

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des fluides

Présentée et soutenue par :

M. CLOVIS GOUT

le vendredi 2 décembre 2022

Titre :

Méthodes numériques pour la simulation aux grandes échelles LES mono-canal d'étages de turbomachines

---

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Centre Européen de Recherche et Formation Avancées en Calcul Scientifique (CERFACS)

Directeur(s) de Thèse :

M. LAURENT GICQUEL

M. FLORENT DUCHAINE

Rapporteurs :

MME MARLENE SANJOSE, ECOLE DE TECHNOLOGIE SUPERIEURE QUEBEC

M. SOFIANE KHELLADI, ENSAM - ARTS ET METIERS PARISTECH

Membre(s) du jury :

M. STÉPHANE AUBERT, ECOLE CENTRALE DE LYON, Président

M. ANTOINE DAZIN, ENSAM - ARTS ET METIERS PARISTECH, Membre

M. DIMITRIOS PAPADOGIANNIS, GROUPE SAFRAN, Invité(e)

M. FLORENT DUCHAINE, CERFACS, Membre

M. LAURENT GICQUEL, CERFACS, Membre

Table des matières

Page

Table des matières **iii**

Liste de figures **v**

Liste de tableaux **xi**

Introduction **1**
Contexte général 1
Fonctionnement général des turboréacteurs 2
Objectifs de ce manuscrit 5

1 Simulation numérique en turbomachine **9**
1.1 Introduction 9
1.2 Équations de la dynamique des fluides 9
1.3 Modélisation de la turbulence 13
1.4 Couplage entre les domaines statiques et mobiles 20
1.4.1 Méthodes stationnaires 21
1.4.2 Méthodes de couplage de l'information : *Sliding Mesh* et MISCOG 22
1.4.3 Réduction du nombre d'aubes 24
1.4.4 Méthode chorochronique 25
1.4.5 Méthode des temps inclinés 33
1.4.6 Méthodes harmoniques 35
1.4.7 Méthode de *profile transformation* 35
1.5 Conclusion 36

2 *Profile Transformation Approach* appliquée aux LES **39**
2.1 Introduction 39
2.2 Présentation de la méthode et proposition de correction 40
2.2.1 Description et analyse de la méthode 40
2.2.2 Proposition de correction de la méthode à l'aide du vecteur vitesse 48
2.2.3 Correction en passant par un traitement asynchrone 56
2.3 Qualification de la méthode PTA sur le cas du vortex convecté 59
2.4 Qualification de la méthode PTA sur une turbine haute pression 68

2.5 Conclusion 75

3 Hypothèse chorochronique : application aux méthodes LES 77
3.1 Introduction 77
3.2 Méthode chorochronique et configuration double canal 79
3.2.1 L'hypothèse chorochronique 80
3.2.2 Accélération de la convergence par la configuration double canal . 89
3.2.3 Mise en œuvre de simulations chorochroniques 92
3.2.4 Conclusion 97
3.3 Conditions limites NSCBC et hybrides pour le traitement chorochronique azimutal 97
3.3.1 Traitement caractéristique et condition limite NSCBC 98
3.3.1.1 Passage des grandeurs conservatives aux grandeurs caractéristiques et aux ondes 98
3.3.1.2 Conditions limites NSCBC 1D 100
3.3.1.3 La condition limite d'entrée-sortie chorochronique avec traitement des gradients transverses 106
3.3.2 Application des conditions limites NSCBC à la méthode chorochronique 109
3.3.2.1 Comparaison des conditions limites NSCBC 1D et 3D . 110
3.3.3 Étude des coefficients de relaxation des conditions limites NSCBC 118
3.3.4 Méthode hybride : correction des résidus à partir des grandeurs conservatives chorochroniques 123
3.3.5 Conclusion 128
3.4 Implémentation et validation de la méthode chorochronique pour l'interface rotor stator 128
3.4.1 Méthode chorochronique appliquée à l'interface rotor stator 129
3.4.2 Application sur le cas d'étude des sillages défilants 137
3.5 Conclusion 143

4 Comparaison et état des lieux des méthodes PTA et chorochronique : le compresseur CREATE 145
4.1 Introduction 145
4.2 Résultats de la simulation de référence 151
4.3 Comparaison des prédictions **Choro** et **Pta22** 157
4.4 Conclusion 168

Conclusions générales et perspectives 171
Conclusions 171
Perspectives 174

A Mise en évidence des fréquences propres du système 177

B Des équations de Navier-Stokes aux équations caractéristiques 183

C Effet de la variation de certains coefficients de relaxation indépendamment des autres 191

D Prise en compte du déphasage lié à la relaxation 195

E Etude sur le ratio de la méthode PTA 203

F Décomposition d'Adamczyk 211

Bibliographie 213

Liste de figures

1 Évolution de la consommation des turboréacteurs. 2
2 Présentation d'une coupe d'un turboréacteur double flux et double corps. L'air s'écoule de la gauche vers la droite. 3
3 Cycle de Bryton Joule avec sur la figure de gauche le diagramme pression-volume et sur celle de droite le diagramme température-entropie. 4

1.1 Représentation des différentes méthodes sur le spectre de Kolmogorov. . . 14
1.2 Nombre de points nécessaires pour résoudre une couche limite. 17
1.3 Schéma représentatif d'un étage de turbomachine divisé en deux domaines distincts, le domaine du rotor mobile qui se déplace avec une certaine vitesse de rotation et le domaine du stator. 21
1.4 Principe d'échange de l'information entre les domaines du rotor et du stator. 23
1.5 Principe de fonctionnement de la méthode MISCOG 24
1.6 Principe de la méthode de réduction du nombre d'aubes. 25
1.7 Principe de la méthode chorochronique. 26
1.8 Principe de fonctionnement de la méthode des temps inclinés 34

2.1 Représentation d'une interface mono canal dans le cas général où les deux domaines n'ont pas la même taille azimutale. Avec les distances d'intérêt pour le cartésien et le cylindrique. 40
2.2 Représentation schématique du fonctionnement de l'échange dans AVBP dans le cas où les domaines sont de même taille et dans le cas où leur taille est différente. En pointillés sont représentés les zones de prélèvement de l'information. 41
2.3 Représentation de deux cas différents, un cas qui aurait une périodicité naturelle - 2 passages à gauche et 1 à droite de même taille - et un cas qui nécessite l'utilisation de la méthode PTA - 1 passage à gauche et 1 à droite de tailles différentes. 46
2.4 Représentation d'un cas représentatif d'une simulation nécessitant un traitement PTA. Les différentes flèches rouges représentent un vecteur de l'écoulement, avec en traits pleins le vecteur si aucune correction n'est apportée, et en pointillés le vecteur avec correction sur le terme transverse. 49
2.5 Homothétie idéale d'un vortex provenant d'un premier domaine vers un autre domaine. 56

2.6 Représentation du vortex à un instant donné avec à gauche la version non corrigée, et à droite la version corrigée. 57
2.7 Représentation du vortex pour la considération dynamique en asynchrone - sans correction temporelle. 58
2.8 Représentation du vortex pour la considération dynamique en asynchrone - avec correction temporelle. 59
2.9 Description de la configuration du vortex convecté au travers de trois domaines différents. Les croix rouges sont des sondes. 61
2.10 Champ de pression et champ de vitesse tangentielle pour la simulation de référence, la simulation PTA sans correction, la simulation PTA avec correction sur les vecteurs et la simulation PTA avec correction asynchrone, au temps $t^* = 0.25$. 63
2.11 Champ de pression et champ de vitesse tangentielle pour la simulation de référence, la simulation PTA sans correction, la simulation PTA avec correction sur les vecteurs et la simulation PTA avec correction asynchrone, au temps $t^* = 0.5$. 64
2.12 Champ de pression et champ de vitesse tangentielle pour la simulation de référence, la simulation PTA sans correction, la simulation PTA avec correction sur les vecteurs et la simulation PTA avec correction asynchrone, au temps $t^* = 1$. 65
2.13 Évolution temporelle de la pression, de la vitesse axiale et de la vitesse transverse pour la simulation périodique (—) et la simulation PTA sans correction (—). 67
2.14 Erreur quadratique moyenne sur la pression en fonction du ratio de la méthode à $t^* = 0.25$, $t^* = 0.75$, et $t^* = 1$. Le losange bleu correspond à l'erreur de la simulation PTA avec correction sur les vecteurs, le carré rouge à l'erreur de la simulation PTA avec correction asynchrone. 68
2.15 Domaine numérique de la simulation **Perio** à gauche et **PTA** à droite de la turbine haute pression, avec en vert la partie statique, et en rose la partie mobile. 69
2.16 Profil moyen radial de la pression totale à gauche et de l'angle de déviation de l'écoulement à droite une corde à l'arrière du rotor. Comparaison entre les résultats expérimentaux(—), et des simulations **Perio** (—) et **PTA** (—). 70
2.17 Profil moyen radial de la valeur moyenne à gauche et fluctuante à droite de l'angle de déviation de l'écoulement devant le bord d'attaque du rotor. Comparaison entre les simulations **Perio** (—) et **PTA** (—) et leur différence absolue (—). 71
2.18 Nombre de Mach isentropique relatif à 10%, 50% et 90% hauteur réduite (hH). Comparaison entre la simulation **Perio** (—) et la simulation **PTA** (—). 72
2.19 Profil radial moyen de la valeur moyenne à droite et fluctuante à gauche de l'angle de déviation relatif au niveau du bord de fuite de l'aube du rotor. Comparaison entre la simulation **Perio** (—) et la simulation **PTA** (—) et leur différence absolue (—). 73

2.20 Champ 2D de l'angle de l'écoulement relatif au niveau du bord de fuite de l'aube du rotor. Comparaison entre la simulation **Perio** à droite et **PTA** à gauche. 73
2.21 Extrados de la pale du rotor coloré par la contrainte de cisaillement, avec en noir les lignes de courant de l'écoulement. Comparaison entre la simulation **Perio** à gauche et **PTA** à droite. 74
2.22 Étude hors conception de la méthode. Comparaison de l'efficacité isentropique des deux simulations et de l'efficacité isentropique expérimentale. . 74

3.1 Plan aube-à-aube d'un étage de turbine. 80
3.2 Mise en évidence de la chorochronie d'un étage de turbomachine 81
3.3 Schéma représentant une configuration simplifiée périodique de points froids défilants, l'étude portant uniquement sur le domaine aval. 84
3.4 Champs de température pour deux instants différents du cas d'étude des points froids défilants. 85
3.5 Domaine chorochronique fictif et position des deux sondes d'intérêt sur le cas d'étude des points froids défilants. 86
3.6 Variation de température pour les deux sondes en trait plein, les croix correspondent aux deux signaux précédents translatés de $\frac{\pm t_{choro}}{T}$. 86
3.7 Représentation schématique d'un maillage cartésien. 87
3.8 Illustration de la méthode chorochronique utilisant un mono et un double canal. 90
3.9 Variation temporelle de la pression sur une sonde placée sur une condition limite azimutale en aval des aubes de turbine, Guo *et al.* [67]. 91
3.10 Schéma représentant les trois domaines, à gauche le domaine de la simulation de référence, au centre le domaine mono canal, et à droite le domaine double canal. Une sonde est positionnée dans chaque domaine à la même position, au niveau du bord azimutal supérieur des deux simulations chorochroniques. La visualisation des champs se fera uniquement sur la zone géométrique couverte par le domaine mono canal. 93
3.11 Étude de la convergence temporelle des différentes simulations. 95
3.12 Champs de vitesse u des différentes simulations pour la configuration des sillages défilants. 96
3.13 Champs de vitesse v des différentes simulations pour la configuration des sillages défilants. 96
3.14 Évolutions temporelles au niveau de la sonde pour la configuration des sillages défilants. 96
3.15 Représentation schématique d'une entrée et d'une sortie subsonique dans le cadre de l'étude des conditions limites NSCBC. 100
3.16 Champs de vitesse u des trois simulations à deux instants différents pour la configuration utilisant les NSCBC aux bords azimutaux. 111
3.17 Champs de vitesse v des trois simulations à deux instants différents pour la configuration utilisant les NSCBC aux bords azimutaux. 112
3.18 Variation des vitesses au niveau de la sonde 2 pour la configuration utilisant les NSCBC aux bords azimutaux. 113

3.19 Champs de vitesse u à différents instants pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses. 115
3.20 Champs de vitesse v à différents instants pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses. 116
3.21 Variation de la vitesse u au niveau des deux sondes pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses. 117
3.22 Variation de la vitesse v au niveau des deux sondes pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses. 118
3.23 Variation de la vitesse au niveau des deux sondes pour étudier l'effet de la valeur du coefficient de relaxation pour les simulations 3K, 4K et 5K. . . 120
3.24 Variation de la vitesse au niveau des deux sondes pour étudier l'effet de la valeur du coefficient de relaxation pour les simulations 6K, 7K et 8K. . . 121
3.25 Mise en évidence des fréquences de résonance liées au domaine de calcul pour l'étude des coefficients de relaxation des conditions limites NSCBC. 122
3.26 Évolution temporelle de la vitesse au niveau des deux sondes dans le cadre de l'étude de la méthode Hybride. 125
3.27 Profils de vitesse u et v sur les deux conditions limites azimutales dans le cadre de l'étude de la méthode Hybride. 126
3.28 Champs de vitesse u et v pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude de la méthode Hybride. 127
3.29 Schéma représentant la position relative des deux domaines à deux instants particuliers pour un cas d'une simulation mono canal chorochronique. . . 129
3.30 Schéma représentant les deux méthodes de repositionnement de l'interface permettant de faire en sorte que les nœuds au bord des deux domaines ont toujours un vis-à-vis pour le cas d'une simulation périodique. 130
3.31 Schéma représentant la création d'interfaces fictives pour l'échange dans un cas d'une simulation mono canal chorochronique. 132
3.32 Schéma représentant différents instants particuliers pour une simulation mono canal chorochronique. 134
3.33 Schéma représentant les deux cas d'études conçus à partir d'un domaine fixe et d'un domaine mobile. 138
3.34 Champs de vitesse pour l'étude des sillages défilants dans la cadre de simulations utilisant les conditions limites azimutales et l'interface rotor-stator chorochronique. 140
3.35 Variation des vitesses au niveau de la sonde 2 pour (-) la simulation de référence, (-) la simulation NSCBC et (-) la simulation hybride pour l'étude des sillages défilants dans la cadre de simulations utilisant les conditions limites azimutales et l'interface rotor-stator chorochronique. 141
3.36 Variation des vitesses pour (-) la simulation de référence, (-) la simulation NSCBC et (-) la simulation hybride pour l'étude des sillages défilants dans la cadre de simulations utilisant les conditions limites azimutales et l'interface rotor-stator chorochronique. 142

4.1 Coupe méridionale du compresseur CREATE 147
4.2 Schéma représentant la géométrie utilisée comme base pour les simulations. 148
4.3 Maillage du rotor R1 (en bleu à gauche) et du stator S1 (en vert à droite) d'un passage. 150
4.4 (a) Maillage du rotor R1 (en bleu à gauche) et du stator S1 (en vert à droite) des simulations **ChoroHyb** et **Pta22** ainsi que (b) celui du cas de référence, **Perio**. 151
4.5 Champs instantanés des vitesses axiale et transverse, des pression et température totales et du nombre de Mach pour la simulation **Perio** à deux instants différents, T correspondant à une période. 152
4.6 FFT de la vitesse axiale de la simulation périodique **Perio** pour les deux sondes 1 et 2, la fréquence étant adimensionnée par la fréquence de passage du stator f_s. 153
4.7 Variation des composantes de la vitesse axiale de la simulation **Perio**. . . 155
4.8 Composantes d'Adamczyk issues de la vitesse axiale de la simulation **Perio** au niveau de l'interface rotor stator. 156
4.9 Signal déterministe d'Adamczyk issu de la vitesse axiale de la simulation **Perio** en comparaison au signal réel. 156
4.10 Variation du débit moyenné sur une période pour les trois simulations étudiées. 158
4.11 Champs moyens de vitesse axiale pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**. 160
4.12 Champs moyens de vitesse transverse pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**. 161
4.13 Champs moyens de pression totale pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**. 161
4.14 Profils de pression adimensionnée sur l'aube du rotor et du stator pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**. 162
4.15 Variation temporelle des vitesses axiale et tangentielle, les valeurs ayant été normalisées, pour la sonde 1 dans le domaine du stator et la sonde 2 dans le domaine du rotor. 163
4.16 Variation temporelle de la pression, les valeurs ayant été normalisées, pour la sonde 1 dans le domaine du stator et la sonde 2 dans le domaine du rotor. 164
4.17 FFT de la vitesse axiale pour les deux sondes 1 et 2 de la simulation **Pta22** par rapport à la simulation de référence. 165
4.18 FFT de la vitesse axiale pour les deux sondes 1 et 2 de la simulation **ChoroHyb** par rapport à la simulation de référence. 166
4.19 Variation des composantes de la vitesse axiale de la simulation **Pta22**. . . 167
4.20 Composantes d'Adamczyk issues de la vitesse axiale de la simulation **Pta22** au niveau de l'interface rotor stator. 168

A.1 Évolution temporelle de la température et FFT sur ce même signal sur la sonde 2 pour la simulation chorochronique de points froids défilants. . . . 178
A.2 Mise en évidence des fréquences de résonance liées au domaine de calcul et à l'amplification chorochronique. 180

A.3 Mise en évidence des modes spatiaux de résonance du domaine de calcul pour la simulation chorochronique des points froids défilants. 181

C.1 Variation de la vitesse pour la sonde 1 pour étudier les coefficients de relaxation à coefficient de pression fixé. 192
C.2 Variation de la vitesse pour la sonde 2 pour étudier les coefficients de relaxation à coefficient de pression fixé. 193

D.1 Représentation de la trace réelle du sillage au niveau d'un des bord azimutal. 197
D.2 Variation de la vitesse au niveau des deux sondes pour étudier l'effet du déphasage sur le sillage au niveau des conditions limites NSCBC. 199
D.3 Profil de vitesse au niveau de la sonde 2 pour caractériser l'effet du déphasage sur le sillage au niveau des conditions limites NSCBC, la courbe cible étant la valeur chorochronique et la courbe réel étant la valeur effectivement prescrite après traitement de la condition limite. 201

E.1 Schéma décrivant la différence de configuration pour un ratio supérieur à 1 à gauche et inférieur à 1 à droite. 206
E.2 Champs moyens de la vitesse axiale, tangentielle et de la pression totale pour les simulations **Pta31**, **Pta12**, **Pta22** et **Perio**. 209
E.3 Champs des valeurs efficaces de la vitesse axiale, tangentielle et de la pression totale pour les simulations **Pta31**, **Pta12**, **Pta22** et **Perio**. 210

Liste de tableaux

1.1 Liste des publications utilisant la méthode chorochronique. 32
1.2 Liste des publications utilisant la méthode dite *time inclined* ou des temps inclinés. 34
1.3 Liste des publications utilisant les méthodes harmoniques et non harmoniques. 36
1.4 Liste des publications utilisant la méthode dite *profile transformation* ou de transformation de profil. 36

2.1 Grandeurs de la simulation **PTA** relativement à la simulation **Perio**. . . 70

3.1 Valeurs du temps t_{stock} pour l'ensemble des cas de figures dans un cas en deux dimensions. 89
3.2 Dimensions des domaines de simulation et grandeurs utilisées pour les conditions limites et la solution initiale du cas d'étude des sillages défilants. 94
3.3 Valeurs cibles des conditions limites du cas d'étude des sillages défilants dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie. 114
3.4 Grandeurs définissant le champ initial ainsi que les valeurs cibles des conditions limites d'entrée et de sortie. 138
3.5 Dimensions des domaines (1) et (2) de la simulation de référence. 138
3.6 Dimensions des domaines (1) et (2) des simulations chorochroniques. . . 138

4.1 Nombre d'aubes pour chacune des rangées, pour la configuration réelle, et pour deux configurations réduites. 147
4.2 Détail des différentes simulations réalisées dans le cadre de l'étude du CREATE. 149
4.3 Surcoût CPU des simulations **ChoroHyb** et **Pta22** relativement au coût CPU du calcul **Perio** rapporté au même nombre d'itérations et au même nombre d'éléments de maillage. 158
4.4 Différences relatives des grandeurs métiers pour les différentes simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**. 159
4.5 Différences relatives des moyennes pour les différentes simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**. 160

D.1 Valeurs des différentes grandeurs caractéristiques des sillages aux bords azimutaux pour le calcul du temps de déphasage induit par la condition limite. 198

E.1 Ratio et ratio corrigé des différentes simulations PTA. 204
E.2 Différences relatives des différentes simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**. 205

Introduction

Contexte général

L'idée même de pouvoir voler, c'est à dire faire en sorte d'une manière ou d'une autre de contrer la gravité terrestre, est très ancienne. Elle date de l'antiquité, avec des représentations chez les Égyptiens, les Chinois ou les Grecs [1]. Le mythe d'Icare a en particulier motivé le moine Eilmer de Malmesbury [2] au XIIe siècle de voler, sans succès apparent. Les premiers vols en tant que tel sont en réalité des vols planés, effectués successivement par Hezârfen Ahmed Çelebi et par Guillaume Resnier, ce dernier réalisant un vol de 300 mètres en 1801. Les frères Montgolfier proposent une autre approche au vol, en utilisant le principe de la poussée d'Archimède, et de la différence de flottabilité de l'air chaud relativement à l'air froid. Les machines semblent cependant être la seule possibilité pour pouvoir voler durablement tout en contrôlant la trajectoire. Léonard de Vinci [3] propose ainsi certaines machines volantes, notamment l'ornithoptère et l'hélice volante qui ont inspirés de nombreuses personnes par la suite.

À partir des années 1850, de nombreuses tentatives de construction d'aéronefs voient le jour. Ces aéronefs sont pour la plupart de simples planeurs, qui utilisent le principe de la portance pour contrer de manière momentanée la gravité, mais qui ne permettent pas de prendre de la vitesse et surtout de l'altitude. Ce n'est que 50 ans plus tard que Clément Ader [4] effectue un vol motorisé non contrôlé, puis que les frères Wright [5] arrivent à voler sur un avion motorisé sur 284 mètres. Dans les années qui suivirent, de nombreuses démonstrations d'avions de différentes tailles, de différentes motorisations, et sur des distances toujours plus grandes ont été observées, avec notamment la traversée de la Manche en 1909 par Louis Blériot, la traversée la Méditerranée en 1913 par Roland Garros et de la traversée de l'Atlantique en solitaire en 1927 par Charles Lindbergh. L'aviation prend une autre ampleur à partir de la première guerre mondiale, notamment avec la modernisation des appareils, qui passent de structures en toile et bois à des structures métalliques, beaucoup plus résistantes, puis devient commerciale à la fin de la guerre. La motorisation provenait alors majoritairement de moteurs à explosion avec hélices. Le moteur à réaction, quant à lui, a été conçu par Henri Coandă en 1910, mais n'est en réalité testé qu'à partir des années 1930, les conditions de leur fabrication n'étant alors pas réunies. C'est pendant la seconde guerre mondiale que la propulsion par réaction se développe, bien que son utilisation soit limitée, notamment par manque d'expérience à la fois dans la conception de ces machines et dans leur utilisation par les pilotes déjà entrainés. À la fin

de la guerre, le nombre de projets portant sur ce type de propulsion se multiplie, notamment dans le domaine militaire avec l'avènement de la guerre froide, mais aussi dans le civil, avec l'explosion du transport passager, en particulier transatlantique. La recherche de performance devient alors prépondérante dans ce domaine afin de réduire les coûts d'exploitation. À cette époque, la préoccupation principale est d'augmenter le taux de compression ainsi que la température d'éjection qui permettent tous les deux d'augmenter le rendement thermique de la machine, et donc le rendement thermo-propulsif de celle-ci. Les vitesses d'éjection sont alors très importantes relativement à la vitesse de l'avion. Au fil des années, l'augmentation de la poussée passe non plus par l'augmentation de la différence de vitesse, mais plutôt par l'augmentation du débit traversant le turboréacteur. En particulier, cette amélioration passe par l'augmentation du taux de dilution, qui se traduit par la conception des premiers réacteurs à double flux, puis par l'augmentation significative des tailles de soufflantes visibles sur les architectures HBR et UHBR (*Ultra High Bypass Ratio*). L'évolution de ces différentes architectures, ainsi que l'évolution de la consommation relative, sont présentées sur la Fig. 1.

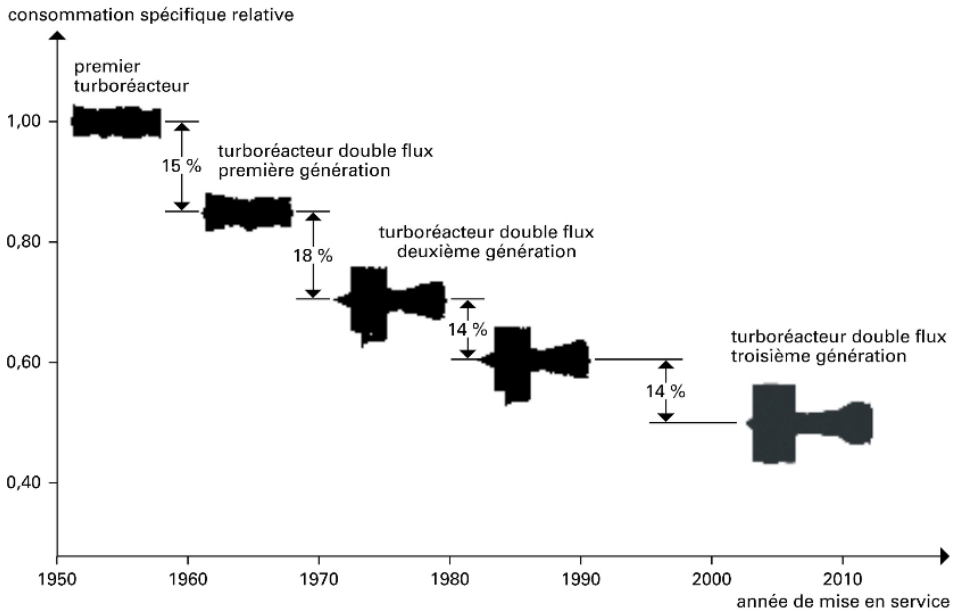


FIGURE 1 – Évolution de la consommation des turboréacteurs [6].

Fonctionnement général des turboréacteurs

Le turboréacteur fait partie du groupe des turbomachines, qui sont un type de machine permettant d'échanger du travail en transformant l'énergie cinétique et thermodynamique d'un fluide en énergie mécanique (via la rotation de rangées de pales) et vice versa. Elles peuvent être ouvertes, comme c'est le cas par exemple des moulins, éoliennes, ou hélices de bateaux ou d'aéronefs, ou fermées comme c'est le cas pour les turboréacteurs ou les turbines à gaz. Ces machines se retrouvent dans de nombreuses applications, la plus connue étant la propulsion (navale, aéronautique et aérospatiale), mais elles sont aussi

présentes dans le secteur de l'énergie (turbines hydrauliques par exemple), de la santé (dentaire, chirurgie cardiaque), du conditionnement de l'air, de la réfrigération, etc.

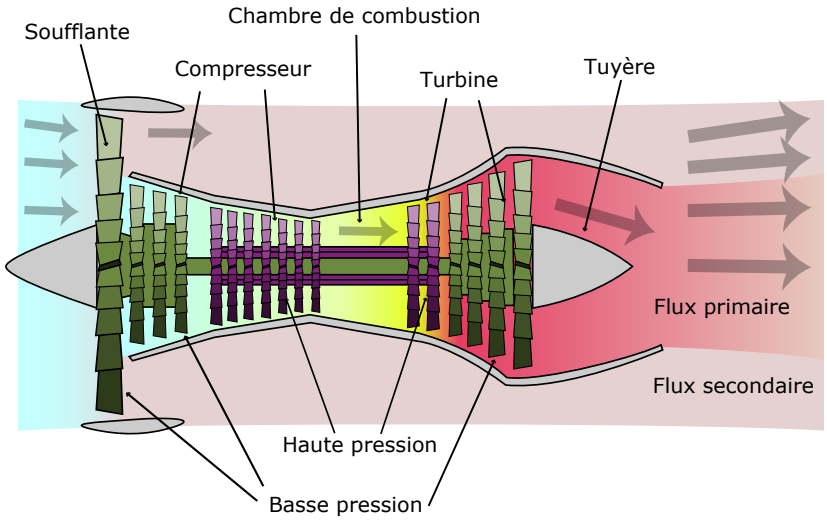


FIGURE 2 – Présentation d'une coupe d'un turboréacteur double flux et double corps. L'air s'écoule de la gauche vers la droite.

Le turboréacteur est sans doute le type de turbomachine le plus connu, car très utilisé dans le secteur de l'aviation moderne, que ce soit dans l'aviation militaire, commerciale ou d'affaire. Un turboréacteur, Fig. 2, est constitué de 4 composants principaux :

- Le compresseur, éventuellement précédé d'une soufflante, est la partie amont du turboréacteur. Son rôle est d'augmenter la pression et la température de l'air pour favoriser la combustion. Le compresseur est constitué de rouets fixes et mobiles, actionnés par l'arbre moteur.

- La chambre de combustion est située au centre du turboréacteur. Contrairement aux chambres des moteurs à explosion, cette chambre particulière n'est pas fermée et la combustion se produit à pression constante. Le combustible se mélange à l'air qui s'écoule et brûle, fournissant de l'énergie à l'air.

- La turbine est la dernière partie tournante du turboréacteur. Son rôle est double : réduire la pression et la température de l'air en accélérant l'écoulement, et récupérer une partie de l'énergie cinétique afin d'actionner l'arbre moteur, ce qui permet de faire tourner les rouets mobiles du compresseur et de l'éventuelle soufflante.

- La tuyère est située à l'aval du turboréacteur et permet de finir d'accélérer l'écoulement tout en diminuant pression et température.

Les turboréacteurs à double flux, qui sont massivement utilisés dans l'aviation commerciale car plus performants bien que plus imposants et plus complexes, fonctionnent en divisant en deux parties l'écoulement après le passage de la soufflante. Le flux primaire de l'écoulement traverse les éléments décrits précédemment, à savoir le compresseur, la

chambre de combustion, la turbine et la tuyère. Le flux secondaire est contenu dans un conduit annulaire compris entre la paroi de la nacelle, qui entoure l'ensemble du turboréacteur, et la paroi du corps principal. Pour ce flux secondaire qui traverse uniquement la soufflante, le comportement est similaire à celui de l'écoulement de l'air au passage d'une hélice classique. La masse d'air est déplacée vers l'arrière ce qui provoque une force de réaction vers l'avant et qui permet de propulser l'avion. Le taux de dilution des machines modernes, qui correspond au ratio entre le flux secondaire et le flux primaire, dépasse souvent la valeur de 10, ce qui signifie que plus de 90% de la poussée est produite par ce flux secondaire.

Le flux primaire, contenu dans le corps principal de la machine, reste bien évidemment essentiel au fonctionnement global de la machine. C'est en effet ce flux qui permet la rotation de la soufflante, qui fournit du travail au flux secondaire. Pour des raisons d'efficacité, notamment pour pouvoir atteindre certains taux de compression, ces machines à double flux sont pour la plupart constituées de parties qui tournent à basse vitesse (soufflante, compresseur et turbine basse pression) et de parties qui tournent à haute vitesse (compresseur et turbine haute pression).

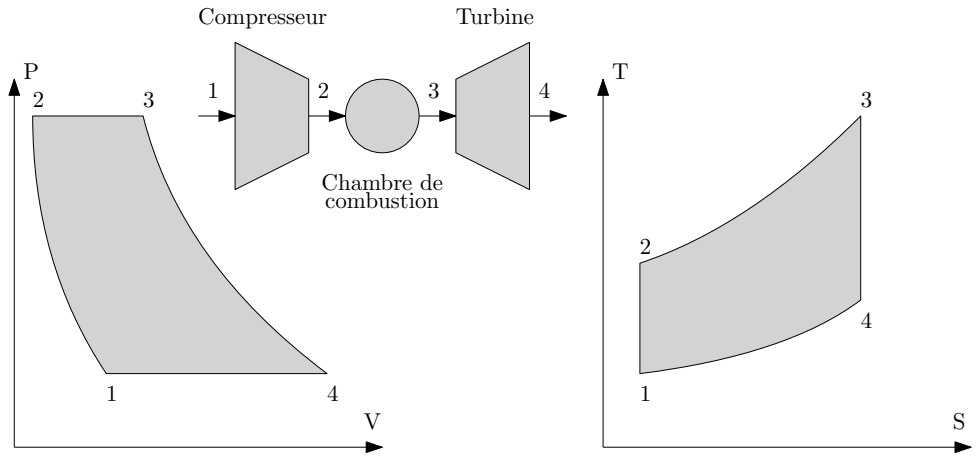


FIGURE 3 – Cycle de Bryton Joule avec sur la figure de gauche le diagramme pression-volume et sur celle de droite le diagramme température-entropie.

Le principe des turboréacteurs se fonde sur le cycle de Bryton Joule. Sur la Figure 3, le cycle y est représenté à la fois sur le graphique de gauche en pression-volume et sur celui de droite en température-entropie. Ce cycle correspond au cycle idéal, et ne tient pas compte de toutes les pertes causées par les frottements, les pertes de pression, les pertes mécaniques, etc. Il représente néanmoins les interactions principales qui existent entre la machine et le fluide. L'écoulement de l'air au travers de la turbomachine subit trois transformations thermodynamiques successives, qui sont liées aux trois premiers composants de la turbomachine. Dans un premier temps, l'air traverse le compresseur précédé d'une éventuelle soufflante, qui a pour rôle de fournir du travail au fluide, ce qui a pour conséquence l'augmentation de la pression et de la température et la diminution du volume d'air (chemin 1-2). Dans un deuxième temps, la combustion permet de fournir de l'énergie au fluide à pression constante, ce qui a pour effet l'augmentation du volume d'air et surtout l'augmentation de la température (chemin 2-3). Le fluide traverse ensuite

la turbine, qui a pour rôle de détendre le fluide et de récupérer une partie du travail qui est utilisé pour la rotation du compresseur. Cette transformation se traduit par une diminution de la pression et de la température et une augmentation du volume d'air (chemin 3-4).

Bien que dessiné comme étant un cycle fermé, ce n'est en pratique pas le cas pour un turboréacteur, puisque les caractéristiques de l'écoulement qui pénètre dans la machine sont différentes de celles de l'écoulement s'en échappant. Par conséquent, le travail correspondant au chemin 4-1 ainsi que la partie du travail du chemin 3-4 qui n'a pas été prélevée par la turbine sont utilisés comme énergie propulsive. En sortie du turboréacteur, le fluide est accéléré à l'aide d'une tuyère qui a aussi pour fonction de réduire la pression pour atteindre la pression atmosphérique. C'est d'autant plus important que la poussée est directement liée à la différence de vitesse entre l'entrée et la sortie du turboréacteur. Cette force se traduit par,

$$P_o = D_m \left(V_4 - V_1\right) \ , \tag{1}$$

où P_o est la poussée de la machine, D_m est le débit massique du fluide déplacé, et V_1 et V_4 sont respectivement les vitesses à l'entrée et à la sortie du turboréacteur. V_1 correspond à la vitesse de l'aéronef et il est impossible de modifier cette donnée pour un plan de vol donné. Il existe alors deux manières de modifier cette force propulsive : soit augmenter le différentiel de vitesse en augmentant la vitesse de sortie V_4, ce qui est en pratique utilisé dans le secteur militaire et d'affaire, soit augmenter le débit massique en augmentant la section de passage de l'air dans la machine, ce qui est l'axe principal d'amélioration des turboréacteurs de l'aviation commerciale.

Dans l'optique d'améliorer les performances des moteurs afin d'en réduire leur consommation, et par conséquence le coût opérationnel des avions, les turboréacteurs sont en permanence optimisés. Des campagnes expérimentales à taille réduite ou réelle dans des souffleries sont effectuées à ces fins, mais la conception passe aujourd'hui majoritairement par le traitement numérique, que ce soit à l'aide de modèles simplifiés au temps de retour très rapide et peu coûteux, ou par des calculs CFD (*Computational Fluid Dynamics*) en deux ou trois dimensions. Ces derniers sont plus coûteux et plus complexes à mettre en œuvre, mais ils ont l'intérêt d'être plus fidèles. En particulier, l'étude CFD des éléments tournants (soufflante, compresseur, turbine) est d'autant plus important que l'écoulement de l'air au sein de ces derniers est complexe et source de pertes et donc d'améliorations.

Objectifs de ce manuscrit

Cette thèse a pour objectif l'optimisation des méthodes de simulations CFD pour l'étude et la conception des compresseurs et des turbines de turboréacteurs, en particulier les simulations appelées *Large Eddy Simulation* (LES), ou simulations aux grandes échelles. Le coût de calcul de ces simulations étant directement lié à la taille des domaines

d'étude, la réduction azimutale de ces derniers est critique pour pouvoir généraliser l'utilisation des simulations instationnaires et les rendre accessibles pour la conception et l'optimisation des éléments tournants. Différentes méthodologies existent pour réduire les domaines d'études mais elles nécessitent systématiquement d'effectuer certaines hypothèses. Deux types de réduction de domaine sont présentés et comparés dans cette thèse.

Le manuscrit se divise ainsi en 4 chapitres :

- Dans le premier chapitre, l'état de l'art des simulations numériques CFD est présenté. Les différents types de modélisation de la turbulence sont décrits, en particulier la modélisation LES qui est celle utilisée dans ce manuscrit. L'étude des méthodes permettant le traitement des parties mobiles pour les simulations de machines tournantes est ensuite présentée. En particulier, un état de l'art des simulations instationnaires utilisant des méthodes de réduction de domaine pour les simulations CFD en turbomachine est produite sur la base des publications disponibles dans la littérature.

- Dans un deuxième chapitre, la méthode dite PTA ou *Profile Transformation Approach* est mise en œuvre. Cette méthode consiste à appliquer une transformation homothétique sur les coordonnées à l'interface rotor-stator pour faire correspondre numériquement l'étendue azimutale du domaine du stator et du domaine du rotor. En particulier, l'impact de cette approche sur les équations de la dynamique des fluides est évalué et deux corrections de la méthode sont proposées. Un ensemble de simulations est ensuite effectué pour démontrer la capacité de cette approche à reproduire l'écoulement d'un étage de turbomachine.

- Le troisième chapitre est dédié à la méthode chorochronique (du Grec ancien *chora*, la région, la contrée, l'espace et *khrónos*, le temps). Cette méthode utilise une pseudo périodicité qui permet de relier deux points du domaine de simulation dans l'espace et dans le temps, et ce en se basant sur la dynamique d'un étage de turbomachine. Après avoir présenté la méthode chorochronique, l'attrait des simulations double canal par rapport aux simulations mono canal est évalué. Dans un deuxième temps, le traitement caractéristique qui s'effectue par l'emploi de conditions limites NSCBC (ou *Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions*) est présenté et appliqué aux conditions limites azimutales des simulations chorochroniques. Le traitement NSCBC est en effet démontré comme essentiel pour la stabilisation des simulations chorochronique dans un contexte de calcul LES. Enfin, l'hypothèse chorochronique est adaptée pour le traitement de l'interface rotor-stator puis utilisée dans une simulation sur une configuration simplifiée représentative d'un étage de turbomachine afin de valider l'ensemble de la méthodologie.

- Le quatrième et dernier chapitre est dédié à la comparaison des deux méthodes de réduction de domaine. La configuration choisie est une tranche d'un étage du compresseur CREATE [7]. Les différentes simulations de l'étude sont alors présentées. L'impact des méthodes de réduction de taille de domaine sur l'écoulement

est alors qualifié pour différents aspects. En premier lieu, une analyse globale de l'étage est produite, puis des analyses plus locales de l'écoulement, notamment au niveau de l'interface rotor-stator et des bords azimutaux sont réalisées. Enfin, le coût de calcul est évalué pour l'ensemble des simulations, confirmant la capacité des deux méthodes à réduire considérablement le coût et le temps de restitution des simulations.

Certains résultats présentés dans ce mémoire ont fait l'objet d'une publication dans une conférence :

- C. Gout, D. Papadogiannis, J. Dombard, F. Duchaine, L. Gicquel, and N. Odier, "Assessment of Profile Transformation for Turbomachinery Large Eddy Simulations - From Academic to Industrial Applications" *ASME Turbo Expo 2021*, GT2021-59293.

Chapitre 1

Simulation numérique en turbomachine

Sommaire

1.1 Introduction 9
1.2 Équations de la dynamique des fluides 9
1.3 Modélisation de la turbulence 13
1.4 Couplage entre les domaines statiques et mobiles 20
1.4.1 Méthodes stationnaires 21
1.4.2 Méthodes de couplage de l'information : *Sliding Mesh* et MISCOG 22
1.4.3 Réduction du nombre d'aubes 24
1.4.4 Méthode chorochronique 25
1.4.5 Méthode des temps inclinés 33
1.4.6 Méthodes harmoniques 35
1.4.7 Méthode de *profile transformation* 35
1.5 Conclusion 36

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, différents éléments caractéristiques des simulations numériques des turbomachines sont détaillés. Dans un premier temps, les équations de la dynamique des fluides qui régissent le comportement de l'écoulement et son évolution dans le temps et l'espace sont étudiées. Puis, les différentes modélisations de la turbulence sont présentées, notamment la modélisation LES qui constitue le cœur de ce travail. Enfin, les méthodes permettant la simulation numérique fluide dans le cadre d'écoulements en turbomachines sont décrites. En particulier, une étude exhaustive des différentes méthodes utilisées pour la réduction de la taille de domaine est exposée.

1.2 Équations de la dynamique des fluides

L'amélioration des turboréacteurs passe nécessairement par l'étude de l'écoulement de l'air dans ces derniers. Cette étude est réalisée par la résolution des équations de la dynamique des fluides, qui peut se subdiviser en deux familles, les équations d'Euler et les équations de Navier-Stokes.

Équations d'Euler

Les équations qui décrivent le mouvement d'un fluide parfait ont été formulées il y a plus de 300 ans par Leonhard Euler [8–11]. Bien que ces équations ne prennent pas en compte un certain nombre de phénomènes, notamment la viscosité, elles permettent néanmoins de décrire de manière relativement fidèle l'évolution de l'écoulement d'un fluide au cours du temps et par la même occasion de mieux comprendre certains phénomènes jusqu'alors inconnus.

Ces équations peuvent se décomposer de la manière suivante :

- l'équation de conservation de la masse,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \ , \tag{1.1}$$

- l'équation de conservation des moments, où $i = 1, 2, 3$,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} \ , \tag{1.2}$$

- l'équation de conservation de l'énergie,

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho E u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}[u_j p] \ , \tag{1.3}$$

où ρ est la masse volumique du fluide considéré, t est le temps, x_i les composantes de la position dans le repère considéré, u_i les composantes de la vitesse, p la pression et E l'énergie totale par unité de masse. La convention de sommation d'Einstein est utilisée pour l'indice j dans les Eqs. (1.1), (1.2) & (1.3).

En fonction du fluide considéré et des vitesses en présence, l'hypothèse d'incompressibilité peut être faite, simplifiant d'autant plus les équations, avec notamment l'équation de conservation de la masse qui se réduit à la simple divergence nulle du vecteur vitesse en tout point du problème. Cette simplification est par exemple utilisée dans le Chapitre 2.

Le système d'équations (Eqs. (1.1), (1.2) & (1.3)) se compose de 5 équations pour 6 inconnues (ρ, u_1, u_2, u_3, p, E). Il est donc nécessaire de trouver une dernière équation permettant la fermeture le système.

Fermeture des équations d'Euler

Le fluide considéré étant supposé parfait, l'équation d'état de la thermodynamique peut être appliquée,

$$p = \rho \mathscr{R} \mathbb{T} \ , \tag{1.4}$$

où $\mathscr{R} = 287.1 \ J.kg^{-1}.K^{-1}$ est la constance spécifique des gaz parfaits pour l'air, et $\mathbb{T}$ la température.

Une nouvelle inconnue apparait avec la température $\mathbb{T}$, mais pour trouver un lien avec les inconnues déjà présentes, il suffit de décomposer l'énergie E sous la forme,

$$E = c_v \mathbb{T} + \frac{1}{2}\left(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2\right) \ , \tag{1.5}$$

où $c_v = \frac{\mathscr{R}}{\gamma - 1}$ est la chaleur spécifique à volume constant, et $\gamma = 1.4$ est le ratio des chaleurs spécifiques de l'air à température ambiante, considéré ici constant. Ce n'est pas le cas dans AVBP, mais son influence dans les cas d'études de ce manuscrit est négligeable. Ainsi,

$$p = \rho(\gamma - 1)\left(E - \frac{1}{2}\left(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2\right)\right) \ . \tag{1.6}$$

Cette dernière équation permet de fermer le système.

Équations de Navier-Stokes

La notion de viscosité du fluide n'a été introduite qu'en 1823 par Henri Navier [12], et ce n'est qu'en 1843 que les équations telles que connues aujourd'hui sont formalisées par George Gabriel Stokes [13]. Ces équations ont été décrites à l'époque pour un fluide incompressible. Les équations de Navier-Stokes compressibles, non réactives, et dont l'effet de la gravité est négligée s'écrivent sous la forme [14, 15],

- l'équation de conservation de la masse,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \ , \tag{1.7}$$

- l'équation de conservation des moments, où $i = 1, 2, 3$,

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}(p\delta_{ij} - \tau_{ij}) \ , \tag{1.8}$$

- l'équation de conservation de l'énergie,

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho E u_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j}[u_i(p\delta_{ij} - \tau_{ij}) + q_j] \ , \tag{1.9}$$

où q_j est le flux de chaleur, δ_{ij} est le symbole de Kronecker qui vaut soit 0, soit 1, comme spécifié par,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{1.10}$$

La convention de sommation d'Einstein est utilisée pour l'indice i dans l'Eq. (1.7) l'indice j dans l'Eq. (1.8) et les indices i et j dans l'Eq. (1.9). Enfin τ_{ij} est le tenseur de contraintes visqueuses qui dans le cas de fluides newtoniens vérifie [16],

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \right) \ , \tag{1.11}$$

où μ est la viscosité cinématique.

Fermeture des équations de Navier-Stokes

Tout comme pour les équations de Euler, le système obtenu possède plus d'inconnues que d'équations, ce système est donc ouvert. Il y a en effet 4 inconnues supplémentaires, la viscosité cinématique μ et les trois composantes du flux de chaleur q_i, donc un total de 10 inconnues pour seulement 5 équations. Il manque donc 5 équations pour pouvoir fermer le système.

L'équation d'état de la thermodynamique (Eq. (1.4)) reste valide et permet d'augmenter ce nombre d'équations à 6. De plus, la viscosité cinématique est supposée comme suivant la loi de Sutherland [17],

$$\mu(\mathbb{T}) = \mu_0 \frac{\mathbb{T}_0 + 110.4}{\mathbb{T} + 110.4} \left(\frac{\mathbb{T}}{\mathbb{T}_0} \right)^{\frac{3}{2}} \ , \tag{1.12}$$

où $\mu_0 = 1.71510^{-5}\ Pa.s$ est la viscosité de l'air à la température $\mathbb{T}_0 = 273.15\ K$.

Enfin, une dernière équation permet de lier les trois composantes de la conduction thermique aux autres grandeurs, c'est la loi de Fourier [18],

$$q_i = -\lambda_{therm} \frac{\partial \mathbb{T}}{\partial x_i} \ , \tag{1.13}$$

où λ_{therm} est la conductivité thermique de l'air. Cette dernière est calculée à partir du nombre de Prandtl P_r,

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_{therm}} \ , \tag{1.14}$$

où c_p est la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

Cet ensemble d'équations étant à présent fermé, il est possible de l'utiliser au sein de différents codes de calcul de simulation numérique afin de déterminer l'écoulement d'un fluide, en particulier de l'air pour les simulations en turbomachine. Dans la suite de ce manuscrit, les deux systèmes d'équations (d'Euler et de Navier-Stokes) sont utilisés, le type de système utilisé est précisé avant chaque étude.

Plusieurs catégories de simulations numériques sont disponibles pour la simulation d'écoulements, chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. Les grandes différences s'expliquent notamment par la modélisation de la turbulence.

1.3 Modélisation de la turbulence

Une des grandes problématiques de l'ensemble des simulations numériques fluides est la question de la discrétisation du domaine fluide. En effet, les équations de l'écoulement définies précédemment dans la Sec. 1.2 sont des équations qui s'expriment dans le domaine continu. Or, il n'est pas possible de résoudre analytiquement ces dernières, seules des simulations réalisées dans un domaine discret sont envisageables. La turbulence, compte tenu de ses structures de taille variable, est au cœur du sujet de ces approximations. La taille des plus petites structures est en effet très faible, notamment lorsqu'il est question d'écoulements internes spécifiques aux turbomachines.

Il existe 3 types de simulations différentes qui modélisent plus ou moins la turbulence. Les simulations dites RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), ou URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*) qui dérivent du premier type, modélisent toute la turbulence jusqu'aux grandes échelles. Les simulations dites LES (*Large Eddy Simulation*) modélisent uniquement les petites échelles, tout en conservant les structures les plus importantes et énergétiques de turbulence. Enfin, les simulations dites DNS (*Direct Numerical Simulation*) ne font aucune modélisation, et par conséquent toute la turbulence est résolue. Les différentes méthodes de simulation sont représentées sur la Fig. 1.1.

Simulations RANS et URANS

La méthode de modélisation RANS est la plus répandue car moins couteuse, et a donc été rapidement disponible notamment dans le domaine industriel. L'approche RANS suppose une fermeture des équations de Navier-Stokes à partir des équations moyennées. La turbulence est traitée de manière statistique, et est intégralement modélisée (Pope [14], Wilcox [20]). Ce traitement statistique part du principe que chaque grandeur F peut s'écrire sous la forme d'une grandeur moyenne $\widetilde{F}$ de Favre [21] ou moyenne d'ensemble qui est calculée par les équations qui sont décrites par la suite et d'une grandeur fluctuante F'' à moyenne nulle qui est modélisée. La moyenne de Favre est utilisée plutôt que la moyenne temporelle puisqu'elle simplifie grandement les équations. Cette moyenne vérifie,

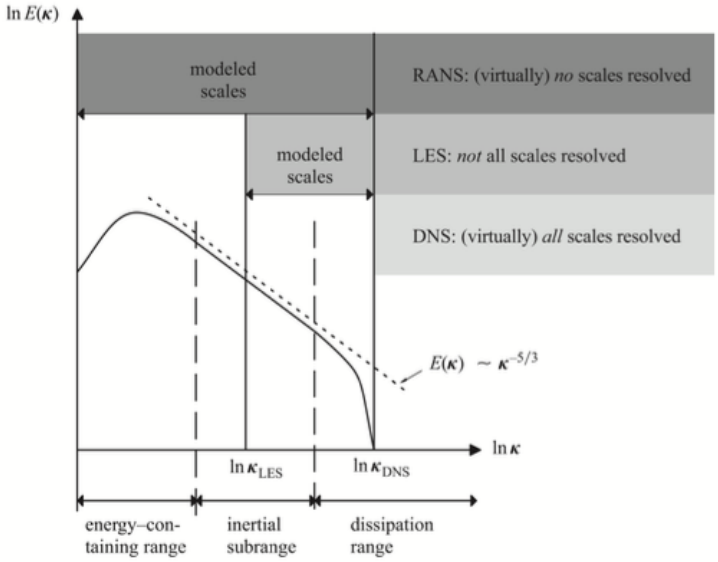


FIGURE 1.1 – Représentation des différentes méthodes sur le spectre de Kolmogorov [19].

$$F = \widetilde{F} + F'' \quad \text{avec} \quad \widetilde{F} = \frac{\overline{\rho F}}{\overline{\rho}} \quad , \quad \overline{F''} = \overline{F} - \widetilde{F} \neq 0 \quad \text{et} \quad \widetilde{F''} = 0 \ , \tag{1.15}$$

où $\overline{F}$ décrit la valeur moyenne d'un point de vue temporel. Il est à noter que la fluctuation F'' de la moyenne de Favre n'est pas à moyenne temporelle nulle, contrairement à F',

$$\overline{F'} = \overline{\left(F - \overline{F}\right)} = 0 \ . \tag{1.16}$$

Sans rentrer dans les détails, les équations de Navier-Stokes peuvent se réécrire en remplaçant pour chaque grandeur F l'équivalent $\widetilde{F} + F''$. Cette opération augmente le nombre d'inconnues par rapport au système initial. Du tenseur des contraintes visqueuses découle le tenseur de Reynolds, dont les 6 grandeurs ($\widetilde{u_1 u_2}$, $\widetilde{u_1 u_3}$, $\widetilde{u_2 u_3}$, $\widetilde{u_1^2}$, $\widetilde{u_2^2}$, $\widetilde{u_3^2}$) qui le constituent sont à priori indépendantes. À cela s'ajoute le terme relatif à la conduction thermique turbulente q_t. Les équations de fermetures utilisées dans la Section 1.2 pour le tenseur des contraintes visqueuses ainsi que celles pour les composantes du flux de chaleur ne suffisent plus pour résoudre le système.

Différents modèles de fermeture sont disponibles. Les plus simples se basent sur l'hypothèse de Boussinesq [22], qui se traduit par,

$$-\rho \widetilde{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \widetilde{u_k}}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \ , \tag{1.17}$$

où μ_t est la viscosité turbulente et k est l'énergie cinétique turbulente. À partir de là, il est possible de fermer les équations moyennées, par exemple avec le modèle de $k - \varepsilon$ [23, 24] qui décrit la turbulence au moyen de deux équations de transport pour l'énergie

cinétique turbulente et la dissipation ε ; le modèle $k-\omega$ [20], ou d'autres modèles plus coûteux car plus complexes, mais plus précis, comme certains modèles de tenseur de Reynolds [25].

Les modèles de turbulence RANS ont pour gros défaut leur empirisme, *i.e.* que le modèle de turbulence est choisi et calibré pour un cas particulier, souvent académique, et si la simulation ne rentre pas dans ces critères définis, la fiabilité du résultat n'est plus garantie.

L'approche URANS est similaire, mais prend en compte les variations temporelles des grandeurs issues des équations de l'écoulement. Dans le modèle RANS, un grand nombre de réalisations est effectué, et l'hypothèse d'ergodicité, qui suppose qu'une moyenne d'un grand nombre de réalisations équivaut à la moyenne d'une seule réalisation, est vérifiée,

$$\widetilde{F}(x_i,t) = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^{n} F^j(x_i,t) \ , \tag{1.18}$$

où F^j est le résultat pour la variable F à la réalisation j. Or, une manière de voir la méthode URANS est de supposer que cette moyenne devient une moyenne de phase [26],

$$\widetilde{F}(x_i,t) = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} \sum_{j=0}^{n} F^j(x_i,t+nT) \ , \tag{1.19}$$

où T est la période temporelle du phénomène considéré. Cette réalisation est possible et vérifiée si T est très grande devant la durée des phénomènes turbulents modélisés [27, 28]. Il a par exemple été montré [29] qu'en prenant un pas de temps vingt fois inférieur aux périodes des détachements tourbillonnaires, la méthode URANS permet de capturer de manière précise les phénomènes instationnaires énergétiques de grande taille.

Simulations DNS

La méthode DNS est la modélisation la plus précise des trois car elle ne fait aucune hypothèse sur la turbulence et résout numériquement le problème discret dans son intégralité, et donc capte la totalité du spectre de la turbulence. L'inconvénient de cette méthode est son coût de calcul qui est fortement lié au nombre de Reynolds,

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} \ , \tag{1.20}$$

où L est une dimension caractéristique du problème et u est la vitesse caractéristique. En particulier, la longueur caractéristique de Kolmogorov η_K qui représente les plus petites échelles de turbulence (ligne verticale la plus à droite sur la Fig. 1.1), doit être prise en compte ; il est nécessaire d'imposer une taille de maille inférieure à cette échelle. Il est alors essentiel de pouvoir calculer cette dimension de la turbulence avant de créer le maillage et d'effectuer la simulation sous peine de filtrer une partie de la turbulence.

De même, il est nécessaire de prendre en compte la taille des plus grosses structures, les échelles macroscopiques de Taylor Λ_T. Il est nécessaire de faire en sorte que la taille du domaine soit supérieure à cette échelle macroscopique, ce qui est toujours le cas en pratique.

Ces deux dimensions définissent pour ce modèle un nombre de mailles minimum pour discrétiser le problème. Au travers de différentes hypothèses définies par Kolmogorov [30], le rapport entre les échelles macroscopiques et les plus petites structures de Kolmogorov peut être lié au nombre de Reynolds définit dans l'Eq. (1.20).

En supposant par exemple une THI (*Turbulence Homogène Isotrope*), qui représente un cas classique de l'évolution de la turbulence dans un domaine donné, le taux de dissipation turbulent ϵ et l'énergie cinétique de turbulence k peuvent être liés par une expression analytique. Par un lien de proportionnalité, il est possible d'associer ce taux de dissipation à la vitesse caractéristique u et à l'échelle de Kolmogorov η_K [31],

$$\varepsilon = -\frac{\partial k}{\partial t} \propto \frac{k}{t_T} \propto \frac{u^2 u\ t_T}{t_T\ \Lambda_T} \propto \frac{u^3}{\Lambda_T} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} u \propto \frac{\Lambda_T}{t_T} \\ k \propto u^2 \end{array} \right. . \tag{1.21}$$

où t_T est le temps des échelles macroscopiques de Taylor et $\propto$ représente une proportionnalité. Une fois ce lien établi, et en utilisant la définition de la longueur caractéristique de Kolmogorov qui dérive des deux hypothèses de similarité de Kolmogorov [32],

$$\eta_K = \frac{\varepsilon^{\frac{1}{4}}}{\nu^{\frac{3}{4}}} , \tag{1.22}$$

il est possible de montrer que le rapport entre la grandeur macroscopique de Taylor et la grandeur de Kolmogorov est directement lié au nombre de Reynolds Re_Λ,

$$\frac{\Lambda_T}{\eta_K} \propto \left(\frac{u \Lambda_T}{\nu} \right)^{\frac{3}{4}} = Re_\Lambda^{\frac{3}{4}} . \tag{1.23}$$

En trois dimensions, ce rapport est alors proportionnel à $Re_\Lambda^{\frac{9}{4}}$, les simulations sont alors abordables pour des nombres de Reynolds faibles, mais deviennent très coûteuses, voire même inabordables pour des nombres de Reynolds de 10^5, le nombre nécessaire de mailles dépassant alors les 100 milliards. Or dans une turbomachine, le nombre de Reynolds dépasse aisément ces valeurs et peut atteindre 10^7. Le nombre de simulations DNS effectuées dans un étage de turbomachine reste très faible et souvent à des nombres de Reynolds et donc à des vitesses inférieures aux vitesses caractéristiques des turbomachines. On peut toutefois citer le cas de Rai [33] qui a effectué une simulation DNS sur une tranche de cascade d'aubes dont le nombre de Reynolds a atteint 10^5.

Les approximations précédentes ne s'appliquent pas aux écoulements au cisaillement important, comme les écoulements en proche paroi. La résolution de la couche limite est ainsi un problème récurent. À bas nombre de Reynolds, le nombre de points nécessaires pour résoudre entièrement la couche limite est surtout contraint par la couche

limite externe, le nombre de points dans la couche limite interne étant limité. Par contre, quand le nombre de Reynolds augmente, le raffinement en paroi nécessaire pour résoudre la couche limite devient très important, l'échelle intégrale diminuant en proche paroi. D'après Chapman [34], le nombre de mailles nécessaires pour résoudre la couche limite interne pour une plaque plane suit une loi en $Re^{2.4}$ (Fig. 1.2).

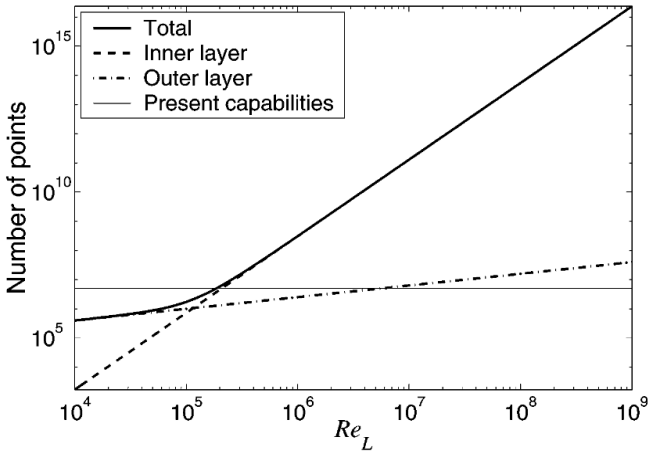


FIGURE 1.2 – Nombre de points nécessaires pour résoudre une couche limite, Piomelli *et al.* [35].

À cela s'ajoute le pas de temps très faible qu'il est nécessaire d'imposer. En effet, pour un calcul explicite, ce qui est généralement le cas pour les calculs DNS puisqu'ils cherchent à capturer toute la physique de l'écoulement, le pas de temps est directement lié à la taille de maille par le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy [36], ou nombre de cfl,

$$cfl = \frac{U\Delta t}{\Delta x} \quad \text{ou} \quad \Delta t = \frac{cfl\,\Delta x}{U} \ , \tag{1.24}$$

où U est la vitesse du système, Δt est le pas de temps et Δx est la taille de maille la plus petite. Très souvent, ce nombre de cfl ne peut dépasser 1, et peut même être très inférieur à 1 pour certains schémas pour éviter certaines instabilités numériques pour des calculs explicites. Cette limite force le pas de temps à être souvent deux ordres en dessous de la taille de maille la plus fine pour une vitesse de 100 m/s. Un pas de temps plus faible signifie un calcul d'autant plus long.

Les simulations DNS sont alors possibles uniquement pour des cas très particuliers, souvent simplifiés, académiques, et qui nécessitent des capacités de calculs très importantes. Elles ne sont jusqu'alors pas utilisées pour des simulations en turbomachine.

Simulations LES

Enfin, la dernière manière de traiter la turbulence apporte une nouvelle classe de simulations : la méthode LES (*Large Eddy Simulation* ou simulation aux grandes échelles). Bien que cette méthode soit plus coûteuse que les méthodes RANS/URANS, elle permet de résoudre les grandes échelles de turbulence, et de modéliser uniquement les plus petites échelles (Sagaut [37], Poinsot et Veynante [15]).

L'idée décrite par Sagaut [37] est de considérer que les petites structures à grand nombre d'ondes sont isotropes, Fig. 1.1, c'est à dire qu'elles ont le même comportement dans toutes les directions. Seules les structures à plus faible nombre d'ondes sont anisotropes, les grandes structures dépendent surtout de la géométrie étudiée. Il suffit alors de résoudre uniquement les plus grosses structures, les structures inertielles, et de modéliser les plus petites structures dissipatives qui sont supposées isotropes et donc facilement modélisables.

Dans le cas de la LES, le filtre de séparation d'échelles utilisé est le plus souvent un filtre spatial. Dans le code de calcul AVBP, la taille du filtre est définie explicitement par la taille de maille [15]. Ainsi, comme pour la modélisation RANS, les grandeurs F de l'écoulement décrites dans les équations de Navier-Stokes peuvent se réécrire sous la forme d'une grandeur $\overline{F}$ filtrée spatialement, et d'une grandeur F' modélisée. De la même manière, il est possible de réécrire, à l'aide d'une moyenne de Favre spatiale, Eq. (1.15), les équations de Navier-Stokes filtrées. C'est à partir de ces équations filtrées que les écoulements en LES sont simulés :

- L'équation filtrée de conservation de la masse,

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\overline{\rho}\widetilde{u_j}) = 0 \ , \tag{1.25}$$

- Les équations filtrées de conservation des moments, où $i = 1, 2, 3$,

$$\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho}\widetilde{u_i}\widetilde{u_j}) = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{p}\delta_{ij} - \overline{\tau_{ij}} - \overline{\tau_{ij}}^{sgs}\right) \ , \tag{1.26}$$

- L'équation filtrée de conservation de l'énergie,

$$\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho}\widetilde{E}\widetilde{u_j}) = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\widetilde{u_i}(\overline{p}\delta_{ij} - \overline{\tau_{ij}} - \overline{\tau_{ij}}^{sgs}) + \overline{q_j} + \overline{q_j}^{sgs}\right] \ . \tag{1.27}$$

Les grandeurs $\overline{q_j}^{sgs}$ et $\overline{\tau_{ij}}^{sgs}$ correspondent respectivement au flux de chaleur des échelles de sous maille sgs (*subgrid scale*), et aux composantes du tenseur de contraintes des échelles de sous maille. Ces deux grandeurs doivent être modélisées puisqu'il s'agit d'éléments qui sont filtrés. Pour pouvoir fermer à nouveau les équations, il faut alors trouver un moyen de réexprimer ces deux grandeurs.

En ce qui concerne le tenseur de contraintes visqueuses de sous maille, à l'image de ce qui a été proposé dans le cadre de la modélisation RANS, l'hypothèse de Boussinesq [22] est employée, ce qui se traduit par,

$$\begin{aligned} \overline{\tau_{ij}}^{sgs} &= \overline{\rho}\nu^{sgs}\left(\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\frac{\partial \widetilde{u_k}}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) \ , \\ &= 2\overline{\rho}\nu^{sgs}\left(\widetilde{S_{ij}} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\widetilde{S_{kk}}\right) \ , \end{aligned} \tag{1.28}$$

où ν^{sgs} est la viscosité de sous maille, et $\widetilde{S_{ij}}$ correspond aux composantes du tenseur du taux de cisaillement résolus, qui vérifient,

$$\widetilde{S_{ij}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_i} + \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j}\right) . \tag{1.29}$$

En ce qui concerne le flux de chaleur modélisé, ce dernier peut s'écrire,

$$\overline{q_j}^{sgs} = \lambda^{sgs}\frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_j} \quad \text{avec} \quad Pr^{sgs} = \frac{\overline{\rho}\nu^{sgs}\overline{c_p}}{\lambda^{sgs}} , \tag{1.30}$$

où $\overline{c_p}$ est la chaleur spécifique à pression constante résolue, et Pr^{sgs} est le nombre de Prandt de sous maille, fixé à 0.6 de manière générale [15].

Différents modèles de sous maille (Smagorinsky [38], WALE [39], σ [40]) permettent de modéliser les différentes structures dont la taille caractéristique est plus petite que la taille de maille Δx, en fermant les équations décrites précédemment. Ils permettent d'estimer la viscosité turbulente de sous maille ν^{sgs}.

Modèle de Smagorinsky

Le premier modèle de sous maille qui est le plus largement utilisé de par sa simplicité est le modèle proposé par Smagorinsky [38]. La viscosité de sous maille est estimée par,

$$\nu^{sgs} = (C_S\Delta)^2\sqrt{2\widetilde{S_{ij}}\widetilde{S_{ij}}} , \tag{1.31}$$

où C_S est la constante de Smagorinsky, et Δ représente la longueur caractéristique du filtre utilisé. La constante de Smagorinsky peut varier entre 0.1 et 0.18 d'un cas à l'autre mais est fixée pour une simulation donnée. Le modèle de Smagorinsky dynamique permet un ajustement en temps et en espace de cette constante.

Modèle WALE

Le modèle de sous maille WALE (*Wall Adapting Local Eddy-viscosity*) décrit par Ducros *et al.* [39], est un modèle qui cherche à corriger les erreurs du modèle de Smagorinsky à la paroi. En effet, ce dernier part du principe que la turbulence des structures de sous maille est homogène et isotrope, ce qui n'est clairement pas le cas en proche paroi. Le modèle WALE permet de retrouver une décroissance de la viscosité de sous maille en paroi. Sa description est la suivante,

$$\begin{aligned} \nu^{sgs} &= (C_\omega\Delta)^2\frac{(s_{ij}s_{ij})^{\frac{3}{2}}}{(s_{ij}s_{ij})^{\frac{5}{4}} + (S_{ij}S_{ij})^{\frac{5}{2}}} , \\ s_{ij} &= \frac{1}{2}\left(g_{ij}^2 + g_{ji}^2\right) - \frac{1}{3}\delta_{ij}g_{kk}^2 \quad \text{avec} \quad g_{ij}^2 = \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_k}\frac{\partial \widetilde{u_k}}{\partial x_j} , \end{aligned} \tag{1.32}$$

où C_ω est une constante fixée à 0.5 et Δ est la longueur caractéristique du filtre utilisé.

Modèle σ

Le modèle σ est défini par Nicoud *et al.* [40]. L'intérêt de cette méthode est de désactiver le modèle lorsqu'il n'a pas lieu d'être, c'est à dire lorsque l'écoulement est localement laminaire, en rotation, etc,

$$\nu^{sgs} = (C_\sigma \Delta)^2 \frac{\sigma_3(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_2 - \sigma_3)}{\sigma_1^2} \ . \tag{1.33}$$

Dans l'équation Eq. (1.33), la constante C_σ est fixée à 1.5, et σ_i sont les valeurs singulières du tenseur du taux de cisaillement résolu.

Il est à noter que quel que soit le modèle utilisé, Δ dépend des caractéristiques du maillage. Dans le cas de simulations en trois dimensions, il est égal à la racine cubique du volume de contrôle lié à un nœud de maillage.

1.4 Couplage entre les domaines statiques et mobiles

Les compresseurs et les turbines qui constituent des éléments essentiels aux turbomachines fonctionnent sur la base d'une succession de rangées d'aubes statiques, appelées stators, et de rangées d'aubes mobiles, appelées rotors. Un étage d'un compresseur ou d'une turbine est ainsi constitué d'un stator et d'un rotor. De manière générale, le rotor transforme le travail mécanique en pression statique dans le cas du compresseur et inversement dans le cas d'une turbine. Le stator permet de redresser l'écoulement et de transformer la pression statique en énergie cinétique.

Cette alternance entre les rouets statiques et mobiles pose un problème lorsqu'il s'agit d'effectuer des simulations numériques. En effet, il n'est pas possible dans ces conditions de considérer un unique domaine. Il faut alors séparer la simulation d'un étage de turbomachine en deux domaines distincts, le domaine relatif au stator et le domaine relatif au rotor. Le domaine du rotor se déplace alors à une certaine vitesse, et dans le cas du code de calcul AVBP, ce déplacement est traité par ce qui s'appelle la méthode ALE (*Arbitrary Lagrangian and Eulerian*) [41, 42]. Différents traitements relatifs à l'interface rotor-stator et à la simulation d'un étage de turbomachine en général existent, et sont détaillés par la suite.

L'une des grandes problématiques des simulations d'étage de turbomachine est la réduction de la taille des domaines. En effet, il est souvent beaucoup trop couteux d'effectuer une simulation de l'ensemble des aubes du rotor et du stator, *i.e.* une simulation 360°. Un exemple schématique d'un étage de turbine est présenté sur la Fig. 1.3. Plutôt que d'effectuer ce genre de simulations, l'idée est de réduire le nombre d'aubes de rotor et de stator, en prenant par exemple une aube pour le domaine statique et une aube pour le domaine mobile ce qui constitue un mono canal, et de considérer que l'écoulement se

comporte de manière similaire sur l'ensemble des autres aubes. Cette réduction permet d'économiser en théorie entre 90% du coût de calcul dans le cas de rouets comportant une dizaine d'aubes, jusqu'à plus de 99% du coût de calcul dans le cas de rouets dépassant la centaine d'aubes. C'est la raison principale pour laquelle la majorité des simulations sont effectuées à l'aide de domaines réduits.

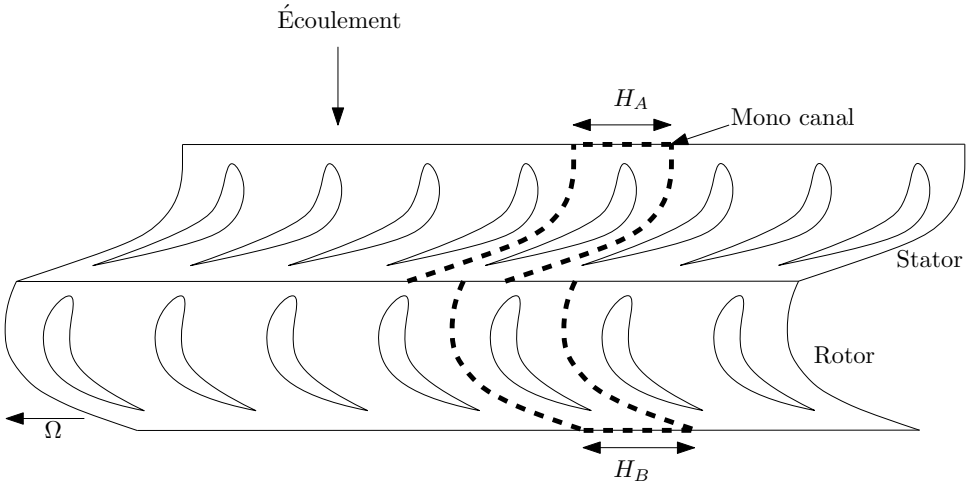


FIGURE 1.3 – Schéma représentatif d'un étage de turbomachine divisé en deux domaines distincts, le domaine du rotor mobile qui se déplace avec une certaine vitesse de rotation et le domaine du stator.

Par ailleurs, le nombre d'aubes du stator et le nombre d'aubes du rotor sont dans la très grande majorité des cas différents, avec un PGCD (*Plus Grand Commun Diviseur*) de ces deux nombres souvent égal à 1, *i.e.* qu'il n'existe pas de facteur commun. Or, en considérant un domaine réduit, à savoir un seul passage par exemple, il est tout simplement impossible d'effectuer une telle simulation si les domaines du stator et du rotor ont leur étendue azimutale différente sans effectuer des hypothèses. Ces hypothèses plus ou moins fortes sont présentées par la suite.

1.4.1 Méthodes stationnaires

Deux grandes méthodes existent pour traiter l'interface rotor-stator qui utilisent l'hypothèse que l'écoulement est stationnaire au voisinage de l'interface.

La première est appelée plan de mélange [43, 44]. Cette approche se base sur l'hypothèse que l'écoulement est suffisamment mélangé au niveau de l'interface, et donc qu'il est possible de réaliser une moyenne azimutale des grandeurs à l'interface, sans perte excessive d'information. Ce sont ces grandeurs moyennes qui sont ensuite échangées de part et d'autre de l'interface. Une interpolation est nécessaire pour imposer le profil radial ainsi obtenu au niveau de du bord du domaine opposé. Cette méthode est sans doute celle qui est la plus utilisée pour les simulations utilisant la modélisation RANS qui n'ont pas besoin de conserver l'information instationnaire de l'écoulement.

La seconde est appelée *frozen rotor* [45]. Elle consiste à supposer que le domaine du rotor est fixe, ce dernier reste alors immobile toute la durée de la simulation. Une correction en vitesse est réalisée au passage de l'écoulement à l'interface rotor-stator pour corriger l'effet du domaine fixe. Cette approche a pour intérêt de conserver les variations dans la direction azimutale, notamment celles liées au sillage des aubes. Cependant, elle suppose que les aubes du stator et du rotor gardent toujours la même position relative azimutale, ce qui en pratique n'est pas vrai. De plus, cette approche permet uniquement la simulation de configurations ayant des domaines rotor-stator de même taille azimutale. Enfin, des ondes numériques sont produites, causées par l'absence des forces inertielles, puisque le domaine du rotor est immobilisé. Pour ces raisons, cette méthode est assez peu utilisée.

1.4.2 Méthodes de couplage de l'information : *Sliding Mesh* et MISCOG

Lorsqu'il s'agit de réaliser des simulations instationnaires, il est nécessaire de trouver le moyen d'échanger l'information de manière fidèle au niveau de l'interface, sans modification des grandeurs. Une telle approche nécessite alors d'avoir des tailles azimutales des domaines du stator et du rotor qui sont identiques. C'est le cas pour les simulations 360°. Dans certains cas, le PGCD entre le nombre d'aubes du stator et du rotor est plus grand que 1. Dans ces conditions, il est possible de trouver un secteur réduit pour le stator et le rotor ce qui permet d'avoir des domaines coïncidents. Les bords azimutaux des domaines, dans le cas de secteurs réduits, sont traités par des périodicités.

La méthode dite de *sliding mesh* regroupe différentes méthodes similaires qui ont toutes pour principe d'échanger l'information entre le domaine mobile et le domaine fixe. Historiquement, les maillages étaient structurés, c'est donc dans cette direction que les avancées ont été réalisées, notamment par patch [46]. La méthode de *sliding mesh* consiste à transférer l'information en utilisant les flux de part et d'autre de l'interface (Fig. 1.4). Généralisée aux maillages non structurés [47], c'est la méthode qui est aujourd'hui la plus utilisée pour des calculs instationnaires utilisant des maillages structurés et non structurés. Une interpolation est nécessaire, ce qui demande un traitement particulier pour vérifier la conservation des quantités de l'écoulement.

L'information échangée est dans la plupart du temps liée aux flux, mais il est aussi possible de considérer les résidus ou bien les ondes caractéristiques [48–50]. Le principe reste sensiblement le même, la différence notable résidant dans les grandeurs échangées. Le traitement est alors plus ou moins adapté au type de simulation effectué, à la précision du calcul requise, à l'ordre des schémas choisi, et au code de simulation employé.

Une autre manière d'aborder le problème est de faire en sorte que sur une zone bien déterminée, les deux domaines soient superposés. Le principe est semblable aux méthodes Chimères [51], utilisées à l'origine pour pouvoir traiter certaines instabilités numériques présentes en cas de variation importante des tailles de mailles locales. Deux maillages

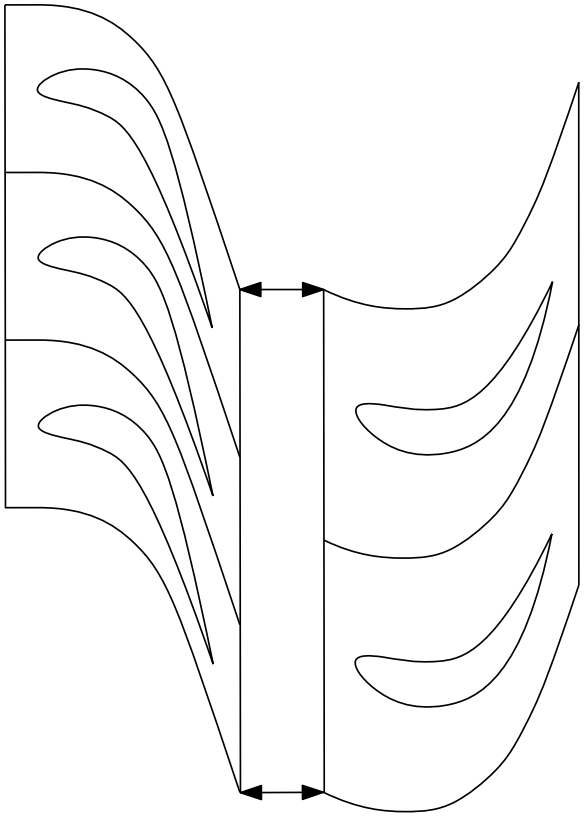


FIGURE 1.4 – Principe d'échange de l'information entre les domaines du rotor et du stator.

distincts se superposent et une interpolation intervient afin d'échanger l'information nécessaire. Cette technique est alors appliquée de la même manière pour l'échange de l'information à l'interface du rotor et du stator. La méthode MISCOG (*Multi Instance Solver Coupled through Overlapping Grids*) [52] est spécifiquement appliquée dans le code de calcul AVBP pour le traitement de l'interface rotor-stator avec superposition des domaines. Cette méthode s'est inspirée de la DDM (*Domain Decomposition Methods*) [53] qui est utilisée pour l'échange d'information entre partitions pour les calculs parallèles.

La Figure 1.5 représente de manière schématique des cellules qui seraient au niveau du bord des deux domaines, le rotor d'un côté et le stator de l'autre. Les nœuds b_1, b_3 et b_5 sont sur le bord du domaine bleu tandis que les nœuds a_2 et a_4 sont sur le bord du domaine rouge.

La méthode se décompose alors en différentes étapes qui sont identiques pour chacun des deux domaines. Les étapes décrites ici concernent l'information fournie par le domaine rouge au domaine bleu :

- Détection du ou des nœuds qui sont contenus dans la cellule rouge, en l'occurrence le nœud b_3.

- Calcul des coefficients de pondération pour l'interpolation. L'interpolation peut être d'ordre 2 et calculée à partir des nœuds a_1, a_2, a_3 et a_4 à l'aide des coefficients des polynômes de Lagrange. Elle peut être d'ordre 3 en utilisant en plus des coins

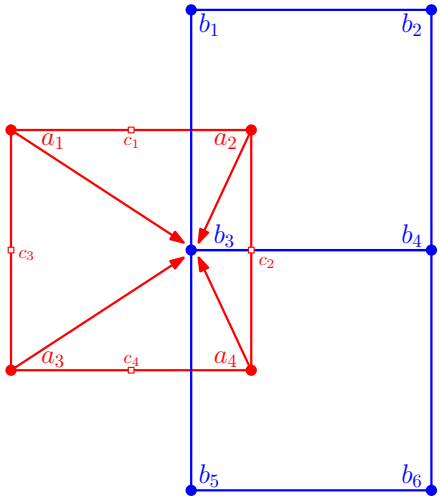


FIGURE 1.5 – Principe de fonctionnement de la méthode MISCOG [52]

de la cellule, les points c_1, c_2, c_3 et c_4, à l'aide des coefficients des polynômes d'Hermite [54]. L'ensemble des simulations présentées dans ce manuscrit utilisent l'interpolation d'ordre 2.

- Calcul des variables conservatives pondérées à partir des coefficients déterminés à l'étape précédente.

- Application de ces variables sur le nœud b_3.

Ce principe se généralise ensuite pour l'ensemble des nœuds du bord des deux domaines.

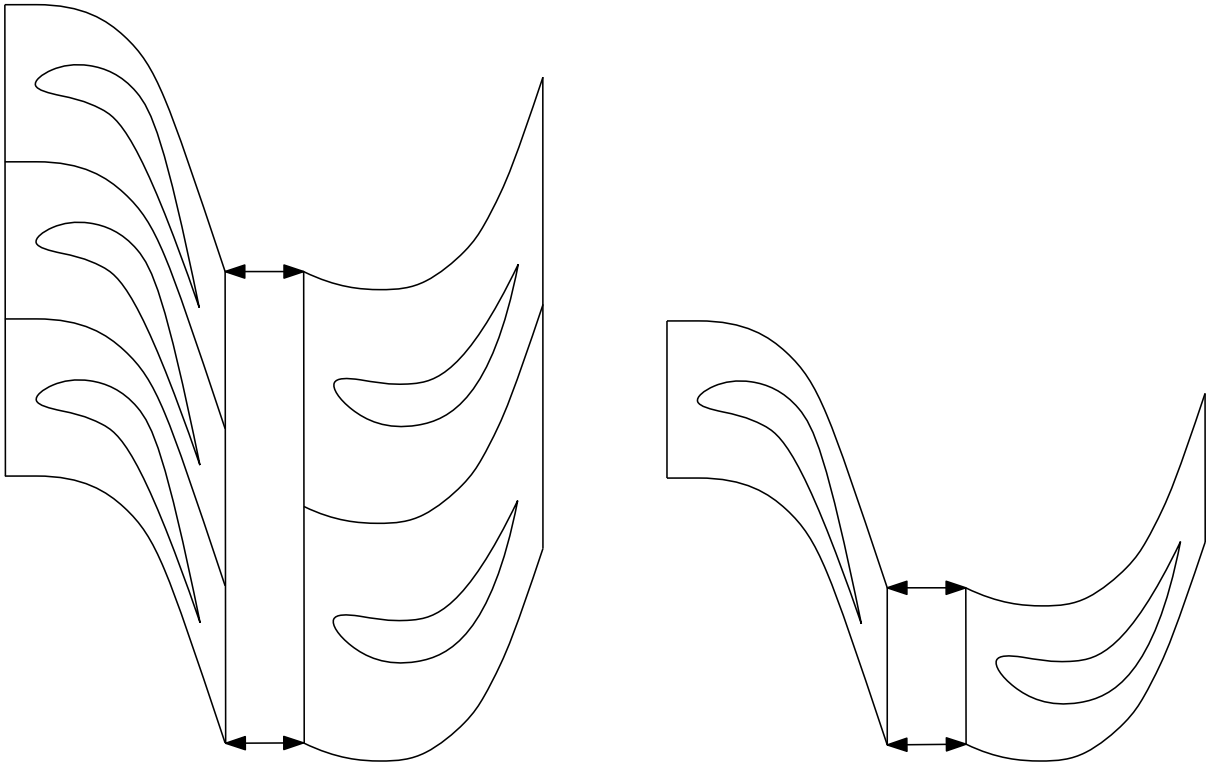
C'est cette méthode qui est choisie dans le cas du code de calcul AVBP et qui est donc naturellement utilisée pour les simulations de ce manuscrit.

Que ce soit la méthode dite de *sliding mesh*, ou la méthode MISCOG, les domaines doivent à priori avoir une étendue azimutale identique, sans quoi il n'est pas possible de fournir une information à l'ensemble des nœuds du bord des domaines à l'interface. Ce faisant, à moins d'avoir une périodicité naturelle, comme c'est le cas par exemple sur la Figure 1.6 (a), il est nécessaire d'utiliser l'ensemble des aubes de l'étage pour effectuer la simulation.

Différentes méthodes pour pouvoir pallier cette limitation sont présentées dans les sections suivantes.

1.4.3 Réduction du nombre d'aubes

Afin de s'affranchir de ce problème, une manière de faire est de modifier le nombre d'aubes du stator, du rotor, ou des deux domaines, afin de trouver une périodicité artificielle qui permet de considérer un secteur réduit. Cette transformation se traduit par une modification de la géométrie des aubages et de la taille du domaine fluide.



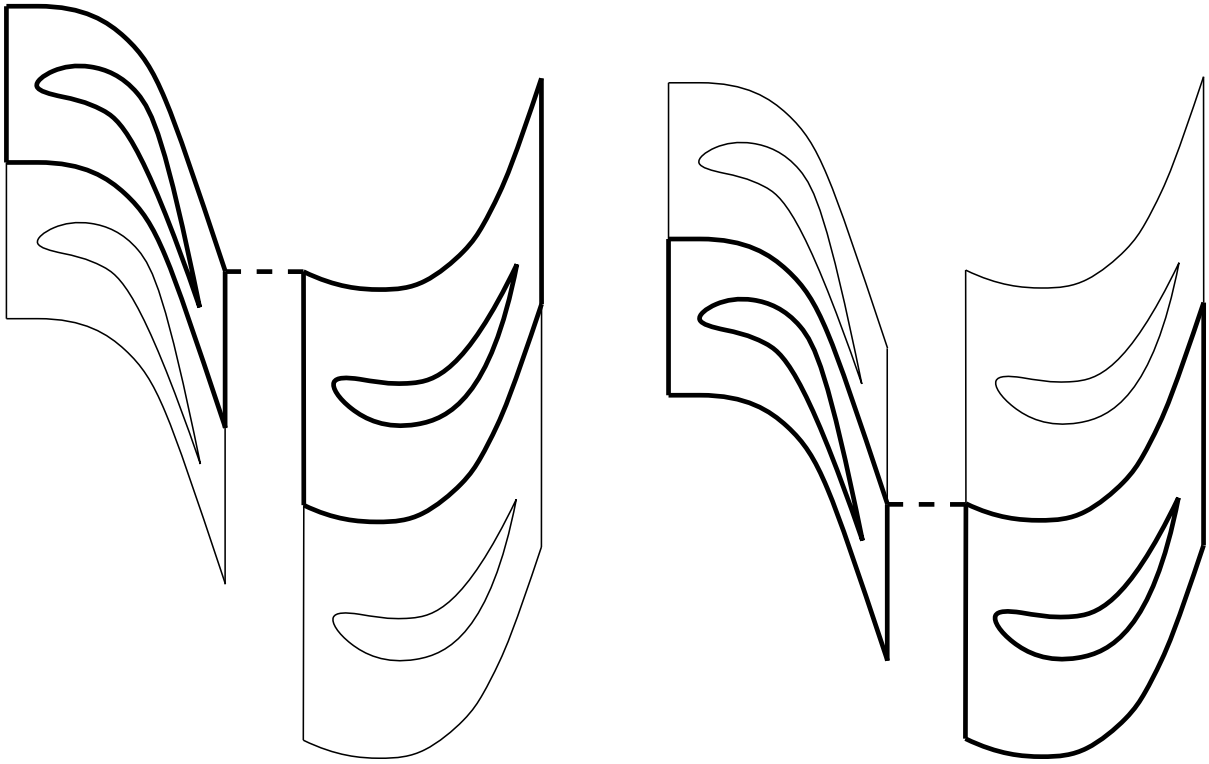
(a) Configuration non altérée (b) Configuration altérée

FIGURE 1.6 – Principe de la méthode de réduction du nombre d'aubes [55].

C'est ce que propose Mayorca *et al.* [55] en appliquant en supplément une correction du profil de l'aube pour pouvoir prendre en compte l'influence de cette modification sur l'écoulement. Dans le cas d'une légère modification du nombre d'aubes, la méthode ne modifie pas significativement l'écoulement ou le point de fonctionnement [55]. Cependant, une telle méthode demande généralement la simulation d'un nombre d'aubes supérieur à 1 pour éviter d'effectuer des modifications trop importantes et surtout demande une action supplémentaire de la part de l'utilisateur pour altérer la configuration.

1.4.4 Méthode chorochronique

Une autre manière de réduire la taille du domaine à un seul canal est la méthode chorochronique qui se base sur le fait que l'écoulement reproduit de manière cyclique des phénomènes similaires. La Figure 1.7 représente une partie d'un étage de turbomachine, deux instants distincts sont présentés, en sachant que les domaines se déplacent l'un par rapport à l'autre, l'un d'eux étant un stator, l'autre un rotor. À l'instant 1 pour le couple des deux aubes en gras, le coin supérieur de l'interface du domaine de gauche est au même niveau que le coin supérieur de l'interface du domaine de droite, comme le montre la ligne en pointillés. Sur la représentation de droite, cet alignement est identique, mais pour un autre couple d'aubes en gras. L'hypothèse chorochronique suppose alors que l'écoulement pour le couple d'aubes en gras à l'instant 1 est identique à l'écoulement pour le couple d'aubes en gras à l'instant 2. Le raisonnement peut être généralisé à la machine toute entière.



(a) Instant 1 (b) Instant 2

FIGURE 1.7 – Principe de la méthode chorochronique [56].

Cette hypothèse permet alors de lier les deux instants à l'aide des caractéristiques de l'étage, à savoir le nombre d'aubes de chacune des deux rangées, et la vitesse de rotation d'une des rangées relativement à l'autre. Il est alors possible d'effectuer des simulations mono canal en considérant uniquement une aube pour le rotor et une aube pour le stator. En stockant l'information avant de la réimposer à un instant différent, il est possible de renseigner une information cohérente au niveau des bords azimutaux, qui ne peuvent plus être considérés comme des conditions limites périodiques, ainsi qu'au niveau de l'interface rotor-stator.

La méthode se divise en 3 étapes distinctes, et est réalisée à chaque itération :

- Récupération de l'information sur un bord azimutal ou sur un bord à l'interface rotor-stator.

- Stockage de cette information pendant un certain temps, avec ou sans compression pour limiter la taille mémoire.

- Imposition de l'information stockée sur le bord azimutal opposé ou sur le bord du domaine opposé dans le cas de l'interface rotor-stator.

Plus de détails de la méthode et de son impact sur l'écoulement peuvent être retrouvés dans le Chapitre 3.

La méthode chorochronique peut utiliser un stockage direct, ou bien une compression par décomposition en séries de Fourier ou à l'aide de la POD. Elle peut être construite sur

la base d'un mono canal ou d'un double canal. Elle est aussi applicable aux calculs multi-étages. Ces différences de traitement sont détaillées dans les paragraphes qui suivent.

Stockage direct

Il existe différentes manières de traiter l'information chorochronique. À l'origine, par simplicité de mise en place, la méthode proposée par Erdos et Alzner [56] utilise un stockage direct, c'est à dire qu'elle ne nécessite aucune compression de l'information chorochronique. Bien que plus simple, cette manière de faire est toutefois plus couteuse en mémoire que les suivantes.

Décomposition en séries de Fourier

Rapidement, la question du coût de stockage s'est posée. En effet, l'action de prélever une information et de la stocker pendant un certain temps pour la totalité des nœuds des bords azimutaux et de l'interface rotor-stator a un coût en mémoire qui n'est pas négligeable. Les premières études étant effectuées en deux dimensions, avec d'éventuels modèles pour représenter les effets 3D, le coût ne semblait pas être un facteur limitant. Mais pour des études plus poussées et en trois dimensions, la compression de l'information est devenue une question importante.

He [57] propose alors un moyen de compresser l'information de la manière suivante,

$$F_f(t + t_{A,B}) = F_f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{N_h} \left[a_n cos\left(\frac{2\pi\, n\, t}{t_{A,B}}\right) + b_n sin\left(\frac{2\pi\, n\, t}{t_{A,B}}\right)\right] \ , \tag{1.34}$$

où F_f représente une grandeur du problème issue d'une décomposition en séries de Fourier, a_n et b_n sont les coefficients de la série de Fourier, et $t_{A,B}$ correspond au temps de passage des aubes du domaine opposé, donc soit à t_A dans le cas où le domaine considéré est le domaine A, soit à t_B si c'est le domaine B, et N_h est le nombre d'harmoniques considéré.

Les coefficients sont calculés et mis à jour de manière itérative à chaque pas de temps Δt de la manière suivante,

$$\begin{aligned} a_n(t) &= a_n(t - \Delta t) + \frac{t_{A,B}}{\Delta t}\, cos\left(\frac{2\pi\, n\, t}{t_{A,B}}\right)\, \Delta F \quad n \geq 0 \ , \\ b_n(t) &= b_n(t - \Delta t) + \frac{t_{A,B}}{\Delta t}\, sin\left(\frac{2\pi\, n\, t}{t_{A,B}}\right)\, \Delta F \quad n \geq 1 \ , \end{aligned} \tag{1.35}$$

où ΔF est la différence entre la grandeur F provenant du calcul du schéma numérique et la grandeur F_f provenant de la décomposition en séries de Fourier.

Le taux de compression τ_F de cette opération peut s'exprimer de la manière suivante [58],

$$\tau_F = 1 - \frac{(2N_h + 1)\,\Delta t}{t_{A,B}} \ . \tag{1.36}$$

Ce taux de compression permet simplement d'estimer le rapport entre une méthode avec stockage direct et une méthode avec compression de données. Plus ce taux est élevé, moins le coût de stockage est important, mais plus la méthode compresse l'information et donc la détériore. He [57] décrit la méthode comme ayant un coût de stockage nul, le taux étant très proche de 1. Dans l'étude de Mouret [59], le taux de compression reste relativement proche de 1 quelle que soit la configuration, toujours au dessus de 70%.

Par contre, l'opération de la méthode a un coût de calcul qui a été estimé à 15% du coût total de la simulation par He [57]. Ce coût ne semble pas avoir été mentionné dans les publications récentes.

Application à la simulation LES

Les conditions chorochroniques semblent être de bonnes candidates pour effectuer des calculs instationnaires LES, puisqu'elles permettraient une diminution considérable du coût de calcul et du temps de retour. Un très faible nombre d'études chorochroniques utilisant la modélisation LES ont été effectuées jusqu'à présent, étant donné que l'hypothèse chorochronique est une hypothèse relativement forte alors que les simulations LES en turbomachine ont aujourd'hui une vocation à être utilisées dans le secteur académique et à rester le plus fidèle possible. Les simulations chorochroniques sont aussi moins robustes que des simulations périodiques [60, 61], et ce dans des configurations URANS, qui ont tendance à être plus stables que leurs homologues LES.

Une étude LES a été effectuée sur le compresseur CME2 (Compresseur Mono-Etage 2) par Mouret *et al.* [58]. En URANS, les méthodes de compression par séries de Fourier qui permettait de réduire le coût en mémoire du stockage ne prennent en compte que les fréquences de passage de pales et leurs harmoniques. Cette méthode de compression n'est plus adaptée au spectre large bande présent en LES, ou tout du moins difficilement justifiable étant donné l'importance de la résolution de la turbulence pour ce genre de modélisation. Plutôt que d'utiliser une compression par séries de Fourier, la POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) est utilisée dans l'optique de ne filtrer que les fréquences les moins énergétiques. Cette méthode a montré des résultats encourageants en comparaison des séries de Fourier sur des simulations LES.

Méthode double canal

L'approche de la méthode chorochronique appliquée à deux canaux plutôt qu'un seul, comme c'est la norme pour ce genre d'approche, est motivée par la relative faible robustesse des simulations mono canal [60, 61].

En effet, la méthode mono canal n'est pas facile à mettre en place, et ce pour plusieurs raisons :

- L'information chorochronique est entièrement dépendante au début du calcul de la solution initiale, et une solution *ad oc* n'est jamais une bonne solution pour espérer avoir une convergence rapide [62]. Des solutions RANS sont souvent considérées pour pallier ce problème pour l'initialisation.

- Le temps de convergence est important relativement au temps de convergence d'un calcul 360°, parfois 10 fois plus important, ce qui diminue l'intérêt de la méthode chorochronique [63, 64].

- La convergence n'est pas assurée puisqu'il existe un effet rétroactif d'un bord périodique sur l'autre, et une application pondérée de l'information est proposée pour obtenir des simulations plus robustes [65, 66]. Cette pondération est arbitraire et retarde l'éventuelle convergence sans pour autant l'assurer. Il a été montré [67] que pour certains coefficients de pondérations trop faibles, la simulation ne convergeait tout simplement pas.

Différentes études proposent alors l'utilisation de deux passages plutôt qu'un seul. Le coût en mémoire et le coût de calcul d'une itération sont alors doublés, mais le gain en terme de convergence est très intéressant. En effet, la zone de prélèvement de l'information est maintenant située au milieu du domaine de calcul, ce qui réduit considérablement l'effet rétroactif et la dépendance à la solution initiale [61, 68].

Simulation chorochronique multi étages

Le grand défi de la méthode est de trouver un moyen robuste d'effectuer des simulations sur plus d'un étage. Cet élargissement de la méthode est important dans la mesure où les interactions peuvent se propager au delà du simple étage et où les simulations multi étages, voir multi composants, semblent constituer l'avenir de la discipline [69–71].

La méthode chorochronique décrite se base sur l'étude de deux rangées n'ayant pas la même vitesse de rotation, de nombre d'aubes N_A et N_B. Plusieurs limites à la prolongation de cette approche sont alors attendues [72–74],

- L'hypothèse forte chorochronique reste valable, elle spécifie que seuls les phénomènes relatifs aux fréquences de passage des pales sont stockés, ce qui est d'autant plus pénalisant pour des simulations multi étages puisque l'interaction entre les rangées induit nécessairement plus des phénomènes non liés à ces fréquences.

- Au sein d'un même bord azimutal il est difficile de reconstruire l'information chorochronique, puisque deux temps chorochroniques différents sont alors de mise. Pour l'étage numéro N, le premier temps t_{N-1} chorochronique est lié à la différence entre le nombre d'aubes de l'étage $N-1$ et de l'étage N tandis que le deuxième temps t_{N+1} est lié à cette même différence entre l'étage $N+1$ et l'étage N, et il sont à priori différent sauf si le nombre d'aubes des étages $N-1$ et $N+1$ sont identiques. Il est alors nécessaire de mettre en place une correction au sein du même bord azimutal pour prendre en compte cette différence. Cela implique aussi qu'une partie de l'information sur une même condition limite est traitée avec

un temps chorochronique donné tandis que l'autre partie est traitée avec un autre temps chorochronique.

- Certains modes de rotation sont présents, et ils ne sont pas liés à une fréquence de passage des aubes, mais plutôt à une combinaison de ces fréquences. Ils ont été décrits par Tyler et Sofrin [75]. Ces combinaisons linéaires sont difficiles à prendre en compte avec la méthode chorochronique, d'autant qu'il est parfois compliqué de connaitre quelles combinaisons sont privilégiées par l'écoulement.

- Enfin, les modes non tournant ne peuvent pas être capturés par la méthode. C'est très problématique pour tous les effets de dissimulation (ou de *cloacking*) qui sont essentiels pour les interactions rotor rotor ou stator stator entre les étages $N-1$ et $N+1$. L'effet de l'un sur l'autre est tributaire de leur position relative à l'instant initial qui reste la même pendant toute la durée de la simulation.

La Table 1.1 regroupe l'ensemble des simulations qui utilisent la méthode chorochronique, que ce soit avec l'utilisation du stockage direct (SD dans le tableau), l'utilisation d'une compression par décomposition en séries de Fourier (Fourier dans le tableau) ou d'une compression POD (POD dans le tableau). Sont aussi listées les simulations LES, les simulations double canal, et les simulations multi-étages. Le type d'équations utilisées pour la résolution et la dimension sont aussi données, tout comme le type de configuration (comp pour compresseur, turb pour turbine, aéroélast pour étude aéroélastique, aéroac pour étude aéroacoustique).

Auteur	Date	Équations	Stockage	Type de configuration
Stockage direct				
Erdos [56, 76]	1977	Euler 2D	SD	Comp
Hodson [77]	1985	Euler 2D	SD	Turb
Koya [62]	1985	Euler 3D	SD	Turb
Lewis [78]	1989	Euler 2D	SD	Turb
Gerolymos [79]	1991		SD	Formulation méthode
Gerolymos [80]	1993	Euler 3D	SD	Aéroélast Rotor
Chen [65, 81–83]	1994	NS 2D & 3D	SD	Comp
Rao [84]	1994	NS 2D	SD	Turb
Issa [85]	1998	NS 2D	SD	Comp
Shanhong [86, 87]	1998	NS 2D	SD	Aéroélast Cascade
Srivastava [88, 89]	1998	NS 3D	SD	Aéroélast Rotor
Tuncer [90, 91]	1998	NS 2D	SD	Turb
Volmar [92]	1998	NS 3D	SD	Turb
Weber [93]	2000	NS 2D	SD	Cascade
Reinmöller [94, 95]	2001	NS 3D	SD	Turb
Burgos [66, 96, 97]	2001	NS 3D	SD	Cascade & Comp
Sadeghi [98]	2001	NS 2D	SD	Aéroélast Cascade
Sbardella [99]	2001	NS 3D	SD	Turb
Thermann [100]	2001	NS 3D	SD	Turb
Bakhle [101]	2002	NS 3D	SD	Turb
Doi [102]	2002	NS 3D	SD	Aéroélast Comp
Plot [103]	2002	NS 3D	SD	Turb
Wang [104]	2004	NS 3D	SD	Comp - Post traitement
Pieringer [105]	2005	NS 3D	SD	Turb
Aleksandrov [106]	2006	NS 2D	SD	Aéroac Cascade
Nyukhtikov [107]	2008	NS 3D	SD	Aéroac CROR
di Mare [108]	2009	NS 3D	SD	Comp
Mata [109]	2009	NS 3D	SD	Turb
Phibel [110]	2009	NS 3D	SD	Aéroélast Cavités
Shyam [111]	2009	NS 3D	SD	Turb
Legras [112]	2011	NS 3D	SD	Comp
Green [113, 114]	2012	NS 3D	SD	Turb
Im [115–117]	2012	NS 3D	SD	Aéroélast Rotor & Comp
Grates [118, 119]	2013	NS 3D	SD	Comp
Delattre [120, 121]	2015	NS 3D	SD	Aéroac CROR
Gruber [122]	2015	NS 3D	SD	Aéroac CROR
Yi [123, 124]	2015	NS 3D	SD	Comp & Turb
Wang [125]	2016	NS 3D	SD	Turb
Marsan [126]	2017	NS 3D	SD	Comp
Falissard [127]	2018	NS 3D	SD	Aéroac CROR

Auteur	Date	Équations	Stockage	Type de configuration
Stockage avec compression en coefficients de Fourier				
He [57, 128–130]	1989	Euler 2D & 3D	Fourier	Cascade & Comp
Marshall [131]	1996	NS 3D	Fourier	Aéroélast Rotor
Srivastava [88, 89]	1998	NS 3D	Fourier	Aéroélast Rotor
Li [63, 132, 133]	2001	NS 3D	Fourier	Aéroélast Comp
Gerolymos [134, 135]	2002	NS 3D	Fourier	Comp
Neubauer [136]	2004	NS 3D	Fourier	Comp
He [137]	2005	NS 3D	Fourier	Conduit annulaire
Martelli [138]	2008	NS 3D	Fourier	Turb
Connell [139–141]	2011	NS 3D	Fourier	Turb
Salvadori [142]	2011	NS 3D	Fourier	Turb
Khanal [143, 144]	2012	NS 3D	Fourier	Turb
Wlassow [145]	2012	NS 3D	Fourier	Turb
Elder [146]	2013	NS 3D	Fourier	Aéroélast Rotor
Sharma [147]	2013	NS 3D	Fourier	Comp
Giovannini [64]	2014	NS 3D	Fourier	Turb
Lobo [148]	2016	NS 3D	Fourier	Comp
Ma [149]	2016	NS 3D	Fourier	Aéroélast Turb
Patil [150]	2016	NS 3D	Fourier	Aéroélast Rotor
Simulations LES				
Mouret [58, 59, 151]	2015	NS 3D	POD	Comp LES POD
Villar [68]	2020	NS 3D	Fourier	Comp DES
Fiore [152–155]	2020	NS 3D	POD	Aéroac CROR LES
Simulations double canal				
Micallef [61]	2012	NS 3D	Fourier	Turb
Suresh [156]	2012	NS 2D	DS	Cascade
Wouden [157]	2016	NS 3D	DS	Comp
Guo [67]	2016	NS 3D	Fourier	Comp
Contreras [158]	2019	NS 3D	SD	Cascade
Villar [68]	2020	NS 3D	Fourier	Comp
Simulations multi-étages				
He [159]	2002	NS 3D	Fourier	Comp
Li [72]	2005	NS 3D	Fourier	Comp
Van Zante [73]	2008	NS 3D	Fourier	Comp
Im [160]	2011	NS 3D	Fourier	Comp
Castillon [74, 161, 162]	2012	NS 3D	Fourier	Comp
Cornelius [163]	2014	NS 3D	Fourier	Comp
Placzek [164]	2014	NS 3D	Fourier	Aéroélast CROR
Stapelfeldt [165, 166]	2015	NS 3D	Fourier	Turb & CROR
Ghenaiet [167]	2016	NS 3D	Fourier	Turb
Ma [168, 169]	2016	NS 3D	Fourier	Comp
Yang [170]	2018	NS 3D	Fourier	Comp

TABLE 1.1 – Liste des publications utilisant la méthode chorochronique.

1.4.5 Méthode des temps inclinés

Une autre vision de l'aspect chorochronique est proposée par Giles [171]. Cette méthode cherche à imposer une périodicité au niveau des bords azimutaux pour ne pas avoir à stocker une information. Une périodicité n'est pourtant pas possible à première vue dans le cas d'un étage pour lequel le nombre d'aubes n'est pas le même, et où les tailles de domaine sont différentes.

Le principe de la méthode part de l'équation chorochronique, ici écrite en deux dimensions sans perte de généralité,

$$F(x, y, t) = F(x, y + H_A, t + t_{choro}) \ . \tag{1.37}$$

Cette équation lie l'espace, via la distance H_A entre les deux bords azimutaux, et le temps, via le temps t_{choro}, qui correspond au temps qui sépare le passage d'un phénomène déterministe sur un bord azimutal du même phénomène sur le bord azimutal opposé.

Plutôt que d'utiliser l'équation telle quelle dans le repère spatio-temporel (x, y, t) classique, et de devoir stocker l'information comme c'est le cas pour la méthode chorochronique, le principe de cette méthode est de modifier le repère spatio-temporel des équations de l'écoulement. Ce changement de repère s'écrit,

$$\begin{aligned} x' &= x \ , \\ y' &= y \ , \\ t' &= t + \frac{t_{choro}}{H_A} y \ . \end{aligned} \tag{1.38}$$

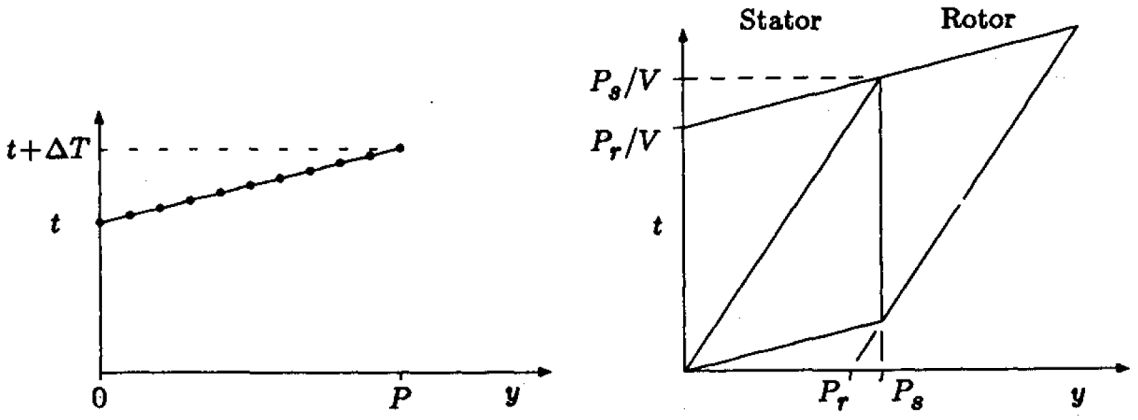
L'Eq. (1.37) s'écrit alors avec les nouvelles coordonnées,

$$F(x', y', t') = F(x', y' + H_A, t') \ . \tag{1.39}$$

Au même instant t', la grandeur sur un bord azimutal et celle sur le bord azimutal opposé sont ainsi égales. Il n'y a plus besoin de déphaser l'information, et donc de stocker l'information. Cette méthode est appelée méthode des temps inclinés puisque le temps est une fonction de la coordonnée transverse y, il n'est pas uniforme sur l'ensemble du domaine. La visualisation spatio-temporelle est proposée sur la Fig. 1.8, avec sur la Fig. 1.8 (a) le représentation au sein d'un domaine, et sur la Fig. 1.8 (b) l'implication de ce changement de repère sur l'interface.

Cette méthode est assez peu employée en comparaison de la méthode chorochronique avec stockage parce que plus complexe à mettre en place et à analyser pour l'utilisateur et parce que le traitement des équations par le schéma numérique est altéré. De plus, le ratio des tailles azimutales des deux domaines rotor-stator doit rester proche de 1 pour éviter des instabilités numériques intrinsèques à la méthode et l'application aux études multi-étages est compliquée à mettre en œuvre [139, 173].

La Table 1.2 propose l'ensemble des publications communiquant sur cette méthode.



(a) au sein d'un domaine (b) à l'interface

FIGURE 1.8 – Principe de fonctionnement de la méthode des temps inclinés [172]

Auteur	Date	Équations	Type de configuration
Giles [171–173]	1990	Euler 2D	Turbine
Jung [174]	1996	NS 3D	Turbine
Laumert [175]	2002	NS 3D	Turbine
Zhou [176]	2007	NS 3D	Compresseur
Biesinger [60]	2010	NS 3D	Turbine & Compresseur
Connell [139–141]	2011	NS 3D	Turbine
Cornelius [163]	2014	NS 3D	Compresseur
Bourgeois [177]	2015	NS 3D	Compresseur
Zori [178, 179]	2015	NS 3D	Compresseur
Zhang [180]	2021	NS 3D	Compresseur

TABLE 1.2 – Liste des publications utilisant la méthode dite *time inclined* ou des temps inclinés.

1.4.6 Méthodes harmoniques

Une autre potentielle utilisation de l'hypothèse chorochronique est liée aux méthodes harmoniques. Le principe de ces méthodes est de réécrire les variables utilisées dans les équations de l'écoulement sous forme de séries de Fourier. Cette réécriture des variables suppose cependant que l'écoulement varie de manière cyclique, ce qui est le cas pour les structures principales en turbomachine. Les inconnues deviennent alors les coefficients de Fourier de ces variables et sont liées à une fréquence prédéterminée.

Ces méthodes sont utilisées notamment pour les simulations multi-étages. En effet, le contexte particulier nécessite le traitement de multitudes de fréquences différentes [75]. Pour des simulations URANS, il est nécessaire de fixer le pas de temps en fonction des fréquences principales de la machine. La multitude de fréquences présentes au sein des simulations multi-étages nécessite de fixer des pas de temps bien plus faibles comparativement aux simulations mono-étage. Le pas de temps doit en effet respecter, pour chaque fréquence f principale ainsi qu'un certain nombre d'harmoniques pour représenter correctement l'écoulement, l'égalité suivante,

$$\Delta t = n \, \frac{1}{f} \text{avec} \quad n \geq 1 \ . \tag{1.40}$$

Le pas de temps est alors le plus petit commun multiplicateur de l'ensemble de l'inverse des fréquences. Les méthodes harmoniques permettent de s'affranchir de la notion du pas de temps en effectuant une résolution non pas du problème temporel, mais fréquentiel.

Ces méthodes s'adaptent très bien à l'utilisation des méthodes chorochroniques qui sont par définition liées aux fréquences principales de la machine. La Table 1.3 liste les publications relatives à l'utilisation de la chorochronie avec des méthodes harmoniques.

1.4.7 Méthode de *profile transformation*

Enfin, la méthode dite de *profile transformation* [197, 198], ou transformation de profil, n'est pas à proprement parler une méthode chorochronique, mais c'est une méthode permettant la simulation d'un unique passage. La périodicité spatio-temporelle n'est ici pas respectée contrairement aux méthodes précédentes. La méthode part du principe que pour des ratios de tailles azimutales de domaines proches de 1, il est possible de raccorder les deux domaines en passant par une homothétie des coordonnées de part et d'autre de l'interface. Pour l'un des deux domaines, les coordonnées subissent une dilatation, tandis que pour l'autre domaine, elles subissent une compression. Les grandeurs échangées ne sont pas altérées, seule la position de chaque élément est modifiée.

Cette méthode a pour intérêt d'être très facile à mettre en place puisqu'aucune modification majeure n'est nécessaire dans son implémentation si ce n'est le traitement de l'homothétie. Par nature, les conditions limites azimutales deviennent périodiques et peuvent être traitées comme telles. De plus, l'utilisation est assez aisée et la convergence est assez rapide en comparaison des méthodes chorochroniques, puisqu'il n'est pas question de stockage ou de déphasage. La contrepartie de cette facilité d'emploi est l'hypothèse forte de

Auteur	Date	Équations	Type de configuration
He [181]	1998	NS 2D	Compresseur
Chen [83]	2001	NS 2D & 3D	Compresseur
Hall [182]	2002	NS 2D	Casscade
Gopinath [183]	2007	NS 3D	Compresseur
Saiz [184]	2008	NS 3D	Turbine
Mathison [185, 186]	2010	NS 3D	Turbine
Sicot [187–189]	2011	NS 3D	Aéroélasticité Rotor & Stator
He [190]	2012		Discutions sur les méthodes de Fourier
Green [113, 114]	2012	NS 3D	Turbine
Dufour [191]	2013	NS 2D	Cascade
Guédeney [192]	2013	NS 3D	Compresseur
Du [193]	2014	NS 3D	Compresseur
Gomar [194]	2014	NS 3D	CROR
Castillon [162]	2015	NS 3D	Compresseur
Crespo [195]	2016	NS 3D	Compresseur
Cvijetic [196]	2018	NS 3D	Compresseur & Turbine

TABLE 1.3 – Liste des publications utilisant les méthodes harmoniques et non harmoniques.

départ. Cette hypothèse a pour conséquence la formation à l'interface de perturbations non physiques liées à la réadaptation de l'écoulement dans ses nouvelles coordonnées spatiales et la modification des fréquences principales de l'écoulement. Il est à noter que le débit est bien conservé, aux erreurs d'interpolation près.

La liste de publications relatives à cette méthode est disponible dans la Table. 1.4.

Auteur	Date	Équations	Type de configuration
Fourmaux[197, 198]	1986	Euler 2D	Cascade & Turbine
Onishi [199]	2005	NS 3D	Turbine
Lavagnoli [200, 201]	2010	NS 3D	Turbine
Connell [139–141]	2011	NS 3D	Turbine
Cornelius [163]	2014	NS 3D	Compresseur
Zori [178, 179]	2015	NS 3D	Compresseur
Wang [125]	2016	NS 3D	Turbine
Gout [202]	2021	NS 3D	Turbine

TABLE 1.4 – Liste des publications utilisant la méthode dite *profile transformation* ou de transformation de profil.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les équations essentielles à la représentation de l'écoulement d'un fluide ont été décrites. Ensuite, les différentes modélisations disponibles ont été présentées, notamment la modélisation LES qui est utilisée par la suite dans ce manuscrit. Les

méthodes permettant le traitement du mouvement d'un domaine relativement à un autre dans le cadre des turbomachines, ainsi que le traitement de l'interface entre ces domaines ont été introduites. Enfin les méthodes permettant les simulations d'un unique passage ont été décrites. Parmi ces méthodes, certaines ne semblent pas convenir à la modélisation considérée, par exemple la décomposition en séries de Fourier ou les méthodes harmoniques. La méthode dite *profile transformation* ainsi que la méthode chorochronique avec stockage direct, semblent pouvoir être appliquées au formalisme LES, et semblent être prometteuses pour les calculs en turbomachine. Ces deux méthodes constituent le cœur du sujet de cette thèse. Chacune d'elle est présentée, mise en œuvre dans un code de calcul LES avant d'être comparées sur une configuration mono-étage.

Chapitre 2

Profile Transformation Approach appliquée aux LES

Sommaire

2.1 Introduction 39
2.2 Présentation de la méthode et proposition de correction . . 40
2.2.1 Description et analyse de la méthode 40
2.2.2 Proposition de correction de la méthode à l'aide du vecteur vitesse 48
2.2.3 Correction en passant par un traitement asynchrone 56
2.3 Qualification de la méthode PTA sur le cas du vortex convecté 59
2.4 Qualification de la méthode PTA sur une turbine haute pression 68
2.5 Conclusion 75

2.1 Introduction

Afin de réduire le coût des simulations numériques en turbomachines, notamment celui des simulations LES qui est très élevé, une idée est de réduire la taille des domaines de calculs en ne considérant qu'un nombre réduit de passages d'aubes de rotor et de stator. Cela doit cependant s'accompagner de traitements particuliers au niveau de l'interface rotor stator et/ou des conditions limites azimutales, puisqu'en réduisant le nombre de passages, la coïncidence azimutale des canaux n'est plus respectée. L'une des méthodes permettant de faire ce genre de simulation est la méthode dite de *Profile Transformation Approach* (PTA) [198]. Cette méthode utilise tout simplement une homothétie au niveau de l'interface rotor stator pour replacer le profil des différentes grandeurs de part et d'autre de cette dernière. Cette homothétie permet donc artificiellement de toujours faire en sorte que chaque domaine ait un vis-à-vis avec l'autre. Par contre, elle s'accompagne d'une erreur qui est proportionnelle au ratio de cette homothétie. L'objectif de ce chapitre est de formuler une telle approche dans le cadre particulier d'une LES, le champ d'application de cette solution étant essentiellement restreint aux méthodes RANS/URANS aujourd'hui. Il s'agit donc d'essayer de caractériser les erreurs issues de cette transformation et d'en

étudier l'impact pour différentes configurations. Cette étude a été publiée dans Gout *et al.* [202].

Dans une première partie qui suit, la méthode est décrite et l'impact de la transformation sur les équations de la dynamique de fluides est étudié pour tenter de comprendre son effet sur l'écoulement. Des idées de corrections sont ensuite proposées. Dans une seconde partie, l'effet sur le cas d'un vortex convecté au travers de deux interfaces utilisant la méthode est étudié. Enfin, dans une troisième partie, la simulation d'une turbine haute pression utilisant la PTA est présentée et comparée à une simulation de référence ainsi qu'à des résultats expérimentaux, pour plusieurs points de fonctionnement.

2.2 Présentation de la méthode et proposition de correction

2.2.1 Description et analyse de la méthode

La méthode PTA s'appuie sur la proposition de Fourmaux [198]. Cette approche part du principe que les deux côtés de l'interface rotor stator peuvent être traités par une simple mise à l'échelle géométrique pendant la simulation numérique des champs issus de chaque simulation au niveau de l'interface, comme illustrée par la Fig. 2.1. Cet artefact permet en effet de conserver les périodicités sur chacun des deux domaines même si les domaines n'ont pas la même étendue azimutale.

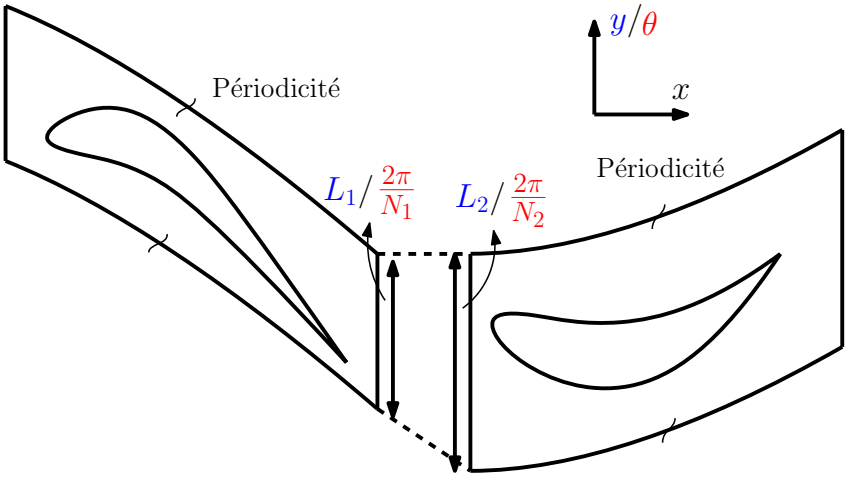
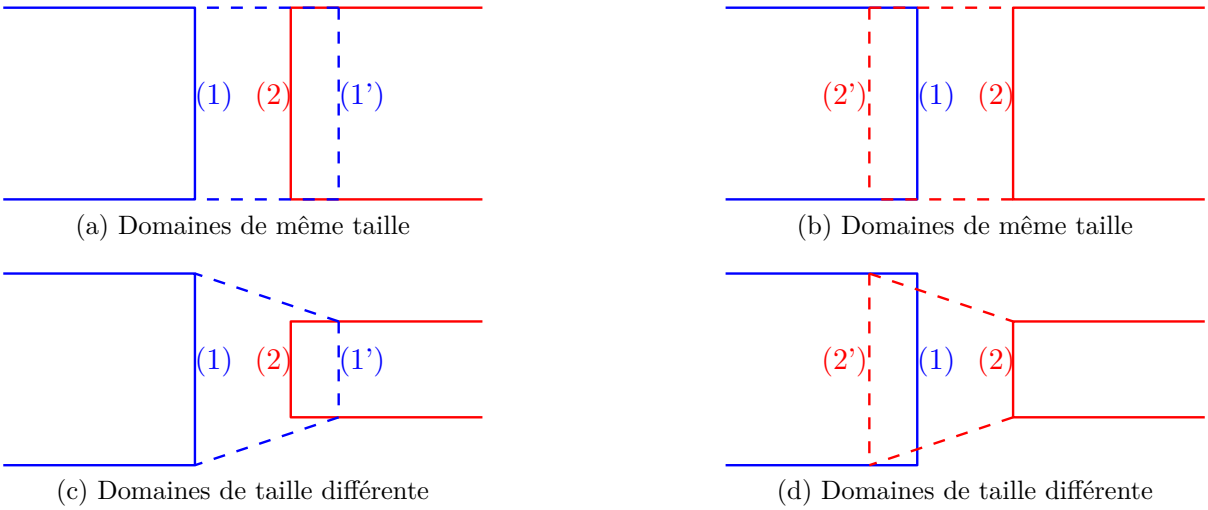


FIGURE 2.1 – Représentation d'une interface mono canal dans le cas général où les deux domaines n'ont pas la même taille azimutale. Avec les distances d'intérêt pour le cartésien et le cylindrique.

Naturellement, lorsque les deux côtés de l'interface coïncident géométriquement, c'est à dire lorsque l'étendue azimutale est la même ($L^{(1)} = L^{(2)}$ en coordonnées cartésiennes ou $\frac{2\pi}{N^{(1)}} = \frac{2\pi}{N^{(2)}}$ en coordonnées cylindriques où $N^{(1)}$ et $N^{(2)}$ sont le nombre d'aubes de chacune des rangées), aucune modification géométrique n'est nécessaire. La méthode se réduit alors tout simplement à une méthode standard de maillage glissant (ou *sliding mesh*).



(a) Domaines de même taille

(b) Domaines de même taille

(c) Domaines de taille différente

(d) Domaines de taille différente

FIGURE 2.2 – Représentation schématique du fonctionnement de l'échange dans AVBP dans le cas où les domaines sont de même taille et dans le cas où leur taille est différente. En pointillés sont représentés les zones de prélèvement de l'information.

L'échange d'information dans un cas classique MISCOG se traduit par l'équation suivante,

$$F^{(1)}(\zeta^{(1)}, t) = F^{(2')}(\zeta^{(2)}, t) \ , \tag{2.1}$$

où F représente une grandeurs échange, qui dépend du système de coordonnées considéré ζ (coordonnées cartésiennes $x, y, (z)$ ou cylindrique x, r, θ) et du temps. Pour la suite, étant donné que seules des simulations en 2D seront effectuées pour les coordonnées cartésiennes, l'axe z correspondant à la troisième direction du repère sera ignoré. Les différents raisonnements sont cependant identiques quel que soit le repère considéré. Une représentation schématique en 2D de ce type d'échange est proposée sur la Fig. 2.2 (a). L'indice $(2')$ est utilisé pour exprimer le fait qu'il s'agit d'une grandeur provenant du domaine (1), qui est ensuite fournie comme donnée d'entrée au bord du domaine (2) au niveau de l'interface. L'indice (2) correspond quant à lui à la grandeur provenant du domaine (2) et calculée par le schéma numérique. Dans le cas d'un échange MISCOG non modifié, les deux grandeurs $(2')$ et (1), *i.e.* celle provenant du domaine (2) et celle provenant du domaine (1) qui a été ensuite fournie au domaine (2), peuvent s'exprimer de manière identique dans le système de coordonnées $\zeta^{(1)}$ ou $\zeta^{(2)}$. À noter que l'Eq. (2.1) peut se réécrire en changeant (1) par (2) et $(2')$ par $(1')$, puisque le raisonnement est le même pour une fonction provenant du domaine (2) (Fig. 2.2 (b))

Les Figs. 2.2 (c) et (d) représentent schématiquement les échanges entre les deux domaines dans le cas PTA. Il n'y a ici plus d'équivalence entre les coordonnées $\zeta^{(1)}$ et $\zeta^{(2)}$, et la différenciation entre les systèmes de coordonnées et l'information (1) et $(1')$ prend tout son sens. L'Eq. (2.1) se réécrit dans le cas PTA,

$$F^{(1)}(\zeta^{(1)}, t) = F^{(2')}\left(\mathcal{R}^{(2)\to(1)}(\zeta^{(2)}), t\right) \ , \tag{2.2}$$

où ζ représente le système de coordonnées considéré, qu'il soit cylindrique ou cartésien, et $R^{(2)\to(1)}$ est le rapport homothétique de transformation des coordonnées du domaine (2) vers le domaine (1). La transformation permet donc de relier un ensemble de coordonnées ζ, *i.e.* (x, y) en coordonnées cartésiennes ou (x, r, θ) en coordonnées cylindriques, dans le domaine (2) et de le faire coïncider avec ce même ensemble de coordonnées ζ dans le domaine (1). Il est à noter que dans tous les cas, les systèmes de coordonnées retenus de part et d'autre de l'interface rotor stator sont identiques : *i.e.* cartésiens (statiques ou rotatifs/translatifs) ou cylindriques (statiques ou rotatifs/translatifs) avec les mêmes métriques. Ainsi, toutes les fonctions scalaires, comme la densité ρ, la pression p, et les composantes des fonctions vectorielles comme par exemple la composante de vitesse traverse v en 2D ou azimutale u_θ en 3D cylindrique sont inchangées. Seule la position spatiale de ces fonctions est modifiée.

De plus, par construction, seule la coordonnée transverse ou azimutale est affectée. En effet, en passant du domaine entier à un domaine réduit ne possédant qu'un seul passage, la seule modification effectuée concerne cette coordonnée (transverse ou tangentielle). Ainsi, la transformation ne dépend uniquement que des coordonnées transverses de part et d'autre de l'interface, *i.e.* dans les problèmes cartésiens 2D,

$$y^{(1)} = R^{(2)\to(1)}(y^{(2)}) \ , \tag{2.3}$$

où y est la coordonnée à transformer. De manière équivalente, en coordonnées cylindriques 3D, les coordonnées axiales, x et radiales, r restent invariantes par la transformation, contrairement à la coordonnée θ qui vérifie,

$$\theta^{(1)} = R^{(2)\to(1)}(\theta^{(2)}) \ . \tag{2.4}$$

Il est alors possible de réécrire l'Eq. (2.2) de la manière suivante,

$$F^{(1)}(x, y^{(1)}/x, r, \theta^{(1)}, t) = F^{(2')}\left(x, \mathcal{R}^{(2)\to(1)}(y^{(2)})/x, r, \mathcal{R}^{(2)\to(1)}(\theta^{(2)}), t\right) \ . \tag{2.5}$$

Les transformations dans le contexte de la PTA sont linéaires, de sorte qu'il est possible d'écrire pour les problèmes 2D cartésiens l'équation suivante,

$$y^{(1)} = R\,(y^{(2)} - y^{(2)}_{min}) + y^{(1)}_{min} \ , \tag{2.6}$$

où $R = \frac{L_1}{L_2}$, L_1 et L_2 sont les longueurs transversales des domaines (1) et (2), respectivement, tandis que l'indice *min* fait référence aux positions transversales minimales des domaines respectifs. Il est en effet nécessaire pour pouvoir effectuer la transformation d'avoir un moyen de repérer un domaine par rapport à l'autre. Ces positions *min* représentent en quelque sorte le centre de l'homothétie, et varient naturellement en fonction du temps pour des simulations avec des domaines mobiles. Par symétrie, il est possible d'écrire l'équation pour passer du domaine (1) vers le domaine (2) de la manière suivante,

$$y^{(2)} = \frac{1}{R}\left(y^{(1)} - y^{(1)}_{min}\right) + y^{(2)}_{min} \ . \tag{2.7}$$

Enfin, dans le cas d'une transformation des coordonnées cylindriques, les équations précédentes peuvent se transposer de la manière suivante,

$$\begin{aligned} \theta^{(1)} &= R\left(\theta^{(2)} - \theta^{(2)}_{min}\right) + \theta^{(1)}_{min} \ , \\ \theta^{(2)} &= \frac{1}{R}\left(\theta^{(1)} - \theta^{(1)}_{min}\right) + \theta^{(2)}_{min} \ . \end{aligned} \tag{2.8}$$

Bien qu'assez simple en termes de conception et de mise en œuvre, la PTA telle que décrite mathématiquement ci-dessus a de nombreuses implications sur la physique et les prédictions d'écoulement. Sur des applications qui utilisent un code de simulation URANS, bien que ces implications ne soient pas totalement maîtrisées, elles ne semblent pas altérer la capacité du code à fournir une solution qui a un sens physique [139]. De multiples effets peuvent apparaitre suite à cette transformation, notamment une influence sur les fréquences déterministes et des écarts plus ou moins significatifs des grandeurs échangées. Bien que les prédictions soient obtenues avec des limitations connues, l'amélioration de cette méthode ne peut se faire que par une analyse plus fondamentale des effets de cette dernière sur l'écoulement au passage de l'interface. Les limitations sus-nommées sont encore plus critiques dans le contexte des simulations LES où les modifications des variables d'écoulement qui évoluent dans le temps et l'espace par un traitement de l'interface peuvent être dramatiques pour la qualité de la prédiction [52, 203].

L'impact de la PTA est étudié mathématiquement dans un premier temps lorsque la transformation est réinjectée dans un système d'équations d'Euler cartésiennes en 2D. L'objectif est d'identifier les modifications induites sur l'évolution des équations régissant l'écoulement suite au traitement PTA à l'interface. Il est à noter que pour les besoins de la démonstration, les grandeurs de l'écoulement obtenues dans le domaine (1) permettent de satisfaire exactement les équations d'Euler. C'est quelque chose qui est réaliste, puisque ces grandeurs proviennent du calcul numérique qui, en dehors du transitoire, et sauf erreur minime liée à des problèmes de schéma numérique, vérifient ces équations. Ces grandeurs sont, la masse volumique $\rho^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)}, t)$, la vitesse axiale $u^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)}, t)$, la vitesse transverse $v^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)}, t)$, la pression statique $p^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)}, t)$ et l'énergie totale $E^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)}, t)$.

Les différentes équations peuvent alors se décomposer de la manière suivante :

- Pour l'équation de conservation de la masse,
  - Passage du domaine (1) au domaine (2) :

    L'équation de la conservation de la masse pour un point quelconque dans le domaine (1) peut s'écrire,

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(1)} u^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial \rho^{(1)} v^{(1)}}{\partial y^{(1)}} = 0 \ . \tag{2.9}$$

Tout l'intérêt de la transformation est de pouvoir réécrire l'ensemble des grandeurs $\rho^{(1)}$, $u^{(1)}$, et $v^{(1)}$, qui sont liées au point du domaine (1) de coordonnées $x^{(1)}$, $y^{(1)}$, dans le domaine (2), pour un point équivalent qui aura pour coordonnées $x^{(2)}$, $y^{(2)}$. La coordonnée dans la direction axiale x est invariable par la transformation (donc $x^{(1)} = x^{(2)}$), et la coordonnée dans la direction transverse y vérifie l'Eq. (2.7). Pour l'Eq. (2.9), ce ne sont pas les coordonnées qui importent, mais les dérivées selon ces coordonnées. Les liens précédents peuvent alors plus simplement s'écrire,

$$\begin{aligned} \partial x^{(1)} &= \partial x^{(2)} \ , \\ \partial y^{(1)} &= R \partial y^{(2)} \ . \end{aligned} \tag{2.10}$$

Ces deux égalités sont ensuite remplacées dans l'Eq. (2.9), pour donner la forme suivante,

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(1)} u^{(1)}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \rho^{(1)} v^{(1)}}{R \partial y^{(2)}} = 0 \ . \tag{2.11}$$

Enfin, les grandeurs $\rho^{(1)}$, $u^{(1)}$ et $v^{(1)}$ étant inchangées, il est possible de les remplacer par leurs homologues $\rho^{(2')}$, $u^{(2')}$ et $v^{(2')}$, afin de formuler l'équation suivante,

$$\frac{\partial \rho^{(2')}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \rho^{(2')} v^{(2')}}{R \partial y^{(2)}} = 0 \ . \tag{2.12}$$

L'équation peut ensuite se réécrire en séparant la partie correspondant aux termes des équations d'Euler à gauche de l'équation et aux termes de forçage à droite de l'équation,

$$\left. \frac{\partial \rho^{(2')}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \rho^{(2')} v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} \right|_{(2')} = \left(1 - \frac{1}{R}\right) \frac{\partial \rho^{(2')} v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} \ , \tag{2.13}$$

où $|_{(2')}$ correspond à l'équation d'Euler s'il n'y avait aucun impact de la méthode, et la partie en rouge représente le terme de forçage.

Les termes de forçage en rouge et à droite représentent l'effet de la transformation sur cette équation. L'ensemble des grandeurs $\rho^{(2')}$, $u^{(2')}$ et $v^{(2')}$ issus de la transformation géométrique, ne vérifient alors pas l'équation de la masse dans le domaine (2). Ce terme de forçage aura pour conséquence une réadaptation de ces grandeurs lors des étapes d'avancée du schéma numérique.

- Passage du domaine (2) au domaine (1) :

  Le principe reste très similaire en partant cette fois-ci des grandeurs calculées par le schéma numérique du domaine (2) qui seront échangées et intégrées dans le domaine (1) après transformation. L'équation de conservation de la masse peut alors se réécrire,

$$\left.\frac{\partial \rho^{(1')}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(1')} u^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial \rho^{(1')} v^{(1')}}{\partial y^{(1)}}\right|_{(1')} = (1-R)\,\frac{\partial \rho^{(1')} v^{(1')}}{\partial y^{(1)}}\ . \tag{2.14}$$

Cette fois, le facteur multiplicatif est en $(1-R)$. Cette différence est notable, puisque l'influence du ratio sur les deux Eqs. (2.13) et (2.14) est différente. D'abord au niveau du signe qui varie, mais surtout parce que le terme de forçage sur la première équation est inversement proportionnel au ratio (donc l'erreur aura tendance à diminuer pour des ratios qui augmentent), alors qu'elle est proportionnelle au ratio dans la deuxième équation.

De plus, cet effet s'inverse si le ratio est inversé lui aussi, ce qui est cohérent avec la méthode. Ainsi, l'influence sur la première équation dans le cas d'un ratio $R = 2$ sera bien différente de celle sur la première équation dans le cas d'un ratio $R = \frac{1}{2}$. L'effet de ces différences d'influence du ratio sur la méthode sera étudié dans le Chapitre 4.

Il est essentiel de comprendre que bien que des termes de forçage apparaissent au niveau de l'équation de la masse, la masse reste conservée (aux erreurs d'interpolation liées à la méthode MISCOG dans le cas de TurboAVBP). La Fig. 2.3 représente schématiquement deux simulations différentes ; une première simulation périodique dont le domaine de gauche serait constitué des deux passages, le passage en traits pleins et celui en pointillés (domaine $(1,a)$) ; une deuxième simulation dont le domaine de gauche serait constitué d'un seul passage (domaine $(1,b)$), et où la méthode PTA serait utilisée pour pouvoir faire correspondre numériquement les points à l'interface. Dans le premier cas, il y a classiquement conservation du débit, qui s'écrit $\rho^{(1,a)} u^{(1,a)} S^{(1,a)} = \rho^{(2)} u^{(2)} S^{(2)}$, avec $S^{(1,a)}$ la section du domaine de gauche et $S^{(2)}$ la section de celui de droite, les deux sections étant identiques, et les grandeurs ρ et u qui constituent les valeurs moyennes sur la section. Dans le second cas, en supposant que les deux simulations donnent des résultats identiques, la valeur moyenne $\rho^{(1,b)} u^{(1,b)}$ est égale à $\rho^{(1,a)} u^{(1,a)}$. Par construction, les sections vérifient $S^{(1,b)} = \frac{1}{2} S^{(2)}$. Ainsi, le débit $\rho^{(1,b)} u^{(1,b)} S^{(1,b)}$ est deux fois moins important que le débit $\rho^{(2)} u^{(2)} S^{(2)}$. C'est totalement cohérent puisque comme la section est deux fois moins importante du côté gauche par rapport au côté droit, le flux de masse doit aussi être naturellement deux fois moins important. Et en dupliquant le domaine de gauche pour artificiellement reconstruire un domaine périodique, l'égalité des débits est rétablie.

Le terme de forçage ne perturbe donc que les grandeurs dans le domaine d'arrivée, et par conséquent le champ de l'écoulement de part et d'autre de l'interface, sans modifier les propriétés de conservation qui sont propres à cette interface.

- Pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement,

  - Passage du domaine (1) au domaine (2) de la composante axiale :

    La première étape est d'écrire l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction axiale valable pour tout point du domaine (1),

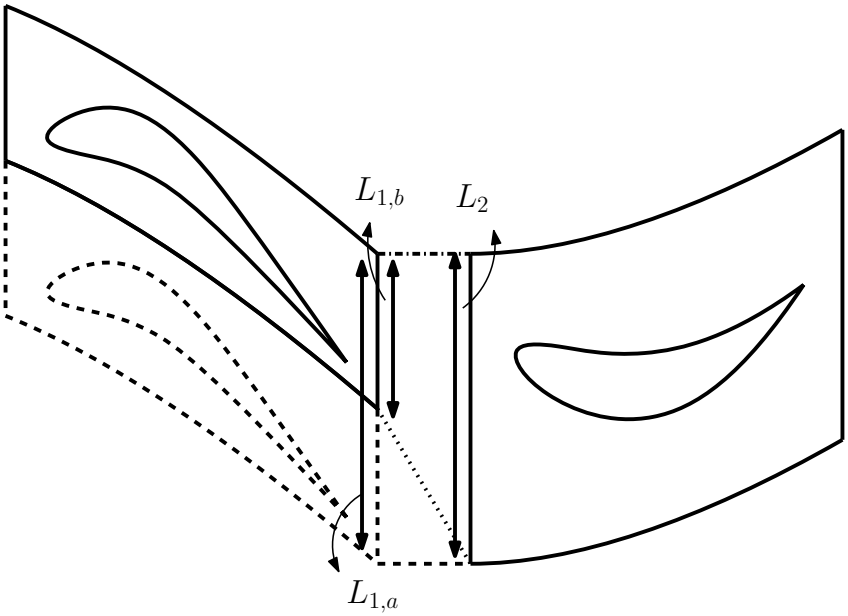


FIGURE 2.3 – Représentation de deux cas différents, un cas qui aurait une périodicité naturelle - 2 passages à gauche et 1 à droite de même taille - et un cas qui nécessite l'utilisation de la méthode PTA - 1 passage à gauche et 1 à droite de tailles différentes.

$$\frac{\partial \rho^{(1)} u^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho^{(1)} u^{(1)} u^{(1)} + p^{(1)} \right)}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial \rho^{(1)} u^{(1)} v^{(1)}}{\partial y^{(1)}} = 0 \ . \tag{2.15}$$

Ensuite, il s'agit de remplacer les grandeurs par leur équivalent dans le domaine $(2')$, avec pour seule différence la quantité $\partial y^{(1)}$,

$$\frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho^{(2')} u^{(2')} u^{(2')} + p^{(2')} \right)}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')} v^{(2')}}{R \partial y^{(2)}} = 0 \ . \tag{2.16}$$

Le terme de forçage de l'équation est ensuite isolé,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho^{(2')} u^{(2')} u^{(2')} + p^{(2')} \right)}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')} v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} \Bigg|_{(2')} \\ = \left(1 - \frac{1}{R} \right) \frac{\partial \rho^{(2')} u^{(2')} v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} \ , \end{aligned} \tag{2.17}$$

la partie de gauche correspondant à l'équation d'Euler s'il n'y avait aucun impact de la méthode, et à droite de l'égalité, en rouge, le terme de forçage.

- Passage du domaine (2) au domaine (1) de la composante axiale :

  La même démarche est entreprise pour le pendant dans le domaine (2),

$$\left.\frac{\partial \rho^{(1')} u^{(1')}}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho^{(1')} u^{(1')} u^{(1')} + p^{(1')}\right)}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial \rho^{(1')} u^{(1')} v^{(1')}}{\partial y^{(1)}}\right|_{(1')} = (1-R)\,\frac{\partial \rho^{(1')} u^{(1')} v^{(1')}}{\partial y^{(1)}}\,. \tag{2.18}$$

Comme pour l'équation de la conservation de la masse (et toutes les équations d'Euler en général), cette équation est identique à l'équation précédente, à la différence du facteur multiplicateur $(1-R)$.

- Passage du domaine (1) au domaine (2) de la composante transverse :

$$\left.\frac{\partial \rho^{(2')} v^{(2')}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(2')} v^{(2')} u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \left(\rho^{(2')} v^{(2')} v^{(2')} + p^{(2')}\right)}{\partial y^{(2)}}\right|_{(2')} = \left(1-\frac{1}{R}\right)\frac{\partial \left(\rho^{(2')} v^{(2')} v^{(2')} + p^{(2')}\right)}{\partial y^{(2)}}\,, \tag{2.19}$$

avec cette fois-ci, l'impact de la variation de la pression dans la direction y

- Passage du domaine (2) au domaine (1) de la composante transverse :

$$\left.\frac{\partial \rho^{(1')} v^{(1')}}{\partial t} + \frac{\partial \rho^{(1')} v^{(1')} u^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial \left(\rho^{(1')} v^{(1')} v^{(1')} + p^{(1')}\right)}{\partial y^{(1)}}\right|_{(1')} = (1-R)\,\frac{\partial \left(\rho^{(1')} v^{(1')} v^{(1')} + p^{(1')}\right)}{\partial y^{(1)}}\,. \tag{2.20}$$

- Pour l'équation de conservation de l'énergie,

- Passage du domaine (1) au domaine (2) :

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \rho^{(2')} E^{(2')}}{\partial t} &+ \frac{\partial \left[u^{(2')}\left(\rho^{(2')} E^{(2')} + p^{(2')}\right)\right]}{\partial x^{(2)}} \\ &+ \frac{\partial \left[v^{(2')}\left(\rho^{(2')} E^{(2')} + p^{(2')}\right)\right]}{\partial y^{(2)}}\end{aligned}\right|_{(2')} = \left(1-\frac{1}{R}\right)\frac{\partial \left[v^{(2')}\left(\rho^{(2')} E^{(2')} + p^{(2')}\right)\right]}{\partial y^{(2)}}\,. \tag{2.21}$$

- Passage du domaine (2) au domaine (1) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho^{(1')} E^{(1')}}{\partial t} &+ \frac{\partial \left[u^{(1')}\left(\rho^{(1')} E^{(1')} + p^{(1')}\right)\right]}{\partial x^{(1)}} \\ &+ \frac{\partial \left[v^{(1')}\left(\rho^{(1')} E^{(1')} + p^{(1')}\right)\right]}{\partial y^{(1)}}\Bigg|_{(1')} \\ &= (1-R)\,\frac{\partial \left[v^{(1')}\left(\rho^{(1')} E^{(1')} + p^{(1')}\right)\right]}{\partial y^{(1)}}\,.\end{aligned} \tag{2.22}$$

Les deux dernières équations s'appliquent pour l'équation de conservation de l'énergie des équations d'Euler. Les termes de forçage dépendent à la fois de l'énergie totale, de la pression, de la vitesse transverse et de la masse volumique.

Il est important de noter que quel que soit le terme de forçage, il s'agit systématiquement de la variation d'une quantité dans la direction transverse qui importe. Par similitude, pour un cas en coordonnées cylindriques, il s'agira uniquement des variations dans la direction tangentielle qui importeront.

Les relations obtenues indiquent que l'injection d'un profil sans tenir compte de la variation du profil en y, comme c'est le cas pour la PTA entraîne un forçage des équations de la dynamique des fluides à l'interface. Cela induit des modifications de l'évolution temporelle des variables de chacun des domaines via ce terme de forçage qui s'ajoute aux termes de convection naturellement présents dans ces équations. Comme initialement supposé, ce n'est que pour un ratio unitaire de la méthode ($R = 1$) que le problème est inchangé. Tout autre ratio entraînera une évolution temporelle du système de manière différente et non équivalente, générant des phénomènes physiques parasites et probablement des ondes numériques.

2.2.2 Proposition de correction de la méthode à l'aide du vecteur vitesse

Afin de pallier l'écart lié au forçage de la méthode PTA, une première idée consiste à corriger les vecteurs au niveau de l'interface rotor stator. Une première évaluation en deux dimensions et en coordonnées cartésiennes est effectuée pour plus de simplicité, la démarche sera ensuite poursuivie en trois dimensions. Sur la Fig. 2.4, une correction sur les vecteurs, et donc à fortiori le vecteur vitesse, semble être nécessaire pour pouvoir rester consistante. Sans cela, l'homothétie qui s'applique à la géométrie n'est pas respectée en ce qui concerne les grandeurs vectorielles, et c'est sans aucun doute ce qui génère les écarts décrits dans la Section 2.2.1.

Étant donné que la méthode n'a aucune influence sur la direction axiale, et donc sur les coordonnées $x^{(1)}$ et $x^{(2)}$ des deux points de part et d'autre de l'interface, il n'y a aucune raison pour que la projection u du vecteur vitesse dans cette direction ne soit influencée. Une première égalité est alors proposée comme étant maintenue,

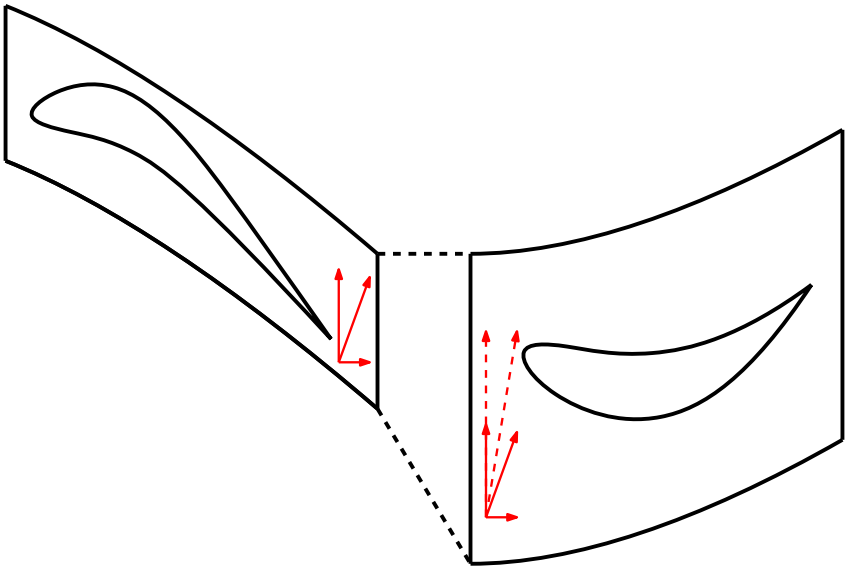


FIGURE 2.4 – Représentation d'un cas représentatif d'une simulation nécessitant un traitement PTA. Les différentes flèches rouges représentent un vecteur de l'écoulement, avec en traits pleins le vecteur si aucune correction n'est apportée, et en pointillés le vecteur avec correction sur le terme transverse.

$$u^{(1')} = u^{(2)} \qquad \& \qquad u^{(2')} = u^{(1)} \ , \tag{2.23}$$

avec les deux grandeurs $u^{(1')}$ et $u^{(2')}$ qui correspondent respectivement à la vitesse axiale corrigée de la vitesse $u^{(2)}$ et $u^{(1)}$. Pour rappel, la notation $'$ permet de bien différencier la grandeur calculée dans le domaine (1) par le schéma numérique de celle qui est le fruit de la transformation par la méthode PTA de la grandeur provenant du domaine (2). Par exemple, il faut différencier la vitesse $u^{(1)}$ du schéma numérique de la vitesse $u^{(1')}$ qui est la transformation de $u^{(2)}$ par l'homothétie. Par contre, par construction, une telle égalité pour $v^{(1)}$ et $v^{(2)}$, qui sont les équivalents pour la vitesse transverse, ne semble pas correspondre. En effet, pour reprendre l'exemple sur la Fig. 2.4, l'homothétie de la PTA est à la fois appliquée à la géométrie, mais aussi à la composante transverse du vecteur vitesse. Ce ratio R est donc à appliquer de manière similaire à cette composante v. La correction suivante est alors proposée,

$$v^{(1')} = \frac{1}{R} v^{(2)} \qquad \& \qquad v^{(2')} = R v^{(1)} \ , \tag{2.24}$$

avec de nouveau $v^{(1')}$ et $v^{(2')}$ qui correspondent aux vitesses corrigées. Cette proposition de correction sur le vecteur vitesse au passage de l'interface est ensuite appliquée aux équations d'Euler. Pour des raisons de concision, ce sont ces équations incompressibles qui sont présentées. Étant donné que par hypothèse, la masse volumique ρ n'est pas affectée par la transformation, le déroulement serait identique avec les équations d'Euler compressibles.

- Conservation de la masse :

- Passage du domaine (1) au domaine (2) :
  L'équation de la conservation de la masse dans le domaine (1) s'écrit,

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial v^{(1)}}{\partial y^{(1)}} = 0 \ . \tag{2.25}$$

  L'Eq. (2.25) peut alors se réécrire de la manière suivante en remplaçant les vitesses $u^{(1)}$ et $v^{(1)}$ par les vitesses équivalentes corrigées $u^{(2')}$ et $v^{(2')}$,

$$\frac{\partial u^{(2')}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\frac{1}{R}\partial v^{(2')}}{\partial y^{(1)}} = 0 \ . \tag{2.26}$$

  En considérant le ratio R sur la dérivée transverse, l'Eq. (2.26) s'exprime de la manière suivante,

$$\frac{\partial u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\frac{1}{R}\partial v^{(2')}}{\frac{1}{R}\partial y^{(2)}} = 0 \ . \tag{2.27}$$

  Après simplification, l'équation s'écrit,

$$\frac{\partial u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} = 0 \ . \tag{2.28}$$

  La correction sur la composante transverse v de la vitesse a bien permis de faire en sorte que l'équation de conservation de la masse soit vérifiée dans le domaine $(2')$.

- Passage du domaine (2) au domaine (1) :
  De manière similaire, l'équation de la conservation de la masse dans le domaine (2), s'écrit,

$$\frac{\partial u^{(2)}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial v^{(2)}}{\partial y^{(2)}} = 0 \ . \tag{2.29}$$

  En remplaçant à la fois les dérivées spatiales ainsi que les deux composantes de vitesse corrigées, cette dernière équation s'écrit,

$$\frac{\partial u^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + \frac{R\partial v^{(1')}}{R\partial y^{(1)}} = 0 \ , \tag{2.30}$$

  et après simplification,

$$\frac{\partial u^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial v^{(1')}}{\partial y^{(1)}} = 0 \ . \tag{2.31}$$

L'équation de conservation de la masse est donc bien vérifiée dans le domaine $(1')$ en prenant en compte la correction en vitesse.

- Conservation de la quantité de mouvement :

  - Passage du domaine (1) au domaine (2) de la composante axiale :

    La projection de l'équation de la conservation de la quantité de mouvement sur l'axe x, dans le domaine (1), donne l'équation suivante,

$$\frac{\partial u^{(1)}}{\partial t} + u^{(1)}\frac{\partial u^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + v^{(1)}\frac{\partial u^{(1)}}{\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial p^{(1)}}{\rho \partial x^{(1)}} \ . \tag{2.32}$$

    La pression $p^{(1)}$ ainsi que la masse volumique $\rho^{(1)}$, deux grandeurs scalaires, sont supposées invariantes par la transformation, et ce dans les deux sens, *i.e.* autant pour la correction de ces deux grandeurs du domaine (1), que pour celles du domaine (2). Cela s'exprime par,

$$p^{(1)} = p^{(2')} \qquad \& \qquad p^{(2)} = p^{(1')} \ , \tag{2.33}$$

$$\rho^{(1)} = \rho^{(2')} \qquad \& \qquad \rho^{(2)} = \rho^{(1')} \ . \tag{2.34}$$

    L'équation (2.32) peut alors se réécrire en remplaçant les grandeurs (1) par leur homologue $(2')$ après application de l'homothétie de la manière suivante,

$$\frac{\partial u^{(2')}}{\partial t} + u^{(2')}\frac{\partial u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{1}{R}v^{(2')}\frac{\partial u^{(2')}}{\frac{1}{R}\partial y^{(2)}} = -\frac{\partial p^{(2')}}{\rho \partial x^{(2)}} \ , \tag{2.35}$$

    et après simplification,

$$\frac{\partial u^{(2')}}{\partial t} + u^{(2')}\frac{\partial u^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + v^{(2')}\frac{\partial u^{(2')}}{\partial y^{(2)}} = -\frac{\partial p^{(2')}}{\rho \partial x^{(2)}} \ . \tag{2.36}$$

    À nouveau, la correction en vitesse permet, en partant de l'équation de la conservation du mouvement projetée sur l'axe x dans le domaine (1), de retrouver sans terme de forçage la même équation, mais écrite dans le domaine $(2')$.

  - Passage du domaine (2) au domaine (1) de la composante axiale :

    Le même raisonnement est effectué dans le domaine (2), en partant à nouveau de la projection de l'équation de conservation de la quantité de mouvement projetée sur x,

$$\frac{\partial u^{(2)}}{\partial t} + u^{(2)}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial x^{(2)}} + v^{(2)}\frac{\partial u^{(2)}}{\partial y^{(2)}} = -\frac{\partial p^{(2)}}{\rho \partial x^{(2)}} \ . \tag{2.37}$$

L'équation obtenue peut alors être exprimée dans le domaine $(2')$

$$\frac{\partial u^{(1')}}{\partial t} + u^{(1')}\frac{\partial u^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + Rv^{(1')}\frac{\partial u^{(1')}}{R\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial p^{(1')}}{\rho\partial x^{(1)}} \ , \tag{2.38}$$

puis simplifiée,

$$\frac{\partial u^{(1')}}{\partial t} + u^{(1')}\frac{\partial u^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + v^{(1')}\frac{\partial u^{(1')}}{\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial p^{(1')}}{\rho\partial x^{(1)}} \ , \tag{2.39}$$

afin de retrouver l'équation de la conservation de la quantité de mouvement dans le domaine $(1')$.

- Passage du domaine (1) au domaine (2) de la composante transverse :

  L'équation de conservation de la quantité de mouvement projetée dans la direction transverse y donne l'équation suivante dans le domaine (1),

$$\frac{\partial v^{(1)}}{\partial t} + u^{(1)}\frac{\partial v^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + v^{(1)}\frac{\partial v^{(1)}}{\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial p^{(1)}}{\rho\partial y^{(1)}} \ . \tag{2.40}$$

  De nouveau, l'ensemble des grandeurs dans le domaine (1) et les dérivées spatiales peuvent être remplacées dans l'équation précédente qui se réécrit en tenant compte du changement de la PTA,

$$\frac{1}{R}\frac{\partial v^{(2')}}{\partial t} + u^{(2')}\frac{\frac{1}{R}\partial v^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{1}{R}v^{(2')}\frac{\frac{1}{R}\partial v^{(2')}}{\frac{1}{R}\partial y^{(2)}} = -\frac{\partial p^{(2')}}{\rho\frac{1}{R}\partial y^{(2')}} \ , \tag{2.41}$$

  puis simplifiée,

$$\frac{\partial v^{(2')}}{\partial t} + u^{(2')}\frac{\partial v^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + v^{(2')}\frac{\partial v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} = -R^2\frac{\partial p^{(2')}}{\rho\partial y^{(2')}} \ , \tag{2.42}$$

  mais aussi en isolant un terme de forçage,

$$\frac{\partial v^{(2')}}{\partial t} + u^{(2')}\frac{\partial v^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + v^{(2')}\frac{\partial v^{(2')}}{\partial y^{(2)}} = -\frac{\partial p^{(2')}}{\rho\partial y^{(2')}} + \left(1 - R^2\right)\frac{\partial p^{(2')}}{\rho\partial y^{(2')}} \ . \tag{2.43}$$

  Ainsi, la conservation de la quantité de mouvement pour la composante transverse n'est pas vérifiée, et ce malgré la correction sur la vitesse. Un terme de forçage apparait en rouge. Ce terme de forçage est à comparer à celui décrit dans l'Eq. (2.19), dans la direction y, qui en incompressible s'écrit,

$$(1 - R)\left[\frac{\partial p^{(2')}}{\rho\partial y^{(2')}} + \frac{\partial\left(v^{2'}\right)^2}{\partial y^{(2')}}\right] \ .$$

Dans le premier cas, le terme est en $(1-R^2)$, mais ne concerne que la variation de la pression dans la direction transverse. Dans le deuxième cas, le terme est en $(1-R)$ donc moins impacté par le ratio de l'homothétie, mais il concerne à la fois les variations de pression et les variations de vitesse v dans la direction y.

- Passage du domaine (2) au domaine (1) de la composante transverse :

  Le processus est répété pour la composante transverse de la conservation de la quantité de mouvement dans le domaine (2), qui s'écrit,

$$\frac{\partial v^{(2)}}{\partial t} + u^{(2)}\frac{\partial v^{(2)}}{\partial x^{(2)}} + v^{(2)}\frac{\partial v^{(2)}}{\partial y^{(2)}} = -\frac{\partial p^{(2)}}{\rho \partial y^{(2)}} \ . \tag{2.44}$$

  En remplaçant les grandeurs et gradients, l'équation s'écrit,

$$R\frac{\partial v^{(1')}}{\partial t} + u^{(1')}\frac{R\partial v^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + Rv^{(1')}\frac{R\partial v^{(1')}}{R\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial p^{(1')}}{\rho R \partial y^{(1')}} \ , \tag{2.45}$$

  puis après simplification et isolement du terme de forçage,

$$\frac{\partial v^{(1')}}{\partial t} + u^{(1')}\frac{\partial v^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + v^{(1')}\frac{\partial v^{(1')}}{\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial p^{(2')}}{\rho \partial y^{(1')}} + \left(1 - \frac{1}{R^2}\right)\frac{\partial p^{(2')}}{\rho \partial y^{(1')}} \ . \tag{2.46}$$

- Conservation de l'énergie :

La vitesse étant corrigée, l'énergie totale E doit l'être aussi. En effet, l'énergie totale peut s'écrire comme la somme d'une énergie interne $\mathcal{E}$ et d'une énergie cinétique, qui dépend de ladite correction. Au passage de l'interface, l'énergie interne est considérée comme inchangée, étant une quantité scalaire dépendante de la température, et cette dernière est inchangée puisque ni la pression, ni la masse volumique ne varient, ces trois quantités étant liées par la relation d'état des gaz parfaits. Cette énergie interne vérifie la relation suivante,

$$\mathcal{E}^{(1)} = \mathcal{E}^{(2')} \qquad \& \qquad \mathcal{E}^{(2)} = \mathcal{E}^{(1')} \ . \tag{2.47}$$

L'expression de l'impact de l'homothétie sur l'énergie totale se met alors sous la forme,

$$\begin{aligned} E^{(1)} &= \mathcal{E}^{(1)} + \frac{1}{2}\left[\left(u^{(1)}\right)^2 + \left(v^{(1)}\right)^2\right] \\ &= \mathcal{E}^{(2')} + \frac{1}{2}\left[\left(u^{(2')}\right)^2 + \left(\frac{v^{(2')}}{R}\right)^2\right] \\ &= \mathcal{E}^{(2')} + \frac{1}{2}\left[\left(u^{(2')}\right)^2 + \left(v^{(2')}\right)^2 - \left(v^{(2')}\right)^2 + \left(\frac{v^{(2')}}{R}\right)^2\right] \\ &= E^{(2')} + \frac{1}{2}\left(v^{(2')}\right)^2\left[\left(\frac{1}{R}\right)^2 - 1\right] \ . \end{aligned} \tag{2.48}$$

Et pour le domaine (2),

$$\begin{aligned} E^{(2)} &= \mathcal{E}^{(2)} + \frac{1}{2}\left[\left(u^{(2)}\right)^2 + \left(v^{(2)}\right)^2\right] \\ &= \mathcal{E}^{(1')} + \frac{1}{2}\left[\left(u^{(1')}\right)^2 + \left(Rv^{(1')}\right)^2\right] \\ &= \mathcal{E}^{(1')} + \frac{1}{2}\left[\left(u^{(1')}\right)^2 + \left(v^{(1')}\right)^2 - \left(v^{(1')}\right)^2 + \left(Rv^{(1')}\right)^2\right] \\ &= E^{(1')} + \frac{1}{2}\left(v^{(1')}\right)^2\left[R^2 - 1\right] \ . \end{aligned} \tag{2.49}$$

La transformation de l'énergie totale étant fixée, il est possible de vérifier si l'hypothèse précédemment effectuée sur l'invariabilité de la pression est effectivement vraie,

$$\begin{aligned} p^{(1)} &= \rho^{(1)} r T^{(1)} \\ &= \rho^{(1)}(\gamma - 1) C_v T^{(1)} \\ &= \rho^{(1)}(\gamma - 1)\mathcal{E}^{(1)} \\ &= \rho^{(1)}(\gamma - 1)\left(E^{(1)} - \frac{1}{2}\left(u^{(1)}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(v^{(1)}\right)^2\right) \\ &= \rho^{(2')}(\gamma - 1)\left(E^{(2')} + \frac{1}{2}\left(\left(v^{(2')}\right)^2\left[\left(\frac{1}{R}\right)^2 - 1\right] - \left(u^{(2')}\right)^2 - \left(\frac{v^{(2')}}{R}\right)^2\right)\right) \\ &= \rho^{(2')}(\gamma - 1)\left(E^{(2')} - \frac{1}{2}\left(v^{(2')}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(u^{(2')}\right)^2\right) \\ &= p^{(2')} \ . \end{aligned} \tag{2.50}$$

De la même manière, il est possible de montrer que,

$$p^{(2)} = p^{(1')} \ . \tag{2.51}$$

Ainsi, la pression est bien invariante par transformation en effectuant à la fois la correction sur la vitesse transverse v et sur l'énergie totale E. Reste à évaluer l'impact des corrections sur l'équation d'évolution de l'énergie.

- Passage du domaine (1) au domaine (2) :

  L'équation de la conservation de l'énergie dans le domaine (1) s'écrit,

$$\frac{\partial E^{(1)}}{\partial t} + \frac{\partial u^{(1)} E^{(1)}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial v^{(1)} E^{(1)}}{\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial u^{(1)} p^{(1)}}{\rho \partial x^{(1)}} - \frac{\partial v^{(1)} p^{(1)}}{\rho \partial y^{(1)}} \ . \tag{2.52}$$

  En remplaçant les différentes grandeurs ainsi que les dérivées spatiales, cette dernière se met sous la forme,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(E^{(2')} + \frac{1}{2} \left(v^{(2')} \right)^2 \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) \right)}{\partial t} &+ \frac{\partial u^{(2')} \left(E^{(2')} + \frac{1}{2} \left(v^{(2')} \right)^2 \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) \right)}{\partial x^{(1)}} \\ &+ \frac{\frac{1}{R} \partial v^{(2')} \left(E^{(2')} + \frac{1}{2} \left(v^{(2')} \right)^2 \left(\frac{1}{R^2} - 1 \right) \right)}{\frac{1}{R} \partial y^{(2)}} \\ &= -\frac{\partial u^{(2')} p^{(2')}}{\rho \partial x^{(2)}} - \frac{\frac{1}{R} \partial v^{(2')} p^{(2')}}{\rho \frac{1}{R} \partial y^{(2)}} \ . \end{aligned} \tag{2.53}$$

  En simplifiant les différents ratios R, et en isolant un terme de forçage, l'équation suivante est obtenue,

$$\begin{aligned} \frac{\partial E^{(2')}}{\partial t} + \frac{\partial u^{(2')} E^{(2')}}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial v^{(2')} E^{(2')}}{\partial y^{(2)}} &= -\frac{\partial u^{(2')} p^{(2')}}{\rho \partial x^{(2)}} - \frac{\partial v^{(2')} p^{(2')}}{\rho \partial y^{(2)}} \\ &+ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{R^2} \right) \left[\frac{\partial \left(v^{(2')} \right)^2}{\partial t} + \frac{\partial u^{(2')} \left(v^{(2')} \right)^2}{\partial x^{(2)}} + \frac{\partial \left(v^{(2')} \right)^3}{\partial y^{(2)}} \right] \ . \end{aligned} \tag{2.54}$$

  Par conséquent, un nouveau terme de forçage apparait pour l'équation de la conservation de l'énergie. Il est à comparer au terme provenant de l'Eq. (2.22), qui en incompressible s'écrit,

$$(1 - R) \left[\frac{\partial v^{(2')} p^{(2')}}{\rho^{(2')} \partial y^{(2)}} + \frac{\partial v^{(2')} E^{(2')}}{\partial y^{(2)}} \right] \ .$$

  Il est à nouveau difficile d'estimer l'impact de chacun des termes de forçage, l'un par rapport à l'autre, ou relativement à l'équation de conservation de l'énergie, d'autant que ces termes sont assez différents pour l'énergie.

- Passage du domaine (2) au domaine (1) :

  L'étude similaire sur l'équation de conservation de l'énergie dans le domaine (2) démontre l'équation suivante,

$$\frac{\partial E^{(1')}}{\partial t} + \frac{\partial u^{(1')} E^{(1')}}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial v^{(1')} E^{(1')}}{\partial y^{(1)}} = -\frac{\partial u^{(1')} p^{(1')}}{\rho^{(1')} \partial x^{(1)}} - \frac{\partial v^{(1')} p^{(1')}}{\rho^{(1')} \partial y^{(1)}} + \frac{1}{2}\left(R^2 - 1\right)\left[\frac{\partial \left(v^{(1')}\right)^2}{\partial t} + \frac{\partial u^{(1')} \left(v^{(1')}\right)^2}{\partial x^{(1)}} + \frac{\partial \left(v^{(1')}\right)^3}{\partial y^{(1)}}\right]. \tag{2.55}$$

En conclusion, l'ensemble de ces corrections proposées ici ne permettent pas de vérifier avec certitude les équations d'Euler, mais permettent néanmoins d'en vérifier certaines : l'équation de conservation de la masse et la composante axiale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

2.2.3 Correction en passant par un traitement asynchrone

Pour aller un peu plus loin, une analyse des implications de l'homothétie sur l'écoulement est proposée. Pour cela, un vortex est considéré. Il est à noter que le principe serait identique pour n'importe quelle autre forme d'écoulement, le cas du vortex étant un moyen de concevoir et de comprendre les éléments mis en jeu. La Figure 2.5 représente ainsi à gauche un vortex qui serait dans un domaine, avec un certain rayon, et à droite le vortex équivalent après application d'une homothétie si cette dernière était faite de manière idéale.

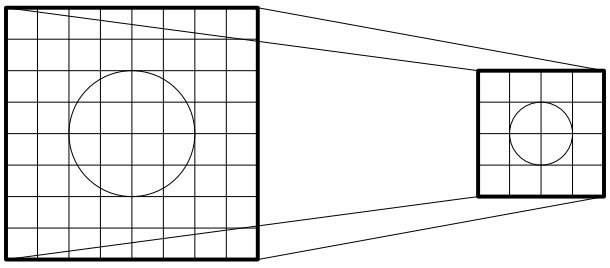


FIGURE 2.5 – Homothétie idéale d'un vortex provenant d'un premier domaine vers un autre domaine.

Cette représentation d'une telle homothétie permet de mieux comprendre ce qui est en jeu. En convectant le vortex de la gauche vers la droite, et en connectant les domaines afin de les faire échanger des informations, il est alors possible d'appliquer la méthode PTA pour effectuer ce transfert.

Considérations instantanées

Une première considération instantanée est effectuée au niveau de l'interface entre les deux domaines. Pour rappel, la transmission de l'information entre un domaine et l'autre est gérée par la méthode MISCOG. Plus de détails sur cette méthode peuvent être retrouvés dans le Chapitre 1 ou dans Wang *et al.* [52, 204]. La Figure 2.6 représente le champ pour un vortex à un instant donné qui serait à cheval sur l'interface, avec à chaque fois, la ligne en pointillés qui représente la condition limite du domaine opposé, et donc la zone où l'information sera récupérée après interpolation pour servir comme donnée d'entrée du domaine opposé. Le schéma de gauche représente l'effet d'une homothétie sur le vortex, le schéma de droite la transformation espérée. Une utilisation classique de la méthode sans modification, *i.e.* pour laquelle la distance ΔX_1, qui représente la distance entre les deux conditions limites à l'interface, est égale à la distance ΔX_2, implique nécessairement un écrasement de la forme du vortex. La variation de rayon affectant toutes les directions, dont la direction axiale, il faut alors nécessairement corriger la distance ΔX_1 ou la distance ΔX_2. Le ratio de ces distances doit être égal au ratio de la méthode PTA pour que la transformation ait un sens pour le vortex, et ΔX_1 vérifie alors,

$$\Delta X_1 = \frac{L_1}{L_2}\Delta X_2 = R\Delta X_2 \ . \tag{2.56}$$

La Fig. 2.6 (b) représente alors le résultat avec cette distance corrigée.

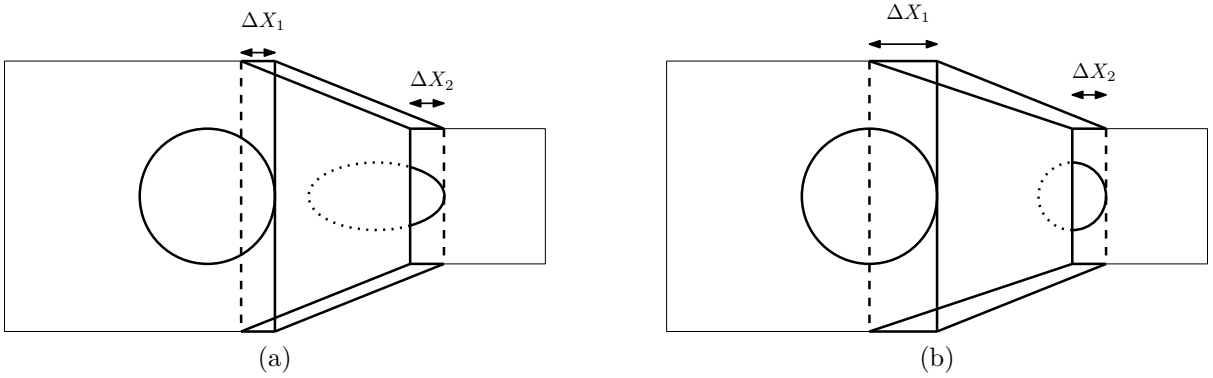


FIGURE 2.6 – Représentation du vortex à un instant donné avec à gauche la version non corrigée, et à droite la version corrigée.

Considérations dynamiques

La considération précédente portait sur un instant donné. Une considération dynamique est maintenant effectuée. Le vortex est à présent mobile, et se déplace de gauche à droite avec une vitesse de convection U_0, et traverse l'interface.

La Figure 2.7 représente 4 instants différents. Au premier instant, le vortex n'est pas encore rentré dans le deuxième domaine, mais est sur le point de le faire. Au deuxième instant, le vortex a été convecté d'une distance δx, qui correspond à la distance entre le bord du deuxième domaine et la zone d'interpolation utilisée par le premier domaine

(en pointillés). Et ainsi de suite pour les instants suivants qui supposent à chaque fois une convection de δx supplémentaire du vortex. Le résultat est ici aussi une déformation significative de la forme du vortex. C'est ici aussi complètement logique, puisque le vortex provenant du premier domaine a un rayon théorique qui est deux fois plus important par rapport au vortex du deuxième domaine, le rayon de ce dernier étant naturellement impacté par la transformation. Le temps nécessaire pour que le vortex traverse entièrement l'interface étant le même, et la vitesse de convection étant inchangée, cela signifie que le rayon du vortex dans la direction axiale sera inchangé lui aussi, ce qui est contraire au fait que le vortex dans le deuxième domaine doive voir sa taille diminuer.

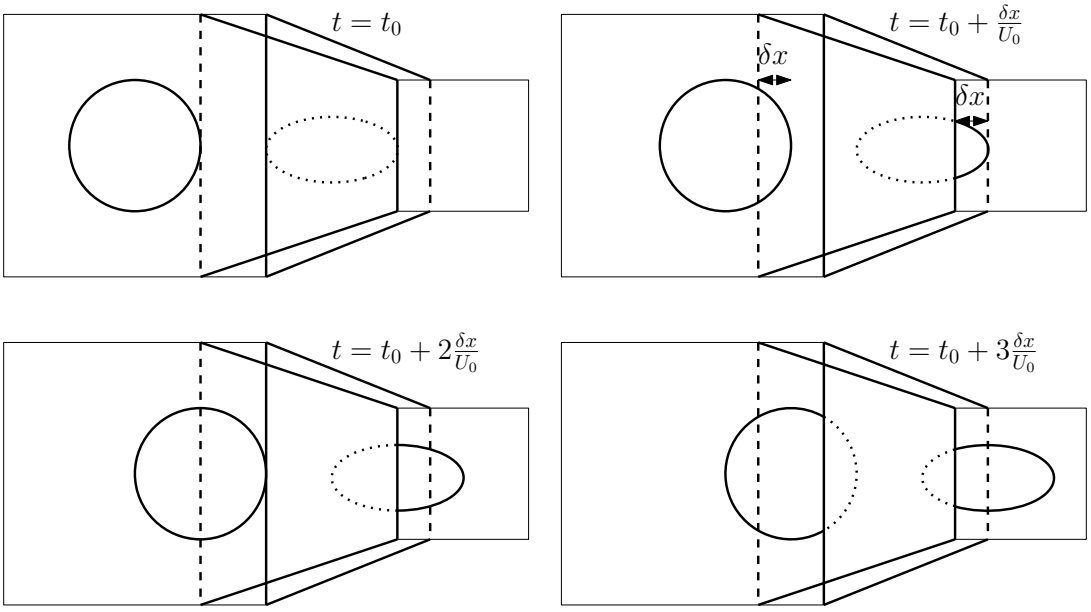


FIGURE 2.7 – Représentation du vortex pour la considération dynamique en asynchrone - sans correction temporelle.

Pour corriger cet effet, il est nécessaire de trouver un moyen de changer δx dans le deuxième domaine relativement au premier. Pour cela, deux manières sont possibles. La première est de modifier la vitesse de convection. Au niveau d'une turbomachine, cela impliquerait de modifier le débit, et donc de changer complètement de point de fonctionnement. Ce n'est à priori pas envisageable. L'autre approche serait de travailler en asynchrone. En désynchronisant l'échange entre les domaines, il n'y aurait alors plus ce lien, et il est alors possible de modifier δx d'un domaine sans modification de l'autre. Le ratio de la méthode permet de relier les deux distances δx_1 et δx_2 (qui correspondent aux distances δx dans le domaine 1 et le domaine 2) de la manière suivante,

$$\delta x_1 = \frac{L_1}{L_2}\delta x_2 = R\delta x_2 \ . \tag{2.57}$$

C'est ce qui est représenté sur la Fig. 2.8. Les temps t_1 et t_2 correspondent respectivement aux temps courant dans le domaine de gauche et celui de droite. Bien que représentés systématiquement ensemble, à part sur la représentation en haut à droite où ces deux temps sont identiques et valent t_0 (pris de manière arbitraire), les autres ne

sont jamais égaux. Dans cet exemple, le temps s'écoule deux fois plus lentement dans le domaine de droite que dans le domaine de gauche. Cette correction temporelle permet de bien prendre en compte le fait que le rayon du vortex doit diminuer au passage de l'interface.

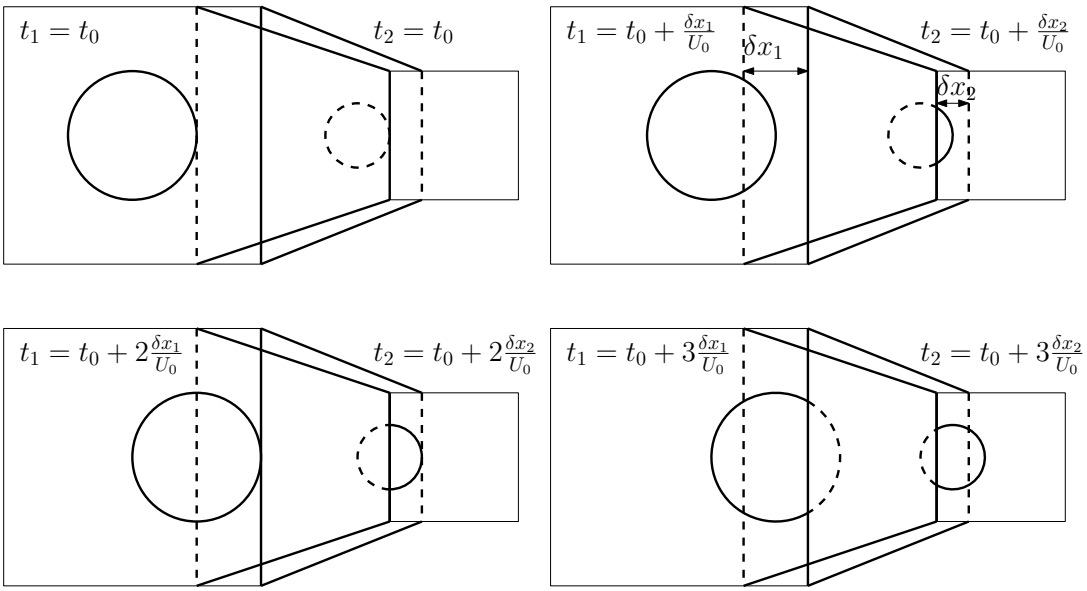


FIGURE 2.8 – Représentation du vortex pour la considération dynamique en asynchrone - avec correction temporelle.

Ces deux corrections, statique au niveau de l'écart entre la zone d'interpolation et la condition limite, et dynamique en traitant les deux domaines de manière asynchrone, permettent théoriquement de reproduire de manière fidèle le vortex, et plus généralement toute la dynamique des fluides.

La méthode classique PTA, ainsi que la version avec correction de la vitesse transverse, et la version travaillant en asynchrone sont utilisées et comparées pour le cas du vortex convecté dans la section suivante.

2.3 Qualification de la méthode PTA sur le cas du vortex convecté

La première configuration étudiée est un vortex isentropique convecté. Pour des raisons de praticité, notamment pour la comparaison des résultats, le vortex traverse 3 domaines différents. Il commence dans un premier domaine statique D_1, puis traverse un domaine D_2 en translation, et enfin, il vient terminer sa course dans un troisième domaine D_3, celui-ci statique. Tous les domaines sont carrés, périodiques et de même dimension, Fig. 2.9. Il est à noter que tous les côtés de l'ensemble des domaines ont pour taille $L = 0.06$ m, et sont respectivement notés L_1, L_2 et L_3.

Quatre simulations sont réalisées : une simulation de référence telle que détaillée précédemment et trois simulations utilisant la méthode PTA où la longueur transversale du domaine central D_2 est réduite de sorte que $L_2 = \frac{2}{3}L_1 = \frac{2}{3}L_3$. Pour les simulations PTA, les longueurs axiales restent égales, seule la dimension transverse du domaine central est modifiée. Le maillage est constitué de carrés, de taille constante Δx et a été choisi pour obtenir 12 points dans le rayon du vortex R_c, soit $\Delta x = 0,00025$ m pour les deux directions x et y. Pour plus de clarté, x^* et y^* qui sont les coordonnées adimensionnées par le rayon du vortex seront utilisées pour repérer les différents éléments en jeu.

Comme détaillé dans la section précédente, pour les simulations PTA, le vortex subira deux homothéties différentes en traversant les deux interfaces virtuelles. Le temps est aussi adimentionné de telle sorte que la simulation débute pour un temps $t^* = 0$, et est au centre du domaine D_1, et se termine à $t^* = 1$ lorsque le vortex est au centre du domaine D_3. Il est à noter que d'après la théorie, puisque le problème est linéaire, la solution est connue à tout instant. Les conditions limites sont traitées avec des NSCBC [205] pour éviter les réflexions à l'entrée et à la sortie. Dans les deux cas, des conditions aux limites périodiques sont utilisées au niveau des limites supérieures et inférieures du domaine.

Les détails des simulations sont fournis dans la Fig. 2.9. Il est à noter que pour les 3 simulations utilisant la méthode PTA, la première utilise la méthode classique sans modification supplémentaire, la deuxième utilise la méthode avec correction en vitesse, détaillée en section 2.2.2, et la troisième utilise la méthode avec désynchronisation entre le domaine D_2 et les deux domaines D_1 et D_3, détaillée en section 2.2.3. Pour cette dernière simulation, l'échange entre chaque domaine se produit à chaque itération, comme pour les autres simulations. Par contre, le pas de temps est différent, celui de D_2 est $\frac{2}{3}$ inférieur à celui de D_1 et D_3. C'est cette différence de pas de temps alors que les domaines échangent à chaque itération qui crée le découplage temporel nécessaire. Enfin, pour tous les cas discutés, la valeur à laquelle le second domaine se translate n'est pas pertinente puisqu'aucun impact n'est attendu ici, l'écoulement étant infini et non limité sur les côtés supérieur et inférieur. Plusieurs tests avec différentes vitesses de translation ont été effectués, montrant que la vitesse de translation n'a pas d'impact sur les résultats, à l'exception de ceux attendus du traitement MISCOG. Ces détails peuvent se retrouver dans la publication de Wang *et al.* [204]. Le schéma numérique utilisé est le schéma de Lax-Wendroff [206].

Lors de l'initialisation, le vortex est ajouté au champ d'écoulement uniforme correspondant à une vitesse axiale constante $u_0 = 100$ (m/s), un écoulement transversal nul, une pression constante $p_0 = 101325$ (Pa) et une température constante $T_0 = 300$ (K). Le tourbillon ajouté a une force de $\Gamma = 32,1$ (m/s), un centre $(x_c^* = -10, y_c^* = 0)$ et un rayon $R_c = 0,003$ m. Le champ initial suit les expressions,

$$
\begin{aligned}
u(x,y) &= u_0 - \Gamma \frac{y-y_c}{R_c} e^{-\left(\frac{r}{4R_c}\right)^2}, \\
v(x,y) &= \Gamma \frac{x-x_c}{R_c} e^{-\left(\frac{r}{4R_c}\right)^2}, \\
T(x,y) &= T_0 - \Gamma^2 \frac{1}{2C_p} e^{-\left(\frac{r}{R_c}\right)^2}, \\
p(x,y) &= p_0 \left(\frac{T(x,y)}{T_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},
\end{aligned}
\tag{2.58}
$$

où $r = \sqrt{(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2}$ est la distance locale au centre du vortex, γ est le rapport de capacité thermique du fluide, et C_p est la capacité thermique du fluide à pression constante. Le domaine mobile D_2 est translaté avec une vitesse fixée ici arbitrairement à $u_{transl} = 20\ (m/s)$.

Le champ d'écoulement obtenu par les simulations résolvant les équations d'Euler sera ensuite étudié à des instants spécifiques. Pour être cohérent, le temps est normalisé par $t_{ref} = \frac{40R_c}{u_0}$, ce qui correspond au temps théorique pour que le centre du tourbillon se situe à $(x^* = 30, y^* = 0)$, *i.e.* au centre du dernier domaine D_3. Comme le montre la Fig. 2.9, les différentes iso lignes noires représentent le vortex aux différents instants d'intérêt : *i.e.* $t^* = 0.25$ lorsque le vortex est situé sur l'interface entre D_1 et D_2, $t^* = 0.5$ lorsque le vortex est au centre de D_2, $t^* = 0.75$ lorsque le vortex est situé sur l'interface entre D_2 et D_3 et $t^* = 1$ lorsque le vortex est au milieu de D_3. Du fait que la 4ème simulation soit asynchrone, la notion de temps n'est pas traitée de la même manière. Ainsi, pour la visualisation du domaine D_2, la valeur de t_{ref} est différente et prend en compte les écarts de temporalité. Enfin, quatre sondes numériques sont rajoutées pour enregistrer l'évolution temporelle des variables de l'écoulement et sont représentées par les croix rouges sur la figure.

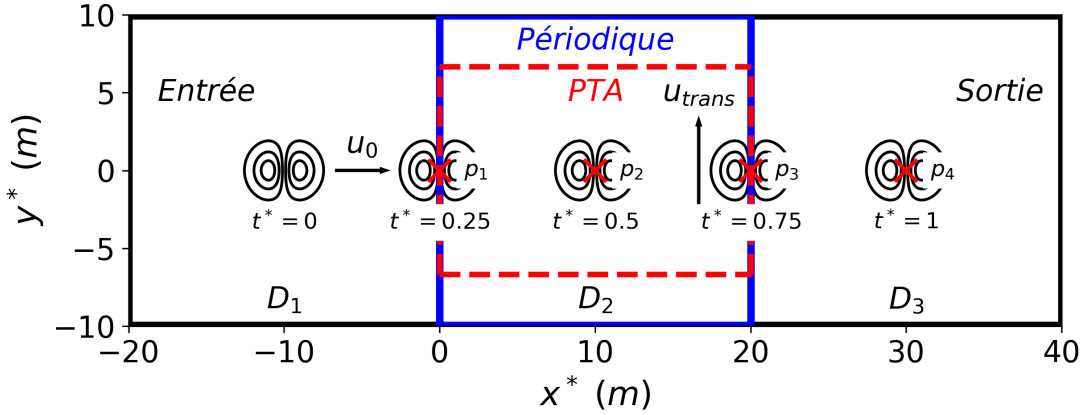


FIGURE 2.9 – Description de la configuration du vortex convecté au travers de trois domaines différents. Les croix rouges sont des sondes.

Par construction, lorsque le vortex traverse la première interface à $t^* = 0.25$, les différentes simulations PTA appliquent l'homothétie de rapport $R = \frac{2}{3}$. La Fig. 2.10

illustre la pression et la vitesse tangentielle des 4 simulations. La vitesse tangentielle est bien plus évocatrice qu'un champ de vitesse axiale ou transverse, puisque ces derniers ne représentent qu'assez peu le vortex. La vitesse tangentielle quant à elle est fonction de la distance entre le point considéré et le centre du vortex. Cette vitesse tangentielle est construite à l'aide des coordonnées polaires ($r(x,y)$, $\theta(x,y)$) attachées à la position théorique du centre du vortex ($x_{c,theo}$,$y_{c,theo}$) à $t^* = 0.25$. Pour les prochains instants, le centre du vortex variera en suivant l'écoulement. Dans l'ordre sur la Fig. 2.10 sont représentées la simulation périodique, suivie de la simulation PTA sans correction, puis de la simulation PTA avec correction sur les vecteurs, et enfin la simulation asynchrone. Le domaine central a été dupliqué pour des questions de visualisation et pour comparer les différents cas.

À première vue, le champ de pression donne des résultats assez différents d'une simulation à l'autre. La pression est la grandeur la plus impactée en général par toute transformation, notamment parce que cette dernière va s'adapter, conduisant à des perturbations de pression qui se propagent ensuite dans toutes les directions dans tous les domaines. Dans le cas de la simulation PTA sans modification (Fig. 2.10 (b)), la pression est impactée de manière importante. Les deux corrections proposées, que ce soit celle en vitesse ou celle en temps, permettent par contre d'avoir des résultats bien plus proches du résultat obtenu dans la simulation de référence. En ce qui concerne le profil de vitesse, les résultats sont globalement similaires. Il est à noter l'aplatissement du vortex dans le cas de la simulation PTA sans correction et dans le cas de la simulation PTA avec correction en vitesse. C'est un phénomène tout à fait attendu, qui a été présenté plus haut lors du détail de la méthode asynchrone. La transformation PTA a pour conséquence de réduire la taille du profil dans la direction y, et rien n'est effectué pour réduire celle dans la direction x. Le vortex résultant prend donc une forme ovoïde. La correction en temps (Fig. 2.10 (h)) permet d'éviter cet effet, avec un rayon réduit dans la direction x grâce au découplage temporel.

Le deuxième instant intéressant de ces simulations correspond à celui où le vortex est au centre du deuxième domaine (Fig. 2.11). En termes d'amplitude, la pression est plutôt bien respectée, sauf pour la simulation avec correction de la vitesse transverse (Fig. 2.11 (c)). Ce n'est pas surprenant, puisqu'en diminuant la composante transverse de la vitesse, c'est la force du vortex qui est diminuée, et par conséquent l'amplitude de la dépression. Dans le cas de la simulation sans correction, des perturbations assez importantes sont visibles dans le domaine D_1. Ces perturbations trouvent leur origine lors du passage du vortex sur la première interface. Pour la dernière simulation, les erreurs de pression sont minimes, et le vortex est très peu perturbé, seule la taille du rayon a été modifiée. En ce qui concerne la vitesse tangentielle, sur cette dernière simulation, encore une fois, le vortex n'est que très légèrement modifié, mais ce n'est quasiment pas visible sur la figure. Les deux autres simulations sont plus impactées. La version non corrigée (Fig. 2.11 (f)) voit une augmentation de la vitesse tangentielle à certains endroits, et une déformation du vortex. Pour la déformation du vortex, ce n'est pas surprenant, puisque c'est quelque chose qui était attendu et qui a déjà été remarqué lors du passage du vortex au travers de la première interface. Pour l'augmentation de la vitesse tangentielle, l'explication est assez simple. Aucune modification n'a été effectuée sur les grandeurs au passage de l'interface, mais la transformation a réduit mécaniquement la taille du vortex d'un facteur $\frac{2}{3}$, ce qui

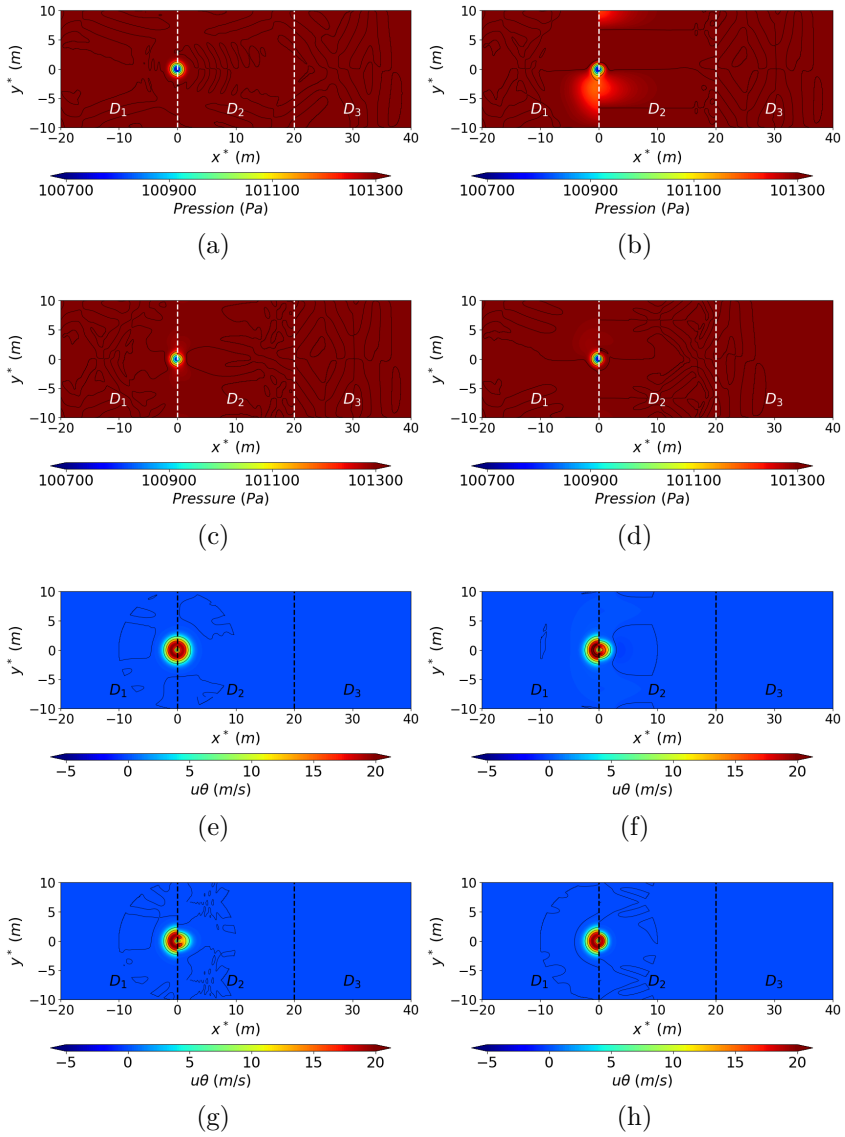


FIGURE 2.10 – Champ de pression et champ de vitesse tangentielle pour la simulation de référence, la simulation PTA sans correction, la simulation PTA avec correction sur les vecteurs et la simulation PTA avec correction asynchrone, au temps $t^* = 0.25$.

provoque une modification de la force du vortex. Le vortex s'adapte à cette variation de force, ce qui implique une modification des vitesses. En ce qui concerne le champ de vitesse tangentielle de la simulation pour laquelle la vitesse transverse est corrigée, il y a aussi un effet de déformation, mais cette fois-ci, il n'y a pas d'effet d'accélération, mais plutôt une décélération. L'explication est assez évidente, la vitesse tangentielle ayant été réduite, cela impacte la force du vortex, ce qui se répercute sur cette grandeur.

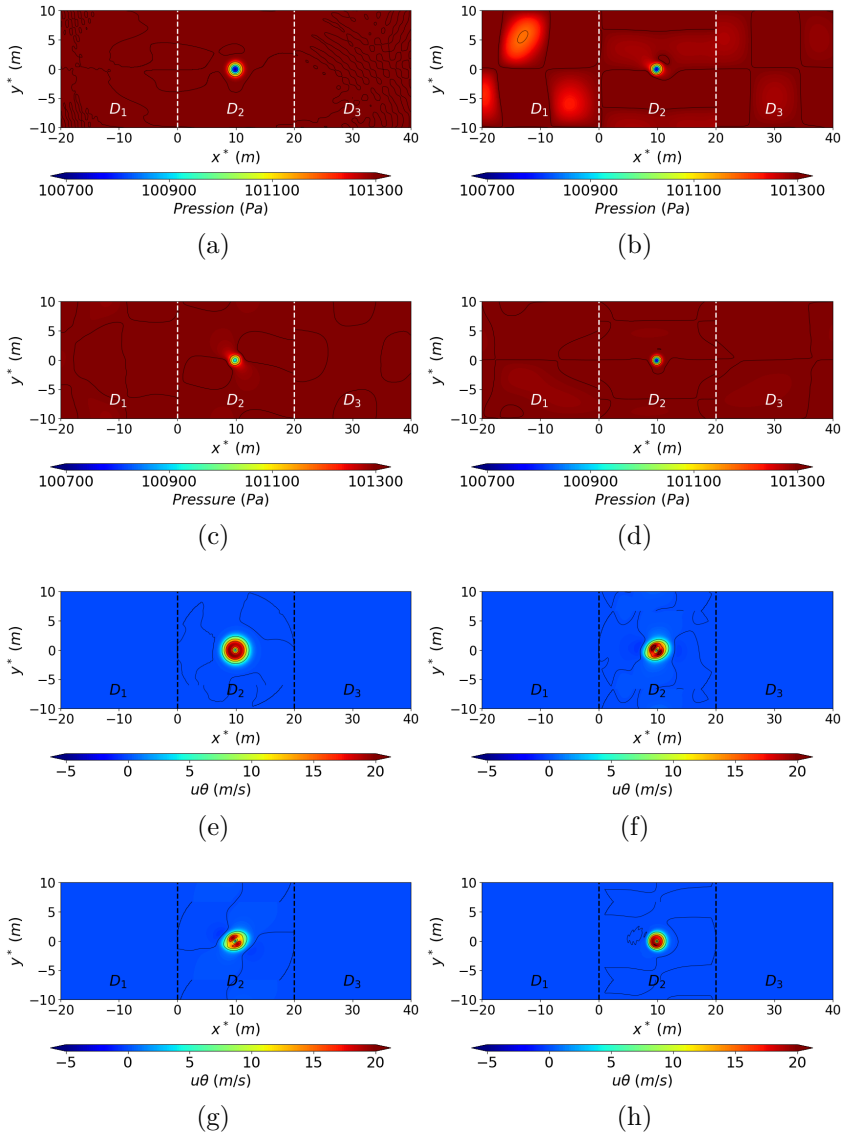


FIGURE 2.11 – Champ de pression et champ de vitesse tangentielle pour la simulation de référence, la simulation PTA sans correction, la simulation PTA avec correction sur les vecteurs et la simulation PTA avec correction asynchrone, au temps $t^* = 0.5$.

Enfin pour $t^* = 0.75$, lorsque le vortex traverse la deuxième interface, les résultats et les remarques sont sensiblement les mêmes que celles effectuées lorsque le vortex a traversé la première interface, sauf que cette fois-ci, l'effet est inverse, c'est à dire $R = \frac{3}{2}$ pour les simulations PTA. Cet instant particulier n'est pas montré sur les figures.

Pour la dernière position $t^* = 1$, le vortex a traversé les deux interfaces. En ce qui

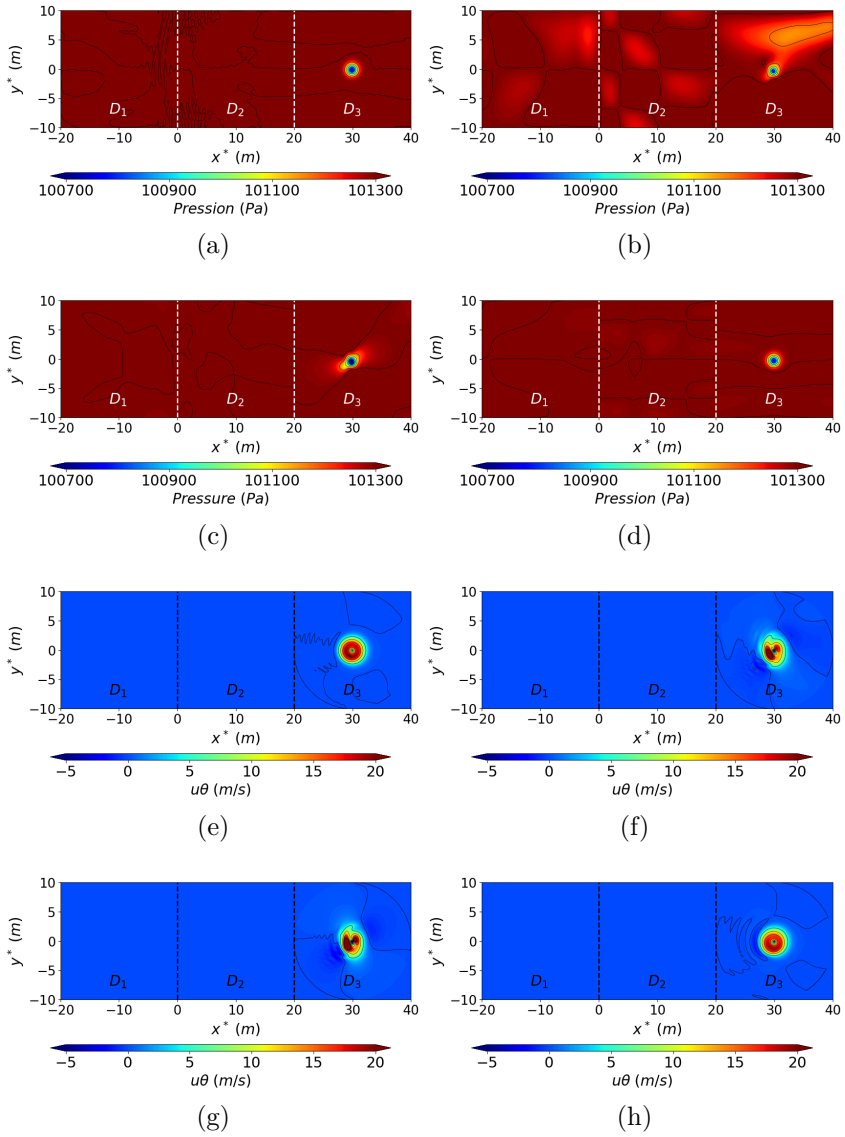


FIGURE 2.12 – Champ de pression et champ de vitesse tangentielle pour la simulation de référence, la simulation PTA sans correction, la simulation PTA avec correction sur les vecteurs et la simulation PTA avec correction asynchrone, au temps $t^* = 1$.

concerne la simulation PTA pour laquelle aucune correction n'a été effectuée (Fig. 2.12), le champ de pression est très perturbé, pas seulement au niveau du vortex. Ces perturbations impactent l'ensemble de la simulation, et interagissent avec les conditions limites. Le champ de vitesse tangentielle est également perturbé. Les deux transformations ne sont pas compensées à cause de la dynamique des divers vortex obtenus aux passages des interfaces qui ont profondément transformé les évolutions temporelles de chaque problème résultant. Il y a notamment des zones où la vitesse est plus élevée, d'autres où elle est plus faible, en comparaison de la référence, signe que le vortex reste déformé si aucune correction n'est apportée. La deuxième simulation PTA concerne la simulation avec correction en vitesse. Le champ de vitesse tangentielle est dans ce cas très semblable à celui de la simulation décrite précédemment, le vortex étant tourné et déformé de la même manière. Le champ de pression par contre est beaucoup moins impacté. La déformation du vortex est visible, mais les perturbations en pression sont quasiment inexistantes, ou alors localisées au voisinage du vortex. Le résultat de la simulation avec correction temporelle est excellent, très proche de la simulation de référence, que ce soit pour la pression ou pour la vitesse tangentielle. Le centre du vortex n'est que très légèrement déplacé, en comparaison de la simulation de référence.

Comme indiqué précédemment, différentes sondes ont été placées le long de la ligne centrale $y = 0$ des simulations pour capter les évolutions temporelles des variables de l'écoulement. Ces variations temporelles provenant des 4 sondes pour la simulation de référence et la simulation PTA sans correction sont représentées sur la Fig. 2.13. Chaque pic de pression correspond au passage du centre du vortex sur une des sondes. Comme attendu, lorsque le vortex traverse les interfaces entre un domaine statique et un domaine en mouvement, des fluctuations de pression apparaissent en plus de la variation induite par la pression du vortex (p_1 et p_3). Ceci met à nouveau en évidence le fait que la transformation n'est pas parfaite et conduit à une erreur comme le montre l'analyse précédente. Un effet direct de cette méthode est la génération de perturbation de pression qui aura tendance à générer des ondes acoustiques. Les variations importantes de la vitesse axiale, notamment au niveau de la sonde p_4 indiquent que le centre du vortex n'est plus aligné avec l'axe central. En effet, en théorie la vitesse axiale devrait être constante et égale à 100 m/s sur tout l'axe. Même pour le cas de la simulation de référence, une certaine déviation apparait et la vitesse axiale ne reste pas égale à 100 m/s. En ce qui concerne la vitesse transverse, elle est relativement peu impactée par la transformation.

De manière générale, les simulations PTA donnent des résultats plutôt corrects vis-à-vis des champs de l'écoulement. La simulation sans aucune correction est celle qui perturbe le plus l'écoulement, notamment la pression, mais les caractéristiques du vortex sont relativement épargnées, le centre, la force et le rayon restant similaires. La simulation avec correction en vitesse donne un résultat un peu meilleur, en termes de perturbations, qui sont finalement assez peu présentes. Par contre, et c'est quelque chose qui sera souligné dans le Chapitre 4, la transformation implique des variations significatives, ici sur la force du vortex et donc le champ de pression, ce qui sur des configurations de type turbomachine induit des variations sur les grandeurs totales (pression et température) et sur l'angle de l'écoulement. Enfin, la dernière simulation avec désynchronisation temporelle est celle qui fournit les meilleurs résultats.

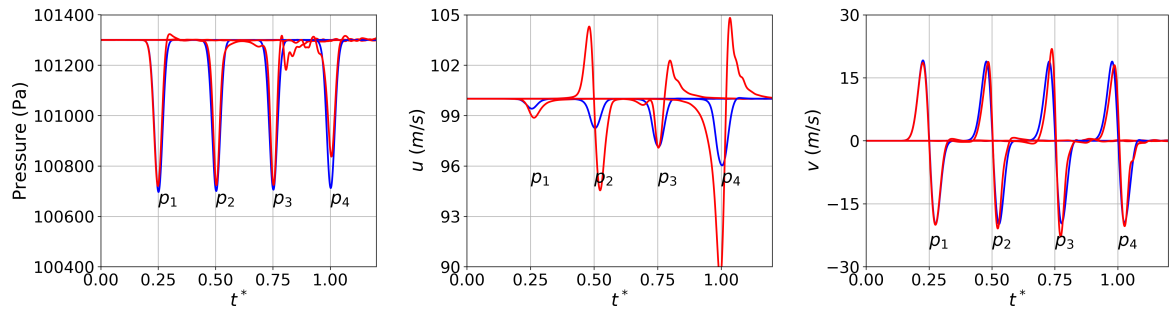


FIGURE 2.13 – Évolution temporelle de la pression, de la vitesse axiale et de la vitesse transverse pour la simulation périodique (—) et la simulation PTA sans correction (—).

Il est important de souligner que cette méthode ne permet de corriger que les effets vus sur la direction axiale et n'est donc adaptée que pour des configurations en 2D, puisqu'en 3D, il n'est pas possible de corriger ces phénomènes dans la direction radiale. De plus, effectuer des simulations asynchrones n'est pas quelque chose d'usuel, et les implications sont nombreuses. Cette dernière simulation avait plus pour but de mettre en évidence les travers de la méthode PTA, et de mieux comprendre les implications sur ce cas précis. Pour la suite de cette étude, seule la simulation PTA sans correction sera comparée à la simulation de référence périodique.

Enfin, l'erreur quadratique de la moyenne locale est évaluée pour plusieurs rapports $R = \frac{L_2}{L_1} \in [0.5, 2]$ afin de bien comprendre l'effet d'une variation du ratio sur l'écoulement. La configuration est identique au test précédent, la seule différence avec la simulation PTA jusqu'alors utilisée étant la hauteur du domaine D_2 qui varie avec le ratio R. L'erreur quadratique moyenne en pression suit l'expression suivante,

$$L_2(p) = \left[\frac{\sum V_i \left(p_i - p_{ref,i}\right)^2}{\sum V_i} \right]^{1/2} , \tag{2.59}$$

avec V_i le volume local de la cellule associée à un nœud i, p_i la pression locale à ce nœud i, et $p_{ref,i}$ la pression issue de la simulation avec un rapport $R = 1$. L'erreur est évaluée à 3 moments différents comme le montre la Fig. 2.14 ; $t^* = 0.25$, qui correspond au moment où le tourbillon traverse la première interface ; $t^* = 0.75$, quand il traverse la seconde interface ; et $t^* = 1$, quand il est situé au centre du domaine D_3. Pour cette dernière figure, le résultat des simulations avec correction est aussi donné, avec le losange bleu qui correspond à la simulation PTA avec correction sur les vecteurs, et le carré rouge qui correspond à la simulation asynchrone. Sans surprise, l'erreur de ces deux dernières simulations est plus faible, la simulation asynchrone étant celle qui s'approche le plus de la référence. L'erreur suit clairement une réponse linéaire au ratio R, avec, comme prévu, l'erreur la plus faible qui correspond au ratio unité, et qui augmente lorsque le ratio s'en éloigne, d'un côté comme de l'autre. Ainsi, pour réduire l'effet de la méthode, il faut toujours sélectionner un rapport le plus proche de 1 que possible.

Globalement, quelle que soit l'approche PTA adoptée, le vortex subit deux transformations différentes, créant des fluctuations lors de la traversée des deux interfaces, qui se

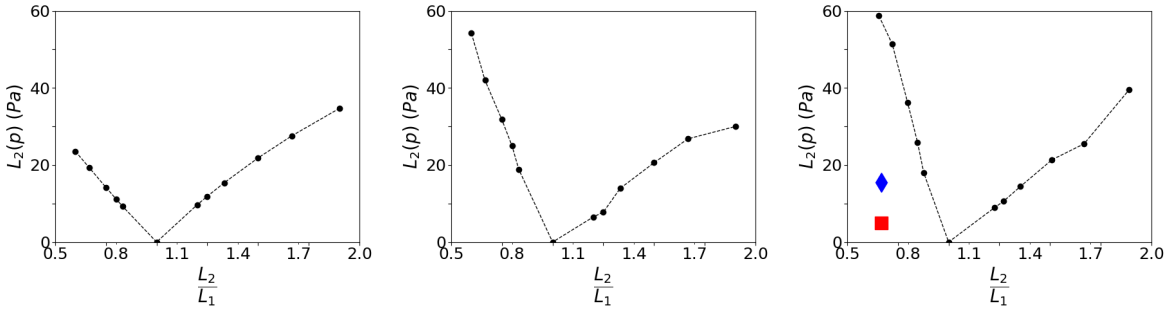


FIGURE 2.14 – Erreur quadratique moyenne sur la pression en fonction du ratio de la méthode à $t^* = 0.25$, $t^* = 0.75$, et $t^* = 1$. Le losange bleu correspond à l'erreur de la simulation PTA avec correction sur les vecteurs, le carré rouge à l'erreur de la simulation PTA avec correction asynchrone.

propagent sur l'ensemble des domaines. Malgré tout, les solutions réussissent à retrouver et à garder un comportement semblable à celui de la simulation de référence avec une certaine dispersion. L'aérodynamique de l'écoulement est grossièrement conservée sans modification majeure. En revanche, la méthode PTA génère toujours des perturbations du champ de pression. Celles-ci s'avèrent non négligeables et il faut en tenir compte dans l'analyse des résultats. Ces perturbations sont d'autant plus faibles que le ratio est proche de 1, chose qu'il faut essayer de contrôler si possible pour une maîtrise et une qualité de la prédiction. Enfin, deux propositions d'améliorations ont été effectuées. Une première en prenant en compte la variation de la méthode sur les vecteurs, qui donne à première vue des résultats plus intéressants, mais qui a pour gros inconvénient la modification de certaines grandeurs qui sont importantes dans le cas de simulations de turbomachine. Une deuxième proposition qui prend en compte cette fois l'homothétie dans la direction axiale en modifiant la temporalité dans le domaine D_2 par rapport aux autres domaines. Cette correction donne les meilleurs résultats, mais a pour inconvénient de ne pas prendre en compte l'effet dans la troisième direction, la direction radiale en cylindrique. De plus, c'est une approche qui demande d'effectuer une simulation avec des pas de temps différents en fonction du domaine considéré, ce qui implique une mise en œuvre, un suivi de calcul et un traitement des résultats plus complexes. En conclusion et pour la suite, la méthode PTA sans correction sera étudiée en priorité de par sa simplicité et sa facilité de mise en œuvre même sur des problèmes réels.

2.4 Qualification de la méthode PTA sur une turbine haute pression

Dans cette section, la méthode PTA est utilisée pour faire la simulation LES d'une turbine haute pression conçue par Safran Helicopter Engines, pour laquelle il existe une riche base de données numérique et expérimentale. Cette base de données a été constituée pour divers points de fonctionnement, dans des conditions hors conception, et avec des vitesses de rotation différentes. En effet, elle est bien adaptée à l'évaluation et la comparaison de différentes méthodes de calcul. En effet, elle présente une périodicité naturelle

de deux aubes fixes directrices (ou *Nozzle Guide Vanes* (NGV)) pour cinq pales de rotor, comme le montre la Fig. 2.15. Une première simulation de référence, dénommée **Perio** est effectuée. Une deuxième simulation PTA utilisant une aube NGV et 2 aubes de rotor, ce qui conduit à un ratio PTA entre le domaine du rotor et stator de 0.8, est produite et sera nommée simplement **PTA**. Ce rapport est plutôt faible par rapport à 1, principalement à cause de la périodicité naturelle existante. Il est à noter qu'il est toujours possible de trouver un ratio inférieur à 2 ou supérieur à 0.5 en modifiant le nombre d'aubes du domaine statique et/ou du domaine mobile.

Les 2 maillages utilisés sont non structurés et construits à partir de mailles tétraédriques. Pour le domaine constitué d'un NGV pour la simulation PTA (qui inclut le plénum en aval des pales du rotor), le maillage dénombre 16 millions de cellules, contre 32 millions pour le domaine constitué de 2 NGV pour la simulation périodique. Pour le domaine constitué de 2 aubes de rotor, le maillage dénombre 10 millions de cellules, contre 25 millions pour le domaine constitué de 5 aubes de rotor. Tous les détails concernant la mise en place, le maillage, et l'étude de convergence sont rapportés dans Dombard *et al.* [207] et Gout *et al.* [202]. Il est à noter que le maillage a été réalisé sur un unique canal, qui a été ensuite dupliqué pour concevoir les maillages finaux.

Tous les paramètres numériques, y compris la résolution du maillage, sont égaux entre les simulations. La convergence temporelle des résultats a également été vérifiée.

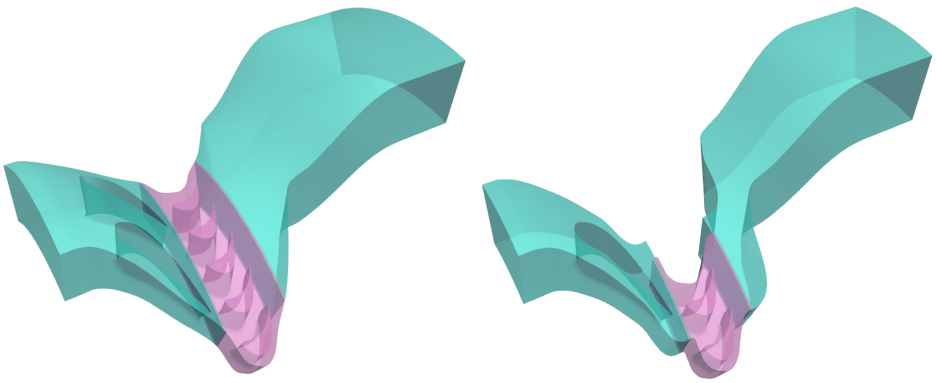


FIGURE 2.15 – Domaine numérique de la simulation **Perio** à gauche et **PTA** à droite de la turbine haute pression, avec en vert la partie statique, et en rose la partie mobile.

Tout d'abord, les différences relatives entre les simulations **Perio** et les simulations **PTA** basées sur les valeurs $0D$ des principaux paramètres de conception, *i.e.* le débit massique réduit, l'efficacité isentropique et l'angle de l'écoulement à l'arrière du rotor, sont présentés dans la Table 2.1. Les résultats obtenus avec les simulations périodique et PTA sont proches : seule la déviation de l'écoulement est affectée alors que le débit massique réduit ne l'est pas du tout, ou avec un écart très faible. Il est intéressant de noter que l'efficacité isentropique est à peine modifiée. En ce qui concerne le temps CPU, la

simulation **PTA** coûte environ deux fois moins cher que son homologue **Perio**, ce qui est en adéquation avec la valeur attendue au vu du ratio du nombre de cellules du maillage.

Débit massique réduit [%]	Angle de l'écoulement [°]	Efficacité Isentropique [%]	Gain CPU
0.2	-1.4	-0.17	2.24

TABLE 2.1 – Grandeurs de la simulation **PTA** relativement à la simulation **Perio**.

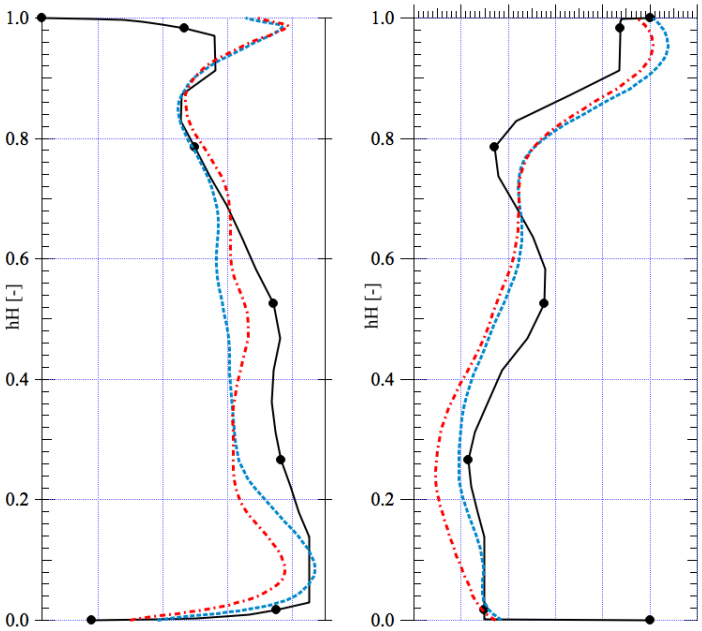


FIGURE 2.16 – Profil moyen radial de la pression totale à gauche et de l'angle de déviation de l'écoulement à droite une corde à l'arrière du rotor. Comparaison entre les résultats expérimentaux(—), et des simulations **Perio** (—) et **PTA** (—).

Une comparaison plus approfondie est proposée sur la Fig. 2.16 avec le profil radial moyen de la pression totale et de l'angle de déviation de l'écoulement au même endroit que les mesures expérimentales ont été effectuées, *i.e.* une corde à l'arrière de la rangée d'aubes mobiles. La comparaison de la simulation périodique avec la base de données expérimentale ayant déjà été faite dans [207], l'étude portera uniquement sur la comparaison entre les deux simulations périodique et PTA. Dans l'ensemble, les différences sont plutôt faibles. Les profils radiaux ne diffèrent que légèrement en dessous de 60% de la hauteur réduite, ce qui pourrait s'expliquer par au moins deux mécanismes principaux, à savoir la génération de structures d'écoulements secondaires et leur migration vers l'arrière des aubes du rotor. Premièrement, en suivant l'analyse de l'écoulement proposée dans [207], on peut conclure que les tourbillons de jeu et les tourbillons de passage de carter ne sont pas fortement affectés par la PTA puisque leur trace ne concerne que le tiers supérieur des profils. Cependant, la migration de la couche limite et du tourbillon de passage du

moyeu peut être responsable des divergences visibles sur les deux profils. Cependant, la migration de ces structures ne devrait pas être fortement affectée puisque seules les coordonnées azimutales sont modifiées par la PTA, et non les coordonnées radiales.

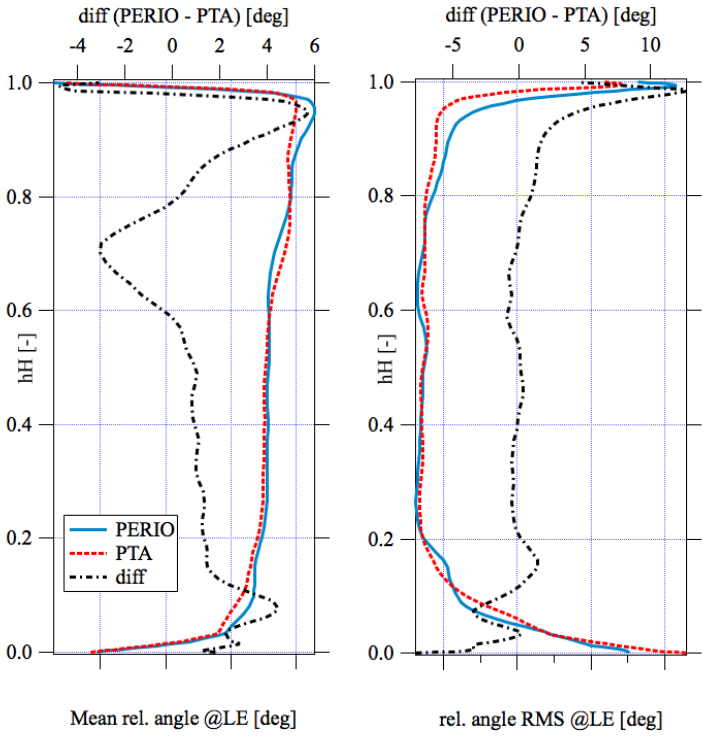


FIGURE 2.17 – Profil moyen radial de la valeur moyenne à gauche et fluctuante à droite de l'angle de déviation de l'écoulement devant le bord d'attaque du rotor. Comparaison entre les simulations **Perio** (—) et **PTA** (—) et leur différence absolue (—).

Pour mieux comprendre la génération de structures d'écoulements secondaires et l'impact possible de la PTA, les profils radiaux de l'angle d'écoulement relatif moyen et fluctuant au niveau du bord d'attaque des pales du rotor sont visibles sur la Fig. 2.17. La simulation **PTA** conduit dans cette configuration spécifique, *i.e.* ce ratio PTA particulier, à une diminution de l'angle de l'écoulement relatif. Cette diminution n'est pas constante en hauteur, probablement à cause des structures d'écoulements secondaires provenant de l'amont, et atteint jusqu'à 6° proche carter, au niveau du jeu, mais est presque nulle à mi-portée. Une autre observation est que les fluctuations de l'angle d'écoulement sont assez similaires entre les deux simulations, sauf à proche carter. C'est à mettre en perspective avec la conclusion de la première étude sur le vortex convecté. Dans la première étude, les variations du champ de l'écoulement sont directement liées à la transformation PTA. Dans cette étude, les causes de fluctuation sont nombreuses et ne se limitent pas à l'homothétie. Cela peut aussi être dû à une résolution de maillage et à une physique de l'écoulement différente (*i.e.* intensité de la turbulence, échelle de longueur de la turbulence et interactions rotor stator). Ces légères différences de l'angle de l'écoulement moyen ont un impact direct sur la distribution du nombre de Mach isentropique, comme le montre la Fig. 2.18, pour trois hauteurs réduites de la peau du rotor. La forme des profils est qualitativement similaire mais la charge sur la pale du rotor est différente, en

particulier près du moyeu où la méthode PTA conduit à une décélération (respectivement à une accélération) du côté extrados (respectivement intrados). Le choc au bord de fuite de la pale est un peu plus fort pour la méthode PTA.

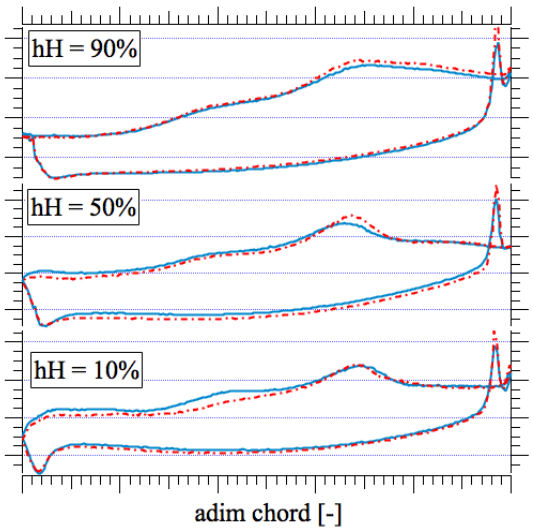


FIGURE 2.18 – Nombre de Mach isentropique relatif à 10%, 50% et 90% hauteur réduite (hH). Comparaison entre la simulation **Perio** (—) et la simulation **PTA** (—).

Pour compléter cette comparaison, les profils radiaux moyens de l'angle de l'écoulement moyen et fluctuant sont maintenant étudiés au niveau du bord de fuite du rotor et présentés dans la Fig. 2.19. Tout d'abord, il est important de noter que les profils sont presque identiques, tant pour les valeurs moyennes de l'angle de l'écoulement relatif que pour les valeurs fluctuantes, à proximité du carter ($h/H > 70\%$), ce qui indique un tourbillon de jeu similaire entre les deux simulations. Ceci n'est pas entièrement surprenant puisque le tourbillon de jeu est principalement causé par le point de fonctionnement (vitesse de rotation et taux de pression) ainsi que par la hauteur du jeu, ces deux éléments étant égaux entre les simulations **Perio** et **PTA**. Cependant, on peut constater des écarts entre 40% et 70% de la hauteur réduite, une zone où les structures d'écoulement secondaires se rencontrent, ce qui est typique pour une machine ayant de petites pales de rotor.

Ce dernier point est étudié à l'aide du champ 2D de l'angle de l'écoulement relatif au niveau du bord de fuite de l'aube du rotor, illustré sur la Fig. 2.20. Conformément à l'analyse précédente, les traces du tourbillon de jeu au niveau du carter, sont presque identiques entre les deux simulations. Les autres structures d'écoulements secondaires sont mises en évidence par des lignes blanches qui correspondent à des zones où l'angle de l'écoulement est fortement négatif. La principale différence entre les simulations **Perio** et **PTA** est la structure à mi-hauteur de pale qui est connue pour être la trace de la migration de la couche limite de l'extrados [207]. En effet, la Fig. 2.21, qui représente la partie extrados de la pale du rotor colorée par la contrainte de cisaillement de paroi, illustre ce propos. Les lignes de courant montrent bien que la différence principale entre les deux simulations provient de la migration des structures générées à différentes positions du bord d'attaque.

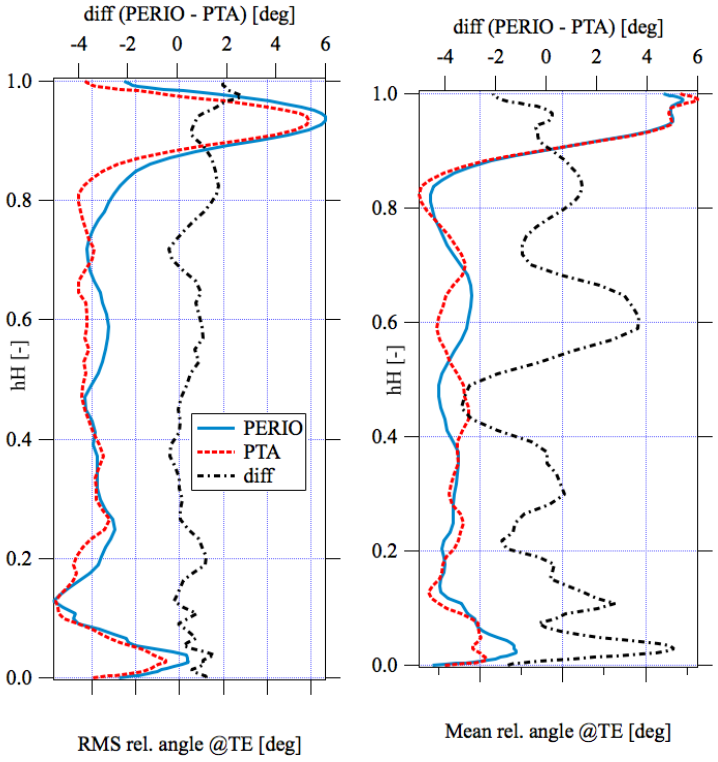


FIGURE 2.19 – Profil radial moyen de la valeur moyenne à droite et fluctuante à gauche de l'angle de déviation relatif au niveau du bord de fuite de l'aube du rotor. Comparaison entre la simulation **Perio** (—) et la simulation **PTA** (—) et leur différence absolue (—).

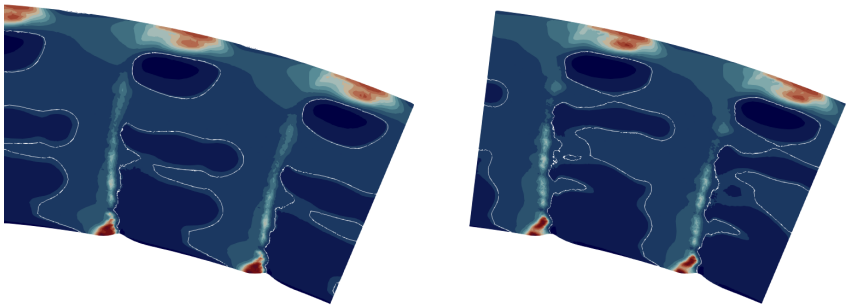


FIGURE 2.20 – Champ 2D de l'angle de l'écoulement relatif au niveau du bord de fuite de l'aube du rotor. Comparaison entre la simulation **Perio** à droite et **PTA** à gauche.

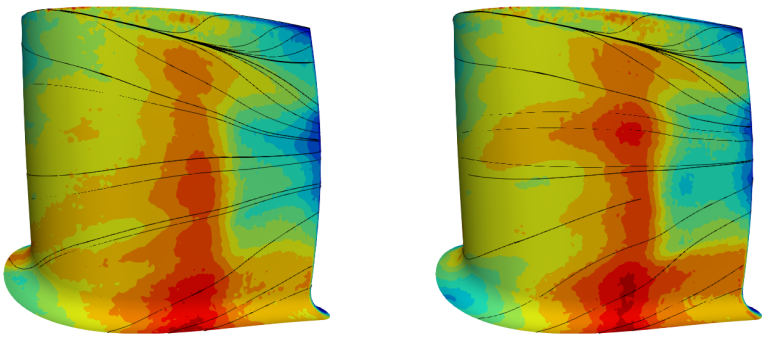


FIGURE 2.21 – Extrados de la pale du rotor coloré par la contrainte de cisaillement, avec en noir les lignes de courant de l'écoulement. Comparaison entre la simulation **Perio** à gauche et **PTA** à droite.

Cette divergence n'est pas surprenante puisque la charge de la pale de rotor est différente entre les simulations **Perio** et **PTA** en raison d'un angle de l'écoulement amont différent. Ces structures vont migrer vers l'aval du bord de fuite et peuvent donc expliquer la différence d'angle montrée sur la Fig. 2.16.

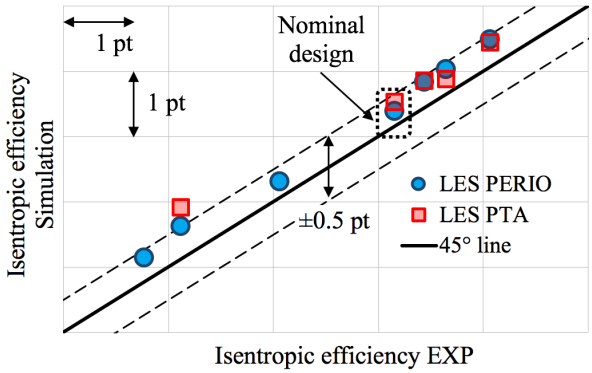


FIGURE 2.22 – Étude hors conception de la méthode. Comparaison de l'efficacité isentropique des deux simulations et de l'efficacité isentropique expérimentale.

Enfin, une question restante est l'évaluation de la méthode PTA dans des conditions hors point nominal de conception de la turbine. Pour cela, quatre simulations LES supplémentaires utilisant la méthode PTA ont été réalisées pour reproduire l'ensemble de la base de données y compris dans des conditions hors point nominal, en faisant varier la vitesse de rotation (10% de la vitesse nominale) et le taux de pression (voir [207] pour plus de détails). La carte représentant l'efficacité isentropique de l'ensemble des simulations aux différents points par rapport à l'expérience est montrée en Fig. 2.22. Le fait de se trouver sur la ligne noire, *i.e.* la ligne à 45°, signifie que la valeur de l'efficacité isentropique de la simulation est égale à celle de l'expérience. Les lignes pointillées représentent une marge de $\pm 0,5$ points d'efficacité isentropique. Sur cette figure, la tendance des simulations LES utilisant la méthode PTA est en parfait accord avec leurs homologues périodiques. Ce résultat final est très prometteur car il montre que cette méthode ne donne pas seulement des résultats similaires pour le point de conception mais qu'elle conserve également la tendance dans des conditions hors point nominal de conception.

2.5 Conclusion

La capacité de la méthode *Profile Transformation Approach* (PTA) à simuler des étages de turbomachines à un coût de CPU réduit par rapport aux secteurs périodiques est évaluée dans un contexte de simulation aux grandes échelles (LES). Sur la base des équations d'Euler, il est d'abord montré que la compression/dilatation des quantités échangées à l'interface rotor stator devrait avoir un impact sur les champs d'écoulement en fonction du rapport PTA (exprimé comme le rapport entre les extensions transversales des domaines rotor et stator). Des améliorations sont proposées pour tenter de diminuer l'impact de la transformation sur la physique de l'écoulement. Ces modifications de la méthode restent à perfectionner pour pouvoir permettre d'améliorer la compréhension des phénomènes.

La convection d'un tourbillon non visqueux à travers une interface PTA permet tout d'abord d'illustrer la génération d'ondes acoustiques parasites ainsi que la déformation du tourbillon lorsqu'il traverse l'interface. Dans le cas présent, tous ces artefacts restent sous contrôle et semblent acceptables. Les deux modifications de la méthodes proposées permettent d'observer de meilleurs résultats mais ne sont pas adaptées aux écoulements en turbomachine, la première à cause de la modification de l'angle et des grandeurs totales, la deuxième à cause de la mise en œuvre complexe et de la non prise en compte de la troisième dimension. Il a été démontré que l'erreur induite par la transformation est directement proportionnelle au ratio R. Afin d'en limiter les conséquences, il est conseillé d'avoir un ratio proche de 1.

La PTA est ensuite appliquée à un étage de turbine haute pression et comparée au cas périodique équivalent. Les quantités moyennées dans le temps confirment que seule la déviation de l'écoulement est marginalement affectée par la méthode sans avoir un impact important sur les flux secondaires tels que les tourbillons de fuite et les tourbillons de passage. Les simulations couvrant toutes les conditions hors conception de la base de données expérimentale révèlent que la méthode est non seulement robuste au point de conception nominal mais aussi lorsque le taux de pression ou la vitesse de rotation varient, fournissant des résultats précis des principales quantités de conception : angle d'écoulement, débit massique réduit et efficacité isentropique. Pour tous les cas simulés, le temps CPU est considérablement réduit et correspond comme prévu à un facteur à peu près équivalent au gain du nombre de cellules de maillage. Dans le spécifique de la turbine étudiée, le gain CPU est égal à deux. Il est à noter que ce gain pourrait être beaucoup plus élevé dans des cas non favorables où la géométrie ne peut être modifiée et/ou aucune périodicité naturelle n'existe, comme dans les simulations de moteurs complets par exemple.

Chapitre 3

Hypothèse chorochronique : application aux méthodes LES

Sommaire

3.1 Introduction 77
3.2 Méthode chorochronique et configuration double canal . . . 79
3.2.1 L'hypothèse chorochronique 80
3.2.2 Accélération de la convergence par la configuration double canal 89
3.2.3 Mise en œuvre de simulations chorochroniques 92
3.2.4 Conclusion 97
3.3 Conditions limites NSCBC et hybrides pour le traitement chorochronique azimutal 97
3.3.1 Traitement caractéristique et condition limite NSCBC 98
3.3.2 Application des conditions limites NSCBC à la méthode chorochronique 109
3.3.3 Étude des coefficients de relaxation des conditions limites NSCBC 118
3.3.4 Méthode hybride : correction des résidus à partir des grandeurs conservatives chorochroniques 123
3.3.5 Conclusion 128
3.4 Implémentation et validation de la méthode chorochronique pour l'interface rotor stator 128
3.4.1 Méthode chorochronique appliquée à l'interface rotor stator . . 129
3.4.2 Application sur le cas d'étude des sillages défilants 137
3.5 Conclusion 143

3.1 Introduction

L'hypothèse chorochronique se base sur l'aspect cyclique de la dynamique de passage des sillages dans une turbomachine. Dans le cas d'un compresseur par exemple, constitué d'une rangée d'aubes de rotor suivie d'une rangée d'aubes de stator, le bord d'attaque d'une aube de stator voit défiler N_R sillages provenant des aubes du rotor pour une

révolution complète de celui-ci, où N_R est le nombre d'aubes du rotor de cette rangée. Le principe alors relativement simple est de supposer que tous les sillages se comportent exactement de la même manière lorsqu'ils interagissent avec le bord d'attaque de l'aube de stator sélectionnée. De manière plus générale, cette supposition peut s'étendre à la rangée complète du stator, et donc à l'ensemble des bords d'attaque des aubes de stator. L'hypothèse sous-jacente est que la totalité des fréquences instationnaires contenues dans le domaine du stator se limitent à la fréquence de passage des aubes du rotor $f_{p,R}$ et à ses harmoniques. C'est une hypothèse forte dans le cadre de simulations LES qui résolvent un spectre large de turbulence.

De cette hypothèse, il est possible de construire un ensemble de règles permettant la réduction de la taille du domaine, et rendant possibles les simulations mono canal qui sont beaucoup moins couteuses que les simulations périodiques ou 360° équivalentes. Cette méthode, communément appelée méthode chorochronique ou méthode *phase-lag*, utilise l'hypothèse chorochronique et, par un habile décalage spatio-temporel, permet de reconstruire une information cohérente au niveau des bords azimutaux et des interfaces rotor-stator.

Cette méthode suscite beaucoup d'interrogations puisque les manières d'y arriver sont nombreuses. Dans le Chapitre 1, un état de l'art de la méthode a été effectué. Deux problématiques principales ressortent pour les simulations utilisant la méthode chorochronique, qui sont notamment liées à la phase de transitoire chorochronique, *i.e.* lorsque la connaissance de l'information chorochronique n'est pas encore établie :

- La première problématique consiste à s'assurer de la convergence de la simulation vers le bon cycle limite. En effet, l'influence de la solution initiale et de la période de transitoire chorochronique est très importante dans cette méthode. De nombreuses études soulignent la difficulté qui peut apparaitre pour obtenir cette convergence [60, 61, 67, 176], et surtout le temps que prend la simulation pour arriver à converger, souvent de l'ordre de plusieurs tours de la machine, et ce malgré la solution initiale qui provient souvent d'une solution moyenne convergée (solution d'un calcul RANS par exemple). Le mécanisme de traitement des bords azimutaux par la méthode est en grande partie ce qui cause cette difficulté d'atteindre le cycle limite. L'information est prélevée sur un des bords azimutaux, stockée pendant une certaine durée, et réimposée sur le bord azimutal opposé, et ce mécanisme est identique pour l'autre bord azimutal. Cela signifie que chacun des bords azimutaux et leur voisinage sont à la fois des zones de prélèvement de l'information chorochronique et des zones où l'information chorochronique est imposée. Cette dualité est la cause d'une convergence longue et parfois impossible, et qui est amplifiée par la phase de transitoire chorochronique.

  Ce problème est sans doute atténué par l'utilisation de cellules fantômes (bien que pas spécifiquement utilisées dans cette optique), zone fictive sur laquelle l'information est imposée, alors que l'information prélevée provient du domaine de calcul. Ces cellules étant voisines, l'influence de la méthode chorochronique y reste forte. L'utilisation d'une pondération est aussi possible et répandue [65–67]. Elle s'effectue en considérant une combinaison linéaire de la solution calculée par le schéma

numérique au bord azimutal et de l'information chorochronique, permettant une application de l'information chorochronique plus douce en atténuant l'effet de forçage de la méthode.

Une autre manière de réduire les soucis de convergence de la méthode est la méthode dite de double passage. Le problème lié à la convergence vient en très grande partie de la proximité de la zone de prélèvement de l'information chorochronique et de la zone d'imposition de cette information. L'idée assez simple est de considérer non pas un seul canal, mais deux canaux, et de venir prélever l'information non pas au niveau des bords azimutaux (et donc d'avoir ce problème de voisinage entre zone de prélèvement et d'imposition), mais au niveau de la surface ou de la ligne médiane entre les deux canaux. Le coût par itération et le coût en mémoire de ces simulations double canal en comparaison de ceux de simulations équivalentes mono canal sont ainsi doublés, puisque la taille du domaine est doublée. Par contre, cela permet une réduction très importante du temps de convergence.

- La deuxième considération est propre aux simulations numériques en général, et concerne le traitement des conditions limites. En effet, il existe de nombreuses manières d'imposer une information au niveau d'un bord de la simulation, notamment l'imposition d'une valeur pour les conditions de Dirichlet, l'imposition d'un flux pour les conditions de Neumann, ou bien l'utilisation d'un traitement caractéristique pour les conditions limites appelées *Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions* (NSCBC). La raison de l'utilisation de ces dernières comparativement aux deux premières dans un contexte instationnaire compressible est la réduction de la génération et l'évacuation des perturbations non physiques. À l'inverse, en venant appliquer une information par les valeurs ou les flux sans traitement supplémentaires, ces dernières ne tiennent pas compte de l'information calculée par le schéma numérique et contenue dans le domaine. Les NSCBC permettent donc une évacuation des ondes non physiques du domaine, en particulier des modes propres liés au domaine numérique réduit et qui n'ont aucune réalité physique.

Dans une première partie, après une présentation de l'hypothèse chorochronique et de la méthode chorochronique appliquée aux bords azimutaux, la configuration double canal est analysée et mise en place. Dans une deuxième partie, le traitement des conditions limites NSCBC ainsi que leur emploi dans le cadre de la méthode chorochronique sont présentés. La condition limite chorochronique dite hybride produit d'excellent résultats. Enfin, le traitement spécifique de l'interface rotor-stator par la méthode chorochronique constitue le cœur de la quatrième partie de ce chapitre.

3.2 Méthode chorochronique et configuration double canal

Cette section s'intéresse dans une première partie au principe de l'hypothèse chorochronique dans un contexte turbomachine appliqué aux bords azimutaux. La deuxième partie est consacrée à la méthode dite de double canal qui permet une convergence plus

rapide et une stabilisation du calcul sur le long terme. Enfin, la dernière partie présente l'application de la méthode chorochronique aux bords azimutaux sur une configuration simplifiée sur une simulation mono canal et une simulation double canal.

3.2.1 L'hypothèse chorochronique

L'introduction du concept de chorochronie et son utilisation datent de la fin des années 1970, avec les travaux de recherche de Erdos et Alzener [56], et Erdos *et al.* [76]. À cette époque, afin de réduire le coût des simulations numériques fluides, notamment les simulations dites URANS, il a été constaté qu'il existe une certaine périodicité spatio-temporelle interne aux écoulements en turbomachines. Cette pseudo périodicité, si avérée, permettrait la simulation de domaines mono canal et donc de réduire considérablement les coûts de calcul et de mémoire.

L'hypothèse de chorochronicité repose sur les observations suivantes et obtenues en considérant, par exemple, un étage de turbine (Fig. 3.1). Dans ce cas, et d'un point de vue purement géométrique, plutôt que de simuler le domaine entier, il est clairement préférable de faire la simulation sur un mono canal. Toutefois, une turbine possède deux cascades de pales (un stator et un rotor) ayant un nombre de pales généralement différent (N_A pour le stator et N_B pour le rotor). Dans ce contexte mono canal, les hauteurs H_A du canal du stator et H_B du canal du rotor sont donc différentes. Des conditions périodiques au niveau des bords azimutaux ne sont en particulier pas adaptées. Par contre, en prenant en compte la régularité du passage des pales, il est possible de mettre en évidence la périodicité chorochronique.

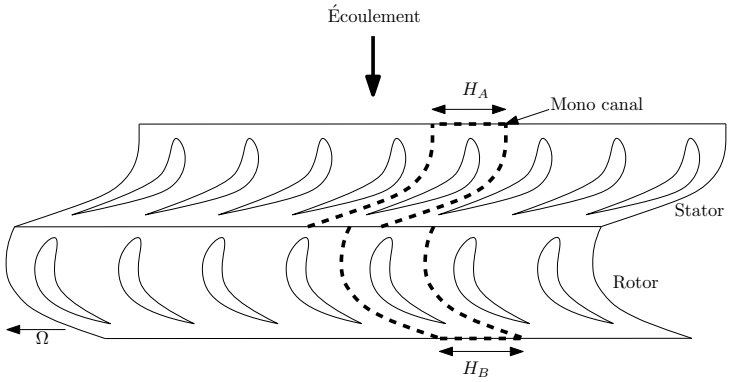
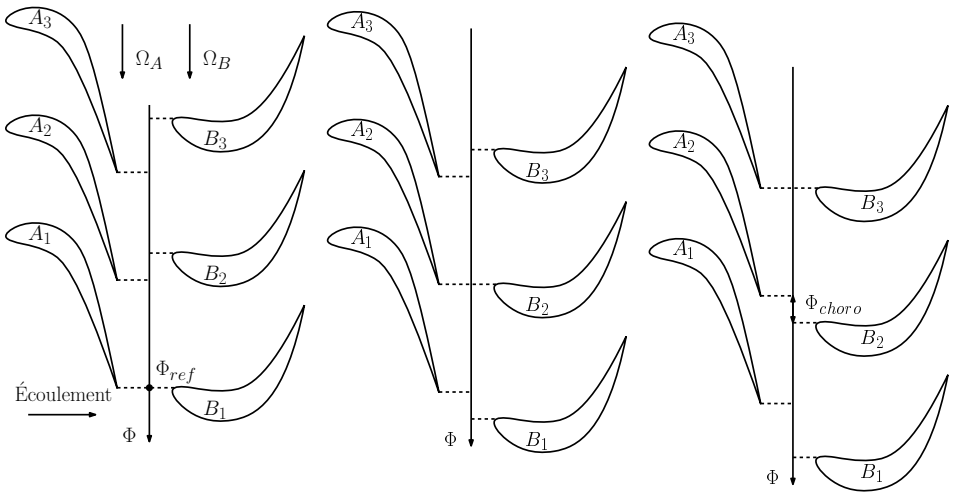


FIGURE 3.1 – Plan aube-à-aube d'un étage de turbine.

Ce principe général de la chorochronie peut être illustré par la Fig. 3.2. En supposant que la configuration au temps t_0 coïncide avec le positionnement sur la Fig. 3.2 (a), la première pale A_1 de la rangée d'aubages en amont (rangée notée par la suite rangée A) est alignée avec la première pale de la rangée d'aubages en aval (rangée B). Avec le temps, les rangées du rotor se déplacent avec pour conséquence qu'au bout d'un temps t_{choro}, les pales A_2 et B_2 sont alignées, comme illustré sur la Fig. 3.2 (b). De même au temps $t_0 + 2\,t_{choro}$, les pales A_3 et B_3 sont alignées (Fig. 3.2 (c)), et ainsi de suite.



(a) Temps t_0 (b) Temps $t_0 + t_{choro}$ (c) Temps $t_0 + 2\,t_{choro}$

FIGURE 3.2 – Mise en évidence de la chorochronie d'un étage de turbomachine, reproduction de Neubauer [136].

L'hypothèse chorochronique revient à considérer que l'écoulement que voient A_1 et B_1 au temps t_0 est identique à l'écoulement vu par A_2 et B_2 au temps $t_0 + t_{choro}$, de même pour A_3 et B_3 au temps $t_0 + 2\,t_{choro}$. Une périodicité spatio-temporelle est donc bien mise en évidence, l'écoulement se répète avec une période temporelle t_{choro} et une période angulaire Φ_{choro}. En prenant la rangée A comme référence, cette considération se traduit par,

$$F(\Phi - \Phi_{choro}, t + t_{choro}) = F(\Phi, t) \ , \tag{3.1}$$

avec F une grandeur quelconque de l'écoulement. Ainsi, plutôt que de simuler les 3 pales de chaque rangées (ou plus généralement un étage entier), il est tout à fait possible de ne simuler qu'une seule pale de chaque rangée en intégrant cette périodicité chorochronique.

Mise en équation de la méthode

La première observation a été effectuée par Erdos *et al.* [56], mais ce sont Gerolymos et Chapin [79] qui ont proposé pour la première fois une mise en équation de la condition chorochronique.

Pour cela, il faut considérer de nouveau la Fig. 3.2 (a) à l'instant de référence t_0. Ce temps particulier permet de définir une phase Φ_{ref} qui vérifie,

$$\Phi_{ref} = \Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0) \ . \tag{3.2}$$

Dans l'Eq. (3.2), Φ_{ref} est la phase de référence des deux rangées au temps t_0 et Φ_A et Φ_B sont les phases respectives des rangées A et B. Par la suite, seules les pales 1 et 2 des deux rangées A et B sont considérées, mais cette analyse est transposable sur l'ensemble de l'étage.

En considérant maintenant un instant t quelconque et en tenant compte des vitesses angulaires de rotation Ω_A et Ω_B, il est possible de lier à la phase de référence les deux phases correspondant à la première pale de chacune des rangées. Les expressions sont alors,

$$\begin{aligned} \Phi_{A_1}(t) &= \Phi_{ref} + \Omega_A(t - t_0) \ , \\ \Phi_{B_1}(t) &= \Phi_{ref} + \Omega_B(t - t_0) \ . \end{aligned} \tag{3.3}$$

Enfin, en prenant en compte la différence de vitesse angulaire de rotation Ω de chacune des rangées, les phases des premières pales vérifient,

$$\begin{aligned} \Phi_{A_1}(t) &= \Phi_{B_1}(t) + \Omega(t - t_0) \ , \\ \Omega &= \Omega_A - \Omega_B \ . \end{aligned} \tag{3.4}$$

De plus, comme l'écart de phase entre deux pales vaut toujours $\frac{2\pi}{N_A}$ pour la rangée A et $\frac{2\pi}{N_B}$ pour la rangée B, il est alors possible de lier la première pale à la deuxième pale de chaque rangée par,

$$\Phi_{A_2}(t) = \Phi_{A_1}(t) - \frac{2\pi}{N_A} \quad , \quad \Phi_{B_2}(t) = \Phi_{B_1}(t) - \frac{2\pi}{N_B} \ . \tag{3.5}$$

Il existe donc deux manières de déterminer le temps t_{choro}, qui correspond au temps qui sépare deux instants où deux pales sont alignées :

- La première, décrite par Gerolymos *et al.* [79] consiste à remarquer d'un point de vue géométrique (Fig. 3.2), que les phases vérifient à la fois $\Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0)$ et $\Phi_{A_2}(t_0 + t_{choro}) = \Phi_{B_2}(t_0 + t_{choro})$ (ce sont les deux occurrences où les pales sont alignées). La première relation permet de fixer la phase Φ_{ref} de référence au temps t_0,

$$\Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0) \quad \Rightarrow \quad \Phi_{A_1}(t_0) = \Phi_{B_1}(t_0) = \Phi_{ref} \ . \tag{3.6}$$

  En combinant la deuxième relation à l'Eq. (3.5), il est possible de trouver le lien entre les pales 1 et les pales 2 décrit par,

$$\begin{aligned} &\Phi_{A_2}(t_0 + t_{choro}) = \Phi_{B_2}(t_0 + t_{choro}) \ , \\ \Rightarrow \quad &\Phi_{A_1}(t_0 + t_{choro}) - \frac{2\pi}{N_A} = \Phi_{B_1}(t_0 + t_{choro}) - \frac{2\pi}{N_B} \ . \end{aligned} \tag{3.7}$$

Enfin, en utilisant les Eqs. (3.3) & (3.7), il est possible d'en déduire le temps t_{choro} qui lie les différentes caractéristiques géométriques du problème,

$$\begin{aligned} &\Omega_A[(t_0 + t_{choro}) - t_0] + \Phi_{ref} - \frac{2\pi}{N_A} = \Omega_B[(t_0 + t_{choro}) - t_0] - \frac{2\pi}{N_B} + \Phi_{ref} \ , \\ &\Rightarrow \quad \boxed{t_{choro} = \frac{1}{\Omega_A - \Omega_B}\left[\frac{2\pi}{N_A} - \frac{2\pi}{N_B}\right]} \ . \end{aligned} \tag{3.8}$$

- La deuxième approche consiste à affirmer, toujours avec les considérations géométriques de la Fig. 3.2, que t_{choro} est lié aux fréquences de passage de pale dans le référentiel global,

$$t_{choro} = \frac{1}{f_{p,A}} - \frac{1}{f_{p,B}} \ , \tag{3.9}$$

où les fréquences de passage des pales vérifient l'équation suivante,

$$f_{p,A} = \frac{N_B|\Omega|}{2\pi} \quad \text{et} \quad f_{p,B} = \frac{N_A|\Omega|}{2\pi} \ . \tag{3.10}$$

La même équation (Eq. (3.8)) est alors retrouvée,

$$t_{choro} = \frac{1}{\Omega}\left[\frac{2\pi}{N_A} - \frac{2\pi}{N_B}\right] \ . \tag{3.11}$$

En projetant le domaine sur un plan à un rayon donné R, il est possible de reformuler cette dernière équation de la manière suivante,

$$\begin{aligned} t_{choro} &= \frac{1}{R\Omega}\left[\frac{2\pi R}{N_A} - \frac{2\pi R}{N_B}\right] \ , \\ &= \frac{1}{V_{transl}}\left[H_A - H_B\right] \ , \end{aligned} \tag{3.12}$$

avec $V_{transl} = R\Omega$ la vitesse de translation, et $H_i = \frac{2\pi R}{N_i}$ les hauteurs des deux domaines considérés (ce qui est équivalent à la distance interpale).

L'hypothèse chorochronique ayant été détaillée, il est maintenant possible de comprendre un peu mieux dans quel contexte elle est appliquée. Cela permet en outre de construire des problèmes de référence permettant d'analyser les traitements nécessaires à l'implémentation d'une approche dite chorochronique dans un code de calcul. Il est à noter que pour un étage de turbomachine, cette approche nécessite d'intervenir au niveau du code de calcul lors du traitement des bords du domaine dans la direction azimutale ainsi qu'à l'interface rotor-stator. Cette section et la section Section 3.3 s'attellent à traiter les bords du domaine dans la direction azimutale. L'application de la méthode chorochronique à l'interface rotor-stator suit et est détaillée en Section 3.4.

Mise en évidence de l'hypothèse chorochronique

Afin de mettre en évidence l'aspect chorochronique, une simulation périodique est effectuée. Dans un premier temps, seul un domaine statique est étudié afin de valider les différents aspects sur une configuration simple et en mettant de côté la partie interface entre le rotor et le stator. La représentation schématique de ce calcul est visible sur la Fig. 3.3. Pour représenter la dynamique intrinsèque aux étages de turbomachines, constitués d'une partie mobile et d'une partie statique, un point froid est convecté au travers du domaine de calcul, de la gauche vers la droite sur le schéma, et est translaté du bas vers le haut au pour produire un effet dynamique. Cette translation est produite au niveau de la condition limite d'entrée.

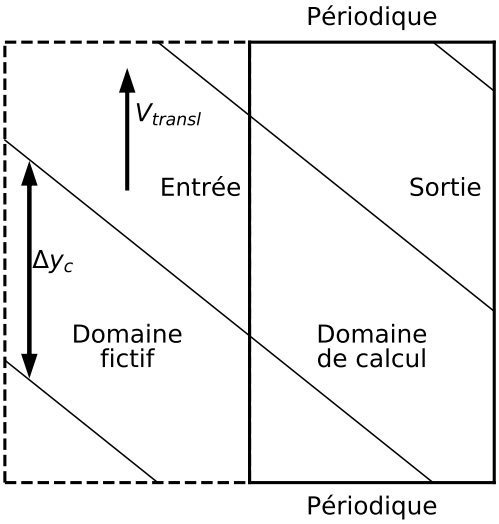


FIGURE 3.3 – Schéma représentant une configuration simplifiée périodique de points froids défilants, l'étude portant uniquement sur le domaine aval.

Afin d'effectuer une simulation représentative de la dynamique de l'écoulement présent dans une turbomachine sur un domaine unique statique, il faut imposer sur la condition d'entrée un profil de température non uniforme. La température au niveau de la condition limite d'entrée s'écrit,

$$\mathbb{T}(t) = \mathbb{T}_0 - \Delta\mathbb{T} \exp \frac{(y - y_c(t))^2}{2\sigma^2} \ , \tag{3.13}$$

où $\mathbb{T}_0$ est la température du champ uniforme à l'extérieur du point froid, $\Delta\mathbb{T}$ est l'écart entre la température minimale et maximale, y est la coordonnée transverse, y_c est l'espérance de la fonction de Gauss (qui est aussi la position du centre du point froid) et σ est l'écart type de cette fonction. De plus, afin de simuler un point froid défilant, cette coordonnée du centre du point froid y_c varie de manière linéaire en fonction du temps,

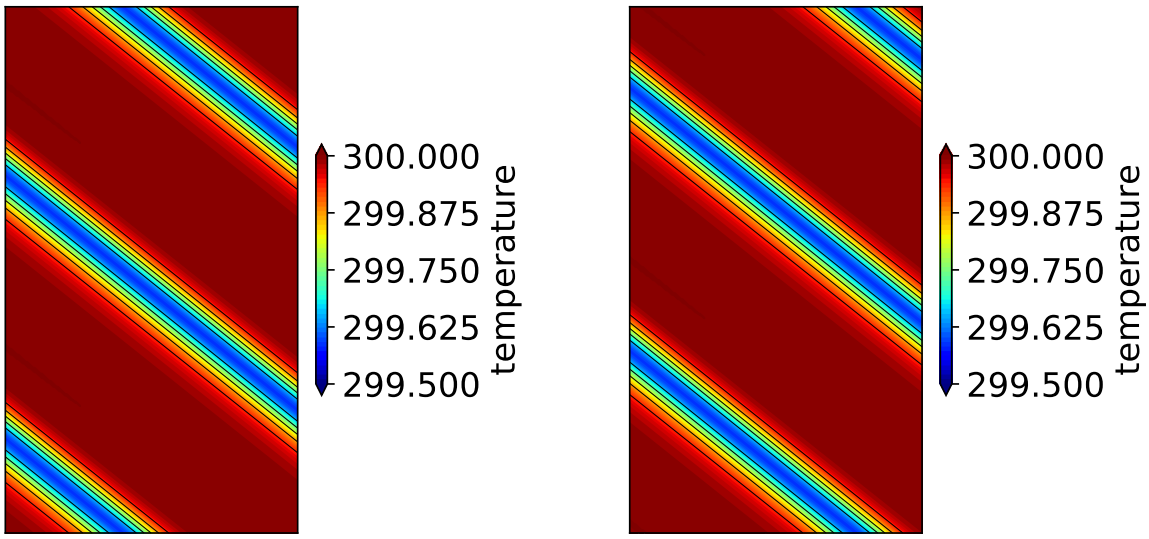
$$y_c(t) = V_{transl}\, t + y_0 \ , \tag{3.14}$$

avec y_0 la coordonnée initiale du centre du point froid, V_{transl} la vitesse de translation du point froids qui représenterait le mouvement relatif d'un domaine par rapport à l'autre, et t le temps courant. Le point froid est ensuite dupliqué géométriquement de telle sorte qu'il revienne de manière cyclique, à l'image des structures déterministes qui peuvent se retrouver dans une turbomachine. Il est alors possible de réécrire le champ de température comme étant la somme de tous les points froids se translatant, ou encore,

$$\mathbb{T}(t) = \mathbb{T}_0 - \Delta\mathbb{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left[\frac{(y - (V_{transl}\, t + y_0 + n\, \Delta y_c))^2}{2\sigma^2}\right], \tag{3.15}$$

avec Δy_c l'écart dans la direction transverse entre deux points froids consécutifs.

Le détail de la mise en donnée de cette simulation n'ayant pour le moment pas d'importance, seuls les résultats de cette simulation sont montrés.



(a) $\frac{t}{T} = 4$ (b) $\frac{t}{T} = 4.3$

FIGURE 3.4 – Champs de température pour deux instants différents du cas d'étude des points froids défilants.

Sur les Figs. 3.4 (a) & (b), les champs de température du domaine à deux instants particuliers sont montrés, l'instant $t = 4\,T$ et l'instant $t = 4.3\,T$, avec T la période des points froids défilants, c'est à dire le temps qui sépare le passage de deux points froids consécutifs, ou encore,

$$T = \frac{\Delta y_c}{V_{transl}}\,. \tag{3.16}$$

La cascade de points froids et son évolution dans le temps sont ainsi bien visibles.

Une fois ce premier cas d'étude périodique déterminé, il s'agit de voir comment un domaine chorochronique peut être mis en œuvre. Un exemple de domaine est représenté schématiquement sur la Fig. 3.5, en pointillé noirs. Il est évident qu'en choisissant ce domaine, il n'est plus possible d'appliquer des conditions périodiques au niveau des bords azimutaux puisque les valeurs à un temps donné sur chacun de ses bords sont totalement différentes.

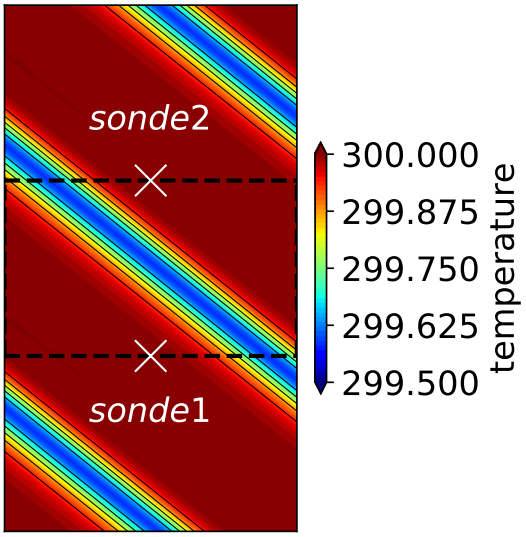


FIGURE 3.5 – Domaine chorochronique fictif et position des deux sondes d'intérêt sur le cas d'étude des points froids défilants.

Afin de démontrer le caractère chorochronique de ce domaine, deux sondes sont placées de part et d'autre de ses bords fictifs azimutaux (Fig. 3.5). Par la suite, le bord azimutal inférieur sera appelé bord 1, le bord azimutal supérieur bord 2.

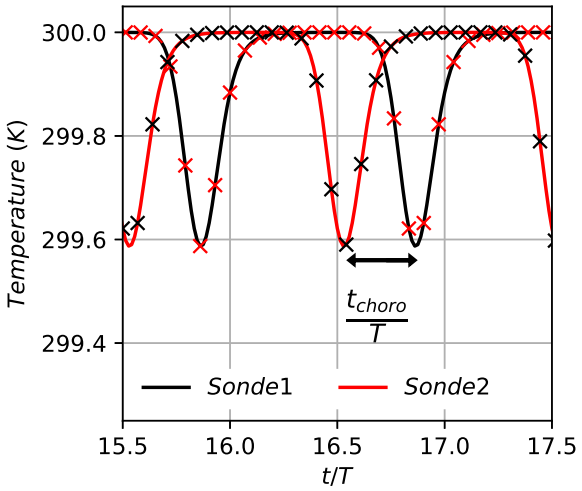


FIGURE 3.6 – Variation de température pour les deux sondes en trait plein, les croix correspondent aux deux signaux précédents translatés de $\frac{\pm t_{choro}}{T}$.

Les évolutions temporelles de $\mathbb{T}$ (Fig. 3.6) montrent que le signal sur ces deux sondes est identique avec un certain déphasage qui est fonction de la distance séparant les deux sondes et de la vitesse de translation du signal. En effet, les sillages se superposent totalement, au déphasage $\frac{t_{choro}}{T}$ près, où t_{choro} est le temps chorochronique défini dans la section précédente (Eq. (3.12)). Il s'écrit ici,

$$t_{choro} = \frac{\Delta y_c - L_{y,choro}}{V_{transl}} \ , \tag{3.17}$$

où $L_{y,choro}$ est la hauteur du domaine fictif chorochronique.

Mise en œuvre de la méthode chorochronique

Pour simuler un domaine de hauteur $L_{y,choro}$, un traitement particulier est nécessaire sur les bords azimutaux 1 et 2. Les maillages sont construits de telle sorte que les conditions limites azimutales coïncident pour s'affranchir des interpolations. Un exemple schématique sur un maillage cartésien est donné sur la Fig. 3.7. Les maillages non structurés présentés dans le Chapitre 4 vérifient aussi cette propriété.

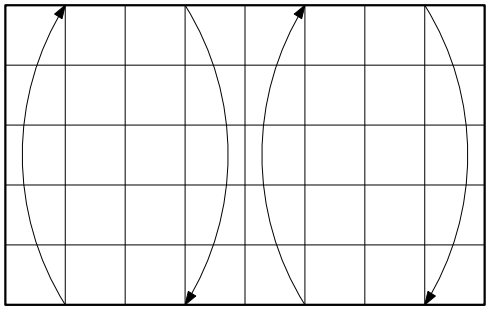


FIGURE 3.7 – Représentation schématique d'un maillage cartésien.

La question qu'il faut alors se poser est de savoir quelle information imposer sur les nœuds. Il est important de comprendre le principe de la périodicité spatio-temporelle qui est la base de la méthode. L'information dite chorochronique à fournir aux deux bords azimutaux provient d'une information antérieure, sur la base des équations de l'hypothèse chorochronique décrite précédemment. Ce décalage temporel est lié au temps t_{choro}.

Pour ce faire, en cherchant par exemple l'information chorochronique qu'il faut fournir sur les nœuds du bord 1, la méthode fonctionne en trois étapes :

- Tout d'abord, l'information au temps t au niveau du bord 2 est prélevée.

- Ensuite, l'information est stockée pendant un temps t_{stock} qui correspond à la période qui sépare le passage d'un point froid au niveau du bord 2 et le passage d'un point froid au niveau du bord 1. Ce temps est directement lié au temps t_{choro}, bien que pas nécessairement égal à ce dernier. Cette distinction est expliquée dans les paragraphes à venir.

- Enfin, l'information chorochronique stockée est réimposée au niveau du bord 1 au temps $t + t_{stock}$.

Le même déroulé est appliqué pour le bord azimutal 2.

Il est important de comprendre que le temps t_{stock} est différent en fonction du bord considéré. La Fig. 3.6 représente les signaux des deux sondes. Le signal de la sonde 1 est en retard de phase d'un temps t_{choro} par rapport au signal de la sonde 2, l'inverse en revanche n'est pas vrai. Dans le cas du signal de la sonde 2, le signal est en avance de phase d'un temps t_{choro}.

Il est à noter que dans ce cas particulier, le temps t_{choro} est positif puisque la vitesse de translation V_{transl} est positive et que l'écart $\Delta y_c - L_{y,choro}$ est positif (puisque la distance dans la direction azimutale entre deux sillages consécutifs est supérieure à la taille du domaine fictif chorochronique). Selon les cas, il est donc possible d'avoir un temps t_{choro} négatif, dans l'éventualité où l'un des deux termes est négatif. Par abus de langage, cette quantité t_{choro} sera appelée durée ou temps chorochronique.

Ainsi, en ce qui concerne l'information à imposer sur le bord 1, elle est prélevée au niveau du bord 2, stockée pendant un temps $t_{stock} = t_{choro}$, puis imposée. En revanche, dans pour l'autre cas, il est virtuellement impossible de venir chercher une information à un temps $t_{stock} = -t_{choro}$ sur une simulation donnée si t_{choro} est positif. Cela reviendrait à connaitre à priori l'information à imposer. Par construction, le temps t_{stock} doit être positif. Il faut trouver une règle pour déterminer cette grandeur dans le cas général.

D'après l'hypothèse chorochronique, le signal qui se répète toutes les périodes T est considéré comme parfaitement cyclique. Il est possible d'écrire à n'importe quel point (x, y) et à n'importe quel instant t, pour n'importe quelle variable F,

$$F(x, y, t) = F(x, y, t + kT) \ , \tag{3.18}$$

avec $k \in \mathbb{Z}$ un entier relatif. En particulier, la quantité F vérifie,

$$\begin{aligned} F(x, y, t - t_{choro}) &= F(x, y, t - t_{choro} + T) \ , \\ F(x, y, t + t_{choro}) &= F(x, y, t + t_{choro} + T) \ . \end{aligned} \tag{3.19}$$

Ainsi, dans le cas présenté, $t_{stock} = t_{choro}$ pour le bord azimutal 1, tandis que $t_{stock} = -t_{choro} + T$ pour le bord azimutal 2. Les deux quantités t_{stock} sont bien positives. L'ensemble des cas de figures sont présentés dans la Table 3.1.

De manière générale, en considérant deux nœuds n_1 et n_2 respectivement sur le bord azimutal 1 et 2, avec,

- dans un cas en deux dimensions en translation, les coordonnées de n_1 et n_2 valent respectivement (x, y_1) et (x, y_2), avec $y_2 > y_1$,

- dans un cas en trois dimensions en rotation, les coordonnées de n_1 et n_2 valent respectivement (x, r, θ_1) et (x, r, θ_2), avec $\theta_2 > \theta_1$,

	bord azimutal 1		bord azimutal 2	
	$V_{transl} > 0$	$V_{transl} < 0$	$V_{transl} > 0$	$V_{transl} < 0$
$(\Delta y_c - L_{y,choro}) > 0$	t_{choro}	$t_{choro} + T$	$-t_{choro} + T$	$-t_{choro}$
$(\Delta y_c - L_{y,choro}) < 0$	$t_{choro} + T$	t_{choro}	$-t_{choro}$	$-t_{choro} + T$

TABLE 3.1 – Valeurs du temps t_{stock} pour l'ensemble des cas de figures dans un cas en deux dimensions.

il est possible d'écrire les deux équations suivantes,

$$\begin{aligned} t_{stock,1} &= -t_{choro} + \varsigma T \ , \\ t_{stock,2} &= t_{choro} + (1-\varsigma) T \ , \end{aligned} \tag{3.20}$$

avec,

$$\varsigma = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{choro} > 0 \ , \\ 0 & \text{sinon} \ , \end{cases} \tag{3.21}$$

et $t_{stock,1}$ et $t_{stock,2}$, le temps de stockage respectivement du bord azimutal 1 et 2.

Il est alors possible de réécrire, pour n'importe quelle grandeur F, et pour n'importe quel temps t, et sur un cas en deux dimensions,

$$\begin{aligned} F(x, y_1, t + t_{stock,1}) &= F(x, y_2, t) \ , \\ F(x, y_2, t + t_{stock,2}) &= F(x, y_1, t) \ , \end{aligned} \tag{3.22}$$

ou plus simplement,

$$\begin{aligned} F(x, y_1, t) &= F(x, y_2, t - t_{stock,1}) \ , \\ F(x, y_2, t) &= F(x, y_1, t - t_{stock,2}) \ . \end{aligned} \tag{3.23}$$

L'hypothèse chorochronique a été présentée dans un cadre général. Les différentes équations ont été dérivées pour déterminer les quantités essentielles pour les calculs chorochroniques. La prochaine partie s'intéresse aux configurations dites de double canal qui permettent de stabiliser grandement les simulations utilisant cette hypothèse.

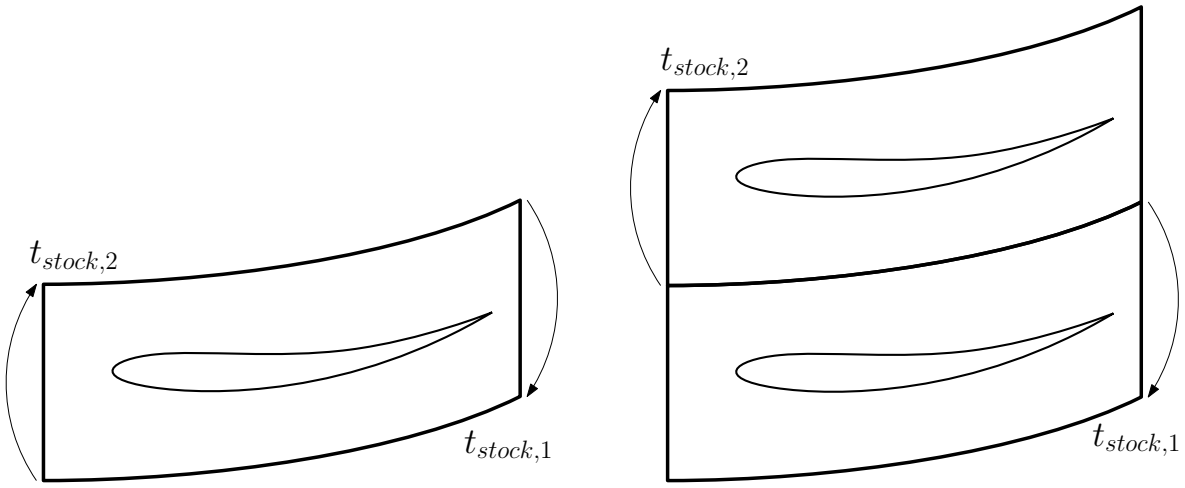
3.2.2 Accélération de la convergence par la configuration double canal

L'une des principales causes du long transitoire de la méthode chorochronique est le décalage temporel qui apporte son lot d'instabilité. En effet, bien que la méthode chorochronique ait pour intérêt de réduire considérablement la taille de calcul, l'un des désavantages qui l'accompagne est l'augmentation notable du temps de convergence. En

outre, la méthode chorochronique est réputée pour être assez peu robuste, et demande une attention particulière en ce qui concerne le transitoire [60, 61]. Une pondération est parfois utilisée pour réduire le forçage de la méthode et assurer une convergence [65]. La méthode dite de double canal est utilisée par certains pour accélérer grandement cette convergence [61, 67, 68, 156–158].

La problématique du transitoire de la méthode chorochronique est alors cruciale. En effet, pour des simulations mono canal, les bords azimutaux où les informations sont imposées sont proches de la zone de prélèvement de l'information chorochronique. Un effet rétroactif apparait alors, rendant la convergence difficile. L'effet est d'autant plus important que l'information chorochronique est fortement influencée en début de calcul par la solution initiale, les perturbations non physiques liées aux premières itérations, et les effets de bord. Dans certaines configurations, l'écoulement au niveau des bords azimutaux est plutôt tangentiel, ce qui diminue la capacité du calcul à convecter les erreurs liées à la solution initiale.

Afin de limiter l'effet de rétroaction et de diminuer l'influence des effets de bord, une possibilité est de considérer un domaine constitué de deux canaux et de prélever l'information sur la surface (en 3D) ou la ligne médiane (en 2D) du domaine. Les deux types de simulations possibles sont visibles sur la Fig. 3.8, avec un domaine mono canal à gauche, et un domaine double canal à droite.



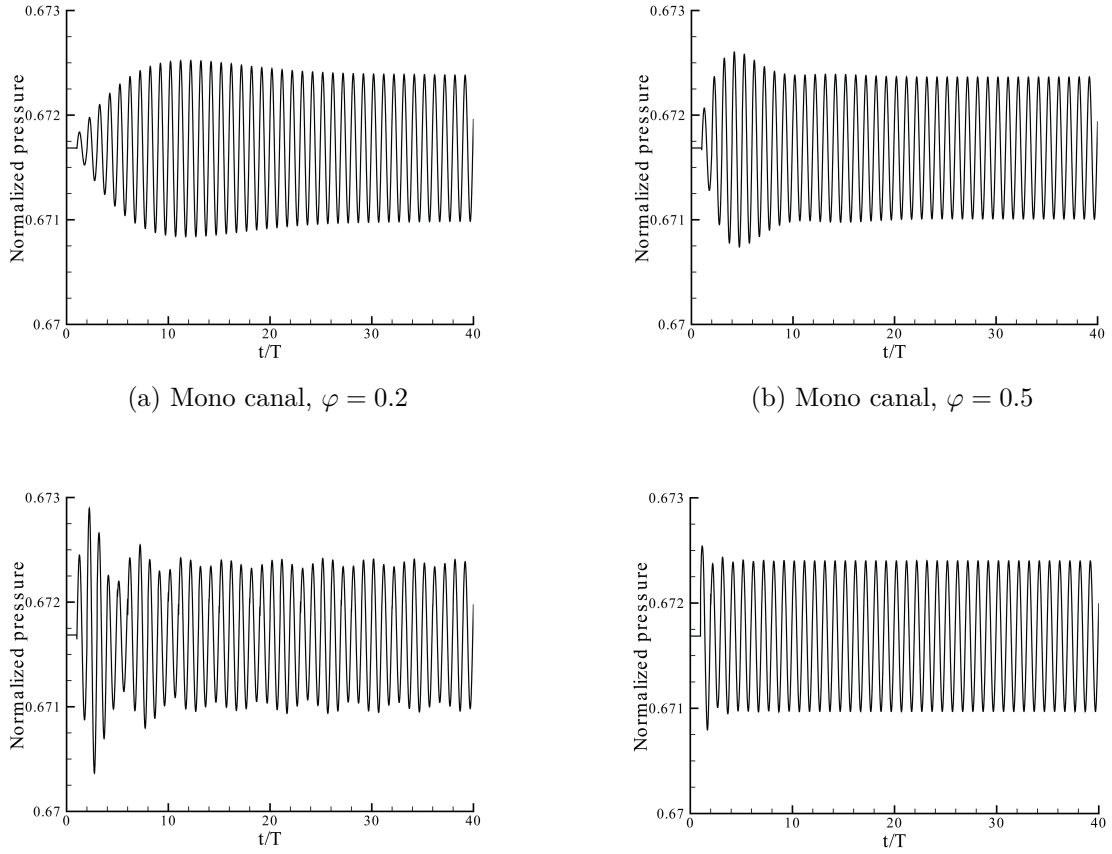
(a) mono canal (b) double canal

FIGURE 3.8 – Illustration de la méthode chorochronique utilisant un mono et un double canal.

La taille globale du domaine est certes doublée, mais en contrepartie, cela permet de réduire considérablement le temps de convergence. En effet, au centre du domaine, les effets de bords sont très fortement réduits, et il n'y a alors presque plus d'effet mémoire.

Cette méthode a été utilisée notamment par T. Guo *et al.* [67], pour une étude aéroélastique URANS. Une comparaison est effectuée entre un calcul double canal et plusieurs

calculs mono canal. La configuration étudiée est une cascade de turbines 2D (STCF4). Les aubes sont excitées avec une certaine fréquence de manière à modéliser le flottement. Des sondes ont été placées au niveau des conditions limites azimutales pour pouvoir étudier les variations de la pression. Les résultats de cette étude sont entre autres présentés sur la Fig. 3.9.



(a) Mono canal, $\varphi = 0.2$

(b) Mono canal, $\varphi = 0.5$

(c) Mono canal, $\varphi = 1.0$

(d) Double canal

FIGURE 3.9 – Variation temporelle de la pression sur une sonde placée sur une condition limite azimutale en aval des aubes de turbine, Guo *et al.* [67].

Dans le cas des simulations mono canal, il est souvent conseillé d'appliquer une relaxation à l'information chorochronique pour pouvoir évacuer le transitoire, sans quoi l'effet mémoire permet difficilement la convergence complète vers le cycle limite [65, 67]. En reprenant les Eqs. (3.22) & (3.23), et en supposant un cas en deux dimensions et en translation dans la direction y, il est possible de réécrire les deux équations avec cette pondération, les expressions deviennent alors,

$$F(x, y_2, t) = \varphi\, F(x, y_1, t - t_{stock,2}) + (1 - \varphi)\, F(x, y_2, t)\ , \tag{3.24}$$

$$F(x, y_1, t) = \varphi\, F(x, y_2, t - t_{stock,1}) + (1 - \varphi)\, F(x, y_1, t)\ , \tag{3.25}$$

avec $\varphi \in [0, 1]$ le coefficient de pondération qui permet de relaxer l'information chorochronique imposée. Différents coefficients de pondération sont testés dans la publication de Guo *et al.* [67], afin de vérifier l'influence de ce dernier sur la convergence du calcul.

Deux phénomènes sont observables :

- Le temps d'évacuation du transitoire est largement réduit par l'utilisation de deux canaux (Fig. 3.9 (d)).

- Le coefficient de pondération des simulations mono canal a une influence non négligeable sur le temps de convergence. En effet, un coefficient trop important (Fig. 3.9 (c)) aura pour effet de ne pas évacuer l'effet mémoire résultant de la solution initiale et de la phase de transition chorochronique créant des perturbations dans le signal de pression. À l'inverse, un coefficient trop faible aura pour effet d'augmenter considérablement le temps de convergence (Fig. 3.9 (a)).

Le mémoire de thèse de Wouden [157] fait aussi état d'une réduction de la période transitoire en utilisant cette méthode de double canal. Son étude porte sur des turbines radiales pour un usage hydraulique. Il semblerait même que la période transitoire ne soit pas évacuée correctement avec l'utilisation d'un domaine mono canal alors qu'elle l'est avec un domaine double canal dans certaines de ses configurations. Dans tous les cas, l'utilisation d'un double canal aura permis d'avoir un résultat au moins aussi bon, voire meilleur que celui de la méthode mono canal. D'après ses conclusions, la méthode double canal semble évacuer de manière plus rapide les perturbations de pression, qui semblent être problématiques dans son étude. Une étude avec une conclusion similaire est faite par Suresh et Rangwalla [156].

3.2.3 Mise en œuvre de simulations chorochroniques

La première section de cette partie s'est intéressée à l'hypothèse chorochronique et à son implication en terme d'équations. La deuxième section a introduit la notion de domaines numériques double canal permettant de faciliter l'évacuation des perturbations physiques et numériques. Il apparaît maintenant essentiel de vérifier les différences en terme de stabilité de calcul et de convergence entre les deux types de simulations chorochroniques, à savoir les simulations mono canal et les simulations double canal.

Il convient tout d'abord d'adapter la configuration. L'étude de sections précédentes porte sur l'observation d'une cascade de points froids. Afin de faire une évaluation sur un cas plus fidèle au contexte turbomachine, la configuration de cette section se concentre sur une cascade de sillages, avec variation de la vitesse au lieu de la température.

Dans un souci de simplification du problème étudié, le domaine est statique et en deux dimensions sans perte en généralité. Pour simuler de manière fictive les phénomènes instationnaires d'une simulation en turbomachine de ce domaine statique, une condition d'entrée instationnaire avec un défilement de sillages est imposée, à l'image d'une cascade de sillages fixes dans un domaine fictif en translation (voir Fig. 3.3, les lignes obliques représentant des phénomènes instationnaires, ici des sillages).

Les conditions limites sont constituées pour les bords azimutaux de conditions périodiques ou chorochroniques en fonction de la simulation, et pour la condition d'entrée et la condition de sortie de conditions limites NSCBC [205]. Pour la condition de sortie, une solution uniforme en pression statique P_{s_0} est imposée. Pour la condition d'entrée, une solution uniforme en vitesse U_0 et V_0 et en température $\mathbb{T}_0$ est choisie. À cette solution uniforme en entrée est ajouté un profil de Gauss sur les vitesses axiale u et transverse v dans le but de simuler un phénomène instationnaire, dont les expressions sont,

$$\begin{aligned} u &= U_0 - \Delta U \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\exp \frac{\left(y - \left(V_{transl}\, t + y_0 + n\, \Delta y_c\right)\right)^2}{2\sigma^2} \right] , \\ v &= V_0 - \Delta U \, \frac{V_0 - V_{transl}}{U_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\exp \frac{\left(y - \left(V_{transl}\, t + y_0 + n\, \Delta y_c\right)\right)^2}{2\sigma^2} \right] , \end{aligned} \tag{3.26}$$

où ΔU est la différence entre la valeur minimale et maximale de la vitesse axiale u.

Trois simulations sont alors comparées. Une première simulation de référence périodique, une deuxième simulation chorochronique utilisant un domaine mono canal, et une troisième simulation chorochronique utilisant un domaine double canal. Les domaines de la simulation périodique et de la simulation avec un domaine double canal sont créés par duplication du domaine mono canal. Les trois domaines sont représentés sur la Fig. 3.10.

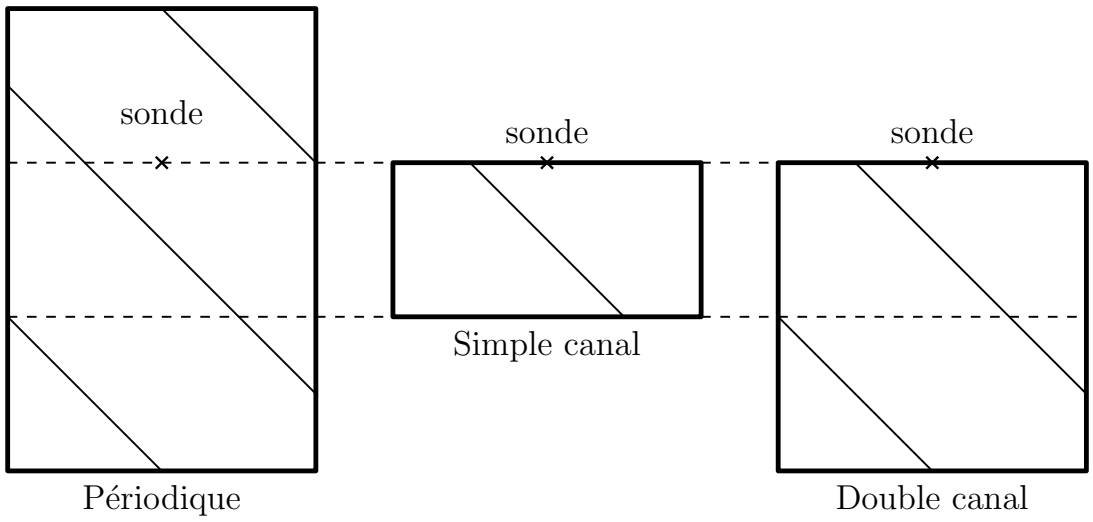


FIGURE 3.10 – Schéma représentant les trois domaines, à gauche le domaine de la simulation de référence, au centre le domaine mono canal, et à droite le domaine double canal. Une sonde est positionnée dans chaque domaine à la même position, au niveau du bord azimutal supérieur des deux simulations chorochroniques. La visualisation des champs se fera uniquement sur la zone géométrique couverte par le domaine mono canal.

Dans la direction axiale, la dimension des domaines est identique et vaut L_x tandis que dans la dimension azimutale, L_y se rapporte à la simulation périodique, $L_{y,choro}$ à la simulation mono canal et $L_{y,dc}$ à la simulation double canal. Les maillages sont constitués d'éléments carrés de dimension Δc. Le domaine chorochronique mono canal

est ainsi constitué de 121 mailles dans la direction x et de 201 mailles dans la direction y. Les dimensions des domaines numériques et la taille des mailles sont détaillées dans la Table 3.2. La solution initiale de chacune des simulations est constituée du même champ uniforme (U_0, V_0, $\mathbb{T}_0$, Ps_0). Les différentes grandeurs liées aux conditions limites et au champ initial sont présentées dans la Table 3.2.

Les conditions limites azimutales des simulations chorochroniques sont traitées en deux temps. Pendant la première phase de transitoire chorochronique (*i.e.* lorsque $t < t_{stock,1,2}$), les conditions sont traitées comme des NSCBC. L'écoulement a été choisi de telle sorte que la condition limite azimutale supérieure est une condition d'entrée, et la condition limite inférieure est une condition de sortie. Les grandeurs cibles sont les grandeurs du champ initial (U_0, V_0, $\mathbb{T}_0$ pour l'entrée, Ps_0 pour la sortie). Passée cette première phase, les bords azimutaux sont traités à l'aide de conditions de Dirichlet pour venir imposer directement l'information chorochronique.

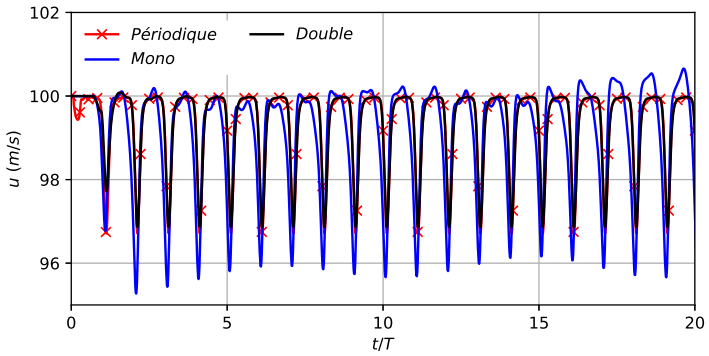
Les équations qui sont résolues dans le cadre de ces simulations sont les équations de Navier-Stokes. Les simulations sont effectuées au moyen du code AVBP et les équations résolues en utilisant le schéma explicite de Lax-Wendroff [206]. Le pas de temps a été fixé de telle sorte que la condition de stabilité soit respectée pour ce schéma, *i.e.* $cfl < 1$, tout en étant un sous multiple de $t_{stock,1}$ et $t_{stock,2}$. Toutes les simulations de ce chapitre utiliseront cet ensemble de paramètres numériques.

L_x	0.1 m
L_y	0.18 m
$L_{y,choro}$	0.06 m
$L_{y,dc}$	0.12 m
Δc	0.0005 m

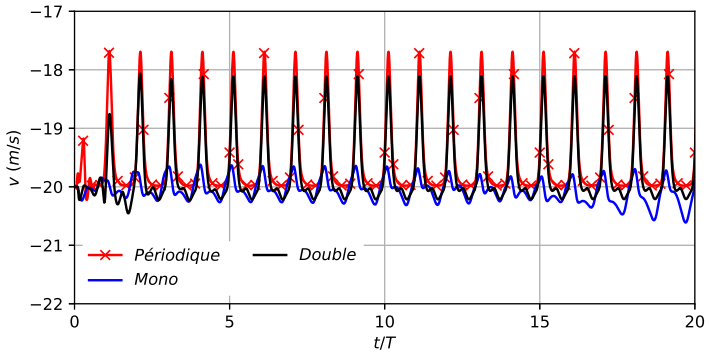
U_0	100 m/s
V_0	-20 m/s
$\mathbb{T}_0$	300 K
y_0	0 m
Δy_c	0.09 m
V_{transl}	50 m/s
ΔU	4 m/s
σ	0.006
Ps_0	101325 Pa

TABLE 3.2 – Dimensions des domaines de simulation et grandeurs utilisées pour les conditions limites et la solution initiale du cas d'étude des sillages défilants.

La convergence en vitesses axiale u et transverse v est étudiée sur les Figs. 3.11 (a) & (b) au niveau de la sonde (Fig. 3.10). La configuration mono canal reproduit la bonne fréquence mais ne parvient pas à faire de même pour l'amplitude, en particulier en ce qui concerne la vitesse transverse. De plus, une basse fréquence supplémentaire purement liée à la méthode chorochronique est visible, et est même amplifiée au cours de la simulation, rendant la convergence impossible. Cette configuration est correspond à un coefficient de relaxation φ égal à 1 (voir Fig. 3.9 (c)). À l'inverse, la configuration double canal reproduit la fréquence et l'amplitude (avec de petits écarts pour le cas de la vitesse v), et surtout aucune fréquence supplémentaire n'est détectable. La convergence est très rapide puisque l'écoulement est stabilisé autour de son cycle limite au bout de deux passages de sillages.



(a) Vitesse u



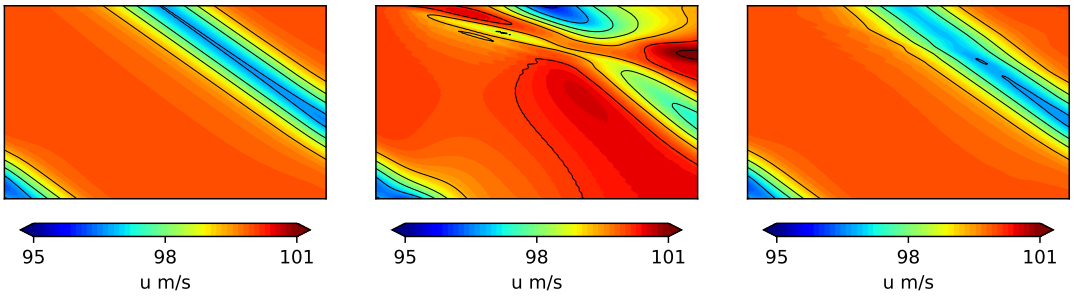
(b) Vitesse v

FIGURE 3.11 – Étude de la convergence temporelle des différentes simulations.

Les champs de vitesse axiale u et transverse v pour les trois différentes simulations au bout de 20 passages de sillages $\frac{t}{T} = 20$ sont ensuite comparés sur les Figs. 3.12 & 3.13. À gauche est représenté le cas de référence périodique, au centre le cas chorochronique mono canal, et à droite le cas chorochronique double canal. Il est à noter que pour le cas périodique et le cas chorochronique double canal, seule une portion du domaine est représentée, pour le cas chorochronique double canal, il s'agit de la partie supérieure du domaine, l'effet sur la condition limite inférieure de la méthode chorochronique n'est alors pas visible. Il est à souligner que l'influence de la méthode chorochronique est plus forte sur la condition limite supérieure, qui se comporte comme une entrée, que sur la condition limite inférieure, qui se comporte comme une sortie.

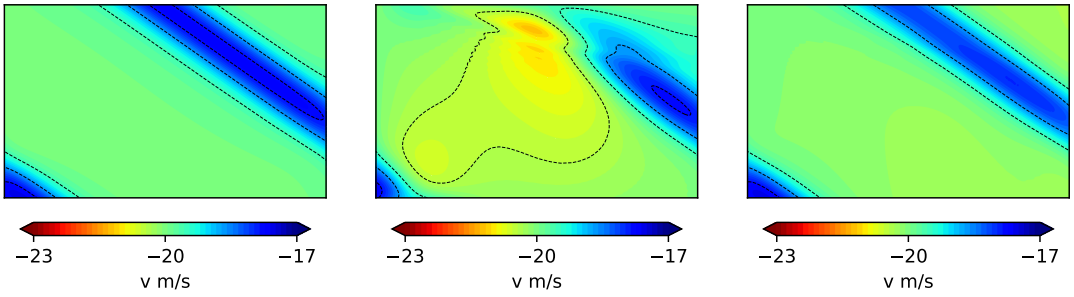
Les observations montrent notamment qu'au niveau du bord azimutal supérieur, dans le cas mono canal, le champ est totalement distordu, contrairement au cas double canal. C'est d'autant plus flagrant pour la vitesse transverse v qui garde une valeur proche de sa valeur initiale V_0 (sur la Figure 3.13 (b)). Ce phénomène est observable sur toute la durée du calcul, avant que la simulation ne diverge à cause de modes de résonance qui sont étudiés par la suite. Ce résultat n'est pas étonnant puisqu'aucun coefficient de pondération n'a été ajouté pour venir relaxer la condition limite. À l'inverse, sur les Figs. 3.12 (c) & 3.13 (c), les champs sont très semblables aux champs périodiques, et ce dès le début de la simulation.

Afin d'observer de manière quantitative les évolutions de la vitesse, une sonde est placée dans les domaines de simulation à la même position. Pour les deux simulations



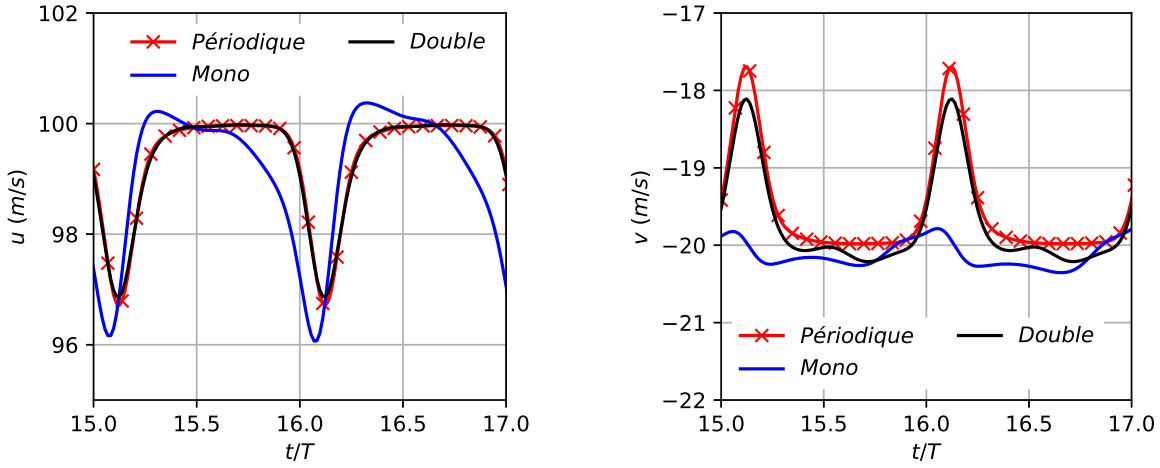
(a) Périodique (b) Mono canal (c) Double canal

FIGURE 3.12 – Champs de vitesse u des différentes simulations pour la configuration des sillages défilants.



(a) Périodique (b) Mono canal (c) Double canal

FIGURE 3.13 – Champs de vitesse v des différentes simulations pour la configuration des sillages défilants.



(a) Vitesse u (b) Vitesse v

FIGURE 3.14 – Évolutions temporelles au niveau de la sonde pour la configuration des sillages défilants.

chorochroniques, elle se retrouve au niveau du bord azimutal supérieur, tandis que pour la simulation périodique, elle est à l'intérieur du domaine (voir Fig. 3.10). Les évolutions temporelles des vitesses axiale et transverse sont visibles sur la Fig. 3.14. Les résultats corroborent les observations précédentes, *i.e.* dans le cas chorochronique mono canal, la méthode ne permet pas de récupérer une information cohérente. En particulier pour la vitesse transverse qui reste contenue autour de la valeur de V_0. Dans le cas chorochronique double canal, les écarts avec le cas périodique sont assez faibles.

3.2.4 Conclusion

La méthode chorochronique utilisant le double canal semble indéniablement plus intéressante que la méthode mono canal. L'augmentation du coût de la simulation liée à la duplication du domaine est très largement compensée par la réduction conséquente du temps de convergence. C'est donc à l'aide de cette méthode double canal que l'ensemble des simulations chorochroniques sont effectuées par la suite.

Cette méthode permet d'accélérer la convergence vers le cycle limite en évacuant bien plus facilement le transitoire. Cependant, après un certain temps, bien que le cycle limite semble être atteint, des instabilités apparaissent et viennent faire diverger le calcul. Ces instabilités sont liées au traitement des conditions limites azimutales de type Dirichlet, qui vient réfléchir les phénomènes présents dans le domaine. Pour des conditions limites classiques d'entrée ou de sortie, un traitement caractéristique (NSCBC) est traditionnellement utilisé pour éviter la génération d'ondes parasites, souvent destructrices, dans le cadre des simulations LES. C'est ce traitement qui est sélectionné comme traitement des bords azimutaux des simulations chorochroniques pour pouvoir assurer une convergence du système tout en évacuant le transitoire et les ondes parasites.

3.3 Conditions limites NSCBC et hybrides pour le traitement chorochronique azimutal

Cette section s'intéresse à la question de la réduction des instabilités qui se produisent dans les simulations chorochroniques présentées dans la Section 3.2.3 et en Annexe A. Dans une première partie, le traitement caractéristique est présenté. Son application aux conditions limites, classiques puis chorochroniques, est ensuite décrite, en prenant notamment en compte les écoulements n'ayant pas de direction déterminée à l'avance. Dans une deuxième partie, la méthode et les différents coefficients sont validés sur la configuration simple des sillages défilants. La troisième partie s'intéresse à la méthode dite hybride qui combine les deux types de conditions limites, ce qui permet de conserver à la fois la stabilité procurée par les conditions NSCBC et la précision des conditions de type Dirichlet.

3.3.1 Traitement caractéristique et condition limite NSCBC

Les conditions limites chorochroniques appliquées au formalisme LES nécessitent un traitement particulier compressible. En effet, une condition limite de Dirichlet ne permet pas aux ondes de s'échapper du domaine, qu'elles soient d'origine physique ou numérique. Étant donné le caractère instationnaire des écoulements étudiés, il est alors nécessaire d'effectuer un traitement particulier sur ces conditions limites. C'est pour cette raison que les conditions limites caractéristiques (ou NSCBC) ont été développées.

Thompson [208] propose une méthode permettant un traitement en ondes caractéristiques qui peut s'appliquer aux conditions limites permettant à ces dernières d'être non réfléchissantes. Poinsot et Lele [205] généralisent cette méthode aux écoulements Navier-Stokes sous certaines hypothèses. D'autres formulations sont aussi proposées, notamment par Giles [209] Nicoud *et al.* [210], [211], Kim *et al.* [48], et Johnstone *et al.* [49].

3.3.1.1 Passage des grandeurs conservatives aux grandeurs caractéristiques et aux ondes

Le point de départ du traitement caractéristique est de transformer les équations de Navier-Stokes écrites sous forme conservative en équations écrites sous forme caractéristique qui sont quasi linéaires. La démonstration permettant le passage des grandeurs conservatives aux grandeurs caractéristiques est présenté en Annexe B.

Les différentes étapes se résument de la manière suivante,

$$(\partial \boldsymbol{U}) \xrightarrow{\boldsymbol{L\,\Omega\,M}} (\partial \boldsymbol{W}) \ , \tag{3.27}$$

où $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{\Omega}$ et $\boldsymbol{M}$ sont les matrices de passage et où $\partial \boldsymbol{U}$ et $\partial \boldsymbol{W}$ sont les grandeurs conservatives et caractéristiques qui se décomposent en,

$$\begin{aligned} \partial \boldsymbol{U} &= (\partial \rho u, \partial \rho v, \partial \rho w, \partial \rho e_t, \partial \rho)^T \ , \\ \partial \boldsymbol{W} &= \left(\partial u_n + \frac{\partial p}{\rho c}, -\partial u_n + \frac{\partial p}{\rho c}, \partial u_{t_1}, \partial u_{t_2}, \partial \rho - \frac{\partial p}{c^2} \right)^T \ , \end{aligned} \tag{3.28}$$

où u_n, u_{t_1} et u_{t_2} sont les composantes de la vitesse dans un nouveau repère (n, t_1, t_2). Dans le cadre des conditions limites dans le code de calcul AVBP, la composante n est prise comme étant la normale entrante locale au nœud considéré.

Le système d'équations de Navier-Stokes écrit sous forme caractéristique est le suivant,

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \boldsymbol{D} \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} = \overline{\overline{\boldsymbol{S}}}_v - \overline{\overline{\boldsymbol{T}}} \ , \tag{3.29}$$

où $\boldsymbol{D}$ est une matrice diagonale représentant les vitesses des grandeurs caractéristiques et $\overline{\overline{\boldsymbol{S}}}_v$ et $\overline{\overline{\boldsymbol{T}}}$ sont les matrices des termes visqueux et transverses. Ces deux dernier termes sont négligés dans l'hypothèse LODI (*Local One Dimensional Inviscid*), l'écoulement étant alors considéré comme non visqueux et unidimensionnel. Le système d'équation sous cette hypothèse est linéaire et les équations sont découplées, et s'écrit,

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} = 0 \ . \tag{3.30}$$

Ce nouveau système écrit sous forme caractéristique peut aussi s'écrire sous forme de grandeurs primitives locales,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_n}{\partial t} + \dfrac{1}{2}(\mathscr{L}_1 - \mathscr{L}_2) = 0 \ , \\ \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t} + \mathscr{L}_3 = 0 \ , \\ \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t} + \mathscr{L}_4 = 0 \ , \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} + \dfrac{\rho c}{2}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) = 0 \ , \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\rho}{2c}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) + \mathscr{L}_5 = 0 \ , \end{cases} \tag{3.31}$$

où les grandeurs $\mathscr{L}_i$ correspondent à des ondes se propageant dans la direction n. Les différentes $\mathscr{L}_i$ sont reliées aux composantes du vecteur des grandeurs caractéristiques $\partial \boldsymbol{W}$ de la manière suivante,

$$\begin{cases} \mathscr{L}_1 = \lambda_1 \dfrac{\partial W_1}{\partial n} = \lambda_1 \left(\dfrac{1}{\rho c}\dfrac{\partial p}{\partial n} + \dfrac{\partial u_n}{\partial n} \right) \ , \\ \mathscr{L}_2 = \lambda_2 \dfrac{\partial W_2}{\partial n} = \lambda_2 \left(\dfrac{1}{\rho c}\dfrac{\partial p}{\partial n} - \dfrac{\partial u_n}{\partial n} \right) \ , \\ \mathscr{L}_3 = \lambda_3 \dfrac{\partial W_3}{\partial n} = \lambda_3 \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial n} \ , \\ \mathscr{L}_4 = \lambda_4 \dfrac{\partial W_4}{\partial n} = \lambda_4 \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial n} \ , \\ \mathscr{L}_5 = \lambda_5 \dfrac{\partial W_5}{\partial n} = \lambda_5 \left(\dfrac{\partial \rho}{\partial n} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial p}{\partial n} \right) \ , \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \lambda_1 = \ (u_n + c) \ , \\ \lambda_2 = \ (u_n - c) \ , \\ \lambda_3 = \ u_n \ , \\ \lambda_4 = \ u_n \ , \\ \lambda_5 = \ u_n \ . \end{cases} \tag{3.32}$$

Différentes vitesses apparaissent qui dépendent de la vitesse de déplacement de l'onde considérée. Les vitesses λ_1 et λ_2 sont associées aux ondes acoustiques, λ_3 et λ_4 sont liées aux ondes de cisaillement relatives aux directions t_1 et t_2 et λ_5 est attribuée à l'onde entropique de l'écoulement.

Ce formalisme caractéristique est ensuite utilisé dans le cadre des conditions limites. En effet, l'écriture sous forme d'ondes $\mathscr{L}_i$ permet de séparer facilement les grandeurs entrantes de celles sortantes, sous certaines conditions qui sont énoncées par la suite. En ayant la connaissance de ces ondes et de leur sens de propagation, il est ensuite aisé de

réécrire le système corrigé de grandeurs caractéristiques $\partial \boldsymbol{U}$, puis le système corrigé de grandeurs conservatives $\partial \boldsymbol{W}$.

3.3.1.2 Conditions limites NSCBC 1D

Pour mieux comprendre comment l'application de ce traitement caractéristique est effectuée sur les conditions limites, il faut tout d'abord comprendre quelles sont les grandeurs mises en jeu. En ce qui concerne *AVBP*, le schéma numérique calcule un résidu $\boldsymbol{\mathcal{R}}$ en chaque nœud du maillage, et donc au niveau des conditions limites. L'avancement explicite en temps des grandeurs conservatives $\boldsymbol{U}^{n+1}$ au temps $t + \Delta t$ sur la base des grandeurs $\boldsymbol{U}^n$ au temps t s'exprime par :

$$\boldsymbol{U}^{n+1} = \boldsymbol{U}^n - \boldsymbol{\mathcal{R}}\Delta t \ . \tag{3.33}$$

Une correction s'impose au niveau des conditions limites, sans quoi l'information ne dépend que du schéma sans aucun moyen de contrôler l'information entrante et sortante au niveau de ces bords. Cette correction doit être effectuée sur le résidu $\boldsymbol{\mathcal{R}}$ localement au niveau des conditions limites. Il existe diverses manières d'effectuer ce changement. En pratique, dans le cadre de simulations utilisant le code de calcul AVBP, il est préconisé d'utiliser les conditions limites NSCBC se fondant sur le traitement caractéristique décrit précédemment, en particulier pour les conditions d'entrée et de sortie.

En effet, contrairement aux équations de Navier-Stokes écrites sous forme d'un système conservatif, celles écrites sous forme d'un système caractéristique représentent des ondes qui se déplacent à une certaine vitesse, et qui sont soit entrantes, soit sortantes, en fonction de la vitesse associée. Les ondes $\mathscr{L}_i$ sont décrites dans l'Eq. (3.32). Une onde est entrante si la vitesse λ_i est positive, sortante si la vitesse est négative, avec n la normale entrante locale à la condition limite. Si une onde est sortante, alors aucun traitement additionnel n'est à appliquer ; le schéma permet de calculer la grandeur ∂W associée. À l'inverse, si l'onde est entrante, il s'agit de corriger la grandeur ∂W pour pouvoir contrôler sa valeur. Sur la Fig. 3.15, une entrée et une sortie subsonique sont représentées, avec dans le premier cas 4 ondes entrantes et une onde sortante (l'onde acoustique $\mathscr{L}_2$), dans le deuxième cas 4 ondes sortantes et une onde entrante (l'onde acoustique $\mathscr{L}_1$).

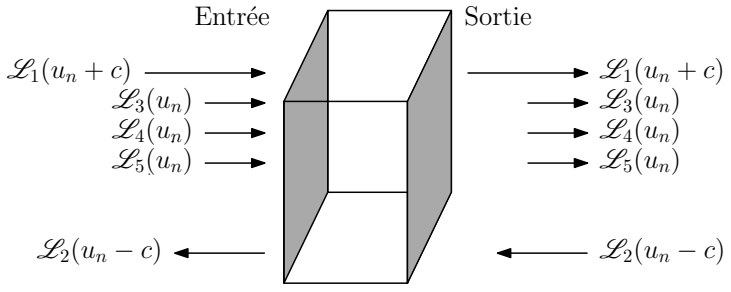


FIGURE 3.15 – Représentation schématique d'une entrée et d'une sortie subsonique dans le cadre de l'étude des conditions limites NSCBC.

Se pose maintenant la question de la correction des résidus puisque c'est ce qui importe. En particulier, en repartant des résidus calculés par le schéma, il est possible de les décomposer de la manière suivante,

$$\boldsymbol{\mathcal{R}} = \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} + \boldsymbol{\mathcal{R}}_{NC} \ , \tag{3.34}$$

avec $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ qui correspond à la partie qui va être corrigée à l'aide du traitement caractéristique et $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{NC}$ qui correspond à la partie qui ne sera pas corrigée et qui sera laissée comme telle. Une nouvelle décomposition peut alors être effectuée,

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C} = \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} - \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent} + \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C,ent} \ , \tag{3.35}$$

avec $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C}$ les résidus corrigés, $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent}$ la partie des résidus calculés par le schéma qui correspond aux ondes entrantes et qui est donc fausse, et $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C,ent}$ la partie des résidus corrigée par la méthode des caractéristiques pour les ondes entrantes. Le principe est de simplement remplacer la partie calculée par le schéma des ondes entrantes qui est erronée, par la partie corrigée par la méthode des caractéristiques.

Se pose maintenant la question du calcul de $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$. Il existe trois manières de le déterminer :

- La première manière calculer les résidus $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ est la manière classique proposée par Poinsot et Lele [205]. En repartant de l'Eq. (3.30), il est possible de la réécrire sous la forme,

$$\partial \boldsymbol{W} = -\boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n}\Delta t \ , \tag{3.36}$$

  ce qui revient à considérer que les variations temporelles de $\partial \boldsymbol{W}$ dépendent uniquement des gradients de ces-derniers. En remplaçant $\partial \boldsymbol{W}$ par son équivalent $\partial \boldsymbol{U}$, l'équation devient,

$$\partial \boldsymbol{W} = -\boldsymbol{L}\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{M}\boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial n}\Delta t \ . \tag{3.37}$$

  Enfin, par définition des résidus, il est possible de réécrire,

$$\partial \boldsymbol{W} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{M}\boldsymbol{D}\frac{\boldsymbol{\mathcal{R}}}{\partial n} \ . \tag{3.38}$$

  Avec cette manière de faire, la variation $\partial \boldsymbol{W}$ d'intérêt est donc calculée à partir de la dérivée spatiale normale des résidus, et par conséquent $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ correspond de fait à $\boldsymbol{D}\frac{\boldsymbol{\mathcal{R}}}{\partial n}$.

- La deuxième façon de calculer les résidus $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ se fonde aussi sur le principe de calculer la partie normale des résidus. Le problème de ce type de calcul est qu'au niveau de la condition limite, cette grandeur n'est pas bien définie. En effet, le gradient de n'importe quelle grandeur au niveau d'un nœud est calculé à partir de l'ensemble des nœuds adjacents. Le problème est qu'au niveau des bords, une partie de ces nœuds n'est pas pas définie. Une approximation en venant décentrer le barycentre s'impose donc pour calculer ces gradients, induisant une potentielle erreur.

  Cette deuxième manière de calculer les résidus normaux est proposée par Colin [212]. L'idée pour calculer ces résidus normaux est de partir du résidu intégral, et de venir soustraire la partie tangentielle des résidus :

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}_n = \boldsymbol{\mathcal{R}} - \boldsymbol{\mathcal{R}}_t \ , \tag{3.39}$$

  avec $\boldsymbol{\mathcal{R}}_t$ la partie tangentielle des résidus, qui peut être calculée de manière quasi exacte sur la condition limite d'intérêt. Dans ce cas, $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} = \boldsymbol{\mathcal{R}}_n$.

- Enfin, la façon de calculer les résidus $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ est de considérer la totalité des résidus, en partant de l'équation suivante :

$$\partial \boldsymbol{W} = \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} \Delta t \ . \tag{3.40}$$

  Cette façon de calculer les résidus est notamment utilisée pour les conditions limites d'entrée parce qu'elle a montré une plus grande robustesse et une application plus fidèle des valeurs cibles. Toutefois, son désavantage est la dépendance avec l'instant initial, au travers de la dérivée temporelle. Dans ce cas, $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} = \boldsymbol{\mathcal{R}}$.

Ainsi, différentes possibilités sont disponibles pour le choix de la partie des résidus qui sera sélectionnée et corrigée au niveau de la condition limite. $\partial \boldsymbol{W}$ dépend de ce choix, les possibilités sont les suivantes :

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} = \begin{cases} \boldsymbol{D} \frac{\boldsymbol{\mathcal{R}}}{\partial n} & \text{avec calcul approché du résidu normal,} \\ \boldsymbol{\mathcal{R}}_n & \text{avec calcul exact du résidu normal,} \\ \boldsymbol{\mathcal{R}} & \text{en considérant le résidu complet.} \end{cases} \tag{3.41}$$

La partie $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{NC}$ qui n'est pas corrigée correspond alors tout simplement à la différence entre $\boldsymbol{\mathcal{R}}$ et $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$.

La partie estimée par le schéma numérique étant maintenant connue, il s'agit dès à présent de calculer les deux derniers éléments de l'équation (3.35), *i.e.* la partie erronée des ondes entrantes $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent}$ et la correction appliquée $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C,ent}$, pour pouvoir enfin estimer les résidus corrigés $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C}$. Pour $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent}$, il s'agit tout simplement de la contribution des ondes entrantes estimée par le schéma. Pour cela, il suffit simplement de calculer la grandeur $\partial \boldsymbol{W}^{ent}$, qui correspond aux ondes entrantes,

$$\partial \boldsymbol{W}^{ent} = \begin{cases} \boldsymbol{L\Omega M\mathcal{R}}_{CL} & \text{pour les ondes entrantes dans le domaine,} \\ 0 & \text{pour les autres.} \end{cases} \tag{3.42}$$

Pour rappel, $\partial \boldsymbol{W}^{ent}$ correspond au vecteur de variables caractéristiques entrantes qui sont calculées par le schéma numérique et qui sont par conséquent fausses. Les ondes sortantes ne sont pas corrigées.

Enfin, le dernier élément manquant $\partial \boldsymbol{W}^{C,ent}$ représente les ondes entrantes corrigées. Pour pouvoir déterminer ces ondes, ce sont les vitesses λ_i qui sont importantes. Il est à noter qu'étant donné que seule la composante normale importe, le terme subsonique, respectivement supersonique, correspond au cas où $u_n < c$, respectivement $u_n > c$. Il est alors tout à fait possible d'avoir un écoulement supersonique ($\sqrt{(u_n^2 + u_{t_1}^2 + u_{t_2}^2)} > c$), tout en étant normalement subsonique ($u_n < c$). Les différents types de conditions limites sont présentés par la suite.

Condition de sortie subsonique

Un premier exemple est proposé, à savoir la condition subsonique de sortie. C'est l'exemple le plus simple, puisque seule l'onde $\mathscr{L}_2$ est sortante, étant donné qu'elle est convectée avec une vitesse négative $\lambda_2 = (u_n - c)$. Ainsi, les autres caractéristiques $\mathscr{L}_{1,3,4,5}$, dont les vitesses de convection sont positives, sont déterminées à partir de l'écoulement interne, et ne sont pas corrigées par la condition limite.

Dans l'optique d'imposer une condition de sortie en pression, l'équation à traiter est dans ce cas la quatrième équation du système d'Eqs. (3.31),

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\rho c}{2}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) \ , \tag{3.43}$$

où p, ρ et c sont respectivement la pression, la masse volumique et la vitesse du son au niveau de la condition limite. La question est de savoir ce qu'il faut imposer comme valeur pour $\mathscr{L}_2$.

La première possibilité est de prendre $\mathscr{L}_2 = -\mathscr{L}_1$. Ainsi, l'Eq. (3.43) s'écrit,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \ . \tag{3.44}$$

Dans ces conditions, les variations de pression sont nulles à la condition limite. Les ondes acoustiques sont par conséquent totalement réfléchies. Cela revient au même que d'imposer la pression directement, et de supposer que cette pression est invariante dans le temps. La condition limite est alors complètement réfléchissante.

À l'inverse, il est aussi possible d'imposer $\mathscr{L}_2 = 0$, auquel cas aucune onde ne rentre dans le domaine. Les variations de pression sont donc uniquement dues aux ondes sortantes $\mathscr{L}_1$. L'Eq. (3.43) s'écrit,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\rho c}{2}\mathscr{L}_1 \ . \tag{3.45}$$

Cette configuration permet aux ondes de sortir sans aucune réflexion, la condition limite est totalement non réfléchissante. Cependant, elle ne laisse aucun contrôle sur les valeurs cibles, laissant la pression en l'occurrence dériver. Il n'y a alors aucune raison pour que la pression garde une valeur cohérente avec la valeur désirée par l'utilisateur.

Pour pallier ce problème, il est possible de combiner ces deux extrêmes pour créer une condition limite partiellement réfléchissante. Poinsot et Lele [205] proposent la forme suivante pour $\mathscr{L}_2$,

$$\mathscr{L}_2^C = 2K\frac{\Delta t}{\rho c}(p^{cible} - p) \ , \tag{3.46}$$

avec K un coefficient de relaxation en s^{-1}, p^{cible} la pression imposée par l'utilisateur et Δt le pas de temps. Afin de traiter l'onde correctement, et de faire en sorte que les ondes ne soient pas totalement réfléchies, l'idée est d'ajouter une relaxation vers la pression cible. En effet, en ajoutant cette relaxation, la condition limite va jouer le rôle d'un filtre passe bas, réfléchissant les basses fréquences, tout en filtrant les hautes fréquences. Or dans la plupart des cas, ce sont les hautes fréquences qui sont potentiellement dévastatrices pour la simulation, fréquences parfois liées aux modes de résonance du domaine.

Un coefficient peu élevé coupera jusqu'aux basses fréquences, ce qui a pour conséquence de diminuer la réflexion de la condition limite, mais ne permet plus nécessairement d'assurer la bonne valeur de pression. À l'inverse, un coefficient élevé permettra d'imposer la valeur cible de manière plus fidèle, mais en contrepartie, la condition limite aura tendance à réfléchir les ondes, ce qui peut détériorer l'écoulement, et dans certains cas déstabiliser complètement le calcul.

Il faut alors trouver un ajustement afin d'essayer de couper un maximum de fréquences pour que les ondes ne soient pas réfléchies à l'intérieur du domaine, tout en évitant de voir les valeurs à la condition limite dériver.

Condition d'entrée subsonique

De la même manière, il est possible d'imposer une condition limite d'entrée. Ici, ce sont 4 caractéristiques qui rentrent, toutes, sauf $\mathscr{L}_2$ qui est obtenue à partir du domaine. Il faut donc imposer 4 valeurs cibles, généralement u^{cible}, v^{cible}, w^{cible} et $\mathbb{T}^{cible}$.

$$\begin{cases} \mathscr{L}_1^C = 2K_{U_n}\Delta t(U_n - U_n^{cible}) \ , \\ \mathscr{L}_3^C = K_{U_t}\Delta t(U_{t_1} - U_{t_1}^{cible}) \ , \\ \mathscr{L}_4^C = K_{U_t}\Delta t(U_{t_2} - U_{t_2}^{cible}) \ , \\ \mathscr{L}_5^C = -\rho K_{\mathbb{T}}\Delta t \ \dfrac{\mathbb{T} - \mathbb{T}^{cible}}{\mathbb{T}} \ . \end{cases} \tag{3.47}$$

Ici encore, il est nécessaire d'ajouter des coefficients de relaxation afin d'imposer de manière efficace les valeurs cibles tout en réduisant la réflexion des différentes ondes présentes dans le domaine.

Conditions supersoniques

Enfin, les conditions limites supersoniques sont plus simples à traiter. En effet, dans le cas d'une condition limite supersonique, toutes les vitesses λ_i sont soit positives, soit négatives. Les ondes sont ainsi traitées de la même manière. Pour le cas de la condition limite entrante supersonique, toutes les ondes $\mathscr{L}_i$ sont entrantes, et sont donc corrigées,

$$\begin{cases} \mathscr{L}_1^C = 2K_{U_n}\Delta t(U_n - U_n^{cible}) \ , \\ \mathscr{L}_2^C = 2K\dfrac{\Delta t}{\rho c}(p^{cible} - p) \ , \\ \mathscr{L}_3^C = K_{U_t}\Delta t(U_{t_1} - U_{t_1}^{cible}) \ , \\ \mathscr{L}_4^C = K_{U_t}\Delta t(U_{t_2} - U_{t_2}^{cible}) \ , \\ \mathscr{L}_5^C = -\rho K_{\mathbb{T}}\Delta t \ \dfrac{\mathbb{T} - \mathbb{T}^{cible}}{\mathbb{T}} \ . \end{cases} \tag{3.48}$$

Enfin, dans le cas d'une condition limite de sortie supersonique, aucun traitement n'est nécessaire.

Mise en pratique des conditions NSCBC

En résumé, la méthode des NSCBC se décompose en différentes étapes :

- Tout d'abord, les résidus sont calculés par le schéma numérique.
- La partie à modifier $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ est ensuite déterminée, à l'aide d'une des 3 manières décrites dans le premier paragraphe de cette Section 3.3.1.2.
- À partir de ce $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}$ sont calculées les ondes caractéristiques $\boldsymbol{\mathscr{L}}$.
- Les ondes caractéristiques correspondant aux ondes entrantes, c'est à dire celles dont la vitesse λ est positive, sont remplacées par leur version corrigée, qui dépend de la condition limite. Elles sont données dans le deuxième et troisième paragraphe de cette section.

- Ces deux contributions d'ondes entrantes (celle erronée calculée par le schéma et celle calculée à l'aide de la correction caractéristique) peuvent ensuite être réexprimées sous forme de résidus $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent}$ et $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent,C}$.

- Enfin, les résidus peuvent être corrigés de la manière suivante,

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C} = \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} - \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent} + \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent,C} \ . \tag{3.49}$$

Ainsi, il a été possible à partir des résidus déterminés par le schéma, de calculer la contribution des ondes entrantes et sortantes, et de venir spécifiquement corriger la contribution entrante, à l'aide du traitement caractéristique. Cette méthode est ensuite appliquée spécifiquement aux bords azimutaux chorochroniques.

3.3.1.3 La condition limite d'entrée-sortie chorochronique avec traitement des gradients transverses

Les conditions limites NSCBC ayant montré certaines limites lorsque les gradients transverses deviennent important comparativement aux gradients normaux, l'ajout de ces derniers est proposé par certains dans la littérature [213, 214]. Cette section présente dans une première partie le principe des conditions limites d'entrée-sortie, nécessaire pour permettre d'évaluer un écoulement sans connaitre à priori son sens, puis la notion de correction des termes transverses est introduite dans une seconde partie.

Condition limite d'entrée sortie

Afin de pouvoir répondre à la première problématique, il faut tout d'abord considérer les deux types de conditions limites. Une condition en vitesse et température qui permet de prescrire les 4 ondes entrantes est sélectionnée pour l'entrée, pour la sortie il s'agit d'une condition en pression. L'utilisation de l'intégralité des résidus $\boldsymbol{\mathcal{R}}$ comme base de la méthode NSCBC est une manière uniquement propice aux conditions d'entrée, pas forcément conseillée dans le cas de conditions limites de sortie [15]. Pour cette raison, et dans une logique de créer une condition limite uniforme, les résidus normaux seront considérés, à la fois pour la sortie et l'entrée (*i.e.* $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} = \boldsymbol{\mathcal{R}}_{n}$).

La manière dont est traitée cette condition limite est identique à celle décrite dans la Section 3.3.1.2. Pour déterminer s'il s'agit d'une entrée ou d'une sortie, une condition sur le signe de la vitesse u_n, qui est la vitesse locale normale à la condition limite, est prescrite. Quatre cas différents se présentent :

- Si la vitesse u_n est positive et $u_n > c$, il s'agit d'un cas d'une condition limite d'entrée supersonique. L'intégralité des ondes sont entrantes dans cette situation.

- Si la vitesse u_n est positive et $u_n < c$, alors, dans le repère local, les vitesses λ_1, λ_3, λ_4 et λ_5 sont positives (celles en u_n et $(u_n + c)$), tandis que la vitesse $\lambda_2 = u_n - c$ est négative. Ainsi, $\mathscr{L}_1$, $\mathscr{L}_3$, $\mathscr{L}_4$ et $\mathscr{L}_5$ sont des ondes entrantes et doivent être corrigées par la méthode des caractéristiques, alors que $\mathscr{L}_2$ est sortante et est calculée par le schéma numérique.

- Si la vitesse u_n est négative et $u_n < -c$, il s'agit d'un cas d'une condition limite de sortie supersonique. Cette fois ci, l'intégralité de l'information est connue et déterminée par le schéma numérique, aucune correction n'est à entreprendre.

- Si la vitesse u_n est négative et $u_n > -c$, seule l'onde $\mathscr{L}_1$, qui correspond à la vitesse $\lambda_1 = u_n + c$, est à corriger. Les 4 autres ondes sont calculées par le schéma numérique.

En fonction de la vitesse u_n, la condition limite se comporte donc de manière différente, dans certains cas comme une condition d'entrée, subsonique ou supersonique, dans d'autres comme une condition de sortie, subsonique ou supersonique.

Intégration des termes transverses

Afin de corriger les dérives créées par les conditions limites NSCBC qui ne prenaient pas en compte les termes transverses, un terme supplémentaire est ajouté à l'Eq. (3.30). Ce terme est la contribution de tout ce qui est transverse à la condition limite $\overline{\overline{\boldsymbol{T}}}$, et qui avait été négligé jusqu'alors. L'équation d'intérêt devient alors,

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} + \overline{\overline{\boldsymbol{T}}} = 0 \ . \tag{3.50}$$

Pour déterminer ce terme, il est possible d'écrire les équations d'Euler en variables primitives dans le repère (n, t_1, t_2) local à la paroi de la manière suivante,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_n}{\partial t} + u_n\dfrac{\partial u_n}{\partial n} + u_{t_1}\dfrac{\partial u_n}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_n}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial n} = 0 \ , \\ \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t} + u_n\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial n} + u_{t_1}\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial t_1} = 0 \ , \\ \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t} + u_n\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial n} + u_{t_1}\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial t_2} = 0 \ , \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} + u_n\dfrac{\partial p}{\partial n} + u_{t_1}\dfrac{\partial p}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial p}{\partial t_2} + \rho c^2\left(\dfrac{\partial u_n}{\partial n} + \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2}\right) = 0 \ , \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho u_n}{\partial n} + \dfrac{\partial \rho u_{t_1}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial \rho u_{t_2}}{\partial t_2} = 0 \ . \end{cases} \tag{3.51}$$

Le système d'Eq. (3.51) peut se réécrire de la manière suivante,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_n}{\partial t} + \dfrac{1}{2}(\mathscr{L}_1 - \mathscr{L}_2) + u_{t_1}\dfrac{\partial u_n}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_n}{\partial t_2} \ , \\ \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t} + \mathscr{L}_3 + u_{t_1}\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial t_1} \ , \\ \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t} + \mathscr{L}_4 + u_{t_1}\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial t_2} \ , \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} + \dfrac{\rho c}{2}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) + u_{t_1}\dfrac{\partial p}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial p}{\partial t_2} + \rho c^2\left(\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2}\right) \ , \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\rho}{2c}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) + \mathscr{L}_5 + \dfrac{\partial \rho u_{t_1}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial \rho u_{t_2}}{\partial t_2} \ . \end{cases} \tag{3.52}$$

Enfin, en définissant un ensemble $\boldsymbol{\mathcal{T}}$ d'ondes tangentielles, le système d'Eq. (3.52) devient,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_n}{\partial t} + \dfrac{1}{2}(\mathscr{L}_1 - \mathscr{L}_2) + \dfrac{1}{2}(\mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_2) \quad , \\ \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t} + \mathscr{L}_3 + \mathcal{T}_3 \quad , \\ \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t} + \mathscr{L}_4 + \mathcal{T}_4 \quad , \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} + \dfrac{\rho c}{2}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) + \dfrac{\rho c}{2}(\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2) \quad , \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\rho}{2c}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) + \mathscr{L}_5 + \dfrac{\rho}{2c}(\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2) + \mathcal{T}_5 \quad , \end{cases} \tag{3.53}$$

avec les différents $\boldsymbol{\mathcal{T}}$ définies de la manière suivante,

$$\begin{cases} \mathcal{T}_1 = u_{t_1}\left(\dfrac{\partial u_n}{\partial t_1} + \dfrac{\partial p}{\rho c \partial t_1}\right) + u_{t_2}\left(\dfrac{\partial u_n}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho c \partial t_2}\right) + c\left(\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2}\right) \ , \\ \mathcal{T}_2 = u_{t_1}\left(-\dfrac{\partial u_n}{\partial t_1} + \dfrac{\partial p}{\rho c \partial t_1}\right) + u_{t_2}\left(-\dfrac{\partial u_n}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho c \partial t_2}\right) + c\left(\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2}\right) \ , \\ \mathcal{T}_3 = u_{t_1}\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial t_1} \ , \\ \mathcal{T}_4 = u_{t_1}\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_1} + u_{t_2}\dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t_2} + \dfrac{\partial p}{\rho \partial t_2} \ , \\ \mathcal{T}_5 = u_{t_1}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial t_1} - \dfrac{\partial p}{c^2 \partial t_1}\right) + u_{t_2}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial t_2} - \dfrac{\partial p}{c^2 \partial t_2}\right) \ . \end{cases} \tag{3.54}$$

Ainsi, il est possible de prendre en compte ces contributions tangentielles au travers des différentes équations sans changer la simplicité de la méthode.

Une nouvelle correction des ondes entrantes, qui dépendent comme vu précédemment du type de condition limite, peut être proposée,

$$\begin{cases} \mathscr{L}_1^C = 2K_{U_n}\Delta t\left(U_n - U_n^{cible}\right) + \mathcal{T}_1 \ , \\ \mathscr{L}_2^C = 2K_p\dfrac{\Delta t}{\rho c}(p - p^{cible}) + (1-\xi)\mathcal{T}_2 \ , \\ \mathscr{L}_3^C = K_{U_t}\Delta t(U_{t_1} - U_{t_1}^{cible}) + \mathcal{T}_3 \ , \\ \mathscr{L}_4^C = K_{U_t}\Delta t(U_{t_2} - U_{t_2}^{cible}) + \mathcal{T}_4 \ , \\ \mathscr{L}_5^C = -\rho K_{\mathbb{T}}\Delta t\ \dfrac{\mathbb{T} - \mathbb{T}^{cible}}{\mathbb{T}} + \mathcal{T}_5 \ , \end{cases} \tag{3.55}$$

avec ξ un coefficient compris dans l'intervalle $[0, 1]$, qui est généralement fixé comme étant la valeur du Mach moyen à la condition limite [213], [215], [214]. Ce coefficient est en réalité issu d'une étude de stabilité de la condition limite. En effet, dans certains cas, sans ce coefficient, la condition limite de sortie devenait instable, rendant la simulation impossible. À l'origine, l'idée était de rajouter une valeur cible du terme transverse dans la deuxième équation du système d'Eq. (3.55),

$$\mathscr{L}_2^C = 2K_p\frac{\Delta t}{\rho c}(p - p^{cible}) + (1-\xi)\mathcal{T}_2 + \beta\mathcal{T}_2^{cible} \tag{3.56}$$

où $\mathcal{T}_2^{cible}$ est le terme transverse cible. Ce nouvel ajout permettait alors de stabiliser le calcul en pression. Cependant, il est difficile d'estimer précisément ce coefficient pour des calculs complexes, et en général, la terme $\beta\mathcal{T}_2^{cible}$ est négligé. Ce terme n'est pas nécessaire lorsqu'il s'agit d'une condition limite d'entrée [214].

C'est donc avec ce type de condition limite entrée-sortie avec correction des gradients transverses que la méthode chorochronique est utilisée par la suite.

3.3.2 Application des conditions limites NSCBC à la méthode chorochronique

La théorie des conditions limites NSCBC ayant été définie, il s'agit maintenant de voir comment son application à la méthode chorochronique peut-être effectuée. L'absence de traitement particulier et l'imposition en dur de l'information aux nœuds avec une condition limite de Dirichlet est générateur d'instabilités et de modes de résonance dévastateurs pour la simulation. Afin de limiter ces modes de résonance, de stabiliser le calcul, et d'évacuer le transitoire, l'idée est d'utiliser des conditions limites partiellement non réfléchissantes NSCBC pour évacuer cette mauvaise information.

Pour cela, le principe est relativement simple. Comme vu dans la Section 3.2.1, l'information des valeurs cibles est récupérée au niveau de la surface interne au domaine (pour une simulation double canal), stockée pendant un certain temps, puis réimposée aux nœuds à l'aide d'une condition limite de Dirichlet. Sauf qu'au lieu de l'appliquer directement aux nœuds, l'idée est de venir utiliser ces grandeurs comme les valeurs cibles classiquement utilisées pour venir relaxer l'information pour les conditions limites NSCBC.

Contrairement à une utilisation normale des NSCBC où les valeurs cibles sont constantes dans le temps, pour ce cas précis, les valeurs cibles sont modifiées à chaque itération à partir de l'information chorochronique.

3.3.2.1 Comparaison des conditions limites NSCBC 1D et 3D

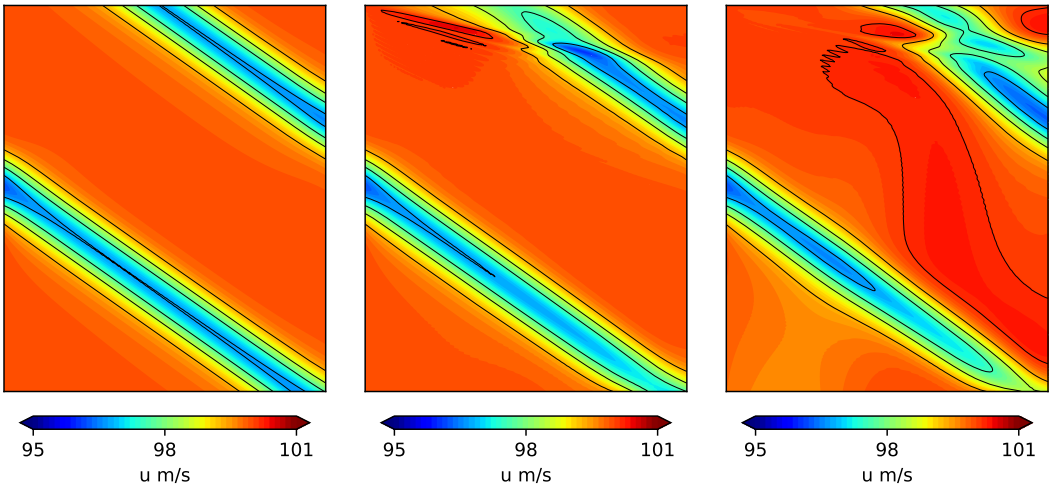
Configuration des sillages défilants avec vitesses tangentielle élevée

Dans un premier temps, trois simulations sont effectuées et comparées sur le cas d'étude des sillages défilants (voir Section 3.2.3). Une première simulation périodique sert de référence. Une simulation chorochronique utilisant la méthode double canal, les conditions limites entrée-sortie et la correction des termes transverse est réalisée (simulation *NSCBC3D*). Enfin, une deuxième simulation chorochronique identique à la première, si ce n'est qu'il n'y a pas de correction des termes transverse, est aussi considérée (simulation *NSCBC1D*). Le bord azimutal supérieur se comporte alors dans ce cas précis comme une entrée subsonique ($c > u_n > 0$), tandis que le bord azimutal inférieur se comporte comme une sortie subsonique ($c > -u_n > 0$). Le reste des paramètres, physiques et numériques, en particulier les domaines, les maillages, les conditions limites et les champs initiaux sont identiques à ceux décrits dans la Section 3.2.3.

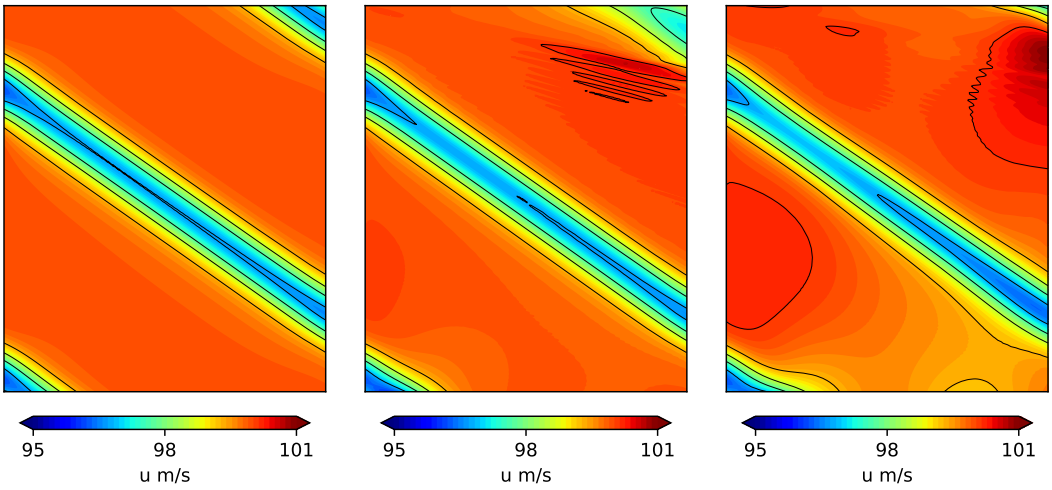
Pour les conditions limites azimutales des simulations chorochroniques, les informations chorochroniques sont d'abord recueillies, stockées, et ensuite utilisées comme valeurs cibles et actualisées à chaque itération, avec $U_n^{cible}, U_{t_1}^{cible}, U_{t_2}^{cible}$ et $\mathbb{T}^{cible}$ pour le bord azimutal supérieur et p^{cible} pour le bord azimutal inférieur.

Une notion importante qui n'a pour l'instant pas été évoquée sur les simulations précédentes concerne les coefficients de relaxation. En effet, comme décrit précédemment, la valeur de ces coefficients de relaxation joue un rôle déterminant. Une valeur faible permet de diminuer l'aspect réflectif de la condition limite, tandis qu'une valeur importante permet d'imposer avec une plus grande fidélité les valeurs cibles. Une étude spécifique de ce coefficient est présentée par la suite. Pour l'instant, une valeur de 5000 pour tous les coefficients de relaxation est choisie au niveau des bords azimutaux.

Les champs de vitesse des trois simulations, à deux instants distincts sont présentés sur les Fig. 3.16 & 3.17. À première vue, il semble que la simulation *NSCBC1D* n'arrive pas à capturer l'entièreté du champ de vitesse au niveau des conditions limites azimutales. En effet, la vitesse axiale u prescrite au niveau de la condition limite supérieure, qui pour rappel se comporte uniquement comme une condition limite d'entrée, semble décalée par rapport à son homologue périodique (Figs. 3.16 (a) & (c)). Par contre, en observant cette fois ci la vitesse tangentielle v, toujours au niveau du bord azimutal supérieur (Figs. 3.17 (a) & (c)), les champs sont radicalement différents. La condition limite ne semble pas capable d'imposer cette vitesse de manière cohérente. L'amplitude maximale et minimale de cette vitesse change violemment au passage du sillage, avec systématiquement une décélération plus importante au cœur du sillage, et une accélération à l'arrière du sillage. C'est cette variation de la vitesse tangentielle qui vient impacter le champ de vitesse axial proche du bord azimutal supérieur.



(a) Périodique à $\frac{t}{T} = 4$ (b) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4$ (c) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4$

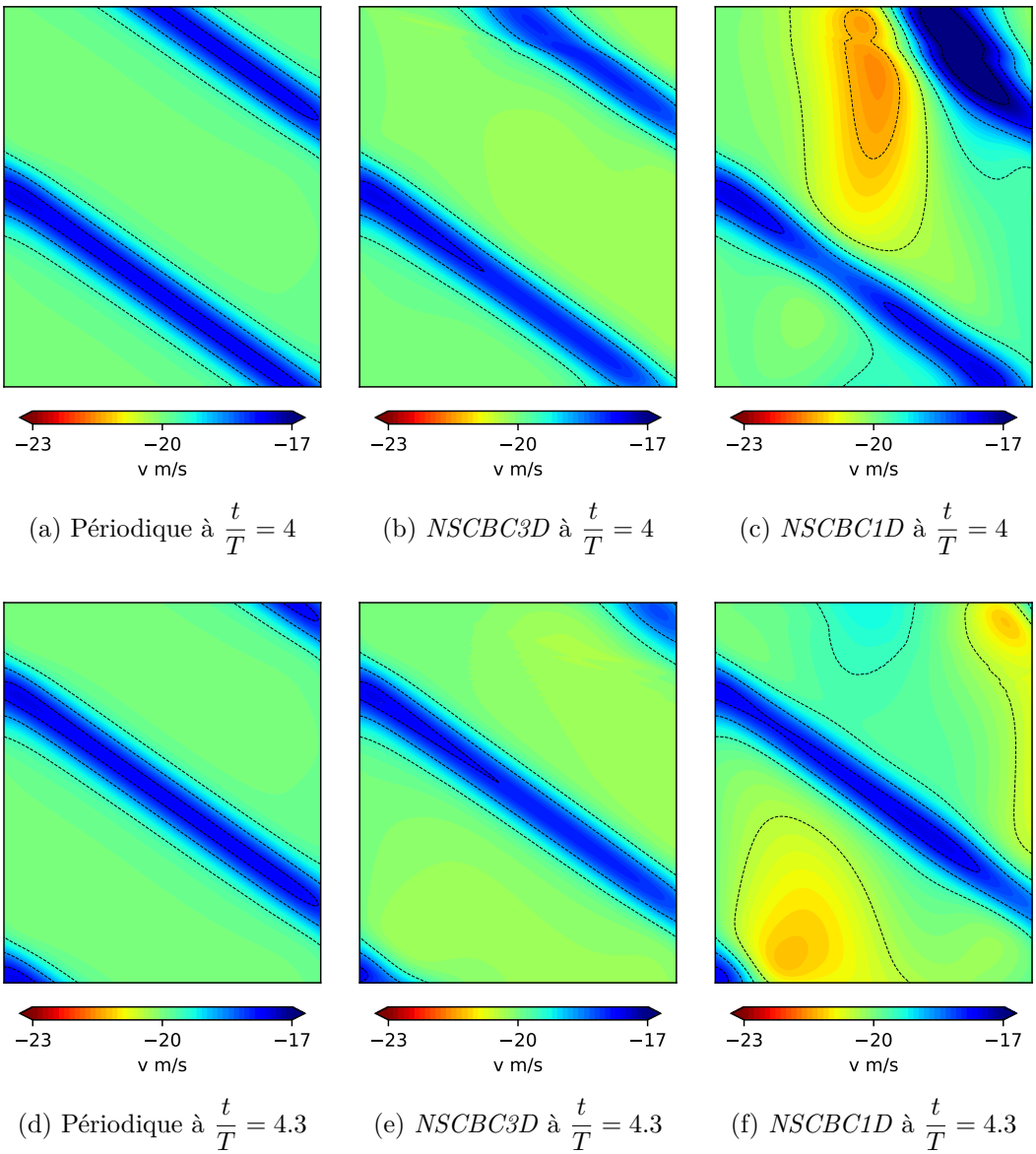


(d) Périodique à $\frac{t}{T} = 4.3$ (e) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4.3$ (f) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4.3$

FIGURE 3.16 – Champs de vitesse u des trois simulations à deux instants différents pour la configuration utilisant les NSCBC aux bords azimutaux.

La simulation *NSCBC3D* arrive au contraire à reproduire de manière relativement fidèle l'écoulement. Des perturbations sont produites en amont du sillage au niveau de la condition limite supérieure (Fig. 3.16 (b)& (e)), causées en partie par le déphasage intrinsèque à la condition limite qui sera évoqué par la suite. Les champs de vitesse tangentielle v sont fidèles à ceux de la simulation périodique de référence.

Bien que moins impacté, le bord azimutal inférieur, pour la simulation *NSCBC1D*, distord lui aussi le champ, en comparaison de la simulation périodique (Fig. 3.17 (f)).



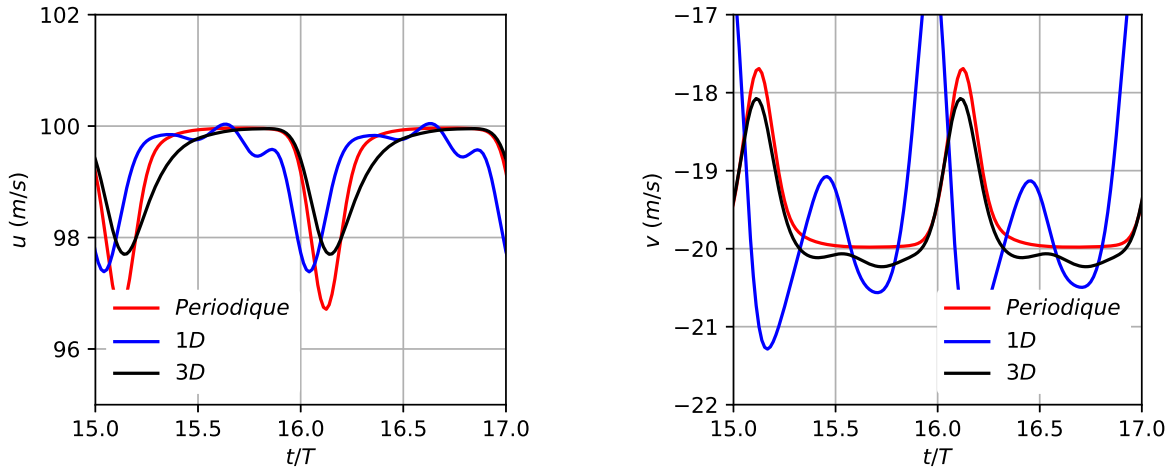
(a) Périodique à $\frac{t}{T} = 4$ (b) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4$ (c) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4$

(d) Périodique à $\frac{t}{T} = 4.3$ (e) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4.3$ (f) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4.3$

FIGURE 3.17 – Champs de vitesse v des trois simulations à deux instants différents pour la configuration utilisant les NSCBC aux bords azimutaux.

L'évolution de la vitesse axiale u et transverse v au niveau d'une sonde située au centre du bord azimutal supérieur (sonde 2) est présentée sur la Fig. 3.18. Ces évolutions confirment bien ce qui est observé sur les champs de vitesse. La vitesse axiale est relativement bien prédite, avec un léger décalage du centre du sillage pour les deux simulations

NSCBC1D et *NSCBC3D* et des fluctuations notables pour la simulation *NSCBC1D*. À l'inverse, en ce qui concerne la vitesse tangentielle, la condition limite de la simulation *NSCBC1D* est incapable de prescrire la vitesse correcte. La vitesse oscille autour de sa valeur cible, avec des variations importantes au passage du sillage, comparativement à la simulation de référence. La simulation *NSCBC3D* quant à elle reproduit de manière fidèle l'évolution de v.



(a) Vitesse u

(b) Vitesse v

FIGURE 3.18 – Variation des vitesses au niveau de la sonde 2 pour la configuration utilisant les NSCBC aux bords azimutaux.

Ces erreurs sur la vitesse pour la simulation *NSCBC1D*, en particulier sur la composante v, ne proviennent donc pas de la méthode chorochronique en elle même, mais du fait que la condition limite est incapable de corriger les gradients transverses. En effet, une des limitations des conditions limites telles que décrites dans les paragraphes précédents, c'est qu'elles ne permettent pas de prendre en compte l'aspect multidimensionnel. Elles supposent que toutes les ondes entrantes et sortantes sont uniquement normales à la condition limite, qui provient de l'hypothèse LODI. Cette approximation peut-être faite dans le cas d'entrées ou de sorties plus classiques, typiquement l'entrée ou la sortie d'un étage de turbomachine. Par contre, dans le cas présent du traitement des conditions limites azimutales chorochroniques, les contributions des gradients transverses ne peuvent plus être négligées. Le traitement additionnel des gradients transverses, présent dans la simulation *NSCBC3D*, permet bien de retrouver un champ très proche de celui de la simulation de référence. De faibles perturbations restent présentes, leur provenance et leur traitement est détaillé par la suite.

Jusqu'à présent, les conditions limites azimutales utilisées se sont toujours comportées soit comme une entrée, soit comme une sortie, et ce pendant l'intégralité de la simulation. L'écoulement en turbomachine étant globalement axial, il peut arriver qu'une même condition limite azimutale se comporte à la fois comme une entrée sur certaines zones et comme une sortie sur d'autres zones. La paragraphe suivant s'intéresse à ce genre d'écoulement.

Configuration des sillages défilants avec vitesses tangentielle faible

Une autre étude est entreprise similaire à la configuration précédente des sillages défilants (Section. 3.2.3), l'unique différence provient de la vitesse transverse V_0 qui est fixée de manière à ce que la vitesse au niveau des conditions limites azimutales change de signe au passage du sillage. Une faible vitesse de tester l'impact du changement de signe de la vitesse normale, et par conséquent du changement du comportement de la condition limite. Les spécificités du champ initial et des valeurs cibles des conditions limites d'entrée et de sortie sont décrites dans la Table 3.3.

U_0	100 m/s
V_0	-0.2 m/s
T_0	300 K
y_0	0 m
Δy	0.09 m
V_{transl}	50 m/s
ΔV	4 m/s
Ps_0	101325 Pa

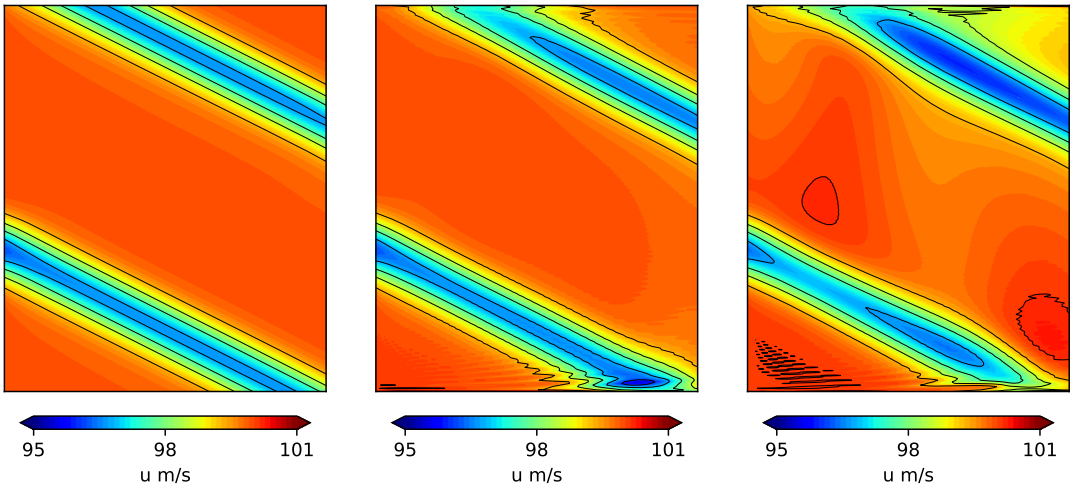
TABLE 3.3 – Valeurs cibles des conditions limites du cas d'étude des sillages défilants dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie.

Les coefficients de relaxation sont toujours fixés à une valeur arbitraire de 5000. Les trois mêmes simulations sont étudiées, une simulation de référence périodique, une simulation chorochronique avec correction des termes transverses *NSCBC3D* et une simulation chorochronique sans correction des termes transverses *NSCBC1D*. Le reste des paramètres numériques et physiques sont identiques à ceux décrits dans la Section 3.2.3.

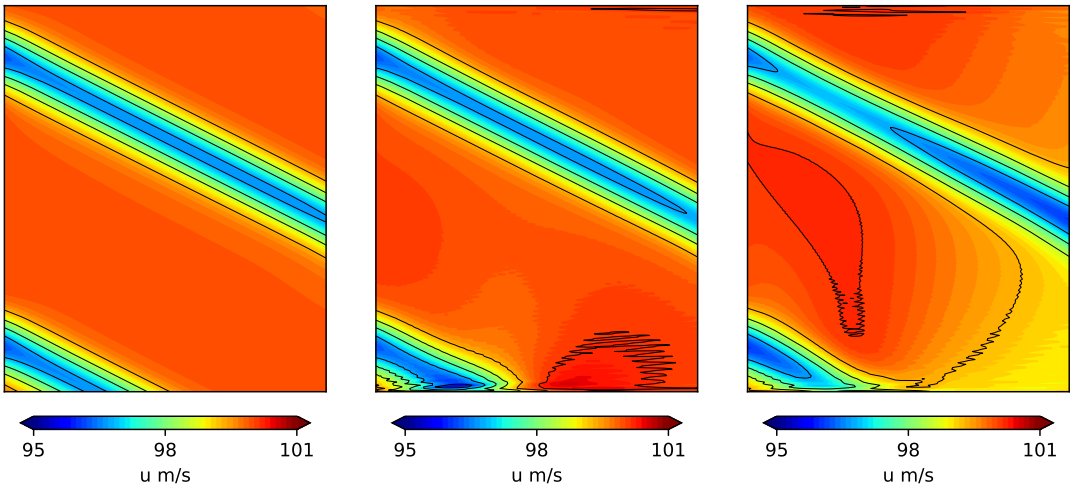
Les différents champs de vitesse sont présentés sur les Figs. 3.19 & 3.20, avec à chaque fois, à gauche la simulation périodique de référence, au milieu la simulation chorochronique *NSCBC3D*, et à droite la simulation chorochronique *NSCBC1D*. Deux instants différents sont visualisés dans chaque cas.

De manière générale, les conditions limites entrée-sortie utilisées avec la méthode chorochronique, que ce soit avec ou sans correction des termes transverses, donnent des résultats consistants sur ce cas extrême où la vitesse u_n est très proche de zero. La méthode capture correctement la fréquence de passage du sillage, et repositionne correctement le signal au niveau des bords azimutaux, en comparaison de la simulation périodique de référence.

La vitesse axiale est au final assez peu impactée pour les deux simulations chorochroniques. Il y a un léger décalage au niveau du bord supérieur, et l'amplitude de cette vitesse est plus faible que pour la simulation périodique, sans doute lié à l'utilisation de conditions limites NSCBC qui imposent les grandeurs avec une relaxation (Figs. 3.19 (b) & (c)). Le champ de la simulation *NSCBC3D* est plus proche du champ de référence. Au niveau du bord inférieur (Figs. 3.19 (e) & (f)), la vitesse axiale est légèrement influencée par la condition limite. Pour les deux simulations chorochroniques, un léger blocage s'opère



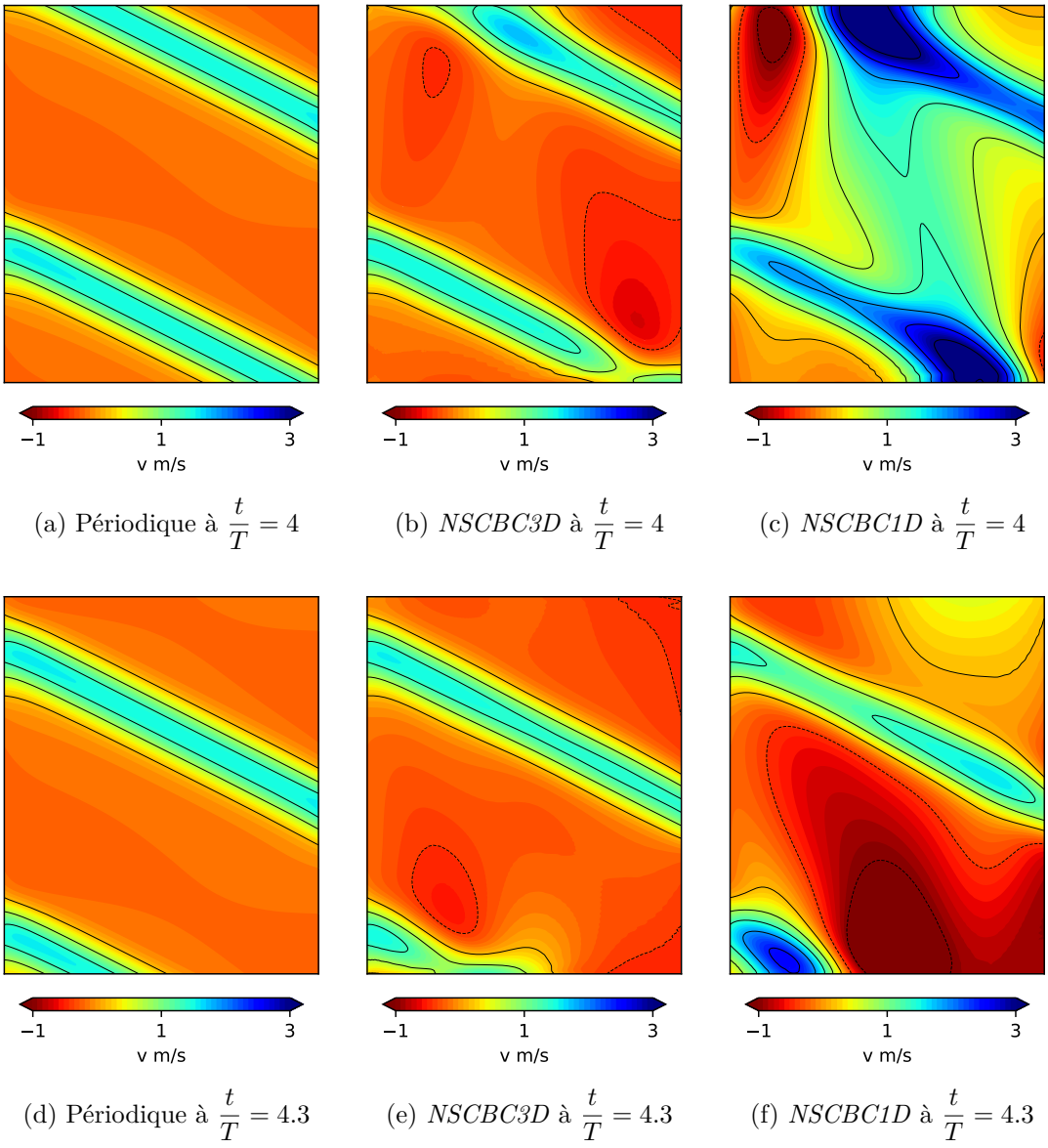
(a) Périodique à $\frac{t}{T} = 4$ (b) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4$ (c) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4$



(d) Périodique à $\frac{t}{T} = 4.3$ (e) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4.3$ (f) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4.3$

FIGURE 3.19 – Champs de vitesse u à différents instants pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses.

au niveau du passage du sillage, lié au changement de signe de la vitesse u_n, et donc au passage d'une condition d'entrée en vitesse et température à une condition de sortie en pression. La simulation *NSCBC3D* donne des résultats globalement moins perturbés, tandis que la simulation *NSCBC1D* voit une accélération plus significative de la vitesse au niveau du coin inférieur droit.



(a) Périodique à $\frac{t}{T} = 4$ (b) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4$ (c) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4$

(d) Périodique à $\frac{t}{T} = 4.3$ (e) *NSCBC3D* à $\frac{t}{T} = 4.3$ (f) *NSCBC1D* à $\frac{t}{T} = 4.3$

FIGURE 3.20 – Champs de vitesse v à différents instants pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses.

Au niveau de la vitesse v par contre, le constat est plus discriminant pour la simulation *NSCBC1D* sans correction des termes transverses. Sur la Fig. 3.20 (c) par exemple, le passage du sillage semble poser problème, puisque la vitesse v évolue très rapidement d'une vitesse surestimée ($v > 3$ m/s) à une vitesse sous estimée ($v < 1$ m/s) au niveau de la condition limite supérieure, alors que la simulation de référence présente des valeurs comprises entre -0.5 m/s et 1.8 m/s. Ces variations sont encore plus importantes au

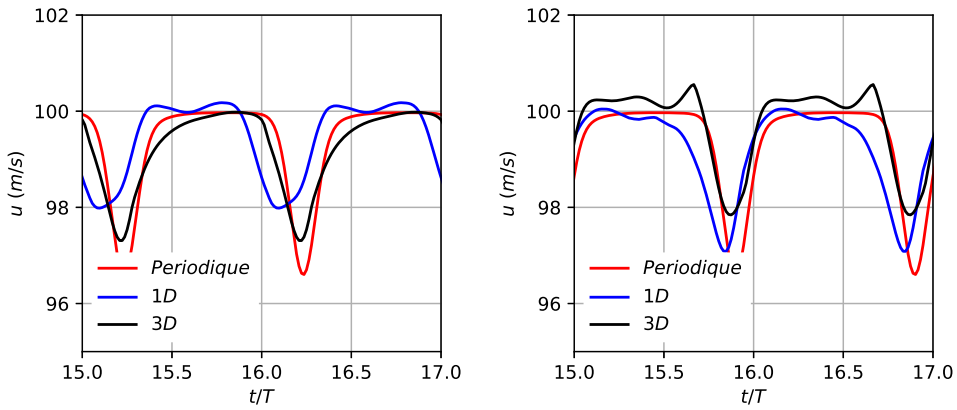
niveau de la condition limite inférieure (Fig. 3.20 (f)). Cette incapacité à reproduire l'écoulement au niveau des conditions limites impacte fortement l'écoulement dans son ensemble, et explique en partie les variations de la vitesse axiale u.

En observant les champs de vitesse v pour la simulation avec correction des termes transverses *NSCBC3D* (Figs. 3.20 (b) & (e)), l'impact des conditions limites est bien plus faible. Le centre du sillage est légèrement décalé, et la vitesse très légèrement surestimée à certains endroits, mais dans l'ensemble, les conditions limites, que ce soit au niveau du bord supérieur ou du bord inférieur, arrivent à reconstituer de manière fidèle l'écoulement des sillages défilants.

Les évolutions temporelles des deux vitesses u et v sont aussi présentées au niveau des deux sondes, la sonde 1 étant située au milieu de la condition limite azimutale inférieure des simulations chorochroniques, la sonde 2 au milieu de la condition limite supérieure (Figs. 3.21 & 3.22). Les conclusions sont similaires :

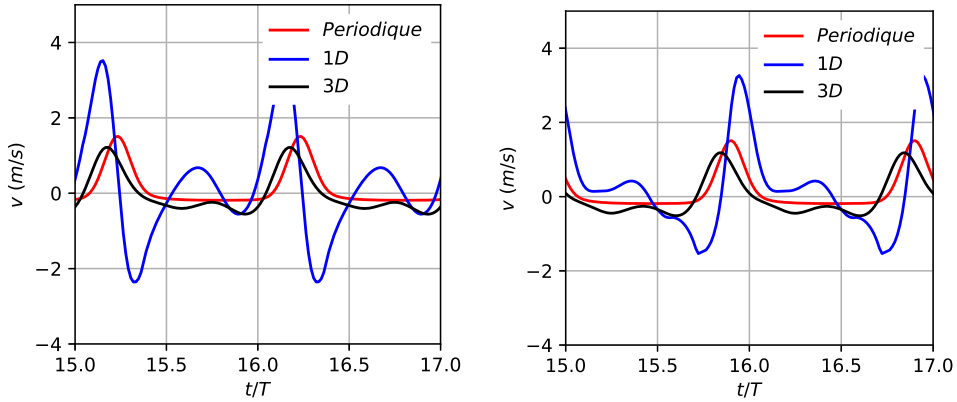
- Pour la vitesse u (Figure 3.21), le signal de la simulation *NSCBC3D* est globalement bon, avec une sous estimation de la vitesse, notamment au niveau du bord supérieur (sonde 2). Le signal de la simulation *NSCBC1D* est impacté de manière assez similaire, mais avec un décalage dans le temps plus prononcé.

- Pour la vitesse v (Figure 3.22), le signal de la simulation *NSCBC1D* est très mauvais en comparaison du signal de la simulation périodique. Que ce soit au niveau du bord inférieur ou supérieur, la valeur de la vitesse v oscille de manière importante lors du passage du sillage, avec des amplitudes deux fois supérieures à celles attendues. À l'inverse, le signal de la simulation *NSCBC3D* est relativement proche du cas périodique, avec seulement un léger décalage et une légère sous-estimation du pic de vitesse.



(a) Sonde 1 (b) Sonde 2

FIGURE 3.21 – Variation de la vitesse u au niveau des deux sondes pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses.



(a) Sonde 1 (b) Sonde 2

FIGURE 3.22 – Variation de la vitesse v au niveau des deux sondes pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude des conditions d'entrée-sortie avec prise en compte des termes transverses.

Ainsi, les conditions limites d'entrée-sortie avec application de la correction des termes transverses (cas *NSCBC3D*) permettent bien de retrouver des champs de vitesse u et v similaires au cas périodique. Ce sont donc ces conditions limites qui sont choisies pour la suite de ces travaux. Un léger déphasage et une perte d'amplitude sont néanmoins présents pour cette simulation. Il convient maintenant d'étudier l'impact réel des coefficients de relaxation sur ces conditions limites d'entrée sortie, pour notamment tenter de récupérer l'amplitude et la phase correcte du signal.

3.3.3 Étude des coefficients de relaxation des conditions limites NSCBC

Les conditions limites NSCBC appliquées à la méthode chorochronique ayant été définies, il est nécessaire de les caractériser pour tenter d'imposer l'information de manière la plus proche possible de l'information chorochronique récupérée au centre du domaine. Un décalage temporel entre le pic venant des simulations périodiques et celui venant des simulations chorochroniques est observé dans la Section 3.3.2.1. Ce décalage est lié aux différents paramètres des conditions limites NSCBC. Pour rappel, les conditions NSCBC se comportent comme des filtres passe bas, et ce décalage temporel est simplement lié à la phase de ce filtre passe bas. Une correction est proposée en Annexe D.

La question de la valeur des différents coefficients de relaxation est très importante en ce qui concerne les conditions limites azimutales. Une faible valeur permet effectivement de réduire les instabilités et les phénomènes de résonance qui posent problème. Mais une faible valeur implique nécessairement un gain du passe bas plus faible, ce qui implique un filtrage de plus nombreuses fréquences et une perte en amplitude. À l'inverse, un coefficient de relaxation important permet d'appliquer avec plus de fidélité l'information chorochronique, et permet de réduire l'effet du filtrage, mais avec le risque de voir appa-

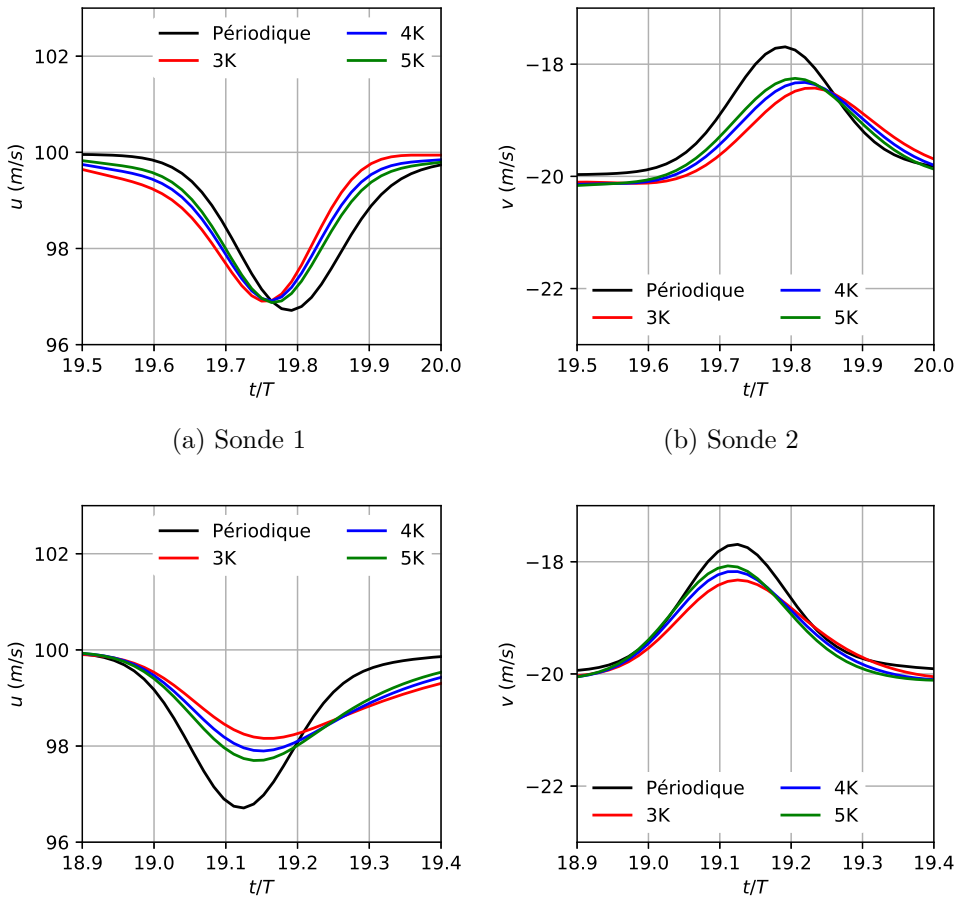
raitre des fréquences destructrices pour la simulation. Il est alors essentiel de trouver un compromis entre ces deux cas de figure.

Une série de simulations chorochroniques est effectuée, toujours sur la même base de la configuration des sillages défilants. Une simulation périodique sert de référence. Les simulations chorochroniques utilisent un domaine numérique double canal et des conditions limites NSCBC sur les bords azimutaux. La correction sur le déphasage définie en Annexe D est aussi utilisée pour tenir compte du décalage induit par la condition limite. Cette fois ci cependant, les coefficients de relaxation des conditions limites azimutales varient d'une simulation à l'autre dans l'optique de déterminer la valeur limite de ces coefficients. Au sein d'une même simulation, les coefficients de relaxation des deux conditions limites azimutales, *i.e.* le coefficient de pression K_p, de température $K_{\mathbb{T}}$, et les 2 coefficients de vitesse K_{u_n} et K_{u_t}, sont tous pris identiques. Les tailles de domaines, les conditions aux limites, et les conditions initiales, ainsi que les paramètres numériques et physiques sont identiques au cas des sillages défilants de la Section 3.2.3.

Ainsi, 6 simulations chorochroniques sont effectuées, en faisant varier les coefficients de relaxation des deux conditions limites azimutales entre une valeur de 3000 et de 8000 par pas de 1000, nommées simulations 3K, 4K, et ainsi de suite. Les vitesses u et v sont alors observées au niveau des deux sondes 1 et 2, respectivement positionnées au centre du bord azimutal inférieur et supérieur.

En observant tout d'abord les simulations 3K, 4K et 5K sur la Fig. 3.23, une tendance semble se dessiner. La simulation 3K, qui correspond à la simulation avec le coefficient de relaxation le plus faible, a systématiquement un signal qui est le plus éloigné du signal de référence. En particulier, le pic de vitesse est plus étalé dans le temps, et le centre du sillage est plus décalé par rapport à celui de la simulation périodique. Ces deux effets semblent décroitre avec l'augmentation du coefficient, ce qui n'est pas une surprise, puisque plus le coefficient de relaxation augmente, plus l'information chorochronique est appliquée de manière fidèle. Cela confirme bien la nécessité d'appliquer des coefficients de relaxation les plus importants possible.

En observant maintenant les simulations 6K, 7K et 8K sur la Fig. 3.24, une première remarque est assez évidente. En effet, le signal vert, qui correspond à la simulation 8K, et donc à un coefficient de relaxation de 8000, donne un résultat complètement différent des autres. Des oscillations notables apparaissent, produites par un phénomène de résonance. Ces oscillations causent la divergence totale du calcul et son arrêt après un certain nombre d'itérations. La limite du coefficient de relaxation semble être de 7000 pour ce cas. Il est tout de même à noter que le signal de la simulation 6K donne des résultats un peu moins bons que ceux de la simulation 7K, ce qui confirme bien tendance observée sur les simulations 3K, 4K et 5K.



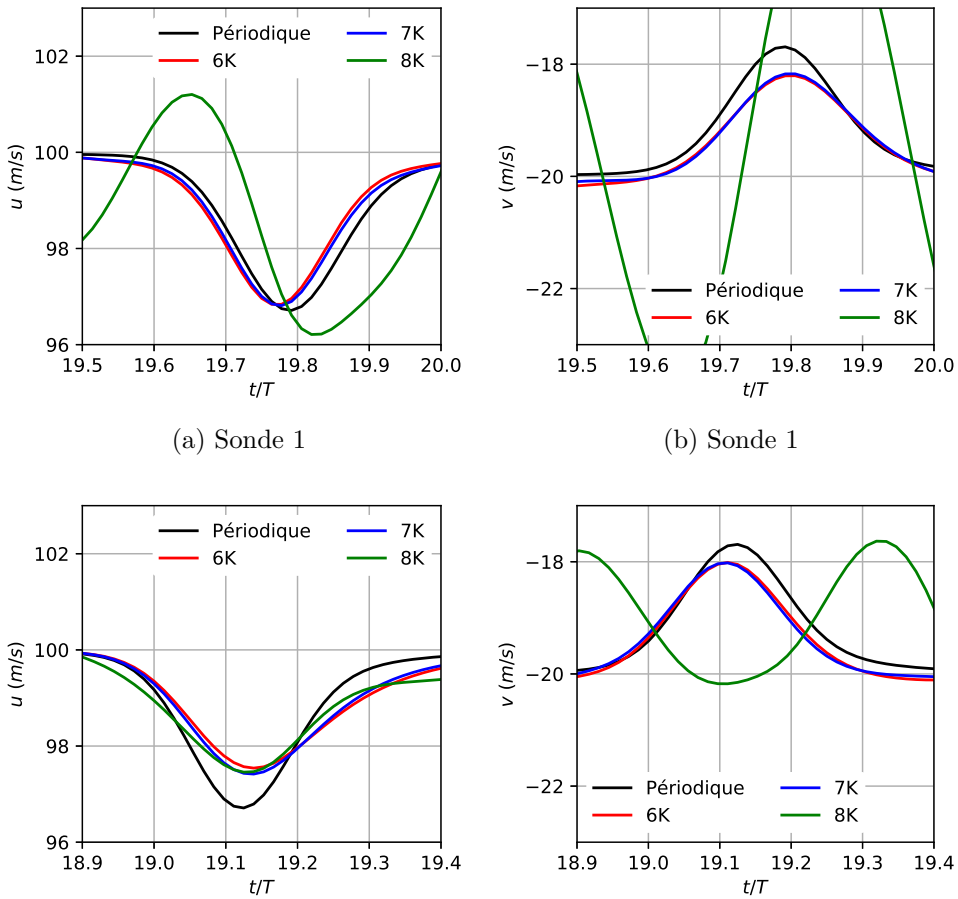
(a) Sonde 1

(b) Sonde 2

(c) Sonde 1

(d) Sonde 2

FIGURE 3.23 – Variation de la vitesse au niveau des deux sondes pour étudier l'effet de la valeur du coefficient de relaxation pour les simulations 3K, 4K et 5K.



(a) Sonde 1

(b) Sonde 1

(c) Sonde 2

(d) Sonde 2

FIGURE 3.24 – Variation de la vitesse au niveau des deux sondes pour étudier l'effet de la valeur du coefficient de relaxation pour les simulations 6K, 7K et 8K.

Il convient maintenant d'essayer de caractériser ces oscillations qui proviennent de certains modes de résonance liées au domaine numérique. Le détail de la démonstration se retrouve en Annexe A. Une FFT est effectuée au niveau de la sonde 2, donc sur la condition limite supérieure, et sur la vitesse v, pour les simulations périodique et chorochroniques 6K, 7K et 8K (voir Fig. 3.25). Les remarques faites par la suite sont tout à fait valables pour des FFT effectuées sur d'autres variables, à la fois sur la sonde 1 et la sonde 2. Sans surprise, les signaux se superposent relativement bien pour toutes les simulations, sauf pour la simulation chorochronique 8K. Les basses fréquences du signal vert voient leur amplitude augmenter par rapport au signal de référence, tout simplement parce que la simulation ne converge jamais. Mais ce qui semble être le plus intéressant, c'est la fréquence à 1300 Hz, ainsi que les harmoniques associées. Cette fréquence n'est pas liée à la simulation chorochronique mais aux modes de résonance du système. Si les coefficients de relaxation dépassent une certaine limite, ici 8000, certaines fréquences excitatrices de modes de résonance ne sont plus évacuées comme il le faut, ce qui couplé à la méthode chorochronique vient faire diverger le calcul. Selle *et al.* [216] proposent une équation pour déterminer le coefficient de relaxation maximal admissible pour un domaine donné, qui appliquée dans ce cas donne,

$$K^{max} = \pi \left(1 - M^2\right) \left(c/L_{y,dc}\right) \, , \tag{3.57}$$

où M est le nombre de Mach. Dans cette configuration, $K^{max} = 8100$, ce qui est très proche de la limite observée à 8000.

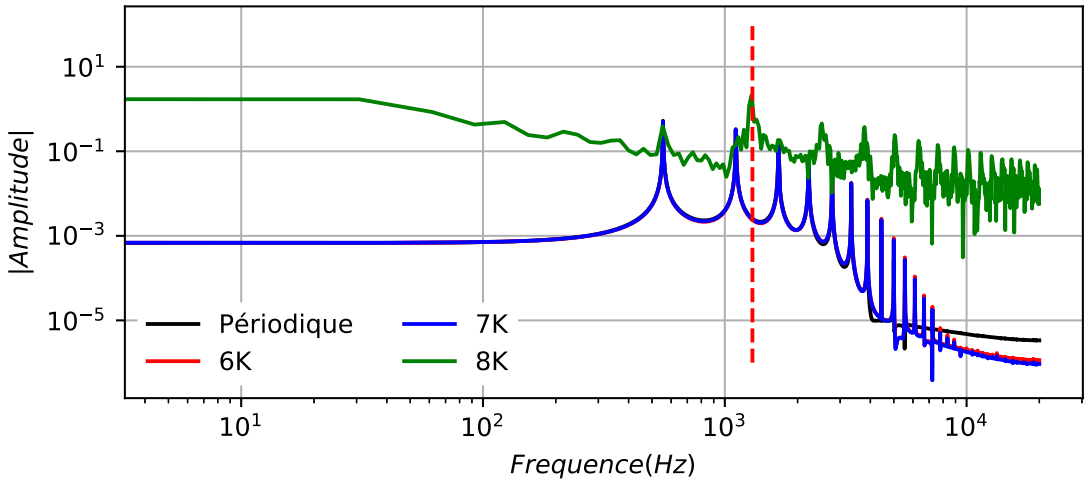


FIGURE 3.25 – Mise en évidence des fréquences de résonance liées au domaine de calcul pour l'étude des coefficients de relaxation des conditions limites NSCBC.

À noter qu'un nombre plus important de simulations ont été effectuées avec des coefficients de relaxation moins importants et plus importants, mais n'ont pas été présentées ici. Pour des coefficients plus importants, la fréquence de résonance qui est la cause de la divergence du calcul reste la même. Plus la valeur du coefficient augmente, plus le calcul diverge rapidement, ce qui semble logique au vu de ce qui a été démontré jusqu'à maintenant. Des valeurs moins importantes impliquent un signal réel plus diffus avec notamment des extremum moins proches du signal périodique au niveau du centre du sillage. Une autre étude présentée en Annexe C a été effectuée en venant modifier certains

coefficients de relaxation tout en laissant les autres inchangés. Cela permet d'améliorer encore un peu plus le résultat des simulations chorochroniques mais nécessite un travail supplémentaire de la part de l'utilisateur. Par la suite, les coefficients de relaxation d'une même condition limite sont choisis de manière unique à partir de l'Eq. (3.57) en choisissant un coefficient au moins 10% inférieur pour éviter d'être trop proche de la limite de stabilité de la condition limite.

Il est ainsi possible de déterminer un coefficient de relaxation limite qui permet d'appliquer une information de la manière la plus fidèle possible au niveau des conditions limites azimutales tout en faisant en sorte d'évacuer les fréquences de résonance qui sont liées aux dimensions du problème et qui sont dévastatrices si non traitées.

3.3.4 Méthode hybride : correction des résidus à partir des grandeurs conservatives chorochroniques

En partant du constat qu'il est complexe, avec de simples conditions limites NSCBC, d'imposer de manière fidèle l'information chorochronique au niveau des conditions limites azimutales, il convient d'essayer de trouver un nouvel élément permettant de pallier ce problème.

L'idée est de combiner les deux méthodes, à savoir la méthode chorochronique utilisant les NSCBC d'une part, et la méthode qui avait été présentée dans la Section 3.2.3 et qui avait pour principe de simplement appliquer l'information chorochronique aux nœuds à la manière de conditions de type Dirichlet. Cette dernière avait l'inconvénient de ne pas permettre aux perturbations liées à l'initialisation et aux modes de résonance du système d'être évacuées.

En repartant de l'Eq. (3.49), et en pondérant le résidu corrigé à la condition limite, il est possible de venir y rajouter la contribution en résidus des grandeurs chorochroniques échangées. Cela revient tout simplement à écrire le nouveau résidu $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C}$ à la condition limite de la manière suivante,

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{C} = \kappa \left(\boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL} - \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent} + \boldsymbol{\mathcal{R}}_{CL}^{ent,C} \right) + (1-\kappa) \boldsymbol{\mathcal{R}}_{choro} \ , \tag{3.58}$$

où $\boldsymbol{\mathcal{R}}_{choro}$ correspond aux résidus calculés à partir de l'information chorochronique, et κ est un coefficient qui est compris entre 0 et 1. Ces résidus peuvent se calculer de la manière suivante,

$$\boldsymbol{\mathcal{R}}_{choro} = \boldsymbol{U}_{choro} - \boldsymbol{U} \ , \tag{3.59}$$

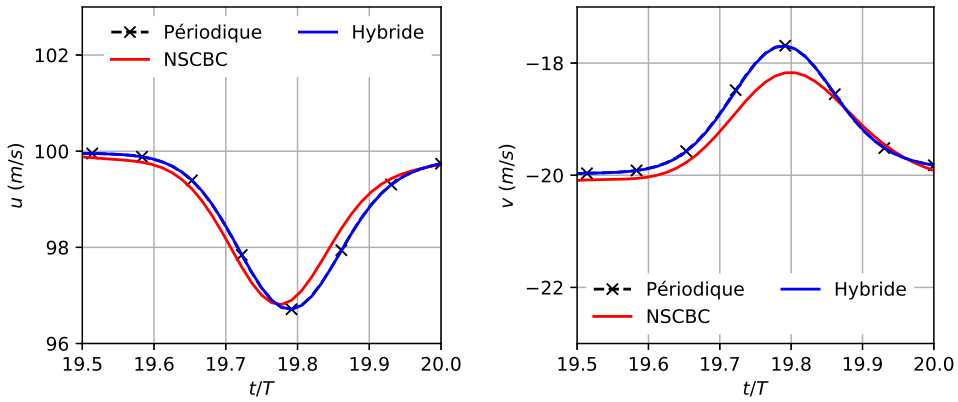
où $\boldsymbol{U}_{choro}$ est l'ensemble des grandeurs conservatives qui ont été collectées au niveau de la zone interne au domaine, puis stockée pendant un certain temps relatif aux données chorochroniques de la simulation, et $\boldsymbol{U}$ est l'ensemble des grandeurs conservatives locales de l'itération précédente. Cette nouvelle manière de procéder permet de combiner

deux aspects qui sont importants. D'un côté, la partie des résidus chorochroniques permet d'imposer de manière bien plus fidèle l'information chorochronique, et ce pour toutes les grandeurs, à la manière d'une condition limite de Dirichlet. L'imposition directe au niveau des nœuds génère cependant des perturbations non physiques, lié au fait qu'il y a systématiquement un écart entre les résidus calculés par le schéma au bord du domaine et les résidus calculés à partir de l'information chorochronique. Cet écart est dû au fait que la méthode chorochronique, par construction, prend en compte uniquement les fréquences liées au passage des sillages. Même dans une configuration aussi simple que celle présentée dans cette étude, il existe de légères variations entre le signal présent à un instant t sur la zone interne du domaine numérique et le signal présent à un instant $t + t_{stock1,2}$ sur un des bords azimutaux. Sur des cas plus complexes s'ajouteront des écarts supplémentaires liés aux fréquences non déterministes (turbulence, tourbillons divers, etc). C'est là qu'intervient la partie relaxation NSCBC qui permet d'évacuer ces perturbations, ainsi que toutes les perturbations générées par l'initialisation et par les phénomènes de résonance. Des études ont été effectuées en venant modifier la pondération via la valeur κ sans variation significative sur ce cas d'étude. Une étude plus poussée de cette pondération serait peut-être nécessaire pour vérifier l'influence de κ sur des cas plus complexes. À noter qu'en imposant $\kappa = 1$, les résultats sont identiques aux simulations chorochroniques qui utilisent uniquement la méthode NSCBC. À l'inverse, en imposant $\kappa = 0$, la simulation diverge assez rapidement, étant donné qu'il n'y a aucun contrôle des perturbations ni des modes de résonance. Par la suite, la pondération est fixée de telle sorte que chacune des deux contribution ait un poids équivalent ($\kappa = \frac{1}{2}$).

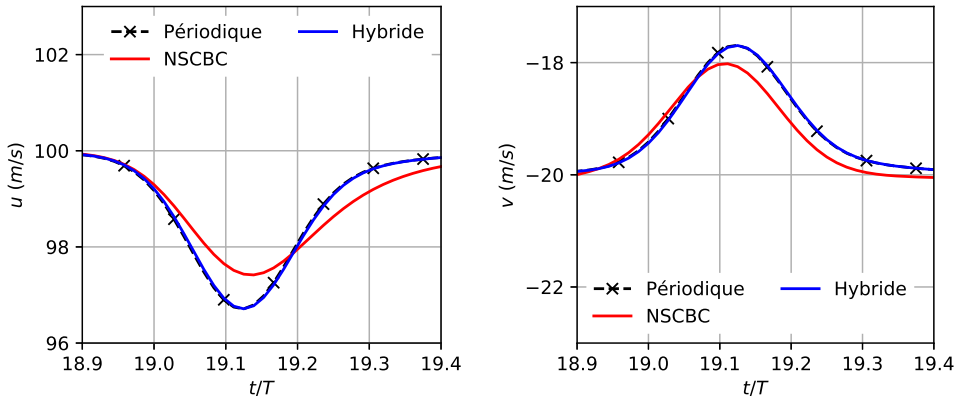
Sur cette base, 3 simulations sont comparées sur la configuration des sillages défilants (Section 3.2.3). Une première simulation périodique de référence. Une deuxième simulation appelée NSCBC, qui reprend l'intégralité des travaux effectués jusqu'à maintenant, *ie* une simulation chorochronique utilisant la méthode double canal, les conditions limites NSCBC, avec une correction du déphasage, et un coefficient de relaxation des deux conditions limites azimutales fixé à 7000. Enfin, une troisième simulation appelée Hybride, qui utilise comme base l'Eq. (3.58). Pour cette dernière simulation, une partie des résidus sera alors calculée de la même manière que la deuxième simulation, tandis que la deuxième partie des résidus reprendra les données brutes stockées par la méthode chorochronique.

L'évolution temporelle de la vitesse au niveau des deux sondes 1 (au milieu de la condition limite azimutale inférieure) et 2 (au milieu de la condition limite azimutale supérieure) de ces simulations sont présentées sur la Fig. 3.26. Les résultats sont sans appel, que ce soit pour la vitesse axiale u ou tangentielle v. Alors que la simulation NSCBC voit le centre du sillage toujours légèrement décalé et une perte d'amplitude liée au filtre passe bas, la simulation Hybride à l'inverse se superpose à la simulation de référence périodique de manière parfaite. Ceci démontre la capacité de cette méthode Hybride à reconstruire à l'aide de l'hypothèse chorochronique le signal recherché.

Les profils de la vitesse axiale et transverse sur les deux conditions limites azimutales inférieures et supérieures sont comparés pour les 3 différentes simulations et sont présentés sur la Fig. 3.27. Ici encore, les différents profils de vitesses de la simulation Hybride sont superposés aux profils de vitesses de la simulation périodique, là où celui de la simulation NSCBC diffère des deux autres.

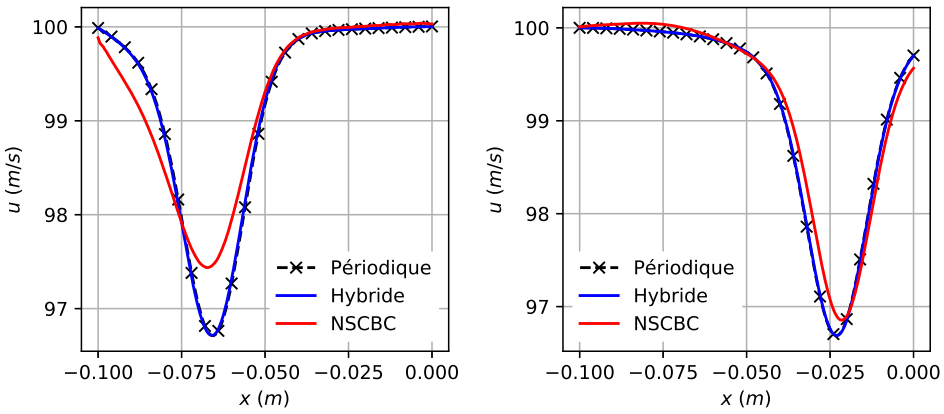


(a) Sonde 1 (b) Sonde 1



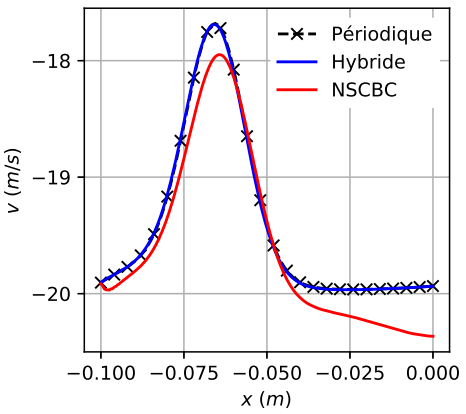
(c) Sonde 2 (d) Sonde 2

FIGURE 3.26 – Évolution temporelle de la vitesse au niveau des deux sondes dans le cadre de l'étude de la méthode Hybride.

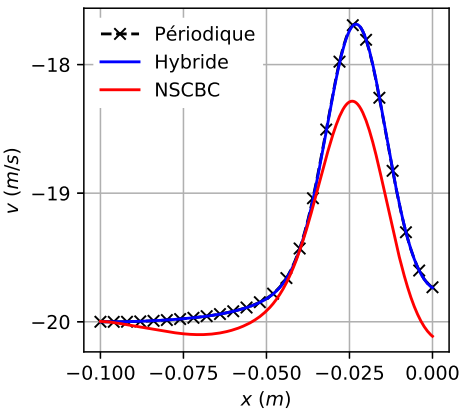


(a) Bord azimutal supérieur

(b) Bord azimutal inférieur

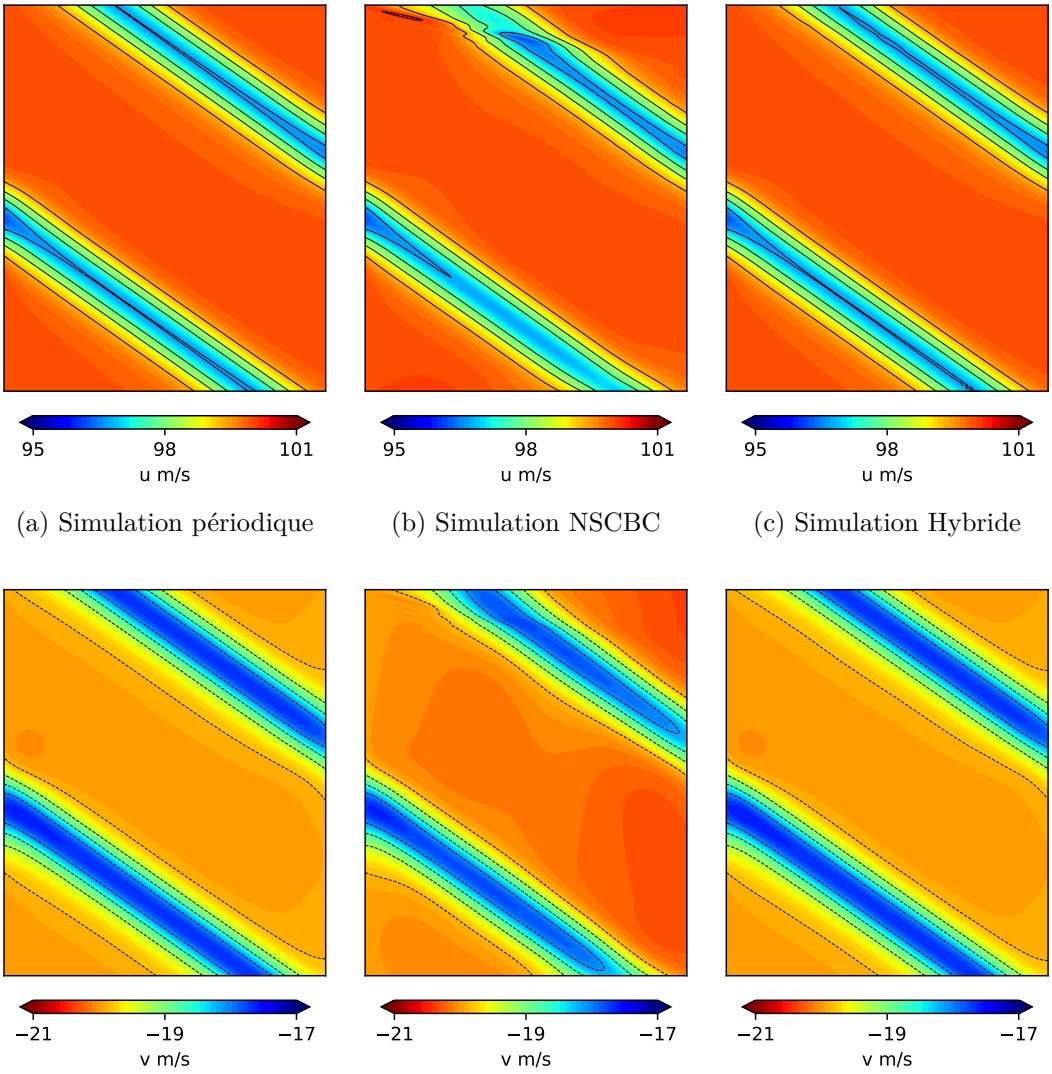


(c) Bord azimutal supérieur



(d) Bord azimutal inférieur

FIGURE 3.27 – Profils de vitesse u et v sur les deux conditions limites azimutales dans le cadre de l'étude de la méthode Hybride.



(a) Simulation périodique (b) Simulation NSCBC (c) Simulation Hybride

(d) Simulation périodique (e) Simulation NSCBC (f) Simulation Hybride

FIGURE 3.28 – Champs de vitesse u et v pour les 3 simulations dans le cadre de l'étude de la méthode Hybride.

Enfin, des champs instantanés des vitesses axiale et transverse sont présentés sur la Fig. 3.28. Les conclusions restent identiques, *ie* que la méthode hybride reproduit de manière fidèle le champ de vitesse de la simulation périodique, contrairement à la méthode NSCBC qui s'en approche tout en ayant des différences significatives, notamment au niveau des conditions limites azimutales.

Par la suite, la méthode hybride, qui reprend l'intégralité des améliorations présentées dans les sections précédentes, sera privilégiée pour les simulations chorochronique.

3.3.5 Conclusion

Dans cette section, la problématique de la stabilisation du calcul a été abordée. Les différents éléments qui perturbaient et faisaient diverger la simulation, en particulier les fréquences propres liées au domaine de calcul, ont été évalués. Les équations caractéristiques ont été présentées, pour ensuite être appliquées dans le cadre des conditions limites NSCBC, avec un premier cas pratique utilisant la méthode chorochronique, avant de s'occuper plus particulièrement du traitement des termes transverses et de l'entrée-sortie. Une règle pour déterminer les coefficients de relaxation de ces conditions particulières a été proposée. La méthode hybride qui combine à la fois la stabilité des conditions limites NSCBC et la précision des conditions limites de type Dirichlet est finalement présentée.

Le traitement des conditions limites azimutales dans le cadre des simulations chorochroniques est ainsi toujours constitué de conditions NSCBC ou de conditions Hybrides, pour lesquelles les valeurs cibles sont mise à jour à l'aide de l'information chorochronique. De plus, afin de réduire le temps de convergence ainsi que les effets indésirables liés à la solution initiale, le domaine de calcul est toujours constitué de deux passages. Dans ces conditions, les simulations utilisant la méthode chorochronique sont stables et fournissent des résultats très proches des simulations de référence périodiques.

Il s'agit dès à présent de considérer le deuxième point important de la méthode chorochronique, à savoir l'interface rotor-stator.

3.4 Implémentation et validation de la méthode chorochronique pour l'interface rotor stator

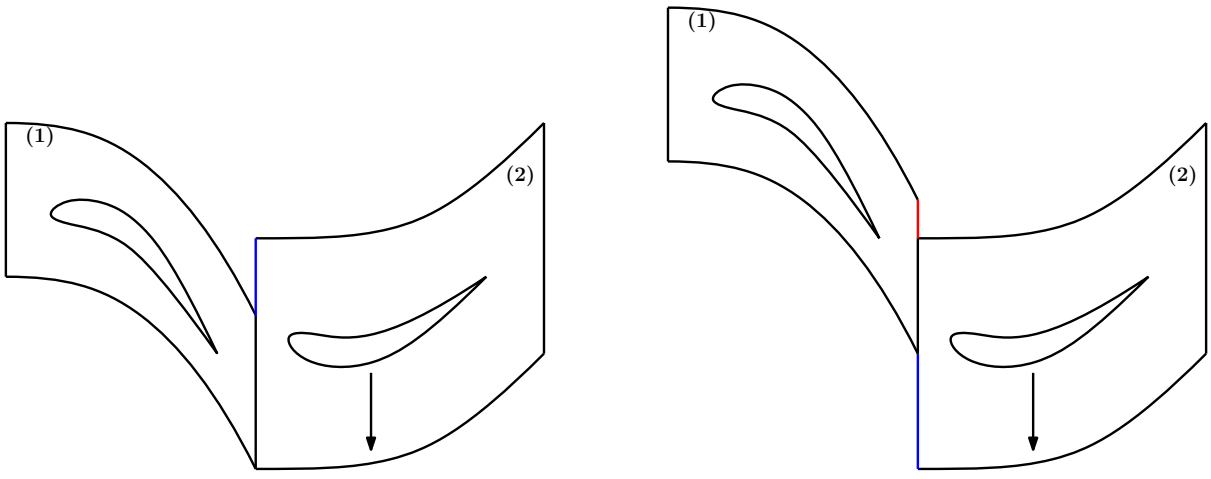
Cette section s'intéresse plus particulièrement au traitement de l'interface rotor-stator dans le cadre de simulations utilisant la méthode chorochronique. Dans une première partie, l'adaptation de l'hypothèse chorochronique à cette interface est présentée, avec notamment son implémentation dans le code de calcul AVBP. Dans la seconde partie, la méthode chorochronique est appliquée sur la configuration des sillages défilants pour une simulation comportant un domaine statique et un domaine tournant. Cette simulation nécessite l'utilisation combinée de la méthode chorochronique aux conditions limites azimutales et de la méthode spécifique du traitement de l'interface rotor-stator entre les deux domaines.

3.4.1 Méthode chorochronique appliquée à l'interface rotor stator

Les bases de la méthode chorochronique restent les mêmes que celles décrites dans la Section 3.2.1, mais appliquées à l'interface rotor-stator. Cette méthode consiste à collecter une information, dans le domaine (1) par exemple, la stocker pendant un certain temps relatif aux données du problème (tailles azimutales des domaines et vitesses relatives de translation/rotation), et l'utiliser comme donnée d'entrée du domaine (2), et inversement. Il s'agit maintenant de comprendre l'implication dans le code de calcul AVBP.

Le point de départ de l'application de la chorochronie sur cette interface est la méthode MISCOG présentée dans le Chapitre 1, méthode communément utilisée pour la simulation d'étages de turbomachines avec le code de simulation TurboAVBP. Pour rappel, cette méthode utilise le même principe que la DDM qui permet l'échange entre deux partitions différentes, au niveau des bords de ces dernières, pour les simulations parallèles. Le principe de la méthode MISCOG est relativement simple, chaque point appartenant au bord d'un des deux domaines est localisé géométriquement à l'intérieur du domaine opposé. La méthode permet alors d'échanger l'ensemble des grandeurs d'intérêt, à savoir les grandeurs conservatives, à l'aide d'une interpolation de ces grandeurs d'un domaine donné vers l'autre. L'ordre de l'interpolation se limite pour le moment à un ordre 2.

Il est à noter que l'intégralité de la démonstration se base sur des schémas représentant des configurations mono canal pour plus de lisibilité. Son application aux configurations double canal est directe et n'implique aucune modification si ce n'est une mise à l'échelle. De même, la configuration représentée est celle d'un étage de turbine. Son application reste identique pour un étage de compresseur.

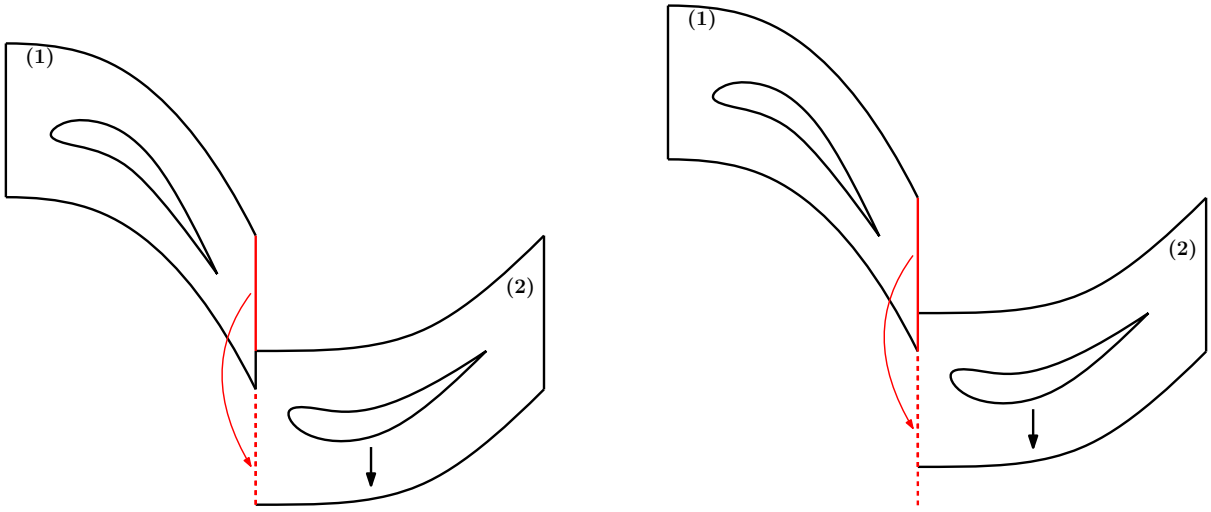


(a) Position initiale (b) Position après translation

FIGURE 3.29 – Schéma représentant la position relative des deux domaines à deux instants particuliers pour un cas d'une simulation mono canal chorochronique.

L'application de l'hypothèse chorochronique à l'interface rotor-stator implique une approche un peu différente de celle utilisée lors du traitement des bords azimutaux. La

première question qui se pose en observant les Figs. 3.29 (a) & (b), c'est le traitement des zones colorées. En effet, par définition du problème, les tailles de domaine $y^{(1)}$ et $y^{(2)}$ (ou $\theta^{(1)}$ et $\theta^{(2)}$ en rotation) sont différentes. Ainsi, au moins à l'instant initial, une partie de la condition limite de l'interface du domaine dont la taille azimutale est la plus grande, à savoir (2) sur la Fig. 3.29 (a), n'a pas de vis-à-vis avec le domaine opposé, et est représentée par la ligne bleue. Cette zone d'absence d'information évolue tout au long de la simulation, et une zone similaire, représentée en rouge, voit le jour pour le domaine (1) sur la Fig. 3.29 (b).



(a) Repositionnement des nœuds (b) Duplication du bord à l'interface

FIGURE 3.30 – Schéma représentant les deux méthodes de repositionnement de l'interface permettant de faire en sorte que les nœuds au bord des deux domaines ont toujours un vis-à-vis pour le cas d'une simulation périodique.

Dans le cas d'une simulation périodique, il n'y a pas de décalage des domaines à l'interface à l'initialisation. En effet, par définition ces deux domaines sont de même taille et généralement alignés. Pendant le calcul, une zone sans vis-à-vis va naturellement apparaitre, puisque, pour une simulation d'un étage d'un rotor et d'un stator, le domaine du premier va se déplacer quand le deuxième est fixe. Deux techniques différentes peuvent être utilisées pour combler la zone qui n'a pas de vis-à-vis et qui se basent toutes deux sur l'hypothèse périodique qui consiste à dire que pour toute fonction F, il est possible d'écrire,

$$F(x, y) = F(x, y \pm n\, y^{(1)}) \ , \tag{3.60}$$

$$F(r, \theta, z) = F(r, \theta \pm n\, \theta^{(1)}, z) \ , \tag{3.61}$$

où n est un entier naturel et $y^{(1)}/\theta^{(1)}$ correspondent à l'étendue azimutale du domaine (1). La première technique consiste à considérer la translation ou la rotation des cellules qui sont sur la ligne rouge sur la Fig. 3.30 (a), *i.e.* en dehors du vis-à-vis du domaine (2). Les coordonnées des points sont modifiées d'une valeur $\pm\, y^{(1)}/\pm\, \theta^{(1)}$ qui correspond à la

taille du azimutale du domaine (1) (qui est identique à celle du domaine (2)). Ainsi, la totalité des points de chacune des deux conditions limites à l'interface ont en permanence un vis-à-vis, que ce soit des points réels, ou de points dont les coordonnées sont fictivement modifiées. Une deuxième technique possible consiste à venir dupliquer l'interface toute entière, en rouge sur la Fig. 3.30 (b), en faisant une translation ou une rotation de la taille azimutale du domaine (1). De cette manière, tout point de la condition limite à l'interface du domaine (2) aura systématiquement un vis-à-vis, que ce soit avec les points réels de la ligne rouge continue, ou les points dupliqués de la ligne rouge en pointillé. Une duplication équivalente de l'interface du domaine (2) est aussi effectuée, mais non montrée sur la Fig. 3.30 (b) par soucis de clarté. Enfin, la dernière étape de cette technique consiste à faire en sorte qu'une fois que le domaine (1) a été translaté/tourné d'une distance périodique ($y^{(1)}/\theta^{(1)}$), l'interface du domaine (1), et donc la ligne rouge, retourne à sa position initiale. Ainsi, l'ensemble des points de la condition limite à l'interface du domaine (2) est contenu dans la zone rouge qui est la réunion de la ligne continue et de la ligne en pointillé. C'est cette technique qui est utilisée dans le code de calcul TurboAVBP.

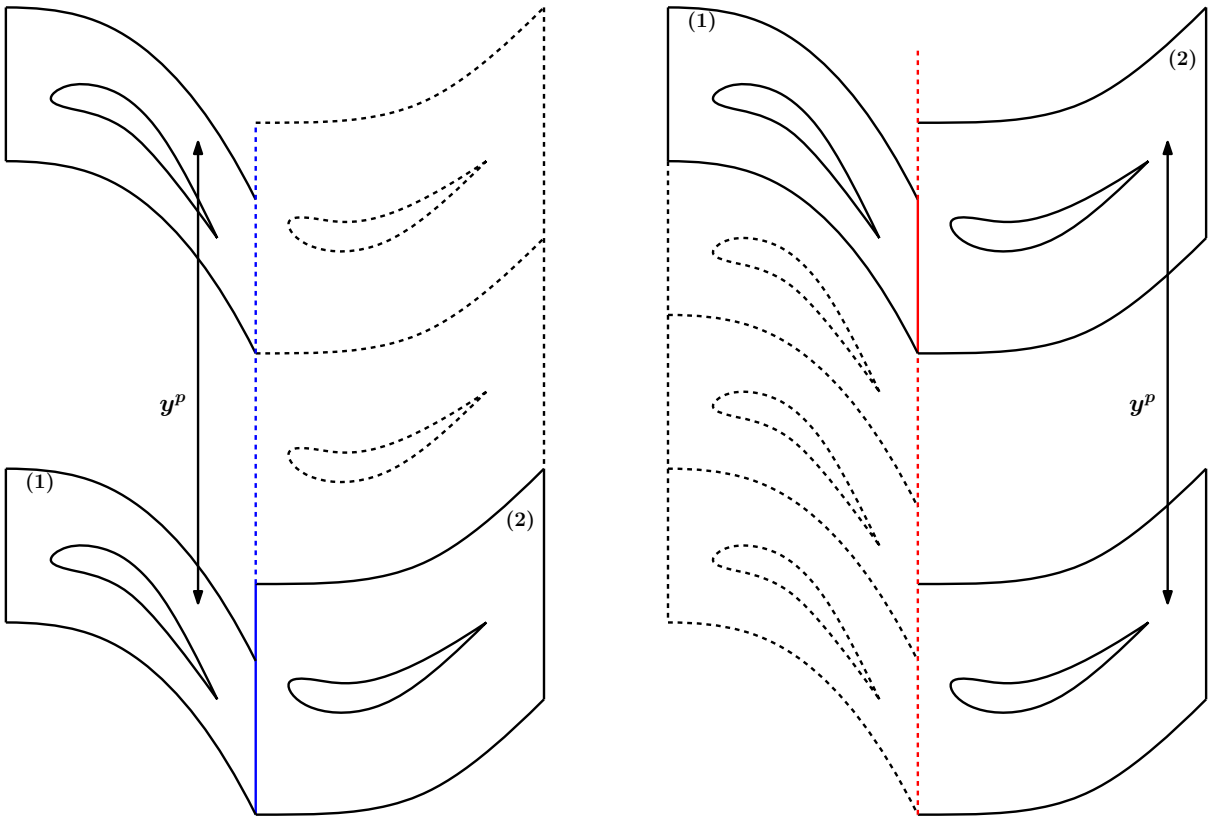
Cette duplication de l'interface n'est plus possible telle qu'elle lorsque les deux domaines n'ont pas la même taille azimutale. En effet, les Eqs. (3.60) & (3.61) ne sont plus valables, il n'est alors plus possible de simplement dupliquer l'interface du domaine (1) ou (2) par une simple translation/rotation de la taille de ce domaine. Cependant, il est toujours possible d'effectuer une translation ou rotation, pour atteindre soit la périodicité naturelle de la machine, soit l'intégralité de la machine, *i.e.* les 360°. Par simplicité et afin d'être générique, ce dernier cas est considéré comme étant périodique puisqu'il vérifie les mêmes équations. Cette nouvelle taille azimutale, constituée de un ou de plusieurs passages, est alors dénotée y^p ou θ^p. Il est alors possible de réécrire les deux Eqs. (3.60) & (3.61) de la manière suivante,

$$F(x,y) = F(x, y \pm n\, y^p) \ , \tag{3.62}$$

$$F(r,\theta,z) = F(r, \theta \pm n\, \theta^p, z) \ . \tag{3.63}$$

Il est à noter que y^p (respectivement θ^p) est un multiple de $y^{(1)}$ et de $y^{(2)}$ (respectivement de $\theta^{(1)}$ et de $\theta^{(2)}$). Ces facteurs multiplicatifs correspondent au nombre de passages du domaine (1) et du domaine (2) qu'il faut assembler pour arriver à une situation périodique. Naturellement, dans le cas où les deux tailles azimutales de deux domaines considérés (1) et (2) sont identiques, cela reviendrait à un calcul périodique où un seul domaine suffit.

Ainsi, en suivant le même principe que celui détaillé dans le paragraphe précédent, il est possible de venir reconstruire une interface, avec une partie réelle, qui correspond à la ligne en trait plein, et avec une partie fictive, qui correspond à la ligne en trait en pointillé. Cette duplication des points de l'interface est représentée sur la Fig. 3.31. Sur cet exemple, pour atteindre la périodicité, le couple de facteurs multiplicatifs est $(3, 2)$. Cela signifie que pour retrouver la périodicité, il faut 3 domaines (1), et 2 domaines (2).



(a) Duplication du bord (2)

(b) Duplication du bord (1)

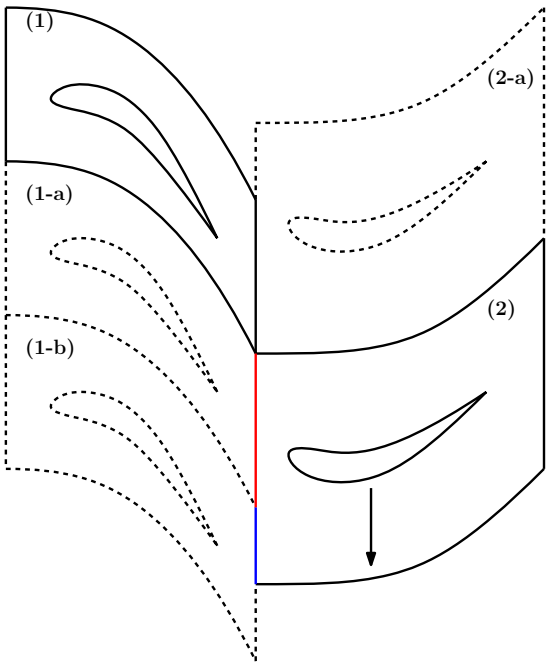
FIGURE 3.31 – Schéma représentant la création d'interfaces fictives pour l'échange dans un cas d'une simulation mono canal chorochronique.

Sur la Fig. 3.31 (a), la ligne bleue pleine correspond à la condition limite au niveau de l'interface du domaine (2). La ligne bleue en pointillé correspond à la ligne pleine, dupliquée 2 fois, une première fois avec une translation de $y^{(2)}$, et une deuxième fois avec une translation de $2\,y^{(2)}$. De manière plus générale, le nombre de duplications nécessaires est tout simplement égal au ratio entre y^p et $y^{(2)}$, *i.e.* le nombre de passages nécessaires pour retrouver une périodicité. De la même manière que sur une configuration plus classique, une fois que le domaine (1) a été translaté d'une distante y^p de part la dynamique du rotor, les points de la condition limite à l'interface du domaine (1) sont repositionnés à la position initiale. Ainsi, quelle que soit la position azimutale initiale y_{init} d'un de ces points, il sera toujours compris dans un intervalle $[y_{init}, y_{init} + y^p]$. Cette nouvelle ligne bleue ainsi constituée permet au domaine (1) de toujours avoir un vis à vis avec cette ligne, et par conséquent, il existe toujours une information qui peut-être transmise à ce domaine.

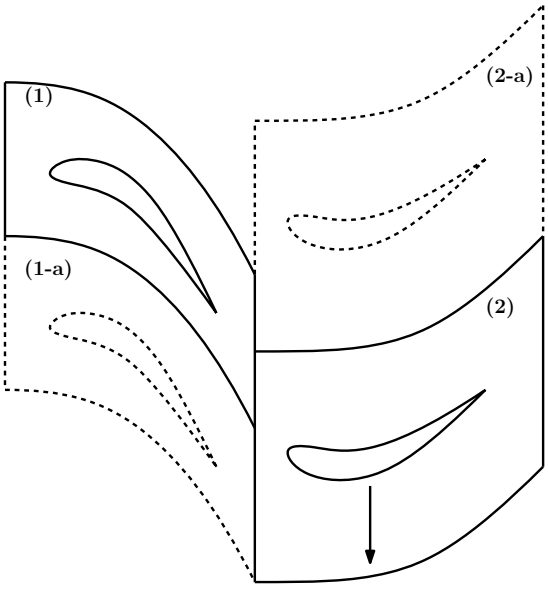
Sur la Fig. 3.31 (b), le domaine d'intérêt est à présent le domaine (1). En réalité, bien que généralement l'un des deux domaine est statique alors que l'autre est mobile avec une vitesse de translation V_{transl}, le domaine statique est traité comme ayant une vitesse de translation $-V_{transl}$. En effet, c'est la vitesse relative d'un domaine par rapport à l'autre qui importe. Par conséquent, si le domaine (2) se déplace *vers le bas* par rapport au domaine (1), le domaine (1) se déplace alors *vers le haut* relativement au domaine (2). La duplication des points de la condition limite à l'interface se fait alors dans la direction inverse par rapport au cas précédent. À nouveau, le nombre de duplications nécessaires est simplement le ratio entre la taille périodique de l'ensemble y^p et la taille azimutale du domaine $y^{(1)}$. Enfin, à la différence de la ligne bleue, ici, un élément est manquant dès l'initialisation, qui s'explique par le fait que le domaine (1) dans ce cas est plus petit que le domaine (2). Cet élément nécessite une duplication supplémentaire, cette fois ci *vers le haut* pour compléter la partie du domaine (2) qui n'a pas de vis à vis avec le domaine (1). La manière de procéder est identique lorsqu'il s'agit d'un domaine en trois dimensions et dans un référentiel cylindrique, avec des rotations à la place des translations, tout en ajoutant une correction du vecteur vitesse pour prendre en compte la rotation.

Il est alors bien possible, en venant dupliquer des éléments de la condition limite à l'interface entre le domaine statique et le domaine mobile de l'étage, de combler les parties qui n'avaient pas de vis-à-vis, et ce pendant toute la durée de la simulation. Cette étape était importante pour pouvoir utiliser la méthode employée dans TurboAVBP qui permet de détecter les positions relatives entre les deux domaines, afin d'effectuer les interpolations nécessaires et d'échanger l'information d'un domaine vers l'autre. Reste tout de même la question de savoir quelle information il est nécessaire d'appliquer sur ces conditions limites. En effet, il est assez logique qu'une simple duplication des données ne permet pas de récupérer l'information au bon instant. Il est nécessaire, comme c'était déjà le cas précédemment sur les conditions limites azimutales chorochroniques, de venir ajuster la temporalité de l'échange de l'information. De nouveau, cela demande de venir enregistrer une information, puis de la stocker pendant une certaine durée qui dépend des différents paramètres de l'étage de turbomachine en question, et enfin de l'échanger avec le domaine opposé.

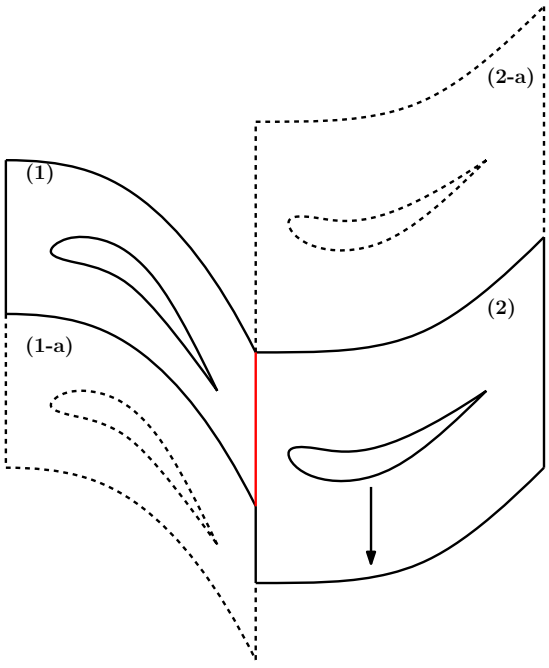
La Fig. 3.32 permet de mieux comprendre la problématique liée à la chorochronie.



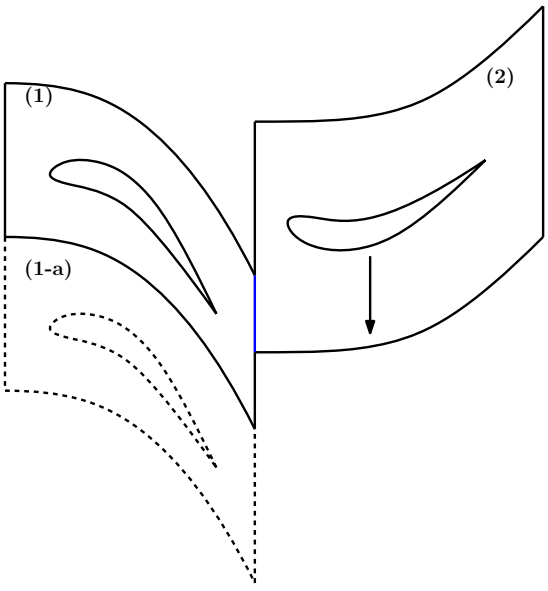
(a) Instant 4



(b) Instant 3



(c) Instant 2



(d) Instant 1

FIGURE 3.32 – Schéma représentant différents instants particuliers pour une simulation mono canal chorochronique.

Chacune des figures représente un instant différent du même étage de turbomachine, les figures étant ordonnées dans un sens inversement chronologique, l'instant 1 survenant en premier, puis l'instant 2, et ainsi de suite. Sur cet exemple, la préoccupation principale est de savoir quelle donnée fournir au domaine (2) au niveau de la condition limite à l'interface, à l'instant 4 correspondant à la Fig. 3.32 (a). L'hypothèse chorochronique, présentée dans la Section 3.2.1, est de nouveau mise en évidence ici. En effet, l'hypothèse chorochronique suppose que l'écoulement autour du couple de domaines (1)-(2-a) à l'instant 4 (Fig. 3.32 (a)) est identique à l'écoulement autour du couple de domaines (1-a)-(2) à l'instant 3 (Fig. 3.32 (b)). Les deux couples de domaines sont effectivement positionnés de telle manière que les coins inférieurs de chacun des deux domaines sont alignés. En théorie, il suffirait alors simplement de venir enregistrer et stocker l'information à l'instant 3 (Fig. 3.32 (b)), pour venir la réutiliser à l'instant 4 (Fig. 3.32 (a)). En pratique, cette manière de faire n'est pas faisable, tout simplement parce que les domaines en pointillé ne sont pas physiques, et donc non disponibles, puisque seul le domaine (1) et le domaine (2) sont simulés. C'est d'ailleurs tout l'intérêt de la méthode chorochronique, éviter d'avoir à simuler l'entièreté de l'étage. Ne pouvant pas utiliser l'information provenant d'un domaine fictif en pointillé, ou fournir une information à un domaine fictif, il convient de trouver d'autres instants particuliers qui correspondraient au même alignement des domaines, mais cette fois ci les domaines (1) et (2) qui sont les seuls à avoir un sens en ce qui concerne la simulation.

En observant la Fig. 3.32 (a), la problématique devient alors de savoir de quel instant doit provenir l'information qui correspond à la ligne rouge et de quel instant doit provenir l'information correspondant à la ligne bleue. La condition limite à l'interface du domaine (2) a été scindée de telle sorte que chacune des deux couleurs soit en face d'un seul domaine, (1-a) pour la ligne rouge, (1-b) pour la ligne bleue. À nouveau, ces deux domaines fictifs n'étant pas renseignés dans la simulation, il faut trouver leur équivalent pour le domaine (1). Concernant la ligne rouge, l'instant clef pour récupérer cette information est l'instant 2 (Fig. 3.32 (c)). En effet, à cet instant 2, le domaine (1) est positionné de la même manière que le domaine (1-a) sur la Fig. 3.32 (a). Il est alors possible de venir stocker l'information au niveau de la condition limite à l'interface du domaine (1), et de venir fournir cette information au domaine (2) à l'instant 4. De manière équivalente, la Fig. 3.32 (d) permet de résoudre le même problème, mais cette fois ci pour la ligne bleue, puisque le domaine (1) est cette fois ci dans la même configuration que le domaine (1-b) sur la Fig. 3.32 (a).

En supposant que l'étage soit dans la configuration représentée sur la Fig. 3.32 (a), au temps t, le temps correspondant à la Fig. 3.32 (c) équivaut alors à $t - \frac{y^{(1)}}{|V_{transl}|}$, tandis que le temps correspondant à la Fig. 3.32 (d) est égal à $t - 2\frac{y^{(1)}}{|V_{transl}|}$. De manière générale, il est toujours possible de trouver un entier n de telle sorte que l'instant ${t_{interf}}^{(1)}$ qui correspond au temps d'intérêt pour une portion de l'interface soit égal à,

$$ {t_{interf}}^{(1)} = t - n\frac{y^{(1)}}{|V_{transl}|} \ . \tag{3.64} $$

Cet entier est toujours strictement inférieur au ratio $\frac{y^p}{y^{(1)}}$ et peut-être égal à zero dans le cas où les deux conditions limites à l'interface des domaines (1) et (2) sont alignées. Le raisonnement est symétrique en ce qui concerne l'information à fournir à la condition limite du domaine (1). Les instants d'intérêt vérifient alors,

$$t_{interf}{}^{(2)} = t - n\frac{y^{(2)}}{|V_{transl}|} \ . \tag{3.65}$$

Ainsi, pour pouvoir fournir une information cohérente, il est toujours possible de venir chercher cette information à un des deux temps présentés dans les Eqs. (3.64) & (3.65). Il est à noter que quelle que soit l'équation, étant donné que l'entier n est borné par le ratio $\frac{y^p}{y^{(1)}}$ dans un cas, et par le ratio $\frac{y^p}{y^{(2)}}$ dans l'autre, la quantité générique t_{interf} est bornée,

$$t_{interf} < t - \frac{y^p}{|V_{transl}|} \ . \tag{3.66}$$

Par conséquent, la méthode se divise en trois différentes étapes :

- Dans la première phase de la simulation et comme c'était le cas pour les conditions limites azimutales chorochroniques (Section 3.2.1), l'information n'est pas connue. En effet, l'information échangée n'est pas nécessairement une information qui correspond à l'instant présent, le plus souvent cela nécessite d'aller chercher une information passée. Par conséquent, il faut stocker cette information pendant un certain temps, et lors de l'initialisation, l'information à fournir n'est pas connue. Quel que soit le domaine considéré, le temps t_{interf} est borné (Eq. (3.66)). C'est pourquoi, pendant une durée égale à $\frac{y^p}{|V_{transl}|}$, qui correspond au temps de translation du domaine mobile d'une distance périodique y^p, l'information est dupliquée de manière périodique sur l'intégralité de l'interface. Sur la Fig. 3.31, cela se traduit simplement par une duplication sur les zones en pointillé des grandeurs conservatives des lignes continues (bleue ou rouge). C'est bien entendu une hypothèse forte et fausse, mais cela permet d'engranger suffisamment d'information pour le reste de la simulation.

- Ensuite, et pendant toute la durée de la simulation, l'information à chaque instant au niveau de l'interface est stockée pendant une certaine durée maximale $\frac{y^p}{|V_{transl}|}$, afin de pouvoir être utilisée aux différents temps d'intérêt.

- À partir du moment où le domaine a effectué une translation d'une distante y^p, l'information chorochronique commence à être fournie. En fonction des positions relatives de chacun des deux domaines, et en suivant l'une des deux Eqs. (3.64) & (3.65), l'ensemble de l'information est reconstituée et est cohérente avec l'hypothèse chorochronique.

Cette méthode pourrait être améliorée sous certaines hypothèses. En l'état, elle nécessite de dupliquer un grand nombre de points, et de stocker sur une longue période l'information, période qui correspond à la translation de la taille du domaine périodique

équivalent. Seule une portion de l'information stockée est utile. En sélectionnant judicieusement cette information et la zone correspondante à interpoler, il serait possible de réduire le coût de cette opération et le coût de stockage de la méthode.

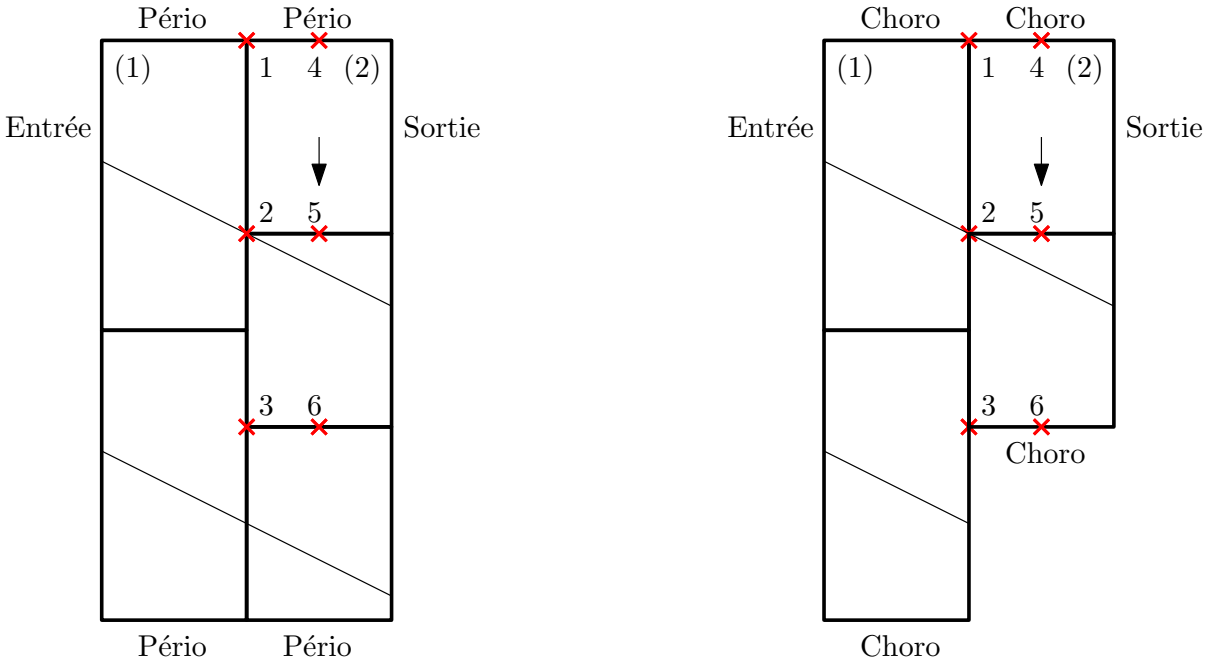
3.4.2 Application sur le cas d'étude des sillages défilants

La méthode chorochronique ayant maintenant été définie et implémentée, à la fois pour les conditions limites azimutales, et pour les conditions limites à l'interface rotor-stator, il est possible d'effectuer une première étude sur le cas simple des sillages défilants.

Ce cas d'étude a été utilisé jusqu'à présent sur un unique domaine statique. Le seul moyen de faire défiler des sillages était d'utiliser une condition limite en entrée dont les valeurs dépendaient du temps. L'effet défilant des sillages était ainsi créé artificiellement à l'entrée du domaine. À présent, deux domaines sont considérés. Un premier domaine (1) qui est statique, et un deuxième domaine (2) qui est mobile. Le défilement des sillages n'est alors plus artificiel. Les sillages sont générés de la même manière que précédemment, c'est à dire à partir de la condition limite d'entrée, mais les valeurs à l'entrée sont indépendantes du temps, et donc l'écoulement est stationnaire dans le domaine fixe (1). Le défilement apparait dans le domaine mobile (2), qui est translaté avec une vitesse V_{transl}. Les valeurs cibles des différentes conditions limites sont similaires aux simulations précédentes, avec des conditions NSCBC en vitesse et température à l'entrée et en pression statique à la sortie et sont rappelées dans la Table 3.4. Le V_{transl} correspond ici à la vitesse de translation du domaine (2) et non plus à la vitesse de translation des sillages au niveau de l'entrée.

Trois simulations sont effectuées, une simulation de référence et deux simulations chorochroniques. Pour la simulation de référence, les deux domaines sont visibles sur la Fig. 3.33 (a). Il s'agit d'une configuration avec 2 passages statiques et 3 passages mobiles pour avoir une périodicité, *i.e.* faire en sorte que les étendues azimutales des deux domaines soient égales. Les dimensions des domaines sont décrites sur la Table 3.5. Les conditions limites azimutales sont gérées par des conditions périodiques. Les domaines des simulations chorochroniques sont définies sur la Fig. 3.33 (b). La méthode double passage ayant été retenue, les deux domaines (1) et (2) sont construits sur la base de deux passages. Les données géométriques du problème sont données dans la Table 3.6. Deux simulations chorochroniques sont effectuée, une première utilisant la méthode NSCBC pour gérer les conditions limites azimutales. Les coefficients de relaxation sont choisis en suivant la recommandation de la Section 3.3.3. La deuxième simulation chorochronique utilise la méthode hybride. Pour ces deux simulations, l'interface rotor stator utilise la méthode décrite dans les paragraphes précédents.

Différents champs instantanés de la vitesse axiale u et transverse v sont présentés sur la Fig. 3.34. Ces champs instantanés ont été reconstitués à partir de différents instants pour les simulations chorochroniques. En effet, comme démontré précédemment, il n'est pas possible de simplement dupliquer les domaines (1) et (2), contrairement au cas périodique, puisque l'information n'a pas de cohérence spatiale à un instant donné. Pour pouvoir retrouver cette cohérence, un premier champ est sélectionné, correspondant à un instant



(a) Domaines périodiques (b) Domaines chorochroniques

FIGURE 3.33 – Schéma représentant les deux cas d'études conçus à partir d'un domaine fixe et d'un domaine mobile.

U_0	100 m/s
V_0	-20 m/s
T_0	300 K
y_0	0 m
Δy	0.06 m
V_{transl}	-20 m/s
ΔV	4 m/s
Ps_0	101325 Pa

TABLE 3.4 – Grandeurs définissant le champ initial ainsi que les valeurs cibles des conditions limites d'entrée et de sortie.

$x^{(1)}$	0.1005 m
$y^{(1)}$	0.18 m
$x^{(2)}$	0.1005 m
$y^{(2)}$	0.18 m
Δx	0.0005 m

TABLE 3.5 – Dimensions des domaines (1) et (2) de la simulation de référence.

$x^{(1)}$	0.1005 m
$y^{(1)}$	0.18 m
$x^{(2)}$	0.1005 m
$y^{(2)}$	0.12 m
Δx	0.0005 m

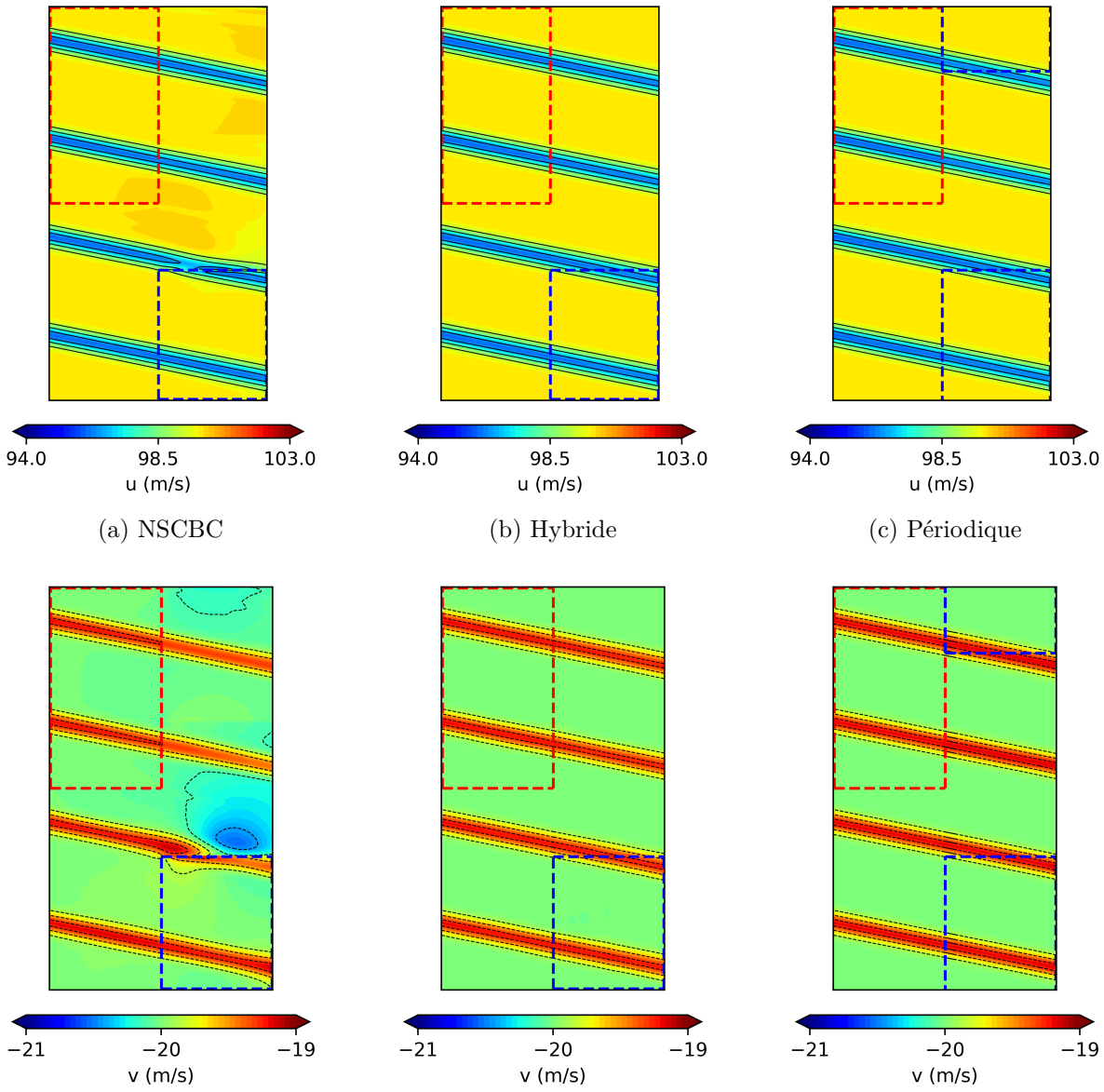
TABLE 3.6 – Dimensions des domaines (1) et (2) des simulations chorochroniques.

particulier et représenté en pointillé rouge et bleu. Ensuite, les instantanés vérifiant les Eqs. (3.64) & (3.65) sont choisis pour pouvoir reconstruire le champ complet.

En ce qui concerne la vitesse axiale (Figs. 3.34 (a)-(c)), les champs sont relativement similaires. Le champ relatif à la simulation chorochronique NSCBC (Fig. 3.34 (a)) est légèrement déformé au niveau des jointures des conditions limites azimutales. Les deux autres figures, qui correspondent à la simulation chorochronique hybride et à la simulation de référence, donnent des résultats très proches. En ce qui concerne la vitesse transverse v (Figs. 3.34 (d)-(f)), la différence pour la simulation chorochronique NSCBC avec les deux autres simulations est plus marquée, avec une sous estimation de la vitesse au niveau du passage du sillage sur les conditions limites azimutales.

Des sondes sont positionnées au niveau de l'interface rotor-stator, ainsi que dans le domaine (2), afin de valider avec plus de précision la méthode. La position de ces sondes est visible sur la Fig. 3.33. Le signal temporel de vitesses axiale et transverse de la sonde 2 en début de calcul est alors observée sur la Fig. 3.35. Cette sonde est intéressante puisqu'elle est à la fois placée juste derrière la condition limite à l'interface rotor stator dans le domaine (2), et est au centre du domaine, et elle permet donc de vraiment voir l'effet de l'interface rotor-stator indépendamment des conditions limites azimutales. Les résultats pour les autres sondes sont similaires, les conclusions aussi. En début de simulation, le signal des deux simulations chorochroniques (en rouge et en bleu) est assez chaotique par rapport à celui de la simulation de référence (en pointillé noir), notamment lorsque $\frac{t}{t_{perio}}$ est aux alentours de 0.5-1. En effet, pendant toute la période d'initialisation, la méthode chorochronique n'est pas enclenchée, puisque l'information disponible n'est pas suffisante. Une simple duplication instantanée de l'information est effectuée, trahissant toute logique physique. Les sillages ne sont plus du tout en phase au niveau de l'interface rotor stator, et c'est ce qui explique ces variations très importantes, ainsi que la perte totale sur cette courte période de la fréquence principale liée au passage du sillage. À partir de $\frac{t}{t_{perio}} = 1$, l'information chorochronique stockée est suffisante pour pouvoir commencer à l'imposer au niveau de l'interface rotor-stator. Très rapidement, la fréquence principale est retrouvée. L'effet de l'initialisation reste visible pendant quelques temps avant de devenir relativement faible une fois que $\frac{t}{t_{perio}} = 2$.

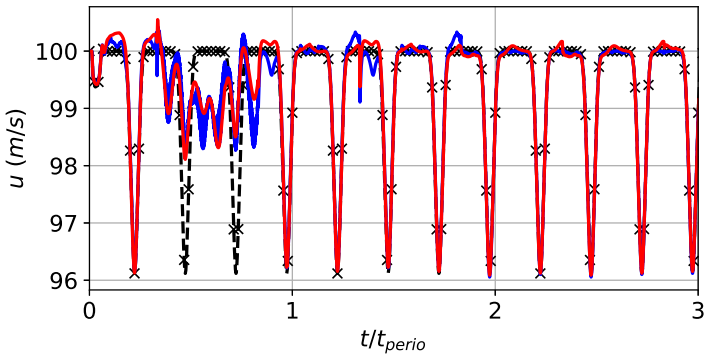
Le signal des deux vitesses est observé pour l'ensemble des 6 sondes sur les Fig. 3.36, lorsque les simulations ont atteint leur cycle limite. Globalement, les résultats de la simulation hybride, en bleu, sont bien meilleurs que ceux de la simulation NSCBC, en rouge, en comparaison de la simulation de référence, les croix noires. Le signal bleu est systématiquement superposé au signal de la simulation de référence. Le signal rouge est assez proche de ce signal de référence pour les sondes qui sont assez éloignées des conditions limites azimutales (Figs. 3.36 (b), (e), (h) & (k)), ce qui démontre bien la capacité de la méthode à l'interface à bien reconstruire le signal. Pour les autres sondes, qui sont représentées par les figures restantes, l'influence de la condition limite azimutale est assez prononcée. Dans certains cas, il subsiste un certain déphasage, malgré la correction additionnelle.



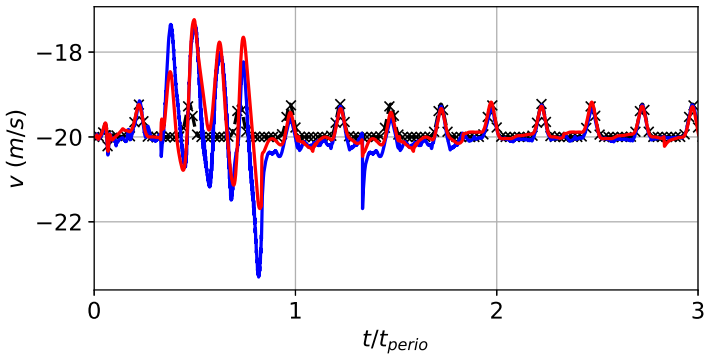
(a) NSCBC (b) Hybride (c) Périodique

(d) NSCBC (e) Hybride (f) Périodique

FIGURE 3.34 – Champs de vitesse pour l'étude des sillages défilants dans la cadre de simulations utilisant les conditions limites azimutales et l'interface rotor-stator chorochronique.

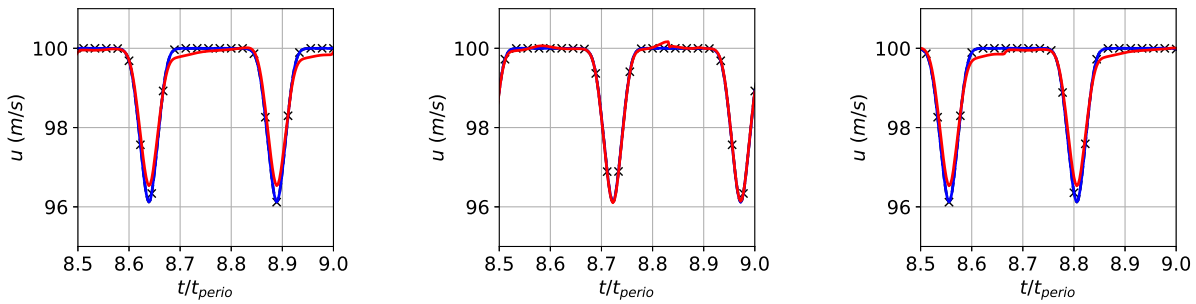


(a) Vitesse u

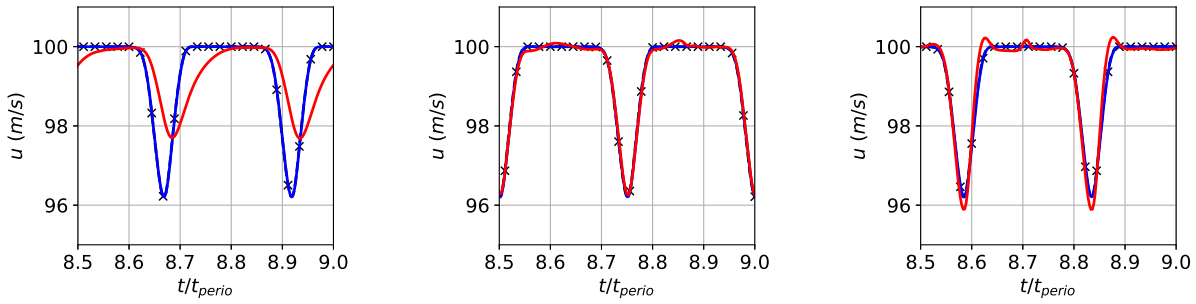


(b) Vitesse v

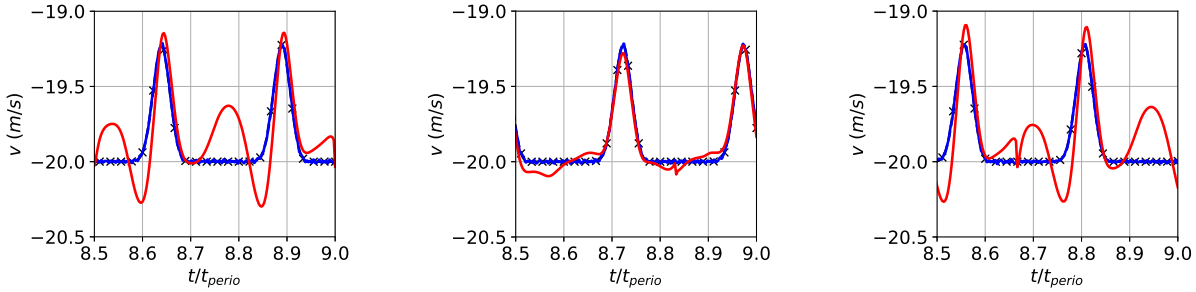
FIGURE 3.35 – Variation des vitesses au niveau de la sonde 2 pour (-) la simulation de référence, (-) la simulation NSCBC et (-) la simulation hybride pour l'étude des sillages défilants dans la cadre de simulations utilisant les conditions limites azimutales et l'interface rotor-stator chorochronique.



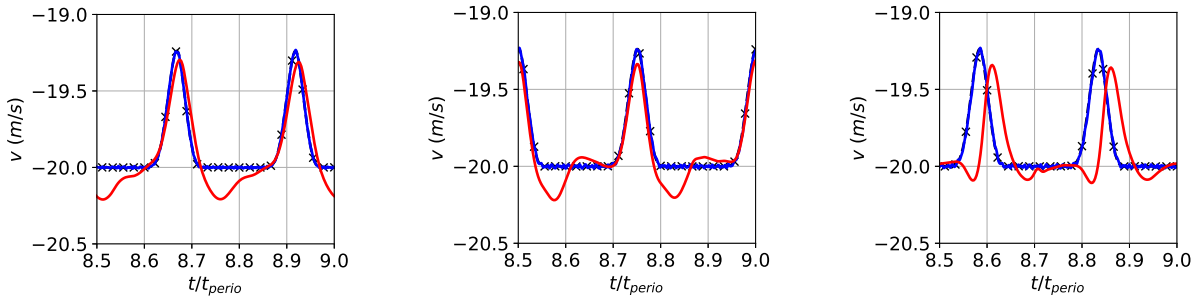
(a) Sonde 1 (b) Sonde 2 (c) Sonde 3



(d) Sonde 4 (e) Sonde 5 (f) Sonde 6



(g) Sonde 1 (h) Sonde 2 (i) Sonde 3



(j) Sonde 4 (k) Sonde 5 (l) Sonde 6

FIGURE 3.36 – Variation des vitesses pour (-) la simulation de référence, (-) la simulation NSCBC et (-) la simulation hybride pour l'étude des sillages défilants dans la cadre de simulations utilisant les conditions limites azimutales et l'interface rotor-stator chorochronique.

De plus, des discontinuités non physiques assez importantes sont visibles par exemple lorsque $\frac{t}{t_{perio}} = 8.65$ sur la Fig. 3.36 (i). Pour expliquer cet écart, il faut revenir à la manière dont l'information est reconstruite au niveau de la condition limite à l'interface rotor-stator. Pour pouvoir fournir une information qui ait un sens chorochronique, les valeurs imposées au niveau de la condition limite à l'interface peuvent provenir de différents instants. À cet endroit précis, il existe une singularité entre ces deux informations qui proviennent de deux temps différents. L'hypothèse chorochronique fait la supposition que les informations de part et d'autre de cette singularité sont identiques. En pratique, il existe des différences, provenant notamment de la solution initiale, de la phase de transition, et de la différence de traitement entre la condition limite supérieure et inférieure (l'une est traitée comme une entrée, l'autre comme une sortie). Pour la simulation NSCBC, cela a un effet assez néfaste, puisque l'erreur induite par cette singularité prolonge la phase de convergence, et s'auto entretient. Bien que présent pour la simulation hybride, cet effet disparait assez rapidement et n'est plus détectable.

Quelle que soit la méthode sélectionnée, les simulations chorochroniques parviennent à retrouver avec une certaine justesse le champ périodique. Cela démontre la force de cette méthode, malgré le nombre important de paramètres qu'il a été nécessaire de mettre en place pour avoir un minimum de contrôle sur la simulation. La méthode hybride qui donne des résultats excellents semble être la candidate toute indiquée pour pouvoir effectuer les simulations chorochroniques.

3.5 Conclusion

Ce chapitre s'est occupé à démontrer les différentes implications de l'utilisation de la méthode chorochronique pour le code de calcul AVBP pour des simulations LES.

Dans un premier temps, il a été question de traiter la convergence de la méthode au niveau des conditions limites azimutales. En effet, une phase de convergence chorochronique est présente en début de calcul, lorsque l'information chorochronique n'est pas suffisante pour pouvoir appliquer la méthode. Par la suite, un effet de mémoire et de rétroaction apparait et retarde grandement la convergence, notamment pour des simulations mono canal pour lesquelles la zone de prélèvement et la zone d'imposition de la méthode sont très proches, parfois superposées. Plusieurs solutions permettent de faciliter la convergence. La méthode dite de double passage, qui consiste à simuler deux passages plutôt qu'un seul et de venir prélever l'information sur la zone médiane du domaine, est clairement indiquée pour des simulations LES. L'effet de rétroaction est alors très grandement diminué, et la convergence très largement réduite, comme démontré dans le cadre de configurations simples.

L'autre grande problématique de l'utilisation de la méthode chorochronique sur les bords azimutaux est la question du traitement de la condition limite. En effet, il n'est tout simplement pas possible d'utiliser des conditions limites périodiques. La manière d'appliquer l'information a une importance. Une condition limite de type Dirichlet permet d'assurer d'imposer avec une grande fidélité l'information chorochronique, mais crée des perturbations qui font diverger le calcul, même dans des conditions optimales. Une

condition limite NSCBC permet d'évacuer les ondes physiques ou numériques hors du domaine, et semble donc meilleure que la condition limite précédente. Cette condition doit être adaptée à la méthode chorochronique, elle doit en particulier pouvoir se comporter à la fois comme une condition d'entrée et de sortie et doit pouvoir traiter les termes transverses. Cette condition limite ne permet par contre pas d'imposer avec une grande fidélité l'information chorochronique, en particulier lorsqu'elle se comporte comme une condition de sortie. En effet, dans le cas d'une condition limite de sortie subsonique, une unique onde est entrante, rendant le contrôle assez limité dans le voisinage du bord azimutal. Il est possible d'améliorer la réponse de la condition limite en venant modifier les coefficients de relaxation. Enfin, une condition limite hybride qui combine les deux conditions (Dirichlet et NSCBC) est proposée et permet d'imposer de manière très fidèle l'information chorochronique tout en évacuant un maximum les ondes parasites.

Enfin, la dernière considération de ce chapitre est le traitement de l'interface rotor-stator qui est nécessaire pour pouvoir effectuer des simulations avec un domaine mobile et un domaine statique. Le principe utilisé est similaire à celui utilisé dans le cadre des conditions limites azimutales, mais adapté pour pouvoir correspondre au fonctionnement de la méthode MISCOG. Ce traitement particulier est ensuite appliqué dans le cadre d'une simulation avec un domaine statique et un domaine mobile, et démontre une grande robustesse dans le cadre d'une configuration simplifiée.

Chapitre 4

Comparaison et état des lieux des méthodes PTA et chorochronique : le compresseur CREATE

Sommaire

4.1 Introduction 145
4.2 Résultats de la simulation de référence 151
4.3 Comparaison des prédictions Choro et Pta22 157
4.4 Conclusion 168

4.1 Introduction

La méthode PTA a été présentée dans le Chapitre 2. Il s'agissait alors de bien caractériser l'approche et de comprendre son effet sur des simulations LES par le biais du code de calcul AVBP. Dans un premier temps, il a été possible de montrer que cette méthode, bien que reposant sur un concept simple, génère des termes de forçage dans les équations d'Euler, ce qui implique une réorganisation de l'écoulement au passage de l'interface. Les manipulations produisent en outre des perturbations non physiques d'un point de vue numérique. Le premier cas d'étude qui portait sur le vortex convecté a permis de montrer que cet effet de forçage des équations a un impact notamment sur le champ de pression. Par contre, cet impact est assez faible relativement à la force du vortex pour tout ce qui est lié aux grandeurs hydrodynamiques. En effet, les grandeurs caractéristiques telles que son centre, son rayon et sa force, sont assez peu perturbées. L'observation de l'erreur quadratique de la pression en fonction du ratio de l'homothétie de plus montre que l'impact de la méthode est d'autant plus important que le ratio s'éloigne de 1. Enfin, cette méthode a été appliquée sur le cas d'une turbine haute pression en 3D, avec succès, démontrant sa capacité à produire de très bons résultats comparativement aux simulations périodiques de référence et aux résultats expérimentaux. L'étude des points de fonctionnement autres que le point nominal a enfin confirmé que les simulations utilisant cette approche sont capables de retrouver les grandeurs globales de l'écoulement.

Dans le Chapitre 3, la méthode chorochronique a été caractérisée, implémentée et analysée dans un cadre LES au moyen du code AVBP. Il a ainsi été montré que le décalage spatio-temporel inhérent à cette méthode et à cette hypothèse, existe bel et bien et peut être invoqué. Différents éléments ont toutefois été nécessaires au vu des difficultés de mise en œuvre de cette approche dans un code LES. Il s'avère en effet nécessaire d'introduire des astuces, permettant notamment de stabiliser le calcul, de réduire les phénomènes parasites à haute fréquence, et d'éviter l'apparition de modes de résonance issus des changements de la géométrie. Bien que complexe en terme de mise en œuvre, une solution chorochronique a été obtenue en passant par des simulations à double canal et par un traitement caractéristique NSCBC au niveau des conditions limites azimutales. Ça n'est qu'ensuite que l'interface entre la partie mobile et la partie statique a été prise en compte. La méthode proposée a, pour finir, pu être validée sur le cas d'étude de sillages défilants.

Dans ce chapitre, l'objectif est d'obtenir une évaluation précise issue de l'utilisation de ces deux méthodes si appliquées à un même cas d'application. Pour ce faire, le compresseur CREATE (*Compresseur de Recherche pour l'étude des Effets Aérodynamiques et TEchnologiques*), conçu et fabriqué par Snecma (nouvellement Safran Aircraft Engines) au début des années 2000 est retenu. Il s'agit d'un compresseur axial constitué de 3.5 étages ; une première rangée d'aubes fixes permettant le guidage de l'écoulement, dénommée IGV pour *Inlet Guide Vanes*, suivie de 3 étages successifs constitués d'une rangée mobile et d'une rangée fixe. Les rotors sont respectivement notés R1, R2, R3 et les stators S1, S2, S3. La vue méridienne de la machine est présentée sur la Fig. 4.1. Le compresseur est typique des compresseurs haute pression constitutifs des turboréacteurs, que ce soit au niveau de sa géométrie, de sa dimension, ou bien de sa vitesse de rotation nominale. Le banc d'essai est situé au LMFA (LMFA) à l'école Centrale Lyon. Pour comprendre la méthodologie quant à la conception de la machine, il faut se référer à la publication de Touyeras *et al.* [7] ou par une version améliorée à Pesteil *et al.* [217]. De nombreuses études ont été menées sur ce compresseur. Que ce soit pour le problème du décollement tournant [218, 219], de l'interaction rotor stator, c'est thèmes ont été abordés aussi bien expérimentalement [220, 221] que numériquement en utilisant des méthodes URANS [221–223], par exemple. Plus récemment, des études LES utilisant le code de simulation TurboAVBP ont été menées [203, 224, 225].

Le nombre d'aubes des différentes rangées est détaillé dans la Table 4.1. La configuration 360°, c'est à dire la configuration du compresseur complet se trouve avoir une périodicité naturelle. En effet, le PGCD commun à chacune des rangées est 16. Il est donc possible de diviser par 16 la machine complète pour arriver à un secteur de 22,5° tout en conservant la physique de l'écoulement de la machine modulo quelques hypothèses. La deuxième ligne du tableau donne le nombre d'aubes pour cette configuration périodique. La troisième donne cette même information pour un secteur deux fois plus petit de 11.5°. À noter que la vitesse de rotation pour le point de fonctionnement nominal cible est ici de 11543 tours par minute.

Pour rappel, les équations résolues lors des simulations à venir sont les équations LES modélisées du code TurboAVBP. De plus et quelque soit l'approche, du fait qu'un des deux domaines, le rotor, se déplace relativement à l'autre, la méthode ALE [41] est

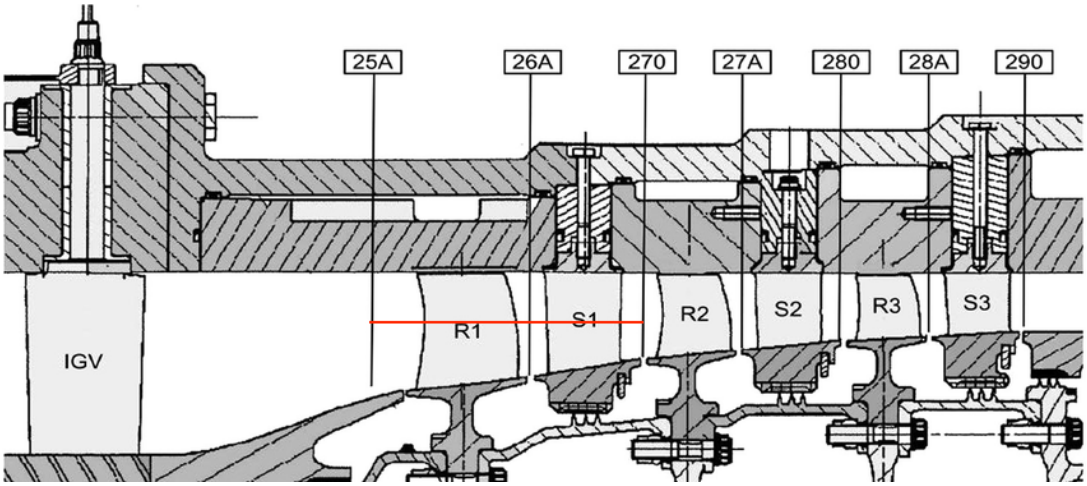


FIGURE 4.1 – Coupe méridionale du compresseur CREATE [223].

Rangée	IGV	R1	S1	R2	S2	R3	S3
Secteur de 360°	32	64	96	80	112	80	128
Secteur de 22.5°	2	4	6	5	7	5	8
Secteur de 12.25°	1	2	3	5/2	7/2	5/2	4

TABLE 4.1 – Nombre d'aubes pour chacune des rangées, pour la configuration réelle, et pour deux configurations réduites.

utilisée dans ce domaine mobile. La méthode MISCOG [52] est aussi employée pour traiter le transfert d'information du domaine statique vers le domaine mobile, et inversement. Il est à noter que la méthode chorochronique ou PTA utilisent MISCOG, mais dans des versions adaptées. En effet, le domaine mobile et le domaine statique n'ont pas la même taille et une interpolation simple des variables à l'interface rotor stator n'est pas suffisante.

Comme dit précédemment, l'objectif de ce chapitre est de fournir un état des lieux clair sur l'utilisation des méthodes PTA et chorochronique disponibles dans TurboAVBP. La difficulté de mise en œuvre d'une approche chorochronique LES s'avérant complexe, lors de l'écriture de ce manuscrit, bien qu'une version 3D existe, son état d'avancement ne permettait pas encore son utilisation sur la configuration retenue. Certains détails, dont la question du redémarrage d'un calcul à partir de la solution d'une simulation précédente, doivent en effet être fini d'être implémentés. Pour pouvoir comparer les deux approches, il a été donc choisi de n'étudier qu'une coupe à mi-hauteur d'aube du compresseur CREATE. De même et afin de permettre plusieurs types de calculs et tests à moindre coût, un seul étage est considéré : *i.e.* constitué du rotor R1 et du stator S1, le tout pour une périodicité de 11.25°en accord avec la troisième ligne de la Table 4.1. Dans le plan méridional, cette coupe est représentée par la ligne rouge sur la Fig. 4.1. Un schéma simplifié de la géométrie retenue pour la suite de cette étude est présenté sur la Fig. 4.2. La zone centrale verte constitue la zone de superposition entre le domaine de gauche mobile et le domaine de droite statique.

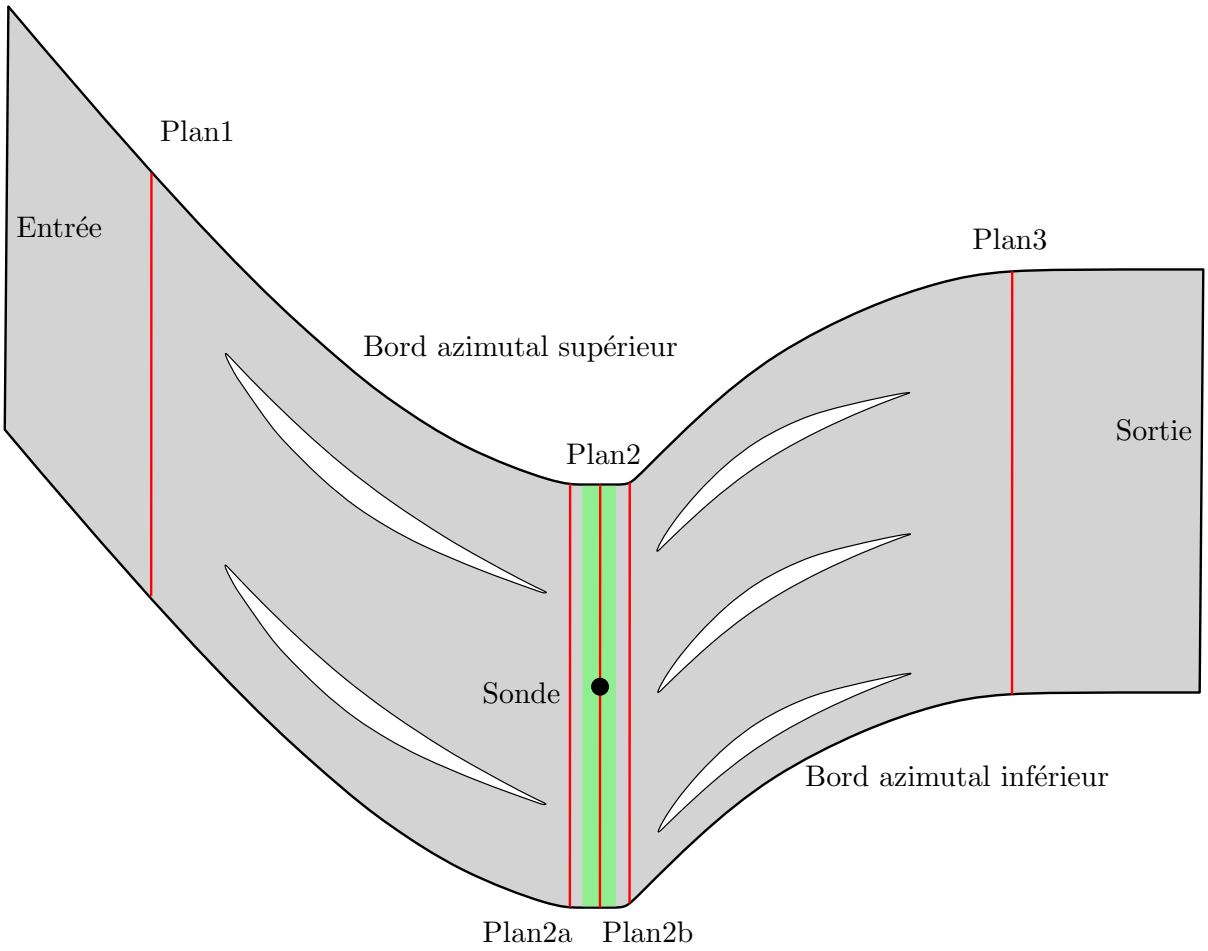


FIGURE 4.2 – Schéma représentant la géométrie utilisée comme base pour les simulations.

Présentation des différentes configurations simulées

Sur la base de cette configuration, différentes simulations sont considérées :

- Une première simulation de référence est nécessaire n'ayant pas de données de mesure pour cette tranche. Cette simulation de référence sera par la suite appelée simulation **Perio** et est produite sur la base d'un secteur périodiques de 11.25°. En effet, dans la Table 4.1, les nombres d'aubes du rotor R1 et du stator S1 peuvent à nouveau être divisés par 2 en partant du secteur réduit de 22.5°. Le secteur est alors constitué de 2 passages de rotor R1 et de 3 passages de stator S1.

- Une deuxième simulation utilisant la méthode hybride chorochronique et dénotée par la suite **ChoroHyb** est aussi effectuée. Contrairement à la simulation précédente, 2 passages sont utilisés à la fois pour le rotor R1 et pour le stator S1.

- Une troisième simulation utilise l'approche PTA et sera dénotée par **Pta22**. La méthode PTA sans aucune correction est utilisée ici. Comme la simulation précédente, le domaine contient 2 passages pour le rotor et pour le stator, d'où la dénomination **22**. Ce choix a été fait dans l'optique d'obtenir un domaine de calcul identique à celui du cas chorochronique. Cette configuration permet aussi d'avoir un ratio R de 0.67, proche de 1.

L'ensemble des simulations de ce chapitre, leur traitement au niveau des bords azimutaux, au niveau de l'interface rotor stator, et le nombre de passages pour le stator S1 et le rotor R1 sont détaillés dans la Table 4.2.

Nom	Nombre S1	Nombre R1	Traitement azimutal	Traitement interface
Perio	3	2	Périodique	MISCOG
ChoroHyb	2	2	Choro hybride	Chorochronique
Pta22	2	2	Périodique	PTA

TABLE 4.2 – Détail des différentes simulations réalisées dans le cadre de l'étude du CREATE.

Mise en place des différentes simulations

Le modèle de Smagorinsky [38] est choisi comme modèle de sous-mailles pour la modélisation de la viscosité turbulente de tous les calculs. Le schéma numérique LW [206] est sélectionné. Ces différentes méthodes numériques ont été présentées dans le Chapitre 1. À l'entrée de chaque simulation, une condition limite NSCBC en débit et température est employée. Les coefficients de relaxation pour ces 3 grandeurs ont été fixés à 50000. À la sortie, c'est une condition limite NSCBC en pression statique qui est utilisée. Le coefficient de relaxation en pression est fixé à 5000. Les bords azimutaux et l'interface rotor stator sont traités différemment selon la méthode employée. Une loi de paroi adiabatique est utilisée pour traiter les parois des aubes.

Étant donné qu'aucune donnée expérimentale n'est disponible pour déterminer les grandeurs au niveau de la condition d'entrée et de la condition de sortie de cet étage à mi-hauteur d'aube, les valeurs cibles utilisées proviennent d'une simulation LES périodique sur un secteur de 22.5 ° de la machine complète en 3D effectuée par de Laborderie [224]. Les valeurs cibles, à savoir ρu, ρv et T pour l'entrée, et la pression statique pour la sortie, ont été moyennées en temps et en espace dans la direction azimutale pour le rayon considéré.

Afin de diagnostiquer plus finement les prédictions obtenues, différents plans de mesure sont ajoutés aux calculs, et sont utilisés par la suite. En particulier, 3 plans sont présents dans le voisinage de l'interface rotor stator. Enfin, une sonde est placée au centre de la zone verte, Fig. 4.2, entre les deux surfaces de l'interface, et au milieu du domaine. À noter que techniquement 2 sondes sont positionnées, l'une d'elle est fixée au repère statique, l'autre est fixée au repère tournant.

Pour ce qui concerne les maillages, ils reposent tous sur la composante élémentaire qu'est le passage. Le maillage d'un passage de stator et d'un passage de rotor est donc tout d'abord constitué. Il est présenté sur la Fig. 4.3, avec à gauche en bleu le maillage du rotor, et à droite en vert celui du stator. Le maillage du rotor est constitué d'environ 15.000 éléments, tandis que le maillage du stator est constitué de 12.000 éléments.

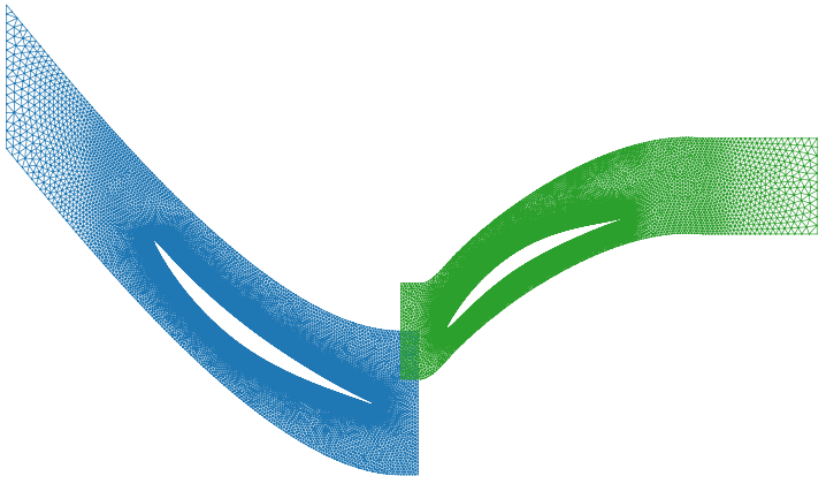
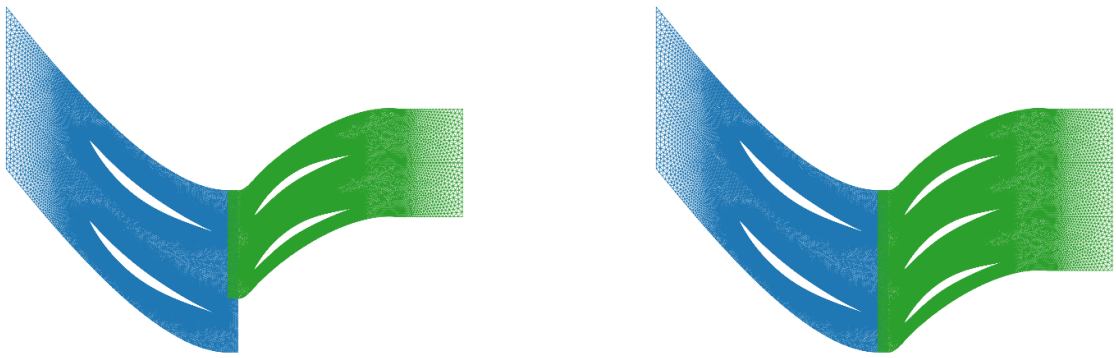


FIGURE 4.3 – Maillage du rotor R1 (en bleu à gauche) et du stator S1 (en vert à droite) d'un passage.

Les maillages des simulations sont ensuite reconstruits à partir de cette base, en dupliquant le maillage du stator et du rotor pour retomber sur le bon nombre de passages de la configuration d'intérêt. À noter que comme expliqué dans le Chapitre 3, la position du domaine mobile par rapport au domaine statique au départ est importante pour la méthode chorochronique. En effet, pour dupliquer la condition limite à l'interface rotor stator, il est nécessaire de faire en sorte qu'à cette interface, une des conditions limites azimutales du rotor se superpose avec la condition limite azimutale du stator. Dans le cas

de la simulation chorochronique **ChoroHyb**, le bord en question est la condition limite azimutale supérieure (Fig. 4.4). Il en est de même pour la simulation **Pta22**. Contrairement aux deux cas précédents, pour la simulation périodique de référence, **Perio**, le maillage du stator est constitué de 3 passages au lieu de 2.



(a) (b)

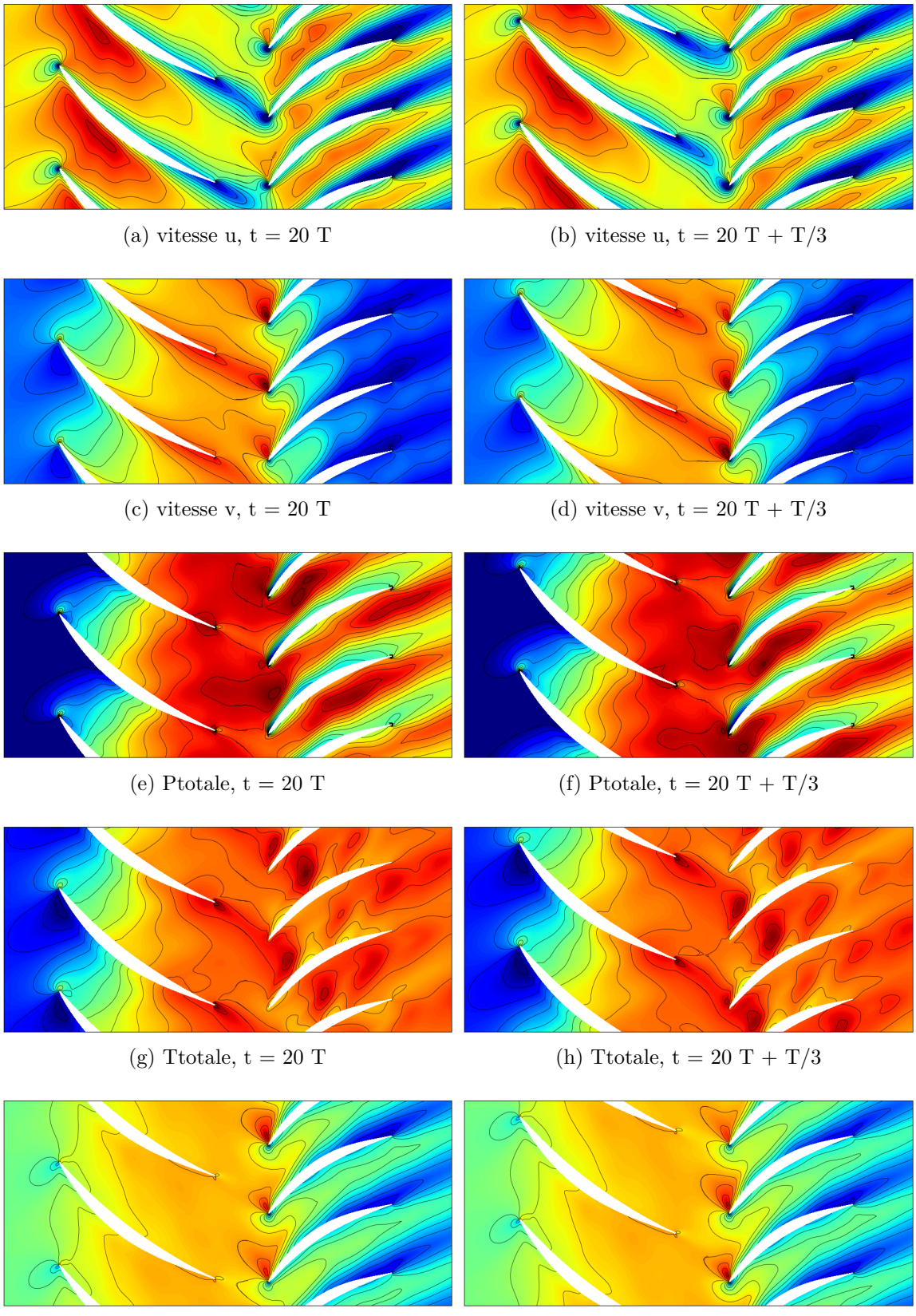
FIGURE 4.4 – (a) Maillage du rotor R1 (en bleu à gauche) et du stator S1 (en vert à droite) des simulations **ChoroHyb** et **Pta22** ainsi que (b) celui du cas de référence, **Perio**.

Par la suite, une première présentation des résultats de la simulation de référence est faite. Dans une deuxième partie, les trois simulations sont comparées, tout d'abord sur des grandeurs métiers, puis sur des champs moyens, avant de s'attarder sur l'étude plus locale de l'écoulement à l'interface rotor stator.

4.2 Résultats de la simulation de référence

La configuration étant tronquée par rapport aux essais (calcul en 2D, 1 seul étage considéré), une comparaison avec ces derniers serait très difficile, beaucoup d'éléments étant manquants. Il s'agit alors de générer une base de données de référence afin de comparer les résultats des méthodes chorochronique et PTA. À noter que c'est aussi cette simulation de référence qui servira à normaliser l'ensemble des grandeurs. Le but de la description à venir est donc de présenter les résultats issus de la simulation de référence **Perio**.

Les champs instantanés des vitesses axiale, Figs. 4.5 (a)-(b), et transverse, Figs. 4.5 (c)-(d), montrent un fonctionnement normal d'un étage de compresseur, à savoir que le rotor permet de fournir du travail à l'écoulement qui se traduit par une augmentation de l'énergie cinétique, tandis que le stator permet de transformer ce surplus d'énergie cinétique en pression. Entre l'amont du rotor et l'aval du stator, la vitesse axiale diminue, Figs. 4.5 (a)-(b). Localement au niveau des passages inter-aubes du rotor et du stator, cette même vitesse axiale augmente à cause de la diminution de la section de passage. La vitesse transverse, Figs. 4.5 (c)-(d), réagit de manière conséquente au passage du rotor, preuve de l'apport de travail. Cette vitesse diminue ensuite au passage du stator ce dernier



(a) vitesse u, t = 20 T

(b) vitesse u, t = 20 T + T/3

(c) vitesse v, t = 20 T

(d) vitesse v, t = 20 T + T/3

(e) Ptotale, t = 20 T

(f) Ptotale, t = 20 T + T/3

(g) Ttotale, t = 20 T

(h) Ttotale, t = 20 T + T/3

(i) mach, t = 20 T

(j) mach, t = 20 T + T/3

FIGURE 4.5 – Champs instantanés des vitesses axiale et transverse, des pression et température totales et du nombre de Mach pour la simulation **Perio** à deux instants différents, T correspondant à une période.

ayant pour objectif de redresser l'écoulement et de transformer la vitesse transverse en pression.

En ce qui concerne la pression totale, Figs. 4.5 (e)-(f), elle augmente comme attendue au passage du rotor, et diminue légèrement dans le stator, ce qui est le marqueur de certaines pertes de charge. Les variations de température totale, Figs. 4.5 (g)-(h), soulignent tout particulièrement les échanges d'énergie au sein du système, et celle-ci augmente naturellement au travers du rotor suite au gain de travail sans être impactée par le stator puisqu'aucun échange de travail n'est présent dans cette partie.

Les champs du nombre de Mach, Figs. 4.5 (i)-(j), permettent de confirmer les observations précédentes, notamment sur les vitesses. Le rotor a plutôt tendance à faire augmenter le nombre de Mach tandis que le stator le diminue. Des zones transsoniques sont observées au bord d'attaque du stator.

Les signaux de deux sondes placées au niveau du centre du domaine à l'interface rotor stator, Fig. 4.2, sont utilisés pour étudier les différentes fréquences en jeu dans cette simulation. Les FFT (Fast Fourier Transform) des signaux de la vitesse axiale sont tracés sur la Fig. 4.6, les fréquences étant adimensionnées par la fréquence de passage du stator. Ce diagnostique permet d'observer que dans chaque domaine, une seule fréquence ressort accompagnée de ses harmoniques. Pour la sonde 1 dans le domaine du stator, cette fréquence correspond à la fréquence de passage du rotor, et inversement pour la sonde 2.

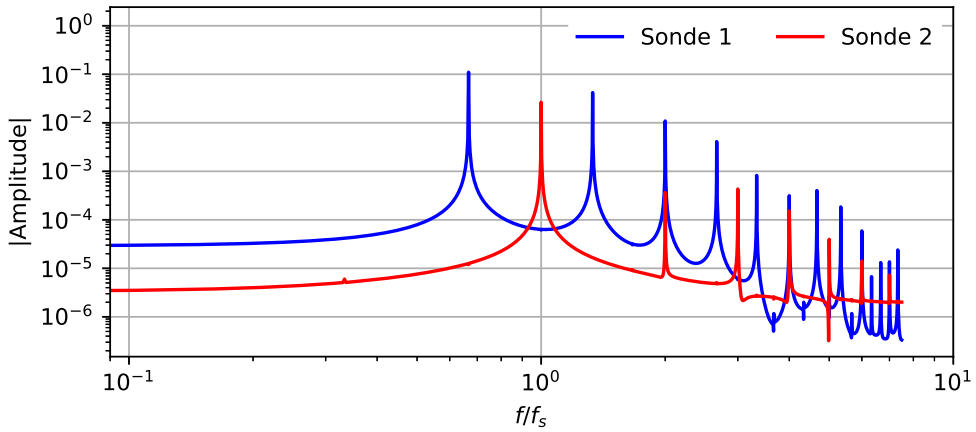


FIGURE 4.6 – FFT de la vitesse axiale de la simulation périodique **Perio** pour les deux sondes 1 et 2, la fréquence étant adimensionnée par la fréquence de passage du stator f_s.

La décomposition proposée par Adamczyk [226] permet, à partir d'un signal donné de l'écoulement, de soustraire différentes composantes déterministes, pour calculer la contribution non déterministe. Cette décomposition se retrouve dans l'Annexe F. Elle est par la suite appliquée au niveau du plan 2 de la Fig. 4.2. Pour ce faire, les moyennes temporelles sont produites à partir de 400 échantillonnages différents issus de 4 périodes complètes T de la simulation **Perio**.

Les différentes contributions $U' = U - U_0$, U_1, U_2, U_3, ainsi que la reconstruction du signal déterministe $U_1 + U_2$, sont représentées sur les Figs. 4.7 (a)-(e) en fonction du temps

t/T où T correspond à une période complète. La coordonnée y a ici été adimensionnée par la taille transverse totale du domaine (correspondant donc à la distance radiale du plan pour une étendue de 11.25°). Grâce à cette décomposition, on note :

- Fig. 4.7 (a) : la vitesse axiale instantanée U à laquelle est retranchée la vitesse moyenne, U_0, est clairement marquée par plusieurs composantes identifiées qui sont détaillés par la suite.

- Fig. 4.7 (b) : la vitesse moyennée dans le repère statique U_1 est, sans surprise, indépendante du temps, et les traces des 3 aubes de stator sont bien visibles.

- Fig. 4.7 (c) : à l'inverse, la moyenne dans le repère relatif mobile donne un signal qui varie dans le temps dans le repère absolu. Cette évolution, comme attendu, est totalement liée à la vitesse du rotor comme indiqué en pointillés blancs, visibles sur cette image.

- Fig. 4.7 (d) : est présenté l'ensemble des éléments non déterministes, U_3. Pour cette contribution, les modes d'interaction entre le rotor et le stator ressortent le plus. En effet, d'après Tyler & Sofrin [75], les modes d'interaction (l,m) du couple rotor stator vérifient,

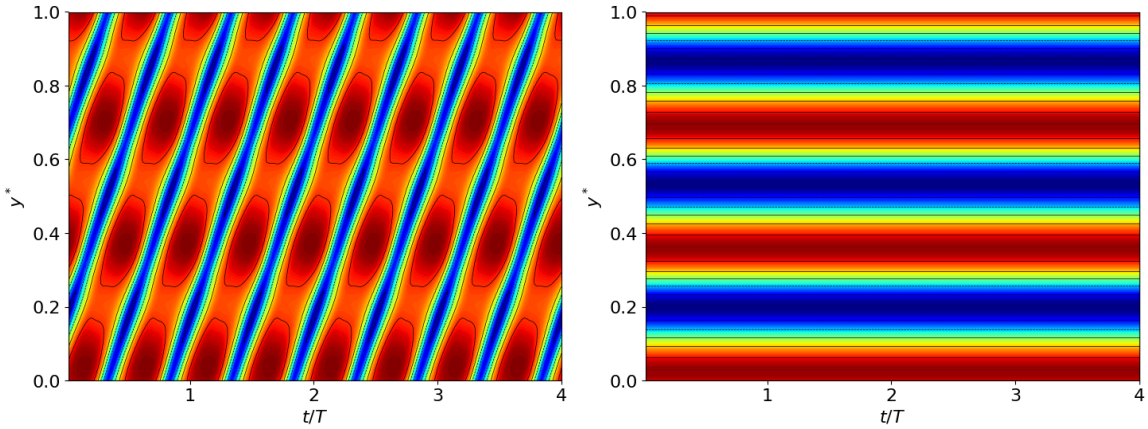
$$\Omega_{lm} = \frac{lN_r}{lN_r - mN_s}\Omega \ , \tag{4.1}$$

  avec Ω_{lm} la vitesse de rotation du mode considéré, N_r le nombre d'aubes du stator de la rangée, N_s le nombre d'aubes du rotor de la rangée, et Ω la vitesse de rotation de la machine. En Cartésien, cela s'écrit,

$$V_{lm} = \frac{lN_r}{lN_r - mN_s}V \ , \tag{4.2}$$

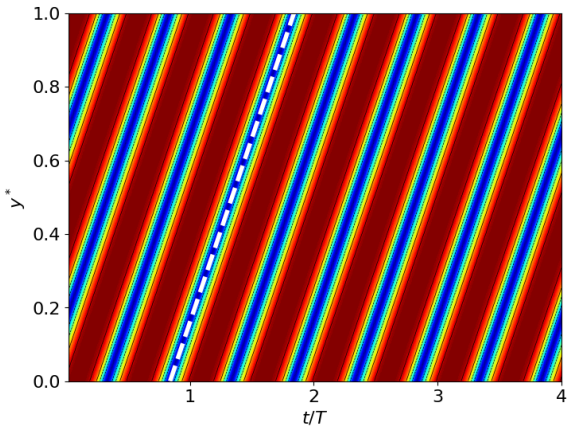
  avec V_{lm} la vitesse de translation du mode et V la vitesse de translation de la machine. Ici, N_r vaut 2, N_s vaut 3, et la vitesse principale de ces modes d'interaction est $V_{lm} = -2V$, et est représentée par les pointillés bleus sur la Fig. 4.7 (d). L'interaction vue correspond donc à un couple (l,m) = (1,1). Un autre mode est potentiellement présent pour une vitesse $V_{lm} = 2/5V$ et est représenté en pointillés noirs. Il correspond au couple (l,m) = (1,-1) (ou (l,m) = (-1,1)). Les pointillés blancs sont clairement représentatifs de la trace du rotor et s'apparente au mode (l,m) = (1,0). À ces modes peuvent être ajoutés tous les phénomènes totalement décorrélés des fréquences déterministes de la machine qui contribuent à la composante U_3.

- Pour finir, la Fig. 4.7 (e) présente la somme de la moyenne dans le repère statique et dans le repère mobile (correspondant respectivement aux Figs. 4.7 (b) et (c)) de l'information déterministe du problème. Cette représentation peut directement être comparée à la Fig. 4.7 (a), qui représente le signal réel. La différence entre les deux est clairement faible, indiquant que la contribution du rotor (caractérisée par les lignes bleues obliques), ainsi que celle du stator (caractérisée par les lobes rouges horizontaux) sont majoritaires dans cet écoulement.

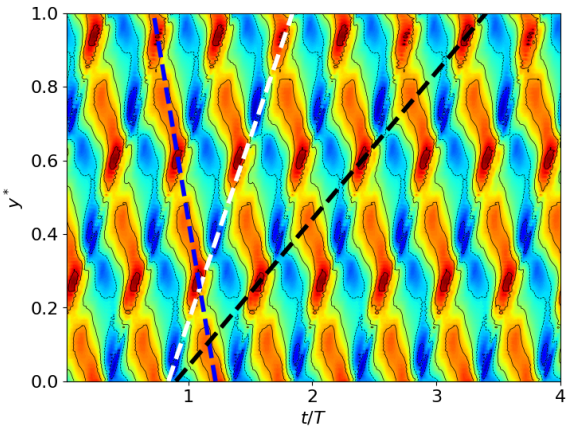


(a) Composante U' de la vitesse axiale u

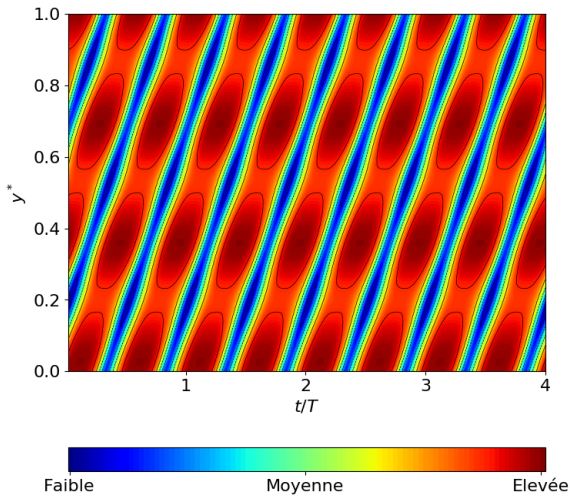
(b) Composante U_1 de la vitesse axiale u



(c) Composante U_2 de la vitesse axiale u



(d) Composante U_3 de la vitesse axiale u



(e) Composante $U_1 + U_2$ de la vitesse axiale u

FIGURE 4.7 – Variation des composantes de la vitesse axiale de la simulation **Perio**.

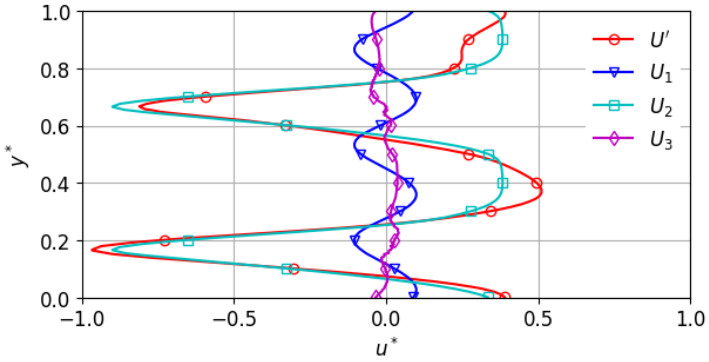
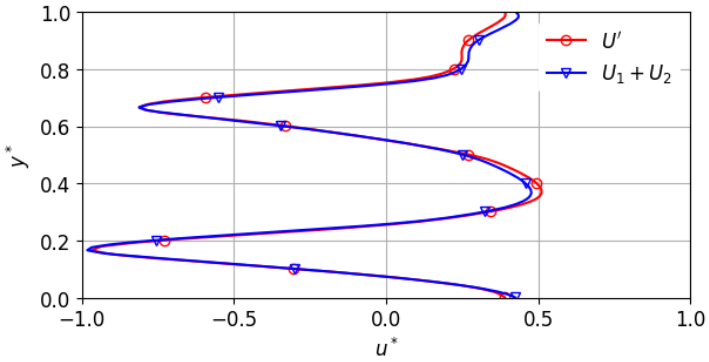


FIGURE 4.8 – Composantes d'Adamczyk issues de la vitesse axiale de la simulation **Perio** au niveau de l'interface rotor stator.

Les différentes contributions sont quantitativement présentées sur la Fig. 4.8 pour la vitesse axiale u, les contributions ayant par ailleurs été adimensionnées par la valeur maximale (en valeur absolue) de la variation de vitesse du signal de base. La composante U_2 qui correspond à l'effet du passage sur l'écoulement stator du rotor est clairement majoritaire par rapport aux autres composantes en dehors de U'. Ce n'est pas surprenant puisque le rotor est placé en amont de l'interface et est donc naturellement plus impactant que le stator. La composante U_1 du stator est quant à elle relativement faible, de l'ordre de 15% de la valeur maximale de U'. Enfin, la composante U_3 qui reprend l'ensemble des phénomènes non déterministes est assez faible. Elle n'est cependant pas complètement négligeable, puisqu'il arrive que cette composante s'approche de 10% de la valeur maximale de fluctuations U'.



(a) Vitesse moyenne

FIGURE 4.9 – Signal déterministe d'Adamczyk issu de la vitesse axiale de la simulation **Perio** en comparaison au signal réel.

Le but premier de cette décomposition et de séparer la partie déterministe de la partie non déterministe du problème. Pour cette raison, le signal déterministe est reconstitué à partir des composantes U_1 et U_2. Ce signal déterministe est à comparer au signal réel U'. La différence des deux correspond simplement à la composante U_3. La Fig. 4.9 propose le tracé de ces deux signaux. Les signaux se superposent sur la majeure partie de la figure, avec de légers écarts à certains endroits, illustrant la présence de phénomènes non

déterministes physiques ou numériques. Ces écarts, bien que faibles, approchent tout de même les 5% relativement à l'amplitude maximale des fluctuations du signal réel.

Dans un contexte chorochronique, Fig. 4.9, le signal rouge correspondrait au signal réel, et le signal bleu au signal sur lequel l'hypothèse est fondée, c'est à dire un signal uniquement déterministe au regard des domaines statiques et tournants. C'est une hypothèse forte, puisque rien ne permet de s'assurer que le signal stocké à un instant et réimposé à un autre instant aura la même fluctuation non déterministe, et par conséquent, des distorsions de l'écoulement sont possibles lors de l'imposition de l'information chorochronique.

La configuration du compresseur CREATE a été présentée et une première simulation de référence a permis de mettre en évidence les différentes caractéristiques de la machine. L'objectif est dès à présent d'estimer l'impact que peuvent avoir les deux méthodes chorochronique et PTA sur l'écoulement.

4.3 Comparaison des prédictions Choro et Pta22

Maintenant que la simulation de référence a été présentée, et que certaines caractéristiques de l'écoulement ont été observées, il s'agit de quantifier la prédictivité des méthodes chorochronique et PTA pour cette configuration. Par la suite, les simulations chorochronique **ChoroHyb** et **Pta22** sont donc discutées. Les grandeurs globales sont tout d'abord comparées, suivies des champs moyens et d'une analyse plus locale de l'écoulement. Les moyennes ont été effectuées sur les 50 dernières périodes, ce qui correspond à environ un tour et demi de la machine.

Comparaison des grandeurs globales

Les différentes données d'entrée des simulations ayant été présentées dans la Section 4.1, le suivi de l'évolution temporelle du débit réduit des diverses simulations est montré en Fig. 4.10 depuis leur initialisation. Le temps est ici adimensionné par la période T du cas de référence. Le débit réduit moyen Q des simulations **Perio** et **Pta22** converge au bout d'une vingtaine de périodes. Pour la simulation **ChoroHyb**, cette convergence est un peu plus lente, et s'explique par le fait que les simulations chorochroniques ont un temps de latence lié à la méthode et qui retarde l'apparition du cycle limite. La simulation converge toutefois au bout d'une cinquantaine de périodes, ce qui reste raisonnable.

Sur cette base, le coût CPU relatif à la simulation de référence par élément et par itération pour les cas **ChoroHyb** et **Pta22** est donnée en Table 4.3. Le surcoût des deux méthodes est clairement faible : les corrections de chaque méthode sont largement acceptables au niveau du code. Le nombre d'opérations supplémentaires induit par les traitements spécifiques apportés par chaque méthode justifie pleinement leur intérêt. Ceci est d'autant plus vrai que la réduction des domaines de calcul est un autre gain derrière ces deux approches. À titre de comparaison et par extrapolation, les coûts de simulations chorochronique et PTA correspondraient à un coût d'environ 5% du coût d'une simulation 360°. À cela bien évidemment s'ajoute un gain en mémoire et une facilité de mise en

œuvre de tels calculs. Cette efficacité théorique est toutefois à nuancer pour la simulation chorochronique puisque le temps de convergence est dans ce cas 2 à 3 fois plus grand.

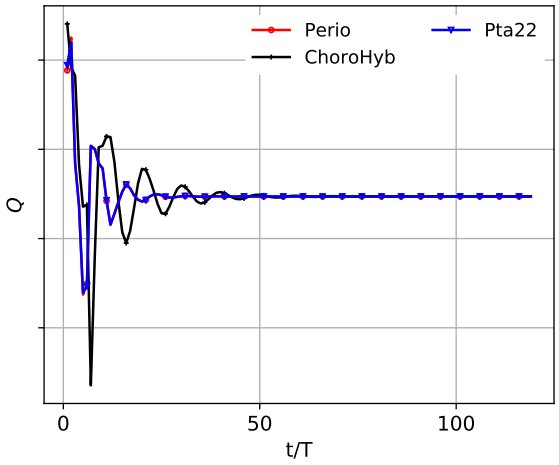


FIGURE 4.10 – Variation du débit moyenné sur une période pour les trois simulations étudiées.

ChoroHyb	Pta22
6.2 %	5.0 %

TABLE 4.3 – Surcoût CPU des simulations **ChoroHyb** et **Pta22** relativement au coût CPU du calcul **Perio** rapporté au même nombre d'itérations et au même nombre d'éléments de maillage.

D'un point de vue exploitation, les calculs étant convergés, le premier intérêt industriel est d'en retirer les différentes grandeurs métiers du compresseur : à savoir le taux de pression Π, l'efficacité isentropique η et le débit réduit Q donnés en Table 4.4. Ces trois grandeurs sont calculées suivant,

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{T_1}{T_3 - T_1}\left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} , \\ \Pi &= \frac{Pt_3}{Pt_1} , \\ Q &= \rho_1 u_1 \sqrt{\frac{Tt_1}{288.15}} \frac{101325.0}{Pt_1} , \end{aligned} \tag{4.3}$$

où les indices $_1$ et $_3$ représentent respectivement les plans 1 et 3 de la machine, Fig. 4.2, P est la pression statique, T, la température statique, Pt, la pression totale, ρ, la masse volumique, u, la vitesse axiale et Tt, la température totale.

Toutes les grandeurs reportées en Table 4.4 sont relatives à la simulation de référence **Perio**. En ce qui concerne la simulation **Pta22**, les écarts avec la simulation périodique sont très faibles, que ce soit en terme de débit réduit, de taux de pression ou d'efficacité

	ChoroHyb	**Pta22**
Débit réduit Q	-0.2 %	0.05 %
Taux de pression Π	-0.15 %	0.04 %
Efficacité isentropique η	-1.99 %	-0.11 %

TABLE 4.4 – Différences relatives des grandeurs métiers pour les différentes simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**.

isentropique. Pour la simulation **ChoroHyb**, le débit réduit et le taux de pression sont assez bien respectés en comparaison de la simulation de référence. Un écart d'environ 2% est observé pour l'efficacité isentropique. Cette perte d'efficacité isentropique peut s'expliquer par la création de légères fluctuations par la méthode chorochronique, observées par la suite. La différence reste néanmoins assez faible.

La Table 4.5 rapporte les différences relatives de l'ensemble des simulations par rapport à la simulation de référence **Perio** pour 3 plans : 1, 2 et 3 de la Fig. 4.2, le tout étant basé sur des champs moyennés en temps :

- En ce qui concerne la pression totale, Table 4.5 (a), les différences se concentrent sur le plan 2. Ce n'est pas une surprise, puisque c'est notamment dans cette zone que les transformations sont effectuées, et donc que les perturbations en pressions se retrouvent. L'impact est plus important pour la méthode chorochronique, mais reste faible. Il est à noter que l'extraction des données du plan 2 a été faite dans le domaine du stator.
- La température totale est relativement épargnée par les modifications liées aux méthodes, Table 4.5 (b).
- Le débit axial, Table 4.5 (c), est légèrement modifié au passage de l'interface rotor stator pour la méthode chorochronique. Ceci peut s'expliquer par le fait que cette dernière de par les traitements introduits peut ne pas vérifier la conservation de la masse. Cette modification reste cependant très faible.
- Enfin, l'angle absolu, Table 4.5 (d), est un peu plus impacté en PTA à l'interface rotor stator. Cette différence s'explique par la modification du profil de vitesse transverse sans modification du profil de vitesse axial. Cette transformation a cependant un impact minime comme déjà vu en Chapitre 2.

Pour l'ensemble des résultats, les écarts sont inférieurs à 0.6 %, ce qui reste très satisfaisant quelle que soit la méthode utilisée.

	ChoroHyb	Pta22
Plan 1	0.19 %	-0.05 %
Plan 2	0.61 %	-0.35 %
Plan 3	0.05 %	-0.01 %

(a) Pression totale

	ChoroHyb	Pta22
Plan 1	-0.03 %	0.01 %
Plan 2	0.12 %	-0.08 %
Plan 3	0.27 %	0.02 %

(b) Température totale

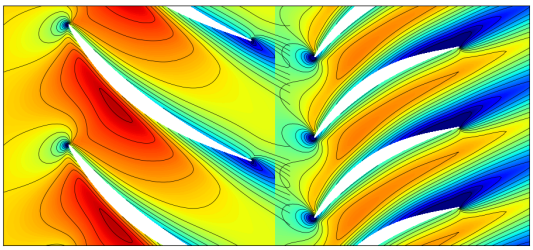
	ChoroHyb	Pta22
Plan 1	0.0 %	-0.0 %
Plan 2	0.36 %	-0.07 %
Plan 3	-0.02 %	-0.02 %

(c) Débit axial ρu

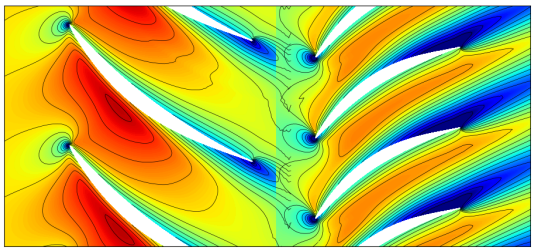
	ChoroHyb	Pta22
Plan 1	0.0 °	-0.0 °
Plan 2	-0.02 °	-0.14 °
Plan 3	-0.13 °	0.04 °

(d) Angle absolu α

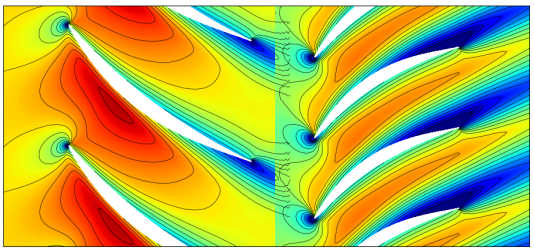
TABLE 4.5 – Différences relatives des moyennes pour les différentes simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**.



(a) **Perio**

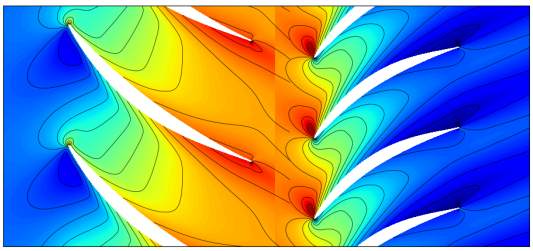


(b) **ChoroHyb**

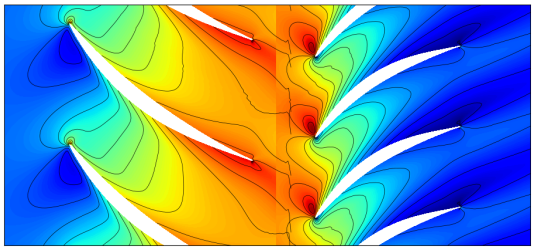


(c) **Pta22**

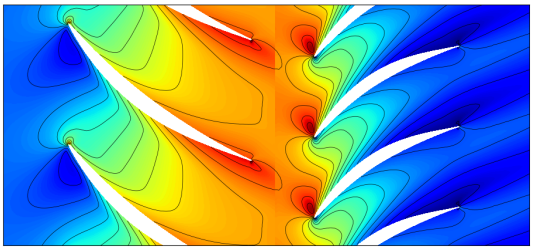
FIGURE 4.11 – Champs moyens de vitesse axiale pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**.



(a) **Perio**

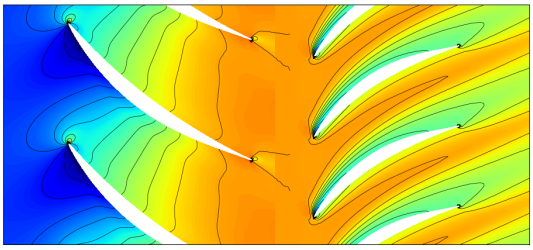


(b) **ChoroHyb**

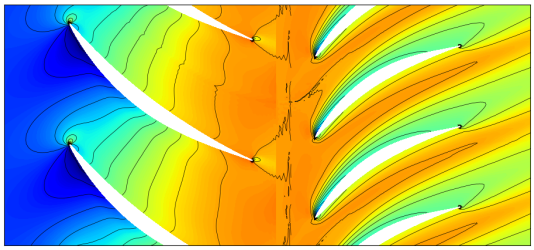


(c) **Pta22**

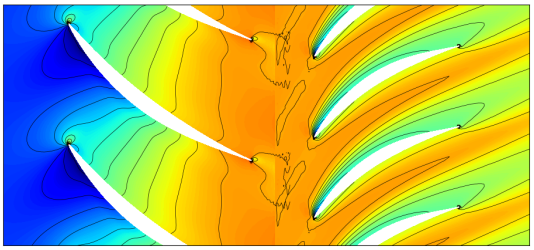
FIGURE 4.12 – Champs moyens de vitesse transverse pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**.



(a) **Perio**



(b) **ChoroHyb**



(c) **Pta22**

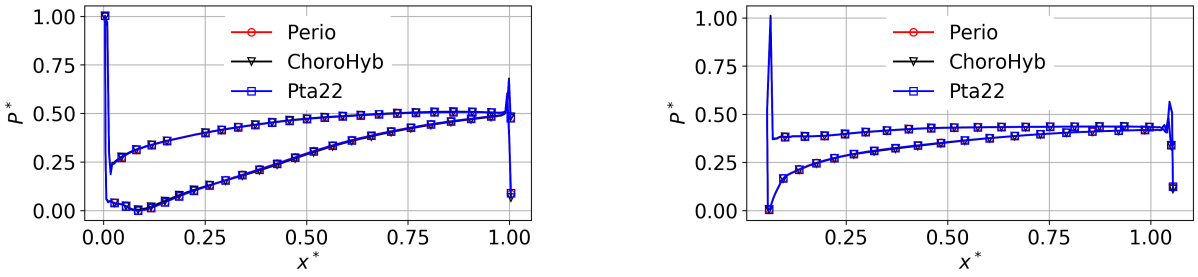
FIGURE 4.13 – Champs moyens de pression totale pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**.

Étude des champs moyens

La convergence et les points de fonctionnement des diverses simulations ayant été établis, la suite s'attèle à évaluer plus précisément les écoulements issus des trois simulations, **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**.

Les champs moyens de la vitesse sont fournis en Figs. 4.11-4.12 et sont tous globalement semblables. Il n'y a pas de grosse différence, si ce n'est peut-être la vitesse transverse de la simulation **Pta22** qui voit son intensité varier à l'interface. C'est en partie attendu, étant donné que la composante transverse de la vitesse est celle qui est la plus impactée par la méthode.

En ce qui concerne les champs moyens de pression totale, Fig. 4.13, ils sont là aussi très semblables en dehors de l'interface. Quelques différences apparaissent au niveau de l'interface, ce qui est attendu de par les manipulations introduites par chaque méthode. La simulation **ChoroHyb** et la simulation **Pta22** voient une trace en pression totale du sillage du rotor qui est plus évasée que dans la simulation de référence. De plus et dans ces deux cas, des perturbations numériques apparaissent au niveau de l'interface rotor stator, créées par les différentes approximations et hypothèses que les méthodes font intervenir. On notera entre autre que la marque du bord azimutal pour la simulation chorochronique est très légèrement visible au niveau du domaine stator (domaine de gauche). Malgré tout et dans l'ensemble, les 3 simulations fournissent des champs moyens très semblables, ce qui montre que la dynamique de l'écoulement est vérifiée sur ce point de fonctionnement.



(a) Rotor

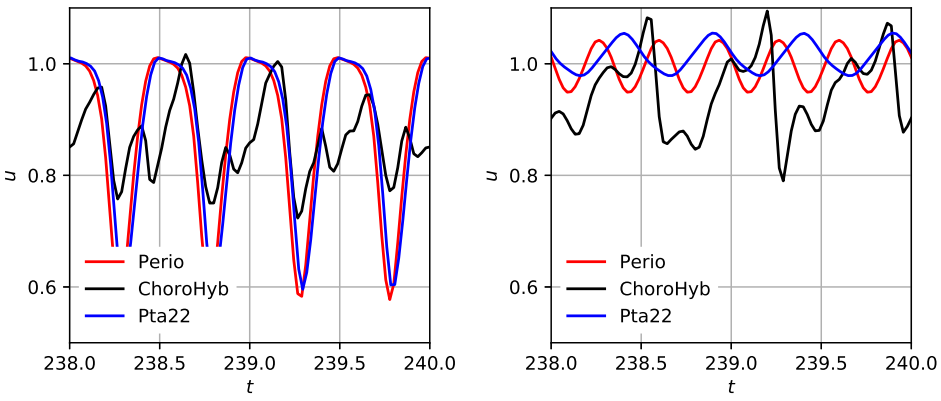
(b) Stator

FIGURE 4.14 – Profils de pression adimensionnée sur l'aube du rotor et du stator pour les simulations **Perio**, **ChoroHyb** et **Pta22**.

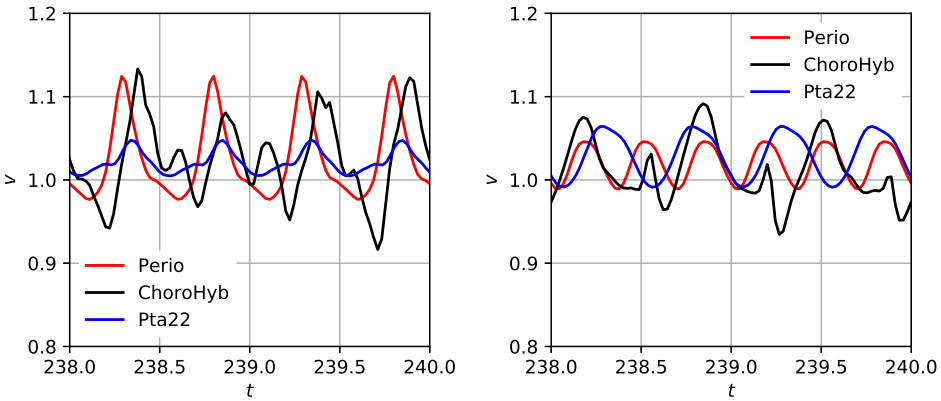
Sur la Fig. 4.14, les profils moyen de pression d'une aube stator et rotor sont tracées pour les 3 simulations. Les courbes des simulations chorochronique et PTA sont parfaitement superposées au cas de référence, ce qui confirme que les deux méthodes de réduction de domaine arrivent à capturer les grandeurs moyennes de la configuration.

Analyse locale de l'écoulement

Les simulations **ChoroHyb** et **Pta22** ont pour particularité d'être ici mises en œuvre dans un contexte LES et donc purement instationnaire. Des différences sont par ailleurs attendues d'une méthode à l'autre, d'où la nécessité de la simulation de référence **Perio**. Par la suite, les signaux issus des deux sondes placées dans le domaine (voir la Fig. 4.2) sont comparés de manière plus quantitative. Pour rappel, les deux sondes sont placées au niveau de l'interface rotor stator, l'une étant fixe dans le domaine stator, l'autre étant dans le repère tournant. La première sera donc simplement appelée sonde stator et la deuxième sonde rotor.



(a) Sonde 1 (b) Sonde 2

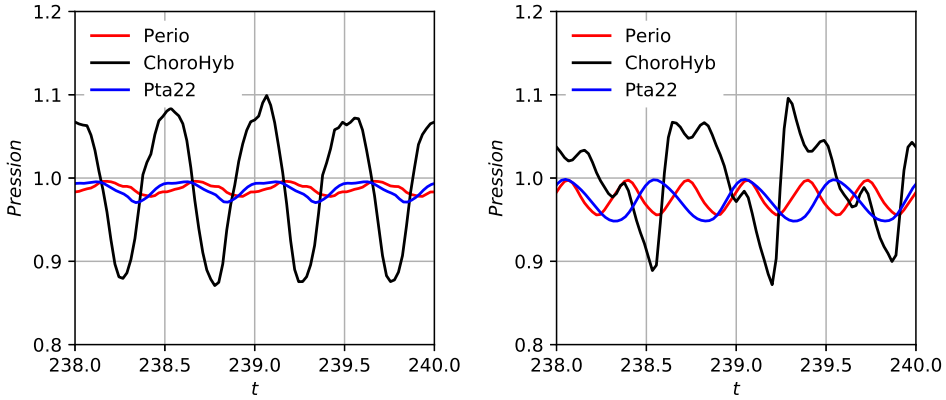


(c) Sonde 1 (d) Sonde 2

FIGURE 4.15 – Variation temporelle des vitesses axiale et tangentielle, les valeurs ayant été normalisées, pour la sonde 1 dans le domaine du stator et la sonde 2 dans le domaine du rotor.

La Fig. 4.15 présente les variations temporelles des composantes normalisées de vitesse de l'écoulement pour ces deux sondes et pour les 3 simulations. En termes d'amplitude, les résultats de la simulation **Pta22** sont proches de ceux de la simulation **Perio**. La vitesse transverse a toutefois une amplitude plus faible que la référence. Enfin, la pression, Fig. 4.16, ne semble pas vraiment affectée par la méthode. Ce qui est notable par contre, c'est la variation de fréquence, comme ce qui pouvait être attendu aux vues de la méthode.

Dans ce cas, le fait d'étirer le profil des grandeurs de l'écoulement du domaine du stator (le domaine du stator étant plus petit que le domaine du rotor), tout en gardant la même vitesse de translation, a pour conséquence l'établissement d'une fréquence plus basse comparativement à la fréquence de référence.

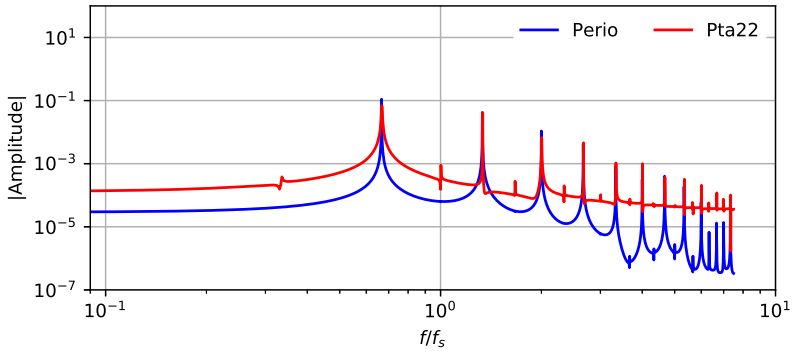


(a) Sonde 1 (b) Sonde 2

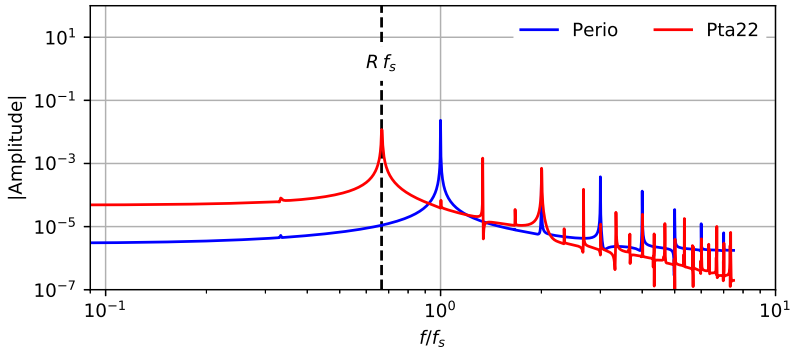
FIGURE 4.16 – Variation temporelle de la pression, les valeurs ayant été normalisées, pour la sonde 1 dans le domaine du stator et la sonde 2 dans le domaine du rotor.

Pour la simulation **ChoroHyb**, les différences sont plus marquées. Les variations de la vitesse axiale semblent suivre en partie celles de la simulation de référence sur la sonde 1. Des perturbations sont toutefois présentes et viennent dévier le signal en comparaison de la référence. Au niveau de la sonde 2, et pour la vitesse transverse, Fig. 4.15, les signaux sont proches, mais des déviations dues à la présence de perturbations sont visibles. Pour la pression, Fig. 4.16, l'amplitude du signal obtenu est clairement plus importante en comparaison de la référence. Il apparait clairement ici que même si la méthode chorochronique produit un écoulement instationnaire dont les oscillations principales sont en accord avec les fréquences principales liées au passage des aubes, celles-ci sont malgré tout clairement perturbées par d'autres fréquences parasites. À contrario, l'approche PTA fournit un contenu fréquentiel erroné, mais sans oscillation parasite.

Le constat précédent est confirmé par les Figs. 4.17-4.18 qui présentent les FFT (Fast Fourier Transform) des signaux de la vitesse axiale pour les deux sondes. L'axe fréquentiel a ici été adimensionné par la fréquence de passage des aubes de stator f_s de la vraie géométrie. Dans le cas de la simulation **Pta22**, Fig. 4.17 (b), la fréquence principale de la simulation sur la sonde 2 est bien influencée par la méthode, avec une diminution relative d'un ratio R. En ce qui concerne la simulation **ChoroHyb**, Fig. 4.18, les fréquences de passage du rotor et du stator sont visibles et bien reproduites, mais d'autres fréquences, plus basses, sont aussi présentes. Ces fréquences adimensionnées valent respectivement 5/6, 2/3, 1/2, 1/3 et 1/6.



(a) Sonde 1

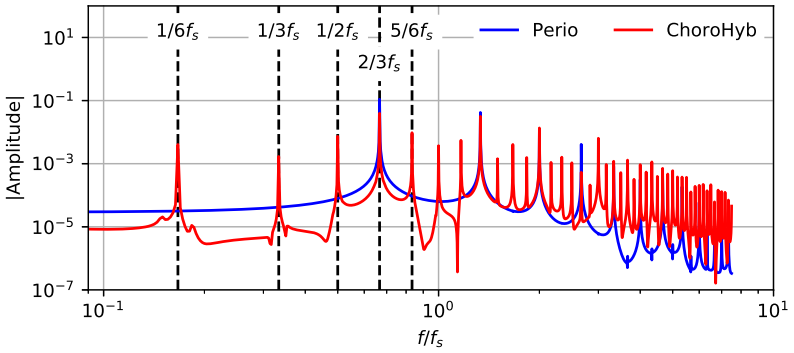


(b) Sonde 2

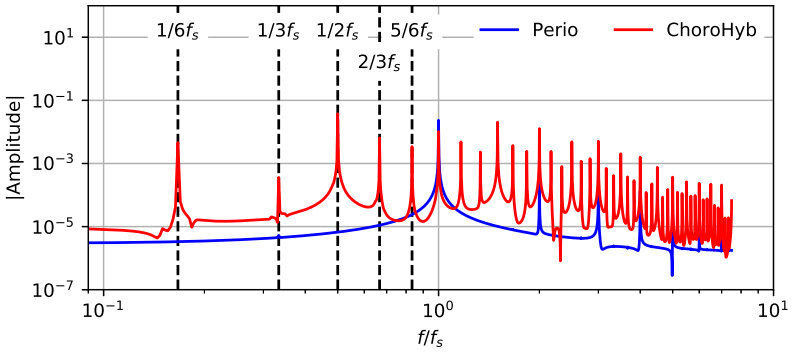
FIGURE 4.17 – FFT de la vitesse axiale pour les deux sondes 1 et 2 de la simulation **Pta22** par rapport à la simulation de référence.

Pour mieux comprendre l'origine de ces fréquences, il faut se retourner vers le fonctionnement de la méthode chorochronique, notamment celui de l'interface rotor stator, Chapitre 3. Tout d'abord et pour des raisons de mise en œuvre de la méthode, une duplication de l'interface est nécessaire, et ce jusqu'à obtenir un secteur périodique. En l'occurrence, et parce que la méthode se base sur un fonctionnement double canal, cette duplication fait intervenir l'équivalent de 4 canaux de rotor, ou de 6 canaux de stator. Il faut en outre rappeler que la reconstruction de l'information chorochronique à l'interface se base sur l'utilisation de données instantanées. Elles proviennent de différents segments fictifs dupliqués, notamment jusqu'à une distance équivalente à 6 canaux de stator. Cette opération crée ainsi une boucle spatio-temporelle ayant une fréquence égale à $1/6f_s$. Ce raisonnement si étendu permet de retrouver les différentes fréquences listées et observables sur la Fig. 4.18.

Pour finir et compléter la comparaison des instationnarités des simulations, la décomposition d'Adamczyk est appliquée à la simulation **Pta22**. L'application de cette décomposition à la simulation **ChoroHyb** restant complexe à mettre en œuvre, seule l'approche PTA est détaillée à ce stade. Les résultats de cette décomposition sont présentés en Fig. 4.19 et comparés à ceux de la simulation de référence, Fig. 4.7. Il est à noter que pour des raisons évidentes de consistance, les résultats de la simulation **Pta22** ont tous été mis à la même échelle pour la direction transverse y. La composante U_2 qui représente la moyenne se déplaçant avec le domaine du rotor est observée comme identique à celle de la simulation **Perio**. En particulier, la pente de la ligne en pointillés



(a) Sonde 1

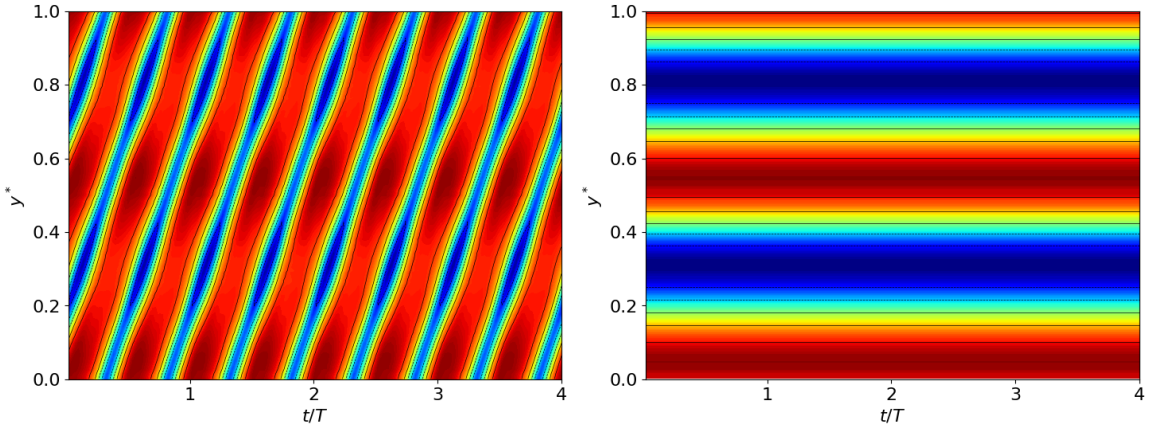


(b) Sonde 2

FIGURE 4.18 – FFT de la vitesse axiale pour les deux sondes 1 et 2 de la simulation **ChoroHyb** par rapport à la simulation de référence.

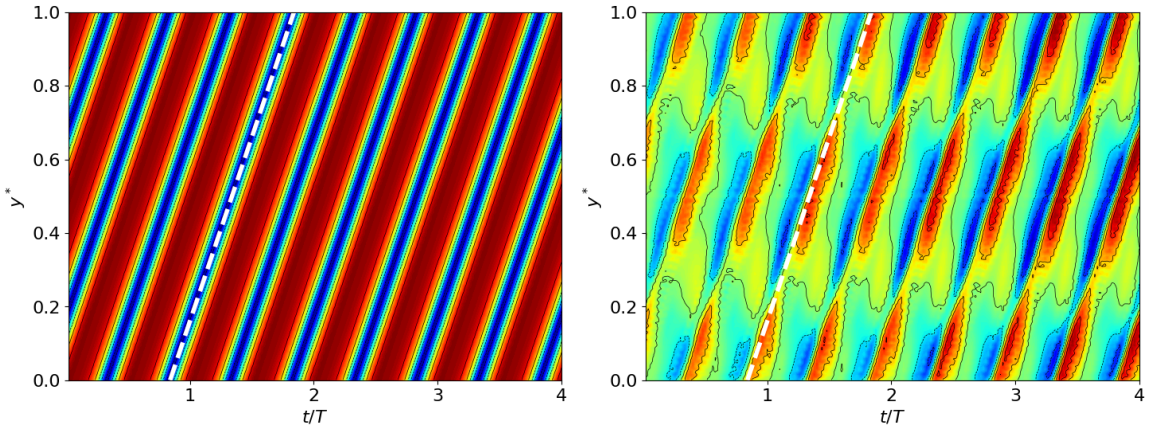
qui représente la vitesse de rotation du domaine du rotor est la même dans les deux cas. En outre, de par la méthode employée dans la simulation PTA, le nombre d'aubes de stator sur l'étendue azimutale est de 2, contrairement au cas de référence où ce nombre est de 3. Cela se traduit par la diminution des traces horizontales sur la composante U_1, mais aussi sur les composantes U' et $U_1 + U_2$, comme observé en Fig. 4.19. Enfin U_3, Fig. 4.19 (d), qui représente la composante non déterministe a une forme différente de celle de la référence. Son amplitude est en effet plus prononcée. Ceci est en partie attendu puisque les méthodes utilisées dans les deux simulations sont différentes. Les seuls modes visibles sur la figure sont le mode relatif au stator (traces horizontales) et celui au rotor (pointillés).

L'ensemble des composantes de la décomposition d'Adamczyk sont tracées de façon plus quantitative sur la Fig. 4.20, qui est à rapprocher de la Fig. 4.8. À nouveau, la différence majeure provient du nombre de périodes spatiales de la composante U_1 : 2 périodes spatiales sont observées sur la simulation **Pta22** et 3 sont présentes sur la simulation **Perio**. La composante U_1 reste la composante principale, étant quasiment superposée à U'. Comme observé sur la Fig. 4.19, la composante U_3 des phénomènes non déterministes varie avec une amplitude relativement importante ainsi qu'une période spatiale principale égale à la période spatiale de la composante U'.



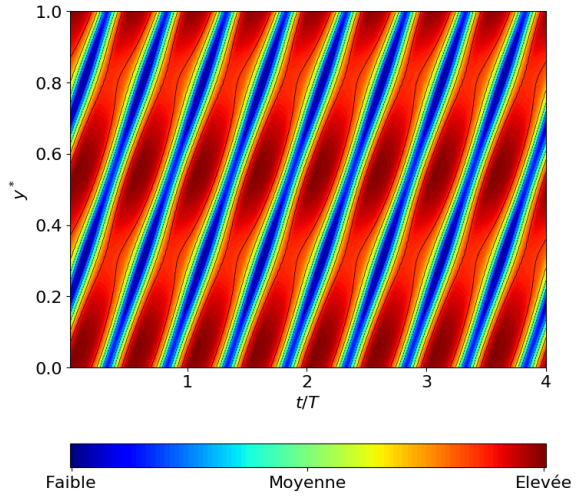
(a) Composante U' de la vitesse axiale u

(b) Composante U_1 de la vitesse axiale u



(c) Composante U_2 de la vitesse axiale u

(d) Composante U_3 de la vitesse axiale u



(e) Composante $U_1 + U_2$ de la vitesse axiale u

FIGURE 4.19 – Variation des composantes de la vitesse axiale de la simulation **Pta22**.

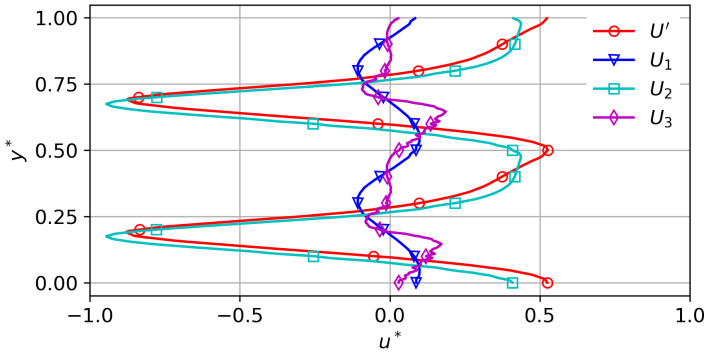


FIGURE 4.20 – Composantes d'Adamczyk issues de la vitesse axiale de la simulation **Pta22** au niveau de l'interface rotor stator.

4.4 Conclusion

Dans l'optique de réduire le coût de calcul des simulations LES de compresseurs ou de turbines, une des options est la réduction de la taille de domaine, afin de ne simuler qu'un ou deux canaux. Deux méthodes ont été sélectionnées dans cette étude : la méthode PTA qui applique une transformation géométrique à l'interface, et la méthode chorochronique qui utilise intelligemment une hypothèse de périodicité spatio-temporelle. Afin de comparer les deux méthodes, la configuration industrielle du compresseur haute-pression CREATE a été choisie.

Les champs instantanés de la simulation de référence et l'étude fréquentielle permettent de mettre en évidence le fonctionnement classique d'un étage de compresseur industriel. La décomposition proposée par Adamczyk, qui sépare l'information liée aux fréquences principales du stator et du rotor de l'information qui est indépendante de ces fréquences, illustre la présence d'une composante non déterministe faible. Une première étude sur les grandeurs métiers a montré que les deux méthodes chorochronique et PTA sont capables de prédire les performances de la machine de manière fidèle. De même, l'étude des champs moyens produits n'a pas permis de mettre en évidence un écart significatif entre les trois simulations. L'étude locale au niveau de l'interface rotor stator a par contre montré certaines limites des deux méthodes mono canal chorochronique et PTA. En ce qui concerne la simulation PTA, la méthode, comme attendu, affecte la fréquence de passage des aubes et de ses harmoniques. En dehors de cette modification, les valeurs moyennes et les fluctuations sont similaires à celles de la simulation de référence. En ce qui concerne la simulation chorochronique, les fréquences fondamentales attendues liées au nombre d'aubes sont bien présentes mais il y a une apparition de basses fréquences parasites, liées à fortiori à la méthode et son implémentation. Cette observation confirme le besoin de bien comprendre et implémenter une approche chorochronique pour la LES. À ce titre, le Chapitre 4 a clairement mis en avant les challenges et l'impact que des choix d'implémentation auront sur la conduite d'un tel calcul et la solution obtenue. Cela s'avère en outre indissociable du coût et donc du gain de cette approche. À noter qu'une analyse plus fine de l'approche PTA pour le cas du compresseur CREATE est disponible en Annexe E avec pour conclusions :

- Quel que soit le ratio R de l'homothétie, les grandeurs métiers et les champs moyens sont très similaires.

- Des analyses plus fines ont permis de montrer que plus le ratio R s'éloigne de 1, plus les écarts avec la simulation de référence se font ressentir.
- Enfin, bien que cela reste à analyser plus en détails, il semblerait que plus le sillage du domaine amont soit étiré suite au traitement homothétique, plus les fluctuations induites par la méthode sont importantes.

Conclusions générales et perspectives

Conclusions

L'un des principaux axes d'investigation ayant pour but d'augmenter l'efficacité des turbomachines repose sur l'amélioration des étages de compresseurs et de turbines. Pour ce faire, diverses méthodes sont à la disposition des motoristes et les essais numériques constituent aujourd'hui les outils les plus prometteurs. Il sont à la fois moins couteux et plus faciles à mettre en place que des expériences par exemple. Même si la validation de nouveaux concepts de moteurs ne pourra pas se passer d'essais expérimentaux et d'essais en vol, une bonne partie de leur phase de conception s'effectue aujourd'hui grâce aux calculs numériques qui remplacent peu à peu ou sont couplés aux moyens analytiques et empiriques. Les types de simulations numériques accessibles sont aujourd'hui très variés. Certaines simulations ne concernent que des grandeurs globales des systèmes et ont des temps de réponse instantanés. D'autres comme les simulations méridiennes utilisent des modèles simplifiés et empiriques. Enfin, les simulations CFD de type RANS et qui sont basées sur la modélisation de la turbulence, sont aujourd'hui utilisées de façon routinière dans l'industrie. Ces simulations permettent l'utilisation de géométries complètes d'un étage ou de plusieurs étages de turbomachines. Grâce à la CFD, il est alors possible d'observer l'effet d'un changement sur le fonctionnement de ce composant. Cependant, les seuls effets représentés par les modélisation de type RANS se limitent à priori à des effets stationnaires. Or, pour pouvoir comprendre la dynamique d'un écoulement au sein d'une turbomachine, il est essentiel de capter les phénomènes instationnaires. Les approches URANS permettent en principe de capturer certaines fréquences et leurs harmoniques, le plus souvent liées au passage des aubes. Ces méthodes sont d'ailleurs aujourd'hui utilisées dans l'industrie, mais restent assez couteuses. Un autre type de modélisation qui émerge pour les simulations en turbomachine et qui naturellement reproduisent les effets d'instationnarité sont les méthodes LES (ou simulations aux grandes échelles). Ces dernières permettent en effet de simuler toutes les structures déterministes, en particulier celles liées aux fréquences de passage des aubes, mais aussi et surtout tous les phénomènes d'échelles spatiales ou temporelles diverses ou qui ont des fréquences non déterministes, et ne sont pas capturés par les méthodes URANS.

L'utilisation de simulations LES reste toutefois très limitée dans un contexte turbo-

machine, et est employée majoritairement dans un contexte académique, parce que cela nécessite de gros moyens de calcul. Les temps de retours sont de plus importants et leur mise en œuvre reste complexe et longue pour des géométries industrielles. De plus, et comme cette modélisation a pour intérêt de capturer quasiment toute la physique instationnaire de l'écoulement, il convient d'effectuer des simulations réalistes, avec des domaines mobiles et d'autres domaines statiques, simulant ainsi le fonctionnement classique d'un étage de turbomachine. De par la complexité géométrique des vrais systèmes, de telles simulations ne sont à priori réalistes et utiles que pour des calculs complets, *i.e.* 360°. Aujourd'hui avec les codes et les moyens de calcul disponibles, cet objectif est quasiment impossible à réaliser, le coût étant très important même dans un contexte académique. Pour diminuer le coût de simulation, il devient donc critique de trouver des moyens de réduire le nombre de mailles qui est le facteur limitant principal de la logique déroulée. Typiquement, il est possible par exemple de modéliser l'écoulement en proche paroi, qui est la zone où les mailles sont généralement les plus fines. Cette modélisation permet d'augmenter la taille des mailles dans cette zone spécifique, ce qui a pour conséquence de diminuer mécaniquement le nombre de mailles dans le domaine et par la même occasion d'augmenter le pas de temps. Mais cette modélisation n'est pas toujours possible, et surtout, elle n'est souvent pas suffisante pour pouvoir effectuer des simulations aussi imposantes.

Une alternative repose sur une approche qui permet de réduire la taille du domaine à simuler. Il est à noter que dans la plupart des cas les aubes d'une même rangée sont supposées identiques et se répètent N fois sur toute la circonférence de la machine. Il semblerait donc souhaitable de simuler une aube pour chaque rangée plutôt que N aubes et ainsi réduire d'un facteur N la taille des domaines, et donc le coût de la simulation. Toutefois, les nombres d'aubes d'une rangée sur l'autre étant souvent premiers entre eux, il n'est pas possible de trouver un nombre réduit d'aubes permettant de rendre périodique le problème tout en réduisant le nombre de passages à une aube pour chaque rangée. Pour des simulations RANS, avec utilisation d'un plan de mélange à l'interface entre une rangée fixe et une rangée mobile, cette spécificité n'est pas un problème. Par contre, lorsqu'il s'agit de capturer les interactions qui existent entre les différentes rangées, il est nécessaire de trouver une certaine périodicité pour effectuer la simulation instationnaire associée. Pour cela, différentes méthodes existent. Il est possible par exemple de modifier la géométrie pour pouvoir trouver une périodicité artificielle. C'est une méthode qui fonctionne relativement bien, mais qui nécessite des manipulations supplémentaires et qui demande de faire quelques hypothèses sur l'écoulement. Une méthode mono canal prometteuse de ce type est la méthode chorochronique, ou *phase lag*, qui utilise l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle et suppose que les structures instationnaires principales sont périodiques sous certaines conditions. Différentes variantes de cette méthode sont présentes dans la littérature, comme la méthode des temps inclinés par exemple. Une autre approche disponible est la méthode dite de *profile transformation* qui consiste à appliquer une transformation des coordonnées à l'interface à l'aide d'une homothétie, rendant l'écoulement périodique dans chacun des domaines. Cette méthode est assez simple à mettre en place bien que modifiant les fréquences principales de l'écoulement.

C'est dans ce contexte de réduction de taille de domaine de calcul que cette thèse a été menée. Pour cela, deux méthodes ont été spécifiquement étudiées et comparées dans

le cadre spécifique de l'approche LES ; la méthode chorochronique avec un stockage direct de l'information, et la méthode dite de *profile transformation*.

L'analyse mathématique de la méthode *profile transformation* met en évidence l'implication de la transformation sur les équations de l'écoulement au niveau de l'interface entre le rotor et le stator. Étudiée plus en profondeur au niveau des équations, deux types de corrections différentes sont proposées pour palier le changement de la dynamique observée par le biais des équations modifiées. La première proposition se base sur la correction des vecteurs, la seconde sur une correction de l'avancement en temps. La simulation PTA (*Profile Transformation Approach*) avec correction du pas de temps semble à ce titre produire des résultats très proches de ceux de la simulation de référence en 2D, mais suppose d'effectuer des calculs asynchrones, c'est-à-dire des simulations dont l'évolution dans le temps pour chacun des domaines est différente. De plus, cette correction ne permet pas de corriger l'effet de la méthode PTA dans la dernière direction *i.e.* en 3D. La simulation avec correction des vecteurs donne des résultats relativement proches de la simulation de référence en 2D. Cette correction implique toutefois un saut d'angle et des grandeurs totales de l'écoulement au passage de l'interface, ce qui n'est pas compatible avec les simulations en turbomachine à priori. Cette méthode sans correction démontre malgré tout sa capacité à conserver les grandeurs globales, l'autre difficulté étant la génération de variations non physiques, notamment de pression, au passage des interfaces. Ces variations sont d'autant plus grandes que le ratio des dimensions azimutales des deux domaines considérés est éloigné de 1, cette dernière valeur étant synonyme d'une simulation périodique. Lorsque cette méthode est employée pour l'étude d'une turbine haute-pression industrielle, les résultats s'avèrent excellents comparativement à la simulation de référence. Les grandeurs globales et le point de fonctionnement correspondent en effet parfaitement. L'écoulement est légèrement affecté au passage de l'interface, notamment avec la migration de certaines structures, mais sans modification significative. À noter que 4 autres simulations PTA sur des points de fonctionnement différents confirment la capacité de la méthode à reproduire convenablement des écoulements instationnaires de turbomachine sur toute la plage de fonctionnement en géométrie complexe et 3D.

L'application de la méthode chorochronique dans un contexte LES pose de nombreux problèmes, notamment en termes de stabilité de calcul. Afin de s'affranchir d'une partie des limitations de la méthode, la configuration double canal est privilégiée dans cette thèse. Elle permet notamment de réduire considérablement le temps de convergence, d'éviter l'ajout d'une pondération sur l'application de l'information chorochronique aux bords azimutaux et surtout de réduire l'impact de la solution initiale qui a tendance à déstabiliser le calcul. Des phénomènes de résonance relatifs aux dimensions du problème semblent apparaitre et s'amplifient jusqu'à la divergence totale du calcul, amplification causée par l'effet rétroactif de la méthode chorochronique. L'utilisation de conditions limites caractéristiques NSCBC est alors proposée pour pouvoir évacuer les ondes non physiques. Pour s'assurer d'avoir une condition limite fidèle à l'information à prescrire, différentes améliorations sont proposées, testées et validées, comme l'ajout des termes transverses ou la correction du déphasage des NSCBC. Cette condition limite ne permet malheureusement pas d'appliquer de manière contrôlée l'entièreté de l'information chorochronique, en partie à cause de la condition de sortie subsonique qui n'impose qu'une seule caractéristique. Une solution hybride est alors proposée qui applique pour moitié

l'information chorochronique sans traitement caractéristique et pour moitié l'information corrigée par le traitement NSCBC. Une telle solution permet de traiter les phénomènes parasites et non physiques tout en conservant le contrôle sur l'information à imposer. Enfin, le traitement de l'interface entre la partie mobile et la partie statique est proposé et validé.

La simulation périodique de la configuration du premier étage du compresseur axial CREATE, sur une coupe 2D à mi-hauteur de veine permet de montrer que les caractéristiques de l'écoulement sont typiques d'un compresseur industriel. L'analyse d'Adamczyk permet en particulier de séparer l'information liée aux phénomènes déterministes, du stator et du rotor, de l'information non déterministe, qui reste faible au regard des autres composantes. Cette décomposition permet notamment de détecter la présence de modes d'interaction rotor stator. D'un point de vue des grandeurs métiers et des moyennes, les deux simulations employant les méthodes de réduction de domaine chorochronique et PTA donnent des résultats excellents. Une analyse plus fine permet de déceler quelques différences entre ces 3 simulations. La simulation PTA en particulier a sa fréquence de passage du stator qui est modifiée d'un facteur 1/R contrairement aux deux autres simulations dont la simulation chorochronique. L'écoulement de cette dernière est légèrement perturbé proche de l'interface rotor stator. Ces perturbations sont créées par la reconstruction de l'information chorochronique à l'interface qui provoquent l'apparition de phénomènes dont les fréquences ne sont pas liées aux fréquences de passage des aubes. La décomposition d'Adamczyk appliquée à la simulation PTA permet de démontrer que la composante liée au domaine du stator est modifiée suite à la transformation de l'homothétie. Aucun mode d'interaction entre le rotor et le stator n'est visible sur la composante non déterministe, ce qui est révélateur d'une influence de la méthode sur l'écoulement.

Perspectives

Bien que cette étude ait permis de mieux comprendre l'impact et les implications des deux méthodes sur les simulations aux grandes échelles d'étages de turbomachines, ce travail est loin d'être terminé, et de nombreuses pistes restent à explorer.

Méthode PTA

La méthode PTA qui est la méthode la plus simple à mettre en place semble donner de très bons résultats, et ce malgré les conséquences qu'impliquent cette dernière. La généralisation à une étude multi-étages semble tout à fait possible, dans la mesure où la transformation est assez directe, et le coût de simulation relativement faible comparativement à celui observé classiquement pour des simulations de cette envergure. Bien que la physique ne soit pas totalement respectée au passage des interfaces, les résultats semblent totalement cohérents avec les résultats des simulations périodiques de référence. Ces simulations permettraient à minima d'avoir une vue d'ensemble de la dynamique dans un système réel à moindre coût.

Les études effectuées ont montré l'impact de cette méthode sur l'écoulement, à la fois en 2D et du CREATE, et en 3D sur le cas d'une turbine haute pression. Les structures

traversant l'interface sont notamment modifiées et les fréquences altérées. Deux propositions de correction de la méthode ont été faites dans cette thèse qui ont montré une diminution de la génération de perturbations et une nette amélioration des résultats. Cependant, ces deux corrections ne sont pas compatibles en l'état avec des simulations de turbomachine 3D. Une perspective serait de rendre possible l'utilisation de l'une d'elle en 3D. Enfin, l'ajout de termes sources au passage de l'interface pour corriger certaines erreurs causées par la PTA pourrait aussi être envisagé.

Méthode chorochronique

Pour cette méthode, les possibilités d'améliorations sont nombreuses, son implémentation et son utilisation dans le code AVBP étant très récentes. Un premier axe d'étude est l'amélioration du traitement de l'interface rotor stator. Actuellement, la reconstruction de l'information chorochronique s'effectue à partir de l'information provenant de différents instants. L'hypothèse chorochronique n'étant pas vérifiée totalement pour ces simulations LES, comme l'a démontré la décomposition d'Adamczyk, une discontinuité peut apparaitre. Cette discontinuité crée des gradients dans la direction azimutale pour l'ensemble des grandeurs échangées qui ne sont pas physiques, et qui se propagent ensuite dans l'écoulement, provoquant la formation de variations parasites. Ces zones très particulières sont d'autant plus perturbées qu'elles sont situées dans le voisinage des conditions limites azimutales, où une information chorochronique supplémentaire y est imposée. Se pose alors la question de l'utilisation de méthodes de compression, comme la POD ou le traitement par série de Fourier comme fait en URANS [57]. Dans ce cadre, l'introduction de ces méthodes ne serait pas nécessairement dans une optique de réduire le coût de la simulation, mais dans un but de lisser et filtrer l'information au niveau de l'interface rotor stator.

La méthode devra en outre être utilisée dans un cadre plus général, avec pour commencer des simulations en trois dimensions. Il n'y a à priori aucune limitation à ce genre de simulations aujourd'hui, le code étant en partie prêt. Enfin des simulations pour des configurations hors adaptation pourraient être réalisées afin de voir l'impact de l'hypothèse chorochronique dans de telles conditions. Pour finir, l'adaptation de la méthode à des simulations multi-étages pourrait se poursuivre, avec toutes les questions que cela implique, notamment à propos du traitement des interactions rotor rotor et stator stator qui sont à priori non compatibles avec l'hypothèse chorochronique.

Annexe A

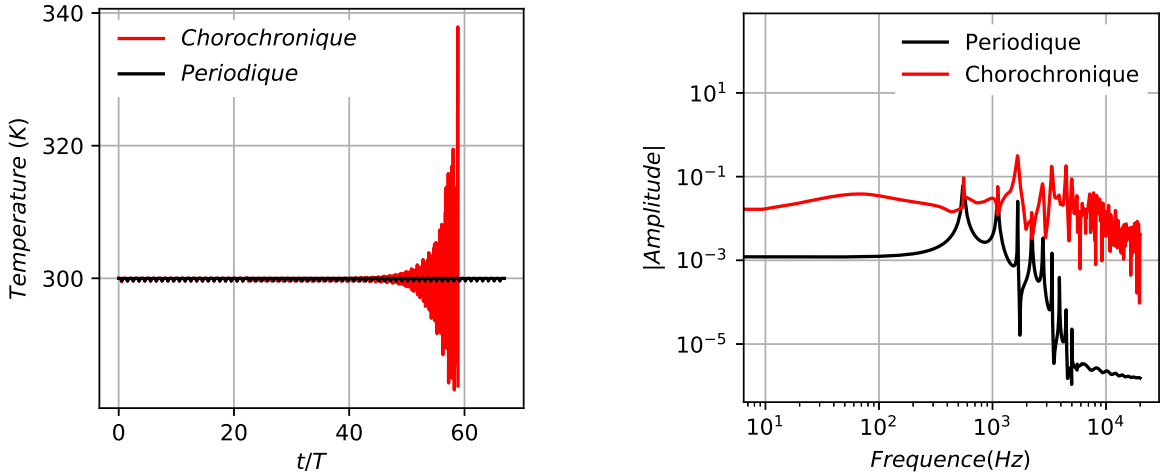
Mise en évidence des fréquences propres du système

L'ensemble des simulations chorochroniques effectuées qui n'utilisent aucun traitement caractéristique se comporte systématiquement de la même manière, en trois phases distinctes. Une première phase de transitoire pendant laquelle les perturbations de l'état initial sont évacuées, une deuxième phase pendant laquelle le signal a atteint un cycle limite (plus ou moins erroné en fonction des simulations), et enfin une troisième phase pendant laquelle le signal diverge de son cycle limite, ce qui a tendance à provoquer l'arrêt du calcul. Cette dernière phase est complètement absente des simulations périodiques, ce qui signifie qu'elle est entièrement liée à la méthode chorochronique. L'étude qui suit porte sur la simulation chorochronique de points froids présentée dans la Section 3.2.1.

La Fig. A.1 (a) présente l'évolution de la température sur la totalité de la simulation sur la sonde 2, localisée sur le bord azimutal supérieur. Le signal chorochronique est parfaitement superposé à celui de la simulation périodique de référence sur tout le début de la simulation. Le signal commence ensuite à ne plus être totalement superposé, et les variations de température s'amplifient à partir d'une quarantaine de passages environs jusqu'à provoquer la divergence du calcul. Ce phénomène est commun à toutes les simulations chorochroniques et se produit plus ou moins rapidement en fonction des fréquences en jeu, de la taille des domaines, du type d'écoulement et de la force des phénomènes instationnaires.

L'étude fréquentielle de ce signal à l'aide d'une FFT (*Fast Fourier Transform* ou transformée de Fourier rapide), qui est visible sur la Fig. A.1 (b), montre notamment un pic à une fréquence proche de 2000 Hz, ainsi que des amplitudes plus importantes au-delà de ce pic fréquentiel. Cette fréquence est identique à celle d'une des harmoniques de la fréquence de passage des points froids, puisque 2000 Hz correspond à $4\ f_p = \frac{4\,V_{transl}}{\Delta y}$, où f_p est la fréquence de passage des points froids.

Afin de découpler ces deux phénomènes, les mêmes simulations sont effectuées, à la fois pour le cas périodique et le cas chorochronique, mais cette fois en changeant légèrement la vitesse de translation V_{transl} qui passe d'une vitesse de 50 m/s à une vitesse de 70 m/s. En dehors de cette vitesse de translation, le détail des paramètres utilisés pour ces deux simulations est identique à celui de la Section 3.2.1.



(a) Variation du signal en température

(b) FFT sur le signal en température

FIGURE A.1 – Évolution temporelle de la température et FFT sur ce même signal sur la sonde 2 pour la simulation chorochronique de points froids défilants.

L'étude fréquentielle est à nouveau produite sur la même sonde. Cette fois-ci, en plus des pics liés à la fréquence de passage des points froids à 700 Hz et aux fréquences de ses harmoniques, plusieurs pics sont observés, qui sont complètement découplés des fréquences déterministes du problème (Fig. A.2). Il s'agit là des fréquences de résonance du domaine.

Il est à noter que la démonstration qui suit ainsi que diverses applications peuvent être retrouvées dans différents ouvrages [227–229]. Afin de mieux comprendre la physique des ondes stationnaires, dans une configuration en 2 dimensions, une première perturbation en pression p_- au niveau d'un des côtés du domaine est considérée,

$$p_- = Ae^{i(\omega t - \underline{k}\,\underline{r})} = Ae^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} \ , \tag{A.1}$$

où A est l'amplitude de cette perturbation, ω est la fréquence de pulsation de cette onde, $\underline{k}$ est le nombre d'onde, qui se décompose en k_x et en k_y dans les deux directions, et $\underline{r}$ est la direction de cette onde, qui se décompose en x et en y. La direction de cette onde est sélectionnée de telle sorte qu'elle se propage dans tout le domaine, et est réfléchie par les 3 autres côtés, avant de revenir sur son point d'origine. Pour la démonstration, tous bords du domaine sont considérés comme réfléchissants pour le nombre d'onde considéré. L'intérêt des conditions limites partiellement non réfléchissantes est justement d'éviter de réfléchir ce type d'onde. L'onde ainsi réfléchie s'exprime par la perturbation en pression p_+ suivante,

$$p_+ = Ae^{i(\omega t - k_x(2L_x - x) - k_y(2L_y - y))} \ , \tag{A.2}$$

où L_x et L_y sont les deux dimensions du domaine rectangulaire considéré. Dans le cas d'une simulation chorochronique mono canal, $L_y = L_{y,choro}$ tandis que dans le cas d'une

simulation chorochronique double canal, $L_y = 2L_{y,choro}$. Pour la suite de la démonstration, la grandeur générique L_y est considérée. Les deux perturbations se superposent et la variation en pression s'exprime comme étant la somme des deux perturbations,

$$p = p_- + p_+ = Ae^{i\omega t}\left(e^{-i(k_x x + k_y y)} + e^{-i(k_x(2L_x - x) + k_y(2L_y - y))}\right) \ . \tag{A.3}$$

Après simplification, l'équation (A.3) est réécrite,

$$p = 2Ae^{i\omega t - i(k_x L_x + k_y L_y)}\, cos\left(k_x(L_x - x) + k_y(L_y - y)\right) \ . \tag{A.4}$$

Il est à noter que $2Ae^{i\omega t - i(k_x L_x + k_y L_y)}$ ne dépend que du temps, tandis que le terme en cosinus ne dépend que de l'espace, ce qui est caractéristique d'une onde stationnaire. En particulier, sur le bord de gauche, *i.e.* lorsque $x = 0$, un nœud de pression est présent puisque le bord est réfléchissant pour cette onde. La dérivée de la pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ est donc nulle. Il en est de même sur le bord du bas ($y = 0$). Les dérivées de ces variations dans les deux directions s'écrivent comme suit,

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 2Ae^{i\omega t - i(k_x L_x + k_y L_y)}\, k_x sin\left(k_x(L_x - x) + k_y(L_y - y)\right) \ , \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 2Ae^{i\omega t - i(k_x L_x + k_y L_y)}\, k_y sin\left(k_x(L_x - x) + k_y(L_y - y)\right) \ . \end{aligned} \tag{A.5}$$

Ces deux dérivées étant nulles pour $x = 0$ et $y = 0$, elle peuvent s'écrire,

$$\begin{aligned} sin\left(k_x\, L_x + k_y(L_y - y)\right) &= 0 \ , \\ sin\left(k_x(L_x - x) + k_y\, L_y\right) &= 0 \ . \end{aligned} \tag{A.6}$$

Ce système d'équations est valable sur les bords du domaine, et en particulier lorsque $x = L_x$ et $y = L_y$. Ainsi, le système d'Eqs. (A.6) se traduit par :

$$k_x L_x = l\pi \ , k_y L_y \ = m\pi \ , \tag{A.7}$$

où l et m sont des entiers. Ainsi, l'amplitude du nombre d'onde est fixe et est donnée par l'équation suivante,

$$k = \pi\sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2} \ . \tag{A.8}$$

Cette équation traduit les nombres d'onde pour lesquels une onde stationnaire est présent dans un domaine rectangulaire ayant pour longueurs caractéristiques L_x et L_y. Les fréquences associées à ces nombres d'onde sont les suivantes,

$$f = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2} \ , \tag{A.9}$$

où c est la vitesse du son du système. L'Eq. (A.9) dans ce cas précis peut se réécrire,

$$f = \frac{347}{2}\left(\frac{l^2}{0.1^2} + \frac{m^2}{0.06^2}\right)^{1/2} . \tag{A.10}$$

Sur la Fig. A.2, le pic fréquentiel le plus important correspond à un couple $(l, m) = (0, 3)$. D'autres fréquences de résonance sont aussi présentes pour des couples $(l, m) = (0, 1)$, $(l, m) = (1, 0)$ et $(l, m) = (0, 1)$, ainsi que certaines harmoniques.

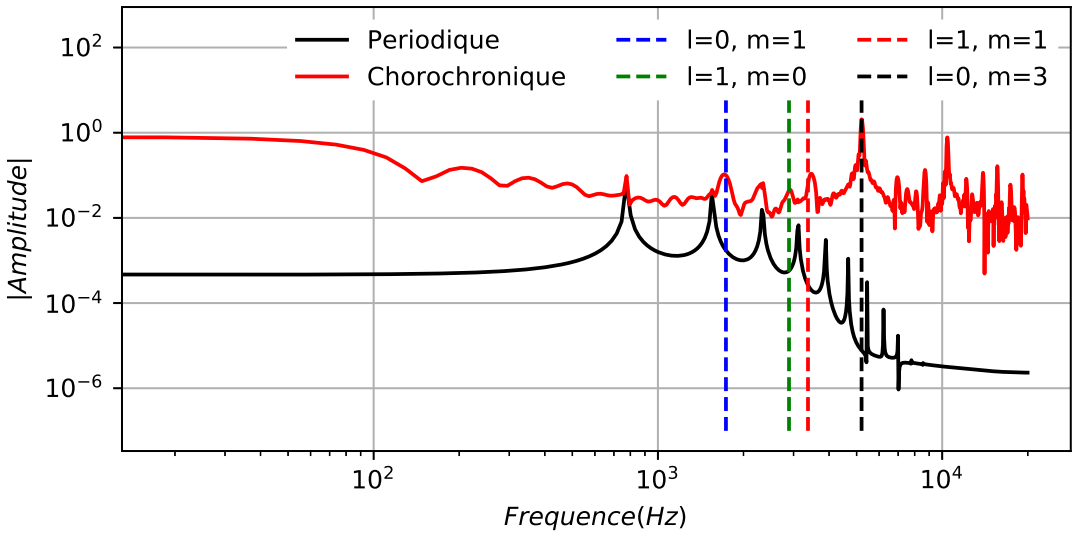


FIGURE A.2 – Mise en évidence des fréquences de résonance liées au domaine de calcul et à l'amplification chorochronique.

Le champs de pression représenté sur la Fig. A.3 met en évidence ces fréquences de résonance, avec la présence de nœuds et de ventres de pression imputables aux instabilités créées.

La présence de ces fréquences de résonance n'est pas un problème en soit. Ces fréquences sont caractéristiques des simulations numériques dans des domaines fermés. Cependant, pour le cas périodique, ces fréquences ont un impact négligeable au regard des autres phénomènes est sont dissipés naturellement. Dans le cas de la méthode chorochronique, le stockage, déphasage temporel et réimposition sur le bord opposé amène une contrainte nouvelle. Ce phénomène peut être comparé à un phénomène semblable en acoustique, à savoir l'effet Larsen, qui se produit lorsqu'un micro et un haut parleur se trouvent trop proches l'un de l'autre. Cette proximité crée une boucle qui s'auto-entretient et qui s'intensifie avec la puissance de l'amplificateur. Bien que dans ce cas présent, il n'y ait pas d'amplificateur, l'information est prélevée puis réimposée avec un décalage dans le temps, ce qui ressemble de très près à cet effet Larsen. D'autant que le fait d'imposer une information directement au niveau des nœuds du maillage réfléchit complètement les ondes acoustiques déjà présentes dans le domaine.

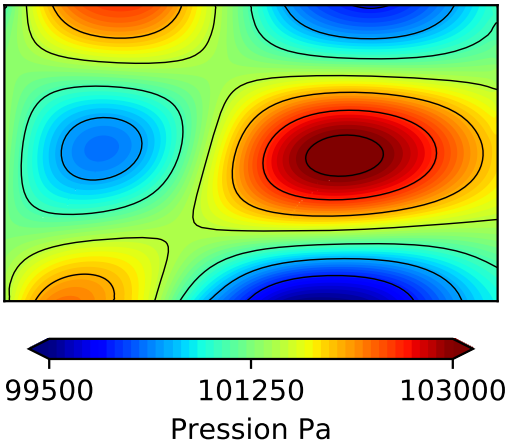


FIGURE A.3 – Mise en évidence des modes spatiaux de résonance du domaine de calcul pour la simulation chorochronique des points froids défilants.

Ainsi, les fréquences de résonance liées à la fois au domaine, à la méthode chorochronique et à la manière d'imposer l'information sont ici mises en évidence. Il est nécessaire de prendre des mesures pour contrer ce phénomène dévastateur pour le calcul chorochronique.

Annexe B

Des équations de Navier-Stokes aux équations caractéristiques

Un moyen de rendre les conditions limites non réfléchissantes est de passer par un traitement caractéristique. Plutôt que d'appliquer directement des grandeurs ou des flux au bord du domaine sans distinction entre ce qui rentre ou ce qui sort, comme c'est le cas des conditions de Dirichlet ou de Neumann, le principe est d'appliquer uniquement les ondes entrantes dans le domaine. Pour cela, il faut tout d'abord réécrire les différentes équations de Navier-Stokes écrites sous forme conservative dans les Eqs. (1.7) - (1.9), de manière à faire apparaître les différentes ondes (acoustiques, entropique et de cisaillement),

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial(\boldsymbol{E}_i - \boldsymbol{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial(\boldsymbol{F}_i - \boldsymbol{F}_v)}{\partial y} + \frac{\partial(\boldsymbol{G}_i - \boldsymbol{G}_v)}{\partial z} = 0 \ , \tag{B.1}$$

avec,

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{U} &= (\rho u, \rho v, \rho w, \rho e_t, \rho)^T \ , \\
\boldsymbol{E}_i &= (\rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, (\rho E + p), u\rho u)^T \ , \\
\boldsymbol{F}_i &= (\rho uv, \rho v^2 + p, \rho vw, (\rho E + p)v, \rho v)^T \ , \\
\boldsymbol{G}_i &= (\rho uw, \rho vw, \rho w^2 + p, (\rho E + p)w, \rho w)^T \ , \\
\boldsymbol{E}_v &= (\tau_{11}, \tau_{21}, \tau_{31}, \tau_{11} + \tau_{21} + \tau_{31} - q_1, 0)^T \ , \\
\boldsymbol{F}_v &= (\tau_{12}, \tau_{22}, \tau_{32}, \tau_{12} + \tau_{22} + \tau_{32} - q_2, 0)^T \ , \\
\boldsymbol{G}_v &= (\tau_{13}, \tau_{23}, \tau_{33}, \tau_{13} + \tau_{23} + \tau_{33} - q_3, 0)^T \ ,
\end{aligned} \tag{B.2}$$

avec $\rho E = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}$ l'énergie spécifique totale, γ l'index adiabatique, u, v, w les trois composantes de la vitesse, respectivement selon la direction x, y ou z, τ le tenseur des contraintes visqueuses, et q le vecteur flux de chaleur.

La méthode utilisée ne permet pas de prendre en considération les termes visqueux. Par souci de simplification, ces termes seront regroupés sous un seul terme, de telle sorte que le système d'Eq. (B.1) s'écrive sous la forme,

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{E}_i}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_i}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{G}_i}{\partial z} = \boldsymbol{S}_v \ , \tag{B.3}$$

avec $\boldsymbol{S}_v$ l'ensemble des termes visqueux $\frac{\partial \boldsymbol{E}_v}{\partial x}$, $\frac{\partial \boldsymbol{F}_v}{\partial y}$ et $\frac{\partial \boldsymbol{G}_v}{\partial z}$.

Le nouveau système d'Eq. (B.3) peut être réécrit sous une forme quasi-linéaire,

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \overline{\overline{A}}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial x} + \overline{\overline{B}}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial y} + \overline{\overline{C}}\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial z} = \boldsymbol{S}_v \quad , \tag{B.4}$$

avec $\overline{\overline{A}} = \frac{\partial \boldsymbol{E}_i}{\partial \boldsymbol{U}}$, $\overline{\overline{B}} = \frac{\partial \boldsymbol{F}_i}{\partial \boldsymbol{U}}$ et $\overline{\overline{C}} = \frac{\partial \boldsymbol{G}_i}{\partial \boldsymbol{U}}$.

Le passage aux équations caractéristiques s'effectue en 3 étapes. Une première étape qui permet de transformer le système conservatif en système primitif, avec des variables primitives. La deuxième étape permet de passer du repère global du domaine dans un repère local au nœud (n, t_1, t_2). Dans le cadre des conditions limites, la composante n est définie comme étant la normale locale entrante. Enfin une troisième étape pour passer de ce nouveau système local primitif au système de variables caractéristiques.

Ces étapes sont représentées comme suit,

$$(\partial \boldsymbol{U}) \xrightarrow{\boldsymbol{L}} (\partial \boldsymbol{V}) \xrightarrow{\boldsymbol{\Omega}} (\partial \boldsymbol{V}_n) \xrightarrow{\boldsymbol{M}} (\partial \boldsymbol{W}) \ , \tag{B.5}$$

avec,

$$\begin{aligned}
\partial \boldsymbol{U} &= (\partial \rho u, \partial \rho v, \partial \rho w, \partial \rho e_t, \partial \rho)^T \ , \\
\partial \boldsymbol{V} &= (\partial u, \partial v, \partial w, \partial p, \partial \rho)^T \ , \\
\partial \boldsymbol{V}_n &= (\partial u_n, \partial u_{t_1}, \partial u_{t_2}, \partial p, \partial \rho)^T \ , \\
\partial \boldsymbol{W} &= \left(\partial u_n + \frac{\partial p}{\rho c}, -\partial u_n + \frac{\partial p}{\rho c}, \partial u_{t_1}, \partial u_{t_2}, \partial \rho - \frac{\partial p}{c^2}\right)^T \ ,
\end{aligned} \tag{B.6}$$

et $\boldsymbol{L}$, $\boldsymbol{\Omega}$ et $\boldsymbol{M}$ les matrices de passage qui seront définies par la suite.

Pour passer des variables conservatives $\partial \boldsymbol{U}$ aux variables primitives $\partial \boldsymbol{V}$, il s'agit de trouver des combinaisons entre les différentes composantes de ces vecteurs.

Seule la quatrième composante du vecteur $\partial \boldsymbol{V}$, ∂p n'est pas évidente à obtenir à partir du vecteur $\partial \boldsymbol{U}$. Les différentes opérations sont présentées en suivant, en partant de la définition de la variation d'énergie $\partial \rho E$,

$$\partial \rho E = \partial \rho e_c + \partial \rho e_s \ , \tag{B.7}$$

où e_c est l'énergie cinétique et e_s est l'énergie sensible.

Il convient de définir plusieurs grandeurs, en faisant l'hypothèse que l'index adiabatique γ est constant,

$$\begin{aligned} e_s &= c_v \mathbb{T} + e_s^\circ \ , \\ c_v &= \frac{\mathscr{R}}{\gamma - 1} = \frac{\mathscr{R}}{\beta} \qquad \beta = \gamma - 1 \ , \end{aligned} \tag{B.8}$$

où e_s° est l'énergie sensible de référence, c_v est la chaleur spécifique à volume constant et $\mathscr{R}$ est la constante spécifique des gaz parfaits.

Les deux différentes énergies e_c et e_s peuvent être décomposées de la manière suivante,

$$\partial \rho e_c = \rho u \partial u + \rho v \partial v + \rho w \partial w + e_c \partial \rho = u \partial \rho u + v \partial \rho v + w \partial \rho w - e_c \partial \rho \ , \tag{B.9}$$

$$\partial \rho e_s = \rho c_v \partial \mathbb{T} + e_s \partial \rho \ . \tag{B.10}$$

L'équation des gaz parfaits donne la relation suivante,

$$\partial \mathbb{T} = \frac{\partial p}{\rho \mathscr{R}} - \frac{\mathbb{T} \partial \rho}{\rho} \ . \tag{B.11}$$

Ainsi, l'Eq. (B.10) peut s'écrire, en tenant compte de l'Eq. (B.11), sous la forme,

$$\partial \rho e_s = e_s \partial \rho - c_v \mathbb{T} \partial \rho + \frac{\partial p}{\beta} \ . \tag{B.12}$$

Le coefficient de compressibilité suit l'équation suivante,

$$\chi = \mathscr{R} \mathbb{T} - \beta e_s = \beta \left(c_v \mathbb{T} - e_s \right) . \tag{B.13}$$

Ainsi, en combinant les Eqs. (B.12) & (B.13), l'énergie sensible peut finalement se mettre sous la forme,

$$\partial \rho e_s = -\frac{\chi}{\beta} \partial \rho + \frac{\partial p}{\beta} \ . \tag{B.14}$$

Enfin, l'Eq. (B.7) peut s'écrire de la manière suivante,

$$\partial \rho E = u \partial \rho u + v \partial \rho v + w \partial \rho w - e_c \partial \rho - \frac{\chi}{\beta} \partial \rho + \frac{\partial p}{\beta} \ , \tag{B.15}$$

et il est alors possible d'écrire la composante ∂p en fonction des variables conservatives,

$$\partial p = \beta \left(-u\partial\rho u - v\partial\rho v - w\partial\rho w + \partial\rho E + e_c\partial\rho + \frac{\chi}{\beta}\partial\rho \right) \ . \tag{B.16}$$

Ainsi, il est possible d'écrire ∂p en fonction des différentes composantes du vecteur de départ $\partial \boldsymbol{U}$. De la même manière, les différentes composantes de $\partial \boldsymbol{V}$ peuvent s'écrire comme des combinaisons de $\partial \boldsymbol{U}$, de telle sorte qu'elles vérifient,

$$\partial \boldsymbol{V} = \boldsymbol{L}\partial \boldsymbol{U} \qquad \partial \boldsymbol{U} = \boldsymbol{L}^{-1}\partial \boldsymbol{V} \ , \tag{B.17}$$

avec,

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 & -\frac{u}{\rho} \\ 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & -\frac{v}{\rho} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & -\frac{w}{\rho} \\ -\beta u & -\beta v & -\beta w & \beta & \beta e_c + \chi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{B.18}$$

Ainsi, les équations de Navier-Stokes écrites sous la forme quasi-linéaire, Eq. (B.4), se réécrivent sous la forme suivante,

$$\frac{\boldsymbol{L}^{-1}\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \overline{\overline{A}}\frac{\boldsymbol{L}^{-1}\partial \boldsymbol{V}}{\partial x} + \overline{\overline{B}}\frac{\boldsymbol{L}^{-1}\partial \boldsymbol{V}}{\partial y} + \overline{\overline{C}}\frac{\boldsymbol{L}^{-1}\partial \boldsymbol{V}}{\partial z} = \boldsymbol{S}_v \ , \tag{B.19}$$

En multipliant par la matrice L, le système d'Eq. (B.19) est finalement écrit sous sa forme primitive,

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \overline{\overline{A}}_L\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial x} + \overline{\overline{B}}_L\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial y} + \overline{\overline{C}}_L\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z} = \boldsymbol{L}\boldsymbol{S}_v \ , \tag{B.20}$$

avec,

$$\overline{\overline{A}}_L = \boldsymbol{L}\overline{\overline{A}}\boldsymbol{L}^{-1} \quad \overline{\overline{B}}_L = \boldsymbol{L}\overline{\overline{B}}\boldsymbol{L}^{-1} \quad \overline{\overline{C}}_L = \boldsymbol{L}\overline{\overline{C}}\boldsymbol{L}^{-1} \ , \tag{B.21}$$

La deuxième étape est juste une projection du repère global (x, y, z) vers un repère local. Dans le cadre des conditions limites, ce repère est celui lié au nœud de la condition limite (n, t_1, t_2), avec n le vecteur normal à la paroi, et t_1 et t_2 deux vecteurs tangentiels. Le passage de l'un à l'autre est bien plus rapide, s'agissant uniquement d'une rotation des trois premières composantes.

Cette étape suit l'équation suivante,

$$\partial \boldsymbol{V_n} = \boldsymbol{\Omega}\partial \boldsymbol{V} \qquad \partial \boldsymbol{V} = \boldsymbol{\Omega}^{-1}\partial \boldsymbol{V_n} \ , \tag{B.22}$$

avec,

$$\boldsymbol{\Omega_L} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 & 0 \\ t_{1x} & t_{1y} & t_{1z} & 0 & 0 \\ t_{2x} & t_{2y} & t_{2z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} , \tag{B.23}$$

où n_x, n_y, n_z et t_{1x}, t_{1y}, t_{1z} et t_{2x}, t_{2y}, t_{2z} sont les différents coefficients de la matrice de rotation.

De la même manière que pour la première étape, le système d'Eq. (B.20) peut s'écrire sous sa forme primitive dans le repère local de la manière suivante,

$$\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega}\overline{\overline{A}}_L\boldsymbol{\Omega}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial x} + \boldsymbol{\Omega}\overline{\overline{B}}_L\boldsymbol{\Omega}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial y} + \boldsymbol{\Omega}\overline{\overline{C}}_L\boldsymbol{\Omega}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial z} = \boldsymbol{\Omega L S}_v \ . \tag{B.24}$$

Cette rotation effectuée, il est possible d'écrire le système précédent en considérant maintenant les gradients locaux,

$$\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial t} + \overline{\overline{A}}_\Omega\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial n} + \overline{\overline{B}}_\Omega\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial t_1} + \overline{\overline{C}}_\Omega\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial t_2} = \boldsymbol{\Omega L S}_v \ , \tag{B.25}$$

avec,

$$\begin{aligned} \overline{\overline{A}}_\Omega &= \boldsymbol{\Omega}\left(n_x\overline{\overline{A}}_L + n_y\overline{\overline{B}}_L + n_z\overline{\overline{C}}_L\right) \ , \\ \overline{\overline{B}}_\Omega &= \boldsymbol{\Omega}\left(t_{1_x}\overline{\overline{A}}_L + t_{1_y}\overline{\overline{B}}_L + t_{1_z}\overline{\overline{C}}_L\right) \ , \\ \overline{\overline{C}}_\Omega &= \boldsymbol{\Omega}\left(t_{2_x}\overline{\overline{A}}_L + t_{2_Y}\overline{\overline{B}}_L + t_{2_z}\overline{\overline{C}}_L\right) \ . \end{aligned} \tag{B.26}$$

Enfin la dernière étape consiste à diagonaliser la matrice $\overline{\overline{A}}_\Omega$, ce qui revient à effectuer la transformation pour passer du vecteur $\partial \boldsymbol{V_n}$ au vecteur $\partial \boldsymbol{W}$,

$$\partial \boldsymbol{W} = \boldsymbol{M}\partial \boldsymbol{V_n} \quad \text{et} \quad \partial \boldsymbol{V_n} = \boldsymbol{M}^{-1}\partial \boldsymbol{W} \ , \tag{B.27}$$

avec,

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho c} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \frac{1}{\rho c} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{c^2} & 1 \end{bmatrix} \quad , \quad \boldsymbol{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\rho c}{2} & \frac{\rho c}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho}{2c} & \frac{\rho}{2c} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{B.28}$$

Le système d'équation est alors écrit sous forme caractéristique,

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} + \boldsymbol{M}\overline{\overline{B}}_\Omega\boldsymbol{M}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t_1} + \boldsymbol{M}\overline{\overline{C}}_\Omega\boldsymbol{M}^{-1}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t_2} = \boldsymbol{M\Omega L S}_v \ , \tag{B.29}$$

avec,

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{M}\overline{\overline{A}}_{\Omega}\boldsymbol{M}^{-1} = \begin{bmatrix} u_n + c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_n - c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_n \end{bmatrix} , \tag{B.30}$$

De manière simplifiée, il est possible de réécrire l'Eq. (B.29) sous la forme suivante,

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} = \overline{\overline{\boldsymbol{S}}}_v - \overline{\overline{\boldsymbol{T}}} , \tag{B.31}$$

où $\overline{\overline{\boldsymbol{S}}}_v$ et $\overline{\overline{\boldsymbol{T}}}$ représentent le regroupement des termes visqueux et transverses respectivement.

Le système d'Eqs. (B.31) n'est pas soluble en tant que tel. En effet, les équations de Navier-Stokes ne sont pas des équations hyperboliques. Par conséquent, il est nécessaire de faire des approximations.

Afin de s'affranchir de ce problème, l'idée est de ne pas considérer les termes visqueux ou les deux termes transverses à la condition limite. C'est l'approximation *Local One Dimensional Inviscid* (LODI). Le système d'Eqs. (B.31) devient alors,

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} = 0 , \tag{B.32}$$

Ce système d'équation est un système aux dérivées partielles hyperboliques, pour lequel il est assez facile de relier une variation temporelle avec un gradient spatial.

Ce nouveau système écrit sous forme caractéristique peut aussi s'écrire sous forme primitive locale,

$$\frac{\partial \boldsymbol{V_n}}{\partial t} + \boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D}\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial n} = 0 , \tag{B.33}$$

ou de manière détaillée,

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_n}{\partial t} + \dfrac{1}{2}(\mathscr{L}_1 - \mathscr{L}_2) = 0 , \\ \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial t} + \mathscr{L}_3 = 0 , \\ \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial t} + \mathscr{L}_4 = 0 , \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} + \dfrac{\rho c}{2}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) = 0 , \\ \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\rho}{2c}(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2) + \mathscr{L}_5 = 0 . \end{cases} \tag{B.34}$$

Les différentes $\mathscr{L}_i$ sont reliées aux composantes du vecteur $\partial \boldsymbol{W}$ de la manière suivante,

$$\begin{cases} \mathscr{L}_1 = \lambda_1 \dfrac{\partial W_1}{\partial n} = \lambda_1 \left(\dfrac{1}{\rho c} \dfrac{\partial p}{\partial n} + \dfrac{\partial u_n}{\partial n} \right) , \\ \mathscr{L}_2 = \lambda_2 \dfrac{\partial W_2}{\partial n} = \lambda_2 \left(\dfrac{1}{\rho c} \dfrac{\partial p}{\partial n} - \dfrac{\partial u_n}{\partial n} \right) , \\ \mathscr{L}_3 = \lambda_3 \dfrac{\partial W_3}{\partial n} = \lambda_3 \dfrac{\partial u_{t_1}}{\partial n} , \\ \mathscr{L}_4 = \lambda_4 \dfrac{\partial W_4}{\partial n} = \lambda_4 \dfrac{\partial u_{t_2}}{\partial n} , \\ \mathscr{L}_5 = \lambda_5 \dfrac{\partial W_5}{\partial n} = \lambda_5 \left(\dfrac{\partial \rho}{\partial n} - \dfrac{1}{c^2} \dfrac{\partial p}{\partial n} \right) , \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \lambda_1 = (u_n + c) , \\ \lambda_2 = (u_n - c) , \\ \lambda_3 = u_n , \\ \lambda_4 = u_n , \\ \lambda_5 = u_n . \end{cases} \tag{B.35}$$

Apparaissent alors différentes vitesses, les vitesses λ_1 et λ_2 qui correspondent aux ondes acoustiques, λ_3 et λ_4 qui représentent l'advection des ondes de cisaillement, liées à u_{t_1} et u_{t_2}, et λ_5 qui correspond à l'onde entropique de l'écoulement.

Il existe bien une succession d'opérations permettant de passer des équations des Navier-Stokes conservatives au système de variables caractéristiques. En considérant l'hypothèse LODI, il est possible de retrouver un système hyperbolique.

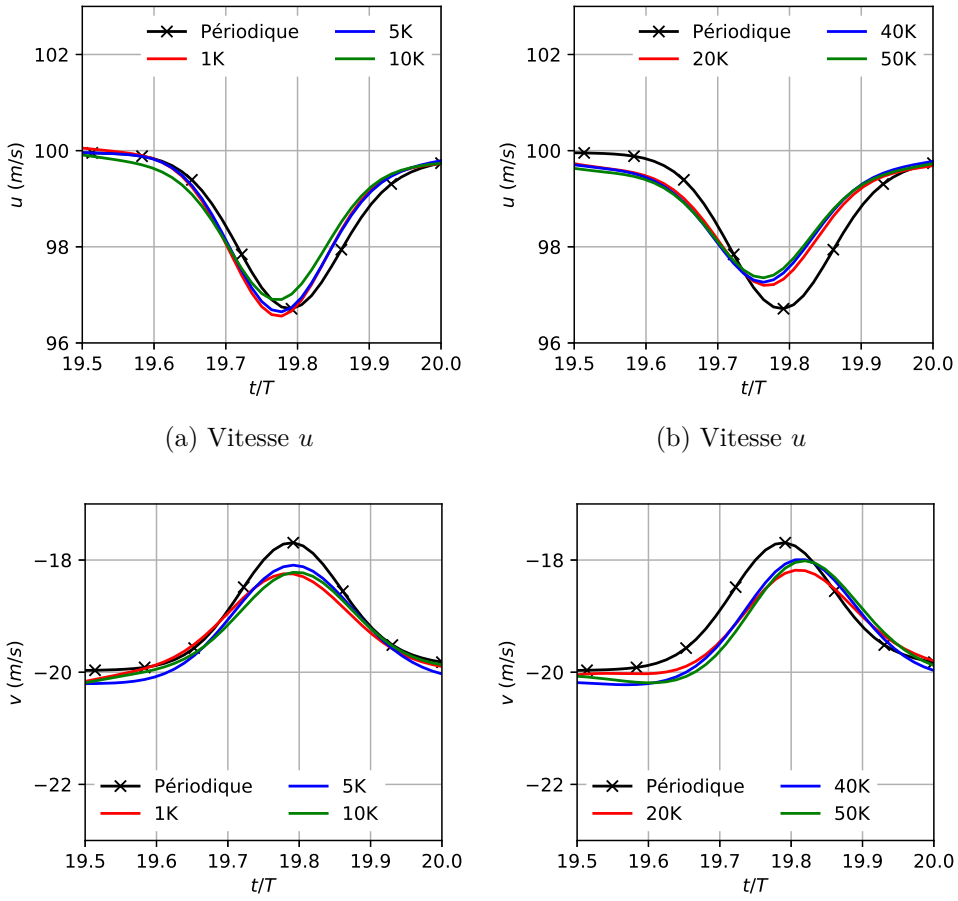
Annexe C

Effet de la variation de certains coefficients de relaxation indépendamment des autres

Jusqu'à présent, les coefficients de relaxations liés aux différences ondes entrantes et sortantes ont toujours été fixés de manière uniforme. Pour rappel, il s'agit d'une onde entropique, de deux ondes acoustiques, et de deux ondes de cisaillement (une seule dans un cas en deux dimensions). Une nouvelle idée consiste à prendre des coefficients différents pour chacune des ondes. A partir des conclusions précédentes, le coefficient de pression K_p des deux conditions limites azimutales est fixé à une valeur de 7000. Ce coefficient correspond à l'onde entrante lorsque la condition limite est une sortie. Pour limiter le nombre de simulations à effectuer, les autres coefficients de relaxation (*ie* le coefficient de température $K_{\mathbb{T}}$ et les deux coefficients de vitesse K_{u_n} et K_{u_t}) seront modifiés toujours de manière uniforme, et ce pour les deux conditions limites azimutales de toutes les simulations chorochroniques. Ces coefficients de relaxation vaudront successivement 1000, 5000, 10000, 20000, 40000 et 50000, et seront comparés à la simulation périodique de référence. La configuration et le reste des paramètres de ces simulations sont identiques à ceux de la Section 3.2.3. La même simulation périodique est sélectionnée comme étant la simulation de référence.

Des premières observations sont effectuées sur la sonde 1 (Fig. C.1), c'est à dire au milieu de la condition limite inférieure. Le profil de vitesse axial u est proche du cas de référence pour des valeurs des coefficients de relaxation assez faibles, et l'écart spatial augmente avec la valeur du coefficient. La même observation peut-être faite sur la vitesse transverse v (Figs. C.1 (c) & (d)), avec un décalage significatif du centre du sillage par rapport au cas périodique pour des coefficients de relaxations importants. La simulation qui semble donner les meilleurs résultats comparativement à la simulation périodique est la simulation $5K$. Il faut tout d'abord rappeler que cette condition limite, dans cette configuration, se comporte comme une sortie, et par conséquent, la seule onde entrante est l'onde ayant pour vitesse $c - u_n$. Cette onde entrante est corrigée par un travail sur la pression, dont le coefficient de relaxation est K_p fixé à 7000 pour les raisons de stabilité évoquées dans le Chapitre 3. Il est donc assez étonnant de voir une variation de ce profil

de vitesse qui devrait normalement ne pas être influencé par les variations des coefficients de relaxation $K_{\mathbb{T}}$, K_{u_n} et K_{u_t}.



(a) Vitesse u

(b) Vitesse u

(c) Vitesse v

(d) Vitesse v

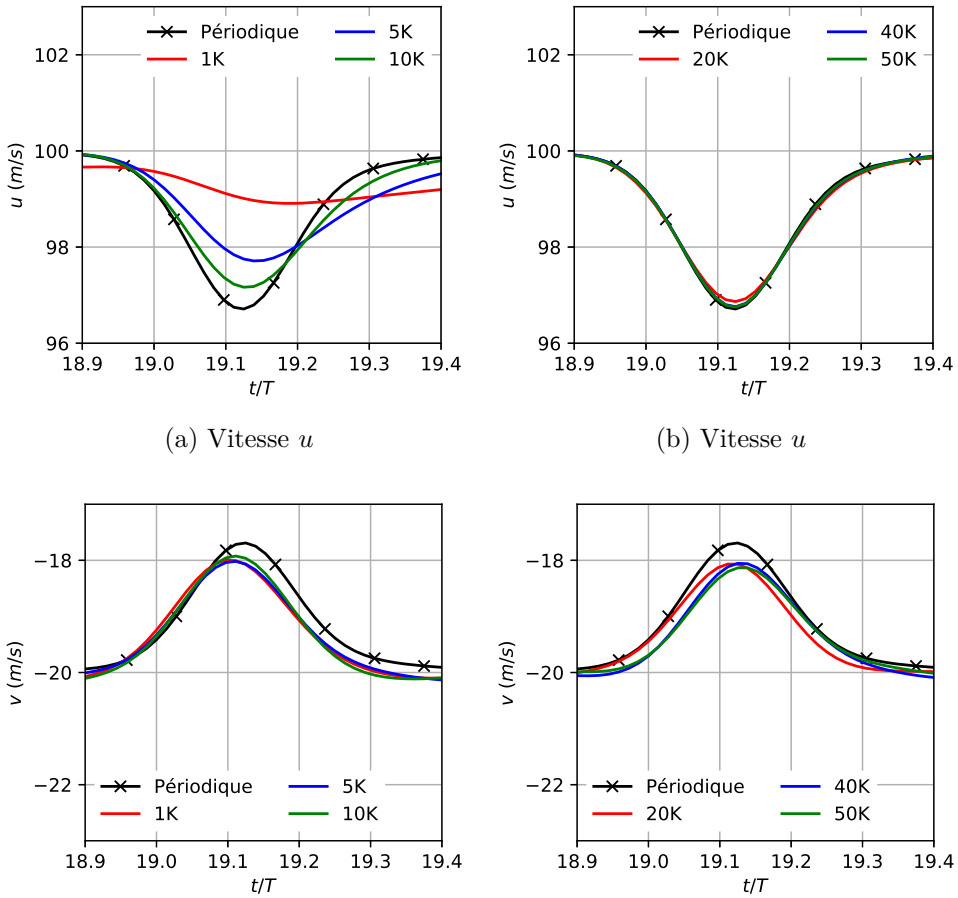
FIGURE C.1 – Variation de la vitesse pour la sonde 1 pour étudier les coefficients de relaxation à coefficient de pression fixé.

Ces variations viennent en fait de la correction du déphasage effectuée dans le Chapitre 3. En effet, cette correction supplémentaire t_{deph} est liée à une valeur de coefficient de relaxation (Eq. (D.8)). Si tous les coefficients sont pris de manière homogène, comme c'était le cas jusqu'à présent, il est possible de considérer n'importe lequel (*ie* K_p, $K_{\mathbb{T}}$, K_{u_n} ou K_{u_t}), la correction t_{deph} sera identique. Par contre, et c'est le cas ici, en faisant varier certains coefficients de relaxation indépendamment des autres, un décalage apparait. En pratique, le coefficient de référence a été fixé comme étant $K_{\mathbb{T}}$ dans le code de calcul AVBP. Le décalage important du centre du sillage observé sur les Figs. C.1 (b) & (d) s'explique alors simplement par le fait que la correction t_{deph}, qui devrait en théorie être calculée pour la condition limite de sortie à l'aide du coefficient K_p, est en réalité calculé à l'aide du coefficient $K_{\mathbb{T}}$. Or ce dernier varie en fonction du cas. Plus le coefficient $K_{\mathbb{T}}$ est élevé, plus la correction t_{deph} est faible, et donc plus le centre du sillage se décale.

Il faudrait idéalement avoir une correction qui soit dépendante de chacun des coefficients de relaxation pour pouvoir palier ce problème. Cependant, une telle différenciation

n'est pas envisageable, puisque cela signifierait de venir chercher l'information chorochronique à différents instants, et donc appliquer des valeurs cibles qui ne proviennent pas d'un même instant.

Le résultat de la deuxième sonde au niveau de la condition limite azimutale supérieure, qui se comporte comme une entrée, est par contre plus concluante (Fig. C.2). En effet, cette fois ci la correction t_{deph} qui est toujours calculée sur la base du coefficient de relaxation $K_{\mathbb{T}}$, est cohérente avec la théorie. Par conséquent, plus les coefficients de relaxation des ondes entrantes sont importantes, plus le signal est appliqué avec fidélité. Pour la vitesse axiale u, les profils de vitesses des simulations 40K et 50K sont superposés à celui de la simulation périodique de référence. En ce qui concerne la vitesse transverse v, l'amplitude est légèrement inférieure, mais le centre des sillages sont positionnés au même endroit.



(a) Vitesse u

(b) Vitesse u

(c) Vitesse v

(d) Vitesse v

FIGURE C.2 – Variation de la vitesse pour la sonde 2 pour étudier les coefficients de relaxation à coefficient de pression fixé.

Cette différenciation a donc à la fois un intérêt, mais aussi un inconvénient. Elle permet d'appliquer avec plus de fidélité l'information au niveau de la condition limite d'entrée tout en évacuant correctement les ondes parasites, mais elle implique une erreur sur la correction temporelle. De plus, il est difficile d'estimer la valeur de ces coefficients,

et pour cette raison, cette différentiation sera abandonnée, les coefficients seront systématiquement pris de manière uniforme pour une condition limite donnée.

Il existe cependant toujours des disparités importantes entre l'information appliquée par les conditions limites azimutales chorochroniques et l'équivalent périodique, notamment lorsqu'elles se comportent comme des conditions de sortie. De plus, seule une comparaison sur la vitesse a été étudiée jusque ici, puisque c'est celle qui semblait le plus intéressant, et parce que c'est l'une des grandeurs prescrite par les conditions limites. Certaines grandeurs, notamment la densité, ont leur valeur moyenne qui ne converge pas vers la valeur de la simulation périodique. Ce n'est pas surprenant, puisque les conditions limites prescrivent dans un cas la température, et la vitesse, dans l'autre la pression. Difficile dans ces conditions de contrôler la totalité des variables.

Annexe D

Prise en compte du déphasage lié à la relaxation

La manière d'appliquer l'information chorochronique passe par la méthode $NSCBC$, qui, comme vu précédemment, consiste à modifier les ondes entrantes. Ces ondes entrantes devraient être nulles en théorie, mais dans ce cas, aucun contrôle de la condition limite n'est possible. Une relaxation vers les valeurs cibles est donc nécessaire pour pouvoir contrôler cette information au niveau des bords du domaine. Selle *et al.* [216] propose de caractériser cette relaxation de manière physique. Un tube est considéré, semi-infini d'une part, et fermé à l'aide d'une condition limite $NSCBC$ de sortie d'autre part. La condition limite est une condition de sortie en pression, et $\mathscr{L}_2^C$ vérifie,

$$\mathscr{L}_2^C = \frac{K_p}{\rho c}(p - p^{cible}) \ , \tag{D.1}$$

avec la pression cible p^{cible} qui a pour valeur la pression du champs uniforme initial. De plus, pour la démonstration, une onde acoustique plane est créée et propagée de la partie semi-infinie en direction de la condition limite, de telle sorte qu'au niveau de cette dernière, l'onde, qui est une onde sortante relativement au domaine, vérifie,

$$\mathscr{L}_1 = \alpha i\omega e^{-i\omega t} \ , \tag{D.2}$$

avec α l'amplitude de l'onde et ω la pulsation. Or, la théorie détaillée dans l'Annexe B permet de lier la variation de pression à ces deux composantes $\mathscr{L}_1$ et $\mathscr{L}_2^C$, et s'écrit,

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho c}{2}\left(\mathscr{L}_1 + \mathscr{L}_2^C\right) = 0 \ . \tag{D.3}$$

En combinant les Eqs. (D.1), (D.2) & (D.3), la variation de pression s'écrit,

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \frac{\rho c}{2}\left(\alpha i\omega e^{-i\omega t} + \frac{K_p}{\rho c}\,\tilde{p}\right) = 0 \ , \tag{D.4}$$

avec $\tilde{p} = p - p^{cible}$. $\tilde{p}$ vérifie alors,

$$\tilde{p} = Ae^{-\frac{K_p t}{2}} - \frac{2\alpha\rho ci\omega}{2K_p - i\omega}e^{-i\omega t} \ , \tag{D.5}$$

avec A une constante fixée par les conditions initiales. Le terme $Ae^{-\frac{Kt}{2}}$ tend vers 0 lorsque t tend vers l'infini, et par la suite, ce terme n'est pas considéré pour calculer le coefficient de réflexion. Le coefficient de réflexion suit alors,

$$\mathcal{R} = \frac{\mathscr{L}_2^C}{\mathscr{L}_1} = \frac{-1}{1 - i\frac{2\omega}{K_p}} \ , \tag{D.6}$$

avec $\mathcal{R}$ le coefficient de réflexion à la condition limite. Ce coefficient complexe représente en réalité un filtre passe bas de premier ordre, de gain 1, et de pulsation de coupure $\frac{K_p}{2}$. L'amplitude et le phase de ce filtre sont définies de la manière suivante,

$$\begin{aligned} ||\mathcal{R}|| &= \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2\omega}{K_p}}} \ , \\ \phi &= -\pi - arctan\left(\frac{2\omega}{K_p}\right) \ , \end{aligned} \tag{D.7}$$

avec $||\mathcal{R}||$ l'amplitude du coefficient de relaxation et ϕ sa phase. Sans surprise, l'amplitude tend vers 0 lorsque le coefficient de relaxation est relativement faible, c'est à dire lorsque la pulsation de coupure est petite devant la pulsation de l'onde de pression étudiée. La condition limite va alors couper la majorité des fréquences, et être donc très peu réfléchissante (avec une condition non réfléchissante si $K_p = 0$). A l'inverse, l'amplitude tend vers 1 lorsque le coefficient de relaxation est relativement élevé. La condition limite ne va alors couper que très peu de fréquences, uniquement les fréquences les plus élevées, et réfléchir la majorité.

Le même genre de commentaire peut-être effectué au sujet de la phase, avec cette fois ϕ qui tend vers $-\pi$ si K_p est nul, et qui tend vers $-\frac{3\pi}{2}$ si K_p tend vers l'infini. Ce déphasage est très problématique dans le cas de l'utilisation de conditions limites $NSCBC$ dans le cadre de simulations chorochroniques. En effet, la phase idéale correspond à $\phi = -\pi$, le déphasage supplémentaire induit un décalage temporel de l'information à imposer. Enaux *et al.* [230] a montré que l'écart temporel vérifie,

$$t_{deph} = \frac{-\pi - \phi}{2\pi f} = \frac{arctan\left(\frac{2\pi f}{K_p}\right)}{2\pi f} \ , \tag{D.8}$$

avec t_{deph} le retard temporel lié au déphasage et $f = \frac{2\pi}{\omega}$ la fréquence liée à la pulsation de l'onde de pression. De nouveau, si K_p tend vers 0, t_{deph} tend aussi vers 0, tandis que si K_p tend vers l'infini, t_{deph} tend vers $\frac{1}{4f}$. Cela signifie que l'information qui devrait être appliquée à un temps donné t est en fait artificiellement appliquée au temps $t + t_{deph}$, à cause du déphasage de la condition limite. Ce phénomène n'impacte pas les conditions

limites qui utilisent des relaxations vers une valeur cible qui est constante dans le temps. Par contre, dans le cas de la chorochronie, il est important d'imposer au bon temps l'information, puisque les valeurs cibles ne sont pas stationnaires.

Il convient tout d'abord d'estimer la fréquence f dans le cadre de la configuration des sillages défilants. En effet, contrairement au cas de la perturbation de pression avec une pulsation ω de la publication de Selle [216], la fréquence dans ce cas est plus complexe à prendre en compte. L'idée est d'estimer le temps caractéristique du passage d'un sillage pour reconstituer une fréquence à partir de ce temps. La fréquence de passage des sillages peut sembler intéressante, mais elle n'est pas liée à la variation de l'information locale. Le sillage est formé à partir d'une fonction de Gauss, d'écart type σ. 3 largeurs caractéristiques L_{sil} sont en général considérées pour une fonction de Gauss, 2σ, 4σ et $2\sqrt{2ln(2)}\sigma$, la dernière étant la largeur de la fonction à mi hauteur. C'est dimensions caractéristiques ne représentent toutefois pas la trace réelle des sillages au niveau de la condition limite. En effet, sur la Fig. D.1, L_{sil} correspond à la largeur du sillage, mais la trace réelle est définie par L'_{sil}. $V_{0,sil}$ est la vitesse verticale de convection du sillage relativement au domaine, et vérifie,

$$V_{0,sil} = V_0 - V_{transl} \ . \tag{D.9}$$

De plus, pour des considérations géométriques, la valeur absolue de ces vitesses sera considérée.

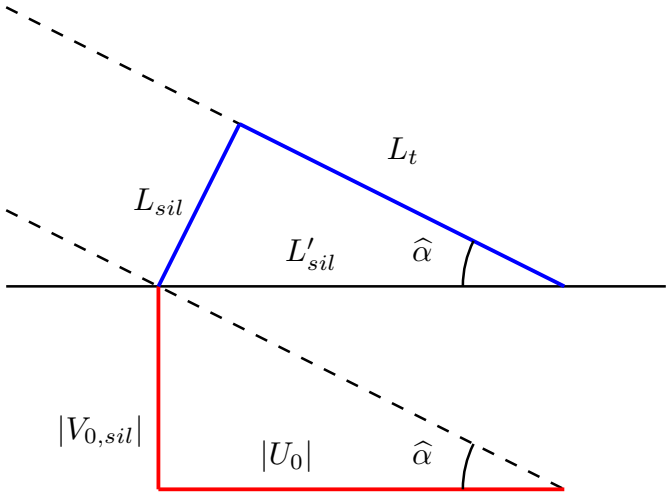


FIGURE D.1 – Représentation de la trace réelle du sillage au niveau d'un des bord azimutal.

L'_{sil} est calculée à l'aide des grandeurs du problème. En effet, géométriquement, en considérant les deux triangles rouge et bleu, et en remarquant que les angles $\widehat{\alpha}$ sont identique, puisqu'il s'agit de l'angle que fait le sillage avec la condition limite, il est possible de déterminer,

$$L_t = L_{sil}\frac{|U_0|}{|V_0|} \ , \tag{D.10}$$

et par conséquent,

$$L'_{sil} = L_{sil}\sqrt{1 + \frac{|U_0|}{|V_0 + V_{transl}|}} \ . \tag{D.11}$$

À partir de cette dimension caractéristique, le temps t_{sil} qui représente le temps de convection de cette dimension, et la fréquence f_{sil}, sont déterminés,

$$\begin{aligned} t_{sil} &= \frac{L'_{sil}}{|U_0|} \ , \\ f_{sil} &= \frac{|U_0|}{L'_{sil}} \ . \end{aligned} \tag{D.12}$$

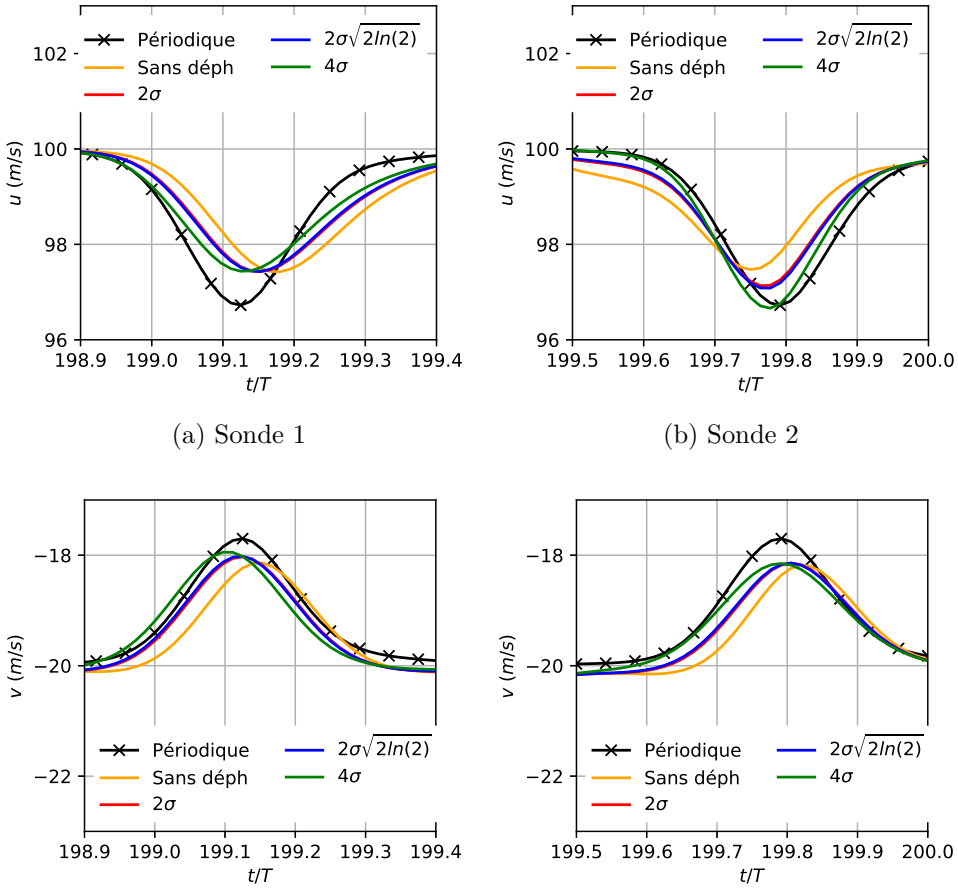
Enfin, le temps t_{deph} lié à cette fréquence peut être calculé en utilisant l'Eq. (D.8). L'ensemble de ces grandeurs pour les 3 largeurs caractéristiques du profil de Gauss sont détaillées dans la Table D.1, tout en sachant que $sigma = 0.006$, $|U_0| = 100\ m/s$ et $|V_0| = 20\ m/s$ pour cette configuration. De plus, la valeur de K_p tout comme toutes les valeurs des coefficients de relaxation des conditions limites azimutales sont fixées à 5000.

	$L_{sil}\ (m)$	$L'_{sil}\ (m)$	$t_{sil}\ (s)$	$f_{sil}\ (Hz)$	$t_{deph}\ (s)$
2σ	0.012	0.0187	1.8710^{-4}	5347	4.2410^{-5}
4σ	0.024	0.0374	3.7410^{-4}	2673	7.6310^{-5}
$2\sigma\sqrt{2ln(2)}$	0.014	0.022	2.210^{-4}	4542	4.910^{-5}

TABLE D.1 – Valeurs des différentes grandeurs caractéristiques des sillages aux bords azimutaux pour le calcul du temps de déphasage induit par la condition limite.

Une série de simulations est alors effectuée dans le but de les comparer, toujours sur le principe des sillages défilants imposés en entrée. Une simulation périodique de référence, et différentes simulations chorochronique, l'une d'elle sans correction du déphasage (notée Sans déph), et les 3 autres qui ont différentes corrections de déphasage (notées 2σ, $2\sigma\sqrt{2ln(2)}$ et 4σ). Pour ces 3 dernières simulations, le principe chorochronique reste le même, qui consiste à tout d'abord récupérer l'information au niveau du centre du domaine, le stocker pendant un certain temps, $t_{stock,1}$ ou $t_{stock,2}$, pour ensuite venir modifier les valeurs cibles de correction des ondes entrantes des $NSCBC$. Pour venir corriger le déphasage observé, plutôt que de stocker l'information pendant un temps $t_{stock,1}$ ou $t_{stock,2}$, l'information est stockée pendant un temps réduit, qui vaut alors $t_{stock,1} - t_{deph}$ ou $t_{stock,2} - t_{deph}$. Le reste des paramètres numériques et physiques et des données d'entrées sont identiques à celles de la Section 3.2.3.

Les résultats sont présentés sur la Fig. D.2, les figures du haut représentant la vitesse axiale u pour les deux sondes, et les figures du bas la vitesse tangentielle v. Pour rappel, la sonde 1 est positionnée sur le bord inférieur, la sonde 2 sur le bord supérieur. L'analyse porte uniquement sur l'écart temporel du minimum ou du maximum de vitesse, respectivement pour la vitesse u ou la vitesse v. Tout d'abord, il est essentiel de noter que sans aucun ajout de déphasage, qui correspond à la simulation présentée en orange sur les différentes figures, le décalage temporel est assez élevé.



(a) Sonde 1

(b) Sonde 2

(c) Sonde 1

(d) Sonde 2

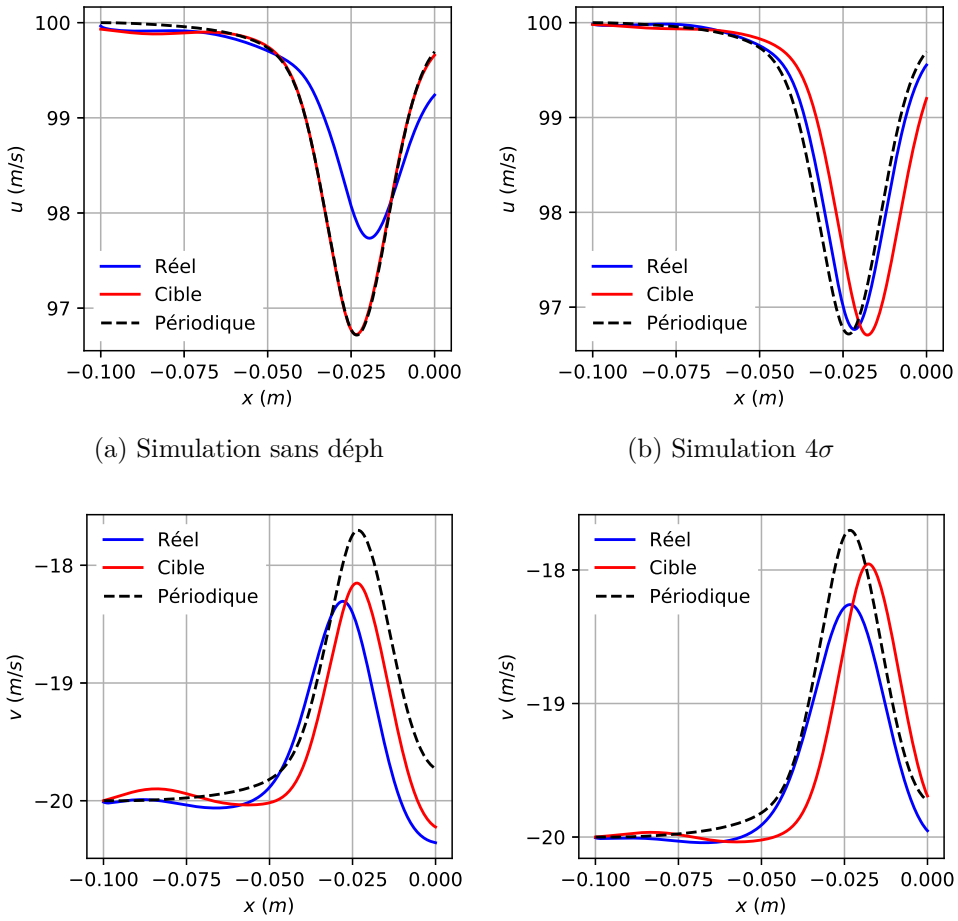
FIGURE D.2 – Variation de la vitesse au niveau des deux sondes pour étudier l'effet du déphasage sur le sillage au niveau des conditions limites NSCBC.

Quelle que soit la correction effectuée, et quelle que soit la sonde qui est observée, l'écart temporel entre le pic de la simulation périodique et celui des simulations chorochronique avec correction du déphasage est diminué en comparaison de la simulation sans déphasage. Cela montre que le déphasage était nécessaire pour pouvoir reconstruire l'information au temps correct. Ensuite, des 3 corrections, celle qui semble corriger au mieux l'écart semble clairement être celle qui correspond à la simulation 4σ. La correction semble trop importante au niveau de la sonde 1 pour la vitesse v, sans doute parce que la condition limite inférieure se comporte comme une sortie, et donc est pilotée par une unique onde entrante en pression, mais dans tous les autres cas, le décalage temporel est grandement amélioré.

Afin de confirmer l'importance de cet effet et sa correction, le profil de vitesse u et v, cible et réel, sont comparés au niveau du bord azimutal supérieur (sur la sonde 2) pour les simulations sans correction du déphasage et 4σ. Ces différents résultats sont présentés sur la Fig. D.3. Le profil cible correspond au signal chorochronique, récupéré au centre du domaine, et stocké pendant un temps $t_{stock,2}$ pour le cas de la simulation sans déphasage, et $t_{stock,2} - t_{deph}$ pour le cas de la simulation 4σ. Le profil réel correspond au profil qui émane de la condition limite, et qui est le résultat de la contribution du schéma numérique et de la contribution de la méthode $NSCBC$. tous ces signaux sont comparés au signal de la simulation périodique.

Comme évoqué précédemment, il existe systématiquement un décalage entre le profil de vitesse cible (courbe rouge) et le profil de vitesse réel appliqué à la condition limite (courbe bleu). Ici, le décalage est spatial, mais est à rapprocher du décalage temporel en considérant la vitesse de convection du sillage. C'est ce décalage qui est nécessaire d'anticiper pour pouvoir imposer au bon moment l'information chorochronique stockée. Sans surprise, le profil de vitesse cible pour le cas sans déphasage (Figs. D.3 (a) & (c)) montre que la coordonnée du centre du sillage selon x est identique au cas périodique. La différence d'amplitude de la vitesse v s'explique encore une fois par le fait que la topologie de l'écoulement pour les deux simulations sont différentes, générant certains accélérations ou décélérations qui modifient le profil de vitesse, même au centre du domaine. Le profil de vitesse réel pour cette simulation sans déphasage est alors naturellement décalé par rapport à la simulation périodique. Le fait que dans le cas de la vitesse u, le décalage selon x est dans un sens, et dans le cas de la vitesse v, le décalage est dans l'autre sens s'explique par l'adaptation de l'écoulement au niveau de la condition limite. Le traitement NSCBC n'imposant pas en dur l'information, l'écoulement est alors relativement libre.

En ce qui concerne la simulation 4σ (Figs. D.3 (b) & (d)), ce décalage spatial est corrigé. En effet, en venant chercher l'information à un temps différent, le profil cible est décalé dans l'espace. Cette correction permet ensuite après le traitement caractéristique de retrouver une position du centre du sillage bien plus proche du centre du sillage de la simulation périodique. La méthode proposée, qui vient corriger le temps de stockage en prenant en compte le déphasage généré par la condition limite NSCBC, permet alors bien de reproduire le profil de vitesse, et ce avec une cohérence spatiale (et donc temporelle) par rapport au profil de référence. Par la suite, c'est cette largeur caractéristique qui sera utilisée pour venir corriger le décalage.



(a) Simulation sans déph

(b) Simulation 4σ

(c) Simulation sans déph

(d) Simulation 4σ

FIGURE D.3 – Profil de vitesse au niveau de la sonde 2 pour caractériser l'effet du déphasage sur le sillage au niveau des conditions limites NSCBC, la courbe cible étant la valeur chorochronique et la courbe réel étant la valeur effectivement prescrite après traitement de la condition limite.

Ainsi, il a été possible de venir corriger le décalage temporel créé par la condition limite NSCBC, en venant chercher une information à un temps différent de celui préconisé dans la méthode chorochronique. Cette différence de temporalité est directement liée à la dimension caractéristique du sillage, et par extension à l'épaisseur de l'aube. Il s'agit maintenant de caractériser toute la partie liée à l'amplitude de l'information. En effet, pour l'instant, les coefficients de relaxations liés aux conditions limites azimutales étaient arbitrairement fixés à une valeur de 5000 pour pouvoir éviter les problèmes de résonance acoustiques du domaine décrits dans le Chapitre 3.

Annexe E

Etude sur le ratio de la méthode PTA

Présentation des différentes configurations étudiées

Sur la base de cette configuration, différentes simulations sont considérées :

- Une première simulation, appelée simulation **Perio**, se fait sur la base d'un secteur 11.25°.
- Une série de simulations, appelées **Pta22**, **Pta21**, **Pta11**, **Pta12** et **Pta31**, qui utilisent la méthode PTA sans aucune correction supplémentaire. Le premier chiffre de chacune des simulation correspond au nombre de passages du stator S1, le deuxième chiffre au nombre de passages du rotor R1. Ainsi par exemple le domaine de la simulation **Pta12** sera constitué d'un passage de stator pour deux passages de rotor.

Les différents ratios des simulations utilisant la méthode PTA sont détaillés dans la Table E.1. Il est difficile de comparer telle quelle les valeurs des ratios en terme de proximité avec sa valeur optimale de 1, notamment parce que certains sont supérieurs, d'autres inférieurs à cette valeur. Le ratio Rc est le ratio calculé de la manière suivante,

$$Rc = \begin{cases} \dfrac{H_s}{H_r} & \text{si } H_s > H_r \ , \\ \dfrac{H_r}{H_s} & \text{sinon} \ , \end{cases} \tag{E.1}$$

avec H_s la hauteur du domaine statique, H_r la hauteur du domaine mobile. Le ratio Rc les plus proches de 1, et donc celui qui est recommandé pour une utilisation optimale, est celui de la simulation **Pta21**, suivi par les trois simulations qui utilisent soit un simple soit un double passage (**Pta22** et **Pta11**). Enfin, les deux dernières simulations (**Pta12** et **Pta31**) ont des ratios puis plus importants, et ont été effectuées dans l'optique de voir l'effet de ratios importants sur les résultats des simulations.

Analyse globale des simulations

	Pta22	**Pta21**	**Pta11**	**Pta12**	**Pta31**
R	0.67	1.33	0.67	0.33	2
Rc	1.5	1.33	1.5	3	2

TABLE E.1 – Ratio et ratio corrigé des différentes simulations PTA.

La Table E.2 décrit les différences relatives de l'ensemble des simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**. Ces grandeurs proviennent de la moyenne des 3 plans 1, 2 et 3 de la Fig. 4.2, sur des champs moyennés en temps.

- Les 3 simulations **Pta22**, **Pta21** et **Pta11** sont les simulations PTA pour lesquels aucune correction supplémentaire n'est effectuée à l'interface, et qui ont un ratio relativement proche de 1. L'ensemble des écarts relatifs pour les grandeurs totales, et le débit réduit sont tous très proches de 0.. Le taux de pression et l'efficacité isentropique ont tous les deux, pour les 3 simulations, un écart relatif inférieur à 0.11%, ce qui confirme bien que les points de fonctionnements sont identiques.

- Les 2 dernières simulations **Pta12** et **Pta31** ont été effectuées dans l'optique de voir l'influence d'un ratio un peu plus éloigné de 1 que les autres simulations PTA. En effet, sur une machine réelle, il arrive que le ratio entre l'étendue azimutale d'un passage d'un stator et celle d'un passage d'un rotor soit supérieure à 2. Il est alors toujours possible de rajouter un passage pour réduire le ratio de la méthode, mais il était intéressant de voir l'influence du changement de ce ratio pour cette configuration précise. Pour rappel, la simulation **Pta12** possède un ratio de 0.33, et donc un ratio corrigé Rc de 3, tandis que la simulation **Pta31** a un ratio de 2. Dans l'ensemble, il semblerait que la simulation **Pta31**, qui a pourtant un ratio corrigé plus faible, donne des résultats plus éloignés de la simulation de référence. En particulier, au niveau du plan 2, à l'interface, la pression totale, ainsi que l'angle α ont des écarts plus significatifs. Une possible explication de cette tendance contre intuitive est la différence du sens de la transformation, visible sur les Figs. E.1 (a)-(b). Dans le cas de la simulation **Pta12**, en sachant que l'écoulement se dirige de la gauche vers la droite, la transformation aura un effet de contraction de l'espace pour l'information allant dans le sens de l'écoulement, et une dilatation de l'espace pour l'information allant dans le sens inverse. Pour la simulation **Pta31**, c'est l'inverse. Il est alors possible de supposer que la première configuration à moins d'impact que la deuxième sur l'écoulement, et donc que même à ratio plus important, les écarts avec la simulation de référence ne sont pas plus importants. Dans une moindre mesure, cette explication pourrait être utilisée pour expliquer pourquoi la simulation **Pta21** ne donne pas de meilleurs résultats, voir donne des résultats très légèrement moins bons, alors que le ratio corrigé Rc est plus proche de 1, que ceux des simulations **Pta22** et **Pta11**. En effet, la première simulation est dans le même cas en terme de sens de la transformation que la simulation **Pta31**, les deux dernières sont dans le même cas que la simulation **Pta12**. Ces différences restant extrêmement faibles, il se peut aussi que ces écarts soient dûs à des erreurs de mesures.

Pta22	Pta21	Pta11	Pta12	Pta31
-0.05 %	0.04 %	-0.05 %	-0.5 %	0.06 %
-0.35 %	0.3 %	-0.35 %	-0.06 %	1.11 %
-0.01 %	-0.0 %	-0.04 %	-0.01 %	-0.04 %

(a) Pression totale pour les plans 1, 2 et 3

Pta22	Pta21	Pta11	Pta12	Pta31
0.01 %	-0.01 %	0.0 %	0.08 %	-0.01 %
-0.08 %	0.09 %	-0.08 %	0.03 %	0.31 %
0.02 %	0.01 %	0.02 %	0.15 %	0.08 %

(b) Température totale pour les plans 1, 2 et 3

Pta22	Pta21	Pta11	Pta12	Pta31
-0.0 %	-0.01 %	-0.01 %	-0.0 %	-0.01 %
-0.07 %	-0.01 %	-0.09 %	0.07 %	0.04 %
-0.02 %	-0.12 %	-0.21 %	-0.07 %	-0.33 %

(c) Débit ρu pour les plans 1, 2 et 3

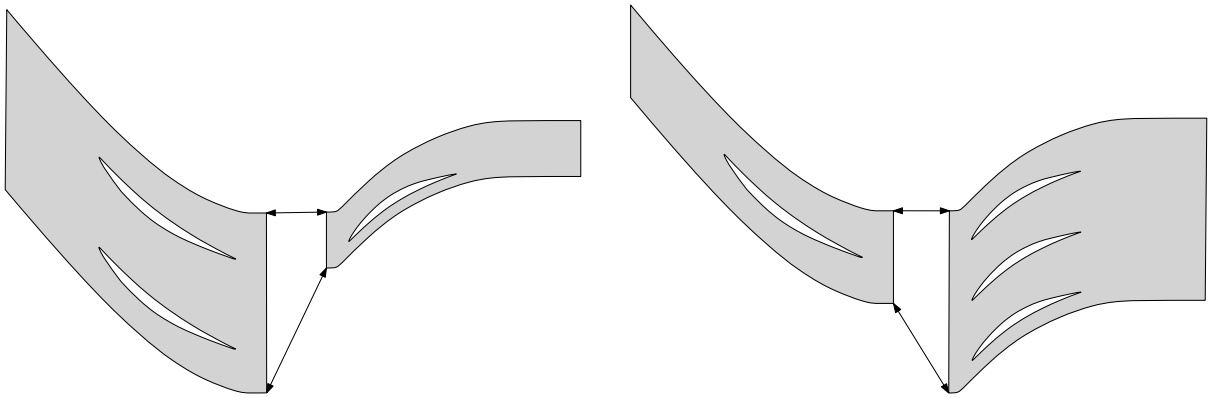
Pta22	Pta21	Pta11	Pta12	Pta31
-0.0 °	-0.01 °	-0.01 °	-0.0 °	-0.01 °
-0.14 °	0.1 °	-0.14 °	0.07 °	0.24 °
0.04 °	-0.12 °	0.04 °	-0.0 °	-0.06 °

(d) Angle absolu α pour les plans 1, 2 et 3

Pta22	Pta21	Pta11	Pta12	Pta31
0.05 %	-0.05 %	0.05 %	0.54 %	-0.07 %
0.04 %	-0.04 %	0.01 %	0.49 %	-0.1 %
-0.11 %	-0.1 %	-0.1 %	-0.48 %	-0.6 %

(e) Débit réduit du plan 1, taux de pression et efficacité isentropique

TABLE E.2 – Différences relatives des différentes simulations par rapport à la simulation de référence **Perio**.



(a) **Pta12** (b) **Pta31**

FIGURE E.1 – Schéma décrivant la différence de configuration pour un ratio supérieur à 1 à gauche et inférieur à 1 à droite.

Analyse des champs de l'écoulement des simulations Pta31 et Pta12

Une fois l'étude des grandeurs globale effectuée, et pour mieux comprendre les différents phénomènes ou différences observées, il s'agit de s'intéresser aux champs moyen et instantanés des différentes simulation.

Les simulations **Pta31** et **Pta12** ont chacune un ratio corrigé relativement élevé, 2 pour la première, 3 pour la seconde. Ces simulations ont été effectuées dans le but de voir l'impact de ces ratios corrigés sur l'écoulement, par rapport à la simulation **Perio**. Ces simulations seront aussi comparées à la simulation **Pta22**, qui sera utilisée comme référence des simulations PTA. Les Figs E.2 (a)-(l) représentent les champs moyennés en temps de la vitesse u, de la vitesse v et de la pression totale pour les 4 simulations, et les Figs E.2 (a)-(l) représentent les champs moyennés en temps des valeurs efficaces (ou RMS pour root mean square) de la vitesse u, de la vitesse v et de la pression totale pour les 4 simulations.

De manière générale, il est important de souligner que les valeurs moyennes des 4 simulations sont globalement très proches. Les simulations PTA permettent donc bien de reconstruire de manière fidèle la topologie de l'écoulement. Cette topologie est aussi respectée pour les simulations avec un ratio corrigé plus important, sans grande modification, qu'elle soit spatiale ou liée l'amplitude.

Au niveau de la vitesse axiale u, la simulation **Pta31** dévie légèrement le sillage du rotor vers le bas, tandis que l'amplitude de cette même vitesse pour la simulation **Pta12** diminue au voisinage de l'interface rotor stator, en comparaison de la simulation équivalente périodique **Perio**. Sans surprise, c'est la simulation **Pta22** qui donne les meilleurs résultats.

Au niveau de la vitesse transverse v, ici aussi, les simulations **Pta31** et **Pta12** procurent le plus de différences, dans le premier cas avec une augmentation de son amplitude,

dans le deuxième avec un décalage du profile de vitesse à l'interface et une décélération transverse juste avant le passage au niveau de l'autre domaine. La simulation **Pta22** voit sa vitesse transverse v légèrement impactée, avec une diminution de son amplitude au voisinage de l'interface.

Enfin, la pression totale est observée sur les Figs E.2 (i)-(l). Les perturbations sont clairement plus importantes pour cette grandeur, sans nul doute liées aux variations de pression qui peuvent apparaitre lorsque les grandeurs se réadaptent après la modification spatiale de ces dernières au travers de l'interface. Au niveau de l'impact, il est assez similaire, toujours plus important au niveau du domaine amont que du domaine aval. En particulier, les variations de la pression sont assez importantes pour la simulation **Pta12**, un peu moins pour la simulation **Pta31**. Bien que plus faibles, ces variations sont toujours présentes pour la simulation **Pta22**, ce qui démontre bien que cette méthode n'a pas un impact nul sur la simulation.

Une analyse similaire est effectuée sur les grandeurs efficaces. Ces grandeurs ont été obtenues selon l'équation suivante,

$$F_{rms} = \overline{F^2} - \overline{F}^2 \ , \tag{E.2}$$

avec F une grandeur quelconque (en l'occurrence les deux composantes de la vitesse et la pression totale), et l'opérateur $\bar{}$ qui constitue la moyenne temporelle de cette grandeur.

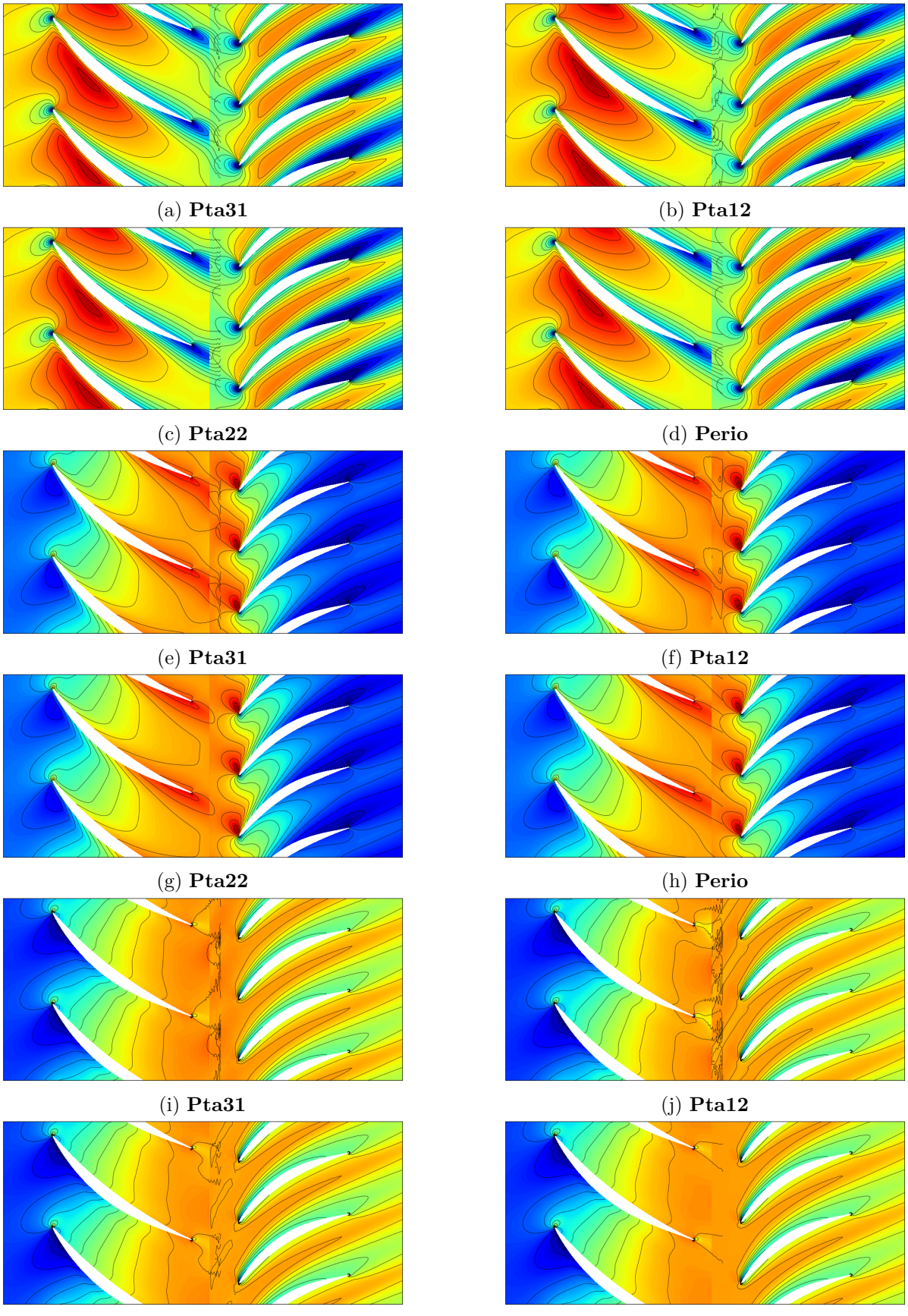
Pour les valeurs efficaces relatives à la vitesse axiale u (Figs E.3 (a)-(d)), les variations sont assez semblables pour les 4 simulations. Des iso-surfaces verticales apparaissent pour les deux premières simulations PTA, notamment présentes au niveau de l'entrée du domaine du stator, et elles seront aussi visibles sur les figures suivantes. Ces iso-surfaces sont les marqueurs de l'erreur effectuée lors de l'imposition des grandeurs après leur modification spatiale. Elles seront aussi visibles par exemple pour la simulation **Pta22** sur la vitesse transverse. Les valeurs RMS sur la vitesse sont plus faibles pour ces deux premières simulations après ces fameuses iso-surfaces, ce qui est le signe d'une destruction de la cohérence de certaines structures turbulentes par la méthode. Ce n'est pas du tout surprenant, puisque dans les deux cas, le ratio corrigé est élevé, ce qui signifie que les structures turbulentes voient leur taille doubler ou tripler dans la direction transverse (et à l'inverse être divisée par deux ou trois, tout dépend du domaine considéré). La simulation **Pta22** procure des résultats assez proches de la simulation de référence.

L'impact de la méthode est très variable sur la vitesse transverse. Dans le cas de la simulation **Pta31**, les fluctuations sont très importantes à l'arrière de l'interface rotor stator, ce qui se propage ensuite dans le canal inter-aube du stator. L'effet sur la simulation **Pta12** est totalement opposé. Les fluctuations sont détruites au passage de l'interface rotor stator dans le domaine du stator. Par contre, dans le domaine du rotor, les fluctuations semblent remonter légèrement. Pour rappel, pour la première simulation, le domaine du rotor est plus petit que le domaine du stator (2 fois), pour la deuxième simulation, le domaine du rotor est plus grand que le domaine du stator (3 fois). La conclusion est assez directe, les fluctuations semblent augmenter lorsque les structures voient leur taille augmenter dans la direction transverse. A l'inverse, lorsque les structures voient leur taille réduite dans la direction transverse, les fluctuations disparaissent.

C'est assez logique, puisque les petites structures ont plutôt tendance à se dissiper, là où de plus grosses structures sont plus énergétiques et créent des perturbations en se morcelant. La simulation **Pta22** est dans une configuration moins extrême que la simulation **Pta12** (le domaine du rotor est 1.5 fois plus grand que celui du stator), est c'est donc bien vers une destruction des structures que la méthode tend, ce qui est conforme avec ce qui est visible sur la Fig. E.3.

Enfin, le raisonnement peut se poursuivre pour la pression totale. A nouveau, la première simulation PTA donne une explosition des valeurs efficaces après l'interface rotor stator, une bonne partie venant sans doute de la composante dynamique de la pression totale. Ces fluctuations se propagent dans le domaine du stator. Pour la deuxième simulation PTA, cette fois encore, les fluctuations sont très rapidement détruites. Pour la troisième simulation, le résultat est assez proche de la simulation de référence, avec une zone où les fluctuations semblent un peu plus importantes juste derrière l'interface. Il est à noter que les fluctuations de pression totale diminuent plus dans la deuxième moitié du domaine du stator.

De manière générale, les deux simulations **Pta31** et **Pta12** donnent de moins bon résultats que la simulation **Pta22**, sans réelle surprise, puisque les ratios des premiers sont plus éloignés de 1 que celui du dernier. L'effet de la méthode sur les valeurs RMS est assez intéressante, puisqu'en fonction de la configuration (domaine amont plus ou moins grand que domaine aval), les fluctuations sont complètement différentes, parfois plus importantes car amplifiées par la dilatation spatiale, parfois moins importantes car détruites par la compression spatiale. Mais dans l'ensemble, les deux première simulation restent cohérentes avec l'écoulement de référence, notamment pour le champ moyen, et de tels ratio peuvent donc être utilisés de manière intelligente, par exemple pour initialiser un calcul.



(a) **Pta31** (b) **Pta12**

(c) **Pta22** (d) **Perio**

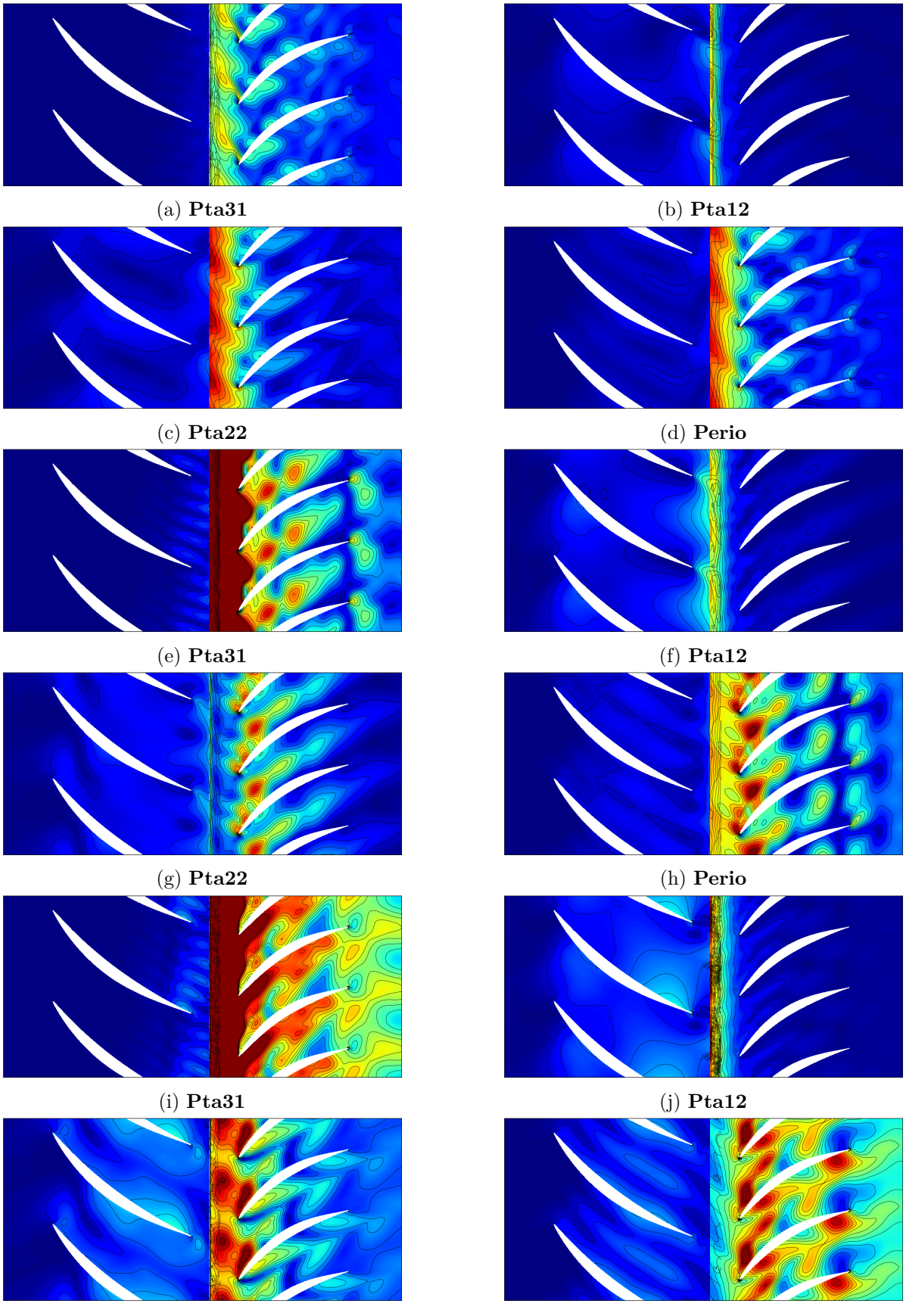
(e) **Pta31** (f) **Pta12**

(g) **Pta22** (h) **Perio**

(i) **Pta31** (j) **Pta12**

(k) **Pta22** (l) **Perio**

FIGURE E.2 – Champs moyens de la vitesse axiale, tangentielle et de la pression totale pour les simulations **Pta31**, **Pta12**, **Pta22** et **Perio**.



(a) **Pta31** (b) **Pta12**

(c) **Pta22** (d) **Perio**

(e) **Pta31** (f) **Pta12**

(g) **Pta22** (h) **Perio**

(i) **Pta31** (j) **Pta12**

(k) **Pta22** (l) **Perio**

FIGURE E.3 – Champs des valeurs efficaces de la vitesse axiale, tangentielle et de la pression totale pour les simulations **Pta31**, **Pta12**, **Pta22** et **Perio**.

Annexe F

Décomposition d'Adamczyk

N'importe quelle grandeur peut se décomposer en une contribution déterministe et une contribution non déterministe. En particulier, la vitesse axiale pet se décomposer selon l'équation suivante,

$$U(x,y,t) = U_0(x) + U_1(x,y) + U_2(x, y - V_{transl}t) + U_3(x,y,t) \ , \tag{F.1}$$

ou plutôt,

$$U_3(x,y,t) = U(x,y,t) - U_0(x) - U_1(x,y) - U_2(x, y - V_{transl}t) \ , \tag{F.2}$$

où

- U correspond à la vitesse axiale et dépend du temps et de l'espace,
- U_0 est la valeur de Y moyennée dans le temps et moyennée dans la direction transverse,
- U_1 est la valeur de U moyennée dans le temps, et qui rend compte de l'effet du repère fixe sur le problème, à laquelle est soustraite U_0
- U_2 est obtenue de manière similaire, c'est la valeur de U dans le repère relatif du rotor, et moyennée dans le temps, et qui rend compte de l'effet du repère mobile sur le problème, à laquelle est soustraite U_0
- enfin U_3 est la contribution non déterministe, puisqu'elle ne dépend ni des effets du rotor, ni des effets du stator.

Bibliographie

[1] R. Graves, *The Greek Myths - 92 – Daedalus and Talus*. John Buchanan-Brown, 1955. (Page 1)

[2] W. of Malmesbury, *Gesta regum Anglorum / The history of the English kings, ed. and trans. R. A. B. Mynors, R. M. Thomson, and M. Winterbottom*. Oxford Medieval Texts, 1998–9. (Page 1)

[3] L. de Vinci, *Codex sur le vol des oiseaux*. John Buchanan-Brown, 1955. (Page 1)

[4] J. Legrand, *Chronique de l'aviation*. éditions Chronique, 1991. (Page 1)

[5] O. Wright, "Telegram from orville wright in kitty hawk, n.c., to his father announcing four successful flights," 1903. (Page 1)

[6] "`www.universalis.fr`". (Page 2)

[7] A. Touyeras and M. Villain, "Aerodynamic Design and Test Result Analysis of a Three Stage Research Compressor," vol. Volume 5 : Turbo Expo 2004, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 589–597, 06 2004. (Pages 6 et 146)

[8] L. Euler, "Principes généraux du mouvement des fluides," *Mémoires de l'Academie des Sciences de Berlin*, vol. 11, pp. 274–315, 1757. (Page 10)

[9] L. Euler, "Principes généraux de l'état d'équilibre des fluides," *Mémoires de l'Academie des Sciences de Berlin*, vol. 11, pp. 217–273, 1757. (Page 10)

[10] L. Euler, "Continuation des recherches sur la théorie du mouvement des fluides," *Mémoires de l'Academie des Sciences de Berlin*, vol. 11, pp. 316–361, 1757. (Page 10)

[11] D. Christodoulou, "The euler equations of compressible fluid flow," *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 44, 2007. (Page 10)

[12] H. Navier, "Mémoire sur les lois du mouvement des fluides," *Mémoire de l'Académie Royale des Sciences*, vol. 6, pp. 389–416, 1823. (Page 11)

[13] G. G. Stokes, "On some cases of fluid motion," *Transactions of Cambridge Philosophical Society*, vol. 8, p. 287–305, 1843. (Page 11)

[14] S. B. Pope, *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000. (Pages 11 et 13)

[15] T. Poinsot and D. Veynante, *Theoretical and Numerical Combustion, 3rd Edition*. T. Poinsot, D. Veynante, 2011, 2011. (Pages 11, 17, 18, 19 et 106)

[16] R. L. Panton, *Incompressible Flow, 4th edition.* John Wiley & Sons Inc., 2013. (Page 12)

[17] W. Sutherland, "The viscosity of gases and molecular force," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 36, pp. 507–531, 1893. (Page 12)

[18] J. Fourier, *Théorie analytique de la chaleur.* Fimin Didot, père et fils, 1822. (Page 12)

[19] V. Gravemeier, "Current methods for the numerical simulation of turbulent flows," *CADFEM Infoplaner*, vol. 1, p. 44–45, 2007. (Page 14)

[20] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, vol. 2. DCW industries La Canada, CA, 1998. (Pages 13 et 15)

[21] A. Favre, "Equations des gaz turbulents compressibles," *J. de Mecanique*, vol. 4, no. 3, 1965. (Page 13)

[22] J. Boussinesq, *Essai sur la théorie des eaux courantes.* Imprimerie nationale, 1877. (Pages 14 et 18)

[23] W. Jones and B. E. Launder, "The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence," *International journal of heat and mass transfer*, vol. 15, no. 2, pp. 301–314, 1972. (Page 14)

[24] B. E. Launder and B. I. Sharma, "Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc," *Letters in heat and mass transfer*, vol. 1, no. 2, pp. 131–137, 1974. (Page 14)

[25] B. E. Launder, G. J. Reece, and W. Rodi, "Progress in the development of a reynolds-stress turbulence closure," *Journal of fluid mechanics*, vol. 68, no. 3, pp. 537–566, 1975. (Page 15)

[26] A. Fadai-Ghotbi, *Modélisation de la turbulence par approches URANS et hybride RANS-LES. Prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2007. (Page 15)

[27] W. C. Lasher and D. B. Taulbee, "On the computation of turbulent backstep flow," *International journal of heat and fluid flow*, vol. 13, no. 1, pp. 30–40, 1992. (Page 15)

[28] G. Iaccarino, A. Ooi, P. Durbin, and M. Behnia, "Reynolds averaged simulation of unsteady separated flow," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 24, no. 2, pp. 147–156, 2003. (Page 15)

[29] P. Catalano, M. Wang, G. Iaccarino, and P. Moin, "Numerical simulation of the flow around a circular cylinder at high reynolds numbers," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 24, pp. 463–469, aug 2003. (Page 15)

[30] A. Kolmogorov, "The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers," *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, vol. 30, pp. 301–305, 1941. (Page 16)

[31] J. Fontane and J. Cazalbou, "Physics of turbulence." (Page 16)

[32] A. N. Kolmogorov, "A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 13, no. 1, p. 82–85, 1962. (Page 16)

[33] M. Rai, "A direct numerical simulation of flow through a low pressure turbine stage," in *41st AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Jun 2011. (Page 16)

[34] D. Chapman, "Computatisnal aerodynamics development and outlook," *AIAA Journal*, vol. 17, pp. 1293–1313, dec 1979. (Page 17)

[35] U. Piomelli and E. Balaras, "Wall-layer models for large eddy simulations," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 34, pp. 349–374, jan 2002. (Page 17)

[36] R. Courant, K. Friedrichs, and H. Lewy, "Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik," *Mathematische annalen*, vol. 100, no. 1, pp. 32–74, 1928. (Page 17)

[37] P. Sagaut, *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows : An Introduction (Scientific Computation)*. Springer, 2005. (Pages 17 et 18)

[38] J. Smagorinsky, "General circulation experiments with the primitive equations," *Monthly Weather Review*, vol. 91, pp. 99–164, mar 1963. (Pages 19 et 149)

[39] F. Ducros, N. Franck, and T. Poinsot, "Wall-adapting local eddy-viscosity models for simulations in complex geometries," *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, vol. 4, 01 1998. (Page 19)

[40] F. Nicoud, "Defining wave amplitude in characteristic boundary conditions," *Journal of Computational Physics*, vol. 149, no. 2, pp. 418 – 422, 1999. (Pages 19 et 20)

[41] V. Moureau, *Simulation aux grandes échelles de l'aérodynamique interne des moteurs à piston*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2004. (Pages 20 et 146)

[42] CERFACS, "The AVBP HandBook." (Page 20)

[43] J. Denton and U. Singh, "Time marching methods for turbomachinery flow calculation," in *In Von Karman Inst. for Fluid Dyn. Appl. of Numerical Methods to Flow Calculations in Turbomachines 47 p*, 1979. (Page 21)

[44] A. P. Saxer and M. B. Giles, "Predictions of Three-Dimensional Steady and Unsteady Inviscid Transonic Stator/Rotor Interaction With Inlet Radial Temperature Nonuniformity," *Journal of Turbomachinery*, vol. 116, pp. 347–357, 07 1994. (Page 21)

[45] D. Bohn, S. Ausmeier, and J. Ren, "Investigation of the optimum clocking position in a two-stage axial turbine," *International Journal of Rotating Machinery*, vol. 2005, no. 3, pp. 202–210, 2005. (Page 22)

[46] M. M. Rai, "Navier-stokes simulations of rotor/stator interaction using patched and overlaid grids," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 3, pp. 387–396, 1987. (Page 22)

[47] S. Mathur, "Unsteady flow simulations using unstructured sliding meshes," in *Fluid Dynamics Conference*, p. 2333, 1994. (Page 22)

[48] J. W. Kim and D. J. Lee, "Characteristic interface conditions for multiblock high-order computation on singular structured grid," *AIAA journal*, vol. 41, no. 12, pp. 2341–2348, 2003. (Pages 22 et 98)

[49] R. Johnstone, L. Chen, and R. D. Sandberg, "A sliding characteristic interface condition for direct numerical simulations," *Computers & Fluids*, vol. 107, pp. 165–177, 2015. (Pages 22 et 98)

[50] E. Peers, X. Zhang, and J. W. Kim, "Patched characteristic interface condition for high-order multiblock aeroacoustic computation," *AIAA Journal*, vol. 48, no. 11, pp. 2512–2522, 2010. (Page 22)

[51] J. Benek, J. Steger, F. Dougherty, and P. Buning, "Pg 1986 chimera. a grid-embedding technique," tech. rep., DTIC Document. 68, 206, 1986. (Page 22)

[52] G. Wang, F. Duchaine, D. Papadogiannis, I. Duran, S. Moreau, and L. Y. Gicquel, "An overset grid method for large eddy simulation of turbomachinery stages," *Journal of Computational Physics*, vol. 274, pp. 333–355, oct 2014. (Pages 23, 24, 43, 57 et 147)

[53] A. Toselli and O. Widlund, *Domain decomposition methods-algorithms and theory*, vol. 34. Springer Science & Business Media, 2004. (Page 23)

[54] J. de Laborderie, F. Duchaine, L. Gicquel, O. Vermorel, G. Wang, and S. Moreau, "Numerical analysis of a high-order unstructured overset grid method for compressible les of turbomachinery," *Journal of Computational Physics*, vol. 363, pp. 371–398, 2018. (Page 24)

[55] M. A. Mayorca, J. A. De Andrade, D. M. Vogt, H. Mårtensson, and T. H. Fransson, "Effect of scaling of blade row sectors on the prediction of aerodynamic forcing in a highly loaded transonic compressor stage," *Journal of turbomachinery*, vol. 133, no. 2, 2011. (Page 25)

[56] J. Erdos and E. Alzner, "Computation of unsteady transonic flows through rotating and stationary cascades, vol. 1-method of analysis," *NASA CR 2900*, 1977. (Pages 26, 27, 31, 80 et 81)

[57] L. He, "An Euler Solution for Unsteady Flows Around Oscillating Blades," *Journal of Turbomachinery*, vol. 112, pp. 714–722, 10 1990. (Pages 27, 28, 32 et 175)

[58] G. Mouret, N. Gourdain, and L. Castillon, "Adaptation of phase-lagged boundary conditions to large eddy simulation in turbomachinery configurations," *Journal of Turbomachinery*, vol. 138, p. 041003, dec 2015. (Pages 27, 28 et 32)

[59] G. Mouret, *Adaptation of phase-lagged boundary conditions to large-eddy simulation in turbomachinery configuration*. PhD thesis, INPT, 2016. (Pages 28 et 32)

[60] T. Biesinger, C. Cornelius, C. Rube, A. Braune, R. Campregher, P. G. Godin, G. Schmid, and L. Zori, "Unsteady CFD Methods in a Commercial Solver for Turbomachinery Applications," vol. Volume 7 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 2441–2452, 06 2010. (Pages 28, 34, 78 et 90)

[61] D. Micallef, D. Witteck, A. Wiedermann, D. Kluß, and R. Mailach, "Three-Dimensional Viscous Flutter Analyses of a Turbine Cascade in Subsonic and Transonic Flows," vol. Volume 7 : Structures and Dynamics, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1441–1451, 06 2012. (Pages 28, 29, 32, 78 et 90)

[62] M. Koya and S. Kotake, "Numerical Analysis of Fully Three-Dimensional Periodic Flows Through a Turbine Stage," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 107, pp. 945–952, 10 1985. (Pages 29 et 31)

[63] H. D. Li and L. He, "Single-passage solution of three-dimensional unsteady flows in a transonic fan rotor," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A : Journal of Power and Energy*, vol. 215, no. 6, pp. 653–662, 2001. (Pages 29 et 32)

[64] M. Giovannini, M. Marconcini, A. Arnone, and F. Bertini, "Evaluation of unsteady computational fluid dynamics models applied to the analysis of a transonic high-pressure turbine stage," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A : Journal of Power and Energy*, vol. 228, no. 7, pp. 813–824, 2014. (Pages 29 et 32)

[65] J. P. Chen and J. Barter, "Comparison of time-accurate calculations for the unsteady interaction in turbomachinery stage," *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1998. (Pages 29, 31, 78, 90 et 91)

[66] M. A. Burgos and R. Corral, "Application of Phase-Lagged Boundary Conditions to Rotor/Stator Interaction," vol. Volume 1 : Aircraft Engine ; Marine ; Turbomachinery ; Microturbines and Small Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2001. V001T03A088. (Pages 29, 31 et 78)

[67] T. Guo, D. Zhou, and Z. Lu, "A double-passage shape correction method for predictions of unsteady flow and aeroelasticity in turbomachinery," *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 9, no. 4, p. 839–860, 2017. (Pages vii, 29, 32, 78, 90, 91 et 92)

[68] G. M. Villar, D. Lindblad, and N. Andersson, "Investigation of phase-lagged boundary conditions for turbulence resolving turbomachinery simulations," in *AIAA AVIATION 2020 FORUM*, 2020. (Pages 29, 32 et 90)

[69] G. M. Laskowski, J. Kopriva, V. Michelassi, S. Shankaran, U. Paliath, R. Bhaskaran, Q. Wang, C. Talnikar, Z. J. Wang, and F. Jia, "Future directions of high fidelity CFD for aerothermal turbomachinery analysis and design," in *46th AIAA Fluid Dynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2016. (Page 29)

[70] N. Gourdain, F. Sicot, F. Duchaine, and L. Gicquel, "Large eddy simulation of flows in industrial compressors : a path from 2015 to 2035," *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 372, jul 2014. (Page 29)

[71] C. P. Arroyo, J. Dombard, F. Duchaine, L. Gicquel, B. Martin, N. Odier, and G. Staffelbach, "Towards the large-eddy simulation of a full engine : Integration of a 360 azimuthal degrees fan, compressor and combustion chamber. part i : Methodology and initialisation," *Journal of the Global Power and Propulsion Society*, vol. 2021, no. May, pp. 1–16, 2021. (Page 29)

[72] H. D. Li and L. He, "Toward Intra-Row Gap Optimization for One and Half Stage Transonic Compressor," *Journal of Turbomachinery*, vol. 127, pp. 589–598, 01 2005. (Pages 29 et 32)

[73] D. Van Zante, J. Chen, M. Hathaway, and R. Chriss, "The Influence of Compressor Blade Row Interaction Modeling on Performance Estimates From Time-Accurate, Multistage, Navier–Stokes Simulations," *Journal of Turbomachinery*, vol. 130, 01 2008. 011009. (Pages 29 et 32)

[74] L. Castillon, "Evaluation of a multiple frequency phase lagged method for unsteady numerical simulations of multistage turbomachinery," in *28th International Congress of the Aeronautic Science*, ICAS, Sep 2012. (Pages 29 et 32)

[75] J. M. Tyler and T. G. Sofrin, "Axial flow compressor noise studies," in *Pre-1964 SAE Technical Papers*, SAE International, jan 1962. (Pages 30, 35 et 154)

[76] J. I. Erdos, E. Alzner, and W. McNally, "Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage," *AIAA Journal*, vol. 15, pp. 1559–1568, nov 1977. (Pages 31 et 80)

[77] H. P. Hodson, "An Inviscid Blade-to-Blade Prediction of a Wake-Generated Unsteady Flow," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 107, pp. 337–343, 04 1985. (Page 31)

[78] J. P. Lewis, R. A. Delaney, and E. J. Hall, "Numerical Prediction of Turbine Vane-Blade Aerodynamic Interaction," *Journal of Turbomachinery*, vol. 111, pp. 387–393, 10 1989. (Page 31)

[79] G. A. Gerolymos and V. Chapin, "Generalized expression of chorochronic periodicity in turbomachinery blade-row interaction," *La Recherche Aérospatiale n°5*, pp. 69–73, 1991. (Pages 31, 81 et 82)

[80] G. A. Gerolymos, "Advances in the Numerical Integration of the Three-Dimensional Euler Equations in Vibrating Cascades," *Journal of Turbomachinery*, vol. 115, pp. 781–790, 10 1993. (Page 31)

[81] J. P. Chen, M. L. Celestina, and J. J. Adamczyk, "A New Procedure for Simulating Unsteady Flows Through Turbomachinery Blade Passages," in *Volume 1 : Turbomachinery*, 06 1994. V001T01A061. (Page 31)

[82] J. P. Chen and W. R. Briley, "A Parallel Flow Solver for Unsteady Multiple Blade Row Turbomachinery Simulations," vol. Volume 1 : Aircraft Engine ; Marine ; Turbomachinery ; Microturbines and Small Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2001. V001T03A044. (Page 31)

[83] T. Chen, P. Vasanthakumar, and L. He, "Analysis of unsteady blade row interaction using nonlinear harmonic approach," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 17, no. 3, pp. 651–658, 2001. (Pages 31 et 36)

[84] K. V. Rao, R. A. Delaney, and M. G. Dunn, "Vane-blade interaction in a transonic turbine. i - aerodynamics," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 10, no. 3, pp. 305–311, 1994. (Page 31)

[85] R. I. Issa and M. A. Sadri, "Numerical Modeling of Unsteady Flow Through a Turbomachine Stage," vol. Volume 1 : Turbomachinery, 06 1998. V001T01A068. (Page 31)

[86] S. Ji and F. Liu, "Computation of flutter of turbomachinery cascades using a parallel unsteady navier-stokes code," in *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, vol. 78668, p. V005T14A010, American Society of Mechanical Engineers, 1998. (Page 31)

[87] S. Ji and F. Liu, "Flutter computation of turbomachinery cascades using a parallel unsteady navier-stokes code," *AIAA Journal*, vol. 37, no. 3, pp. 320–327, 1999. (Page 31)

[88] R. Srivastava, M. A. Bakhle, J. Keith, Theo G., and G. L. Stefko, "Application of Time-Shifted Boundary Conditions to a 3D Euler/Navier-Stokes Aeroelastic Code," vol. Volume 5 : Manufacturing Materials and Metallurgy ; Ceramics ; Structures and Dynamics ; Controls, Diagnostics and Instrumentation ; Education, 06 1998. V005T14A009. (Pages 31 et 32)

[89] R. Srivastava, M. A. Bakhle, J. Keith, Theo G., and G. L. Stefko, "Phase-Lagged Boundary Condition Methods for Aeroelastic Analysis of Turbomachines : A Comparative Study," vol. Volume 4 : Manufacturing Materials and Metallurgy ; Ceramics ; Structures and Dynamics ; Controls, Diagnostics and Instrumentation ; Education ; IGTI Scholar Award ; General, 06 1999. V004T03A005. (Pages 31 et 32)

[90] I. Tuncer, S. Weber, and W. Sanz, "Investigation of periodic boundary conditions in multi-passage cascade flows using overset grids," in *ASME Turbo Expo*, pp. 1–10, ., 1998. Paper No. : ASME 98-GT-11 ; ASME Turbo Expo ; Conference date : 10-06-1998. (Page 31)

[91] I. H. Tuncer, S. Weber, and W. Sanz, "Investigation of Periodic Boundary Conditions in Multipassage Cascade Flows Using Overset Grids," *Journal of Turbomachinery*, vol. 121, pp. 341–347, 04 1999. (Page 31)

[92] T. Volmar, B. Brouillet, H. Gallus, and H. Benetschik, "Time accurate 3d navier-stokes analysis of a 1 1/2 stage axial flow turbine," in *34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, 1998. (Page 31)

[93] S. Weber and M. F. Platzer, "A Navier-Stokes Analysis of the Stall Flutter Characteristics of the Buffum Cascade," vol. Volume 4 : Manufacturing Materials and Metallurgy ; Ceramics ; Structures and Dynamics ; Controls, Diagnostics and Instrumentation ; Education of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 05 2000. V004T03A028. (Page 31)

[94] U. Reinmöller, B. Stephan, S. Schmidt, and R. Niehuis, "Clocking Effects in a 1.5 Stage Axial Turbine—Steady and Unsteady Experimental Investigations Supported by Numerical Simulations ," *Journal of Turbomachinery*, vol. 124, pp. 52–60, 02 2001. (Page 31)

[95] U. Reinmöller, B. Stephan, S. Schmidt, and R. Niehuis, "Clocking Effects in a 1.5 Stage Axial Turbine : Steady and Unsteady Experimental Investigations Supported by Numerical Simulations," vol. Volume 1 : Aircraft Engine ; Marine ; Turbomachinery ; Microturbines and Small Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2001. V001T03A009. (Page 31)

[96] M. A. Burgos, J. Contreras, and R. Corral, "Validation of an Efficient Unstructured Time-Domain Rotor/Stator Interaction Method," vol. Volume 7 : Turbomachinery, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1587–1599, 06 2009. (Page 31)

[97] M. A. Burgos, J. Contreras, and R. Corral, "Efficient edge-based rotor/stator interaction method," *AIAA Journal*, vol. 49, no. 1, pp. 19–31, 2011. (Page 31)

[98] M. Sadeghi and F. Liu, "Computation of mistuning effects on cascade flutter," *AIAA Journal*, vol. 39, no. 1, pp. 22–28, 2001. (Page 31)

[99] L. Sbardella and M. Imregun, "Linearized Unsteady Viscous Turbomachinery Flows Using Hybrid Grids ," *Journal of Turbomachinery*, vol. 123, pp. 568–582, 02 2001. (Page 31)

[100] H. Thermann, S. Schmidt, C. Wei, and R. Niehuis, "A cfd package for the 3d navier-stokes computation of unsteady flows in turbomachines," *TASK Quarterly*, vol. 5, no. 4, pp. 537–547, 2001. (Page 31)

[101] M. A. Bakhle, J. S. Liu, J. Panovsky, J. Keith, Theo G., and O. Mehmed, "Calculation and Correlation of the Unsteady Flowfield in a High Pressure Turbine," vol. Volume 4 : Turbo Expo 2002, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 861–874, 06 2002. (Page 31)

[102] H. Doi and J. J. Alonso, "Fluid/Structure Coupled Aeroelastic Computations for Transonic Flows in Turbomachinery," vol. Volume 4 : Turbo Expo 2002, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 787–794, 06 2002. (Page 31)

[103] S. Plot, G. Billonnet, and C. Lionel, "Turbomachinery flow simulations using elsa software : Steady validations and first abilities for unsteady computations," in *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference &amp ; Exhibit*, 2002. (Page 31)

[104] X. Wang and J. P. Chen, "A post-processor to render turbomachinery flows using phase-lag simulations," in *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2004. (Page 31)

[105] P. P.-E. G.-J. Woisetschläger and W. S.-F. Heitmeir, "Numerical investigation of the unsteady flow through a transonic turbine stage using an innovative flow solver," in *Proceedings of the 6th European Conference on Turbomachinery, At Lille, France*, pp. 7–11, 2005. (Page 31)

[106] V. Aleksandrov and A. Osipov, "Numerical simulation of the unsteady aerodynamic interaction of two plane airfoil cascades," *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, vol. 46, no. 6, pp. 1061–1072, 2006. (Page 31)

[107] M. A. Nyukhtikov, A. A. Rossikhin, V. V. Sgadlev, and I. A. Brailko, "Numerical Method for Turbomachinery Tonal Noise Generation and Radiation Simulation Using CAA Approach," vol. Volume 6 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 887–894, 06 2008. (Page 31)

[108] L. di Mare, M. Imregun, and J. S. Green, "Effect of Real Geometry on Compressor Performance Predictions," vol. Volume 7 : Turbomachinery, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 263–271, 06 2009. (Page 31)

[109] S. Mata, L. Di Mare, I. Mehmet, and J. Green, "Generalised Single-Passage Multi-Bladerow Method for Turbomachinery Forced Response," vol. Volume 7 : Turbomachinery, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1685–1692, 06 2009. (Page 31)

[110] R. Phibel, L. di Mare, J. S. Green, and M. Imregun, "Numerical Investigation of Labyrinth Seal Aeroelastic Stability," vol. Volume 6 : Structures and Dynamics, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 573–583, 06 2009. (Page 31)

[111] V. Shyam, A. Ameri, D. F. Luk, and J.-P. Chen, "3-d unsteady simulation of a modern high pressure turbine stage using phase lag periodicity : Analysis of flow and heat transfer," in *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, vol. 48845, pp. 1039–1049, 2009. (Page 31)

[112] G. Legras, N. Gourdain, I. Tre´binjac, and X. Ottavy, "Analysis of Unsteadiness on Casing Treatment Mechanisms in an Axial Compressor," vol. Volume 7 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 163–175, 06 2011. (Page 31)

[113] B. R. Green, R. M. Mathison, and M. G. Dunn, "Comparison of Harmonic and Time-Marching Unsteady CFD Solutions With Measurements for a Single Stage High-Pressure Turbine," vol. Volume 4 : Heat Transfer, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 721–735, 06 2012. (Pages 31 et 36)

[114] B. R. Green, R. M. Mathison, and M. G. Dunn, "Comparison of Harmonic and Time Marching Unsteady Computational Fluid Dynamics Solutions With Measurements for a Single-Stage High-Pressure Turbine," *Journal of Turbomachinery*, vol. 136, 09 2013. 011005. (Pages 31 et 36)

[115] H.-S. Im and G.-C. Zha, "Simulation of Non-Synchronous Blade Vibration of an Axial Compressor Using a Fully Coupled Fluid/Structure Interaction," vol. Volume 7 : Structures and Dynamics, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1395–1407, 06 2012. (Page 31)

[116] H.-S. Im and G.-C. Zha, "Flutter Prediction of a Transonic Fan With Travelling Wave Using Fully Coupled Fluid/Structure Interaction," vol. Volume 7B : Structures and Dynamics of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2013. V07BT33A003. (Page 31)

[117] H. Im and G. Zha, "Prediction of a transonic rotor fluid/structure interaction with a travelling wave using a phase-lag boundary condition," in *51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2013. (Page 31)

[118] D. R. Grates, P. Jeschke, and R. Niehuis, "Numerical Investigation of the Unsteady Flow Inside a Centrifugal Compressor Stage With Pipe Diffuser," vol. Volume 6C : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2013. V06CT40A013. (Page 31)

[119] D. R. Grates, P. Jeschke, and R. Niehuis, "Numerical Investigation of the Unsteady Flow Inside a Centrifugal Compressor Stage With Pipe Diffuser," *Journal of Turbomachinery*, vol. 136, 09 2013. 031012. (Page 31)

[120] G. Delattre and F. Falissard, "Influence of torque ratio on counter-rotating open-rotor interaction noise," *AIAA Journal*, vol. 53, no. 9, pp. 2726–2738, 2015. (Page 31)

[121] G. Delattre, F. Falissard, L. Vion, and L. Jacquin, "Open rotor interaction noise reduction through front rotor wake modification," *International Journal of Aeroacoustics*, vol. 15, no. 1-2, pp. 207–227, 2016. (Page 31)

[122] M. Gruber, T. Lonfils, C. Dumont, L. Vion, A. Dubois, and T. D. Mc Williams, "On the Fast Prediction of Open Rotor Tonal Interaction Noise," vol. Volume

2B : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2015. V02BT41A006. (Page 31)

[123] J. Yi and L. He, "Space–Time Gradient Method for Unsteady Bladerow Interaction—Part I : Basic Methodology and Verification," *Journal of Turbomachinery*, vol. 137, 09 2015. 111008. (Page 31)

[124] J. Yi and L. Capone, "Adjoint-Based Sensitivity Analysis for Unsteady Bladerow Interaction Using Space–Time Gradient Method," *Journal of Turbomachinery*, vol. 139, 08 2017. 111008. (Page 31)

[125] J. Wang, N. Ge, and C. Sheng, "Analysis of swirling flow effects on the characteristics of unsteady hot-streak migration," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 29, no. 6, pp. 1469–1476, 2016. (Pages 31 et 36)

[126] A. Marsan, I. Trébinjac, S. Moreau, and S. Coste, "Active flow control in a radial vaned diffuser for surge margin improvement : a multislot suction strategy," *International Journal of Rotating Machinery*, vol. 2017, 2017. (Page 31)

[127] F. Falissard, R. Boisard, R. Gaveriaux, G. Delattre, P. Gardarein, A. Chelius, S. Canard-Caruana, and Y. Mauffrey, "Influence of blade deformations on open-rotor low-speed and high-speed aerodynamics and aeroacoustics," *Journal of Aircraft*, vol. 55, no. 6, pp. 2267–2281, 2018. (Page 31)

[128] L. He, "An Euler Solution for Unsteady Flows Around Oscillating Blades," *Journal of Turbomachinery*, vol. 112, pp. 714–722, 10 1990. (Page 32)

[129] L. He, "Method of simulating unsteady turbomachinery flows with multiple perturbations," *AIAA Journal*, vol. 30, no. 11, pp. 2730–2735, 1992. (Page 32)

[130] L. He and J. D. Denton, "Three-Dimensional Time-Marching Inviscid and Viscous Solutions for Unsteady Flows Around Vibrating Blades," *Journal of Turbomachinery*, vol. 116, pp. 469–476, 07 1994. (Page 32)

[131] J. Marshall and M. Imregun, *An analysis of the aeroelastic behaviour of a typical fan-blade with emphasis on the flutter mechanism*, vol. 78767. American Society of Mechanical Engineers, 1996. (Page 32)

[132] H. D. Li and L. He, "Prediction of Flutter and Inlet Distortion Driven Response of a Transonic Fan Rotor Using Phase-Lagged Boundary Conditions," vol. Volume 4 : Manufacturing Materials and Metallurgy ; Ceramics ; Structures and Dynamics ; Controls, Diagnostics and Instrumentation ; Education ; IGTI Scholar Award of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2001. V004T03A035. (Page 32)

[133] H. D. Li and L. He, "Blade Aerodynamic Damping Variation With Rotor-Stator Gap : A Computational Study Using Single-Passage Approach," vol. Volume 4 : Turbo Expo 2003 of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 321–330, 06 2003. (Page 32)

[134] G. A. Gerolymos, G. J. Michon, and J. Neubauer, "Analysis and application of chorochronic periodicity in turbomachinery rotor/stator interaction computations," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 18, pp. 1139–1152, nov 2002. (Page 32)

[135] G. A. Gerolymos, "Filtered chorochronic interface as a capability for 3-d unsteady throughflow analysis of multistage turbomachinery," *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 27, no. 2, pp. 100–117, 2013. (Page 32)

[136] J. Neubauer, *Aérodynamique 3-D Instationnaire des Turbomachines Axiales Multi-Étages*. PhD thesis, Paris 6, 2004. (Pages 32 et 81)

[137] L. He, "On circumferential phase-shift condition for turbomachinery aerodynamic and aeromechanical applications," in *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2005. (Page 32)

[138] F. Martelli, P. Adami, S. Salvadori, K. S. Chana, and L. Castillon, "Aero-Thermal Study of the Unsteady Flow Field in a Transonic Gas Turbine With Inlet Temperature Distortions," vol. Volume 6 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1735–1747, 06 2008. (Page 32)

[139] S. Connell, M. Braaten, L. Zori, R. Steed, B. Hutchinson, and G. Cox, "A comparison of advanced numerical techniques to model transient flow in turbomachinery blade rows," in *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, vol. 54679, pp. 1241–1250, 2011. (Pages 32, 33, 34, 36 et 43)

[140] S. Connell, B. Hutchinson, P. Galpin, R. Campregher, and P. Godin, "The Efficient Computation of Transient Flow in Turbine Blade Rows Using Transformation Methods," vol. Volume 8 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 2631–2640, 06 2012. (Pages 32, 34 et 36)

[141] S. Connell, L. Zori, and S. Patil, "Modelling Strategies to Obtain the Forcing Function for a Forced Response Analysis," vol. Volume 7C : Structures and Dynamics of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2018. V07CT36A002. (Pages 32, 34 et 36)

[142] S. Salvadori, F. Montomoli, F. Martelli, P. Adami, K. S. Chana, and L. Castillon, "Aerothermal Study of the Unsteady Flow Field in a Transonic Gas Turbine With Inlet Temperature Distortions," *Journal of Turbomachinery*, vol. 133, 02 2011. 031030. (Page 32)

[143] B. Khanal, L. He, J. Northall, and P. Adami, "Analysis of Radial Migration of Hot-Streak in Swirling Flow Through HP Turbine Stage," vol. Volume 8 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1287–1299, 06 2012. (Page 32)

[144] B. Khanal, L. He, J. Northall, and P. Adami, "Analysis of Radial Migration of Hot-Streak in Swirling Flow Through High-Pressure Turbine Stage," *Journal of Turbomachinery*, vol. 135, 06 2013. 041005. (Page 32)

[145] F. Wlassow, F. Leboeuf, G. Leroy, N. Gourdain, and G. N. Boum, "Numerical Investigation of High-Pressure Turbine Environment Effects on the Prediction of Aerothermal Performances," vol. Volume 8 : Turbomachinery, Parts A, B, and C of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1915–1928, 06 2012. (Page 32)

[146] R. Elder, I. Woods, S. Patil, W. Holmes, R. Steed, and B. Hutchinson, "Investigation of Efficient CFD Methods for the Prediction of Blade Damping," vol. Volume 7B : Structures and Dynamics of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2013. V07BT33A009. (Page 32)

[147] G. Sharma, L. Zori, S. Connell, and P. Godin, "Efficient Computation of Large Pitch Ratio Transonic Flow in a Fan With Inlet Distortion," vol. Volume 6C : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2013. V06CT42A025. (Page 32)

[148] B. Lobo, L. Zori, P. Galpin, and W. Holmes, "Efficient Modeling Strategy of an Axial Compressor Fan-Stage Under Inlet Distortion," vol. Volume 2A : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2016. V02AT37A039. (Page 32)

[149] C. Ma, Z. Huang, and M. Qi, "Investigation on the forced response of a radial turbine under aerodynamic excitations," *Journal of Thermal Science*, vol. 25, no. 2, pp. 130–137, 2016. (Page 32)

[150] S. Patil, L. Zori, P. Galpin, J. Morales, and P. Godin, "Investigation of Time/Frequency Domain CFD Methods to Predict Turbomachinery Blade Aerodynamic Damping," vol. Volume 7B : Structures and Dynamics of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2016. V07BT34A028. (Page 32)

[151] G. Mouret, N. Gourdain, and L. Castillon, "Adaptation of Phase-Lagged Boundary Conditions to Large-Eddy Simulation in Turbomachinery Configurations," in *Volume 2B : Turbomachinery*, Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air, Jul 2015. (Page 32)

[152] M. Fiore and R. Biolchini, "Numerical simulation of a counter-rotative open rotor using phase-lagged conditions : Initial validation on a single rotor case," *Journal of Turbomachinery*, vol. 142, pp. 1–11, 07 2020. (Page 32)

[153] M. Fiore, M. Daroukh, and M. Montagnac, "Loss assessment of the nasa sdt configuration using les with phase-lagged assumption," *Computers & Fluids*, vol. 234, p. 105256, 2022. (Page 32)

[154] M. Fiore, M. Daroukh, and M. Montagnac, "Loss assessment of a counter rotating open rotor using urans/les with phase-lagged assumption (draft)," *Computers & Fluids*, vol. 228, p. 105025, 2021. (Page 32)

[155] M. Fiore, M. Daroukh, and M. Montagnac, "Broadband noise prediction of a counter rotating open rotor based on les simulation with phase-lagged assumption (draft)," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 514, p. 116420, 2021. (Page 32)

[156] A. Suresh and A. Rangwalla, "Stability of the phase lag boundary condition in turbomachinery simulations," in *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference &amp ; Exhibit*, 2012. (Pages 32, 90 et 92)

[157] A. M. Wouden, *A phase-lag approach to incompressible CFD simulations with emphasis on the unsteady interaction of hydroturbine blades*. PhD thesis, Pennsylvania State University, 2016. (Pages 32, 90 et 92)

[158] J. Contreras, "A review and optimization of the double passage methodology," in *AIAA Aviation 2019 Forum*, 2019. (Pages 32 et 90)

[159] L. He, T. Chen, R. Wells, Y. Li, and W. Ning, "Analysis of rotor-rotor and stator-stator interferences in multi-stage turbomachines," in *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, vol. 3610, pp. 287–298, 2002. (Page 32)

[160] H. Im, X. Chen, and G. Zha, "Simulation of 3D Multistage Axial Compressor Using a Fully Conservative Sliding Boundary Condition," vol. Volume 6 : Fluids and Thermal Systems ; Advances for Process Industries, Parts A and B of *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, pp. 1321–1330, 11 2011. (Page 32)

[161] L. Castillon, N. Gourdain, and X. Ottavy, "Multiple-frequency phase-lagged unsteady simulations of experimental axial compressor," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 31, no. 1, pp. 444–455, 2015. (Page 32)

[162] L. Castillon, N. Gourdain, T. Guédeney, and F. Sicot, "Evaluation of two unsteady numerical approaches for the simulation of multi-frequency turbomachinery flows," in *11th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics and Thermodynamics*, ETC, Mar 2015. (Pages 32 et 36)

[163] C. Cornelius, T. Biesinger, L. Zori, R. Campregher, P. Galpin, and A. Braune, "Efficient Time Resolved Multistage CFD Analysis Applied to Axial Compressors," vol. Volume 2D : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2014. V02DT44A035. (Pages 32, 34 et 36)

[164] A. Placzek and L. Castillon, "Aeroelastic response of a contrafan stage using full annulus and single passage models," *Journal of Aeroelasticity and Structural Dynamics*, vol. 3, no. 2, pp. 1–30, 2014. (Page 32)

[165] S. C. Stapelfeldt and L. Di Mare, "Reduced passage method for multirow forced response computations," *AIAA Journal*, vol. 53, no. 10, pp. 3049–3062, 2015. (Page 32)

[166] S. Stapelfeldt, T. Parry, and M. Vahdati, "Validation of time-domain single-passage methods for the unsteady simulation of a contra-rotating open rotor," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A : Journal of Power and Energy*, vol. 229, no. 5, pp. 443–453, 2015. (Page 32)

[167] A. Ghenaiet and K. Touil, "Characterization of component interactions in two-stage axial turbine," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 29, no. 4, pp. 893–913, 2016. (Page 32)

[168] C. Ma, X. Su, and X. Yuan, "An Efficient Unsteady Adjoint Optimization System for Multistage Turbomachinery," *Journal of Turbomachinery*, vol. 139, 09 2016. 011003. (Page 32)

[169] C. Ma, X. Su, and X. Yuan, "Adjoint-Based Unsteady Aerodynamic Optimization of a Transonic Turbine Stage," vol. Volume 2C : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2016. V02CT45A014. (Page 32)

[170] R. Yang, Y. Gu, Y. Xue, and N. Ge, "Unsteady simulation of a 3.5 stage compressor using multi-frequency phase-lagged method," in *2018 15th International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technology (IBCAST)*, pp. 651–657, 2018. (Page 32)

[171] M. B. Giles, "Stator/rotor interaction in a transonic turbine," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 6, no. 5, pp. 621–627, 1990. (Pages 33 et 34)

[172] M. Giles and R. Haimes, "Validation of a Numerical Method for Unsteady Flow Calculations," *Journal of Turbomachinery*, vol. 115, pp. 110–117, 01 1993. (Page 34)

[173] M. B. Giles, "Unsflo : A numerical method for unsteady flow in turbomachinery," *MIT Gas Turbine Laboratory*, 1991. (Pages 33 et 34)

[174] A. R. Jung, J. F. Mayer, and H. Stetter, "Simulation of 3D-Unsteady Stator/Rotor Interaction in Turbomachinery Stages of Arbitrary Pitch Ratio," vol. Volume 1 : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 1996. V001T01A025. (Page 34)

[175] B. Laumert, H. Mårtensson, and T. H. Fransson, "Simulation of Rotor/Stator Interaction With a 4D Finite Volume Method," vol. Volume 5 : Turbo Expo 2002, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1045–1054, 06 2002. (Page 34)

[176] L. Zhou, G. Xi, and Y. H. Cai, "Unsteady numerical simulation in a centrifugal compressor using the time-inclined operator," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G : Journal of Aerospace Engineering*, vol. 221, no. 5, pp. 795–804, 2007. (Pages 34 et 78)

[177] J. Bourgeois, J. Nichols, G. Watson, and R. Martinuzzi, "Single passage detached eddy simulation of a centrifugal compressor stage using the time transformation method," in *Turbo Expo : Turbine Technical Conference and Exposition*, p. V02BT39A042, 06 2015. (Page 34)

[178] L. Zori, P. Galpin, R. Campregher, and J. C. Morales, "Time Transformation Simulation of 1.5 Stage Transonic Compressor," vol. Volume 2C : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2015. V02CT44A027. (Pages 34 et 36)

[179] L. Zori, P. Galpin, R. Campregher, and J. C. Morales, "Time-Transformation Simulation of a 1.5 Stage Transonic Compressor," *Journal of Turbomachinery*, vol. 139, 02 2017. 071001. (Pages 34 et 36)

[180] X. Zhang, Y. Wang, and X. Jiang, "An efficient approach for predicting resonant response with the utilization of the time transformation method and the harmonic forced response method," *Aerospace*, vol. 8, no. 11, 2021. (Page 34)

[181] L. He and W. Ning, "Efficient approach for analysis of unsteady viscous flows in turbomachines," *AIAA Journal*, vol. 36, no. 11, pp. 2005–2012, 1998. (Page 36)

[182] K. C. Hall, J. P. Thomas, and W. S. Clark, "Computation of unsteady nonlinear flows in cascades using a harmonic balance technique," *AIAA journal*, vol. 40, no. 5, pp. 879–886, 2002. (Page 36)

[183] A. Gopinath, E. van der Weide, J. Alonso, A. Jameson, K. Ekici, and K. Hall, "Three-dimensional unsteady multi-stage turbomachinery simulations using the harmonic balance technique," in *45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2007. (Page 36)

[184] G. Saiz, *Turbomachinery aeroelasticity using a time-linearised multi blade-row approach*. PhD thesis, 2008. (Page 36)

[185] R. M. Mathison, M. B. Wishart, C. W. Haldeman, and M. G. Dunn, "Temperature Predictions and Comparison With Measurements for the Blade Leading Edge and Platform of a 1-1/2 Stage Transonic HP Turbine," vol. Volume 4 : Heat Transfer, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 433–446, 06 2010. (Page 36)

[186] R. M. Mathison, M. B. Wishart, C. W. Haldeman, and M. G. Dunn, "Temperature Predictions and Comparison With Measurements for the Blade Leading Edge and Platform of a 1 1/2 Stage Transonic HP Turbine," *Journal of Turbomachinery*, vol. 134, 05 2011. 011016. (Page 36)

[187] F. Sicot, G. Dufour, and N. Gourdain, "A Time-Domain Harmonic Balance Method for Rotor/Stator Interactions," *Journal of Turbomachinery*, vol. 134, 05 2011. 011001. (Page 36)

[188] F. Sicot, T. Guédeney, and G. Dufour, "Time-domain harmonic balance method for aerodynamic and aeroelastic simulations of turbomachinery flows," *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 27, no. 2, pp. 68–78, 2013. (Page 36)

[189] F. Sicot, A. Gomar, G. Dufour, and A. Dugeai, "Time-domain harmonic balance method for turbomachinery aeroelasticity," *AIAA Journal*, vol. 52, no. 1, pp. 62–71, 2014. (Page 36)

[190] L. He, "Fourier methods for turbomachinery applications," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 46, pp. 329–341, 11 2010. (Page 36)

[191] G. Dufour, X. Carbonneau, and N. G. Rosa, "Nonlinear Harmonic Simulations of the Unsteady Aerodynamics of a Fan Stage Section at Windmill," vol. Volume 6C : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2013. V06CT42A036. (Page 36)

[192] T. G. Guédeney, A. Gomar, F. Gallard, F. Sicot, G. Dufour, and G. Puigt, "Non-uniform time sampling for multiple-frequency harmonic balance computations," *Journal of Computational Physics*, vol. 236, pp. 317–345, 2013. (Page 36)

[193] P. Du and F. Ning, "Application of the Harmonic Balance Method in Simulating Almost Periodic Turbomachinery Flows," vol. Volume 2D : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2014. V02DT44A006. (Page 36)

[194] A. Gomar, Q. Bouvy, F. Sicot, G. Dufour, P. Cinnella, and B. François, "Convergence of fourier-based time methods for turbomachinery wake passing problems," *Journal of Computational Physics*, vol. 278, pp. 229–256, 2014. (Page 36)

[195] J. Crespo, R. Corral, and J. Pueblas, "An Implicit Harmonic Balance Method in Graphics Processing Units for Oscillating Blades," *Journal of Turbomachinery*, vol. 138, 11 2015. 031001. (Page 36)

[196] G. Cvijetić, I. Gatin, V. Vukčević, and H. Jasak, "Harmonic balance developments in openfoam," *Computers & Fluids*, vol. 172, pp. 632–643, 2018. (Page 36)

[197] A. Fourmaux, "Unsteady Flow Calculation in Cascades," vol. Volume 1 : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 1986. V001T01A068. (Pages 35 et 36)

[198] A. Fourmaux, "Assessment of a low storage technique for multi-stage turbomachinery navier-stokes computations," in *International mechanical engineering congress, Unsteady flows in aeropropulsion*, 1994. (Pages 35, 36, 39 et 40)

[199] T. Onishi, S. Burguburu, O. Dessornes, and Y. Ribaud, "Numerical Design and Study of a MEMS-Based Micro Turbine," vol. Volume 1 : Turbo Expo 2005 of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 847–855, 06 2005. (Page 36)

[200] S. Lavagnoli, T. Yasa, G. Paniagua, S. Duni, and L. Castillon, "Aerodynamic Analysis of an Innovative Low Pressure Vane Placed in a S-Shape Duct," vol. Volume 6 : Structures and Dynamics, Parts A and B of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, pp. 1175–1188, 06 2010. (Page 36)

[201] S. Lavagnoli, T. Yasa, G. Paniagua, L. Castillon, and S. Duni, "Aerodynamic Analysis of an Innovative Low Pressure Vane Placed in an s-Shape Duct," *Journal of Turbomachinery*, vol. 134, 05 2011. 011013. (Page 36)

[202] C. Gout, D. Papadogiannis, J. Dombard, F. Duchaine, L. Gicquel, and N. Odier, "Assessment of Profile Transformation for Turbomachinery Large Eddy Simulations - From Academic to Industrial Applications," in *Volume 2C : Turbomachinery — Design Methods and CFD Modeling for Turbomachinery ; Ducts, Noise, and Component Interactions*, 06 2021. V02CT34A020. (Pages 36, 40 et 69)

[203] J. de Laborderie, F. Duchaine, O. Vermorel, L. Gicquel, and S. Moreau, "Application of an Overset Grid Method to the Large Eddy Simulation of a High-Speed Multistage Axial Compressor," vol. Volume 2C : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2016. V02CT39A015. (Pages 43 et 146)

[204] G. Wang, D. Papadogiannis, F. Duchaine, N. Gourdain, and L. Y. Gicquel, "Towards massively parallel large eddy simulation of turbine stages," in *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, vol. 55249, p. V06CT42A021, American Society of Mechanical Engineers, 2013. (Pages 57 et 60)

[205] T. Poinsot and S. Lele, "Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 101, no. 1, pp. 104–129, 1992. (Pages 60, 93, 98, 101 et 104)

[206] P. Lax and B. Wendroff, "Systems of conservation laws," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, no. 2, pp. 217–237, 1960. (Pages 60, 94 et 149)

[207] J. Dombard, F. Duchaine, L. Gicquel, N. Odier, K. Leroy, N. Buffaz, S. LeGuyader, J. Démolis, S. Richard, and T. Grosnickel, "Evaluation of the capacity of rans/urans/les in predicting the aerodynamic performance of a high-pressure turbine - effect of load and off design condition," in *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, vol. 15447, American Society of Mechanical Engineers, 2020. (Pages 69, 70, 72 et 74)

[208] K. W. Thompson, "Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems," *Journal of Computational Physics*, vol. 68, no. 1, pp. 1–24, 1987. (Page 98)

[209] M. Giles, "Non-reflecting boundary conditions for the euler equations," tech. rep., CFDL-TR-88-1, 1988. (Page 98)

[210] F. Nicoud, H. B. Toda, O. Cabrit, S. Bose, and J. Lee, "Using singular values to build a subgrid-scale model for large eddy simulations," *Physics of Fluids*, vol. 23, p. 085106, aug 2011. (Page 98)

[211] F. Nicoud, "Defining wave amplitude in characteristic boundary conditions," *Journal of Computational Physics*, vol. 149, pp. 418–422, mar 1999. (Page 98)

[212] O. Colin, *Simulations aux grandes echelles de la combustion turbulente premelange dans les statoreacteurs*. PhD thesis, INP Toulouse, 2000. (Page 102)

[213] C. S. Yoo, Y. Wang, A. Trouvé, and H. G. Im, "Characteristic boundary conditions for direct simulations of turbulent counterflow flames," *Combustion Theory and Modelling*, vol. 9, no. 4, pp. 617–646, 2005. (Pages 106 et 109)

[214] G. Lodato, P. Domingo, and L. Vervisch, "Three-dimensional boundary conditions for direct and large-eddy simulation of compressible viscous flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 227, no. 10, pp. 5105–5143, 2008. (Pages 106 et 109)

[215] C. S. Yoo and H. G. Im, "Characteristic boundary conditions for simulations of compressible reacting flows with multi-dimensional, viscous and reaction effects," *Combustion Theory and Modelling*, vol. 11, no. 2, pp. 259–286, 2007. (Page 109)

[216] L. Selle, N. Franck, and T. Poinsot, "Actual impedance of nonreflecting boundary conditions : Implications for computation of resonators," *AIAA Journal*, vol. 42, pp. 958–964, 05 2004. (Pages 122, 195 et 197)

[217] A. Pesteil, D. Cellier, O. Domercq, V. Perrot, and J. Boniface, "Create : Advanced cfd for hpc performance improvement," in *Proceedings of the ASME Turbo Expo*, vol. 8, 06 2012. (Page 146)

[218] N. Courtiade and X. Ottavy, "Experimental study of surge precursors in a high-speed multistage compressor," *Journal of Turbomachinery*, vol. 135, pp. 061018–061018, 09 2013. (Page 146)

[219] F. Crevel, N. Gourdain, and X. Ottavy, "Numerical Simulation of Aerodynamic Instabilities in a Multistage High-Speed High-Pressure Compressor on Its Test Rig—Part II : Deep Surge," *Journal of Turbomachinery*, vol. 136, 07 2014. 101004. (Page 146)

[220] M. Mersinligil, N. Courtiade, X. Ottavy, and J.-F. Brouckaert, "A high temperature high bandwidth fast response total pressure probe for measurements in a multistage axial compressor," *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 134, pp. 061601–061601, 04 2012. (Page 146)

[221] X. Ottavy, N. Courtiade, and N. Gourdain, "Experimental and computational methods for flow investigation in high-speed multistage compressor," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 28, no. 6, pp. 1141–1155, 2012. (Page 146)

[222] N. Gourdain, F. Wlassow, and X. Ottavy, "Effect of Tip Clearance Dimensions and Control of Unsteady Flows in a Multi-Stage High-Pressure Compressor," *Journal of Turbomachinery*, vol. 134, 05 2012. 051005. (Page 146)

[223] J. Schreiber, X. Ottavy, G. Ngo Boum, S. Aubert, and F. Sicot, "Numerical Simulation of the Flow Field in a High Speed Multistage Compressor : Study of the Time Discretization Sensitivity," vol. Volume 2B : Turbomachinery of *Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air*, 06 2015. V02BT39A006. (Pages 146 et 147)

[224] J. de Laborderie, F. Duchaine, L. Gicquel, and S. Moreau, "Wall-Modeled Large-Eddy Simulations of a Multistage High-Pressure Compressor," *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 104, no. 2, pp. 725–751, 2020. (Pages 146 et 150)

[225] J. de Laborderie, F. Duchaine, and G. L.Y.M., "Analysis of a high-pressure multistage axial compressor at off-design conditions with coarse large eddy simulations," in *Proceedings of 12th European Conference on Turbomachinery Fluid dynamics and Thermodynamics*, 04 2017. (Page 146)

[226] J. Adamczyk, "Model equation for simulation flows in multistage turbomachinery," *ASME Paper*, 1984. (Page 153)

[227] T. D. Rossing and N. H. Fletcher, "Principles of vibration and sound," 2004. (Page 178)

[228] H. Kuttruff, *Acoustics : an introduction*. CRC Press, 2007. (Page 178)

[229] S. Kamardine, *Analyse et optimisation des chambres réverbérantes à l'aide du concept de cavité chaotique ouverte. Analyse numérique.* PhD thesis, Université Paris-Est, 2014. (Page 178)

[230] B. Enaux, V. Granet, O. Vermorel, C. Lacour, L. Thobois, V. Dugué, and T. Poinsot, "Large eddy simulation of a motored single-cylinder piston engine : Numerical strategies and validation," *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 86, pp. 153–177, 03 2011. (Page 196)