



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**Ecole Doctorale IAEM
(Informatique Automatique Electronique –Electrotechnique
Mathématiques)**

Thèse

**Présentée et soutenue publiquement pour l’obtention du titre de
DOCTEUR DE L’UNIVERSITÉ DE LORRAINE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE**

par Jakub KAPEK

**Modélisations 2D et 3D, conception et réalisation d’un
inducteur pour aimanter un ensemble de pastilles
supraconductrices**

Soutenance publique le 28/06/2021

Membres du jury :

Rapporteurs : M. Benoît VANDERHEYDEN Professeur Ordinaire, Université de Liège, Liège
M. Abelin KAMENI NTICHI Maître de conférences HDR, Université Paris Sud, Paris

Examineurs : M^{me} Marie-Ange RAULET Maître de conférences HDR, Université Lyon 1, Lyon
M^{me} Afef KEDOUS-LEBOUC Directrice de recherche CNRS au G2Elab, Grenoble
M. Jean LEVEQUE Professeur des Universités, Université de Lorraine,
directeur de thèse
M. Kévin BERGER Maître de conférences, Université de Lorraine,
co-directeur de thèse

Groupe de Recherche en Energie Electrique de Nancy

Faculté des Sciences & Technologiques, BP 239

54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex

Avant-Propos

Merci au Groupe de Recherche en Energie Electrique de Nancy à l'Université de Lorraine pour l'opportunité de développer ma carrière scientifique.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à mon directeur de thèse Pr Jean Lévêque, à mon codirecteur de thèse Dr Kévin Berger et au directeur du laboratoire Nouredine Takorabet.

Je remercie évidemment toute ma famille, merci pour votre soutien. Un merci tout particulier à ma femme, qui m'a attendu et soutenu tout ce temps. Merci à mes parents pour tous les efforts qu'ils ont déployés pour m'élever.

Aussi, je remercie mes collègues et chercheurs du laboratoire GREEN pour tous les moments passés ensemble pour l'excellente atmosphère de travail durant ces trois années. Je remercie Dr Alexandre Colle, Dr Yazid Statra, Dr Moussa Kelouaz, Dr Mohamed El Baa, Dr Mohamad Farhat, Rémi Dorget, Ghazi Hajiri, Rayane Hamidouche, Simon Chauviere, Walid Dirahoui, Quentin Nouhaitas, Dr Sajjad Ahmadi, Stéphanie, Lamane, Pr Abderezzak Rezzoug, Dr Bruno Douine, Pr Melika Hinaje, Dr Lamia Belguerras, Dr Smail Mezani, Dr Thierry Lubin, Dr Hocine Menana, Babak Nahid-Mobarakeh, Isabelle Schwencker, Dr Florent Becker, Dr Loli Louise Dorreh, Dr Rafael Linares, Dr Anis Smara et Huang Guan Bin.

Je tiens à remercier Pr Mariusz Stępień qui a initié ma carrière de chercheur. Enfin, merci aux chercheurs de l'École polytechnique de Silésie en Pologne pour cinq années d'études efficaces et de bons souvenirs.

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre 1 Les supraconducteurs	5
1.1 Introduction	7
1.2 Généralité sur les supraconducteurs	8
1.2.1 Paramètres critiques	8
1.2.2 Effet Meissner	9
1.2.3 La théorie de London	10
1.2.4 La théorie de Ginzburg et Landau	11
1.2.5 Les supraconducteurs de type I et II	12
1.2.6 La théorie BCS	13
1.2.7 Les vortex	14
1.2.7.a Flux pinning	15
1.2.7.b Flux jumps	15
1.2.8 Le mouvement de flux	16
1.2.8.a Flux flow	16
1.2.8.b Flux creep	17
1.2.8.c Thermally activated resistance	17
1.2.9 Le modèle de Bean	18
1.2.10 Le modèle de la loi puissance $E(J)$	18
1.2.11 Lois de comportement $E(J,B)$	19
1.2.12 Lois de comportement $E(J,T)$	19
1.2.13 Lois de comportement $E(J,B,T)$	20
1.2.14 SHT pour des applications	20
1.3 Aimantation des pastilles SHT	21
1.3.1 Le refroidissement sous champ ou « Field Cooling » (FC)	24
1.3.2 Le refroidissement sous champ ou « Zero Field Cooling » (ZFC)	25
1.3.3 Aimantation par champ impulsionnel ou « Pulse Field Magnetization » (PFM)	26

1.3.3.a	S-PFM ou single PFM	27
1.3.3.b	Impulsions multiples.....	28
1.3.3.c	IMRA ou A-PFM.....	28
1.3.3.d	MMPSC.....	28
1.3.3.e	MMPSC + IMRA	30
1.3.4	Les autres techniques qui améliorent le champ piégé	30
1.3.5	Conclusion	33
1.4	Les machines supraconductrices basées sur les pastilles SHT	34
1.5	Conclusion et objectifs de la thèse.....	35
Chapitre 2	Formulations usuelles	37
2.1	Introduction	39
2.2	La méthode des éléments finis.....	39
2.2.1	Le domaine d'étude	40
2.2.2	Les équations de Maxwell	41
2.2.3	Formulation en A	42
2.2.3.a	Problème axisymétrique 2D.....	43
2.2.3.b	Problème 3D.....	44
2.2.4	Formulation en H	44
2.2.4.a	Problème axisymétrique 2D.....	45
2.2.4.b	Problème 3D.....	46
2.2.5	Couplage entre la formulation en A et la formulation en H	46
2.2.5.a	Problème axisymétrique 2D.....	47
2.2.5.b	Problème 3D.....	47
2.2.6	Equation thermique	48
2.3	Calcul des pertes dans l'inducteur et la pastille SHT	48
2.4	Couplage des équations de Maxwell et des équations thermiques	49
2.5	Validation de la formulation A – H	49
2.5.1	Présentation du problème 2D axisymétrique	52
2.6	Présentation du problème 3D.....	63

2.7	Conclusion	71
Chapitre 3	Modélisation de l'aimantation d'un supraconducteur	73
3.1	Modélisation du comportement des SHT	75
3.2	Description du circuit électrique.....	76
3.3	Conception et modélisation de l'inducteur	78
3.4	Calcul électromagnétique couplé thermique et circuit	83
3.4.1	Problème axisymétrique 2D	85
3.4.1.a	Représentation du problème 2D-axisymétrique.....	85
3.4.1.b	Simulation de l'inducteur en 2D avec couplages thermique et circuit .	85
3.4.2	Problème 3D	90
3.4.2.a	Représentation du problème 3D	91
3.4.2.b	Simulation de l'inducteur en 3D avec couplage thermique et circuit ...	92
3.5	Conclusion	99
Chapitre 4	Expérimentation et validation	101
4.1	Introduction.....	103
4.2	Prototype I – une seule pastille.....	103
4.2.1	Conception et réalisation du prototype	103
4.2.2	Choix cryogénique	105
4.2.3	Aimantation d'une pastille YBCO - résultats expérimentaux.....	105
4.2.3.a	Carte du champ magnétique piégé.....	105
4.2.3.b	Champ magnétique piégé maximum	109
4.2.3.c	Courant circulant dans l'inducteur	111
4.3	Prototype II – un ensemble de trois pastilles	112
4.3.1	Conception et réalisation du prototype II	112
4.3.2	Aimantation de plusieurs pastilles YBCO - résultats expérimentaux	113
4.3.2.a	Carte du champ magnétique piégé.....	113
4.3.2.b	Champ magnétique piégé maximum	116
4.3.3	Validation de la modélisation.....	117
4.4	Conclusion	119

Conclusion générale	121
Liste des symboles et acronymes	125
Références bibliographique	127

Introduction générale

La découverte de l'hélium liquide en 1908 par le physicien Heike Kamerlingh Onnes a conduit à la découverte de la supraconductivité. Il a observé une diminution jusqu'à zéro de la résistance du mercure après un refroidissement en dessous de 4,2 K. Tous les résultats ont été publiés en 1911 dans l'article "*On the Sudden Rate at Which the Resistance of Mercury Disappears*". En 1913, un autre article de Heike Kamerlingh Onnes a été publié, dans lequel le terme de *supraconductivité* a été utilisé pour la première fois. Ensuite, la supraconductivité a été découverte dans le plomb (1913), le niobium (1930) et le nitrure de niobium (1941).

En 1933, l'effet Meissner a été découvert, il est associé à l'expulsion d'un champ magnétique appliqué sur le supraconducteur, ceci sera expliqué en détail plus tard. Une autre découverte importante, faite en 1950 par Alexei Abrikosov, est l'hypothèse selon laquelle il existe deux types de supraconducteurs, appelé type I et type II. La théorie BCS du nom de ses auteurs, John Bardeen, Leon Cooper, et Robert Schrieffer, a été établie en 1957. C'était la première théorie à expliquer le comportement des supraconducteurs.

Il convient de mentionner l'année 1986, où une autre famille de supraconducteurs appelée *supraconducteurs à haute température* (SHT) a été découverte par J. Georg Bednorz et K. Alex Müller. Il s'agit de céramiques constituées d'un mélange d'oxydes de baryum, de lanthane et de cuivre, la supraconductivité a été observée en dessous de la température critique T_c de 35 K. Après cette découverte, Ching-Wu Chu a remplacé le lanthane par l'yttrium, créant ainsi de l'YBCO et augmentant la température critique T_c au-dessus de la température de l'azote liquide, c'est-à-dire 92 K. Depuis cette époque, d'autres matériaux supraconducteurs ont été découverts, comme le BiSrCaCuO ou MgB_2 .

Aujourd'hui, les supraconducteurs trouvent de nombreuses applications, par exemple dans les câbles, les moteurs, les alternateurs ou la génération de champs magnétiques intenses. Les supraconducteurs sont disponibles sous forme de ruban, de fils ou de matériaux massifs. Ces dernières années, on voit le développement d'applications qui utilisent la supraconductivité. Un bon exemple est l'éolienne produite pour le projet EcoSwing, où l'on peut trouver un alternateur avec des bobines supraconductrices. Cet exemple montre non seulement les avantages de la supraconductivité, mais aussi ses applications pratiques.

Le processus d'aimantation des supraconducteurs massifs permet d'obtenir des aimants avec un champ magnétique piégé plus élevé que celui des aimants classiques. Une aimantation correcte est la clé d'un champ magnétique piégé de valeur importante. Le champ piégé dépend d'un grand nombre de facteurs tels que les paramètres physiques du supraconducteur, la forme de l'onde électromagnétique appliquée et du système de refroidissement. Cette complexité rend donc nécessaire d'utiliser la méthode des éléments finis pour résoudre un problème couplé magnétique et thermique. Cependant, la modélisation de ce problème présente des difficultés en raison du comportement fortement non-

linéaire des supraconducteurs. Par conséquent, un modèle d'équations magnétiques et thermiques a été développé dans cette thèse pour résoudre les problèmes d'aimantation 2D et 3D des supraconducteurs.

Cette thèse concerne non seulement la construction d'un inducteur pour l'aimantation des massifs supraconducteurs YBCO, mais encore, la résolution numérique de modèles d'aimantation. Nous avons divisé ce mémoire en quatre parties :

Le chapitre 1 constitue une introduction à la théorie de la supraconductivité. Nous présentons des théories qui constituent la base des supraconducteurs, comme la théorie de London, Ginzburg et Landau, la théorie de l'effet Meissner ou la théorie de BCS. Ensuite, nous considérerons, la théorie qui met en évidence deux types de supraconducteurs et le phénomène du mouvement de vortex. Nous présentons aussi, le modèle de Bean et la loi en puissance qui sont des lois de comportement électrique des supraconducteurs. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présenterons les techniques pour l'aimantation des supraconducteurs.

Le chapitre 2 traite des formulations possibles pour résoudre notre problème aux niveaux électrique et thermique. Nous présenterons les différents modèles pour nos simulations, nous proposerons un couplage entre les formulations en $\mathbf{A}$ et en $\mathbf{H}$. Pour faire une comparaison, nous finirons ce chapitre avec des simulations montrant les avantages et désavantages de cette formulation.

Le chapitre 3 concerne la modélisation de l'aimantation d'un supraconducteur pour nos expérimentations. La modélisation du supraconducteur, de l'inducteur et de l'alimentation impulsionnelle seront présentées. Nous considérerons des modèles en 2D et 3D. Le même inducteur est utilisé dans les deux modèles. Dans ce chapitre, nous présenterons un modèle complet ainsi que les résultats numériques.

Finalement, le chapitre 4 apporte des résultats expérimentaux pour deux prototypes. Le prototype n°1 considère l'aimantation d'un seul élément supraconducteur. Dans le prototype II, nous traitons de l'aimantation de trois éléments supraconducteurs. Les résultats expérimentaux seront comparés aux résultats numériques du chapitre précédant. Compte tenu des résultats expérimentaux obtenus, nous noterons ici les voies d'amélioration du modèle numérique.

Chapitre 1 Les supraconducteurs

1.1 Introduction

Le terme supraconductivité est réservé aux matériaux ayant une très faible résistance, inférieure à $10^{-25} \Omega \cdot m$, ce qui est considéré comme nul. Le mot *supraconductivité* a été utilisé pour la première fois par Heike Kamerlingh Omnes dans ses articles. Les matériaux qui présentent une supraconductivité sont appelés supraconducteurs.

Il a été découvert que l'état supraconducteur a des limites, si celles-ci sont dépassées, la supraconductivité disparaît. Ce phénomène est appelé un « quench », c'est-à-dire, que le supraconducteur redevient un conducteur normal.

En outre, la supraconductivité apparaît dans certains matériaux à des températures élevées, au-dessus de la température de l'azote liquide qui vaut 77 K, ils sont appelés « supraconducteurs à haute température » (SHT). Ces températures critiques, supérieure à celle de l'azote liquide, les rendent plus faciles à utiliser.

Les supraconducteurs, sous forme de pastilles, peuvent être utilisés comme aimant puissant en raison de leur capacité à piéger un champ. D'une manière générale, il existe trois techniques d'aimantation des supraconducteurs. Nous nous concentrons sur la PFM. Pendant cette aimantation, une grande quantité de chaleur est produite en peu de temps, donc la puissance électrique nécessaire pour l'aimantation est plus petite par rapport aux autres techniques. Par conséquent, le système d'aimantation des supraconducteurs par des impulsions de champ magnétique est compact. Les détails des méthodes, des processus d'aimantation ou des aspects physiques fondamentaux sont examinés dans la section 1.3.

Depuis la découverte du premier supraconducteur, les chercheurs essayent de trouver une théorie de la supraconductivité. Malheureusement, à ce jour, la description de ce phénomène n'est pas complète. Toutefois, leurs propriétés sont suffisamment connues pour pouvoir être utilisées dans des applications électriques.

La première partie de ce chapitre explore les aspects physiques des supraconducteurs. Nous discuterons ensuite des différences entre les supraconducteurs, ainsi que des supraconducteurs à haute température critique. Tous les mécanismes liés à l'aimantation des supraconducteurs seront détaillés. Enfin, une présentation d'applications de l'aimantation des supraconducteurs clôturera ce chapitre.

1.2 Généralité sur les supraconducteurs

1.2.1 Paramètres critiques

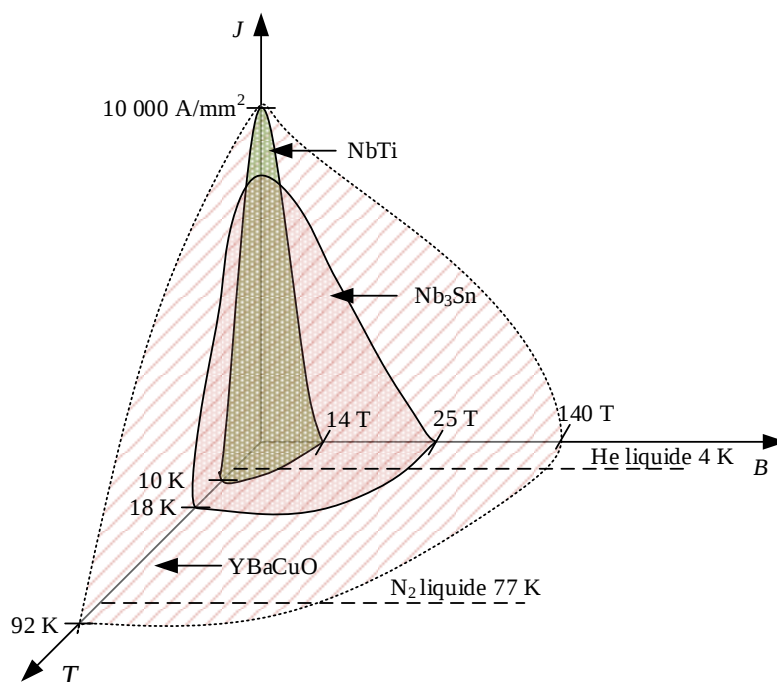


Figure 1.1. Surface critique pour trois supraconducteurs : YBCO, Nb₃Sn et NbTi [TiBr03] [KOH09].

Commençons par présenter les trois paramètres critiques des supraconducteurs : la densité de courant J_c critique, le champ magnétique critique H_c et la température critique T_c . Ces paramètres définissent une surface critique, comme le montre la Figure 1.1, où trois exemples de supraconducteurs sont présentés. Le dépassement de cette surface critique entraîne la disparition de la supraconductivité, ce phénomène est appelé un « quench ». Des exemples de paramètres critiques des supraconducteurs sont donnés dans le Tableau 1.1.

Tableau 1.1. Exemples de paramètres critiques des supraconducteurs [Berg00, Flük12, MKFS68, TiBr03].

Matériel	T_c [K]	$\mu_0 H_c$ [T] (à 0 K)	J_c [A/mm ²] (~à 4,2 K)
Pb	7,18	0,08	~1000 [HiMH76]
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	93	140	>10 000 [Berg00]
MgB ₂	39	39	~10 000 [RDBK15]
NiTi	9,5	14	~30 000 [BLLO06]
Nb ₃ Sn	18	25,5	4 000 [SBKP12]

1.2.2 Effet Meissner

L'effet Meissner souvent appelé diamagnétisme parfait a été découvert en 1933 par Walther Meissner et Robert Ochsenfeld. Ils ont noté qu'un supraconducteur qui a été refroidi au-dessous de la température critique T_c , peut repousser un champ magnétique appliqué. Dans un supraconducteur, il y a des courants, connus sous le nom de « courants d'écrantage », qui empêchent le champ magnétique de pénétrer dans le supraconducteur. En outre, si nous appliquons un champ magnétique avant le refroidissement, il sera poussé hors du supraconducteur, ceci est illustré sur la Figure 1.2.

Pour un conducteur parfait, si un champ magnétique est appliqué après le refroidissement, il conserve $B = 0$ de la même façon qu'un supraconducteur avec l'effet Meissner. L'autre situation est celle où le champ magnétique a été appliqué avant le refroidissement. Dans le conducteur parfait, des courants sont induits. Ensuite, le champ magnétique est ramené à zéro, les courants restent piégés à l'intérieur, comme le montre la Figure 1.2c.

Le diamagnétisme parfait est un phénomène qui existe seulement lorsqu'un supraconducteur est refroidi en dessous de T_c et le champ magnétique est limité à H_c .

Le nom d'effet Meissner est celui de l'expulsion de toute induction magnétique de l'intérieur du supraconducteur. Dans la section suivante, nous allons présenter une théorie expliquant l'effet Meissner.

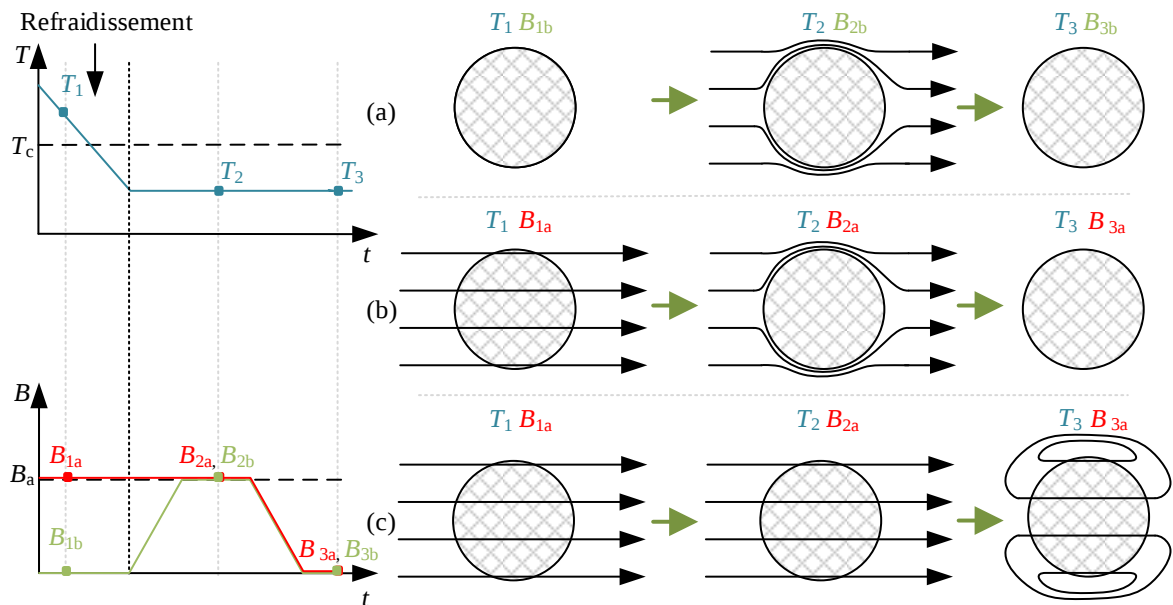


Figure 1.2 La réaction d'un supraconducteur (a) et (b) et d'un conducteur parfait (c) à un champ magnétique appliqué. Si un champ externe est appliqué avant refroidissement, le comportement du supraconducteur diffère de celui du conducteur parfait. Cette situation est due à l'effet Meissner qui se produit dans le supraconducteur.

1.2.3 La théorie de London

Deux frères, Fritz et Heinz London en 1935 ont présenté une description de la supraconductivité [IbLü09]. Pour décrire complètement un matériau supraconducteur il faut ajouter certaines conditions aux équations de Maxwell : une absence de résistance. Néanmoins, même en l'absence d'une résistance, le champ électrique existe. Par conséquent, l'équation constitutive $\mathbf{E} = \rho \mathbf{J}$ a dû être modifiée. L'équation appelée la première équation de London est la suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{E} \quad (1.1)$$

On voit que si la densité de courant $\mathbf{J}$ ne varie pas au cours du temps, alors la valeur du champ électrique est nulle. La deuxième équation de London explique diamagnétisme parfait :

$$\nabla \times \mathbf{J} = -\frac{1}{\mu_0 \lambda_L^2} \mathbf{B} \quad (1.2)$$

L'équation (1.2) exprime que les courants de pénétration repoussent le champ appliqué à l'extérieur du matériau. Le paramètre de London λ_L dans du diamagnétisme parfait détermine la profondeur de pénétration des courants de surface comme illustrée dans la Figure 1.3.

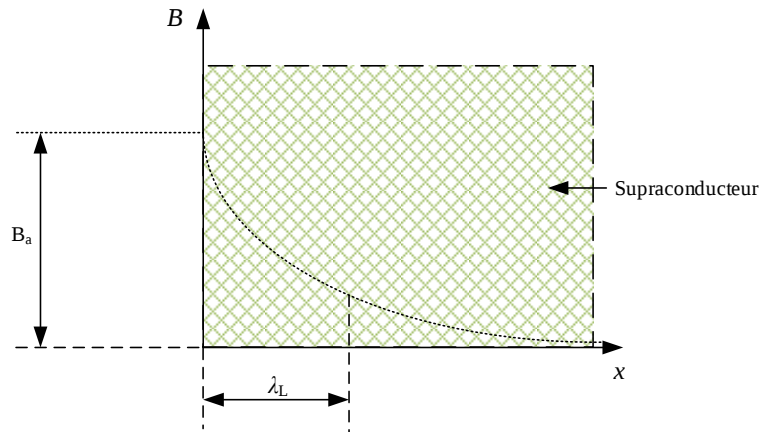


Figure 1.3. Présentation de la profondeur de pénétration de London λ_L . Le champ magnétique appliqué B_a pénètre le supraconducteur à partir de l'extérieur, de la même manière que le courant. La théorie de London peut expliquer facilement l'effet Meissner.

1.2.4 La théorie de Ginzburg et Landau

Ginzburg et Landau s'appuyant sur la mécanique quantique ont décrit la supraconductivité en 1950. Cette théorie représente une extension importante de la théorie de Londres. Ginzburg et Landau ont étudié ce qui se passe en dessous de la profondeur de pénétration définie par London et ont introduit un nouveau paramètre, appelé longueur de cohérence ξ . Ils ont supposé que la supraconductivité est une interaction entre des électrons, et il était intuitif que cette interaction se produise à une distance limitée. Comme la profondeur de pénétration λ_L , cette distance dépend de la température, en particulier près de T_c . Finalement, il est utile d'introduire un paramètre sans dimension κ qui s'appelle constante de Ginzburg-Landau :

$$\kappa = \frac{\lambda_L}{\xi} \quad (1.3)$$

Ce paramètre est indépendant de la température. Le Tableau 1.2 présente des exemples de la valeur de l'épaisseur de pénétration de London λ_L , la longueur de cohérence ξ et de la constante Ginzburg-Landau κ . Cependant, pour les supraconducteurs aux structures plus complexes, comme l'YBCO, le paramètre κ varie avec la direction. La structure cristalline d'un tel supraconducteur permet de distinguer l'axe c et le plan (ab) . La constante κ introduit une séparation claire entre différents types supraconducteurs, qui sera expliquée plus loin dans la section 1.2.7.

Tableau 1.2. Epaisseur de pénétration de London λ_L longueur de cohérence ξ , constante de Ginzburg-Landau κ [Seid15]. Les symboles (ab) et (c) , se réfèrent respectivement aux propriétés de matériaux dans le plan et hors plan.

Matériel	ξ (nm)	λ_L (nm)	κ (nm)
Pb	51 – 83	32 – 39	0,38 – 0,76
Nb	40	32 – 44	0,8 – 1,1
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	1,6 (ab)	150 (ab)	93,75
	0,3 (c)	800 (c)	2666,7
MgB ₂	10 (ab)	110 (ab)	11
	2 (c)	280 (c)	140

1.2.5 Les supraconducteurs de type I et II

La constante κ proposé par Ginzburg et Landau, définie le ratio entre la profondeur de pénétration de London et la longueur de cohérence λ_L/ξ , décrite dans la section 1.2.4. Elle sert à distinguer deux types de supraconducteurs. Ils ont décrit cela en 1950. Par la suite, la théorie sur ce sujet a été complétée par A. Abrikosov et N. Zavaritskii qui l'ont publié en 1957 [Abri57].

Les supraconducteurs peuvent donc être divisés en deux types : le type I et le type II. Après avoir calculé la constante κ , nous pouvons déterminer à quel groupe appartient un supraconducteur donné. Pour le type I, la constante κ est inférieure à $1/\sqrt{2}$ et supérieure à cette valeur pour le type II. Ginzburg et Landau ont observé que pour les supraconducteurs avec un κ supérieur à $1/\sqrt{2}$, après application d'un champ magnétique dépassant la valeur critique, la transition vers l'état normal du supraconducteur est lente. De plus, une pénétration incomplète du champ magnétique est possible. Comme nous l'avons mentionné dans la section 1.2.1, les supraconducteurs ont 3 paramètres critiques, et l'un d'entre eux est le champ magnétique critique H_c . Il appert que les supraconducteurs de type II ont deux paramètres de champ magnétique critiques H_{c1} et H_{c2} . En dessous de la valeur de H_{c1} , le matériau est dans l'état supraconducteur. Au-dessus de la valeur de H_{c2} , la supraconductivité est perdue. Entre les valeurs de H_{c1} et H_{c2} , nous avons l'état mixte, comme présenté sur la Figure 1.4. Si le champ magnétique externe est inférieur à H_c ou H_{c1} , un supraconducteur est dans un diamagnétique parfait. Les supraconducteurs de type I sont typiquement des métaux purs (Pb ou Al). Les supraconducteurs de type II sont généralement des alliages et des intermétalliques (NbTi ou Nb₃Sn), il existe des supraconducteurs de type II, appelés « supraconducteurs à haute température » (YBa₂Cu₃O₇ ou MgB₂), qui ont une structure

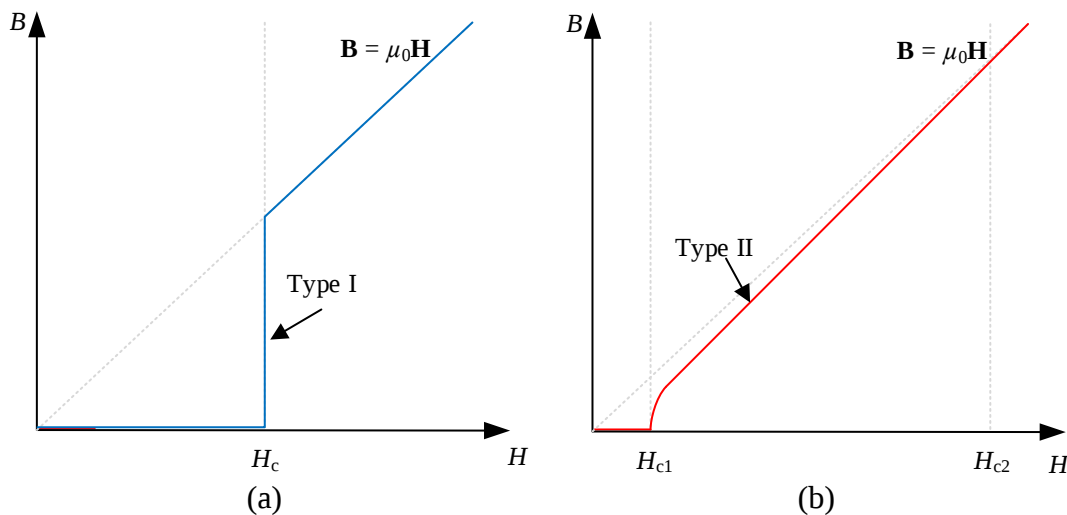


Figure 1.4. Comportement général des supraconducteurs de type I (a) et II (b). Les supraconducteurs à basse température critique de type I perdent brutalement leur supraconductivité au-delà d'un champ magnétique critique H_c . La situation des supraconducteurs de type II est différente, c'est-à-dire il y a un état mixte où des régions supraconductrices et normales coexistent qui se trouve entre H_{c1} et H_{c2} .

microscopique plus complexe. Le Tableau 1.3 présente des exemples de valeurs de champ critique magnétique pour les supraconducteurs.

Tableau 1.3. Exemples de paramètres champ critiques des supraconducteurs à $T = 0$ K [Flük12, TiBr03].

Matériel	$\mu_0 H_c$ [T]	$\mu_0 H_{c1}$ [T]	$\mu_0 H_{c2}$ [T]
Pb	0,08	-	-
Al	0,01	-	-
NbTi	-	0,01	0,014
YBa ₂ Cu ₃ O ₇	-	0,24 [GCLR14]	140
MgB ₂	-	0,28 [CBCC03]	39
Nb ₃ Sn	-	0,017	25,5

1.2.6 La théorie BCS

En 1957, John Bardeen, Leon Cooper et John Robert Schrieffer ont décrit une théorie de la supraconductivité à un niveau microscopique. Ils ont expliqué que la théorie macroscopique pourrait être basée sur des « paires de Cooper » découverte par Leon Cooper en 1956.

On peut commencer par expliquer ce que sont les paires de Cooper. Cette théorie a été proposée en 1956 [Coop56]. Leon Cooper avait prévu que l'attraction entre des électrons, peut créer des paires d'électrons qui sont liées. L'énergie qui maintient ces paires d'électrons est faible et le réchauffement du supraconducteur peut facilement casser ce lien. Par conséquent, la supraconductivité apparaît généralement à basse température.

Une explication simple de la théorie BCS se base sur l'interaction entre les électrons et la structure cristalline. Si un électron passe à travers la structure cristalline, des ions positifs sont attirés vers lui. Les ions déplacés agissent sur l'électron suivant, et celui-ci est attiré. Ces électrons créent une paire de Cooper. La distance typique entre deux électrons est de plusieurs centaines nanomètres.

1.2.7 Les vortex

L'état mixte des supraconducteurs de type II, donne des développements intéressants. A. Abrikosov en 1957 a montré qu'un champ magnétique peut pénétrer un supraconducteur par des tubes de flux ou « vortex ». Cette condition est vraie lorsque le champ magnétique appliqué se situe entre H_{c1} et H_{c2} , quand il pénètre dans le supraconducteur. Ces vortex sont également appelés « fluxons » ou « Abrikosov vortex ». Le champ magnétique pénètre donc le supraconducteur à travers ces vortex qui sont des régions normales. Ces vortex apparaissent dans le supraconducteur sous forme de réseau d'Abrikosov, Ce comportement est une conséquence de la répulsion mutuelle des vortex.

Chaque vortex a son supra-courant qui circule perpendiculairement au champ magnétique externe. Ainsi, chaque vortex crée un champ magnétique dans la même direction que le champ externe. Les courants sont créés autour des régions normales, mais ils ne s'atténuent pas en raison de l'état supraconducteur. Un supra courant circulant produit un quantum de flux magnétique Φ_0 , par conséquent, un vortex dans le modèle d'Abrikosov est appelé fluxon. Si r est la distance entre le vortex et le point de mesure ou de calcul, le champ magnétique du vortex à côté du cœur du vortex ($r \leq \xi$) vaut :

$$\mathbf{B}(r) \approx \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_L^2} \ln \kappa \quad (1.4)$$

Le champ magnétique loin du cœur du vortex ($r > \xi$), peut être calculé à partir de :

$$\mathbf{B}(r) \approx \sqrt{\frac{\lambda_L}{r}} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_L}\right) \quad (1.5)$$

Ces deux équations sont valables pour des valeurs élevées de κ .

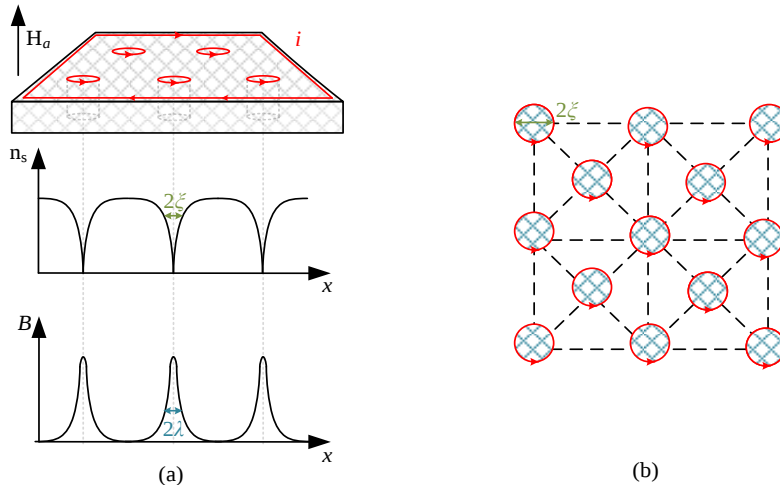


Figure 1.5. Les réseaux de vortex d'Abrikosov apparaissant dans un supraconducteur de type II, où : a) la longueur de cohérence ξ , est plus petite que la longueur de pénétration de London λ_L et b) réseau d'Abrikosov.

1.2.7.a Flux pinning

Les vortex sont bloqués dans leur mouvement par des défauts intentionnels ou non. Dans ce cas, nous parlons d'ancrage, en anglais, « pinning » des vortex. Lorsque l'on veut déplacer un vortex, une force est créée qui l'oblige à rester dans sa position initiale. Cette force est appelée la « Pinning Force » F_p .

On distingue deux types de force d'ancrage : l'une élémentaire f_p et l'autre macroscopique résultante des forces élémentaires F_p . La force élémentaire est orientée dans des directions différentes qui dépendent du centre d'ancrage et de la localisation de la ligne de flux. La force macroscopique résultante n'est pas constituée simplement de la somme des forces élémentaires. La relation entre les deux est complexe. La force élémentaire est réversible, contrairement à la force macroscopique résultante.

Les valeurs faibles de la force F_p sont créées par des f_p dirigés de manière aléatoire, qui s'annulent mutuellement. Pour une force F_p plus grand, le rapport entre les forces peut d'être écrire comme suit :

$$F_p = J_c \mathbf{B} \propto N_p f_p \quad (1.6)$$

où N_p est le nombre de centres de d'ancrage. L'estimation théorique de la force d'ancrage est faite par calcul de la force élémentaire f_p .

1.2.7.b Flux jumps

L'aimantation M des supraconducteurs peut changer brusquement et de manière incontrôlable lorsqu'un champ magnétique externe est appliqué. Un exemple d'hystérésis de supraconducteur est présenté sur la Figure 1.6. Si le champ magnétique appliqué augmente, l'aimantation peut rapidement tomber à zéro. Ceci est provoqué par des sauts de flux, qui s'appellent les « flux jumps ». On appelle saut de flux un déplacement brutal et soudain de l'ensemble des vortex. Supposons qu'un mouvement de vortex apparaisse, il est accompagné d'une dissipation d'énergie qui augmente la température localement. Ce réchauffement abaisse la force d'ancrage des vortex et le mouvement des vortex continue en produisant une dissipation d'énergie. Seul une disparition de la supraconductivité peut arrêter ce mouvement, ce que nous pouvons voir avec la chute rapide de l'aimantation. Il s'agit d'un effet d'avalanche.

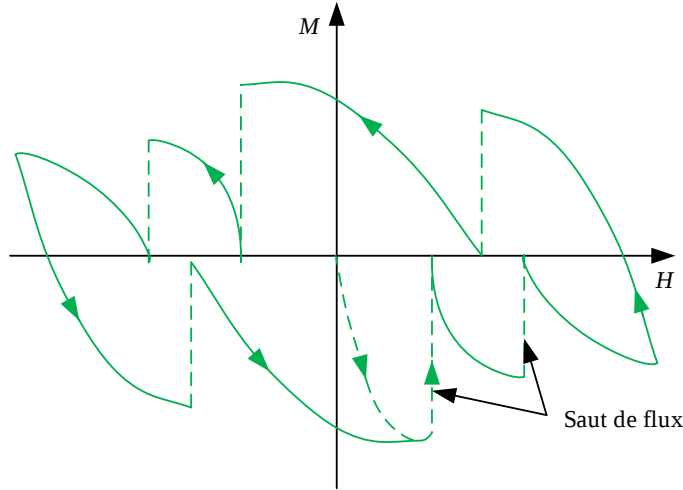


Figure 1.6. Exemple d'aimantation de supraconducteur. Les sauts de flux amènent soudainement l'aimantation à zéro.

1.2.8 Le mouvement de flux

Le mouvement de flux est le déplacement des vortex. Considérons une seule ligne du flux, qui pénètre un supraconducteur de type II représentée par une boule rouge dans la Figure 1.7. Lorsqu'un supraconducteur de type II est soumis à un champ magnétique, le courant d'écrantage produit la force de Lorentz $F_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$. Ensuite, on peut réécrire l'équation 1.6, c'est-à-dire la force d'ancrage macroscopique qui peut maintenir chaque vortex :

$$F_p = J_c \times \mathbf{B} \quad (1.7)$$

Des amplitudes différentes de ces forces F_L et F_p qui agissent sur les vortex peuvent provoquer leurs mouvements. Ensuite, la valeur de l'énergie qui maintient les vortex dans le supraconducteur peut être paramétrée par une certaine barrière énergétique U_0 . La probabilité du mouvement de flux est :

$$P = e^{\left(\frac{U(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T)}{k_B T} \right)} \quad (1.8)$$

où k_B est la constante de Boltzmann et T la température. L'augmentation de la température diminue la valeur de U_0 .

Les mouvements de flux sont montrés schématiquement sur la Figure 1.7. Les détails de chaque mouvement seront présentés dans les sections prochaines.

1.2.8.a Flux flow

Le mouvement lorsque la force de Lorentz F_L dépasse la force d'ancrage F_p s'appelle « flux flow ». Si le ratio F_L/F_p est supérieur à 1, le flux flow apparaît. Dans cette situation, les vortex se déplacent librement dans le supraconducteur, sans pratiquement aucune résistance [Seid15].

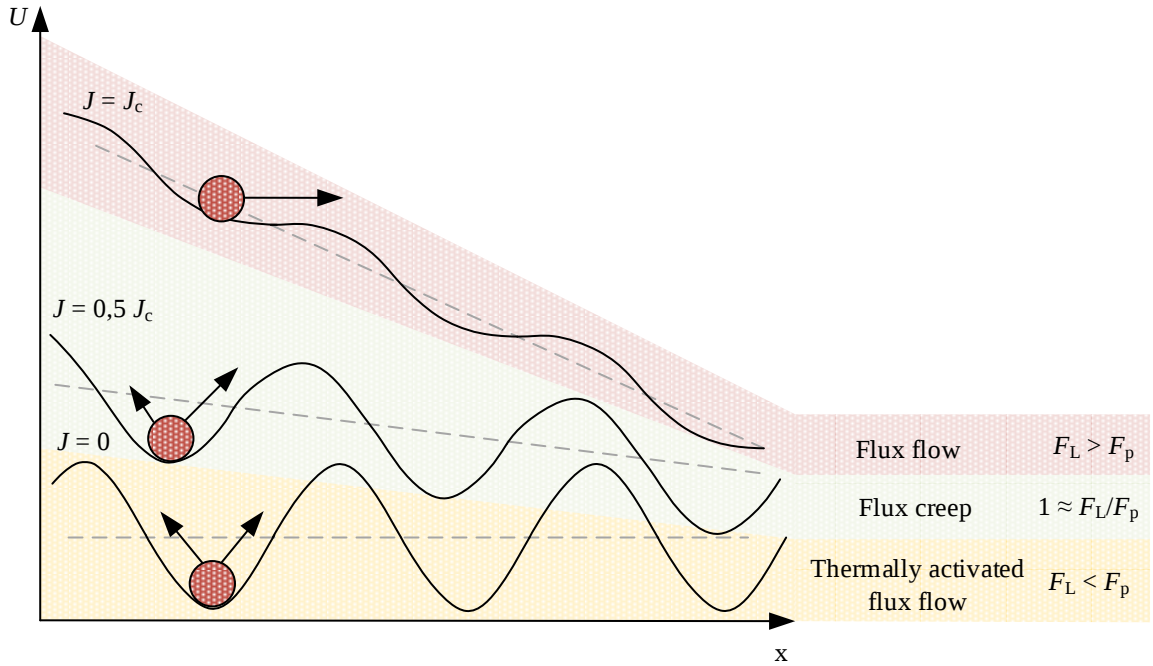


Figure 1.7. Les régimes du mouvement des flux [Seid15], ce schéma présente le potentiel d'ancrage des vortex qui dépend de F_L/F_p . La probabilité de saut de flux est plus grande avec une augmentation du rapport F_L/F_p , Cela est aussi visible sur des lignes pointillées. Si la pente est plus grande, la probabilité de saut augmente. Une boule rouge représente une seule ligne de courant.

1.2.8.b Flux creep

Le mouvement suivant se produit lorsque le rapport entre la force de Lorentz F_L et force d'ancrage F_p est d'environ 1. La probabilité de saut et donc de mouvement des vortex est plus faible que dans le cas d'un flux flow. Ce mouvement est également appelé « thermally activated flux flow » [Shea02].

1.2.8.c Thermally activated resistance

Dans le régime « thermally activated resistance », la force de pinning F_p est supérieure à la force F_L de Lorenz. Dans ce cas, même si une force de pinning F_p est élevée par rapport à la force F_L , il y a une probabilité faible qu'un saut de flux puisse se produire dans le supraconducteur [Seid15].

Dans la littérature, on trouve que le « flux creep » et « thermally activated resistance » peuvent être désignés par le terme « thermally activated flux flow » (TAFF) [Shea02].

Jusqu'à présent, nous avons présenté une description microscopique de base des supraconducteurs. Les phénomènes et les termes les plus importants ont été expliqués. Dans le prochain sujet, nous passerons à la description macroscopique.

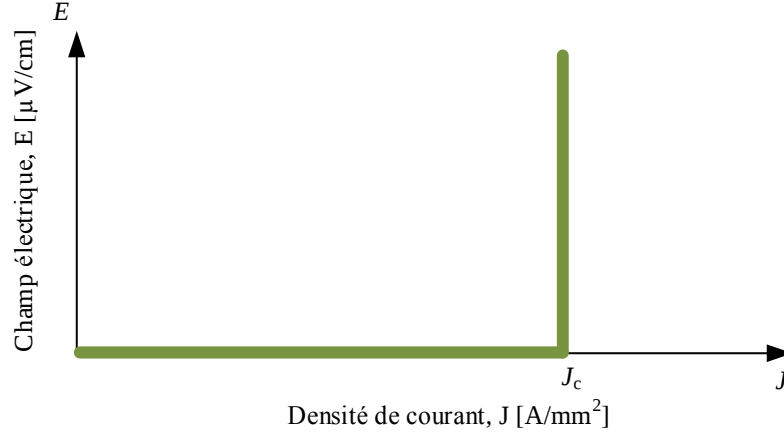


Figure 1.8. Représentation de la loi en puissance $E(J)$ basée sur le modèle de Bean dans les supraconducteurs.

1.2.9 Le modèle de Bean

Le modèle de Bean ou modèle d'état critique de Bean a été introduit en 1962 [Bean62]. Le modèle suppose que le courant, dans un matériau supraconducteur, ne peut prendre que deux valeurs, soit $\pm J_c$, soit 0. Le modèle de Bean permet dans de nombreux cas une bonne modélisation du comportement des SHT.

1.2.10 Le modèle de la loi puissance $E(J)$

Cependant, le modèle de Bean ne représente pas bien certains résultats expérimentaux. La loi en puissance $E(J)$ permet une modélisation plus fine des résultats expérimentaux. L'expression de la loi en puissance de $E(J)$ est la suivante :

$$\mathbf{E} = E_c \left(\frac{\|\mathbf{J}\|}{J_{c0}} \right)^n \frac{\mathbf{J}}{\|\mathbf{J}\|} \quad (1.9)$$

où $E_c = 1 \mu\text{V/cm}$ est la valeur du champ électrique critique qui est normalisée. La valeur de la densité courante critique J_{c0} est de l'ordre de quelques centaines A/mm^2 et dépend du supraconducteur. On retrouve le modèle de Bean en considérant $n \rightarrow \infty$ dans (1.9), la valeur de $n = 1$ transforme (1.9) en la loi d'Ohm.

Pour les supraconducteur n varie entre 5 et 50 [AiFu15], pour les pastilles YBCO, on trouve fréquemment la valeur $n = 21$ dans [AFUZ14, HoCC07, ZoZG15]. Si la valeur de n est très élevée, les résolutions numériques augmentent en complexité et en temps de calcul. Pour améliorer la qualité des résultats, des recherches étudient la dépendance des paramètres de la loi en en fonction de plusieurs facteurs comme le champ magnétique, la température ou les contraintes mécaniques. Nous présentons, dans les parties suivantes, plusieurs exemples de cette dépendance de la loi en puissance

1.2.11 Lois de comportement $E(\mathbf{J}, \mathbf{B})$

Dans le modèle de Kim [KiHS62], la dépendance de la densité de courant avec l'induction est magnétique est donné par la relation suivante :

$$J_c(\mathbf{B}) = J_{c0} \frac{B_0}{\|\mathbf{B}\| + B_0} \quad (1.10)$$

Par exemple dans [BLND07] pour le supraconducteur YBCO, $J_{c0} = 500 \text{ A/mm}^2$ et $B_0 = 0,5 \text{ T}$.

L'augmentation du champ magnétique diminue la densité de courant critique dans le supraconducteur. La dépendance du paramètre $n(\mathbf{B})$ avec le champ magnétique pour l'YBCO peut être exprimée par :

$$n(\mathbf{B}) = n_1 + (n_0 - n_1) \frac{B_0}{\|\mathbf{B}\| + B_0} \quad (1.11)$$

A la température de l'azote liquide nous avons les valeurs suivantes : $n_0 = 21$ et $n_1 = 5$ (sont respectivement la valeur n pour $\|\mathbf{B}\| = 0$ et $\|\mathbf{B}\| \gg B_0$) [BLND07].

La loi en puissance est donc sensible à la variation de l'induction magnétique :

$$\mathbf{E} = E_c \left(\frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c(\mathbf{B})} \right)^{n(\mathbf{B})} \quad (1.12)$$

1.2.12 Lois de comportement $E(\mathbf{J}, T)$

Dans la loi en puissance $E(\mathbf{J}, T)$, il y a une dépendance de la densité de courant avec la température. De la même manière l'exposant n dépend de la température. Voici un exemple de la loi en puissance $E(\mathbf{J}, T)$ [BLND07] :

$$\mathbf{E}(\mathbf{J}, T) = E_c \left(\frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c(T)} \right)^{n(T)} \quad (1.13)$$

La variation de courant en fonction de la température a été ajusté expérimentalement dans [ScHö02]. La densité de courant peut être exprimée comme suit :

$$J_c(T) = J_{c0} \frac{T_c - T}{T_c - T_0} \quad (1.14)$$

où pour l'YBCO $J_{c0} = 500 \text{ A/mm}^2$, $T_c = 92 \text{ K}$, $T_0 = 77,3 \text{ K}$.

La variation de l'exposant est la suivante :

$$n(T) = n_0 \frac{T_0}{T} \quad (1.15)$$

Donc, il y a une nécessité de résoudre l'équation de la chaleur avec les équations physiques.

1.2.13 Lois de comportement $E(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T)$

La loi en puissance $E(\mathbf{J})$ du champ magnétique et de la température du supraconducteur. La fonction $E(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T)$ dans [FuNa10, FuNF11, FuNO11, PaGl12, ZoZG15] est utilisé, elle a été ajusté à partir de l'aimantation de pastilles de GBCO, de SBCO et de YBCO. Des résultats expérimentaux ont été comparés avec la théorie. L'équation (1.10) est valable ici, mais J_{c0} est pas constant et dépend de la température :

$$J_{c0}(T) = \alpha \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \quad (1.16)$$

La valeur de α correspondant à la densité de courant critique sous champ nul et au zéro absolu de température. Pour l'YBCO, si on estime que le courant critique $J_{c0}(77 \text{ K}) = 100 \text{ A/mm}^2$, le paramètre α est égal à $610,09 \text{ A/mm}^2$. Pour l'YBCO, dans [PaGl12] $\alpha = 1000 \text{ A/mm}^2$ à une température de 40 K et dans [ZoZG15] $\alpha = 610 \text{ A/mm}^2$ à la température de 30 K. Pour le GBCO, dans [FuNO11] $\alpha = 460 \text{ A/mm}^2$ à une température de 40 K.

Ensuite, la fonction $E(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T)$ peut être réécrite de la manière suivante :

$$E(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T) = E_c \left(\frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c(T, \mathbf{B})} \right)^n \quad (1.17)$$

où le paramètre n est constant, et compris entre 8 et 21 [FuNa10, FuNF11, FuNO11, PaGl12, ZoZG15]. La valeur de n varie en fonction du matériau supraconducteur, de sa qualité.

1.2.14 SHT pour des applications

Les « supraconducteurs à haute température critique » (SHT), qui sont des supraconducteurs de type II ont une température critique élevée ce qui simplifie leur utilisation. Ceux-ci ont été découverts par Bednorz et Müller en 1986. Ils recherchaient la supraconductivité dans les céramiques, qui ont dans leur structure du cuivre et de l'oxygène. Ce type de supraconducteur peut être refroidi par de l'azote liquide à la place de l'hélium liquide ce qui simplifie leur usage. La définition de SHT est généralement réservée aux supraconducteurs ayant un T_c au-dessus de la température de l'azote liquide.

On trouve plusieurs types de supraconducteurs à haute température critique qui sont basés sur des structures à base d'oxyde de cuivre. Les supraconducteurs BSCCO, YBCO, ou plus généralement REBCO sont utilisés dans les applications électriques en raison de leurs propriétés intéressantes.

Le supraconducteur YBCO est composé d'oxyde de baryum, de cuivre et d'yttrium, il a été découvert par Johannes Georg Bednorz et Karl Alexander Müller [BeMü86]. Dans [FMGY92], les auteurs prédisent que le supraconducteur YBCO, a une densité de courant critique supérieure à 100 A/mm^2 à 77 K sous 1 T.

1.3 Aimantation des pastilles SHT

Lorsque l'on place des supraconducteurs dans un champ magnétique variable, en raison de la loi de Lenz, des courants d'écrantage sont induits. Nous supposons que ces courants sont toujours orientés perpendiculairement au champ appliqué. Considérant une plaque supraconductrice et le modèle de Bean qui est présenté dans la section 1.2.9, nous pouvons expliquer le principe de l'induction de courants.

La plaque supraconductrice avec un champ appliqué H_{app} est représentée sur la Figure 1.9. La plaque est infiniment longue dans les directions y et z , son épaisseur est égale à $2a$. Le champ appliqué H_{app} est parallèle à l'axe y . Considérant ce modèle, le courant induit à une direction parallèle à l'axe z et on peut écrire que $d_x H_{app} = \pm J_y$.

Considérons une situation où l'on fait varier l'amplitude du champ H_{app} , comme sur la Figure 1.10. La valeur H_p est appelée « champ de pénétration complète ». Ensuite, J_c détermine la valeur maximum du courant d'écrantage qui peut circuler dans un supraconducteur. Dans la Figure 1.10a ou H_{app} est inférieur à H_p , des courants d'écrantage pénètrent partiellement.

Quand l'amplitude du champ appliqué H_{app} est égale H_p , les courants d'écrantage pénètrent complètement le supraconducteur, voir la Figure 1.10b. Comme présenté dans la Figure 1.10c, l'augmentation H_{app} ne change pas la valeur J_c et son aimantation H_m . Examinons maintenant la diminution du champ H_{app} . Les courants induits commencent à changer de direction en raison de la diminution de H_{app} , comme le montre la Figure 1.10d. Si le champ H_{app} continue à diminuer (Figure 1.10e), le courant circule dans une direction opposée à celle du début (Figure 1.10b). En fait, à cause de l'aimantation H_m dans le supraconducteur, même si la quantité de courant circulant est la même que dans la Figure 1.10e, la distribution du champ magnétique dans le supraconducteur est différente. Sur

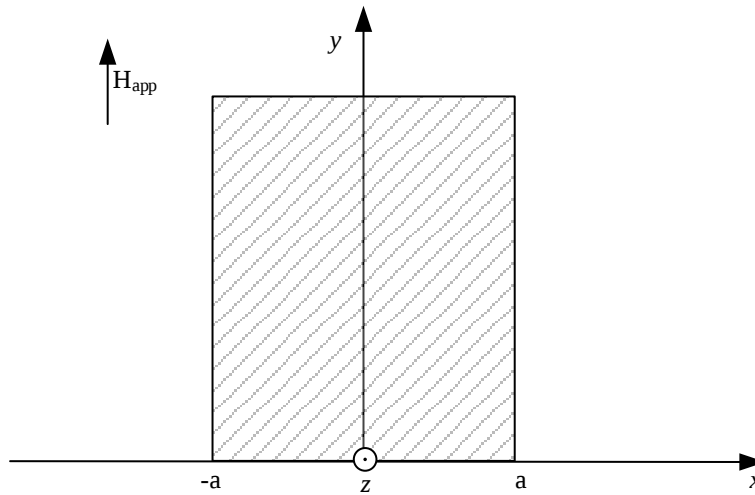


Figure 1.9. Schéma d'une plaque supraconductrice infiniment longue dans les directions y et z . L'épaisseur totale est égale à $2a$ dans la direction x .

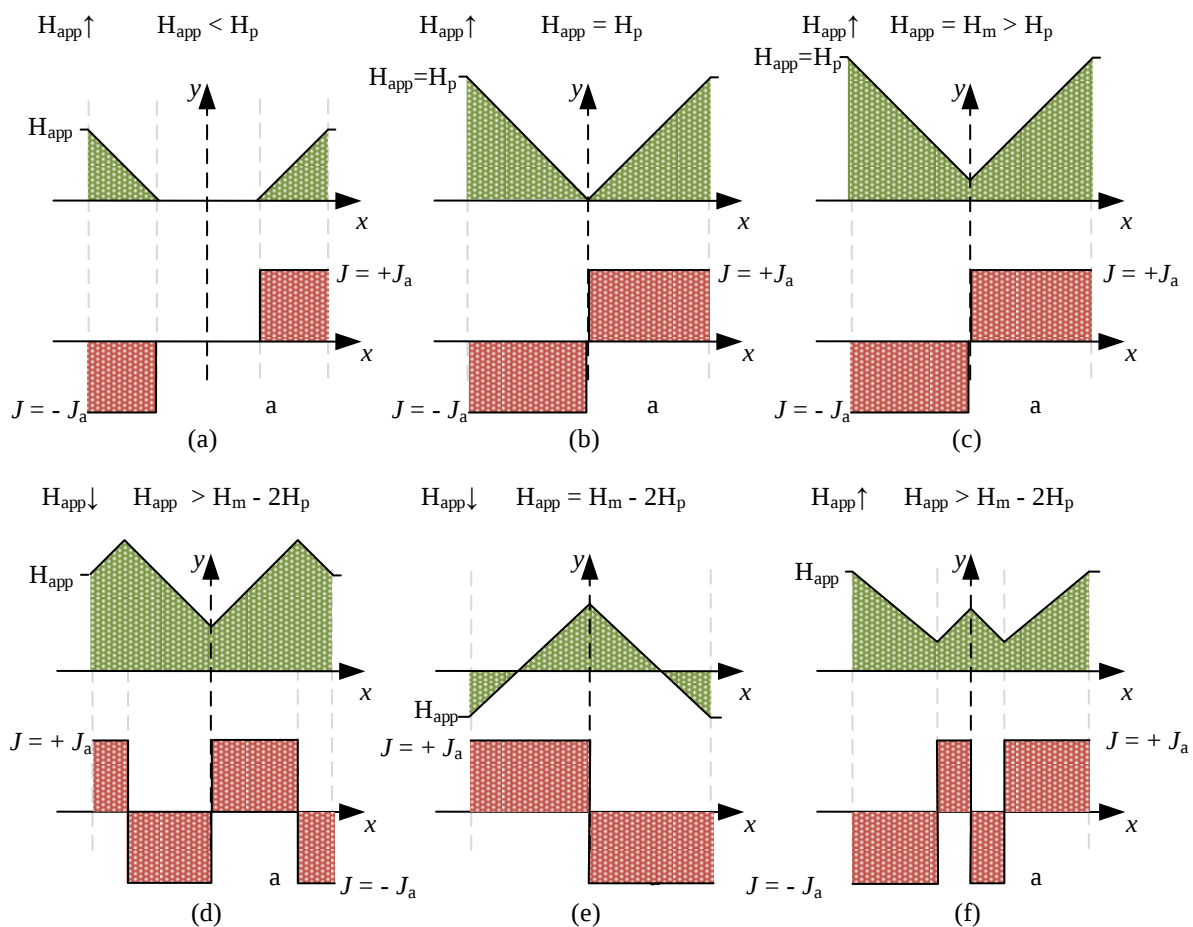


Figure 1.10. Distribution du champ magnétique et de la densité courant dans une plaque supraconductrice.

la Figure 1.10f nous voyons la réémergence du champ appliqué H_{app} , qui force un changement dans le sens du courant provenant de l'extérieur de la plaque.

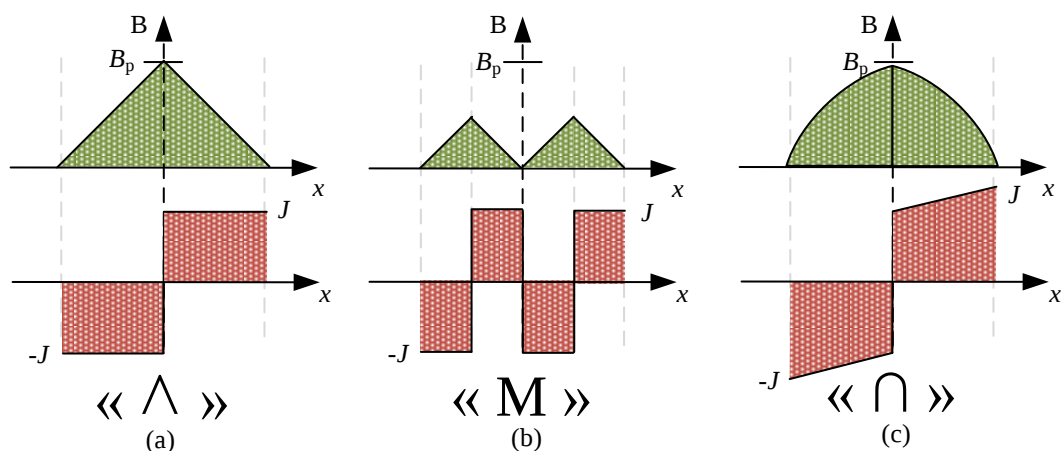


Figure 1.11. Trois formes possibles de champ magnétique piégé dans un supraconducteur : (a) forme conique Λ , (b) forme de M et (c) en forme de pont $\cap$. Les formes Λ et $\cap$ sont obtenues lorsque le supraconducteur est complètement pénétré.

Considérons ici la forme du champ magnétique piégé B_p dans un supraconducteur. Les trois formes trouvées dans la littérature sont présentées dans la Figure 1.11. Sur la Figure 1.11a, nous avons une forme conique « $\wedge$ » qui est obtenue par aimantation complète d'un supraconducteur. La forme de la trajectoire du champ magnétique piégé est celle d'un « M », comme le montre la Figure 1.11b. Si le supraconducteur n'a pas été entièrement pénétré, le champ magnétique piégé ressemblera à la lettre M sous une forme similaire. Le troisième cas, la Figure 1.11c, montre le champ piégé dans un supraconducteur en forme de « $\cap$ ». En raison d'un champ magnétique plus faible et de la dépendance en champ magnétique de la densité de courant critique, les régions externes du supraconducteur ont une valeur de densité de courant critique plus élevée. Dans la suite du travail, nous ferons référence aux formes représentées du champ magnétique piégé B_p en utilisant le symbole approprié. Lorsqu'on envisage l'utilisation potentielle des supraconducteurs dans les machines synchrones, le champ magnétique piégé idéal serait de forme sinusoïdale ce qui apporte la douceur de fonctionnement de la machine [ZFLC05]. Ainsi, la forme du champ magnétique piégé en « $\cap$ » est plus attrayante que celle en forme « $\wedge$ ».

On peut conclure qu'une variation du champ magnétique génère toujours des courants induits dans les supraconducteurs et produisent son aimantation. Pour cette raison, les supraconducteurs sont aussi appelés cryoaimant et peuvent être utilisé en remplacement directement des aimants permanents classiques dans les machines électriques pour augmenter le couple électromagnétique.

Il existe plusieurs techniques d'aimantation des SHT : le « Field Cooling » (FC), le « Zero Field Cooling » (ZFC), et le « Pulsed Field Magnetization » (PFM). Ces techniques sont expliquées ci-dessous, en outre, on a ajouté une technique qui est connue comme « Flux pumping ». La dernière section 1.3.4 est consacrée aux autres techniques qui améliorent le champ piégé qui sont généralement basées sur un abaissement de la température ou la concentration du champ magnétique pendant l'aimantation.

La comparaison entre les aimantations FC, ZFC et PFM illustré Figure 1.12. Dans le ZFC, le supraconducteur est refroidi jusqu'à sa température critique hors du champ magnétique tandis que dans le FC le supraconducteur est refroidi jusqu'à sa température critique sous un champ magnétique. L'idée de la PFM est différente, elle est basée sur une ou des impulsions de champ magnétique, une explication détaillée est donnée dans les sections 1.3.1, 1.3.2 et 1.3.3.

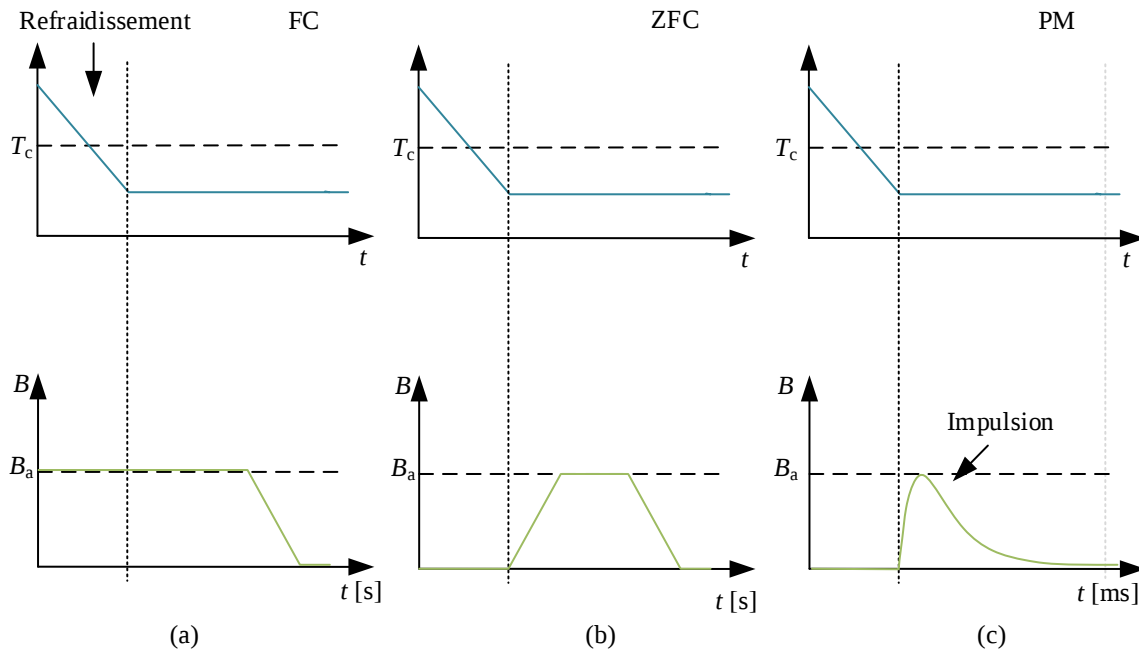


Figure 1.12. Distribution du champ magnétique et de la densité courant pendant l'aimantation par FC, ZFC et PFM technique.

1.3.1 Le refroidissement sous champ ou « Field Cooling » (FC)

Dans le refroidissement sous champ, un champ magnétique extérieur est appliqué et le supraconducteur est refroidi jusqu'à ce que la température soit inférieure ou égale à T_c . Après, le champ magnétique est réduit et des courants sont induits, voir Figure 1.13.

L'aimantation par refroidissement sous champ, comparée aux autres méthodes, permet d'obtenir le maximum de champ piégé [DDJA14, Zhan19]. Dans [DDJA14], les auteurs ont rapporté 17,6 T de champ piégé dans une pastille GdBCO, autour de la température 30 K. Pour obtenir cette valeur de champ piégé, il faut un champ magnétique appliqué décroissant lentement, ce qui est possible avec cette technique. Dans [NaFA19], le supraconducteur YBCO est aimanté à 22 T par la FC technique, le temps de décroissance du champ magnétique appliqué est de 0,2 T/min.

Cette faible variation du champ appliqué limite l'augmentation de la température dans le supraconducteur. Malheureusement, le dispositif expérimental nécessaire pour le FC est plus grand que pour la méthode d'aimantation de type PFM, ce que limite cette technique pour les applications [FTFO06, FTKH08, IKS08].

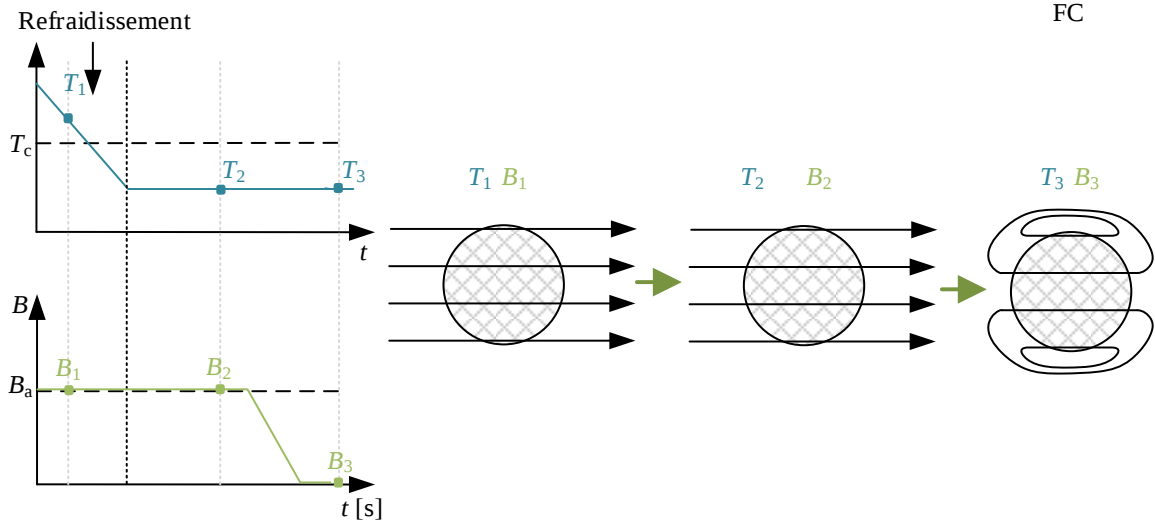


Figure 1.13. Exemple aimantation de traitement par FC. Le champ magnétique est appliqué avant atteint la température T_c de supraconducteur.

1.3.2 Le refroidissement sous champ ou « Zero Field Cooling » (ZFC)

Le concept de cette aimantation est basé sur l'application du champ magnétique après le refroidissement du supraconducteur. Les étapes d'aimantation par ZFC sont présentes sur la Figure 1.14. Cette technique n'est pas beaucoup utilisée pour l'aimantation de supraconducteurs car la méthode FC est plus efficace et le dispositif expérimental nécessaire pour ces deux techniques est approximativement le même. Cependant, l'application de la technique ZFC pour la aimantation des supraconducteurs est décrite dans [NZCR15, OKYU92, TNNM91]. La technique ZFC a été proposé comme un alternative pour les systèmes de lévitation magnétique utilisant des supraconducteurs SHT [CoDe12, FMSC16] ou dans le système avec des paliers magnétiques basée sur le NdFeB [ALCM17].

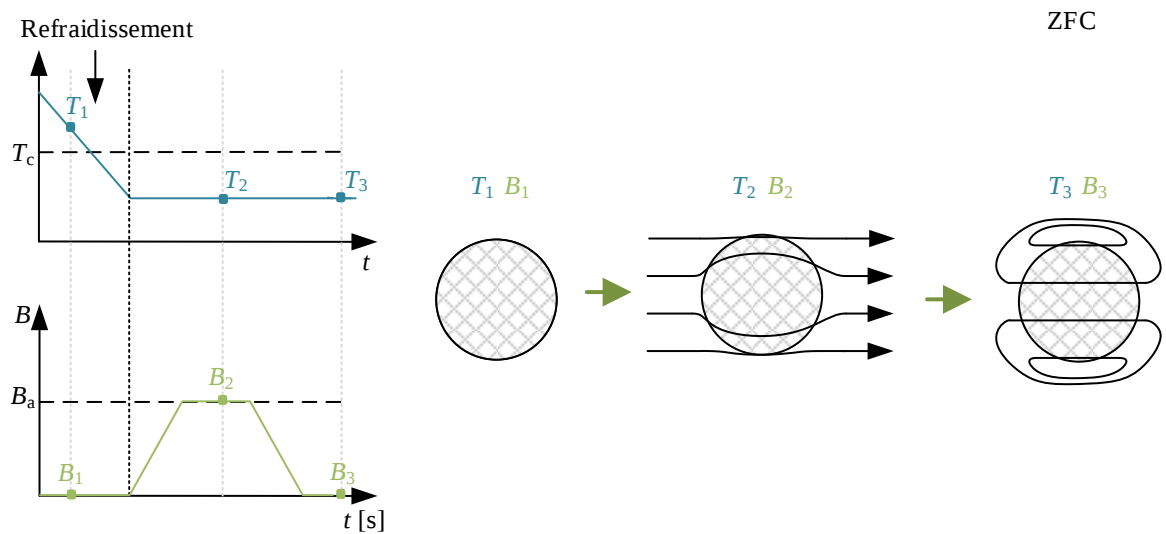


Figure 1.14. Exemple d'aimantation par ZFC. Le champ magnétique est appliqué après avoir atteint la température du supraconducteur T_c .

1.3.3 Aimantation par champ impulsif ou « Pulse Field Magnetization » (PFM)

Les techniques d'aimantation présentées dans cette section sont basées sur l'impulsion d'un champ magnétique externe et sont plus pratiques que les méthodes FC et ZFC [MOIY98]. Nous allons utiliser l'acronyme PFM lorsque nous ferons référence à l'aimantation par un champ impulsif dans cette thèse. Les bobines pour une impulsion de champ magnétique sont plus compactes qu'avec les méthodes FC ou ZFC. Principalement, nous devons avoir un système suffisamment puissant qui peut générer un champ magnétique de plusieurs teslas. Si l'on considère une application de type moteur électrique avec des aimants supraconducteurs, la bobine d'aimantation n'est nécessaire que pour magnétiser les supraconducteurs et ne doit pas faire obligatoirement partie de la machine. Une autre possibilité est que l'induit de la machine puisse aimanter les pastilles supraconductrices, ce qui est presque impossible avec les techniques FC et ZFC en raison de la taille des bobines nécessaire pour l'aimantation. Cependant, la variation rapide du champ magnétique lors d'impulsion génère de la chaleur dans le supraconducteur, contrairement aux méthodes ZFC et FC. Cette énergie dissipée cause une augmentation de la température préjudiciable aux performances.

Tous les types de méthodes PFM se basent sur la décharge d'un condensateur, mais, chaque méthode utilise une approche différente, c'est-à-dire l'amplitude maximale du champ magnétique, le nombre d'impulsions de champ externe, la durée des impulsions ou la température de refroidissement des supraconducteurs peuvent être différents.

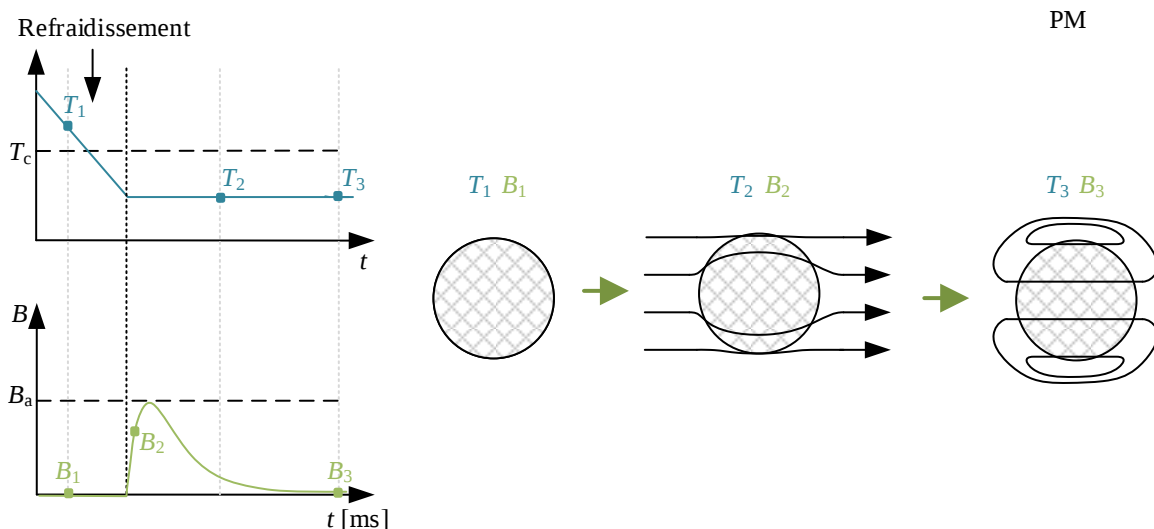


Figure 1.15. Exemple d'aimantation par PFM. Le champ magnétique est appliqué après avoir atteint la température critique du supraconducteur T_c , avec une durée n'excédant pas plusieurs millisecondes.

1.3.3.a S-PFM ou single PFM

Une unique impulsion de champ magnétique est la méthode de PFM la plus simple et la plus rapide. L'influence sur la forme du champ magnétique piégé dépend de la valeur maximum du champ externe, mais également de la durée de l'impulsion ou de la température du supraconducteur. Les résultats avec une seule impulsion de champ est montrée dans la référence suivante : [MOIY98]. Dans cet article, une aimantation d'un YBCO à la température 77 K a été réalisée avec un champ piégé maximal d'environ 0,3 T. La pastille YBCO avait 34 mm de diamètre et 14 mm d'épaisseur. Il a été constaté que la pénétration complète se produisait sous une impulsion de champ magnétique d'une valeur maximale de 1,9 T. La forme du champ piégé était celle d'un cône $\wedge$. Cette forme indique que le supraconducteur a été entièrement pénétré, ce qui est confirmé avec la Figure 1.10, où le processus d'aimantation avec le modèle Bean est illustré. En dessous et au-dessus du champ magnétique appliqué 1,9 T, le champ piégé est plus petit. Nous avons ici l'importante conclusion que, l'augmentation du champ magnétique appliqué n'apporte pas nécessairement de meilleurs résultats. Cette condition est particulièrement évidente lorsque l'augmentation de la valeur maximale du champ magnétique appliqué est associée à une augmentation de la vitesse de variation de champ appliqué $d_t B_{app}$.

Une modification du système pour diminuer la valeur $d_t B_{app}$ peut augmenter le champ piégé. Une comparaison est montrée dans [ItMi96] où la pastille d'YBCO de 34 mm de diamètre et de 14 mm d'épaisseur a été aimantée par un champ magnétique appliqué avec des temps de montée de 0,8 et 2,4 ms. Cela a contribué à un changement plus faible de la température du supraconducteur, pour une impulsion de 5 T, le ΔT a diminué de 1 K. Néanmoins, cela n'a pas amélioré de manière significative le champ magnétique piégé. Pour une même valeur du champ magnétisant, la méthode FC a permis de piéger 25% de champ magnétique en plus, soit 0,37 T. L'impulsion trois fois plus lente générerait encore trop de chaleur au fil du temps pour augmenter significativement le champ magnétique piégé.

La réduction du temps de montée $d_t B_{app}$ contribue à développer une nouvelle approche du système qui alimente la bobine d'aimantation l'on appelle « Waveform Control Pulse Magnetization » [ISOW16]. Ce système est basé sur le contrôle de la forme de l'impulsion magnétique en connectant des condensateurs chargés à différents moments.

La valeur initiale de la température du supraconducteur affecte de manière significative le courant critique dans la pastille. La dépendance en température de champ piège peut être trouvées dans [YIYO98]. La température de la pastille YBCO a été fixée, par un système de réfrigération cryogénique, à 35 K, 49 K, 63 K et 77 K. La pastille avait 35,5 mm de diamètre et 14 mm d'épaisseur. Le plus grand champ B_{pmax} piégé, égal à 1,42 T, a été obtenu à 35 K. D'autre part, le supraconducteur à 77 K avait un champ piégé $B_{pmax} = 0,5$ T. On peut dire que la température initiale influence fortement le courant maximal J_c et donc le champ magnétique piégé dans le supraconducteur.

1.3.3.b Impulsions multiples

Le phénomène de répétition d'une seule impulsion de champ définit un système à impulsions multiples, « Multi Pulse » (MP). Le principe de MP est basé sur le maintien de la température initiale du supraconducteur et la répétition de l'impulsion de champ appliqué. Dans [SSKK00], les auteurs ont magnétisé un supraconducteur par des impulsions magnétiques de différentes amplitudes. L'échantillon était d'environ 29,5 mm d'une hauteur 16 mm. Les pastilles d'YBCO ont été magnétisées aux températures initiales de 60 K et 70 K, avec cinq impulsions de valeur de champ maximale : 1 T, 1,5 T, 1,9 T, 1,9 T et 1,9 T. À 60 K, le B_{pmax} était d'environ 0,225 T, et à 70 K, le B_{pmax} est d'environ 0,190 T. L'application des trois dernières impulsions de même amplitude a augmenté le B_{pmax} .

Enfin, notre conclusion à ce stade permet d'indiquer que la répétition des impulsions de champ affecte positivement le champ piégé.

1.3.3.c IMRA ou A-PFM

La technique suivante est appelée méthode « Iteratively Magnetizing Reduced Amplitude » (IMRA) ou « Advanced Pulsed Field Magnetization » (A-PFM). Dans la littérature, plusieurs articles utilisent généralement plus le nom IMRA et nous continuerons également avec cette notation [FYON03, IYI02a, MOIY98, YIYO00, YIYO98]. Les techniques IMRA et MP utilisent la répétition du champ magnétique appliqué avec une température constante, mais dans la méthode IMRA les impulsions de champ magnétiques ont une amplitude décroissante. L'idée dans cette technique, est d'aimanter le centre de la pastille avec la première impulsion. Ensuite, en raison de la génération d'une chaleur plus grande à l'extérieur de la pastille, chaque impulsion compense le flux perdu en raison de la chaleur dissipée. Cette méthode est plus intéressante lorsque la température du supraconducteur est inférieure à celle de l'azote liquide car la probabilité de saut de flux est plus élevée (voir l'équation (1.8)) [IYI02b]. Dans [MOIY98] on peut trouver la comparaison du champ piégé dans une pastille YBCO entre S-PFM et IMRA pour différentes températures comprises entre 30 et 77 K. Plus la température est basse, plus B_{pmax} augmente. A la température 30 K le B_{pmax} vaut 2,1 T avec la méthode IMRA et 1,6 T avec la méthode S-PFM. A la température 77 K la différence des B_{pmax} entre les deux techniques n'est pas visible et le champ piégé vaut environ 0,5 T. Dans [YIYO00], une pastille ReBCO de 36 mm de diamètre et 16 mm d'épaisseur est aimanté à la température de 30 K. Le B_{pmax} vaut 3,8 T à la température 30 K.

1.3.3.d MMPSC

Commençons par expliquer une technique appelée « Multi-Pulse with Step Cooling » (MPSC). Elle consiste à produire plusieurs impulsions de champ magnétique en contrôlant le changement de température du supraconducteur. Plus précisément, après quelques impulsions, le supraconducteur est refroidi à une température plus basse qu'auparavant, puis d'autres impulsions de champ magnétique sont appliquées et le processus est répété. Le courant critique est ainsi augmenté en abaissant la température du supraconducteur. En fait, cette méthode est une extension de la technique MP avec une

manipulation supplémentaire de la température. Dans cette technique, les impulsions de champ magnétique sont les mêmes après chaque refroidissement.

Avec cette méthode a été obtenu le record de champ piégé par les techniques d'impulsion [FTFO06]. La technique « Modified Multi-Pulse with Step Cooling » (MMPSC) est basé sur le MPSC, mais avec la possibilité de modifier chaque impulsion. C'est-à-dire que dans le système, on a la possibilité de modifier la température du supraconducteur, le nombre d'impulsions appliquées ainsi que leur forme (dB_{app} et valeur maximale B_{max}). Donc, comme dans la méthode MPSC, le supraconducteur est refroidi et donc le courant critique augmente. Après refroidissement, ils ont appliqué comme précédemment des impulsions pour obtenir un champ piégé final en forme $\wedge$. C'est la première technique qui utilise les sauts de flux pour améliorer un champ piégé. Cette approche consiste à créer d'abord un champ magnétique piégé en forme M et ensuite, après avoir appliqué d'autres impulsions de champ magnétiques, à obtenir un champ magnétique piégé en forme $\wedge$. Après avoir obtenu un champ en forme de M, le supraconducteur est refroidi, ce qui augmente la probabilité de saut de flux. Ensuite, l'application de l'impulsion suivante provoque dans la première phase une induction de courant dans le supraconducteur dans une direction telle qu'une force agit sur les vortex existants qui les pousse vers l'intérieur. Ces vortex restent là, et de cette façon nous pouvons obtenir un champ magnétique piégé plus grand.

Les techniques MPSC et MMPSC ne diffèrent que par la modification de l'amplitude de l'impulsion du champ magnétique. Nous avons trouvé un seul article où MPSC est utilisé [KaFu01]. Les noms de ces techniques sont souvent utilisés de manière interchangeable [YoON11]. Par conséquent, dans ce travail, nous ne considérerons que la méthode de MMPSC.

Le record d'un champ piégé basé sur les méthodes impulsionnelles est 5,20 T et en utilisant un disque GdBaCuO de 45 mm de diamètre et 15 mm d'épaisseur fabriqué par Nippon Steel [FTFO06]. Au total, quatre impulsions de champ magnétique ont été utilisées pour l'aimantation. Les deux premières impulsions ont été appliquées à 47 K avec un champ maximal de 4,80 T. Ensuite, deux impulsions à 28 K, avec un champ maximum d'environ 6,5 T. Dans [FTKH08] le même nombre d'impulsions a été appliqué à une pastille GdBaCuO avec un diamètre de 65 mm et une hauteur de 18 mm. Le champ magnétique piégé est passé d'une forme M à une forme $\wedge$ lors de l'aimantation. Le champ a été piégé avec $B_{pmax} = 3$ T à une température finale de 40 K. En comparaison, la même pastille dans [FTKH07] a été aimantée par le S-PFM à 40 K. Le champ piégé avait une valeur maximale de 1,9 T et était en forme de M, ce qui représente une diminution de plus de 30% par rapport à la méthode MMPSC.

1.3.3.e MMPSC + IMRA

La dernière technique est la méthode hybride - combinant les deux techniques MMPSC et IMRA, présenté dans les références suivantes [FHNY09, ZIMF12]. Après une aimantation MMPSC, pour améliorer le flux total piégé, une aimantation de type IMRA est réalisée. L'utilisation de la technique IMRA après le MMPSC, augmente la quantité de flux dans un supraconducteur. Dans [FHNY09], le supraconducteur GdBaCuO d'un diamètre de 45 mm et d'une épaisseur de 15 mm est considéré. L'aimantation MMPSC a été réalisée à la température 70 K et après à 30 K avec deux impulsions 3,30 T et deux impulsions à 6,30 T. Ensuite, l'aimantation IMRA a été réalisée à la température de 30 K avec 9 impulsions de 6,01 T à 3,58 T. La comparaison entre les méthodes MMPSC et MPSC + IMRA est présentée. La différence entre le champ maximal piégé n'est pas significative, et $B_{pmax} = 3,1$ T a été obtenu pour les deux techniques. Mais la quantité de flux total Φ_T a augmenté après l'IMRA, passant de 1,64 mWb à 2,51 mWb. La forme finale du champ magnétique piégé peut prendre la forme d'un $\cap$.

1.3.4 Les autres techniques qui améliorent le champ piégé

L'autre technique qui améliore le champ piégé et qui ne se concentre pas sur le matériau supraconducteur lui-même, est un ajout d'une pièce de fer dans le système. Elles sont placées généralement en dessous ou au-dessus de la pastille [YoOk20a, YoOk20b]. Ces solutions qui augmentent le champ piégé sont relativement peu coûteuses. Le travail de K. Yokoyama et T. Oka [YoOk20b] présentes l'influence deux noyaux de fer en forme du disque avec un diamètre $\varnothing = 64$ et 80 mm et d'épaisseur de 47 mm pour les deux, le fer était retiré avant chaque mesure. Le supraconducteur GdBaCuO avait un diamètre de 60 mm et une épaisseur de 20 mm. Les auteurs ont indiqué que le fer de plus grande taille affectait le retard du champ magnétique produit par le magnétiseur. On peut voir que quelle que soit la forme du fer, le champ piégé n'est pas supérieur à 2,2 T

La discussion précédente a concerné les fers en forme de disque, dans [YoOk20a], les mêmes auteurs ont également examiné d'autres formes pièces ferromagnétique, c'est-à-dire un disque, un anneau et une croix [YoOk20b]. Les températures sélectionnées sont : 20 K, 30 K, 40 K et 50 K. Le supraconducteur GdBaCuO a un diamètre de 60 mm et une épaisseur de 20 mm, et a été magnétisé par la méthode des impulsions S-PFM. L'anneau de fer a piégé le plus petit champ magnétique. Le dégagement de chaleur le plus important lors de l'aimantation s'est produit pour le fer en forme de croix. Quelle que soit la forme du fer, le champ piégé n'est pas supérieur à 2,2 T. Comme les auteurs l'ont dit, il y a un besoin d'optimisation supplémentaire de la forme du fer pour augmenter le champ magnétique piégé.

Le travail de T. Hirano et al. [HTNN20] présente l'exemple d'un anneau supraconducteur avec un noyau de fer au milieu. Une pastille de MgB₂ (60 mm de diamètre et 20 mm de hauteur) à 20 K est aimanté par double impulsion champ (M-PFM) a piégé un champ magnétique de 1,6 T. Le noyau ferromagnétique avait 20 mm de diamètre et 20 mm de hauteur. À titre de comparaison, sans le fer,

le supraconducteur a été aimanté par FC jusqu'à 1,57 T à la température de 20 K. On peut constater que la valeur du champ piégé ne dépasse pas le champ de saturation du fer. Comme les auteurs le signalent, la présence d'un noyau fer dans l'anneau supraconducteur a changé son comportement dans le système. Par conséquent, la distorsion du champ magnétique produit par la bobine est modifiée en présence de fer, par rapport à la situation où seul le supraconducteur lui-même est présent dans le système.

L'utilisation d'un noyau de fer donne de meilleurs résultats, mais cette méthode peu coûteuse a ses limites. Le fer introduit dans le système peut limiter l'accès physique au supraconducteur et introduit également une masse supplémentaire. De plus, il est aussi nécessaire de refroidir le fer. En outre, il faut se rappeler que le fer a ses limites en termes de saturation magnétique.

L'autre solution connue, un anneau métallique placé autour de la pastille, est largement utilisé [FHNY09, FTFO06, FTKH08, FYKO05, ZIMF12]. La fonction principale est de renforcer mécaniquement le supraconducteur. De plus, la chaleur générée commence à apparaître à l'extérieur de la pastille, et un anneau métallique supplémentaire peut absorber une partie de la chaleur due aux courants de Foucault pendant l'aimantation. Cette solution est présente dans [FYKO05], où les auteurs ont fait la comparaison entre des anneaux d'acier inoxydable (SUS), d'aluminium (AL) et d'acier inoxydable et d'aluminium (W) en termes de distribution de la température. Tous les anneaux ont une épaisseur de 4 mm et une hauteur de 15 mm. Cinq impulsions magnétiques externes d'une amplitude maximale de 4,7 T ont été appliquées à 40 K. Le supraconducteur, pastille SBCO de 45 mm de diamètre et de 15 mm est aimanté. Si l'on considère la répartition de la température dans le supraconducteur, c'est l'anneau W qui a le mieux dissipé la chaleur. La différence de température entre le système (W) et le système (AL) était de 5 K. Par rapport au supraconducteur seul, l'utilisation d'un anneau en W autour du supraconducteur a permis d'augmenter le champ magnétique piégé de plus de 10 %. Le champ magnétique final piégé était de $B_{pmax} = 2,95$ T. En outre, le flux magnétique Φ_T a été augmenté de 20 %.

Comme nous l'avons mentionné, supprimer cette dissipation d'énergie pendant l'aimantation peut augmenter le champ magnétique piégé. Cette idée était appliquée dans [ToMu03], où un imprégné de résine et enveloppé de fibres de carbone est présenté. La résine pénètre dans les fissures du supraconducteur et la fibre de carbone aide à évacuer la chaleur pendant l'aimantation par FC. Par ailleurs, celle-ci améliore la résistance mécanique de pastille. En outre, la pastille a un trou au milieu rempli avec de résine. L'idée d'une meilleure dissipation de la chaleur en faisant des trous dans le supraconducteur a également été adaptée dans [BPHK14] à une pastille YBCO avec un diamètre de 16 mm et une hauteur de 19,5 mm. Des fils de cuivre ont été insérés dans les trous. L'échantillon comportait un total de 55 perforations d'un diamètre compris entre 0,58 mm et 0,42 mm. L'échantillon a été aimanté à l'aide des techniques MPSC et IMRA. Après la première impulsion de 3,6 T à la température de l'azote liquide a été enregistrée augmentation de B_{pmax} de 15 %. Néanmoins, après le processus complet d'aimantation, aucun effet majeur des trous sur l'augmentation du B_p dans le supraconducteur n'a été observé. D'autres chercheurs ont rempli les trous dans la pastille YBCO avec

de la poudre ferromagnétique [LFCA10]. Deux échantillons sont considérés avec un diamètre de 16 mm et une hauteur de 10 mm. L'échantillon A a des trous de 0,8 mm de diamètre, tandis que l'échantillon B a des trous de 0,35 mm de diamètre. Le nombre de trous est de 55 dans les deux échantillons. Le supraconducteur est magnétisé par ZFC à 77 K. Le champ magnétique appliqué a varié entre -1,5 T et 1,5 T, à une vitesse de 5 mT/s. En raison de la plus grande quantité de fer dans l'échantillon A, l'effet sur la caractéristique d'aimantation est plus important. Le remplissage des trous avec du fer a fait passer le B_{pmax} de 0,303 T à 0,406 T dans l'échantillon A. En revanche, pour l'échantillon B, la B_{pmax} est passée de 0,176 T à 0,194 T.

Dans littérature, il existe d'autres techniques qui améliorent plus ou moins le champ magnétique. Un exemple intéressant est présenté [GBDK15], où un noyau de fer est utilisé pour l'aimantation de l'YBCO. L'idée derrière cette méthode est de tirer profit de la perméabilité magnétique du fer afin que le champ puisse pénétrer plus facilement dans le supraconducteur. Le champ piégé final était de 36 % plus élevé qu'une aimantation sans noyau de fer et était égale 0,85 T à la température 77 K. De plus, en raison de la concentration de champ magnétique par le noyau, le courant qui est nécessaire pour obtenir la même impulsion de champ magnétique est 43 % inférieur à sa valeur sans le noyau de fer. Le champ appliqué n'a pas dépassé les 1,79 T. Cette technique est limitée par la saturation magnétique d'un noyau de fer.

1.3.5 Conclusion

Les résultats d'aimantation des différentes techniques sont résumés dans le Tableau 1.4. Parmi les sources disponibles, nous avons essayé de sélectionner des meilleurs résultats en matière de champ magnétique piégé pour chaque technique. Les résultats obtenus à la température de l'azote liquide sont également marqués. Trois techniques utilisent une température constante et pour lesquelles il est possible d'utiliser de l'azote liquide. Cependant, à des températures plus basses, le champ magnétique piégé est plus grand. Deux techniques développées ultérieurement, MMPSC et MMPSC+IRMA, utilisent les changements de température pour obtenir des champs piégés beaucoup plus importants. On peut en conclure que la capacité de modifier la température d'un supraconducteur est essentielle pour obtenir une valeur B_p élevée. En analysant les dimensions des supraconducteurs, on constate que les supraconducteurs de plus de 65 mm de diamètre ne peuvent pas nécessairement piéger davantage de champ magnétique, quelle que soit la technique utilisée.

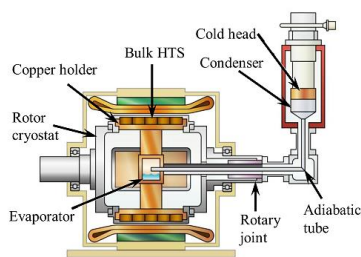
Tableau 1.4. Résultats d'aimantation du supraconducteur par différentes techniques PFM.

Technique d'aimantation	Température initial	Champ magnétique maximal piégé	Supraconducteur	Dimensions de la pastille (diamètre mm x d'épaisseur mm)	Date de l'article	Article
S-PFM	77 K	0,50 T	YBCO	34 x 14	1998	[MOIY98]
	35 K	1,50 T	YBCO	34 x 14	1998	[MOIY98]
	77 K	0,35 T	YBCO	34 x 14	1996	[ItMi96]
	77K	1,63 T	GBCO	45 x 19	2016	[ISOW16]
	77 K	0,63 T	GBCO	140 x 20	2008	[YKIN08]
	23 K	0,47 T	MgB2	50 x 16	2012	[FTAO12]
MP	60 K	0,23 T	YBCO	29,5 x 16	2000	[SSKK00]
	70 K	0,19 T	YBCO	29,5 x 16	2000	[SSKK00]
	77 K	0,60 T	GBCO	140 x 20	2008	[KYSS08]
IMRA	30 K	2,10 T	YBCO	34 x 14	1998	[MOIY98]
	77 K	0,60 T	YBCO	34 x 14	1998	[MOIY98]
	30 K	3,80 T	SBCO	36 x 16	2000	[YIYO00]
	30 K	3,60 T	SBCO	36 x 16	2005	[YIYO05]
	77 K	1,20 T	SBCO	36 x 16	2005	[YIYO05]
MMPSC	47 K → 28 K	5,20 T	GBCO	45 x 15	2006	[FTFO06]
	60 K → 40 K	3,00 T	GBCO	65 x 20	2008	[FTKH08]
	40K → 30 K	3,20 T	GBCO	45 x 20	2007	[FTKH07]
MMPSC+	70 K → 30 K	3,14 T	GBCO	45 x 15	2009	[FHNY09]
IMRA	45 K → 30 K	4,33 T	SBCO	45 x 18	2007	[FuTH07]

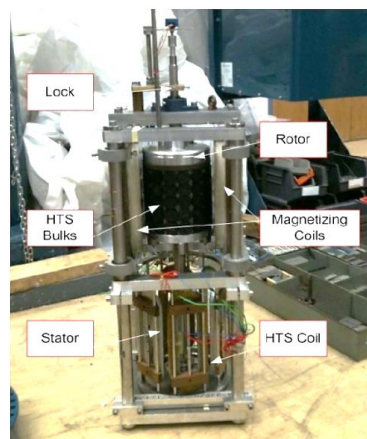
1.4 Les machines supraconductrices basées sur les pastilles SHT

Des machines sont conçues avec des aimants supraconducteurs, on peut les diviser en deux types. Dans le premier type, le processus d'aimantation doit être effectué avant l'assemblage de la machine. Les pastilles supraconductrices sont aimantées à l'extérieur du stator du moteur, généralement en utilisant la méthode FC. Dans [SMBF20] une machine synchrone basse vitesse de 30 kW est développée, elle est montrée sur la Figure 1.16a. Un empilement de supraconducteurs GBCO formant une matrice de dimensions $150 \times 250 \times 20$ mm est aimanté par FC. La vitesse de rotation est de 190 tr/min. Après aimantation avec un champ magnétique de 3 T, le champ maximal piégé dans le supraconducteur était d'environ 2 T. Cette valeur a été obtenue au centre de la matrice supraconductrice. Toutefois, à la position extrême de la matrice, cette valeur était de 0,88 T. Le moteur est prévu pour la propulsion électrique des navires.

Une autre approche est une conception dans laquelle les supraconducteurs peuvent être aimantés sans qu'il soit nécessaire de démonter la machine, comme le [XYYP11], le moteur synchrone à quatre pôles est présenté sur la Figure 1.16b. 75 pastilles YBCO sont montées sur le rotor du moteur. En outre, nous avons également des rubans YBCO placés dans la structure pour former le stator du moteur. Avant de démarrer le moteur, le rotor est fixé dans la partie d'aimantation où l'aimantation est effectuée. Après la PFM, le rotor est déplacé vers la partie opérationnelle dans un bain d'azote liquide, donc, la température de fonctionnement est de 77 K. Les bobines de cuivre peuvent générer une impulsion de champ magnétique d'une valeur maximale de 0,9 T, permettant à 0,374 T d'être piégé dans les supraconducteurs. La puissance maximale de ce moteur est de 7,8 kW à 1500 tr/min.



(a)



(b)

Figure 1.16. Exemples de machines supraconductrices se basant sur les pastilles SHT. Les machines (a) [SMBF20] et (b) [XYYP11] utilisant les pastilles comme aimants.

1.5 Conclusion et objectifs de la thèse

Dans ce chapitre, nous avons vu que l'on peut distinguer deux types fondamentaux de supraconducteurs - le type I et le type II. La constante κ permet de différencier les types de supraconducteurs. Chaque vortex piégé dans un supraconducteur est maintenu par une force de pinning qui, si elle est dépassée, peut modifier la distribution du champ magnétique piégé.

Le modèle de base représentant le comportement des supraconducteurs est le modèle Bean. Pour une meilleure représentation des résultats expérimentaux, la loi en puissance est introduite. Elle peut tenir compte du champ magnétique ou de la température, ainsi, dans la littérature, on peut en trouver différentes versions.

On note qu'il existe trois méthodes de base d'aimantation : ZFC, FC et PFM. Nous nous concentrons sur l'aimantation de type PFM où nous pouvons choisir parmi différentes sous-techniques d'aimantation. Certaines d'entre elles utilisent le changement de température intentionnel d'un supraconducteur - les méthodes MPSC et MMPSC. Si le supraconducteur a une température de refroidissement constante, nous pouvons utiliser des aimantations comme le S-PFM, l'IMRA ou le MP.

Il existe également d'autres méthodes pour augmenter le champ magnétique piégé dans un supraconducteur qui sont basées sur une meilleure dissipation de la température ou sur la modification l'impulsion magnétique produite. Le fer est souvent utilisé en raison de sa perméabilité magnétique relative élevée.

Nous nous concentrons sur l'utilisation d'une loi en puissance qui nous permettra de prendre en compte à la fois les variations du champ magnétiques et de la température du supraconducteur pendant la PFM. En raison de l'utilisation d'azote liquide pour refroidir le système, nous nous concentrons sur les techniques d'aimantation MP et IMRA.

L'objectif principal de cette thèse est la modélisation 2D et 3D, la conception et la réalisation d'un inducteur pour aimanter un ensemble de pastilles supraconductrices. Nous espérons qu'un modèle complexe, qui combine plus précisément différents modèles physiques, permettra de mieux comprendre le comportement pendant le processus d'aimantation.

Les objectifs de la thèse sont donc les suivants :

- Le choix de la bonne formulation pour modéliser le problème électrique et thermique : la combinaison des phénomènes électromagnétiques avec les changements thermiques doit donc être prise en compte.
- La modélisation du comportement des supraconducteurs : Le courant qui circule dans un supraconducteur dépend fortement du champ magnétique généré ainsi que de la distribution de la température.

- Modélisation de l'ensemble de l'inducteur pour l'aimantation d'un supraconducteur : le modèle déterminera les dimensions exactes de l'inducteur pour l'aimantation de plusieurs supraconducteurs.
- Modélisation de l'ensemble du processus d'aimantation : les résultats numériques obtenus servent de base de comparaison avec les résultats expérimentaux.
- Réalisation et tests d'un prototype : La mise en œuvre du modèle permettra d'obtenir les résultats expérimentaux. Après comparaison avec les résultats numériques, le modèle peut être corrigé pour obtenir une meilleure correspondance avec les résultats expérimentaux.

Chapitre 2 Formulations usuelles

Dans ce chapitre, nous expliquerons la méthode de calcul numérique qui est utilisée dans cette thèse. Afin de résoudre les équations magnétiques, nous avons décidé d'utiliser le couplage entre les formulations en **A** et **H**. De plus, en raison de la génération de chaleur lors de l'aimantation, il est nécessaire de combiner les équations magnétiques avec une équation de transfert thermique.

Les processus d'aimantation des pastilles supraconductrices seront étudiés grâce à un modèle 2D en symétrie axiale et un modèle 3D. Dans la section 2.2.6, nous présentons le modèle thermique couplé aux équations électromagnétiques. Enfin, la dernière section permettra de valider nos modèles.

2.1 Introduction

Le problème présenté dans cette thèse est directement lié aux questions électromagnétiques et thermiques. En se basant sur la méthode des éléments finis (MEF), le problème peut être résolu à l'aide de différentes formulations.

Le choix de la formulation adéquat pour résoudre les problèmes avec des supraconducteurs est crucial pour obtenir rapidement des résultats de simulation précis. Pour résoudre les équations électromagnétiques dans la pastille supraconductrice nous préférons la formulation en **H**. Cette approche nous garantit une bonne convergence avec la loi en puissance car la forme de la fonction non linéaire **E(J)** dans la formulation en **H** permet au solveur de résoudre le problème plus rapidement. Elle est également couramment utilisée dans la modélisation du processus d'aimantation des supraconducteurs [ShGC20]. Cependant, la formulation **A** est bien adaptée à la résolution des problèmes magnétiques linéaires et non linéaires, entre autres, pour des raisons de convergence analogues au choix de la formulation en **H** dans le supraconducteur [BAGG20]. Par la suite, les régions ferromagnétiques, l'inducteur et l'air seront résolus principalement par la formulation en **A**.

Nous proposons une solution qui permet de combiner ces deux formulations en développant une formulation **A – H** en 2D et 3D en couplant les différentes formulations sur les frontières des matériaux.

2.2 La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est une technique qui permet de résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP), on considère généralement un domaine noté Ω avec des conditions aux limites Γ . L'équation avec l'inconnue u définie dans le domaine Ω , doit être résolue. Les conditions aux limites Γ de cette fonction peuvent être de type Dirichlet, Neumann ou Robin. Un exemple d'EDP peut être l'équation de Fourier qui est également appelée équation de la chaleur :

$$\frac{du}{dt} + \alpha \frac{d^2u}{dx^2} = 0 \quad (2.1)$$

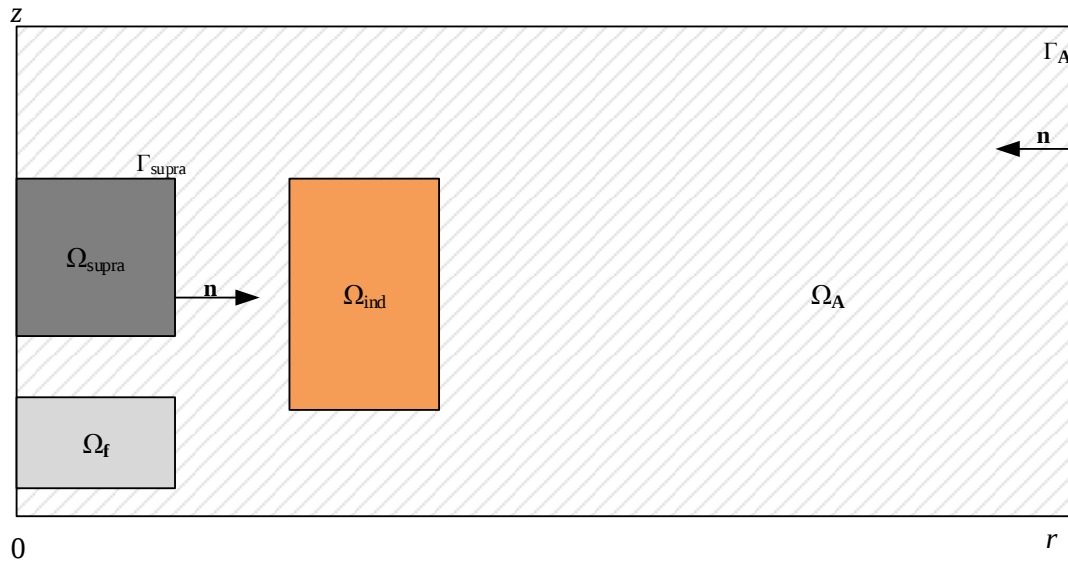


Figure 2.1. Domaine d'étude en 2D axisymétrique : le supraconducteur Ω_{supra} , l'inducteur Ω_{ind} , l'élément ferromagnétique Ω_f et l'air Ω_A . Les frontières entre le supraconducteur et l'air sont notées Γ_{supra} .

Les équations de Maxwell ou l'équation de la chaleur peuvent être décrites par des EDP avec des conditions aux limites appropriées. Pour résoudre ces EDP, le logiciel COMSOL a été choisi. Ce logiciel nous permet d'étudier des problèmes en deux et trois dimensions. En raison de la relation non-linéaire $\mathbf{E}(\mathbf{J})$ des SHT, nous avons décidé de coupler les formulations en $\mathbf{H}$ et en $\mathbf{A}$. L'avantage de cette technique réside dans la capacité de simuler effectivement un modèle complexe avec des matériaux supraconducteurs non linéaires, des matériaux magnétiques non-linéaires et de coupler le système avec des équations électriques. Il est également possible dans certains cas d'accélérer la résolution par rapport à des méthodes classiques sans couplage. La difficulté consiste à trouver des conditions limites adaptées entre les deux formulations.

Au cours de ce travail, j'ai développé le couplage entre deux formulations $\mathbf{H}$ et $\mathbf{A}$ et l'ai adapté dans le logiciel COMSOL pour simuler le processus d'aimantation. De plus, le modèle a été complété par une analyse thermique et combinée avec les équations de circuit électrique.

2.2.1 Le domaine d'étude

Le domaine d'étude est constitué d'un élément supraconducteur, d'un inducteur et d'un élément ferromagnétique, qui sont entourés d'air. Les grandeurs électromagnétiques doivent être calculées dans tous les domaines. Ensuite, la définition d'un domaine infini pour l'air n'est pas possible, il est donc nécessaire de trouver un compromis entre le temps de calcul et l'erreur liée à la limitation de la taille du domaine infini.

Les équations de Maxwell dans le domaine d'étude présenté sur la Figure 2.1, peuvent être résolues par différentes formulations. Les sections suivantes détaillent la méthodologie et les formulations.

2.2.2 Les équations de Maxwell

Commençons par écrire les équations électromagnétiques sous une forme générale. L'équation de Maxwell-Gauss explique que la divergence du champ électrique $\mathbf{E}$ est égale à la source de ce champ divisé par la permittivité du vide ε_0 :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.2)$$

La forme intégrale de 2.2 peut aider à visualiser la signification de Maxwell-Gauss :

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_V \rho \, dV \quad (2.3)$$

Le flux du champ électrique à travers une surface S fermée, est égal à la charge ρ dans le volume V délimité par la surface S divisé par la permittivité du vide ε_0 .

L'équation suivante explique qu'aucun monopole magnétique n'existe. Par conséquent, si nous coupons un aimant en deux, nous avons encore deux objets qui sont des dipôles magnétiques. Ce comportement du la densité de flux magnétique $\mathbf{B}$ est exprimé par l'équation suivante :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

On peut aussi l'écrire sous la forme intégrale de (2.4) :

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.5)$$

L'équation (2.5) exprime que le flux de champ magnétique à travers une surface fermée S est toujours égal à zéro.

L'équation de Maxwell-Faraday indique que le rotationnel du champ électrique est égal à la variation du champ magnétique dans le temps, donc :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.6)$$

où le signe moins est associé à la direction du champ. L'équation (2.6) Maxwell-Faraday explique l'induction électromagnétique découverte par Faraday.

L'équation de Maxwell-Ampère couple le champ magnétique avec les courants électriques :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.7)$$

On peut réécrire l'équation (2.7) comme :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_D \quad (2.8)$$

où $\mathbf{J}_D$ est le courant de déplacement.

Nous nous placerons dans l'approximation quasi-statique de sorte que le courant de déplacement est négligeable devant le courant de transport. L'équation de Maxwell-Ampère a été décrite comme suit :

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.9)$$

Poursuivant nos réflexions, on écrit la relation entre la densité de flux magnétique $\mathbf{B}$ et le champ électromagnétique $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mu(\mathbf{H})\mathbf{H}, & \text{dans } \Omega_f, \\ \mu_0\mu_r\mathbf{H}, & \text{dans } \Omega_{\text{supra}}, \Omega_A \text{ et } \Omega_{\text{ind}} \end{cases} \quad (2.10)$$

2.2.3 Formulation en $\mathbf{A}$

La formulation $\mathbf{A}$ est basée sur le potentiel vecteur champ magnétique. Il s'agit d'une quantité physique qui n'est pas directement mesurable, mais qui a un certain rapport avec le champ magnétique et électrique respectivement :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.11)$$

L'équation (2.11) satisfait toujours l'équation de Maxwell-Thomson (2.4) en raison de l'identité $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$.

En substituant (2.7) à (2.11), on a :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.12)$$

En combinant (2.9) et (2.12), l'équation générale de la formulation en $\mathbf{A}$ est :

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \begin{cases} \mathbf{J}_{\text{app}}, & \text{dans } \Omega_{\text{ind}}, \\ 0, & \text{dans } \Omega_A \text{ et } \Omega_f \end{cases} \quad (2.13)$$

où $\mathbf{J}_{\text{app}}$ est la densité de courant appliquée par un inducteur. L'équation (2.13) implique que le courant induits ne sont pas calculés dans le fer et qu'ils ne peuvent exister dans l'air.

Ensuite, pour prendre en compte les courants induits dans le supraconducteur, considérons la loi d'Ohm, la relation entre le courant induit $\mathbf{J}_i$ et le champ électrique $\mathbf{E}$ s'écrit alors :

$$\mathbf{J}_i = \sigma \mathbf{E} \quad (2.14)$$

Le courant dans l'inducteur peut être introduit en utilisant le vecteur de courant $\mathbf{J}_{\text{app}}$. L'introduction du potentiel électrique V n'est pas nécessaire et le champ électrique $\mathbf{E}$ s'écrit en fonction du vecteur potentiel magnétique $\mathbf{A}$ comme :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.15)$$

Lorsque nous ajoutons l'équation (2.14) à la formulation **A** (2.13), nous pouvons inclure de courant induit dans le modèle. Les équations de chaque domaine dans la formulation **A** sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}_{\text{app}}, & \text{dans } \Omega_{\text{ind}}, \\ \nabla \times \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \nabla \times \mathbf{A} \right) = 0, & \text{dans } \Omega_{\text{f}}, \\ \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \right) = 0, & \text{dans } \Omega_{\text{A}}, \\ \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \times \left(\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \right) = 0, & \text{dans } \Omega_{\text{supra}} \end{array} \right. \quad (2.16)$$

2.2.3.a Problème axisymétrique 2D

La grande majorité des problèmes 2D ne prennent en compte qu'une seule variable courante dirigée perpendiculairement au plan d'étude. Considérons les coordonnées cylindriques r, φ, z , où φ est la variable orientée perpendiculairement au plan d'étude.

La formulation **A** (2.16) pour problème 2D consiste en une seule équation à résoudre ;

$$\sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + \left(-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right) \right) = J_{\text{app}} \quad (2.17)$$

Étant donné que les dérivées partielles $\partial_r A_r = 0$ et $\partial_r A_z = 0$, l'équation (2.17) se transforme en la forme :

$$\sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(\frac{\partial A_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} A_\varphi \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) = J_{\text{app}} \quad (2.18)$$

Par conséquent, il est possible d'écrire l'équation (2.18) comme :

$$\sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} - \nabla \cdot \frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \nabla A_\varphi = J_{\text{app}} \quad (2.19)$$

Il y a deux conclusions à tirer ici, la première étant que A_φ est proportionnel à J_φ . Deuxièmement, que la formulation 2D satisfait automatiquement la condition $\nabla \cdot \mathbf{A}$. L'équation (2.19) peut être obtenue directement après avoir pris en compte la formule de Lagrange du produit vectoriel ($\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\nabla \nabla) \mathbf{u}$) et $\nabla \cdot \mathbf{A}$ dans la formulation **A**.

On note donc que le potentiel vecteur magnétique **A** permet de résoudre un problème 2D à l'aide d'une seule variable A_φ .

2.2.3.b Problème 3D

Dans un problème 3D, le potentiel vecteur du champ magnétique n'est pas proportionnel au courant appliqué $\mathbf{J}$ si la jauge de Coulomb n'est pas satisfaite. Ainsi, il y a nécessité de résoudre un double produit croisé du potentiel vecteur et du champ magnétique dans 2.13. La version sans jauge de cette équation en 3D comporte un nombre infini de solution pour le potentiel vecteur magnétique, mais l'induction magnétique calculée à partir des potentiels est unique.

La forme 3D de la formulation $\mathbf{A}$ est la suivante :

$$\begin{aligned}\sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} + \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(-\frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \right) \right) &= \mathbf{J}_{\text{app}x} \\ \sigma \frac{\partial A_y}{\partial t} + \left(-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right) \right) &= \mathbf{J}_{\text{app}y} \\ \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(-\frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right) \right) &= \mathbf{J}_{\text{app}z}\end{aligned}\quad (2.20)$$

2.2.4 Formulation en $\mathbf{H}$

La formulation $\mathbf{H}$ est la solution la plus usitée pour les problèmes liés aux matériaux supraconducteurs. Cette formulation a été adaptée dans de nombreux cas avec des résultats positifs [ShGC20, SSJS15, KaBL18, KBKT19]. La raison principale est que la résistance non linéaire est plus facile à résoudre dans la formulation $\mathbf{H}$ que dans la formulation $\mathbf{A}$ [DuGV20].

En substituant (2.9) à l'équation de Faraday (2.6) :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial(\mu(\mathbf{H})\mathbf{H})}{\partial t} \quad (2.21)$$

Considérons $\mathbf{E} = \rho\mathbf{J}$ et (2.21), on a :

$$\frac{\partial(\mu(\mathbf{H})\mathbf{H})}{\partial t} + \nabla \times (\rho\mathbf{J}) = 0 \quad (2.22)$$

Ensuite, en substituant Maxwell-Ampère (2.10) à (2.22), la forme générale de la formulation $\mathbf{H}$ est :

$$\frac{\partial(\mu(\mathbf{H})\mathbf{H})}{\partial t} + \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (2.23)$$

L'autre forme de cette formulation en $\mathbf{H}$ est l'équation (2.21) :

$$\frac{\partial(\mu(\mathbf{H})\mathbf{H})}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0, \text{ où } \mathbf{E} = \rho\mathbf{J} \text{ et } \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (2.24)$$

Pour chaque domaine, la formulation $\mathbf{H}$ peut être écrite :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \times (\rho \mathbf{J}_{\text{app}}), & \text{dans } \Omega_{\text{ind}}, \\ \mu(\mathbf{H}) \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) = -\mathbf{H} \frac{\partial \mu(\mathbf{H})}{\partial t}, & \text{dans } \Omega_f, \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) = 0, & \text{dans } \Omega_A, \\ \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \nabla \times (\rho \nabla \times \mathbf{H}) = 0, & \text{dans } \Omega_{\text{supra}} \end{array} \right. \quad (2.25)$$

L'équation (2.24) a été implémentée dans le logiciel COMSOL en utilisant l'interface appropriée qui est présentée comme suit :

$$d_a \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma} = f \quad (2.26)$$

où $\mathbf{\Gamma}$ représente le flux d'une quantité conservée et d_a représente une constante liée aux paramètres physiques.

Pour garantir que $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ (2.4) dans la formulation $\mathbf{H}$, nous avons utilisé des éléments d'arêtes de type rotationnel qui, par construction, assure une divergence nulle [BrGM07].

2.2.4.a Problème axisymétrique 2D

Dans un problème axisymétrique en 2D, nous supposons que la densité de courant a une seule variable azimutale J_ϕ , de sorte que le champ magnétique est constitué de deux composantes qui sont H_r et H_z . La formulation en $\mathbf{H}$ (2.24) pour le problème axisymétrique 2D est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\mu(\mathbf{H}) H_r)}{\partial t} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial (\mu(\mathbf{H}) H_z)}{\partial t} + \frac{\partial E_\phi}{\partial r} &= -\frac{E_\phi}{r} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Dans la section 2.2.3.a, il est noté que la formulation $\mathbf{A}$ ne comporte qu'une seule variable par rapport à la formulation $\mathbf{H}$. Il convient de noter ici que le même problème résolu par la formulation $\mathbf{H}$ implique environ deux fois plus de degrés de liberté (DDL) que la formulation $\mathbf{A}$.

2.2.4.b Problème 3D

Dans un problème 3D, la formulation en $\mathbf{H}$ (2.24), impose trois inconnues. L'équation (2.24) peut être présentée sous la forme :

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\mu(\mathbf{H})H_x)}{\partial t} + \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) &= 0 \\ \frac{\partial(\mu(\mathbf{H})H_y)}{\partial t} + \left(-\frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) &= 0 \\ \frac{\partial(\mu(\mathbf{H})H_z)}{\partial t} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) &= 0\end{aligned}\tag{2.28}$$

2.2.5 Couplage entre la formulation en $\mathbf{A}$ et la formulation en $\mathbf{H}$

Dans cette section, nous avons voulu présenter le couplage entre la formulation en $\mathbf{A}$ et la formulation en $\mathbf{H}$ appliqué à notre domaine d'étude, voir Figure 2.1. Le principal avantage du couplage est la possibilité de simuler efficacement des matériaux supraconducteurs – résistivité non linéaire $\rho(\mathbf{J})$ et des matériaux ferromagnétiques avec une perméabilité non-linéaire $\mu(\mathbf{H})$. De plus, dans certaines modèles 2D, le temps de calcul peut être accéléré en réduisant les degrés de liberté comparé à une formulation en $\mathbf{H}$.

Pour obtenir une description complète d'un problème électromagnétique, les conditions aux limites doivent être spécifiées aux interfaces des matériaux et aux frontières physiques. Les conditions d'interface peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_A - \mathbf{B}_H) &= 0 \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_A - \mathbf{E}_H) &= 0 \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_A - \mathbf{D}_H) &= 0 \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_A - \mathbf{H}_H) &= 0\end{aligned}\tag{2.29}$$

Seules deux conditions sont indépendantes. En fait, en écrivant les 4 équations, on impose une égalité vectorielle entre les champs à l'interface, ce qui est surcontraignant. En réalité, on n'a besoin que de deux des quatre équations, c'est lié à la formulation faible du problème couplé [DuGV20]. En résumé, nous avons assuré la continuité des grandeurs physiques dans la formulation en $\mathbf{A}$ en appliquant des conditions de Neumann à la composante tangentielle du champ magnétique $\mathbf{H}$ sous la forme forte :

$$\mathbf{n} \times \mathbf{H}_H \rightarrow \mathbf{n} \times \left(\frac{1}{\mu(\mathbf{B})} (\nabla \times \mathbf{A}) \right)\tag{2.30}$$

Pour la formulation $\mathbf{H}$, nous utilisons aussi la condition de Neumann et la continuité de la composante tangentielle du potentiel vecteur magnétique est introduite dans la forme forte comme :

$$\mathbf{n} \times \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \rightarrow \mathbf{n} \times \left(\rho (\nabla \times \mathbf{H}_H) \right) \quad (2.31)$$

2.2.5.a Problème axisymétrique 2D

En considérant le modèle de la Figure 2.2, où seul le domaine supraconducteur Ω_{supra} est résolu par la formulation **H** et le reste par la formulation **A**. Le couplage appliqué aux limites du supraconducteur s'exprime comme suit :

$$\left. \begin{aligned} -n_z \rho \left(-\frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\partial H_r}{\partial z} \right) &= -n_z \frac{\partial A_\phi}{\partial t} \\ n_r \rho \left(-\frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{\partial H_r}{\partial z} \right) &= n_r \frac{\partial A_\phi}{\partial t} \end{aligned} \right\} \text{sur } \Gamma_{\text{supra}_H} \quad (2.32)$$

$$-n_r \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial A_\phi}{\partial r} - n_r \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{A_\phi}{r} + n_z \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\partial A_\phi}{\partial z} = -n_r H_z + n_z H_r \text{ sur } \Gamma_{\text{supra}_A} \quad (2.33)$$

où Γ_{supra_H} représente les conditions aux limites appliquées dans la formulation **H**, Γ_{supra_A} représente les conditions aux limites appliquées dans la formulation **A**.

2.2.5.b Problème 3D

Si l'on considère le même cas que pour le problème 2D, c'est-à-dire la simulation d'un supraconducteur dans la formulation **H**, les conditions aux limites entre la formulation **H** et **A** sont :

$$\left. \begin{aligned} n_y \rho \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - n_z \rho \left(-\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) &= n_y \left(-\frac{\partial A_z}{\partial t} \right) - n_z \left(-\frac{\partial A_y}{\partial t} \right) \\ -n_x \rho \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + n_z \rho \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) &= -n_x \left(-\frac{\partial A_z}{\partial t} \right) + n_z \left(-\frac{\partial A_x}{\partial t} \right) \\ n_x \rho \left(-\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) - n_y \rho \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) &= n_x \left(-\frac{\partial A_y}{\partial t} \right) - n_y \left(-\frac{\partial A_x}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} \text{sur } \Gamma_{\text{supra}_H} \quad (2.34)$$

$$\left. \begin{aligned} n_y \rho \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - n_z \rho \left(-\frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) &= n_y H_z - n_z H_y \\ -n_x \rho \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) + n_z \rho \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) &= -n_x H_z + n_z H_x \\ n_x \rho \left(-\frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) - n_y \rho \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) &= n_x H_y - n_y H_x \end{aligned} \right\} \text{sur } \Gamma_{\text{supra}_A} \quad (2.35)$$

2.2.6 Equation thermique

Dans ce travail, nous examinerons le problème de la production de chaleur dans un supraconducteur et dans l'inducteur. La chaleur générée affecte les propriétés du supraconducteur et sa capacité à piéger le champ magnétique. Le courant qui circule dans l'inducteur produit de la chaleur qui, par conséquent, modifie la résistance de l'inducteur et affecte la forme de l'impulsion magnétique produite. Le supraconducteur et la bobine seront dans de l'azote liquide. En supposant que la température de l'azote ne change pas, cela permet une simulation thermique de la bobine et du supraconducteur uniquement, avec des conditions aux limites appropriées sans modéliser les phénomènes ayant lieu dans le fluide.

Pour le supraconducteur et l'inducteur, l'équation de diffusion de la chaleur peut être définie :

$$\gamma C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T) = Q \text{ dans } \Omega_{\text{supra}} \text{ et } \Omega_{\text{ind}} \quad (2.36)$$

où γ est masse volumique, C_p est capacité thermique a pression constante et k est conductivité thermique. La puissance volumique est noté Q , la densité de flux de chaleur est notée $q = -k \nabla T$.

Pour modéliser le flux de chaleur du supraconducteur et de l'inducteur vers l'azote liquide, nous devons choisir les conditions limites appropriées. Nous décidons d'appliquer des conditions aux limites de chaleur convective pour simuler le transfert de chaleur :

$$q_0 = h \cdot (T_{\text{ext}} - T) \text{ sur } \Gamma_{\text{supra}} \text{ et } \Gamma_{\text{ind}} \quad (2.37)$$

où h est coefficient d'échange thermique avec l'extérieur et T_{ext} est la température externe du bain.

Le transfert de chaleur (2.37) est imposé sur la frontière par la relation :

$$-\mathbf{n} \cdot \mathbf{q} = q_0 \quad (2.38)$$

2.3 Calcul des pertes dans l'inducteur et la pastille SHT

Pour tous les conducteurs, il existe des pertes dues à l'effet Joule, c'est-à-dire que le passage du courant électrique à travers des matériaux résistifs produit une puissance dissipée. Dans le supraconducteur, les pertes sont générées par les courants induits dans le supraconducteur. Dans les deux cas, nous pouvons dériver une formule de pertes définie par unité de volume qui s'écrit :

$$Q = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad (2.39)$$

2.4 Couplage des équations de Maxwell et des équations thermiques

Les pertes générées dans le supraconducteur et l'inducteur sont introduites dans l'équation de diffusion de la chaleur (2.36) comme une source d'énergie ajoutée Q . Cela affecte le changement de température dans cette équation. Ensuite, le changement de température, T , influence la résistance de l'inducteur et la loi en puissance du supraconducteur. La Figure 2.3 montre le schéma du couplage fort réalisé à chaque itération entre les quantités physiques utilisées dans ce chapitre.

2.5 Validation de la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$

Nous avons procédé à la validation de la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ en comparant les résultats de simulations avec les modèles basés sur la formulation en $\mathbf{H}$ et sur la formulation en $\mathbf{A}$. Considérons, le modèle axisymétrique 2D et le modèle 3D et prenons en compte l'aimantation d'une pastille supraconductrice par un inducteur. Dans COMSOL, il est possible de définir nos propres équations ou de choisir un module intégré pour résoudre le problème. Ces modules constituent une interface simple entre l'utilisateur et le programme et permettent de définir le problème et de l'implémenter plus rapidement. Nous pouvons résoudre notre problème électromagnétique en utilisant deux modules du logiciel : un module *mf* qui est basé sur la formulation en $\mathbf{A}$ et *mfh* qui est basé sur la formulation en $\mathbf{H}$. Contrairement aux équations que nous avons définies, les modules *mf* et *mfh* disponibles ne montrent pas la méthode exacte pour définir la formulation. On peut donc s'attendre à certaines différences dans les résultats. Ces modules peuvent être utilisés pour résoudre les problèmes liés à la supraconductivité, pour des études temporelles et se coupler facilement au module thermique. Nous allons comparer différentes grandeurs physiques lors de l'aimantation d'une pastille YBCO. Ensuite, nous comparerons les performances en termes de temps de calcul et de degrés de liberté pour chaque formulation.

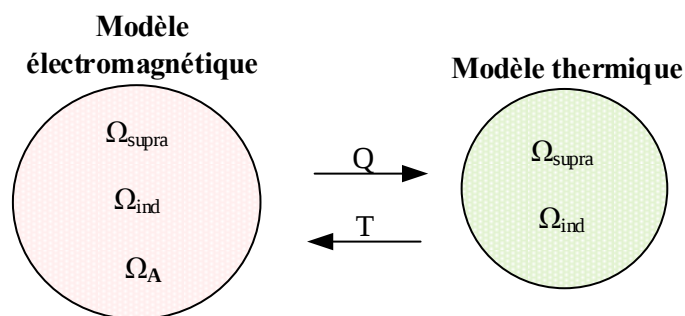


Figure 2.3. Schéma du couplage fort réalisé à chaque itération entre les quantités du modèle électromagnétique et du modèle thermique.

Pour chaque domaine, des paramètres appropriés ont été attribués dans le logiciel. Nous commençons par expliquer l'inducteur, le fer et le supraconducteur. Nous ne considérons pas ici le problème thermique pour nous concentrer sur les différences électromagnétiques.

I. L'inducteur Ω_{ind}

Dans un souci de simplicité, nous n'avons pas couplé le problème électromagnétique avec les équations de type circuit et le courant électrique a été défini par une fonction représentant l'impulsion de courant définie de la façon suivante :

$$i_{\text{app}}(t) = \begin{cases} I_{\text{max}} \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{t}{t_{\text{max}}}\right), & t \leq t_{\text{max}} \\ I_{\text{max}} e^{-(t-t_{\text{max}})/\tau}, & t > t_{\text{max}} \end{cases} \quad (2.40)$$

où $I_{\text{max}} = 2 \text{ kA}$. Le courant (2.40) est présenté Figure 2.4.

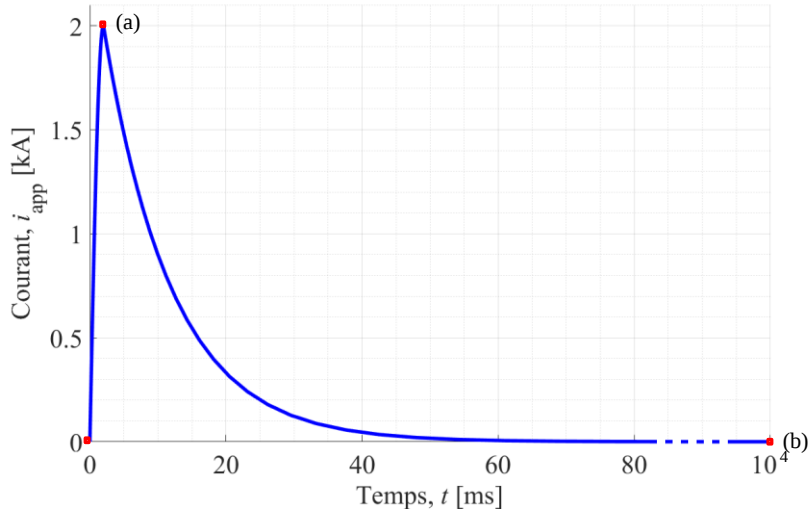


Figure 2.4. Forme du courant dans l'inducteur. La fonction de courant basée sur l'équation (2.40). Différents instants : (a) valeur maximale $t = 2 \text{ ms}$ et (b) fin de l'impulsion $t = 10 \text{ s}$.

Le courant a été appliqué sous la forme d'une densité de courant dans les différentes formulations. Ainsi, dans l'inducteur, la densité de courant peut être définie comme :

$$J_{\text{app}}(t) = N \frac{i(t)}{S_{\text{ind}}} \quad (2.41)$$

avec le nombre de spires $N = 55,5$, et la surface de l'inducteur $S_{\text{ind}} = 6,9 \text{ cm}^2$.

II. Le fer Ω_{fer}

Pour le fer, on considère la caractéristique $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ présenté Figure 2.5. Nous supposons que le fer est feuilleté, de sorte que nous pouvons ignorer les courants de Foucault dans la simulation.

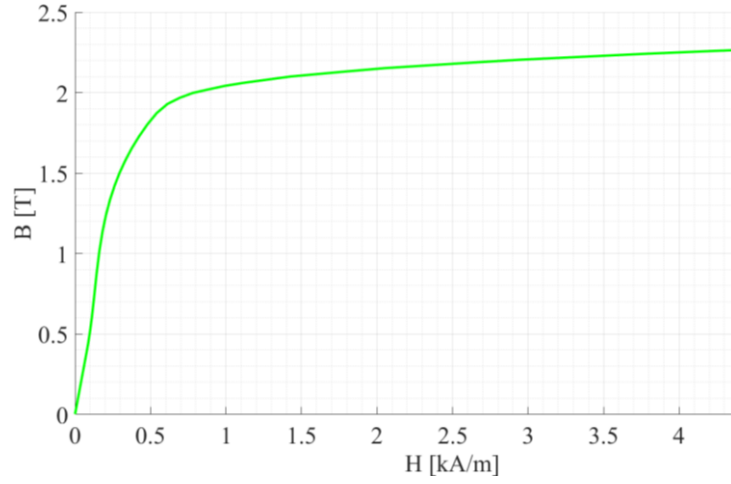


Figure 2.5. Forme de courbe $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ du matériau Vacodur 50 (alliage magnétique doux fer-cobalt).

III. Le supraconducteur Ω_{supra}

La loi en puissance (1.12) est imposée dans le logiciel en tant que résistance ou conductivité non linéaire. Les paramètres de loi en puissance sont fixés selon les paramètres du supraconducteur YBCO. La perméabilité du supraconducteur est constante et prise égale à celle du vide. Les paramètres exacts des matériaux sont présentés dans le Tableau 2.1.

Tableau 2.1. Paramètres électriques et magnétiques des matériaux utilisés pour la vérification de la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$.

Symbole	Matériau	Paramètres électriques	Paramètres magnétiques
Ω_{supra}	SHT	$\rho = \frac{E_c}{J_c(B)} \left(\frac{\ \mathbf{J}\ }{J_c(B)} \right)^{n(B)-1} \quad 1)$	$\mu_r = 1$
		ou	
		$\sigma = \frac{J_c(B)}{E_{c0}} \left(\frac{\ \mathbf{E}\ }{E_{c0}} \right)^{\frac{1-n(B)}{n(B)}} \quad 2)$	
		$n = 21, E_c = 1 \text{ }\mu\text{V/cm}, J_c = 100 \text{ A/mm}^2$	
Ω_{ind}	Cuivre	$\rho = 1 \text{ }\Omega \cdot \text{m} \quad 1)$ ou $\sigma = 0 \text{ S/m} \quad 2)$	$\mu_r = 1$
Ω_{fer}	Fer	$\rho = 1 \text{ }\Omega \cdot \text{m} \quad 1)$ ou $\sigma = 0 \text{ S/m} \quad 2)$	$\mu_r = f(\mathbf{B}) \quad 1)$ ou $\mu_r = f(\mathbf{H}) \quad 2)$
Ω_A	Air	$\rho = 1 \text{ }\Omega \cdot \text{m} \quad 1)$ ou $\sigma = 0 \text{ S/m} \quad 2)$	$\mu_r = 1$

1) pour la formulation en $\mathbf{H}$, 2) pour la formulation en $\mathbf{A}$

Dans la formulation en $\mathbf{H}$, la résistance est fixée à $1 \Omega \cdot \text{m}$ pour les domaines non conducteurs. Cette valeur est suffisamment importante pour éviter le passage de courants importants dans les zones non conductrices et n'augmente pas excessivement le temps de calcul [ShGC20]. Comme nous ne tenons pas compte des courants de Foucault dans la bobine et le fer, ρ vaut donc également $1 \Omega \cdot \text{m}$ dans ces régions.

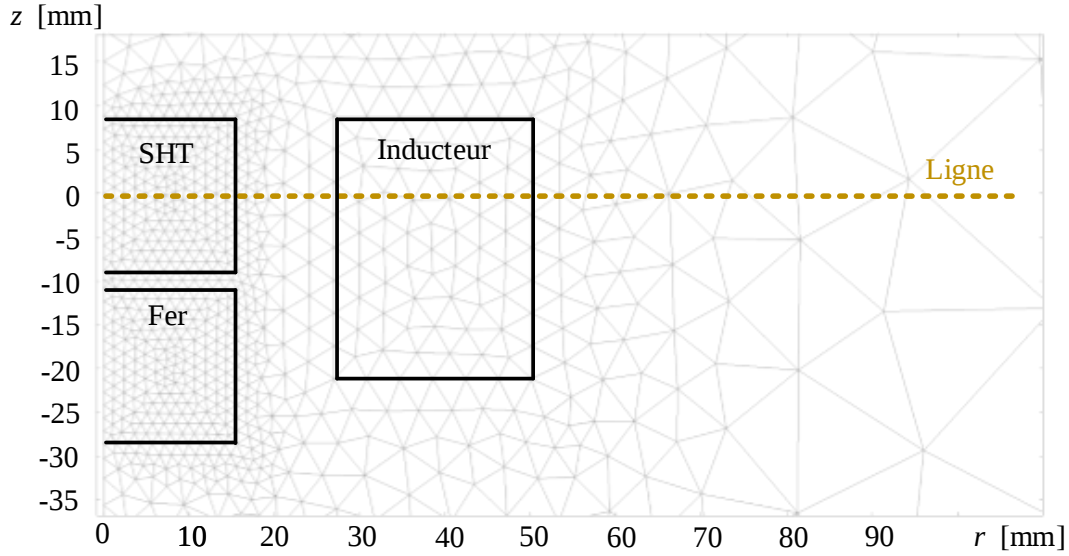


Figure 2.6. Problème axisymétrique 2D utilisé pour vérifier la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$.

2.5.1 Présentation du problème 2D axisymétrique

Sur la base du concept étudié et présenté sur la Figure 2.6, cinq différentes formulations pour l'aimantation de pastille SHT sont comparées, c'est-à-dire : $\mathbf{A} - \mathbf{H}$, $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}(mf)$, $\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}(mfh)$. Nous avons défini la formulation en $\mathbf{A}$ et formulation en $\mathbf{H}$ basé sur (2.16) et (2.24). Celle-ci a été imposée sous COMSOL en utilisant le module EDP (Equations aux Dérivées Partielles) disponibles dans le logiciel. Dans la formulation en $\mathbf{H}$, nous utilisons des éléments d'arête de type rotationnel et d'ordre *quadratique*. Dans la formulation en $\mathbf{A}$, des éléments classiques de type Lagrange et également d'ordre *quadratique* ont été choisis. En outre, nous avons étudié notre problème en utilisant les interfaces existantes de COMSOL *mf* et *mfh* que nous appelons $\mathbf{A}(mf)$ et $\mathbf{H}(mfh)$, respectivement. Pour finir, la formulation couplée $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ proposée sera comparée aux autres. L'instant $t = 2$ ms correspond à la valeur maximale du champ magnétique produit par l'inducteur, c'est le point (a) marqué sur la Figure 2.4. Au moment $t = 10$ s, le point (b) sur la Figure 2.4, l'aimantation du supraconducteur est complètement terminée et le champ magnétique piégé dans le supraconducteur est stabilisé.

Commençons par analyser le champ magnétique sur une ligne qui traverse par le supraconducteur et l'inducteur. Le champ magnétique B_z aux deux instants est représenté sur les Figures 2.7 et 2.8. Dans la Figures 2.7, nous voyons qu'à la valeur maximale du champ magnétique appliqué, le supraconducteur n'est pas complètement pénétré. En général, pour toutes les formulations, les valeurs maximales de B_z sont très proches les unes des autres. Pour la formulation en $\mathbf{A}$ de la Figure 2.8, le champ magnétique n'est pas nul vers le centre du supraconducteur comme avec les autres formulations. Ceci est lié au calcul de la dérivée du vecteur potentiel magnétique $\mathbf{A}$ pour obtenir le champ magnétique B_z . Cependant, dans la formulation $\mathbf{A}(mf)$, ce phénomène n'est pas observé. On observe bien sur la Figure 2.8 qu'à la fin de l'impulsion à $t = 10$ s, le champ magnétique piégé est en forme de M symbolisant une pénétration incomplète.

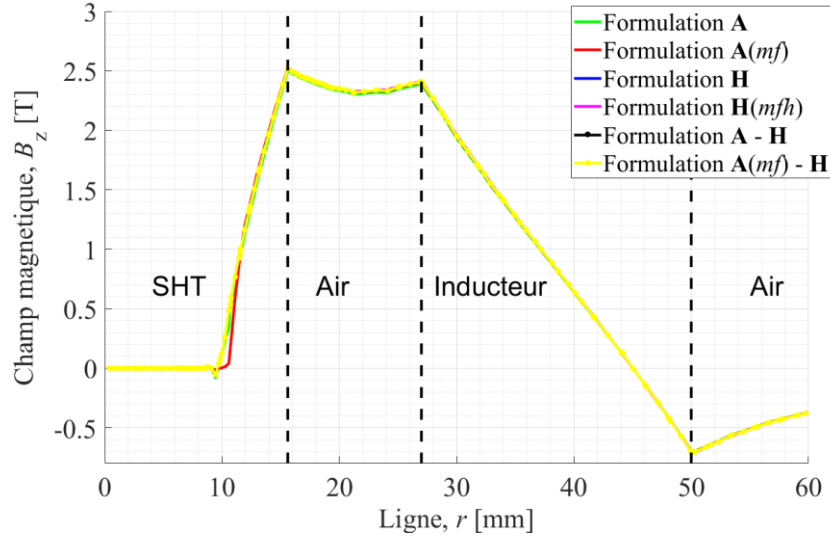


Figure 2.7. Champ magnétique B_z le long de la ligne horizontale marquée dans la Figure 2.6 pour $t = 2$ ms, point (a).

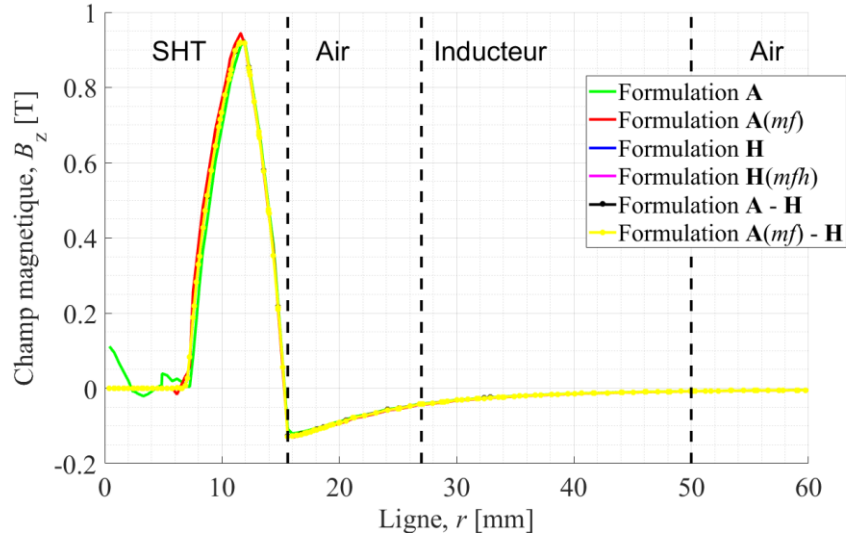


Figure 2.8. Champ magnétique B_z le long de la ligne horizontale marquée dans la Figure 2.6 pour $t = 10$ s, point (b).

La Figure 2.9 montre les distributions du champ magnétique et de la densité de courant dans le supraconducteur et le fer en 2D. Une évaluation visuelle de la distribution du champ magnétique et de la densité de courant sera effectuée. Pour le fer, la distribution du champ magnétique semble différente pour les formulations $\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}(mfh)$ par rapport aux autres formulations. Pour la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$, ce problème ne se pose pas car le supraconducteur est résolu par la formulation $\mathbf{H}$ et le reste du modèle par la formulation $\mathbf{A}$. Mais cela nécessite un temps de simulation plus long. Notez que si les fonctions de résistivité ρ et de perméabilité μ sont fortement non linéaires, il peut s'avérer que la solution d'un même modèle ne soit possible qu'en utilisant la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$. Le temps de simulation pour les formulations $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$ est similaire. Cependant, une plus grande différence est apparue entre les formulations $\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}(mfh)$. Nous supposons que le module mfh défini dans le

programme Comsol est basé sur une équation plus complexe de la formulation $\mathbf{H}$ ou que des calculs supplémentaires sont effectués. Cela contribue également à expliquer les différences observables sur les distributions du champ magnétique, particulièrement dans le fer.

Dans les formulations $\mathbf{A}$ et $\mathbf{A}(mf)$, la densité de courant dans le supraconducteur peut être calculée de deux façons différentes, à savoir : $\sigma d_t \mathbf{A}$ et $\nabla \times \mathbf{H}$. En raison des éléments d'ordre *quadratique*, le calcul de la double dérivée à partir du vecteur $\mathbf{A}$ mène à un résultat constant par morceau pour la distribution de la densité de courant lorsqu'elle est calculée par $\nabla \times \mathbf{H}$. En revanche, en calculant la densité de courant à partir de $\sigma d_t \mathbf{A}$, la zone de champ magnétique nul au centre du supraconducteur présente de fortes oscillations numériques engendrées par des variations du potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$, mêmes faibles.

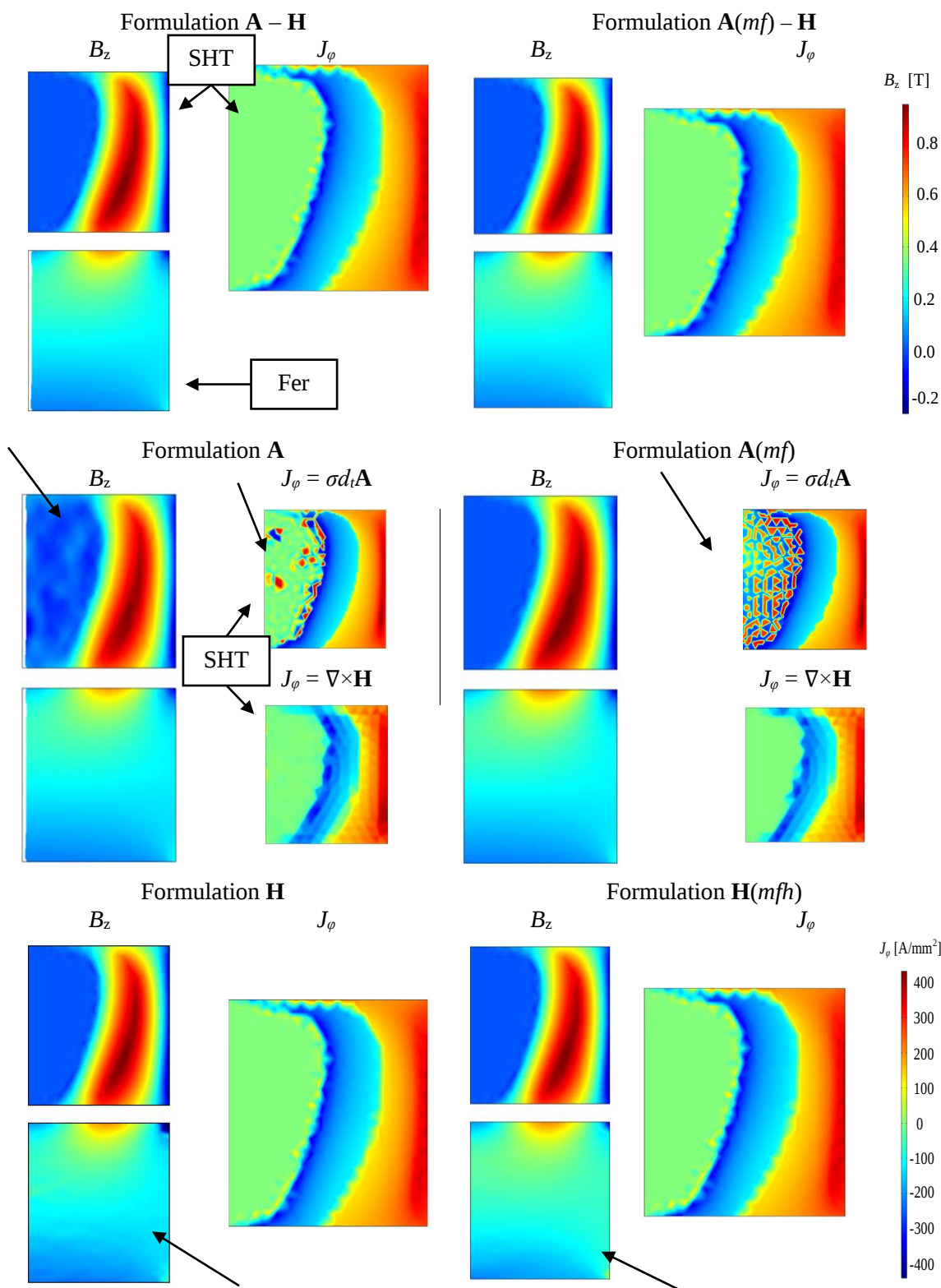


Figure 2.9. Distribution du champ magnétique et de la densité de courant dans le supraconducteur et le fer pour $t = 10$ s. La qualité de la distribution de B_z et J_ϕ varie en fonction de la méthode de résolution choisie. Les flèches indiquent des problèmes de distribution du champ magnétique ou de densité de courant. On voit un champ magnétique piégé qui n'a pas complètement pénétré le supraconducteur.

En raison de la difficulté de trouver un résultat de référence pour les résultats obtenus présentés dans la Figure 2.9, nous avons choisi de calculer la différence entre les valeurs B_r , B_z et J_{phi} pour l'ensemble des points calculés (avec le même maillage). Cette méthode permettra d'illustrer les différences de performance entre les différentes formulations. Considérons par exemple le champ magnétique B_r , nous commençons le calcul par la valeur moyenne du champ magnétique en chaque point et pour chaque méthode, donc :

$$B_{\text{moyenne}} = \frac{B_{rA-H} + B_{rA(mf)-H} + B_{rA} + B_{rA(mf)} + B_{rH} + B_{rH(mfh)}}{6} \quad (2.42)$$

Donc B_{moyenne} est la moyenne arithmétique d'un point calculé par toutes les formulations. Ensuite, pour chaque point, la différence entre le champ magnétique B_r et B_{diff} est calculé comme suit :

$$B_{\text{diff}} = \frac{|B_{\text{moyenne}} - B_{rA-H}|}{B_{\text{moyenne}}} \cdot 100 \% \quad (2.43)$$

Les résultats dont la valeur est inférieure à 1 % de la valeur maximale ne sont pas considérés. Nous avons analysé les deux composantes du champ magnétique B_z et B_r dans le supraconducteur, le fer et l'air, puis la densité de courant J_ϕ dans le supraconducteur. Pour faciliter la lecture des graphiques, nous avons divisé la différence calculée en fourchettes de pourcentage. Nous considérons une comparaison des résultats pour deux temps $t = 2$ ms (champ magnétique maximal) et $t = 10$ s (fin de l'aimantation).

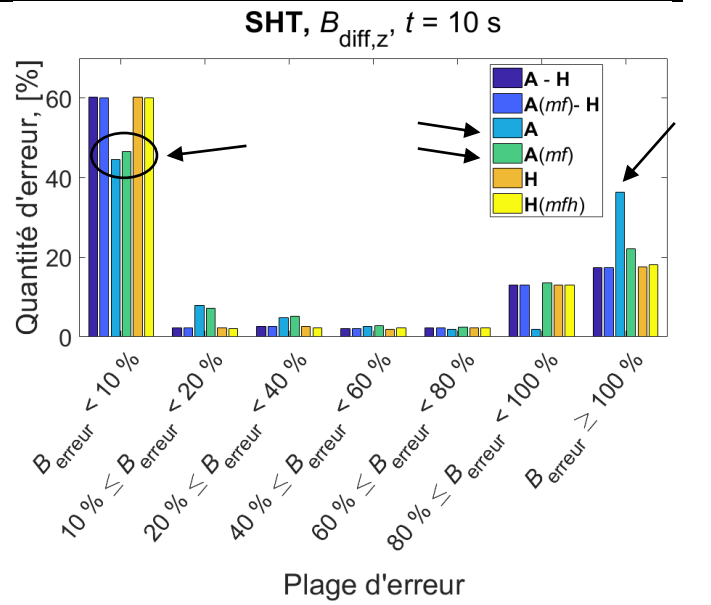
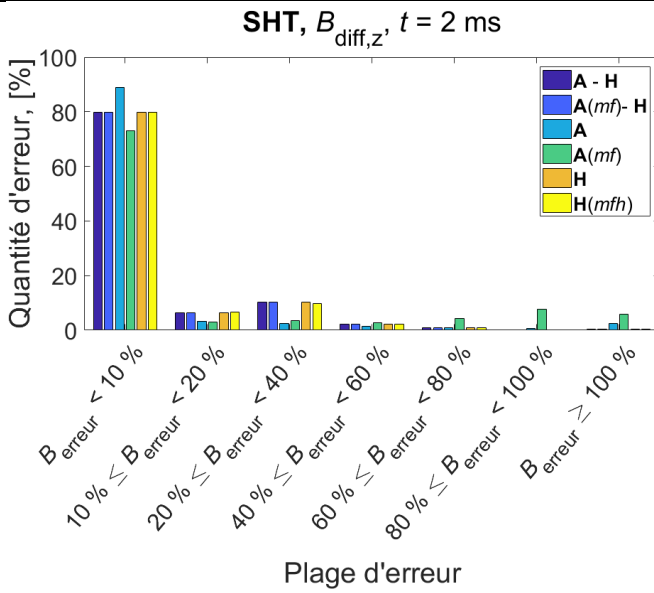
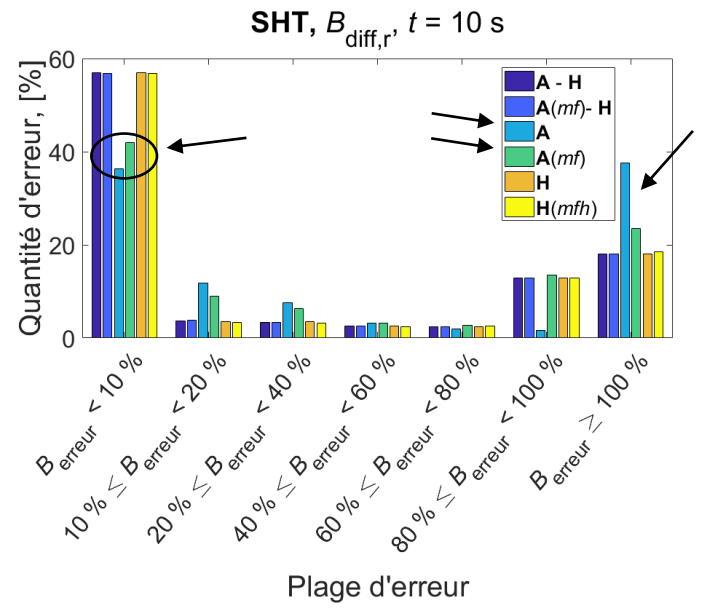
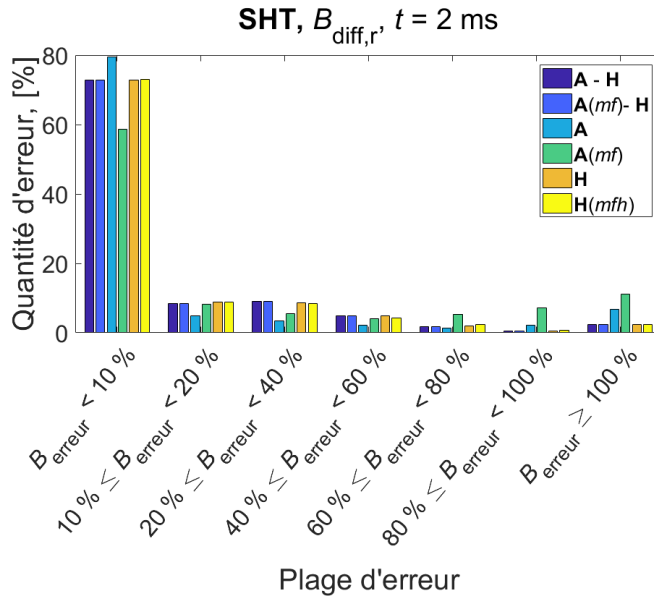


Figure 2.10. Comparaison du champ magnétique dans le supraconducteur à $t = 2 \text{ ms}$ et $t = 10 \text{ s}$ calculé à l'aide de différentes formulations. Le calcul est basé sur l'équation 2.43.

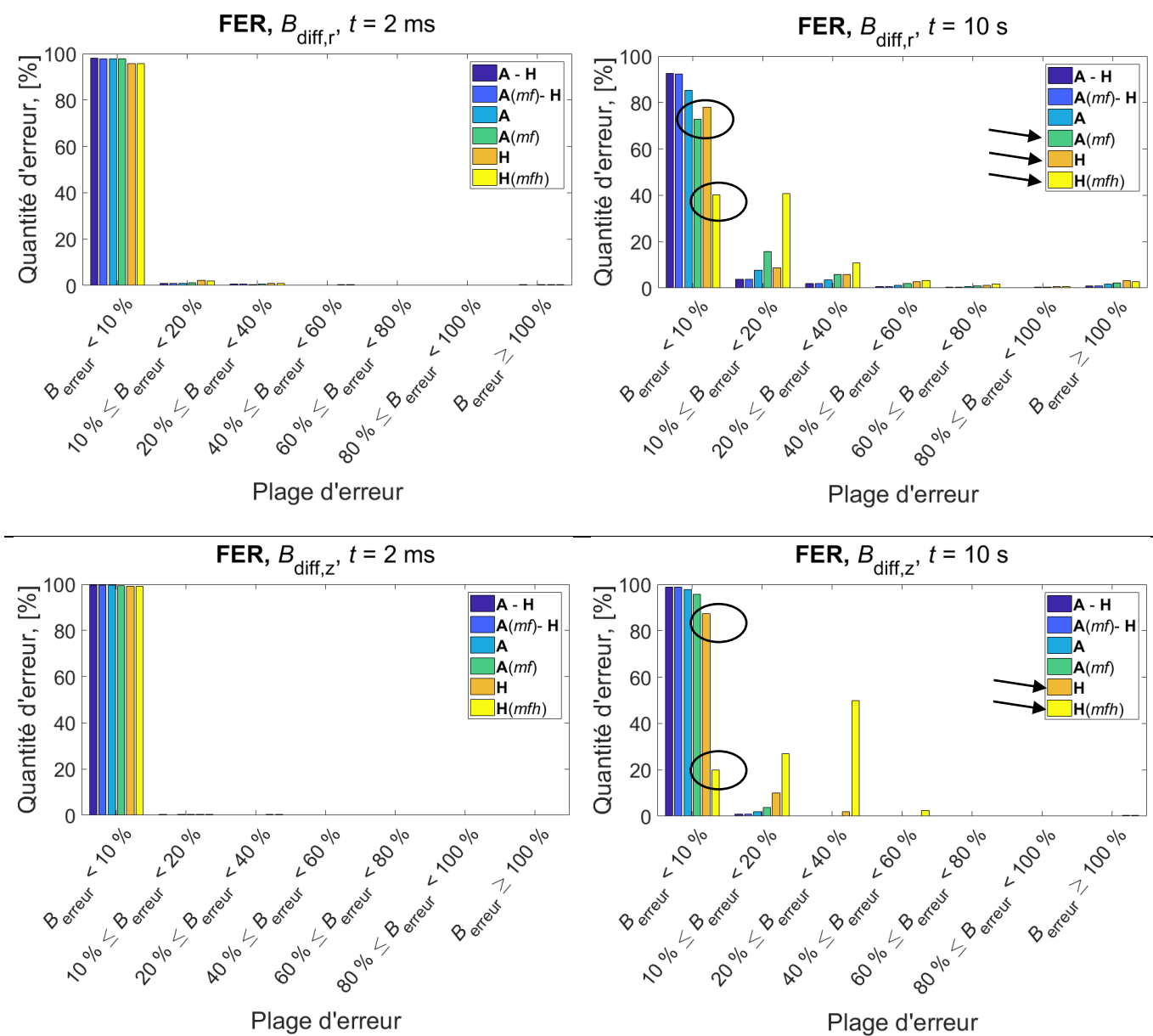


Figure 2.11. Comparaison du champ magnétique dans le fer à $t = 2$ ms et $t = 10$ s calculé à l'aide de différentes formulations. Le calcul est basé sur l'équation 2.43.

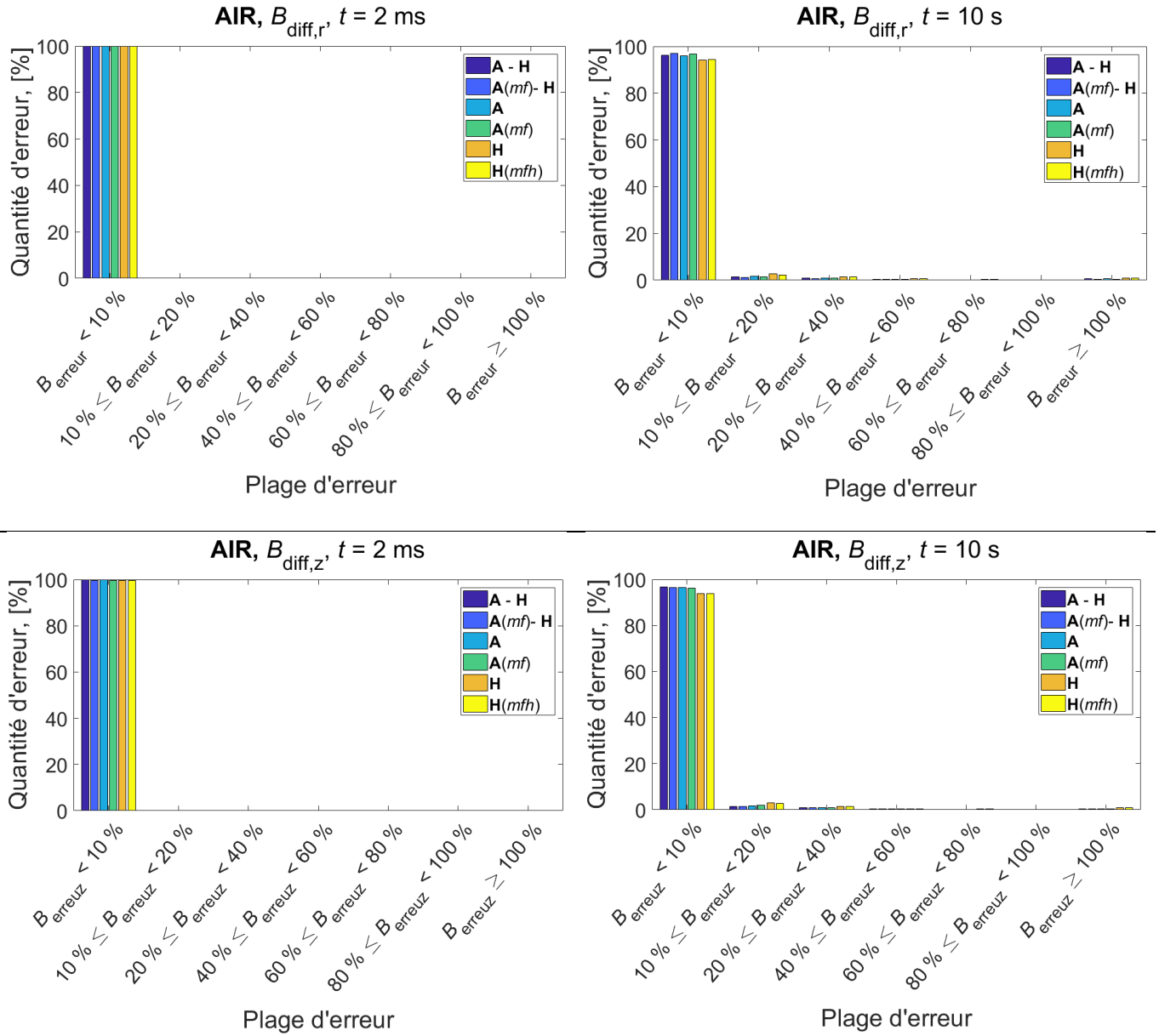


Figure 2.12. Comparaison du champ magnétique dans l'air à $t = 2 \text{ ms}$ et $t = 10 \text{ s}$ calculé à l'aide de différentes formulations. Le calcul est basé sur l'équation 2.43.

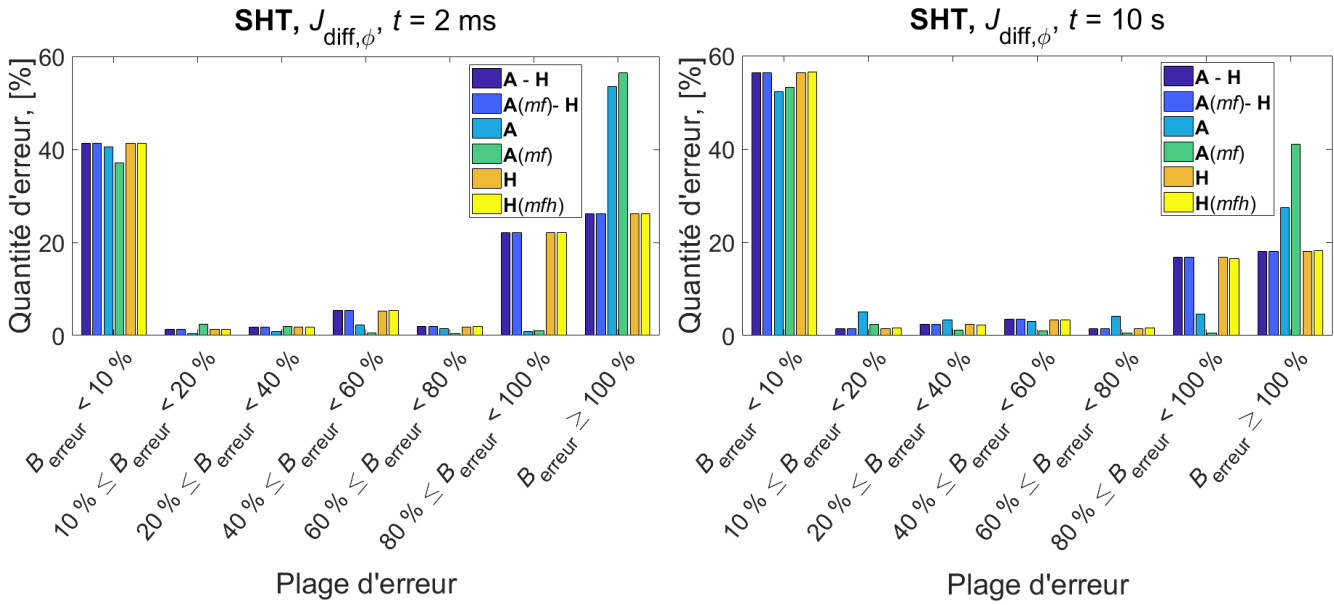


Figure 2.13. Comparaison de la densité de courant dans le supraconducteur à $t = 2$ ms et $t = 10$ s calculée à l'aide de différentes formulations. Le calcul est basé sur l'équation 2.43.

Commençons par analyser le champ magnétique dans le supraconducteur calculé à l'aide des différentes formulations. Les champs magnétiques dans les formulations **A** et **A(mf)** indépendamment du temps sont différents de ceux calculés par les autres formulations, voir les Figures 2.10. De plus, pour $t = 10$ s, lorsque le supraconducteur aimanté est le seul à produire le champ magnétique, cette différence est plus importante. Les formulations **A – H** et **A(mf) – H** ont des valeurs de champ magnétique très similaires aux formulations **H** et **H(mfh)** qui sont généralement choisies pour résoudre les problèmes impliquant la supraconductivité.

Considérons maintenant le champ magnétique dans le fer présenté sur la Figure 2.11. La situation est maintenant inversée, le champ magnétique calculé par les formulations **H** et **H(mfh)** est nettement différent de ceux calculés par les autres formulations. La différence calculée pour la formulation **A – H** et **A(mf) – H** est très faible par rapport à la formulation **A**. La différence apparente de $B_{\text{diff},r}$ pour le temps de 10 s calculé par la formulation **A(mf)** dans le fer, est due à une distribution différente du champ magnétique produit par le supraconducteur à ce moment.

Dans l'air, aucune différence n'est observée entre les formulations pour le temps $t = 2$ ms, car à ce moment-là, la source du champ magnétique est l'inducteur, Figure 2.12. En revanche, après le processus d'aimantation, $t = 10$ s, les différences entre les formulations deviennent apparentes en raison du comportement différent du supraconducteur et du fer dans chaque formulation.

L'analyse des résultats de la densité de courant présentée dans les Figure 2.13 et, révèle de grandes différences pour les formulations **A** et **A(mf)**. Ceci est dû à la méthode de calcul de la densité de courant $\sigma d_t A_\phi$ dans ces formulations, qui mène à des distorsions dans la région non pénétrée par le courant, comme le montre également la Figure 2.9.

Après avoir analysé les résultats des différences de champ magnétique et de densité de courant pour le supraconducteur, le fer et l'air, nous pouvons dire que les résultats obtenus par les formulations $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$ sont les moins différents des autres. C'est notamment pour cela que nous mettrons cette formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ en avant dans les prochains chapitres.

Sur la base de la discussion précédente, un résumé est fourni dans le Tableau 2.2 en intégrant le temps de calcul et le nombre des degrés de liberté (DDL). Bien que le maillage soit identique pour toutes les formulations, le nombre des degrés de liberté pour le modèle 2D est différent pour la formulation $\mathbf{A}$ et $\mathbf{H}$. Le nombre de DDL pour la formulation en $\mathbf{H}$ est environ deux fois plus important que pour la formulation en $\mathbf{A}$. Cela est dû à l'existence de deux variables dans la formulation $\mathbf{H}$, à savoir H_r et H_z dans notre modèle. Pour la formulation $\mathbf{A}$, nous n'avons qu'une seule variable A_ϕ . Le nombre de DDL est également affecté non seulement par le nombre de variables mais aussi par le choix de la méthode de discrétisation, c'est-à-dire Lagrange ou rotationnel. Ainsi, le nombre de degrés de liberté est plus grand si le problème est résolu par des éléments de type rotationnel.

La formulation en $\mathbf{A}$ et notamment $\mathbf{A}(mf)$ a résolu le problème le plus rapidement. On constate que le temps de simulation pour les formulations $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$ est légèrement plus long que pour la formulation $\mathbf{A}$ mais présente un bon compromis en termes de temps de calcul en comparaison des formulations $\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}(mfh)$.

Tableau 2.2. Comparaison du temps de calcul et du nombre de degrés de liberté pour un problème axisymétrique 2D.

Formulation	Temps de calcul	Nombre des degrés de liberté (DDL)	Bilan
Formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$	3 min 7 s	5 244	1. SHT bonne convergence 2. FER bonne convergence 3. Temps de simulation moyen 4. Moindres différences par rapport aux autres formulations
Formulation $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$	3 min 0 s	5 244	
Formulation $\mathbf{A}$	28 s	4 150	1. FER bonne convergence
Formulation $\mathbf{A}(mf)$	21 s	4 150	2. Temps de simulation court
Formulation $\mathbf{H}$	9 min 49 s	10 242	1. SHT bonne convergence 2. Temps de simulation long
Formulation $\mathbf{H}(mfh)$	12 min 14 s	10 242	

La Figure 2.14 présente une comparaison de la taille des pas de temps obtenus par le solveur pour les différentes formulations avec une erreur relative identique. On constate que pour les formulations **A** et **A(mf)**, une taille de pas de temps plus importante est appliquée par le solveur à partir $t = 10^{-5}$ s, ce qui correspond bien au temps de simulation plus court observé et montré dans le Tableau 2.2.

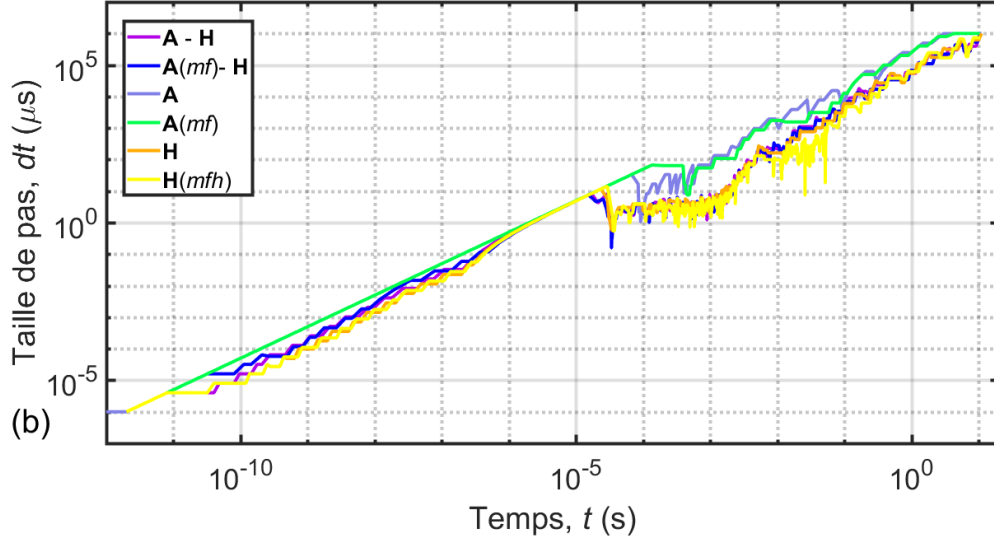


Figure 2.14. Comparaison de la taille des pas de temps dans la simulation des différentes formulations pour le problème 2D.

Afin d'obtenir des résultats de simulation pour chaque instant du processus d'aimantation, le programme doit effectuer un nombre suffisant d'itérations. La Figure 2.15 montre comment le nombre d'itérations varie en fonction du temps de simulation. Pour toutes les formulations, et comme la dynamique du problème diminue avec le temps, on constate que le nombre d'itérations diminue avec le temps. Pour les formulations **A** et **A(mf)**, le nombre d'itérations est également moindre par rapport aux autres, ce qui affecte également le temps de simulation. Par conséquent, les résultats de simulation les plus rapides ont été obtenus à partir de la formulation **A** et **A(mf)**. A partir du milieu du graphique, on observe un nombre d'itérations plus important pour les formulations **H** et en notamment **H(mfh)**, ce qui explique la différence d'environ 30% dans le temps de calcul entre ces 2 formulations.

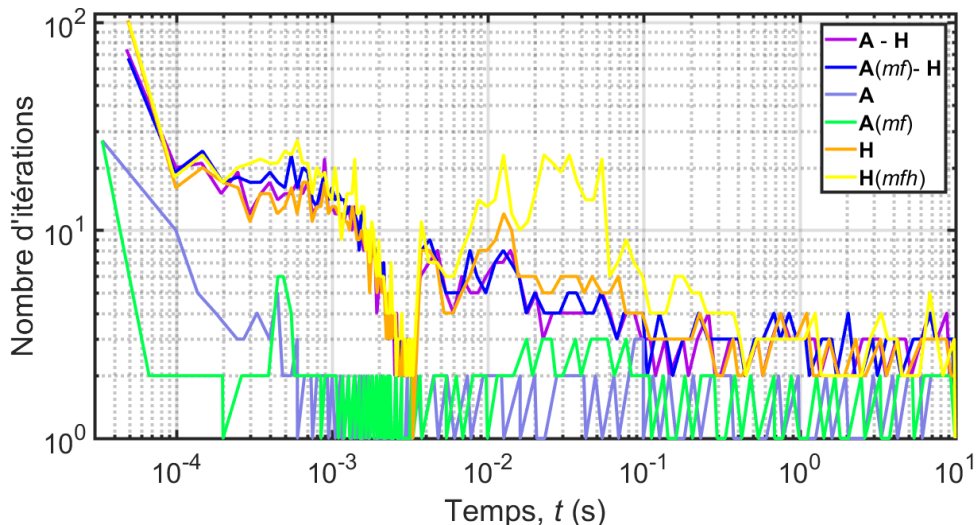


Figure 2.15. Nombre d'itérations pour obtenir un temps de simulation donné pour différentes formulations dans le modèle 2D.

2.6 Présentation du problème 3D

Similairement au modèle 2D, les différentes formulations sont comparées pour un problème 3D. Dans ce problème 3D, une symétrie est appliquée, ce qui a permis de simuler seulement 1/4 du modèle. Ici, nous envisageons de résoudre le modèle présenté sur la Figure 2.16 en utilisant les mêmes formulations et leurs combinaisons que dans le modèle axisymétrique 2D. La formulation en $\mathbf{A}$ (2.16) et la formulation en $\mathbf{H}$ (2.24) est imposée par des EDP directement dans le logiciel COMSOL. Dans la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$, le supraconducteur est résolu par la formulation $\mathbf{H}$ et les autres domaines par la formulation $\mathbf{A}$. Comme pour le modèle 2D, dans la formulation en $\mathbf{H}$, nous utilisons des éléments d'arête de type rotationnel et d'ordre *quadratique*. Dans la formulation en $\mathbf{A}$, des éléments classiques de type Lagrange et également d'ordre *quadratique* ont été choisis. En outre, la ligne représentée sur la Figure 2.16 et les deux plans s_1 et s_2 vus sur la Figure 2.17 ont été définis pour représenter les résultats de simulation. Malheureusement, nous n'avons pu faire converger dans un temps acceptable le problème avec la formulation $\mathbf{A}(mf)$, les résultats ne seront donc pas affichés.

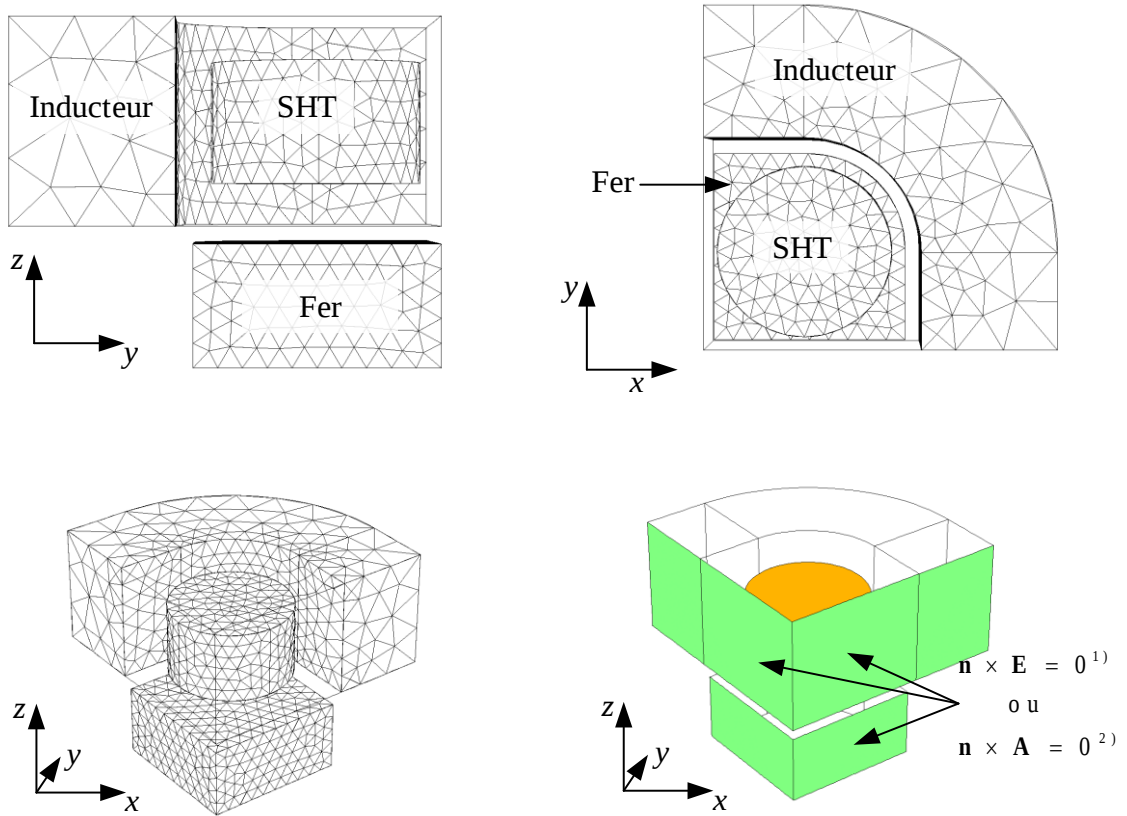


Figure 2.16. Problème utilisé pour la vérification de la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ en 3D. Le problème complet considère l'aimantation d'un ensemble de 4 supraconducteurs par une impulsion de champ magnétique avec présence d'une pièce ferromagnétique. En outre, nous présentons les conditions aux limites utilisées pour la symétrie. ¹⁾ dans la formulation en $\mathbf{H}$, ²⁾ dans la formulation en $\mathbf{A}$.

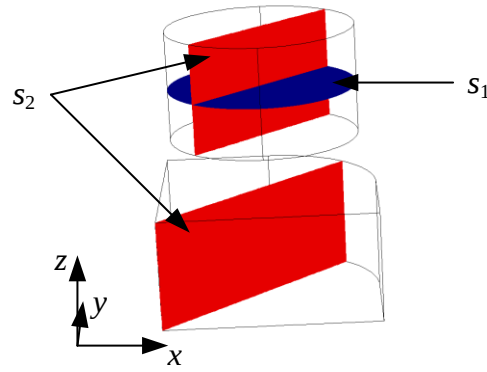


Figure 2.17. Deux plans délimités dans le problème 3D pour l’affichage des résultats. Le plan s_1 traverse le supraconducteur exactement au milieu. Le plan s_2 coupe la fois le supraconducteur et le fer.

La distribution du champ magnétique $\mathbf{B}$ pendant et après le processus d’aimantation pour un supraconducteur dans le plan s_1 est représentée sur la Figure 2.18. Deux temps de simulation ont été pris en compte : à $t = 2$ ms, lorsque le champ magnétique appliqué et à $t = 100$ ms, lorsque l’impulsion de champ magnétique appliqué est nulle. La simulation a été arrêtée à 100 ms et non 10 s comme pour le problème 2D pour éviter d’allonger inutilement le temps de simulation.

Pour la formulation $\mathbf{A}$, le champ magnétique est le plus différent par rapport aux autres formulations. Il faut souligner que dans la formulation en $\mathbf{A}$, il faut calculer la dérivée pour obtenir la distribution du champ magnétique. Certaines interférences sont également visibles pour les formulations $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$ sur le bord du supraconducteur à proximité de la bobine. Nous pensons que la proximité du supraconducteur avec les plans de symétrie d’une part et la bobine d’autre part, et le choix du maillage utilisé dans cette zone particulière de couplage entre les formulations $\mathbf{A}$ et $\mathbf{H}$ est à l’origine des disparités observées.

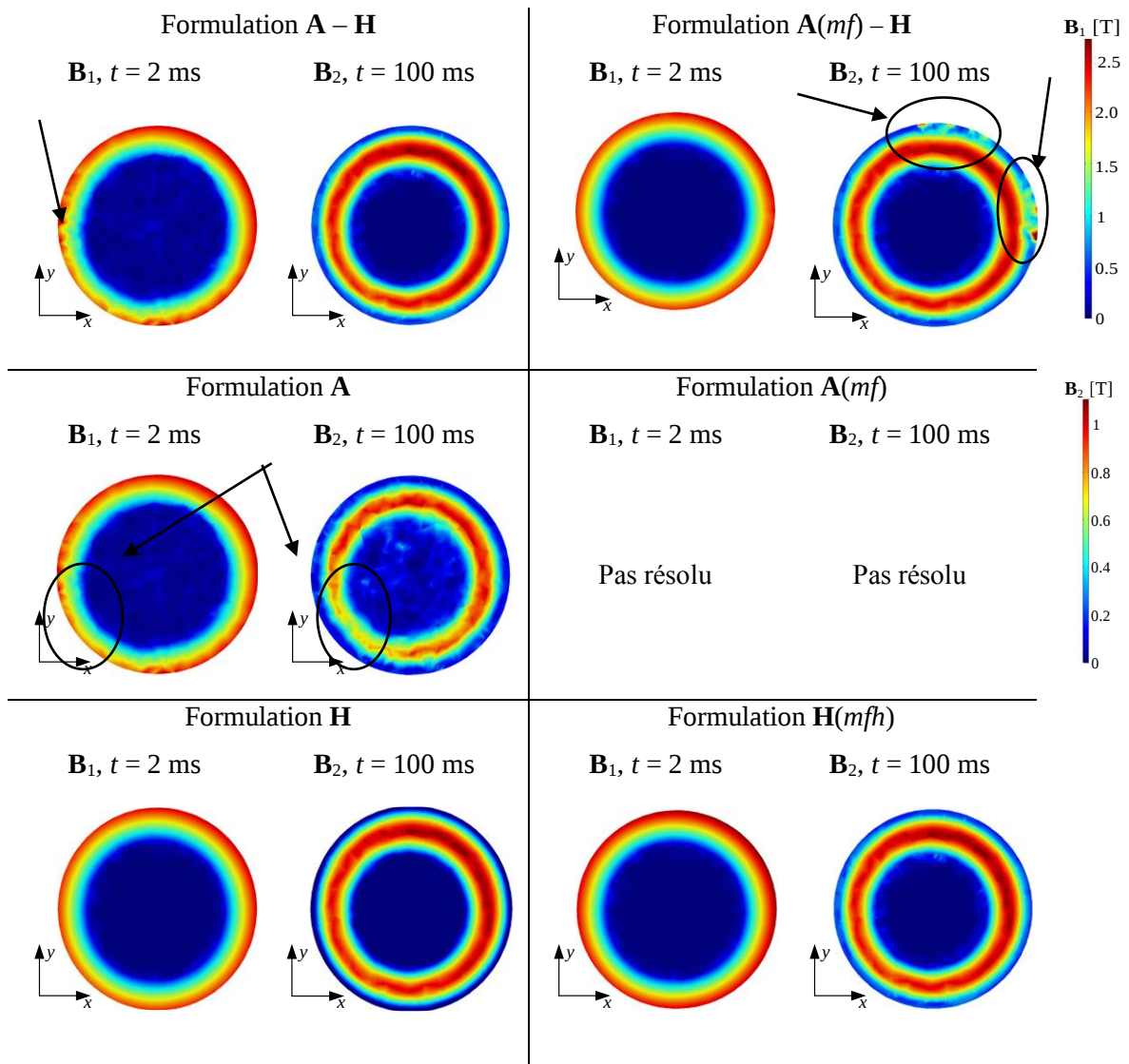


Figure 2.18. Distributions de la norme du champ magnétique dans le supraconducteur sur le plan s_1 à $t = 2 \text{ ms}$ et 100 ms . Les flèches indiquent des problèmes sur la distribution du champ magnétique. On observe que le champ magnétique piégé n'a pas complètement pénétré le supraconducteur.

La même approche de vérification de la distribution du champ magnétique a été réalisée pour la surface s_2 montrée dans la Figure 2.19. Comme dans le cas précédent, la distribution du champ magnétique pour $t = 100$ ms pour la formulation **A** diffère par rapport aux autres formulations. Nous pouvons dire que seule la formulation **A** présente des valeurs de champ magnétique piégé différentes tandis que pour le reste des formulations, le champ magnétique présente donc des valeurs similaires.

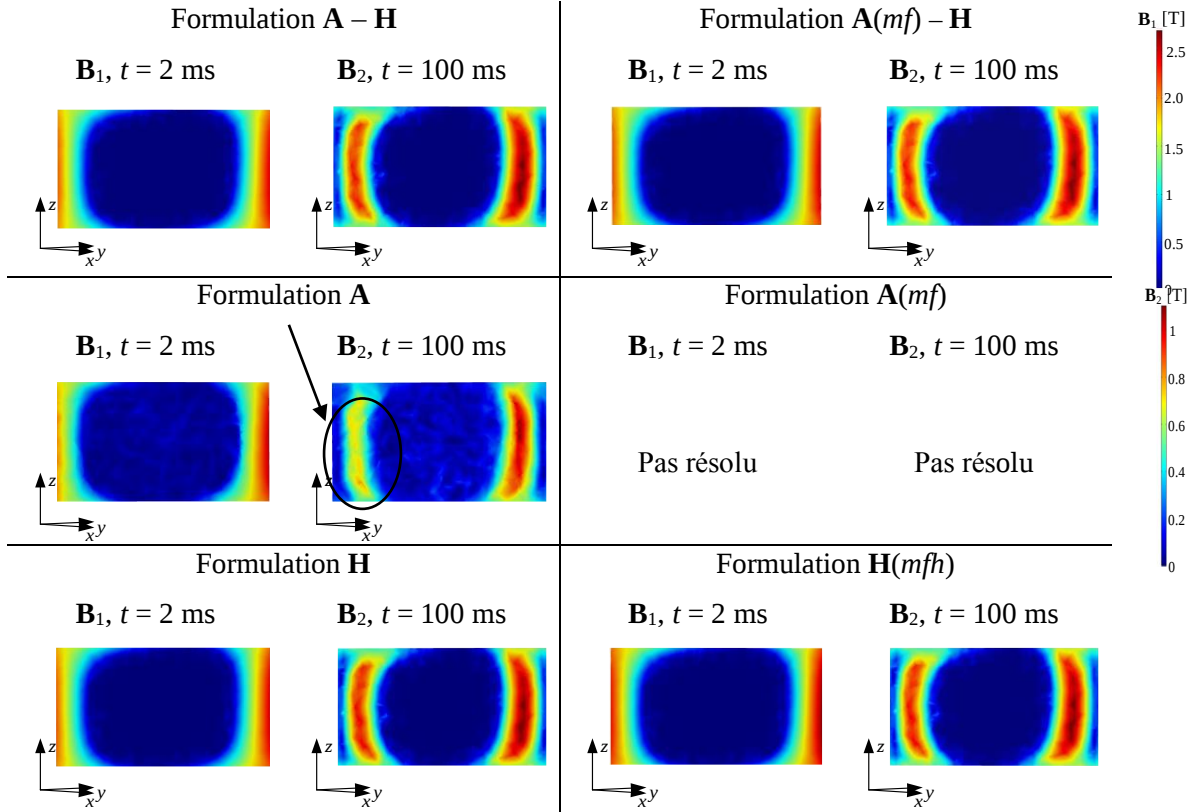


Figure 2.19. Distributions de la norme du champ magnétique dans le supraconducteur sur le plan s_2 à $t = 2$ ms et 100 ms. Les flèches indiquent les problèmes de distribution du champ magnétique. On observe également que le champ magnétique piégé n'a pas complètement pénétré le supraconducteur.

La distribution de densité courant $\mathbf{J}$ pendant et après le processus d'aimantation pour le supraconducteur dans le plan s_1 est représentée sur la Figure 2.20. A noter que pour obtenir $\mathbf{J}$, il faut calculer la dérivée première de $\mathbf{H}$ dans les formulations en $\mathbf{H}$ et la dérivée seconde de $\mathbf{A}$ pour la formulation en $\mathbf{A}$, ce qui conduit à des résultats numériques assez bruités lorsque le plan d'analyse n'est pas maillé spécifiquement, comme c'est le cas ici. Par ailleurs, la distribution de courant obtenue à partir de $\nabla \times \mathbf{H}$ ou $\sigma d_t \mathbf{A}$ pour la formulation en $\mathbf{A}$ conduit à des résultats erronés et très différents des autres formulations. Pour le calcul à partir de $\sigma d_t \mathbf{A}$ et comme pour le problème 2D, de grands maxima et minima sont visibles dans la région non pénétrée par le champ magnétique.

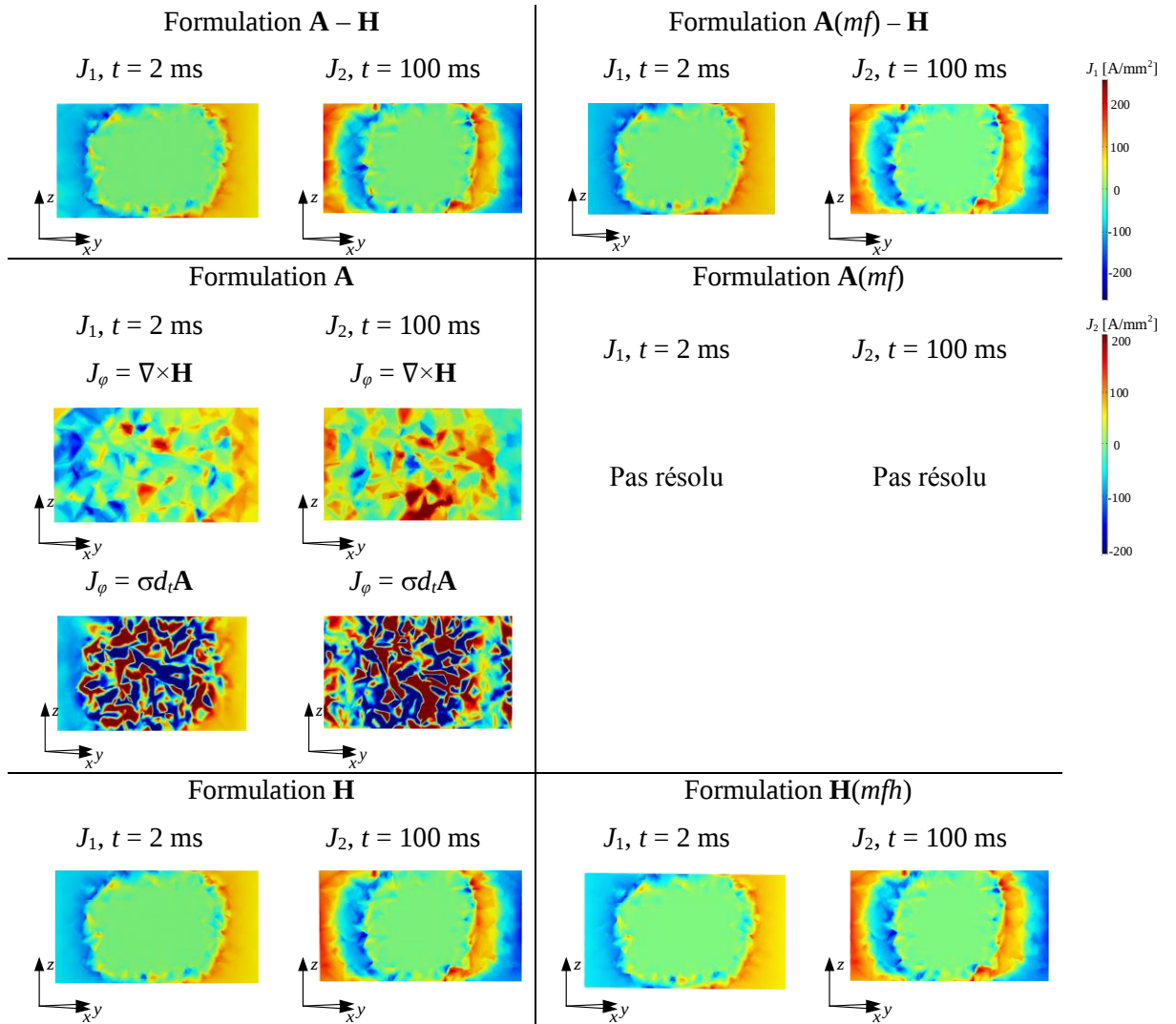


Figure 2.20. Distributions de la densité de courant dans le supraconducteur sur le plan s_2 à $t = 2 \text{ ms}$ et 100 ms . Le courant a été calculé à partir de l'équation $J = J_x \cdot \sin(45^\circ) + J_y \cdot \cos(45^\circ)$.

La Figure 2.21 montre la distribution du champ magnétique dans le fer sur le plan s_2 . En comparant la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$, on observe que le champ magnétique dans le fer calculé par le module mf est de meilleure qualité. Comme nous pourrions le voir dans le Tableau 2.3, le nombre de DDL et le temps de calcul est également supérieur pour la formulation $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$. Il existe donc des inconnues supplémentaires qui sont résolues avec le module mf , notamment $\mathbf{B}$, alors que pour les formulations implémentées en PDE nous calculons $\mathbf{B}$ uniquement en post-processing à partir des dérivées.

Les distributions de champ magnétique calculées par les formulations $\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}(mfh)$ sont très proches l'une de l'autre et comparables à celles calculées par la formulation $\mathbf{A}(mf)$.

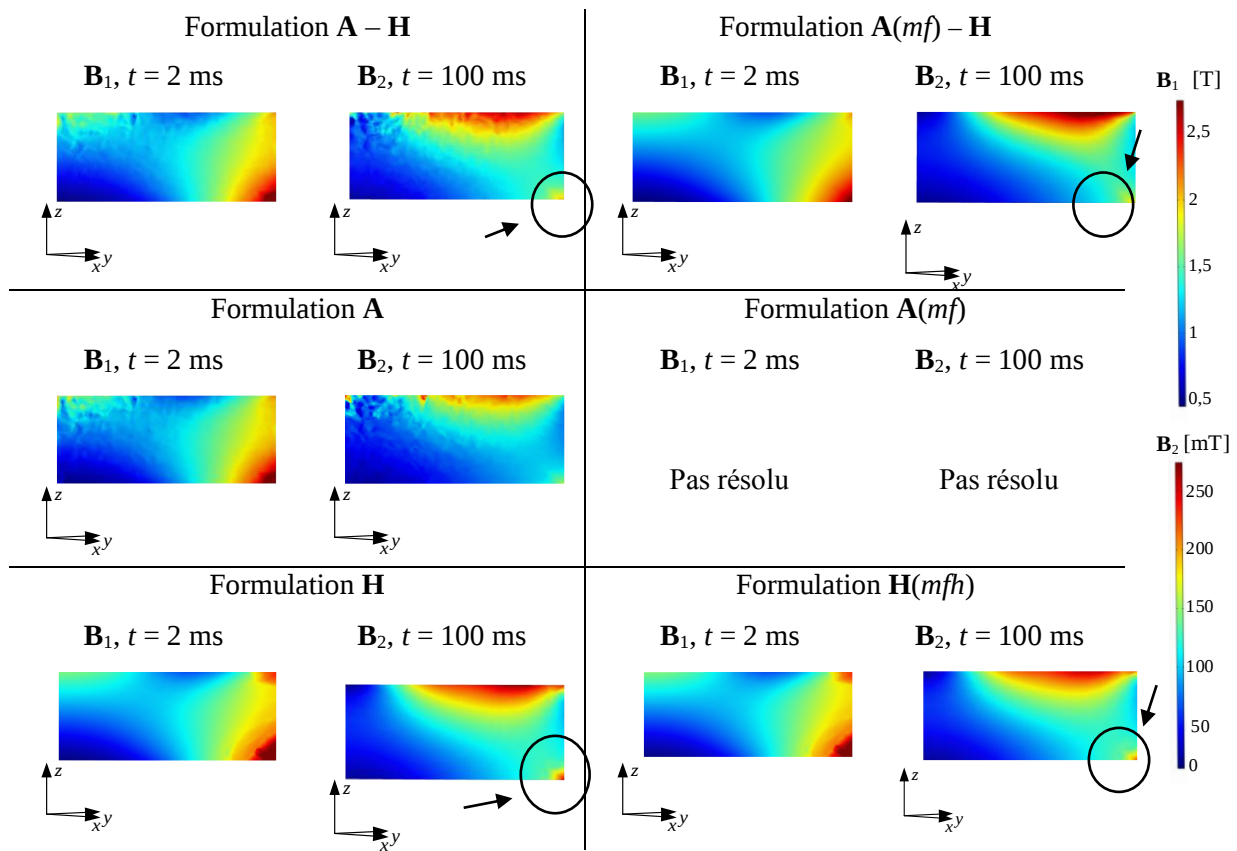


Figure 2.21. Distributions du champ magnétique dans le fer sur le plan s_2 à $t = 2$ ms et 100 ms. Les flèches indiquent les problèmes de distribution du champ magnétique.

Le dernier élément de cette section est le Tableau 2.3 résumant le temps de calcul, le nombre de degrés de liberté et des remarques générales sur chaque formulation en 3D. Le temps de calcul est le plus long pour la formulation en **A** et le plus court pour la formulation **H**. Un temps de calcul intermédiaire est donc obtenu avec les formulations **A – H** et **A(mf) – H**. Nous constatons néanmoins que pour la même formulation le nombre DDL est 40% plus important pour la formulation **A(mf) – H**. Comme dans le problème 2D, le nombre de degrés de liberté dépend également du choix de la discrétisation, c'est-à-dire Lagrange ou rotationnel. À cela s'ajoute la différence entre le temps de calcul dans la formulation **H** et **H(mfh)**. Comme dans le problème 2D, les performances des modules *mf* et *mfh* qui sont basés sur les formulations **A** et **H** sont différentes des formulations que nous avons développées. La solution la plus rapide a été réalisée à partir de la formulation en **H** et la plus longue à partir de la formulation en **A**. La formulation couplée **A – H** représente donc de nouveau un bon compromis entre le temps de calcul et la pertinence des résultats.

Tableau 2.3. Comparaison du temps de calcul et du nombre de degrés de liberté pour le problème 3D.

Formulation	Temps de calcul	Nombre des degrés de liberté (DDL)	En résumé
Formulation A – H	7 h 20 min 42 sec	141 132	1. SHT bonne convergence 2. Temps de simulation moyen
Formulation A(mf) – H	1 j 0 h 8 min 44 sec	199 704	
Formulation A	1 j 9 h 27 min 29 sec	126 447	1. Temps de simulation long 2. Résolution difficile
Formulation A(mf)	Pas résolu	196 264	
Formulation H	4 h 7 min 25 sec	196 264	1. SHT bonne convergence 2. Temps de simulation court
Formulation H(mfh)	5 h 22 min 28 sec	196 264	

La taille du pas de temps retenu par le solveur est présentée dans la Figure 2.22. Les pas de temps sont tous comparables tout au long de la simulation même si le pas de temps est généralement plus grand pour les formulations en **H**, ce qui est le comportement opposé à celui observé pour le modèle 2D. Cela se retrouve également dans le temps de simulation des formulations en **A** du Tableau 2.3, qui est donc plus long bien que le nombre de DLL soit inférieur.

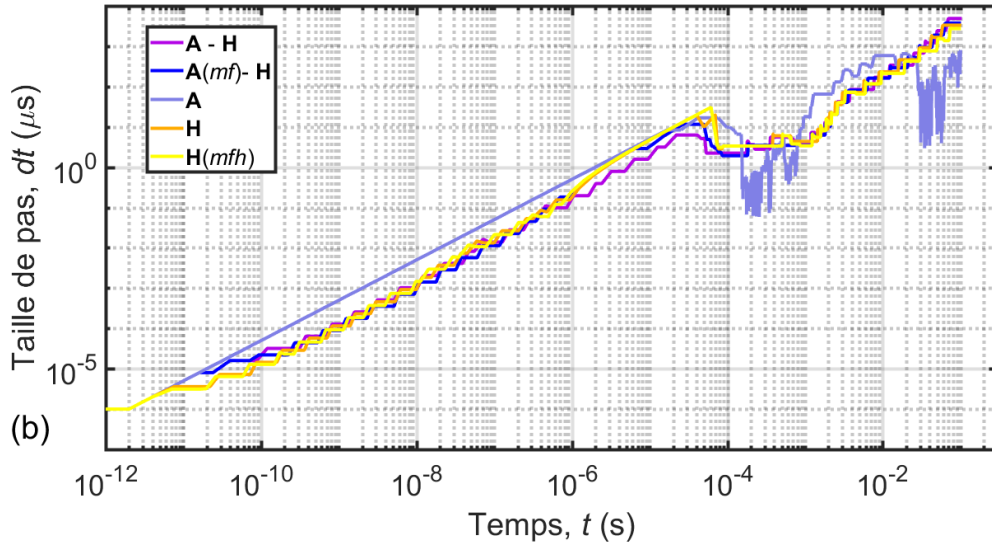


Figure 2.22. Comparaison de la taille des pas de temps dans la simulation des différentes formulations pour le problème 3D.

Comme dans le cas précédent, pour le modèle 3D, le nombre d'itérations pour chaque temps de simulation est indiqué dans la Figure 2.23. Les formulations **H** et **H(mfh)** ont nécessité le plus petit nombre d'itérations et le temps de simulation a donc été le plus court. Pour la formulation **A**, nous pouvons constater le nombre plus élevé d'itérations vers la fin de la simulation, ce qui a entraîné le temps de simulation le plus long.

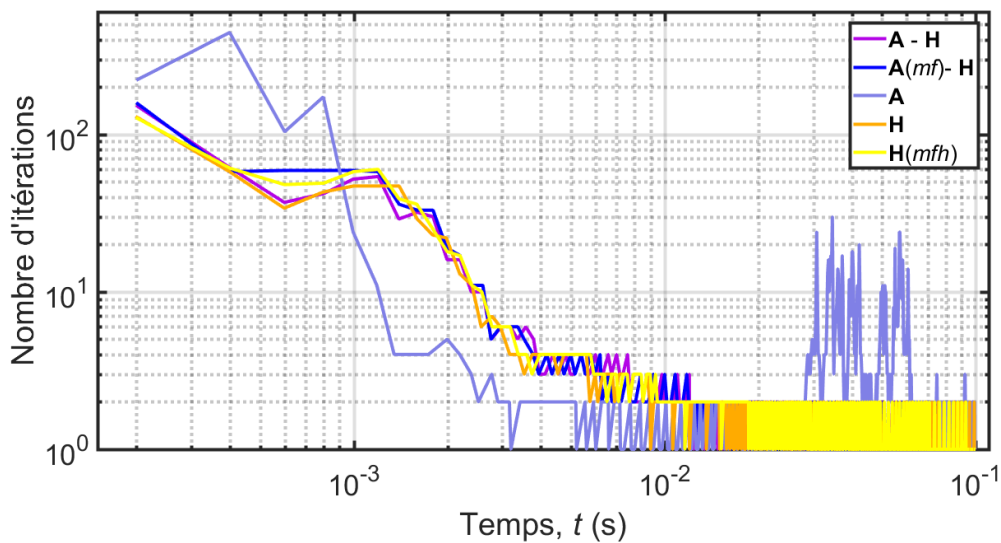


Figure 2.23. Nombre d'itérations pour obtenir un temps de simulation donné pour différentes formulations dans le modèle 3D.

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, différentes formulations ont été comparées pour résoudre le problème électromagnétique du processus d'aimantation d'un supraconducteur en présence de fer. La formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ a fait l'objet d'une évaluation par rapport aux formulations $\mathbf{A}$ et $\mathbf{H}$. En considérant le problème 2D, dans la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$, la distribution du champ magnétique dans la SHT ainsi que dans le fer est correcte. Le temps de simulation du problème 2D basé sur la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ se situait entre les formulations $\mathbf{A}$ et $\mathbf{H}$. En termes de DDL, la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ avait 26 % de DDL en plus, tandis que la formulation $\mathbf{H}$ avait 100 % de DDL en plus par rapport à la formulation $\mathbf{A}$. Pour notre modèle en 2D, la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ ou $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$ semble être une très bonne solution étant donné la présence du supraconducteur et du fer. Le modèle développé à partir de cette formulation constitue donc un nouvel outil intéressant pour des travaux futurs de dimensionnement et le développement d'applications des supraconducteurs au GREEN.

Le problème défini en 3D et résolu par la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ semble le plus approprié. Une grande différence de temps et de nombre de DDL entre $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ et $\mathbf{A}(mf) - \mathbf{H}$ est également apparue. Ce qui indique la présence de calculs additionnels dans le module *mf* de COMSOL par rapport à la formulation implémentée en $\mathbf{A}$ par le module PDE. Sur la base de la formulation $\mathbf{A}(mf)$, nous n'avons pas réussi à résoudre notre modèle. En résumé, la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ en 3D donne la possibilité de simuler de façon plus certaine des problèmes impliquant à la fois des supraconducteurs et des matériaux ferromagnétiques. Néanmoins, s'il n'y a pas de matériau magnétique non linéaire dans le modèle, la formulation en $\mathbf{H}$ est également un bon choix.

Sur la base de l'évaluation ci-dessus, nous utiliserons dans ce qui suit la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ pour résoudre nos problèmes.

Chapitre 3 Modélisation de l'aimantation d'un supraconducteur

Dans ce chapitre, nous considérons dans la première partie la modélisation du comportement d'une pastille YBCO. Les paramètres électriques et thermiques de l'YBCO sont donnés. Ensuite, un modèle électrique de magnétiseur est montré. Dans la section 3.3, nous envisageons de calculer l'inductance et la résistance de l'inducteur de manière analytique pour disposer d'une base pour les calculs numérique. Sur la base des considérations précédentes, nous construirons un modèle complet du processus d'aimantation d'une et de plusieurs pastilles supraconductrices qui seront ensuite simulées et étudiées expérimentalement dans le Chapitre 4.

3.1 Modélisation du comportement des SHT

Le comportement des SHT est exprimé par la loi en puissance introduite dans la section 1.2. Cette dépendance est imposée dans le logiciel par la résistivité ou la conductivité. Nous supposons un comportement homogène et isotrope des pastilles YBCO, ce qui n'est pas le cas mais nous ne pouvons connaître localement les propriétés exactes des pastilles. Le supraconducteur sera simulé par une formulation en $\mathbf{H}$, donc la loi en puissance (1.17) prend la forme d'une résistivité non linéaire :

$$\rho(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T) = \frac{E_c}{J_c(T, \mathbf{B})} \left(\frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c(T, \mathbf{B})} \right)^{n-1} \quad (3.1)$$

Pour prendre en compte la transition du supraconducteur par l'élévation de température au-dessus de T_c , la résistivité ρ du supraconducteur a été modifiée sous la forme :

$$\rho = \begin{cases} \frac{\rho_{\text{SHT}} \cdot \rho_{\text{SCN}}}{\rho_{\text{SHT}} + \rho_{\text{SCN}}}, & T_c > T \\ \rho_{\text{SCN}}, & T_c \leq T \end{cases} \quad (3.2)$$

où $\rho_{\text{SCN}} = 3,5 \mu\Omega\text{m}$ [DGDS04]. La valeur de n , dans la loi en puissance, a été fixée à 9. Après de nombreuses tentatives pour déterminer le paramètre n , c'est la valeur de 9 représente plus fidèlement le comportement observé expérimentalement des pastilles testées au laboratoire. Ces valeurs ont également été utilisées par d'autres groupes de recherche [PaGl12] et ont été obtenues sur la base de comparaisons avec des résultats expérimentaux lors de l'aimantation d'une pastille YBCO.

La simulation des matériaux supraconducteurs basée sur (1.17) mène à un champ piégé égal à zéro au bout d'un temps infiniment long en raison de la petite valeur de la résistance qui existe toujours. Par conséquent, afin de trouver le bon moment pour arrêter la simulation, nous considérons le champ piégé final au moment de l'arrêt du changement de température dans le supraconducteur après chaque impulsion. La simulation est ainsi arrêtée si la condition $\Delta T < 0,01 \text{ K}$ est satisfaite partout.

Dans [Ekin06], on trouve la dépendance du transfert de chaleur q_0 en fonction du changement de température entre un métal et l'azote liquide. Pour de petits changements de température ΔT , le facteur h est de l'ordre de $500 \text{ W/m}^2/\text{K}$ pour l'azote liquide sous 1 atmosphère. Pendant l'aimantation, lorsque l'élévation de température dépasse une dizaine de Kelvin, l'azote liquide peut passer à l'état gazeux,

ce qui dégrade le transfert de chaleur entre l'azote liquide et le supraconducteur ou l'inducteur. Par exemple, le coefficient h pour l'azote à l'état gazeux pour $\Delta T = 70$ K atteint $100 \text{ W/m}^2/\text{K}$. Par conséquent, nous allons estimer $h = 400 \text{ W/m}^2/\text{K}$ dans l'équation (2.37) pour un supraconducteur et un inducteur [Pol04].

Nous supposons que la pastille YBCO possède une conductivité thermique $\kappa = 20 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ suivant (ab -plan) et $4 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ suivant (c), une densité $\rho_T = 5900 \text{ kg/m}^3$ et une capacité thermique à pression constante $C_p = 132 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ [FuNa10]. Ces paramètres ont été choisis pour une pastille d'YBCO à la température de l'azote liquide. Tous les paramètres thermiques sont rassemblés dans le Tableau 3.1.

Tableau 3.1. Ensemble des paramètres pour une pastille YBCO [PaGl12].

Paramètre	Symbole	Valeur
Conductivité thermique de l'YBCO	κ	4 W/(m·K) (axe c) 20 W/(m·K) (plan ab)
Capacité thermique à pression constante de l'YBCO	C_p	132 J/(kg·K)
Densité de l'YBCO	ρ_T	5900 kg/m ³
Coefficient d'échange thermique	h_{SHT}	400 W/(m ² ·K)
Exposant n dans la loi en puissance	n	9
Constante de champ magnétique dans (1.10)	B_0	1,3 T
Température critique (1.14)	T_c	92,3 K

Les pastilles supraconductrice YBCO disponibles dans notre laboratoire font 17 mm de hauteur et environ 15,2 mm de rayon.

3.2 Description du circuit électrique

Pendant le processus d'aimantation, l'inducteur est alimenté par une source d'énergie qui est un condensateur capable de fournir cette énergie et appelé par la suite « magnétiseur ». Un exemple intéressant de magnétiseur est présenté dans [ISOW16]. Ce magnétiseur possède une énergie totale de 25 kJ et permet de moduler la forme de l'impulsion grâce à la tension de charge des condensateurs. Le magnétiseur disponible au laboratoire GREEN est capable de délivrer un courant maximal de magnétiseur 25 kA, et possède une tension de charge maximale de 2000 V. La forme de la décharge et notamment le temps caractéristique et la valeur du courant maximal dépendent des paramètres R , L et C du circuit réalisé, ce qui inclut le magnétiseur, l'inducteur et les câbles de connexion.

Le magnétiseur est constitué d'un condensateur, d'un thyristor qui connecte le récepteur externe au magnétiseur et d'une diode connectée en parallèle avec le condensateur afin d'empêcher l'apparition

d'une tension négative aux bornes du condensateur. Le schéma du magnétiseur est donné sur la Figure 3.1.

Considérons les équations électriques du magnétiseur sous la forme d'un circuit avec des éléments R , L , C connectés en série. Pour trouver l'équation différentielle du magnétiseur, nous devons écrire la loi des mailles pour la Figure 3.1 :

$$u_C(t) - u_L(t) - u_R(t) - u_{L\lambda}(t) - u_{R\lambda}(t) = 0 \quad (3.3)$$

où chaque u représente la chute de tension à travers chaque élément.

On note aussi que :

$$u_C(t) = \frac{q(t)}{C} \quad (3.4)$$

$$u_R(t) = Ri(t) \quad (3.5)$$

$$u_{L\lambda}(t) = L_\lambda \frac{di(t)}{dt} \quad (3.6)$$

$$u_{R\lambda}(t) = R_\lambda i(t) \quad (3.7)$$

$$i(t) = -\frac{dq(t)}{dt} \quad (3.8)$$

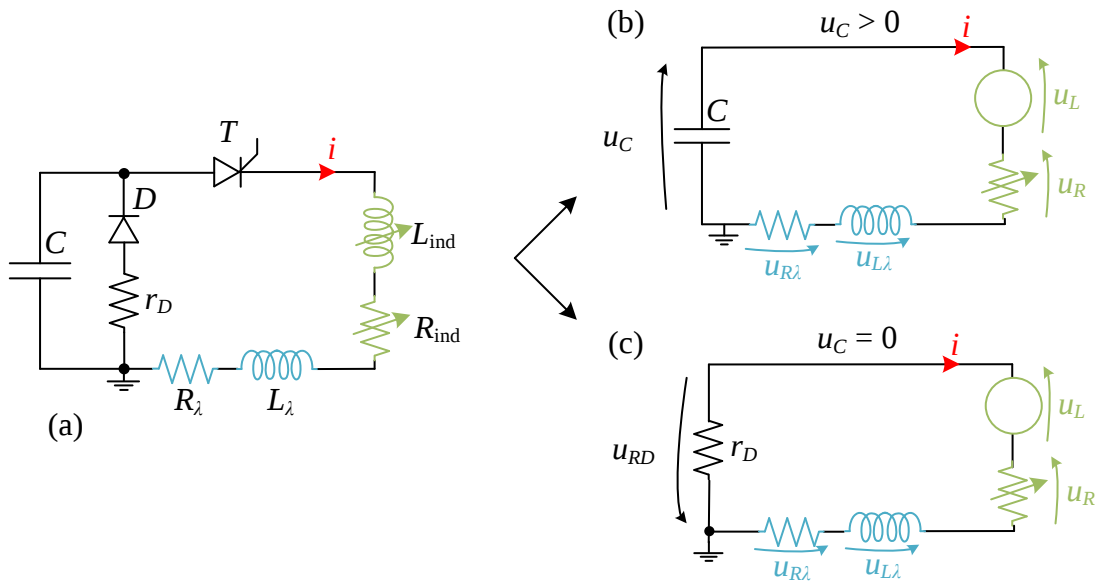


Figure 3.1. Schéma du magnétiseur connecté à l'inducteur représenté par une résistance R_{ind} et une inductance L_{ind} . Le magnétiseur est constitué de trois éléments : un condensateur C , un thyristor T et une diode D . Les éléments R_λ et L_λ représentent la résistivité et l'inductance parasites des câbles, contacts électriques et thyristor. r_D est la résistance de la diode et vaut $4 \text{ m}\Omega$.

La présence de supraconducteur dans l'inducteur introduit un certain non linéarité dans le flux produit par l'inducteur. Pour exprimer cette variation, on peut introduire la loi de Lenz-Faraday où la force électromotrice d'induction u_L est:

$$u_L(t) = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.9)$$

Substituer (3.9), (3.5), (3.6) et (3.7) dans l'équation (3.3) ci-dessus donne :

$$u_C(t) - \frac{d\Phi}{dt} - Ri(t) - L_\lambda \frac{di(t)}{dt} - R_\lambda i(t) = 0 \quad (3.10)$$

Ensuite, substituer (3.4) et (3.8) dans (3.10) :

$$\frac{q(t)}{C} - \frac{d\Phi}{dt} + R \frac{dq(t)}{dt} + L_\lambda \frac{d^2q(t)}{dt^2} + R_\lambda \frac{dq(t)}{dt} = 0 \quad (3.11)$$

Considérons les conditions initiales, de sorte que :

$$q(0) = C \cdot u_C(0) \quad (3.12)$$

Dans ce magnétiseur, en raison de la présence d'une diode connectée en parallèle avec le condensateur, si la condition $u_C(t) > 0$ n'est pas remplie, le condensateur est déchargé et le magnétiseur peut être représenté comme dans la Figure 3.1 (b). Ainsi l'équation (3.11) pour $u_C(t) > 0$ est :

$$-\frac{d\Phi}{dt} + R \frac{dq(t)}{dt} + L_\lambda \frac{d^2q(t)}{dt^2} + R_\lambda \frac{dq(t)}{dt} + R_D \frac{dq(t)}{dt} = 0 \quad (3.13)$$

Considérons encore le calcul de la tension u_L . La force électromotrice induite dans l'inducteur donne l'expression de la tension qui peut être utilisée dans l'équation de magnétiseur. La forme générale du flux magnétique Φ est :

$$\Phi = N \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (3.14)$$

où $d\mathbf{S}$ est un élément infinitésimal de surface de l'inducteur et N le nombre de spires de l'inducteur.

Dans certains cas, le calcul de flux magnétique Φ peut également être réalisé à partir du potentiel vecteur magnétique $\mathbf{A}$:

$$\Phi = N \oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad (3.15)$$

3.3 Conception et modélisation de l'inducteur

En raison de sa bonne conductivité électrique et thermique, l'inducteur a été réalisé en feuillard de cuivre. Dans le procédé d'aimantation par PFM, une valeur élevée de courant apparaît, qui traverse l'inducteur, créant ainsi le champ magnétique nécessaire à l'aimantation. La durée de ce courant ne

dépasse généralement pas quelques millisecondes. Dans la littérature, il existe plusieurs exemples d'inducteur pouvant être utilisées pour le procédé PFM [AFUZ14, DSMF12, FKTO05, IMAI04].

Dans cette thèse, nous considérons un inducteur sous la forme d'une galette. Le supraconducteur sera placé à l'intérieur de cet inducteur. Cette approche donne un accès facile à la surface supérieure de la pastille après l'aimantation. Le ruban de cuivre possède une hauteur $h_{\text{ind}} = 30$ mm et une épaisseur $t_{\text{ind}} = 0,2$ mm soit une section cuivre $s_{\text{ind}} = 6$ mm². En supposant une valeur de courant maximale $I_{\text{max}} = 3$ kA, à cette valeur, la densité de courant pour quelques millisecondes soit d'environ 500 A/mm². Une telle épaisseur de cuivre a été retenue car elle limite les courants de Foucault générés lors de l'aimantation, et ainsi la densité de courant peut être supposée uniforme dans l'inducteur.

Les paramètres de l'inducteur sont : le rayon interne R_{int} , le nombre de spire N , l'épaisseur de l'isolant, la résistance et la valeur de l'inductance. Pour des raisons pratiques, nous envisageons d'utiliser le même inducteur pour magnétiser une et plusieurs pastilles supraconductrices. Le rayon de l'inducteur est fixé à 33,5 mm. Ce rayon interne permettra de placer soit une soit trois pastilles YBCO de dimensions similaires. En se basant sur loi de Biot et Savart [ÄkKK15], on peut calculer le nombre approximatif de spires pour une certaine valeur du champ magnétique. La loi Biot et Savart pour notre inducteur est :

$$B(r) = \frac{\mu_0 I_{\text{max}}}{4\pi} \int_{\text{bobine}} \frac{dl \times (R - R')}{|R|^3} \approx N \frac{\mu_0 I_{\text{max}}}{2R} \quad (3.16)$$

En supposant que le champ maximal à l'intérieur de l'inducteur est de 3 T, le nombre de spire est :

$$N = B(0) \frac{2R}{\mu_0 I_{\text{max}}} = 3\text{T} \frac{2 \cdot 33,5 \cdot 10^{-3} \text{m}}{1,26 \cdot 10^{-6} \text{H/m} \cdot 3 \cdot 10^3 \text{A}} \approx 53,17 \quad (3.17)$$

On surestime légèrement cette valeur pour finalement arrondir le nombre de tours à 55,5. Le nombre de spires n'est pas entier afin d'amener les connexions en face l'une de l'autre. Considérons la distance entre deux spires $t_{\text{isol}} = 0,232$ mm, qui a été trouvée après quelques essais réalisés avec l'isolant Kapton disponible au laboratoire. L'épaisseur totale de l'inducteur est :

$$tot_{\text{ind}} = N(t_{\text{ind}} + t_{\text{isol}}) \approx 23,74 \text{ mm} \quad (3.18)$$

On peut confronter les paramètres de l'inducteur calculés analytiquement à des résultats de simulation numérique. Pour cela, un inducteur similaire est modélisé en magnétostatique dans le logiciel Comsol et résolu avec une formulation en **A**. Le modèle 2D asymétrique ainsi réalisé est montré sur la Figure 3.2.

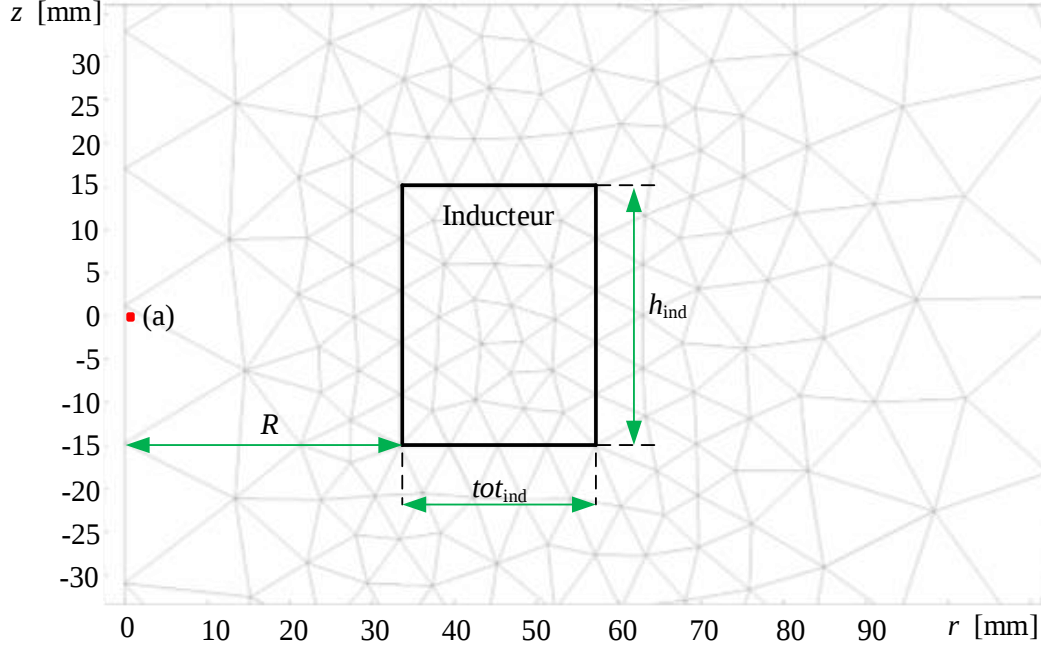


Figure 3.2. Modèle de l'inducteur en 2D axisymétrique défini dans le logiciel. Le point (a) est localisé en (0,0).

La valeur du champ magnétique calculée numériquement avec la valeur actuelle de $I_{\max} = 3 \text{ kA}$ est de 2,2 T. Si on considère que l'épaisseur totale de l'inducteur est tot_{ind} , on peut alors reconsidérer le calcul du champ magnétique basé sur la loi Biot et Savart en ajoutant la moitié de l'épaisseur tot_{ind} dans l'équation, soit :

$$B(r) = N \frac{\mu_0 I_{\max}}{2 \left(R + \frac{tot_{\text{ind}}}{2} \right)} = 55,5 \cdot \frac{1,26 \cdot 10^{-6} \text{ H/m} \cdot 3 \cdot 10^3 \text{ A}}{2 \cdot \left(33,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} + \frac{23,74}{2} \cdot 10^{-3} \text{ m} \right)} \approx 2,31 \text{ T} \quad (3.19)$$

Le champ maximal B_p que peut piéger un supraconducteur YBCO de cette dimension dans l'azote liquide est de l'ordre de 1,2 T à 77 K [BKCS18]. Pour piéger cette valeur de B_p , il faut être capable d'appliquer de l'ordre de 2 fois B_p donc la génération d'un champ maximum de 2,4 T au milieu de l'inducteur devrait être suffisant.

Le calcul analytique de la valeur de l'inductance de la bobine dans l'air peut être trouvé dans [Whee28], qui est donné par la formule de Wheeler :

$$L_{\text{air}} = \frac{0,8 \cdot \left(R + \frac{tot_{\text{ind}}}{2} \right)^2 \cdot 55,5^2}{\left(6 \left(R + \frac{tot_{\text{ind}}}{2} \right) + 9 \cdot h_{\text{ind}} + 10 \cdot tot_{\text{ind}} \right)} = 256,15 \mu\text{H} \quad (3.20)$$

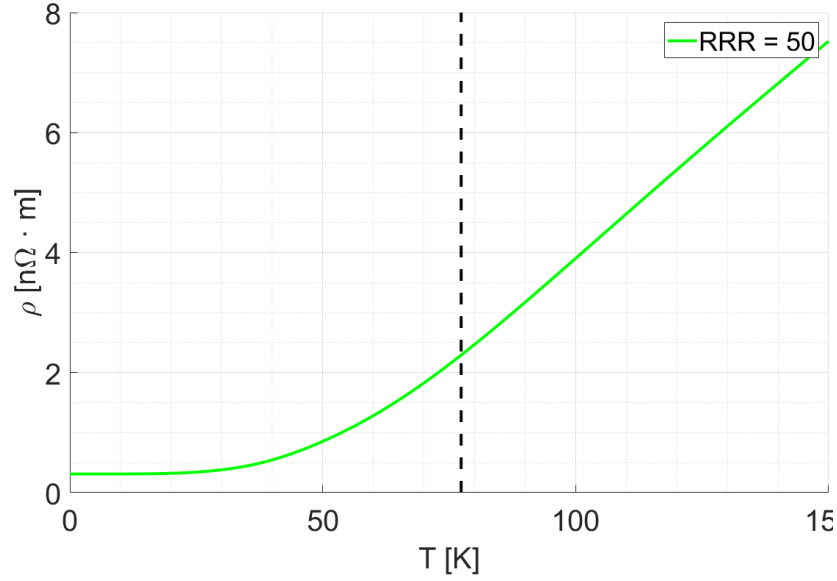


Figure 3.3. Résistivité du cuivre [Revi00] en fonction de la température pour un RRR = 50. La température de l'azote liquide est représentée par la ligne discontinue.

Le calcul numérique de l'inductance de la bobine dans l'air, peut se faire à partir de l'énergie magnétique produite :

$$W_m = \frac{1}{2} \int \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} dV \quad (3.21)$$

et de l'énergie stockée

$$E = \int_0^I LI' dI' = \frac{1}{2} L_{\text{air}} I_{\text{max}}^2 \quad (3.22)$$

Sachant que $W_m = E$, donc, combinant l'équation (3.21) et (3.22), l'inductance de notre inducteur qui a été calculée dans un programme numérique dans l'air vaut :

$$L_{\text{air}} = \frac{2W_m}{I_{\text{max}}^2} = 255,52 \mu\text{H} \quad (3.23)$$

Si l'inductance varie en raison la présence du supraconducteur dans l'inducteur, alors l'inductance de l'inducteur peut être calculée par la force électromotrice induite :

$$\frac{d\Phi}{dt} = L_{\text{ind}} \frac{di_{\text{ind}}(t)}{dt} \quad (3.24)$$

La résistivité du cuivre à basse température peut être estimée par la fonction donnée dans [Revi00], et montrée sur la Figure 3.3. L'inducteur sera placé dans l'azote liquide, donc, la résistivité de cuivre à la température de l'azote liquide $T_{\text{LN2}} = 77,36 \text{ K}$ est de $\rho_{\text{cuivre, LN2}} = 2,29 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$.

La longueur du ruban de l'inducteur est calculée par la sommation du périmètre de chaque spire :

$$l_{\text{ind}} = \sum_{n=1}^N 2\pi \left(R + \frac{t_{\text{ind}}}{2} + (N-1)(t_{\text{ind}} + t_{\text{isol}}) \right) = 15,64 \text{ m} \quad (3.25)$$

La résistance à la température de l'azote liquide est calculée analytiquement par :

$$R_{\text{ind, LN2}} = \rho_{\text{cuivre, LN2}} \frac{l_{\text{ind}}}{S_{\text{ind}}} = 2,29 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot \text{m} \frac{15,64 \text{ m}}{6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} \approx 6 \text{ m}\Omega \quad (3.26)$$

Dans le logiciel, la résistance de l'inducteur peut être calculée en fonction de la température moyenne de l'inducteur :

$$R_{\text{ind}}(T) = \langle \rho_{\text{cuivre}}(T) \rangle \frac{l_{\text{ind}}}{S_{\text{ind}}} \quad (3.27)$$

où $\langle \rho_{\text{cuivre}}(T) \rangle$ est résistivité moyenne de l'inducteur.

Tous les paramètres utilisés pour résoudre l'équation de magnétiseur défini dans la section 3.2, sont indiquées dans la Table 3.2. Les valeurs de R_λ et L_λ ont été estimées et resteront les mêmes dans tout le manuscrit. Ces valeurs ont été estimées à partir des résultats expérimentaux de l'impulsion de courant lorsque les fils du magnétiseur sont court-circuités (sans inducteur). La représentation mathématique de la fonction de courant nous a conduit à des valeurs approximatives de R_λ et L_λ . Ces paramètres sont liés à des éléments réels externes à l'inducteur comme les câbles ou le thyristor dans le magnétiseur. La valeur R_D représente la résistance de diode.

Tableau 3.2. Paramètres utilisés pour résoudre l'équation du circuit électrique du magnétiseur. La valeur de l'inductance et de la résistance de l'inducteur sont ici fixés.

Paramètre	$R_{\text{ind, LN2}}$	L_{ind}	R_λ	L_λ	C	r_D
Valeur	6 mΩ	255,2 μH	4 mΩ	4 μH	5 mF	4 mΩ

Le comportement de l'inducteur est également déterminé par les paramètres thermiques du cuivre. Les valeurs de la conductivité thermique κ et capacité thermique à pression constante C_p de l'inducteur ont été extraits de la base [Cryo00]. Le coefficient d'échange avec l'azote liquide a déjà été discuté dans la section 3.1. Les paramètres thermiques de l'inducteur sont résumés dans le Tableau 3.3.

Tableau 3.3. Les paramètres thermiques de l'inducteur.

Paramètre	Symbole	Valeur
Conductivité thermique de l'inducteur	κ	$\kappa_{\text{cuivre}}(T)$ [Cryo00]
Capacité thermique à pression constante de l'inducteur	C_p	$C_{p \text{ cuivre}}(T)$ [Cryo00]
Densité du cuivre de l'inducteur	ρ_T	8960 kg/m ³
Coefficient d'échange thermique de l'inducteur avec le bain d'azote liquide	h_{ind}	400 W/(m ² ·K) [Ekin06]

3.4 Calcul électromagnétique couplé thermique et circuit

Nous nous concentrons sur une modélisation réaliste de chaque élément du système utilisé pendant l'aimantation, c'est-à-dire le supraconducteur, l'inducteur et le magnétiseur. Nous espérons que cette approche nous permettra d'estimer plus précisément le champ final piégé.

Comme introduit dans la section 2.2.5, la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ sera utilisée dans cette section. Nous pourrions également utiliser la formulation $\mathbf{H}$ qui présente un temps de calcul plus intéressant, mais d'après les résultats et erreurs indiquées dans la section 2.5, la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ nous semble plus adaptée. A notre connaissance, nous n'avons pas trouvé de références concernant l'utilisation de cette formulation dans la modélisation 3D de l'aimantation de pastilles supraconductrices. La loi en puissance $\mathbf{E}(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T)$, expliquée dans la section 1.2.13, exige une modélisation thermique. La présence de la pastille supraconductrice peut aussi influencer le système d'aimantation et notamment la forme du courant, nous devons donc prévoir un couplage entre les équations électromagnétiques et le circuit du magnétiseur. Il existe aussi un autre couplage entre le courant induit dans la pastille et la température dans le supraconducteur. Le dernier couplage est causé par le changement de la température de l'inducteur, qui modifie ses paramètres, ce qui affecte la fonction du courant généré par le magnétiseur. Les dépendances entre tous les quantités physiques sont représentées sur la Figure 3.4.

Les pertes calculées dans la pastille supraconductrice et l'inducteur sous forme de dissipation d'énergie Q sont appliquées dans la modélisation thermique. Dans le sens inverse, la température est imposée dans la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ en changeant la résistivité du supraconducteur et l'inducteur. La résistance de l'inducteur affecte l'équation du magnétiseur, qui est calculée à partir de la température T . La valeur du flux magnétique Φ à travers l'inducteur affecte également la chute de tension aux bornes de l'inducteur. Pour finir, le courant calculé dans l'équation du circuit électrique du magnétiseur modifie le champ magnétique produit par l'inducteur.

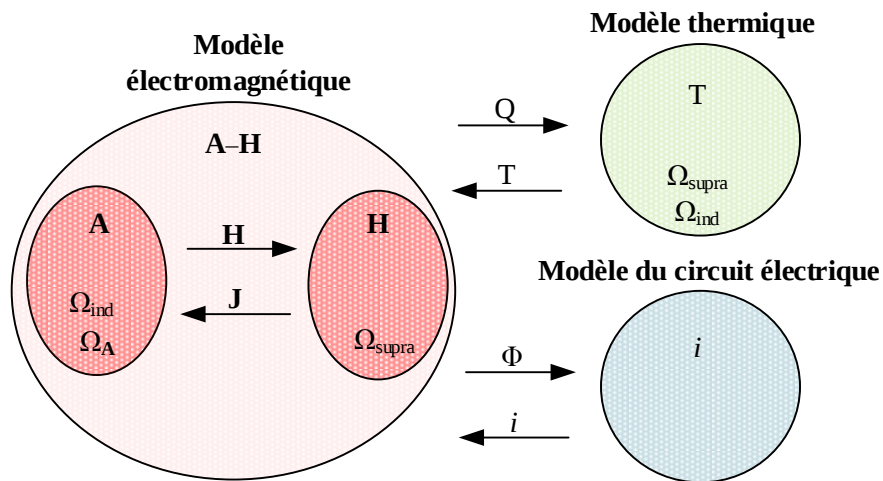


Figure 3.4. Schéma du couplage entre toutes les physiques du problème étudié.

Les couplages introduits sur la Figure 3.4 seront utilisés dans la suite de ce travail. On commencera par un modèle 2D axisymétrique avec une seule pastille. Cela permettra de mieux comprendre tous les phénomènes et notamment le comportement du supraconducteur et de l'inducteur, et de vérifier l'exactitude des résultats. Ensuite, une modélisation 3D nous donnera l'occasion de simuler l'aimantation simultanée de plusieurs supraconducteurs massifs.

Les paramètres physiques valables pour les modèles 2D et 3D sont détaillés dans le Tableau 3.4.

Tableau 3.4. Paramètres physiques de l'inducteur et de la pastille YBCO.

Paramètre	Symbole	Valeur
Rayon de l'inducteur	R	33,5 mm
Hauteur de l'inducteur	h_{ind}	30 mm
Epaisseur de l'inducteur	t_{ind}	23,74 mm
Isolation entre les spires de l'inducteur	t_{isol}	0,232 mm
Epaisseur d'une spire	t_{ind}	0,3 mm
Rayon de la pastille SHT	R_{SHT}	15,2 mm
Hauteur de la pastille SHT	h_{SHT}	17 mm

Les techniques d'aimantation qui nécessitent un changement de température, c'est-à-dire MPSC ou MMPSC, ne seront pas étudiées ici en raison de l'utilisation d'azote liquide comme seul refroidissement. Nous utiliserons une méthode d'impulsions multiples comme expliquée dans la section 1.3.3.b.

3.4.1 Problème axisymétrique 2D

L'aimantation d'une seule pastille supraconductrice peut être modélisée par un problème 2D axisymétrique. Cette simulation nous permettra d'évaluer le comportement des supraconducteurs dans notre système. Nous modélisons le supraconducteur YBCO et l'inducteur comme indiqué dans les sections 3.1 et 3.2 avec le circuit montré dans la section 3.3 pour créer l'impulsion de courant. La tension initiale U_{c0} détermine l'énergie accumulée dans le condensateur, ce qui affecte la forme du courant dans l'inducteur. En se basant sur les différentes valeurs de la tension U_{c0} , on peut voir les différentes réponses du supraconducteur. Dans le logiciel COMSOL, la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ est définie dans une interface EDP expliquée dans le Chapitre 2, et avec le module thermique de transfert de chaleur par défaut du logiciel.

3.4.1.a Représentation du problème 2D-axisymétrique

Le modèle 2D-axisymétrique étudié est illustré sur la Figure 3.5. Il y a une pastille d'YBCO au centre de l'inducteur entouré d'air.

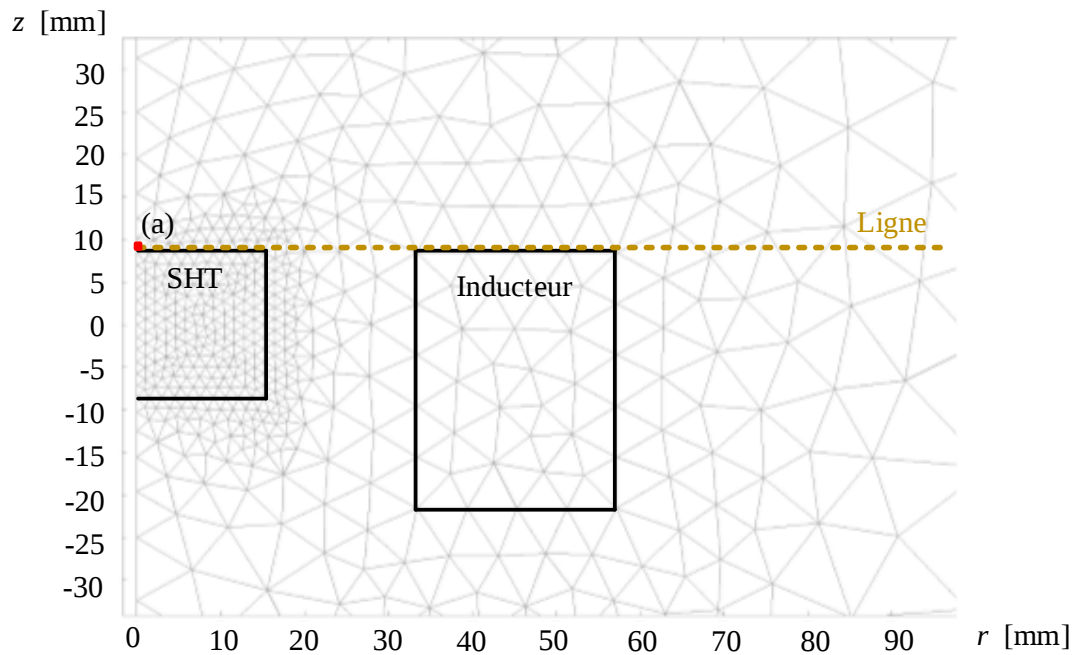


Figure 3.5. Modèle de l'inducteur en 2D axisymétrique défini dans le logiciel avec le SHT placé au centre.

3.4.1.b Simulation de l'inducteur en 2D avec couplages thermique et circuit

La simulation suppose l'application d'un champ magnétique généré par le magnétiseur chargé, en commençant par $U_{c0} = 100$ V et en terminant avec 1000 V par pas de 100 V. Nous envisageons alors de déterminer la valeur de α dans la loi en puissance (1.16) qui coïncide bien avec les résultats expérimentaux disponibles au Chapitre 4.

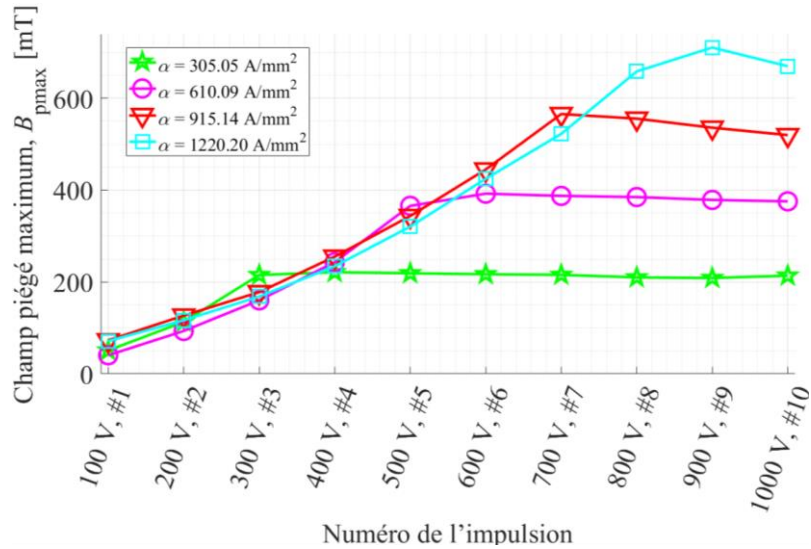


Figure 3.6. Influence du paramètre α sur le champ piégé maximum à la surface de pastille. L'impulsion #1 représente la première impulsion dans laquelle le condensateur est chargé à $U_{c0} = 100 \text{ V}$, l'impulsion #10 représente la dernière impulsion dans laquelle le condensateur est chargé à $U_{c0} = 1000 \text{ V}$.

Nous commençons par régler le paramètre α qui influence la densité de courant critique. Nous fixons la valeur de α et effectuons dix impulsions du champ magnétique. Cette séquence est répétée pour quatre valeurs différentes de α . L'évolution du champ piégé maximal au centre de la surface supérieure de la pastille à la suite de chaque impulsion est montrée sur la Figure 3.6. La simulation est ainsi arrêtée si la température dans le supraconducteur est $\Delta T < 0,01 \text{ K}$. La durée du processus d'aimantation pour chaque impulsion est indiquée dans le Tableau 3.5.

Tableau 3.5. Temps calcul observé pour chaque impulsion de champ magnétique et pour le problème 2D couplé thermique et avec prise en compte des symétries.

$U_{c0} [\text{V}]$, n° d'impulsion	Durée simulation [s]
100, #1	2,14
200, #2	16,68
300, #3	27,82
400, #4	27,82
500, #5	27,82
600, #6	46,41
700, #7	46,41
800, #8	46,41
900, #9	59,94
1000, #10	77,42

Comme on le verra plus tard, la valeur $\alpha = 1220,20 \text{ A/mm}^2$ est celle qui permet de se rapprocher le plus du résultat expérimental avec notre modèle. Sur la Figure 3.7, on trouve la variation du champ magnétique piégé à la surface de la pastille pour cette valeur $\alpha = 1220,20 \text{ A/mm}^2$ et différentes valeurs de tension U_{c0} à la fin de chaque impulsion.

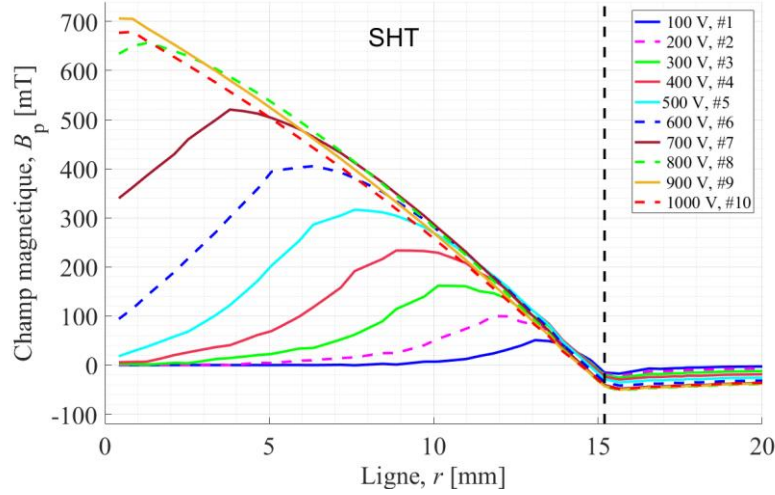


Figure 3.7. Induction magnétique piégée B_p à la surface de la pastille après chaque impulsion. Les impulsions ont été effectuées l'une après l'autre - en commençant par la tension sur le condensateur $U_{c0} = 100$ V et en terminant par $U_{c0} = 1000$ V. Après l'impulsion #10, le champ magnétique piégé dans le supraconducteur commence à diminuer.

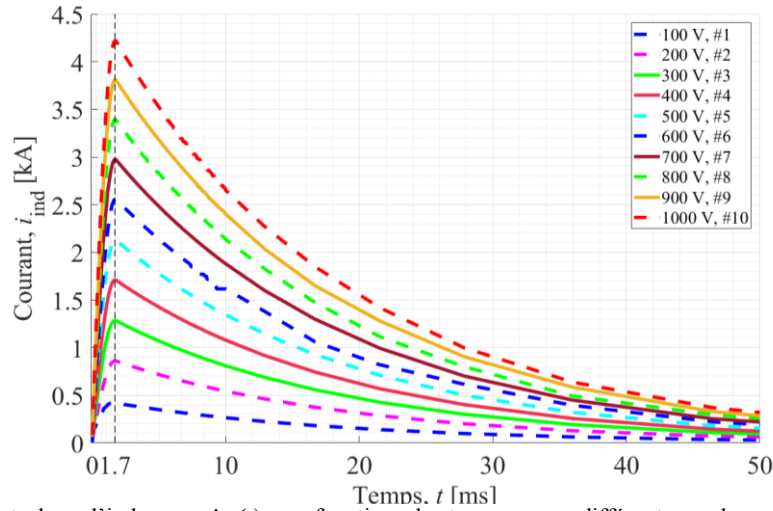


Figure 3.8. Courant dans l'inducteur $i_{ind}(t)$ en fonction du temps pour différentes valeurs de tension appliquées successivement.

Le courant traversant le magnétiseur pour cette valeur de $\alpha = 1220,20$ A/mm² est montré sur la Figure 3.8.

La propagation de la chaleur Q_{supra} dans le supraconducteur est montrée sur la Figure 3.9. La plus grande chaleur est générée au début d'aimantation lorsque le champ magnétique externe augmente fortement avec un pic à environ 1 ms. Il existe une deuxième génération de chaleur visible à partir de 5 ms lorsque le champ magnétique diminue dans le supraconducteur et dont le pic se situe autour de 17 ms. L'analyse des résultats de simulation suggère que la deuxième génération de chaleur apparaît lorsque le champ magnétique externe commence à être plus petit que le champ magnétique au centre du supraconducteur. La différence entre l'amplitude des deux pics de production de chaleur est conséquente à la différence de variation du champ magnétique $d_t \mathbf{B}$ qui est plus rapide dans la phase de montée du champ magnétique que dans la phase de descente.

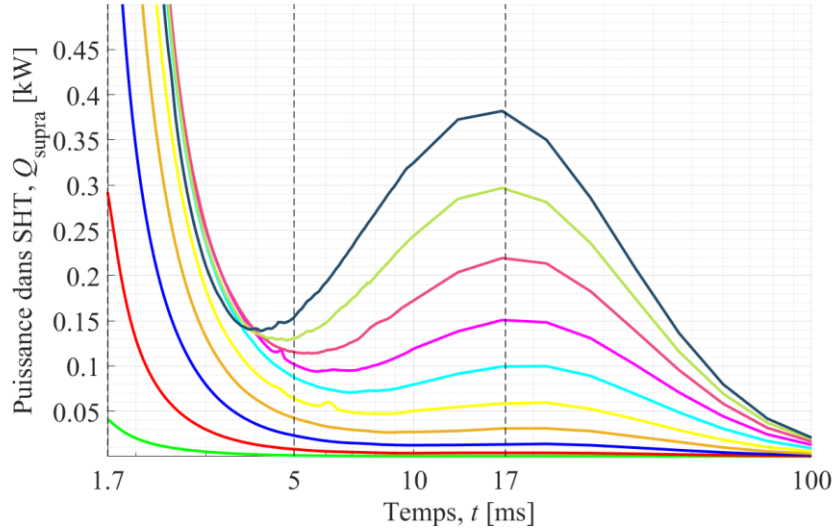
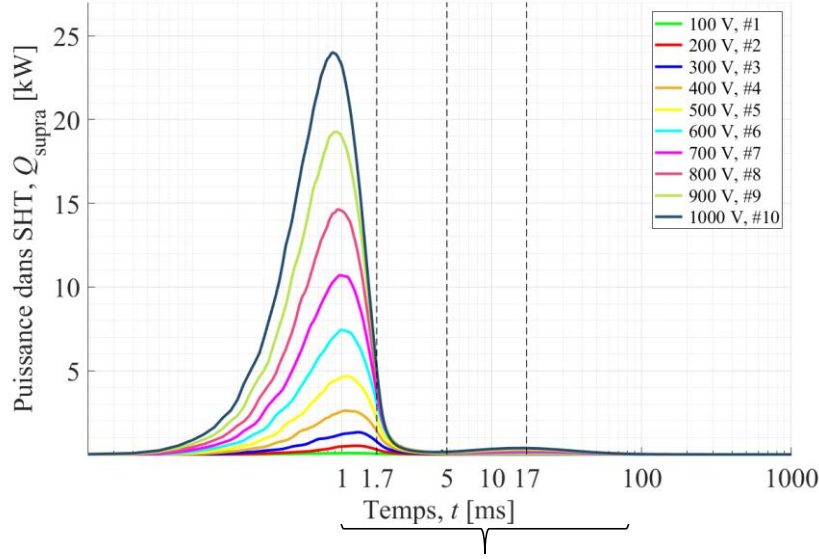


Figure 3.9. Puissance Q_{supra} dans le supraconducteur lors de l'aimantation pour le problème en 2D. Il y a deux zones de production de chaleur dans un supraconducteur lorsque le champ externe augmente puis lorsqu'il diminue.

L'évolution de la température maximale et moyenne dans un supraconducteur est montrée dans les Figures 3.9 et 3.10, respectivement. La valeur maximale de la température dans le supraconducteur se situe au niveau de la valeur maximale du champ magnétique appliqué soit à 1 ms. La génération de chaleur observée après 5 ms augmente la température moyenne dans le supraconducteur qui atteint son maximum après environ 1 s. A partir de la diffusivité thermique du supraconducteur :

$$D = \frac{k}{\rho C_p} = \frac{20}{5900 \cdot 132} = 25,7 \frac{\mu\text{m}^2}{\text{s}} \quad (3.28)$$

et en considérant la propagation de chaleur suivant le rayon de la pastille, on arrive à déterminer

une constante de temps $\tau \approx \frac{4 R^2}{\pi D}$ de l'ordre de 10 s. Cette constante correspond bien aux résultats

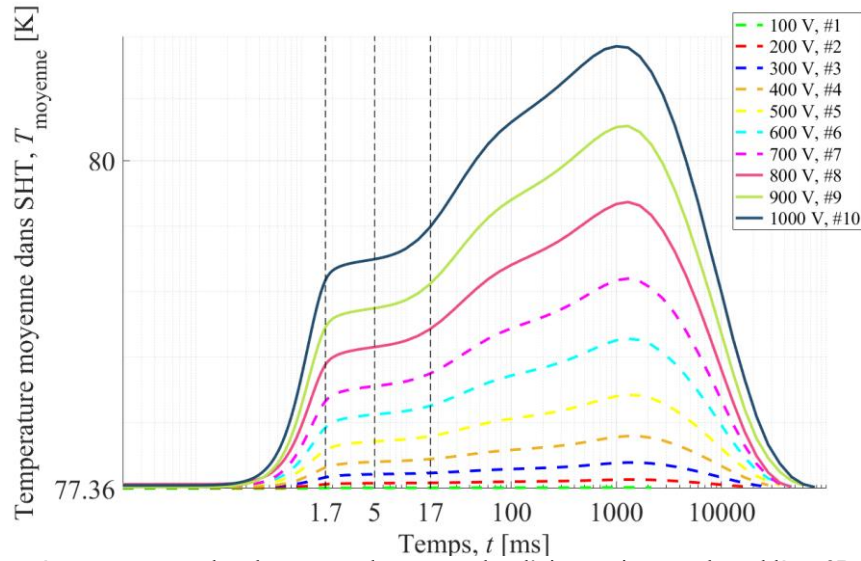


Figure 3.10. Température moyenne dans le supraconducteur pendant l'aimantation pour le problème 2D. La valeur maximale de la température moyenne se situe autour de 1 s.

observés puisque la température du supraconducteur redevient égale à celle de l'azote liquide environ après 50 s soit 5 fois cette constante de temps. Pour être sûr, la simulation a été arrêtée après 10 s.

La température maximale du supraconducteur représentée sur la Figures 3.11 pour des différentes valeurs de tension U_{c0} présente deux pics. C'est la forme résultante de la chaleur générée. Malgré l'apparition de pics de température dans le supraconducteur, celui-ci ne transite jamais car la température ne dépasse pas $T_c = 92$ K. Néanmoins, la quantité de champ magnétique piégé diminue avec l'augmentation de la température. Les valeurs maximales de température sont principalement situées à l'extérieur du supraconducteur. Bien que la valeur ΔT maximale ait été de 6,8 K pour l'impulsion $U_{c0} = 1000$ V, la valeur moyenne dans le supraconducteur n'a augmenté que de 3,5 K.

En résumé, compte tenu des calculs de champ magnétique présentés, basés sur la loi $E(\mathbf{J}, \mathbf{B}, T)$ du supraconducteur et $\alpha = 1200$ A/mm², le champ magnétique piégé pour une pastille d'YBCO devrait être d'environ 700 mT. L'augmentation des impulsions au-dessus de $U_{c0} = 900$ V n'augmentera pas le champ magnétique piégé. Le courant maximal dans l'inducteur ne devrait dépasser 4,5 kA. Pendant l'aimantation, la température maximale du supraconducteur est très proche de sa valeur T_c .

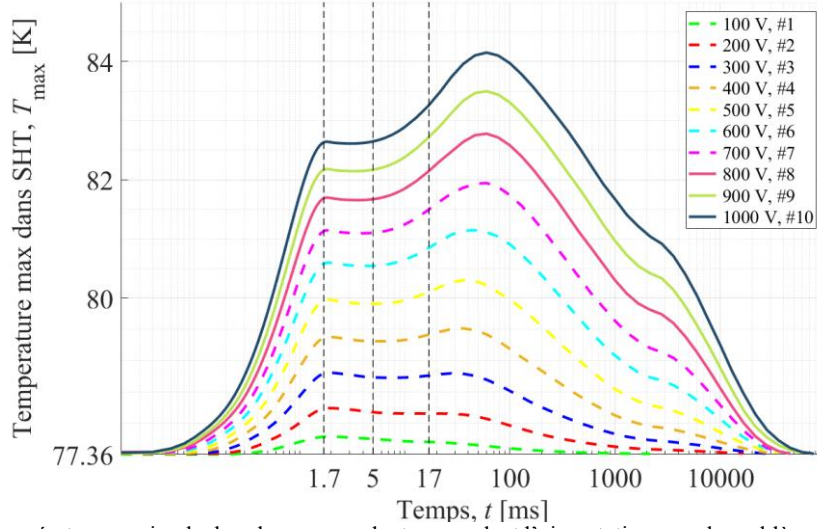


Figure 3.11. Température maximale dans le supraconducteur pendant l'aimantation pour le problème 2D. La valeur maximale de la température se situe au même instant que la valeur maximale du champ magnétique appliqué.

3.4.2 Problème 3D

Le problème 3D est basé sur une aimantation de 3 pastilles qui va permettre d'observer l'interaction entre les supraconducteurs pendant l'aimantation. Pour placer plus de supraconducteurs, il faudrait un inducteur plus grand. Comme dans le problème 2D, nous utiliserons la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ définie par des EDP dans Comsol. Mais, contrairement au problème 2D, la solution du potentiel vecteur du champ magnétique $\mathbf{A}$ en 3D n'est pas unique dans la formulation en $\mathbf{A}$ définie par l'équation (2.16). Par conséquent, le flux magnétique total sera calculé à partir de l'induction magnétique $\mathbf{B}$ (3.14). Nous nous attendons à observer un effet lié à la présence des trois supraconducteurs sur la distribution du champ magnétique piégé et aussi sur le courant produit par le magnétiseur, en raison de leur positionnement excentré dans l'inducteur. Nous supposons que l'application d'un champ magnétique non uniforme sur les supraconducteurs provoquera un maximum de champ magnétique piégé légèrement décalé par rapport à leur centre. Nous utilisons la symétrie du modèle pour réduire le nombre de degrés de liberté et, par conséquent, le temps de simulation. La simulation suppose l'application d'un champ magnétique généré par le magnétiseur chargé, en commençant avec $U_{c0} = 250$ V et en terminant avec 1000 V par pas de 250 V, puis avec en appliquant, 1000 V, 750 V et 500 V.

3.4.2.a Représentation du problème 3D

Le problème 3D est présenté sur la 3.12. Les trois pastilles sont placées en haut de l'inducteur similairement au problème 2D. Pour améliorer la qualité des résultats, le maillage a été raffiné dans le supraconducteur, en particulier à proximité de la frontière de symétrie et de l'inducteur.

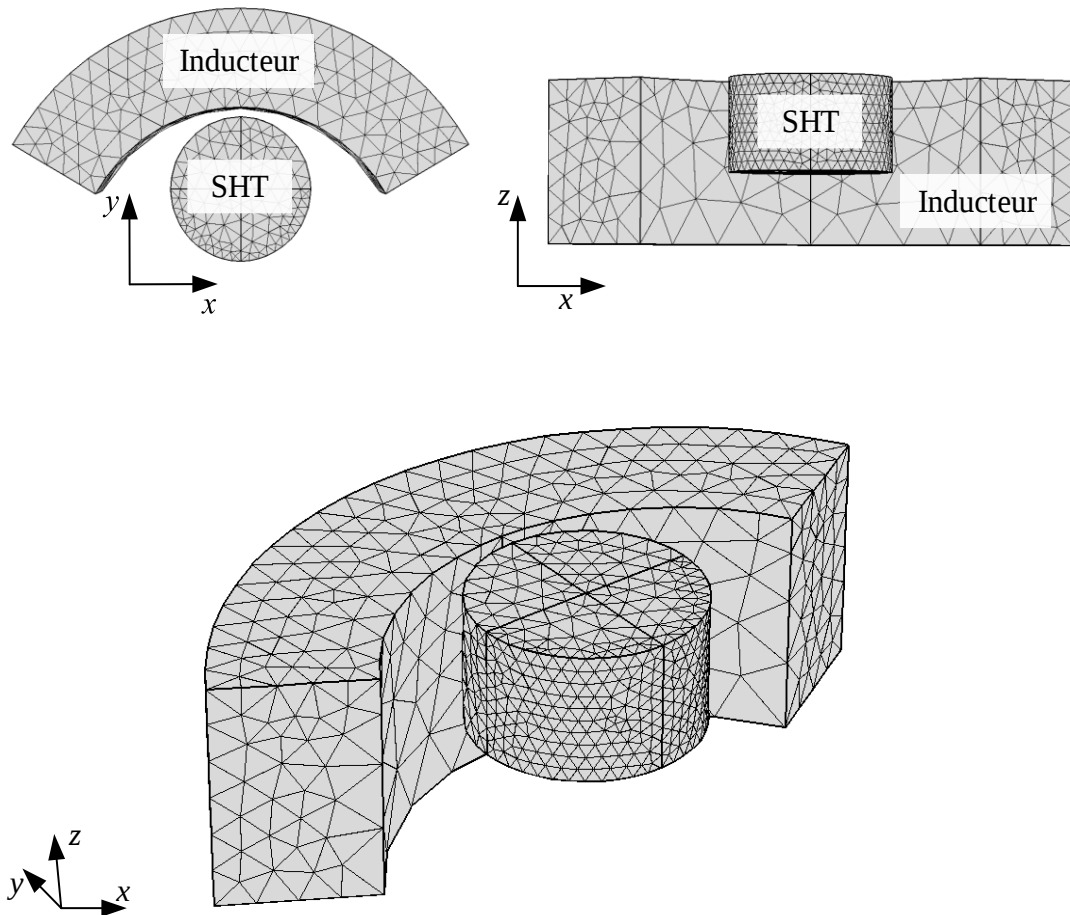


Figure 3.12. Modèle 3D défini dans le logiciel. Trois supraconducteurs sont placés au milieu de l'inducteur. En raison de la symétrie du modèle, il est possible de simuler 1/3 de l'ensemble du modèle. Le supraconducteur et l'inducteur sont entourés d'air.

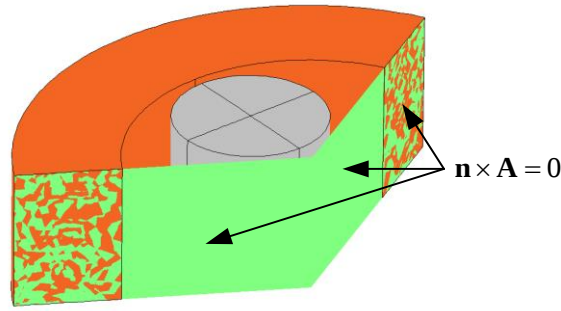


Figure 3.13. Conditions aux limites pour obtenir la symétrie dans le modèle 3D pour la formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$. Seul le supraconducteur est défini dans la formulation en $\mathbf{H}$.

Les conditions aux limites pour obtenir la symétrie sont montrées sur la Figure 3.13. L'effet de la symétrie doit être pris en compte dans le calcul de certaines grandeurs physiques, comme le calcul du flux Φ ou de la résistance de l'inducteur.

3.4.2.b Simulation de l'inducteur en 3D avec couplage thermique et circuit

Pour le problème 3D, les mêmes paramètres électromagnétiques et thermiques ont été utilisés que dans le problème 2D de la section 3.4.1. La simulation du processus d'aimantation est considérée comme terminée lorsque la variation de température dans les supraconducteurs ne dépasse pas $\Delta T_{\text{SHT}} < 0,01$ K à la suite d'une impulsion magnétique. La durée de chaque simulation pour le modèle 3D est indiquée dans le Tableau 3.6.

Tableau 3.6. Temps calcul observé pour chaque impulsion de champ magnétique et pour le problème 3D couplé thermique et avec prise en compte des symétries.

U_{c0} [V], n° d'impulsion	Durée simulation [s]
250, #1	30,35
500, #2	47,01
750, #3	55,63
1000, #4	62,67
1000, #5	54,64
750, #6	53,49
500, #7	47,99

Les impulsions de courant dans le modèle 3D sont montrées dans la Figure 3.14. Les allures du courant pour la même valeur initiale de la tension U_{c0} , sont similaires, il n'y a pas de différence visible. Par conséquent, les supraconducteurs qui sont déjà aimantés, n'affectent pas ou peu la valeur de l'inductance de l'inducteur dans notre modèle, comme cela avait déjà été montré dans [KaBL18].

Pour mesurer l'effet de la pastille sur le courant du magnétiseur, nous comparons sur la Figure 3.15 le courant circulant dans l'inducteur pour notre problème 3D lors d'une impulsion avec et sans supraconducteur. Une différence assez faible de l'ordre de 1 % est observable sur la valeur du courant.

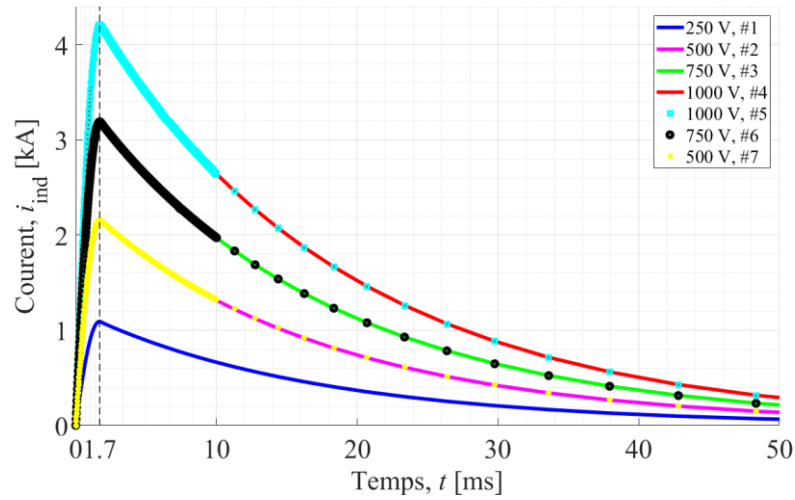


Figure 3.14. Allure du courant passant par l'inducteur dans le modèle 3D. Les allures pour une même valeur de tension U_{c0} se chevauchent.

La distribution du champ magnétique piégé pour le problème 3D est montrée sur la Figure 3.16. Il faut dire que les impulsions #3 à #7 sont presque identiques. On observe bien que l'aimantation est incomplète pour les impulsions #1 et #2 car le champ maximum reste localisé proche du bord et non au centre.

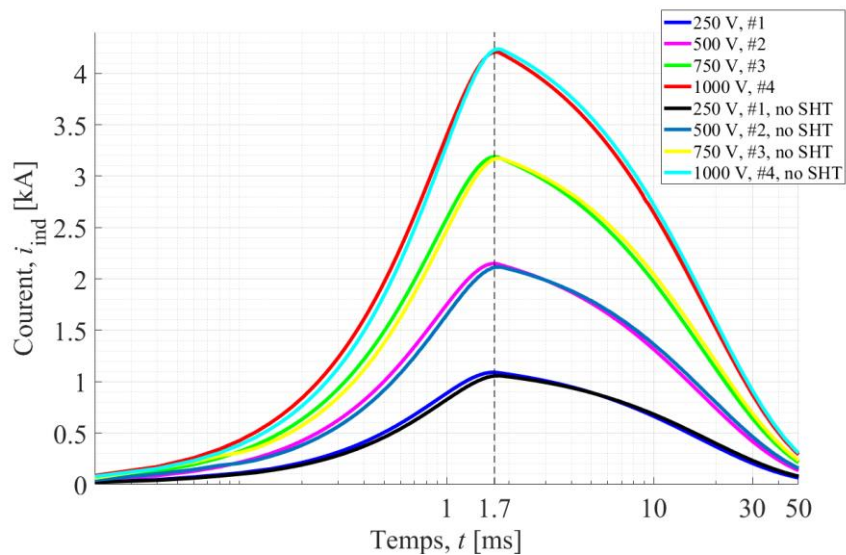


Figure 3.15. Courant circulant dans l'inducteur pour le problème 3D avec et sans supraconducteur. Une différence assez faible de l'ordre de 1 % est observable sur la valeur du courant.

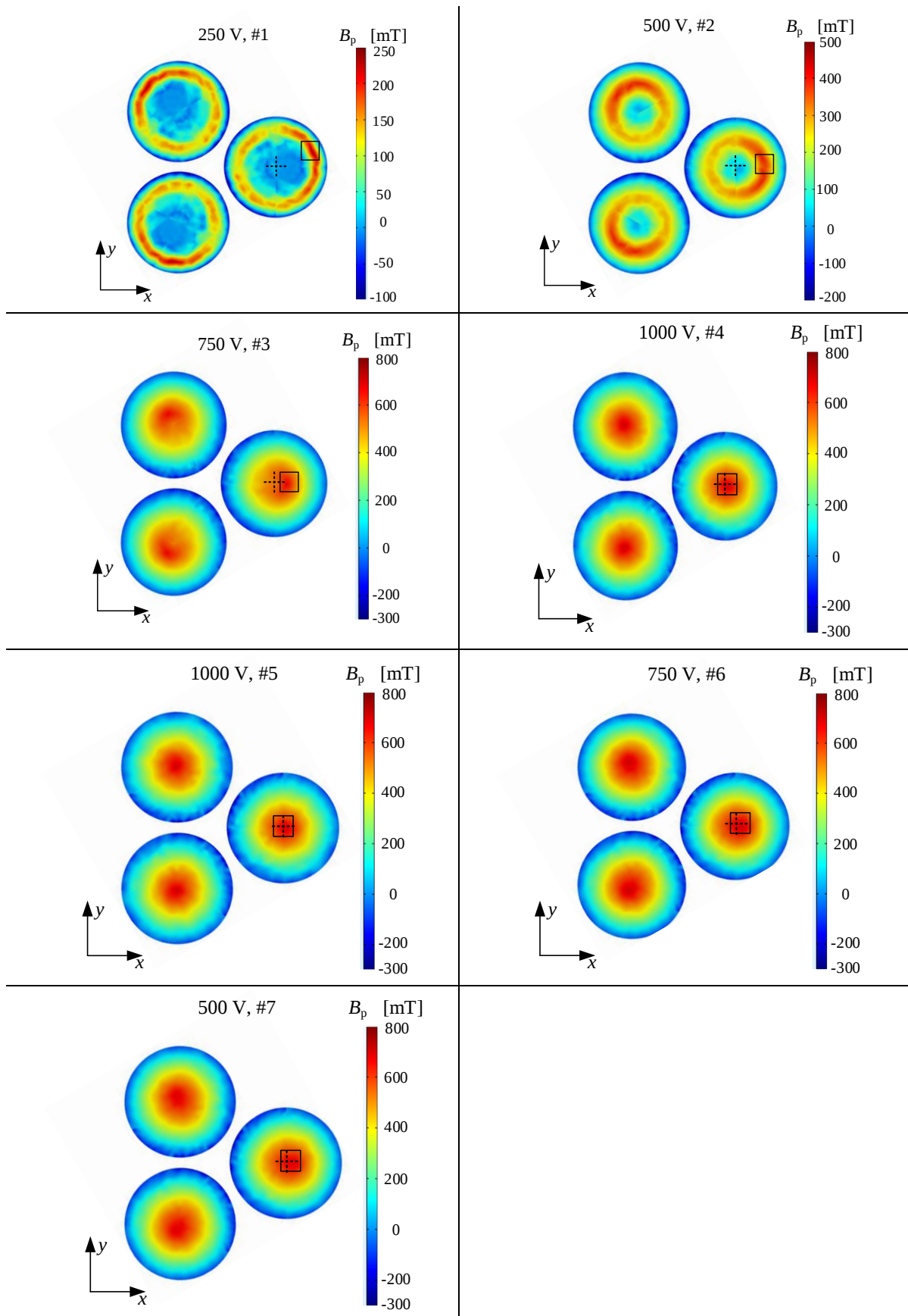


Figure 3.16. Cartes du champ magnétique piégé reconstruites par symétrie à la surface des 3 pastilles YBCO. Les impulsions correspondent à des tensions appliquées $U_{c0} = \{250 \text{ V \#1}, 500 \text{ V \#2}, 750 \text{ V \#3 et } 1000 \text{ V \#4}\}$, puis $\{1000 \text{ V \#5}, 750 \text{ V \#6 et } 500 \text{ V \#7}\}$.

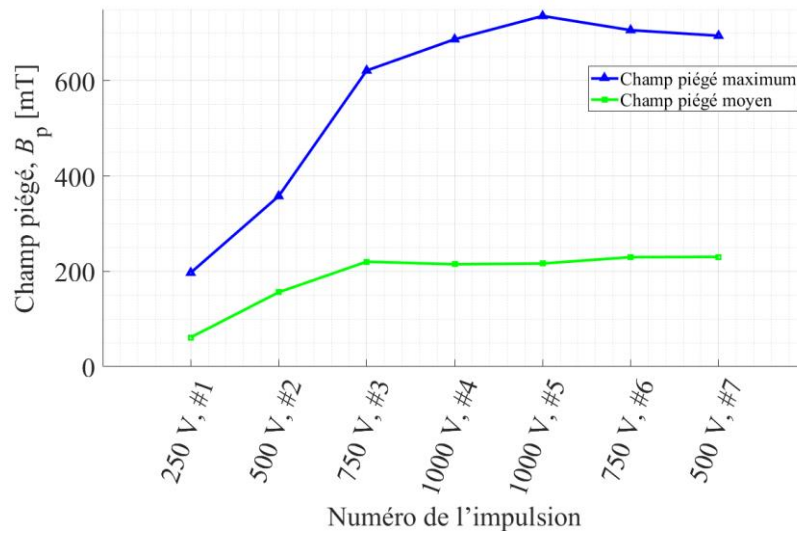


Figure 3.17. Evolution de la valeur moyenne et maximale du champ piégé B_p après chaque impulsion.

La moyenne arithmétique et la valeur maximale de B_p à la surface du supraconducteur YBCO sont montrées sur la Figure 3.17. La valeur du champ maximal piégé de 736 mT pour le problème 3D concernant l'aimantation de plusieurs pastilles est légèrement supérieure à celle obtenue lors de l'aimantation d'une pastille seule dans le problème 2D qui était de 706 mT pour $\alpha = 1220,20 \text{ A/mm}^2$. On constate une légère diminution de la valeur maximale de B_p pour les impulsions #6 et #7 tandis que la valeur moyenne de B_p semble augmenter pour #6 et ne change pas pour l'impulsion #7.

D'après la puissance dissipée dans le SHT lors d'aimantation représentée sur la Figure 3.18, on estime que la quantité de pertes entre les impulsions #4 et #5 à 1000 V, #3 et #6 à 750 V sont similaires. Néanmoins, l'impulsion #7 à 500V a généré moins de chaleur que l'impulsion #2 pour la même valeur de tension. On observe évidemment sur la Figure 3.19 que la température moyenne est également plus basse pour l'impulsion #7 que pour la #2.

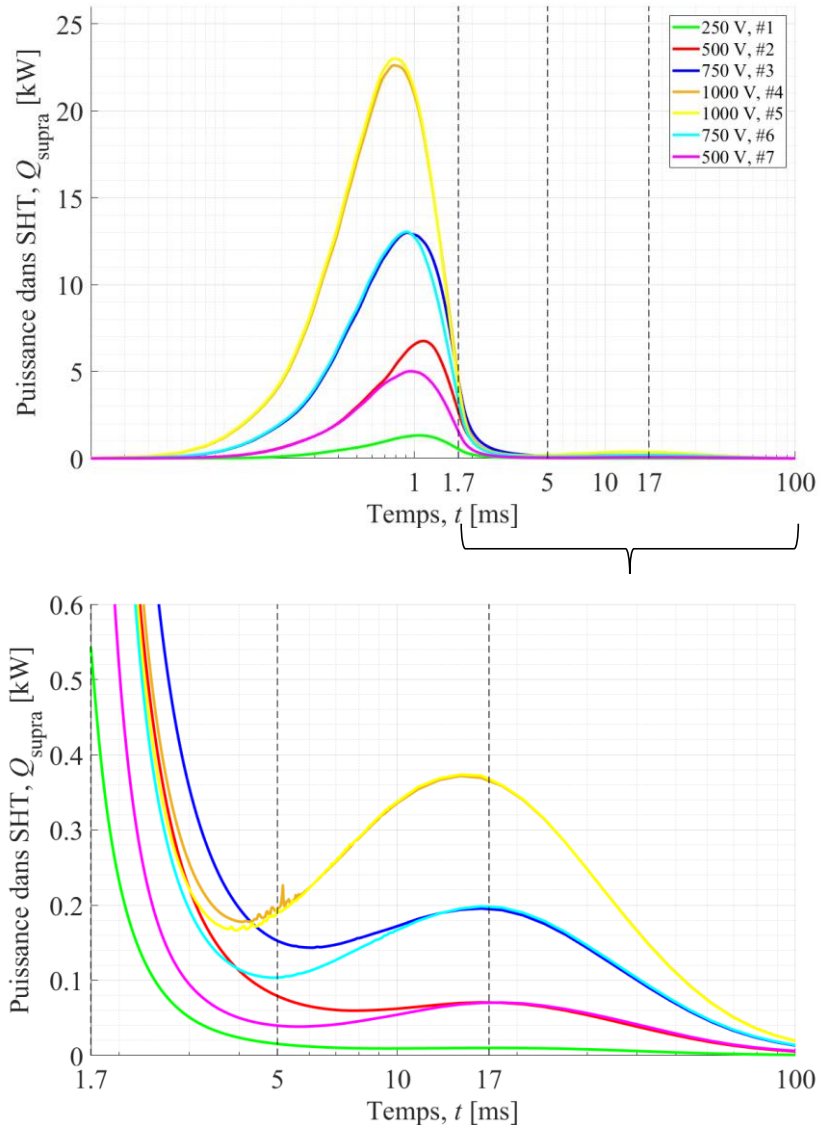


Figure 3.18. Puissance dissipée Q_{supra} dans le supraconducteur lors de l'aimantation pour le problème 3D.

Les courbes de la température maximale et moyenne dans le supraconducteur pour le problème 3D sont montrées sur la Figure 3.19 et 3.20. On constate que la valeur maximale de la température est plus importante pour le problème 3D que pour le problème 2D et que la différence est également plus importante entre la température maximale de 85,70 K et la valeur maximale de la température moyenne de 81,3 K pour le problème 3D que pour le problème 2D : température maximale de 84,1 K et valeur maximale de la température moyenne de 80,5 K.

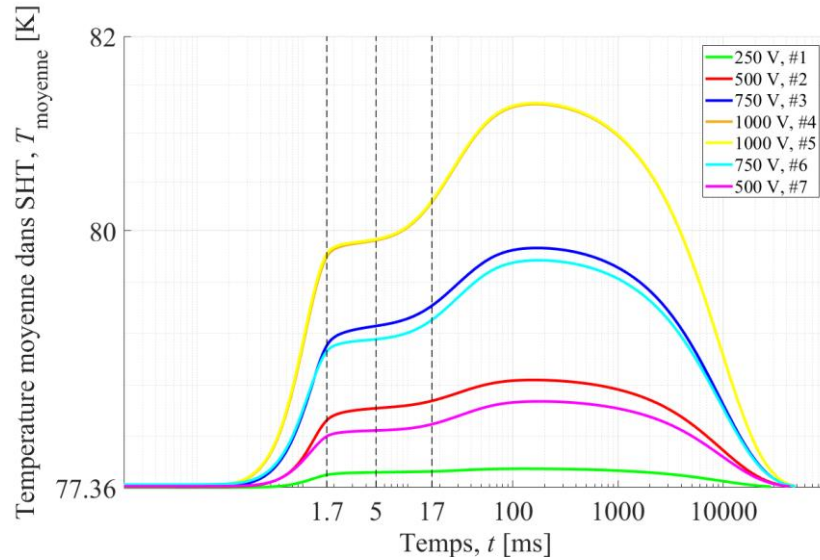


Figure 3.19. Température moyenne dans le supraconducteur pendant l'aimantation pour le problème 3D.

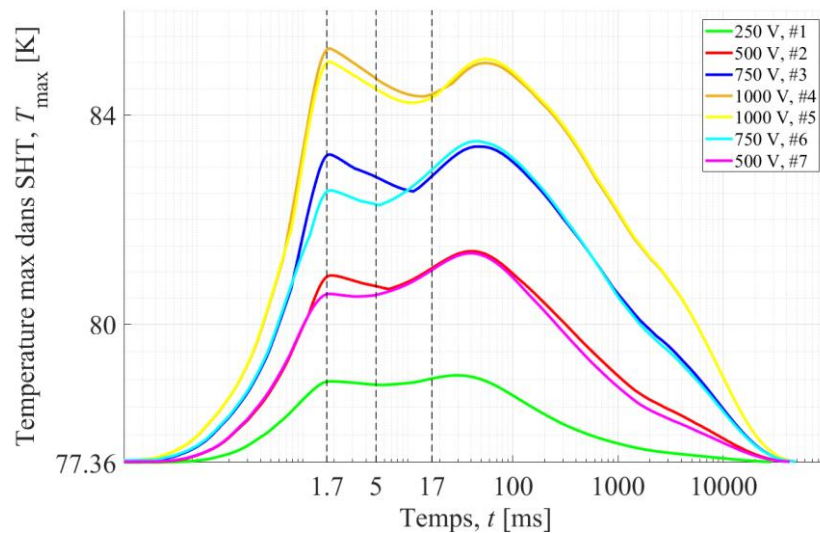


Figure 3.20. Température maximale dans le supraconducteur pendant l'aimantation pour le problème 3D.

Cette différence peut s'expliquer par la variation du champ magnétique appliqué au niveau de la pastille qui est plus forte dans la configuration 3D que dans la configuration 2D. La Figure 3.21 montre la distribution du champ magnétique appliqué maximal pour une impulsion avec $U_{c0} = 1000$ V produite par l'inducteur ; les cercles noirs indiquent la position du supraconducteur les cas 2D et 3D. La présence d'un champ magnétique plus important dans le cas du problème 3D avec 3 pastilles est évidente. La Figure 3.22 montre les valeurs moyenne, maximale et minimale du champ magnétique qui sont appliquées aux supraconducteurs. Non seulement la valeur moyenne du champ plus grande affecte les pastilles dans le prototype II, mais on observe également des valeurs maximales et minimales plus grandes. Nous pensons que c'est la raison principale de la dissipation de puissance et de l'élévation de température plus importante observée pour le problème 3D.

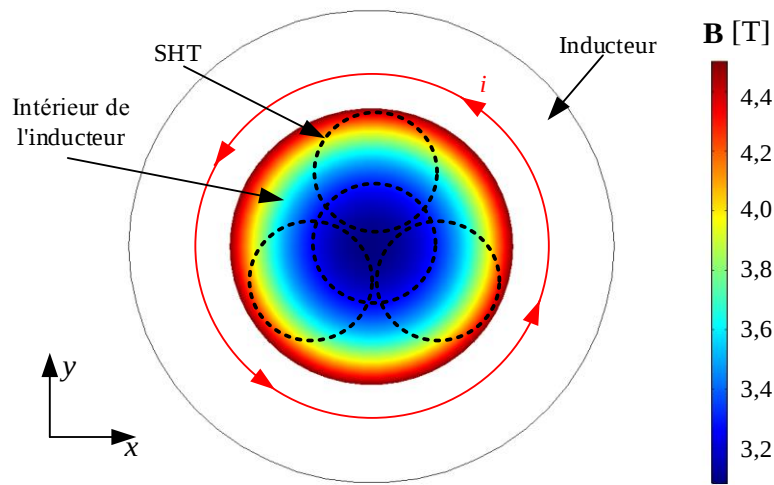


Figure 3.21. Distribution du champ magnétique maximal appliqué par l'inducteur pour l'impulsion avec $U_{c0} = 1000$ V. La position des supraconducteurs pour les problèmes 2D et 3D est marquée par des cercles noirs. Le plan xy représenté passe par le milieu du supraconducteur.

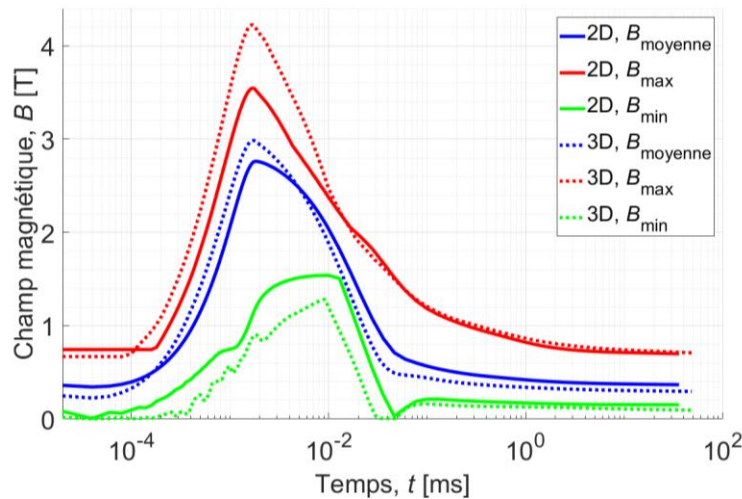


Figure 3.22. Comparaison des valeurs moyenne, maximale et minimale du champ magnétique qui sont appliquées aux supraconducteurs dans les problèmes 2D et 3D pour une impulsion avec $U_{c0} = 1000$ V.

3.5 Conclusion

La simulation de l'aimantation d'une pastille supraconductrice YBCO dans un problème 2D a été réalisée en couplant les phénomènes électromagnétiques, thermiques et les équations du circuit. Nous avons appliqué 10 impulsions par la technique PFM. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, la valeur de α utilisée dans la loi de puissance à 1220 A/mm^2 , est la plus proche du résultat expérimental. Le champ maximal piégé pour cette valeur est $B_{p\max} = 706 \text{ mT}$, après l'impulsion #9 de 900 V. L'impulsion #10, avec la plus grande variation de champ magnétique appliqué, a entraîné une diminution de B_p en raison de la chaleur excessive libérée dans le supraconducteur, notamment dans la phase de montée. On voit que la chaleur générée par les courants de Foucault dans le supraconducteur provoque une augmentation de la température après chaque impulsion de champ magnétique. La propagation de la chaleur est beaucoup plus lente que celle du champ magnétique dans le supraconducteur et nous avons estimé une constante de temps thermique de l'ordre de 10 s.

La même valeur de α a été retenue dans le problème 3D. La symétrie a été appliquée pour réduire le temps de calcul. Nous avons simulé l'aimantation de trois pastilles après 4 impulsions successives d'amplitude croissante puis 3 impulsions d'amplitude décroissante. Nous avons pu constater que l'influence de l'aimantation des trois pastilles sur la forme et l'amplitude du courant est très faible. Un champ magnétique piégé avec un maximum éloigné du centre de la pastille est visible à la surface des supraconducteurs. Le champ piégé maximum $B_{p\max}$ de 736 mT lors de l'aimantation de 3 pastilles est légèrement supérieur à celui obtenu lors de l'aimantation d'une seule pastille soit 706 mT ; ce qui montre que l'on peut effectivement aimanter simultanément plusieurs pastilles avec un seul inducteur correctement dimensionné pour cette application. Les modèles développés en 2D et 3D vont à nouveau être utilisés et surtout comparés à des expériences dans le prochain chapitre.

Chapitre 4 Expérimentation et validation

4.1 Introduction

Le concept des problèmes 2D et 3D présentés aux sections 3.4.1 et 3.4.2 est pris en compte ici, soit deux prototypes avec une pastille pour représenter le problème 2D et trois pastilles pour le problème 3D. L'inducteur restera le même pour les deux prototypes. Nous expliquons tout d'abord chaque étape de construction. Les résultats expérimentaux de l'aimantation sont ensuite présentés. Pour finir, nous comparons les résultats numériques et expérimentaux.

4.2 Prototype I – une seule pastille

4.2.1 Conception et réalisation du prototype

Les dimensions des éléments ont été introduites dans la section 3.4.1. Ces dimensions servent de base à la construction de l'inducteur. L'inducteur a été fait manuellement au laboratoire. Nous avons commencé par recouvrir le ruban de cuivre avec un isolant en polyamide. Ensuite, le ruban de cuivre a été enroulé pour former un inducteur, comme montré sur la Figure 4.1. Les connecteurs sont placés l'un en face de l'autre, ce qui conduit à des demi-spires, afin de minimiser la force qui peut se produire entre ces deux parties lors de l'aimantation.

L'inducteur a ensuite été renforcé avec du ruban en fibres de verre et imprégné de résine époxy. L'époxy est formé en mélangeant la base AY 103-1 ARALDITE et un durcisseur H4 991 avec le ratio 2:1. Sur la Figure 4.2, nous montrons que l'époxy n'a pas parfaitement recouvert les fibres de verre en surface de l'inducteur.

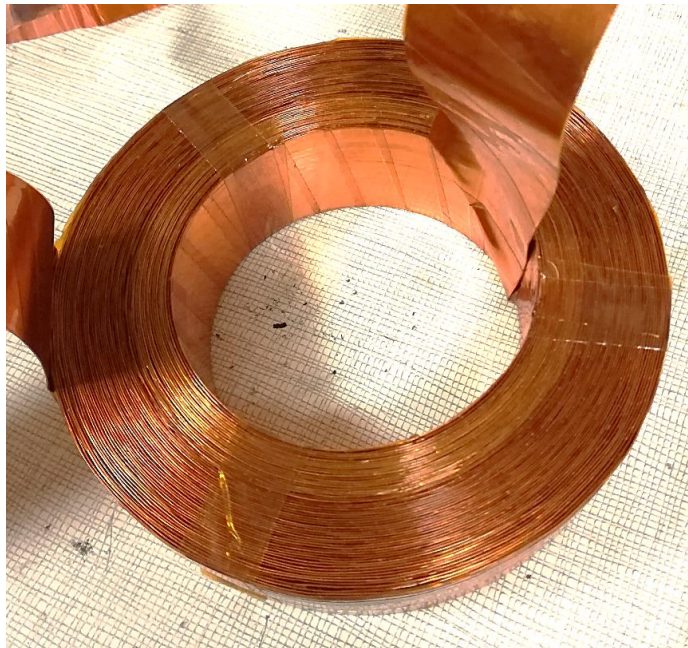


Figure 4.1. Inducteur en feuillard de cuivre pour aimanter les pastilles supraconductrices. Cet inducteur est utilisé dans l'expérience I et II. Le nombre de spires est $N = 55,5$, et le diamètre du trou intérieur est de 67 mm.

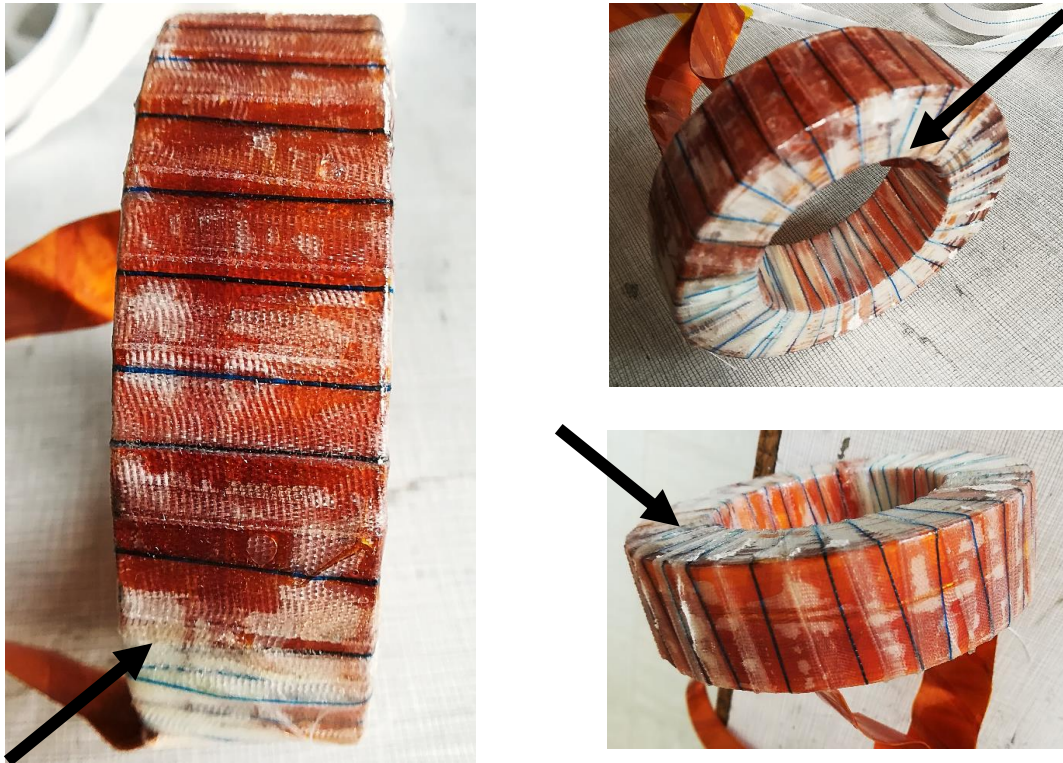


Figure 4.2. Prototype final de l'inducteur. Les flèches indiquent les lieux où l'époxy n'a pas complètement recouvert les fibres de verre.

Pour tenir le supraconducteur à l'intérieur de l'inducteur, une base en CPE+ a été imprimée en 3D. La base contenant plusieurs trous pour faciliter l'assemblage et le refroidissement par l'azote liquide est montrée sur la Figure 4.3. Ensuite, le supraconducteur a été fixé par du ruban en fibres de verre pour contenir les efforts électromagnétiques importants lors de l'aimantation par PFM. Cette approche nous offre la possibilité de cartographier le champ magnétique à la surface supérieure des supraconducteurs avec une distance réduite sensiblement égale à l'épaisseur du tissu en fibres de verre. Le prototype I avec le supraconducteur YBCO est montré sur la Figure 4.4.



Figure 4.3. Base imprimée en 3D contenant des trous pour faciliter l'assemblage et le refroidissement par l'azote liquide. Le supraconducteur est placé au-dessus de la partie centrale de cette base, et l'inducteur est placé sur la couronne extérieure.



Figure 4.4. Prototype I final pour l'aimantation d'une pastille supraconductrice.

4.2.2 Choix cryogénique

Le système montré sur la Figure 4.4 sera placé dans un bain d'azote liquide à pression atmosphérique. Ce type de refroidissement est le plus accessible et le plus simple pour mener des expériences dans un environnement de laboratoire.

4.2.3 Aimantation d'une pastille YBCO - résultats expérimentaux

La stratégie pour l'aimantation de la pastille supraconductrice en YBCO est la même que celle présentée dans la section 3.4.1, c'est-à-dire que nous déchargeons le condensateur à partir de la tension $U_{c0} = 100$ V jusqu'à 1000 V par incrément de 100 V. Après chaque impulsion, une carte du champ piégé à la surface de pastille est effectuée. Pendant chaque aimantation, nous registrerons l'impulsion du courant et le champ magnétique au centre de la pastille. Le capteur de champ magnétique est une sonde cryogénique à effet Hall d'AREPOC de type HHP-NA (n°163) avec courant d'alimentation 20 mA et sensibilité 147,7 mV/T, montrée sur la Figure 4.4. Le champ magnétique a été scanné au plus proche de la surface supérieure de la pastille, soit une distance comprise entre 0,5 et 1 mm, car la surface de la pastille était irrégulière et qu'il était difficile d'avoir une distance plus précise.

4.2.3.a Carte du champ magnétique piégé

Sur la Figure 4.6, la carte du champ magnétique piégé après chaque impulsion est présentée. On peut notamment observer le champ magnétique piégé final en forme de cône. La valeur maximale du champ magnétique piégé a été observée à l'issue de l'impulsion #9 soit $B_{pmax} = 686,37$ mT. Après l'impulsion #10, le champ piégé diminue d'environ 15 % pour atteindre $B_{pmax} = 585,13$ mT. Chaque carte de champ montre un comportement hétérogène de la pastille massive en YBCO. Jusqu'à l'impulsion #7, le champ piégé possède une forme caractéristique en forme de « M »

représentative d'une pénétration incomplète avec un champ piégé maximum en dehors du centre de la pastille. Cette forme tend à devenir un cône avec les impulsions suivantes indiquant une pénétration complète du champ et des courants induits jusqu'au centre de la pastille.



Figure 4.5. Extrémité de la canne permettant la mesure de la carte de champ magnétique à la surface de la pastille dans son bain d'azote liquide.

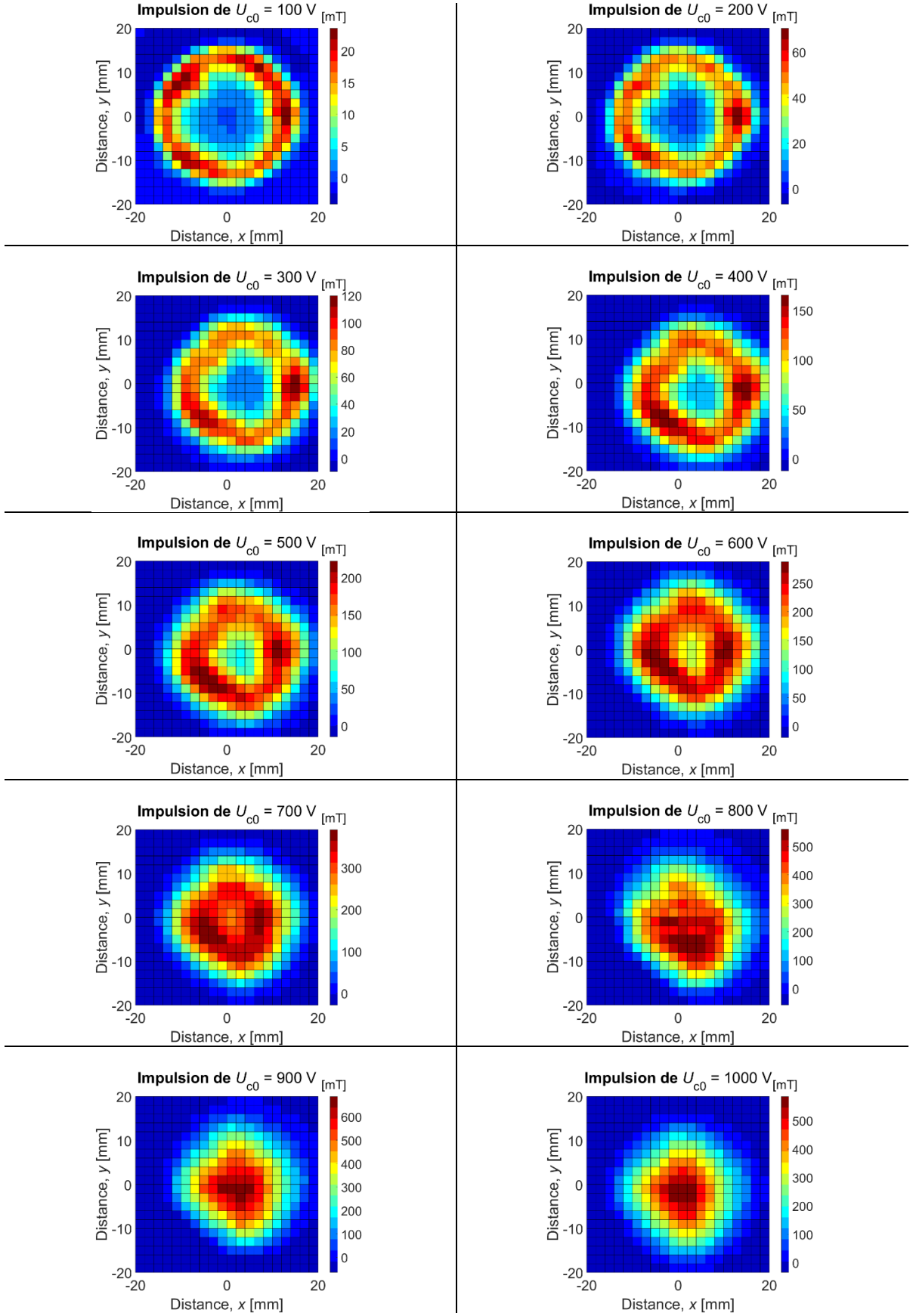


Figure 4.6. Cartes de champ magnétique piégé à la surface d'un pastille YBCO. Nous avons appliqué chaque impulsion en partant d'une tension $U_{c0} = 100$ V pour finir à 1000 V par incrément de 100 V. Le champ piégé maximal est $B_{pmax} = 686,37$ mT, après l'impulsion #9 ($U_{c0} = 900$ V).

Pour une meilleure représentation de la forme du champ magnétique piégé, la distribution du champ après les impulsions #1 et #9 est présentée sur les Figures 4.7 et 4.8. On observe la forme de M sur la Figure 4.7 et la forme conique sur la Figure 4.8. Dans la section 1.3, il a été expliqué comment de telles distributions de champ magnétique dans le supraconducteur sont réalisées.

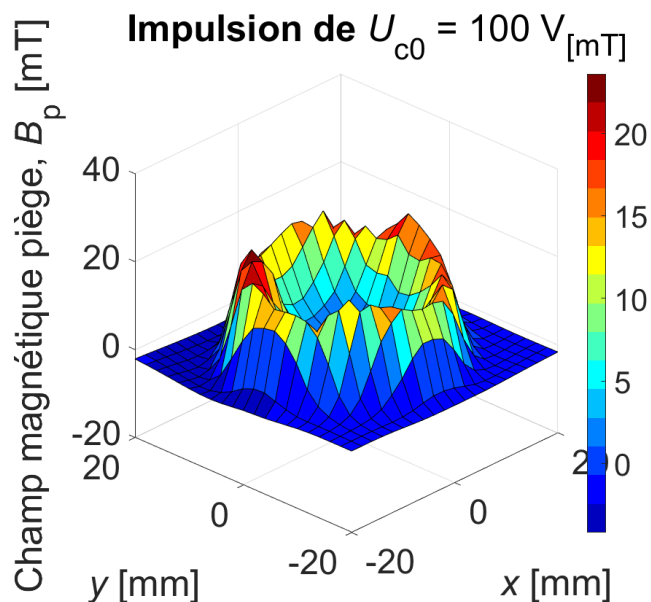


Figure 4.7. Distribution du champ magnétique piégé à la surface d'une pastille YBCO après l'impulsion #1 ($U_{c0} = 100 \text{ V}$). Le champ piégé prend la forme d'un M.

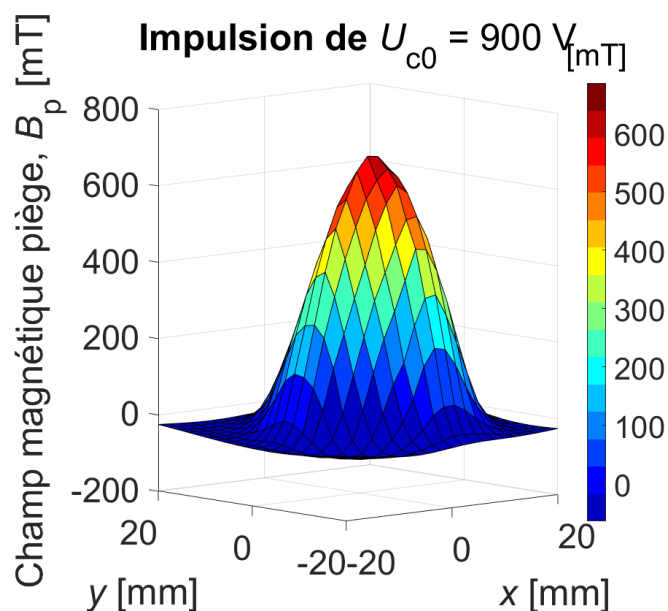


Figure 4.8. Distribution du champ magnétique piégé à la surface d'une pastille YBCO après l'impulsion #9 ($U_{c0} = 900 \text{ V}$). Le champ piégé prend la forme d'un cône.

4.2.3.b Champ magnétique piégé maximum

La Figure 4.9 présente une comparaison entre le champ magnétique maximal piégé calculé numériquement et les résultats expérimentaux. Pour la valeur alpha $\alpha = 1222,20 \text{ A/mm}^2$ dans la loi en puissance (1.17) la valeur maximale du champ magnétique piégé B_{pmax} est la plus proche du résultat expérimental. Pour rappel, les autres paramètres de la loi en puissance du supraconducteur, étaient $n = 9$ et $B_0 = 1,3 \text{ T}$. Ainsi, la valeur du paramètre α correspondant le mieux à notre expérience semble être celle de $1222,20 \text{ A/mm}^2$, ce qui donne une valeur dans l'azote liquide $J_{c0} = 200 \text{ A/mm}^2$ dans (1.16). Cette valeur de α sera également utilisée pour simuler le problème en 3D.

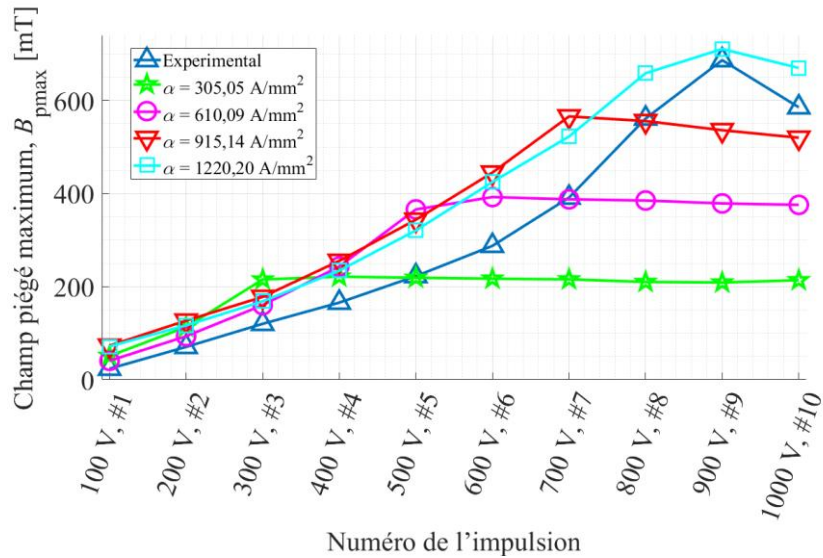


Figure 4.9. Champ maximal piégé B_{pmax} après chaque impulsion pour l'expérimentation et les simulations en 2D. La simulation avec la valeur du paramètre $\alpha = 1222,20 \text{ A/mm}^2$ représente selon nous le mieux le comportement expérimental de la pastille. Les autres paramètres du supraconducteur sont restés constants, soit $n = 9$ et $B_0 = 1,3 \text{ T}$.

En fixant le paramètre $\alpha = 1222,20 \text{ A/mm}^2$, voyons quels sont les effets des paramètres B_0 et n sur la valeur de B_{pmax} du supraconducteur. Les résultats de la simulation ainsi que de l'expérience sont présentés dans la Figure 4.10. Pour une valeur de $B_0 = 1,3 \text{ T}$, la courbe chute après l'impulsion #9 comme pour les résultats expérimentaux. Pour une plus grande valeur de $B_0 = 2,5 \text{ T}$, la valeur du champ piégé augmente encore après l'impulsion #9, tandis que pour une valeur de $B_0 = 0,5 \text{ T}$ B_{pmax} ne change pas de manière significative après l'impulsion #7. Par ailleurs, des valeurs de n supérieures à 9, i.e. de 14 et 21 dans notre exemple, conduisent à des valeurs de B_{pmax} nettement supérieures à l'expérience et ce pour chaque impulsion.

Après cette vérification, le modèle du supraconducteur modélisé avec la loi en puissance sera donc réalisé avec les paramètres : $\alpha = 1222,20 \text{ A/mm}^2$, $n = 9$ et $B_0 = 1,3 \text{ T}$ car ce sont des paramètres acceptables pour représenter le comportement de la pastille YBCO dans notre système.

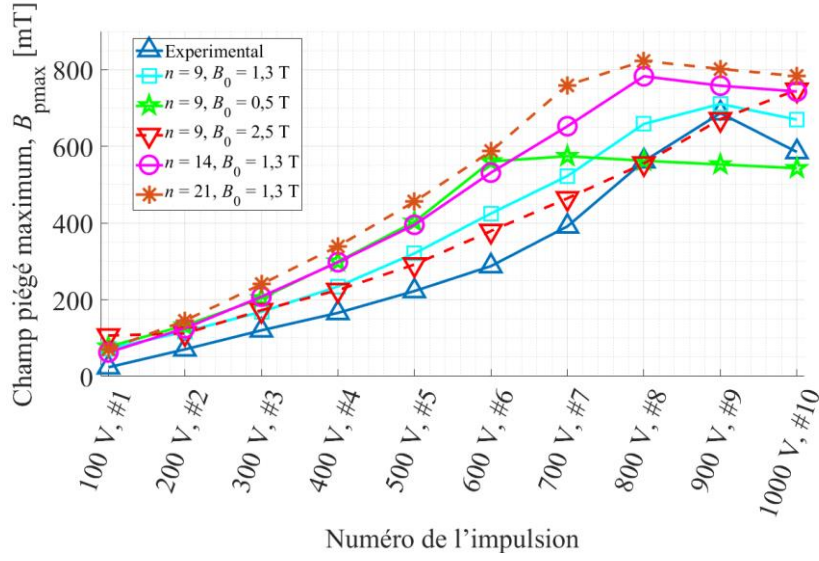


Figure 4.10. Champ piégé maximal B_{pmax} après chaque impulsion pour l'expérimentation et les simulations en 2D. Pour une valeur constante de $\alpha = 1222.20$ A/mm², nous avons effectué des simulations avec différentes valeurs des paramètres n et B_0 .

La température du supraconducteur a ensuite été fixée comme constante et égale à celle de l'azote liquide et dix impulsions ont été simulées pour étudier les effets liés aux changements de température sur le champ magnétique piégé. La comparaison des résultats pour le supraconducteur défini avec $\alpha = 1222,20$ A/mm², $n = 9$ et $B_0 = 1,3$ T avec et sans modèle thermique est résumé sur la Figure 4.11.

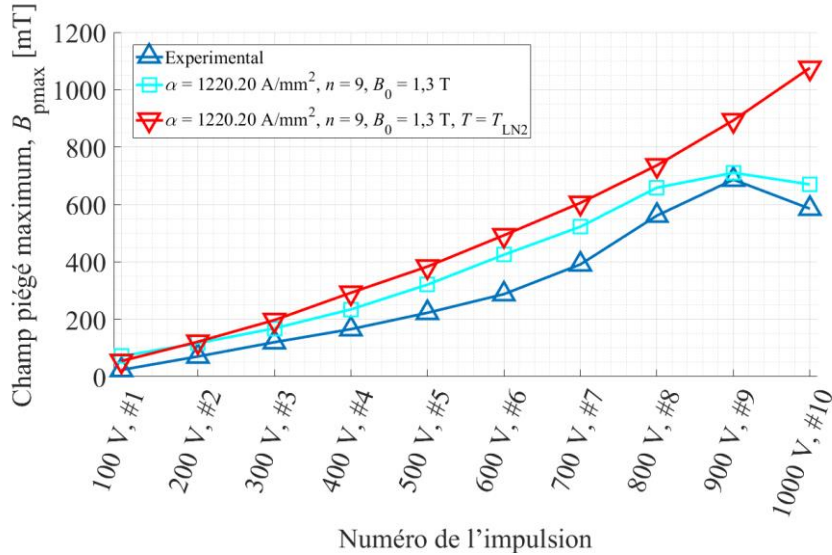


Figure 4.11. Champ piégé maximal B_{pmax} après chaque impulsion pour l'expérimentation et les simulations en 2D. Pour la courbe en rouge, le modèle ne prend pas en compte le modèle thermique en fixant la température du supraconducteur égale à la température de l'azote liquide T_{LN2} .

4.2.3.c Courant circulant dans l'inducteur

Le courant qui traverse l'inducteur pendant l'expérience et les simulations correspondantes sont montrés sur la Figure 4.12. Pour plus de clarté, nous présentons la forme du courant i_{ind} que pour trois valeurs de tension U_{c0} . Si nous considérons la plus petite impulsion pour $U_{c0} = 100$ V, nous observons une plus grande différence entre la courbe obtenue expérimentalement et numériquement. Nous constatons en effet des différences sur la valeur du courant maximum atteint et le taux de décroissance du courant. Cette différence peut être liée à des éléments du circuit qui ont une résistance et une inductance non linéaires comme la diode ou le transistor (interrupteur) dans le circuit électrique du magnétiseur, voir la Figure 3.1. L'écart entre les simulations et les mesures diminue à mesure que le courant augmente.

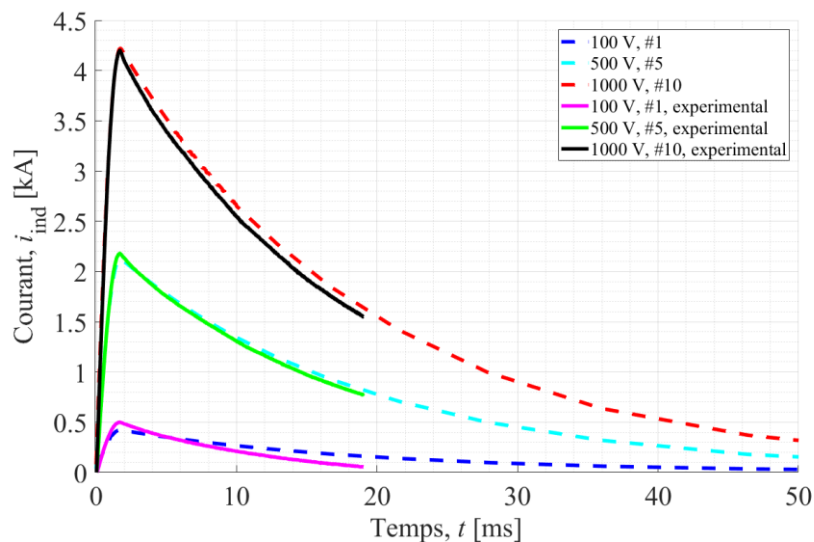


Figure 4.12. Comparaison des impulsions de courant obtenues en simulation pour le problème 2D et par l'expérience pendant la décharge du magnétiseur pour le prototype I.

4.3 Prototype II – un ensemble de trois pastilles

4.3.1 Conception et réalisation du prototype II

Le prototype II utilise le même inducteur que le prototype I, mais pour aimanter trois pastilles supraconductrices montrées sur la Figure 4.13. Les pastilles SHT sont fixées et collées par le bas avec la base montée sur la Figure 4.3. La version finale de prototype II est présentée sur la Figure 4.14.

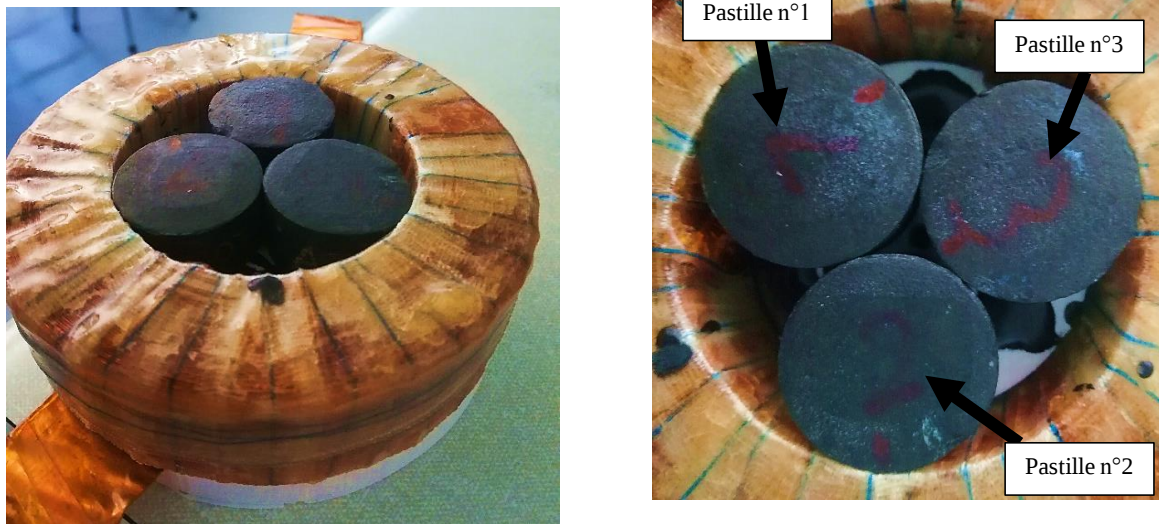


Figure 4.13. Prototype II de l'inducteur avec trois pastilles placées à l'intérieur.

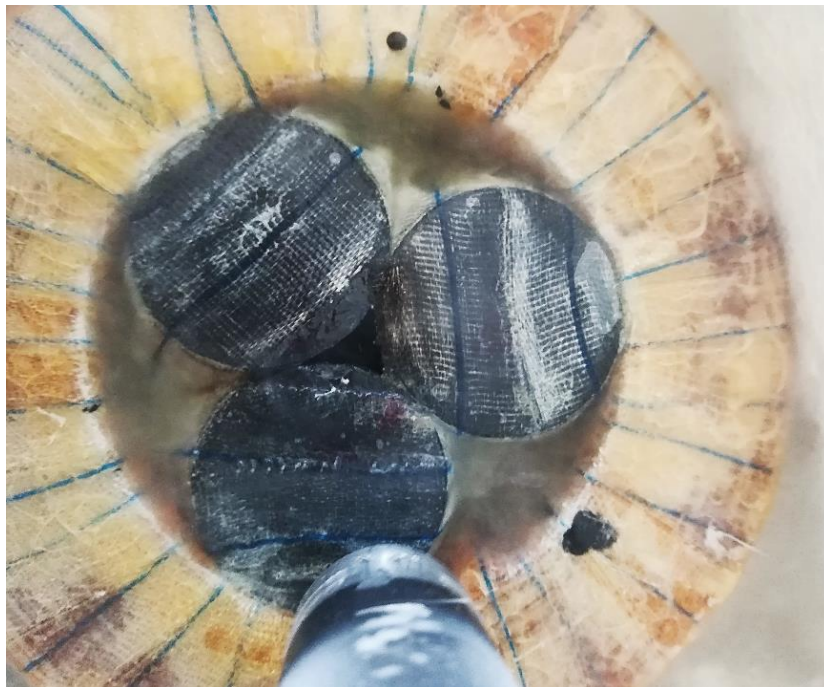


Figure 4.14. Prototype II prêt pour l'aimantation des trois pastilles SHT avec leur renfort en fibre de verre + imprégnation.

4.3.2 Aimantation de plusieurs pastilles YBCO - résultats expérimentaux

4.3.2.a Carte du champ magnétique piégé

Nous déchargeons le condensateur à partir de la tension $U_{c0} = 250$ V jusqu'à 1000 V par incrément de 250 V. Ensuite, nous appliquons des impulsions d'amplitude de champ magnétiques décroissantes en appliquant successivement les tensions U_{c0} de 1000 V, 750 V et pour finir 500 V. Un comportement différent est clairement observé pour les mêmes valeurs de tensions dans la première partie et dans la partie d'amplitude décroissante. Les résultats sont présentés sur la Figure 4.15. Après l'impulsion #2, la pastille n°1 a été complètement pénétrée et l'application d'impulsions magnétiques d'amplitude plus importante ne permet pas d'augmenter B_p . Nous voyons que la pastille possède deux maximums de champ magnétique éloignés du centre, ce qui suggère qu'il est possible que la pastille n°1 soit fissurée. La pastille n°2 a un défaut marqué sur la Figure 4.15, cette zone possède probablement une valeur locale de densité de courant critique J_{c0} inférieure au reste. Après l'impulsion #1, le champ magnétique piégé reste concentré en ce point. Cependant, l'augmentation du champ appliqué à ce point génère plus de chaleur, ce qui fait que cette zone a une valeur finale de B_p plus faible. La pastille n°3 semble avoir la structure la plus uniforme de toutes celles testées. Après l'application de l'impulsion #4, le champ piégé a diminué dans la pastille n°3. En revanche, l'application de l'impulsion #6, qui a la même valeur que l'impulsion # 3, augmente encore la valeur B_p . L'impulsion #7 a permis d'augmenter encore la valeur moyenne du champ piégé dans la pastille n°3, voir la Figure 4.15. La pastille n°3 est la seule possédant un champ piégé final en forme de cône, représentant une aimantation complète et uniforme. Le comportement des 3 pastilles est clairement différent et nous devons donc adapter la valeur de α pour chaque pastille.

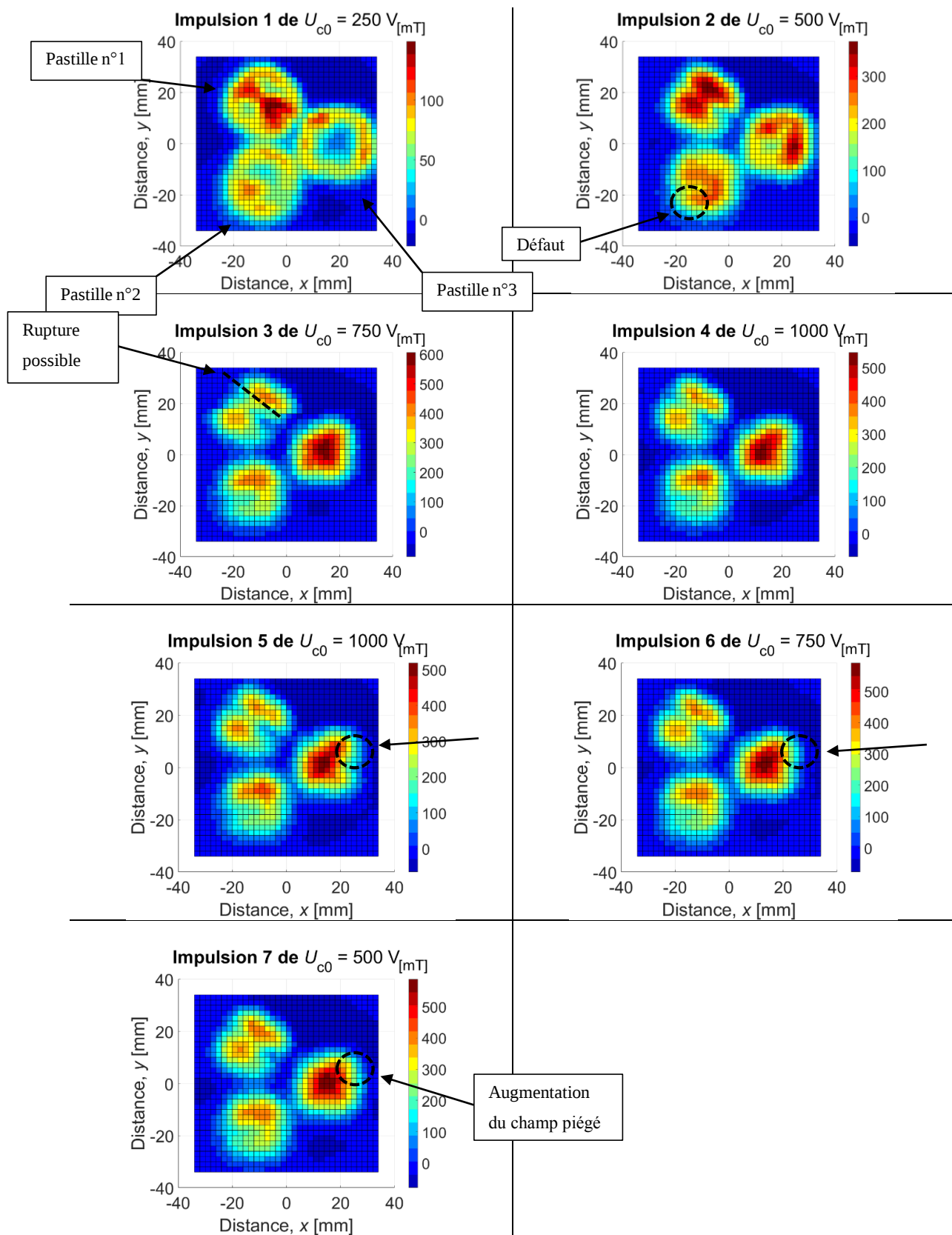


Figure 4.15. Cartes de champ magnétique piégé mesurées expérimentalement à la surface de trois pastilles YBCO. Nous avons appliqué chaque impulsion en partant d'une tension $U_{c0} = 250$ V jusqu'à 1000 V par incrément de 250 V puis à nouveau 1000 V, 750 V et 500 V. Il est clairement visible que les pastilles SHT ne sont pas identiques et ne sont pas homogènes. Seule la pastille n°3 possède un champ piégé final en forme de cône. Le champ piégé maximal est $B_{pmax} = 606,1$ mT après l'impulsion #3 ($U_{c0} = 750$ V).

La carte du champ magnétique pour les pastilles n°1 et n°2 ne correspond pas aux résultats numériques indiqués dans le modèle 3D sur la Figure 3.16. Nous allons donc essayer de simuler l'aimantation des supraconducteurs en modifiant les propriétés des matériaux pour représenter leur inhomogénéité. La stratégie consiste à attribuer différentes densités de courant critique dans différentes régions de la pastille. La Figure 4.16 montre quelles régions se voient attribuer quelles valeurs de α . Nous décidons de couper la pastille n°1 en attribuant une plus petite valeur à α . La même approche est partiellement adoptée pour la pastille n°2 et la pastille n°3 reste inchangée. Les autres paramètres du matériau ainsi que la méthodologie d'aimantation restent inchangés, comme présentés dans la section 3.1.

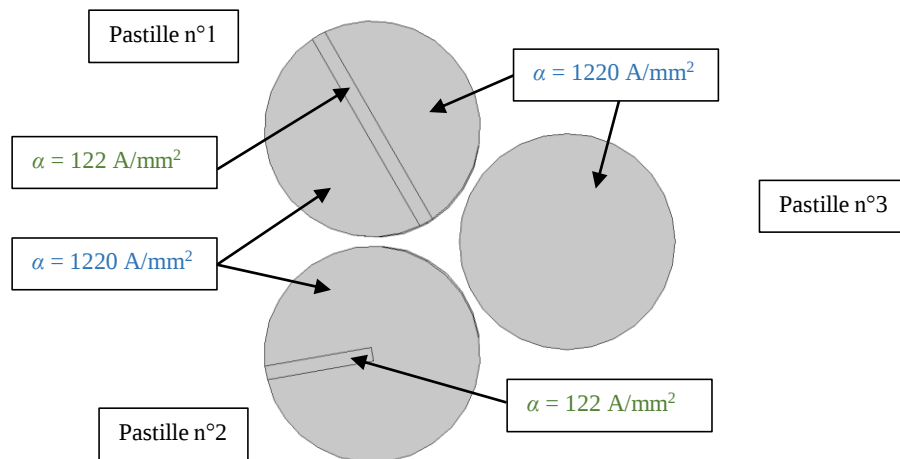


Figure 4.16. Modèle de trois supraconducteurs avec différentes valeurs des α . Pour simuler l'inhomogénéité des supraconducteurs, certaines régions se sont vues également attribuer différentes valeurs de α .

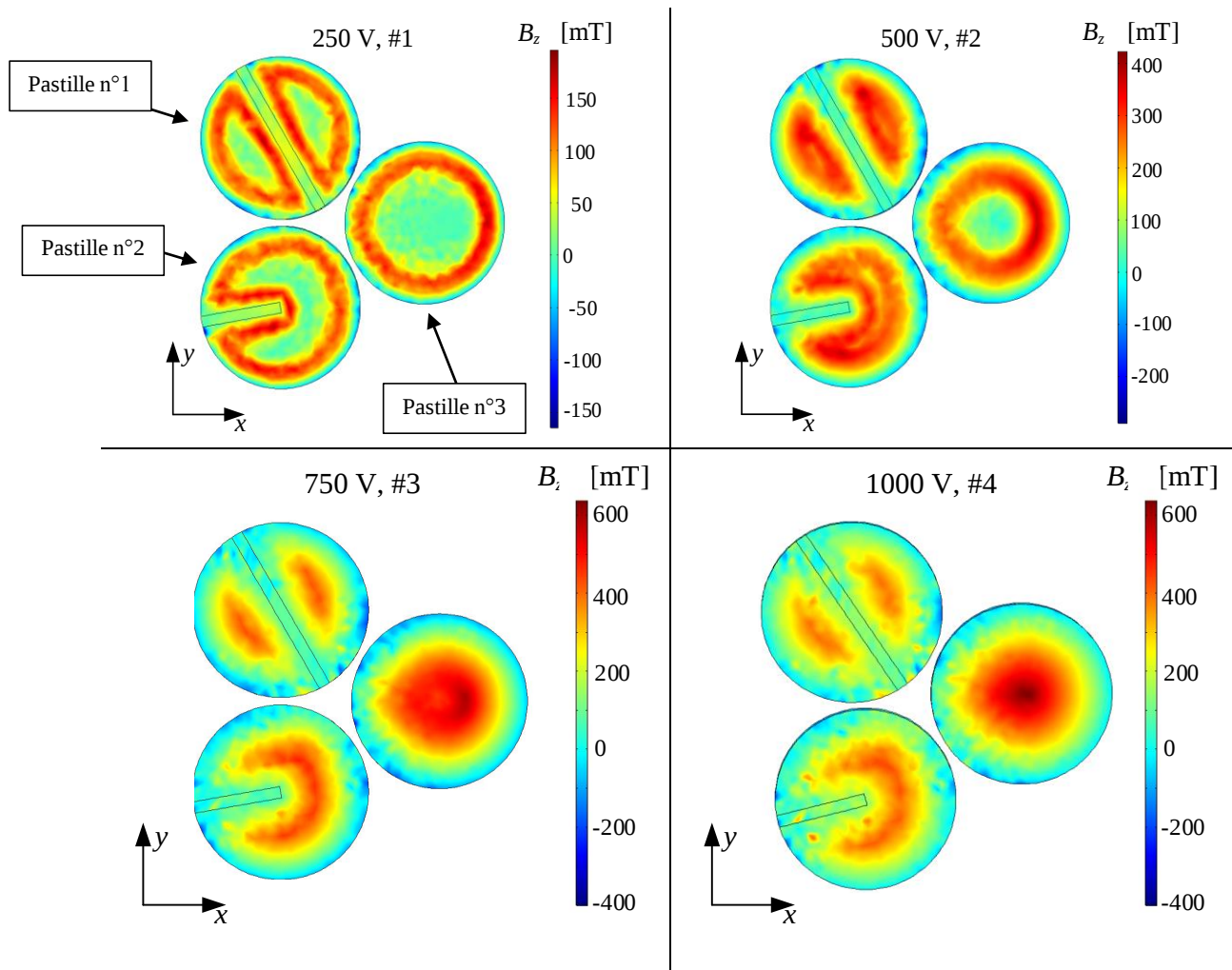


Figure 4.17. Champ magnétique piégé à la surface de trois pastilles. Pour simuler l'inhomogénéité des supraconducteurs, certaines zones du supraconducteur ont été dotées de propriétés différentes, comme le montre la Figure 4.16.

La carte du champ magnétique piégé simulé pour trois pastilles de différentes propriétés est montrée sur la Figure 4.17. Nous voyons que si nous modélisons plusieurs zones dans le supraconducteur avec des valeurs α différentes, le comportement peut être reproduit plus précisément dans la simulation. Seules 3 impulsions ont été présentées en raison de la longue durée de simulation en particulier pour la troisième impulsion, qui était de 2 jours. En conclusion, l'inhomogénéité des supraconducteurs devrait être un paramètre important à prendre en compte dans le processus d'aimantation des supraconducteurs massifs et dans leur mise en œuvre dans des applications.

4.3.2.b Champ magnétique piégé maximum

En raison des meilleures propriétés physiques de la pastille n°3, les valeurs de champ magnétique piégé ont été prises uniquement pour cette pastille. Le champ maximum piégé augmente jusqu'à l'impulsion #3. Les impulsions #4 et #5 diminuent le champ magnétique piégé. Les deux dernières impulsions #6 à 750 V et #7 à 500 V permettent d'augmenter à nouveau la valeur de champ piégé à une valeur de 590 mT proche du maximum observé de 606 mT.

4.3.3 Validation de la modélisation

Concernant le courant pour les prototypes I et II, les résultats obtenus numériquement et expérimentalement sont très proches. Cependant, l'impulsion de courant à $U_{c0} = 100$ V présente une différence plus marquée par rapport à la courbe calculée. La nature de cette différence semble être plutôt de nature résistive comme en atteste la vitesse de décharge. Nous pensons que cette réponse est due aux éléments non linéaires qui apparaissent dans le circuit du magnétiseur.

La situation est plus compliquée si l'on compare le champ magnétique piégé dans le supraconducteur. Regardons B_{pmax} dans le prototype I, les résultats numériques sont proches des résultats expérimentaux, en outre, la diminution du champ magnétique dans la simulation est aussi visible bien que les valeurs ne correspondent pas pour toutes les impulsions précédentes. Le défi de l'estimation numérique du champ piégé est de trouver les bons paramètres du supraconducteur et notamment de la loi en puissance, qui correspondent bien pour toutes les expériences réalisées. Nous avons essayé différentes valeurs du coefficient α , qui définit le courant critique J_c . La différence sur le champ magnétique B_p peut être significative, il est donc nécessaire de réajuster la simulation après les résultats expérimentaux. De plus, l'inhomogénéité des supraconducteurs YBCO change complètement l'allure du champ magnétique piégé à la surface de ceux-ci.

La meilleure valeur de α pour les résultats du prototype I a été également choisie pour la simulation de l'aimantation des supraconducteurs dans le prototype II. En analysant les résultats expérimentaux de l'aimantation de trois pastilles supraconductrices, l'homogénéité des champs piégés dans chaque pastille dépend évidemment de la qualité de celle-ci. La localisation du champ magnétique

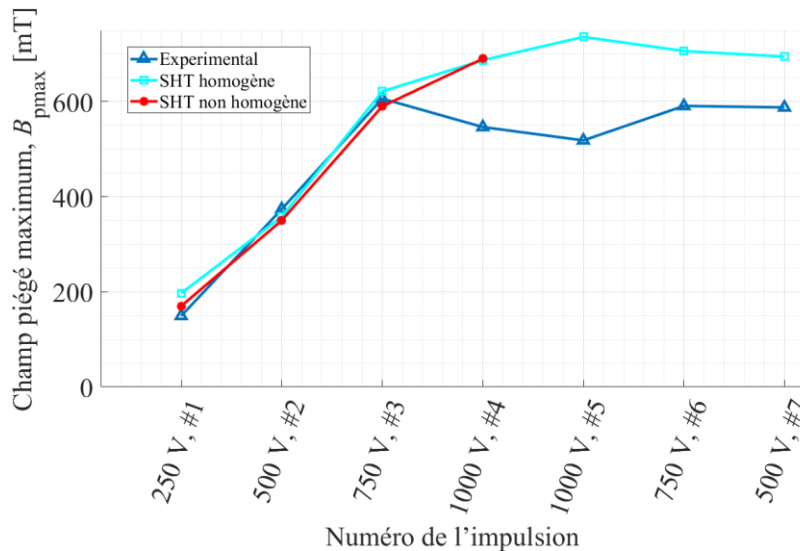


Figure 4.18. Champ maximal piégé dans la pastille n°3 après chaque impulsion pour l'expérimentation et la simulation du problème en 3D.

piégé à la surface des pastilles n°2 et 3 est légèrement décalé vers le centre de l'inducteur comme prédit par la simulation.

La Figure 4.18 présente le comportement de la pastille n°3 (la plus homogène) durant l'expérience et en comparant avec la simulation. Nous incluons les résultats de simulation d'un autre modèle où tous les supraconducteurs sont homogènes (Figure 3.16) et d'un modèle où chaque supraconducteur est modélisé différemment (Figure 4.17). On observe que le champ magnétique piégé a diminué dans la pastille supraconductrice après avoir appliqué l'impulsion #4 avec $U_{c0} = 1000$ V. Cependant, pour les deux simulations proposées, B_p ne change pas de manière significative après l'impulsion #4 comme dans l'expérience.

La construction du prototype II rend possible la présence d'un pont thermique entre les supraconducteurs et l'inducteur. Ce contact n'a pas été pris en compte dans le modèle. Dans la Figure 4.19, nous avons vérifié en simulation la température sur la paroi de l'inducteur en contact avec les supraconducteurs. La variation maximale de température n'a pas dépassé 1,5 K. Nous pensons donc que le contact entre les supraconducteurs et l'inducteur n'est pas la cause de la diminution de B_p pour l'impulsion #4. Il semble donc que pour les impulsions #4 et #5, il y ait eu un saut de flux dû à des changements thermiques trop importants à l'intérieur du supraconducteur. L'application des impulsions #6 et #7 a encore augmenté le champ magnétique piégé à 600 mT, mais les résultats de la simulation indiquent un champ final d'environ 700 mT.

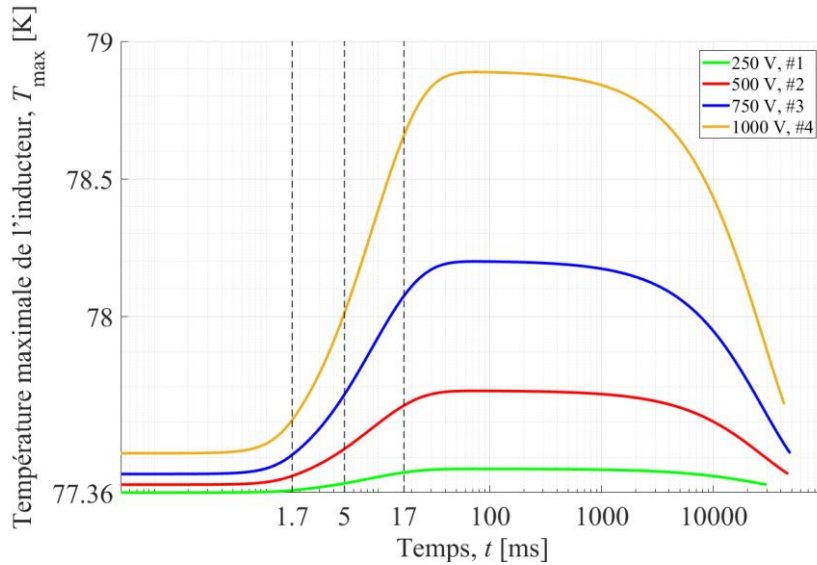


Figure 4.19. Température maximale générée sur la paroi de l'inducteur en contact localement avec les supraconducteurs.

4.4 Conclusion

La comparaison des résultats expérimentaux et numériques des prototypes I et II ont été présentées dans ce chapitre.

Le prototype I, qui ne contient qu'une seule pastille d'YBCO, a été fabriqué selon les informations précisées dans le chapitre 3 et aimanté par 10 impulsions de champ magnétique. Le champ magnétique piégé a augmenté après chaque impulsion sauf à la dernière impulsion #10 où il a diminué comme reproduit dans la simulation. Cela indique une quantité excessive de pertes générées pendant l'impulsion #10 qui abaisse la valeur de la densité de courant critique et, par conséquent, engendre une valeur plus faible du champ piégé.

Le prototype II, composé de trois pastilles YBCO, a été aimanté à l'aide de sept impulsions. L'expérience a montré une forte hétérogénéité et inhomogénéité des pastilles, qui a fortement affecté la distribution du champ magnétique piégé. Nous avons donc essayé d'adapter le modèle en 3D pour reproduire le plus fidèlement possible le comportement des pastilles. Une modification appropriée du modèle supraconducteur a permis une meilleure représentation de la distribution du champ magnétique, mais la création d'un tel modèle est compliqué car la modification se fait de façon empirique. On peut donc conclure que la qualité de la pastille est un facteur très important dans le processus d'aimantation par PFM et qu'elle a une grande influence sur l'aimantation finale.

Lors de l'aimantation du supraconducteur dans le prototype I, le champ magnétique piégé maximum a atteint 686 mT alors qu'il est resté à 606 mT pour le prototype II, soit une baisse 12 %. Cette différence peut être liée à des effets thermiques non pris en compte en simulation et à la forte hétérogénéité des 3 pastilles utilisées.

Conclusion générale

Le procédé d'aimantation par champs magnétiques pulsés et tous les phénomènes qui en découlent ont été résolus en se basant sur la méthode des éléments finis (MEF) et à l'aide de différentes formulations. Dans ce travail, nous avons étudié et comparé en 2D et 3D la formulation en $\mathbf{A}$, la formulation en $\mathbf{H}$ ainsi qu'une formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ en couplant les différentes variables sur les frontières des matériaux. La formulation $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ a été retenue car nous avons montré que l'utilisation de cette formulation permettait dans certains cas de réduire le temps de simulation et présentait un bon compromis en 2D et en 3D sur les temps de calculs et l'aptitude à résoudre un problème donné avec des résultats acceptables. Les modèles développés à partir de cette formulation constituent donc un outil intéressant pour de futurs travaux de dimensionnement et le développement d'applications utilisant des supraconducteurs au GREEN.

Nous avons également dimensionné et étudié numériquement un modèle complet d'inducteur permettant d'aimanter un ou plusieurs supraconducteurs simultanément. Nous étudions deux configurations : le prototype I pour aimanter un seul supraconducteur (problème 2D) et le prototype II pour aimanter trois supraconducteurs (problème 3D). Ces deux configurations sont résolues en considérant les phénomènes électromagnétiques et thermiques ainsi que le couplage avec les équations du circuit alimentant l'inducteur. Les simulations ont montré que l'élévation de température dans le supraconducteur d'une dizaine de Kelvin générée lors de l'aimantation par PFM affectait le champ magnétique piégé. Il a été observé que la présence d'une ou plusieurs pastilles supraconductrices n'influait pas l'impulsion de courant dans l'inducteur. Le champ piégé maximal obtenu numériquement pour le prototype I était de 706 mT et de 736 mT pour le prototype II.

Les résultats obtenus ont ensuite été comparés aux résultats de la simulation. Cependant, certains supraconducteurs présentaient une forte inhomogénéité de leurs propriétés ce qui a eu pour conséquence de réduire le champ magnétique piégé observé expérimentalement. Des hypothèses ont été faites pour tenter de reproduire numériquement ces inhomogénéités et leurs effets. Néanmoins, ce calcul numérique ne peut se faire que par une modélisation 3D sans utilisation possible de symétries, et conduit à un temps de calcul pouvant aller jusqu'à plusieurs jours. L'expérimentation avec des prototypes a permis d'obtenir un champ magnétique piégé maximal de 686 mT lors de l'aimantation d'une pastille, tandis qu'il était de 606 mT lorsque plusieurs pastilles ont été aimantées simultanément.

Un abaissement de la température par l'utilisation d'un autre fluide cryogénique comme l'hydrogène liquide ou d'un autre système de refroidissement permettrait d'augmenter cette valeur de champ magnétique piégé à des valeurs beaucoup plus intéressantes pour les applications visées en génie électrique.

Réflexions et idées nouvelles découlant des travaux réalisés :

- Une caractérisation précise du supraconducteur est nécessaire pour construire un meilleur modèle numérique et à adapter l'ensemble du processus d'aimantation.

- La formulation couplée $\mathbf{A} - \mathbf{H}$ permet, d'après notre étude, une meilleure analyse du comportement du supraconducteur en présence de matériaux ferromagnétiques, ce qui peut donc mener expérimentalement à l'aimantation de pastilles avec un champ magnétique piégé plus important.
- A plus basse température et/ou avec d'autres matériaux, l'étude des phénomènes liés aux sauts de flux permettrait de déterminer le type d'impulsion magnétique à créer pour piéger un champ magnétique optimal.
- Le processus d'aimantation par PFM doit encore être étudié et amélioré afin de permettre la mise en œuvre de l'important potentiel des supraconducteurs massifs pour des applications pratiques en génie électrique.

Liste des symboles et acronymes

m_e	[kg]	Masse d'un électron
$A, \mathbf{A}$	[A·H/m]	Vecteur potentiel magnétique
$B, \mathbf{B}$	[T]	Induction magnétique
$B_{app}, \mathbf{B}_{app}$	[T]	Induction magnétique appliquée
B_p	[T]	Champ magnétique piégé
B_{pmax}	[T]	Champ magnétique piégé maximum
C_p	[J/(kg·K)]	Capacité thermique a pression constante
C_V	[W/m/K]	Conductivité thermique
$\mathbf{E}$	[V/m]	Champ électrique externe
e	[C]	Charge électrique
$E, \mathbf{E}$	[V/m]	Champ électrique
E_F	[eV]	Energie de Fermi
E_g	[J]	Gap d'énergie
F_{no}	[J]	Densité d'énergie libre dans l'état normal
F_{so}	[J]	Densité d'énergie libre
$\hbar$	[J·s]	Constante de Planck
$i_{ind}(t)$	[A]	Courant de transport de l'inducteur
J_c	[A/m ²]	Densité de courant critique
k	[W/(m·K)]	Conductivité thermique.
k_B	[J/K]	Constante de Boltzmann
m	[kg]	Mass
T_c	[K]	Température critique

γ	[Kg/m ³]	Masse volumique
ε_0	[F/m]	Permittivité diélectrique du vide
κ		Constante de Ginzburg-Landau
λ_L	[m], [Å]	Epaisseur de pénétration de London
μ_0	[H/m]	Perméabilité magnétique du vide
μ_r	[H/m]	Perméabilité relative
ξ	[m], [Å]	Longueur de cohérence
ρ	[Ω·m]	Résistivité électrique
Φ_0	[Wb]	Quantum de flux magnétique

Références bibliographique

- [Abri57] ABRIKOSOV, A.A.: On the Magnetic Properties of Superconductors of the Second Group. In: *oviet Physics Journal of Experimental and Theoretical Physics* Bd. 5 (1957), Nr. 6, S. 1174–1182
- [AFUZ14] AINSLIE, M. D. ; FUJISHIRO, H. ; UJIE, T. ; ZOU, J. ; DENNIS, A. R. ; SHI, Y-H. ; CARDWELL, D. A.: Modelling And Comparison Of Trapped Fields in (RE)BCO Bulk Superconductors For Activation Using Pulsed Field Magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 27 (2014), Nr. 6, S. 065008
- [AiFu15] AINSLIE, M. D. ; FUJISHIRO, H.: Modelling Of Bulk Superconductor Magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 28 (2015), Nr. 5, S. 053002
- [ÄkKK15] ÄKÄSLÖMPOLO, S. ; KOSKELA, T. ; KURKI-SUONIO, T.: Biot Savart Law Integrator BioSaw. In: *arXiv:1511.01629 [physics]* (2015). — arXiv: 1511.01629
- [ALCM17] ARSENIO, A. ; DE LACERDA MACHADO VAZ DE CARVALHO, M. ; CARDEIRA, C. ; MELICIO, R. ; COSTA BRANCO, P.: Experimental Setup And Efficiency Evaluation Of Zero-Field-Cooled (ZFC) YBCO Magnetic Bearings. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 27 (2017), Nr. 4, S. 1–5
- [BAGG20] BORTOT, L. ; AUCHMANN, B. ; GARCIA, I. C. ; GERSEM, H. D. ; MACIEJEWSKI, M. ; MENTINK, M. ; SCHÖPS, S. ; NUGTEREN, J. V. ; U. A.: A Coupled A–H Formulation For Magneto-Thermal Transients In High-Temperature Superconducting Magnets. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 30 (2020), Nr. 5, S. 1–11
- [Bean62] BEAN, C. P.: Magnetization Of Hard Superconductors. In: *Physical Review Letters* Bd. 8, American Physical Society (1962), Nr. 6, S. 250–253
- [BeMü86] BEDNORZ, J. G. ; MÜLLER, K. A.: Possible High Tc Superconductivity In the Ba–La–Cu–O system. In: *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter* Bd. 64 (1986), Nr. 2, S. 189–193
- [Berg00] BERGER, K.: Etude Des Phénomènes Couplés Magnétothermiques Dans Les Supraconducteurs à Haute Température, S. 157
- [BKCS18] BERGER, KEVIN ; KAPEK, JAKUB ; COLLE, ALEXANDRE ; STEPIEN, MARIUSZ ; GRZESIK, BOGUSLAW ; LUBIN, THIERRY ; LEVEQUE, JEAN: 3D Modeling of Coils for Pulsed Field Magnetization of HTS Bulk Pellets in an Electrical Machine. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, Institute of Electrical and Electronics Engineers (2018)
- [BLLO06] BOUTBOUL, T. ; LE NAOUR, S. ; LEROY, D. ; OBERLI, L. ; PREVITALI, V.: Critical Current Density In Superconducting Nb-Ti Strands in the 100 mT to 11 T Applied Field Range. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 16 (2006), Nr. 2, S. 1184–1187
- [BLND07] BERGER, K. ; LEVEQUE, J. ; NETTER, D. ; DOUINE, B. ; REZZOUG, A.: Influence of Temperature and/or Field Dependences Of the E–J Power Law On Trapped Magnetic Field In Bulk YBaCuO. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 17, Institute of Electrical and Electronics Engineers (2007), Nr. 2, S. 3028–3031
- [BPHK14] BASKYS, A. ; PATEL, A. ; HOPKINS, S. ; KENFAUI, D. ; CHAUD, X. ; ZHANG, M. ; GLOWACKI, B. A.: Composite Superconducting Bulks For Efficient Heat Dissipation During Pulse Magnetization. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 507 (2014), Nr. 1, S. 012003

- [BrGM07] BRAMBILLA, R. ; GRILLI, F. ; MARTINI, L.: Development Of An Edge-element Model For AC Loss Computation Of High-Temperature Superconductors. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 20 (2007), Nr. 1, S. 16–24
- [CBCC03] CAPLIN, A. D. ; BUGOSLAVSKY, Y. ; COHEN, L. F. ; COWEY, L. ; DRISCOLL, J. ; MOORE, J. ; PERKINS, G. K.: Critical Fields And Critical Currents In MgB₂. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 16 (2003), Nr. 2, S. 176–182
- [CoDe12] DA COSTA BRANCO, P. J. ; DENTE, J. A.: Design And Experiment Of A New Maglev Design Using Zero-Field-Cooled YBCO Superconductors. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* Bd. 59 (2012), Nr. 11, S. 4120–4127
- [Coop56] COOPER, LEON N.: Bound Electron Pairs In A Degenerate Fermi Gas. In: *Physical Review* Bd. 104, American Physical Society (1956), Nr. 4, S. 1189–1190
- [Cryo00] *cryogenic material properties OFHC Copper*. URL https://trc.nist.gov/cryogenics/materials/OFHC%20Copper/OFHC_Copper_rev1.htm. - abgerufen am 2020-10-19
- [DDJA14] DURRELL, J. H. ; DENNIS, A. R. ; JAROSZYNSKI, J. ; AINSLIE, M. D. ; PALMER, K. G. B. ; SHI, Y.-H. ; CAMPBELL, A. M. ; HULL, J. ; U. A.: A Trapped Field Of 17.6 T In Melt-Processed, Bulk Gd-Ba-Cu-O Reinforced With Shrink-Fit Steel. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 27, IOP Publishing (2014), Nr. 8, S. 082001
- [DGDS04] DURON, J. ; GRILLI, F. ; DUTOIT, B. ; STAVREV, S.: Modelling The E–J Relation Of High-Tc Superconductors In An Arbitrary Current Range. In: *Physica C: Superconductivity* Bd. 401 (2004), Nr. 1–4, S. 231–235
- [DSMF12] DENG, Z. ; SHINOHARA, N. ; MIKI, M. ; FELDER, B. ; TSUZUKI, K. ; WATASAKI, M. ; KAWABE, S. ; TAGUCHI, R. ; U. A.: Pulsed-Field Magnetization Properties of Bulk Superconductors By Employment Of Vortex-Type Coils. In: *Physics Procedia, SUPERCONDUCTIVITY CENTENNIAL Conference 2011*. Bd. 36 (2012), S. 958–962
- [DuGV20] DULAR, JULIEN ; GEUZAIN, CHRISTOPHE ; VANDERHEYDEN, BENOIT: Finite-Element Formulations for Systems With High-Temperature Superconductors. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 30 (2020), Nr. 3, S. 1–13
- [Ekin06] EKIN, JACK: *Experimental Techniques for Low-Temperature Measurements: Cryostat Design, Material Properties and Superconductor Critical-Current Testing* : Oxford University Press, 2006 — ISBN 978-0-19-171771-0
- [FHNY09] FUJISHIRO, H. ; HIYAMA, T. ; NAITO, T. ; YANAGI, Y. ; ITOH, Y.: Enhancement Of Trapped Field And Total Trapped Flux On GdBaCuO Bulk By The MMPSC+IMRA Method. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 22 (2009), Nr. 9, S. 095006
- [FKTO05] FUJISHIRO, H. ; KANEYAMA, M. ; TATEIWA, T. ; OKA, T.: Record-High Trapped Magnetic Field by Pulse Field Magnetization Using GdBaCuO Bulk Superconductor. In: *Japanese Journal of Applied Physics* Bd. 44, IOP Publishing (2005), Nr. 9L, S. L1221
- [Flük12] FLÜKIGER, R.: Overview Of Superconductivity And Challenges In Applications. In: *Reviews of Accelerator Science and Technology* Bd. 05, World Scientific Publishing Co. (2012), S. 1–23
- [FMGY92] FUJIMOTO, H. ; MURAKAMI, M. ; GOTOH, S. ; YAMAGUCHI, K. ; YOSHIDA, M. ; TAKATA, T. ; KOSHIZUKA, N. ; TANAKA, S.: Critical Currents And Magnetization Properties Of

YBCO Prepared By MPMG Process. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 5, IOP Publishing (1992), Nr. 1S, S. S93–S96

- [FMSC16] FERNANDES, J. ; MONTES, I. ; SOUSA, R. ; CARDEIRA, C. ; COSTA BRANCO, P. J.: Superconductor Joule Losses In The Zero-Field-Cooled Maglev Vehicle. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 26 (2016), Nr. 3, S. 1–7
- [FTAO12] FUJISHIRO, H. ; TAMURA, T. ; ARAYASHIKI, T. ; OYAMA, M. ; SASAKI, T. ; NAITO, T. ; GIUNCHI, G. ; ALBISETTI, A.: Pulsed Field Magnetization Of Large MgB₂ Bulk Fabricated By Reactive Liquid Mg Infiltration. In: *Japanese Journal of Applied Physics* Bd. 51, IOP Publishing (2012), Nr. 10R, S. 103005
- [FTFO06] FUJISHIRO, H. ; TATEIWA, T. ; FUJIWARA, A. ; OKA, T. ; HAYASHI, H.: Higher Trapped Field Over 5T On HTSC Bulk By Modified Pulse Field Magnetizing. In: *Physica C: Superconductivity and its Applications, Proceedings of the 18th International Symposium on Superconductivity (ISS 2005)*. Bd. 445–448 (2006), S. 334–338
- [FTKH07] FUJISHIRO, H. ; TATEIWA, T. ; KAKEHATA, K. ; HIYAMA, T. ; NAITO, T.: Trapped Field And Temperature Rise On A 65 mm GdBaCuO Bulk By Pulse Field Magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 20, IOP Publishing (2007), Nr. 10, S. 1009–1014
- [FTKH08] FUJISHIRO, H. ; TATEIWA, T. ; KAKEHATA, K. ; HIYAMA, T. ; NAITO, T. ; YANAGI, Y.: Trapped field characteristics on $\phi 65$ mm GdBaCuO bulk by modified multi-pulse technique with stepwise cooling (MMPSC). In: *Physica C: Superconductivity* Bd. 468 (2008), Nr. 15–20, S. 1477–1480
- [FuNa10] FUJISHIRO, H. ; NAITO, T.: Simulation Of Temperature And Magnetic Field Distribution In Superconducting Bulk During Pulsed Field Magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 23, IOP Publishing (2010), Nr. 10, S. 105021
- [FuNF11] FUJISHIRO, H. ; NAITO, T. ; FURUTA, D.: Analysis of Temperature And Magnetic Field Distribution In Superconducting Bulk During Pulsed Field Magnetization. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 21 (2011), Nr. 3, S. 2723–2726
- [FuNO11] FUJISHIRO, H. ; NAITO, T. ; OYAMA, M.: Mechanism Of Magnetic Flux Trapping On Superconducting Bulk Magnetized By Pulsed Field Using A Vortex-Type Coil. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 24 (2011), Nr. 7, S. 075015
- [FuTH07] FUJISHIRO, H. ; TATEIWA, T. ; HIYAMA, T.: Enhancement Of Trapped Field And Total Trapped Flux On High Temperature Bulk Superconductor By A New Pulse-Field Magnetization Method. In: *Japanese Journal of Applied Physics* Bd. 46, IOP Publishing (2007), Nr. 7R, S. 4108
- [FYKO05] FUJISHIRO, H. ; YOKOYAMA, K. ; KANEYAMA, M. ; OKA, T. ; NOTO, K.: Effect of Metal Ring Setting Outside HTSC Bulk Disk On Trapped Field And Temperature Rise In Pulse Field Magnetizing. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 15 (2005), Nr. 2, S. 3762–3765
- [FYON03] FUJISHIRO, H. ; YOKOYAMA, K. ; OKA, T. ; NOTO, K.: Temperature Rise In An Sm-based Bulk Superconductor After Applying Iterative Pulse Fields. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 17, IOP Publishing (2003), Nr. 1, S. 51–57

- [GBDK15] GONY, B. ; BERGER, K. ; DOUINE, B. ; KOBLISCHKA, M. R. ; LEVEQUE, J.: Improvement of the Magnetization of a Superconducting Bulk using an Iron Core. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 25 (2015), Nr. 3, S. 1–4
- [GCLR14] GRISSONNANCHE, G. ; CYR-CHOINIERE, O. ; LALIBERTE, F. ; RENE DE COTRET, S. ; JUNEAU-FECTEAU, A. ; DUFOUR-BEAUSEJOUR, S. ; DELAGE, M. -È. ; LEBOEUF, D. ; U. A.: Direct Measurement Of The Upper Critical Field In Cuprate Superconductors. In: *Nature Communications* Bd. 5 (2014), Nr. 1, S. 3280
- [HiMH76] HIROFUMI, U. ; MASASI, I. ; HISAO, Y.: Resistive Voltage In Superconducting Lead Films (1976), S. 241
- [HoCC07] HONG, Z. ; CAMPBELL, A. M. ; COOMBS, T. A.: Computer Modeling of Magnetisation in High Temperature Bulk Superconductors. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 17 (2007), Nr. 2, S. 3761–3764
- [HTNN20] HIRANO, T. ; TAKAHASHI, Y. ; NAMBA, S. ; NAITO, T. ; FUJISHIRO, H.: A Record-High Trapped Field Of 1.61 T In MgB₂ Bulk Comprised Of Copper Plates And Soft Iron Yoke Cylinder Using Pulsed-Field Magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 33 (2020), Nr. 8, S. 085002
- [IbLü09] IBACH, HARALD ; LÜTH, HANS: Superconductivity. In: IBACH, H. ; LÜTH, H. (Hrsg.): *Solid-State Physics: An Introduction to Principles of Materials Science*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2009 — ISBN 978-3-540-93804-0, S. 291–369
- [IIYI02a] IKUTA, H. ; ISHIHARA, H. ; YANAGI, Y. ; ITOH, Y. ; MIZUTANI, U.: Extracting The Utmost From The High Performance Of Sm–Ba–Cu–O Bulk Superconductors By Pulse Field Magnetization (2002), S. 8
- [IIYI02b] IKUTA, HIROSHI ; ISHIHARA, HIROMASA ; YANAGI, YOUSUKE ; ITOH, YOSHITAKA ; MIZUTANI, UICHIRO: Extracting the utmost from the high performance of Sm–Ba–Cu–O bulk superconductors by pulse field magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 15, IOP Publishing (2002), Nr. 4, S. 606–612
- [IKSY08] IDA, T. ; KIMURA, Y. ; SANO, T. ; YAMAGUCHI, K. ; IZUMI, M. ; MIKI, M.: Trapped Field Measurements Of Gd–Ba–Cu–O Bulk Superconductor In Controlled Pulse Field Magnetizing. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 97 (2008), S. 012292
- [IMAI04] IDA, T. ; MATSUZAKI, H. ; AKITA, Y. ; IZUMI, M. ; SUGIMOTO, H. ; HONDOU, Y. ; KIMURA, Y. ; SAKAI, N. ; U. A.: Magnetization Properties For Gd–Ba–Cu–O Bulk Superconductors With A Couple Of Pulsed-Field Vortex-Type Coils. In: *Physica C: Superconductivity, Proceedings of the 16th International Symposium on Superconductivity (ISS 2003). Advances in Superconductivity XVI. Part I*. Bd. 412–414 (2004), S. 638–645
- [ISOW16] IDA, T. ; SHIGEUCHI, K. ; OKUDA, S. ; WATASAKI, M. ; IZUMI, M.: Waveform Control Pulse Magnetization For HTS Bulk Magnet. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 695 (2016), S. 012009
- [ItMi96] ITOH, Y. ; MIZUTANI, U.: Pulsed Field Magnetization of Melt-Processed Y–Ba–Cu–O Superconducting Bulk Magnet. In: *Japanese Journal of Applied Physics* Bd. 35, IOP Publishing (1996), Nr. 4R, S. 2114
- [KaBL18] KAPEK, J. ; BERGER, K. ; LEVEQUE, J.: 2D Numerical Modeling Of A Coil Coupled With An Electrical Circuit Used For PFM Of Bulk HTS. In: *Symposium de Génie Electrique*

(SGE 2018), *SGE 2018 - 3ème Symposium de Génie Electrique - Programme*. Nancy, France, 2018, S. 36, id. 188917, SO-24-PM : 1

- [KaFu01] KAMIJO, H. ; FUJIMOTO, H.: Repeated Pulsed-Field Magnetization With Temperature Control In A High-T, Bulk Superconductor. In: *IEEE Transaction On Applied Superconductivity* (2001), S. 4
- [KBKT19] KAPEK, J. ; BERGER, K. ; KOBLISCHKA, M. R. ; TRILLAUD, F. ; LEVEQUE, J.: 2D Numerical Modeling Of A Bulk HTS Magnetization Based On H Formulation Coupled With Electrical Circuit. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 29, Institute of Electrical and Electronics Engineers (2019), Nr. 5, S. 1–5
- [KiHS62] KIM, Y. B. ; HEMPSTEAD, C. F. ; STRNAD, A. R.: Critical Persistent Currents in Hard Superconductors. In: *Physical Review Letters* Bd. 9 (1962), Nr. 7, S. 306–309
- [KOHW09] KOYANAGI, K. ; ONO, M. ; HANAI, S. ; WATANABE, K. ; AWAJI, S. ; HAMAJIMA, T. ; KIYOSHI, T. ; KUMAKURA, H.: Design of a 30 T Superconducting Magnet Using A Coated Conductor Insert. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 19 (2009), Nr. 3, S. 1617–1620
- [KYSS08] KIMURA, Y. ; YAMAGUCHI, K. ; SANO, T. ; SUGYO, D. ; IZUMI, M. ; IDA, T. ; NARIKI, S. ; SAKAI, N. ; U. A.: Practical technique of pulsed field magnetization for bulk HTS application. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 97 (2008), S. 012295
- [LFCA10] LOUSBERG, G. P. ; FAGNARD, J.-F. ; CHAUD, X. ; AUSLOOS, M. ; VANDERBEMDEN, P. ; VANDERHEYDEN, B.: Magnetic Properties Of Drilled Bulk High-Temperature Superconductors Filled With A Ferromagnetic Powder. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 24, IOP Publishing (2010), Nr. 3, S. 035008
- [MKFS68] MUTO, Y. ; KOTO, N. ; FUKUROI, T. ; SAITO, Y. ; ANAYAMA, T. ; MITSUOKA, T. ; ONODERA, Y.: Critical Current Densities In Superconducting Niobium Films Sputtered Reactively In The Presence Of Nitrogen Gas. In: *Applied Physics Letters* Bd. 13 (1968), Nr. 6, S. 204–205
- [MOIY98] MIZUTANI, U. ; OKA, T. ; ITOH, Y. ; YANAGI, Y. ; YOSHIKAWA, M. ; IKUTA, H.: Pulsed-Field Magnetization Applied To High-Tc Superconductors. In: *Applied Superconductivity* Bd. 6 (1998), Nr. 2–5, S. 235–246
- [NaFA19] NAITO, T. ; FUJISHIRO, H. ; AWAJI, S.: Field-Cooled Magnetization Of Y-Ba-Cu-O Superconducting Bulk Pair Reinforced By Full Metal Encapsulation Under High Magnetic Fields Up To 22 T. In: *Journal of Applied Physics* Bd. 126 (2019), Nr. 24, S. 243901
- [NZCR15] NADEEM, K. ; ZHANG, W. ; CHEN, D. Y. ; REN, Z. A. ; QIU, X. G.: Slow Spin Dynamics In Superconducting Ca 0.9 Ce 0.1 Fe 2 As 2. In: *Scientific Reports* Bd. 5, Nature Publishing Group (2015), Nr. 1, S. 1–8
- [OKYU92] OBARA, H. ; KOSAKA, S. ; YOKOYAMA, Y. ; UMEDA, M. ; KIMURA, Y.: Zero-Field-Cooled, Field-Cooled And Remanent Magnetization Of Epitaxial Yba2cu3oy Films. In: HAYAKAWA, H. ; KOSHIZUKA, N. (Hrsg.): *Advances in Superconductivity IV*. Tokyo : Springer Japan, 1992 — ISBN 978-4-431-68195-3, S. 759–762
- [PaGl12] PATEL, A. ; GLOWACKI, B. A.: Enhanced Trapped Field Achieved In A Superconducting Bulk Using High Thermal Conductivity Structures Following Simulated Pulsed Field Magnetization. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 25 (2012), Nr. 12, S. 125015

- [Pol04] POL, M.: Temperature Of Bi-2223/Ag Samples In The Resistive Section Of I–V Curves. In: *Physica C* (2004), S. 5
- [RDBK15] RANOT, M. ; DUONG, P.V. ; BHARDWAJ, A. ; KANG, W.N.: A Review On The Understanding And Fabrication Advancement Of MgB₂ Thin And Thick Films By HPCVD. In: 한국초전도 · 저온공학회논문지 Bd. 17 (2015), Nr. 2, S. 1–17
- [SBKP12] SUMPTION, M. D. ; BHARTIYA, S. ; KOVACKS, C. ; PENG, X. ; GREGORY, E. ; TOMSIC, M. J. ; COLLINGS, E. W.: Critical Current Density And Stability Of Tube Type Nb₃Sn Conductors. In: *Cryogenics* Bd. 52 (2012), Nr. 2, S. 91–99
- [SchHö02] SCHÖNBORG, N. ; HÖRNFELDT, S.: Model Of The Temperature Dependence Of The Hysteresis Losses In A High-Temperature Superconductor. In: *Physica C: Superconductivity* Bd. 372–376 (2002), S. 1734–1738
- [Seid15] SEIDEL, PAUL: *Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications* : Wiley, 2015 — ISBN 978-3-527-41209-9
- [Shea02] Flux Pinning. In: SHEAHEN, T. P. (Hrsg.): *Introduction to High-Temperature Superconductivity, Selected Topics in Superconductivity*. Boston, MA : Springer US, 2002 — ISBN 978-0-306-47061-5, S. 263–289
- [ShGC20] SHEN, B. ; GRILLI, F. ; COOMBS, T.: Overview Of H-Formulation: A Versatile Tool For Modeling Electromagnetics In High-Temperature Superconductor Applications. In: *IEEE Access* Bd. 8 (2020), S. 100403–100414
- [SMBF20] SHAANIKA, E. ; MIKI, M. ; BOCQUEL, C. ; FELDER, B. ; TSUZUKI, K. ; IDA, T. ; IZUMI, M. ; ENGLEBRETSON, S. ; U. A.: Core Loss Of A Bulk HTS Synchronous Machine At 2 And 3 T Rotor Magnetisation. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 30 (2020), Nr. 1, S. 1–6
- [SSJS15] SASS, F. ; SOTELO, G. G. ; JUNIOR, R. ; SIROIS, F.: H-Formulation For Simulating Levitation Forces Acting On HTS Bulks And Stacks Of 2G Coated Conductors. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 28, IOP Publishing (2015), Nr. 12, S. 125012
- [SSKK00] SANDER, M. ; SUTTER, U. ; KOCH, R. ; KLÄSER, M.: Pulsed magnetization of HTS bulk parts at $T \leq 77$ K. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 13, IOP Publishing (2000), Nr. 6, S. 841–845
- [TiBr03] TIXADOR, P. ; BRUNET, Y.: *Supraconducteurs - Bases Théoriques* (2003), S. 13
- [TNNM91] TOMIOKA, Y. ; NAKAYAMA, Y. ; NAITO, M. ; MATSUSHITA, T. ; TANAKA, I. ; KOJIMA, H. ; ISHII, T. ; KISHIO, K. ; U. A.: Quantitative Analysis Of Zero Field Cooling And Field Cooling Curves To Determine The Critical Current Density And Lower Critical Field. In: *Physica C: Superconductivity* Bd. 185–189 (1991), S. 2163–2164
- [ToMu03] TOMITA, M. ; MURAKAMI, M.: High-Temperature Superconductor Bulk Magnets That Can Trap Magnetic Fields Of Over 17 Tesla At 29 K. In: *Nature* Bd. 421, Nature Publishing Group (2003), Nr. 6922, S. 517–520
- [Whee28] WHEELER, H. A.: Simple Inductance Formulas For Radio Coils. In: *Proceedings of the Institute of Radio Engineers* Bd. 16 (1928), Nr. 10, S. 1398–1400

- [XYYP11] XIAN, W. ; YAN, Y. ; YUAN, W. ; PEI, R. ; COOMBS, T. A.: Pulsed Field Magnetization Of A High Temperature Superconducting Motor. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 21 (2011), Nr. 3, S. 1171–1174
- [YIYO00] YANAGI, Y. ; ITOH, Y. ; YOSHIKAWA, M. ; OKA, T. ; HOSOKAWA, T. ; ISHIHARA, H. ; IKUTA, H. ; MIZUTANI, U.: Trapped Field Distribution On Sm-Ba-Cu-O Bulk Superconductor By Pulsed-Field Magnetization. In: YAMASHITA, T. ; TANABE, K. (Hrsg.): *Advances in Superconductivity XII*. Tokyo : Springer Japan, 2000 — ISBN 978-4-431-66877-0, S. 470–472
- [YIYO05] YANAGI, Y. ; ITOH, Y. ; YOSHIKAWA, M. ; OKA, T. ; IKUTA, H. ; MIZUTANI, U.: Pulsed Field Magnetization Of A 36 Mm Diameter Single-Domain Sm-Ba-Cu-O Bulk Superconductor At 30, 35 And 77 K. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 18 (2005), Nr. 6, S. 839–849
- [YIYO98] YANAGI, Y. ; ITOH, Y. ; YOSHIKAWA, M. ; OKA, T. ; TERASAKI, A. ; IKUTA, H. ; MIZUTANI, U.: Pulsed-Field Magnetization Of Y-Ba-Cu-O Superconducting Bulk Magnet Cooled By Refrigerator. In: OSAMURA, K. ; HIRABAYASHI, I. (Hrsg.): *Advances in Superconductivity X*. Tokyo : Springer Japan, 1998 — ISBN 978-4-431-66879-4, S. 941–944
- [YKIN08] YAMAGUCHI, K. ; KIMURA, Y. ; IZUMI, M. ; NARIKI, S. ; HIRABAYASHI, I.: Single pulsed field magnetization for a Gd-Ba-Cu-O high-temperature superconductor large bulk with a diameter of 140mm. In: *Materials Science and Engineering: B* Bd. 151 (2008), Nr. 1, S. 101–106
- [YoOk20a] YOKOYAMA, K. ; OKA, T.: Influence Of The Shape Of Soft-Iron Yoke On Trapped Field Performance Of HTS Bulk. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 30 (2020), Nr. 4, S. 1–5
- [YoOk20b] YOKOYAMA, K. ; OKA, T.: Magnetizing Characteristic Evaluation Of REBCO Bulk In PFM Using Different Yokes. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 1559 (2020), S. 012047
- [YoON11] YOKOYAMA, K. ; OKA, T. ; NOTO, K.: Evaluation Of Pulsed-Field Magnetization On A Superconducting Bulk Magnet System Using A 13 K Refrigerator. In: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* Bd. 21 (2011), Nr. 3, S. 1657–1660
- [ZFLC05] ZHANG, C.S. ; FAN, Y. ; LI, G.G. ; CHU, H.Y.: The Sinusoidal Air-Gap Magnetic Field Design Of Axial Flux Permanent Magnet Synchronous Motors. In: *2005 International Conference on Electrical Machines and Systems*. Bd. 1, 2005, S. 340-343 Vol. 1
- [Zhan19] ZHANG, M.: A New World Record For A Superconducting Trapped Field Magnet. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 32, IOP Publishing (2019), Nr. 7, S. 070502
- [ZIMF12] ZHOU, D. ; IZUMI, M. ; MIKI, M. ; FELDER, B. ; IDA, T. ; KITANO, M.: An Overview Of Rotating Machine Systems With High-Temperature Bulk Superconductors. In: *Superconductor Science and Technology* Bd. 25 (2012), Nr. 10, S. 103001
- [ZoZG15] ZOU, S. ; ZERMEÑO, V. ; GRILLI, F.: Simulation Of High Temperature Superconducting Bulks Magnetized By Pulsed Field Magnetization With An Electromagnetic-Thermal Coupled Model (2015), S. 5

