

Gérard Kubryk

Contribution à l'analyse de l'origine des difficultés individuelles d'accès aux mathématiques :

Importance de la fonction d'évaluation des quantités

Thèse présentée et soutenue publiquement le 27/01/2020
en vue de l'obtention du doctorat de Sciences de l'éducation
de l'Université Paris Nanterre

Sous la direction de M. Olivier Las Vergnas (Université Paris Nanterre)
Directeur de l'équipe "apprenance, formation et digital"

Jury

Examinatrice	Mme Maria-José Escalona	Professeure des universités Université de Séville (Espagne)
Rapporteur	M. Jean Heutte	Professeur des universités Université de Lille Composante SEFA
Rapporteure	Mme Sandra Jhean-Larose	Professeure des universités Université d'Orléans Composante Inspé
Directeur de thèse	M. Olivier Las Vergnas	Professeur des universités Université Paris Nanterre Composante SPSE
Examineur	M. Denis Legros	Professeur des universités émérite Université Paris Est Créteil Composante Inspé

Résumé

En partant des travaux sur la Catégorisation Scolaire Scientifique (CSS) et des causes de l'inefficacité des discours pour accroître la diffusion de la Culture Scientifique et Technique (Las Vergnas, 2011), ce travail s'est intéressé aux difficultés d'apprentissage des mathématiques d'une large proportion de la population. Parmi les causes de l'inefficacité des discours, la famille des causes C1 « liées à l'individu » est celle qui a servi de base à cette recherche. Il est apparu rapidement qu'au-delà des causes « sociologiques » et des obstacles conatifs et scholastiques (Las Vergnas, 2011), l'analyse de la CSS devait prendre en compte les travaux attribuant les difficultés en mathématiques à des causes neurophysiologiques avec différentes étiologies (dysfonctionnement de la fonction d'évaluation des quantités, angoisse vis-à-vis des mathématiques, conséquences de la catégorisation liée au genre, estime de soi, etc.).

Certains auteurs attribuant même à certaines de ces causes une prédictivité précoce de l'aptitude aux mathématiques.

A partir de ces constats, il a paru intéressant de faire deux expériences. La première, ayant pour but d'explorer les facteurs influençant la qualité de la fonction d'évaluation. La deuxième, pour but de vérifier si la corrélation entre les résultats produits par l'expérience 1 (fonction d'évaluation des quantités), et la façon dont les gens résolvaient des problèmes simples d'arithmétique existait et donc de vérifier la prédictivité de la fonction d'évaluation. Pour ce faire les énoncés avaient différentes formes (numérique, textuelle et graphique).

La première expérience avait pour but, au-delà de la fonction d'évaluation, de trouver les facteurs ayant une influence sur elle. Les résultats d'une Analyse en Composantes Principales (ACP) ont montré que deux facteurs modifiaient notablement cette fonction à la fois en termes de qualité de réponse et de temps de réponse. Ces deux facteurs sont l'âge et le niveau d'étude. L'anxiété a une influence dans une proportion moindre. Les autres facteurs testés (type d'étude (littéraire, scientifique), latéralité, sexe) se sont révélés (dans cet ordre) de plus faible influence dans le plan principal de l'ACP.

La deuxième expérience avait pour but elle, de vérifier s'il existait une corrélation entre la fonction d'évaluation telle que testée dans l'expérience 1 et la résolution de problèmes mathématiques simples en essayant de tester l'influence de la forme des énoncés. Les résultats n'ont pas été ceux attendus, la corrélation n'a pas été trouvée et l'influence de la forme des énoncés non plus. Cela a entraîné une réflexion toujours en cours sur la qualité du matériel expérimental qui avait été fabriqué pour cette expérience et sur la façon d'en refaire un autre de meilleure qualité.

Mots clefs : Catégorisation Scolaire Scientifique, Culture Scientifique et Technique, évaluation des quantités, subitisation, préjugés de genre, obstacle scholastique, angoisse des mathématiques.

Abstract

Starting from the Scientific School Categorization (SSC) and the causes of the ineffectiveness of the discourses to increase the dissemination of the Scientific and Technical Culture (Las Vergnas, 2011), this work looked at the learning difficulties of mathematics of a large proportion of the population. Among the discourse inefficiencies, the family of C1 causes “related to the individual” is the one that served as the basis for this research. It quickly became apparent that beyond the “sociological” causes and the conative and scholastic barriers (Las Vergnas, 2011), the SSC analysis had to consider the works attributing mathematic difficulties to neurophysiological causes with different etiologies (dysfunction of the evaluation function, anxiety about mathematics, consequences of the gender categorization, self-esteem, etc...)

Some authors even attribute to some of these causes an early prediction for mathematics aptitude.

From these observations, it seemed interesting to make two experiments. The first was to explore the factors influencing the quality of the evaluation function. The second to verify the correlation between the first experience research participant results (evaluation function), and their resolution process of simple arithmetic problems – hence validating the predictability of the evaluation function. The problems used are varied (numeric problems, textual problems and visual problems).

The first experiment aims at finding the influencing factors on the evaluation function. The Principal Components Analysis in (PCA) demonstrated that two factors substantially modify this function, both in term of response quality and response time. These two factors are the age and the education level. To a lesser extent, anxiety influenced the result too. The other tested factors appeared to be less impactful (by decreasing importance): education (scientific – literary), laterality, gender.

The purpose of the second experiment was to check the correlation between the evaluation function tested in experiment one, and the resolution of different forms of simple mathematic problems. The results were not as expected, the correlation

was found and the types of problems don't show impact. It leads to an on-going reflection on the quality of the experimental material created for this experiment and how to redo another one of better quality.

Keywords: Scientific School Categorization, STEM, quantity evaluation, subitizing, genre prejudice, scholastic impediment, mathematic anxiety.

Remerciements

Avant de commencer la présentation de ce document je voulais remercier quelques personnes qui à des degrés divers ont contribué à ce que je suis et à ce travail.

A feu mes parents qui ont su ne pas brider (pas trop) l'olibrius qui leur était tombé dans les bras.

A Maria José Escalona, Jean Heutte, Sandra Jhean Larose, Denis Legros, qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir faire partie de mon jury et ainsi j'espère de me permettre de présenter ce travail pour en faire un diplôme de Docteur.

A Olivier Las Vergnas que j'ai entraîné sur des terrains largement inattendus durant ce travail de thèse. Qui, en me faisant partir de son travail sur l'apprenance et la Catégorisation Scientifique Scolaire, m'a donné les premières pistes de ce travail. Qui, à partir de là a subi toutes les « sorties de route » ou m'entraînait ma curiosité. Qui, au milieu d'une foule d'activités a toujours trouvé le temps et les ressources pour un étudiant atypique.

A l'équipe du Carrefour Numérique de la Cité des sciences qui m'a accueilli, aidé à installer mes expériences, à en faire la promotion et qui de plus a accepté le pensum de les tester. A son équipe de Direction (Claude et Isabelle) qui a autorisé cette étude.

A l'équipe « Apprenance » du Laboratoire CIREL et en particulier à Philippe Carré qui a eu la gentillesse de ne pas paraître surpris de voir un étudiant tel que moi.

A Auriane Le Floch qui a choisi pour ses stages de licence et de maîtrise de s'éloigner de la douceur toulousaine et qui a su parfaitement gérer les passations et même parfois corriger les erreurs de mon système de passation.

Aux maîtres qui m'ont marqué durant mon éducation :

- M Mallet, l'ingénieur reconverti en instituteur de CE1 en blouse grise, qui me faisait rêver avec les histoires d'ingénieur qui illustraient ses cours, dont certaines terribles.
- M Fer qui en cinquième m'a réconcilié avec les maths.

- Guy Denhière qui m'a aidé à concevoir une partie du matériel expérimental après m'avoir, bien des années auparavant, enseigné la psychologie expérimentale.
- Jean-François Richard qui, lui aussi, m'a enseigné la psychologie expérimentale mais qui, après que Guy m'ait amené à réparer et préparer les matériels électroniques du laboratoire, m'a mis en tête à tête avec un PDP12, plein de voyants et de touches. Un rêve d'enfant !
- Feu Jean Louis Cavaréro qui m'a suivi dans le monde de la gravité et des fourmis pour ma première thèse et ce grâce à :
- François Gérin, DGA de Siemens qui m'a remis en face du monde universitaire et qui en soutenant ma première thèse a permis que celle en cours existe.

Aux relecteurs qui ont contribué à la bonne tenue de ce texte ; Anne, Auriane, Guy, Jean, Quentin, Cilla et Denis.

A Pierre qui a réalisé quelques traductions en anglais.

Aux « malgré nous » qui ont, durant des années, subi mes indisponibilités, mes regards dans le vide quand je butais sur des problèmes, au premier rang desquels celle qui accompagne ma vie depuis quelques années.

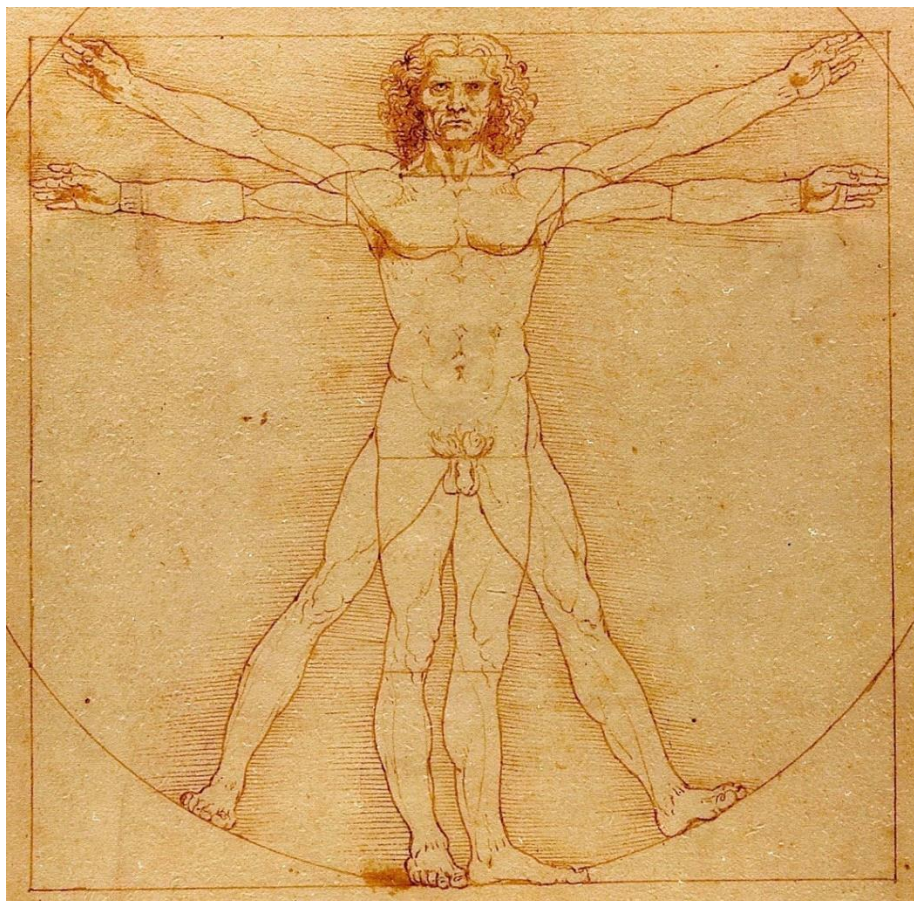


Table des matières

Résumé	3
Abstract.....	5
Remerciements	7
Table des matières	9
Table des figures	13
Table des équations	19
Table des tableaux	21
Table des abréviations	24
Avant-propos	28
A Contexte des discours sur l'Éducation	34
1 Présentation du chapitre A	36
2 L'instruction publique qui deviendra « Éducation Nationale »	37
I. Évolution de l'instruction publique puis de l'Éducation Nationale	37
II. La construction du lycée, du baccalauréat et de l'enseignement supérieur	40
III. L'éducation nationale et les filles	45
3 Les discours sur la Culture Scientifique et technique (CST)	50
Encadré 1	52
Encadré 2	59
4 Catégorisation Scientifique Scolaire et les travaux d'Olivier Las Vergnas	65
I. Critique et compléments au travail sur la CSS	73
II. Le positionnement de la présente thèse	74
Encadré 3	77
Encadré 4	81
B Objectifs de la thèse et cadre de référence	82
1. Intention des expérimentations	85
2. Les expérimentations	86
3. Méthodologie bibliographique	86
4. Contenu de ce document	87
I. Les nombres	88
Encadré 5	95

II.	La vision	95
	Neurophysiologie de l'évaluation et circuit visuel	95
	Cerveau et perception.....	97
III.	Cerveau Bayésien	104
	Bayes	104
	Le cerveau et Bayes	105
IV	Évaluation et subitisation :	109
	Évaluation	109
	Subitisation	112
	L'évaluation et la précision (loi de Weber-Fechner)	114
	La subitisation n'existe pas ?	119
V	Les nombres.....	120
	Les opérations	120
	La mémoire immédiate et la mémoire de travail.....	120
	La langue	123
IV	Facteurs dépendants de l'enfant	127
	Le sexe	127
	Le stress	132
	Stress et mémoire.....	132
	L'anxiété.....	134
	L'anxiété vis-à-vis des mathématiques.....	134
	La compétence	137
	Perception de soi	137
	Motivation.....	139
V	Facteurs non dépendants de l'enfant (facteurs « sociologiques »)	144
	Le milieu socio-professionnel	144
	La pauvreté	146
	Le sexe	147
	Les parents	150
	Les enseignants.....	151
C	Les expériences.....	156
1.	Introduction	158
I.	Méthode commune aux deux expériences	159
II.	Environnement expérimental	161
III.	Mesure du temps.....	165

2	L'expérience 1	168
I.	Méthode de fabrication du matériel de l'expérience 1	168
II.	Passation.....	179
III.	Traitements des données de l'expérience 1	187
IV.	Les résultats – les courbes sous Excel.....	190
V.	Résultats de l'expérience 1, première partie (facteurs non liés au sujet) ..	191
VI	Résultats de l'expérience 1, première partie (facteurs liés au sujet)	197
VII.	Conclusion de l'expérience 1	211
3.	Expérience 2	214
I	Introduction	214
II.	Méthode de travail	218
III.	Le matériel expérimental	218
	Saisie des informations personnelles	218
	Première partie de l'expérience	218
	Deuxième partie de l'expérience	219
IV.	Méthode de traitement des données	220
	Les données des problèmes arithmétiques	220
	Analyse des résultats.....	222
V.	Traitements des résultats, Partie 1, Effet de la forme des énoncés	224
VII	Traitements des résultats, Partie 1, Effet de la nature arithmétique des énoncés	230
VIII	Traitements des résultats, Partie 1, Fonction d'évaluation versus réponses aux problèmes	235
IX.	Conclusion de l'expérience 2	236
D	Conclusion et discussion	240
E	Bibliographie	265
	Autorisations	272
	Geluck	272
	Tartrais	272
F	Annexe 1	
	L'œil	266
I.	L'œil	267
II.	Le chiasma optique.....	267
III.	Le corps géniculé latéral	267
IV.	Le lobe occipital	268

G	Annexe 2	
	Questionnaire des enseignants (Demetriou et al., 2009).....	272
H	Annexe 3	
	Bases de construction et d'usage des problèmes de l'expérience 2	282
I	Annexe 4	
	Problèmes de l'expérience 2.....	282
J	Annexe 5	
	Résultats expérience 1 (2 ^{ème} partie)	302
K	Annexe 6	
	Résultats expérience 2 (2 ^{ème} partie)	314
L	Annexe 7	
	Discours et Décret de Robespierre	328

Table des figures

Figure 1 : Système d'orientation en 2009 .(https://www.plaisir-dapprendre.fr/441866764)	42
Figure 2 : Evolution de la proportion de bacheliers (DEPP RERS 2019)	43
Figure3 : Source : https://www.orientation-scolaire-professionnelle.com/comment-choisir-ses-etudes/coaching-d-orientation-en-ile-de-france/test-orientation-paris-2e-la-bourse.html	44
Figure 4 : Espérance de scolarité filles vs garçons	49
Figure 5 : Pourcentage de scolarisation filles vs garçons	49
Figure 6 : Chercheurs du secteur public	53
Figure 7 : Répartition de l'emploi et de la croissance du secteur privé	54
Figure 8: Répartition de la formation par apprentissage	55
Figure 9 : Chercheurs pour 1 000 actifs	56
Figure 10 : Part de chercheurs dans le privé en %	56
Figure 11 : Part des femmes parmi les chercheurs en %	57
Figure 12 : Place des femmes dans la hiérarchie (MENESR – DEP B3)	58
Figure 13 : Nombre de brevets par pays	59
Figure 14 : Nombre de brevets par Md de \$	60
Figure 15 : Tableau des 7 1er PIB mondiaux (JDN 16/4/2019)	60
Figure 16 : Thématiques et orientations du Conseil national de La Culture Scientifique ...	64
Figure 17 : Causes de l'inefficacité du discours politique sur la CST (HDR Olivier Las Vergnas)	68
Figure 18 : Répartition en sortie du système scolaire (HDR Olivier Las Vergnas)	70
Figure 19 : Relation entre obstacles Conatif et Scholastique (HDR Olivier Las Vergnas, 2011)	73
Figure 20 : Performance des élèves français dans différentes matières en 2018 (MEN, 2108)	75
Figure 21 : Évolution des notes de calcul des élèves de CM2 de 1987 à 2017	76
Figure 22 : Pourcentage de passage en seconde générale par Académie et France entière	81
Figure 23 : Schéma de la méthodologie de cette recherche	85
Figure 24 : Numération en chinois, trois premières puissances de 10	89
Figure 25 : Emboîtement des ensembles	92

Figure 26 : Méthodes de comptage en base 12 et 60 avec les mains	94
Figure 28 : Hypothèses de codage de la numérosité selon Nieder, 2007.....	99
Figure 29 : Reconnaissance d'une quantité disposée aléatoirement (Engelse Wiki (Gray atlas) & (Kubryk, 2019)	100
Figure 30 : Reconnaissance d'une quantité disposée canoniquement (Engelse Wiki (Gray atlas)) & (Kubryk, 2019)	101
Figure 31 : Ce que voit le malade RFS.....	101
Figure 32 : Approximation de l'image telle qu'elle parvient à notre cerveau à densité égale d'information (ESCHER, Balcony 1945)	103
Figure 33 : Distorsion spatiale selon Wang	103
Figure 34 : Illusion préjugant de la position du Soleil.....	107
Figure 35 : matrice de points tirée de l'expérience 1	108
Figure 36 : Évolution de la probabilité de la bonne réponse (Kubryk, 2019).....	109
Figure 37 : Stratégies d'évaluation (Gandini et al., 2008).....	112
Figure 38 : Fac-similé de la table des matières de la revue philosophique de 1908.....	113
Figure 39 : Temps de réponse en fonction de la numérosité	113
Figure 40 : Bonnes réponses en fonction de la cardinalité	114
Figure 42 : Nuage de points en changeant la couleur des points bleus moyens	114
Figure 41 : Nuage de points peu différenciés	114
Figure 43 : Décomposition en sous-groupes	114
Figure 44 : Résultats de l'expérience de Lefort & al pour les valeurs 150, 1100, 8150, 400	117
Figure 45 : Zones du cerveau activés (Piazza 2002) – en rouge les zones activées par l'évaluation,- en vert les zones liées au comptage,- en jaune les zones communes	119
Figure 46 : Empan mnésique selon l'élocution (Ellis et Hennely, 1980)	122
Figure 47 : La mémoire de travail selon Baddeley et Hitc (Roulin)	122
Figure 48 : Diverses descriptions du théorème de Thales (Source éduscol).....	125
Figure 49 : Les langues dans la relation élève-professeur	125
Figure 50 : Exemple de codage des liaisons de la Figure 49	126
Figure 51 : Circuits cérébraux, langage et mathématiques.....	126
Figure 52 : Corrélation entre les facteurs (Geary)	127
Figure 53 : Cohortes utilisées par Benbow	129
Figure 54 : Répartition professionnelle selon le sexe (Benbow)	129
Figure 55 : Comparaisons des cerveaux mâle / femelle (Joel)	131
Figure 56 : Niveau en lecture selon la menace de stéréotype de genre (Pansu 2016)) ..	132
Figure 57 : Influence du stress	134
Figure 58 : Relation entre facteurs individuels et environnementaux dans l'anxiété vis à vis des mathématiques (Chang) & Beiloc)	136

Figure 59 : Effet de l'anxiété vis à vis des mathématiques (Maloney)	136
Figure 60 : Exemple de matériel de test pour l'aptitude spatial (Maloney).....	137
Figure 61 : Influence du sexe et de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques	137
Figure 62 : Auto-évaluation en mathématiques en condition de stéréotype de genre ou non (Pansu 2016)	138
Figure 63 : Comment transformer une vision de soit négative en une vision positive (Fieldcrest Elementary School).....	139
Figure 64 : Modèle de Mayo (http://reflexions-psycho.over-blog.com/article-les-theories-de-la-motivation-39720003.html)	141
Figure 65 : Modèle intégratif de Fenouillet.....	143
Figure 66 : Évolution des résultats en mathématiques en CM2.....	145
Figure 67 : Relation PCS et résultats scolaire de l'enfant.....	146
Figure 68 : Pourcentage d'enfants maîtrisant les compétences en 2017 (MEN)	146
Figure 69 : Pourcentage de filles par série en première (2017 MEN).....	147
Figure 70 : Orientation en fin de troisième en 2017 (MEN).....	148
Figure 71 : Choix des mathématiques par les filles en spécialité pour chaque série (2017 MEN)	149
Figure 72 : Taux de réussite au bac en 2017 (MEN)°	149
Figure 73 : Proportion de mention "bien" et "très bien" en 2017 (MEN).....	150
Figure 74 : Ce que les parents ne devraient jamais dire (EveryoneCanLearnMath)	150
Figure 75 : Part des femmes à l'université selon les disciplines en 2017 (MEN)	151
Figure 76 : Influence de la croyance dans l'influence du genre (Beilock)	152
Figure 77 : Schéma décrivant les relations entre les causes des difficultés en mathématiques	155
Figure 78 : Schéma de la méthodologie de cette recherche.....	158
Figure 79 : codage de l'information.....	159
Figure 80 : Vue droite de la salle de test	162
Figure 81 : Vue gauche de la salle de test.....	163
Figure 82 : Affichage.....	163
Figure 83 : Champ visuel (Wikipedia: champ visuel)	164
Figure 84 : Grille de 20 points, aléatoire	169
Figure 85 : Formes canoniques de base	169
Figure 86 : Grille de 20 points, canonique	169
Figure 87 : Référence de construction des formes canoniques.....	170
Figure 88 : Grille de 10 points aléatoire	172
Figure 89 : Grille de 10 points canonique	173
Figure 90 : Forme verbale	173
Figure 91 : Forme numérique	173

Figure 92 : Diapositives de gestion de l'expérience	175
Figure 93 : Représentation par un arbre du plan d'expérience	178
Figure 94 : Grille initiale	179
Figure 95 : Écran expérimentateur pour configurer l'expérience	180
Figure 96 : Écran de réglage du curseur	181
Figure 97 : Bouton de démarrage de l'expérience	182
Figure 98 : Écran de saisie des données personnelles	182
Figure 99 : Consigne	183
Figure 100 : Exemple de séquence de test	183
Figure 101 : Séquence de l'expérience 1	184
Figure 102 : feuille de fond de l'expérience	184
Figure 103 : Questionnaire d'anxiété	186
Figure 104 : Distribution des stimuli selon la Fraction de Weber et son signe (Fechner FA7222).....	189
Figure 105 : % non-réponse en fonction de la fraction de Weber (Fechner-BQ1995)	192
Figure 106 : Temps de réponse en fonction de la fraction de Weber (Fechner-AJ3209).....	193
Figure 107 : Pourcentage de bonnes réponses en fonction de la valeur de la fraction de Weber (Fechner-BP2396).....	194
Figure 108 : Moyenne de temps de réponse selon la séquence expérimentale (Fechner V5594)	195
Figure 109 : Réponses vraies en fonction de la séquence (FechnerAA5985)	196
Figure 110 : Moyennes et médianes des temps de réponse (Fechner AF5594)	197
Figure 111 : Histogramme des temps moyens (ACP8 m22).....	200
Figure 112 : Poids des différents axes (ACP A42)	201
Figure 113 : Cercle de corrélation (ACP8 A132)	202
Figure 114 : Plan F1-F2 des données et des centres de gravité (ACP1 A565)	203
Figure 115 : Plan F1-F3 des données et des centres de gravité (ACP1 K565)	204
Figure 116 : Plan FI-F2 des centres de gravité (ACP8 A625).....	205
Figure 117 : Évolution du temps de réponse en fonction de l'anxiété (Feuil1 AZ376)	207
Figure 118 : Les centres de gravité dans le cercle de corrélation (F1-F2) (ACP8 A632).....	208
Figure 119 : Plan F1-F3- des centres de gravité (ACP8 S624)	209
Figure 120 : Répartition des centres de gravité vis à vis des projections du cercle de corrélation (ACP8 S632).....	211
Figure 121 : Problème forme verbale	215
Figure 122 : problème forme numérique de base	215
Figure 123 : Problème forme graphique de base	216
Figure 124 : Problème forme grands nombres	216
Figure 125 : Consigne pour les problèmes de mathématiques.....	220

Figure 126....Notes des problèmes et utilisation	222
Figure 127 : Nombre de bonnes réponses selon la forme des problèmes et l'âge (nature BG253)	224
Figure 128 : Temps de réponse par âge selon le la forme du problème (nature BQ254)	225
Figure 129 : Nombre de bonnes réponses par niveau d'études et type de problème (nature BG281)	226
Figure 130 : Temps de réponses ; niveaux d'études selon les problèmes (nature BQ281)	227
Figure 131 : Nombre de bonnes réponses par type d'études et type de problème (nature BG297)	228
Figure 132 : Temps de réponse selon type d'étude et forme des paramètres (natureBG297)	229
Figure 133 : Pourcentage de bonnes réponses en fonction de l'âge et du type de paramètre (taille BG251)	230
Figure 134 : Temps moyen de réponse selon l'âge et la forme des paramètres (taille BK57).....	231
Figure 135 : Pourcentage de réponse niveau d'étude vs taille des paramètres (Kruskal age etude rep)	232
Figure 136 : Temps de réponse en fonction du niveau d'étude (taille BG278)	233
Figure 137 : Pourcentage de bonnes réponses en fonction du type d'études (taille BH296)	234
Figure 138 : Temps de réponse en fonction du type d'études (taille BF151).....	235
Figure 139 : Schéma décrivant les relations entre les causes des difficultés en mathématiques	243
Figure 140 : Coupe de l'oeil (F. Verninck 2003) inspiré de Hubel (1994)	268
Figure 141 : Réagencement des informations entre la rétine et le cortex visuel.....	269
Figure 142 : Temps de traitement des informations visuelles.....	270
Figure 143 : Couches du corps genicule lateral.....	270
Figure 144 : Les différents endroits où les signaux de la vision sont traités	271
Figure 145 : Problème 1.1.1	289
Figure 146 : Problème 1.2.1 :	290
Figure 147 : Problème 1.3.1	290
Figure 148 : Problème 2.1.1	291
Figure 149 : Problème 2.2.1	292
Figure 148 : Problème 2.3.1	292
Figure 151 : Problème 3.2.1	293
Figure 150 : Problème 3.1.1	293
Figure 153 : Problème 4.1.1	294

Figure 152 : Problème 3.3.1	294
Figure 155 : Problème 4.3.1	295
Figure 156 : Problème 4.2.1	295
Figure 157 : Problème 5.2.1	296
Figure 156 : Problème 5.1.1	296
Figure 157 : Problème 5.3.1	297
Figure 158 : Problème 6.1.1	298
Figure 159 : Problème 6.2.1	299
Figure 160 : Problème 6.3.1	300
Figure 161 : Effet Fechner et signe de la fraction de Weber (Fechner Z6789)	303
Figure 162 : Répartition des stimuli par décile (Fechner BD5250).....	309
Figure 165 : Temps de réponse selon le décile (Fechner BZ 5194)	309
Figure 166 : Nombre de bonnes réponses selon la séquence (Fechner BX2399)	310
Figure 167 : Temps moyen de réponse selon la séquence (Fechner CH2402).....	311
Figure 168 : Nombre de bonnes réponses selon la place dans l'expérience (Fechner BV2400).....	312
Figure 169 : Globalité des pourcentages des bonnes réponses (selon pb JN232).....	315
Figure 170 : Globalité des moyennes des temps de réponse (selon pb JV232).....	316
Figure 171 : Globalité des moyennes des temps de réponse (selon pb JG194)	316
Figure 172 : % de bonnes réponses par tranche d'âge (selon pb2 JQ9).....	317
Figure 173 : Graphique moyennes et écart type selon l'âge (Kruskal-age pb rep H189)	319
Figure 174 : Temps moyen de réponses en fonction de l'âge (selon_pb LV292)	319
Figure 175 : Graphique moyennes et écart type selon l'âge (Kruskal-age pb temps H201)	320
Figure 176 : Pourcentage de bonnes réponses (selon_pb KJ250)	321
Figure 177 : Moyenne et écart type selon le niveau d'étude KRUSKAL etude pb rep I194	322
Figure 178 : temps de réponse versus niveau d'étude (selon pb2 IJ82).....	322
Figure 179 : Moyennes et écart type des temps de réponse (Kruskal-étude-temps).....	323
Figure 180 : Pourcentage de bonnes réponses selon le type d'étude (selon pb2 IV170)	324
Figure 181 : Moyennes et écart type (Kruskal type-pb-rep).....	325
Figure 182 : Temps moyen des bonnes réponses selon le type d'études (selon_pb2 JD153).....	325
Figure 183 : Moyennes et écart type (Kruskal type-pb-temps)	326

Table des équations

Équation 1 : Pourcentage d'élèves en formations scientifiques	78
Équation 2 : Équation de Bayes	104
Équation 3 : Équation de la probabilité <i>a posteriori</i>	105
Équation 4 : Équation de Tenenbaum	105
Équation 5 : Formule de Fechner	115
Équation 6 : Fraction de Weber	116
Équation 7 : Équation de Stevens.....	116
Équation 8 : Codage d'un problème	219
Équation 9 : Calcul de la note de distance d'un problème	220
Équation 10 : Calcul de la note	222

Table des tableaux

Tableau 1 : La place des femmes dans la recherche (MENESR-DEP B3).....	57
Tableau 2 : Résumé de la recherche bibliographique	87
Tableau 3 : Calcul de l'angle de vision	164
Tableau 4 : Tests de l'horloge dans Excel.....	167
Tableau 5 : règles de construction des formes canoniques	170
Tableau 6 : Enveloppe des formes canoniques.....	171
Tableau 7 : Table des valeurs maximum de Δi	171
Tableau 8 : Application de l'effet Fechner	176
Tableau 9 : Répartition de la fraction de Weber (les cases sur fond noir sont exclues de l'expérience)	176
Tableau 10 : Valeur absolue maximum de la fraction de Weber	176
Tableau 11 : Répartition des valeurs de test	177
Tableau 12 : codage des niveaux d'étude	187
Tableau 13 : Codage des professions.....	187
Tableau 14 : répartition des données	188
Tableau 15 : Répartition des réponses (Brut, BRR629)	188
Tableau 16 : Tableau des centres de gravité (Feuil1 J362)	198
Tableau 17 : Valeurs des variables (ACP8 D15)	200
Tableau 18 : Corrélations (ACP8 A24)	201
Tableau 19 : Matrice des tests statistiques	217
Tableau 20 : Matrice simplifiée des tests statistiques.....	217
Tableau 21 : Méthode de codage des problèmes	219
Tableau 22 : Liste des types de problèmes.....	221
Tableau 23 : Construction de l'évaluation des problèmes (selon BP2 KL60)	222
Tableau 24 : Tableau des notes et méthodes d'utilisation (selon pb2 LI94).....	222
Tableau 25 : P-value nombre de réponse versus nature des énoncés (Kruskal âge forme rep).....	225
Tableau 26 : Age versus nature des énoncés (Kruskal age type temps)	226
Tableau 27 : Etudes versus nature des énoncés (Kruskal etude forme rep).....	227
Tableau 28 : Moyennes et écart type selon la nature des énoncés (Kruskal etude forme rep).....	227
Tableau 29 : P-value du test de Kruskal (Kruskal études forme temps.).....	228

Tableau 30 : Type de formation vs forme des énoncés (Kruskal type forme rep)	229
Tableau 31 : Type d'études vs forme des énoncés (Kruskal type forme temps)	229
Tableau 32 : Influence de la taille des énoncés selon l'âge (Kruskal age taille rep)	231
Tableau 33 : Influence de la taille des énoncés vs l'âge (Kruskal age taille temps)	232
Tableau 34 : P-value étude vs taille des énoncés (réponses) (Kruskal etude taille rep)	232
Tableau 35 : P-value étude vs taille des énoncés (temps de réponse) (Kruskal etude taille temps)	233
Tableau 36 : p-value type d'étude vs taille paramètre (nb réponses) (Kruskal type taille rep)	234
Tableau 37 : p-value type d'étude vs taille des énoncés (Kruskal type taille temps)	235
Tableau 38 : Comparaison évaluation et réponses aux problèmes (evals vs probleme)	236
Tableau 39 : Synthèse des analyses (N pour non significatif, S pour significatif)	236
Tableau 40 : Éléments de construction du matériel expérimental (Base manip CG9)	283
Tableau 41 : Séquences de présentation 1 à 19 (Base manip CQ74)	284
Tableau 42: Séquences de présentation 20 à 39 (Base manip CQ137)	285
Tableau 43 : Séquences de présentation 40 à 50 (Base manip CQ200)	286
Tableau 44 : Test de Kolmogorov-Smirnov (risque 10%)(Fechner CQ8004)	304
Tableau 45 : temps de réponses Masculin vs féminin (répartition)	305
Tableau 46 : Découpage en décile (Nombre de réponses (Fechner DI5215)	307
Tableau 47 : Découpage en déciles (en pourcentage) (Fechner EM5301)	308
Tableau 48 : P-values entre les distributions des stimuli	310
Tableau 49 : P-values distributions des stimuli vs temps des réponses « vrai »	311
Tableau 50 : Test de Kruskal-Wallis (Kruskal-age pb rep B 106)	318
Tableau 51 : Moyennes et écart type selon l'âge (Kruskal-age pb rep L11)	318
Tableau 52 : P-value âge versus problèmes (Kruskal age-pb-temps A118)	320
Tableau 53 : P-value niveau études versus problèmes (Kruskal niveau-pb-rep B106)	321
Tableau 54 : P-value temps de réponse versus problèmes (kruskal-etude-pb-temps)	323
Tableau 55 : temps de réponse scientifique versus littéraire (Kruskal type-pb-rep)	324

Table des abréviations

ACP : Analyse en Composante Principale

ADEP : Agence pour le Développement de l'Education Permanente

AFA : Association Française d'Astronomie <http://afanet.fr> éditeur de la revue Ciel et espace <http://cieletespace.fr>

AMAS : Abbreviated Math Anxiety Scale

ANSTJ : Association Nationale Sciences Techniques Jeunesse (ex FNCS) et devenue aujourd'hui « Planète sciences » <http://planete-sciences.org>

BEP : Brevet d'Etude Professionnelle

BTS : Brevet de Technicien Supérieur

CAP : Certificat d'Aptitude Professionnel

CDM : Cité Des Métiers <http://citedesmetiers.com> et <http://reseaucitesdesmetiers.org>

CIRASTI : Collectif Inter associatif pour la Réalisation d'Activités Scientifiques et Techniques Internationales, Mouvement français des expo sciences <http://cirasti.org>

CNAM : Conservatoire National des Arts et Métiers

CNCSTI : Conseil National de la Culture Scientifique, Technique et Industrielle

CPGE ; Classe Préparatoire Grandes Écoles

CSI : Cité des Sciences et de l'Industrie <http://universcience.fr>

CSS : Catégorie Scientifique Scolaire

CST : Culture Scientifique et Technique

DUT : Diplôme Universitaire de Technologie

EEG : Electro Encephalo Gramme

ETP : Équivalent Temps Plein

FNCS : Fédération Nationale des Clubs Scientifiques, devenue en 1977 ANSTJ et Planète sciences en 2002

FNE : Fonds National pour l'Emploi

FTLV : Formation Tout au Long de la Vie

GAFA : Acronyme pour Google, Apple, Facebook, Amazon

GSP : Genomic Superstruct Project

HDR : Habilitation à Diriger des Recherches

INSEE : Institut Nationale de la Statistique et des Études Économiques

IRM : imagerie par Résonnance Magnétique

IUT : Institut Universitaire de Technologie

MIST : Manifestation d'Intérêt Scientifique ou Technique

NEF : opération nationale « Nuit des Etoiles Filantes » devenue « les Nuits des étoiles »

OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Économique

OJD : Office de Justification de la Diffusion (de la presse)

PET : Positrons Emission Tomography

PFC : Pré Frontal Cortex

PCS : Profession et Catégorie Sociale

PIRLS : Progress in International Reading Literacy Study

PISA : Program for International Student Assessment:

RCAMA-2 : Revised Children's Manifest Anxiety Scale- Second Edition

RMN : Résonnance Magnétique Nucléaire

SEP : Sentiment d'Efficacité Personnelle

SMARS : Short Mathematic Anxiety Rating Scale

T : Tesla (unité de champ magnétique)

VBM : Voxel Box Morphometry

J'ai connu un sot pédagogue, qui, lorsqu'il rapportait à un élève quelque travail, après l'avoir examiné, disait gravement : « je ne vous parlerai pas de ce qu'il y a de bon là-dedans ; vous y penserez toujours bien assez. Voyons les fautes. ».

Voilà un homme qui tirait comme un bœuf, au rebours du bon sens.

Voir le bien, laisser tomber le médiocre, et, en un mot faire découvrir aux enfants leurs propres trésors, c'est l'essentiel pour un directeur d'enfants.

Alain, Propos du 21 septembre 1909

*Tu as volé as volé as volé as volé as volé as volé l'orange
Tu as volé as volé as volé l'orange du marchand
Y avait longtemps qu'on te guettait
Avec tes dents de loup
Y avait longtemps qu'on te guettait
T'auras la corde au cou
Pour toi ce jour c'est le dernier
Tu n'es qu'un sale voleur
D'abord tu n'es qu'un étranger*

Et tu portes malheur

*Vous vous trompez
Je courais dans la montagne
Regardant tout le temps
Les étoiles dans les yeux
Vous vous trompez
Je cherchais dans la montagne
L'oiseau bleu.*

Gilbert Bécaud & Pierre Delanoë 1964

<i>Ces deux textes sont cités pour rappeler que la bêtise et le racisme sont aussi une part du problème.</i>

Avant-propos

Mon premier vrai contact marquant avec les mathématiques fut en 5^{ème} au Lycée Colbert de Paris où Monsieur Fer réussit à transformer le cancre qui manipulait aisément, mais sans plaisir, les opérations de base, en premier de la classe dans cette discipline.

Mon deuxième contact fut dans le laboratoire de psychologie expérimentale de Jean François Le Ny de la Faculté de Vincennes. Durant les cours de statistiques je découvris avec surprise les difficultés de mes condisciples confrontés à une opération qui me paraissait si simple, la règle de trois.

C'est là aussi que Guy Denhière m'a amené à oser modifier avec succès un matériel expérimental dysfonctionnant puis que Jean François Richard me mit en tête à tête avec un ordinateur PDP 12 en même temps que l'un et l'autre m'initiaient à la psychologie expérimentale. Sitôt mon diplôme de psychologie expérimentale en poche, j'ai délaissé la psychologie au profit de grosses machines pleines de voyants et d'interrupteurs qui n'étaient pas, par ailleurs, plus dociles que les sujets volontairement soumis à mes expérimentations.

Ces machines sont devenues mon métier selon différentes variantes. Dans la dernière variante (Senior Consultant pour les produits de centre d'appels et de tables de change chez Siemens), François Gerin, DG Adjoint, m'a chargé d'une mission au sein de la Fondation Cegetel-Siemens pour la recherche scientifique. Cela m'a permis de renouer le contact avec le monde universitaire et de m'insérer dans les équipes de l'I3S de Sophia Antipolis.

Entre-temps comme enseignant dans une 4^{ème} d'adaptation, j'avais rencontré deux faces de la difficulté avec les mathématiques : l'élève brillant mais que la lecture des énoncés ramenait au niveau des cancre (ce point très important sera développé page 123) et les élèves pour qui les mathématiques étaient définitivement un monde insondable.

D'où provenaient ces différences ? Pouvait-on y remédier ? Comment ?

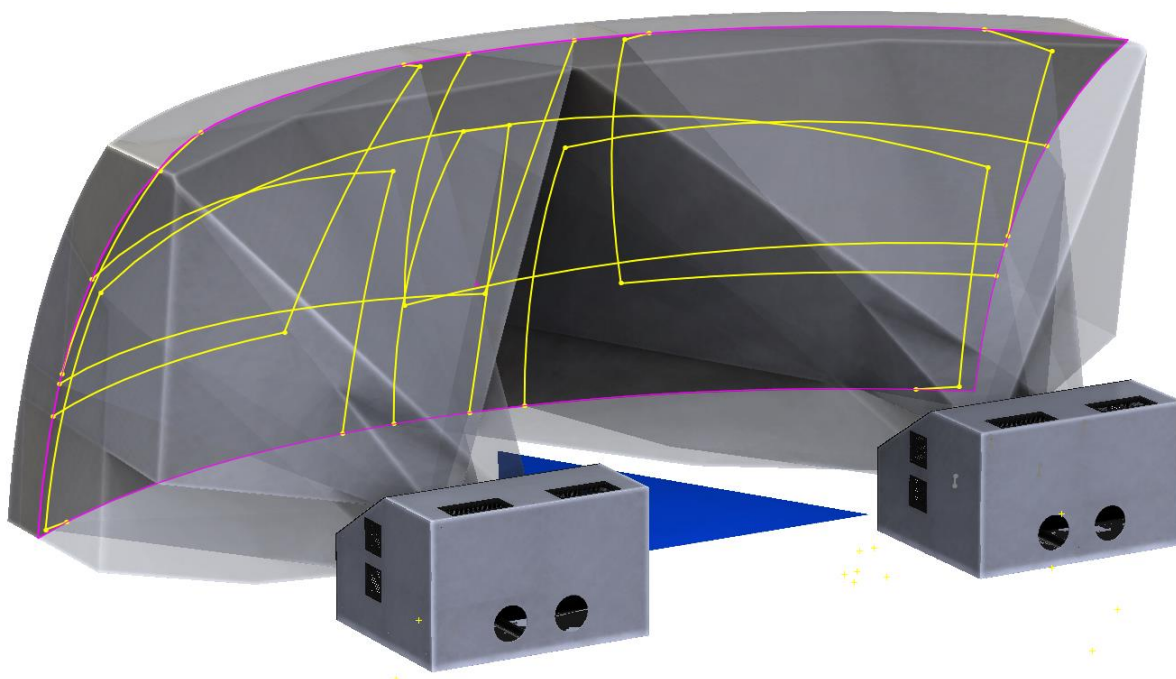
J'ai gardé longtemps ces questions en suspens faute d'opportunité de les creuser.

1997 fut le début de plusieurs opportunités qui commencèrent par ce que je peux considérer, aujourd'hui, avec le recul, comme une grande chance, mon licenciement par Siemens au bénéfice l'âge ! François Gérin en profita pour me nommer sur une mission à la fondation Cegetel, ce qui m'ouvrit la possibilité, puisqu'il fallait que je me rende une fois par mois à Nice, de reprendre des recherches en informatique sur un nouveau sujet, éloigné de mon DEA sur les mémoires à bulles magnétiques qui entre temps avaient disparues grâce à des erreurs de positionnement marketing et une complexité élevée de fabrication. Cette nouvelle recherche consistait à trouver des méthodes pour modifier l'arbre de présentation des pages WEB d'un site en fonction de l'activité passée de l'utilisateur. Cette recherche sur deux algorithmes d'apprentissage l'un basé sur les lois de la gravité, l'autre à base d'analogie avec les fourmis, aboutit à un doctorat en système informatique que j'ai soutenu en 2007 avec Jean-Louis Cavarero, professeur à Nice et à 9 publications.

En 2009 je faisais, peu après mon diplôme, mon entrée à la Cité des sciences et de l'industrie au laboratoire de psychologie expérimentale Lutin (Laboratoire des Usages en Technologies d'Information Numériques), introduit par Jean François Richard (Professeur de psychologie expérimentale depuis son origine à Paris 8 Vincennes) comme chercheur. Cette position dans la Cité des sciences amena un foisonnement de contacts :

Des contacts avec l'industrie pour le Lutin au cours de 2 projets ;

- RANUTER (Radio Numérique TERrestre), dont j'ai été un temps responsable, une collaboration avec la Société des Autoroutes Paris Normandie (SAPN). Ce projet portait sur l'interaction entre le conducteur et un poste de radio terrestre numérique avec son écran enrichi en fonctionnalités.*
- CALISTO projet dirigé par Bouygues avec pour but de créer un système de visualisation 3D d'un bâtiment (environnement lumineux et sonore inclus) avec un immense écran sphérique (voir ci-dessous) Ce système devait être mis à la disposition de promoteurs ou d'architectes pour permettre une visite virtuelle d'un futur bâtiment. Ce projet n'a pu être mis en service en raison de l'usage de matériaux non conformes, en cours de réalisation, ce qui a entraîné un refus d'ouverture par les services de sécurité.*



Des contacts avec le Carrefour Numérique pour des présentations et des démonstrations du robot NAO ce qui m'a valu un bureau dans leurs locaux.

Des contacts à la cafétéria de la Géode, avec Olivier las Vergnas qui, au départ, s'immisça en tant que Président de L'Association Française d'Astronomie, dans une conversation sur l'astronomie avec Pierre Ricono, le patron du Carrefour Numérique, lui-même diplômé en astronomie.

Des contacts avec les services techniques de la Cité pour résoudre des problèmes techniques liés aux locaux du Lutin, mis à disposition par la Cité des sciences.

Ces contacts ont eux-mêmes foisonné :

Les contacts avec les services techniques ont attiré l'attention de mon ami Laurent Vilcoque, (architecte), qui m'a associé au projet de réhabilitation de 1600 m2 de bureau de la Cité, en me confiant la responsabilité de deux lots du projet, puis une partie de sa maîtrise d'œuvre. À sa mort, la Cité m'a embauché pour assurer une assistance à la nouvelle maîtrise d'œuvre.

Les contacts avec Pierre Ricono et mon travail précédent à la Cité ont amené le Directeur des éditions et du Transmédia de la Cité des Sciences, Claude Farge, à me proposer de piloter la transformation de 1200m2 de locaux en un FabLab et un LivingLab, pièces maitresses de la rénovation du Carrefour Numérique.

Entre temps, devenu directeur du Forum des Images, Claude Farge m'a demandé en 2019 de piloter la partie infrastructure de la création d'une école

TUMO dans le Forum des Images. Ce projet me confronta en particulier à devoir piloter l'installation d'un ensemble de sièges mobiles au plafond du Forum ce qui représente environ 7 tonnes d'acier à fixer à 5 mètres de haut.

Les contacts fréquents à la cafétéria de la Géode avec Olivier nous ont amené à évoquer les questions qu'il se posait sur les relations des gens aux mathématiques. Ainsi, nous en sommes arrivés à évoquer l'idée d'un retour dans l'Université via un second doctorat et in fine il m'a proposé un sujet de recherche sur l'apprentissage des mathématiques.

Dans les premiers entretiens avec Olivier Las Vergnas pour définir le sujet de la thèse qu'il me proposait, il m'est apparu qu'un grand nombre de facteurs provoquaient des désordres dans l'apprentissage des mathématiques et donc des difficultés ultérieures à les utiliser à l'âge adulte.

Ces facteurs ne semblaient pas avoir de lien entre eux alors qu'ils semblaient coordonner leurs effets ou en tout cas avoir le même genre d'effet. Du travail sur ce thème, avec lui est sortie une interrogation qui me paraissait évidente : « comment tant de facteurs différents peuvent-ils finalement se concrétiser par les mêmes difficultés ? ».

Je suis arrivé à la conclusion que tous ces facteurs agissaient en lien avec un mécanisme sous-jacent. Plusieurs lectures m'ont amené à des mécanismes neurophysiologiques, redirigeant ma recherche sur un aspect non pris en considération par Olivier La Vergnas dans son travail sur ce qu'il a désigné sous le nom de Catégorisation Scientifique Scolaire (ce point sera développé page 109).

En découlèrent de longues discussions sur l'opportunité de continuer à explorer ce versant, complémentaire des causes, plus « sociologiques », qu'il avait initialement souhaité me voir étudier, sur la façon d'articuler ces deux versants de la recherche projetée, sur la façon de créer les expériences nécessaires, sur les points à tester. L'idée centrale était donc de mettre ma pratique en matière d'approche expérimentale instrumentée par l'informatique et de méthode de la psychologie expérimentale au service de l'analyse des causes individuelles de la Catégorisation Scientifique Scolaire.

La conclusion fut que ce travail serait une étude exploratoire ayant pour but d'analyser plusieurs séries de facteurs en particulier neurologiques physiologiques et psychologiques pouvant, en complément des facteurs sociologiques, agir sur l'apprentissage des mathématiques et de déterminer

autant que faire se peut leur importance relative. Ces facteurs sont décrits dans le chapitre B à partir de la page 82.

Ce début de recherche m'a aussi conduit à penser que les problèmes d'accès aux mathématiques sont une difficulté globale, mais variant très certainement avec les cultures et le vocabulaire lié aux nombres, ce qui sera analysé au cours de la présentation de mon travail. Ce début de travail m'a permis d'écrire un article accepté en 2018 au CSEDU.

Enfin ce travail ne peut prétendre à être exhaustif dans une recherche couvrant plusieurs domaines scientifiques dont certains complexes surtout au vu de l'évolution très rapide des moyens d'analyse, liée aux progrès scientifiques et techniques, en particulier en matière de traitement de l'information avec ses conséquences sur les progrès de l'imagerie médicale.

A

Contexte des discours sur l'éducation

- **L'ÉDUCATION NATIONALE**
- **LA CST**
- **LES MODELES DE LA CSS**
- **PREMIER CADRAGE DU PROBLEME.**

1. Présentation du chapitre A

Comme on a pu le comprendre dans l'avant-propos, ce travail de thèse a pour but de fournir une contribution à l'analyse des difficultés rencontrées par les adultes vis-à-vis des mathématiques et des sciences qui s'y rattachent. Il se propose ainsi d'explorer en quoi des facteurs neurophysiologiques pourraient intervenir en parallèle d'autres psychologiques et sociologiques dans les difficultés systématiquement rencontrées par une fraction très importante de la population adulte.

Le but de cette première partie est de proposer de brefs rappels sur quelques éléments susceptibles d'éclairer ce travail sur les causes des difficultés mathématiques et leur origine. Les éléments qui nous ont paru essentiels à rappeler dans ce contexte renvoient à trois thématiques (l'instruction publique, en particulier sous l'angle des enjeux de sa construction et de la formation des filles, la culture scientifique et technique et la catégorisation scientifique et scolaire) :

a) L'instruction publique qui deviendra Éducation Nationale

Elle est en France la source majeure des facteurs à la fois conatifs et scholastiques influant le rapport aux disciplines scientifiques d'une large fraction de la population. C'est également la cause d'une partie de la façon dont l'accès des filles aux sciences est perçu de nos jours :

- **Histoire de l'Éducation Nationale et de ses enjeux.**

Le rappel succinct de quelques étapes de cette histoire est nécessaire pour resituer différents pans des enjeux du système de formation initiale et leurs conséquences en termes de construction des filières actuelles.

- **La formation des filles**

Elle a connu des débuts difficiles dans la doctrine politique et elle conserve un arrière-goût des préjugés sociologiques qui ont jusqu'il y a peu présidé aux décisions dans le système scolaire les concernant. Ces décisions renforçant les préjugés liés au sexe des élèves.

b) La Culture Scientifique et technique (CST)

Ce qui est aujourd'hui appelé « Culture Scientifique et Technique » (La CST) fait l'objet de nombreux discours et de moyens utilisés pour essayer de lever les obstacles à l'accès à la science qui concerne 75% des gens. (Las Vergnas, 2016).

c) La Catégorisation Scientifique Scolaire (CSS)

En s'appuyant sur les travaux d'Olivier Las Vergnas, les discours sur la science et la culture scientifique seront évoqués. Ces analyses conduisent à introduire alors le concept de « catégorisation scientifique scolaire » qui est un des moteurs du rejet des sciences par 75% des gens sous l'effet des catégories (scientifiques/non scientifiques) créées par le système scolaire.

Cela conclura cette première partie ainsi que le cadrage initial du problème qui sera traité dans ce travail de thèse.

2. L'instruction publique qui deviendra « Éducation Nationale »

Il ne peut, pas bien-sûr, être ici, question de prétendre résumer l'histoire de la mise en place de l'instruction publique et de l'éducation nationale. Quelques jalons clefs peuvent être néanmoins rappelés parce qu'ils apportent des éclairages historiques sur ce qui peut entrer en jeu dans le rôle qui est donné aujourd'hui aux savoirs dits scientifiques dans les discours des décideurs.

1. Évolution de l'instruction publique puis de l'Éducation Nationale

Dans ce paragraphe l'évolution de différents niveaux du système éducatif sera évoquée :

- La construction de l'école maternelle et primaire.
- « L'Éducation Nationale au sens actuel du terme doit ses premiers fondements à la révolution et en particulier à la Convention pendant laquelle l'instruction publique fut l'objet de plusieurs débats, et ce jusqu'au dernier jour de la Convention » (Zazzo, 1989).

Néanmoins on peut rappeler qu'avant la révolution, des tentatives eurent lieu pour, à la fois écarter les jésuites du système éducatif (1762 par le parlement de Paris) et organiser une éducation ne s'appuyant pas sur une organisation religieuse. Zazzo dans sa description des projets de Condorcet et de Le Peletier (Zazzo, 1989) cite ainsi le plan

de Caradeuc de la Chalotais en notant cependant qu'il n'était pas destiné à l'instruction du peuple.

Repartant des travaux de la Constituante et du rapport de Talleyrand (jugé trop lourd pour être voté à la fin de la constituante) en septembre 1791 Condorcet (Assemblée Nationale, 1792) a élaboré un projet qui ne fut jamais voté. Ce plan inspira à Lepeltier un projet de décret (à la fois complément et critique de celui de Condorcet) (Zazzo, 1989) que présenta à sa place Robespierre (après l'avoir remanié) (Bouloiseau & Boboul, 1967) (voir Annexe 7) car Lepeltier avait été assassiné. Ce projet ne fut voté que le 13 août 1793 après avoir été modifié par Léonard Bourdon qui supprima entre autres l'école pour les filles, la gratuité et l'obligation scolaire. In fine Daunou, le 30 Vendémiaire an III fit voter un décret qui modifia et compléta les textes précédents mais sans rien prévoir pour les filles. Le lendemain la Convention déclara sa mission terminée. (Histoire de la Convention (<http://www.inrp.fr/edition-electronique>)).

La conclusion de ces épisodes revient à Chaptal (Chaptal, An IX) qui sous le consulat, dans un rapport de Brumaire an IX écrivit :

« Au milieu des agitations, des haines, des passions auxquelles la CONVENTION NATIONALE fut en proie, on l'a vue néanmoins s'occuper constamment d'instruction publique. Les crises politiques qui ont marqué ces périodes d'une manière si effrayante, ont fait successivement prédominer tous les partis et la postérité croira avec peine que la même assemblée qui paroissoit avoir organisé la destruction en système, ait produit ces nombreuses lois salutaires auxquelles nous devons, ou la conservation, ou la création de presque tous nos établissements d'instruction publique ».

Dans le même rapport (page 22), il proposait par ailleurs une éducation inégale :

« L'instruction doit être très inégale ; car tous les états de la société n'en ont pas un égal besoin : il en est, et c'est le plus grand nombre qui ne réclame que l'emploi des forces physiques. Le Gouvernement ne doit donc dans ces cas-ci que l'instruction commune ou générale ».

De même la vision de la Convention est loin d'être égalitaire. Par exemple dans le décret de Daunou l'élève paye le maître selon un tarif fixé au niveau

départemental et seuls 25% des élèves (les plus pauvres) peuvent en obtenir la gratuité.

Un point important reste l'obligation de l'usage du français dans l'enseignement, les idiomes locaux pouvant cependant être utilisés de façon auxiliaire. Par ailleurs une bonne partie des enfants ont des scolarités inachevées ou irrégulières faute pour les parents de pouvoir se passer de cette force de travail ou de ce salaire d'appoint (Grenet, 2006)).

Le problème de l'efficacité du discours politique, relevé par Olivier Las Vergnas, qui sera traité plus loin n'est donc pas nouveau. Ainsi la Commission Exécutive de l'Instruction Publique (1 an après la fin de la convention et les décrets de Daunou) constate le 26 septembre 1795 que le travail et les discours de la Convention n'ont pas été complètement efficaces. Les accusés sont des objectifs trop ambitieux et des moyens inadéquats mais surtout il lui est reproché de vouloir aller trop loin dans l'éducation du peuple. (« Convention 11. 17 novembre 1794 », 1992). La Commission exécutive de l'Instruction publique écrit à cette date :

« [...] L'Instruction primaire a été organisée deux fois, savoir par un décret de 29 frimaire an 2 et par un autre du 27 brumaire an 3. Mais aucun de ces décrets n'a été complètement exécuté. Nous allons présenter quelques observations sur les causes du peu de succès que les écoles primaires ont eu jusqu'à ce jour.

La disette de sujets n'a pas été la moindre de ces causes et son effet est devenu d'autant plus grand qu'on a voulu porter plus loin l'instruction dans les écoles primaires. Il ne fallait pas croire qu'elles pussent devenir tout à coup supérieures aux petites écoles qu'elles devaient remplacer. C'est assurément faire beaucoup pour l'instruction générale que de multiplier le nombre des individus sachant lire, et en état d'écrire, quoique mal et sans orthographe ; et c'était à ce but qu'il fallait se borner, du moins pour les campagnes. Le choix de livres et lectures des exemples d'écriture était le moyen que le gouvernement pouvait employer pour améliorer l'enseignement et propager les idées ».

La création de l'Éducation Nationale n'empêche pas les écoles confessionnelles qui ont été d'abord interdites puis ré-autorisées quand a cessé la déchristianisation. Ces écoles concentrent les classes aisées, leur donnant accès à l'enseignement du latin.

Il faudra attendre Les décrets de Jules Ferry le 29 mars 1880 pour que les jésuites reçoivent l'ordre de quitter l'enseignement sous 3 mois. 5000 congrégations sont presque aussitôt expulsées. Il faut néanmoins noter la diminution sensible de l'illettrisme depuis la révolution. La situation de l'éducation en France avait progressée passant de 21% de français capables de signer leur acte de mariage 1 siècle avant la révolution à 37% à son début (Assemblée Nationale, 1792) pour atteindre 78% pour les hommes et 66% pour les femmes au moment des lois de Jules Ferry selon Herodote.net (https://www.herodote.net/29_mars_1880-evenement-18800329.php).

Jules Ferry enfin instaure la gratuité de l'enseignement primaire le 16 juin 1881 et l'obligation le 29 mars 1882.

Dans le même temps après la Restauration une intense activité menée par des associations et des municipalités s'occupent des enfants de 2 à 6 ans pour substituer une préscolarisation aux gardes divers existants alors. Ceci aboutit en 1881 à environ 5 500 établissements et 20% des enfants. Le but profond n'est pas seulement de libérer la main-d'œuvre féminine et donc de permettre un second salaire mais surtout d'ouvrir à l'éducation la seconde enfance (entre le sevrage et l'âge de raison ») (Luc & Prost, 1994).

II. ***La construction du lycée, du baccalauréat et de l'enseignement supérieur***

Dans le vécu des élèves à partir de l'entrée dans le secondaire des événements successifs vont contribuer à créer une angoisse, parfois bloquante pour certains étudiants et ainsi les conduisant à l'échec. Le dernier d'entre eux est le baccalauréat, épreuve marquante malgré son taux élevé de réussite.

Le baccalauréat, premier grade universitaire, créé au 13^{ème} siècle par l'université de Paris et nommé en utilisant la locution latine « *bacca laurea* » (couronne de laurier). Le baccalauréat le plus valorisé était alors celui de théologie qui implique le latin.(Mergnac & Renaudin, 2009).

La révolution s'est concentrée sur la petite enfance à part un ensemble de grandes écoles qui est progressivement créé par exemple par Lakanal à la fin de la convention ce que résume le rapport de Chaptal (Chaptal, An IX)

Ainsi le baccalauréat n'est pas cité dans les textes de la révolution puisque l'université est d'abord supprimée par la révolution.

Le Baccalauréat sera réorganisé par Napoléon en 1808 en 5 disciplines (sciences, lettres, droit, médecine, théologie) tout en restant le premier grade universitaire. Il crée en même temps deux autres grades la licence et le doctorat. Dans cette architecture le baccalauréat de lettres est un préalable aux épreuves des autres. Les épreuves de latin subsistent dans le baccalauréat es sciences.

Malgré l'opposition de conservateurs attachés aux enseignements classiques, le baccalauréat se modernise peu à peu au profit des sciences. Au fil du XIXe siècle, l'enseignement des lettres diminue au profit des mathématiques et des matières scientifiques, conséquence directe de la révolution industrielle qui suscite une meilleure adaptation aux besoins des programmes (Belhoste, 1990) (Mergnac & Renaudin, 2009).

Le baccalauréat concerne de fait à l'époque un nombre restreint d'élèves, au milieu du XIXe siècle, il y avait un peu plus de 100 000 élèves qui arrivaient en terminale, et seulement 4600 qui passaient le baccalauréat (Mergnac & Renaudin, 2009).

La fin du XIXe siècle voit ensuite les premières mesures qui mèneront au baccalauréat que l'on connaît aujourd'hui. En 1874, le baccalauréat est divisé en deux séries d'épreuves, sur deux années.

En 1880 Jules Ferry remplace le discours latin par la composition française puis par décret du 29 mars 1882 (Ferry, 1882), évince les congrégations de l'enseignement. Le latin étant par ailleurs de moins en moins usité, il disparaît partiellement au profit de la littérature française et, dix ans plus tard, le baccalauréat devient unique, imposant un tronc commun grâce au "baccalauréat de l'enseignement secondaire".

Ces réformes permettent de populariser le baccalauréat et de faire croître le nombre de candidats. Sa progression est surtout due aux changements de société et à la nécessité de formations longues. Au début la majeure partie des bacheliers est issue de la bourgeoisie.

En 150 ans la France est passée de 39 candidats en 1809 à quelques centaines de bacheliers par année (2,7% d'une classe d'âge en 1936 (Grenet, 2006)) à 680 000 candidats (DEPP RERS 2019).

En 1927, les programmes du secondaire féminin et masculin sont enfin unifiés : 66 ans après que Julie-Victoire Daubié ait obtenu le baccalauréat,

les filles sont enfin autorisées à passer l'épreuve (Mergnac & Renaudin, 2009).

Il faut attendre 1945 pour que la terminale unique soit scindée en 3 (philosophie, sciences expérimentales et mathématiques élémentaires).

Plus récemment enfin Jean-Pierre Chevènement fait voter en novembre 1985 une loi créant les baccalauréats professionnels répondant à l'objectif de mener 80% d'une classe d'âge au niveau du baccalauréat en 2000.(Chevènement, 2009). Dans son analyse Jean-Pierre Chevènement fait le distinguo entre « niveau du bac » et obtention du diplôme.

Deux décennies plus tard il expliquera rétrospectivement sa motivation par le constat que le Japon et la plupart des pays développés avaient atteint l'objectif de la scolarisation jusqu'à 18 ans pour 70 à 80% d'une classe d'âge. Il constatera enfin une stagnation entre 1996 et 2009 du nombre d'élèves parvenant au niveau du baccalauréat. Pour lui, il importe non pas de faciliter l'accès, mais de revaloriser les filières technologiques et littéraires en leur apportant des moyens en personnels et en locaux. Ceci n'est d'ailleurs pas sans rapport avec le fait qu'en France il existe un système primaire et un système secondaire complètement hermétiques l'un à l'autre ce qui n'est pas sans laisser de trace. En particulier le passage du CM2 à la sixième n'est pas toujours simple pour certains élèves, même si l'examen d'entrée en sixième n'existe plus (Mergnac & Renaudin, 2009).

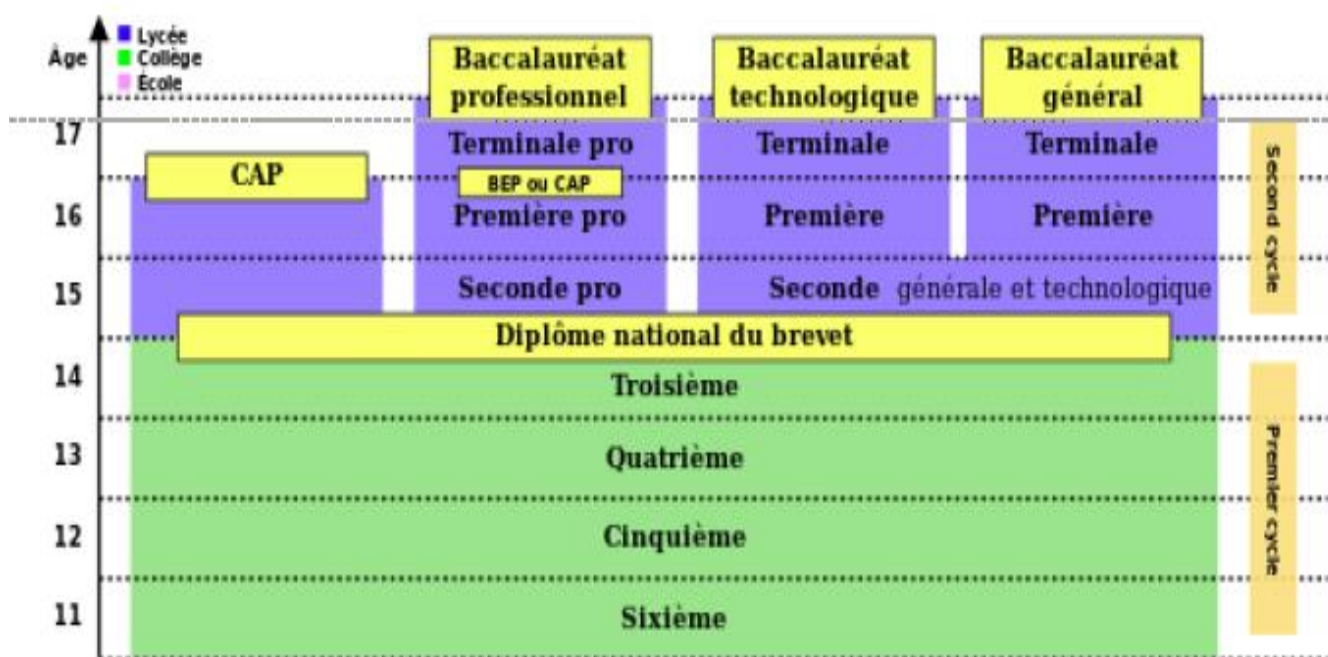


Figure 1 : Système d'orientation en 2009 .(<https://www.plaisir-dapprendre.fr/441866764>)

A partir de 1968, la transformation des brevets professionnels en baccalauréats contribue à augmenter la proportion de bacheliers dans une classe d'âge ce qui conduit en 2009 au système d'orientation de la Figure 1.

Dans le même temps les résultats globaux progressent, passant de 20% de réussite en 1970 à 87,8 d'une classe d'âge en 2015. (Figure 2) Cette progression doit beaucoup à la transformation des brevets professionnels en baccalauréats.

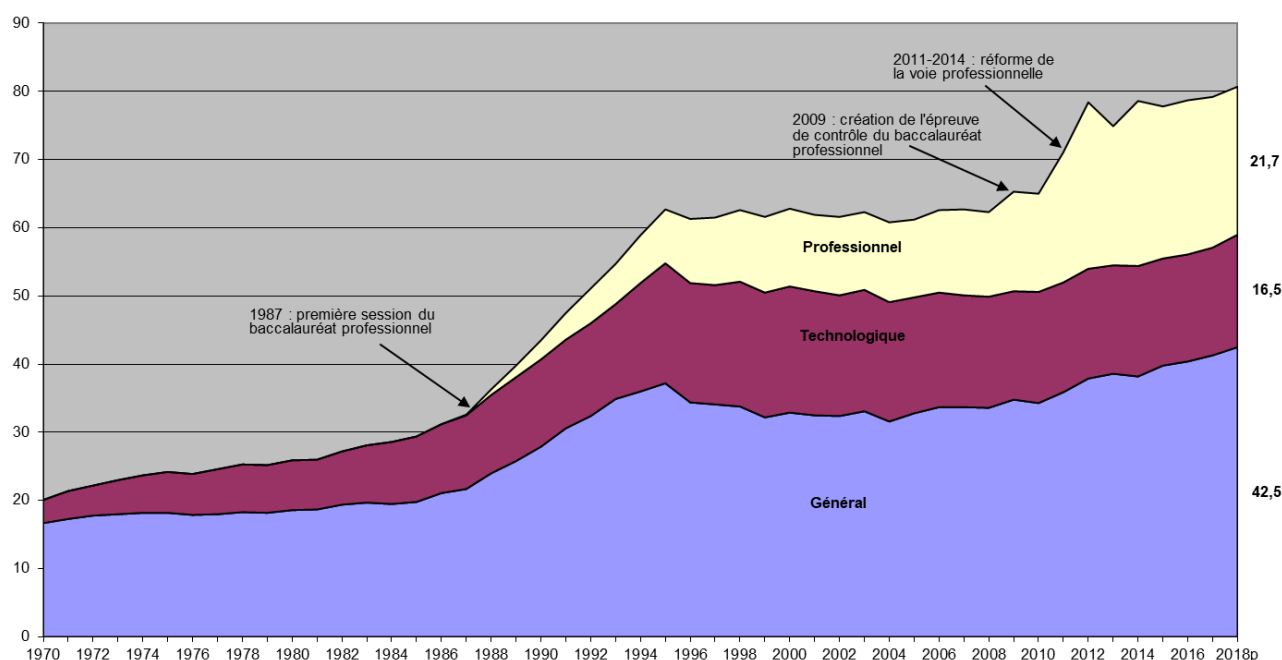


Figure 2 : Evolution de la proportion de bacheliers (DEPP RERS 2019)

Cette popularisation du baccalauréat a modifié le sens et la valeur de ce diplôme. Ce qui était le premier grade Universitaire lors de la création par l'Université de Paris au 13^{ème} siècle est devenu dans les dernières décennies, un diplôme de fin d'études secondaires conduisant à la notion d'« ouvrier-bachelier » (Garcia & Poupeau, 2003). Ce déclassement, conséquence d'une exigence croissante des employeurs, est assorti d'une course au diplôme et d'un chômage de masse croissant des moins qualifiés. (Viger, 2007).

Une conséquence indirecte est pour les élèves en retard ou n'ayant pas obtenu le bac une forte stigmatisation et une baisse de l'estime de soi (Cayouette-Rembrière & De Saint Pol, 2013) que nous reverrons page 138..

Enfin, avec la disparition de la plupart des rites de passage à l'âge adulte (service militaire par exemple) et l'abaissement de l'âge de la majorité, le baccalauréat est devenu une sorte de rite de passage à l'âge adulte. Cet aspect du bac est souligné par les éditorialistes (Araud et al., 2012)–qui

s'appuie sur les travaux de François Dubet, (Supertino, 2018) ou le site hérodote.net (Grégor, 2020).

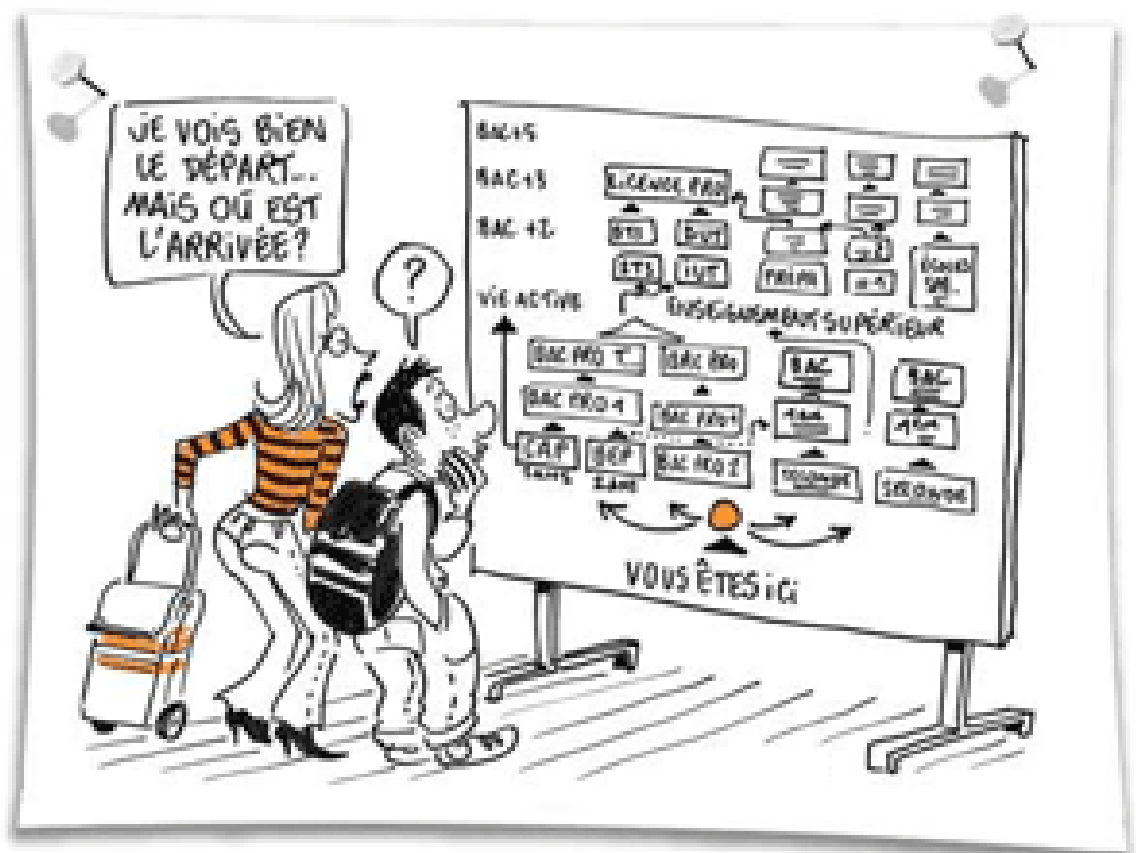


Figure 3 : Source :<https://www.orientation-scolaire-professionnelle.com/comment-choisir-ses-etudes/coaching-d-orientation-en-ile-de-france/test-orientation-paris-2e-la-bourse.html>

III. ***L'éducation nationale et les filles***

L'éducation des filles prônée dès 1524 par Luther (avec un objectif « ménager » et religieux) est confiée essentiellement à des congrégations closes ou non. Elle n'a pas évolué en 1789. L'organisation qui en découle est surtout dense dans les villes et les gros bourgs. Cette éducation est souvent abrégée pour des raisons économiques (besoin du travail des enfants). Durant la Convention, cette éducation est négligée même si Lakanal la fait voter la veille de la clôture de la Convention. Les congrégations religieuses reprennent leur activité d'enseignement avant leur exclusion en 1880 puis l'obligation scolaire pour les filles en 1882 avec un reste d'éducation religieuse hors temps scolaire d'où la libération du jeudi. L'enseignement secondaire est ouvert aux filles mais avec peu de places et avec des programmes différents surtout dans les matières scientifiques et pour le latin. (Dinet, 2011)

Certaines de ces inégalités initiales ont subsisté fort tard. Par exemple il a fallu attendre 1861 pour que Julie-Victoire Daubié (André-Durupt, 2018) soit la première femme reçue au baccalauréat dans une France sans lycée de jeune filles mais qui n'avait encore que 81 lycées de garçons. Julie-Victoire Daubié, n'obtient son diplôme que grâce à l'intervention de l'Impératrice Eugénie, épouse de Napoléon III car si l'éducation des femmes est prise en compte dans la loi Falloux (Alfred de Falloux, 1850) elles ne peuvent cependant pas passer l'examen, faute d'apprentissage du latin, toujours indispensable pour passer le diplôme d'entrée à l'université. (Mergnac & Renaudin, 2009).

Il est à noter qu'elle fut « bachelier » le féminin n'existant pas encore. A cette époque il n'y a que 1% de réussite au baccalauréat.

À l'issue du texte de la Convention, l'éducation des filles a subi bien des aléas, supprimée par l'Empire puis pas la Restauration, elle ne renaît vraiment qu'avec la 3^{ème} République qui crée, pour les jeunes filles, par la loi de Camille See du 21 décembre 1880, 26 collèges et 23 lycées et par la loi du 29 juillet 1881 l'École Normale de Sèvres (Sée et al., 1888). Jusque-là seules les congrégations religieuses assurent cette tâche. Cette tâche est plutôt mal assurée malgré quelques réussites exemplaires comme par exemple la Maison de la Légion d'Honneur. Cet état rendait l'intervention publique nécessaire. Pour ce

qui est des jeunes filles Rousselot cité par Rogers écrit « *Les jeunes filles sont élevées sur les genoux de l'église et il faut à tout prix qu'elles y restent et ne passent pas dans les bras de l'Université* » (Rogers, 2007). C'est une position que défendait aussi Jules Ferry qui dans un discours du 10 avril 1870 déclare « *Il faut que la femme appartienne à la science, ou qu'elle appartienne à l'église* » mettant en exergue la concurrence entre les républicains et l'église. Cette concurrence prendra fin avec l'éviction des jésuites en 1880.

Dans la revue « lycées et collèges de jeunes filles » (Sée et al., 1888) la préface de Camille Sée souligne l'incohérence de l'organisation scolaire qui ne gère pas tous les niveaux

« Les jeunes filles instruites dans leur famille, même pour les premières études ne sont qu'une exception. [...] »

Ce sont encore les couvents qui en serviront [d'institutions privées]; et loin de préparer les jeunes filles pour l'école secondaire, ils ne songeront qu'à leur apprendre à s'en passer. On ne comprend pas que l'Administration se charge des classes supérieures et abandonne ainsi, soit aux congrégations, soit à l'industrie privée, les classes élémentaires dont l'importance est capitale » (Camille Sée : Lycées et collèges de jeunes filles, page 43).

À la suite de la loi de 1880, le premier lycée de jeunes filles est créé en 1882 à Montpellier cependant son diplôme de fin d'études n'est pas le baccalauréat mais un Brevet Supérieur qui ne permet pas l'accès à l'Université car le législateur de l'époque veut « empêcher les femmes de concurrencer les hommes dans les professions supérieures. » comme cela sera souligné page 31 du texte de Camille Sée (Sée et al., 1888).

Ce brevet permet néanmoins aux femmes d'accéder à la fonction d'institutrice voire même de diriger une école.

Dans la même revue (Sée et al., 1888), se trouve un autre reproche fait au Conseil supérieur de l'Instruction publique en soulignant - déjà - la surcharge des programmes pour les filles (et, à travers ce constat, pour les garçons), créant ainsi un bachotage inefficace. Il met en même temps en cause la routine pédagogique, le pédantisme des enseignants et le goût pour les programmes longs et difficiles.

« L'autre reproche que nous faisons au Conseil Supérieur c'est d'avoir trop surchargé le programme.

On a traité les jeunes filles comme les jeunes gens, qu'on écrase de besogne, et à qui on impose tant de sujets d'études, qu'ils passent leur jeunesse à bourrer leur mémoire, sans avoir exercer leur jugement. La préparation aux examens ainsi conçus se fait au moyen de manuels et de questionnaires. On apprend une quantité énorme de réponses, qu'on n'essaye même pas de comprendre. Si on a le bonheur de réciter passablement sa litanie le jour de l'examen on obtient un diplôme chèrement acheté par un dur travail, et qui ne prouve aucune capacité. On peut oublier, et on oublie, en effet dès le lendemain toutes ces formules ; et comme on n'a pas appris à penser, comme on n'y est pas accoutumé, on n'a même pas la force nécessaire pour se créer à soi-même des idées et refaire sa propre éducation. Nous en sommes là, grâce à la routine, au pédantisme et à la passion des hommes du métier pour les programmes longs et difficiles. » (Camille See : Lycées et collèges de jeunes filles, page 44).

Cependant le but n'est pas l'égalité de formation entre filles et garçons ou l'accès professionnel des filles qui motive ces propositions de programmes mais le maintien à « leur place » et faire en sorte qu'elles ne concurrencent pas les hommes.

« [...] les jeunes filles n'entreront ni à Brest, ni à Saint-Cyr, ni à l'École polytechnique. Elles ne serviront ni dans le génie, ni dans l'artillerie, ni dans les ponts et chaussées, ni dans les mines.

On ne comprend pas ce qu'elles feront de tant de chimie, de tant de physique et de tant d'histoire naturelle ; les éléments leur suffisaient pour les mettre en état de lire les beaux ouvrages et d'admirer les belles découvertes. [...].

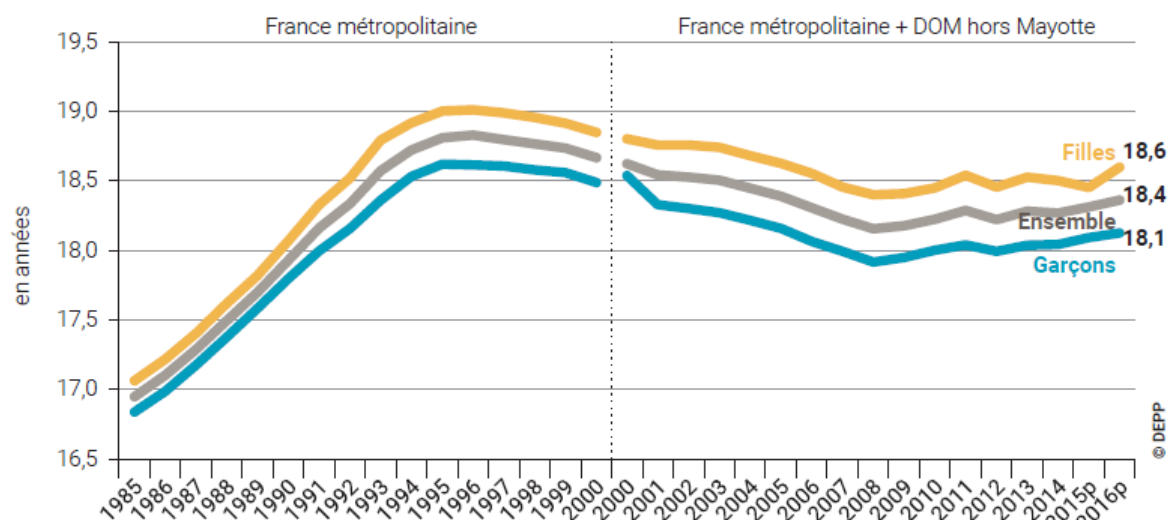
Nous avons voulu cultiver et élever l'esprit des femmes. Nous pensions qu'il y avait lieu de les initier de plus près aux charmes de la littérature ; aux pénétrantes leçons de l'histoire, aux règles de la morale ; nous pensions qu'il y avait lieu de leur enseigner — ce sont les termes mêmes de la loi—« l'arithmétique, les éléments de la géométrie, de la chimie, de la physique et de l'histoire naturelle » ; qu'elles y gagneraient quelque force sans rien y

perdre de leur grâce ; que leur commerce en deviendrait plus aimable ; qu'elles en seraient de meilleurs compagnes pour leurs maris, de meilleures maîtresses pour leurs enfants ; nous voulions leur apprendre à être à la fois des femmes charmantes et des femmes utiles. Le Conseil supérieur, par ses exagérations, court le risque de faire de certaines d'entre elles des hommes incomplets, qui n'auront jamais ni la force ni le rôle d'un sexe, et qui auront perdu toutes les grâces et toutes les aptitudes de l'autre » [...]

Il s'agit, en effet, de réaliser pour les jeunes filles ce que M. Legouvé appelle spirituellement « l'égalité dans la différence » ; la seule à laquelle elles puissent aspirer, la seule qu'elles puissent accepter » (Camille See : Lycées et collèges de jeunes filles, pages 44 à 47).

A partir de la guerre de 1914-1918 les femmes ont accès au baccalauréat mais un baccalauréat après des années d'études sans le latin alors nécessaire et sans la 7^{ème} année préparatoire, dont dépendent les langues anciennes nécessaires pour le baccalauréat (Mergnac & Renaudin, 2009). Il va falloir attendre 1924 pour l'alignement des programmes et l'égalité des chances ce qui permet alors de constater que les filles, à chances égales, ont des résultats légèrement supérieurs à ceux des garçons (Résultats de l'Académie de Rennes en 1938).

Aujourd'hui les filles ont une espérance de scolarité plus longue que les garçons. (Figure 4).



Lecture : une fille de 2 ans, entrant à l'école en 2016, peut espérer suivre 18,6 années de formation initiale si elle rencontre, tout au long de son parcours scolaire, les conditions de scolarisation observées en 2016. Tous les modes de scolarisation, y compris l'apprentissage, sont pris en compte.

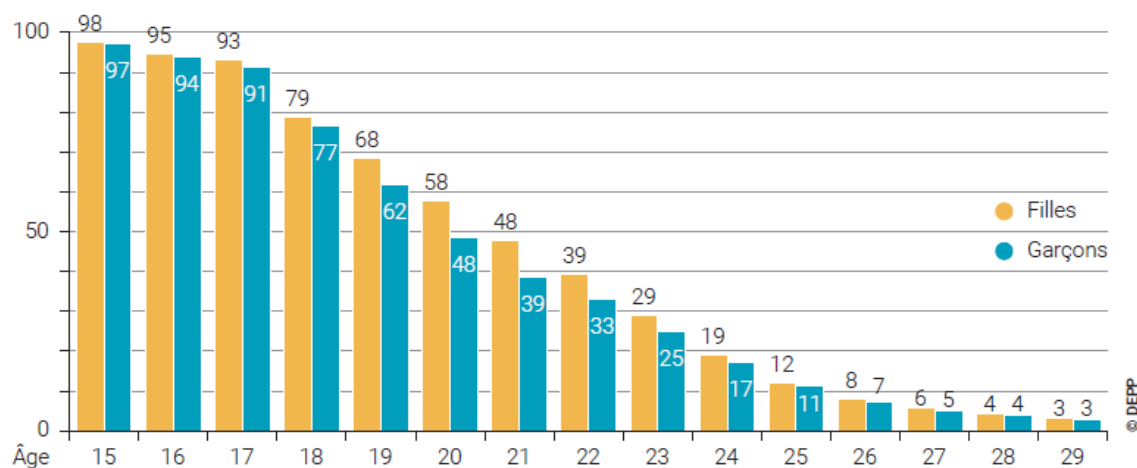
Champ : ensemble des établissements d'enseignement et centres de formation d'apprentis.

Source : MENJ-MESRI-DEPP et MESRI-SIES.

Figure 4 : Espérance de scolarité filles vs garçons

Les filles ont également un pourcentage de scolarisation plus élevé que celui des garçons (Figure 5).

Taux de scolarisation des jeunes de 15 à 29 ans en 2016 (%)



Lecture : en 2016, 79 % des filles de 18 ans sont scolarisées, contre 77 % des garçons du même âge.

Champ : France métropolitaine + DOM hors Mayotte – Ensemble des établissements d'enseignement et centres de formation d'apprentis.

Source : MENJ-MESRI-DEPP et MESRI-SIES (données provisoires).

Figure 5 : Pourcentage de scolarisation filles vs garçons

Une analyse comparative, plus approfondie des résultats des filles et des garçons sera faite dans le chapitre B.

Depuis leur accès à toutes les formations les filles ont globalement des résultats meilleurs mais les préjugés liés au genre donnent une ségrégation dans les choix des formations supérieures éloignant les

filles des disciplines à forte connotation mathématique dont nous reparlerons plus loin dans ce document (voir page 127 et page 147).

3. Les discours sur la Culture Scientifique et technique (CST)

Jusqu'au début du 20^{ème} siècle le latin est la matière des classes sociales aisées d'autant que le baccalauréat de lettres, incluant le latin était un préalable aux autres (voir page 41). Les mathématiques n'avaient pas alors ce rôle de moyen de classement des élèves faisant office de couperet pour une large partie des formations (Baruck & Rousset, 2020) ; Ce rôle était dévolu au latin.

Les mathématiques sont aussi devenues un langage d'échange universel (avec l'anglais) entre scientifiques. Il est aussi, et là nous rejoignons les intérêts d'Olivier Las Vergnas, un outil de sélection même dans des matières où son usage n'apparaît pas si évident comme, par exemple, la médecine. En effet aujourd'hui on observe une catégorisation scolaire qui divise rapidement les élèves en non-scientifiques et scientifiques. Nous verrons par la suite que cette catégorisation scientifique scolaire (CSS) est considérée comme le résultat, à tort ou à raison, d'un obstacle cognitif aggravé par un double obstacle : conatif (i.e. sentiment d'incompétence dans le traitement de problèmes scientifiques) et scholastique dont nous reparlerons plus loin (Las vergnas, 2016).

Jusqu'à la seconde guerre mondiale, la technologie n'avait pas encore connu l'évolution explosive qu'elle connaît aujourd'hui avec une accélération de l'industrialisation de la recherche scientifique (surtout dans les technologies du numérique) pour des raisons économiques, provoquée en particulier par la boulimie financière et la concurrence des grands groupes industriels. Cela crée une face cachée des mathématiques incluse dans les développements industriels et technologiques. Ceci est dû à ce qu'aujourd'hui avec le développement de l'informatique, du système technicien (Ellul, 1977) et de ce qu'il est convenu d'appeler la digitalisation. Les problèmes qui doivent être résolus sont décrits en langage mathématique ou par des modèles mathématiques et testés par des simulations numériques.

Ce besoin en mathématiques appliquées est tel que l'école Polytechnique a créé 10 chaires de mathématiques appliquées et que la revue de mathématiques Tangente a publié un numéro spécial en janvier 2020 titré « Les formations mathématiques au cœur de l'emploi ».

Ce besoin de compétences en mathématiques se manifeste aujourd'hui de manière évidente depuis la conception d'un avion (e.g. conception et modèle de vol pour les ordinateurs de bord) jusqu'à celle d'un téléphone portable et ses gadgets en passant par une voiture, un appareil photo etc...

Les mathématiques sont essentielles aujourd'hui dans des domaines moins évidents tels que la santé par exemple une IRM est un concentré d'algorithmes et de mathématiques pour filtrer les signaux et générer des images. C'est le cas de beaucoup d'autres produits en apparence banaux comme, par exemple, un téléviseur.(Esteban, 2014).

Elles se retrouvent aussi sous des formes nouvelles et plus complexes dans des domaines où elles semblaient déjà en place telle que la comptabilité avec des systèmes de matrices et de graphes pour consolider les bilans (Degos, 2020).

Dans ce contexte les encadrés 1 et 2 consacrés à des données sur l'emploi scientifique et sur les brevets éclairent les enjeux de la catégorisation, en particulier en matière d'activité professionnelle et d'emploi.

Encadré 1 : Données sur l'emploi scientifique

Les connaissances mathématiques sont donc indispensables pour gérer ces modèles et ces simulations ou dans la modélisation de la propagation et de l'évolution d'une maladie (voir le travail intense sur le COVID-19).

Cette évolution ne concerne pas, généralement, les petites entreprises. L'exception principale est l'ensemble des spins off des universités telles que celles travaillant sur l'intelligence artificielle, sur la robotique ou des développements de pointe en biologie et les petites entreprises qui se lancent dans la haute technologie.

Une des conséquences est l'augmentation des collaborations entre recherche en mathématiques et entreprises avec une croissance forte. En 2011 il y avait une centaine de collaborations pour arriver à 600 aujourd'hui en passant par 200 en 2014 (Cordier, 2020). Les données économiques montrent en 2012 que 15% du PIB concerne des domaines touchés ou influencés par les mathématiques. Un des secteur, très concerné par cette observation, est les compagnies d'assurances dans des domaines tels que le calcul des tarifs, le provisionnement et des modélisations comme par exemple le comportement des assurés sur le stock de contrats (Cognat, 2020).

Enfin le volume des données qui sont la nouvelle « matière première » ouvre de nouveaux domaines créateurs d'emplois tel que la « modélisation prédictive » et la réplication des tâches humaines (Cognat, 2020).

La grande disponibilité d'emplois dans ces domaines liés aux mathématiques est un élément important de sérénité pour les étudiants. Ce niveau de sérénité contribue à réduire le niveau d'angoisse des étudiants dont nous verrons l'importance plus loin.

Cette évolution a augmenté le besoin en scientifiques (et en mathématiciens ou en personnes qui à travers des formations non spécifiques savent manipuler les mathématiques) et a déséquilibré la demande en scientifiques pour l'industrie dont le nombre de postes croît très vite (voir encadré ci-dessous).

Les besoins se répartissent globalement en 2 choix de carrière et deux niveaux d'emplois (public vs privé et ingénieur (ou chercheur) vs personnel de soutien).

- L'emploi scientifique pérenne de l'Université. Cette pérennité est à la fois un atout en sécurisant la carrière des chercheurs et ingénieurs mais aussi un problème en permettant le maintien en place de scientifiques qui ne « recherchent plus ». Ces emplois sont souvent très attractifs grâce à la qualité des laboratoires français, souvent réputés internationalement. Cette attractivité est cependant limitée par des rémunérations plus faibles et par la difficulté de surmonter une phase, souvent longue, de précarité dans des post-docs ou des emplois ATER (Gaudry, 2007d). Ce secteur représentait 93 000 Emploi Temps Plein (ETP) en 2004. Il a cru de 6 000 ETP entre 2000 et 2004 (ci-dessous).

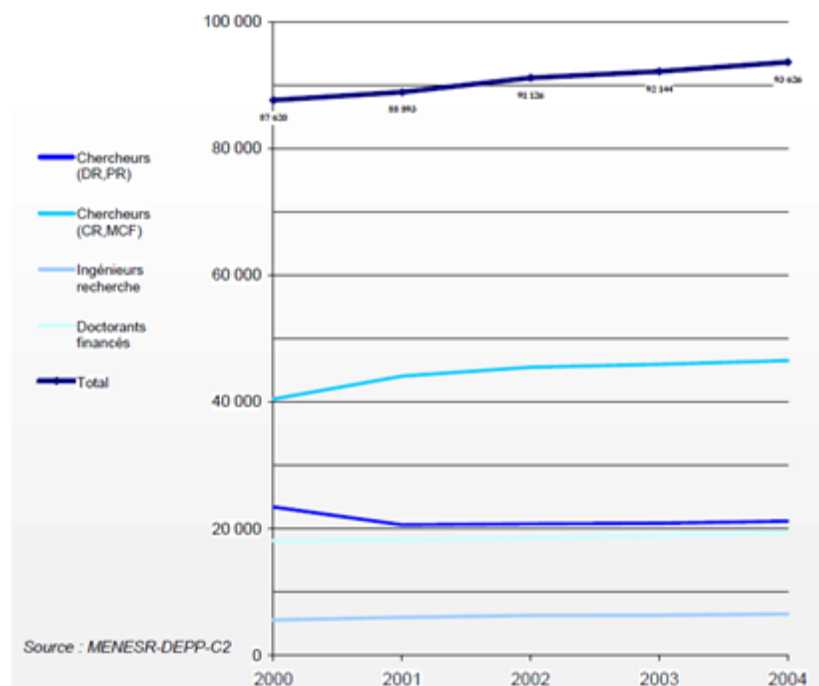


Figure 6 : Chercheurs du secteur public

A ces personnels chercheurs s'ajoutent 62 000 ETP de personnels de soutien à la recherche qui eux sont en hausse de 7% sur la même période.

La faiblesse des recrutements fait que 80% des personnels ont plus de 30 ans et 60% plus de 40 ans. Cette proportion est à peu près stable depuis 1991. Ceci amène à une prévision de départ forte.

Le vivier analysé au niveau Master 2 recherche est de 39 000 en 2005-2006. Ce nombre est en baisse. Les étudiantes représentent 54% du vivier. Sur ce vivier 35% poursuive par un doctorat scientifique (Gaudry, 2007a).

- L'emploi du secteur privé qui en 2004 représente 105 000 ETP a cru de 20% entre 2000 et 2004. Cette croissance est très inégale selon les secteurs voir Figure 7.

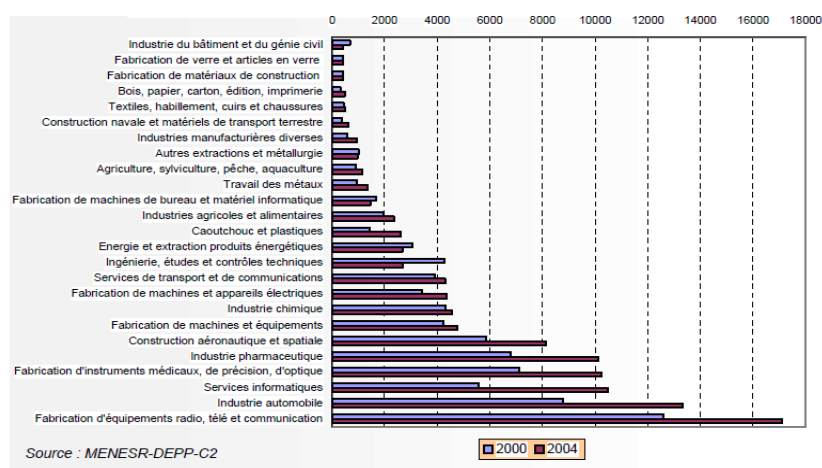


Figure 7 : Répartition de l'emploi et de la croissance du secteur privé

Cet emploi est féminisé à 20% avec certains secteurs privilégiés tel que la pharmacie à 54% (Gaudry, 2007c).

A ces personnels (chercheurs et ingénieurs) s'ajoutent 90 000 ETP de personnels de soutien à la recherche et aux bureaux d'études qui eux sont en baisse de 6,5% sur la même période.

Le recrutement est important pour les jeunes diplômés de 0 à 5 ans d'expérience qui représentent 80 % des postes ouverts. Ceci fait que les moins de 35 ans représentent plus de 50% des personnels.

La part des diplômés universitaires est minoritaire dans le recrutement, 50% sortant des écoles d'ingénieurs alors que les docteurs ne représentent que 13%. Dans le même temps le parcours des étudiants en Université montre un taux d'échec élevé en début d'études (31% en première année selon la note Flash N° 18 de novembre 2017 du Ministère) et seul 41% obtiennent la licence en 3 ou 4 ans (Maetz, 2017).

Ceci fait que le vivier est constitué essentiellement par les écoles d'ingénieur (141 900 étudiants en 2018 en croissance de 4,1% sur un an) dont 56% relève de l'Éducation nationale et 28 % du privé (en croissance de 9%) (Perraud-Ussel, 2018). Environ 30 000 diplômes sont délivrés chaque année (Gaudry, 2007a).

Par ailleurs depuis les années 90 un nombre croissant d'étudiants (environ 180 000 par an) passent par l'apprentissage pour les matières scientifiques et technologiques. Cette croissance est la conséquence de la loi Séguin de 1987 qui ouvre l'apprentissage, en particulier à l'enseignement supérieur. Cette loi a été confirmée par une loi du 29.07.2011 à la suite du rapport Cherpion. (Pétrovitch, 2012) Cette voie permet de cumuler, dans de meilleures conditions, les études et un emploi (nécessaire pour beaucoup) durant les études. Ces formations sont dispensées jusqu'au niveau master et diplôme d'ingénieur (Niveau VI de la courbe Figure 8).

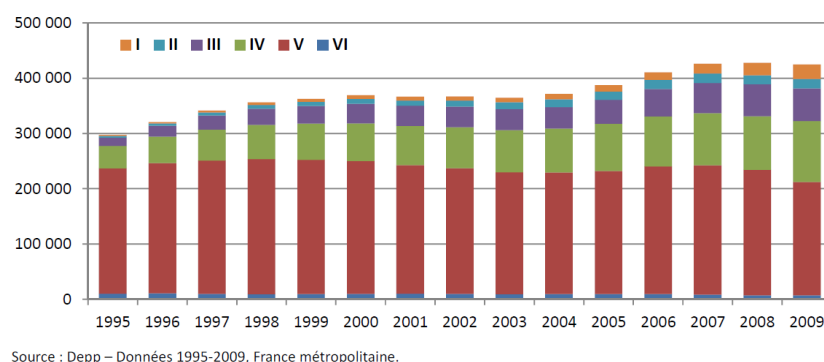


Figure 8: Répartition de la formation par apprentissage

En conclusion sur l'emploi, la place de la France est stable dans le peloton de tête des pays pour l'emploi scientifique. La France est au 6^{ème} rang avec environ 200 000 scientifiques loin derrière les États Unis (1 335 000), la chine (926 000) et le Japon (677 000). En Europe, elle est seconde derrière l'Allemagne (269 000). Cependant les effectifs de la France ont cru de 3,1% entre 2000 et 2004 ce qui est une des meilleures croissances.

Si le nombre de scientifiques est rapporté à la population active, la France est encore 6^{ème} mais le peloton de tête est différent (voir Figure 9) (Gaudry, 2007b).

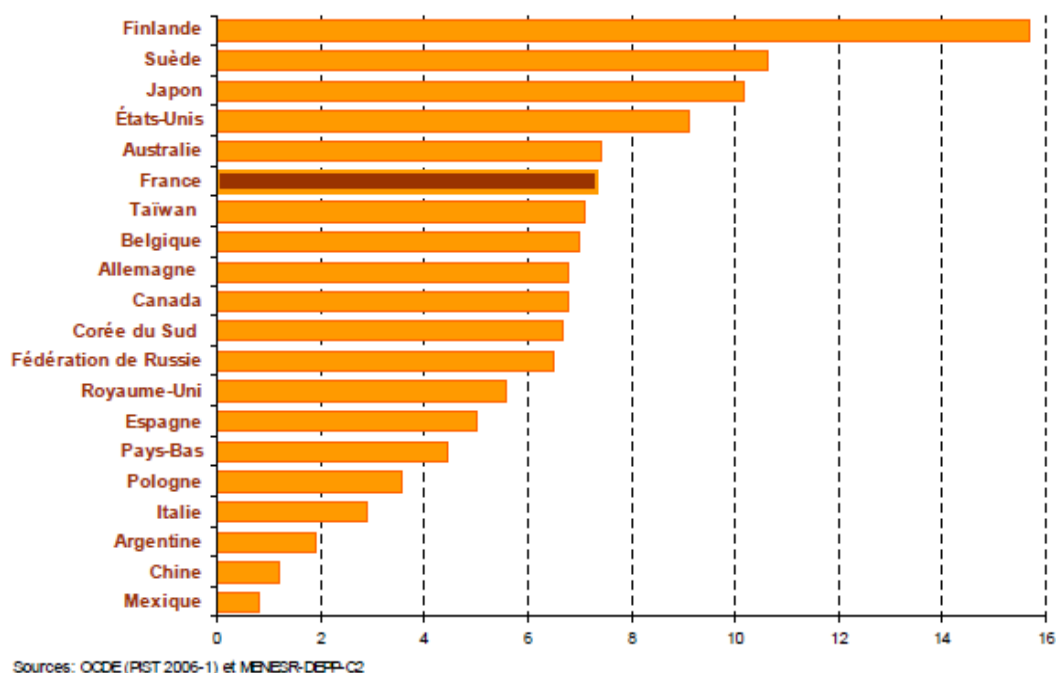


Figure 9 : Chercheurs pour 1 000 actifs

L'analyse de la répartition entre public et privé montre une extrême différence selon les pays (voir Figure 10). Les pays les plus actifs en termes de brevets se trouvent parmi ceux dont la part de scientifiques dans le privé est la plus élevée. Ce point sera discuté plus loin dans ce texte.

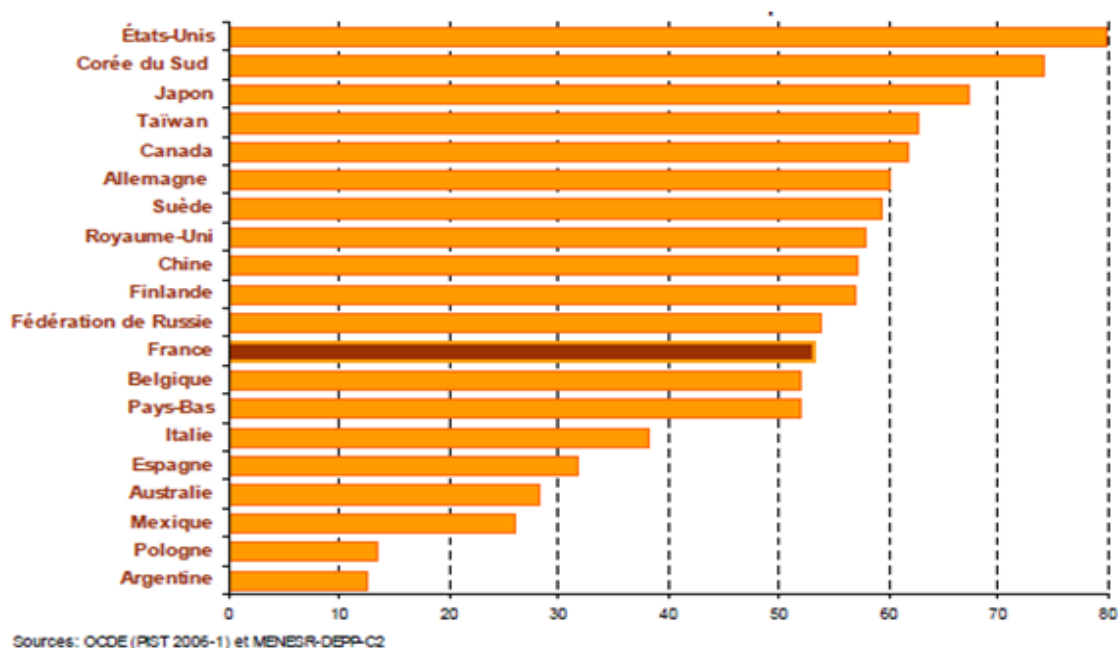


Figure 10 : Part de chercheurs dans le privé en %

Dans ce paysage la part des femmes est très variable selon le pays et la France n'est pas très féminisée avec environ 25 % de femmes (32% avec les personnels de soutien) (voir Figure 11). Ceci était déjà prévisible car c'est aussi la part des femmes en particulier dans les écoles d'ingénieurs.

En France en 2003 les femmes se répartissaient de la façon suivante dans

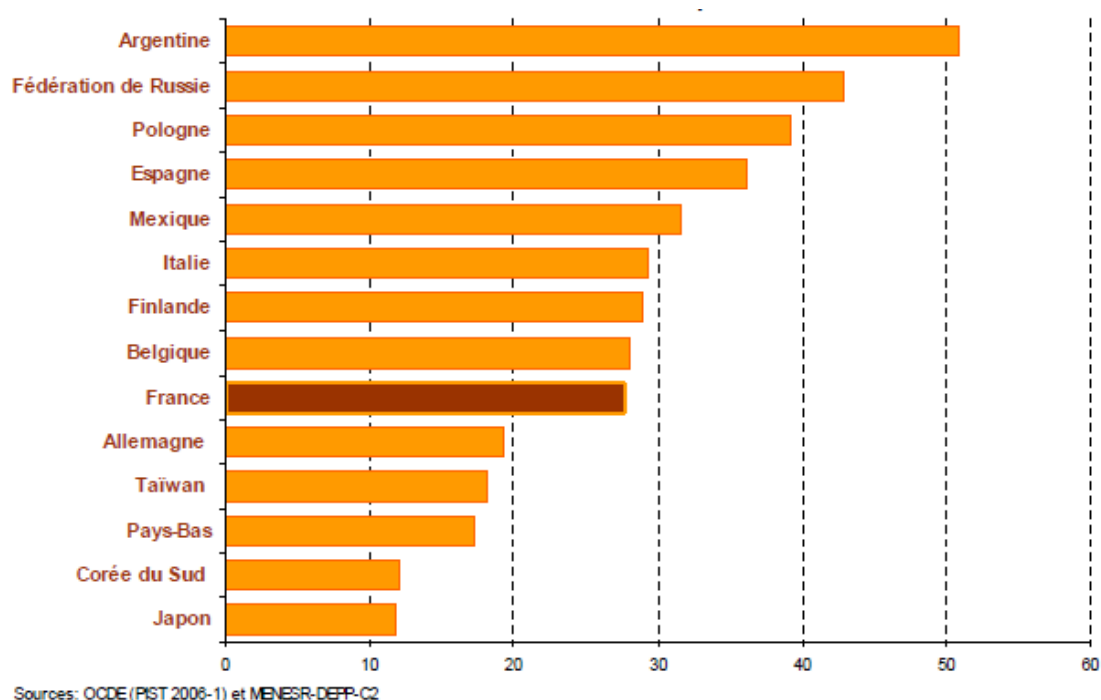


Figure 11 : Part des femmes parmi les chercheurs en %

les différentes fonctions entre privé et public. (voir Figure 11).

2003	Chercheurs			Personnel de soutien			Personnel total		
	Public civil	Entreprise	Ensemble	Public civil	Entreprise	Ensemble	Public civil	Entreprise	Ensemble
Effectif total	134 382	107 401	241 782	77 415	95 883	173 279	211 797	203 284	415 081
Femmes	44 900	21 813	66 713	39 067	27 341	66 407	83 967	49 153	133 120
Hommes	89 482	85 588	175 070	38 349	68 523	106 871	127 830	154 111	281 941
% de femmes*	33,41%	20,31%	27,59%	50,46%	28,52%	38,32%	39,64%	24,18%	32,07%

Source MENESR – DEP B3

Tableau 1 : La place des femmes dans la recherche (MENESR-DEP B3)

La répartition ci-dessus ne montre pas que le nombre de femmes, ne reflète pas leur place dans la hiérarchie comme le montre la figure ci-dessous.

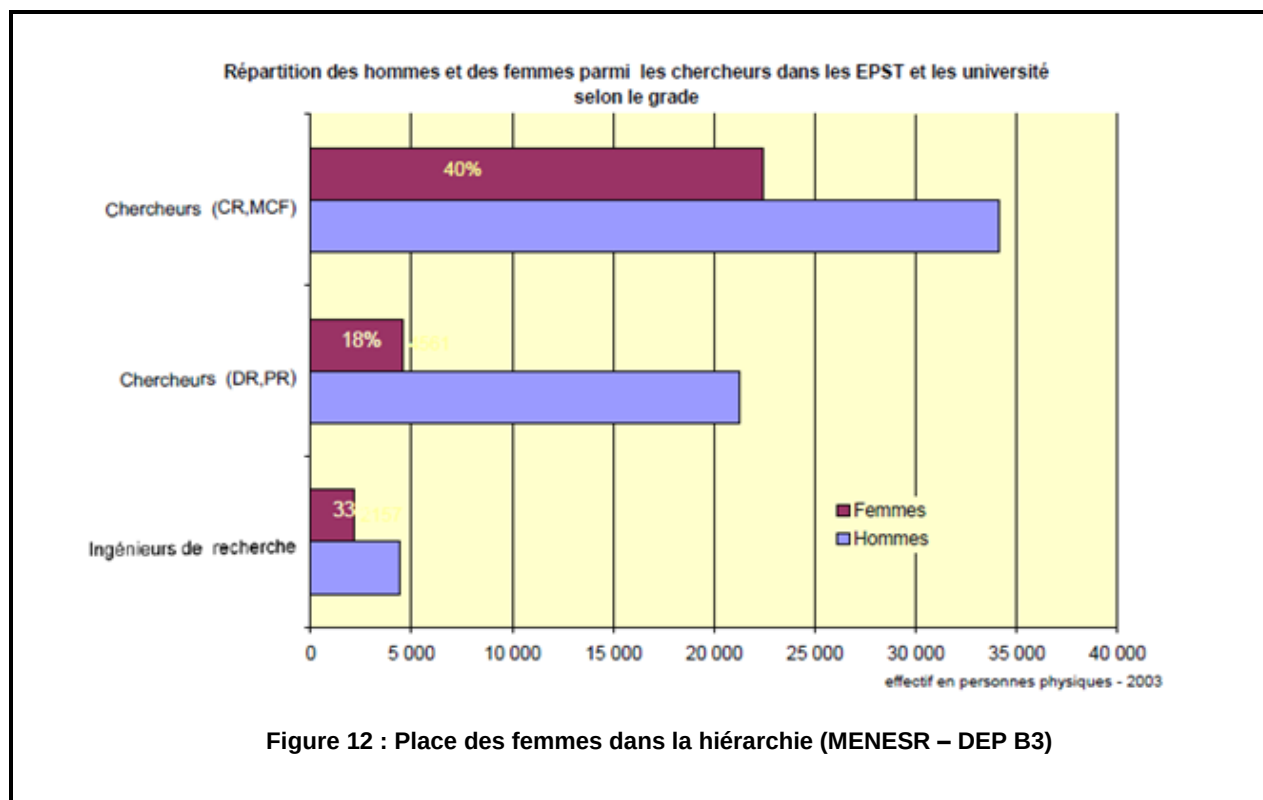


Illustration 1 : Le bac selon Eric Tartrais (@Eric Tartrais)

Encadré 2 : L'emploi scientifique et les brevets

Au-delà du nombre de scientifiques un indicateur important, de l'efficacité à la fois de la politique universitaire et de la politique industrielle, est le nombre de brevets. Les brevets, selon leur origine, peuvent avoir plusieurs utilités pour définir la position d'un pays dans le monde. Les deux utilités principales sont la protection industrielle d'un processus de fabrication, d'un design ou, plus important, un brevet très en amont (souvent universitaire) protégeant une idée qui peut parfois demander des années de recherche et développement pour accéder à un stade industriel.

Cette dernière catégorie de brevet souffre d'une tendance à l'incompréhension, le lien lointain entre le brevet et son application étant mal perçu.

L'office mondial des brevets (WIPO), montre dans son rapport de 2019 une relation entre le PIB et le nombre de brevets déposés par des résidents (par tranche de 100 milliards de dollars). Ce qui indique le rapport, entre le pourcentage de ce PIB consacré à la recherche et, les coûts administratifs des brevets (Figure 14). (World Intellectual Property Organisation, 2019).

La France se positionne au 6^{ème} rang mondial des demandes de brevets (voir Figure 13) mais loin derrière l'Allemagne qui est le premier pays Européen.

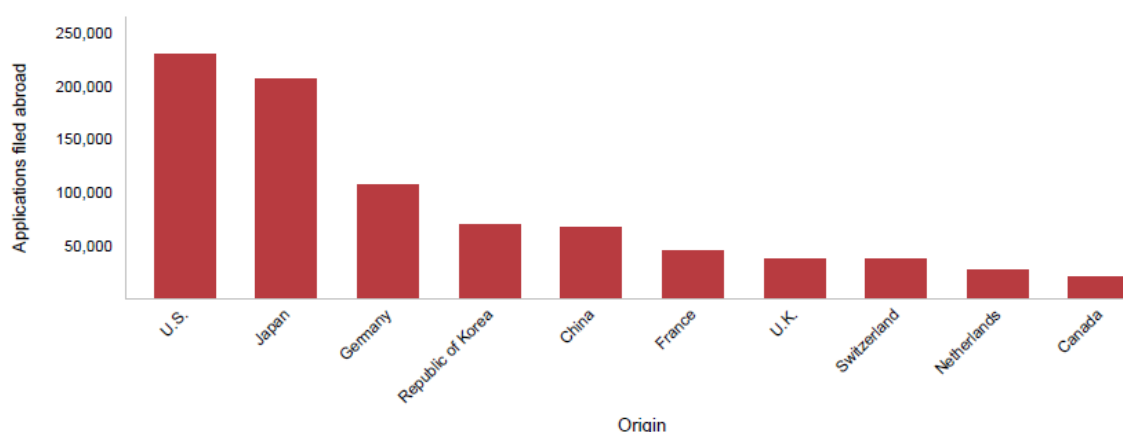


Figure 13 : Nombre de brevets par pays

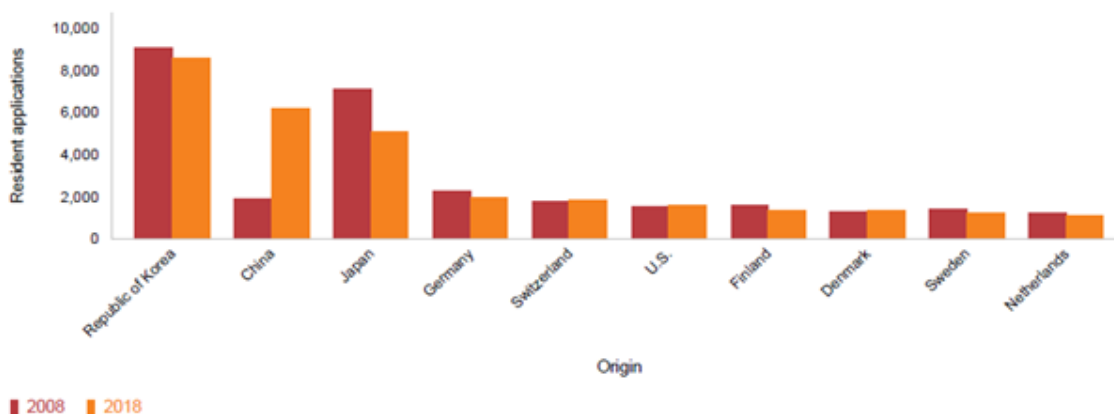


Figure 14 : Nombre de brevets par Md de \$

L'examen du tableau de la Figure 15 (qui montre le pourcentage du budget affecté à la recherche) donne une information sur l'efficacité budgétaire puisque des pays au PIB supérieur à celui de la France (Inde, Royaume unis) ne respectent pas le rapport PIB / tranche de 100 milliards de dollars présenté ci-dessus.

Classement PIB : la liste des pays les plus riches du monde			
Rang	Pays	PIB 2018 (milliards \$)	Evolution
1	Etats-Unis	21 345 mds \$	+4,2%
2	Chine	14 217 mds \$	+6%
3	Japon	5 176 mds \$	+4,1%
4	Allemagne	3 964 mds \$	-0,9%
5	Inde	2 972 mds \$	+9,4%
6	Royaume-Uni	2 829 mds \$	+ - %
7	France	2 762 mds \$	-0,5%

Figure 15 : Tableau des 7 1er PIB mondiaux (JDN 16/4/2019)

Cette non-concordance peut être interprétée comme une indication de l'efficacité politique de la France et donc comme une efficacité du discours politique dans un monde où la prise de brevets est à la fois la preuve de la qualité de la recherche et un investissement sur le futur.

Ces enjeux liés à la place des sciences dans la société et en particulier les différents points abordés dans l'encadré 1 pèsent sur le vécu des étudiants dans :

- Le vécu quotidien de leurs études,
- La gestion de leurs études,
- La gestion du financement de leurs études,
- L'employabilité attribuée à leur diplôme.

Ces éléments selon qu'ils constituent un ensemble sécurisant ou non, contribuent ainsi de façon plus ou moins importante à l'angoisse des étudiants durant leurs études. L'angoisse et ses répercussions sur les apprentissages des étudiants sera approfondie dans le chapitre B (page82).

Le contexte de demande forte de « scientifiques », de compétences scientifiques ainsi que d'acceptation des arguments scientifiques amènent les politiques à rechercher des solutions « innovantes » pour accroître le nombre de personnes pouvant accéder aux différents pans de la culture scientifique. Ces tentatives se retrouvent dans les discours plus ou moins efficaces des politiques depuis plusieurs décennies(Schiele, 2005) (Olivier Las Vergnas, 2011).

Aujourd'hui, dans le contexte scolaire, parler de sciences c'est sous-entendre « mathématiques ». Cette matière est devenue un outil descriptif indispensable de notre monde depuis l'infiniment grand (astronomie, astrophysique) jusqu'à l'infiniment petit (physique nucléaire, quantique, ...) en passant par la biologie (analyse ADN, IRM, épidémiologie), la comptabilité, le marketing, les sondages d'opinion ou les machines à laver le linge (voir page 50).

La science et ses outils, dont ceux gérant la diffusion d'informations dans le public, ont subis en 50 ans une évolution considérable et rapide qui doit beaucoup aux moyens de calculs. Par la rapidité de leur progrès et le développement de la puissance de calcul, ils ont permis la mise à disposition de moyens de plus en plus puissants, permettant d'accroître la complexité des algorithmes et donc des instruments utilisés. Cela se retrouve dans l'instrumentation médicale, les outils de l'industrie (robots par exemple) et dans les produits mis à la disposition du grand public.

Cela a rendu possible l'usage de systèmes mathématiques qui avant ne restaient que des mathématiques théoriques de laboratoire (voir

page 50) mais aussi des outils de communication et de recherche d'informations comme internet (Qwant, Google, etc...) de diffusion d'informations (YouTube...) et de formations libres telles les MOOC (FUN, les Universités Américaines, etc...).

Cela a aussi rendu possible l'expansion des GAFA (Google, Apple, Facebook, Amazon) qui utilisent les mathématiques à travers l'Intelligence Artificielle (IA) pour traiter une masse considérable de données provenant de leurs utilisateurs.

Mais cette vision de la « culture scientifique et technique » comme associée aux systèmes à hautes technologies doit être pondérée par celle de ceux qui voient au contraire cette dimension de la culture comme associée à « l'esprit scientifique » (au sens de l'esprit critique dont chaque citoyen doit pouvoir faire preuve) ou à de multiples savoirs et compétences à mettre en œuvre dans la vie quotidienne. Ainsi il ne faut pas oublier à contrario que des éléments de mathématiques (souvent dissimulés derrière des méthodes simples et non nommés ainsi) font aussi partie de la vie de bien des professions (un exemple du quotidien est celui du maçon qui marque le périmètre d'un chantier et dessine un angle droit avec une corde portant 13 nœuds (théorème de Pythagore ; triangle rectangle 3,4,5) une pratique déjà connue des Égyptiens).

En fait, comme le constate Schiele (Schiele, 2005) et de nombreux auteurs, ce concept de « culture scientifique et technique » est avant tout un amalgame qui se retrouve employé dans de multiples significations, sans qu'il soit vraiment possible d'en trouver une définition cohérente. Plus précisément, comme l'indique Las Vergnas (Las Vergnas 2012), aujourd'hui en France, ce terme de « culture scientifique et technique » est utilisé au sens figuré pour désigner non pas une dimension de la culture de chacun, mais pour désigner les « politiques d'action culturelle scientifique et technique ». D'ailleurs, dans le Numéro 132 de Culture et Recherche» (Brandt-Grau et al., 2015). Sylviane Casademont constate une évolution et un glissement de la culture scientifique des musées vers des institutions telles que la Cité des sciences chargée en 2012 d'une mission de coordination pour aboutir au CNCSTI (Conseil National de la Culture Scientifique, Technique et Industriel). De fait cette action la culture scientifique et technique (CST) est devenue un objectif important du Ministère de l'Éducation nationale et du Ministère de la Culture. Suffisamment important pour créer de multiples instances et programmes dont le Conseil National de

la Culture scientifique technique et industrielle en 2012 et une nouvelle note définissant la stratégie de cette commission a été éditée en 2017 (Stratégie Nationale de Culture Scientifique Technique et Industrielle, 2017).

Sa finalité affichée reste très généraliste :

« Grâce aux acquis de la science et au partage de la démarche scientifique, éclairer nos concitoyen(ne)s, leur donner des moyens de développer et de renforcer leur curiosité, leur ouverture d'esprit, leur esprit critique, et lutter contre le prêt-à-penser ».

(Stratégie Nationale de Culture Scientifique Technique et Industrielle, 2017) p 87.

Ses ambitions, quand on lit ce document, sont plus culturelles et sociales qu'éducatives (l'éducation n'arrive qu'au troisième rang de ses enjeux) :

- Culturel.
- Démocratique.
- **Éducatif.**
- Social.

Le Conseil national même s'il reconnaît les enseignants comme relais n'a pas dans ses orientations stratégiques (Figure 16) le monde de l'éducation, cependant il entend contribuer à l'égalité femmes/hommes.

Les points parcourus dans ce paragraphe sont dépendants des politiques et de leurs discours et en particulier dépendent de leurs conséquences à la fois sur l'organisation et les finances mises en jeu. C'est sur ces aspects qu'ont porté les travaux d'Olivier Las Vergnas (Olivier Las Vergnas, 2011). Ces travaux dans lesquels s'inscrivent mes recherches sont évoqués dans le paragraphe suivant.

4 Thématiques transversales fondées sur les priorités de l'État s'intègrent à 5 orientations stratégiques visant à renforcer la CSTI

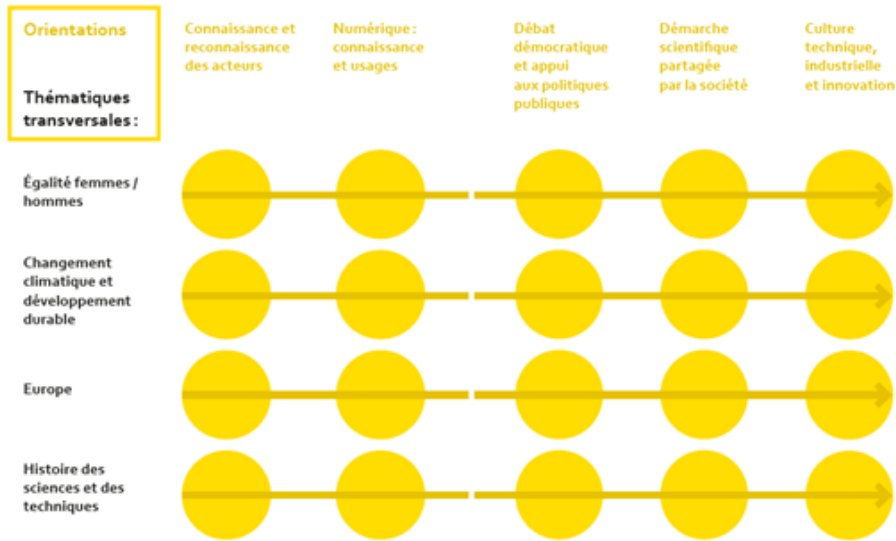
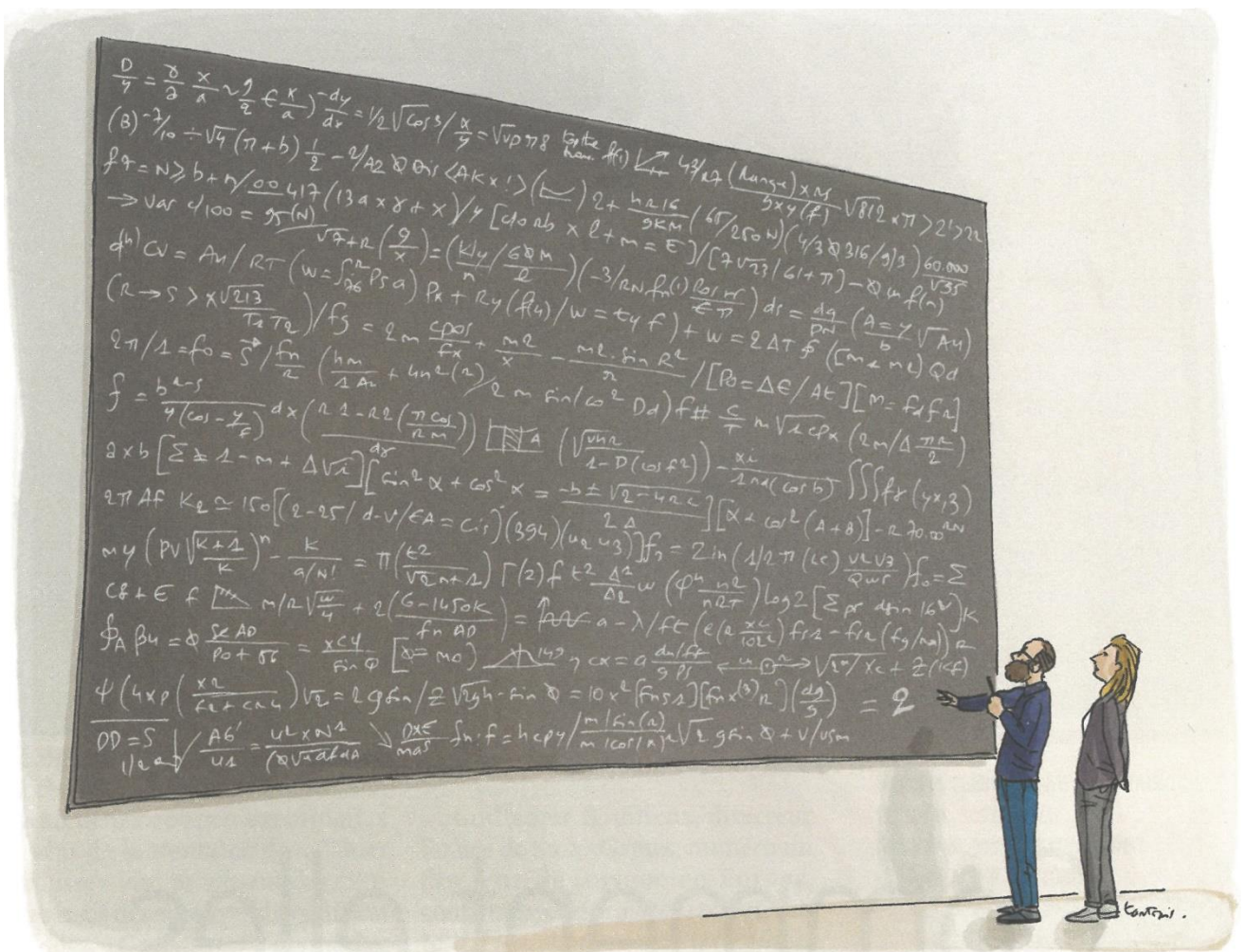


Figure 16 : Thématiques et orientations du Conseil national de La Culture Scientifique



Ça ne devrait pas faire «trois»?

© Éric Tartrais

4. Catégorisation Scientifique Scolaire et travaux d'Olivier Las Vergnas

I. Education et classes sociales

Dans son histoire de l'enseignement et de l'éducation (Prost, 1981) indique qu'il a deux façons d'envisager le rapport du système scolaire aux classes sociales :

« On peut considérer l'instruction comme un bien, au même titre que la santé, le loisir ou le confort domestique ; on constate alors que les différentes classes sociales n'ont pas également accès à ce bien. D'autre part, on peut considérer le système scolaire comme une institution active et discriminante, qui trie les jeunes et engendre les différences sociales. Dans le premier cas, il s'agit des inégalités dans la consommation d'enseignement ; dans le second, du rôle de l'enseignement dans la genèse des inégalités ».

Cet extrait repris de (Viger, 2007) définit bien deux des usages possibles du système scolaire :

- Permettre à tous d'accéder au savoir avec un biais lié aux classes sociales qui fait que tous ne peuvent accéder de la même façon selon leur milieu social.
- Permettre aux enfants d'accéder aussi haut que possible au savoir mais le système scolaire devient un système filtrant les meilleurs et accentuant alors les inégalités sociales.

A bien y regarder, même si le cheminement intellectuel est différent, le résultat est, que dans les 2 cas, les inégalités sociales ne sont pas atténuées par le système scolaire, mais bien au contraire amplifiées.

Une autre façon de voir les choses est la satisfaction des besoins industriels en scientifiques tels que présentés dans les encadrés 1 et 2.

Un indice permettant de matérialiser les inégalités sociales est l'analyse de l'âge de passage du baccalauréat et des résultats. Les enfants des classes d'origine modeste ont à la fois un âge plus élevé et des résultats moindres que ceux des classes favorisées. Cependant la comparaison des chiffres « en avance/en retard » montre que ces différences sont moins marquées chez les filles que chez les garçons.

Enfin il y a une corrélation entre la catégorie « élève à l'heure » et la qualité des résultats au baccalauréat. (Convert & Pinet, 1989).

II. ***Démocratisation de l'éducation***

La notion de « démocratisation sociale » recouvre deux réalités distinctes :

- La diffusion de l'instruction.
- La tentative de réduire les inégalités à l'école liées à :
 - L'origine sociale.
 - La géographie.
 - Le genre

Cela tend à assimiler la lutte contre l'échec scolaire à la lutte contre les inégalités sociales, les pouvoirs publics tendant à imputer au système éducatif la responsabilité de l'insertion des jeunes (Garcia & Poupeau, 2003).

Cette l'analyse de la démocratisation est affectée par 3 biais (Garcia & Poupeau, 2003):

- L'occultation des hiérarchies : elle permet de fonder l'équivalence établie par les pouvoirs publics entre « exclusion scolaire » et « exclusion sociale » ce qui permet d'imputer au système scolaire la responsabilité du chômage.
- L'oubli des conditions sociales de la certification : les biais résultant de l'ignorance des hiérarchies entre filières et des conditions sociales de la certification. Ils relèvent d'un impensé politique d'autant moins questionné que les travaux s'appuient sur l'évidence des chiffres produits par les statisticiens.
- L'usage des méthodes statistiques : Dans la mesure où les indicateurs de la « démocratisation » ne comparent que des niveaux d'études, les analyses statistiques donnent prise à un travail politique qui transforme l'enjeu de la « démocratisation » de l'école en remplaçant le thème de l'égalisation des savoirs scolaires par la généralisation de l'accès à la certification et l'obtention d'un diplôme: ce biais justifie l'assimilation entre l'augmentation mécanique du nombre de diplômés et la « démocratisation » de l'enseignement. Cette confusion permet de maintenir voire de renforcer, le quasi-monopole des groupes sociaux privilégiés sur le système scolaire et sur l'accès aux filières les plus rentables socialement et professionnellement. Dans le même temps, elle ouvre aux catégories populaires l'accès

à des diplômes dont la non-possession est discriminante, mais qui sont dotés d'une faible valeur sociale et professionnelle.

Sandrine Garcia conclut de la façon suivante :

« Importation dans le champ scientifique d'une problématique politique exogène, cette notion occulte (la démocratisation) en fait la contribution que le système d'enseignement apporte à la reproduction des rapports sociaux. Par là même, les analyses de la «démocratisation» scolaire présupposent, et tiennent pour acquis, que le système d'enseignement peut réaliser ce que toute la logique de son fonctionnement tend à contredire. ».

Mais comme la suite de ce travail va le montrer ce n'est pas le seul obstacle inhérent au fonctionnement du système scolaire qui est, pour beaucoup, la source des obstacles dans l'accès aux disciplines scientifiques.

Pour remédier à cette situation Klinger (Klinger, 2006) a conduit une expérience d'enseignement « positif ». Dans cette expérience il a enseigné les mathématiques non plus comme une « vérité absolue » mais comme un « moyen », en insistant sur le fait que les mathématiques sont un langage, en enseignement dans une atmosphère où la prise de risque est possible et où il n'y pas de jugement. Le résultat est une amélioration de la perception des mathématiques, de la perception de leur capacité et de l'envie par les élèves de faire des mathématiques. Cette expérience confirme les propos d'Olivier Las Vergnas sur la capacité du système scolaire à constituer potentiellement en lui-même un obstacle à l'accès aux sciences.

III. Le modèle de la catégorisation scientifique scolaire

C'est là que réside la convergence entre la recherche présentée dans ce document et les travaux d'Olivier Las Vergnas et en particulier avec son HDR (Olivier Las Vergnas, 2011) dans laquelle il a travaillé sur la répétition et l'inefficacité des discours politiques préconisant le développement de la culture scientifique pour tous (ce que fait aussi le Conseil national) (voir page 98). Il décrit ce phénomène par le schéma de la Figure 17 dans lequel il distingue 3 grandes causes d'inefficacité de ces discours.

Ces trois grandes causes sont, dans l'ordre :

- Les causes (C1) individuelles qui sont le cœur de ce travail. Ces causes sont celles qui vont être développées plus loin dans cette thèse.

- Les causes (C2) liées aux ambiguïtés du discours qui ne sont pas l'objet de cette recherche dont nous ne parlerons pas.

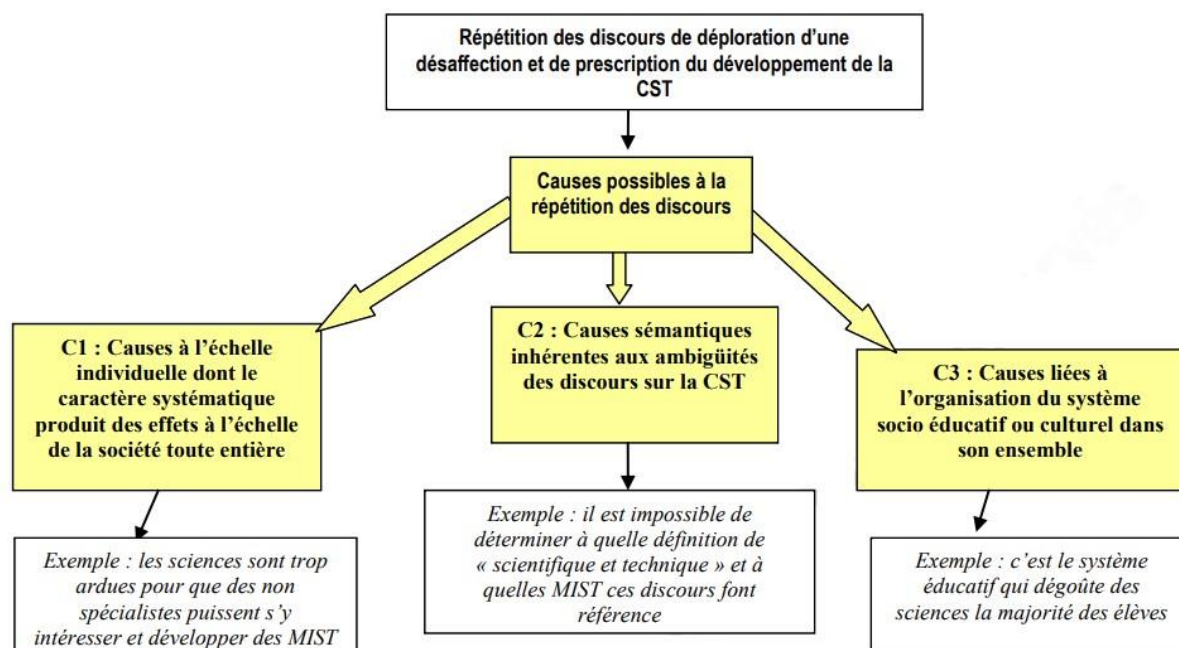


Figure 17 : Causes de l'inefficacité du discours politique sur la CST (HDR Olivier Las Vergnas)

- Les causes (C3) liées au système socio-éducatif à la fois politiques et organisationnelles que nous évoquerons rapidement plus loin.

Dans ce travail Olivier Las Vergnas explique que les causes individuelles ne semblent pas de nature à expliquer la répétition des discours sur la nécessité de la CST. Pour cela il constate que dès lors que l'on se donne les moyens de contexte extra-scolaire (e.g. lors d'opération comme les Nuits des étoiles) on observe que les personnes se montrent très curieuses et intéressées par des activités qui sont pourtant du registre considéré comme scientifiques dans le monde académique (e.g. l'astronomie, l'ornithologie). Il se fonde sur cette observation pour affirmer qu'il est faux de considérer que les sciences seraient en elle-même trop complexes pour susciter la curiosité de la majorité de la population. Il applique en cela une forme de raisonnement par l'absurde qui montre que « la cause C1 de la figure ci-dessus ne peut expliquer la vaine répétition des discours sur la nécessité de la CST ».

Olivier Las Vergnas note ensuite à contrario que les causes C2 jouent elles un rôle très important dans la répétition des discours car le terme de CSTI est en réalité très ambigu puisqu'il ne définit pas ce qui est

entendu par « culture » et qu'il amalgame « culture scientifique », « culture technique » et « culture industrielle ».

« On peut bien sûr penser que la répétition des discours est liée à leurs ambiguïtés sémantiques déjà signalées plus haut et en particulier au caractère d'injonction prophétique floue du projet de la « CSTI pour tous » (Schiele 2005, Las Vergnas, 2011b): ambiguïté de la terminologie de « culture » employée à la fois pour désigner le développement culturel individuel, mais aussi au sens figuré pour désigner des pratiques culturelles (visite de musées, lecture ou consultation d'ouvrages imprimés ou multimédias) , naïveté d'une approche non spécifiée par public ou par âge, manque de clarification des objectifs sociaux visés, absence de définition du périmètre de la STI, (amalgame simpliste entre science, technique et industrie, malgré le pluriel utilisé aujourd'hui pour désigner « les cultures »), sans oublier une confusion entre médiation « cognitive » par appropriation de savoir et médiation « idéologique » par un dialogue entre opinions profanes et savoirs des scientifiques. Cependant, au-delà de ces approximations sémantiques et idéologiques, la répétition sur quatre décennies donne à penser que la « CSTI pour tous » se heurte à un obstacle systématique : un invariant socio-culturel ou socio-éducatif se perpétuerait qui inhiberait toute transformation sociale en la matière, malgré les succès locaux. » (Olivier Las Vergnas, 2017).

Ainsi Olivier Las Vergnas note qu'au-delà de ces ambiguïtés de dénomination (cause C2) c'est dans la cause C3 (invariant macrosocial) que l'on trouve la principale raison de l'origine de la vaine répétition des discours sur la CSTI. Il observe en effet que le monde de l'enseignement primaire et secondaire fonctionne comme une sorte de « raffinerie » qui fait, qu'*in fine*, environ 25% des élèves sont catégorisées scientifiques et par le biais des sélections arrivent à un baccalauréat S scientifique ce qui conduit Olivier Las Vergnas à construire la Figure 18.

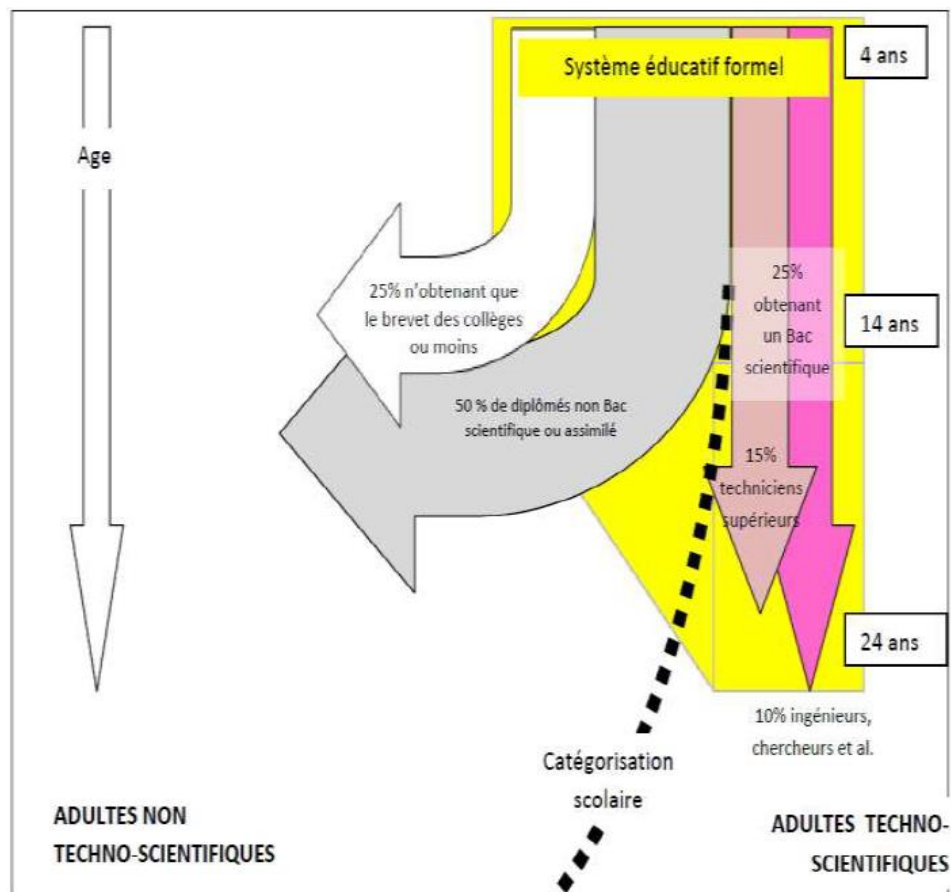


Figure 18 : Répartition en sortie du système scolaire (HDR Olivier Las Vergnas)

Plus précisément Olivier Las Vergnas indique que :

« Voilà qui nous conduit à nous intéresser à l'organisation du système scolaire puisque c'est avant tout en son sein que se construit le rapport aux savoirs dits scientifiques pour les non spécialistes : la plupart des personnes ne feront jamais autant d'activités dénommées officiellement « sciences » que durant leur scolarité « obligatoire ».

Las Vergnas ajoute que 4 éléments clefs caractérisent l'enseignement secondaire des matières scientifiques, en précisant que dans le secondaire le terme « scientifique » désigne les maths, les SVT et la physique et exclut les SHS :

« 1) L'organisation des filières générales oblige les adolescent(e)s à se déterminer (ou à être orienté(e)s) entre trois séries distinctes pour préparer un baccalauréat général : soit scientifique, soit littéraire, soit économique et sociale (S, L et ES).

- 2) la volumétrie de la filière « scientifique » aboutit à ce que 17 à 20% (17% jusqu'en 2010 et en progression depuis jusqu'à 20% actuellement) de chaque classe d'âge obtiennent le bac général scientifique (21% à 25% si on y ajoute les bacs technologiques dits « à dominante scientifique »). La figure 1 [18 dans ce texte] rend compte de cette répartition des flux d'élèves dans l'enseignement secondaire en France vis-à-vis des matières dites scientifiques (source des données : RERS, 2014).
- 3) l'image de cette filière S est devenue celle d'une « vraie série générale, ouvrant de très larges débouchés, y compris dans le domaine des sciences humaines, du droit et des sciences politiques [...en raison de la] substitution progressive d'une logique de hiérarchisation des séries, privilégiant à l'excès la série scientifique, à une offre plurielle de formation générale, fondée sur une différenciation des aptitudes et conduisant de bons et de moins bons élèves à des études supérieures distinctes. » (IGEN et IGAEN, 2006, p 92-93).
- 4) la détermination des élèves vers d'autres filières que la filière générale dite « scientifique » s'effectue aujourd'hui majoritairement sur la base de notes progressivement jugées insuffisantes en maths au fur et à mesure des années du collège, à partir d'un vivier alimenté par les effets des représentations qu'ont les adultes des filières scientifiques puisqu'elle est perçue comme la filière qui offre le plus de débouchés (cf. point précédent). ».

Las Vergnas en conclut que « la détermination vers une autre filière que S (ou STL et STI2D) est vécue pour la majorité des jeunes (et de leurs proches) comme un constat d'incompétence vis-à-vis des « sciences » au sens scolaire du terme. ».

Il introduit alors l'idée que les élèves sont confrontés à des obstacles complémentaires des obstacles cognitifs cités par Bachelard et liés à cette sanction d'incompétence, qu'il a qualifiés, de « conatif » et « scholastique ».

L'« obstacle conatif » exprime le fait que des individus se sentent incapables de traiter d'une question de nature scientifique, à cause de la sanction d'inaptitude reçue lors de leur vécu scolaire antérieur. En référence au « sentiment d'efficacité personnelle » (SEP) introduit par

Bandura (Bandura, 2003), on peut émettre l'hypothèse que l'obstacle conatif s'apparente à un sentiment d'inefficacité personnelle vis-à-vis de ce qu'on a appris à appeler « sciences » au collège ou lycée. Plusieurs auteurs ont montré l'existence d'obstacles affectifs ((Baruck, 1973); (Nimier, 1988)). Cet obstacle est d'ailleurs loin d'être une spécificité française et de nombreux auteurs réunis en particulier au sein d'un réseau international intitulé « Adults Learning Mathematics » utilisent une échelle « d'anxiété en mathématique » ((Suinn & Winston, 2003) et convergent vers le constat résumé par (Klinger, 2006), p 165-166, traduction personnelle):

« Les conceptions mathématiques peuvent être fortement influencées par les expériences de l'école primaire et les attitudes des parents; de premières expériences traumatisantes étant susceptibles d'exercer un effet à long terme de sorte que beaucoup se perçoivent dès un âge précoce comme non-matheux ce qui conduit à une absence de motivation ».

Ce dernier a montré que les attitudes négatives, le manque de « Sentiment d'efficacité personnel (SEP) » et l'anxiété mathématique des adultes sont « fortement influencés par les expériences d'apprentissage précoce ». De cet « obstacle conatif » découlent en particulier les difficultés systématiques de la majorité des non-Bac S à envisager d'utiliser tout formalisme algébrique même rudimentaire dans leur vie quotidienne.

L'« obstacle scolastique » quant à lui permet de décrire le fait que la « relation à la science » d'une activité conduite par la personne est masquée à celle-ci, scotomisée ; cet obstacle apparaît chez des adultes pour qui la qualification de « scientifique » ne peut être attribuée qu'à ce qui leur rappelle les disciplines scientifiques scolaires. Cet obstacle n'inhibe donc pas la conduite de l'activité, mais empêche l'individu de voir que certains des résultats positifs qu'il obtient ont un rapport avec des capacités qualifiables de « scientifiques ».

Et c'est ainsi qu'il présente l'idée de la catégorisation scientifique scolaire.

« La production systématique de ces obstacles individuels chez les personnes, laisse penser que s'installe également à l'échelle sociale la représentation d'un monde dans lequel les individus sont soit «

scientifiques » soit « non scientifiques ». Cette représentation d'un clivage, d'une frontière quasi-irréversible et déterministe laisse penser que l'on sera –à vie– d'un côté ou de l'autre, renvoyant à l'image d'Épinal d'une « bosse des maths » présente chez certains et absente chez d'autres. Au vu du poids du Bac S dans le système de sélection de l'enseignement scolaire, nous appelons ce phénomène la « catégorisation scientifique scolaire » (CSS). » (Olivier Las Vergnas, 2017).

IV. Critiques et compléments au travail sur la CSS

Las Vergnas définit dans la figure ci-dessous (Figure 19) une sorte de plafond de verre que nous reverrons plus loin sous une autre forme. Elle montre l'influence des facteurs que nous avons vus précédemment.

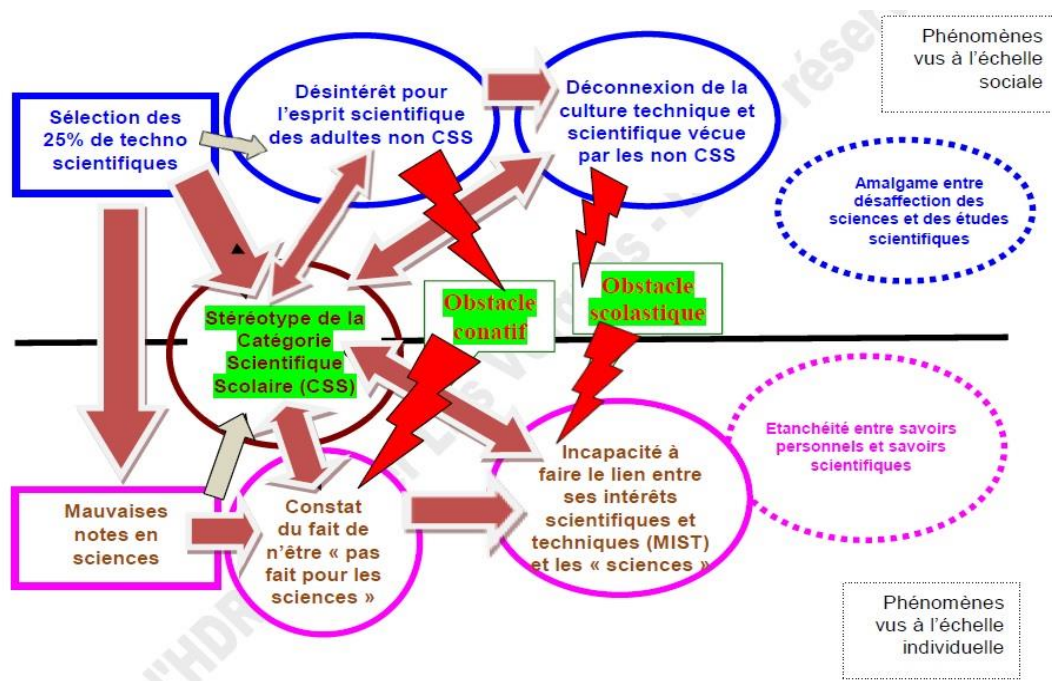


Figure 19 : Relation entre obstacles Conatif et Scholastique (HDR Olivier Las Vergnas, 2011)

Dans son travail, il met en évidence également un effet de la catégorisation qui ne définit pas clairement ce qu'est la « culture scientifique et technique » (CST), ou seulement dans le sens scolaire du terme. Par conséquent, les nombreux loisirs scientifiques dans lesquels se retrouvent les Français, ne sont pas pris en considération. L'afflux dans ces loisirs met en évidence l'effet de la motivation (l'envie de connaître) dont nous reparlerons plus loin.

Dans ces clubs scientifiques ou dans les Fablab des notions complexes incluant la manipulation d'objets mathématiques mais sous un autre angle (non scholastique) sont utilisées tous les jours par des jeunes et des adultes que réunissent non pas la science mais le plaisir de faire ensemble et sans complexe des réalisations souvent complexes.

Olivier Las Vergnas dresse donc le constat que coexistent là deux mondes (scholastique et « amateur ») qui s'ignorent, Cependant, ce n'est pas le cas pour toutes les disciplines. En astronomie, par exemple, des « amateurs éclairés » sont non seulement admis mais apporteurs d'informations scientifiques reconnues voire de publications communes avec la recherche institutionnelle.

Ce que ne montre pas la « raffinerie », c'est que les élèves défavorisés ont tendance à se retrouver dans le tiers inférieur des notes (Antibi, 2009). Ce point sera repris sous un autre angle plus loin dans ce travail.

V. *Le positionnement de la présente thèse*

Au-delà des discours, la situation de l'enseignement français est préoccupante. Les performances de la France tant dans PISA que PIRLS se dégradent et sont plutôt en deçà des performances OCDE. (Voir Figure 20 en bas à droite). Ce qui interpelle aussi, au-delà du cas de la France, c'est la dégradation globale de l'OCDE, mas s'agit-il d'une dégradation générale ou d'une modification du niveau de difficulté des épreuves ?



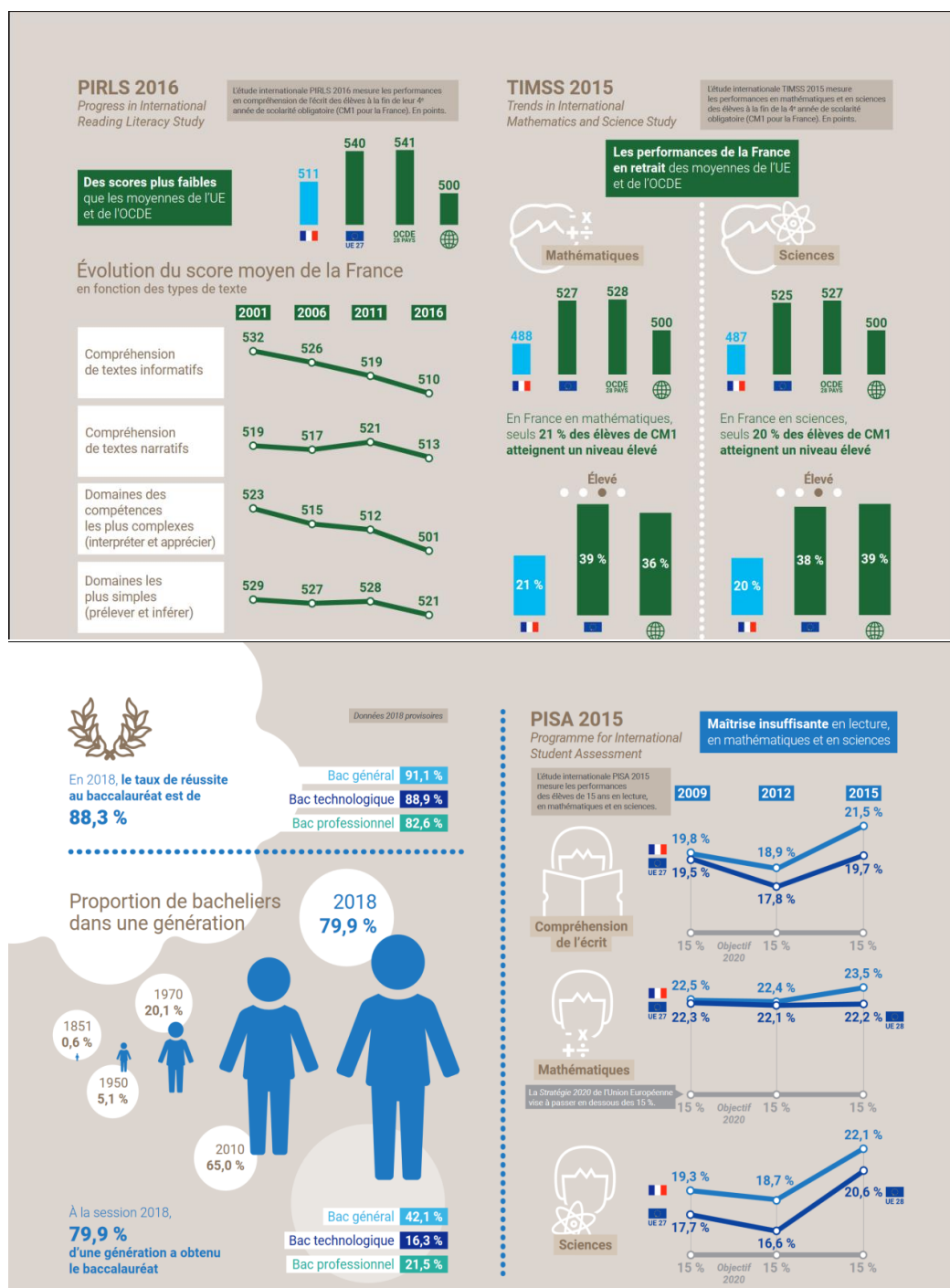


Figure 20 : Performance des élèves français dans différentes matières en 2018 (MEN, 2108)

Cette baisse de niveau en mathématiques est confirmée par les analyses du Ministère de l'Éducation Nationale (Rosenwald, 2019). La Figure 20 reprend du document du Ministère montre la diminution, sur un échantillon d'élèves, des notes de calcul en CM2 en 30 ans.

Si nous regardons de plus près, les performances en addition sont passées de 90% à 69% et celles en soustraction de 83% à 55%.

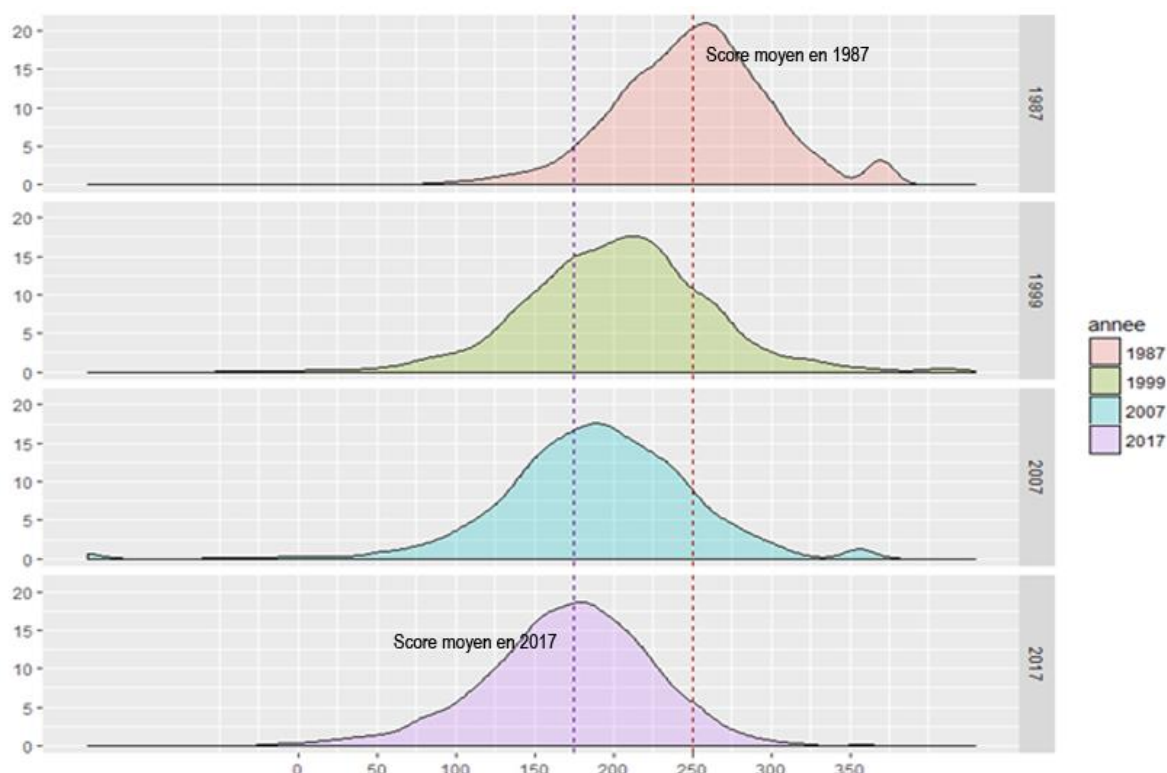


Figure 21 : Évolution des notes de calcul des élèves de CM2 de 1987 à 2017

Malgré tout il y a une croissance du pourcentage de bachelier (MEN, 2018) (voir Figure 20 en bas à gauche). Au vu des résultats PISA et PRLS et de ceux du Ministère cela pourrait être interprété soit comme une baisse du niveau d'exigence lors de la notation, soit comme un abaissement du niveau des épreuves. La Figure 21 qui montre l'abaissement des notes moyennes en mathématique en CM2 ne permet pas de trancher.

Dans ce préambule au-delà des éléments purement politiques, certains facteurs ont été évoqués, parmi lesquels des facteurs « sociologiques » qui sont ceux présentés par Olivier Las Vergnas. Ces facteurs sont les premiers sur lesquels j'ai travaillé. Ils font partie des facteurs étudiés cette thèse :

- ✓ Le milieu socio culturel.
- ✓ Le sentiment d'inefficacité personnelle.
- ✓ L'enseignement.
- ✓ L'obstacle conatif.
- ✓ La motivation.
- ✓ Le stress.

Il est apparu très vite qu'il y avait quelque chose de sous-jacent, impacté par ces facteurs, qui provoquerait un effet identique à celui des autres, pour chacun d'eux. Un premier travail bibliographique m'a amené à penser qu'en complément des causes sociologiques ci-dessus, il fallait élargir ce travail en étudiant les causes neurophysiologiques qui semblaient sous-jacentes ce qui est fait dans le chapitre B.

Ces différentes causes ne sont pas mutuellement exclusives mais constituent un ensemble de causes complémentaires qui interagissent.



© Geluck

Encadré 3 : Effectifs des classes scientifiques

Les effectifs des classes scientifiques sont à la fois la conséquence des discours politiques et de contingences externes qui interagissent ensembles.

Le pourcentage des élèves des sections scientifiques peut se décrire par la formule ci-dessous (**Équation 1**) :

$$K = \frac{(\sum_{n=1}^{n=p} \sum_{m=1}^{m=q} x_{mn}) \cdot 100}{\sum_{n=1}^{n=p} \sum_{o=1}^{o=r} y_{on}}$$

Équation 1 : Pourcentage d'élèves en formations scientifiques

Dans cette formule :

K = pourcentage d'élèves en section scientifique.

p = ensemble des établissements.

q = ensemble des classes scientifiques dans l'établissement n .

r = ensemble des classes dans l'établissement n .

x_{mn} = nombre d'élèves dans la classe scientifique m de l'établissement n .

y_{on} = nombre d'élèves dans la classe o (scientifique ou non) de l'établissement n .

Il y a donc quatre points d'intervention possible pour les politiques :

- Augmenter le nombre d'établissements.
- Augmenter le nombre de classes scientifiques dans un ou plusieurs établissements.
- Diminuer le nombre de classes non scientifiques au profit de ces dernières à volume constant.
- Augmenter le nombre d'élèves dans une ou plusieurs sections à « bâtiment » égal.

L'intervention sur les 3 premiers points dépend de 2 verrous.

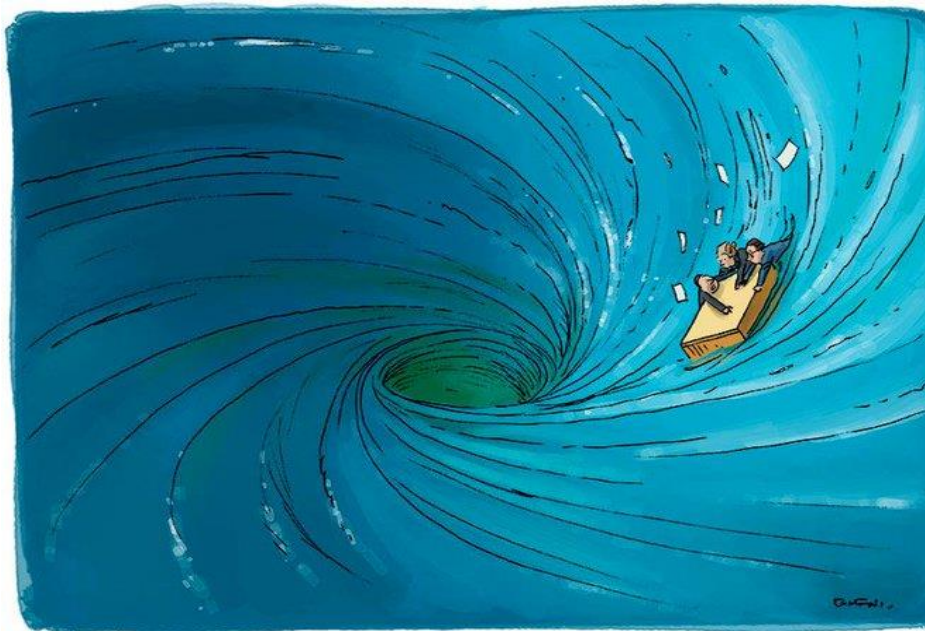
- Le verrou principal des deux premières possibilités est le nombre d'heures d'enseignement disponibles et éventuellement leur répartition sur le territoire pour obtenir une pleine activité des professeurs, dont les postes sont gérés au niveau national. Il est à noter que ce verrou est également lié à la répartition des postes entre spécialités, qui ne suit pas ou avec retard l'évolution des techniques et des besoins.

Cela entraîne des spécialités sur-dotées pour des raisons historiques car les enseignants sont difficiles à réorienter dans un système de postes à vie et qu'il est compliqué de les former à d'autres domaines.

- Le deuxième verrou est le bâti qui, lui, ne dépend pas du même niveau d'action politique (région et département) mais qui reste dépendant, pour fonctionner, de la disponibilité d'enseignants, qui reste donc le verrou principal.

Le quatrième point est le seul dépendant uniquement de l'action politique C'est l'augmentation des effectifs dans les sections scientifiques, au détriment possible de la qualité des enseignements (au risque politique d'une protestation des parents d'élèves et des syndicats).

En conclusion le discours politique n'entraîne pas une action sur le seul levier à sa disposition qui est le nombre d'heures d'enseignement dans les disciplines scientifiques ce qui est aggravé par l'inertie du système car l'élasticité de cette action n'est pas de 100%. En particulier il faut le temps de former les nouveaux enseignants.



Accrochez-vous ! Nous approchons
du guichet de l'administration centrale.

© Tartrais

Encadré 4 : Les élèves

Le fonctionnement des séries scientifiques est une source de stress. Ce stress se retrouvera dans le chapitre B, constituant une des difficultés d'apprentissage qui est le sujet de ce travail.

La première source de stress est la limitation du nombre de places dans les sections scientifiques.

Cette limitation fait que l'élève « moyen » se trouve dans une sorte de concours permanent et donc de stress dont nous avons déjà précédemment parlé. En dessous d'un certain seuil ce qui compte n'est pas tant sa note que son classement parmi l'ensemble des candidats aux sections scientifiques de l'établissement. Il n'est nul besoin de mettre des mauvaises notes à $\frac{3}{4}$ des élèves (Antibi, 2014) et l'orientation n'est qu'un classement. (Ceci supposerait d'ailleurs que, d'une façon ou d'une autre, les notes des différentes classes en amont des sections scientifiques soient harmonisées).

Des scientifiques travaillant sur la docimologie montrent que les notes dans notre système scolaire sont extrêmement incertaines avec une variabilité importante (Martin, 2002), (Nimier, s. d.).

Il n'est donc pas exclu qu'avec la même note un enfant d'une classe soit admis et pas l'autre et qu'avec le même devoir un enfant ait des notes très différentes. De même, à note égale, l'égalité des niveaux des élèves de deux sections différentes n'est pas non plus assurée.

Reste en revenant sur l'incertitude des notations que de toute façon l'harmonisation est difficile (voire impossible) à réaliser à grande échelle.

Au problème de la notation s'ajoute le conseil de classe, qui en orientant, introduit une variable de relation personnelle entre tout ou partie du corps enseignant et l'élève. Un élève apprécié par un enseignant peut ne pas l'être par un autre et les pondérations, les egos et les luttes de pouvoirs dans le conseil de classe jouent alors contre lui. Cet aspect du fonctionnement de la classe introduit *de facto* une compétition qui peut nuire à certains élèves et les stresser.

Un autre point est la disponibilité de classes. Il existe une disparité entre les Académies qui fait que le pourcentage d'entrée au lycée dans la filière générale peut varier du simple au triple sans que des différences de niveau puissent être corrélées (voir Figure 22). Le seul facteur semblant être la politique académique d'orientation et l'offre de formation. En particulier la disponibilité d'un lycée général dans l'aire de vie du collège (Miconnet, 2016). (voir figure ci-dessous).

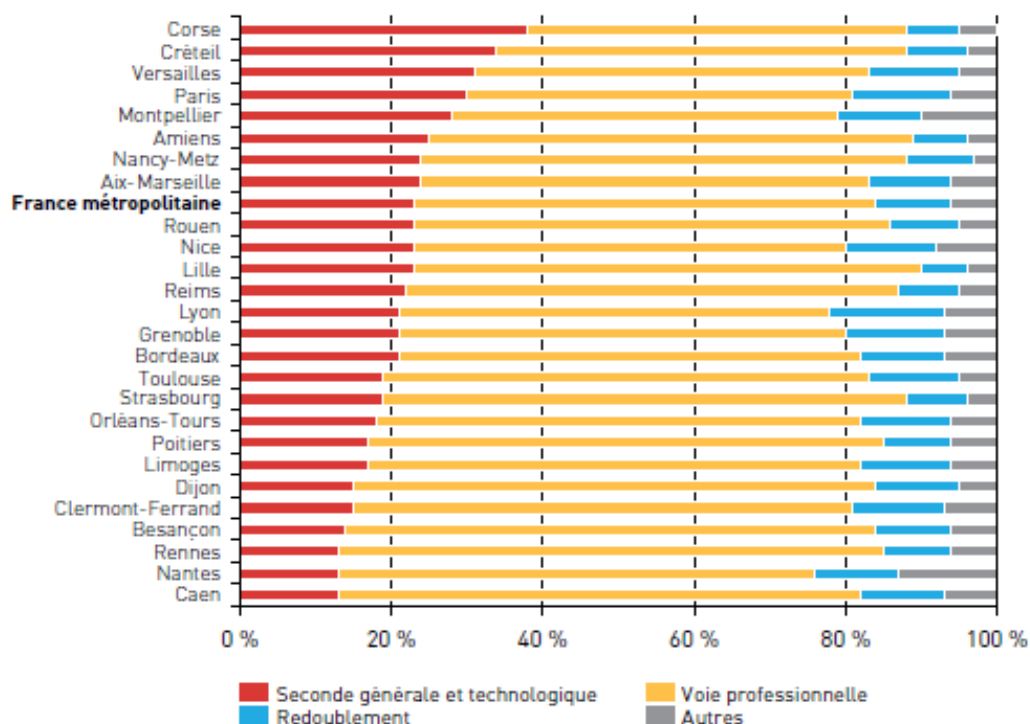


Figure 22 : Pourcentage de passage en seconde générale par Académie et France entière

B

**Objectifs de la thèse et cadre de
référence**

- **INTENTION DES EXPERIMENTATIONS**
- **METHODOLOGIE BIBLIOGRAPHIQUE**
- **CONTENU DE CETTE SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

1. Les deux questions de recherche

Dans le chapitre précédent une partie de l'environnement de cette recherche a été posée : les discours sur la démocratisation de l'école, la gestion du baccalauréat et la formation des filles, les enjeux de l'emploi scientifique, les travaux sur la catégorisation scientifique scolaire et les obstacles créés par l'école.

Nous avons rappelé au chapitre A que trois familles de causes sont évoquées pour expliquer le phénomène de la Catégorisation scientifique scolaire.

- Les causes (C1) individuelles systématiques dont la répétition produit des conséquences à l'échelle de la société entière.
- Les causes (C2) liées aux ambiguïtés du discours qui ne sont pas l'objet de cette recherche dont nous ne parlerons pas.
- Les causes (C3) liées au système socio-éducatif à la fois politiques et organisationnelles que nous évoquerons rapidement plus loin.

Cette recherche va se recentrer sur les causes C1 (les causes individuelles des difficultés liées à l'apprentissage des matières scientifiques et en particulier des mathématiques) et aux facteurs les influençant. Pour ce faire différents facteurs vont être étudiés dans les parties suivantes de cette recherche et vont faire l'objet des deux expériences décrites plus loin :

- La première question de recherche de cette thèse concerne la description de la fonction d'évaluation des quantités et l'identification des facteurs susceptibles d'altérer son efficacité.
- La deuxième question de recherche porte sur la corrélation entre la qualité de la fonction d'évaluation et la façon dont les sujets résolvent des problèmes arithmétiques simples. Dans cette seconde expérience, deux facteurs complémentaires ont été testés pour répondre aux études d'Olivier Las Vergnas sur la CSS :
 - ✚ La forme des énoncés (numérique, littéraire, graphique).
 - ✚ La nature arithmétique des paramètres (de base, grand, décimal).

Aux causes C1 telles que présentées dans le chapitre A (causes sociologiques) nous allons aussi étudier l'influence d'autres causes supplémentaires, psychologiques et neurologiques. Ces causes pourraient en effet avoir des conséquences à plusieurs niveaux pour les enfants lors de leur scolarité C'est avec cette question en tête que nous avons défini les objectifs et les limites de notre projet de recherche.

La démarche suivie est résumée dans le schéma de la Figure 23 qui au long de ce document nous servira de guide.

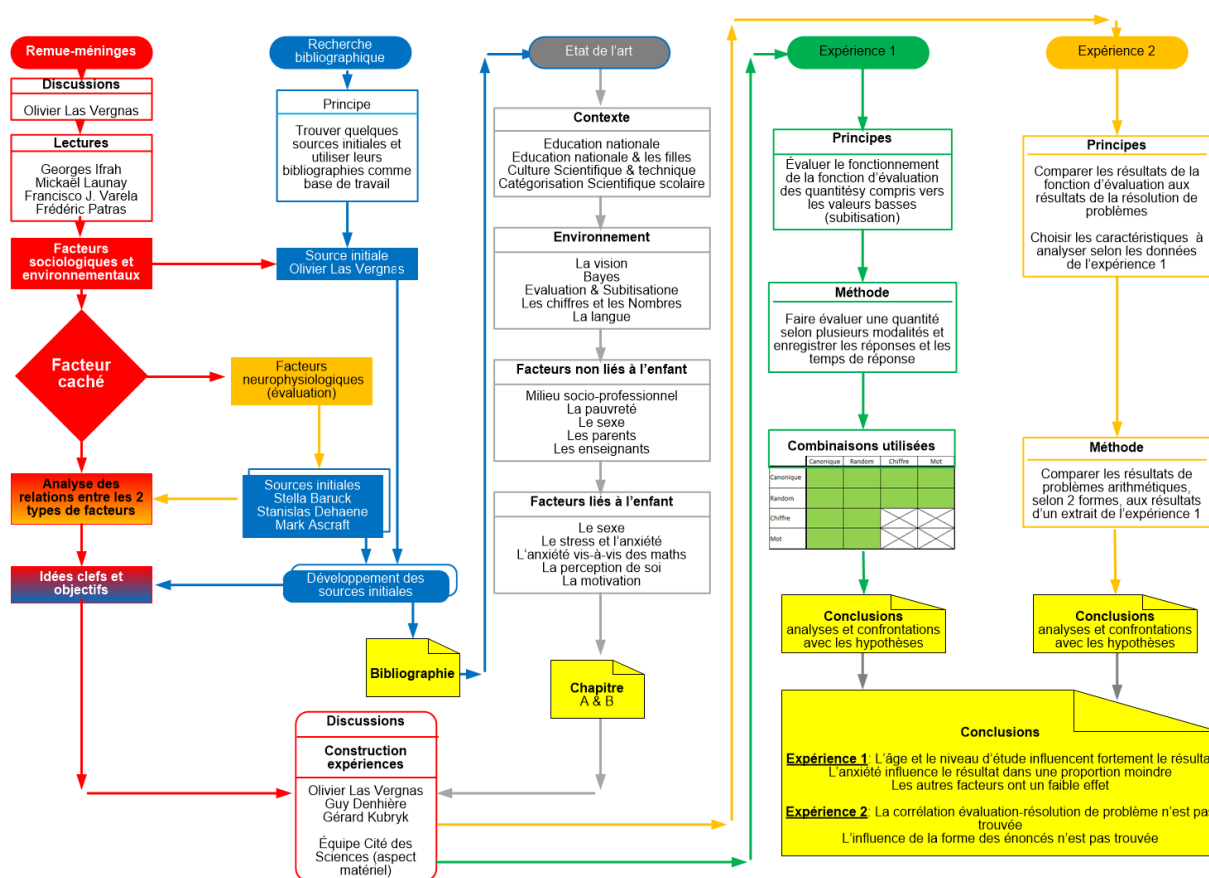


Figure 23 : Schéma de la méthodologie de cette recherche

2. Intention des expérimentations

Ce travail est donc une exploration des facteurs qui, dans différentes études, sont décrits comme l'origine de la difficulté d'apprendre les mathématiques ou de les utiliser. Ces études, en général, analysent les facteurs individuellement mais peu se penchent sur les interactions de ces facteurs et sur leurs poids respectifs. Notre objectif implique le recueil d'un nombre important de données afin de permettre les traitements statistiques pertinents pour réaliser les analyses.

L'étude de ces facteurs est d'autant plus importante que plusieurs auteurs en décrivent certains comme prédictifs de l'aptitude des enfants à l'usage des mathématiques (Cirino et al., 2016) (Starr et al., 2013). Leur compréhension et celle de leurs interactions sont peut être la piste de la remédiation ou de la mise en place de méthodes pédagogiques tenant compte de ces facteurs et de leurs anomalies (Park & Brannon, 2013).

3. Les expérimentations

C'est avec cette question en tête que nous avons défini deux expérimentations utilisant les nombres tels que décrits dans l'encadré 5 et tels que décrits par les équations dans cet encadré. Les bases qui ont permis de concevoir les expériences décrites à partir de la page 156 sont inspirées de Gandini (Gandini et al., 2008).

Les expériences qui en découlent sont présentées à partir du chapitre C.

4. Méthodologie bibliographique

La méthode de la recherche bibliographique est décrite dans la première colonne de la Figure 23 page précédente.

Ma recherche bibliographique a été complexe, car ce travail se situant à la frontière de différentes disciplines (sciences de l'éducation, psychologie et neurosciences), la recherche par mots clefs (mathématiques, anxiété, échec scolaire, etc....) dans les différents corpus était soit infructueuse, soit produisait un résultat trop riche et inutilisable.

Après un long temps sans résultats exploitables, j'ai changé de méthode. Partant des écrits d'Olivier Las Vergnas dont son HDR et des cours de Stanislas Dehaene, au Collège de France, j'ai utilisé leurs bibliographies puis les bibliographies de certains des articles qu'ils citaient. À partir de ces bibliographies, par effet boule de neige, j'ai pu élargir en utilisant Qwant, ResearchGate, Persée, HAL et une grande quantité de petites sources selon les résultats de QWANT. J'ai ainsi rassemblé un grand nombre de documents au fil du temps.

Restait, au moment de la rédaction de la thèse, à les organiser et les filtrer pour éliminer les doublons, les hors-sujet, et les publications multiples à partir des mêmes données. A ce filtre s'est ajouté un filtre pour recentrer sur les plus pertinents. Ces filtres successifs sont retracés dans le Tableau 2. Pour ces opérations successives, Zotero a été utilisé à la fois pour générer les références et la bibliographie de ce document et comme base de données stockant et organisant les textes utilisés.

Documents	Nombre
Traités	1465
Doubles	173
Hors sujets	120
Utiles	1124
Cités	183

Tableau 2 : Résumé de la recherche bibliographique

5. Contenu de cette synthèse bibliographique

Dans le cadre de ce travail nous allons nous intéresser aux nombres et à leur manipulation. A la façon dont les enfants réagissent à ce qui est en quelque sorte l'apprentissage d'une langue étrangère avec ses symboles, ses verbes (les opérations) et sa syntaxe. Cette langue exige différents aspects que nous allons décrire via leurs relations avec nos expérimentations.

Selon les auteurs, différentes étiologies sont mises en évidence dans les difficultés avec les mathématiques. Nous allons d'abord les lister ci-dessous (regroupées en 4 grandes catégories) avant de les détailler dans la suite de ce document et de montrer comment nous allons étudier leur importance relative dans les problèmes avec l'usage des mathématiques, leurs interconnexions (positives ou négatives) et la façon dont elles interagissent, dans les chapitres C et D :

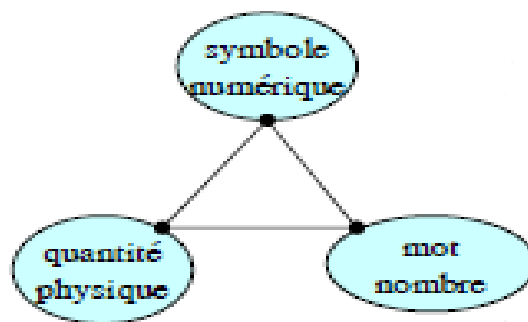
- Neurologique : cette étiologie fait référence aux circuits neuronaux qui sous-tendent les fonctions liées à l'évaluation des quantités (voir ci-dessous), les fonctions mnésiques et les circuits du stress.
- Sociologique : cette étiologie rapporte l'effet de l'attitude des enseignants, des pairs et des parents vis à vis de l'enfant.
- L'environnement pédagogique : les pédagogies utilisées varient selon les écoles, les pays, les croyances dans le fonctionnement de l'enfant. La pédagogie utilisée influe sur l'apprentissage mais surtout sur la motivation et l'angoisse de l'enfant.
- Environnementale : L'environnement de l'enfant tant culturel que socio-économique ou sanitaire influe sur le développement de l'enfant et donc

sur ses capacités d'apprentissage ainsi que les problèmes d'usage (parler et compréhension de la langue).

Ces étiologies font appel à des mécanismes fondamentaux que nous allons décrire dans la suite de ce travail. Cependant, afin de mieux comprendre leur relation avec les mathématiques, nous allons commencer par décrire les particularités des nombres.

I. **Les nombres**

Pour permettre la communication humaine, les nombres (ensemble de 1 à n chiffres), font l'objet de 2 codages, l'un sous formes de mots propres à chaque langue, l'autre sous forme écrite de symboles numériques (les chiffres) qui sont une notation universelle (indépendante de la langue) que retracent les mots de chaque langue (figure ci-dessous tirée de. (Waeckel-Dunoyer & Vinais, 2010).



Les nombres se lisent dans la langue française, telle que parlée en France, mais aussi dans la plupart des langues en utilisant un codage linguistique qui est affecté d'irrégularités pouvant compliquer l'apprentissage, par exemple en français :

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
20 30 40 50 60 70 80 90

Ces irrégularités, qui sont des déformations ou des survivances d'expressions anciennes sont particulièrement nombreuses en français. Certaines irrégularités sont spécialement difficiles à appréhender car elles changent la logique des dizaines précédentes. C'est le cas des nombres 80 et 90 qui sont les traces d'un système de numération ancien ; vigésimale (celui des Vascons, vieux peuple d'Europe) dont les 15-20, hôpital de 300 places créé vers 1260 par Saint Louis est aussi la trace. Une autre trace du système vigésimal est par exemple « quinze cent quinze bataille de Marignan » qui est une forme essentiellement utilisée pour les dates. Cette

forme peu enseignée est souvent, en usage courant, mal comprise et répétée dans la forme standard enseignée. Enfin nous avons le comptage par douzaine des œufs, des petits suisses, etc. qui est une survivance du système utilisé par les marchands du Moyen-Âge qui à l'aide de leur pouce de la main libre comptaient en pointant les phalanges de l'autre main (voir Figure 26 page 94)

Ces irrégularités propres aux langues occidentales et spécialement à la langue française n'existent pas en chinois, où par ailleurs l'apprentissage des mathématiques est différent.

La Figure 24 montre qu'il n'y a, en chinois, strictement aucune irrégularité, les nombres se construisent de façon « mécanique » à partir de 9 chiffres et du nommage des 4 premières puissances de 10 dont les 2 premières sont dans le tableau de la Figure 24. L'avantage est dans le faible nombre de mots à apprendre mais aussi dans la brièveté de la prononciation des chiffres (voir page 123). Ces avantages ajoutés à une méthode pédagogique différente assurent le succès des asiatiques dans l'apprentissage des mathématiques.(Brissiaud, 2004). Cet avantage paradoxalement ne leur ouvre pas les honneurs du Nobel des mathématiques, la Médaille Field.

Unités	Dizaines	Centaines
一 (<i>yī</i>) > 1	二十 (<i>èr shí</i>) -> 20	一百 (<i>yībǎi</i>) -> 100
二 (<i>èr</i>) > 2	三十 (<i>sān shí</i>) -> 30	二百 (<i>èrbǎi</i>) -> 200
三 (<i>sān</i>) > 3	四十 (<i>sì shí</i>) -> 40	三百 (<i>sānbǎi</i>) -> 300
四 (<i>sì</i>) > 4	五十 (<i>wǔ shí</i>) -> 50	四百 (<i>sìbǎi</i>) -> 400
五 (<i>wǔ</i>) > 5	六十 (<i>liù shí</i>) -> 60	五百 (<i>wǔbǎi</i>) -> 500
六 (<i>liù</i>) > 6	七十 (<i>qī shí</i>) -> 70	六百 (<i>liùbǎi</i>) -> 600
七 (<i>qī</i>) > 7	八十 (<i>bā shí</i>) -> 80	七百 (<i>qībǎi</i>) -> 700
八 (<i>bā</i>) > 8	九十 (<i>jiǔ shí</i>) -> 90	八百 (<i>bābǎi</i>) -> 800
九 (<i>jiǔ</i>) > 9		

Figure 24 : Numération en chinois, trois premières puissances de 10
(d'après <https://www.superprof.fr/ressources/langues/chinois>)

De plus, dans les langues occidentales (dont le français), 3 opérations sur 4 se font dans l'ordre inverse du sens de lecture (en chiffres ou en mots). C'est le cas en particulier de la première opération enseignée, l'addition.

$$\begin{array}{r} 431 \\ + 142 \\ \hline 573 \end{array}$$



Les entiers sont les premiers nombres enseignés par la famille, fière de montrer que l'enfant connaît les nombres jusqu'à..., qui les fait réciter à l'envie à l'enfant sans réaliser que ce n'est qu'une forme de comptine sans aucun aspect opérationnel (Brissiaud, 1999). Ce sont aussi les premiers enseignés à l'école et ce dès l'école maternelle.

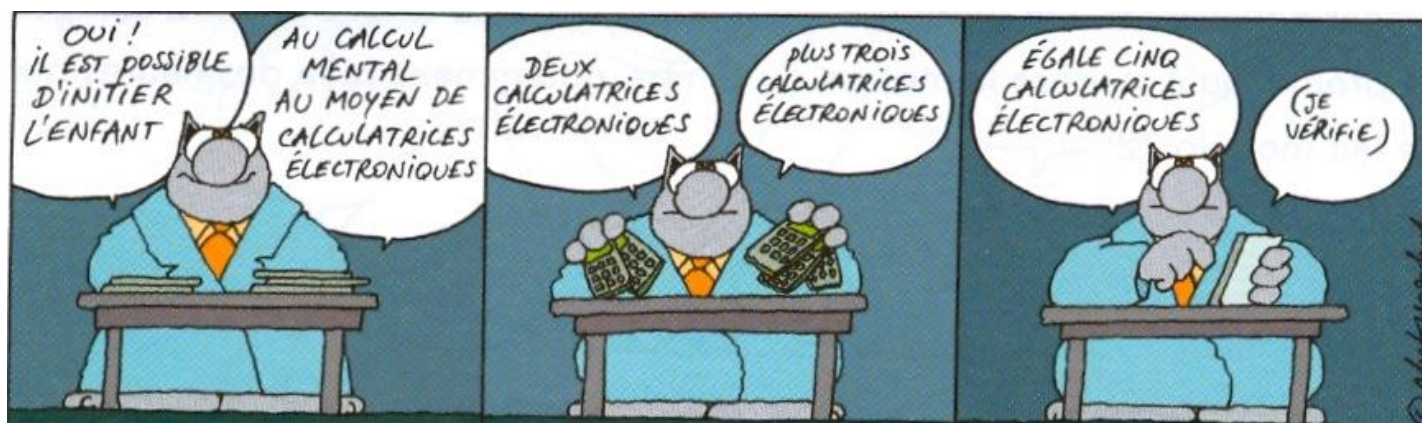
Les nombres ont différents usages, soit retracer la quantité des objets d'une collection (la cardinalité pour les mathématiciens ou la numérosité pour les psychologues), soit la place dans une série (notation ordinale, premier, second, ...) dont les noms outre une dénomination différente dans la langue parlée sont affectés d'un indice en notation mathématiques (1^{er}, 2nd, 3^{ème}, ...). Cette notation ajoute une irrégularité liée à la position particulière de 1^{er}, contrebalancée par « dernier » qui a la particularité de ne pas être rattaché directement à une quantité.

Les nombres peuvent faire l'objet d'opérations arithmétiques ou non selon leur l'usage (Dehaene, 2008) :

- Arbitraire : (la Peugeot 504) et dans ce cas les opérations n'ont pas de sens.
- Ordinal : (La 25^{ème} rue à New-York), les opérations d'addition et de soustraction ont un sens (2 rues après la 25^{ème} rue) mais pas la multiplication et la division.
- Additive : essentiellement les mesures physiques (il fait 10° de plus qu'hier (20°)). L'addition est possible (ainsi que la soustraction) sur la grandeur physique mais les opérations sur la sensation (deux fois plus froid) n'ont pas de sens bien que couramment employées. Cette formulation ne retrace qu'une subjectivité sans que le rapport avec les températures mesurées ne soit formellement défini.
- Général : une brique fait 20 cm, avec 20 briques je fais un muret de 4 m (20*20 /100) et dans ce cas toutes les opérations arithmétiques ont un sens.

La notion de nombre et les opérations de base sont l'objet d'un apprentissage par le jeune enfant qui doit lutter contre des intuitions telles que décrites par Houdé (Houdé, 2015). La manipulation des nombres et des opérations est la source de difficultés pour certains enfants. Ces

difficultés peuvent persister jusqu'à l'âge adulte. Pour les comprendre nous allons étudier différentes étiologies et nous interroger sur leurs possibles interactions.



© Geluck

Encadré 5 : Les nombres et les opérations

Les objets de base de l'arithmétique sont les nombres. Il existe différents ensembles de nombres qui sont nommés par une lettre. Ces différents types sont décrits par des ensembles emboîtés montrant, en s'éloignant du centre, les propriétés ajoutées.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \dots\dots$$

La Figure 25 ne montre que les trois premiers qui nous seront utiles.

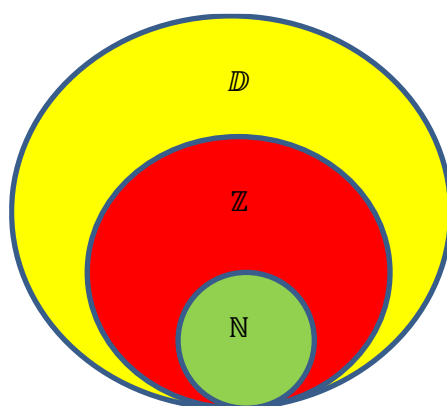


Figure 25 : Emboîtement des ensembles

Les nombres sont construits à partir de symboles : les chiffres dits arabes en France (bien qu'initialement indiens, y compris le zéro). Les chiffres ont la particularité d'être à la fois des chiffres et des nombres puisqu'au-delà des symboles, ils représentent aussi des quantités.

- **Ensemble N**

Cet ensemble est celui des entiers naturels, le premier que connaît l'enfant. Ces nombres retracent la cardinalité (la numérosité pour les psychologues) d'une collection, par exemple d'un sac de billes.

Ils sont regroupés dans un ensemble noté « $\mathbb{N}$ », notation définie en 1888 par R. Dedekind sans « 0 » qui à l'époque n'était pas considéré comme un nombre. Il a été ajouté depuis, mais les 2 définitions coexistent.

Les entiers naturels sont décrits par l'ensemble d'équations ci-dessous :

$$x = \sum_{i=0}^{i=q} a_i \cdot 10^i$$

$$\llbracket 0,9 \rrbracket = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

dans laquelle : q, i et $x \in \mathbb{N}$ et $a_i \in \llbracket 0,9 \rrbracket$

Cette équation est la description mathématique d'un nombre, avec une notation positionnelle, constitué de puissances de 10 : « i » est la position, de droite à gauche du chiffre « a » qui est le multiplicateur de la puissance 10^i ; « q » le nombre de chiffres du nombre.

Ce mode d'écriture (numérotation de position en base 10) est le plus communément utilisé aujourd'hui. D'autres ont existé (sexagésimale (60)) (voir Figure 26 tirée de Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres*. Images de « maths-et-tiques »).

Encadré 5 figure 1 utilisée par les civilisations de la Mésopotamie (Babylonien) dont il nous reste la mesure des angles et du temps, duodécimal (12) dont il nous reste la façon de compter les œufs par exemple qui est la survivance d'une ancienne méthode utilisée par les commerçants du Moyen Age (voir Figure 26), vigésimal que nous reverrons un peu plus loin).

- **Ensemble $\mathbb{Z}$**

Cet ensemble ajoute un signe (« + » ou « - ») aux entiers de $\mathbb{N}$ ce qui fait apparaître 2 fois chaque valeur d'entier à l'exception du 0.

$$x = \sum_{i=0}^{i=q} a_i \cdot 10^i \mid \sum_{j=1}^{j=p} -b_j \cdot 10^j$$

$$\llbracket 0,9 \rrbracket = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

où : q, i, j et $p \in \mathbb{N}$; a_i et $b_j \in \llbracket 0,9 \rrbracket$; $\sum_{j=1}^{j=p} b_j \neq 0$; $x \in \mathbb{Z}$

Dans cette équation décrivant un nombre négatif ou positif, « q » est le nombre de chiffres si le nombre est positif ; « p » est le nombre de chiffres si le nombre est négatif ; « a_i » est le multiplicateur de la puissance « i » pour les nombres positifs et « b_j » affecté du signe moins pour les puissances « 10^j » pour les nombres négatifs.

- **Ensemble $\mathbb{D}$**

Cet ensemble n'est plus constitué que par les entiers mais ajoute des chiffres après la virgule selon la formule pour les décimaux positifs :

$$x = \sum_{i=0}^{i=q} a_i \cdot 10^i + \sum_{j=1}^{j=p} a_j \cdot 10^{-j}$$

$$\llbracket 0,9 \rrbracket = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

dans laquelle p, i, j et $q \in \mathbb{N}$; a_j et $a_i \in \llbracket 0,9 \rrbracket$; $x \in D$

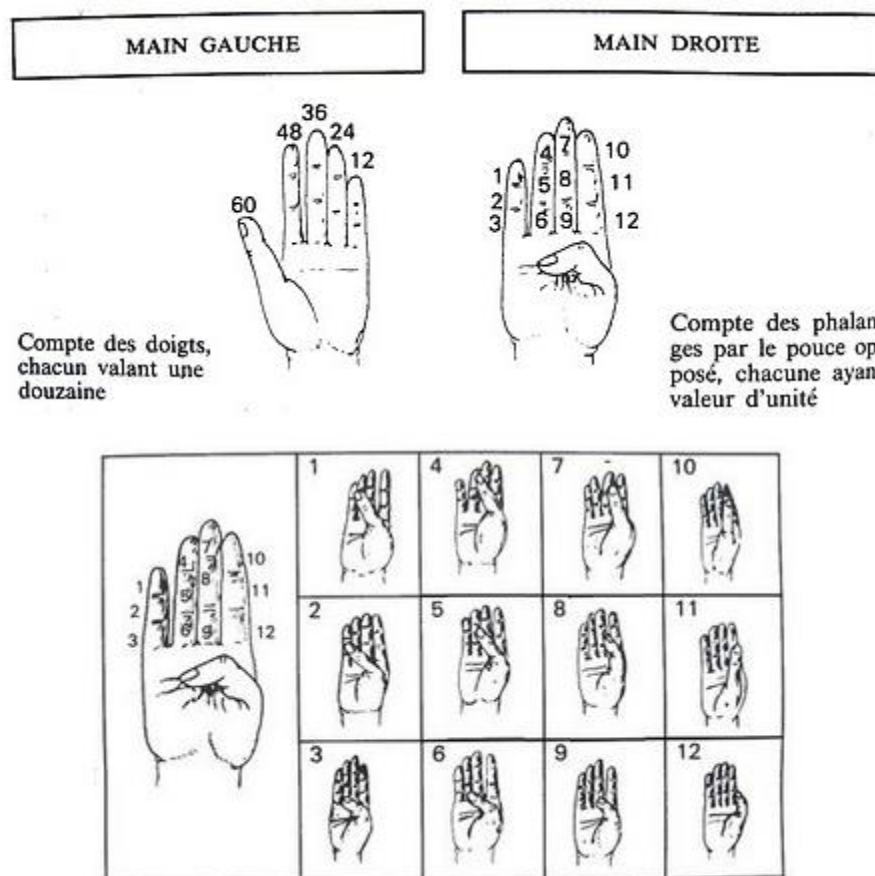


Figure 26 : Méthodes de comptage en base 12 et 60 avec les mains



© Geluck

II. **La vision**

Pour pouvoir définir et faire fonctionner les étiologies ci-dessus, il nous faut définir un certain nombre de principes qui en sont les briques de base. Leurs combinaisons vont permettre d'expliquer autant que faire se peut les mécanismes qui sous-tendent l'apprentissage des mathématiques et les causes des problèmes d'apprentissage.

➤ Neurophysiologie de l'évaluation et circuit visuel

Notre cerveau, jusqu'il y a peu de temps, a été considéré comme une boîte noire dont nous pouvions uniquement observer le stimulus entrant (par exemple un bruit ou une odeur) et la réponse physiologique produite, avec comme seuls outils d'analyse l'observation puis l'électro-encéphalogramme (EEG). On attribue la découverte du bruit électrique du cerveau à Richard Caton en 1875. Ce signal très faible est bruité par les activités musculaires, du visage en particulier. Les progrès de l'électronique ont permis à partir de 1920 au neurologue allemand Hans Berger d'amplifier le signal électrique de l'activité neuronale et de décrire les tracés obtenus (Vautherot, 2008).

Ce n'est que depuis 1950 que la technique de l'EEG est couramment utilisée dans le domaine scientifique et médical. Elle offre trois avantages malgré sa faible résolution spatiale :

- Avoir une bonne résolution temporelle.
- Être peu coûteuse.
- Être non-invasive.

Une nouvelle technologie est apparue avec les progrès de la physique, la résonance magnétique nucléaire (RMN) dont les principes sont décrits dans le document de Demirjian (Demirjian & Baudin, 2007).

Logothetis dans (Logothetis, 2002) retrace l'histoire de l'imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM). Le principe de l'imagerie par IRM repose sur le phénomène de résonance magnétique nucléaire (RMN), décrit par Felix Bloch et Edward Mills Purcell en 1946. À la fin des années 60, Raymond Vahan Damadian propose d'utiliser la RMN

dans un but médical et montre que la RMN permet la détection de tumeurs.

En 1973, Paul Lauterbur réalise pour la première fois l'image en deux dimensions d'une « coupe virtuelle » d'un objet. Dans le même temps, Peter Mansfield propose une méthode similaire. En 1977 sera réalisée la première image d'un corps humain vivant par Damadian. (Dreizen, 2004).

La principale innovation dans le domaine de l'IRM viendra des travaux sur les propriétés de l'hémoglobine, qui montrent que le signal IRM émis par le sang oxygéné diffère du signal du sang désoxygéné. Cette propriété permet à Ogawa, John Belliveau et Pierre Bandettini de réaliser en 1992 les premières images d'un cerveau en réponse à des stimulations visuelles, ils purent mesurer une augmentation du débit sanguin cérébral dans les aires visuelles du lobe occipital. Ceci constitue la base du fonctionnement de l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle, un outil central des neurosciences cognitives contemporaines. (Kwong, 2012).

Ces outils qui permettent de différencier les deux formes de l'hémoglobine montrent l'afflux de l'hémoglobine oxygénée. Cela retrace les zones du cerveau connaissant un surcroît d'activité et cela permet de connaître, pour différentes activités, les zones utilisées et, par soustraction entre différentes tâches, les zones spécifiques des différentes activités.

Cependant il ne faut pas oublier que les images produites sont le résultat d'hypothèses et de calculs informatiques. De fait, des images erronées peuvent être produites. Il ne faut pas non plus oublier que les coûts d'exploitation et la technicité du personnel sont sans commune mesure avec ceux de l'EEG.

Les progrès viennent aujourd'hui des avancées du traitement des données et de l'amélioration des aimants nécessaires, passant des aimants permanents (Bore-néodyme-fer) aux aimants supraconducteurs. Les champs vont jusqu'à 11,7 Tesla (T) au Neurospin (par comparaison le champ terrestre est de 30 μ T à 60 μ T). (http://joliot.cea.fr/drf/joliot/Pages/Entites_de_recherche/NeuroSpin.aspx).

Une autre forme d'IRM est l'IRM de diffusion qui, au lieu de l'hémoglobine, observe l'eau et montre les fibres nerveuses (en fait la myéline qui gaine les fibres et qui constitue la matière blanche du cerveau). Ces travaux permettent de préciser la structure des faisceaux assurant l'interconnexion des différentes parties du cerveau.

Pour revenir à notre recherche, après ces détails sur les moyens techniques, la question que nous posons est de savoir comment se fait l'évaluation des quantités. Les progrès de l'imagerie cérébrale de ces dix dernières années ont permis de grandes avancées dans ce domaine.

➤ Cerveau et perception

La perception visuelle constitue une part importante de notre analyse puisque nous allons travailler sur des informations visuelles. Ce canal a été choisi car la création du matériel expérimental n'était dépendante que de développements logiciels. Enfin il était facile d'avoir des sessions collectives et automatisées, ce que ne permettait pas un travail sur des sensations auditives ou tactiles.

Pour être sûr de ce que ce média peut introduire comme distorsion dans l'expérience nous allons le décrire en limitant toutefois le niveau de détail dans ce paragraphe. L'annexe 1 page 267 présente une analyse plus détaillée.

Il faut être conscient que le monde tel que nous le voyons n'existe pas. En effet le monde réel nous est inaccessible, car nous ne pouvons le percevoir que par l'intermédiaire de notre cerveau qui le reconstruit selon des règles qui ne nous sont pas davantage accessibles. De fait, le monde tel que nous le voyons n'existe plus quand nous en prenons conscience, car il a disparu depuis au moins 100 ms. Ce que nous percevons réellement est en fait une illusion créée par notre cerveau comme le dit Léonard de Vinci :

Regarde la lumière et admire sa beauté. Ferme l'œil et observe, ce que tu as vu n'est plus et ce que tu verras n'est pas encore.

Léonard de Vinci

Pour compliquer encore le problème, le monde que nous voyons n'est accessible que par nous et par nous seul. Le rouge que nous voyons

par exemple n'est pas le rouge de notre voisin dont le système de perception visuelle peut avoir une sensibilité différente aux longueurs d'ondes de la lumière. Pour compliquer encore, certaines couleurs dites « homochromes » peuvent, comme le jaune par exemple, être le produit d'une longueur d'onde spécifique ou la somme de deux couleurs (rouge et vert dans ce cas précis).

Il faut donc considérer que le monde réel est un monde sans couleur qui n'ont d'ailleurs pas d'existence propre et sans lumière baigné d'ondes électromagnétiques dont certaines peuvent traverser l'atmosphère et qui par chance ou grâce à la sélection naturelle, font réagir les cellules de nos rétines.

A ce monde incertain les traitements effectués par le cerveau ajoutent des erreurs ou des incertitudes qui, entre autres, créent des illusions que nous allons décrire.

Avant d'aller plus loin, il faut préciser que l'évaluation des quantités dont il est question se fait sur deux types d'objets :

- Les objets organisés tels que par exemple les points d'une face de dé (dans ce texte « objet canonique »).
- Les objets inorganisés. Ces objets inorganisés peuvent, par le biais du hasard, comporter des organisations partielles (par exemple une rangée de 3 points alignés) exploitées par l'évaluation. Ils sont nommés dans ce texte « objet random » (Kubryk, 2019).

Nous allons d'abord aborder les « objets random ». La fonction d'évaluation de ces objets a une longue histoire phylogénétique (voir le paragraphe Evaluation page 109) et a fait l'objet de beaucoup d'expériences mais ses mécanismes n'ont été explicités que récemment.

Un débat parmi les psychologues concerne la forme que prend pour l'évaluation, le codage des quantités non organisées dans le cerveau avec deux théories concurrentes :

- Le codage par sommation (ou codage monotone) dans lequel le codage se fait par recrutement de neurones au fur et à mesure de l'accroissement de la taille de la collection à évaluer (Figure a). (A. Nieder & Merten, 2007). Nieder considère que ce système fonctionne comme un filtre passe bas dans lequel la numérosité

est le seuil de coupure (« cut-off ») avec un flanc plus ou moins raide.

- Le codage par « ligne d'étiquettes » dans lequel un neurone ou un petit groupe de neurones est « accordé » à une quantité et a pour cette quantité une fréquence de décharge maximum (Figure b. Le comment de cet accord n'est pas clair, en particulier s'agit-il d'une activation liée à la numérosité ou au contraire d'une non-inhibition sélective). Les neurones avant et après le neurone « accordé » ont aussi une fréquence de décharge mais qui s'amointrit en fonction de l'éloignement de la numérosité d'accord selon une gaussienne. Cet étalement autour de la valeur d'accord pourrait être l'origine de l'effet Fechner présenté page 115. Un débat subsiste quant à la forme mathématique de la progression dans la « ligne d'étiquettes ». Est-elle linéaire ou logarithmique ? (Dehaene & Cohen, 1991).

Nieder a mis en évidence en plaçant des électrodes dans le cerveau de deux singes rhésus, dans la structure homologue du *sulcus parietalis de l'homme*, que les neurones modulaient leur fréquence de décharge selon la numérosité, solution « ligne d'étiquettes ». (A. Nieder & Merten, 2007). Par une expérience similaire chez l'homme, Dastjerdi (Dastjerdi et al., 2013) a lui aussi retrouvé des émissions de haute fréquence (70 à 110 Hz) dans les *sulcus parietalis* de patients épileptiques dotés d'électrodes pour des diagnostics.

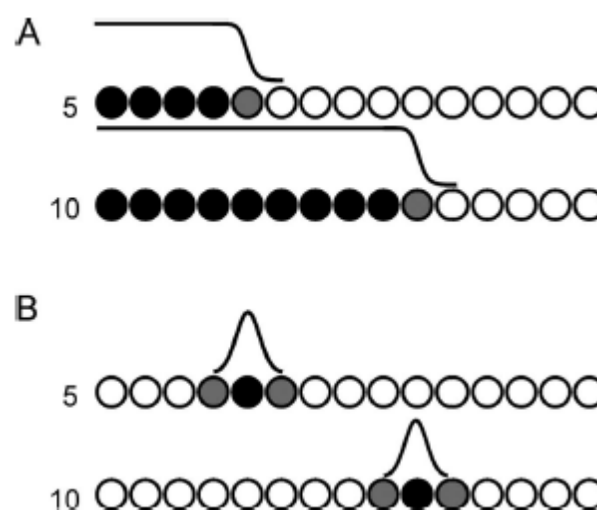


Figure 28 : Hypothèses de codage de la numérosité selon Nieder, 2007

Un point important est que ce système ne fonctionne que pour des entiers positifs (pour une collection d'objets). Les autres types de nombres (fractionnaires, rationnels, négatifs, etc...) demandent un complément d'abstraction pour passer de l'entier au type de nombre.

Aujourd'hui il semble acquis que la base de la fonction d'évaluation des quantités (objets « random ») se trouve dans le *sulcus parietalis*.

Cependant cela n'exclut pas que des zones supplémentaires contribuent à l'évaluation des quantités. La Figure 29 essaye de retracer le cheminement de l'information depuis l'œil jusqu'au moment où le nom lié à la cardinalité est prononcé pour une collection d'objets organisés de façon aléatoire.

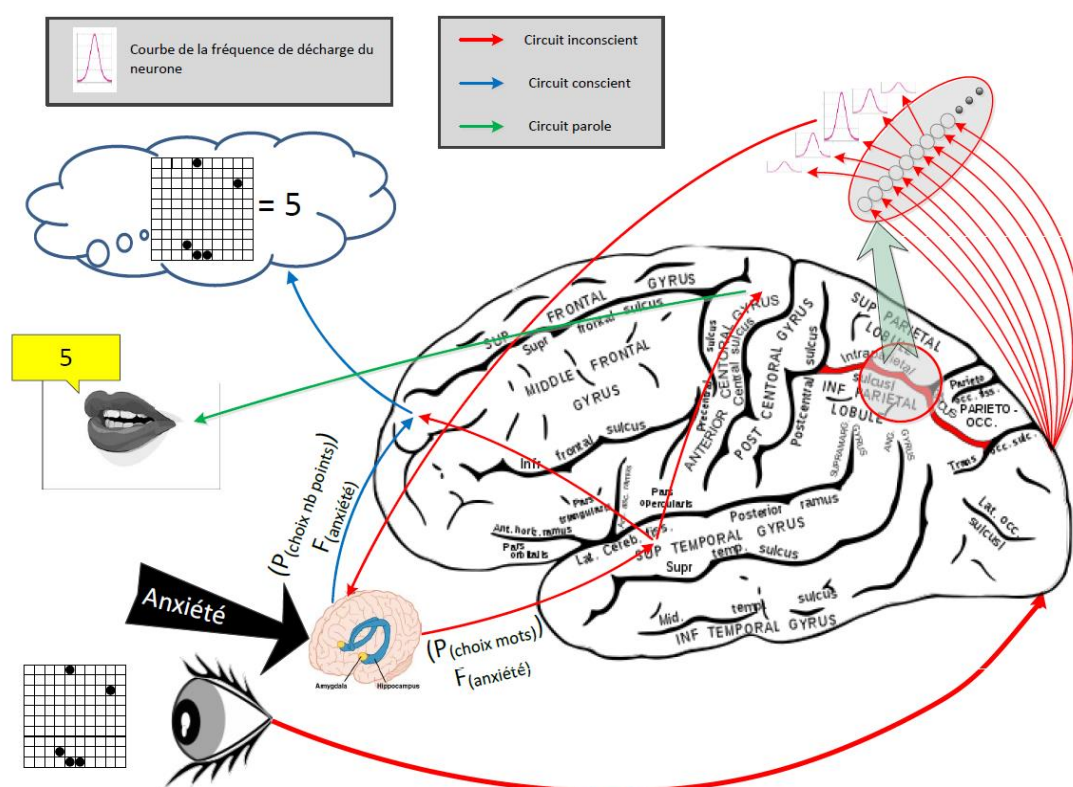


Figure 29 : Reconnaissance d'une quantité disposée aléatoirement (Engelse Wiki (Gray atlas) & (Kubryk, 2019)

Le cheminement visuel entre la rétine et l'aire V1 du lobe occipital passe par le chiasma optique (non représenté dans cette figure) qui réorganise les circuits pour rapprocher entre autres les zones homologues (droite et gauche) ainsi que par les corps géniculés latéraux du circuit visuel. À partir du moment où la lumière entre dans l'œil et est transformée en signal électrique par la rétine, chacun des points de passage de l'information contribue à un pré traitement de l'information. (Figure 142) (Voir détails Annexe 2 page 270)

L'autre cas qui nous concerne est celui des « objets canoniques. » Pour ces objets, le traitement jusqu'à l'aire V1 est le même mais, à partir de là, le cheminement diffère. L'information irait dans le *gyrus fusiforme* (gyrus temporal inférieur) où elle ferait l'objet d'une identification qui lie l'image à une cardinalité.

À partir de là, deux hypothèses sont envisageables :

- Le cheminement direct de l'information pour son traitement tel que dessiné Figure 30.
- Le transit par le *sulcus parietalis* et l'emprunt ensuite de la même voie de traitement que pour les objets random.

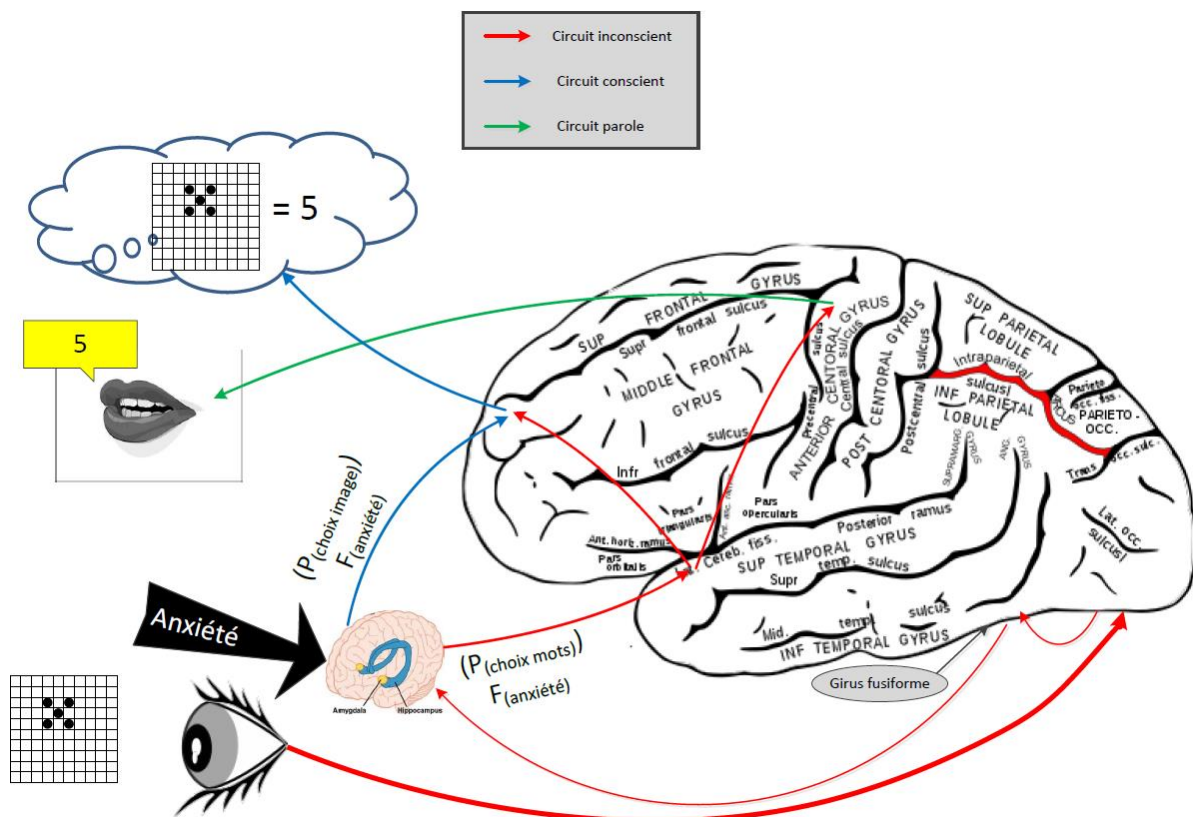


Figure 30 : Reconnaissance d'une quantité disposée canoniquement (Engelse Wiki (Gray atlas)) & (Kubryk, 2019)

Un exemple de la complexité des circuits visuels et de l'importance de sa connaissance est donné par le cas d'un malade (malade RFS) atteint d'une maladie dégénérative du cerveau rapporté par Schubert



Figure 31 : Ce que voit le malade RFS

(Schubert et al., 2020) : il ne peut voir les chiffres 2 à 9 que sous forme d'un mélange de lignes (voir Figure 31).

Plus grave, alors que les autres objets sont parfaitement vus et identifiés, ils cessent de l'être quand ils sont proches du chiffre.

Par ailleurs par construction notre œil déforme l'image vue car la densité des cônes (les cellules de la rétine les plus sensibles et apportant l'information de couleur) est forte et la convergence (nombre de cellules visuelles convergent vers un même neurone du nerf optique) faible dans la région centrale de la fovéa (zone de netteté maximale et de précision maximale de notre œil (voir Figure 83 page 164) (voir annexe 1 Figure 140). Ceci fait que la partie centrale de l'image est surreprésentée dans les aires visuelles ce qui constitue l'équivalent d'un zoom central dont l'image d'Escher peut être une représentation (voir (Suliann, 2012)) (Figure 32).

Bien que notre œil travaille en général avec le centre de la rétine, l'image dépasse souvent la zone de vision de précision qu'est la fovéa. Ce balayage, nécessaire, crée une difficulté qui se cumule avec les mouvements de la tête obligeant le cerveau, utilisant sa vitesse de traitement, à reconstruire en permanence l'image et à la garder stable. Ce balayage, lié à nos points d'attention, replace dans la fovéa tel ou tel élément de l'image, lui donnant à la fois définition et couleur.

Les déformations évoquées sont aussi celles que notre cerveau doit gérer quand nous travaillons sur des problèmes mathématiques, des évaluations, etc., puisque dans les cas qui nous intéressent nous passons par le système visuel pour recueillir les données exploitées ensuite.

Ce circuit est aussi susceptible de différentes anomalies qui peuvent altérer la fonction d'évaluation (voir ci-dessus le cas du malade RFS). Seules les anomalies de réfraction de l'œil (myopie par exemple) ont été incluses dans le protocole expérimental. Aller plus loin était hors de portée de nos moyens expérimentaux et surtout trop intrusif pour les participants.



Figure 32 : Approximation de l'image telle qu'elle parvient à notre cerveau à densité égale d'information (ESCHER, Balcony 1945)

Au-delà de ces difficultés Wang (Z. Wang et al., 2020) montre que notre vision introduit des distorsions perceptives propres à chacun. Ces distorsions peuvent être à la fois spatiales, de taille et angulaires.

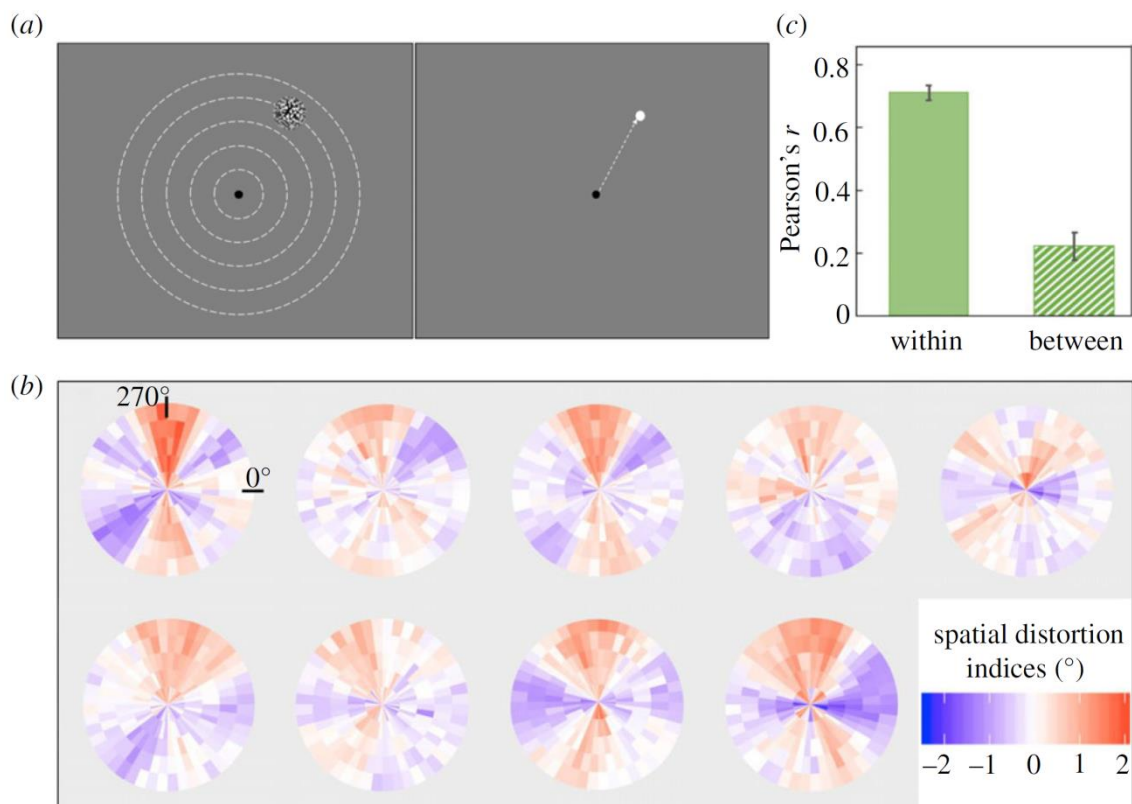


Figure 33 : Distorsion spatiale selon Wang

Dans cette expérience le sujet fixe le point central (a) et un point est présenté. Le sujet doit localiser le point présenté avec un curseur. La

partie (b) de la Figure 33 montre l'ampleur des distorsions spatiales et la partie (c) l'ampleur des distorsions individuelles et entre individus.

III. **Cerveau bayésien**

Parmi les théories qui ont tenté d'expliquer comment notre cerveau analyse son environnement à travers nos divers sens en tenant compte de nos expériences passées, se distingue la théorie bayésienne étayée par les progrès de l'imagerie cérébrale.

➤ Bayes

Les statisticiens voient les probabilités comme une gestion de fréquence (pile ou face, les faces d'un dé, etc.), et donc comme les fréquences des différents résultats d'une expérience répétée.

Pour les sciences cognitives, elles représentent le niveau de « croyance ». Par exemple, si une pièce est tombée et a roulé, l'observateur peut « croire » qu'il y a 50% de chance qu'elle ait roulé sous une table mais s'il se penche pour vérifier cette « croyance » va rapidement évoluer vers 100% ou 0% selon la position réelle de la pièce. Un autre observateur placé différemment ou ayant mieux observé le mouvement de la pièce aura une « croyance initiale » différente. Il sera sûr d'avoir vu la pièce sous la table, par exemple). Deux personnes peuvent donc avoir, d'un même évènement, une perception différente et donc une « croyance » différente. Cet évènement est unique et ne peut pas être répété à l'identique et donc la notion de fréquence ne peut être définie. Ceci est le cas de nos expériences perceptives, linguistiques, motrices ou d'apprentissage. Nous pouvons seulement « croire » que nous avons vu, entendu, etc. et faire une conjecture sur l'état futur de ce que nous allons voir ou entendre.

Ce système de croyance a été formalisé par Bayes, pasteur protestant (1702-1761). Il a écrit un essai qui concerne les probabilités conditionnelles publié, après sa mort, par Price (Price, 1763). Dans cet essai, Bayes définit la probabilité conditionnelle de A connaissant B par la formule (Équation 2) :

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)}$$

Équation 2 : Équation de Bayes

Cette formule permet de calculer la probabilité conditionnelle de A connaissant B « $P(A | B)$ » pour peu que l'on connaisse la probabilité de A « $P(A)$ », la probabilité de B « $P(B)$ » et la probabilité de B connaissant A « $P(B | A)$ ».

Si A est l'hypothèse découlant de l'observation de B cela donne une probabilité *a posteriori* qui n'est plus dans le cas d'un tirage, la probabilité du prochain tirage, mais une probabilité du contenu de l'urne $P(H|B)$ à partir du ou des tirages précédents $P(B)$. La formule devient alors :

$$P(h|B) = \frac{P(B|h)P(h)}{P(B)} \quad h \in H$$

$$P(B) = \sum P(B|h')P(h') \quad h' \in H$$

Équation 3 : Équation de la probabilité *a posteriori*

Dans cette formule $P(B)$ se définit en sommant toutes les autres hypothèses (h') et H est la somme de toutes les hypothèses.

Dans cette équation, $P(h)$ est la probabilité (la croyance) de l'hypothèse sur le contenu de l'urne, $P(h|B)$ la probabilité de l'hypothèse h connaissant les tirages B et $P(B|h)$ est la probabilité de B selon l'hypothèse h . (Griffiths & Yuille, 2008).

Si en face d'une urne au contenu inconnu, une boule blanche est tirée sans remise, la probabilité de la présence d'au moins 1 boule blanche dans l'urne est 1, les probabilités d'une autre proportion telle que 50% de boules blanches ou n'avoir que des boules blanches restent faibles fautes d'information. Les tirages suivants feront évoluer les différentes hypothèses sur le contenu de l'urne.

Tenenbaum (Tenenbaum et al., 2006) ajoute au théorème de Bayes la notion de théorie sous-tendant les hypothèses. Cette théorie a elle-même une probabilité *a posteriori*. Le résultat est décrit dans l'équation (Équation 4) ci-dessous.

$$P(h|B, T) = \frac{P(B|h, T)P(h|T)}{\sum P(B|h')P(h'|T)} \quad h' \in H_T$$

Équation 4 : Équation de Tenenbaum

Dans cette équation $P(h|B, T)$ donne la façon dont l'hypothèse prédit les données et la probabilité *a priori* $P(h'|T)$ est la

plausibilité de l'hypothèse en fonction de la connaissance du passé. La probabilité *a posteriori* $P(B|h, T)$ représente la croyance de chaque hypothèse sous la contrainte de la théorie T et des données observées B .

➤ Le cerveau et Bayes

Un courant de pensée chez les neurobiologistes est nommé « cerveau bayésien ». Ce courant est né en 1954 avec les travaux de Blackwell et sa théorie des jeux qui incluait des décisions reposant sur des probabilités (Blackwell & Girshick, 1954). Il prolongeait les travaux de Von Neumann (Von Neumann & Morgenstern, 1953). De ces travaux est né le paradigme de « codage prédictif » (Rao & Ballard, 1999) qui est devenu le « cerveau bayésien » qui a fait l'objet de nombreuses publications (L. T. Maloney & Zhang, 2010) (Kim et al., 2015) par exemple et d'un cours au Collège de France de Dehaene (Dehaene, 2012). Dans cette hypothèse, notre cerveau dans un monde d'incertitudes prend des décisions non pas absolues mais en évaluant la probabilité de toutes les hypothèses possibles. Afin d'appréhender ces hypothèses, nous faisons appel à nos sens, sortes de capteurs du monde qui dans ce cas sont à la fois le moyen de fournir les informations nécessaires pour formuler les hypothèses sur le monde qui nous entoure et le moyen de les vérifier.

Nos sens sont des capteurs avec des limitations. Par exemple, notre perception visuelle binoculaire est en 2 fois 2D dans un monde en 3D (Knill & Pouget, 2004). Ce que nous voyons est donc une reconstruction usant des différentes informations à disposition du cerveau.

Nous avons deux yeux. Avoir deux images rétiniennes, bidimensionnelles, au lieu d'une, nous permet d'améliorer notre vision tridimensionnelle du monde. Non seulement les images projetées sur les deux rétines, mais aussi les informations sur la position des yeux et de la tête nous permettent de construire une vision cohérente dans l'espace. Ainsi, bouger nos yeux, c'est permettre l'exploration de l'environnement 3D (Findlay et al., 2010).

En face d'un ensemble d'informations, parfois contradictoires, notre cerveau nous fournit la réponse la plus probable, sans que nous ayons accès aux clefs de cette décision. Cette décision est potentiellement entachée d'erreurs, par exemple les illusions visuelles (Eagleman, 2001) (Gregory, 1997).

L'illusion de la Figure 34 dites illusion de Ramachandran (Ramachandran, 1988) en est un bon exemple. Notre cerveau préjugant que la lumière vient du haut (situation naturelle sur la terre en présence du Soleil) conclut que les zones les plus claires sont orientées vers le haut pour recevoir la lumière. Il nous pousse ainsi à penser que la figure de gauche est une demi-sphère concave et que la figure de droite est une demi-sphère convexe. Nous sommes là en présence d'inférences à partir d'éléments non visibles dans l'image, mais faisant partie du corpus de connaissances de base, utilisé pour donner un sens à ce qui a été vu.

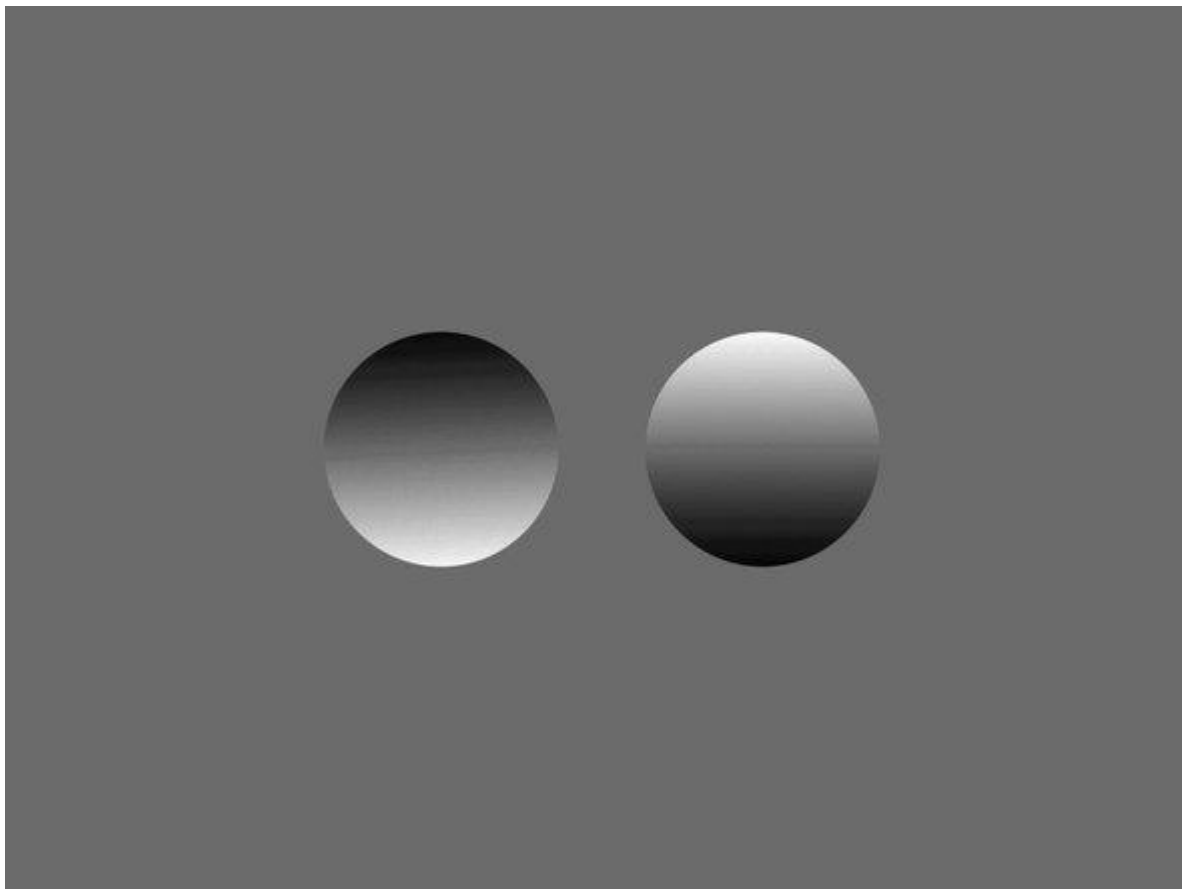


Figure 34 : Illusion préjugant de la position du Soleil

Notre cerveau peut être considéré comme une machine massivement parallèle mais n'ayant qu'un seul canal de sortie ; ce à quoi nous faisons attention. Autrement dit, nous ne focalisons

notre attention que sur un élément à la fois mais notre cerveau traite en parallèle des informations visuelles, sonores, proprioceptives, passées, expérientielles, etc.

Il réalise, à partir de ces données, des analyses probabilistes et en tire des inférences sans que nous en ayons conscience. Cependant il ne nous présente que celles qu'il juge utiles et une à la fois. (Colombo & Series, 2012). Cette décision s'appuie sur l'ensemble des informations reçues et des expériences passées, agrégées selon des règles que nous ne maîtrisons pas.

Ce système d'inférence donne lieu à différents modèles décrits par Penny. Ces différents modèles s'appliquent ensuite à différents comportements (Penny, 2012).

En particulier, il est possible de considérer que l'apprentissage n'est que la modification de la probabilité d'une réponse. La Figure 36 montre ce que pourrait être l'évolution de la bonne réponse chez le jeune enfant face à la Figure 35. Cette évolution peut être considérée comme la modification de la probabilité de la réponse qui passe d'une réponse initiale aléatoire de l'enfant à une probabilité de 100% une fois l'apprentissage réalisé.

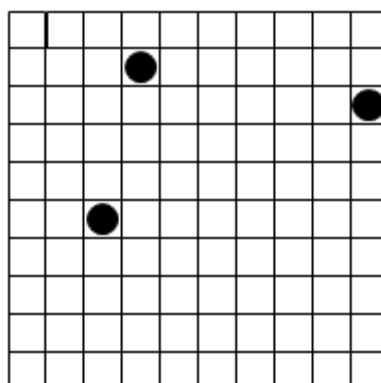


Figure 35 : matrice de points tirée de l'expérience 1

Cette évolution peut se faire selon trois modalités de l'apprentissage qui ne sont pas mutuellement exclusives :

- L'encouragement lors d'une bonne réponse apparue au départ par hasard.
- La répression en disputant l'enfant lors d'une mauvaise réponse.

- L'inhibition de l'intuition lorsque la disposition induit une mauvaise réponse (Houdé, 2015).

Si les 2 premiers points sont le résultat d'une interaction sociale dont nous analyserons plus loin l'effet (qui est loin d'être le même selon la méthode choisie), le dernier est une action personnelle que l'enfant doit apprendre à gérer.

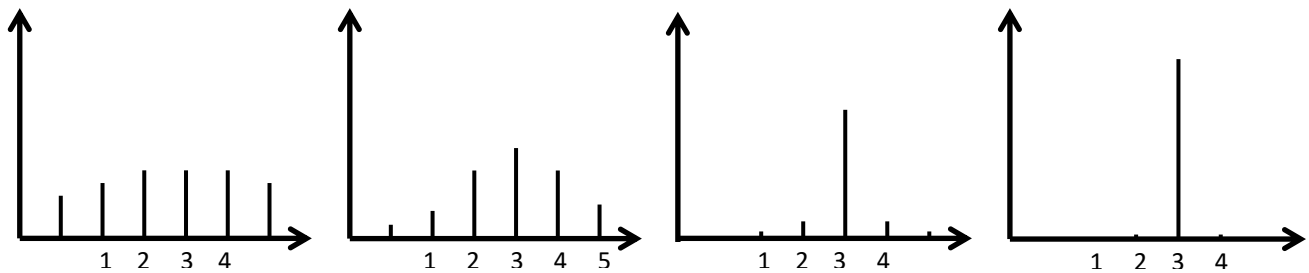


Figure 36 : Évolution de la probabilité de la bonne réponse (Kubryk, 2019)

Il s'est révélé hors de portée de nos expérimentations (faute de sujets dans cette tranche d'âge et de possibilité d'une étude longitudinale) de tester directement cette évolution. Elle est néanmoins décrite ici, car elle a participé à l'apprentissage des nombres et des quantités de l'ensemble des participants selon l'une ou l'autre des modalités présentées ci-dessus.

IV. ***Evaluation et subitisation :***

Deux concepts se révèlent très importants : l'évaluation des quantités et la subitisation. Outre l'intérêt que présente la connaissance des mécanismes cérébraux mis en cause pour les réaliser, ils ont pris une importance croissante quand des auteurs ont montré que ces mécanismes pouvaient être prédictifs de l'aptitude aux mathématiques de l'enfant (Libertus et al., 2011) (Mazzocco et al., 2011) (J. (Jenny) Wang et al., 2017) (Starr et al., 2013).

➤ **Evaluation des quantités**

L'homme dispose de trois moyens pour déterminer le nombre d'objets qu'il a devant lui :

- Le calcul exact en comptant les objets un à un.
- L'évaluation qui est une estimation plus ou moins juste de la quantité.
- L'identification de patterns connus (par exemple les points d'un dé).

Ces 3 mécanismes fonctionnent de façon différente chez l'homme selon la numérosité de la collection évaluée. En particulier le mécanisme initial de l'apprentissage est obligatoirement à base de mots ce qui implique qu'il est acquis à partir de deux sources la famille d'abord puis l'école (Henderson & Mapp, 2002). La déficience de l'une ou l'autre de ces sources, pour quelque raison que ce soit, aura des conséquences sur l'acquisition des mathématiques de base pour l'enfant, conséquences que nous verrons dans la suite de ce travail.

Aux mécanismes vus ci-dessus, s'ajoute l'inné. Là encore la défaillance se répercute sur l'acquisition. Le degré d'impact est probablement croissant selon la liste suivante ; école, parent, inné, chacun influençant l'efficacité de l'apprentissage de l'enfant en suivant l'ordre inverse de la liste. Le mécanisme initial de perception des quantités (l'inné) est bien entendu non verbal puisque existant et testé dès que la vue de l'enfant est vraiment mature (vers 2 ou 3 mois). C'est sur les deux derniers mécanismes ci-dessus (inné, école) que nous allons travailler.

Des expériences faites sur de très jeunes enfants montrent que dès l'âge de quelques mois les enfants ont un sens du nombre et la capacité de comparer deux cardinalités pour autant que les différences soient suffisantes, mais sont aussi capable de comprendre une addition ou une soustraction et de réagir dans les cas manifestement faux (Xu & Spelke, 2000) (Wynn, 1992).

Il existe dans le cerveau de l'homme (comme des autres animaux) une fonction d'évaluation des quantités et de réalisation d'opérations simples qui permet de déterminer sans comptage la cardinalité d'un ensemble d'objets présentés. Les aspects neurologiques de l'évaluation ont été présentés à partir de la page 98.

Cette capacité est non verbale, intuitive, automatique, inaccessible à l'introspection et disponible dès la petite enfance (Izard et al., 2008). Elle est présente chez les animaux depuis les poissons (Agrillo et al., 2012) jusqu'aux ours et aux singes (Johnson-Ulrich & Vonk, 2018) (Andreas Nieder & Miller), 2003) en passant par les oiseaux (Emmerton, 2013).

Avec beaucoup moins de neurones que les espèces citées précédemment, Howard (Howard et al., 2019) a montré que des abeilles sont à la fois capable de distinguer un indice coloré, de l'interpréter et de réaliser ainsi à la demande une opération simple (+ ou -1) d'une quantité limitée à 3.

L'évaluation s'appuie sur les propriétés visuelles et contextuelles de la scène (Burr & Ross, 2008).

Cette fonctionnalité est vitale dans le règne animal car elle intervient à la fois pour l'alimentation (économie d'énergie dans le choix de la source) et dans les interactions sociales (gestion du groupe et gestion des prédateurs). De nombreuses expériences ont été réalisées sur des animaux mais pour la plupart après un apprentissage. Les plus probantes restent les expériences sur des animaux en liberté ou semi-liberté, par exemple Hauser sur des singes rhésus (Hauser et al., 2000) ou McComb avec des lions (McComb et al., 1994).

Cette utilité vitale pourrait expliquer pourquoi cette fonction d'évaluation a subsisté depuis plusieurs millions d'années au long de l'évolution animale, jusqu'à l'homme qui est pour le moment le bout de la chaîne évolutive.

Chez l'homme cette fonction d'évaluation persiste et différentes stratégies peuvent être mises en œuvre pour réaliser cette évaluation.

Des études menées avec des tribus amazoniennes ont permis de confirmer cette persistance chez l'adulte. En l'absence de système de nommage des nombres, tel que le nôtre, les habitants de ces tribus sont capables d'opérations approximatives (Pica, 2004).

L'usage de ces stratégies d'évaluation n'est pas constant. Cet usage varie selon la disposition des objets, leurs couleurs, le niveau de formation scientifique, etc. En particulier l'usage de meilleures stratégies serait l'explication de l'amélioration des performances avec l'âge (Gandini et al., 2010). Dans ses expériences dont l'expérience 1 de cette recherche est inspirée, Gandini a déterminé, à partir des entretiens après expérience, que

6 stratégies sont mises en œuvre (Figure 37).(Gandini et al., 2008).

Strategies	% use in younger adults	% use in older adults	Examples of verbal reports
Anchoring	17	17	"I first counted 3 dots, then 4 dots, added 3 and 4 = 7. Then, I estimated that there remained approximately twice as many dots, so I figured that there are $7 + 14 = 21$ dots"
Benchmark	28	33	"I quickly looked at all the dots, thought it looked like there are about 30 or a little bit more, so I said 32"
Decomposition/ recomposition	16	5	"I saw a group of 3 dots, and I estimated that there were six other similar groups; so I multiplied 7 by 3, and thought there are approximately 21 dots"
Approximate counting	31	17	"I first saw two groups of 5 dots, which is 10 dots. Then I saw a group of about 6 dots, which is about 16 dots. Finally, I saw a group of 5 dots. So, there are approximately 21 dots"
Exact counting	7	29	"I counted exactly each dot by three, 3, 6, 9, 12; there are 12 dots"
Other	1	0	"There are 81 blocks in a grid and I think there are approximately 60 empty blocks; So I found $81 - 60 = 19$ dots"

Figure 37 : Stratégies d'évaluation (Gandini et al., 2008)

De nombreux auteurs ont trouvé une corrélation entre cette fonctionnalité du cerveau (l'évaluation des quantités) et l'aptitude aux mathématiques (J. (Jenny) Wang et al., 2017) (Szkudlarek & Brannon, 2017) (Geary et al., 2015) (Mazzocco et al., 2011). Il semble d'ailleurs qu'un entraînement du système d'évaluation est susceptible d'améliorer les performances en mathématiques (Park & Brannon, 2013) ce qui peut constituer une piste de remédiation.

➤ Subitisation

Jevons (Jevons, 1871) a le premier, au cours d'expérimentations sur lui-même, mis en évidence la différence dans le processus d'évaluation entre les petites et les grandes quantités.

Benjamin Bourdon en 1908 a lui aussi analysé ce qui se passait pour les petites quantités (Figure 38).

B. BOURDON. — Sur le temps nécessaire pour mesurer les nombres.
— Rev. philosophique, avril 1908.

Expériences sur le temps nécessaire pour lire des nombres de 1 à 7 unités, composés de points brillants disposés horizontalement. Les nombres 1, 2, 3, 4 ont besoin d'un temps égal pour être reconnus. Il n'y a donc pas lieu de distinguer deux moments dans la perception du nombre : la perception des unités et celle de leur groupement.

Figure 38 : Fac-similé de la table des matières de la revue philosophique de

Ce phénomène fut nommé en 1949 par Kaufman (Kaufman et al., 1949). Il créa le terme de « *subitising* » en français « subitisation ».

La subitisation possède les caractéristiques suivantes :

- Elle est limitée à 3 ou 4 objets.
- Elle ne dépend pas de caractéristiques physiques (arrangement, distribution de couleur, de taille, etc...)
- Elle est dissociable du comptage.
- Elle ne peut fonctionner que si les objets sont isolables sans attention particulière.

Des études sur le temps de réponse dans une tâche d'évaluation ont montré un point d'inflexion très net autour de 3 ou 4. Après cette inflexion, l'évolution du temps de réponse qui, avant, était proche de l'horizontale prend une pente importante. Voir la Figure 39 extraite de Vuokko (Vuokko, 2010).

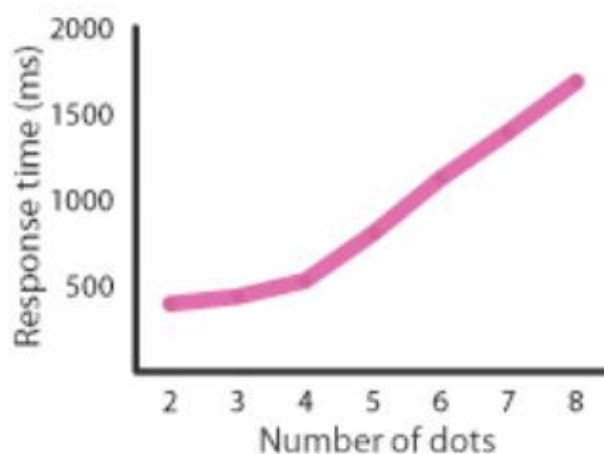


Figure 39 : Temps de réponse en fonction de la numérosité

Dans le même temps, les erreurs augmentent comme le montre Fischer (Fischer, 2008) (voir Figure 40) . Dans cette analyse le même point d'inflexion se trouve vers les cardinalités 3- 4.

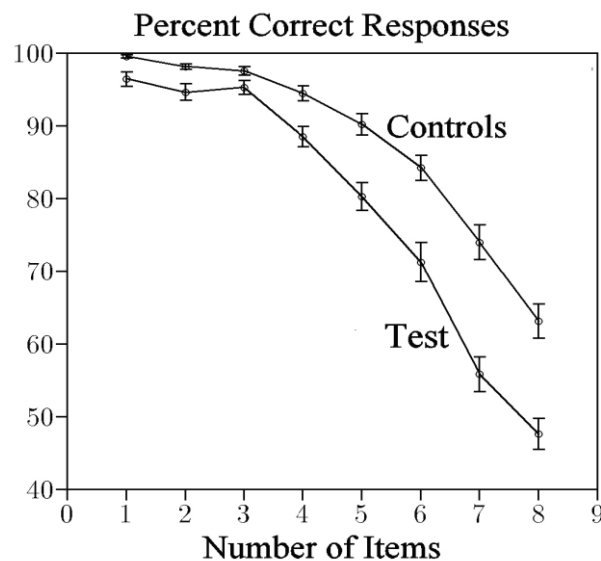


Figure 40 : Bonnes réponses en fonction de la cardinalité

En dehors des conditions expérimentales, dans la vie réelle, il est probable qu'une optimisation est utilisée. Par exemple évaluer le nombre de points du nuage de la Figure 41 est difficile. Par exemple il y a beaucoup de points bleus de trois tailles dont de 2 de tailles proches (petits et moyens).

Si le nuage est modifié selon la Figure 42 en changeant la couleur des points bleus moyens par du jaune, le contraste de taille entre les 2 séries de points bleus restantes permet une évaluation voire une subitisation en ayant comme clés les couleurs et les regroupements naturels. Par exemple les 3 points jaunes au centres.

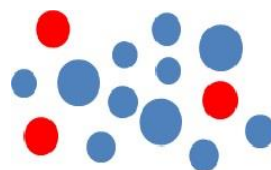


Figure 41 : Nuage de points peu différenciés



Figure 42 : Nuage de points en changeant la couleur des points bleus moyens



Figure 43 : Décomposition en sous-groupes

Une dernière modification consiste à séparer les points en sous ensembles qui alors sont faciles à évaluer, sous-groupe par sous groupe (Figure 43Figure) (Kubryk, 2018). Dans cette disposition la clé regroupement prend le pas sur la clé couleur. Dans cette évolution, l'évaluation devient de plus en plus facile en ajoutant des clés à notre nuage initial. Cela permet par exemple une stratégie en 4 étapes de subitisation puis une addition simple (Kubryk, 2019) (Piazza et al., 2002).

La fonction d'évaluation et la subitisation sont la base de l'expérimentation qui a été menée à la cité des sciences.

➤ L'évaluation et la précision (loi de Weber-Fechner)

Plusieurs auteurs au premier rang desquels Fechner ont (après von Helmholtz (Gregory, 1997)) relevé que nos sens sont affectés d'une marge d'erreur et plusieurs auteurs ont essayé de concevoir une loi décrivant cette incertitude. Le problème pour notre recherche était de vérifier si l'évaluation y était assujettie et dans quelle proportion.

La ligne d'étiquettes présentée précédemment montre une décroissance de l'activation de part et d'autre de la valeur centrale correspondant à la valeur présentée. Cette plage d'activation plus faible peut expliquer les réponses fausses, avec une probabilité décroissante de bonnes réponses, en s'éloignant de la valeur exacte.

Cette incertitude sur les réponses ont fait l'objet de tentatives de modélisation. Poursuivant les travaux de Weber qui fut le premier à s'intéresser à la relation stimuli-sensation, Fechner établit que la sensation varie comme le logarithme de l'excitation.

$$I = k \cdot \log(S)$$

Équation 5 : Formule de Fechner

Dans cette équation :

I est l'intensité de la sensation

k est un coefficient

S est l'intensité du stimulus

Cette équation (Équation 5) permet aussi de déterminer la plus petite variation d'intensité perceptible qui se décrit par l'Équation 6 :

$$\frac{\Delta I}{I} = k$$

Équation 6 : Fraction de Weber

Dans cette équation ΔI est le seuil de perception de la différence entre 2 stimuli en fonction de l'intensité de I , k est une constante dans l'esprit de Fechner.

Il s'avère que cette loi n'est pas toujours vérifiée, en particulier dans le cas de grandes amplitudes, aux extrêmes.

Une autre loi fut définie par Stevens, une loi de puissance (Équation 7) :

$$I = k.S^a$$

Équation 7 : Équation de Stevens

Dans cette équation :

I est l'intensité de la sensation

k est un coefficient fixant le rapport entre I et S^a

S est l'intensité du stimulus

a est la puissance appliquée au stimulus. Cette puissance est variable selon la nature du stimulus.

À l'expérience, la loi de Stevens est aussi imparfaite que la loi de Fechner et aucune des 2 lois ne décrit correctement les perceptions, d'autant que cette sensation ne semble pas reliée de façon linéaire au stimulus et que cette relation peut changer selon la situation du sujet, son état cognitif, son expérience et son apprentissage.(Piéron, 1959) (Bernyer, 1962).

Dans ce travail, cependant, nous utiliserons la fraction de Weber pour calculer les valeurs testées dans nos expérimentations.

Il est intéressant de noter que cette imprécision est culturellement intégrée dans le vocabulaire et certains chercheurs (Lefort et al., 2016) se sont posé la question de la valeur de « environ ».

Partant de la description mathématique d'un entier selon l'équation 2 rappelée ci-dessous :

$$x = \sum_{i=0}^{i=q-1} a_i \cdot 10^i$$

Lefort constate d'abord que le mot « environ » à une précision liée à une granularité d'origine culturelle qui varie selon l'emploi. {1, 5, 15,..} pour le temps mais {5, 10, 12, ..} pour les quantités, par exemple.

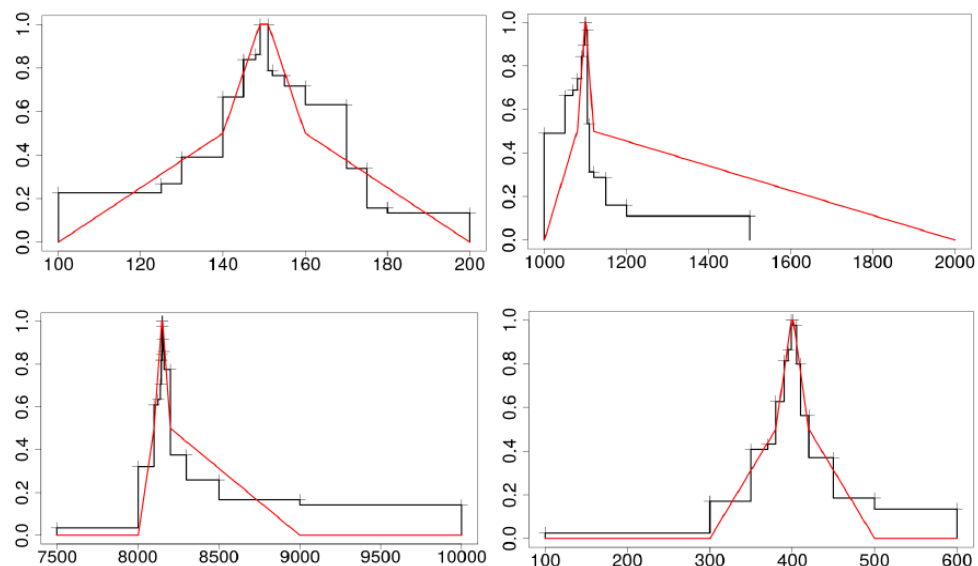


Figure 44 : Résultats de l'expérience de Lefort & al pour les valeurs 150, 1100, 8150, 400

L'expérience de Lefort était l'inverse de celle qui sera présentée plus loin. Elle consistait, à partir d'une valeur, à dire quelle pouvait être la valeur minimale et la valeur maximale associables à la valeur présentée. Par exemple 6000 pour environ 5000.

Leurs résultats sous forme des courbes de la Figure 44 permettent de retrouver sous une autre forme les résultats de l'expérience 1 présentée plus loin. Le point important est que cela nous apporte une information supplémentaire : la forme du nombre est importante pour la fonction d'approximation. Les nombres ronds (150 et 400) ont une symétrie d'évaluation que n'ont pas les nombres tels que 8150.

La taille des nombres influe sur la comparaison des nombres présentés sous forme symbolique. Les résultats de la comparaison répondent à la loi de Fechner-Weber.

Dans leur expérience Ashcraft et Stazyk demandent si le résultat d'une addition est juste ou faux. La réponse « faux » est plus lente pour 9 vs 7 que pour 9 vs 2. Mais cette réponse est aussi plus

lente que la réponse « vrai »: Devant une opération évidemment fausse, la grande distance qui sépare le résultat proposé du résultat correct nous permet de la rejeter sans faire le calcul exact pour autant que la valeur ne soit pas dans la zone d'incertitude créée par l'effet Fechner (Ashcraft & Stazyk, 1981).

Enfin, une lésion cérébrale peut faire perdre toute capacité de calcul exact, tout en laissant intacte cette compétence basique pour l'approximation ce qui montre que dans notre cerveau, 2 zones distinctes réalisent ces 2 fonctions (Dehaene & Cohen, 1991).

L'influence de l'effet Fechner a été testée dans l'expérience 1 selon deux modalités :

- Avec un effet négatif (le test est plus petit que le stimulus).
- Avec un effet positif (le test est plus grand que le stimulus).

Les résultats seront présentés plus loin.

➤ La subitisation n'existe pas ?

Depuis longtemps la question de la nature de la subitisation est ouverte. Est-ce un système autonome ou le fonctionnement à la limite de la fonction d'évaluation ?

Piazza (Piazza et al., 2002) a utilisé la tomographie à émission de Positons (PET en anglais). Dans cette expérience, Piazza a présenté des images avec des points soit de 1 à 4, soit de 6 à 9 disposés soit sous forme aléatoire soit sous forme canonique (voir matériel de l'expérience 1 Figure 84 et Figure 85). La condition de base était la présentation d'un point unique. 32 stimuli étaient présentés au rythme de 1 toutes les 4 secondes pour 2500ms. Les résultats obtenus sont :

- Comptage et subitisation font appels à des zones différentes du cerveau.
- La quantification du contenu des formes canoniques utilise les zones de reconnaissance des formes.
- La subitisation ne semble pas utiliser de zones dédiées différentes de celles de l'évaluation.



Figure 45 : Zones du cerveau activées (Piazza 2002) – en rouge les zones activées par l'évaluation,- en vert les zones liées au comptage,- en jaune les zones communes

La Figure 45 montre le résultat. La figure de gauche qui est un cerveau vu du côté droit montre en haut et à gauche en rouge le sulcus parietalis ou Nieder plaçant la zone d'évaluation.

Si évaluation et subitisation constituent la même fonction du cerveau reste à expliquer cette apparente différence dans les résultats qu'elles produisent. Il semble que le cerveau bayésien page 104 et l'effet Fechner page 115 y suffisent :

- L'effet Fechner produit une incertitude sur l'évaluation
- Sur les petites quantités, la fraction de Weber aboutirait à des fractions de point ce qui est impossible et la valeur de la fraction de Weber nécessaire pour produire un point de plus (ou de moins) lors de l'évaluation serait trop élevée.
- L'évaluation bayésienne devant une évaluation où tout autre valeur que la bonne a une probabilité extrêmement faible consomme peu de temps pour les éliminer ce qui répond à l'effet rapidité mais aussi à la précision de la subitisation.
- Cela conduit à penser que la fraction de Weber serait, à l'origine dans l'évaluation, pour des valeurs de l'ordre de 20%, puisque la dégradation des performances se situe en général à partir d'une numérosité de 4 ou 5. Une expérience spécifique pour définir cette valeur serait intéressante et permettrait d'évaluer cette valeur pour confirmer cette hypothèse.

La subitisation a été l'un des facteurs testés dans l'expérience 1, les résultats sont présentés plus loin.

V. **Les nombres**

Les nombres (décrits au début de ce paragraphe et dans l'encadré 5) sont une façon de représenter les quantités en utilisant des abréviations ou un code : les chiffres. Les nombres sont l'objet de nombreux usages et de nombreuses manipulations dont certains vont être présentés.

➤ Les opérations

Les nombres ne vivent qu'à travers les opérations qui peuvent leur être appliqués.

Les opérations qui s'appliquent sur ces nombres sont de plusieurs types mais nous ne nous intéresserons qu'à deux d'entre eux ; les opérations arithmétiques de base (addition, soustraction, multiplication, division) et les comparaisons (plus petit, plus grand et égalité).

Les opérations de comparaisons sont celles utilisées dans l'expérience 1 avec des nombres appartenant à $\mathbb{N}$ et les opérations arithmétiques de base sont celles utilisées dans l'expérience 2 avec des nombres appartenant à $\mathbb{D}$.

➤ La mémoire immédiate et la mémoire de travail

La réalisation des opérations décrites précédemment demande de pouvoir se souvenir de ce qui a été fait auparavant. La mémoire est utilisée pour cela. Les chercheurs ont montré qu'il existait différentes mémoires (Bonnet, 2004). Celle qui nous intéresse est la mémoire immédiate dont la durée de conservation est d'environ 20 à 30 secondes (Peterson & Peterson, 1959). La taille de cette mémoire immédiate a été définie en particulier par Miller (Miller, 1955) Cette taille est définie en terme de « chunk » mais ces chunks sont évolutifs. Pour rester dans le domaine mathématique, si quelqu'un dit « Trois cent quarante » la personne qui écoute va d'abord enregistrer les 4 chunks successifs « Trois » puis « cent » qui vont être réarrangés en « trois cents » puis « quarante » qui avec un nouvel réarrangement donnera la valeur finale. Ces réarrangements peuvent ainsi intervenir plusieurs fois selon la nature de l'information et des chunks en découlant.

Ellis (Ellis & Hennelly, 1980) propose un autre dimensionnement de l'empan mnésique (la valeur que le cerveau peut retenir et restituer immédiatement après la perception) de la mémoire immédiate. Il propose un dimensionnement lié à la prosodie et donc à la durée du message. Ce que montre la Figure 46 fait apparaître un autre avantage, dans l'usage des mathématiques, par les chinois : des noms de chiffres à la prononciation brève et une prosodie plus rapide. Cheung (Cheung & Kemper, 1993) trouve des résultats de même nature.

	Gallois	Anglais	Chinois
Vitesse d'élocution (ms)	385	321	265
Empan mnésique (nombre d'éléments stockés en MCT)	5,8	6,6	9,9

Figure 46 : Empan mnésique selon l'élocution (Ellis et Hennely, 1980)

L'importance de l'empan mnésique est soulignée par des chercheurs qui considèrent la qualité de cette mémoire comme prédictive de l'aptitude de l'enfant pour les mathématiques. (Fanari et al., 2019).

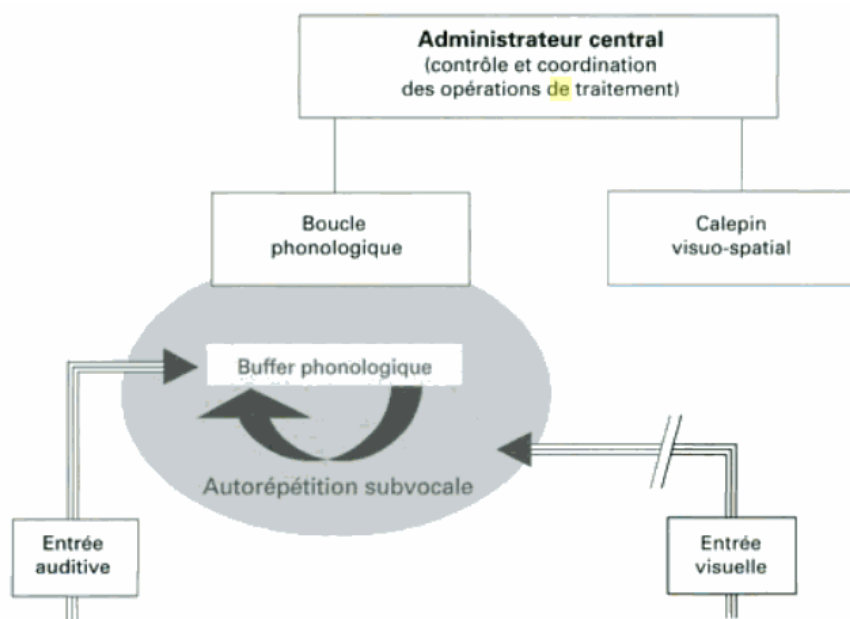


Figure 47 : La mémoire de travail selon Baddeley et Hitc (Roulin)

En complément de cette mémoire immédiate les psychologues définissent une mémoire de travail elle aussi utilisée pour les mathématiques. Elle se définit comme le processus qui contrôle, régule et maintient les informations nécessaires pour une tâche. Elle coordonne les informations reçues de nos sens et retrouve celles nécessaires pour la tâche. Un modèle à 3 composantes de cette mémoire de travail a été défini par Baddeley et Hitch repris par Roulin (Roulin, 2006). Il comporte un module maître et deux modules esclaves : la boucle phonologique et une mémoire de

travail spatiale que nous développerons lorsque nous aborderons le stress. Le modèle a été représenté par le dessin de la Figure 47. Il est important de préciser que la mémoire de travail diffère de la mémoire à court terme, autre type de mémoire très étudiée en psychologie. (Owens et al., 2008).

Ces fonctions du cerveau, malgré leur importance, n'étaient pas directement testées dans nos conditions expérimentales. Il serait possible de modifier le questionnaire de l'expérience pour introduire un paramètre aléatoire de gestion du temps entre stimulus et test. Par ailleurs au moment de l'écriture du programme je n'avais pas encore trouvé les travaux d'Ellis (Ellis & Hennelly, 1980) j'étais toujours sur la notion d'empan en nombre de « chunk ».

➤ La langue

L'homme communique quand il fait des mathématiques avec deux langues :

- Une langue constituée, des nombres et des symboles utilisés en arithmétique et en algèbre pour la partie qui nous intéresse. Cette langue a une syntaxe qui décrit formellement les opérations à réaliser, une grammaire et des symboles comme toute langue.

Cette langue a des « traductions » dans notre langue usuelle ce qui permet d'échanger sur le contenu mais elle est lisible non voisée ce qui permet à 2 mathématiciens sans langue commune de se comprendre. Ces traductions pour un même objet peuvent être multiples Cette langue peut être l'objet de plusieurs niveaux de compréhension selon les compétences en math du lecteur (Kubryk, 2020) Par exemple l'équation :

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{i=a} n_i}{a} \quad N = \{n_1, n_2, n_3, \dots, n_a\} \\ n \in N$$

peut avoir les niveaux de lecture suivants :

- ✚ Pas de lecture car le symbole $\sum_{i=1}^{i=a}$, par exemple, n'est pas connu.
- ✚ Lecture littérale sans interprétation : *m = somme, divisée par a, des n_i de i=1 à i=a.*

- ✚ Lecture avec début d'interprétation : $m = \text{somme, divisée par } a, \text{ des } a \text{ premiers } n$.
- ✚ Lecture avec compréhension du sens : $m = \text{moyenne des } a \text{ premiers } n$.
- La langue usuelle du lecteur dans un usage complexe avec des pratiques langagières spécifiques.

Cette langue a , dans la vie hors des mathématiques, deux usages (Baudart, 2011) :

- ✚ Un usage oral-pratique accompagnant en général l'action ou une séquence opérationnelle « défait les écrous et donne-moi la roue ». A part les manuels éventuellement utilisés et appliqués, la langue orale, souvent accompagne l'action, et fait partie de la pratique.
- ✚ L'usage scriptural-scolaire avec une logique propre qui est différente de la pratique quotidienne.

Dans l'usage mathématique, ces deux formes de la langue ont besoin d'être enseignées de façon spécifique. Les mots usuels ont souvent un autre sens spécifique aux mathématiques ce qui en fait quasiment une langue à part (Baruck, 2020). Cette traduction est compliquée par le fait qu'il y a souvent plusieurs traductions possibles, par exemple en géométrie pour le théorème de Thales les 5 exemples de la Figure 48. qui sont tous exacts (éduscol, 2016).

- | | |
|---|--|
| 1. Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles. | 2. Deux droites perpendiculaires à une troisième droite sont parallèles. |
| 9. Si une droite est perpendiculaire à deux autres droites, alors ces deux droites sont nécessairement parallèles. | 16. Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont forcément parallèles. |
| 15. Quelles que soient les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) , si (d_1) est perpendiculaire à (d_2) et (d_1) est perpendiculaire à (d_3) alors (d_2) est parallèle à (d_3) | |

Figure 48 : Diverses descriptions du théorème de Thales (Source éducol)

Le problème est qu'il peut ne pas exister de langue commune ou une ou plusieurs langues pour lesquelles l'un ou l'autre des locuteurs peut avoir de faibles compétences. Dans le cas d'une classe entre un élève et son enseignant il est possible d'arriver à 3 langues différentes :

- ✚ Le langage mathématique.
- ✚ La langue usuelle de l'élève.
- ✚ La langue usuelle de l'enseignant (le français).

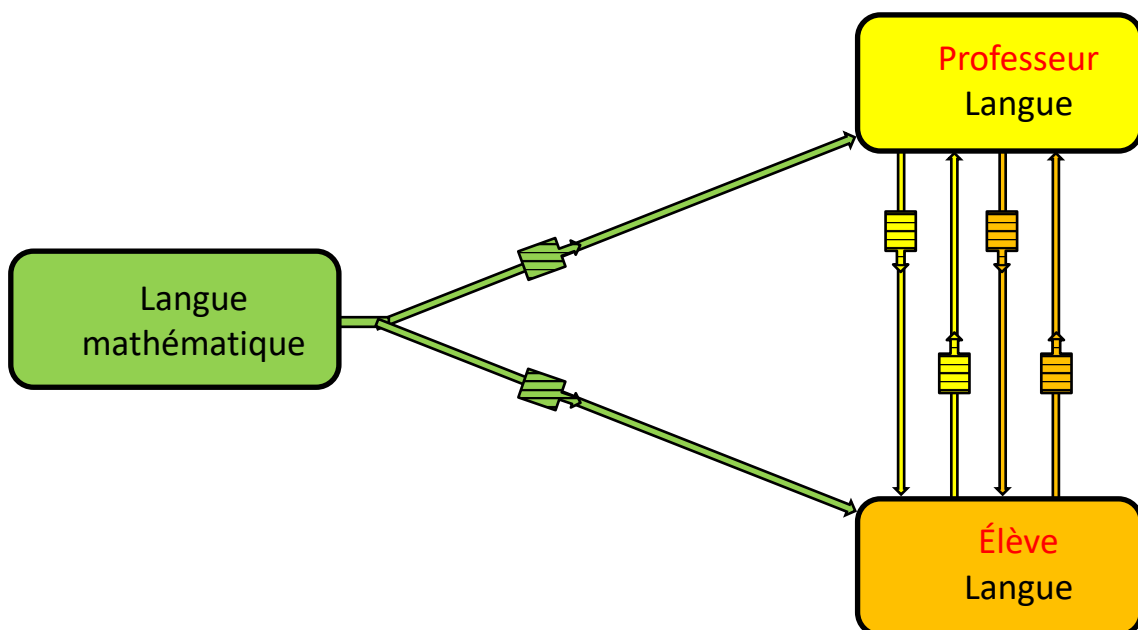


Figure 49 : Les langues dans la relation élève-professeur

Le schéma de la Figure 49 montre les relations entre ces 3 langues

Ce schéma (Kubryk, 2020) montre l'ensemble des difficultés de la communication en mathématique. Les difficultés peuvent exister :

- ✚ en émission (faible compétence dans la langue de l'interlocuteur).
- ✚ en réception (faible compréhension de la langue du locuteur.
- ✚ les 2.

Cette représentation peut d'ailleurs être rendue plus opérationnelle en codant les liaisons selon leur qualité, par exemple de la façon suivante (De 100%, jaune uniforme à 0%, noir par exemple) (Figure 50).



Figure 50 : Exemple de codage des liaisons de la Figure 49

Cette analyse renvoie à mon expérience vécue, décrite dans l'introduction (voir page 28).

Enfin Stanislas Dehaene a montré que les circuits cérébraux répondant au langage et aux mathématiques ne sont pas les mêmes.(Dehaene, 2017).

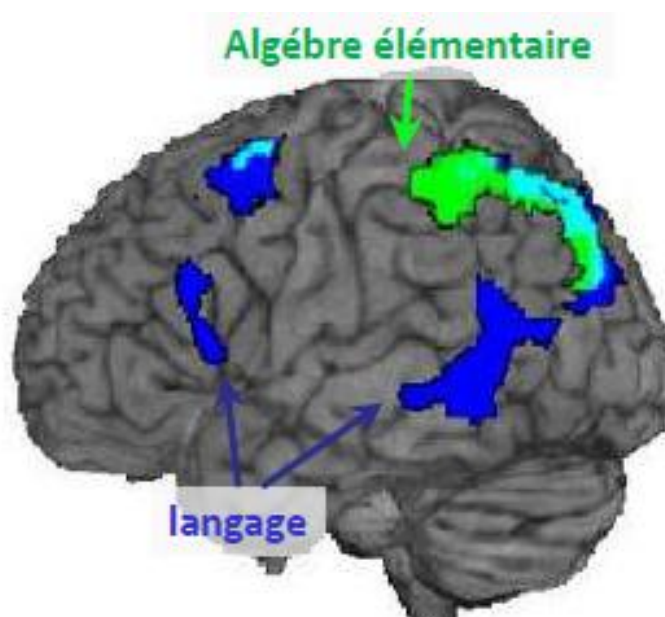


Figure 51 : Circuits cérébraux, langage et mathématiques

Dans son expérience il utilise les stimuli suivants :

- ✚ Algèbre : « Y est plus grand que Z divisé par X » et « X fois Y est plus grand que Z ».

🌈 Langage : « Y a donné X à Z » et « C'était X que Y a donné à Z ».

L'analyse des conséquences des différentes langues dans l'usage des mathématiques était prévue dans l'expérience 1 mais les données recueillies se sont révélées insuffisantes pour un traitement statistique valide.

IV. ***Facteurs dépendants de l'enfant***

L'enfant en formation est soumis à différents facteurs qui peuvent à la fois aider à son apprentissage mais aussi l'obérer. Ces facteurs que nous allons décrire ont néanmoins parfois des frontières floues. Ils sont par ailleurs souvent en interactions ce qui complique leur description et encore plus les expérimentations.

Ces facteurs ont été analysés par Geary (Geary et al., 2015) dans une recherche de corrélations avec les performances en algèbre. Ses résultats sont résumés dans le tableau (Figure 52). Ce qui est intéressant est la faible corrélation avec le système d'évaluation (ANS) (.38) en face du savoir-faire en opérations numériques (.80), de la lecture (.61). Ceci implique que si l'enfant n'a pas acquis les opérations de base, au changement de paradigme dans l'apprentissage des mathématiques (fin de l'arithmétique de base et début de l'algèbre, il

Variable	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1. Algebra Test Score	1.00													
2. Numerical Operations	.80	1.00												
3. Word Reading	.61	.58	1.00											
4. Parental Education	.34	.31	.38	1.00										
5. Sex	.13	.17	.10	.15	1.00									
6. Processing Speed	.26	.35	.39	.08	-.04	1.00								
7. Intelligence	.48	.40	.47	.21	.24	.06	1.00							
8. Central Executive	.53	.54	.49	.22	.04	.32	.42	1.00						
9. Equation Memory	.41	.41	.36	.17	-.09	.19	.20	.38	1.00					
10. Coordinate Plane (PAE)	.53	.64	.43	.17	-.01	.31	.26	.40	.31	1.00				
11. Expression Evaluation RT	.46	.57	.34	.20	.12	.34	.13	.37	.26	.20	1.00			
12. Expression Evaluation Accuracy	.54	.65	.49	.15	.05	.26	.30	.47	.31	.64	.12	1.00		
13. ANS	.38	.40	.43	.17	.08	.28	.31	.37	.18	.41	.21	.48	1.00	
14. Retrieval Errors	.50	.54	.39	.20	.13	.20	.18	.36	.39	.37	.32	.40	.40	1.00

Figure 52 : Corrélations entre les facteurs (Geary)

peut remonter au niveau des autres élèves).

Chacun des facteurs va être décrit maintenant

➤ Le sexe

Les recherches sur les différences liées au sexe montrent qu'il est difficile de séparer l'inné de l'acquis (Eurydice, 2010), l'acquis intervenant très tôt dans l'attitude des parents, les jouets offerts, les vêtements, etc.

Le sexe est un facteur important dans l'apprentissage à l'école. Il joue de plusieurs façons :

- Au niveau social ce que nous verrons page 147.
- Au niveau individuel.

Les stéréotypes de genre semblent apparaître très tôt chez l'enfant (Poulin-Dubois & Serbin, 2006). L'enfant semble équipé dès la naissance de mécanismes cognitifs de base permettant d'acquérir un schéma cognitif de genre. Il le crée à partir de catégories sociales telles que genre, race, âge, etc...

Le premier point est : « existe-t-il une différence entre les cerveaux féminins et masculins » ? À cette question (Benbow et al., 2000) répondent « oui » après une étude sur 1975 étudiants doués en mathématiques âgés de 12 à 14 ans en utilisant les résultats du test SAT-M (Figure 53). Une étude plus poussée montre aussi des choix de vie différents arrivés à l'âge adulte (voir Figure 53 et Figure 54). Les femmes étant majoritaires dans les choix tels que médecine et ménagère tandis que les hommes se dirigent plus vers les métiers techniques (Figure 54). Le problème de ces études et qu'elles travaillent avec des enfants à un âge où l'influence des stéréotypes du genre ont largement eu le temps de s'exercer.

Ce qui nous renvoie là encore page 147. Ce qui montre la difficulté de séparer les facteurs.

Major	Cohort 1 (840 males, 543 females)						Cohort 2 (403 males, 189 females)					
	Bachelor's		Master's		Doctorate		Bachelor's		Master's		Doctorate	
	M	F	M	F	M	F	M	F	M	F	M	F
Mathematics	7.5	6.3	1.0	0.9	0.4	0.2	10.3	9.7	2.2	2.1	2.2	0.5
Engineering	22.9	8.1	9.3	3.5	1.6	0.6	35.0	15.6	13.6	5.3	5.2	0.0
Computer science	7.0	4.4	3.9	2.4	1.2	0.0	10.3	2.7	6.5	0.5	2.0	0.0
Physical sciences	9.3	4.4	2.5	0.7	2.4	0.6	10.3	7.0	3.7	1.6	3.7	1.6
Biological sciences	8.1	13.5	0.5	2.4	1.1	1.3	5.8	9.6	0.5	1.6	2.2	2.1
Medicine, health	0.7	7.7	0.5	2.0	9.9	10.7	0.3	1.6	0.5	1.1	7.4	11.6
Social sciences	17.3	19.6	2.5	2.8	1.2	0.6	9.8	19.3	2.2	6.9	0.7	2.6
Arts, humanities	10.1	14.8	2.1	3.7	0.5	0.6	12.3	24.8	3.9	6.3	1.5	1.6
Law					7.9	6.5					6.7	11.6
Business	10.5	12.0	12.4	10.9	0.4	0.0	2.8	4.3	9.1	8.4	0.2	0.5
Education	0.5	3.1	1.1	3.1	0.1	0.2	0.0	1.6	0.0	2.6	0.0	0.0
Other fields	3.7	5.7	2.5	4.8	0.4	0.2	4.0	5.3	3.5	4.2	0.2	0.0
Math, inorganic sciences	43.7	21.6	16.2	7.7	5.5	1.3	63.5	34.4	25.3	9.5	13.2	2.1
Life sciences, humanities	33.7	52.6	5.6	10.5	12.4	12.7	27.0	53.7	7.2	15.9	11.2	18.0
All majors	86.9	89.5	36.8	36.1	26.2	20.7	95.2	97.3	43.2	40.2	31.1	31.9

Figure 53 : Cohortes utilisées par Benbow

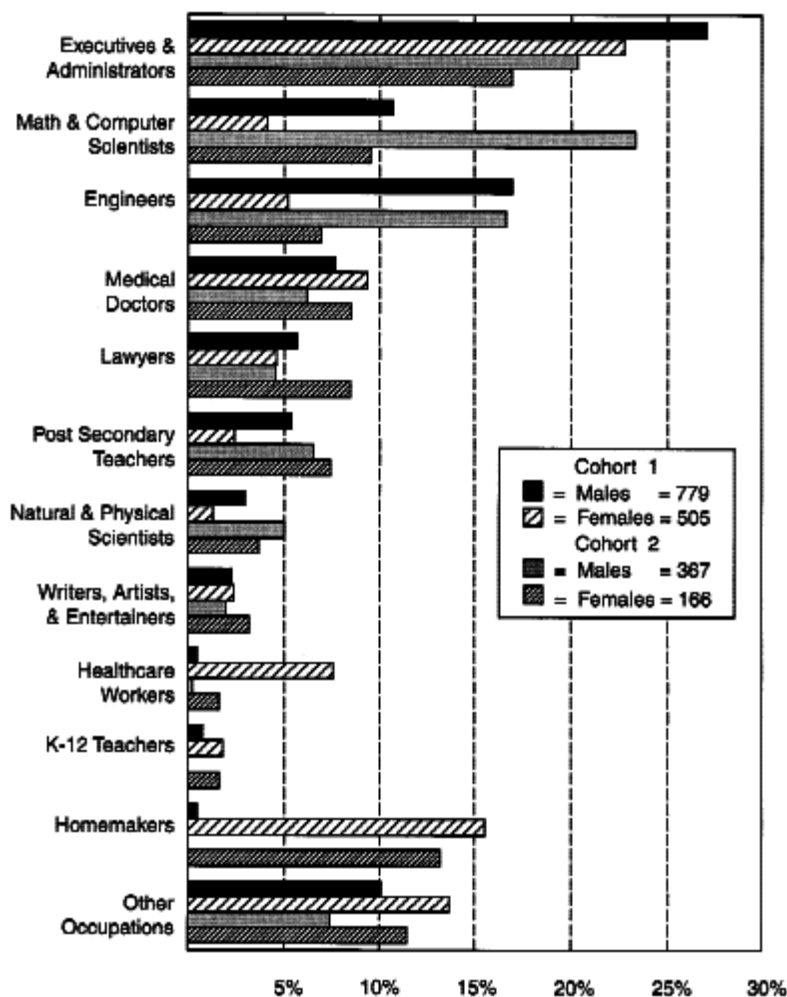


Figure 54 : Répartition professionnelle selon le sexe (Benbow)

Geary (Geary, 1999) contredisant les conclusions de Royer (Royer et al., 1999) pose la question : si les hommes ont un avantage dans les compétences en mathématiques alors pourquoi ont-ils également une supériorité en géométrie qui n'implique pas

l'arithmétique. Il critique ainsi la position de Royer qui postule une différence de vitesse dans l'activité arithmétique et décompose la solution aux problèmes mathématiques en 2 parties :

- Retrouver les éléments du problème (analyse de l'énoncé).
- La vitesse d'exécution des procédures mathématiques nécessaires.

A contrario des études de Joel (Joel et al., 2018) utilisant des IRMf et des IRM de diffusion montrant le connectome, ne trouvent pas de différence structurelle significative entre cerveau féminin et masculin normaux (Figure 55) mais une sorte de continuum sans frontière entre garçons et filles avec au milieu une zone indistincte où les 2 se mêlent.

Dans le même temps Niederle (Niederle & Vesterlund, 2010) attribue la différence entre garçons et filles à une réaction différente à la pression qui majorerait les écarts de performance.

Ces résultats renvoient la responsabilité des variations selon le genre aux causes externes à l'enfant ce qui entre en contradiction à la fois avec les études précédentes mais aussi avec toutes celles sur le genre.

Cependant les garçons ne sont pas exempts de problèmes liés au stéréotype de genre. Si pour les filles le sujet est les mathématiques, pour les garçons il s'agit de la lecture. Dans ce domaine, les filles dépassent les garçons par l'équivalent d'une année. Le différentiel est 3 fois plus important en lecture qu'en mathématiques.

En conclusion, dans une analyse de la littérature sur l'influence du sexe dans l'utilisation des mathématiques, Zhu (Zhu, 2007) note d'abord qu'un bon mathématicien doit non seulement posséder des aptitudes cognitives pour comprendre, résoudre le problème, créer un algorithme de résolution, gérer différents types d'informations et exécuter le calcul, mais aussi être capable d'identifier et gérer différentes stratégies et méthodes pour y parvenir.

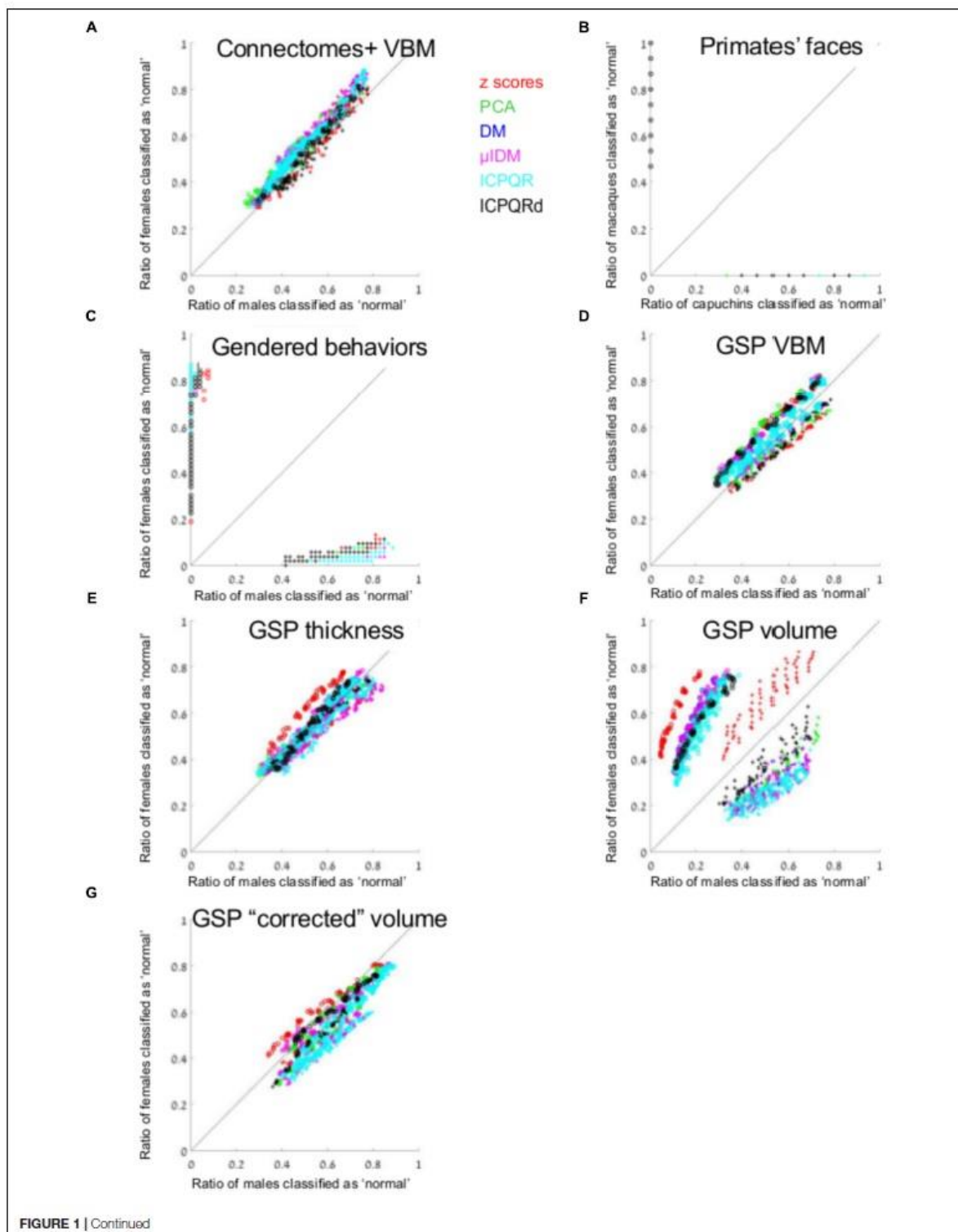


FIGURE 1 | Anomaly detection. (A, C–G) The percent of males (out of males, X-axis) and the percent of females (out of females, Y-axis) that were classified as “normal,” when the model was built on males (pluses) and when it was built on females (circles) from (A) Connectomes+ VBM data, (C) Carothers and Reis’ behavioral data, (D) GSP VBM data, (E) GSP cortical thickness data, (F) GSP volume data, (G) GSP ICPV-“corrected” volume data. (B) The percent of capuchins (out of capuchins, X-axis) and the percent of macaques (out of macaques, Y-axis) that were classified as “normal,” when the model was built on macaques (circles) and when it was built on capuchins (pluses). The results from each dimension reduction method are marked with a different color. Across all brain-related datasets presented in the figure, the number of dimensions that were included in the analysis ranged between 2 and 94, median = 13. DM, diffusion mapping, Euclidean distances; ICPQR, incomplete pivoted QR decomposition with the kernel of the diffusion map; ICPQRd, incomplete pivoted QR decomposition without the kernel of the diffusion map; μ IDM, isometric diffusion map; PCA, principle component analysis.

Figure 55 : Comparaisons des cerveaux mâle / femelle (Joel)

En mathématiques, les garçons et les filles ont des résultats similaires en quatrième et huitième année et ce, dans la plupart des pays. L'avantage des garçons apparaît dans les dernières années d'études. En sciences les différences sont minimales malgré une estime de soi des filles plus faible, bien que l'intérêt pour cette matière soit le même et que la motivation à utiliser cette matière dans le futur de leurs études et de leur vie professionnelle, soit importante (Eurydice, 2010).

Les politiques visant à lutter contre les écarts de genre sont généralement centrées sur les sous performances des garçons qui sont plus nombreux en rupture scolaire ((Eurydice, 2010).

Pansu (Pansu et al., 2016) a expérimenté sur des enfants de 9 ans dans des écoles françaises. Après une évaluation de leur niveau en lecture, elle utilise 2 classes l'une avec une menace forte de stéréotype de genre en présentant le test comme une évaluation de lecture et l'autre classe en présentant le test comme une évaluation d'un nouveau jeu. Les résultats montrent l'impact du stéréotype de genre (voir Figure 56).

Dans cette figure un élément important est l'importance de l'autoévaluation des enfants en matière de lecture. La Figure 56 montre que les garçons s'estimant bons en lecture, une fois débarrassés des risques liés au stéréotype de genre, deviennent largement meilleurs que les filles ce qui montre l'effet de deux facteurs liés à l'enfants ; le risque lié aux stéréotypes de genre et la perception de soi.

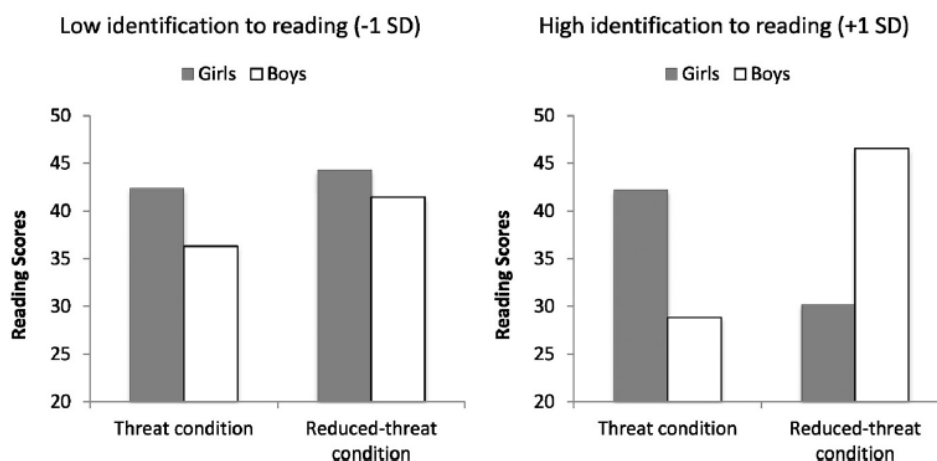


Figure 56 : Niveau en lecture selon la menace de stéréotype de genre (Pansu 2016))

Dans les expériences menées pour ce travail, il n'y a pas ou peu d'aspect compétitif. Le seul qui soit apparu est une compétition spontanée entre les participants se connaissant avant d'entrer dans la salle dévolue à une passation collective. Cet aspect est apparu bien qu'il ait été spécifié que les résultats n'étaient pas communiqués. La compétition c'est alors reportée sur « qui finira le premier ».

Parmi les facteurs enregistrés au cours des expériences se trouve cependant le stress (via le questionnaire final) ce qui a permis les analyses qui suivent.

➤ Le stress

Le stress évoqué précédemment constitue un élément important de perturbation des fonctions d'apprentissage. Hanson (J. L. Hanson et al., 2012) en particulier a montré qu'un stress précoce et continue de l'enfant (stress cumulatif) entraîne une altération du Cortex Préfrontal avec à la fois une diminution de la matière grise et de la matière blanche. Cette altération a pour conséquence, en particulier, une altération de la mémoire de travail spatiale et donc une altération des fonctions cognitives. Cet effet est le même pour les enfants négligés ce qu'il importe de noter, bien que cet aspect nous soit inaccessible dans les conditions de notre expérimentation (Jamie L. Hanson et al., 2013).

➤ Stress et mémoire.

Le stress exerce un effet différent selon le sexe sur la mémoire immédiate et la mémoire de travail dont nous avons décrit précédemment les rôles en mathématique. Le stress réduit le temps de réponse chez les sujets masculins alors qu'il l'allonge chez les sujets féminins (voir Figure 57) (Schoofs et al., 2013).

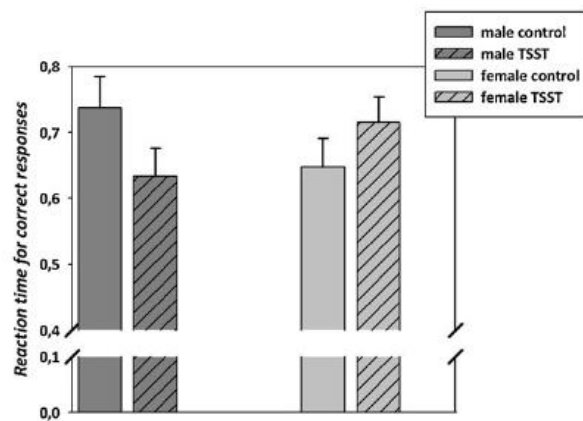


Figure 57 : Influence du stress

Les progrès de la neurophysiologie ont permis de mieux cerner la façon dont le stress agit sur la mémoire. La découverte dans les années 70 (Abdissa et al., 2020) de la neurogenèse adulte a mis fin au concept de « fixité neuronale » créé à la fin du 19^{ème} siècle par Santiago Ramon Y Cajal. Cette découverte a permis aussi de constater que l'un des deux lieux d'élection des cellules souches et donc de la neurogenèse est l'hippocampe qui est aussi le siège de la mémoire. Alonso (Alonso et al., 2012) a montré l'influence de cette neurogenèse sur l'apprentissage et la mémoire. Tannenholz a mis en évidence que cette neurogénèse intervient aussi dans la régulation de l'humeur, la production de neurones permettant de réduire l'anxiété.(Tannenholz et al., 2014). Le stress a pour effet de réduire cette neurogenèse (Agasse, 2020) et donc à la fois de dégrader la mémoire et d'augmenter l'anxiété. Au-delà du rôle des neurones dans la mémorisation (Steadman et al., 2020), des travaux récents ont montré le rôle de la myéline qui est une sorte d'isolant enroulé autour des fibres nerveuses (axone). Des chercheurs attribuent un rôle à la myéline dans la plasticité du cerveau et la mémorisation en permettant (ou non) la synchronisation des signaux (Fields, 2015). Quand la quantité de myéline de l'axone augmente la vitesse de transmission nerveuse augmente et elle diminue quand la quantité de myéline se réduit. (Dutta et al., 2018). Le stress en altérant la myélinisation peut donc agir sur la mémorisation. Enfin la synchronisation des signaux nerveux (et donc la mémorisation) progresse avec la répétition.

➤ L'anxiété

Eysenck et Calvo ont défini un « Processing Efficiency Theory » (PET) qui précise la relation entre anxiété et performance.

Dans l'anxiété, on distingue une forme particulière, l'anxiété vis-à-vis des mathématiques.

➤ L'anxiété vis-à-vis des mathématiques

L'anxiété provoquée par les mathématiques est définie comme un sentiment d'inconfort, une appréhension et une peur qui interfère avec les performances en mathématiques (Ashcraft, 2002). Il a été créé aux États-Unis un test (MARS) pour évaluer cette anxiété.

Cette forme d'anxiété semble ne pas exister chez les enfants asiatiques alors qu'elle est particulièrement marquée dans les pays où les mathématiques servent de moyen de sélection. Par exemple, en France, c'est à partir de la Révolution que les mathématiques sont introduites dans les programmes. Le but était de préparer les concours d'entrée dans les premières grandes écoles militaires telle Polytechnique fondée en 1794 (le besoin des militaires en mathématiques est en particulier lié à l'artillerie et aux calculs nécessaires). Les classes préparatoires dont la première version est créée en 1802 par Napoléon ont poussé vers la recherche de l'excellence en mathématiques. Ceci a amené progressivement les autres cursus à utiliser les mathématiques comme critère de sélection bien qu'il ne soit que d'un intérêt limité dans ces professions (Dahi, 2020).

Cette anxiété interfère à la fois (Williams & Davis, 2016) :

- Dans la formation : les anxieux sont moins compétents en mathématiques à la fois par leur conduite d'évitement et par leurs difficultés d'apprentissage.
- Dans la vie sociale par exemple le partage d'une addition au restaurant.
- Dans la vie professionnelle ou par exemple existent des risques de mauvais dosage dus à une erreur de calcul.

Cependant Ashcraft montre que cette anxiété a un aspect situationnel non négligeable. Le même test pratiqué avec un crayon et du papier est moins angoissant que s'il est pratiqué sur ordinateur avec une gestion du temps.

Chang (Chang & Beilock, 2016) en analysant les résultats de PISA 2012 sur 65 pays relève que 33% des enfants de 15 ans présentent une anxiété vis-à-vis des mathématiques. Il analyse les rapports entre les facteurs individuels et environnementaux qu'il résume dans la Figure 58.

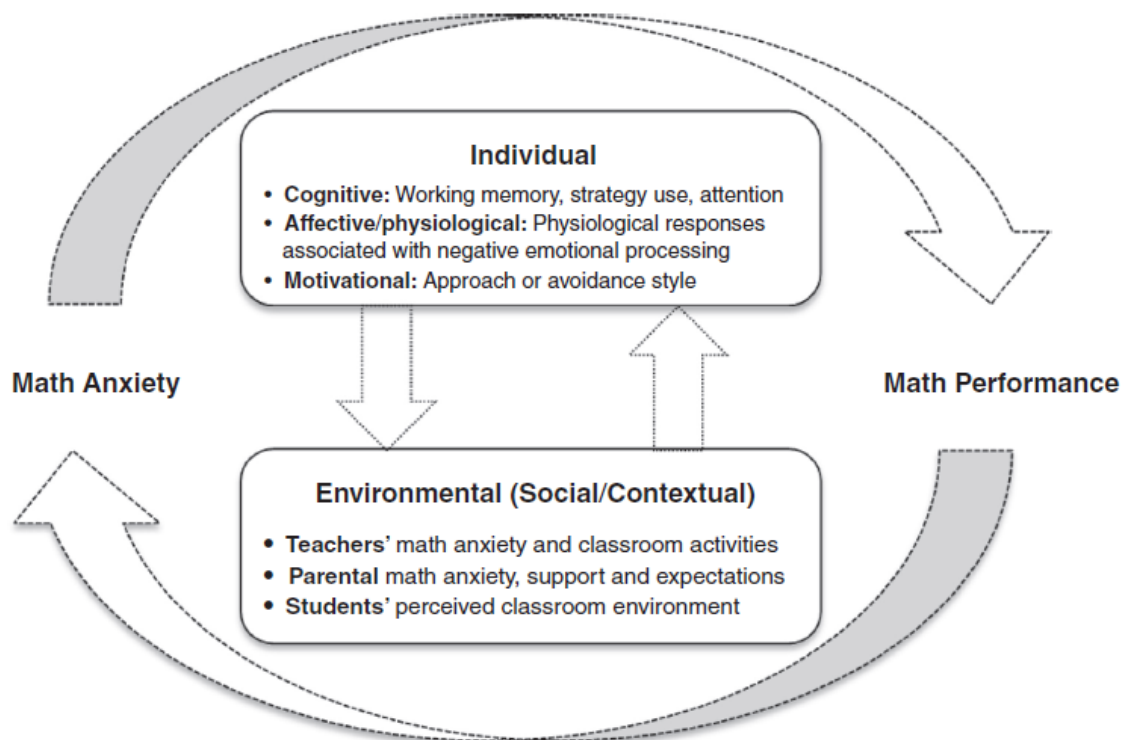


Figure 58 : Relation entre facteurs individuels et environnementaux dans l'anxiété vis à vis des mathématiques (Chang & Beilock)

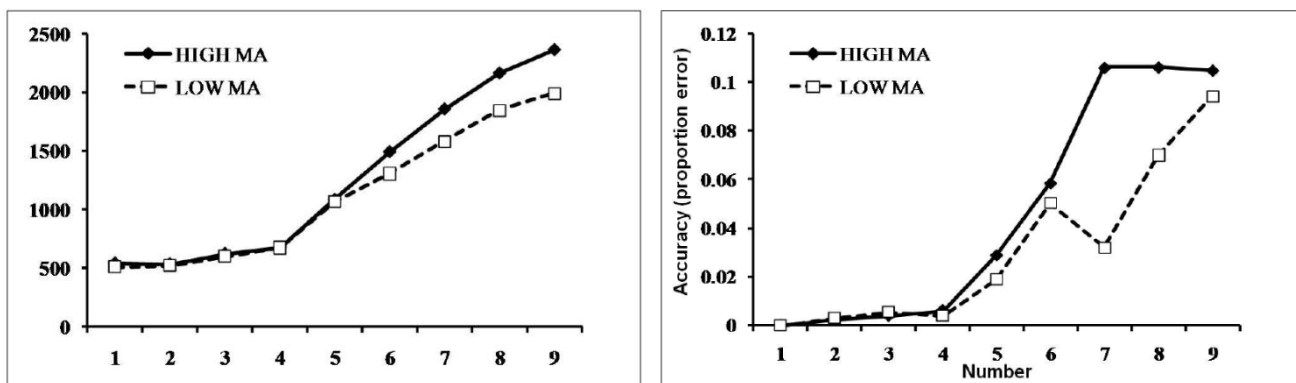


Figure 59 : Effet de l'anxiété vis à vis des mathématiques (Maloney)

L'anxiété n'agit pas de la même façon selon l'activité liée aux mathématiques. Maloney (E. A. Maloney et al., 2010) a montré

que le comptage et la subitisation ne sont pas affectés de la même façon par l'anxiété vis-à-vis des mathématiques. Dans cette expérience, les sujets doivent dire combien il y a d'objets. Ses résultats montrent que la subitisation n'est pas affectée (1 à 4 objets) alors que l'évaluation l'est (Figure 59). Cela semble compatible avec les analyses précédentes sur l'ensemble évaluation / cerveau bayésien tel que vu précédemment.

Maloney a également travaillé sur la relation entre l'anxiété et la manipulation d'objets dans l'espace (E. A. Maloney et al., 2011). En utilisant le matériel de la Figure 60, Maloney a comparé l'aptitude à la manipulation dans l'espace selon deux facteurs :

- Le sexe.
- L'anxiété vis-à-vis des mathématiques.

Les résultats montrent une influence des 2 facteurs sur cette aptitude (voir Figure 61). Cette étude montre également que l'anxiété vis-à-vis des mathématiques peut affecter d'autres aptitudes non directement liées aux mathématiques telles que la perception d'objets dans l'espace et leur orientation.

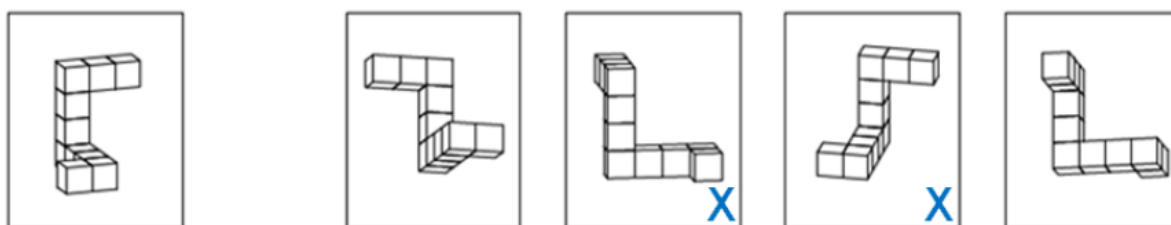


Figure 60 : Exemple de matériel de test pour l'aptitude spatiale (Maloney)

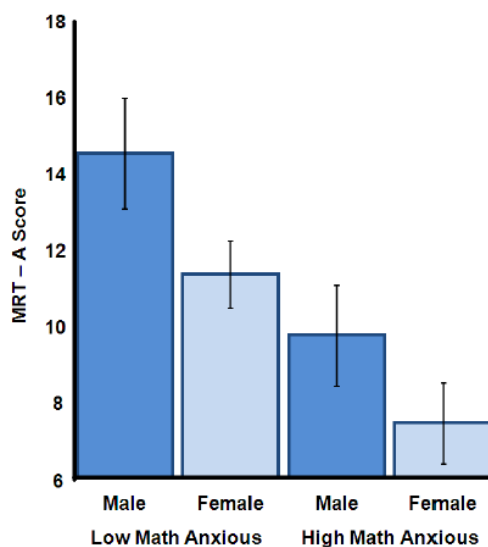


Figure 61 : Influence du sexe et de l'anxiété vis-à-vis des mathématiques

➤ Perception de soi

La perception de soi et de ses capacités peuvent varier selon les situations.

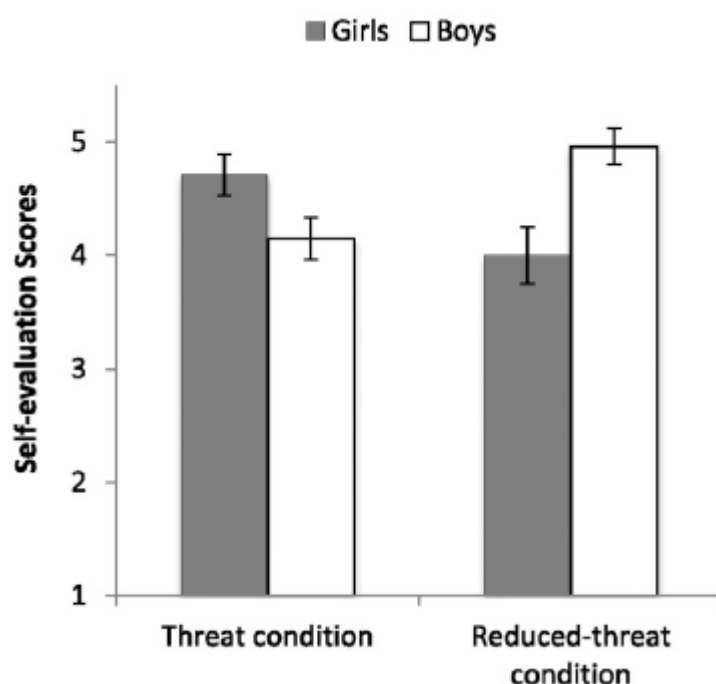


Figure 62 : Auto-évaluation en mathématiques en condition de stéréotype de genre ou non (Pansu 2016)

Pansu (Pansu et al., 2016) montre que (pour les mathématiques) selon que la situation présente ou non une menace de stéréotype de genre, les autoévaluation des filles et des garçons sont sensiblement différentes (voir Figure 62).

Le paradoxe de ce résultat réside dans le fait que les filles semblent se renforcer en situation de menace alors que leur autoévaluation baisse sans menace. La réaction des garçons est exactement l'inverse.

L'un des points intéressants est que cette perception de soi peut être modifiée selon la façon dont notre description interne présente les évènements. La façon dont une école élémentaire apprend à transformer un discours négatif en discours positif est présentée dans la Figure 63.

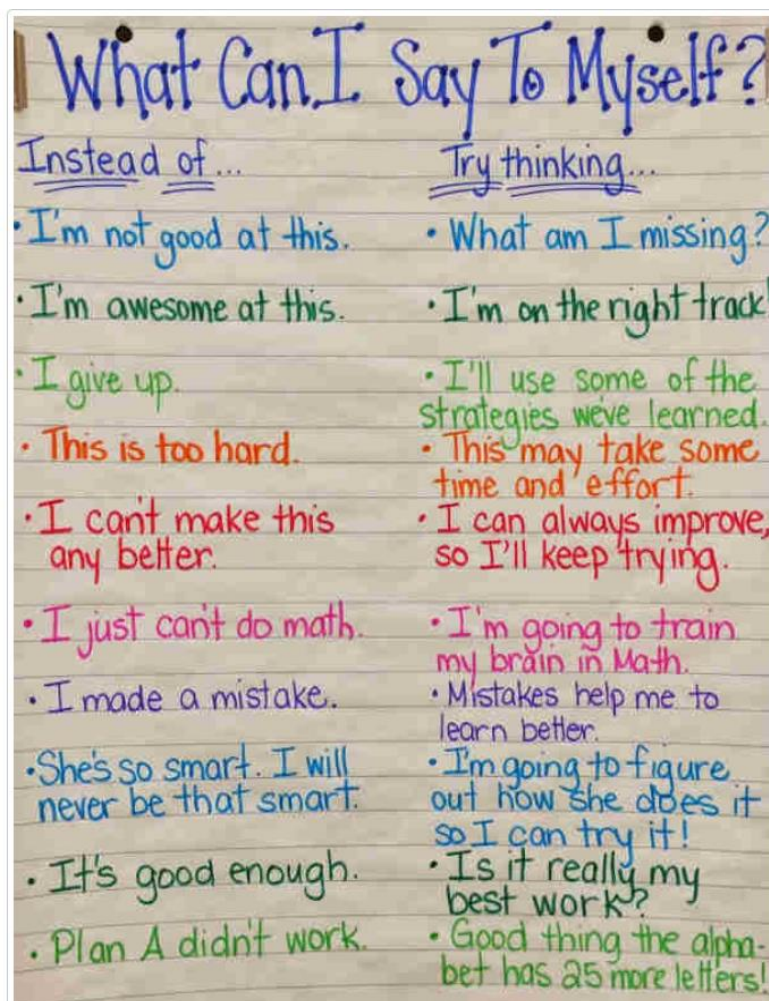


Figure 63 : Comment transformer une vision de soit négative en une vision positive (Fieldcrest Elementary School)

➤ Motivation

Pour qu'un élève puisse s'améliorer et progresser il faut qu'il soit motivé pour le faire.

Pour accroître cette motivation, le point le plus important est la façon dont l'enseignant intègre l'élève dans le processus pédagogique. Viau (Viau, 2000) a défini 10 conditions que doivent remplir les activités pour accroître cette motivation :

- Être signifiante pour l'élève c'est-à-dire correspondre à ses centres d'intérêts et ses préoccupations.
- Être diversifiée et intégrée aux autres activités c'est-à-dire :
 - ✚ Avoir un nombre suffisant de tâches dans une activité pour éviter les répétitions de la même tâche.
 - ✚ Avoir un nombre suffisant d'activités pour éviter le caractère routinier.
 - ✚ Une intégration dans un cursus donnant un sens à la séquence éducative.

- Doser la difficulté en évitant les tâches trop faciles et non motivantes et celles conduisant l'élève à l'échec.
- Éviter les travaux ne conduisant pas à une réalisation proche de la vie courante. Éviter les travaux qui semblent n'avoir d'intérêt que pour l'enseignant.
- Produire un engagement cognitif de l'élève en évitant l'application mécanique d'éléments du cours. L'inciter à engager ses capacités et ainsi lui permettre de percevoir ses compétences. Il faut néanmoins faire attention à ne pas dépasser ses capacités.
- Responsabiliser l'élève en lui déléguant une partie des éléments de l'enseignement tels que le matériel, la formation des équipes, le mode de présentation, le calendrier. Le choix des éléments à enseigner et la répartition des responsabilités restent à la charge de l'enseignant.
- Permettre un travail de groupe pour un but commun ce qui favorise l'appréciation de leur compétence respective mais cela sans créer de compétition.
- Apporter de l'interdisciplinarité, les matières pouvant s'enseigner sans utiliser des éléments des autres disciplines n'existant pas. Ceci amène à une co-construction des disciplines.
- Comporter des consignes claires afin que l'élève ne se sente pas égaré face à l'activité et donc angoissé et incompetent
- Accorder à l'activité une durée suffisante pour ne pas devenir anxiogène et éviter que certains aient l'impression qu'on leur arrache la copie des mains et ne se sentent incompetents face à l'activité.

Que les activités remplissent ces critères est un premier pas mais parvenir à construire tout un projet ou une séquence pédagogique complète est l'objectif à atteindre.

Enfin pour Viau un questionnaire, sous forme d'une échelle de Likert, permet d'évaluer le degré d'atteinte des points ci-dessus en analysant la globalité des réponses d'une classe.

Au-delà des aspects pratiques de Viau pour créer la motivation chez les élèves, de nombreux auteurs ont essayé de théoriser la

motivation. Ces théorisations se sont développées à destination du monde du travail pour répondre aux besoins des gestionnaires d'entreprises. Les premières réflexions sur ce sujet remontent au début du 20^{ème} siècles avec Taylor (Taylor, 1911) qui définit 3 freins à l'accroissement de la productivité :

- Les ouvriers pensent que l'augmentation de la productivité accroîtra le chômage.
- La majoration de salaire n'est pas proportionnelle à l'accroissement de la production.
- Les méthodes de travail provoquent le gaspillage d'énergie des ouvriers.

Il en déduit une nouvelle organisation du travail.

Les axes définis dans ces théorisations sont de même nature que ceux applicables aux enfants dans le monde scolaire. Le site « lesclefdelamotivation » (Fenouillet, 2006) a créé en s'inspirant de Kanfer (Kanfer, 1990) un tableau décrivant les principales théories mais surtout une typologie de celles-ci et du coup une catégorisation des auteurs. Ces théories dérivent du modèle de Mayo (Figure 64) :

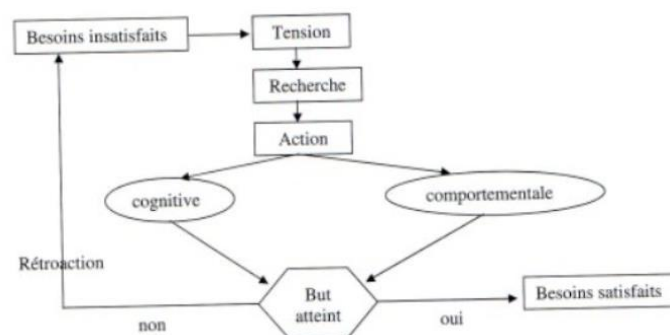


Figure 64 : Modèle de Mayo (<http://reflexions-psycho.over-blog.com/article-les-theories-de-la-motivation-39720003.html>)

Fenouillet (Fenouillet, 2016) a voulu créer un ensemble cohérent entre ces théories sans chercher à les remettre en question mais plutôt en créant des communications entre elles. Pour ce faire, il a construit un « modèle intégratif » des différentes théories qu'il a résumé dans la Figure 65.



Illustration 3 : What is Self Determination Theory? (<http://www.youtube.com/watch?v=3sRBBNkSXpY>)

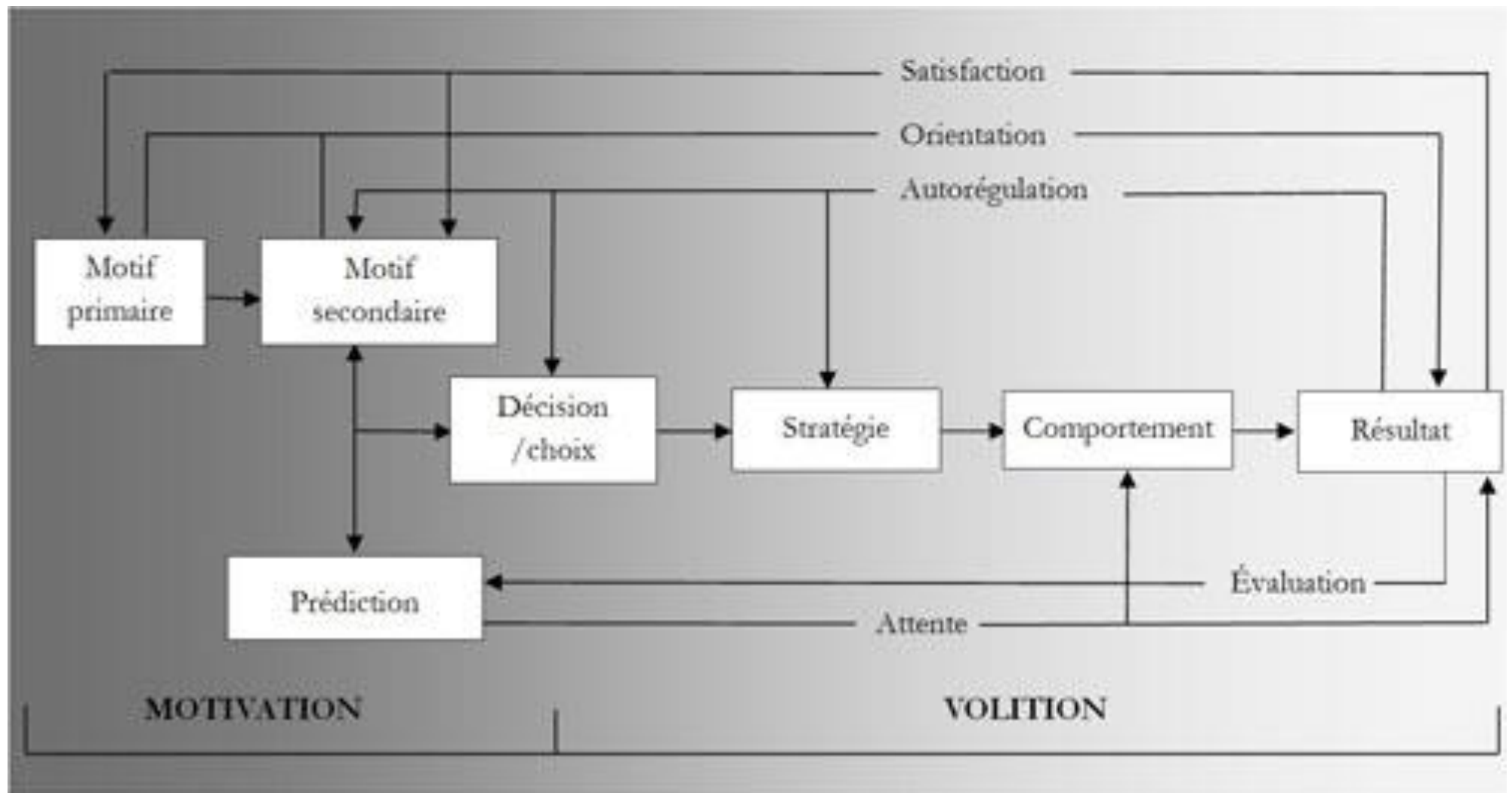


Figure 65 : Modèle intégratif de Fenouillet

Au-delà des aspects théoriques issus essentiellement de travaux appliqués aux adultes, des auteurs en ont dérivé des applications dédiées au travail scolaire. Bempechat (Bempechat & Shernoff, 2012) montre que la motivation de l'enfant pour le travail scolaire est largement influencée par les parents via :

- Leur intérêt pour les études de l'enfant.
- Leur niveau social et économique.
- Leur appartenance ethnique.
- Les relations parents-enfant.
- La transmission des valeurs liées à l'éducation.
-

Ce qui une fois de plus, montre que tous ces facteurs, tant ceux liés à l'enfant que ceux liés à son environnement, sont tellement imbriqués que leur analyse individuelle au niveau expérimental est très difficile.

Dans l'expérience exploratoire pratiquée sur un nombre important de sujets, nous n'avons pas réussi à inclure la motivation, ce qui paraît impossible dans une expérience largement automatisée pour atteindre un effectif important. Ceci ouvre le champ à une expérience spécifique utilisant l'expérience 1 mais modifiée pour atteindre ce but et conserver la possibilité de croiser avec les résultats déjà obtenus.

V. ***Facteurs non dépendants de l'enfant (facteurs « sociologiques »)***

Nous avons abordé jusqu'à présent des facteurs propres à l'enfant ou des facteurs neurophysiologiques qui, pour leur efficacité, dépendent de la variabilité biologique et d'aucun autre facteur extérieur sauf éventuellement de la formation. Nous allons maintenant analyser les facteurs d'environnement de l'enfant tout en conservant en mémoire que là encore il existe une variabilité pour la sensibilité à chacun de ces facteurs.

➤ Le milieu socio-professionnel

Le milieu socio-professionnel est un facteur important relevé à travers de nombreuses études. Le Ministère de l'éducation, dans une étude sur 30 ans montre des différences de niveau sensibles selon le milieu de l'enfant en classe de CM2. Les courbes de la Figure 66 montrent peu de croisements indiquant une évolution positive de l'une des catégories, voire un creusement des écarts dans un contexte de baisse de niveau globale. Les plus favorisés au bout de 30 ans sont au niveau des moins favorisés il y a 30 ans mais surtout la baisse des plus favorisés est presque le double de celle des moins

favorisés (80 contre 50 pour autant que l'échelle soit linéaire). (Rosenwald, 2019).

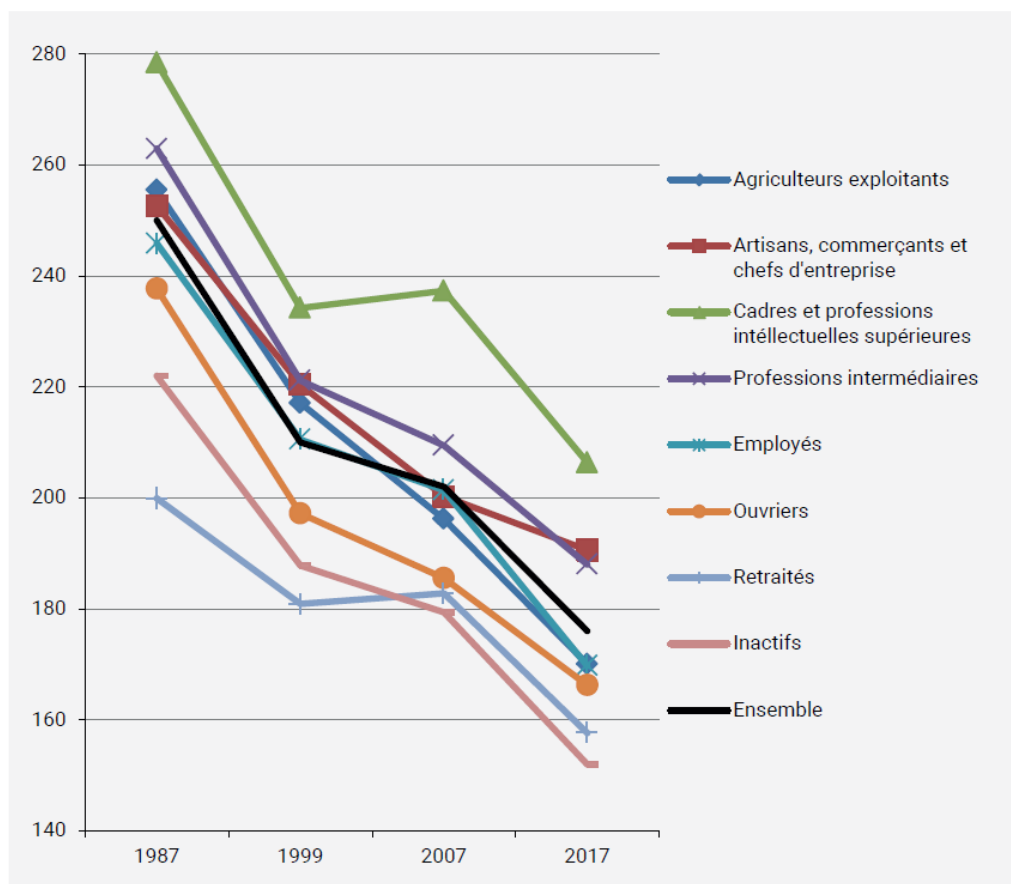


Figure 66 : Évolution des résultats en mathématiques en CM2

Le milieu socio-professionnel est en fait multifactoriel. À titre d'exemple l'indice PCS (profession et catégorie sociale) utilisé par l'Éducation Nationale et ses évolutions, définit 32 catégories. Il est dérivé de 2 PCS de l'INSEE, un en 24 catégories et l'autre en 42 catégories dont le mélange a été adapté au domaine de l'éducation.

Il a été aussi étudié un PCS mixte en utilisant le PCS du père et de la mère. Les résultats sur près de 30 000 questionnaires montrent une forte relation entre PCS et résultats scolaires (Rocher, 2016.).

Ces constats sont aussi confirmés par D. Goux et E. Maurin dans Portait Social de l'INSEE en 2000.

« Le revenu des parents n'est sans doute pas le seul facteur de réussite scolaire mais il n'en a pas moins un effet considérable sur la qualité des scolarités dans le primaire et le collège. Les médiations par lesquelles le revenu des parents joue sur la réussite scolaire sont potentiellement très nombreuses ; localisation et qualité de l'habitat..., qualité de l'alimentation et du suivi médical, ressources informatiques, achat de livres ».

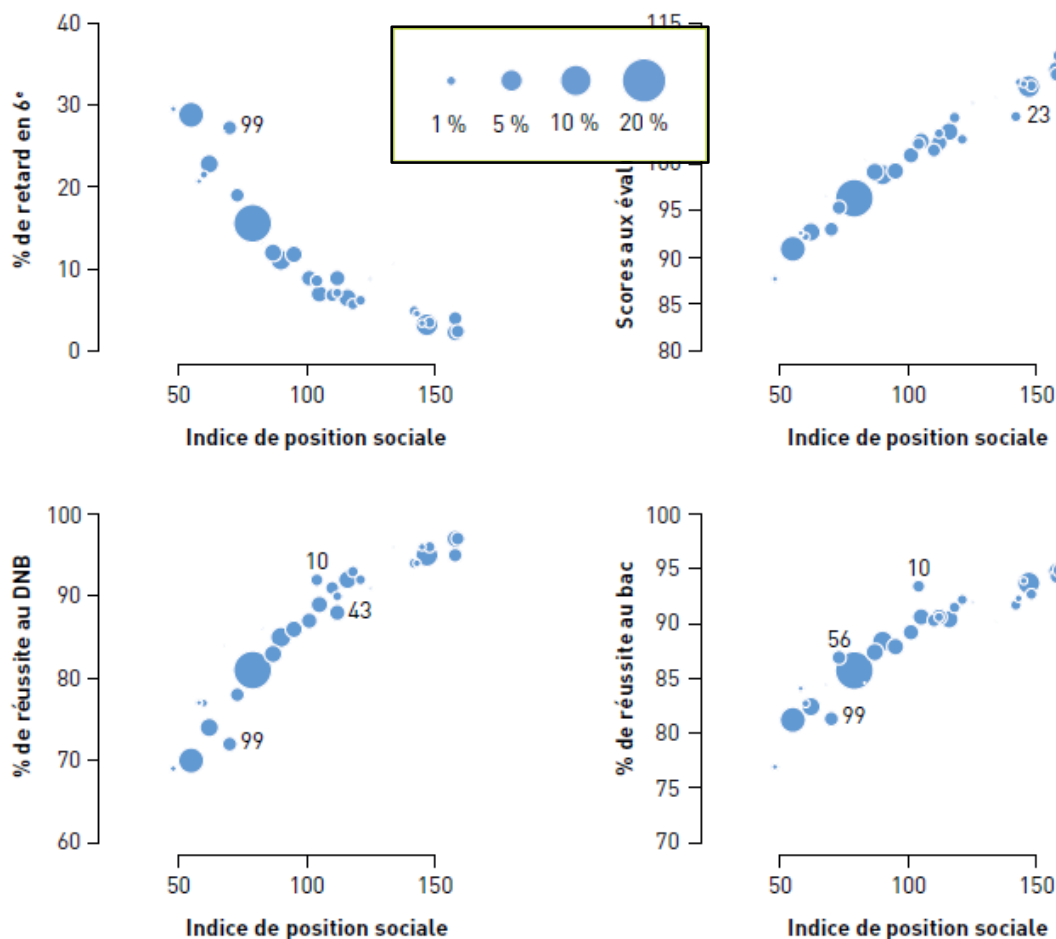


Figure 67 : Relation PCS et résultats scolaire de l'enfant

Au-delà des généralités traitées dans les analyses de l'Éducation Nationale plusieurs facteurs liés à l'environnement social de l'enfant ont été mis en évidence.

Les statistiques du Ministère de l'Éducation Nationale montrent une relation entre le milieu socio-professionnel et le retard à l'entrée en 6^{ème} et par ailleurs, que globalement le pourcentage de filles en retard est plus faible que celui des garçons (Rosenwald et al., 2019) Voir Figure 67

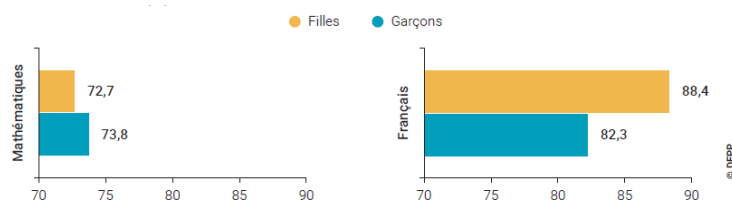


Figure 68 : Pourcentage d'enfants maîtrisant les compétences en 2017 (MEN)

➤ La pauvreté

Analysant l'effet du revenu, Hair (Hair et al., 2015) montre la présence des différences structurelles dans le cerveau et un retard de maturation. En particulier un déficit en matière grise, des structures atypiques du lobe frontal, du lobe temporal et de l'hippocampe. Ces déficits impactent les succès

scolaires de l'enfant puisque ces différences se traduisent par un déficit de 15 à 20%. Cependant, elles n'excluent pas qu'un troisième facteur (génétique) soit corrélé à la pauvreté et au développement cérébral et que ce soit ce troisième facteur qui se cache derrière la pauvreté. (Hair et al., 2015).

En travaillant avec des enfants victimes de négligence précoce en particulier dans des institutions, Hanson (Jamie L. Hanson et al., 2013) retrouve les altérations décrites précédemment au niveau du cortex préfrontal (PFC). L'étude de Hanson montre que ces enfants ont une matière blanche moins développée, ce qui traduit une connectivité moindre en particulier, dans le cortex préfrontal ce qui confirme les travaux présentés page 134.

Le résultat global de ces déficits ou anomalies est une performance moins bonne dans les tâches cognitives.

➤ Le sexe

Dans les statistiques du Ministère de l'Éducation Nationale (Rosenwald et al., 2019) une autre information est pertinente pour notre recherche. La Figure 68 montre que si les niveaux des filles et des garçons sont similaires à l'entrée en 6^{ème} en mathématiques, le niveau des filles est bien supérieur en français.

Dans ce document cependant, les choix divergent très sensiblement entre filles et garçons lors de l'orientation en fin de troisième. Les garçons s'orientent pour les $\frac{3}{4}$ en filière scientifique ou technologique contre 50% pour les filles. (Figure 70). Le document ne précise pas les raisons de ces choix ni les influences y ayant conduit. Cette divergence se poursuit pour aboutir à deux paradoxes : le premier est que la part des filles en première S est équivalente à celle des garçons (Figure 69), le deuxième est encore plus paradoxal, en terminale S la proportion de filles choisissant la spécialité mathématiques et physique chimie

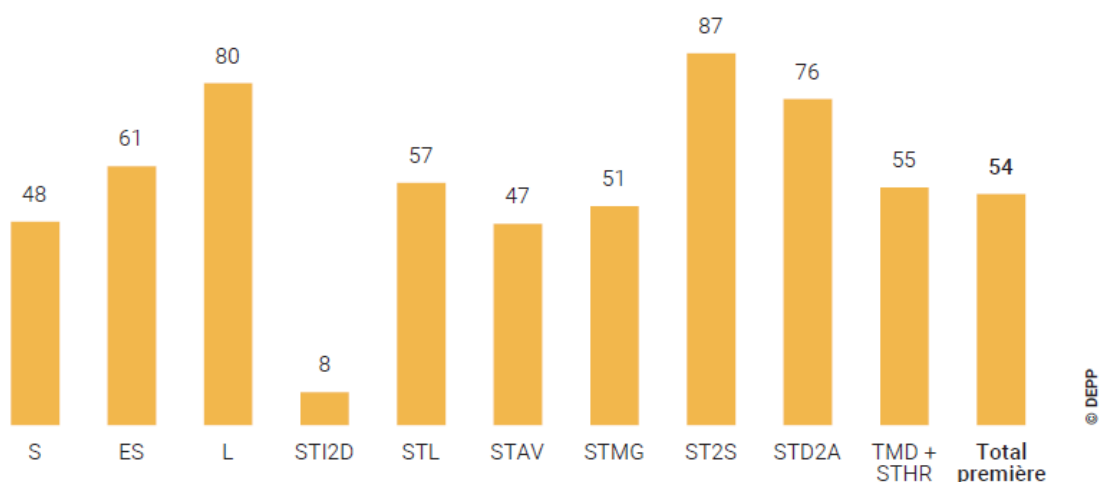


Figure 69 : Pourcentage de filles par série en première (2017 MEN)

(40%) équivaut à celle des garçons (43%) (voir Figure 71).

Ce pourcentage est en croissance régulière. Le pourcentage de filles en section S est passé de 40,2% à 47% de 1994 à 2017.

Qui plus est, dans l'ensemble des séries, les mathématiques sont un choix globalement prédominant pour les options.(Figure 71).

Profils des enseignements d'exploration	Choix des filles	Choix des garçons
Profil économie-gestion (SES + PFEG)¹	4,0	4,5
Profil lettres, langues, arts	40,9	20,4
<i>dont profil lettres, langues, arts avec sciences économiques et sociales</i>	35,2	17,2
Littérature et société	19,2	8,7
Troisième langue vivante	8,5	4,2
Arts ²	10,6	5,7
Latin et/ou grec ancien (avec ou sans troisième langue vivante)	2,6	1,8
Profil scientifique ou technologique	55,2	75,1
<i>dont profil scientifique ou technologique avec sciences économiques et sociales</i>	46,0	57,1
Méthodes et pratiques scientifiques	30,5	30,7
Sciences de l'ingénieur	2,4	12,0
Sciences et laboratoire	8,3	7,7
Santé et social	5,8	1,3
Création et innovation technologiques	1,3	5,0
Biotechnologies	2,1	1,7
Informatique et création numérique	2,4	11,3
Sciences de l'ingénieur + création et innovation technologiques	0,5	3,7
Biotechnologies + santé et social ou sciences et laboratoire	1,2	0,4
Autres profils scientifiques ou technologiques (y compris EPS)	0,8	1,5
Tous profils	100,0	100,0
Effectifs d'élèves (en milliers)	298	258

1. Sciences économiques et sociales + principes fondamentaux de l'économie et de la gestion.

2. Arts : patrimoine, arts visuels, arts du son, arts du spectacle, arts du cirque, création et culture design.

Lecture : en 2017, 2,4 % des filles en seconde générale et technologique ont choisi l'enseignement « Sciences de l'ingénieur », contre 12,0 % des garçons.

© DEPP

Figure 70 : Orientation en fin de troisième en 2017 (MEN)

Ce choix très élevé en pourcentage semble confirmer ce que les entretiens lors de l'expérience 1 ont apporté. Le recul des filles vis-à-vis des mathématiques est le résultat d'une appréhension devant une difficulté potentielle (mathématique en série S) mais non encore avérée qui se réduit dans la perspective d'un programme moins soutenu. (Séries ES et L).

Part des filles en terminale générale selon la série et l'enseignement de spécialité à la rentrée 2017 (%)

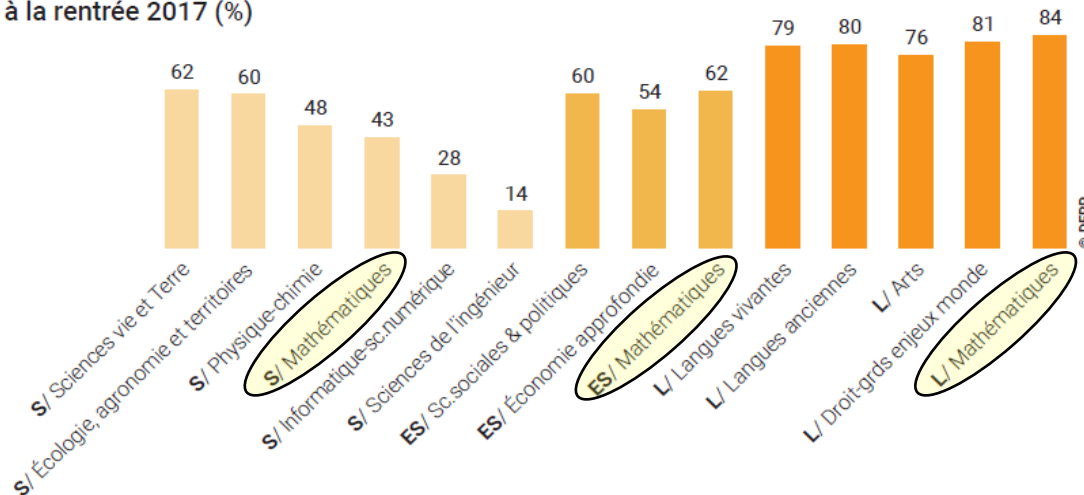


Figure 71 : Choix des mathématiques par les filles en spécialité pour chaque série (2017 MEN)

Néanmoins, la conséquence globalement, de ces différents choix est que les écoles d'ingénieurs n'ont que 27 % de filles par promotions et que les disciplines scientifiques de l'Université ne recueillent que 26 % de filles pour plus de 60 % de filles pour langue, lettres, sciences humaines et sociales, droit et santé (Rosenwald et al., 2019) Ce qui se retrouve aussi en classes préparatoires ou 31% des élèves sont des filles en CPGE scientifiques contre 74 % en CPGE littéraire.

Le paradoxe c'est que les filles obtiennent de meilleurs résultats au bac et ce dans toutes les spécialités, à la fois quantitativement en pourcentage (Figure 72) et qualitativement (Figure 73).

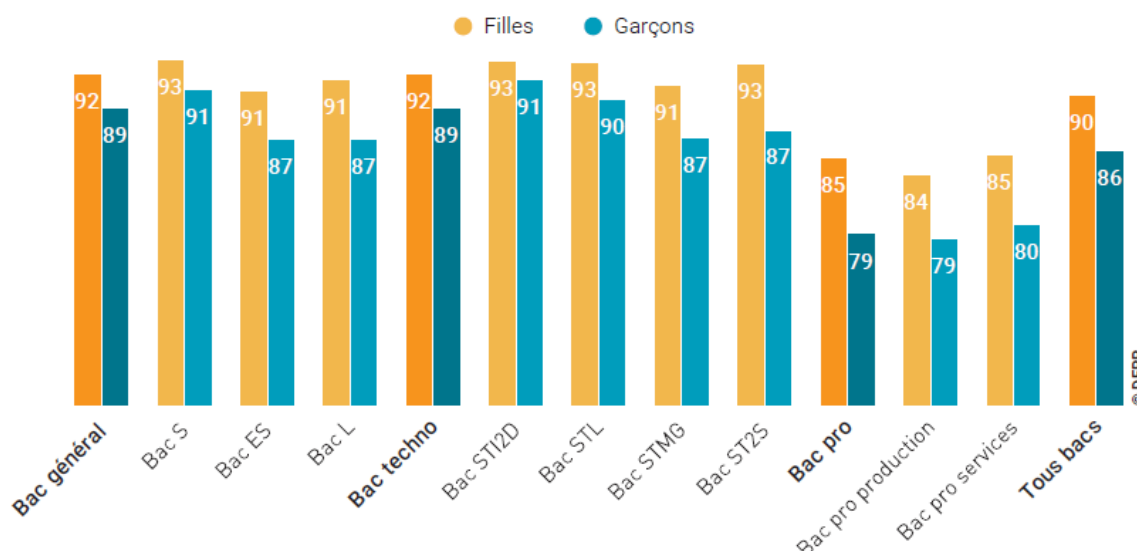


Figure 72 : Taux de réussite au bac en 2017 (MEN)°

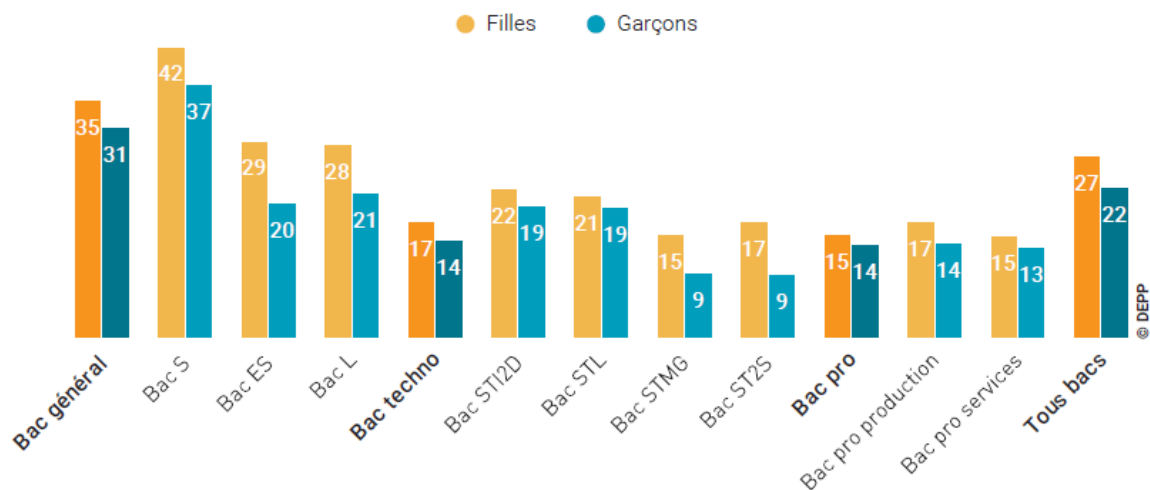


Figure 73 : Proportion de mention "bien" et "très bien" en 2017 (MEN)

Ceci ne se retrouve pas dans les choix de formation dans l'enseignement supérieur ou les effectifs principaux restent largement les garçons dans les disciplines scientifiques.

➤ Les parents

Au-delà des aspects socio-économiques évoqués page 144, l'attitude des parents vis à vis des mathématiques est un des facteurs pouvant dégrader les performances de l'enfant. Le point intéressant est que ce facteur est comme la perception de soi, page 138 un facteur pouvant avoir un aspect négatif ou positif selon le discours des parents en face des performances de l'enfant, son sexe, leur propre performance et la façon dont tout cela est présenté. La Figure 74 est un exemple des choses à ne pas dire.

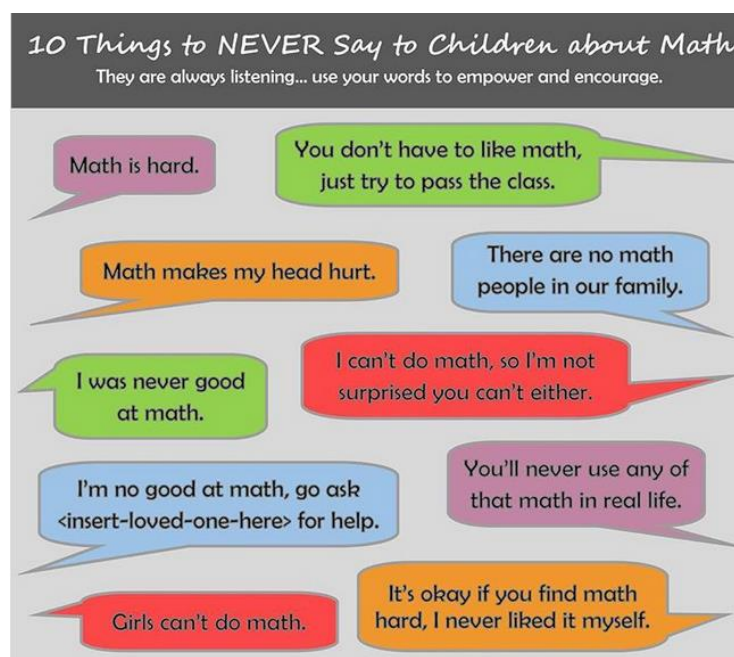


Figure 74 : Ce que les parents ne devraient jamais dire (EveryoneCanLearnMath)

➤ Les enseignants

Les personnels de l'éducation nationale étaient 1,05 millions en 2013 dont les $\frac{3}{4}$ sont des enseignants. Sur cette population d'enseignants en moyenne 70% sont des femmes (Esquieu & Prouteau, 2015). La moyenne d'âge des enseignants est d'environ 42 ans mais les moins de 30 ans représentent 11,4% des enseignants du premier degré.

Les prérequis en mathématiques pour l'enseignement primaire sont faibles ce qui permet à des étudiants touchés par l'anxiété en face des mathématiques de se spécialiser dans cet enseignement. Cette angoisse est ensuite perçue par les élèves lors de l'enseignement de cette matière.

Par ailleurs les problèmes avec les mathématiques étant plus fréquents chez les femmes ; cette majorité de femmes renvoie au stéréotype de genre évoqué page 147, cela veut dire que des enseignantes mal à l'aise avec les mathématiques sont amenées à surmonter leurs propres problèmes avec cette matière pour l'enseigner. Pour éviter ce malaise elles réduisent inconsciemment le temps d'enseignement de la matière mais aussi altèrent les capacités en mathématiques dont elles sont capables quand elles sont en public (dans la vie ou dans la classe).

En outre les enseignants novices sont souvent placés dans les petites classes qui sont déterminantes.

Demetriou (Demetriou et al., 2009) a fait, à l'aide du questionnaire présenté dans l'annexe 3 page 272, qu'il a fait passer à 305 enseignants, une étude sur les méthodes pédagogiques. Il est arrivé à la conclusion que les méthodes des enseignants sortant de formation ne sont pas les mêmes en fonction du sexe.

Beilock (Beilock et al., 2010) formule trois hypothèses:

- La capacité en mathématiques des élèves est inversement proportionnelle à l'anxiété en mathématiques de l'enseignant.
- Cet effet ne concerne que les filles.
- Cet effet est plus prégnant pour les filles croyant au stéréotype de genre (Figure 76).

Pour tester ces hypothèses, elle considère que l'effet ne doit pas exister en début d'année et devenir évident en fin d'année scolaire.

Les résultats montrent que plus l'enseignant est anxieux vis-à-vis des maths plus les résultats des filles se dégradent, mais pas ceux des garçons.

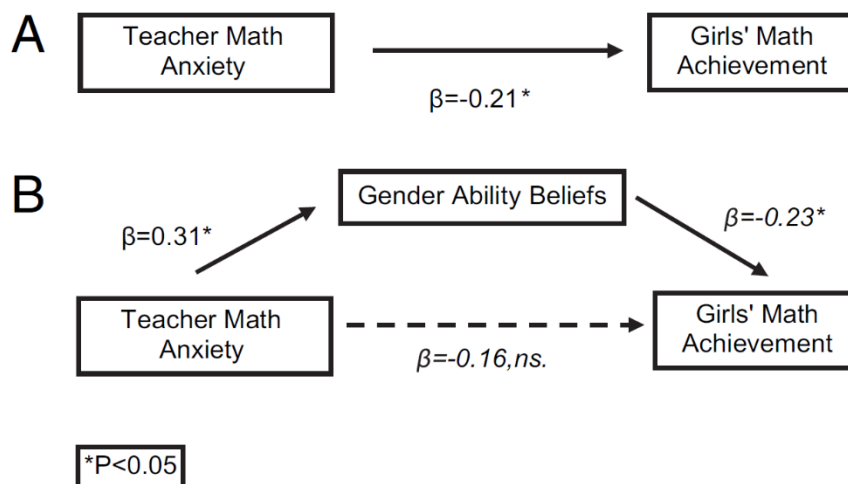


Figure 76 : Influence de la croyance dans l'influence du genre (Beilock)

L'évaluation des enseignants ne se fait que sur un seul critère, l'acquisition scolaire, « mission principale » des enseignants. Le bien-être des élèves, leur motivation, l'estime de soi et l'insertion finale dans le monde du travail ainsi que leur esprit civique ne font pas ou peu partie des critères d'évaluation. Cependant la classe (l'enseignant) rend compte de 10 à 20% de la variation des acquis (Doriath et al., 2013).

Elle explique aussi que ce qui complique en France, c'est que la pédagogie a souvent un caractère idéologique qui conduit rapidement à des affrontements idéologiques.

Là encore ces courants compliquent l'évaluation selon les courants respectifs de l'inspecteur et de l'enseignant.

Elle définit la séquence efficace de formation :

« - reposer sur des objectifs clairs : avant chaque séquence, les élèves doivent savoir le plus clairement possible ce qu'on attend d'eux et ce qu'ils devront être capables de faire à son issue ;

- s'appuyer sur une structure explicite qui rende visible le cœur de l'apprentissage : les élèves doivent connaître à l'avance le déroulement de la séquence, les étapes qu'ils auront à franchir, les outils qu'ils utiliseront, voire les difficultés auxquelles ils seront confrontés... Ces deux premières conditions semblent s'imposer tout particulièrement pour des élèves issus de milieux dits défavorisés ;

- débiter par une récapitulation des acquis antérieurs et une justification de leur utilité, permettant l'ancrage des connaissances nouvelles ;

- se poursuivre par une contextualisation : concrètement, c'est à travers une situation problème qu'une notion nouvelle sera introduite, lorsque la discipline enseignée le permet ;

- comporter un temps d'entraînement et de répétition suffisant : la recherche conduit à souligner l'utilité, voire la nécessité, du « sur-apprentissage », l'automatisation de « routines cognitives » libérant l'esprit pour des tâches plus complexes. Cette dimension quantitative apparaît essentielle aux yeux de chercheurs, par ailleurs de sensibilités différentes ;

- intégrer de nombreuses phases de régulation : l'enseignant doit constamment s'assurer, par des rétroactions, des questionnements, des exemples et des contre-exemples, que les élèves valident, ajustent, consolident et approfondissent leurs connaissances ;

- comporter le temps de travail utile le plus élevé possible : il appartient à l'enseignant de préparer et d'organiser la classe de manière que les activités et les démarches qui ne contribuent pas directement aux apprentissages soient le plus réduites possibles. ».

Ces acquis simples à définir pourraient fournir une grille d'évaluation intéressante. Elle définit également des méthodes d'évaluation qui reposent sur la gestion des facteurs humains définissant à la fois des compétences et des potentiels

Les différents facteurs individuels ayant une influence sur l'apprentissage des mathématiques peuvent être résumés, pour les principaux par la figure ci-dessous. Le schéma s'intéresse aux étiologies individuelles pour ses parties haute et moyenne. Il inclut des causes plus globales dans sa partie basse telles que :

- la complexité et la lourdeur des programmes.
- la mauvaise formation des enseignants.
- la mauvaise adaptation des rythmes scolaires.
- la surcharge des classes.
- les programmes fondés sur la sélection par les mathématiques.
- de façon plus global, les facteurs liés au système scolaire présentés au chapitre A et mis en évidence dans les travaux d'Olivier Las Vergnas.

Cette figure met en évidence ce qui était intrigant au début de ce travail : la convergence de nombreux facteurs vers un même résultat à savoir des problèmes d'apprentissage des mathématiques. (Figure 77).

Ce schéma est découpé en 3 parties :

- La partie haute du schéma est une vision « macroscopique » articulée sur l'encadré gris.
- La partie moyenne est une vision « microscopique » articulée, elle aussi, sur l'encadré gris, qui a été répété pour rendre l'image plus lisible, de deux étiologies qui ont été mises en évidence dans les travaux d'Olivier Las Vergnas.
- La partie basse enfin présente les principaux facteurs issus des travaux d'Olivier Las Vergnas.

Dans l'encadré gris (répété dans les 3 dessins) se trouvent des pavés verts recensant les principales étiologies ayant pour conséquence des difficultés en mathématiques. Les pavés ovales verts représentent les étiologies sur lesquels ont portées les expériences 1 et 2 développées dans cette thèse.

La partie haute de ce schéma permet de retracer les étiologies explorées dans ce chapitre :

- À gauche, en rouge, se trouvent les étiologies socio-économiques qui ont deux points d'action :
 - ✚ La dégradation de la fonction d'évaluation et donc l'aptitude des enfants aux mathématiques selon certains auteurs.
 - ✚ L'absence de soutien scolaire des parents. Ce manque de support dégrade les performances de l'enfant par rapport à ceux qui sont élevés dans un milieu plus présent.
- Au centre ; en orange, se trouvent les facteurs sociologiques pointés par Olivier Las Vergnas dans son travail sur la CSS ou intrinsèques qui vont activer les étiologies se trouvant dans les pavés verts au-dessus. Ces deux points sont là encore des effets déclenchés par l'environnement social mais qui ont une influence forte.
- Au centre, en bleu, se trouvent les acteurs de l'environnement de l'enfant pouvant avoir un aspect positif ou négatif selon leur attitude. Dans ce schéma, sont pointés essentiellement les côtés négatifs de ces acteurs, ce qui est l'aspect essentiel de ce travail.

La partie moyenne du schéma essaye d'articuler avec les étiologies de l'encadré gris deux points qui sont la sous-estimation de la capacité à réussir en mathématiques (souligné par Olivier Las Vergnas dans les causes C du modèle de la CSS sous l'intitulé d'obstacle conatif) et de la valeur accordée au système scolaire. La taille des flèches essaye d'estimer l'influence de ces deux étiologies. En bleu se retrouvent les acteurs de l'environnement de l'enfant qui influent sur les deux étiologies précédentes.

La partie basse du schéma se situe à un niveau plus global et agit à la fois sur les difficultés scolaires et l'environnement social de l'enfant qui en ce cas reboucle sur les facteurs sociaux de la partie supérieure de la figure.

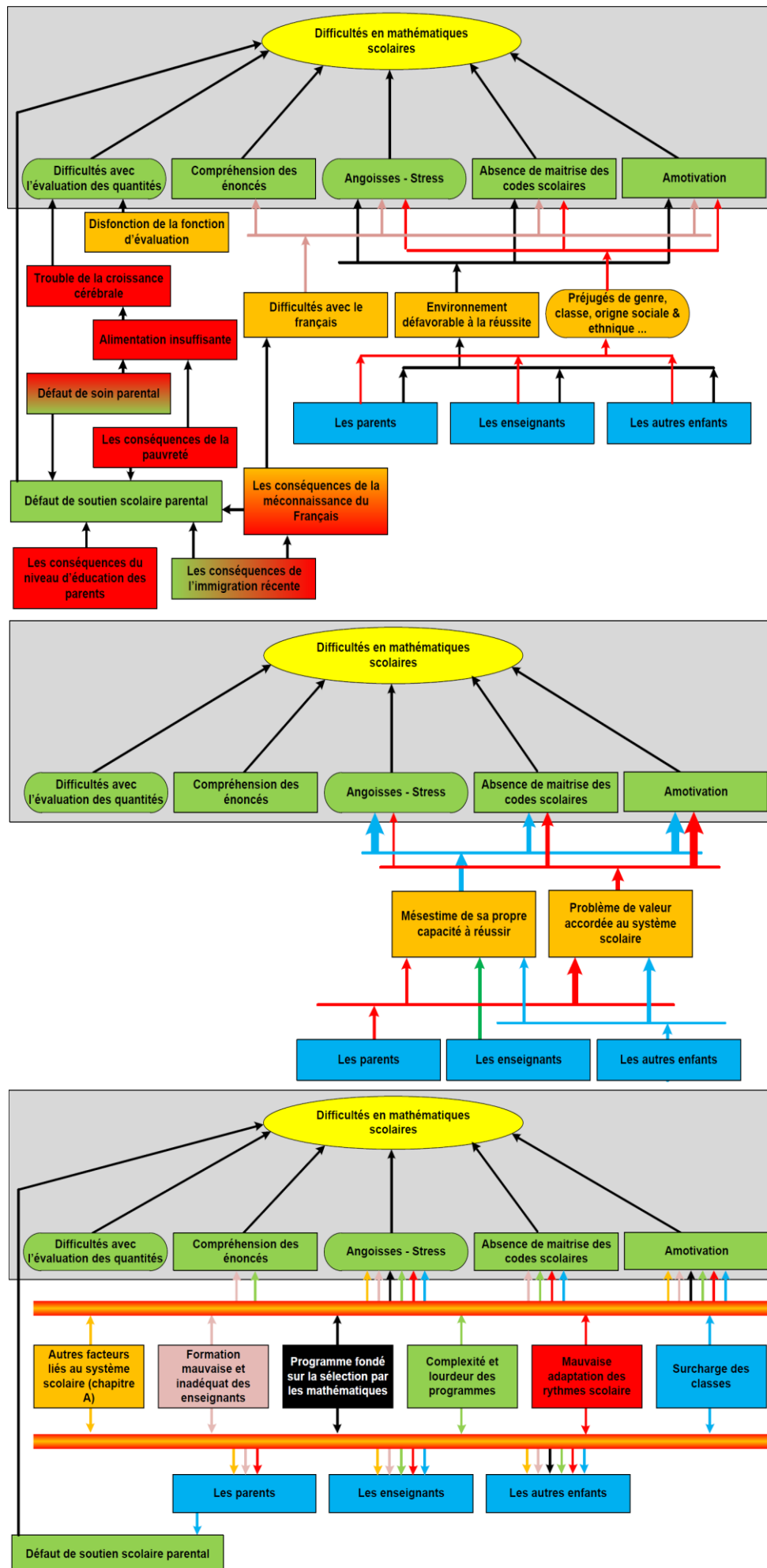


Figure 77 : Schéma décrivant les relations entre les causes des difficultés en mathématiques

C Les expériences

- **ENVIRONNEMENT EXPERIMENTAL**
- **EXPERIENCE 1**
- **EXPERIENCE 2**

1. Introduction

A la suite de l'état de l'art présenté au chapitre B, le travail se poursuit par la mise en place des expériences répondant aux deux questions de recherche telles qu'elles ont été présentées page 84 ; la description des caractéristiques de la fonction d'évaluation des quantités ainsi que l'identification des facteurs susceptibles d'altérer son efficacité et la corrélation entre la qualité de la fonction d'évaluation et la façon dont les sujets résolvent des problèmes arithmétiques simples.

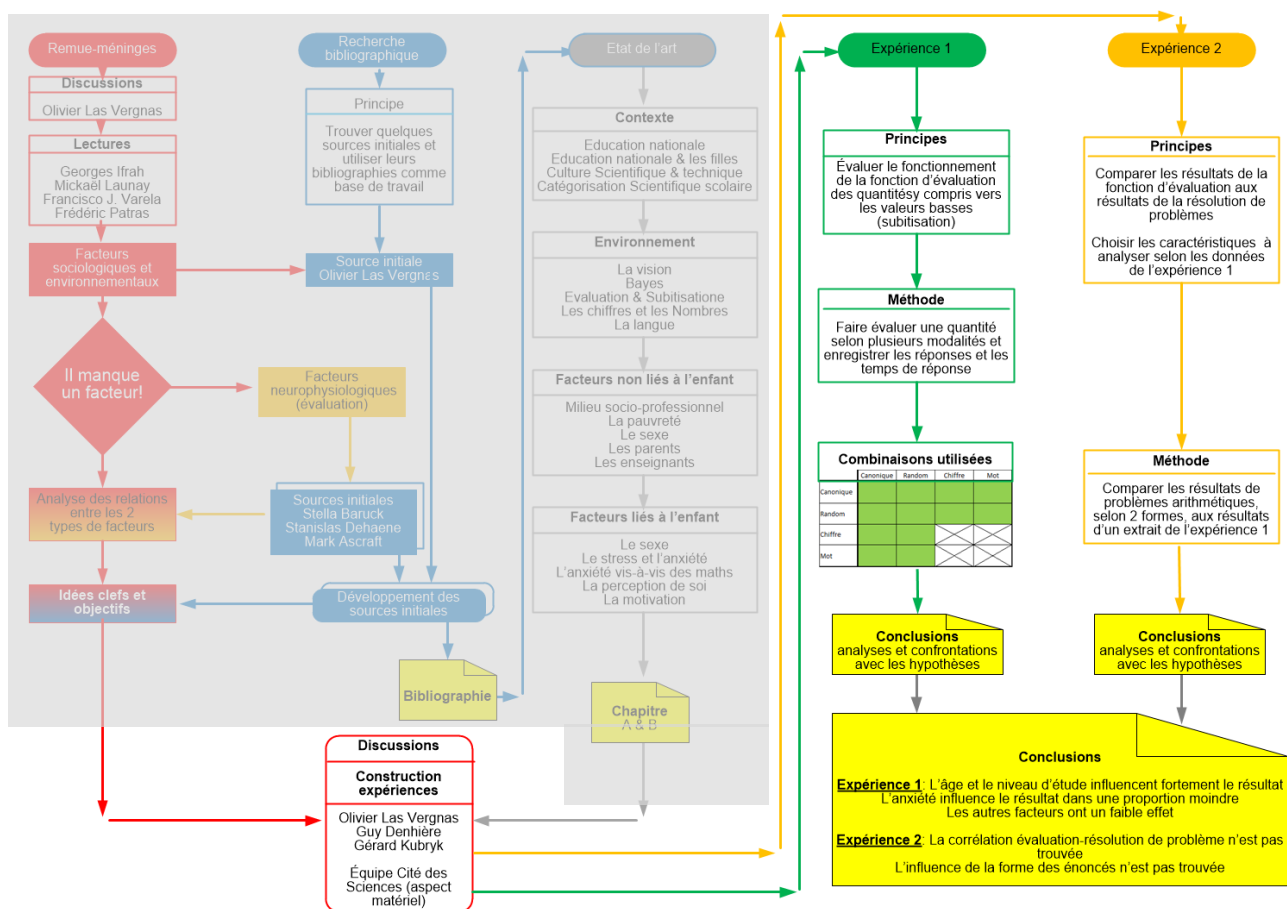


Figure 78 : Schéma de la méthodologie de cette recherche

Ces deux questions de recherche ont amené à construire deux expériences qui vont être décrites maintenant avec une part commune pour réduire les temps de développement tant dans la passation que dans les analyses. La première expérience analyse la fonction d'évaluation des quantités et les facteurs en modifiant la performance, la deuxième permettant de comparer les performances des sujets dans la résolution de problèmes arithmétiques simples aux résultats d'une version raccourcie de l'expérience 1.

Reprenant le schéma décrivant les étapes de ce travail nous allons maintenant décrire le processus expérimental en 3 étapes :

- Le matériel et les méthodes de passation
- La description de l'expérience 1
- La description de l'expérience 2

Ces trois étapes feront l'objet de conclusions tel que montré dans le schéma.

I. **Méthode commune aux deux expériences**

Les 2 expériences menées dans ce travail ont pour objectif de répondre aux questions de recherche sur l'évaluation des quantités et sur la corrélation entre l'évaluation des quantités et la façon dont sont résolus des problèmes arithmétiques.

Dans une évaluation (hors zone de subitisation) le temps de réponse peut être décomposé en 3 facteurs :

- ✓ Le temps de perception
- ✓ Le temps de traitement
- ✓ Le temps de réponse

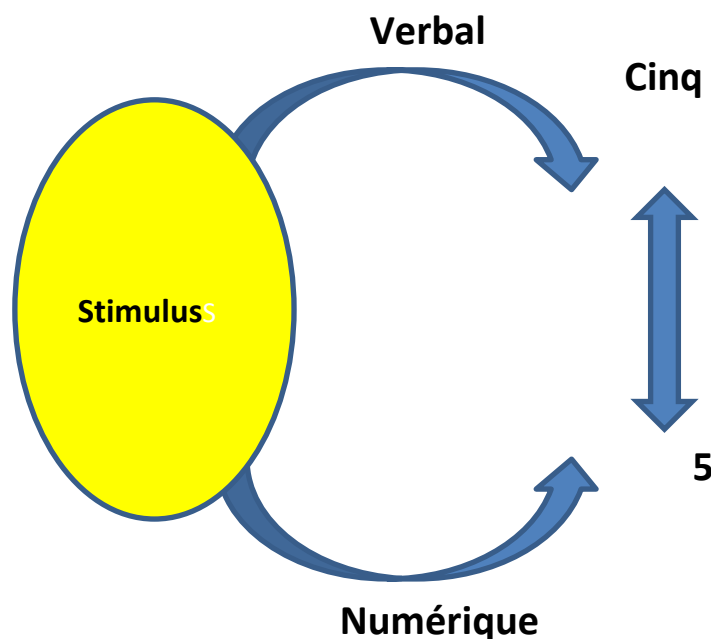


Figure 79 : codage de l'information

Dans le temps de traitement, nous partons du principe que les stimuli représentant des quantités doivent, au-delà de la perception de la cardinalité, être convertis soit en chiffres soit en mots pour pouvoir être utilisés. Il peut être aussi nécessaire de convertir la forme de chiffres en mots ou vice-versa. Chacun de ces transcodings va consommer du temps (voir Figure 79). Le temps nécessaire pour réaliser ces transcodings (et la qualité de ce transcoding) n'est pas le même selon des facteurs qui sont liés directement au sujet et/ou liés à son environnement.

Lors des 2 expériences, un premier écran permet l'enregistrement d'un nombre important de facteurs dépendant du sujet qui n'ont pas tous été traités ensuite :

- ✓ Ville de résidence
- ✓ Nom de l'école
- ✓ Age
- ✓ Profession si non étudiant
- ✓ Profession de la mère
- ✓ Profession du père
- ✓ Langue parlée usuelle
- ✓ Niveau d'études
- ✓ Type d'études
- ✓ Sexe
- ✓ Défaut visuel
- ✓ Complément défaut visuel
- ✓ Latéralité
- ✓ L'anxiété provoquée par l'expérience.

Chacun de ces facteurs a fait l'objet de 2 enregistrements, il en est de même pour chaque items de l'expérience :

- ✓ Le temps de réponse
- ✓ La réponse

Pour compléter l'analyse des facteurs expérimentaux non liés aux sujets ont été introduits dans le processus expérimental afin là encore, de déterminer leur influence :

- ✓ La cardinalité du stimulus
- ✓ La valeur de la fraction de Weber en pourcentage selon le Tableau 9 extrait de (Kubryk et al., 2018)
- ✓ Le signe de la fraction de Weber (Tableau 9)
- ✓ La place dans la séquence expérimentale (fatigue et/ou apprentissage)
- ✓ La forme du stimulus (Aléatoire, canonique, mot, chiffre)
- ✓ La forme du test (Aléatoire, canonique, mot, chiffre)

Pour l'enregistrement des données, tout en préservant l'anonymat des sujets, il était demandé, en plus des facteurs ci-dessus, deux informations personnelles auxquelles était ajoutées un horodatage qui étaient utilisés pour nommer le fichier de stockage des données :

- ✓ Initiale du nom (2 premiers caractères)
- ✓ Prénom

Toutes les variables n'ont pas fait l'objet d'une analyse, certaines variables n'ont pas été traitées, faute de clefs permettant de leur attribuer un poids ou faute d'avoir suffisamment de données voire, dans certains cas, la mauvaise qualité des réponses dans un contexte d'automatisation ne permettant pas un réel contrôle. Ce sont :

- ✓ La ville de résidence
- ✓ Le nom de l'école
- ✓ La langue parlée
- ✓ Le niveau socioéconomique via la profession des parents

Deux expériences ont été réalisées, en 2 sessions. La première visait à évaluer la fonction d'évaluation des quantités et la subitisation dans un contexte de nombres entiers, avec une analyse de l'effet de la fraction de Weber selon le Tableau 9. La deuxième après une courte séquence de test selon les modalités de l'expérience 1 avait pour but de confronter les résultats avec ceux de l'expérience 1. Elle consistait à résoudre des problèmes arithmétiques simples ayant 3 formes pour les énoncés :

- ✓ Littéraire
- ✓ Numérique
- ✓ Graphique

Les énoncés avaient, 3 types de données pour analyser leur influence :

- ✓ Des petits nombres
- ✓ Des nombres décimaux
- ✓ Des grands nombres

Pour arriver à réaliser ces objectifs un ensemble de programmes a été écrit. Les différents modules sont décrits ci-dessous. Ces programmes sont largement paramétrés afin d'assurer une construction aléatoire des objets fabriqués pour les expériences et une souplesse d'usage et de réemploi.

Pour avoir des quantités de données significatives dans chacune des variables que nous souhaitons analyser, un grand nombre de sujets a été nécessaire, ce qui a justifié le choix du lieu et de l'automatisation de la passation, malgré les inconvénients, décrits ci-dessus.

II. ***Environnement expérimental***

Le premier point à résoudre a été, où trouver le lieu et le public pour réaliser les expériences et en complément où trouver le matériel nécessaire. La Cité des sciences ou j'avais mon bureau m'a paru être une bonne opportunité. En reprenant les questions de recherche et en utilisant les informations du chapitre

B il a été possible de présenter cette recherche à l'équipe de la Cité des sciences et de la convaincre d'y contribuer matériellement en prêtant une salle et 11 PC qui seront décrit plus loin. Cela a permis aussi d'obtenir également l'aide de l'équipe du Carrefour numérique de la Cité des sciences. L'avantage de la salle prêtée (voir Figure 80 et Figure 81) est de se trouver dans un lieu de passage important de la Cité des sciences (la grande galerie du Carrefour Numérique).

Un petit coin accueil à l'entrée avait été organisé. Une salle annexe permettait d'expliquer l'expérience aux participants et d'avoir une discussion ouverte avec eux. Le public était celui de la Cité des sciences (plus spécifiquement du Carrefour Numérique) ce qui est susceptible de constituer un biais dans ces expériences. C'est un public avec une appétence pour les sciences mais c'est aussi un public technophile attiré par le FabLab voisin. Il est difficile de quantifier ce biais sans refaire ces expériences dans un autre contexte difficile à trouver.

Outre la salle, 11 ordinateurs portables ont été mis à disposition pour la passation qui était entièrement automatisée. Ces portables de marque HP type elitebook 8570W tournaient sous Windows 7 sans connexion réseau et utilisaient le pack office 2010 de Microsoft. Une souris avait été ajoutée au touchpad. Dans ce pack ont été utilisés Excel et PowerPoint. Tous les développements ont été réalisés en VBA Excel ce qui a permis l'automatisation de l'usage de ces 2 logiciels.



Figure 80 : Vue droite de la salle de test



Figure 81 : Vue gauche de la salle de test

Une campagne d'information (Figure 82) dans la Cité des sciences donnait les informations nécessaires pour rediriger les visiteurs vers le lieu de l'expérience. Les animateurs dans la grande galerie du Carrefour Numérique ou devant sa porte envoyaient également des visiteurs. L'écran du fond de la salle projetait un aquarium et le tableau blanc à droite permettait d'inscrire des compléments de consigne.

Une stagiaire, (Auriane Le Floch), en Licence puis en Master de psychologie à Toulouse a aidé pour les passations.

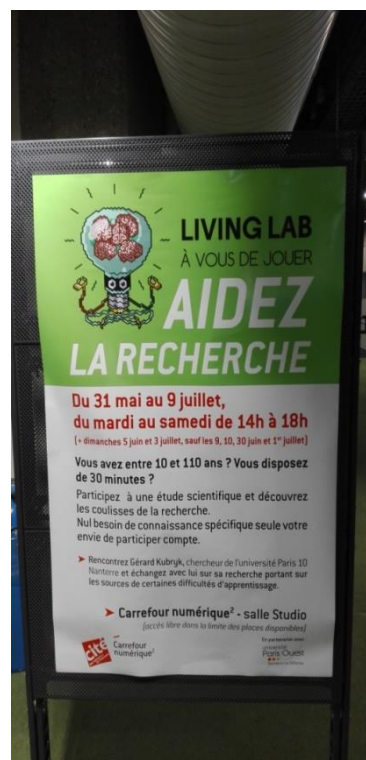


Figure 82 : Affichage

Les ordinateurs ont été disposés de façon à contrôler *a minima* l'angle de vision (à minima car évidemment lors des passations, quelque fois, les ordinateurs ont été déplacés). L'image d'une grille sur les écrans était d'environ 86 mm de large et 86 mm de haut. Le bas de la grille était à environ 107 mm de la table et l'écran à environ 45 cm ce qui donne un angle de vision de 10,9° (Voir Tableau 3). Cet angle est proche de celui utilisé par Gandini (Gandini et al., 2010) dans l'expérience qui a inspiré la mienne.

La taille de la grille sur l'écran d'expérimentation a été calculée pour occuper la moitié centrale de la zone de lecture de l'œil Figure 83 et éviter au maximum les mouvements de balayage oculaire de la grille. Cette taille est réglable par le paramètre de zoom de l'écran décrit plus loin (Figure 95).

La souris était au départ à droite du clavier mais, au-delà de la phase d'identification n'était plus utilisée. Le sujet avait toute latitude de la changer de côté.

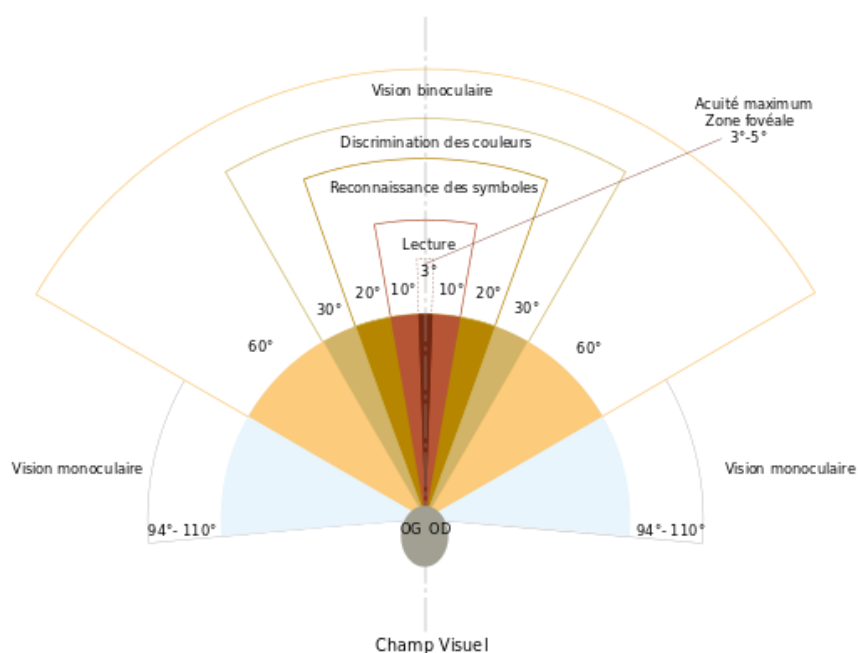


Figure 83 : Champ visuel (Wikipedia: champ visuel)

Angle de vision expérience			
	$\text{tg } \alpha/2$	angle/2	angle
Expérience	0,09555556	5,46	10,92
Gandini	0,08333333	4,76	9,53

Tableau 3 : Calcul de l'angle de vision

III. **Mesure du temps**

L'expérience était automatisée il a donc fallu utiliser les API de Windows pour mesurer le temps lors de la passation. Un programme a été écrit pour tester la qualité des mesures. Ce test a été exécuté 20 fois dans différentes conditions d'environnement ;

- ✓ Avec Excel seul
- ✓ Avec ouverture de PowerPoint
- ✓ Avec 25 diapositives dans PowerPoint
- ✓ Avec 700 diapositives dans PowerPoint.

Le test a été réalisé pour ces 4 conditions pour 10 durées de 100 à 1000 ms.

Les différentes parties du Tableau 4 montrent les résultats de ces tests. Ils montrent que la précision est relativement bonne. Elle est dégradée légèrement par Powerpoint dès que des diapositives s'y trouvent mais les résultats montrent que la quantité de celles-ci n'a pas d'influence. Ces tests montrent aussi que le premier test de chaque série est dégradé probablement par le démarrage de l'API PowerPoint. Enfin à part un accident inexplicable (valeur de 180 dans le test 700 ms du tableau du test pour 25 diapositives) l'erreur est stable en quantité et l'écart type montre une faible dispersion des valeurs. Cette erreur est bien sûr plus importante pour des temps courts mais la variation qui nous intéresse, est la variation à valeur égale pour permettre les comparaisons. Comme dans toute mesure si l'erreur est constante (ou à faible variation), la valeur absolue est perdue mais pas la possibilité de comparer les mesures.

Ces résultats permettent, dans de bonnes conditions, l'emploi des API de Windows via la fonction VBA pour les mesures de temps.

Temps en millisecondes
Test timer sans PowerPoint

																					$\Sigma \Delta$	m Δ	%	σ	
1000	2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	21	1,05	0,11%	0,39403446	1000
900	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	1,00	0,11%	0	900	
800	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	1,00	0,13%	0	800	
700	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	1,00	0,14%	0	700	
600	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	1,00	0,17%	0	600	
500	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	1,00	0,20%	0	500	
400	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20	1,00	0,25%	0	400	
300	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	18	0,90	0,30%	0,30779351	300	
200	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	17	0,85	0,43%	0,36634755	200	
100	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	15	0,75	0,75%	0,44426166	100

Test timer avec PowerPoint sans diapositive

																					$\Sigma \Delta$	m Δ	%	σ	
1000	5	1	1	1	2	0	1	1	1	1	0	2	1	1	1	2	2	1	1	1	26	1,30	0,13%	1,03109548	1000
900	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	40	2,00	0,22%	0	900
800	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	36	1,80	0,23%	0,41039134	800
700	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	40	2,00	0,29%	0	700
600	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	38	1,90	0,32%	0,30779351	600
500	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2	1	1	2	2	35	1,75	0,35%	0,44426166	500
400	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	5	2	2	3	2	2	2	2	2	2	43	2,15	0,54%	0,74515982	400
300	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	36	1,80	0,60%	0,41039134	300
200	1	1	2	1	1	2	1	2	2	2	2	1	2	2	9	1	2	1	1	2	38	1,90	0,95%	1,7441632	200
100	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	3	25	1,25	1,25%	0,5501196	100

Test timer avec PowerPoint présentation 25 diapositives

																					$\sum \Delta$	m Δ	%	σ	
1000	63	16	15	16	16	15	16	16	16	15	16	15	16	16	16	16	16	16	16	16	363	18,15	1,82%	10,5644638	1000
900	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	16	16	16	16	16	16	16	16	321	16,05	1,78%	0,2236068	900
800	16	16	16	16	16	16	16	16	28	16	16	16	16	29	16	16	16	16	16	16	345	17,25	2,16%	3,85083723	800
700	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	29	16	16	16	16	16	16	180	497	24,85	3,55%	36,6337133	700
600	16	16	16	28	16	16	16	17	28	16	16	29	16	16	16	16	17	17	16	16	360	18,00	3,00%	4,47213595	600
500	16	16	16	16	16	16	18	16	16	16	16	16	16	18	16	16	16	16	17	16	325	16,25	3,25%	0,63866637	500
400	16	16	16	16	16	16	16	16	16	29	16	28	16	16	16	21	28	17	16	16	363	18,15	4,54%	4,53379126	400
300	16	16	16	17	16	16	28	16	16	16	28	28	16	17	16	16	16	16	16	16	358	17,90	5,97%	4,36372608	300
200	21	16	16	17	16	16	16	28	16	17	16	16	16	16	16	28	16	16	16	16	351	17,55	8,78%	3,74833296	200
100	16	16	16	15	29	16	16	16	16	16	28	16	16	16	16	16	16	16	16	28	356	17,80	17,80%	4,54914683	100

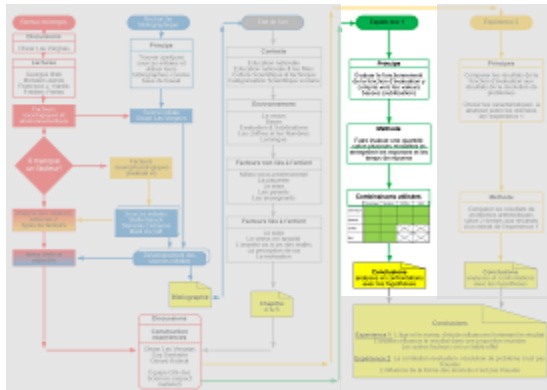
Test timer avec PowerPoint présentation 700 diapositives

																						$\sum \Delta$	m Δ	%	σ	
1000	67	16	16	16	16	16	17	15	17	17	16	16	16	16	16	16	16	17	17	375	18,75	1,88%	11,368817	1000		
900	19	16	16	16	17	16	17	16	16	16	15	16	15	16	16	15	16	16	15	15	320	16,00	1,78%	0,91766294	900	
800	19	16	16	15	16	16	16	16	16	16	16	16	15	15	16	16	15	16	16	22	325	16,25	2,03%	1,58529426	800	
700	17	15	16	16	16	16	16	16	16	16	15	15	15	15	16	15	16	16	16	15	16	314	15,70	2,24%	0,57124057	700
600	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	15	16	15	16	19	16	17	322	16,10	2,68%	0,78806893	600
500	17	16	16	15	16	16	16	16	16	16	17	16	16	16	16	16	16	16	16	16	321	16,05	3,21%	0,39403446	500	
400	16	16	16	16	16	15	16	15	15	16	15	16	15	15	16	16	16	15	15	16	312	15,60	3,90%	0,50262469	400	
300	16	16	16	16	16	15	16	16	16	16	16	16	16	16	15	16	16	16	15	16	16	317	15,85	5,28%	0,36634755	300
200	16	16	15	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	15	16	16	15	15	16	316	15,80	7,90%	0,41039134	200
100	16	15	16	15	23	15	16	16	15	16	15	16	16	16	16	15	16	16	15	16	16	320	16,00	16,00%	1,71679015	100

Tableau 4 : Tests de l'horloge dans Excel

2. L'expérience 1

I. *Introduction*



L'icône ci-contre permet de suivre le fil de mon travail et de se situer dans la progression. (Voir détail Figure 78 page 158). En suivant ce qui a été décrit précédemment sur l'environnement expérimental, nous allons décrire la construction du matériel expérimental de

l'expérience 1 proprement dite, la méthode de construction utilisée et les moyens utilisés pour cette construction. Les données recueillies et la méthode de traitement seront aussi présentées.

II. *Méthode de fabrication du matériel de l'expérience 1*

Le matériel de l'expérience 1 qui a aussi été utilisé en partie dans l'expérience 2 a nécessité de nombreux développements logiciels en VBA. VBA a été choisi pour la facilité avec laquelle Excel et PowerPoint pouvaient être utilisés via des API disponibles. Ce matériel inspiré de Gandini consiste en des grilles de 10 cases par 10 cases contenant des points noirs sur fond blanc. La taille de ces grilles (X et Y) fait partie des paramètres définis dans la feuille « base manip » utilisée par le programme.

Le programme garantit que tous les éléments de construction des grilles sont purement aléatoires (à la qualité près de la fonction « RANDOM » d'Excel).

Ces points noirs peuvent être disposés de 2 façons :

- ✓ Purement aléatoire (voir Figure 84). Il est à noter que rien n'empêche l'apparition aléatoire de formes canoniques.

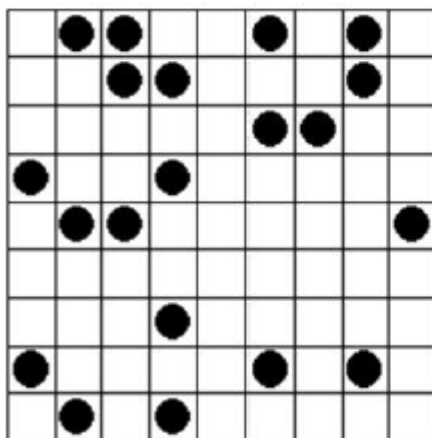


Figure 84 : Grille de 20 points, aléatoire

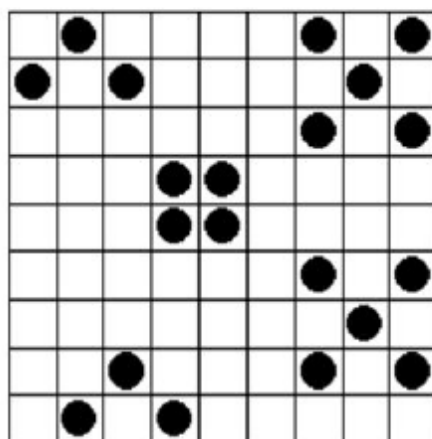


Figure 86 : Grille de 20 points, canonique

- ✓ En utilisant 5 formes dites canoniques (Figure 85) assemblées pour obtenir la quantité voulue. Une des règles de construction des grilles est que les formes ne doivent jamais se toucher ni bien sûr dépasser de la grille. Cette fonction est décrite plus loin. Voir exemple Figure 86.

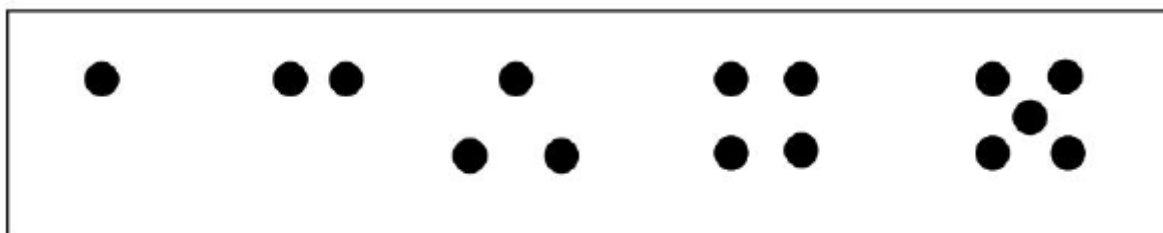


Figure 85 : Formes canoniques de base

Les formes canoniques sont dotées de règles de construction et de rotation qui sont décrites dans le Tableau 5.

Nb formes	6	Nb de pions	5	X = 9 signifie fin pour cette forme
-----------	---	-------------	---	-------------------------------------

taille	pion n+1		pion n+2		pion n+3		pion n+4		pion n+5		pion n+6		Rotation
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	
1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
3	-1	-1	1	-1	9	0	0	0	0	0	0	0	4
4	1	0	0	-1	1	-1	9	0	0	0	0	0	0
5	2	0	1	-1	0	-2	2	-2	9	0	0	0	0
6	1	0	0	-1	1	-1	0	-2	1	-2	9	0	2

Tableau 5 : règles de construction des formes canoniques

Les coefficients des colonnes X et Y correspondent aux paramètres utilisés par la fonction « activecell.offset » de VBA. Tous les mouvements ont pour référence le point initial qui est le résultat du tirage aléatoire du programme (Figure 87). Les signes « + » et « - » donnent le sens de déplacement et la valeur, le nombre de cellules de déplacement. La valeur 9 est la condition d'arrêt du programme.

Note : La forme « 6 » a été abandonnée car elle augmentait trop le nombre d'itérations pour construire les grilles avec un grand nombre de points. Le nombre de points est paramétré dans la case « Nb de pions ». Le tirage aléatoire initial ne contient que des multiples de 5.

La dernière colonne donne les rotations autorisées pour le dessin en cours de construction. Le codage utilisé est :

- ✓ 0 pas de rotation
- ✓ 2 = + 90°
- ✓ 3= +180°
- ✓ 4= +270

Ces valeurs représentent la valeur maximum que peut prendre la valeur « rotation » lors du tirage aléatoire. La rotation se fait autour du point initial de la figure (Figure 87).

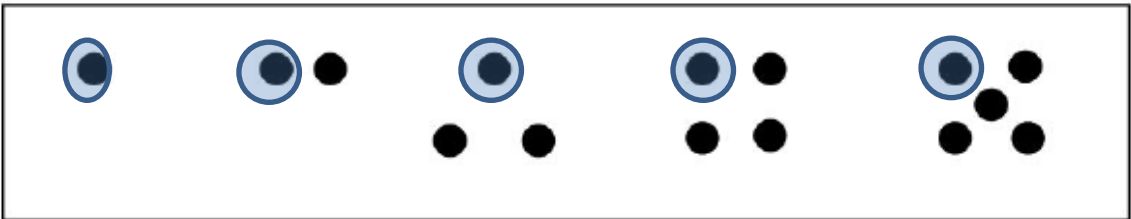


Figure 87 : Référence de construction des formes canoniques

Pour la clarté des grilles, les formes canoniques ne sont pas autorisées à se toucher ni à déborder hors de la grille, cependant elles peuvent être en bordure de grille. Pour ce faire, une enveloppe a été définie pour chaque forme. Ce qui signifie que les enveloppes peuvent se chevaucher sur une ligne ou une colonne ou qu'une enveloppe peut déborder la grille d'une ligne ou d'une colonne (voir l'exemple Figure 89).

Pour réaliser cette fonction, le programme utilise une table (voir Tableau 6) définissant l'enveloppe des formes canoniques et ce toujours par rapport au point de référence de la Figure 87.

Note : la colonne « Décal » correspond à un paramètre abandonné en cours de conception de l'expérience.

taille	Enveloppe				
	Haut/Gauche		Bas/droit		Décal
	X	Y	X	Y	
1	-1	1	1	-1	0
2	-1	1	2	-1	0
3	-2	1	2	-2	-1
4	-1	1	2	-2	0
5	-1	1	3	-3	0
6	-1	1	2	-3	0

Tableau 6 : Enveloppe des formes canoniques

Le dernier paramètre utilisé pour la génération des valeurs (aléatoires et canoniques) de l'expérience est le coefficient de Weber (voir équation 6). Les valeurs maxima sont calculées dans le Tableau 7, la valeur est tirée dans ces limites et le signe l'est en même temps.

stimulus(<i>i</i>)	Δi	<i>k</i>
5	1	0,2
10	2	0,2
15	3	0,2
20	4	0,2
25	5	0,2

Tableau 7 : Table des valeurs maximum de Δi

A partir de tous ces paramètres 2 séries de grilles ont été calculées dans Excel par un programme écrit en VBA. Ces grilles sont des tableaux de 10x10 (choix fait arbitrairement mais reprenant la taille utilisée par Gandini). Le nombre de grilles a permis dans la fabrication de la séquence expérimentale un tirage aléatoire des grilles présentées.

Le programme de génération a fabriqué 20 grilles aléatoires pour chacun des nombres de points de 1 à 29. La Figure 88 est un exemple de grille. Les futurs points de la grille sont les « P » dans les cases vertes.

P									
P						P			
					P				
		P						P	
				P					
	P								
P			P						

Figure 88 : Grille de 10 points aléatoire

De même, il a été fabriqué 14 grilles canoniques pour chaque valeur de 2 à 29. Mais là, avec un processus beaucoup plus long car un certain nombre de tirages est rejeté en raison des collisions des formes. À partir des grilles à 20 et 25 points toute la séquence est parfois rejetée car elle conduit à une impasse et que la génération ne peut être terminée (arrêt de la génération et remise à zéro quand le nombre d'itérations dépasse 200). Les futurs points sont les « 9 » dans les cases vertes et les cases grises avec des « 1 » constituent l'enveloppe de la forme. La grille de la Figure 89 montre à la fois que l'enveloppe peut déborder hors de la grille et que les enveloppes peuvent se chevaucher pour accroître la densité de la grille (Figure 89).

Note : La densité des points n'est pas gérée dans cette fabrication car elle a été jugée trop difficile à assurer.

			1	1	1	1			
			1	9	9	1			
			1	9	9	1			
			1	1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	9	9	1	
		1	9	9	1	1	1	1	
		1	9	9	1				
		1	1	1	1				

Figure 89 : Grille de 10 points canonique

Pour compléter, un PowerPoint a été réalisé à la main pour les modalités en chiffres et en mots.

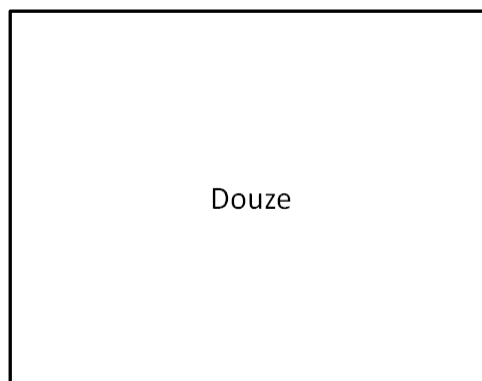


Figure 90 : Forme verbale



Figure 91 : Forme numérique

De même les diapositives 1 à 8 de la Figure 92, nécessaires pour la construction de la séquence de test, ont été faites à la main. Les diapositives

1, 3 et 7 sont, lors de l'exécution, complétées par un compteur qui décompte le temps restant dans les différentes attentes. La diapositive 4 est le point de fixation de début de test, la diapositive 5 est la transition entre le test et le stimulus, la diapositive 6 est le temps de repos entre 2 tests successifs et la diapositive 8 est la fin de l'expérience.

Une fois ces préparatifs réalisés, un programme a été écrit pour créer la séquence PowerPoint de l'expérience.

A chaque tirage d'une valeur aléatoire, la valeur est décomptée. Si la valeur tirée aboutie à une valeur qui n'est plus disponible, un autre tirage est effectué. Une représentation sous forme d'arbre est présentée Figure 93.

Le Tableau 8 assure la répartition entre les différentes valeurs. Il indique aussi si l'effet Fechner est appliqué et avec quel signe. Enfin la colonne T/S indique si l'effet Fechner est appliqué sur le stimulus (codé 1) ou le test (codé 0).

Ces conditions sont introduites à la construction (manuelle) du tableau ci-dessous à partir des informations du Tableau 8 et de la Figure 93. Si le delta est au-dessus de la barre oblique, le stimulus est modifié selon la valeur de Fechner tirée, si le delta est au-dessous cela s'applique au test, s'il n'y pas de barre le choix est indifférent et est défini aléatoirement lors de la construction de la séquence expérimentale. Les tests chiffre-mot, mot-chiffre, chiffre-chiffre et mot-mot n'ont pas été inclus dans cette recherche qui visait à tester le fonctionnement de la fonction d'évaluation.

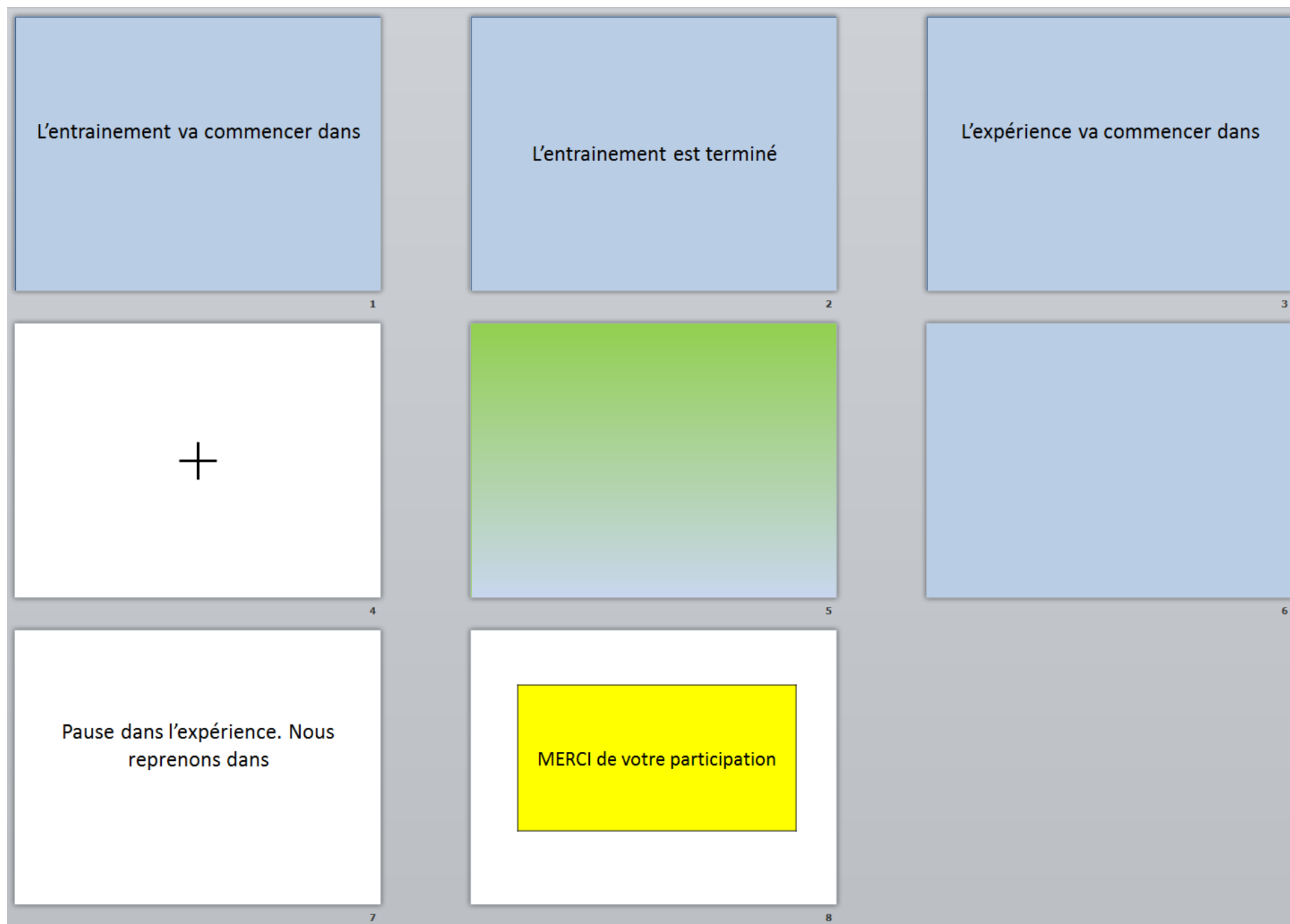


Figure 92 : Diapositives de gestion de l'expérience

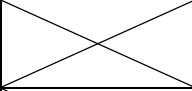
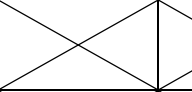
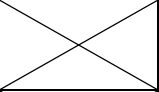
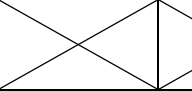
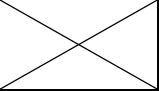
	Canonique	Random	Chiffre	Mot
Canonique		Δ	Δ	Δ
Random	Δ	Δ	Δ	Δ
Chiffre	Δ	Δ		
Mot	Δ	Δ		

Tableau 8 : Application de l'effet Fechner

Valeur	5	10	15	20
-7				-
-6			-	-
-5			-	-
-4		-	-	-
-3		-	-	-
-2	-40%	-	-	-
-1	-20%	-	-7%	-5%
0	0%	0%	0%	0%
1	20%	10%	7%	5%
2	40%	20%	13%	10%
3		30%	20%	15%
4		40%	27%	20%
5			33%	25%
6				30%
7				35%

Tableau 9 : Répartition de la fraction de Weber (les cases sur fond noir sont exclues de l'expérience)

Le Tableau 10 donne le maximum de la fraction de Weber calculée selon la valeur du stimulus tiré. Cette valeur est proche de celle calculée par Revkin (Revkin et al., 2008) environ 0.18 en moyenne que nous avons arrondi à 0.2 puisque les points ne sont pas sécables.

Le Tableau 9 donne les valeurs de la fraction de Weber selon les différentes conditions utilisées dans les expériences.

stimulus(<i>i</i>)	Δ_i	<i>k</i>
5	1	0,2
10	2	0,2
15	3	0,2
20	4	0,2
25	5	0,2

Tableau 10 : Valeur absolue maximum de la fraction de Weber

		Signe	test				Test=0
stim	test	Fechner	5	10	15	20	Stim=1
ca	ca	0	2	2	2	2	0
		1	0	0	0	0	0
		-1	0	0	0	0	0
	ra	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
	ch	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
	mo	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
ra	ca	0	2	2	2	2	1
		1	2	2	2	2	1
		-1	2	2	2	2	1
	ra	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
	ch	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
	mo	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
ch	ca	0	2	2	2	2	1
		1	2	2	2	2	1
		-1	2	2	2	2	1
	ra	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
	ch	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0
		-1	0	0	0	0	0
	mo	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0
		-1	0	0	0	0	0
mo	ca	0	2	2	2	2	1
		1	2	2	2	2	1
		-1	2	2	2	2	1
	ra	0	2	2	2	2	0
		1	2	2	2	2	0
		-1	2	2	2	2	0
	ch	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0
		-1	0	0	0	0	0
	mo	0	0	0	0	0	0
		1	0	0	0	0	0
		-1	0	0	0	0	0
			68	68	68	68	272

Tableau 11 : Répartition des valeurs de test

La construction de la séquence de présentation est réalisée par un programme qui construit deux séries de présentations PowerPoint, une pour l'entraînement et une pour le test lui-même. Ces deux présentations comportent au total, 122 diapositives pour 24 essais (pour l'entraînement) et 1361 diapositives pour 272 essais (pour l'expérience elle-même). Ces présentations comportent à la fois les stimuli et les tests selon les tirages mais aussi toutes les diapositives d'enchaînement nécessaires.

La séquence de présentation utilise à la fois les diapositives construites manuellement tirées d'un ensemble de présentations comportant les chiffres, les mots et les diapositives d'enchaînements et les tableaux Excel décrits précédemment.

Pour convertir les grilles Excel préparées lors de la fabrication du matériel en une diapositive de points le programme utilise une grille pleine (Figure 94) dont tous les points sont identiques et placés au centre des cases. Les points font initialement (avant application du zoom) 8 mm de diamètre et les cases font 10 mm de côté. Les points sont noirs dans des cases blanches. Pour la construction, les points inutiles sont effacés. Cette méthode est utilisée car, s'il a été facile de construire manuellement cette grille pleine, le programme n'arrivait pas, de façon fiable, à positionner les points centrés dans les cases en partant d'une grille vide.

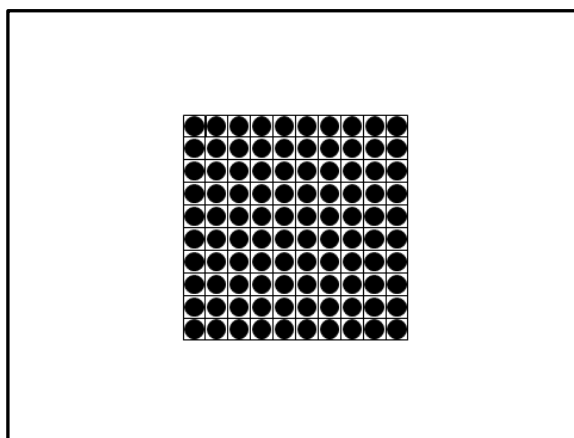


Figure 94 : Grille initiale

III. **Passation**

Cette passation et ce matériel sont communs aux expériences 1 et 2. La seule différence étant le nombre d'items.

La passation est pilotée par un programme qui exécute successivement les tâches suivantes :

- ✓ Modifier l'affichage EXCEL pour supprimer le ruban.

- La passation de l'entraînement et de l'expérience se font en utilisant les présentations PowerPoint dont la fabrication a été présentée précédemment. Cette passation est gérée par un séquenceur. Ce séquenceur dispose d'un écran de paramétrage (Figure 95) qui est une feuille Excel.

Figure 95 : Écran expérimentateur pour configurer l'expérience

- ✓ Zoom : Ce paramètre permet d'ajuster la taille des diapositives sur l'écran.
- ✓ X et Y : Ces 2 paramètres permettent de positionner le curseur de la souris entre les deux boutons « Vrai » et « Faux » lors du test.
- ✓ Taille : Ce paramètre permet de choisir entre une présentation à 204 items ou une présentation à 272 items. Il n'a pas servi dans notre expérience.

- ✓ Programme 204 : Ce paramètre permet à l'expérimentateur de définir la présentation PowerPoint à utiliser pour le test.
- ✓ Programme 272 : Ce paramètre permet à l'expérimentateur de définir la présentation PowerPoint à utiliser pour le test.
- ✓ Practice en cours : Ce paramètre permet à l'expérimentateur de définir la présentation PowerPoint à utiliser pour l'entraînement.
- ✓ Destination résultat : Dossier ou le programme va ranger le résultat.

Les autres paramètres sont des reliques d'essais de programmes ou ne sont pas utilisés par le processus expérimental.

En outre, il y a 5 boutons de commande sur cette feuille Excel qui sont :

- ✓ Début expérience qui n'est utilisé que par l'expérimentateur lors des tests du programme. Les sujets disposent d'un autre écran pour lancer l'expérience (voir Figure 97).
- ✓ RAZ Excel qui remet l'affichage dans son état normal et en particulier remet le ruban Excel en place.
- ✓ Fabrication expé qui permet la fabrication d'une séquence Powerpoint pour l'expérience si l'expérimentateur ne souhaite pas utiliser celles préexistantes.
- ✓ Fabrication essai qui permet la fabrication d'une séquence Powerpoint pour l'essai si l'expérimentateur ne souhaite pas utiliser celles préexistantes.
- ✓ Réglage curseur qui appelle un module permettant de positionner le curseur exactement entre les boutons « Vrai » et « Faux ». Ce module de réglage ouvre la feuille Excel (Figure 96). Ces réglages X et Y comportent un réglage grossier et un réglage fin. L'objectif de

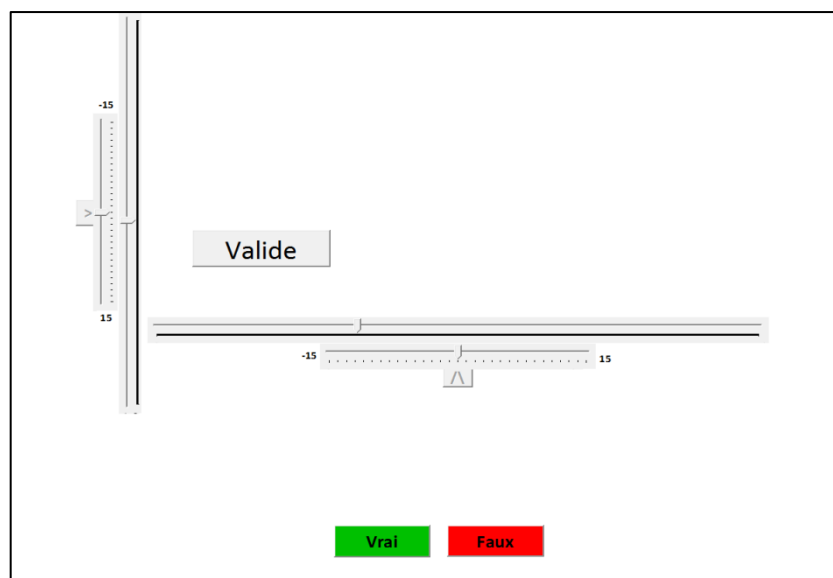


Figure 96 : Écran de réglage du curseur

ces réglages est de placer le curseur à mi-distance des boutons « Vrai » et « Faux » et dans l'axe des boutons de façon à ne privilégier aucune réponse.

Une fois le paramétrage et les réglages faits (ils sont mémorisés par le logiciel) l'expérimentateur ouvre la feuille « début auto ». Cette feuille permet au sujet de démarrer l'expérience quand il est prêt en cliquant sur un gros bouton vert (Figure 97).

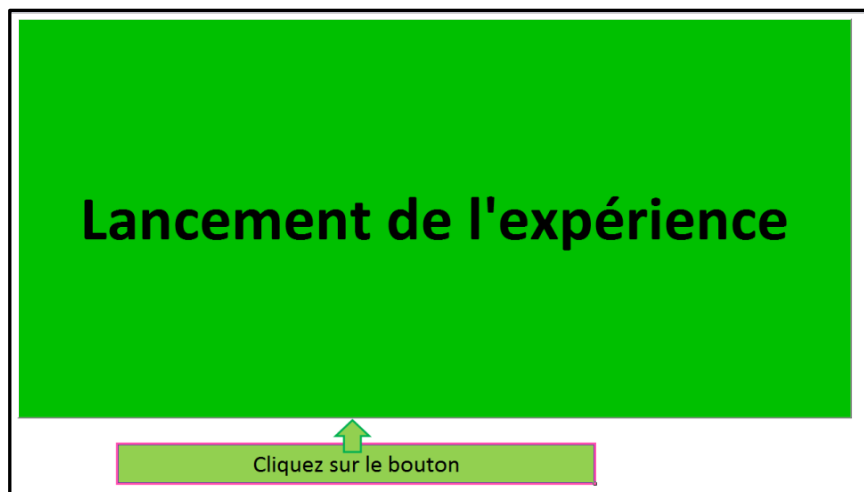


Figure 97 : Bouton de démarrage de l'expérience

Une fois lancé, le programme présente un écran de saisie des données personnelles (Figure 98). Les champs sont présentés successivement au fur et à mesure des réponses, l'annulation de la réponse en cours est possible pour corriger mais le retour en arrière est impossible. Les champs rouges visibles sur cet écran sont présentés en fonction des besoins et ne sont donc généralement pas visibles.

Figure 98 : Écran de saisie des données personnelles

Dès que les initiales du nom et le prénom sont saisies un identifiant unique et anonymisé est fabriqué à partir de ces informations, de la date et de l'heure, par exemple :

« 2014_6_13_16h_39m_59s_BR_SOPHIE »

Cet identifiant servira à nommer le fichier de résultats.

Après la saisie des données personnelles, dont à la fois les réponses et le temps de réponse sont enregistrés en vue de potentiels traitements ultérieurs, la consigne est présentée (Figure 99).

Note : Il existe plusieurs versions de la consigne selon le nombre d'items.

Figure 99 : Consigne

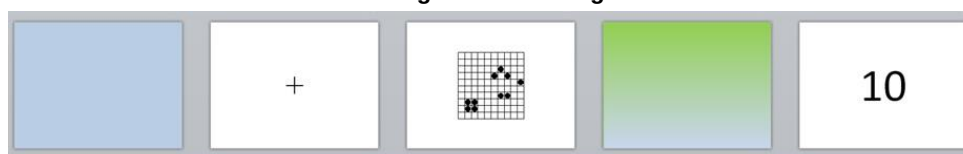


Figure 100 : Exemple de séquence de test

Une fois la consigne acceptée, la séquence expérimentale, selon la Figure 100, commence. Dans cette séquence le programme se comporte comme un séquenceur selon les temps du schéma de la Figure 101. Ses seules actions sont, après avoir affiché la feuille tel l'exemple de la Figure 102, d'extraire une à une les diapositives de la présentation choisie, pour l'entraînement puis l'expérience selon les phases de l'expérience puis de les afficher selon les temps définis. Ce programme gère aussi les boutons de réponse et enregistre les réponses et les temps de réponse.

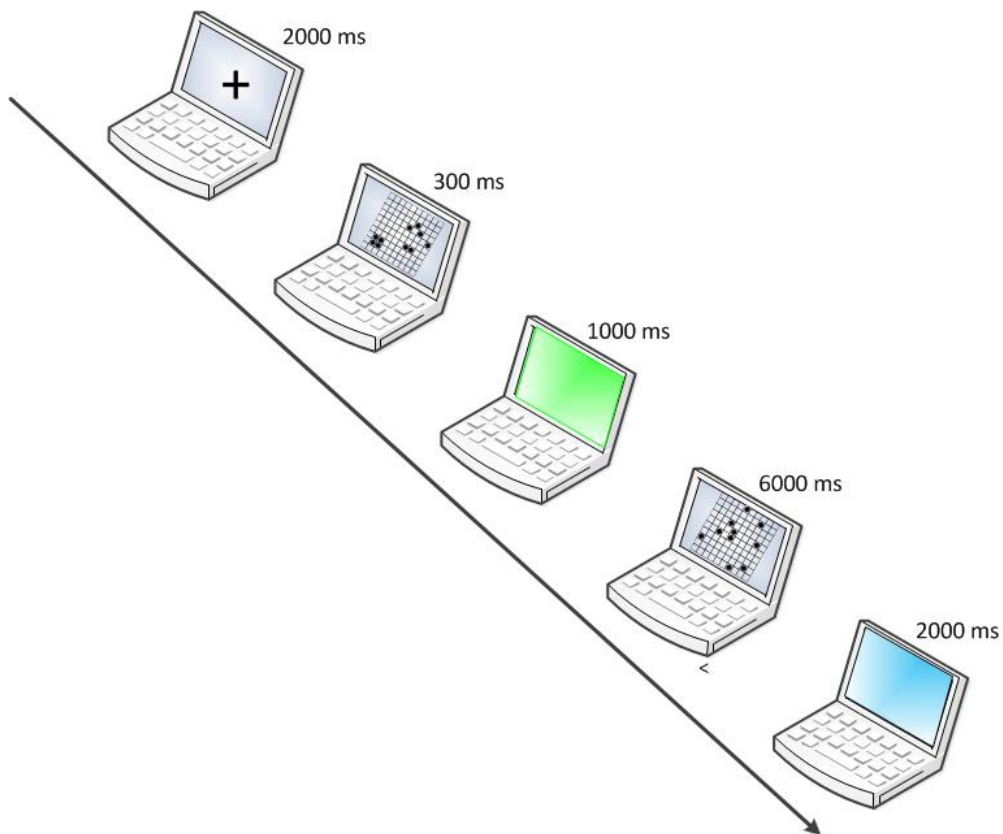


Figure 101 : Séquence de l'expérience 1

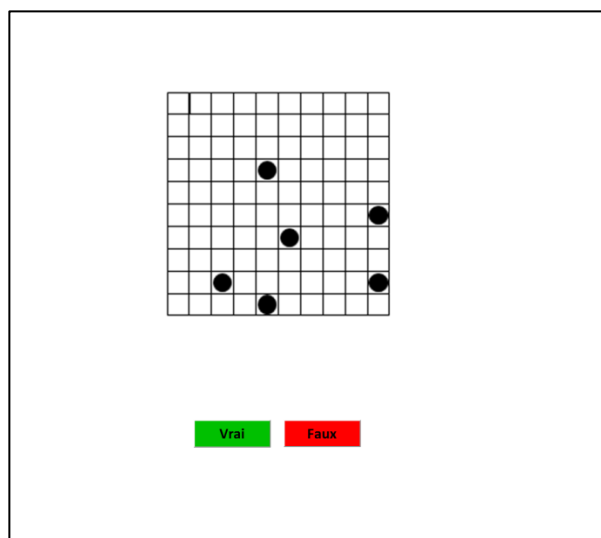


Figure 102 : feuille de fond de l'expérience

La bonne réponse n'est pas fournie au sujet, ni au cours ni après l'expérience. De même les résultats globaux des sujets (taux de réussite) ne sont pas fournis. Bien que cette annonce ait été claire, beaucoup de sujets, sous une forme directe ou insidieuse, ont essayé d'avoir des informations sur leurs résultats.

En revanche une réunion de 15 à 20 mn est organisée à la fin de la passation pour répondre aux questions et expliquer le but de l'expérience.

Il pourrait être intéressant de remplacer, dans une version ultérieure du logiciel de passation, le temps fixe de 300 ms du stimulus par un temps calculé selon le nombre de points.

La Figure 103 montre le questionnaire d'anxiété passé en fin d'expérience. Ce test est sous forme d'échelle de Likert. Pour répondre, le sujet déplace un curseur avec sa souris. Le curseur ne peut prendre que des valeurs entières. Il n'y a pas de limite de temps.

Le test est divisé en 3 parties :

- ✓ La première partie demande au sujet d'imaginer qu'il doit répondre à un problème mathématique mais la réponse ne doit pas être fournie.
- ✓ La deuxième partie le place dans des situations de la classe ou de la vie courante dans laquelle il doit utiliser l'arithmétique.
- ✓ La troisième est une question unique demandant si l'expérience elle-même a provoqué de l'angoisse.

Lors de la passation les réponses et les temps sont enregistrés.

ID DC

Nous allons vous présenter quelques questions. Il faut que vous lisiez chaque question et imaginiez que vous y répondez mais sans y répondre vraiment.
 Je vous demande d'indiquer le degré d'anxiété que provoque cette question.
 Vous répondrez en déplaçant le curseur sur les règles que vous affichera l'ordinateur.
 Souvenez-vous, **vous ne devez pas** répondre à la question mais juste **imaginer** que vous répondez et **imaginer** ce que vous auriez ressenti.
 La question peut vous rendre **TRES TRES ANXIEUX, TRES ANXIEUX, ANXIEUX, UN PEU ANXIEUX, PAS ANXIEUX DU TOUT**. ... Pensez à valider votre réponse....
 Avez-vous compris ? Si oui cliquez sur "OUI" ci-dessous, si non, cliquez "NON" et appelez l'expérimentateur.

OUI
NON

Questionnaire

Qui est le Président de la France?		Pas anxieux du tout
Georges achète deux pizzas avec chacune 6 parts. Combien de parts Georges peut-il partager avec ses amis?		Pas anxieux du tout
Est-il vrai que $9 + 7 = 18$?		Pas anxieux du tout
Combien Annie possède-t-elle si elle a un billet d'un euro et 2 pièces de 5 centimes?		Pas anxieux du tout
Comment écririez-vous le nombre quatre cent quatre vingt deux?		Pas anxieux du tout
Quelle heure sera-t-il dans 20 minutes?		Pas anxieux du tout
Est-il vrai que $15 - 7 = 8$?		Pas anxieux du tout
Charlotte a plus d'argent que Charles. Charles a plus d'argent que Marie. Qui a le plus d'argent -- Charlotte ou Marie?		Pas anxieux du tout
Vous êtes en classe de mathématiques et votre enseignant s'apprête à vous apprendre une nouvelle opération		Pas anxieux du tout
Vous allez vous asseoir pour faire vos devoirs de mathématiques		Pas anxieux du tout
Vous comptez toute la monnaie de votre tirelire		Pas anxieux du tout
Quelqu'un vous demande de couper une tarte aux pommes en 4 parts égales		Pas anxieux du tout
Vous allez passer un test de mathématiques		Pas anxieux du tout
Vous êtes en classe de mathématiques et vous ne comprenez pas quelque chose. Vous demandez à l'enseignant de vous expliquer		Pas anxieux du tout
Votre enseignant vous donne une série d'additions à faire		Pas anxieux du tout
Votre enseignant vous donne une série de soustractions à faire		Pas anxieux du tout
Cette expérience vous a-t-elle rendu anxieux. Pouvez-vous à l'aide de la glissière préciser votre degré d'anxiété		Pas anxieux du tout

VALIDER - VALIDER

Figure 103 : Questionnaire d'anxiété

La durée maximum de l'expérience au total est d'environ 45 mn pour un sujet utilisant tout ou presque du temps de réflexion.

Dans cette expérience, 507 personnes ont été reçues entre le 3 juin et le 21 septembre 2014 avec une interruption entre le 6 juillet et le 19 août. Sur cet effectif, 360 personnes ont fini l'expérience avec des résultats exploitables.

Un module logiciel a été écrit, qui a ouvert les fichiers résultats individuels et a constitué un fichier Excel unique regroupant l'ensemble des informations.

Le fichier global a été traité manuellement pour 2 des modalités enregistrées. Ces modalités en saisie libre n'ont pas paru codables automatiquement. Les tableaux de codes utilisés sont pour la formation le Tableau 12, et pour les professions le Tableau 13.

Codage des formations et tendance scientifique ou non				
Niveau	Code	Formation	Litt.	Scien
Niveau 0	0	Non réponse	0	0
Niveau 1	1	CP, CE1, CE2	0	0
Niveau 2	2	CM1, CM2, 6ème	0	0
Niveau 3	3	5ème, 4ème, 3ème	0	0
Niveau 4	4	CAP, BEP, 2nde, 1ère	0	0
Niveau 5	5	Bac, Bac Pro, BP, BT, Terminale	1	2
Niveau 6	6	Bac+2, BTS, DUT, Santé	1	2
Niveau 7	7	Licence, Master	1	2
Niveau 8	8	Doctorat, Ingénieur	1	2

Tableau 12 : codage des niveaux d'étude

Codage des professions		
Niveau	Code	Formation
Niveau 0	0	Non réponse
Niveau 1	1	Sans profession
Niveau 2	2	Retraité
Niveau 3	3	Ouvrier y compris agricole
Niveau 4	4	Ouvrier qualifié
Niveau 5	5	Agriculteur non propriétaire
Niveau 6	6	Employé - militaire du rang
Niveau 7	7	maîtrise administrative - sous-officier
Niveau 8	8	Technicien - infirmière - prof des écoles - artisan
Niveau 9	9	Cadre administratif - officier - commerçant
Niveau 10	10	Ingenieur - médecin non libéral - prof lycée
Niveau 11	11	Cadre supérieur - prof université
Niveau 12	12	Profession libérale (médecin, avocat..) - Chef d'entreprise

Tableau 13 : Codage des professions

Ce dernier tableau est une version simplifiée et adaptée de « *International Standard Classification of Occupations* ».

Le tableau consolidé de l'ensemble des données est celui sur lequel les analyses ont été appliquées.

IV. **Traitements des données de l'expérience 1**

L'expérience 1 est destinée à créer un ensemble de références. Elle se déroule selon la séquence de la Figure 100 et de la Figure 101.

Cette séquence est répétée 272 fois en 3 séquences avec une pause ce qui produit 210 960 informations réparties selon le Tableau 14 qui ne comprend pas les données de la séquence d'entraînement qui n'ont pas été traités.

données				
Type	Nb Items	Nb Sujets	Nb Infos	Total
expé	272	360	2	195 840
training	24	360	2	0
identité	15	360	1	5 400
anxiété	16	360	2	11 520
				210 960

Tableau 14 : répartition des données

➤ Les réponses des sujets peuvent prendre 5 valeurs :

- ✓ VV quand le sujet a répondu Vrai et que c'est vraiment Vrai
- ✓ VF quand le sujet a répondu Faux et que c'est vraiment Faux
- ✓ FV quand le sujet a répondu Vrai et que c'est Faux que c'est vrai.
- ✓ FF quand le sujet a répondu Faux et que c'est Faux que c'est faux.
- ✓ NR quand il n'a pas répondu.

La séquence expérimentale fabriquée de façon aléatoire contient 145 VV et 127 VF théoriques soit une répartition 53.3% de VV et 46.7% de VF.

	Totaux	%	Réponses	Quantité	%
VRAI	70 284	71,78	VV	38 977	39,80
			VF	31 307	31,97
FAUX	26 341	26,90	FV	13 676	13,97
			FF	12 665	12,93
	1 295	1,32	NR	1 295	1,32
				97 920	

Tableau 15 : Répartition des réponses (Brut, BRR629)

Les informations recueillies sont les réponses recodées selon les informations ci-dessus et le temps de réponse.

Les 4 premiers types de réponse permettent de mesurer un temps de réponse et le cinquième non car l'attente de la réponse est interrompue par le système au bout de 6 secondes.

i	Quantité pour chaque % Fechner Distribution															
Stimuli	0%	5%	7%	10%	13%	15%	20%	25%	27%	30%	33%	35%	40%	>0	0	<0
5	13633						8247						2507	5015	13633	5739
10	13552			3204			4282			1795			1436	4647	13552	6070
15	12420		1045		2099		3515		3215		1062		718	6366	12420	5288
20	12037	1316		2067		715	2102	1413		1752		1777	716	5264	12037	6594
	51642	1316	1045	5271	2099	715	18146	1413	3215	3547	1062	1777	5377	21292	51642	23691
																96625

	Quantité pour chaque % Fechner Distribution NR															
Stimuli	0%	5%	7%	10%	13%	15%	20%	25%	27%	30%	33%	35%	40%	>0	0	<0
5	47						33						13	25	47	21
10	128			36			38			5			4	33	128	50
15	180		35		61		85		25		18		2	114	180	112
20	203	124		93		5	58	27		48		23	4	136	203	246
	558	124	35	129	61	5	214	27	25	53	18	23	23	308	558	429
														Tot. général	97920	1295

Figure 104 : Distribution des stimuli selon la Fraction de Weber et son signe (Fechner FA7222)

La Figure 104 montre la distribution des réponses quel que soit leur nature. Les cases vides correspondent aux valeurs non entières de la fraction de Weber qui ne peuvent être utilisées puisque nous travaillons avec des points entiers.

V. ***Les résultats – les courbes sous Excel***

Les résultats de l'expérience 1 ont donné lieu à un grand nombre de courbes qui ont parues plus parlantes que des tableaux de chiffres mais dont les résultats ont été confirmés par des analyses statistiques. L'examen visuel de ces courbes donne des indications de tendances qui ne sont pas toujours confirmées par des tests statistiques.

Ces analyses ont été réalisées à la fois en utilisant les statistiques incluses dans Excel 2010 et par un module complémentaire d'Excel fournis par la société Addinsoft, nommé Xlstat dans sa version basic pour étudiant (version 2019.3.2 (run 61397)) et versions ultérieures en fonction des mises à jour. Pour ces tests (essentiellement des comparaisons de distributions), les données n'ayant pas de distribution bien définie, un test non paramétrique du module Xlstat a été utilisé, le test de Kolmogorof-Smirnof.

Les traitements des données (préparation des tableaux de cumul à partir des tableaux de données de chaque sujet) et les calculs intermédiaires ont demandé environ 158 h de calculs (hors conception des logiciels) sur une machine sous windows 2010 professionnel, dotée d'un XEON ES 2660 (8 cœurs et 16 threads) avec 64 Go de mémoire. Ces calculs ont été faits sous VBA Excel du pack Office 2010.

Les résultats ont été répartis en deux parties. Les résultats correspondant directement aux questions qui étaient posées initialement, ci-dessous et en annexe les résultats à des questions qui sont apparues à la vue des résultats ou comme conséquence des questions apparues lors des réunions à la fin de l'expérience avec les sujets (voir page 302, Annexe 5.)

VI. **Résultats de l'expérience 1, première partie (facteurs non liés au sujet)**

➤ Effet Fechner

Cet effet qui a été décrit dans le chapitre évaluation page 109 introduit une marge d'erreur dans les évaluations. Nous avons analysé cet effet non plus sur l'erreur d'une évaluation ou sur l'évolution du temps de réponse (Vuokko, 2010) ou (Fischer, 2008) mais selon la fraction de Weber Équation 6. L'objectif est de voir si cette fraction peut être prédictive de 3 éléments de réponse :

- Le taux de non-réponse
- Le temps de réponse
- Le taux de bonnes réponses

Dans notre expérience, la fraction de Weber, si non nulle, est appliquée soit au stimulus soit à la valeur de test suivant les informations du Tableau 11

Notre hypothèse était que :

- La quantité de non-réponse aurait une corrélation inverse de la valeur de la fraction de Weber
- Le temps de réponse aurait une corrélation inverse de la valeur de la fraction de Weber
- Que le nombre de bonne réponse serait corrélé avec la fraction de Weber

Analyse des non réponses.

Note : les informations en fin de légende des figures sont les coordonnées de la courbe dans la feuille d'analyse Excel d'origine qui fait 96 colonnes pour 10 427 lignes.

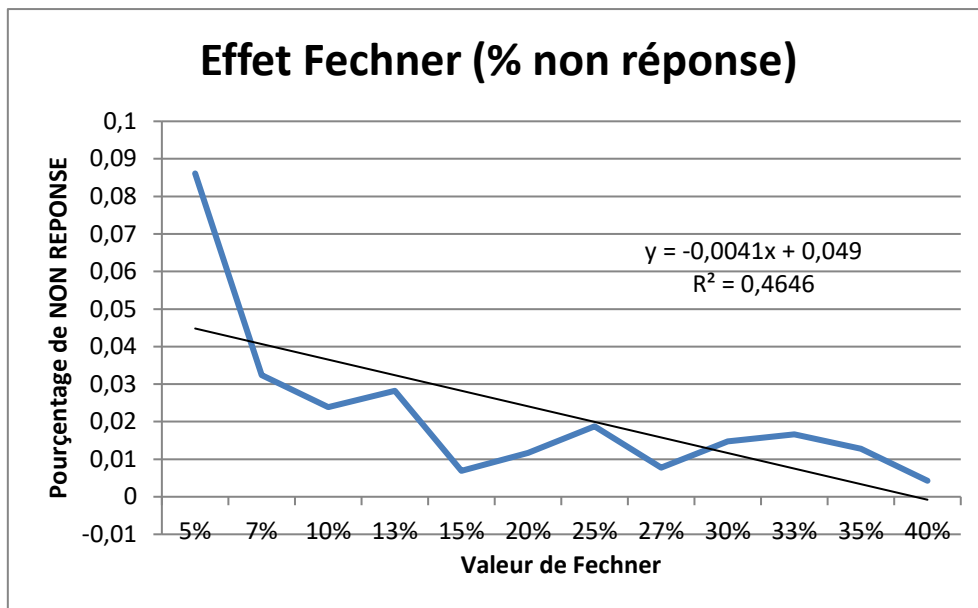


Figure 105 : % non-réponse en fonction de la fraction de Weber (Fechner-BQ1995)

Les résultats de la Figure 105 confirment notre hypothèse. Dans la zone d'ambiguïté maximum (fraction de Weber =5%), il y a un maximum de non-réponse (9% de dépassement du temps de 6s pour la réponse). Le pourcentage décroît d'abord rapidement pour 7 %. Puis le taux de non-réponse se réduit au fur et à mesure de la croissance de la fraction de Weber et la courbe devient pratiquement linéaire et très proche de la droite de tendance dont l'extrémité gauche est attirée par la valeur élevée de la partie initiale.

Analyse du temps de réponse

La courbe Figure 106 montre une décroissance au fur et à mesure de la croissance de la fraction de Weber. La courbe présente quand même une anomalie car elle montre une sorte de plateau entre les valeurs 5 et 13%. Ce plateau a son pendant dans la pointe à 13% de la Figure 105.

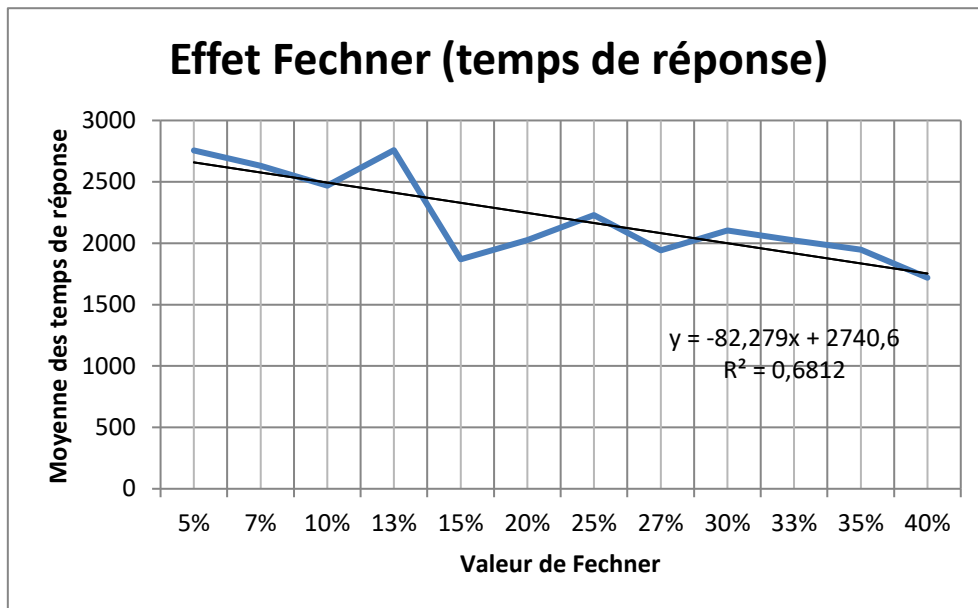


Figure 106 : Temps de réponse en fonction de la fraction de Weber (Fechner-AJ3209)

La décroissance de la courbe montre l'action de l'effet Fechner sur les temps de réponse, la courbe est significativement différente d'une horizontale dont les valeurs sont égales à la valeur la plus faible. Un test de Kolmogorov-Smirnov donne une p-value <0.0001 avec un risque de 1/1000.

Analyse de la qualité des réponses.

Notre hypothèse est vérifiée (voir Figure 107). Le pourcentage de bonnes réponses croît avec la valeur de la fraction de Weber. Nous n'avons pas trouvé d'explication à la pointe de bonnes réponses pour la valeur de 20% de la fraction de Weber.

La croissance de la courbe montre l'action de l'effet Fechner sur la qualité des réponses, la courbe est significativement différente d'une horizontale dont les valeurs sont égales à la valeur la plus faible. Un test de Kolmogorov-Smirnov donne une p-value <0.0001 avec un risque de 1/1000.

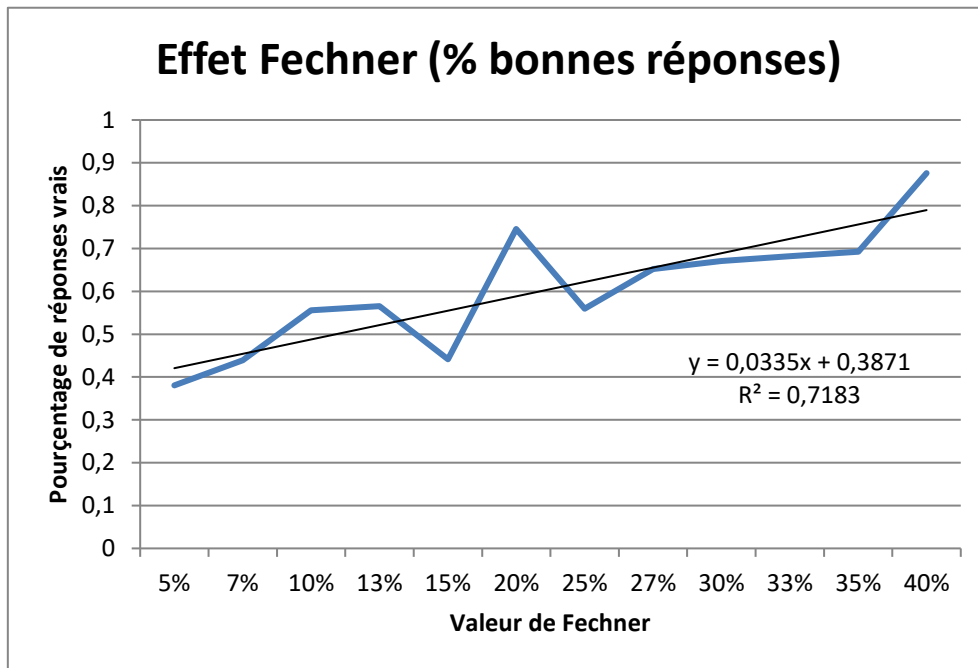


Figure 107 : Pourcentage de bonnes réponses en fonction de la valeur de la fraction de Weber (Fechner-BP2396)

- Séquence de présentation stimulus-test
 - Le stimulus (et le test) peuvent être de 4 natures différentes qui seront codées de la façon suivante :
 - ✓ R > distribution aléatoire
 - ✓ Ca > distribution canonique
 - ✓ M > mot
 - ✓ Ch > chiffre

Les séquences M>M, M>Ch, Ch>M, Ch>Ch ont été exclues en considérant que la fonction d'évaluation (ou de subitisation) n'était pas mise en jeu. Il reste donc 12 séquences possibles.

Les hypothèses de travail sont :

- ✓ L'hypothèse 1 est que si les modalités sont différentes un codage doit être réalisé au moment de l'affichage du test et que ce codage se verra dans les temps de réponse.
- ✓ L'hypothèse 2 est que le rappel en mémoire du stimulus pour pouvoir faire la comparaison est neutre entre les modalités
- ✓ L'hypothèse 3 est que le temps entre stimulus et test est susceptible de dissimuler des temps de codage entre la perception du stimulus et sa mémorisation.

La Figure 108 montre les différences des temps de réponse en fonction de la séquence stimulus > test.

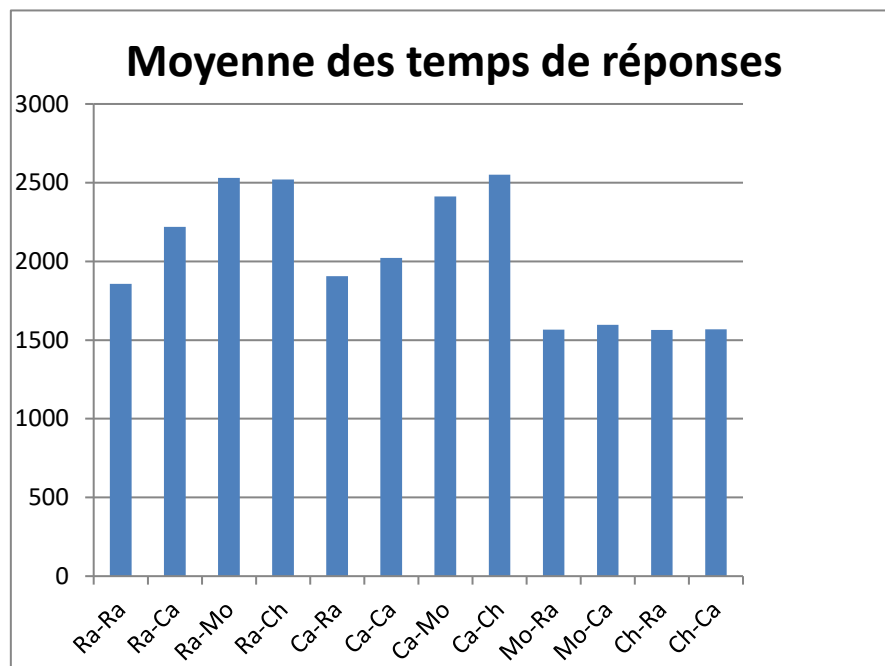


Figure 108 : Moyenne de temps de réponse selon la séquence expérimentale (Fechner V5594)

- ✓ Conformément à nos hypothèses la séquence RA > RA est la plus rapide et ce parce qu'il n'y a pas de changement de modalité.
- ✓ La séquence RA > CA est plus longue ce qui, dans nos hypothèses, traduit le cheminement de l'aire occipitale au gyrus fusiforme pour identification et traduction en quantité.
- ✓ Les séquences RA > MO et RA > CH sont encore plus longues. Dans nos hypothèses l'information passe par les aires auditives (voisement de l'image présentée) qui redonnent l'information de quantité pour la comparaison.
- ✓ Les séquences CA > RA, CA > CA, CA > MO Ca > CH sont dans le cas évoqué précédemment. La conversion CA vers une quantité permettant la comparaison est probablement dissimulée dans le temps STIMULUS > TEST. L'analyse des résultats permet de retrouver selon cette hypothèse des temps quasiment identiques pour RA > RA et CA > RA.

Il reste cependant des séquences dont aujourd'hui je ne sais pas expliquer les différences de temps par rapport à RA > RA :

- ✓ La différence entre RA > CA et CA > CA n'est pas expliquée pour le moment sauf à considérer que la comparaison se fait sans

conversion au niveau canonique. Le temps de conversion du stimulus CA étant normalement un temps caché par l'intervalle Stimulus > Test qui semble trop long pour ne pas cacher le temps de conversion.

- ✓ Les différences de temps très faibles pour MO>RA, MO>CA, CH>RA et CH>CA sont en contradiction avec les hypothèses initiales et un mécanisme alternatif ou complémentaire est en cours d'étude mais n'a pas encore été trouvé.

La Figure 109 montre que le nombre de réponses vraies n'est pas en relation avec le temps, ce qui tend à confirmer que des processus différents entraînant des temps de traitement différents sont en jeux.

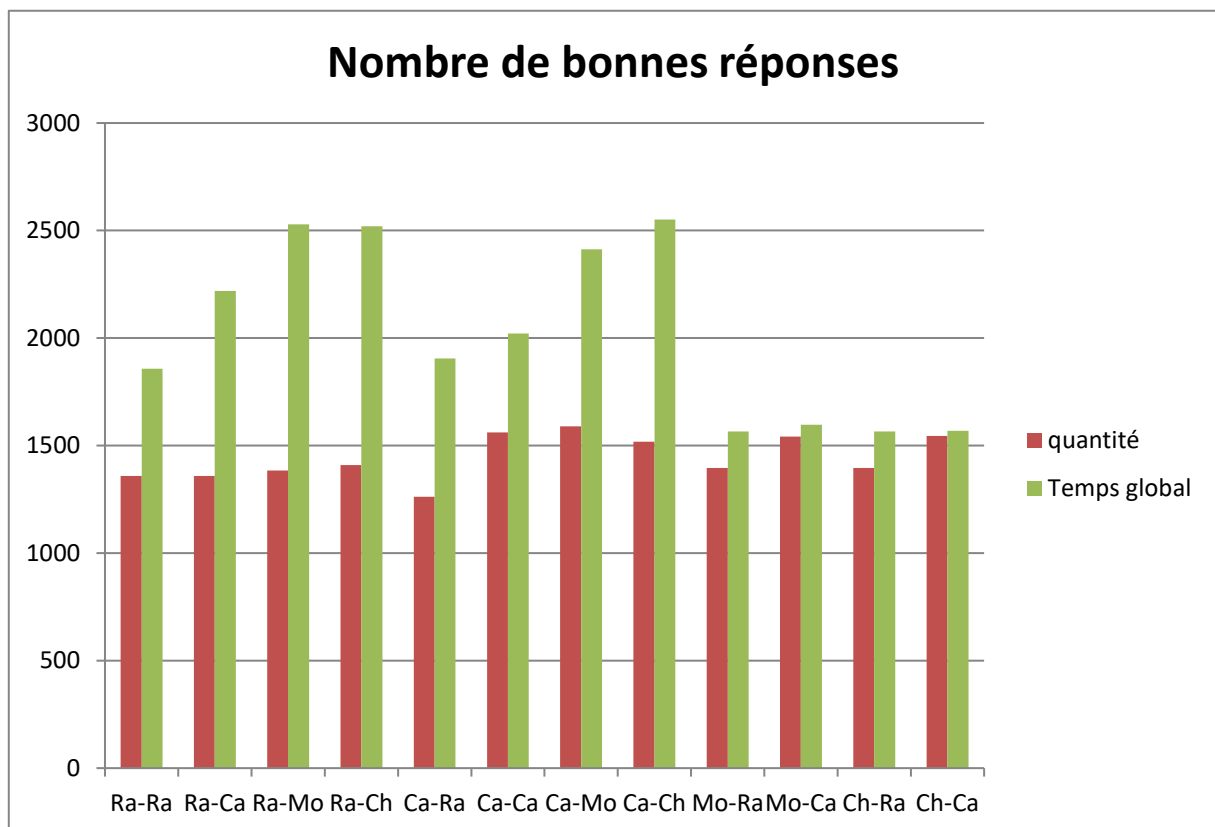


Figure 109 : Réponses vraies en fonction de la séquence (FechnerAA5985)

Enfin la comparaison des moyennes et des médianes permet de penser que les distributions des temps sont réparties selon des gaussiennes (Voir Figure 110). Cette forme permet un test paramétrique le KHI2. Le test du Khi2 avec un risque de 5% donne 19,675138 et donc est significatif au seuil de 5% ce qui signifie que les deux distributions sont différentes et que le temps de réponse n'est pas lié à la qualité des réponses.

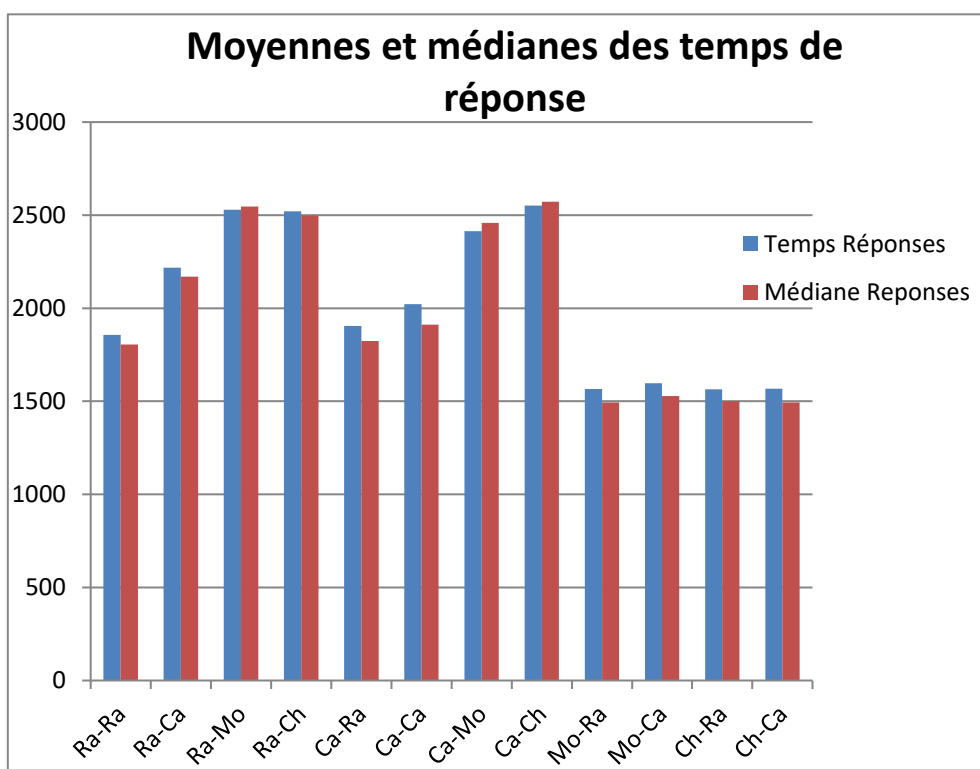


Figure 110 : Moyennes et médianes des temps de réponse (Fechner AF5594)

En conclusion, le temps d'attente entre stimulus et test avait été défini pour éviter la persistance rétinienne de l'image du stimulus et la mémoire immédiate. Il serait intéressant de refaire cette expérience sans temps d'attente entre stimulus et test pour mettre en évidence les temps aujourd'hui cachés.

VII. *Résultats de l'expérience 1, deuxième partie (facteurs liés au sujet)*

Jusqu'à ce point, nous avons travaillé sur la qualité de réponse face à des éléments simples du contexte expérimental. Nous allons maintenant faire des analyser des variables liées au sujet.

Le module ACP de Xlstat a été utilisé pour faire une analyse en composante principale (ACP).

Comme il n'est plus possible de représenter les données dans un plan, elles sont représentées dans un volume à n dimensions. Pour visualiser ces données, il suffit de les projeter dans un plan le plus fidèle possible aux données en fonction de la variable qui est étudiée. En règle générale, l'ACP est un outil de description et non un outil de vérification d'hypothèse en dehors des analyses de psychométrie. Dans notre cas nous allons étudier la nature des réponses qui peuvent être des 4 types que nous avons précédemment décrits (VV, VF, FV, FF).

	VV	VF	FV	FF
H	1397	1567	1907	2486
F	1409	1617	1955	2574
0-9	1876	2115	2081	3064
10-19	1372	1535	1802	2454
20-29	1229	1409	1926	2278
30-39	1349	1512	1870	2333
40-49	1388	1600	1880	2530
50-59	1516	1722	2033	2192
60-69	1669	1864	2256	2504
70-79	1686	2023	2028	2593
G	1367	1551	1887	2408
D	1402	1592	1918	2553
A	1512	1624	2209	2174
<=1.2	1381	1532	1753	2294
>1.2<2.4	1374	1564	1909	2490
>=2.4	1582	1786	2086	2795
Nor.	1378	1568	1850	2576
Cor.	1436	1623	2018	2490
1	1863	2066	2020	2922
2	1652	1887	1919	2664
3	1418	1585	1867	2582
4	1358	1537	1880	2393
5	1405	1603	2076	2403
6	1329	1538	1640	2190
7	1345	1537	1975	2396
8	1387	1563	1859	2659
Lit.	1421	1634	2020	2598
Sci.	1304	1482	1832	2265
Q1	1262	1421	1744	2216
Q2	1352	1557	2028	2361
Q3	1393	1596	1975	2252
Q4	1632	1830	1909	2739

Tableau 16 : Tableau des centres de gravité (Feuil1 J362)

Pour chacun des sujets, la somme des temps de réponse pour chacun des 4 types de réponse a été calculée pour constituer un tableau de 4 colonnes (les types de réponse) sur 360 lignes (les 360 sujets).

Ce tableau a été calculé dans la feuille Excel précédemment utilisée.

A partir de cette table et du codage des différents facteurs, une table affecte chacun des sujets à une valeur de chaque catégorie (facteurs personnels et type de réponse). Une fois le tableau d'affectation

disponible le centre de gravité (moyenne) est calculé pour chaque type de facteurs et pour chaque type de réponse, ce qui produit le Tableau 16. Ce tableau résume en 32 lignes le tableau initial de 360 lignes.

Les modalités sont de haut en bas :

- ✓ Le sexe
- ✓ L'âge
- ✓ La latéralité
- ✓ L'anxiété
- ✓ La correction visuelle
- ✓ Le niveau de formation
- ✓ Le type de formation
- ✓ La qualité de réponse (la proportion de bonnes réponses)

Xlstat fournit dans la préparation de l'ACP un ensemble d'informations que nous allons détailler et utiliser.

Le Tableau 17 montre les maxima et les moyennes des différentes variables. Ce tableau, ainsi que les suivants, a été calculé à partir de l'ensemble des données par le logiciel d'ACP. Ce tableau montre qu'il faut plus de temps pour une réponse fausse que pour une réponse bonne ce qui avait été mis en évidence par Nickerson en 1965 et par Dalbir (Bindra et al., 1968). Ces valeurs sont retracées dans la Figure 111. Cette figure montre cette croissance du temps de réponse en fonction de la nature des réponses et la droite de tendance qui montre la régularité de l'évolution.

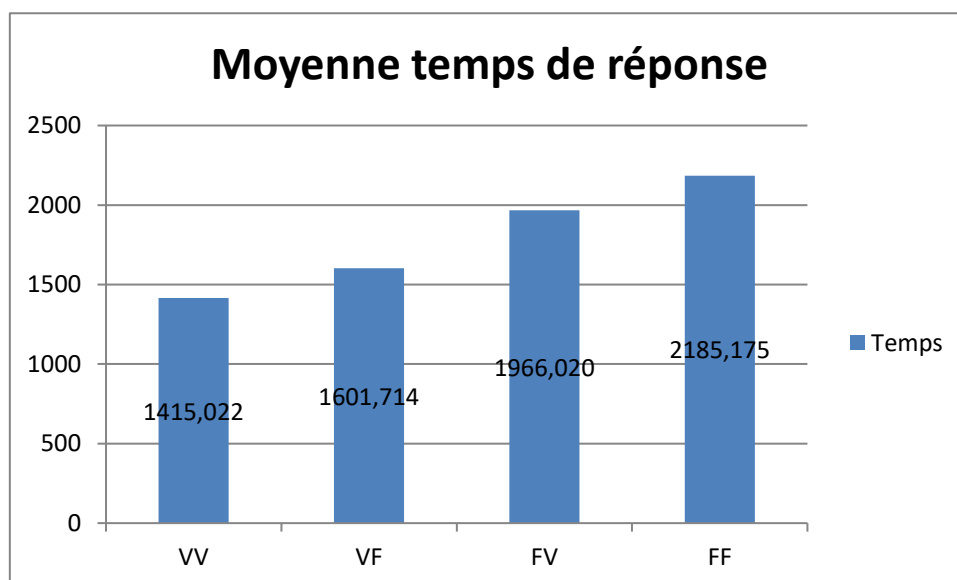


Figure 111 : Histogramme des temps moyens (ACP8 m22)

Le point le plus intéressant est que le cerveau semble savoir si la réponse est vraie ou fausse dans une intuition qui ne suffit pas pour emporter la décision du sujet. Cette intuition fait que le temps de réponse est plus long si la réalité est « Faux » que si elle est « Vrai » que la réponse du sujet soit « Vrai » ou « Faux ». Ce point fera l'objet d'abord d'un retraitement des données sous cet angle particulier pour essayer de trouver des corrélations avec la structure des stimuli et des tests et leur enchaînement puis d'une expérience complémentaire en cours de réflexion.

Le tableau montre les différences non seulement entre les temps des réponses données (vrai ou fausse) mais aussi selon la nature de la vraie réponse par ailleurs inconsciente.

Un test de Kolmogorov Smirnov donne une p-value de 0,036631 significative au risque de 5%.

Variable	Nb	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart-
VV	360	744,000	2497,000	1415,022	311,877
VF	360	835,000	3033,000	1601,714	357,062
FV	360	837,000	4603,000	1966,020	643,062
FF	360	721,000	5559,000	2185,175	838,404

Tableau 17 : Valeurs des variables (ACP8 D15)

Nous avons dans cette analyse 4 variables Ce qui amène l'ACP à générer un volume à 4 dimensions (F1 à F4). Il définit dans le même temps des axes d'observation en indiquant leur poids respectif. (voir Figure 112) Ces axes 2 à 2 permettent de définir les plans d'analyse. Dans notre cas, seul deux plans seront exploités, le plan F1-F2 et le

plan F1-F3 (Figure 113) du fait de la valeur très élevée de l'axe F1 par rapport aux autres axes (les axes F2 et F3 ayant des valeurs très proches). L'axe F4 de valeur très faible sera négligé.

Le Tableau 18 montre les corrélations entre les 4 variables dans le plan F1-F2. Les 2 variables VV et VF ont une corrélation forte (0.892) les autres corrélations sont plus faibles, toutes autour de 0.5 ce qui traduit un angle d'environ 90° sur le cercle des corrélations par rapport aux réponses VV et VF (Figure 113.).

Variables	VV	VF	FV	FF
VV	1	0,892	0,508	0,515
VF	0,892	1	0,513	0,517
FV	0,508	0,513	1	0,448
FF	0,515	0,517	0,448	1

Tableau 18 : Corrélations (ACP8 A24)

Ces corrélations évoluent selon le plan observé. Le Tableau 18 retrace les corrélations du plan F1-F2.

Le système que produit l'ACP est un système à 4 dimensions dont les axes sont nommés F1 à F4. La Figure 112 montre le poids relatif de chacun des axes.

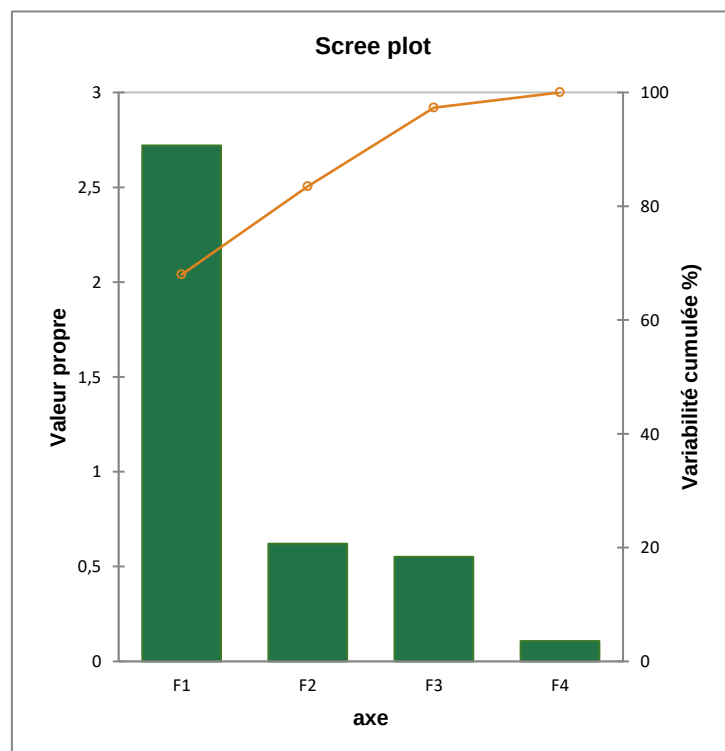


Figure 112 : Poids des différents axes (ACP A42)

La Figure 114 montre le nuage de points produit par l'ACP. Ce nuage un peu confus regroupant près de 400 données montre que la dispersion des données est faible. Elles sont très regroupées autour de l'intersection F1, F2. Les centres de gravité sont encore plus groupés. L'examen de quelques sujets montre que l'axe F1 représente le temps de réponse (en fonction du type de réponse) croissant de gauche à droite. Le sujet 3 à gauche a répondu en moyenne en 835ms pour les réponses vraies et 1065 ms pour les réponses fausses alors que le sujet 174 à droite a répondu en 2449 ms pour les réponses vraies et 3255 ms pour les réponses fausses.

L'axe F2 est une fonction de la qualité des réponses ainsi que le montre le cercle de corrélation correspondant.

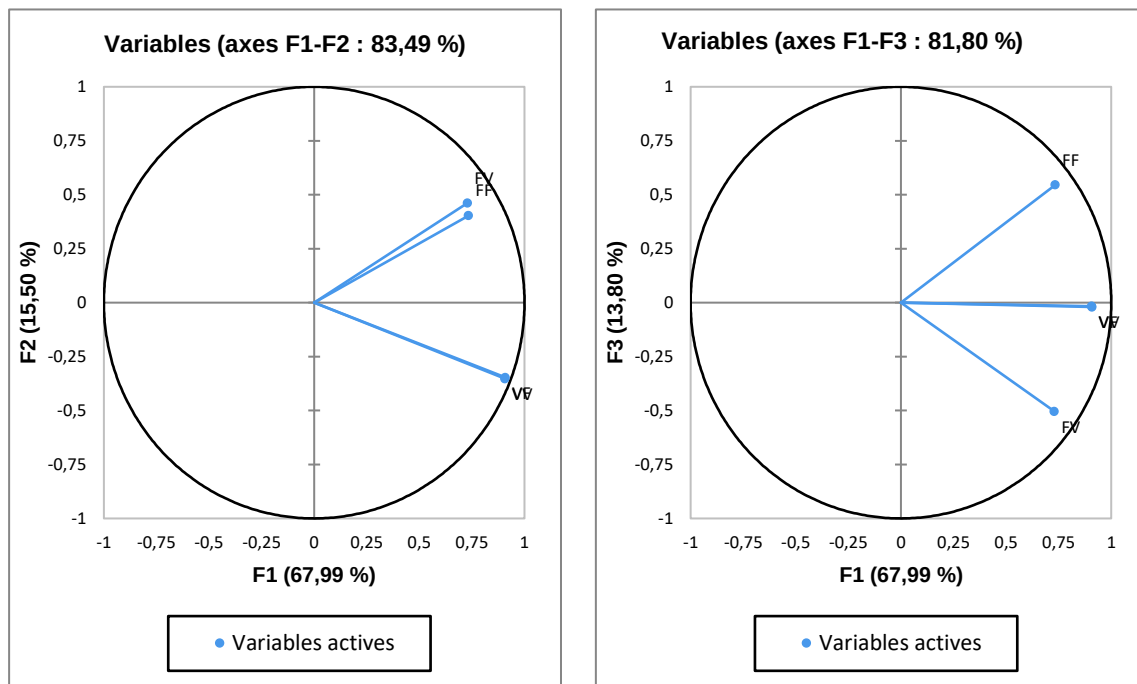


Figure 113 : Cercle de corrélation (ACP8 A132)



Figure 114 : Plan F1-F2 des données et des centres de gravité (ACP1 A565)

Note : Les points ronds bleus sont les observations et les carrés verts les centres de gravité des observations.

Dans les mêmes conditions, la Figure 115 montre la projection dans le plan F1-F3. Le nuage reste là aussi groupé.

L'examen de la Figure 114 et de la Figure 115 avait pour but de positionner les données dans notre espace de travail mais, au-delà de ce premier niveau d'analyse, nous allons travailler avec les centres de gravité qui, en se limitant à 32 points, permettra d'obtenir une lecture plus claire des résultats.

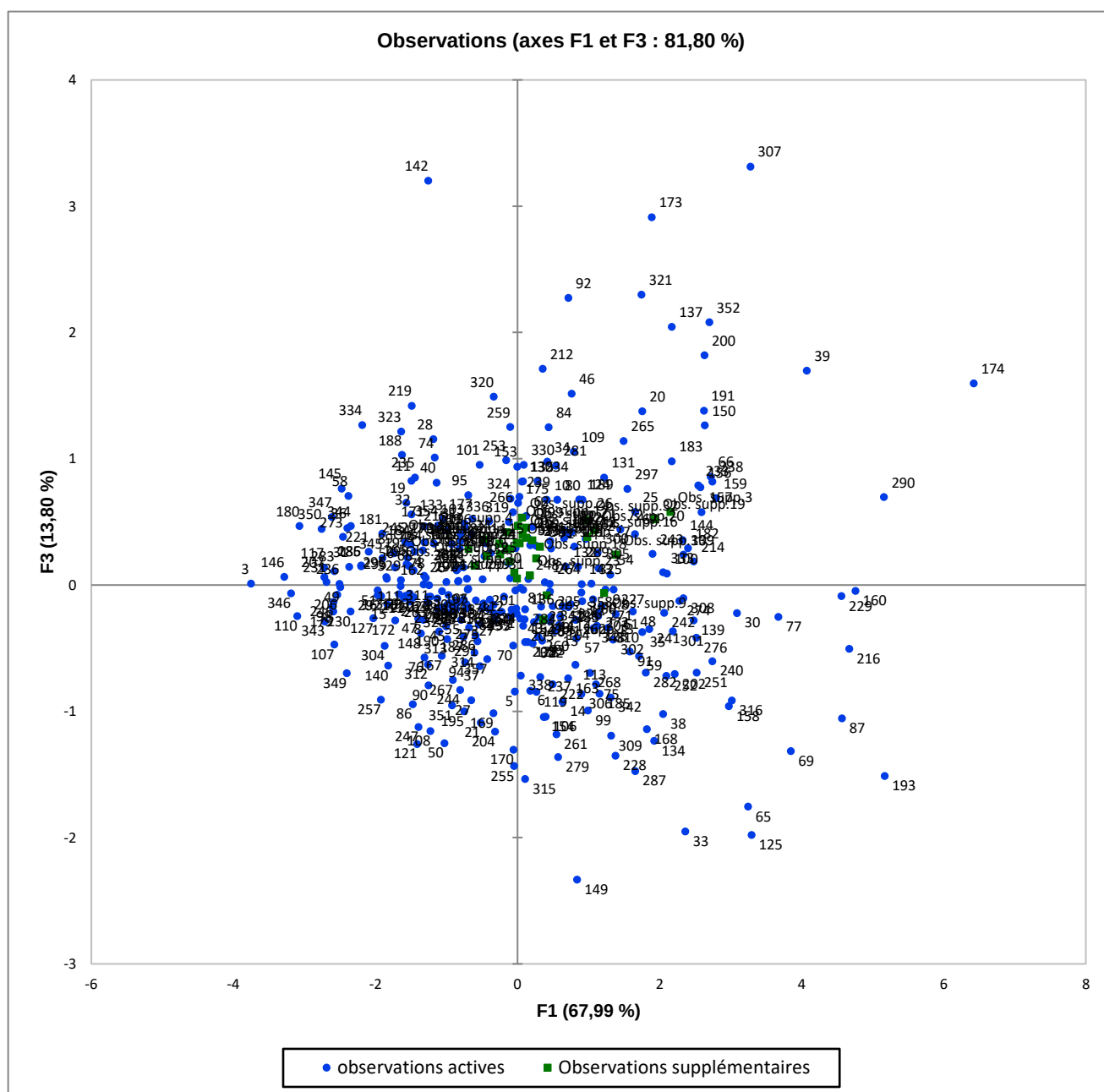


Figure 115 : Plan F1-F3 des données et des centres de gravité (ACP1 K565)

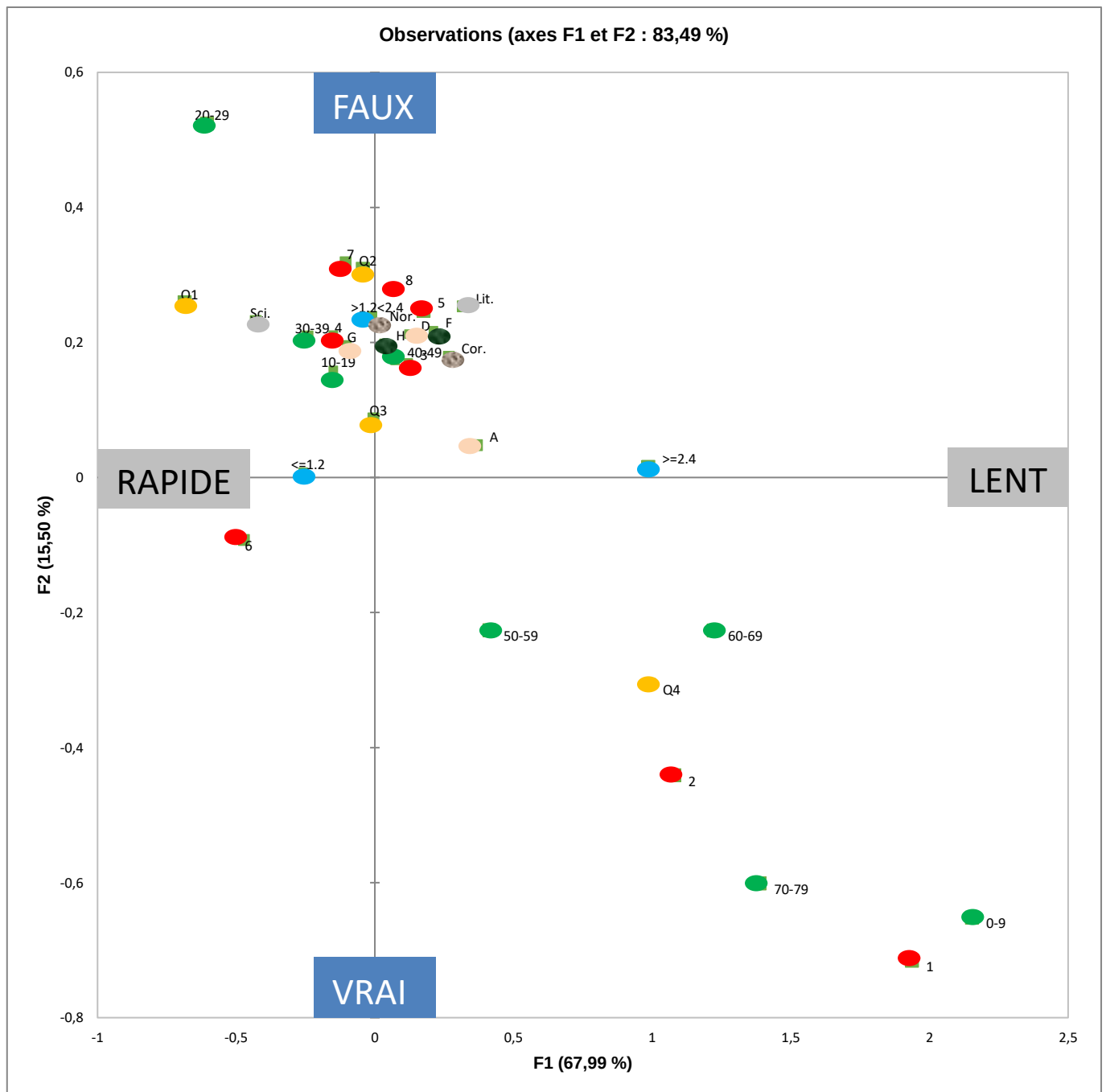


Figure 116 : Plan FI-F2 des centres de gravité (ACP8 A625)

La Figure 116 permet la comparaison entre les différents facteurs liés aux sujets et de leurs réponses. (Tableau 16 page 198). Nous allons les étudier 1 à 1 dans l'ordre du tableau :

- ✓ **Le sexe** : le sexe qui est marqué par (●) montre de meilleurs résultats pour les hommes en temps de réponse mais une meilleure qualité des réponses pour les femmes. Ces variations de qualité de réponses sont de faibles amplitudes.
- ✓ **L'âge** : l'âge est marqué par (..●..) Les meilleurs résultats, en qualité des réponses, proviennent des

enfants de la tranche 0-9 ans (en bas à droite) mais ils sont aussi les plus lents. Cette qualité se dégrade rapidement en suivant la diagonale du tracé pour atteindre un minimum en haut à gauche, pour la tranche 20-29 qui est aussi la plus rapide. À partir de là, les résultats s'améliorent, d'abord vite vers la tranche 30-39 (en qualité mais avec un temps qui se dégrade) puis la dégradation en temps continue avec des réponses meilleures pour la tranche 40-49. Le même schéma se reproduit pour les tranches 50-59 et 60-69. In fine la tranche 70-79 apporte des résultats aussi bons que ceux de la tranche 0-9 mais avec un temps de réponse meilleur. Ceci peut être expliqué par le travail de Lemaire (Lemaire & Lecacheur, 2007) qui constate que la fonction de numérosité n'est pas altérée par l'âge et par celui de Kanfer (Kanfer & Ackerman, 2004) qui montre les évolutions de stratégies liées à l'âge.

- ✓ **La latéralité** : la latéralité marquée par (...👉) montre que les gauchers ont de meilleurs résultats en temps, à qualité quasiment égale de celle des droitiers qui sont plus lents. Cela rejoint ce que l'on dit des sportifs en particulier des joueurs de tennis. Les ambidextres ont des résultats plus mauvais en temps et meilleurs en qualité.
- ✓ **L'anxiété** : Elle a été divisée en 3 tranches en divisant par 3 la valeur de l'échelle de Likert. Les trois tranches sont $x \leq 1.2$, $1.2 < x < 2.4$, et $x \geq 2.4$. Les résultats sont marqués par (👉) L'ACP montre une croissance notable du temps qui semble pouvoir être représentée par une exponentielle, ce que confirme la Figure 117 et le coefficient R^2 (0.9544) de la courbe de tendance exponentielle. La tranche médiane montre une dégradation des réponses qui n'est pas expliquée.

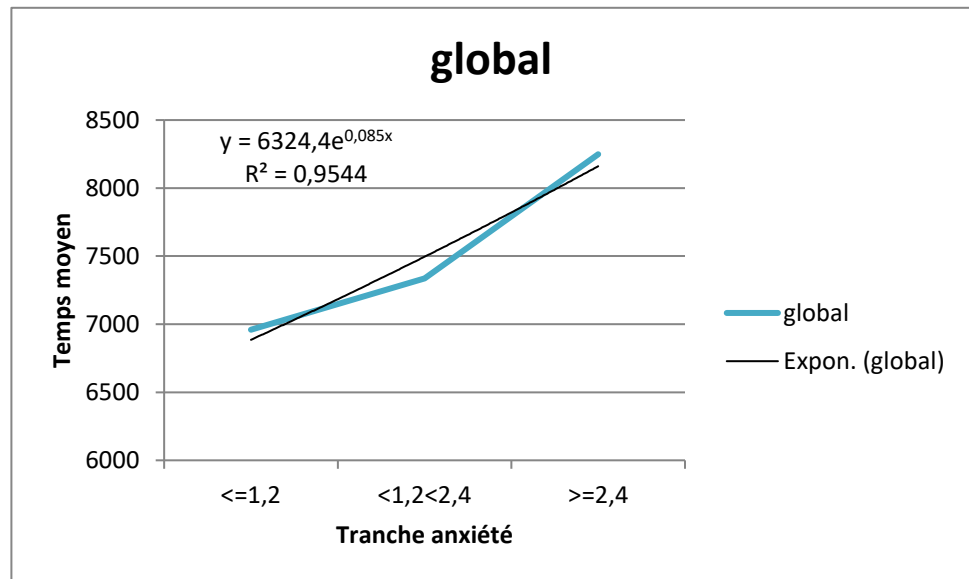


Figure 117 : Évolution du temps de réponse en fonction de l'anxiété (Feuil1 AZ376)

- ✓ **La vision** : Les problèmes de vision (..👁..) après correction entraînent une augmentation, faible, du temps et une baisse, faible, de la qualité des réponses.
- ✓ **La formation** : Les niveaux de formation (●) ont une incidence forte à la fois sur la qualité des réponses et sur le temps de réponse. Ces niveaux sont codés conformément au Tableau 12 page 187. Les points retraçant la croissance du niveau de formation suivie, constitue une diagonale commençant en bas à droite pour le niveau 1 jusqu'aux niveaux 4, 5, 7 et 8 centrés sur le 0 de l'axe des X au-dessus du 0 de l'axe des Y. le point 6 est hors de cette droite avec la vitesse maximum de cette modalité. Le point du niveau 6 correspond à des formations spécifiques de types professionnelles (BTS, DUT, infirmière, etc.) qui ont un cursus particulier. Une comparaison des formations de niveau bac+2 devra être réalisée mais il est compliqué de la faire pour les formations universitaires qui ne sont pas forcément très homogénéisées.
- ✓ **Type de formation** : Les formations ont été divisées à partir du niveau 4 (BEP, CAP) en littéraire et scientifique. (●). Les résultats sont paradoxaux. Les scientifiques vont sensiblement plus vite mais leurs résultats sont, de façon non significative, légèrement plus mauvais. La plus grande vitesse était attendue mais la différence faible des

résultats non. Cela confirme cependant partiellement les résultats de Las Vergnas. Je n'ai pas d'explication complète à ce stade de l'analyse

- ✓ **Qualité des réponses** : Les points de cette modalité (..●..) se placent quasiment selon une diagonale. Le point Q1 est le point avec la meilleure vitesse et les moins bonnes réponses. Vitesses et mauvaises réponses décroissent régulièrement vers Q4 avec un point Q2 anormal présentant un temps de réponse plus long avec une légère dégradation des réponses. Pour le moment, nous pensons qu'un groupe de sujets avec une stratégie différente se retrouve dans Q2.

Il est remarquable que de façon constante vitesse et qualité sont en corrélation inverse (vitesse = dégradation de la qualité).

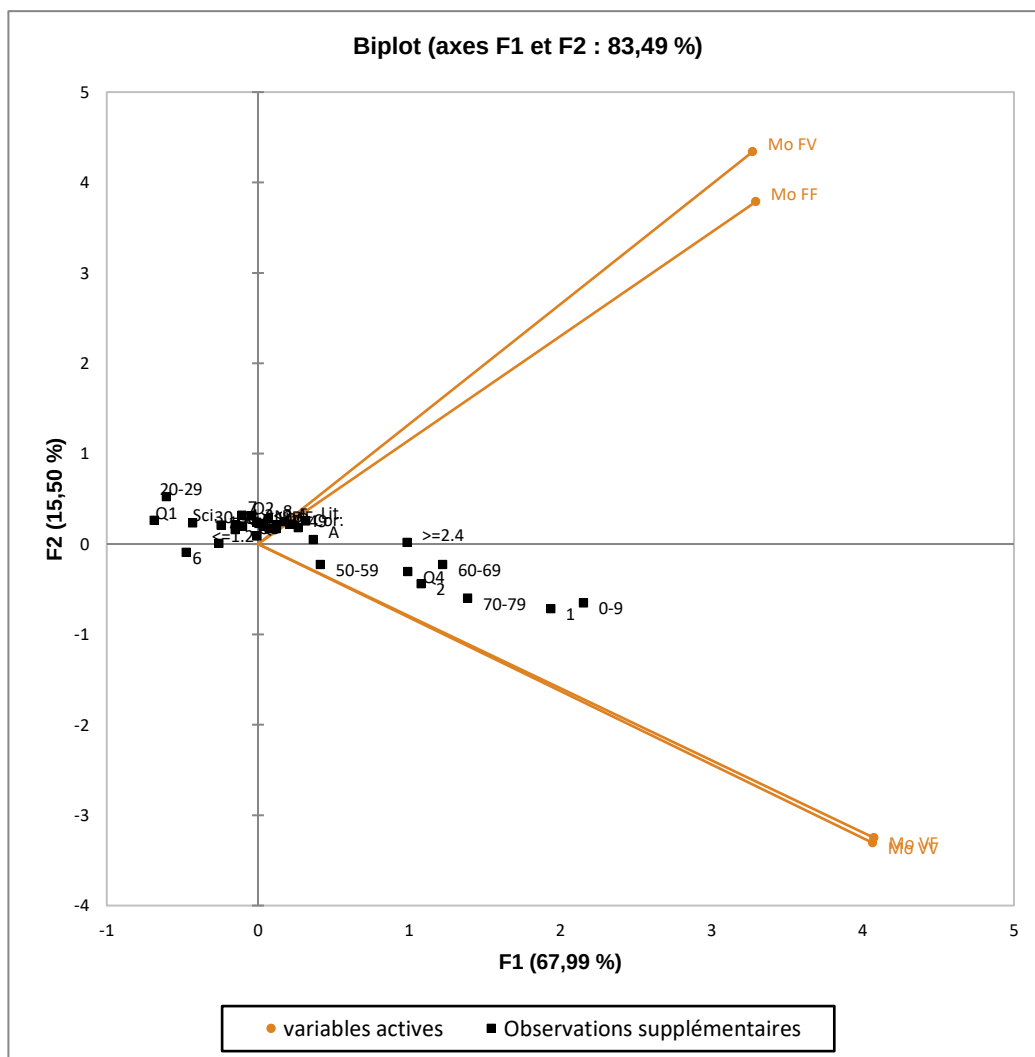


Figure 118 : Les centres de gravité dans le cercle de corrélation (F1-F2) (ACP8 A632)

L'assemblage sur une même figure des centres de gravité, et des projections sur le cercle de corrélation (Figure 118) montre que la plupart

des centres de gravité sont regroupés dans une zone restreinte dont ne sortent que les réponses les plus lentes ou de meilleures qualités (âge, formation, anxiété et qualité de réponse).

Après l'analyse du plan F1-F2, seuls les facteurs ayant le plus d'influence, vont être analysés dans le plan F1-F3. Ce plan différencie les valeurs fausses FV (vers le bas) des valeurs FF (vers le haut). La première observation de la Figure 119 est que les centres de gravité sont majoritairement du côté FF de la figure. La figure montre également que les réponses « FF » sont privilégiées et qu'il y a peu de points dans la moitié inférieure du côté des réponses « FV ».

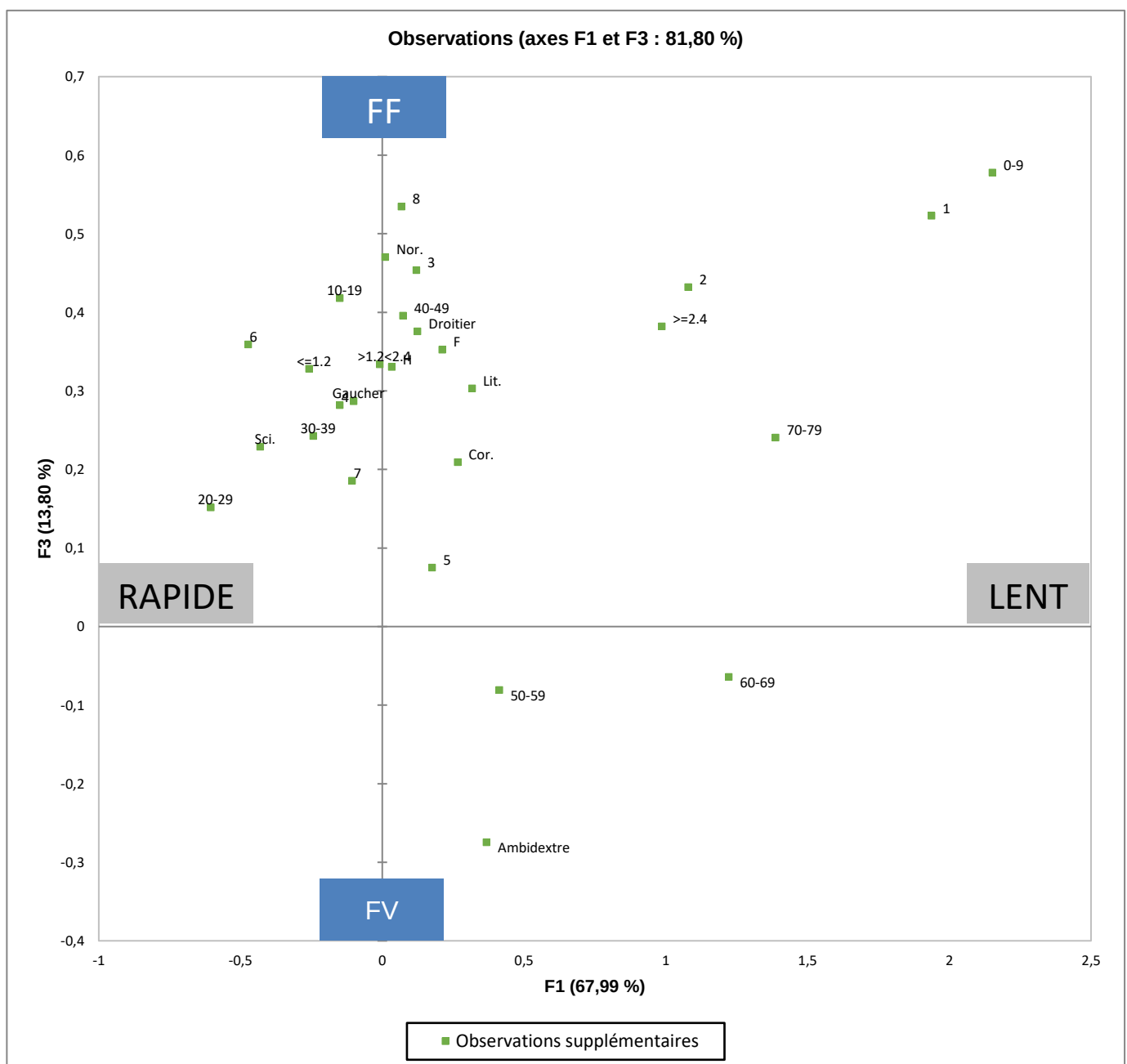


Figure 119 : Plan F1-F3- des centres de gravité (ACP8 S624)

- ✓ **L'âge** : La trajectoire dans le plan F1-F3 est difficile à interpréter. Si le temps de réponse selon l'axe F1 reste clair, la répartition au-dessus et au-dessous du 0 de F3 est incompréhensible dans l'état des informations à notre disposition. Si la figure montre un AR dans l'espace au-dessus du 0 de l'axe F3, la raison pour laquelle les tranches 50-59 et 60-69 sont en dessous de l'axe F3 (traduisant une tendance à répondre « faux » pour des réponses « vrai ») nécessite de retraiter les données à notre disposition et probablement d'expérimenter pour avoir des informations supplémentaires.
- **La formation** : Le plan F1-F3 regroupe le point 6 avec les points 5,7,8,3 selon un axe vertical de part et d'autre de l'axe F3. Le rapprochement du point 6 est susceptible de remettre en cause l'analyse faite pour le plan F1-F2 et va demander d'autres vérifications.
- **L'anxiété** : Les points liés à l'anxiété sont cohérents avec les résultats du plan F1-F2. Le plan F1-F3 montre que les résultats selon l'axe F3 ne sont que peu affectés et que les fausses réponses sont quasiment de même valeur quel que soit l'anxiété.
- **La latéralité** : Le plan F1-F3 accentue la différence entre gaucher-droitier et ambidextre qui devient très importante avec une très forte tendance vers les réponses FV, autrement dit répondre faux trop facilement. La raison reste à analyser.

La Figure 120 montre que la concentration du plan F1-F2 se retrouve dans le plan F1-F3. C'était prévisible, l'étalement du plan F1-F2 étant majoritairement dû à l'axe F1. L'horizontale de l'axe des X représente la vitesse de réponse.

Les points représentant l'âge et la formation qui sont les plus significatifs ont été codés de la même façon que pour la Figure 116.

La Figure 120 montre le placement des points en fonction des droites de corrélation. Cette figure montre que si les points sont plus du côté « FF » ceci a peu d'influence, les points restants proches de l'axe « VV-VF ».

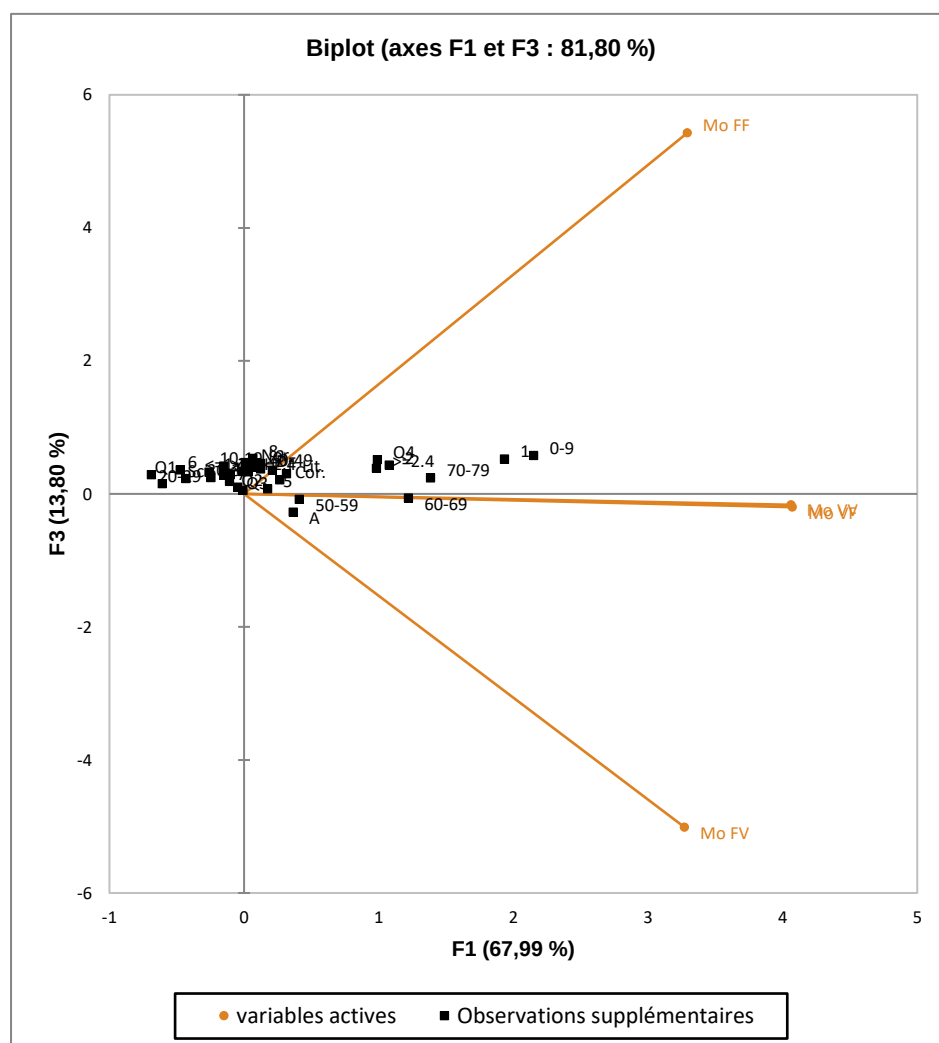


Figure 120 : Répartition des centres de gravité vis à vis des projections du cercle de corrélation (ACP8 S632)

VIII. *Conclusion de l'expérience 1*

En conclusion des résultats de cette expérience dont le but était d'explorer un ensemble de facteurs pouvant avoir une influence sur la fonction d'évaluation qui est considérée comme prédictive des capacités d'apprentissage des mathématiques de l'enfant.

Parmi les facteurs liés à l'expérience, comme prévu, l'effet Fechner est très important. La séquence stimulus>test est également très importante. Les autres facteurs ont une influence plus faible ou nulle et sont regroupés dans l'Annexe page 302.

Il se dégage de l'analyse des différents facteurs liés au sujet que nous voulions analyser qu'ils se répartissent en 3 catégories suivant l'amplitude de leur influence :

- ✓ Ceux qui ont une grande influence qui sont l'âge, la formation pour la qualité des réponses.
- ✓ Ceux qui ont une influence moyenne telle que l'anxiété.
- ✓ Ceux qui ont une influence visible mais faible : les défauts de vision, littéraire vs scientifique, le sexe, la latéralité

À partir de ces résultats deux tâches de longue haleine sont à réaliser :

- ✓ Compléter les analyses à la lumière des premiers résultats
- ✓ Concevoir un ensemble d'expériences permettant d'aller au-delà des constats de cette exploration

L'ensemble de ces résultats va également servir à vérifier si les résultats se retrouvent dans les problèmes arithmétiques de l'expérience 2 dont la description sera présentée plus loin.

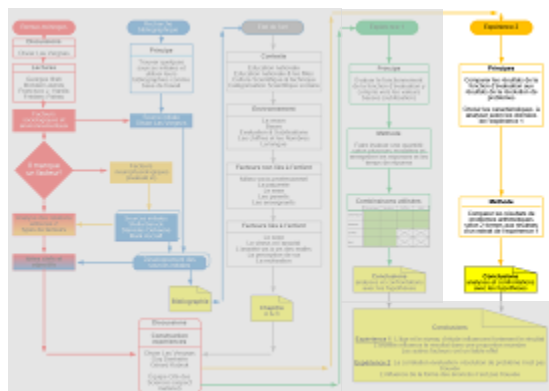
Au-delà de ces résultats quelques stratégies intéressantes sont apparues lors des réunions de fin d'expérience mais comme cela n'était pas dans les objectifs de ces réunions, trop peu de données ont été recueillies pour les exploiter, par exemple :

- ✓ Un sujet en formation de typographe à l'école Estienne évaluait en fermant les yeux pour ramener la grille à un niveau de gris
- ✓ Une jeune fille outrepassant la consigne se servait des cases blanches et noires pour faire son évaluation

Il serait intéressant de pousser dans cette direction au cours d'une expérimentation avec peu de sujets et non automatisée avec un temps d'entretien plus long.

3. Expérience 2

I. *Introduction*



L'icône ci-contre permet de suivre le fil de mon travail et de se situer dans la progression. (Voir détail Figure 78 page 158). En nous appuyant sur les méthodologies précédemment décrites dont le matériel de l'expérience 1, nous allons décrire la construction du matériel expérimental de l'expérience 2.

L'expérience 2 est le cœur de cette recherche. Elle doit répondre à deux questions :

- ✚ Quelle est l'influence de différents facteurs, dans la présentation des énoncés décrivant un problème, sur sa résolution.
 - ✚ Est-il vrai que comme l'affirme certains auteurs, (D.C. Hyde et al., 2016), (Daniel C. Hyde et al., 2017), ((Cirino et al., 2016), (Starr et al., 2013), (Hansen et al., 2015), (Jordan et al., 2009) que la qualité de la fonction d'évaluation est prédictive de la réussite en mathématiques de l'enfant.
- Les différentes formes d'un problème

Dans cette expérience deux facteurs ont été testés. Le principal était la forme des énoncés (littéraire, numérique et graphique) (voir plus bas) qui pouvait avoir une influence sur la façon dont le sujet traitait le problème et donc sur la qualité de ses réponses et sur son temps de réponse, rejoignant ainsi les travaux d'Olivier Las Vergnas sur les obstacles conatifs et cognitifs. A ce facteur découlant des travaux d'Olivier Las Vergnas, j'ai ajouté le facteur forme arithmétique des énoncés (petit nombre [base], nombre décimal [decimal], et grand nombre [grand])) qui paraissait devoir faire appel à des aptitudes différentes pour résoudre les problèmes.

Les résultats utilisés pour évaluer l'influence de ces deux facteurs sur la méthode de travail des sujets sont la qualité des réponses (vrai ou fausse) et le temps de réponse à des problèmes arithmétiques de base (niveau CE2 ou sixième).

Pour obtenir ces résultats, la première expérience, décrite précédemment, a servi à définir l'influence de différents aspects du sujet et de son environnement. Parmi les facteurs testés lors de l'expérience 1, nous avons sélectionné ceux qui étaient dans le champ des préoccupations d'Olivier

Las Vergnas dont les écrits ont été la base de la réflexion sur l'apprentissage des mathématiques.

- Age
- Niveau d'études
- Type d'études

Pour répondre à cet objectif, 13 types de problèmes (voir Tableau 22) ont été construits.

Pour chaque problème il a été élaboré 3 formes :

- **La forme littéraire**, c'est-à-dire que le texte ne présente aucun chiffre et aucune abréviation pour les unités de mesure par exemple ci-dessous Figure 121. Tous les énoncés sont sous forme de mots.

P1. Deux trains partent à la même heure de Monaco et de Narbonne.
P2. Le premier roule vers Monaco à la vitesse de cent kilomètres à l'heure.
P3. Le second roule vers Narbonne à la vitesse de cent-quarante kilomètres à l'heure.
P4. La distance Monaco-Narbonne est égale à quatre cent vingt kilomètres.

Question :

Au bout de combien de temps les deux trains se croiseront ils ?

Une heure quarante-cinq minutes

Trois heures trente minutes

Quatre heures douze minutes

Figure 121 : Problème forme verbale

- **La forme numérique**, avec les mêmes valeurs que dans la forme précédente mais cette fois sous forme de nombres et les unités de mesure sous forme des abréviations normalisées par exemple Figure 122.

P1. 2 trains partent à la même heure de Monaco et de Narbonne.
P2. Le 1er roule vers Monaco à la vitesse de 100 km/h.
P3. Le 2nd roule vers Narbonne à la vitesse de 120 km/h.
P4. La distance Monaco-Narbonne est égale à 440 km.

Question :

Au bout de combien de temps les 2 trains se croiseront ils ?

2 h

3 h 20 min

4 h

Figure 122 : problème forme numérique de base

- **Sous forme graphique**, des dessins (2 ou plus) constituant une sorte de bande dessinée, par exemple Figure 123, qui est la forme graphique du problème de la Figure 121. (Ces dessins ont été réalisés par Jérémie Cousin (graphiste stagiaire du service communication de la Direction du Transmédia) de la cité des sciences).

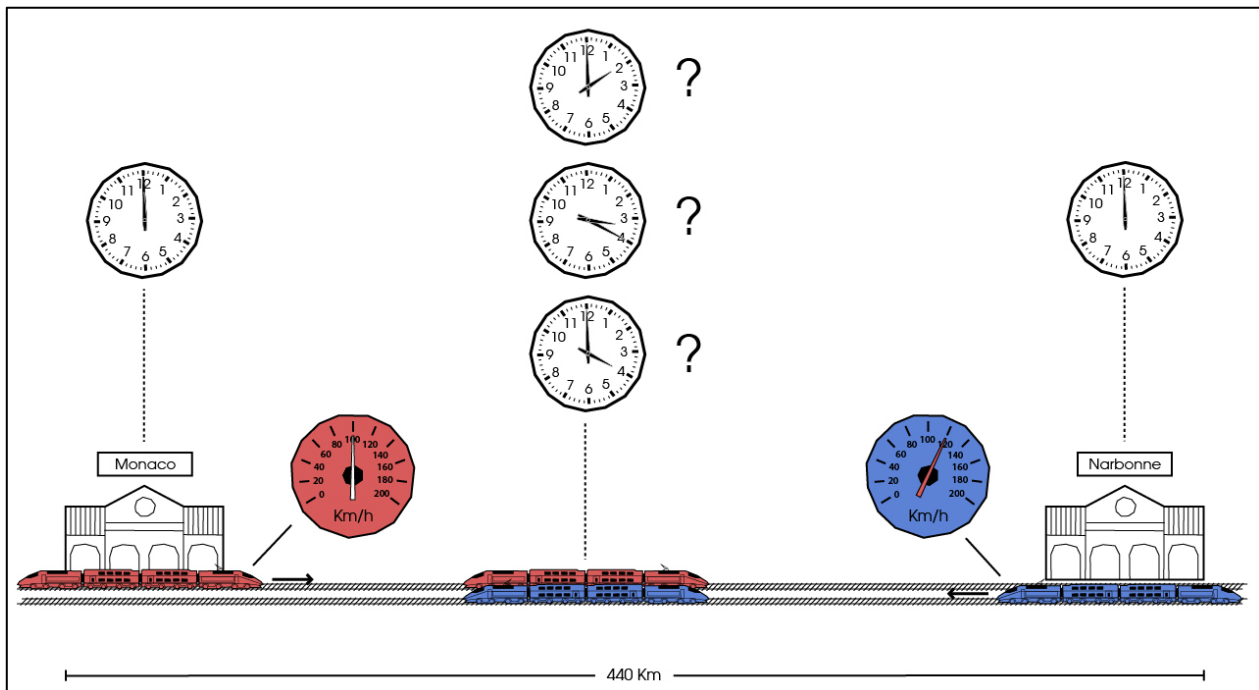


Figure 123 : Problème forme graphique de base

- P1. 2 avions partent à la même heure de Paris et de Téhéran.
 P2. Le 1er vole vers Téhéran à la vitesse de 500 km/h.
 P3. Le 2nd vole vers Paris à la vitesse de 600 km/h.
 P4. La distance Paris-Téhéran est égale à 4400 km.

Question :

Au bout de combien de temps les 2 avions se croiseront ils ?

4 h

7 h 20

8 h 48

Figure 124 : Problème forme grands nombres

Chacune de ces formes utilise 3 formes arithmétiques d'énoncés qui sont :

- **La forme de base** qui utilise des petits nombres permettant de calculer le résultat facilement voire de tête. Ces énoncés peuvent contenir des quantités ou des temps mais avec les mêmes nombres. Les temps obligeants, cependant à reconstruire la syntaxe « heures-minutes ».
- **La forme décimale** La forme décimale comme dans la réponse de la Figure 121 (réponse 1,75 soit 1h45mn) utilisant les nombres de base
- **Les grands nombres** comme dans la Figure 124 (réponse 4 heures) qui ne sont jamais décimaux

L'ensemble de ces énoncés aboutit à la matrice théorique des tests à réaliser ci-dessous :

	Numérique			Littéraire			Graphique		
	Base	Dec.	Grand	Base	Dec.	Grand	Base	Dec.	Grand
Age	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Etudes	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Type	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Tableau 19 : Matrice des tests statistiques

Pour des raisons pratiques cette matrice a été simplifiée en négligeant l'interaction entre les 2 facteurs de la façon suivante :

	Forme			Taille		
	Littér.	Num..	Graph	Base	Dec.	Grand
Age	X	X	X	X	X	X
Etudes	X	X	X	X	X	X
Type	X	X	X	X	X	X

Tableau 20 : Matrice simplifiée des tests statistiques

Cette matrice simplifiée a été utilisée dans une analyse, ligne à ligne, (par exemple âge vs forme) pour la qualité des réponses et les temps de réponses. Ces analyses, selon ce schéma, se trouvent ci-dessous. (page 222).

La prédictivité de la fonction d'évaluation

La deuxième question posée était la prédictivité attribuée à la fonction d'évaluation. L'expérience 2 au-delà de la résolution de problèmes comportait une première partie identique à la première expérience (voir page 169) mais avec un nombre d'items réduit à 96 pour ne pas avoir une séquence expérimentale trop longue.

L'analyse prévue est de vérifier s'il existe bel et bien une corrélation pour la quantité de bonnes réponses (en pourcentage) entre les deux parties de l'expérience. L'analyse des temps de réponse entre les deux parties est plus compliquée car les temps ne sont pas du même ordre de grandeur (quelques secondes dans la première partie et quelques dizaines dans la deuxième partie. Ces analyses se trouvent à la page 236.

II. **Méthode de travail**

L'expérience 2 a utilisé le même environnement (matériel et logiciel) que l'expérience 1. Les logiciels de l'expérience 1 ont été largement réutilisés afin de réduire le temps de développement.

Il s'appuie comme dans l'expérience 1 sur Excel et PowerPoint avec des développements en VBA.

III. **Le matériel expérimental**

Le matériel expérimental se décompose en 3 parties qui sont décrites ci-dessous. Elles sont pour les 2 premières parties, identiques à celles de l'expérience 1. La troisième partie est, quant à elle, spécifique à cette expérience car elle permet de traiter la question sous-jacente de cette recherche : « qu'est-ce qui influence l'apprentissage et l'aisance dans l'usage des mathématiques » ?

➤ Saisie des informations personnelles

Les informations personnelles sur le sujet sont les mêmes que dans l'expérience 1, saisies par le même module logiciel et codées ensuite de la même façon.

➤ Première partie de l'expérience

Le matériel de la partie 1 est le même que dans l'expérience 1, seul change le nombre d'items ramené à 96 pour réduire le temps de passation. Une séquence spécifique a été construite ainsi qu'une séquence d'entraînement, par le logiciel de construction précédemment décrit. Le même séquenceur que dans l'expérience 1 a été utilisé et celui-ci a, comme pour l'expérience 1, enregistré les réponses et les temps de réponse.

L'objectif de cette séquence est de s'appuyer sur les résultats de l'expérience 1 pour construire l'expérience 2 et préparer les analyses répondant à la deuxième question de l'introduction.

➤ Deuxième partie de l'expérience

Les problèmes ont été fabriqués selon les formes décrites ci-dessus.

Chaque ligne du problème est présentée au sujet, précédée de Px (P pour proposition et x pour la position de la proposition dans la séquence) dans les formes littéraires et numériques. Les problèmes sont décrits, pour l'analyse, en utilisant le Tableau 21. Le principe est que chaque ligne du problème contient 0, 1 ou plusieurs éléments de l'énoncés.

codage problème
A=1ère ligne du pb
B=2ème ligne du pb
C=3ème ligne du pb
D=4ème ligne du pb

Tableau 21 : Méthode de codage des problèmes

Par exemple, le problème utilisé comme exemple (Figure 124), se décrit par l'équation :

$$D/(B + C)$$

Équation 8 : Codage d'un problème

Ce qui signifie que la proposition de la ligne 4 (D) divisée par la somme des paramètres des lignes 2 et 3 (B+C) donne le résultat du problème. La ligne (A) ne contient aucun paramètre, elle n'est pas utilisée par le calcul et ne sert qu'à définir le contexte. Elle n'est pas incluse dans l'équation. Les désignations (A,B,C,D) peuvent être complétées par un chiffre donnant la position du paramètre dans la présentation du problème. Si un seul paramètre existe dans la proposition aucun chiffre n'est ajouté après la lettre.

L'avantage de ce codage est de créer une méthode pour évaluer la difficulté des problèmes selon 3 critères qui seront développés page 220.

Un dernier critère a été envisagé, la nature de l'objet des calculs :

- Soit la manipulation du temps dans les problèmes de transport ce qui oblige à une conversion finale du résultat des calculs (résultats décimaux) en heures : minutes.
- Soit la manipulation de quantité qui ne nécessite pas de conversion ou uniquement en jouant sur des puissances de 10.

Pour la passation de l'expérience, comme il n'était pas possible pour, des raisons de temps (fatigue des sujets et durée excessive de l'expérience) de présenter les 54 problèmes à chaque sujet, il a été décidé de créer 50 présentations de 18 problèmes. Ces présentations sont définies dans le Tableau 41, le Tableau 42 et le Tableau 43 de l'Annexe 3, (page 282 à page 286). Dans ces tableaux, les cases peuvent contenir de façon aléatoire :

- ❖ N pour les problèmes numériques
- ❖ L pour les problèmes littéraires
- ❖ G pour les problèmes graphiques
- ❖ 0 si le problème ne fait pas partie de cette présentation

Ces problèmes ont été présentés aux sujets par une version remaniée du séquenceur de l'expérience 1. Le temps de réponse a été fixé à 180 secondes maximum avant que le séquenceur ne passe automatiquement au problème suivant.

Une consigne très simple a été écrite pour cette partie de l'expérience dans le but de ne pas créer de tension chez le sujet (Figure 125).

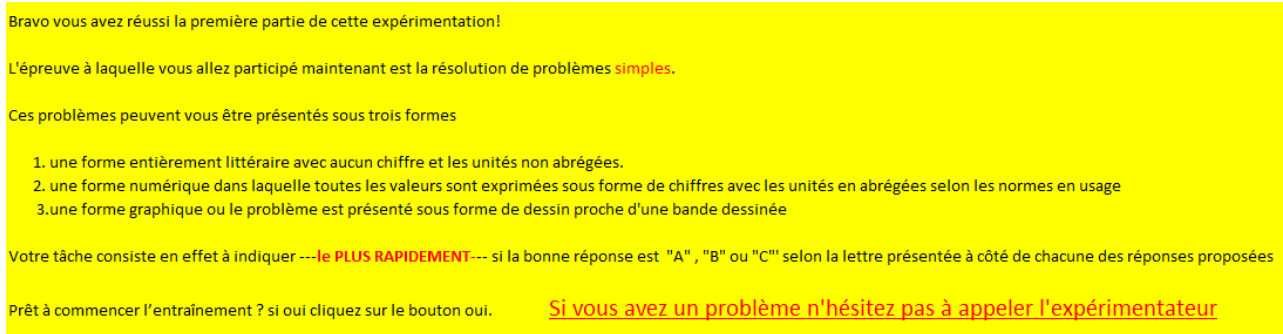


Figure 125 : Consigne pour les problèmes de mathématiques

Au cours de l'expérience, du 16/5/2015 au 14/8/2015, 393 sujets ont été reçus. Parmi eux les résultats de 339 ont pu être exploités.

IV. *Méthode de traitement des données*

Les données se décomposent en 3 parties :

- ❖ Les données personnelles
- ❖ Les données du type de l'expérience 1
- ❖ Les données des problèmes arithmétiques

La description des problèmes arithmétiques répond aux points suivants :

- Les données des problèmes arithmétiques

La première étape est de définir un niveau de difficulté des problèmes. L'approche pour cette évaluation est de traiter les éléments apparents qui sont :

L'ordre des paramètres de l'énoncé : de l'ordre naturel (A, B, C, D) à l'ordre inverse (D, C, B, A) en passant par un ordre aléatoire (D, B, A, C).

Pour analyser ces paramètres, nous avons calculé la distance entre la position du paramètre dans la séquence du problème à sa position naturelle (A,B,C,D).

La note se calculera selon l'Équation 9

$$Note_{dis} = \sum_{i=1}^{i=n} |Distance_i|$$

Équation 9 : Calcul de la note de distance d'un problème

Où :

n est le nombre de paramètres du problème

$|Distance_i|$ est la valeur absolue de la distance entre la position du paramètre et sa position naturelle (de 0 paramètre à sa place à n)

Le résultat est dans la partie haute du Tableau 23.

La nature des opérations : il a été considéré que l'ordre de difficulté croissant des opérations arithmétiques est (+,-,X, /).

Le nombre d'opérandes : ce nombre d'opérandes va de 3 pour les problèmes de la série 1, à 8 pour les problèmes de la série 13.

Le Tableau 22 rappelle la nature des problèmes utilisés dans cette expérience avec les équations qui les décrivent. La couleur facilite l'identification puisque certains types de problème sont dupliqués pour atteindre les 18 nécessaires pour la construction des séquences expérimentales. Le Tableau 40 page 283 montre l'usage de ces problèmes).

1	Transport $D/(B+C)$
2	Contenant $B/(C+D)$
3	Quantité $B/(C-D)$
4	Transport $(B/D)-(B/C)$
5	Quantité $B-(C-D)$
6	Quantité $(C/B)/D$
7	Transport $(D/B)+C$
8	Quantité $C-(D/B)$
9	Quantité $(C*D)/B$
10	Quantité $D-((B1*B2)+(C1*C2))$
11	Quantité $(D/C1)+B$
12	Quantité $D/(B-C)$
13	Quantité $((D/B2)*B1)-(((D/B2)*B1)/C2)*C1$

Tableau 22 : Liste des types de problèmes

Les données permettant d'attribuer une note à chaque type de problème sont résumées dans le Tableau 23. Le tableau supérieur détermine les distances entre les paramètres et leur position naturelle. Cette valeur est cumulée dans la colonne orange.

Le tableau inférieur détermine la valeur des opérations telle que décrite ci-dessus. Le total de ces paramètres pour chaque problème est dans la colonne orange. La colonne grise est le décompte du nombre de paramètres.

Distances																
B		C		D		X1		X2		X3		X4		X5		Tot
D/	-2	B+	1	C	1											0
B/	0	C+	0	D	0											0
B/	0	C-	0	D	0											0
B/	0	D-	-1	B/	2	C	2									3
B-	0	C-	0	D	0											0
C/	-1	B/	1	D	0											0
D/	-2	B+	1	C	1											0
C-	-1	D/	-1	B	2											0
C*	-1	D/	-1	B	2											0
D-	-2	B*	1	B+	2	C*	2	C	3							6
D/	-2	C+	0	B	2											0
D/	-2	B-	1	C	1											0
D/	-2	B*	1	B-	2	D/	1	B*	4	B/	5	C*	5	C	6	22

Opérations																	
B		C		D		X1		X2		X3		X4		X5		Tot	Nb
D/	4	B+	1	C												5	3
B/	4	C+	1	D												5	3
B/	4	C-	2	D												6	3
B/	4	D-	2	B/	4	C										10	4
B-	2	C-	2	D												4	3
C/	4	B/	4	D												8	3
D/	4	B+	1	C												5	3
C-	2	D/	4	B												6	3
C*	3	D/	4	B												7	3
D-	2	B*	3	B+	1	C*	3	C								9	5
D/	4	C+	1	B												5	3
D/	4	B-	2	C												6	3
D/	4	B*	3	B-	2	D/	4	B*	3	B/	4	C*	3	C		23	8

Tableau 23 : Construction de l'évaluation des problèmes
(selon BP2 KL60)

A partir de ces informations nous allons calculer une note moyenne pour chaque problème selon l'équation suivante :

$$moyenne = \frac{(total_{distance} + total_{opération})}{Nb_{pas}}$$

Équation 10 : Calcul de la note

Ces notes et leurs formes dérivées sont résumées dans leTableau 24 ci-dessous.

Valeurs normalisées						
distance	opération	nb pas	moyenne	par 20	110-par 20	par 22000
4	5	3	3,0000	60,000	50,000	66000
0	5	3	1,6667	33,333	76,667	36667
0	6	3	2,0000	40,000	70,000	44000
5	10	4	3,7500	75,000	35,000	82500
0	4	3	1,3333	26,667	83,333	29333
2	8	3	3,3333	66,667	43,333	73333
4	5	3	3,0000	60,000	50,000	66000
4	6	3	3,3333	66,667	43,333	73333
4	7	3	3,6667	73,333	36,667	80667
10	9	5	3,8000	76,000	34,000	83600
4	5	3	3,0000	60,000	50,000	66000
4	6	3	3,3333	66,667	43,333	73333
26	23	8	6,1250	122,500	-12,500	134750

Tableau 24 : Tableau des notes et méthodes d'utilisation (selon pb2 L194)

Dans ce tableau les colonnes oranges sont les données de chacun des problèmes issues du Tableau 23. La colonne grise est le nombre de pas dans le traitement du problème. La colonne jaune est la note calculée selon l'équation 10.

Les 3 colonnes de droites sont la normalisation des notes pour les rendre compatibles avec les données des réponses et des temps de réponse. La colonne « par 20 » est une colonne de préparation des calculs. Comme son étiquette l'indique c'est la multiplication par 20 de la note

La colonne « 110 – par 20 » permet de normaliser la note et de la rendre compatible avec les pourcentages de réponses justes. Cela s'applique aux courbes et aux calculs d'analyse des réponses justes. Dans le même temps cette formule permet d'inverser les pentes de la courbe et d'évoluer ainsi de la même façon que les résultats.

La colonne « par 22 000 » permet de normaliser la note et de la rendre compatible avec les temps de réponses.

Les coefficients de ces deux traitements des notes ont été déterminés par des tests sur les courbes disponibles.

➤ Analyse des résultats

Les résultats, tant en pourcentage de bonnes réponses qu'en temps de réponse, vont être analysés selon les deux axes de cette expérience :

- ❖ La forme de l'énoncé (littéraire, numérique, graphique)
- ❖ La taille des paramètres (base, grand, décimaux)

Nous avons limité ces analyses aux 3 facteurs liés aux sujets tel que décrit dans le Tableau 20 :

- ❖ L'âge
- ❖ Le niveau d'étude
- ❖ Le type d'étude

Cette analyse a utilisé plusieurs outils :

- ❖ VBA Excel du pack Office 2010 pour structurer les données.
- ❖ Excel 2010 pour le tracé des courbes et histogrammes.
- ❖ Le test de Kolmogorov-Smirnov de Xlstat pour la comparaison de 2 distributions non paramétriques.
- ❖ Le test de Kruskal-Wallis de Xlstat pour la comparaison de n distributions non paramétriques.

V. Traitements des résultats, Partie 1, Effet de la forme des énoncés

Nos hypothèses initiales pour cette expérience étaient que les énoncés sous formes numériques seraient plus difficiles à traiter par les sujets que les formes littéraires et graphiques. Cette hypothèse va être traitée pour les 3 facteurs suivants :

- L'âge
- Le niveau d'étude
- Le type d'études

L'âge est le facteur le plus significatif de l'expérience 1. Les deux autres facteurs correspondent aux facteurs mis en évidence dans les analyses d'Olivier Las Vergnas.

➤ Impact de la forme des énoncés sur l'âge

- **Age vs nature des énoncés (bonnes réponses)**

La Figure 127 montre la variation du pourcentage de bonnes réponses en fonction de la forme des énoncés et de l'âge.

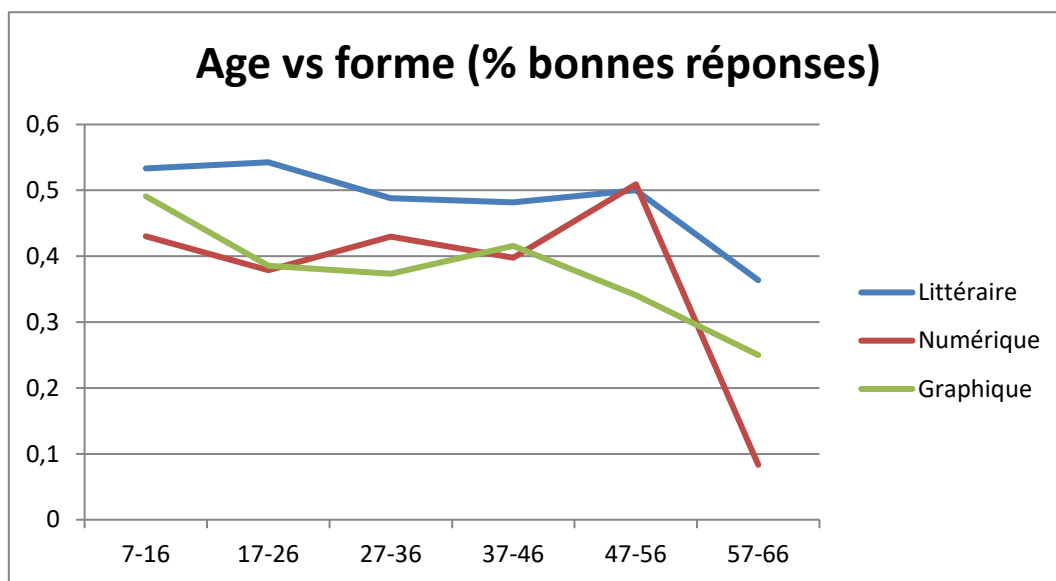


Figure 127 : Nombre de bonnes réponses selon la forme des problèmes et l'âge (nature BG253)

Un test de Kruskal-Wallis montre que les distributions ne sont pas différentes, prises 2 à 2 (Acceptation de l'hypothèse H0). (Tableau 25). Néanmoins la forme numérique et la forme graphique montrent une importante dégradation des performances pour la tranche d'âge 57-66. L'explication est peut-être la qualité des dessins mais aussi le fait que cette tranche d'âge est peut-être déroutée par l'aspect « bande dessinée » de cette présentation. Pour ce qui est de la version numérique une explication possible est une difficulté d'appréhender les informations sous

cette forme pour cette tranche d'âge mais aussi peut-être la perte des mécanismes de gestion de ce type de problèmes qui est peu utilisé dans la vie courante.

	littéraire	numérique	graphique
littéraire	1	0,245	0,133
numérique	0,245	1	0,703
graphique	0,133	0,703	1

Tableau 25 : P-value nombre de réponse versus nature des énoncés (Kruskal âge forme rep)

En conclusion, bien que non significative, la forme littéraire donne une impression de meilleure perception globale (faible chute dans la tranche 57-66 et meilleur résultat dans les autres tranches). Ce qui va dans le sens de notre hypothèse de difficulté avec les chiffres d'une partie de la population.

Cependant au cours des entretiens de fin d'expérience plusieurs sujets ont exprimé des difficultés avec la forme littéraire et le besoin de convertir en chiffres avant de traiter le problème. Cette remarque s'appliquait aussi aux problèmes calculables de tête.

L'automatisation de la passation ne permet pas d'en savoir plus. Cette expérience serait à refaire en tête à tête avec le sujet pour avoir ses réactions à chaud avec un entretien non directif et/ou un questionnaire.

- **Age vs nature des énoncés (temps de réponse)**

La Figure 128 montre la variation du temps de réponse selon la nature des énoncés et l'âge.

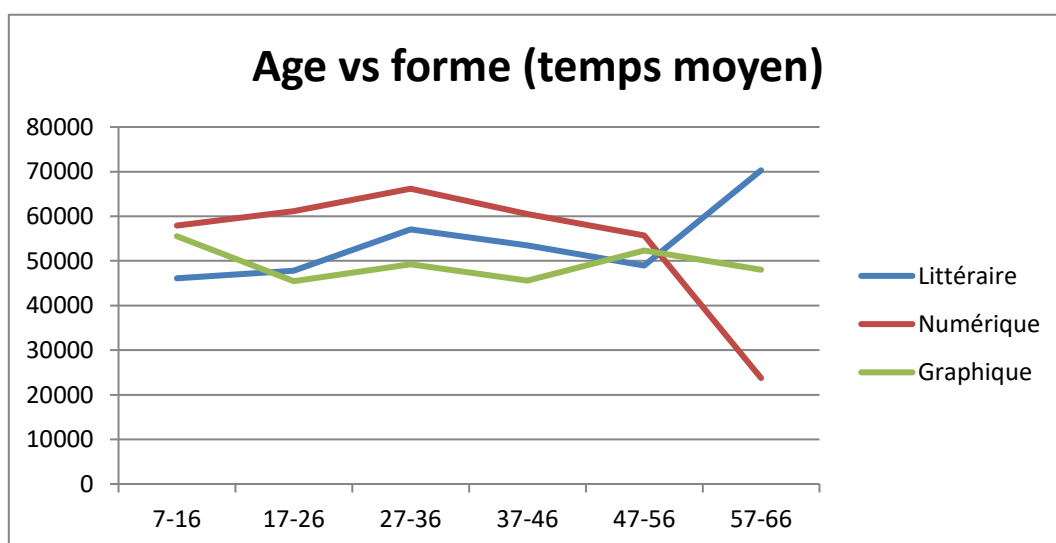


Figure 128 : Temps de réponse par âge selon la forme du problème (nature BQ254)

Cette figure confirme ce qui avait été vu dans l'analyse du pourcentage de bonnes réponses. Les temps de réponse pour les formes numériques sont

plus élevés mais un test Kruskal-Wallis-Smirnov montre que les distributions ne sont pas significativement différentes.

	littéraire	numérique	graphique
littéraire	1	0,065	0,762
numérique	0,065	1	0,117
graphique	0,762	0,117	1

Tableau 26 : Age versus nature des énoncés (Kruskal age type temps)

Les présentations sous forme numérique sont, comme pour les réponses, plus difficiles et produisent des temps de réponse plus long sauf pour la tranche 57-66 mais les résultats ne sont pas significatifs au seuil de 5%. Par contre la difficulté avec les formes graphiques visibles, bien que non significatives, pour le nombre de réponses ne réapparaît pas pour les temps de réponse.

➤ Impact de la forme des énoncés sur le niveau d'étude

- **Niveau d'études vs nature des énoncés (nombre de bonnes réponses)**

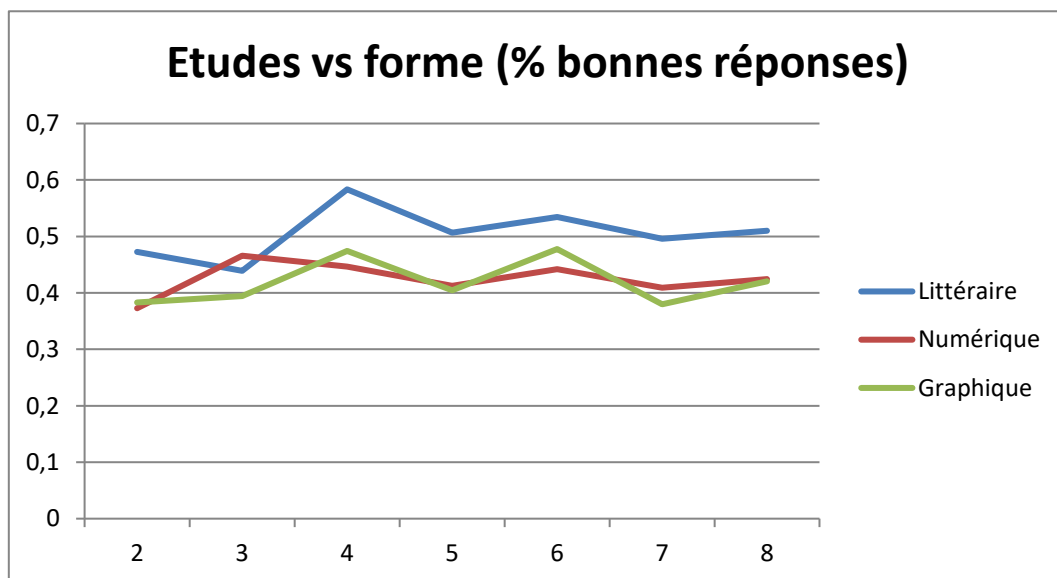


Figure 129 : Nombre de bonnes réponses par niveau d'études et type de problème (nature BG281)

La Figure 129 montre la variation du pourcentage de bonnes réponses selon la nature (littéraire, numérique, graphique) des énoncés et le niveau d'étude. Cette figure, comme le test de Kruskal-Wallis (Tableau 27 et Tableau 28) montre que la forme littéraire produit un pourcentage de bonnes réponses plus élevé et que les formes graphiques et numériques sont (au seuil de 5%) significativement différentes de celle-ci. Ces deux distributions sont, au même seuil, identiques entre elles.

	littéraire	numérique	graphique
littéraire	1	0,017	0,024
numérique	0,017	1	0,896
graphique	0,024	0,896	1

Tableau 27 : Etudes versus nature des énoncés (Kruskal etude forme rep)

Variable	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart-type
littéraire	0,439	0,583	0,506	0,046
numérique	0,373	0,466	0,425	0,030
graphique	0,380	0,478	0,419	0,041

Tableau 28 : Moyennes et écart type selon la nature des énoncés (Kruskal etude forme rep)

En conclusion le Tableau 28 montre la proximité des formes numériques et graphique. La forme littéraire est significativement différente ce qui est conforme à nos hypothèses qui prévoyaient une plus grande facilité d'usage par rapport aux autres formes. Ce résultat ne correspond pas aux réflexions de certains sujets qui décrivaient un besoin de convertir les formes littéraires en chiffres.

- **Niveau d'études vs nature des énoncés (temps de réponses)**

La Figure 130 montre la variation des temps de réponse selon la forme des énoncés du problème et le niveau d'étude.

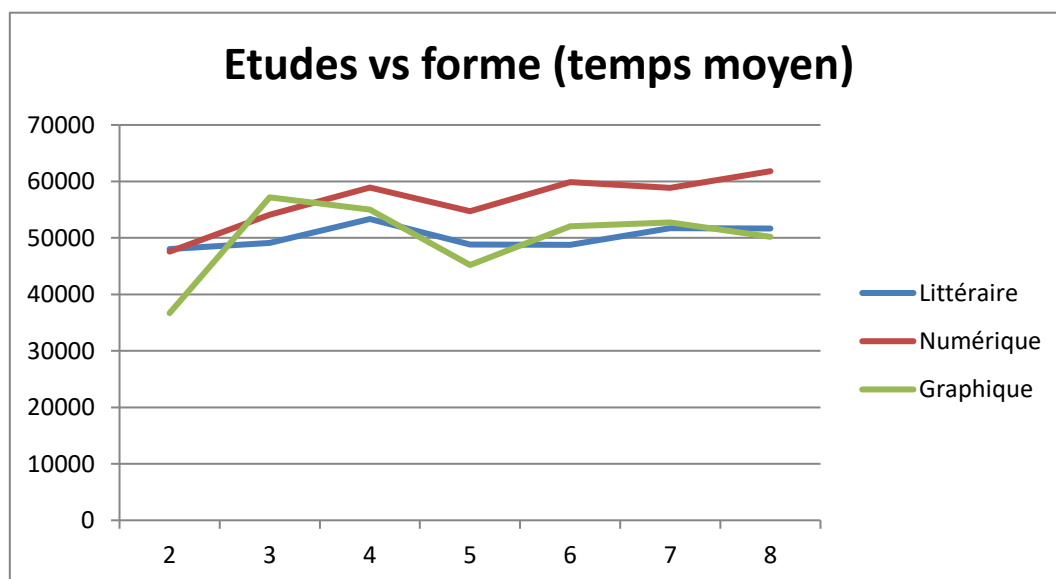


Figure 130 : Temps de réponses ; niveaux d'études selon les problèmes (nature BQ281)

Comme précédemment les énoncés de forme littéraire et graphique se différencient de la forme numérique qui est en moyenne 10 secondes plus lente. Là encore les formes graphiques et littéraires ont des performances meilleures avec des temps de réponse raccourcis. Pour la forme graphique, les accidents pour les niveaux 3 et 5 ne sont pas expliqués pour le moment.

Un test de Kruskal-Wallis (Tableau 29) montre que les trois distributions ne sont pas significativement différentes au seuil de 5% malgré les différences visibles sur la courbe.

	littéraire	numérique	graphique
littéraire	1	0,065	0,762
numérique	0,065	1	0,117
graphique	0,762	0,117	1

Tableau 29 : P-value du test de Kruskal (Kruskal études forme temps.)

En conclusion aucune de nos hypothèses sur l'influence de la forme des énoncés n'est vérifiée.

- **Type d'études vs nature des énoncés (pourcentage de bonnes réponses)**

La Figure 131 montre la variation du pourcentage de bonnes réponses selon la forme des énoncés et le type d'étude.

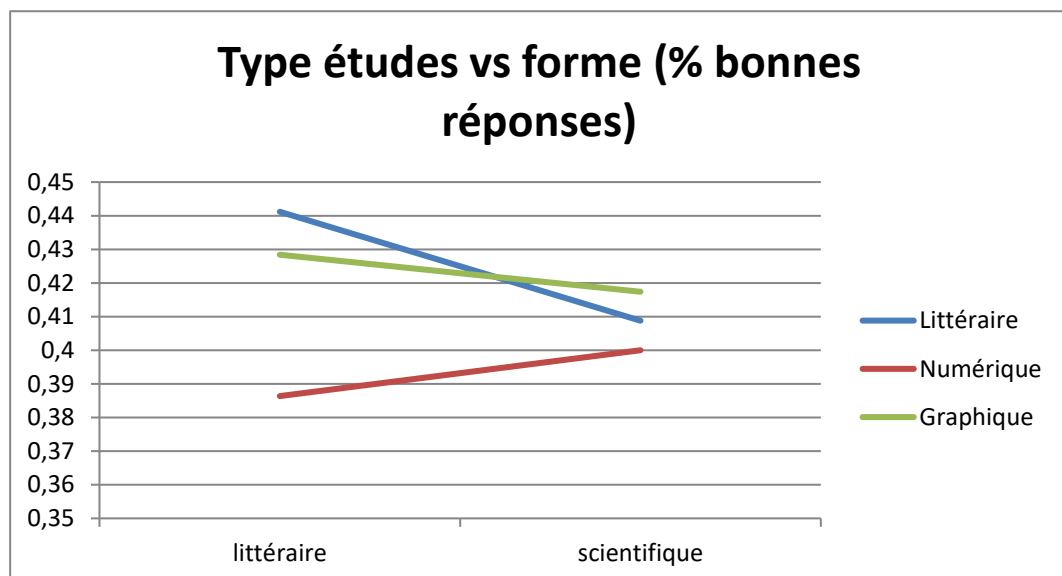


Figure 131 : Nombre de bonnes réponses par type d'études et type de problème (nature BG297)

Un test de Kruskal-Wallis montre que les distributions ne sont pas significativement différentes au seuil de 5% ce que montre le Tableau 30. Cependant, bien que cela soit non significatif, les courbes montrent une tendance surprenante : les scientifiques ont une proportion de bonnes réponses inférieure à celle des littéraires sauf pour les formes numériques ce qui n'est pas surprenant pour une population qui pour une bonne part travaille sur des données chiffrées (analyse ou modélisation).

	littéraire	numérique	graphique
littéraire	1	0,121	0,121
numérique	0,121	1	0,790
graphique	0,121	0,790	1

Tableau 30 : Type de formation vs forme des énoncés (Kruskal type forme rep)

En conclusion les résultats de cette partie de l'expérience 2 sont assez surprenants et seule la différence non significative de la forme numérique est un résultat attendu.

- **Type d'études vs nature des énoncés (temps de réponses)**

La Figure 132 montre la variation des temps de réponse selon la forme des énoncés du problème et le type d'étude.

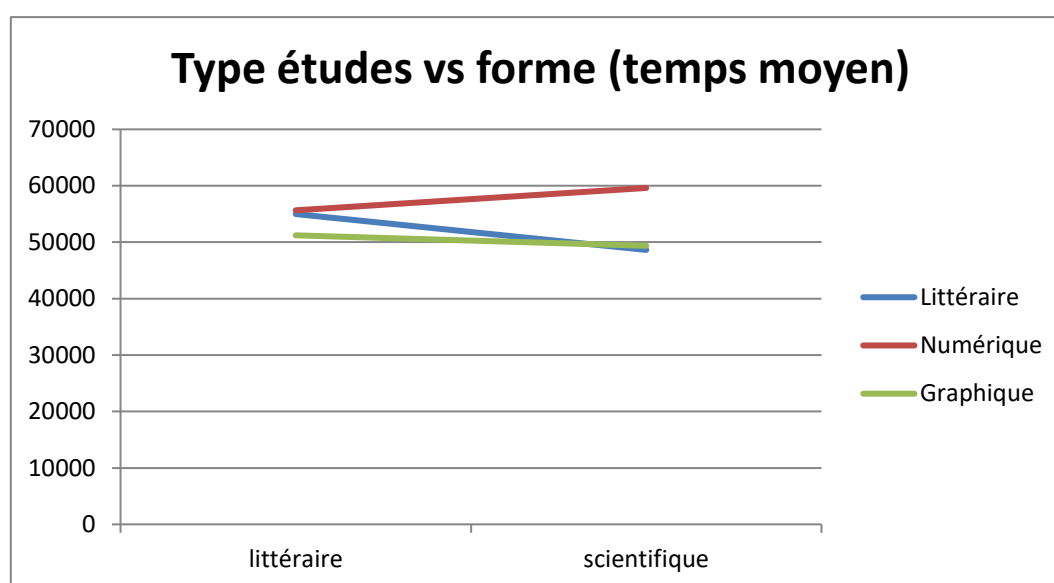


Figure 132 : Temps de réponse selon type d'étude et forme des paramètres (natureBG297)

Un test de Kruskal-Wallis (Tableau 31) montre que les différentes formes des problèmes ne présentent pas de différence significative au seuil de 5%.

	littéraire	numérique	graphique
littéraire	1	0,121	0,974
numérique	0,121	1	0,121
graphique	0,974	0,121	1

Tableau 31 : Type d'études vs forme des énoncés (Kruskal type forme temps)

La forme numérique cependant sans être significativement différente produit des temps de réponse supérieurs à ceux des formes graphiques et littéraires ce qui correspond aux hypothèses initiales. Ce qui est intrigant cependant est l'accroissement de temps de réponses (même si non

significatif) pour les scientifiques ce qui n'est pas explicable pour le moment.

VI. *Traitements des résultats, Partie 2, effet de la nature arithmétique des énoncés*

Cette expérience s'est intéressée à la forme arithmétique des énoncés. Trois formes ont été utilisées :

- ❖ Forme de base (petits nombres entiers) qui sera nommée « base ».
- ❖ Forme grands nombres qui sera nommée « grand ».
- ❖ Forme décimale (sous forme de nombres avec une virgule ou sous forme horaire (heures : minutes) qui sera nommée « fraction ».

Les analyses qui vont suivre vont étudier leurs effets selon l'âge, le niveau d'étude et le type d'étude.

• *Age vs nature arithmétique des énoncés (pourcentage de bonnes réponses)*

La Figure 133 montre la variation du pourcentage de bonnes réponses selon la nature arithmétique des énoncés et l'âge.

Les courbes ne montrent pas de différences sensibles à part une pointe pour la tranche 17-26 avec un accroissement de performance.

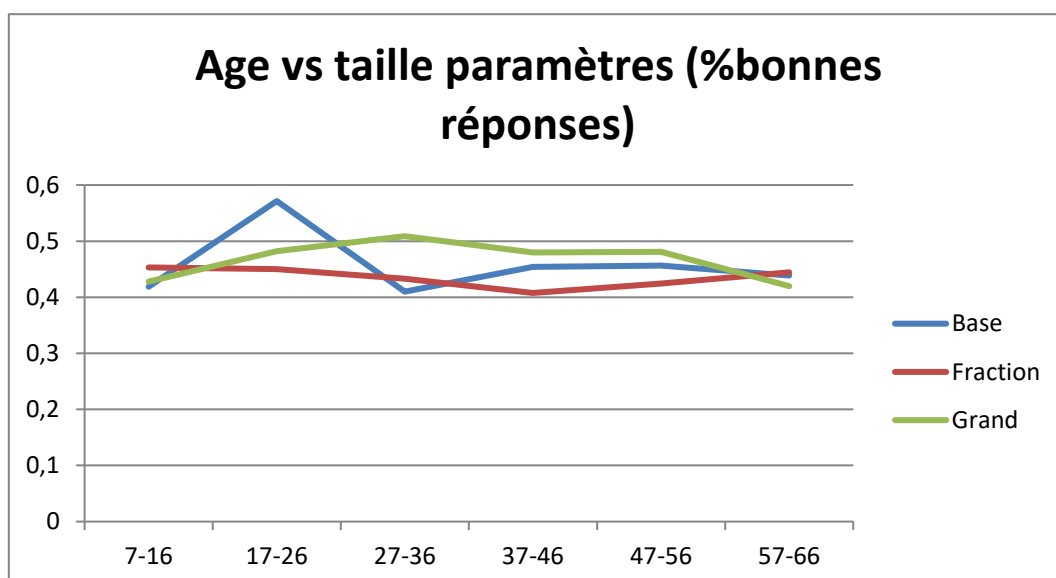


Figure 133 : Pourcentage de bonnes réponses en fonction de l'âge et du type de paramètre (taille BG251)

Le test de Kruskal-Wallis ne montre pas de différences significatives au seuil de 5% (voir Tableau 32).

	base	fraction	grand
base	1	0,306	0,896
fraction	0,306	1	0,523
grand	0,896	0,523	1

Tableau 32 : Influence de la taille des énoncés selon l'âge (Kruskal age taille rep).

En conclusion la taille des paramètres n'a pas d'influence, quel que soit l'âge, ce qui est différent de ce que nous attendions, en particulier, une plus grande facilité de traitement des problèmes avec des paramètres de base dont les calculs sont en général gérables de tête.

- **Age vs nature arithmétique des énoncés (temps de réponse)**

La Figure 134 montre la variation du temps de réponse selon la nature arithmétique des énoncés et l'âge.

Ce qui est remarquable dans cette figure est l'échelonnement des courbes qui donne un gradient de difficulté croissante qui va de la base aux nombres décimaux en passant par les grands nombres.

La tranche d'âge 57-66 montre un accroissement des temps de réponse surtout pour les formes « base ».

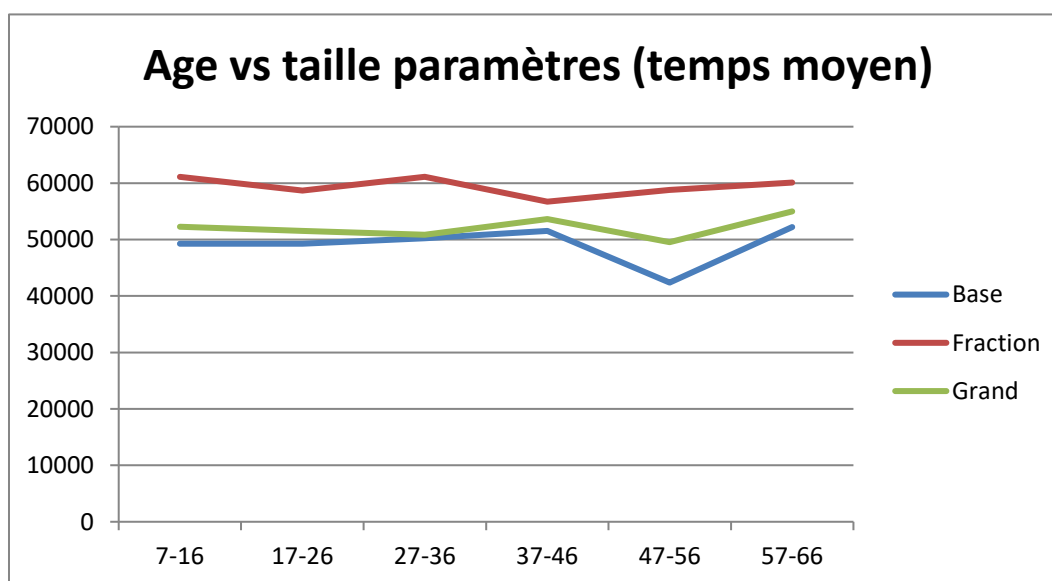


Figure 134 : Temps moyen de réponse selon l'âge et la forme des paramètres (taille BK57)

La tranche d'âge 57-66 montre un accroissement des temps de réponse surtout pour les formes « base ».

Le test de Kruskal-Wallis montre que les 3 natures des énoncés sont trois distributions différentes au seuil de 5%.

	base	fraction	grand
base	1	0,005	0,048
fraction	0,005	1	0,005

Tableau 33 : Influence de la taille des énoncés vs l'âge (Kruskal age taille temps)

En conclusion les temps de réponse, contrairement au pourcentage de bonnes réponses, retracent le niveau de difficulté qui était attendu. Cette dissociation permet probablement de maintenir les performances des sujets, en termes de réponses. L'ajustement que nécessite la difficulté liée à la taille des énoncés se faisant uniquement sur le temps de réponse.

- **Niveau d'étude vs nature arithmétique des énoncés (pourcentage de bonnes réponses)**

La Figure 135 montre la variation du pourcentage de bonnes réponses selon la nature arithmétique des énoncés et le niveau d'études.

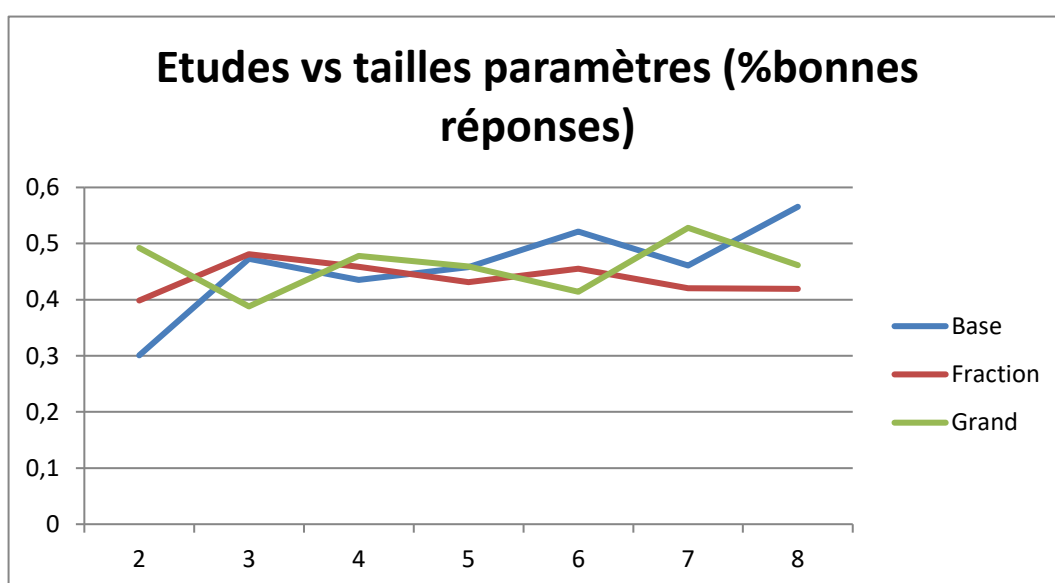


Figure 135 : Pourcentage de réponse niveau d'étude vs taille des paramètres (Kruskal age etude rep)

Ces courbes semblent peu différentes ce que confirme un test de Kruskal-Wallis.

	base	fraction	grand
base	1	0,372	0,998
fraction	0,372	1	0,523
grand	0,998	0,523	1

Tableau 34 : P-value étude vs taille des énoncés (réponses) (Kruskal etude taille rep).

Ce test montre que les distributions ne sont pas significativement différentes au seuil de 5%. Le seul point qui soit surprenant est pour le niveau d'étude 8 pour lequel à la fois le nombre de réponses croît pour les problèmes avec des énoncés de base et décroît avec les énoncés de grande taille. Dans le même temps le niveau d'étude 2 a de plus faibles résultats pour les mêmes paramètres.

- **Niveau d'étude vs nature arithmétique des énoncés (temps de réponses)**

La Figure 136 montre la variation du temps de réponse selon la nature arithmétique des énoncés et le niveau d'étude. Comme pour l'analyse des

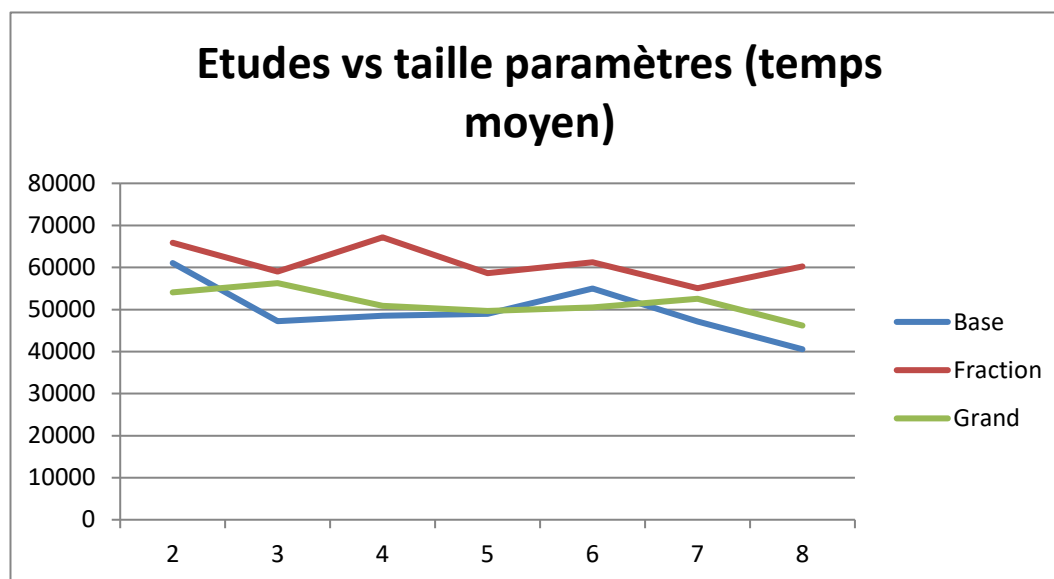


Figure 136 : Temps de réponse en fonction du niveau d'étude (taille BG278)

âges la forme décimale (fraction) donne des temps de réponse sensiblement plus élevés quel que soit le niveau d'étude. Les deux autres formes étant proches.

Le test de Kruskal-Wallis réalisé sur les différentes natures de l'énoncé montre comme pour l'analyse sur l'âge que les 3 natures produisent des distributions significativement différentes (voir Tableau 35.).

	base	fraction	grand
base	1	0,005	0,048
fraction	0,005	1	0,005
grand	0,048	0,005	1

Tableau 35 : P-value étude vs taille des énoncés (temps de réponse) (Kruskal etude taille temps)

Conclusion comme pour l'âge il semble que le temps de réponse soit le facteur d'ajustement permettant d'obtenir des performances identiques quel que soit la nature des énoncés.

- **Type d'études vs nature arithmétique des énoncés (pourcentage de bonnes réponses)**

La Figure 137 montre la variation du pourcentage de bonnes réponses selon la nature arithmétique des énoncés et le type d'études.

La courbe des nombres décimaux montre que les sujets obtiennent moins de bonnes réponses, ce qui était prévisible et ce qui n'était pas aussi clair lors des analyses de l'âge et du niveau d'études.

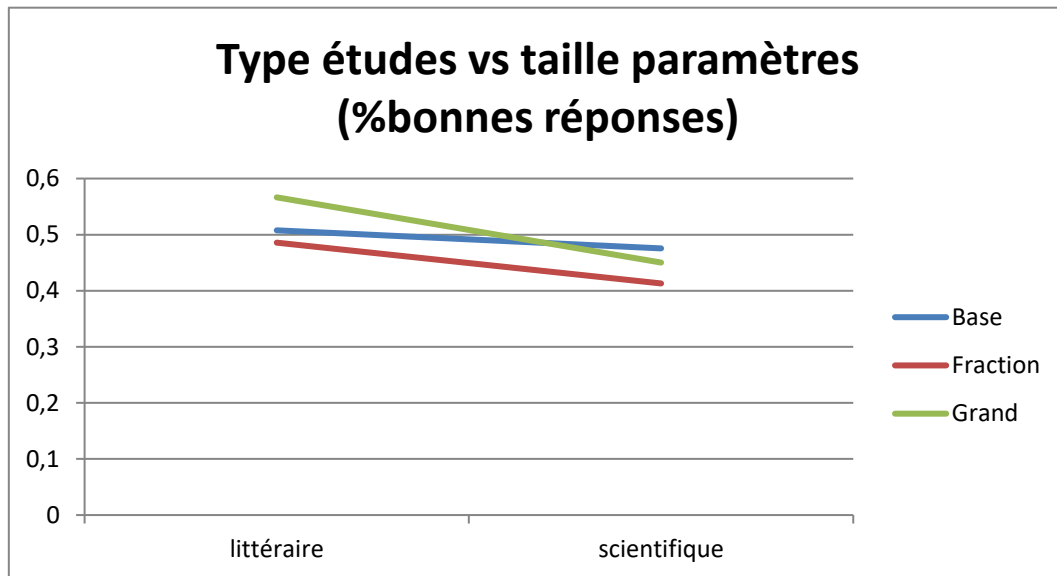


Figure 137 : Pourcentage de bonnes réponses en fonction du type d'études (taille BH296)

Cependant le test de Kruskal-Wallis (Tableau 36) est non significatif.

	base	fraction	grand
base	1	0,719	1,000
fraction	0,719	1	0,719
grand	1,000	0,719	1

Tableau 36 : p-value type d'étude vs taille paramètre (nb réponses) (Kruskal type taille rep)

En conclusion bien que les tests soient non significatifs les courbes montrent que globalement les scientifiques ont une tendance à donner moins de bonnes réponses ce qui est surprenant.

- **Type d'étude vs nature arithmétique des énoncés (temps de réponses)**

La Figure 138 montre la variation du temps de réponse selon la nature arithmétique des énoncés et le type d'étude.

Paradoxalement les scientifiques qui ont moins de bonnes réponses que les littéraires sont aussi les plus rapides. Ceci semble indiquer, que le rôle, de variable d'ajustement, du temps n'est pas utilisé dans ce cas.

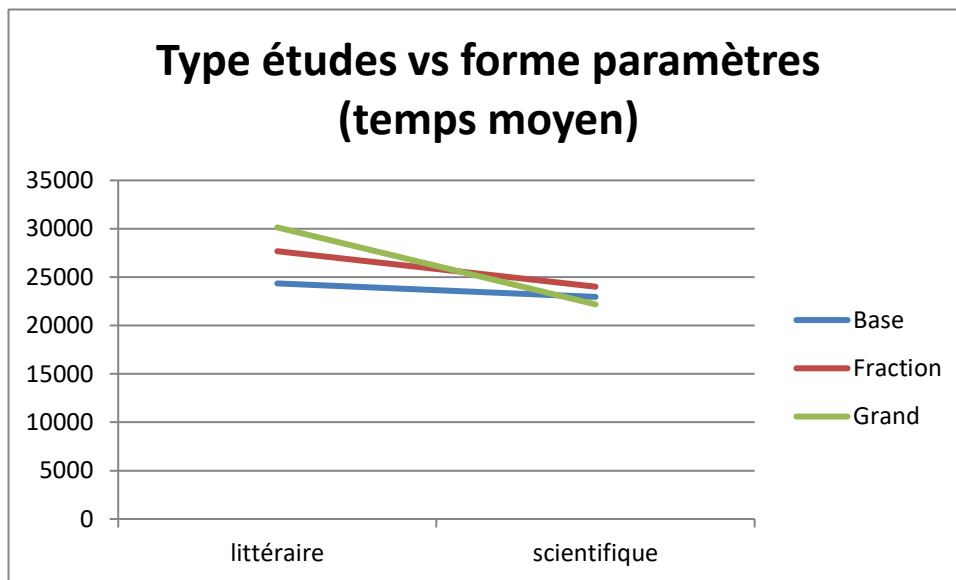


Figure 138 : Temps de réponse en fonction du type d'études (taille BF151)

. Le test de Kruskal-Wallis n'est pas significatif (Tableau 37)

	base	fraction	grand
base	1	0,719	1,000
fraction	0,719	1	1,000
grand	1,000	1,000	1

Tableau 37 : p-value type d'étude vs taille des énoncés (Kruskal type taille temps)

En conclusion les courbes donnent une tendance, que les tests montrent non significative tant pour les réponses que pour les temps de réponse. L'hypothèse était que sur ces problèmes arithmétiques les scientifiques auraient un avantage ce qui ne se vérifie pas.

VII. **Traitements des résultats, Partie 3, Fonction d'évaluation versus réponses aux problèmes**

Notre hypothèse principale, suivant les analyses de plusieurs auteurs, était que les fonctions d'évaluation sont prédictives de l'aptitude en mathématique des enfants. L'expérience 1 présentée ci-avant permettait d'évaluer la fonction d'évaluation c'est-à-dire une fonction précoce et initialement non verbale de détermination d'une cardinalité (numérosité pour les psychologues).

L'expérience 2 cherchait à faire traiter des problèmes d'arithmétique aux sujets après les avoir fait répondre à une courte séquence d'évaluation avec des items identiques à ceux de l'expérience 1. *

Cet ensemble de résultats permet donc de comparer les résultats aux deux parties de cette expérience qui devrait être corrélés.

Pour cette analyse un test de Kruskal-Wallis a été utilisé permettant en une fois une comparaison du pourcentage de bonnes réponses aux deux parties de l'expérience (corrélation attendue) et des temps moyens de réponse qui eux ne devraient pas être corrélés car ils sont différents d'au moins un ordre de grandeur.

Dans cette analyse 14 sujets ont été éliminés car ils n'avaient répondu à aucun des problèmes. Les résultats sont résumés dans le Tableau 38.

	Moy rep	M temps	moy pb	M temps
Moy rep	1	<0,0001	<0,0001	<0,0001
M temps	<0,0001	1	<0,0001	<0,0001
moy pb	<0,0001	<0,0001	1	<0,0001
M temps	<0,0001	<0,0001	<0,0001	1

Tableau 38 : Comparaison évaluation et réponses aux problèmes (evals vs probleme).

La comparaison a été réalisée en mettant face à face dans un tableau de 324 lignes les réponses et les temps de la première partie et de la deuxième partie de l'expérience 2. Le Tableau 38 montre que les distributions, ni des réponses, ni des temps ne sont identiques ce qui va, pour les réponses, à l'encontre de mes attentes.

VIII. Conclusion de l'expérience 2

Les résultats de l'expérience 2 répondent aux deux premières questions (forme des énoncés et taille des paramètres) synthétisés dans le Tableau 39. Ils ont été documentés précédemment dans les paragraphes décrivant les résultats.

	Forme énoncés		Taille énoncés	
	% rep	Tps rep	% rep	Tps rep
âge	N. S.	N.S.	N.S.	S
Niveau étude	S	N.S.	N.S.	S
Type étude	N.S.	N.S.	N.S.	N.S

Tableau 39 : Synthèse des analyses (N pour non significatif, S pour significatif)

Les résultats de l'expérience 2 ne correspondent pas à ce que nous avons prévu. En particulier la forme des énoncés n'est significative que pour les niveaux d'études des sujets. Par ailleurs les types d'études dont nous attendions une influence liée à la fois aux différences des formations et à des aptitudes différentes attribuées à ces deux types de formation par le système scolaire, n'ont pas répondu à cette attente. Cette absence d'influence tend à confirmer que, suivant Olivier Las Vergnas (Olivier Las Vergnas, 2011) l'orientation vers la voie scientifique ne traduit pas forcément des différences d'aptitudes mais l'essai de satisfaire, dans les bonnes quantités, les besoins en scientifiques.

Cependant plusieurs points méritent d'être soulignés :

- Plusieurs sujets ont exprimé des difficultés avec les problèmes sous formes littéraires. Ils ont dit avoir été obligés de les convertir en chiffres pour pouvoir traiter les problèmes ce qui est contraire à ce qui était attendu d'autant que l'inverse n'a pas été exprimé.
- Les problèmes graphiques ont été un problème pour les sujets à plusieurs titres :
 - Ces dessins sont une forme de bande dessinée dont les codes ne sont pas forcément connus de tous, surtout des plus âgés.
 - Après montage dans la séquence de présentation certains problèmes ont été difficiles à lire par les sujets, surtout les dessins comportant des cadrans (voir Annexe 3). Le problème est provoqué par la réduction du format A4 du dessin au format de présentation. Ce problème nous a obligé à ajouter des données chiffrées dans le PowerPoint pour rendre intelligible certains problèmes présentés,
 - Au-delà de ces ajouts, à posteriori les formes graphiques sont polluées par de nombreuses informations chiffrées ce qui dénature le côté graphique de l'énoncé.
 - De même les énoncés littéraires et numériques après une nouvelle analyse ne sont pas purement littéraires ou purement numériques et mériteraient d'être reconstruits et du coup cette expérience refaite.
 - Certains problèmes comme par exemple le 3.3.1 page 294 impliquent des connaissances techniques, telles que l'usage d'un ampèremètre, qui ne sont générales. Nous avons constaté, à posteriori, des erreurs techniques dans le dessin ce qui nous a échappé lors de la fabrication des problèmes.
 - Fait plus problématique, faute d'avoir réussi à créer un système d'évaluation correcte des problèmes, la dernière phase d'analyse des problèmes (la corrélation entre la difficulté des problèmes et leur nature) n'a pas pu être réalisée.

Néanmoins au cours des analyses présentées d'autres points intéressants ont pu être dégagés. Ils ont été mis en évidences au fil de la présentation des résultats

Les analyses pour répondre à la question de la prédictivité de l'évaluation pour les aptitudes en mathématiques ont été traitées page 236. Elles montrent que cette corrélation n'existe pas, ni pour les pourcentages de réponses (ce qui est contraire aux attentes) ni pour les temps de réponse ce qui en raison de la

différence d'un ordre de grandeur entre les valeurs produites par les deux parties de l'expérience, rendait la comparaison difficile.

Cette absence de corrélation peut avoir plusieurs causes :

- Il n'existe pas de relation entre l'évaluation des quantités et les aptitudes en mathématiques.
- Notre matériel ne permettait pas de la mettre en évidence, les études citées dans l'introduction de ce paragraphe étant des études longitudinales.
- La qualité de la formalisation des énoncés de la deuxième partie de l'expérience est insuffisante.

Cette capacité de prédire l'aptitude aux mathématiques et du coup, en creux, de définir la nature des difficultés est importante. Elle permettrait comme, par exemple pour la dyslexie, de créer des méthodes soit curatives soit de contournement du ou des problèmes rencontrés par l'enfant.

D Conclusion et discussion

1. Conclusion

Le projet de cette thèse était fondé sur une analyse complémentaire de celle des travaux d'Olivier las Vergnas sur la façon dont les élèves sont catégorisés et sur la façon dont le discours politique tente de résoudre un hypothétique manque de scientifiques ou d'intérêt pour les sciences. Ces discours le font en prônant la culture scientifique pour tous ce qui a constitué la dernière brique de la construction de cette recherche. En particulier en analysant les causes de l'inefficacité de ces discours politiques, il est apparu que parmi les trois causes définies par Olivier las Vergnas (Olivier Las Vergnas, 2011) page 40 la cause C1 (Les causes individuelles) répondait aux questions qui avaient été le point de départ de ce travail et devaient être approfondies.

Cet approfondissement a rapidement montré qu'un grand nombre de causes (sociologiques, familiales, économiques, environnementales, etc...) aboutissaient à des désordres de l'apprentissage en général et des mathématiques en particulier, de même nature et de même effet.

Cette constatation m'a amené à penser qu'il existait une cause sous-jacente que déclenchaient les autres causes. Ceci a amené à travailler sur des causes neurophysiologiques que nous n'avions pas prévues et qui surtout s'éloignaient des axes de recherche du laboratoire. Malgré cette difficulté, il ne me paraissait pas possible de ne pas les traiter.

L'analyse des différentes causes m'a amené à construire un système à trois niveaux qui a été décrit page 155. Ce schéma est rappelé ci-dessous Figure 139.

Cette figure en 3 parties montre les différents facteurs obérant l'apprentissage des mathématiques par les enfants. Elle est divisée en trois parties avec un entête commun (l'encadré gris et les pavés verts) qui permet d'articuler les différents facteurs. Les pavés verts sont les conséquences des facteurs qui se trouvent en partie basse des 3 dessins ;

- Le dessin du haut met en évidence deux facteurs propres à l'enfant qui sont :
 -  Le milieu socio-économique et les points d'impacts des différents facteurs liés à cette étiologie (les pavés rouges)
 -  L'environnement social de l'enfant (les pavés bleus). Les pavés oranges sont les effets déclenchés par l'environnement social, qui agissent ensuite sur les pavés verts.
- Le dessin du milieu montre deux des points soulignés par Olivier Las Vergnas dans l'analyse de la CSS (la faible estime de soi et la valorisation du système scolaire qui sont dans les pavés oranges). Ces deux points sont là encore des effets déclenchés par l'environnement social mais qui ont une influence forte sur les pavés verts amenant aux difficultés en mathématiques.

- Le dessin du bas se situe à un niveau plus global et agit à la fois sur les difficultés scolaires et l'environnement social de l'enfant qui en ce cas reboucle sur les facteurs sociaux du dessin du haut.

Il est un peu difficile dans ce document de représenter toutes ces interactions qui mériteraient un objet en 3D pour être représentées dans de bonnes conditions. Ce sera l'objet d'une réflexion et d'un travail avec le FabLab de la Cité des sciences dès que les conditions épidémiologiques en permettront à nouveau l'accès.

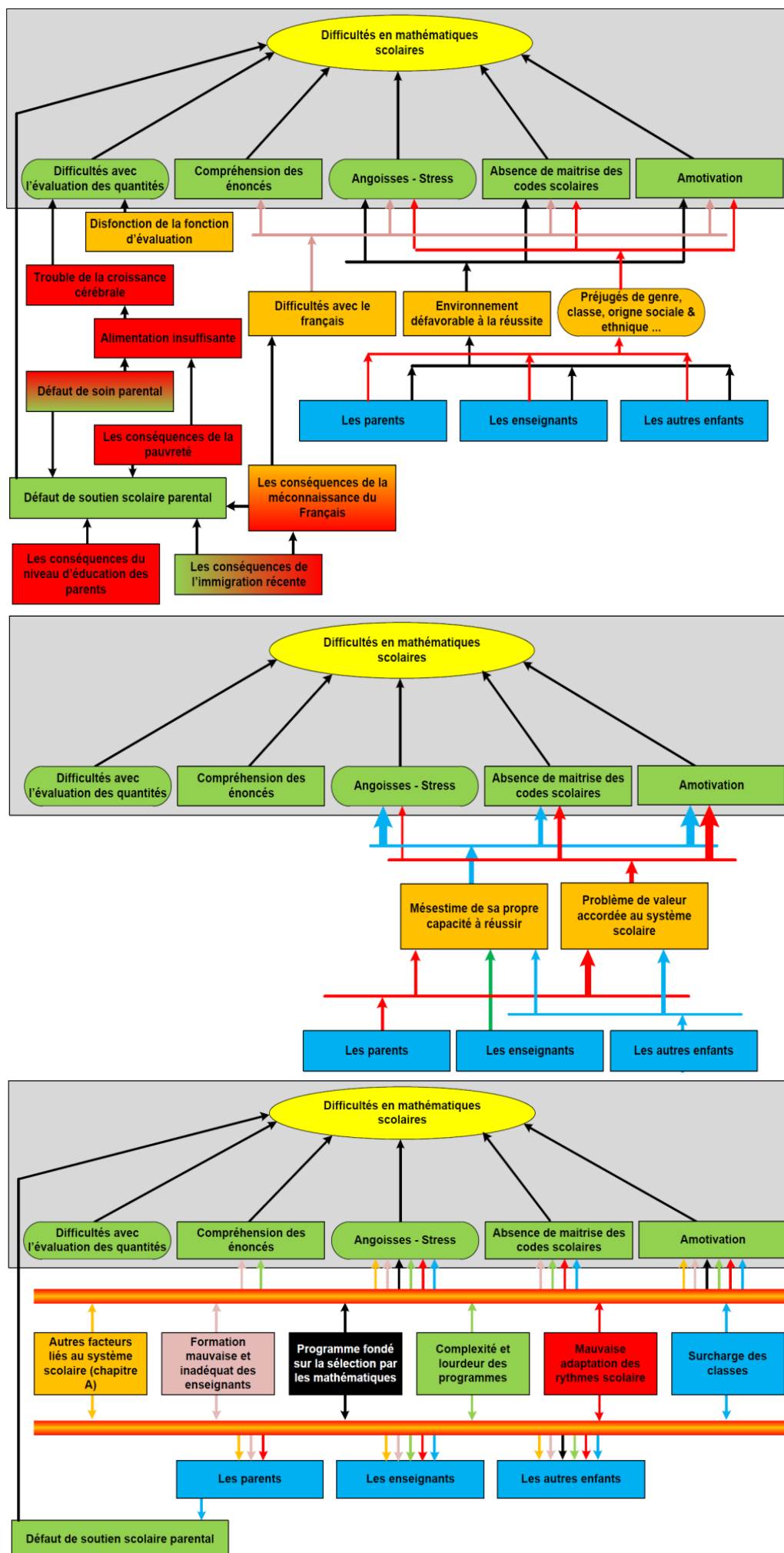
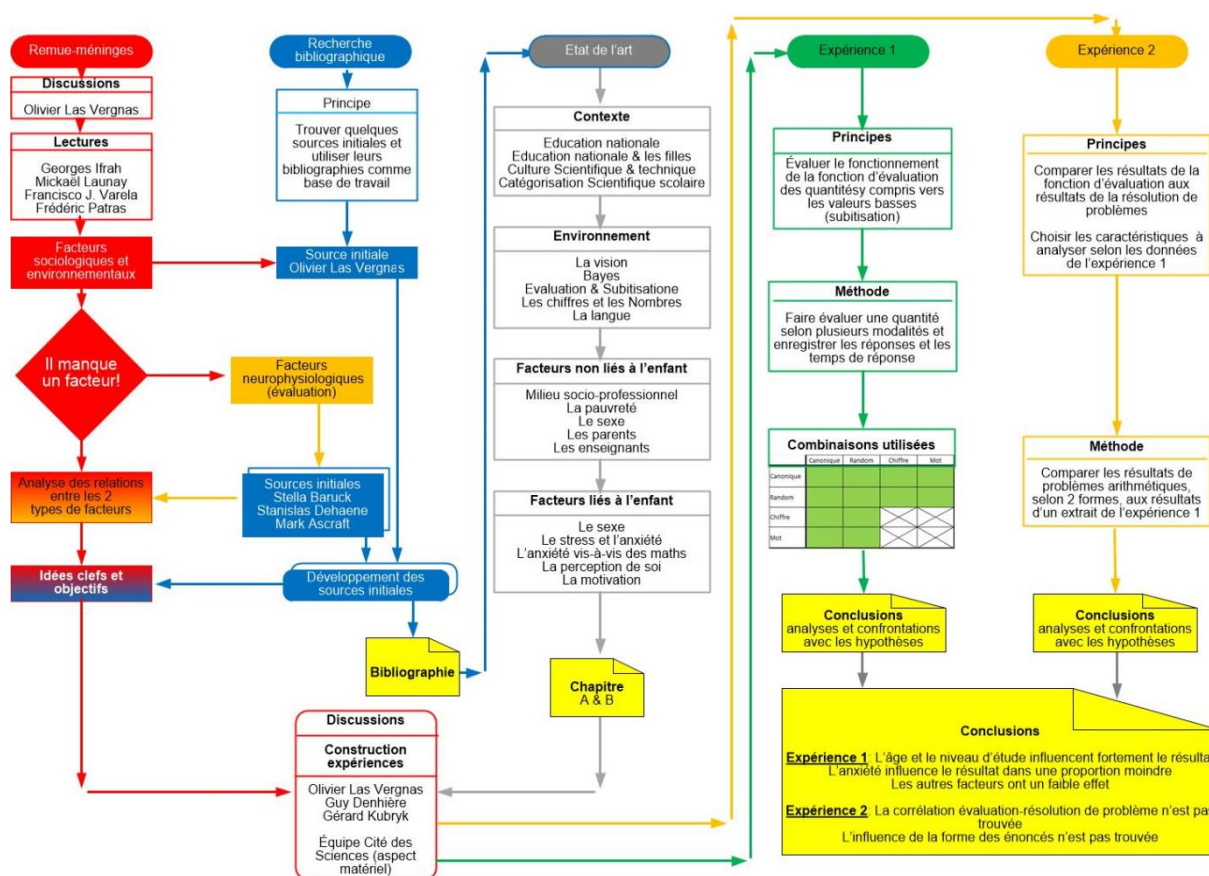


Figure 139 : Schéma décrivant les relations entre les causes des difficultés en mathématiques

À partir de ces éléments deux expériences ont été construites dans un but d'explorer les différents facteurs pouvant intervenir dans l'apprentissage des mathématiques et de répondre aux questions de recherche présentées page 84. Les facteurs influençant la fonction d'évaluation de quantités et la corrélation entre la résolution de problèmes d'arithmétiques simples et la fonction d'évaluation des quantités. Une des expériences permet de vérifier l'influence de différents facteurs sur la fonction d'évaluation des quantités (expérience 1), l'autre permet de vérifier la corrélation entre la capacité d'utilisation des mathématiques et la fonction d'évaluation des quantités (expérience 2).

La démarche suivie durant ce travail est récapitulée dans la figure ci-dessous qui nous amène à la conclusion en bas à droite de la figure ci-dessous



➤ L'expérience 1

Elle a permis de répondre à la première question de recherche et d'obtenir une hiérarchisation des facteurs influençant la fonction d'évaluation qui est résumée dans les ACP des pages 205 et 209. Ces ACP montrent que les facteurs qui sont les plus actifs sur la fonction d'évaluation sont l'âge et le niveau d'études. Ce sont les facteurs qui ont été utilisés dans l'expérience 2 ainsi que le type d'étude utilisé par Olivier Las Vergnas dans ses analyses.

Cette expérience a permis d'obtenir également des résultats complémentaires sur la neurophysiologie de la fonction d'évaluation des quantités :

- Effet Fechner

Comme l'ensemble de notre système neuro sensoriel l'évaluation est sensible à l'effet Fechner ce qui se traduit par deux résultats

- ✚ Plus la différence de valeur est grande entre le stimulus et le test et plus la quantité de bonnes réponses augmente, ce qui était prévu
- ✚ Plus la différence de valeur est grande entre le stimulus et le test et plus le temps de réponse diminue, ce qui était également prévu.

- Les temps de réponse

Un résultat intrigant est la comparaison entre les temps de réponse selon leur nature ce que montre la Figure 111 page 200.

- ✚ Il faut moins de temps pour répondre vrai que faux, ce qui veut dire que répondre vrai quand c'est vrai prend moins de temps que répondre faux quand il est vrai que c'est faux
- ✚ Il faut plus de temps pour répondre vrai quand il aurait fallu répondre faux et encore plus de temps pour répondre faux quand il aurait fallu répondre vrai

Ces résultats semblent indiquer qu'il est plus difficile de répondre faux que vrai mais surtout que cette difficulté croît quand la réponse est vraiment fausse, que la réponse fausse soit « vrai » ou « faux ». Cela semble indiquer que notre cerveau sait que le sujet se trompe et du coup complique le processus de décision.

➤ L'expérience 2

Elle cherchait à confirmer la corrélation entre fonction d'évaluation et aptitude aux mathématiques. Pour obtenir ce résultat les sujets répondaient à une expérience en deux parties ;

- 96 items extraient de l'expérience 1 pour avoir une valeur de la fonction d'évaluation du sujet
- 18 problèmes tirés aléatoirement d'un ensemble de 54.

Ces problèmes du niveau CM2 ou sixième peuvent avoir des énoncés de plusieurs natures pour vérifier si la nature de l'énoncé (littéraire, numérique, graphique) a une influence sur la qualité des réponses du sujet. Le Tableau 39 page 236 montre qu'il n'en est rien. Ce résultat n'est conforme ni aux articles qui proposent cette corrélation ni de ce fait à ce que nous attendions. Plusieurs hypothèses sont envisageables :

- La mauvaise qualité de notre matériel comme souligné précédemment.
- La nature différente de notre expérience face à l'analyse longitudinale des articles analysés pour définir cette recherche, ce qui nous était impossible de réaliser.
- La corrélation est un artéfact qui n'existe pas.

A ce stade de nos résultats il n'est pas possible de trancher.

Un résultat en revanche confirme les hypothèses d'Olivier Las Vergnas en ne montrant pas de différence significative entre les sujets issus de la filière littéraire et ceux issus de la filière scientifique contrairement aux préjugés du système scolaire.

En conclusion ce travail exploratoire a produit des résultats dont tous n'étaient pas prévus et a surtout conduit à rejeter l'hypothèse de la corrélation entre évaluation et qualité des réponses aux problèmes de mathématiques.

2. Discussion

Ce travail souffre de limites, de points forts et ouvre la voie à de futurs développements de cette recherche que nous allons esquisser.

➤ Les limites

La volonté de faire une exploration des différents facteurs pouvant avoir une influence sur l'apprentissage des mathématiques a contraint la méthodologie qui a été mise en œuvre. Il importait de disposer d'un public nombreux, d'un public avec une population diversifiée en termes d'âges et de formations voire des familles pour avoir des enfants d'âges divers. Enfin il fallait que cela ne ressemble pas à un environnement scolaire pour cette passation un peu longue ce qui restreignait beaucoup les lieux possibles Enfin il fallait que le lieu ait la possibilité de nous mettre à disposition un parc informatique important et une salle accueillante pour le public. Au-delà de ces points, il existe des contraintes dont deux principales.

La première contrainte est la façon dont les expériences ont été réalisées de façon totalement automatisée. Cela nous était imposé par la nécessité d'avoir un grand nombre de sujets pour obtenir suffisamment de données pour les différents facteurs. L'inconvénient c'est qu'il n'était pas possible, à cause de l'automatisation et du nombre de sujets voulu, d'avoir une personnalisation de la passation et un entretien avec chaque sujet pour recueillir des informations sur la passation et le sujet.

La seconde contrainte est que le lieu de la passation devait être un endroit passant. La Cité des sciences, la grande galerie du Carrefour Numérique répondait à cet objectif. Dans le même temps le Carrefour Numérique répondait au point précédent en étant capable de nous fournir une salle et un parc d'ordinateurs mais aussi créait un biais car les visiteurs de la Cité des sciences sont plutôt des gens attirés par la science sous différents aspects et encore plus au carrefour Numérique et son FabLab des technophiles. Néanmoins il faut noter que la proximité de la médiathèque qui accueille beaucoup de familles du quartier apporte tout de même le brassage qui pondère cette distorsion.

L'inconvénient de cette démarche est la masse de données générée (plus de 210 000 pour la première expérience et plus de 100 000 pour la deuxième). Cette masse a entraîné un travail important de réorganisation de ces données pour pouvoir les analyser. Néanmoins pour certains facteurs la quantité de données (la langue familiale par exemple) c'est révélé insuffisante pour pouvoir prétendre à un traitement statistique pertinent.

De plus au vu de la nécessité de recodage manuel de certaines informations personnelles des sujets laissées en saisie libre faute de pouvoir proposer un codage lors de la saisie, certaines informations n'ont pas été exploitées car la façon de les pondérer pour l'analyse n'a pas pu être définie dans le délai, par exemple le milieu social.

Enfin l'automatisation a réduit la possibilité de contrôle de la qualité des réponses au questionnaire d'identité dont quelques une semblent douteuses. Volonté de tricher, mais pourquoi pour des données clairement anonymes ? Ou incompréhension du questionnaire ? La procédure ne permet de savoir ni si les réponses sont sincères ni la raison si elles ne le sont pas

➤ Les points forts

Malgré les limites décrites précédemment des résultats ont été obtenus qui confirment une partie des hypothèses et surtout ont permis de vérifier l'importance relative des différents facteurs.

L'expérience 1 testait essentiellement la fonction d'évaluation et ce qui pouvait l'altérer. Elle devait aussi préciser pour l'expérience 2 les facteurs les plus influents afin de réduire le volume des analyses à produire. Au-delà de cela, elle a montré que deux facteurs jugés importants dans la littérature ne procuraient finalement au mieux qu'une corrélation faible et non significative avec la fonction d'évaluation. Ce sont le sexe et les préjugés de genre et la catégorisation scientifique scolaire (CSS) analysés l'un en comparant les réponses des filles et des garçons, l'autre en comparant les types de formation (scientifique ou littéraire).

L'ensemble des analyses et des informations rassemblées pour ce travail ont permis de dresser l'ensemble des 3 schémas décrit page 155 et rappelé page 243 qui décrivent à un niveau macroscopique pour le premier le rôle de différentes étiologies et au niveau microscopique les rôles de l'estime de soi et de la valeur accordée au système scolaire par les différents intervenants. Ces schémas ne sont bien sûr pas exhaustifs mais pourront être utilisés dans la suite de ce travail comme base à compléter.

Dans deux autres domaines, l'expérience 1 a confirmé que l'effet Fechner s'appliquait à l'évaluation comme à nos autres sens et que la forme du stimulus et du test avait une influence. Cette influence se manifeste par les temps de réponse qui dans notre

expérience est peut-être dissimulée par le temps d'attente qui potentiellement recouvrait une partie du temps nécessaire pour passer d'une modalité de présentation à une autre.

Enfin ce premier ensemble d'expérience a permis la conception d'un ensemble logiciel de gestion de l'expérience et de recueil des données ainsi que des modules de gestion des données qui permettront d'autres séquences expérimentales de façon aisée et qui sera mis à disposition une fois nettoyé et commenté.

➤ Les prolongements

Un volume important de données reste inexploité. Un travail de reprise de ces données est prévu après les avoir analysées pour en vérifier le contenu et la qualité.

Comme relevé au cours de la description des expériences, plusieurs variantes seraient intéressantes et permettraient de compléter les résultats déjà présentés. La première expérience à refaire est l'expérience 1 non plus entièrement automatisée mais en présence de l'expérimentateur pour avoir une meilleure qualité des données personnelles en particulier les données socio-économiques, la langue usuelle et la formation et une meilleure qualité du questionnaire final qu'il serait bien de refondre à cette occasion. Cela permettrait de refaire les ACP avec ces données supplémentaires et/ou de meilleure qualité.

Une deuxième variante de l'expérience 1 serait de moduler le temps d'attente entre stimulus et test selon plusieurs méthodes.

La première méthode intéressante serait de proportionner le temps entre stimulus et test en fonction de la taille du stimulus, évitant ainsi d'apporter un avantage à la mémorisation aux petites quantités et éventuellement un biais

La deuxième méthode serait une suppression pure et simple du délai entre stimulus et test pour voir si comme cela a été évoqué page 196 le temps d'attente dissimulait des temps de conversion entre les différents types de stimulus et de test

Enfin une autre question intéressante et plus difficile à formaliser dans une expérience est la nature des sens utilisés pour l'évaluation des quantités. Il serait intéressant de construire une expérience permettant de tester l'évaluation via le sens tactile. Par exemple saisir en aveugle quelques cubes de bois et donner, sans regarder, la cardinalité de la prise.

L'expérience 2 demande beaucoup de travail pour obtenir les résultats qui y était cherchés.

Il faut d'abord majoritairement repenser la conception des problèmes qui n'ont pas permis de réellement séparer les modes de présentation des énoncés et donc de vérifier si les

modes de présentations (littéraire, numérique, graphique) avaient une influence pour pouvoir réellement tester les hypothèses concernant la CSS.

Surtout avec un matériel expérimental de meilleure qualité, vérifier si la fonction d'évaluation (première partie de l'expérience) peut être corrélée à la résolution de problème et si non comprendre cette différence avec les travaux qui la mette en évidence.

➤ En guise de conclusion générale.

A la fin de ce travail, force est de constater que les résultats espérés n'ont pu être obtenus en particulier, en raison de la conception des énoncés des problèmes qui ne satisfaisaient pas complètement à ce que nous voulions faire. Nous déplorons également l'impossibilité de faire une étude longitudinale, dans le laps de temps de ce travail : c'est ainsi qu'ont procédé les expérimentateurs dont nous souhaitons compléter les résultats. Cette différence de méthodologie est aussi un élément qui peut expliquer cet échec. Cependant les résultats obtenus pour répondre à la première question de recherche montrent que deux facteurs interviennent principalement dans la fonction d'évaluation des quantités (âge et niveau d'étude) et a permis de déterminer leur importance respective. Il a également été montré, que certains facteurs ont beaucoup moins d'influence que ce qui est rapporté, le sexe en particulier. Au-delà de ce bilan en demi-teinte, nous pensons aussi avoir proposé une méthodologie et un package de logiciels de gestion expérimentale qui sera mis à disposition sur un serveur ouvert. Nous sommes convaincus que ces outils, permettront d'avancer grandement sur la question des difficultés en mathématiques, dès lors qu'ils seront utilisés avec des énoncés mieux adaptés à la différenciation des stratégies de compréhension des problèmes, permettront de progresser notablement sur la question des difficultés en mathématiques.



www.phdcomics.com



www.phdcomics.com



www.phdcomics.com

E Bibliographie

- Abdissa, D., Hamba, N., & Gerbi, A. (2020). Review Article on adult neurogenesis in humans. *Translational Research in Anatomy*, 20, 100074. <https://doi.org/10.1016/j.tria.2020.100074>
- Agasse, F. (2020). Chronic Corticosterone Elevation Suppresses Adult Hippocampal Neurogenesis by Hyperphosphorylating Huntingtin. *Cell Reports*, 32, 16.
- Agrillo, C., Piffer, L., Bisazza, A., & Butterworth, B. (2012). Evidence for Two Numerical Systems That Are Similar in Humans and Guppies. *PLoS ONE*, 7(2), e31923. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0031923>
- Alfred de Falloux. (1850). *Loi falloux 1850*.
- Alonso, M., Lepousez, G., Wagner, S., Bardy, C., Gabelle, M.-M., Torquet, N., & Lledo, P.-M. (2012). Activation of adult-born neurons facilitates learning and memory. *Nature Neuroscience*, 15(6), 897-904. <https://doi.org/10.1038/nn.3108>
- André-Durupt, V. (2018). *La première « bachelier »* (2^e édition augmentée). Fontenoy le Château: les Amis du vieux Fontenoy.
- Antibi, A. (2009). *Evaluation des élèves—La constante macabre, ça suffit antibi.pdf*. L'étudiant.
- Antibi, A. (2014). *CONFERENCE_NATIONALE_SUR L'EVALUATION DES ELEVES (nov._2014)*.
- Araud, G., Bronner, G., & Binoche, J. (2012). Le bac, un rite de passage, mais pas une assurance pour l'avenir—Le Point. *Le Point*, 3.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), 181-185. <https://doi.org/10.1111/1467-8721.00196>
- Ashcraft, M. H., & Stazyk, E. H. (1981). Mental addition: A test of three verification models. *Memory & Cognition*, 9(2), 185-196. <https://doi.org/10.3758/BF03202334>
- Assemblée Nationale. (1792). *Condorcet-L'instruction publique*. : Grands moments d'éloquence parlementaire. http://www2.assemblee-nationale.fr/sycomore/fiche/%28num_dept%29/11572
- Bandura, A. (2003). Auto-efficacité. Le sentiment d'efficacité personnelle. *Editions de Boeck Université*.
- Baruck, S. (1973). *Echec et math*. Seuil.
- Baruck, S. (2020, janvier). La troisième langue. *au fil des maths*.
- Baruck, S., & Rousset, M. (2020). *enseignement des math à l'école : Et si finalement on s'y prenait mal?* Télérama. <https://www.telerama.fr/enfants/oubliez-montessori,-les-mathematiques-cest-dabord-du-plaisir,n6612892.php>
- Baudart, F. (2011). Monde de l'oral et monde de l'écrit en mathématiques. *Le français aujourd'hui*, 174(3), 107. <https://doi.org/10.3917/lfa.174.0107>
- Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(5), 1860-1863. <https://doi.org/10.1073/pnas.0910967107>

- Belhoste, B. (1990). L'enseignement secondaire français et les sciences au début du XXe siècle. La réforme de 1902 des plans d'études et des programmes. *Revue d'histoire des sciences*, 43(4), 371-400. <https://doi.org/10.3406/rhs.1990.4502>
- Bempechat, J., & Shernoff, D. J. (2012). Parental Influences on Achievement Motivation and Student Engagement. In S. L. Christenson, A. L. Reschly, & C. Wylie (Éds.), *Handbook of Research on Student Engagement* (p. 315-342). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-2018-7_15
- Benbow, C. P., Lubinski, D., Shea, D. L., & Eftekhari-Sanjani, H. (2000). Sex Differences in Mathematical Reasoning Ability at Age 13: Their Status 20 Years Later. *Psychological Science*, 11(6), 474-480. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.00291>
- Bernyer, G. (1962). Etude sur la validité d'une échelle de sensation d'effort musculaire. *L'année psychologique*, 62(1), 1-15. <https://doi.org/10.3406/psy.1962.7153>
- Bindra, D., Donderi, D. C., & Nishisato, S. (1968). Decision latencies of "same" and "different" judgments. *Perception & Psychophysics*, 3(2), 121-136. <https://doi.org/10.3758/BF03212780>
- Blackwell, david, & Girshick, M. A. (1954). Theory of games and statistical decisions. *Naval Research Logistics Quarterly*, 1(3), 235-235. <https://doi.org/10.1002/nav.3800010313>
- Bonnet. (2004). *Cours psycho.cognitif*. <http://psychocognitiv67.canalblog.com/archives/2005/01/11/255724.html>
- Bouloiseau, M., & Boboul, A. (1967). *Oeuvres de Maximilien Robespierre Discours Tome 10*. Presses Universitaires de France. <http://www.archive.org/oeuvrescomplte10robe>
- Brandt-Grau, A., Claerr, T., & Smith, P. (2015). *Sciences et techniques. Une culture à partager—Ministère de la Culture*. /Sites-thematiques/Enseignement-superieur-et-Recherche/La-revue-Culture-et-Recherche/Sciences-et-techniques.-Une-culture-a-partager
- Brissiaud, R. (1999). *Construction du nombre-brissiaud-1999.pdf*.
- Brissiaud, R. (2004). « Les mathématiques à l'école primaire » *Conférence de Rémi Brissiaud*. 15.
- Burr, D., & Ross, J. (2008). A Visual Sense of Number. *Current Biology*, 18(6), 425-428. <https://doi.org/10.1016/j.cub.2008.02.052>
- Cayouette-Remblière, J., & De Saint Pol, T. (2013). Le sinueux chemin vers le baccalauréat : Entre redoublement, réorientation et décrochage scolaire. *Economie et Statistique*.
- Chang, H., & Beilock, S. L. (2016). The math anxiety-math performance link and its relation to individual and environmental factors: A review of current behavioral and psychophysiological research. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, 10, 33-38. <https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2016.04.011>
- Chaptal, J.-A. (An IX). Rapport et projet de loi sur l'instruction publique,. *Chez Deterville, Libraire rue de Battoir n° 16, quartier de l'Odéon*, 148. Gallica.

- Cheung, H., & Kemper, S. (1993). Recall and articulation of English and Chinese words by Chinese-English bilinguals. *Memory & Cognition*, 21(5), 666-670. <https://doi.org/10.3758/BF03197197>
- Chevènement, J.-P. (2009). *80% d'une classe d'âge au niveau du bac une exigence républicaine*. Le blog de Jean-Pierre Chevènement. https://www.chevenement.fr/80-d-une-classe-d-age-au-niveau-du-bac-Une-exigence-republicaine_a809.html
- Cirino, P. T., Tolar, T. D., Fuchs, L. S., & Huston-Warren, E. (2016). Cognitive and numerosity predictors of mathematical skills in middle school. *Journal of Experimental Child Psychology*, 145, 95-119. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.12.010>
- Cognat, X. (2020, janvier). Les nouveaux outils des entreprises d'assurance. *Tangente*.
- Colombo, M., & Series, P. (2012). Bayes in the Brain—On Bayesian Modelling in Neuroscience. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 63(3), 697-723. <https://doi.org/10.1093/bjps/axr043>
- Convention 11. 17 novembre 1794. (1992). *Bibliothèque de l'Histoire de l'Éducation*, 5, 51-52.
- Convert, B., & Pinet, M. (1989). Les classes terminales et leur public. *Revue Française de Sociologie*, 30(2), 211. <https://doi.org/10.2307/3321762>
- Cordier, S. (2020, janvier). Maths et emploi en France : Une dynamique récente... Qui s'amplifie. *Tangente*.
- Dahi, R. (2020). *Les maths font peur aux étudiant français*. Groupe Réussite. <https://groupe-reussite.fr/blog/maths-peur-francais/>
- Dastjerdi, M., Ozker, M., Foster, B. L., Rangarajan, V., & Parvizi, J. (2013). Numerical processing in the human parietal cortex during experimental and natural conditions. *Nature Communications*, 4(1), 2528. <https://doi.org/10.1038/ncomms3528>
- Degos, J.-G. (2020, janvier). Des matrices et des graphes en comptabilité. *Tangente*.
- Dehaene, S. (2008). *Fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire (Le concept de nombre)*. 29.
- Dehaene, S. (2012). *Le cerveau statisticien : La révolution Bayésienne en sciences cognitives*. 18.
- Dehaene, S. (2017). *Langage et mathématiques;des circuits dissociables*. Cours Collège de France.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems : A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia*, 29(11), 1045-1074. [https://doi.org/10.1016/0028-3932\(91\)90076-K](https://doi.org/10.1016/0028-3932(91)90076-K)
- Demetriou, H., Wilson, E., & Winterbottom, M. (2009). The role of emotion in teaching : Are there differences between male and female newly qualified teachers' approaches to teaching? *Educational Studies*, 35(4), 449-473. <https://doi.org/10.1080/03055690902876552>
- Demirjian, H., & Baudin, J.-B. (2007). *Les origines de l'IRM : la résonance magnétique nucléaire*. CultureSciences-Chimie ENS. <http://culturesciences.chimie.ens.fr/print/1198?print=yes&nid=1198>

- Dinet, D. (2011). L'éducation des filles de la fin du 18^e siècle jusqu'en 1918. *Revue des sciences religieuses*, 85/4, 457-490. <https://doi.org/10.4000/rsr.1795>
- Doriath, B., Montaigu, R., Poncelet, Y., & Richon, H.-G. (2013). *L'évaluation des enseignants*.
- Dreizen, P. (2004). The Nobel prize for MRI : A wonderful discovery and a sad controversy. *The Lancet*, 363(9402), 78. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(03\)15182-3](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(03)15182-3)
- Dutta, D. J., Woo, D. H., Lee, P. R., Pajevic, S., Bukalo, O., Huffman, W. C., Wake, H., Basser, P. J., SheikhBahaei, S., Lazarevic, V., Smith, J. C., & Fields, R. D. (2018). *Regulation of myelin structure and conduction velocity by perinodal astrocytes*. 6.
- Eagleman, D. M. (2001). Visual illusions and neurobiology. *Nature Reviews Neuroscience*, 2(12), 920-926. <https://doi.org/10.1038/35104092>
- éduscol. (2016). *Mathématiques et maîtrise de la langue*. MEN.
- Ellis, N. C., & Hennelly, R. A. (1980, février 1). *A bilingual word-length effect : Implications for intelligence testing and the relative ease of mental calculation in Welsh and English*. *British Journal of Psychology*; John Wiley & Sons, Ltd. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.2044-8295.1980.tb02728.x>
- Ellul, J. (1977). *Le système technicien*. <https://www.chapitre.com/BOOK/ellul-jacques/le-systeme-technicien,44203770.aspx>
- Emmerton, J. (2013). *Birds' Judgments of Number and Quantity*. 15.
- Esquieu, N., & Prouteau, D. (2015). Les personnels de l'Éducation nationale en 2013-2014 : Des effectifs enseignants en hausse. *DEPP*, 27, 4.
- Esteban, M. J. (2014). *Les mathématiques un outil indispensable pour l'innovation et les nouvelles technologies*. Mediapart. <https://blogs.mediapart.fr/edition/au-coeur-de-la-recherche/article/260214/les-mathematiques-un-outil-indispensable-pour-linnovation-et-les-nouvelles>
- Eurydice. (2010). *Différences entre les genres en matière de réussite scolaire étude sur les mesures prises et la situation actuelle en Europe*. Eurydice.
- Fanari, R., Meloni, C., & Massidda, D. (2019). Visual and Spatial Working Memory Abilities Predict Early Math Skills : A Longitudinal Study. *Frontiers in Psychology*, 10, 2460. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02460>
- Fenouillet, F. (2016). *Les théories de la motivation*. Dunod.
- Ferry, J. (1882). *Fac-similé du Journal officiel du 29 mars 1882*. 2.
- Fields, R. D. (2015). A new mechanism of nervous system plasticity : Activity-dependent myelination. *Nature Reviews Neuroscience*, 16(12), 756-767. <https://doi.org/10.1038/nrn4023>
- Findlay, P. J., Kapoula, D. Z., Katz, D. R., Pierrot-Deseilligny, P. C., Trotter, D. Y., Versino, P. M., & Zee, P. D. (2010). *Coordination des Mouvements Oculaires dans l'Espace 3D chez l'Homme : Substrat Cortical Étudié par TMS*. 245.
- Fischer, B. (2008). Subitizing and Visual Counting in Children with Problems in Acquiring Basic Arithmetic Skills. *Optometry & Vision Development*, 39(1), 6.

- Gandini, D., Ardiale, E., & Lemaire, P. (2010). *Children's Strategies in Approximate Quantification*. 26(1), 14.
- Gandini, D., Lemaire, P., & Dufau, S. (2008). Older and younger adults' strategies in approximate quantification. *Acta Psychologica*, 129(1), 175-189. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2008.05.009>
- Garcia, S., & Poupeau, F. (2003). *La mesure de la « démocratisation » scolaire*. Editions du Seuil. <https://www.cairn.info/revue-actes-de-la-recherche-en-sciences-sociales-2003-4-page-74.htm>
- Gaudry. (2007a). *Le vivier de l'emploi scientifique*. MENESR-DEPP C2.
- Gaudry. (2007b). *La place de la France dans l'environnement international*. MENESR-DEPP C2.
- Gaudry. (2007c). *L'emploi scientifique dans le secteur privé*. MENESR-DEPP C2.
- Gaudry. (2007d). *L'emploi scientifique dans le secteur public*. MENESR-DEPP C2.
- Geary, D. C. (1999). Sex Differences in Mathematical Abilities : Commentary on the Math-Fact Retrieval Hypothesis. *Contemporary Educational Psychology*, 24(3), 267-274. <https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1007>
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Rouder, J. N. (2015). Individual differences in algebraic cognition : Relation to the approximate number and semantic memory systems. *Journal of Experimental Child Psychology*, 140, 211-227. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.07.010>
- Grégor, I. (2020). *Le baccalauréat : Brocardé mais toujours là*. herodote.net; https://www.herodote.net/Brocarde_mais_toujours_la_-synthese-2360-499.php.
- Gregory, R. L. (1997). Knowledge in perception and illusion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, 352(1358), 1121-1127. <https://doi.org/10.1098/rstb.1997.0095>
- Grenet, J. (2006). *Grandes lignes de l'évolution des institutions scolaire*. 16.
- Griffiths, T. L., & Yuille, A. (2008). A primer on probabilistic inference. In N. Chater & M. Oaksford (Éds.), *The Probabilistic Mind*: (p. 33-58). Oxford University Press. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199216093.003.0002>
- Hair, N. L., Hanson, J. L., Wolfe, B. L., & Pollak, S. D. (2015). Association of Child Poverty, Brain Development, and Academic Achievement. *JAMA Pediatrics*, 169(9), 822. <https://doi.org/10.1001/jamapediatrics.2015.1475>
- Hansen, N., Jordan, N. C., Fernandez, E., Siegler, R. S., Fuchs, L., Gersten, R., & Micklos, D. (2015). General and math-specific predictors of sixth-graders' knowledge of fractions. *Cognitive Development*, 35, 34-49. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2015.02.001>
- Hanson, J. L., Chung, M. K., Avants, B. B., Rudolph, K. D., Shirtcliff, E. A., Gee, J. C., Davidson, R. J., & Pollak, S. D. (2012). Structural Variations in Prefrontal Cortex Mediate the Relationship between Early Childhood Stress and Spatial Working Memory. *Journal of Neuroscience*, 32(23), 7917-7925. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.0307-12.2012>

- Hanson, Jamie L., Adluru, N., Chung, M. K., Alexander, A. L., Davidson, R. J., & Pollak, S. D. (2013). Early Neglect Is Associated With Alterations in White Matter Integrity and Cognitive Functioning. *Child Development*, 84(5), 1566-1578. <https://doi.org/10.1111/cdev.12069>
- Hauser, M. D., Carey, S., & Hauser, L. B. (2000). Spontaneous number representation in semi-free-ranging rhesus monkeys. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, 267(1445), 829-833. <https://doi.org/10.1098/rspb.2000.1078>
- Henderson, A. T., & Mapp, K. L. (2002). *A New Wave of Evidence: The Impact of School, Family, and Community Connections on Student Achievement*. 241.
- Houdé, O. (2015). *Les neurones de la pensée libre*. Pour la science.
- Howard, S. R., Avarguès-Weber, A., Garcia, J. E., Greentree, A. D., & Dyer, A. G. (2019). Numerical cognition in honeybees enables addition and subtraction. *Science Advances*, 5(2), eaav0961. <https://doi.org/10.1126/sciadv.aav0961>
- Hyde, Daniel C., Simon, C. E., Berteletti, I., & Mou, Y. (2017). The relationship between non-verbal systems of number and counting development: A neural signatures approach. *Developmental Science*, 20(6), e12464. <https://doi.org/10.1111/desc.12464>
- Hyde, D.C., Berteletti, I., & Mou, Y. (2016). Approximate numerical abilities and mathematics. In *Progress in Brain Research* (Vol. 227, p. 335-351). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.011>
- Izard, V., Dehaene-Lambertz, G., & Dehaene, S. (2008). Distinct Cerebral Pathways for Object Identity and Number in Human Infants. *PLoS Biology*, 6(2), e11. <https://doi.org/10.1371/journal.pbio.0060011>
- Jevons, H. S. (1871). *WITH PREFACE AND NOTES AND AN EXTENSION OF THE BIBLIOGRAPHY OF MATHEMATICAL ECONOMIC WRITINGS*. 205.
- Joel, D., Persico, A., Salhov, M., Berman, Z., Oligschläger, S., Meilijson, I., & Averbuch, A. (2018). Analysis of Human Brain Structure Reveals that the Brain “Types” Typical of Males Are Also Typical of Females, and Vice Versa. *Frontiers in Human Neuroscience*, 12, 399. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2018.00399>
- Johnson-Ulrich, Z., & Vonk, J. (2018). Spatial representation of magnitude in humans (*Homo sapiens*), Western lowland gorillas (*Gorilla gorilla gorilla*), and American black bears (*Ursus americanus*). *Animal Cognition*, 21(4), 531-550. <https://doi.org/10.1007/s10071-018-1186-y>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850-867. <https://doi.org/10.1037/a0014939>
- Kanfer, R. (1990). Motivation Theory and Industrial and Organizational Psychology. In *Handbook of industrial and organizational psychology (Vol. 1)Chapter: Motivation theory and Industrial/Organizational Psychology* (Consulting Psychologists Press). M. D. Dunnette & L. Hough.

- Kanfer, R., & Ackerman, P. L. (2004). Aging, Adult Development, and Work Motivation. *Academy of Management Review*, 29(3), 440-458. <https://doi.org/10.5465/amr.2004.13670969>
- Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. *The American Journal of Psychology*, 62(4), 498. <https://doi.org/10.2307/1418556>
- Kim, B., Rudin, C., & Shah, J. (2015). The Bayesian Case Model : A Generative Approach for Case-Based Reasoning and Prototype Classification. *ArXiv:1503.01161 [Cs, Stat]*. <http://arxiv.org/abs/1503.01161>
- Klinger, C. M. (2006). Challenging negative attitudes, low self-efficacy beliefs, and math-anxiety in pre-tertiary adult learners. *ALM Proceeding*, 8.
- Knill, D. C., & Pouget, A. (2004). The Bayesian brain : The role of uncertainty in neural coding and computation. *Trends in Neurosciences*, 27(12), 712-719. <https://doi.org/10.1016/j.tins.2004.10.007>
- Kubryk, G. (2018). *Présentation Cref-2018—E1589*.
- Kubryk, G. (2019). *Compter oui mais comment?* Journées Cref 2019.pptm.
- Kubryk, G. (2020). *Présentation Cref-2020. Aspect cognitifs et neurologiques de l'usage des nombres*.
- Kubryk, G., Le Floch, A., & Las Vergnas, O. (2018). Identifying the Roots of Lifelong Mathematic Difficulties : First Experiment, First Results. *CSEDU 2018*, 2, 8.
- Kwong, K. K. (2012). Record of a single fMRI experiment in May of 1991. *NeuroImage*, 62(2), 610-612. <https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2011.07.089>
- Las vergnas, O. (2016). *Apprenance, rapport aux sciences et effet de la catégorisation scientifique scolaire*.
- Las Vergnas, Olivier. (2017). Répétitions des discours sur la culture scientifique et technique et effets de la catégorisation scientifique scolaire. *Innovations*, 52(1), 85. <https://doi.org/10.3917/inno.052.0085>
- Las Vergnas, Olivier. (2011). *La culture scientifique et les non scientifiques, entre allégeance et transgression de la catégorisation scolaire*.
- Lefort, S., Lesot, M.-J., Zibetti, E., Tijus, C., & Detyniecki, M. (2016). How Much Is “About”? Fuzzy Interpretation of Approximate Numerical Expressions. In J. P. Carvalho, M.-J. Lesot, U. Kaymak, S. Vieira, B. Bouchon-Meunier, & R. R. Yager (Éds.), *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems* (Vol. 610, p. 226-237). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-40596-4_20
- Lemaire, P., & Lecacheur, M. (2007). *Aging and numerosity estimation-lemaire-Lecacheur-numestim-JOGPS-2007.doc*.
- Lesclesdelamotivationhumaine. (2006). *TAXONOMIE DES PRINCIPALES THÉORIES DE LA MOTIVATION AU TRAVAIL*. www.lesclesdelamotivationhumaine

- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability : Approximate number system and math abilities. *Developmental Science*, 14(6), 1292-1300. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x>
- Logothetis, N. K. (2002). The neural basis of the blood–oxygen–level–dependent functional magnetic resonance imaging signal. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences*, 357(1424), 1003-1037. <https://doi.org/10.1098/rstb.2002.1114>
- Luc, J.-N., & Prost, A. (1994). *L'invention du jeune enfant au XIXe siècle : De la salle d'asile à l'école maternelle (1826-1887)*. ANRT.
- Maetz, I. (2017). *Parcours et réussite en licence et en PACES: les résultats de la session 2016*. MESRI-SIES.
- Maloney, E. A., Risko, E. F., Ansari, D., & Fugelsang, J. (2010). *Math Anxiety Affects Counting but Not Subitizing on an Enumeration Task*. 1.
- Maloney, E. A., Waechter, S., Soliman, S., Risko, E. F., & Fugelsang, J. (2011). *Examining the Relation Between Math Anxiety and Spatial Abilities*. 1.
- Maloney, L. T., & Zhang, H. (2010). Decision-theoretic models of visual perception and action. *Vision Research*, 50(23), 2362-2374. <https://doi.org/10.1016/j.visres.2010.09.031>
- Martin, J. (2002). Aux origines de la « science des examens » (1920-1940). *Histoire de l'éducation*, 94, 177-199. <https://doi.org/10.4000/histoire-education.817>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. *PLoS ONE*, 6(9), e23749. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0023749>
- McComb, K., Packer, C., & Pusey, A. (1994). *Roaring_and_numerical_assessment_in_contests_between_groups_of_female_lions.pdf*. *Animal Behavior*, 47, 379-387.
- MEN. (2018). *L'Education en chiffre 2018*.
- Mergnac, M.-O., & Renaudin, C. (2009). *Histoire du baccalauréat*. Archives & Culture.
- Miconnet, N. (2016). PARCOURS DES ELEVES EN DIFFICULTE SCOLAIRE - Influence de l'offre de formation et de l'académie. *MENESR-DEPP bureau des études statistiques sur les élèves*, 24.
- Miller, G. (1955). The Magical Number Seven, Plus or Minus Two Some Limits on Our Capacity for Processing Information. *Psychological Review*, 101(2), 343-352.
- Neuroscience Online* : - *The University of Texas Medical School at Houston*. (1997). <https://nba.uth.tmc.edu/neuroscience/toc.htm>
- Nieder, A., & Merten, K. (2007). A Labeled-Line Code for Small and Large Numerosities in the Monkey Prefrontal Cortex. *Journal of Neuroscience*, 27(22), 5986-5993. <https://doi.org/10.1523/JNEUROSCI.1056-07.2007>

- Nieder, Andreas, & Miller, E. K. (2003). Coding of Cognitive Magnitude : Compressed Scaling of Numerical Information in the Primate Prefrontal Cortex. *Neuron*, 37, 147-159.
- Niederle, M., & Vesterlund, L. (2010). Explaining the Gender Gap in Math Test Scores : The Role of Competition. *Journal of Economic Perspectives*, 24(2), 129-144. <https://doi.org/10.1257/jep.24.2.129>
- Nimier, J. (s. d.). *Dossier N° 438—L'évaluation des élèves*. Cahiers Pédagogiques.
- Nimier, J. (1988). *Les modes de relations aux mathématiques* (Meridiens-Klinksieck).
- Owens, M., Stevenson, J., Norgate, R., & Hadwin, J. A. (2008). Processing efficiency theory in children : Working memory as a mediator between trait anxiety and academic performance. *Anxiety, Stress & Coping*, 21(4), 417-430. <https://doi.org/10.1080/10615800701847823>
- Pansu, P., Régner, I., Max, S., Colé, P., Nezlek, J. B., & Huguet, P. (2016). A burden for the boys : Evidence of stereotype threat in boys' reading performance. *Journal of Experimental Social Psychology*, 65, 26-30. <https://doi.org/10.1016/j.jesp.2016.02.008>
- Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the Approximate Number System Improves Math Proficiency. *Psychological Science*, 24(10), 2013-2019. <https://doi.org/10.1177/0956797613482944>
- Penny, W. (2012). Bayesian Models of Brain and Behaviour. *ISRN Biomathematics*, 2012, 1-19. <https://doi.org/10.5402/2012/785791>
- Perraud-Ussel, (Cyrielle. (2018). *Les effectifs en cycle ingénieur en 2017-2018*. MESRI - SIES.
- Peterson, L., & Peterson, M. J. (1959). Short-term retention of individual verbal items. *Journal of Experimental Psychology*, 58(3), 193-198. <https://doi.org/10.1037/h0049234>
- Pétrovitch, A. (2012). *L'apprentissage : Ses évolutions et ses implications sur le territoire*. 115.
- Piazza, M., Mechelli, A., Butterworth, B., & Price, C. J. (2002). Are Subitizing and Counting Implemented as Separate or Functionally Overlapping Processes? *NeuroImage*, 15(2), 435-446. <https://doi.org/10.1006/nimg.2001.0980>
- Pica, P. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. *Science*, 306(5695), 499-503. <https://doi.org/10.1126/science.1102085>
- Piéron, H. (1959). Les échelles subjectives peuvent-elles fournir la base d'une nouvelle loi psychophysique ? *L'année psychologique*, 59(1), 1-34. <https://doi.org/10.3406/psy.1959.6593>
- Poulin-Dubois, D., & Serbin, L. A. (2006). La connaissance des catégories de genre et des stéréotypes sexuels chez le jeune enfant. *Enfance*, 58(3), 283. <https://doi.org/10.3917/enf.583.0283>
- Price. (1763). LII. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. By the late Rev. Mr. Bayes, F. R. S. communicated by Mr. Price, in a letter to John Canton, A. M. F. R. S. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 53, 370-418. <https://doi.org/10.1098/rstl.1763.0053>

- Prost, A. (1981). *Histoire de l'enseignement et de l'éducation: Vol. Partie IV. depuis 1930* (Tempus).
- Ramachandran, V. S. (1988). Perceiving Shape from Shading. *Scientific American*, 259(2), 76-83. <https://doi.org/10.1038/scientificamerican0888-76>
- Rao, R. P. N., & Ballard, D. H. (1999). Predictive coding in the visual cortex: A functional interpretation of some extra-classical receptive-field effects. *Nature Neuroscience*, 2(1), 79-87. <https://doi.org/10.1038/4580>
- Revkin, S. K., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does Subitizing Reflect Numerical Estimation? *Psychological Science*, 19(6), 607-614. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2008.02130.x>
- Rocher, T. (2016). *CONSTRUCTION D'UN INDICE DE POSITION SOCIALE DES ELEVES*. 24.
- Rogers, R. (2007). L'éducation des filles: Un siècle et demi d'historiographie. *Histoire de l'éducation*, 115-116, 37-79. <https://doi.org/10.4000/histoire-education.1422>
- Rosenwald, F. (2019). L'évolution des performances en calcul des élèves de CM2 à trente ans d'intervalle (1987-2017). *Note d'information*, 4.
- Rosenwald, F., France, Ministère de l'éducation nationale (2007-....), & Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance. (2019). *Filles et garçons sur le chemin de l'égalité 2019 : De l'école à l'enseignement supérieur*.
- Roulin, J.-L. (2006). *Psychologie cognitive* (Vol. 1-1). Editions Bréal.
- Royer, J. M., Tronsky, L. N., Chan, Y., Jackson, S. J., & Marchant, H. (1999). Math-Fact Retrieval as the Cognitive Mechanism Underlying Gender Differences in Math Test Performance. *Contemporary Educational Psychology*, 24(3), 181-266. <https://doi.org/10.1006/ceps.1999.1004>
- Schiele, B. (2005). *Publiciser la science! Pour quoi faire? (Revisiter la notion de culture scientifique et technique)* (La publicisation de la science). PUG.
- Schoofs, D., Pabst, S., Brand, M., & Wolf, O. T. (2013). Working memory is differentially affected by stress in men and women. *Behavioural Brain Research*, 241, 144-153. <https://doi.org/10.1016/j.bbr.2012.12.004>
- Schubert, T. M., Rothlein, D., Brothers, T., Coderre, E. L., Ledoux, K., Gordon, B., & McCloskey, M. (2020). Lack of awareness despite complex visual processing: Evidence from event-related potentials in a case of selective metamorphopsia. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 202000424. <https://doi.org/10.1073/pnas.2000424117>
- Sée, C., Carnot, Legouvé, E., Martin, H., & Sée, G. (1888). Lycées et collèges de jeunes filles: Documents, rapports et discours à la Chambre des députés et au Sénat. *Lycées et collèges de jeunes filles: documents, rapports et discours à la Chambre des députés et au Sénat, décrets, arrêtés, circulaires, etc. relatifs à la loi sur l'enseignement secondaire des jeunes filles, 6ème année*, 669.

- Starr, A., Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2013). Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(45), 18116-18120. <https://doi.org/10.1073/pnas.1302751110>
- Steadman, P. E., Xia, F., Ahmed, M., Mocle, A. J., Penning, A. R. A., Geraghty, A. C., Steenland, H. W., Monje, M., Josselyn, S. A., & Frankland, P. W. (2020). Disruption of Oligodendrogenesis Impairs Memory Consolidation in Adult Mice. *Neuron*, 105(1), 150-164.e6. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2019.10.013>
- Stratégie Nationale de Culture Scientifique Technique et Industrielle. (2017). SNCSTI.
- Suinn, R. M., & Winston, E. H. (2003). The Mathematics Anxiety Rating Scale, a brief version : Psychometric data. *Psychological Reports*, 92(1), 167-173.
- Suliann. (2012). *Le système visuel*. umpf GRENOBLE. http://imss-www.upmf-grenoble.fr/prevert/SpecialiteSC/Cours%20de%20Suliann/2.INPG_VisualSys.pdf
- Supertino, G. (2018). *bac 2018 : Le baccalauréat, un rite de passage qui nous aide à grandir*. Europe 1. <https://www.europe1.fr/societe/le-baccalaureat-un-rite-de-passage-qui-nous-aide-a-grandir-3679094>
- Szkudlarek, E., & Brannon, E. M. (2017). Does the Approximate Number System Serve as a Foundation for Symbolic Mathematics? *Language Learning and Development*, 13(2), 171-190. <https://doi.org/10.1080/15475441.2016.1263573>
- Tannenholz, L., Jimenez, J. C., & Kheirbek, M. A. (2014). Local and regional heterogeneity underlying hippocampal modulation of cognition and mood. *Frontiers in Behavioral Neuroscience*, 8. <https://doi.org/10.3389/fnbeh.2014.00147>
- Taylor, F. W. (1911). *THE PRINCIPLES OF SCIENTIFIC MANAGEMENT*. 54.
- Tenenbaum, J. B., Griffiths, T. L., & Kemp, C. (2006). *Theory-based Bayesian models of inductive learning and reasoning*. TRENDS in cognitive sciences.
- Vautherot, A. (2008). *l'électro-encephalogramme : Présentation, histoire et fonctionnement*.
- Viau, R. (2000). Des conditions à respecter pour susciter la motivation des élèves. *Correspondance*, 5(3), 8.
- Viger, E. (2007). *Les effets de la démocratisation de l'enseignement en France : Une étude empirique*. 220.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1953). *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press.
- Vuokko, E. (2010). Different brain mechanisms for subitizing and counting revealed by MEG. *Tiedepäivän Poster session*. www.helsinki.fi/~niemivir/Subitizing.pdf
- Waeckel-Dunoyer, C., & Vinais, M. (2010). *LA CONSTRUCTION DU NOMBRE*.
- Wang, J. (Jenny), Halberda, J., & Feigenson, L. (2017). Approximate number sense correlates with math performance in gifted adolescents. *Acta Psychologica*, 176, 78-84. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2017.03.014>
- Wang, Z., Murai, Y., & Whitney, D. (2020). Idiosyncratic perception : A link between acuity, perceived position and apparent size. *Proc. R. Soc.B* 287:20200825, 10.
- WIKIPEDIA. (2019a). *Imagerie par résonance magnétique.pdf*.

WIKIPEDIA. (2019b). *Visual_system.pdf*.

Williams, B., & Davis, S. (2016). Maths anxiety and medication dosage calculation errors : A scoping review. *Nurse Education in Practice*, 20, 139-146.
<https://doi.org/10.1016/j.nepr.2016.08.005>

World Intellectual Property Organisation. (2019). *World Intellectual Property Indicators 2019*.
World Intellectual Property Organization.
<http://public.eblib.com/choice/PublicFullRecord.aspx?p=5982599>

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358(6389), 749-750.
<https://doi.org/10.1038/358749a0>

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(99\)00066-9](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00066-9)

Zazzo, R. (1989). Projets de Condorcet et de Le Peletier pour l'école de la République. *Enfance*, Tome 42 n°4, 5.

Zhu, Z. (2007). Gender differences in mathematical problem solving patterns : A review of literature. *International Education Journal*, 8(2), 187-203.

Autorisations d'utilisation des illustrations d'accompagnement

Geluck

Re: Philippe Geluck - Le Chat "[your-subject]"

Boîte de réception x



Adrian Schuiten <adrian@geluck.com>
À moi

30 avr. 2020 17:21 (il y a 18 heures)

français

anglais

[Traduire le message](#)

[Désactive](#)

Bonjour,

Dans ce cas, pas de problème.

Merci de bien inscrire ©GELUCK à côté de chaque dessin et de ne pas les détourner ni les modifier.

Cordialement,

Adrian
T : +32 2 639 23 16
F : +32 2 639 23 17
adrian@geluck.com

Salut ! Ça va ?

Salut ! Ça va ? sa / nv
Rue Elise 87 Elizastraat
Bruxelles 1050 Brussel
Belgique – België
LeChatdeGeluck.com
Facebook.com/LeChatdeGeluck
Facebook.com/Philippe.Geluck

Tartrais

De : erik tartrais
A : gerard.k@laposte.net

15 Novembre 2019, 12:48

Salut Gérard,

Ok, pas de soucis, vous pouvez utiliser mes dessins que vous souhaitez pour votre travail de doctorat,
Cordialement,

Erik Tartrais

F Annexe 1

L'œil

Ce document est la compilation des documents de (Suliann, 2012), (*Neuroscience Online: - The University of Texas Medical School at Houston*, 1997) et de (WIKIPEDIA, 2019b). Il vise à présenter quelques aspects du circuit visuel utilisé pour la circulation de l'information dans ce travail. Ce cheminement n'est pas neutre. Une esquisse de la totalité du circuit visuel est représentée Figure 141

Nous ne visons qu'à donner un aperçu très succinct d'un système cérébral très complexe et objet encore de nombreuses hypothèses

.

I. ***L'œil***

L'œil est un système optique classique avec deux lentilles la cornée et le cristallin. Il dispose également d'un diaphragme qui réduit plus ou moins le diamètre de la pupille par laquelle la lumière transite (l'iris) et d'une membrane sensible la rétine (voir Figure 140).

Les lentilles sont fixe pour la cornée et ajustable pour le cristallin ce qui permet d'ajuster la distance de la vision nette.

La rétine est le récepteur optique. A son niveau le signal électromagnétique qu'est la lumière est transformé en signaux électriques selon la longueur d'onde du signal entrant pour les couleurs ou en un signal indifférencié pour le signal noir et blanc :

- Un signal noir et blanc est produit en périphérie de la rétine par les bâtonnets.
- Un signal de couleur (rouge vert bleu) est produit au centre de la rétine. Les cellules vertes et rouges apportent en outre un signal de luminance que n'apportent pas les cellules bleues différenciées plus tard dans l'évolution. Il est important de savoir que l'onde électromagnétique dont la fréquence correspond à la lumière visible n'a pas de couleur par elle-même. La couleur est entièrement une création de notre cerveau répondant aux cellules de la rétine spécialisées dans telle ou telle longueur d'onde.

Dès ce stade le signal subit deux traitements :

- Une amélioration du contraste au niveau des cellules ganglionnaires
- Un regroupement réduisant le nombre de fibres nerveuses en comparaison du nombre de capteurs de la rétine. Ce regroupement est de plus en plus important quand on s'éloigne du centre de la rétine. Ce regroupement plus important en périphérie explique, par la sommation des signaux, la plus grande sensibilité aux faibles lumières.

II. ***Le chiasma optique***

Au niveau du chiasma optique les fibres de la partie nasale de l'œil changent de côté et se trouve regroupée avec les fibres de la partie externe de l'autre œil. Ces fibres ont grâce à la rotondité de l'œil le même champ de vision. Cette décussation met ainsi côte à côte les signaux homologues des deux yeux (voir Figure 141).

III. ***Le corps géniculé latéral***

Ce corps est constitué de 6 couches de cellules grises (voir Figure 143). Les couches 1,4, 6 reçoivent les fibres nerveuses de l'œil du côté opposé, les couches 2, 3, 5 de l'œil du même côté. Les couches 1 et 2 traitent les informations de profondeur et de mouvement pour l'œil concerné et les couches 3, 4, 5, 6 traitent

les arêtes et les couleurs. Ces couches opèrent ainsi un rapprochement fonctionnel des informations des 2 yeux. Du corps géniculé latéral, les informations sont redirigées vers la couche V1 du lobe occipital. (voir Figure 143). La Figure 142 montre le temps nécessaire pour que les informations passent de la rétine aux zones cérébrales concernées.

Les temps de traitement ont permis de vérifier la cohérence des temps de présentation du stimulus. Ces temps utilisés de façon plus ciblée permettront dans une version ultérieure de l'expérience d'ajuster le temps de présentation en fonction du nombre de points.

IV. ***Le lobe occipital***

Dans ce lobe les fibres venant du corps géniculé latéral entre par la couche V1 à droite de la figure du haut. (voir Figure 144). La face inférieure du cerveau (figure du bas) montre les zones où probablement sont traitées les informations de type canonique (« shape » et « face ») .

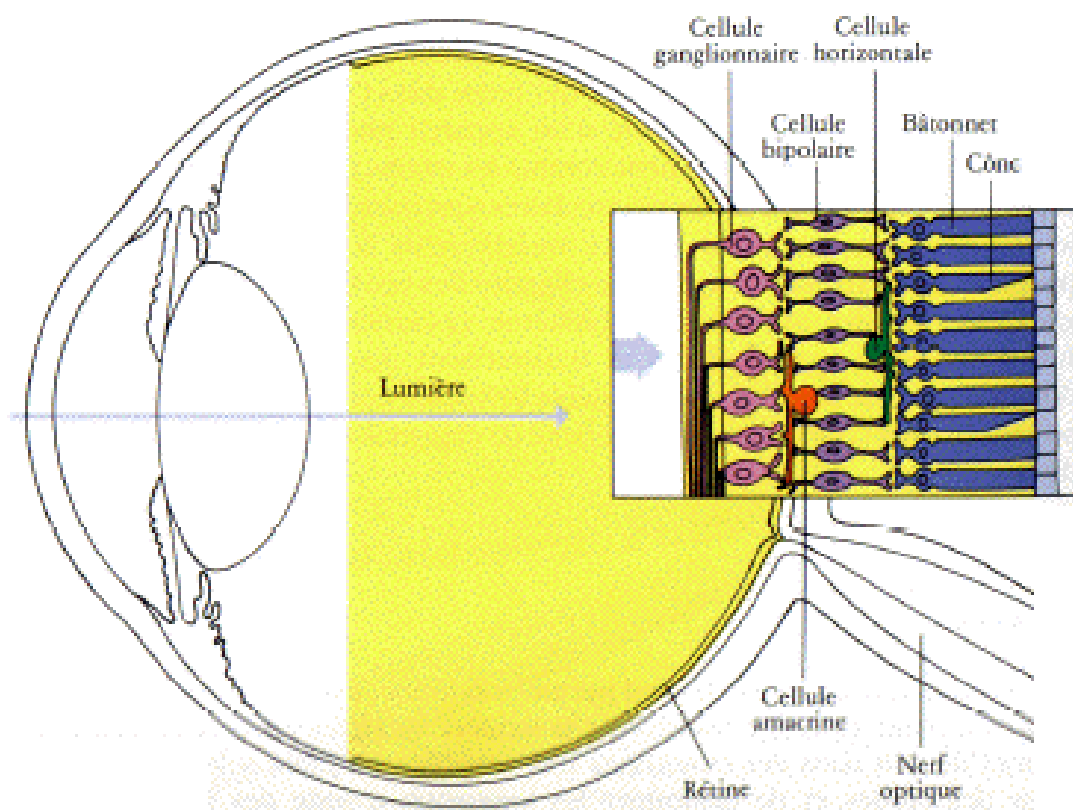


Figure 140 : Coupe de l'oeil (F. Verninck 2003) inspiré de Hubel (1994)

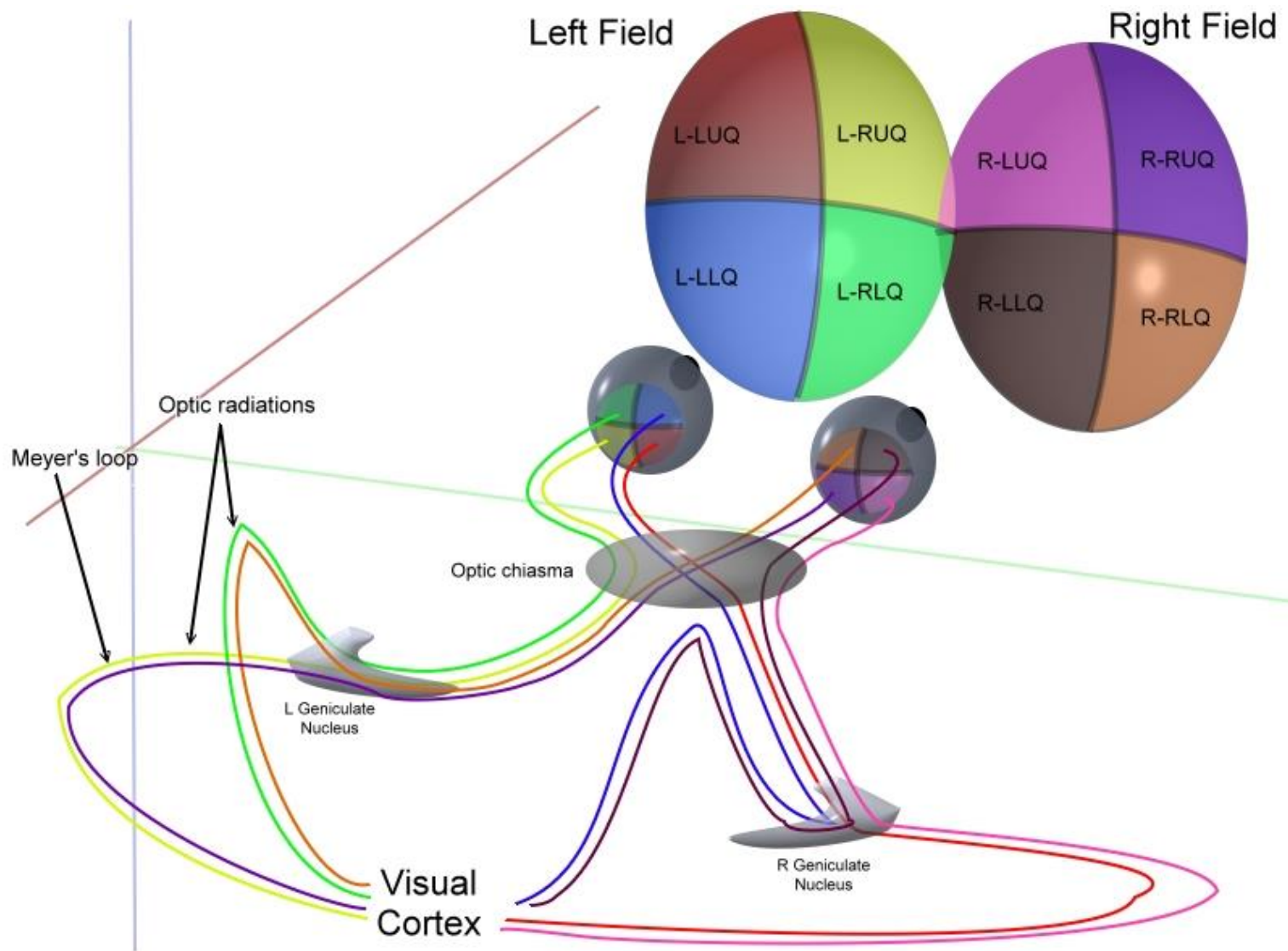


Figure 141 : Réagencement des informations entre la rétine et le cortex visuel

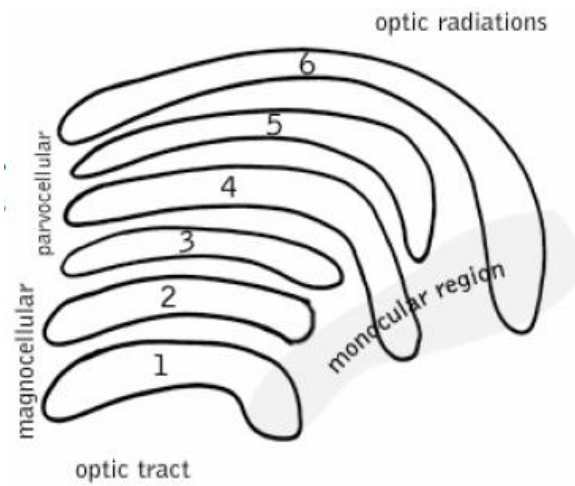


Figure 143 : Couches du corps genicule lateral

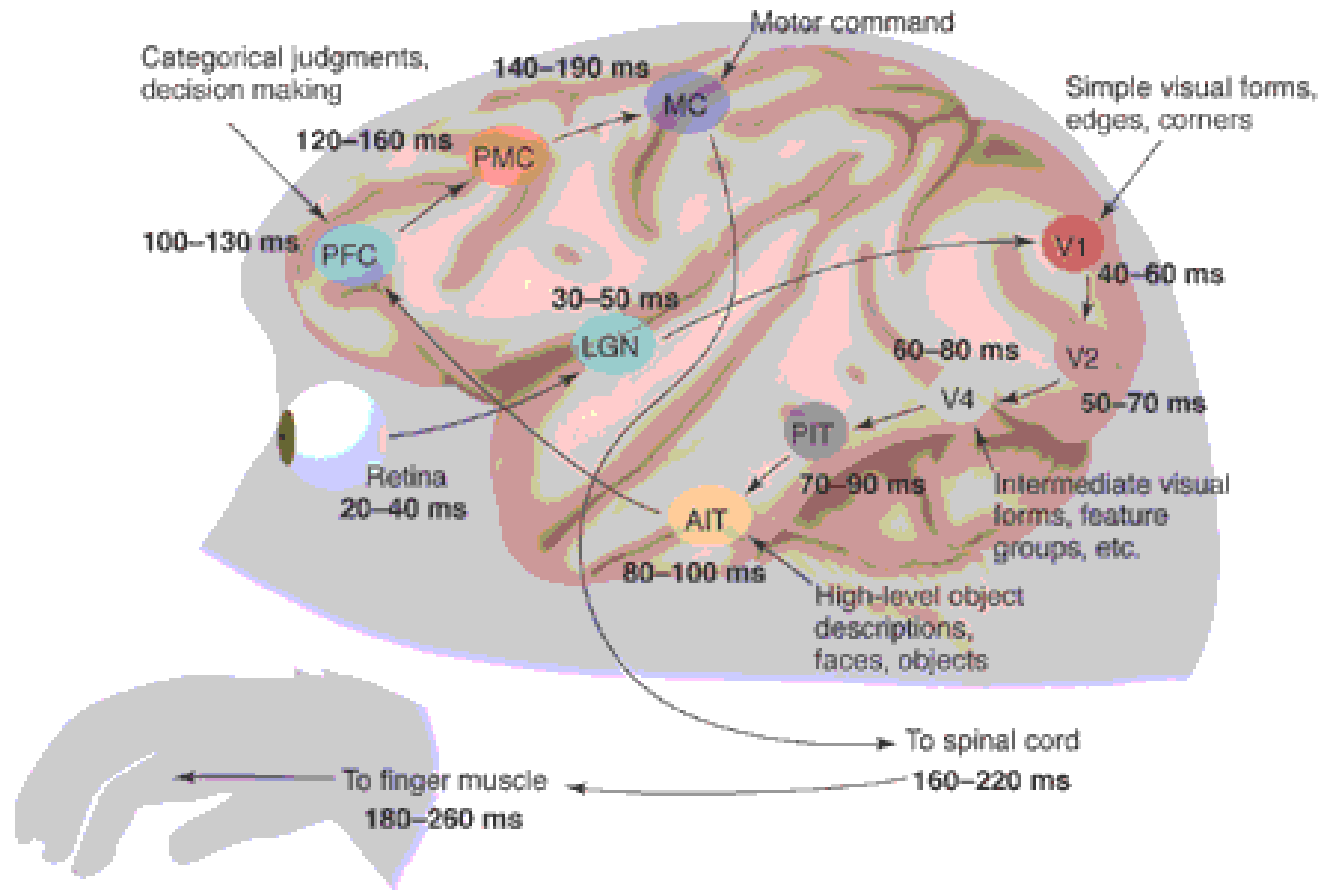
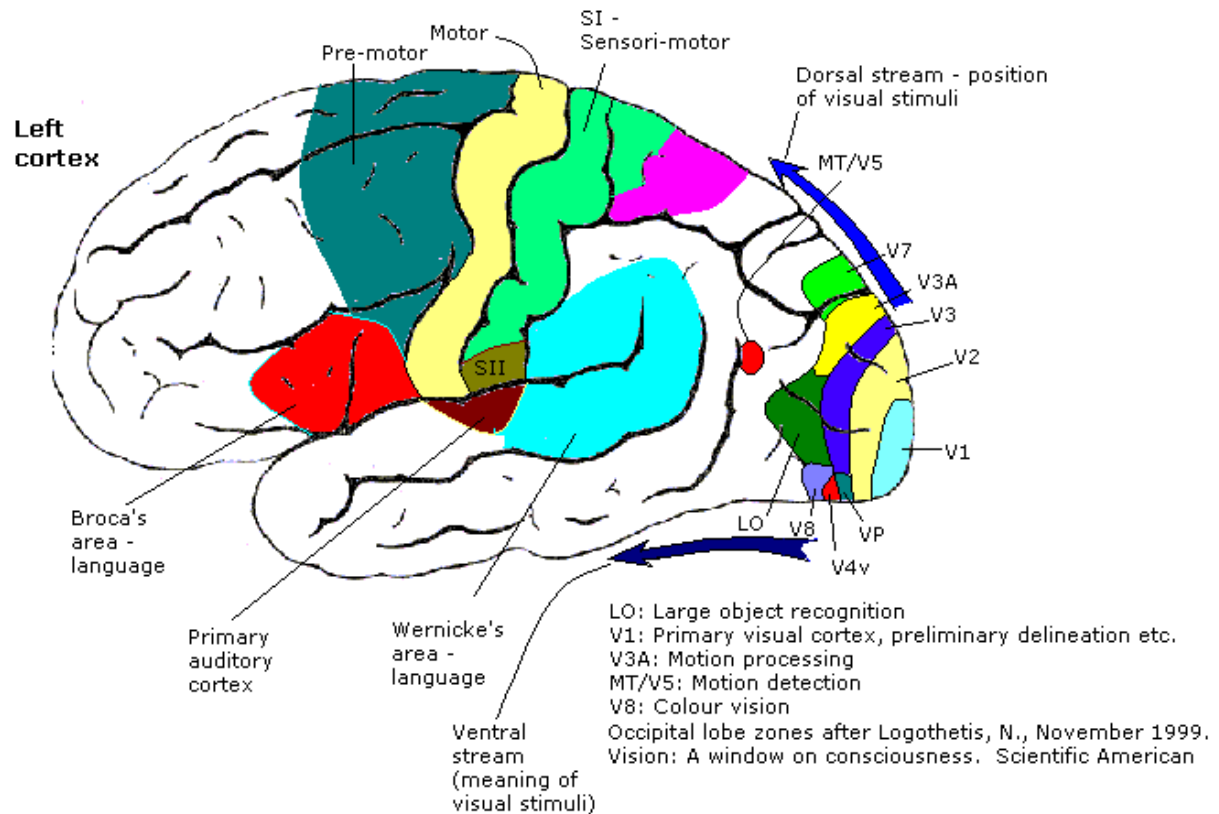


Figure 142 : Temps de traitement des informations visuelles

Cortex: Functional anatomy



Ventral (underside) view

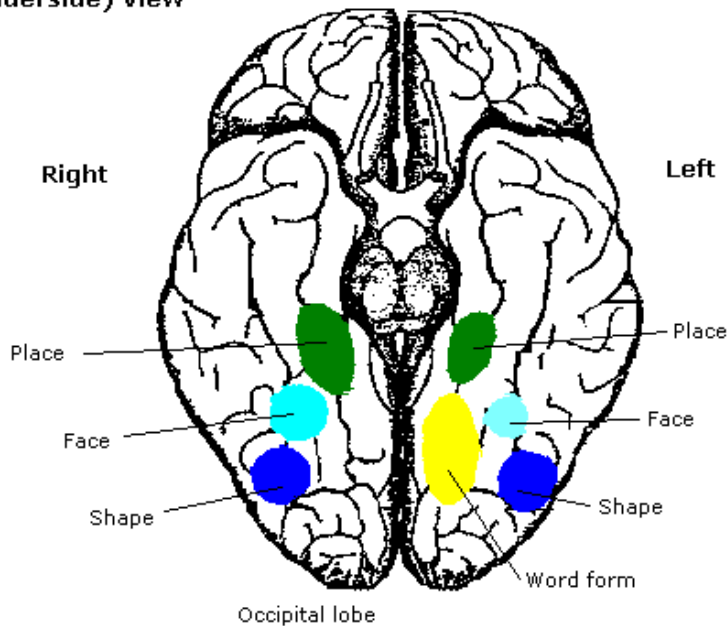


Figure 144 : Les différents endroits où les signaux de la vision sont traités

G Annexe 2

Questionnaire des enseignants (Demetriou et al., 2009)

Appendix 1. Questionnaire

Your early career years

1. Why did you choose teaching as a profession?

Adjusting to school life

2. Did you find it easy to fit in to school life?
3. How much in control did you feel?
4. What was out of your control?
5. How important would you say are relationships with students and colleagues in the first year of teaching?
6. If you experienced difficulties, whom did you seek help/advice from?
7. What support did you receive? Was it too much/too little/inappropriate?
8. What changes could be made in schools that might make new teachers lives easier?

Your teaching

9. What was for you an ideal lesson?
10. Do you think that you communicated well with your students?
11. What did you do when things didn't go as well as you had planned?
12. How well prepared did you feel when you started working as a teacher?
13. What surprises did you encounter?
14. Is there anything that would have been helpful to know in advance?
15. Did you have concerns about the following? [please tick as appropriate]
 - ☐ Maintaining discipline in the classroom
 - ☐ Time/workload
 - ☐ Parents
 - ☐ Self-confidence
 - ☐ Classroom management
 - ☐ Attainment
 - ☐ Marking
 - ☐ Subject knowledge
 - ☐ Assessment
 - ☐ Discipline
 - ☐ OFSTED
 - ☐ Staff relationships
 - ☐ Student relationships
 - ☐ Meeting demands of job
 - ☐ Mentor

Please expand on any of these points if you can.

16. Do you agree or disagree with the following statements and please explain your reasons.
A teacher really can't do much because most of the students' motivation and performance depends on external factors.

.....
.....
.....

If I tried really hard I could get through to even the most difficult or unmotivated students.

.....
.....
.....

17. What have you learnt about yourself/about teaching?
18. Did you find time for reflection (i.e. examining your beliefs, rethinking your practice and learning from experience as to the best ways of coping in the future)?
19. If you could start your NQT year all over again, what would you do differently?
20. What is the most important thing you learnt during your first year of teaching?
21. Do you agree or disagree with the following statements and please explain your reasons.
 - ☐ I was first and foremost a teacher of (subject).
 - ☐ I was first and foremost a teacher of children who happened to teach (subject).

Have you changed career again?

22. What are the main reasons do you think that led you to stop teaching?
23. Did you foresee any of the problems that you encountered with teaching?
24. What are you doing now? Is it in any way teacher-related?
25. Do you think that you would ever reconsider a career in teaching?
26. What would you like to be doing in 3 and 10 years time?

Please feel free to expand on any of these questions or to add any other comments and thank you very much for taking the time to complete this questionnaire.

Appendix 2. Teacher well-being questionnaire

About this questionnaire

Thank you for agreeing to complete this questionnaire. Your views will feed into a large survey which is collecting information from teachers at all stages of their careers to try to understand what motivates, challenges and enables teachers to flourish.

The information you provide will remain confidential and will be used to help to develop a model of teacher well-being. Please provide your email address at the end of the questionnaire if you would like to receive a copy of the final full report.

Thank you very much for taking the time to complete this.

Elaine Wilson, senior lecturer in science education, Email: ew208@cam.ac.uk

Your details

Gender Male / Female

School.....

What is your current post?.....

How long have you held this post?.....

Have you held other teaching posts? Yes ☐ No ☐

If Yes, please specify how many

How many staff are there in your department? FT..... PT.....

What is the subject of your first degree?.....

What subjects do you teach?.....

How many years have you been teaching?.....

Compared to when you started teaching would you say that the job of a teacher is?

Much easier ☐ easier ☐ about the same ☐ slightly worse ☐ much worse ☐

Have you changed your career to enter the teaching profession?

Yes? What was your previous occupation?

What was the main reason for you joining the teaching profession?

A. How you feel about your work place (basic needs scale)

The following questions concern your feelings about your job during the last year.

Please indicate how true each of the following statement is for you given your experiences in this job.	Not at all true		Somewhat true			Very true	
1. I feel like I can make a lot of input to deciding how my job gets done.	1	2	3	4	5	6	7
2. I really like the people I work with.	1	2	3	4	5	6	7
3. I do not feel very competent when I am at work.	1	2	3	4	5	6	7
4. People at work tell me I am good at what I do.	1	2	3	4	5	6	7
5. I feel pressured at work.	1	2	3	4	5	6	7
6. I get along with people at work.	1	2	3	4	5	6	7
7. I pretty much keep to myself when I am at work.	1	2	3	4	5	6	7
8. I am free to express my ideas and opinions on the job.	1	2	3	4	5	6	7
9. I consider the people I work with to be my friends.	1	2	3	4	5	6	7
10. I have been able to learn interesting new skills on my job.	1	2	3	4	5	6	7
11. When I am at work, I have to do what I am told.	1	2	3	4	5	6	7
12. Most days I feel a sense of accomplishment from working.	1	2	3	4	5	6	7
13. My feelings are taken into consideration at work.	1	2	3	4	5	6	7
14. On my job I do not get much of a chance to show how capable I am.	1	2	3	4	5	6	7
15. People at work care about me.	1	2	3	4	5	6	7
16. There are not many people at work that I am close to.	1	2	3	4	5	6	7
17. I feel like I can pretty much be myself at work.	1	2	3	4	5	6	7
18. The people I work with do not seem to like me much.	1	2	3	4	5	6	7
19. When I am working I often do not feel very capable.	1	2	3	4	5	6	7
20. There is not much opportunity for me to decide for myself how to go about my work.	1	2	3	4	5	6	7
21. People at work are pretty friendly towards me.	1	2	3	4	5	6	7

B. The climate at work (autonomy support scale: work climate)

These questions are related to your experience with the manager who is your most immediate supervisor.

Please indicate whether you agree or disagree with the following statements.	Strongly disagree		Neutral			Strongly agree	
1. I feel that my manager provides me with choices and options.	1	2	3	4	5	6	7
2. I feel understood by my manager.	1	2	3	4	5	6	7
3. I am able to be open with my manager at work.	1	2	3	4	5	6	7
4. My manager conveys confidence in my ability to do well at my job.	1	2	3	4	5	6	7
5. I feel that my manager accepts me.	1	2	3	4	5	6	7
6. My manager makes sure I really understood the goals of my job and what I need to do.	1	2	3	4	5	6	7
7. My manager encourages me to ask questions.	1	2	3	4	5	6	7
8. I feel a lot of trust in my manager	1	2	3	4	5	6	7
9. My manager answers my questions fully and carefully	1	2	3	4	5	6	7
10. My manager listens to how I would like to do things.	1	2	3	4	5	6	7
11. My manager handles people's emotions very well.	1	2	3	4	5	6	7
12. I feel that my manager cares about me as a person.	1	2	3	4	5	6	7
13. I don't feel very good about the way my manager talks to me.	1	2	3	4	5	6	7
14. My manager tries to understand how I see things before suggesting a new way to do things.	1	2	3	4	5	6	7
15. I feel able to share my feelings with my manager.	1	2	3	4	5	6	7

C. How you feel about your job (perceived competence scale/intrinsic motivation inventory)

Please indicate how true each of the following statement is for you.	Not at all true		Somewhat true			Very true	
1. I feel confident in my ability to manage classes.	1	2	3	4	5	6	7
2. I am capable of managing my classes.	1	2	3	4	5	6	7
3. I am able to manage all my own classes now.	1	2	3	4	5	6	7
4. I feel able to meet the challenge of managing my classes.	1	2	3	4	5	6	7
5. I feel confident in having good subject knowledge.	1	2	3	4	5	6	7
6. I am capable of explaining my subject.	1	2	3	4	5	6	7
7. I feel able to teach my subject well.	1	2	3	4	5	6	7
8. I feel able to meet the challenge of teaching science.	1	2	3	4	5	6	7
9. I put a lot of effort into teaching.	1	2	3	4	5	6	7
10. I try very hard to plan thoroughly.	1	2	3	4	5	6	7
11. It is important for me to plan thoroughly.	1	2	3	4	5	6	7
12. I don't put much energy into planning.	1	2	3	4	5	6	7
13. I don't feel nervous at all while teaching.	1	2	3	4	5	6	7
14. I feel very tense when I am teaching.	1	2	3	4	5	6	7
15. I am very relaxed when I am teaching.	1	2	3	4	5	6	7
16. I am anxious when teaching.	1	2	3	4	5	6	7
17. I feel pressured when I am teaching.	1	2	3	4	5	6	7
18. I believe that what I am doing is worthwhile.	1	2	3	4	5	6	7
19. I believe that what I am doing is important.	1	2	3	4	5	6	7
20. I enjoy what I do.	1	2	3	4	5	6	7
21. I believe my job is intellectually challenging.	1	2	3	4	5	6	7

D. How you respond to challenges in your job (general causality orientation scale)

Please indicate which response is the most likely to be the case for you.

1. You have been offered a new position in the school. The first question that is likely to come to mind is:

	Very unlikely		Moderately likely			Very likely	
(a) What if I can't live up to the new responsibility?	1	2	3	4	5	6	7
(b) Will I make more at this position?	1	2	3	4	5	6	7
(c) I hope the new work will be interesting.	1	2	3	4	5	6	7

2. Following a job interview you are told that the position has been filled by someone else. It is likely that you might think:

	Very unlikely		Moderately likely			Very likely	
(a) It's not what you know, but who you know.	1	2	3	4	5	6	7
(b) I'm probably not good enough for the job.	1	2	3	4	5	6	7
(c) Somehow they didn't see my qualifications as matching their needs.	1	2	3	4	5	6	7

3. You are asked to plan a school trip. Your style for approaching this project could most likely be characterised as:

	Very unlikely		Moderately likely			Very likely	
(a) Take charge: that is, you would make most of the major decisions yourself.	1	2	3	4	5	6	7
(b) Follow precedent: you're not really up to the task so you'd do it the way it's been done before.	1	2	3	4	5	6	7
(c) Seek participation: get inputs from others who want to make them before you make the final plans.	1	2	3	4	5	6	7

4. If you were to embark on a new career. The most important consideration is likely to be:

	Very unlikely		Moderately likely			Very likely	
(a) Whether you can do the work without getting in over your head.	1	2	3	4	5	6	7
(b) How interested you are in that kind of work.	1	2	3	4	5	6	7
(c) Whether there are good possibilities for advancement.	1	2	3	4	5	6	7

5. A colleague you share a class with has generally done an adequate job. However, for the past two weeks their work has not been up to par and he/she appears to be less actively interested in their work. Your reaction is likely to be:

	Very unlikely		Moderately likely			Very likely	
(a) Tell them that their work is below what is expected and that they should start working harder.	1	2	3	4	5	6	7
(b) Ask them about the problem and let them know you are available to help work it out.	1	2	3	4	5	6	7
(c) It's hard to know what to do to get them straightened out.	1	2	3	4	5	6	7

Please indicate which response is the most likely to be the case for you.

6. If you had a school age child and at a parent evening the teacher tells you that your child is doing badly and does not seem to be involved in the work. You are likely to:

	Very unlikely		Moderately likely			Very likely	
	1	2	3	4	5	6	7
(a) Talk it over with your child to understand further what the problem is							
(b) Tell her off and hope he/she gets better	1	2	3	4	5	6	7
(c) Make sure he/she does her homework, because she should be working harder	1	2	3	4	5	6	7

Appendix 3. The interview

Why did you go into teaching in the first place?

Have you found it easy to fit in?

How prepared did you feel when starting work as a teacher?

Do you think that you cope well?

How much in control do you feel?

How much is out of your control?

If there is a problem, who do you seek help/advice from?

What support do you receive? Is it too much/too little/inappropriate?

How important would you say are relationships with students and colleagues in the first year of teaching?

What for you is an ideal lesson?

Do you think that you communicate well with your students?

Do you have concerns about?

- Maintaining discipline in the classroom
- Time/workload
- Parents
- Self-confidence
- Classroom management
- Attainment
- Marking
- Subject knowledge
- Assessment
- Discipline
- OFSTED
- Staff relationships
- Student relationships
- Meeting demands of job
- Mentor

Do you agree or disagree with the following statements and explain your reasons?

- A teacher really can't do much because most of the students' motivation and performance depends on external factors.
- If I try really hard I can get through to even the most difficult or unmotivated students.

What surprises have you encountered?

What do you do when things don't go as well as you had planned?

Is there anything that would have been helpful to know in advance?

What have you learnt about yourself/about teaching?

Do you find time for reflection (i.e. examining your beliefs, rethinking your practice and learning from experience as to the best ways of coping in the future)?

Do you wish you had more time for reflection?

If you could start your NQT year all over again, what would you do differently?

What is the most important thing you have learnt during this year?

Which of the following statements do you agree with and why?

- I am first and foremost a teacher of (subject).
- I am first and foremost a teacher of children who happens to teach

What changes would you make for teachers going into teaching for the first time?

Have you felt welcomed by colleagues in your department and the school as a whole?

Could the structure and nature of the department have been improved to make you feel more welcomed?

Do you feel a part of the school and fully involved/integrated?

Is there anything that could be done/said to make you feel more “at home”?

Have there been times when you have felt the need to manufacture or suppress emotions when circumstances seemed to demand it?

Can you recall in detail vivid moments and experiences of positive and negative emotions in relation to interactions with colleagues, students, parents and administrators?

Have certain aspects of identity (e.g. gender, age, etc.) affected your own experiences and expressions of emotion; and have these emotional phenomena manifested themselves amongst people with whom you have interacted from different age-groups, cultures or genders?

What would you like to be doing in 3 and 10 years time?

H Annexe 3

Bases de construction et d'usage des problèmes de l'expérience 2

Les tableaux de cette annexe décrivent, pour le premier tableau, les différentes formes que peuvent prendre les problèmes. Les 4 colonnes de droite sont les identifiants qui sont utilisés dans la description des séquences expérimentales.

Les tableaux suivants sont les 50 séquences tirées aléatoirement qui sont utilisées pour les présentations lors de l'expérimentation.

codage problème ^α				° ^α	Type problème ^α	N° présentation ^α		
A=1ère ligne du pb ^α				1 ^α	Transport $D/(B+C)$ ^α	1 ^α	1 ^α	Base ^α
B=2ème ligne du pb ^α				2 ^α			2 ^α	Fraction ^α
C=3ème ligne du pb ^α				3 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
D=4ème ligne du pb ^α				4 ^α	Contenant $B/(C+D)$ ^α	2 ^α	1 ^α	Base ^α
				5 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				6 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				7 ^α	Quantité $B/(C+D)$ ^α	3 ^α	1 ^α	Base ^α
				8 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				9 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				10 ^α	Quantité $B/(C-D)$ ^α	1 ^α	1 ^α	Base ^α
				11 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				12 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
■	■	■	■	13 ^α	Transport $(B/D)-(B/C)$ ^α	2 ^α	1 ^α	Base ^α
				14 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				15 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
■	■	■	■	16 ^α	Quantité $B-(C-D)$ ^α	3 ^α	1 ^α	Base ^α
				17 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				18 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				19 ^α	Quantité $B/(C-D)$ ^α	1 ^α	1 ^α	Base ^α
				20 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				21 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				22 ^α	Quantité $B-(C-D)$ ^α	2 ^α	1 ^α	Base ^α
				23 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				24 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				25 ^α	Quantité $B-(C-D)$ ^α	3 ^α	1 ^α	Base ^α
■	■	■	■	26 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				27 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				28 ^α	Quantité $(C/B)/D$ ^α	1 ^α	1 ^α	Base ^α
				29 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				30 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				31 ^α	Transport $(D/B) \pm C$ ^α	2 ^α	1 ^α	Base ^α
				32 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				33 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
■	■	■	■	34 ^α	Quantité $C-(D/B)$ ^α	3 ^α	1 ^α	Base ^α
				35 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				36 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				37 ^α	Quantité $(C \cdot D)/B$ ^α	1 ^α	1 ^α	Base ^α
				38 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				39 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				40 ^α	Quantité $D-((B1 \cdot B2) \pm (C1 \cdot C2))$ ^α	2 ^α	1 ^α	Base ^α
				41 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				42 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				43 ^α	Quantité $(D/C1) \pm B$ ^α	3 ^α	1 ^α	Base ^α
				44 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				45 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				46 ^α	Quantité $D/(B-C)$ ^α	1 ^α	1 ^α	Base ^α
				47 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				48 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				49 ^α	Quantité $D/(B-C)$ ^α	2 ^α	1 ^α	Base ^α
				50 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				51 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α
				52 ^α	Quantité $((D/B2) \cdot B1) - (((D/B2) \cdot B1)/C2) \cdot C1$ ^α	3 ^α	1 ^α	Base ^α
				53 ^α			2 ^α	Fraction ^α
				54 ^α			3 ^α	Gr. nombres ^α

Tableau 40 : Éléments de construction du matériel expérimental (Base manip CG9)

N° présentation			20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38			
1	1a	1 Base	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	G	0	0	N	0	N	0	L	N	0	1
		2 Fraction	G	G	G	0	0	0	0	G	G	0	0	L	N	0	0	0	N	0	0	G	1	
		3 G. nombres	0	0	0	G	L	L	L	0	0	0	0	0	0	0	0	N	0	0	0	0	1	
	2a	1 Base	0	0	G	0	0	0	0	0	0	0	0	N	0	0	0	0	G	0	G	G	0	1
		2 Fraction	0	0	0	0	0	L	0	G	0	0	0	G	0	0	0	0	L	0	0	0	1	
		3 G. nombres	L	G	0	N	N	0	N	0	G	G	0	0	N	L	G	0	0	0	0	G	1	
	3a	1 Base	0	0	0	0	L	0	0	0	0	0	0	0	N	0	0	0	G	0	G	0	1	
		2 Fraction	0	0	N	0	0	0	0	G	0	0	0	0	0	0	0	0	G	0	0	0	1	
		3 G. nombres	G	L	0	L	0	N	N	0	G	L	G	L	0	L	G	0	0	L	0	L	1	
2	1a	1 Base	L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	N	0	0	0	0	N	0	G	0	0	3	
		2 Fraction	0	N	0	0	0	0	G	0	L	N	0	0	0	0	L	0	0	0	0	0	2	
		3 G. nombres	0	0	N	N	L	N	0	G	0	0	0	N	G	N	0	0	L	0	L	N	3	
	2a	1 Base	0	0	N	0	0	0	N	L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	G	G	2	
		2 Fraction	G	0	0	L	G	0	G	0	0	0	N	0	0	N	G	N	0	L	0	0	2	
		3 G. nombres	0	N	0	0	0	N	0	0	0	L	0	N	L	0	0	0	N	0	0	0	2	
	3a	1 Base	0	N	0	0	N	N	0	0	0	N	0	0	0	G	0	L	0	0	0	0	2	
		2 Fraction	0	0	L	0	0	0	N	0	0	0	0	L	0	0	0	0	0	0	G	0	2	
		3 G. nombres	L	0	0	L	0	0	0	L	G	0	G	0	L	0	N	0	L	L	0	L	2	
3	1a	1 Base	0	0	0	G	0	0	0	L	0	0	0	0	0	0	0	L	0	N	0	N	2	
		2 Fraction	L	L	N	0	0	0	0	0	0	0	G	N	L	0	L	0	N	0	L	0	2	
		3 G. nombres	0	0	0	0	L	N	N	0	N	L	0	0	0	G	0	0	0	0	0	0	2	
	2a	1 Base	0	0	0	G	0	0	0	0	L	0	0	0	0	0	0	0	G	0	0	G	L	3
		2 Fraction	0	0	L	0	L	L	N	L	0	0	G	0	G	0	G	0	0	0	0	0	3	
		3 G. nombres	N	N	0	0	0	0	0	0	0	G	0	L	0	G	0	0	N	N	0	0	3	
	3a	1 Base	0	N	0	N	0	L	0	G	0	0	0	L	L	0	0	0	L	G	0	0	3	
		2 Fraction	G	0	L	0	N	0	0	0	L	G	L	0	0	0	N	0	0	0	G	0	3	
		3 G. nombres	0	0	0	0	0	0	G	0	0	0	0	0	0	G	0	N	0	0	0	N	3	
4	1a	1 Base	G	0	N	G	L	0	N	L	0	N	0	0	0	0	0	0	G	L	0	2		
		2 Fraction	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	N	0	0	G	0	0	0	0	0	0	1	
		3 G. nombres	0	G	0	0	0	G	0	0	G	0	0	G	G	0	N	G	G	0	0	N	2	
	2a	1 Base	0	L	0	0	0	0	0	0	L	0	L	0	L	0	0	0	G	0	L	0	3	
		2 Fraction	0	0	L	0	N	L	0	L	0	0	0	L	0	N	0	0	0	L	0	L	2	
		3 G. nombres	L	0	0	L	0	0	G	0	0	G	0	0	0	0	N	N	0	0	0	0	3	
	3a	1 Base	L	0	0	0	L	0	0	N	0	L	G	0	0	N	0	0	N	N	0	L	2	
		2 Fraction	0	0	0	0	0	L	L	0	0	0	0	0	0	G	0	G	N	0	0	L	0	2
		3 G. nombres	0	N	L	N	0	0	0	0	L	0	0	N	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
5	1a	1 Base	0	0	L	N	0	0	L	0	G	0	0	G	0	0	0	0	N	0	0	0	2	
		2 Fraction	N	0	0	0	0	0	0	N	0	L	0	0	N	0	N	N	0	0	0	L	2	
		3 G. nombres	0	L	0	0	L	N	0	0	0	0	G	0	0	G	0	0	0	L	L	0	2	
	2a	1 Base	0	0	0	N	L	0	0	N	0	0	0	0	0	0	0	0	L	0	L	0	1	
		2 Fraction	N	0	N	0	0	0	0	0	L	0	0	N	G	0	G	G	0	G	0	0	1	
		3 G. nombres	0	L	0	0	0	N	G	0	0	G	L	0	0	N	0	0	0	0	0	G	1	
	3a	1 Base	L	L	0	G	G	G	G	L	G	0	0	L	N	0	0	L	0	G	0	L	2	
		2 Fraction	0	0	L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	L	0	0	0	0	0	1	
		3 G. nombres	0	0	0	0	0	0	0	0	0	L	N	0	0	0	N	0	L	0	N	0	2	
6	1a	1 Base	0	0	G	0	0	0	G	N	0	0	L	0	0	0	0	0	N	0	0	0	2	
		2 Fraction	G	G	0	0	L	0	G	0	0	0	0	0	0	0	0	L	L	N	0	L	0	2
		3 G. nombres	0	0	0	G	0	N	0	0	0	G	G	0	G	N	0	0	0	0	0	L	1	
	2a	1 Base	0	G	G	0	0	N	L	L	N	0	0	G	0	0	G	0	G	G	0	0	3	
		2 Fraction	0	0	0	N	0	0	0	0	0	G	L	0	L	G	0	0	0	0	L	0	2	
		3 G. nombres	L	0	0	0	N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	N	0	0	0	G	3	
	3a	1 Base	N	0	0	0	G	N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
		2 Fraction	0	0	L	G	0	0	G	0	0	L	0	0	N	L	G	N	N	0	N	0	2	
		3 G. nombres	0	N	0	0	0	0	0	L	G	0	N	N	0	0	0	0	0	L	0	N	2	
N			4	7	6	7	5	1	6	4	3	3	6	6	6	7	7	9	8	4	3	5		
L			8	6	8	4	1	6	4	8	7	8	4	8	6	4	3	4	6	7	9	8		
G			6	5	4	7	3	2	8	6	8	7	8	4	6	7	8	5	4	7	6	5		
			18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	

Tableau 42: Séquences de présentation 20 à 39 (Base manip CQ137)

N°.présentation				40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
1	1	1	Base	0	0	0	0	0	0	G	0	0	0	0	1
		2	Fraction	L	0	0	0	G	G	0	N	0	G	0	1
		3	Gr.nombres	0	N	G	L	0	0	0	0	G	0	N	1
	2	1	Base	G	0	G	N	0	0	0	0	N	0	0	1
		2	Fraction	0	0	0	0	L	N	N	0	0	L	L	1
		3	Gr.nombres	0	L	0	0	0	0	0	G	0	0	0	1
	3	1	Base	0	G	0	L	0	N	0	0	0	0	N	1
		2	Fraction	G	0	0	0	0	0	G	0	0	0	0	1
		3	Gr.nombres	0	0	G	0	L	0	0	L	G	L	0	1
2	1	1	Base	0	0	0	0	L	N	0	G	0	0	0	3
		2	Fraction	0	0	0	L	0	0	0	0	G	0	L	2
		3	Gr.nombres	G	L	G	0	0	0	G	0	0	N	0	3
	2	1	Base	G	N	0	G	0	0	0	G	0	0	0	2
		2	Fraction	0	0	L	0	L	L	0	0	G	L	G	2
		3	Gr.nombres	0	0	0	0	0	0	N	0	0	0	0	2
	3	1	Base	0	0	0	0	0	0	0	0	0	L	0	2
		2	Fraction	N	N	G	0	0	0	L	0	0	0	0	2
		3	Gr.nombres	0	0	0	G	L	N	0	G	N	0	G	2
3	1	1	Base	0	N	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
		2	Fraction	N	0	N	G	0	0	0	L	N	0	0	2
		3	Gr.nombres	0	0	0	0	N	N	L	0	0	L	N	2
	2	1	Base	L	0	G	N	0	G	0	L	0	G	0	3
		2	Fraction	0	0	0	0	G	0	0	0	0	0	0	3
		3	Gr.nombres	0	G	0	0	0	0	L	0	G	0	N	3
	3	1	Base	G	0	0	0	0	G	0	0	0	L	0	3
		2	Fraction	0	0	0	G	0	0	0	G	0	0	0	3
		3	Gr.nombres	0	L	N	0	N	0	N	0	L	0	L	3
4	1	1	Base	G	0	0	0	0	0	0	0	0	N	0	2
		2	Fraction	0	N	0	N	0	L	0	G	L	0	0	1
		3	Gr.nombres	0	0	N	0	N	0	G	0	0	0	N	2
	2	1	Base	0	N	0	0	0	0	0	0	0	G	L	3
		2	Fraction	0	0	N	G	0	0	G	G	N	0	0	2
		3	Gr.nombres	L	0	0	0	N	G	0	0	0	0	0	3
	3	1	Base	0	0	0	L	L	0	G	G	N	0	0	2
		2	Fraction	0	0	0	0	0	0	0	0	0	G	L	2
		3	Gr.nombres	L	N	L	0	0	L	0	0	0	0	0	2
5	1	1	Base	0	0	0	0	L	0	L	0	N	0	N	2
		2	Fraction	0	N	L	0	0	0	0	0	0	0	0	2
		3	Gr.nombres	N	0	0	N	0	L	0	N	0	G	0	2
	2	1	Base	0	N	G	N	L	0	N	0	N	0	N	1
		2	Fraction	0	0	0	0	0	N	0	0	0	G	0	1
		3	Gr.nombres	L	0	0	0	0	0	0	L	0	0	0	1
	3	1	Base	G	N	0	0	0	0	0	G	G	0	L	2
		2	Fraction	0	0	0	G	L	0	N	0	0	L	0	1
		3	Gr.nombres	0	0	G	0	0	L	0	0	0	0	0	2
6	1	1	Base	L	0	0	0	0	0	0	G	0	N	0	2
		2	Fraction	0	G	N	N	G	0	0	0	0	0	0	2
		3	Gr.nombres	0	0	0	0	0	N	G	0	N	0	N	1
	2	1	Base	0	0	L	0	0	0	0	0	0	0	0	3
		2	Fraction	N	0	0	L	0	N	G	0	G	L	0	2
		3	Gr.nombres	0	G	0	0	N	0	0	G	0	0	L	3
	3	1	Base	0	N	N	0	0	0	0	G	L	0	L	1
		2	Fraction	0	0	0	0	L	G	0	0	0	L	0	2
		3	Gr.nombres	N	0	0	G	0	0	L	0	0	0	0	2
			N	5	11	6	6	5	8	5	2	8	3	8	
			L	6	3	4	5	10	5	5	4	3	9	8	
			G	7	4	8	7	3	5	8	12	7	6	2	
				18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	

Tableau 43 : Séquences de présentation 40 à 50 (Base manip CQ200)

I Annexe 4

Problèmes de l'expérience 2

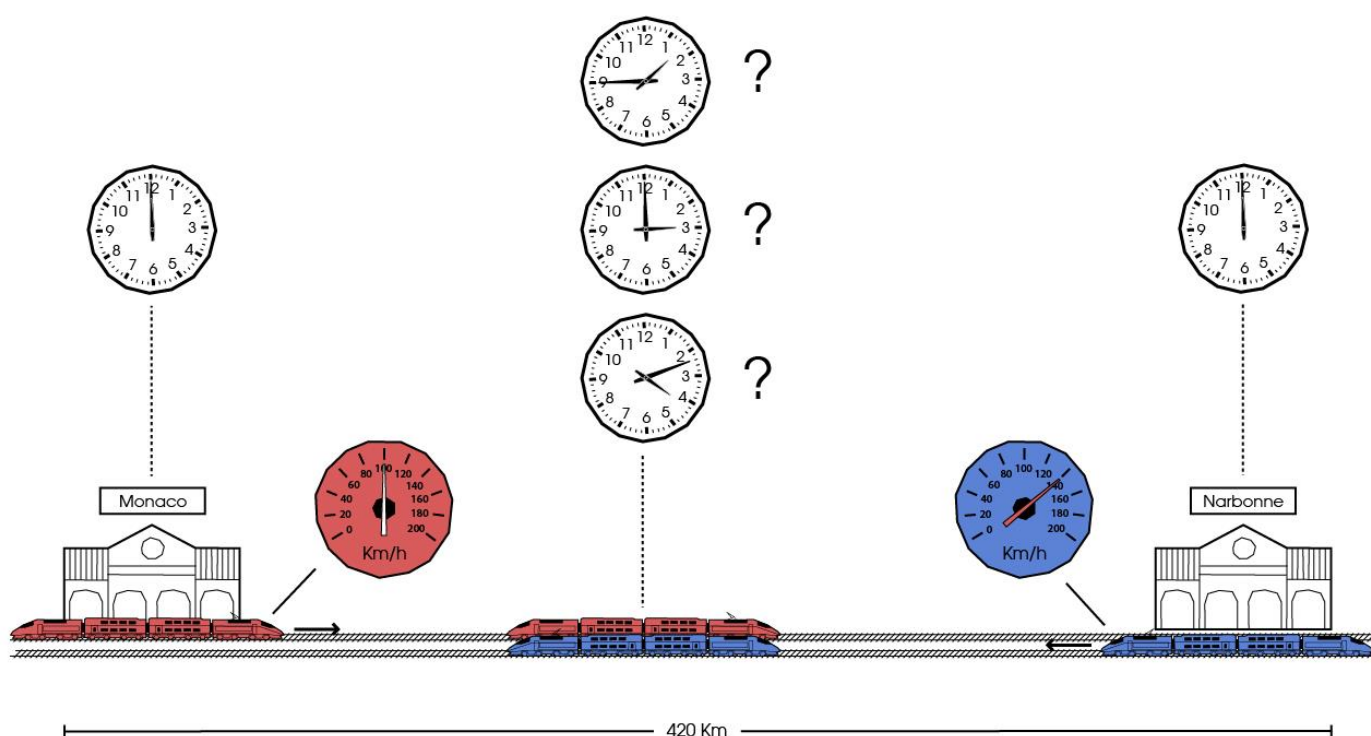


Figure 145 : Problème 1.1.1

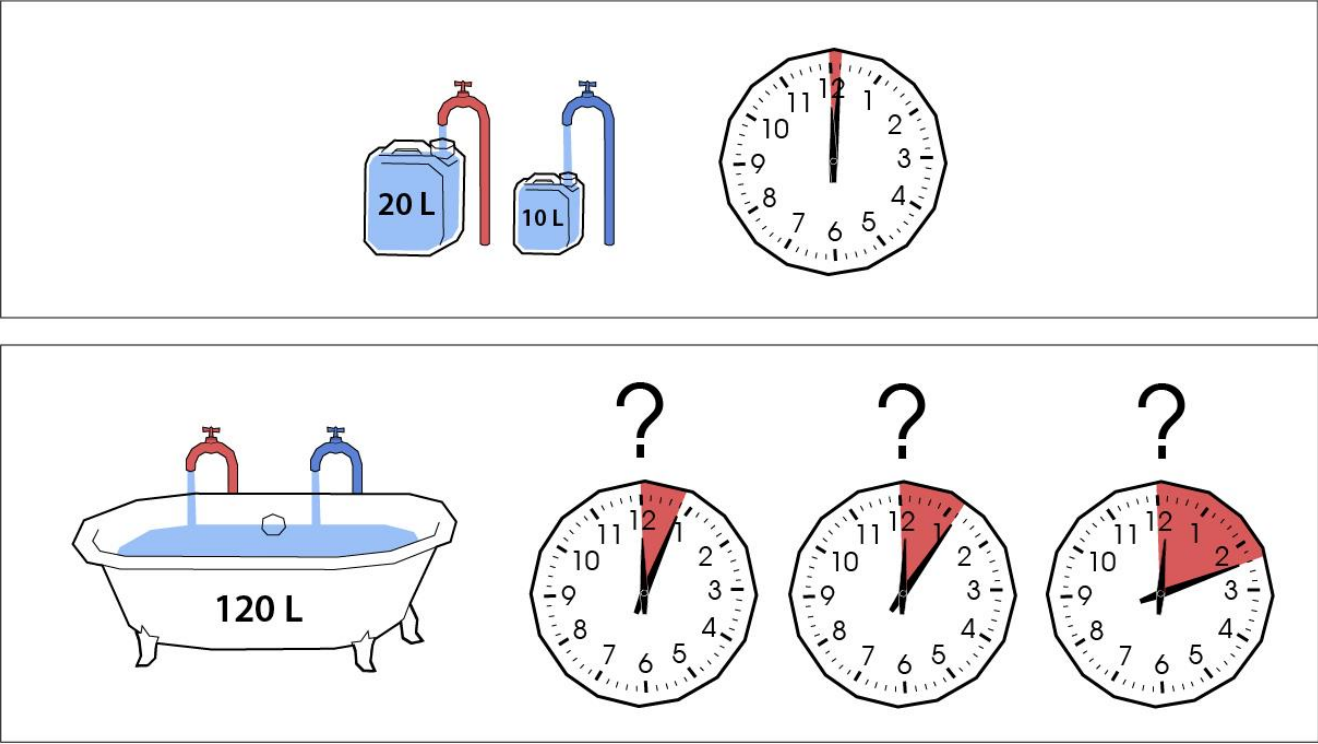


Figure 146 : Problème 1.2.1 :

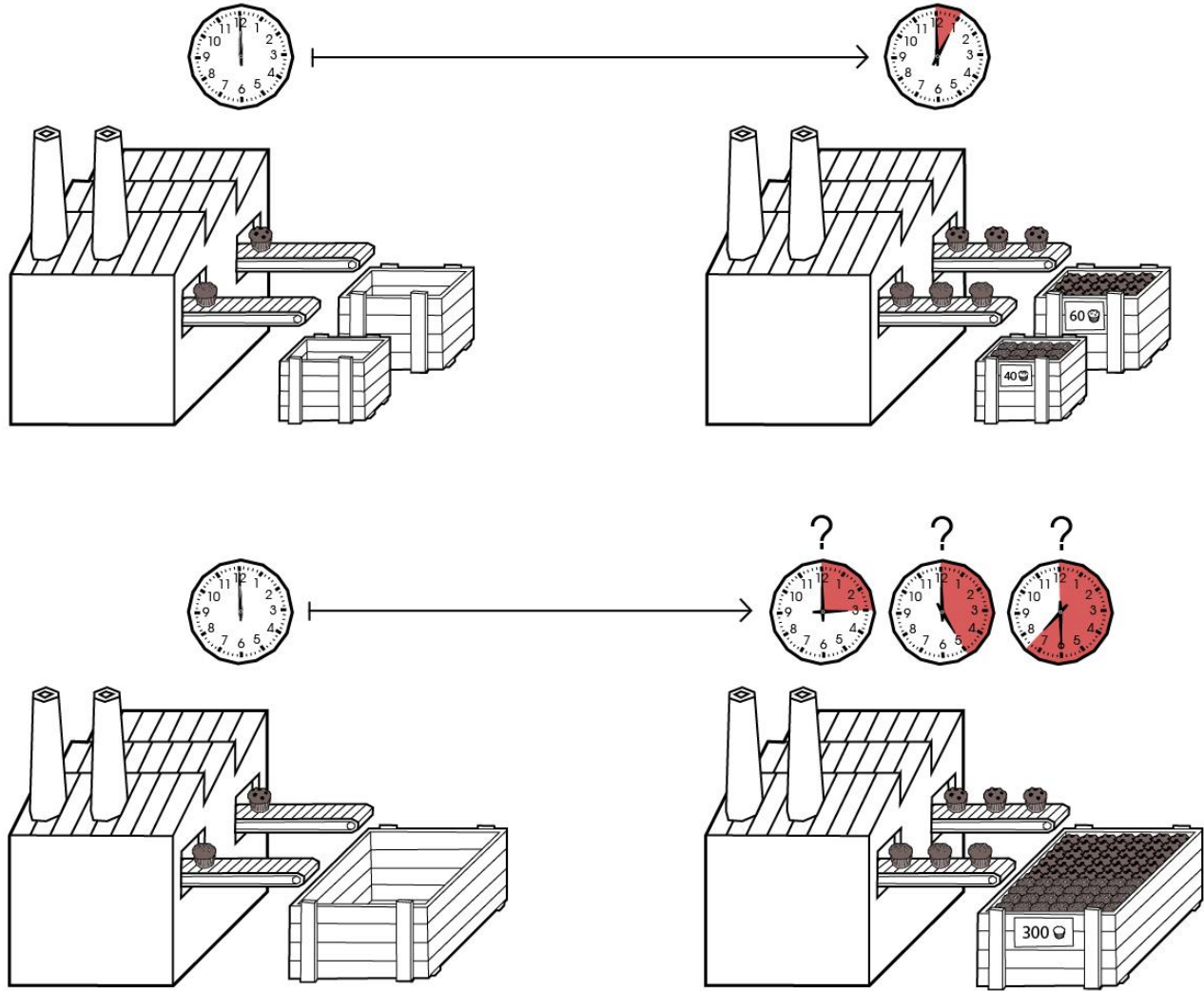


Figure 147 : Problème 1.3.1

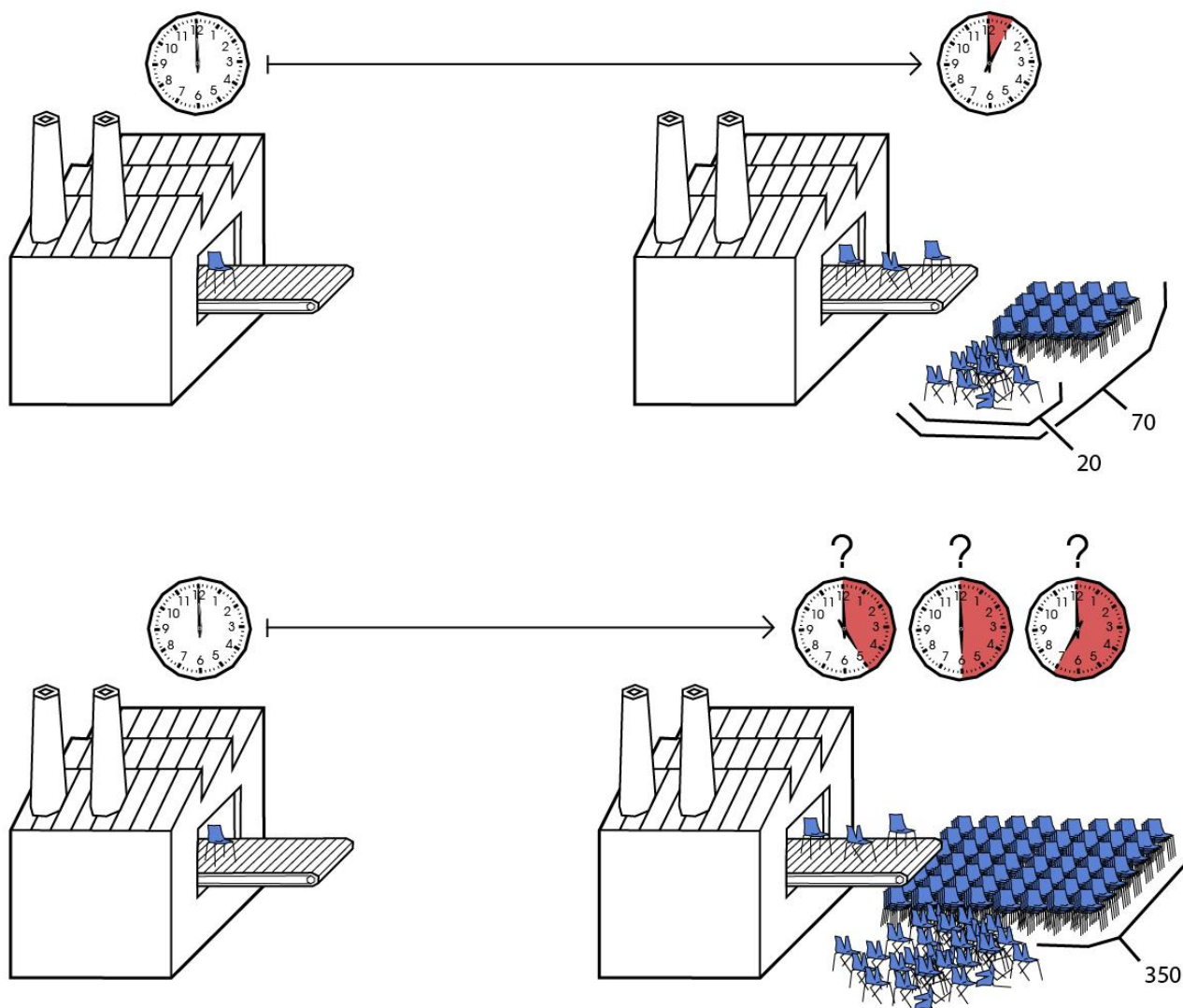


Figure 148 : Problème 2.1.1

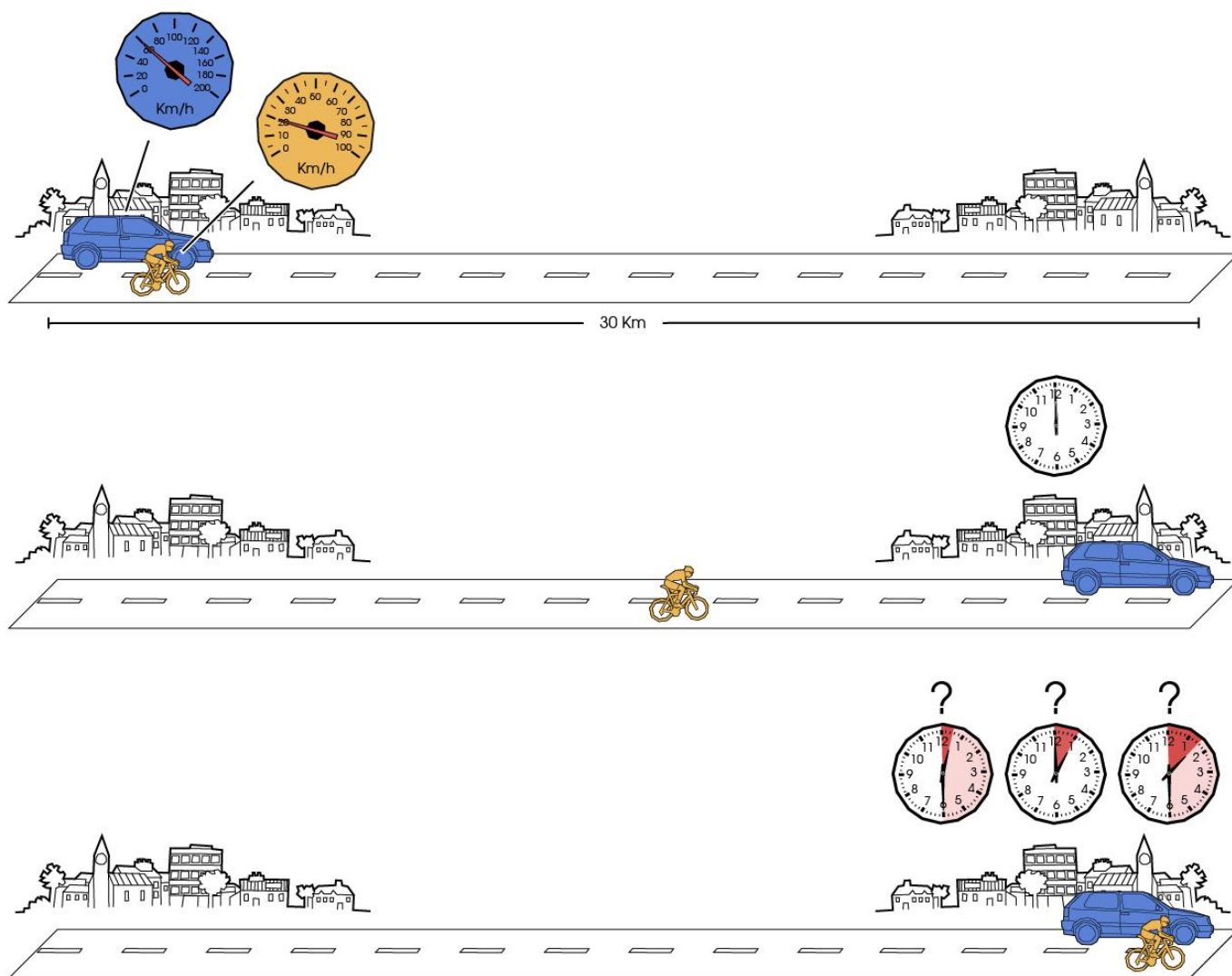


Figure 149 : Problème 2.2.1

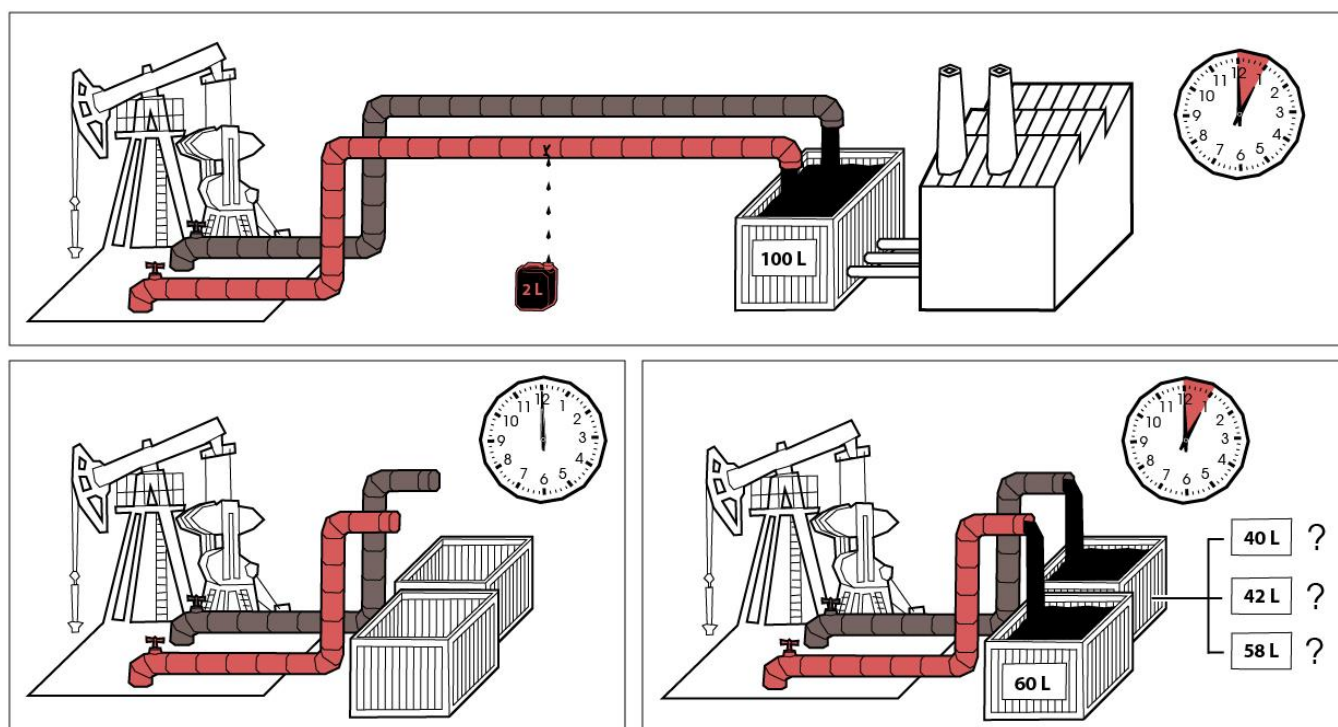


Figure 148 : Problème 2.3.1

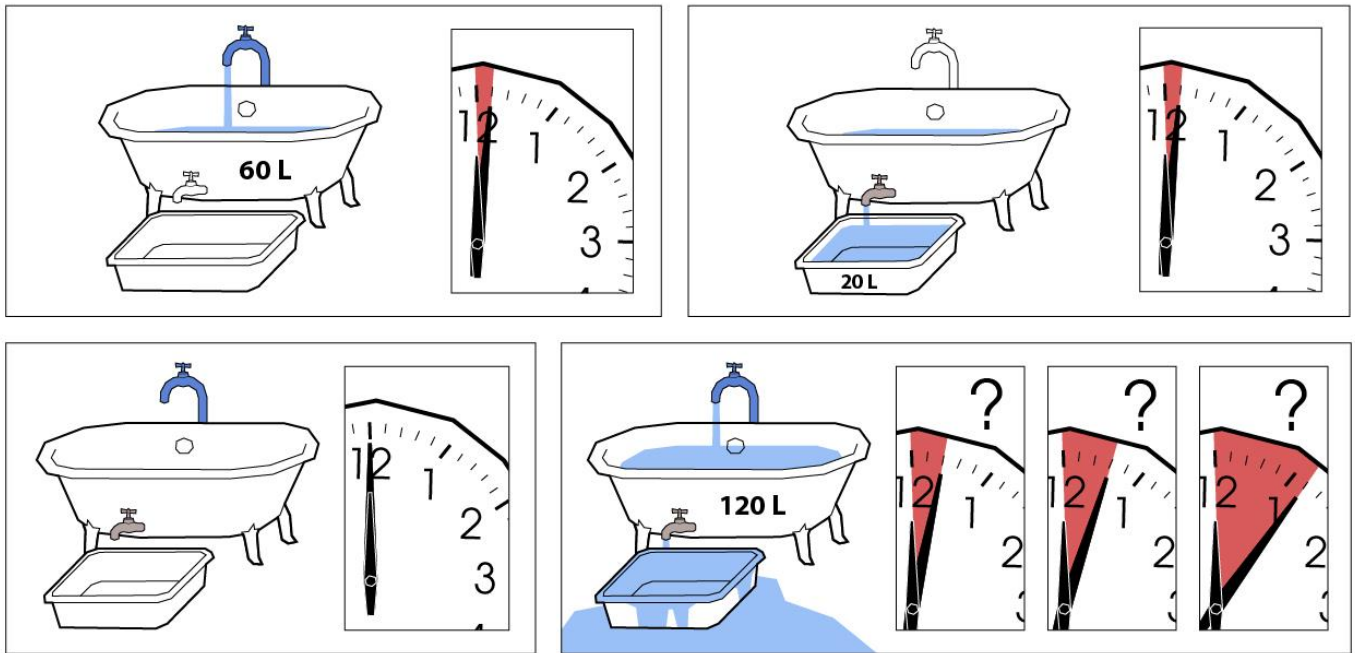


Figure 150 : Problème 3.1.1

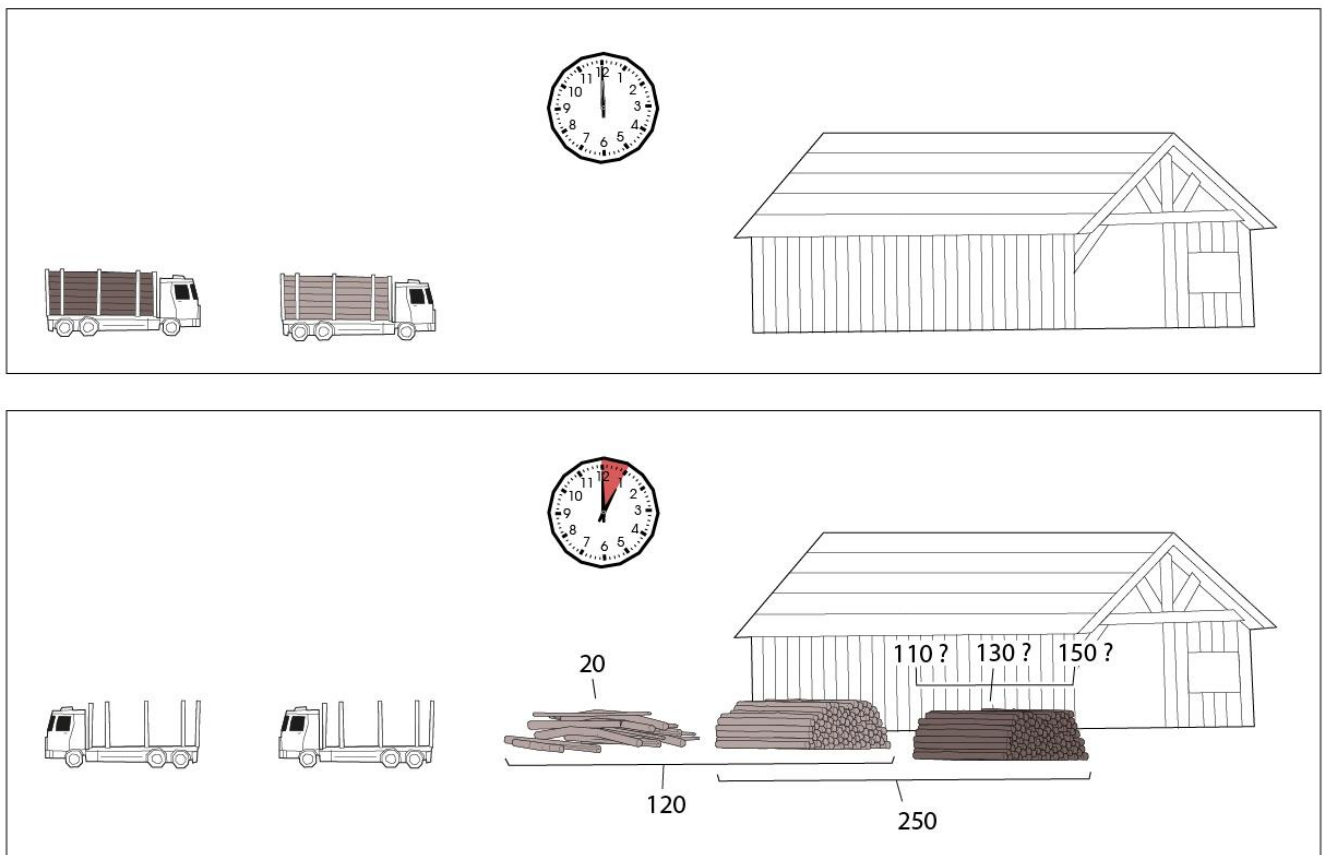


Figure 151 : Problème 3.2.1

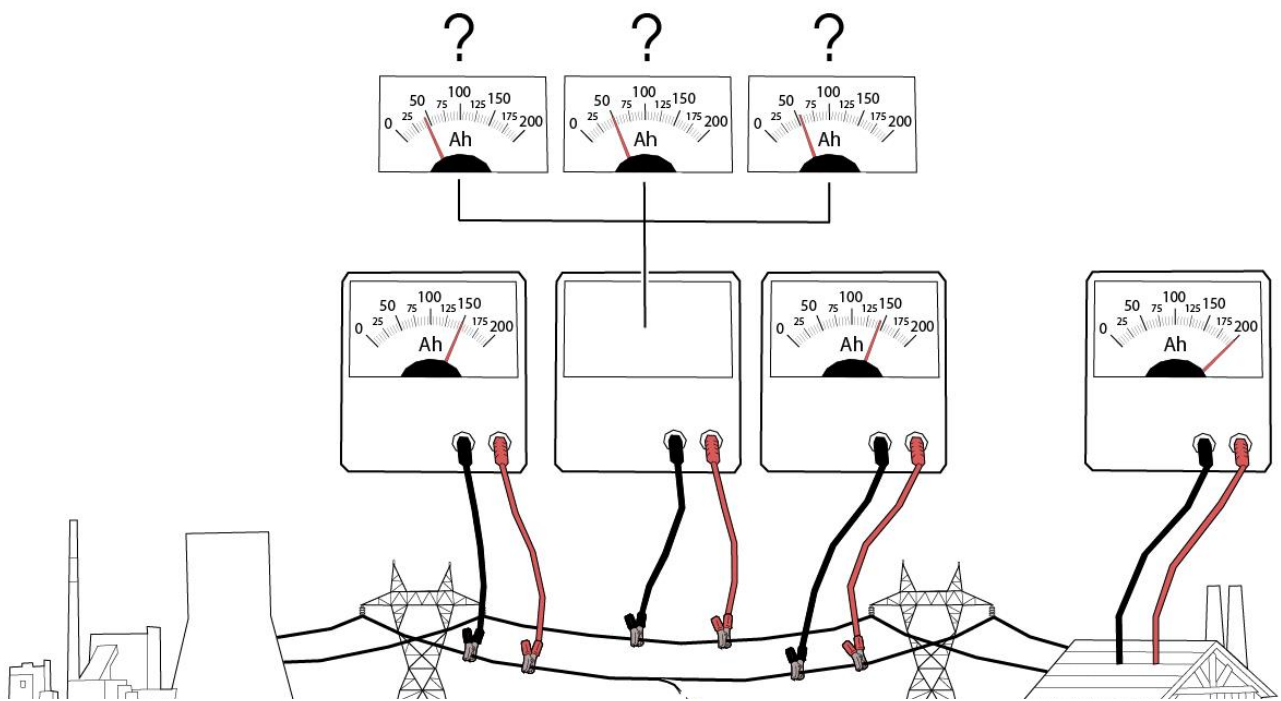


Figure 152 : Problème 3.3.1

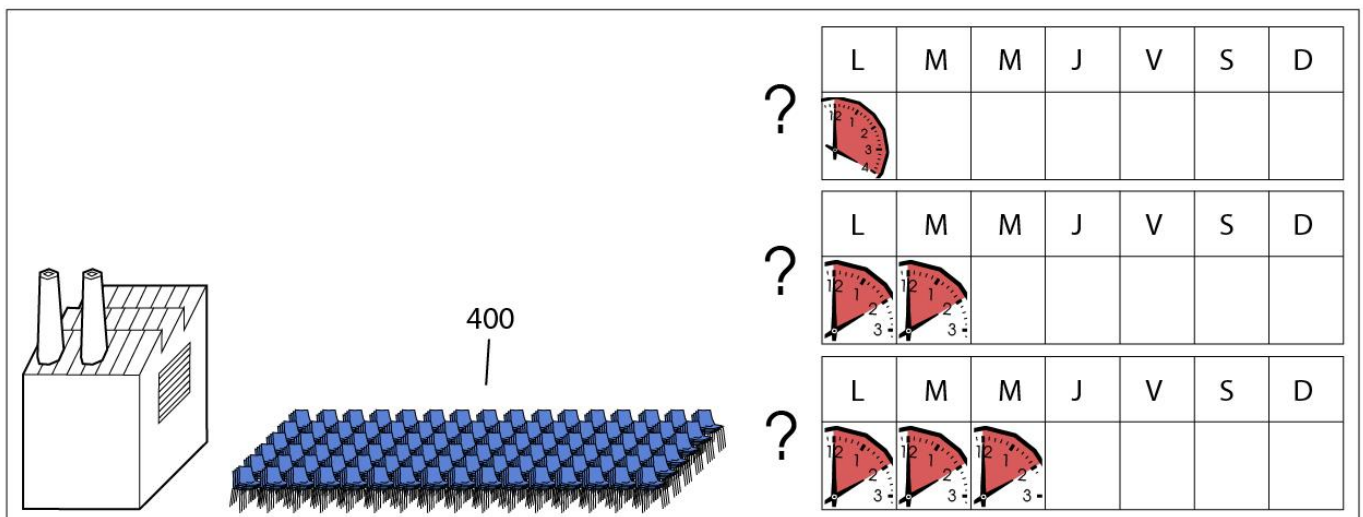
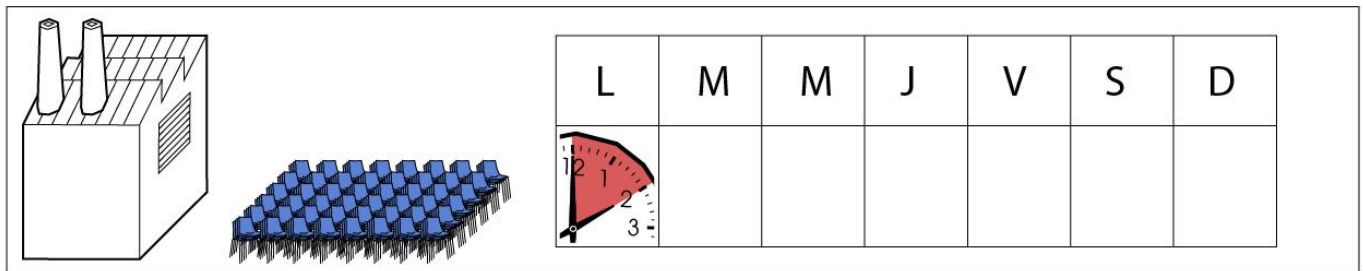
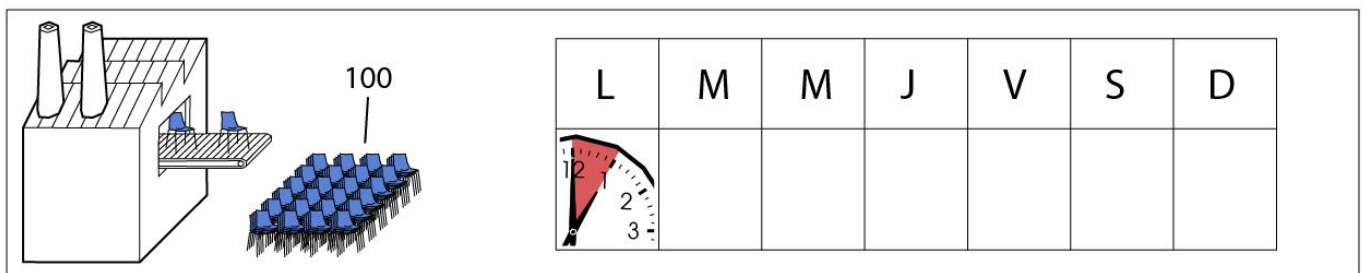


Figure 153 : Problème 4.1.1

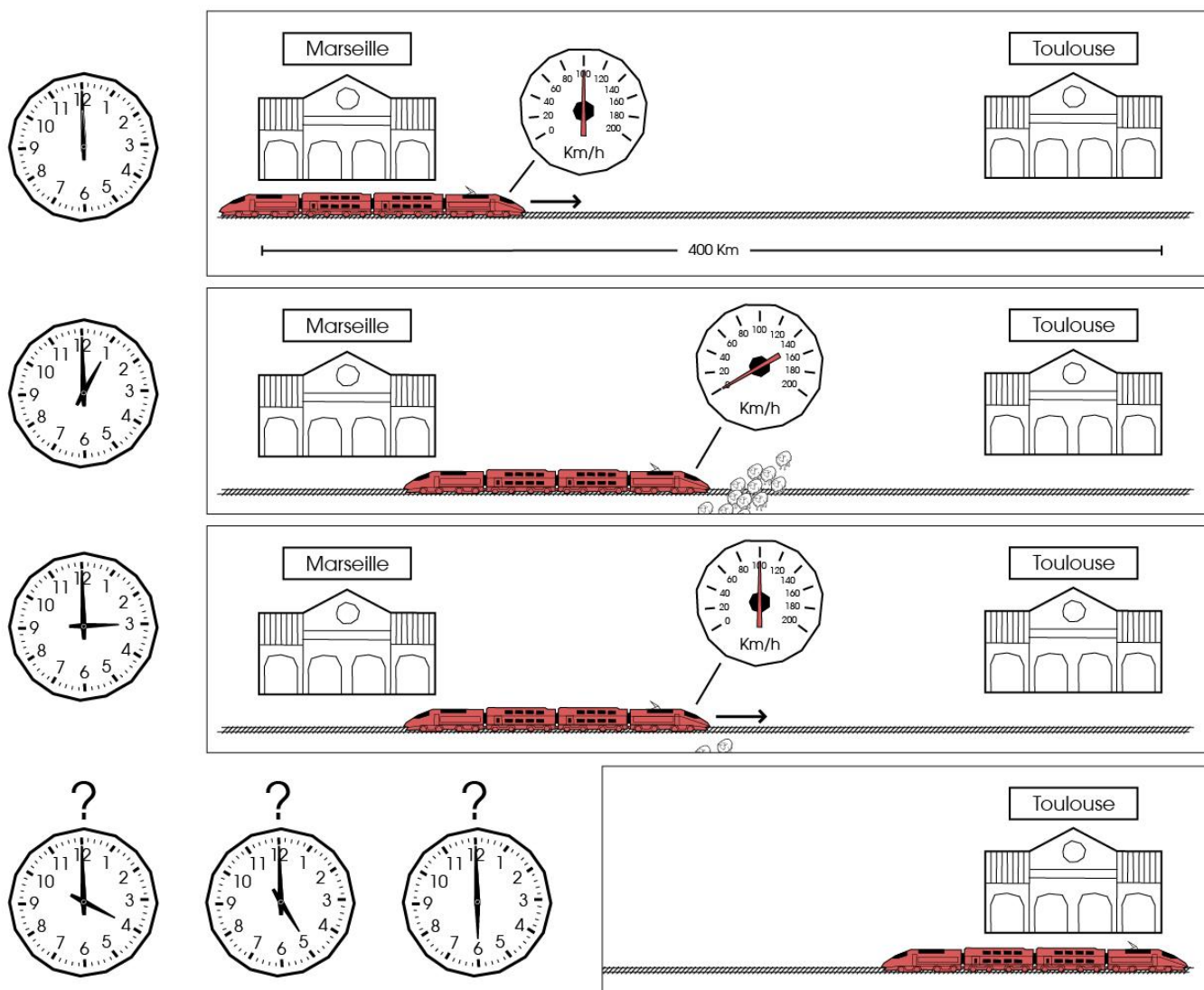


Figure 156 : Problème 4.2.1

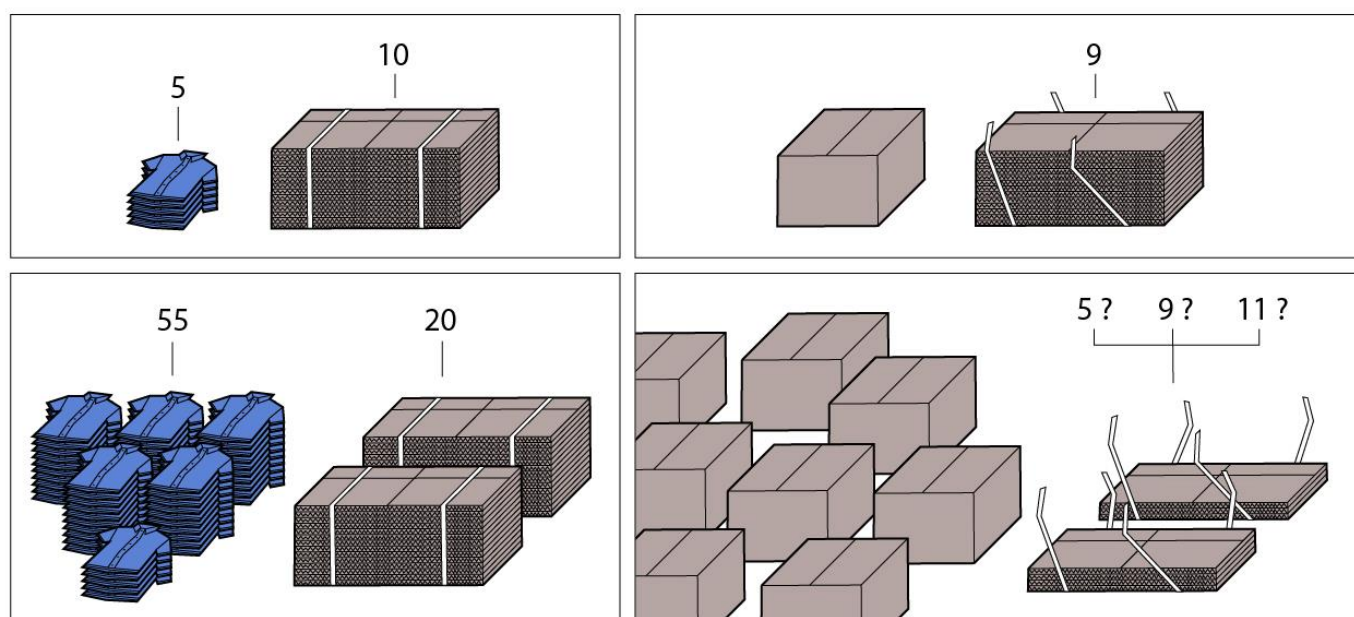


Figure 155 : Problème 4.3.1

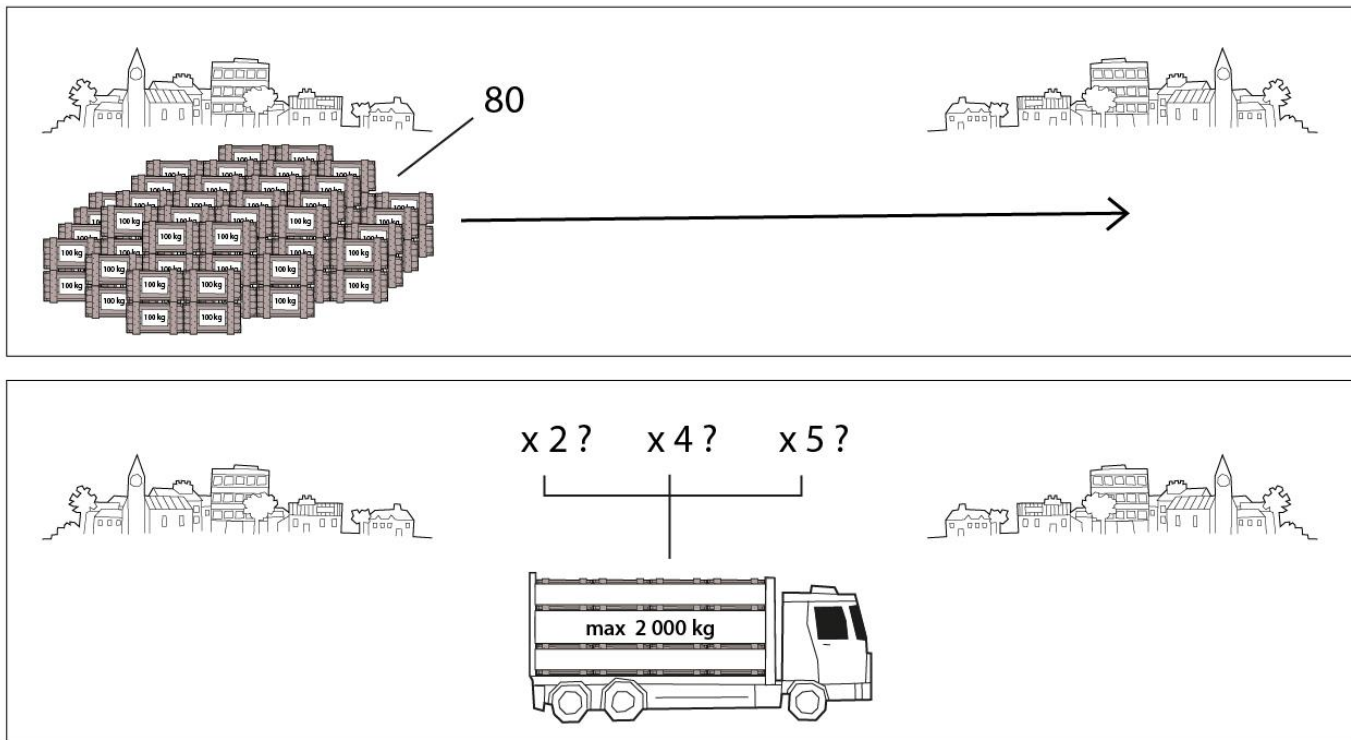


Figure 156 : Problème 5.1.1

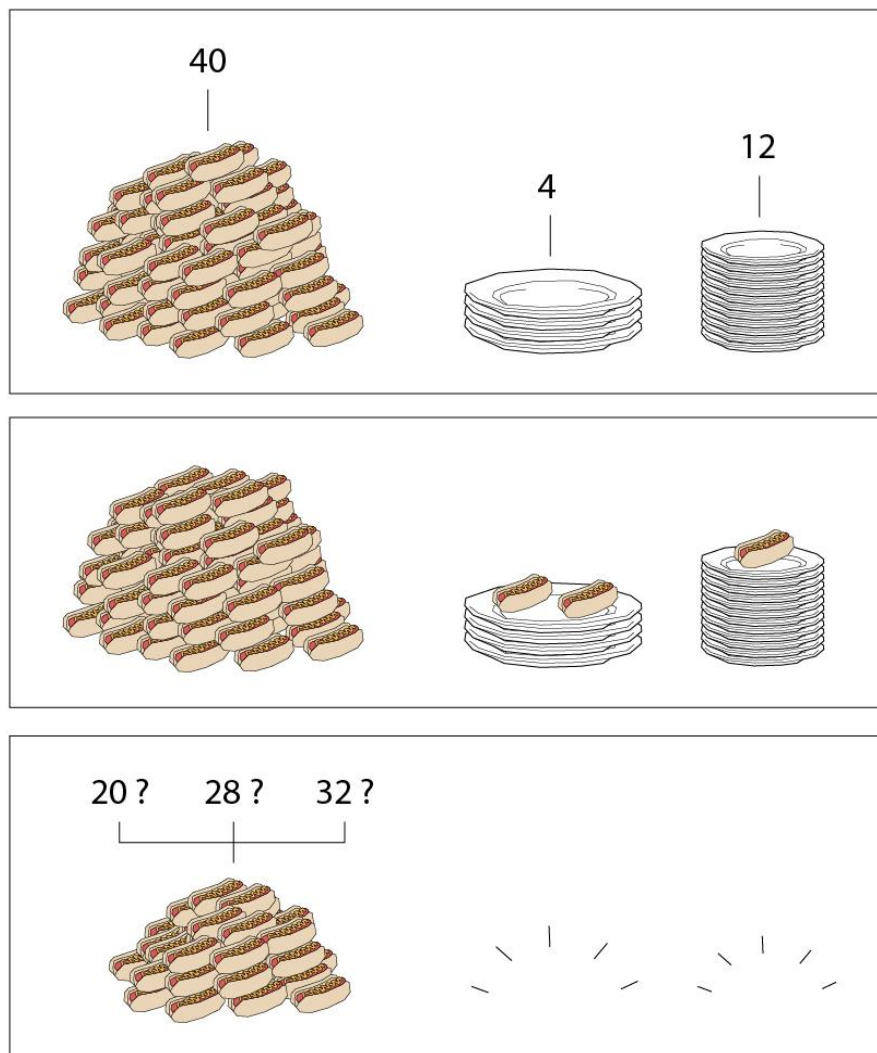


Figure 157 : Problème 5.2.1

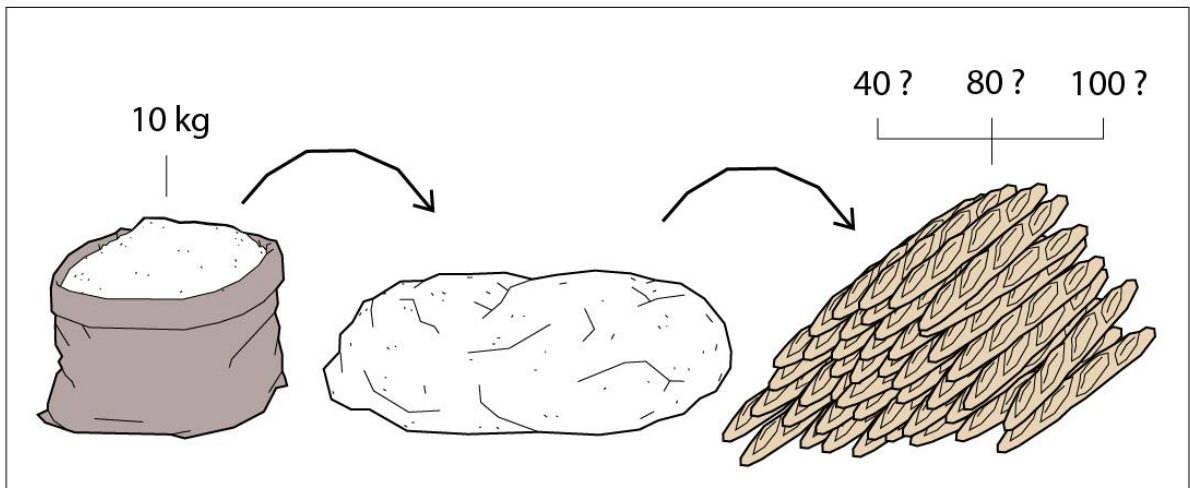
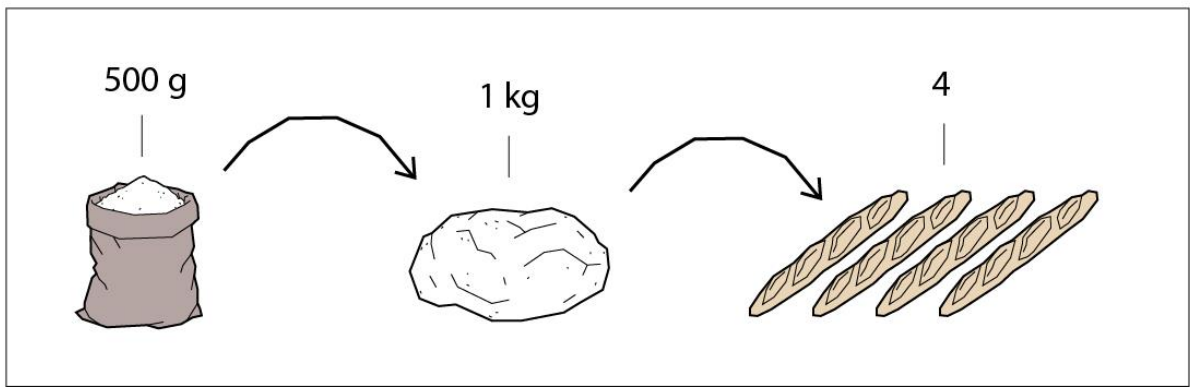


Figure 157 : Problème 5.3.1

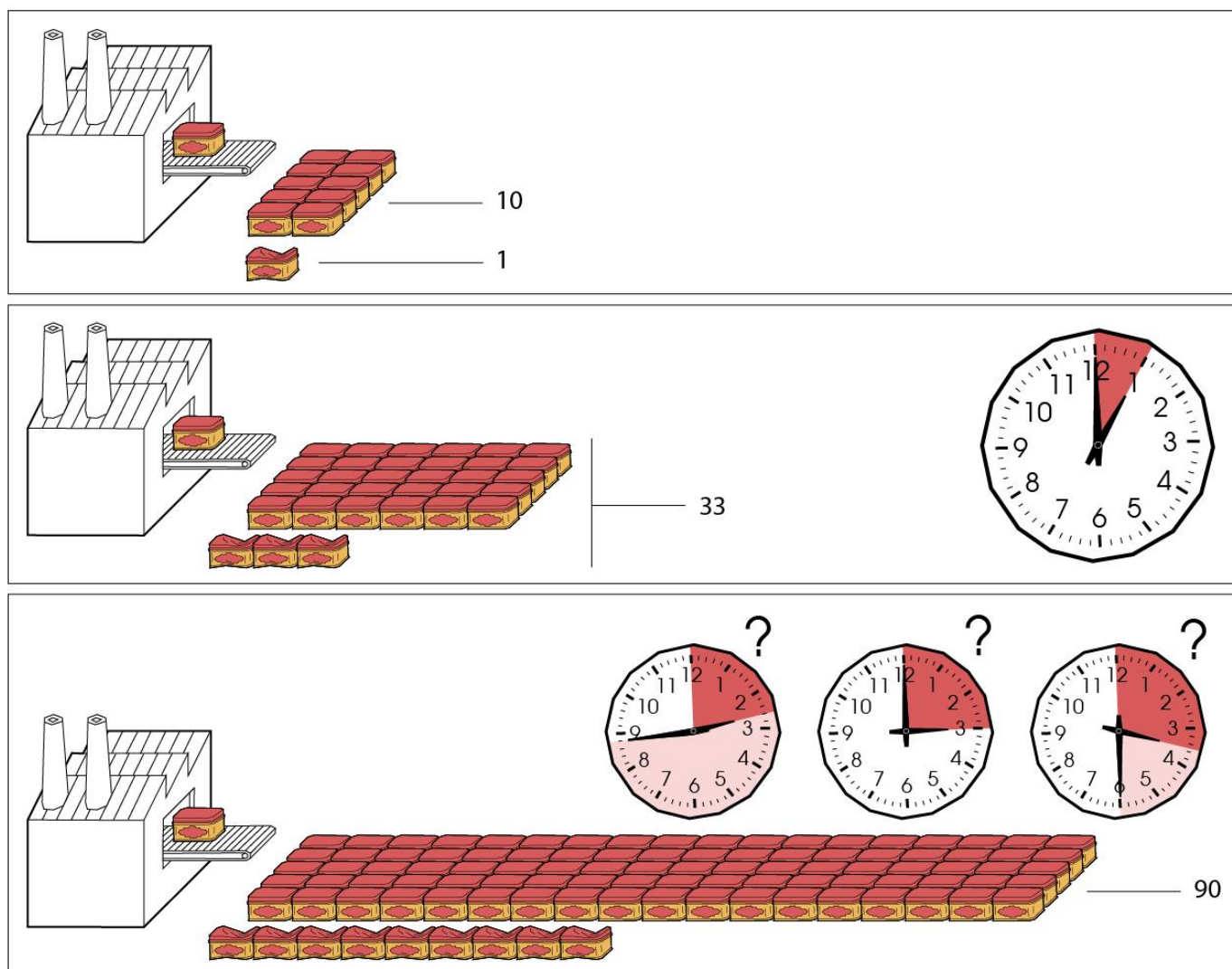


Figure 158 : Problème 6.1.1

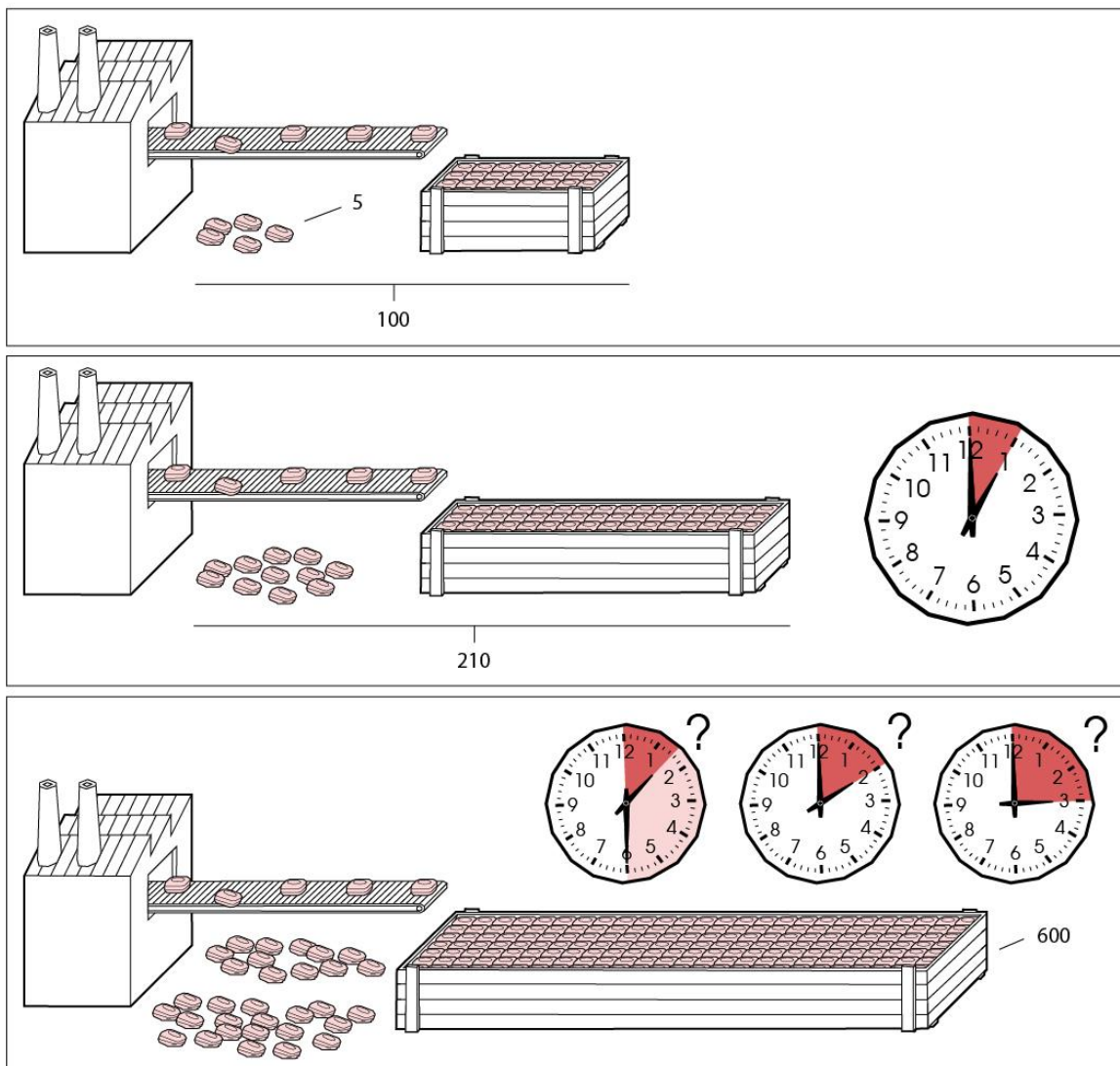


Figure 159 : Problème 6.2.1

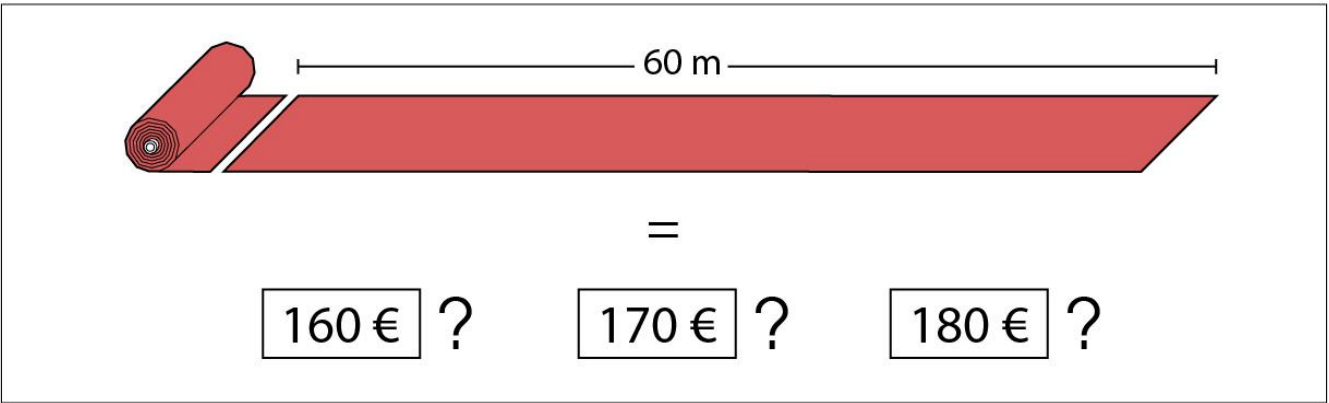
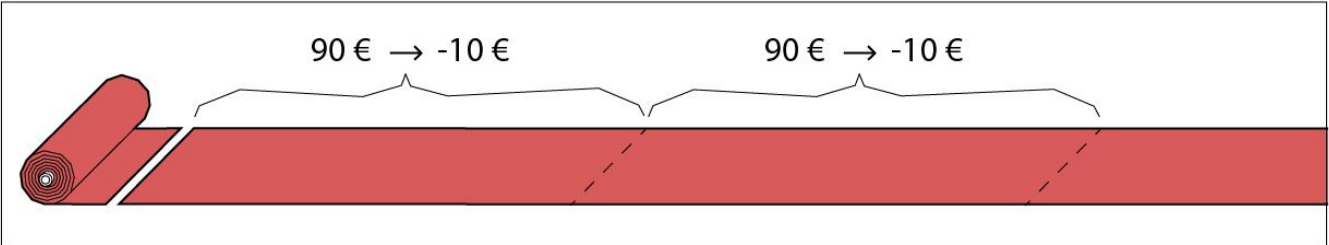
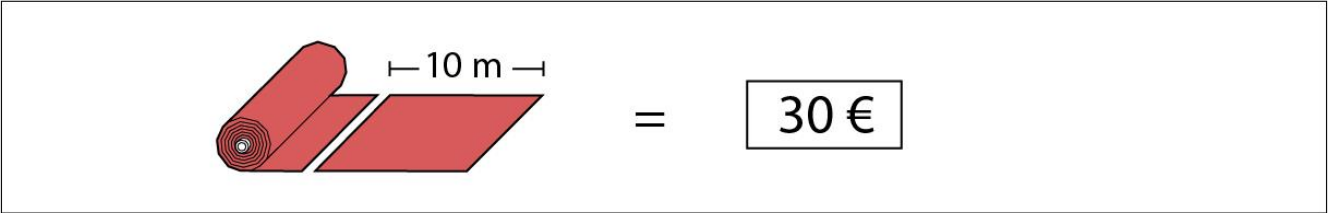


Figure 160 : Problème 6.3.1

J Annexe 5

Résultats expérience 1 (2^{ème} partie)

Le volume d'informations recueillies permet un grand nombre d'analyse. Dans la conception de l'expérience 1 cette richesse avait été voulue pour explorer une grande diversité de facteurs. Cette annexe recueille les résultats d'analyses qui résultent de cette richesse mais n'étaient pas dans l'axe principale de notre recherche.

- Signe de la fraction de Weber

Dans cette expérience la fraction de Weber peut être négative (test plus petit que le stimulus) ou positive (test plus grand que le stimulus). Nous nous sommes posé la question de l'influence de ce signe et les données étant disponibles, la courbe suivante a été créée (Figure 161).

La courbe de la Figure 161 montre que le temps de réponse est plus court pour une fraction de Weber positive (environ 10%). Ces distributions sont non paramétriques et le test non paramétrique de comparaison de distributions que nous avons choisi est le test de Kolmogorov-Smirnov. Le test de Kolmogorov-Smirnov ne permet pas de rejeter l'hypothèse H_0 dans les combinaisons du tableau 15. Le signe de la fraction de Weber n'a donc pas d'influence significative.

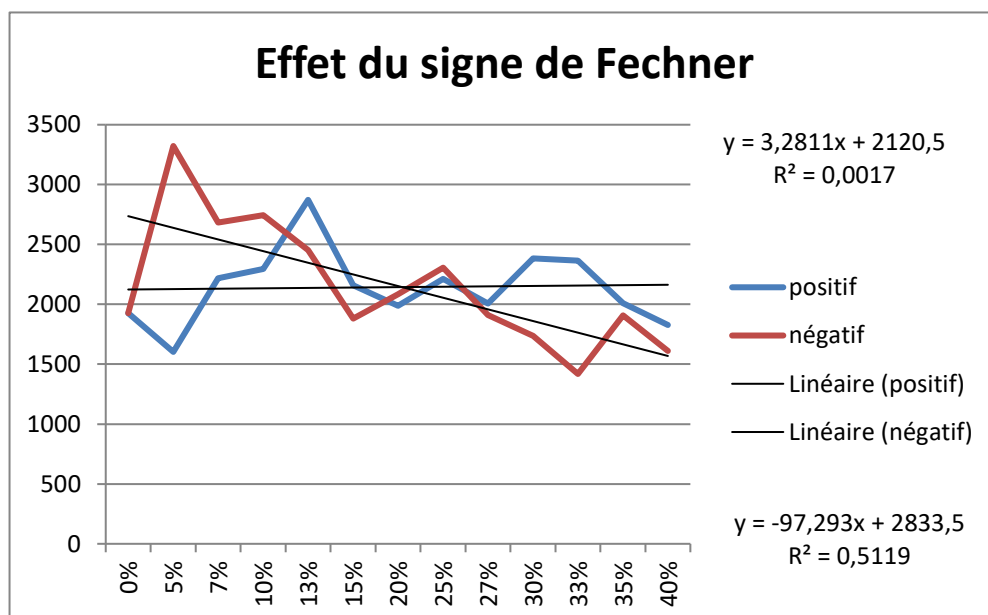


Figure 161 : Effet Fechner et signe de la fraction de Weber (Fechner Z6789)

> 0 vrai	> 0 faux	<0 vrai	<0 faux	Fechner
1794,12	2087,15	1794,12	2087,15	0%
1594,54	1575,80	3223,96	2513,04	5%
2243,48	2003,91	2933,02	2308,16	7%
2321,78	2061,55	2858,92	2213,85	10%
2923,77	2427,78	2459,55	2367,30	13%
2068,78	2081,65	2025,20	1783,09	15%
1909,01	1960,66	2013,72	2029,37	20%
2293,07	1952,59	2288,43	2025,70	25%
2029,65	1836,23	1835,73	1926,10	27%
2396,42	2064,06	1682,25	1774,82	30%
2349,30	2062,87	1362,44	1630,02	33%
1903,06	2005,63	1804,45	1914,22	35%
1772,09	1902,01	1562,01	2088,25	40%
				P-Value
				0,291400
				0,879324
				0,879324
				0,569613

Tableau 44 : Test de Kolmogorov-Smirnov (risque 10%)(Fechner CQ8004)

- Sexe (temps de réponse)

Les données concernant le sexe ont été recueillies. Il y avait 201 sujets de sexe masculin et 159 de sexe féminin. Ce déséquilibre peut être attribué au milieu technophile dans lequel se déroulait l'expérience et donc être lié aux préjugés de genre. Le Tableau 45 montre les moyennes de temps de réponse selon les couples stimulus-test.

Un test de Kolmogorov-Smirnov montre que la différence n'est pas significative (p-value = 0,692660 au risque de 5%).

Ce que confirme le tableau ci-dessous montrant la proximité des moyennes et des écarts type.

Variable	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart-type
H	1285,414	3427,636	2155,002	446,393
F	1244,601	3353,816	2107,697	440,249

H	F			
1397	1409	Taille stimulus	5	5VV
1972	1956		10	10VV
2061	1986		15	15VV
2010	1911		20	20VV
1565	1522	Nature stimulus	random	Mo VV
1649	1614		canon	Mo VV
2297	2294		mot	Mo VV
2263	2242		chiffre	Mo VV
2187	2145	Nature test	random	Mo VV
2027	2011		canon	Mo VV
1285	1245		mot	Mo VV
1426	1380		chiffre	Mo VV
1567	1617	Taille stimulus	5	Mo VF
2183	2200		10	Mo VF
2340	2242		15	Mo VF
2259	2158		20	Mo VF
1768	1753	Nature stimulus	random	Mo VF
1812	1776		canon	Mo VF
2337	2317		mot	Mo VF
2531	2470		chiffre	Mo VF
2233	2200	Nature test	random	Mo VF
2252	2222		canon	Mo VF
2063	2030		mot	Mo VF
1597	1577		chiffre	Mo VF
1907	1955	Taille stimulus	5	Mo FV
2095	2051		10	Mo FV
2123	2074		15	Mo FV
2099	1946		20	Mo FV
1829	1733	Nature stimulus	random	Mo VF
1955	1886		canon	Mo VF
2445	2377		mot	Mo VF
2424	2375		chiffre	Mo FV
2141	2048	Nature test	random	Mo FV
2248	2199		canon	Mo FV
2090	2015		mot	Mo FV
1725	1642		chiffre	Mo FV
2486	2574	Taille stimulus	5	Mo FF
2438	2400		10	Mo FF
2579	2525		15	Mo FF
2642	2590		20	Mo FF
2292	2169	Nature stimulus	random	Mo FF
2124	2063		canon	Mo FF
3313	3220		mot	Mo FF
3428	3354		chiffre	Mo FF
2823	2767	Nature test	random	Mo FF
3132	3099		canon	Mo FF
1917	1846		mot	Mo FF
2103	1984		chiffre	Mo FF

Tableau 45 : temps de réponses Masculin vs féminin (répartition)

- *La position dans l'expérience*

Ce facteur ne faisait pas partie des facteurs qui devaient être analysés. L'hypothèse était que la passation durant environ 40 mn, tout ce que nous pouvions espérer était la trace d'une fatigue.

Notre position a changé au cours des échanges avec les premiers sujets lors du débriefe de fin d'expérience. À notre grande surprise les sujets exprimaient pour une bonne part le sentiment d'avoir « appris » et d'avoir eu de meilleurs résultats en fin d'expérience ou en tout cas d'avoir été plus à l'aise avec la tâche.

Pour réaliser cette analyse, nous avons découpé les résultats en 10 tranches (8 de 27 résultats et 2 de 28 résultats (déciles 1 et 2)) selon le Tableau 46 (tableau en quantité) et le Tableau 47 (Tableau en pourcentage).

		Position dans la manip										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Taille stimulus	5	4680	2520	3600	1440	2880	1440	1440	3240	1440	1800	24480
	10	1440	3240	2520	2520	2520	2160	2160	1800	3600	2520	24480
	15	1800	2520	1440	3600	1800	3600	3600	1440	2160	2520	24480
	20	2160	1800	2160	2160	2520	2520	2520	3240	2520	2880	24480
Fechner	0%	3960	6480	3600	5400	5040	4680	6120	7200	5400	4320	52200
	5%	720				360					360	1440
	7%		360		720							1080
	10%	720	360	1440		360	360		360	360	1440	5400
	13%	360		360			720	720				2160
	15%								360		360	720
	20%	2880	1080	1800	2160	2160	2520	2160	1080	1080	1440	18360
	25%				360		360	360		360		1440
	27%	360	360	360	360	720	360			360	360	3240
	30%	360	360	360				360	360	1440	360	3600
	33%				720						360	1080
	35%	360				360	360		360	360		1800
	40%	360	1080	1800		720	360			360	720	5400
		10080	10080	9720	9720	9720	9720	9720	9720	9720	9720	97920

Tableau 46 : Découpage en décile (Nombre de réponses (Fechner DI5215))

		Décile										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Stimulus	5	4,78	2,57	3,68	1,47	2,94	1,47	1,47	3,31	1,47	1,84	25,00
	10	1,47	3,31	2,57	2,57	2,57	2,21	2,21	1,84	3,68	2,57	25,00
	15	1,84	2,57	1,47	3,68	1,84	3,68	3,68	1,47	2,21	2,57	25,00
	20	2,21	1,84	2,21	2,21	2,57	2,57	2,57	3,31	2,57	2,94	25,00
Weber fraction (absolut value)	0%	4,04	6,62	3,68	5,51	5,15	4,78	6,25	7,35	5,51	4,41	53,31
	5%	0,74	0,00	0,00	0,00	0,37	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	1,47
	7%	0,00	0,37	0,00	0,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,10
	10%	0,74	0,37	1,47	0,00	0,37	0,37	0,00	0,37	0,37	1,47	5,51
	13%	0,37	0,00	0,37	0,00	0,00	0,74	0,74	0,00	0,00	0,00	2,21
	15%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	0,00	0,37	0,74
	20%	2,94	1,10	1,84	2,21	2,21	2,57	2,21	1,10	1,10	1,47	18,75
	25%	0,00	0,00	0,00	0,37	0,00	0,37	0,37	0,00	0,37	0,00	1,47
	27%	0,37	0,37	0,37	0,37	0,74	0,37	0,00	0,00	0,37	0,37	3,31
	30%	0,37	0,37	0,37	0,00	0,00	0,00	0,37	0,37	1,47	0,37	3,68
	33%	0,00	0,00	0,00	0,74	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	1,10
	35%	0,37	0,00	0,00	0,00	0,37	0,37	0,00	0,37	0,37	0,00	1,84
	40%	0,37	1,10	1,84	0,00	0,74	0,37	0,00	0,00	0,37	0,74	5,51
		10,29	10,29	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	9,93	100,00

Tableau 47 : Découpage en déciles (en pourcentage) (Fechner EM5301)

La Figure 162 montre la répartition des tailles de stimuli selon le décile

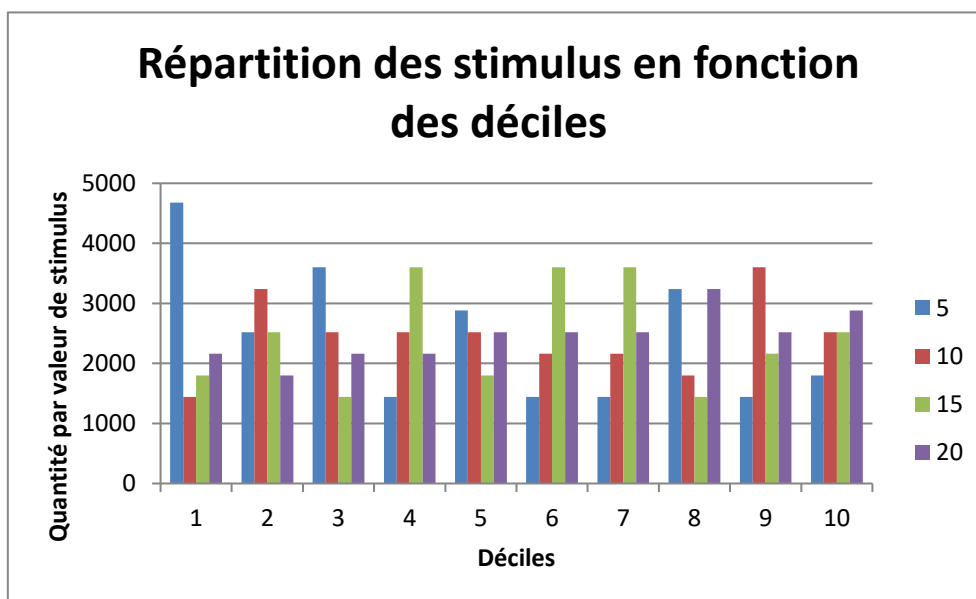


Figure 162 : Répartition des stimuli par décile (Fechner BD5250)

Les résultats de l'analyse en utilisant les déciles donnent deux ensembles de courbes, la Figure 166 et la Figure 165 qui donnent des résultats difficiles à interpréter. Pour les temps de réponses un test de Kolmogorof-Smirnof contre une ligne horizontale n'est pas significatif au seuil de 5%.

L'analyse de la Figure 165 montre une différence de temps de réponse entre « vrai » et « faux » qui avait été déjà mise en évidence par Nickerson en 1965 (Bindra et al., 1968) qui lui testait « same » et « different » dans ses expériences. La différence est significative par rapport à une droite avec un risque de 0.1% ($p\text{-value} = 0,000607$).

En revanche les pourcentages de bonnes réponses décroissent selon

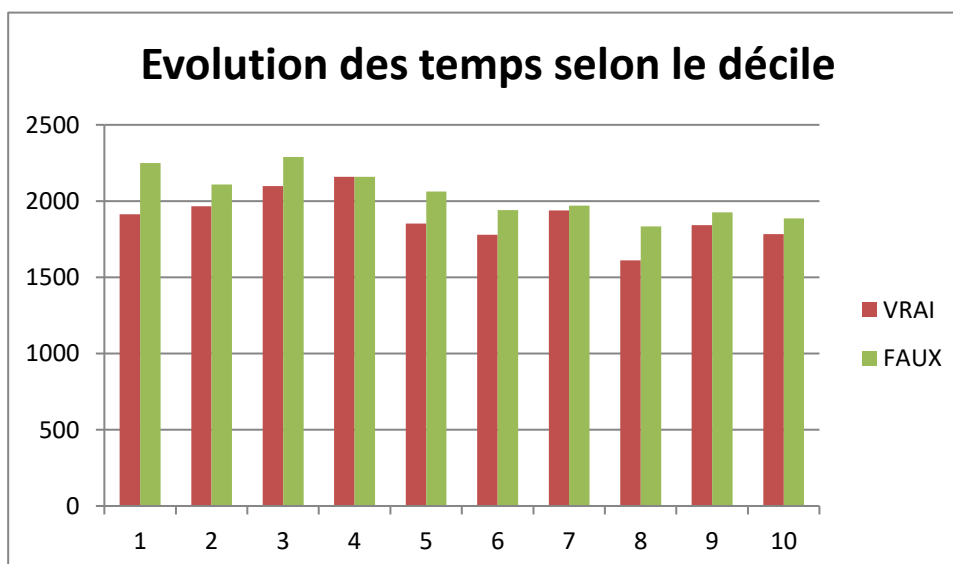


Figure 165 : Temps de réponse selon le décile (Fechner BZ 5194)

le décile jusqu'au décile 7 (fatigue ?) puis remontent à partir du décile 8. (Figure 166).

Cette évolution est peut-être corrélée avec la répartition de la dimension des stimuli (voir Figure 162). Le tirage aléatoire qui a construit la séquence expérimentale a placé dans le décile 8 un excès de stimuli de dimension 5 dont l'évaluation est plus aisée.

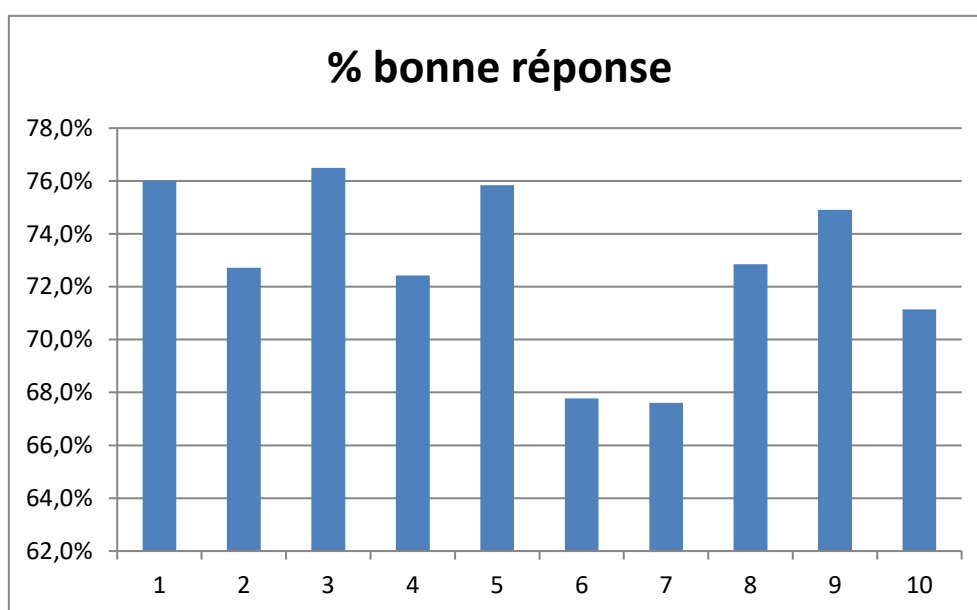


Figure 166 : Nombre de bonnes réponses selon la séquence (Fechner BX2399)

Le problème est que le même tirage a placé dans le même décile un excès de stimuli de taille 20 et que la disparition de ces excès au décile 9 et 10 peut accentuer la poursuite de la croissance du taux de bonnes réponses à partir du décile 8.

Les distributions des 4 types de stimulus ne sont pas significativement différentes voir Tableau 48 résultat du test de Kruskal-Wallis de Xlstat avec un risque de 5%.

Le même test incluant les temps de réponses montre que la distribution des réponses est significativement (risque 0.1%) différente des distributions. (Voir Tableau 49).

	5	10	15	20
5	1,0000000	0,9857798	0,9856337	0,9747962
10	0,9857798	1,0000000	0,9974471	0,9998247
15	0,9856337	0,9974471	1,0000000	0,9856173
20	0,9747962	0,9998247	0,9856173	1,0000000

Tableau 48 : P-values entre les distributions des stimuli

	5	10	15	20	
5	1,0000000	0,9969307	0,9968885	0,9934042	0,0013959
10	0,9969307	1,0000000	0,9996900	0,9999913	0,0013880
15	0,9968885	0,9996900	1,0000000	0,9968838	0,0014197
20	0,9934042	0,9999913	0,9968838	1,0000000	0,0013645
Rep. vraies	0,0013959	0,0013880	0,0014197	0,0013645	1,0000000

Tableau 49 : P-values distributions des stimuli vs temps des réponses « vrai »

Si un découpage moins fin correspondant aux 3 séquences de l'expérience est pratiqué, on obtient un lissage partiel des quantités, ce qui rend les courbes plus explicites (Figure 167 et Figure 168).

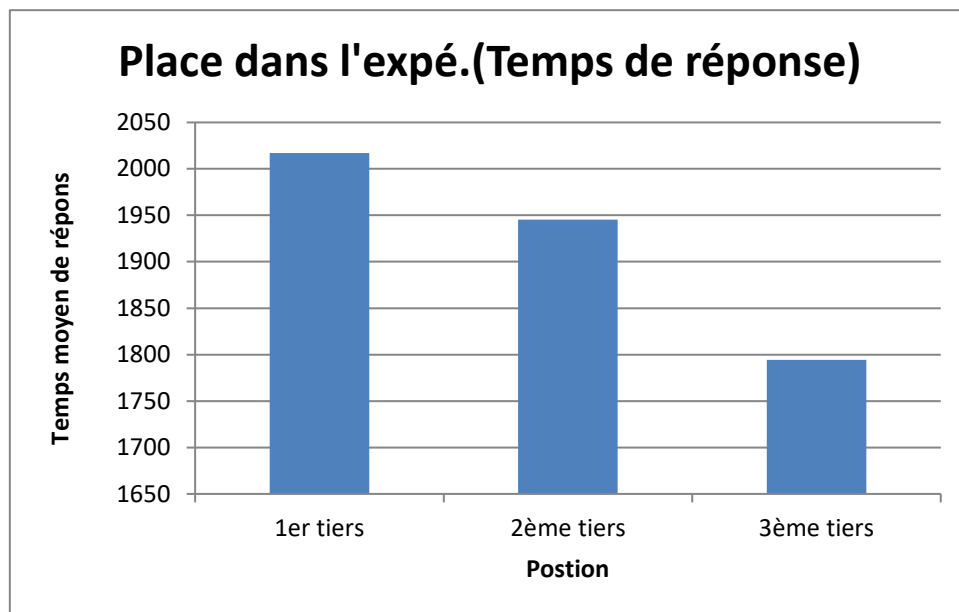


Figure 167 : Temps moyen de réponse selon la séquence (Fechner CH2402)

Cependant le test de Kolmogorov-Smirnov n'est pas significatif (p-value =0,5175507) au seuil de 5%.

La Figure 168 montre le nombre de réponses vraies mais là encore ces valeurs ne sont pas significatives (p-value=0,517551).

Cette expérience mériterait d'être refaite avec une technique de tirage assurant un meilleur équilibrage entre les déciles pour pouvoir analyser cet effet non prévu lors de l'écriture du programme de fabrication de la séquence expérimentale. Néanmoins, dans l'état actuel, une forme d'apprentissage semble la meilleure explication de ces résultats.

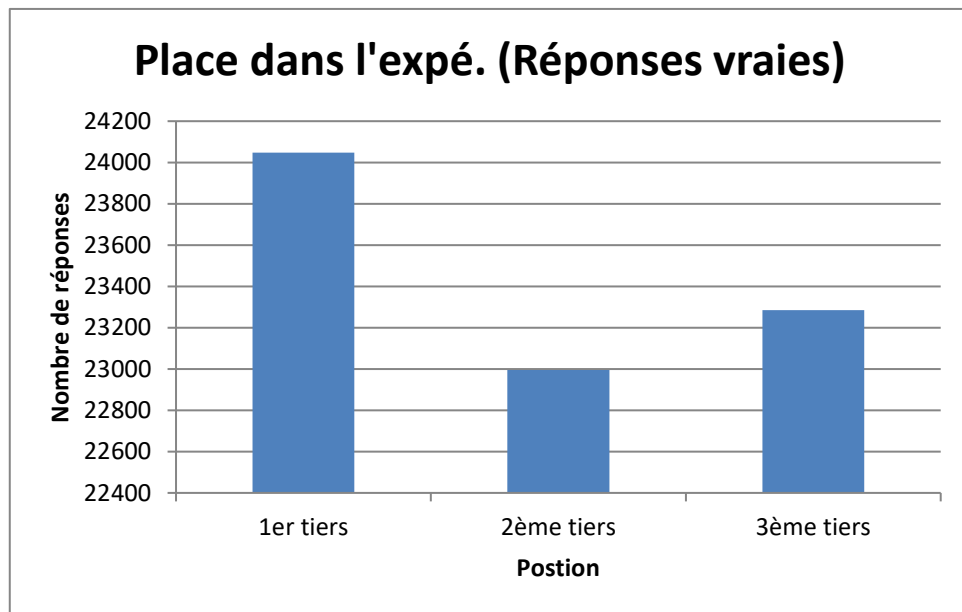


Figure 168 : Nombre de bonnes réponses selon la place dans l'expérience
(Fechner BV2400)

K Annexe 6

Résultats expérience 2 (2^{ème} partie)

Dans cette deuxième partie d'analyse des résultats de l'expérience 2 se trouvent les analyses qui s'écartaient des résultats que nous cherchions initialement. Néanmoins certains résultats montrent des effets significatifs et peuvent ouvrir d'autres expérimentations plus ciblées.

- Effets des facteurs propres aux sujets selon la nature des énoncés.

Pourcentage de bonnes réponses par type de problème

La première analyse conduite sur les données de l'expérience 2 est la validité de la notation des problèmes telle que définie précédemment vis-à-vis de la distribution des bonnes réponses. Cette analyse est présentée dans la Figure 169.

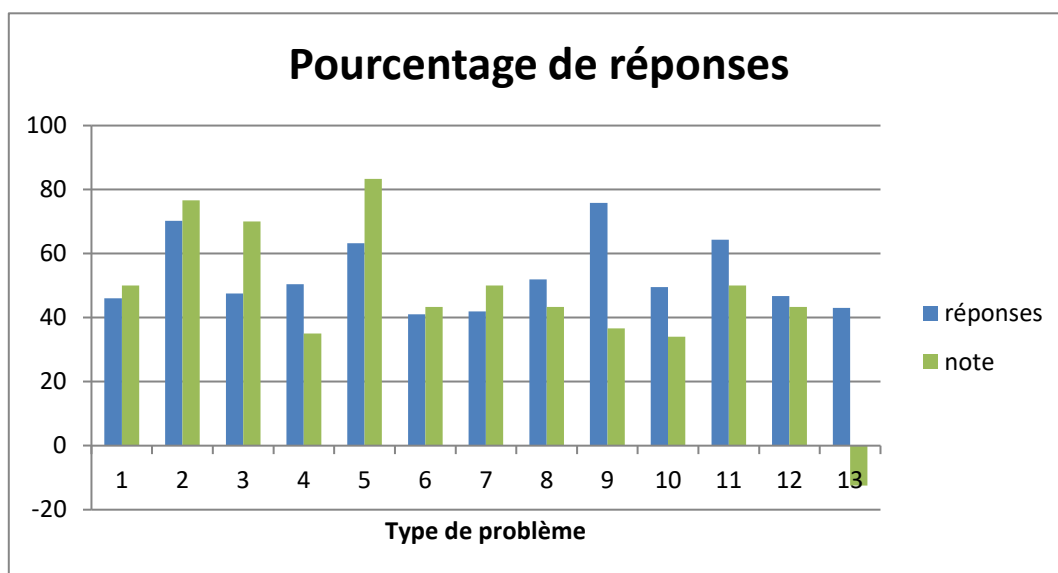


Figure 169 : Globalité des pourcentages des bonnes réponses (selon pb JN232)

Un test de (Wilcoxon, Mann-Whitney, ...) pour distribution non paramétrique a été réalisé. Ce test donne une p-value de 0,389 ce qui montre que les deux distributions ne sont pas significativement différentes au seuil 5%. Cela démontre l'influence de la structure des problèmes sur la qualité des réponses.

Temps moyen des bonnes réponses par problème

Le même test est réalisé pour les temps moyens de réponse (Figure 170)Figure 170. Il utilise un coefficient de 22 000 pour les notes tels qu'utilisé précédemment.

Le test de Kolmogorov donne une p-value de 0,038 ce qui signifie que les deux distributions sont significativement différentes au seuil de 5%.

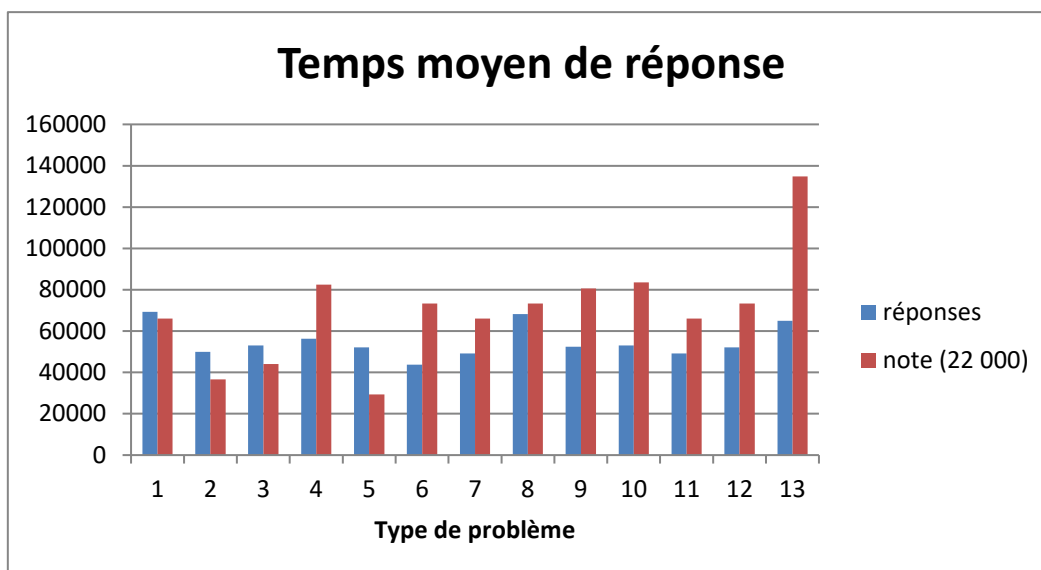


Figure 170 : Globalité des moyennes des temps de réponse (selon pb JV232)

Une analyse de la Figure 170 montre que la distance entre les 2 courbes est importante et un essai avec un multiplicateur plus petit change les choses (Figure 171) ce qui montre que le test utilisé est à la fois sensible à la similitude des courbes et la distance entre elles ce qui était prévisible puisque cette analyse utilise les moindres carrés.

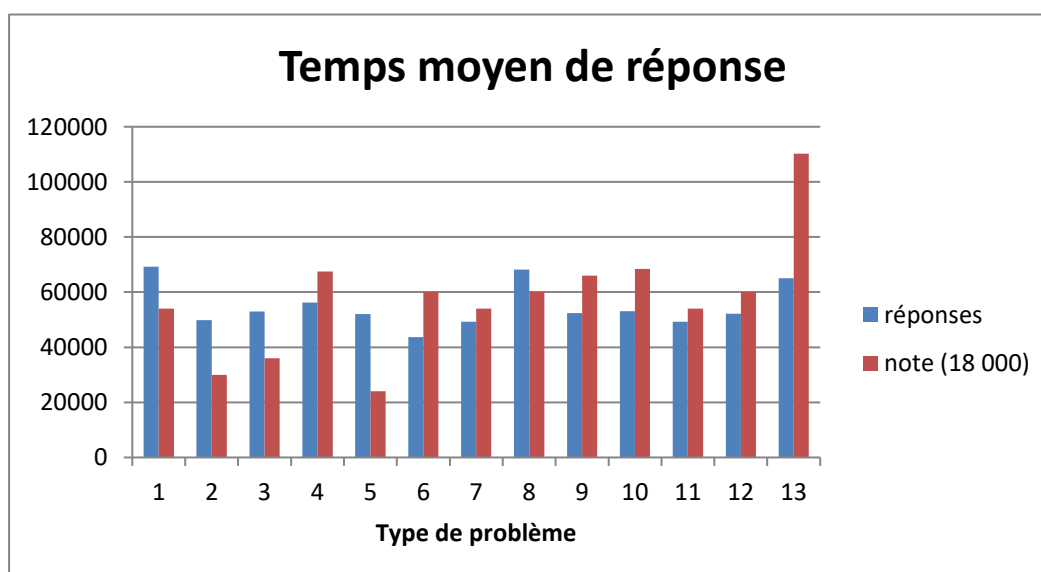


Figure 171 : Globalité des moyennes des temps de réponse (selon pb JG194)

Le résultat du test de Kolmogorov dans ces conditions donne une p-value de 0.335 non significative ce qui redonne à la nature des problèmes une influence sur le temps de réponse.

➤ Effets des facteurs propres aux sujets selon les problèmes

Dans cette analyse, nous allons étudier l'effet de la nature des problèmes telle que définie précédemment en fonction de 3 caractéristiques des sujets. Nous avons choisi celles qui nous paraissent le plus notable selon les résultats de la première expérience..

• **Age vs pourcentage de bonnes réponses.**

La première analyse est l'influence de l'âge. Cette analyse donne les courbes de la Figure 172. A ces courbes a été ajoutée la courbe retraçant la note des problèmes sous la forme « $110 - \text{note} \times 20$ ».

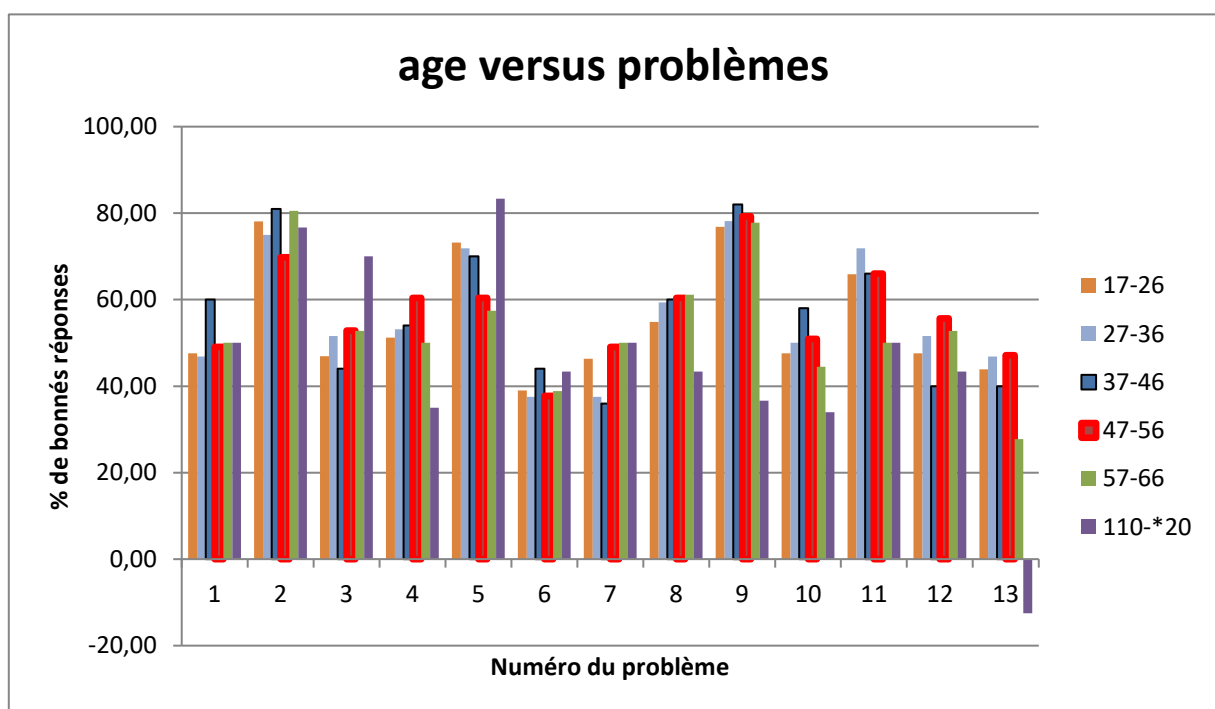


Figure 172 : % de bonnes réponses par tranche d'âge (selon pb2 JQ9)

Dans cette figure apparaissent plusieurs points :

- ❖ d'abord faute d'effectif suffisant il n'y a pas de sujet dans la tranche 67-76. Cette remarque sera vraie dans toutes les études suivantes.
- ❖ La courbe de la tranche 7-16 ans semble donner une quantité de bonnes réponses plus faible, cependant les test statistiques ne le confirme pas. La statistique de

Kruskal-Wallis montre que les distributions des réponses des sujets sont des distributions identiques, les p-value des sujets montrent que leurs réponses sont de même nature.(voir Tableau 50). Cette similitude est aussi illustrée par le Tableau 51 qui montre que les moyennes et les écarts types des 6 tranches d'âge sont très proches ce que montre mieux la Figure 173 ci-dessous.

	17-26	27-36	37-46	47-56	57-66	67-76	110-par 20
17-26	1	1,000	1,000	0,973	1,000	1,000	0,822
27-36	1,000	1	1,000	1,000	1,000	1,000	0,686
37-46	1,000	1,000	1	1,000	0,997	1,000	0,859
47-56	0,973	1,000	1,000	1	0,990	1,000	0,636
57-66	1,000	1,000	0,997	0,990	1	1,000	0,842
67-76	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1	1,000
110-par 20	0,822	0,686	0,859	0,636	0,842	1,000	1

Tableau 50 : Test de Kruskal-Wallis (Kruskal-age pb rep B 106)

Variable	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart-type
17-26	39,024	78,049	55,300	13,395
27-36	37,500	78,125	56,250	13,844
37-46	36,000	82,000	56,538	15,366
47-56	37,736	79,245	56,821	10,894
57-66	27,778	80,556	53,348	14,146
67-76	0,000	100,000	49,359	42,961
110-par 20	-12,500	83,333	46,397	23,720

Tableau 51 : Moyennes et écart type selon l'âge (Kruskal-age pb rep L11)

En conclusion, cette analyse montre que les variations selon les âges ne sont pas significatives et que l'âge n'a pas d'influence sur les réponses aux problèmes comme le montre le Tableau 50 et la Figure 173.

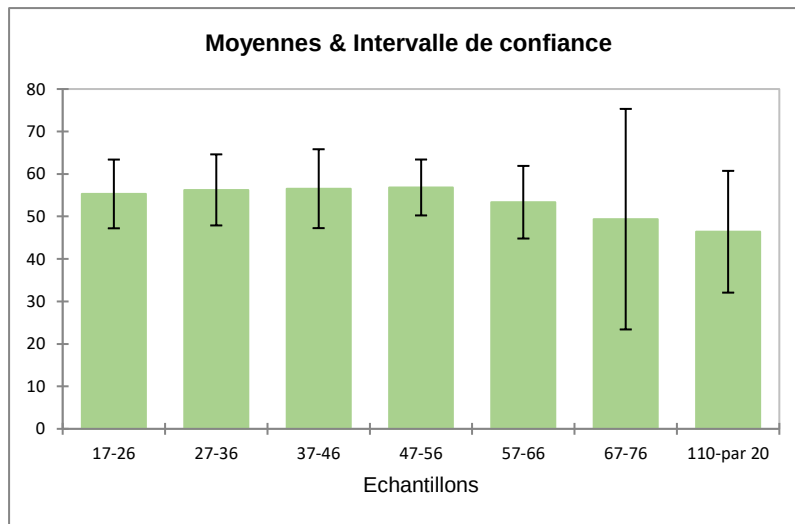


Figure 173 : Graphique moyennes et écart type selon l'âge (Kruskal-age pb rep H189)

- **Age vs temps moyen de bonnes réponses.**

La deuxième analyse concerne le temps moyen de réponse. (Figure 174).

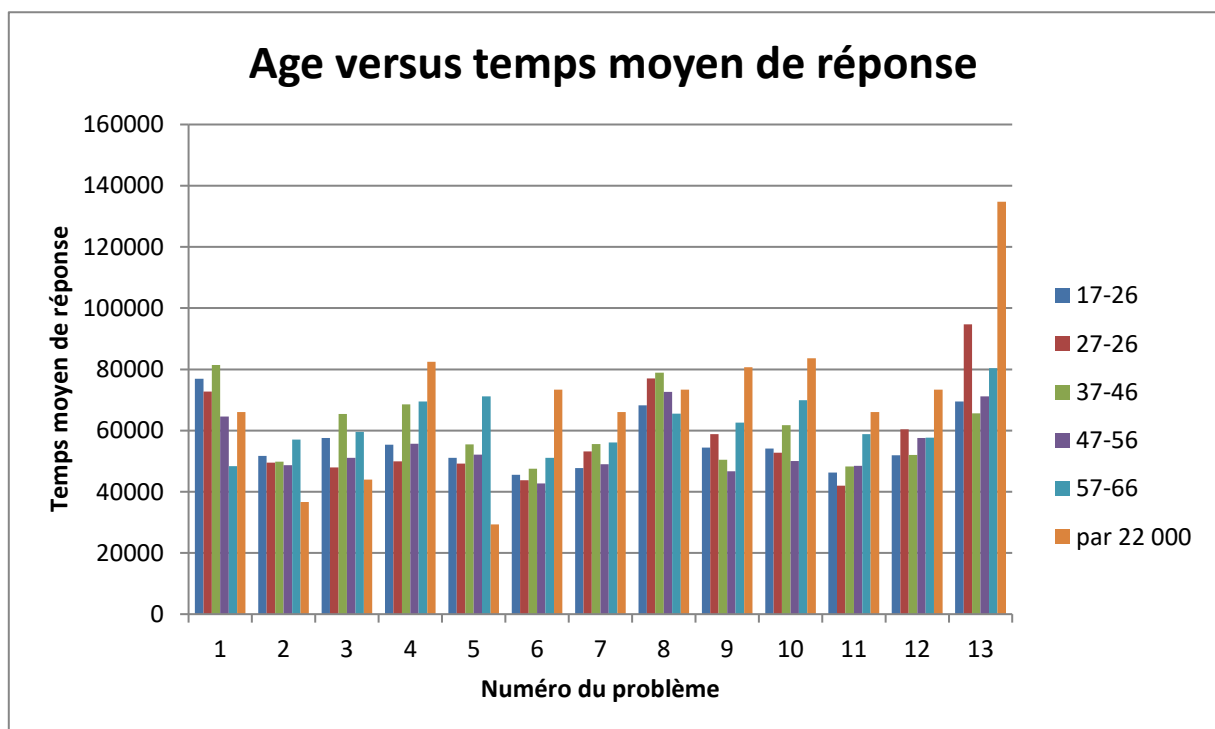


Figure 174 : Temps moyen de réponses en fonction de l'âge (selon_pb LV292)

Une analyse deux à deux des résultats, par un test de Kruskal-Wallis, est non significative (voir Tableau 52) pour toutes les tranches d'âge entre elles et avec la note multipliée par 22 000 pour ajuster son dimensionnement à la dimension des temps. Ce résultat prouve à la fois que toutes les tranches d'âge appartiennent à la même population mais aussi que les notes (une fois multipliées) qui représentent la difficulté des

problèmes influent sur les résultats (en temps de réponse) pour toutes les tranches d'âge.

	17-26	27-36	37-46	47-56	57-66	67-76	par 22 000
17-26	1	1,000	0,973	0,999	0,431	0,941	0,602
27-36	1,000	1	0,973	0,999	0,768	0,964	0,736
37-46	0,973	0,973	1	0,911	0,965	0,999	0,736
47-56	0,999	0,999	0,911	1	0,398	0,892	0,365
57-66	0,431	0,768	0,965	0,398	1	0,999	0,704
67-76	0,941	0,964	0,999	0,892	0,999	1	0,941
par 22 000	0,602	0,736	0,736	0,365	0,704	0,941	1

Tableau 52 : P-value âge versus problèmes (Kruskal age-pb-temps A118)

L'histogramme de la Figure 175 montre sous une autre forme (moyenne et écart type) la proximité des réponses entre elles et avec la note)

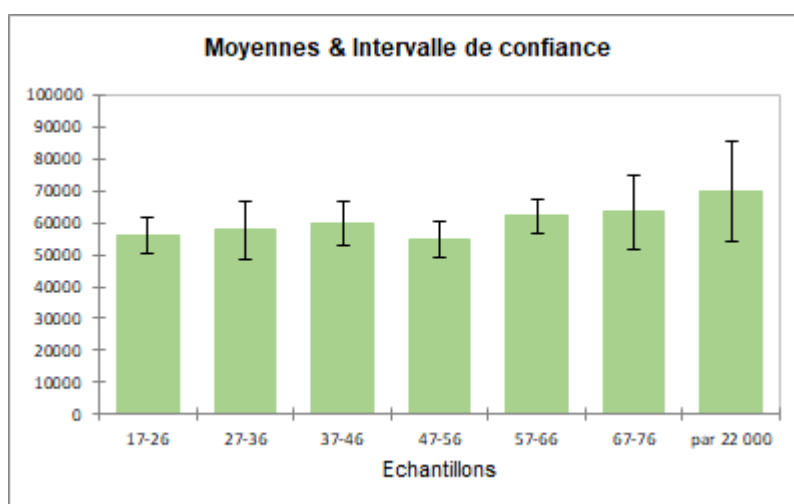


Figure 175 : Graphique moyennes et écart type selon l'âge (Kruskal-age pb temps H201)

En conclusion de ce test, la p-value globale est de 0.166 ce qui confirme que la nature des problèmes telle que décrites précédemment à une influence significative sur les performances des sujets des différentes tranches d'âge de façon significative.

- **Études vs pourcentage de bonnes réponses.**

Le second facteur déterminant de l'expérience 1 était le niveau d'étude. Les courbes de la Figure 176 présentent les résultats des problèmes de l'expérience 2 en fonction du niveau d'étude. Pour éclairer cette courbe difficile à lire il faut travailler avec les tests complémentaires ci-dessous.

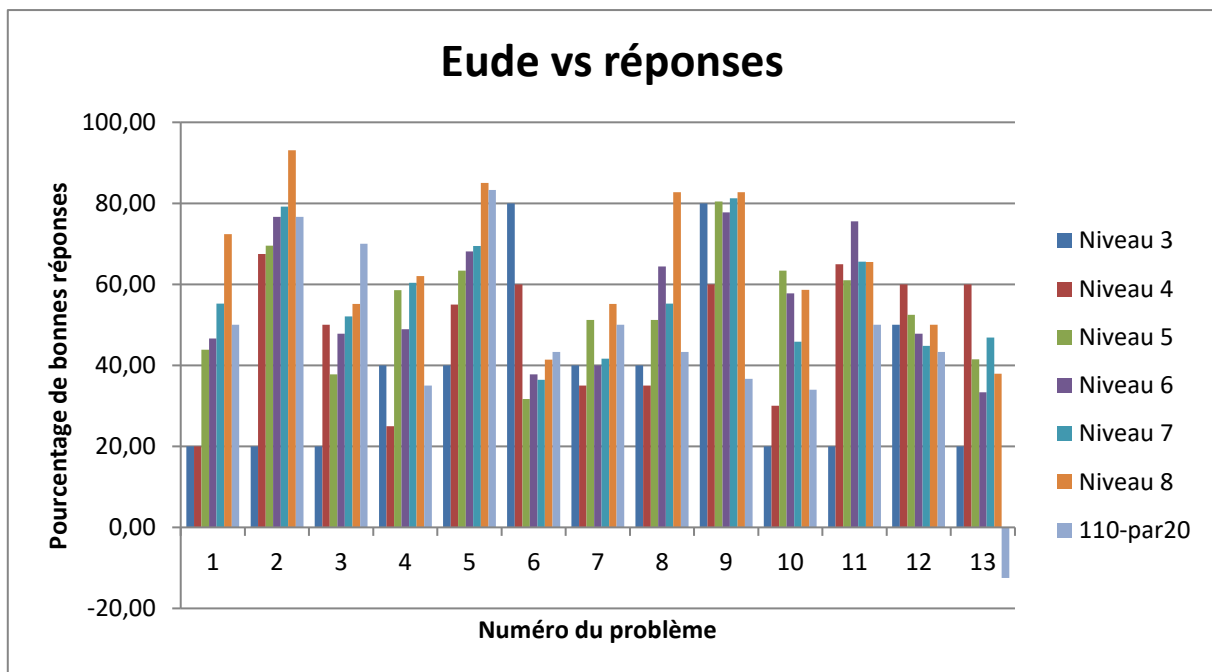


Figure 176 : Pourcentage de bonnes réponses (selon_pb KJ250)

Le Tableau 53 montre qu'à l'exception du niveau 8 (docteurs) la complexité des problèmes influe sur la qualité des réponses des sujets.

	3	4	5	6	7	8	110-par 20
3	1	0,708	0,156	0,324	0,108	0,032	0,711
4	0,708	1	0,973	0,964	0,910	0,379	1,000
5	0,156	0,973	1	1,000	1,000	0,737	0,892
6	0,324	0,964	1,000	1	1,000	0,767	0,973
7	0,108	0,910	1,000	1,000	1	0,892	0,795
8	0,032	0,379	0,737	0,767	0,892	1	0,289
110-par 20	0,711	1,000	0,892	0,973	0,795	0,289	1

Tableau 53 : P-value niveau études versus problèmes (Kruskal niveau-pb-rep B106)

La Figure 177 montrent la croissance de la moyenne des bonnes réponses selon le niveau d'étude avec cependant un palier aux niveaux 6 (BTS, DUT). et 7 (master, ingénieur) qui traduit peut-être la formation plus technique et plus pratique du niveau 6. Mais surtout, elle montre la différence notable des réponses du niveau 8 avec les réponses des autres niveaux.

Les résultats de cette analyse sont cohérents avec les résultats de l'expérience 1 pour la croissance du pourcentage de bonnes réponses en fonction du niveau d'étude.

En conclusion bien que l'effet de la difficulté des problèmes influe sur le temps de réponse, cette influence n'est pas

complète puisque le niveau 8 à un taux de bonnes réponses supérieur à ce qu'aurait du être.

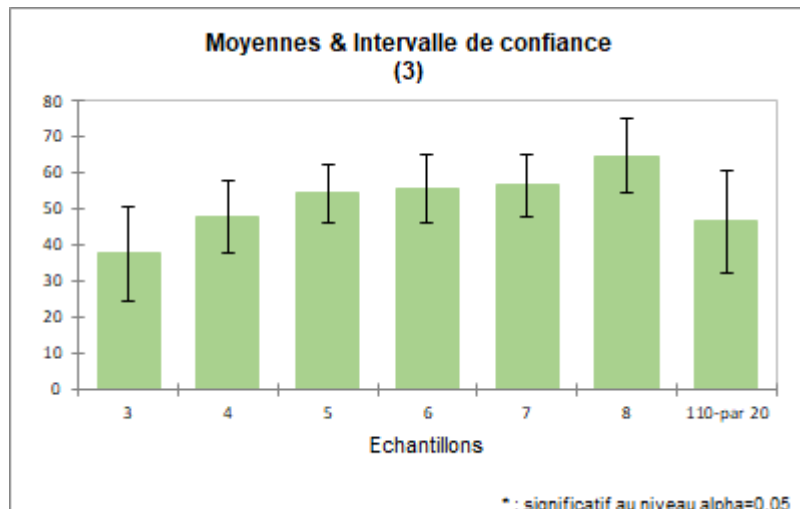


Figure 177 : Moyenne et écart type selon le niveau d'étude KRUSKAL
etude pb rep I194

- **Etudes vs temps moyen de réponse.**

L'analyse des temps de réponse en fonction des temps moyen de réponse est présenté Figure 178.

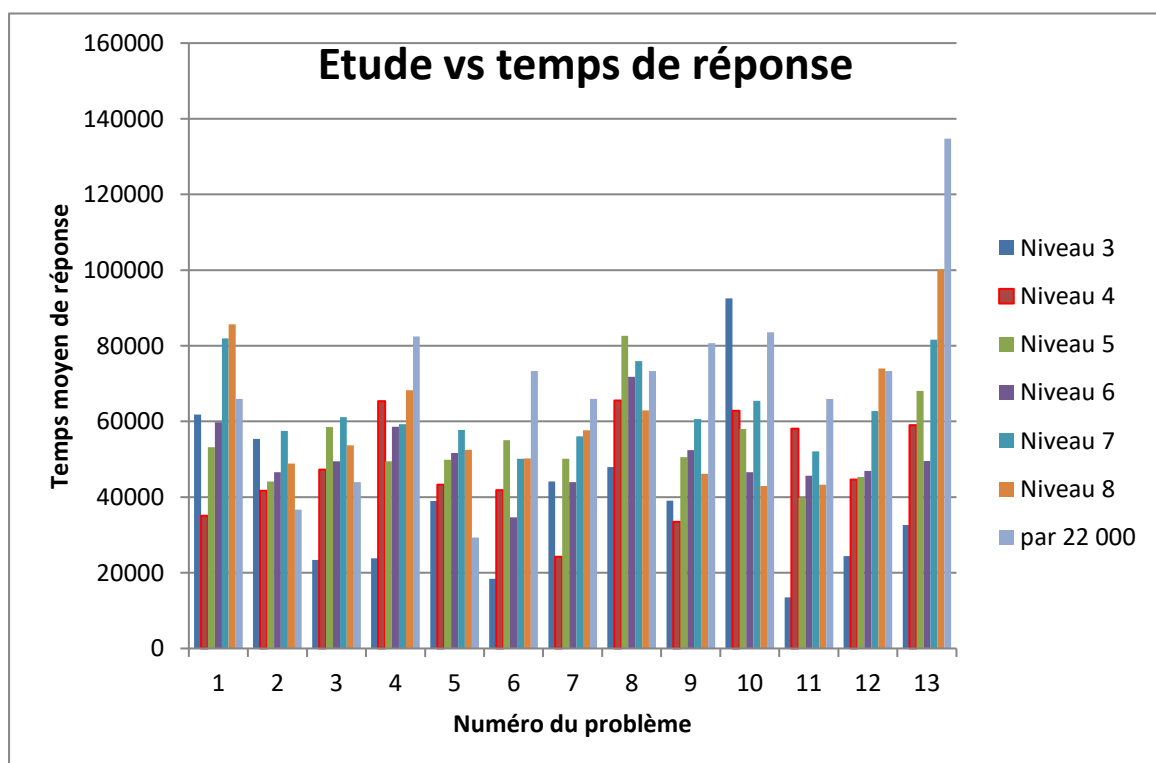


Figure 178 : temps de réponse versus niveau d'étude (selon pb2 IJ82)

Les résultats que produit l'analyse des temps sont assez différents de ceux produits par l'analyse des réponses faites précédemment. La Figure 179 montre cependant la diminution

du temps de réponse pour le niveau 6 probablement due à ses caractéristiques spécifiques de formation. Enfin la diminution du niveau 8 est cohérente avec les meilleures performances de ce niveau en termes de qualité des réponses. L'allongement des

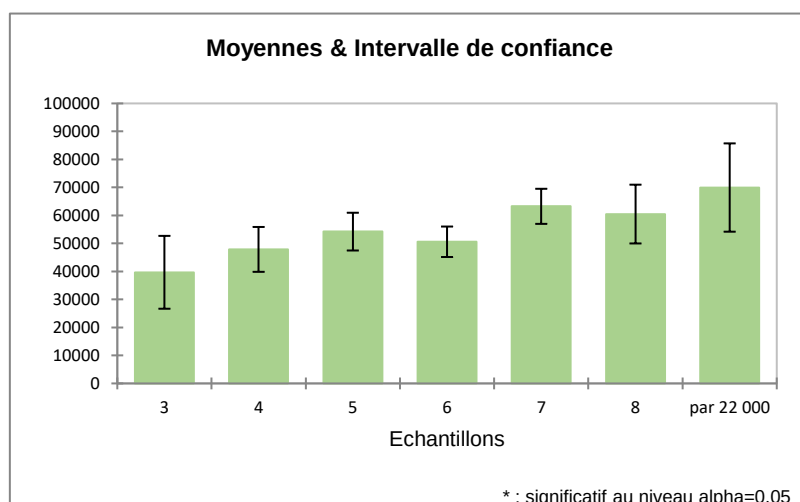


Figure 179 : Moyennes et écart type des temps de réponse (Kruskal-étude-temps)

temps de réponse pour le niveau 7 est par contre totalement inexplicable à ce stade de l'analyse.

Le Tableau 54 des p-values montre des résultats différents. Le niveau 3 est différent. Mais à cela s'ajoute les différences significatives du niveau 7 dont on voit sur le **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** qu'ils a des temps de réponse élevés qui ne sont pas en accord avec ce qui était prévisible. La différence significative du niveau 6 avec des temps de réponse assez court s'explique probablement, là encore, par le côté plus pratique de ces formations.

	3	4	5	6	7	8	par 22 000
3	1	0,672	0,184	0,398	0,027	0,100	0,066
4	0,672	1	0,911	0,986	0,205	0,499	0,066
5	0,184	0,911	1	0,986	0,205	0,990	0,532
6	0,398	0,986	0,986	1	0,032	0,797	0,226
7	0,027	0,205	0,205	0,032	1	0,942	0,848
8	0,100	0,499	0,990	0,797	0,942	1	0,942
par 22 000	0,066	0,066	0,532	0,226	0,848	0,942	1

Tableau 54 : P-value temps de réponse versus problèmes (kruskal-etude-pb-temps)

En conclusion les résultats de cette analyse ne montrent pas des résultats aussi clairs que ceux de l'analyse du pourcentage de bonnes réponses et surtout globalement les temps de réponse augmentent avec le niveau d'étude ce qui est une

surprise et est surtout en désaccord avec ce que l'expérience 1 permettait d'espérer.

- **Type d'études vs pourcentage de bonnes réponses.**

L'analyse des bonnes réponses selon le type d'étude est présentée Figure 180.

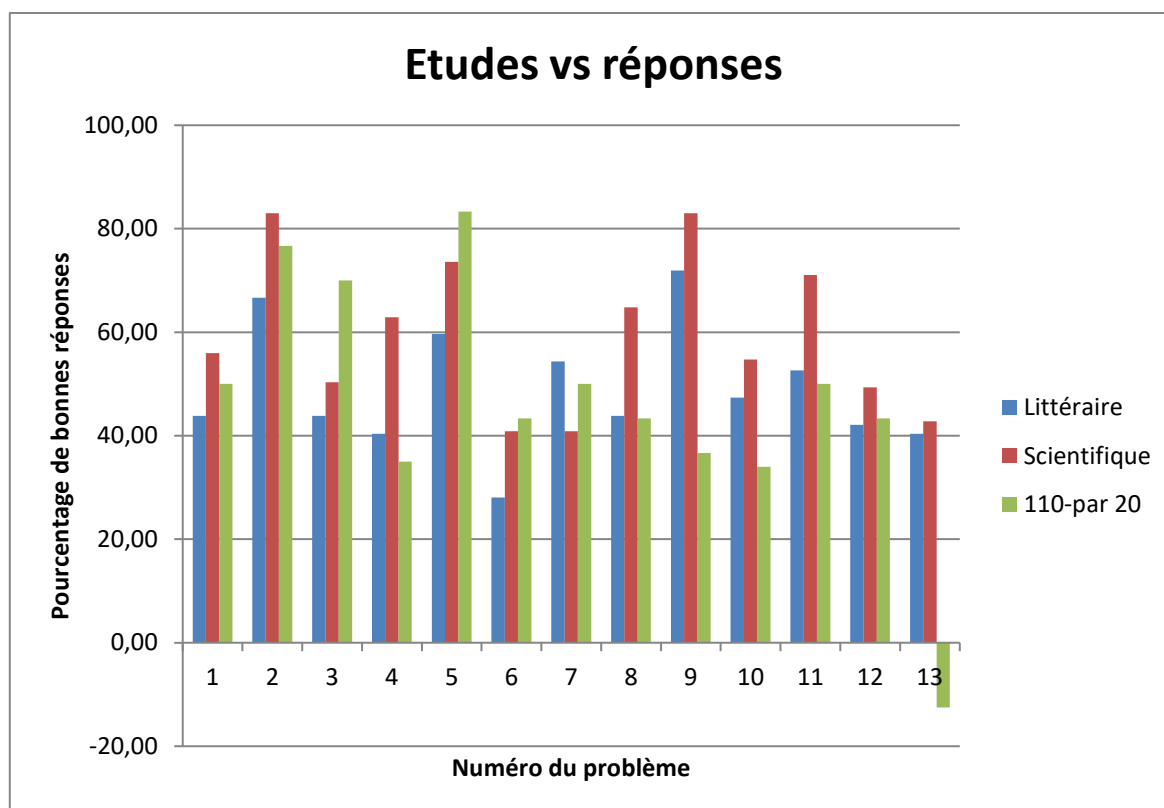


Figure 180 : Pourcentage de bonnes réponses selon le type d'étude (selon pb2 IV170)

Le Tableau 55 montre une différence des moyennes inférieure à l'écart type le plus faible qui cependant est important et l'analyse de Kolmogorov-Smirnov donne une p-value de 0,0.150 qui montre que la différence n'est pas significative au seuil de 5%.

Variable	Minimum	Maximum	Moyenne	Ecart-type
L	28,070175	71,929825	48,852901	11,938554
S	40,880503	83,018868	59,482342	14,926260

Tableau 55 : temps de réponse scientifique versus littéraire (Kruskal type-pb-rep)

La Figure 181 montre les moyennes de la note (note*22000) et des 2 catégories de sujet.

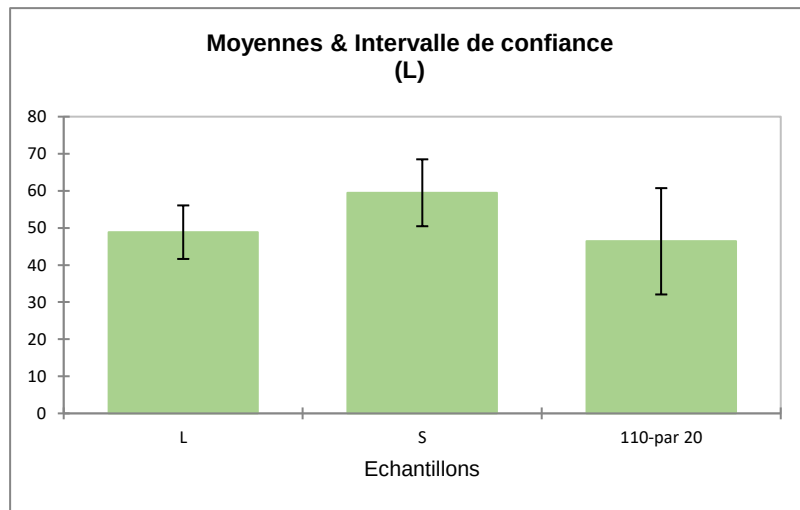


Figure 181 : Moyennes et écart type (Kruskal type-pb-rep)

En conclusion les scientifiques ont un pourcentage de bonnes réponses supérieur à celui des littéraires, ce qui était attendu, mais cette différence n'est pas significative.

- **Type d'études vs temps de réponse moyen.**

L'analyse des temps de réponse est un peu surprenante (Figure 182).

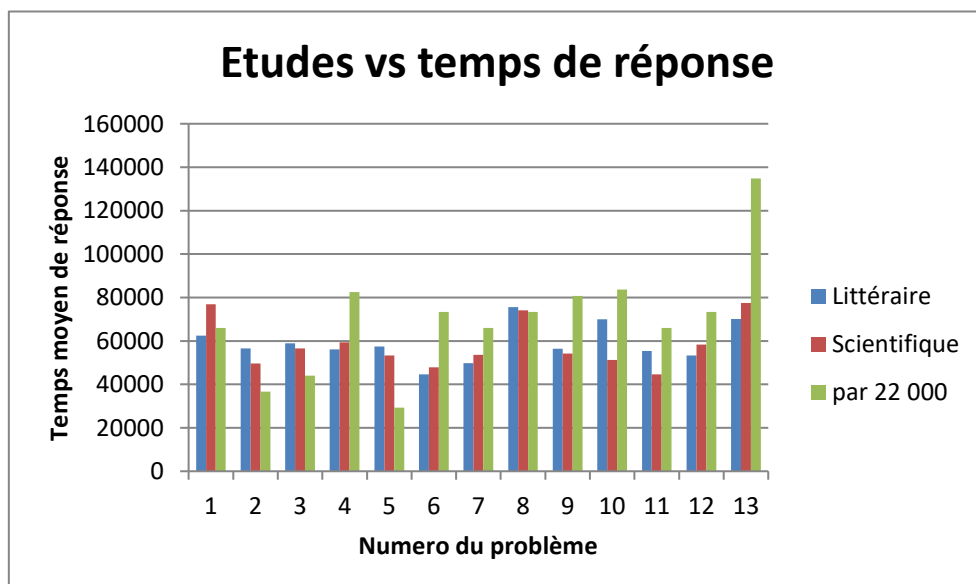


Figure 182 : Temps moyen des bonnes réponses selon le type d'études (selon_pb2 JD153)

La Figure 183 montre qu'il n'y a pratiquement pas de différence de la moyenne des temps de réponse entre scientifiques et littéraires. Cependant l'écart type des scientifiques est un peu plus important (10994,680 contre 8625,504)

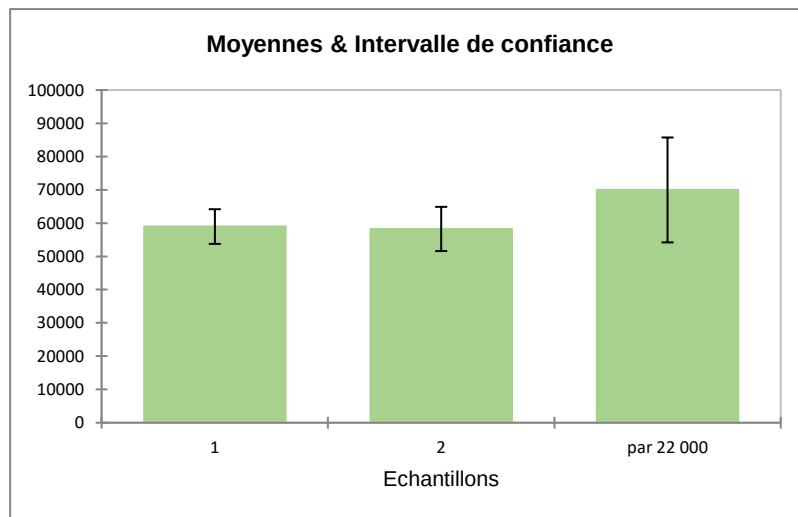


Figure 183 : Moyennes et écart type (Kruskal type-pb-temps)

Le test de Kruskal_Wallis donne une p-value de 0,187 qui n'est pas significative ce qui montre qu'il n'y a pas de différence significative entre les temps de réponse et la note calculée pour chaque type de problème et donc confirme que la difficulté du problème a bien une influence..

F Annexe 7

Discours et Décret de Robespierre

Source : <http://www.archive.org/oeuvrescomplte10robe> (page 10 à 43)

*Publication de la VI^e section de l'École Pratique des Hautes Études
(Sciences économiques et sociales)
et de la Société des Études Robespierristes*

ŒUVRES
DE
**MAXIMILIEN
ROBESPIERRE**

5872-1
84

TOME X
DISCOURS
(5^e PARTIE)

27 juillet 1793 - 27 juillet 1794

ÉDITION PRÉPARÉE SOUS LA DIRECTION DE
MARG BOULOISEAU et ALBERT SOBOUL
Docteur en Lettres *Professeur à la Faculté des Lettres*
Maître-assistant à la Sorbonne *de Clermont-Ferrand*



PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE
108, Boulevard Saint-Germain — Paris-VI^e

—
1967

3. — SÉANCE DU 29 JUILLET 1793 SUR LE PLAN D'ÉDUCATION NATIONALE DE MICHEL LEPELETIER

Le 13 juillet 1793, Robespierre, au nom du Comité d'Instruction publique, après avoir rendu hommage à la mémoire de Michel Lepeletier, avait donné lecture à la Convention, de son plan d'éducation nationale (5).

(1) Voir cette lettre dans *Mon.*, XVII, 258.

(2) *Mon.*, XVII, 258; *Arch. parl.*, LXIX, 501. Rien dans HAMEL, ni G. WALTER.

(3) *Mon.*, XVII, 76, 146, 153.

(4) *Mon.*, XVII, 268; *Arch. parl.*, LXIX, 631. Rien dans HAMEL, ni G. WALTER.

(5) Voir Discours... 4^e part., p. 621.

Il fut soumis à une commission de six membres en même temps que les autres projets relatifs au même objet (1). Le 26 juillet, ce Plan revenant devant l'Assemblée, Robespierre en demanda l'ajournement (2), et relut le 29, à la fois le Plan tout entier et le projet de décret qui l'accompagnait, auquel la commission avait apporté plusieurs modifications.

Raffron combattit aussitôt le système « d'éducation forcée », mais la discussion sur le fond ne s'engagea que le lendemain. Dans la suite, Robespierre fut remplacé, en tant que rapporteur, par Léonard Bourdon (3) qui fit l'éloge du projet le 30 juillet (4).

Courrier de l'Égalité, t. V, n° 346, p. 237.

« Robespierre, chargé, au nom de la commission d'éducation, d'examiner ce plan, le présente à la discussion.

Citoyens, dit-il, tandis que nous sommes entourés de trahisons; tandis que des représentants du peuple perfides, répandent les blasphèmes contre la Convention nationale, il est beau de vous voir calmes au milieu de l'orage, vous occuper de l'éducation nationale. Continuons à régénérer le monde, et nous aurons bien mérité de la patrie.

La Convention nationale doit trois monumens à l'histoire : la constitution, le code des lois civiles, l'éducation publique. La constitution est décrétée et adoptée dans presque toute la France. On s'occupe des lois civiles; et Lepeletier a fait, sur l'éducation, un travail auquel votre commission n'a fait qu'une modification. Lepeletier vouloit que l'éducation nationale fut forcée, c'est-à-dire, que tous les pères fussent contraints de faire élever leurs enfans en commun dans les écoles publiques. Or, cette méthode est destructive du droit des pères sur leurs enfans; elle est tyrannique et rappelle cet édit de Louis XIV qui avoit enlevé aux protestans leurs enfans, pour les faire élever dans les écoles de la catholicité. Après ce préliminaire, Robespierre fait lecture du plan de Lepeletier, modifié par la commission. »

Journal universel, n° 1345, p. 5339.

« Robespierre, au nom de la commission chargée de l'instruction publique, a lu le projet de Lepeletier avec quelques corrections. Il s'est élevé quelques débats : les uns voulaient l'ajournement, les autres paraissaient ne pas vouloir qu'on discutât ce travail. »

Annales Patriotiques, n° 211, p. 971 ; *Journal de Paris*, n° 211, p. 848.

« Robespierre, rapporteur de la commission établie pour offrir un plan d'éducation nationale, annonce que le travail de Michel Lepe-

(1) Cf. J. GUILLAUME, *ouvr. cité*, II, 88; *Arch. parl.*, LXVIII, 661, note 4.

(2) *Id.*, p. 159; et *Discours...* 4^e part., p. 634.

(3) *Id.*, p. 198. Voir son rapport, p. 206. Le discours de Raffron est publié p. 170 et dans les *Arch. parl.*, LXIX, 664.

(4) La Commission des Six lui substitua le 1^{er} août un nouveau projet qui fut discuté le 18, mais sur lequel la Convention ne se prononça pas. Le plan de Lepeletier fut abandonné. Un député, Michel-Edme Petit le trouvait dangereux (J. GUILLAUME, *ouvr. cité*, II, 553). Néanmoins, en nivôse an II, plusieurs Sociétés populaires réclamèrent son application (*Idem*, III, 223).

letier a obtenu la préférence sur tous les autres; il en fait lecture, et n'y remarque qu'une seule modification, c'est que Lepeletier vouloit que l'éducation fût commune et forcée pour tous les enfans, au lieu que la commission pense qu'il faut laisser aux parens la liberté d'élever leurs enfans auprès d'eux, en leur donnant toutefois un stimulant pour les porter à les envoyer dans les écoles nationales. »

Feuille de Paris, n° 346, p. 4.

« Robespierre répond que le plan d'éducation publique ne peut être forcé, et qu'en cela, le plan de Lepeletier a reçu une modification, c'est qu'il adoptait l'éducation forcée et que la commission d'instruction publique a rejeté cette méthode, et a donné un aiguillon aux pères pour qu'ils envoient leurs enfans aux écoles communes, ainsi la Convention peut tout au plus discuter s'il y aura une éducation commune. »

Mention dans *Thermomètre du jour*, 31 juillet, p. 254; *Feuille du Salut public*, n° 30, p. 2; *Gazette de France*, n° 211, p. 914; *Auditeur national*, n° 313, p. 4; *Chronique de Paris*, n° 134, p. 2; *Courrier de la Convention*, n° 296, p. 2; *Abrégiateur universel*, n° 212, p. 848; *Annales de la République française*, n° 214, p. 1068; *Affiches d'Angers*, n° 117, p. 480; *Mercur universel*, 30 juillet, p. 473; *Journal de Perlet*, n° 312, p. 477; *Quotidienne*, 30 juillet, p. 4; *Journal des Débats et Décrets*, n° 315, p. 381; *Gazette nationale, ou le Moniteur universel*, n° 212 (1).

PLAN DE MICHEL LEPELETIER

Éducation nationale.

La Convention nationale doit trois monuments à l'histoire; la Constitution, le code des lois civiles, l'éducation publique.

Je mets à peu près sur la même ligne l'importance comme la difficulté de chacun de ces grands ouvrages.

Puissions-nous leur donner la perfection dont ils sont susceptibles ! car la gloire des conquêtes et des victoires est quelquefois passagère; mais les belles institutions demeurent et elles immortalisent les nations.

L'instruction publique a déjà été l'objet d'une discussion intéressante; la manière dont ce sujet a été traité honore l'Assemblée et promet beaucoup à la France.

J'avoue pourtant que ce qui a été dit jusqu'ici ne remplit pas l'idée que je me suis formée d'un plan complet d'éducation. J'ai osé concevoir une plus vaste pensée; et considérant à quel point l'espèce humaine est dégradée par le vice de notre ancien système social, je me suis convaincu de la nécessité d'opérer une entière régénération et, si je peux m'exprimer ainsi, de créer un nouveau peuple.

Former des hommes, propager les connaissances humaines; telles sont les deux parties du problème que nous avons à résoudre.

La première constitue l'éducation; la seconde, l'instruction.

Celle-ci, quoique offerte à tous, devient, par la nature même des

(1) *Mon.*, XVII, 269. Rien dans HAMEL, ni dans G. WALTER.

choses, la propriété exclusive d'un petit nombre de membres de la société, à raison de la différence des professions et des talents;

Celle-là doit être commune à tous et universellement bienfaisante.

Quant à l'une, le comité s'en est occupé et il vous a présenté des vues utiles.

Pour l'autre, il l'a entièrement négligée.

En un mot, son plan d'instruction publique me paraît fort satisfaisant; mais il n'a point traité l'éducation.

Tout le système du comité porte sur cette base, l'établissement de quatre degrés d'enseignement, savoir : les écoles primaires, les écoles secondaires, les instituts, les lycées.

Je trouve dans ces trois derniers cours un plan qui me paraît sagement conçu pour la conservation, la propagation et le perfectionnement des connaissances humaines. Ces trois degrés successifs ouvrent à l'instruction une source féconde et habilement ménagée et j'y vois des moyens tout à la fois convenables et efficaces pour seconder les talents des citoyens qui se livreront à la culture des lettres, des sciences et des beaux-arts.

Mais avant ces degrés supérieurs, qui ne peuvent devenir utiles qu'à un petit nombre d'hommes, je cherche une instruction générale pour tous, convenable aux besoins de tous, qui est la dette de la République envers tous; en un mot, une éducation vraiment et universellement nationale; et j'avoue que le premier degré que le comité vous propose, sous le nom d'écoles primaires, me semble bien éloigné de présenter tous ces avantages.

D'abord, je remarque avec peine que jusqu'à 6 ans l'enfant échappe à la vigilance du législateur et que cette portion importante de la vie reste abandonnée aux préjugés subsistants et à la merci des vieilles erreurs.

A 6 ans, la loi commence à exercer son influence : mais cette influence n'est que partielle, momentanée; et par la nature même des choses elle ne peut agir que sur le moindre nombre des individus qui composent la nation.

Suivant le projet, il doit être établi environ 20 000 à 25 000 écoles primaires, c'est-à-dire à peu près une école par lieue carrée.

Ici commence à se faire sentir une première inégalité; car les enfants domiciliés dans la ville, bourg, village, où sera située l'école primaire, seront bien plus à portée des leçons, en profiteront et bien plus souvent, et bien plus constamment : ceux, au contraire, qui habitent les campagnes et les hameaux ne pourront pas les fréquenter aussi habituellement, à raison des difficultés locales, des saisons et d'une foule d'autres circonstances.

Cet inconvénient n'aura pas lieu seulement à l'égard de quelques maisons éparses et séparées : un très grand nombre de communes et de paroisses vont l'éprouver.

Il ne faut qu'un calcul bien simple pour s'en convaincre.

Il existe dans la République 44 000 municipalités : on propose l'établissement de 20 000 à 25 000 écoles primaires; il est clair que la proportion majeure sera à peu près de 2 paroisses par école. Or, personne ne peut douter que la paroisse où l'école sera placée aura de grands avantages sur la continuité, la commodité de l'instruction et pour la durée des leçons.

Une bien plus grave inégalité va s'établir encore à raison des diverses facultés des parents : et ici les personnes aisées, c'est-à-dire le plus petit nombre, ont tout l'avantage.

Quiconque peut se passer du travail de son enfant pour le nourrir, a la facilité de le tenir aux écoles tous les jours et plusieurs heures chaque jour.

Mais quant à la classe indigente, comment fera-t-elle? Cet enfant pauvre, vous lui offrez bien l'instruction; mais avant, il lui faut du pain. Son père laborieux s'en prive d'un morceau pour le lui donner; mais il faut que l'enfant gagne l'autre. Son temps est enchaîné au travail, car au travail est enchaînée la subsistance. Après avoir passé aux champs une journée pénible, voulez-vous que, pour repos, il s'en aille à l'école, éloignée peut-être d'une demi-lieue de son domicile? Vainement vous établiriez une loi coercitive contre le père; celui-ci ne saurait se passer journellement du travail d'un enfant qui, à 8, 9 et 10 ans, gagne déjà quelque chose. Un petit nombre d'heures par semaine, voilà tout ce qu'il peut sacrifier. Ainsi, l'établissement des écoles, telles qu'on les propose, ne sera, à proprement parler, bien profitable qu'au petit nombre de citoyens, indépendants dans leur existence, hors d'atteinte du besoin : là ils pourront faire cueillir abondamment par leurs enfants les fruits de l'instruction; là il n'y aura encore qu'à glaner pour l'indigent.

Cette inégale répartition du bienfait des écoles primaires est le moindre des inconvénients qui me frappent dans leur organisation. J'en trouve un bien plus grand dans le système d'éducation qu'elles présentent.

Je me plains qu'un des objets les plus essentiels de l'éducation est omis : le perfectionnement de l'être physique. Je sais qu'on propose quelques exercices de gymnastique : cela est bon; mais cela ne suffit pas. Un genre de vie continu, une nourriture saine et convenable à l'enfance, des travaux graduels et modérés, des épreuves successives mais continuellement répétées, voilà les seuls moyens de créer les habitudes; voilà les moyens efficaces de donner au corps tout le développement et toutes les facultés dont il est susceptible.

Quant à l'être moral, quelques instructions utiles, quelques moments d'étude, tel est le cercle étroit dans lequel est renfermé le plan proposé. C'est l'emploi d'un petit nombre d'heures; mais tout le reste de la journée est abandonné au hasard des circonstances,

et l'enfant, lorsque l'instant de la leçon est passé, se trouve bientôt rendu, soit à la mollesse du luxe, soit à l'orgueil de la vanité, soit à la grossièreté de l'indigence, soit à l'indiscipline de l'oisiveté. Victime malheureuse des vices, des erreurs, de l'infortune, de l'incurie de tout ce qui l'entoure, il sera un peu moins ignorant que par le passé, les écoles un peu plus nombreuses, les maîtres un peu meilleurs qu'aujourd'hui; mais aurons-nous vraiment formé des hommes, des citoyens, des républicains; en un mot, la nation sera-t-elle régénérée?

Tous les inconvénients que je viens de développer sont insolubles tant que nous ne prendrons pas une grande détermination pour la prospérité de la République.

Osons faire une loi qui aplanisse tous les obstacles, qui rende faciles les plans les plus parfaits d'éducation, qui appelle et réalise toutes les belles institutions; une loi qui sera faite avant dix ans si nous nous privons de l'honneur de l'avoir portée; une loi toute en faveur du pauvre, puisqu'elle reporte sur lui le superflu de l'opulence, que le riche lui-même doit approuver s'il réfléchit, qu'il doit aimer s'il est sensible. Cette loi consiste à fonder une éducation vraiment nationale, vraiment républicaine, également et efficacement commune à tous, la seule capable de régénérer l'espèce humaine, soit pour les dons physiques, soit pour le caractère moral; en un mot, cette loi est l'établissement de l'institution publique.

Consacrons-en le salubre principe; mais sachons y apporter les modifications que l'état actuel des esprits et l'intérêt industriel de la République peuvent rendre nécessaires.

Je demande que vous décrétiez que, depuis l'âge de 5 ans jusqu'à 12 pour les garçons et jusqu'à 11 pour les filles, tous les enfants, sans distinction et sans exception, seront élevés en commun, aux dépens de la République; et que tous, sous la sainte loi de l'égalité, recevront mêmes vêtements, même nourriture, même instruction, mêmes soins.

Par ce mode, suivant lequel je vous proposerai de répartir la charge de ces établissements, presque tout portera sur le riche; la taxe sera presque insensible pour le pauvre. Ainsi, vous atteindrez les avantages de l'impôt progressif que vous désirez d'établir; ainsi, sans convulsion et sans injustice, vous effacerez les énormes disparités de fortune dont l'existence est une calamité publique.

Je développe en peu de mots les avantages, les détails et les moyens d'exécution du plan que je vous sou mets.

Tous les enfants recevront le bienfait de l'institution publique durant le cours de sept années, depuis 5 jusqu'à 12 ans.

Cette portion de la vie est vraiment décisive pour la formation de l'être physique et moral de l'homme.

Il faut la dévouer tout entière à une surveillance de tous les jours, de tous les moments.

Jusqu'à 5 ans on ne peut qu'abandonner l'enfance aux soins des

mères; c'est le vœu, c'est le besoin de la nature : trop de détails, des attentions trop minutieuses sont nécessaires à cet âge; tout cela appartient à la maternité.

Cependant je pense que la loi peut exercer quelque influence sur ces premiers instants de l'existence humaine. Mais voici dans quelles bornes je crois qu'il faut renfermer son action.

Donner aux mères encouragements, secours, instructions; les intéresser efficacement à allaiter leurs enfants; les éclairer, par un moyen facile, sur les erreurs et négligences nuisibles, sur les soins et les attentions salutaires; rendre pour elles la naissance et la conservation de leurs enfants, non plus une charge pénible, mais, au contraire, une source d'aisance et l'objet d'une espérance progressive : c'est là tout ce que nous pouvons faire utilement en faveur des cinq premières années de la vie : tel est l'objet de quelques-uns des articles de la loi que je propose. Les mesures indiquées sont fort simples; mais je suis convaincu que leur effet certain sera de diminuer d'un quart pour la République la déperdition annuelle des enfants qui périssent victimes de la misère, des pré-jugés ou de l'incurie.

A 5 ans, la patrie recevra donc l'enfant des mains de la nature; à 12 ans, elle le rendra à la société.

Cette époque, d'après les convenances particulières et l'existence politique de la France, m'a paru la plus convenable pour le terme de l'institution publique.

A 10 ans, ce serait trop tôt, l'ouvrage est à peine ébauché.

A 12, le pli est donné et l'impression des habitudes est gravée d'une manière durable.

A 10 ans, rendre les enfants à des parents pauvres, ce serait souvent leur rendre encore une charge; le bienfait de la nation serait incomplet.

A 12 ans, les enfants peuvent gagner leur subsistance; ils apporteront une nouvelle ressource dans leur famille.

Douze ans est l'âge d'apprendre les divers métiers, c'est celui où le corps déjà robuste peut commencer à se plier aux travaux de l'agriculture. C'est encore l'âge où l'esprit déjà formé peut, avec fruit, commencer l'étude des belles lettres, des sciences, ou des arts agréables.

La société a divers emplois : une multitude de professions appellent les citoyens.

A 12 ans, le moment est venu de commencer le noviciat de chacune d'elles; plutôt, l'apprentissage serait prématuré; plus tard, il ne resterait pas assez de cette souplesse, de cette flexibilité, qui sont les dons heureux de l'enfance.

Jusqu'à 12 ans l'éducation commune est bonne, parce que jusque-là il s'agit de former, non des laboureurs, non des artisans, non des savants, mais des hommes pour toutes les professions.

Jusqu'à 12 ans l'éducation commune est bonne, parce qu'il s'agit de donner aux enfants les qualités physiques et morales, les habitudes et les connaissances qui, pour tous, ont une commune utilité.

Lorsque l'âge des professions est arrivé, l'éducation commune doit cesser, parce que, pour chacune, l'instruction doit être différente; réunir dans une même école l'apprentissage de toutes, est impossible.

Prolonger l'institution publique jusqu'à la fin de l'adolescence est un beau songe; quelquefois nous l'avons rêvé délicieusement avec Platon; quelquefois nous l'avons lu avec enthousiasme, réalisé dans les fastes de Lacédémone : quelquefois nous en avons retrouvé l'insipide caricature dans nos collèges; mais Platon ne faisait que des philosophes, Lycurgue ne faisait que des soldats, nos professeurs ne faisaient que des écoliers; la République française, dont la splendeur consiste dans le commerce et l'agriculture, a besoin de faire des hommes de tous les états; alors ce n'est plus dans les écoles qu'il faut les renfermer, c'est dans les divers ateliers, c'est sur la surface des campagnes qu'il faut les répandre; toute autre idée est une chimère qui, sous l'apparence trompeuse de la perfection, paralyserait des bras nécessaires, anéantirait l'industrie, amaigrirait le corps social, et bientôt en opérerait la dissolution.

Je propose que, pour les filles, le terme de l'institution publique soit fixé à 11 ans; leur développement est plus précoce, et d'ailleurs elles peuvent commencer plutôt l'apprentissage des métiers auxquels elles sont propres parce que ces métiers exigent moins de force.

Dans un moment je parlerai de l'éducation supplémentaire, offerte à tous les jeunes citoyens sans exception. Je parlerai aussi de cours d'études auxquels un petit nombre pourra se trouver porté par son goût, ses facultés ou son talent.

Mais tout cela est pour l'adolescence; on n'y sera pas admis avant 12 ans; tout cela est la suite de l'institution publique : il faut d'abord pour tous, que le cours entier de l'institution ait été parcouru.

Je reviens maintenant au mode d'en organiser les établissements.

Dans les villes pour chaque section, pour chaque canton dans les campagnes, d'ordinaire une seule maison d'institution pourra suffire. Il en sera établi plusieurs si la population l'exige; chaque établissement contiendra 400 à 600 élèves.

Je propose cette division, parce qu'elle concilie deux avantages : d'un côté elle diminue les frais qui sont moindres dans une seule grande maison que dans plusieurs maisons séparées; et cependant elle ne met pas une trop grande distance entre les enfants et leurs familles; le plus grand éloignement sera au plus de 2 ou 3 lieues : ainsi, les parents pourront souvent et facilement revoir le dépôt qu'ils auront confié à la patrie, et l'austérité de l'institution républicaine ne coûtera pas un regret à la nature.

Ici s'élève une question bien importante.

L'institution publique des enfants sera-t-elle d'obligation pour les parents, ou les parents auront-ils seulement la faculté de profiter de ce bienfait national?

D'après les principes, tous doivent y être obligés.

Pour l'intérêt public, tous doivent y être obligés.

Mais dans le moment actuel, il vous semblera peut-être convenable d'accoutumer insensiblement les esprits à la pureté des maximes de notre nouvelle Constitution. Je ne vous le propose qu'à regret; je sou mets à votre sagesse une modification que mon désir intime est que vous ne jugiez pas nécessaire. Elle consiste à décréter que d'ici à quatre ans l'institution publique ne sera que facultative pour les parents. Mais ce délai expiré, lorsque nous aurons acquis, si je peux m'exprimer ainsi, la force et la maturité républicaines, je demande que quiconque refusera ses enfants à l'institution commune, soit privé de l'exercice des droits de citoyen pendant tout le temps qu'il se sera soustrait à remplir ce devoir civique, et qu'il paie, en outre, double contribution dans la taxe des enfants, dont je vous parlerai dans la suite.

Il vous sera facile de placer ces établissements dans les édifices appartenant à la nation, maisons religieuses, habitations d'émigrés, et autres propriétés publiques.

Je voudrais encore qu'à défaut de cette ressource, les vieilles citadelles de la féodalité s'ouvrissent pour cette intéressante destination. De toutes parts on murmure et on réclame contre l'existence de ces châteaux et de ces tours, monuments odieux d'oppression. Au lieu de les détruire, employons utilement leur masse antique.

Dans un canton composé communément de six à huit paroisses, la nation pourra choisir entre plusieurs, tout en dédommageant le propriétaire; elle se procurera encore à peu de frais un local étendu; elle fera sortir des mains de simples citoyens, des palais qui offensent l'œil sévère de l'égalité; et ce dernier sacrifice servira, malgré lui peut-être, le triste châtelain, actuellement oppressé de sa colossale demeure, depuis que l'affranchissement des campagnes a tari la source de son opulence.

D'après les calculs que j'ai faits, il m'a semblé qu'un maître pour 50 enfants suffirait.

D'abord on pourrait croire que c'est une trop forte charge pour une seule personne; mais j'ai imaginé qu'il serait facile de classer les enfants de telle manière que les plus âgés, ceux de 10 et de 11 ans, par exemple, pussent soulager le maître dans ses fonctions, surveiller les plus jeunes, aider pour les répétitions.

Je trouve beaucoup d'avantages à établir dans la petite troupe enfantine ces espèces de grades; ils seront propres à faciliter l'exécution de tous les détails, et à y maintenir une exacte discipline.

Chaque maître aura sous lui un égal nombre d'enfants de diffé-

rents âges. Il sera indépendant des autres maîtres, comme aussi son autorité se bornera aux enfants qui lui seront confiés. Il ne sera responsable qu'aux administrations publiques, et à l'établissement spécial de surveillance, dont je vais parler dans un moment.

Je ne fais qu'indiquer rapidement, je ne développe point le mode de créer et d'organiser les établissements; la nomination, la distribution des instituteurs et institutrices, l'ordre intérieur de la maison, tous ces détails seront l'objet des règlements particuliers.

Je me hâte d'aborder une portion plus intéressante de mon travail, je veux dire le système de l'éducation qui sera suivi dans le cours de l'institution publique.

Ici j'écarte toute théorie arbitraire; j'abandonne les recherches savantes sur la nature de l'homme, sur la perfectibilité morale et physique dont il est susceptible, sur l'origine et les causes de ses affections, de ses passions, de ses vertus, de ses vices. Que des observateurs, que des métaphysiciens méditent ces grandes questions; j'avoue que je n'aime que les idées simples et claires. Je cherche une bonne méthode bien usuelle, de bons moyens bien familiers, de bons résultats bien évidents : qu'ici rien ne soit ingénieux, mais que tout soit utile. J'ai toujours pensé qu'en politique, en législation, en économie sociale, des conceptions trop fines, trop déliées, et si je peux m'exprimer ainsi, trop parfaites, sont d'un médiocre usage. Il faut opérer des effets généraux, il faut produire en masse, et si je parviens à réaliser l'existence d'une somme bien sensible d'avantages pour la société tout entière, et pour les individus en particulier, je croirai avoir bien servi l'humanité et mon pays.

N'oublions pas quel est l'objet de cette première éducation commune à tous, égale pour tous.

Nous voulons donner aux enfants les aptitudes physiques et morales, qu'il importe à tous de retrouver dans le cours de la vie, quelle que soit la position particulière de chacun. Nous ne les formons pas pour telle ou telle destination déterminée, il faut les douer des avantages dont l'utilité est commune à l'homme de tous les états; en un mot, nous préparons, pour ainsi parler, une matière première, que nous tendons à rendre essentiellement bonne, dont nous élaborons les éléments de telle sorte qu'en sortant de nos mains, elle puisse recevoir la modification spéciale des diverses professions dont se compose la République.

Tel est le problème que nous avons à résoudre. Voici de quelle manière je pense que nous pouvons y procéder utilement.

Nos premiers soins se porteront sur la portion physique de l'éducation.

Former un bon tempérament aux enfants, augmenter leurs forces, favoriser leur croissance, développer en eux vigueur, adresse, agilité; les endurcir contre la fatigue, les intempéries des saisons, la privation momentanée des premiers besoins de la vie : Voilà le but auquel nous

devons tendre; telles sont les habitudes heureuses que nous devons créer en eux; tels sont les avantages physiques qui, pour tous en général, sont un bien précieux.

Les moyens pour remplir cet objet seront faciles dans le système de l'institution publique. Ce qui serait impraticable pour des enfants envoyés à l'école deux heures par jour, quelquefois deux heures seulement par semaine, et tout le reste du temps hors de la dépendance d'une commune discipline, se réalise ici sans effort.

Continuellement sous l'œil et dans la main d'une active surveillance, chaque heure sera marquée pour le sommeil, le repas, le travail, l'exercice, le délassement; tout le régime de vie sera invariablement réglé; les épreuves graduelles et successives seront déterminées; les genres de travaux du corps seront désignés; les exercices de gymnastique seront indiqués; un règlement salubre et uniforme prescrira tous ces détails, et une exécution constante et facile en assurera les bons effets.

Je désire que pour les besoins ordinaires de la vie, les enfants privés de toute espèce de superfluité, soient restreints à l'absolu nécessaire.

Ils seront couchés durement, leur nourriture sera saine, mais frugale; leur vêtement commode, mais grossier.

Il importe que pour tous, l'habitude de l'enfance soit telle, qu'aucun n'ait à souffrir du passage de l'institution aux divers états de la société. L'enfant qui rentrera dans le sein d'une famille pauvre, retrouvera toujours ce qu'il quitte; il aura été accoutumé à vivre de peu, il n'aura pas changé d'existence; quant à l'enfant du riche, d'autres habitudes plus douces l'attendent, mais celles-là se contractent facilement. Et pour le riche lui-même, il peut exister dans la vie telles circonstances où il bénira l'âpre austérité et la salubre rudesse de l'éducation de ses premiers ans.

Après la force et la santé, il est un bien que l'institution publique doit à tous, parce que pour tous il est d'un avantage inestimable, je veux dire l'accoutumance au travail.

Je ne parle point ici de telle ou telle industrie particulière; mais j'entends en général ce courage pour entreprendre une tâche pénible, cette action en l'exécutant, cette constance à la suivre, cette persévérance jusqu'à ce qu'elle soit achevée, qui caractérise l'homme laborieux.

Formez de tels hommes, et la République composée bientôt de ces robustes éléments, verra doubler dans son sein les produits de l'agriculture et de l'industrie.

Formez de tels hommes, et vous verrez disparaître presque tous les crimes.

Formez de tels hommes, et l'aspect hideux de la misère n'affligera plus vos regards.

Créez dans vos jeunes élèves ce goût, ce besoin, cette habitude de travail, leur existence est assurée, ils ne dépendent plus que d'eux-mêmes.

J'ai regardé cette partie de l'éducation comme une des plus importantes.

Dans l'emploi de la journée tout le reste sera accessoire, le travail des mains sera la principale occupation.

Un petit nombre d'heures en sera distrait; tous les ressorts qui meuvent les hommes seront dirigés pour activer l'ardeur de notre laborieuse jeunesse.

Les pères de famille, les élèves, les maîtres, tous par la loi que je vous propose, seront intéressés à produire dans les ateliers des enfants la masse la plus considérable de travail qu'il sera possible, tous y seront excités par leur propre avantage.

Les uns, parce qu'ils y trouveront la diminution de la charge commune; les autres, parce qu'ils y verront l'espérance d'être honorés et récompensés; les enfants enfin, parce que le travail sera pour eux la source de quelques douceurs toujours proportionnées à la tâche qu'ils auront remplie.

Il est une foule d'emplois laborieux dont les enfants sont susceptibles.

Je propose que tous soient exercés à travailler à la terre; c'est la première, c'est la plus nécessaire, c'est la plus générale occupation de l'homme, partout d'ailleurs elle offre du pain.

On peut encore leur faire ramasser et répandre les matériaux sur les routes; les localités, les saisons, les manufactures voisines de la maison d'institution offriront les ressources particulières. Enfin un parti plus général ne serait peut-être pas impraticable.

Je voudrais qu'on établît dans les maisons mêmes d'institution divers genres de travaux auxquels tous les enfants sont propres, et qui, distribués et répartis dans tous ces établissements, grossiraient sensiblement pour la République la masse annuelle des productions manufacturées.

J'appelle sur cette vue importante d'économie politique, l'attention et le génie des citoyens intelligents dans les arts. J'offre un programme à remplir sur cet objet, et je demande que la nation promette une honorable récompense pour tous ceux qui indiqueront un genre d'industrie facile qui soit propre à remplir la destination que je vous propose.

Régler sa vie, se plier au joug d'une exacte discipline, sont encore deux habitudes importantes au bonheur de l'être social. Elles ne peuvent se prendre que dans l'enfance; acquises à cet âge, elles deviennent une seconde nature.

On calculerait difficilement à quel point une vie réglée et bien ordonnée multiplie l'existence, moralise les actions de l'homme, fait entrer dans sa conduite ce qui est bien et la remplit tellement d'actes utiles, qu'il ne reste plus de place, si je puis parler ainsi, pour tout ce qui est vice ou désordre.

Je n'attache pas un moindre prix à l'habitude d'une austère dis-

cipline. Souvenons-nous que nous élevons des hommes destinés à jouir de la liberté, et qu'il n'existe pas de liberté sans obéissance aux lois. Ployés tous les jours et à tous les instants sous le joug d'une règle exacte, les élèves de la patrie se trouveront tout formés à la sainte dépendance des lois et des autorités légitimes. Voyez ce jeune soldat avant qu'il ne s'engage et retrouvez-le après qu'il a servi quelque temps; ce n'est plus le même homme : ce changement est pourtant l'ouvrage de quelques mois de discipline militaire. Combien ce moyen ne sera-t-il pas plus efficace, étant dirigé sur les organes souples et flexibles de l'enfance, modifié avec philosophie et mis en œuvre avec habileté et intelligence.

Sans l'éducation commune et nationale, il est également impossible de créer les deux habitudes importantes que je viens de développer. Deux heures d'école ébaucheraient à peine l'ouvrage; l'indépendance du reste du jour en effacerait jusqu'à la trace.

Sans l'éducation nationale, il vous faut aussi renoncer à former ce que j'appelle les mœurs de l'enfant, qui bientôt, par ce plan, vont devenir les mœurs nationales; et par là je veux dire la sociabilité; son caractère, un langage qui ne soit point grossier, l'attitude et le port d'un homme libre, enfin des manières franches, également distantes de la politesse et de la rusticité. Entre citoyens égaux d'une même République, il faut que ces divers avantages de l'éducation soient répartis à tous : car on a beau dire, ces nuances, lorsqu'elles existent, créent d'incalculables différences et établissent de trop réelles inégalités entre les hommes.

Je ne sais si je m'abuse, mais il me semble que toutes les habitudes dont j'ai présenté jusqu'ici l'énumération, sont une source féconde d'avantages pour les enfants et pour l'État; ce sont les vrais fondements d'une salubre éducation; sans elles il n'existe pas d'éducation. Si dans l'enfance, nous ne les donnons point à tous les citoyens, la nation ne peut pas être profondément régénérée.

De toutes ces habitudes, il n'en est pas une seule dont j'entrevoie la source dans le système du comité.

Créer des habitudes est un objet entièrement étranger à son plan : il offre à tous d'utiles leçons; mais pour former des hommes, des instructions ne suffisent pas.

J'aborde maintenant l'enseignement, cette partie de l'éducation, la seule que le comité ait traitée, et ici je marcherai d'accord avec lui.

Quelles sont les notions, quelles sont les connaissances que nous devons à nos élèves? Toujours celles qui leur sont nécessaires pour l'état de citoyen, et dont l'utilité est commune à toutes les professions.

J'adopte entièrement, pour l'institution publique, la nomenclature que le comité vous a présentée pour le cours des écoles primaires : apprendre à lire, écrire, compter, mesurer, recevoir des principes de morale, une connaissance sommaire de la Constitution, des notions

d'économie domestique et rurale, développer le don de la mémoire en y gravant les plus beaux récits de l'histoire des peuples libres et de la Révolution française; voilà le nécessaire pour chaque citoyen; voilà l'instruction qui est due à tous.

Je me contenterai d'observer que, sans multiplier davantage ces objets d'étude, je désire que l'enseignement en soit un peu plus étendu et plus approfondi que dans le plan du comité, je voudrais reporter quelque chose de l'instruction destinée par le comité, pour les écoles secondaires, dans mon cours d'institution publique.

Le comité dans les écoles primaires n'avait préparé cette substance morale, pour l'enfance, que jusqu'à l'âge de 10 ans. Je prolonge jusqu'à 12 l'institution publique, et ces deux années comportent une nourriture plus solide et plus abondante.

Jusqu'ici j'ai développé le système de diverses habitudes dont la réunion forme le complément d'un bon cours d'éducation; et cependant je n'ai pas encore prononcé le nom de cette habitude morale qui exerce une si souveraine influence sur toute la vie de l'homme; je veux dire, la religion : sur cette matière délicate, il est plus aisé d'exprimer ce qui est mieux que ce qui est possible.

C'est d'après le principe que l'enfance est destinée à recevoir l'impression salutaire de l'habitude, que je voudrais qu'à cet âge, il ne soit point parlé de religion, précisément parce que je n'aime point dans l'homme ce qu'il a toujours eu jusqu'à présent, une religion d'habitude.

Je regarde ce choix important comme devant être l'acte le plus réfléchi de la raison.

Je désirerais que, pendant le cours entier de l'institution publique, l'enfant ne reçût que les instructions de la morale universelle, et non les enseignements d'aucune croyance particulière.

Je désirerais que ce ne fût qu'à 12 ans, lorsqu'il sera rentré dans la société, qu'il adoptât un culte avec réflexion. Il me semble qu'il ne devrait choisir que lorsqu'il pourrait juger.

Cependant, d'après la disposition actuelle des esprits, surtout dans les campagnes, peut-être pourriez-vous craindre de porter le mécontentement et le scandale même au milieu de familles simples et innocentes, si les parents voyaient leurs enfants séparés jusqu'à douze ans de pratiques extérieures de tout culte religieux. Je soumets cette difficulté de circonstances à la sagesse de vos réflexions; mais j'insiste, dans tous les cas, pour que cette partie d'enseignement n'entre point dans le cours de l'éducation nationale, ne soit point confiée aux instituteurs nationaux, et qu'il soit seulement permis, (si vous jugez cette condescendance nécessaire) de conduire à certains jours et à certaines heures les enfants au temple le plus voisin, pour y apprendre et y pratiquer la religion à laquelle ils auront été voués par leurs familles.

Telles sont les bornes dans lesquelles se renferme le plan de l'institution publique.

Je peux le résumer en deux mots.

Donner à tous les habitudes physiques et les habitudes morales, les instructions et les connaissances qui, étant acquises dans l'enfance, influent sur tout le reste de la vie, qu'il importe à tous d'acquérir, qui ont une commune utilité pour tous, à quelque profession qu'ils se destinent, et qui doivent produire une masse sensible d'avantages pour la société, lorsqu'elle en aura également pourvu tous les membres qui sont destinés à la composer. Au surplus, ce plan tracé à la hâte a besoin sans doute d'être perfectionné. De meilleurs esprits, des philosophes plus profonds pourront suppléer à ce qu'il a de défectueux. Le temps et l'expérience l'enrichiront. Mais j'observe que ce qu'il a d'utile, que son principal avantage, c'est cette susceptibilité de recevoir un perfectionnement graduel et progressif; c'est un cadre dans lequel toute vue utile, toute institution bienfaitrice à l'enfance peut se placer d'elle-même.

Jamais, dans les écoles primaires, nous ne trouverons qu'une instruction imparfaite. Leur vice radical, c'est de ne s'emparer que de quelques heures et de livrer à l'abandon toutes les autres. On concevra en vain des théories ingénieuses; en vain, pour former, pour instruire l'enfance, établira-t-on des méthodes parfaites : tout cela, avec des écoles primaires, manquera toujours par l'exécution; avec un tel moyen il est impossible de produire autre chose que des effets, ou nuls, ou partiels, ou profitables à un très petit nombre d'individus.

Dans l'institution publique au contraire, la totalité de l'existence de l'enfant nous appartient; la matière, si je peux m'exprimer ainsi, ne sort jamais du moule; aucun objet extérieur ne vient déformer la modification que vous lui donnez. Prescrivez, l'exécution est certaine; imaginez une bonne méthode, à l'instant elle est suivie; créez une conception utile, elle se pratique complètement, continuellement, et sans efforts.

J'ai adopté un moyen que je crois très efficace, pour donner à nos établissements d'institution publique la perfection dont ils sont susceptibles.

C'est de publier des programmes.

Dans mon projet de décret je vous en présente l'aperçu.

Il m'a semblé facile de diviser les différents éléments dont l'ensemble complète notre cours d'éducation. Les uns concernent la formation de l'être physique; les autres ont rapport à la formation de l'être moral.

Sur chacun de ces programmes, les citoyens seront invités à travailler et à concourir.

Ouvrez vos trésors pour récompenser sur chaque partie les meilleurs ouvrages; et cette munificence même enrichira la République.

Je pousserai encore plus loin cette idée, et j'ose attester que la

société et l'humanité pourraient recueillir d'importants avantages de l'établissement permanent de prix annuels proposés à quiconque aura conçu une pensée utile sur l'éducation, et ajouté un bon article au code de l'enfance.

Jusqu'ici je n'ai considéré le sujet que je traite, que sous le rapport de l'éducation : maintenant je vais vous le présenter sous un autre aspect bien important, celui de l'économie politique.

Diminuer les nécessités de l'indigence, diminuer le superflu de la richesse, c'est un but auquel doivent tendre toutes nos institutions; mais il faut que la justice comme la prudence règlent notre marche. On ne peut s'avancer que pas à pas; tout moyen convulsif est inadmissible, la propriété est sacrée, et ce droit a reçu de votre premier décret une nouvelle et authentique garantie.

La mesure la plus douce comme la plus efficace de rapprocher l'immense distance des fortunes, et de corriger la bizarre disparité que le hasard de la propriété jette entre les citoyens, se trouve dans le mode de répartir les charges publiques. Soulager celui qui a peu, que le poids porte principalement sur le riche; voilà toute la théorie, et j'en trouve une bien heureuse et bien facile application dans la nouvelle charge qui va résulter de l'établissement de l'institution publique.

En deux mots, l'enfant du pauvre sera élevé aux dépens du riche, tous contribuant pourtant dans une juste proportion, de manière à ne pas laisser à l'indigent même l'humiliation de recevoir un bienfait.

Un calcul simple va établir ce résultat jusqu'à l'évidence.

Je propose que, dans chaque canton, la dépense de la maison d'institution publique, nourriture, habillement, entretien des enfants, soit payée par tous les citoyens du canton, au prorata de sa contribution directe. Pour rendre la proportion plus sensible, je prends l'exemple de trois citoyens.

Je suppose l'un ayant tout juste les facultés requises autrefois pour être citoyen actif, c'est-à-dire, payant la valeur de trois journées de travail, que j'évalue 3 livres.

Je suppose à l'autre un revenu de 1 000 livres, qui lui produit 200 livres d'imposition.

Enfin, je donne à l'autre 100 000 livres de rente, pour lesquelles il paie une contribution de 20 000 livres.

Maintenant j'évalue par aperçu la taxe pour l'éducation commune des enfants à une moitié en sus de la contribution directe.

Quelle sera la portion contributive de ces 3 citoyens?

L'homme aux trois journées de travail paiera pour la taxe des des enfants 1 livre 10 sous.

Le citoyen qui a 1 000 livres de revenu, y contribuera pour 100 livres.

Et celui qui est riche de 100 000 livres de rente, mettra pour sa part dans la taxe 10 000 livres.

Comme vous voyez, c'est un dépôt commun qui se forme de la réunion de plusieurs mises inégales : le pauvre met très peu, le riche met beaucoup; mais lorsque le dépôt est formé, il se partage ensuite également entre tous; chacun en retire même avantage, l'éducation de ses enfants.

L'homme aux trois journées de travail moyennant la surtaxe de 30 sous, se verra affranchi du poids d'une famille souvent nombreuse; tous ses enfants seront nourris aux dépens de l'État; avec ce faible sacrifice de 30 sous, il pourra avoir jusqu'à 7 enfants à la fois, élevés aux frais de la République.

J'ai cité l'homme aux trois journées, et cependant ce citoyen était dans la classe ci-devant privilégiée, il était doué de l'activité : quelle foule innombrable ne profitera pas, d'une manière encore plus sensible, de la bienfaisance de cette loi; puisque toute la classe des citoyens ci-devant inactifs, au moyen d'une taxe moindre que 30 sous, jouira du même avantage.

Il est de toute évidence que, depuis la classe des citoyens ci-devant inactifs, en remontant jusqu'au propriétaire de 1 000 livres de rente, tout ce qui se trouve dans l'intervalle a intérêt à la loi.

Même pour le propriétaire de 1 000 livres de rente, elle est utile; car il n'est aucun citoyen qui, jouissant de ce revenu, ne s'abonne volontiers à 100 livres par an pour la dépense de l'éducation de tous ses enfants. Ainsi tout le poids de la surcharge portera uniquement sur ceux qui possèdent plus de 1 000 livres de rente.

Ainsi, plus des dix-neuf vingtièmes de la France sont intéressés à la loi; car certainement il n'y a pas plus d'un vingtième des citoyens dont le revenu excède 100 pistoles.

Dans toute cette partie nombreuse de la nation, je ne vois de lésés que les célibataires ou les personnes mariées et sans enfants; car ils mettent comme les autres à la masse commune, et ils retirent zéro. Mais je doute que leurs plaintes vous touchent; ceux-ci ont moins de charge que le reste des citoyens.

D'après ce système, vous voyez qu'il n'y a que le riche dont la taxe se trouverait plus forte que ce qui lui en coûterait pour élever sa famille. Mais dans sa surcharge même, j'aperçois un double avantage : celui de retrancher une portion du superflu de l'opulence, celui de faire tourner cette surabondance maladive au soulagement des citoyens peu fortunés, j'ose dire au profit de la société tout entière, puisqu'elle lui fournit les moyens de fonder une institution vraiment digne d'une République et d'ouvrir la source la plus féconde de prospérité, de splendeur et de régénération.

J'ose le demander, où sera maintenant l'indigence? Une seule loi bienfaitrice l'aura fait disparaître du sol de la France.

Jetez les yeux sur les campagnes; portez vos regards dans l'intérieur de ses chaumières; pénétrez dans les extrémités des villes où une

immense population fourmille couverte à peine de haillons; connaissez les détails de ces utiles familles : là même le travail apporterait l'aisance; mais la fécondité y ramène encore le besoin. Le père et la mère, tous deux laborieux, trouveraient facilement dans leur industrie ce qu'il leur faut pour vivre; mais ce pain gagné péniblement n'est pas pour eux seuls, des enfants nombreux leur en arrachent une partie, et la richesse même qu'ils donnent à l'État repousse sur eux toutes les horreurs de la misère.

Là, par l'injustice vraiment odieuse de notre économie sociale, tous les sentiments naturels se trouvent dépravés et anéantis.

La naissance d'un enfant est un accident. Les soins que la mère lui prodigue sont mêlés de regrets et du mal-être de l'inquiétude. A peine les premières nécessités sont-elles accordées à cette malheureuse créature; car il faut que le besoin qui partage soit parcimonieux : l'enfant est mal nourri, mal soigné, mal traité; et souvent parce qu'il souffre il ne se développe point ou il se développe mal; et, à défaut de la plus grossière culture, cette jeune plante est avortée.

Quelquefois même, le dirai-je, un spectacle plus déchirant m'a navré; je vois une famille affligée; j'approche : un enfant venait d'expirer : il était là... et d'abord la nature arrachait à ce couple infortuné quelques pleurs; mais bientôt l'affreuse indigence lui présentait cette consolation plus amère encore que ses larmes : ... c'est une charge de moins.

Utiles et malheureux citoyens, bientôt peut-être cette charge ne sera plus pour vous un fardeau; la République bienfaisante viendra l'alléger un jour; peut-être rendus à l'aisance et aux douces impulsions de la nature, vous pourrez donner sans regret des enfants à la patrie. La patrie les recevra tous également, les élèvera tous également, sur les fonds du superflu de la richesse, les nourrira tous également, les vêtira tous également; et lorsque vous les reprendrez tout formés de ses mains, ils feront rentrer dans vos familles une nouvelle source d'abondance, puisqu'ils y apporteront la force, la santé, l'amour et l'habitude du travail.

Quelque considérable que dût être la taxe des enfants, ce ne serait pas un motif suffisant pour se priver des avantages d'une aussi belle institution, puisque cette taxe ne grèverait que le riche; tandis que les parents dont la fortune est médiocre paieraient au-dessous de ce qui leur en coûterait chez eux pour élever leurs enfants.

Mais cette charge ne sera pas énorme, si vous adoptez quelques autres dispositions que je vous propose.

D'abord, le produit du travail des enfants viendra au soulagement de la dépense de la maison; tout enfant au-dessus de 8 ans, c'est-à-dire plus de la moitié des élèves peut gagner sa nourriture. Il n'y aura que les enfants de 5, 6 et 7 ans qui seront en pure charge; ceux-là recevront sans rien mettre. Quiconque a vu des lieux où fleurit l'industrie sait

qu'on connaît l'art d'employer fort utilement des enfants de 8 ans et au-dessus.

Tout consiste à établir un ordre sage et à bien monter la machine.

Ici tous les intérêts concourront à multiplier auprès des maisons nationales d'institution des objets de travaux à la convenance des enfants.

Les citoyens du canton s'occuperont, s'empresseront d'en appeler les occasions, puisque la masse des produits diminuera d'autant la charge qu'ils supportent.

L'ardeur des enfants sera animée par des encouragements qu'un règlement sage présentera à leur émulation.

Les maîtres eux-mêmes recevront des récompenses, lorsque les enfants confiés à leurs soins auront emporté le prix du travail.

Je crois qu'il est encore une autre ressource dont nous pourrions grossir les fonds destinés à nos établissements.

Quelques enfants auront des revenus personnels.

Tant qu'ils seront au nombre des élèves de la nation, toute dépense cesse pour eux : qu'est-il besoin que ces revenus épargnés chaque année grossissent leurs capitaux pour le moment où ils seront en âge de jouir de leur bien ? n'est-il pas plus naturel que, pendant le temps où la nation prend soin d'eux, leurs revenus soient appliqués à la dépense commune ?

Notre droit positif se joint ici à la raison pour indiquer cet emploi.

Les pères et mères, par droit de garde, jouissaient des revenus de leurs enfants mineurs ; mais l'entretien des enfants en était la condition et la charge : alors la charge passerait à la patrie ; il paraît juste et convenable qu'elle jouisse aussi des avantages.

Voici donc comme je propose de doter nos établissements d'institution nationale :

1^o Le produit du travail des enfants ;

2^o Les revenus personnels des enfants qui y seront élevés pendant tout le temps de leur éducation ;

3^o Le surplus sera fourni par les produits d'une taxe imposée sur tous les citoyens du canton, chacun dans la proportion de ses facultés.

Je n'ajoute plus qu'une observation pour terminer cet aperçu ; c'est que les intéressés devant eux-mêmes administrer, ainsi que je vais le développer dans un instant, la plus sévère économie sera apportée dans les dépenses.

Les dépenses se borneront au juste nécessaire.

Aucun domestique ne sera employé dans les maisons d'institution : les enfants les plus âgés donneront aux plus jeunes les secours dont ils pourront avoir besoin ; ils feront, chacun à leur tour, le service

commun; ils apprendront, tout à la fois, à se suffire à eux-mêmes et à se rendre utiles aux autres.

Il n'existera donc à proprement parler que 3 articles de dépense.

Les appointements des instituteurs et institutrices, le vêtement, la nourriture des enfants.

Je propose de fixer les appointements des instituteurs à 400 livres, et ceux des institutrices à 300, en leur donnant, pour leur nourriture, double portion de celle des enfants les plus âgés.

Quant aux vêtements, les étoffes les plus communes y seront employées, et vous pouvez concevoir que les frais n'en seront pas considérables.

Tous les citoyens du canton ayant un intérêt commun à l'économie, chacun y mettra un peu du sien; l'un y mettra son étoffe, l'autre le métier qu'il fait, les mères de famille leur travail; tous se partageront la tâche à l'envi, et ainsi la charge deviendra plus légère pour tous.

A l'égard de la nourriture, les aliments les plus simples et les plus communs à raison de leur abondance, seront préférés.

Il sera fait un état de ceux qui conviennent à la santé des enfants; et dans le nombre déterminé, on choisira toujours celui que le climat et la saison offrent à moins de frais. Je crois que le vin et la viande en doivent être exclus; l'usage n'en est point nécessaire à l'enfance; et pour vous présenter un aperçu de l'utile parcimonie qu'on peut apporter dans les frais de nourriture des jeunes élèves, je vous citerai un fait que tous les journaux du temps ont publié. Dans le grand hiver de 1788, le curé de Sainte-Marguerite à Paris employa, avec le plus grand succès, une recette composée d'un mélange de plusieurs espèces d'aliments; il fit vivre fort sainement une multitude immense de malheureux, et la portion d'un homme fait n'allait pas à 3 sous par jour.

Maintenant il ne me reste plus qu'à vous exposer de quelle manière je conçois que doit être organisée l'administration des nouveaux établissements d'institution publique.

Quels autres que les pères de famille du canton pourraient recevoir cette marque honorable de la confiance publique?

Qui pourrait y apporter un intérêt plus direct?

Où trouverions-nous une surveillance plus éclairée?

Les pères de famille ont, tout à la fois, et le droit et le devoir de couvrir continuellement des regards de la tendresse et de la sollicitude ces intéressants dépôts de leur plus douce espérance.

Mais aussi aux pères de famille seuls est dû cet honneur... Le célibataire ne l'a pas encore mérité.

Je propose que, tous les ans, les pères de famille du canton réunis choisissent, pour chaque maison d'éducation nationale qui y sera établie, un conseil de 52 pères pris dans leur sein.

Chacun des membres du conseil sera obligé de donner, dans tout le cours de l'année, sept jours de son temps, et chacun fera sa semaine

de résidence dans la maison d'institution, pour suivre la conduite, et des enfants, et des maîtres.

De cette manière, il y aura pour tous les jours de l'année un père de famille chargé de la surveillance; ainsi l'œil de la paternité ne perdra pas de vue l'enfance d'un seul instant.

Le père de famille surveillant aura pour fonction de s'assurer de la bonne qualité et de la juste distribution des aliments, de maintenir l'exécution des règlements pour l'emploi des différentes heures de la journée; d'activer le travail des mains, de dresser l'état des tâches que chaque enfant aura remplies, d'entretenir la propreté si nécessaire à la bonne santé des élèves, de les faire soigner s'ils sont malades, enfin de tenir constamment les enfants et les maîtres dans la ligne étroite des devoirs qui seront tracés aux uns et aux autres.

Une fois tous les mois, le conseil des 52 pères de famille s'assemblera, et chacun y rendra compte de ses observations, des plaintes, ou des éloges dont sa semaine de surveillance lui aura fourni l'occasion.

Je crois utile que quelques membres des autorités constituées soient présents à cette séance, pour qu'ils puissent sans délai porter remède aux abus dont ils acquerraient la connaissance.

Pour l'administration pécuniaire, pour la recette et pour la dépense, le conseil des 52 pères formera un comité de 4 membres pris dans son sein, dont les fonctions seront de régler tous les achats pour le vêtement, la nourriture et l'entretien de la maison, de prescrire, suivant les saisons, la nature des aliments qui seront fournis aux enfants; de déterminer les genres de travaux corporels auxquels ils seront employés; de fixer le prix de leurs tâches; enfin de tenir tous les registres.

Chaque mois ils présenteront leurs comptes au conseil des 52 pères de famille, et le double en sera adressé aux autorités constituées.

Telle est l'administration, tout à la fois simple et active, que je propose pour chaque établissement d'éducation. Avec ces précautions, avec cette surveillance, avec cette économie de l'intérêt personnel, nous pouvons être assurés que la taxe toujours légère pour le pauvre et pour le propriétaire d'une fortune médiocre, ne sera jamais excessive, même pour le riche. Au surplus, en fait de taxe publique, c'est moins sa mesure qui appauvrit et énerve un État, que sa mauvaise répartition ou son emploi; or, ici les caractères les plus heureux d'une saine économie politique se réunissent; puisque la taxe proposée n'a d'autres effets que de placer une somme du superflu, pour la verser sur le besoin. La somme d'une dépense qui existait auparavant, celle de la nourriture et entretien des enfants est changée: mais alors tous mettaient également, c'était une charge supportée par tête; aujourd'hui, dans mon système, elle devient proportionnelle aux facultés. La pauvreté n'y met presque rien, la médiocrité reste à peu près au même point, l'opulence y met presque tout.

En Angleterre, la seule taxe des pauvres monte à 60 millions;

en Angleterre, dont le territoire et la population ne formeraient qu'un tiers de la France.

Là, une contribution aussi énorme est employée pour guérir une maladie du corps politique. En France, la taxe des enfants opérera des effets plus généraux et plus salutaires, puisqu'elle renouvellera tous les éléments de l'État, qu'elle épurera pour ainsi parler, tous les germes nationaux, et qu'elle portera dans la République les principes impérissables d'une vigueur et d'une santé toute nouvelle.

Ce mot de *taxe des pauvres* me fait concevoir une pensée à laquelle je crois quelque moralité.

Nous regardons comme une dette de la société l'obligation de nourrir les vieillards et les infirmes hors d'état de gagner leur vie; déjà vous en avez reconnu le principe, et vous vous occupez des moyens d'exécution. Pourquoi élever dispendieusement de nouveaux édifices? Formons une réunion doublement utile : je voudrais que les vieillards à la charge des communes d'un canton trouvassent leur asile dans une partie des établissements destinés à l'institution publique.

Là, presque sans frais, ils partageraient une frugale nourriture; là, presque sans frais, ils recevraient les assistances journalières qui leur sont nécessaires : les enfants les plus âgés et les plus forts seraient successivement employés à l'honneur de les servir.

Quelle utile institution! quelle leçon vivante des devoirs sociaux!

Il me semble qu'il existe quelque chose de touchant et de religieux dans le rapprochement du premier et du dernier âge, de l'infirmité caduque et de la vigueur de l'enfance.

Ainsi le saint respect pour la vieillesse, la compassion pour le malheur, la bienfaisante humanité, pénétreront dans l'âme de nos élèves avec leurs premières sensations, s'y graveront profondément; leurs habitudes mêmes deviendront en eux des vertus.

Tel est, représentants, l'aperçu rapide du plan que je vous soumets.

Jusqu'ici il me semble que tous ceux qui ont traité cette matière se sont appliqués uniquement à former un système d'instruction publique; moi, j'ai cru qu'avant l'instruction, il fallait fonder l'institution publique.

L'une est profitable à plusieurs, l'autre est le bien de tous.

Celle-là propage des connaissances utiles; celle-ci crée et multiplie des habitudes nécessaires.

Bientôt dans mon plan l'instruction publique aura sa place désignée, c'est une décoration partielle de l'édifice; mais l'institution publique est la base fondamentale sur laquelle l'édifice entier est assis.

L'institution publique, comme je la conçois, sans nuire aux arts ni à l'agriculture, leur prépare au contraire une nouvelle prospérité; elle leur emprunte quelques années de l'enfance, mais pour leur rendre bientôt des bras plus vigoureux et doués encore de toute la flexibilité du premier âge.

Ainsi la population recevra de puissants encouragements.

Ainsi, les mères, par leur propre intérêt, seront ramenées au plus doux des devoirs, à celui d'allaiter elles-mêmes leurs enfants.

Ainsi jusqu'à 5 ans l'enfance sera moins abandonnée à une pernicieuse incurie; des encouragements et quelques lumières conserveront à la République une foule innombrable de ces êtres malheureux que la nature constitua pour vivre et que la négligence condamne chaque année à périr.

Ainsi, depuis 5 ans jusqu'à 12, c'est-à-dire dans cette portion de la vie si décisive pour donner à l'être physique et moral la modification, l'impression, l'habitude qu'il conservera toujours, tout ce qui doit composer la République, sera jeté dans un moule républicain.

Là, traités tous également, nourris également, vêtus également, enseignés également, l'égalité sera, pour les jeunes élèves, non une spécieuse théorie, mais une pratique continuellement effective.

Ainsi se formera une race renouvelée, forte, laborieuse, réglée, disciplinée, et qu'une barrière impénétrable aura séparée du contact impur des préjugés de notre espèce vieillie.

Ainsi, réunis tous ensemble, tous indépendants du besoin par la munificence nationale, la même instruction, les mêmes connaissances leur seront données à tous également; et les circonstances particulières de l'éloignement du domicile, de l'indigence des parents, ne rendront illusoire pour aucun le bienfait de la patrie.

Ainsi la pauvreté est secourue dans ce qui lui manque : ainsi la richesse est dépouillée d'une portion de son superflu; et sans crise ni convulsion, ces deux maladies du corps politique s'atténuent insensiblement.

Depuis longtemps elle est attendue, cette occasion de secourir une portion nombreuse et intéressante de la société; les révolutions qui se sont passées depuis trois ans ont tout fait pour les autres classes de citoyens, presque rien encore pour la plus nécessaire peut-être, pour les citoyens prolétaires dont la seule propriété est dans le travail.

La féodalité est détruite, mais ce n'est pas pour eux; car ils ne possèdent rien dans les campagnes affranchies.

Les contributions sont plus justement réparties; mais, par leur pauvreté même ils étaient presque inaccessibles à la charge : pour eux le soulagement est aussi presque insensible.

L'égalité civile est rétablie, mais l'instruction et l'éducation leur manquent; ils supportent tout le poids du titre de citoyens; ont-ils vraiment aptitude aux honneurs auxquels le citoyen peut prétendre?

Jusqu'ici l'abolition de la gabelle est le seul bien qui ait pu les atteindre, car la corvée n'existait déjà plus, et momentanément ils ont souffert par la cherté des denrées, par le ralentissement du travail et par l'agitation inséparable des tempêtes politiques.

Ici est la révolution du pauvre... mais révolution douce et paisible,

révolution qui s'opère sans alarmer la propriété et sans offenser la justice. Adoptez les enfants des citoyens sans propriété et il n'existe plus pour eux d'indigence. Adoptez leurs enfants, et vous les secourez dans la portion la plus chère de leur être. Que ces jeunes arbres soient transplantés dans la pépinière nationale; qu'un même sol leur fournisse ses sucs nutritifs, qu'une culture vigoureuse les façonne; que, pressés les uns contre les autres, vivifiés comme par les rayons d'un astre bien-faisant, ils croissent, se développent, s'élancent tous ensemble et à l'envi sous les regards et sous la douce influence de la patrie.

L'enfant est parvenu à 12 ans; à cet âge finit pour lui l'institution publique : il est temps de le rendre aux divers travaux de l'industrie.

L'en séparer davantage ce serait nuire à la société.

Mais jusque-là la société a payé sa dette rigoureuse envers lui, elle lui a conservé tout ce qu'il reçut de la nature, elle en a même perfectionné les dons dans sa personne : il est susceptible de tout, le sol est fertilisé pour toute espèce de productions. Le jeune élève a les habitudes physiques et morales nécessaires dans tous les états, il a les connaissances d'une commune utilité aux citoyens de toutes les professions : en un mot, il a la préparation, la modification générale qu'il lui importe d'avoir reçue, soit pour le bien-être particulier de sa vie, soit pour constituer utilement une des portions élémentaires destinées à composer la République.

Cependant à cet âge placé entre la jeunesse et l'enfance, la patrie ne peut pas cesser toute surveillance : des soins sont encore dus à l'adolescence, parce qu'ils lui sont encore nécessaires; et ici se présentent à nous des questions, dont l'intérêt est vraiment digne de l'attention du législateur.

Au sortir de l'institution publique, l'agriculture et les arts mécaniques vont appeler la plus grande partie de nos élèves, car ces deux classes constituent la presque totalité de la nation.

Une très petite portion, mais choisie, sera destinée à la culture des arts agréables et aux études qui tiennent à l'esprit. Voyons quels sont les devoirs de la société envers les uns et les autres.

Quant aux premiers, l'apprentissage de leurs divers métiers n'est pas du ressort de la loi. Le meilleur maître, c'est l'intérêt; la leçon la plus persuasive, c'est le besoin. Les champs, les ateliers sont ouverts, ce n'est point à la République à instruire chaque cultivateur et chaque artisan en particulier : tout ce qu'elle peut faire, c'est de surveiller en général le perfectionnement de l'agriculture et des arts, surtout d'en développer les progrès par des encouragements efficaces et par les lois d'une saine économie.

Laissons-nous pourtant à un abandon absolu ces deux classes nombreuses des jeunes citoyens devenus artisans et laboureurs? ou plutôt la société ne doit-elle pas continuer encore envers eux les soins de quelque culture morale?

Voici ce qui m'a paru utile et en même temps praticable.

La semaine appartient au travail, les en détourner serait absurde et impossible; mais aux jours de délassement, à certaines époques qui seront déterminées, il est bon, il est convenable que la jeunesse retrouve des exercices du corps. Quelques leçons, des fêtes, des rassemblements qui appellent son attention, intéressent sa curiosité, excitent son émulation. Ainsi les heureuses impressions qu'aura reçues l'enfance ne s'effaceront point; et sans rien dérober du temps nécessaire aux travaux, le repos cessera d'être oisif et le plaisir lui-même présentera des instructions.

Vos comités, dans un travail vraiment philosophique, vous ont offerts des moyens d'appeler dans des solennités civiques la jeunesse sortie des premières écoles.

Ici donc s'achève mon plan par celui de vos comités; je n'ajouterai rien de neuf et vos moments sont précieux (1).

[Suit le projet de décret] (2).

(1) Broch. in-8°, 52 p., Paris, Impr. nat., s. d. B. N., 8° Le 3° 335 bis, 8° R 7251 (10); Musée pédagog. de Paris, n° 11823; *Bibl. V. de P.*, n° 602709; *Bibl. Ch. des Dép.*, coll. Portiez de l'Oise, t. 98, n° 35, 435, n° 15; *Bibl. Sorbonne*, HFr 140, 2° vol., n° 17. De son côté, Félix Lepeletier lut le 19 juillet, ce même plan à la tribune des Jacobins qui en ordonnèrent l'impression (Paris, chez Baudouin, s. d., B. N., Le 3° 335; *Bibl. Ch. des Députés*, coll. Portiez, t. 435, n° 16; *Bibl. Musée pédagogique*, n° 11771). Il est précédé des paroles prononcées à cette occasion par Félix Lepeletier :

« Frères et amis

« Le machiavélisme des vizirs des plus fameux despotes a été consigné, après leur mort, dans des ouvrages connus sous le nom de leurs testaments politiques.

« Michel Lepeletier est mort; il a laissé un ouvrage sur l'éducation publique, que l'on peut appeler aussi son testament politique.

« Le contraste entre les maximes des suppôts du despotisme et celles qui sont la base de l'ouvrage posthume du martyr de la liberté, ce contraste, dis-je, est piquant. Il plaît autant à l'âme d'un ami de l'humanité et du républicanisme, qu'il inspire d'horreur pour les fauteurs du despotisme : vous allez en juger. »

Voir *Journal des Jacobins*, n° 452 et 453; et *Discours...* 4^e part., p. 621, note 8. En ce qui concerne le Plan et le projet de décret, les deux brochures sont identiques. Texte reproduit dans J. GUILLAUME, *ouvr. cité*, II, 157 et s; *Arch. parl.*, LXVIII 662-675 et pour le décret : LXIX, 659-663. *Textes choisis...*, présentés par J. Poperen, Paris 1957, II, 157-196.

(2) Les variantes par rapport au projet de Lepeletier sont indiquées en note, pour chaque article.

PROJET DE DÉCRET SUR L'ÉDUCATION NATIONALE,
PAR LE CITOYEN ROBESPIERRE (1).

ART. I. Tous les enfants seront élevés aux dépens de la République, depuis l'âge de cinq ans jusqu'à douze pour les garçons, & depuis cinq ans jusqu'à onze pour les filles.

II. L'éducation nationale sera égale pour tous; tous recevront même nourriture, mêmes vêtements, même instruction, mêmes soins.

III. L'éducation nationale étant la dette de la République envers tous, tous les enfans ont droit de la recevoir, & les parens ne pourront se soustraire à l'obligation de les faire jouir de ses avantages (2).

IV. L'objet de l'éducation nationale sera de fortifier le corps des enfans, de le développer par des exercices de gymnastique, de les accoutumer au travail des mains, de les endurcir à toute espèce de fatigue (3), de former leur cœur & leur esprit par des instructions utiles, & de leur donner les connoissances qui sont nécessaires à tout citoyen, quelle que soit sa profession.

V. Lorsque les enfants seront parvenus au terme de l'éducation nationale, ils seront remis entre les mains de leurs parens ou tuteurs, & rendus [aux diverses professions utiles de la société] (4), aux travaux des divers métiers & de l'agriculture; sauf les exceptions qui seront spécifiées ci-après (5), à l'égard de ceux destinés à parcourir les cours d'étude dont il sera parlé ci-après.

VI. Le dépôt des connaissances humaines & de tous les beaux-arts sera conservé & enrichi par les soins de la République : leur étude sera enseignée publiquement & gratuitement par des maîtres salariés par la Nation.

Leurs cours seront partagés en deux degrés d'instruction : les instituts, les lycées (6).

VII. Les enfans ne seront admis à ces cours qu'après avoir parcouru celui de l'éducation nationale (7).

(1) Broch. in-8°, 14 p., impr. par ordre de la Conv., Impr. Nat., s. d., B. N., 8° Lc³⁶ 350 et 8° R 7351 (11); *Bibl. Sorbonne*, H Fr 140, 2 vol., n° 18; *Bibl. Ch. des Dép.*, coll. Portiez de l'Oise, t. 93, n° 40 et E^{III} 1366ⁱ.

(2) Art. conformes à I, II, III du projet Lepeletier.

(3) Art. IV, avec cette suppression, après « fatigue » : « de les plier au joug d'une discipline salulaire ».

(4) Add. de Robespierre.

(5) Art. V, avec cette modification après « spécifiées ci-après » : « en faveur de ceux qui annonceraient des talens et des dispositions particulières. »

(6) Art. VI, la dernière phrase était : « Les cours seront partagés en trois degrés d'instruction : les écoles publiques, les instituts, les lycées ».

(7) Art. VII, avec cette suppression après « nationale » : « Ils ne pourront être reçus avant l'âge de douze ans aux écoles publiques. Le cours d'étude y sera de quatre années; il sera de cinq ans dans les Instituts et de quatre dans les Lycées ».

VIII. Pour l'étude des belles-lettres, des sciences & des beaux-arts, il en sera choisi un sur cinquante. Les enfans qui auront été choisis, seront entretenus aux frais de la République auprès des instituts (1).

IX. Parmi ceux-ci, après qu'ils auront achevé ce premier cours, il en sera choisi la moitié (2), qui sera entretenue aux dépens de la République, auprès des lycées, pendant les cinq années du second cours d'étude (3).

X (4). Le nombre & l'emplacement des écoles publiques, des instituts & des lycées, le nombre des maîtres & le mode de l'instruction, seront déterminés ci-après (5).

DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Art. I. Il sera formé dans chaque canton un ou plusieurs établissements d'éducation nationale, où seront élevés les enfans de l'un & l'autre sexe, dont les pères & mères, ou s'ils sont orphelins, dont les tuteurs seront domiciliés dans le canton.

Pour les villes, les enfans de plusieurs sections pourront être réunis dans le même établissement.

II. Lorsqu'un enfant aura atteint l'âge de cinq ans accomplis, ses père & mère, ou, s'il est orphelin, son tuteur, seront tenus de le conduire à la maison d'éducation nationale du canton, & de le remettre entre les mains des personnes qui y sont préposées.

III. Les père & mère ou tuteur qui négligeroient de remplir ce devoir, perdront les droits de citoyens, & seront soumis à une double imposition directe pendant tout le temps qu'ils soustrairont l'enfant à l'éducation commune.

IV. Lorsqu'une femme conduira un enfant âgé de cinq ans à l'établissement de l'éducation nationale, elle recevra de la République, pour chacun des quatre premiers enfans qu'elle aura élevés jusqu'à

(1) Art. VIII, avec cette suppression, après « de la République » : « auprès des écoles publiques, pendant le cours d'étude de quatre ans ». Robespierre substitue le terme « instituts » à « écoles publiques ».

(2) Suppression : « c'est-à-dire ceux dont les talents se sont développés davantage ».

(3) Art. IX, avec cette suppression après « cours d'étude » : « Enfin la moitié des pensionnaires de la République qui auront parcouru avec plus de distinction le degré d'instruction des Instituts, sera choisie pour être entretenue auprès du Lycée, et y suivre le cours d'étude pendant quatre années ».

(4) C'est l'article XII du projet.

(5) Suivait dans le projet, un art. X ainsi conçu : « Le mode de ces élections sera déterminé ci-après ».

Puis un article XI ainsi conçu : « Ne pourront être admis à concourir ceux qui, par leurs facultés personnelles, ou celles de leurs parents, seraient en état de suivre, sans les secours de la République, ces trois degrés d'instruction ».

cet âge, la somme de 100 liv., le double pour chaque enfant qui excédera le nombre de quatre jusqu'à huit, & enfin 300 livres pour chaque enfant qui excédera ce dernier nombre.

Aucune mère ne pourra refuser l'honneur de cette récompense; elle n'y aura droit qu'autant qu'elle justifiera par une attestation de la municipalité qu'elle a allaité son enfant.

V. Il sera rédigé avec simplicité, brièveté & clarté, une instruction indicative des attentions, du régime & des soins qui peuvent contribuer à la conservation & à la bonne santé des enfans pendant la grossesse des mères, le temps de la nourriture, du sevrage, & jusqu'à ce qu'ils aient atteint l'âge de cinq ans.

VI. La Convention invite les citoyens à concourir à la rédaction de cette instruction, à adresser leur ouvrage à son comité d'instruction publique.

L'auteur de l'instruction qui aura été jugée la meilleure, & adoptée par la Convention, aura bien mérité de la patrie, & recevra une récompense de vingt-quatre mille livres.

VII. A la tête de cette instruction, sera imprimé l'article ci-après.

VIII. Les officiers publics, chargés de recevoir les déclarations des mariages & des naissances, seront tenus de remettre un exemplaire de cette instruction à chaque personne qui se présentera devant eux pour déclarer son mariage.

IX. Tous les enfans d'un canton ou d'une section seront, autant qu'il sera possible, réunis dans un seul établissement; il y aura pour cinquante garçons un instituteur, & pour pareil nombre de filles une institutrice.

Dans chacune de ces divisions, les enfans seront classés, de manière que les plus âgés seront chargés de surveiller & de faire répéter les plus jeunes, sous les ordres de l'inspecteur, de l'instituteur ou de l'institutrice, ainsi qu'il sera expliqué par le règlement.

X. Durant le cours de l'éducation nationale, le temps des enfans sera partagé entre l'étude, le travail des mains, & les exercices de la gymnastique.

XI. Les garçons apprendront à lire, écrire, compter, & il leur sera donné les premières notions du mesurage & de l'arpentage.

Leur mémoire sera cultivée & développée; on leur fera apprendre par cœur quelques chants civiques, & le récit des traits les plus frappans de l'histoire des peuples libres & de celle de la révolution française.

Ils recevront aussi des notions de la constitution de leur pays, de la morale universelle, & de l'économie rurale & domestique.

XII. Les filles apprendront à lire, à écrire, à compter.

Leur mémoire sera cultivée par l'étude des chants civiques, &

de quelques traits de l'histoire, propres à développer les vertus de leur sexe.

Elles recevront aussi des notions de morale & d'économie domestique & rurale.

XIII. La principale partie de la journée sera employée par les enfans de l'un & l'autre sexe au travail des mains.

Les garçons seront employés à des travaux analogues à leur âge (1), soit dans les ateliers des manufactures qui se trouveroient à portée des maisons d'éducation nationale, soit à des ouvrages qui pourroient s'exécuter dans l'intérieur même de la maison : tous seront exercés à travailler la terre.

Les filles apprendront à filer, à coudre & et à blanchir ; elles pourront être employées dans les ateliers de manufactures qui seront voisines, ou à des ouvrages qui pourront s'exécuter dans l'intérieur de la maison d'éducation.

XIV. Ces différens travaux seront distribués à la tâche aux enfans de l'un & l'autre sexe.

La valeur de chaque tâche sera estimée & fixée par l'administration des pères de famille dont il sera parlé ci-après.

XV. Le produit du travail des enfans sera employé ainsi qu'il suit.

Les neuf dixièmes en seront appliqués aux dépenses communes de la maison ; un dixième sera remis à la fin de chaque semaine à l'enfant, pour en disposer à sa volonté.

XVI. Tout enfant de l'un & l'autre sexe, âgé de plus de huit ans, qui dans la journée précédente, si c'est un jour de travail, n'aura pas rempli une tâche équivalente à sa nourriture, ne prendra son repas qu'après que les autres enfans auront achevé le leur, & il aura la honte de manger seul ; ou bien, il sera puni par une humiliation publique qui sera indiquée par le règlement (2).

XVII. Aucuns domestiques ne seront employés dans les maisons d'éducation nationale. Les enfans les plus âgés, chacun à leur tour, & sous les ordres & l'inspection des instituteurs & institutrices, rempliront les diverses fonctions du service journalier de la maison, ainsi qu'il sera expliqué par le règlement (3).

(1) Suppression de Robespierre : « Soit à ramasser, à répandre des matériaux sur les routes ».

(2) Robespierre a supprimé l'art. XVII du projet, ainsi conçu : « Les moments et jours de délassements seront employés à des exercices de gymnastique qui seront indiqués par le règlement. Les garçons seront formés en outre au maniement des armes ».

(3) Art. XVIII du projet.

XIX (1). Les enfans recevront également & uniformément, chacun suivant son âge, une nourriture saine, mais frugale; un habillement commode, mais grossier; ils seront couchés sans molesse; de telle sorte que, quelque profession qu'ils embrassent, dans quelques circonstances qu'ils puissent se trouver durant le cours de leur vie, ils apportent l'habitude de pouvoir se passer des commodités & des superfluités, & le mépris des besoins factices.

XX. Dans l'intérieur ou à portée des maisons d'éducation nationale, seront placés, autant qu'il sera possible, les vieillards ou infirmes hors d'état de gagner leur vie, & qui seront à la charge de la commune.

Les enfans seront employés, chacun à leur tour, suivant leur force & leur âge, à leur service & assistance.

XXI. Les établissemens de l'éducation nationale seront placés dans les édifices publics, maisons religieuses, ou habitations d'émigrés, s'il en existe dans le canton; s'il n'en existoit point, les corps administratifs sont autorisés à choisir un local convenable dans les châteaux dépendans des ci-devant fiefs, après avoir toutefois payé aux propriétaires la juste & préalable indemnité. Enfin, à défaut de ces ressources, il sera pourvu autrement à la formation la plus économique (& par devis) de ces établissemens.

XXII. Chaque instituteur recevra un traitement de 400 livres & chaque institutrice 300 livres; ils auront en outre le logement & double portion de la nourriture des enfans les plus âgés. La Nation met leurs fonctions au rang des plus honorables; elle place les services de ceux qui les remplissent dignement, parmi les plus grands services rendus à la Nation, titres à son estime & à sa reconnaissance (2).

XXIII. Les dépenses des établissemens d'éducation nationale seront supportées ainsi qu'il suit :

Les récompenses fixées par l'article IV ci-dessus, en faveur des mères qui auront allaité leurs enfans & les auront élevés jusqu'à l'âge de cinq ans, ainsi que les traitements en argent des instituteurs & institutrices, seront à la charge de la République.

Quant aux frais d'établissement & d'entretien des maisons d'éducation nationale, à la nourriture & vêtement des enfans, & autres dépenses de la maison, il y sera pourvu, 1^o par le produit du travail des enfans, sauf la réforme (3) du dixième, dont il est autrement disposé par l'article XV ci-dessus; 2^o les revenus personnels qui pourroient appartenir aux enfans élevés dans lesdites maisons, seront employés à la dépense commune pendant tout le temps qu'ils y demeureront;

(1) Robespierre a omis de corriger les n^{os} des art. du projet, ce qui aboutit à partir d'ici à maintenir la numérotation originelle.

(2) Dernière phrase ajoutée par Robespierre.

(3) Sens : réserve, retenue.

3^o le surplus sera acquitté comme charge locale par toutes les personnes domiciliées dans le canton ou section, chacun au marc la livre de ses facultés présumées, d'après la cote de ses impositions directes.

XXIV. Pour régir & surveiller chaque établissement d'éducation nationale, les seuls pères de famille domiciliés dans le canton ou section, formeront un conseil de cinquante-deux personnes choisies parmi eux.

Chaque membre du conseil sera tenu à sept jours de surveillance dans le cours de l'année, en sorte que chaque jour un père de famille sera de service dans la maison d'éducation.

Sa fonction sera de veiller à la préparation & distribution des aliments des enfans, à l'emploi du temps & à son partage entre l'étude, le travail des mains & les exercices, à l'exactitude des instituteurs & institutrices à remplir les devoirs qui leur sont confiés, à la propreté & à la bonne tenue des enfans et de la maison, au maintien & à l'exécution du règlement; enfin, à pourvoir à ce que les enfans reçoivent, en cas de maladie, les secours & les soins convenables.

Le surplus & le détail des fonctions du père de famille surveillant sera développé par le règlement.

Le conseil des pères de famille commettra en outre une administration de quatre membres tirés de son sein, pour déterminer, selon les temps et les saisons, les aliments qui seront donnés aux enfans, régler l'habillement, fixer les genres de travail des mains auxquels les enfans seront employés, & en arrêter le prix.

L'organisation & les devoirs, tant du conseil général des pères de famille que de l'administration particulière, seront plus amplement déterminés par un règlement.

XXV. Au commencement de chaque année, le conseil des pères de famille fera passer au département l'état des enfans qui auront été élevés dans la maison d'éducation nationale de leur canton ou section, & de ceux qui sont morts dans le courant de l'année précédente.

Il enverra pareillement l'état du produit du travail des enfans pendant l'année.

Les deux états ci-dessus énoncés seront doubles, l'un pour les garçons & l'autre pour les filles.

Il sera accordé par le département une gratification de 300 livres à chacun des instituteurs de la maison dans laquelle il sera mort, pendant le cours de l'année, un moindre nombre d'enfans, comparativement aux autres maisons situées dans le département, & en observant les proportions du nombre des enfans qui y ont été élevés.

Pareille gratification sera accordée à chacun des instituteurs de la maison dans laquelle le produit du travail des enfans aura été le plus considérable, comparativement avec les autres maisons du département, & en observant aussi les proportions du nombre des enfans

qui y auront été élevés. Les dispositions précédentes auront lieu pareillement en faveur des institutrices des filles.

Le département fera imprimer chaque année le nom des maisons, celui des instituteurs et institutrices qui auront obtenu cet honneur. Ce tableau sera envoyé au corps législatif & affiché dans chacune des municipalités du département.

L'obligation de confier à la patrie les enfans, les jeunes citoyens, pour être élevés par elle dans les principes de l'égalité & de la république, est un devoir de père et de citoyen. Ceux qui refuseront de le remplir seront imposés à une double contribution directe, et leurs noms seront inscrits sur un tableau affiché dans les municipalités, dans le lieu des assemblées primaires & des assemblées électorales; les noms de ceux qui l'auront rempli seront honorablement inscrits sur une autre colonne (1). La nation adopte tous les enfans qui ont perdu leurs pères & mères; elle les élèvera dans les maisons d'éducation nationale, durant la période qui vient d'être déterminée (2).

XXVI. Pour la parfaite organisation des écoles primaires, il sera procédé, au concours, à la composition des livres élémentaires qui vont être indiqués, & à la solution des questions suivantes.

LIVRES ELEMENTAIRES A COMPOSER (3).

1^o Méthode pour apprendre aux enfans à lire, à écrire, à compter, & pour leur donner des notions les plus nécessaires de l'arpentage & du mesurage.

2^o Principes sommaires de la constitution, de la morale, de l'économie domestique & rurale; récit des faits les plus remarquables de l'histoire des peuples libres & de la révolution française : le tout divisé par leçons propres à exercer la mémoire des enfans, & à développer en eux le germe des vertus civiles & des sentiments républicains.

3^o Règlement général de discipline, pour être observé dans toutes les maisons d'éducation nationale.

4^o Instruction à l'usage des instituteurs & institutrices, de leurs obligations, des soins physiques qu'ils doivent prendre des enfans qui leur sont confiés, & des moyens moraux qu'ils doivent employer pour étouffer en eux le germe des défauts & des vices, développer celui des vertus & découvrir celui des talens.

Le comité d'instruction publique spécifiera par un programme l'objet de ces différens ouvrages.

Tous les citoyens sont invités à concourir à la rédaction de ces livres élémentaires, & à adresser leurs travaux au comité d'instruction publique.

(1) Alinéa ajouté par Robespierre. Cf. ci-dessus, titre II, art. 3.

(2) Phrase ajoutée par Robespierre.

(3) Les 2 dernières parties sont la reproduction textuelle du projet.

L'auteur de chacun de ces livres élémentaires qui aura été jugé le meilleur, & adopté par la Convention, aura bien mérité de la patrie, & recevra une récompense de 40 000 livres.

QUESTIONS A RÉSOUDRE

1^o Quelle est la forme d'habillement complet des enfans de l'un & de l'autre sexe, le plus commode & le plus économique?

Il sera présenté deux modèles, l'un pour l'habillement des garçons, l'autre pour celui des filles.

L'auteur du modèle qui sera adopté par la Convention recevra une récompense de 3 000 livres.

2^o Quels sont les divers genres d'alimens les plus convenables aux enfans, depuis l'âge de cinq ans jusqu'à douze, & en même temps les plus économiques?

Les recettes qui seront indiquées par les citoyens, devront, autant qu'il sera possible, être variées & multipliées, ils auront égard aux productions qui sont les plus communes, selon la saison & les différens climats de la république. Elles contiendront également, pour chaque espèce de climats, les quantités qui seront par jour la portion de l'enfant, en graduant les quantités indiquées suivant les différens âges.

3^o Quels sont les soins & attentions physiques propres à conserver & fortifier la santé des enfans? Quels sont les exercices de gymnastique les plus propres à favoriser leur croissance, développer leurs muscles, & leur donner force, adresse & agilité?

4^o Quels sont les divers genres de travail des mains auxquels on peut le plus commodément, le plus utilement, employer les enfans dans l'intérieur des maisons d'éducation nationale, lorsqu'ils ne seront pas occupés à des travaux au dehors? & quelle est la méthode la plus simple de partager les tâches & de reconnoître chaque jour facilement l'évaluation de chaque enfant?

Les citoyens qui présenteront les solutions les plus satisfaisantes sur les trois questions précédentes, & dont les ouvrages auront été adoptés par la Convention, recevront pour chacune des trois questions résolues une récompense de vingt-quatre mille livres.

Mention ou extraits dans *Gazette nationale, ou le Moniteur universel*, n° 198, p. 848; *Journal de Sablier*, n° 714, p. 1; *Journal des Débats et Décrets*, n° 299, p. 172; *Gazette de France*, n° 195, p. 892; *Chronique de Paris*, n° 195, p. 1; *Journal universel*, n° 1329, p. 5210; *Abrégiateur universel*, n° 196, p. 784; *Journal de la Montagne*, n° 43, p. 242; *Journal de Paris*, n° 195, p. 784; *Thermomètre du jour*, 15 juillet, p. 119; *Révolutions de Paris*, n° 210, p. 25; *Courrier de l'Égalité*, n° 330, p. 108; *Feuille de Paris*, n° 332, p. 4; *Nouvelles politiques*, 15 juillet, p. 784; *Mercur universel*, XXIX, 220 et 473-489; *Courrier universel*, 15 juillet, p. 2; *Auditeur national*, n° 293, p. 6; *Défenseur de la vérité*, n° 30, p. 492 (1).

(1) Mention dans E. Hamel, III, 62, et G. Walter, p. 684, note 2, et 735. La plupart des journaux ont déjà signalé ce plan à propos de la séance du 13 juillet.