, le mode 1 est plus facilement identifiable, et il est possible de distinguer la forme en S, témoin qu'il ne s'agit pas d'une onde advectée à vitesse constante, mais qu'il y a bien une dispersion.

Ces modes péristaltiques apparaissent seulement lorsque la perturbation initiale est suffisamment forte pour générer des déplacements verticaux.

III.4.3 Création d'un bolus

En augmentant l'amplitude de la perturbation initiale, de nouvelles structures apparaissent. En conservant les paramètres précédents ($h_1 = 5$ cm, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_1 = 999.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $\delta = 1.8$ cm), mais en déplaçant cette fois-ci l'obstacle sur une hauteur

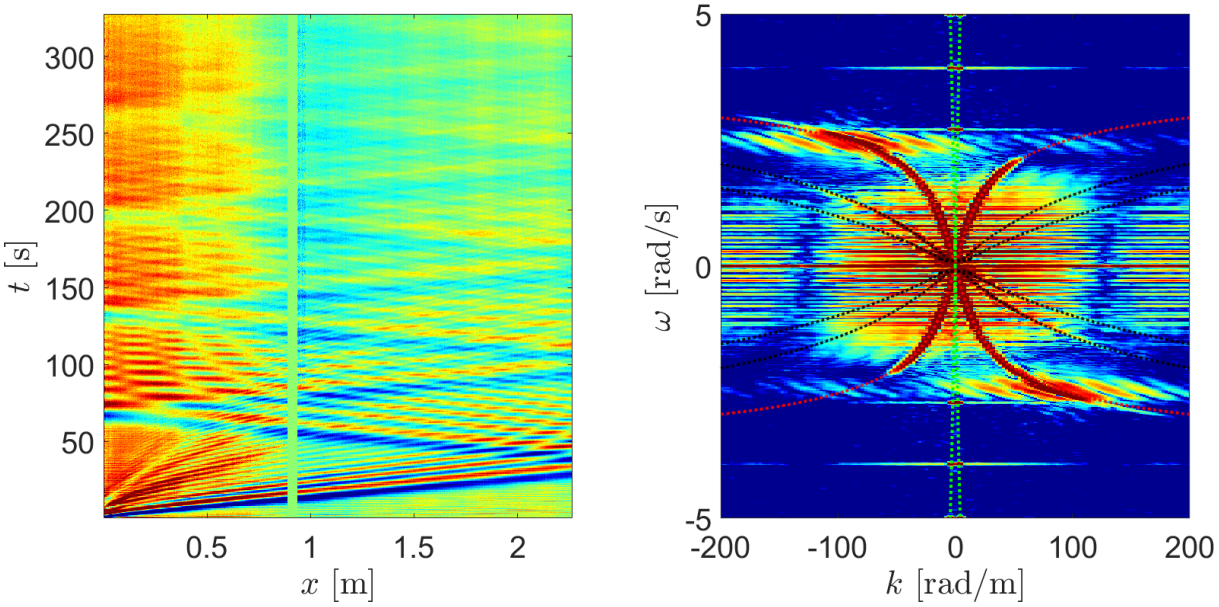


Figure 3.72 – (GAUCHE) Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface. (DROITE) Diagramme spectral de la déformée d'interface. La dépression ondulante dispersive (mode 0) suit la relation de dispersion de Grue en pointillé rouge. Les modes verticaux péristaltiques secondaires (mode 1 et 2) suivent les courbes théoriques noires. Utilisation d'une fenêtre d'Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

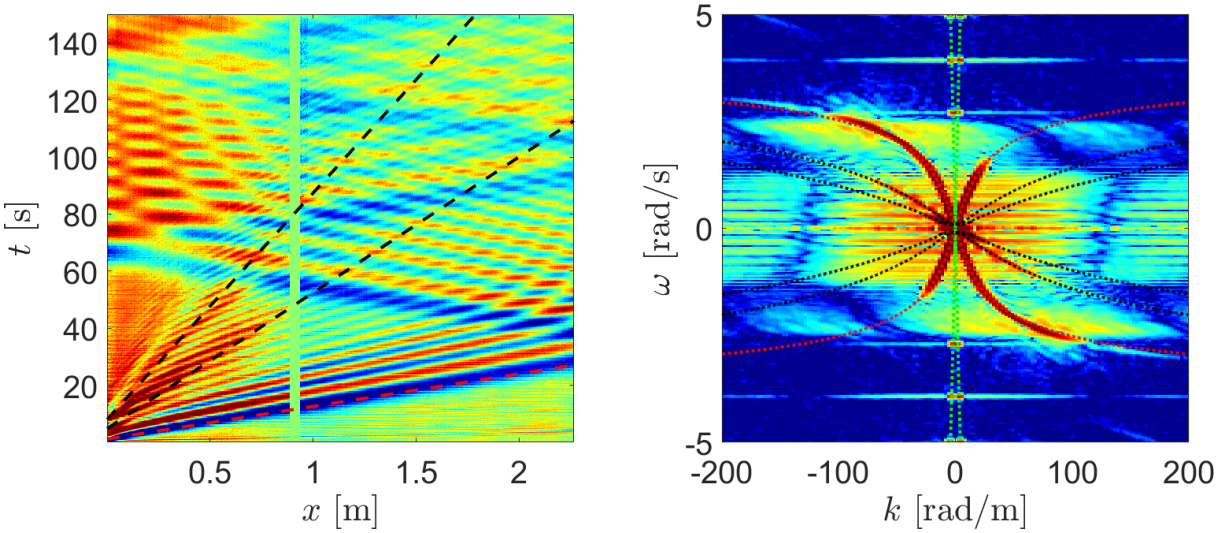


Figure 3.73 – (GAUCHE) Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface entre $t = 0$ s et $t = 150$ s. (DROITE) Diagramme spectral de la déformée d'interface sur cette période. La dépression ondulante dispersive (mode 0) suit la relation de dispersion de Grue en pointillé rouge. Les modes verticaux secondaires (mode 1 et 2) suivent les courbes théoriques noires. Utilisation d'une fenêtre d'Hamming. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

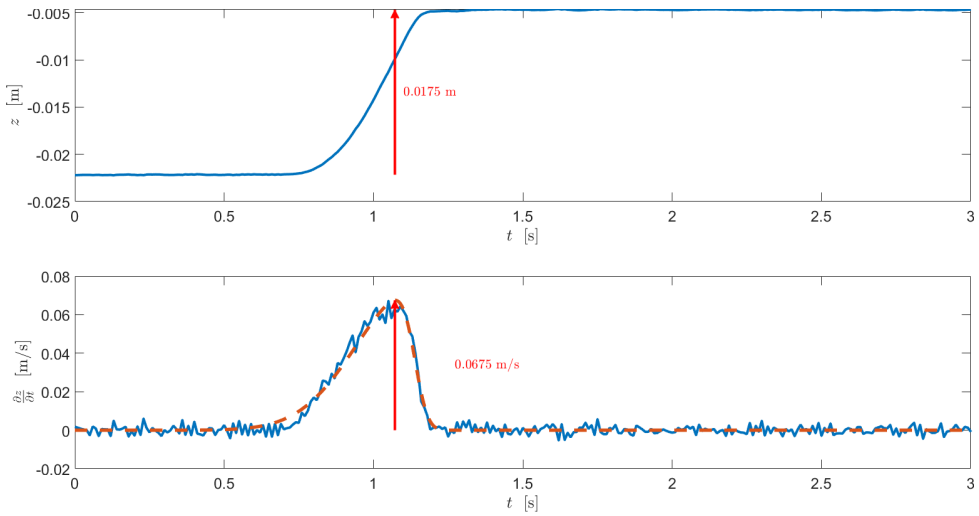


Figure 3.74 – Perturbation initiale mesurée avec un capteur acoustique. L'obstacle, initialement placé au niveau de l'interface à une extrémité du canal, est soulevé de 1.75 cm avec une vitesse maximale de déplacement de 6.75 cm $\cdot$ s^{-1}.

de 1.75 cm (figure 3.74), on observe dans le diagramme spatio-temporel (figure 3.75) une surélévation solitaire se déplaçant à vitesse constante $V_B = 0.029$ m $\cdot$ s^{-1}. Cette structure semble réfléchie sur la paroi du canal, et ceci à deux reprises. Entre ces réflexions sa vitesse est constante, mais on constate un ralentissement notable entre la structure initialement émise et sa première réflexion, en passant d'une vitesse de $V_B = 0.029$ m $\cdot$ s^{-1} à $V_B = 0.022$ m $\cdot$ s^{-1}. Une possibilité est la présence d'un courant moyen non nul dû à la forte perturbation initiale. Ainsi, on pourrait estimer la vitesse de la structure étant de $V_B = 0.0255$ m $\cdot$ s^{-1}, avec un courant moyen $U_m = 0.0035$ m $\cdot$ s^{-1}.

En passant dans l'espace spectral, nous pouvons distinguer plusieurs systèmes. Tout d'abord nous retrouvons la dépression ondulante dispersive en forme de S, et nous constatons la présence d'une croix de pente $\frac{\partial \omega}{\partial k} = 0.029$ m $\cdot$ s^{-1} dans le sens co-courant, et $\frac{\partial \omega}{\partial k} = 0.022$ m $\cdot$ s^{-1} en contre-courant. Il est important de noter que ces branches sont affines et ne présentent donc pas de terme dispersif. Ainsi, cette surélévation solitaire ne peut être confondue avec un mode péristaltique présentant une inflexion. De plus, pour ces paramètres, la vitesse maximale du mode 1 péristaltique était de $V^1_{\max} = 0.0210$ m $\cdot$ s^{-1}, donc inférieure à la branche advective observée.

À l'aide des vues de côté, il est possible de suivre cette surélévation (figure 3.76). Plusieurs étapes sont identifiables : dans un premier temps, la perturbation initiale génère la dépression ondulante dispersive. Cette dernière présente des cambrures suffisamment importantes pour entraîner un déferlement. Ainsi, comme pour la formation de modes péristaltiques, la stratification présente une zone de mélange eau salée/eau douce. À l'intérieur de cette interface diffuse le déferlement engendre des déplacements verticaux. Ces courants induits par le déferlement peuvent se transformer en rouleau de recirculation appelé bolus [Emery et Gunnerson, 1973] qui, coincé dans la zone de mélange, va se déplacer à vitesse constante. Sur les vues de côté nous distinguons cette structure cohérente elliptique se propageant dans l'épaisseur de transition servant de guide d'onde.

Depuis l'espace spectral, il est possible de venir filtrer et isoler ce bolus. Pour cela, nous utilisons une technique similaire à la séparation effectuée précédemment entre l'onde d'Ekman et le sillage de Nansen avec l'application d'un masque autour des branches advectives. En repassant dans l'espace spatio-temporel à l'aide d'une transformée de

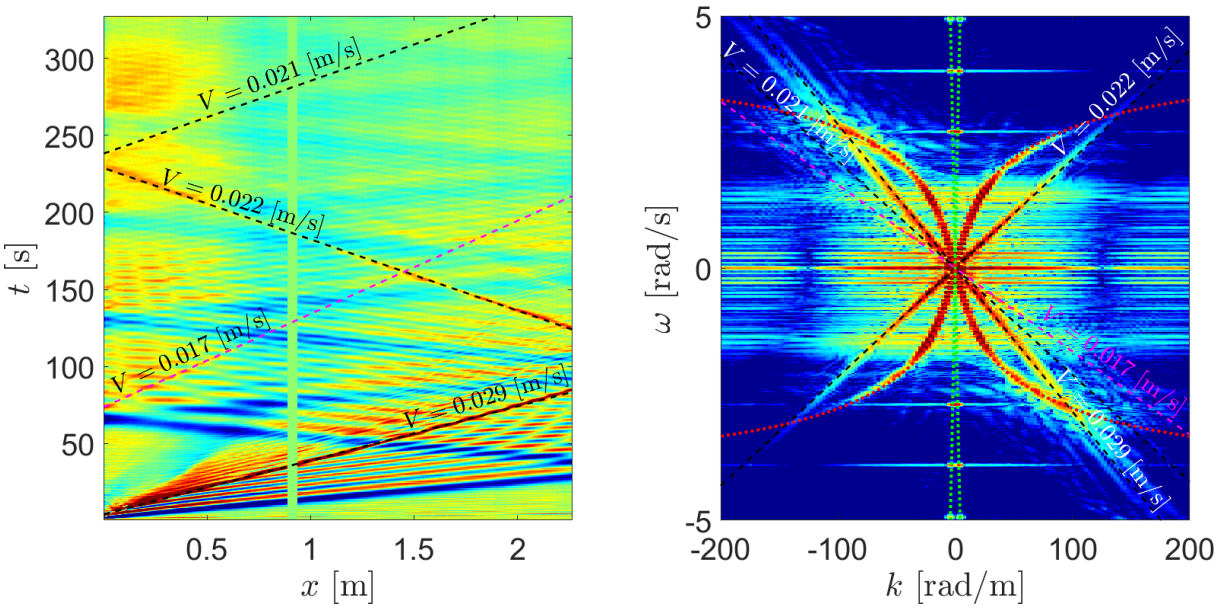


Figure 3.75 – (GAUCHE) Diagramme spatio-temporel de la déformée d'interface. Les droites pointillées noires suivent la position du bolus (surélévation de l'interface visible de couleur rouge). (DROITE) Diagramme spectral de la déformée d'interface. La dépression ondulante dispersive suit la relation de dispersion de Grue en pointillé rouge. Les branches advectives du bolus sont symbolisées en pointillé noir. Utilisation d'une fenêtre d'Hamming et de zero-padding. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

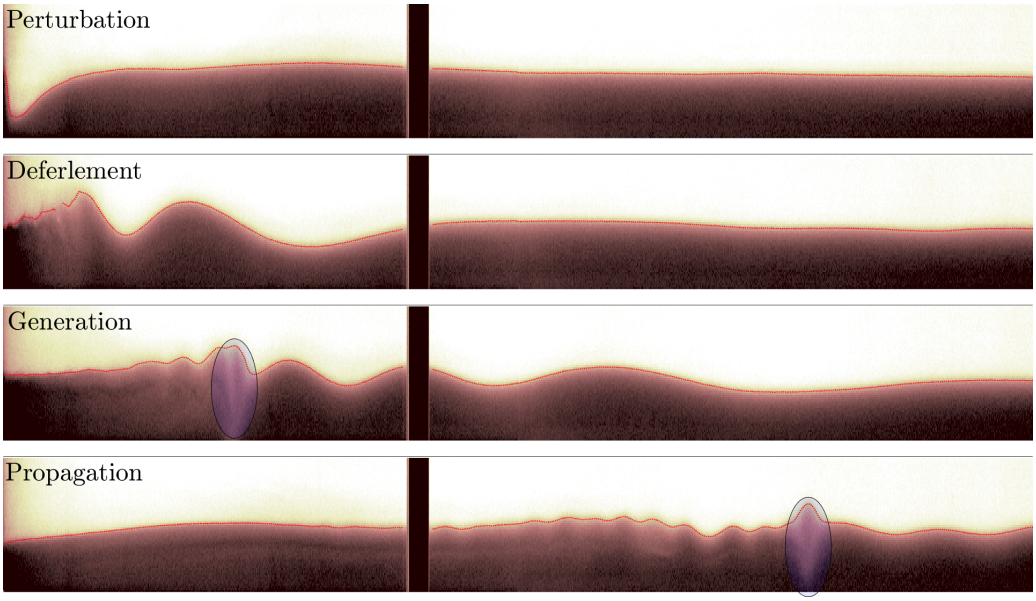


Figure 3.76 – Génération et propagation du bolus en vue de côté. La détection de l'interface est symbolisée en pointillé rouge. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 12.58$ cm, $\rho_2 = 1024.8$ kg $\cdot$ m^{-3}, $d = 2.1$ cm.

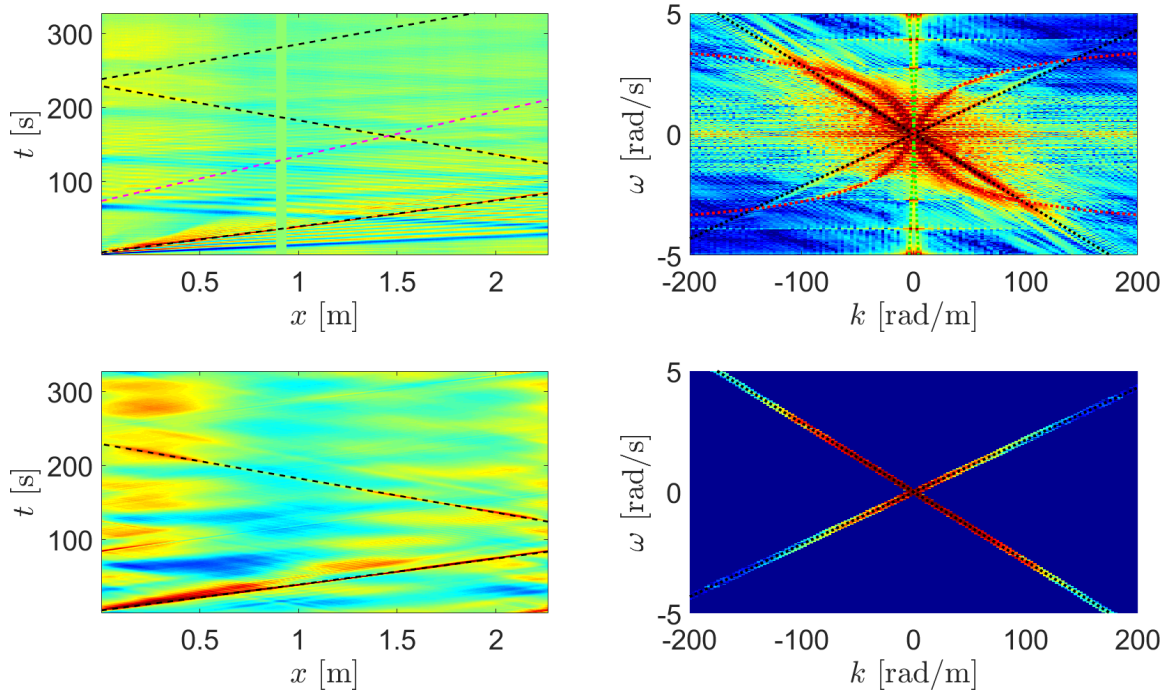


Figure 3.77 – Séparation du bolus de la dépression ondulante dispersive. Application d'un masque autour des branches advectives correspondant au bolus (diagramme Bas-Droite). Une transformée de Fourier inverse permet de revenir dans le domaine spatio-temporel (diagramme Bas-Gauche). Fenêtre rectangulaire avec zero-padding.

Fourier inverse, nous isolons le bolus (figure 3.77). Ce dernier apparait bien comme une surélévation solitaire, nous ne distinguons pas d'éteules le précédant.

Il est alors possible de suivre dans le temps l'amplitude et la position du bolus (figure 3.78). Les vitesses de déplacement du bolus mesurées sont cohérentes avec les dimensions du canal et le bolus semble se réfléchir sur l'obstacle et non sur la paroi vitrée. Son amplitude croit dans une phase correspondant à sa génération, puis décroit dans le temps. Proche paroi, son amplitude semble augmenter, ce qui peut être un artefact dû aux effets de bords de la transformée de Fourier inverse.

Les expériences types de Scott Russell sont donc une manière efficace de générer des bolus. Toutefois, lors des expériences de traction de bateau, les perturbations initiales n'étaient pas suffisantes pour générer ces structures.

Bolus et modes péristaltiques naissent de déplacements verticaux au sein d'une zone de transition, mais diffèrent par leur nature. Les modes péristaltiques sont de nature ondulatoire et linéaire, là où les bolus sont de nature hydraulique avec des courants de recirculation. L'étude de ces deux phénomènes a son importance dans les questions de transport sédimentaire, puisque capables de soulever des sédiments et les transporter parfois sur de longues distances.

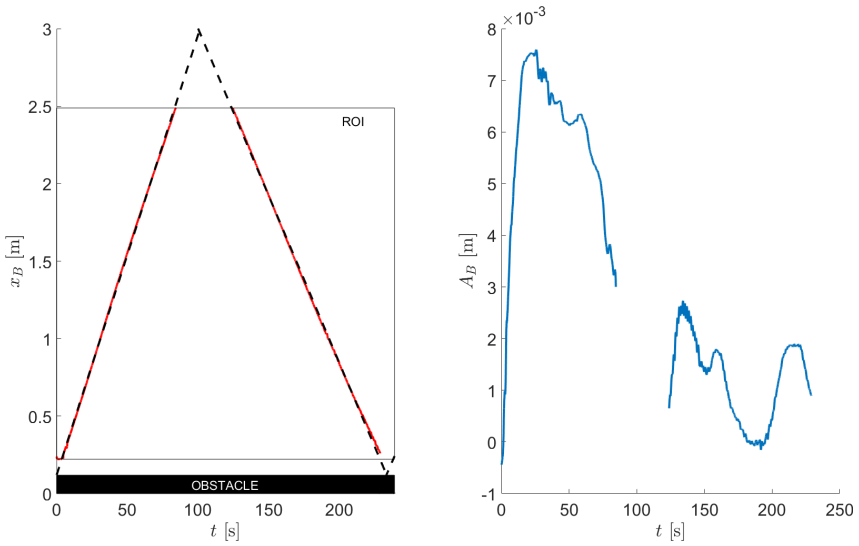


Figure 3.78 – (GAUCHE) Position détectée du bolus isolé en rouge, et position calculée à partir de sa vitesse moyenne en noir. (DROITE) Amplitude du bolus isolé au cours du temps. En bord de mesure, la transformée de Fourier inverse peut présenter des artefacts.

Synthèse

Les travaux historiques d'Ekman sur la dynamique des bateaux tractés à force constante dans un milieu stratifié ont mis en évidence deux phénomènes : une résistance à l'avancement accrue due à la génération d'onde interne, une dynamique « capricieuse » où le navire ne parvient pas à atteindre une vitesse stationnaire. À l'aide d'une technique de mesure subpixel des ondes internes, il nous est possible de suivre la formation et le devenir des ondes internes générées par le bateau. Deux systèmes d'onde ont pu être identifiés : un sillage interne (sillage de Nansen) se déplaçant à la vitesse du bateau et rappelant le sillage de surface, et une dépression ondulante dispersive linéaire (onde d'Ekman) se déplaçant à sa propre vitesse, fonction des paramètres de la pycnocline. Il est possible d'associer chacune de ces structures ondulatoires à un des deux phénomènes d'eaux-mortes :

— Le sillage de Nansen entraîne une crise de résistance à l'avancement du navire et un phénomène d'hystéresis similaire à celui observé en monocouche.
— L'onde d'Ekman est responsable de l'oscillation en vitesse, agissant comme un tapis bosselé sur lequel le bateau naviguerait.

Contrairement aux études précédentes, l'onde d'Ekman est ici décrite comme une onde linéaire, et non comme la génération régulière de soliton interne de polarité négative. En effet, la reproduction des expériences de Scott Russell sur l'étude d'ondes générées en monocouche, adaptées aux cas stratifiés, permet de suivre l'onde d'Ekman découplée du sillage de Nansen et d'ainsi mettre en évidence sa nature linéaire. Cela nous conduit à proposer un modèle analytique reproduisant la dynamique particulière d'un bateau piégé en eaux-mortes. Pour autant, d'autres phénomènes et structures apparaissent lors des expériences : déferlements internes, modes péristaltiques, bolus... Ces structures complexes ne seront pas prises en compte dans le modèle linéaire présenté dans la suite. Il existe un double phénomène « capricieux » des eaux-mortes. Des oscillations en vitesse quasi périodique justifiées par le passage successif des éteules de l'onde d'Ekman. Des oscillations en vitesses créées par le déferlement périodique du sillage de Nansen.

CHAPITRE IV

Un modèle linéaire pour la dynamique des eaux-mortes

IV.1 Méthode du calcul analytique du modèle linéaire 174
IV.1.1 Fonctionnement du calcul 174
IV.1.2 Discrétisation, maillage et comparaison calculs numériques-expériences 175
IV.2 Résultats numériques et compréhension du phénomène d'eaux-mortes 179
IV.2.1 Le phénomène d'eaux-mortes réexpliqué 179
IV.2.2 Courbes d'Ekman détaillées : étude asymptotique 180
IV.3 Effets du confinement latéral 182
IV.3.1 Impact sur les ondes 182
IV.3.2 Impact sur la dynamique du bateau 184
IV.4 Calculs numériques à vitesse constante 186
IV.4.1 Asservissement de la force de traction 186
IV.4.2 Comparaison des expériences à force ou à vitesse fixées 188
IV.4.3 Pistes pour s'échapper du piège 189
Synthèse 191

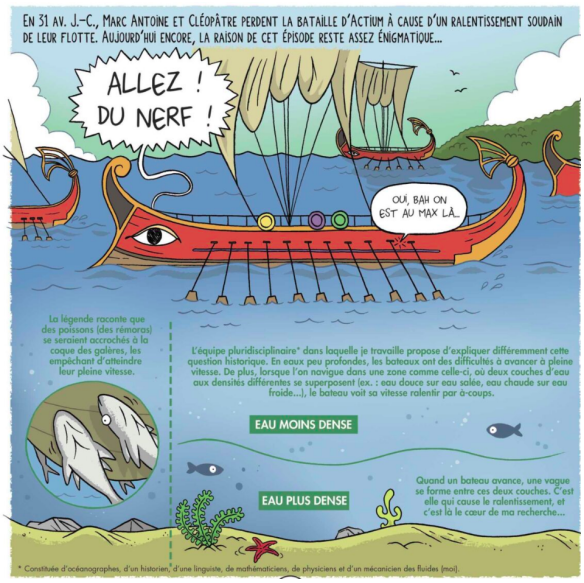


Illustration tirée de la bande dessinée *Sciences en Bulles, Eurêka !* de Peb et Fox, éditée par le Syndicat national de l'édition (2021). Travail réalisé à l'occasion de la Fête de la science 2021 (ministère de l'Enseignement supérieur, de la Recherche et de l'Innovation - groupe Sciences pour tous).

Les effets non linéaires ne sont pas nécessaires pour décrire le comportement des deux systèmes ondulatoires présents lors du déplacement d'un bateau en milieu stratifié, l'onde d'Ekman et le sillage de Nansen. Il en découle un modèle linéaire dont le fonctionnement est exposé dans ce chapitre. À partir de calculs numériques reproduisant les expériences de traction à force constante dans un bicouche, les régimes dynamiques des eaux-mortes sont détaillés, ainsi que les interactions ondes bateaux. De plus, le modèle permet d'explorer l'impact crucial du confinement latéral sur ces dynamiques. Enfin, une modification de l'algorithme du modèle transforme les mesures à force constante en expériences à vitesse fixée, dévoilant des pistes pour aider les marins à s'échapper des eaux-mortes.

IV.1 Méthode du calcul analytique du modèle linéaire

Les expériences de dynamiques d'un bateau en eaux-mortes ont montré qu'une approximation linéaire permettait une bonne représentation des deux structures ondulatoires : l'onde d'Ekman et le sillage de Nansen. Fort de cette connaissance, un modèle analytique linéaire développé sous Matlab a été proposé par Julien Dambrine (Laboratoire de Mathématiques et Applications).

IV.1.1 Fonctionnement du calcul

La dynamique du bateau suit le principe fondamental de la dynamique :

$$\frac{M_b \mathrm{d}U_b}{\mathrm{d}t} = F_t + R_t \tag{154}$$

Dans les expériences types Ekman, F_t est constante et connue ($m_t g$), tandis que la résistance à l'avancement peut-être décomposée en plusieurs résistances :

$$R_t = R_\nu + R_w^{\text{interne}} + R_w^{\text{surface}} + R_{\text{solide}} \tag{155}$$

On fait l'hypothèse qu'il n'y a pas d'onde de surface $R_w^{\text{surface}} = 0$, afin de découpler les études de résistances d'ondes internes des études de résistance de sillage de surface. Empiriquement, $R_\nu + R_{\text{solide}}$ sont connues à partir de mesures réalisées en monocouche. On trouve un comportement tel que $R_\nu + R_{\text{solide}} = K_1\, U_b^2 + K_2$, avec K_1 dépendant de la profondeur d'eau (effet de bathymétrie). En supposant $R_\nu + R_{\text{solide}}$ en monocouche égal à $R_\nu + R_{\text{solide}}$ en bicouche pour une vitesse fixée, alors il reste uniquement à définir R_w^{interne}. Ce terme est calculé directement à partir de la déformée de la pycnocline. Ainsi, grâce à un modèle prédisant la dynamique des ondes internes lors de la traction d'un bateau, la dynamique du navire peut-être simulée (figure 4.1).

Comme vu précédemment, les eaux-mortes peuvent être assimilées à deux systèmes d'ondes : un sillage dépendant de la vitesse du navire et collé à sa poupe, une dépression ondulante dispersive générée lors de l'accélération initiale et pouvant être approximée par une solution linéaire. La formation de ces ondes nécessite une perturbation initiale dépendant de la forme du navire. Afin de simplifier le modèle, la coque du bateau suit la fonction :

$$\text{Hull}(x \in \left(-\frac{L_B}{2}\ ;\ \frac{L_B}{2}\right), y \in \left(-\frac{B_B}{2}\ ;\ \frac{B_B}{2}\right)) = -T_B \left[\left(\frac{2x}{L_B}\right)^4 - 1\right]\left[\left(\frac{2y}{B_B}\right)^4 - 1\right] \tag{156}$$

À partir de la déformée d'interface z, on peut calculer la résistance de vague interne :

$$R_w^{\text{interne}} = \rho_1 \int_0^L \int_{-W/2}^{W/2} \frac{\partial z}{\partial t}(x, y, t) \frac{\partial \text{Hull}}{\partial x}(x - X_B, y)\, \mathrm{d}x\mathrm{y} \tag{157}$$

avec U_B et X_B la vitesse et la position du bateau au temps t.

L'ensemble des forces impactant le bateau étant connu, sa dynamique ($U_B(t+dt)$ et $X_B(t+dt)$) est calculée par l'équation 154.

En supposant une théorie linéaire, on a :

$$\frac{\partial^2 \tilde{z}}{\partial t^2} = \omega^2 \tilde{\phi} + \tilde{g} \tag{158}$$

avec ω suivant la relation de dispersion 2D proposée par Stokes(avec $k = \sqrt{k_x^2 k_y^2}$.) :

$$\omega(k) = \sqrt{gk \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \coth(h_1 k) + \rho_2 \coth(h_2 k)}} \tag{159}$$

et $\tilde{g}$ une condition de forçage due à la présence du bateau se déplaçant dans la couche supérieure et induisant une perturbation de la pycnocline, ainsi qu'aux ondes déjà présentes et modifiées suivant la relation de dispersion.

$$\tilde{g} = \left(\alpha \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \beta \omega^2\right) \lambda(t,k) \tag{160}$$

$$\alpha = \frac{\rho_2 \coth|kh_1| \coth|kh_2| + \rho_1}{\rho_1 \coth|kh_1| + \rho_2 \coth|kh_2|} \tag{161}$$

$$\beta = \frac{(\rho_2 \coth|kh_1| \coth|kh_2| + \rho_1)\sinh^2|kh_2| + \rho_1}{(\rho_1 \coth|kh_1| + \rho_2 \coth|kh_2|)\sinh^2|kh_2|} \tag{162}$$

$$\lambda(t,k) = -iU_b \frac{k_x}{|k|} e^{-iX_b} \tilde{\text{Hull}}(k) \tag{163}$$

Le script se décompose donc en trois temps (figure 4.1) :

- Calcul de la résistance de vague à partir de la dynamique du bateau et de la déformée d'interface.
- Calcul de la dynamique du bateau à partir des différentes forces en présence et du principe fondamental de la dynamique.
- Calcul de la transformée d'interface au pas de temps suivant et dans l'espace spectral à partir de la relation de dispersion linéaire de Stokes et d'une condition de forçage. Passage dans l'espace réel grâce à une transformée de Fourier inverse.

IV.1.2 Discrétisation, maillage et comparaison calculs numériques-expériences

La dynamique discrétisée en temps des eaux-mortes est donc calculée par un couplage entre ondes et bateau. Le pas de temps découle directement de la résolution du maillage. La longueur selon x d'une cellule dx est égale au rapport de longueur du canal simulé L et du nombre de points N_x. Le pas de temps doit permettre de capturer les ondes de petites longueurs d'onde et grandes fréquences :

$$k_{\max} = \frac{\pi}{dx} \text{ et } \omega_{\max} = \frac{\pi}{dt}$$

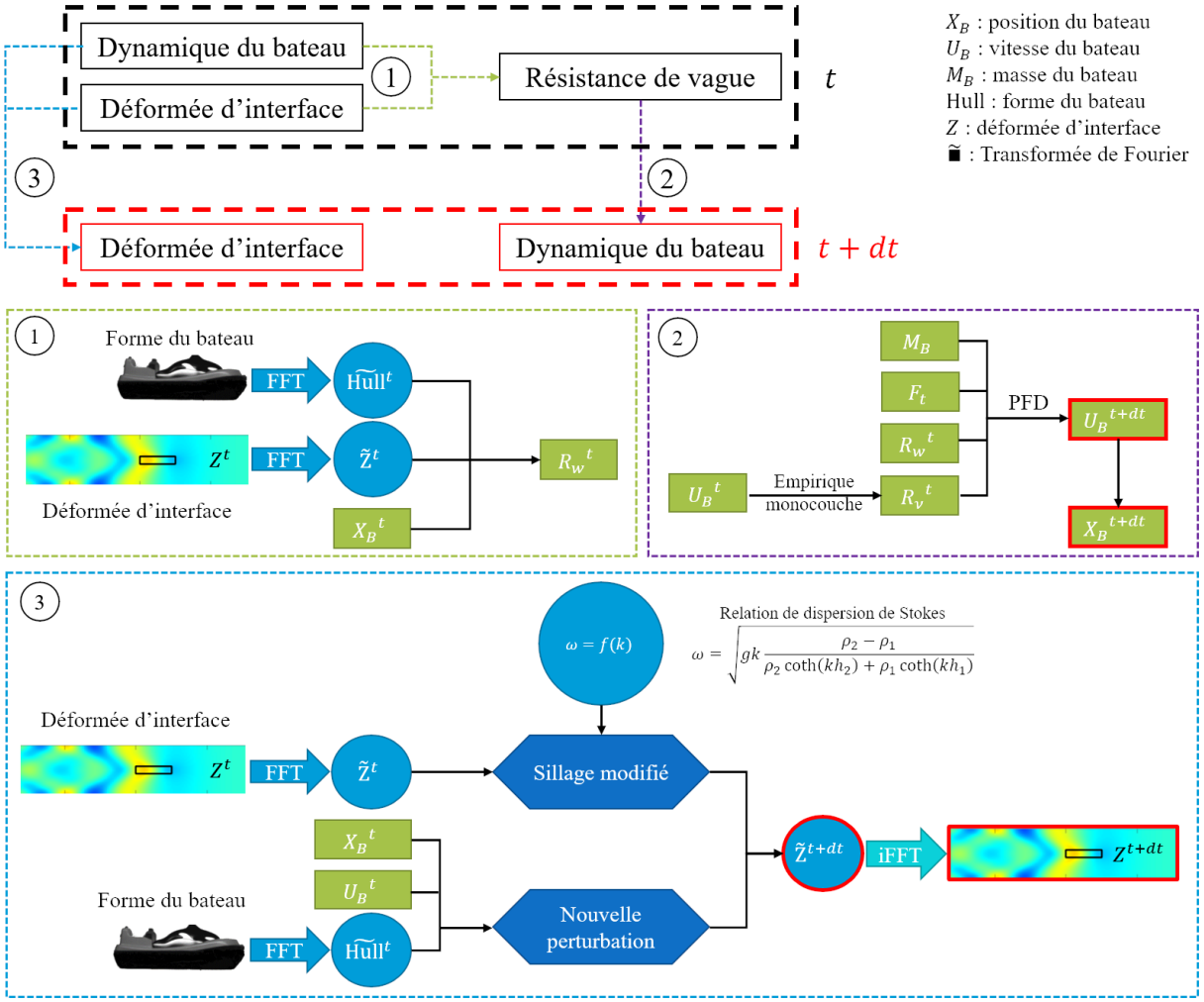


Figure 4.1 – Schéma explicatif du calcul analytique de la dynamique d'un bateau en milieu stratifié.

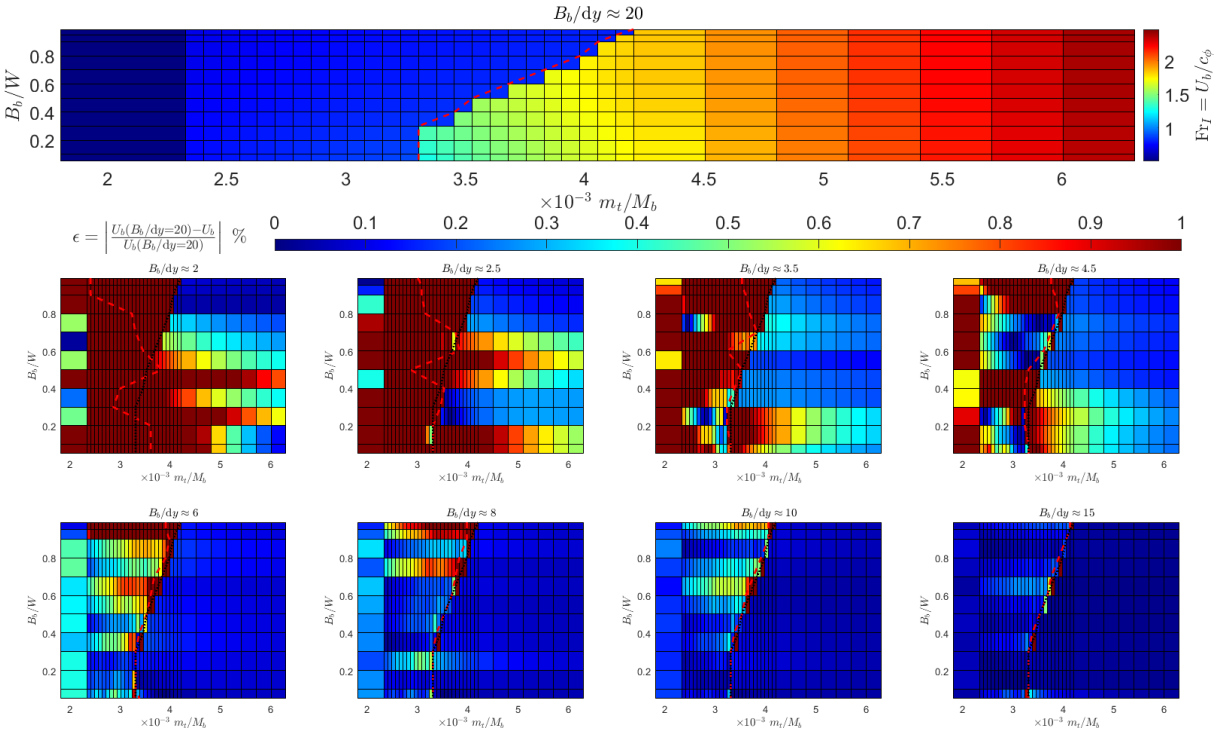


Figure 4.2 – (HAUT) Nombre de Froude asymptotique (en couleur) en fonction de la masse de traction m_t et le confinement latéral B_b/W. La ligne rouge symbolise le passage de sous-critique a supercritique. (BAS) Différences ϵ (en couleur) entre les vitesses asymptotiques atteintes lors de simulation avec un maillage fin ($B_b/\mathrm{d}y = 20$) ou des maillages plus grossiers. Ces simulations font varier la force de traction $F_t = m_t$ ainsi que la largeur du canal W. L'échelle de couleurs est saturée pour mettre en évidence les simulations pour lesquelles $\epsilon > 1\%$ (en rouge). $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1023$ kg $\cdot$ m^{-3}, $L = 12$ m.

D'après la relation de dispersion utilisée :

$$\omega(k_{\max}) = \sqrt{g k_{\max} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \coth(h_1 k_{\max}) + \rho_2 \coth(h_2 k_{\max})}} \tag{164}$$

$$\omega(k_{\max}) \approx \sqrt{g k_{\max} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}} = \sqrt{g \frac{\pi}{dx} \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 + \rho_2}} \tag{165}$$

Le pas de temps doit donc respecter :

$$\frac{dx}{dt^2} < \frac{1}{\pi} g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \frac{1}{\pi} g \mathrm{A}_{\mathrm{twood}} \tag{166}$$

Dans les expériences menées, $\mathrm{A}_{\mathrm{twood}} \approx 10^{-2}$ ce qui implique $dt^2 < 32 \times dx$.

Toutefois, une résolution spatiale suffisamment grande est nécessaire. En effet, la résistance de vague est calculée à partir d'une double intégrale sur k_x et k_y. Ainsi, un pas en espace grand implique une plage $k_{\max}$ plus petite, et donc une sous-estimation de la résistance. Le bateau étant moins freiné, il dépasse la crise de résistance pour une masse de traction plus faible. Cette sous-estimation est d'autant plus marquée pour les simulations portant sur les cas critiques (fort confinement, proche de Fr = 1), puisque la résistance de vague a alors un rôle plus prépondérant (figure 4.2).

Ainsi, dans les cas sous-critique et supercritique, un maillage grossier permet tout de même une bonne estimation de la vitesse asymptotique U_b. Pour autant, la dynamique du

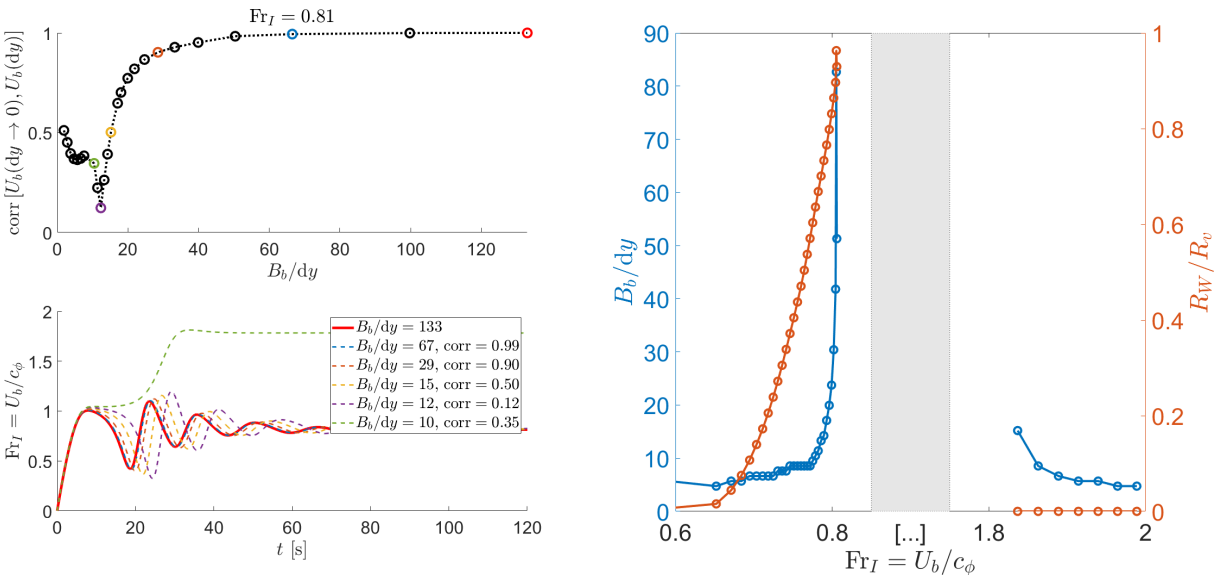


Figure 4.3 – (HAUT-GAUCHE) Corrélations entre la dynamique temporelle d'un bateau $U_b(t)$ calculée avec un maillage de taille dy et celle calculée avec le maillage le plus fin ($B_b/\mathrm{d}y = 133$), en fonction du rapport $B_b/\mathrm{d}y$. (BAS-GAUCHE) Exemples de dynamiques temporelles pour plusieurs tailles de maille. En rouge, le maillage réalisé le plus fin et utilisé pour les calculs de corrélations. (DROITE) Courbe bleue : taille de maillage nécessaire afin de respecter un critère de corrélation supérieure à 99% en fonction du Froude asymptotique U_b/c_ϕ. Courbe rouge : ratio entre la résistance de vague et la résistance visqueuse R_W/R_v en fonction du Froude asymptotique. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1023$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.35$ g, $L = 12$ m, $B_b/W = 0.95$.

bateau prend aussi en compte la période d'accélération et d'oscillation en vitesse. Or, si la vitesse asymptotique varie à partir d'une certaine taille de maille, cette période transitoire peut être fortement impactée. Pour prendre en compte ce phénomène, on utilise un calcul de corrélation entre une simulation réalisée avec un maillage très fin, et des simulations réalisées avec des mailles plus grandes (figure 4.3).

Passée une taille de maille critique dépendant de l'importance de la résistance d'onde interne dans la dynamique du bateau, la corrélation entre les simulations plus ou moins raffinées est croissante et tend vers 1 (figure 4.3). Toutefois, un problème advient pour le calcul du cas critique $\mathrm{Fr}_I = 1$: dans cette configuration, le maillage nécessite un nombre de points trop important pour ne pas avoir d'influence.

À la suite de cette étude de l'impact du maillage, les mesures sont comparées avec les données des calculs analytiques. Pour cela, nous reprenons les paramètres de l'expérience : géométrie du canal, stratification, dimension de la maquette, système de traction, résistance de frottement en monocouche. Les simulations ne correspondent pas parfaitement à une représentation des expériences, puisque les simplifications réalisées impliquent plusieurs différences :

- La forme du bateau n'est pas identique, seules ses dimensions le sont (L_b, B_b, T_b).
- La stratification est jugée parfaite sans zone de transition. Cela impacte les ondes de petites longueurs d'onde.
- Les résistances de frottement et solide sont jugées comme identiques au cas monocouche, ce qui est un point de vue simplifié.
- La discrétisation du problème entraîne une approximation de la résistance de vague que l'on minimise par l'utilisation d'un maillage fin et un pas de temps court.
- Le calcul ne prend pas en compte d'effet dissipatif réduisant au cours du temps

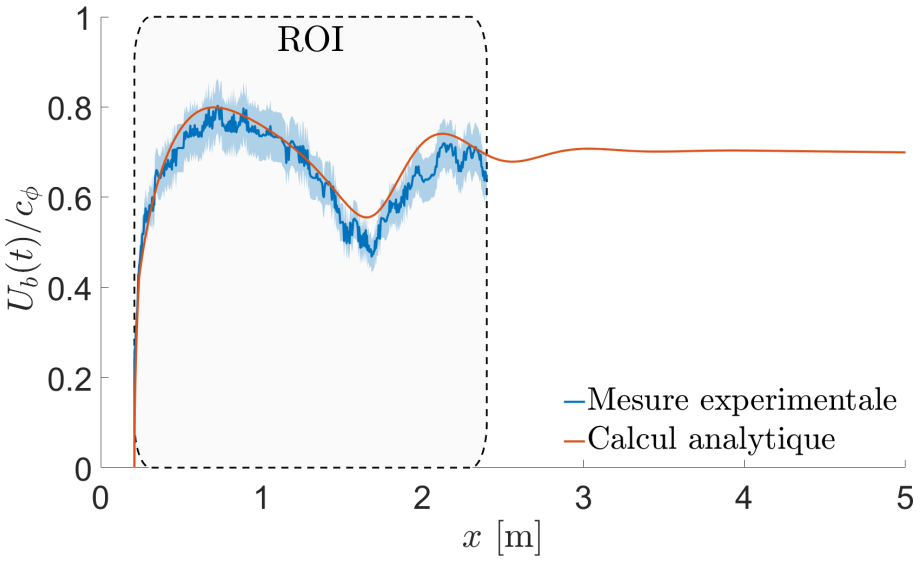


Figure 4.4 – Comparaison de la mesure de la dynamique du bateau ($U_b(t)$ adimensionnée, courbe bleue) avec le calcul analytique linéaire (courbe rouge). La zone ROI (Region Of Interest) correspond à la zone capturée par les caméras. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 5$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.86$ g.

l'amplitude des ondes générées.
De plus, les mesures montrent que dans le cas de la traction d'un bateau à force constante, il est nécessaire d'ajouter un coefficient correcteur $c \approx 0.8$ devant la relation de dispersion. Ainsi, lorsque nous cherchons à comparer expériences numériques et empiriques, ce coefficient est appliqué à la relation de Stokes.

Malgré ces approximations, les simulations donnent des dynamiques cohérentes avec les mesures, même dans un cas critique avec présence d'oscillations en vitesse (figure 4.4).

IV.2 Résultats numériques et compréhension du phénomène d'eaux-mortes

IV.2.1 Le phénomène d'eaux-mortes réexpliqué

Le premier point essentiel que met en évidence le calcul analytique est que les oscillations en vitesse dans les cas transcritiques ne sont pas permanentes, mais seulement transitoires. Si le canal offre un temps de parcours suffisamment long, alors le bateau se dégage toujours de cette dynamique capricieuse pour atteindre une vitesse critique. Malheureusement, les expériences à forces de traction constantes se déroulant dans des canaux de taille réduite, seule cette période temporaire est parfois capturée, pouvant laisser supposer un comportement incessant (figure 4.4).

Le modèle permet d'appréhender les deux temps de la dynamique du bateau : la période transitoire comportant l'accélération initiale ainsi que les oscillations en vitesse dans les cas transcritiques et le comportement asymptotique avec une vitesse stabilisée. La première phase correspond à l'intervalle de temps où l'onde d'Ekman impacte grandement la dynamique du bateau. La seconde correspond au stade où l'effet de l'onde d'Ekman prédomine. En supposant un bateau dont la vitesse asymptotique U_b^∞ est sous-critique, la dynamique des ondes couplée à celle du navire peut être décrite de cette manière :

1. Le bateau, initialement au repos, subit une accélération initiale due à une force de traction constante F_t. Cette mise en mouvement génère une dépression ondulante dispersive (onde d'Ekman) dont le front d'onde se déplace à la vitesse c_ϕ et les éteules à des vitesses moindres. Un second système d'ondes, un sillage interne (de Nansen) est lui aussi formé à la poupe.
2. Le front d'onde de l'onde d'Ekman se déplaçant plus vite que le bateau, la dépression s'échappe à l'avant.
3. Le passage d'une éteule de polarité positive de l'onde d'Ekman sous la quille du bateau entraîne une hausse de la résistance de vague subie par le bateau et donc un ralentissement. Les éteules, se déplaçant elles aussi plus vite que le bateau, vont ainsi se succéder sous le bateau puis s'échapper à la proue. Plus l'amplitude de l'éteule est importante, plus l'oscillation en vitesse est forte. Le bateau est aussi ralenti par le sillage de Nansen, stationnaire dans le référentiel du navire.
4. Les éteules de l'onde d'Ekman étant d'amplitudes de moins en moins élevées et leurs vitesses se rapprochant de U_b^∞, le bateau est moins sujet à une résistance d'onde interne oscillante : il atteint un état asymptotique régulier où seule la contribution du sillage de Nansen joue un rôle.

Ainsi, en conservant une force de traction constante, le bateau peut parvenir à s'échapper du comportement capricieux, ou plutôt laisse s'échapper ce comportement. Ce modèle des effets d'eaux-mortes implique que l'amplitude d'oscillation en vitesse est directement reliée aux amplitudes des éteules de l'onde d'Ekman. Concernant la fréquence d'oscillation T_{U_b}, on peut penser qu'elle est fonction de la différence entre les vitesses de phase des éteules et la vitesse du bateau, ainsi que des longueurs d'onde de la dépression ondulante dispersive. Pour autant, une relation directe entre ces grandeurs n'est pas évidente. En effet, les vitesses de phase des éteules varient selon leurs positions, mais aussi dans le temps (figure 3.66). Celles-ci accélèrent pour tendre vers une vitesse $V = c_\phi$. De plus, le bateau lui aussi change de rythme. Ainsi, ce dernier peut se déplacer momentanément plus vite qu'une éteule, puis plus lentement..., leurs positions l'un par rapport à l'autre oscillant alors elles aussi.

En plus de la dynamique du bateau, le calcul numérique donne accès à la déformée d'interface au cours du temps et en tout point du canal (x, y). Il est donc possible de tracer à nouveau des diagrammes spatio-temporels (figure 4.5). La simulation capture bien les deux systèmes d'onde avec l'onde d'Ekman s'échappant à l'avant dans les cas sous-critiques, et le sillage de Nansen accroché à la poupe. En supercritique, le bateau génère une dépression, ou proto-soliton de polarité négatif, sous sa quille qu'il peut alors surfer (voir section V.2.2).

IV.2.2 Courbes d'Ekman détaillées : étude asymptotique

Nous cherchons à reproduire par calcul analytique une courbe dite d'Ekman (figure 4.6), c'est-à-dire $F_t = f(U_b)$. Les simulations permettant de réaliser une multitude d'expériences et ceci dans des canaux suffisamment longs pour atteindre le régime asymptotique stationnaire, il est possible de préciser les différents régimes comme exprimé dans la section III.1.1.4. Historiquement, trois régimes avaient été identifiés dans le cas d'un bateau se déplaçant en bicouche :

— Régime sous-critique pour lequel le bateau atteint une vitesse U_b telle que $\mathrm{Fr}_I < 1$.

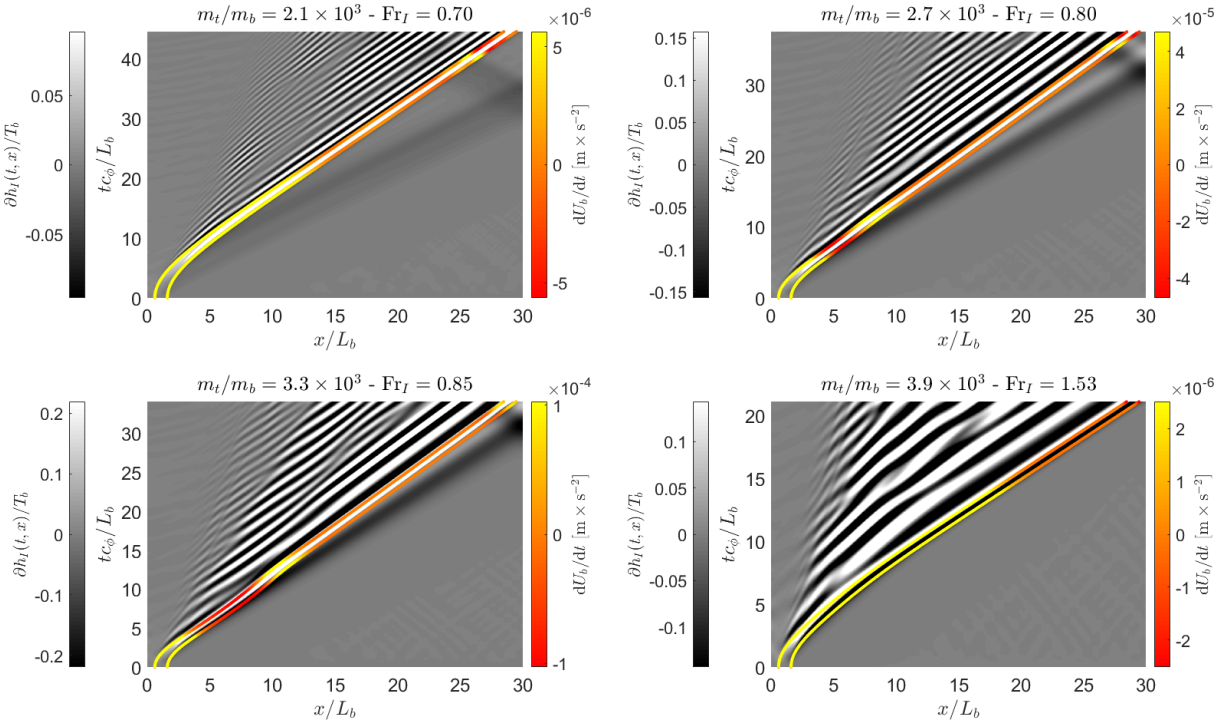


Figure 4.5 – Diagrammes spatio-temporels de simulations pour différents régimes. La position du bateau est indiquée par les courbes en gradient de couleurs, correspondant à l'accélération du bateau. $h_1 = 4.8$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg · m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1026.2$ kg · m^{-3}, $W = 40$ cm, $L_b = 20$ cm, $B_b = 10$ cm, $T_b = 2.4$ cm.

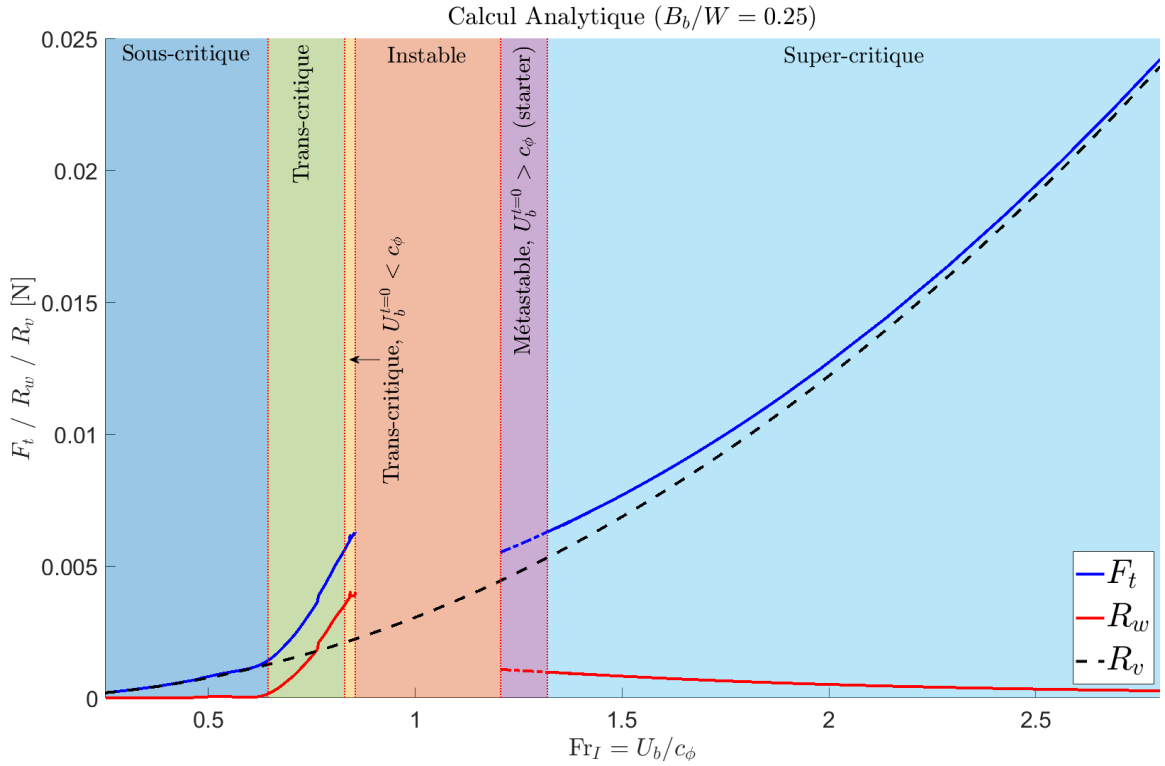


Figure 4.6 – Courbe d'Ekman obtenue par calcul analytique. Pour atteindre le régime métastable, une masse est ajoutée pour augmenter momentanément la force de traction et dépasser la vitesse critique. La résistance en monocouche est celle obtenue empiriquement en laboratoire pour le modèle de bateau indiqué. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $W = 40$ cm, $L_b = 20$ cm, $B_b = 10$ cm, $T_b = 2.4$ cm.

— Régime transcritique pour lequel la vitesse du bateau oscille autour d'une vitesse telle que $\mathrm{Fr}_I \approx 1$.
— Régime supercritique : pour lequel le bateau atteint une vitesse U_b telle que $\mathrm{Fr}_I > 1$.

Les nombreuses expériences permettent d'affiner cette catégorisation. Tout d'abord, le régime transcritique ne peut être défini par une dynamique capricieuse, puisque, comme il a été montré, le navire finit par s'échapper de ces oscillations. Il faut donc séparer l'étude dynamique transitoire de l'étude dynamique asymptotique. Initialement, la décision avait été prise de tracer $F_t = f(U_b)$ avec $U_b = U_b^\infty$ dans les cas sous et supercritiques, et $U_b =< U_b|_t >$ dans les cas oscillants. Grâce au calcul analytique, il est désormais possible de tracer $F_t = f(U_b^\infty)$ pour toutes les forces de traction, ce qui revient à étudier la dynamique asymptotique stationnaire. Dans ce cadre-là, le régime transcritique se définit comme la région pour laquelle le bateau atteint une vitesse U_b^∞ telle que $\mathrm{Fr}_I < 1$ (comme pour le régime sous-critique) et pour laquelle la résistance de vague interne n'est plus négligeable en comparaison à la résistance de frottement. Ainsi, la dynamique du bateau n'est plus pilotée uniquement par sa vitesse comme dans un cas monocouche, mais aussi par les déformées d'interface.

À l'image des chevaux tractant les bateaux dans les canaux et donnant une forte accélération pour dépasser la crise de résistance [Darrigol, 2003], certains régimes nécessitent une modification momentanée de la force de traction pour être atteints. Comme expliqué précédemment, ceci est dû à l'hystéresis que présentent les eaux-mortes. Dans le cas des expériences en laboratoire, l'ajout d'une masse supplémentaire (starter) en début de course permet de dépasser les frottements solides empêchant la mise en mouvement, mais peut aussi aider le bateau à franchir le pic de résistance. Un autre régime est donc défini : le régime métastable pour lequel $\mathrm{Fr}_I > 1$, mais nécessitant une augmentation ponctuelle de la force de traction.

Si le bateau se situe en régime transcritique, l'ajout localisé d'une masse de traction peut donc permettre au bateau de se déplacer momentanément à une vitesse supercritique. En retirant cette masse, le bateau peut soit conserver une vitesse supercritique (état métastable), soit, dans certaines situations, le bateau retrouve sa vitesse initiale du régime transcritique. Ainsi, ce régime se décompose en deux régions : une première zone au sein de laquelle la vitesse asymptotique est toujours sous-critique, et une seconde zone pour laquelle l'ajout d'une masse ferait basculer la dynamique au sein du régime métastable.

Enfin, une gamme de vitesses U_b^∞ reste inaccessible pour un bateau tracté à force constante.

IV.3 Effets du confinement latéral

À partir de ce modèle analytique, mais aussi d'une série de mesures dans un canal étroit, on cherche à déterminer l'impact du confinement latéral sur la dynamique du bateau et la nature des ondes internes générées.

IV.3.1 Impact sur les ondes

Les déformées d'interface obtenues par calculs numériques montrent une modification des deux systèmes d'ondes, dépression ondulante d'Ekman et sillage interne de Nansen, en présence de parois latérales (figure 4.7).

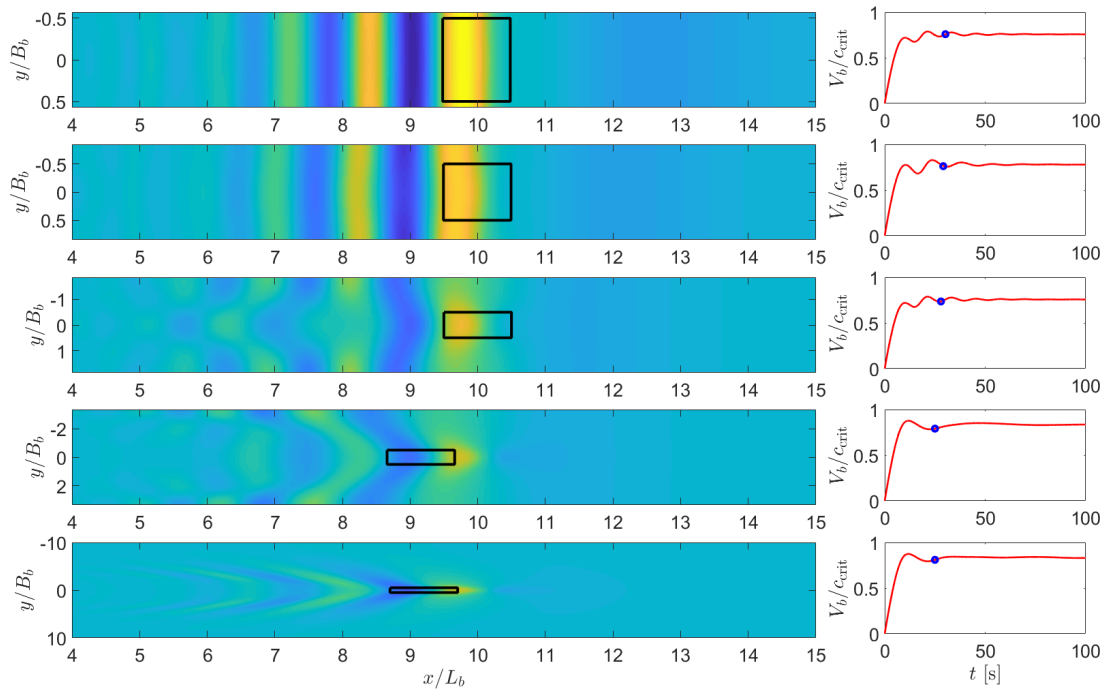


Figure 4.7 – Calculs analytiques de la déformée d'interface ainsi que de la dynamique du bateau pour différents confinements latéraux. De haut en bas : $B_b/W = 0.95; 0.67; 0.27; 0.15; 0.05$. L'onde d'Ekman est plus marquée dans les cas confinés, et le sillage total n'est alors plus que bidimensionnel. La dynamique du bateau est aussi modifiée avec une augmentation des effets transitoires dus à l'onde d'Ekman. Figure tirée de [Fourdrinoy *et al.*, 2020].

En ce qui concerne le sillage de Nansen, lorsqu'un bateau se déplace en pleine mer, c'est-à-dire $B_B/W \to 0$, le sillage produit prend une forme en V, semblable au sillage de surface dit de Kelvin. L'angle que forme ce sillage dépend là aussi du Froude caractéristique interne Fr_I : le sillage se redresse pour atteindre un angle de 180 degrés lorsque $\mathrm{Fr}_I \approx 1$, puis se replie pour des vitesses surcritiques. Lorsque le bateau se déplace en milieu confiné, le sillage est dans un premier temps réfléchi par les parois, présentant alors des zones dites constructives où l'addition de l'onde et de sa réflexion augmente l'amplitude de déformée ; et des zones destructives où l'addition annule la déformée d'interface. Enfin, lorsque le confinement latéral devient presque total $B_b/W \to 1$, le sillage total, résultat de la superposition du sillage de Nansen et de l'onde d'Ekman, est alors bidimensionnel et de forte amplitude. Cette modification du sillage impacte le comportement asymptotique : les effets du sillage sont amplifiés par le confinement latéral, ce qui correspond aux expériences modernes [Carpenter et Keulegan, 1960, Arntsen, 1996, Mercier *et al.*, 2011, Medjdoub *et al.*, 2020]. Ainsi, au sein du régime sous-critique, le bateau est d'autant plus ralenti par la présence d'une stratification que le confinement est fort. Au contraire, dans le cas supercritique, cette amplification du phénomène permet au bateau de surfer la déformée d'interface, réduisant de ce fait sa traînée.

La dépression ondulante d'Ekman est par nature bidimensionnelle. Le confinement latéral ne peut donc jouer un rôle que sur son existence et son amplitude. Tout comme pour les solitons de surface générés par le déplacement d'un bateau, l'amplitude de l'onde d'Ekman est plus grande en présence d'un fort confinement. Ceci s'avère pour le front d'onde de polarité négative, mais aussi pour les éteules qui le suivent. Cette onde générant des oscillations de la résistance d'onde interne, une augmentation de son amplitude impacte la dynamique transitoire du navire.

Pour confirmer cette augmentation des amplitudes, une série de mesures a été réalisée dans un canal étroit. Ce canal a pour dimensions $L = 2.845$ m, $W = 0.11$ m, et est directement posé dans l'aquarium servant aux expériences précédentes. Comme indiqué précédemment (voir section III.4.1), les systèmes de traction et de visualisation sont inchangés. Toutefois, le canal étroit étant placé dans l'ancien canal large, l'électro-aimant n'est plus assez puissant pour retenir le bateau. Un frein bloque donc les poulies afin de bloquer le départ. Lorsque les deux caméras commencent à enregistrer en vue de côté, le frein est retiré de façon manuelle pour dégager le bateau et le laisser libre de traverser le canal. Ceci implique donc que le lancement n'est plus synchronisé avec les caméras. Les paramètres de stratification sont similaires à ceux utilisés en canal large.

Dans ce contexte, les mesures de déformée présentent des ondes de très fortes amplitudes, le sillage de Nansen pouvant atteindre presque trois centimètres, soit la taille du tirant d'eau (figure 3.67). L'onde d'Ekman est elle aussi plus marquée, facilement visible à l'œil nu. Ces résultats font échos aux mesures réalisées dans les expériences modernes, généralement placées en canal étroit [Mercier *et al.*, 2011, Medjdoub *et al.*, 2020]. Le confinement latéral joue donc un rôle prépondérant dans les amplitudes des ondes. Le choix expérimental d'un confinement tel que $B_b/W \approx 1$ permet de réduire les effets 3D, mais aussi d'accentuer la hauteur de déformée et donc de faciliter son observation. Pour autant, cela doit aussi entraîner une modification de la dynamique du bateau et faire apparaître des effets non linéaires. Ces derniers, non pris en compte dans le modèle analytique, sont une limite de l'étude numérique et peuvent aussi être la source d'autres structures ondulatoires ou hydrauliques (voir section III.4.1).

IV.3.2 Impact sur la dynamique du bateau

Le confinement latéral agit sur les deux systèmes d'ondes, et donc sur les deux temps de la dynamique du bateau. Dans un premier temps, lorsque le confinement est très important, l'onde d'Ekman de grande amplitude entraîne une accentuation des oscillations en vitesse. Ces oscillations sont telles que le bateau semble s'arrêter à chaque passage de crête d'une éteule de la dépression ondulante. Des modifications de l'ordre de ± 40 % de la vitesse moyenne ont été observées, et ce sur un temps relativement réduit. Soit une perte de vitesse entre le maximum atteint et la vitesse la plus faible de 70 % sur une période de seulement 10 secondes (figure 4.8). Les oscillations en vitesse sont donc plus visuelles en laboratoire qu'en pleine nature compte tenu des canaux relativement étroits généralement utilisés afin d'augmenter les amplitudes de vagues, réduire les effets tridimensionnels, et faciliter la mise en place de la stratification.

Pour autant, cette dynamique capricieuse des phénomènes d'eaux-mortes peut impacter les bateaux se déplaçant en canaux, ou à l'entrée des ports [Delefortrie et Vantorre, 2016].

Le confinement latéral agit aussi sur le second temps de la dynamique du bateau en eaux stratifiées, c'est-à-dire sur la vitesse asymptotique atteinte à force constante. Ici, on suppose que le temps de parcours a été suffisamment long pour négliger l'impact de l'onde d'Ekman et que seuls le sillage de Nansen et la contribution visqueuse contribuent à ralentir le navire. À partir des calculs analytiques, des courbes de forces de traction en fonction des vitesses atteintes sont tracées, et ce pour différents confinements (figures 4.6 et 4.9).

Comme supposé par l'augmentation de l'amplitude du sillage de Nansen en présence

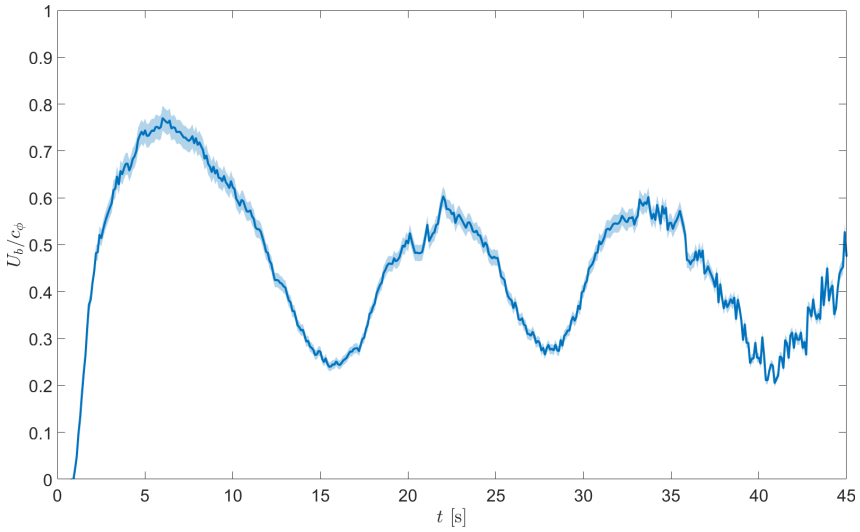


Figure 4.8 – Vitesse du bateau dans un canal très étroit ($B_b/W = 0.91$) en régime transcritique. Les oscillations en vitesse représentent ±40 % de la vitesse moyenne pouvant donner l'impression d'arrêt soudain du bateau. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000.5$ kg · m^{-3}, $h_2 = 10$ cm, $\rho_2 = 1025.5$ kg · m^{-3}, $m_t = 1.67$ g.

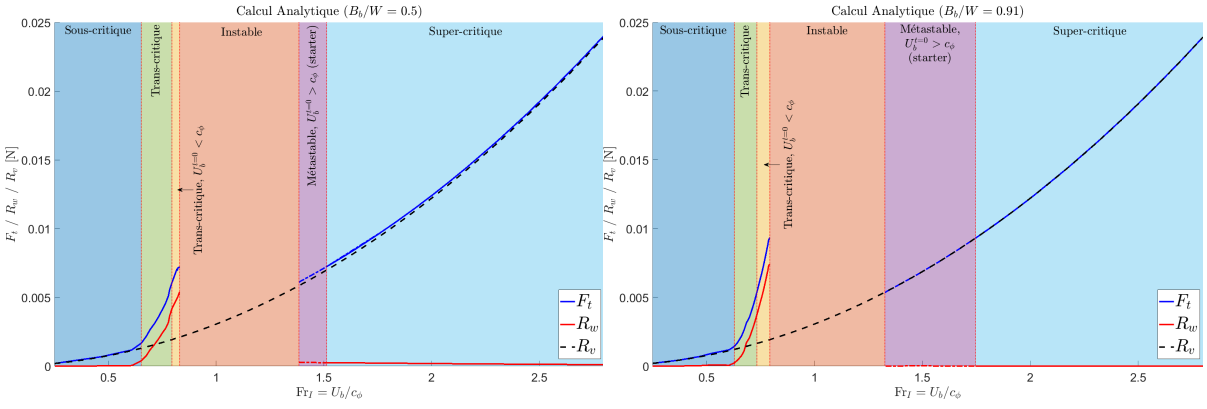


Figure 4.9 – Courbes d'Ekman obtenues par calcul analytique selon le confinement latéral pour une stratification similaire à celle de la figure 4.6. La résistance en monocouche est celle obtenue empiriquement en laboratoire pour le modèle de bateau indiqué. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 999$ kg · m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.7$ kg · m^{-3}, $L_b = 20$ cm, $B_b = 10$ cm, $T_b = 2.4$ cm, $W = 20$ cm (GAUCHE), $W = 11$ cm (DROITE).

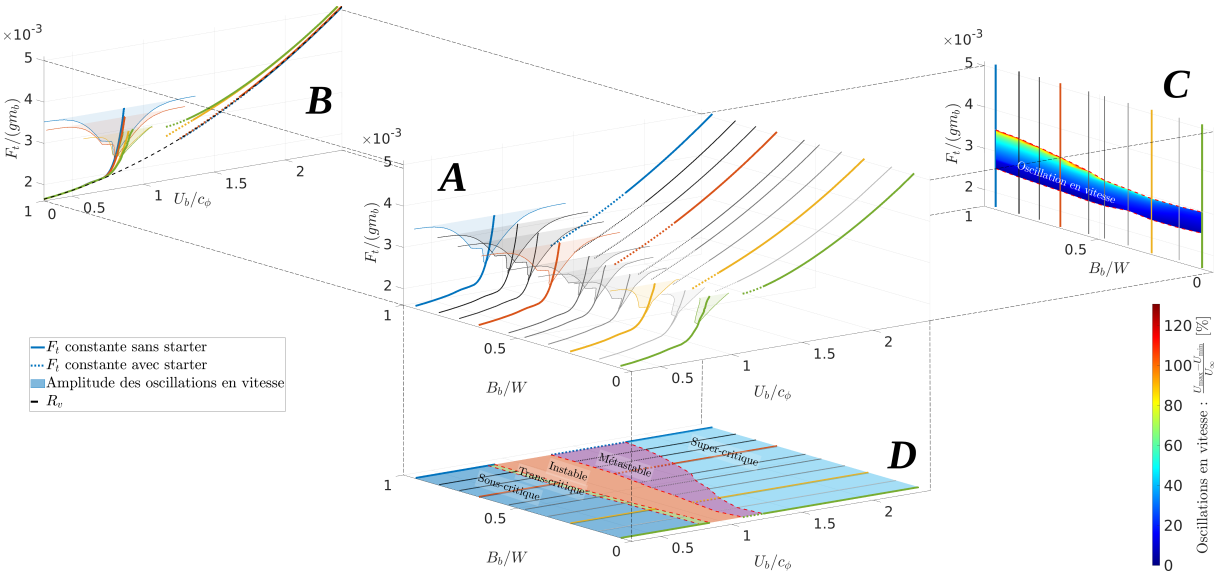


Figure 4.10 – Dynamique du bateau en fonction du confinement latéral B_b/W et du rapport entre la force de traction et le poids du navire $F_t/(m_b g)$. Les résultats sont obtenus par calcul analytique dans des canaux numériques suffisamment longs pour atteindre le régime asymptotique. Sur le graphique 3D (A) : les lignes continues représentent les vitesses asymptotiques sans masse initiale supplémentaire ; les aires colorées indiquent l'amplitude des oscillations de vitesse ; les lignes en pointillés représentent les vitesses asymptotiques avec une masse initiale supplémentaire. Sur la projection (C) $B_b/W \mid F_t/(m_b g)$: le gradient de couleurs représente les amplitudes des oscillations en vitesse avant d'atteindre le régime asymptotique. Sur la projection (D) $B_b/W \mid U_b/c_{\text{crit}}$: visualisation des différents régimes dynamiques observables en zone stratifiée. Sur la projection (B) $F_t/(m_b g) \mid U_b/c_{\text{crit}}$: superposition des courbes d'Ekman pour différents confinements latéraux.

de parois latérales, dans la région sous-critique ($\text{Fr}_I < 1$) le confinement accentue la traînée interne. La vitesse asymptotique est alors diminuée. Au contraire, dans la région supercritique ($\text{Fr}_I > 1$), le confinement latéral profite au bateau qui peut surfer la dépression sur sa quille, diminuant de ce fait la traînée interne. La crise de résistance due aux phénomènes d'eaux-mortes est donc amplifiée par le confinement latéral.

Par la suite, de nombreuses expériences ont été réalisées pour diverses forces de traction et rapport B_b/W. Il est ainsi possible de représenter dans un plan 3D (B_b/W ; $F_t/(gm_b)$; Fr_I) l'ensemble des phénomènes en eaux stratifiées (figure 4.10). Ceci met en évidence que le confinement latéral imposé par les expériences modernes implique une exacerbation des phénomènes d'eaux mortes, hystéresis comme oscillations de vitesse. Dans le cadre de la bataille d'Actium, les galères ne se trouvaient pas entre deux parois proches. Pour autant, étant en formation rapprochée, un confinement partiel était créé par la présence des bateaux voisins. Ce confinement partiel est d'autant plus proche d'un confinement classique que le clair sous quille était réduit (voir section V.3.2).

IV.4 Calculs numériques à vitesse constante

IV.4.1 Asservissement de la force de traction

En modifiant légèrement l'algorithme (figure 4.11) il est possible de "simuler" par calculs numériques des expériences non pas à force de traction constante, mais à vitesse fixée. La force de traction est alors asservie par cette consigne, à l'image de la puissance que doit

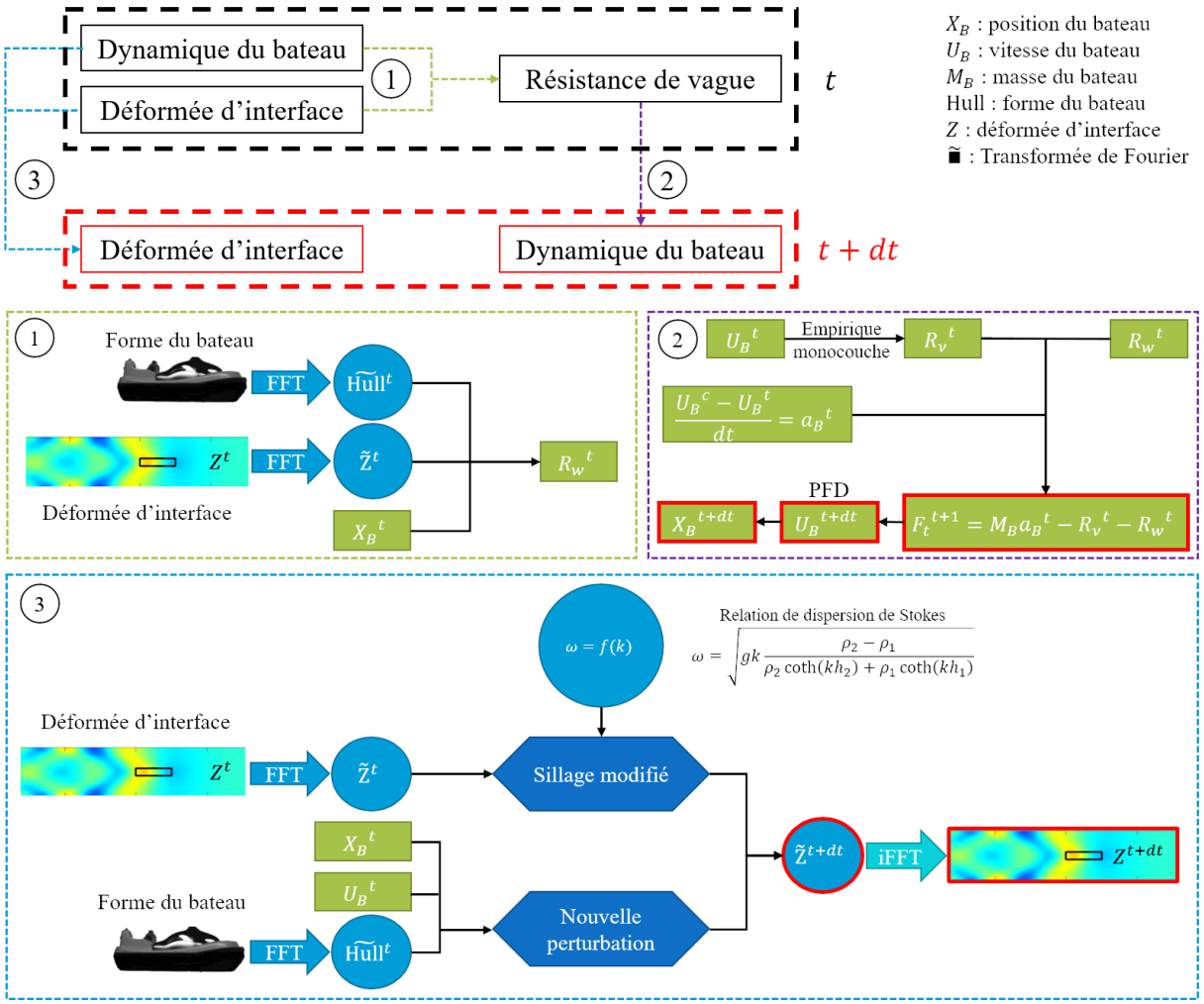


Figure 4.11 – Schéma explicatif du calcul analytique de la dynamique d'un bateau en milieu stratifié avec vitesse consigne imposée. La force de traction est asservie afin de suivre une courbe de vitesse précise.

fournir un chariot dans un bassin de traction pour atteindre puis conserver une certaine vitesse. Ainsi, si le calcul de la déformée d'interface n'est pas modifié, il est nécessaire d'ajouter à chaque pas de temps le calcul de la force de traction. Dans un premier temps, le script détermine une accélération a_b nécessaire pour s'approcher au plus de la vitesse consigne U_b^c au cours d'un laps de temps $\mathrm{d}t$:

$$a_b(t) = \frac{U_b^c - U_b(t)}{\mathrm{d}t} \tag{167}$$

Puisque les résistances à l'avancement en jeu sont connues, mesurées de manière semblable au cas des calculs analytiques à force constante, le principe fondamental de la dynamique permet de remonter à une force de traction F_t nécessaire.

$$F_t(t) = M_b a_b(t) - R_v(U_b(t)) - R_w^{\text{interne}}(t) \tag{168}$$

On remarque que si pour $t_0 = 0$, le bateau et l'interface sont au repos ($U_b(t_0) = 0$, $R_v(t_0) = R_w^{\text{interne}}(t_0) = 0$), alors

$$F_t(t_0) = M_b \frac{U_b^c}{\mathrm{d}t} \tag{169}$$

Dans le cas où le pas de temps $\mathrm{d}t$ est réduit, la force de traction peut être extrêmement importante. Par exemple, dans une configuration similaire à celle déjà testée soit $M_b \approx 300$ g, $\mathrm{d}t \approx 0.003$ s, et $U_b^c \approx 10$ cm $\cdot$ s^{-1}, alors $F_t(t_0) \approx 1000$ kg (à comparer aux masses normalement mises en jeu de l'ordre du gramme). Pour pallier ce problème, l'asservissement ne cherche pas à imposer tout de suite la vitesse asymptotique cible U^∞ et suit une courbe d'accélération linéaire :

$$U_b^c(t) = \begin{cases} a_0 t & \text{pour } t \leq U^{c\infty}/a_0 \\ U^\infty & \text{pour } t > U^\infty/a_0 \end{cases} \tag{170}$$

La pente d'accélération est fixée dans le cas des simulations des expériences de laboratoire à $a_0 = 0.01$ m $\cdot$ s^{-2}, compromis entre la durée d'accélération et la force de traction initiale. Pour atteindre une vitesse $U_b^c \approx 10$ cm $\cdot$ s^{-1}, la durée est approximativement de dix secondes (soit une distance parcourue de 0.5 m), et la force de traction initiale vaut $F_t(0) \approx 3$ g.

IV.4.2 Comparaison des expériences à force ou à vitesse fixées

En réalisant une courbe dite d'Ekman à vitesse de bateau imposée, on met en évidence que la dynamique asymptotique est identique à celle obtenue à force constante une fois les oscillations en vitesse atténuées (figure 4.12). Les expériences à vitesse fixe permettent donc d'explorer uniquement la dynamique asymptotique et le phénomène d'hystérésis des eaux-mortes, mais ne capturent pas les régimes capricieux et leurs oscillations de vitesse. L'onde d'Ekman se propageant indépendamment de la vitesse du bateau, elle sera soit rapidement distancée dans les cas supercritiques, soit à l'avant du bateau dans les cas sous-critiques. Les variations de vitesse dues aux non-linéarités du sillage de Nansen (voir section III.4.1) sont, elles, non capturées par le modèle. À vitesse fixée, il est possible de venir mesurer les efforts du bateau dans la région instable.

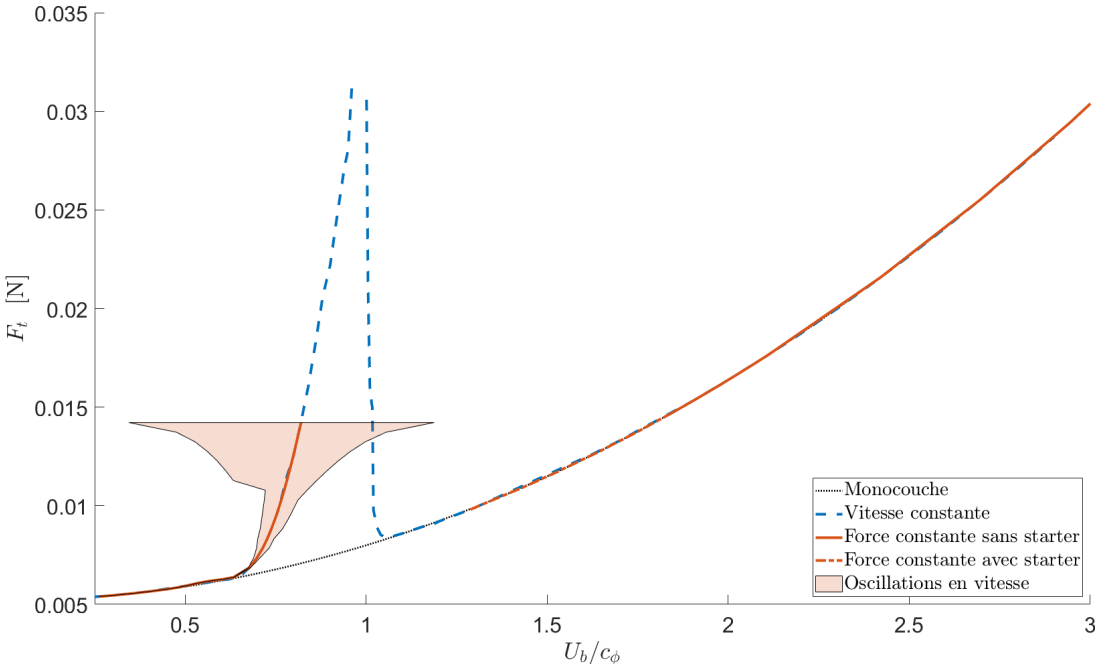


Figure 4.12 – Calculs analytiques des expériences de traction d'un bateau en milieu stratifié à vitesse constante (courbe pointillée bleue) avec asservissement de la force de traction, ou à force constante (courbe rouge) avec ou sans masse supplémentaire initiale. Le régime transitoire où la vitesse fluctue dans les mesures à force constante est symbolisé par la région colorée en rouge marquant l'amplitude des oscillations en vitesse avant atteinte du régime asymptotique.

Enfin, si les régimes asymptotiques ne diffèrent pas entre les expériences à vitesse ou force imposées pour les cas sous-critiques et supercritiques, on note que le pic de la crise de résistance est intensifié pour les expériences à vitesse fixée. Ceci peut s'expliquer par un effet positif de l'onde d'Ekman. Il a été vu que cette dépression ondulante dispersive augmentait puis diminuait la résistance d'onde interne subie par le bateau en fonction du passage de crête ou de creux sous la quille. Cet évènement peut être profitable au bateau, lui permettant pendant un instant de dépasser la vitesse de crise et de passer alors au sein du régime métastable. L'onde d'Ekman joue ici un rôle semblable à une masse de traction ajoutée temporairement, ou à une accélération soudaine des chevaux tirant le bateau.

IV.4.3 Pistes pour s'échapper du piège

La comparaison des expériences à force ou vitesse imposées offre des pistes de réflexion pour aider les marins à s'échapper des phénomènes d'eaux-mortes. En premier lieu, comme indiqué précédemment, il est possible de tirer profit de l'onde d'Ekman pour dépasser la crise de résistance et atteindre une région de résistance à l'avancement plus faible. Pour autant, l'onde d'Ekman est à double tranchant puisque pouvant aussi provoquer de forts ralentissements. De plus, cette dépression ondulante n'a d'effet qu'en présence de parois latérales, augmentant l'amplitude des ondes et donc son importance.

Au contraire, plutôt que d'essayer d'exploiter cette onde et prendre le risque d'y être piégés, les marins peuvent tenter d'éliminer les oscillations de vitesse ou de s'en échapper. L'onde d'Ekman étant générée par la perturbation initiale induite par l'accélération initiale du bateau, une augmentation croissante et non brutale de la force exercée par le bateau permet de réduire l'influence de la dépression. En effet, lors des expériences à la Scott Russell (voir section III.3), une perturbation initiale rapide au niveau de la pycnocline

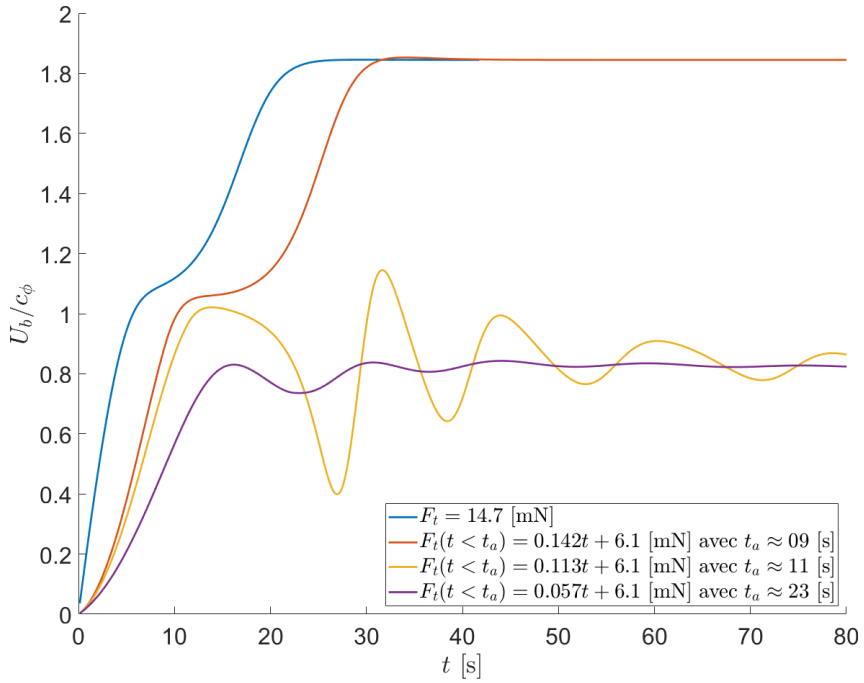


Figure 4.13 – Dynamiques d'un bateau obtenues par calculs analytiques en fonction de la force de traction appliquée dans la phase d'accélération. La force de traction est soit constante, soit augmente graduellement plus ou moins rapidement pour laisser l'onde d'Ekman s'échapper à la proue. $B_b/W = 0.91$ afin d'augmenter les effets de l'onde d'Ekman.

impliquait des amplitudes de la dépression ondulante élevées, voire des déferlements. Ainsi, en augmentant progressivement la force de traction du bateau, ce dernier peut espérer laisser s'échapper à sa proue l'onde d'Ekman, et atteindre alors un régime asymptotique. Ce conseil est semblable à celui que l'on pourrait donner à des marins déjà pris dans le piège des eaux-mortes : ralentir pour laisser partir l'onde d'Ekman et ne conserver que l'effet du sillage de Nansen.

En ce qui concerne le second piège ondulatoire des eaux-mortes à savoir un ralentissement permanent du bateau dû à la génération d'un sillage interne de Nansen, une possibilité est de s'inspirer des chevaux tractant les bateaux dans les canaux [Darrigol, 2003]. Une accélération soudaine, mais temporaire peut permettre d'atteindre le plateau dit métastable pour lequel le bateau rencontre une résistance d'onde interne minimale (figure 4.13). Une autre possibilité est de non plus jouer sur les forces de propulsion, mais sur les caractéristiques de la stratification. En effet, si le bateau se déplace momentanément dans une stratification de plus faible profondeur (en s'approchant des berges par exemple), alors la vitesse critique locale des ondes internes est diminuée (figure 3.8). Il est alors plus facile pour le navire de dépasser ce seuil afin de rejoindre le régime supercritique où le sillage de Nansen joue un rôle minoritaire, et regagner alors une région plus profonde pour profiter de cette vitesse.

Enfin, un dernier point non étudié ici est l'influence de la zone de mélange sur la dynamique du bateau. Si la vitesse critique des ondes internes n'est pas modifiée par la présence d'une zone de transition, la qualité de la stratification en bicouche peut tout de même avoir une influence sur le champ de pression autour du bateau et donc sa dynamique. Ainsi, chercher à brasser la pycnocline, par exemple à l'aide des hélices modernes équipant les bateaux, pourrait mener à une transformation de l'interaction fluide bateau et de sa dynamique.

Synthèse

En s'appuyant sur les mesures expérimentales réalisées précédemment, on montre qu'un modèle linéaire est suffisant pour décrire les phénomènes d'eaux-mortes. Ce modèle linéaire est un atout majeur dans la compréhension de cette dynamique capricieuse. En effet, plus que la dynamique stationnaire d'un bateau en milieu stratifié, ce calcul permet d'obtenir la dynamique transitoire, mais aussi la déformée d'interface au cours du temps, et ceci en deux dimensions. De plus, il permet d'explorer de nombreux paramètres : caractéristiques de la stratification, impact du confinement latéral, étude de la dynamique sur des distances importantes... L'évolution de la pycnocline étant calculée par un modèle linéaire, l'algorithme reste rapide même pour des canaux de grandes tailles.
À la suite de ces expériences numériques, la description des régimes dynamiques des eaux-mortes est affinée. Il est important de distinguer les deux périodes d'un bateau tracté à force constante. Dans un premier temps, le bateau est influencé par son interaction avec l'onde d'Ekman générée par son accélération. Cette dynamique transitoire s'estompe avec le temps et, si le canal est suffisamment long, il atteint un régime asymptotique où seul le sillage de Nansen impacte sa vitesse. De surcroit, les confinements latéraux souvent imposés lors des expériences de laboratoire exacerbent les phénomènes d'eaux-mortes (transitoire comme asymptotique) en augmentant les amplitudes de déformées. Cette hypothèse est corroborée par des mesures expérimentales dans un canal à fort confinement.
Enfin, outre l'importance du paramètre B_b/W, les expériences numériques à forces constantes sont fortement influencées par l'accélération initiale. Cette dernière impacte les oscillations en vitesse du régime transcritique, mais peut aussi permettre d'atteindre le régime métastable nouvellement défini.

CHAPITRE V

Actium : un piège ondulatoire, une légende, et des perspectives

V.1 Modification des ondes de surface par les ondes d'interface 194
V.2 Mesure des champs de vitesses en bicouche 196
V.2.1 Technique expérimentale de la PIV 196
V.2.2 Coupe verticale : surfer le proto-soliton 199
V.2.3 Coupe horizontale : un autre motif échénéis 201
V.3 Questions ouvertes et perspectives 205
V.3.1 Effets d'eaux-mortes dans le bassin des carènes 205
V.3.2 Actium : d'autres pistes à explorer 207
V.3.3 Mode stationnaire au-dessus d'un obstacle : une analogie possible 210
V.3.4 Après la bataille d'Actium 211
Synthèse 213



Illustration tirée de la bande dessinée *Astérix et Cléopâtre* de René Goscinny et Albert Uderzo, chez Dargaud (1965).

Pour identifier les courants internes créés par les ondes internes et le déplacement du bateau au sein de la couche supérieure, des mesures de champ de vitesses par PIV ont été réalisées. Ces courants engendrent des modifications des ondes de surface, témoins indirects des eaux-mortes. Le motif créé est une seconde justification à la légende de l'échénéis, rattachée à la présence d'un sillage interne de Nansen. Par la suite, ce chapitre livre les questions entourant la bataille navale d'Actium encore en suspens, ainsi que des perspectives dépassant le cadre de l'étude historique.

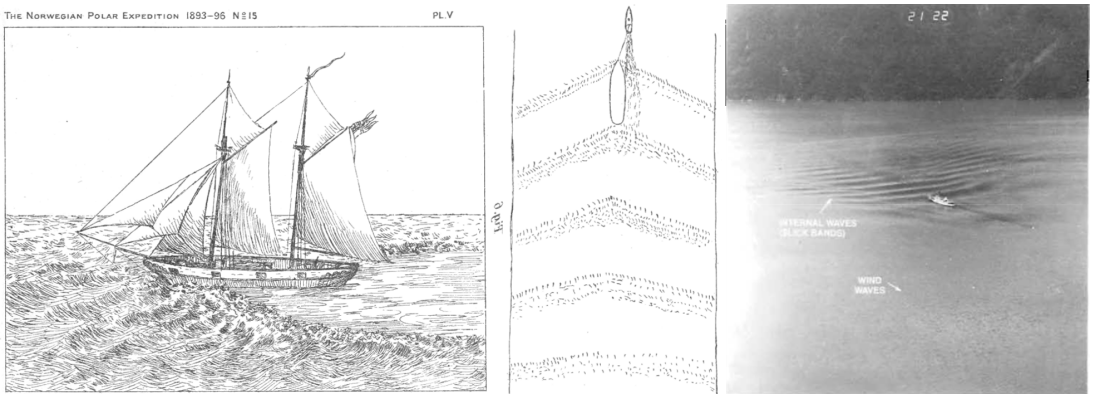


Figure 5.1 – Descriptions visuelles d'un bateau capturé dans les eaux-mortes selon [Ekman, 1904] et photo d'un bateau générant des ondes internes tirée de [Thomson, 1981].

V.1 Modification des ondes de surface par les ondes d'interface

Les eaux-mortes ne sont pas totalement invisibles à l'oeil des marins, mais possèdent une trace visuelle (figure 5.1) : *la surface de la mer autour du navire présente un aspect particulier, qui varie selon les conditions. Lorsque le phénomène se produit régulièrement, on observe un ensemble de bandes à l'arrière traversant le sillage, ou un couple de bandes s'étendant obliquement à l'arrière des côtés du navire. Autour de la poupe du navire, un sillage se forme, constitué d'eau vive non ridée, qui, dit-on, suit le navire et s'avance même vers lui. Les bandes qui sortent des côtés du vaisseau semblent former la ligne de démarcation entre l'eau qui suit le vaisseau et l'eau extérieure. On croit généralement qu'une masse d'eau s'accroche au vaisseau et que celle-ci se répand dans l'eau extérieure avec un rugissement. Il s'éloigne du navire lorsque le vent augmente, et vice versa. De même, on dit que plus le vent faiblit plus les bandes qui traversent le sillage se rapprochent de la poupe. Le sillage et les bandes ont souvent une direction asymétrique. La cause en est, sans doute, que l'eau saumâtre (plus légère), forme un étroit courant de surface au-dessus de l'eau de mer (plus lourde), de sorte que les parties supérieures et inférieures du corps du navire se déplacent dans des eaux de vitesses différentes. Il est évident que les deux courants - surtout si le navire tire plus d'eau vers l'arrière que vers l'avant - tendent à faire tourner la tête du navire dans une certaine direction. Il peut se diriger de part et d'autre de cette direction, mais dans certaines limites qui dépendent de la force et de la direction des courants de surface et de fond, ainsi que du vent. Ainsi, les courants marins sont capables de modifier considérablement les effets de l'eau morte. Il est très probable que les accidents particuliers mentionnés par les marins comme "eau morte" sont principalement causés par ces courants de surface et de fond.* [Ekman, 1904]

Les marins pris dans les eaux-mortes ont donc été témoins de l'apparition de bandes transverses, alternant bandes "ridées" et bandes lisses (figure 5.1). Les courants proches de la surface vont ainsi modifier les rides de vent selon leurs orientations (figure 5.2) [Ewing, 1950, Basovich et Bahanov, 1984]. Ce raidissement des rides de surface créées par le vent en fonction des courants peut être modélisé par la modification d'un paquet d'ondes se déplaçant au-dessus d'un obstacle. Les amplitudes et longueurs des ondes capillo-gravitaires

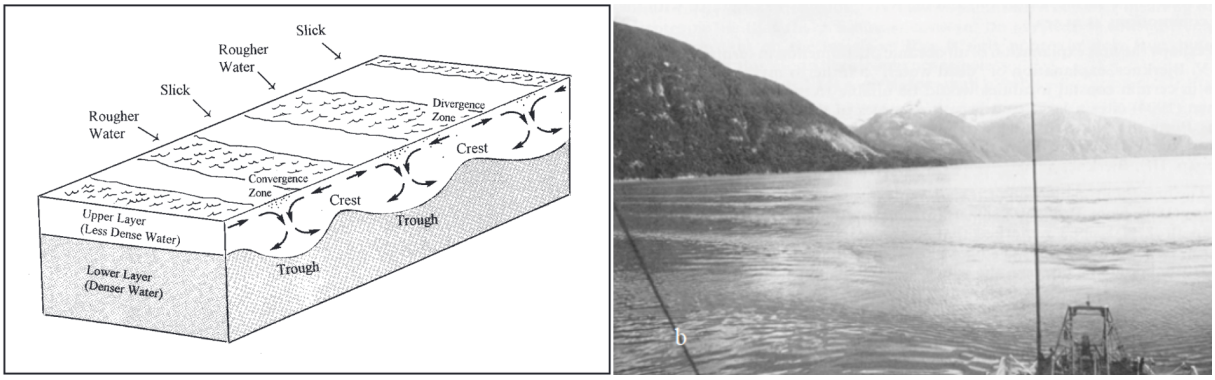


Figure 5.2 – (GAUCHE) Schéma explicatif des bandes ridées et lisses de surface d'après Bruce Parker [Parker, 1999]. (DROITE) Observation des bandes à la surface depuis un bateau se déplaçant à $U_b \approx 0.5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Photo tirée de [Thomson, 1981]

rencontrant un co-courant ou contre-courant inhomogène sont transformées. À partir d'une certaine vitesse seuil dépendant de la fréquence de l'onde, les vagues sont "stoppées", transformée et "réfléchies" créant une zone lisse passé ce point de blocage [Badulin *et al.*, 1983, Rousseaux *et al.*, 2010, Euvé, 2017].

Le vent et les marées jouent aussi un rôle important dans le phénomène. *À l'embouchure de la Glommen, par exemple, les petites embarcations rencontrent des eaux mortes plus loin en mer, car la couche superficielle y est moins épaisse que celle des grands bateaux, ce qui les fait remonter plus haut dans le fleuve. Selon l'augmentation du débit d'eau douce, la région où apparaissent les eaux mortes se retire de l'embouchure des rivières vers la mer, et vice versa. En hiver, lorsqu'il y a peu d'eau dans le Glommen, les eaux mortes apparaissent principalement dans le fleuve lui-même, entre la ville et les rapides de Sarp ; mais en été, leur région se trouve en aval de la ville et s'étend jusqu'aux rochers les plus éloignés du fjord de Kristiania. Un autre fait, probablement lié à celui mentionné ci-dessus, est que le phénomène d'eaux mortes est généralement plus fort dans une brise de mer modérée, que lorsqu'une brise de terre souffle. En effet, sous l'effet de la brise de mer, l'eau douce est retenue sur la côte et sa profondeur augmente en conséquence, tandis que la brise de terre en emporte la plus grande partie vers la mer. Sur le Glommen, on dit que l'eau morte est plus forte à la marée montante qu'à la marée descendante, peut-être à cause des courants de marée ou des variations de la profondeur de la couche d'eau douce.* [Ekman, 1904]

Or, lors de la bataille d'Actium, si le vent n'était pas présent le matin, il s'est levé pendant l'après-midi. Ainsi, autour de midi, une brise de mer a commencé, puis s'est transformée en un vent de force 3 ou 4 (soit $12 - 19\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ ou $20 - 28\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Sa direction change alors pour être d'ouest vers le nord-est [Carter, 1970, Martin, 1995].

Cette modification de la surface libre peut être utilisée pour détecter les ondes internes à partir de mesure par un système de radar à synthèse ouverte (Synthetic-aperture radar) [Alpers et Vlasenko, 2019], voir même observer les changements qu'apporte la bathymétrie dans les amplitudes et longueurs des ondes internes. Toutefois, dans les expériences menées dans le petit canal stratifié, le bateau, compte tenu du facteur d'échelle, ne parvient pas à atteindre une vitesse suffisante pour générer un sillage de surface (le seuil est de $23.1\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$). La surface libre reste donc plane, et les courants internes n'ont pas de trace visible à l'interface eau-air. Pour autant, une mesure de ces vitesses permet d'appréhender la modification qu'auraient induite les ondes internes sur la surface libre. Une série de mesures PIV (Vélocimétrie par Image de Particules) a donc été réalisée.

V.2 Mesure des champs de vitesses en bicouche

V.2.1 Technique expérimentale de la PIV

La PIV est une technique de mesure non intrusive permettant de mesurer un champ de vitesses. Pour cela, le fluide est ensemencé de particules réfléchissantes suivant les mouvements de l'écoulement. Un LASER permet d'illuminer ces particules et une caméra rapide capture la zone éclairée. Par la suite, chaque image est découpée en cellules de plusieurs pixels et un post-traitement cherche à estimer par corrélation le déplacement de chaque cellule entre deux images. Le LASER utilisé est un LASER Continuum Terra PIV (figure 5.3), permettant une gamme de fréquences de 100 Hz à 10 kHz avec une longueur d'onde utile de 527 nm. L'épaisseur de la nappe LASER est de 2 mm. La caméra est une caméra Vision Research Phantom VEO 4K 990L de type CMOS permettant une définition de 4096 × 2304 pixels. L'ensemble est piloté par le logiciel Lavision 10. Quatre nappes LASER ont été réalisées :

- Coupe verticale à 10 cm du milieu de canal. Le bateau de largeur $B_b = 10$ cm étant placé en milieu de canal, la nappe LASER ne frappe pas la maquette, évitant ainsi une zone d'ombre à la proue. Le LASER est placé en bout de canal, au niveau de l'électro-aimant. La caméra, placée sur le support ISEL 3-axes, est équipée d'un objectif Sigma 105 mm F2.8 DG MACRO (figure 5.3).
- Coupe horizontale placée à un centimètre sous la surface. Le LASER est placé en bout de canal, au niveau de l'électro-aimant. Un système de miroir permet de filmer sous le canal et d'éviter ainsi le passage par la surface libre. La caméra est alors équipée d'un objectif Nikon Nikkor 50 mm 1 :1.2. (figure 5.4).
- Coupe horizontale placée à trois centimètres sous la surface. La couche d'eau douce ayant une profondeur de $h_1 = 5$ cm et le tirant d'eau étant de $T_b = 2.4$ cm, cette configuration permet de visualiser les courants sous la maquette, sans toutefois être gêné par la pycnocline. Le système de miroir ainsi que l'objectif de 50 mm sont conservés dans cette expérimentation. Le LASER est toujours placé à l'arrière de la maquette (figures 5.4 et 5.5).
- Coupe horizontale placée à un centimètre sous la surface. Dans ce dernier cas de figure, le LASER tire par le côté du canal. Ainsi, le bateau ne projette pas son ombre et il est possible de visualiser les courants au niveau de sa proue. Le miroir est placé au-dessus du canal, la caméra, équipée d'un objectif Sigma 105 mm F2.8 DG MACRO, enregistrant la nappe LASER à travers la surface libre. Cette configuration est permise car la surface libre reste plane au passage du bateau. Elle nous permet alors de nous affranchir du changement d'indice au niveau de la pycnocline (figure 5.4).

L'ensemble LASER et caméra est synchronisé par le déclenchement de l'électro-aimant. La fréquence d'acquisition (et de tir du LASER) est fixée à 100 Hz, limite basse du LASER.

La couche d'eau salée est ensemencée de particules de 56 μm micron à raison de 0.01 g $\cdot$ L^{-1}. La masse volumique est choisie à $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, soit approximativement la masse volumique des particules. De cette manière, la couche inférieure peut être brassée pour mettre en suspension les particules avant la mise en place de la stratification. Pour la couche supérieure, l'ensemencement ne peut se faire qu'après stratification. En effet, les éponges, nécessaires à la création de cette dernière, filtrent l'eau adoucie de ces particules. Une fois les deux couches placées, il est donc nécessaire d'ensemencer à la main le long de la

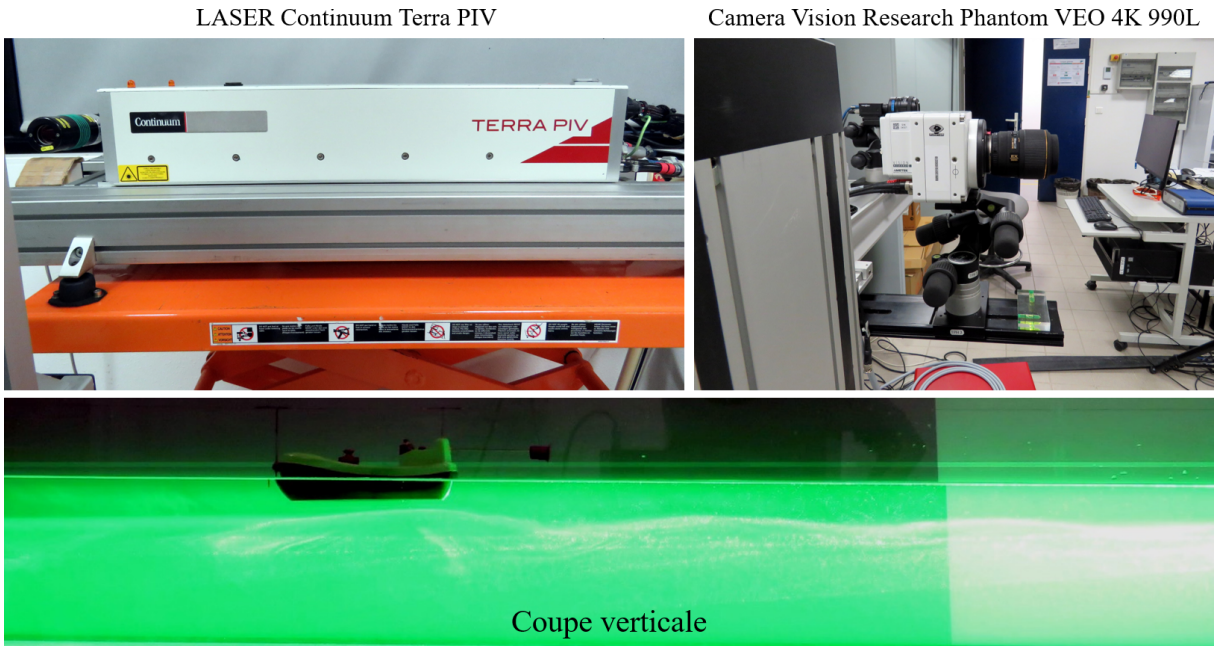


Figure 5.3 – (HAUT-GAUCHE) LASER Continuum Terra PIV placé à l'extrémité du canal. (HAUT-DROITE) Caméra Vision Research Phantom VEO 4K 990L avec un objectif Sigma 105 mm F2.8 DG MACRO placée sur la table de déplacement ISEL 3-axes dans la configuration d'une nappe LASER verticale. (BAS) Visualisation de la nappe LASER verticale lors d'un essai en régime transcritique.

nappe LASER et cela dans l'ensemble de la zone de mesure. À partir d'un bécher contenant de l'eau douce $\rho_1 = 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ et des particules de 56 μm à raison de $1\ \mathrm{g \cdot L^{-1}}$, une pipette permet d'ensemencer sans perturber la pycnocline. Cependant, la répartition des particules peut être hétérogène et nécessite de reconduire cette procédure tout les trois essais.

Le traitement des images capturées se fait sur le logiciel Lavision - Davis 10. Un masque géométrique est tout d'abord appliqué afin de calculer les corrélations uniquement sur la zone de mesure. Puis, les corrélations sont réalisées sur tous les 16 pixels. Les courants étant lents ($V \approx 2\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$), la fréquence d'acquisition (100 Hz) et la résolution spatiale ($\mathrm{d}x \approx 0.18$ mm) impliquent des déplacements de l'ordre de 0.2 mm $\approx$ 1 pixels. Or, il est nécessaire d'avoir des déplacements de l'ordre de 4 à 6 pixels. Ainsi, il est préférable d'appliquer les corrélations avec une incrémentation de huit images. La recherche du maximum de corrélation se fait en cinq passes, en réduisant la taille des cellules de 64×64 pixels à 16×16 pixels. Enfin, un filtre médian est appliqué en fin de calcul afin de supprimer les points aberrants.

Les expériences sont réalisées dans des conditions similaires à celles de la section III.2. Le canal a donc une largeur $W = 0.40$ m, et le bateau est identique à celui précédemment utilisé ($B_b = 0.10$ m). Son tirant d'eau est fixé à $T_b = 2.4$ cm, cela afin de déclencher des amplitudes d'ondes internes les plus grandes possibles. La stratification est composée d'un bicouche réalisé peu de temps avant les mesures afin de conserver un saut de densité en forme de marche. La couche supérieure a une hauteur $h_1 = 5$ cm et une masse volumique $\rho_1 = 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. La couche inférieure salée n'est pas colorée, et possède une profondeur $h_2 = 15$ cm et une masse volumique $\rho_2 = 1023.9\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Le bateau est tracté à force constante avec trois masses différentes : $m_t = 0.93\ \mathrm{g}; 1.08\ \mathrm{g}; 1.23\ \mathrm{g}$. Ces forces permettent au bateau d'atteindre des régimes asymptotiques différents, respectivement sous-critique, transcritique, supercritique.

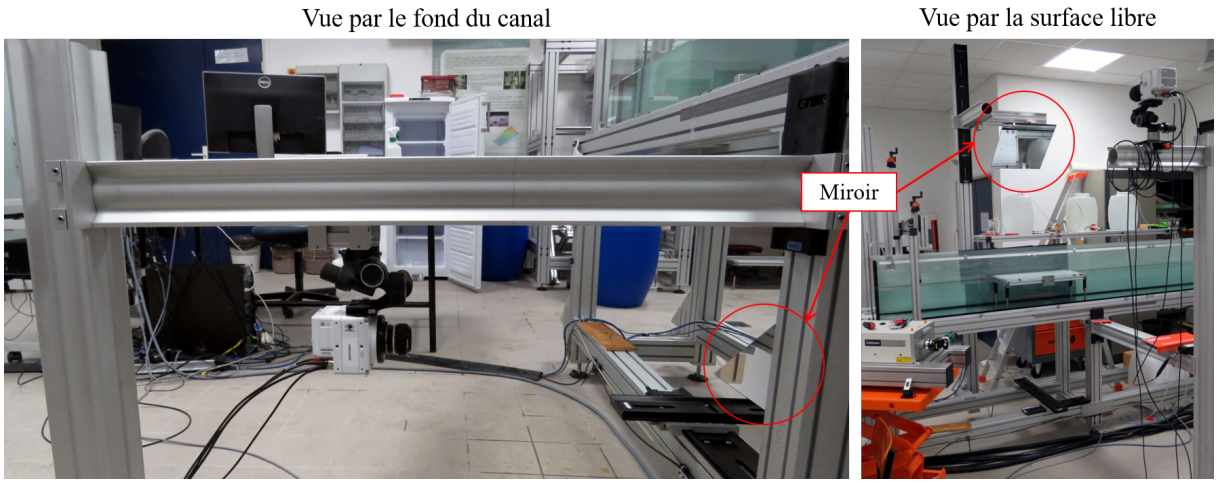


Figure 5.4 – (GAUCHE) Montage permettant de visualiser des nappes horizontales à travers le fond du canal. Le miroir est placé avec un angle de 45 degrés. La caméra est équipée d'un objectif Nikon Nikkor 50 mm 1 :1.2. (DROITE) Montage permettant de visualiser des nappes horizontales à travers la surface libre avec un miroir placé en hauteur. Le LASER se trouve en biais par rapport au canal, évitant de ce fait l'ombre du bateau.

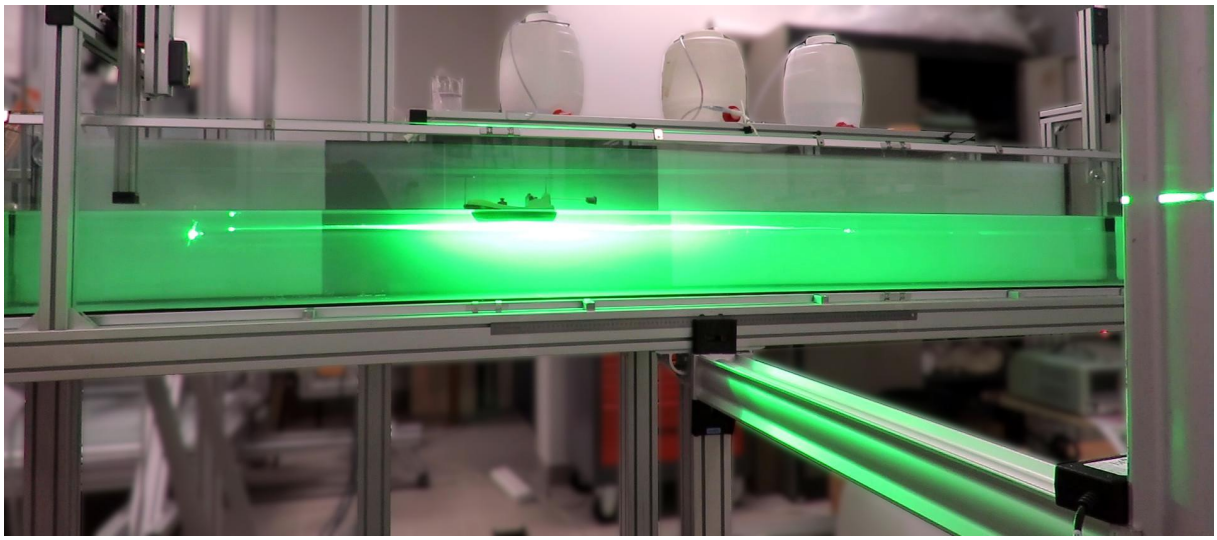


Figure 5.5 – Visualisation de la nappe LASER horizontale placée à trois centimètres sous la surface et dans une configuration avec observation par le fond du canal.

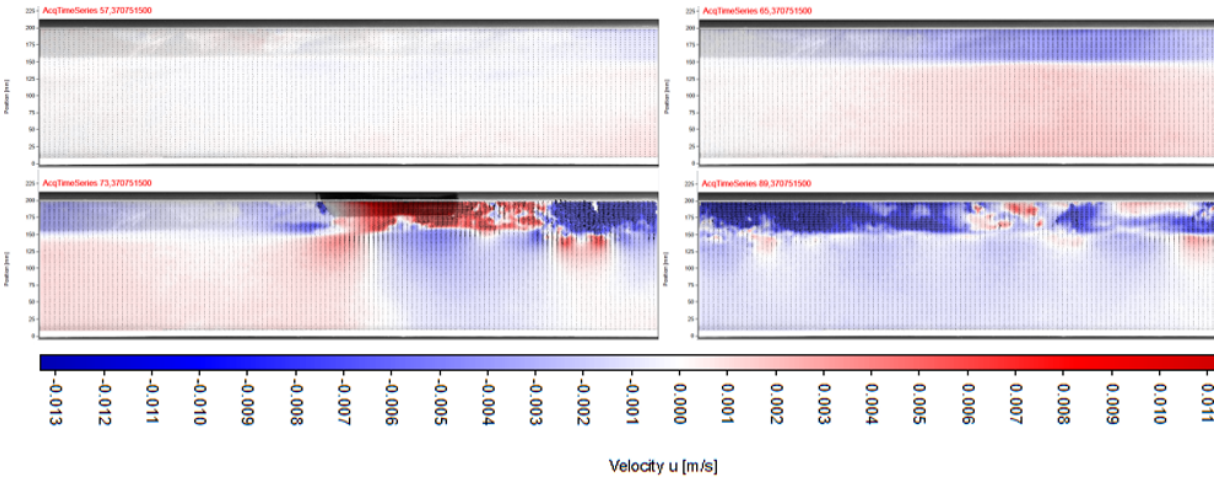


Figure 5.6 – Champs de vitesses verticaux u (selon l'axe x) mesurés par PIV à partir d'une coupe verticale dans une stratification à plusieurs pas de temps. Les courants sont créés par le déplacement d'une maquette en régime sous-critique tractée à force constante, et par la génération d'ondes internes. En bleu, le courant est dans le sens du déplacement du bateau (de droite vers la gauche), en rouge dans le sens opposé. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.93$ g.

V.2.2 Coupe verticale : surfer le proto-soliton

Les coupes verticales donnent accès aux vitesses le long de la colonne d'eau. Il est alors possible d'identifier les courants autour de la maquette (dans la couche supérieure), puis, dans le sillage du navire, les alternances de direction des rouleaux formés le long de la pycnocline.

Lors des expériences avec de faibles masses, ne permettant pas à la maquette de dépasser la vitesse critique c_ϕ telle que $\mathrm{Fr}_I < 1$, c'est-à-dire en sous-critique (figure 5.6) ou transcritique (figure 5.7), l'onde d'Ekman précède le passage du bateau. Dans le cas transcritique, la dépression ondulante dispersive est clairement identifiable au niveau de la proue, avec une vitesse dans la couche supérieure positive (de même sens que la maquette) et une vitesse dans la couche inférieure négative (de sens contraire). Elle s'est même détachée de la proue dans le cas de la traction avec la masse la plus faible (régime sous-critique). Au niveau de la quille du bateau, les courants autour de sa coque sont en opposition avec son mouvement (figures 5.6 et 5.7). Ils contribuent donc à ralentir le bateau en augmentant sa résistance à l'avancement. Dans le sillage, l'allée turbulente générée par le bateau ne permet pas d'observer au sein de la couche supérieure une alternance des sens des courants. Au contraire, pour la couche d'eau salée, elle est facilement mesurable et présente une longueur de répétition d'environ $L = 0.15$ m.

Le régime supercritique $\mathrm{Fr}_I > 1$ diffère en de nombreux points avec le régime sous-critique. Le bateau se déplaçant plus vite que l'onde d'Ekman, il n'y a pas de courant à l'avant de la proue. La seconde différence est le courant autour de la coque. La couche supérieure se déplace dans la même direction que la maquette, la couche inférieure dans le sens contraire (figure 5.8). Ainsi, en régime supercritique, le bateau profite de la dépression formée sous lui pour abaisser sa résistance à l'avancement. Il surfe la perturbation. À la poupe, la couche supérieure reste perturbée par une allée turbulente, tandis que l'eau salée présente un courant de vitesses positives.

Les mesures PIV avec nappe verticale apportent une meilleure compréhension de l'impact des ondes internes sur le bateau. Notamment, elles mettent en évidence que la stratification

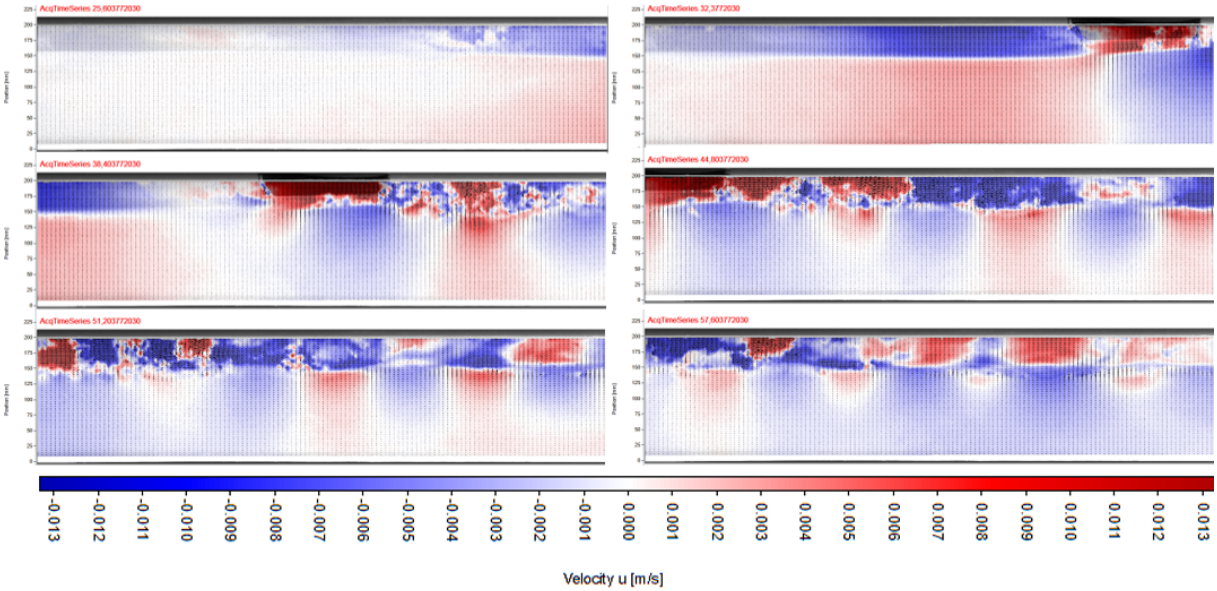


Figure 5.7 – Champs de vitesses u (selon l'axe x) mesurés par PIV à partir d'une coupe verticale dans une stratification à plusieurs pas de temps. Les courants sont créés par le déplacement d'une maquette en régime transcritique tractée à force constante, et par la génération d'ondes internes. En bleu, le courant est dans le sens du déplacement du bateau (de droite vers la gauche), en rouge dans le sens opposé. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.08$ g.

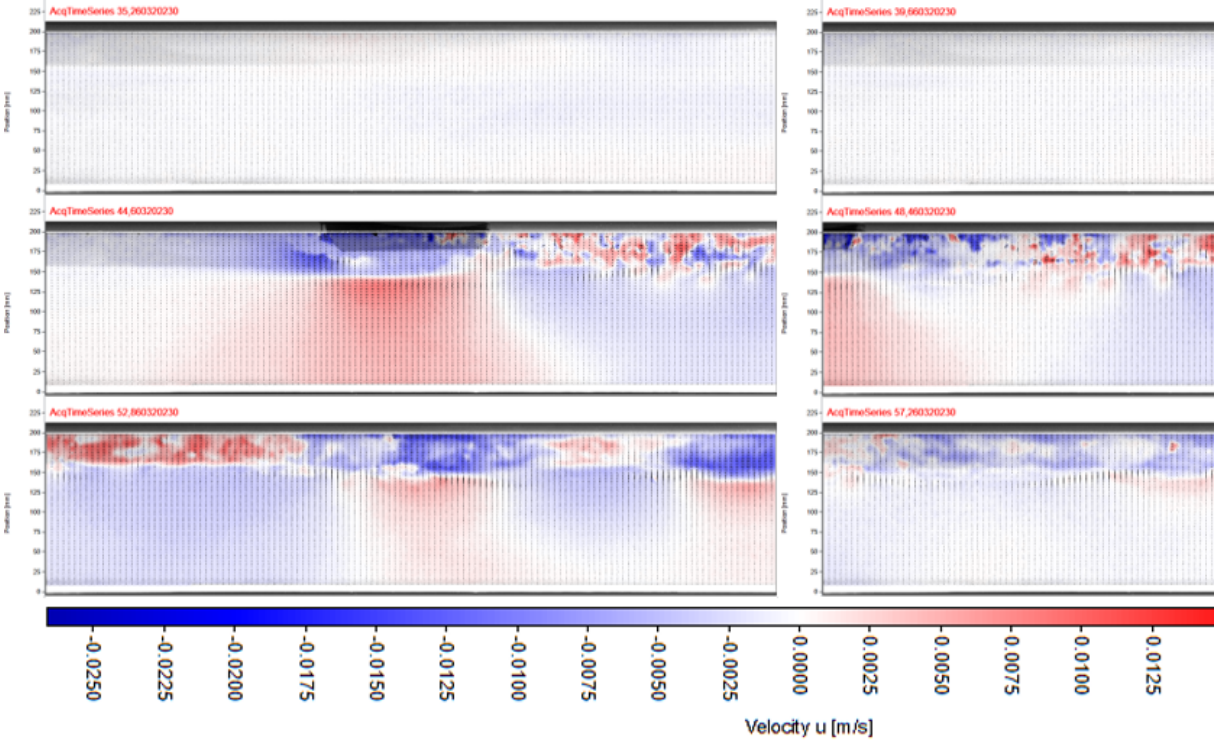


Figure 5.8 – Champs de vitesses u (selon l'axe x) mesurés par PIV à partir d'une coupe verticale dans une stratification à plusieurs pas de temps. Les courants sont créés par le déplacement d'une maquette en régime supercritique tractée à force constante, et par la génération d'ondes internes. En bleu, le courant est dans le sens du déplacement du bateau (de droite vers la gauche), en rouge dans le sens opposé. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.23$ g.

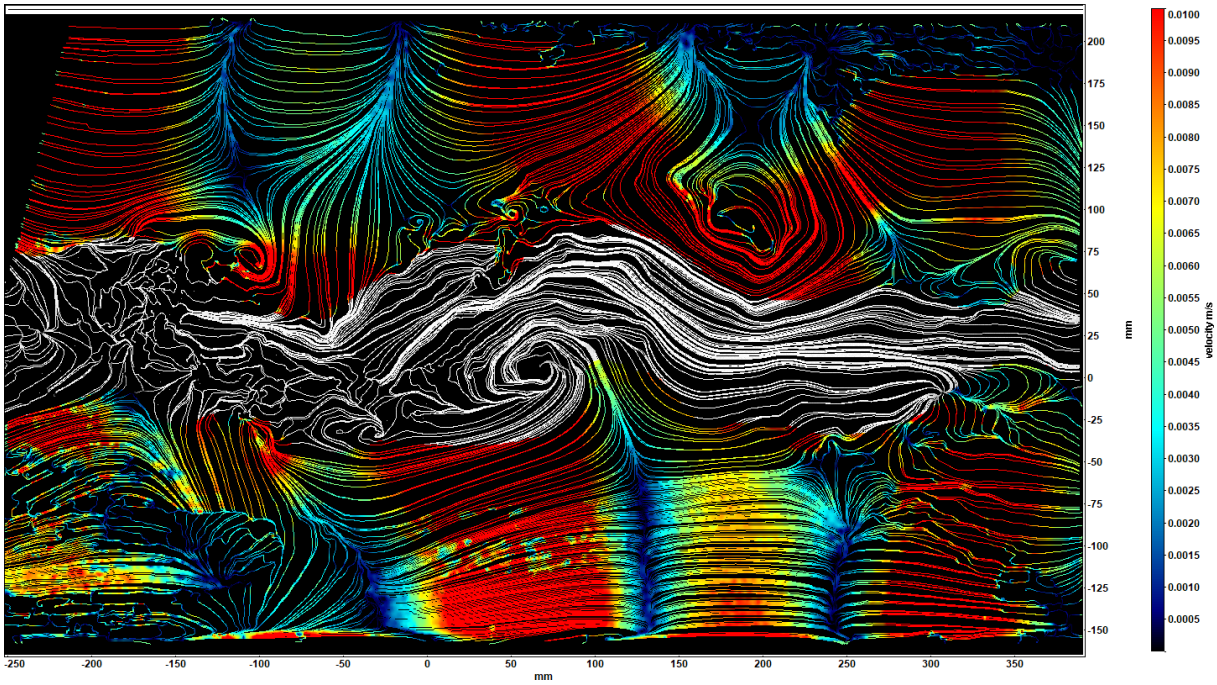


Figure 5.9 – Lignes de courant dans le sillage d'un navire obtenues par mesure PIV lors d'une expérience avec nappe horizontale proche de l'interface (à une profondeur de 3 cm), par vue de dessous. Traction à force constante d'un bateau en régime transcritique allant de droite vers la gauche. La norme de la vitesse est symbolisée par l'échelle de couleurs. L'allée de tourbillons a été recolorée en blanc. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.08$ g.

et les ondes développées à la pycnocline peuvent être tournées en avantage par les marins. En dépassant la crise de résistance, le bateau profite de la déformée pour réduire sa trainée.

V.2.3 Coupe horizontale : un autre motif échénéis

Pour mettre en évidence la succession de bandes rugueuses et lisses dans le sillage du navire pris dans les eaux-mortes (figure 5.1), on modifie la position de la nappe pour qu'elle soit parallèle à la surface. À partir des mesures de PIV, plusieurs éléments apparaissent. Dans un premier temps, le sillage est "pollué" par une allée tourbillonnaire présente dans la couche supérieure (figure 5.9). Les expériences respectent une similitude en Froude, mais font l'impasse sur la similitude en Reynolds :

- À échelle réelle, un bateau de largeur $B_b = 10$ m et à $\mathrm{Fr}_I = 0.8$, a un Reynolds de $\mathrm{Re} \approx 3.7 \times 10^6$.
- À échelle réduite, une maquette de largeur $B_b = 0.10$ m et à $\mathrm{Fr}_I = 0.8$, a un Reynolds de $\mathrm{Re} \approx 3.7 \times 10^3$.

Dans le cas de la maquette, la couche limite n'a pas encore subi sa transition vers l'état turbulent. Toutefois, l'allée tourbillonnaire est turbulente, bien que moins étroite que celle qu'aurait eue le bateau à échelle réelle. Non étudiées dans cette thèse, ces allées ont un comportement différent de celles observées dans les expériences en monocouche (voir les expériences réalisées en stratification continue ainsi que la littérature citée chez [Meunier, 2012]).

Les vitesses de courants au sein de cette allée turbulente sont plus élevées qu'en dehors, et viennent impacter les lignes de courant qui pourraient se former. Ainsi, dans le cas d'un bateau se déplaçant en régime transcritique (figure 5.10), l'allée tourbillonnaire recouvre

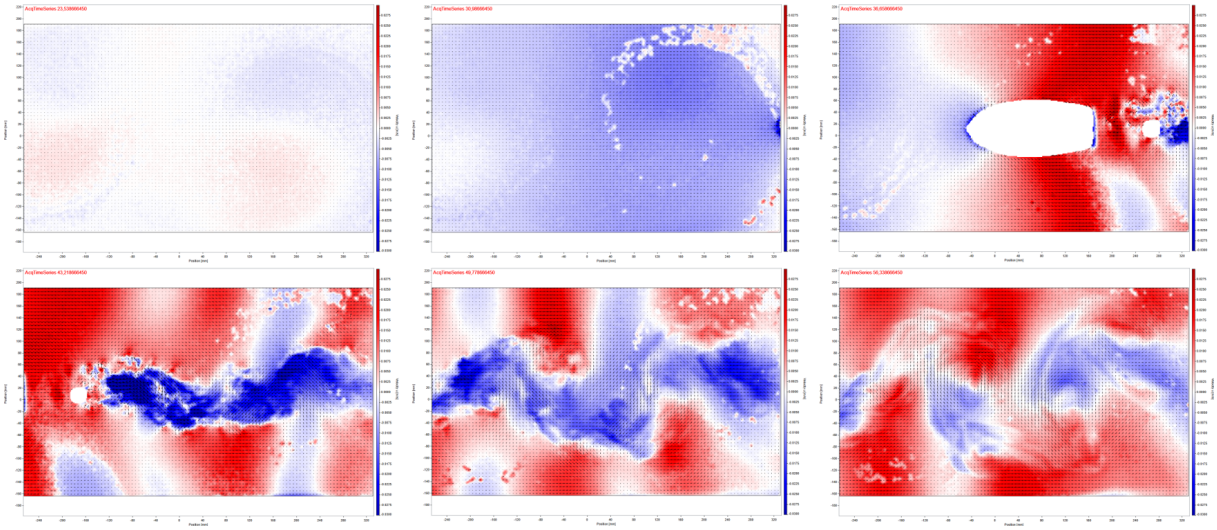


Figure 5.10 – Champs de vitesses u (selon l'axe x) dans le sillage d'un navire obtenus par mesure PIV lors d'expérience avec nappe horizontale proche surface (à 1 cm), par vue de dessus. Traction à force constante d'un bateau en régime transcritique. La vitesse horizontale est symbolisée par l'échelle de couleurs, en bleu dans le sens du mouvement (de droite vers la gauche), en rouge dans le sens contraire. La direction est représentée par les vecteurs noirs. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.08$ g.

un sillage en forme de V. On peut toutefois distinguer plusieurs bandes dans le sillage du bateau, où des vitesses négatives (dans le sens contraire au bateau) succèdent aux vitesses positives. De plus, le confinement latéral $B_b/W \approx 0.25$ permet une structure tridimensionnelle : le sillage n'est pas perpendiculaire à l'axe de déplacement du bateau, mais présente un angle. On retrouve le comportement mis en évidence par les calculs analytiques de déformée d'interface (figure 4.7).

Ces bandes alternantes de courants internes sont encore plus marquées dans le cas sous-critique, puisque l'allée tourbillonnaire pollue moins le sillage (figure 5.11). Après un certain temps, les tourbillons générés par le bateau déforment trop les courants du sillage, et les bandes disparaissent.

Dans les expériences en régime supercritique, les courants internes induits par le mouvement du bateau sont cette fois-ci plus rapides, permettant de masquer partiellement l'allée tourbillonnaire (figure 5.12). La structure en V est toujours présente, mais la longueur de transition entre bandes de vitesses positives et bandes de vitesses négatives est allongée.

Les mesures de champs de vitesses sont ensuite traitées pour tracer les lignes de courants (figures 5.13 et 5.14) à l'aide des outils présents dans les logiciels de Lavision-Davis 8. Les lignes de courants montrent des zones de repliements à distances régulières. Ceci met en évidence la présence des bandes successives se trouvant à l'intérieur du sillage d'un bateau se déplaçant dans un milieu stratifié.

Enfin, afin de bien différencier les courants créés par le sillage de Nansen de ceux générés par l'onde d'Ekman, une mesure a été réalisée en stoppant le bateau avant la zone d'enregistrement. Pour cela, la masse de traction a été placée à une hauteur de seulement 40 cm. Cela permet au bateau de s'élancer, puis, faute de masse de traction, de freiner et s'arrêter après une course de 60 cm. L'onde d'Ekman générée peut alors être mesurée sans la perturbation du sillage de Nansen ou de l'allée turbulente (figure 5.15). Celle-ci se compose de courants de vitesses fluctuantes, à l'image du sillage de Nansen. Pour

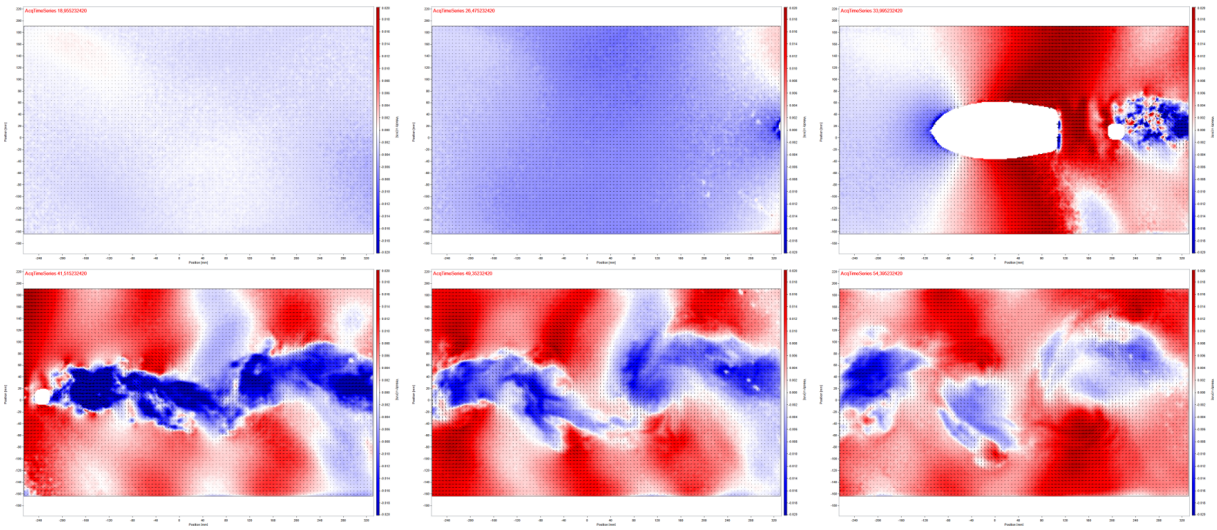


Figure 5.11 – Champs de vitesses u (selon l'axe x) dans le sillage d'un navire obtenus par mesure PIV lors d'expérience avec nappe horizontale proche surface (à 1 cm), par vue de dessus. Traction à force constante d'un bateau en régime sous-critique. La vitesse horizontale est symbolisée par l'échelle de couleurs, en bleu dans le sens du mouvement, en rouge dans le sens contraire. La direction est représentée par les vecteurs noirs. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 0.93$ g.

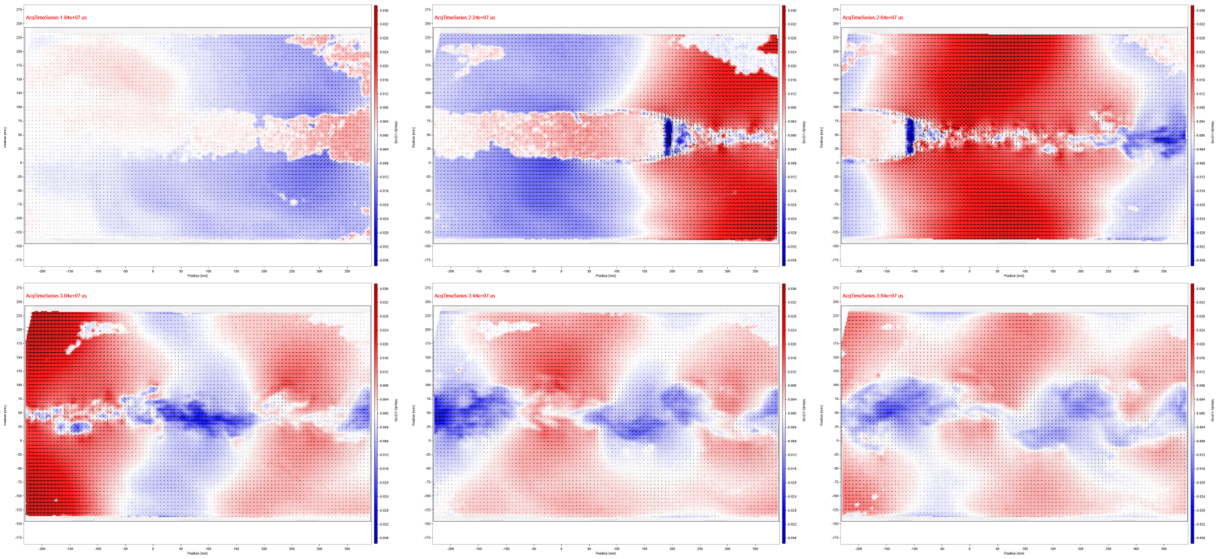


Figure 5.12 – Champs de vitesses u (selon l'axe x) dans le sillage d'un navire obtenus par mesure PIV lors d'expérience avec nappe horizontale proche surface (à 1 cm), par vue de dessus. Traction à force constante d'un bateau en régime supercritique. La vitesse horizontale est symbolisée par l'échelle de couleurs, en bleu dans le sens du mouvement (de droite vers la gauche), en rouge dans le sens contraire. La direction est représentée par les vecteurs noirs. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.23$ g.

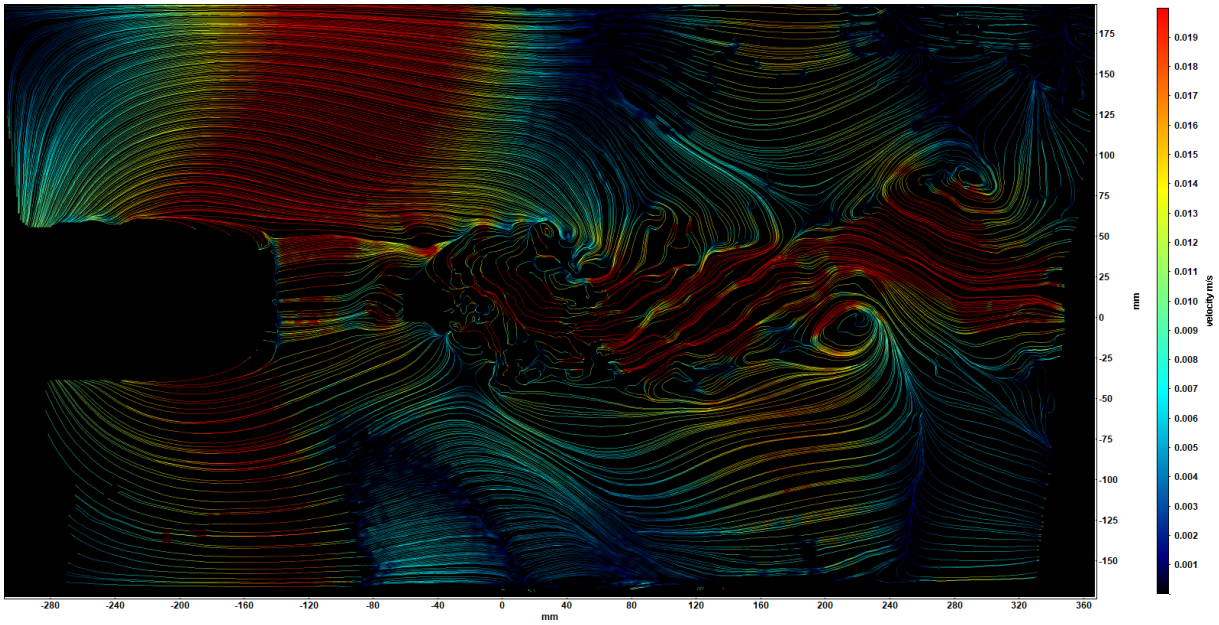


Figure 5.13 – Lignes de courant dans le sillage d'un navire obtenues par mesure PIV lors d'une expérience avec nappe horizontale proche de l'interface (à une profondeur de 3 cm), par vue de dessous. Traction à force constante d'un bateau en régime transcritique allant de droite vers la gauche. La norme de la vitesse est symbolisée par l'échelle de couleurs. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.08$ g.

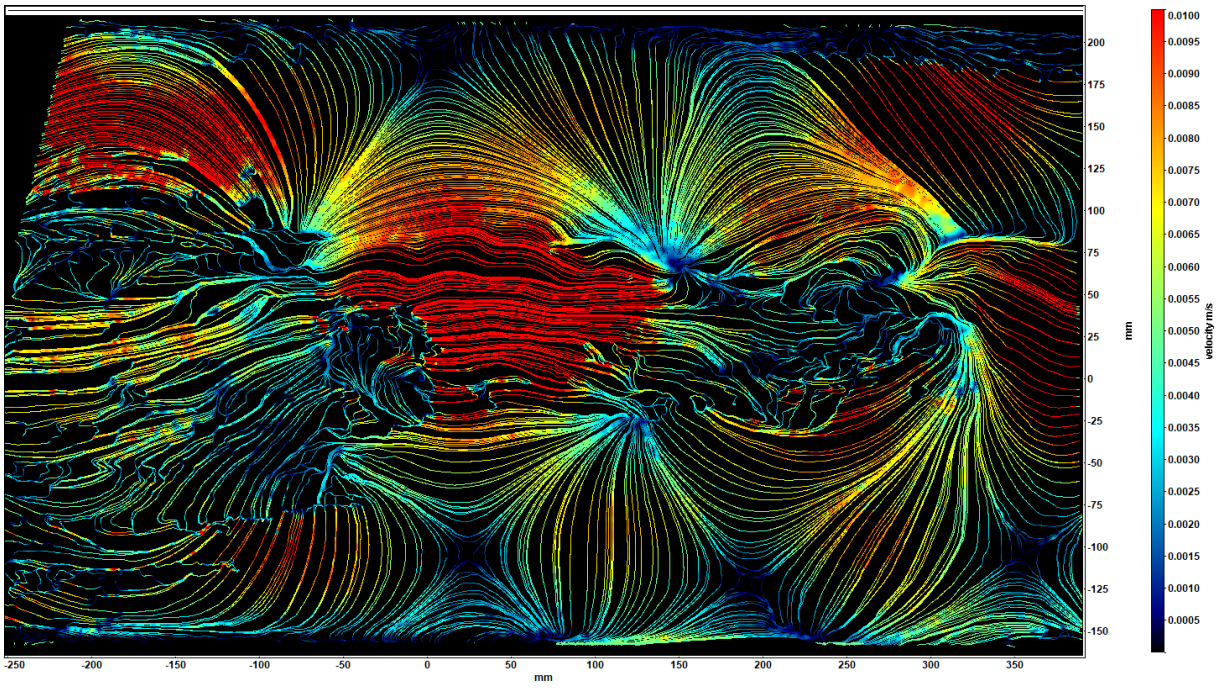


Figure 5.14 – Lignes de courant dans le sillage d'un navire obtenues par mesure PIV lors d'une expérience avec nappe horizontale proche de l'interface (à une profondeur de 3 cm), par vue de dessous. Traction à force constante d'un bateau en régime supercritique allant de droite vers la gauche. La norme de la vitesse est symbolisée par l'échelle de couleurs. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.23$ g.

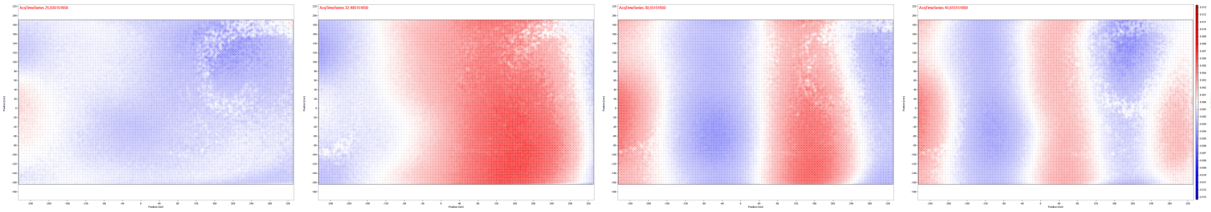


Figure 5.15 – Champs de vitesses u (selon l'axe x) obtenus par mesure PIV de l'onde d'Ekman lors d'une expérience avec nappe verticale proche surface (à 1 cm), par vue de dessus. L'onde est générée par l'accélération d'un bateau à l'extrémité du canal, stoppé après une course de 60 cm. La vitesse horizontale est symbolisée par l'échelle de couleurs, en bleu dans le sens du mouvement de la maquette (de droite vers gauche), en rouge dans le sens contraire. La direction est représentée par les vecteurs noirs. $h_1 = 5$ cm, $\rho_1 = 1000$ kg $\cdot$ m^{-3}, $h_2 = 15$ cm, $\rho_2 = 1023.9$ kg $\cdot$ m^{-3}, $m_t = 1.08$ g, masse accrochée à 40 cm du sol.

autant, il est possible de distinguer ces deux structures ondulatoires par leur comportement tridimensionnel. Alors que le sillage de Nansen possède une forme en V, l'onde d'Ekman est elle bidimensionnelle.

Du point de vue d'un marin sur le pont du navire, les courants internes à la couche supérieure vont produire un motif sur les rides de la surface libre à l'intérieur du cône du sillage de Nansen. Bien qu'interne, ce sillage peut donc être observé indirectement. Ainsi, si les galères antoniennes ont été prises au piège dans les eaux-mortes, les marins ont pu constater que les bateaux ne pouvaient atteindre leurs vitesses classiques, comme retenus à l'arrière. En cherchant un indice sur les raisons de ce ralentissement dans les eaux les entourant, les bandes rugueuses puis lisses collées à leur poupe ont pu rappeler le motif du disque de succion du rémora.

V.3 Questions ouvertes et perspectives

V.3.1 Effets d'eaux-mortes dans le bassin des carènes

L'ensemble des expériences en milieu stratifié réalisées dans cette thèse, mis à part les calculs numériques, ont été réalisées dans des aquariums de longueurs réduites ($L = 3$ m dans le cas du canal large $W = 0.40$ m et $L = 2.845$ m dans le cas du canal confiné $W = 0.11$ m). Or, une distance suffisamment grande est nécessaire pour que la maquette tractée à force constante atteigne son état stationnaire (voir section IV.2). L'utilisation d'un canal réduit offre donc des avantages :

— mise en place d'une stratification plus rapide,
— visualisation de l'ensemble du canal avec seulement deux caméras,
— surface occupée par l'installation,

mais aussi des inconvénients :

— effet d'échelle réduit avec une similitude en Reynolds fortement non respectée,
— nécessité de tracter des bateaux de petite taille,
— régime asymptotique pas toujours atteint en fin de course.

De plus, l'étude tire profit de ne pas générer de déformée de surface libre compte tenu des vitesses atteintes, pour comprendre séparément l'impact des sillages internes et de surface sur la dynamique du bateau. Pour autant, il sera nécessaire de revenir à des maquettes de plus grandes tailles pour créer un sillage de surface et observer directement l'effet des ondes internes sur ce dernier, sans devoir passer par une mesure des champs de vitesse.

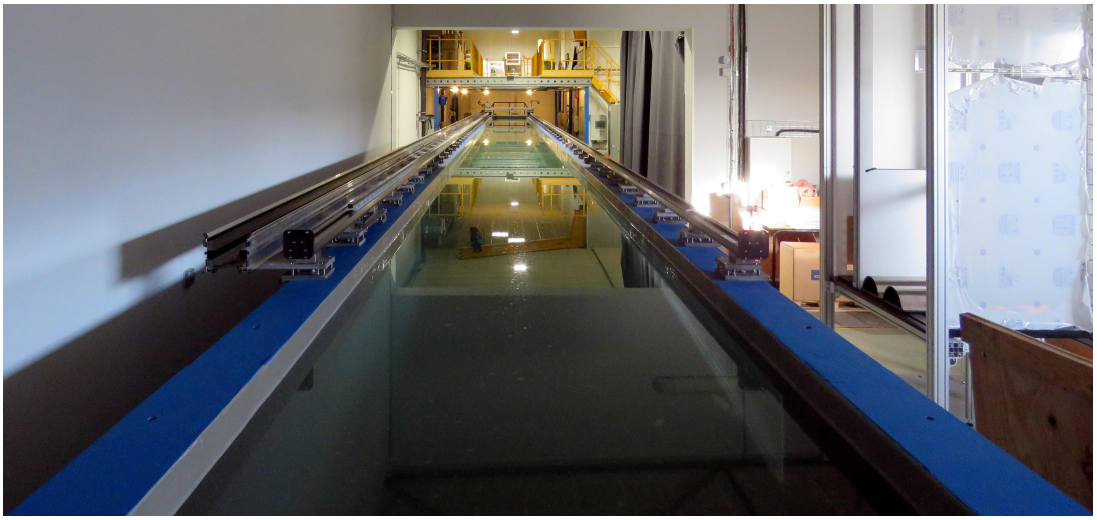


Figure 5.16 – Bassin d'essais des carènes de l'Institut Pprime suite à son prolongement, passant de 20 m à 30 m. Il pourrait permettre de faire des mesures de la maquette de galère en eaux-mortes, en réduisant les effets d'échelle réduite.

Il sera donc intéressant de reproduire une stratification dans le bassin des carènes de l'Institut Pprime, déjà utilisé dans les expériences en monocouche (voir chapitre II). Ces parois transparentes permettent des mesures de la déformée d'interface, tandis que des visualisations de dessus capturent les modifications du sillage. Malheureusement, le bassin étant en rénovation durant la période où s'est déroulée cette thèse (allongement du bassin pour passer d'une longueur de 20 m à 30 m, et modification du chariot de traction, voir figure 5.16), il n'a pas été possible de réaliser ces mesures.

Le second avantage tiré de l'utilisation d'une maquette de plus grande taille est de pouvoir reproduire une stratification identique à celle mesurée à l'embouchure du golfe Ambracique. En effet, en prenant comme paramètres de stratification les données suivantes : $h_1 = 1$ m, $h_2 = 2$ m, et une galère de type décarème ou trirème, alors les profondeurs à échelles réduites dans l'aquarium d'eaux-mortes sont inférieures à 1 cm (tableau V.1). Ces hauteurs d'eau ne permettent pas de réaliser des expériences de traction de bateau en laboratoire. En effet, à cette échelle-là, la diffusion du sel dans l'eau impacte rapidement la qualité du bicouche ($\rho_1 \approx 1020$ kg $\cdot$ m^{-3}, $\rho_2 \approx 1028$ kg $\cdot$ m^{-3} dans le cas des mesures de stratification en septembre à l'embouchure). De plus, retirer les éponges créant la stratification suffit à briser la superposition eau salée - eau douce. Or, dans le bassin des carènes et avec la maquette de galère antique d'une longueur $L_b = 1.2$ m, les hauteurs des couches d'eaux composant la stratification sont six fois plus grandes. On retrouve alors des conditions suffisantes pour réaliser le bicouche et mener des expériences.

Ce changement d'échelle permettra donc de tester les effets de faibles profondeurs combinés aux effets de stratification dans le configuration de la bataille d'Actium. L'impact du confinement vertical sur les phénomènes d'eaux-mortes n'est pas encore clair dans la littérature. Ainsi, pour Shiryaeva *et al.* la présence d'un fond proche de la pycnocline aggrave la crise de résistance d'ondes internes [Shiryaeva *et al.*, 2012], tandis que pour Zilman et Miloh la réduction de la profondeur de la couche inférieure atténue la crise [Zilman et Miloh, 1995].

Une différence majeure entre les observations réalisées en bicouche dans le canal d'eaux-mortes et les expériences qui seront menées en bassin des carènes est la condition de

Configuration	Échelle	Réelle	Canal d'Eaux-mortes	Bassin des carènes
Trirème	L_b	30 m	0.20 m	1.2 m
	Facteur d'échelle λ	1	150	25
	h_1	1.0 m	0.67 cm	4.0 cm
	h_2	2.0 m	1.3 cm	8.0 cm
Décarème	L_b	60 m	0.20 m	1.2 m
	Facteur d'échelle λ	1	300	50
	h_1	1.0 m	0.33 cm	2.0 cm
	h_2	2.0 m	0.67 cm	4.0 cm

Table V.1 – Profondeurs des couches de stratification entre l'échelle réelle dans le golfe Ambracique et les échelles réduites en laboratoire, en configuration décarème ou trirème.

traction des maquettes. Dans le cas du bassin, la galère est tractée à vitesse constante, le chariot cherchant à se stabiliser autour d'une vitesse consigne, en compensant les variations de résistance à l'avancement. En opposition, les expériences types eaux-mortes jusqu'ici présentées imposent une force constante et laissent libre la dynamique du bateau.

Réaliser des mesures dans l'aquarium d'eaux-mortes à vitesse imposée permet une transition entre les deux bancs d'essai. Un bureau d'études a débuté dans l'objectif de modifier le système de traction du canal d'eaux-mortes afin d'asservir la force de traction. Pour cela, seul le système de poulies centrales, auquel la maquette de bateau est maintenue, est conservé. La masse de traction et le fil pendant sont supprimés au profit d'un moteur imposant une vitesse de rotation régulière. De cette manière, il sera possible d'étudier de façon plus nette les courbes d'Ekman présentant la force de traction nécessaire pour atteindre une vitesse asymptotique. Pour rappel, cette fonction $F_t(U_b)$ suppose que le bateau a déjà atteint son état stationnaire. Ainsi, en imposant la vitesse, il sera possible d'accélérer lentement afin de limiter l'amplitude de l'onde d'Ekman et de laisser la perturbation s'éloigner. Les oscillations de résistance d'ondes internes réduites, le bateau peut atteindre plus vite sa vitesse asymptotique. De plus, la maquette n'étant plus soumise aux forts ralentissements transitoires des effets d'eaux-mortes, le sillage ne devrait plus rattraper la poupe et être impacté par celle-ci.

Cette étude réalisée, le changement d'échelle au passage du bassin de traction sera facilité. Toutefois, il est à rappeler que de nombreuses expériences modernes se sont déjà penchées sur ces régimes stationnaires obtenus en canal à vitesse imposée. Notamment, lors de ces dernières années, une équipe du "Von Kármán Laboratory for Environmental Flows" a réalisé une étude complète dans cette configuration [Medjdoub *et al.*, 2020], dont la thèse de Karim Medjdoub devrait présenter l'ensemble des résultats (soutenance est prévue en 2022).

V.3.2 Actium : d'autres pistes à explorer

L'embouchure du golfe Ambracique présente plusieurs caractéristiques pouvant impacter la dynamique. Les hauts fonds et la stratification en sont deux remarquables. Mais d'autres particularités ont aussi pu influencer le cours de la bataille d'Actium et les étudier apportera une autre vision des évènements. Les mesures océanographiques ont relevé par exemple de forts effets de marées. Ces dernières peuvent être à l'origine de courants ou ondes internes de forte intensité. Ce point n'a, dans cette thèse, pas été relevé. Pourtant, il pourrait être la cause d'un second mystère entourant la bataille. Outre les ralentissements des vaisseaux de

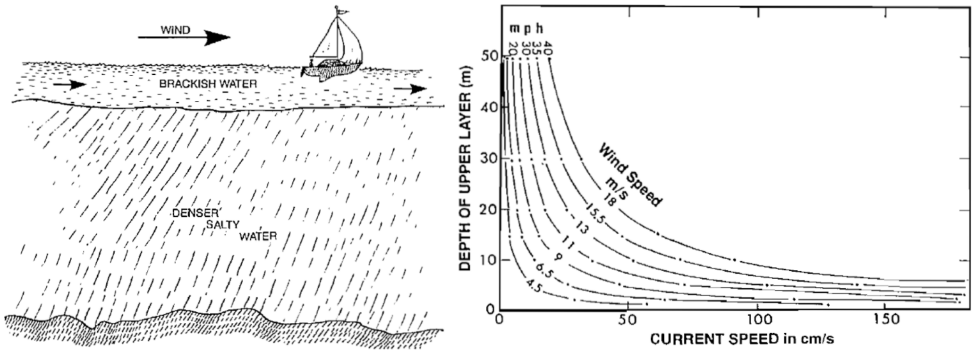


Figure 5.17 – Mise en mouvement de la couche supérieure d'une stratification par effet du vent, phénomène d'eaux glissantes. À 15 $m \cdot s^{-1}$ le vent peut mettre en mouvement une couche de 10 m de profondeur à une vitesse de 0.6 $m \cdot s^{-1} = 1.2$ nœuds. Figures tirées de [Thomson, 1981].

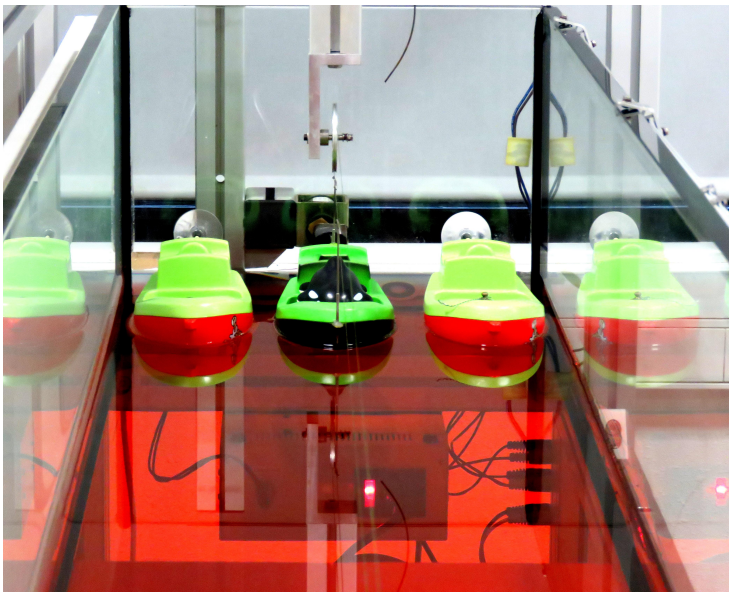


Figure 5.18 – Photo de la mise en place d'une mesure avec confinement latéral partiel dans les expériences d'eaux-mortes. Seul le bateau du milieu est tracté à force constante, ses voisins étant maintenus par une ventouse à l'extrémité du canal.

combats du côté antonien, il est raconté que les bateaux de Cléopâtre, protégeant le trésor de guerre et repliés à l'arrière, auraient quitté leur position pour fuir l'embouchure. Suite à cette disparition, Marc-Antoine abandonne ses troupes pour rejoindre la reine d'Égypte. Certains voient dans cette retraite une traîtrise de Cléopâtre envers son allié. Une autre hypothèse se trouve encore dans la mécanique des fluides. Les courants internes créés par un vent peuvent être si forts (figure 5.17) qu'ils mettraient à eux seuls en mouvement une flotte [Thomson, 1981]. Or, le vent s'est levé au cours de la bataille [Carter, 1970, Martin, 1995]. L'examen des forces mises en jeu par ce phénomène d'eaux glissantes permettrait peut-être d'éclaircir cet autre point de l'Histoire.

Le confinement latéral amplifie les phénomènes d'eaux-mortes (voir section IV.3). Si en laboratoire ce confinement est souvent imposé, lors de la bataille les bateaux ne se déplaçaient pas entre deux parois. Cependant, selon les positions de combat rapportées par les historiens, les galères pouvaient se trouver proches les unes des autres. Puisque la bathymétrie impose un clair sous-quille relativement faible, un confinement latéral partiel peut être considéré. L'onde d'Ekman étant fortement influencée par la présence de parois, des mesures ont cherché à observer si un confinement partiel suffisait à augmenter l'ampli-

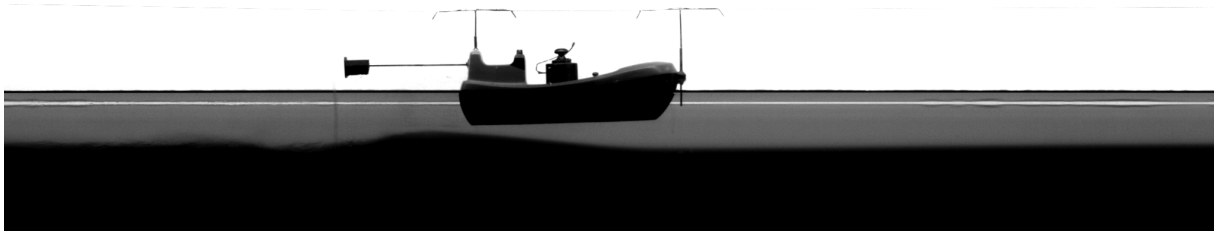


Figure 5.19 – Le champ de pression induit par les ondes internes peut conduire à un tangage des bateaux. La forme apparente de la maquette est alors modifiée.

tude du front d'onde dispersif. Une onde d'Ekman intensifiée développe des oscillations de résistance d'onde interne plus élevées, et donc une dynamique transitoire montrant des oscillations en vitesse plus fortes. Pour ces essais, à l'extrémité du canal, deux maquettes identiques entourent le bateau central (figure 5.18). Elles sont fixées à la paroi par des ventouses, leur permettant de légers mouvements sans pour autant s'éloigner du départ. Le bateau central, lui, est toujours relié au même système de traction. Cette situation symbolise celle d'un navire voulant s'avancer tandis que ces voisins restent en position. Les détections des déformées d'interface et de dynamique de bateau dans ce contexte n'ont pas démontré d'effets particuliers en comparaison aux expériences sans confinement partiel. Néanmoins, il est difficile de conclure que la présence de bateaux voisins dans la région d'accélération n'a pas d'influence sur la dynamique d'un bateau : l'incidence de ces parois partielles peut être cachée dans des phénomènes trop faibles pour être mesurés compte tenu des effets d'échelle. Enfin, il serait intéressant de relier chaque maquette à son propre système de traction afin d'observer les effets d'un démarrage synchrone de la flotte.

Cette question des mouvements des vaisseaux de guerre peut d'ailleurs être élargie à une interrogation plus grande. Les galères ne se déplaçaient pas continuellement en ligne droite. Les stratégies martiales impliquent de manœuvrer pour atteindre avec le meilleur angle le bateau ennemi. Ainsi, selon la tactique (Diekplus, Periplus,...) les galères sont amenées à tourner. Or, les effets de stratification et de faible profondeur rendent difficiles de telles manœuvres [Vantorre *et al.*, 2017].

Enfin, lors de certaines mesures en milieu stratifié, du tangage a été observé (figure 5.19). Cet enfoncement de la poupe du bateau est d'autant plus appuyé que le bateau présentait déjà au repos un léger surenfoncement à l'arrière. Le tangage renforce alors l'angle et modifie la forme apparente du bateau. L'interaction entre onde interne et maquette doit donc être rectifiée, effet non capturé par le modèle analytique mis en place. L'étude du champ de pressions autour du bateau pourrait permettre de remonter à ces mouvements du bateau autour de son barycentre, et améliorer la compréhension de la dynamique des eaux-mortes. Cependant, lors des expériences avec les modèles de petite taille, l'angle était trop faible pour permettre un suivi temporel. Une coque de bateau peinte d'un motif nuit étoilée améliorerait la précision de la détection, donnant accès à ces nouvelles informations.

Durant l'ensemble de cette thèse, nous avons négligé l'effet de squat (surenfoncement du bateau). En mouvement, un bateau peut toucher le fond de manière dynamique [Debaillon, 2005, Caplier, 2015, Briggs *et al.*, 2010, Alderf *et al.*, 2011, Pompée, 2015, Lataire *et al.*, 2016, Terziev *et al.*, 2018]. Ce phénomène, présent dans les régions très peu profondes, restreint d'autant plus les zones dans lesquelles les décarèmes pouvaient accélérer et peut être accentué par la présence d'une stratification [Vantorre et Coen, 1988].

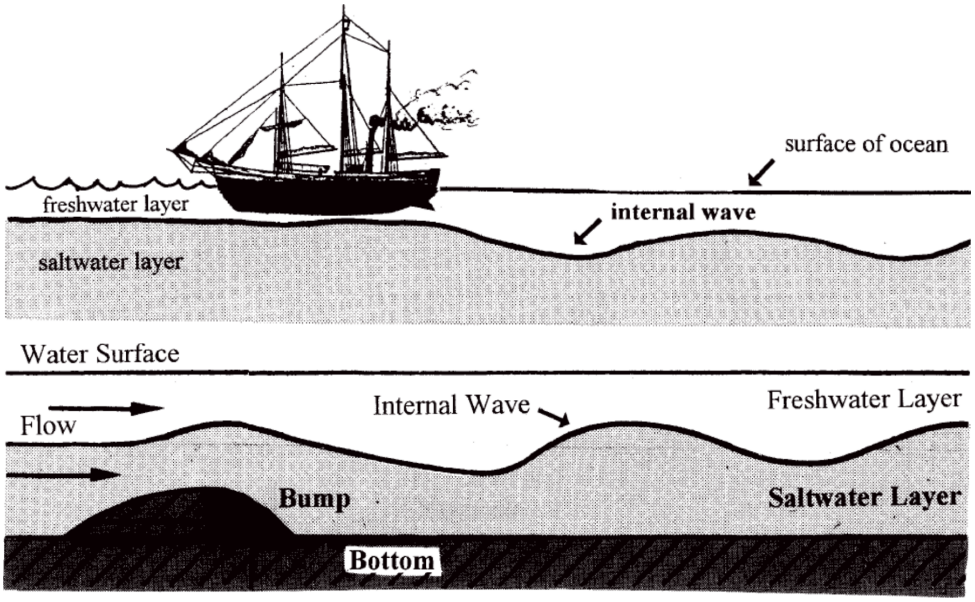


Figure 5.20 – Une analogie possible d'un bateau fendant un bicouche au sein d'un confinement total, et un courant passant au-dessus d'un obstacle. Figures de Parker tirées de [Parker, 1999].

V.3.3 Mode stationnaire au-dessus d'un obstacle : une analogie possible

Un autre cas particulier de confinement latéral existe, celui d'un confinement $B_b = W$. Le fluide n'a alors plus la possibilité de s'écouler autour du bateau ce qui implique des vitesses de courant et des champs de pressions importants [Hester et Vasil, 2016]. Il est difficile expérimentalement d'avoir un bateau tracté occupant toute la largeur du canal puisque les frottements solides empêcheraient son déplacement. La solution est alors d'inverser le problème en créant un courant au-dessus d'un obstacle [Keulegan, 1953, Carpenter et Keulegan, 1960]. De nombreuses expériences cherchant à reproduire les ondes atmosphériques soumises au passage d'une montagne ont réalisé de telles mesures. Dans ce contexte, l'obstacle est posé en fond de canal, et une analogie est possible entre la coque d'un navire et le changement de bathymétrie perturbant la pycnocline (figure 5.20).

De nombreux travaux se sont déjà penchés sur les écoulements au-dessus d'un obstacle (voir thèse et bibliographie de Vigié [Vigié, 2005]). Dans le cadre du financement du projet OFHYS (Optimisation de formes en hydrodynamique surface libre) financé dans le cadre des 80 ans du CNRS et en collaboration avec une équipe du LMA (Laboratoire de Mathématiques et Applications), des expériences ont été réalisées dans un canal à surface libre. Ces mesures visées à atténuer le mode stationnaire naissant au-dessus d'un obstacle, en optimisant la forme de celui-ci. Par analogie, cela reviendrait à annuler la génération du sillage d'un navire en utilisant une géométrie optimale.

Dans un canal étroit ($W = 5.3$ cm, $L = 2.5$ m), un écoulement monocouche est créé à l'aide d'une pompe dont le débit est mesuré par un débitmètre. Le débit peut atteindre $Q = 35\ \mathrm{L} \cdot \mathrm{min}^{-1}$. Un nid d'abeille placé à l'amont du canal permet d'homogénéiser la turbulence. Plusieurs obstacles, réalisés par impression 3D, peuvent être positionnés au fond de canal afin de générer un mode à fréquence nulle, c'est-à-dire une onde stationnaire (figure 5.21. À l'extrémité aval, la hauteur d'eau est pilotée par une porte coulissante. Enfin, une bande de LED est installée afin d'éclairer l'écoulement.

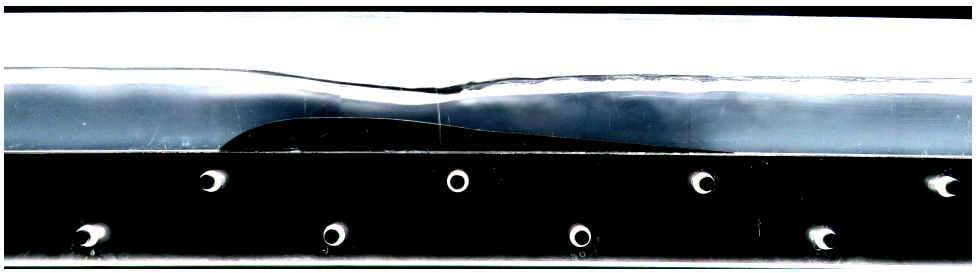


Figure 5.21 – Obstacle posé en fond de canal déclenchant des ondes de surface stationnaires.

Ces expériences ont aussi été l'occasion de tester la robustesse et l'adaptabilité de la détection subpixel d'interface et du GUI l'accompagnant. Le système des deux caméras placées sur une table de déplacement 3-axes et donc conservé. Contrairement aux précédentes expériences menées à l'Institut Pprime par Euvé [Euvé, 2017], la surface libre est mesurée au niveau de la paroi et non en milieu de canal. De ce fait, des effets de ménisques peuvent apparaître. De plus, si la détection de l'interface dans la configuration d'un bicouche se faisait à partir d'une courbe de tendance de type tangente hyperbolique, la surface libre présente, elle, e un gradient de densité de type gaussien. Le code de détection a donc été modifié afin de prendre en compte cette nouvelle configuration. De cette manière, la surface libre est capturée sur des temps longs et sur toute la longueur du canal. De ce fait, contrairement aux essais où un bateau traverse un canal et où la taille du bassin limite les mesures, les temps d'acquisition peuvent être bien supérieurs. Ces derniers peuvent atteindre 90 minutes, engendrant une excellente résolution fréquentielle $\mathrm{d}\omega \approx 5 \times 10^{-3}$ rad $\cdot$ s^{-1}.

Cette campagne de mesure a été l'occasion d'affiner la description des écoulements au-dessus d'un obstacle. Plusieurs outils ont pour cela été développés et utilisés : diagrammes spectraux, corrélations spatiales et spectrales (figure 5.22). En fonction des vitesses et hauteurs amonts, du coefficient de blocage de l'obstacle, mais aussi des conditions avales, le mode stationnaire diffère : plat, simple dépression, oscillant ou encore déferlant.

V.3.4 Après la bataille d'Actium

Par cette étude, la bataille d'Actium dévoile une partie de son mystère. Un piège ondulatoire tendu par la bathymétrie et la stratification a pu jouer un rôle prédominant dans l'issue de la bataille. Mais ce travail peut aussi livrer des ressources pour d'autres phénomènes ou évènements.

Tout d'abord, le golfe Ambracique a connu des siècles plus tard une seconde bataille navale, au déroulé là encore inattendu. La bataille de Préveza (28 septembre 1538) a vu célébrer la victoire des Ottomans sur la Sainte Ligue [Pujeau, 2006, Pujeau et Martin, 2013]. Une approche similaire à celle sur la bataille d'Actium pourrait éclairer cet autre évènement.

Outre l'aspect historique, l'étude des interactions ondes-bateaux-courants est une ressource nécessaire au développement des bateaux et routes navales de demain. Les eaux stratifiées dépassent les zones de types fjords. On en retrouve notamment à l'entrée des ports en présence de confinement vertical. Dans ce contexte, la stratification doit aussi prendre en compte une modification de la viscosité [Delefortrie et Vantorre, 2016, Kaidi *et al.*, 2020]. De nouvelles routes maritimes dans les régions polaires montrent aussi un intérêt certain. La fonte de l'eau douce sur l'eau salée crée des bicouches, dont la salinité, mais aussi la température diffèrent. La maîtrise de la dynamique du bateau dans ces conditions, et les

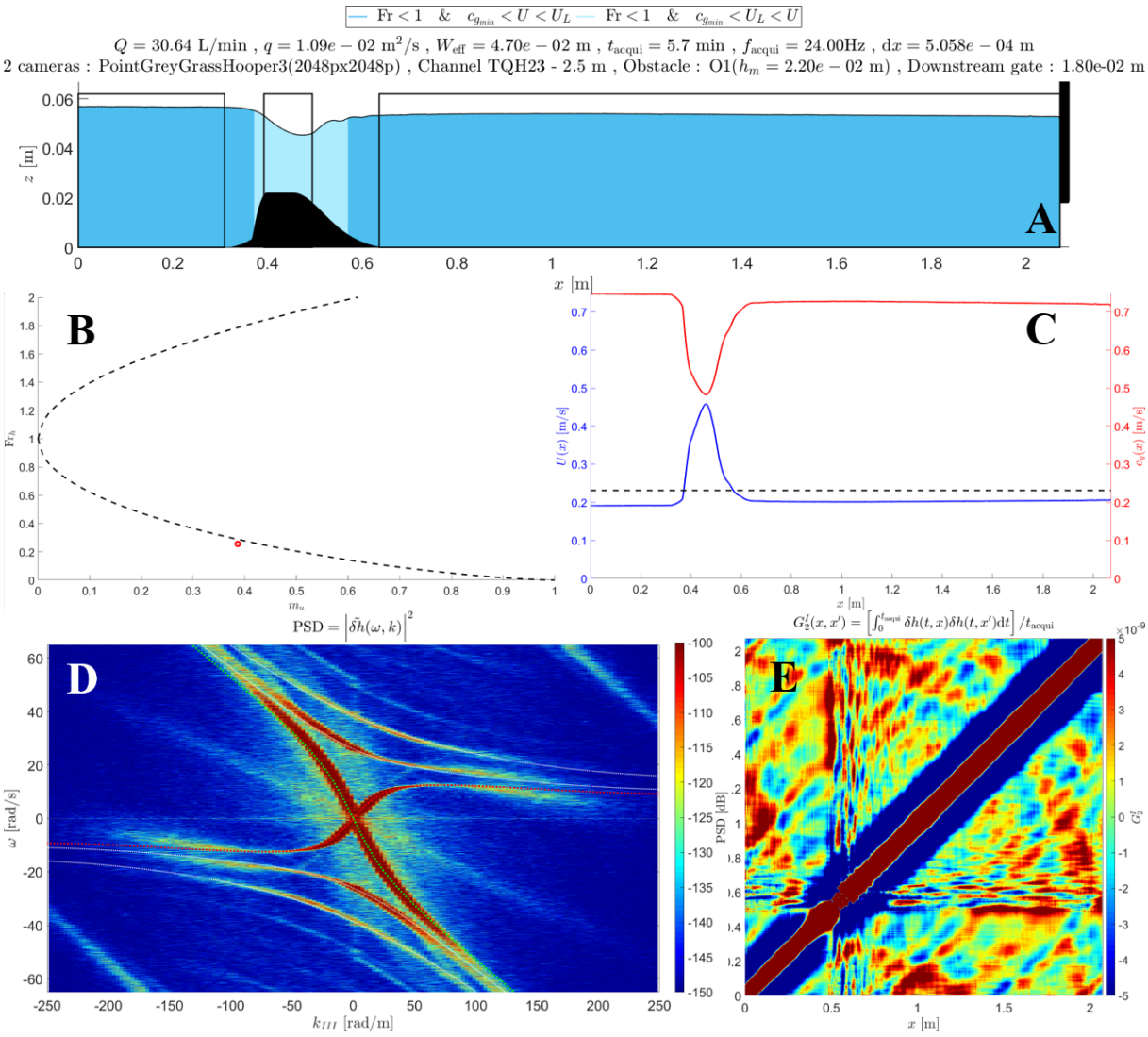


Figure 5.22 – Exemple de traitement possible des ondes de surface soumises à un gradient de vitesse. (A) Moyenne temporelle de la hauteur d'eau mesurée par détection subpixel. (B) Théorie de Schijf (section II.1.2.5). (C) Comparaison de la vitesse de l'écoulement et de la vitesse critique $c_g = \sqrt{gh}$. (D) Diagramme spectral du bruit dans la zone avale de l'obstacle. Le bruit suit la relation de dispersion des ondes de surface avec la présence d'onde transverse. (E) Autocorrélation spatiale du bruit le long du canal.

techniques pour sortir des pièges des eaux-mortes permettront d'optimiser les navires. Si les résidus du sillage n'impactent plus la dynamique du bateau ou du sous-marin, son étude peut permettre de remonter à la forme de l'objet l'ayant créé et être donc une application militaire [Meunier et Spedding, 2004]. Enfin, les ondes internes peuvent aussi être une source d'énergie dans des zones isolées. Li et Chen proposent ainsi de récupérer l'énergie des eaux-mortes pour alimenter des stations de recyclage près du Groenland [Li et Chen, 2021].

Synthèse

Bien que situées au niveau de la pycnocline, les ondes internes laissent une trace sur la surface libre à travers les courants internes qu'elles génèrent. Dans la couche supérieure, une succession de courant, tantôt dans le sens du mouvement du bateau, tantôt en opposition, entraîne l'apparition de bandes rugueuses ou lisses dans le sillage du bateau. Ces bandes sont le témoin indirect des eaux-mortes. Des mesures PIV permettent de capturer ces champs de vitesses. Les deux systèmes d'ondes (dépression ondulante d'Ekman et sillage interne de Nansen) sont de nouveau identifiés. Ces mesures mettent en évidence que, dans les régimes supercritiques, le bateau surfe la déformée de polarité négative qu'il a générée par son déplacement, réduisant la résistance à l'avancement. De plus, le sillage collé à la proue génère bien les courants responsables des bandes. Toutefois, les effets d'échelles font que l'allée tourbillonnaire créée par la maquette pollue grandement ces courants présents dans le sillage. À l'image du sillage particulier en monocouche, l'alternance de bande peut rappeler le disque de succion du rémora. Ainsi, les eaux-mortes sont responsables d'une crise de résistance couplée à un motif pouvant justifier la légende de l'échénéis. Suite à cette thèse portant sur les effets de la bathymétrie et de la stratification de l'embouchure du golfe Ambracique sur la dynamique d'une galère, d'autres questions restent ouvertes. Des phénomènes physiques comme la mise en mouvement par le vent de la couche supérieure pourraient être responsables de la fuite de Cléopâtre. La présence d'une multitude de bateaux proches les uns des autres (en formation serrée) lors de la bataille implique un confinement latéral partiel. Son effet a essayé d'être mesuré expérimentalement, mais les dimensions réduites des ondes et maquettes de bateaux utilisés dans le canal d'eaux-mortes ne permettent pas de visualiser son influence. Une campagne de mesure dans le nouveau bassin d'essais des carènes de l'Institut Pprime ouvre la possibilité de s'affranchir de certaines contraintes techniques. Enfin, une analogie entre un confinement latéral total et un courant au-dessus d'un obstacle permet d'étudier d'une autre manière le sillage. Ce dernier, stationnaire dans le référentiel du bateau, peut être modélisé par le mode-0 se déclenchant par la modification de la bathymétrie en fond de canal.

Conclusion

La bataille navale d'Actium, qui a pourtant été largement documentée, regorge toujours de mystères. Une approche pluridisciplinaire est nécessaire pour démêler les évènements tangibles des légendes ou autres éléments de propagande. Les historiens de l'Antiquité et architectes navals apportent des connaissances sur les galères se livrant au combat, leurs positions et leurs mouvements. Les océanographes exposent une représentation des eaux de la zone de bataille : bathymétrie, stratification, marée... Les linguistes mettent en lumière parmi les mythes de l'époque des éléments cachés éclairant ce qu'il s'est réellement passé. Les mathématiciens et physiciens des ondes proposent des théories simplificatrices modélisant la dynamique d'une galère en fonction des configurations océanographiques. Enfin, les mécaniciens des fluides et expérimentateurs offrent des observations et mesures des épreuves subies par les galères, permettant d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques. De par les échanges entre ces domaines pourtant éloignés, le voile se lève petit à petit sur les motifs de la défaite antonienne. Pourquoi la flotte de Cléopâtre et de Marc-Antoine a-t-elle privilégié une tactique d'abordage, pourtant à leur désavantage compte tenu des lourds bateaux composant leur armada ? La logique militaire aurait voulu qu'ils atteignent de grandes vitesses pour éperonner l'adversaire et couler sa flotte. Les rapports témoignent de ralentissements énigmatiques, justifiés par la suite par une légende : un rémora, ou échénéis, aurait à lui seul stoppé les mouvements des galères.

Parmi les caractéristiques de l'embouchure du golfe Ambracique, évaluées auparavant lors d'une campagne de mesures océanographiques réalisée par l'équipe située à Patras, cette thèse s'est penchée sur deux aspects déterminants : les hauts fonds et une stratification en densité de type bicouche. Chacune de ces caractéristiques a mené à des expériences en laboratoire : le remorquage à vitesse constante dans un monocouche d'une galère à échelle réduite pour l'impact de la bathymétrie ; la traction à force constante d'un bateau dans un bicouche pour les effets de stratification.

Un navire se déplaçant dans une voie d'eau de profondeur finie subit une résistance à l'avancement dépendant de sa vitesse. Celle-ci se compose entre autres d'une contribution visqueuse (frottement le long de la coque) et d'une résistance induite par les ondes générées. Les observations historiques de Scott Russell rapportent qu'une crise de résistance de vague apparaît pour $\mathrm{Fr_h} \approx 1$, le bateau se confrontant à un "mur" l'empêchant d'atteindre la vitesse souhaitée. La théorie de Sretensky met en avant que cette crise est d'autant plus marquée que le clair sous quille est réduit. Ainsi, les imposantes galères d'Antoine subissent, dans les zones extrêmement peu profondes de l'embouchure, une résistance jusqu'à 10 fois supérieure aux frêles vaisseaux d'Octave. Les essais réalisés dans le bassin des carènes de l'Institut Pprime, où une reproduction de galère est tractée à vitesse constante, n'ont pas permis de mesurer ces effets. En effet, les défauts du canal (longueur réduite, vibration du chariot de traction, gamme de mesures des balances) impliquaient des bruits de mesures plus importants que le phénomène que l'on cherche à observer. Ces problèmes ont d'ailleurs en partie conduit à des travaux du bassin afin de l'améliorer sur ces éléments. Toutefois, les observations des sillages générés mettent en évidence une augmentation notable des amplitudes des ondes à l'approche de $\mathrm{Fr}_h \approx 1$. À ces vitesses, les ondes divergentes se déplient, formant des bandes parallèles. Ce motif est d'autant plus marqué que le rapport entre tirant d'eau et profondeur est proche de 1. Les hauts fonds sont donc une première pièce du puzzle expliquant le déroulement de la bataille d'Actium. La résistance de vague

en eau peu profonde engendre une crise à l'avancement pour les galères antoniennes. Ces difficultés à l'avancement, négligeables aux vitesses de croisière des galères, apparaissent pour les vitesses de pointe nécessaires à la technique de l'éperonnage. Antoine a donc dû se rabattre sur une autre stratégie. De plus, le motif du sillage rappelle les bandes parallèles visibles sur le disque de succion de l'échénéis. Les marins, témoins de ce phénomène, ont pu interpréter leur difficulté à avancer par la présence de ce poisson, ou utiliser cette légende afin de décrire leurs observations, le concept de sillage n'étant peut-être pas compris ou le vocabulaire inadapté.

La seconde singularité du golfe Ambracique est d'être le seul fjord de Méditerranée. Le long de la colonne d'eau, à cause d'une différence de salinité, la densité varie, formant deux couches d'eau séparées d'une pycnocline. Depuis les observations de Nansen, l'explorateur norvégien de l'Arctique, et les travaux d'Ekman en 1904, les eaux stratifiées sont connues comme étant le lieu de ralentissements soudains des bateaux y voguant. Des ondes internes se développent à l'interface entre les eaux, et causent une augmentation de la résistance à l'avancement. Tout comme dans le cas monocouche, une crise de résistance est identifiée pour les bateaux s'approchant du régime $\mathrm{Fr}_I \approx 1$. Outre cette difficulté à franchir une vitesse seuil, les expériences d'Ekman ont montré que, sous certaines conditions, un bateau en milieu stratifié pouvait voir sa vitesse osciller, et ne pas parvenir à atteindre un régime stable. Ces deux phénomènes, connus sous le nom d'effets d'eaux-mortes, ont longuement été traités dans la littérature. Dans un canal de dimension réduite, mais dont le confinement latéral permet tout de même la génération de structures tridimensionnelles, une maquette de bateau a été tractée à force constante. La mise en place d'une méthode de détection subpixel, autorisant le suivi d'ondes micrométriques au niveau de la pycnocline, offre une vision détaillée des systèmes ondulatoires générés. Deux structures principales naissent du mouvement d'un bateau dans un bicouche. La première est un sillage interne, dont le nom est attribué à l'explorateur Nansen, se déplaçant à la même vitesse que le bateau et impliquant une augmentation de la résistance à l'avancement. C'est ce sillage qui est responsable de l'hystéresis présente dans les eaux-mortes, à l'image de celle mesurée en monocouche et due au sillage de surface. La seconde structure ondulatoire observée est un front d'onde de polarité négative suivi d'éteules, se déplaçant à une vitesse proche de $\mathrm{Fr}_I = 1$. Cette dépression ondulante dispersive, nommée onde d'Ekman en hommage aux travaux du chercheur norvégien, se génère par le vide occasionné par l'accélération initiale du bateau. Une adaptation aux cas des bicouches des travaux de l'ingénieur John Scott Russell sur l'étude des solitons permet un suivi de l'onde d'Ekman sur un temps long, améliorant de ce fait la résolution des mesures dans l'espace spectral. Ces expériences mettent en évidence que l'onde d'Ekman, jusqu'ici confondue dans la littérature avec une émission périodique d'ondes solitaires non linéaires, peut être approximée par une onde linéaire suivant la relation de dispersion proposée par Stokes. De plus, cette dépression ondulante est responsable du second phénomène des eaux-mortes, à savoir les oscillations en vitesses observées en laboratoire en absence de déferlement périodique. Un second scénario explique l'apparition de ces ralentissements : lorsque le sillage de Nansen gagne en amplitude, de forts effets non linéaires peuvent apparaître, allant jusqu'aux déferlements d'ondes internes et engendrant des variations de vitesse. La présence d'un bicouche dans la zone de bataille peut donc avoir un lien avec les difficultés antoniennes à accélérer aux faibles vitesses. De surcroît, des mesures des champs de vitesses par PIV montrent que le sillage interne de Nansen crée des courants dans la couche supérieure. Se succèdent ainsi sous la surface, des bandes où la vitesse est dans le sens du bateau et des bandes où la vitesse lui est opposée. Ces courants modifient les ondes de surface et, depuis le pont d'un

bateau, il est alors possible de distinguer des bandes rugueuses suivies de bandes lisses, témoin indirect du phénomène d'eaux-mortes. Là encore, ce motif rappelle les stries du disque de succion du rémora.

Bien que d'autres structures puissent être générées au sein d'une stratification (déferlements internes, modes péristaltiques, bolus...), un modèle linéaire peut être mis en place pour décrire la dynamique d'un bateau piégé en eaux-mortes et ses interactions avec les déformées d'interfaces. Les calculs analytiques offrent la possibilité d'étudier ces phénomènes dans une multitude de configurations : canal de grande longueur, confinement latéral imposé, modification d'une expérience à force fixée en un essai à vitesse constante... Il en découle que les oscillations en vitesse ne sont qu'une étape transitoire de la dynamique du bateau, causée par son interaction avec l'onde d'Ekman. Après un temps suffisamment long, le navire atteint un régime stationnaire piloté par le sillage de Nansen. De plus, les confinements latéraux imposés par les expériences de laboratoire influent sur l'amplitude des systèmes ondulatoires. Cela engendre une augmentation des phénomènes d'eaux-mortes : oscillations en vitesse renforcées et ralentissements dus au sillage interne plus marqué.

Hauts fonds et stratification ont peut-être été des acteurs dans la bataille d'Actium et peuvent à eux deux avoir engendré la naissance de la légende de l'échénéis. Pour autant, d'autres éléments restent à prendre en compte pour retracer l'ensemble des évènements. Les études des courants de marée, ainsi que le phénomène des eaux glissantes qui combine l'effet du vent et de la stratification, sont essentielles pour savoir si la fuite de Cléopâtre peut leurs être imputés. Le nouveau bassin des carènes de l'Institut Pprime offre aussi de nouvelles possibilités. Des mesures de résistance à l'avancement du navire moins sujettes aux vibrations parasites fourniraient un appui à la théorie de Sretensky en monocouche pour une galère antique. Et la mise en place d'une stratification dans ce canal de plus grande taille permettrait une étude combinant sillage de surface et sillage interne avec une vitesse supérieure au seuil d'apparition des sillages gravito-capillaire. D'autres améliorations n'ont pas pu être réalisées faute de temps d'expérimentation, comme la mesure des ondes internes par la méthode Schlieren, technique se servant du changement d'indice en fonction de la salinité de l'eau pour mettre en évidence les déformées le long d'une stratification. Les effets de confinement partiel collectif ainsi que la question de la propulsion par rameurs restent à être explorés.

La bataille d'Actium offre un terrain de jeu pour de nombreuses disciplines scientifiques. Il est séduisant de penser que l'ensemble des interactions ondes-courants-bateaux apparaîtrait comme clair à celui capable de saisir et comprendre le moindre détail de cet évènement historique. Effets de bathymétrie, de confinement total ou partiel, de stratification, de marée, de vent, d'accélération initiale, ou encore d'architecture navale, s'entremêlent pour former un mystère de l'Antiquité, accompagné de sa légende (figure 5.23).

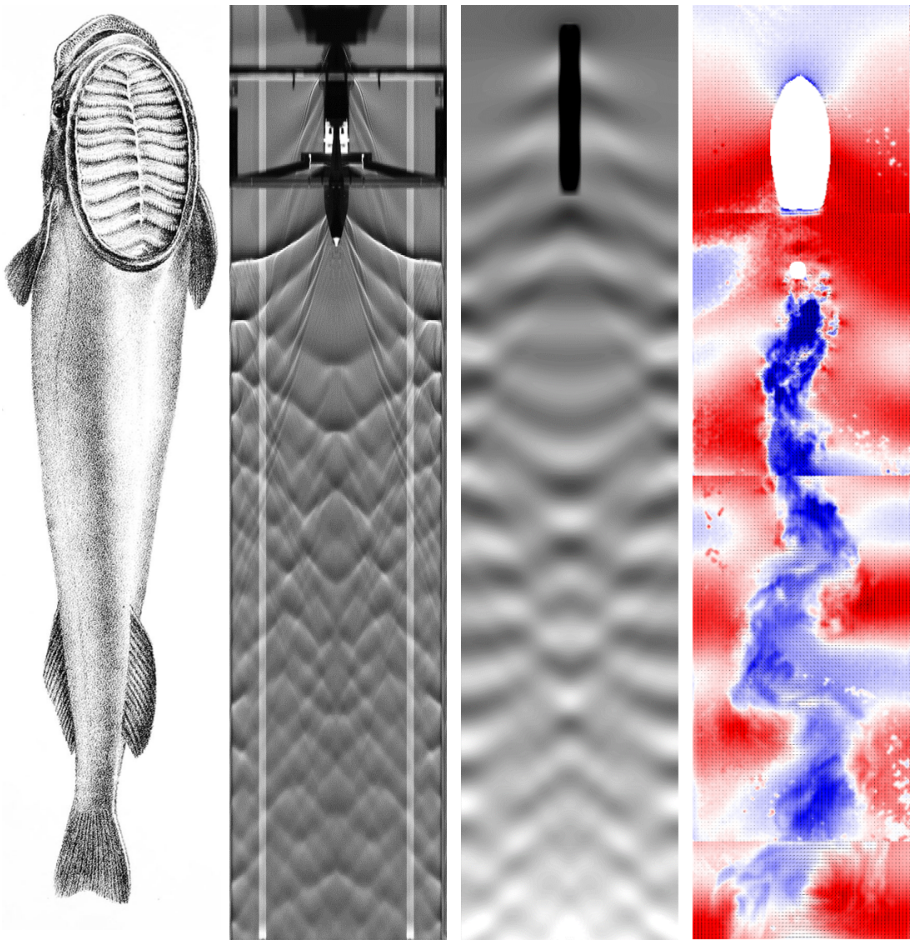


Figure 5.23 – De gauche à droite : Illustration d'un échénéis albescens (George Henry Ford , extrait de Day, Francis (1878) The Fishes of India. Volume 2) ; Sillage de surface en vue de dessus d'une maquette de galère antique tractée dans le bassin des carènes de l'Institut Pprime ; Calcul analytique, à partir d'un modèle linéaire, du sillage interne généré par un bateau tracté à vitesse constante dans un bicouche ; Montage de plusieurs champs de vitesses de courants internes mesurés par vélocimétrie par images de particules (PIV) dans le sillage d'un bateau tracté à force constante dans un bicouche.

Références bibliographiques

[Airy, 1845] Airy, G. B. (1845). *Tides and waves*. B. Fellowes.

[Alderf *et al.*, 2011] Alderf, N. Lefrançois, E. Sergent, P. et Debaillon, P. (2011). Dynamic ship response integration for numerical prediction of squat in highly restricted waterways. *International journal for numerical methods in fluids*, 65(7):743–763.

[Alpers et Vlasenko, 2019] Alpers, W. et Vlasenko, V. (2019). Internal waves in the andaman sea. *In Remote Sensing of the Asian Seas*, pages 395–410. Springer.

[Arntsen, 1996] Arntsen, Ø. A. (1996). Disturbances, lift and drag forces due to the translation of a horizontal circular cylinder in stratified water. *Experiments in fluids*, 21(5):387–400.

[Badulin *et al.*, 1983] Badulin, S. Pokazayev, K. et Rozenberg, A. (1983). A laboratory study of the transformation of regular gravity-capillary waves in inhomogeneous flows. *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 19(10):782–787.

[Bai et McCarthy, 1979] Bai, K. J. et McCarthy, J. H. (1979). Proceedings of the workshop on ship wave-resistance computations held at Bethesda, Maryland on 13-14 november 1979. volume 2. Rapport technique, David W Taylor Naval Ship Research and Development Center Bethesda.

[Baker, 1915] Baker, G. S. (1915). *Ship form, resistance and screw propulsion*. D. Van Nostrand Company.

[Barbara, 2006] Barbara, S. (2006). Zoologie et paradoxographie en marge du bellum Actiacum. *In L'Animal et le savoir, de l'Antiquité à le Renaissance*, Schedae, fasc. 2, Caen, France. Caroline FEVRIER.

[Barriquand *et al.*, 2015] Barriquand, T. B. Bouruet-Aubertot, P. Cuypers, Y. Vivier, F. Lourenço, A. et Le Goff, H. (2015). The impacts of stratification on high latitude ocean mixing : A case study of internal waves in storfjorden, svalbard. *Continental Shelf Research*, 110:162–182.

[Basovich et Bahanov, 1984] Basovich, A. J. et Bahanov, V. V. (1984). Surface wave kinematics in the field of an internal wave. *Ivestiya of Academy of Sciences, USSR. : Atmospheric and oceanic physics*, 20(1):71.

[Benham *et al.*, 2020] Benham, G. Bendimerad, R. Benzaquen, M. et Clanet, C. (2020). Hysteretic wave drag in shallow water. *Physical Review Fluids*, 5(6):064803.

[Benzaquen, 2015] Benzaquen, M. (2015). *Dynamique des interfaces liquides, des films minces au sillage des bateaux*. Thèse de doctorat, Paris 6.

[Birk, 2019] Birk, L. (2019). *Fundamentals of Ship Hydrodynamics : Fluid Mechanics, Ship Resistance and Propulsion*. John Wiley & Sons.

[Blanc, 1997] Blanc, A. (1997). Du composé au mythe : l'échéneis. *Les zoonymes*, pages 77–89.

[Boucher, 2018] Boucher, J.-P. (2018). *Problèmes d'optimisation à la surface de l'eau : Des coques de bateaux à la propulsion par rame*. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay (ComUE).

[Bouruet-Aubertot *et al.*, 2016] Bouruet-Aubertot, P. Martin, A. et Cuypers, Y. (2016). Courant géostrophique et instabilité barocline dans une cuve tournante. *La Météorologie*.

[Boussinesq, 1872] Boussinesq, J. (1872). Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond. *Journal de mathématiques pures et appliquées*, pages 55–108.

[Briggs *et al.*, 2010] Briggs, M. J. Vantorre, M. Uliczka, K. et Debaillon, P. (2010). Prediction of squat for underkeel clearance. *In Handbook of coastal and ocean engineering*, pages 723–774. World Scientific.

[Calisal, 1977] Calisal, S. (1977). Effect of initial acceleration on ship wave pattern and wake survey methods. *Journal of Ship Research*, 21(04):239–247.

[Calisal, 1980] Calisal, S. (1980). Some experimental results with ship model acceleration waves. Rapport technique, Naval Academy Annapolis MD DIV of Engineering and Weapons.

[Caplier, 2015] Caplier, C. (2015). *Étude expérimentale des effets de hauteur d'eau finie, de confinement latéral et de courant sur les sillages et la résistance à l'avancement des navires.* Thèse de doctorat, Université Poitiers.

[Caplier *et al.*, 2020] Caplier, C. Rousseaux, G. Calluaud, D. et David, L. (2020). Effects of finite water depth and lateral confinement on ships wakes and resistance. *Journal of Hydrodynamics*, 32(3):582–590.

[Carpenter et Keulegan, 1960] Carpenter, L. H. et Keulegan, G. H. (1960). Disturbances due to the motion of a cylinder in a two-layer liquid system. *Journal of Research of the National Bureau of Standards : Engineering and instrumentation. C*, 64:231.

[Carr *et al.*, 2019] Carr, M. Stastna, M. Davies, P. A. et van de Wal, K. J. (2019). Shoaling mode-2 internal solitary-like waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 879:604–632.

[Carter, 1970] Carter, J. M. (1970). *The battle of Actium : the rise & triumph of Augustus Caesar.* Hamish Hamilton.

[Carusotto et Rousseaux, 2013] Carusotto, I. et Rousseaux, G. (2013). The Cerenkov effect revisited : from swimming ducks to zero modes in gravitational analogues. *In Analogue Gravity Phenomenology*, pages 109–144. Springer.

[Caulfield, 1994] Caulfield, C.-C. P. (1994). Multiple linear instability of layered stratified shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 258:255–285.

[Cherkesov, 1963] Cherkesov, L. (1963). The growth and decay of ship waves. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 27(4):1109–1116.

[Chomaz *et al.*, 1993] Chomaz, J. Bonneton, P. et Hopfinger, E. (1993). The structure of the near wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 254:1–21.

[Coates, 1987] Coates, J. (1987). Reconstructing the ancient greek trireme warship. *Endeavour*, 11(2):94–99.

[Constantine, 1960] Constantine, T. (1960). On the movement of ships in restricted waterways. *Journal of Fluid Mechanics*, 9(2):247–256.

[Constantine, 1961] Constantine, T. (1961). The behaviour of ships moving in restricted waterways. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 19(4):549–562.

[Cosme, 2014] Cosme, P. (2014). *Auguste, Maître du monde. Actium, 2 septembre 31 av. J.-C.* Tallandier.

[Cottier *et al.*, 2010] Cottier, F. Nilsen, F. Skogseth, R. Tverberg, V. Skarðhamar, J. et Svendsen, H. (2010). Arctic fjords : a review of the oceanographic environment and dominant physical processes. *Geological Society, London, Special Publications*, 344(1):35–50.

[Craik, 2004] Craik, A. D. (2004). The origins of water wave theory. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 36:1–28.

[Crapper, 1964] Crapper, G. D. (1964). Surface Waves Generated by a Travelling Pressure Point. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 282(1391):547–558.

[D'Alembert *et al.*, 1777] D'Alembert Condorcet, J.-A.-N. d. C. m. d. et Bossut, C. (1777). *Nouvelles expériences sur la résistance des fluides*. C.-A. Jombert fils aîné.

[D'Amato, 2015] D'Amato, R. (2015). *Republican Roman Warships 509–27 BC*. Bloomsbury Publishing.

[Dans, 2003] Dans, I. (2003). The wash of surface ships. *In 25th Annual Marine Propulsion Conference*.

[Darmon *et al.*, 2013] Darmon, A. Benzaquen, M. et Raphaël, E. (2013). A solution to the Kelvin wake angle controversy. *J. Fluid Mech*, 73(8).

[Darrigol, 2003] Darrigol, O. (2003). The spirited horse, the engineer, and the mathematician : water waves in nineteenth-century hydrodynamics. *Archive for history of exact sciences*, 58(1):21–95.

[Debaillon, 2005] Debaillon, P. (2005). *Système de modélisation de l'enfoncement dynamique des bateaux*. Thèse de doctorat, Compiègne.

[Deepwell *et al.*, 2019] Deepwell, D. Stastna, M. Carr, M. et Davies, P. A. (2019). Wave generation through the interaction of a mode-2 internal solitary wave and a broad, isolated ridge. *Physical Review Fluids*, 4(9):094802.

[Delefortrie et Vantorre, 2016] Delefortrie, G. et Vantorre, M. (2016). Ship manoeuvring behaviour in muddy navigation areas : State of the art. *In 4th MASHCON-International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined Water with Special Focus on Ship Bottom Interaction*, pages 26–36.

[Devaux, 2014] Devaux, Y. (2014). Le mythe de l'echénéis et la bataille d'Actium. Mémoire de Master., Université Poitiers.

[Doctors et Dagan, 1980] Doctors, L. et Dagan, G. (1980). Comparison of nonlinear wave-resistance theories for a two-dimensional pressure distribution. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(3):647–672.

[Doctors, 1975] Doctors, L. J. (1975). The experimental wave resistance of an accelerating two-dimensional pressure distribution. *Journal of Fluid Mechanics*, 72(3):513–527.

[Doutreleau *et al.*, 2011] Doutreleau, Y. Jodet, L. et Laurens, J.-M. (2011). *Résistance et propulsion du navire*. Ellipses.

[Eiff et Bonneton, 2000] Eiff, O. S. et Bonneton, P. (2000). Lee-wave breaking over obstacles in stratified flow. *Physics of Fluids*, 12(5):1073–1086.

[Ekman, 1904] Ekman, V. W. (1904). *On dead water, Norwegian North Polar Expedition, 1893-1896 : Scientific Results, XV, Christiana*. AW Brøgger.

[Ekman, 1906] Ekman, V. W. (1906). On stationary waves in running water. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 3(2).

[Ekman, 1907] Ekman, V. W. (1907). On the waves produced by a given distribution of pressure, which travels over the surface of water. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, 3(11).

[Elien, 2001] Elien, L. S. (2001). *La personnalité des animaux, II.* les Belles Lettres.

[Elsaesser, 2005] Elsaesser, B. (2005). *The characteristics, propagation and transformation of waves generated by fast marine craft.* Thèse de doctorat, Queen's University.

[Emery et Gunnerson, 1973] Emery, K. O. et Gunnerson, C. G. (1973). Internal swash and surf. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 70(8):2379–2380.

[Ertekin *et al.*, 1986] Ertekin, R. Webster, W. et Wehausen, J. (1986). Waves caused by a moving disturbance in a shallow channel of finite width. *Journal of Fluid Mechanics*, 169:275–292.

[Ertekin, 1985] Ertekin, R. C. (1985). Ship-generated solitons. *In Proc 15th Symp on Naval Hydrodynamics, Hamburg, Germany, Aug 1985.*

[Esmaeilpour *et al.*, 2018] Esmaeilpour, M. Ezequiel Martin, J. et Carrica, P. M. (2018). Computational fluid dynamics study of the dead water problem. *Journal of Fluids Engineering*, 140(3).

[Euvé, 2017] Euvé, L.-P. (2017). *Interactions ondes-courant-obstacle : application à la physique des trous noirs.* Thèse de doctorat, Université de Poitiers.

[Ewing, 1950] Ewing, G. C. (1950). Relation between band slicks at the surface and internal waves in the sea. *Science*, 111(2874):91–94.

[Falcon *et al.*, 2002] Falcon, E. Laroche, C. et Fauve, S. (2002). Observation of depression solitary surface waves on a thin fluid layer. *Physical review letters*, 89(20): 204501.

[Faltot *et al.*, 2014] Faltot, P.-J. Bellanger, R. Mougenot, J.-M. et Rousseaux, G. (2014). Interaction houle-courant : mesure de la relation de dispersion. *Proceedings des XIII èmes Journées Nationales Génie Côtier-Génie Civil à Dunkerque*, pages 79–92.

[Farkas, 2021] Farkas, A. (2021). *Numerical modelling of the effects of biofouling on ship resistance and propulsion characteristics.* Thèse de doctorat, University of Zagreb. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture.

[Farmer et Freeland, 1983] Farmer, D. M. et Freeland, H. J. (1983). The physical oceanography of fjords. *Progress in oceanography*, 12(2):147–219.

[Ferentinos *et al.*, 2010] Ferentinos, G. Papatheodorou, G. Geraga, M. Iatrou, M. Fakiris, E. Christodoulou, D. Dimitriou, E. et Koutsikopoulos, C. (2010). Fjord water circulation patterns and dysoxic/anoxic conditions in a mediterranean semi-enclosed embayment in the amvrakikos gulf, greece. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 88(4):473–481.

[Foley et Soedel, 1981] Foley, V. et Soedel, W. (1981). Ancient oared warships. *Scientific American*, 244(4):148–163.

[Fourdrinoy *et al.*, 2019] Fourdrinoy, J. Caplier, C. Devaux, Y. Rousseaux, G. Gianni, A. Zacharias, I. Jouteur, I. Martin, P.-M. Dambrine, J. Petcu, M. *et al.* (2019). The naval battle of actium and the myth of the ship-holder : the effect of bathymetry. *In* Candries, M. Lataire, E. Eloot, K. et Delefortrie, G., éditeurs : *5th MASHCON*, pages 103–133. 5th International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined water, Knowledge centre for manoeuvring in shallow and confined water.

[Fourdrinoy *et al.*, 2020] Fourdrinoy, J. Dambrine, J. Petcu, M. Pierre, M. et Rousseaux, G. (2020). The dual nature of the dead-water phenomenology : Nansen versus ekman wave-making drags. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(29):16770–16775.

[Fructus et Grue, 2004] Fructus, D. et Grue, J. (2004). Fully nonlinear solitary waves in a layered stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 505:323–347.

[Gierczak-Galle *et al.*, 2020] Gierczak-Galle, L. Fadle, A. Arutkin, M. Raphael, E. et Benzaquen, M. (2020). Unsteady wave drag on a disturbance moving along an arbitrary trajectory. *arXiv preprint arXiv :2005.00857*.

[Gill, 1982] Gill, A. (1982). *Atmosphere-ocean dynamics*, volume 30, chapitre 6. New York, Academic Press, International Geophysics Series.

[Gomit, 2013] Gomit, G. (2013). *Développement de techniques de mesure de surfaces libres par moyens optiques : application á l'analyse de l'écoulement généré par un modèle de bateau en bassin des carènes.* Thèse de doctorat, Université de Poitiers.

[Gomit *et al.*, 2015] Gomit, G. Chatellier, L. Calluaud, D. David, L. Fréchou, D. Boucheron, R. Perelman, O. et Hubert, C. (2015). Large-scale free surface measurement for the analysis of ship waves in a towing tank. *Experiments in Fluids*, 56(10).

[Gomit *et al.*, 2014] Gomit, G. Rousseaux, G. Chatellier, L. Calluaud, D. et David, L. (2014). Spectral analysis of ship waves in deep water from accurate measurements of the free surface elevation by optical methods. *Physics of Fluids*, 26(12):122101.

[Greenslade, 2000] Greenslade, M. (2000). Drag on a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 418:339–350.

[Grekoussis et Loukakis, 1985] Grekoussis, C. et Loukakis, T. (1985). Athenian trireme calm water tests without ram. *National Technical University of Athens*.

[Grue, 2015] Grue, J. (2015). Nonlinear dead water resistance at subcritical speed. *Physics of Fluids*, 27(8):082103.

[Grue, 2017] Grue, J. (2017). Ship generated mini-tsunamis. *Journal of Fluid Mechanics*, 816:142–166.

[Grue, 2018] Grue, J. (2018). Calculating FRAM's dead water. *In The Ocean in Motion*, pages 41–53. Springer.

[Grue *et al.*, 1999] Grue, J. Jensen, A. Rusås, P.-O. et Sveen, J. K. (1999). Properties of large-amplitude internal waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 380:257–278.

[Gudger, 1918] Gudger, E. W. (1918). The myth of the ship-holder : studies in echeneis or remora. *Annals and Magazine of Natural History*, 2(10):271–307.

[Hadler, 1958] Hadler, J. (1958). Coefficients for international towing tank conference 1957 model-ship correlation line. Rapport technique, David Taylor Model Basin Washington DC.

[Havelock, 1908] Havelock, T. H. (1908). The Propagation of Groups of Waves in Dispersive Media, with Application to Waves on Water Produced by a Travelling Disturbance. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 81(549):398–430.

[Hester et Vasil, 2016] Hester, E. W. et Vasil, G. (2016). Investigating dead water. *Australian government. Department of education and training*.

[Hoerner, 1965] Hoerner, S. F. (1965). Fluid-dynamic drag. *Hoerner fluid dynamics*.

[Hofman, 2006] Hofman, M. (2006). Prediction of wave making resistance of fast ships in shallow water and computer program ShallowRes. Rapport technique BR001, Department of Naval Architecture, Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade.

[Huygens, 1698] Huygens, C. (1698). *Personal notes taken by Huygens on his experiments performed in 1669*. Regiae Scientiarum Academiae Historia Parisiis.

[Institution et of Ships, 1952] Institution, W. H. O. et of Ships, U. S. N. D. B. (1952). *Marine fouling and its prevention*. United States Naval Institute.

[Inui, 1954] Inui, T. (1954). Wave-making resistance in shallow sea and in restricted water, with special reference to its discontinuities. *Journal of Zosen Kiokai*, 1954(76):1–10.

[Inui, 1955] Inui, T. (1955). On the components of ship wave resistance. *Journal of Zosen Kiokai*, 1955(77):165–175.

[Inui *et al.*, 1956] Inui, T. Kikuchi, Y. et Iwata, T. (1956). Shallow water effects on wave-making of ships a comparison of calculated and measured resistance. *Journal of Zosen Kiokai*, 1956(100):35–45.

[ISO *et al.*, 1995] ISO IEC OIML et BIPM (1995). Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Rapport technique, International Organization for Standardization.

[ITTC, 1957] ITTC (1957). Testing and extrapolation methods : propulsion, performance propulsion test. *International Towing Tank Conference*, 1.

[ITTC, 1987] ITTC (1987). Report of the resistance and flow committee. *18th International Towing Tank Conference*, 1:79–85.

[Jouteur et Gazeau, 2020] Jouteur, I. et Gazeau, M. (2020). *Gaspar Schott, La physique curieuse*. Chemins de tr@verse.

[Jouteur *et al.*, 2016] Jouteur, I. Zacharias, I. Dambrine, J. Pujeau, E. Martin, P. M. et Rousseaux, G. (2016). L'échénéis, entre sciences humaines et sciences dures. https://uptv.univ-poitiers.fr/program/l-echeneis-entre-sciences-humaines-et-sciences-dures/index.html.

[Kaidi *et al.*, 2020] Kaidi, S. Lefrançois, E. et Smaoui, H. (2020). Numerical modelling of the muddy layer effect on ship's resistance and squat. *Ocean Engineering*, 199:106939.

[Kao *et al.*, 1985] Kao, T. W. Pan, F.-S. et Renouard, D. (1985). Internal solitons on the pycnocline : generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope. *Journal of Fluid Mechanics*, 159:19–53.

[Katsis et Akylas, 1987] Katsis, C. et Akylas, T. (1987). On the excitation of long nonlinear water waves by a moving pressure distribution. part 2. three-dimensional effects. *Journal of Fluid Mechanics*, 177:49–65.

[Kehayias et Aposporis, 2014] Kehayias, G. et Aposporis, M. (2014). Zooplankton variation in relation to hydrology in an enclosed hypoxic bay (amvrakikos gulf, greece). *Mediterranean Marine Science*, 15(3):554–568.

[Keldysh et Sedov, 1936] Keldysh, M. et Sedov, L. (1936). The theory of wave resistance in a channel of finite depth.(russian.). *In Tr. Konf. Teorii Volnovogo Soprotivleniya, Moscow*, pages 143–152.

[Keulegan, 1953] Keulegan, G. H. (1953). Characteristics of internal solitary waves. *National Bureau of Standards*, 51(3):133–140.

[Korteweg et De Vries, 1895] Korteweg, D. J. et De Vries, G. (1895). On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 39(240):422–443.

[Labbé *et al.*, 2019] Labbé, R. Boucher, J.-P. Clanet, C. et Benzaquen, M. (2019). Physics of rowing oars. *New Journal of Physics*, 21(9):093050.

[Lambeck, 1996] Lambeck, K. (1996). Sea-level change and shore-line evolution in Aegean Greece since Upper Palaeolithic time. *Antiquity*, 70(269):588–611.

[Lambeck et Purcell, 2005] Lambeck, K. et Purcell, A. (2005). Sea-level change in the mediterranean sea since the LGM : model predictions for tectonically stable areas. *Quaternary Science Reviews*, 24(18-19):1969–1988.

[Lange, 2011] Lange, C. H. (2011). The battle of Actium : a reconsideration. *The classical quarterly*, 61(2):608–623.

[Lataire *et al.*, 2016] Lataire, E. Delefortrie, G. et Vantorre, M. (2016). Impact of banks on ship squat. *In 4th MASHCON-International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined Water with Special Focus on Ship Bottom Interaction*, pages 115–121.

[Lee et Grimshaw, 1990] Lee, S.-J. et Grimshaw, R. H. (1990). Upstream-advancing waves generated by three-dimensional moving disturbances. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 2(2):194–201.

[Li et Chen, 2021] Li, Y. et Chen, L. (2021). A design of low-carbon architecture near water under self-circulation system using dead water effect. *International Journal of Low-Carbon Technologies*.

[Li et Sclavounos, 2002] Li, Y. et Sclavounos, P. D. (2002). Three-dimensional nonlinear solitary waves in shallow water generated by an advancing disturbance. *Journal of Fluid Mechanics*, 470:383–410.

[Lighthill et Lighthill, 1978] Lighthill, M. et Lighthill, J. (1978). Waves in fluids cambridge university press cambridge.

[Long, 1953] Long, R. R. (1953). A laboratory model resembling the "bishop-wave" phenomenon. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 34(5):205–211.

[Long, 1956] Long, R. R. (1956). Solitary waves in the one-and two-fluid systems 1. *Tellus*, 8(4):460–471.

[Maas et van Haren, 2006] Maas, L. et van Haren, H. (2006). Worden mooi-weer verdrinkingen door dood-water veroorzaakt. *Meteorologica*, 15:211–216.

[Macfarlane et Graham-Parker, 2019] Macfarlane, G. et Graham-Parker, K. (2019). Marine vessel wave wake : transient effects when accelerating or decelerating. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 145(1):04018027.

[Maderich *et al.*, 2010] Maderich, V. Talipova, T. Grimshaw, R. Terletska, K. Brovchenko, I. Pelinovsky, E. et Choi, B. H. (2010). Interaction of a large amplitude interfacial solitary wave of depression with a bottom step. *Physics of Fluids*, 22(7):076602.

[Martin, 1995] Martin, P. M. (1995). *Antoine et Cléopâtre : la fin d'un rêve*, volume 96. Editions Complexe.

[Marx, 2019] Marx, D. (2019). Lecture notes in advanced signal processing, master of turbulence.

[Maxworthy, 1980] Maxworthy, T. (1980). On the formation of nonlinear internal waves from the gravitational collapse of mixed regions in two and three dimensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 96(1):47–64.

[Medjdoub *et al.*, 2020] Medjdoub, K. Jánosi, I. M. et Vincze, M. (2020). Laboratory investigations on the resonant feature of 'dead water' phenomenon. *Experiments in Fluids*, 61(1):6.

[Mercier, 2010] Mercier, M. (2010). *Etude expérimentale de la génération de structures linéaires et non-linéaires (solibores, solitons) en milieu stratifié*. Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de lyon-ENS LYON.

[Mercier *et al.*, 2011] Mercier, M. Vasseur, R. et Dauxois, T. (2011). Resurrecting dead-water phenomenon. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 18:193–208.

[Meunier, 2012] Meunier, P. (2012). Stratified wake of a tilted cylinder. part 1. suppression of a von kármán vortex street. *Journal of fluid mechanics*, 699:174–197.

[Meunier *et al.*, 2006] Meunier, P. Diamessis, P. J. et Spedding, G. R. (2006). Self-preservation in stratified momentum wakes. *Physics of Fluids*, 18(10):106601.

[Meunier et Spedding, 2004] Meunier, P. et Spedding, G. R. (2004). A loss of memory in stratified momentum wakes. *Physics of Fluids*, 16(2):298–305.

[Michell, 1893] Michell, J. H. (1893). The highest waves in water. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 36(222):430–437.

[Michell, 1898] Michell, J. H. (1898). The wave-resistance of a ship. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 45(272):106–123.

[Miloh *et al.*, 1993] Miloh, T. Tulin, M. P. et Zilman, G. (1993). Dead-Water Effects of a Ship Moving in Stratified Seas. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 115(2):105–110.

[Morrison *et al.*, 2000] Morrison, J. S. Coates, J. F. et Rankov, N. (2000). *The Athenian trireme : the history and reconstruction of an ancient Greek warship*. Cambridge University Press.

[Motygin et Kuznetsov, 1997] Motygin, O. et Kuznetsov, N. (1997). The wave resistance of a two-dimensional body moving forward in a two-layer fluid. *Journal of Engineering Mathematics*, 32(1):53–72.

[Murray, 2012] Murray, W. M. (2012). *The age of titans : the rise and fall of the great Hellenistic navies*. OUP USA.

[Murray *et al.*, 1989] Murray, W. M. Petsas, P. M. P. M. et Petsas, P. M. (1989). *Octavian's campsite memorial for the Actian War*, volume 74. American Philosophical Society.

[Nansen, 1905] Nansen, F. (1905). *The Norwegian North polar expedition, 1893-1896 : scientific results*, volume 6. Longmans, Green and Company.

[Nicolaou *et al.*, 1995] Nicolaou, D. Garman, J. et Stevenson, T. (1995). Internal waves from a body accelerating in a thermocline. *Applied scientific research*, 55(2):171–186.

[Noblesse *et al.*, 2014] Noblesse, F. He, J. Zhu, Y. Hong, L. Zhang, C. Zhu, R. et Yang, C. (2014). Why can ship wakes appear narrower than Kelvin's angle ? *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 46:164–171.

[Parker, 1999] Parker, B. (1999). *Mariners Weather Log*, chapitre Waves Beneath the sea, pages 11–17. U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Data and Information Service.

[Pelling, 1988] Pelling, C. B. (1988). *Plutarch : Life of Antony*. Cambridge University Press.

[Pitassi, 2011] Pitassi, M. (2011). *Roman warships*. Boydell Press.

[Pline, 1892] Pline, l. (1892). Naturalis historia, éd. *C. Mayhoff*, 4:1892–1902.

[Pline, 1980] Pline, l. (1980). *Histoire naturelle*, volume 6. Belles Lettres.

[Podder *et al.*, 2014] Podder, P. Khan, T. Z. Khan, M. H. et Rahman, M. M. (2014). Comparative performance analysis of hamming, hanning and blackman window. *International Journal of Computer Applications*, 96(18).

[Pompée, 2015] Pompée, P.-J. (2015). About modelling inland vessels resistance and propulsion and interaction vessel-waterway. key parameters driving restricted/shallow water effects. *Proceeding of Smart Rivers 2015*.

[Pujeau, 2006] Pujeau, E. (2006). La Préveza (1538) entre idéologie et histoire. *Studi Veneziani*, pages 1000–1050.

[Pujeau et Martin, 2013] Pujeau, E. et Martin, P. M. (2013). Les batailles navales dans le golfe d'ambracie. https://uptv.univ-poitiers.fr/program/les-batailles-navales-dans-le-golfe-d-ambracie/index.html.

[Rabaud et Moisy, 2013] Rabaud, M. et Moisy, F. (2013). Ship Wakes : Kelvin or Mach Angle ? *Physical Review Letters*, 110(21).

[Redor, 2019] Redor, I. (2019). *Étude expérimentale de la turbulence intégrable en eau peu profonde*. Thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes (ComUE).

[Reggiani, 2000] Reggiani, A. M. (2000). Le navi di Caligola a Nemi : quando i relitti riscrivono la storia. *In L'archeologia subacquea e navale*. Massa Editore.

[Rottman *et al.*, 2004] Rottman, J. W. Broutman, D. Spedding, G. et Meunier, P. (2004). The internal wave field generated by the body and wake of a horizontally moving sphere in a stratified fluid. *In APS Meeting Abstracts D*, volume 6.

[Rousseaux *et al.*, 2010] Rousseaux, G. Maïssa, P. Mathis, C. Coullet, P. Philbin, T. G. et Leonhardt, U. (2010). Horizon effects with surface waves on moving water. *New Journal of Physics*, 12(9):095018.

[Russell, 1839] Russell, J. S. (1839). Experimental Researches into the Laws of Certain Hydrodynamical Phenomena that accompany the Motion of Floating Bodies, and have not previously been reduced into conformity with the known Laws of the Resistance of Fluids. *Earth and Environmental Science Transactions of The Royal Society of Edinburgh*, 14(1):47–109.

[Schafer, 2011] Schafer, R. W. (2011). What is a savitzky-golay filter ?[lecture notes]. *IEEE Signal processing magazine*, 28(4):111–117.

[Schijf, 1949] Schijf, J. (1949). Protection of embankments and bed in inland and maritime waters, and in overflows or weirs. *In PIANC 17th congress 1949, Lisbon, section SI C2*. PIANC.

[Schofield et Bryan, 1974] Schofield et Bryan, R. (1974). Speed of ships in restricted navigation channels. *Journal of Waterways, Harbors & Coast Eng Div*, 100(Paper 10539 Proceeding).

[Schofield et Martin, 2004] Schofield, R. et Martin, L. A. (2004). On Ship Motions and Waves in Navigable Channels with Particular Reference to the Experiments of John Scott Russell : 1834–1835. *Transactions of the Newcomen Society*, 74(1):109–129.

[Sheppard, 2009] Sheppard, S. (2009). *Actium 31 BC : downfall of Antony and Cleopatra*, volume 211. Osprey Publishing.

[Shiryaeva *et al.*, 2012] Shiryaeva, S. Grigor'ev, A. Fedorov, M. et Shiryaev, A. (2012). On the effect of "dead water" in a stratified liquid on a solid bottom. *Technical Physics*, 57(11):1487–1492.

[Shishkina, 2002] Shishkina, O. (2002). Experimental investigation of the generation of internal waves by a vertical cylinder in a near-surface pycnocline. *Fluid dynamics*, 37(6):931–938.

[Soomere, 2007] Soomere, T. (2007). Nonlinear Components of Ship Wake Waves. *Applied Mechanics Reviews*, 60(3):120–138.

[Sretensky, 1937] Sretensky, L. (1937). A theoretical study of wave resistance. *Joukovsky Cent Inst Rep*, 319:1–55.

[Srettensky, 1936] Srettensky, L. (1936). On the wave-making resistance of a ship moving along in a canal. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 22(150):1005–1013.

[Stamp et Jacka, 1995] Stamp, A. P. et Jacka, M. (1995). Deep-water internal solitaty waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 305:347–371.

[Stepanyants, 2015] Stepanyants, Y. (2015). Lecture notes in nonlinear waves in dispersive media.

[Stigebrandt, 2001] Stigebrandt, A. (2001). *Fiord circulation*. Academic Press.

[Stokes, 1847] Stokes, G. G. (1847). On the theory of oscillatory waves, volume 1 of cambridge library collection-mathematics.

[Sutherland, 2010] Sutherland, B. R. (2010). *Internal gravity waves*. Cambridge university press.

[Tarn, 1931] Tarn, W. W. (1931). The battle of actium. *The Journal of Roman Studies*, 21(2):173–199.

[Taylor et Watson, 2012] Taylor et Watson, D. (2012). *Resistance of Ships and Screw Propulsion :(1893)*. BoD–Books on Demand.

[Terziev *et al.*, 2018] Terziev, M. Tezdogan, T. Oguz, E. Gourlay, T. Demirel, Y. K. et Incecik, A. (2018). Numerical investigation of the behaviour and performance of ships advancing through restricted shallow waters. *Journal of Fluids and Structures*, 76:185–215.

[Therianos, 1974] Therianos, A. (1974). The geographical distribution of river water supply in greece. *Bull. Geol. Soc. Greece*, 11:28–58.

[Thews et Landweber, 1935] Thews, J. et Landweber, L. (1935). *The influence of shallow water on the resistance of a cruiser model*. US Experimental Model Basin, Navy Yard.

[Thompson et Jensen, 1993] Thompson, D. R. et Jensen, J. R. (1993). Synthetic aperture radar interferometry applied to ship-generated internal waves in the 1989 loch linnhe experiment. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 98(C6):10259–10269.

[Thomson, 1981] Thomson, R. (1981). *Oceanography of the British Columbia Coast*. Colombie-Britanique. Department of Fisheries and Oceans. Canadian Special Publication Of Fisheries And Aquatic Sciences. Department of Fisheries and Oceans.

[Thomson, 1887] Thomson, W. (1887). On ship waves. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 38(1):409–434.

[Vantorre et Coen, 1988] Vantorre, M. et Coen, I. (1988). On sinkage and trim of vessels navigating above a mud layer. *In 9th International Harbour Congress*, volume 2, pages 4.149–4.161. Royal Flemish Society of Engineers.

[Vantorre *et al.*, 2017] Vantorre, M. Eloot, K. Delefortrie, G. Lataire, E. Candries, M. et Verwilligen, J. (2017). Maneuvering in shallow and confined water. *In The encyclopedia of Marine offshore engineering*, pages 1–17. John Wiley & Sons, Limited.

[Vigié, 2005] Vigié, F. (2005). *Etude expérimentale d'un écoulement à surface libre au-dessus d'un obstacle*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

[Vosper *et al.*, 1999] Vosper, S. Castro, I. Snyder, W. et Mobbs, S. (1999). Experimental studies of strongly stratified flow past three-dimensional orography. *Journal of Fluid Mechanics*, 390:223–249.

[Watson *et al.*, 1992] Watson, G. Chapman, R. D. et Apel, J. R. (1992). Measurements of the internal wave wake of a ship in a highly stratified sea loch. *Journal of Geophysical Research : Oceans*, 97(C6):9689–9703.

[Wehausen, 1961] Wehausen, J. V. (1961). Effect of the initial acceleration upon the wave resistance of ship models. Rapport technique, California University Berkeley Institute of Engineering Research.

[Weinblum, 1952] Weinblum, G. P. (1952). Investigation of wave effects produced by a thin body-tmb model 4125. *David W Taylor Model Basin, Navy Department, Report 840, Washington DC, USA*.

[Weinfurtner *et al.*, 2011] Weinfurtner, S. Tedford, E. W. Penrice, M. C. Unruh, W. G. et Lawrence, G. A. (2011). Measurement of stimulated hawking emission in an analogue system. *Physical review letters*, 106(2):021302.

[Whitham, 2011] Whitham, G. B. (2011). *Linear and nonlinear waves*, volume 42. John Wiley & Sons.

[Wirth *et al.*, 2014] Wirth, A. Gostiaux, L. Bouruet-Aubertot, P. Lott, F. et Plougonven, R. (2014). Book of Abstract of Symposium OGOA : "Ondes de Gravité dans l'Océan et l'Atmosphère", 23-24 mai 2013. working paper or preprint.

[Wu, 1987] Wu, T. Y.-T. (1987). Generation of upstream advancing solitons by moving disturbances. *Journal of fluid mechanics*, 184:75–99.

[Xu et Stastna, 2019] Xu, C. et Stastna, M. (2019). Internal waves in a shear background current : Transition from solitary-wave regime to dispersive-wave regime. *Physical Review Fluids*, 4(9):094801.

[Yuan *et al.*, 2007] Yuan, Y. Li, J. et Cheng, Y. (2007). Validity ranges of interfacial wave theories in a two-layer fluid system. *Acta Mechanica Sinica*, 23(6):597–607.

[Zeraatgar *et al.*, 2011] Zeraatgar, H. Akbari Vakilabadi, K. et Yousefnejad, R. (2011). Parametric analysis of ship squat in shallow water by model test. *Brodogradnja : Teorija i praksa brodogradnje i pomorske tehnike*, 62(1):37–43.

[Zilman et Miloh, 1995] Zilman, G. et Miloh, T. (1995). Hydrodynamics of a body moving over a mud layer - part I : wave resistance. *Journal of Ship Research*, 39(3):194–201.

Publications

Johan Fourdrinoy, Clément Caplier, Yann Devaux, Germain Rousseaux, Areti Gianni, Ierotheos Zacharias, Isabelle Jouteur, Paul-Marius Martin, Julien Dambrine, Madalina Petcu & Morgan Pierre (2019). The naval battle of Actium and the myth of the ship-holder : the effect of bathymetry. 5th MASHCON - International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined Water with non-exclusive focus on manoeuvring in waves, wind and current, Flanders Hydraulics Research ; Maritime Technology Division, Ghent University, May 2016, Ostend, Belgium. WWC007 (pp 104–133). hal-02139218

Johan Fourdrinoy, Julien Dambrine, Madalina Petcu, Morgan Pierre & Germain Rousseaux (2020). The dual nature of the dead-water phenomenology : Nansen versus Ekman wave-making drags. Proceedings of the National Academy of Sciences, 117(29), 16770-16775.

HAL
archives-ouvertes.fr

The naval battle of Actium and the myth of the ship-holder: the effect of bathymetry

Johan Fourdrinoy, Clément Caplier, Yann Devaux, Germain Rousseaux, Areti Gianni, Ierotheos Zacharias, Isabelle Jouteur, Paul-Marius Martin, Julien Dambrine, Madalina Petcu, et al.

▶ **To cite this version:**

Johan Fourdrinoy, Clément Caplier, Yann Devaux, Germain Rousseaux, Areti Gianni, et al.. The naval battle of Actium and the myth of the ship-holder: the effect of bathymetry. 5th MASHCON - International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined Water with non-exclusive focus on manoeuvring in waves, wind and current, Flanders Hydraulics Research; Maritime Technology Division, Ghent University, May 2019, Ostend, Belgium. WWC007 (pp 104 - 133). hal-02139218

HAL Id: hal-02139218
https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02139218

Submitted on 24 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THE NAVAL BATTLE OF ACTIUM AND THE MYTH OF THE SHIP-HOLDER: THE EFFECT OF BATHYMETRY

Johan Fourdrinoy, Clément Caplier, Yann Devaux and **Germain Rousseaux,** CNRS – Université de Poitiers – ISAE-ENSMA - Institut Pprime, France
Areti Gianni and **Ierotheos Zacharias**, University of Patras, Greece
Isabelle Jouteur, Université de Poitiers, Forellis France
Paul Martin, Université de Montpellier, France
Julien Dambrine, Madalina Petcu and **Morgan Pierre,** Université de Poitiers, Laboratoire de Mathématiques et Applications, France.

SUMMARY

A myth of antiquity is explained with modern science in the context of an ancient naval battle. A legend was invoked by the admiral Pliny the Elder to explain the defeat of Antony and Cleopatra against Octavian at the naval battle of Actium. A fish, called echeneis or remora, is said to have the power to stop ships or to delay their motion by adhering to the hull. Naturalists have since studied how the fish sucking-disk with its typical pattern of parallel striae sticks to its host. Here we show the pattern of the free surface measured in a towing tank in the wake of an ancient galley is similar to the striae pattern of the fish. We have measured the bathymetry at the mouth of the Ambracian Gulf that influenced the physical environment of the battle. The computations demonstrate the increase of wave resistance of a galley as a function of the draft to the water depth ratio in shallow water corresponding to the appearance of a particular wake pattern: the echeneidian free surface pattern.

NOMENCLATURE [SUMMARY]

α	Wake angle (°)
$A_n = T/h$	Antonian number
B	Beam (m)
C_F	Friction coefficient (N)
$\mathrm{Fr}_h = U/\sqrt{gh}$	Froude depth number
$\mathrm{Fr}_L = U/\sqrt{gL}$	Length Froude number
g	Gravity of Earth (m/s²)
h	Depth (m)
$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$	Wavelength (m^{-1})
k_x	Longitudinal wavelength (m^{-1})
k_y	Transversal wavelength (m^{-1})
L	Length of ship (m)
λ	Linear scale of ship model
ω	Pulse wave (rad/s)
m	Blockage parameter
ν	kinematic viscosity (m²/s)
R_t	Total resistance (N)
R_v	Viscosity resistance (N)
R_w	Wave making resistance (N)
$\mathrm{Re} = VL/\nu$	Reynolds number
ρ	Density of water (kg/m^3)
S	Wetted surface (m²)
σ	Surface tension (kg/s²)
T	Draft (m)
t_W	Water temperature (°C)
V_m	Model speed (m/s)
V_R	Real-scale speed (knots)
UKC_m	Under keel clearance
W	Tank width

1 INTRODUCTION

September 2, 31 BC was a turning point for the ancient world, and an enigma for historians and scientists of all times. That day, the confrontation of Antony and Cleopatra against Octavian took place, near Actium in the Ambracian Gulf, the epilogue of the Civil War between the Western Roman world and the Eastern Oriental world. Antony, with his heavy fleet composed among others of decaremes, faces Octavian and his light fleet composed among others of triremes. Two mysterious anomalies disrupt the unfolding of history: Antony remains inexplicably motionless for three hours at the exit of the Gulf, then, instead of charging forward to break through the opposing lines, he fails to pick up speed. This forced him to adopt combat tactics involving getting close to the enemy in order to board their vessels for which his large boats were ill-suited. The ancient sources which mention these anomalies either give no explanation at all or give explanations which are less than convincing. Everything seems to point to Antony's fleet first having been compelled to remain motionless and then to Antony's having had to choose the least promising combat tactics. The explanation usually given by historians and modern philologists is that Antony expected wind to rise from the land; then, his fleet, having repelled that of Octavian, could sail off covering Cleopatra who stayed in the rear (Antony's rear fleet was a priority, because it was carrying the war booty). In contrast to the use of naval combat, the fleet of Antony had left the masts and sails lying on the deck of the ship - which has not been easy manned on board, but would allow, when the time comes, to prepare masts and sails to escape and to be sure of not being caught by the enemy ships, equipped to fight, that is to say, only with oars. Things did not go as planned: the collapse of Antony's frontline helped the admiral of Octavian, Agrippa, to attack the isolated part of Antony's vessels. In Section 9.1 with supplementary information on Ancient History, the reasons for the long immobility of the fleet of Antony are examined. We have a clue that this immobility was not expected: the surprise of the opponents. As

Octavian certainly knew the plan of Antony and the tactics he would adopt. He is surprised to see him sitting still. Another clue, less pronounced, is Antony's customary haranguing of his board troops and crews by moving along the front of the ship, but he did this on a small boat, and not - as one would have expected - from his flagship. The purpose was indeed to harangue the troops from a dominant position. In a small boat however, the leader is not in a dominant position… (Carter, 1970; Martin, 1995; Lange, 2011; Murray 2012). The explanation of these events are much written about, and (Tarn, 1931) warned us "The true history of Antony and Cleopatra will probably never be known; it is buried too deep beneath the version of the victors". A legend was invoked by Pliny the Elder (Pliny the Elder, 1857) (the naturalist and the admiral of the western Roman navy in the first century) to explain the defeat of Antony and Cleopatra against Octavian. A fish, called echeneis or remora and ship-holder or sucking-fish nowadays, is said to have the power to stop ships or to delay their motion by adhering to the hull (Jouteur, 2009). Some scientists have brought other reasoning and arguments: biofouling; rudder effect turbulent brake; dead-water in deep water… Gudger (Gudger, 1918) even concluded his review of these explanations with the definite statement that "another myth of the ancients is dissipated in thin air".

A research project has been set up to defy this point of view by analysing three new scientific reasons for the difficulties in manoeuvring by analysing the effect of shallow water only, stratification in shallow water and ship squat. In this introducing work on a scientific study of the battle of Actium, this paper focuses exclusively on the first effect. The bathymetry at the mouth of the Ambracian Gulf that influenced the physical environment of the battle has been measured and is described in Section 2. The Section 3 of the papers contains mathematical computations that demonstrate the increase of wave resistance of a galley with a draft of the order of the water depth in shallow water corresponding to the appearance of a so-called "echeneis" free surface pattern.

2 BATTLE'S CONDITIONS

2.1 THE OCEANOGRAPHIC CHARACTERISTICS OF THE AMBRACIAN GULF

"Oceanographic research in the Amvrakikos Gulf in Western Greece, a semi-enclosed embayment isolated from the Ionian Sea by a narrow, shallow sill, has shown that it is characterized by a fjord-like oceanographic regime" (Ferentinos et al, 2010). The entrance of the Ambracian Gulf, i.e. the area where the Actium Battle took place, limits the gulf's communication with the open Ionian Sea. It is a particularly shallow and narrow area (see Section 9.4 with supplementary information on oceanography).

The bathymetric map (Hellenic …, 1982) was used to reconstruct the bathymetry of the area where the Actium battle was held. The map's data were digitized and projected in the WGS 1984 - UTM 34N coordinate system. The map's data combined with bathymetric data, that where recovered during two sampling cruises in September – October 2012 period. Depth measurements were made along 10 transects and 20 points, uniformly distributed in the area of interest.

In order to reconstruct the bathymetry (explained in Section 9.4 with supplementary information on Oceanography) at the gulf's entrance in 31 BC, when the battle occurred, basic modifications to the current map were made. These modifications were based on: a) the relative sea level changes during the last 2000 years and; b) the morphological changes due to human interventions in the area over the last decades. The dredging of a navigational channel during the 1970s, changed the area's bathymetry as well as its hydrodynamics and its sedimentation processes. These changes resulted in morphological structures formation, which were identified and removed during the bathymetry reconstruction. In addition, based on literature and observations data, it was concluded that the average sea level during the battle was 75 cm lower than the current one (Lambeck and Purcell, 2005). This was also considered for the ancient bathymetry reconstruction. Decaremes (namely the biggest boats at Actium, see below), with a draft of 2.1 m, have been limited in their position. Indeed, part of the entrance has a depth of less than 2.5 m.

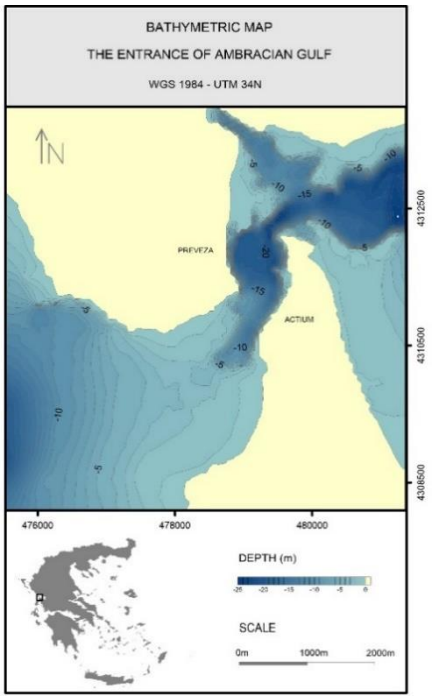


Figure 1. The bathymetric map of the Ambracian Gulf entrance 2000BP.

2.2 RECONSTRUCTION OF AN ANCIENT GALLEY MODEL

Laboratory experiments have been carried out in order to reproduce the assumed configuration of the battle. The water level, vessel's speeds and dimensions have been determined using the aforementioned bathymetry measurements, naval archeo-architecture inputs and historical reports of the battle (see Section 9.1 with

supplementary information on ancient history and Section 9.3 with supplementary information on naval architecture). Both fleets in presence at Actium had very different characteristics with respect to naval architecture. Hence, we decided to take as representative classes of boats for the two fleets: a trireme for Octavian and a decareme for Antony, both featuring the Athlit ram. According to (Murray et al., 2017), the Athlit ram would belong to a class 4. However, because of the reduced size of our warship model in the experiments, differences in the ram's geometry and epoch would be negligible at these scales.

It seems there is a consensus around the naval plans of a trireme with a slight variation depending on the period: the fifth-century BC trireme Olympias has dimensions a little bit smaller than the triremes present during the first century BC Actium battle. Unfortunately, there is no historical evidence for the real dimensions of a decareme. As a matter of fact, the boat classes bigger than 5 were no more built after the battle of Actium, principally because of Antony's defeat.



Figure 2. The small scale model of the Greek galley used in the experiments.

The geometry of the reduced model was based on the hull lines of the trireme Olympias generously provided by the Trireme Trust (Figure 2). At the water line, the ship model is 120 cm long and 13.5 cm wide. The draft is around 3,9 cm, depended of configurations (trireme or decareme), and the T/h ratio. The ram geometry was reverse engineered by (Murray, 2012) and the Institute for Visualization of History. As we use the same model to study the trireme and decareme behaviours, we scale the experiments using scaling laws (Table 1). The Olympias trireme is 32.08 m long, 3.43 m wide, with a 1.05m draft at waterline, and as presented in the main text we suppose that decaremes were twice as big, so the respective scaling-factor for the lengths is 26.73 for the trireme configuration and 53.47 for the decareme one. Considering the bathymetric data presented in the supplementary information on Oceanography, we chose 3 meters as a representative mean water depth at the outlet of the Ambracian Gulf, when corrected for the change in the water level since the battle. Hence, the water height in the towing tank was set to 11.22 cm for the trireme configuration and 5.61 cm for the decareme configuration (so the underkeel clearance is respectively 7.27 cm and 1.68 cm). The model speeds have been Froude depth numberscaled with (water depth) Froude number. Experiments were carried out for the height and length Froude numbers values indicated in the table below. The speed values are given in meter per second for the model and in knots for a real-scale vessel. During the experiments, the water temperature was about 21°C. Calm water resistance tests with a small-scale trireme model had already been carried out in the past by Grekoussis and Loukakis (Grekoussis and Loukakis, 1985, 1986) with a 3.2 m long small-scale model in a water depth of 3 m. The range of the Froude numbers Fr_L was between 0.090 and 0.397, corresponding to Froude depth numbers Fr_h between 0.093 and 0.410. Given these values we can assert that their experiments were performed in deep water conditions and they did not focus on shallow water effects. The choice of the 1.2m length for our small-scale model allows us to explore a wider range of Froude depth numbers (between 0.3 and 1.63), while staying under the limit length Froude number Fr_L=0.5 recently highlighted by (Rabaud and Moisy, 2013; Noblesse et al. 2014) from which the angle of the wake starts to decrease (an effect already present in deep water). Hence the maximum of wave resistance measured corresponding to the appearance of a shallow water wake pattern and not to another phenomenon. In battle conditions, if boats were in compact formation, a lateral confinement effect (as in tank) can be envisaged. There would be interference between the wakes, which will be the subject of a future. The limitations of the reduced model were studied in section 9.6.

Table 1. Significant values for trireme and decareme with reduced and real scales. MS=model scale / RS=real scale.

	Trireme RS	**Trireme MS**	**Decareme RS**	**Decareme MS**
λ (ratio scale)	26.73		53.47	
L (length)	32.08 m	1.2 m	64.15 m	1.2 m
B (beam)	3.6 m	13.5 cm	7.2 m	13.5 cm
T (draft at midship)	1.05 m	3.93 cm	2.10 m	3.93 cm
h (depth)	3 m	11.2 cm	3 m	5.6 cm
UKC (under keel clearance)	1.95 m	7.2 cm	0.9 m	1.68 cm
$A_n = T/h$	0.35	0.35	0.70	0.70
W (tank width)	Min: 5×B=18 m (compact formation)	1.49 m	Min: 5×B=36 m (compact formation)	1.49 m
m (blockage parameter)	0	0.013	0	0.026
V (boat speed)	5 knots	0.50 m. s^{-1}	5 knots	0.35 m. s^{-1}
V (boat speed)	10 knots	1.00 m. s^{-1}	10 knots	0.70 m. s^{-1}

3 PHYSICAL COMPARISON OF TRIREME AND DECAREME CONFIGURATIONS

3.1 MATHEMATICAL COMPUTATIONS OF THE WAVE RESISTANCE OF ANCIENT GALLEYS

From naval architectural data and based on Sretensky's analytical formulation (Sretensky, 1936), it is possible to calculate a prediction of wave making resistance of an ancient galley based on linear theory. Because of the importance of the ships design in the battle of Actium, we took into account the actual shapes of the galleys. Until now, numerical computations of the wave resistance with Sretensky's formula involving real ship hulls were made by using polynomial representation or uniform grids. In our case, the ships exhibit details at different scales. This led us to use meshes with triangular elements, refined in areas of finer details such as the ram at the bow of the ship (see Section 9.5 with supplementary on mathematics). The theoretical predictions of Sretensky require to be in shallow water configuration, without significant hydraulic effects (water level drawdown and return current) (Pompée, 2015). The numerical calculations present in Figure 3, were carried out for trireme or decareme configurations, and by varying the Antonian number $A_n=T/h$. As observed by (Russell, 1839; Inui, 1954), we observe a peak of resistance for $Fr_h = 1$ whose magnitude grows with A_n. To this resistance we can add a viscous resistance due to the friction of the boat with the water. This viscous resistance can be predicted by the (ITTC, 1957) protocol. By adding these two components of resistance (wave and friction), we obtain a total resistance according to the speed, the geometry (decareme or trireme), and the Antonian number (Figure 3). See SI on Mathematics for curves showing viscous and wave contributions for each configuration.

Using the measured bathymetry and the previous computations, and last results, we infer the theoretical wave making resistance of both the trireme and decareme in various points of the mouth of the Ambracian Gulf. The results of our predictions on total resistance are summed up in the two maps shown in the Figure 4. Our maps were computed for two velocities: 7 knots (left figure) and 10.5 knots (right figure), so Fr_h=1 when h=3 m. The latter being typical of a ramming manoeuver whereas the former corresponds to the cruising speed. These maps show in colours R_D/R_T, i.e. the ratio between the total resistance applied to a decareme and the one applied to a trireme in each point of the Ambracian Gulf. Our measured bathymetric data are plotted with line contours (in white), and three particular areas are highlighted: the shallow zone inaccessible for the decareme (in grey), the shallow zone inaccessible for both the trireme and the decareme (in black), and the land (in brown). At the cruising speed of 7 knots, our calculations predict a wave resistance ratio close to 1, almost uniformly on the battlefield, which means that no particular ship has an advantage when its velocity is lower than the ramming velocity (see Section 9.5 with supplementary on mathematics). At this speed, the viscous resistance is the main component of the total resistance. Hence, the factor 4 as explained in the SI which is mostly compensated by the ratio in the number of rowers 605/170=3.56. Thus, the larger wetted surface of a decareme is compensated by a greater rowing power. The trap is a confinement effect, not a simple viscous effect. At the ramming speed of 10.5 knots, the wave resistance ratio is much higher and the R_D/R_T can go up to, forming a bottleneck zone at the entry of the gulf. This result confirms the idea that ramming may have been impossible for Antony's ships in the particular entrance zone of the Ambracian Gulf and hence answers to the second anomaly underlined by the historical reports namely the impossibility to use the ramming tactic.

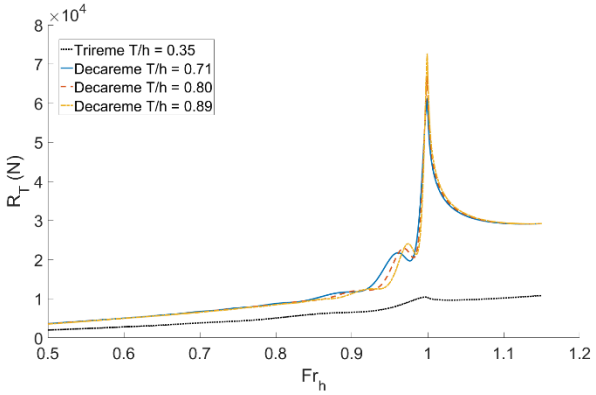


Figure 3. Calculated total resistances, composed by a wave making resistance and a viscous resistance, as a function of Fr_h for a varying ship draft to depth ratio.

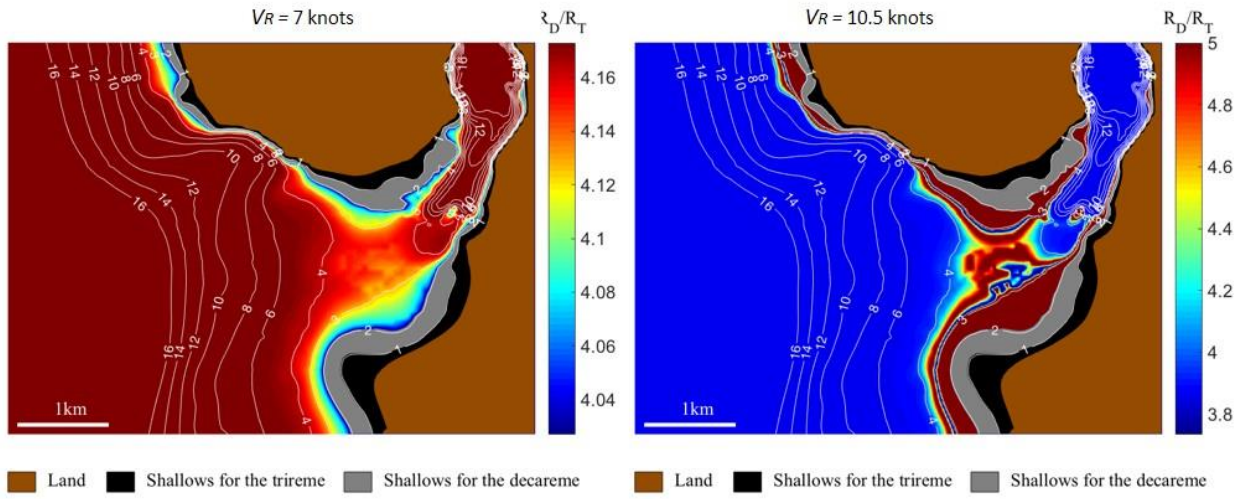


Figure 4. Maps featuring the ancient bathymetry and theoretical predictions of total resistance ratio R_D/R_T for two different velocities: 7 knots (left) and 10.5 knots (right). For the attack speed of 10.5 knots, decareme's resistance R_D is two to ten times larger than the trireme's resistance R_T. The colormap has been limited to 5 to make the results more visible, however, in a small area at the entrance of the channel, the ratio R_D/R_T may increase up to a factor 10 at 10.5 knots (see SI on Mathematics for an unlimited colormap).

3.2 THE SURFACE WAKES OF AN ANCIENT GALLEY

Experiments are carried out in a towing tank 20 m long and 1.49 m wide. The model, placed in the middle of the tank, is fixed to prevent any degree of liberty, and test only the impact of the draft. The top-view of wake is recorded by fast camera at 125 Hz. The wake pattern of the ship gives a clue on the deep or shallow water configuration. Indeed, in deep water, the usual Kelvin wake pattern, featuring a V shape, has a constant angle at 19.47°. From $Fr_L \approx 0.5$, the angle should diminish with the Froude number based on the length of the boat. (Rabaud and Moisy, 2013) propose a decrease according to $1/Fr_L$ while (Noblesse et al., 2014) propose a decrease according to $1/Fr_L{}^2$. In shallow water, this angle is dependant of the Froude depth number, reaching a maximum for $Fr_h = 1$ (Havelock, 1908; Inui, 1936; Soomere, 2009; Ersan and Beji, 2013). On the top views, one observes two V-like wakes at the bow and the stern of the galley. Each wake is usually composed of a system of divergent and transverse waves, which superimpose and form the so-called cusp waves, defining an envelope corresponding usually to maximum wave heights (Darmon et al., 2013): here, we observe mainly the diverging wave system, as was observed in the trials of Olympias in the nineties (Morrison et al., 2000). In addition, a turbulent wake is clearly seen behind the stern of the ship. There is a measure of the wake angle in the spectral domain, from an image of the wake seen from above (Figure 6 and see 9.6.b for the methodology). The dispersion relation:

$$0 = V_m{}^2 k_x{}^2 - \left(gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3\right)\tanh(kh)$$

has an inflexion point, where the slope is directly connected to the angle (Carusotto and Rousseaux, 2013; Gomit, et al. 2014; Caplier 2015). The trireme and decareme configurations show the same evolution of the wake angle, corresponding to a shallow water regime (Figure 7). This validates the hypothesis necessary for the use of the Sretensky's formula to be in shallow water in order to compute the wave resistance.

For the decareme, an additional system of quasi-parallel waves of the divergent type appears in addition to the Kelvin wake pattern and superimposes to create another wake pattern starting roughly at Fr_h=0.8 (Figure 8). The amplitude of this additional system of waves increases with respect to the speed of the ship until a Froude depth number of 1.0, where they are the most visible. Past that Froude number, the value of the amplitude decreases with the speed, and the quasi-parallel waves bend toward the stern-wake (Figure 8). The Froude depth number of 0.85 corresponds to the real scale speed around 9-10 knots, which was approximately the attack speed of the galleys. In addition to this "echeneidian" wake-pattern, a double bow wave appears, only in the decareme configuration, with a similar behavior and a maximum amplitude reached for Fr_h=1.15 (Figure 9). The first wave (in green) presents an angle similar to a Mach cone, while the second (in red) does not seem linear. If the boat stops suddenly, the second wave unfolds and is ejected forwards (Figure 10). This behaviour is reminiscent of the shallow wave pattern of the free surface observed a long time ago by the engineer Scott Russell (Russell, 1839) who towed boats in a shallow canal of Scotland. On the contrary, the first wave (in green) remains folded. Thus, the first wave can be another shallow effect (amplified by a horizontal confinement). The second is due to a canal effect, so therefore absent at sea.

The modification of the wake shape is known since then to be related to an enormous increase of wave resistance (Inui, 1954; Kirsch, 1966; Kostyukov, 1968). This typical

shallow water wake behind the galley is strikingly similar to the echeneis suction disk (Figures 12, 13) that was reported to have appeared during the Actium battle when interpreting correctly Pliny's and Octavian's accounts, or as described by Elien (Elien, 1972): "For adhering with its teeth to the extreme stern of the ship driven by a following wind and full sails, just as an unmastered and unbridled horse is held in with a strong rein, so the fish overcomes the most violent onset of the winds and holds the ship as if tied fast to her wharf. [...] But the sailors understand and realize what ails the ship; and it is from this action that the fish has acquired its name, for those who have had experience call it the Ship-holder".

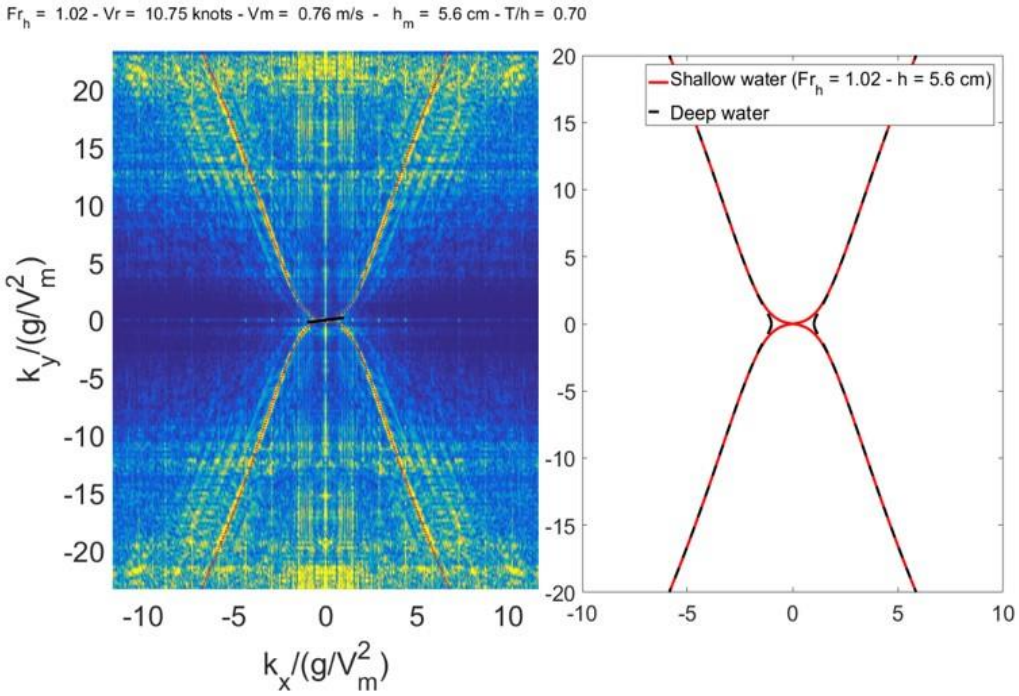


Figure 6. Left: Fast Fourier transform of the surface wake based on simple visualization with an aerial picture, in configuration decareme at Fr_h=1.02. In red, the theoretical dispersion relation; in black the slope at the inflexion point. Right: Theoretical dispersion relation at Fr_h=1.02, in shallow and deep water configurations.

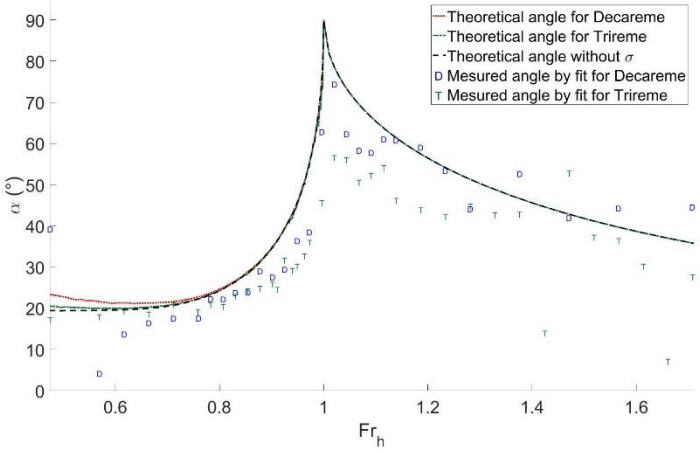


Figure 7. Measured wake angle (Kelvin angle) via spatial FFT, in configurations decareme and trireme, as a function of Fr_h. Green T are measured in trireme configuration and blue D in decareme configuration. Black curve is the theoretical angle's behavior by (Havelock, 1908), valid for linear theory with an idealized point source.

While the dimensionless number Fr_h, which is identical for trireme or decareme, only indicates a shallow water behavior, we use the Antonian number $A_n=T/h$, which drives the effect of strong vertical confinement. By adjusting this number, by increasing the draft, we observe a similar but amplified behavior of the particular wake pattern (Figure 11), as calculated by the formula of Sretensky (Figure 3). It is said that Antony's boats loaded with both sails and war chest (Carter 1970; Martin, 1995; Lange, 2011), which would imply a stronger draft.

In addition to these simple visualizations, the whole wave field behind the boat has been experimentally measured in the towing tank by a stereorefraction method (Caplier, 2015; Gomit, 2013) (Figure 12). This method is based on the calculation of the surface undulations from the apparent deformation of a pattern (roughcast) placed on the bottom of the towing tank. The refraction of light rays

at the water-air interface allows, through two cameras, to reconstruct a 3D visualization of the wake. This reconstruction of the free surface deformation due to the motion of the ship clearly highlights the non-classical wake pattern that has been observed and identified behind the decareme in the experiments. The complexity of the wake pattern would have been impossible to capture with classical intrusive local methods such as resistive or acoustic probes so it was necessary to use this state-of-the-art optical method to measure the whole wake (more information in the SI on Fluid Mechanics).

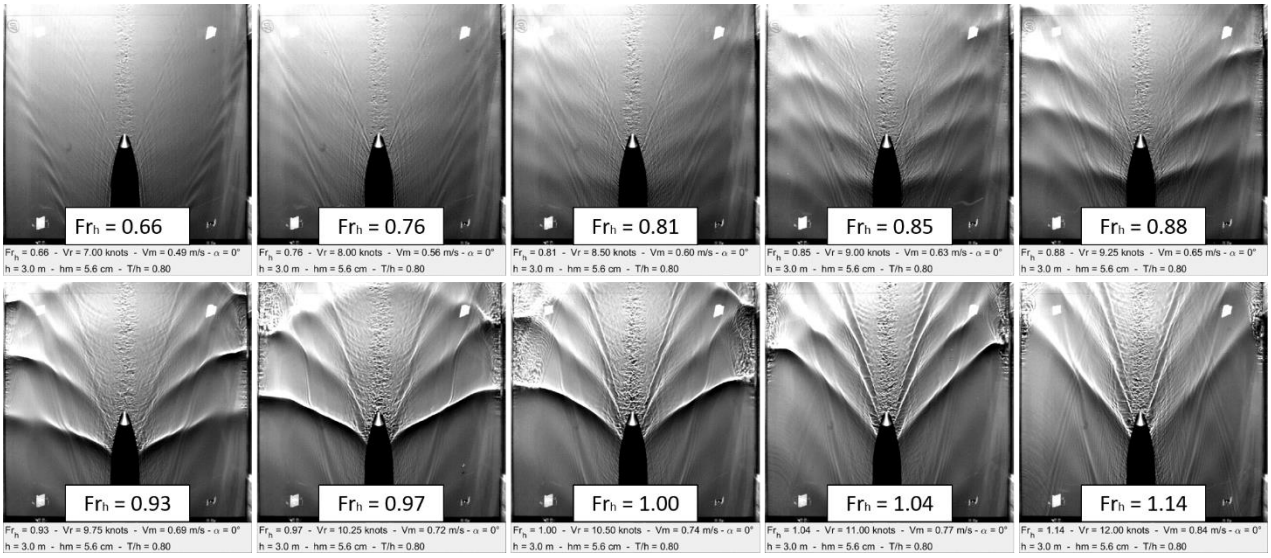


Figure 8. Evolution with Froude depth number of the wake pattern for a decareme configuration. Supplementary to usual Kelvin wake pattern, quasi-parallel waves of the divergent type appear from $Fr_h > 0.8$. The amplitude of this additional system of waves increases with respect to the boat speed until a $Fr_h = 1$. After, the value of the amplitude decreases with the speed, and this parallel waves bend toward the stern wake. The ship has no angle with the horizontal.

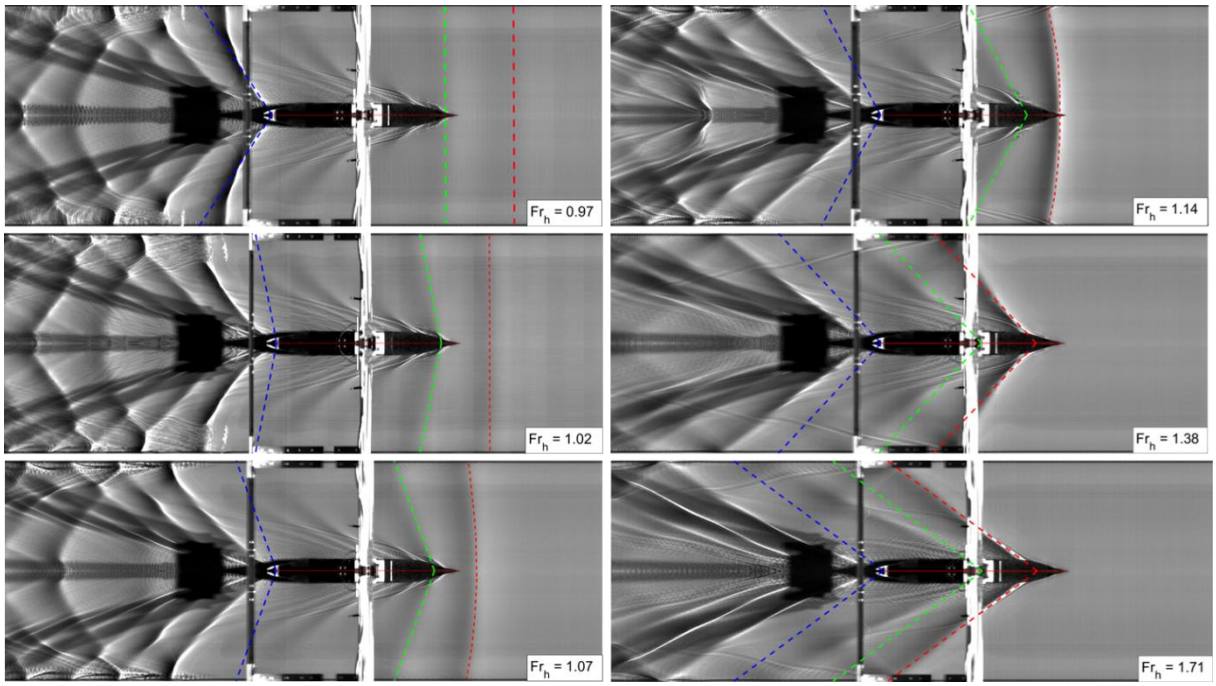


Figure 9. Evolution with Froude depth number of the bow wave for a decareme configuration. A bow wake (in green) appears from a $Fr_h \approx 1$. Its angle decreases according to a Mach angle : $\alpha = \tan^{-1}\left[Fr_h^{\,2} - 1\right]^{-1} = \sin^{-1}[Fr_h]^{-1}$. A second bow wave with a bigger amplitude (in red) appears in the front of the first.

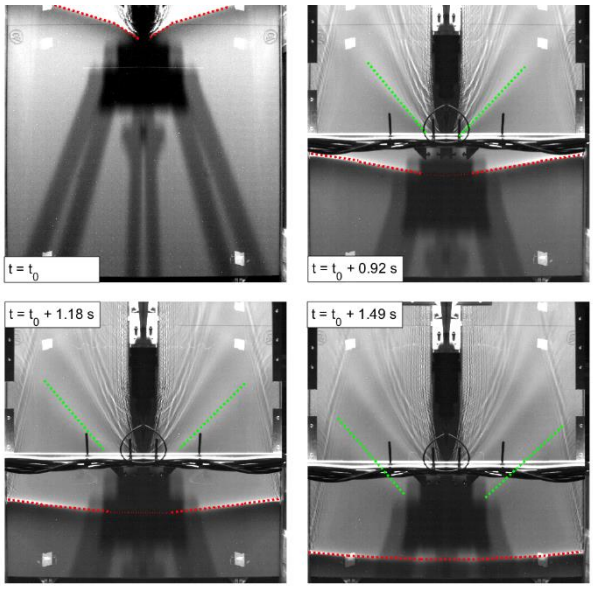


Figure 10: Top-views of bow wave ejections when the boat decelerates before stopping at the end of the run. The first bow wave (in green) keeps its slope and is a purely linear shallow effect. The second bow wave (in red) detaches from the prow and creates a solitonic wave à la Scott Russell (Scott Russell, 1939). The second wave is usually akin to a channel effect (not present in the open sea).

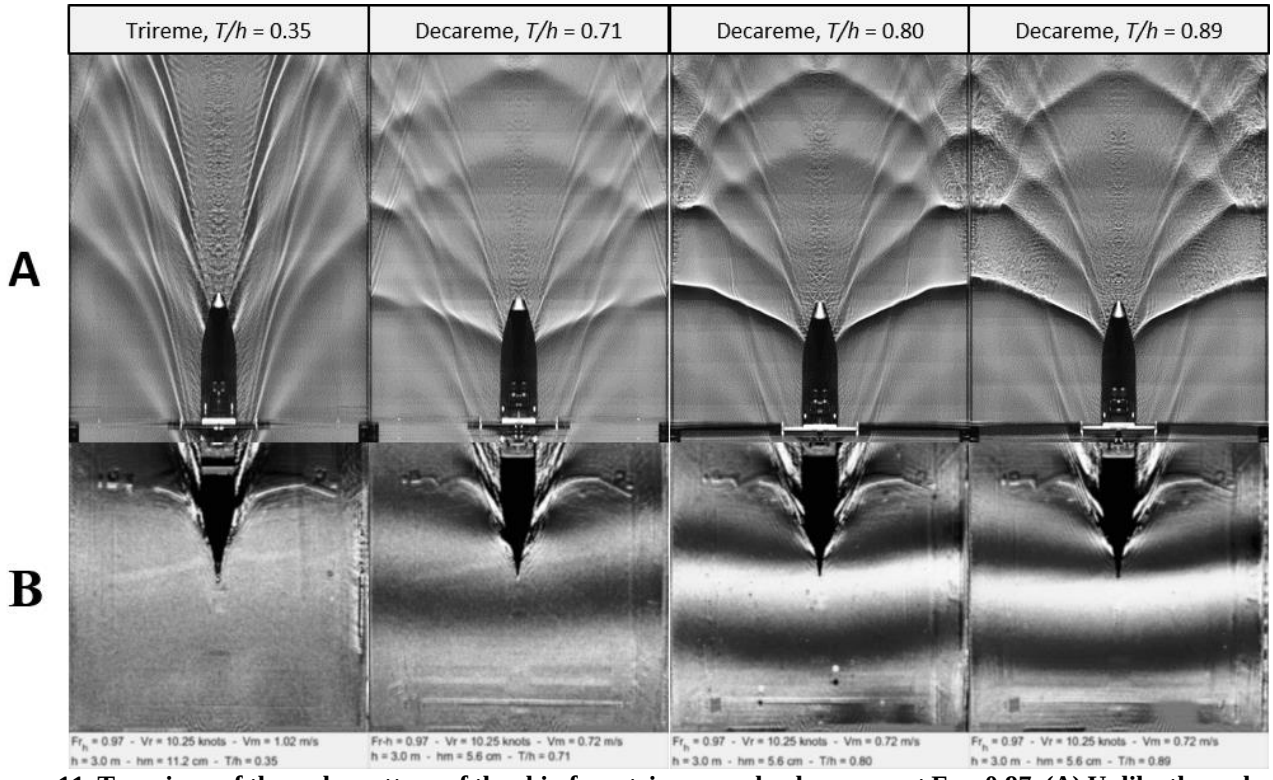


Figure 11. Top-views of the wake pattern of the ship for a trireme and a decareme at Fr_h=0.97. (A) Unlike the wake pattern of the trireme which is similar to the usual Kelvin wake pattern, in decareme configuration we observe the "echeneidian" pattern (quasi-parallel waves of the divergent type) superimposes with the deep water wakes and which create a complex wake pattern. The amplitude of this shallow waters wake increases with T/h. (B) A bow wave appears in decareme configuration (not for a trireme) whose amplitude increases with T/h.

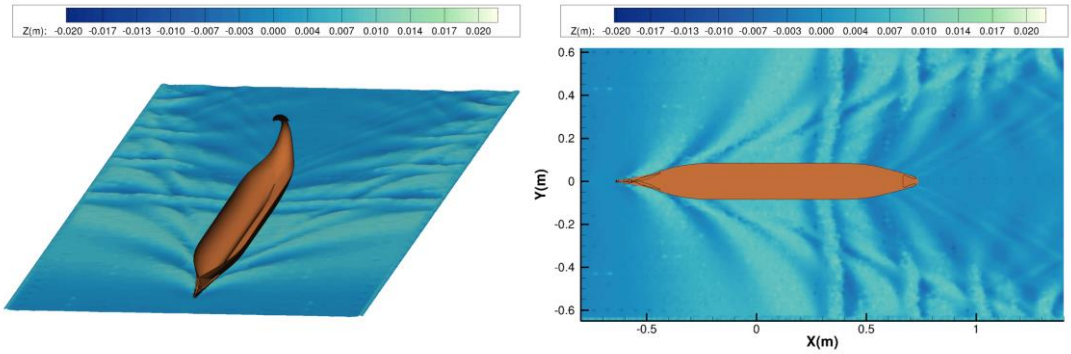


Figure 12: The particular echeneidian wake behind the ship in the decareme configuration at Fr_h=0.85, measured with the stereorefraction method in the towing tank. In this experiment the keel of the boat makes an angle of 0.13 ° with the horizontal (stern sunk) which is equivalent to an increase of an effective draft along the hull.

4 DISCUSSION: THE SCIENTIFIC EXPLANATION OF THE LEGEND OF THE SHIP-HOLDER

According to Albert Günther, "there is scarcely a fish of the existence of which the ancients have been equally certain, and which has so much occupied their imagination... as the Echeneis of the Greeks or Remora of the Latins" (Günther, 1860). With our interdisciplinary approach between human and fundament al sciences, we believe we can explain this famous myth of Antiquity: the battle of Actium, where an echeneis, the small fish which allegedly hampered ships and triggered the interest of historians, writers and poets for twenty centuries. For example, Ovid in his Halieutica, says "The small echeneis is present, wonderful to say, a great hindrance to ships". As we have seen in the introduction, this myth is invoked to explain, e.g., the defeat of Antony and Cleopatra against Octavian at the naval battle of Actium twenty centuries ago. The admiral Pliny the Elder reports: "At the battle of Actium, it is said, a fish of this kind stopped the Pretorian ship of Antony in its course, at the moment that he was hastening from ship to ship to encourage and exhort his men, and so compelled him to leave it and go on board another. Hence it was, that the fleet of Ceasar (Octavian) gained the advantage in the onset, and charged with a redoubled impetuosity" (Pliny the Elder, 1857).

The issue of the origin of the echeneis tale, which is said to have detained Antony, is discussed in Section 9.2 with supplementary information on Linguistics. According to the common opinion, the legend was created by the defenders of Antony and intended to explain the immobility of the flagship, and thus that the fleet did depend on the flagship's moves. For our part, we believe, on the basis of a number of indications contained in the poetic exaltation of the contemporary battle of Actium, that it is one of the themes of Augustan propaganda on this battle, which was exalted as the Principate epiphany. The legend of echeneis is prior to Actium and it was applied to the excitement of the battle, to show that the gods and nature itself were on the "good side", that of Octavian. It is known that Octavian Augustus, after the battle, founded the town of Nicopolis ad Actium; on this forum stood, as in Rome, a forum rostra (one can see the remains today) adorned with the rams of several Antonians ships (Murray, 2012), including probably the flagship of Antony (abandoned by him for a faster one, a quinquereme, at the time of flee). Our hypothesis is that when the ship was lifted from the water in order to recover the rostrum, an echeneis was found attached to the hull and this served to support the activation of the legend. The fish is known to stick to rock or boat in bad weather and the Actium battle happened after four days of storms. Plutarch gives details on the progress of the naval battle: "Caesar (Octavian)… was astonished to see the enemy lying motionless in the narrows; indeed, their ships had the appearance of riding at anchor" (Plutarch, 1988). One of the possible interpretation of the use of the word anchor relies on the legend of the "echeneis" from *echein-* (to hold) and *-naus* (the ship). Pliny the Elder, who was a naturalist and natural philosopher as is well known nowadays but also the Admiral of the fleet of Mycene in the Mediterranean Sea which is less known, gave an explanation for the difficulties that the galleys of Antony had to struggle with during the naval confrontation by invoking the Greek myth. The fish, called echeneis in Greek or remora in Latin is said to have the power to stop ships or to delay ("mora" in Latin) their motion by adhering to its stern. Naturalists have since studied the way in which the haustellum (a sucking-disk with a typical pattern of parallel striae) of the fish exerts an enormous pressure on its host (sharks, turtles, whales, boats, scuba divers, etc.). For Pliny's translator, J. Bostok, the echeneidian myth is "an absurd tradition, no doubt, invented, probably to palliate the disgrace of defeat". But for others, the authority of Pliny the Elder (and subsequent commentators) is such that he would not have relied on such a tale even to protect the reputation of Antony and Cleopatra.

The purpose of this work has been to provide a visual explanation of the legend (Figures 12, 13) which corresponds to the naval difficulties met by the Antonian fleet based on scientific clues. Hence, we have displayed for the first time the visual signature of the Ancient myth of the echeneis, which answers the first anomaly noticed by the historians in the introduction and substantiates the legend for the linguists.

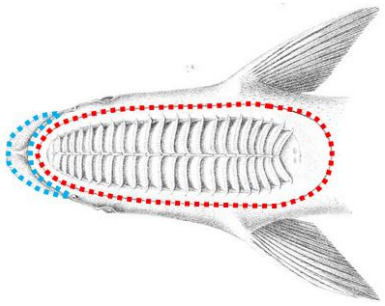


Figure 13. Illustration of Echeneis naucrates (Grandidier, 1885). The lips (blue) can represent the bow waves, and the sucking disk pattern (red) can represent the particular echeneidian wake pattern.

5 CONCLUSIONS

For the first time since twenty centuries, we have shown conclusively that the global pattern of the free surface measured in this work with modern and non-intrusive optical methods in the wake of an ancient galley moving in shallow waters is similar to the pattern of striae on the sucking-disk of the echeneis fish. Hence, the Antonian boats have been influenced by a physical echeneis and not a biological one during the battle of Actium. From the analysis of the resistance charts, we have demonstrated that the Antonian fleet was unable to use the ramming tactics because the wave resistance was increased up to ten times compared to the Octavian fleet. By a strange coincidence (or maybe not a hazard?), several centuries later another naval battle at the same location produces the same astonishment for the final result: Preveza battle in 1538, where the Ottoman forces fought against the Christian navy and, to the general surprise, won. The Ottoman fleet under the command of Barbarossa with the smallest boats albeit considered as inferior, prevailed. Another possible explanation for the boats difficulty in manoeuvres is the dead-water phenomenon, which can be encountered, for example, in the Northern fjords where ice melting creates two water layers of different densities, with a sharp interface between fresh and saline water (see Section 9.4 with supplementary on oceanography and Ekman, 1904; Grue, 2015; 2016; Esmaeilpour, 2017). The resulting wave resistance exerted on moving boats is significantly increased by the generation of internal waves at the interface. Hence, our future goal will be to compute theoretically the wave resistance in a two-layer shallow water basin since the mouth of the Ambracian gulf has a shallow fjord recirculation. In the laboratory experiments, we will measure the wave resistance of ship models (corresponding to the Actium and Preveza battle) moving in our towing tank at different density stratifications. In addition, confinement effects like water level drawdown, return current, ship squat will be examined as well. Thus, we hope to shed light on the History of these two naval battles with the help of Contemporary Science… With respect to the biological remora, it is unable to explain, of course, the drag on the boat (see Beckert et al., 2016 for a recent study on the fluid dynamics of an attached remora) … We anticipate our work will allow a revisit by historians of the events and by linguists of the legend as well as open new perspectives on battles with similar conditions like the one of Preveza in 1538.

6 ACKNOWLEDGEMENTS

This research was funded by the CNRS Interdisciplinary Mission in 2013 (INSIS/INSHS co-funding), by the Poitiers University through two successive two-years funding (ACI UP on Wave Resistance 2013-2014 and ACI Pprime on Actium 2014-2015) and by the Patras University (Inland & Coastal Water Laboratory). The authors are indebted to William Murray and the Institute for Visualization of History for sharing their 3D plans of the Athlit rostrum and those of the temple in Nicopolis. The hull lines of the galley were provided by the Trireme Trust and we thank Doug Pattison for discussions on naval architecture. Christian Oddon from Cabinet Mauric translates the drawn hull lines of John Coates into numerical lines with modern softwares of naval architecture. The reduced model was built by Formes & Volumes in La Rochelle. We thank the services of metrology, computer sciences, electronics and the mechanical workshop of the Pprime Institute in Poitiers for helping in the course of experiments. The support of Michel Briand is gratefully acknowledged. We thank the former and current directors of the Pprime Institute and of the LMA. This work benefited from the support of the project OFHYS of the CNRS 80 Pprime initiative in 2019.

7 REFERENCES

Beckert, M., Flammang, B.E., Anderson, E.J., Nadler, J.H., 2016. Theoretical and computational fluid dynamics of an attached remora (Echeneis naucrates). Zoology 119, 430–438.

Caplier, C., 2015. Etude expérimentale des effets de hauteur d'eau finie, de confinement latéral et de courant sur les sillages et la résistance à l'avancement des navires. Université de Poitiers.

Carlson, D.N., 2002. Caligula's floating palaces-archaeologists and shipwrights resurrect one of the emperor's Sumptuous pleasure boats.

Carter, J.M., 1970. The battle of Actium: the rise & triumph of Augustus Caesar. Hamish Hamilton.

Carusotto, I., Rousseaux, G., 2013. The Cerenkov effect revisited: from swimming ducks to zero modes in gravitational analogues, in: Analogue Gravity Phenomenology. Springer, pp. 109–144.

Chatellier, L., Jarny, S., Gibouin, F., David, L., 2013. A parametric PIV/DIC method for the measurement of free surface flows. Exp. Fluids 54, 1488.

Coates, J.F., 1989. The trireme sails again. Sci. Am. 260, 96–105.

D'Amato, R., Rava, G., 2015. Republican roman warships 509-27 BC, New Vanguard. Bloomsbury Publishing.

Darmon, A., Benzaquen, M., Raphaël, E., 2013. A solution to the Kelvin wake angle controversy. J. Fluid Mech. 73, 8.

Doutreleau, Y., Jodet, L., Laurens, J.-M., 2011. Résistance et propulsion du navire. Ellipses.
Ekman, V.W., 1905. The Norwegian North polar expedition, 1893-1896: scientific results. Longmans, Green and Company.
Ersan, D.B., Beji, S., 2013. Numerical simulation of waves generated by a moving pressure field. Ocean Eng. 59, 231–239.
Esmaeilpour, M., Martin, J.E., Carrica, P.M., 2018. Computational Fluid Dynamics Study of the Dead Water Problem. J. Fluids Eng. 140, 31203.
Ferentinos, G., Papatheodorou, G., Geraga, M., Iatrou, M., Fakiris, E., Christodoulou, D., Dimitriou, E., Koutsikopoulos, C., 2010. Fjord water circulation patterns and dysoxic/anoxic conditions in a Mediterranean semi-enclosed embayment in the Amvrakikos Gulf, Greece. Estuar. Coast. Shelf Sci. 88, 473–481.
Gomit, G., 2013. Développement de techniques de mesure de surfaces libres par moyens optiques: Application à l'analyse de l'écoulement généré par un modèle de bateau en bassin des carènes. Poitiers.
Gomit, G., Chatellier, L., Calluaud, D., David, L., 2013. Free surface measurement by stereo-refraction. Exp. Fluids 54, 1540.
Gomit, G., Rousseaux, G., Chatellier, L., Calluaud, D., David, L., 2014. Spectral analysis of ship waves in deep water from accurate measurements of the free surface elevation by optical methods. Phys. Fluids 26, 122101.
Gotman, A.S., 2002. Study of Michell's integral and influence of viscosity and ship hull form on wave resistance. Ocean. Eng. Int. 6, 74–115.
Grandidier, A., 1885. Illustration of Echeneis naucrates. Hist. la Géographie Madagascar.
Grekoussis, C., Loukakis, T., 1986. AAthenian trireme: calm water resistance tests with ram at trimmed conditions. Rep. No. NAL.
Grekoussis, C., Loukakis, T., 1985. Athenian Trireme Calm Water Resistance Tests Without Ram. Rep. No. NAL.
Grue, J., 2015. Nonlinear dead water resistance at subcritical speed. Phys. Fluids 27, 82103.
Grue, J., Bourgault, D., Galbraith, P.S., 2016. Supercritical dead water: effect of nonlinearity and comparison with observations. J. Fluid Mech. 803, 436–465.
Gudger, E.W., 1918. The myth of the ship-holder: studies in Echeneis or Remora. J. Nat. Hist. 2, 271–307.
Günther, A., 1860. On the history of Echeneis. Ann. Mag. Nat. Hist. 5, 386–402.
Havelock, T.H., 1908. The propagation of groups of waves in dispersive media, with application to waves on water produced by a travelling disturbance. Proc. R. Soc. Lond. A 81, 398–430.
Hellenic navy hydrographic service of prevenza, 1982. Preveza Strait - Bay and Harbour (ca. 1:10.000).
Inui, T., 1954. Wave-making resistance in shallow sea and in restricted water, with special reference to its discontinuities. J. Zosen Kiokai 1954, 1–10.
Inui, T., 1936. On Deformation, Wave Patterns and Resonance Phenomenon of Water Surface due to a Moving Disturbance. Proc. Physico-Mathematical Soc. Japan. 3rd Ser. 18, 60–98.
ITTC57, 1957. Testing and extrapolation methods: propulsion, performance propulsion test.
Jouteur, I., 2009. Monstres et merveilles: Créatures prodigieuses de l'Antiquité. Les Belles lettres.
Kirsch, M., 1966. Shallow water and channel effects on wave resistance. J Sh. Res 10, 164–181.
Kostyukov, A.A., 1968. Theory of ship waves and wave resistance.
Kountoura, K., Zacharias, I., 2014. Annual hypoxia dynamics in a semi-enclosed Mediterranean gulf. J. Mar. Syst. 139, 320–331.
Lambeck, K., Purcell, A., 2005. Sea-level change in the Mediterranean Sea since the LGM: model predictions for tectonically stable areas. Quat. Sci. Rev. 24, 1969–1988.
Lange, C.H., 2011. The battle of Actium: a reconsideration. Class. Q. 61, 608–623.
le Sophiste, E., 1972. On the characteristics of animals.
Macfarlane, G.J., Graham-Parker, K.J., 2018. Marine vessel wave wake: transient effects when accelerating or decelerating. J. Waterw. Port, Coastal, Ocean Eng. 145, 4018027.
Martin, P.M., 1995. Antoine et Cléopâtre: la fin d'un rêve. Editions Complexe.
Millward, A., 1986. Effect of shallow water on a mathematical hull at high subcritical and supercritical speeds. J. Sh. Res. 30, 85–93.
Molland, A.F., Turnock, S.R., Hudson, D.A., 2017. Ship resistance and propulsion. Cambridge university press.
Morrison, J., 2016. Greek and Roman Oared Warships 399-30BC. Oxbow Books.
Morrison, J.S., Coates, J.F., Coates, J.F., Rankov, N.B., 2000. The Athenian trireme: the history and reconstruction of an ancient Greek warship. Cambridge University Press.
Murray, W., Murray, W.M., 2012. The age of titans: the rise and fall of the great Hellenistic navies. OUP USA.
Murray, W.M., Ferreiro, L.D., Vardalas, J., Royal, J.G., 2017. Cutwaters Before Rams: an experimental investigation into the origins and development of the waterline ram. Int. J. Naut. Archaeol. 46, 72–82.
Noblesse, F., He, J., Zhu, Y., Hong, L., Zhang, C., Zhu, R., Yang, C., 2014. Why can ship wakes appear narrower than Kelvin's angle? Eur. J. Mech. 46, 164–171.
Pitassi, M., 2012. The Roman Navy: Ships, Men & Warfare 350 BC-AD 475. Seaforth Publishing.
Pitassi, M., 2011. Roman Warships. Boydell Press.
Pliny the Elder, 1857. The Natural History, Bohn's classical library. H. G. Bohn.
Plutarch, n.d. Life of Antony.
Pompée, P.-J., 2015. About modelling inland vessels resistance and propulsion and interaction vessel-waterway. Key parameters driving

restricted/shallow water effects. Proceeding Smart Rivers 2015.
Poulos, S.E., Kapsimalis, V., Tziavos, C., Paramana, T., 2008. Origin and distribution of surface sediments and human impacts on recent sedimentary processes. The case of the Amvrakikos Gulf (NE Ionian Sea). Cont. Shelf Res. 28, 2736–2745.
Rabaud, M., Moisy, F., 2013. Ship wakes: Kelvin or Mach angle? Phys. Rev. Lett. 110, 214503.
Robbins, A., Thomas, G.A., Renilson, M.R., Macfarlane, G.J., 2011. Subcritical wave wake unsteadiness. Int. J. Marit. Eng. 153, 153–161.
Rousseaux, G., Maïssa, P., Mathis, C., Coullet, P., Philbin, T.G., Leonhardt, U., 2010. Horizon effects with surface waves on moving water. New J. Phys. 12, 95018.
Russell, J.S., 1839. Experimental Researches into the Laws of Certain Hydrodynamical Phenomena that accompany the Motion of Floating Bodies, and have not previously been reduced into conformity with the known Laws of the Resistance of Fluids. Earth Environ. Sci. Trans. R. Soc. Edinburgh 14, 47–109.
Soomere, T., 2009. Long ship waves in shallow water bodies, in: Applied Wave Mathematics. Springer, pp. 193–228.
Srettensky, L.N., 1936. On the wave-making resistance of a ship moving along in a canal. London, Edinburgh, Dublin Philos. Mag. J. Sci. 22, 1005–1013.
Stigebrandt, A., 2001. Land-Sea Exchanges: Fjord circulation. Encycl. Oceanogr.
Tarn, W.W., 1931. The battle of Actium. J. Rom. Stud. 21, 173–199.
Therianos, A.D., 1974. The geographical distribution of river water supply in Greece. Bull. Geol. Soc. Greece 11, 28–58.
Variagin, M.A., 1972. Tides and tidal values of Greek harbours. Greek Hydrogr. Serv. Athens 117.

8 AUTHORS BIOGRAPHY

Johan Fourdrinoy holds the current position of PhD student at University of Poitiers - Institut Pprime, France. His thesis is about wave-current interactions. His previous experience includes engineering fluid mechanics and the study of a wave maker.

Clément Caplier holds the current position of post-doctoral researcher at the University of Poitiers - Institut Pprime, France specialized in optical measurement techniques for hydrodynamics. His previous experience includes an experimental thesis on the effects of finite water depth, lateral confinement and current on ships wakes and drag.

Yann Devaux holds the current position of teaching and research assistance at University of Poitiers - Institut Pprime, France. His thesis is about the unsteady suspension of sediment. His previous experience includes the establishment of an experimental process for studying dead-waters.

Areti Gianni is geologist – marine science researcher focusing on degraded ecosystems management and restoration. She is a technical consultant in OIKOM - Environmental Studies LTD and a postdoctoral researcher at the Patras University. Her research is focused in inland and coastal ecosystems' hydrodynamics, biogeochemistry, eutrophication and anoxia. She is specialized in hydrodynamic and ecological modelling in inland and coastal waters, and in the development of management/restoration practices and techniques.

Ierotheos Zacharias is an oceanographer focusing on marine ecosystem monitoring and restoration. He is an Associate Professor in the University of Patras, Greece. His research is focused in inland and coastal ecosystems' hydrodynamics, biogeochemistry, eutrophication and anoxia. He is specialized in hydrodynamic and ecological modeling in inland and coastal waters, and in the development of management/restoration practices and techniques.

Isabelle Jouteur holds the current position of Professor of Classics at University of Poitiers (Forellis). Her works focuses on Latin poetry of the Augustan period; she is interested in mythology and imagination with an anthropological point of view. Her previous experience includes the study of monsters and wonders in Greco-Roman culture.

Paul Martin is Professor Emeritus of the University of Montpellier-III and Honorary President of the magazine Vita Latina. Specialist in the history of royal and republican Rome, he was particularly interested in the process of return to the monarchy that led to the imperial regime. As such, he had to deal with the founding battle of the August regime: the battle of Actium, including the strange phenomenon reported by several ancient sources: the immobilization of the ships of the fleet of Antony at beginning of this battle.

Julien Dambrine holds the current position of Assistant Professor at the University of Poitiers. He is responsible for the prediction of the wave-making resistance shown in this article using actual antique galley hull shapes. His speciality is shape optimisation in the context of ship waves, which include the aforementioned predictions.

Madalina Petcu holds the current position of Associate Professor (maître de conférences, HDR) at University of Poitiers, Laboratoire de Mathématiques et ses Applications. She is member of the Partial Differential Equations team, working on the theoretical and numerical aspects of mathematical models in fluid dynamics and other models related to physics. She has also a full-time teaching duty, consisting of 192 hours of teaching for the Mathematics Department of Poitiers University.

Morgan Pierre holds the current position of associate professor at University of Poitiers (France). He is responsible of the Partial Differential Equations team at the Laboratoire de Mathématiques Appliques (Department of Applied Mathematics). His previous experience includes work on optimisation of ship hulls and wave resistance.

Germain Rousseaux is a senior research scientist at CNRS – Institut Pprime, France. He is a proponent of interdisciplinary studies like for example his recent works on analogue black holes with the measurement of Hawking radiation in the laboratory.

9 SUPPLEMENTARY INFORMATION

9.1 SUPPLEMENTARY INFORMATION ON ANCIENT HISTORY

What follows is based on a critical examination of ancient sources relating the battle of Actium between Antony's and Octavian's fleets on 2nd September 31 BC at the entrance to the gulf of Ambracia. The main sources are Plutarch's *Life of Antony*, 61- 68 and Dio Cassius's *Roman History*, 50, 14-35. Plutarch mentions one particular fact, which greatly puzzled those on Octavian's side. This happened before the battle when the two fleets were facing each other. Octavian and his admiral Agrippa were surprised to note that Antony's fleet remained at a standstill for at least three hours, until midday, instead of, as was customary in ancient times, attacking at dawn:

« Caesar (Octavian) […] was ***atonished to see the enemy lying motionless in the narrows; indeed, their ships had the appearance of riding at anchor. For a long time he was convinced that it was really the case,*** *and kept his own ships at a distance of about 8 furlongs from the enemy. But it was now* ***the sixth hour, and since a wind was rising from the sea,*** *the soldiers of Antony became* ***impatient of the delay,*** *and, relying on the height and size of their own ships as making them unassailable, they put their left wing in motion. When Caesar saw this* ***he was delighted,*** *and ordered the right wing to row backwards, wishing to draw the enemy still farther out from the gulf and the narrows, and then to surround them with his own agile vessels and come to close quarters with ships which,* ***owing to their great size and the smallness of their crews, were slow and ineffective*** (1). *»*

In fact, it was more the crews' lack of experience which could be a real handicap and it did, indeed, hinder Antony's fleet during the battle as his ships had to move and turn in the midst of enemy vessels. On the contrary, the maneuver necessary for a forward attack using the *rostra* was well within the capability of inexperienced crews: all they had to do was to launch the ships at full speed straight ahead, towards the enemy -a good enough reason to opt for this tactic and yet Antony did not choose to do so. Plutarch suggests a possible explanation for this strange immobility: Antony would have been waiting for the wind to get up so as to take advantage of it to escape. Modern historians have religiously followed his lead in this matter and given this out as the reason for Antony's decision but the explanation doesn't hold together: at that time of the year the wind doesn't blow strongly enough to carry the ships forward before midday and Antony, who had been in the area for months, must have been aware of the fact. No doubt he intended to start waging battle in the morning and, at midday, when the wind got up, to "take off" and head for the open sea; that is why -contrary to what was customary- he had had the sails taken on board so that no enemy vessel could escape him. Thus it was not on purpose or due to either of the two adversaries that the battle only started after midday and that it lasted so long that, according to Suetonius, Octavian was unable to disembark and had to spend the night on board.

Consequently, this raises two questions. The first one, we have just asked: why did Antony wait three hours before opening hostilities? The second one is: why didn't he attempt to ram the enemy? Why didn't he resort to using the weapon of choice in such cases? The huge *rostra* on his powerful vessels would have crushed the hulls of the enemy ships, most of which were of an inferior tonnage. Instead of that, he opted for the use of projectiles and the tactic of trying to board the enemy; his ships drew slowly forward until they were within fighting distance of his adversary's fleet.

Here is what Plutarch writes: *« Though the struggle was beginning to be a close range, the ships did not ram or crush one another at all, since* ***Antony's owing to their weight, had no impetus, which chiefly gives effect to the blows of the beaks****, while Caesar's (Octavian) not only avoided dashing front to front against rough and hard bronze armour, but did not even venture to ram the enemy's ships on the side.* (2) *»* This explanation which we have already mentioned -see above- does not stand up under close scrutiny: in a frontal attack, the greater the bulk of the moving ship, the more serious the damage inflicted on the enemy . . . unless the frontal attack is handicapped not by the weight of the vessels but by the fact that they are unable to acquire enough impetus for the blows to be effective. But, when the enemy line is one and a half kilometers away, there is plenty of scope to reach the necessary speed, approximately 9 knots. Octavian's tactics are -given the lesser tonnage of his ships- as logical as Antony's are incomprehensible. Because, if we are to believe Plutarch and Dio Cassius, Antony deliberately chose to keep his vessels at a standstill and then to use projectiles and try and board the enemy. As historians in antiquity are wont to do, they fictitiously recreate Antony's and Octavian's speeches before the battle. Here is what Plutarch has the former say: *« Antony visited all his ships* ***in a row-boat,*** *exhorting the soldiers,* ***owing to the weight of their ships, to fight without changing their position, as if they were on land. He also ordered the masters of the ships to receive the attacks of the enemy as if their ships were lying quietly at anchor, and to maintain their position at the mouth of the gulf, which was narrow and difficult.*** (3) ***»***

Dio Cassius has him make a similar sort of speech: *« See* ***the length and beam*** *of our vessels, which are such that even if the enemy's were a match for them in number, yet because of these advantages on our side they could do no damage either by charging bows-on or by ramming our sides. For in the one case* ***the thickness of our timbers,*** *and in the other* ***the very height of our ships,*** *would certainly check them… »*

As for Octavian, this is what Dio Cassius has him say: *« Will they not by* ***their very height and staunchness be more difficult for their rowers to move and less obedient for their pilots?*** (4) *»*

But -let us say it once again- these are fictitious speeches and their function is none other than to cover up an incomprehensible anomaly in Antony's choice of tactics: because his ships were much bigger in size, he should

have opted for a frontal attack -charging bows- and ramming the enemy- which would have been more likely to succeed and more deadly.

Modern historians have paid little attention to this particular aspect. For the most part they have accepted the two explanations given by ancient sources for Antony's absurd tactical decision:

1. Antony's crews were not experienced enough. This is exactly why Antony shouldn't have chosen to fight at close quarters and to try and board his adversary's ships; it is the sort of tactic that requires quick and complex maneuvers in order to taunt or to avoid the enemy who, actually, turned out to be much more proficient at it.

2. Antony's ships were slow, heavy and unwieldy monsters. This statement is very likely to have been far from true although it has always been universally relayed. Florus, for instance, wrote:

« [Antony's ships] « having from 6 banks of oars to 9, and being mounted with towers and high decks, they moved along like castles and cities, while ***the sea groaned and the winds were fatigued. Yet their magnitude was their destruction.*** (5) ***»***.

Yet the *rostra* which have been excavated by archeologists in various parts of the Mediterranean and a study of the cavities in the *rostra* from Antony's vessels which adorn the *Tropaeum* erected by Octavian at Actium have revealed that the difference between triremes and decaremes is not mathematically proportionate. Thus, a decareme was not three times as long as a trireme but only twice as long, approximately. The difference resided mostly in the tonnage and so in the draught. Therefore, contrary to legend, Antony's largest vessels were not great monsters which were impossible to maneuver, even if they were less easy to move and turn than triremes or *liburnae.*

This legend dates back to Antiquity. How did it originate? Its roots are certainly to be found in Augustan propaganda whose aim was to stress that victory over vessels presented as monstrous sea creatures had been obtained by ships built by and for men. But the primary reason why it was so widely believed is that in Plutarch's, Florus's and Dio Cassius's day -one or two centuries after the battle- big ships like those with 6 or 10 rowers per bench- hadn't been built in a long time. In fact, they hadn't been built since Actium because the Mediterranean -*mare nostrum*- , which was now at peace only required the attention of a "maritime police" made up of much smaller vessels. For Pliny, Vitruvius and Vegetius, living under the Emperors, the quinqueremes are the biggest ships there are. Doubtless, Antony's largest vessels were, despite their size, quite effective in battle.

Out of all this, two bare facts are worth noting: 1. *Antony's ships remained motionless for a long time*. 2. *Then, they were difficult to move*. Why? Two details in a text which I have already quoted -see above- cannot fail to intrigue: 1. Why does Antony visit his ships in a row-boat in order to exhort his troops instead of cruising in front of his fleet in his command decareme? Indeed, it was contrary to common practice in ancient times for a leader to address his soldiers from below. It is as if Antony had been unable to use his flagship to move about. 2. Why does Plutarch have him tell his sailors to "*mind the difficult mouth of the gulf* "(6)? What particular dangers could have lurked in this narrow channel that ships have to go through to leave the Ambracian Gulf and reach the open sea?

The elements presented *supra* do not enable us to answer these last two questions nor those previously asked about the reason for Antony's ships being at a standstill and for his absurd tactics. Is it possible to go any further?

It is necessary here to add to the file two pieces of evidence, which have so far gone more or less unnoticed. The first is a passage by the poet Propertius, a contemporary at the time of Actium. In an elegy written in 16 BC, he recalls this battle, which became the basis on which Augustus built his regime. Before the battle, Apollo is supposed to be addressing Augustus (Octavian) thus: *« Do not fear that their ships are winged with a hundred oars:* ***their fleet rides an unwilling sea.*** (7) *»*

The language is certainly poetic with the oars being compared to wings but the main point, that which we must remember, is that the sea *is unwilling* to let Antony's fleet ride it.

The other document to be added to the file is much more telling and it is quite surprising that it isn't mentioned more often. It is a passage by Dio Cassius: *« When they (Antony's soldiers) set sail at the sound of the trumpet, and with their ships in dense array drew up their line* ***a little outside the strait and advanced no further****, Caesar (Octavian) set out as if to engage with them, if they stood their ground, or even to make them retire. But when they* ***neither came out against him on their side nor turned to retire, but remained where they were, and not only that, but also vastly increased the density of their line by their close formation, Caesar checked his course, in doubt what to do.*** *He then ordered his sailors to let their oars rest in the water, and waited for a time; after this he suddenly, at a given signal, led forward both the wings and bent his line in the form of a crescent, hoping to surround the enemy, or otherwise to breach their formation in any case. Antony, accordingly, fearing this flanking and encircling movement, advanced to meet it* ***as best he could,*** *and thus relunctantly joined battle with Caesar* (8) *»*

This account is much more detailed than Plutarch's description of the same stage of the battle. It is also slightly different, probably because the original source is not the same. What we learn from it is that hardly had Antony's vessels come out of the narrows that they stopped moving, causing a "bottleneck" behind them. This unexpected turn of events surprised Octavian. Plutarch corroborates this. Then, according to Dio Cassius, it was Octavian who was responsible for engaging; according to Plutarch, those responsible for engaging were Antony's troops because they were eager to fight. But, in any case, it was never Antony, Antony who was unwillingly compelled to do battle in conditions described as being less than favorable. In this passage,

there is no mention of a deliberate tactical choice on Antony's part to try and board the enemy; the way the battle was waged was obviously dictated by outside circumstances with Antony behaving as if he were paralyzed.

To conclude, it seems very clear, after examining ancient sources, that *something happened* which prevented Antony from launching, as was expected, his fleet against the adversary's fleet, taking advantage of the greater bulk of his ships to ram the enemy. Instead of which, he was forced, first of all, to remain *for a long time at a standstill*, to the great surprise of his adversaries, letting his vessels form a bottleneck behind his frontal line. And then, afterwards, compelled by the enemy to do battle, he advanced slowly towards them, which made ramming impossible. All that remained for him to do, then, was to get close to his opponent's vessels and try and board them, hindered though he was by the sheer size of his ships. Contrary to what our sources would have us believe, he did not *choose* these tactics, but was compelled to use them for some unknown reason. The aim of this study is, indeed, to try to find out the truth about this unknown reason.

1. Plutarch, *Life of Antony*, *65*, 6-8*;* cf. Cassius Dio, *Roman History*, 50, 23, 2
2. Plutarch, *Life of* Antony, 66, 1
3. Plutarch, *Life of* Antony, 65, 4
4. Cassius Dio, *Roman History*, 50, 29, 2
5. Florus, *History of the Roman people, from Romulus to Augustus*, 2, 21, 5
6. Plutarch, *Life of* Antony, 65, 4
7. Propertius, *Elegies*, 2, 16, 37-38; cf. 4, 6, 47-48
8. Cassius Dio, *Roman History*, 50, 31, 3-5

9.2 SUPPLEMENTARY INFORMATION ON LINGUISTICS

For several centuries, from Ancient Greece until the 16th century, it was said, and repeatedly so, that a small fish called echeneis had the magic power of holding back ships when it latched onto their hulls. Nineteenth century naturalists, such as B. G. de Lacépède, took a rather caustic view of this ancient tale: “From the days of Aristotle until the present this animal has been the object of constant attention; its shape has been examined, its habits have been observed and its physical characteristics have been scrutinized. Not only was it considered to possess magic properties, absurd abilities and ridiculous strength, but it was viewed as a striking example of the occult qualities dispensed by nature to its offspring. It appeared as a convincing proof of nature’s qualities, secret in their origins and in essence unknowable; the fish was honored in the imagery of poets, in the analogies of orators, in travelers’ narratives and in naturalists’ descriptions. [...] How many fables and errors have been accumulated in such passages, which are also stylistic masterpieces?” (1) Nowadays, the spontaneous reaction is indeed to wonder how people could have believed in such improbable powers for so many centuries. One of the explanations is perhaps to be found in the argument put forward by the historian M. Bloch, (2) who takes the example of the remora (the Latin name of the echeneis) to demonstrate how, before the development of critical methods of checking information and witnesses in the reconstruction of history, the most intelligent minds accepted a given fact without questioning its veracity. It was based on tradition, all the more so when those “facts” were handed down by renowned minds of the past. But while this may explain the transmission of the legend, it does not solve the mystery of its origin: where did the legend begin and when? What exactly was said about the echeneis in Ancient times? When was the fish first considered to possess such extraordinary powers? **It is our intention to explore the context in which the legend was born through rigorous analysis of Ancient sources**, in order to better understand the link between beliefs and their unavoidable imaginary elements, and knowledge: the facts and discourse which they gave rise to, the level of knowledge and, perhaps, their exploitation by the elite.

Research into the occurrences of the substantive noun *echeneis* in Greek literature, and its Latin translations in the terms *mora*, and *remora*, also including the variants *remeligo*, and *remirora*, reveals the relative rarity of such texts: **only fifteen or so authors in a corpus which covers a period from the 5th century B.C. to the 7th century A.D**. The fish is mentioned in various works: naturalists’ descriptions of fish in natural history treatises or in didactic works (Aristotle, Ovid, Aelian and Oppian (3)); poetic embellishment (in Lucan’s writings, (4) for instance, where it appears as an ingredient in a magic potion); in a chapter from an encyclopaedia (Pliny the Elder (5) combines a descriptive passage of the fish with historical anecdotes and a commentary on its associated magical properties); a banquet anecdote (Plutarch 6); an allusion in the letters of a Roman statesman (Cassiodorus 7); in the writings of later commentators (grammarians or Church Fathers eager to explain the complexity of the world through etymological explanations, or through the collection of pagan knowledge which was reinterpreted in the light of the greatness of the divine: Donatius, Servius, Isadore of Seville and Ambrose 8). In addition to the noun *echeneis*, the adjective *echeneis, idos* which carries the meaning “which stops or holds back vessels”, (in Aeschylus during the 5th century B.C., Nonnos of Panopolis during the 5th century A.D. and Theaetetus Scholasticus during the 6th century A.D. 9).

This quick survey shows that the occurrences are somewhat marginal. **The most defining text is without doubt that written by Pliny the Elder a few years after the Battle of Actium,** in which he insists on the strange immobilization of Mark Antony’s fleet during that historical event, attributing the cause to the powerful action of the fish to which he gives the name *mora*, a noun which also means “a delay, or lateness” in Latin. Yet there are two striking elements: firstly, among Ancient historians who provide a detailed description of the Battle of Actium (Plutarch, Orosius Florus, Dion Cassius), none

explicitly mention the fish, not even Plutarch who refers to it in his *Table Talk* but not in his *Life of Mark Antony*; secondly, there is a concentration of occurrences in the 1st century A.D., as regards the longer descriptions (Ovid, Lucan, Pliny, Plutarch 10). **The "legend of the echeneis" would appear to be a relatively late construction**, containing several strata, the earliest of which goes back to Aristotle, with more frequent references clearly appearing from the 1st century A.D. onwards, in other words around the same time as the Battle of Actium. Aristotle does not indicate that the fish is able to hold back ships; historians writing before or at the same time as the battle between Mark Antony and Octavian do not see fit to mention it either. It is therefore tempting to postulate that the legend was born during the Roman recovery of a Greek belief (mainly transmitted through oral tradition) in the magic powers of the fish (Aristotle describes its use in making magic potions and to delay court trials and slow down justice), to which the Romans gave a new lease of life based on the events at Actium, in order to increase the marvellous powers of the fish.

One way of disentangling the skein of suppositions is to carry out an analysis of the discourses which accompany references to the fish and its exceptional powers throughout classical and late Antiquity. These discourses are clustered around five poles which need to be considered in greater detail:

magic, nature, reason, religion and politics.

9.2 (a) Magic power.

Chronologically, the first text which has been preserved is Aristotle's (11) which mentions the use of the fish to slow down court trials and in the making of potions. Lucan (12) mentions it as an ingredient for a resurrection spell in the description of witchcraft in Book 6 of the *Pharsalia*. Pliny (13) refers to the belief held by some Greeks that if worn as an amulet the fish prevents miscarriages or favours delivery at childbirth (in which case it is given the name *odinolytes*). Pliny places the fish among the list of antiaphrodisiacs, (i.e. reducing amorous passion), along with "rhinoceros skin taken from the left forehead and attached in a lamb's skin". He also repeats Aristotle's indications of its use for the making of potions (and more specifically erotic potions) and for court trials (to slow them down). We may therefore suppose that there was an idea of "mimetic" functioning despite the fact that the texts make no specific reference to this idea, and there is no indication of whether there was a *magus* involved in ordering the action through magic formulas which might use the fish symbolically to obtain this effect, or whether the power of the fish is attributed to its physical characteristics, say of a magnetic nature. Might it be the case that people believed, by analogy, that the fish also had the extraordinary power to hold back ships to the extent that it could even slow them down to a complete standstill? The only document in which the holding back of a ship is explicitly linked to magic intervention is in one of the later texts, the *Cyranides*, a compilation of works on magic written between the 1st and the 8th centuries A.D., in which it is claimed that if just a few echeneis bones are sewn into horse leather and then brought aboard a ship, hidden in clothes, then the ship will not be able to move forward (14).

We should not judge too quickly. Beyond the folklore of oral beliefs or popular traditions, magic did have a very real impact on people's attitudes. The long defensive speech from the 2nd century A.D. in which Apuleius denies the charge of having charmed his wife by the use of magic, notably through the administering of a fish-based potion, provides sufficient proof of such beliefs (15). Even Pliny, who shows himself to be sceptical as regards magic and who is keen to demystify the sham of magic at a time of firm belief, nevertheless describes some strange recipes, such as attaching a bramble-frog to the body in a piece of fresh sheep-skin, in order to put an end to love (16). Closer to our own subject, he also indicates that a boat can be held back by a no less irrational expedient: bringing the right foot of a tortoise on board (17) !

We need to return to one decisive element: the fish attaching itself to the boat. The remora certainly does attach itself to surfaces using a flat disc on its head which has cartilage blades which act as a sucker. By creating a vacuum between these blades, or by hooking the spines which cover the rear edge of the blades, the fish attaches itself to rocks, boats or to other creatures. Quite understandably, all the authors insist on the fish's ability to attach itself. Yet the curious thing is that the sole ability to attach itself seems to be used to explain the slowing down, or even the stopping of a ship. Pliny implicitly suggests there is an immediate effect on a storm when the fish attaches itself to a vessel ("It easily puts an end to force and tames the fury of the elements, effortlessly, merely by attaching itself" (18)). Is this merely a form of poetic hyperbole, which takes pleasure in developing an *adunaton*? Isidore repeats Pliny, almost word for word: "The ship seems to behave as if it were anchored to the sea and remains motionless, not because the fish is holding it back but because it has attached itself to the ship" (19). This implies that the fish does not hold the ship back as such, but rather its astonishing action is revealed only by its attaching itself. The key term which is repeated in almost all of the texts is *adhaerere*. An accurate interpretation is essential here because this is where we may understand what the authors intend by the term "adhere": of course this means first and foremost that the fish is attached and cannot be detached; yet this single element appears to explain the cause and effect relationship between the fish attaching itself to the surface and the resulting immobilization of the object, without raising any further questions.

According to L. C. Watson (20), *adhaerere* corresponds to the Greek verb *kollô* "to stick", common in Greek magical papyrus which describe love charm rituals. This "sticking" creates a physical "link", the equivalent of *katadesmos* of love charms. Indeed, the terms used by several authors (regarding the constraint, the obedience, the preventing and the link with the boat) suggest a magical connection (cf. Oppian (Hal. 1, 232-3 *ouk etelousa, pepedètai; 235-6 desma; 242-3 pedèn*); Aelian (N.A., 2, 17 *pedèsas*); Nonnos (Dion. 21, 45-8 *katasketon desmo* et 36, 367-9

desmo; Pliny H.N. 32, 2-6, *tenere uincta*). If our analysis is accurate then this signifies that it was believed that a boat could be immobilised in the same way that a man could be linked to a woman in an erotic context. Cassiodorus, who does not believe in the fish's power whatsoever, uses the verb *adligare* (21) to describe the way in which the echeneis bites the sides of the ship; yet this is the verb which is used four times by Pliny in the form of the participle *adalligatus,* (22) to designate the wearing of an object in the shape of an amulet in a magical context. He also says that the boat seems to be stuck (*infixum*(23)) to the surface of the sea.

These examples show that a specific vocabulary with a high degree of magical connotation was projected onto the fish, probably derived from the Greek beliefs in magic which are attested to by Aristotle — but this does not necessarily imply that the authors who use such terms actually believe in any magical power. This point therefore needs to be examined more closely. The notion of a magic link does at any rate explain what Pliny presents as an incongruous detail: when an echeneis was found under Caligula's ship, there was general surprise at the fact that the fish no longer had any effect when it was taken on board, as if any slowing down effect due to mechanical force or traction was out of the question. (24)

9.2 (b) One of the wonders of nature.

When Pliny mentions the astonishing characteristics of a fish able to hold back a vessel, he sees this above all as an irrefutable indication of the mysterious power of nature. The action of a small fish which is able to resist the fury of the elements leads to a consideration of the theme of nature triumphing against itself after a struggle between antagonistic forces. As we have seen above, he provides no explanation for this power, merely presenting it as a fact of nature, proven by observation which is sufficient to validate that fact. Two historical anecdotes are used to support this assertion: first of all, the Battle of Actium, and secondly the immobilization of Caligula's ship during a voyage he undertook between two Latium coastal towns. Pliny provides no further analysis on how the fish functions and concludes his description with a general formula, widening his demonstration to include a broader group than the echeneis species: "there is no doubt in our minds that these animals [in other words all the astonishing creatures produced by nature] have identical powers". To illustrate this power, he quotes a remarkable precedent to be found in the similar action of sea shells which stopped a Greek expedition during the time of Periande: these were marine gastropod molluscs called Venus shells which have a porcelain-like inner layer.

This belief in the power of nature follows a line from the paradoxography works which flourished in Greece from the Hellenistic period onwards. The authors of these works applied themselves to compiling natural wonders, attempting to astonish or amuse their readers, through exotic or sensational descriptions. Viewed from this perspective the prowess of the echeneis is no more extraordinary than that of the phoenix, the unicorn or the basilisk, and it is not unusual to read surprising stories such as that of the literate pachyderms who can read Greek (25) or that of the pilfering octopuses which climb trees to steal fruit (26). Such anecdotes correspond to the taste of their readers who were keen on such curiosities, as is revealed by the development of the notion of prodigious feats to be described below.

9.2 (c) Rational interpretations.

It might be expected that the appeal to common sense might prevail, or at least be well represented, but this is not the case. Rational interpretations are in the minority. In *Table Talk*, (27) Plutarch explains that boats slow down because of the algae which build up on the hull and the rudder, especially when the boat has been at anchor for a long period of time. The keel then becomes gorged with water and therefore accumulates a large amount of algae, the wood becoming covered with moss and losing its power of penetration in the water, while the waves which strike this sticky mass do not bounce off it effectively. Plutarch, who was aware of the phenomenon of magnetics, clearly excludes the latter explanation, which is put forward by one of his guests in an attempt to call on common sense and deconstruct the legend by reversing the relationship of cause and effect: he suggests that it is the presence of algae which attracts the fish and not the fish attached to the boat which slow it down. The idea of a whole shoal of fish having an influence on the advance of a ship might seem slightly plausible but this hypothesis is never suggested by the Ancient texts, contrary to the Renaissance emblems in which clouds of sucker fish appear attached to the keels of boats. Five centuries after Plutarch, one of Cassiodorus's letters suggests human causes: the late arrival of boats loaded with important wheat cargoes was not due to the fantastical effect of an echeneis but rather to the negligence of sailors who may have fallen asleep, or who simply did not care. The humour and cultured elegance of the statesman is combined with moral judgement: "the echeneis which slows them down is their own venality, the conch stings, it is their own unlimited passions". (28)

9.2 (d) A divine warning.

Pliny claims the echeneis is: "a fish which is worthy of counting among the omens", (29) thus superimposing the religious prism over a phenomenon which thus acquires a new dimension. Roman religion cannot be invoked without mentioning the importance of monstra, the spectacular signs which it was believed were sent by the Gods in order to warn mankind that there was a message for them. The monstrum designated both the phenomenon of the apparition which revealed divine will and, at the same time, the exceptional creatures which transmitted this sign. In our case this is a strange fish endowed with supernatural powers. The echeneis does indeed belong to the family of "monsters", and, to be more precise, it is a prodigious animal: it is thus to be distinguished from the monstrous teratological creature such as the four-legged snake; it is also to be distinguished from what we could term "prodigial" animals, that is to say ordinary animals which suddenly behave in a strange way thus announcing

a divine message, such as a bird stealing embers from a bonfire. The prodigious characteristic of the echeneis is its species' singular and intrinsic ability to hold back boats, as is repeated in Ancient etymologies. Another surprising aspect of this fish may be added: in the impressive list of prodigious animals drawn up by Julius Obsequens only two involve fish. The act of one single fish such as the echeneis is thus exceptional.

Pliny considers the echeneis to be a bad omen because it announced Caligula's death. Pliny's testimony reveals the transformation of the echeneis as a Roman prodigy during the Roman Empire: firstly, the prodigy, which was initially a sign of divine intervention in human affairs, had evolved to become much more an omen, of a divine nature. Secondly, the prodigious fish became more specific, no longer necessarily referring to a group but rather to the specific destiny of one individual. The anecdote of the role of the echeneis at Actium thus takes its place in a series of omens which announce the defeat of Mark Antony, revealing to the eyes of the world that nature and the Gods had chosen that day to side with the Octavians. A linguistic detail may corroborate this reading: the Latin term mora, and its synonym remora, which came to replace the former, present assonance with an Ancient term connected with omens, remur, which designated a bird of ill omen. It is therefore possible that the remora may have sounded as if it carried negative connotations.

In late Antiquity, Oppian (30) also describes the fish as prodigious, but in a figurative sense, implying that it was among the prodigious visions produced by dreams, with a corresponding loss of its divine quality. Yet Isidore of Seville and Ambrose reintroduce the religious interpretation by detecting a reflection of the Creator's omnipotence in the extraordinary power of the creature. "Do you think that so much power has been given to it without a gift from the Creator?", (31) writes Ambrose, who uses the example to demonstrate that a fish such as the echeneis is used to remind mankind of its limits and of its condition, by placing it in a situation in which it can only expect help and safety from the Lord when faced with the perils of life.

9.2 (e) Political exploitation.

As has just been suggested, the appearance of signs and their interpretation is always of interest for political leaders. One of our hypotheses is the following: the victors of war, Octavian and his followers, may have spread the rumour of the intervention of the echeneis for propaganda purposes, in order to prove that the Gods had decided to side with them. Such political exploitation of religious beliefs was not new. The great political events of the end of the Republic were accompanied by prodigious events which poets and historians had busily chronicled: rains of blood, rivers reversing their flow, statues of the Gods covered in sweat, a mother giving birth to a snake... During the transition between the Republic and the Empire, towards the end of the 1st century B.C., the historiographical tradition reports a number of omens regarding Octavian-Augustus and the imperial family, destined to an exceptional fate: Octavian was born of the union between Atia and Apollo-snake; (32) an eagle is said to have stolen a piece of bread from him and then returned it to him, a sign of his future sovereignty; (33) Livia is said to have warmed an egg in her hands hatching a chick with a huge crest, thus announcing prosperous offspring and the gaining of power as represented by the crown symbolism of the crest.

During the period immediately preceding the Battle of Actium, a long series of prodigies were reported, often involving animals. To take the example of one single historian, Dion Cassius describes how, in 36 B.C., a fish jumped from the sea to the feet of Sextus Pompeius, and the diviners told him that he would be master of the seas; (34) in 32 B.C., (35) a monkey interrupted a ceremony in the Temple of Ceres, a victory statue fell on the stage of a theatre, Etna erupted, a two-headed snake appeared in Etruria eventually to be struck by lightning, a statue of Mark Antony wept floods of tears, a wolf entered the Temple of Fortune, a dog was devoured by another dog during a horse race in the circus; in 31 B.C., just before Actium, Cleopatra fretted about swallows nesting on her admiral's ship, lightning knocked down the statues of Mark Antony and Cleopatra erected by the Athenians; (36) and then it rained blood, weapons appeared in the sky, drums and flutes were heard, a giant snake appeared, the statue of Apis began lowing and comets were seen….(37) In this context the attributing of the incomprehensible immobilisation of Mark Antony's vessel to the action of an echeneis and the view that this implied that the Gods had intervened in human affairs thus constituted a perfectly plausible hypothesis. The legend may have begun just after Actium, during the ten-ship dedication ceremony which was offered by the victors just after the battle. Only the Octavians could have participated in hauling the ship out of the water. The legend may have originated "from the fact that when the ship of the defeated admiral was hauled on land to be exhibited as a trophy, a remora type fish was discovered on the hull". (38) Mark Antony's boat had spent time in the waters of the Bay of Preveza and Vonitza and the hull was probably laden down by parasitic plants and animals, and it is plausible to suggest that this may have attracted fish. The witnesses to the ceremony probably associated the immobilisation of the boat to the presence of one or more fish parasites, due to the widespread belief in the Mediterranean of the immobilising power of certain sea shells or fish. (39). These beliefs may have been seized upon by the Octavians to crown their victory with divine support. (40)

This anecdote is also present in Octavian's Neptune like propaganda after Actium: he claimed to have been given mastery over the seas and that this was proof of his divine election. Used for ideological purposes, the legend of the remora suggested through its imagery that the powerful Mark Antony, his vessels like monstrous centaurs, could do nothing against the will of the Gods, who could brandish a tiny fish to put a permanent end to his advance. Conversely, a description by Propertius represents Octavian as the worthy protégé of Apollo, (41) who appeared over the stern of his boat surrounded by a triple

flame. A gloss by Servius (43) commenting on one of Virgil's lines suggests that the exegetes of late Antiquity thought that the fish had been sent by Neptune to hold back Mark Antony.

After a long period during which the echeneis was purely considered from ichthyological perspectives, critical discourse on the fish is today mostly the fruit of research by researchers in the arts and humanities. The story of the prodigious little fish and the commentaries which it gave rise to has led to four main approaches: linguistics, mythology (more specifically the mystification of history), the transmission of texts and the influence of the legend in European literature.

As regards the linguistic approach, the Ancient authors named the fish after the legend it is associated with, considering from the start that the name derived from the creature's powers. Contemporary linguists partly confirm this interpretation. They analyse the noun as a zoonym made up of two juxtaposed radicals, a verb (*echein* to hold, to hold on to) and a noun (*naus* the ship), associated in a noun which does not reveal the syntactic relationship which unites the two radicals, as is usual in this type of compound. If we look for the implicit sentence which would provide the semantic base for the creation of this noun there are two possibilities due to the fact that the verb may function either transitively or intransitively: "he holds on to the boat" or "he holds back the boat". This is where the ancient etymology (the fish was given this name because it holds back the boat) differs from contemporary linguistic reinterpretation (the compound may also signify that fish holds on to the boat). **The modern day supposition is that the animal "which attaches itself to hulls" (an intransitive construction which probably initially led to the term in Greece) was later perceived, at a time and period still to be determined, as the animal "which holds back boats" (transitive construction)**. The legend may therefore originate in an etymological shift.

A second direction concerns the spread of the legend and its relations with the field of myth. As Pastoureau has written, the collective imagination of a period allows us to understand that period as surely as the events which took place and the prevalent living conditions: "The historian must never excessively oppose imagination and reality. For the historian, as for the ethnologist, the anthropologist or the sociologist, imagination is always part of reality." (43) To take into account this imagination involves close study of a specific cultural context and reasoning within the Ancients' representation of the world. A reconstitution of the legend therefore involves the job of discriminating between what has been observed, believed, thought and imagined. Knowledge 2,000 years ago was considerably different from ours today, even in the field of an apparently accessible field such as zoology: **people were able to believe in a fish with supernatural powers in the same way that they believed in the existence of fantastic creatures such as the griffin, the phoenix, the unicorn, the manticore and the amphisbaena**, or more extraordinary still, in the metamorphosis of storks into women in the Oceanid islands. (44) The frontier between fable and reality was thus a moveable feast. Aristotle confirms the existence of a lemnian billy goat with two udders near its penis which were milked to make cheese. The same is true of **monsters, the cynocephalus, hermaphrodite foal and the hippocentaur**. The echeneis also needs to be considered alongside **imaginary marine creatures, mermaids, tritons, Nereids, Charybdis, Scylla**, whales, swordfish and all the dangers that are supposed to inhabit the troubled depths of the subaquatic world. It must lastly be viewed in relation to a whole **bestiary connected with the exercise of power** (Augustus' parrot, the salt fish caught by Mark Antony, Cleopatra's viper and dissolved pearls), their fantastic nature being heightened by the fantastic habits believed to be widespread in a mythic and sulphurous East.

If the legend was handed down through the centuries from Classical Antiquity until the Renaissance, it is without doubt due to a process which needs to be fully explored: that process is based on a **respect for tradition, which upholds the supremacy of text**. Trust in the authority of a source sometimes annihilated all critical thinking. Over a long period "any fact which was claimed in writing, was, three-quarters of the time, accepted as fact." (45) This form of unquestioning transmission is demonstrated by the filiation which may be observed between Aristotle, Pliny who translates the former, Cassiodorus and Isidore of Seville who quote the Latin encyclopaedist almost word for word, and the French texts of the 16th century which translated them in turn. From this perspective, the texts are not only to be viewed as proof of what was said and thought, but also as having generated discourse and reactions to such discourse. When the text becomes a reality in itself, the story of a text sometimes ends up replacing reality.

Lastly, the circumstances surrounding the **spread of the remora legend in European literature** need to be retraced, as well as the place of the legend in medieval bestiaries, alchemy, the marked upturn in interest for fish in the 16th century, probably due to two historic events: the Battle of Preveza and the crossing of the Cardinal of Tournon (Francisco Massari, Edward Wotton, Rabelais, Conrad Gesner, Jérôme Cardan, Rondelet, Alciat, Ambroise Paré and Montaigne), the wind of questioning in the 17th century (Kircher, Aldrovandi, Gaspar Schott, Mersènne le Père, François Bernier and Du Tertre), the refuting of its power during the Enlightenment (Diderot, J. Valmont Bomar, C. Favart d'Herbigny and Linnaeus), its metaphoric use during the 19th century (Michelet and Balzac), and its legacy in the 20th century (Rezvani and Borgès).

1. Histoire naturelle des poissons, t. 5, Ladrange and Verdière, 1831, p. 192.
2. Apologie pour l'histoire, A. Colin, 1964, 5th edition, p. 65.
3. Ar., History of Animals, 2, 14 ; Ov., Halieutica, 99 ; El., On the Characteristics of Animals, 1, 36 ; 2, 17 ; Op., Halieutica 1, 212 et seq.
4. Luc., Pharsalia, 6, 675.
5. Pl., Natural History, 9, 41 and 32, 1.

6. Plut., Moralia, 2, 7.
7. Cass., Variae, 1, 35.
8. Don., on Ter, Andria, 739 ; St Ambr., Hexameron, 5, 10, 93 ; Serv., on Aen. 8, 699 ; Isid., Origines, 12, 6, 34.
9. Esch., Agamemnon, 149 ; Non., Dionysiaca, 13, 114 ; Anthologie Palatine, 6, 27, 5.
10. Cf. above.
11. History of Animals, 2, 14.
12. Pharsalia, 6, 675.
13. Natural History, 9, 41.
14. Cyranides, 1, 12.
15. Ap., Apologia, 29-41.
16. Natural History, 32, 50.
17. Natural History, 32, 4, 41.
18. Natural History, 32, 1 , 2 : non retinendo aut alio modo quam adhaerendo.
19. Origines, 12, 6, 34 : non retinendo sed tantummodo adhaerendo.
20. The echeneis and erotic magic, Classical Quaterly 60 (02), p. 639-646.
21. Variae, 1, 35, 3.
22. Natural History, 13, 50.
23. Cass., Var., 1, 35, 3.
24. Natural History, 32, I, 5.
25. Pline, Natural History, 8, 6.
26. Elien, On the Characteristics of Animals, 9, 45.
27. Moralia, 2, 7.
28. Variae, 1, 35, 4.
29. Natural History, 32, I, 4.
30. Halieutica, 1, 236.
31. Hexameron, 5, 10, 93.
32. Dion Cass., Roman History, 45, 1, 2 ; Suet., Life of Augustus, 94, 4.
33. Suet., Life of Augustus, 94, 11.
34. Roman History, 49, 5.
35. 50, 8.
36. 50, 15.
37. 51, 17.
38. S. Barbara, Zoologie et paradoxographie en marge du bellum Actiacum, Schedae, 2009, p. 14., quoting the analysis of W.W. Tarn, The battle of Actium, JRS, 21, 2, 1931, p. 186.
39. Cf. the anecdote related by Pliny regarding the expedition of Periander's ship which was stopped by shells, an event which is commemorated in the Temple of Venus in Knidos (Natural History, 9, 25, 41).
40. This hypothesis, which suggests that the legend was invented by the victors, is more plausible than the others, notably the hypothesis which suggests that the rumour was begun by the losers in order to reduce the shame of defeat, or by Cleopatra in order to castigate the Alexandrians. Pliny's interpretation would appear to confirm the first hypothesis: the immobilisation of Mark Antony's fleet by the remora in order to highlight Octavian's naval strength. He believes the amazing small fish prevented Mark Antony from launching his attack.
41. 4, 6, 47-50 and 27-54.
42. Ad Aen. 8, 699.
43. Les animaux célèbres, Paris, Bonneton, 2001, p. 9 : "L'historien ne doit jamais opposer trop fortement l'imaginaire et la réalité. Pour lui comme du reste pour l'ethnologue, l'anthropologue ou le sociologue, l'imaginaire fait toujours partie de la réalité."
44. This is described in the works of Aelian.
45. M. Bloch, op. cit., p. 65.

9.3 SUPPLEMENTARY INFORMATION ON NAVAL ARCHETECTURAL

From historical reports (Pliny the Elder, 1857; Martin, 1995), Octave presented a fleet composed of oared galley (classes from 2 to 6, namely bireme to sexteres). The class refers roughly speaking to the number of rowers per bench (see SI on Mathematics). Unlike Octavian fleet was light, Antonian fleet was heavy with classes from 4 to 10 (class 10 is so-called decareme). As discussed in the supplementary information on Ancient History, the flag-ship of Antony, a decareme, was delayed for several hours whereas the Octavian ships moved freely. Moreover, the contemporary reconstruction of an ancient fifth century BC Athenian trieres by John Coates, John Morrison and Boris Rankov (Morrison, 1996; Morrison et al., 2000; Rankov, 2012) during the 80's and its tests thanks to sea trials since then allowed us to have access to the naval architecture plans of an ancient galley, with the help of the Trireme Trust. In addition, we benefited from the work of William Murray and the Institute for the Visualization of History who provided us with the 3D digitization of a ram, an ancient weapon that equipped the bow of ancient galleys (Murray, 2012). We used the so-called Athlit ram for our reduced model.

Concomitantly to the end of the Hellenistic era, the construction of such big boats was stopped, what Murray calls "the big ship phenomenon". The most delicate point of our study is the following assumption: we chose to consider that the dimensions of a decareme were twice those of a trireme, a strong hypothesis that we will try to justify. Firstly, the ancient reports insist on the gigantism of the biggest boats at Actium: Florus speaks of the Antonian ships "being mounted with towers and high decks, they moved along like castles and cities, while the sea groaned and the winds were fatigued. Yet their magnitude was their destruction". Historians would certainly argue about this point but in absence of direct evidence, we can only make hypotheses (Pitassi, 2011 for a sizes comparison between a 2, 3, 4 and 5 classes). Secondly, thanks to the archaeological studies of William Murray we have indirect evidence of the massiveness of the warships at Actium. Indeed, his team was able to identify the size of the biggest boats thanks to the study of the prints of rams in the sockets of the Apollo temple in Nicopolis. Just after the battle, Octavian dedicated to Apollo a trophy with all the sizes of rams taken on the Antonian boats, from class 1 to class 10. By multiplying the dimensions of a trireme by a factor of two in order to

get a decareme, the obtained draft and beam seem to be compatible with the extrapolations of the historians. Legitimate doubts could be formulated with respect to the length since a boat of seventy meters long would maybe imply technological constraints with respect to its building, stability and resistance to flexion. Hence, by doing so, we compensate somehow with the fact that we kept the same block coefficient (the ratio of the box volume occupied by the ship, here 0.37) for the trireme and the decareme. However, as we will see, the important parameter in the context of the naval battle of Actium is not the length of the boat but the respective ships draft (1m for a trireme and 2m for a decareme, see below) versus the water depth: it is very probable that we underestimated the draft of the decareme since 2 m could be increased easily up to 3 m because of the weight of the boats as constantly described by the ancient sources. Finally, we noticed that gigantic boats built for the naumachiae of Caligula in the first century were as long as 74 meters, the so-called Nemi boat (Carlson, 2002) despite the fact that they sailed on a calm lake and not in the Mediterranean Sea.

With interpolation, from historical data on the number of rowers per class galley (Pitassi, 2011, 2012; D'Amato, 2015), we can assume the number of rowers of a decareme (Figure SI1). We find a ratio of 605/170=3.55 rowers between a decareme and a trireme, this is consistent with the resistance ratio.

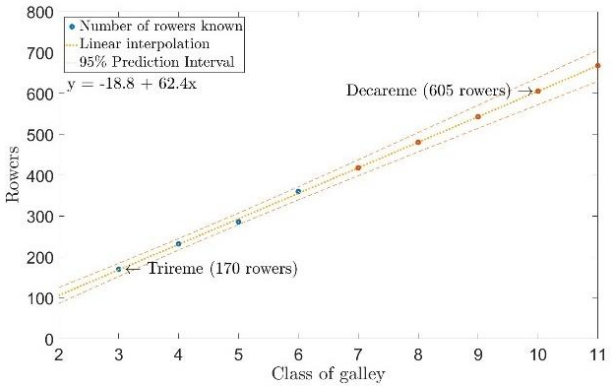


Figure SI1. Linear interpolation of number of rowers per class of galley.

9.4 SUPPLEMENTARY INFORMATION ON OCEANOGRAPHY

The Ambracian Gulf is a semi enclosed coastal system in Western Greece, with a mean depth of 26 m and a maximum depth of 63 m. The gulf is connected with the adjacent open Ionian Sea through an elongated and narrow channel, i.e. the Preveza - Actium Straits. Channel's length is about 6km while its width ranges from 0.8 to 2 km. Its eastern part, in the gulf's interior, is about 20m deep and 2.5 km wide, while the channel narrows gradually to the west, with its range reaching 0.8 km in the in the middle. At this extended shallow area, at the entrance of the Ambracian Gulf, the mean depth of which does not exceed 5 m, the battle of Actium took place. Nowadays, in the Ambracian Gulf's sill a navigational channel, of about 13.5 m deep, has been constructed (see Figures SI2 and SI3).

In the maps of Figures 1 and SI3, the reconstruction of the Ambracian Gulf's sill bathymetry, during the period of the Actium naval battle is presented. The main differences between the current and the ancient bathymetry of the area are: a) the artificial channel, which was drained in the 1970's, and b) the mean sea level, which was 75 cm, lower than today. The region where the battle took place, i.e. the gulf's entrance, was very shallow, characterized by a mean depth of about 2.5 m. The depths were progressively increased in both directions, toward the Ionian Sea and the gulf's interior.

A fjord-like water circulation, due to its oceanographic conditions and its morphology (Ferentinos et al., 2010; Kountoura and Zacharias, 2014), characterizes the Ambracian Gulf. Two large rivers, i.e Arachthos and Louros discharge large quantities of freshwater into the Ambracian Gulf (Therianos, 1974), resulting to the ecosystem's permanent water column stratification and to the reduced salinity of the surface layer. This water layer is usually well mixed, and its thickness is typically of the order of a few meters. The pycnocline layer's characteristics (intensity and extent) are spatiotemporally varied, under the influence of seasonal meteorological and hydrological changes in the area. Surface and intermediate (pycnocline layer) waters are freely connected with the open sea through the gulf's mouth. Denser water masses are trapped behind the sill, at the greater depths. Like in most fjord type basins, so in the Ambracian Gulf density variations of the open sea water are crucial for the water exchange, both above and below the sill level (Stigebrandt, 2001). At the entrance to the Ambracian Gulf semi-diurnal tide is prevailed with average range of 5cm and a maximum recorded range of 25 cm^3, while at the gulf's interior, the limited fetch of about 35 km^3 results to a low energy wave regime.

This study is focused on the gulf's sill area, which is of interest because of the interaction between the gulf's surface brackish water mass and the Ionian Sea's salty waters. This interaction, results to the development of a front, due to the presence of a horizontal salinity and density gradient, which extends from the sill's surface to its bottom. The area's water column behaves like a single layer, while its speed and direction are varied under the influence of wind and tidal phase. Hydrodynamic circulation regime, changes at the deeper parts of the region, where brackish water outflows at the surface and saline water inflows near the seabed, attaining speeds of up to 60 and 80 cm/s according to (Ferentinos et al., 2010). Summarizing, the area of the Ambracian Gulf sill is characterized of great oceanographic interest and many peculiarities, due to its morphology, its location and the interaction of currents, tides and wind.

The objective of the present study is to give a scientific explanation about the Antony's defeat in the Actium naval battle. As the truth is possibly connected with the area's oceanography, it is crucial to answer some questions about: 1) The circulation pattern in the study area today, 2) spatial distribution of the pycnocline in the study area

today, 3) The importance of morphology, tide and wind on the area's circulation pattern today and 4) The circulation and stratification pattern of the study area during the battle and their influence to the battle's outcome.

The current hydrodynamic conditions in the area of interest will help us to reproduce the prevailed water circulation during the battle. For this purpose, decisive factors will be the data and information that can be retrieved from the battle description in historical texts. Furthermore, a study of the area's: a) water column physicochemical characteristics, b) currents, c) tidal characteristics and d) meteorological parameters is essential.

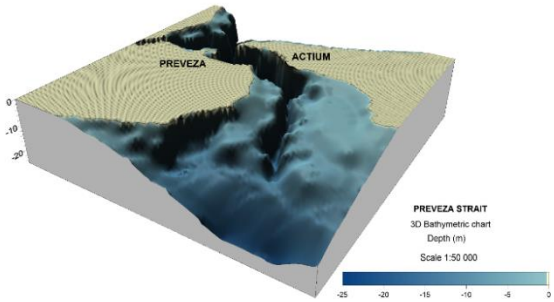


Figure SI2. Current morphological features of the Ambracian Gulf sill area. 3D block diagram.

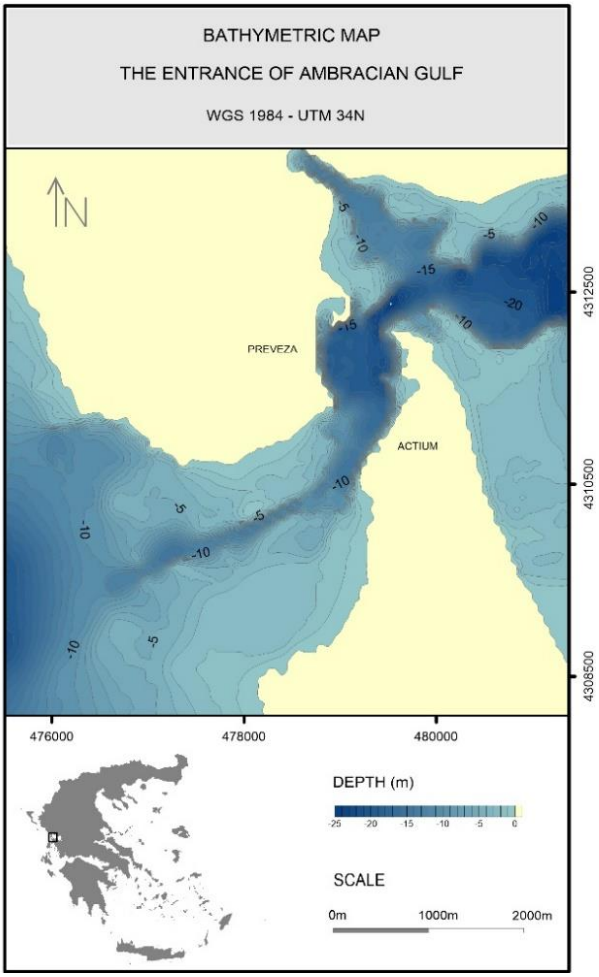


Figure SI3. The current bathymetric map of the Ambracian Gulf entrance.

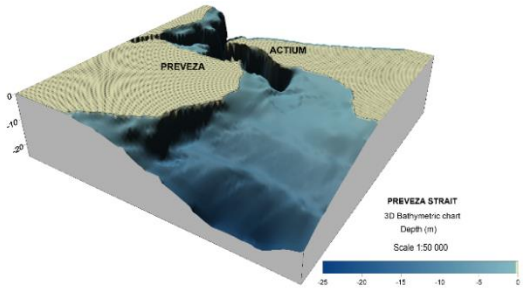


Figure SI4. Morphological features of the Ambracian Gulf sill area 2000BP. 3D block diagram.

9.5 SUPPLEMENTARY INFORMATION ON MATHEMATICS

The evaluations of the wave-making resistance for the maps is based on an analytical formula called the Sretensky formula (8). This formula is obtained by assuming the ship to be slender, and therefore the wave phenomena to be linear. Many experimental studies (see for instance (2)) have shown a good agreement between the results given by this formula and the data from experiments. This formula takes into account the water depth $\boldsymbol{h}$, the velocity of the ship $\boldsymbol{V}$, and the shape of the ship, given as an offset function f that defines the half-width of the ship for each point of the center-plane $\boldsymbol{(x,z)}$. The direction of motion of the ship is $\boldsymbol{x}$, and the depth is $\boldsymbol{z}$. The wave resistance according to Sretensky's formula hence reads:

$$R_W(U) = \frac{8\pi\rho g}{V^2}\int_{\gamma_0}^{\infty} \frac{I^2(\gamma)+J^2(\gamma)}{\left(\gamma^2 - \frac{g\gamma}{V^2}\tanh(\gamma h)\right)^{\frac{1}{2}}}\gamma d\gamma$$

Where $\boldsymbol{g} = 9.81\text{m}.s^{-2}$ and the coefficients $\boldsymbol{I}$ and $\boldsymbol{J}$ are given by

$$I(\gamma) = \lambda(\gamma)\frac{U}{2\pi}\int_{\Omega}\frac{\partial f}{\partial x}(x,z)\frac{\cosh\big(\gamma(h-z)\big)}{\cosh(\gamma h)}\sin(\lambda(\gamma)x)\,\text{dzdx}$$

$$J(\gamma) = \lambda(\gamma)\frac{U}{2\pi}\int_{\Omega}\frac{\partial f}{\partial x}(x,z)\frac{\cosh\big(\gamma(h-z)\big)}{\cosh(\gamma h)}\cos(\lambda(\gamma)x)\,\text{dzdx}$$

In which $\boldsymbol{\Omega}$ is the domain on which f is defined. The function λ is defined by

$$\lambda(\gamma) = \left(\frac{g\gamma}{V^2}\tanh(\gamma h)\right)^{\frac{1}{2}}$$

Finally, $\boldsymbol{\gamma_0}$ is computed as the positive solution of the nonlinear equation

$$\gamma_0 = \frac{g}{V^2}\tanh(\gamma_0 h)$$

whose origin is to be found in the dispersion relation for finite depth water waves (13, 14).

9.5 (a) Integration of the naval architectural data

The main advantage of using the aforementioned formula is the opportunity provided to take into account the actual data from naval architecture through the shape of the hull. Recall that the shape of the hull is given by the offset function $\boldsymbol{f}$, in our case, an approximation of it on a mesh. The geometrical data we have on the trireme is not of this

form, so our goal will be to recover if though a technique called *draping*. The data we have is in the form of a set of parametric surfaces that can be exploited with the software Rhinoceros.

The principle of the draping technique is to consider a set of points (red points, figure SI5, left) placed initially on a plane parallel to the hull's centerplane, and to project these points on the hull by considering only displacements in the $\boldsymbol{y}$ direction. The set of points we then obtain (red points, figure SI5, right) hence "drape" the object. A few points end up straight on the centerplane, their offset being zero, we trim them off the mesh to avoid unnecessary further calculations.

The draping function is already implemented in Rhinoceros. Three grid of points were used here to represent with the same level of accuracy the hull, the nose and the ram (for which some details have the typical scale of 1cm for a 30m long ship). This results in a mesh file of 413,568 points which is too large for fast and efficient calculations of the wave resistance as it is required here.

We reduce the size of the mesh by extracting a subset of points with a variable density (typically we take more points wherever small details are involved). Then a new mesh is generated with Matlab's build-in Delaunay mesh generator. The result of all these operations is a representation of the trireme's hull through a P1 finite element function on a mesh of 25,185 points (see figure SI6).

This allows us to calculate the functions $\boldsymbol{I(\gamma)}$ and $\boldsymbol{J(\gamma)}$ using a finite element method associated to this P1 representation.

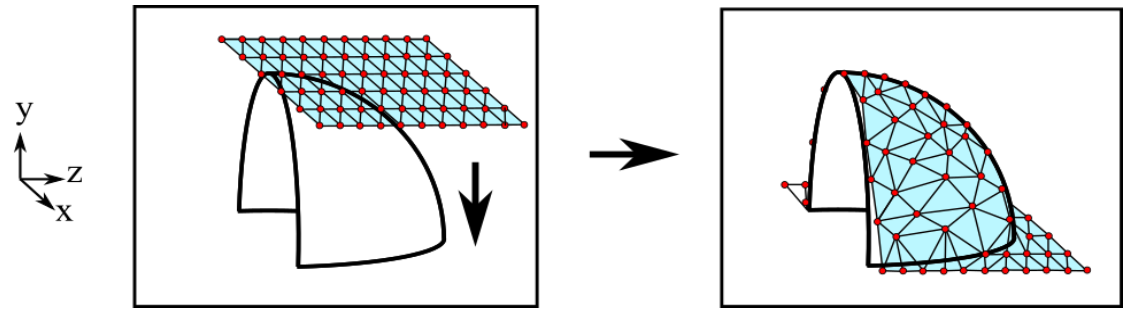


Figure SI5. Schematic representation of the draping procedure.

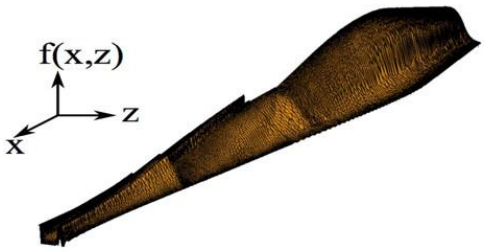


Figure SI6. Representation of the surface of the function $\boldsymbol{f}$ obtained through our reconstruction procedure.

9.5 (b) Calculation of the wave resistance integral

The first difficulty in computing the wave resistance integral (1) remains in the computation of the terms $\boldsymbol{I}$ and $\boldsymbol{J}$, which are integrals with respect to space that depend on the shape of the hull defined by $\boldsymbol{f}$. Let us focus on the computation of $\boldsymbol{I}$ (the computation of $\boldsymbol{J}$ is performed in a similar manner). If we define $\boldsymbol{\varphi}$ as

$$\varphi(\gamma, x, z) = \frac{\partial f}{\partial x}(x, z)\frac{\cosh(\gamma(h-z))}{\cosh(\gamma h)}\sin(\lambda(\gamma)x)$$

our goal is to integrate $\boldsymbol{\varphi}$ with respect to $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})$ for all values of $\boldsymbol{\gamma}$.

The computation of the integrals (1) - (3) is known to be delicate[3]. We detail the numerical method in two steps, first the integrals (2) and (3) with respect the space coordinates $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z})$, and then the integral (1) with respect to $\boldsymbol{\gamma}$. The integrals (2) and (3) are computed using the aforementioned P1 representation f of the hull. This term is calculated in an exact manner on every triangle of the mesh by using a mapping on a reference triangle. Such an exact calculation is much preferable to the use of a quadrature formula.

Once $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{\gamma})$ and $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\gamma})$ are determined, we can compute the integral (1). Two difficulties lie ahead: the singularity at $\boldsymbol{\gamma_0}$ and the infinite range of integration. The first problem is tackled using subintervals that become smaller and smaller as $\boldsymbol{\gamma}$ comes closer to the singularity. The integral at infinity is separated on subintervals that become larger and larger as $\boldsymbol{\gamma}$ grows. On each subinterval, we approach the integral with a two points Gauss integration method. Our resulting numerical wave resistance has been validated by comparison with tabulated results obtained for Wigley hulls.

9.5 (c) INTEGRATION OF THE OCEANOGRAPHIC DATA

From the methods described above, we are able to compute the wave making resistance for a given $\boldsymbol{V}$, $\boldsymbol{h}$ and $\boldsymbol{f}$. As described in methods section on Oceanography, the bathymetry is given as a 100x74 array that provides a water depth for each point of the Ambracian Gulf. Our aim here is to build an array that provides a wave resistance for each point of the Gulf, for a given velocity $\boldsymbol{V}$ and hull shape $\boldsymbol{f}$. The approach we use in order to reduce the computational costs is to compute wave resistance *vs.* depth profiles and to map these profiles into the oceanographic data by using interpolation. These profiles

will be computed with the method described earlier by selecting a limited well-chosen set of depth values ranging from the ship's draught to a depth under which the behavior of the resistance can be considered constant (deep water behavior). The result is then interpolated with splines (Figures SI7 and SI8).

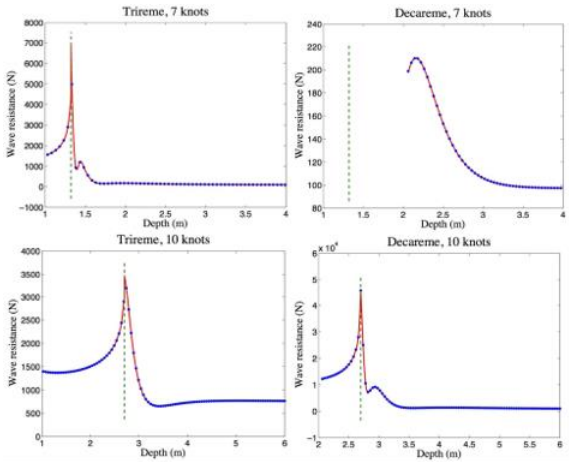


Figure SI7. Plots of the wave resistance versus depth profiles. First column: trireme. Second column: decareme. Top row, 7 knots; bottom row: 10 knots. The blue points represent the computed value of the wave making resistance and the red line is the spline interpolation. The vertical green dashed line represents the critical depth corresponding to the critical Froude number $\boldsymbol{Fr_h = \frac{V}{\sqrt{gh}} = 1}$

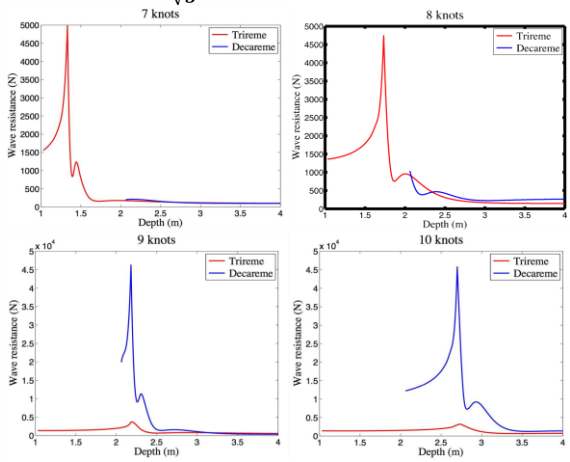


Figure SI8. Plots of the wave resistance versus depth profiles for various target velocity from 7 knots to 10 knots. Each plot shows a comparison of the wave-making resistance for each ship involved (in red the trireme, in blue the decareme). Note that the wave-making resistance for depths below the ship's draft (2 m) are not represented as they have no sense. (Gotman, 2002).

water depth for each point of the Ambracian Gulf. Our aim here is to build an array that provides a wave resistance for each point of the Gulf, for a given velocity $\boldsymbol{V}$ and hull shape $\boldsymbol{f}$.

The approach we use in order to reduce the computational costs is to compute wave resistance *vs.* depth profiles and to map these profiles into the oceanographic data by using interpolation. These profiles will be computed with the method described earlier by selecting a limited well-chosen set of depth values ranging from the ship's draught to a depth under which the behavior of the resistance can be considered constant (deep water behavior). The result is then interpolated with splines (Figures SI7 and SI8).

To the wave making resistance, we can add a viscous resistance related to the friction of the fluid on the hull. This viscous contribution can be calculated using the ITTC 57 procedure (ITTC, 1957; Molland et al., 2017):

$$R_v = C_v \frac{1}{2}\rho S V^2$$

With C_v the coefficient of friction:

$$C_F = \frac{0.075}{(\log_{10} Re\ - 2)^2}$$

Thus, we compute a total resistance, composed of a viscous resistance and a wave making resistance (Figure SI10). For small Froude numbers (equivalent to deep water regime), the wave component becomes negligible compared to the viscous component. In this configuration, the ratio of total resistance is

$R_{tD}/R_{tT} \approx 3.6 \approx Rv_D/Rv_T$ (Figure SI11 and SI12)

This value, close to 4, is explained by the geometry of the decareme which is twice as large as the trireme. Since the galleys have slender shapes, we can relate the ships' geometry to a board of length L and height T. The wet surface S is roughly L × T × 2 (we multiply by two to take into account both sides of the board). The length and the draft of the decareme are double that the length and the draft of the trireme. Thus, there is a factor 4 between the wet surface of decareme and the wet surface of trireme. To find the ratio 3.6, we have to start from the ITTC57 formula:

$$R_{vD} = C_{FD}\frac{1}{2}\rho S_D V^2 \text{ and } R_{vT} = C_{FT}\frac{1}{2}\rho S_T V^2.$$

$$\frac{R_{vD}}{R_{vT}} = \frac{C_{FD}}{C_{FT}}\frac{S_D}{S_T}$$

$$\frac{C_{FD}}{C_{FT}} = \frac{(\log_{10} Re_T\ - 2)^2}{(\log_{10} Re_D\ - 2)^2} = \frac{(\log_{10} Re_T\ - 2)^2}{(\log_{10} Re_T + \log_{10} 2 - 2)^2}$$

$Re_T \approx 10^8$ so $\frac{C_{vD}}{C_{vT}} \approx$ 0.9 and $\boldsymbol{\frac{R_{vD}}{R_{vT}} \approx 3.6}$

Without very shallow effects, a decareme has a viscous resistance 3.6 times stronger than the resistance of a trireme. To compensate this phenomenon, it is necessary to deploy a greater rowing power.

.

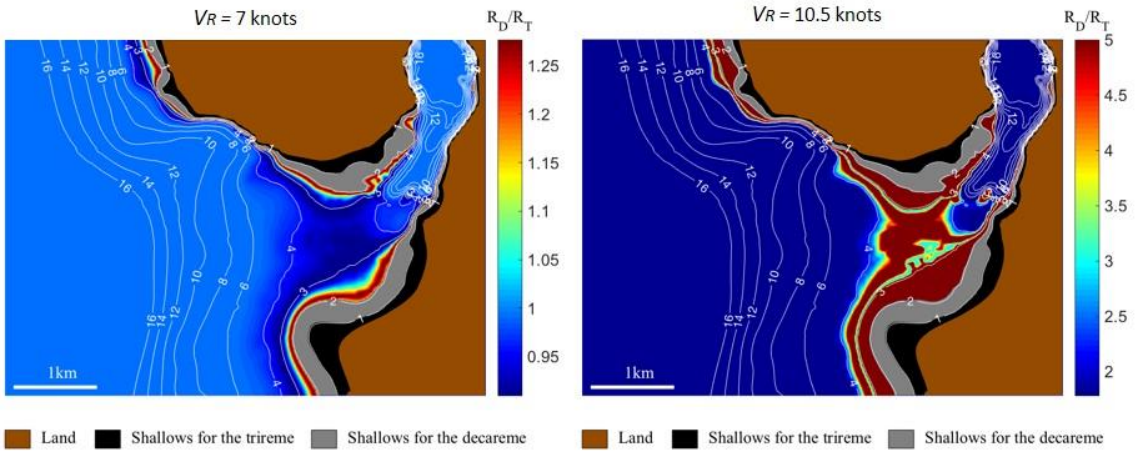


Figure SI9. Maps featuring the ancient bathymetry and theoretical predictions of wave making resistances for two different velocities: 7 knots (left) and 10.5 knots (right, which is saturated). At 7 knots, the decareme's wave resistance R_D can be lower than the trireme's wave resistance.

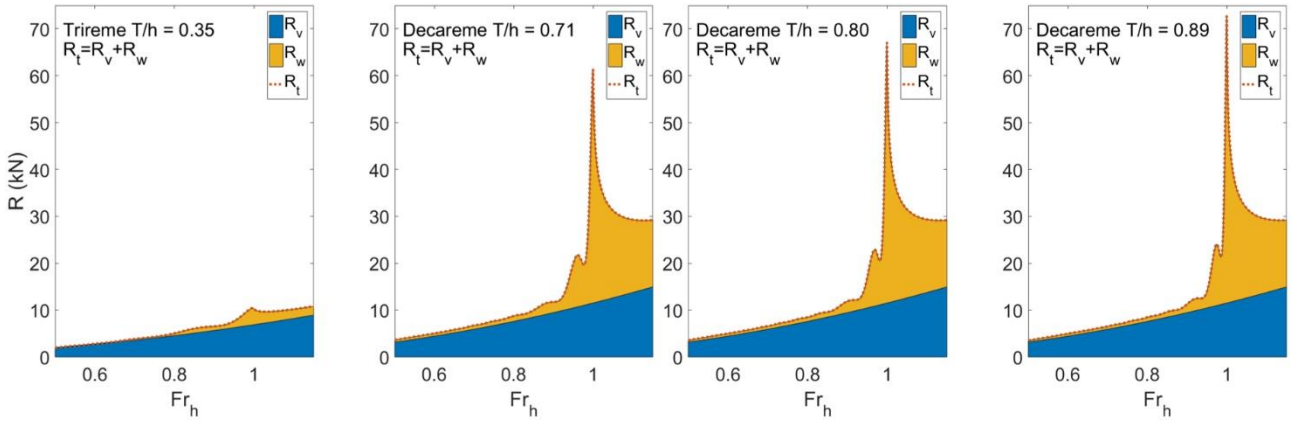


Figure SI10. Plots of total resistances broken down into viscous resistance (blue) and wave making resistance (yellow), for trireme and decareme configurations. The viscous resistance is calculated with the method (ITTC, 1957), and the wave making resistance with the Sretensky's formula.

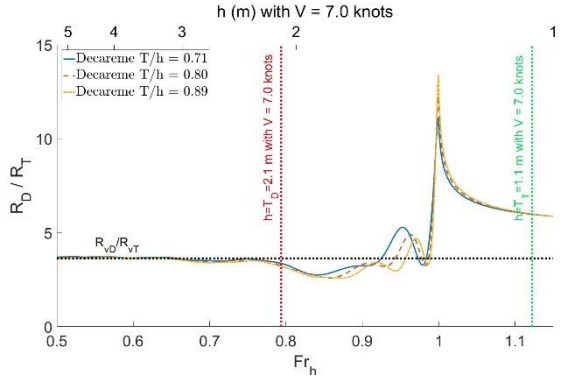


Figure SI11. Ratio between total resistances of the decareme and of the trireme, with a fixed velocity of 7.0 knots. The ratio of total resistances tends towards the ratio of viscosity resistances, equal to 3.6 for low Froude numbers (Fr_h < 0.75 and h > 2.5 m). The peak of resistance is not undergone by the decareme since it is in a zone of too shallow depth (the decareme's draft is bigger than the depth T_D>h).

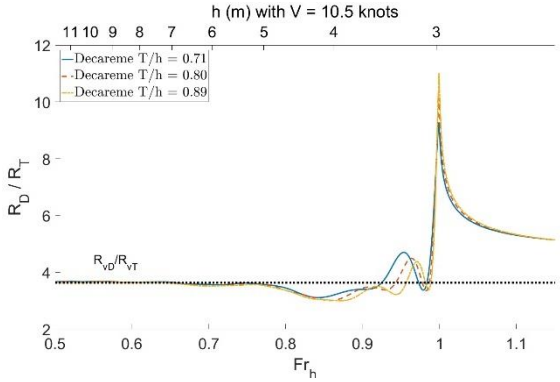


Figure SI12. Ratio between total resistances of the decareme and of the trireme, with a fixed velocity of 10.5 knots. The ratio of total resistances tends towards the ratio of viscosity resistances, equal to 3.6 for low Froude numbers (Fr_h < 0.75 and h > 5 m).

The use of the ITTC57 protocol is consistent with the experiments conducted. Indeed, if we compare this method to that used by (Coates, 1989), based on the towing tank measurements of (Grekoussis and Loukakis,

1986), we find similar results (Figure SI13). The computed viscous resistance with IITC57 is close to Coates' viscous resistance, up to 8 knots (superior to the cruising speed of 7 knots), the speed for which the wave resistance starts to play a role in deep water. According to Coates' curves (Figure SI13; Coates, 1989), from cruising speed (7-8 knots) the wave resistance starts to play a role. Thus, a greater effort must be made to increase the speed of the ship. Even in deep water, the wake clings to the ship as the echeneis-remora, and increases the difficulty in reaching the attack speed. Shallow water effects can totally prevent reaching this speed by a "wall of resistance" (Figure SI9).

In the future we may have to switch to a nonlinear Rankine-source panel method.

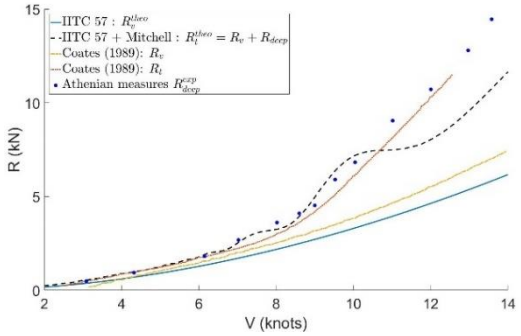


Figure SI13. Comparisons between the experimental results of (Grekoussis and Loukakis, 1986), the ITTC57 calculation with Michell's theory, and the results of (Coates, 1989). Michell's theory is the limit of Sretensky's formula for *h* infinite (Kirsh, 1966).

9.6 SUPPLEMENTARY INFORMATION ON FLUID MECHANICS

9.6 (a) Experimental Materials and method of stereovision

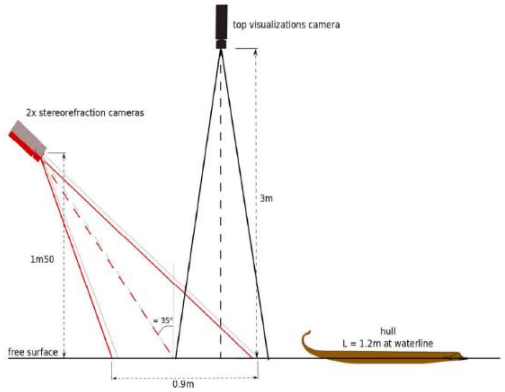


Figure SI14. Sketch of the experimental setup with the positions of the recording cameras. The stereovision method is based on the deformations of a random dots pattern glued to the bottom.

The experiments have been carried out in the towing tank of the Pprime Institute in Poitiers, France. Its geometry is a rectangular section with 1.5 m wide and a water level up to 1.2 m. The channel is 20 m long, and the measured zone, where we placed cameras, was at 10 m from the starting. The ship is towed by a trolley along the longitudinal axis x of the channel, with a speed up to 2.35 m/s. Thus, the maximum velocity of the decareme is 33 knots, and the trireme's maximum velocity is 23 knots, at real-scale. The acceleration had been fixed at 0.5 m/s², and a computer controlled the trolley's velocity. The ship was fixed (no translation or rotation), in order to test the effect of the Antonian number $A_n=T/h$ only.

As the amplitudes of the waves produced by a hull with such a length are very small, the method to measure these waves needs to be very precise and with a high resolution since the often used methods such as intrusive resistive probes cannot be applied. Such an optical method would have been difficult to apply with a bigger reduced model (such as the one of Grekoussis and Loukakis, 1985; 1986) since the extent of the visualizations windows would increase as well as the size of the data post-processing. Moreover, the limited resolution of the cameras would have been a restriction for such a large field of investigation. The wake-patterns have been measured with an original stereovision method, inspired from an earlier method developed in our team (Chatellier et al., 2013; Gomit, 2013b; Caplier, 2015) and improved for our purpose (see below). Two SpeedSense 1040 cameras from Dantec Dynamics with 28mm focal lenses have been placed above the water surface with a relative angle (Figure SI14) to capture the deformations of the random dots pattern, a roughcast of 750mm x 200mm (half the width of the water channel). The first step of the measurement is to record the image of the pattern with free surface at rest (Figure SI15). Then, the boat is launched and the two cameras capture images of the pattern deformed by the free surface undulations caused by the passage of the ship, at a frequency of 10 frames per second (fps) during 20s. The second step is to calculate the displacement of the water level in pixels on each image of the cameras, and then to calculate the displacement in millimeter for each time step. At the end we can reconstruct the whole wake behind the ship. The synchronization of the cameras and the acquisition of the images are performed with the DynamicStudio software. Each trial is recorded 3 times and then the images are processed and data are correlated with a dedicated algorithm. Then we can reconstruct the wake with a vertical precision of 0.1 mm on the water height and a horizontal spatial resolution of 10 mm (Figure SI17). The stereorefraction method has been validated with measurements of the wake produced by a 1.2 m long Wigley hull with rectangular geometry (the archetype of laboratory ships) for the deep-water configuration in the towing tank. The wake produced by this reference boat is the usual Kelvin wake in deep water (Figure SI16). Visualizations of the wake have been made from the top with a Jai CV-M2 camera with a 14mm focal lens at a frequency of 20fps.

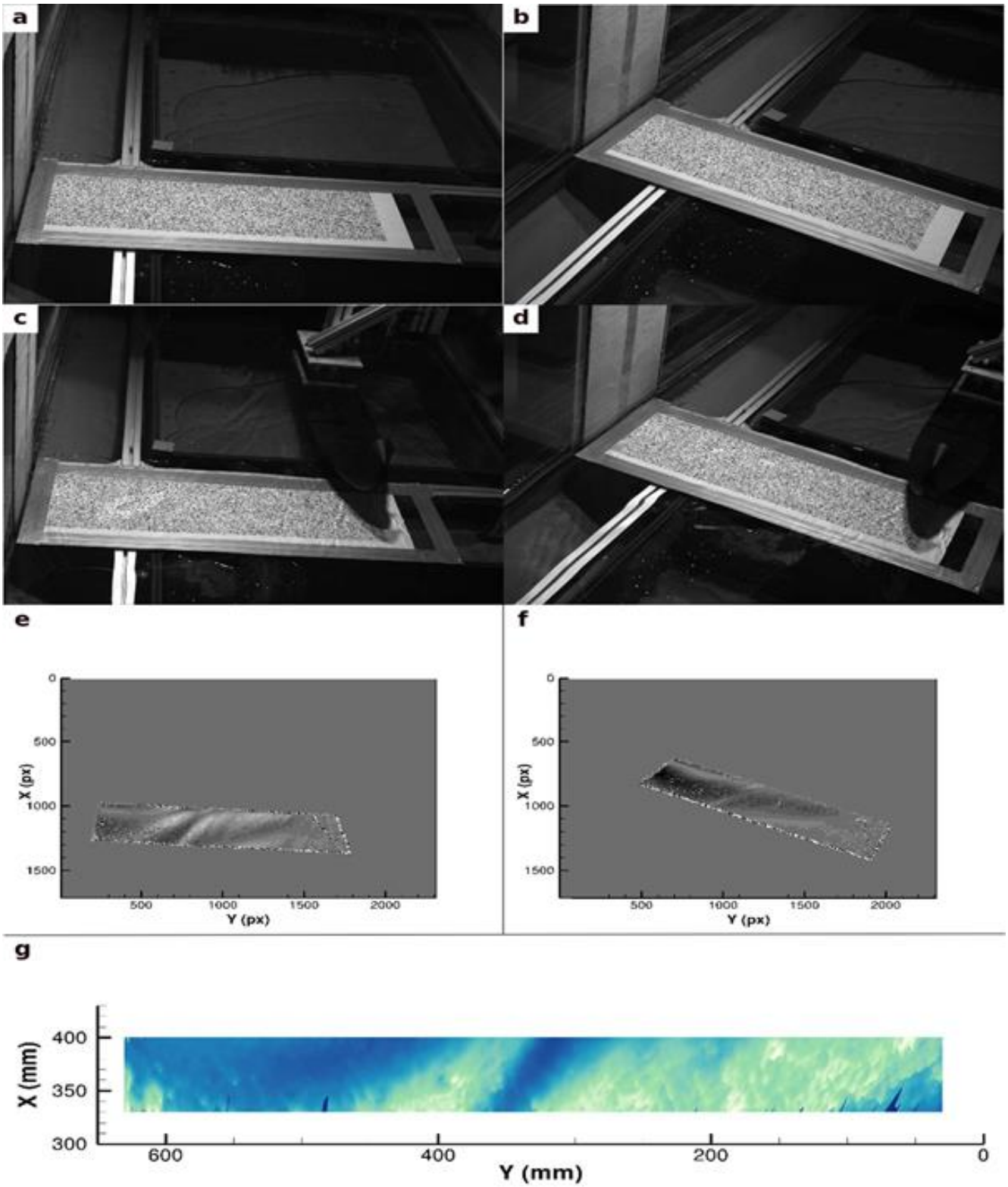


Figure SI15. The steps of the stereorefraction method from the acquisition of the reference images to the reconstruction of the surface deformation. Each column corresponds to one camera. a-b, Images of the reference pattern with the free surface at rest. c-d, Images of the pattern deformed by the free surface undulations. e-f, Free surface deformation in pixels (calculated with a correlation algorithm). g, the free surface deformation in millimeters (calculated with a reconstruction algorithm).

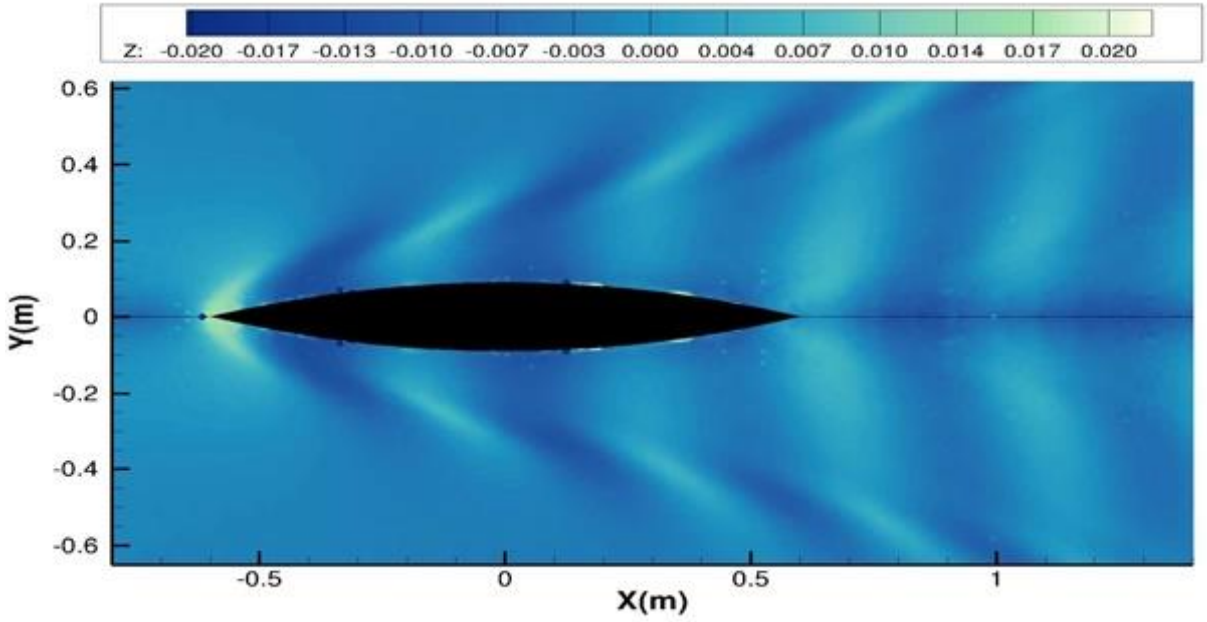


Figure SI16. The usual Kelvin deep water wake produced by a Wigley hull, measured with the stereorefraction method in the towing tank.

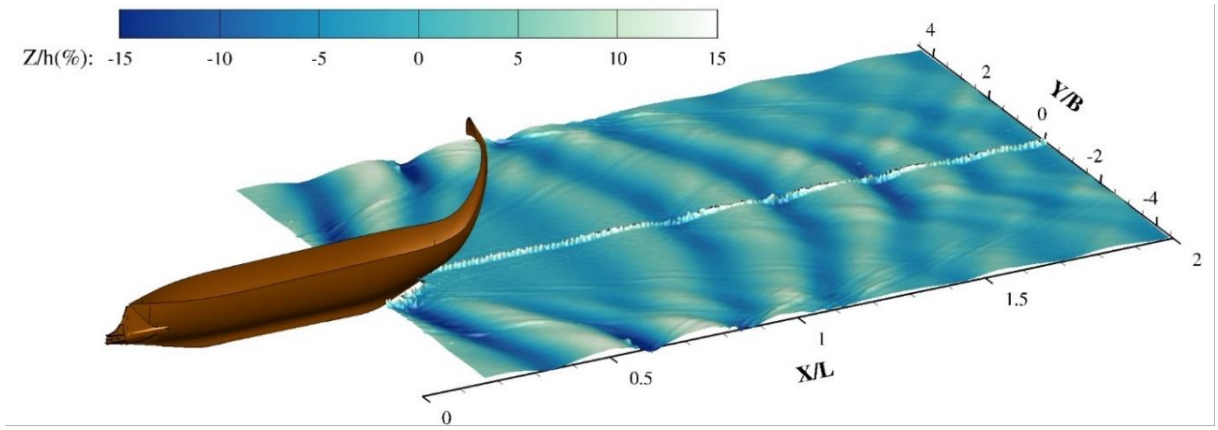


Figure SI17. The peculiar echeneidian wake behind the ship in the decareme configuration at Fr_h=0.9, measured with the stereorefraction method in the towing tank. The boat has no angle with the horizontal.

9.6 (b) Use of spectral domain

Extended views of the wake allow spectral analysis of the wake, according to the method presented (Carusotto and Rousseaux, 2013), used in deep water by (Gomit, 2014), or in confined configuration (Caplier, 2015). By selecting the stern wake, in the real space (x, y), and with a Discrete Fourier Transform, we get a representation in the Fourier space (k_x, k_y). The spectral domain brings a lot of additional information to the visualizations: the energy distribution in the wake spread over different wave numbers, or the hydraulic response around the ship. Energy is distributed along the dispersion relation:

$$0 = {V_m}^2 {k_x}^2 - \left(gk + \frac{\sigma}{\rho}k^3\right)\tanh(kh)$$

We can bring out several remarkable values: the cutoff wave number k_c, the intersection between the dispersion relation and the abscissa axis; the inflection point k_x^{infl}, where the slope is a measure of the angle of the wake: $\tan(\alpha) = \left(\frac{dk_y}{dk_x}\Big|_{infl}\right)^{-1}$. Wave numbers before and after the inflection point are respectively relative to the transverse and divergent waves. The hydrodynamic response, which depends on the speed and shape of the boat, feeds the lower part of the spectral domain with $k_x < k_c$ (Carusotto and Rousseaux, 2013; Gomit, 2013a, 2014) (Figure SI18).

The Figure SI19 shows the selection of a part of the wake, its representation in the spectral domain, and the detection of the dispersion relation. After a detection of amplitude maximums, a polynomial interpolation is carried out on the experimental measurements, in order to measure a slope and the angle of wake. Bounded harmonics are observed at high speeds hence the appearance of additional branches at high wavenumbers with a corresponding non-linear deformation of the wake in the real space.

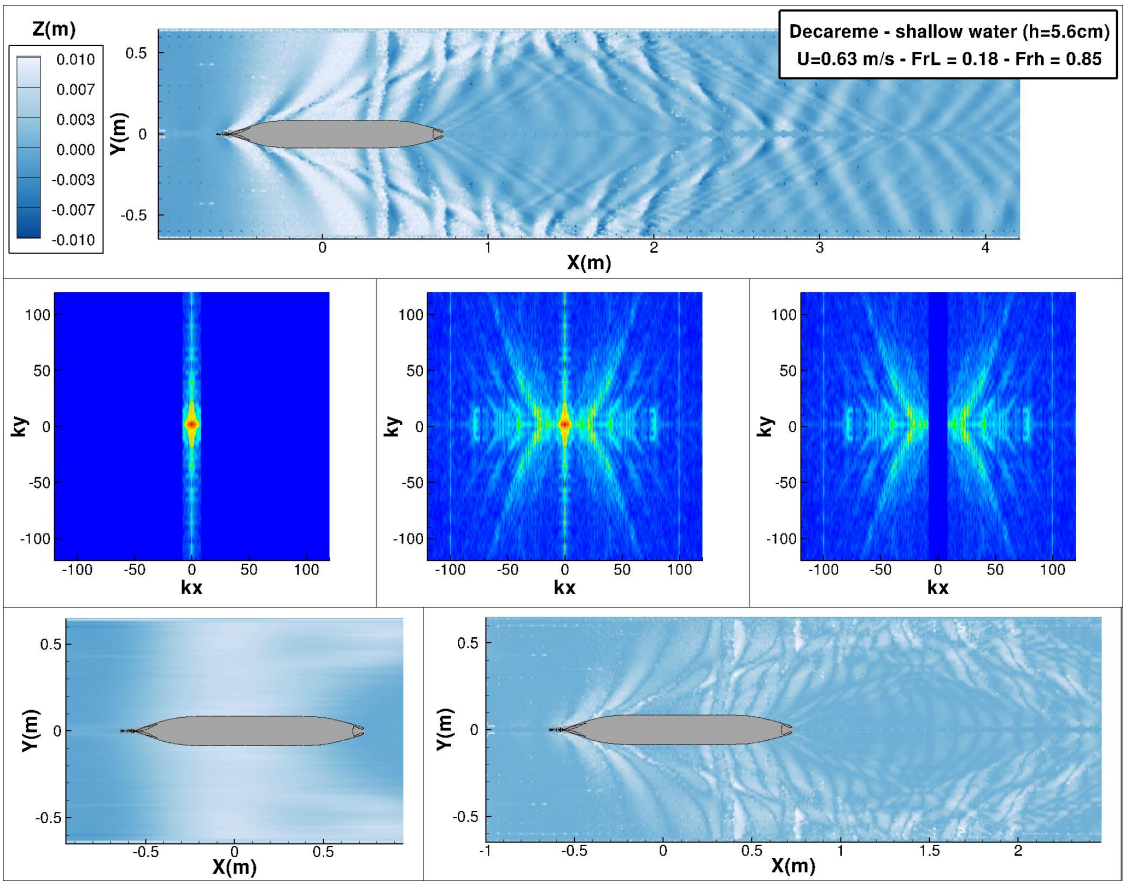


Figure SI18. Fourier space of a wake measured by stereo-refraction and effect of the filter: hydrodynamic response ($k_x < k_c$), wake ($k_x > k_c$). The keel of the boat makes an angle of 0.13 ° with the horizontal (stern sunk).

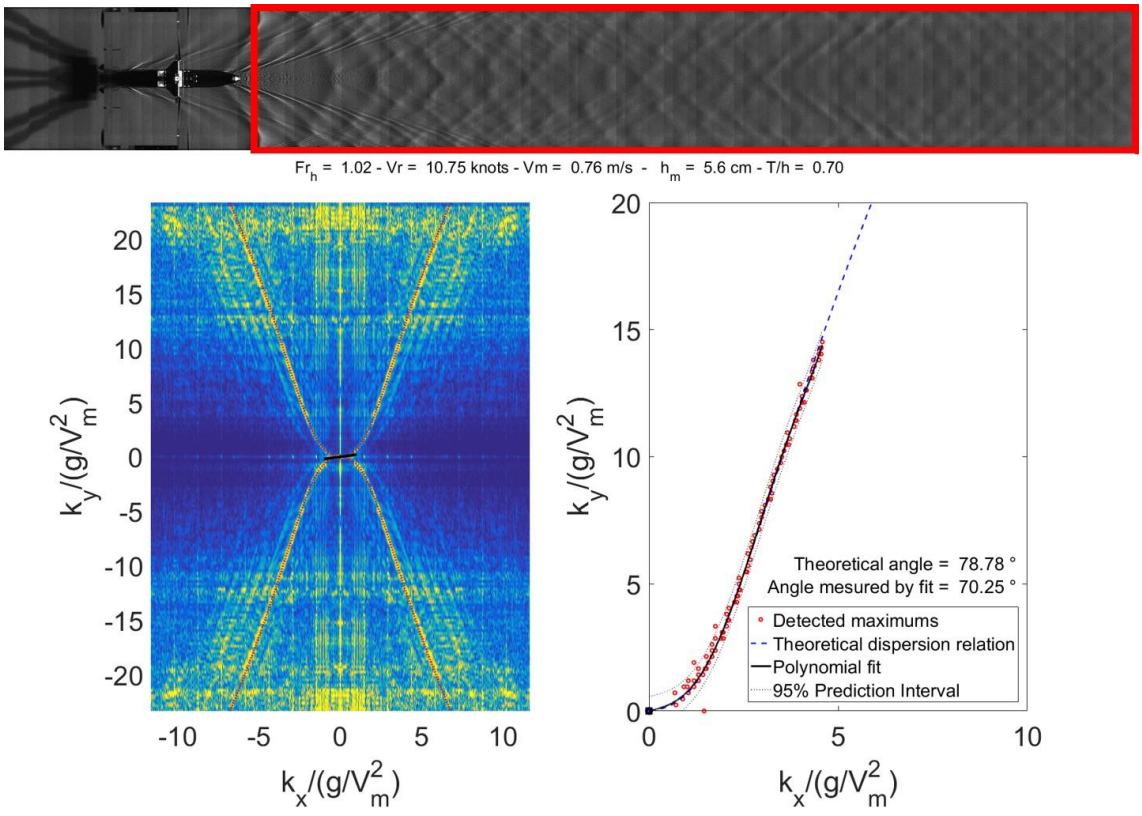


Figure SI19. Processing of a top view of the echeneidian wake by Fast Fourier Transform at Fr_h=1.02. The FFT is done on the red box with a simple visualization by a top camera.

9.6 (d) reduced model limits

On a real scale, the capillary term k^3 in the dispersion relation can be neglected, and the waves considered as purely gravity. However, by carrying out the reduced model experiments, this term can have an impact. Thus, by calculating theoretically the cut-off wavenumber for the transverse waves with (k_c) and without surface tension (k_c^σ), we may find a difference of up to more than 100% (Figure SI20). In the case of our experiments, the difference does not exceed 4%, for the lowest speeds tested in decareme configuration. Thus, the scale of our model does not involve significant additional capillary effects

$$k_y = 0 \Rightarrow k = k_x = k_c$$
$$0 = {V_m}^2 {k_c^\sigma}^2 - \left(g k_c^\sigma + \frac{\sigma}{\rho} {k_c^\sigma}^3\right) \tanh(k_c^\sigma h)$$
$$0 = {V_m}^2 {k_c}^2 - g k_c \tanh(k_c h)$$

The reduced model tests are also limited by the velocity V_m = 23 cm/s (Rousseaux et al., 2010), below which the wake is killed by capillary effects (black area on the Figure SI20).

The experiments are carried out in a towing tank, which generates additional confinements to the vertical confinement (A_n = *T/h*): a transverse confinement (*B/W*), and a "sectional confinement" (m=A_b/A_c). The first leads to reflections of the wake on the walls of the canal (reflections creating interferences). The second generates a return current and causes a water level drawdown of the ship (Pompée, 2015). According to Schijf's theory, some of tested configurations are in transcritical regime. With side visualizations, we checked that the model did not lead to a significant water level drawdown of the ship. The transcritical effect becomes important only for excessive speeds (V_R > 12 knots).

Because we have chosen a geometric scaling and a Froude scaling, hence the Reynolds scaling cannot be respected. Thus, we have a factor between the real-scale Reynolds number, and the Reynolds number model:

$$\mathrm{Re}_m = V_m L_m \frac{1}{\nu} = \frac{V_R}{\sqrt{\lambda}} \frac{L_R}{\lambda} \frac{1}{\nu} = \frac{\mathrm{Re}_R}{\lambda^{3/2}}$$

In decareme configuration, we have $\mathrm{Re}_m = \frac{\mathrm{Re}_R}{392}$, and in trireme configuration, $\mathrm{Re}_m = \frac{\mathrm{Re}_R}{138}$. Re_R is in the order of 10^8, thus, Re_m is in the order of 10^6, so we are still in a turbulent Reynolds number regime.

As the Reynolds scaling is not respected, we have to calculate the viscosity in order to take into account the effect of scales. Doutreleau et al., (2011) give a calculation of the kinematic viscosity. For the model:

$$\nu = ([0.585(t_W - 12)10^{-3} - 0.03761](t_W - 12) + 1.235)10^{-6}$$

For the real-scale:

$$\nu = ([0.659(t_W - 1)10^{-3} - 0.05076](t_W - 12) + 1.7688)10^{-6}$$

With t_W the water temperature (t_W was 15°C at Actium, and 21°C in our towing tank).

Finally, since the channel has a finite length (20 m), and our measurement zone was 10m from the starting point, unsteady effects may occur. However, apart from the high speeds tested but unrealistic at full scale (exceeding 12 knots), the wake appeared to have stabilized as the boat passed through the study area (see Robbins et al., 2011; Macfarlane and Graham-Parker, 2018).

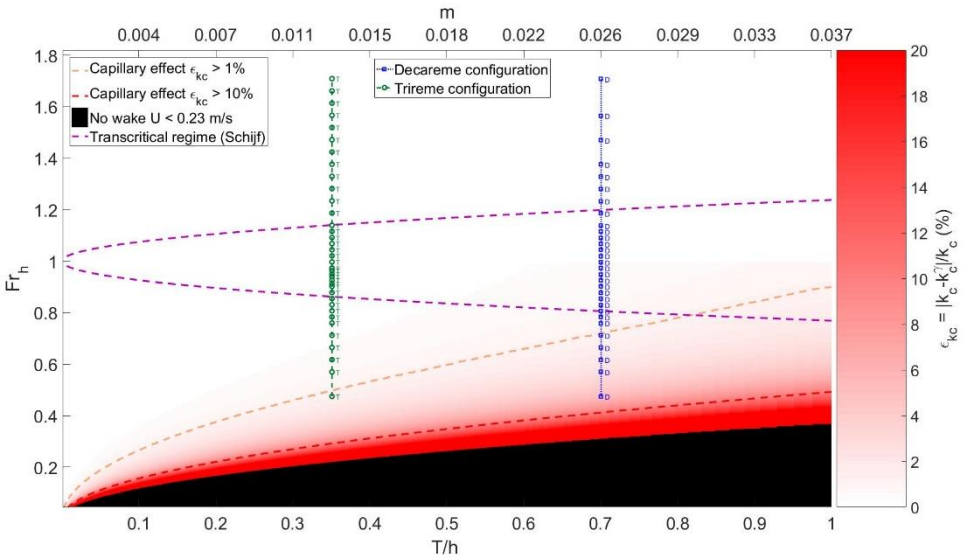


Figure SI20. Capillary effect as a function of the ratio *T/h,* and the Froude. In the black zone, the capillary effects suppress the wake. Green *T* and blue *D* are configurations made in the towing tank. Purple lines are the borders of the transcritical regime according to Schijf's theory.

The dual nature of the dead-water phenomenology: Nansen versus Ekman wave-making drags

Johan Fourdrinoy[a], Julien Dambrine[b],Madalina Petcu[b,c,d]
Morgan Pierre[b], Germain Rousseaux[a*]

[a]Institut Pprime, CNRS, Université de Poitiers Institut supérieur de l'aéronautique et de l'espace (École nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique (ISAE-ENSMA), 86073 Poitiers Cedex 9, France
[b]Laboratoire de Mathématiques et Applications, Université de Poitiers-CNRS, 86073 Poitiers Cedex 9, France
[c]Institute of Mathematics of the Romanian Academy, 010702 Bucharest, Romania.
[d]The Institute of Statistics and Applied Mathematics of the Romanian Academy Bucharest, 050711 Romania.
[*]Corresponding author: Germain Rousseaux. germain.rousseaux@univ-poitiers.fr

PNAS first published July 8, 2020. https://doi.org/10.1073/pnas.1922584117

Abstract

A ship encounters a higher drag in a stratified fluid compared to a homogeneous one. Grouped under the same "dead-water" vocabulary, two wave-making resistance phenomena have been historically reported. The first, the Nansen wave-making drag, generates a stationary internal wake which produces a kinematic drag with a noticeable hysteresis. The second, the Ekman wave-making drag, is characterized by velocity oscillations caused by a dynamical resistance whose origin is still unclear. The latter has been justified previously by a periodic emission of nonlinear internal waves. Here we show that these speed variations are due to the generation of an internal dispersive undulating depression produced during the initial acceleration of the ship within a linear regime. The dispersive undulating depression front and its subsequent whelps act as a bumpy treadmill on which the ship would move back and forth. We provide an analytical description of the coupled dynamics of the ship and the wave, which demonstrates the unsteady motion of the ship. Thanks to dynamic calculations substantiated by laboratory experiments, we prove that this oscillating regime is only temporary: the ship will escape the transient Ekman regime while maintaining its propulsion force, reaching the asymptotic Nansen limit. In addition, we show that the lateral confinement, often imposed by experimental setups or in harbors and locks, exacerbates oscillations and modifies the asymptotic speed.

Keywords: Stratified fluids | Dead-water | Wave-making drags | Linear dispersive undulating depression | Lateral confinement

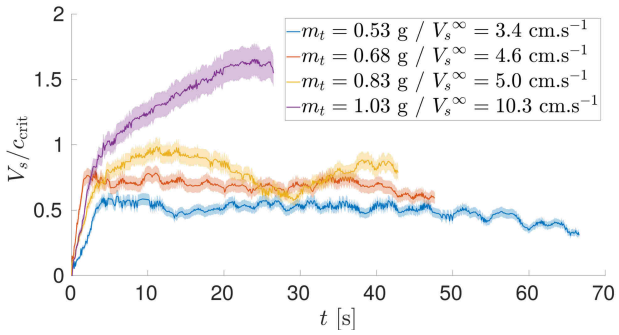


Figure 1: Time evolutions of the ship speed for different constant towing forces. In yellow (purple), the ship reaches an oscillating (ballistic) regime. Speed error $\Delta V_S = 7.2 \times 10^{-2} V_S + 1.8 \times 10^{-4}$ $\left[\mathrm{m \cdot s^{-1}}\right]$. Configuration data in SI Appendix, Table S1.

The dead-water effect is a physical phenomenon developing in fluids stratified in density, typically in fjords [**?**, **?**] or harbors [**?**]. After recording the testimony of sailors and explorers like Nansen [**?**], Ekman [**?**] was the first to study it scientifically in 1904. By reproducing this phenomenon in the laboratory, he observed a higher ship resistance in a stratified fluid than in a homogeneous one as reported in the field. The internal waves' formation converts the kinetic energy of the ship into the wake potential energy, the so-called wave-making drag due to the generation of an interval waves wake (see SI Appendix, fig. S1 and movie S1). For a step-like density profile, the maximum interface waves' velocity is set as [**?**] $c_\phi = \sqrt{g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{h_2 h_1}{h_2 + h_1}}$, depending on the pycnocline parameters: the height and the density of the two superposed layers in the gravity field g, respectively (h_1, ρ_1) for the upper layer and (h_2, ρ_2) for the lower layer. Analytical studies [**?**] show that the critical velocity is slower than this theoretical prediction, as experimentally confirmed [**?**, **?**, **?**]; $c_{\mathrm{crit}} \approx 0.8 c_\phi$ where the physical of origin is still an open question in the literature. Our own results are consistent with this value in the following. Based on a definition of a renormalized internal Froude number $\mathrm{Fr} = V_s / c_{\mathrm{crit}}$, a dimensionless measure of the ship speed, the drag due to the internal wake is all the more important as the ship speed is close to c_{crit} ($\mathrm{Fr} \approx 1$). For larger speeds ($\mathrm{Fr} > 1$), the internal wave-making resistance decreases until it becomes negligible compared to the viscous drag. In seeking to impose a constant speed, Ekman [**?**] showed the existence of a hysteresis cycle: by exceeding a critical pulling force, the speed of the ship jumps to a much higher velocity with a behavior akin to a first order phase transition in thermodynamics. Thus, a speed range cannot be reached by a constant towing force: this branch of the drag-speed curve is unstable.

Ekman [**?**] classified different regimes according to the interface Froude number. If $\mathrm{Fr} < 1$, the ship accelerates to an asymptotic speed $V_s < c_{\mathrm{crit}}$ (blue and red curves in figure 1). With a bigger towing force, it is possible to exceed the local maximum, and reach a higher asymptotic speed $V_s > c_{\mathrm{crit}}$ (purple curve in figure 1). These regimes and their descriptions are taken up by modern studies [**?**, **?**, **?**] which distinguish a sub-critical and a supercritical regime for the wake since the ship reaches an asymptotic speed in both cases.

In addition to these ballistic regimes, Ekman displayed a periodic behavior for $\mathrm{Fr} < 1$. The ship accelerates then oscillates around an average speed $\langle V_s \rangle < c_{\mathrm{crit}}$. These fluctuations in speed are all the more marked as $\langle V_s \rangle$ is close to c_{crit} (yellow curve in figure 1), giving the impression of a false ship stop. These speed oscillations should not be confused with the previously described hysteretic phenomenon, where it is necessary to change the towing force to jump from one speed to another. Mercier *et al.* [**?**], suggested that the to and fro motion is due to the interaction of nonlinear internal waves with the ship, and that linear models introduced by Ekman [**?**] or Miloh *et al.* [**?**] are not sufficient to explain it. Therefore, under the vocabulary dead-water, we must distinguish two wave-making resistance phenomena: the kinematic drag from the dynamic resistance. We choose to name the first "Nansen wave-making drag", and the second, the "Ekman wave-making drag" which is more extensively probed in this paper. Some studies [**?**, **?**, **?**, **?**, **?**] make the choice to pull at constant speed, to probe the stationary Nansen wave-making drag, without the dynamic Ekman wave-making drag which is explored by towing at constant force.

Results

Ekman-like experiment: observation of the ship dynamics and the pycnocline

In order to understand the physical roots of the Ekman wave-making drag, we reproduce the seminal 1904 Ekman's experiments with a constant towing mass (see experimental methods and SI Appendix, fig. S2 and table S1). The ship model is 0.10 m wide (B_b) and 0.20 m long (L_b); the canal is 0.37 m wide (W) and 3 m long (L). The waves observed

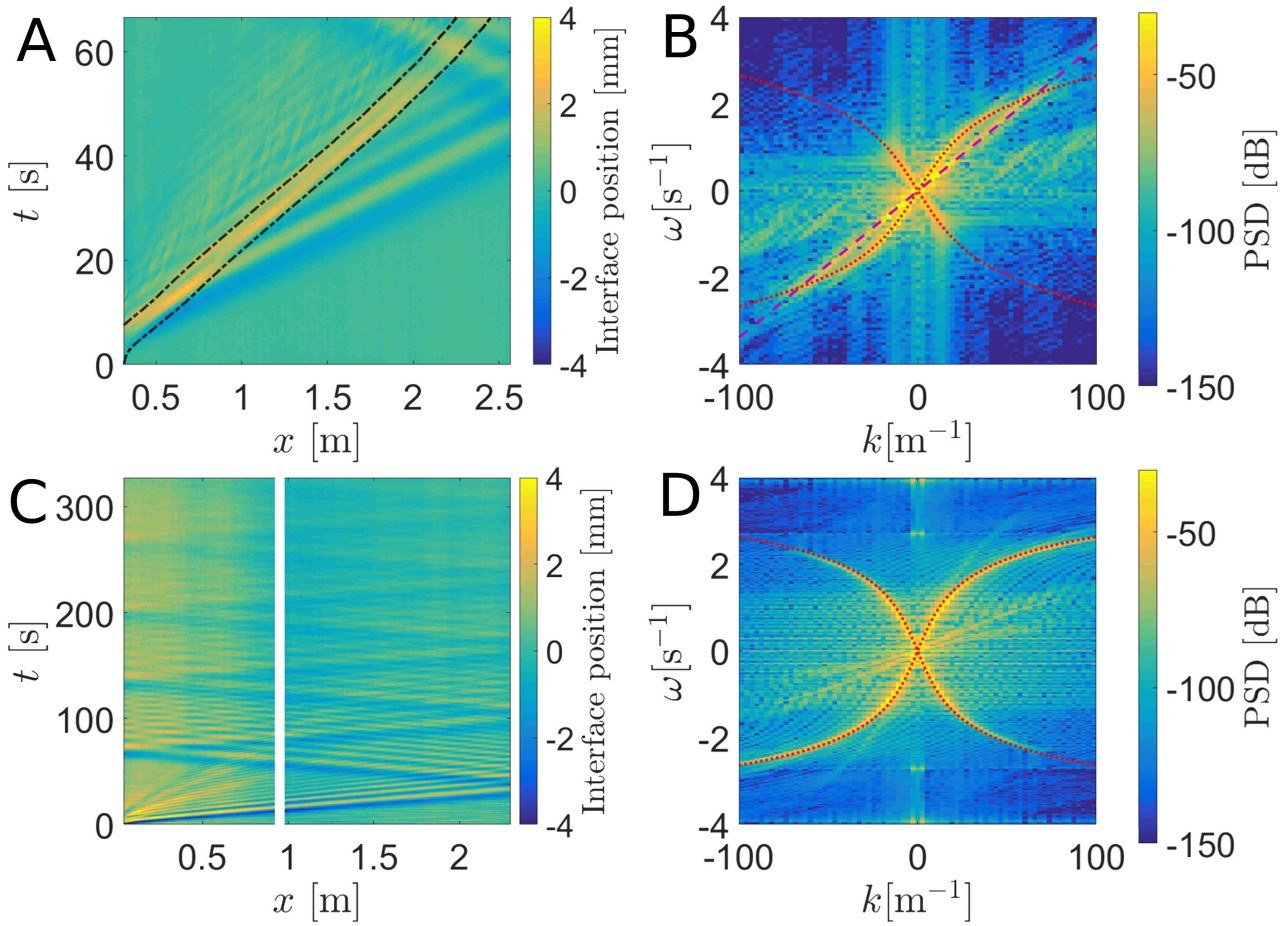


Figure 2: Space-time and spectral diagrams of an Ekman-like experiment (a-b) and a Scott Russell-like experiment (c-d). In (a), black dash-dot curves symbolize the ship position. In (b) and (d), red dotted curve represents the dispersion relation discussed by Fructus and Grue [**?**] (multiplied by a corrective factor 0.8 in the Ekman-like experiment). In (b), the purple dashed line represents the advective branch $\omega = V_s k$. The vertical white bar in (c), at $x \approx 1$ m, is due to a measuring beam hiding a small part of the measurement zone. Configuration data in SI Appendix, Tables S1 and S2.

have a two-dimensional (2D) behavior, and the lateral confinement has an impact on the dynamics of the boat as we will see later. Unlike recent studies, we choose a weaker lateral confinement ($\frac{B_b}{W} = 0.27$ compared to 0.95 in the Mercier *et al.*'s experiments [**?**] or 0.48 in the Medjoub *et al.*'s experiments [**?**]). We set an initial double-layer step-like stratification, depositing a layer of freshwater on a layer of colored saline water using a sponge system. The ship is towed using a pulley system that guarantees constant mass and free speed, compensating the towing and drop-down rope weight. The ship model generates only internal waves at the pycnocline but does not reach a speed sufficiently large to generate a surface wake (see theoretical methods). Thanks to two cameras, we detect the interface by a sub-pixel method, which allows us to plot space-time diagrams. Diminishing lateral confinement induces a decrease in wave amplitudes and therefore requires a subpixel method in accuracy which allows a gain of a factor of 10 compared to a pixel method. It is then possible to study waves of the order of 100 µm in amplitude.

Two kinds of internal waves are observed when a ship is put into motion from rest. First, a subcritical depression forms under the ship and moves at the same speed, as if it was fastened to the ship. In the space-time diagram (figure 2a), this depression follows the position of the ship indicated by the dotted curve. This is the classical kinematic internal wake, responsible for the Nansen wave-making drag. When $\mathrm{Fr} > 1$, the wake converts to a supercritical hump with negative polarity, and the associated drag decreases. The subcritical wake is isolated and represented by the green dotted curve in figure 3. Secondly, another internal wave is observed at the bow, when $\mathrm{Fr} < 1$. In the space-time diagram (figure 2a), this front wave with negative polarity and its whelps (secondary waves with oscillating polarities) escape from underneath the vessel and are then reflected on the canal wall. In figure 3 in red dashed curve, this previous wave is disentangled from the Nansen wake. Since Ekman, this wave has been described as a "solitary wave" [**?**], which "evolves freely" and whose "shape remains almost unchanged" [**?**]. We will show that this wave is actually not a non-linear solution of a solitary type as believed by previous authors, but a linear internal dispersive undulating depression [**?**].

Spectral domain and dispersion relation

For this purpose, we disentangle these two wave systems in the spectral domain (k, ω) obtained by Fourier transform of the space-time diagram. An advective branch $\omega = V_s k$ (purple dashed curve on figure 2b), with a slope equal to the ship speed, corresponds to the classical kinematic internal wake (Nansen wave-making drag). A S-shaped branch (red dotted curve on figure 2b), with a zero-point tangent slope equal to $c_{\mathrm{crit}} = 0.8 \times c_\phi$, coincides with the dispersive undulating depression. This latter curve fits the dispersion relation proposed by Fructus & Grue [**?**](see theoretical methods and figure S3). In an Ekman-like experiment featuring the ship, an artificial fitting factor 0.8 must multiply the Grue's dispersion relation in order to comply with the maximum dispersive undulating depression velocity c_{crit} observed experimentally.

Scott Russell-like experiment: proof of a linear dispersive undulating depression

To better study this dispersive undulating depression, we seek to isolate it from the classical kinematic internal wake by removing the ship and replacing it by a withdrawing object. Indeed, we reproduce an 1844 experiment by Scott Russell [**?**], in shallow layer of an homogeneous fluid by a double-layer one: we create a hollow space in the stratified column at one canal extremity by removing a parallelepiped object plunged initially in the fluid (see experimental methods and SI Appendix, fig. S2 and table S2). A dispersive undulating depression (namely, a linear undulatory structure with a front of negative polarity followed by a tail made of secondary whelps) is created in order to fill the void created at the pycnocline by the withdrawal of the object. It propagates and it is reflected several times on the aquarium walls. Reflections allow a longer acquisition t_{ac} of the phenomenon (figure 2c), therefore a better frequency resolution ($\Delta\omega = \frac{2\pi}{t_{\mathrm{ac}}}$), and an observation of the wave's evolution. We observe the S-shaped branch describing the dispersive undulating depression in the first and third quadrants (figure 2d), as well as its reflection in the second and fourth quadrants. Two advective branches with low speeds can also be observed, resulting from a breaking wave created by the initial perturbation [**?**] (observable on the corresponding space-time diagram figure 2c). The study of these modes is not the subject of this paper and will be explored in a future work. The maximum dispersive undulating depression velocity equals $c_{\mathrm{crit}} = c_\phi$ and not $c_{\mathrm{crit}} = 0.8 c_\phi$ as in an Ekman-like experiment. The subsequent whelps are slower and slower. Thus, unlike a solitonic-type wave, the front wave is asymmetrical, the front wave and the whelps spread out (their amplitudes decrease, and their wavelengths increase). From the front wave skewness or the ratio between its amplitude and wavelength, Xu *et al.* [**?**] give several criteria to decide if an internal wave has a solitonic behavior or a dispersive undulating depression one. According to them, if after 100 seconds of propagation the wave has an amplitude greater than 3% of its half-length, then the structure is not linear. In the previous Ekman-like experiment (figure 2a and 3), we measure after 30 seconds $\frac{A_w}{L_w} \approx 0.3\%$, which continues to decrease over time (see SI Appendix, fig. S4): the Ekman transient effect does correspond to a linear dispersive undulating depression [**?**].

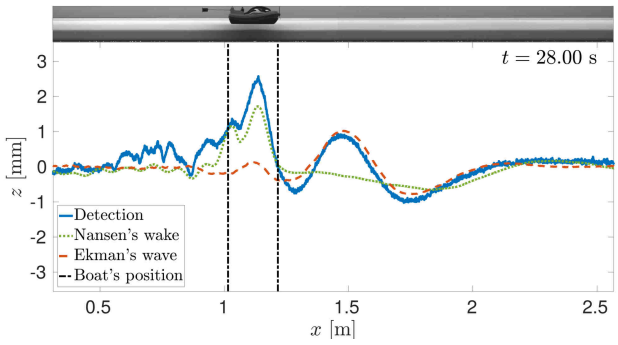


Figure 3: Decomposition of the interface deformation (solid blue curve) into its two components: the dispersive undulating depression (red dashed curve) and the classical internal wake (green dotted curve). The decomposition is done from the spectral space, filtering around the branches corresponding to each wave (see SI Appendix, movie S2). Configuration data in SI Appendix, Table S1.

The coupled dynamics of the ship and the wave

To disentangle the dispersive undulating depression from the wake, we filter separately the different branches in the spectral domain, before reverting to the space-time domain with an inverse Fourier transform (figure 3). Each whelp passage under the ship corresponds to a speed variation. Thus, the interactions between the ship and the dispersive undulating depression result in velocity oscillations as if the ship was moving on a bumpy treadmill. Moreover, the amplitudes of the subsequent whelps decrease in time. Therefore, we can assume that by keeping the same towing force for a sufficient duration, the velocity oscillations will decrease in amplitude until their disappearance.

Dynamic numerical computation and effect of lateral confinement

In order to test our analytical description of the coupled dynamics of the ship with the waves, we perform a dynamic numerical calculation. In these simulations the pulling force F_t is constant, and the ship speed V evolves according to Newton's principle: $m_b\dot{V} = F_t + F_d(V)$, where $F_d(V)$ is the fluid drag on the moving ship. The drag has two components here: the frictional drag and the internal wave drag. The frictional drag is proportional to the square of the velocity, through a coefficient that can be measured by performing measurements in a fluid with no stratification (see numerical methods and SI Appendix, fig. S5). The internal wave drag is computed using the same linearized irrotational two-fluids model from which the dispersion relation was established previously (see experimental methods). The effect of the ship on the fluid appears through a forcing term in the equation describing the internal wave, which is justified in the dimensionless draft $T_b/h_t \to 0$ limit, with $h_t = h_1 + h_2$ the total depth. Hence, the dependence of the internal-wave drag with V is highly non trivial and involves its history. Simulations allow us to reproduce experiments in an infinitely long canal. Even in cases where we observe an oscillating regime, the ship ends up reaching the asymptotic Nansen limit (figure 4). Thus, the Ekman wave-making drag is only a transient quasi-oscillatory regime.

The lateral confinement, defined by the beam-to-width ratio B_b/W, strongly impacts the dynamics of the ship. In a highly confined water, amplitudes of the classical wake and of the linear dispersive undulating depression are amplified. Indeed, the linear undulating depression is produced by a displacement of water which cannot propagate laterally because of the channel's walls. In open sea, the water is laterally unlimited, and the waves created are more divergent (figure 5) and with lower amplitude (which justifies requirement of the sub-pixel accuracy). In the presence of close walls, there are no more 3D effects and waves are parallel. In an intermediate case, like our configuration, we can observe reflections on the walls which generate minima and maxima in the middle of the channel (see SI Appendix, fig. S6 and movie S5). Thus, the closer beam-to-width ratio B_b/W is to 1, the greater the amplitudes of the waves, and the stronger the wave-making resistance (see SI Appendix, fig. S7 and movie S3). This then exacerbates the speed quasi-oscillations and the Ekman wave-making drag. The Nansen wave-making drag is also impacted by the lateral confinement B_b/W, as it is well known in a mono-layer either in infinite depth [**?**] or finite depth [**?**]. In sub-critical regime $V_b < c_{\text{crit}}$, the wake-making resistance is greater in the confined configuration than in the unconfined. On the contrary, in super-critical regime $V_b > c_{\text{crit}}$, the wake-making resistance is lower in the confined configuration than in the non-confined (see SI Appendix, fig. S8). However, this is not just a laboratory's observation: ships can move in confined and stratified environments and endure this marked phenomenon such as in harbors or locks, or in geographical complexities such as the strait of the Ambracian Gulf [**?**].

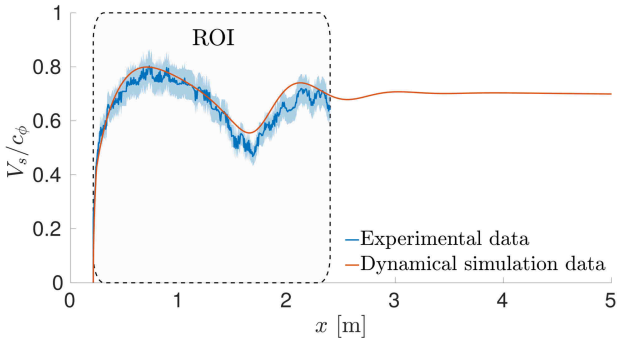


Figure 4: Comparison between dynamic calculations and experimental measurements. The simulation allows a longer canal. The ship leaves the quasi-oscillating regime and reaches a ballistic regime. Configuration data in SI Appendix, Tables S1.

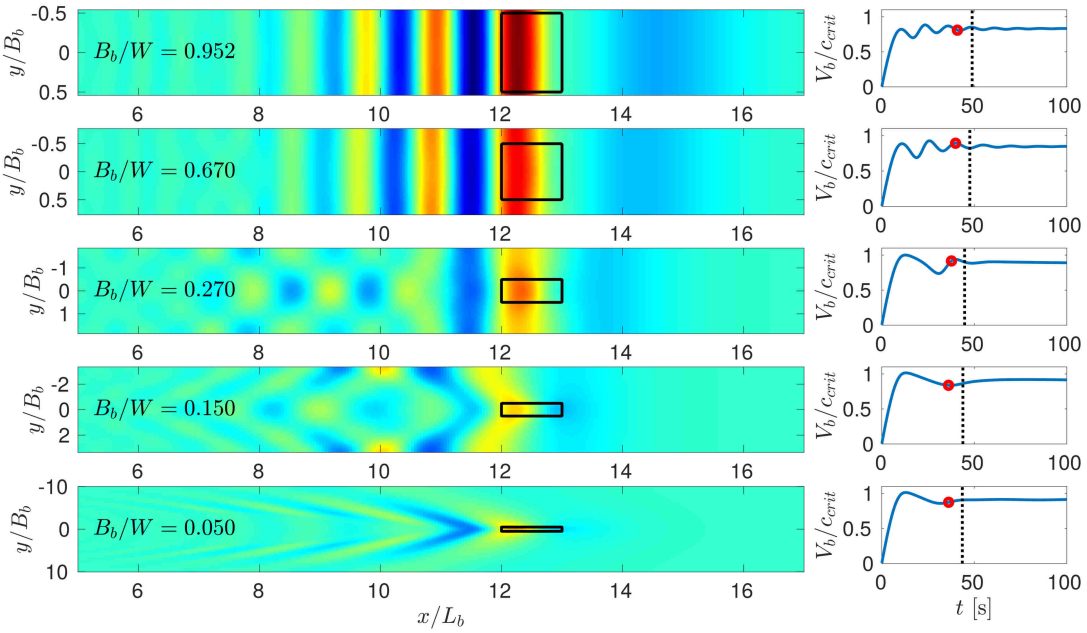


Figure 5: Numerical calculations of the 2D interface's deformation (left) for different lateral confinements ($B_b/W = 0.952$ corresponds to [?]; $B_b/W = 0.670$ to [?]; $B_b/W = 0.270$ to [?]) and our configuration, with B_b the beam and W the channel's width. A narrow channel prevents 3d effects and amplifies the classical internal wake (Nansen wave-making drag) and the dispersive undulating depression (Ekman wave-making drag). So the dynamics of the boat are impacted (right). Red circles indicate when deformations are represented; Black dotted curve is the limitation of 3 m corresponding to our channel length.

Discussion

A ship moving in a stratified fluid generates an internal wake responsible for a kinematic drag, which we name the Nansen wave-making drag. In addition to this wake, the ship produces during its initial acceleration a linear dispersive undulating depression. The interactions between the vessel and the latter create the ship speed oscillations. Contrary to previous studies, a linear analytical model reproduces numerically for the first time these interactions and the ship behavior (see SI Appendix, movie S4). Due to the linear nature of the dispersive undulating depression, this interaction decreases in amplitude over time. The quasi-oscillating regime, which we name the Ekman wave-making drag, is only a transient regime. Thus, there are two types of waves superimposed with a weak interaction among both but more a superposition. The Ekman wave-making drag modulates the Nansen wave-making drag until it becomes negligible compared to the latter.

A linear analytical calculation makes it possible to model experiments in wider and longer channels than laboratory's channels. This made it possible to highlight the impact of lateral confinement on the ship's dynamics. By amplifying the amplitudes of the waves, the confinement intensifies the Ekman wave-making drag and has facilitated for more than a century the observation of this particular ship's dynamics. However, such confinement hides the 3D waves' behavior, and does not represent classical ship dynamics in open sea. Future experiments must take this result into consideration. A wide channel allows to limit the number of speed oscillations and therefore makes it possible to reach the steady state more quickly with a subsequent shorter laboratory channel. On the contrary, a narrow channel amplifies the speed oscillations, so requires a longer channel to study the steady state. Moreover, large amplitudes can cause non-linear effects. We believe to have solved a more than one century mystery with respect to the true nature of the dead-water effect. Unfortunately, none laboratory experiments have really studied the original Nansen wave-making drag per se...

Materiels and Methods

Experimental methods

We chose a wide water tank ($L = 3$ m; $W = 0.37$ m; $H = 0.40$ m), which reduces the effects of lateral confinement in comparison to previous studies [**?**, **?**, **?**] ($B_b/W = 0.27$). A silicon gasket was used to seal the glasses. To better visualize the internal waves, a white board is placed behind the tank to get a uniform background thanks to the use of a light-emitting diode lighting system. Two side cameras, placed 3 m from the tank, record a lateral region of interest (ROI) of 2.25 m long, with a spatial resolution of $\Delta x = 5.6 \times 10^{-4}$ m. These are grayscale Point Grey cameras with complementary metal-oxide-semiconductor technology, triggered and controlled by a user interface. We record at $f_{\rm ac} = 45$ fps during the Ekman-like experiments and at $f_{\rm ac} = 25$ fps during the Scott Russell-like experiments keeping the same maximum number of images (4096). We set a step-like stratification in density, with the goal of having a two-layer fluid. On the first layer, previously saline and coloured in red, we deposit a layer of transparent freshwater. In order to avoid mixing, we need to reduce as maximum as possible the turbulence. The freshwater is transferred to the experimental tank by gravity, and poured on top of three floating sponges ($Q \approx 20$ L/h for each sponge). This process is very slow (about 10 minutes per centimeter), and allows a good separation between both layers. The density profile is measured with an Anton Paar DMA 35 digital density meter just after the stratification is built. The mass diffusivity of salt in water is measured as 1.8×10^{-8} m$\cdot$s^{-1}. The water is at room temperature (around 293 Kelvin).

In an Ekman-like experiment (see SI Appendix, fig. S2, top), we tow a ship with a constant force. A small sized Playmobil®ship was used for the experiments ($L_b = 20 \times 10^{-2}$ m; $B_b = 10 \times 10^{-2}$ m; $T_b = 2.4 \times 10^{-2}$ m) [**?**]. We add lead weights to adjust the draft. Its total mass is $M_b = 0.354$ kg. To remove its holes and irregularities, the ship hull was filled with resin and sanded. The towing system is composed of three pulleys. The first two form a horizontal loop, which is connected to a third one placed above and linked to a vertical wire featuring a towing mass attached by a hook. A wire extension is also hung on the hook, with a sufficient length to keep contact with the ground, compensating for the wire lengthening with the purpose of getting a constant towing mass. An initial mass can be added near the ground to facilitate the start to overcome both the static friction forces and the dynamic ones due to the pulleys. The ship is hooked to the horizontal loop by two independent free vertical T-shape rods connected to the horizontal towing wire, one to the bow and the other to the stern. This setup allows pitches, heaves and surges, while preventing sways, rolls and yaws. The ship start is controlled by an electromagnet with a trigger as well as the cameras recording. However, when the ship stops while reaching the aquarium end, perturbations are generated due to the ship final motions.

In a Scott Russell-like experiment (see SI Appendix, fig. S2, bottom), a negative polarity perturbation is created at the pycnocline and its evolution is recorded. A parallelepiped object 0.37 m wide, 0.119 m long and 4.0×10^{-2} m height, is placed at the end of the canal, immersed by a draft $T_{\rm SR} = 2.4 \times 10^{-2}$ m within the lower layer h_2. A counterweight system raises this block with a manual procedure, on a distance equal to the draft. So the block is lifted up to the water level limit, without being fully emerged. In addition to cameras, a Microsonic Mic+340 acoustic sensor measures the deformation of the free surface in one position. Since there is no disturbance created by the ship stop, we can study the

dispersive undulating depression and its reflections in the long run. The measurement time is therefore longer, which induces a better frequency resolution in the spectral domain.

The pycnocline is detected by the brightness gradient between the red saline water (appearing black on black and white cameras) and the transparent freshwater (appearing white on cameras). A MATLAB script automates this detection. At first, the script looks for the maximum brightness gradient. This step allows a fast detection of the interface with a precision of the order of the pixel. The brightness profile is fitted with a tanh curve, which increases the precision by a factor 10. This method, called subpixel, is necessary for the study of low amplitude waves of the order of 10 μm in height. Between two frames, the ship displacement is small. Using a cross-correlation method we can go back to this displacement vector with a subpixel precision. This vector is converted to a velocity using the time and spatial resolutions. The ship speed measurement uncertainty is $\Delta V_S = \pm\left(\frac{0.1\Delta x}{2\sqrt{3}dt} + \frac{V_s}{2\sqrt{3}f_{\mathrm{ac}}dt}\right)$ with dt the time between the two frames of the cross-correlation. The measurement of the ship displacement is done on 4 images, so $dt = 4/f_{\mathrm{ac}}$ and $\Delta V_S = 7.2\times10^{-2}V_S + 1.8\times10^{-4}$ $\left[\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$.

The ship model is subject to separate resistance components:

$$R_t = R_\nu + R_s + R_h + R_f + R_W$$

where R_ν is the viscous friction, R_s is the free surface wave-making resistance, R_h is the hydraulic resistance due to confinement, R_f is the solid friction due to pulleys, and R_W is the internal wave-making resistance (with both the Nansen and Ekman contributions). We can have access to the four firsts by tests in homogeneous water. The model speed is less than the Landau threshold (0.23 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$), so there is no surface wake [**?**] and $R_s = 0$ because of surface tension effects. According to correlation proposed by the International Towing Tank Conference (if $T_b/h \ll 1$ and $B_b/W \ll 1$), the viscous drag is given by $R_\nu = KV_s^2$ and $R_h \approx 0$. We find empirically in homogeneous configuration (see SI Appendix, fig. S5), a total resistance (with $R_W = 0$): $R_t = 3.44\times10^{-1}V_s^2 + 5.2\times10^{-3}$ [N], including a static resistance, due to the towing system, which must be exceeded to launch the ship. This empirical relation is valid only for our ship model, and for $T_b/h \ll 1$. If $T_b/h \approx 1$, greater resistance effects must be taken into account. We add to the homogeneous resistance, the internal wave-making resistance calculate below (see numerical methods).

Theoretical methods

The dispersion relation proposed by Fructus and Grue [**?**] is given by:

$$K_\delta{}^2 - k\left[\coth\left(kh_1\right) + \coth\left(kh_2\right)\right]K_\delta\coth\left(K_\delta\delta\right) - k^2\coth\left(kh_1\right)\coth\left(kh_2\right) = 0$$

with $K_\delta = k\sqrt{{N_0}^2/\omega^2 - 1}$, the thickness of the pycnocline δ, and the constant buoyancy frequency $N_0 = \sqrt{-\frac{g}{\rho_2}\frac{\partial\rho}{\partial z}} \approx \sqrt{\frac{g}{\rho_2}\frac{\rho_2-\rho_1}{\delta}}$. The limit $\delta \to 0$ matches with the dispersion relation proposed by Stokes [**?**] :

$$\omega = \sqrt{g\frac{\left(\rho_2-\rho_1\right)|k|}{\rho_1\cot|kh_1| + \rho_2\cot|kh_2|}}$$

The latter does not take into account the thickness of the pycnocline. Since the salt diffuses trough the water, the thickness tends to increase. Thus, the relation proposed by Stokes is valid momentarily, when the density profile is close to a step. Moreover, when the wavenumber $k \to 0$, Grue's and Stokes' expressions are identical, and $\omega \to c_\phi k$.

Numerical methods

Let us describe the calculation of the internal wave resistance. Let us suppose that the hull of the ship can be described by a function $f(x,y)$ and that its position is $X(t)$. The shape function f is defined such that it is zero outside of the rectangle $]-L/2, L/2[\times]-B/2, B/2[$ and defined inside by a fourth order polynomial :

$$f(x,y) = T\,\frac{(x^4-(L/2)^4)(y^4-(B/2)^4)}{(LB/4)^4}$$

This choices defines a smooth yet bulky hull shape with a length L, beam B and depth T.

First, using Newton's second law, the motion of the boat is described by the following differential equation :

$$m_b\ddot{X}(t) = -R_t(X(t),\dot{X}(t))\,, \tag{1}$$

where m_b is the mass of the boat, and R_t is the total resistance experienced by the boat. Let us now describe how the wave component of this resistance is determined (the expression of the other components is detailed in the main article).

Using the equation of Bernoulli, and integrating the pressure on the surface of the hull [**?**], we obtain:

$$R_W = \rho_1 \int_0^L \int_{-W/2}^{W/2} \frac{\partial \phi}{\partial t}(x,y,t)\,\frac{\partial f}{\partial x}(x - X(t), y)\,dxdy \tag{2}$$

where ϕ is the velocity potential at the free surface that is supposed to behave like a wall. Using the linearized theory of internal waves, the 2D Fourier transform of the surface potential evolves according to:

$$\frac{\partial^2 \widehat{\phi}}{\partial t^2} = \omega^2 \widehat{\phi} + \widehat{g}$$

where ω is given by the Stokes' dispersion relation [**?**] and $\widehat{g}$ is the forcing term that takes into account the motion of the hull:

$$\widehat{g} = \left(\alpha \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \beta\omega^2\right)\lambda(t,k) \tag{3}$$

with:

$$\alpha = \frac{\rho_2 \coth|kh_1| \coth|kh_2| + \rho_1}{\rho_1 \coth|kh_1| + \rho_2 \coth|kh_2|}$$

$$\beta = \frac{(\rho_2 \coth|kh_1| \coth|kh_2| + \rho_1)\sinh^2|kh_2| + \rho_1}{(\rho_1 \coth|kh_1| + \rho_2 \coth|kh_2|)\sinh^2|kh_2|}$$

and:

$$\lambda(t,k) = -i\dot{X}(t)\frac{k_x}{|k|}e^{-ikX(t)}\widehat{f}(k)$$

From a numerical point of view, we rely on an explicit scheme for the motion of the boat and an exact exponential scheme based on the use of the Fast Fourier Transform (FFT) for the evolution of the interface. On the one hand, since the boat is centered in the y-axis, the periodicity induced by FFT is equivalent to wall conditions on the sides ; on the other hand, we obtain the wall conditions on both ends of the canal by extending the wave deformation in an even fashion for negative values of x. Let us describe one iteration of the numerical code, assuming the ship's position X and velocity $\dot{X}$ and the interface potential Φ and its impulsion $\partial_t\Phi$ to be known at a given discrete time t_n. First we compute the wave resistance R_W using (2) from $\partial_t\Phi$, and X known at time t_n. Once the resistance is obtained, we update the ship's position and velocity by solving (1) with an explicit Euler's scheme. Finally, we can update Φ and $\partial_t\Phi$ by solving (3) exactly for the dispersive part using the FFT of Φ and $\partial_t\Phi$ from the previous step, and using an explicit Euler's scheme for the source term $\hat{g}$ (which depends on the ship's position and velocity that were just updated). Finally, the inverse FFT provides us with Φ and $\partial_t\Phi$ at time t_{n+1}.

A mesh study has been carried out. If a coarse mesh implies errors on the dynamics of the boat, i.e. the acceleration or speed oscillations (Ekman wave-making drag), it has only a moderate impact on the asymptotic behavior (Nansen wave-making drag).

Data Availability Statement

The authors will share their data, materials, and code upon reasonable request since they cannot be shared on an accessibility repository due to the fact that the Institut Pprime is a zone with restricted regimes according to the french laws on the protection of the scientific and technical potential (https://www.ssi.gouv.fr/guide/protection-du-potentiel-scientifique-et-technique-de-la-nation/). Email of corresponding author: germain.rousseaux@univ-poitiers.fr

Acknowledgments

This work was supported by the Interdisciplinary Mission of Centre national de la recherche scientifique (CNRS) in 2013, by the French National Research Agency through Grant ANR-15-CE30-0017-04 associated with the project HARALAB (Hawking radiation at the Laboratory), by the Action Concertée Incitative internal funding from the Pprime laboratory and benefits currently from the support of the project OFHYS (Optimisation de formes en hydrodynamique à surface libre) of the CNRS 80 Prime initiative in 2019-2020 from the Mission pour les Initiatives Transverses CNRS. We thank Y. Devaux, C. Caplier, M. Vivares, S. Khanal and G. Linder for their help in the course of experiments. We also thank J.-M. Mougenot, L. Dupuis, R. Bellanger and L. Mascarenhas for their technical contributions.

References

[1] F Nansen, O Sverdrup, *Farthest North.* (Archibald Constable) Vol. 1, (1897).

[2] J Grue, Calculating FRAM's dead water in *The Ocean in Motion: Circulation, Waves, Polar Oceanography*, Springer Oceanography, eds. MG Velarde, RY Tarakanov, AV Marchenko. (Springer International Publishing), pp. 41–53 (2018).

[3] G Delefortrie, M Vantorre, Ship manoeuvring behaviour in muddy navigation areas: State of the art in *4th MASHCON*, eds. K Uliczka, et al. (Bundesanstalt für Wasserbau), pp. 26–36 (2016).

[4] VW Ekman, On dead water in *Norwegian North Polar Expedition 1893–1896*, ed. AWB F. Nansen. Ch. XV. (Longmans, Green and Co.), pp. 1–150 (1904).

[5] AE Gill, *Atmosphere-Ocean dynamics (International Geophysics Series).* (academic press), (1982).

[6] T Miloh, M Tulin, G Zilman, Dead-water effects of a ship moving in stratified seas. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* **115**, 105 (1993).

[7] M Mercier, R Vasseur, T Dauxois, Resurrecting dead-water phenomenon. *Nonlinear Processes in Geophysics* **18**, 193–208 (2011).

[8] K Medjdoub, IM Jánosi, M Vincze, Laboratory investigations on the resonant feature of 'dead water' phenomenon. *Experiments in Fluids* **61**, 6 (2019).

[9] L Maas, H van Haren, Worden mooi-weer verdrinkingen door dood-water veroorzaakt. *Meteorologica* **15**, 211–216 (2006).

[10] LH Carpenter, GH Keulegan, *Disturbances due to the motion of a cylinder in a two-layer liquid system*, NBS report. (US Department of Commerce, National Bureau of Standards) Vol. 6622, (1960).

[11] ØA Arntsen, Disturbances, lift and drag forces due to the translation of a horizontal circular cylinder in stratified water. *Experiments in fluids* **21**, 387–400 (1996).

[12] Y Gou, W Xu, X Zhang, B Teng, Experiment study on the towing resistance of a barge in a two-layer fluid in *Proceedings of the 32nd International Workshop on Water Waves and Floating Bodies.* (Journal of Hydrodynamics), pp. 23–26 (year?).

[13] M Esmaeilpour, JE Martin, PM Carrica, Computational fluid dynamics study of the dead water problem. *Journal of Fluids Engineering* **140**, 031203 (2018).

[14] D Fructus, J Grue, Fully nonlinear solitary waves in a layered stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics* **505**, 323–347 (2004).

[15] GA El, MA Hoefer, Dispersive shock waves and modulation theory. *Physica D: Nonlinear Phenomena* **333**, 11–65 (2016).

[16] J Scott Russell, Report on wave in *Report of the fourteenth meeting*, ed. BA for the Advancement of Science. (British Association for the Advancement of Science), pp. 311–390 (1844).

[17] H Hüttemann, K Hutter, Baroclinic solitary water waves in a two-layer fluid system with diffusive interface. *Experiments in fluids* **30**, 317–326 (2001).

[18] C Xu, M Stastna, Internal waves in a shear background current: Transition from solitary-wave regime to dispersive-wave regime. *Physical Review Fluids* **4** (2019).

[19] L Srettensky, On the wave-making resistance of a ship moving along in a canal. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **22**, 1005–1013 (1936).

[20] T Inui, Wave-making resistance in shallow sea and in restricted water, with special reference to its discontinuities. *Journal of Zosen Kiokai* **1954**, 1–10 (1954).

[21] J Fourdrinoy, et al., The naval battle of actium and the myth of the ship-holder: the effect of bathymetry in *5th MASHCON*, eds. M Candries, E Lataire, K Eloot, G Delefortrie. (5th International Conference on Ship Manoeuvring in Shallow and Confined water, Knowledge centre for manoeuvring in shallow and confined water), pp. 103–133 (2019).

[22] I Carusotto, G Rousseaux, The Cerenkov effect revisited: from swimming ducks to zero modes in gravitational analogues in *Analogue Gravity Phenomenology.* (Springer), pp. 109–144 (2013).

[23] GG Stokes, On the theory of oscillatory waves. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* **8**, 197–229 (1847).

[24] AF Molland, SR Turnock, DA Hudson, *Ship resistance and propulsion.* (Cambridge university press), (2017).

[25] D Arcas, H Segur, Seismically generated tsunamis. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **370**, 1505–1542 (2012).

[26] S Trillo, M Klein, GF Clauss, M Onorato, Observation of dispersive shock waves developing from initial depressions in shallow water. *Physica D: Nonlinear Phenomena* **333**, 276–284 (2016).

[27] E Falcon, C Laroche, S Fauve, Observation of depression solitary surface waves on a thin fluid layer. *Physical review letters* **89**, 204501 (2002).

[28] CS Forester, *Hornblower and the Atropos.* (Michael Joseph) Vol. 5, (1953).

Supplementary Information for

The dual nature of the dead-water phenomenology: Nansen versus Ekman wave-making drags

Johan Fourdrinoy, Julien Dambrine,Madalina Petcu, Morgan Pierre, Germain Rousseaux

***Corresponding author: Germain Rousseaux. germain.rousseaux@univ-poitiers.fr**

This Supplementary Information includes
Supplementary text
Figures S1 to S8
Tables S1 to S2
Movies S1 to S5
SI References

Dispersive undulating depression vocabulary

In this paper, the linear wave structure responsible for the speed oscillations of the ship is named "Linear dispersive undulating depression". Because there is no clear scientific consensus on the term to adopt, this vocabulary has been subject to debate since the present authors have hesitated to call it a linear dispersive shock wave of the negative polarity type. For some authors the word shock evokes a discontinuity and therefore a non-linearity, while others use it to describe a linear structure [**?**]. Trillo *et al.* [**?**] use the term "dispersive shock wave" to describe undulatory structure with quasi-linear behaviors despite the fact that they used non-linear models to fit their experimental results . In our case, the dispersion prevents the formation of a shock. It is a "would-be dispersive shock-wave". In the literature, one can find the simple term of dispersive wave. However, we still fear confusion both with the dispersion shock wave expression used by some by some scientists as a non-linear structure and with the non-linear dispersive waves solutions of the Korteweg-de-Vries equations (KdV) namely solitons, as in the experiments of Falcon *et al.* [**?**]. Therefore, we have chosen to remove any ambiguity and to introduce the expression "Linear dispersive undulating depression". As a first approximation, it can be seen as the solution of the linearized KdV equation with an initial negative polarity condition without topological jumps at infinities : one notice the rounded shape of the fore front depression which is characteristic of linear structure as opposed to the constant slope behavior of non linear solutions like the ones used by Trillo *et al.* [**?**].

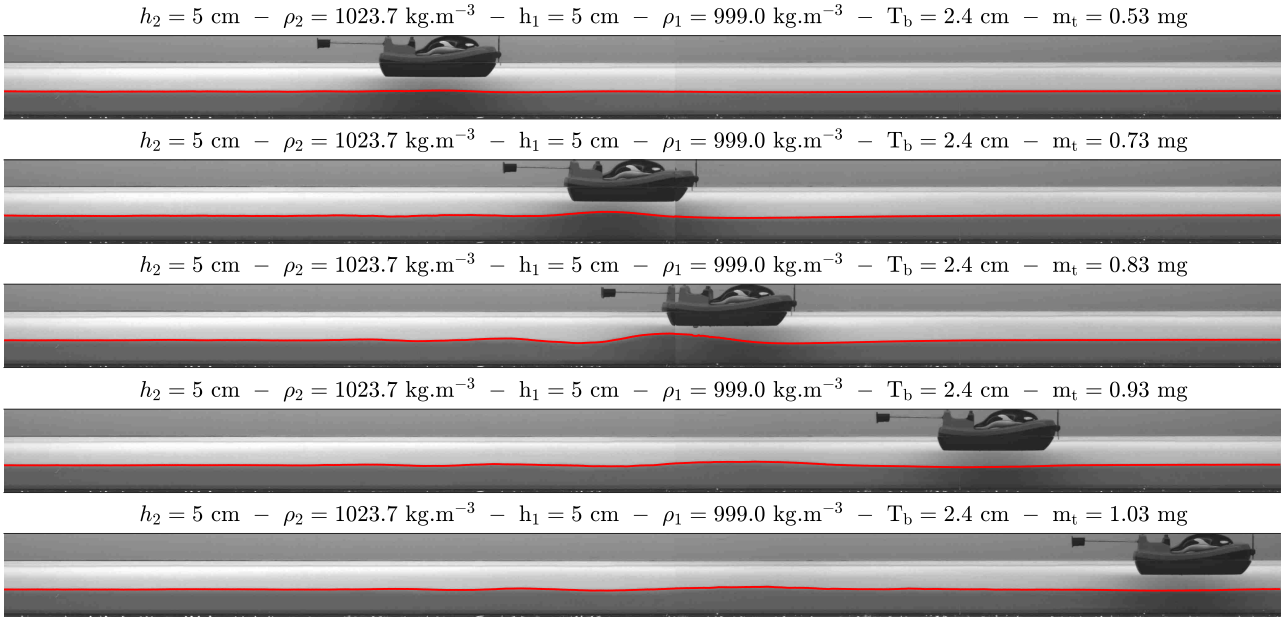


Figure 6: Side view of an Ekman-like experiment, for different towing forces. Red curves correspond to the pycnocline interfaces.

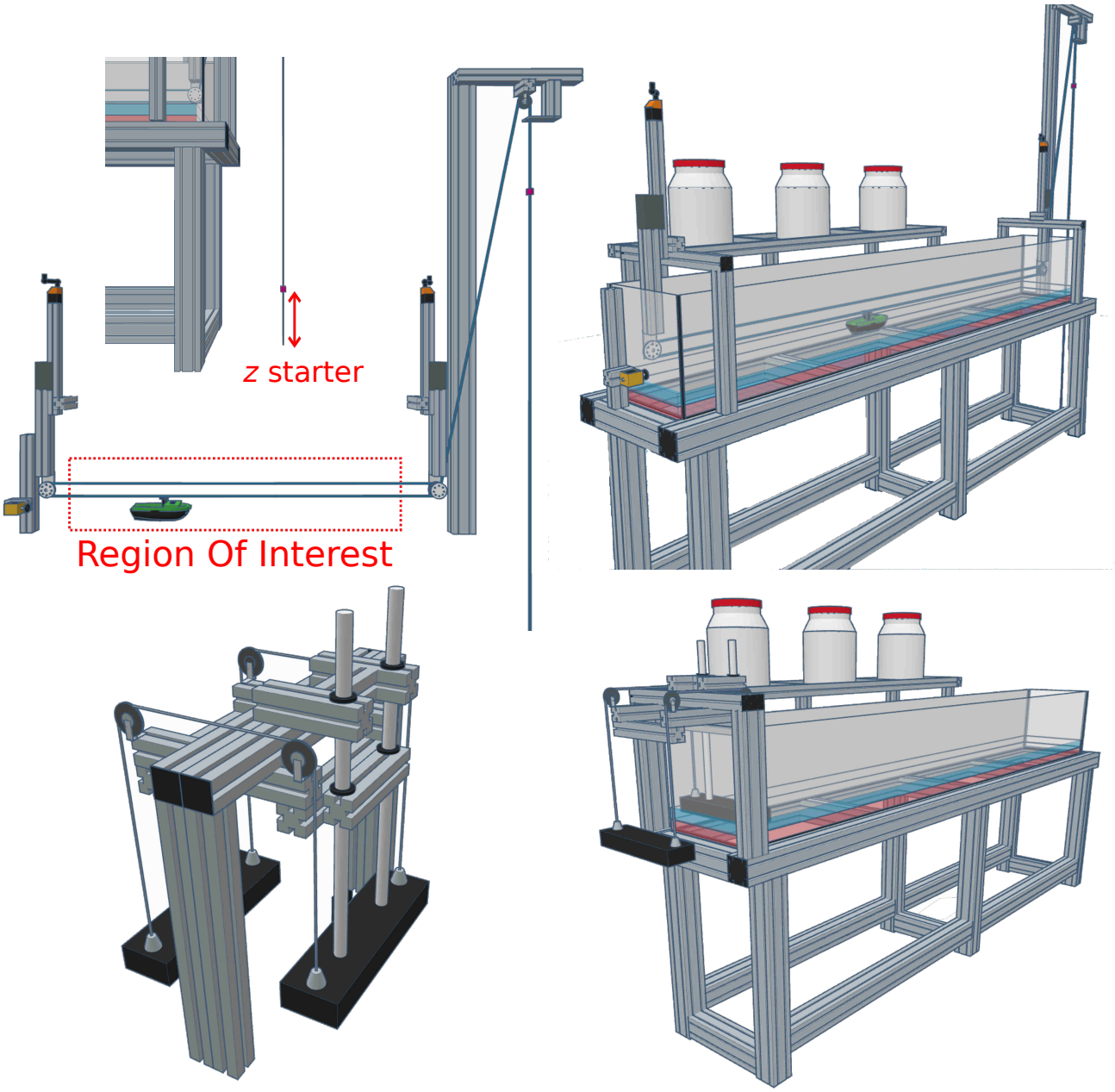


Figure 7: Experimental devices. (Top) the Ekman-like experimental setup. The model ship is towed in the middle of the canal by a system of pulleys. The red cube symbolized the traction mass. With a starter mass (the lower red cube) put initially close to the ground, it is possible to overcome the wave-making resistance crisis à la Scott Russell (see Figure S8). (Bottom) the Scott Russell-like experimental setup. A system of pulleys raises an obstacle initially immerged in the lower layer, generating an internal dispersive undulating depression.

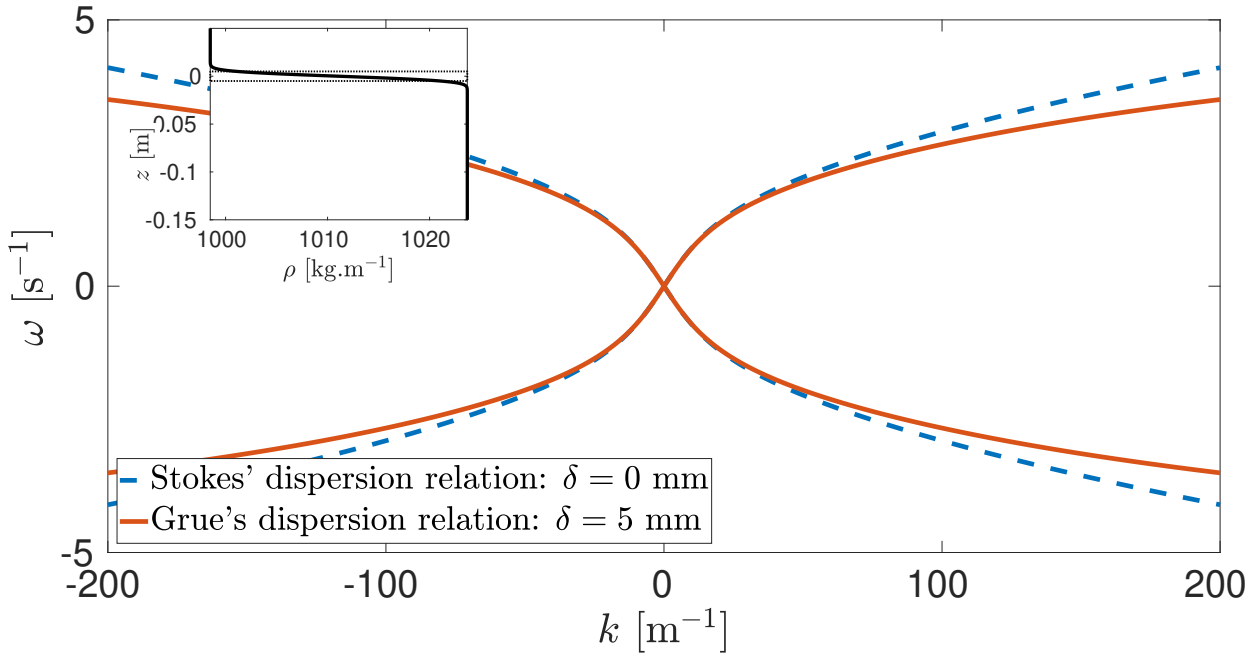


Figure 8: Effect of a thickness in the density stratification on dispersion relations. The blue dashed curve is the dispersion relation proposed by Stokes [**?**] for a step density stratification. In red, the dispersion relation proposed by Fructus and Grue [**?**] for a density stratification with a gentle slope. In inset, the density profile.

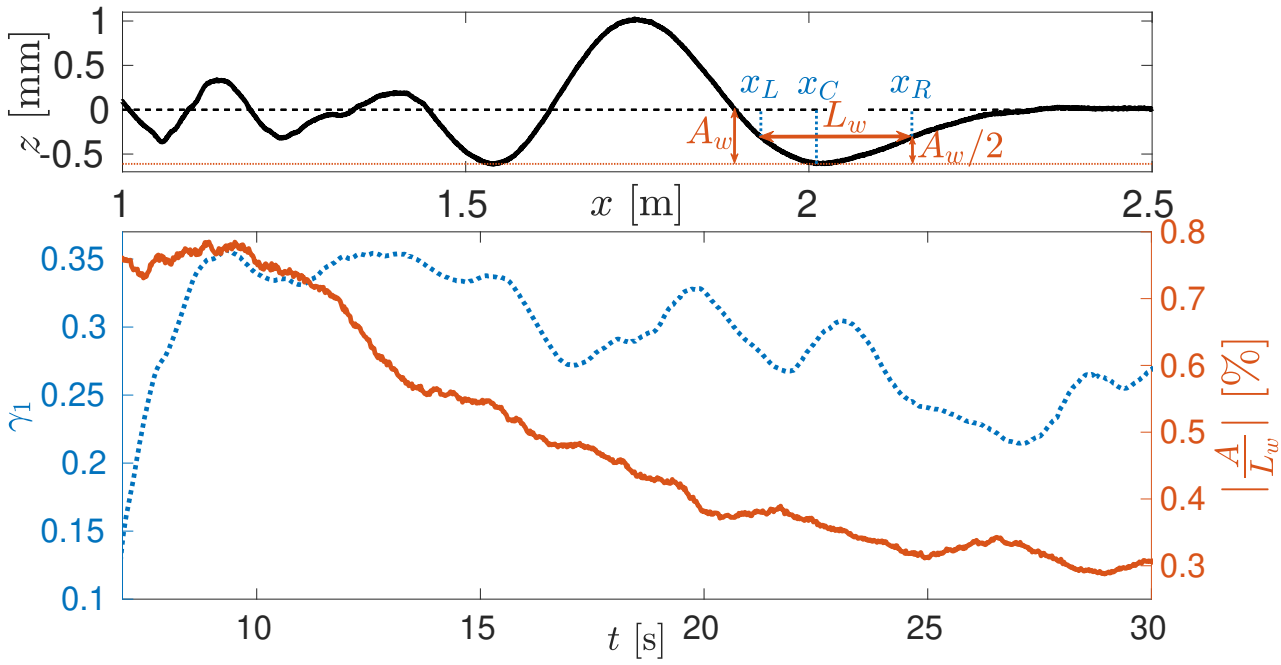


Figure 9: The longitudinal spreading of the dispersive undulating depression over time in the Ekman-like experiment. Blue dotted curve symbolizes the skewness γ_1, solid red curve is the ratio between the amplitude and the half-width of the dispersive undulating depression front A_w/L_w . Skewness is a measure of the asymmetry of the wave front. If $\gamma_1 = 0$, the wave front is a Gaussian (solitonic behaviour); $\gamma_1 > 0$, the right tail is longer; $\gamma_1 < 0$, the left tail is longer. Configuration data in Tables S1.

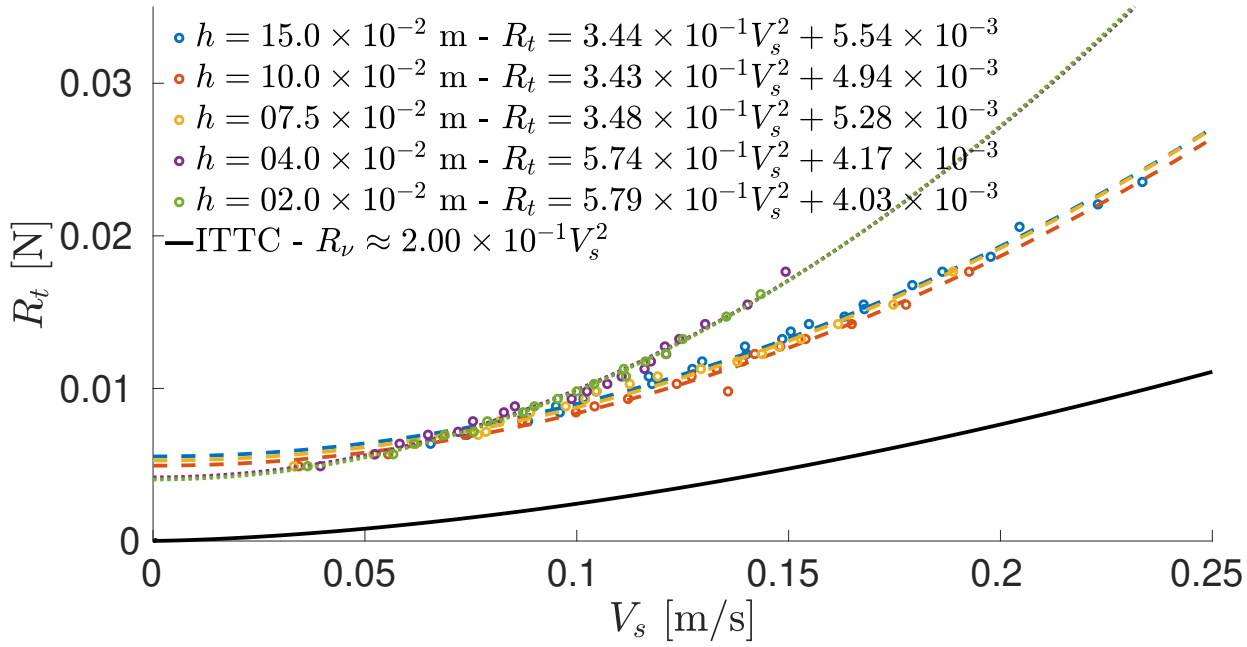


Figure 10: Viscous drag (speed below the Landau threshold of 0.23 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ [?]) drag measurements in a homogeneous fluid (without stratification), according to the asymptotic ship speed.

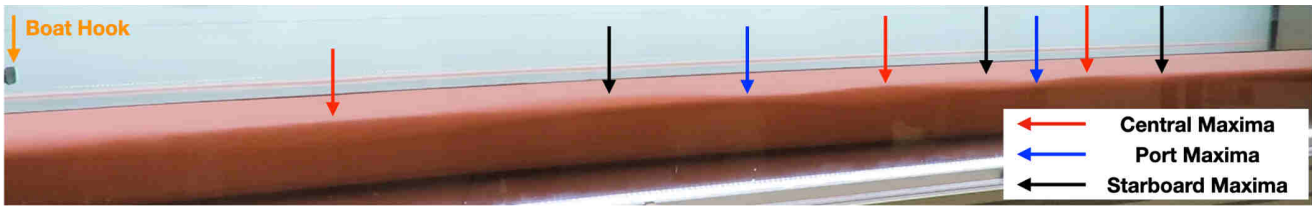


Figure 11: Experimental visualization of the 3D behavior of a classical internal wake, illustrating the numerical calculation of Figure 5 in the case $B_b/W = 0.27$. The reflections on the channel's edge generate an alternation of amplitude maxima in the center and at the edge of the channel.See SI movie 5.

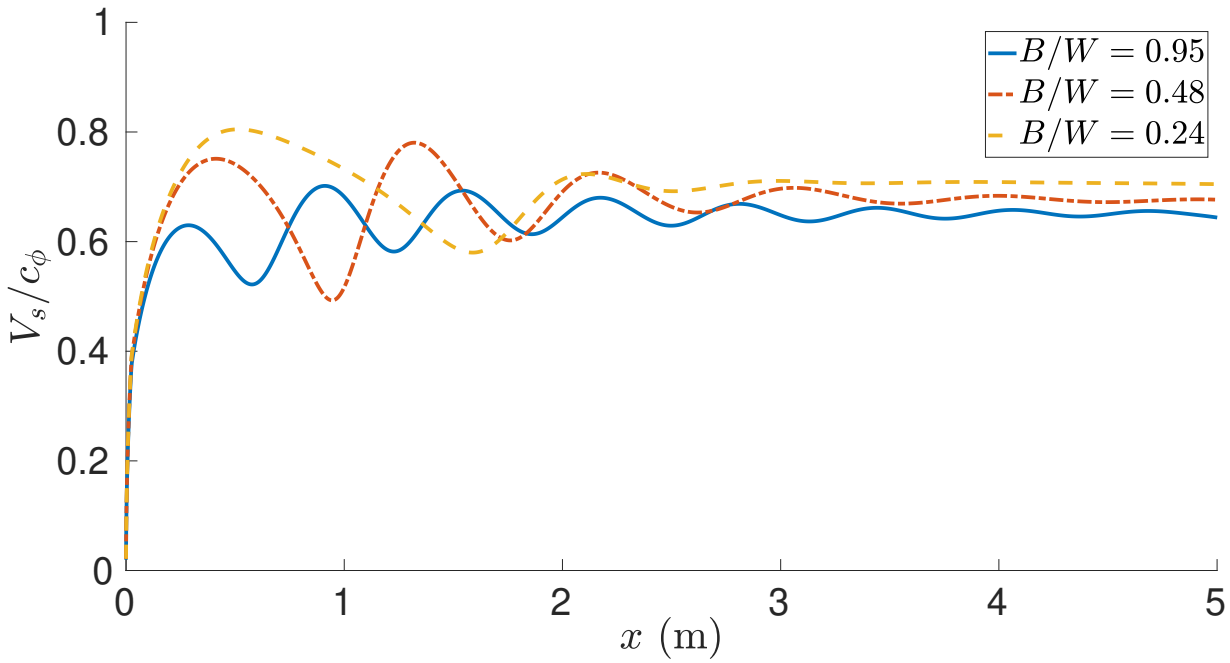


Figure 12: Impact of the B_b/W ratio on dynamic of the ship (with B_b the beam and W the channel's width). The results were obtained by numerical simulations. Horizontal confinement increases the number of oscillations in speed.

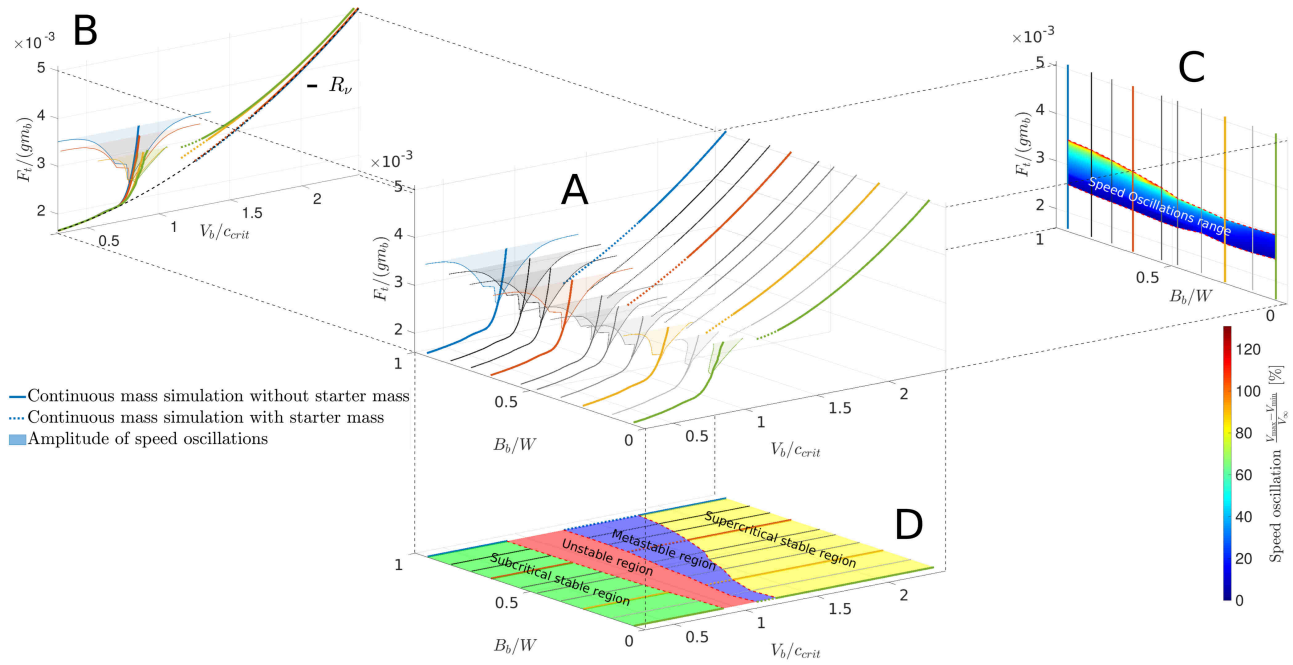


Figure 13: Ship dynamics as a function of lateral confinement B_b/W (with B_b the boat beam and W the channel width) and of the ratio between the traction force and the ship's weight $F_t/(m_b g)$. The results were obtained by numerical simulations. On the 3D plot (**A**): continuous lines represent the asymptotic speeds without an additional starter mass; Colored areas denote the amplitude of the speed oscillations; Dotted lines represent the asymptotic speeds with an additional starter mass. On the $B_b/W|V_b/c_{\rm crit}$ projection (**C**): the color gradient represents the speed oscillations' amplitudes before reaching the asymptotic regime. On the $B_b/W|F_t/(m_b g)$ projection (**D**): the metastable region is not accessible with a constant mass during the whole experiment because by changing adiabatically the mass value one can only probe the discontinuous transition from the subcritical (green) to the supercritical (yellow) region. It is necessary to temporarily use an additional starter mass to overcome the drag crisis à la Scott Russell [**?**] to reach the metastable region: this non-adiabatic behavior is similar to the mono-layer case as described by Forester in the novel *Hornblower and the Atropos* [**?**] *"Hornblower noticed that the boatmen had the trick of lifting the bows, by a sudden acceleration, onto the crest of the bow raised by her passage, and retaining them there. This reduced the turbulence in the canal to a minimum; it was only when he looked aft that he could see, far back, the reeds at the banks bowing and straightening again long after they had gone by. It was this trick that made the fantastic speed possible"*. Another possibility is to vary spatially a fluid's parameter (layers depths or densities). The unstable region is not accessible asymptotically with a constant traction mass. On the $F_t/(m_b g)|V_b/c_{\rm crit}$ projection (**B**): in the subcritical stable region ($V_b/c_{\rm crit} < 1$), the lateral confinement accentuates the internal drag with a diminished speed whereas, in the supercritical stable region ($V_b/c_{\rm crit} > 1$), the lateral confinement decreases the internal drag with an increased speed.

Table 1: Parameters used in an Ekman-like experiment.

Parameters		Symbols	Values	Units
Tank	Dimensions	$L \times W \times H$	$3 \times 0.37 \times 00.4$	m^3
Traction	Towing mass	m_t	$[0.5 - 1.8] \times 10^{-3}$	kg
Ship	Dimensions	$L_b \times B_b \times T_b$	$0.20 \times 0.10 \times 0.024$	m^3
	Mass	m_b	0.354	kg
	Asymptotic speed	V_S	$[0.03 - 0.2]$	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Upper layer	Depth	h_1	0.05	m
	Density	ρ_1	999.0	$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
Lower layer	Depth	h_2	0.05	m
	Density	ρ_2	1023.7	$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
Stratification	Density jump	$(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$	0.0241	
	Pycnocline thickness	δ	0.005	m
	Constant buoyancy frequency	$N_0 = \sqrt{-\frac{g}{\rho_2}\frac{\partial \rho}{\partial z}} \approx \sqrt{\frac{g}{\rho_2}\frac{\rho_2 - \rho_1}{\delta}}$	6.87	$\mathrm{s^{-1}}$
	Maximum phase velocity	$c_\phi = \sqrt{g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}\frac{h_2 h_1}{h_2 + h_1}}$	0.077	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
	Critical speed	$c_{\mathrm{crit}} = 0.8 c_\phi$	0.061	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
	Internal Froude number	$\mathrm{Fr} = \mathrm{V_s}/\mathrm{c_{crit}}$	$[0.3 - 2]$	
Space-time domain	Experimental frame rate	f_{ac}	45	$\mathrm{s^{-1}}$
	Acquisition time	t_{ac}	$[30 - 65]$	s
	Spatial resolution	Δx	5.6×10^{-4}	m
	ROI length	L_{ac}	2.25	m
Spectral domain	Maximal angular frequency	$\omega_{\max} = 2\pi f_{\mathrm{ac}}$	283	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$
	Frequency resolution	$\Delta\omega = 2\pi/t_{\mathrm{ac}}$	$[0.097 - 0.21]$	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$
	Maximal wavenumber	$k_{\max} = 2\pi/\Delta x$	1.12×10^4	$\mathrm{rad \cdot m^{-1}}$
	Wavenumber resolution	$\Delta k = 2\pi/L_{\mathrm{ac}}$	2.79	$\mathrm{rad \cdot m^{-1}}$

Table 2: Parameters used in a Scott Russell-like experiment.

Parameters		Symbols	Values	Units
Tank	Dimensions	$L \times W \times H$	$3 \times 0.37 \times 00.4$	m^3
Obstacle	Dimensions	$L_{\mathrm{SR}} \times W_{\mathrm{SR}} \times H_{\mathrm{SR}}$	$0.119 \times 0.37 \times 0.04$	m^3
	Draft	T_{SR}	0.024	m
	Asymptotic speed	V_S	$[0.03 - 0.2]$	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Upper layer	Depth	h_1	0.05	m
	Density	ρ_1	999.8	$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
Lower layer	Depth	h_2	0.126	m
	Density	ρ_2	1024.8	$\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$
Stratification	Density jump	$(\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$	0.0240	
	Pycnocline thickness	δ	0.025	m
	Constant buoyancy frequency	$N_0 = \sqrt{-\frac{g}{\rho_2}\frac{\partial \rho}{\partial z}} \approx \sqrt{\frac{g}{\rho_2}\frac{\rho_2 - \rho_1}{\delta}}$	3.07	s^{-1}
	Maximum phase velocity	$c_\phi = \sqrt{g\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}\frac{h_2 h_1}{h_2 + h_1}}$	0.094	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
	Critical speed	$c_{\mathrm{crit}} = c_\phi$	0.094	$\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
Space-time domain	Experimental frame rate	f_{ac}	25	s^{-1}
	Acquisition time	t_{ac}	328	s
	Spatial resolution	Δx	5.6×10^{-4}	m
	ROI length	L_{ac}	2.25	m
Spectral domain	Maximal angular frequency	$\omega_{\max} = 2\pi f_{\mathrm{ac}}$	157	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$
	Frequency resolution	$\Delta\omega = 2\pi/t_{\mathrm{ac}}$	0.019	$\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$
	Maximal wavenumber	$k_{\max} = 2\pi/\Delta x$	1.12×10^4	$\mathrm{rad \cdot m^{-1}}$
	Wavenumber resolution	$\Delta k = 2\pi/L_{\mathrm{ac}}$	2.79	$\mathrm{rad \cdot m^{-1}}$

Movie S1. Side view of an Ekman-like experiment ($B_b/W = 0.27$), for different towing forces with pycnocline detection.

Movie S2. Detection of the pycnocline in an Ekman-like experiment. The internal wake and the dispersive undulating depression have been disentangled and plotted.

Movie S3. Side view of an Ekman-like experiment ($B_b/W = 0.95$), for different towing forces without pycnocline detection.

Movie S4. Side views of a homogeneous fluid experiment, an Ekman-like experiment, a Scott Russell-like experiment and a numerical calculation in the same configuration.

Movie S5. Experimental movie illustrating the 3D behavior of a classical internal wake with $B_b/W = 0.27$. The reflections on the channel's edge generate an alternation of amplitude maxima in the center and at the edge of the channel.