Université Paris Nanterre
200 av. de la République
92001 Nanterre Cedex
www.parisnanterre.fr

Membre de l'université Paris Lumières

École doctorale 139 :
Connaissance, langage, modélisation
Laboratoire d'énergie mécanique
électromagnétisme

Ahmad SAOUD

Géomécanique fractale, isolation d'un site à l'aide de métamatériaux antisismiques

Thèse présentée et soutenue publiquement le 28/03/2022
en vue de l'obtention du doctorat de Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil de l'Université Paris Nanterre
sous la direction de M. Diogo Queiros-Conde (Université Paris Nanterre)

Jury :

Rapporteur :	M. Laurent DAUDEVILLE	Professeur, Université Grenoble Alpes (UGA)
Rapporteur :	M. Andrew F. NOWAKOWSKI	Professeur, Université de Sheffield
Membre du jury :	M. Thomas Michelitsch	Directeur de Recherche au CNRS, Sorbonne Université
Directeur de thèse :	M. Diogo Queiros-Conde	Professeur, l'Université Paris Nanterre
Membre du jury :	M. Luc DAVENNE	Professeur, l'Université Paris Nanterre
Membre du jury :	M. Ahmad OMAR	Enseignant chercheur, CESI Ecole d'ingénieurs
Membre du jury :	M. Johann PETIT	Enseignant chercheur, Université Paris Nanterre

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier "Dieu" le Tout-Puissant qui veille sur nous et nous protège de tous les malheurs. Il est notre source de courage et de réussite.

Ma plus grande reconnaissance à mes très chers parents pour leur amour, leur présence et leurs encouragements.

Je remercie sincèrement mon directeur de thèse, professeur Diogo QUEIROS-CONDE, et mes superviseurs, Dr. Ahmad OMAR et professeur Thomas MICHELITSCH pour avoir cru en moi et pour m'avoir fourni des conseils inestimables tout au long de cette recherche. Je leur exprime également ma gratitude pour leur patience et leurs critiques constructives dans le cadre de cette thèse.

Je tiens à remercier Monsieur Laurent DAUDEVILLE, Professeur à l'Université Grenoble Alpes et Monsieur Andrew F. NOWAKOWSKI, Professeur à l'Université de Sheffield, d'avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail. Toute ma gratitude s'adresse aussi aux Professeurs Luc DAVENNE et Johann PETIT de l'Université Paris Nanterre qui m'ont fait l'honneur de participer à la soutenance de cette thèse.

Je remercie également tout les membres du laboratoire LEME pour leur coopération durant les trois années de ma thèse. Ma gratitude s'adresse également à mes amis, les doctorants du laboratoire LEME, qui m'ont permis de connaître des personnes très spéciales avec lesquelles j'ai partagé des moments inoubliables.

Enfin, je tiens à remercier tout spécialement ma femme Nour pour son soutien et ses encouragements constants, qui ont rendu la charge moins lourde.

Résumé : Une infrastructure civile stable et résiliente est un élément clé de la sécurité publique. Cependant, les structures actuelles sont vulnérables aux dommages résultant d'un mouvement excessif du sol causé par des séismes ou des explosions souterraines. Traditionnellement, les structures sont construites pour résister aux mouvements du sol, mais cette approche de conception est coûteuse et le risque de défaillance lors de très grands événements reste élevé. Ces dernières années, les métamatériaux élastiques inspirés des métamatériaux électromagnétiques ont été utilisés pour protéger les bâtiments pendant les séismes, et leur efficacité dans l'atténuation des ondes sismiques a été vérifiée par des expériences à l'échelle géophysique. L'objectif de ces travaux de thèse est de développer un système d'isolation basé sur des matériaux périodiques à géométrie fractale afin d'obstruer, d'absorber ou de modifier complètement la configuration de l'énergie sismique avant qu'elle atteigne les fondations des structures. La technique fractale auto-similaire sera appliquée à la conception de plusieurs systèmes d'isolation sismiques. Nous développons dans un premier temps le concept de cristaux sismiques ou métamatériaux sismiques, le développement de plusieurs isolants de formes régulières et de géométrie fractale. Nous examinons ensuite leur capacité à inhiber la propagation des ondes sismiques et leur fréquence de bande interdite. Une étude paramétrique est réalisée pour chaque isolateur afin de déterminer l'influence des propriétés du matériau et des paramètres géométriques sur les caractéristiques de la bande interdite, et une modélisation numérique 3D a ensuite été réalisée pour vérifier l'efficacité de ces systèmes d'isolation sismique.
L'importance de ces modèles consiste dans le fait qu'il s'agit d'un nouveau type d'isolateur structurel antisismique, simple à réaliser, à faible coût et à haute durabilité.

Mots clés : métamatériaux antisismiques, cristaux sismiques, géométrie fractale, tapis de Sierpinski circulaire, géométrie H-fractale, auto-similaire, isolation sismiques.

Abstract : Stable and resilient civil infrastructure is essential for public safety. However, existing structures remain vulnerable to damage from excessive ground movement caused by earthquakes or underground explosions. Traditionally, civil structures have been built to resist ground movement, however this design approach is costly and the risk of failure during very large events remains high.

Recently, elastic metamaterials inspired by electromagnetic metamaterials have been used to protect buildings during earthquakes, and their effectiveness in attenuating seismic waves has been verified experimentally at the geophysical scale. The objective of this PhD work is to develop an isolation system based on periodic materials with fractal geometry in order to obstruct, absorb or completely modify the pattern of seismic energy before it hits the foundations of structures. The self-similar fractal technique will be applied to the design of several seismic isolation systems. We first develop the concept of seismic crystals or seismic metamaterials, developing several regularly shaped and fractal geometric insulators. Then, we examine their capacity to inhibit the propagation of seismic waves and their band gap frequency. A parametric study is carried out for each insulator to determine the influence of material properties and geometric parameters on the band gap characteristics. Subsequently, 3D numerical modelling was carried out to verify the effectiveness of these seismic isolation systems.

The significance of these models is that they are a new type of structural seismic isolator, simple to make, low cost and high durability.

Keywords : seismic metamaterials, seismic crystals, fractal geometry, circular Sierpinski carpet, H-fractal geometry, self-similar, seismic isolation.

Table des matières

1 Introduction **1**

1.1 Importance du sujet de thèse 1
1.2 Objectif du sujet de thèse 3
1.3 Contenu des travaux de thèse 4

2 Étude bibliographique **7**

I Étude bibliographique : les Métamatériaux **9**

2.1 Généralité sur les systèmes d'isolation de la base 11
2.1.1 Systèmes d'isolation de la base passifs 11
2.1.2 Système d'isolation de la base active 14
2.2 Les Métamatériaux : Concepts et Histoire 15
2.2.1 Développement de métamatériaux sismiques : 21
2.2.2 Méthodes de calcul des cristaux phononiques : 31
2.2.3 Équations de propagation des ondes élastiques : 32
2.2.4 Conditions aux limites : 34
2.2.5 Théories de base des fondations périodiques : 36

II Métamatériaux en géométrie fractale : Concepts et histoire **55**

2.3 Historique sur les fractales : 57
2.4 Définition d'un objet fractal : 57
2.5 Contexte théorique : 60
2.6 Métamatériaux avec géométrie fractale : 61

3 Étude comparative de deux méthodes de métamatériaux antisismiques **67**

3.1 Introduction : 67
3.2 La protection sismique par les métamatériaux : 69
3.2.1 La méthode d'occultation et d'invisibilité (cloaking method) : 70
3.2.2 La méthode de la zone d'ombre artificielle (shadow zone method) : 71
3.3 Validation numérique du modèle de S. Brûlé et al. (2014) : . . 71
3.3.1 Essai expérimental : S. Brûlé et al (2014) : 71

3.3.2 Validation numérique de l'essai de S. Brûlé et al (2014) : 74
3.4 Comparaison de deux méthodes de métamatériaux antisismiques : 76
3.4.1 Modèles numériques : 76
3.4.2 Résultats et analyse comparative : 77

4 Étude et discussion de la performance de la fondation périodique métamatériau pour l'isolation sismique dans les ouvrages civils 81
4.1 Introduction : 82
4.2 Configuration de la structure périodique étudiée : 82
4.3 Choix des matériaux : 83
4.4 Modèle numérique : 83
4.5 Conditions aux limites : 84
4.6 Calcul de la structure de bandes de fréquences interdites : . . 85
4.7 Étude paramétrique 2D : 87
4.7.1 Influence de la densité du noyau : 88
4.7.2 Influence du module d'élasticité du caoutchouc : 88
4.7.3 Influence du module d'élasticité de la matrice : 89
4.7.4 Influence de la fraction de remplissage : 90
4.7.5 Influence de la largeur de la cellule unitaire : 92
4.8 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique à l'aide d'un modèle numérique 3D : 92
4.8.1 Propriétés de la cellule de la fondation périodique : . . 93
4.8.2 Modèle numérique : 93
4.8.3 Résultats et analyse : 94
4.9 Conclusion : 95

5 Métamatériaux fractals antisismique 97

I Métamatériaux antisismiques basés sur la géométrie H-fractale 99
5.1 Introduction : 101
5.2 Modélisation du métamatériau fractal antisismique en forme de H : 102
5.2.1 Configuration de la structure étudiée : 102
5.2.2 Modèle numérique : 104
5.3 Résultats et analyse sismique : 108
5.3.1 Impact de la conception Fractal en forme de H sur la structure des bandes de fréquences : 108

5.3.2 Effet de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite : 110
5.4 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique, avec des métamatériaux fractals en forme de H, à l'aide d'un modèle numérique 3D : 112
5.5 Conclusion : 113

II Métamatériau fractal antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire 115
5.6 Introduction : 117
5.7 Modèles et méthode de calcul : 117
5.7.1 Configuration de la structure étudiée : 117
5.7.2 Modèle numérique : 118
5.8 Résultats et analyse sismique : 120
5.8.1 Impact de la conception Fractal antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire : 120
5.8.2 Effet de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite : 122
5.9 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique, avec des métamatériaux fractals antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire, à l'aide d'un modèle numérique 3D : 124
5.10 Conclusion : 125

6 Analyse physique de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite 127
6.1 Introduction : 127
6.2 Étude de sensibilité de la géométrie fractale : 128
6.2.1 Effet de la forme de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites : 128
6.2.2 Effet du jeu de connexions de la géométrie H FRACTAL :130
6.3 Analyse comparative des paramètres de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite : 133
6.3.1 Effet de la dimension fractale sur les caractéristiques des bandes interdites : 133
6.3.2 Effet d'homothétie interne de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites : 135
6.4 Conclusion : 137

7 Conclusions et perspectives 139

Bibliographie 141

Table des figures

2.1 Essai des appuis en élastomère [6] 12
2.2 Support pendulaire à friction utilisé dans le pont Benicia-Martinez [17] 14
2.3 Cristaux phononiques 1D, 2D et 3D [31] 17
2.4 Sculpture d'Eusebio Sempere [35] 18
2.5 Guide d'ondes courbé et valeur absolue du champ de déplacement pour le guidage mode [51] 20
2.6 Le méta-bord montrant, en (a), la géométrie et les paramètres du matériau. Dans (b,c), les lignes de courant élastiques où l'échelle de couleurs et la largeur de la ligne représentent la magnitude du champ de déplacement ; le carré rouge indique le point d'inflexion. Les figures (b,c) correspondent respectivement à l'augmentation et à la diminution de la hauteur du résonateur par rapport à la direction d'incidence de l'onde de Rayleigh. La figure (d) donne la prédiction théorique par rapport à la mesure, à partir de la simulation numérique, de la position du point d'inflexion pour diverses fréquences relatives au coin de la figure (a) [58]. 23
2.7 (a) Ondes de Rayleigh causées par les vibrations du trafic et forêts à disposition périodique. (b) cellule unitaire du modèle . 24
2.8 Cellule unitaire de la chaîne masse-dans-masse : (a) configuration typique, (b) dimensions de base [71] 25
2.9 Schéma de principe de la protection antisismique constituée de résonateurs inertiels placés autour des fondations d'une grande infrastructure civile. L'encart montre une cellule périodique avec une sphère en fer reliée à une masse de béton par six liens [77] 26
2.10 (a) Cellule unitaire en forme de cavité croisée, (b) Cellule unitaire cylindrique creuse, (c) Cellule unitaire cylindrique revêtue [78] 26
2.11 Système couplé fondation-réservoir élancé : a) vue isométrique avec colonnes en acier et b) vue en plan [101] 29
2.12 (a) Fondation périodique 1D conçue. (b) mise en place du test [102] 29

2.13 Schémas de la fondation composite. a) Plaques et vue zoomée de leur élément de déconnexion. b) Distribution spatiale des résonateurs et détail de l'élément élastomère utilisé pour connecter les différentes plaques. c) Exemple d'un résonateur et d'un élément élastomère séparant la masse du résonateur en acier de la plaque de béton. d) Schéma d'un système périodique de masse dans la masse [103] 30
2.14 Configuration d'une fondation périodique en couches et de sa cellule unitaire [115] 36
2.15 courbes de dispersion Xiang et al. [115]. 39
2.16 Une structure périodique en réseau carré à trois composantes . 41
2.17 un réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin 45
2.18 Unité des grilles dans la méthode du domaine temporel par différences finies [120] 49
2.19 Les composantes auto-similaires de différentes fractales : (a) le réseau de Sierpinski, (b) le dragon, (c) la courbe de Koch. . . . 59
2.20 La dimension fractale de L'ensemble de Cantor $d = lnn/lnk = ln2/ln3 = ln4/ln9 = 0.63$ 60
2.21 La dimension fractale de la courbe de Von Koch 61
2.22 Structures fractales obtenues par itération sur une géométrie d'inclusion initiale de forme carrée [136]. 63
2.23 Tube stabilisé par des grappins fractals [141]. 64

3.1 L'hypocentre et l'épicentre d'un séisme [182]. 68
3.2 Les différents types d'ondes sismiques. 68
3.3 Une photo de l'essai de métamatériau sismique de la société Ménard (voir le matériel supplémentaire [165] pour plus de photos et un film [166]). Les trois périmètres pointillés représentent l'emplacement des capteurs [mesurant les trois composantes de la vitesse de l'onde (zone verte sur la photo)], du métamatériau sismique [trous auto-stables de 5 m de profondeur et de 0,32 m de diamètre avec un espacement centre à centre de 1,73 m (zone bleue)], et de la source rotative (une sonde vibrante installée sur une grue) avec un déplacement horizontal de 0,014 m générant une onde élastique à la fréquence de 50 Hz [54]. . . . 72
3.4 Carte du test sismique métamatériau avec le schéma du forage et quatre séries de vélocimètres (grilles verte, bleue, rose et orange), [54]. 73

3.5 Carte des résultats expérimentaux après interpolation entre les capteurs (variation absolue de l'énergie) : Différence du champ d'énergie mesuré (unités approximatives) après et avant la réalisation des forages. Les rectangles noirs représentent les capteurs [54]. 74
3.6 Courbes de dispersion : (a) simulation numérique de S. Brûlé et al de notre modèle, (b) simulation numérique de notre modèle, (c) configuration de cellule unitaire. 75
3.7 L'efficacité des forages sur le champ d'énergie sismique : (a) carte des résultats expérimentaux de l'essai S. Brûlé et al. (2014), (b) carte des resultats de notre modèle 76
3.8 L'efficacité des différentes methodes sur le champ d'énergie sismique : (a) carte des résultats pour sol normal sans application des metamateriaux sismique (b) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode d'occultation, (c) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode de la zone d'ombre artificielle ou résonance locale. 77
3.9 : L'efficacité des différentes methodes sur l'accélération : (a) carte des résultats pour sol libre sans application des metamateriaux sismique (b) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode d'occultation, (c) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode de la zone d'ombre artificielle ou résonance locale. 78

4.1 (a) section du plan (xy) de la fondation périodique,(b) section du plan (xy) de la cellule unitaire. 82
4.2 Maillage et conditions aux limites périodiques de la structure périodique 2D 85
4.3 Première zone de Brillouin irréductible pour une structure périodique carrée. 86
4.4 Courbe de dispersion de la structure périodique étudiée 86
4.5 Dimension de la cellule élémentaire 87
4.6 Influence de la densité du noyau sur les caractéristiques de la bande interdite. 88
4.7 Influence du module d'élasticité du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite 89
4.8 Influence du module élastique de la matrice sur les caractéristiques de la bande interdite. 90
4.9 Influence de la fraction de remplissage f sur les caractéristiques de la bande interdite, avec β=1.09 91

4.10 Influence de β sur les caractéristiques de la bande interdite, avec f=72.4% 91
4.11 Influence de la largeur de la cellule sur les caractéristiques de la bande interdite avec F=72.4% et β=1.09 92
4.12 structure étudiée : (a) fondation en béton, (b) fondation périodique en métamatériaux. 93
4.13 Types de mailles de la : (a) structure à cadre et fondation en béton, (b) fondation périodique métamatériaux. 94
4.14 Réponses relatives au déplacement dans la direction Y pour le deuxième étage. 95

5.1 Fractale en forme de H à quatre niveaux. (a) Premier niveau, (b) Deuxième niveau, (c) Troisième niveau, (d) Quatrième niveau, (e) Section zoom de la figure (a), (f) Noyau d'acier en forme de H recouvert de 2 cm de caoutchouc pour le troisième niveau fractal. 103
5.2 Vecteurs de base et maille élémentaire de Wigner-Seitz (zone grise) dans le réseau direct. 105
5.3 Vecteurs de base et première zone de Brillouin dans le réseau réciproque 105
5.4 Représentation du réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin. 106
5.5 Maillage et conditions périodiques de la cellule unitaire. 107
5.6 Structures de la bande de la structure fractale en forme de H. (a) Structure de bande du premier niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. (b) Structure de bande du deuxième niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. (c) Structure de bande du troisième niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. (d) Structure de bande du quatrième niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. 108
5.7 Influence des caractéristiques de la bande interdite. 109
5.8 Influence de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite. (a) Deuxième niveau fractal. (b) Troisième niveau fractal. 111
5.9 Charpente de structure avec : (a) une fondation traditionnelle en béton, (b) une fondation composite fractale. 112
5.10 Déplacement relatif maximal de la super structure dans le cas d'une fondation traditionnelle en béton et d'une fondation composite fractale. 113

5.11 Structures étudiées basées sur la distribution de tapis de Sierpinski. a) la structure de 1er niveau (même structure étudiée au chapitre 4), b) la même chose que a) mais pour la structure de 2ème niveau, c) la même chose que a) mais maintenant pour la structure de 3ème niveau. 118
5.12 maillage. 119
5.13 condition périodique. 119
5.14 structures fractale antisismiques métamatérielles basées sur la distribution de tapis de Sierpinski. a) la structure de 1er niveau (structure étudiée du chapitre trois) b) la structure de 2ème niveau, c) la structure de 3ème niveau. 121
5.15 Influence des caractéristiques de la bande interdite. 121
5.16 Influence de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite. 123
5.17 : Charpente de structure avec : (a) une fondation traditionnelle en béton, (b) une fondation composite fractale antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire (2ème niveau), c) une fondation composite fractale antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire (3ème niveau). 124
5.18 : Déplacement relatif maximal de la super structure dans le cas d'une fondation traditionnelle en béton et d'une fondation composite fractale basée sur un tapis de Sierpinski circulaire. . 125

6.1 (1) Structure fractale en forme de H, (2) : Structure fractale basée sur un tapis de Sierpinski circulaire. 129
6.2 (1) Structures de la bande de la structure fractale en forme de H, (2) Structures de la bande de la structure basée sur un tapis de Sierpinski circulaire. 130
6.3 Influence des caractéristiques de la bande interdite de deux structures fractales etudiées. 131
6.4 Structures en bandes de la structure fractale en forme de H pour différents jeux de connexions. 131
6.5 Influence des caractéristiques de la bande interdite par rapport au jeu de connexions L. 132
6.6 Exemple de fractale naturelle pour un chou-fleur. 134
6.7 Influence des caractéristiques de la bande interdite par rapport à la dimension fractale. (a) deuxième niveau fractal en forme de H. (b) troisième niveau fractal en forme de H. (c) deuxième niveau fractal basé sur un tapis de Sierpinski circulaire. 135

6.8 Influence de la dimension de l'homothétie interne de la structure H fractale sur les caractéristiques de la bande interdite. (a) deuxième niveau fractal. (b) troisième niveau fractal. (c) quatrième niveau fractal. 136

Liste des tableaux

4.1 Mechanical properties of used materials density ρ, elastic modulus E, Poisson's ratio ν. 83

5.1 Propriétés mécaniques des matériaux utilisés 103
5.2 Propriétés mécaniques des matériaux utilisés 118

Chapitre 1

Introduction

Contents

1.1 Importance du sujet de thèse 1
1.2 Objectif du sujet de thèse 3
1.3 Contenu des travaux de thèse 4

1.1 Importance du sujet de thèse

Les catastrophes naturelles restent hors contrôle de l'homme, alors qu'elles causent des pertes de vies humaines et des dommages économiques directs dans les pays. Le séisme est l'une de ces catastrophes les plus dangereuses et les plus dommageables. En décembre 2004, un séisme de magnitude 9,1 au large des côtes nord-ouest de Sumatra a provoqué un tsunami qui a coûté la vie à plus de 225 000 personnes en Indonésie, au Sri Lanka, en Inde, en Thaïlande et dans neuf autres pays. Au total, le coût économique des dommages a été estimé à 9,4 milliards de dollars [1]. En janvier 2010, le séisme d'Haïti a provoqué plus de 200 000 morts, des dommages aux structures, aux routes et à plus de 294 000 maisons. Les pertes totales de ce séisme de magnitude 7,0 atteignent les 8 milliards de dollars [2]. Cependant, le séisme n'a pas de limites, il se produit au Japon, au Chili et dans tout le monde. Ils se produisent dans les villes et dans les quartiers populeux, notamment dans les zones sismiques. Actuellement, des centaines de millions de personnes vivent dans des zones à risque sismique et des milliards de dollars d'infrastructures sont vulnérables, ce qui représente également des risques pour les économies des pays.

D'autre part, surtout économique, les centrales nucléaires rapides avancées (CNR) et certains petits réacteurs rapides modulaires (PRRM) fonctionnent à des températures élevées, mais à des pressions très faibles, généralement proches de la pression atmosphérique. Ces centrales ont des composants et des tuyauteries à paroi mince, et par conséquent, elles n'ont pas une résistance inhérente suffisante pour résister aux charges sismiques. L'utilisation de l'isolation sismique est donc une stratégie intéressante et efficace pour répondre aux besoins de ces centrales. L'isolation de base améliore également la

conception d'une centrale standard, ce qui peut réduire les coûts de la centrale et les délais de construction.

Les réacteurs nucléaires rapides actuels utilisant l'isolation sismique sont généralement conçus avec des supports en caoutchouc à amortissement important, des supports en plomb ou des supports pendulaires à friction. Dans toutes ces conceptions, il se produit d'importants déplacements relatifs entre le bâtiment et les fondations, qui accompagnent la réduction de l'apport sismique (accélération) à la superstructure. Un espace (parfois appelé " fossé ") est généralement prévu entre la structure isolée et les structures non isolées environnant pour éviter le martèlement de ces structures. Toute tuyauterie ou autres lignes de service traversant ce fossé doit donc être conçu pour supporter ces grands déplacements, ce qui implique des coûts supplémentaires, notamment pour les tuyauteries de grand diamètre. Il est donc hautement souhaitable de développer un matériau d'isolation sismique et une conception qui n'entraîne aucun déplacement relatif, ou un déplacement minimal, lors des séismes. La nécessité d'un fossé, cependant, exige une attention particulière pour éviter toute connexion rigide entre les parties isolées et non isolées de la centrale tout au long de sa vie. Une conception qui élimine la nécessité de telles exigences restrictives serait extrêmement intéressante. Ce projet de thèse répond à ce besoin.

Les études analytiques et numériques réalisées dans le cadre de ce projet de thèse ont porté sur un nouvel isolateur fractal de base sismique innovant qui atténue les dommages sismiques potentiels des structures en béton. Cet isolateur de base innovante est fabriqué à partir de plusieurs matériaux conçus avec géométrie fractale connue sous le nom de métamatériaux fractale pour la protection sismique. Sa particularité est qu'il présente une déficience matérielle. Il est donc dépourvu d'une certaine bande de fréquences et ne peut pas transmettre les mouvements qui se situent dans cette bande de fréquences. Cette déficience est la caractéristique la plus nécessaire pour le système d'isolation de la base sismique. Lors d'une conception appropriée, il est possible d'ajuster la largeur de la bande de fréquences pour qu'elle corresponde à la gamme de fréquences fortes du modèle sismique. Cet isolateur peut alors filtrer les mouvements à haute fréquence auxquels les centrales nucléaires rapides peuvent être soumises. Ou, alternativement, l'écart de bande de fréquence peut être ajusté pour correspondre à la fréquence fondamentale de la super structure de sorte que le mouvement transmis par la fondation ne contient pas cette fréquence.

Le phénomène de bande interdite des matériaux périodiques est connu depuis 1900, la théorie a été établie en 1920. Les principales applications pour

ce matériau ont été dans le domaine de la physique des solides. Récemment, cette technique a été proposée pour l'isolation sismique des ouvrages civils. En effet, si cette solution innovante est appliquée aux ouvrages civils, l'impact sur l'économie et la sécurité pourrait être énorme.

1.2 Objectif du sujet de thèse

L'objectif de ces travaux de thèse est de développer un système d'isolation basé sur des matériaux périodiques à géométrie fractale afin d'obstruer, d'absorber ou de modifier complètement la configuration de l'énergie sismique avant qu'elle atteigne les fondations des structures. L'origine de la géométrie fractale remonte au 19ème siècle [3]. Cependant, dans les années 1970 du dernier siècle, une révolution scientifique a été lancée par Benoît Mandelbrot pour développer sa géométrie fractale [4]. Depuis cette époque, les applications des structures fractales se développent de plus en plus, et les fractales ont été rapidement utilisées dans plusieurs domaines tels que l'électromagnétique et l'acoustique, en raison de leur capacité à piéger les ondes élastiques/acoustiques. Contrairement à d'autres domaines, comme l'électromagnétisme et l'acoustique, les applications des structures fractales dans les métamatériaux pour la protection sismique, appelés aussi les cristaux sismiques, sont très limitées, elles peuvent être considérées comme non encore investies.

Dans ce projet, la technique fractale auto-similaire sera appliquée à la conception de plusieurs systèmes d'isolation sismiques. L'importance de ces modèles consiste dans le fait qu'il s'agit d'un nouveau type d'isolateur structurel antisismique, simple à réaliser, à faible coût et à haute durabilité. Nous mettons d'abord en évidence le concept de cristaux sismiques ou métamatériaux antisismiques, le développement de plusieurs isolateurs de forme régulière et à géométrie fractale. Ensuite, nous étudions leur capacité à inhiber la propagation des ondes sismiques et leur fréquence de bande interdite. Une étude paramétrique est réalisée pour chaque isolateur afin de déterminer l'influence des propriétés du matériau et des paramètres géométriques sur les caractéristiques de la bande interdite, puis un modèle numérique 3D a été réalisé pour vérifier l'efficacité de ces systèmes d'isolation sismique.

1.3 Contenu des travaux de thèse

La présentation de ces travaux de thèse est répartie en sept chapitres :

- Le chapitre I montre la signification et l'objectif de la recherche et présente le plan du rapport.

- Le chapitre II est divisé en deux grandes parties : la première partie présente une étude bibliographique des travaux réalisés sur les systèmes d'isolation des bases. Ensuite, le contexte des métamatériaux et des cristaux phononiques est introduit puisque l'idée de base des fondations périodiques est issue de ce concept. Puis, la théorie de base des fondations périodiques et les solutions théoriques des bandes interdites sont présentées. La deuxième partie de ce premier chapitre est consacrée à une étude bibliographique des applications des Métamatériaux à géométrie fractale dans de nombreux domaines.

- Le chapitre III présente une étude comparative des deux méthodes d'isolation sismiques basées sur des métamatériaux : la méthode du cloaking ou du masquage et la méthode du shadow zone ou zone de couverture des ondes sismiques. Chacune des deux méthodes a ses points forts et ses points faibles. Nous présenterons les principes fondamentaux des deux méthodes et nous comparerons les avantages et les inconvénients des deux méthodes.

- Le chapitre IV présente une étude de la fondation périodique, où nous avons effectué une étude paramétrique pour déterminer l'influence des propriétés du matériau et des paramètres géométriques sur les caractéristiques de la bande interdite, puis un modèle numérique 3D a été réalisé pour vérifier l'efficacité de la structure périodique dans l'isolation sismique.

- Dans le chapitre V, nous proposons deux métamatériaux fractals antisismique : l'un basé sur une géométrie H-fractale, et l'autre sur un tapis de Sierpinski circulaire. Nous appliquons l'idée de géométrie fractale dans une structure métamatériale antisismique. Nous mettons d'abord en évidence le concept de métamatériaux fractals antisismiques, le développement de plusieurs formes de fondations périodiques dont la structure est du type H fractal ou fractale circulaire Sierpinski. Ensuite, nous comparons leur capacité à inhiber la propagation des ondes sismiques et leur fréquence de bande interdite. Enfin, une analyse paramétrique est réalisée pour déterminer l'influence du niveau fractal, des épaisseurs de caoutchouc et la dimension d'homothétie sur les propriétés de la zone

d'atténuation. Nous réalisons ces études pour les différents types de métamatériaux fractals antisismiques proposés.

- Dans le chapitre VI, une analyse physique de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite a été effectuée. L'analyse de l'effet de la forme de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites a été effectuée sur deux formes différentes de géométries à base de fractales. En outre, l'effet du jeu de connexions a été étudié pour la forme de la géométrie fractale en forme de H. L'impact de la dimension fractale et de l'homothétie interne a été analysé en comparant les résultats des mesures effectuées sur deux modèles différents.

- Le chapitre VII présente la conclusion générale et propose des pistes pour de futures études dans ce domaine.

Chapitre 2

Étude bibliographique

Contents

2.1 Généralité sur les systèmes d'isolation de la base . . 11
2.1.1 Systèmes d'isolation de la base passifs 11
2.1.2 Système d'isolation de la base active 14
2.2 Les Métamatériaux : Concepts et Histoire 15
2.2.1 Développement de métamatériaux sismiques : 21
2.2.2 Méthodes de calcul des cristaux phononiques : 31
2.2.3 Équations de propagation des ondes élastiques : 32
2.2.4 Conditions aux limites : 34
2.2.5 Théories de base des fondations périodiques : 36
2.3 Historique sur les fractales : 57
2.4 Définition d'un objet fractal : 57
2.5 Contexte théorique : 60
2.6 Métamatériaux avec géométrie fractale : 61

Première partie

Étude bibliographique : les Métamatériaux

2.1 Généralité sur les systèmes d'isolation de la base

Le développement des structures capables de résister aux séismes est au centre des recherches des ingénieurs depuis plusieurs décennies. Néanmoins, à ce jour, il n'existe pas de méthode largement acceptée pour la conception de bâtiments et de structures résistante aux séismes. Actuellement, les méthodes de conception traditionnelles basées simplement sur la résistance statique des structures, avec des facteurs d'impact pour tenir compte des charges dynamiques, ont été revues et progressivement remplacées par des nouvelles méthodologies au cours des trois dernières décennies. L'évolution des concepts de ductilité des éléments structurels, ainsi que l'importance de la résistance au cisaillement ont contribué à la conception d'éléments et de systèmes structurels résistant aux charges dynamiques dues aux séismes. Dans ce cadre, des systèmes passifs et actifs ont été proposés et mis en œuvre pour augmenter la capacité de la structure à résister à un séisme.

2.1.1 Systèmes d'isolation de la base passifs

L'objectif est de réduire les accélérations dans les bâtiments à des valeurs inférieures à celles du sol, ce qui suppose que le bâtiment soit flexible. La flexibilité d'un ouvrage structurel entraînera des problèmes dans le tissu du bâtiment. Les fenêtres peuvent tomber sous l'effet du vent, les cloisons se fissurer, les planchers vibrer sous les pieds. Dans un bâtiment de faible ou moyenne hauteur, la flexibilité nécessaire ne peut être obtenue qu'au niveau des fondations par l'utilisation d'une isolation de la base. De récentes conceptions ont été proposées pour résister aux charges sismiques. L'une des stratégies mises en œuvre actuellement a été l'ajout d'appuis en élastomère entre la base de la structure et le sol [5]. La figure 1.1 montre l'essai d'appuis en élastomère à l'Université de Buffalo à New York [6].

Les appuis en caoutchouc sont désormais utilisés partout comme appuis de dilatation thermique pour les ponts, où ils remplacent les appuis mécaniques à rouleaux ou à bascule, qui peuvent être attaqués par le sel, ont tendance à se bloquer et sont connus pour leur mauvais comportement en cas de séisme. Les appuis en caoutchouc utilisés aujourd'hui sont coûteux, durables et fiables et certains sont utilisés depuis plus de 25 ans [7]. De nombreux bâtiments en Europe et en Grande-Bretagne ont été construits sur des appuis en caoutchouc pour être isolés des vibrations causées par les voies ferrées souterraines et ces

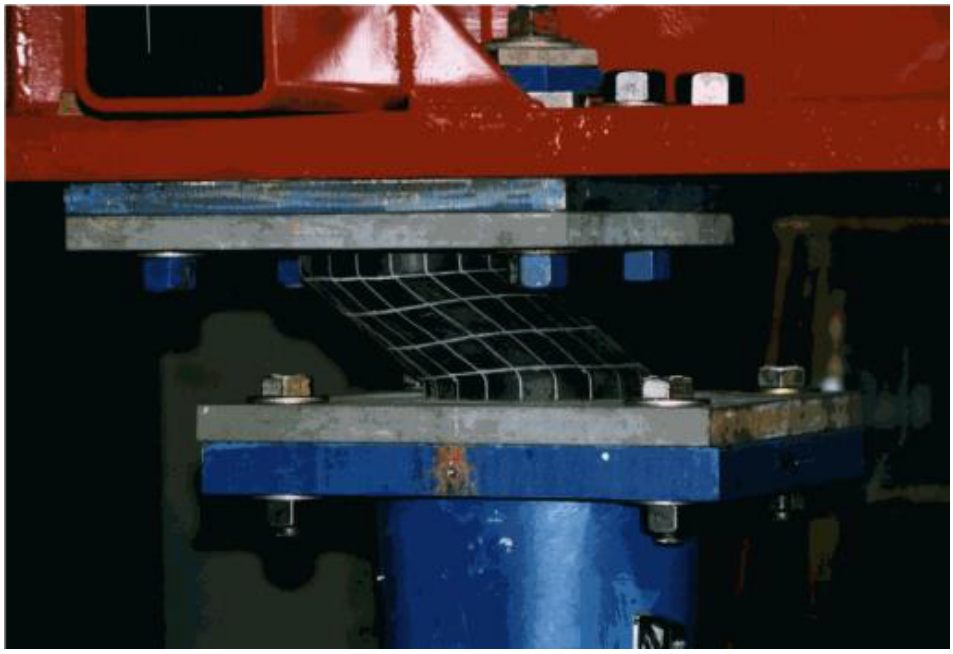

FIGURE 2.1 – Essai des appuis en élastomère [6]

appuis ont bien fonctionné pendant de longues périodes.

Le premier projet de construction doté d'un système d'isolation de la base aux États-Unis a été le "foothill Communities Law" et le palais de justice situé à Los Angeles, construit en 1985. Le système d'isolation de ce bâtiment de quatre étages comporte 98 isolateurs de supports en caoutchouc naturel multicouches renforcés par des plaques d'acier [8]. La Chine a construit plus de 450 bâtiments utilisant des appuis en caoutchouc afin d'assurer une protection sismique jusqu'en 2004, y compris des maisons, des bureaux, des écoles, des musées, des bibliothèques et des bâtiments hospitaliers de 3 à 19 étages [9]. L'expérience réussie de l'utilisation d'appuis en caoutchouc montre les avantages de ce système : efficacité, stabilité, insensibilité au tassement des fondations, et les appuis en caoutchouc peuvent diminuer la contrainte de température dans les structures par la libre déformation horizontale des appuis pendant le changement prononcé de température autour de la structure [9].

Un autre type de système d'isolation passive est caractérisé par le système coulissant. Ce système fonctionne en limitant le transfert du cisaillement à travers l'interface d'isolation [8]. Le système de friction-pendule est un système coulissant utilisant un matériau spécial d'interface glissant sur l'acier inoxydable. Ce système a été utilisé pour plusieurs projets aux États-Unis, dans des constructions neuves ou rénovées. Récemment, des techniques et des

matériaux plus avancés ont été ajoutés aux systèmes d'isolation par coulissement, notamment le système EDF (Électricité de France), le système RFBI (Resilient Friction Base Isolator), le système SRF (Sliding Resilient Friction), qui combine les caractéristiques souhaitables des systèmes EDF et RFBI, le système TASS (TAISEI Shake Suppression), le système FPS (Friction Pendulum) et les barres de roulement elliptiques [10].

Le système EDF est un isolateur de base à friction composé d'un support en néoprène laminé (renforcé par l'acier) surmonté d'une plaque en plomb et bronze, qui est en contact par friction avec une plaque d'acier ancrée à la structure [11]. Le système EDF a été utilisé dans une centrale nucléaire à Koeberg en Afrique du Sud. Le système RFBI consiste en un ensemble d'anneaux plats, qui peuvent glisser les uns sur les autres et comportent un noyau central en caoutchouc et/ou des noyaux périphériques en caoutchouc. Le RFBI (isolateur) combine l'amortissement du frottement et la résilience du caoutchouc [12].

Le système SRF combine les avantages de l'EDF et du RFBI. Il permet de réduire les accélérations et les déflexions maximales d'une structure en l'absence de grands déplacements. Le système SRF offre également une sécurité supplémentaire contre les mouvements de sol sévères et inattendus [13].

Le système TAISEI Shake Suppression (TASS) est composé de deux types d'appuis, tels que les appuis en caoutchouc et les appuis glissants [14]. Ce système a été développé pour les immeubles de grande hauteur. Il a été prouvé expérimentalement avec des matériaux à haute résistance, et un système de structure de longue portée permettrait d'assurer l'isolation sismique des bâtiments de grande hauteur soumis à des mouvements de sol importants [15].

Le système de pendule à friction (FPS) est basé sur les principes du mouvement pendulaire. L'amortissement par friction absorbe l'énergie de la structure supportée par le FPS [16]. La figure 1.2 montre le support de pendule à friction utilisée dans la rénovation du pont Benicia-Martinez [17].

Les roulements elliptiques sont efficaces pour réduire la réponse sismique du système sans subir de grands déplacements de la base [18]. Cependant, les roulements à rouleaux nécessitent une maintenance tout au long de leur durée de vie, et le système ne peut isoler le mouvement du sol que dans une seule direction. L'un des inconvénients majeurs d'un système d'isolation sismique traditionnel est qu'il présente généralement des déplacements horizontaux résiduels et permanents après un séisme. Les appuis sont très rigides dans la direction verticale et très flexible dans la direction horizontale. Sous une charge sismique, l'action des appuis consiste à isoler le bâtiment des composantes

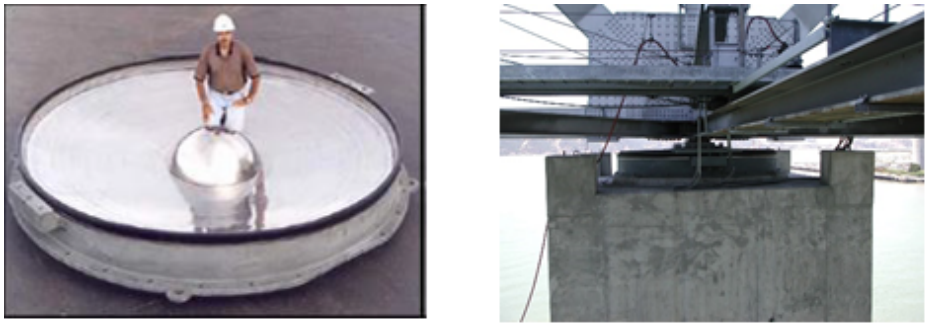

FIGURE 2.2 – Support pendulaire à friction utilisé dans le pont Benicia-Martinez [17]

horizontales du mouvement du sol, alors que les composantes verticales du mouvement du sol restent relativement identiques dans la structure.

2.1.2 Système d'isolation de la base active

Le système d'isolation de base active est une solution alternative qui permet de résoudre les inconvénients des systèmes d'isolation de base passive. Il est composé d'un système d'isolation passive combiné aux dispositifs de contrôle. Dans ces systèmes, on utilise des actionneurs de contrôle pour réduire les dérives et les accélérations du sol. De nombreuses expérimentations à petite échelle de ces systèmes d'isolation active ont été réalisées et leur efficacité a été prouvée.

Les travaux de Schmitendorf et al. [19] montrent une technique de contrôle efficace destinée aux structures de bâtiments exposés aux séismes. Le contrôle était efficace par rapport à l'incertitude des paramètres du modèle, et il pouvait facilement incorporer la dynamique de l'actionneur et donc éliminer les effets négatifs résultant de la réponse lente de l'actionneur.

Chang et Spencer [20] ont testé un système d'isolation de base active avec des caractéristiques uniques, notamment des appuis pendulaires à faible frottement et des actionneurs hydrauliques à faible force fabriqués sur mesure. Ces stratégies de contrôle prennent également en compte l'interaction entre la structure et le contrôle, et il a été prouvé qu'elles sont efficaces pour une large gamme d'excitations sismiques.

Nagarajaiah et al. [21] ont présenté une étude expérimentale et analytique du contrôle hybride de ponts utilisant des appuis coulissants, avec des ressorts de recentrage et des actionneurs servo-hydrauliques. Cette étude a produit l'al-

gorithme de contrôle basé sur des lois de contrôle optimal instantané. L'étude a montré que, avec le contrôle hybride, les accélérations ont été réduites de manière substantielle, tandis que le glissement a été limité dans une marge acceptable, et que les décalages permanents après un séisme ont été éliminés presque complètement.

Yang et al. [22] ont proposé des méthodes de contrôle solide pour des bâtiments exposés aux séismes et isolés par un système de glissement et d'isolation du type frictionnel. Un modèle du bâtiment non linéaire à l'échelle réduite de trois étages a été testé pour vérifier la validité de ces méthodes. Ce bâtiment a été monté sur une base supportée par quatre appuis à friction. Les résultats des tests expérimentaux ont indiqué que les performances de contrôle étaient remarquables, bien qu'une légère dégradation ait été observée en raison de la pollution sonore et des délais du système.

Plusieurs avantages des systèmes de contrôle actif par rapport aux dispositifs passifs peuvent être cités, tels qu'une efficacité accrue dans le contrôle de la réponse, une insensibilité relative aux conditions du site et aux mouvements du sol, une applicabilité aux situations d'atténuation multirisques et une sélectivité des objectifs de contrôle [23].

Néanmoins, le système de contrôle actif nécessite une alimentation externe considérable pour les systèmes structurels pendant les événements sismiques, ce qui, ajouté aux problèmes de fiabilité et autres, les rend impropres à une large application dans le génie civil. De plus, la complexité des détails et les coûts élevés freinent leur application pratique.

2.2 Les Métamatériaux : Concepts et Histoire

Les caractéristiques particulières des métamatériaux proviennent principalement des structures périodiques multidimensionnelles fabriquées artificiellement [24-25]. Grâce à la conception d'une variété de structures physiques, certaines lois naturelles peuvent être transgressées pour obtenir des fonctions matérielles extraordinaires. Le concept de métamatériaux a été introduit pour la première fois pour moduler les ondes électromagnétiques [26-27], et il a ensuite été largement utilisé dans les antennes réceptrices, les réflecteurs radars, les alertes sismiques, etc.

La propagation des ondes électromagnétiques dans les cristaux photoniques étant similaires à celle des ondes élastiques dans les cristaux phononiques, on pense à l'application de métamatériaux pour contrôler la propagation des ondes élastiques dans le milieu, à savoir les métamatériaux acous-

tiques/élastiques. Les métamatériaux élastiques sont généralement des structures périodiques. Des propriétés spéciales des métamatériaux, telles que la variation périodique de la densité, la variation structurelle et une anisotropie élevée, peuvent être obtenues en concevant raisonnablement les éléments périodiques minimaux et la configuration globale. Ces propriétés peuvent être appliquées pour contrôler la diffusion des ondes élastiques, qui peuvent réaliser les fonctions que le milieu naturel des ondes élastiques ne possède pas, comme la réfraction négative, l'occultation acoustique et le guide d'ondes unidirectionnel, ce qui leur donne un large champ d'application dans le domaine des vibrations, de la réduction du bruit et des composants acoustiques.

Les cristaux photoniques sont composés de microstructures ou nanostructures périodiques diélectriques, métallo-diélectriques, voire supraconductrices, qui affectent la propagation des ondes électromagnétiques ; des plages de fréquences spécifiques ne peuvent pas traverser le cristal photonique ; ces plages de fréquences sont appelées bandes interdites.

Le phénomène de bande interdite existe également dans les cristaux phononiques. Des recherches dans le domaine de la physique des solides ont montré que certains arrangements cristallins peuvent être utilisés pour manipuler l'énergie ou les modèles d'énergie des ondes acoustiques et mécaniques [28-29]. Les cristaux phononiques peuvent être conçus pour produire des écarts spécifiques dans la réponse de fréquence de la structure. Lorsque la fréquence d'une onde se situe dans la plage de la bande interdite d'une structure périodique, l'onde et son énergie ne peuvent pas se propager à travers cette structure [30].

En fonction des dimensions des structures périodiques, il existe trois types de cristaux phononiques, à savoir les cristaux phononiques unidimensionnels (1D), bidimensionnels (2D) et tridimensionnels (3D), comme le montre la figure 1.3 [31].

Chaque couleur de la figure 1.3 représente un matériau élastique différent disposé périodiquement. Selon les matériaux utilisés dans les cristaux phononiques, ils peuvent être classés comme des composites solide-solide, solide-air ou solide-liquide destinés aux cristaux phononiques 2D et 3D. Un cristal phononique solide-liquide signifie un arrangement périodique des éléments solides dans une matrice liquide.

Pour la première fois en 1992, Sigalas et Economou [32] ont prouvé théoriquement l'existence de bandes interdites de fréquence des ondes élastiques et acoustiques dans des structures périodiques constituées de sphères identiques placées périodiquement dans un matériau hôte homogène. En 1993, Kushwaha et al [33], ont obtenu les bandes interdites du cristal phononique 2D en utili-

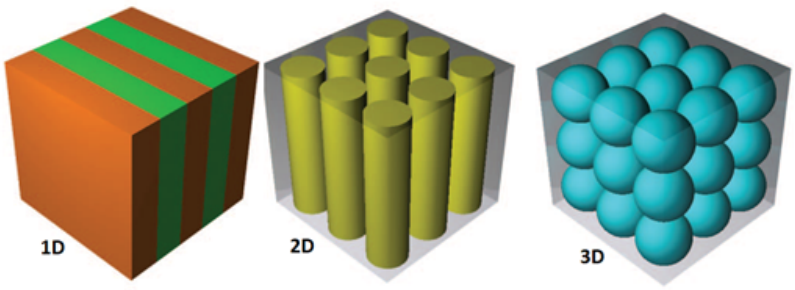

FIGURE 2.3 – Cristaux phononiques 1D, 2D et 3D [31]

sant la méthode d'expansion des ondes planes. Ils ont également souligné que l'on peut concevoir le cristal phononique pour fournir un environnement sans vibration pour les systèmes mécaniques de haute précision dans une gamme de fréquences donnée [34]. La sculpture cinématique d'Eusebio Sempere, illustrée à la figure 1.4, est constituée d'un réseau périodique de cylindres creux en acier inoxydable de 2,9 cm de diamètre, disposés sur un réseau carré de 10×10 cm [35]. En 1995, des chercheurs de l'Institut des sciences des matériaux de Madrid ont montré que la sculpture atténuait fortement les ondes sonores à certaines fréquences, donnant ainsi la première preuve expérimentale de l'existence de bandes interdites phononiques dans des structures périodiques.

En 2000, Liu et al. [36] ont proposé l'idée de structures résonantes localisées, des matériaux périodiques en 3D avec des bandes interdites de fréquence inférieure. La taille de la constante de réseau est inférieure de deux ordres de grandeur à la longueur d'onde des bandes interdites. Les études publiées avant 2000 montraient que la longueur d'onde des bandes interdites avait la même taille que la constante de réseau en raison de la diffusion de Bragg. La théorie des structures résonantes localisées peut conduire à des applications dans le domaine de la réflexion des ondes sismiques, puisque les bandes interdites de fréquence peuvent être réduites à des gammes très basses. Les bandes interdites des structures à résonance locale sont déterminées par les propriétés des matériaux et la géométrie de cristaux phoniques. Liu et al. [37], ont découvert que la bande interdite de fréquence était affectée par les propriétés élastiques du matériau de la structure. Les propriétés de la bande interdite des ondes élastiques peuvent être réglées de façon continue, d'une bande de résonance à une bande de Bragg, en variant simplement les propriétés élastiques du matériau de revêtement. L'étude des cristaux phononiques 2D par Zhang



FIGURE 2.4 – Sculpture d'Eusebio Sempere [35]

et al. [38] consistait à enrober des cylindres dans un verre hôte en utilisant la méthode d'expansion des ondes planes. L'étude a montré que l'écart optimal était obtenu en accordant le rapport d'épaisseur de la couche de revêtement pour les cristaux phononiques 2D à trois composants. Liu et al. [39] ont fourni un modèle analytique simple pour les bandes interdites soniques dues à la résonance. Dans leur article, ils ont décrit l'origine des bandes interdites dans le phénomène de résonance locale.

Goffaux et al, [40-41] ont étudié la propagation des ondes élastiques dans un matériau sonique localement résonnant. Ils ont introduit un modèle mécanique simple pour montrer un aperçu physique du phénomène de résonance locale. De plus, ils ont comparé l'espace de Bragg et l'espace de résonance. L'espace de Bragg présentait des performances d'atténuation encore meilleures sur une plus grande gamme de fréquences en raison des phénomènes d'interférence de Bragg aux basses fréquences.

Ho et al, [42] ont démontré un écran acoustique à large bande basée sur des couches de matériaux sonore à résonance locale. Un écran acoustique à large bande (200-500 Hz) a été obtenu, et le résultat était bien plus efficace que celui dicté par la loi de la densité de masse.

Zhang et Cheng [43] [44] avaient déjà effectué une comparaison des bandes interdites entre le cristal phononique 2D binaire et composite à trois composants, théoriquement et expérimentalement. Les deux résultats ont prouvé l'existence d'une bande interdite beaucoup plus large du cristal à trois composantes par rapport au cristal binaire.

Hirsekorn et al, [45] [46] ont réalisé des simulations numériques de la propagation d'ondes acoustiques à travers des cristaux soniques constitués de résonateurs locaux en utilisant l'approche LISA (Local Interaction Simulation Approach). Trois fortes bandes d'atténuation ont été trouvées à des fréquences comprises entre 0,3 et 6,0 kHz, qui ne dépendent pas de la périodicité du cristal.

Wang et al, [47] [48] ont étudié la propagation d'ondes élastiques dans des cristaux phononiques binaires 2D constitués de cylindres de caoutchouc mou dans de l'époxy. Les matériaux binaires localement résonants ont été étudiés à l'aide de la méthode de la masse forfaitaire. Les premiers et deuxièmes modes localement résonnants dans le plan étaient localisés à la fois dans la couche de revêtement et dans le noyau.

Les travaux de Hsu et Wu [49] portent sur le cristal phononique 2D à deux composantes placées avec une épaisseur finie en utilisant la méthode

d'expansion des ondes planes. Les écarts à basse fréquence des ondes de Lamb dus au mécanisme de résonance localisée et aux modes de plaque dominées par la flexion dépendaient de manière significative, non seulement des taux de remplissage, mais aussi de l'épaisseur de la plaque.

Oudich et al. [50-51-52], ont présenté un cristal phononique 2D localement résonnant constitué de plaques stubées. La largeur de la bande interdite de ce cristal localement résonnant dépendait fortement de la hauteur et de la surface de la section transversale des stubs [50]. Ces mêmes auteurs [51], présentent un cristal phononique localement résonant qui sert de guide d'onde droit et courbe pour les ondes élastiques en utilisant la méthode des éléments finis combinée à la technique des super cellules. L'existence d'une bande interdite phononique localement résonante dans une plaque 2D stubbée a été prouvée expérimentalement [52]. Une structure typique du modèle étudié est présentée à la figure 2.5.

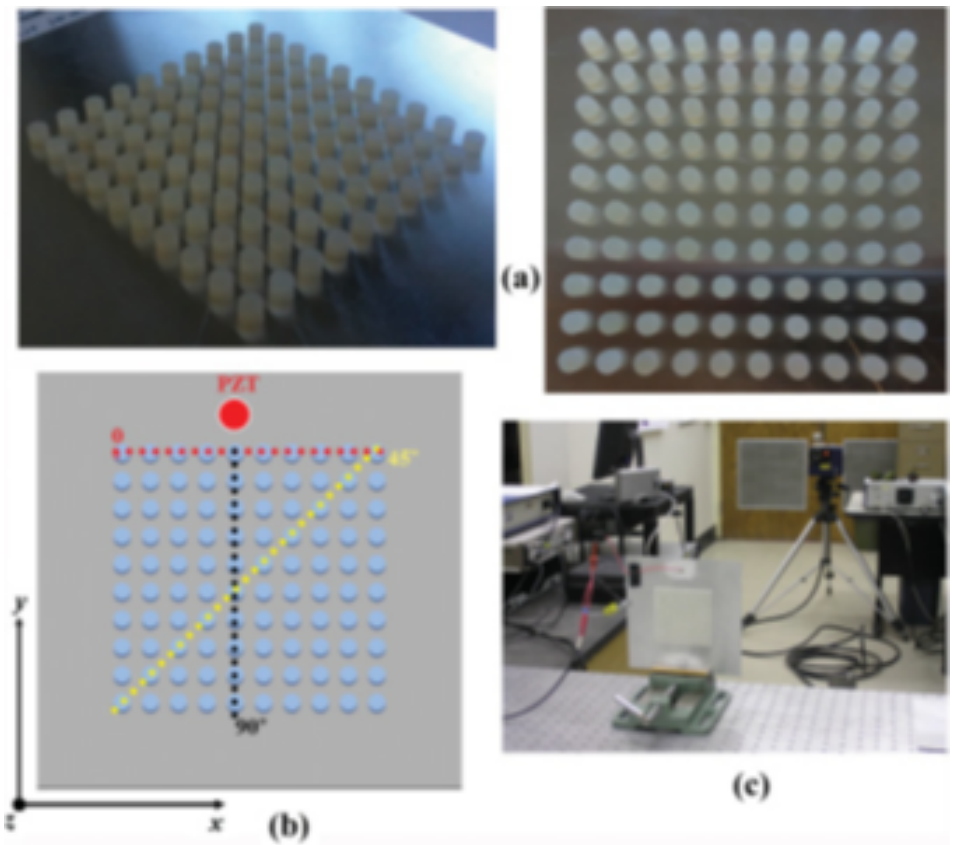

FIGURE 2.5 – Guide d'ondes courbé et valeur absolue du champ de déplacement pour le guidage mode [51]

Récemment, une nouvelle branche des matériaux élastiques, les métamatériaux sismiques, est née et ouvre la voie à de très importantes applications dans la protection des constructions lors des séismes. Actuellement, la principale mesure utilisée pour améliorer la résistance sismique des structures consiste à "se protéger" en augmentant la résistance des bâtiments ou des fondations. L'application de métamatériaux sismiques pour réguler les ondes sismiques dues à la réfraction, à la réflexion et à l'atténuation offre une nouvelle solution au génie parasismique qui est différente de la stratégie traditionnelle de réduction des catastrophes.

Des études expérimentales à l'échelle géophysique ont également vérifié l'efficacité des métamatériaux sismiques dans l'atténuation des ondes de surface [53-54]. La conception de métamatériaux élastiques pour la protection antisismique est donc très importante pour l'application des métamatériaux et le développement du génie parasismique.

De nombreuses recherches ont été menées depuis 2005 sur la protection antisismique par l'introduction de métamatériaux élastiques, et ces recherches continuent de progresser chaque année.

Les métamatériaux sismiques font l'objet de nombreuses études et sont construits de diverses manières. Certains chercheurs ont examiné les métamatériaux sismiques en fonction de diverses méthodes de classification. Kim en 2013 a divisé les méthodes de protection anti-sismiques en deux types : la méthode d'occultation traditionnelle, cloaking method, qui fait dévier l'onde sismique et la méthode de la zone d'ombre artificielle, shadow zone method, qui fait disparaître l'onde sismique par atténuation [55]. Ungureanu et al. en 2015 ont classé les progrès des métamatériaux sismiques en fonction de la déflexion, de l'invisibilité et des amortisseurs d'ondes [56]. S. Brûlé et al. ont introduit les métamatériaux sismiques sur la base du concept de résonateurs accordés enterrés dans le sol, autour des fondations du bâtiment ou des résonateurs de surface [57].

2.2.1 Développement de métamatériaux sismiques :

Les configurations proposées dans les recherches existantes sur les métamatériaux sismiques peuvent être divisées en deux types selon la configuration : les métamatériaux sismiques extérieurs protégés et les fondations en métamatériaux.

2.2.1.1 Métamatériaux sismiques extérieurs protégés :

Les métamatériaux sismiques extérieurs sont placés à la périphérie de la zone de protection et forment une barrière pour empêcher la transmission des ondes sismiques. Selon la situation d'application réelle, la barrière peut être posée sur le sol ou enterrée dans le sol.

Pour les métamatériaux sismiques de protection par couche externe sur le sol, Colombi et al. en 2016 ont exploré l'effet de protection des forêts comme métamatériaux localement résonnants sur les ondes de Rayleigh [58-59], comme le montre la figure 1.6. Lorsque des ondes de Rayleigh de fréquence inférieure à 150 Hz se propagent dans un sol sédimentaire mou, elles sont fortement atténuées après avoir traversé deux grandes bandes de fréquences séparées en raison de l'effet des arbres. Le phénomène d'atténuation est causé par la bande interdite générée lorsque les arbres sont disposés selon l'échelle sub-longueur des ondes de Rayleigh incidentes. En 2017, Colquitt et al. ont considéré un réseau de tiges disposées uniformément sur une plaque élastique mince ou un demi-espace élastique comme des résonateurs et ont obtenu des résultats cohérents avec le modèle forestier [60].

S. Brûlé et al. ont proposé d'utiliser le concept de cartographie conformationnelle quasi-urbaine pour créer des manteaux protecteurs afin de concevoir les villes du futur, en considérant les bâtiments comme un groupe de résonateurs hors sol pour l'interaction de l'échelle de la zone urbaine [61]. Liu et al. ont ensuite établi un modèle de simulation 3D basé sur des métamatériaux forestiers en 2019, visant l'effet protecteur de l'onde de Rayleigh basse fréquence de 80 Hz [62], comme le montre la figure 2.7. Les arbres sont simplifiés en tiges coniques, ce qui compense le fait que Colombi et al. ont simplifié les arbres en " murs d'arbres " à rangées multiples dans le modèle 2D, en ignorant l'absence de vibration en dehors du plan. Les métamatériaux sismiques de protection par couches extérieures sur le sol sont simples dans leur structure et faciles à agencer, mais la plantation d'arbres de différentes hauteurs sur le sol produira une forte invasion dans l'environnement fortement urbanisé.

Les métamatériaux sismiques intégrés peuvent être utilisés comme barrières anti-sismiques en enterrant des métamatériaux avec des structures spécifiques autour d'objets à défendre dans un réseau. Différentes formes structurelles peuvent être conçues en fonction d'exigences pratiques, comme la prise en compte de la période de base du bâtiment et de ses harmoniques. Dès 1999, Meseguer et al. ont percé des trous à la surface du marbre selon une disposition en treillis triangulaire et en nid d'abeille, confirmant l'existence de bandes interdites, qui peuvent être utilisées pour l'isolation des ondes de

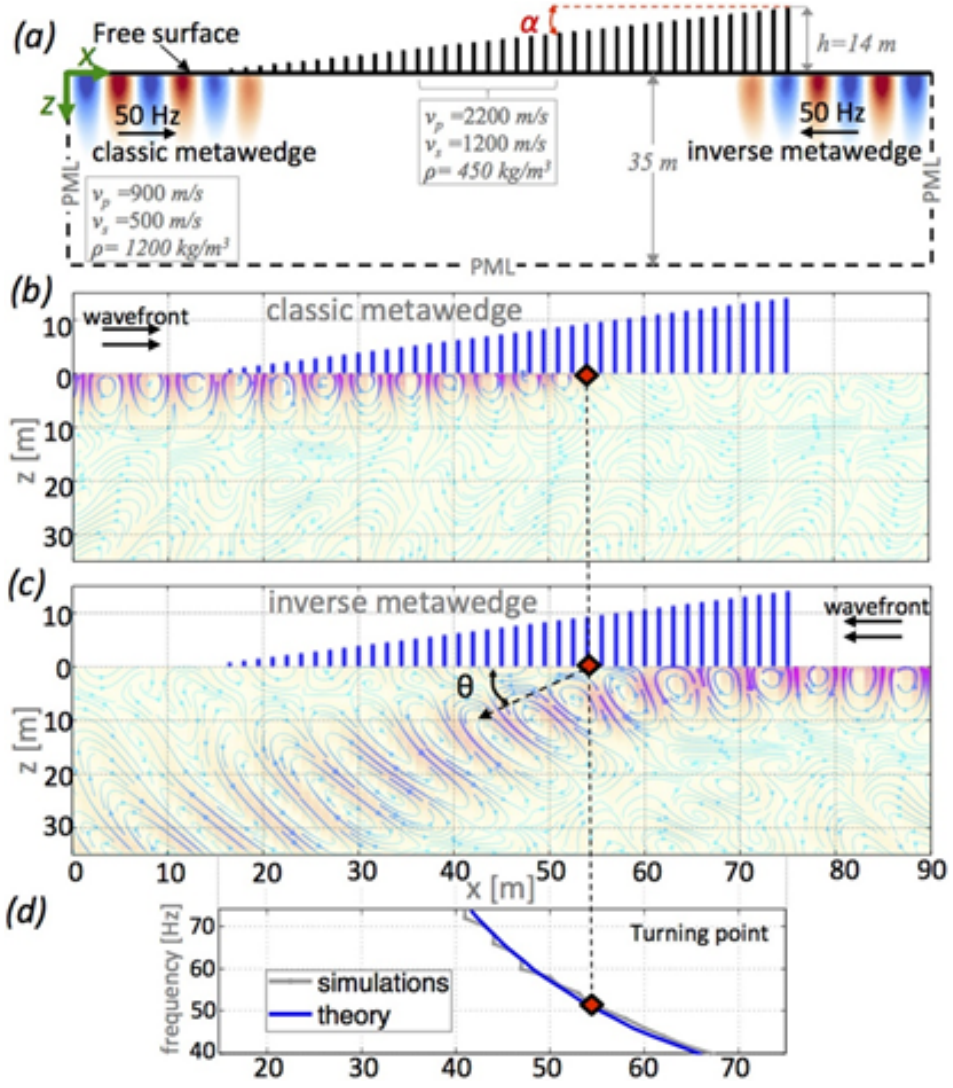

FIGURE 2.6 – Le méta-bord montrant, en (a), la géométrie et les paramètres du matériau. Dans (b,c), les lignes de courant élastiques où l'échelle de couleurs et la largeur de la ligne représentent la magnitude du champ de déplacement ; le carré rouge indique le point d'inflexion. Les figures (b,c) correspondent respectivement à l'augmentation et à la diminution de la hauteur du résonateur par rapport à la direction d'incidence de l'onde de Rayleigh. La figure (d) donne la prédiction théorique par rapport à la mesure, à partir de la simulation numérique, de la position du point d'inflexion pour diverses fréquences relatives au coin de la figure (a) [58].

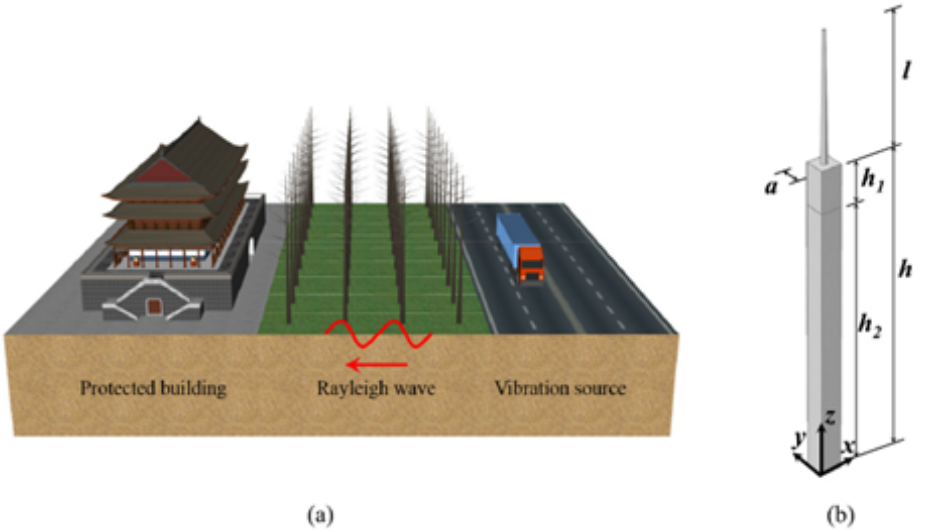

FIGURE 2.7 – (a) Ondes de Rayleigh causées par les vibrations du trafic et forêts à disposition périodique. (b) cellule unitaire du modèle

Rayleigh dans la protection antisismique [63]. En 2011, Alagoz et Alagoz ont réalisé des trous périodiques dans le sol comme diffuseur et ont analysé l'influence de la forme du diffuseur [64]. En 2013, S. Brûlé et al. ont introduit des métamatériaux sismiques composés de trous percés verticalement dans le sol et ont réalisé des essais sur le terrain [54-65].

En 2016, ils ont étudié plus avant la distribution d'énergie des ondes de Rayleigh concentrées dans un sol structurel composé de trous de grille répartis sur le sol [65-66]. En 2012, Kim et Das ont proposé d'encastrer une boîte vide avec des trous latéraux correspondant à la fréquence de résonance des ondes sismiques autour de la zone protégée. De cette façon, le module négatif équivalent, qui rend la vitesse de l'onde imaginaire, peut être construit pour atténuer l'énergie des ondes sismiques [67]. En 2017, les chercheurs ont également proposé une zone sismique négative souterraine pour l'ensemble de la ville [68]. Cette zone était composée de matériaux acoustiques dont l'un des paramètres de densité et de module était négatif, ce qui pouvait réduire l'amplitude des ondes sismiques de manière exponentielle. Torres-Silva et Cabezas ont enterré des structures chirales autour des bâtiments pour construire des métamatériaux sismiques en 2013 et ont compris que les effets de chiralité peuvent réduire le volume des matériaux et réduire considérablement le coût d'ingénierie [69]. Finocchio et al. ont étudié l'effet de blindage du système intégré de chaîne de masse dans la masse en 2014 [70], et Dertimanis et al.

ont présenté la structure spécifique d'une chaîne 1D compacte, légère et déployable du système de masse dans la masse en 2016 [71], comme le montre la figure 2.8.

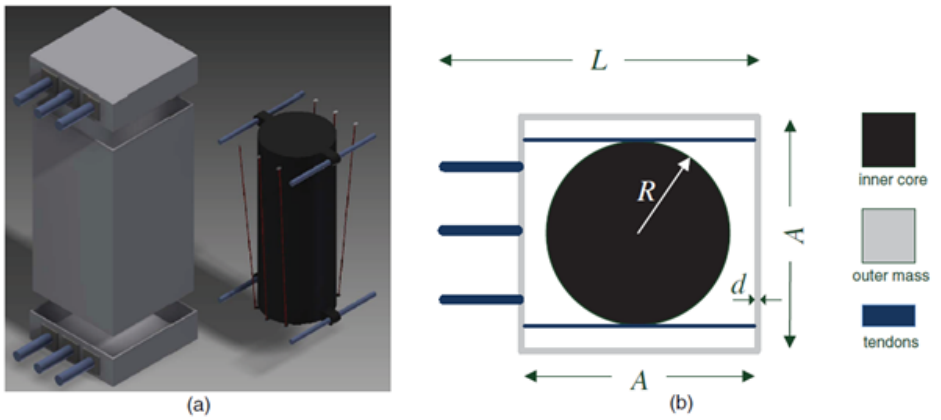

FIGURE 2.8 – Cellule unitaire de la chaîne masse-dans-masse : (a) configuration typique, (b) dimensions de base [71]

En 2017, Wagner et al. ont étudié les résonateurs localement adaptatifs composés de chaînes de cellules unitaires de masse dans la masse et ont mené une optimisation robuste de l'incertitude pour les chaînes [72]. Maleki et Khodakaremi ont étudié l'effet d'un cadre d'isolateur externe périodique de type masse-dans-masse sur la réduction de l'amplification sismique sur des collines soumises à des ondes dans le plan [73]. En 2015, Aravantinos Zafiris et al. ont considéré la topologie du réseau et une structure à section variable [74]. Ungureanu et al. ont constaté en 2015 que la propagation des ondes sismiques de fréquence comprise entre 1 et 40 Hz peut être affectée par des métamatériaux de type auxétique enterrés dans le sol à l'échelle de 10 m [75]. En 2015, Krodel et al. ont enterré un ensemble de réseaux de tubes cylindriques contenant un résonateur suspendu par des paliers souples autour de bâtiments sensibles [76], et Achaoui et al. ont conçu des résonateurs inertiels de sphères de fer reliées à une masse de béton par des ligaments en fer ou en caoutchouc [77], comme le montre la figure 2.9.

En 2016, Miniaci et al. ont conçu une cellule unitaire de cavité en forme de croix, une cellule unitaire de cylindre creux et une cellule unitaire de cylindre revêtu [78], comme le montre la figure 2.10, et ont comparé leurs effets.

Palermo et al. ont conçu une cellule unitaire à structure en fuseau composée d'une masse cylindrique suspendue par des ressorts élastomères à l'intérieur d'un tube en béton en 2016 [79,80] et ont étudié plus avant le résonateur

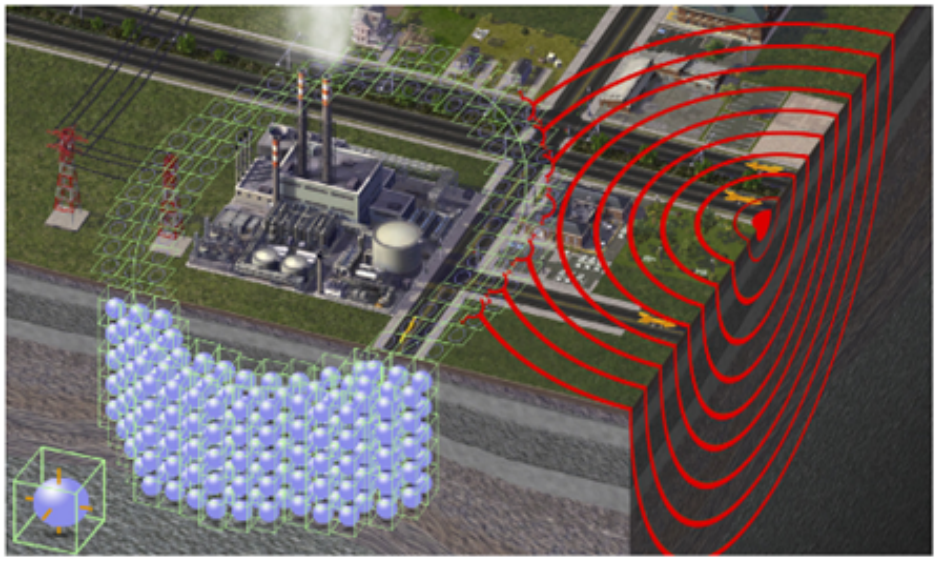

FIGURE 2.9 – Schéma de principe de la protection antisismique constituée de résonateurs inertiels placés autour des fondations d'une grande infrastructure civile. L'encart montre une cellule périodique avec une sphère en fer reliée à une masse de béton par six liens [77]

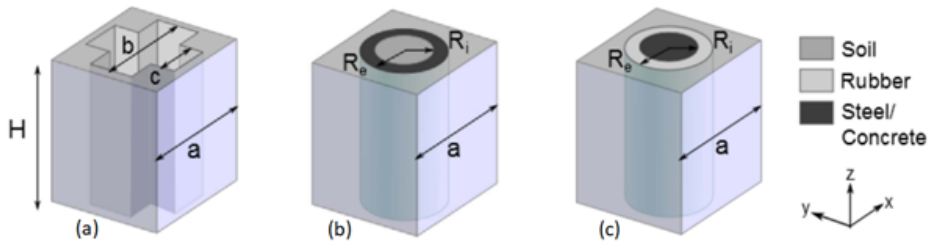

FIGURE 2.10 – (a) Cellule unitaire en forme de cavité croisée, (b) Cellule unitaire cylindrique creuse, (c) Cellule unitaire cylindrique revêtue [78]

multimasse correspondant en 2017 [81]. Cependant, la manière protectrice de transformer les ondes de surface en ondes de corps de cette structure présente certaines limites dans les applications pratiques. En 2017, Achaoui et al. ont enterré des colonnes cylindriques périodiques et des inclusions en forme de croix dans le socle rocheux sous la couche de sol [82], et Du et al. ont étudié l'effet protecteur des piliers fractals en forme de H et des pieux carrés remplis de béton, qui sont meilleurs que les cylindres creux ou les pieux carrés [83-84].

En 2018, Geng et al. ont considéré des métamatériaux sismiques binaires 1D avec deux matériaux constitutifs contrastés [85], et Zeng et al. ont inspecté des piliers en forme de I disposés sur une surface de sol 2D [86]. En 2015, Khlopotin et al. ont étudié l'effet d'un manteau physiquement réalisable constitué de milieux élastiques micropolaires non restreints sous forme 2D soumis à des ondes de Rayleigh incidentes pertinentes pour une charge sismique [87]. En 2016, Colombi et al. ont conçu le manteau d'invisibilité de la lentille de Luneburg en plaçant des piliers de sol mou de différents diamètres sur le réseau régulier [88], Diatta et al. ont étudié plus en détail le manteau de sol sédimentaire contenant des piliers en béton déduit d'une transformation géométrique de l'équation de Willis [89]. En considérant la transformation géométrique des manteaux sismiques avec différentes formes dans le contexte de différents cristaux, Aznavourian et al, en 2017, ont analysé la propagation des ondes élastiques dans les cristaux transformés et les quasicristaux [90]. Les données expérimentales extraites de l'analyse des essais sur le terrain du sol structuré avec des trous de forage montrent que les métamatériaux sismiques bioinspirés ont une grande valeur d'application. En 2018, Domenico et al. ont introduit un nouveau système de contrôle passif des vibrations en combinant l'isolation de la base sismique avec un système d'amortisseur à inertie accordé et ont optimisé les paramètres du système [91]. En 2019, Muhammad et al. ont étudié la propagation des ondes de surface dans un milieu de sol multicouche avec une disposition périodique de la section en acier construite et ont considéré les sections en acier construites de deux types [92]. Chen et al. ont proposé des métamatériaux sismiques de pieux en béton à variation périodique qui peuvent atténuer les ondes de surface en dessous de 10 Hz en se basant sur l'ingénierie du sol multicouche, l'utilisation de matériaux de construction conventionnels et les contraintes opérationnelles de construction. Il a également été prouvé que les pieux creux en béton dont la fraction volumique est inférieure à 10 pour cent peuvent générer une bande interdite constante [93]. Zeng et al. ont proposé une nouvelle structure métamatérielle sismique composée de blocs d'acier enveloppés de mousse. La structure peut générer une large bande interdite de 3,5 à 10,0 Hz. Ils ont réalisé une expérience à l'échelle 1 :30 [94].

2.2.1.2 Fondations en métamatériaux :

Les fondations en métamatériaux sont constituées de plusieurs matériaux périodiques conçus par des structures 1D, 2D ou 3D, qui peuvent être utilisés comme nouveaux dispositifs d'isolation pour protéger la superstructure contre le risque d'ondes sismiques incidentes. La structure composite qui combine des matériaux en béton, en caoutchouc et en métal selon une conception appropriée a une bonne capacité de suppression des ondes dans la gamme de fréquences des ondes sismiques.

En 2012, Bao et al ont étudié les réponses dynamiques d'une structure avec des fondations périodiques basées sur des métamatériaux alternés [95]. Shi et Huang ont proposé une fondation périodique d'isolation sismique en 3D composée d'un noyau interne à haute densité, d'un revêtement souple et d'une matrice en béton [96]. Les ondes sismiques dans n'importe quelle direction avec des fréquences dans les zones d'atténuation ne peuvent pas se propager à travers la fondation. En 2014, Yan et al. ont intégré périodiquement des inclusions métalliques cylindriques avec un revêtement en caoutchouc souple dans la matrice en béton armé et ont mené des expériences sur le terrain pour confirmer les effets de bande interdite de la fondation périodique [97]. Amendola et al. ont mené une étude numérique sur la réponse élastique de systèmes monocouches et multicouches composés de treillis pentamodes et de plaques de raidissement alternés en 2016 [98]. Et en 2017, la réponse mécanique non linéaire des couches pentamodes confinées entre des plaques de raidissement sous une grande déformation élastique a été étudiée [99]. La Salandra et al. ont construit une fondation périodique 3D à trois composants en utilisant les deux matériaux de construction de base couramment utilisés, le béton et le caoutchouc, pour l'isolation du système de réservoir de stockage de carburant en 2017 [100]. Ils ont encore optimisé la métafondation périodique en 2019 [101], comme le montre la figure 2.11.

En 2018, Witarto et al. ont appliqué la fondation périodique à couches de matériaux alternées à la protection sismique du petit réacteur modulaire et ont réalisé un test de table vibrante à grande échelle [102], comme le montre la figure 2.12.

Casablanca et al. ont proposé une fondation composite basée sur la résonance locale et la structure à double rigidité [103], comme le montre la figure 2.13, et l'ont testée à l'échelle du laboratoire.

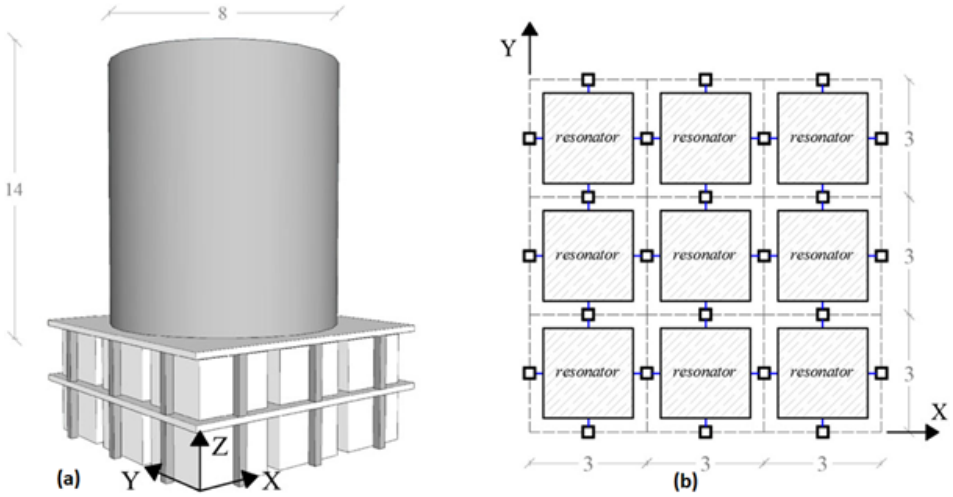

FIGURE 2.11 – Système couplé fondation-réservoir élancé : a) vue isométrique avec colonnes en acier et b) vue en plan [101]

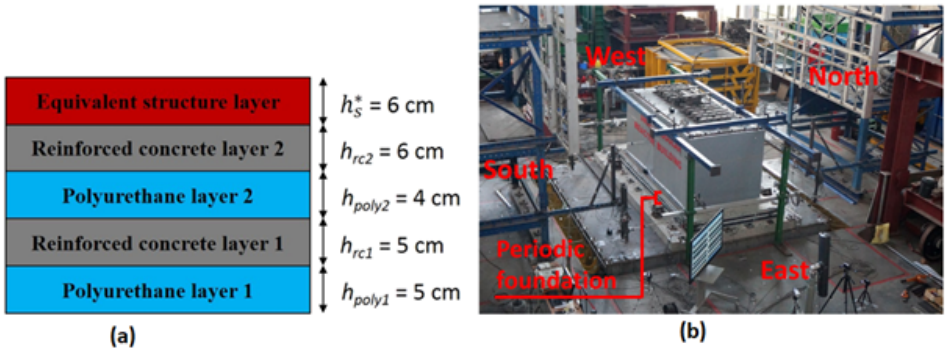

FIGURE 2.12 – (a) Fondation périodique 1D conçue. (b) mise en place du test [102]

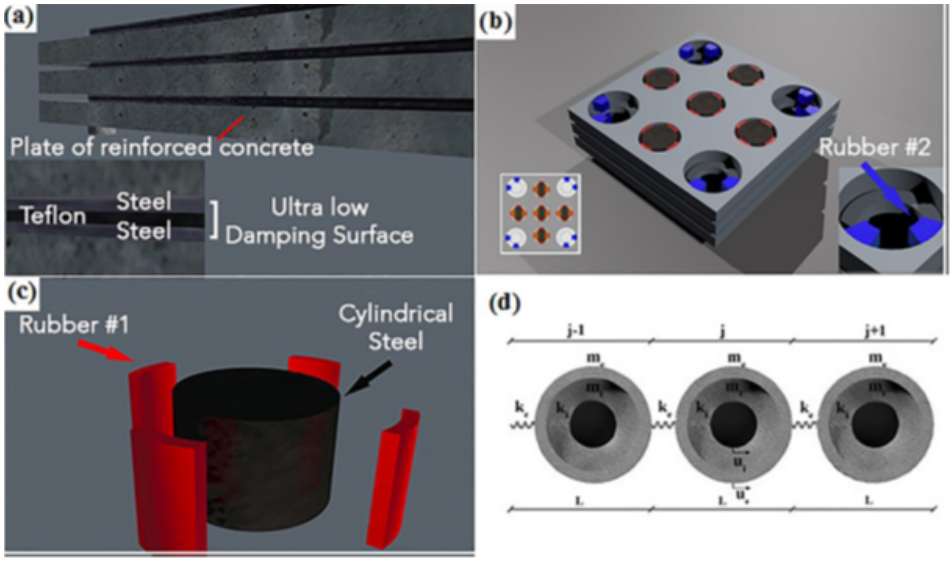

FIGURE 2.13 – Schémas de la fondation composite. a) Plaques et vue zoomée de leur élément de déconnexion. b) Distribution spatiale des résonateurs et détail de l'élément élastomère utilisé pour connecter les différentes plaques. c) Exemple d'un résonateur et d'un élément élastomère séparant la masse du résonateur en acier de la plaque de béton. d) Schéma d'un système périodique de masse dans la masse [103]

2.2.2 Méthodes de calcul des cristaux phononiques :

Il existe plusieurs façons d'obtenir les bandes interdites des cristaux phononiques. On peut citer cinq méthodes couramment utilisées : (1) la méthode de la matrice de transfert, (2) la méthode d'expansion des ondes planes, (3) la méthode du domaine temporel par différences finies, (4) la théorie de la diffusion multiple, et (5) la méthode des éléments finis.

La méthode de la matrice de transfert [104-105], ne nécessite qu'une petite quantité de calcul, et elle est utilisée dans les cristaux phononiques 1D, par exemple les poutres d'Euler en cristal phononique et les barres en cristal phononique. En utilisant les équations de mouvement des poutres ou des barres, ainsi que les conditions continues à l'interface, comme par exemple le déplacement, l'angle de rotation, le moment de flexion et la force de cisaillement, la matrice de transfert peut être obtenue. On peut obtenir un problème de valeurs propres avec la matrice de transfert et les conditions limites périodiques, qui contiennent la relation de dispersion des cristaux phononiques. Le principal avantage de la méthode de la matrice de transfert est que seule une petite quantité de calculs est nécessaire. Cependant, la méthode de la matrice de transfert ne peut pas être utilisée pour résoudre les structures de bande des cristaux phononiques 2D et 3D.

La méthode d'expansion des ondes planes (PWE) [106-107-108-109-110] est l'une des méthodes les plus populaires pour obtenir les bandes interdites des cristaux phononiques. Jusqu'à présent, cette méthode a été utilisée pour résoudre les bandes interdites des cristaux phononiques avec des composites solide-solide, solide-air et solide-liquide. En raison des conditions limites périodiques des cristaux phononiques, les densités et les constants élastiques des matériaux peuvent être écrits sous forme d'expansions en série de Fourier. Avec le théorème de Bloch, les équations du mouvement peuvent être écrites sous la forme d'équations de valeurs propres, et le problème est converti en un problème de valeurs propres. La méthode d'expansion des ondes planes rencontre des problèmes de convergence lorsque le cristal phononique a une grande différence d'élasticité. La méthode devient à la fois chronophage et difficile en termes de mémoire avec l'augmentation des ondes planes.

La méthode du domaine temporel par différences finies [111-112] est adaptée au traitement de différentes structures géométriques et au traitement du problème de convergence numérique. Les équations d'onde sont d'abord discrétisées dans le domaine temporel, puis les conditions aux limites périodiques et le théorème de Bloch sont appliqués. Avec une excitation donnée, la réponse des cristaux phononiques dans le domaine temporel peut être obtenue. Après

l'application de la transformation de Fourier, les valeurs propres du spectre de fréquence peuvent être obtenues, et les bandes interdites des cristaux phononiques déterminées. La méthode du domaine temporel par différences finies nécessite un nombre considérable de calculs et exige donc une technologie de calcul parallèle et des ordinateurs à haut rendement.

La théorie de la diffusion multiple [113-114] peut être utilisée pour les cristaux phononiques 2D et 3D. Cette dernière est une théorie exacte sans approximation. Cependant, elle ne convient que pour les diffusions hautement symétriques des cristaux phononiques 2D et 3D.

La méthode des éléments finis est une technique numérique permettant de trouver des solutions approximatives aux problèmes de valeurs limites d'équations différentielles. Pour obtenir les bandes interdites des cristaux phononiques, les conditions limites périodiques sont appliquées aux cellules unitaires. Les logiciels commerciaux tels que ABAQUS et ANSYS ne peuvent pas être utilisés pour appliquer les conditions limites périodiques aux cristaux phononiques directement. Cependant, COMSOL Multiphysics fournit des conditions aux limites périodiques qui peuvent être utilisées très facilement.

2.2.3 Équations de propagation des ondes élastiques :

En milieu solide, la propagation des ondes élastiques/acoustiques est décrite par deux champs d'équations de base : l'un qui relie le tenseur de déformation au champ de déplacement $S = \nabla_s.u$ et l'autre qui concerne l'équation de mouvement $\nabla.T = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ [183]. Cette dernière caractérise le comportement vibratoire inhérent d'un milieu sans interaction extérieure, où les forces d'inertie et les forces de rappel élastiques influent sur les particules du milieu pour donner lieu au déplacement oscillatoire. En plus de ces deux équations, il y a la loi de Hooke $T = C : S$ qui établit un lien entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations, ce qui permet d'établir le lien entre les forces de rappel élastique et la déformation du matériau au moyen des constantes élastiques du milieu. De cette manière, un système d'équations en T, S et u est défini :

$$S = \nabla_s.u \tag{2.1}$$

$$\nabla.T = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \tag{2.2}$$

$$T = C : S \tag{2.3}$$

où T et S sont les tenseurs de contrainte et de déformation , u est le vecteur de champ de déplacement, et c est le tenseur de rigidité élastique qui regroupe les constantes élastiques du milieu.

Un produit désigné par les deux points " :" signifie que les deux tenseurs T et S ont la relation suivante :

$$T_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl}.S_{kl} \tag{2.4}$$

Le terme $S = \nabla_s.u$ implique $S_{ij} = 1/2(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$, avec $(i, j, k, l) \in [x, y, z]$, x,y et z représentant les trois directions du repère cartésien en trois dimensions.

Par ailleurs, il est possible d'écrire le système décrit par les équations (2.1), (2.2) et (2.3) sous la forme :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \tag{2.5}$$

Il est possible de simplifier ces dernières grâce aux symétries des tenseurs T et S, tels que $C_{ijkl} = C_{jikl}$, $C_{ijkl} = C_{ijlk}$ et $C_{ijkl} = C_{klij}$, ainsi qu'en utilisant la notation de Voigt pour les tenseurs de rigidité et de contrainte élastiques : $C_{ijkl} = C_{IJ}$ et $T_{ij} = T_I$, avec :

ij kl	xx	yy	zz	yz, zy	xz, zx	xy, yx
I J	1	2	3	4	5	6

Cela nous donne :

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial T_6}{\partial y} + \frac{\partial T_5}{\partial z} \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial T_6}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} + \frac{\partial T_4}{\partial z} \tag{2.7}$$

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial T_5}{\partial x} + \frac{\partial T_4}{\partial y} + \frac{\partial T_3}{\partial z} \tag{2.8}$$

Avec

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u_x}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u_y}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u_z}{\partial z} \\ \dfrac{\partial u_y}{\partial z} + \dfrac{\partial u_z}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u_x}{\partial z} + \dfrac{\partial u_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u_y}{\partial x} + \dfrac{\partial u_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Ainsi, dans un milieu isotrope, le tenseur élastique est de la forme :

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix} = c$$

Avec

$$c_{44} = (c_{11} - c_{12})/2 \tag{2.9}$$

Par ailleurs, la résolution de ces équations permet, par analyse numérique, de simuler le comportement élastique de tout milieu solide, et par là même sa réponse aux différentes sollicitations extérieures auxquelles il est soumis, en particulier les excitations générant des ondes acoustiques ou élastiques.

2.2.4 Conditions aux limites :

Lors d'une étude numérique, les cristaux phononiques constituent le domaine de résolution des équations (2.6 - 2.8). Ce domaine présente des interfaces et des frontières de différents types, qui doivent être définies en termes de comportement élastique et être converties en équations. Par conséquent, les équations de condition aux limites sur le champ de déplacement u et le champ de contrainte T sont formulées sur ces frontières en fonction de leur nature, laquelle peut être libre, fixe, ou avoir une propriété de périodicité.

2.2.4.1 Conditions aux limites libres et fixes :

Il est nécessaire d'exprimer des conditions aux limites libres ou fixes sur une ou plusieurs limites du domaine étudié et de les joindre aux équations de

propagation (2.6 - 2.8),. La surface libre est libre de toute contrainte en tout point. Par exemple, dans un milieu dont la surface plane libre est située en $z = z_1$ et dont la normale n_z est dans la direction de l'axe (O_Z) du repère cartésien, la condition aux limites libres se traduit par :

$$T_{z=z_1}.n_z = 0 \tag{2.10}$$

c'est-à-dire

$$T_{xz,z=z_1} = T_{yz,z=z_1} = T_{zz,z=z_1} = 0$$

ou, avec la notation de Voigt :

$$T_{5,z=z_1} = T_{4,z=z_1} = T_{3,z=z_1} = 0$$

Pour une surface fixe, tout mouvement est impossible pour les particules du milieu. Cette condition aux limites est exprimée dans ce cas par un champ de déplacement nul $u = 0$, c'est-à-dire $u_x = u_y = u_z = 0$ en tout point de cette surface.

2.2.4.2 Conditions aux limites périodiques :

Le principe des conditions aux limites périodiques a été développé pour modéliser de très grands systèmes périodiques, supposés infinis. Cette méthode consiste à réduire le domaine de résolution à un élément de périodicité constituant une cellule unitaire qui constituera par la suite le nouveau domaine d'étude. Sur cette cellule, on introduit des conditions aux limites périodiques selon les directions de périodicité pour exprimer que les propriétés de l'onde acoustique à l'entrée sont les mêmes qu'à la sortie de la cellule, avec un déphasage bien déterminé. Ce qui permet au système simulé d'être théoriquement infini. Une formulation donnée par le théorème de Bloch-Floquet permet, en termes d'équations, d'exprimer ce comportement périodique sur le champ de déplacement et les contraintes, pour les problèmes de propagation d'ondes. Dans le cas d'un domaine périodique infini, l'étude se fait donc sur une cellule unitaire en écrivant les conditions périodiques suivantes :

$$u_I(\overrightarrow{X} + \overrightarrow{a}) = e^{-i\vec{k}\vec{a}}.u_I(\vec{X}) \text{ et } T_J(\overrightarrow{X} + \overrightarrow{a}) = e^{-i\vec{k}\vec{a}}.T_J(\vec{X})$$

où u_I et T_J sont respectivement le champ de déplacement et les contraintes, $\vec{a}$ le vecteur de périodicité de la structure étudiée, $\vec{k}$ le vecteur d'onde et $\vec{X} = (x, y, z)$ le vecteur coordonné dans le repère cartésien.

2.2.5 Théories de base des fondations périodiques :

2.2.5.1 Théories de base des fondations périodiques 1D :

La méthode de la matrice de transfert des bandes interdites de fondation périodique 1D a été utilisée pour résoudre les équations d'onde. Xiang et al. [115], ont illustré une méthode pour résoudre la fondation périodique 1D. La figure 1.14a. montre la fondation périodique 1D composée de deux matériaux, A et B. la figure 2.14b. montre une cellule unitaire de la fondation périodique en couches 1D. Chaque couche est étendue à l'infini dans le plan XY, et les cellules unitaires sont répétées à l'infini dans la direction Z pour le système de coordonnées spécifié. L'épaisseur de la couche A et de la couche B d'une cellule unitaire est de h1 et h2, respectivement. La périodicité de la structure et du déplacement de la fondation permet d'étudier la bande interdite en étudiant une cellule unitaire.

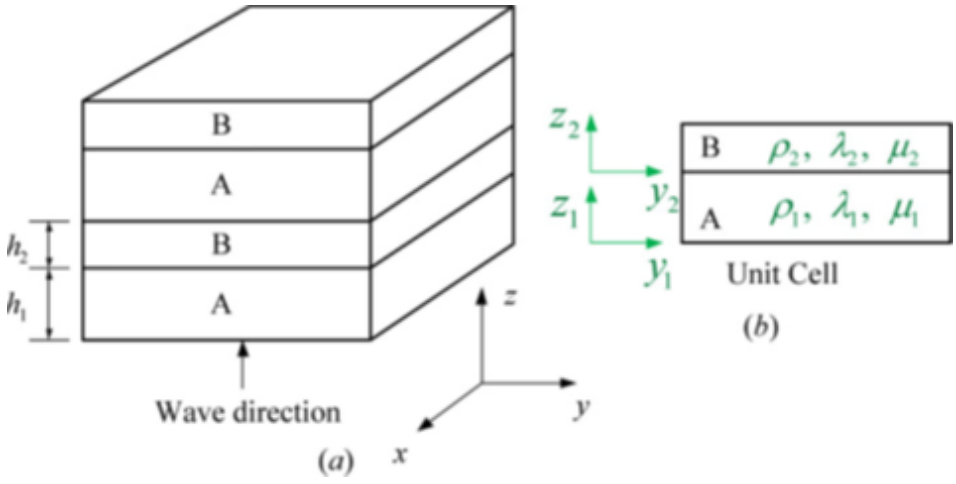

FIGURE 2.14 – Configuration d'une fondation périodique en couches et de sa cellule unitaire [115]

Soit v, w représentent les déplacements dans les directions Y et Z, respectivement. Considérons une onde élastique avec une propagation le long de Z. L'équation du mouvement dans chaque couche est :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial Z_i^2} \tag{2.11}$$

Avec u=w et $c = c_p = \sqrt{(\lambda + 2\nu)/\rho}$ pour l'onde longitudinale (onde P), soit u=v et $c = c_t = \sqrt{(\nu/\rho)}$ pour l'onde transversale (onde S). λ et ν sont la constante élastique de Lamé, ρ est la densité du matériau. L'indice i=1, 2

indique les couches A et B, respectivement. La solution de l'équation (2-11) pour l'analyse de la vibration libre est donnée par l'équation (2-12).

$$u_i(z_i, t) = e^{iwt} ui(z_i) \tag{2.12}$$

En substituant l'équation (2-12) à l'équation (2-11), on obtient les résultats suivants :

$$c_{ti}^2 \frac{\partial^2 u_i(z_i)}{\partial^2 z_i} + w^2 u_i(z_i) = 0 \tag{2.13}$$

La solution générale de cette équation est trouvée comme suit :

$$u_i(z_i) = A_i sin\frac{(wz_i)}{c_{ti}} + B_i cos\frac{(wz_i)}{c_{ti}} \tag{2.14}$$

La contrainte de cisaillement peut être exprimée comme suit :

$$\tau_i(z_i) = \mu_i \frac{\partial u_i}{\partial z_i} = \mu_i w[A_i cos\frac{wz_i}{c_{ti}} + B_i sin\frac{wz_i}{c_{ti}}]/c_{ti} \tag{2.15}$$

Les quatre constantes inconnues, A1, A2, B1 et B2, sont déterminées par les conditions aux limites et la continuité. Le déplacement et la contrainte à l'interface des matériaux A et B satisfont aux conditions de continuité :

$$u_1(h_1) = u_2(0), \tau_1(h_1) = \tau_2(0) \tag{2.16}$$

Selon le théorème de Bloch [116], le déplacement et la contrainte satisfont les conditions limites périodiques.

$$u_1(0)e^{ik.h} = u_2(h_2), \tau_1(0)e^{ik.h} = \tau_2(h_2) \tag{2.17}$$

En substituant les équations (2-14) et (2-15) dans les équations (2-16) et (2-17), on obtient :

$$\begin{pmatrix} sin\frac{wh_1}{c_{t1}} & cos\frac{wh_1}{c_{t1}} & 0 & -1 \\ \mu_1 c_{t2} cos\frac{wh_1}{c_{t1}} & -\mu_1 c_{t2} sin\frac{wh_1}{c_{t1}} & -\mu_2 c_{t1} & 0 \\ 0 & e^{ik.h} & -sin\frac{wh_2}{c_{t2}} & -cos\frac{wh_2}{c_{t2}} \\ \mu_1 c_{t2} e^{ik.h} & 0 & -\mu_2 c_{t1} cos\frac{wh_2}{c_{t2}} & \mu_2 c_{t1} sin\frac{wh_2}{c_{t2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = 0$$

Une condition nécessaire et suffisante pour l'existence d'une solution de cette matrice est que le déterminant de la matrice des coefficients soit nul. L'équation (2-18) peut être obtenue :

$$(e^{ik.h})^2+[(\frac{\mu_2 c_{t1}}{\mu_1 c_{t2}}+\frac{\mu_1 c_{t2}}{\mu_2 c_{t1}})sin\frac{wh_2}{c_{t2}}sin\frac{wh_1}{c_{t1}}-2cos\frac{wh_2}{c_{t2}}cos\frac{wh_1}{c_{t1}}]e^{ik.h}+1=0 \quad (2.18)$$

L'équation (2-18) est une équation quadratique avec une inconnue $e^{ik.h}$. Supposons que la solution de l'inconnue soit $X1$ et $X2$, selon les formules de Vieta :

$$X1+X2=1 \quad (2.19)$$

Par conséquent, X1=$e^{ik.h}$ et X2= $e^{ik.h}$, selon les formules de Vieta, Eq. (2-10) peut être s'écrire comme suit :

$$e^{ik.h}+e^{-ik.h}=2cos\frac{wh_2}{c_{t2}}cos\frac{wh_1}{c_{t1}}-(\frac{\mu_2 c_{t1}}{\mu_1 c_{t2}}+\frac{\mu_1 c_{t2}}{\mu_2 c_{t1}})sin\frac{wh_2}{c_{t2}}sin\frac{wh_1}{c_{t1}} \quad (2.20)$$

$$e^{ix}=cosx+isinx \quad (2.21)$$

En appliquant la formule d'Euler dans les équations (2-21) à (2-20), la relation de dispersion pour w en fonction de k est donnée comme suit :

$$cos(k.h)=cos\frac{wh_1}{c_{t1}}cos\frac{wh_2}{c_{t2}}-\frac{1}{2}(\frac{\rho_1 c_{t1}}{\rho_2 c_{t2}}+\frac{\rho_2 c_{t2}}{\rho_1 c_{t1}})sin\frac{wh_1}{c_{t1}}sin\frac{wh_2}{c_{t2}} \quad (2.22)$$

La partie droite de l'équation (2-22) est comprise entre -1 et 1, en raison de $|cos(k.h)|\leq 1$. Pour tout , si k est un nombre réel, l'équation (2-22) est satisfaite. Si k est un nombre complexe, est situé dans la gamme de fréquences de la bande interdite. Lorsque k est dans la première zone de Brillouin [116], c'est-à-dire, $k \in [-/h, /h]$ sont tous considérés, la courbe de dispersion peut être tracée. En suivant la même procédure, on peut obtenir un résultat similaire dans le cas des ondes longitudinales. La figure 2.15 montre un exemple des courbes de dispersion du modèle de fondation périodique 1D de Xiang et al. [115].

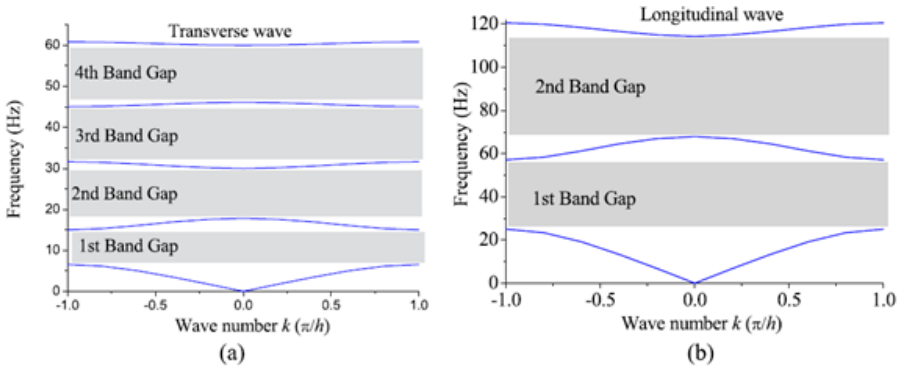

FIGURE 2.15 – courbes de dispersion Xiang et al. [115].

2.2.5.2 Théories de base des fondations périodiques 2D :

Considérons une particule dans un solide élastique linéaire isotrope à extension infinie. En l'absence de forces extérieures, en négligeant le terme quadratique et l'amortissement, les équations applicables aux vibrations dans le plan XY pour le continuum sont les suivantes :

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2.23}$$

$$(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\lambda + \mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{2.24}$$

Où u et v sont les déplacements dans les directions X et Y, ρ est la densité du matériau, et μ , λ sont les constantes de Lamé. Le théorème de Bloch [107] porte sur un milieu inhomogène, qui présente une périodicité particulière. Par conséquent, selon le théorème de Bloch, toutes les constantes des équations (2-23) et (2-24) peuvent être développées dans la série de Fourier.

$$\rho(r) = \sum_G \rho(G)e^{iG.r} \tag{2.25}$$

$$\lambda(r) = \sum_G \lambda(G)e^{iG.r} \tag{2.26}$$

$$\mu(r) = \sum_G \mu(G)e^{iG.r} \tag{2.27}$$

$$G = n_x b_1 + n_y b_2 \tag{2.28}$$

$$b_1 = \frac{2\pi}{a} i; b_2 = \frac{2\pi}{a} j \tag{2.29}$$

Où r est le vecteur de coordonnées, r = (x, y) ; n_x, n_y, sont les nombres entiers, et b_1, b_2 sont le vecteur d'onde de Fourier en direction X et Y ; a est la dimension d'une cellule unitaire. Dans ce cas, la périodicité est bidimensionnelle, et le vecteur de réseau réciproque G s'y rapportant à la même dimension. Selon les équations (2-25) à (2-27), les propriétés matérielles des équations (2-23) et (2-24) peuvent être écrites comme des fonctions périodiques dans des matériaux périodiques. Les équations (2-25) à (2-27) additionnent tous les vecteurs d'onde de Fourier. Le déplacement u(r), par conséquent, peut être exprimé comme suit :

$$u(r,t) = e^{i(k.r-wt)} \sum_G u_k(G) e^{iG.r} \tag{2.30}$$

Où k est le vecteur d'onde de Bloch et w est la fréquence circulaire de l'onde. Une plaque périodique à matrice carrée avec trois composants est illustrée à la figure. 2.16 ; A, B et C sont trois composants différents. Dans ce modèle, on suppose que la plaque se déforme uniquement dans le plan X-Y et que la déformation par flexion est ignorée.

Selon les conditions aux limites d'une plaque mince, les relations entre les contraintes et les déformations peuvent être obtenues [116] comme suit :

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{(1-v^2)}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) \tag{2.31}$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{(1-v^2)}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x}) \tag{2.32}$$

$$\sigma_{xy} = \mu(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) \tag{2.33}$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} \tag{2.34}$$

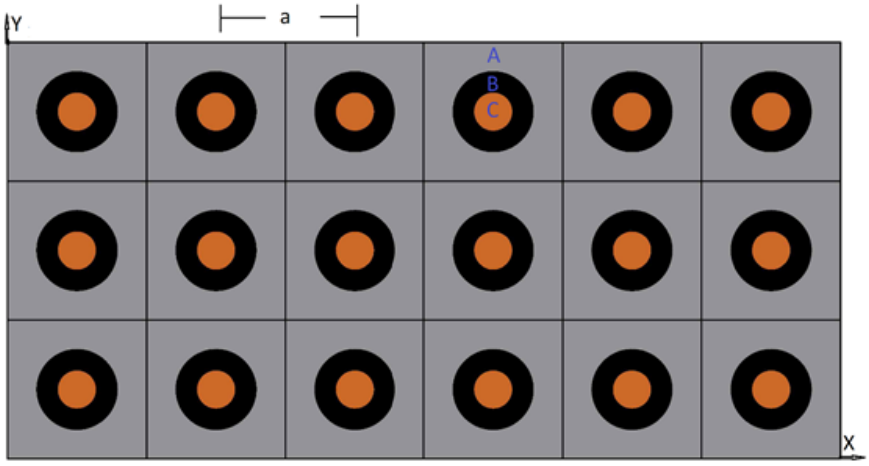

FIGURE 2.16 – Une structure périodique en réseau carré à trois composantes

Où E est le module de Young, est le module de cisaillement et est le coefficient de Poisson, et u et v sont les déplacements dans les directions X et Y. En appliquant la deuxième loi de Newton en l'absence de forces extérieures, on peut obtenir les équations suivantes de la plaque périodique :

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \tag{2.35}$$

$$\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \tag{2.36}$$

En substituant les équations (2-31) à (2-34) dans les équations (2-35) et (2-36), on obtient :

$$\frac{E}{(1-v^2)}(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}) + \mu(v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}) = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2.37}$$

$$\mu(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}) + \frac{E}{(1-v^2)}(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + v\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}) = \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{2.38}$$

Pour la cellule unitaire à trois composants, le coefficient de Fourier $\rho(G)$,

$\mu(G)$ et $\nu(G)$ peuvent être exprimés uniformément comme suit :

$$f(G) = \frac{1}{S}\int f(r)e^{-iG.r}d^2r \tag{2.39}$$

Où $s = a^2$ est la surface d'une cellule unitaire. Les coefficients de remplissage du matériau A et B sont définis comme F_1 et F_2.

$$F_1 = \frac{\pi(R_1)^2}{a^2} \tag{2.40}$$

$$F_2 = \frac{\pi((R_2)^2 - (R_1)^2)}{a^2} \tag{2.41}$$

Avec $G = 0$,

$$f(G) = f_A F_1 + f_B F_2 + f_C(1 - F_1 - F_2) \tag{2.42}$$

Avec G $\neq$ 0,

$$f(G) = \frac{1}{S}f_A\int_A e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}f_B\int_B e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}f_C\int_C e^{-iG.r}d^2r =$$
$$\frac{1}{S}f_A\int_A e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}f_B\int_B e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}f_C\int_{cell} e^{-iG.r}d^2r - \frac{1}{S}f_C\int_A e^{-iG.r}d^2r -$$
$$\frac{1}{S}f_C\int_B e^{-iG.r}d^2r$$
$$= \frac{1}{S}(f_A - f_C)\int_A e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}(f_B - f_C)\int_B e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}f_C\int_{cell} e^{-iG.r}d^2r \tag{2.43}$$

Comme

$$\int_{cell} e^{-iG.r}d^2r = 0 \tag{2.44}$$

le coefficient de Fourier f (G) peuvent être simplifiés comme suit :

$$f(G) = \frac{1}{S}(f_A - f_C)\int_A e^{-iG.r}d^2r + \frac{1}{S}(f_B - f_C)\int_B e^{-iG.r}d^2r \tag{2.45}$$

Soit

$$P(G) = \frac{1}{S} \iint e^{-iG.r} d^2r \tag{2.46}$$

P (G) est la fonction de structure, qui est déterminée par le réseau de cellules unitaires. Lorsque les cellules unitaires sont disposées en carré pour la fondation périodique 2D,

$$P(G) = 2f \frac{J_1(GR)}{GR} \tag{2.47}$$

Où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce.

Pour la fondation périodique 2D à trois composants, la fonction de structure du matériau A est :

$$P_A(G) = \frac{1}{S} \int_A e^{-iG.r} d^2r = \frac{1}{S} \frac{2\pi R_1 J_1(GR_1)}{G} \tag{2.48}$$

De même, pour la fonction de structure du matériau B :

$$\begin{aligned} P_B(G) &= \frac{1}{S} \int_B e^{-iG.r} d^2r \\ &= \frac{1}{S} \int_{A+B} e^{-iG.r} d^2r - \frac{1}{S} \int_B e^{-iG.r} d^2r \\ &= \frac{1}{S} \frac{2\pi R_2 J_1(GR_2)}{G} - \frac{1}{S} \frac{2\pi R_1 J_1(GR_1)}{G} \end{aligned} \tag{2.49}$$

En substituant $P_A(G)$ et $P_B(G)$ dans l'équation (2-45), nous obtenons :

$$f(G) = \begin{cases} f_A F_1 + f_B F_2 + f_C(1 - F_1 - F_2) & \text{si } G = 0, \\ (f_A - f_B)p_A(G) + (f_B - f_C)p_B(G) & \text{si } G \neq 0, \end{cases}$$

Les coefficients des équations (2-37) et (2-38) sont des fonctions périodiques. Selon la théorie de Bloch, les déplacements dans les équations (2-37) et (2-38) peuvent être exprimés dans l'expansion de Fourier [113] :

$$u(r,t) = e^{i(k.r-wt)} u_k(r) = e^{-iwt} \sum_G u_{k+G} e^{i(k+G).r} \tag{2.50}$$

Où k est le vecteur d'onde dans l'espace réciproque, w est la fréquence angulaire, et $u_k(r)$ l'amplitude de l'onde. En substituant les fonctions périodiques de déplacement éq. (2-50) et les fonctions périodiques des propriétés des matériaux éq. (2-48) à (2-50) dans les équations de mouvement éqs. (2-37) et (2-38), on peut obtenir les équations caractéristiques du mode XY des structures périodiques, soit les équations (2-51) et (2-52) dans les directions X et Y [90].

$$w^2 \sum_{G'} \rho(G"-G')u_{k+G'} = \sum_{G'}[\alpha(G"-G')(k+G')_x(k+G")_x+\mu(G"-G')(k+G')_y(k+G")_y]u_{k+G'}+$$

$$\sum_{G'}[\beta(G"-G')(k+G')_y(k+G")_x+\mu(G"-G')(k+G')_x(k+G")_y]v_{k+G'} \quad (2.51)$$

$$w^2 \sum_{G'} \rho(G"-G')v_{k+G'} = \sum_{G'}[\beta(G"-G')(k+G')_x(k+G")_y+\mu(G"-G')(k+G')_y(k+G")_x]u_{k+G'}+$$

$$\sum_{G'}[\alpha(G"-G')(k+G')_y(k+G")_y+\mu(G"-G')(k+G')_x(k+G")_x]v_{k+G'} \quad (2.52)$$

Avec $G" = G + G'$, α=E/(1-ν^2),β =Eν/(1-ν^2)

Si le vecteur d'onde k est situé dans la première zone de Brillouin, et que G est des points donnés dans l'espace réciproque, alors une série de vecteurs propres $u_k + G'$ et de valeurs propres peut être obtenue. Par conséquent, pour obtenir la courbe des zones d'atténuation, en sélectionnant le vecteur d'onde k dans la première zone de Brillouin, une série de peut être obtenue [107]. Le paragraphe suivant explique la zone de Brillouin de la structure périodique à réseau carré.

Une zone de Brillouin irréductible dans l'espace réciproque est l'équivalent de la cellule élémentaire pour un réseau de Bravais dans l'espace réel. On peut définir une cellule élémentaire correspondant à la zone définie par les plans médians entre chaque motif de la maille représentant les points de hautes symétries du treillis réciproque. Chaque point de l'espace contenu dans cette zone de Brillouin irréductible est donc plus proche du nœud d'un réseau que des autres nœuds. Pour illustrer simplement cet aspect, la figure 2.17 représente la zone de Brillouin irréductible pour un réseau carré de période a.

Dans l'espace réciproque, les vecteurs de base $\vec{k_x} = 2\pi/a\vec{x}$ et $\vec{k_y} = 2\pi/a\vec{y}$. Ainsi, la première zone de Brillouin est carrée et son paramètre est égal à

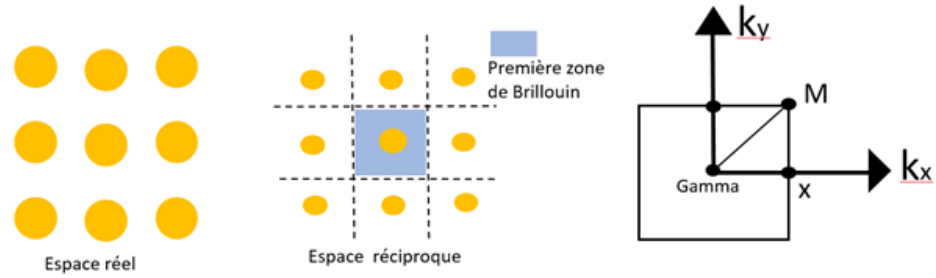

FIGURE 2.17 – un réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin

$2\pi/a$. Les points de haute symétrie de cette maille primitive sont nommés Γ, X, et M (comme le montre la figure 2.17), et leurs respectifs dans le réseau réciproque $(\Gamma, \vec{k_x}, \vec{k_y}) sont (0,0), (1/2,0) et (1/2,1/2)$[117].

En effet, il suffit de connaître la structure de bande dans cette zone de Brillouin réduite pour connaître tous les modes de propagation dans le cristal si l'on considère que ce dernier a une périodicité infinie dans chaque direction du plan.

2.2.5.3 Théories de base des fondations périodiques 3D :

Dans le cristal phononique, de nombreuses structures 3D sont rapportées, notamment les structures cubiques simples, cubiques centrées sur le corps et cubiques centrées sur la face [118-119]. La méthode d'expansion des ondes planes est utilisée pour l'analyse des structures périodiques en 2D. La théorie de la diffusion multiple est également utilisée pour les composites acoustiques périodiques 3D et les structures de bande d'un cristal phononique constitué de coefficients de Lamé complexes qui dépendent de la fréquence [113-114]. La méthode de la théorie de la diffusion multiple n'est toutefois utilisée que pour les diffusions de sphères de structures périodiques 3D et les diffusions de cylindres pour les structures périodiques 2D. La méthode d'expansion des ondes planes rencontre des problèmes de convergence lorsque les composites du cristal phononique présentent une grande différence de module d'Young. La méthode du domaine temporel par différences finies est adaptée à la gestion de différentes structures géométriques et au problème de convergence, mais elle nécessite des calculs considérables [120].

Équations de base des ondes élastiques

IL existe trois équations de base pour un matériau isotrope élastique linéaire :

(1) Equation différentielle du mouvement

$$\sigma_{ij.i} + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \tag{2.53}$$

(2) Equation de compatibilité

$$\varepsilon_{ij} = (\partial j u_i + \partial i u_j)/2 \tag{2.54}$$

(3) Loi constitutive

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_i j + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad or \quad \varepsilon_{ij} = [(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu \sigma_{kk} \delta_i j]/E \tag{2.55}$$

Où i,j=x, y,z ;ρ est la densité, λ et μ sont les constantes de Lamé, E est le module de Young ; ν est le coefficient de Poisson ; σ_{ij}, ε_{ij}, et u_i sont respectivement la contrainte, la déformation et le déplacement. Les équations des ondes en termes de u peuvent être écrites comme l'équation (2-56) :

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda+\mu)\nabla(\nabla.u) + \rho f = \rho \ddot{u} \quad or \quad \partial_i(\lambda \partial_j u_j) + \partial_j[\mu(\partial_j u_j + \partial_i u_j)] + \rho f_i = \rho \ddot{u}_i \tag{2.56}$$

Méthode du domaine temporel par différences finies

La méthode du domaine temporel par différences finies est illustrée par Hsieh et al [120] et Yasumoto et al [121]. La valeur propre de la structure périodique est trouvée par l'analyse de la réponse en fonction du temps d'une structure soumise à une excitation par impulsion. Notez que le calcul du champ est effectué dans la cellule unitaire uniquement. La périodicité de la structure est émulée par la mise en place de conditions aux limites périodiques. Ces conditions définissent le vecteur d'onde du rayonnement en réglant la phase du rayonnement lors de sa translation d'un côté à l'autre de la cellule unitaire. Une fois le calcul du champ terminé, on applique la transformée de Fourier, qui donne le spectre de réponse. Les états propres de la structure périodique correspondent aux maxima locaux du spectre puisque l'état propre est la

fréquence de résonance de la structure, ce qui signifie que les conditions de phase, mentionnées ci-dessus comme moyen de définir le vecteur d'onde du rayonnement, permettent la propagation du rayonnement à l'intérieur de la structure infinie.

En général, le calcul de la structure de la bande interdite à l'aide de la méthode du domaine temporel par différences finies doit être réalisé comme suit [121] :

1. Déterminer la zone de calcul.

2. Établir les conditions limites périodiques.

3. Définir la fonction d'excitation du rayonnement : Le spectre de rayonnement doit être suffisamment large pour couvrir toutes les plages de fréquences étudiées.

4. Effectuer une analyse fréquentielle de la réponse en fonction du temps de la structure à l'impulsion de la sonde en recherchant tous les maximums locaux et les tracer sur l'axe des fréquences.

5. Répéter les étapes 2 à 4 pour différentes valeurs du déphasage dans les conditions limites périodiques correspondant à tous les points sélectionnés dans la zone de Brillouin pour laquelle la structure de bande est calculée.

Dans cette méthode, le déplacement, la vitesse et la contrainte sont utilisés comme base pour décrire les variables dans le matériau, l'équation de mouvement et la loi constitutive, et pour développer les équations différentielles. Selon l'équation d'onde, et en considérant les matériaux isotropes élastiques, les équations d'onde sans force du corps peuvent être exprimées par les équations (1-57) et (1-58) :

$$\rho(r)\ddot{u}_i(r,t) = \partial_j \sigma_{ij}(r,t) \tag{2.57}$$

$$\sigma_{ij}(r,t) = C_{ijkl}(r)\partial_l u_k(r,t) \tag{2.58}$$

Les équations d'onde du premier ordre sans force du corps peuvent être

exprimées par les équations (1- 59) et (1-60) :

$$\rho(r)\dot{v}_i(r,t) = \partial_j \sigma_{ij}(r,t) \tag{2.59}$$

$$\dot{\sigma}_{ij}(r,t) = C_{ijkl}(r)\partial_l v_k(r,t) \tag{2.60}$$

où r=(x,y,z), C-ijkl est le tenseur élastique représenté par l'équation (1-61)

$$C_{ijkl}(r) = \lambda(r)\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(r)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \tag{2.61}$$

Ensuite, l'équation peut être écrite dans les matrices ci dessous :

$$\begin{pmatrix} \dot{\nu}_x \\ \dot{\nu}_y \\ \dot{\nu}_z \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \\ \partial_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\sigma}_{xx} \\ \dot{\sigma}_{yy} \\ \dot{\sigma}_{zz} \\ \dot{\sigma}_{yz} \\ \dot{\sigma}_{xz} \\ \dot{\sigma}_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial_x \nu_x \\ \partial_y \nu_y \\ \partial_z \nu_z \\ \partial_y \nu_z + \partial_z \nu_y \\ \partial_x \nu_z + \partial_z \nu_x \\ \partial_y \nu_x + \partial_x \nu_y \end{pmatrix}$$

La position des grilles décalées est définie par ces équations d'ondes discrètes. La figure. 2.18 montre l'unité des grilles décalées dans le calcul de la méthode FDTD et la relation entre les grilles de vitesse et les grilles de contrainte.

Après la procédure discrète, les équations différentielles de premier ordre de la vélocité et de la contrainte sont les équations (2-62) à (2-70) :

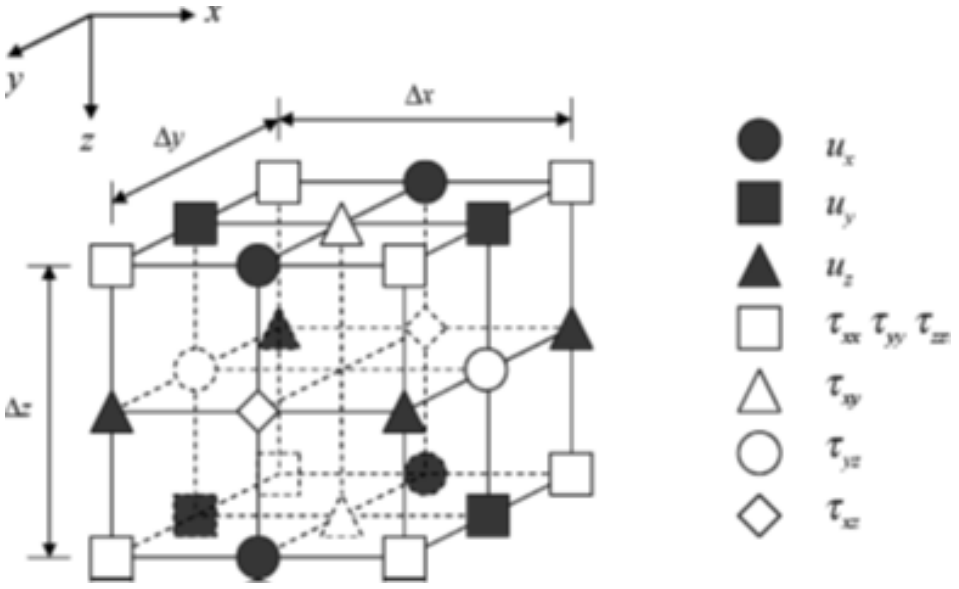

FIGURE 2.18 – Unité des grilles dans la méthode du domaine temporel par différences finies [120]

$$\frac{\nu_x^{i+1/2,j,k,n+1/2} - \nu_x^{i+1/2,j,k,n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho^{i+1/2,j,k}}[(\frac{\sigma_{xx}^{i+1,j,k,n}}{\Delta_x} - \frac{\sigma_{xx}^{i,j,k,n}}{\Delta_x}) + (\frac{\sigma_{xy}^{i+1/2,j+1/2,k,n}}{\Delta_y} - \frac{\sigma_{xy}^{i+1/2,j-1/2,k,n}}{\Delta_y}) + (\frac{\sigma_{zx}^{i+1/2,j,k+1/2,n}}{\Delta_z} - \frac{\sigma_{zx}^{i+1/2,j,k-1/2,n}}{\Delta_z})] \quad (2.62)$$

$$\frac{\nu_y^{i,j+1/2,k,n+1/2} - \nu_y^{i,j+1/2,k,n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho^{i,j+1/2,k}}[(\frac{\sigma_{xy}^{i+1/2,j+1/2,k,n}}{\Delta_x} - \frac{\sigma_{xy}^{i-1/2,j+1/2,k,n}}{\Delta_x}) + (\frac{\sigma_{yy}^{i,j+1,k,n}}{\Delta_y} - \frac{\sigma_{yy}^{i,j,k,n}}{\Delta_y}) + (\frac{\sigma_{yz}^{i,j+1/2,k+1/2,n}}{\Delta_z} - \frac{\sigma_{yz}^{i,j+1/2,k-1/2,n}}{\Delta_z})] \quad (2.63)$$

$$\frac{\nu_z^{i,j,k+1/2,n+1/2} - \nu_y^{i,j,k+1/2,n-1/2}}{\Delta t} =$$

$$\frac{1}{\rho^{i,j,k+1/2}}[(\frac{\sigma_{zx}^{i+1/2,j,k+1/2,n}}{\Delta_x}-\frac{\sigma_{zx}^{i-1/2,j,k+1/2,n}}{\Delta_x})+(\frac{\sigma_{yz}^{i,j+1/2,k+1/2,n}}{\Delta_y}-\frac{\sigma_{yz}^{i,j-1/2,k+1/2,n}}{\Delta_y})+(\frac{\sigma_{zz}^{i,j,k+1,n}}{\Delta_z}-\frac{\sigma_{zz}^{i,j,k,n}}{\Delta_z})](2.64)$$

$$\frac{\sigma_{xx}^{i,j,k,n+1}-\sigma_{xx}^{i,j,k,n}}{\Delta t}=$$

$$(\lambda^{i,j,k}+2\mu^{i,j,k})\frac{\nu_x^{i+1/2,j,k,n+1/2}-\nu_x^{i-1/2,j,k,n+1/2}}{\Delta x}+\lambda^{i,j,k}\frac{\nu_y^{i,j+1/2,k,n+1/2}-\nu_y^{i,j-1/2,k,n+1/2}}{\Delta y}+\lambda^{i,j,k}\frac{\nu_z^{i,j,k+1/2,n+1/2}-\nu_y^{i,j,k-1/2,n+1/2}}{\Delta z}(2.65)$$

$$\frac{\sigma_{yy}^{i,j,k,n+1} - \sigma_{yy}^{i,j,k,n}}{\Delta t} =$$
$$\lambda^{i,j,k}\frac{\nu_x^{i+1/2,j,k,n+1/2} - \nu_x^{i-1/2,j,k,n+1/2}}{\Delta x} + (\lambda^{i,j,k} + 2\mu^{i,j,k})\frac{\nu_y^{i,j+1/2,k,n+1/2} - \nu_y^{i,j-1/2,k,n+1/2}}{\Delta y} +$$
$$\lambda^{i,j,k}\frac{\nu_z^{i,j,k+1/2,n+1/2} - \nu_y^{i,j,k-1/2,n+1/2}}{\Delta z} \quad (2.66)$$

$$\frac{\sigma_{zz}^{i,j,k,n+1} - \sigma_{zz}^{i,j,k,n}}{\Delta t} =$$
$$\lambda^{i,j,k}\frac{\nu_x^{i+1/2,j,k,n+1/2} - \nu_x^{i-1/2,j,k,n+1/2}}{\Delta x} + \lambda^{i,j,k}\frac{\nu_y^{i,j+1/2,k,n+1/2} - \nu_y^{i,j-1/2,k,n+1/2}}{\Delta y} +$$
$$(\lambda^{i,j,k} + 2\mu^{i,j,k})\frac{\nu_z^{i,j,k+1/2,n+1/2} - \nu_y^{i,j,k-1/2,n+1/2}}{\Delta z} \quad (2.67)$$

$$\frac{\sigma_{xy}^{i+1/2,j+1/2,k,n+1} - \sigma_{xy}^{i+1/2,j+1/2,k,n}}{\Delta t} = \mu^{i+1/2,j+1/2,k}\left(\frac{\nu_x^{i+1/2,j+1,k,n+1/2} - \nu_x^{i+1/2,j,k,n+1/2}}{\Delta y} + \right.$$
$$\left.\frac{\nu_y^{i+1,j+1/2,k,n+1/2} - \nu_y^{i,j+1/2,k,n+1/2}}{\Delta x}\right) \quad (2.68)$$

$$\frac{\sigma_{yz}^{i,j+1/2,k+1/2,n+1} - \sigma_{yz}^{i,j+1/2,k+1/2,n}}{\Delta t} = \mu^{i,j+1/2,k+1/2}\left(\frac{\nu_y^{i,j+1/2,k+1/2,n+1/2} - \nu_y^{i,j+1/2,k,n+1/2}}{\Delta z} + \right.$$
$$\left.\frac{\nu_z^{i,j+1/2,k,n+1/2} - \nu_z^{i,j,k+1/2,n+1/2}}{\Delta y}\right) \quad (2.69)$$

$$\frac{\sigma_{zx}^{i+1/2,j,k+1/2,n+1} - \sigma_{zx}^{i+1/2,j,k+1/2,n}}{\Delta t} = \mu^{i+1/2,j,k+1/2}\left(\frac{\nu_z^{i+1,j,k+1/2,n+1/2} - \nu_z^{i,j,k+1/2,n+1/2}}{\Delta x} + \right.$$
$$\left.\frac{\nu_x^{i+1/2,j,k+1,n+1/2} - \nu_x^{i+1/2,j,k,n+1/2}}{\Delta z}\right) \quad (2.70)$$

Des conditions aux limites ont été appliquées à la cellule unitaire pour calculer les courbes de dispersion des structures périodiques. Les conditions aux limites périodiques sont satisfaites par le théorème de Bloch. Les composantes de vitesse et de contrainte dans la structure périodique, par conséquent, peuvent être exprimées comme suit :

$$\nu_i(X+a,t) = e^{ik.a}\nu_i(X,t) \tag{2.71}$$

$$\sigma_{ij}(X+a,t) = e^{ik.a}\sigma_{ij}(X,t) \tag{2.72}$$

Ensuite, en développant les équations (2-71) et (1-72) pour obtenir les formes discrètes de la surface normale aux axes X, Y et Z, on obtient les conditions aux limites pour la méthode du domaine temporel par différences finies dans Les équations (2-73) à (2-90).

$$\nu_x^{-1/2,j,k,n} = e^{i,k_1,a}\nu_x^{a-1/2,j,k,n} \tag{2.73}$$

$$\nu_y^{0,j+1/2,k,n} = e^{i,k_1,a}\nu_y^{a+1/2,j,k,n} \tag{2.74}$$

$$\nu_z^{0,j,k+1/2,n} = e^{i,k_1,a}\nu_z^{a,j,k+1/2,n} \tag{2.75}$$

$$\sigma_{xx}^{0,j,k,n} = e^{i,k_1,a}\sigma_{xx}^{a,j,k,n} \tag{2.76}$$

$$\sigma_{xy}^{-1/2,j+1/2,k,n} = e^{i,k_1,a}\sigma_{xy}^{a-1/2,j+1/2,k,n} \tag{2.77}$$

$$\sigma_{zx}^{-1/2,j,k+1/2,n} = e^{i,k_1,a}\sigma_{zx}^{a-1/2,j,k+1/2,n} \tag{2.78}$$

Normale à l'axe Y :

$$\nu_x^{i+1/2,0,k,n} = e^{i,k_2,a}\nu_x^{a+1/2,a,k,n} \tag{2.79}$$

$$\nu_y^{i,-1/2,k,n} = e^{i,k_2,a}\nu_y^{i,a-1/2,k,n} \tag{2.80}$$

$$\nu_z^{i,0,k+1/2,n} = e^{i,k_2,a}\nu_z^{i,a,k+1/2,n} \tag{2.81}$$

$$\sigma_{xy}^{i+1/2,-1/2,k,n} = e^{i,k_2,a}\sigma_{xy}^{i+1/2,a-1/2,k,n} \tag{2.82}$$

$$\sigma_{yy}^{i,0,k,n} = e^{i,k_2,a}\sigma_{yy}^{i,a,k,n} \tag{2.83}$$

$$\sigma_{zy}^{i,-1/2,k+1/2,n} = e^{i,k_2,a}\sigma_{zy}^{i,a-1/2,k+1/2,n} \tag{2.84}$$

Normale à l'axe Z :

$$\nu_x^{i+1/2,j,0,n} = e^{i,k_3,a}\nu_x^{i+1/2,j,a,n} \tag{2.85}$$

$$\nu_y^{i,j+1/2,0,n} = e^{i,k_3,a}\nu_y^{i,j+1/2,a,n} \tag{2.86}$$

$$\nu_z^{i,j,-1/2,n} = e^{i,k_3,a}\nu_z^{i,j,a-1/2,n} \tag{2.87}$$

$$\sigma_{zx}^{i+1/2,j,-1/2,n} = e^{i,k_3,a}\sigma_{zx}^{i+1/2,j,a-1/2,n} \tag{2.88}$$

$$\sigma_{zy}^{i,j+1/2,-1/2,n} = e^{i,k_3,a}\sigma_{zy}^{i,j+1/2,k-1/2,n} \tag{2.89}$$

$$\sigma_{zz}^{i,j,0,n} = e^{i,k_3,a}\sigma_{zz}^{i,j,a,n} \tag{2.90}$$

Avec $k = (k_1, k_2, k_3)$ sont les vecteurs d'onde.

Une excitation provenant d'un seul point de la région de calcul est considérée comme l'excitation. Il est largement connu que le spectre de l'impulsion delta est infiniment large de sorte qu'il donne des réponses structurelles à n'importe quelle fréquence. Après l'introduction de l'impulsion delta, l'excitation est désactivée. Cependant, en raison des conditions limites périodiques, le

rayonnement existe pendant une durée infinie dans la structure sans absorption. Dans le cas de l'impulsion delta, la fonction d'excitation prend la forme suivante :

$$\delta(x - x_0, y - y_0, z - z_0, t - t_0) = 1 \tag{2.91}$$

Après avoir obtenu la réponse impulsionnelle de la structure, il faut l'analyser. La réponse en fonction du temps de la structure peut être trouvée en tout point du domaine de calcul. Ensuite, la transformée de Fourier rapide (FFT) est utilisée pour obtenir le spectre discret. Puis, les fréquences de résonance de la structure périodique peuvent être obtenues. Les points de résonance sont les pics existants dans les spectres de fréquences. Lorsque k traverse les premières zones de Brillouin des structures périodiques 3D, les structures de bande peuvent être obtenues.

Le logiciel COMSOL peut être utilisé pour trouver la solution théorique d'une structure périodique en 3D. Dans les prochains chapitres, nous verrons comment COMSOL est utilisé pour obtenir des bandes de fréquences interdites dans le cadre de nos études.

Deuxième partie

Métamatériaux en géométrie fractale : Concepts et histoire

2.3 Historique sur les fractales :

En 1610, Galilée avait indiqué que les mathématiques représentaient le langage de la nature et que ses éléments sont des triangles, des cercles et d'autres figures géométriques. Sa mathématisation de la physique semblait lui prouver qu'il avait raison. Pourtant, trois siècles plus tard, le mathématicien français Benoît Mandelbrot déclarait que "les nuages ne sont pas des sphères, les montagnes ne sont pas des cônes, les côtes ne sont pas des cercles, l'écorce n'est pas lisse et les éclairs ne se déplacent pas non plus en ligne droite". Au cours de l'année 1890, Von Koch a défini la courbe de Von Koch. Cette courbe a un périmètre infini mais une aire finie.

Par la suite, en 1913, le mathématicien allemand Hausdorff a lancé l'idée qu'il existerait des objets géométriques dont la dimension ne serait pas un nombre entier. La notion de dimension fractale commence alors à être perçue.

Dans les années 1960, Benoît Mandelbrot a publié l'un des premiers articles [122] à appliquer le concept de courbes autosimilaires à un problème physique. Cet article portait sur la taille de la ligne côtière de la Grande-Bretagne. Mandelbrot y propose que les objets de type fractal dans la nature puissent sembler aléatoires plutôt que réguliers. Il définit donc des figures statistiquement autosimilaires et indique qu'on peut les trouver dans la nature.

Depuis cette époque, l'analyse fractale est un domaine en pleine expansion dans l'analyse mathématique. Les communautés scientifiques appliquent cette technique à un certain nombre de domaines, tels que la mécanique, l'électricité, la chimie, la biologie, la médecine, l'économie, la théorie du contrôle, ainsi que le traitement des signaux et des images. L'expansion de ce domaine de l'analyse mathématique s'accompagne d'une augmentation du nombre de recherches effectuées avec cet outil.

2.4 Définition d'un objet fractal :

À ce jour, il n'existe pas de définition précise d'un objet fractal. Mandelbrot, qui est considéré comme le père de la géométrie fractale, a proposé la définition suivante : "Une fractale est par définition un ensemble pour lequel la dimension de Hausdorff dépasse strictement la dimension topologique", qu'il a ensuite rétractée et remplacée par : "Une fractale est une forme composée de parties similaires au tout d'une certaine manière". Ainsi, la façon la plus simple de définir une fractale est peut-être de la définir comme un objet qui semble autosimilaire à différents degrés d'agrandissement et qui, en fait, possède une symétrie à travers l'échelle, chaque petite partie de l'objet

reproduisant la structure du tout. Quelques exemples d'autosimilarité sont présentés à la figure 2.19. Le contour rectangulaire indique quelques-unes des autosimilarités de l'objet. Cette définition est peut-être la plus approximative, mais elle rend compte de la caractéristique essentielle et déterminante, à savoir l'autosimilarité. Cependant, voici cinq propriétés que la plupart des fractales possèdent :

1 Sont détaillées à des échelles arbitrairement petites,

2 Sont généralement définies par des processus récursifs simples,

3 Sont trop irrégulières pour être décrites dans un langage géométrique traditionnel,

4 Ont une certaine forme d'auto-similarité

5 Ont une dimension fractale.

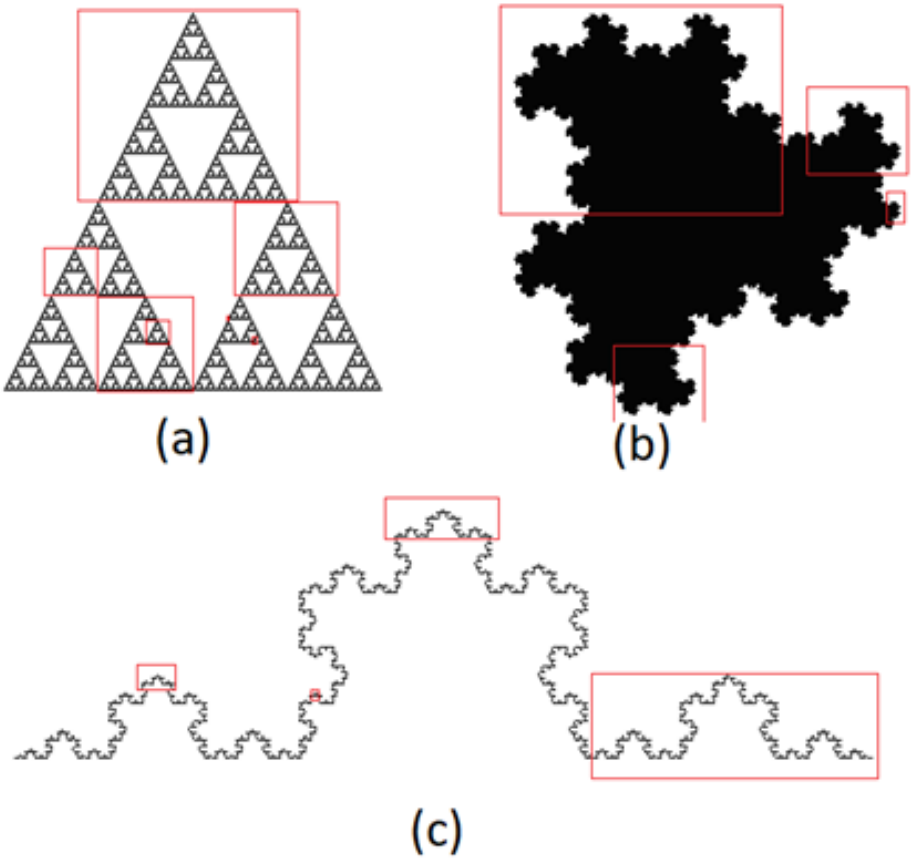

FIGURE 2.19 – Les composantes auto-similaires de différentes fractales : (a) le réseau de Sierpinski, (b) le dragon, (c) la courbe de Koch.

2.5 Contexte théorique :

Un point est une figure de dimension 0, une ligne droite est un objet de dimension 1, une surface plane est un objet de dimension 2 et un volume est de dimension 3. Que pensez vous d'un objet fractal ?

Pour déterminer la dimension fractale d'un objet, il est nécessaire de compter le nombre de motifs répétés contenus dans une sphère de rayon k centrée en un point donné de l'objet. Ce nombre de motifs est donné par $n = k^d$ et la dimension fractale est donc égale à :

$$d = \frac{\ln n}{\ln k} \tag{2.92}$$

La figure 2.20 montre une démonstration du calcul de la dimension fractale de l'ensemble de Cantor.

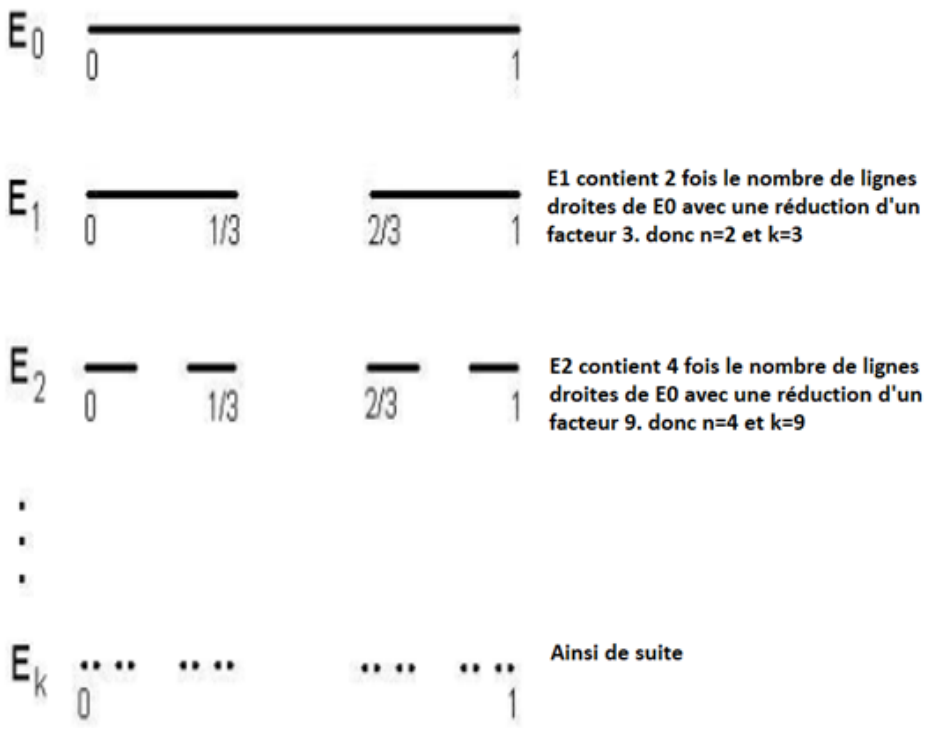

FIGURE 2.20 – La dimension fractale de L'ensemble de Cantor $d = lnn/lnk = ln2/ln3 = ln4/ln9 = 0.63$

Le cas de la Figure 2.21 montre un autre exemple de calcul de la dimension

fractale de la courbe de Von Koch.

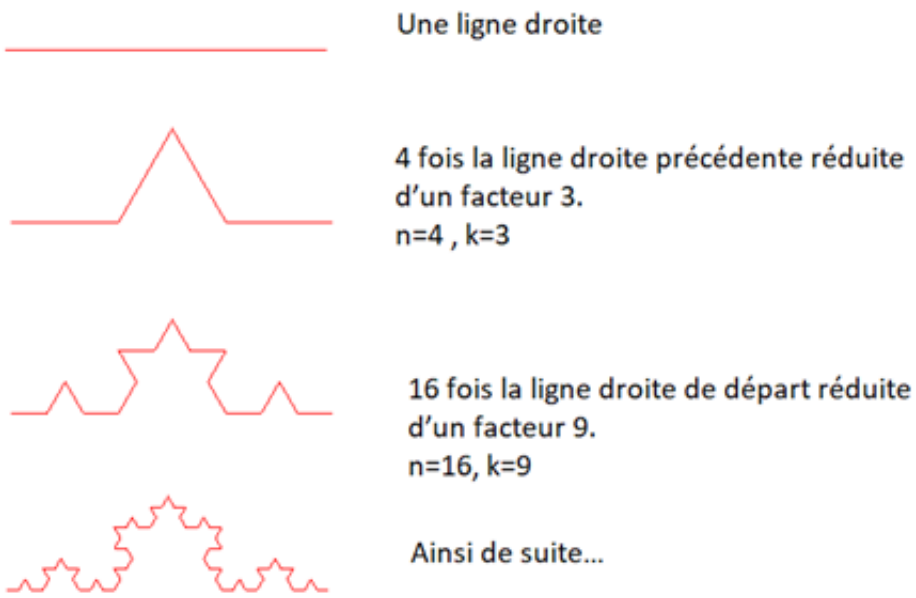

FIGURE 2.21 – La dimension fractale de la courbe de Von Koch

$d = lnn/lnk = ln4/ln3 = ln16/ln9 = 1.26$. La dimension fractale de la courbe de Von Koch est de 1.26.

2.6 Métamatériaux avec géométrie fractale :

Au début du XXIe siècle, les nouvelles configurations de métamateriaux, basées sur la géométrie fractale, sont apparues. Cela permet de réduire considérablement la taille des cellules individuelles, qui sont construites en matériaux artificiels, ce qui, à son tour, se traduit par une plus grande homogénéité du matériau et par la réduction du profil du sol artificiel.

Les structures fractales ouvrent la voie à la fabrication de métamatériaux dotés de propriétés de résonance intéressantes, impossibles à obtenir avec les composants métamatériaux classiques. En particulier, en raison de la caractéristique fractale unique d'une surface divergente dans un volume fini ou d'une longueur limite divergente dans une zone finie, il est possible de fabriquer des métamatériaux dont la taille des échantillons est extrêmement petite par rapport à la longueur d'onde de la fréquence opérationnelle. En outre, la structure

fractale peut également présenter un fonctionnement multifréquence dans une seule unité, ce qui résout partiellement le problème de la gamme de fréquences opérationnelles.

Les structures fractales autosimilaires sont omniprésentes dans le territoire biologique, où elles ont été introduites pour améliorer les performances mécaniques [123-127]. Récemment, les cristaux photoniques/phoniques à structure fractale ont été largement étudiés.

Dans le domaine de l'électromagnétisme, Weijia Wen et al. [128], ont montré expérimentalement et théoriquement qu'une classe spécifique de fractales conductrices planes possède une série de résonances autosimilaires, conduisant à de multiples bandes interdites et bandes passantes pour les ondes électromagnétiques sur une gamme de fréquences très étendue ; La réponse électromagnétique des structures H-fractales, constituées par des fentes métalliques autosimilaires dans des films métalliques déposés sur un substrat de silicium, a été étudiée dans la gamme des térahertz par F. Miyamaru et al. [129] ; Bo Hou et al. [130] ont présenté les propriétés photoniques de fractales métalliques tridimensionnelles en forme de H à une faible longueur d'onde.

Dans le domaine des ondes acoustiques, les applications des techniques fractales autosimilaires ont été vérifiées numériquement et expérimentalement, puis appliquées à la structure de bande du cristal phononique et des métamatériaux acoustiques. Nai-Kuei Kuo et Gianluca Piazza [131], présentent la conception et la démonstration expérimentale d'une structure fractale microscopique formant des bandes interdites phononiques dans le nitrure d'aluminium ; Les influences des trous fractals en forme de T sur les structures de bande des cristaux phononiques bidimensionnels avec des pores de vide distribués périodiquement sont étudiées par X.Liu et al. [132] ; Yanyu Chen et Lifeng Wang [133] étudient la propagation des ondes élastiques dans des composites hiérarchiques bio-inspirés avec des architectures de type nacre et biocalcite. Grâce au modèle multicouche à structure fractale de Pu Zhang et Albert C. [134], il est démontré que la largeur de bande globale couverte par des bandes interdites étroitement adjacentes pour cette structure est plusieurs fois plus large en fréquence que celle d'une structure périodique conventionnelle à périodicité unique ; Song, G. Y. et al. [135] ont conçu et vérifié expérimentalement une lentille acoustique plate basée sur des métamatériaux fractals qui montrent d'excellentes capacités de focalisation de 2 kHz et 5 kHz ; Ryan C. et al. ont étudié l'impact des inclusions périodiques de forme fractale sur la réponse fréquentielle des cristaux phononiques bidimensionnels et l'impact de l'augmentation de l'itération de l'ordre fractal ou de la dimensionnalité fractale. L'étude a été réalisée pour différents types d'inclusions fractales dans une

formation en réseau carré composée à la fois a) d'un hôte solide avec des inclusions solides et b) d'un hôte solide avec des inclusions fluides [136], comme le montre la figure 2.22.

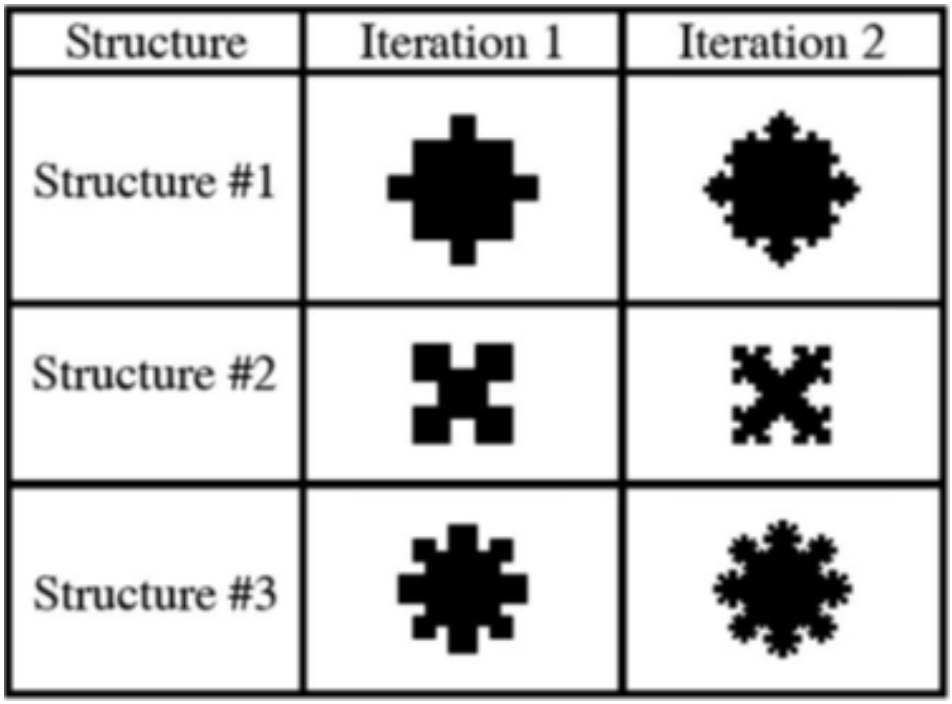

FIGURE 2.22 – Structures fractales obtenues par itération sur une géométrie d'inclusion initiale de forme carrée [136].

Les fractales ont trouvé dans le domaine de la suspension automobile, une application séduisante à travers la suspension CRONE (1991) - acronyme français pour suspension à Comportement Robuste d'ordre Non Entier - un système inventé par Alain Oustaloup (ENSERB, Université de Bordeaux I). Les concepteurs parlent de « robustesse fractale » basée sur une dérivation non-entière. On parle aussi d'isolation vibratoire par les fractales. Les fractales appliquées aux amortisseurs automobiles permettent d'augmenter considérablement une stabilité du véhicule. Sur l'amortissement par les fractales, on citera également les travaux d'Alain Le Méhauté et de son équipe (1998).

Le contrôle des vibrations dans les échangeurs de chaleur fait appel à diverses solutions comme l'amortissement structurel par des systèmes passifs de dissipation d'énergie, l'amortissement viscoélastique (polymères qui travaillent en cisaillement et dissipent l'énergie), l'amortissement de type visqueux (écoulement de fluide dans un récipient fermé), l'amortissement dy-

namique accordé (Tuned Mass Damper) : masse reliée à la structure par un ressort et un amortisseur en parallèle. Une application des fractales au problème des vibrations dans les échangeurs a également été proposée et réalisée par Queiros-Condé (2005) [141]. L'idée des grappins fractals se situe dans une approche d'amortissement structural, comme le montre la figure 2.23. Cette structure multi-échelle joue sur deux points : (i) elle perturbe l'allée de von Karman en cassant la périodicité de génération des tourbillons, ce qui évite de discriminer une fréquence particulière venant entrer en résonance avec le système par un couplage sur sa fréquence propre ; (ii) elle augmente la capacité d'amortissement du système et lui permet d'évacuer l'énergie vibratoire.

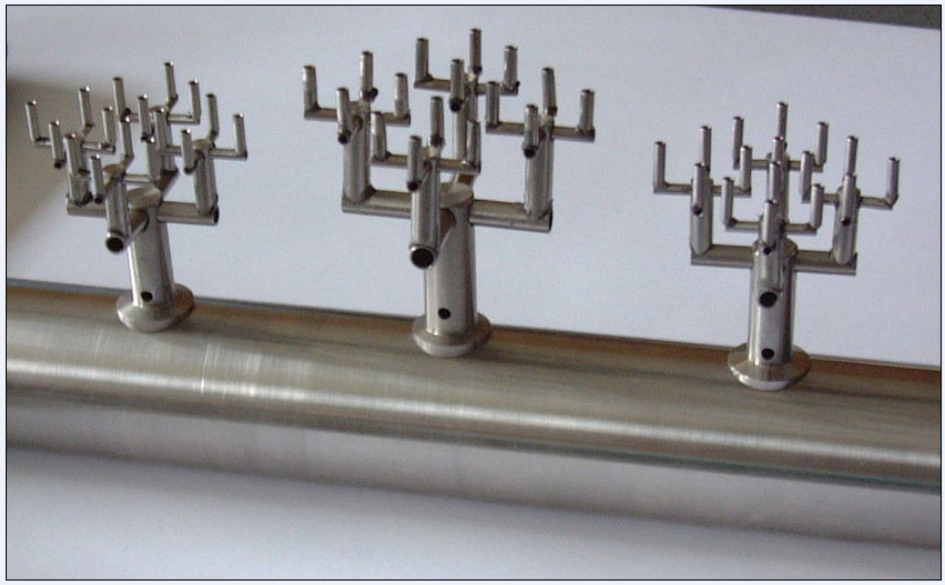

FIGURE 2.23 – Tube stabilisé par des grappins fractals [141].

Dans le domaine de la construction et du bâtiment, soulignons le projet dirigé par Bernard Sapoval [139] (Ecole Polytechnique) de murs multi-échelles, improprement qualifiés de fractals, destiné à amortir le bruit émis par les véhicules au bord des autoroutes. En réalité, ce mur n'est pas vraiment fractal et contient une seule échelle, mais sa rugosité, malgré tout, lui donne une certaine efficacité. On évoquera aussi les travaux de Franck Sgard [140] (2005) du Laboratoire des Sciences de l'Habitat (Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, Vaulx-en-Velin) où des matériaux poreux hétérogènes sont conçus et proposés pour le contrôle du bruit dans le bâtiment et les transports. Ces matériaux sont en fait criblés d'inclusions multi-échelles ayant un effet d'amortissement du bruit. Là où les matériaux classiques n'absorbent efficacement

que dans les basses fréquences, ces nouveaux matériaux conservent un bon coefficient d'absorption aux hautes fréquences.

L'application du métamatériau à structure fractale dans le domaine du génie civil, afin de réaliser l'isolation d'un bâtiment en contrôlant la propagation des ondes sismiques, est un véritable défi. En effet, les ondes sismiques, superposition d'ondes longitudinales et d'ondes de cisaillement, sont plus complexes que les ondes électromagnétiques et acoustiques.

Contrairement à d'autres domaines, tels que l'électromagnétique et l'acoustique, les applications des structures fractales dans les métamatériaux sismique ou cristaux sismiques sont très limitées, on peut considérer qu'elles ne sont pas encore investies. À ce jour, une seule étude orpheline qui utilise la géométrie fractale pour développer des métamatériaux sismiques a été réalisée par DU et al. [142], qui ont conçu un métamatériau sismique à large bande basé sur des colonnes en forme de H fractal. Dans cette thèse, la technique fractale autosimilaire sera étendue à la conception d'un métamatériau antisismique. L'importance de ce modèle réside dans le fait, qu'il s'agit d'un nouveau type de métamatériau antisismique, simple à mettre en œuvre, de faible coût et de grande durabilité [143] [144].

Chapitre 3

Étude comparative de deux méthodes de métamatériaux antisismiques

Contents

3.1 Introduction : 67
3.2 La protection sismique par les métamatériaux : . . . 69
3.2.1 La méthode d'occultation et d'invisibilité (cloaking method) : 70
3.2.2 La méthode de la zone d'ombre artificielle (shadow zone method) : 71
3.3 Validation numérique du modèle de S. Brûlé et al. (2014) : 71
3.3.1 Essai expérimental : S. Brûlé et al (2014) : 71
3.3.2 Validation numérique de l'essai de S. Brûlé et al (2014) : 74
3.4 Comparaison de deux méthodes de métamatériaux antisismiques : 76
3.4.1 Modèles numériques : 76
3.4.2 Résultats et analyse comparative : 77

3.1 Introduction :

Un séisme, l'une des plus grandes catastrophes naturelles, résulte de la libération soudaine d'énormes quantités d'énergie dans la croûte terrestre, ce qui crée des ondes sismiques. L'hypocentre ou le foyer est le point où l'énergie de déformation stockée est libérée pour la première fois et la rupture du séisme commence, comme le montre la figure 3.1. La plupart des hypocentres sont situés à la frontière entre la croûte et le manteau ou dans les parties très supérieures du manteau de la Terre [145]. La majorité des séismes tectoniques naissent au niveau de ce que l'on appelle le "cercle de feu" et la profondeur

des hypocentres ne dépasse pas quelques dizaines de kilomètres. L'épicentre est le point de la surface de la Terre qui se trouve directement au-dessus de l'hypocentre.

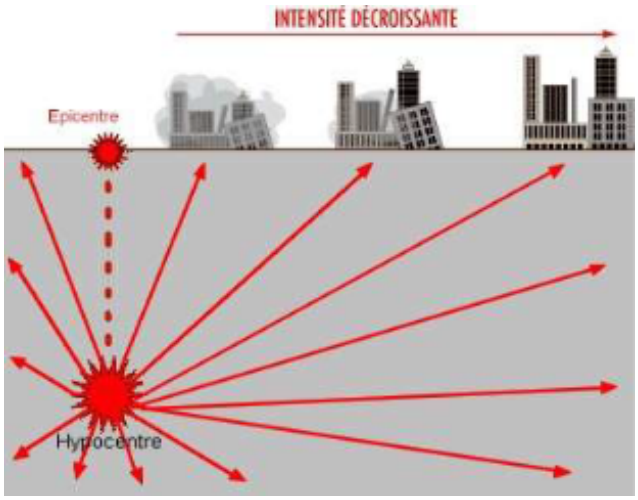

FIGURE 3.1 – L'hypocentre et l'épicentre d'un séisme [182].

L'énergie produite par un séisme donne lieu à des vibrations ou ondes sismiques qui se propagent dans toutes les directions. Ces ondes sismiques sont des ondes élastiques. Il existe différents types d'ondes sismiques : les ondes de corps et les ondes de surface. Les ondes primaires (P) et secondaires (S) sont des ondes de corps, tandis que les ondes de Rayleigh (R) et de Love (L) sont des ondes de surface.

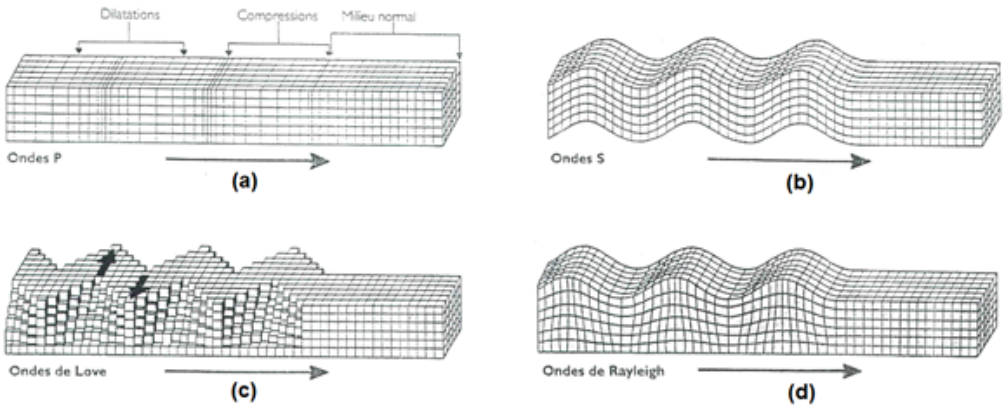

FIGURE 3.2 – Les différents types d'ondes sismiques.

La génération d'une onde de surface se produit lorsque des ondes de corps arrivent à la surface de la terre, dont l'épicentre est le principal point de génération. Les ondes de surface se déplacent plus lentement que les ondes de corps et leurs amplitudes diminuent exponentiellement avec la profondeur. Les ondes de surface se déplacent d'environ 1 à 3km/sec et varient fortement dans la profondeur d'une longueur d'onde [145, 146]. Les longueurs d'onde des ondes de surface sont de l'ordre de 100 m et les fréquences sont inférieures à 30 Hz, soit presque en dessous de la fréquence audible. L'amplitude des ondes de surface décroît plus lentement que celle des ondes de corps. Ce sont donc les basses fréquences, les longues durées et les grandes amplitudes qui causent le plus de destruction et mettent gravement en danger la vie et les structures.

Les méthodes conventionnelles de génie parasismique visent à faire en sorte que les bâtiments eux-mêmes résistent aux déformations ou aux vibrations causées par les séismes. Ces méthodes sont généralement efficaces, comme le montre la construction du Burj Khalifa à Dubaï, mais elles constituent essentiellement une réponse passive aux séismes. Depuis 2005, des recherches approfondies ont été menées sur l'atténuation de l'énergie sismique par l'introduction de métamatériaux élastiques et ces recherches se poursuivent chaque année. Les métamatériaux sont des structures effectivement homogènes fabriquées par l'homme, dont les dimensions sont potentiellement beaucoup plus petites que celles d'une longueur d'onde. Dans ce contexte, l'application des métamatériaux antisismiques se divise en deux méthodes : la méthode traditionnelle d'occultation, (traditional cloaking method), qui fait dévier l'onde sismique et la méthode de la zone d'ombre artificielle, (artificial shadow zone method), qui fait disparaître l'onde sismique par atténuation [147]. Ungureanu et al. en 2015 ont classé les progrès des métamatériaux sismiques en fonction de la déflexion, de l'invisibilité et des amortisseurs d'ondes [148]. S. Brûlé et al. ont introduit les métamatériaux sismiques selon le domaine des résonateurs accordés et enterrés dans le sol, autour des fondations du bâtiment ou des résonateurs de surface [149]. Dans ce chapitre, nous expliquerons les principes fondamentaux des deux méthodes, nous validerons numériquement le modèle de S. Brûlé et al. (2014), puis nous étudierons un modèle avec les différentes méthodes, et nous comparerons les avantages et inconvénients de chacune.

3.2 La protection sismique par les métamatériaux :

Au cours des dernières années, les métamatériaux élastiques inspirés des métamatériaux électromagnétiques ont été utilisés pour protéger les construc-

tions lors des séismes, et leur efficacité dans l'atténuation des ondes sismiques a été vérifiée par des expériences à l'échelle géophysique. Le développement des métamatériaux sismiques représente une nouvelle solution pour l'ingénierie sismique. Celle-ci se divise en deux méthodes, la méthode traditionnelle d'occultation, (cloaking method), et la méthode de la zone d'ombre artificielle (shadow zone method).

3.2.1 La méthode d'occultation et d'invisibilité (cloaking method) :

L'invisibilité est un concept alléchant pour l'humanité depuis plusieurs siècles. Grâce aux récents développements de la science des métamatériaux et des nanotechnologies, la possibilité de dissimuler des objets aux rayonnements électromagnétiques et acoustiques entrants est passé du domaine de la science-fiction à celui de la réalité technologique. Au cours des dernières années, un intérêt considérable a été porté à l'étude théorique et expérimentale des propriétés électromagnétiques et acoustiques de milieux artificiels constitués d'inclusions "atomiques", conçues pour interagir de manière anormale avec les ondes incidentes, induisant des propriétés impossibles à obtenir avec des matériaux naturels. Ces métamatériaux [150,151] sont bien connus aujourd'hui, car ils ouvrent des possibilités exotiques de manipulation des ondes électromagnétiques et acoustiques.

L'une des applications les plus séduisantes des métamatériaux est peut-être la possibilité de rendre des objets invisibles au rayonnement incident. En termes pratiques, l'invisibilité, ou l'effet d'occultation, vise à annuler le champ électromagnétique ou acoustique qui est diffusé par un objet, en le plaçant à l'intérieur d'une enveloppe (manteau) qui rend l'ensemble indétectable par les capteurs électromagnétiques. Plusieurs concepts connexes, tels que les particules invisibles [152,153], les distributions de sources non rayonnantes [154,155], les antennes à faible diffusion [156,157] et la non-unicité du problème de diffusion inverse [158,159], ont été étudiés par la communauté scientifique pendant le dernier siècle. Le développement récent des métamatériaux appliqués à l'invisibilité et à la transparence a certainement relancé l'intérêt pour ces concepts et a permis des avancées significatives tant d'un point de vue théorique qu'expérimental. De plus, il a suscité l'intérêt des chercheurs en génie parasismique, qui ont commencé à développer ce concept pour la protection sismique. La méthode d'occultation de l'onde élastique a été proposée et etudiée par Guenneau et al depuis 2009 [160,161,162].

3.2.2 La méthode de la zone d'ombre artificielle (shadow zone method) :

Une zone d'ombre sismique correspond à une zone sur laquelle les ondes sismiques ne peuvent pas être détectées. La méthode de la zone d'ombre artificielle, (shadow zone method), proposée par Kim et al en 2012 [163,164], est constituée de métamatériaux à module négatif effectif utilisant de nombreux résonateurs énormes connectés comme des résonateurs LC dans le domaine de l'ingénierie électromagnétique. En enterrant sous terre des boîtes vides avec quelques trous latéraux correspondant aux fréquences de résonance des ondes sismiques, la vitesse de l'onde sismique devient imaginaire. Cela crée ensuite une zone d'ombre sismique que l'onde sismique ne peut pas pénétrer. Les résonateurs fonctionnent comme une méta-barrière à impédance imaginaire qui réduit l'amplitude de l'onde de manière exponentielle en dissipant l'énergie sismique.

3.3 Validation numérique du modèle de S. Brûlé et al. (2014) :

3.3.1 Essai expérimental : S. Brûlé et al (2014) :

Pour développer une théorie des manteaux sismiques basée sur la physique transformationnelle, ces concepts théoriques doivent être vérifiés avec des données expérimentales. Un essai sur site constitué par un réseau régulier de trous cylindriques verticaux a été réalisé par S. Brûlé, S. GUENNEAU, R. CRASTER et S. ENOCH, près de la ville alpine de Grenoble (France) en août 2012 [54] (figure 3.3).

L'objectif préliminaire de cet essai était de mettre en évidence les analogies avec le contrôle des ondes électromagnétiques et acoustiques par une approche quantitative. En théorie, la possibilité d'influencer les ondes sismiques traversant un milieu anisotrope artificiel semble réaliste. Cependant, les sols possèdent des caractéristiques particulières : comportement non élastique, taux élevé d'atténuation du signal, hétérogénéité à grande échelle, etc. Ces différentes incertitudes et l'objectif de valeurs réalistes pour la modélisation nécessitent des essais en vraie grandeur pour ajuster les paramètres du sol comme le module de cisaillement, le facteur de qualité, etc. La mesure de la vitesse des ondes de Rayleigh V_R est donnée par un essai sismique préliminaire, utilisant le temps d'arrivée des ondes à différents décalages de la source. L'équipe de génie civil de la société MENARD et Stephane Brulé, a obtenu VR = 78 m/s. Le sol testé est une argile limoneuse homogène. La couche de

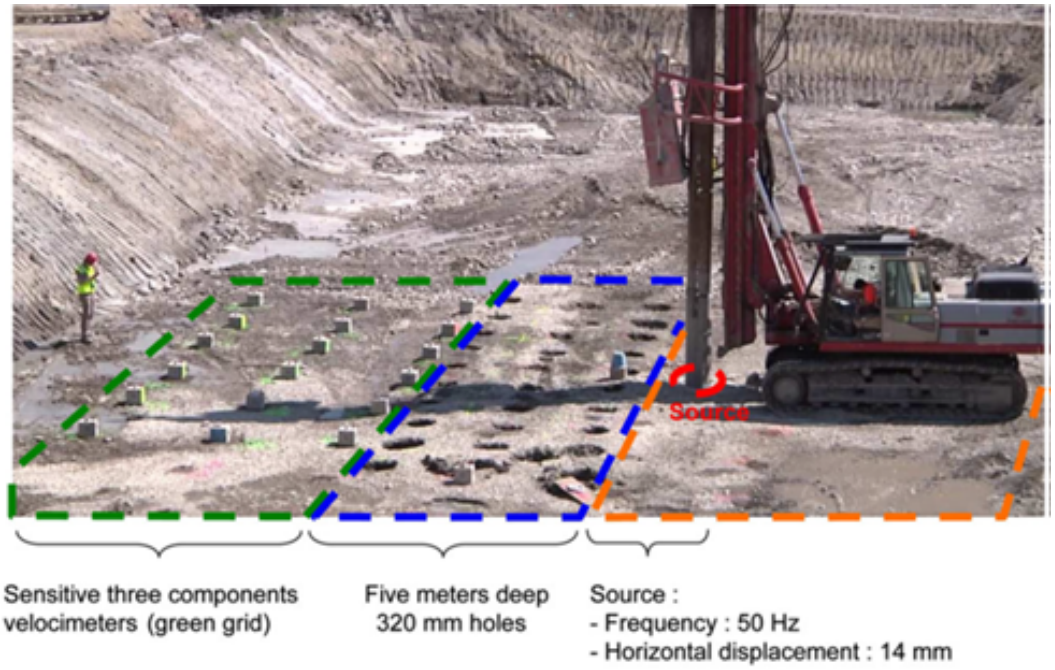

FIGURE 3.3 – Une photo de l'essai de métamatériau sismique de la société Ménard (voir le matériel supplémentaire [165] pour plus de photos et un film [166]). Les trois périmètres pointillés représentent l'emplacement des capteurs [mesurant les trois composantes de la vitesse de l'onde (zone verte sur la photo)], du métamatériau sismique [trous auto-stables de 5 m de profondeur et de 0,32 m de diamètre avec un espacement centre à centre de 1,73 m (zone bleue)], et de la source rotative (une sonde vibrante installée sur une grue) avec un déplacement horizontal de 0,014 m générant une onde élastique à la fréquence de 50 Hz [54].

terre avec le même type de sol peut atteindre 200 m. La longueur des colonnes est d'environ 5m, et l'espacement des grilles est 1,73m. Le diamètre moyen des colonnes est de 320mm. Le réseau expérimental est constitué de trois lignes discontinues de dix trous de forage de 320 mm de diamètre. Les capteurs sont des vélocimètres à trois composantes (x, y, z) avec une fréquence angulaire de 4,5 Hz (-3 dB à 4,5 Hz) corrigée électroniquement à 1 Hz. Vingt capteurs ont été utilisés simultanément avec une base de temps commune. Afin de cartographier complètement le champ d'énergie, les capteurs ont été réglés quatre fois sur place avant et après la réalisation des forages. Les capteurs A1 et B1 ont été maintenus à la même position pendant toute l'expérience. Ce sont les deux capteurs de la figure 3.4 : A1 est le capteur juste au-dessus de la source ; B1 est juste à gauche des trous de forage. Chaque enregistrement dure environ deux minutes et peut être divisé en trois parties : une partie pré-expérimentale, enregistrement du bruit de vibration ambiant, suivie de la phase de démarrage de la sonde pendant laquelle la fréquence du signal généré augmente jusqu'à 50 Hz, et la sonde est mise en place. La phase expérimentale proprement dite, d'environ une minute et une partie post-expérimentale, pendant laquelle la sonde mécanique s'arrête, et qui se termine par le bruit de vibration ambiant.

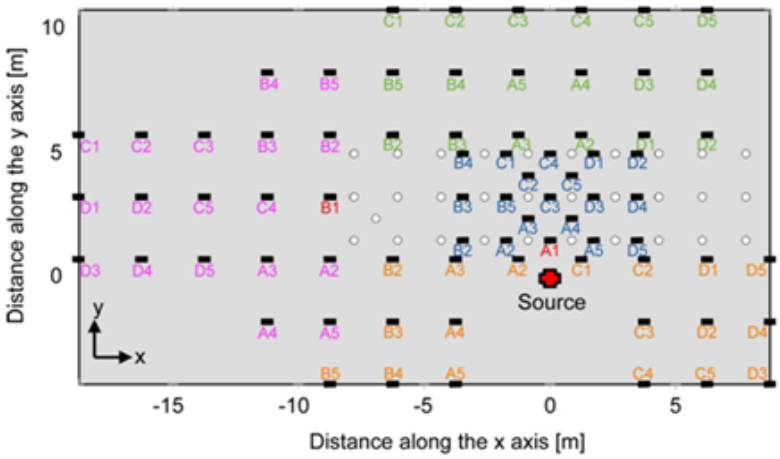

FIGURE 3.4 – Carte du test sismique métamatériau avec le schéma du forage et quatre séries de vélocimètres (grilles verte, bleue, rose et orange), [54].

Pour chaque grille, la longueur effective de la phase expérimentale est déterminée pour le capteur fixe A1. Elle est définie comme la longueur expérimentale susmentionnée réduite de dix secondes aux deux extrémités pour s'assurer que tout effet du début et de la fin de la sonde est bien supprimé. L'énergie moyenne des signaux par seconde est ensuite calculée pour chaque

capteur. Ils sont ensuite normalisés par l'énergie de A1 par seconde, de façon à reconstruire un champ d'énergie uniforme sur toute la zone expérimentale.

L'effet des trous de forage sur le champ d'énergie est illustré à la figure 3.5 où la différence du champ d'énergie mesuré après et avant la réalisation des trous de forage est affichée avec interpolation entre les capteurs. Les résultats montrent que l'énergie élastique est 2,3 fois plus importante au point source en présence du métamatériau.

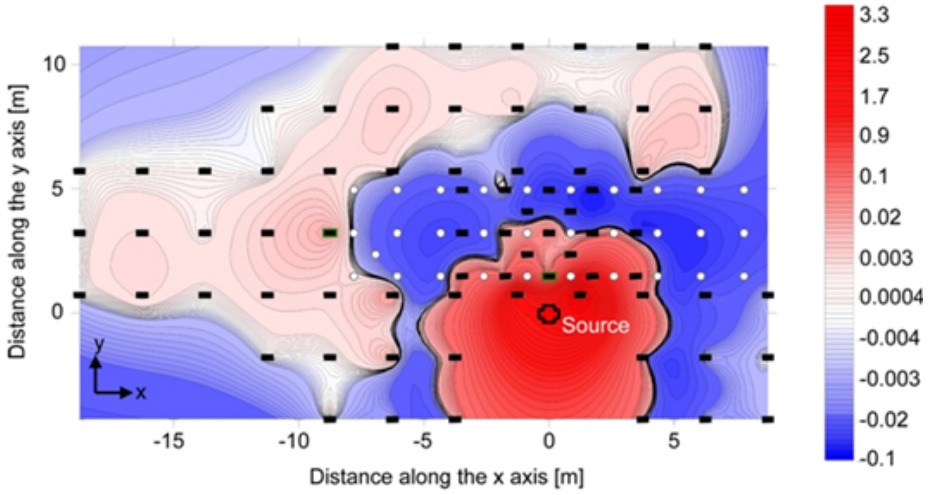

FIGURE 3.5 – Carte des résultats expérimentaux après interpolation entre les capteurs (variation absolue de l'énergie) : Différence du champ d'énergie mesuré (unités approximatives) après et avant la réalisation des forages. Les rectangles noirs représentent les capteurs [54].

3.3.2 Validation numérique de l'essai de S. Brûlé et al (2014) :

Dans cette section, nous proposons une étude numérique pour valider l'essai expérimental de S. Brûlé et al. (2014), qui nous permet en même temps de confirmer et de valider nos études. Une simulation numérique par la méthode des éléments finis a été réalisée avec le logiciel COMSOL MULTIPHYSICS.

Afin de rendre les deux modèles les plus semblables, nous avons adopté dans notre modèle, les mêmes caractéristiques physiques et géométriques de l'essai experimental. Chaque trou a une profondeur de 5 mètres et un diamètre de 0,32 mètre. La distance entre les trous est de 1,73 mètre. La densité hétérogène de la plaque : dans le sol la densité $\rho = 1500$ kg/m3 et dans les forages

$\rho = 1.2kg/m3$. Nous avons supposé que l'épaisseur de la plaque est 5m, et D la rigidité de la plaque, qui dans le cas présent est $D = Eh_3/(12(1-\nu_2))$. A partir de la caractérisation du sol de la société Menard, utilisée dans l'essai expérimental, nous avons choisi E = 100 MPA et $\nu = 0,3$

Dans notre modèle, nous fixons des conditions aux limites de type Floquet-Bloch de part et d'autre d'une cellule périodique (dans le plan xy) de longueur latérale d = 1,73m afin de calculer le diagramme de dispersion illustré à la figure 3.6.

Nous comparons les courbes de dispersion de notre modèle calculé avec COMSOL MULTIPHYSICS avec celles de la simulation numérique de S. Brûlé et al.

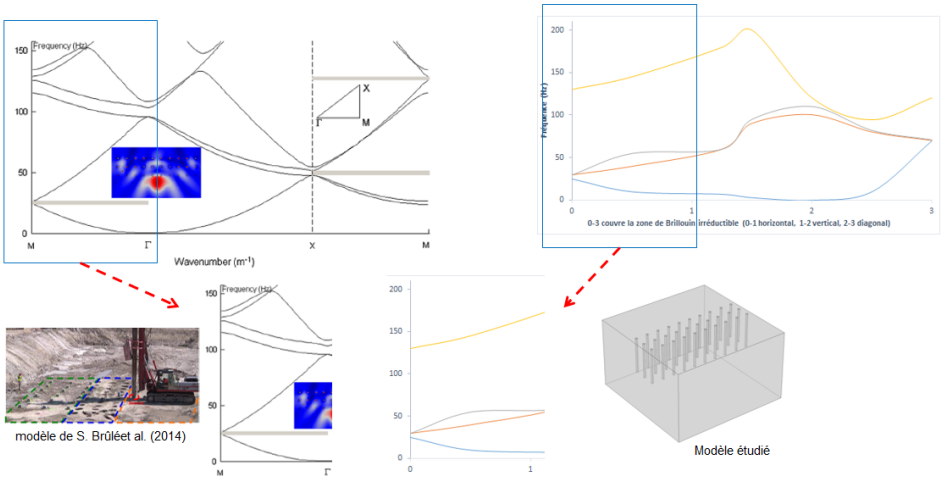

FIGURE 3.6 – Courbes de dispersion : (a) simulation numérique de S. Brûlé et al de notre modèle, (b) simulation numérique de notre modèle, (c) configuration de cellule unitaire.

Le résultat illustré à la figure 3.6, montre que la première bande interdite partielle se situe autour de 25 Hz dans les deux modèles, mais que la seconde reste centrée autour de 50 Hz. Ceci confirme l'origine de la bande interdite de la réflexion du signal élastique dans l'expérience.

En outre, les résultats de notre modèle, présentés dans la figure 3.7, montrent que l'énergie élastique est près de 2,5 fois plus importantes au point source en présence du métamatériau. Ce résultat est cohérent avec ce que l'essai expérimental de S. Brûlé et al. (2014) a montré. Ces résultats montrent l'efficacité des forages sur le champ d'énergie sismique.

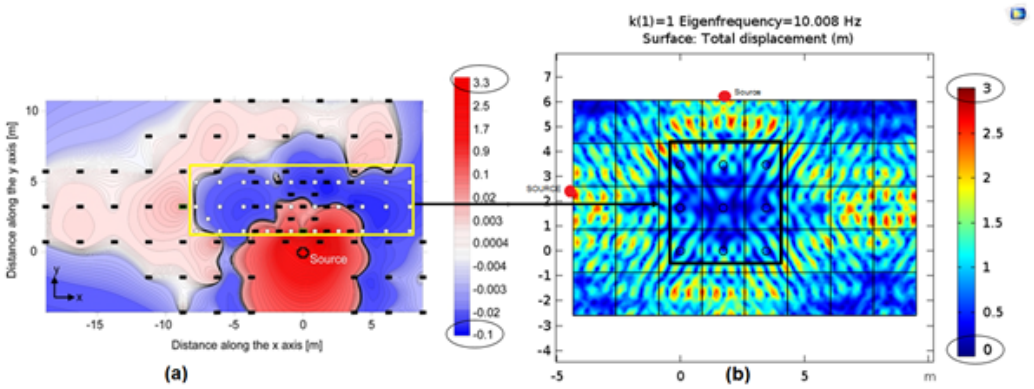

FIGURE 3.7 – L'efficacité des forages sur le champ d'énergie sismique : (a) carte des résultats expérimentaux de l'essai S. Brûlé et al. (2014), (b) carte des resultats de notre modèle

3.4 Comparaison de deux méthodes de métamatériaux antisismiques :

Il existe deux méthodes de protection antisismique en tant qu'application des métamatériaux acoustiques. L'une est la méthode traditionnelle d'occultation, (traditional cloaking method), qui fait dévier l'onde sismique de la structure à protéger. Cette dernière est appliquée dans l'essai expérimental de S. Brûlé et al (2014). L'autre est la méthode de la zone d'ombre artificielle, (artificial shadow zone method), suggérée par Kim et al en 2012 [163, 164]. Cette méthode fait disparaître l'onde sismique par atténuation.

Dans cette partie, nous considérons et comparons trois modèles, dont le premier est le modèle du paragraphe précédent qui a été étudié avec la méthode de l'occultation. Dans le deuxième modèle, nous avons adopté la méthode de la zone d'ombre, et le troisième est un test normal sans métamatériau. Nous montrons les points forts et les points faibles de chaque méthode et nous comparons les avantages et les inconvénients de ces deux techniques.

3.4.1 Modèles numériques :

Plusieurs modèles avec comsol multiphysics ont été conçus pour déterminer les caractéristiques dynamiques de chaque méthode utilisée. Afin que les différents modèles restent similaires, nous avons adopté les mêmes caractéristiques physiques et géométriques dans les trois modèles. Cependant, le type de noyau de chaque modèle est modifié pour s'adapter au type de la méthode

adoptée, comme présenté dans la figure 3.8. Pour la méthode d'occultation, nous utilisons un noyau de type trou vide. Pour la méthode de la zone d'ombre, nous adoptons un noyau constitué d'un cylindre en acier de 32 cm de diamètre enveloppé de 10 cm de caoutchouc.

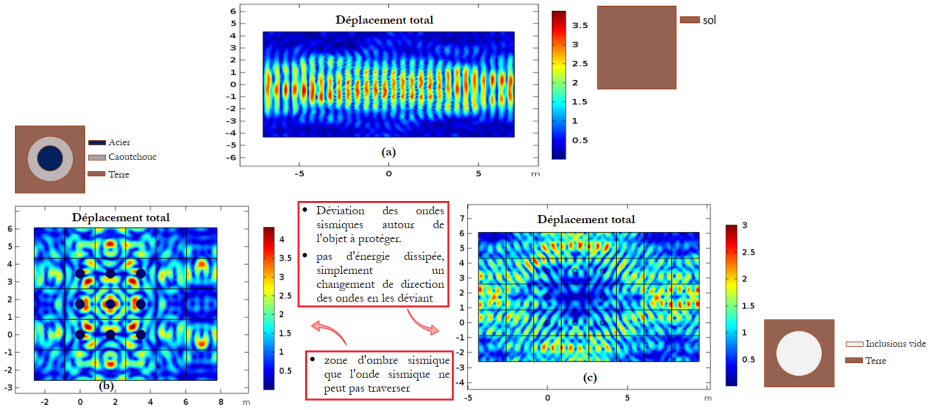

FIGURE 3.8 – L'efficacité des différentes methodes sur le champ d'énergie sismique : (a) carte des résultats pour sol normal sans application des metamateriaux sismique (b) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode d'occultation, (c) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode de la zone d'ombre artificielle ou résonance locale.

3.4.2 Résultats et analyse comparative :

L'occultation est une propriété générale d'une onde qui change de direction en fonction de l'indice de réfraction. Les métamatériaux contrôlent la propagation et la transmission de l'onde et démontrent le potentiel de rendre un objet apparent. La méthode d'occultation de l'onde élastique a été suggérée par Guenneau et al. depuis 2009 [160, 162], et nous l'utilisons dans notre modèle, comme présenté dans la figure 3.8. L'onde acoustique vient de gauche à droite dans notre modèle. Nous notons que le champ d'énergie est le même avant et après la zone de métamatériaux. La méthode d'occultation ne dissipe pas d'énergie car elle change simplement la direction des ondes par déviation. la même constatation s'applique à l'accélération, illustrée par la figure 3.9.

La méthode de la zone d'ombre est constituée de métamatériaux à module négatif effectif utilisant de nombreux résonateurs énormes connectés comme des résonateurs LC en ingénierie électromagnétique. En enterrant le résonateur avec quelques trous latéraux correspondant aux fréquences de résonance des ondes sismiques sous terre, la vitesse de l'onde sismique devient imaginaire.

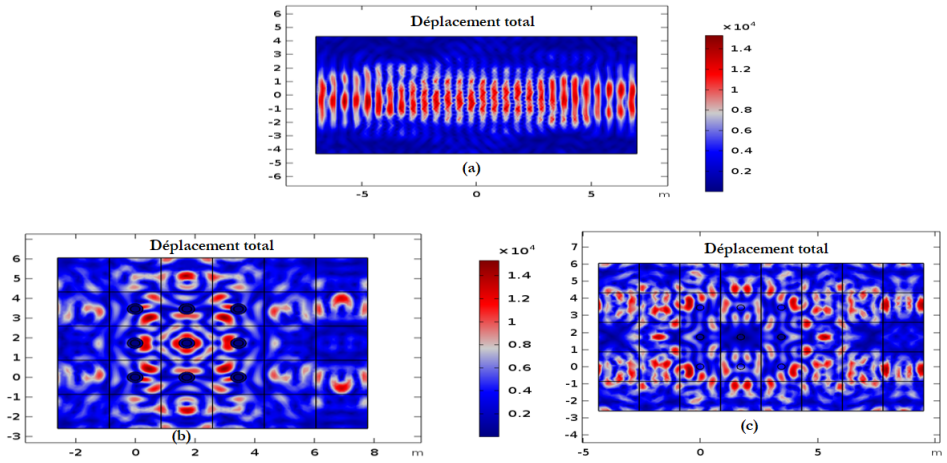

FIGURE 3.9 – : L'efficacité des différentes methodes sur l'accélération : (a) carte des résultats pour sol libre sans application des metamateriaux sismique (b) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode d'occultation, (c) carte des résultats du modèle etudié avec la méthode de la zone d'ombre artificielle ou résonance locale.

Cela crée alors une zone d'ombre sismique que l'onde sismique ne peut pas pénétrer. Cette idée a été proposée par Kim et al en 2012 [163, 164]. Dans notre simulation, nous avons appliqué une onde sismique d'une fréquence de 10 Hz qui vient de gauche à droite. Le résonateur réduit l'amplitude des ondes de manière exponentielle en dissipant l'énergie sismique, comme présenté dans la figure 3.8 et 3.9. Ensuite, il crée une zone d'ombre sismique que l'onde sismique ne peut pas traverser de l'autre côté de notre barrière de protection. La méta-barrière de protection peut avoir n'importe quelle forme de barrière dont la largeur est de l'ordre de la longueur d'onde sismique. La largeur de la barrière est déterminée par [163] :

$$\Delta x = \frac{0.366\lambda}{|x|}\Delta M_L \tag{3.1}$$

où λ est la longueur d'onde de l'onde sismique qui est très diverse. |n| est l'indice de réfraction de la méta-barrière et ΔM_L est la magnitude du séisme de l'échelle de Richter que l'on veut réduire.

Les deux méthodes de métamatériaux antisismiques sont toutes deux au centre d'une attention intense, et leur application dépend de la nature et de la spécificité de l'étude que nous devons vérifier. Dans la méthode d'occultation, la zone couverte doit être plus petite que la longueur d'onde sismique, de l'ordre de 100 mètres. Cependant, dans la méthode de la zone d'ombre,

la longueur de la barrière de protection doit être beaucoup plus longue que la longueur d'onde car il y a des ondes de diffraction provenant des deux extrémités de la barrière.

La méthode d'occultation ne dissipe pas d'énergie car elle ne fait que changer la direction des ondes par déviation. En revanche, dans la méthode de la zone d'ombre, l'énergie des ondes sismiques est dissipée à l'intérieur des résonateurs.

La méthode d'occultation est une protection par un élément isolé, efficace pour un bâtiment isolé tel qu'une centrale nucléaire, car elle nécessite une certaine surface pour être entourée de métamatériaux. Par contre, la méthode de la zone d'ombre protège non seulement le bâtiment qui est entouré de métamatériaux, mais aussi tous les bâtiments situés derrière les métamatériaux. Il s'agit donc d'une protection de zone, efficace pour les zones résidentielles.

Chapitre 4

Étude et discussion de la performance de la fondation périodique métamatériau pour l'isolation sismique dans les ouvrages civils

Contents

4.1 Introduction : 82
4.2 Configuration de la structure périodique étudiée : . . 82
4.3 Choix des matériaux : 83
4.4 Modèle numérique : 83
4.5 Conditions aux limites : 84
4.6 Calcul de la structure de bandes de fréquences interdites : 85
4.7 Étude paramétrique 2D : 87
4.7.1 Influence de la densité du noyau : 88
4.7.2 Influence du module d'élasticité du caoutchouc : . . . 88
4.7.3 Influence du module d'élasticité de la matrice : 89
4.7.4 Influence de la fraction de remplissage : 90
4.7.5 Influence de la largeur de la cellule unitaire : 92
4.8 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique à l'aide d'un modèle numérique 3D : 92
4.8.1 Propriétés de la cellule de la fondation périodique : . . 93
4.8.2 Modèle numérique : 93
4.8.3 Résultats et analyse : 94
4.9 Conclusion : 95

4.1 Introduction :

L'objectif est de créer une bande interdite dans la gamme des basses fréquences (entre 1 et 10 Hz), c'est pourquoi nous devrions utiliser le phénomène de résonance locale, car il peut inhiber les ondes sismiques à une échelle inférieure à la longueur d'onde, comme Liu et al [16] l'ont démontré en 2000, alors que la réflexion de Bragg ne peut pas le faire en raison de la petite longueur des fondations des ouvrages civils par rapport à la longueur des ondes.

Dans ce chapitre, nous avons étudié la fondation périodique 2D avec une étude paramétrique, et avec un modèle numérique 3D pour démontrer l'efficacité de la structure périodique.

4.2 Configuration de la structure périodique étudiée :

La structure étudiée est une matrice rectangulaire de béton avec "a*a*N" pour sa dimension. Chaque résonateur est constitué d'un cylindre d'acier qui se trouve à l'intérieur de chambres en caoutchouc. ces résonateurs sont enterrés dans la matrice montrée dans la figure 4.1, où chaque résonateur absorbe l'énergie de l'onde à une fréquence située dans la gamme de fréquences d'anti-résonance jusqu'à l'équilibre entre l'onde et les contraintes des résonateurs, où la discontinuité de propagation est observée.

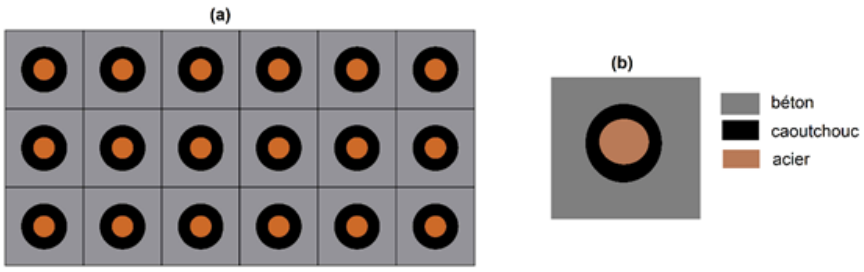

FIGURE 4.1 – (a) section du plan (xy) de la fondation périodique,(b) section du plan (xy) de la cellule unitaire.

4.3 Choix des matériaux :

Les cristaux phononiques à résonance locale (LRPC) contiennent un matériau élastique extrêmement souple, par rapport aux autres matériaux de la structure, ce qui permet de produire des modes vibratoires très confinés et donc localisés. A cet effet, le critère de choix est la vitesse de propagation de l'onde qui devra être moins importante dans les résonateurs. Cependant, selon l'étude de Jia Gaofeng et Shi Zhifei [167], les structures sont constituées d'un cylindre en acier ou en plomb recouvert d'un élastomère très souple. Ainsi, l'effet du noyau de plomb et de la couche d'élastomère (ressort), donne au résonateur un comportement de résonance très localisé aux très basses fréquences. L'effet de la masse et de la rigidité des résonateurs sur leurs modes de résonance sera étudié ultérieurement.

Dans notre étude, nous avons utilisé du caoutchouc et de l'acier pour le noyau. Le faible module d'élasticité du caoutchouc et la masse élevée du noyau permettent à ce type de résonateur de résister aux basses fréquences. Dans la présente étude, tous les matériaux utilisés sont considérés comme des matériaux élastiques et isotropes. Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés sont illustrées dans le tableau 4.1.

Matériaux	$\rho(Kg/m^3)$	E (GPa)	ν
Béton	2450	28	0,3
Caoutchouc	1300	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	0,463
Acier	7850	210	0,3

TABLE 4.1 – Mechanical properties of used materials density ρ, elastic modulus E, Poisson's ratio ν.

4.4 Modèle numérique :

Le modèle étudié est une fondation périodique 2D composée d'une matrice en béton (a=1,4m) dans laquelle des inclusions cylindriques en acier (de rayon r= 0,2m) sont enrobées de caoutchouc (d'épaisseur e=0,2m). Chaque cylindre d'acier enrobé est considéré comme un résonateur, comme présenté dans la figure 4.1, où chaque résonateur absorbe l'énergie de l'onde à une gamme de fréquence située dans la gamme de fréquence d'anti-résonance pour atteindre un équilibre entre les contraintes de l'onde et des résonateurs, où la discontinuité de propagation est observée.

La méthode des éléments finis a été adoptée pour calculer la bande interdite de la structure en utilisant le logiciel Comsol Multiphysics 5.3a [168]. Le modèle a été étudié avec une déformation plane où toutes les parties de la structure périodique ont été étudiées dans le plan [X,Y]. La structure périodique a été modélisée dans Comsol en implantant une cellule et la condition périodique selon le théorème de Bloch. Les équations de mouvement sont déjà implantées dans Comsol. Enfin, les structures des bandes ont été calculées en utilisant une analyse de fréquence propre.

4.5 Conditions aux limites :

Les conditions aux limites de Bloch ont été appliquées sur les contours extérieurs des cellules unitaires. Ainsi, en les utilisant, la périodicité des cellules dans les deux directions (X,Y) a été modélisée, car notre intérêt est la propagation des ondes sismiques dans le plan X-Y.

Les équations correspondantes aux conditions de Bloch sont :

$$u_3 = u_1 e^{ik_x a} \tag{4.1}$$

$$\nu_3 = \nu_1 e^{ik_x a} \tag{4.2}$$

$$u_4 = u_2 e^{ik_y a} \tag{4.3}$$

$$\nu_4 = \nu_2 e^{ik_y a} \tag{4.4}$$

En éléments finis, le maillage, qui est une sous-division de la matrice de résolution, est le moyen de déterminer les domaines de définition des fonctions de forme essentielles, afin d'approximer les fonctions de solution recherchées. Pour notre étude, les éléments du maillage sont triangulaires, la figure 4.2 présente le maillage adopté. En effet, plus le maillage est fin, plus le nombre d'éléments triangulaires et leur répartition dans le domaine sont importants. Ainsi, plus le maillage est fin, plus les fonctions de forme sont définies, et donc l'approximation de la fonction de solution est meilleure. Cependant, le temps de calcul augmente avec le raffinement du maillage et les limites de la machine de calcul peuvent rapidement être atteintes.

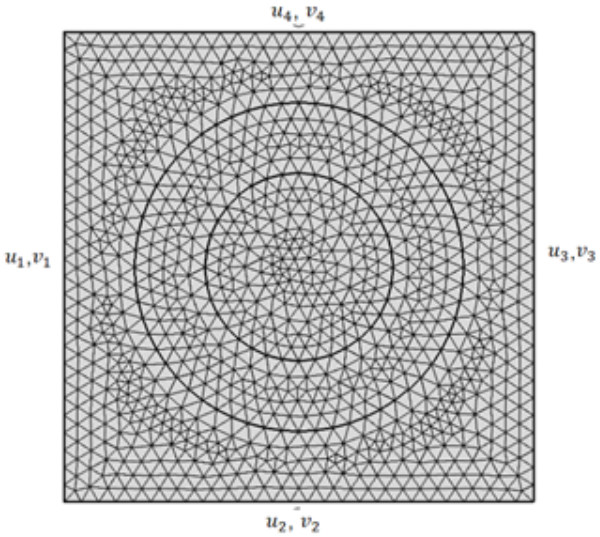

FIGURE 4.2 – Maillage et conditions aux limites périodiques de la structure périodique 2D

4.6 Calcul de la structure de bandes de fréquences interdites :

Comme notre structure phononique bidimensionnelle a une disposition carrée, le calcul de la courbe de dispersion est limité par les axes symétriques principaux de la première zone de Brillouin. Pour chaque vecteur d'onde, les modes ont été calculés en utilisant l'analyse fréquentielle proposée par Comsol. La figure 4.3 précise les valeurs du vecteur d'ondes prises avec la nomenclature classique des axes de symétrie de la première zone de Brillouin.

La figure 4.4 montre la structure de la bande interdite pour une fondation périodique de dimensions : a=1,4 m, r(acier)=0,2 m, e(caoutchouc)=0,2 m.

La structure étudiée, en utilisant un système de résonance locale, peut être utilisée pour bloquer la propagation des ondes sismiques P et S. Ainsi, si la fréquence de l'onde sismique correspond à la fréquence des résonateurs, ces derniers entrent en interaction avec eux et absorbent une partie de l'énergie propagée. A partir d'un certain nombre de résonateurs sollicités, l'onde sismique est bloquée et la réponse dynamique de la structure isolée est considérablement réduite. Les bandes interdites mentionnées dans la courbe de dispersion de la figure 4.4 est obtenue à partir d'un calcul itératif de détermination des fréquences propres du système étudié pour chaque valeur du

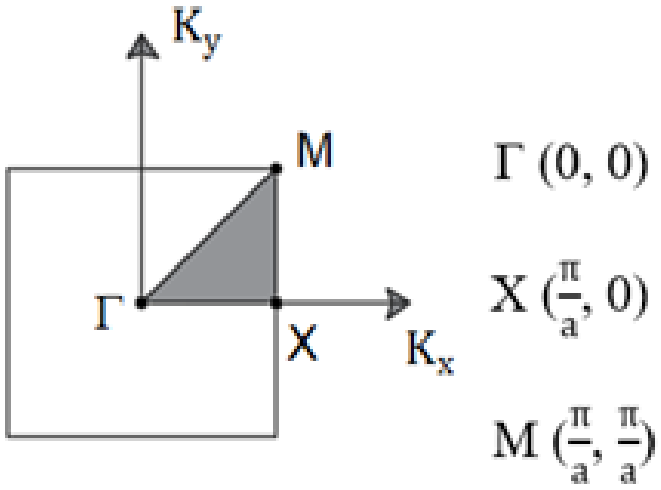

FIGURE 4.3 – Première zone de Brillouin irréductible pour une structure périodique carrée.

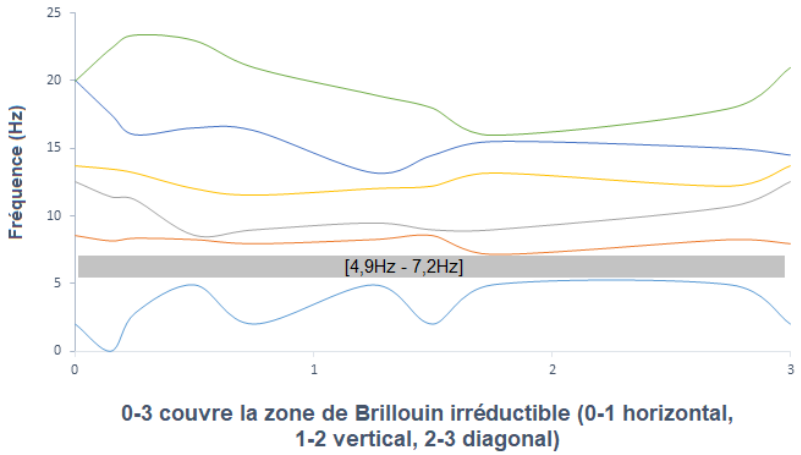

FIGURE 4.4 – Courbe de dispersion de la structure périodique étudiée

vecteur d'onde K, qui varie selon la figure 4.3.

4.7 Étude paramétrique 2D :

Une étude paramétrique sur une cellule élémentaire a été réalisée afin de déterminer les paramètres influençant la bande interdite, par la détermination des trois caractéristiques de la bande interdite : la fréquence de la limite inférieure (FLI), la fréquence de la limite supérieure (FLS), et la largeur de la bande interdite (LBI). Les paramètres étudiés sont les propriétés des matériaux utilisés (module d'élasticité E, densité ρ et coefficient de Poisson ν), et les paramètres géométriques (fraction de remplissage f et β).

Les propriétés de la cellule élémentaire utilisée pour cette étude sont les suivantes :
- Matrice en béton : (a=1,4m)
- Noyau en acier : (de rayon r= 0,2m)
- Enrobage en caoutchouc : (d'épaisseur e=0,2m).

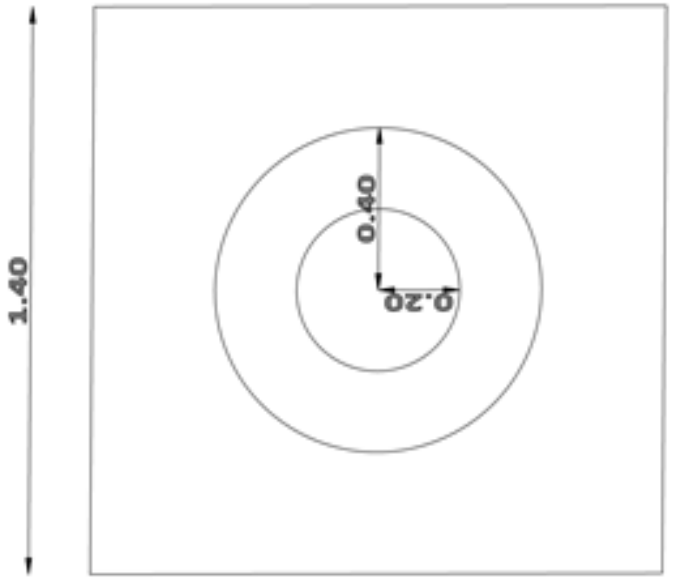

FIGURE 4.5 – Dimension de la cellule élémentaire

4.7.1 Influence de la densité du noyau :

La densité du noyau a un effet important sur les caractéristiques de la bande interdite, tandis que l'influence du module d'élasticité du noyau et du coefficient de Poisson est négligeable, de sorte qu'ils n'ont pas été examinés en détail dans cette étude. D'après la figure 4.6, où nous avons étudié l'influence de la densité du noyau sur la bande interdite, nous avons conclu que la FLI et la FLS diminuent et que le LBI augmente lorsque la densité du noyau augmente, ce qui signifie que ce dernier joue un rôle important dans la création de la bande interdite à basse fréquence.

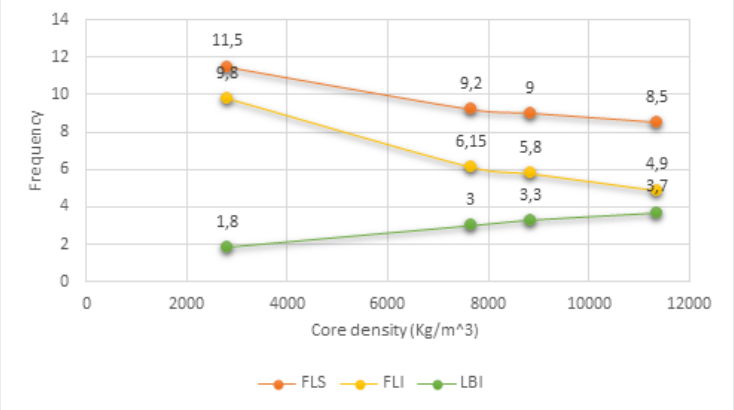

FIGURE 4.6 – Influence de la densité du noyau sur les caractéristiques de la bande interdite.

4.7.2 Influence du module d'élasticité du caoutchouc :

L'influence du module d'élasticité du caoutchouc sur FLI et FLS est similaire à l'influence de la rigidité K sur la vibration des oscillateurs simples masse-ressort, où $w = \sqrt{\frac{K}{M}}$, M représente la masse du noyau, et K la rigidité du noyau.

La figure 4.7 montre que, toutes les caractéristiques de la bande interdite augmentent lorsque le module d'élasticité du caoutchouc augmente. Ces résultats soulignent le rôle important du faible module élastique du caoutchouc dans la construction de fondations périodiques avec une bande interdite à basse fréquence.

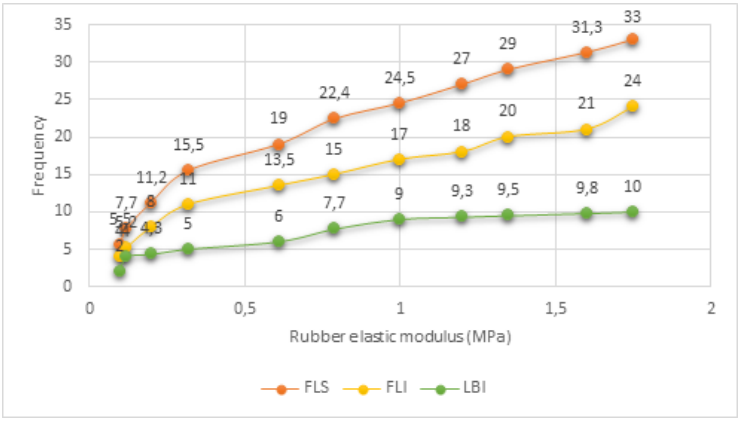

FIGURE 4.7 – Influence du module d'élasticité du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite

Ces résultats montrent que pour obtenir un métamatériau antisismique efficace dans le domaine des basses fréquences, le choix d'un matériau très souple pour le résonateur est nécessaire pour établir un couplage entre les ondes qui se propagent dans le milieu et dans les modes du résonateur.

4.7.3 Influence du module d'élasticité de la matrice :

La figure 4.8 montre que la module d'élasticité de la matrice n'a pas d'influence sur les caractéristiques de la bande interdite lorsqu'il passe de 15 à 75 MPa, ceci en raison de la grande différence de module d'élasticité entre le béton et le caoutchouc. Nous pouvons donc utiliser n'importe quel type de béton en fonction de la résistance requise.

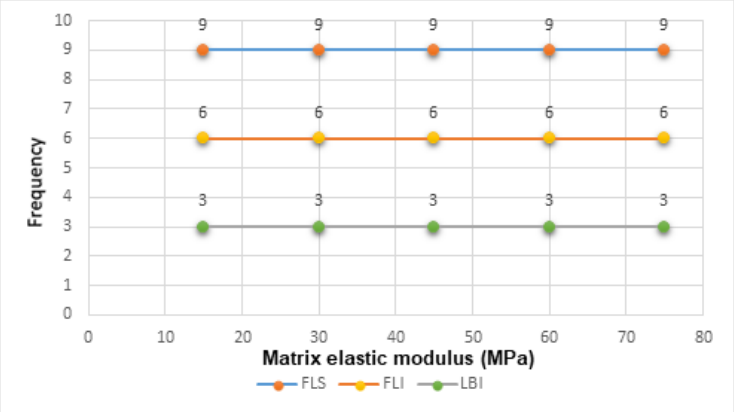

FIGURE 4.8 – Influence du module élastique de la matrice sur les caractéristiques de la bande interdite.

4.7.4 Influence de la fraction de remplissage :

La fraction de remplissage est définie comme :

$$f = \pi R_{ext}^2 / a^2 \tag{4.5}$$

Les rapports entre l'épaisseur du noyau et celle du caoutchouc est :

$$\beta = r/e \tag{4.6}$$

Avec : $R_{ext} = r + e$

D'après la figure 4.9, pour diminuer le FLI et augmenter le LBI, il faut augmenter la fraction de remplissage f. La formule $w = \sqrt{\frac{K}{M}}$ peut démontrer ces résultats, où, lorsque le f augmente, c'est-à-dire que M augmente et donc les modes de fréquence de vibration diminuent.

La figure 4.10 montre que l'influence de β est importante, car, avec l'augmentation de β, la FLI et la FLS diminuent jusqu'à $\beta_m in = 0.68$, puis elles augmentent, alors que la LBI augmente.

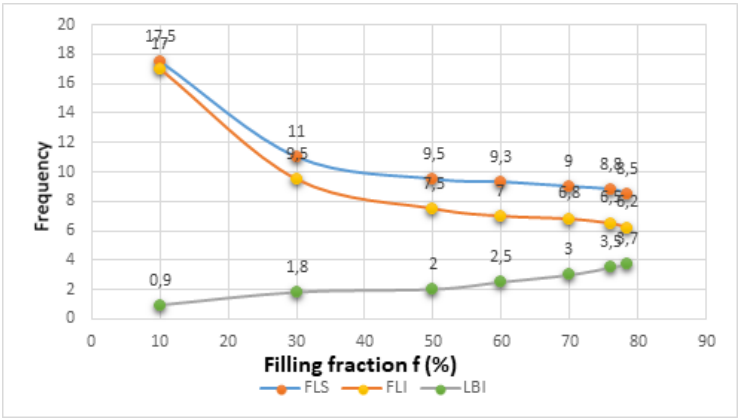

FIGURE 4.9 – Influence de la fraction de remplissage f sur les caractéristiques de la bande interdite, avec β=1.09

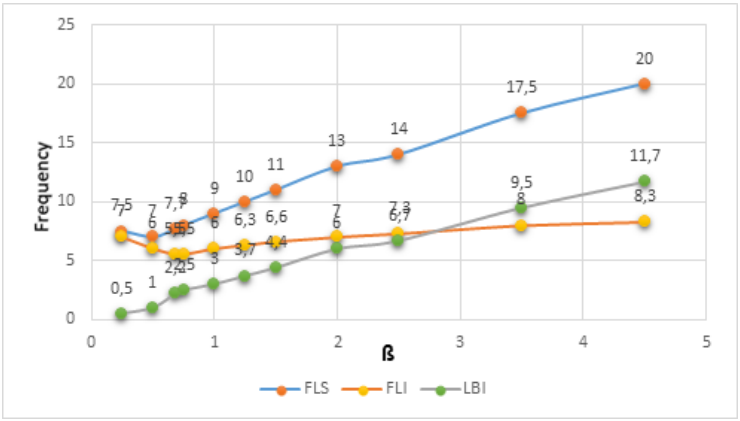

FIGURE 4.10 – Influence de β sur les caractéristiques de la bande interdite, avec f=72.4%

4.7.5 Influence de la largeur de la cellule unitaire :

D'après la figure 4.11, on constate que toutes les caractéristiques de la bande interdite de fréquence diminuent lorsque la largeur de la cellule augmente.

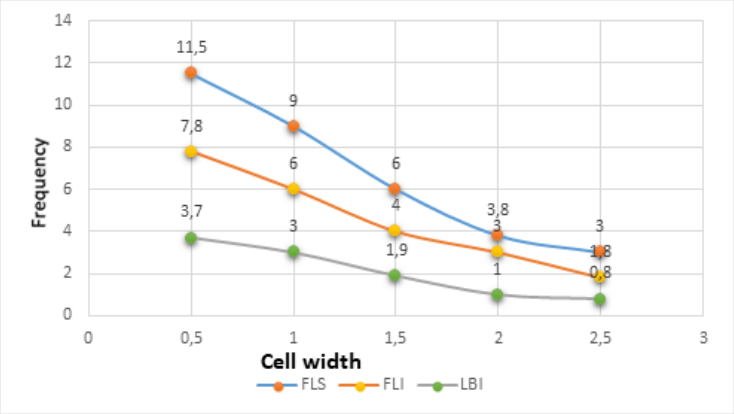

FIGURE 4.11 – Influence de la largeur de la cellule sur les caractéristiques de la bande interdite avec F=72.4% et β=1.09

4.8 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique à l'aide d'un modèle numérique 3D :

Une étude comparative entre une fondation en béton et une fondation périodique est indispensable pour vérifier l'efficacité de la fondation périodique. Pour cette raison, deux modèles ont été conçus avec une superstructure en béton, mais avec des fondations différentes. Le premier modèle a une fondation traditionnelle en béton et le second a une fondation périodique en métamatériaux. Chaque fondation a pour dimensions 3m*7m*0.4m, et la structure supérieure est formée par une structure où les colonnes ont une section de 0.25m*0.19m et les poutres une section de 0.2m*0.3m, et ces structures sont composées de deux étages, chacun ayant des dimensions planes de 3m*3.2m et une hauteur de 2.9m, comme le montre la figure 4.16.

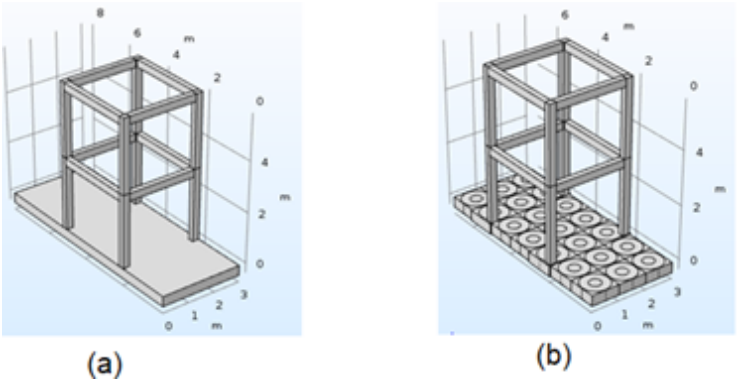

FIGURE 4.12 – structure étudiée : (a) fondation en béton, (b) fondation périodique en métamatériaux.

4.8.1 Propriétés de la cellule de la fondation périodique :

Dans notre modèle, la fréquence fondamentale de la structure supérieure est égale à 5.04 Hz, donc la largeur de la bande interdite de la cellule doit couvrir sa fréquence fondamentale. Les cellules de la fondation périodique ont une épaisseur de 0.4m. Nous avons choisi les propriétés préliminaires de la cellule :
- a=1m
- f=72.5%
- β=0.71
Ces propriétés donnent une bande interdite entre [4.94 ; 6.8] Hz.

4.8.2 Modèle numérique :

La méthode des éléments finis a été adoptée pour le calcul de la réponse aux vibrations du modèle de structure 3D, en utilisant le logiciel Comsol Multiphysics 5.3.a. Les conditions de déplacement sont les suivantes :
- Déplacement nul pour tous les points à Z=0, dans la direction Z.
- 5cm d'amplitude de vibration avec différentes fréquences pour tous les points à Y=0, dans la direction Y.

Dans cette étude, nous avons choisi un maillage de forme triangulaire pour la structure supérieure et les fondations en béton, ainsi que des mailles de forme cylindrique carrée, pour la structure périodique. En effet, les contraintes et les déformations sont pratiquement constantes dans la direction Z, ce qui nous permet d'utiliser ce type de maillage pour réduire le temps de calcul. Nous avons choisi leur taille en prenant en considération le temps, la précision et la convergence montrées dans la figure 4.17.

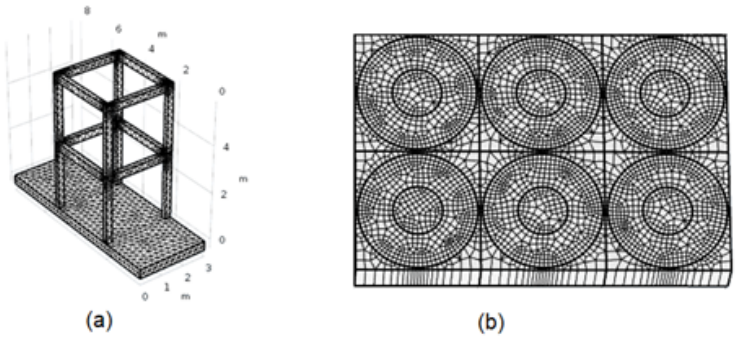

FIGURE 4.13 – Types de mailles de la : (a) structure à cadre et fondation en béton, (b) fondation périodique métamatériaux.

4.8.3 Résultats et analyse :

La figure ci-dessous montre les réponses dynamiques de la structure supérieure et démontre l'efficacité de la fondation périodique dans l'isolation sismique avec un facteur de réduction d'environ 7 fois à l'intérieur de la bande interdite.

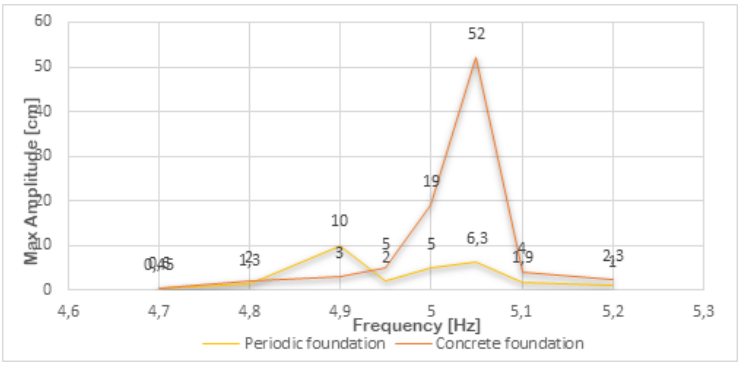

FIGURE 4.14 – Réponses relatives au déplacement dans la direction Y pour le deuxième étage.

4.9 Conclusion :

Au cours de ce chapitre, nous avons étudié la possibilité de créer une bande interdite dans la gamme de fréquence des ondes sismiques [0-30] Hz, par le mécanisme de résonance locale. En effet, les interactions des ondes qui se propagent dans des fondations périodiques avec les modes localisés des résonateurs ont été étudiées. Dans ce contexte, une étude paramétrique a été réalisée en faisant varier les différents paramètres ayant un impact sur la fréquence d'un résonateur masse-ressort, tels que le module élastique de l'élastomère, le module élastique de la matrice, la densité des noyaux ainsi que les paramètres géométriques.

Le calcul de notre modèle montre que pour obtenir une bande interdite à très basse fréquence, où les longueurs d'onde sont beaucoup plus longues que la périodicité de la structure, il est nécessaire de bien localiser les modes de résonance, puis de contrôler le couplage entre les modes localisés au niveau des résonateurs et les ondes qui se propagent dans cette structure, grâce à un choix approprié des matériaux et des paramètres géométriques de la cellule élémentaire.

Chapitre 5

Métamatériaux fractals antisismique

Contents

5.1 Introduction : 101

5.2 Modélisation du métamatériau fractal antisismique en forme de H : 102

5.2.1 Configuration de la structure étudiée : 102

5.2.2 Modèle numérique : 104

5.3 Résultats et analyse sismique : 108

5.3.1 Impact de la conception Fractal en forme de H sur la structure des bandes de fréquences : 108

5.3.2 Effet de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite : 110

5.4 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique, avec des métamatériaux fractals en forme de H, à l'aide d'un modèle numérique 3D : 112

5.5 Conclusion : 113

5.6 Introduction : 117

5.7 Modèles et méthode de calcul : 117

5.7.1 Configuration de la structure étudiée : 117

5.7.2 Modèle numérique : 118

5.8 Résultats et analyse sismique : 120

5.8.1 Impact de la conception Fractal antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire : 120

5.8.2 Effet de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite : 122

5.9 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique, avec des métamatériaux fractals antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire, à l'aide d'un modèle numérique 3D : 124

5.10 Conclusion : 125

Première partie

Métamatériaux antisismiques basés sur la géométrie H-fractale

5.1 Introduction :

Les origines de la géométrie fractale remontent au XIXe siècle [3]. Cependant, une révolution scientifique a été lancée dans les années 70 du dernier siècle par Benoit Mandelbrot pour développer sa géométrie fractale [4]. Depuis lors, les applications des structures fractales se développent de plus en plus, et les fractales ont été rapidement utilisées dans plusieurs domaines tels que l'électromagnétique et l'acoustique, en raison de leur capacité à piéger les ondes élastiques/acoustiques.

Parallèlement aux structures fractales basées sur la hiérarchie, les structures périodiques ou cristaux phononiques qui contrôlent la propagation des ondes ont fait l'objet d'un intérêt croissant au cours des dix dernières années. Les cristaux phononiques ont une bande interdite, c'est-à-dire qu'une certaine fréquence de l'onde est interdite, par conséquent leurs applications techniques potentielles sont nombreuses : filtres élastiques/acoustiques, isolation des vibrations et du bruit, et l'application des cristaux phononiques pour le contrôle sismique est également envisagée. La cellule unitaire des cristaux phononiques consiste en une inclusion artificielle, vide ou rigide, recouverte par le matériau de la matrice. D'après la plupart des études sur les bandes interdites, en particulier dans le domaine de l'isolation sismique, l'inclusion est constituée de géométries de forme régulière telles que des cercles, des carrés, etc. [77,169,170].

Récemment, plusieurs études ont été développées dans les métamatériaux acoustiques et électromagnétiques afin d'étudier l'impact de l'inclusion fractale sur les structures de bande. Xianfeng Man et al. ont utilisé l'approche de l'enroulement spatial pour obtenir un métamatériau artificiel pour les sons aériens de très basse fréquence, [171]. J Liu et al. développent une classe de métamatériaux acoustiques labyrinthiques d'inspiration fractale avec des canaux hiérarchiques en zigzag et mettent en évidence les influences des hiérarchies fractales auto-similaires sur leurs structures de bande, [172].

Contrairement à d'autres domaines, tels que l'électromagnétique et l'acoustique, les applications des structures fractales dans les cristaux sismiques sont très limitées, on peut considérer qu'elles ne sont pas encore investies. Dans cette partie, le concept de H-fractale auto-similaire sera appliqué pour concevoir une fondation périodique fractale antisismique. L'importance de ce modèle consiste dans le fait qu'il s'agit d'un nouveau type de fondation structurelle antisismique, simple à mettre en œuvre, à faible coût et à haute durabilité [143] [144]. Nous mettons d'abord en évidence le concept de cristaux sismiques H-fractals ou métamatériaux H-fractals antisismiques, le dévelop-

pement de plusieurs formes de fondations périodiques H-fractales. Ensuite, nous comparons leur capacité à inhiber la propagation des ondes sismiques et leur fréquence de bande interdite. Enfin, une analyse paramétrique est réalisée pour déterminer l'influence des épaisseurs de caoutchouc et du niveau fractal sur les propriétés de la zone d'atténuation.

5.2 Modélisation du métamatériau fractal antisismique en forme de H :

Le concept de hiérarchie structurelle est utilisé ici dans le sens où une cellule unitaire représentative d'un métamatériau comprend de multiples arrangements d'inhomogénéités à diverses échelles de taille. Si le même arrangement se produit à chaque échelle, le modèle est dit auto-similaire.

Afin d'étudier l'impact de la conception H-fractale sur les structures de bande du cristal sismique bidimensionnel, et en cherchant à créer une bande interdite à basse fréquence en utilisant la géométrie fractale, nous avons développé des structures fractales antisismiques autosimilaires.

5.2.1 Configuration de la structure étudiée :

En adoptant la géométrie fractale plutôt que les géométries de forme régulière, appliquées dans la plupart des études sur les métamatériaux sismiques, un modèle de métamatériau sismique basé sur des cellules fractales en forme de H est développé, comme le montre la figure 5.1.

Le premier niveau de la structure fractale en forme de H est une cellule unitaire carrée (a= 1,4 m) constituée d'une matrice en béton avec des inclusions en acier en forme de H (HEA 1000) recouvertes de 2 cm de caoutchouc. Le nombre des nouveaux petits H est multiplié par deux pour chaque nouveau niveau fractal, et le taux réduit de nouveaux petits H est divisé par deux. De cette façon, le deuxième niveau fractal est constitué de deux petits H en acier (HEA, 500) reliés par des piliers de forme rectangulaire. Les troisièmes et quatrièmes niveaux sont construits de manière similaire, en respectant la taille globale de la cellule.

Une structure fractale H auto-similaire est obtenue en suivant ce processus.

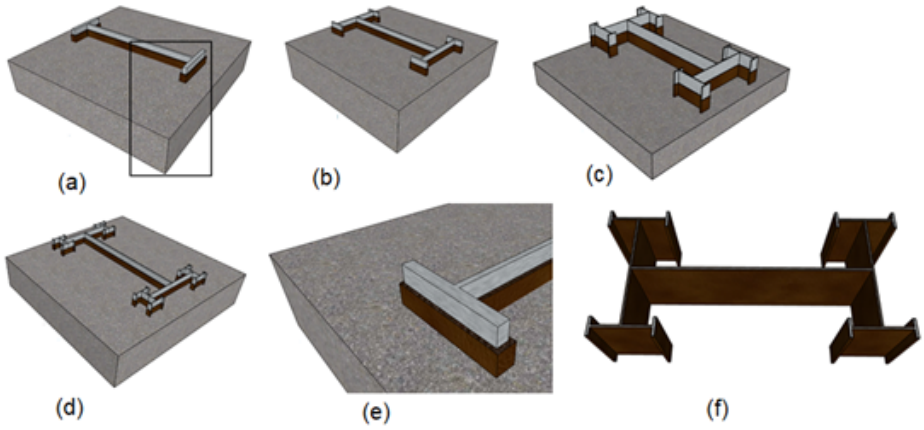

FIGURE 5.1 – Fractale en forme de H à quatre niveaux. (a) Premier niveau, (b) Deuxième niveau, (c) Troisième niveau, (d) Quatrième niveau, (e) Section zoom de la figure (a), (f) Noyau d'acier en forme de H recouvert de 2 cm de caoutchouc pour le troisième niveau fractal.

La dimension fractale D est définie comme :

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{S}} \tag{5.1}$$

Avec
D : la dimension fractale N : le nombre d'exemples auto similaires réduits S : facteur de réduction Dans notre étude, N=2 et S=1/2, ainsi la dimension fractale est D=1.

Le tableau 5.1 présente un résumé des caractéristiques des matériaux utilisés pour cette étude, tous les milieux choisis étant considérés comme isotropes.

Matériaux	$\rho(Kg/m^3)$	E (GPa)	ν
Béton	2450	28	0,3
Caoutchouc	1300	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	0,463
Acier	7850	210	0,3

TABLE 5.1 – Propriétés mécaniques des matériaux utilisés

5.2.2 Modèle numérique :

5.2.2.1 Conditions aux limites périodiques :

Afin de modéliser des systèmes périodiques, supposés infinis, des conditions aux limites périodiques ont été développées. Le principe consiste à réduire le domaine de résolution à un élément de périodicité qui constitue d'une cellule unitaire et qui sera le nouveau domaine d'étude. Les conditions aux limites périodiques sont appliquées aux limites de la cellule le long des directions de périodicité pour obtenir un résultat identique aux propriétés de l'onde acoustique à l'entrée de la cellule et à la sortie de la cellule, avec un déphasage bien déterminé.

Les déplacements entre les points du réseau vers un autre espace d'une maille peuvent être traduits par le déphasage de e^{ikbl}. Pour calculer les bandes interdites d'un réseau périodique, nous limitons l'étude à une cellule élémentaire en appliquant les conditions aux limites périodiques données par l'équation (5-2) ci-dessous. Suivant la théorie de Bloch [167], les solutions de l'équation d'onde peuvent être écrites conformément au théorème de Bloch-Floquet :

$$u_{(r,t)} = e^{i(k.r-wt)}.u_k(\vec{r}) \tag{5.2}$$

Avec :
k : vecteur d'onde dans l'espace réciproque.
w : pulsation de l'onde.

$u_k(\vec{r})$ est sur la même périodicité que les paramètres élastiques, où il satisfait $u_k(r) = u_k(r + l)$

Ainsi, $u_{(r+L,t)} = e^{i(k(r+L)-wt)}.u_k(r + l) = e^{ikL}e^{i(k.r-wt)}.u_k(r) = u(r, t).e^{ikL}$

5.2.2.2 Réseau direct et réseau réciproque :

D'un point de vue géométrique, chaque élément du réseau illustré sur la figure 5.2 peut être représenté à l'aide de deux vecteurs de base $\vec{d_1}$ $\vec{d_2}$. De plus, comme le réseau considéré est à géométrie carrée, ces deux vecteurs définissent une base orthogonale dont les normes sont égales au paramètre de maille L.

$$\|\vec{d_1}\| = \|\vec{d_2}\| = L \tag{5.3}$$

Tout réseau direct comporte un réseau réciproque décrit par deux vecteurs de base r_1 et r_2 représentés sur la figure 5.3, et défini selon la propriété suivante :

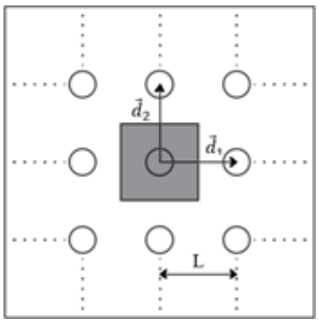

FIGURE 5.2 – Vecteurs de base et maille élémentaire de Wigner-Seitz (zone grise) dans le réseau direct.

$$\|\vec{r}_1\| = \|\vec{r}_2\| = \frac{1}{L} \tag{5.4}$$

Dans le cas particulier du réseau carré, les deux vecteurs de base du réseau réciproque $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ sont respectivement colinéaires aux vecteurs de base du réseau direct $\vec{d}_1 et \vec{d}_2$. L'ensemble des points du réseau réciproque est décrit par les vecteurs $\vec{R}_{m1,m2}$ définis par la relation,

$$\vec{R}_{m1,m2} = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 \tag{5.5}$$

Où, m1 et m2 sont des entiers relatifs. Dans le réseau réciproque, ces vecteurs $\vec{R}$ désignent les directions de propagation. La plus petite cellule élémentaire permettant de décrire ce réseau réciproque est appelée " première zone de Brillouin ". Cette zone est délimitée par la limite ΓXM représentée sur la figure 5.3.

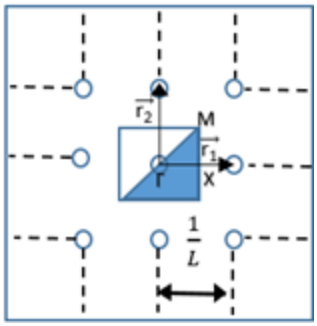

FIGURE 5.3 – Vecteurs de base et première zone de Brillouin dans le réseau réciproque

Par commodité, dans la suite, l'ensemble des points du réseau réciproque est décrit par les vecteurs $\vec{G}_{m1,m2}$ définis par la relation,

$$\vec{G}_{m1,m2} = 2\pi m_1 \vec{r}_1 + 2\pi m_2 \vec{r}_2 \tag{5.6}$$

5.2.2.3 Zone de Brillouin :

La zone de Brillouin irréductible dans l'espace réciproque est l'équivalent de la cellule élémentaire d'un réseau dans l'espace réel. Il est possible de définir une cellule élémentaire correspondant au réseau fini par les plans médiateurs entre chaque motif de la maille représentant les points de hautes symétries du réseau réciproque.

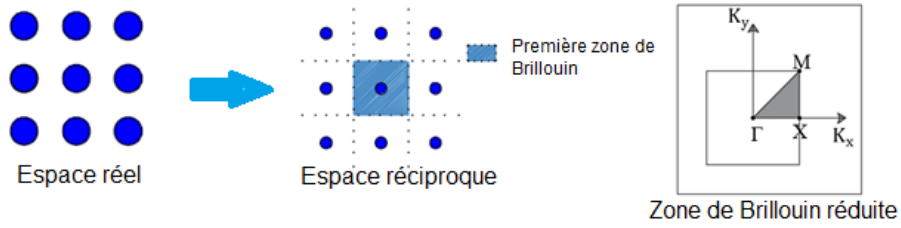

FIGURE 5.4 – Représentation du réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin.

Dans l'espace réciproque, les vecteurs de base $\vec{K}_x = \frac{2\pi}{a}\vec{X}$ et $\vec{K}_y = \frac{2\pi}{a}\vec{Y}$. La première zone de Brillouin est carrée avec $\frac{2\pi}{a}$ de son paramètre. Les points à haute symétrie de cette maille primitive sont nommés Γ, X, et M, comme le montre la figure 5.4, et leurs respectifs dans le tableau réciproque ($\Gamma, \vec{K}_x, \vec{K}_y$) sont (0,0), (1/2 , 0) and (1/2 ,1/2) [173]. La connaissance de la structure des bandes dans cette zone de Brillouin réduite est suffisante pour connaître tous les modes de propagation dans le cristal si on le considère comme ayant une périodicité infinie dans chaque direction du plan.

5.2.2.4 Band gap diagram :

La propagation des ondes mécaniques dans un milieu est généralement décrite par une relation de dispersion entre la fréquence de l'onde et le vecteur de propagation (k). Pour calculer la bande interdite de la structure, la méthode des éléments finis a été adoptée en utilisant Comsol Multiphysics. Le modèle

de structure fractale périodique a été déformé dans le plan [X,Y] et modélisé en implantant une cellule avec une condition périodique suivant le théorème de Bloch. L'équation de la propagation des ondes élastiques dans un milieu homogène, Cheong et al. [174], présentée ci-dessous (équation 5-7 et 5-8), a déjà été implémentée dans Comsol. Enfin, les structures de bande ont été calculées en utilisant une analyse fréquentielle appropriée.

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \nabla(\rho C_t^2 \nabla u_i) + \nabla(\rho C_t^2 \frac{\partial u}{\partial x_i}) + \frac{\partial[(\rho C_l^2 - 2\rho C_t^2)\nabla u]}{\partial x_i} \tag{5.7}$$

Avec i=1, 2, 3. Pour un système infini en 2D, le vecteur déplacement $u_i = u(x, y)$, et l'équation (5-7) sera :

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \nabla_T(C_{44}\nabla_T u_i) + \nabla_T(C_{44}\frac{\partial u_T}{\partial x_i}) + \frac{\partial[(C_{11} - 2C_{44})\nabla_T u_T]}{\partial x_i} \tag{5.8}$$

Avec, $U_T = [u_x, u_y]$ et $\nabla_T = [\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}]$, i=1, 2

Les conditions aux limites de Bloch ont été implantées sur les bords extérieurs de la cellule unitaire. Comme notre intérêt porte sur la propagation des ondes sismiques dans le plan X-Y, nous les avons utilisées pour modéliser la périodicité des cellules dans les deux directions (X, Y). Les équations correspondantes des conditions de Bloch sont :

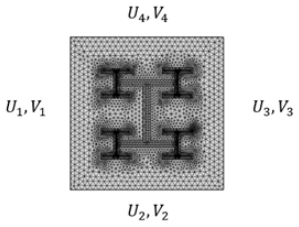

FIGURE 5.5 – Maillage et conditions périodiques de la cellule unitaire.

$$u_3 = u_1 e^{ik_x a} \tag{5.9}$$

$$\nu_3 = \nu_1 e^{ik_x a} \tag{5.10}$$

$$u_4 = u_2 e^{ik_y a} \tag{5.11}$$

$$\nu_4 = \nu_2 e^{ik_y a} \tag{5.12}$$

5.3 Résultats et analyse sismique :

5.3.1 Impact de la conception Fractal en forme de H sur la structure des bandes de fréquences :

Les courbes de dispersion pour différents niveaux fractals sont présentées à la figure 5.6. Chaque cellule unitaire est disposée dans un réseau carré simple. La constante matricielle a est égale à 1,4 m. Celle-ci est maintenue constante et égale pour les quatre cellules unitaires représentatives, afin d'analyser les effets de la hiérarchie sur la dispersion des ondes dans la même gamme de fréquences.

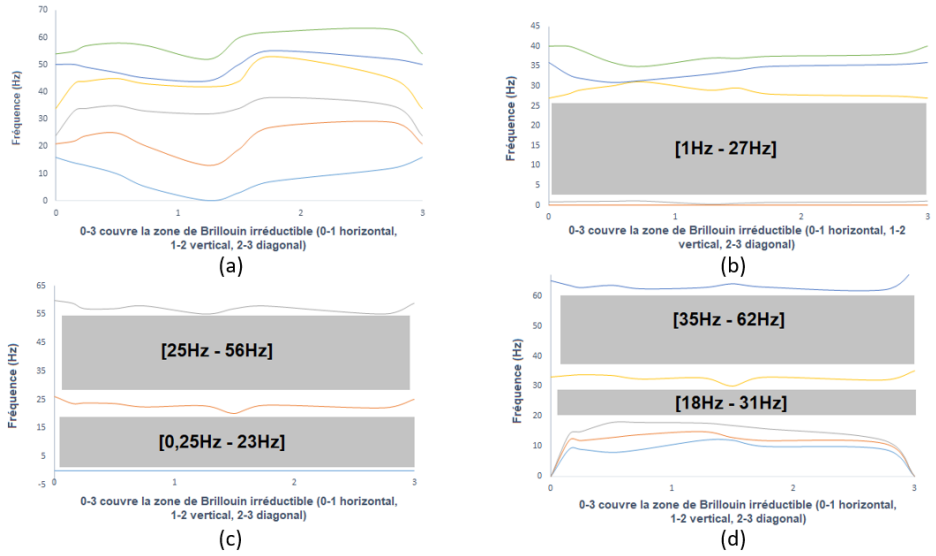

FIGURE 5.6 – Structures de la bande de la structure fractale en forme de H. (a) Structure de bande du premier niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. (b) Structure de bande du deuxième niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. (c) Structure de bande du troisième niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz]. (d) Structure de bande du quatrième niveau fractal dans la gamme de fréquences [0 Hz, 100 Hz].

La fréquence d'écart à large bande d'environ 1 Hz à 14 Hz est preservée

pour les structures fractales de deuxième, troisième et quatrième niveau. Si nous regardons les structures de bande des différents niveaux fractals dans la Fig. 5.6, il est facile d'observer qu'avec une augmentation du niveau fractal, le nombre et la proportion de bandes interdites dans la gamme de fréquences considérée, augmentent progressivement. De plus, les résultats obtenus montrent qu'en remplaçant la structure régulière par une structure fractale, nous pouvons augmenter de manière significative la largeur de la bande interdite de la structure jusqu'à 2,5 fois sans affecter la propagation dans les bandes les plus basses pour les structures fractales de deuxième et troisième niveau comme le montre la Figure 5.7. Par conséquent, la technique à base de fractale est une approche efficace pour élargir la bande interdite et augmenter la protection sismique.

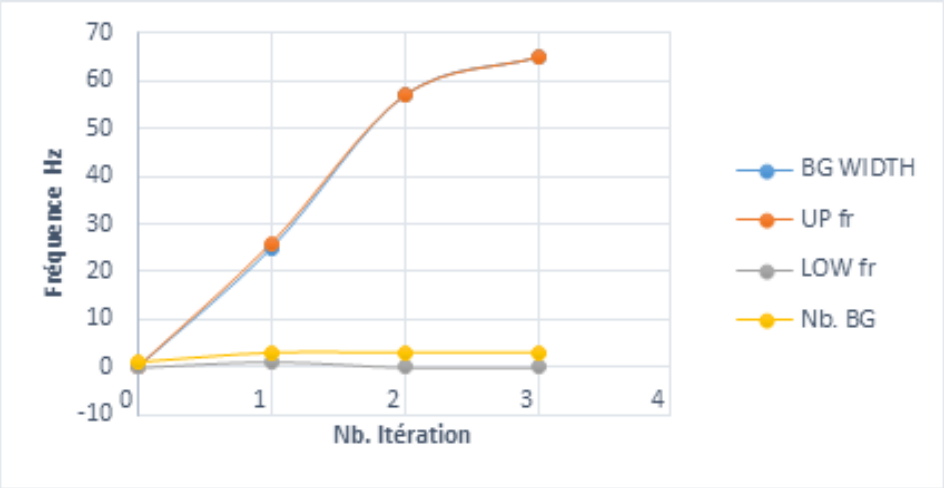

FIGURE 5.7 – Influence des caractéristiques de la bande interdite.

Ce changement critique dans la structure de bande s'explique par le fait que, avec la fractale d'ordre supérieur, l'onde sismique se déplace le long d'un chemin de propagation plus long et plus complexe dans l'espace, généré par la structure fractale, par rapport aux fractales d'ordre inférieur. L'équation du chemin de propagation de la cellule unitaire peut être exprimée comme suit :

$$Lf = (\frac{N}{r})^n.a \tag{5.13}$$

Où :
Lf : La longueur du chemin de propagation
N : le nombre d'exemples auto similaires réduits
r : L'homothétie interne d'une structure fractale

a : La constante de la matrice

Une raison supplémentaire expliquant ce résultat est que dans les structures métamatérielles H-fractales proposées, un réseau élastique périodique avec des régions plus rigides a été introduit en raison du raffinement hiérarchique. Les bandes interdites de type Bragg sont générées. En outre, chaque niveau fractal agit lui-même comme un résonateur mécanique, ce qui conduit à la formation de bandes interdites localement résonantes.

La figure 5.6-d montre que l'effet de lacunarité joue un rôle important dans la propagation des ondes au quatrième niveau fractal. À ce niveau, la largeur de bande augmente, mais nous avons perdu une partie de la largeur de bande aux basses fréquences, de 14Hz à 18Hz.

La lacunarité peut être définie comme une mesure complémentaire de la dimension fractale. Elle caractérise les propriétés de connectivité et de distribution de la matière dans la structure fractale. Les mesures de la lacunarité peuvent être utilisées pour décrire les caractéristiques de remplissage de la structure fractale [175]. Statistiquement, on pourrait simplifier la mesure en reconnaissant que lacunarité est le rapport entre la variance du nombre de groupes par cellule et la moyenne au carré plus un [176].

$$L = \frac{Variance(s)}{mean(s)^2} + 1 \tag{5.14}$$

5.3.2 Effet de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite :

Ayant démontré que la structure fractale en forme de H est caractérisée par des bandes de fréquences interdites plus élevées, nous analysons maintenant l'influence de l'épaisseur du caoutchouc sur la propriété des bandes interdites de la structure fractale en forme de H. L'analyse de différentes épaisseurs de caoutchouc pour différents niveaux fractals montre que la présence du caoutchouc est essentielle, et qu'il n'y a pas de grand effet de son épaisseur sur les propriétés des bandes interdites de fréquence, comme le montre la figure 5.8. En prenant le deuxième et le troisième niveau fractal, par exemple, on constate que la fréquence de la bande inférieure est constante quelle que soit l'épaisseur du caoutchouc, tandis que la fréquence de la bande supérieure (FBS) de la bande interdite est légèrement augmentée, considérée comme négligeable, avec l'augmentation de l'épaisseur du caoutchouc.

Dans ce contexte, la présence d'un caoutchouc d'épaisseur minimale dans

notre métamatériau antisismique basé sur la géométrie fractale est la première étape vers l'ouverture de la bande interdite aux ondes élastiques. Elle permet de créer des résonateurs mécaniques et des bandes interdites localement résonantes à chaque niveau fractal.

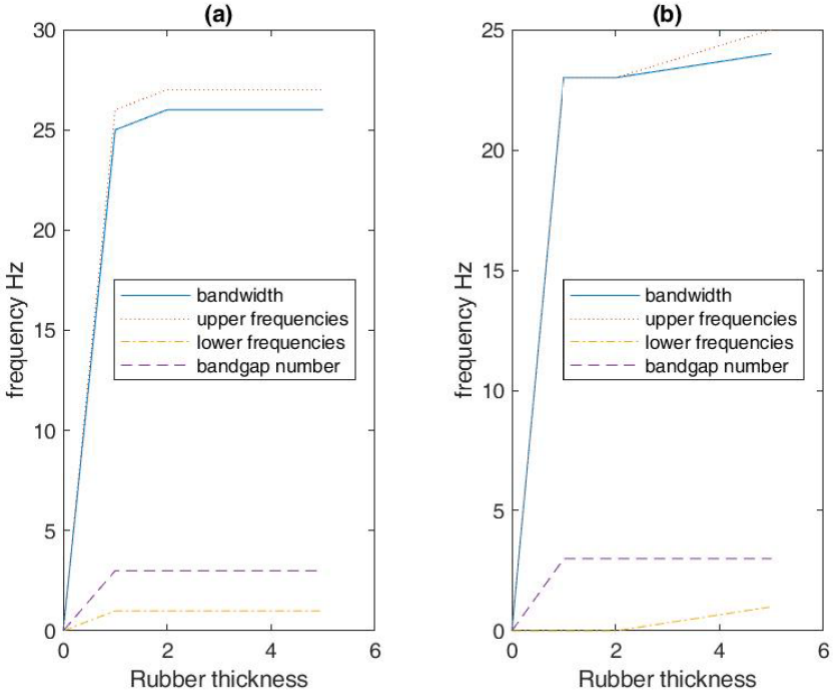

FIGURE 5.8 – Influence de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite. (a) Deuxième niveau fractal. (b) Troisième niveau fractal.

5.4 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique, avec des métamatériaux fractals en forme de H, à l'aide d'un modèle numérique 3D :

Afin de vérifier l'efficacité du métamatériau fractal antisismique, une analyse numérique comparative entre la fondation traditionnelle en béton et la fondation composite fractale a été réalisée. Les deux fondations ont les mêmes propriétés géométriques (3.5m*7m*0.4m) et la même structure supérieure, qui est composée de deux étages (3m*3.2m*2.9m), comme le montre la figure 5.9.

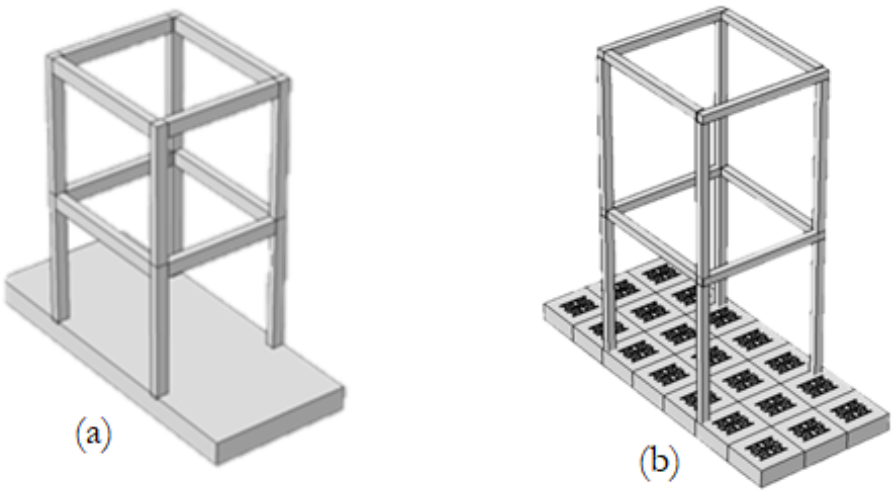

FIGURE 5.9 – Charpente de structure avec : (a) une fondation traditionnelle en béton, (b) une fondation composite fractale.

La figure 5.10 montre les réponses dynamiques de la structure supérieure. Elle démontre l'efficacité de la fondation composite fractale dans l'isolation sismique avec un facteur de réduction d'environ six fois à l'intérieur de la bande interdite.

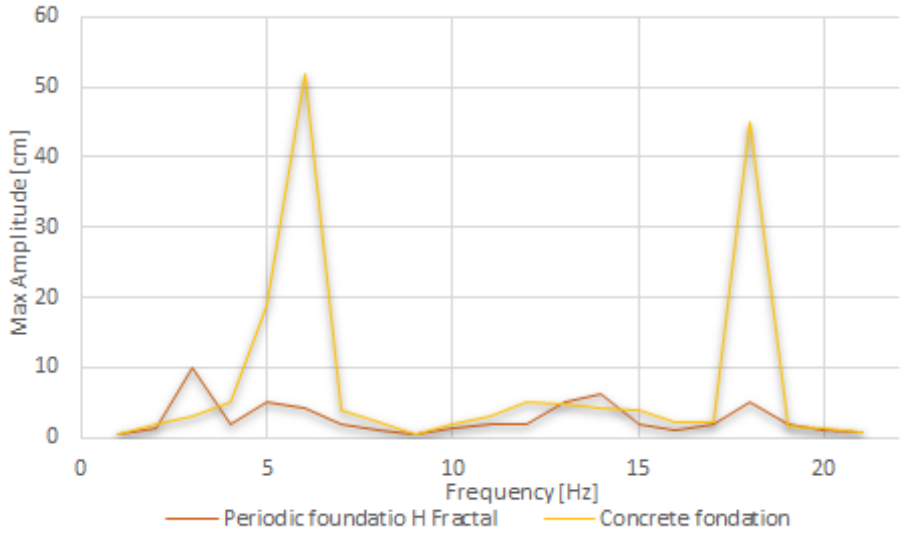

FIGURE 5.10 – Déplacement relatif maximal de la super structure dans le cas d'une fondation traditionnelle en béton et d'une fondation composite fractale.

5.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, les propriétés antisismiques d'une structure métamatérielle sismique basée sur une géométrie fractale en forme de H ont été étudiées numériquement. Contrairement aux approches précédentes, notre étude se concentre sur les structures hiérarchiques qui mettent en évidence un certain nombre d'avantages tels que :

(1) Le maintien de la plupart des bandes interdites induits par les géométries constitutives régulières, avec un amortissement du matériau.

(2) Lorsque la hiérarchie de la fractale autosimilaire augmente, la largeur de bande des bandes interdites totales augmente progressivement jusqu'à 2,5 fois, tandis que les bandes interdites les plus basses restent constantes.

La généralité du comportement du déplacement est testée numériquement. Nous avons également analysé l'effet de l'épaisseur du caoutchouc sur la propagation des ondes dans les métamatériaux hiérarchiques, établissant son rôle crucial, même lorsqu'il est très faible, sur la préservation de la taille de la bande interdite.

Deuxième partie

Métamatériau fractal antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire

5.6 Introduction :

Les métamatériaux offrent de nouvelles possibilités pour contrôler la propagation des ondes sismiques. Il existe différents types de métamatériaux, offrant des bandes de fréquences interdites et permettant la protection sismique. La plupart des métamatériaux conçus pour la protection sismique sont des structures périodiques régulières. Bien que la périodicité puisse parfois être une propriété nécessaire, comme par exemple, dans la bande interdite des cristaux photoniques. De plus, la périodicité dans les métamatériaux conçus pour la suppression de la propagation peut ouvrir de nouvelles bandes dans lesquelles les ondes peuvent se propager.

Récemment, les structures fractales ont suscité une grande attention dans la théorie et la conception des antennes. Les fractales sont des modèles géométriques autosimilaires dont la dimension ne peut être représentée par un nombre entier. En effet, les fractales sont décrites par un rapport appelé dimension fractale. En raison de leur structure auto-similaire, les modèles fractals offrent de nouvelles possibilités dans la conception des métamatériaux. Par exemple, les fractales peuvent être un meilleur outil pour contrôler la gamme de fréquences de fonctionnement des antennes micro-ondes et des structures connexes, ce qui peut conduire à une réduction de la quantité de matériaux utilisés, et donc à des structures plus légères [177].

La propagation des ondes sismiques dans ces métamatériaux fractals bidimensionnels basés sur le tapis circulaire de Sierpinski est étudiée par la méthode des éléments finis (MEF) avec la théorie de Bloch. Leur structure de bande, leur propriété de filtrage des ondes et le mécanisme physique responsable de l'élargissement de la bande interdite sont explorés. La structure étudiée dans le chapitre 3, correspondant à un métamatériau sismique ordinaire sans caractéristique hiérarchique, est utilisée pour la comparaison.

5.7 Modèles et méthode de calcul :

5.7.1 Configuration de la structure étudiée :

Les travaux de cette partie se concentrent sur la structure fractale antisismique de la figure 5.11, connue sous le nom de tapis de Sierpinski.

La conception de cette structure antisismique commence avec une inclusion de base d'un cylindre d'acier (de rayon r= 0,2m) qui est enrobé d'une couche de caoutchouc (d'épaisseur e=0,2m), dans une matrice rectangulaire

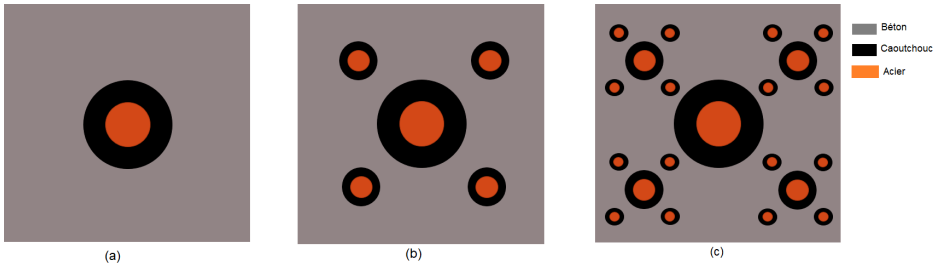

FIGURE 5.11 – Structures étudiées basées sur la distribution de tapis de Sierpinski. a) la structure de 1er niveau (même structure étudiée au chapitre 4), b) la même chose que a) mais pour la structure de 2ème niveau, c) la même chose que a) mais maintenant pour la structure de 3ème niveau.

en béton (a= 1,4 m). Ensuite, la structure est divisée en 4 sous-cylindres égaux et plus petits, distribués sur les quatre angles du cylindre du premier niveau et en gardant le cylindre du premier niveau fractal, on obtient l'itération suivante. La taille des nouveaux cylindres d'acier est égale à la moitié du cylindre d'acier du niveau fractal précédent. Nous reprenons ensuite la procédure de manière récursive pour chaque sous-cylindre, sous une forme itérative, pour avoir chaque fractale plus élevée, comme illustré dans la figure 5.11. Noter que le modèle du premier niveau d'itération, (niveau de base), est le même que celui du chapitre 3. La dimension fractale D du modèle fractal étudié est égale à 1.26, vu que dans cette étude, N=4 et S=1/3.

Dans la présente étude, tous les matériaux utilisés sont considérés comme des matériaux élastiques et isotropes. Les propriétés mécaniques des matériaux utilisés sont illustrées dans le tableau 5.2.

Matériaux	$\rho(Kg/m^3)$	E (GPa)	ν
Béton	2450	28	0,3
Caoutchouc	1300	$1{,}3 \cdot 10^{-4}$	0,463
Acier	7850	210	0,3

TABLE 5.2 – Propriétés mécaniques des matériaux utilisés

5.7.2 Modèle numérique :

La méthode des éléments finis a été adoptée pour calculer la bande interdite de chaque structure en utilisant le logiciel Comsol Multiphysics, comme le

montre la figure 5.12. La structure périodique a été modélisée dans Comsol en implantant une seule cellule et les conditions périodiques selon le théorème de Bloch dans les directions x et y, illustrées sur la figure 5.13. Les équations correspondantes aux conditions de Bloch sont :

$$u_3 = u_1 e^{ik_x a} \tag{5.15}$$

$$\nu_3 = \nu_1 e^{ik_x a} \tag{5.16}$$

$$u_4 = u_2 e^{ik_y a} \tag{5.17}$$

$$\nu_4 = \nu_2 e^{ik_y a} \tag{5.18}$$

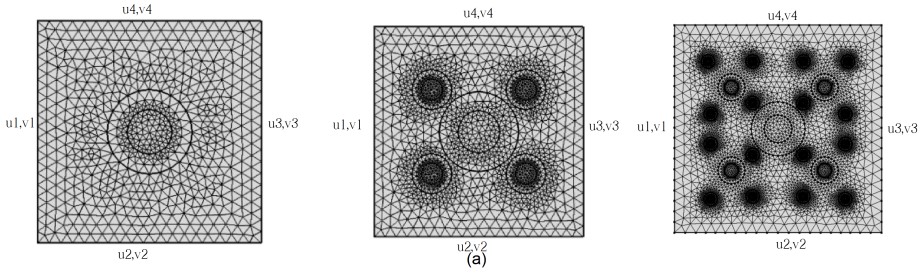

FIGURE 5.12 – maillage.

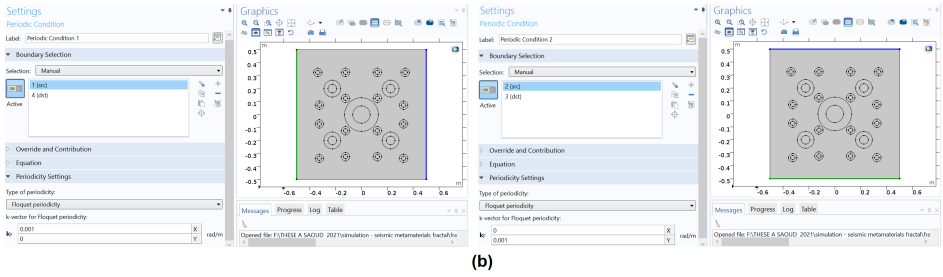

FIGURE 5.13 – condition périodique.

Chaque cylindre d'acier enrobé est considéré comme un résonateur, comme présenté dans la figure 5.11, où chaque résonateur absorbe l'énergie de l'onde à

une gamme de fréquence située dans la gamme de fréquence d'anti-résonance pour atteindre un équilibre entre les contraintes de l'onde et des résonateurs, où la discontinuité de propagation est observée. Le calcul de la courbe de dispersion est limité par les axes symétriques principaux de la première zone de Brillouin. Pour chaque vecteur d'onde, les modes ont été calculés en utilisant l'analyse fréquentielle proposée par Comsol.

5.8 Résultats et analyse sismique :

5.8.1 Impact de la conception Fractal antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire :

Nous commençons par examiner la structure de bande interdite de la propagation des ondes élastiques dans le métamatériau fractal antisismique proposé. Les structures de bandes interdites des deuxièmes et troisièmes niveaux du modèle fractal antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire présentées dans la figure 5.14. Nous observons que dans le premier niveau de la structure fractale, une seule bande interdite apparaît dans la gamme de fréquences 4,9 - 7,2 Hz. Ces bandes interdites se forment dû à la présence de résonances locales, ce qui signifie que lorsque la fréquence de l'onde sismique est proche de la fréquence de résonance, la fréquence à la sortie de la résonance est opposée à la fréquence de l'onde sismique externe, ce qui permet d'obtenir une bande interdite de transmission. En effet, si la fréquence de l'onde sismique correspond à la fréquence des résonateurs, ces derniers interagissent et absorbent une partie de l'énergie propagée.

Cependant, nous constatons que le nombre et la proportion de bandes interdites dans la gamme de fréquences considérée augmentent progressivement avec l'augmentation du niveau fractal. Le phénomène le plus remarquable dans notre modèle est l'augmentation significative de la largeur totale de la bande interdite dans les deuxième et troisième niveaux fractals. Il y a une bande interdite très évidente aux basses fréquences dans la gamme [2Hz - 50Hz].

La bande interdite de fréquence d'environ 3 Hz à 50 Hz est presque préservée pour les structures fractales de deuxième et troisième niveau. De plus, les résultats obtenus montrent qu'en remplaçant la structure régulière par la structure fractale, nous pouvons augmenter de manière significative la largeur de bande de la structure jusqu'à 10 fois dans les bandes les plus basses pour les structures fractales de deuxième et troisième niveau comme le montre la figure 5.15. Ainsi, le concept de fracture est une approche efficace pour augmenter

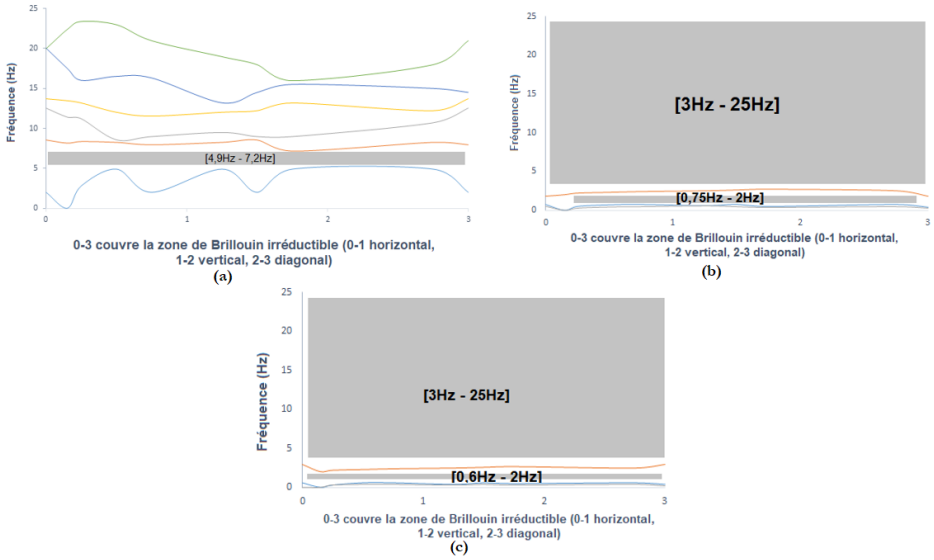

FIGURE 5.14 – structures fractale antisismiques métamatérielles basées sur la distribution de tapis de Sierpinski. a) la structure de 1er niveau (structure étudiée du chapitre trois) b) la structure de 2ème niveau, c) la structure de 3ème niveau.

la largeur de bande interdite et améliorer la protection sismique.

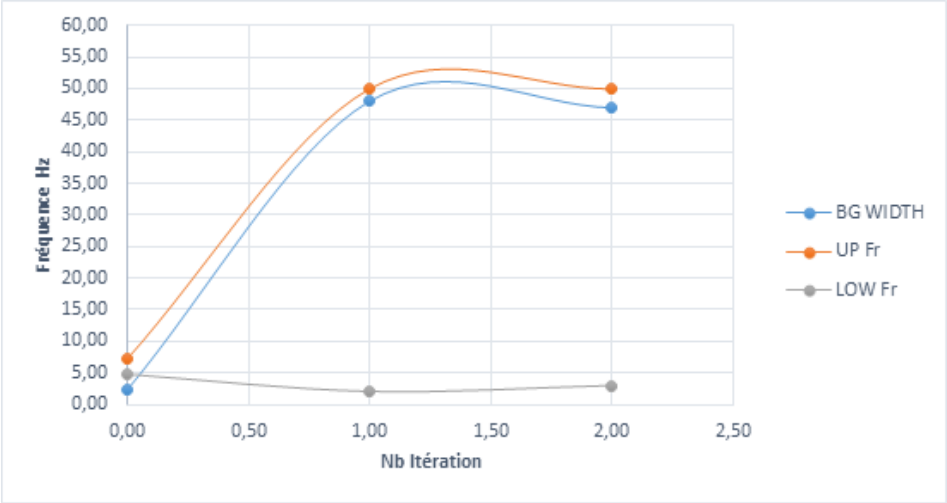

FIGURE 5.15 – Influence des caractéristiques de la bande interdite.

Ce résultat s'explique par le fait que dans la structure des métamatériaux

fractals proposés, un réseau élastique périodique avec des zones plus rigides a été introduit en raison du raffinement hiérarchique. Les bandes interdites de type Bragg sont générées. En outre, chaque niveau fractal agit lui-même comme un résonateur mécanique, ce qui conduit à la formation de bandes interdites localement résonantes.

Ce changement critique dans la structure de bande s'explique aussi par le fait que, avec la fractale d'ordre supérieur, l'onde sismique se déplace le long d'un chemin de propagation comportant un enroulement spatial plus long, généré par la structure fractale, par rapport aux fractales d'ordre inférieur. L'équation du chemin de propagation de la cellule unitaire peut être exprimée comme suit :

$$Lf = (\frac{N}{r}^{n}).a \tag{5.19}$$

Où :
Lf : La longueur du chemin de propagation
N : Le nombre d'exemples auto similaires réduits
r : L'homothétie interne d'une structure fractale
a : La constante de la matrice

La figure 6.4c montre que l'effet de lacunarité joue un rôle important dans la propagation des ondes, en particulier à la fréquence la plus basse, entre 0 et 3 Hz, et permet de bloquer la création d'une bande interdite à ce niveau. La lacunarité peut être définie comme une mesure complémentaire de la dimension fractale. Elle caractérise les propriétés de connectivité et de distribution de la matière dans la structure fractale. Les mesures de la lacunarité peuvent être utilisées pour décrire les caractéristiques de remplissage de l'espace [175]. Statistiquement, on pourrait simplifier en reconnaissant que la lacunarité est le rapport entre la variance du nombre de groupes par cellule et la moyenne au carré plus un [176].

$$L = \frac{Variance(s)}{mean(s)^2} + 1 \tag{5.20}$$

5.8.2 Effet de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite :

Dans le cadre de l'étude de l'influence des épaisseurs de caoutchouc sur les paramètres de la bande interdite (limite inférieure, limite supérieure et largeur de bande), nous avons examiné la variation de l'épaisseur de l'élastomère (e)

pour une épaisseur d'acier constante (r=0,2m).

Une étude de différentes épaisseurs de caoutchouc pour différents niveaux fractals montre que la présence du caoutchouc est essentielle, et que son épaisseur n'a pas un grand effet sur les propriétés de la bande interdite, comme illustré à la figure 6.6. Si on prend le deuxième niveau fractal, par exemple, il apparaît que la fréquence de la bande supérieure (FBS) est constante quelle que soit l'épaisseur du caoutchouc, tandis que la fréquence de la bande inférieure (FBI) de la bande interdite diminue légèrement, ce qui est considéré comme négligeable, lorsque l'épaisseur du caoutchouc augmente.

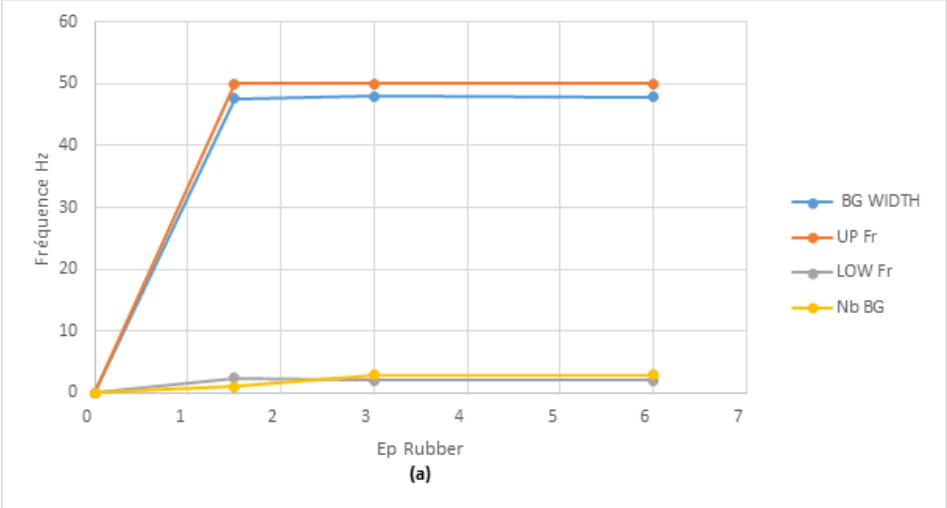

FIGURE 5.16 – Influence de l'épaisseur du caoutchouc sur les caractéristiques de la bande interdite.

Par conséquent, ce deuxième modèle proposé et le résultat trouvé, permettent de confirmer qu'un caoutchouc d'épaisseur minimale dans notre métamatériau antisismique à géométrie fractale constitue la première étape vers l'ouverture de la bande interdite aux ondes élastiques. Ceci permet la création de résonateurs mécaniques et de bandes interdites localement résonantes à chaque niveau fractal.

5.9 Vérification de l'efficacité de la fondation périodique, avec des métamatériaux fractals antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire, à l'aide d'un modèle numérique 3D :

La Fondation en béton traditionnelle et la fondation composite fractale antisismique basée sur un tapis de Sierpinski circulaire, ont fait l'objet d'une analyse numérique comparative afin de vérifier l'efficacité du métamatériau fractal antisismique. Comme présenté sur la figure 5.17, toutes deux ont les mêmes propriétés géométriques (3,5m*7m*0,4m) et la même superstructure, composée de deux étages (3m*3,2m*2,9m).

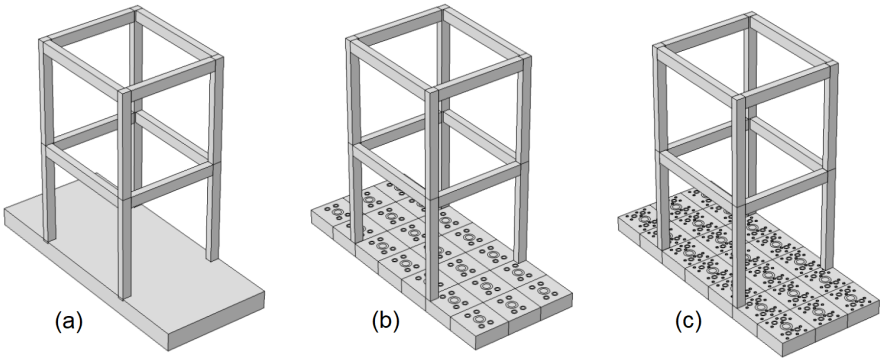

FIGURE 5.17 – : Charpente de structure avec : (a) une fondation traditionnelle en béton, (b) une fondation composite fractale antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire (2ème niveau), c) une fondation composite fractale antisismique basé sur un tapis de Sierpinski circulaire (3ème niveau).

Le résultat présenté à la figure 5.18 est la réponse dynamique de la structure supérieure. On constate l'efficacité de la fondation composite antisismique fractale basée sur un tapis de Sierpinski circulaire, dans l'isolation sismique avec un facteur de réduction d'environ deux fois dans la bande interdite. De plus le déplacement maximal diminue progressivement avec l'augmentation du niveau fractal.

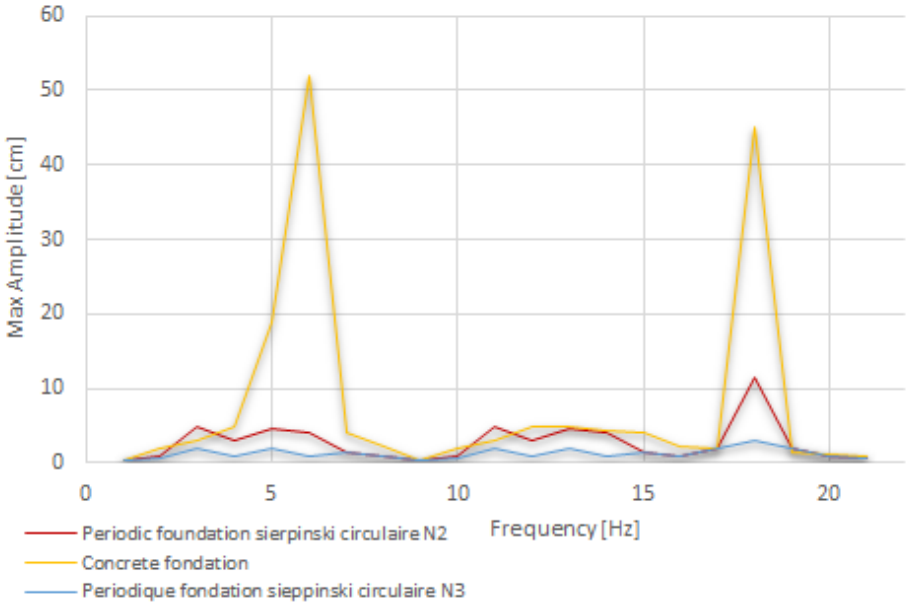

FIGURE 5.18 – : Déplacement relatif maximal de la super structure dans le cas d'une fondation traditionnelle en béton et d'une fondation composite fractale basée sur un tapis de Sierpinski circulaire.

5.10 Conclusion :

Dans ce chapitre, les propriétés antisismiques d'une structure de métamatériaux basée sur un tapis de Sierpinski circulaire ont été étudiées numériquement. Afin de comprendre et de consolider les résultats obtenus dans le chapitre précédent, nous avons proposé un autre modèle qui se concentre également sur les structures hiérarchiques, toutefois dotées d'autres caractéristiques géométriques. ce modèle met également en évidence un certain nombre d'avantages tels que :

(1) Toutes les bandes interdites produits par le métamatériau anti-simique basé sur des géométries normales avec amortissement du matériau, ont été maintenus.

(2) Le nombre et la proportion de bandes interdites dans la gamme de fréquences considérée augmentent progressivement avec l'augmentation du niveau fractal. On constate également une forte augmentation du largeur totale de la bande interdite jusqu'à 10 fois à partir du deuxième niveau fractal.

Nous avons testé numériquement le comportement général du déplacement de la structure. Par ailleurs, nous avons analysé l'effet de l'épaisseur du ca-

outchouc sur la propagation des ondes dans les métamatériaux basée sur un tapis de Sierpinski circulaire, en établissant son rôle crucial sur la préservation de la taille de la bande interdite.

Chapitre 6

Analyse physique de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite

Contents

6.1 Introduction : 127
6.2 Étude de sensibilité de la géométrie fractale : 128
6.2.1 Effet de la forme de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites : 128
6.2.2 Effet du jeu de connexions de la géométrie H FRACTAL :130
6.3 Analyse comparative des paramètres de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite : 133
6.3.1 Effet de la dimension fractale sur les caractéristiques des bandes interdites : 133
6.3.2 Effet d'homothétie interne de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites : 135
6.4 Conclusion : 137

6.1 Introduction :

La fractale est caractérisée par sa dimension fractale et par le principe d'autosimilarité. Ces deux notions peuvent être combinées pour aboutir à une définition correcte des objets fractals : une fractale est donc un objet comportant une homothétie interne ainsi qu'une dimension fractale non nécessairement entière qui conduit à une invariance des propriétés géométriques à différentes échelles.

Les fractales sont extrêmement vastes et il en existe une variété infinie. Cependant, les objets fractals peuvent être classés en deux catégories distinctes.

Les fractales déterministes correspondent à des fractales exactes, parfaite-

ment autosimilaires. Elles peuvent être générées géométriquement par construction itérative (triangle de Sierpinski, flocon de Koch de Koch).

Les fractales probabilistes se forment à partir de processus aléatoires (ou stochastiques). Ces fractales approximatives ont une structure autosimilaire, qui n'existe toutefois qu'à une échelle finie.

l'application de la géométrie fractale dans une structure métamatériau antisismique nous a permis d'augmenter quantitativement le nombre et la proportion de bandes interdites. Il est donc important d'étudier l'impact des différents paramètres de la géométrie fractale sur la bande interdite. Ce chapitre est consacré à l'application de l'analyse physique de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite.

L'analyse de l'effet de la forme de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites a été effectuée sur deux formes différentes de géométries à base de fractales. En outre, l'effet du jeu de connexions a été étudié pour la forme de la géométrie fractale en forme de H. L'impact de la dimension fractale et de l'homothétie interne a été analysé en comparant les résultats des mesures effectuées sur les deux modèles des chapitres 5 et 6.

6.2 Étude de sensibilité de la géométrie fractale :

Afin de vérifier l'influence de la forme de la géométrie fractale, deux structures de géométrie fractale différentes ont été comparées. Par ailleurs, le jeu de connexions autosimilaires de la structure fractale en forme de H a été analysé.

6.2.1 Effet de la forme de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites :

Dans le but de vérifier l'effet des formes géométriques fractales sur les caractéristiques des bandes interdites, deux ensembles géométriques occupant la même caractéristique geometrique de la cellule unitaire carrée (a= 1,4 m) constituée d'une matrice en béton ont été comparés. Seulement le type d'inclusion fractale a été change. Comme présenté dans la figure 6.1, la première structure est une structure fractale en forme de H (structure du chapitre 5 - partie I), et la seconde structure est basée sur un tapis de Sierpinski circulaire (structure du chapitre 5 - partie II).

Une cellule élémentaire de chaque modèle et de chaque niveau fractal a été étudiée pour déterminer l'effet de la forme de la géométrie fractale sur

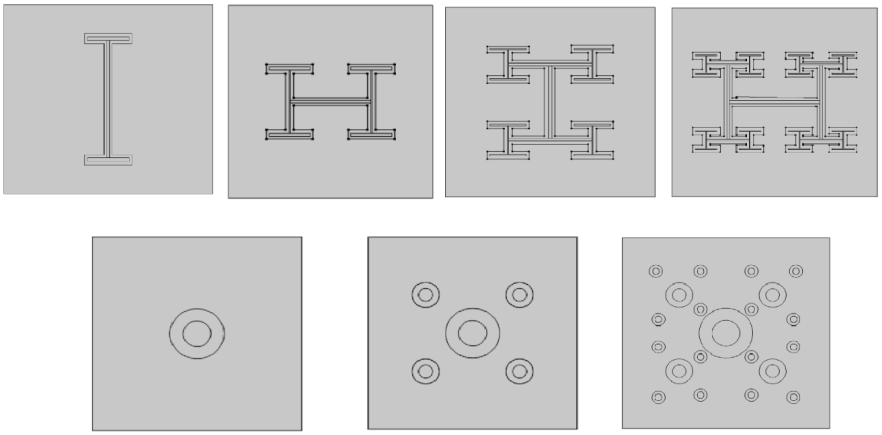

FIGURE 6.1 – (1) Structure fractale en forme de H, (2) : Structure fractale basée sur un tapis de Sierpinski circulaire.

les caractéristiques de la bande interdite : la fréquence minimale de la bande (FBI), la fréquence maximale de la bande (FBS) et la largeur de la bande (LBI).

La structure périodique est modélisée avec une déformation plane 2D dans le logiciel Comsol Multiphysics en implantant une cellule. Et, la méthode des éléments finis est adoptée pour calculer la bande interdite de la structure. La périodicité des cellules dans les deux directions (X, Y) est modélisée en suivant les conditions aux limites de Bloch. Les équations correspondantes des conditions de Bloch sont :

$$u_3 = u_1 e^{ik_x a} \tag{6.1}$$

$$\nu_3 = \nu_1 e^{ik_x a} \tag{6.2}$$

$$u_4 = u_2 e^{ik_y a} \tag{6.3}$$

$$\nu_4 = \nu_2 e^{ik_y a} \tag{6.4}$$

Le calcul de la courbe de dispersion est limité par les principaux axes symétriques de la première zone de Brillouin. Pour chaque vecteur d'onde, les modes sont calculés en utilisant l'analyse fréquentielle proposée par Comsol.

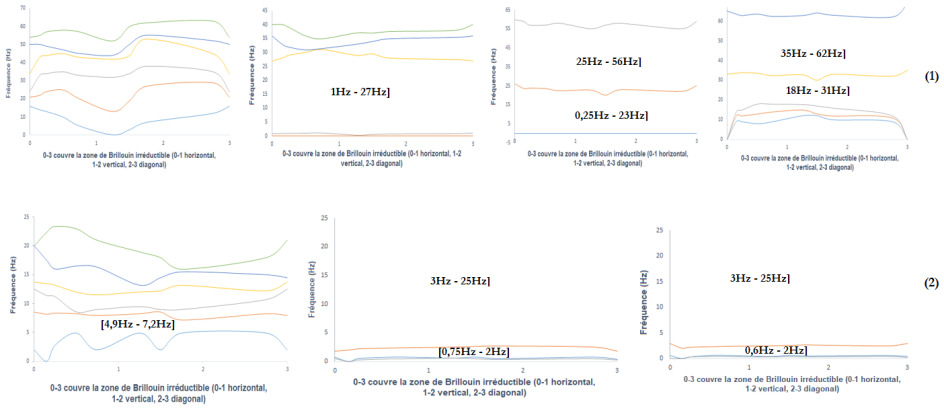

FIGURE 6.2 – (1) Structures de la bande de la structure fractale en forme de H, (2) Structures de la bande de la structure basée sur un tapis de Sierpinski circulaire.

La figure 6.3 montre une augmentation progressive du nombre et de la proportion de bandes interdites dans la gamme de fréquences considérée avec l'augmentation du niveau fractal quelle que soit la forme fractale utilisée. De plus, en comparant les résultats trouvés, on constate qu'en adoptant la géométrie fractale, quelle que soit sa forme, on peut s'assurer une largeur de bande totale allant de 1 à 50 Hz.

Les résultats obtenus confirment qu'en remplaçant la structure régulière par la structure fractale, nous pouvons augmenter significativement la largeur de bande totale de la structure jusqu'à 10 à 20 fois dans les bandes les plus basses pour les structures fractales de deuxième et troisième niveau. Ainsi, le concept fractal est une approche efficace pour augmenter la largeur de bande et améliorer la protection sismique.

6.2.2 Effet du jeu de connexions de la géométrie H FRACTAL :

Pour mesurer l'effet du jeu de connexion entre les nouveaux éléments autosimilaires (nouveaux H) sur les caractéristiques des bandes interdites, trois structures métamatériaux basées sur la géométrie fractale en forme de H ayant les mêmes caractéristiques, mais avec une seule différence, à savoir le jeu de connexion entre les petits nouveaux éléments autosimilaires, ont été étudiées.

Une seule caractéristique de l'ensemble des structures métamatériaux change :

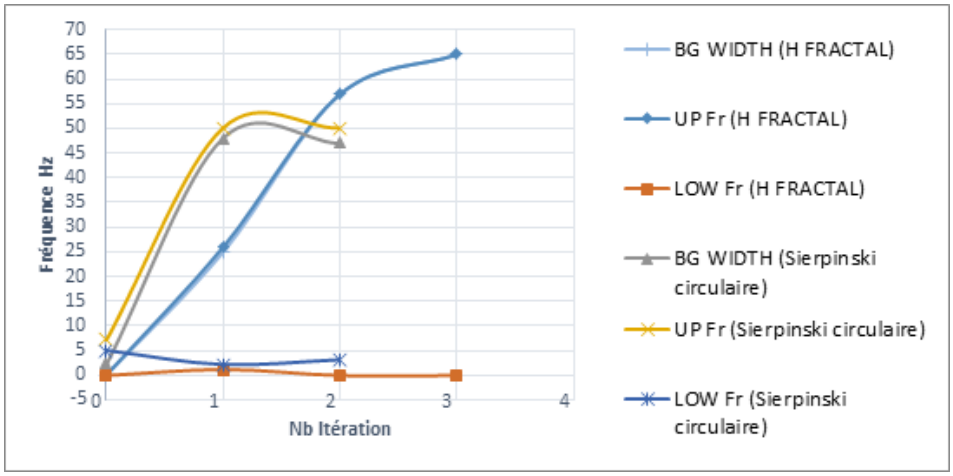

FIGURE 6.3 – Influence des caractéristiques de la bande interdite de deux structures fractales etudiées.

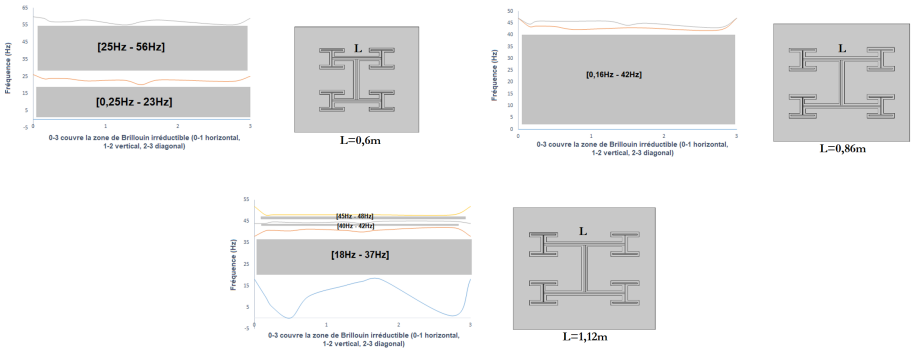

FIGURE 6.4 – Structures en bandes de la structure fractale en forme de H pour différents jeux de connexions.

le jeu de connexion. Comme la matrice occupée reste la même et que la forme géométrique reste la même, un seul paramètre peut influencer les résultats. Il sera possible de mesurer l'effet de l'ensemble de connexion, appelé aussi espace de distribution des nouveaux petits H, sur les caractéristiques de bande interdite de la structure. La figure 6.4 montre la structure de la bande interdite des différentes structures qui possèdent un jeu de connexion différent. Le jeu de connexion est passé de 0,6 m à 1,2 m.

De cette étude, il ressort que l'espace de connexion joue un rôle très important sur la distribution des bandes interdites, ainsi que sur la largeur de la bande interdite. Dans les deux premiers cas, nous avons obtenu une bande passante totale d'environ 50 Hz. Pour un jeu de connexion L = 0,6m la bande interdite de 50 Hz est divisée en 3 bandes, dont une très petite, considérée comme négligeable, et pour un jeu de connexion L=0,86 elle est divisée en 2 bandes, dont une très petite, considérée comme négligeable. Pour un jeu de connexion L=1,12 nous voyons que la largeur totale est diminuée de 50hz à 30 Hz (18Hz- 48Hz), et aussi elle est divisée en 3 bandes interdites.

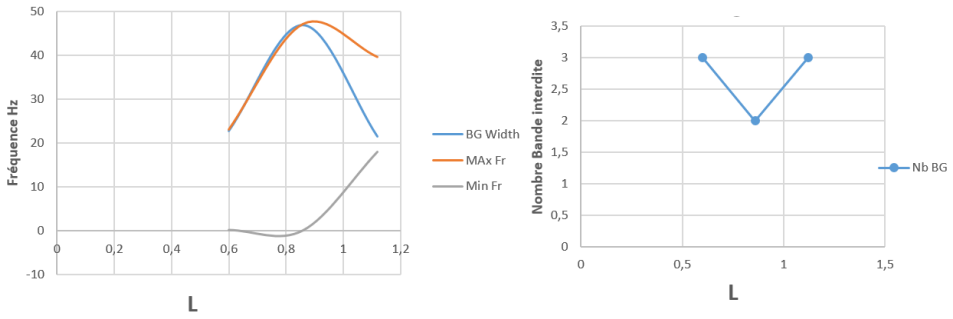

FIGURE 6.5 – Influence des caractéristiques de la bande interdite par rapport au jeu de connexions L.

La Fig. 6.5 montre la relation entre le jeu de connexion et les caractéristiques de la bande interdite. Le meilleur résultat est obtenu avec le jeu de connexion L=0,86, car nous avons la plus grande largeur de bande interdite (0Hz – 50Hz), qui est distribuée sur le nombre minimum des bandes interdites, et ceux-ci sont dans la gamme de fréquence la plus basse.

Sur la base de ce résultat, nous pouvons conclure que la zone géométrique non remplie de la limite de la matrice joue également un rôle important sur la distribution de la bande interdite totale et sur la limite inférieure de la bande interdite. Afin d'avoir une largeur maximale et un nombre minimal de bandes interdites, il faut étudier le meilleur espace libre, non rempli, de la

limite de la matrice. Il convient de ne pas augmenter fortement cet espace pour ne perdre l'universalité de la largeur totale de notre bande et la diviser en plusieurs bandes comme dans notre cas avec le jeu de connexion L=0.6. De plus, la réduction de cet espace permet de diminuer la largeur totale de notre bande et également de perdre une partie de la bande dans la gamme des basses fréquences, comme dans notre cas avec le jeu de connexion L=1,12.

On en déduit qu'un espace de a/4 à a/5 est le meilleur espace libre de la limite de la matrice à adopter conformément à notre étude avec un jeu de connexion L= 0.86. Dans cette étude, l'espace libre de la limite de chaque côté de la matrice est (1,4-0,86)/2= 0,27, ce qui est approximativement égal à a/5 avec a=1,4.

6.3 Analyse comparative des paramètres de la géométrie fractale sur les caractéristiques de la bande interdite :

Les effets des paramètres de la géométrie fractale (la dimension fractale et la dimension de l'homothétie interne) sur les caractéristiques de la bande interdite (la largeur de la bande interdite, la limite supérieure et la limite inférieure) sont discutés dans cette section, en utilisant la méthode mentionnée dans les sections 5.2.2 et 5.7.2.

6.3.1 Effet de la dimension fractale sur les caractéristiques des bandes interdites :

Le mot "autosimilarité" est clair. Prenez, par exemple, un chou-fleur (figure 6.6) qui contient des branches ou des parties qui, lorsqu'on les retire et qu'on les compare à l'ensemble, donnent des résultats très similaires, mais plus petits. Ces parties peuvent à nouveau être décomposées en parties plus petites, qui sont à nouveau très similaires à l'ensemble ainsi qu'aux branches de première génération. Après un certain nombre d'étapes, les structures deviennent trop petites pour être disséquées davantage. Dans une idéalisation mathématique, la propriété d'autosimilarité d'une fractale peut se poursuivre à l'infini. Cela conduit à de nouveaux concepts tels que la dimension fractale, qui sont également utiles pour les structures naturelles qui ne présentent pas exactement une "condition infinie". La méthode de calcul de la dimension fractale a été détaillée dans la partie 2.5.

Cette partie présente une analyse comparative de différents niveaux frac-



FIGURE 6.6 – Exemple de fractale naturelle pour un chou-fleur.

tals de deux modèles étudiés au chapitre 5 afin d'évaluer l'impact des dimensions fractales sur les caractéristiques de la structure de la bande interdite.

La figure 6.7 montre les effets de la dimension fractale d'un objet autosimilaire sur les caractéristiques de la bande interdite. La dimension fractale n'a aucun effet sur la limite inférieure de la bande interdite. En revanche, la fréquence de la limite supérieure et la largeur de bande diminuent avec l'augmentation de la dimension fractale.

En comparant les figures 6.7(b) et 6.7(c), nous constatons que les effets de la dimension fractale sur la largeur de bande interdite présentent un résultat similaire, mais avec un effet inverse sur les limites inférieure et supérieure, pour le modèle fractal en forme de H et celui basé sur un tapis de Sierpinski circulaire. Comme la base de notre étude est d'obtenir une grande bande interdite dans la gamme des basses fréquences et que cet objectif est obtenu dans les deux résultats, nous pouvons conclure que la réduction de la dimension fractale nous donne au final une bande interdite plus importante.

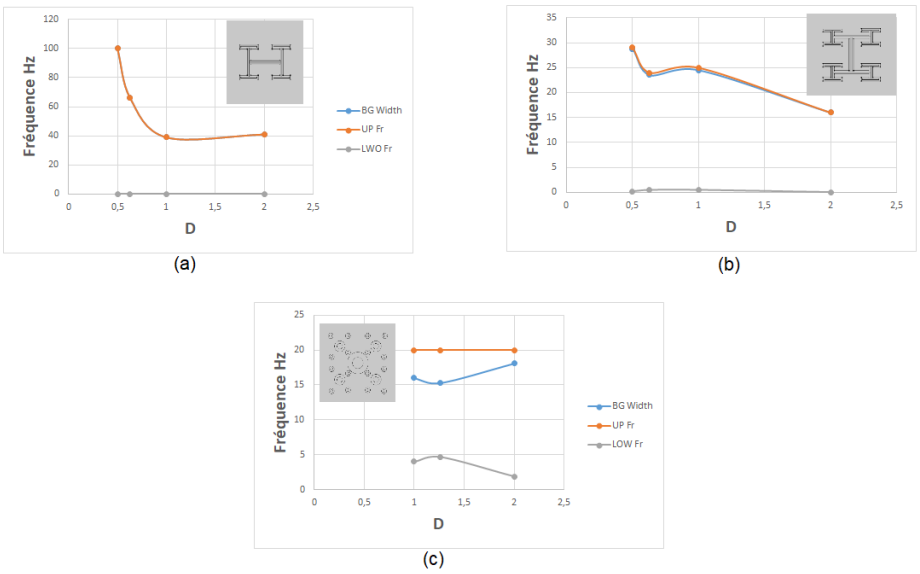

FIGURE 6.7 – Influence des caractéristiques de la bande interdite par rapport à la dimension fractale. (a) deuxième niveau fractal en forme de H. (b) troisième niveau fractal en forme de H. (c) deuxième niveau fractal basé sur un tapis de Sierpinski circulaire.

6.3.2 Effet d'homothétie interne de la géométrie fractale sur les caractéristiques des bandes interdites :

Une fractale est un objet volumique de forme irrégulière ou fragmentée obtenu en appliquant des règles déterministes ou stochastiques impliquant une homothétie interne. La notion de "fractale" est un néologisme élaboré par Benoît Mandelbrot en 1974 à partir de la racine latine fractus, qui signifie brisé, irrégulier. Selon la «hiérarchie» développée par Mandelbrot, une fractale désigne des objets dont la structure est liée à l'échelle. Par ailleurs, une homothétie interne de la géométrie fractale a un impact sur les caractéristiques de la bande interdite d'une structure métamatériau ayant une forme fractale. Dans cette partie, la dimension de l'homothétie interne des structures fractales a été examinée.

La figure 6.8 montre que la diminution de l'homothétie interne d'une structure fractale permet d'augmenter la largeur de la bande interdite. Notez que $r(N) = 1/N$.

Avec :

r(N) : l'homothétie interne d'une structure fractale

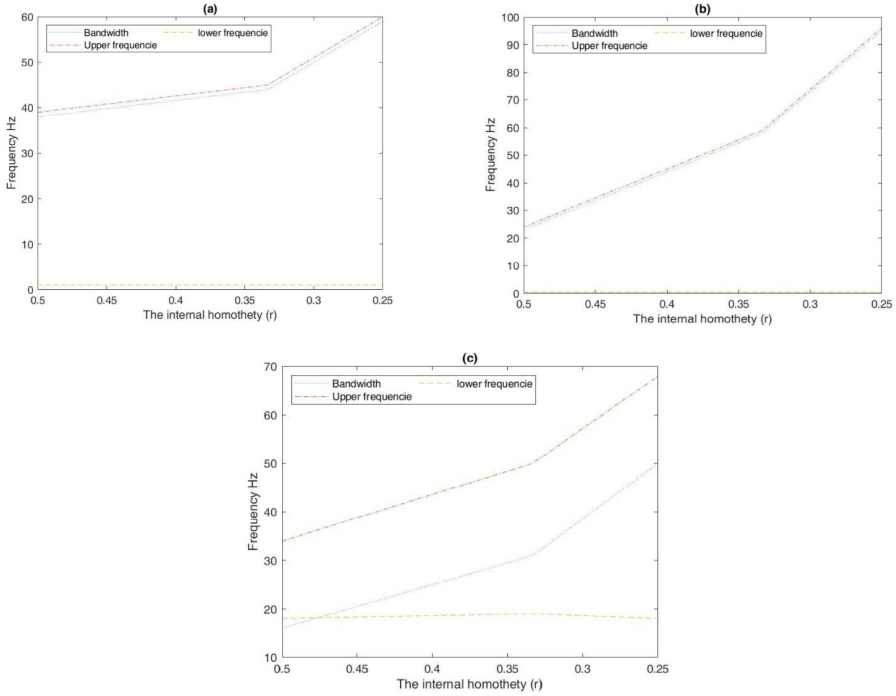

FIGURE 6.8 – Influence de la dimension de l'homothétie interne de la structure H fractale sur les caractéristiques de la bande interdite. (a) deuxième niveau fractal. (b) troisième niveau fractal. (c) quatrième niveau fractal.

N : sous-segment d'une structure fractale.

Par conséquent, nous pouvons observer que cette augmentation jusqu'à 2 fois n'affecte pas la propagation dans les bandes les plus basses puisque la limite inférieure de la bande interdite est maintenue constante, comme le montre la figure 6.8. Elle n'est pas affectée par le changement de l'homothétie interne d'une structure fractal.

6.4 Conclusion :

À travers les résultats des différents paramètres de la géométrie fractale qui ont été étudiés : la forme de la géométrie fractale, le jeu de connexions, la dimension fractale et la diminution de l'homothétie interne ; pour les deux modèles utilisés, nous voyons que la géométrie fractale est une très bonne technique pour contrôler la propagation des ondes sismiques dans la structure des métamatériaux antisismiques. De plus, l'étude comparative réalisée nous permet d'évaluer la protection antisismique des structures. Ces paramètres nous permettent d'augmenter progressivement le nombre et la largeur totale de la bande interdite dans la gamme des basses fréquences.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

En raison de la grande importance sociale et économique de la régulation des ondes sismiques et de la protection des bâtiments, le contrôle des ondes sismiques a toujours été au centre de l'attention des scientifiques. Ces dernières années, le concept de métamatériaux sismiques a été proposé, et de nombreux chercheurs ont fait de gros efforts pour obtenir une série de résultats.

Les résultats de cette thèse constituent une avancée importante vers l'objectif de créer une structure antisismique utilisant des métamatériaux sismiques basés sur la géométrie fractale pour protéger efficacement les structures contre les ondes sismiques et les explosions. Les études numériques réalisées permettent de vérifier les caractéristiques de la bande interdite des modèles fractals développés. Les conclusions suivantes peuvent être tirées de cette recherche :

1) Les solutions des bandes interdites de fréquence pour les fondations périodiques métamatériaux en 2D et 3D ont été obtenues sur la base de la théorie de la physique des solides. La méthode de la matrice de transfert, la méthode de l'équation d'onde plane et la méthode du domaine fini peuvent être utilisées pour résoudre l'équation du mouvement afin de trouver les bandes interdites théoriques des fondations périodiques métamatériaux.

2) La MEF est un moyen facile de mener les études paramétriques et la conception des modèles numériques sur les fondations périodiques métamatériaux 2D et 3D. On a constaté que les propriétés géométriques et matérielles affectent les bandes interdites des matériaux périodiques basé sur la geometrie fractale. Les zones d'atténuation de la fondation périodique avec sa structure supérieure peuvent être trouvées en utilisant l'analyse de fréquence avec COMSOL MULTIPHYSICS.

3) Les données numériques de plusieurs modèles 3D ont montré que, lorsque la fréquence principale de l'onde d'entrée tombe dans les zones d'atténuation, la réponse de la structure supérieure peut être réduite par rapport à la même structure sans fondation périodique métamatériau.

En combinaison avec l'état de la recherche présenté dans la présente étude,

et afin de fournir des idées pour les futures recherches sur les métamatériaux sismiques, nous proposons ci-dessous une synthèse des directions de recherche qui devraient être considérées dans les futures études.

La faisabilité des fondations périodiques métamatériaux à géométrie fractale pour l'isolation des vibrations structurelles doit être vérifiée expérimentalement dans les futures études. Nous recommandons des tests de table vibrante sur les fondations périodiques, y compris les vibrations ambiantes, les tests sismographiques et les tests harmoniques.

Nous suggérons d'étudier les propriétés matérielles non-linéaires des fondations périodiques. Jusqu'à présent, seules les propriétés linéaires des matériaux ont été prises en compte sur la base de la théorie des structures périodiques, mais les matériaux utilisés pour les fondations périodiques, c'est-à-dire le caoutchouc et le béton armé, peuvent avoir un comportement non linéaire pendant les séismes.

Une procédure est suggérée comme moyen d'étudier les bandes interdites et la capacité portante des fondations périodiques qui pourrait conduire à leur conception pour différentes structures.

Une procédure de fabrication facile et rentable doit être développée pour une application ultérieure dans des projets de construction.

Bibliographie

[1] Athukorala, P. C. (2012). "I ndian O cean Tsunami : Disaster, Generosity and Recovery." Asian Economic Journal, 26(3), 211-231.

[2] Cavallo, E., Powell, A., Becerra, O. (2010). "ESTIMATING THE DIRECT ECONOMIC DAMAGES OF THE EARTHQUAKE IN HAITI." The Economic Journal, 120(546), F298-F312. Retrieved May 17, 2021, from http ://www.jstor.org/stable/40784484

[3] Kummer, E. E. (1852). Über die Ergänzungssätze zu den allgemeinen Reciprocitätsgesetzen.

[4] Campbell, P., Abhyankar, S. (1978). "Fractals, form, chance and dimension."

[5] Kelly, J. M. (1991). "Base Isolation : Origins and Development." EERC News, 12(1), 1-3.

[6] Voir http ://nees.buffalo.edu/seesl/a17.html pour les essais des appuis en élastomère.

[7] Stevenson, A. (1985). "Longevity of natural rubber in structural bearings." Plastics and rubber processing and applications, 5(3), 253-258.

[8] Kelly, J. M. (1986). "Aseismic base isolation : review and bibliography." Soil Dynamics and earthquake engineering, 5(4), 202-216.

[9] Zhou, F. L., Yang, Z., Liu, W. G., Tan, P. (2004, August). "New seismic isolation system for irregular structure with the largest isolation building area in the world." In 13th World Conference on Earthquake Engineering (pp. 1-11).

[10] Nanda, R. P., Agarwal, P., Shrikhande, M. (2012). Base isolation system suitable for masonry buildings.

[11] Su, L., Ahmadi, G., Tadjbakhsh, I. G. (1991). "Performance of sliding resilient-friction base-isolation system." Journal of Structural Engineering, 117(1), 165-181.

[12] Mostaghel, N., Khodaverdian, M. (1987). "Dynamics of resilient-friction base isolator (R-FBI)." Earthquake engineering and structural dynamics, 15(3), 379-390.

[13] Su, L., Ahmadi, G., Tadjbakhsh, I. G. (1991). "Performance of sliding resilient-friction base-isolation system." Journal of Structural Engineering, 117(1), 165-181.

[14] Kawamura, S., Kitazawa, K., Hisano, M., Nagashima, I. (1988, August). "Study of a sliding-type base isolation system–system composition and element properties." In Proceedings of 9th World Conference on Earthquake Engineering (pp. 735-40).

[15] Komuro, T., Nishikawa, Y., Kimura, Y., Isshiki, Y. (2005). "Development and realization of base isolation system for high-rise buildings." Journal of Advanced Concrete Technology, 3(2), 233-239.

[16] Mokha, A., Constantinou, M. C., Reinhorn, A. M., Zayas, V. A. (1991). "Experimental study of friction-pendulum isolation system." Journal of Structural Engineering, 117(4), 1201-1217.

[17] See http ://www.earthquakeprotection.com/benicia martinez bridge.html for Benicia-Martinez Bridge Retrofit, California.

[18] Jangid, R. S., Londhe, Y. B. (1998). "Effectiveness of elliptical rolling rods for base isolation." Journal of Structural Engineering, 124(4), 469-472.

[19] Schmitendorf, W. E., Jabbari, F., Yang, J. N. (1994). "Robust control techniques for buildings under earthquake excitation." Earthquake engineering structural dynamics, 23(5), 539-552.

[20] Chang, C. M., Spencer Jr, B. F. (2010). "Active base isolation of buildings subjected to seismic excitations." Earthquake engineering structural dynamics, 39(13), 1493-1512.

[21] Nagarajaiah, S., Riley, M. A., Reinhorn, A. (1993). "Control of sliding-isolated bridge with absolute acceleration feedback." Journal of engineering Mechanics, 119(11), 2317-2332.

[22] Yang, J. N., Wu, J. C., Reinhorn, A. M., Riley, M. (1996). "Control of sliding-isolated buildings using sliding-mode control." Journal of Structural Engineering, 122(2), 179-186.

[23] Mehrparvar, B., Khoshnoudian, T. (2012). "Performance-based semi-active control algorithm for protecting base isolated buildings from near-fault earthquakes." Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 11(1), 43-55.

[24] Shelby, R. A., Smith, D. R., Schultz, S. (2001). "Experimental verification of a negative index of refraction." science, 292(5514), 77-79.

[25] Prati, E. (2006). " propagation in round guiding structures based on double negative metamaterials." International journal of infrared and millimeter waves, 27(9), 1227.

[26] Veselago, V. G. (1967). "Electrodynamics of substances with simultaneously negative and." Usp. fiz. nauk, 92, 517.

[27] Pendry, J. B. (2000). "Negative refraction makes a perfect lens." Physical review letters, 85(18), 3966.

[28] Kittel, C. (2005). "Introduction to solid state physics, John Wiley Sons." Inc., Sixth edition,(New York, 1986).

[29] Thomas, E. L., Gorishnyy, T., Maldovan, M. (2006). Colloidal crystals go hypersonic. Nature materials, 5(10), 773-774.

[30] Torres, M., de Espinosa, F. M. (2004). Ultrasonic band gaps and negative refraction. Ultrasonics, 42(1-9), 787-790.

[31] Maldovan, M. (2013). "Sound and heat revolutions in phononics." Nature, 503(7475), 209-217.

[32] Sigalas, M. M., Economou, E. N. (1992). "Elastic and acoustic wave band structure." Journal of sound and vibration, 158(2), 377-382.

[33] Kushwaha, M. S., Halevi, P., Dobrzynski, L., Djafari-Rouhani, B. (1993). "Acoustic band structure of periodic elastic composites." Physical review letters, 71(13), 2022.

[34] Kushwaha, M. S., Halevi, P., Martinez, G., Dobrzynski, L., Djafari-Rouhani, B. (1994). "Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites." Physical Review B, 49(4), 2313.

[35] Gorishnyy, T., Maldovan, M., Ullal, C., Thomas, E. (2005). Sound ideas. Physics world, 18(12), 24.

[36] Liu, Z., Zhang, X., Mao, Y., Zhu, Y. Y., Yang, Z., Chan, C. T., Sheng, P. (2000). "Locally resonant sonic materials." science, 289(5485), 1734-1736.

[37] Liu, Z., Chan, C. T., Sheng, P. (2002). "Three-component elastic wave band-gap material." Physical Review B, 65(16), 165116.

[38] Zhang, X., Liu, Y., Wu, F., Liu, Z. (2003). "Large two-dimensional band gaps in three-component phononic crystals." Physics Letters A, 317(1-2), 144-149.

[39] Liu, Z., Chan, C. T., Sheng, P. (2005). "Analytic model of phononic crystals with local resonances." Physical Review B, 71(1), 014103.

[40] Goffaux, C., Sánchez-Dehesa, J. (2003). "Two-dimensional phononic crystals studied using a variational method : Application to lattices of locally resonant material." Physical review B, 67(14), 144301.

[41] Goffaux, C., Sánchez-Dehesa, J., Lambin, P. (2004). "Comparison of the sound attenuation efficiency of locally resonant materials and elastic band-gap structures." Physical Review B, 70(18), 184302.

[42] Ho, K. M., Cheng, C. K., Yang, Z., Zhang, X. X., Sheng, P. (2003). "Broadband locally resonant sonic shields." Applied physics letters, 83(26), 5566-5568.

[43] Shu, Z., Jia, H., Jian-Chun, C. (2003). "Experimental and theoretical evidence for the existence of broad forbidden gaps in the three-component composite." Chinese physics letters, 20(8), 1303.

[44] Zhang, S., Cheng, J. (2003). "Existence of broad acoustic band-gaps in three-component composite." Physical Review B, 68(24), 245101.

[45] Hirsekorn, M. (2004). "Small-size sonic crystals with strong attenuation bands in the audible frequency range." Applied Physics Letters, 84(17), 3364-3366.

[46] Hirsekorn, M., Delsanto, P. P., Batra, N. K., Matic, P. (2004). "Modelling and simulation of acoustic wave propagation in locally resonant sonic materials." Ultrasonics, 42(1), 231-235.

[47] Wang, G., Wen, X., Wen, J., Shao, L., Liu, Y. (2004). "Two-dimensional locally resonant phononic crystals with binary structures." Physical Review Letters, 93(15), 154302.

[48] Gang, W., Yao-Zong, L., Ji-Hong, W., Dian-Long, Y. (2006). "Formation mechanism of the low-frequency locally resonant band gap in the two-dimensional ternary phononic crystals." Chinese Physics, 15(2), 407.

[49] Hsu, J. C., Wu, T. T. (2007). "Lamb waves in binary locally resonant phononic plates with two-dimensional lattices." Applied physics letters, 90(20), 201904.

[50] Oudich, M., Li, Y., Assouar, B. M., Hou, Z. (2010). "A sonic band gap based on the locally resonant phononic plates with stubs." New Journal of Physics, 12(8), 083049.

[51] Oudich, M., Assouar, M. B., Hou, Z. (2010). "Propagation of acoustic waves and waveguiding in a two-dimensional locally resonant phononic crystal plate." Applied Physics Letters, 97(19), 193503.

[52] Oudich, M., Senesi, M., Assouar, M. B., Ruzenne, M., Sun, J. H., Vincent, B., ... Wu, T. T. (2011). "Experimental evidence of locally resonant sonic band gap in two-dimensional phononic stubbed plates." Physical Review B, 84(16), 165136.

[53] Colombi, A., Colquitt, D., Roux, P., Guenneau, S., Craster, R. V. (2016). "A seismic metamaterial : The resonant metawedge." Scientific reports, 6(1), 1-6.

[54] Brûlé, S., Javelaud, E. H., Enoch, S., Guenneau, S. (2014). "Experiments on seismic metamaterials : molding surface waves." Physical review letters, 112(13), 133901.

[55] Kim, S. H. (2013, September). "Comparison of two metamaterial methods in earthquake engineering." In 2013 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (pp. 295-297). IEEE.

[56] Ungureanu, B., BrÛlé, S., Achaoui, Y., Enoch, S., Guenneau, S. (2015, September). "Mechanical waves deflection/damping with seismic metamaterials." In 2015 9th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS) (pp. 310-312). IEEE.

[57] Aznavourian, R., Puvirajesinghe, T. M., Brûlé, S., Enoch, S., Guenneau, S. (2017). "Spanning the scales of mechanical metamaterials using time domain simulations in transformed crystals, graphene flakes and structured soils." Journal of Physics : Condensed Matter, 29(43), 433004.

[58] Colombi, A., Colquitt, D., Roux, P., Guenneau, S., Craster, R. V. (2016)." A seismic metamaterial : The resonant metawedge." Scientific reports, 6(1), 1-6.

[59] Colombi, A., Roux, P., Colquitt, D., Craster, R., Guenneau, S. (2016, September). "Conversion and reflection of Rayleigh waves with the seismic metawedge." In 2016 10th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS) (pp. 313-315). IEEE.

[60] Colquitt, D. J., Colombi, A., Craster, R. V., Roux, P., Guenneau, S. R. L. (2017). "Seismic metasurfaces : Sub-wavelength

resonators and Rayleigh wave interaction." Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 99, 379-393.

[61] Brûlé, S., Ungureanu, B., Achaoui, Y., Diatta, A., Aznavourian, R., Antonakakis, T., ... Guenneau, S. (2017). "Metamaterial-like transformed urbanism." Innovative Infrastructure Solutions, 2(1), 1-11.

[62] Liu, Y. F., Huang, J. K., Li, Y. G., Shi, Z. F. (2019). "Trees as large-scale natural metamaterials for low-frequency vibration reduction." Construction and Building Materials, 199, 737-745.

[63] Meseguer, F., Holgado, M., Caballero, D., Benaches, N., Sanchez-Dehesa, J., López, C., Llinares, J. (1999). "Rayleigh-wave attenuation by a semi-infinite two-dimensional elastic-band-gap crystal." Physical Review B, 59(19), 12169.

[64] Alagoz, B. B., Alagoz, S. (2011). "Towards earthquake shields : A numerical investigation of earthquake shielding with seismic crystals." Open Journal of Acoustics, 1(3), 63-69.

[65] Brûlé, S., Javelaud, E. H., Enoch, S., Guenneau, S. (2017). "Flat lens effect on seismic waves propagation in the subsoil." Scientific reports, 7(1), 1-9.

[66] Brûlé, S., Enoch, S., Guenneau, S. (2017). "Sols structurés sous sollicitation dynamique : des métamatériaux en géotechnique." Revue française de Géotechnique, (151), 4.

[67] Kim, S. H., Das, M. P. (2012). "Seismic waveguide of metamaterials." Modern Physics Letters B, 26(17), 1250105.

[68] Kim, S. H., Sy, P. V., Das, M. P. (2017). "Acoustic Eaton lens array and its fluid application." Modern Physics Letters B, 31(08), 1750081

[69] Torres-Silva, H., Cabezas, D. T. (2013)." Chiral seismic attenuation with acoustic metamaterials."

[70] Finocchio, G., Casablanca, O., Ricciardi, G., Alibrandi, U., Garesci, F., Chiappini, M., Azzerboni, B. (2014). "Seismic metamaterials based on isochronous mechanical oscillators." Applied Physics Letters, 104(19), 191903.

[71] Dertimanis, V. K., Antoniadis, I. A., Chatzi, E. N. (2016). "Feasibility analysis on the attenuation of strong ground motions using finite periodic lattices of mass-in-mass barriers." Journal of Engineering Mechanics, 142(9), 04016060.

[72] Wagner, P. R., Dertimanis, V. K., Chatzi, E. N., Beck, J. L. (2018)." Robust-to-uncertainties optimal design of seismic metamaterials." Journal of Engineering Mechanics, 144(3), 04017181.

[73] Maleki, M., Khodakarami, M. I. (2017). "Feasibility analysis of using metasoil scatterers on the attenuation of seismic amplification in a site with triangular hill due to SV-waves." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 100, 169-182.

[74] Aravantinos-Zafiris, N., Sigalas, M. M. (2015). "Large scale phononic metamaterials for seismic isolation." Journal of Applied Physics, 118(6), 064901.

[75] Ungureanu, B., Achaoui, Y., Enoch, S., Brûlé, S., Guenneau, S. (2015). "Auxetic-like metamaterials as novel earthquake protections." arXiv preprint arXiv :1510.08785.

[76] Krödel, S., Thomé, N., Daraio, C. (2015). "Wide band-gap seismic metastructures." Extreme Mechanics Letters, 4, 111-117.

[77] Achaoui, Y., Ungureanu, B., Enoch, S., Brûlé, S., Guenneau, S. (2016). "Seismic waves damping with arrays of inertial resonators." Extreme Mechanics Letters, 8, 30-37.

[78] Miniaci, M., Krushynska, A., Bosia, F., Pugno, N. M. (2016). "Large scale mechanical metamaterials as seismic shields." New Journal of Physics, 18(8), 083041.

[79] Palermo, A., Krödel, S., Marzani, A., Daraio, C. (2016). "metabarrier as shield from seismic surface waves." Scientific reports, 6(1), 1-10.

[80] Palermo, A., Krödel, S., Marzani, A., Daraio, C. (2016, September). "Seismic surface waves attenuation by buried resonators." In 2016 10th International congress on advanced electromagnetic materials in microwaves and optics (metamaterials) (pp. 271-273). IEEE.

[81] Palermo, A., Vitali, M., Marzani, A. (2018)." Metabarriers with multi-mass locally resonating units for broad band Rayleigh waves attenuation." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 113, 265-277.

[82] Achaoui, Y., Antonakakis, T., Brûlé, S., Craster, R. V., Enoch, S., Guenneau, S. (2017). "Clamped seismic metamaterials : ultra-low frequency stop bands." New Journal of Physics, 19(6), 063022.

[83] Du, Q., Zeng, Y., Xu, Y., Yang, H., Zeng, Z. (2018). H-fractal seismic metamaterial with broadband low-frequency bandgaps. Journal of Physics D : Applied Physics, 51(10), 105104.

[84] Du, Q., Zeng, Y., Huang, G., Yang, H. (2017). Elastic metamaterial-based seismic shield for both Lamb and surface waves. AIP Advances, 7(7), 075015.

[85] Geng, Q., Zhu, S., Chong, K. P. (2018). Issues in design of one-dimensional metamaterials for seismic protection. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 107, 264-278.

[86] Zeng, Y., Xu, Y., Deng, K., Zeng, Z., Yang, H., Muzamil, M., Du, Q. (2018). Low-frequency broadband seismic metamaterial using I-shaped pillars in a half-space. Journal of Applied Physics, 123(21), 214901.

[87] Khlopotin, A., Olsson, P., Larsson, F. (2015). Transformational cloaking from seismic surface waves by micropolar metamaterials with finite couple stiffness. Wave Motion, 58, 53-67.

[88] Colombi, A., Guenneau, S., Roux, P., Craster, R. V. (2016). Transformation seismology : composite soil lenses for steering surface elastic Rayleigh waves. Scientific reports, 6(1), 1-9.

[89] Diatta, A., Achaoui, Y., Brûlé, S., Enoch, S., Guenneau, S. (2016). Control of Rayleigh-like waves in thick plate Willis metamaterials. AIP Advances, 6(12), 121707.

[90] Aznavourian, R., Puvirajesinghe, T. M., Brûlé, S., Enoch, S., Guenneau, S. (2017). Spanning the scales of mechanical metamaterials using time domain simulations in transformed crystals, graphene flakes and structured soils. Journal of Physics : Condensed Matter, 29(43), 433004.

[91] De Domenico, D., Impollonia, N., Ricciardi, G. (2018). Soil-dependent optimum design of a new passive vibration control system combining seismic base isolation with tuned inerter damper. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 105, 37-53.

[92] Lim, C. W., Reddy, J. N. (2019). Built-up structural steel sections as seismic metamaterials for surface wave attenuation with low frequency wide bandgap in layered soil medium. Engineering Structures, 188, 440-451.

[93] Chen, Y., Qian, F., Scarpa, F., Zuo, L., Zhuang, X. (2019). Harnessing multi-layered soil to design seismic metamaterials with ultralow frequency band gaps. Materials and Design, 175, 107813.

[94] Zeng, Y., Xu, Y., Deng, K., Peng, P., Yang, H., Muzamil, M., Du, Q. (2019). A broadband seismic metamaterial plate with simple structure and easy realization. Journal of Applied Physics, 125(22), 224901.

[95] Bao, J., Shi, Z., Xiang, H. (2012). Dynamic responses of a structure with periodic foundations. Journal of Engineering Mechanics, 138(7), 761-769.

[96] Shi, Z., Huang, J. (2013). Feasibility of reducing three-dimensional wave energy by introducing periodic foundations. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 50, 204-212.

[97] Yan, Y., Laskar, A., Cheng, Z., Menq, F., Tang, Y., Mo, Y. L., Shi, Z. (2014). Seismic isolation of two dimensional periodic foundations. Journal of Applied Physics, 116(4), 044908.

[98] Amendola, A., Carpentieri, G., Feo, L., Fraternali, F. (2016). Bending dominated response of layered mechanical metamaterials alternating pentamode lattices and confinement plates. Composite structures, 157, 71-77.

[99] Amendola, A., Benzoni, G., Fraternali, F. (2017). Non-linear elastic response of layered structures, alternating pentamode lattices and confinement plates. Composites Part B : Engineering, 115, 117-123.

[100] La Salandra, V., Wenzel, M., Bursi, O. S., Carta, G., Movchan, A. B. (2017). Conception of a 3D metamaterial-based foundation for static and seismic protection of fuel storage tanks. Frontiers in Materials, 4, 30.

[101] Basone, F., Wenzel, M., Bursi, O. S., Fossetti, M. (2019). Finite locally resonant metafoundations for the seismic protection of fuel storage tanks. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 48(2), 232-252.

[102] Witarto, W., Wang, S. J., Yang, C. Y., Nie, X., Mo, Y. L., Chang, K. C., ... and Kassawara, R. (2018). Seismic isolation of small modular reactors using metamaterials. AIP Advances, 8(4), 045307.

[103] Casablanca, O., Ventura, G., Garescì, F., Azzerboni, B., Chiaia, B., Chiappini, M., Finocchio, G. (2018). Seismic isolation of buildings using composite foundations based on metamaterials. Journal of Applied Physics, 123(17), 174903.

[104] Sigalas, M. M., Soukoulis, C. M. (1995). Elastic-wave propagation through disordered and/or absorptive layered systems. Physical Review B, 51(5), 2780.

[105] Han, L., Zhang, Y., Ni, Z. Q., Zhang, Z. M., Jiang, L. H. (2012). A modified transfer matrix method for the study of the bending vibration band structure in phononic crystal Euler beams. Physica B : Condensed Matter, 407(23), 4579-4583.

[106] Sigalas, M. M., Economou, E. N. (1992). Elastic and acoustic wave band structure. Journal of sound and vibration, 158(2), 377-382

[107] Kushwaha, M. S., Halevi, P., Martinez, G., Dobrzynski, L., Djafari-Rouhani, B. (1994). Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites. Physical Review B, 49(4), 2313.

[108] Goffaux, C., Sánchez-Dehesa, J. (2003). Two-dimensional phononic crystals studied using a variational method : Application to lattices of locally resonant materials. Physical review B, 67(14), 144301.

[109] Vasseur, J. O., Djafari-Rouhani, B., Dobrzynski, L., Kushwaha, M. S., Halevi, P. (1994). Complete acoustic band gaps in periodic fibre reinforced composite materials : the carbon/epoxy composite and some metallic systems. Journal of Physics : Condensed Matter, 6(42), 8759.

[110] Li, X., Wu, F., Hu, H., Zhong, S., Liu, Y. (2002). Large acoustic band gaps created by rotating square rods in two-dimensional periodic composites. Journal of Physics D : Applied Physics, 36(1), L15.

[111] Tanaka, Y., Tomoyasu, Y., Tamura, S. I. (2000). Band structure of acoustic waves in phononic lattices : Two-dimensional composites with large acoustic mismatch. Physical Review B, 62(11), 7387.

[112] Kurose, T., Tsuruta, K., TOTSUJI, C., TOTSUJI, H. (2009). FDTD simulations of acoustic waves in two-dimensional phononic crystals using parallel computer. Memoirs of the Faculty of Engineering, Okayama University, 43, 16-21.

[113] Mei, J., Liu, Z., Shi, J., Tian, D. (2003). Theory for elastic wave scattering by a two-dimensional periodical array of cylinders : An ideal approach for band-structure calculations. Physical Review B, 67(24), 245107.

[114] Liu, Z., Chan, C. T., Sheng, P., Goertzen, A. L., Page, J. H. (2000). Elastic wave scattering by periodic structures of spherical objects : Theory and experiment. Physical Review B, 62(4), 2446.

[115] Xiang, H. J., Shi, Z. F., Wang, S. J., Mo, Y. L. (2012). Periodic materials-based vibration attenuation in layered foundations : experimental validation. Smart Materials and Structures, 21(11), 112003.

[116] Landau, L. D. (1986). EM Lifshitz Theory of Elasticity 3rdEdition.

[117] Van Der Biest, F. (2005). Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodiques et désordonnés (Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot-Paris VII).

[118] Kushwaha, M. S., Djafari-Rouhani, B. (1996). Complete acoustic stop bands for cubic arrays of spherical liquid balloons. Journal of applied physics, 80(6), 3191-3195.

[119] Zhang, X., Liu, Z., Liu, Y., Wu, F. (2003). Elastic wave band gaps for three-dimensional phononic crystals with two structural units. Physics Letters A, 313(5-6), 455-460.

[120] Hsieh, P. F., Wu, T. T., Sun, J. H. (2006). Three-dimensional phononic band gap calculations using the FDTD method and a PC cluster system. IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, 53(1), 148-158.

[121] Yasumoto, K. (Ed.). (2018). Electromagnetic theory and applications for photonic crystals. CRC press.

[122] Mandebrot, B. (1967). How long is the coast of britain. Science, 156, 636-638.

[123] Ren, D., Ma, Y., Li, Z., Gao, Y., Feng, Q. (2011). Hierarchical structure of asteriscus and in vitro mineralization on asteriscus substrate. Journal of crystal growth, 325(1), 46-51.

[124] Oftadeh, R., Haghpanah, B., Vella, D., Boudaoud, A., Vaziri, A. (2014). Optimal fractal-like hierarchical honeycombs. Physical review letters, 113(10), 104301.

[125] Haghpanah, B., Papadopoulos, J., Mousanezhad, D., Nayeb-Hashemi, H., Vaziri, A. (2014). Buckling of regular, chiral and hierarchical honeycombs under a general macroscopic stress state. Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 470(2167), 20130856.

[126] Qwamizadeh, M., Liu, P., Zhang, Z., Zhou, K., Wei Zhang, Y. (2016). Hierarchical structure enhances and tunes the damping behavior of load-bearing biological materials. Journal of Applied Mechanics, 83(5), 051009.

[127] Cui, Z., Ke, X., Li, E., Liu, T. (2016). Electronic and optical properties of titanium-doped GaN nanowires. Materials and Design, 96, 409-415.

[128] Wen, W., Zhou, L., Li, J., Ge, W., Chan, C. T., Sheng, P. (2002). Subwavelength photonic band gaps from planar fractals. Physical review letters, 89(22), 223901.

[129] Miyamaru, F., Saito, Y., Takeda, M. W., Hou, B., Liu, L., Wen, W., Sheng, P. (2008). Terahertz electric response of fractal metamaterial structures. Physical Review B, 77(4), 045124.

[130] Hou, B., Xie, H., Wen, W., Sheng, P. (2008). Three-dimensional metallic fractals and their photonic crystal characteristics. Physical Review B, 77(12), 125113.

[131] Kuo, N. K., Piazza, G. (2011). Fractal phononic crystals in aluminum nitride : An approach to ultra high frequency bandgaps. Applied Physics Letters, 99(16), 163501.

[132] Liu, X., Fan, Y., An, Y. (2013). The influence of T-square fractal shape holes on the band structure of two-dimensional phononic crystals. Physica B : Condensed Matter, 429, 73-78.

[133] Chen, Y., Wang, L. (2015). Multiband wave filtering and waveguiding in bio-inspired hierarchical composites. Extreme Mechanics Letters, 5, 18-24.

[134] Zhang, P., To, A. C. (2013). Broadband wave filtering of bioinspired hierarchical phononic crystal. Applied physics letters, 102(12), 121910.

[135] Song, G. Y., Huang, B., Dong, H. Y., Cheng, Q., Cui, T. J. (2016). Broadband focusing acoustic lens based on fractal metamaterials. Scientific reports, 6(1), 1-7.

[136] Norris, R. C., Hamel, J. S., Nadeau, P. (2008). Phononic band gap crystals with periodic fractal inclusions : Theoretical study using numerical analysis. Journal of Applied Physics, 103(10), 104908.

[137] Oustaloup, A. (1991). Commande CRONE (Editions Hermes, Paris)

[138] Le Méhauté, A., Nigmatullin, R. R., Nivanen, L. (1998). Flèches du temps et géométrie fractale (p. 350). Paris : Hermes.

[139] Sapoval, B. (1997). Multifractales et régularité géométrique du poumon humain. Universalités et fractales. Paris : Flammarion, 162-6.

[140] Sgard, F. C., Olny, X., Atalla, N., Castel, F. (2005). On the use of perforations to improve the sound absorption of porous materials. Applied acoustics, 66(6), 625-651.

[141] Queiros-Condé, D. 2005. Structures multi-échelle pour les vibrations et les échanges thermiques. Rapport Ademe.

[142] Du, Q., Zeng, Y., Xu, Y., Yang, H., Zeng, Z. (2018). H-fractal seismic metamaterial with broadband low-frequency bandgaps. Journal of Physics D : Applied Physics, 51(10), 105104.

[143] Nakamura, T. (1988). Strength and deformability of H-shaped steel beams and lateral bracing requirements. Journal of Constructional Steel Research, 9(3), 217-228.

[144] Kato, B. (1989). Rotation capacity of H-section members as determined by local buckling. Journal of Constructional Steel Research, 13(2-3), 95-109.

[145] Villaverde, R. (2009). Fundamental concepts of earthquake engineering. CRC press.

[146] Udias, A., Buforn, E. (2017). Principles of seismology. Cambridge University Press.

[147] Kim, S. H. (2013, September). Comparison of two metamaterial methods in earthquake engineering. In 2013 7th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (pp. 295-297). IEEE.

[148] Ungureanu, B., BrÛlé, S., Achaoui, Y., Enoch, S., Guenneau, S. (2015, September). Mechanical waves deflection/damping with seismic metamaterials. In 2015 9th International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics (METAMATERIALS) (pp. 310-312). IEEE.

[149] Aznavourian, R., Puvirajesinghe, T. M., Brûlé, S., Enoch, S., Guenneau, S. (2017). Spanning the scales of mechanical metamaterials using time domain simulations in transformed crystals, graphene flakes and structured soils. Journal of Physics : Condensed Matter, 29(43), 433004.

[150] Capolino, F. (2017). Applications of metamaterials. CRC press.

[151] Craster, R. V., Guenneau, S. (Eds.). (2012). Acoustic metamaterials : Negative refraction, imaging, lensing and cloaking (Vol. 166). Springer Science and Business Media.

[152] Kerker, M. (1975). Invisible bodies. JOSA, 65(4), 376-379.

[153] Chew, H., Kerker, M. (1976). Abnormally low electromagnetic scattering cross sections. JOSA, 66(5), 445-449.

[154] Hoenders, B. J. (1997). Existence of invisible nonscattering objects and nonradiating sources. JOSA A, 14(1), 262-266.

[155] Boardman, A. D., Marinov, K., Zheludev, N., Fedotov, V. A. (2005). Dispersion properties of nonradiating configurations : Finite-difference time-domain modeling. Physical Review E, 72(3), 036603.

[156] Kahn, W. K., Kurss, H. (1965). Minimum-scattering antennas. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 13(5), 671-675.

[157] Kildal, P. S., Kishk, A. A., Tengs, A. (1996). Reduction of forward scattering from cylindrical objects using hard surfaces. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 44(11), 1509-1520.

[158] Devaney, A., Sherman, G. (1982). Nonuniqueness in inverse source and scattering problems. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 30(5), 1034-1037.

[159] Greenleaf, A., Lassas, M., Uhlmann, G. (2003). Anisotropic conductivities that cannot be detected by EIT. Physiological measurement, 24(2), 413.

[160] Farhat, M., Guenneau, S., Enoch, S. (2009). Ultrabroadband elastic cloaking in thin plates. Physical review letters, 103(2), 024301.

[161] Farhat, M., Guenneau, S., Enoch, S., Movchan, A. B. (2009). Cloaking bending waves propagating in thin elastic plates. Physical Review B, 79(3), 033102.

[162] Farhat, M., Guenneau, S., Enoch, S. (2012). Broadband cloaking of bending waves via homogenization of multiply perforated radially symmetric and isotropic thin elastic plates. Physical Review B, 85(2), 020301.

[163] Kim, S. H., Das, M. P. (2012). Seismic waveguide of metamaterials. Modern Physics Letters B, 26(17), 1250105.

[164] Kim, S. H., Das, M. P. (2013). Artificial seismic shadow zone by acoustic metamaterials. Modern Physics Letters B, 27(20), 1350140.

[165] Voir le matériel supplémentaire à l'adresse http ://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.112.133901 pour plus de détails sur la description du dispositif expérimental, certaines courbes de dispersion utilisant le modèle de plaque de Mindlin, certains résultats numériques préliminaires d'un impact possible de la viscoélasticité du sol, et un effet de concentration induit par un métamatériau sismique de type anneau.

[166] Voir le matériel supplémentaire à l'adresse http ://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.112.133901 pour un film sur la construction et la caractérisation du métamatériau sismique.

[167] Jia, G., Shi, Z. (2010). A new seismic isolation system and its feasibility study. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 9(1), 75-82.

[168] https ://www.comsol.com/release/5.3a

[169] Brûlé, S., Javelaud, E., Enoch, S., Guenneau, S. (2013). Seismic metamaterial : how to shake friends and influence waves ?. arXiv preprint arXiv :1301.7642.

[170] Oudich, M. (2011). Contribution à l'étude des cristaux phononiques à résonance locale dans les régimes sonique et hypersonique : approches théorique et expérimentale (Doctoral dissertation, Université Henri Poincaré-Nancy 1).

[171] Man, X., Liu, T., Xia, B., Luo, Z., Xie, L., Liu, J. (2018). Space-coiling fractal metamaterial with multi-bandgaps on subwavelength scale. Journal of Sound and Vibration, 423, 322-339.

[172] Liu, J., Li, L., Xia, B., Man, X. (2018). Fractal labyrinthine acoustic metamaterial in planar lattices. International Journal of Solids and Structures, 132, 20-30.

[173] Van Der Biest, F. (2005). Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodiques et désordonnés (Doctoral dissertation, Université Paris-Diderot-Paris VII).

[174] Cheong, Y. K., Gorishnyy, T., Thomas, E. L. (2007). Phononic Band Structures of Two-dimensional Hypersonic Phononic Crystals. In Proceedings of the COMSOL Conference 2007.

[175] Halley, J. M., Hartley, S., Kallimanis, A. S., Kunin, W. E., Lennon, J. J., Sgardelis, S. P. (2004). Uses and abuses of fractal methodology in ecology. Ecology letters, 7(3), 254-271.

[176] Plotnick, R. E., Gardner, R. H., O'Neill, R. V. (1993). Lacunarity indices as measures of landscape texture. Landscape ecology, 8(3), 201-211.

[177] Falconer, K. Fractal geometry : mathematical foundations and applications, 3rd Edition, Wiley 2014.

[178] Ribeiro, P., Queiros-Conde, D., Grosu, L., Gallimard, L. (2017). An exergetic approach for materials fatigue. International Journal of Exergy, 22(3), 235-249.

[179] Queiros-Conde, D., Carlier, J., Grosu, L., Stanislas, M. (2015). Entropic-skins geometry to describe wall turbulence intermittency. Entropy, 17(4), 2198-2217.

[180] Dupuy, G. (2015). Queiros-Condé D., Chaline J., Dubois J., 2015, Le monde des fractales, la nature trans-échelles, Paris, Ellipses, 476 p.(2ème édition). Cybergeo : European Journal of Geography.

[181] Conde D. Q., Feidt, M. (2018). Fractal and Trans-scale Nature of Entropy : Towards a Geometrization of Thermodynamics. Elsevier.

[182] Christel Tiberi (2014). GÉOPHYSIQUE Localisation et Magnitude. Géosciences Montpellier.

[183] Auld, B. A. (1973). Acoustic fields and waves in solids. .