THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR
DE MONTPELLIER SUPAGRO

En Génie des procédés

École doctorale : [GAIA - Biodiversité, Agriculture, Alimentation, Environnement, Terre, Eau]

Unités de recherche : [Ingénierie des Agropolymères et Technologies Émergentes (IATE)]
[Démarche intégrée pour l'obtention d'aliments de qualité (QualiSud)]

Rhéophysique de colonnes granulaires perturbées par un intrus mécanique

Rheophysics of granular columns disturbed by a mechanical intruder

Présentée par Julien LEHUEN

Soutenue le 13 avril 2021

Sous la direction de Thierry RUIZ,
Jean-Yves DELENNE (co-encadrant) et Agnès DURI (co-encadrant)

Devant le jury composé de

M. Farhang RADJAI, Directeur de recherche CNRS, LMGC (Montpellier)	Président du jury
Mme. Pascale AUSSILLOUS, Professeure des Universités, IUSTI (Aix-Marseille)	Rapporteur
M. Patrick RICHARD, Directeur de recherche IFSTTAR, MAST-GPEM (Nantes)	Rapporteur
Mme. Stephanie DEBOEUF, Chargée de recherche, Institut Jean Le Rond d'Alembert (Paris)	Examinateur
M. Vincent RICHEFEU, Maître de conférences, 3SR (Grenoble)	Examinateur
M. Jean-Yves DELENNE, Directeur de recherche INRAE, IATE (Montpellier)	Co-encadrant
Mme. Agnès DURI, Chargée de recherche INRAE, IATE (Montpellier)	Co-encadrant
M. Thierry RUIZ, Professeur des Universités, QualiSud (Montpellier)	Directeur de thèse

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

Montpellier SupAgro

Remerciements

Le travail effectué au cours de ces trois années de thèse a été possible grâce à l'aide de nombreuses personnes que je tiens à remercier ici. En premier lieu, je voudrais remercier mes rapporteurs madame Pascal AUSSILLOUS et monsieur Patrick RICHARD qui ont chaleureusement accepté de rapporter cette thèse. Je les remercie pour avoir pris le temps de lire ce manuscrit et d'apporter de nombreuses remarques ayant permis de l'améliorer et d'ouvrir sur plusieurs perspectives. J'ai une pensée également pour mes examinateurs madame Stephanie DEBOEUF et monsieur Vincent RICHEFEU pour avoir accepté d'examiner ma thèse et pour les discussions échangées le jour de ma soutenance. Enfin, j'aimerais remercier très chaleureusement monsieur Farhang RADJAI pour qui j'éprouve une très grande admiration et qui m'a fait l'honneur d'être le président de mon jury de thèse.

Je tiens à remercier maintenant mon directeur de thèse, monsieur Thierry RUIZ que je qualifierais "d'artiste scientifique" et qui m'a été d'un soutien très précieux pendant cette thèse aussi bien sur le plan scientifique que sur le plan humain. Je salue en particulier sa très grande disponibilité, sa culture scientifique hors-norme, ses nombreuses idées et remarques qui ont été nécessaires au bon déroulement de cette thèse et qui ont permis d'ouvrir sur de nombreuses perspectives dans différents domaines applicatifs.

Je veux remercier également mon encadrante de thèse madame Agnès DURI qui m'a très fortement soutenu pendant cette thèse. Je salue sa rigueur, sa patience et sa détermination pour réaliser des expériences très minutieuses avec une très grande précision. Et je n'oublierai jamais sa qualité humaine qui m'a été très précieuse pendant cette période. Agnès, tu resteras ma "Maman" de Montpellier.

J'ai aussi une très forte pensée pour mon deuxième encadrant de thèse monsieur Jean-Yves DELENNE qui m'a donné goût à la programmation et à la modélisation. J'ai fortement apprécié sa passion pour la modélisation et les nombreuses discussions scientifiques très riches que nous avons eues. Je le remercie également pour sa très grande disponibilité et sa forte qualité humaine.

Je pense avoir été très chanceux d'avoir travaillé avec cette équipe de passionnée composée à la fois d'expérimentateurs et de numériciens. Je pense qu'ils forment une superbe équipe très dynamique avec une grande qualité humaine et je voudrais les remercier très chaleureusement une dernière fois.

Je voudrais remercier les membres de mon comité de thèse madame Evelyne KOLB, madame Michelle DELALONDE et monsieur Alfredo TABOADA qui m'ont suivi tout au

long de cette thèse. Leurs précieux conseils m'ont permis de progresser.

J'ai une pensée également pour les membres de l'UMR IATE et plus particulièrement pour madame Cécile SOTTO, monsieur Denis CASSAN et monsieur Abdelkrim SADOUDI qui m'ont aidé à réaliser les nombreuses expériences et participé au développement du projet. Une forte pensée également à une ancienne doctorante Sandra MANDATO dont les travaux m'ont servi de base pour avancer mes projets. Je voudrais aussi saluer les membres de l'UMR QualiSud et plus particulièrement, madame Christelle WISNIEWSKI et Monsieur Eric RONDET.

Un grand merci également à monsieur Thomas COHEN et monsieur Philippe NOUVEL de l'IES de Montpellier pour leur aide précieuse au développement du dispositif expérimental avec également une pensée très forte pour monsieur Mohamed Mahi TOURE.

J'aimerais maintenant saluer le bureau des étudiants du bâtiment 37 (Lydie BESANCON, Oscar LAGUNA, Laure LECACHEUX, Florian RODRIGUEZ, ...) avec une affection particulière pour Karine RAJAONARIVONY avec qui j'ai passé de nombreux moments à la cafétéria. J'ai une forte pensée également aux étudiants du bâtiment 31 qui m'ont superbement accueilli quand je suis arrivé au laboratoire (Grégoire DAVID, Anaïs LAJARRIJE, Guilherme REIS, Valentin THOURY, Daniel WICOCHEA, ...). Je pense aussi aux nouveaux arrivants avec une affection particulière pour Chloë BONNENFANT et Lucille GEY.

Cette thèse n'aurait pas pu être réalisée sans mes amis extérieurs de Montpellier et de Paris avec une pensée particulière pour les deux Pierre, Romain, David, Thomas, Grégoire, Quentin et Joffrey qui se reconnaitront et avec qui j'ai pu partager des moments inoubliables.

Un grand merci également à monsieur Christophe JOUBERT pour sa bonne humeur et qui s'est assuré du bon déroulement de la soutenance de thèse malgré les conditions sanitaires.

Enfin, je tenais à remercier mes financeurs le programme Défi Blé Dur avec une pensée pour Bernard CUQ et le métaprogramme GloFoodS sans qui je n'aurais pas pu réaliser cette thèse. Je tenais à les remercier également pour m'avoir financé de nombreux congrès internationaux.

Je voudrais terminer ces remerciements en saluant ma famille qui a toujours été présente depuis le début et qui m'a apporté un très grand soutien.

Julien Lehuen
À Montpellier, le 13 avril 2021.

Table des matières

Introduction **i**

1 Etat de l'art **1**
1.1 Les milieux granulaires . . . 3
1.1.1 Classification . . . 3
1.1.2 Principales propriétés . . . 3
1.2 Comportement de milieux granulaires . . . 9
1.2.1 Etat mécanique statique d'un lit de grains . . . 9
1.2.2 Ecoulement à travers un orifice . . . 13
1.2.3 Réponse à une sollicitation mécanique de type intrus . . . 14
1.3 Exemple d'application d'un milieu granulaire perturbé par un intrus . . . 17
1.4 Problématique scientifique issue de l'étude bibliographique . . . 19

2 Matériels et méthodes **23**
2.1 Introduction . . . 25
2.2 Propriétés physiques des milieux granulaires étudiés . . . 25
2.3 Dispositif de rhéophysique expérimental . . . 25
2.3.1 Caractéristiques géométriques . . . 25
2.3.2 Protocole expérimental . . . 26
2.3.3 Mesures . . . 27
2.4 Modélisation numérique par la Méthode des Eléments Discrets . . . 29
2.4.1 Etapes du calcul . . . 29
2.4.2 Configuration initiale . . . 30
2.4.3 Modélisation géométrique des éléments . . . 31
2.4.4 Lois d'interaction . . . 34
2.4.5 Algorithme et optimisation . . . 37
2.4.6 Détermination des champs continus . . . 39
2.5 Conclusion . . . 44

3 Remplissage et statique d'une colonne de grains **47**
3.1 Introduction . . . 49
3.2 Analyse du remplissage de la cellule . . . 51
3.2.1 Contrôle du débit d'alimentation . . . 53

3.2.2 Remplissage vu de la surface libre . . . 55
3.2.3 Remplissage vu du fond . . . 64
3.3 Analyse de l'équilibre mécanique du "packing" . . . 68
3.3.1 Cartographies des contraintes : expérimentale et numérique . . . 69
3.3.2 Profil de contrainte verticale moyenne et au centre . . . 76
3.3.3 Analyse des contacts aux parois . . . 86
3.3.4 Contrainte résultante sur le fond . . . 89
3.4 Activation du seuil de glissement aux parois . . . 94
3.4.1 Description d'une séquence de descente du fond de la cellule . . . 94
3.4.2 Caractérisation de l'influence de l'activation des contacts sur la contrainte verticale moyenne . . . 105
3.4.3 Influence de la largeur de la cellule, du débit d'alimentation et de la hauteur de chute . . . 110
3.5 Proposition d'une interprétation de "l'effet Janssen" et analyse critique du modèle de Janssen . . . 113
3.5.1 Interprétation de "l'effet Janssen" par l'analyse microstructurale . . . 113
3.5.2 Modélisation du profil de contrainte verticale moyenne . . . 115
3.6 Conclusion . . . 119

4 Analyse de la perturbation d'un lit de grains par la remontée d'un intrus 121
4.1 Introduction . . . 123
4.2 Force de trainée et réseau de forces au voisinage de l'intrus . . . 123
4.2.1 Evolution de la force de trainée . . . 124
4.2.2 Energie dissipée au niveau de l'intrus . . . 126
4.2.3 Réseau de forces au voisinage de l'intrus . . . 127
4.3 Mobilité des grains . . . 130
4.3.1 Champ de vitesse . . . 130
4.3.2 Lien avec la transmission des forces . . . 133
4.4 Rôle du frottement . . . 135
4.4.1 Frottement dans le volume . . . 135
4.4.2 Mobilisation du frottement pendant la remontée de l'intrus . . . 137
4.4.3 Contacts frottant au niveau des parois . . . 138
4.5 Champ de contraintes . . . 142
4.5.1 Champ de contraintes avant et après perturbation . . . 142
4.5.2 Champ de contraintes au cours de la remontée de l'intrus . . . 143
4.6 Conclusion . . . 146

5 Caractérisation des interactions entre le lit de grains et l'intrus 147
5.1 Introduction . . . 149
5.2 Interaction grain/intrus : mise en évidence d'une portée granulaire . . . 149
5.3 Influence des coefficients de friction . . . 155
5.3.1 Influence du coefficient grain/paroi à coefficient grain/grain constant 155
5.3.2 Influence du coefficient grain/grain à coefficient grain/paroi constant 160

5.4 Influence de la géométrie de l'intrus 166
5.4.1 Impact de la largeur d'un intrus rectiligne 166
5.4.2 Impact de la forme de l'intrus 172
5.5 Conclusion 197

6 Synthèses, conclusion et perspectives **199**
6.1 Synthèse de l'étude du versement et de la statique d'un lit de grains 201
6.2 Synthèse sur la dynamique d'un intrus extrait d'un lit de grains 203
6.3 Conclusion personnelle 204
6.4 Quelques perspectives 204

Bibliographie **219**

Introduction

Les milieux granulaires constituent l'objet d'étude de nombreuses disciplines scientifiques dont les champs d'applications sont très variés. Ils forment une classe de matériaux qui oriente naturellement les recherches vers de la pluridisciplinarité. L'analyse et la prédiction de leurs écoulements et de leurs arrangements, ont déjà fait l'oeuvre de très nombreux travaux qui touchent à des secteurs aussi éloignés que : le génie civil, la galénique, la cosmétique, le génie des procédés, le génie chimique ou encore l'agro-alimentaire. Parmi les différentes situations d'usage des milieux granulaires, il est possible d'en isoler au moins une qui présente un caractère de généricité et une configuration relativement simple du moins en apparence [33, 110]. Il s'agit de celle relative à l'équilibre d'une colonne de grains à surface libre maintenue latéralement au sein d'un récipient. Cet arrangement est notamment celui rencontré lors du stockage de milieux granulaires (silo de céréales, mise en place de particules dans la cuve d'un réacteur...). Roberts montre en 1883 que, contrairement à un liquide pour lequel la pression exercée à la base d'une colonne est proportionnelle à la hauteur de liquide, la pression effective exercée à la base d'un silo de grains de blé n'est pas proportionnelle à la hauteur versée mais sature à une valeur seuil [102]. Cette dernière correspond à une hauteur de grains dont l'ordre de grandeur est environ le double du diamètre de la cellule. Ce phénomène de limitation de la transmission verticale du poids fait l'objet, depuis sa découverte, d'un enjeu technologique important en particulier dans le domaine du stockage des grains réalisé dans de multiples industries (agro-alimentaire, génie civil, énergie, pharmaceutique, traitement des déchets ...) dont celui qui concerne le dimensionnement des silos. Au-delà de la prédiction de la pression moyenne à la base d'une colonne de grains maintenue en condition statique, la détermination du champ de contraintes au sein du milieu granulaire ainsi que celle des efforts résultants sur les parois de la colonne, constituent un problème standard de la mécanique des milieux granulaires. La première approche, visant à résoudre le bilan des efforts au sein d'un tel système, est celle de Janssen en 1895 [58]. Bien que son modèle soit établi sous des hypothèses simplificatrices largement discutées de façon critique par la communauté scientifique, il est aujourd'hui considéré comme représentatif de la spécificité des milieux granulaires mettant en lumière l'effet de voûte au sein d'un "packing" en raison des résultats obtenus qui sont suffisamment convaincants. Depuis, plusieurs scientifiques retravaillent la formalisation de ce problème d'un point de vue théorique et expérimental. Citons par exemple le modèle de Nedderman [82] ou encore les expériences de Sundaram et al. [123], qui s'attachent à prédire les efforts subis par un silo. Le but est de fournir une aide au dimensionnement

de la forme la plus adaptée et au choix des matériaux de construction pour contrecarrer les incidents néfastes tels que les explosions ou les éventrations des silos. A partir de cet état statique d'autres phénomènes, tout aussi distincts que ceux observés dans les fluides classiques dont en particulier les liquides, se manifestent. Lors de la vidange de silos via les trémies situées dans le fond des ouvrages, différents régimes d'écoulement sont observés suivant le rapport de la taille des grains et du diamètre d'ouverture. Les grains peuvent s'écouler à l'image d'un fluide avec cependant un débit indépendant de la hauteur de grains. Les travaux de Beverloo et al. [17] montrent en effet que le débit dépend comme une fonction puissance de l'écart entre le diamètre d'ouverture et le diamètre des grains, se distinguant de la formule de Torricelli établie en 1643 (citée dans l'article de Petit et al. [90]). L'écoulement peut aussi être moins régulier et s'effectuer par intermittences [64, 126] ou bien se bloquer complètement [126]. La compréhension des déformations et des écoulements d'un milieu granulaire a nécessité la mise en évidence explicite de la façon dont les forces se transmettent. Les travaux d'identification du réseau de forces intergranulaires ont ainsi pu être initiés par des approches expérimentales originales de photoélastisymétries par Dantu en 1957 [30], ainsi que par la mise en oeuvre de procédures numériques basées sur la Méthode des Eléments Discrets (DEM) [26, 27] appliquée aux milieux granulaires notamment par les membres de "l'école de Moreau" [79, 95, 98]. La science des milieux granulaires est aujourd'hui une discipline à part entière de la physique de la matière molle mais aussi une branche du génie des procédés ou encore de la mécanique. Les communautés scientifiques, qui traitent des nombreuses problématiques relatives à la matière en grains, recourent à des compétences multiples d'expérimentateurs, de théoriciens, de numériciens, de technologues et de physico-chimistes, entre autres. Cette science et les technologies qui en découlent sont foncièrement pluri-disciplinaires car elles nécessitent d'intégrer explicitement le changement d'échelle : de la molécule à la microstructure et la nanotribologie d'un grain, d'un grain au lit de grains et de l'échelle laboratoire du procédé à la production industrielle. La description des phénomènes naturels, qui mettent en jeu des milieux granulaires, est aussi concernée par cette approche. En géophysique, de très nombreuses illustrations de ces applications sont recensées [35, 83, 88, 124, 125]. Aujourd'hui les domaines de recherche menés sur les milieux granulaires sont devenus si vastes qu'il est illusoire d'en faire un recensement exhaustif. Cependant, si le point de vue à travers lequel sont présentés les milieux granulaires demeure encore fortement dépendant du point d'entrée dans la problématique à traiter, un dialogue entre toutes les compétences évoquées et toutes les échelles impliquées, reste nécessaire. Bien que cette ambition, à caractère systémique et visant la généricité de cette science, soit encore complexe à mettre en oeuvre, la majeure partie des travaux publiés montre qu'en limitant le large spectre de représentations à une analyse expérimentale et numérique des phénomènes de l'échelle des grains à l'échelle laboratoire du procédé, il est possible de résoudre un grand nombre de problématiques technologiques. Nous allons tenter de suivre cette approche afin de contribuer à la meilleure connaissance et si possible à la meilleure maitrise des phénomènes impliqués dans la perturbation d'un lit de grains par un intrus mécanique.

Beaucoup de mélangeurs de milieux granulaires ou de poudres utilisent des intrus (pâles, agitateurs...) et sont largement employés en génie des procédés [21, 45, 55, 100], génie civil

[20, 60], pharmaceutique [12, 15, 81], science des aliments [28, 117] et agronomie [44, 61]. La problématique de la quantification des interactions entre un intrus et un lit granulaire est commune à plusieurs opérations unitaires comme le mélange [6], le pétrissage [5, 8], l'agglomération en voie humide [72, 101] ou encore le broyage [31, 80]. Plus précisément dans les opérations de mélange, la pâle transmet une énergie mécanique au lit granulaire présentant une surface libre et contenu dans une cellule et [136]. Pour contrôler l'énergie transmise ou bien le taux de cisaillement en fonction des propriétés rhéologiques du lit de particules, une gamme de différentes technologies de mélangeurs est disponible [14, 109, 111]. L'efficacité de la transmission du cisaillement nécessite une conception adaptée : forme et trajectoire de la pâle, forme et dimension de la cellule, gap entre la paroi et la pâle [42, 89], ainsi que l'emploi de paramètres opératoires qui assurent l'efficacité (vitesse en bout de pâle, vitesse du bol, débit d'alimentation et de soutirage pour les réacteurs continus). Le problème relatif au transfert de l'énergie mécanique de l'échelle du réacteur jusqu'à celle de la microstructure du lit de grains afin de promouvoir de la mobilité granulaire et/ou des interactions (friction, cohésion capillaire ...), constitue encore un problème ouvert. À l'échelle du grain cette énergie est dissipée par la friction des contacts, l'amortissement des collisions ou encore la cohésion. L'énergie résiduelle de ces interactions est disponible pour être convertie en mobilité des grains (énergie cinétique). Alors que ce n'est pas systématique dans les liquides [87], l'écoulement dense de grains dans un milieu semi-confiné pose des problèmes de localisation spatiale (bande de cisaillement [9, 25]) et temporelle (écoulement intermittent). Dans le cas du malaxage, le mélangeur est utilisé pour promouvoir la mobilité des grains par rapport à leur friction mutuelle tandis que la friction est plutôt privilégiée en agglomération ou en pétrissage pour contrôler notamment la croissance en taille des agrégats [29, 106]. Comprendre comment l'énergie est distribuée à l'échelle du grain pour moduler à façon la friction locale et la mobilité, est une clé pour optimiser le procédé. Cela devrait contribuer à son meilleur dimensionnement, à la rationalisation de la définition des paramètres opératoires, ou encore à l'innovation technologique au travers de nouvelles conceptions d'appareillages.

Dans les réacteurs dédiés au mélange/malaxage via un intrant mécanique, le cisaillement est apporté soit par une pâle agitée cycliquement dans le lit tandis que la cuve reste immobile, soit par une pâle en mouvement autour d'un axe fixe tandis que la cuve, qui par ses déplacements, amène le milieu granulaire à son contact [42, 89]. Ces différentes déclinaisons technologiques sont adaptées à la nature du milieu granulaire ainsi qu'aux propriétés post-opératoires recherchées. Nous nous intéressons en particulier à celles utilisées dans le secteur de l'agro-alimentaire et plus spécifiquement dans la mise en oeuvre des poudres céréalières (mélange pour l'agglomération humide et la pastification). Il existe des procédés batchs (planétaire, pétrin à cuve tournante) ou continus (malaxeur à auge en U), pour lesquels (excepté le planétaire) la (les) pâle(s) est (sont) animée(s) de mouvements qui permettent à chaque cycle sa (leur) pénétration dans le milieu granulaire puis son (leur) retrait. La plupart de l'énergie mécanique, permettant la mobilité des grains, est majoritairement transférée durant les phases de retrait. Les phénomènes impliqués dans les phases de pénétration d'un intrant dans un lit de grains peuvent être analysées à par-

tir d'études effectuées sur de telles configurations mais concernant d'autres applications [24, 34, 46, 62, 114, 115]. Si des analogies peuvent être envisagées sur cette première phase de la sollicitation, à notre connaissance la phase de retrait n'a été que très peu étudiée [10, 70].

La problématique abordée dans ce manuscrit de thèse porte sur l'analyse de l'impact d'un intrus sur un milieu granulaire lorsque celui-ci est retiré verticalement à vitesse constante. Pour ce faire deux approches complémentaires pouvant être confrontées, ont été développées : (i) une approche expérimentale qui a consisté à mettre au point un dispositif pilote (conception, fabrication, tests préliminaires et campagnes d'essais), (ii) et une approche numérique qui permet d'effectuer des simulations. Le dispositif expérimental est conçu à partir d'une simplification d'une configuration réelle d'un malaxeur à palettes. Il est constitué d'une cellule en verre et d'un intrus mécanique relié via une tige à un bras qui assure la mesure des efforts et permet son déplacement ascendant à vitesse contrôlée. Une caméra à image rapide est employée afin de capturer la cinématique des particules au cours d'un essai. La caméra est fixée sur le bras et se déplace durant un essai en cadrant de part et d'autre de l'intrus. Le milieu granulaire retenu est une population de billes de verre faiblement polydisperse. Le choix de ces particules est lié aux possibilités de simulations numériques qui, dans ce travail, sont restreintes à des particules sphériques. L'approche numérique a consisté à developper un code DEM (Discrete Element Method) en langage c++ couplé à une méthode de "coarse-graining" qui permettent de s'approcher de la configuration du dispositif expérimental. Le réseau de forces, l'état des contacts, les déplacements et vitesses des particules mais aussi les champs de contraintes, et le champ de vitesse sont calculés en 2D conduisant notamment à la confrontation critique avec le champ de vitesse calculé par PIV (Particle Image Velocimetry) et obtenu à partir des films réalisés lors des essais expérimentaux.

Nous avons suivi chronologiquement les étapes préliminaires de mise en oeuvre du milieu granulaire : remplissage d'une trémie et versement du milieu granulaire dans la cellule. La description de leurs états constitue l'histoire du milieu granulaire pré-sollicitation par l'intrus. Nous souhaitons nous assurer de la bonne prise en compte de l'histoire des contacts intergranulaires afin de prendre en compte ses possibles impacts pendant la transmission des efforts. Cette motivation se base sur les indications de la littérature qui spécifie que les milieux granulaires constituent des systèmes dissipatifs et non ergodiques [43, 73]. Une fois le milieu granulaire disposé dans la cellule et les contraintes relaxées, nous avons ensuite étudié l'état statique dans le but de quantifier la transmission des efforts (réseau de forces normales) et la distribution des contraintes à l'intérieur de la cellule. Suite au contrôle de ces états, nous avons enfin examiné le retrait de l'intrus du milieu granulaire, initialement placé au fond dans la cellule. Cette analyse des perturbations du milieu granulaire par l'intrus s'est portée sur la compréhension de la transmission des efforts depuis l'intrus vers le milieu granulaire et réciproquement ainsi que des typologies d'écoulement autour de l'intrus. Dans la mesure du possible, nous avons confronté de façon critique les résultats expérimentaux aux résultats des simulations numériques pour chacune de ces étapes. La synthèse des réflexions et déductions basées sur ces résultats nous permettent aujourd'hui de proposer une description de l'échelle du grain à l'échelle du procédé.

Nous souhaitons que cette étude puisse trouver un intérêt applicatif dans des secteurs industriels qui mettent en jeu des opérations de malaxage et de mélange. En particulier, une des applications envisagées concerne le domaine agro-alimentaire et plus spécifiquement certaines des opérations de mélanges tel que l'agglomération humide de semoule de blé dur qui conduit à l'élaboration du couscous. C'est dans ce cadre technologique que ces travaux sont pour moitié financés par le programme Défi Blé Dur d'INRAE coordonné par le professeur Bernard Cuq et porté par l'UMR IATE (Ingénierie des Agropolymères et Technologies Emergentes), et pour autre moitié par le métaprogramme GloFoodS d'INRAE et du CIRAD. Des collaborations entre plusieurs laboratoires dont l'Institut d'Electronique des Systèmes de Montpellier (IES) ainsi que QualiSud (Démarche intégrée pour l'obtention d'aliments de qualité) ont été établies ou renforcées. Le pilote expérimental, qui sert de support à l'étude physique des phénomènes, a été réalisé en partenariat avec Philippe Nouvel et Thomas Cohen de l'IES.

Ce document est structuré en cinq chapitres. Le premier est dédié à la présentation d'un état de l'art succinct où sont rappelées les principales connaissances sur les milieux granulaires nécessaires au développement du travail. Ce contexte bibliographique permet de restituer les questions scientifiques qui font l'objet de cette thèse. Les matériels et méthodes employés (expérimental et numérique) sont décrits et illustrés dans le deuxième chapitre. Le dispositif expérimental est détaillé et les éléments nécessaires et suffisants à la mise en oeuvre du code DEM et de la procédure du "coarse-graning" sont présentés. Un focus sur les algorithmes et les lois de contacts est proposé.

La synthèse des résultats et leurs analyses sont données en respectant l'ordre chronologique des étapes : versement, équilibrage et statique, perturbation par l'intrus. Le chapitre 3 est relatif au versement et à la statique résultante du milieu granulaire dans la cellule du dispositif. Les phénomènes observés semblent pouvoir être caractérisés à partir de longueurs caractéristiques mises en évidence au sein du lit de particules. Cette étude nous donne l'occasion de revisiter l'analyse du phénomène d'écrantage du poids à la base de la colonne correspondant à "l'effet Janssen" (bien que l'appellation : "effet Roberts" puisse se justifier au regard de l'antériorité de la découverte). Nous nous intéressons à l'état mécanique statique d'une colonne de grains en portant une analyse critique sur le modèle de Janssen qui décrit analytiquement le profil supposé de contrainte verticale moyenne d'un tel "packing". Le chapitre 4 est consacré à la présentation des résultats de l'analyse des réponses du milieu granulaire sollicité par le retrait de l'intrus dans des conditions de vitesses variées. Une étude spécifique sur les phénomènes localisés à l'échelle des grains au voisinage de l'intrus est développée. Elle a notamment permis (i) d'apporter une contribution à la rhéophysique des milieux granulaires et (ii) de mettre en évidence un mécanisme de "poussée" sur l'intrus. Le chapitre 5 porte sur la description de ce phénomène de "poussée" ainsi que sur les influences qu'ont la forme de l'intrus et les propriétés des matériaux (grains et parois) sur la réponse mécanique du lit de particules. Quelques idées sont avancées pour mieux appréhender ce mécanisme de "poussée" dans l'optique de le moduler et potentiellement de l'exploiter. Ce phénomène, qui s'oppose à la trainée, pourrait en effet ouvrir une voie originale d'aide à la conception et au design de pâles de malaxeur. La puissance consommée

à l'échelle du réacteur est impactée par la forme de l'intrus qui module l'intensité de la trainée mais aussi de cette "poussée". Le manuscrit s'achève par une conclusion générale où quelques perspectives sont proposées.

Chapitre 1

Etat de l'art

Sommaire

1.1 Les milieux granulaires 3
1.1.1 Classification 3
1.1.2 Principales propriétés 3
1.2 Comportement de milieux granulaires 9
1.2.1 Etat mécanique statique d'un lit de grains 9
1.2.2 Ecoulement à travers un orifice 13
1.2.3 Réponse à une sollicitation mécanique de type intrus 14
1.3 Exemple d'application d'un milieu granulaire perturbé par un intrus 17
1.4 Problématique scientifique issue de l'étude bibliographique . 19

1.1 Les milieux granulaires

1.1.1 Classification

Les milieux granulaires sont une classe spécifique de matériaux de nature discrète plus ou moins pulvérulents. Ils sont constitués d'une classe de particules de taille pouvant aller du micromètre au milimètre et peuvent être présents sous différentes formes géométriques. Le travail de cette thèse porte plus spécifiquement sur des particules de taille de l'ordre du millimètre (figure 1.1) [107].

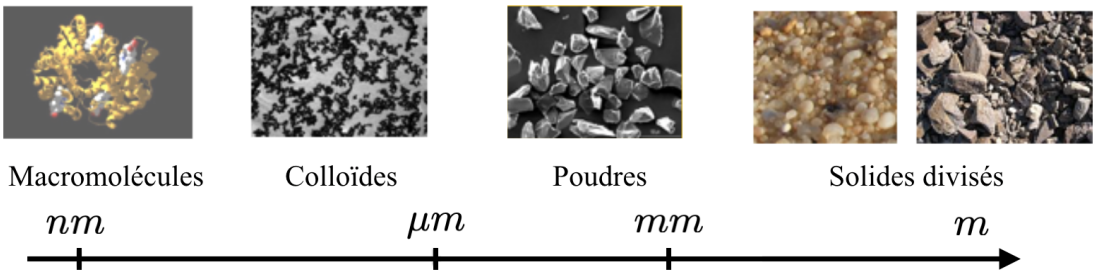


FIGURE 1.1 – *Echelle présentant la dénomination des particules en fonction de leur taille.*

1.1.2 Principales propriétés

La particularité d'un milieu granulaire est qu'il peut se présenter sous différentes formes suivant le type de sollicitations extérieures et les conditions limites imposées [131]. Le milieu granulaire peut être dans un état (i) gazeux, (ii) liquide ou (iii) solide. Par exemple, (i) en secouant une boite partiellement remplie de particules, ces dernières vont s'entrechoquer et se comporter comme un gaz soumis à de l'agitation thermique [92, 116]. Les avalanches (figure 1.2) peuvent se comporter comme un liquide (ii) en s'écoulant sur une pente inclinée [49, 103, 104, 121, 122]. Pour finir, l'état solide (iii) est obtenu pour un matériau confiné pouvant supporter une charge importante avant de subir une déformation plastique.

Propriétés frictionnelles

Lorsque deux corps solides, (un disque et un plan) sont en interaction en un point de contact deux types de frottement sont mis en jeu. En considérant le disque dans le référentiel terrestre, on note :

— le frottement de Coulomb qui est une force f pouvant être projetée en une force normale F_n et une force tangentielle F_t. La force normale constante apparait comme une réaction qui s'oppose au poids du disque et la force tangentielle comme une force qui s'oppose au mouvement du disque. Lorsque la force tangentielle évolue la résultante f évolue également dans un cône appelé cône de Coulomb (figure 1.3a).



(a) (b)

FIGURE 1.2 – *Ensemble granulaire présent dans le milieu naturel – (a) Illustration d'une avalanche de neige – (b) Photo d'une dune de sable.*

Lorsque cette force f se trouve à l'intérieur du cône le disque reste immobile. Mais dès qu'elle se situe à la limite du cône de Coulomb le disque va alors pouvoir glisser. Ce seuil de glissement propre au matériau permet ainsi de générer de la mobilité et constitue un critère essentiel dans la compréhension des milieux granulaires. À partir des forces tangentielle et normale, il est possible de définir la grandeur μ tel que : $\mu = \frac{F_t}{F_n}$.

— Le frottement roulement apparait lorsque deux corps roulent sans glisser l'un sur l'autre en s'opposant au roulement du disque. Il provient de la déformation élastique des éléments en contact. La dissipation générée est due à l'élasticité imparfaite des matériaux. En imaginant le contact entre un disque et une paroi, le devant du disque vient s'appuyer sur la paroi qui se déforme et de l'énergie est transmise aux atomes de la paroi et du disque ce qui entraine une perte d'énergie. Le décollage de l'arrière du disque nécessite également une légère force. Ce phénomène modélisé et mis en évidence sur la figure 1.3b.

La distance b dépend des matériaux formant la paroi et le disque et légèrement de la vitesse. Il est alors possible de poser un coefficient de friction roulement $\mu_r = \frac{b}{d}$.

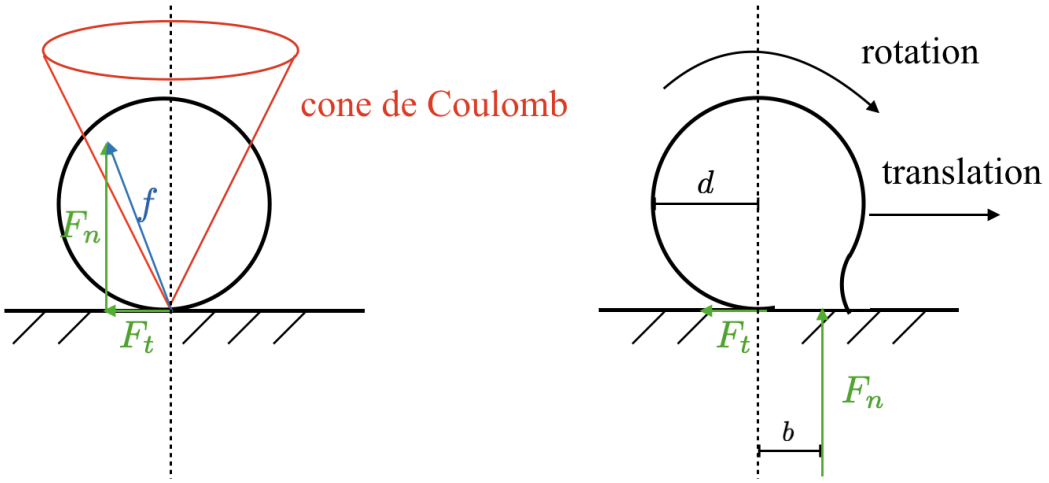
Le critère $\mu(I)$

Pour les écoulements denses de particules, il existe une théorie basée sur le fait qu'un milieu granulaire soumis à une contrainte normale σ va se déformer sous cisaillement τ. Il existe alors un taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ non nul et il est alors possible d'établir une relation entre σ et τ :

$$\tau = \mu(I)\sigma \tag{1.1}$$

avec $\mu(I)$ le coefficient de friction dépendant du nombre d'inertie I adimensionnel. Le nombre d'inertie I qui peut s'écrire :

$$I = \dot{\gamma} d (\frac{\rho}{\sigma})^{\frac{1}{2}} \tag{1.2}$$



(a) (b)

FIGURE 1.3 – *Etude du frottement pour en un disque et un plan : mis en évidence – (a) Du cône de Coulomb – (b) Du frottement roulement.*

avec d le diamètre des particules et ρ la masse volumique. Ce nombre d'inertie peut être vu comme le rapport entre deux temps caractéristiques : le temps que met une couche de grains pour se déplacer d'une particule au dessus d'une autre couche de particules sous l'effet de la contrainte de cisaillement et le temps que met une particule d'une couche pour se déplacer dans la couche d'en dessous sous l'effet de la pression [112]. D'après Jop et al. [59], dans le cas des écoulements simples sous plan incliné, μ évolue d'une valeur critique μ_s (qui correspond à un cisaillement nul) jusqu'à une valeur limite μ_l tel que

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_l - \mu_s}{\frac{I}{I_o} + 1} \tag{1.3}$$

où les paramètres μ_s, μ_l et I_o sont les paramètres constituant le matériau du milieu granulaire. La théorie du $\mu(I)$ présente une rhéologie locale des milieux granulaires mais ne prédit pas la transition liquide-solide ainsi que les chaines de forces.

Cohésion

Il est intéressant dans un premier temps de discuter d'un matériau granulaire et d'un matériau composite. En effet le matériau composite est largement employé dans le secteur du génie civil notamment dans le béton. Le béton est un matériau cohésif formé de grains dont l'espace entre les grains est occupé par un autre matériau appelé liant. Cette matrice récupère l'ensemble du vide et empêche les mouvements des grains. Les modèles pris en compte dans cette thèse sont des modèles d'interactions ponctuelles entre particules et ne considèrent donc pas les matériaux composites. Il est cependant possible de modéliser la cohésion en un point de contact en attribuant un effort. Il est possible de distinguer deux

termes adhésion et cohésion : adhésion s'emploie pour parler de phénomène surfacique microscopique qui ne nécessite pas de troisième corps. Contrairement à la cohésion qui n'est pas défini à l'échelle microscopique mais plus à des phénomènes macroscopique. Elle fait intervenir souvent un troisième matériau. Il est possible de distinguer plusieurs types de cohésion : la cohésion capillaire mettant en jeu de l'eau (présence de pont capillaire entre les particules) et la cohésion cimentaire (précédemment vue avec la présence d'un liant entre les grains). Ainsi l'adhésion microscopique correspond à un milieu cohésif à l'échelle macroscopique. La cohésion macroscopique traduit la tenue d'un échantillon sans confinement [37]. Il est possible de déterminer par la loi de Mohr-Coulomb la cohésion de l'échantillon (figure 1.4). L'état de contrainte représenté en rouge correspond à un état limite et celui en bleu à un état stable. σ et τ représentent respectivement les contraintes principales normale et tangentielle. La cohésion c est alors obtenue par l'ordonnée à l'origine de la courbe et μ le coefficient de friction par le coefficient directeur de la droite. Il est

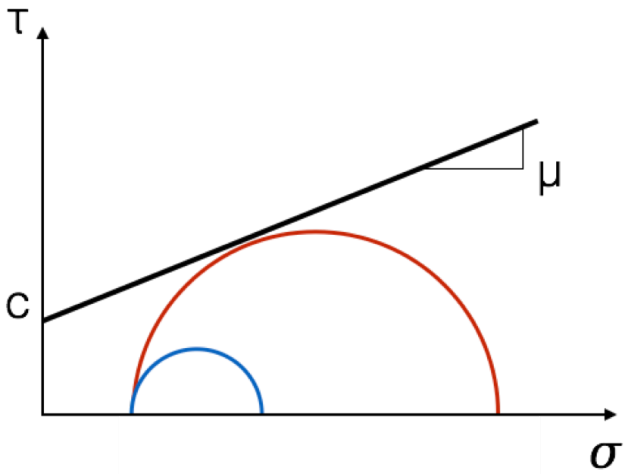


FIGURE 1.4 – *Etude de la cohésion par la méthode des cercles de Mohr-Coulomb.*

possible de travailler en voie sèche ou bien en voie humide. La particularité de la voie humide c'est la présence de pont capillaire entre les particules. L'exemple le plus connu est le château de sable où les particules restent collées entre elles par le seul biais de la capillarité. Ce phénomène peut être assimilé à de la cohésion. D'autres études portent par exemple sur des gouttes d'eau remplies de billes de verre. C'est le cas notamment des travaux de Bonnoit et al. [18] (figure 1.5).

Coefficient de restitution

Le coefficient de restitution est un coefficient définit à l'échelle des particules qui apparait lors d'une collision. Il est déterminé en calculant la vitesse avant et après l'impact (équation 1.4).

$$e = \frac{V_f}{V_i} \tag{1.4}$$



(a) (b)

FIGURE 1.5 – *Etude du milieu granulaire en voie humide – (a) Illustration d'un château de sable – (b) Représentation d'une goutte contenant des particules.*

avec V_i et V_f respectivement les vitesses initiale et finale lors de l'impact. Ce coefficient est propre à la nature du matériau. Il peut prendre des valeurs entre 0 et 1. Il est par exemple très élevé (0.93) pour le verre.

Module d'élasticité

Pour un matériau continu soumis à un essai uniaxial (compression ou traction), il est possible de tracer l'évolution de la contrainte exercée en fonction de la déformation (figure 1.6) et de mettre en évidence deux zones : (i) une zone élastique où le matériau retrouve sa configuration initiale après sollicitation et (ii) une zone de déformation plastique où le matériau après sollicitation reste déformé jusqu'à sa rupture. Dans la première zone, la contrainte σ est proportionnelle à la déformation ϵ avec pour coefficient directeur le module d'élasticité E propre au matériau utilisé. Dans notre étude nous nous limitons à cette zone en considérant les particules élastiques et non déformables.

Masse volumique vraie, masse volumique apparente et compacité

À l'échelle de la particule, il est possible de déterminer deux types de masse volumique : la masse volumique vraie ρ de la particule qui correspond si elle est sèche au rapport de la masse solide m sur le volume de solide V_s et qui peut être déterminée à l'aide du pycnomètre à hélium (équation 1.5) et la masse volumique apparente ρ_a qui correspond à la masse de solide m sur le volume total $V_t = V_s + V_v$ où V_v est le volume de vide contenu dans la particule (équation 1.6). En l'absence de porosité $\rho_a = \rho$.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V_s} \\ &= \frac{\rho m}{m - V_v \rho} \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\rho_a = \frac{m}{V_s + V_v} \tag{1.6}$$

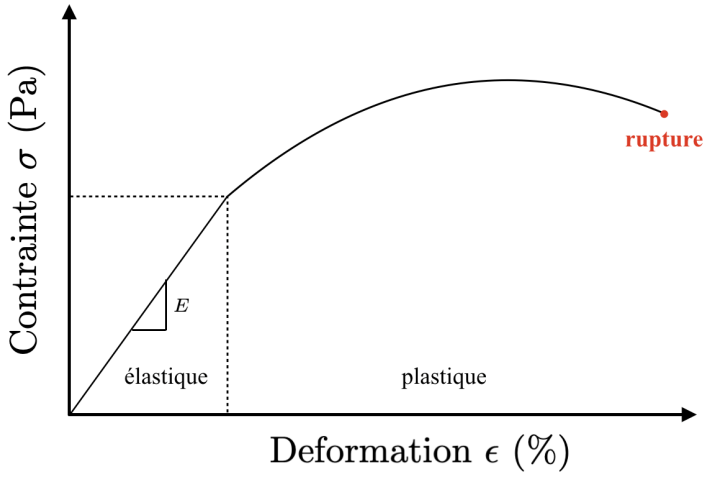


FIGURE 1.6 – *Mise en évidence d'une loi de comportement pour un matériau continu soumis à une sollicitation uniaxiale.*

À partir des masses volumiques vraie et apparente il est possible de déterminer la compacité ϕ de la particule qui est égale à la fraction volumique solide sur le volume total (équation 1.7). Pour une particule de verre $\phi = 1$. L'indice de vide e est défini comme la fraction volumique de vide dans la partie solide (équation 1.8). Pour une particule de verre $e = 0$.

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{V_s}{V_s + V_v} \\ &= \frac{\rho_a}{\rho} \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\begin{aligned} e &= \frac{V_v}{V_s} \\ &= \frac{1}{\phi} - 1 \end{aligned} \tag{1.8}$$

À l'échelle d'un lit de particules il est également possible de déterminer la masse volumique apparente ρ_a et la compacité ϕ respectivement selon les équations 1.6 et 1.7. Dans ce cas V_s est le volume solide de toutes les particules contenues dans le lit et pour les billes de verre V_v est le volume de vide interparticules. Le volume occupé par le milieu granulaire dépend de l'arrangement des particules. Les particules peuvent être en contact les unes avec les autres tout en laissant un espace inoccupé qui constitue le vide entre les grains. Pour une population monodisperse (population de particules de même taille), il a été démontré que la compacité critique (compacité maximale que l'on peut atteindre avec le réarrangement des particules) est de 0.74 en 3D et de 0.90 en 2D. En revanche pour une population polydisperse (population de particules de différentes tailles), il est possible d'obtenir un empilement apollonien (figure 1.7).

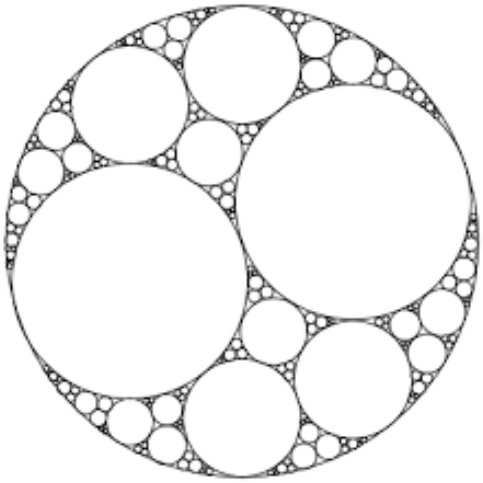


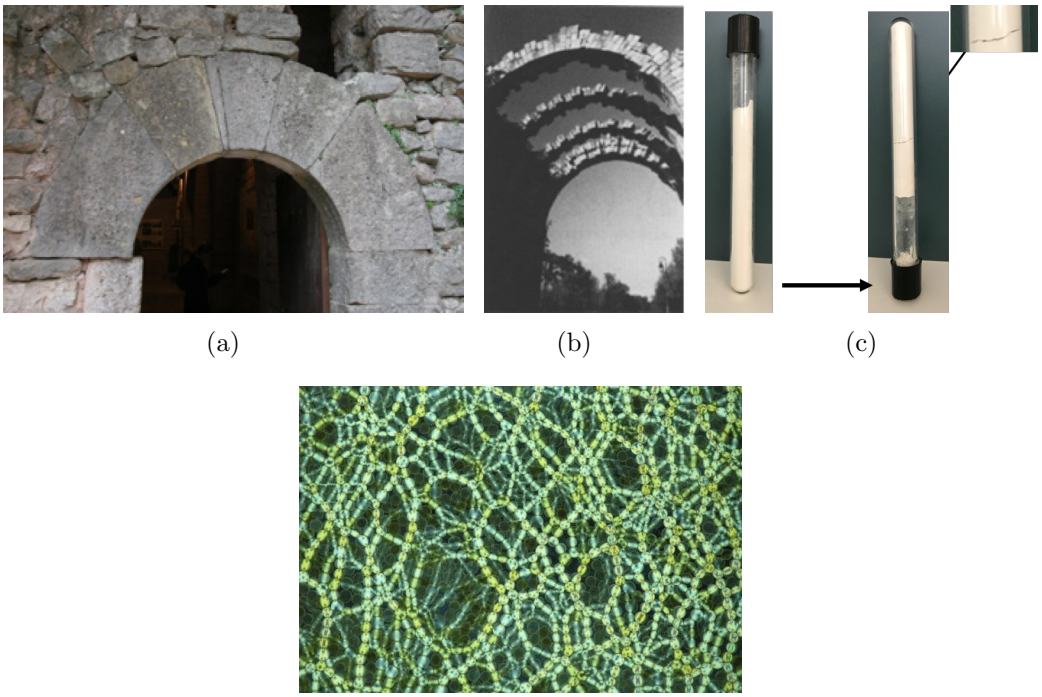
FIGURE 1.7 – *Visualisation de l'empilement apollonien pour un milieu granulaire polydisperse.*

1.2 Comportement de milieux granulaires

1.2.1 Etat mécanique statique d'un lit de grains

De nombreuses recherches ont été réalisées pour comprendre l'état mécanique d'un lit granulaire formé notamment à partir d'un point source. D'un point de vue fondamental la transmission des efforts par des chemins préférentiels appelés réseau de forces a été très étudiée d'un point de vue expérimental et numérique. Un des exemples très connu depuis l'Antiquité est la formation d'arche, c'est à dire des structures ressemblant à des clefs de voûtes et qui vont maintenir les particules situées au dessus (figure 1.8). Outre la transmission des forces de récents travaux ont également montré qu'il est possible de transmettre de l'acoustique [40], ou encore de la chaleur [66].

D'un point de vue industriel la connaissance de l'état mécanique d'un lit granulaire est aussi primordiale pour le dimensionnement des silos de stockage afin d'éviter d'importants incidents tel que leur explosion. Le calcul du dimensionnement se base actuellement sur la loi de Janssen établie en 1895 [58] après qu'en 1883 Roberts [102] ait observé que la pression à la base du silo est constante à partir d'une certaine hauteur de grains. L'expérience de Janssen consiste à mesurer la masse de particules versées m_v (figure 1.9a) et la masse lue m_l (figure 1.9b) au fond d'une cellule cylindrique de rayon R et de hauteur de lit H (figure 1.9b). La masse m_l en fonction de la masse m_v présente une allure exponentielle avec une masse saturante (m_s) (figure 1.9c). Cette valeur de saturation indique que tout ajout supplémentaire de matériau en surface ne fait pas varier la masse portée par le fond. Ce phénomène est caractéristique du réseau de forces intergranulaires et indique que les parois écrantent une partie de la colonne de grains qui ne porte plus totalement sur le fond [33, 110]. La dépendance entre la masse versée et la masse apparente peut être interpolée



(a) (b) (c)

(d)

FIGURE 1.8 – *(a)(b) Voûtes utilisées pour les constructions dans l'antiquité – (c) Mise en évidence d'une voûte expérimentalement – (d) Visualisation du réseau de forces par photoélasticité.*

avec une très bonne précision par une fonction exponentielle :

$$m_l = m_s(1 - \exp(\frac{-m_v}{m_s})) \tag{1.9}$$

Cette relation est issue d'une approche empirique. Janssen a proposé de retrouver cette dépendance à partir de l'établissement du profil de la pression moyenne verticale p_z dans toute la colonne puis du calcul spécifique de cette pression à la base. Dans cette configuration la pression moyenne verticale à la base de la cellule est : $p_z = \frac{m_l g}{S}$, avec S la surface de la base de la cellule. En considérant une cellule cylindrique et en effectuant le bilan des efforts sur une petite tranche de hauteur dz (surface $S = \pi R^2$ et surface latérale $dS_l = 2\pi R dz$), le modèle proposé par Janssen pour déterminer le profil de la pression moyenne verticale est basé sur trois hypothèses majeures suivantes [33, 58, 110, 119] :

1. L'uniformité latérale de la pression moyenne verticale p_z ne dépendant plus que seulement de la profondeur z (réduction à un problème monodimensionnel), ce qui implique une analogie entre la pression mesurée au fond pour une hauteur de lit donnée et la pression moyenne dans le lit à la position correspondante à cette hauteur de lit,
2. un coefficient de redirection latérale K qui engendre à partir d'une pression verticale p_z une pression horizontale p_r qui lui est directement proportionnelle tel que $p_r =$

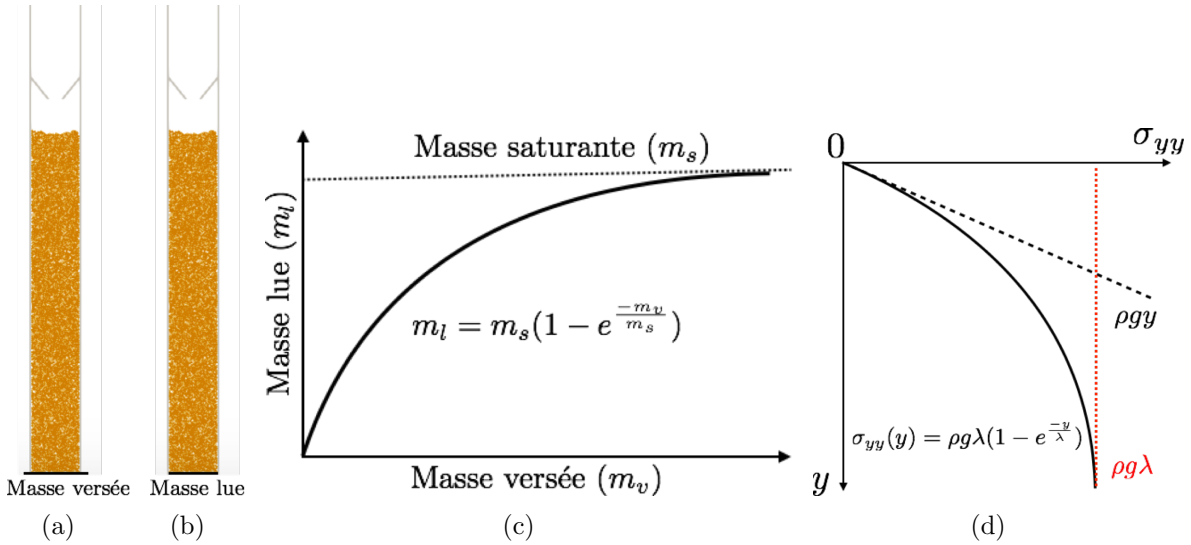


FIGURE 1.9 – *(a) Balance mesurant la masse totale versée m_v – (b) Balance mesurant la masse lue au fond de la cellule m_l – (c) Modèle de Janssen exprimé en masse – (d) Modèle de Janssen ramené en contrainte verticale σ_{yy}*

.

Kp_z (transmission uniforme indépendante des conditions de mise en oeuvre). Par exemple pour un fluide statique $K = 1$ car la pression y est isotrope,

3. avec μ le coefficient de friction particule/paroi, le critère de Coulomb rend compte de la proportionnalité entre le frottement tangentiel T et le frottement normal N tel que : $T = \mu N$ (figure 1.10), lorsque le glissement est atteint. La troisième hypothèse de Janssen réside dans le fait que le seuil de glissement est établi en chaque contact particule/paroi le long des parois latérales.

En projetant sur l'axe z, l'équilibre à partir du Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) s'écrit :

$$dT - dP + p_z(z)S - p_z(z + dz)S = 0 \tag{1.10}$$

En posant : $dN = p_r(z)dS_l$, il est possible d'en déduire à partir des trois hypothèses de Janssen énoncées précédemment : $dT = \mu K p_z(z)dS_l$. En injectant ce résultat dans l'équation d'équilibre et en y ajoutant l'expression du poids $dP = \phi\rho gSdz$ avec ρ la masse volumique vraie des particules et ϕ la compacité moyenne du lit de particules, l'équation devient alors :

$$\mu K p_z(z)dS_l - \phi\rho gSdz - \frac{dp}{dz}dzS = 0 \tag{1.11}$$

En simplifiant par Sdz l'équation prend la forme d'une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficient constant :

$$\frac{dp_z}{dz} - \frac{p_z}{\lambda} = -\phi\rho g \tag{1.12}$$

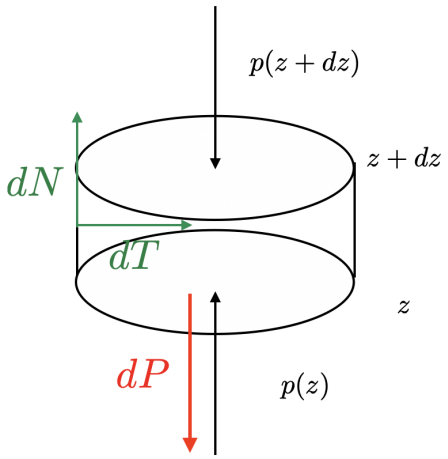


FIGURE 1.10 – *Schema permettant de déterminer la pression dans un silo sous les hypothèses de Janssen.*

En posant : $\lambda = \frac{R}{2K\mu}$, ce paramètre est homogène à une longueur couramment dénommé : la longueur de Janssen. L'équation 1.12 est résolvable avec la condition $p_z(H) = 0$, permettant d'établir le profil de la pression moyenne verticale :

$$p_z(z) = \lambda\phi\rho g(1 - \exp(\frac{-(H-z)}{\lambda})) \tag{1.13}$$

Cette équation (1.13) constitue le modèle de Janssen qui permet de calculer analytiquement le profil de la pression moyenne verticale qui s'établit le long d'une colonne de grains maintenue à l'état statique. On retrouve la dépendance entre la masse lue m_l et la masse versée m_v (équation 1.9) en explicitant $p_z(0)$. Sous cette formulation, l'effet de saturation de la masse apparente lue à la base d'une colonne, est décrite comme la résultante de l'allure saturante du profil de la pression moyenne verticale. "L'effet Janssen" (nous devrions plutôt parler de "l'effet Roberts" par respect de la chronologie de mise en évidence du phénomène) est donc décrit comme la conséquence en fond de cellule d'une déviation progressive du profil de la pression moyenne verticale (défini conformément au modèle de Janssen 1.13) par rapport au profil hydrostatique.

On peut écrire l'équation établie ci-dessus (équation 1.13) à partir du tenseur de contrainte σ (équation 1.14) en ce ramenant dans un repère orthonormé (O,$\vec{x}$,$\vec{y}$) :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} \tag{1.14}$$

L'équation 1.13 devient alors :

$$\sigma_{yy}(y) = \rho\phi g\lambda(1 - \exp(\frac{-y}{\lambda})) \tag{1.15}$$

avec la longueur de Janssen $\lambda = \frac{L_c}{4K\mu}$, où L_c est la largeur de la cellule.

De nombreux auteurs se sont intéressés au modèle de Janssen qui a largement été critiqué [32, 33, 38, 84, 86, 93, 135]. Ovarlez [84] a développé une approche locale avec le modèle OSL (Oriented Stress Linearity) pour lequel les contraintes horizontales ne sont plus supposées homogènes bien que la proportionnalité entre contraintes horizontales et verticales soit conservée [22, 84, 85]. Ce modèle, qui suppose le milieu élastique, prend en compte explicitement une échelle intermédiaire entre l'échelle des grains et l'échelle du lit : l'échelle des voûtes, à laquelle il existe des directions privilégiées de propagation des contraintes. Des simulations 3D indiquent que le profil local de contrainte verticale à une allure similaire à la courbe de Janssen (hydrostatique près de la surface puis saturation), mais s'en distingue cependant par des valeurs de contraintes plus élevées et une diminution de la contrainte près du fond (figure 1.11a).

Expérimentalement Mandato et al. [70] observe un comportement analogue à partir de la mesure de la contrainte verticale locale au sein d'un lit granulaire cohésif [72]. Ces auteurs ont par ailleurs établis expérimentalement une cartographie de la contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ et montre par ailleurs une hétérogénéité latérale à partir d'une certaine profondeur (figure 1.11b). Cette hétérogénéité latérale observée fragilise l'hypothèse de Janssen qui porte sur l'uniformité latérale de la pression moyenne verticale. En effet ces auteurs montrent que cette hypothèse n'est expérimentalement validée qu'entre la surface et une profondeur qui correspond à une taille caractéristique que nous appellerons : la longueur de Mandato notée λ_M (cette longueur figure sous la dénomination λ_c dans les figures 1.11bc). Cette longueur va faire l'objet d'une étude approfondie dans le chapitre 3.

1.2.2 Ecoulement à travers un orifice

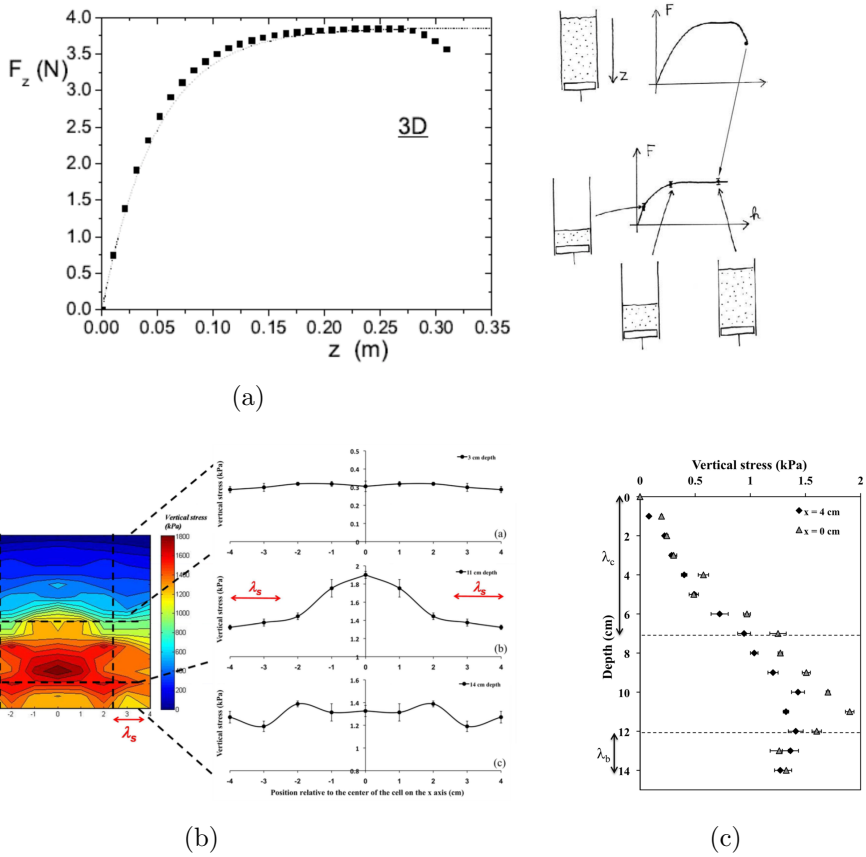
L'écoulement gravitaire d'un fluide à travers un orifice (figure 1.12) peut être déterminé à partir de la loi de Torricelli [90]. Pour un diamètre de cylindre D très supérieur au diamètre d'orifice D_h, la norme de la vitesse d'écoulement v s'écrit $v = \sqrt{2gh}$. En appelant S la section de l'orifice, le débit Q est alors donné par l'équation 1.16.

$$\begin{aligned} Q &= Sv \\ &= \frac{\pi}{4} D_h^2 \sqrt{2gh} \end{aligned} \tag{1.16}$$

Ce débit diminue avec la hauteur de liquide contenu dans le cylindre. En répétant l'expérience avec un milieu granulaire (figure 1.12b) il est possible de constater que la variation de masse écoulée est une fonction linéaire du temps, caractéristique d'un régime permanent. La hauteur de grains n'a donc plus d'influence sur l'écoulement granulaire. D'après Beverloo et al. [17], le débit Q se calcule par l'équation 1.17 :

$$Q = C\rho_a \sqrt{g} (D_h - k\bar{d})^{\frac{5}{2}} \tag{1.17}$$

avec $\rho_a = \rho\phi$ (équation 1.7) et $\bar{d}$ le diamètre moyen des particules. Les coefficients C et k sont des constantes.



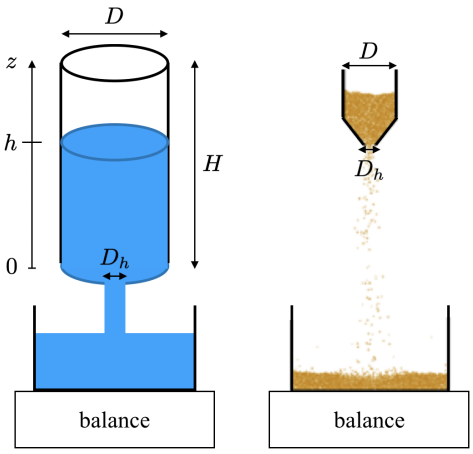
(a)

(b) (c)

FIGURE 1.11 – *(a) Profil de contrainte verticale au centre d'un silo simulé par le modèle OSL d'après Ovarlez et Clément [85]. Illustration de la différence entre le modèle de Janssen et le modèle OSL - dans une cellule contenant des particules cohésives de semoule d'après la thèse de Mandato [70] – (b) Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ et mise en évidence de leurs non-uniformités latérales – (c) Profils expérimentaux de la contrainte verticale au centre ($x = 0$cm) et au voisinage du bord ($x = 4$cm).*

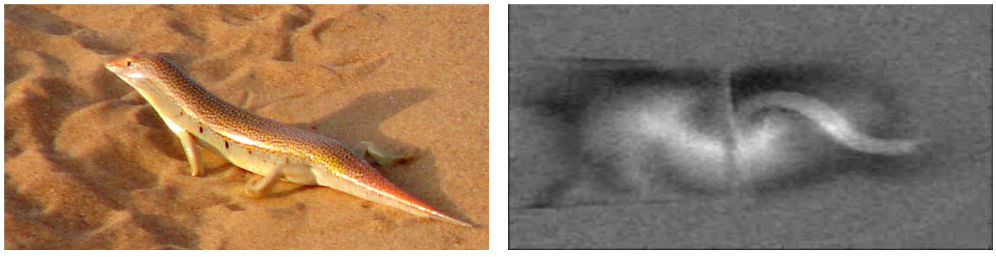
1.2.3 Réponse à une sollicitation mécanique de type intrus

La mise en mouvement d'un milieu granulaire n'est pas spontanée. Les particules qui le composent sont athermiques et pour induire leur écoulement, il est nécessaire d'imposer par exemple une sollicitation mécanique tel qu'un intrus. Il existe une grande diversité de régime d'écoulement et des chercheurs [39, 68, 69] se sont notamment inspirés de la mobilité du poisson du sable (Scincus scincus) (figure 1.13) dans le désert Saharien. Leur investigation expérimentale à partir d'imagerie à rayon X a permis de constater qu'en dessous de la surface libre le lézard n'utilise plus ses membres pour se propulser mais génère une force de poussée pour surmonter la force de traînée en propageant une onde ondulatoire le long du corps. À partir d'un modèle empirique qui permet de mesurer la force de traînée granulaire sur un petit cylindre orienté à différents angles par rapport à la direction de déplacement,

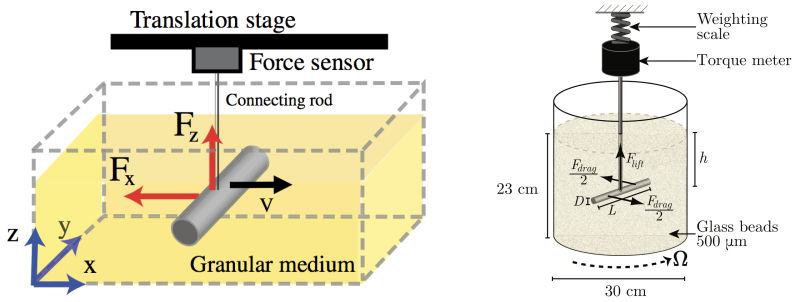


(a) (b)

FIGURE 1.12 – *(a) Schématisation du montage permettant de calculer la loi de Toricelli – (b) Schématisation du montage permettant de calculer la loi de Beverloo.*



(a) (b)



(c) (d)

FIGURE 1.13 – *(a) Capture d'un poisson des sables pris dans des dunes de sable – (b) Etude du mouvement du poisson des sables (illustration Daniel I Goldman Georgia Tech) – (c) Translation d'un intrus mécanique dans un milieu granulaire [39] – (d) Remontée d'un intrus mécanique dans un milieu granulaire [51].*

il a été possible de définir notamment les stratégies optimales de mobilité. De nombreux travaux se sont plus spécifiquement intéressés à la pénétration d'un intrus comme Kolb et al. [62] qui présentent des séries d'expériences sur la force de résistance par un piston inférieur poussant une colonne granulaire verticale confinée dans une cellule bidimensionnelle. En faisant varier la vitesse du piston et sa raideur, ils mettent en évidence un signal très fluctuant avec pour de faibles vitesses un régime d'instabilité composé d'événements de type "stick-slip". Seguin et al. [115] ont étudié quant à eux à partir d'essais expérimentaux les propriétés rhéologiques locales de la matière granulaire dans un écoulement bidimensionnel autour d'un disque en mouvement. À partir d'une combinaison de techniques de tessellation photoélastique et standard, ils ont observé des taux de cisaillement non homogènes et des champs de contraintes et de pressions de cisaillement fortement localisés ainsi qu'un taux de dilatation significatif. Plus récemment des recherches ont été engagées pour comprendre la genèse des racines dans le sol. Pour ce faire des intrus flexibles ont été considérés. Tel est le cas d'Algarra et al. [3] qui se sont intéressés à la pénétration quasi-statique d'une poutre flexible dans un milieu granulaire dense bidimensionnel reposant sur une plaque horizontale. Ils observent une transition entre un régime de pénétration de type fissure dans lequel la fibre ne présente que de petites fluctuations autour d'une géométrie droite stable et un régime de flexion dans lequel la fibre se plie et avance complètement à travers une série de chargements et de déchargements. D'un point de vue numérique Fakih et al. [44] ont développé un modèle dans lequel la racine est modélisée comme un tube flexible auto-allongé qui sonde un sol composé de particules solides (figure 1.14). Ils montrent que la croissance de la racine est en lien avec l'interaction de l'apex et du réseau de force interparticulaire.



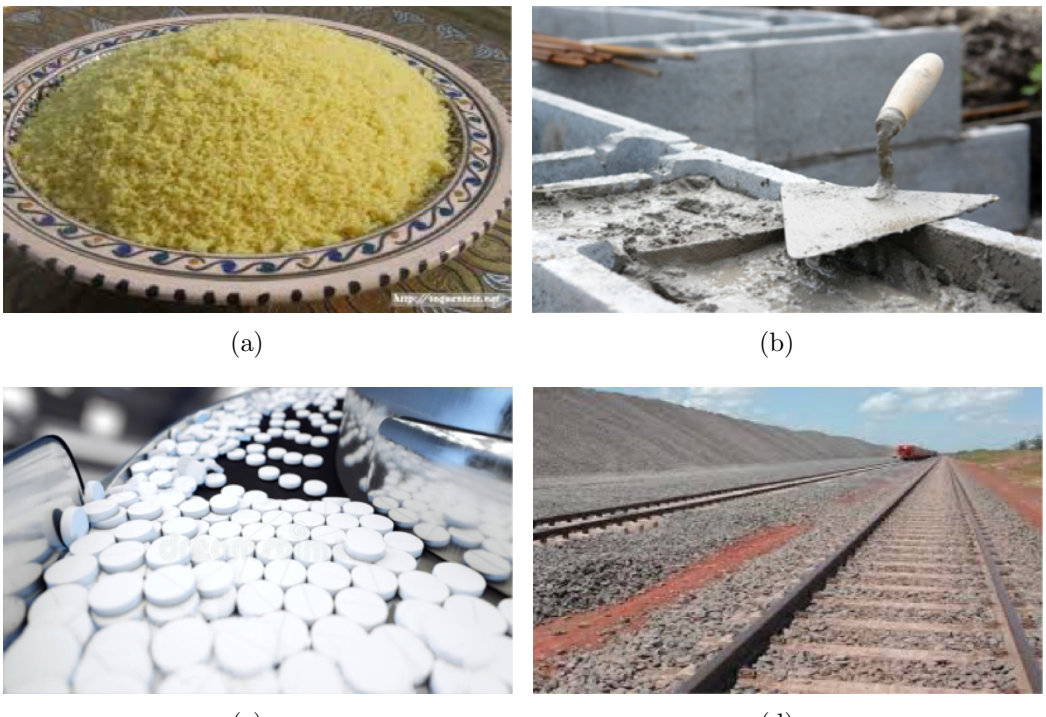
FIGURE 1.14 – *Etude des racines dans un milieu granulaire.*

Les études relatives à la pénétration d'un intrus sont relativement conséquentes ce qui n'est pas le cas pour son retrait. Athani et al. [10] ont étudié numériquement le retrait d'un intrus modélisé par un cluster de grains dans un milieu granulaire semi-confiné. Ils mettent en évidence des fluctuations sur la cinétique de la force de trainée et des zones de mobilité localisées autour de l'intrus. En adimensionnant par une vitesse caractéristique (vitesse de la chute d'un grain sur une hauteur correspondant à son diamètre), ils distinguent deux régimes : (i) quasi-statique et (ii) inertiel. Expérimentalement Mandato et al. [71] ont étudié la force perçue par un intrus lors de sa remontée dans un milieu granulaire avec et

sans cohésion pour différentes vitesses. Des fluctuations sont également observées et deux longueurs caractéristiques ont été mises en exergue : (i) une longueur située proche du fond de la cellule correspondant au premier événement de chargement/rupture et (ii) une longueur près de la surface où toutes les cinétiques se superposent quelle que soit la vitesse (zone pseudo-hydrostatique). Différentes typologies d'écoulement sont aussi identifiées.

1.3 Exemple d'application d'un milieu granulaire perturbé par un intrus

Les opérations de mélange de poudre obtenues par des intrus tel que des pâles ou des agitateurs sont largement utilisés dans de nombreux domaines tel que le génie chimique [21, 100], génie civil [60], pharmaceutique [12, 81], science des aliments [28, 117] et agronomie [44, 61] (figure 1.15).



(a) (b)

(c) (d)

FIGURE 1.15 – *Domaine d'application des milieux granulaires – (a) Agro-alimentaire ex : le couscous – (b) Génie civil ex : le ciment – (c) Pharmaceutique ex : les comprimés – (d) Ferrovière ex : les ballasts.*

L'objectif est de promouvoir la mobilité des particules. Cependant on observe des mouvements localisés spatialement (bande de cisaillements) et intermittent induisant in fine des produits hétérogènes et non conforme aux exigences industrielles. Tel est le cas pour

la fabrication des grains de couscous qui ont des tailles disparates impliquant alors un recyclage important ($\simeq 70\%$). Le coeur de cette thèse s'inscrit dans un cadre applicatif qui vise à préconiser des améliorations potentielles dans la technologie de mélange employée pour réaliser du couscous. Le process de fabrication du couscous comprend quatre grandes étapes (figure 1.16) :

1. L'agglomération réalisée dans un mélangeur (figure 1.17) au cours de laquelle les particules de semoule sont assemblées avec de l'eau pour former des grains ou des agglomérats plus gros,
2. le roulage/classification qui permet de donner une forme plus sphérique aux agglomérats humides et de les classer en trois fractions selon un critère de taille,
3. la cuisson réalisée dans un cuiseur/vapeur,
4. le séchage pour extraire l'eau contenu dans les agglomérats.

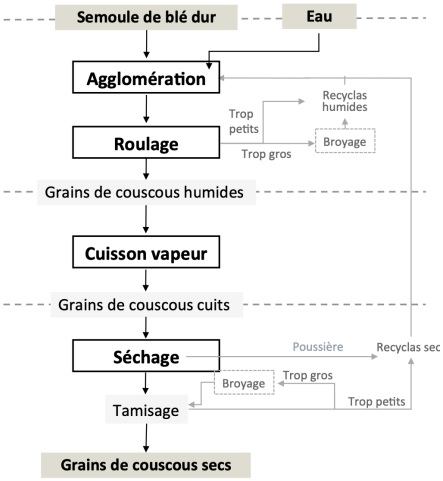


FIGURE 1.16 – *Schéma de fabrication industrielle du couscous [13].*

L'étape d'agglomération dans laquelle intervient le mélange des particules n'est pour l'instant pas optimale malgré les nombreuses études réalisées à ce jour [13, 54, 70, 108]. Le problème majeur est de transférer l'énergie de l'échelle du réacteur à l'échelle de la microstructure. Pour ce faire il faut comprendre comment l'énergie apportée à l'échelle du réacteur par l'intrus qui est la pâle, est transférée jusqu'à l'échelle des grains afin de promouvoir de la mobilité et de la friction. En particulier il sera intéressant de définir de façon plus quantitative ce que représente la portée d'un intrus, promoteur d'énergie mécanique par cisaillement. Plusieurs technologies sont employées au cours de cette opération, on trouve notamment des agitateurs planétaires qui par des mouvements de rotations axiaux cisaillent le milieu granulaire contenu dans la cuve. Les High shear mixer sont un type de technologie qui apportent un même type de cisaillement mais avec une pâle, ou une lame qui tourne beaucoup plus rapidement [109]. Dans le domaine de l'agroalimentaire on utilise aussi des malaxeurs à plus faible taux de cisaillement (Low Shear Mixer) pour

réaliser des opérations de mélanges de poudres et/ou de mélanges de poudre et d'un liant afin d'obtenir des agglomérats ou si l'humidification est poussée, d'une pâte. On trouve des malaxeurs à cuve tournante et dont la pâle est un bras incliné qui plonge dans le lit de grains tout en étant animé d'une rotation propre (figure 1.17a). Le lit de grains est rendu mobile par la rotation du bol qui l'amène de façon cyclique au contact d'un intrus en rotation propre qu'est la pâle. Dans le cas de l'élaboration spécifique du couscous, la technologie industrielle employée utilise des malaxeurs à cuve en auge munis d'un bras sur lequel sont montées des pâles qui permettent de brasser le milieu granulaire tout en autorisant un mouvement du lit selon l'axe de révolution. Ce type de procédé peut être utilisé en mode continu (figure 1.17b). Les pâles sont des intrus qui pénètrent le lit puis ressortent en ayant transférés leur énergie. **La partie ascensionnelle de leur cycle de mélange peut être assimilée au retrait d'un intrus du lit de particules.** C'est cette configuration qui va servir de modèle au cadre expérimental dans lequel nous avons réalisé ces travaux. Aussi nous pouvons d'ores et déjà indiquer que toutes les conclusions que nous avons tiré de ces travaux ne sont que partielles. Elles sont les contributions à une problématique plus complexe dont nous avons abordé qu'une partie du problème. La bibliographie sur cette partie spécifique du cycle de malaxage ou de mélange est très ténue au regard des très nombreuses études qui portent sur la pénétration d'un intrus dans un lit (première phase du cycle d'une pâle dans cette configuration). Ce manque de description des phénomènes induit lors du retrait de la pâle a motivé l'intérêt de leur étude.



(a) (b)

FIGURE 1.17 – *Illustration de deux technologies de mélange Low Shear Mixer utilisées dans la fabrication du couscous – (a) Malaxeur à cuve tournante et bras fixe (configuration batch) – (b) Malaxeur à palettes et à cuve en auge (configuration continue).*

1.4 Problématique scientifique issue de l'étude bibliographique

Cette partie bibliographique ne recense que très partiellement la diversité et la richesse des phénomènes rencontrés avec les milieux granulaires. Elle se concentre sur une descrip-

tion qualitative des éléments qui ont été analysés dans ce travail de thèse. On considère que le problème de la compréhension des mécanismes d'apport de mobilité granulaire par une pâle dans la configuration d'un malaxeur à palettes et à cuve en auge, lors du retrait de la pâle, peut être réduit, en première approximation, à l'étude en 2D d'un intrus extrait d'un lit de grains ensilés. Aussi, nous étudierons la phase de mise en place d'un tel milieu granulaire au sein d'une cellule en nous basant sur les travaux qui caractérisent l'écoulement d'un milieu granulaire à travers un orifice. La description de Beverloo servira de base à nos expérimentations physiques et numériques. Une fois le versement réalisé et l'état mécanique stabilisé jusqu'à son équilibre statique, nous nous servirons des descriptions initialement basées sur les travaux de Janssen pour décrire cet état. La configuration technologique à laquelle nous nous référons permet d'observer momentanément des états d'équilibres au sein du milieu granulaire. En effet le nombre de palettes disposées sur l'axe de rotation ainsi que la fréquence de rotation peuvent être ajustés de façon qu'une partie du lit granulaire retrouve momentanément un état statique entre deux passages des pâles. Le fait de considérer comme importante l'étude de la statique d'un milieu granulaire dans un travail dédié à une analyse rheophysique des écoulements se justifie par la volonté de quantifier l'importance de l'histoire de la mise en oeuvre du packing dans les phénomènes de perturbation cyclique. La prise en compte explicite de l'histoire des contacts intergranulaires n'est que très rarement évoquée et présentée dans les études bibliographiques. Les travaux de Vanel et al. [130] font notamment apparaitre une "mémoire" du sable sur l'état des contraintes d'un tas de sable. Leur résultat est d'autant plus intéressant que le milieu granulaire conserve physiquement une dépression en son centre à la base [129]. Est-ce que ces phénomènes se dissipent ou pas lors d'une sollicitation ? Les travaux de Mandato [70] mettent en évidence la présence des caractéristiques de cette histoire dans la mise en oeuvre d'un milieu granulaire sollicité par un intrus que l'on retire. Nos travaux s'inscrivent totalement dans la continuité de l'étude initiée par Mandato [70] et, pour la partie consacrée à l'analyse de la statique du packing, sous l'éclairage des études réalisées au début des années 2000 au Laboratoire des Milieux Désordonnés et Hétérogènes (LMDH) de Paris [84, 127]. En particulier, on trouve chez Ovarlez et al. [85] des résultats de simulation numérique qui portent sur la détermination du profil de contrainte verticale au sein d'un matériau granulaire semi-confiné, qui font réfléchir de façon critique à la description de ce profil proposé par le modèle de Janssen [119]. Parmi les caractéristiques d'une colonne de grains dans son état statique, on observe une longueur caractéristique : la longueur de Janssen, qui quantifie l'épaisseur relative au diamètre de la cellule, de la couche de milieux granulaires directement sous la surface libre, au sein de laquelle l'état mécanique est hydrostatique. Cette couche particulière de surface perdure-t-elle après la perturbation induite par le passage d'un intrus ? La différence entre les états mécaniques au deçà de cette longueur caractéristique est suffisamment importante pour qu'elle puisse jouer un rôle dans l'intensité des interactions grains/intrus et grains/parois. Cette longueur pourrait-elle jouer un rôle dans l'aide au dimensionnement d'un malaxeur en définissant des zones où l'intensité de la transmission des efforts d'une part, et la mobilité granulaire d'autre part, seraient modulées ? Autrement dit y aurait-il des caractéristiques de l'équilibre mécanique qui soient suffisamment significatives pour impacter la dynamique d'un

tel système.

L'objectif majeur de ce travail de thèse est d'étudier chronologiquement la mise en oeuvre d'un tel système sous le réductionnisme simplificateur d'une configuration 2D sollicitée par le seul mouvement ascendant d'un intrus, afin de contribuer à des éléments de réponses à ces questions, que la littérature scientifique ne permet pas actuellement d'élucider.

Chapitre 2

Matériels et méthodes

Sommaire

2.1 Introduction 25
2.2 Propriétés physiques des milieux granulaires étudiés 25
2.3 Dispositif de rhéophysique expérimental 25
2.3.1 Caractéristiques géométriques 25
2.3.2 Protocole expérimental 26
2.3.3 Mesures 27
2.4 Modélisation numérique par la Méthode des Eléments Discrets 29
2.4.1 Etapes du calcul 29
2.4.2 Configuration initiale 30
2.4.3 Modélisation géométrique des éléments 31
2.4.4 Lois d'interaction 34
2.4.5 Algorithme et optimisation 37
2.4.6 Détermination des champs continus 39
2.5 Conclusion 44

2.1 Introduction

Cette section décrit les dispositifs expérimentaux et les méthodes numériques développés dans le but d'étudier le comportement mécanique d'un milieu granulaire au sein duquel circule un intrus.

2.2 Propriétés physiques des milieux granulaires étudiés

Deux milieux granulaires différents ont été considérés pour être employés dans la partie expérimentale. Le premier milieu granulaire est un système modèle constitué d'une population quasi-monodisperse de billes de verre sphériques et considérées comme chimiquement inerte. Le diamètre médian est $\bar{d} = 3 \pm 0.05$mm, la masse volumique vraie $\rho = 2500\text{kg.m}^{-3}$ et le module d'élasticité $E = 64$GPa. À la suite d'Ovarlez et al. [86], les coefficients de frottement entre les grains et une surface de verre (μ) ont été déterminés à l'aide de trois grains collés sur une plaque métallique formant un trépied. Ce trépied était disposé sur une plaque de verre (même matériau que la paroi cellulaire) équipée d'un inclinomètre. La plaque de verre a été progressivement inclinée jusqu'à un angle de friction de glissement (26.5°) auquel le trépied glisse. Même si la valeur obtenue dépend de la rugosité de la surface, nous avons utilisé la valeur de ce même coefficient de friction pour caractériser les contacts entre les particules $\mu = 0.5 \pm 0.02$. Le deuxième milieu granulaire considéré est la semoule de blé dur utilisée notamment dans la fabrication des pâtes alimentaires et du couscous. Ce travail vise à apporter une contribution à la quantification des écoulements de semoule dans un réacteur de malaxage lors de l'élaboration de la particule de couscous. Concernant la partie numérique seules des billes en verre seront considérées.

2.3 Dispositif de rhéophysique expérimental

2.3.1 Caractéristiques géométriques

Le dispositif se compose d'une cellule en verre (largeur $L_c = 0.1$m, longueur $W_c = 0.05$m, hauteur $H_c = 0.5$m) dans laquelle est placée le milieu granulaire (figure 2.1c). Celle-ci constituée de cinq parois (quatre parois latérales et une paroi inférieure) est ouverte sur le dessus pour permettre la mise en place du milieu granulaire à partir d'un écoulement par un point source. La trémie d'alimentation possède une géométrie particulière avec des angles supérieurs à l'angle de repos de façon à faciliter l'écoulement des particules. L'orifice de sortie est fixé de façon à assurer un débit constant au cours des expériences (figure 2.1a). Plusieurs embouts permettent de faire varier le débit d'écoulement évalué par la loi de Berverloo voir l'article de Staron et al. [120]. Pour notre étude le diamètre d'ouverture choisi est de $D_h = 0.011$m. La hauteur H_h entre cette ouverture et le fond de la cellule

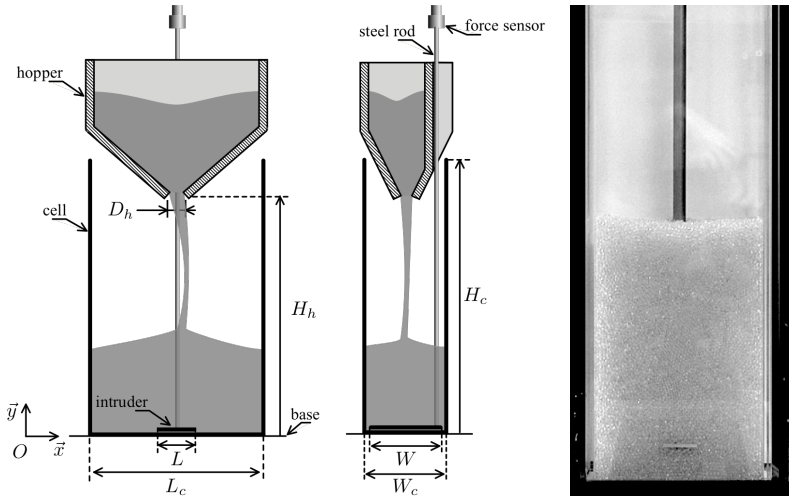


FIGURE 2.1 – *Dispositif expérimental – (a) Face avant – (b) Face latérale – (c) Cellule expérimentale.*

varie en fonction des conditions expérimentales : en conditions statiques ou continues H_h = 1m et en conditions dynamiques $H_h = 0.447$m. Pour sonder le comportement mécanique du lit granulaire, un intrus relié à un capteur de force et piloté en vitesse est utilisé. L'intrus en acier est constitué d'une pâle : une plaque rectangulaire ou d'une géométrie à définir, fixée sur une tige reliée au capteur de force. Deux dimensions de plaque ont été utilisées :

— une grande pâle de dimension quasiment égale à celle de la cellule mais néanmoins très légèrement inférieure de façon à ne pas toucher les parois et qu'aucune particule ne puisse s'y coincer ($L = 0.096$m, $W = 0.049$m) (figure 2.2ac). Ce type de dispositif permet de mesurer la force exercée à la base du lit de particules dans un état d'équilibre mécanique et constitue un analogue à l'expérience de Janssen.

— Une petite pâle de dimension ($L = 0.01$m, $W = 0.046$m) et d'épaisseur 2mm (figure 2.2bd) permet de sonder localement l'état statique ou dynamique du lit granulaire.

L'intrus est relié via la tige à un capteur de force (TME-Type F 108 TC range : 1-25daN) pour mesurer la force perçue par l'intrus et à un capteur de déplacement pour placer l'intrus à une position spécifique dans la cellule ou en conditions dynamiques pour le retirer à vitesse constante V comprise entre 1 et 29 mm.s^{-1}.

2.3.2 Protocole expérimental

Un protocole expérimental a été défini de façon à garantir une reproductibilité dans la formation du lit granulaire dans la cellule.



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 2.2 – *Intrus utilisés pour le dispositif expérimental – (a) Tige avec grande pâle – (b) Tige avec petite pâle – (c) Zoom grande pâle – (d) Zoom petite pâle.*

Remplissage de la trémie

La trémie d'alimentation est tout d'abord remplie avec le milieu granulaire considéré.

Versement dans une cellule

La trappe de la trémie est ensuite ouverte et le milieu granulaire est déversé dans la cellule à débit constant.

2.3.3 Mesures

La présence de la tige ne perturbe pas la mesure des forces dans toutes les configurations testées.

En conditions statiques

Le but de ce dispositif est de travailler sur une configuration simplifiée pour reproduire l'expérimentation de Janssen [58]. En effet comme indiqué dans l'introduction (section 1.2.1) cette expérimentation consiste à disposer deux balances : l'une au fond de la cellule et l'autre en dehors et de mesurer la masse perçue par les deux balances pour différentes hauteurs de lit. Dans notre expérience une grande pâle est placée au fond de la cellule (voir les dimensions à la section 2.3). Elle servira à mesurer la masse perçue au fond. On effectuera cette expérience pour différentes hauteurs de lit (la hauteur maximale correspond à la hauteur de la cellule soit une hauteur de lit de $H_b = 0.5$m). Pour ce faire on commence à peser sur une balance une quantité N_b de billes de masse initiale m_b. On verse alors les billes de verre dans la trémie fixe dont l'embout est situé à $H_h = 1$m du fond avec un diamètre d'ouverture D_h. Cela permet de conserver un débit et une cinétique de versement constants. Ensuite on ouvre la trappe et on laisse s'écouler le milieu granulaire dans la

cellule. On attend un peu que le système se relaxe et on mesure la masse m_f perçue sur la pâle. On récupère et on pèse à nouveau les particules pour vérifier qu'il n'y a pas eu de perte pendant les étapes de remplissage et de versement. On a alors le rapport $\frac{m_b}{m_f}$ pour différentes hauteurs de lit H_b.

Dans un second temps une méthode a été développée afin de déterminer la contrainte verticale à l'intérieur de la cellule. Cette méthode consiste à placer une petite pale à différentes positions dans la cellule (figure 2.3) et de mesurer la force perçue par la pâle après versement. Il est évident que l'intrus pendant le versement influe sur la répartition des particules mais on suppose que cette influence se répercute seulement en dessous de l'intrus et n'influe donc pas sur la mesure. Pour chaque mesure il est important de vider entièrement la cellule avant de replacer l'intrus sur une position (x,y) donnée et de recommencer le versement intégral de la colonne de grains.

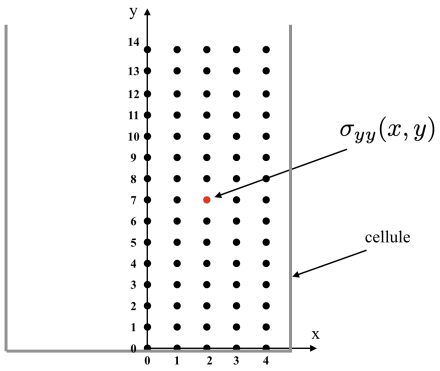


FIGURE 2.3 – *Méthode permettant de déterminer la cartographie des contraintes verticales expérimentalement à l'intérieur de la cellule.*

En conditions continues

Notre dispositif nous permet également de mesurer en continu. En effet en reprenant la configuration ci-dessus il est possible de mesurer la masse perçue par la grande pâle pendant le versement pour les différentes hauteurs de lit H_b.

En conditions dynamiques

Pour cette étude, on utilisera une petite pâle de dimension (section 2.3) que l'on vient placer au fond de la cellule avant versement. La hauteur de lit est fixée à $H_b = 0.153$m et après versement la pâle est retirée verticalement à vitesse constante. La force perçue par la pâle et sa position sont mesurées pendant cette ascension et une caméra à image rapide (Dalsa CMOS monochrome, de fréquence 100fps et de résolution 1392∗1024 pixels) placée en face de la pâle et se déplaçant à la même vitesse que l'intrus enregistre des images tous les $\Delta t_{piv} = 50$ms pour suivre le mouvement des particules sur une largeur de 10*10cm^2. La méthode de la PIV (Velocimétrie par Image de Particule) est utilisée pour déterminer

en fonction du temps le champ de vitesse en 2D de la paroi avant. Le champ de vitesse en 2D est déterminé grâce au module PIVlab® de Matalb® qui donne accès aux outils PIV. Dans notre étude nous avons employé l'algorithme de corrélation de Fourier FFT (Fast Fourier Transformation) avec plusieurs passes et de fenêtres déformantes de 64∗64 et 32∗32 pixels. Un masque est appliqué au niveau de l'intrus pour le considérer en tant qu'objet immobile et afin d'exclure les parois et la surface libre des analyses, une région d'intérêt est définie (ROI). Avec ce système une bille de verre est décrite approximativement avec 35 pixels ce qui correspond à une résolution spatiale de $1.3\bar{d}$. Le champ de vitesse $\vec{v}(x, y)$=$v_x\vec{x}$ + $v_y\vec{y}$ est déterminé en fonction du temps pendant l'extraction de l'intrus.

2.4 Modélisation numérique par la Méthode des Eléments Discrets

En modélisation numérique, la Méthode des Eléments Finis (FEM) est utilisée principalement pour modéliser le comportement statique et dynamique des structures dans plusieurs domaines comme le génie civil, l'aéronautique... Cependant cette méthode ne permet pas de résoudre des milieux discontinus. Ainsi la Méthode des Eléments Discrets (DEM) a été développée. Elle a pour origine la Méthode des Elements Distincts développée par Cundall et al. [27] pour modéliser le comportement collectif d'un milieu constitué d'éléments distincts.

Dans le but de mieux comprendre le comportement à petite échelle, nous avons développé un code 2D en c++ basé sur la Méthode des Eléments Discrets (DEM) voir le livre de Radjaï paru en 2011 [94]. Nous utilisons une approche classique de la dynamique moléculaire avec un schéma explicite de l'intégration de Verlet sur la vitesse voir le livre de Allen paru en 2017 [4].

L'algorithme s'appuie sur les hypothèses suivantes :

— les particules sont rigides,

— les particules peuvent s'interpénétrer (avec un faible chevauchement au niveau des points de contact),

— l'interpénétration est reliée aux forces de contact par les lois de comportement continues,

— les conditions de glissement entre les particules sont données par la loi de Mohr Coulomb.

2.4.1 Etapes du calcul

D'après Frenkel and Smith [118] trois étapes interviennent dans un calcul de DEM.

— Un **pré-traitement** qui permet d'établir les paramètres initiaux de la simulation. Par exemple la géométrie des particules, des objets ainsi que leur organisation spatiale au temps initial t_0. Il faut également donner les caractéristiques physiques de

l'échantillon comme par exemple la masse des particules, la loi de contact, la loi de frottement ainsi que les conditions aux limites.

— Un **calcul** est ensuite effectué selon les quatre étapes énumérées ci-dessous :
  — **Prédiction** de la configuration du système à l'instant $t + \Delta t$,
  — **Détection** des contacts,
  — **Calcul** des forces d'interaction,
  — **Correction** de la configuration en prenant en compte les forces de contacts calculées précédemment.

— Un **post-traitement** qui consiste à extraire les informations issues du calcul précédent des grandeurs, graphiques, film.

2.4.2 Configuration initiale

Le dispositif numérique a les mêmes caractéristiques géométriques que celles du dispositif expérimental. Pour respecter les hauteurs du lit H_b de particules, les calculs se font avec un nombre de particules allant de 1600 à 7500 billes selon l'étude correspondant à la hauteur minimale 0.15m et maximale 0.7m. Les parois en verre sont modélisées de la mème manière que l'intrus. Tous les paramètres (particules et parois) sont fixés à partir de paramètres physiques du verre établis précédemment, à savoir le module d'élasticité E = 64GPa, le coefficient de restitution normale $e = 0.93$ d'après l'article de Marinack et al. [74] déterminé en étudiant le rebond d'une bille sur une surface plane (ce qui correspond à un amortissement de $\nu = 0.034\text{N.s.m}^{-1}$), la masse volumique vraie $\rho = 2500\text{kg.m}^{-1}$ et le coefficient de friction $\mu = 0.5 \pm 0.02$. La modélisation est effectuée avec une légère polydispersité ($\frac{d_{max}}{d_{min}} = 2$) où d_{max} et d_{min} sont respectivement les diamètres maximal et minimal des particules. Cette légère polydispersité permet d'éviter la cristallisation [132] tout en étant le plus proche du diamètre moyen des billes de verre utilisées pour l'expérience c'est à dire $\bar{d} = 3\ 10^{-3}$m. En raison de la hauteur de chute importante dans la cellule, le pas de temps utilisé est $\Delta t = 10^{-7}$s ce qui correspond à un pas de temps critique de $\Delta t_c \approx \sqrt{\frac{m_{min}}{k_n}}$ (avec m_{min} la masse de la particule la plus légère et $k_n = E\bar{d} = 1.92\ 10^8\text{N.m}^{-1}$). On trouve alors $\frac{\Delta t}{\Delta t_c} \approx \frac{1}{60}$.

Organisation spatiale

Les mêmes étapes décrites dans le protocole expérimental sont respectées (figure 2.4). La préparation de l'échantillon consiste en deux étapes : les particules sont initialement placées sur un maillage triangulaire et versées dans une trémie dont l'angle est de 50° sous l'unique action de la gravité $g = 9.81\text{m.s}^{-2}$. Une fois que le système est relaxé, les billes de verre tombent sous l'effet de la gravité dans la cellule en verre. Après relaxation du système la compacité du lit est de $\Phi \approx 0.82 \pm 0.02$. Pour l'étude en conditions statiques ou continues, les parois (du fond et latérales) servent d'intrus et permettent de mesurer la force

perçue par les parois. Pour l'étude en conditions dynamiques, l'intrus est placé au fond de la cellule et permet, comme dans le dispositif expérimental, de mesurer la force de trainée subie au cours de sa remontée. Entre chaque étape, la configuration finale de l'opération précédente constitue la configuration initiale de l'étape qui la précède. Pour ce faire les acquisitions de position, de vitesse, d'accélération et de forces pour chaque particule ainsi qu'aux parois, sont sauvegardées avec une précision de $\mathbf{10}^{-12}$ pour la position et les forces. Cette précision a été déterminée en s'assurant la conservation du réseau de forces normales entre l'étape finale de remplissage et l'étape initiale de versement.

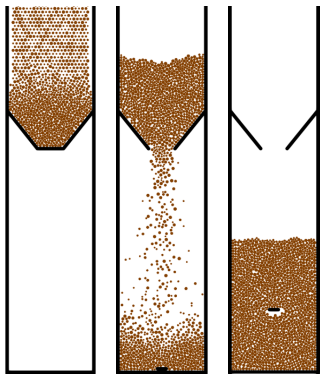


FIGURE 2.4 – *Dispositif numérique – (a) Les particules sont initialement placées en maille de treillis triangulaire et versées dans la trémie – (b) Puis versées dans la cellule – (c) Et enfin l'intrus est remonté.*

2.4.3 Modélisation géométrique des éléments

Représentations des éléments particules

Les particules sont représentées sous forme de disque en 2D. Comme mentionné dans la figure (2.5a) on appelle le référentiel global $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ d'origine O et de base orthonormée $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$. Pour une particule i on note O_i son centre, d_i son diamètre, $\vec{r}_i = \overrightarrow{OO_i}$ sa position, $\vec{v}_i = \vec{v}(O_i) = \dot{\vec{r}}_i$ sa vitesse et m_i sa masse. En notant $(\vec{x}_i,\vec{y}_i,\vec{z})$ le repère attaché à la particule i, on peut poser $\theta_i = \langle \vec{x}, \vec{x}_i \rangle$ comme angle de rotation et $\vec{\omega}_i = \dot{\theta}_i$ sa vitesse de rotation. On considère un contact entre deux particules i et j. On définit le repère d'interaction $(\vec{n},\vec{t},\vec{z})$ avec $\vec{n}$ et $\vec{t}$ les vecteurs unitaires respectivement normal et tangentiel au contact et tel que le repère $(\vec{n},\vec{t})$ soit orienté dans le sens direct. On a alors :

$$\begin{aligned} \vec{n} &= -\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{\|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|} \\ \vec{t} &= \vec{z} \wedge \vec{n} \end{aligned} \tag{2.1}$$

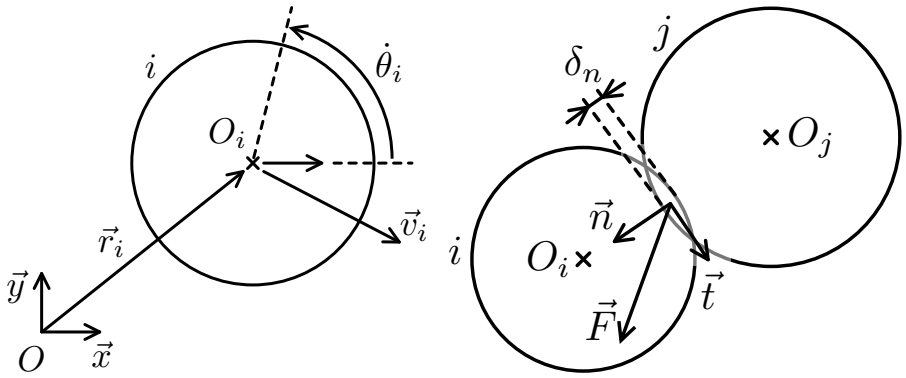


FIGURE 2.5 – *(a) Coordonnée cinématique d'une particule i dans le référentiel global – (b) Contact entre deux particules i et j révélé par un chevauchement égal à δ_n.*

On pose I_i le point matériel appartenant à la particule i. On peut determiner la vitesse en ce point à partir du **théorème de Varignon** :

$$\vec{v}(I_i) = \vec{v}(O_i) + \overrightarrow{I_iO_i} \wedge \omega_i \vec{z} \tag{2.2}$$

Le chevauchement entre les deux particules est noté :

$$\delta_n = \|\vec{r}_j - \vec{r}_i\| - \frac{d_i + d_j}{2} \tag{2.3}$$

Pour un $\delta_n \leq 0$, on détermine les composantes normale et tangentielle de la vitesse relative au point I_i par rapport au point I_j :

$$\begin{aligned} \vec{v}_n &= (\vec{v}(I_i) - \vec{v}(I_j)) \cdot \vec{n} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{n} \\ \vec{v}_t &= (\vec{v}(I_i) - \vec{v}(I_j)) \cdot \vec{t} = (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \cdot \vec{t} - (\frac{d_i}{2}\omega_i + \frac{d_j}{2}\omega_j) \end{aligned} \tag{2.4}$$

Pour modéliser les particules on utilise des disques en 2D. Leur déplacement à chaque pas de temps Δt peut être déterminé par intégration du bilan des efforts extérieurs (loi de Newton). Pour une particule i les équations deviennent :

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x}_i &= \sum_j \vec{F}_{ji} \cdot \vec{x} \\ m_i \ddot{y}_i &= \sum_j \vec{F}_{ji} \cdot \vec{y} - m_i g \\ J_i \ddot{\theta}_i &= \sum_j \frac{d_j}{2} \vec{F}_{ji} \cdot \vec{t} + M \end{aligned} \tag{2.5}$$

Avec $J_i = \frac{m_i d^2}{8}$ l'inertie de la particule i, $\vec{F}_{ji}$ les effets d'interaction de j sur i et M les moments.

Représentations des éléments parois/intrus k

La modélisation des parois de la cellule et l'intrus k s'inspire de l'article de Fakih et al. [44]. Ces éléments sont des sphérolignes qui correspondent à la forme que l'on obtient en balayant un disque de diamètre D le long d'un segment C_1C_2 de longueur L (figure 2.6). On note C le centre de symétrie de l'élément et on définit un système de coordonnées ($\vec{u}$,$\vec{v}$) attaché à la sphéroligne tel que $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{C_1C_2}}{L}$ soit un vecteur unitaire donnant l'orientation de l'élément et $\vec{v}$ le vecteur unitaire orienté dans le sens direct.

En considérant une interaction avec une particule i, on se place dans le repère globale défini précédemment :

En appelant I le point de contact entre la particule i et la paroi k, on peut calculer le chevauchement δ_n suivant la position du contact déterminée en calculant le projeté du centre du grain i sur le vecteur orienté $\vec{u}$:

1. Contact avec le **demi-disque gauche** ($\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u} \leq$ - $\frac{C_1C_2}{2}$)
   On a $\overrightarrow{CC_1}$ = -$\frac{L}{2}\vec{u}$ et $\overrightarrow{IC}$ = $\frac{L}{2}\vec{u}$ + $\frac{D}{2}\vec{n}$
   avec $\vec{n} = \frac{\overrightarrow{O_iC_1}}{\|\overrightarrow{O_iC_1}\|}$
   $$\delta_n = \|\overrightarrow{O_iC_1}\| - \frac{d_i + D}{2} \tag{2.6}$$

2. Contact avec le **demi-disque droit** ($\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u} \geq$ - $\frac{C_1C_2}{2}$)
   On a $\overrightarrow{CC_2}$ = $\frac{L}{2}\vec{u}$ et $\overrightarrow{IC}$ = -$\frac{L}{2}\vec{u}$ + $\frac{D}{2}\vec{n}$
   avec $\vec{n} = \frac{\overrightarrow{O_iC_2}}{\|\overrightarrow{O_iC_2}\|}$
   $$\delta_n = \|\overrightarrow{O_iC_2}\| - \frac{d_i + D}{2} \tag{2.7}$$

3. Contact avec la **partie centrale** (- $\frac{C_1C_2}{2} < \overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u} <$ $\frac{C_1C_2}{2}$)
   On a $\overrightarrow{IC}$ = -($\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u}$)$\vec{u}$ - $\frac{D}{2}\vec{n}$
   avec $\vec{n}$ = -$\vec{v}$ si ($\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{v}$) > 0, $\vec{n} = \vec{v}$ sinon.
   $$\delta_n = |\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{v}| - \frac{d_i + D}{2} \tag{2.8}$$

On peut calculer la vitesse au point de contact I de la particule i sur l'element k en fonction de la position de la particule :

1. $\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u} \leq$ - $\frac{C_1C_2}{2}$
   $$\begin{aligned} v_n &= (v_i - v_k) \cdot \vec{n} + \dot{\theta}_k \frac{L}{2}(\vec{v} \cdot \vec{n}) \\ v_t &= (v_i - v_k) \cdot \vec{t} + \frac{d_i}{2}\dot{\theta}_i + \frac{D}{2}\dot{\theta}_k \end{aligned} \tag{2.9}$$

2. $\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u} \geq$ - $\frac{C_1C_2}{2}$

$$\begin{aligned} v_n &= (v_i - v_k) \cdot \vec{n} - \dot{\theta_k} \frac{L}{2} (\vec{v} \cdot \vec{n}) \\ v_t &= (v_i - v_k) \cdot \vec{t} + \frac{d_i}{2} \dot{\theta_i} + \frac{D}{2} \dot{\theta_k} \end{aligned} \tag{2.10}$$

3. - $\frac{C_1C_2}{2} < \overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u} < \frac{C_1C_2}{2}$

$$\begin{aligned} v_n &= (v_i - v_k) \cdot \vec{n} - \dot{\theta_k} (\overrightarrow{CO_i} \cdot \vec{u}) (\vec{v} \cdot \vec{n}) \\ v_t &= (v_i - v_k) \cdot \vec{t} + \frac{d_i}{2} \dot{\theta_i} + \frac{D}{2} \dot{\theta_k} \end{aligned} \tag{2.11}$$

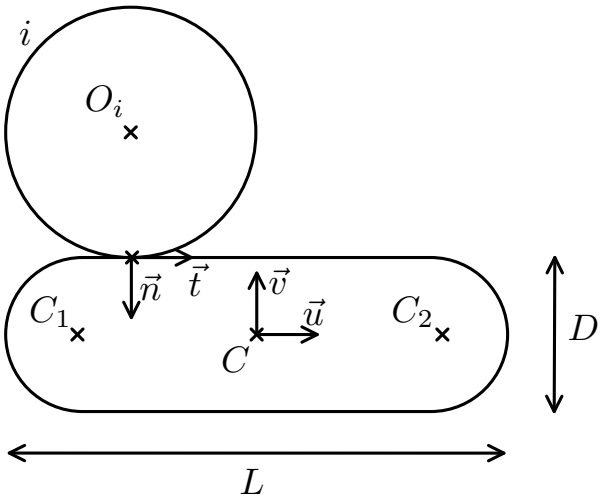


FIGURE 2.6 – *Contact entre une particule i et un intrus k.*

2.4.4 Lois d'interaction

Loi visco-elastique

On appelle F_n la force normale de la particule j sur i. On utilise une loi visco-élastique (figure 2.7a) composée de deux termes tel que :

$$F_n = F_n^e + F_n^\nu \tag{2.12}$$

Pour la **partie élastique** de l'équation 2.12, on pose F_n^e = -$k_n \delta_n$ derivée de l'équation de Hertz (1881) pour des contacts en 2D, où k_n est la constante de raideur et δ_n le chevauchement entre les particules calculé à l'équation 2.3. D'après l'article de Rognon et al. [105], on pose $k_n = E\bar{d}$ avec E le module d'élasticité des particules et $\bar{d}$ le diamètre moyen des particules. On veut quand même vérifier que la raideur du système k_n choisie corresponde à nos attentes. Pour cela on décide d'éffectuer plusieurs cas-test (figure 2.8) :

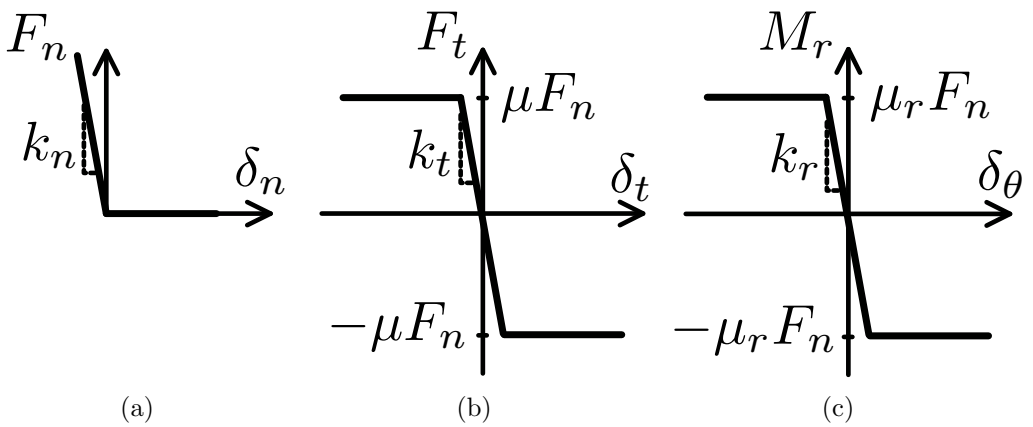


FIGURE 2.7 – *Composantes de la loi de friction régularisée – (a) Contact – (b) Glissement – (c) Roulement.*

1. Le premier consiste (figure 2.8a) à placer une paroi de la largeur de la cellule, de masse $\frac{\bar{d}}{2}\frac{\sqrt{N_b}}{10}$ sur la cellule remplie de N_b particules. La gravité est seulement appliquée sur cette paroi (absence de gravité pour les particules) et elle va donc appuyer sous son poids propre le milieu granulaire. On regarde alors la réponse du système sous cette sollicitation. On s'intéresse notamment au temps de relaxation du système en analysant la vitesse de la paroi en fonction du temps. On s'aperçoit sur la figure 2.8a que la vitesse commence à augmenter car la paroi commence par comprimer le milieu (le milieu granulaire stock l'énergie élastique) puis se relaxe avec une certaine période pour finir par se relaxer complètement lorsque la vitesse de la paroi devient nulle.
2. Le deuxième test consiste à reprendre la configuration du premier cas mais cette fois en appliquant une charge suivi d'une décharge progressive à plusieurs reprises tout en regardant l'indice des vides e du système (figure 2.8b).

Ces deux cas-tests ont permis de vérifier que le système répondait correctement aux sollicitations dynamiques.

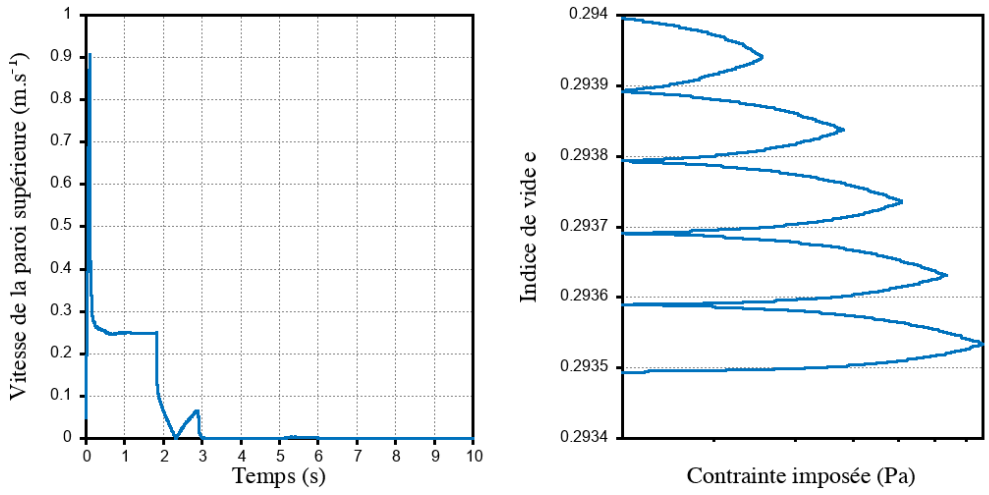
Pour la **partie visqueuse** de l'équation 2.12 utilisée pour dissiper l'énergie lors des collisions entre les particules, $F_n^\nu = \nu v_n$ avec ν le coefficient d'amortissement et v_n la vitesse normale relative entre les deux particules voir l'équation 2.4. D'après l'article de Gilabert et al. [48] en absence de cohésion, le coefficient d'amortissement est relié au coefficient normal du verre $e = 0.9$ tel que : $\nu = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\pi}{\ln e})^2}}$.

Loi de frottement Coulomb

Pour la force de friction, une loi de Coulomb visqueuse régularisée est utilisée [27] :

$$|F_t| \leq F_t^{slip} \tag{2.13}$$

avec $F_t^{slip} = \mu F_n$ où μ est le coefficient de friction du verre sur verre (figure 2.7b). Pour chaque pas de temps Δt, un incrément de la force tangentielle opposée à l'incrément du



(a) (b)

FIGURE 2.8 – *(a) Vitesse de la paroi supérieure en fonction du temps – (b) Indice des vides e en fonction de la contrainte imposée.*

déplacement tangentiel relatif δt est calculé tel que $\delta F_t^{\Delta t} = \text{-}k_t \delta t$ avec k_t la raideur tangentielle au contact. Au temps $t + \Delta t$, la force tangentielle est égale à $F_t^{t+\Delta t} = F_t^t + \delta F_t^{\Delta} t$ voir l'article de Mello et al. [76], où F_t est limitée par la condition de Coulomb.

D'après l'article de Campbell et al. [19], k_t a une faible influence pour les particules en absence de cohésion et est fixé à $\frac{k_n}{2}$.

Pour le moment de roulement M_r, une loi de friction roulement est utilisée voir (figure 2.7c) :

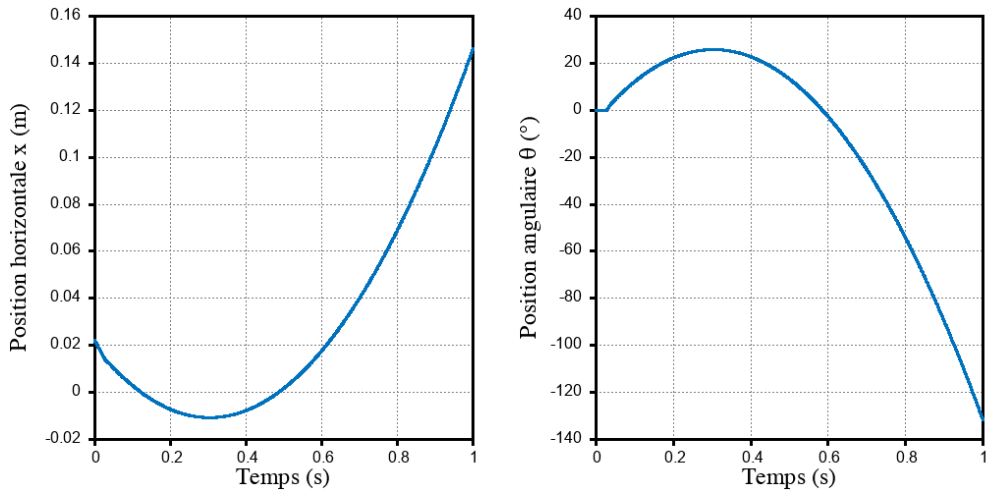
$$|M_r| \leq \mu_r F_n \tag{2.14}$$

avec $\mu_r = \mu \bar{d} 10^{-2}$ le coefficient de friction au roulement. Pour chaque pas de temps Δt, un incrément du moment opposé à l'incrément du déplacement rotationnel relatif δ_θ est calculé tel que $\delta M_r^{\Delta t} = \text{-}k_r \delta\theta$ avec $k_r = \bar{d}^2 k_n 10^{-4}$ la raideur rotationnelle choisie en fonction de l'article de Gilabert et al. [48]. Au temps $t + \Delta t$ le moment de roulement est égal à $M_r^{t+\Delta t} = M_r^t + \delta M_r^{\Delta t}$ où $\delta M_r^{\Delta t} = \text{-}k_r \delta\theta$ où M_r est limité par la loi de friction roulement.

A part k_t, k_r, μ_r tous les paramètres sont choisis à partir des valeurs expérimentales décrites dans la section 2.3.

Afin de vérifier les frottements tangentiel et de roulement, nous avons réalisé un cas-test. Celui-ci consiste à placer une particule au dessus d'une paroi k légèrement inclinée. À l'instant initial t_0, on impose à la particule une vitesse initiale négative v_x opposée à la pente de la paroi. La particule chute sous son poids propre. Si le frottement est correct, la particule devra commencer à rouler dans le sens opposé à la pente puis ralentir et enfin rouler dans l'autre sens c'est à dire dans le sens de la pente. On peut voir sur la figure 2.9a, la position de la particule en fonction du temps t. On remarque que la particule commence par suivre le sens opposé à la pente (la particule va dans le même sens que la vitesse

initialement imposée) puis finie par changer de direction et donc descendre la pente. De même pour la position angulaire présentée en figure 2.9b. Cela permet de conclure que le frottement tangentiel et de roulement pendant la première phase a augmenté pour faire ralentir la particule et s'est donc bien opposé au déplacement.



(a) (b)

FIGURE 2.9 – *Résultat du cas-test permet de vérifier les frottements imposés – (a) Position horizontale x de la particule en fonction du temps – (b) Position angulaire θ de la particule en fonction du temps.*

Loi de cohésion

Les lois précédemment définies sont en absence de cohésion. Cependant il est parfois interessant de travailler avec une cohésion en modélisant une force F_{coh} venant s'ajouter à la force normale. On peut poser :

$$F_{coh} = (\frac{\bar{d}}{2})^2 \pi C_{coh} \tag{2.15}$$

avec C_{coh} le coefficient de cohésion que l'on peut déterminer expérimentalement et qui est propre au matériau utilisé.

2.4.5 Algorithme et optimisation

Dans cette sous-section est détaillée la méthode de l'algorithme utilisé ainsi que l'optimisation effectuée pour réduire le temps de calcul.

Algorithme

Pour obtenir la cinématique du milieu granulaire on utilise des algorithmes d'intégrations qui consistent à calculer les valeurs au pas de temps $t + \Delta t$. Pour effectuer les calculs on utilise des schémas numériques aux différences finies explicites. En supposant une régularité suffisante des grandeurs cinématiques, on peut écrire le développement de Taylor pour une particule i :

$$\begin{aligned}
\vec{x}_i(t+\Delta t) &= \vec{x}_i(t) + \Delta t\vec{\dot{x}}_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t^2\vec{\ddot{x}}_i(t) + ... \\
\vec{\dot{x}}_i(t+\Delta t) &= \vec{\dot{x}}_i(t) + \Delta t\vec{\ddot{x}}_i(t) + ... \\
\vec{\ddot{x}}_i(t+\Delta t) &= \vec{\ddot{x}}_i(t) + ...
\end{aligned} \tag{2.16}$$

On fait de même pour les autres coordonnées y_i et θ_i. On utilise une approche d'intégration indirecte qui fait intervenir une étape de prédiction sur les variables cinématiques puis une étape de correction.

L'Algorithme de velocity Verlet est utilisé dans cette thèse. Il minimise les erreurs d'arrondi et fait un traitement "plus correct" de la vitesse. Les nouvelles positions sont calculées en utilisant l'équation :

$$\vec{x}_i(t+\Delta t) = \vec{x}_i(t) + \Delta t\vec{\dot{x}}_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t^2\vec{\ddot{x}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^3) \tag{2.17}$$

Les vitesses sont calculées à un pas de temps intermédiaire :

$$\vec{\dot{x}}_i(t+\frac{1}{2}\Delta t) = \vec{\dot{x}}_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t\vec{\ddot{x}}_i(t) + \vec{o}(\Delta t^2) \tag{2.18}$$

Avec les équations 2.17 et 2.18 il est possible d'obtenir les valeurs des efforts en utilisant les lois de contact et de frottement. Les $\vec{\ddot{x}}_i(t+\Delta t)$ sont données en utilisant les valeurs de ces efforts ainsi que les équations 2.5. Le calcul des vitesses est réajusté en utilisant :

$$\vec{\dot{x}}_i(t+\Delta t) = \vec{\dot{x}}_i(t+\frac{1}{2}\Delta t) + \frac{1}{2}\Delta t\vec{\ddot{x}}_i(t+\Delta t) + \vec{o}(\Delta t^2) \tag{2.19}$$

Finalement on a globalement pour la vitesse :

$$\vec{\dot{x}}_i(t+\Delta t) = \vec{\dot{x}}_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t(\vec{\ddot{x}}_i(t) + \vec{\ddot{x}}_i(t+\Delta t)) \tag{2.20}$$

Optimisation

Dans la Méthode des Eléments Discrets (DEM), la partie la plus couteuse en temps est le calcul des interactions. Pour calculer l'ensemble des forces agissant sur les particules on doit déterminer au préalable quelles sont les particules au contact. Sur une durée suffisamment courte, les corps n'interagissent qu'avec leurs voisins les plus proche, il est donc inutile de calculer les interactions avec des corps trop éloignés. Il est donc possible pour chaque

particule i d'établir une liste de particules proches qui peuvent potentiellement être en contact (figure 2.10). Cette liste est composée de toutes les particules situées à une distance inférieure à un domaine r_{cut} de la particule i. On pose pour la suite de notre étude $r_{cut} = \bar{d}$. Cette liste est appelée liste de Verlet et est reconstruite tous les N_t pas de temps qu'on pose égale à $2000\Delta t$ avec $\Delta t = 10^{-7}$s en raison de la hauteur importante de chute. Les mêmes paramètres sont utilisés pour les particules comme pour les parois.

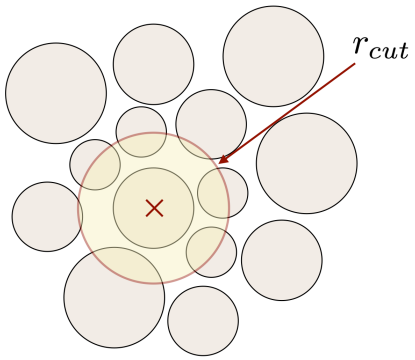


FIGURE 2.10 – *Liste de Verlet utilisée pour l'optimisation du code de calcul.*

2.4.6 Détermination des champs continus

La Méthode des Elements Discrets (DEM) permet de travailler à l'échelle des contacts mais ne permet pas d'établir des cartographies comme la PIV (Vélocimétrie par Image de Particule) par exemple. Voici ici deux méthodes que l'on a développées et utilisées pour réaliser des cartographies de champs de différentes grandeurs. L'avantage étant de pouvoir voir les phénomènes se produisant à une autre échelle.

Méthode coarse-grainée

Cette méthode s'inspire des travaux de Weinhart et al. [134] et d'Algarra et al. [3]. Contrairement aux autres méthodes, cette méthode a l'avantage de satisfaire la conservation des équations mécaniques continues. On commence par créer un domaine de maillage utilisant une grille de noeuds rectiligne de résolution spatiale Δx puis on attribue différents poids à chaque particule située autour d'un point de référence (noeud) en fonction de la distance à ce point. Chaque quantité physique est déterminée à chaque noeud de position $\vec{r}$ en intégrant sur un domaine circulaire de rayon $\sigma = 4\omega$ en utilisant une fonction de lissage permettant de pondérer. Dans notre étude nous utiliserons une fonction Gaussienne en raison de sa forme en cloche (maximale en son centre et nulle à l'infini). Mais il est possible d'utiliser d'autres fonctions comme Dirac ou encore Heavyside.

Afin de vérifier la sensibilité des paramètres, on effectue un cas-test consistant à remplir une cellule de particules et d'appliquer une compression uniaxiale par le haut en absence de gravité. On s'intéresse alors à la contrainte de Von Mises $\sigma_{mises} = \frac{3}{2}\sqrt{s : s}$ avec s le

déviateur tel que $s = \sigma$ - $\frac{1}{3}tr(\sigma)$, tr étant la trace de la matrice. On analyse alors le pdf du rapport de la contrainte Von Mises sur la contrainte Von Mises moyenne pour un instant t donné en faisant varier les paramètres ω et Δx. On remarque sur la figure 2.11 que les paramètres choisis sont corrects. En effet on observe une allure exponentielle décroissante peu fluctuante avec un temps de calcul correct. La partie supérieure (dont la fraction $\frac{\sigma_{mises}}{<\sigma_{mises}>} > 1$) correspond à ce qui pourrait s'apparenter au réseau **fort** représentant environ 40% des efforts et la partie inférieure correspond au réseau **faible** voir le livre de Guyon paru en 2017 [52]. On fixe donc $\omega = \frac{3}{2}\bar{d}$ qui est également dans la gamme des valeurs

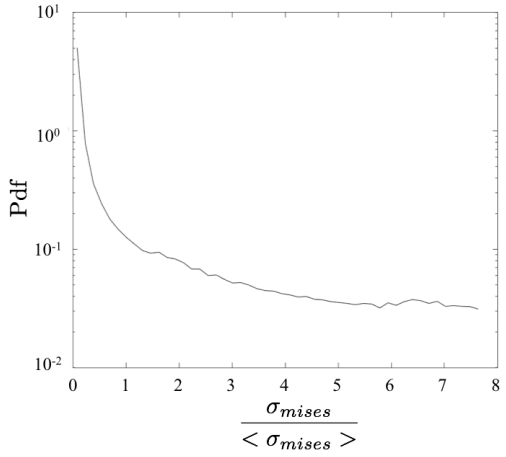


FIGURE 2.11 – *Cas-test pour vérifier les paramètres utilisés pour la méthode "coarse-grainée" ($\omega = \frac{3}{2}\bar{d}$, $\Delta x = \frac{\bar{d}}{8}$).*

proposées par Weinhart et al. [134] et $\Delta x = \frac{\bar{d}}{8}$ (figure 2.12a). On peut noter également que la résolution choisie est **très proche** de celle utilisée pour la PIV.

La fonction Gaussienne utilisée est définie ci-dessous :

$$G(\vec{r}) = V_{\omega}^{-1} \exp(\frac{-r^2}{2\omega^2}) \tag{2.21}$$

voir figure (2.12b) où V_{ω}^{-1} est une constante qui vérifie l'intégrale $\int G(\vec{r})d\vec{r} = 1$.

Pour le champ de **compacité et de vitesse** on trouve dans un problème en 2D :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\sigma} V_{\omega}^{-1} \exp(\frac{-(\vec{r} - \vec{r_i})^2}{2\omega^2}) r dr d\theta = 1 \tag{2.22}$$

La distance $\|\vec{r} - \vec{r_i}\|$ représente la distance du noeud au centre de la particule i. On trouve alors en intégrant sur le domaine de rayon $\sigma = 4\omega$:

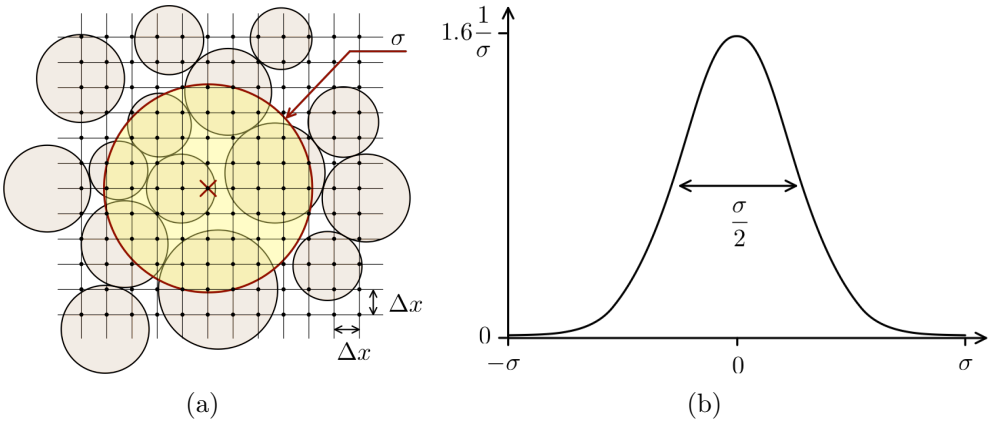


FIGURE 2.12 – *Principe de la méthode "coarse-grainée" – (a) Maillage du domaine – (b) Illustration de la fonction Gaussienne.*

$$\begin{aligned} V_\omega &= \int_0^{2\pi} d\theta[-\omega^2 \exp(\frac{-r^2}{2\omega^2})]_0^\sigma \\ &= 2\pi[-\omega^2 \exp(\frac{-r^2}{2\omega^2})]_0^{4\omega} \\ &= 2\pi(1-\exp(-8)) \end{aligned} \tag{2.23}$$

Dans la mécanique statistique on fait l'hypothèse que la masse de chaque particule est localisée en son centre. La densité de masse microscopique ρ_{mic}, au point $\vec{r}$ au temps t est alors :

$$\rho_{mic}(\vec{r},t) = \sum_{i=1}^{N_b} m_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \tag{2.24}$$

avec $\delta\vec{r}$ la fonction de Dirac et N_b le nombre de particules dans le système.

On peut alors déterminer le champ de densité de masse macroscopique en effectuant le produit de convolution entre la densité de masse microscopique (équation 2.24) et la fonction de lissage (dans notre cas la fonction Gaussienne 2.21).

On trouve alors :

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r},t) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\sigma} \rho_{mic}(\vec{r'},t) G(\vec{r'}) dr' \\ &= \sum_{i=1}^{N_b} m_i G(\vec{r} - \vec{r}_i(t)) \end{aligned} \tag{2.25}$$

avec $\vec{r}$ et $\vec{r}_i$ les positions respectives du noeud et de la particule i. En notant α la composante x ou y dans le repère global, on peut déterminer le moment de densité coarse-grainée p_α suivant α :

$$\vec{p}_\alpha(\vec{r},t) = \sum_{i=1}^{N_b} m_i \vec{v}_{i\alpha} G(\vec{r} - \vec{r}_i) \tag{2.26}$$

On peut ainsi à partir de ces deux champ calculés précédemment (équations 2.25 et 2.26) déterminer le champ de vitesse $\vec{V}_\alpha(\vec{r},t)$:

$$\vec{V}_\alpha(\vec{r},t) = \frac{\vec{p}_\alpha(\vec{r},t)}{\rho(\vec{r},t)} \tag{2.27}$$

On a ainsi montré comment calculer le champ de vitesse dans le repère global pouvant ainsi être comparé au champ obtenu par la méthode de la PIV. Il est possible également de déterminer le champ de contrainte dans le repère global.

Dans le repère global en 2D la matrice de contrainte est donnée par :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{\alpha\alpha} & \sigma_{\alpha\beta} \\ \sigma_{\beta\alpha} & \sigma_{\beta\beta} \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

La symétrie permet d'avoir l'équivalence : $\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\beta\alpha}$.

Le champ de contrainte peut être décomposé suivant deux contributions : une contribution provenant des contacts σ^c et une autre provenant de la cinétique σ^v

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma^v_{\alpha\beta} + \sigma^c_{\alpha\beta} \tag{2.29}$$

On commence par déterminer la partie du champ **cinématique** σ^v de l'équation précédente (équation 2.29) : On pose pour une particule i : $\vec{V'}_i(\vec{r},t)$ la fluctuation du champ de vitesse :

$$\vec{V'}_{i\alpha}(\vec{r},t) = \vec{v}_{i\alpha}(t) - \vec{V}_\alpha(\vec{r},t) \tag{2.30}$$

On trouve alors :

$$\sigma^v_{\alpha\beta} = \sum_{i=0}^{N_b} m_i \vec{V'}_{i\alpha} \vec{V'}_{i\beta} G(\vec{r} - \vec{r}_i) \tag{2.31}$$

Ensuite pour la partie contact σ^c, il faut prendre en compte les interactions entre les particules (i et j) mais également les interactions parois/particules (i et k). Ces interactions sont calculées dans la section 2.4.4. On pose N_k le nombre d'élément k (parois et intrus) On a déterminé des listes de contacts potentiels au paragraphe (section 2.4.5). On travaille sur **les listes de contacts potentiels** à chaque instant t. On determine $\sigma^c_{\alpha\beta}$:

$$\begin{aligned} \sigma^c_{\alpha\beta} = &\sum_{i=1}^{N_b} \sum_{j=i+1}^{N_k} \vec{F}_{ij\alpha} (\vec{r}_i - \vec{r}_j)_\beta \int_0^1 G(\vec{r} - \vec{r}_i + s(\vec{r}_i - \vec{r}_j)) ds \\ &+ \sum_{i=1}^{N_b} \sum_{k=1}^{N_k} \vec{F}_{ik\alpha} (\vec{r}_i - \vec{r}_I)_\beta \int_0^1 G(\vec{r} - \vec{r}_i + s(\vec{r}_i - \vec{r}_I)) ds \end{aligned} \tag{2.32}$$

avec F_{ij} et F_{ik} respectivement les forces d'interaction entre les particules i et j et la particule i avec les parois k. $\vec{r}_I$ représente la position I du contact entre la particule i et la paroi k définie dans la section 2.4.3. Il reste à déterminer la constante V_ω qui vérifie les intégrales de l'équation (équation 2.32). On a d'après l'équation de la Gaussienne 2.21.

$$G(\vec{r} - \vec{r}_i + s(\vec{r}_i - \vec{r}_j)) = V_\omega^{-1} \exp(\frac{-(\vec{r} - \vec{r}_i + s(\vec{r}_i - \vec{r}_j))^2}{2\omega^2}) \tag{2.33}$$

On peut déterminer une primitive G' de G :

$$G' = V_\omega^{-1} \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\omega erf(\frac{\vec{r}-\vec{r}_i+s(\vec{r}_i-\vec{r}_j)}{\sqrt{2}\omega})}{\vec{r}_i - \vec{r}_j} \tag{2.34}$$

La fonction erf est la fonction erreur et se définit par :

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2)dt \tag{2.35}$$

On peut alors prendre la primitive G' de 0 à 1 :

$$[G']_0^1 = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\omega}{V_\omega(\vec{r}_i - \vec{r}_j)}[erf(\frac{\vec{r} - \vec{r}_j}{\sqrt{2}\omega}) - erf(\frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{\sqrt{2}\omega})] \tag{2.36}$$

On fait de même pour la deuxième partie de l'intégrale avec les interactions particules parois :

$$[G']_0^1 = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\omega}{V_\omega(\vec{r}_i - \vec{r}_I)}[erf(\frac{\vec{r} - \vec{r}_I}{\sqrt{2}\omega}) - erf(\frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{\sqrt{2}\omega})] \tag{2.37}$$

Compacité locale : méthode des doubles grilles

On a développé en parallèle une deuxième méthode qu'on a appelé méthode de double grilles (figure 2.13).

1. On commence par une première grille : on définit un pas de temps Δx_1. On le choisit très petit, on le fixe égale à $\frac{\bar{d}}{20}$. On pose $\vec{r}_1$ la position du noeud N_1 dans cette grille. Pour chaque noeud de la grille on attribue soit 0 si il se trouve sur une particule sinon 1. On a donc une grille avec seulement des 1 et des 0.
2. On crée alors une seconde grille de pas Δx_2 tel que $\Delta x_2 > \Delta x_1$. On fixe $\Delta x_2 = \Delta x$, le même pas de temps que dans la méthode coarse-grainée section 2.4.6. On pose également un domaine circulaire de rayon $\sigma = 4\omega$ avec $\omega = \frac{3}{2}\bar{d}$ comme défini (section 2.4.6). On pose $\vec{r}_2$ la position du noeud N_2 dans cette grille. Pour chaque noeud de cette deuxième grille on comptabilise sur le domaine σ le nombre de noeuds de la première grille N_1 qui vaut 0 sur le nombre de noeuds N_1 total compris dans ce domaine. On a alors en chaque noeud N_2 une valeur de la compacité moyenne dans le domaine σ. En le répétant sur l'ensemble du maillage de la deuxième grille on obtient le champ de compacité pour l'ensemble de la cellule sans passer par une méthode de lissage comme pour la méthode précédente.

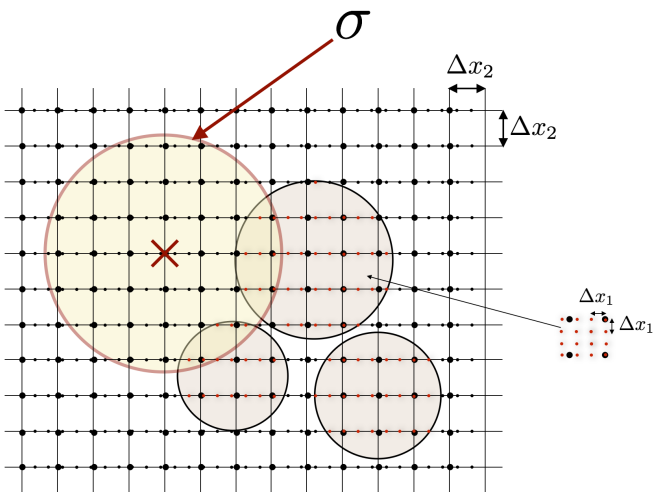
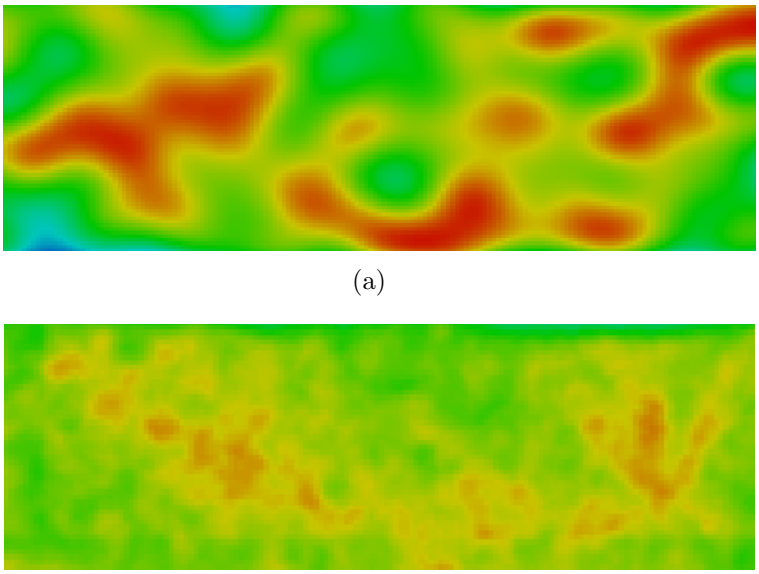


FIGURE 2.13 – *Méthode pixelisée en utilisant une double grille.*

On peut comparer les deux méthodes. Prenons exemple d'un échantillon de particules polydisperses avec un rapport de diamètre de 4 entre la particule la plus grande et la plus petite. Sur la figure 2.14a on peut voir le champ de compacité obtenu par la méthode coarse-grainée avec un gradient de couleur allant du rouge au bleu (le rouge étant la compacité la plus forte), et sur la figure 2.14b le résultat obtenu par la méthode pixélisée en utilisant le même gradient de couleur. Les deux méthodes sont pertinentes on obtient bien des zones de fortes compacité (rouge) et des zones plus libre. En revanche la méthode pixelisée est plus précise notamment au niveau de la délimitation des contours et à la proximité des parois. Elle est cependant plus longue au niveau du temps de calcul et ne permet pas de calculer les autres champ (vitesse, contrainte).

2.5 Conclusion

On a ainsi montré dans ce chapitre une méthode de développement d'un code DEM (Discrete Element Method). On a également illustré certains cas-test permettant de valider le code numérique. Il existe évidement des logiciels mais par cette approche il est possible de travailler sur le déplacement et non la vitesse. Cela permet par exemple de déterminer la durée de vie des contacts. La particularité de notre étude est que l'on se base presque qu'uniquement à des grandeurs physiques déterminées par l'expérience. De plus ce code numérique permet de calculer à chaque pas de temps Δt une approche coarse-grainée des résultats obtenus par DEM. En effet on a montré comment utiliser deux approches expérimentale et numérique pour étudier un phénomène physique comme la remontée d'un intrus dans un milieu granulaire. Ce chapitre nous a donc permis de montrer comment changer d'échelle par exemple d'une échelle discrète à une échelle continue et également comment tester un code alliant DEM et "coarse-graining" à l'aide de cas-test. Tous les paramètres numériques ont été calés à partir de cas test sur des sollicitations très simplifiées.



(a)

(b)

FIGURE 2.14 – *Comparaison des deux méthodes de compacité – (a) Coarse-grainée – (b) Double grille pixelisée.*

Ces paramètres sont fixés une fois pour toute et servent aux simulations de l'ensemble des situations analysées : remplissage de la trémie, versement dans la cellule, équilibre statique de l'assemblage de grains et perturbation par un intrus.

Chapitre 3

Remplissage et statique d'une colonne de grains

Sommaire

3.1 Introduction 49
3.2 Analyse du remplissage de la cellule 51
3.2.1 Contrôle du débit d'alimentation 53
3.2.2 Remplissage vu de la surface libre 55
3.2.3 Remplissage vu du fond 64
3.3 Analyse de l'équilibre mécanique du "packing" 68
3.3.1 Cartographies des contraintes : expérimentale et numérique . . . 69
3.3.2 Profil de contrainte verticale moyenne et au centre 76
3.3.3 Analyse des contacts aux parois 86
3.3.4 Contrainte résultante sur le fond 89
3.4 Activation du seuil de glissement aux parois 94
3.4.1 Description d'une séquence de descente du fond de la cellule . . . 94
3.4.2 Caractérisation de l'influence de l'activation des contacts sur la contrainte verticale moyenne 105
3.4.3 Influence de la largeur de la cellule, du débit d'alimentation et de la hauteur de chute 110
3.5 Proposition d'une interprétation de "l'effet Janssen" et analyse critique du modèle de Janssen 113
3.5.1 Interprétation de "l'effet Janssen" par l'analyse microstructurale 113
3.5.2 Modélisation du profil de contrainte verticale moyenne 115
3.6 Conclusion 119

3.1 Introduction

Ce chapitre présente la mise en œuvre du versement de particules dans une cellule par l'intermédiaire d'un point source de type trémie [133]. Nous proposons l'analyse de la phase de remplissage puis celle de la mise à l'équilibre mécanique. Pour la phase de remplissage, nous nous assurons préalablement du contrôle du débit d'alimentation gravitaire (le débit massique est noté Q) par le contrôle des paramètres géométriques (diamètre des particules : $\bar{d}$ = 1e-3m et diamètre d'ouverture de la trémie (D_h) [2]). Plusieurs configurations de versement sont analysées en fonction de la valeur des paramètres géométriques que sont (i) la largeur de la cellule (L_c), et (ii) la hauteur initiale de chute (H_h). Les valeurs de débits d'alimentation sont comparées à celles calculées par la loi de Beverloo [17]. Les résultats expérimentaux et des simulations numériques sont comparés dans la mesure du possible. En effet, l'expérimentation est effectuée dans une configuration 3D tandis que la simulation numérique est réalisée en 2D. Cette contrainte demande en particulier l'adaptation de la loi de Beverloo à ces deux cas [120]. Une attention particulière est apportée au suivi de la surface libre du tas durant la période de remplissage. Une fois le remplissage obtenu, l'équilibre mécanique du "packing" est décrit. Les mesures expérimentales permettent d'accéder à (i) la valeur de la contrainte moyenne exercée sur le fond de la cellule, (ii) le champ de la contrainte verticale au sein du "packing", et (iii) le profil de contrainte verticale au centre du "packing". La simulation numérique permet d'accéder à un niveau de description beaucoup plus précis à l'échelle de la microstructure (échelle des contacts particule/particule et particule/paroi) jusqu'à une description plus moyennée à l'échelle du "bulk". Dans une première sous-section, les champs de contrainte mesurés et simulés sont comparés. Dans une deuxième sous-section, les résultats sur l'équilibre mécanique dans la masse du "packing" ("bulk") sont tout d'abord présentés puis plus finement au niveau des contacts avec un focus localisé aux parois et à la surface libre. Une réflexion particulière est portée à la description de l'état de contrainte au fond de la cellule.

Une fois ces résultats présentés, leur ensemble est analysé au regard de phénomènes mis en exergue dans la littérature scientifique idoine. Lors de la réalisation d'un tas par un point source, une fois l'équilibre mécanique atteint, on constate expérimentalement [128] la présence d'une zone localisée au fond du "packing" à l'aplomb de la trémie d'alimentation, au sein de laquelle la contrainte verticale est abaissée. Ce phénomène, décrit dans les travaux de Vanel et al. [130] sous l'appellation : "trou du tas", est ici retrouvé et analysé au regard de l'histoire du versement.

Un autre point porte sur la caractérisation de l'équilibre mécanique du "packing" de la colonne. Pour les conditions expérimentales et de simulations réalisées, "l'effet Janssen" relatif à la différence entre poids apparent et poids réel mesurés à la base de la colonne d'une part, et le modèle de Janssen [58] qui décrit le profil de contrainte verticale d'autre part sont analysés et discutés. Les conditions d'obtention de "l'effet Janssen" [7, 22, 33, 127] sont analysées au regard de l'histoire de la mise en œuvre de la colonne (débit d'alimentation Q, hauteur de chute H_h) et de l'état mécanique des contacts grain/paroi. La confrontation entre le profil moyen de la contrainte verticale simulé par la DEM et le modèle théorique

en exponentielle saturante permettent de discuter la validité des hypothèses majeures sur lesquelles est fondé le modèle de Janssen. En particulier, l'établissement du seuil de glissement aux parois fait l'objet d'une description systématique. Ce chapitre se conclut par une proposition de réinterprétation de "l'effet Janssen" en tant qu'effet de bord et une argumentation qui préconise une forte remise en cause de la capacité du modèle de Janssen à décrire le profil de contrainte verticale moyenne dans le cadre de ces hypothèses simplificatrices.

3.2 Analyse du remplissage de la cellule

Cette section est dédiée à la présentation des résultats relatifs au remplissage de la cellule. Les paramètres variables sont la largeur de la cellule (L_c = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3m), le débit d'alimentation (Q = 30, 75, 115g.s^{-1}) dépendant du diamètre de la trémie (D_h = 0.03, 0.047, 0.06m) et la hauteur de chute (H_h = 0.75, 0.85, 0.95m). La figure 3.1 illustre la gamme de variation de la largeur de la cellule, la figure 3.2 présente les tas obtenus pour deux largeurs différentes et la figure 3.3 la gamme de variation de hauteur de chute. Les variations de ces paramètres ne suivent pas un plan d'expérience. Il s'agit juste de mettre en évidence l'influence de ces paramètres, pris indépendamment, sur le remplissage puis sur l'équilibre mécanique résultant.

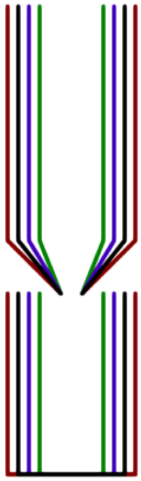


FIGURE 3.1 – *Illustration de la gamme de variation de la largeur de la cellule L_c à hauteur de chute H_h et ouverture de la trémie D_h constantes.*

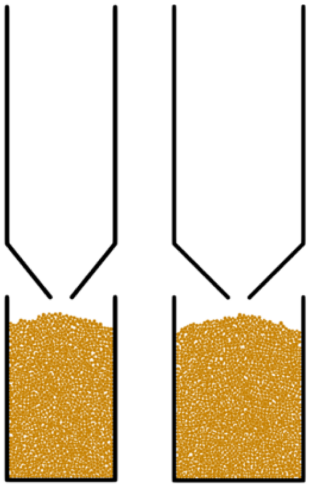


FIGURE 3.2 – *"Packing" résultant du versement dans deux cellules de largeurs différentes – (a) $L_c = 0.1$m, 1600 particules employées – (b) $L_c = 0.12$m, 1900 particules employées.*

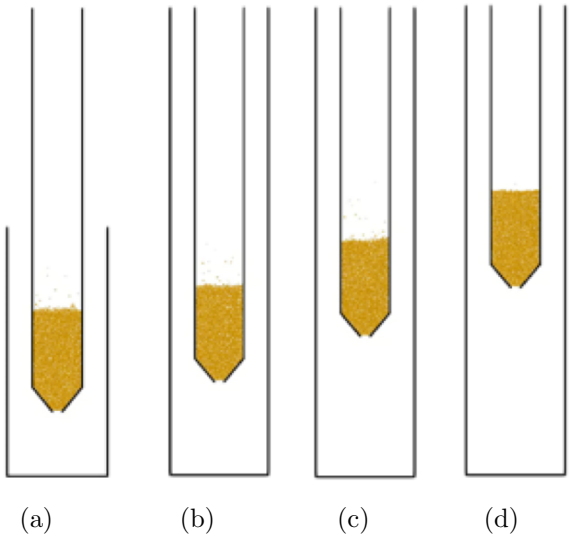
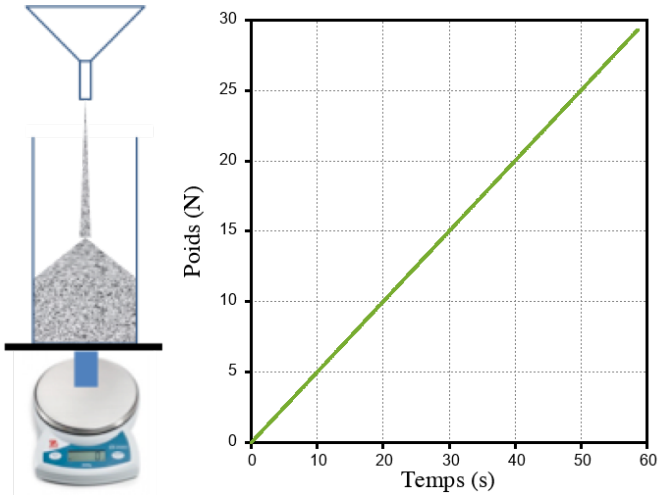


FIGURE 3.3 – *Illustration des essais numériques avec $L_c = 200$mm et $D_h = 20$mm pour différentes hauteur de chute – (a) $H_h = 0.13$m – (b) $H_h = 0.2$m – (c) $H_h = 0.3$m – (d) $H_h = 0.4$m.*

3.2.1 Contrôle du débit d'alimentation

Dans cette section, nous présentons les résultats de contrôle des débits d'alimentation par versement par un point source. La méthodologie de cette expérience consiste à verser une quantité de particules dans la cellule placée sur une balance (figure 3.4a). L'enregistrement de l'évolution du poids (P) montre dans tous les cas l'établissement quasi-instantané d'un régime permanent. Expérimentalement, le débit massique d'alimentation est déduit de la pente de l'évolution linéaire du poids en fonction du temps : $Q = \frac{1}{g}\frac{dP}{dt}$ (figure 3.4b). Numériquement le suivi de l'évolution du poids exercé sur le fond de la cellule est très bruitée et nécessite une prise de moyenne temporelle afin de le lisser. En s'étant assuré que ce débit moyen est bien constant, nous avons choisi de retenir comme valeur le rapport de la masse de particules introduites dans la trémie rapporté à la durée nécessaire pour la vidanger. Cette durée est mesurée entre le passage de la première particule qui chute jusqu'à la dernière particule qui quitte le bout de l'orifice de la trémie. Expérimentalement et numériquement, le diamètre moyen de la population des particules est constant et inchangé. Seul le diamètre d'ouverture de la trémie est modifié pour faire varier le débit d'alimentation. Les différents diamètres d'ouverture de trémie sont imposés sans modifier son angle d'inclinaison égale à 51°. Cet angle a une valeur supérieure à l'angle de friction interne, $\theta = \arctan\mu = 26°$ (qui est aussi dans ce cas l'angle de frottement paroi/particule), ce qui permet d'assurer un écoulement instantané et continu (non intermittent) des particules dès l'ouverture de la trémie.



(a) (b)

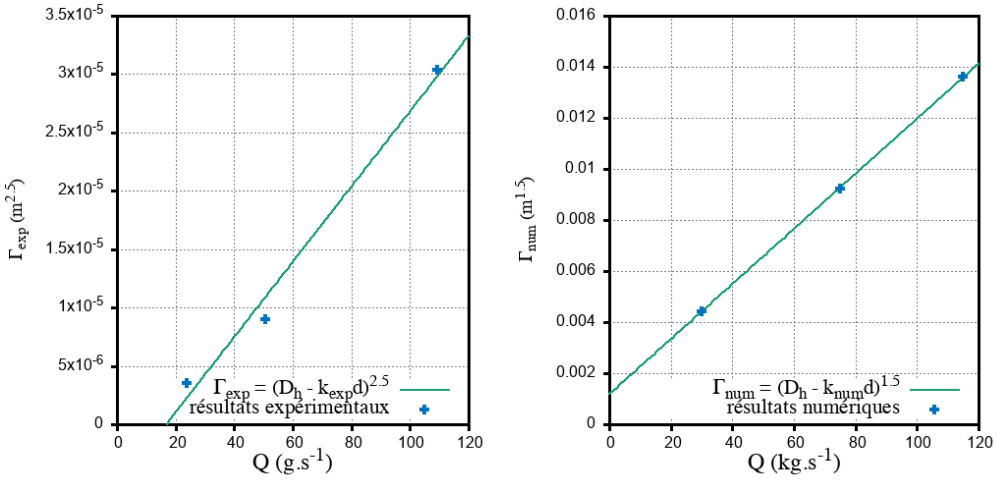
FIGURE 3.4 – *(a) Schématisation de l'expérience de mesure du débit d'alimentation : colonne placée sur une balance reliée à un ordinateur – (b) Illustration d'évolution du poids au cours d'un versement.*

Les débits obtenus vérifient la loi de Beverloo [17] exprimée en 3D pour les résultats expérimentaux et en 2D pour les résultats numériques. La relation de Beverloo considérée

est conforme à Staron et al. [120] :

$$Q = C\sqrt{g}(D_h - k\bar{d})^{N-\frac{1}{2}} \tag{3.1}$$

Après avoir vérifié expérimentalement et numériquement que la compacité dans la trémie ne varie pas significativement durant le versement, nous considérons que la valeur de la compacité est constante dans la loi de Beverloo. On pose $\Gamma = (D_h - k\bar{d})^{N-\frac{1}{2}}$, pour les résultats expérimentaux (3D) $\Gamma_{exp} = (D_h - k_{exp}\bar{d})^{\frac{5}{2}}$ et pour les résultats numériques (2D) $\Gamma_{num} = (D_h - k_{num}\bar{d})^{\frac{3}{2}}$. En faisant varier les diamètres de trémie, Γ_{exp} et Γ_{num} doivent être proportionnels au débit d'alimentation. Cette proportionnalité est respectée pour les trois essais respectivement réalisés expérimentalement (figure 3.5a) et numériquement (figure 3.5b). Les résultats présentés figure 3.5a sont obtenus avec une valeur $k_{exp} = 1.7$ mesurée par Malterre (2017) pour des billes de verre de diamètre 2mm [120]. La valeur de k_{num} est ajustée afin d'approcher au mieux les résultats et est ici égale à 1. Cette vérification préliminaire permet d'assurer l'alimentation à débit constant de la cellule en pilotant seulement le diamètre d'ouverture de la trémie d'alimentation pour les populations de particules considérées.



(a) (b)

FIGURE 3.5 – *Tests de vérification du débit conformément à la loi de Beverloo (équation 3.1) – (a) Expérimental (3D) – (b) Numérique (2D).*

3.2.2 Remplissage vu de la surface libre

En fixant le débit d'alimentation et les caractéristiques géométriques du système, le versement des particules conduit à la mise en place d'un tas contenu entre les parois de la cellule (figure 3.6). L'observation du versement selon une direction transverse met en exergue la formation d'une surface libre entre les particules qui chutent et celles qui rebondissent. Le nuage de particules en mouvement constitue une sorte de gaz granulaire qui surmonte une zone statique dense dans laquelle les particules sont immobilisées au sein d'un réseau de contacts. Les figures 3.6 et 3.7 présentent des séquences d'images illustrant expérimentalement et numériquement l'évolution de cette surface libre au cours du versement.



FIGURE 3.6 – *Observation de l'évolution de la surface libre lors du versement obtenu expérimentalement (largeur de cellule $L_c = 0.1$m, diamètre d'ouverture $D_h = 0.01$m, hauteur de chute $H_h = 0.047$m) à différents instants (à partir de l'instant initial chaque cliché est décalé de 0.5s) – (a) $t = 0.5$s ...– (j) 5s.*

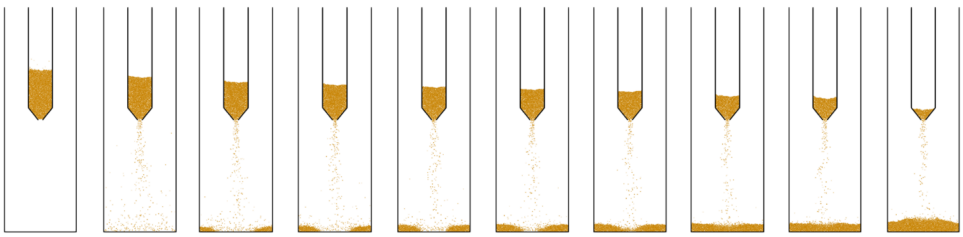


FIGURE 3.7 – *Observation de l'évolution de la surface libre lors du versement à partir de la simulation (largeur de cellule $L_c = 0.1$m, diamètre d'ouverture $D_h = 0.02$m, hauteur de chute $H_h = 0.047$m) à différents instants – (a) $t = 0$s – (b) $t = 0.3$s – (c) $t = 0.5$s – (d) $t = 0.6$s – (e) $t = 0.7$s – (f) $t = 0.8$s – (g) $t = 0.9$s – (h) $t = 1.1$s – (i) $t = 1.2$s – (j) $t = 1.5$s.*

Une fois la trémie ouverte, les premières particules qui chutent gravitairement atteignent le fond à un temps très voisin de $\sqrt{2gH_h} = 0.16$s (figure 3.8a). Pour les configurations

géométriques choisies (largeur de cellule, hauteur de chute, angle et diamètre de trémie) les trajectoires du flux de particules en train de chuter sont comprises dans un cône qui ne touche pas les parois latérales avant d'atteindre le fond de la cellule. Les premières particules rebondissent sur la surface du fond vers les parois latérales qui les redirigent vers le centre de l'écoulement. Elles entrent en interaction avec les particules descendantes. Ce nuage de particules très mobiles est peu dense et peut être assimilé à un gaz granulaire dont le comportement est collisionnel [7]. Les premières particules immobilisées dans le fond de la cellule sont localisées aux extrémités des parois latérales au niveau des angles de la cellule (figure 3.8b). Le "packing" s'initie à ses extrémités et se développe dans un premier temps sous la forme d'une couche localisée au fond de la cellule, présentant un trou qui se ferme progressivement. Une fois le trou central refermé, la surface libre prend la forme classique de délimitation d'un tas (figure 3.8c) jusqu'au remplissage total de la cellule où elle se stabilise avec un angle correspondant à l'angle de repos des particules (figure 3.8d).

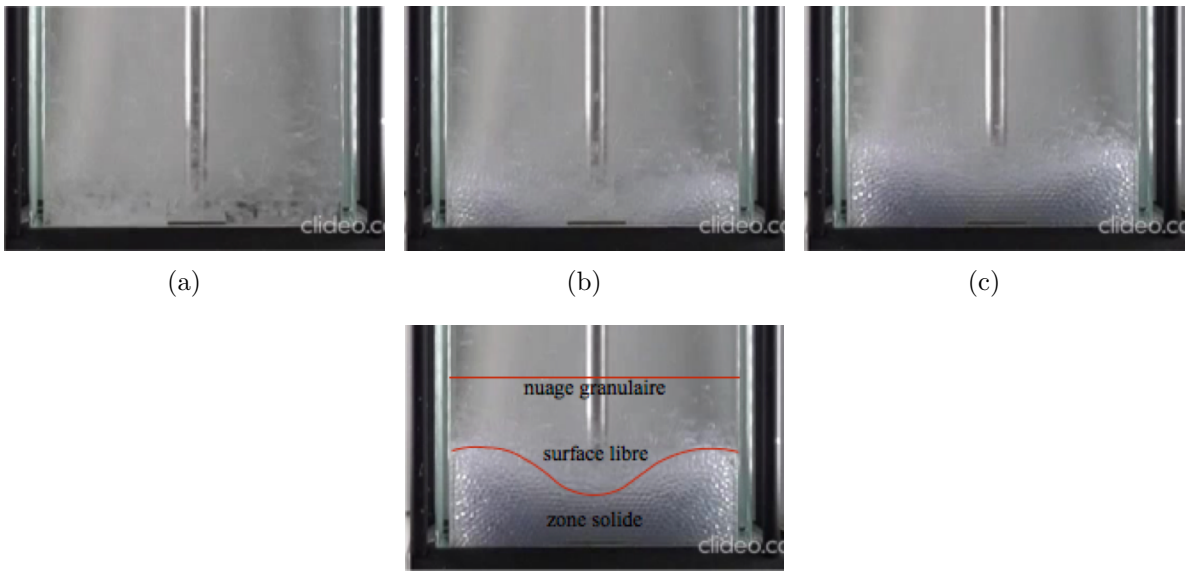


FIGURE 3.8 – *Agrandissement de l'évolution de la surface libre à différents instants – (a) $t = 0.05s$ – (b) $t = 1.5s$ – (c) $t = 3s$ – (d) $t = 5s$.*

Durant les premiers instants de versement, la surface libre entre le "packing" et les particules qui chutent est discontinue. On constate la présence d'un trou central au fond de la cellule qui se referme progressivement. Cette première couche s'initie dans chacun des coins de la cellule en deux demi-couches qui se rejoignent progressivement vers le centre de la cellule. Pendant l'obturation de cette couche (connexion latérale des deux portions de couches), les particules en provenance de la trémie continuent de rebondir sur le fond en maintenant le nuage granulaire au dessus de la surface libre. La zone centrale de la cellule demeure le siège du maximum de collisions avec les particules en chute depuis la

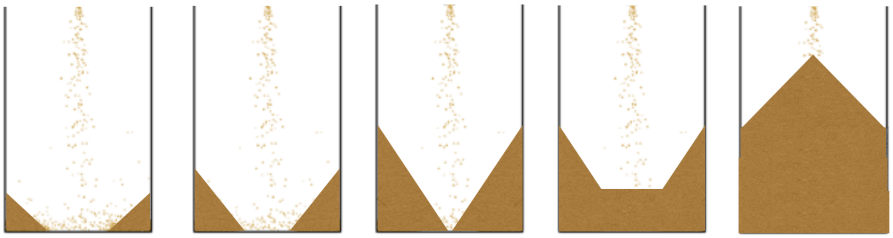
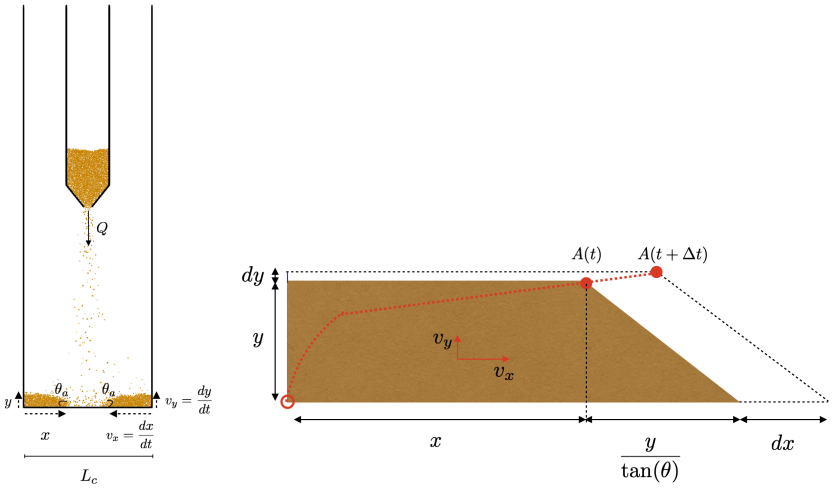


FIGURE 3.9 – *Schématisation de l'agencement des particules lors du remplissage de la cellule – (a)(b)(c)(d) Première phase de fermeture du trou central (cratère) – (e) Poursuite du remplissage avec une structure en tas.*

trémie. Cette caractéristique, liée aux rebonds des particules dans la partie du fond la plus alimentée, induit une hétérogénéité au sein de la couche qui avoisine le fond. La répartition des particules dans cette zone de la colonne ne suit pas un agencement par couches successives mais plutôt selon un dièdre indépendant de chaque coté de la cellule qui se connecte. Une fois cette connexion établie, le remplissage se poursuit par une structuration sous forme de couche puis de tas (figure 3.9).

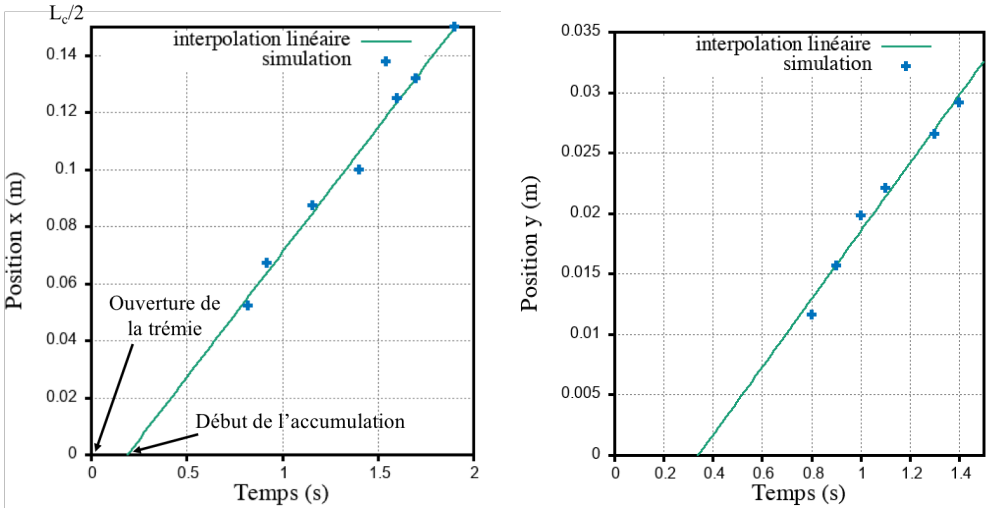
L'histoire de la mise en œuvre du "packing" peut avoir des répercussions sur l'état de contrainte locale au sein de la colonne une fois le remplissage terminé. Aussi, nous allons nous attacher à décrire cette première phase de versement en caractérisant l'évolution de l'extension de cette couche proche du fond. De part les conditions opératoires mises en œuvre, la structure de cette couche ne peut pas être suivie expérimentalement car la fréquence des images de la caméra rapide n'est pas suffisamment petite. Cette analyse se base donc exclusivement sur les résultats de la simulation numérique. Afin de suivre l'évolution des dimensions latérales et verticales de la couche ainsi que les vitesses dans ces deux directions, la figure 3.10 présente le paramétrage retenu. En supposant que la constitution des demi-couches est symétrique, on s'intéresse à l'évolution de la position d'un point particulier noté A tel que décrit sur la figure 3.10b. Ce point A se trouve à la jonction entre la partie plane de la couche et la pente du tas qui s'appuie sur le fond de la cellule (figure 3.10b). Soient x et y respectivement les positions latérale et verticale du point $A(t)$. La connaissance de l'évolution de ces coordonnées permet de décrire la cinématique de la demi-couche, en assimilant la demi-couche à l'association d'un parallélogramme et d'un triangle (figure 3.10b) et en remarquant que l'angle du tas (θ_a) n'évolue pas significativement au cours du remplissage et peut être supposé constant. Les résultats de la simulation numérique font apparaitre que ces deux demi-couches progressent vers le centre de la cellule à vitesse latérale constante selon x (figure 3.11a). Cette vitesse qui est égale à $v_x = \frac{dx}{dt}$ $= 0.088\text{m.s}^{-1}$ reste constante durant toute la phase de fermeture du trou central. L'évolution de l'épaisseur de la demi-couche est aussi linéaire en fonction du temps au premier instant du remplissage (figure 3.11b). Sa vitesse est égale à $v_y = \frac{dy}{dt} = 0.028\text{m.s}^{-1}$. Durant cette première phase, le rapport $\frac{v_y}{v_x}$ reste constant ($\simeq 0.32$) et paramétrise la forme de la

demi-couche.



(a) (b)

FIGURE 3.10 – *Représentation de la première phase de versement – (a) Simulation numérique de la formation de la première couche (L_c = 0.2m, D_h = 0.02m, Q=36.4g.s^{-1}, H_h = 0.047m) – (b) Schématisation des dimensions d'une demi-couche avant obturation du trou central.*



(a) (b)

FIGURE 3.11 – *Evolution de la position du point A (figure 3.10b) issue de la simulation numérique (L_c = 0.2m, D_h = 0.02m, Q=36.4g.s^{-1}, H_h = 0.047m) – (a) Position latérale x – (b) Position verticale y.*

La mise en place de ce régime stationnaire est en phase avec le débit d'alimentation.

Pour une ouverture de trémie de 0.02m, le débit massique de versement des billes de 3mm de diamètre moyen $\bar{d}$ vaut $Q = \frac{dm}{dt} = 36.4\text{g.s}^{-1}$ et le débit volumique est donné par $Q_v = \frac{Q}{\rho} = \frac{dV}{dt}$. Ce débit se scinde en deux parts statistiquement égales pour constituer quasi-symétriquement les deux demi-couches latérales. Conformément à la schématisation adoptée (figure 3.10b), le volume"d'une demi-couche" à un instant t est égal à $\frac{V}{2} = yL(x + \frac{y}{2\tan(\theta_a)})$, avec L la "longueur" des particules de la simulation numérique. En négligeant la quantité de matière qui constitue la fraction de particules du gaz granulaire au-dessus de la couche en formation et en considérant que l'angle du cratère reste constant et égal à l'angle de repos, le bilan de conservation de la matière s'écrit :

$$Q_v = \frac{dV}{dt} = 2Lyv_x + (x + \frac{y}{\tan(\theta_a)})2Lv_y \tag{3.2}$$

Le débit et les vitesses v_x et v_y étant constants, les équations qui donnent l'évolution des coordonnées du point A au cours du temps sont :

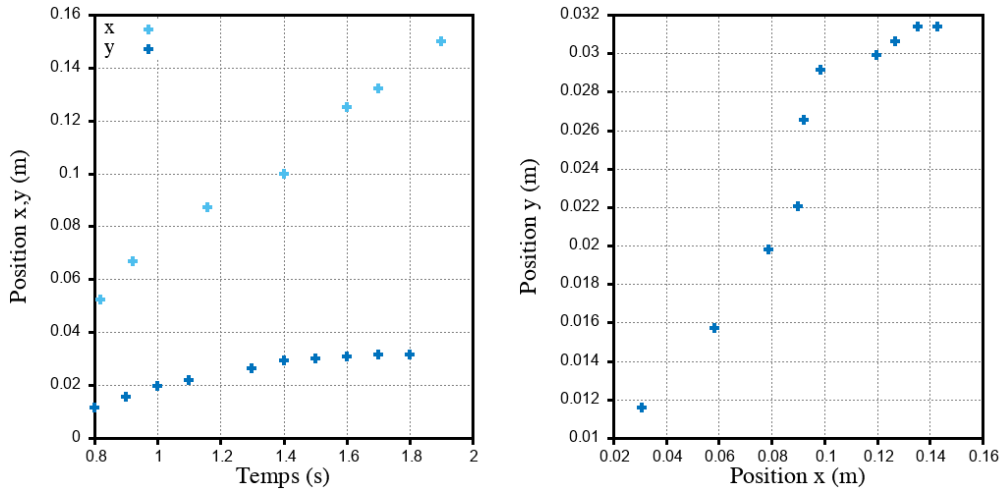
$$x(t) = v_x t + x_o \tag{3.3}$$

$$y(t) = x(t)\tan\theta(\sqrt{1 + \frac{V(t)}{x^2(t)L\tan\theta}} - 1) \tag{3.4}$$

où x_0 est l'abscisse initiale du point A (choisie comme étant un grain positionné dans le coin). Les équations (3.3 et 3.4) sont représentées sur la figure 3.12. Si la vitesse d'extension latérale de la demi-couche (v_x) reste constante durant toute la période de rebouchage du trou central, en revanche la vitesse de croissance de l'épaisseur de la couche diminue après une phase stationnaire. Sur la figure 3.12 est représentée l'évolution des coordonnées du point A jusqu'à ce que le trou soit rebouché. L'épaisseur de la demi-couche se stabilise tandis que sa longueur continue de croître à la même vitesse. Durant cette phase, la vitesse de croissance verticale de la couche est très petite $v_y \ll v_x$. L'épaisseur de la couche peut être considérée comme constante $y \simeq h$. Avec les définitions précédentes, on calcule la vitesse d'avancée d'une demi-couche par :

$$v_x \simeq \frac{Q_v}{4hL} \tag{3.5}$$

En mesurant l'épaisseur vers laquelle tend la demi-couche $h = 0.0314\text{m}$, l'application numérique donne $v_x = 0.11\text{m.s}^{-1}$ ce qui est proche de la valeur trouvée expérimentalement $v_x = 0.088\text{m.s}^{-1}$ et qui correspond à une vitesse de fermeture du trou de trois, quatre diamètres de particules à la seconde. Les vitesses v_x et v_y sont un peu plus petites que la vitesse caractéristique de chute d'un grain sur une distance égale à son diamètre : $\sqrt{g\bar{d}} = 0.1716\text{m.s}^{-1}$. Ce différentiel de vitesse est lié au fait que les particules se déplacent dans un écoulement dense frictionnel. La vitesse de fermeture du trou est en revanche beaucoup plus faible que la vitesse atteinte par les grains qui chutent de la trémie $\simeq 3\text{m.s}^{-1}$. Ce différentiel important indique que la vitesse de fermeture de la couche est indépendante de la hauteur de versement H_h pour les conditions opératoires imposées.



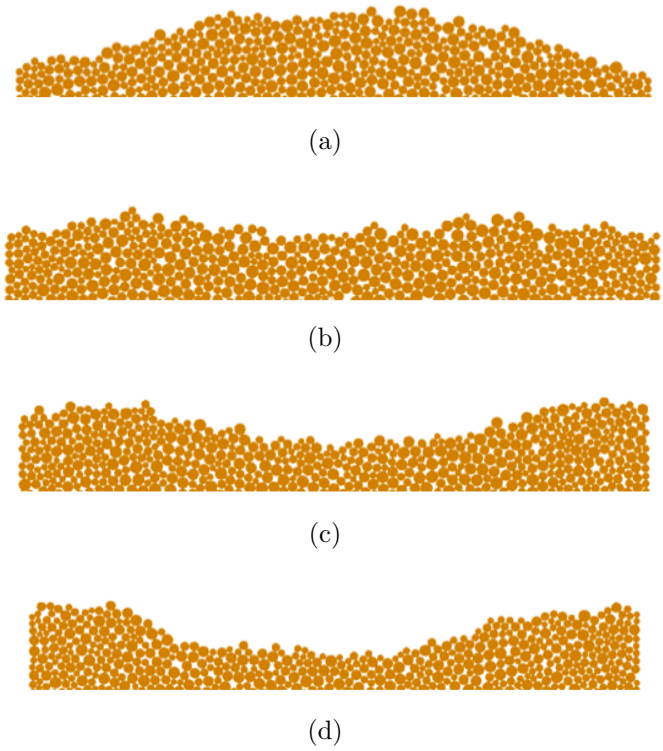
(a) (b)

FIGURE 3.12 – *Evolution des coordonnées du point A d'une demi-couche ($Q = 36.4g.s^1$ et $\frac{v_y}{v_x} \simeq 0.32$) – (a) Représentation temporelle – (b) Représentation en coordonnée carthésienne.*

En revanche, H_h a un impact sur la forme de la surface libre une fois le "packing" réalisé. La figure 3.13 montre que plus la hauteur de chute est importante, plus la surface libre reste sous la forme d'un cratère. Pour une petite hauteur H_h, on observe bien un tas et il existe une hauteur voisine de 0.2m pour laquelle la surface libre est plate, transition entre une forme de cratère et une forme de tas. L'analyse plus précise de la forme de ces surfaces libres (figure 3.14) fait apparaitre que la flèche f et l'angle de repos (θ) ont des valeurs identiques mais de sens opposé entre une forme de tas (petite hauteur de chute $H_h = 0.13$m figure 3.14a) et une forme de cratère (grande hauteur de chute $H_h = 0.4$m figure 3.14d). L'énergie cinétique que les particules transmettent lors de leur chute au "packing" au niveau de la surface libre est structurante pour la forme mais ce sont les dissipations frictionnelles et collisionnelles qui pilotent la vitesse de rebouchage du trou et donc de l'initiation de la surface libre. Une fois le trou rebouché cette couche devient plus homogène latéralement et la colonne de grains s'élève sous la forme d'un tas de pente voisine de l'angle de repos aux fluctuations près [1]. Les particules qui chutent sur la surface libre du tas rebondissent dans des directions plus nombreuses que lorsqu'elles chutaient sur le fond. On constate qualitativement qu'elles sont de moins en moins redirigées vers les parois.

Une fois l'ouverture de la trémie réalisée, les premières particules touchent le fond au bout de 0.16s. On observe l'initiation du "packing" qui s'accumule sur le fond au bout de 0.19s (figure 3.11a). Pour les conditions opératoires retenues, le remplissage total de la cellule et la stabilisation du "packing" s'effectuent en 1.7s.

Durant le remplissage de la cellule, la simulation DEM donne accès à l'établissement du réseau de forces inter-paticulaires dans le "packing" qui s'accumule. Durant les premiers instants du versement, qui correspondent à la fermeture du trou central, le niveau de force le plus intense est localisé au centre du "packing" (figure 3.15). L'étude de la répartition



(a)

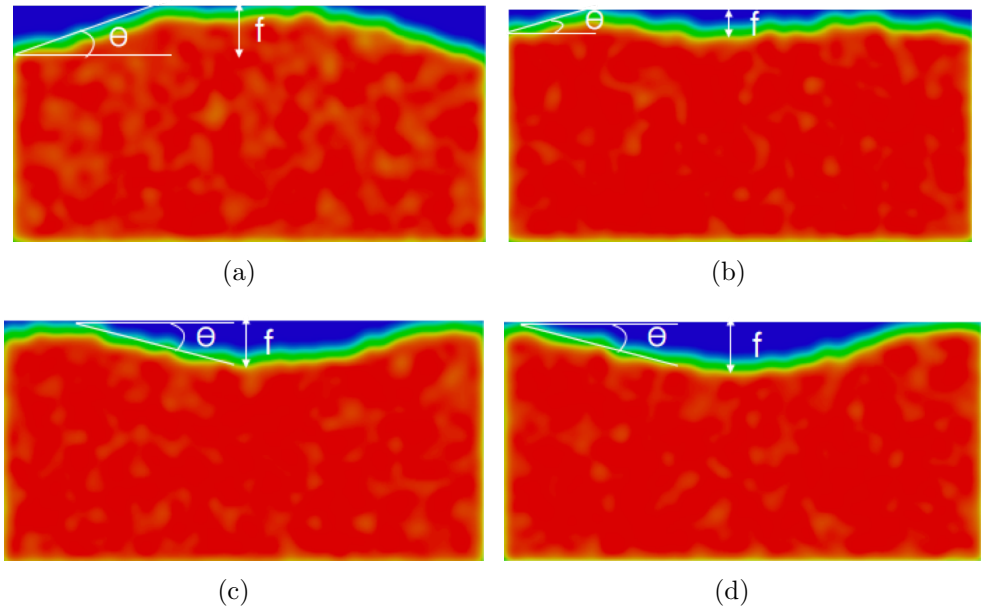
(b)

(c)

(d)

FIGURE 3.13 – *Visualisation de la surface libre du packing à l'équilibre pour différentes hauteurs initiales de chute – (a) $H_h = 0.13$m – (b) $H_h = 0.2$m – (c) $H_h = 0.3$m – (d) $H_h = 0.4$m.*

des forces normales montre que le niveau de force dans les demi-couches latérales est beaucoup plus faible au premiers instants du versement (figures 3.15a et 3.15b). Une fois le trou refermé, le "packing" se développe et le niveau de forces de la couche inférieure ré-augmente sous le poids des particules accumulées au-dessus (figures 3.15cdef). A partir du moment où l'équilibre est atteint la zone proche de la surface libre, qui était le siège des plus fortes intensités de forces normales sous l'action de l'énergie cinétique des particules tombantes, devient la zone de moindre niveau de force (figure 3.15g). Le réseau de forces dans le "packing" possède des caractéristiques dont l'analyse précise fait l'objet de la section 3.3. Nous garderons à l'esprit l'histoire mécanique de ce remplissage dans la description de l'état statique qui lui succède.



(a) (b)

(c) (d)

FIGURE 3.14 – *Analyse de la surface libre du "packing" à l'équilibre (flèche f, angle θ) pour différentes hauteurs initiales de chute – (a) $H_h = 0.13$m – (b) $H_h = 0.2$m – (c) $H_h = 0.3$m – (d) $H_h = 0.4$m.*

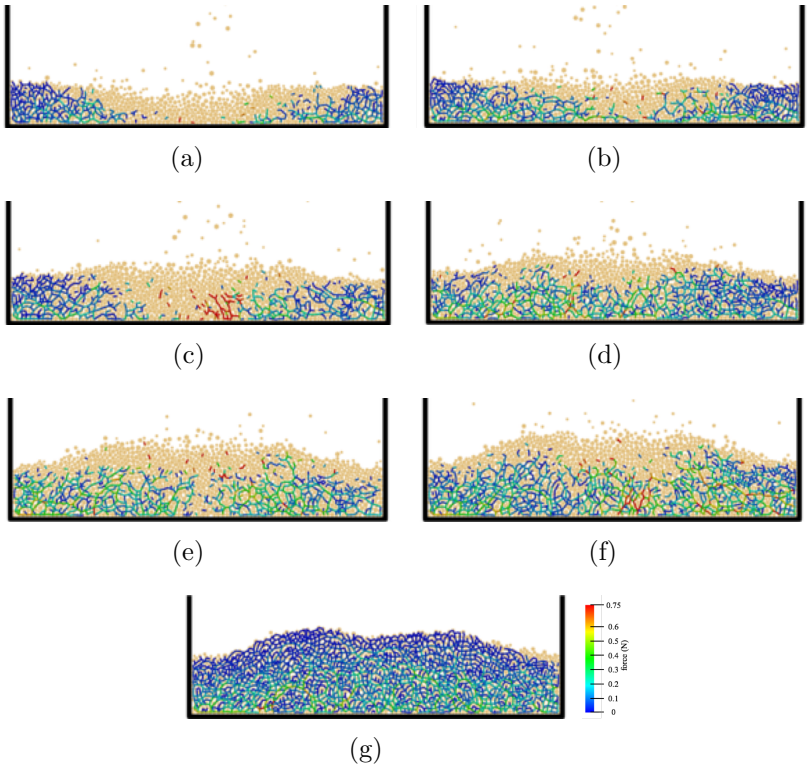
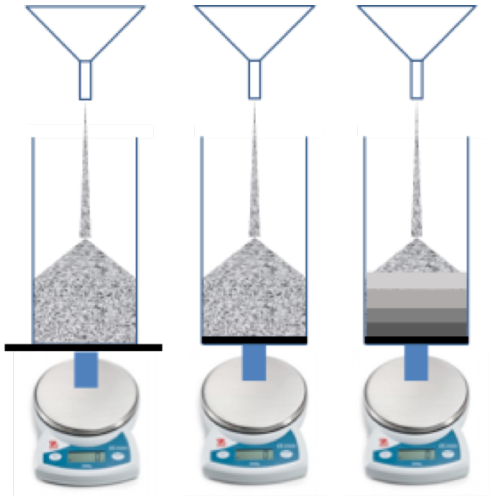


FIGURE 3.15 – *Capture du réseau de forces normales pendant la création de la première couche d'épaisseur h_c à différents instants : – (a) $t = 2s$ – (b) $t = 2.4s$ – (c) $t = 2.8s$ – (d) $t = 3.2s$ – (e) $t = 3.6s$ – (f) $t = 4s$ – (g) $t = 4.4s$.*

3.2.3 Remplissage vu du fond

Dans cette section, on s'intéresse à analyser le versement des particules dans la cellule par la mesure de l'évolution de la force exercée sur le fond de la cellule par le lit granulaire en cours de réalisation. Le dispositif expérimental employé consiste à placer une plaque métallique juste au dessus du fond de la cellule de dimensions très légèrement inférieures de façon à ce qu'elle ne touche pas les parois et qu'aucune particule ne puisse se glisser dans ce gap (figure 3.16b). Cette plaque est fixée au bout d'une tige reliée à un capteur de force (figure 2.2). Cette configuration permet de mesurer le poids apparent du "packing" durant le versement, la mesure n'interagissant pas avec les parois. L'effet de l'interaction entre les parois et le "packing" peut donc être mis en évidence par ce biais. Cette information est complémentaire à celle apportée par le dispositif présenté dans la section 3.2.1 qui quantifie la cinétique de versement par une balance externe à la cellule (figure 3.16a) et qui permet d'accéder à l'évolution du poids sans mettre en évidence l'effet de bord qui agit au niveau des parois latérales de la cellule. Pour schématiser, la configuration présentée à la figure 3.16a correspond à celle d'une balance disposée à l'extérieur de la cellule et la configuration (figure 3.16b) à une balance placée à l'intérieur de la cellule (sans interagir avec les parois). Le versement dans la configuration décrite (figure 3.16b) peut être réalisé par une alimentation continue ou par une alimentation séquencée qui consiste à remplir la colonne par des couches successives (figure 3.16c). Le protocole expérimental utilisé dans la configuration de la figure (3.16c) est proche de celui de Janssen pour caractériser l'état mécanique statique d'une colonne de grains [33, 119]. La principale différence entre le pro-

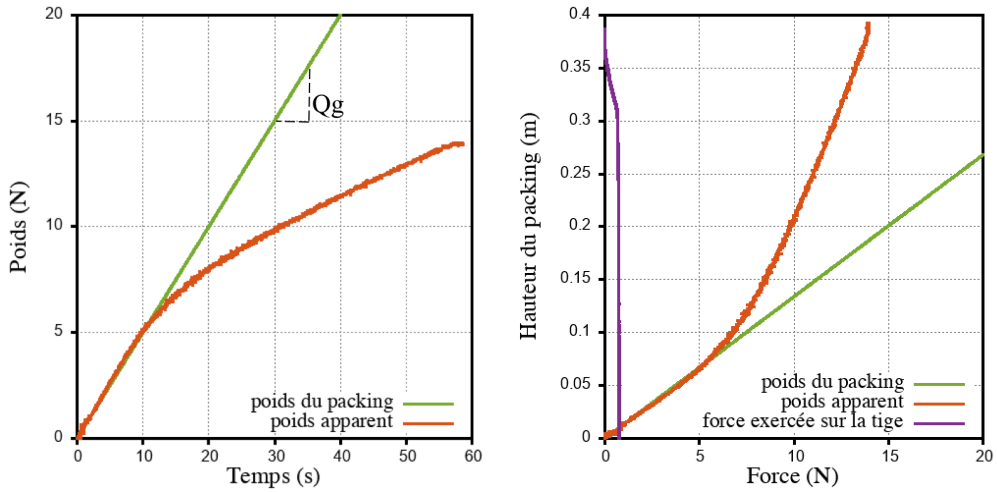


(a) (b) (c)

FIGURE 3.16 – *Schématisation des dispositifs de mesure du poids total et du poids apparent du packing au cours d'un versement – (a) Mesure de la cinétique du poids total – (b) Mesure du poids apparent pour un versement continu – (c) Mesure du poids apparent pour un versement séquencé.*

tocole défini dans ce travail et celui de Janssen tient dans le fait que le plateau placé dans le fond de la cellule est connecté par sa partie basse à une balance (expérience de Janssen) alors qu'il est relié dans sa partie haute dans notre cas. La tige, connectant la plaque au capteur de force, interagit avec le milieu granulaire au cours du versement et il convient de quantifier l'intensité de cette interaction afin de statuer sur son influence et de pouvoir considérer les deux dispositifs comme similaires. Les essais réalisés dans cette partie reprennent les conditions opératoires présentées dans la sous-section précédente. Pour les simulations numériques, le calcul de la force exercée sur le fond de la cellule par le "packing" est effectué à chaque pas de temps au niveau des contacts grain/paroi. Les composantes de chaque force au contact avec le fond (F_n, F_t) sont projetées sur l'axe vertical. La résultante constitue la contribution du poids du "packing" et de l'énergie cinétique du nuage granulaire transmises au fond de la cellule. La somme de toutes ces résultantes constitue l'intensité de la force apparente exercée sur le fond à chaque instant. Lorsque le milieu est stabilisé cette force apparente représente le poids apparent exercé sur le fond. La stabilisation des fluctuations de la force durant un essai de versement est obtenu assez rapidement. Une fois la première couche déposée, la contribution du poids du "packing" stabilisée est plus importante que celle de l'énergie cinétique du nuage de gaz. Aussi, hormis les premiers instants de versement la force apparente pourra être assimilée au poids apparent. Par abus de langage, nous utiliserons l'expression de poids apparent au fond de la cellule pour mesurer cette force. Nous illustrons ces résultats par un exemple qui correspond aux conditions suivantes pour la partie expérimentale ($H_h = 0.447$m, $D_p = 0.011$m, $L_c = 0.1$m) et pour la partie numérique ($H_h = 0.75$m, $D_p = 0.03$m, $L_c = 0.1$m).

Les courbes présentées (figure 3.17) correspondent à une acquisition toutes les 0.3s pour les expérimentations et de l'ordre de la milliseconde pour les simulations. Pour la partie expérimentale 8 hauteurs de couche (0.02, 0.038, 0.069, 0.1, 0.16, 0.25, 0.32, 0.39m) et pour la partie numérique 11 hauteurs de couche (0.019, 0.035, 0.063, 0.095, 0.15, 0.23, 0.31, 0.37, 0.42, 0.51 et 0.7m) sont considérées . Dans chaque essai, le débit d'alimentation est constant. L'évolution du poids mesuré par une balance extérieure à la colonne de grains (figure 3.16a) est linéaire dans le temps (figure 3.17a). En notant m_v la masse versée au niveau de la trémie d'alimentation telle que $m_v(t) = \int Q dt$ et en négligeant le temps nécessaire à la chute des grains (0.16s) le poids P perçu par la balance s'écrit $P(t) = Qgt$ avec Q conforme à la loi de Beverloo (3.1). A un instant t, la hauteur du packing $h(t)$ est égale à : $h(t) = \frac{Qt}{\rho\phi\Omega}$, avec Ω la section de la cellule. Sur la figure (3.17b) est reportée la hauteur de couche qui surmonte le fond de la cellule en fonction de la valeur du poids. Lors du versement le poids apparent mesuré à la base de la cellule (figure 3.16b) présente une cinétique différente. La figure 3.17a montre que la cinétique du poids apparent est confondue à celle du poids total dans les premiers instants de versement, puis à partir d'un certain temps elle s'en distingue en prenant des valeurs qui lui sont inférieures. Les conditions opératoires qui correspondent aux résultats figure 3.17 sont telles que la surface libre du "packing" final a la forme d'un tas (figure 3.13a). Durant la période pour laquelle le poids apparent et le poids total sont confondus, on observe que la fermeture du trou central est réalisée et que la couche s'uniformise et prend la forme d'un tas. A



(a) (b)

FIGURE 3.17 – *Cinétiques des poids total et apparent expérimentalement mesurés – (a) Evolution en fonction du temps – (b) Evolution en fonction de la hauteur de "packing" déposé.*

partir de ce changement de forme de la surface libre, essentiellement localisé au centre du "packing", on peut supposer que les interactions entre la colonne de grains et la paroi deviennent beaucoup plus significatives. La diminution du poids apparent pourrait alors être attribuée au déflichissement du poids des particules vers les parois. Cette explication potentielle de la diminution du poids apparent n'est cependant pas fondée sur l'analyse locale de la transmission des efforts à la paroi. Il convient donc d'effectuer une analyse de la qualité de l'interaction grain/paroi afin de la qualifier précisément. Cette explication repose sur l'évocation d'un effet de voûte communément observé dans les milieux granulaires soumis à une sollicitation de compression. Pour une sollicitation de compression verticale (empilement progressif des grains qui peut être assimilé à ce type de sollicitation), les simulations numériques et les expérimentations de type photoelasticité [130] ont mis en évidence le rôle du réseau fort dans le défléchissement latéral des efforts verticaux. En conséquence l'évocation de l'établissement progressif d'un effet de voûte au cours d'un versement constitue une explication plausible de la diminution du poids apparent. Nous discuterons plus en détail ce point dans la section suivante où nous analyserons le réseau de forces en particulier au niveau des contacts grain/paroi. En utilisant la relation entre le temps écoulé et la hauteur du "packing", ce résultat traduit en quantité de particules déposées (figure 3.17b) est retrouvé. Afin de quantifier l'influence de la tige sur ces résultats expérimentaux, la force exercée par le "packing" sur la tige au cours du versement a été mesurée (figure 3.17b). On constate que la tige perçoit une partie des efforts transmis par le "packing". Aux premiers instants du versement, cette interaction est quasiment nulle puis elle augmente progressivement pour se stabiliser à une valeur qui n'excède pas 7% du poids apparent. Cette valeur est significative et impacte celle du poids apparent mesuré.

En revanche, comme elle est constante pendant presque toute la durée de l'essai, il est possible de supposer que la tige n'a pas d'influence sur l'allure du phénomène ainsi que sur les éléments d'explication formulés plus haut.

Quoiqu'il en soit, l'influence de la tige est totalement négligeable aux premiers instants du versement. Aussi, nous proposons d'effectuer un essai pour lequel l'alimentation est séquencée ce qui correspond à un remplissage de la cellule par petites couches (figure 3.16c). Dans cette configuration, le temps de versement étant suffisamment court pour ne pas considérer l'influence de la tige sur le poids apparent mesuré à la base de la cellule à l'issue de chaque remplissage par couche. Cette mesure correspond à une situation d'équilibre mécanique. La représentation de ces résultats expérimentaux sur la cinétique du poids apparent confirme que la présence de la tige a finalement peu d'influence. En effet, les évolutions du poids apparent mesurées au cours d'une alimentation continue ou séquencée sont superposées (figure 3.18a). On retrouve par la simulation numérique la confirmation de ce

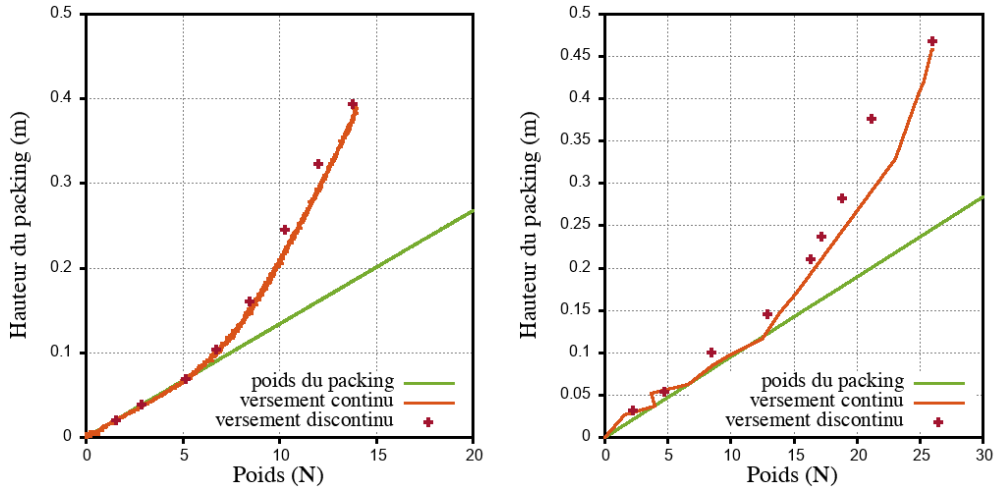


FIGURE 3.18 – *Evolution du poids total et du poids apparent en fonction de la hauteur de couche imposée – (a) Résultats expérimentaux – (b) Résultats de la simulation numérique.*

résultat observé expérimentalement, à un petit écart près (figure 3.18b). L'évolution du poids apparent est donc la même qu'entre un versement continu ou bien par successions de mise à l'équilibre mécanique (couche par couche) ce qui est très surprenant. L'évolution du poids total peut être modélisée par la loi de Beverloo [17]. La modélisation de l'évolution du poids apparent en fonction de la hauteur de couche constitue une problématique à laquelle nous allons essayer d'apporter une contribution en proposant une interprétation de "l'effet Janssen" dans la section 3.5.1. La figure 3.18, dans laquelle les résultats expérimentaux (a) et numériques (b) pour les deux modalités de versement sont similaires, confirme la pertinence de la simulation numérique 2D quant à sa capacité à décrire l'expérience conduite en condition 3D et renforce le degré de fiabilité que l'on porte au modèle théorique. Nous remarquons que la configuration de versement couche par couche est comparable à la célèbre

expérience de Janssen. En effet, comme détaillé dans la section 1.2.1 l'expérience de Janssen, qui consiste à mesurer le poids à la base d'une colonne remplie couche par couche de grains, montre que la valeur du poids apparent en fonction de l'épaisseur de la couche déposée suit une allure exponentielle saturante. L'analyse de ce phénomène par Janssen consiste à assimiler l'évolution de ce poids apparent au profil de pression dans la colonne et à la corroborer à l'établissement d'un modèle qui repose sur le bilan des efforts sur une couche de grains. L'allure de l'évolution du poids apparent en fonction de la hauteur de "packing" déposé, issue de nos expériences, comporte une analogie avec le résultat de Janssen. Cette courbe représentant la cinétique du poids apparent se superpose à celle du poids mesuré en condition statique, de couches dont on fait varier l'épaisseur. Dans quelle mesure ce résultat peut-être rapproché de "l'effet Janssen" ? Dans quelle mesure les courbes de poids apparent présentées figure 3.17 peuvent être comparées au profil de pression défini par le modèle de Janssen ? Si cette comparaison pouvait être établie, et qu'elle conduisait à considérer la cinétique de poids apparent comme l'équivalent du profil de pression dans le "packing". Alors nous aurions montré que "l'effet Janssen" ne serait pas strictement relatif à un équilibre mécanique. Ce constat indiquerait en conséquence que "l'effet Janssen" pourrait être issu d'une origine dynamique. Cette hypothèse a été déjà suggérée par les travaux du groupe de Lyon [2] qui ont observé la manifestation d'un "effet Janssen" dynamique lors de la vidange d'un silo. Nous discuterons plus en avant les interrogations que nous venons de soulever dans la section suivante.

3.3 Analyse de l'équilibre mécanique du "packing"

La population de particules est disposée dans la trémie d'alimentation puis versée dans la cellule. Différentes quantités de particules conduisant à différentes hauteurs de lit (H_b = 0.019, 0.035, 0.063, 0.095, 0.15, 0.23, 0.31, 0.37, 0.42, 0.51, 0.69m pour les essais numériques) sont choisies (figure 3.19). L'analyse de l'équilibre du "packing" post-versement est réalisée à partir d'une expérience permettant d'obtenir la contrainte verticale locale (échelle d'une petite pâle) et la contrainte moyenne agissant sur le fond. Les simulations numériques permettent de travailler à de plus grandes hauteurs que les essais expérimentaux et d'accéder à une quantité de paramètres infiniment supérieure : les forces au niveau de chaque contact grain/grain et grain/paroi. Dans cette section, nous comparons dans la mesure du possible les approches expérimentales et numériques et présentons les résultats suivants de manière factuelle : 1) la cartographie des contraintes dans le "packing", 2) les profils de contrainte moyenne, 3) l'état des contacts aux parois, et 4) l'état de contrainte observé au fond de la cellule. Leurs discussions critiques seront développées dans la section 3.4.

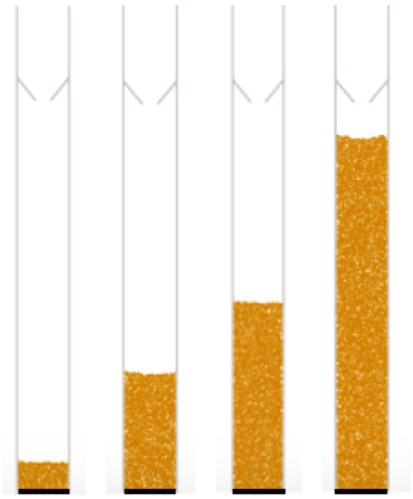
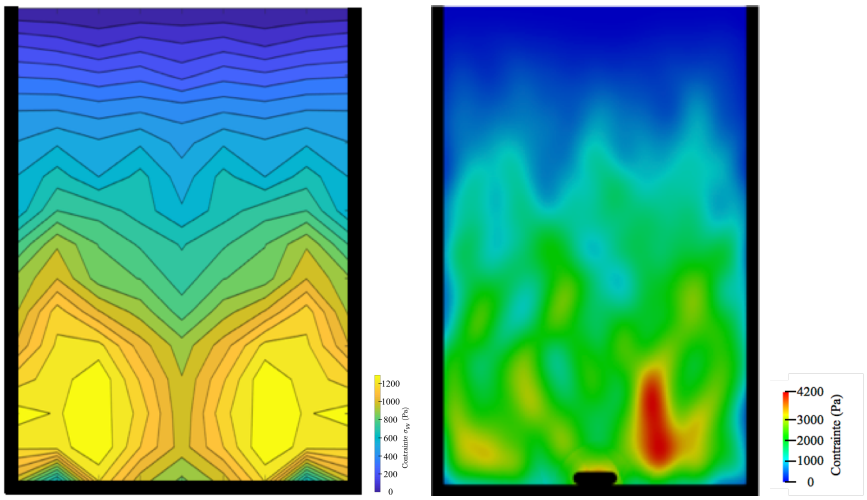


FIGURE 3.19 – *Représentation du dispositif numérique pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.095$m – (b) $H_b = 0.36$m – (c) $H_b = 0.42$m – (d) $H_b = 0.69$m.*

3.3.1 Cartographies des contraintes : expérimentale et numérique

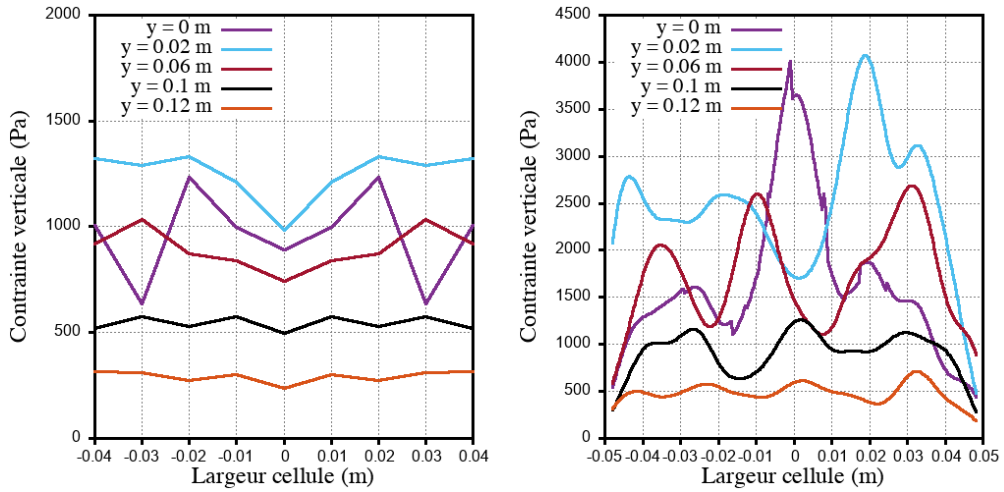
Le champ de contraintes verticales a été expérimentalement mesuré en utilisant le dispositif (figure 2.1) et une pâle de 1cm de large placée sur un maillage de 1cm de côté d'une demi-cellule (figure 2.3). Les résultats obtenus dans une demi-cellule pour des billes de verre de diamètre moyen de 1mm sont présentés figure 3.20a, en supposant une symétrie du champ de contraintes verticales. A partir de la surface libre ($y = 0.14$m), $\sigma_{yy}(x, y)$ est latéralement uniforme et sa valeur augmente linéairement avec la profondeur dans la zone colorée en bleu (figure 3.20a). Cet état de contrainte est analogue à celui d'un fluide à l'équilibre au cisaillement local près : i) état de contrainte isotrope et quasi-sphérique et ii) linéarité de la pression avec la profondeur. L'état mécanique de cette première couche peut être qualifié de "pseudo-hydrostatique". A partir d'une profondeur voisine de 0.1m la contrainte $\sigma_{yy}(x, y)$ perd son uniformité latérale (figure 3.21a) qui s'amplifie avec la profondeur jusqu'au fond de la cellule. Dans toute cette zone, l'état de contrainte le plus intense n'est pas observé au centre de la cellule mais dans les parties latérales. La contrainte maximale est située dans une couche positionnée à une vingtaine de grains du fond. Dans une couche proche du fond ($\simeq 0.04$m d'épaisseur), la distribution des contraintes verticales peut être attribuée à la résultante du mécanisme de renfermement du trou central observé au cours du versement. Ce phénomène, généralement observé à la base d'un tas de particules non cohésives généré par le versement d'un point source, est denommé le "trou du tas". Il a été décrit par Vanel et al. [130] pour des tas de billes de verre dont la surface latérale est laissée libre. Les figures 3.20a et 3.21a montrent en effet que $\sigma_{yy}(x, 0)$ a un profil voisin de la "bosse de chameau" [130]. La contrainte verticale au centre de la base du packing



(a) (b)

FIGURE 3.20 – *Représentation isocontrainte de la cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour des billes de verre – (a) Mesure expérimentale sur une demi-cellule – (b) Résultat du "coarse-graining" de la simulation DEM.*

est en dépression par rapport à son voisinage direct. Ce type de distribution a aussi été observé par Mandato [70] sur des milieux granulaires cohésifs. La figure 1.11b présente la cartographie des contraintes verticales d'un milieu granulaire cohésif (la semoule) déterminée dans les mêmes conditions que cette étude. La différence entre les deux champs de contraintes tient dans le fait que lors du versement, le milieu cohésif forme directement un tas sans le trou central observé avec un matériau pulvérulent. Par contre pour les couches voisines de la surface libre, la distribution de $\sigma_{yy}(x, y)$ est identique dans les deux cas. Le résultat de la simulation numérique montre que le champ de contraintes verticales calculé est comparable à l'expérience (figure 3.20b). L'analyse des profils latéraux (à y fixé) permettent de mieux visualiser la variation des contraintes (figure 3.21b). On retrouve dans les deux analyses une zone "pseudo-hydrostatique" dans la partie haute du "packing", puis σ_{yy} augmente avec la profondeur en perdant son uniformité latérale jusque dans le fond de la cellule où l'inhomogenéité latérale est très forte. Des simulations ont été réalisées avec des hauteurs de "packing" comparables mais en retirant la pâle du centre du fond de la cellule (figure 3.22). Dans ces cas testés, on observe aussi une zone "pseudo-hydrostatique" dans la partie haute, puis une zone de transition après laquelle la contrainte fluctue latéralement jusque dans le fond de la cellule. Le résultat le plus surprenant est que la contrainte maximale est observée au centre et à la base du fond de la cellule (zone rouge). Ces simulations ne corroborent pas la présence du "trou du tas" contrairement à la situation décrite figure 3.20b. Nous avançons une explication de ce résultat contradictoire qui tient dans la différence des conditions expérimentalement testées. L'état de contrainte d'un "packing" est résultant des interactions qui se sont déroulées au cours du versement et de la relaxation des contraintes pour l'arrangement granulaire obtenu. Les expériences physiques qui



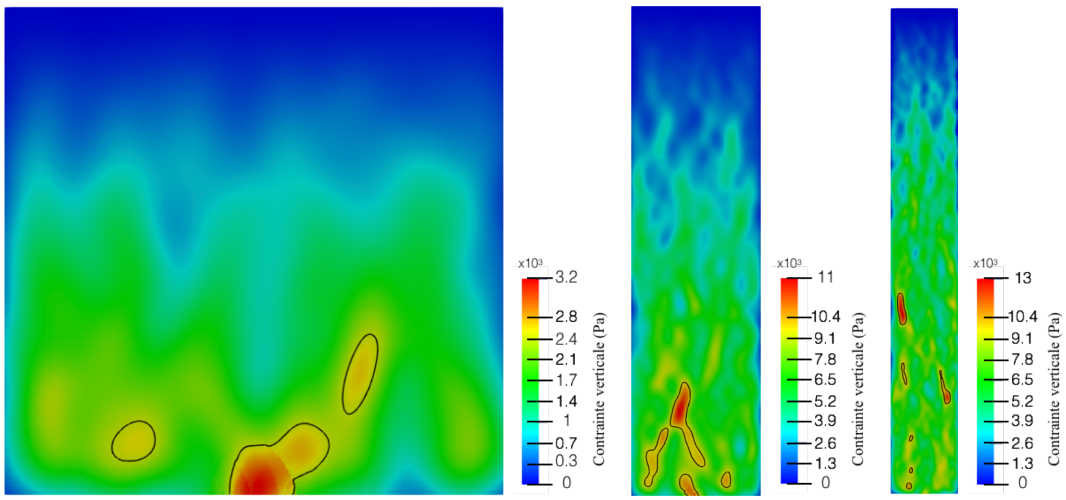
(a) (b)

FIGURE 3.21 – *Profil de la contrainte verticale à plusieurs hauteurs données : $y = 0m$, $y = 0.02m$, $y = 0.06m$, $y = 0.1m$, $y = 0.12m$ – (a) Expérimental – (b) Numérique.*

permettent de mesurer la contrainte verticale, introduisent un biais au niveau de la mesure de la contrainte au centre et sur le fond de la cellule. Cette partie centrale est celle qui reçoit l'alimentation en particules lors du versement et où l'on observe le trou central qui se referme progressivement. La présence de la pâle dans cette zone minimise l'intensité des contraintes locales (figures 3.20b). Pour les autres contraintes mesurées en $y = 0$m (reste du fond hormis le centre), ce biais est moins important. En effet comme décrit dans la sous-section 3.2.2, le fond se recouvre de grains par la fermeture du trou central. Ainsi les particules viennent latéralement au contact de la pâle. La pâle, positionnée sur le fond hors de la zone centrale, est ainsi moins soumise aux interactions directes avec les particules qui chutent. Le recouvrement latéral de la couche de fond (décrit dans la sous-section 3.2.2) est retrouvé numériquement (figure 3.20b). En l'absence d'un capteur, situé au centre et sur le fond de la cellule et correspondant exactement à la zone d'alimentation, le phénomène du trou du tas ne serait peut-être pas observable dans nos conditions de "packing" entre des parois latérales. Comme observé par Vanel et al. [130], le "trou du tas" disparait lorsque le versement est effectué par pluviation. La situation spécifique d'alimentation d'un tas par son centre est la cause majeure de la dépression observée au centre. Dans une situation de tas formé au fond d'une cellule, le versement par un point n'assure que partiellement ces conditions. En effet, il se forme un gaz granulaire au-dessus de la surface libre à cause des multiples rebonds sur les parois et ce nuage de particules qui chute constitue une sorte de pluviation secondaire. Il est donc possible que la présence physique d'un objet au fond et au centre de la cellule perturbe suffisamment cette homogénéisation secondaire du flux de particules ce qui permet de retrouver le "trou du tas". Hormis le centre sur les figures 3.20 et 3.24, on observe aussi sur le fond et en particulier dans les angles un abaissement de l'intensité des contraintes. Le fond impose un effet de bord qui apparait aussi le long des

parois latérales (figure 3.24).

La figure 3.22 permet de comparer les cartographies obtenues pour différentes hauteurs de lits et une même largeur de cellule. Les largeurs des cellules ne respectent pas les échelles par soucis de visualisation. Les contours délimitent les zones qui représentent une valeur de 25% de la contrainte maximale. Ces simulations font systématiquement apparaitre une zone "pseudo-hydrostatique" dont l'épaisseur varie exponentiellement avec la hauteur du lit (figure 3.23).



(a) (b) (c)

FIGURE 3.22 – *Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1m$ et pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.095m$ – (b) $H_b = 0.36m$ – (c) $H_b = 0.69m$.*

Cette épaisseur, notée λ_M en référence à Mandato [70] qui a été la première à l'identifier, suit une loi exponentielle saturante : $\lambda_M(H_b) = \lambda_M^\infty(1 - \exp(-\frac{H_b}{h_L}))$ (figure 3.33). λ_M tend vers une valeur limite λ_M^∞ qui n'a pas fait l'objet d'une détermination dans ce travail.

Pour les petites hauteurs H_b, la zone correspondant à la contrainte verticale maximale (zone rouge dans les figures 3.22 et 3.24) se décale plus haut en se re-repartissant dans le "packing" à mesure que H_b augmente. Un agrandissement sur les dix premiers centimètres à partir du fond (figure 3.24) semble mettre en évidence un "allègement" la partie basse de la cellule à mesure que la hauteur de lit augmente. Néanmoins on observe toujours sur le fond que la contrainte reste maximale au centre même si son intensité s'atténue lorsque la hauteur du lit augmente. Ces simulations permettent de mesurer le degré d'hétérogénéité de la cartographie des contraintes dans un "packing". Alors qu'il semblerait logique que l'état de contrainte verticale soit de plus en plus intense vers le fond de la cellule (voir saturant), la déflexion latérale des forces inter-particulaires conduit à des situations qui semblent decorréler les états de contrainte de la couche supérieure et de la couche du fond.

La simulation donne accès aux autres composantes du tenseur des contraintes. Les figures 3.25 et 3.26 donnent les cartographies de contraintes pour les hauteurs respective-

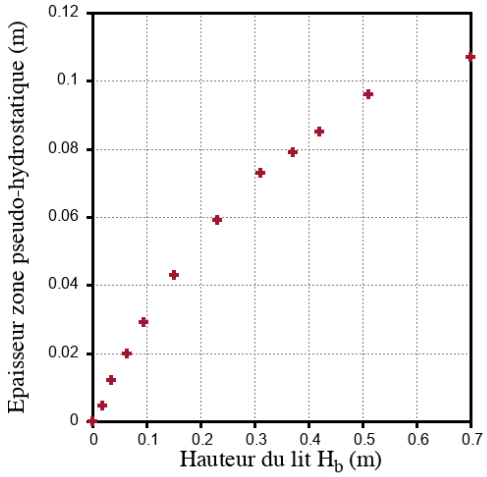
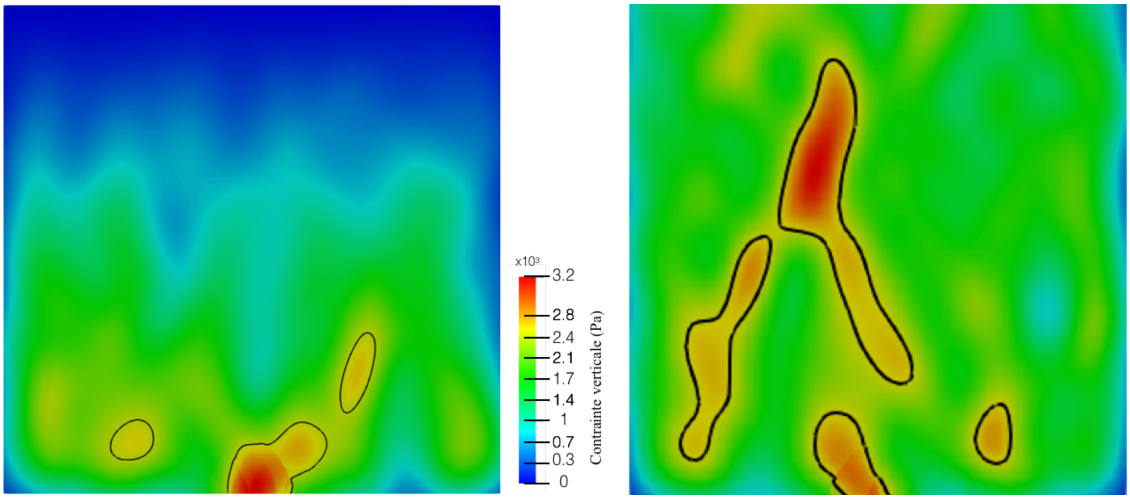


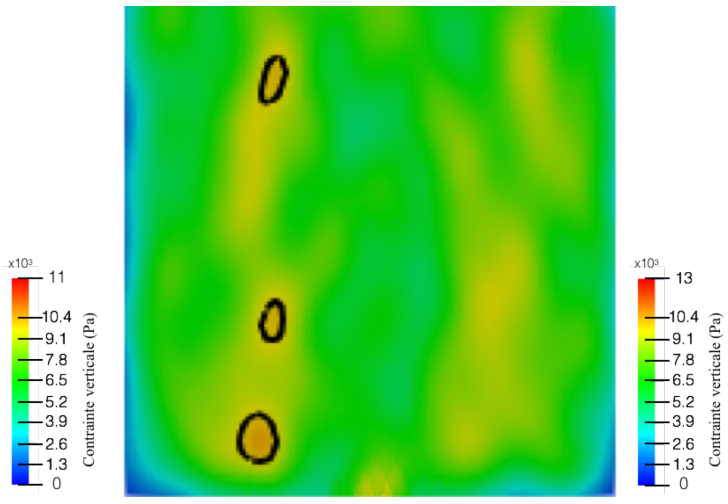
FIGURE 3.23 – *Evolution de l'épaisseur de la zone hydrostatique λ_M pour différentes hauteurs de lit H_b.*

ment $H_b = 0.15$m et $H_b = 0.69$m. La composante horizontale $\sigma_{xx}(x, y)$ est relativement uniforme dans la zone "pseudo-hydrostatique". Pour les zones plus profondes et jusqu'au fond, $\sigma_{xx}(x, y)$ présente une hétérogénéité. Cependant, latéralement les profils sont presque symétriques indiquant des chemins préférentiels de retransmission des forces vers les parois correspondant à la formation de voûtes (figures 3.25b et 3.26b).

La composante de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$ est faible mais cependant non nulle dans la zone pseudo-hydrostatique. C'est par la présence de ce faible niveau de cisaillement dans cette zone que nous proposons le qualificatif de pseudo-hydrostatique pour caractériser l'état de contrainte. Pour les colonnes de petit élancement le cisaillement se localise dans des zones bien délimitées entre elles.

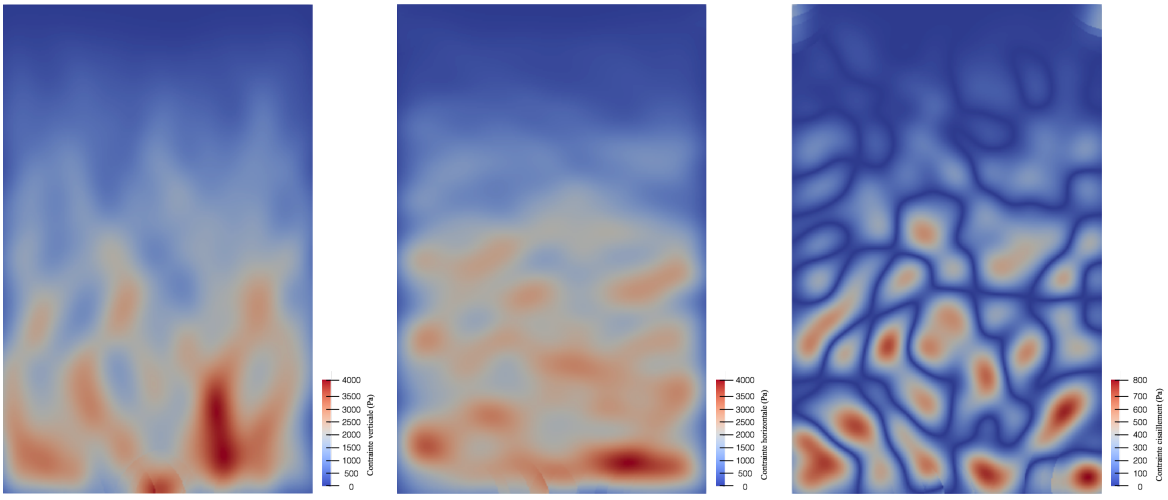


(a) (b)



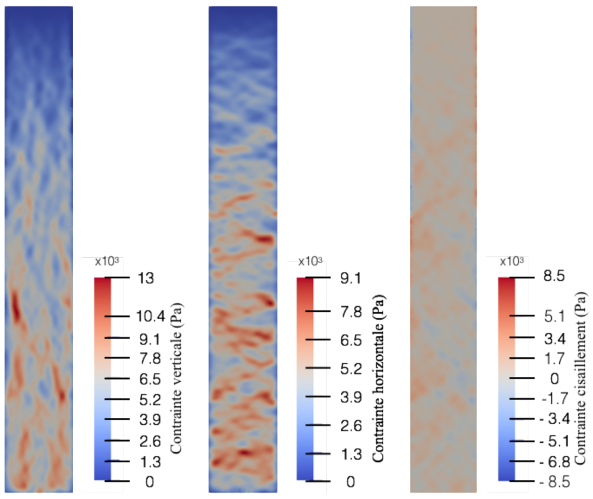
(c)

FIGURE 3.24 – *Agrandissement sur les 0.095m de la cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ (partie basse) pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.095$m – (b) $H_b = 0.36$m – (c) $H_b = 0.69$m.*



(a) (b) (c)

FIGURE 3.25 – *Cartographies pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et une hauteur de lit $H_b = 0.15$m – (a) Contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ – (b) Contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ – (c) Contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$.*

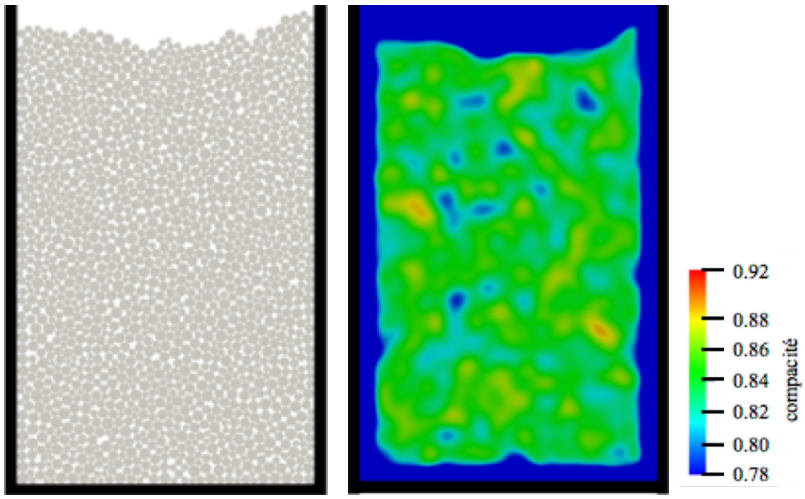


(a) (b) (c)

FIGURE 3.26 – *Cartographies pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et une hauteur de lit $H_b = 0.69$m – (a) Contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ – (b) Contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ – (c) Contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$.*

3.3.2 Profil de contrainte verticale moyenne et au centre

Afin de permettre une analyse plus pertinente des profils de contrainte verticale moyenne et au centre, nous avons au préalable étudié la répartition des arrangements granulaires qui montre que la compacité varie dans le packing entre $\phi_{min} = 0.78$ et $\phi_{max} = 0.88$ avec une valeur moyenne de $\bar{\phi} = 0.84$ (figure 3.27). Au voisinage des parois latérales et du fond, la compacité atteint ses valeurs les plus faibles car l'arrangement granulaire est en interaction avec une surface plane induisant des espaces entre particules plus importants que dans le "packing". Il en est de même au niveau de la surface où la compacité perd son sens pour des particules situées à l'interface. À l'intérieur du packing, hormis les bords, la gamme de variation de la compacité est importante mais sa distribution est relativement homogène. On observe des zones lacunaires entre les grains de petites extensions (de l'ordre d'un diamètre de grain) où la compacité est minimale. À l'opposé, d'autres zones de même extension se caractérisent par une compacité élevée sans pour autant atteindre la valeur du Random ClosePacking ($\phi_{RCP} \approx 0.91$ en 2D). Ces petits clusters de compacité extrémale se distribuent de façon homogène au sein du packing. Ils sont dus à la nature de la polydispersité de la distribution granulaire employée [131]. Le champ de compacité ne présente pas de structure spécifique à la mise en œuvre du "packing" lors du versement. Par exemple, il n'y a pas de couches de gradient de compacité en fonction du champ gravitaire. Nous considèrerons que l'arrangement se caractérise par une configuration statistiquement équivalente au sein du "packing" sauf au voisinage des parois latérales, du fond (zone de "cristallisation" potentielle le long des parois) et de la surface libre. Pour les essais expérimentaux la compacité moyenne a été mesurée et vaut $\bar{\phi} = 0.61$.

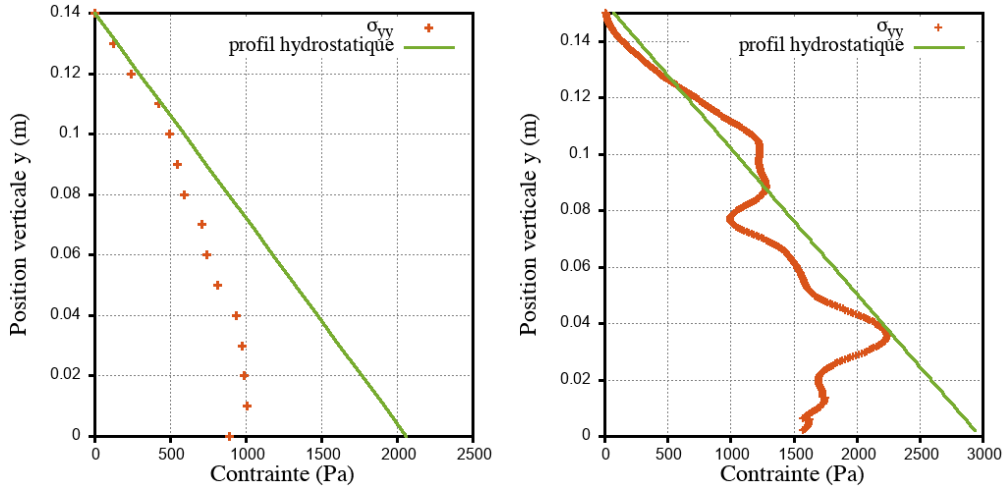


(a) (b)

FIGURE 3.27 – *(a) Cellule de largeur $L_c = 0.1m$ après versement – (b) Champ de compacité coarse-grainée de la cellule $L_c = 0.1m$ après versement.*

A partir des cartographies de contraintes verticales σ_{yy}, il est possible d'extraire les pro-

fils de contrainte verticale au centre de la cellule, $\sigma_{yy}(0, y)$, et moyen par couche, $\bar{\sigma}_{yy}(y)$. Sur la figure 3.28 est reportée les profils de contrainte vericale au centre de la cellule et moyen ainsi que le profil théorique hydrostatique : $\sigma_y^{hydro}(y) = \bar{\phi}\rho g(H_b - y)$. Dans la couche "pseudo-hydrostatique", la contrainte verticale est relativement uniforme à chaque profondeur (figure 3.20). Sa valeur dans cette couche et en particulier en $x = 0$ est égale à celle du profil hydrostatique. Les résultats expérimentaux font apparaitre que pour des couches plus profondes le profil de contrainte verticale au centre de la cellule prend des valeurs inférieures au profil hydrostatique (figure 3.28a). $\sigma_{yy}(0, y)$ augmente avec la profondeur pour atteindre un maximum au voisinage de la couche située au fond de la cellule qui correspond à la fermeture du trou central (sous-section 3.2.2). Puis une décroissance de la contrainte apparait au voisinage direct du fond. Le fait que la contrainte au fond de la cellule soit plus petite que dans les couches qui lui sont directement supérieures, est un effet de bord comparable au phénomène du "trou du tas". Le "trou du tas" traduit une décroissance latérale de la contrainte localisée au centre, l'effet de bord que nous venons de mettre en évidence traduit une décroissance verticale. Pour la simulation numérique, le profil de contrainte verticale au centre est construit en extrayant les valeurs en $x = 0$. Un programme indépendant du code permet de retravailler les valeurs de contrainte en chacun des noeuds et permet notamment de faire des moyennes par couche. La figure 3.28b montre que la contrainte $\sigma_{yy}(0, y)$ est très voisine du profil hydrostatique dans la couche de surface puis fluctue pour des profondeurs plus importantes avant de décroître à nouveau dans le fond de la cellule. L'allure de ce profil est fluctuante car ici déterminée en un point tandis que pour les essais expérimentaux la contrainte au centre est moyennée sur la largeur de la petite pâle (1cm). Elle reste toutefois cohérente avec celle obtenue expérimentalement.



(a) (b)

FIGURE 3.28 – *Profils de contrainte verticale au centre $\sigma_{yy}(0, y)$ – (a) Mesuré expérimentalement – (b) Obtenu par simulation numérique.*

À partir des cartographies de $\sigma_{yy}(x, y)$ (figure 3.20), il est également possible de déduire

les profils de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$, illustrés ici pour la colonne de 0.15m de hauteur. Le profil obtenu expérimentalement (figure 3.29a) a une allure comparable à celle du profil au centre de la cellule (figure 3.28a). Notons cependant que la valeur moyenne présentée n'est calculée que sur la moitié de la cellule. Or, la non-symétrie parfaite des contraintes par rapport à un plan vertical central ne permet pas de conclure sur la valeur précise de ce résultat à l'échelle de toute une couche puisque la valeur de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ est ici soit minimisée soit maximisée. Les 5∗15 points mesurés en triplicate sur la demi-colonne pourraient être mesurés sur l'autre coté de la cellule dans une prochaine étude. Les résultats de la simulation numérique portent quant à eux sur la totalité de la cellule. La figure 3.29b montre que le profil de contrainte moyenne reste, à partir de la surface, confondu avec le profil hydrostatique et chute brutalement à proximité du fond (figure 3.29b).

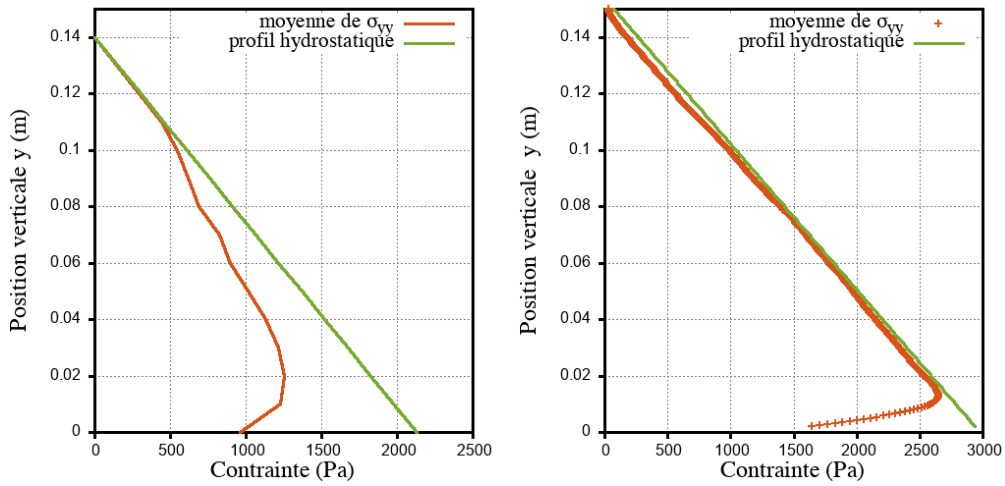


FIGURE 3.29 – *Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ – (a) Mesuré expérimentalement – (b) Obtenu par simulation numérique.*

Cette décroissance au voisinage du fond se manifeste pour toutes les hauteurs de "packing" (figure 3.30a). Les colonnes de hauteurs inférieures à 0.37m ont la même allure de profil : hydrostatique depuis la surface jusqu'à une profondeur λ_L puis décroissance dans une couche proche du fond. Pour les colonnes de taille supérieure, le profil reste hydrostatique entre la surface et une profondeur λ_L d'autant plus petite que la colonne est grande (figure 3.32). À partir de λ_L, il devient inférieur au profil hydrostatique et semble saturer avant d'atteindre la couche au voisinage du fond où il décroit fortement jusqu'au fond.

Par conséquent, l'allure du profil de contrainte verticale moyenne dépend de la hauteur du lit de particules. Ce profil doit probablement être aussi dépendant de la largeur de la colonne et plus globalement de son élancement ($\frac{H_b}{L_c}$). Nous proposons une analyse plus précise du profil de contrainte verticale moyenne sur la base des résultats obtenus avec une colonne de 0.1m de largeur et nous confrontons cette description aux résultats obtenus pour

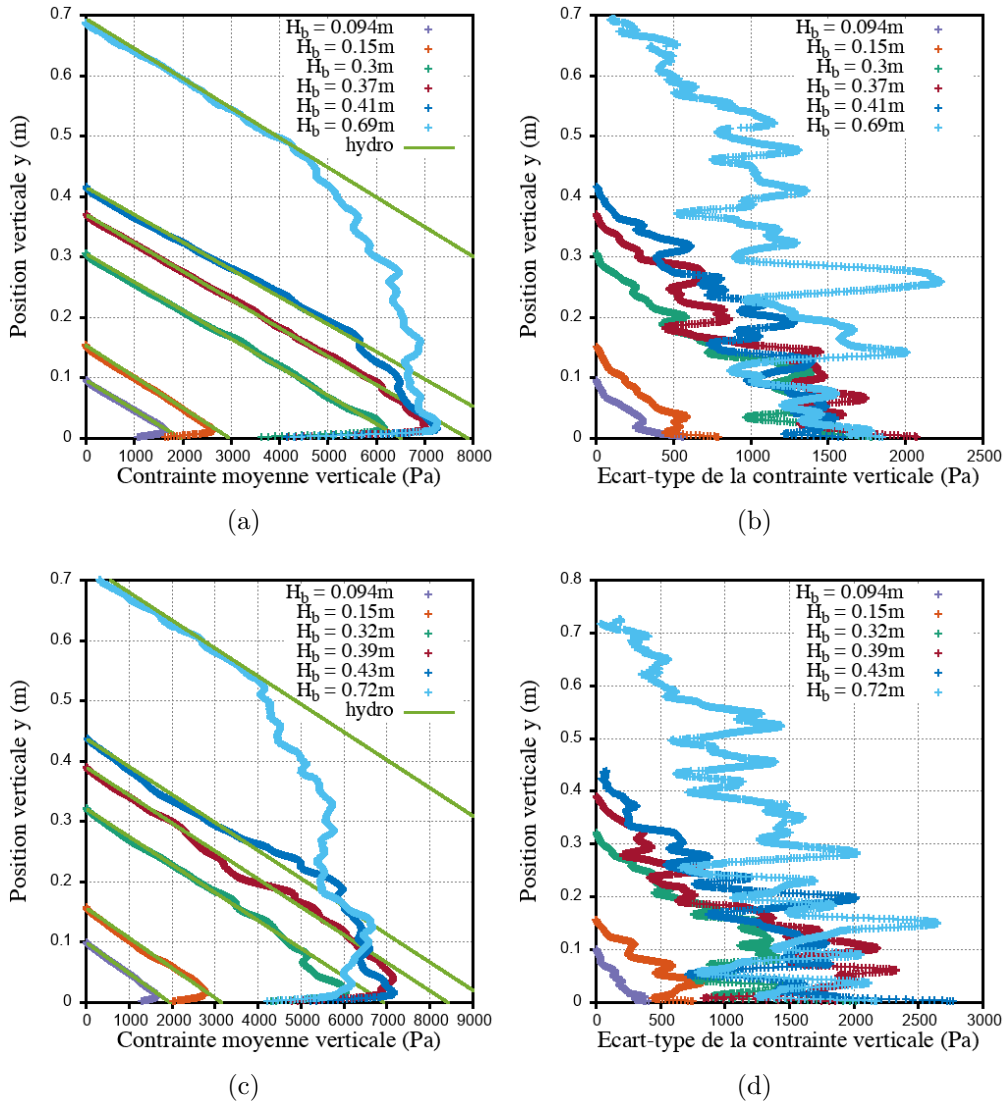


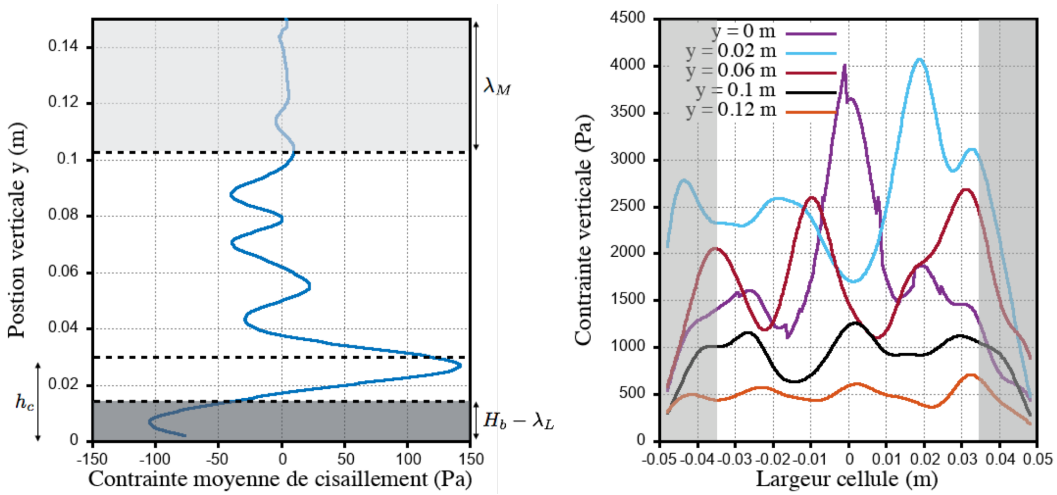
FIGURE 3.30 – *(a) Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit H_b par simulation numérique – (b) Profil des écart-types de $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit H_b – (c) Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m et pour différentes hauteurs de lit H_b par simulation numérique – (d) Profil des écart-types de $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m et pour différentes hauteurs de lit H_b.*

une colonne de 0.05m de largeur. Pour ces deux configurations, la largeur reste supérieure à dix diamètres de grains ce qui devrait limiter l'impact d'éventuels effets de bord au cœur du "packing". En partant de la surface, le profil de la contrainte moyenne peut être qualifié de "pseudo-hydrostatique" dans une couche d'épaisseur égale à la longueur de Mandato (λ_M).

Au sein d'un fluide et à l'équilibre, plusieurs conditions définissent l'état d'hydrostaticité [90] :

- l'état de contrainte locale est isotrope et défini par la pression (p).
- Les contraintes de cisaillement sont nulles et n'apparaissent qu'en présence d'un écoulement.
- La description de l'hydrostaticité dans le champ de pesanteur est alors complétée par l'équation : $\vec{\nabla} P = \rho \vec{g}$ ce qui donne : $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial P}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial P}{\partial z} = \rho g$. Pour un fluide incompressible, ces équations impliquent :
  - l'uniformité latérale de la pression (tous les points situés à la même profondeur sont isobares) ;
  - la pression augmente linéairement avec la profondeur : $\Delta P = \rho g \Delta z$.

En effet, dans cette couche proche de la surface libre la répartition des forces normales est constituée à hauteur de 69% par un réseau faible. Ce pourcentage est obtenu par l'analyse du pdf des forces normales. Le réseau fort lui est complémentaire, et on constate qu'il y a peu de lignes de forces transverses qui défléchissent les efforts verticaux vers les parois (voûtes). Le réseau fort n'est pas suffisamment intense pour conduire les efforts de façon préférentielle vers les parois. L'application du "coarse-graining" dans cette couche donne un état de contrainte quasi-isotrope (figure 3.32). On observe par ailleurs sur la figure 3.31a, que le cisaillement moyen est quasiment nul dans cette zone. Les profils latéraux de contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ donnés figure 3.31b, sont relativement uniformes tout en présentant une décroissance vers les bords. Enfin, la contrainte verticale moyenne suit une dépendance linéaire avec la profondeur $\bar{\sigma}_{yy}(y) = \bar{\phi} \rho g (H_b - y)$ (figure 3.32).



(a) (b)

FIGURE 3.31 – *(a) Profil de contrainte moyenne de cisaillement $\bar{\sigma}_{xy}(y)$ – (b) Profil latéraux de contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ pour différentes positions verticales y.*

La cartographie des contraintes de la figure 3.32 confirme donc que cette couche de surface est une zone dans laquelle l'hydrostaticité est quasiment réalisée au sens des fluides. L'uniformité latérale de la contrainte verticale moyenne n'est cependant pas parfaite : tous les points situés à une même profondeur ne sont pas absolument isobares et l'écart-type de $\sigma_{yy}(x, y)$ augmente avec la profondeur (figure 3.32).

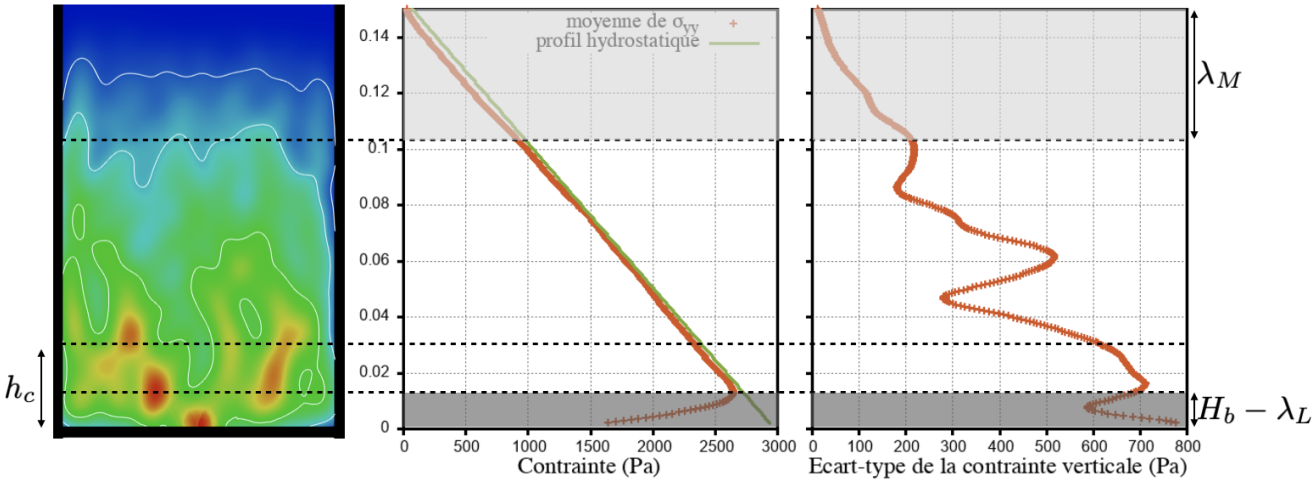
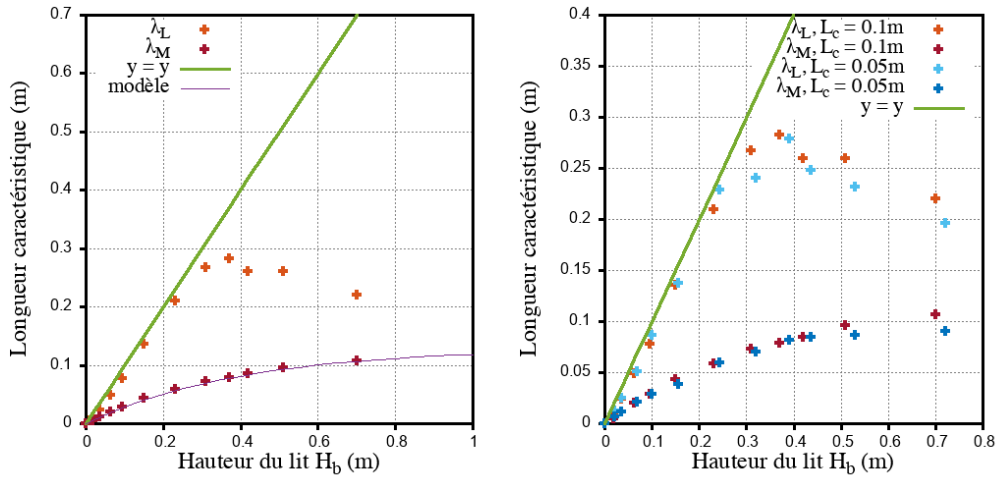


FIGURE 3.32 – *Caractérisation du degré d'hydrostaticité au sein du packing. Trois conditions 1) Absence de cisaillement 2)* $\vec{\nabla}\sigma_{yy}(x, y) = \rho g \vec{y}$ *ce qui implique que* $\frac{\partial \sigma_{yy}(x,y)}{\partial x}$ *doit être égal à 0. Cette condition se traduit par* $\sigma_{yy}(x, y) \equiv \sigma_{yy}(y)$*, tous les points situés sur une même horizontale sont des isocontraintes figure 3.25.*

Cette zone peut être systématiquement identifiée quelle que soit la hauteur de la colonne à partir de la longueur de Mandato (λ_M) qui correspond à la profondeur à partir de laquelle débute les fluctuations de l'écart-type de $\sigma_{yy}(x, y)$ (figure 3.32). λ_M constitue une taille caractéristique égale à l'épaisseur de cette zone "pseudo-hydrostatique" de surface. Elle augmente avec la profondeur (figure 3.33a) et peut être ajustée à l'aide d'une relation exponentielle saturante : $\lambda_M(H_b) = \lambda_M^\infty(1 - \exp(-\frac{H_b}{h_M}))$, avec $\lambda_M^\infty = 0.129$m et $h_M = 0.4$m et $R^2 = 0.994$.

En deçà de cette couche on observe une (i) hétérogénéité de la contrainte moyenne verticale amplifiée (figure 3.30b et 3.31b), (ii) un cisaillement significatif 3.31a et (iii) un réseau de forces constitué de lignes de forces transversales assimilables à des voûtes et se traduisant par un champ de contrainte horizontale σ_{xx} de plus forte intensité latérale (figure 3.25b et 3.26b). Cette polarisation des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ le long des chaines de forces transverses indique que l'état de contrainte n'est plus isotrope. Trois des conditions dites d'hydrosticité définies plus haut ne sont plus respectées dans cette zone même si la contrainte verticale moyenne continue d'augmenter selon les conditions hydrostatiques. Cet état se maintient jusqu'à la profondeur notée λ_L (figure 3.32). A partir de cette profondeur la contrainte verticale moyenne prend des valeurs inférieures au profil hydrostatique théorique (figure 3.30a). Cette profondeur λ_L dépend de la hauteur du lit



(a) (b)

FIGURE 3.33 – *Variation de λ_L et de λ_M avec la hauteur du lit – (a) Largeur de colonne $L_c = 0.1m$ – (b) Comparatif entre deux largeurs de colonnes $L_c = 0.1m$ et $L_c = 0.05m$.*

(figure 3.33a). Elle occupe presque toute la hauteur de la colonne, à l'épaisseur d'une couche située au fond près, pour des colonnes granulaires de tailles inférieures à 0.3m. Pour les colonnes de plus grandes tailles, cette longueur décroit et semblerait tendre vers la longueur de Mandato (hypothèse à confirmer ou infirmer). Pour une colonne de largeur 0.05m, les dépendances de λ_L et λ_M avec la hauteur du lit présentent des allures similaires avec la colonne de largeur 0.1m (figure 3.33b). Lorsque la taille de la colonne est inférieure à 0.03m les valeurs respectives de λ_M et λ_L ne sont pas dépendantes de la largeur de la cellule. Par contre, pour les colonnes de tailles supérieures un écart est observé : les valeurs de λ_M et λ_L sont sensiblement inférieures pour des colonnes de 0.05m de large. Pour λ_L, cette différence est de l'ordre de grandeur de 6 à 7 diamètres de grains. Bien que la visualisation des cartographies de contraintes verticales (figure 3.34) met en évidence une influence de la largeur de la cellule sur la profondeur à laquelle $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ n'est plus hydrostatique, il n'est pas possible à ce stade de la simulation et de son analyse de statuer sur l'origine de cette différence.

À une profondeur supérieure à λ_L, la contrainte verticale moyenne augmente moins sensiblement jusqu'à atteindre une couche au voisinage du fond dans laquelle sa valeur se stabilise puis chute fortement jusqu'au fond (figure 3.35). Cette couche d'épaisseur, notée λ_{f1}, est systématiquement observée quelle que soit la hauteur et la largeur des colonnes testées. La contrainte de cisaillement moyenne fluctue fortement dans cette couche (3.31a). L'épaisseur de cette couche correspond à celle de la fermeture du trou central lors du remplissage identifiée section 3.2.2 et notée h_c (figure 3.12). Sur la figure 3.36a on retrouve : $\lambda_{f1} = h_c = 0.0314$m pour les colonnes dont $H_b \geq h_c$. Ce résultat est aussi obtenu lorsque la colonne n'a que 0.05m de largeur. L'épaisseur de la sous-couche, notée λ_{f2}, au sein de laquelle la contrainte verticale moyenne décroît fortement (figure 3.35) est constante et

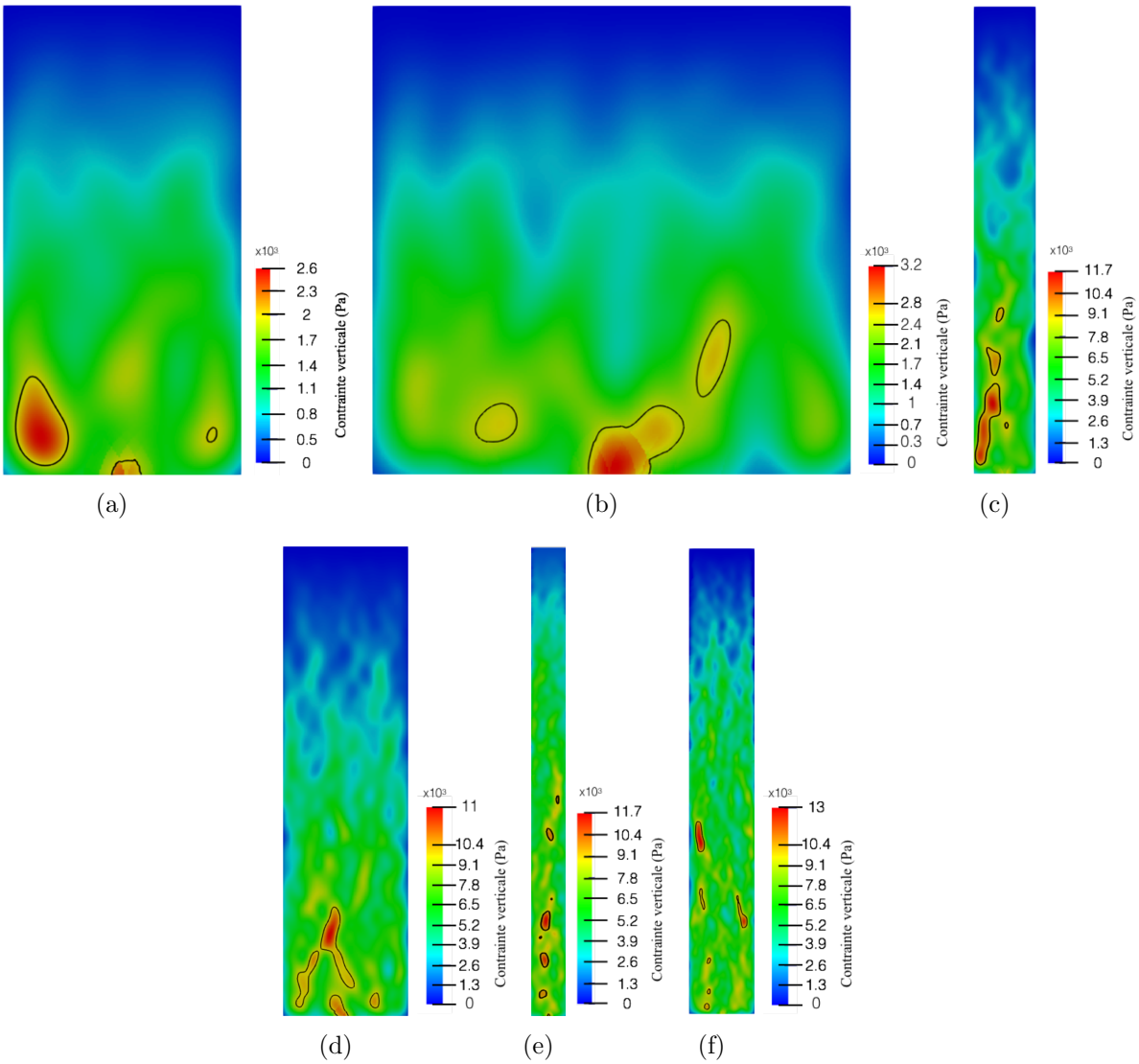


FIGURE 3.34 – *Cartographies des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour les mêmes hauteurs de lit que la figure 3.22 pour deux largeurs de cellule – (a)(c)(e) $L_c = 0.05$m – (b)(d)(f) $L_c = 0.1$m.*

égale à $\lambda_{f2} = 0.016$m pour les hauteurs de colonnes de tailles supérieures à h_c (figure 3.36). La largeur de la cellule n'influence pas là encore cette valeur (figure 3.36). λ_{f2} décroit pour les hauteurs de colonnes $H_b < h_c$. La valeur de λ_{f2} est très voisine de la longueur sur laquelle la contrainte verticale décroît fortement au niveau des parois latérales (figure 3.31b).

Cette similitude de comportement au voisinage des parois latérales et du fond suggère la présence d'une sous-couche au sein de laquelle un effet de bord se manifeste. Cette effet de bord correspond à la diminution des contraintes verticales et sa portée serait

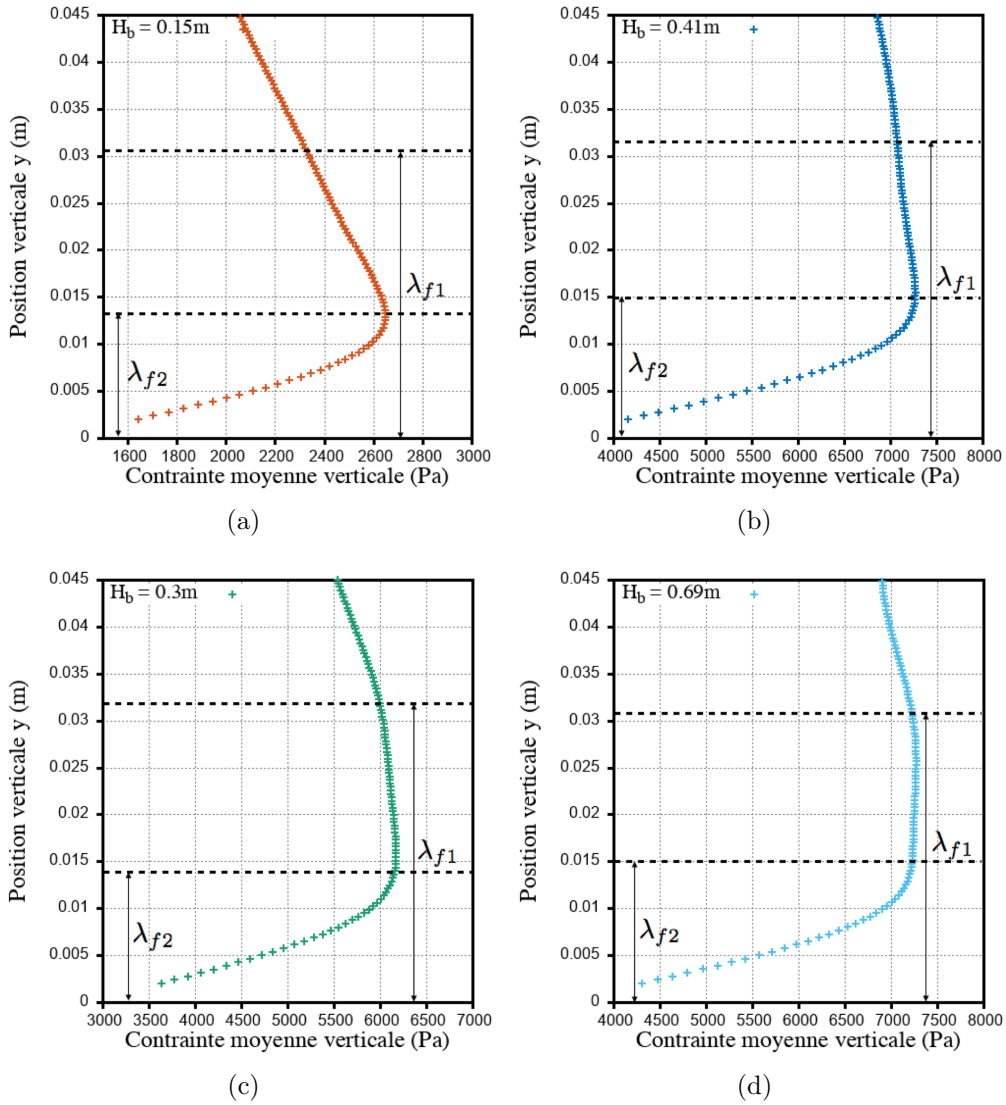


FIGURE 3.35 – *Zoom sur le profil de contrainte moyenne verticale dans le fond de la cellule ($L_c = 0.1m$) pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.15m$ – (b) $H_b = 0.3m$ – (c) $H_b = 0.41m$ – (d) $H_b = 0.69m$.*

voisine de 5 diamètres de grains. Nous avons réalisé, à l'échelle des contacts, une procédure qui permet de marquer les contacts pour lesquels la force normale inter-granulaire est la plus forte. Celle-ci permet donc à partir de chaque contact aux parois (parois latérales et fond) de matérialiser la ligne de force la plus intense et ainsi d'analyser sa portée jusqu'à l'intérieur du "packing". La figure 3.37 illustre le chemin de la force normale maximale sur un exemple de contacts à la paroi. Cette ligne de force optimale s'arrête systématiquement à une distance de 5 à 6 grains par rapport à la paroi ; le trait rouge matérialisant le dernier contact intergranulaire traduit la fin de la transmission de cette force maximale. Nous

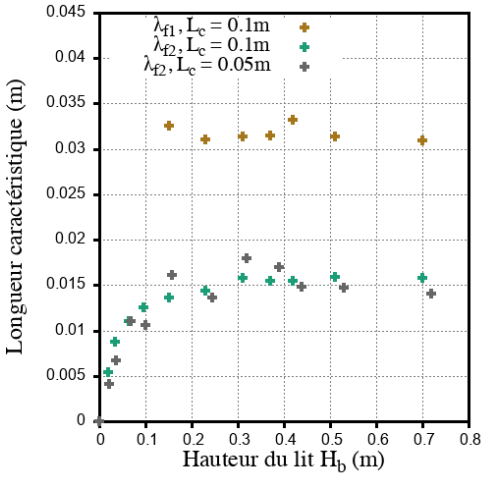


FIGURE 3.36 – *Variation de λ_{f1} et de λ_{f2} pour différentes hauteurs de lit et largeurs de colonne.*

sommes donc amenés à considérer la présence d'une sous-couche au voisinage de toutes les parois dont l'épaisseur est voisine de 5-6 grains (figure 3.37), mise en évidence sur les bords (figure 3.31b) et au fond (figure 3.35). Nous retiendrons la valeur de l'épaisseur de cette sous-couche comme étant égale à $\lambda_{f2} \approx 0.016$m (figure 3.36).

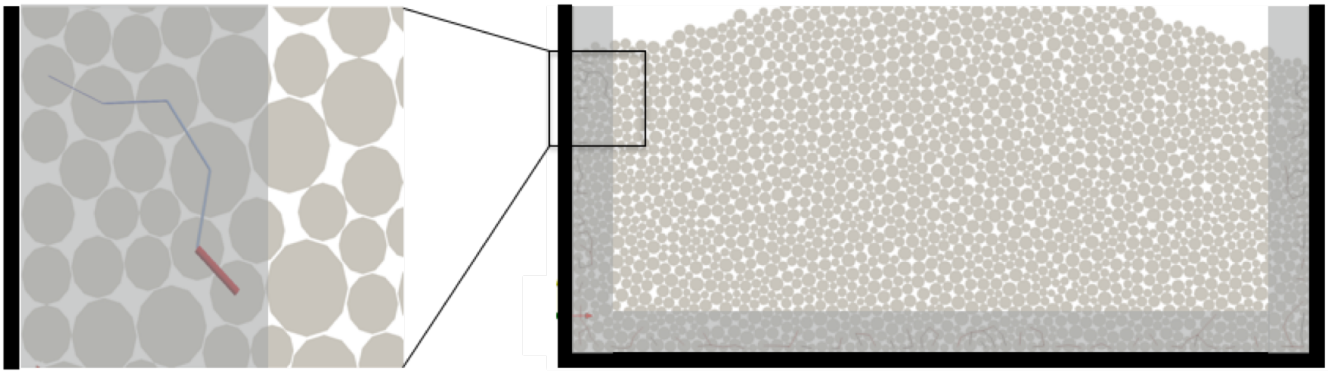


FIGURE 3.37 – *Localisation de la propagation de la force normale maximale entre grains du bord vers l'intérieur du packing.*

3.3.3 Analyse des contacts aux parois

Cette section porte sur l'analyse des contacts paroi/particule pour la colonne dans son état d'équilibre post-versement. Vingt-deux configurations ont été simulées : onze hauteurs de lit et deux largeurs de cellule. Nous illustrons les résultats obtenus pour quatre de ces configurations : deux hauteurs de lit ($H_b = 0.15$m et $H_b = 0.69$m) et deux largeurs de cellule ($L_c = 0.05$m et $L_c = 0.1$m). Nous définissons le paramètre μ^* pour chaque contact, comme suit :

$$\mu^* = \frac{\mu_{eff}}{\mu} \tag{3.6}$$

avec $\mu = 0.5$, le coefficient de friction paroi/particule et $\mu_{eff} = \frac{F_t}{F_n}$, le rapport entre les forces tangentielles et les forces normales pour chaque contact au sein du "packing" et en particulier à la paroi. Pour chaque contact, la valeur de μ^* renseigne sur l'écart qu'a le rapport de la force normale et de la force tangentielle vis-à-vis du seuil de glissement défini au sens de la loi de Coulomb. Elle est comprise entre : $0 < \mu^* \leq 1$ et lorsque $\mu^* = 1$, le contact est au seuil de glissement. Au niveau de chaque paroi, les particules n'établissent qu'un seul contact. Aussi, nous définissons $\bar{\mu}^*$ par la moyenne des μ^* de chacun de ces contacts.

Pour les vingt-deux configurations testées, **aucun contact n'est au seuil de glissement**, ni aux parois ni au sein du "packing". La figure 3.38 présente les valeurs de μ^* pour une hauteur de "packing" de 0.15m et une largeur de cellule de 0.1m. 39 grains au contact à la paroi latérale gauche et 35 grains au contact à la paroi latérale droite sont recensés. Ces nombres correspondent respectivement à des densités de 2.6 et 2.3 contacts au centimètre. Les particules faisant 3mm de diamètre médian, ils sont du même ordre de grandeur que le nombre de particules par centimètre. Les profils des μ^* sur les parois latérales droite et gauche ne sont pas exactement symétriques. En revanche, ils sont égaux en moyenne $\bar{\mu}^*$ = 0.32. Sur le fond, 19 contacts sont dénombrés ce qui correspond à une densité de 1.9 contacts par centimètre. Cette densité de contacts est inférieure d'environ 75% par rapport à celle des parois latérales. Au fond, la valeur de μ^* la plus élevée est égale à 0.7, elle est observée au voisinage des bords et est un peu moins marquée dans la partie centrale. Cette tendance est retrouvée pour l'ensemble des configurations testées. Deux exemples sont donnés pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$ m et deux largeurs de cellule $L_c = 0.05$m et $L_c = 0.1$m (figure 3.39). Sur les figures 3.39a et 3.39c, les profils de μ^* au niveau des parois latérales présentent la même allure que pour celui observé avec des colonnes plus petites (figure 3.38a).

Les forces défléchies du "packing" vers les parois sont transmises via ces contacts. Le paramètre $\bar{\mu}^*$ peut constituer un critère relatif à l'intensité moyenne de ces déflexions latérales. La contrainte moyenne suit le profil hydrostatique (figure 3.29b). Mais on observe sur la cartographie (figure 3.20b) que la contrainte aux parois est inférieure à cette valeur. Cette situation indique que les parois ne défléchissent pas fortement les contraintes latérales et que le fond n'absorbe pas beaucoup la contrainte verticale. En effet, cette plus faible densité de contacts au fond est en lien avec l'importante baisse de la contrainte verticale (figure 3.28a). Pour toutes les configurations testées, $\bar{\mu}^*$ a une valeur proche de 0.3 ce qui

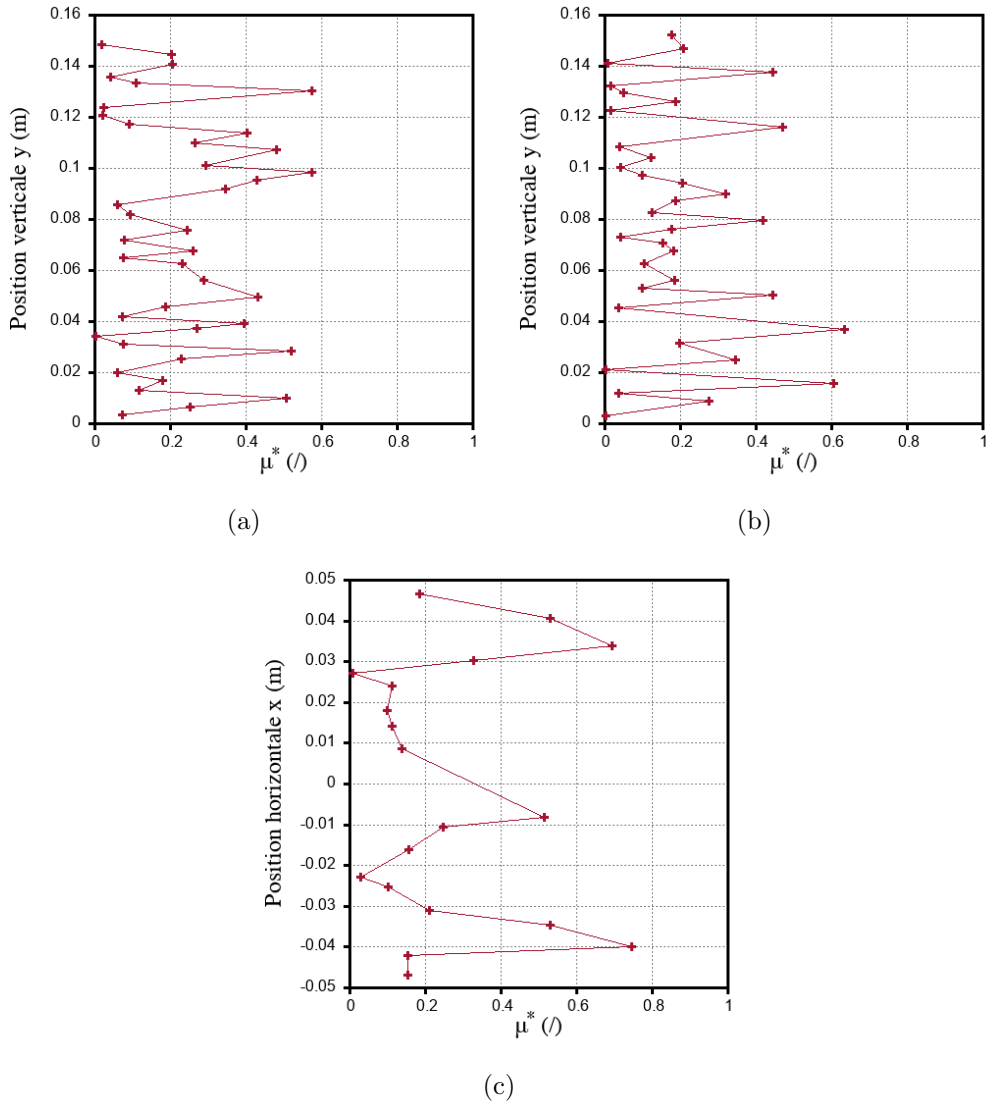


FIGURE 3.38 – *Valeur de μ^* – (a) Sur la paroi latérale gauche – (b) Sur la paroi latérale droite – (c) Sur le fond.*

indique également que les parois latérales ne reprennent pas plus d'efforts normaux.

Cette analyse montre qu'après versement dans une cellule rigide (très fort module d'élasticité au regard des intensités des efforts mis en jeu) **aucun contact** n'est au seuil de glissement. Le paramètre $\bar{\mu}^*$ est compris entre 0.24 et 0.32 pour chaque configurations testées. Ce résultat, obtenu post-versement, pourrait être modulé si le fond possédait une élasticité suffisante ou était mis en mouvement (descente ou montée) de façon à contribuer à l'activation des contacts comme suggéré dans les travaux suivants [61, 62, 84]. L'établissement du glissement aux parois fait l'objet d'une analyse spécifique développé (section 3.4).

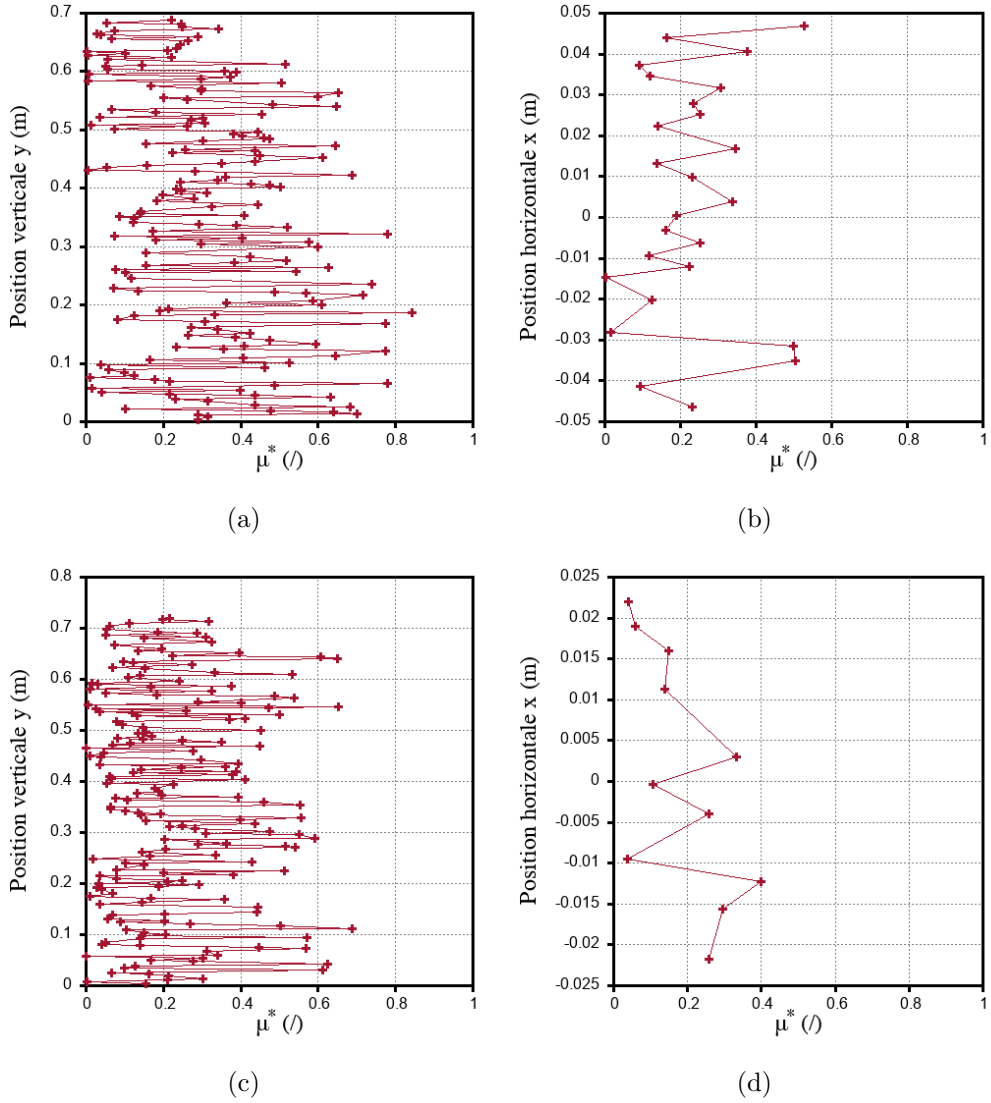


FIGURE 3.39 – *Evolution du μ^* – (a) Sur la paroi latérale gauche pour $L_c = 0.1m$ – (b) Sur le fond pour $L_c = 0.1m$ – (c) Sur la paroi latérale gauche pour $L_c = 0.05m$ – (d) Sur le fond pour $L_c = 0.05m$.*

3.3.4 Contrainte résultante sur le fond

Les valeurs de la contrainte verticale moyenne à la base de la cellule, $\bar{\sigma}_{yy}(0)$, sont déterminées pour chaque différentes hauteurs de lit H_b. On notera $\sigma_{fond}(H_b) = \bar{\sigma}_{yy}(0)$, les valeurs de cette contrainte pour différentes hauteurs de lit. Dans les figures 3.40a et 3.40b, les valeurs de $\sigma_{fond}(H_b)$, respectivement expérimentales et numériques, sont comparées à la valeur qu'aurait la contrainte moyenne à la base de la cellule si tout le poids du "packing" se répercutait au fond, $\sigma_{hydro}(H_b)$. Cette contrainte correspond à la pression hydrostatique définie par :

$$\sigma_{hydro}(H_b) = \bar{\phi}\rho g H_b \tag{3.7}$$

La comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques est réalisée en s'affranchissant des différences de compacité moyenne au sein des "packings" respectifs ($\bar{\phi}_{exp} = 0.62$, $\bar{\phi}_{sim} = 0.84$). Sur la figure 3.40c sont reportées les valeurs de $\frac{\sigma_{fond}(H_b)}{\bar{\phi}}$ et $\frac{\sigma_{hydro}(H_b)}{\bar{\phi}}$ en fonction des différentes hauteurs de lit testées. Il existe une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et numériques. L'allure de la variation de la contrainte apparente, perçue au fond de la cellule directement post-versement, en fonction de la hauteur du lit peut être décrite comme suit : quelle que soit la hauteur du lit, $\sigma_{fond}(H_b)$ est toujours inférieure à $\sigma_{hydro}(H_b)$. La totalité du poids du "packing" ne se répercute pas intégralement sur le fond de la cellule et par conséquent le poids perçu à la base de la cellule est inférieur à celui de la colonne de grains. Ceci est conforme à la répartition des contraintes verticales moyennes au sein du "packing". En effet, les profils de contrainte moyenne font apparaitre systématiquement une forte décroissance dans la couche h_c du fond (figures 3.30a et 3.35). Plus la hauteur de la colonne est grande et plus l'écart entre $\sigma_{hydro}(H_b)$ et $\sigma_{fond}(H_b)$ est important. $\sigma_{fond}(H_b)$ semble tendre vers une valeur saturante. Ce phénomène est lié au profil de contrainte verticale qui en fonction de la hauteur de la colonne est quasiment hydrostatique pour les petites valeurs de H_b et perd cette hydrostaticité à la profondeur λ_L pour les plus grandes valeurs de H_b (figure 3.30a). Il y a une redirection des efforts verticaux vers les parois latérales qui diffère de la situation hydrostatique dans les parties des colonnes situées entre la longueur λ_L et le fond. Est-ce que ce phénomène est à rapprocher de "l'effet Janssen" même s'il est incomplètement réalisé dans la situation de post-versement présentée ici ? Bien que comparables aux allures des courbes de Janssen, des différences subsistent et ne permettent pas de les assimiler totalement. L'analyse des courbes expérimentales donnant la contrainte à la base du "packing" en fonction de la hauteur du lit ne présente pas une allure de type exponentielle saturante (section 1.2.1). Nous constatons ici une déviation à "l'effet Janssen" post-versement. Ce fait pourrait être attribué à la non activation du glissement des contacts aux parois (figures 3.38 et 3.39). Un des objectifs de la question suivante porte sur la description de l'état des contacts aux parois afin de quantifier précisément les conditions d'établissement du glissement. Nous statuerons sur l'impact que ces contacts aux parois ont sur l'allure de la relation entre le poids mesuré à la base et la hauteur du lit.

À ce stade de description des résultats, il semble important de clarifier notre analyse au regard de la façon dont ce phénomène est décrit dans la littérature sur la base des travaux

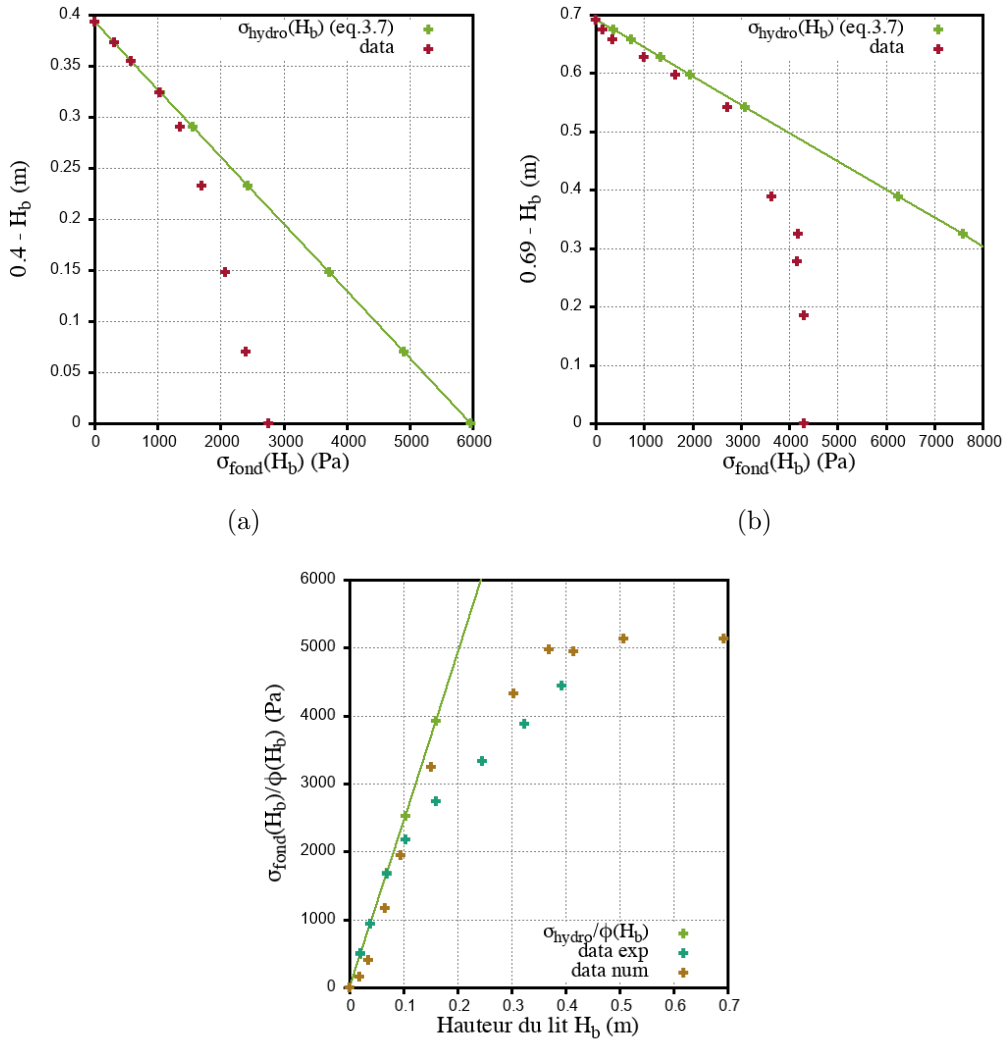
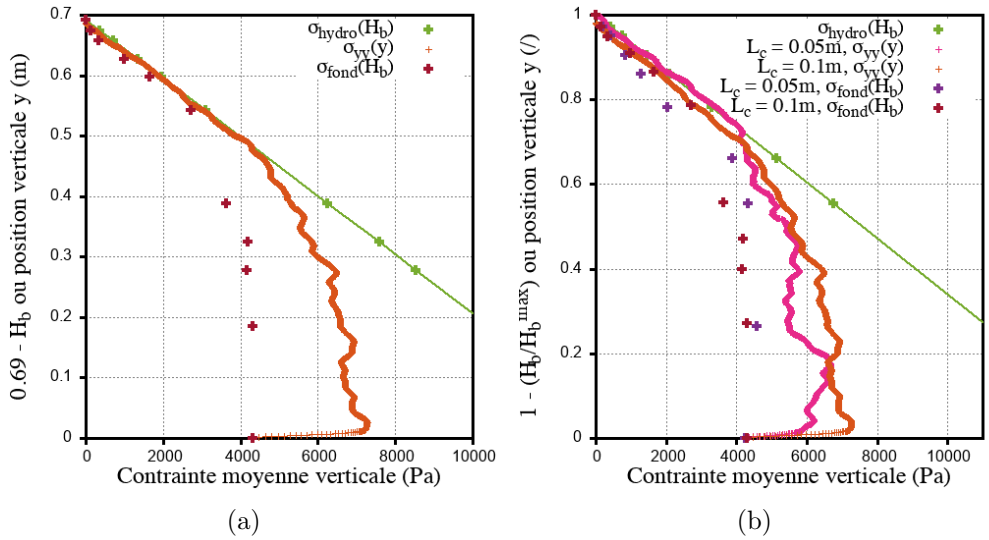


FIGURE 3.40 – *Valeur de la contrainte moyenne sur le fond : $\sigma_{fond}(H_b)$ en fonction de la hauteur du lit H_b – (a) Résultats expérimentaux – (b) Résultats de la simulation – (c) Comparaison expérience/simulation adimensionnée par la compacité.*

de Janssen [58]. Les valeurs de $\sigma_{fond}(H_b)$ sont celles de la contrainte à la base d'un "packing" de hauteur donnée et ne constituent absolument pas le profil de contrainte $\bar{\sigma}_{yy}(H_b - y)$. Nous insistons sur ce point car le profil de contrainte moyenne (figure 3.30) ne coïncide pas avec $\sigma_{fond}(H_b)$ (figure 3.41). Cette différence est confirmée pour toutes les colonnes testées avec des largeurs de cellule de 0.05m et 0.1m (figure 3.41). Ce résultat nous parait d'une importance capitale car nous estimons qu'il existe une confusion entre la valeur de la contrainte au fond de la cellule sous une hauteur H_b et la valeur de la contrainte au sein d'un "packing" à une profondeur égale à H_b. Autrement dit : la valeur de la contrainte

$\bar{\sigma}_{yy}(y)$ à une profondeur y est à défaut associée à la valeur qu'aurait la contrainte au fond d'un "packing" dont la hauteur serait égale à la profondeur précédente. Un tel amalgame conduit à assimiler la dépendance en exponentielle saturante de la contrainte au fond d'une cellule en fonction de la hauteur à l'allure du profil de contrainte au sein du "packing". Il a été conforté par le modèle de Janssen qui, à partir des trois hypothèses majeures (rappelées section 1.2.1) faites sur le bilan des efforts d'une tranche infinitésimale d'un "packing" à l'équilibre, trouve que le profil de contrainte verticale moyenne en fonction de la profondeur suit une dépendance mathématique analogue (exponentielle saturante) à la variation de pression au fond de la cellule en fonction de la hauteur de lit ("effet Janssen"). Le résultat de simulation numérique que nous avons établi invalide la conclusion du modèle de Janssen quant à la description du profil de contrainte verticale moyenne au sein du "packing". Nous allons nous attacher dans la suite de ce chapitre (i) à affiner la compréhension de "l'effet Janssen" (saturation de la contrainte à la base d'un "packing") en explorant notamment l'activation des contacts et (ii) à proposer une analyse critique de l'établissement du modèle de Janssen (profil de contrainte verticale moyenne au sein d'un "packing").



(a) (b)

FIGURE 3.41 – *Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69m$) – (a) $L_c = 0.1m$ – (b) Comparaison pour les deux largeurs de cellule ($L_c = 0.05m$ et $L_c = 0.1m$) adimensionnées par la hauteur de lit maximale H_b^{max}.*

Dans la section 3.2.3, nous avons montré que la contrainte verticale moyenne à la base de la cellule a la même valeur pour un remplissage par couche ou en continu (figure 3.18). Ce résultat indique que les conclusions relatives à l'analyse de $\sigma_{fond}(H_b)$ à l'état statique faites dans cette section pourraient être étendues à une situation dynamique de versement. Nous proposons d'investiguer la réciproque à cette remarque en testant l'influence du débit d'alimentation Q et de la hauteur de chute H_h sur $\sigma_{fond}(H_b)$. La variation du débit est réalisée à hauteur de chute constante $H_h = 0.55$m pour les essais expérimentaux ($Q =$

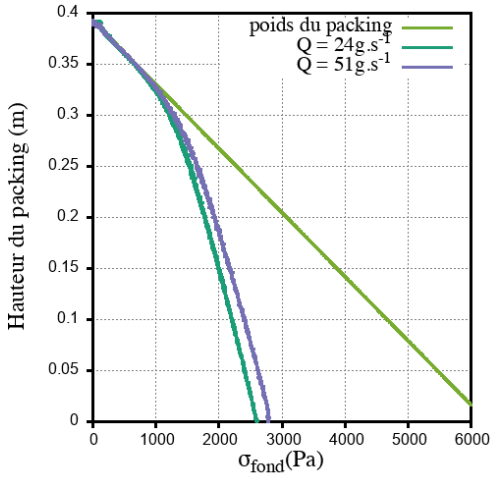
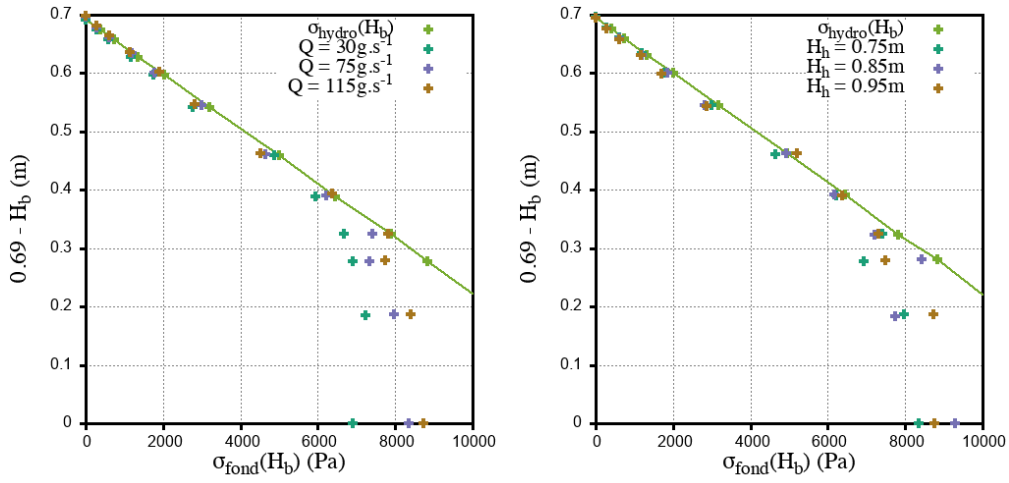


FIGURE 3.42 – *Evolution de la contrainte σ_{fond} lors d'un essai expérimental à hauteur de chute constante. La hauteur de remplissage est substituée au temps. Comparaison pour deux débits différents ($24g.s^{-1}$ et $51g.s^{-1}$) à la valeur théorique du poids du "packing".*

24g.s^{-1} et $Q = 51\text{g.s}^{-1}$) et $H_h = 0.75\text{m}$ pour les simulations numériques ($Q = 30\text{g.s}^{-1}$, $Q = 75\text{g.s}^{-1}$ et $Q = 115\text{g.s}^{-1}$). La variation de hauteur de chute ($H_h = 0.75\text{m}$, $H_h = 0.85\text{m}$ et $H_h = 0.95\text{m}$) est réalisée à débit constant $Q = 30\text{g.s}^{-1}$. La figure 3.42 met en évidence l'influence du débit d'alimentation sur $\sigma_{fond}(H_b)$. Même si seulement deux débits ont été testés expérimentalement ($Q = 24$ g.s^{-1} et $Q = 51$ g.s^{-1}), la tendance indique une augmentation de la valeur saturante avec le débit. Elle est aussi validée numériquement comme l'atteste la figure 3.43a.

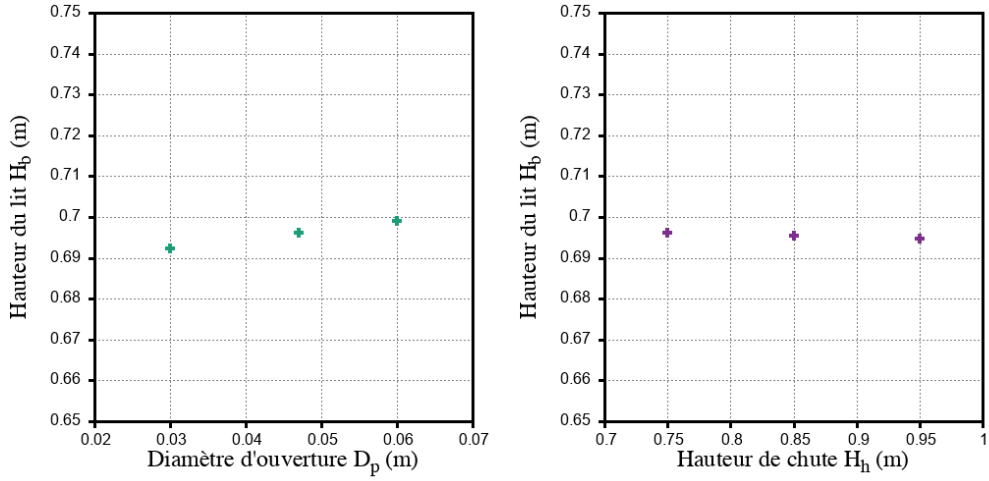
Par ailleurs, l'augmentation du débit tend à rapprocher la valeur de $\sigma_{fond}(H_b)$ de celle de $\sigma_{hydro}(H_b)$. L'effet attribué à la mise en place d'une couche au fond de la cellule pourrait donc être limité par l'augmentation du débit. La figure 3.43b met en exergue une modification de la hauteur du lit H_b à partir de laquelle $\sigma_{fond}(H_b)$ devient très différente de $\sigma_{hydro}(H_b)$ avec la hauteur de chute H_h. La valeur de saturation est aussi impactée par la hauteur de chute mais les résultats obtenus ne permettent pas de conclure quant à une tendance. Nous nous sommes assurés que ces deux paramètres (débit et hauteur de chute) n'ont pas impacté la compacité moyenne du lit (figure 3.44). Le débit d'alimentation et la hauteur de chute sont deux facteurs qui jouent sur la densité cinétique notamment dans le fond de la cellule au cours des premiers instants de versement. La variation de débit ne modifie pas l'énergie cinétique de chaque particule mais augmente l'énergie totale tandis que la hauteur de chute module directement l'énergie cinétique des particules. Ces deux types de variation d'énergie cinétique, d'origine cinématique, impactent le réarrangement des particules notamment lors de l'établissement de la couche au voisinage direct du fond et se répercutent sur la valeur de $\sigma_{fond}(H_b)$. La statique du "packing" est donc dépendante de paramètres dynamiques de mise en œuvre. Cette conclusion provisoire mériterait d'être approfondie par une étude plus complète. Si cette influence venait à être confortée et quantifiée, elle apporterait des éléments tangibles qui indiqueraient que la description de l'état



(a) (b)

FIGURE 3.43 – *Variation de σ_{fond} obtenue par simulation numérique pour différentes hauteurs de lit. – (a) Variation du débit à hauteur de chute constante ($H_h = 0.75m$) – (b) Variation de la hauteur de chute à débit constant ($Q = 30\ g.s^{-1}$).*

mécanique statique d'un "packing" ne peut pas être réduite à des paramètres statiques. Ce constat apporterait une objection supplémentaire à la validité du modèle de Janssen.



(a) (b)

FIGURE 3.44 – *Variation de la hauteur de lit en fonction – (a) Du diamètre d'ouverture D_p (implicitement du débit Q) – (b) De la hauteur de chute H_h.*

3.4 Activation du seuil de glissement aux parois

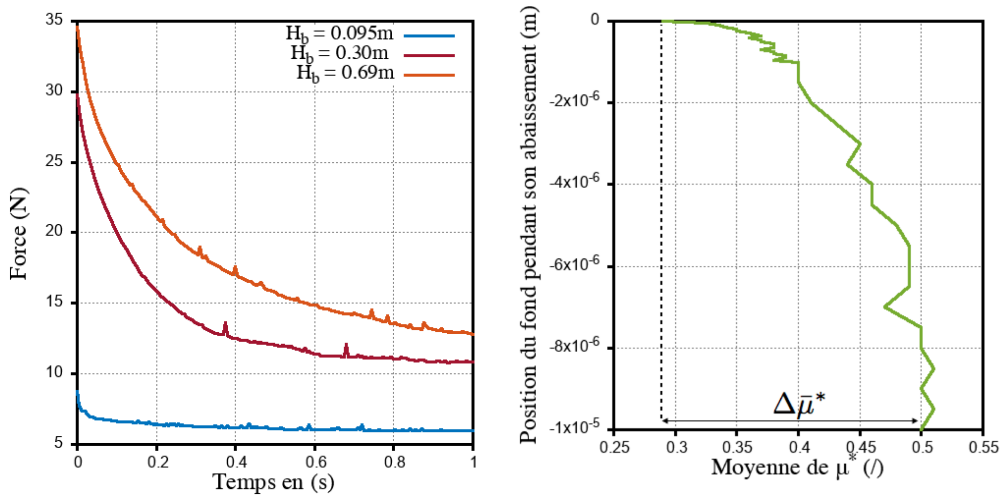
Cette section est dédiée à l'étude de l'activation du seuil de glissement aux parois (critère de Coulomb), lorsque le packing est en condition d'équilibre post-versement. Comme nous l'avions décrit dans la section précédente, aucun contact grain/paroi ne vérifie la condition de glissement post-versement. Au travers de l'analyse du paramètre μ^*, nous quantifions l'impact d'un mouvement relatif secondaire entre la paroi et les particules au contact sur le réseau de forces et les contraintes. Cette possibilité d'activer les contacts au seuil de glissement par l'abaissement du fond de la cellule via sa descente selon un mouvement très lent (quasi-statique) et un déplacement très faible (de l'ordre de quelques dizaines de microns) a déjà été mentionnée dans la littérature [16, 84, 86]. L'ensemble des auteurs s'accorde sur l'importance d'établir l'activation des contacts grain/paroi afin que "l'effet Janssen" se manifeste pleinement. Cette condition d'activation des contacts est donc capitale pour que le poids de la colonne de grains ne porte pas en totalité sur le fond de la cellule et puisse être défléchi suffisamment vers les parois pour qu'à partir d'une certaine hauteur de lit un saturation apparaisse. À ce jour, aucune étude n'a vérifié que l'établissement du seuil de glissement soit réalisé pour chaque contact grain/paroi par la procédure de descente du fond. La manifestation indubitable de "l'effet Janssen" par l'abaissement du fond de la cellule sert de démonstration à postériori à la justification de l'activation de ces contacts. Autrement dit, il est considéré que cette procédure permet d'activer tous les contacts aux parois latérales.

Dans une première sous-section, nous décrirons l'impact d'une séquence de descente du fond de la cellule par la simulation DEM puis dans une seconde sous-section, nous caractériserons la manifestation de "l'effet Janssen" à partir de cette analyse microstructurelle. Enfin, nous discuterons de l'influence de la largeur de la cellule, du débit d'alimentation et de la hauteur de chute lors du versement sur les propriétés statiques du "packing".

3.4.1 Description d'une séquence de descente du fond de la cellule

Les procédures expérimentales et numériques d'activation du seuil de glissement aux parois consistent à générer un mouvement relatif entre les parois et les particules qui leur sont aux contacts. Ce mouvement doit être réalisé en condition quasi-statique et sur une distance suffisamment faible pour ne pas perturber l'état statique global du lit de particules. Il s'agit d'activer, par une sollicitation à l'échelle du lit, l'état des contacts qui s'établissent à l'échelle nanotribologique des aspérités. Plusieurs simulations numériques ont permis de tester deux procédures différentes : (i) abaissement ou remontée du fond de la cellule (parois latérales immobiles) et (ii) abaissement ou remontée des parois latérales (fond fixe). Durant ces essais, l'évolution de la force exercée par le "packing" sur le fond de la cellule est mesurée. Pour les quatre modalités considérées, la force exercée sur le fond de la cellule décroit en fonction du temps puis se stabilise à une valeur constante. Cette cinétique est illustrée sur la figure 3.45 lors de la descente du fond pour trois hauteurs de lit différentes.

Des essais expérimentaux en abaissant la pâle ont aussi été réalisés. Tous les essais sont



(a) (b)

FIGURE 3.45 – *(a) Profil de la force exercée sur le fond pendant la descente. Influence de la hauteur de lit H_b – (b) Valeur de $\bar{\mu}^*$ pour les particules au contact des parois latérales pendant la descente du fond (H_b = 0.69m).*

réalisés à une vitesse de translation (fond ou parois latérales) de 10^{-5}m.s^{-1}. Cette valeur a été retenue à partir d'une étude bibliographique couplée à de nombreux essais préliminaires où nous avons fait varier la vitesse. Cette vitesse permet de conserver les contacts établis entre les particules et les parois en ne modulant que l'intensité du rapport F_t sur F_n et d'assurer l'intégrité du réseau de forces normales. L'accélération générée n'est en effet pas suffisante pour que l'inertie déplace les particules au delà de leur position d'équilibre tout en garantissant une mobilité "infinitésimale" à l'échelle nanotribologique des contacts. L'étude numérique à partir de cas tests de la sensibilité de la persistance des contacts en fonction de la vitesse relative entre particules montre qu'à partir de 5.10^{-4}m.s^{-1} le réseau de contacts est modifié (points de contacts labiles). Ce mouvement est stoppé lorsque la force ne varie plus (figure 3.45a). Pour toutes les configurations de lit testées (différentes hauteurs de lit et différentes largeurs de cellule), le temps nécessaire à la relaxation de la force est de l'ordre d'une seconde. Ce mouvement uniaxial imposé durant ce temps correspond à un déplacement de dix microns, soit une distance trois cent fois plus petite que le diamètre des particules.

Pour chaque configuration, les résultats sont équivalents en terme d'activation des contacts. Nous commenterons cette analyse uniquement à partir des résultats établis pour la procédure de descente du fond de la cellule qui est celle usuellement employée dans la littérature. Au cours de l'abaissement du fond de la cellule, le poids qui s'y exerce décroit (figure 3.45a) tandis que globalement, l'ensemble des contacts grain/parois latérales contribue plus fortement à la déflexion latérale des contraintes verticales. Cette tendance est d'autant plus forte que la hauteur du lit est importante (figure 3.45a). Au fur et à

mesure de l'abaissement du fond de la cellule $\bar{\mu}^*$ augmente rapidement en se stabilisant à une valeur proche de 0.5 quelle que soit la hauteur de lit (figure 3.45b).

Cette augmentation en moyenne de μ^* va dans le sens d'une intensification de la déflexion latérale des contraintes verticales. Si elle va bien dans le sens, l'analyse au niveau de chaque contact montre qu'elle n'est pas uniforme le long des parois mais se localise. La figure 3.46 est constituée de séquences à différents instants donnant la localisation des valeurs de μ^* à la paroi latérale gauche durant la descente du fond. Initialement aucun contact n'est au seuil de glissement post-versement (figure 3.46a). Aussitôt que la descente

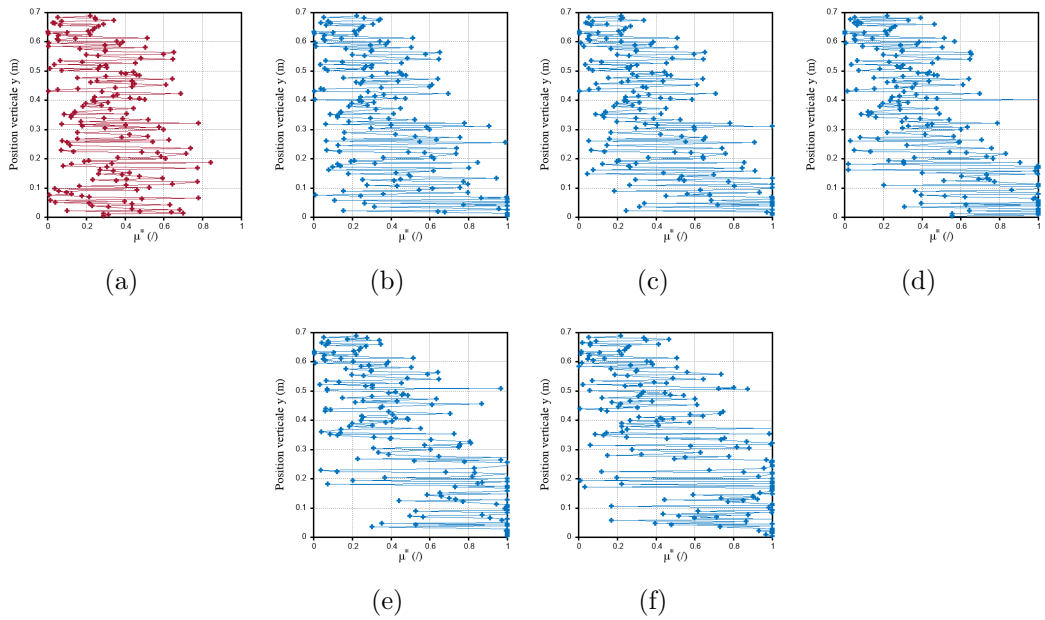


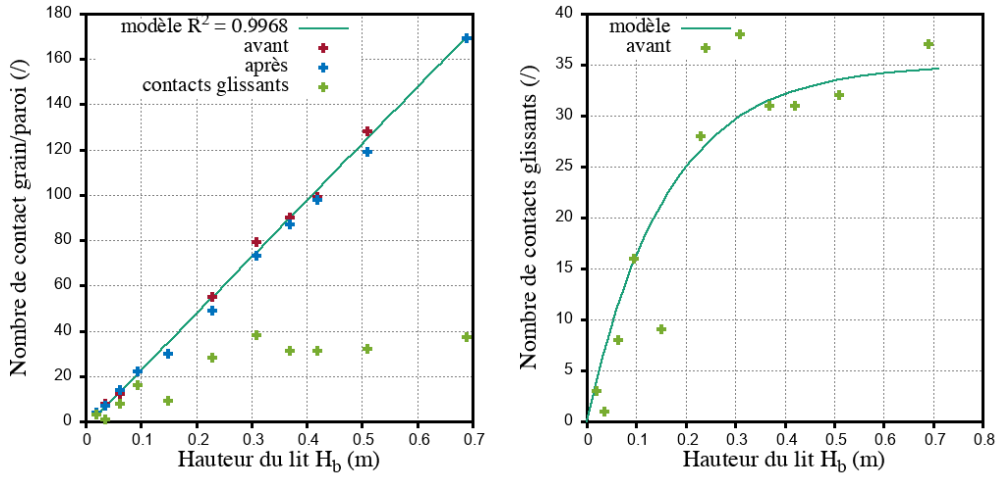
FIGURE 3.46 – *Evolution de μ^* à la paroi latérale gauche pendant la descente du fond à différents instants – (a) $t = 0s$ – (b) $t = 0.05s$ – (c) $t = 0.1s$ – (d) $t = 0.25s$ – (e) $t = 0.5s$ – (f) $t = 1s$.*

commence, certains contacts localisés dans la partie basse de la cellule atteignent le seuil de glissement (figure 3.46b). Un front d'activation des contacts se développe alors vers le haut et se stabilise à une profondeur proche de la moitié de la taille du lit granulaire (figure 3.46bcdef) ; au-dessus de celui-ci et jusqu'à la surface du lit, l'état mécanique des contacts n'étant que sensiblement modulé. Entre le fond de la cellule et ce front, la majorité des contacts est au seuil de glissement. Cependant une certaine alternance ou fluctuation entre chacun d'eux apparaît spécifiquement dans cette zone : certains contacts peuvent être à un instant donné au seuil de glissement puis le quitter l'instant d'après pour y revenir ensuite. La simulation numérique permet de dénombrer le nombre total de contacts (N_w) ainsi que le nombre de contacts actifs ($\hat{N}_w$) c'est-à-dire le nombre de contacts qui sont au seuil de glissement, à chaque pas de temps. Le nombre de contact grain/paroi est proportionnel à la hauteur du lit et il reste constant durant l'abaissement du fond de la cellule (figure 3.47a). Dans les conditions de travail et pour la population de particules considérées, la densité

de contact grain/paroi est voisine de 240 contacts/mètre. Post-versement, le nombre de contact actif, $\hat{N}_w$, est nul. Après la descente, il augmente avec la hauteur du lit pour saturer à une valeur voisine de 35 contacts par paroi (figure 3.47b). La dépendance de $\hat{N}_w$ avec H_b peut être interpolée par une exponentielle saturante croissante (équation 3.8) (figure 3.47b).

$$\hat{N}_w(H_b) = \hat{N}_w^{\infty}(1 - \exp(\frac{-H_b}{h_J})) \tag{3.8}$$

où $\hat{N}_w^{\infty} = 35$ est le nombre de contact activable maximum par paroi et $h_J \approx 0.16$m est la portée de l'activation par abaissement du fond pouvant correspondre à une épaisseur caractéristique de couche directement située au dessus du fond et dans laquelle les contacts peuvent être activés. L'indice 'J' est en référence à Janssen car ce paramètre est à notre sens caractéristique de "l'effet Janssen".

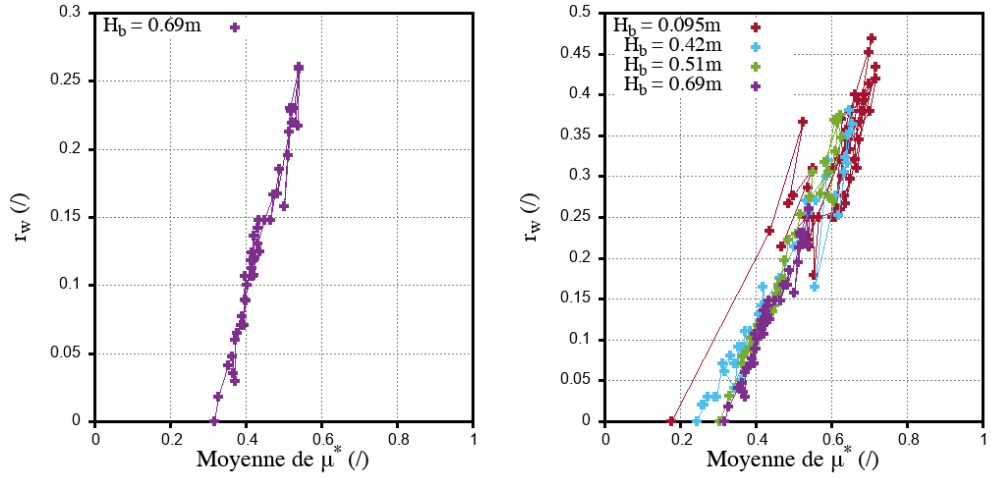


(a) (b)

FIGURE 3.47 – *(a) Evolution du nombre de contact grain/paroi en fonction de la hauteur du lit H_b avant et après descente du fond – (b) Interpolation du nombre de contacts glissants par un modèle exponentiel croissant saturant (équation 3.8).*

En conséquence de ce résultat, la procédure d'activation des contacts par abaissement du fond permet de mobiliser les contacts des particules directement situées au voisinage du fond. Puis de part la portée de cette influence cette mobilisation se propage de proche en proche jusqu'à un maximum correspondant à une épaisseur finie. Durant la procédure d'activation des contacts, l'évolution des forces normale et tangentielle au niveau de chaque contact grain/paroi est suivie ce qui permet d'en déduire l'évolution de $\bar{\mu}^*$ pour chaque grain au contact à la paroi et en conséquence de calculer $\bar{\mu}^*$, la moyenne des μ^*. En notant $r_w = \frac{\hat{N}_w}{N_w}$, ce paramètre reste proportionnel à $\bar{\mu}^*$ durant la phase de descente de la cellule (figure 3.48) et pour une hauteur de "packing" de 0.69m. Cette linéarité entre r_w et $\bar{\mu}^*$ traduit le fait que l'activation des contacts est progressive (la sollicitation étant réalisée

à vitesse constante, la progression linéaire dans le temps de l'établissement des contacts semble logique) tandis que le nombre total de contact reste lui constant (figure 3.48a). Cette tendance est valide quelle que soit la hauteur du lit (figure 3.48b) même si elle est dépendante de la hauteur H_b (figure 3.48b). A la fin de la procédure d'activation, $\bar{\mu}^*$ et r_w décroissent avec la hauteur du lit (figure 3.49ab). L'état des contacts activés fait apparaitre une dépendance linéaire entre leur nombre relatif et $\bar{\mu}^*$ (figure 3.49c) ce qui s'interprète logiquement par une déflexion d'autant plus importante que le nombre relatif de contacts actifs est important. L'ensemble de ces résultats est issu de l'analyse de l'état mécanique



(a) (b)

FIGURE 3.48 – *(a) Evolution de r_w en fonction de $\bar{\mu}^*$ pour une largeur $L_c = 0.1m$ et une hauteur de lit $H_b = 0.69m$ – (b) Evolution de r_w en fonction de $\bar{\mu}^*$ pour une largeur $L_c = 0.1m$ et différentes hauteurs de lit H_b.*

des contacts à la paroi. Au sein du réseau de forces du "packing" la procédure d'abaissement du fond de la cellule a un effet qu'il convient d'identifier. La figure 3.50 illustre cet impact qui ne se manifeste que sur le réseau situé dans la partie basse de la cellule. Le premier constat est que les conditions de vitesse et de déplacement imposées n'ont pas de répercussion sur l'état du réseau de contacts qui demeure inchangé durant la descente du fond de la cellule. Les forces qui se transmettent par ce réseau de contact sont en revanche modulées. Au cours du temps, l'intensité d'une partie du réseau de forces normales est atténuée. Dans la partie basse de la cellule, le niveau des efforts normaux intergranulaires décroit au sein du "packing" mais les transmissions latérales qui percolent d'une paroi à l'autre sont conservées. La diminution de l'intensité de certains efforts normaux laisse en effet transparaitre des voûtes transversales qui défléchissent les efforts verticaux vers les parois. En considérant que le réseau de forces est sous-structuré en (i) un "réseau fort" où la force normale de plus haute intensité est polarisée le long de chaines préférentielles et (ii) un "réseau faible" où le niveau d'intensité est moindre et sans orientation privilégiée (isotrope et diffus), il est possible de proposer une interprétation du phénomène observé.

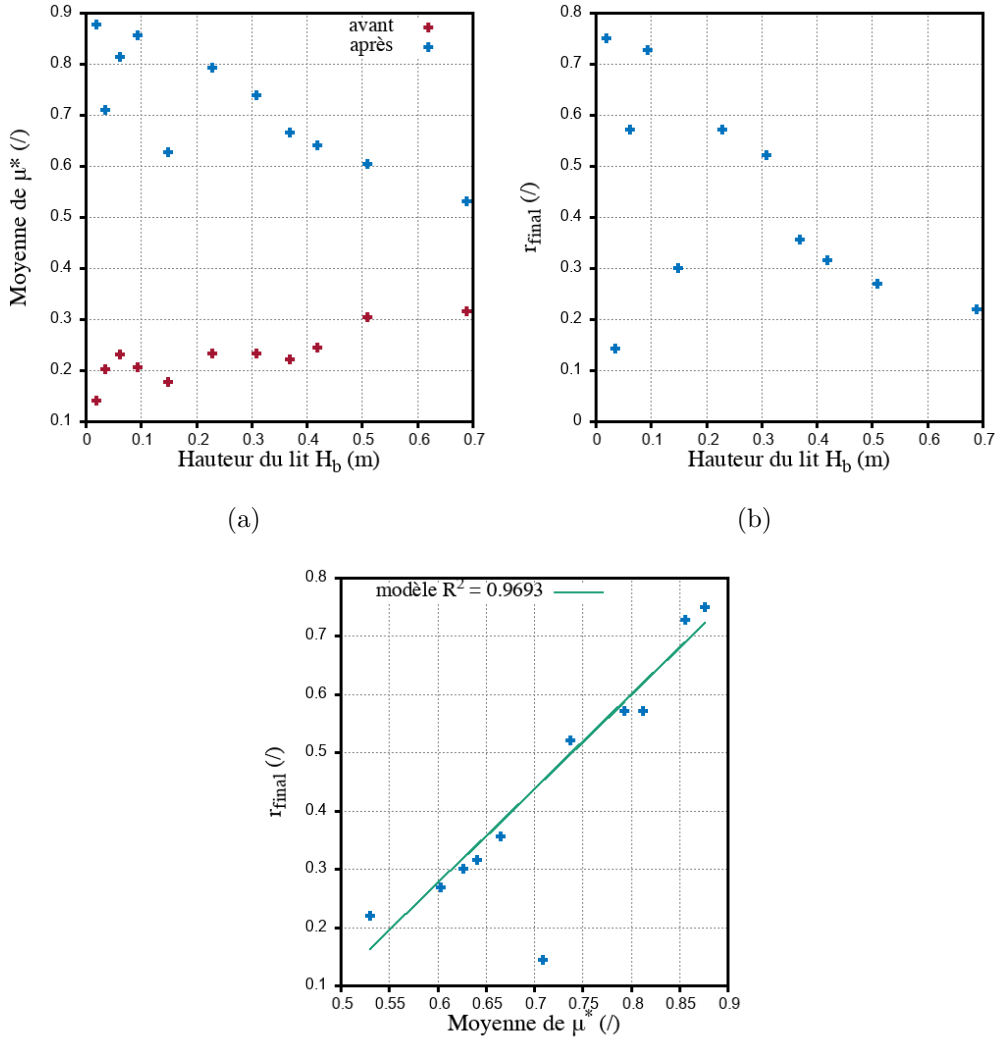


FIGURE 3.49 – *(a) Evolution de $\bar{\mu}^*$ en fonction de la hauteur du lit H_b avant et après descente du fond – (b) Evolution de r_{final} en fonction de la hauteur de lit H_b – (c) Evolution de r_{final} en fonction de $\bar{\mu}^*$.*

Cette distinction entre réseau fort et réseau faible, empruntée aux analyses classiques des "packings" soumis à des efforts de compression, peut être mise en évidence par une étude statistique de la distribution des forces normales [95, 97, 99]. Dans le cas traité ici, la seule contrainte appliquée au lit de particules est son poids propre. La gamme de variation de l'intensité des efforts intergranulaires est donc restreinte. Dans le cas le plus favorable (H_b = 0.69m), les forces normales varient entre 0 et 4.5N (figure 3.50). Aussi la distinction formelle du réseau fort et faible basée sur ce seul paramètre n'est pas aussi significative que dans le cas des "packings" soumis à de fortes contraintes de compression. En revanche

le réseau fort transparait par sa nature polarisée [41, 47]. Ainsi au cours de l'abaissement du fond de la cellule, l'atténuation du réseau faible laisse transparaître de façon beaucoup plus significative les chemins préférentiels du réseau fort (figure 3.50). Ces efforts sont transférés au réseau fort qui les conduit jusqu'aux parois. Les grains "terminaux", situés sur les chaines préférentielles au contact à la paroi, transmettent une plus grande partie des efforts situant leur état mécanique au niveau du seuil de glissement. Ce défléchissement global du poids du lit de grains vers les parois diminue la transmission verticale jusqu'au niveau du fond de la cellule. La figure 3.50 met en évidence qualitativement "l'allègement" du fond de la cellule au cours du temps. Ce phénomène est la caractéristique majeure de "l'effet Janssen". L'activation des contacts en paroi dans la zone basse de la cellule vient de l'intensification de la transmission des efforts qu'ils contribuent à propager à la paroi. Au sein du "packing" et dans cette même zone, certains contacts sont aussi activés. Mais dans ce cas c'est la diminution de la valeur de F_n qui conduit à l'augmentation de μ^*. Ainsi la force tangentielle atteint sa valeur maximale, correspondant au seuil de glissement, par l'abaissement de certaines des forces normales au sein du "packing". On rappelle que l'état des contacts dans la partie haute du réseau, qui n'a pas été considérée, est quasi invariant au cours du temps (figure 3.50).

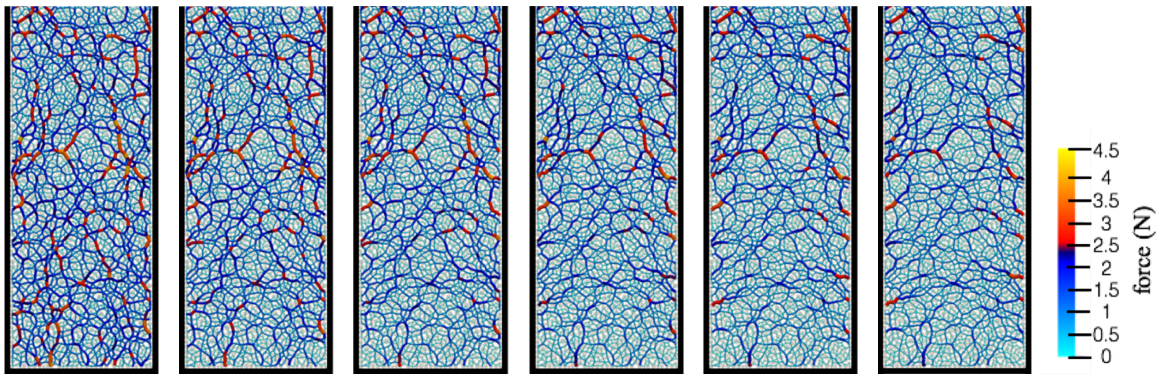


FIGURE 3.50 – *Evolution du réseau de forces normales dans la partie basse de la cellule (un tiers de H_b, avec $H_b = 0.69$m) pendant la descente du fond à différents instants – (a) $t = 0s$ – (b) $t = 0.05s$ – (c) $t = 0.1s$ – (d) $t = 0.25s$ – (e) $t = 0.5s$ – (f) $t = 1s$.*

À partir du "coarse-graining", il est possible de quantifier l'évolution des champs de contrainte au cours de la procédure de descente du fond de la cellule. La figure 3.51 présente le champ de contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ avant et après la descente du fond pour trois hauteurs de lit différentes.

La figure 3.52 se restreint à un agrandissement de la partie basse, concernée par l'impact de la procédure. Dans chacun des cas, l'état de contrainte est faiblement modulé avec cependant la particularité d'un abaissement plus significatif localisé au niveau des coins.

Pour la hauteur $H_b = 0.69$m, les champs des trois contraintes ($\sigma_{yy}(x, y)$, $\sigma_{xx}(x, y)$ et $\sigma_{xy}(x, y)$) sont reportés figure 3.53. L'abaissement du niveau d'intensité des contraintes ver-

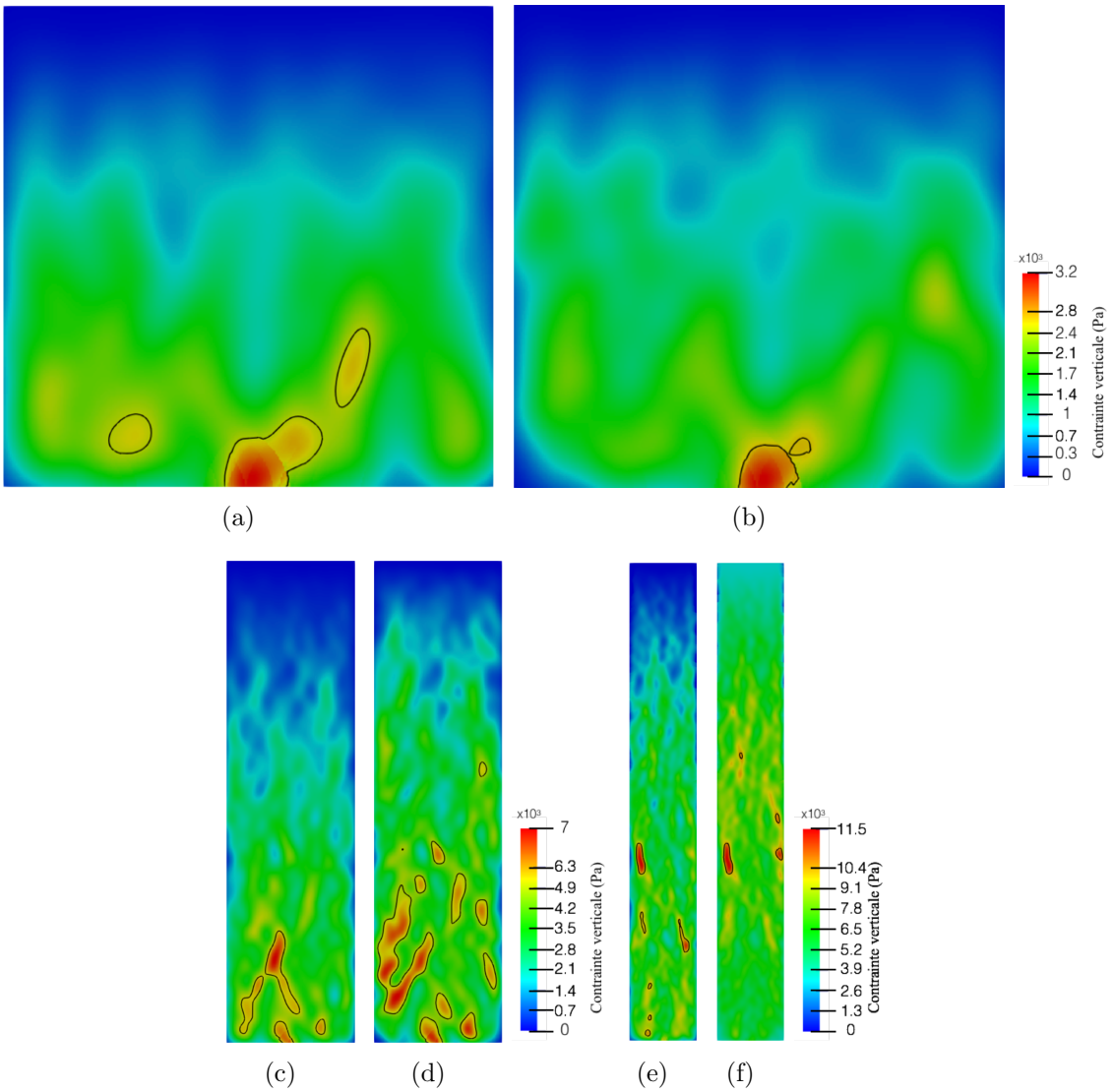


FIGURE 3.51 – *Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1m$ et trois différentes hauteurs de lit – (a)(b) $H_b = 0.095m$ – (c)(d) $H_b = 0.36m$ – (e)(f) $H_b = 0.69m$. (a)(c)(e) correspondent aux états post-versement, (b)(d)(f) correspondent aux états après activation des contacts.*

ticales est nettement mis en évidence (figures 3.53a et 3.53b). Ceci conduit à l'allègement du poids résultant sur le fond de la cellule. L'affaiblissement du réseau faible conduit à un renforcement des contraintes tangentielles (figures 3.53c et 3.53d). Après la procédure de descente du fond les contraintes tangentielles se repartissent selon des voûtes percolantes de part et d'autre des parois qui semble relativement clivées entre elles (figure 3.53d). Cette déconnexion apparente entre les chaines latérales est confirmée par la perte de percolation des contraintes verticales jusqu'au fond de la cellule. Nous verrons dans la section suivante

qu'elle conduit au phénomène de structuration de la contrainte verticale moyenne au niveau du fond de la cellule ("effet Janssen"). Concernant la contrainte de cisaillement, il y a peu de modification si ce n'est au voisinage des parois (figures 3.53e et 3.53f). La contrainte de cisaillement est construite à partir de la décomposition des forces F_n et F_t. À l'intérieur du "packing", il est raisonnable de penser que la contribution des forces tangentielles est plus importante que celle des forces normales. En effet, l'analyse précédente des réseaux de forces 3.50 a permis de montrer que F_t variait peu et accédait au statut de force tangentielle maximale (seuil de glissement atteint) par diminution de l'intensité de F_n. La faible variation de la contrainte de cisaillement retrouvée ici est bien une conséquence directe de la faible variation des valeurs de F_t.

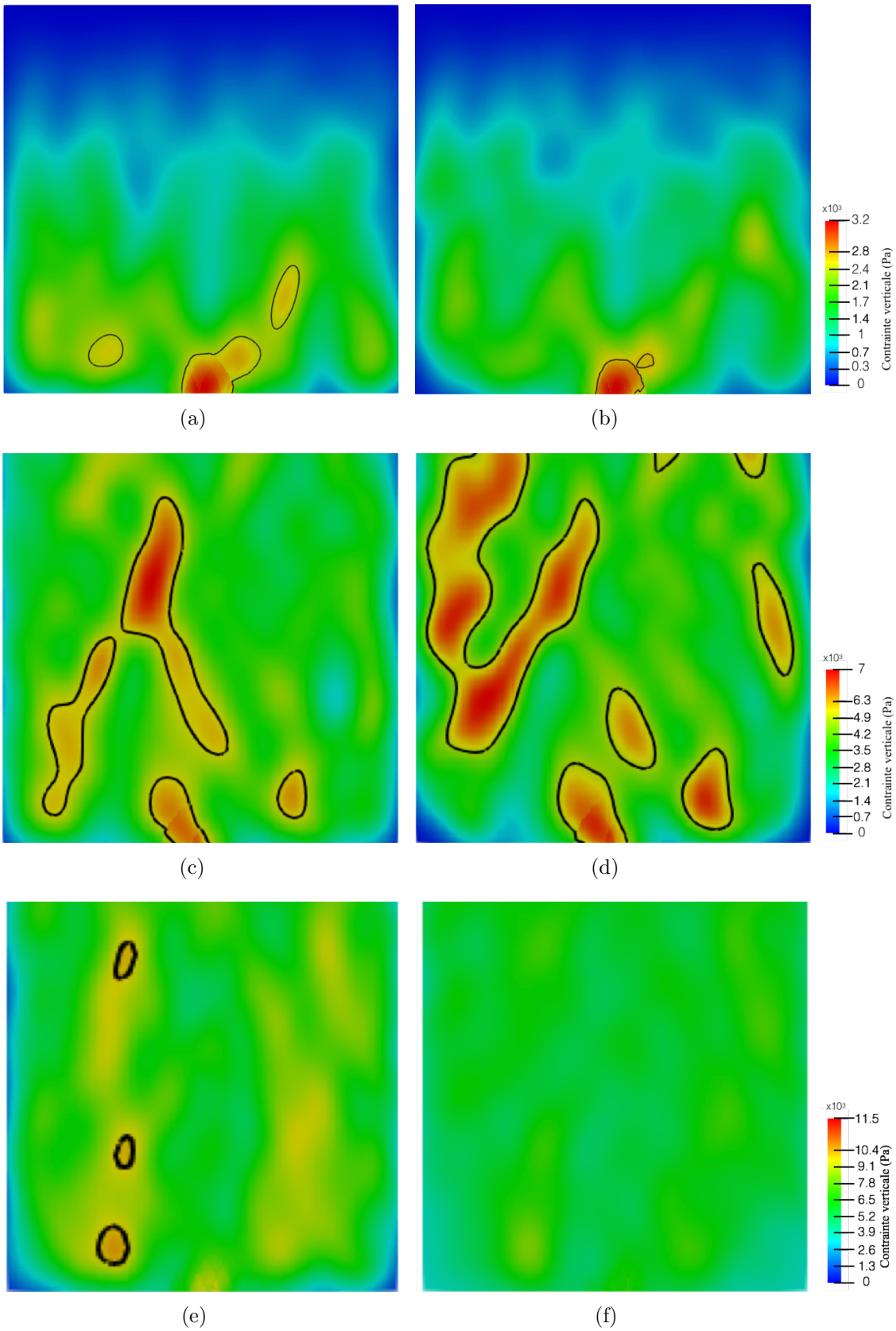


FIGURE 3.52 – *Agrandissement de la partie basse (0.1m) de la cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour trois différentes hauteurs de lit – (a)(b) $H_b = 0.095$m – (c)(d) $H_b = 0.36$m – (e)(f) $H_b = 0.69$m.(a)(c)(e) correspondent aux états post-versement, (b)(d)(f) correspondent aux états après activation des contacts.*

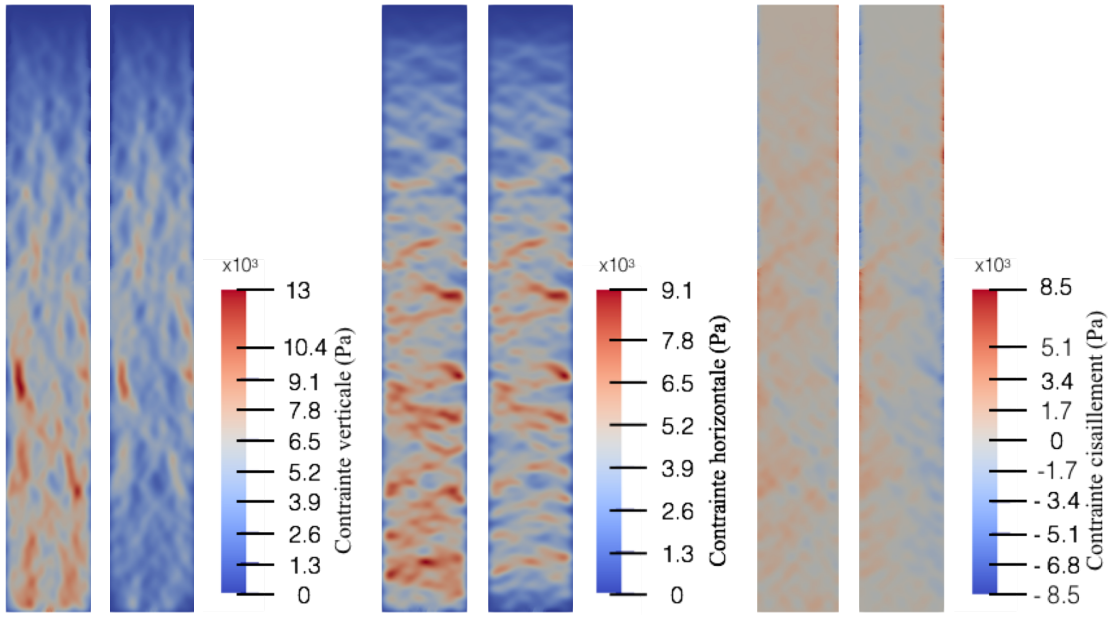


FIGURE 3.53 – – *(a)(b) Cartographies des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$m – (c)(d) Cartographies des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$m – (e)(f) Cartographies des contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$m.(a)(c)(e) correspondent aux états post-versement, (b)(d)(f) correspondent aux états après activation des contacts.*

3.4.2 Caractérisation de l'influence de l'activation des contacts sur la contrainte verticale moyenne

Nous nous intéressons ici à l'influence de l'activation des contacts sur la contrainte verticale moyenne étudiée post-versement dans la section 3.3.2. Nous considèrerons essentiellement une hauteur de simulation $H_b = 0.69$m car les résultats sont comparables à ceux des colonnes de tailles inférieures et sont mieux discernables (figure 3.54a). La figure 3.54b présente le profil initial de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ post-versement correspondant à t = 0s. L'application de la procédure de descente du fond de la cellule laisse invariant une grande partie hydrostatique de ce profil, comprise entre la surface et la profondeur λ_L. Cette zone non perturbée est d'autant plus importante que la hauteur du lit est grande. Ce point confirme qu'en moyenne, l'état des contacts dans la partie haute demeure inchangé. En deçà de λ_L et jusqu'au fond de la cellule, le profil de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ est fortement affecté (figures 3.54a et 3.54b). À chaque profondeur, la contrainte moyenne verticale décroit fortement. L'épaisseur de la couche h_c qui correspond à la fermeture du trou central (section 3.3.2) est cependant inchangée et la forte décroissance de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ qui s'opère dans cette couche reste tout aussi importante qu'observée post-versment (figure 3.35). En conséquence, la valeur de la contrainte moyenne verticale au fond de la cellule, $\sigma_{fond}(H_b)$, diminue lorsque "les contacts sont activés à la paroi" (tel que décrit section 3.4.1). On constate aussi que le profil de contrainte verticale moyenne après cette procédure présente un maximum qui n'est plus situé au voisinage de la couche du fond d'épaisseur h_c. En ce sens, le différentiel de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ entre sa valeur maximale et sa valeur sur le fond de la cellule augmente avec la hauteur du lit mais cet écart est amplifié par l'activation des contacts (figure 3.54c). Ce résultat surprenant nécessiterait d'être conforter par une approche expérimentale mais dont le principe de mesure nous est encore inconnu. Jusqu'à présent, les résultats issus de la simulation DEM sont cohérents avec les résultats expérimentaux que nous avons réalisés. Nous anticipons sur la lecture critique de la suite du manuscrit pour indiquer qu'à notre sens, ils sont aussi en adéquation avec les expérimentations de sollicitations dynamiques que nous avons étudiées (chapitres 4 et 5). Aussi, nous considérons que cette allure du profil de contrainte moyenne, post-descente du fond, est représentative. Nous avançons également un élément supplémentaire dans la critique relative à l'incapacité du modèle de Janssen à décrire le profil de contrainte moyenne verticale.

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'impact de l'activation des contacts sur la valeur de la contrainte moyenne verticale au fond de la cellule : $\bar{\sigma}_{yy}(0) = \sigma_{fond}(H_b)$. Comme nous l'avons déjà indiqué $\sigma_{fond}(H_b)$ représente le poids apparent du lit de particules. La figure 3.55a met en évidence l'évolution de la valeur de $\sigma_{fond}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit et différents instants durant la descente du fond de la cellule. Ces valeurs sont comparées à la contrainte théorique $\sigma_{hydro}(H_b)$ correspondant au poids total de la colonne qui serait appliqué sur le fond de la cellule sans qu'il y ait eu d'interaction défléchissante par les parois. Comme pour le profil de contrainte verticale moyenne (figures 3.54a et 3.54b), un abaissement systématique de $\sigma_{fond}(H_b)$ est observé quelle que soit la hauteur du lit. Post-versement, le profil de $\sigma_{fond}(H_b)$ est confondu avec $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour les petites

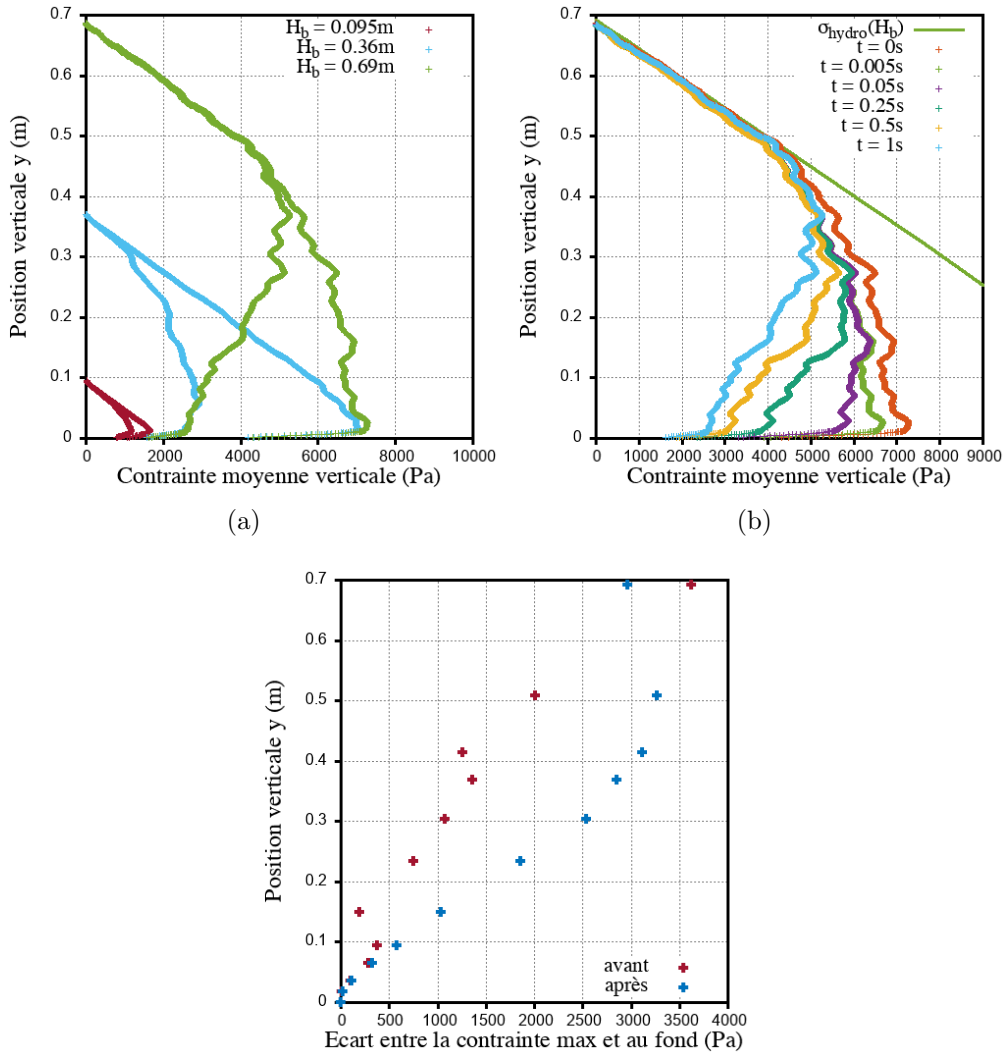
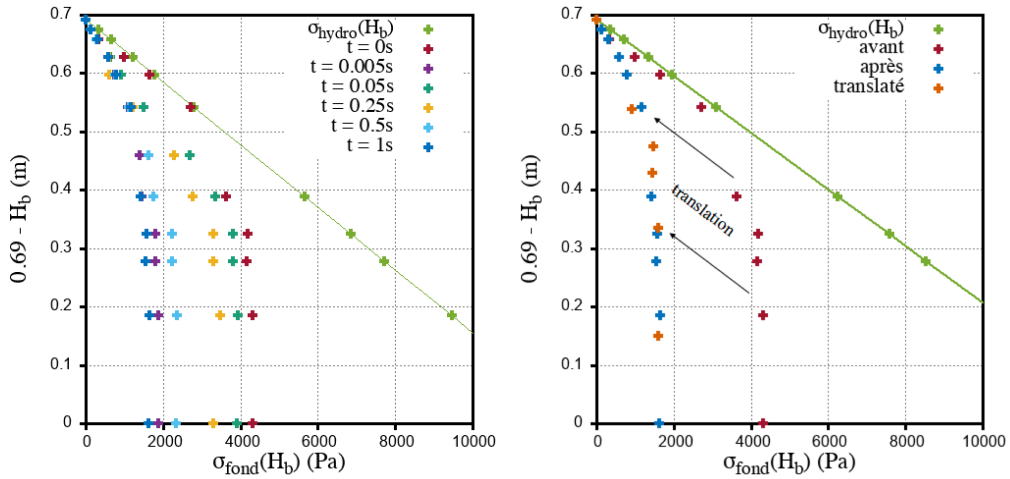


FIGURE 3.54 – *(a) Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1m$ avant et après descente du fond pour différentes hauteurs de lit – (b) Profil de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}$ pendant la descente du fond à différents instants t pour $H_b = 0.69m$ – (c) Différentiel de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ entre sa valeur maximale et sa valeur sur le fond de la cellule avant et après descente du fond pour $H_b = 0.69m$.*

hauteurs de lit, puis augmente progressivement en saturant pour les hauteurs de lit plus importantes.

La procédure de descente du fond a pour effet direct d'annihiler la zone dans laquelle $\sigma_{fond}(H_b)$ prenait des valeurs "hydrostatique". Par ailleurs l'allure saturante du profil est conservée et est comme translatée le long d'un axe représenté par $\sigma_{hydro}(H_b)$. En effectuant artificiellement cette translation, le profil initial de contrainte verticale moyenne se

superpose au profil final (figure 3.55b).



(a) (b)

FIGURE 3.55 – *(a) Évolution des valeurs de la contrainte moyenne au fond $\sigma_{fond}(H_b)$ durant la descente du fond à différents instants t – (b) Comparaison des profils de $\sigma_{fond}(H_b)$ avant et après glissement en ayant opéré une translation du profil initial le long de $\sigma_{hydro}(H_b)$.*

L'activation des contacts a pour conséquence (i) d'abaisser la valeur de la contrainte "saturante" et (ii) de retrouver "l'effet Janssen" avec la dépendance en exponentielle croissante saturante entre la masse pesée et la masse versée (un changement de variable évident permet de convertir respectivement $\sigma_{fond}(H_b)$ et H_b en la masse pesée et la masse versée) car $\sigma_{hydro}(H_b)$ est tangent à l'origine à $\sigma_{fond}(H_b)$. "L'effet Janssen" qui est observé expérimentalement par le positionnement d'une balance sur le fond de la cellule décrit cette dépendance du poids apparent avec la hauteur du lit. Notre approche microstructurelle révèle la complexité de la phénoménologie locale dont il est dépendant. Les expériences physiques corroborent ce résultat (figure 3.56) qui a été largement mis en évidence dans la littérature [38, 63, 67, 75, 93].

À ce stade il nous est important de bien spécifier à nouveau la différence qu'il y a entre l'établissement du profil de contrainte moyenne verticale pour une colonne de hauteur donnée et les valeurs de la contrainte moyenne verticale au fond de colonnes de tailles intermédiaires. La figure 3.57a montre le profil de contrainte verticale moyenne au sein d'une colonne dont $H_b = 0.69$m, le profil hydrostatique et les valeurs des contraintes au fond de la colonne de hauteur du lit comprise entre 0.019m et 0.69m (ces dernières ne constituent pas un profil de contrainte moyenne verticale) post-versement. L'activation des contacts au fond de la cellule amplifie la différence entre le profil de contrainte moyenne verticale et les valeurs de cette contrainte au fond de colonne (figure 3.57b). Si "l'effet Janssen" est un phénomène tangible indiquant une saturation du poids apparent perçu au fond d'une colonne de particules ensilées avec la hauteur de la colonne et si cette

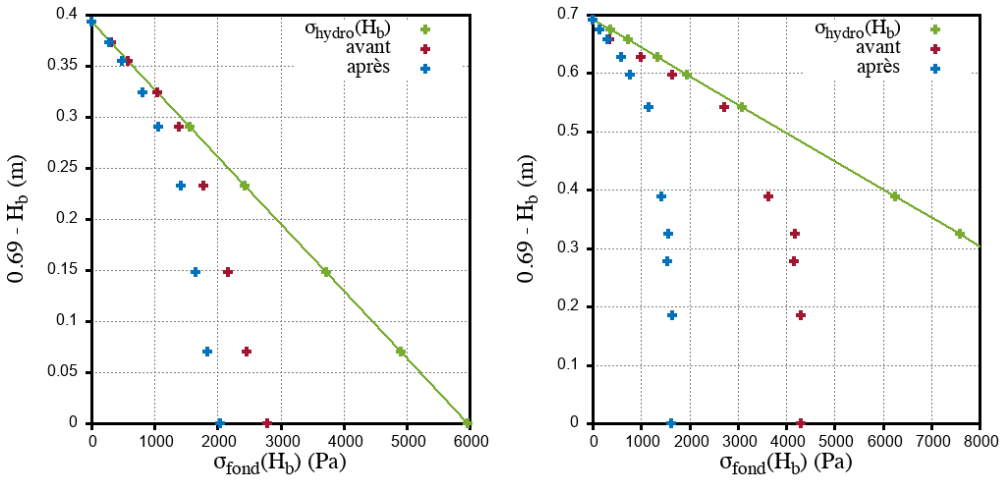
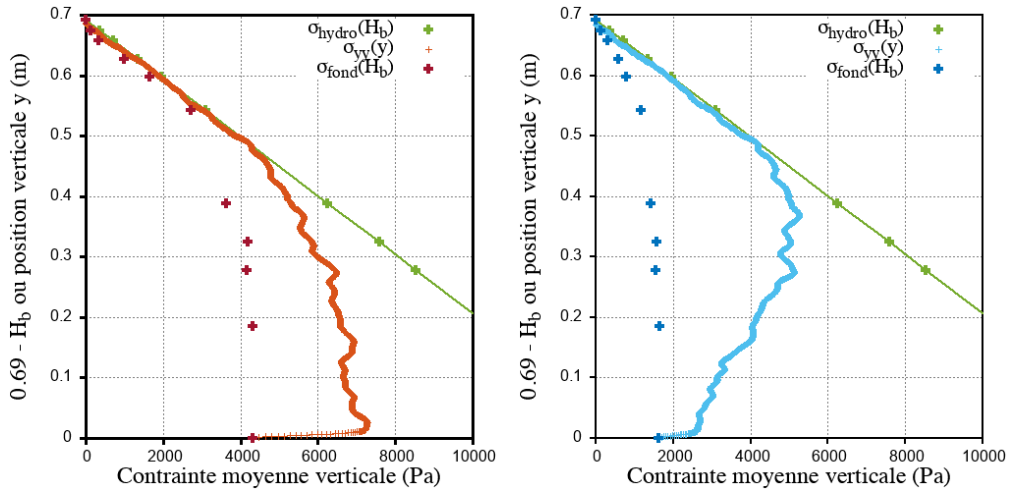


FIGURE 3.56 – *Valeur de la contrainte moyenne au fond $\sigma_{fond}(H_b)$ en fonction de la hauteur de lit H_b avant et après la descente du fond – (a) Résultats expérimentaux – (b) Résultats des simulations.*

dépendance peut être empiriquement décrite par une relation exponentiellement croissante saturante, en revanche nos résultats ne montrent pas le fait que le profil de contrainte verticale moyenne pour chaque hauteur de colonne testée soit modélisable en fonction de la profondeur par ce même type de fonction exponentielle. Ce constat remet donc en cause la pertinence de l'établissement du modèle de Janssen.



(a) (b)

FIGURE 3.57 – *(a) Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69$m) et pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m avant descente du fond – (b) Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69$m) et pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m après descente du fond.*

3.4.3 Influence de la largeur de la cellule, du débit d'alimentation et de la hauteur de chute

À la suite de l'ensemble des résultats établis dans ce chapitre, nous souhaitons initier l'étude de leur sensibilité à quelques-uns des paramètres extérieurs : largeur de la cellule L_c, débit d'alimentation Q et hauteur de chute H_h. Le temps de calcul associé à chacune de ces simulations dépasse celui dédié à la réalisation de ce travail de thèse. De plus, la campagne d'essais expérimentaux n'a pu être conduite pendant cette période de pandémie.

Les critères que nous avons retenus sont l'allure du profil de contrainte verticale, le profil de μ^* et la dépendance de $\sigma_{fond}(H_b)$ ($\simeq$ poids apparent). Les paramètres L_c, H_h et Q testés sont les mêmes que ceux employés dans la section 3.3.4 et les essais numériques réalisés sont synthétisés dans le tableau 3.1.

	$\sigma_{fond}(H_b)$	$\bar{\sigma}_{yy}(y)$	μ^*
L_c	✓	✓	✓
Q	✓	/	/
H_h	✓	/	/

TABLE 3.1 – *Tableau récapitulant les essais réalisés lors des simulations numériques.*

L'influence de la largeur de la cellule est peu significative pour les trois critères retenus. L'activation des contacts se manifeste bien au niveau des parois latérales suite à la descente du fond quelle que soit la largeur de la cellule (figures 3.58ac) mais dans une moindre mesure lorsque $L_c = 0.05$m (figure 3.58c). Elle s'opère également au fond et μ^* augmente de manière similaire dans les deux cas (figures 3.58bd).

Le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ évolue de la même manière quelle que soit la largeur de la cellule et la contrainte au fond de la cellule $\sigma_{fond}(H_b)$ atteint des valeurs légèrement inférieures lorsque la cellule a une largeur plus petite (figure 3.59). Les deux largeurs testées font apparaitre une stabilité des phénomènes mais elles varient sur une gamme trop petite pour pouvoir indiquer les limites de la description présentée notamment pour les cellules très étroites ou à l'opposé très larges.

Concernant les conditions de versement dans la cellule de 0.1m, le débit d'alimentation à hauteur de chute fixée ($H_h = 0.75$m) et la hauteur de chute à débit fixé ($Q = 30\text{g.s}^{-1}$) n'ont pas d'influence significative sur la contrainte verticale moyenne au fond de la cellule (figure 3.60) suite à la descente du fond de la cellule. Ces mêmes paramètres ont par ailleurs un impact sur $\sigma_{fond}(H_b)$ post-versement (figure 3.43). La procédure d'activation des contacts annihile ces effets. L'histoire de la structuration du "packing" n'a par conséquent plus d'influence sur le fond de la cellule une fois l'activation des contacts réalisée.

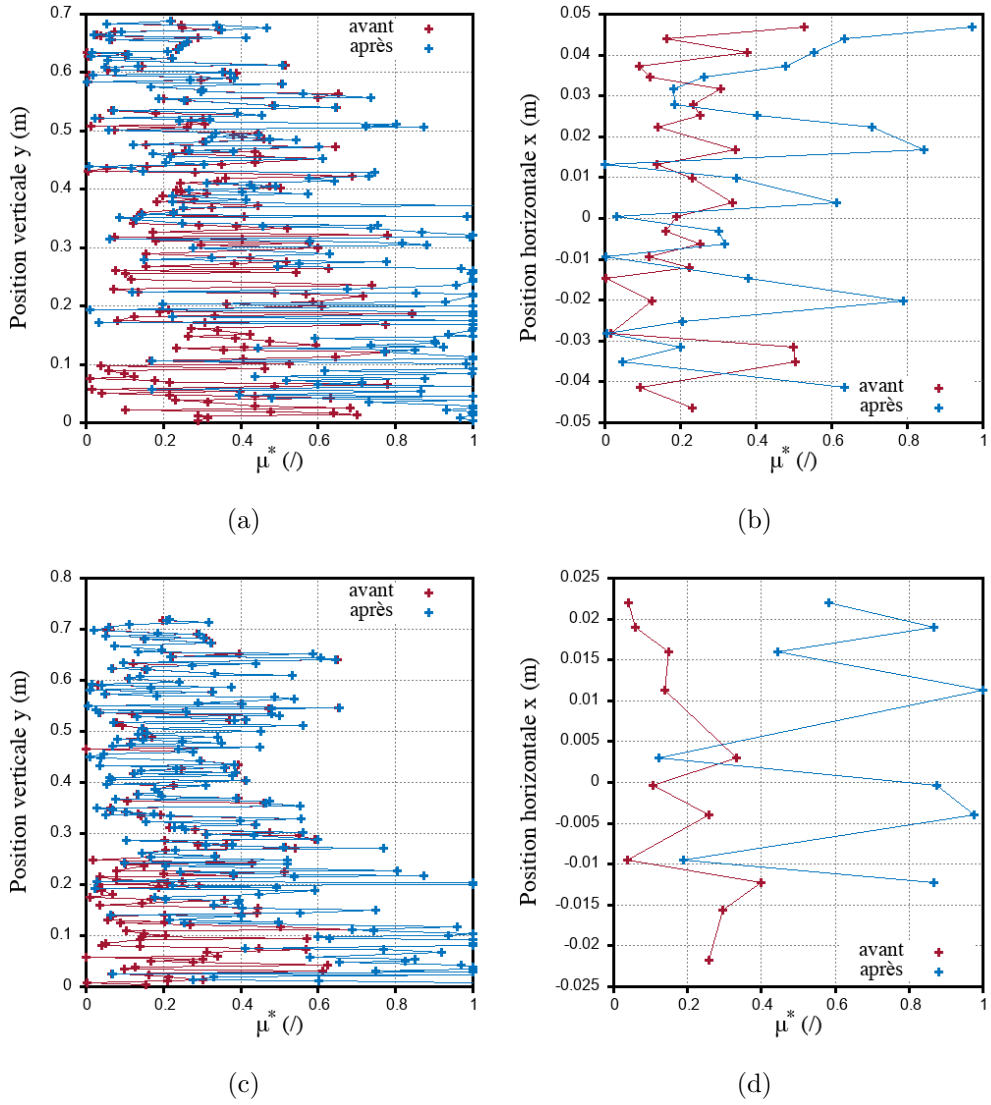


FIGURE 3.58 – *Evolution du μ^* avant et après la descente du fond – (a) Sur la paroi latérale gauche pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m – (b) Sur la paroi du fond pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m – (c) Sur la paroi latérale gauche pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m – (d) Sur la paroi du fond pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m.*

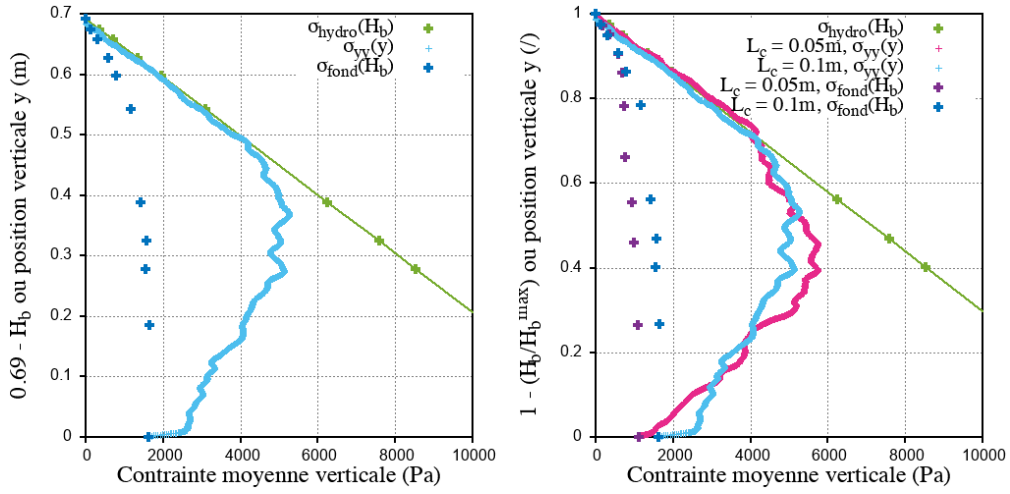


FIGURE 3.59 – *(a) Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69$m) après descente du fond – (b) Comparaison pour les deux largeurs de cellule ($L_c = 0.05$m et $L_c = 0.1$m) adimensionnées par la hauteur de lit maximale H_b^{max}.*

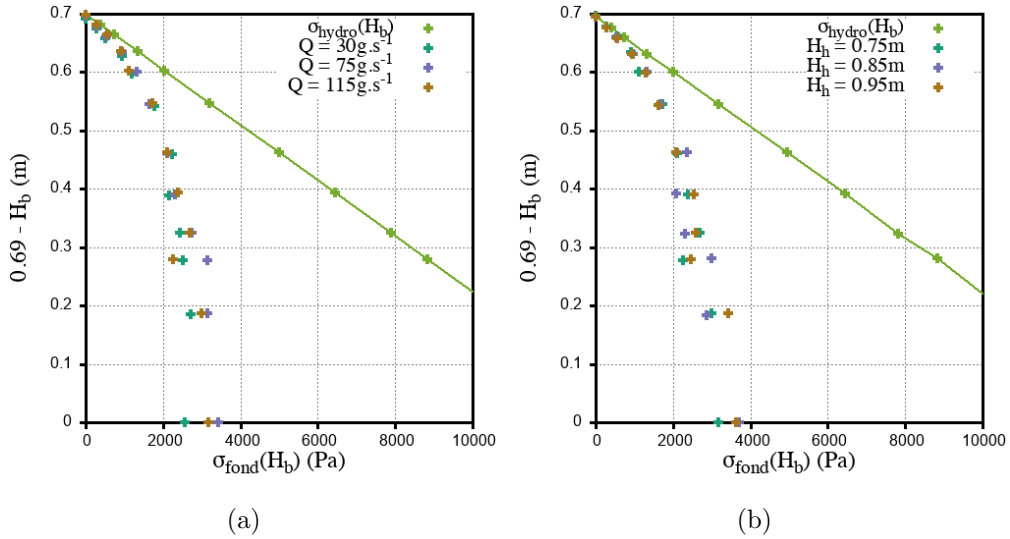


FIGURE 3.60 – *Variation de σ_{fond} obtenue par simulation numérique pour différentes hauteurs de lit après descente du fond. – (a) Variation du débit à hauteur de chute constante ($H_h = 0.75$m) – (b) Variation de la hauteur de chute à débit constant ($Q = 30g.s^{-1}$).*

3.5 Proposition d'une interprétation de "l'effet Janssen" et analyse critique du modèle de Janssen

3.5.1 Interprétation de "l'effet Janssen" par l'analyse microstructurale

"L'effet Janssen" s'observe lorsque le poids apparent mesuré à la base interne d'une colonne granulaire ensilée est comparé au poids effectif des grains pour différentes hauteurs de lit. Pour les très petites hauteurs de lit, le poids apparent est très voisin du poids effectif mais pour des hauteurs de lit croissantes, il devient inférieur et "sature" à une valeur limite. Ce phénomène, observé depuis la fin du XIXeme siècle, a été interprété comme la manifestation de la déflexion vers les parois des contraintes verticales au sein du milieu granulaire. Le poids apparent est plus petit que le poids effectif de par le rôle d'écrantage des parois qui absorbent la déflexion latérale des contraintes. La courbe, obtenue à partir des points expérimentaux du poids apparent et du poids effectif mesurés pour différentes hauteurs de lit, est interpolée par une fonction croissante exponentielle saturante avec une très bonne corrélation. Cette relation empirique permet d'évaluer la valeur du poids à la base d'une hauteur de lit donnée.

Les travaux que nous avons entrepris font apparaitre plusieurs points qui renseignent sur la façon dont s'établit cette relation ainsi que sur le rôle de la phénoménologie à l'échelle des particules dans la manifestation de ce phénomène macroscopique. Afin d'intégrer l'histoire de la mise en œuvre d'un tel dispositif, nous avons considéré l'étape de versement par un point source en faisant varier le débit, la hauteur de chute et la modalité de versement (continue et par couche). Ces essais ont été conjointement conduits sur un prototype physique et à partir d'une simulation numérique DEM. Les deux approches amènent au même constat global : post-versement, le poids apparent mesuré à la base de la colonne a la même valeur lors d'une alimentation continue ou par couche successive. Cet "effet Janssen", usuellement identifié comme étant une des caractéristiques de l'état mécanique statique d'une colonne de grains, n'y est donc pas exclusivement attaché. L'écrantage du poids par les parois se manifeste lors de la dynamique de mise en œuvre. Il s'agit d'un phénomène cinétique qui est dépendant des valeurs du débit d'alimentation et de la hauteur de versement. Pour les deux valeurs de largeur de cellule étudiées, peu d'influence significative de ce paramètre n'a été observée. En revanche, la relation entre le poids apparent et le poids effectif n'est plus directement interpolable par la fonction exponentielle saturante même si le poids apparent se différencie du poids effectif à partir d'une hauteur de couche caractéristique sauf pour les colonnes de petites tailles où ces deux grandeurs sont confondues. De nombreux auteurs ont indiqué que l'allure exponentielle entre le poids apparent et le poids effectif est effectivement observable expérimentalement ou numériquement seulement si l'état d'activation des contacts à la paroi est assuré. Cet état d'activation, qui apparaît à l'échelle des contacts grain/paroi est la résultante de la force normale et de la force tangentielle située sur la limite du cône de critère de Coulomb. Les contacts à la paroi doivent

donc atteindre le seuil de glissement. Pour les conditions employées dans ce travail, cet état n'est jamais réalisé post-versement. Aussi, en effectuant un déplacement relatif incrémental, qui respecte l'arrangement des particules, nous avons tenté d'activer les contacts ou du moins de retrouver les conditions d'obtention de cette dépendance exponentielle. Deux protocoles, testés expérimentalement et numériquement, ont consisté à abaisser ou remonter le fond (sans contact avec les parois) à une vitesse très faible et pour un déplacement infinitésimal. Deux autres protocoles, exclusivement testés numériquement, ont consisté à élever ou abaisser les parois latérales à la même vitesse et pour le même déplacement en laissant le fond fixe. Tous conduisent aux mêmes résultats et permettent de retrouver la forme exponentielle entre le poids apparent et le poids effectif.

L'apport majeur de la simulation numérique DEM est de relier l'impact des phénomènes se déroulant à l'échelle microstructurelle à la manifestation macroscopique de cet effet. Le premier constat est que l'activation des contacts n'est pas généralisée à l'ensemble des particules en contact avec les parois latérales. Celle-ci est localisée dans une zone proche du fond et s'étend sur une portée limitée. Autrement dit, la capacité d'activation des contacts se propage du fond en remontant le long des parois sur une distance qui augmente avec la hauteur du lit pour les colonnes de petites tailles mais qui tend ensuite vers une valeur fixe et ce à partir d'une certaine hauteur de lit. La variation du front d'activation du seuil de glissement aux parois en fonction de la hauteur du lit a une allure exponentielle croissante saturante. L'analyse du réseau de forces intergranulaires permet de montrer que cette procédure d'activation renforce le réseau "fort" au voisinage du fond de la cellule en atténuant, encore plus significativement, le réseau "faible". Les voûtes, matérialisées par le réseau fort, percolent d'une paroi à l'autre en redirigeant vers elles les efforts verticaux. À partir d'un certain poids, *i.e.* d'une certaine hauteur de lit, la déflexion est telle que les contraintes verticales ne percolent plus jusqu'au fond de la cellule. Cette situation est comparable à une sorte de clivage qui déconnecte du fond la partie supérieure de la colonne. Cet allègement secondaire du fond, provoqué par cette procédure d'activation des contacts, module celui qui était déjà effectif post-versement. Quelle que soit la hauteur du lit, la relation entre le poids apparent et le poids effectif prend une allure d'exponentielle croissante saturante. Rappelons que post-versement, pour les petites hauteurs de lit, le poids apparent est égal au poids hydrostatique de la colonne de grains.

À la suite de cette analyse, nous pouvons conclure que "l'effet Janssen" est un effet de bord localisé au voisinage du fond qui amplifie la déflexion des contraintes verticales vers les parois en générant une disruption dans la transmission verticale de la résultante du poids des particules. Si nous devions identifier une longueur caractéristique qui lui soit représentative, nous conjecturons qu'elle ne peut être localisée qu'au fond et non au voisinage de la surface supérieure. Si nous devions définir une longueur de Janssen, elle serait relative à la portée de l'activation des contacts (h_J défini dans l'équation 3.8) au détriment de celle usuellement définie et relative à une zone "hydrostatique" sous la surface (section 1.2.1). Cette description montre que le rôle de l'arrangement particulaire ne peut être appréhendé par la compacité qui ne joue pas un rôle majeur dans cet effet. Cette remarque n'est bien entendu valable que pour la gamme de compacité issue des

configurations de mises en œuvre employées dans cette étude.

Cependant, comment se fait-il que l'ensemble des mesures expérimentales réalisées par de nombreux auteurs montre directement une dépendance exponentielle saturante entre le poids apparent et le poids effectif quelle que soit la hauteur du lit ? La réponse que nous suggérons tient dans la différence entre les systèmes de mesures du poids apparent. Nos dispositifs, expérimental et numérique, ont la particularité d'avoir un fond rigide, au sens où le module de rigidité étant très grand il ne se déforme que de 40 microns sous l'application de la plus forte charge employée. Cette déformation micrométrique est insuffisante pour assurer l'activation des contacts. Rappelons que le dispositif expérimental de mesure du poids apparent se fait par l'intermédiaire d'une tige qui relie la face supérieure du fond à un capteur de force. La "balance" n'est pas située sous la colonne. Or l'ensemble des dispositifs expérimentaux, utilisés pour mettre en évidence "l'effet Janssen", effectue la mesure du poids apparent par la connexion de la face inférieure du fond au plateau d'une balance. Dans tous les cas, le fond de la colonne est solidarisé sur sa face inférieure au plateau supérieur d'une balance (figure 3.16c), et la pesée s'accompagne d'une légère descente du plateau qui est très certainement susceptible de produire l'activation nécessaire des contacts.

3.5.2 Modélisation du profil de contrainte verticale moyenne

Dans cette section nous allons aborder la problématique de la modélisation du profil de contrainte verticale moyenne au sein d'une colonne de grains ensilés. Cette problématique correspond à celle traitée par Janssen qui aboutit à la proposition du modèle éponyme. La prédiction du profil de contrainte verticale moyenne au sein d'une colonne de grains de taille donnée est une problématique qui n'est pas équivalente à la prédiction du poids apparent sous des colonnes de différentes hauteurs. En d'autres termes, le modèle de Janssen n'est pas directement la réponse à la problématique de "l'effet Janssen". La détermination de la valeur de la contrainte de la moyenne verticale à la base de la cellule (poids apparent de "l'effet Janssen") est un point particulier du profil de contrainte verticale moyenne. Nous soutenons que ces deux problématiques ont été largement confondues et nous projetons ici de les déccoréler d'aussi fortement qu'elles le sont actuellement.

Nous venons de montrer que "l'effet Janssen" provenait d'un effet de bord au voisinage du fond de la cellule. En ce sens, il produit une décorrélation entre l'état mécanique du fond de la cellule et celui opposé, c'est-à-dire au voisinage de la surface supérieure. Ce constat renforce l'idée que la dépendance en exponentielle saturante de la valeur de la contrainte moyenne verticale au fond de la cellule en fonction de la hauteur de la colonne ne peut pas servir de descripteur effectif à la dépendance de la contrainte moyenne verticale avec la profondeur au sein d'une colonne de taille donnée.

Nous avons montré que le profil de contrainte moyenne verticale n'a pas l'allure d'une exponentielle saturante. Sa forme est plus complexe et fait apparaitre différentes sous-zones dans la colonne définies par (i) la longueur de Mandato λ_M, (ii) la longueur λ_L qui marque la profondeur à laquelle le profil de contrainte diffère du profil hydrostatique, et (iii)

l'épaisseur h_c de la couche située au fond et qui correspond à la fermeture du trou central lors du versement. Tous ces constats font apparaitre que le poids apparent mesuré au fond de la cellule en fonction de différentes épaisseurs de couches de "packing" ne renseigne pas sur l'allure de profil de contrainte vertical au sein du "packing'. Autrement dit, il n'est pas possible de déduire à partir de la seule mesure du poids au fond de la cellule l'état de contrainte à chaque altitude du "packing". Ce point est illustré sur la figure 3.61.

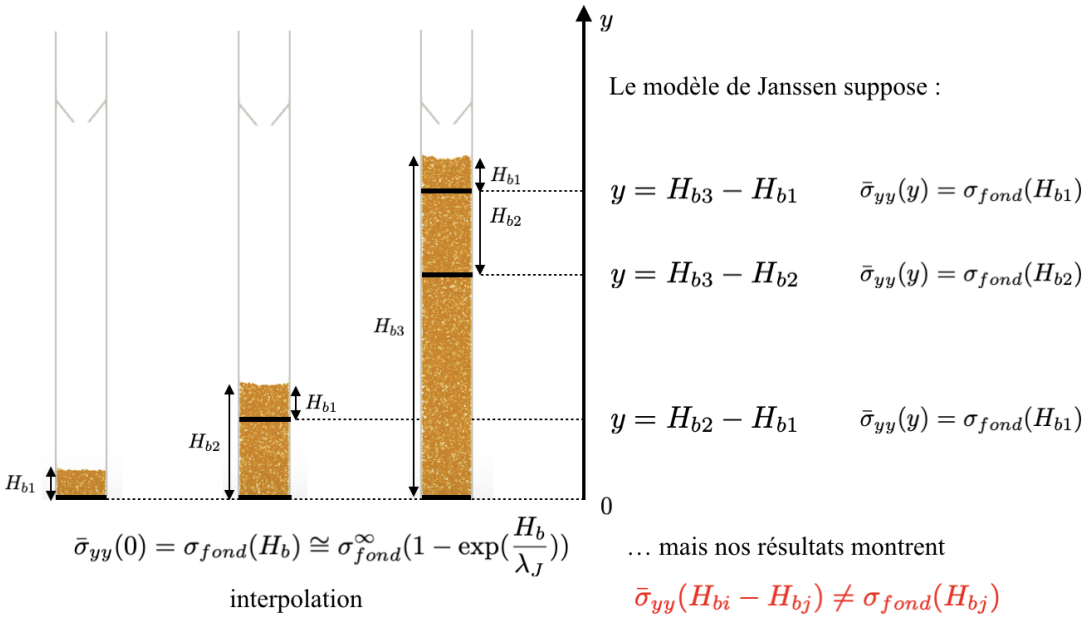
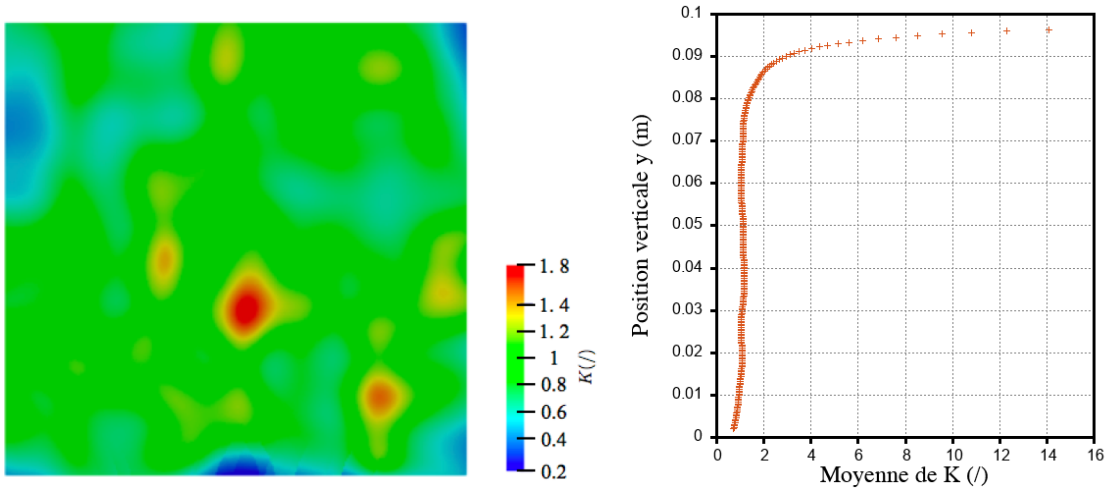


FIGURE 3.61 – *Illustration d'une objection à la validité du modèle de Janssen.*

L'analyse de l'état statique d'une colonne par le bilan des efforts sur une tranche conduit après trois hypothèses à l'établissement du modèle dit de Janssen. Nous analysons chacune de ces hypothèses à partir de la simulation numérique DEM.

— La première des hypothèses est relative à l'uniformité latérale de la contrainte verticale. Nous avons montré qu'elle est parfaitement justifiée entre la surface du "packing" et une profondeur correspondant à la longueur de Mandato. Pour les colonnes dont la taille est supérieure à λ_M, cette hypothèse n'est plus valable. L'hétérogénéité latérale fait apparaitre des zones de plus ou moins forte contrainte et $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ n'est plus suffisamment représentative de l'état de contrainte. Ce constat est d'autant plus vrai lorsque pour les contraintes verticales au sein de la couche d'épaisseur h_c au fond du "packing". Dans cette couche, la forte décroissance de la contrainte et les fluctuations latérales observées sont importantes à considérer car ce sont elles qui déterminent la valeur du poids apparent exercé sur le fond.

— La seconde hypothèse postule la proportionnalité entre la contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ et la contrainte horizontale moyenne $\bar{\sigma}_{xx}(y)$ par l'intermédiaire d'un coefficient de redirection latérale (K). En considérant la relation de proportionnalité entre la contrainte verticale σ_{yy} et la contrainte horizontale σ_{xx} tel que $\sigma_{xx} = K\sigma_{yy}$, il est possible de définir un coefficient de redirection latérale locale. La cartographie, donnant la valeur de ce coefficient en chaque point au niveau de chaque contact, est obtenue par "coarse-graining". Post-versement, l'hypothèse de l'existence de ce coefficient K local est très acceptable donc calculé pour l'ensemble de la cellule (figure 3.62a). Pour



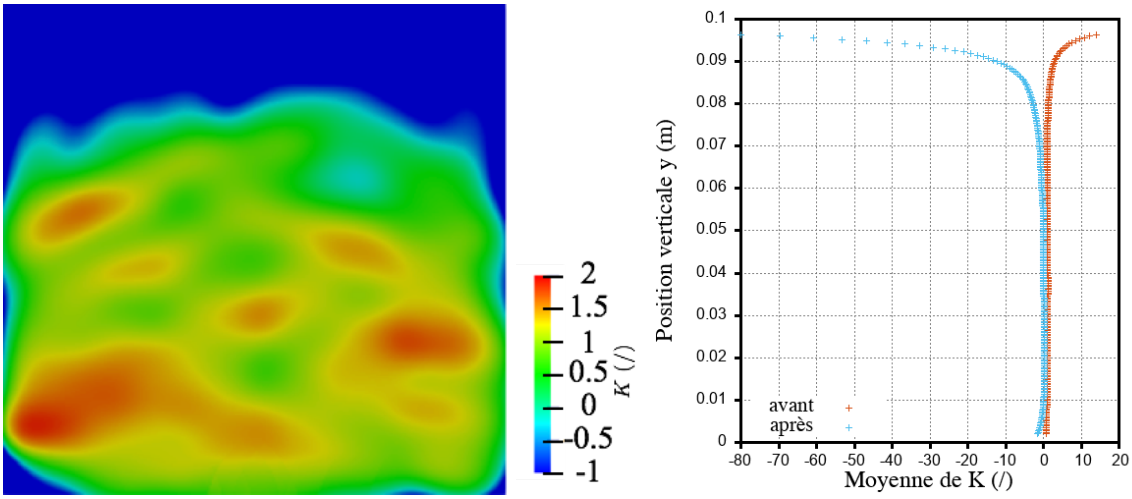
(a) (b)

FIGURE 3.62 – *Post-versement : – (a) Cartographie du champ $K(x, y)$ – (b) Profil moyen du coefficient de redirection $\bar{K}$.*

pouvoir évaluer la validité de l'hypothèse faite par Janssen, une moyenne par couche a été effectuée. La figure 3.62b illustre le profil de ce coefficient moyen qui reste constant dans toute la colonne, excepté au voisinage de la surface supérieure. Après l'application de la procédure de descente du fond, une fluctuation dans les valeurs locales de K est observée en particulier dans la zone supérieure comprise entre la surface et la profondeur égale à la longueur de Mandato ce qui correspond bien à la définition d'un état hydrostatique (figure 3.63a). Malgré une non-uniformité dans les couches inférieures, la valeur moyenne de K est relativement homogène et reste voisine de celle obtenue avant l'activation des contacts : $\bar{K} \simeq 0.86$ (figure 3.63b). Finalement, malgré la non-uniformité latérale des contraintes (verticale et horizontale), l'hypothèse de leur proportionnalité en moyenne est tout à fait acceptable en deçà de la longueur de Mandato (c'est-à-dire en deçà de la zone hydrostatique).

— La troisième hypothèse stipule que le seuil de glissement est atteint aux parois. Nous avons montré que cette condition forte peut être reformulée de façon plus faible pour que "l'effet Janssen" se manifeste. En revanche, lorsque la condition d'activation des contacts est réalisée même seulement en quelques points, nous avons montré

que le profil de contrainte verticale moyenne s'infléchit beaucoup (figure 3.57) et se distingue absolument d'une allure exponentielle saturante. Dans l'état actuel de nos investigations, si rien n'indique qu'une fois l'activation des contacts réalisés pour tous les grains à la paroi le profil de contrainte verticale moyenne prend l'allure d'une exponentielle saturante, nos résultats n'infirment pas non plus l'inverse. Cependant la complexité du profil de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ à travers notamment sa persistance de la décroissance dans la couche du fond (phénomène déjà mise en évidence par Ovarlez et al. [86]) permet d'émettre de grandes réserves sur sa capacité à être décrit par une simple exponentielle saturante.



(a) (b)

FIGURE 3.63 – *(a) Cartographie du champ $K(x, y)$ après descente du fond – (b) Profil moyen du coefficient de redirection $\bar{K}$ avant et après descente du fond.*

Notre critique du modèle de Janssen repose sur l'invalidation forte de deux des hypothèses sur lequel il est fondé. La modélisation du profil de contrainte moyenne verticale ne nous semble pas être correctement établi par le modèle analytique tel que proposé par Janssen. La complexité de ce profil rend très difficile le recours à tout type de modèle analytique établi à l'échelle macroscopique. Toutefois, en redéfinissant le bilan des efforts à l'échelle des contacts telle que la DEM le permet ou à l'échelle mésoscopique (échelle des chaînes de forces) tel que le modèle de OSL le préconise, il est possible de le calculer. Qualitativement, ces deux approches conduisent à des résultats analogues.

3.6 Conclusion

Ce chapitre propose des réponses à certaines problématiques liées à la mise en oeuvre d'un milieu granulaire par versement au sein d'une colonne. Les essais expérimentaux et numériques ont été réalisés avec différentes hauteurs de lit H_b et la largeur de cellule L_c permettant d'adimensionner les résultats pour pouvoir les utiliser dans un contexte plus réaliste comme le dimensionnement des silos de stockage des grains par exemple. L'écoulement puis l'état statique du milieu granulaire ensilé sont décrits notamment par une analyse plus fine à l'échelle des contacts. Par ailleurs, le couplage entre les deux approches expérimentale et numérique, a permis d'effectuer une analyse multi-échelle : de l'échelle du réseau de forces normales (description discrète) jusqu'à la cartographie des contraintes (description continue). De façon synthétique, on peut retenir de cette double approche, la mise en évidence de deux natures de critère qui permettent de clarifier la description des phénomènes impliqués lors du versement puis de la mise à l'équilibre statique de la colonne. Le premier de ces critères est d'une nature dimensionnelle. Il s'agit des longueurs caractéristiques qui ont été mises en évidence : h_c, l'épaisseur de la première couche qui s'établie lors du versement et : λ_M, l'épaisseur de la couche "pseudo-hydrostatique" à partir de la surface libre. Le second de ces critères est relatif à l'état des contacts par rapport au seuil de glissement et plus particulièrement des contacts grain/paroi. Ce critère : μ^*, constitue un indicateur qui permet d'analyser la localisation des seuils de glissement.

La phase de versement a été décrite et en particulier ses premiers instants, où s'établie une couche sur le fond qui joue un rôle important dans "l'effet Janssen" et comme on le verra dans les chapitres 4 et 5, dans la perturbation générée par un intrus. Dans une seconde partie, nous nous sommes intéressés à l'état mécanique statique de la colonne de grains. Plusieurs expériences numériques et expérimentales ont été effectuées de façon à bénéficier de données factuelles à l'échelle de la cellule et d'éléments explicatifs à l'échelle de la microstructure. Un focus a été apporté sur "l'effet Janssen" et sur le modèle de Janssen que nous avons explicitement bien distingués. Concernant "l'effet Janssen" les résultats expérimentaux et numériques montrent que l'on ne retrouve l'effet de saturation que lorsque l'on procède à l'activation des contacts grain/paroi à leur seuil de glissement. La procédure que nous avons employée pour réaliser cette activation est conforme à celle que l'on trouve dans la littérature : abaissement du fond sur une très petite fraction de diamètre de grains et à une très petite vitesse. Cette étape qui autorise une mobilité granulaire infinitésimale est nécessaire pour rendre la variation de la contrainte verticale moyenne à la base, saturante, au regard de la hauteur du lit de grains. Notre dispositif de mesures de cette contrainte à la base n'est pas totalement identique à celui employé dans la littérature tant au niveau des essais de laboratoire que des essais technologiques à plus grande échelle. La mesure via le fond, qui est relié par une tige à un capteur de force situé sur le dessus de la cellule (configuration de ce travail), se distingue en effet d'une configuration plus classique pour laquelle le fond est directement solidarisé au plateau supérieur d'une balance. Notre système présente une très forte rigidité, trop forte pour que son élasticité permette la mobilité infinitésimale nécessaire pour activer les contacts. On

trouve dans la littérature des résultats expérimentaux qui mettent en évidence directement le phénomène de saturation par lecture du poids sur la balance, sans passer par cette étape d'activation. Nous pensons que pour ces essais, la course du capteur de force des balances employées, est suffisante pour permettre l'activation directe des contacts. D'une façon ou d'une autre le phénomène est néanmoins bien présent. Nos résultats indiquent de plus, qu'il se manifeste dès le versement. Il serait donc d'une nature cinétique et pas exclusivement lié aux seules caractéristiques géométriques et propriétés mécaniques statiques du "packing". Ce point constitue une première incise dans le raisonnement de Janssen qui attribue à cet effet localisé sur le fond de la cellule d'être la conséquence du profil de la contrainte moyenne verticale qui la surmonte. L'analyse du profil de la contrainte verticale moyenne obtenu à partir d'un "coarse-graining" du réseau de forces normales, ne valide pas le modèle de Janssen (équation 1.15). A partir de la surface ce profil est quasi-hydrostatique mais s'infléchi fortement dans la couche du fond où la contrainte décroit et n'augmente plus avec la profondeur. Ces résultats rejoignent ceux obtenus par Ovarlez et al. [84, 85], qui ont les premiers mis en évidence l'existence d'une zone proche du fond dans laquelle la contrainte verticale moyenne décroit avec la profondeur. Nous soutenons que ce phénomène est totalement lié à "l'effet Janssen". De notre point de vue "l'effet Janssen" est un effet de bord localisé dans la couche d'épaisseur h_c pour laquelle les contacts grain/paroi peuvent être activés et y défléchir le poids de l'ensemble de la colonne de grains qui surmonte le fond. "L'effet Janssen" serait la manifestation d'un clivage des contraintes verticales au niveau de cette couche, où elles sont fortement captées par les parois. En complément, les hypothèses du modèle de Janssen ont été discutées de façon critique et il nous semble que celles-ci devraient être renforcées afin d'améliorer la description que procure ce modèle. En particulier nos résultats confirment la présence d'une couche supérieure à partir de la surface libre au sein de laquelle l'état mécanique demeure quasi-hydrostatique (le profil de la contrainte verticale moyenne est confondu au profil hydrostatique et non pas seulement tangent à l'origine comme le modèle de Janssen le prédit). Cette couche de surface avait déjà été mise en évidence par Mandato et al. [70, 71]. Elle possède une épaisseur : λ_M qui n'est pas assimilable ni corrélée à la longueur de Janssen. L'analyse de la sensibilité de ces résultats à quelques uns des paramètres du système (largeur de la cellule, hauteur du lit, débit d'alimentation et hauteur de chute) montre d'ores et déjà, que l'histoire de mise en oeuvre joue un rôle important sur l'état statique du lit de grains. D'autres variations de paramètres devront être investigués : distribution granulométrique, valeur du coefficient de friction, module d'élasticité afin d'aller plus loin dans la compréhension de l'origine de cette longueur.

Tous ces résultats ont permis d'une part, de mettre en place des grandeurs caractéristiques et des outils d'analyse de cette configuration granulaire et d'autre part, de connaitre l'état d'équilibre du lit de grains avant qu'il ne soit perturbé par un intrus mécanique. La suite du manuscrit présente l'étude de la réponse du lit granulaire à une sollicitation mécanique de type retrait. Cette étude est restreinte à une seule configuration géométrique ($H_b = 0.15$m, $L_c = 0.1$m) et pour la même population de grains au sein de laquelle un intrus mécanique est initialement placé au fond de la cellule.

Chapitre 4

Analyse de la perturbation d'un lit de grains par la remontée d'un intrus

Sommaire

4.1 Introduction 123
4.2 Force de trainée et réseau de forces au voisinage de l'intrus . 123
4.2.1 Evolution de la force de trainée 124
4.2.2 Energie dissipée au niveau de l'intrus 126
4.2.3 Réseau de forces au voisinage de l'intrus 127
4.3 Mobilité des grains 130
4.3.1 Champ de vitesse 130
4.3.2 Lien avec la transmission des forces 133
4.4 Rôle du frottement 135
4.4.1 Frottement dans le volume 135
4.4.2 Mobilisation du frottement pendant la remontée de l'intrus . . . 137
4.4.3 Contacts frottant au niveau des parois 138
4.5 Champ de contraintes 142
4.5.1 Champ de contraintes avant et après perturbation 142
4.5.2 Champ de contraintes au cours de la remontée de l'intrus 143
4.6 Conclusion 146

4.1 Introduction

Dans ce chapitre on s'intéresse à l'influence de la remontée d'un intrus rigide ou pâle sur la transmission des forces et la mobilité de grains ensilés [1]. Une cellule transparente remplie de billes en verre est utilisée. Au début de l'essai, la pâle, initialement positionnée au fond de la cellule, est animée d'une vitesse constante ascendante et son mouvement dans le plan horizontal est bloqué. Des simulations numériques bidimensionnelles sont réalisées dans des configurations similaires aux expériences. Les conditions opératoires expérimentales et numériques sont celles présentées en détail dans le chapitre Matériels et méthodes (section 2.4.2).

On s'intéresse plus particulièrement à la dissipation entre grains et au niveau de l'intrus et des parois de la cellule ainsi qu'à la mobilité des grains et à la transmission des contraintes. Dans les expériences, la force de trainée agissant sur l'intrus est mesurée par un capteur de force uniaxial pendant qu'une caméra à image rapide enregistre les déplacements des grains. A partir de ces images et d'une méthode PIV (Particle Image Velocimetry) on détermine le champ de vitesse des grains situés immédiatement derrière la paroi frontale du dispositif. Ces résultats expérimentaux sont comparés à des simulations numériques effectuées dans des configurations géométriques similaires (même propriétés mécaniques des matériaux ainsi que même taille de grains, de pâle et de cellule), un intérêt majeur de la simulation étant de donner des informations détaillées sur les réseaux de forces, difficilement accessible par l'expérience directe. Pendant les simulations, la vitesse des grains, les forces normales et tangentielles sont mesurées en fonction de la position verticale de l'intrus. Ces données sont ensuite utilisées dans une approche "coarse-grainée" des grandeurs mécaniques afin de définir des champs continus à l'échelle du lit de grain.

4.2 Force de trainée et réseau de forces au voisinage de l'intrus

Dans cette section on s'intéresse à l'action des grains sur l'intrus, que l'on appellera force de trainée. Sauf mention contraire on considèrera un déplacement lent [2] de l'intrus à une vitesse constante $V = 1.2\text{e}^{-3}\text{m.s}^{-1}$. Cette vitesse correspond approximativement à 0.7% de la vitesse caractéristique $v_c = \sqrt{g\bar{d}}$ de chute d'un grain sur sa hauteur, avec $g = 9.81\text{m.s}^{-2}$ et $\bar{d} = 3\text{e}^{-3}\text{m}$. La valeur de V étant faible devant v_c, on s'attend à ce que les effets inertiels soient limités et n'affectent pas les typologies d'écoulement. En d'autres

1. La majeure partie des résultats de ce chapitre a fait l'objet d'une publication dans la revue Granular Matter [65]

2. Une série d'essais a été réalisée pour différentes vitesses de retrait de l'intrus. Les données brutes de ces résultats sont disponibles mais n'ont pas pu être exploités faute de temps. Ils pourront éventuellement faire l'objet d'une analyse détaillée dans le cadre d'une suite à thèse.

termes, le cas étudié peut être vu comme un cas limite [3] dans lequel le rôle de l'intrus est de structurer le packing sans transmettre de contribution inertielle. Il faut tout de même noter qu'en raison des ruptures intermittentes des chaines de forces lors de la remontée de la pâle, les grains subissent des écoulements localisés qui ne peuvent pas être considérés comme quasi-statique.

La figure 4.1 illustre la cinématique de la remontée de l'intrus pour cette vitesse lente. Au cours de cette remontée on s'intéressera plus particulièrement à l'évolution de la force de trainée, à l'énergie dissipée ainsi qu'aux chaines de forces qui émanent de l'intrus.

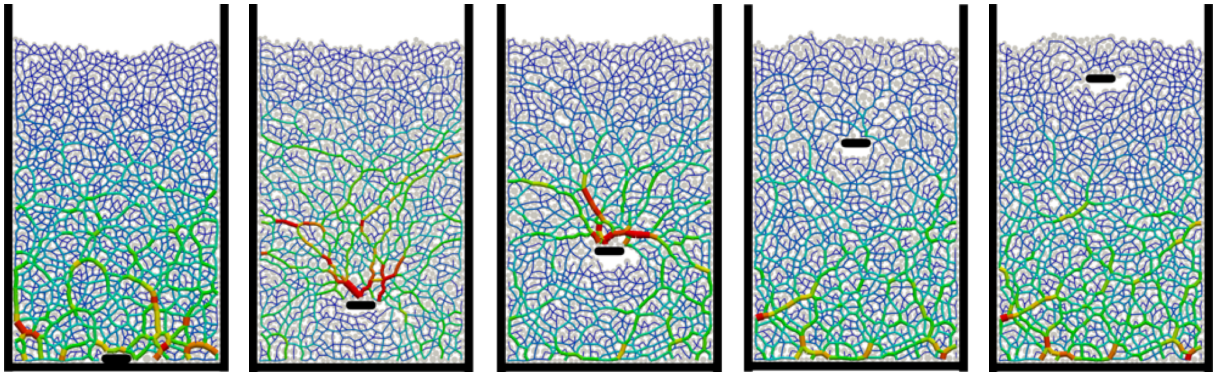


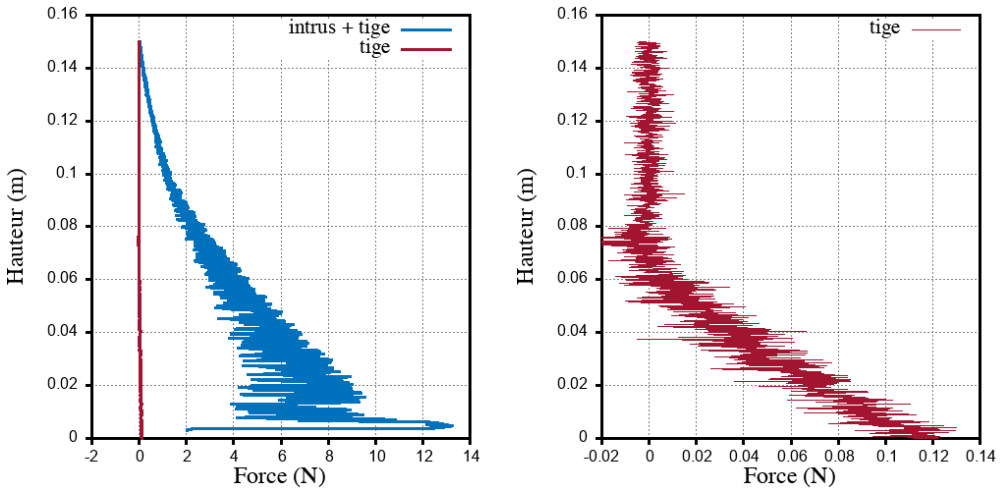
FIGURE 4.1 – *Cinq clichés représentant l'état du milieu granulaire au cours de la remontée de l'intrus. La composante normale des forces de contact entre grains est représentée sous la forme de segments dont la taille et la couleur (du bleu au rouge) sont proportionnelles à l'intensité de la force.*

4.2.1 Evolution de la force de trainée

Dans l'optique d'évaluer l'erreur induite par la présence d'un frottement sur la tige (qui relie l'intrus) on effectue une expérience dans laquelle celle-ci est placée dans la cellule (sans l'intrus), son extrémité inférieure positionnée à quelques millimètres du fond. On verse progressivement les grains dans la cellule et on mesure l'évolution de l'effort exercé sur la tige en fonction de la hauteur du lit H_b. La figure 4.2a permet de comparer cet effort à celui perçu par l'intrus (avec la tige) lors d'une remontée à vitesse lente. La figure 4.2b pour laquelle on a appliqué un facteur d'agrandissement de 100 de l'axe des abscisses, permet de mieux percevoir l'évolution de la force exercée sur la tige. On constate que la tige représente moins de 1% de la force de trainée. Cette erreur sera supposée négligeable dans la suite de notre étude.

La figure 4.3 montre, dans le cas d'une expérience et d'une simulation réalisées dans des conditions similaires, la force exercée par le milieu granulaire sur l'intrus au cours de sa

3. A titre d'exemple les vitesses les plus faibles employées pour les malaxeurs à faible taux de cisaillement sont approximativement dix fois plus grandes [36].



(a) (b)

FIGURE 4.2 – *(a) Evolution de la force sur la tige superposée au profil de force pendant une remontée de l'intrus à vitesse lente – (b) Zoom de la force exercée sur la tige.*

remontée. La cinétique [4] observée présente des fluctuations dont l'amplitude décroit avec la position de l'intrus par rapport à la surface libre. Bien que ces fluctuations soient plus grandes dans le cas numérique, la tendance générale observée est claire. L'origine de ces fluctuations a été relativement peu étudiée dans la littérature en ce qui concerne les applications à la structuration de lits granulaires par une pâle ou un intrus. Dans des situations proches, Miyai et al. [78] ont étudié le cas de la pénétration d'un milieu granulaire cohésif par un poinçon cylindrique et Gravish [50] celui d'un intrus en mouvement horizontal dans un lit de grains. Les deux études attribuent l'origine de ces fluctuations au phénomène de dilatance de l'assemblage de grains qui est connu pour être fortement dépendant de la compacité initiale par rapport à sa valeur résiduelle à l'état stationnaire en cisaillement [53].

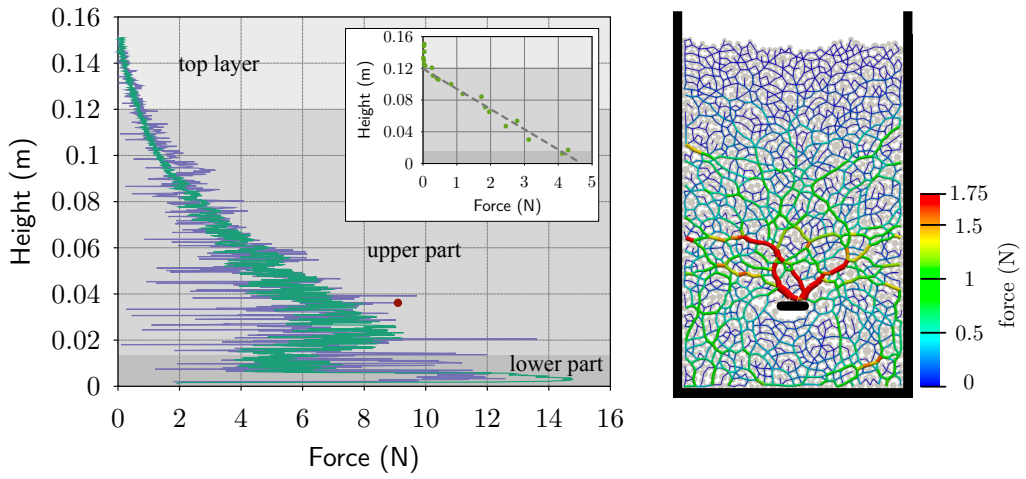
La cinétique de la force de trainée (figure 4.3) peut être décomposée en deux parties.

— La première partie, "lower part", est localisée au voisinage du fond de la cellule et correspond au début de la remontée de l'intrus. Elle est initiée par le développement d'un pic de forte intensité, suivi de sa relaxation.

— La seconde partie, "upper part + top layer", correspond à la relaxation globale de la force de trainée. Elle est marquée par une succession d'événements de chargement/rupture dont l'intensité s'atténue à mesure que l'intrus se rapproche de la surface libre. Avec la vitesse utilisée la fréquence des fluctuations est d'environ 1Hz. Les données de simulation montrent que les pics sont espacés d'un rayon de grain moyen ($\frac{\bar{d}}{2}$). Pour les plus grandes vitesses, les travaux expérimentaux de Mandato [71] ont montré que la fréquence dépend également de la vitesse de l'intrus en raison

4. La vitesse V étant constante la position verticale de l'intrus est proportionnelle au temps.

d'effets dynamiques [5].



(a) (b)

FIGURE 4.3 – *(a) Cinétique de la force de trainée expérimentale (vert) vs DEM (bleu) – (b) Cliché de la simulation numérique montrant le réseau de forces en niveau de couleur (l'épaisseur des segments est proportionnelle à l'intensité de la force normale). Le point rouge, sur la figure (a), montre la position de l'intrus correspondante sur la cinétique.*

4.2.2 Energie dissipée au niveau de l'intrus

L'évaluation de l'énergie dissipée est importante pour le dimensionnement des procédés. A titre d'illustration, la figure 4.4 représente les cinétiques de la force de trainée obtenues expérimentalement et numériquement pour une même vitesse $\frac{V}{\sqrt{g\bar{d}}} = 2\%$. On considère la puissance $\mathcal{P}_u$ en fonction de la position y (ou de manière équivalent du temps) qui est le produit de la force de trainée (composante verticale) par la vitesse V de l'intrus. En utilisant la méthode des trapèzes on peut déterminer l'énergie cumulée $\mathcal{E}(y)$ entre la position initiale (ici $y = 0$) et la position actuelle [6].

Cette grandeur peut être rapprochée des considérations sur le rendement énergétique des opérations unitaires. La figure 4.4b représente l'évolution de $\mathcal{E}(y)$. Les énergies cumulées expérimentale et simulée sont très proches durant la majeure partie de la remontée de l'intrus malgré les fluctuations constatées sur les forces de trainées. Dans la zone d'épaisseur

5. Des simulations préliminaires, dans lesquelles la vitesse de remontée de l'intrus a été variée sur une large gamme de valeurs, semblent confirmer ce résultat. Ils pourront faire l'objet d'une étude plus approfondie dans de futurs travaux.

6. On considère une position d'intrus discrétisée sous la forme $y_i = i\Delta y$ pour $i \in [0, i_{max} - 1]$ et où $i_{max} = H_b/\Delta y$ on obtient alors l'énergie en calculant : $\mathcal{E}(y_j) = \sum_{i=0}^{j} \frac{1}{2}(\mathcal{P}_u(y_i) + \mathcal{P}_u(y_{i+1}))\Delta y$ où j est l'indice correspondant à la position actuelle de l'intrus.

h_c, on constate une évolution linéaire de la dissipation cumulée et on ne note pas de signature particulière associée au premier pic. Dans la couche de grains associée à λ_M les parois sont beaucoup moins sollicitées et la consommation énergétique est drastiquement réduite. Pour cette raison plus de 95% de l'énergie est dissipée dans les 2/3 inférieurs de la cellule [7] et environ 0.5J auront été nécessaires pour retirer l'intrus du lit de grains.

Si l'on souhaite favoriser la friction interparticulaire, la partie basse de la cellule telle que définie ici sera le lieu privilégié de cette opération. Ce cas de figure est envisagé dans l'opération d'agglomération humide de particules [11]. La population d'agglomérat est soumise à des frictions endogènes de façon à uniformiser la taille des agrégats. Si l'opération visée cherche exclusivement à brasser le lit de particules, pour des mélanges ou des opérations de coating par exemple [91], il sera préférable d'opter pour une cuve de faible profondeur ($\leq \lambda_M$).

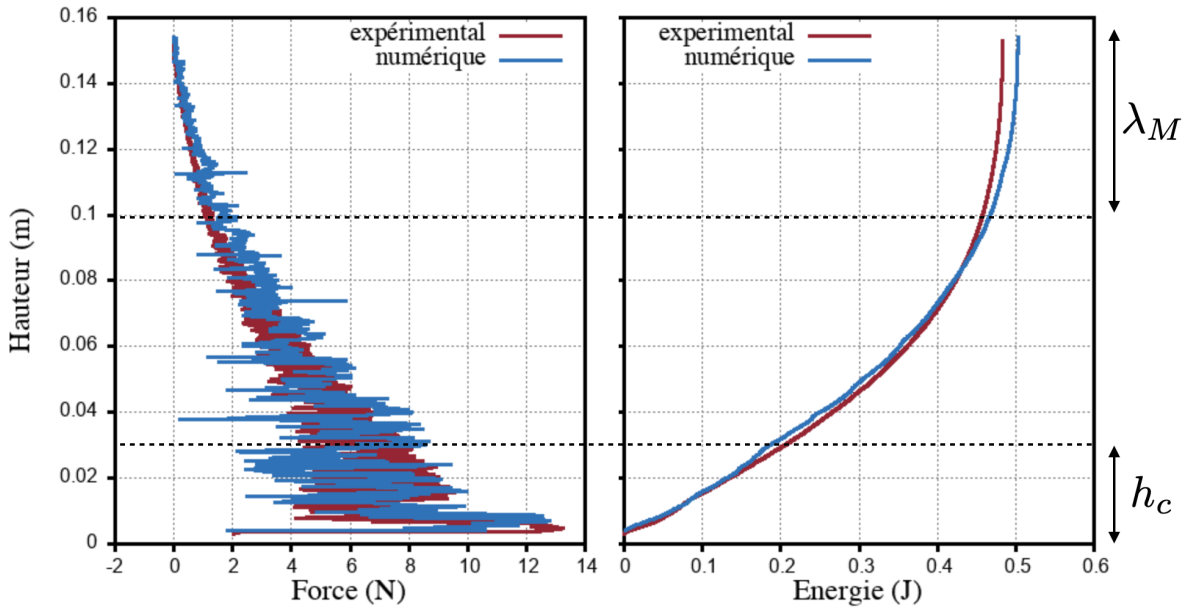


FIGURE 4.4 – *A gauche cinétique de la force de trainée représentée en fonction de la position de l'intrus. Superposition des résultats dans le cas expérimental et numérique – A droite énergie dissipée en fonction de la position de l'intrus. Correspondance avec les zones définies par les longueurs caractéristiques λ_M, H_β et h_c.*

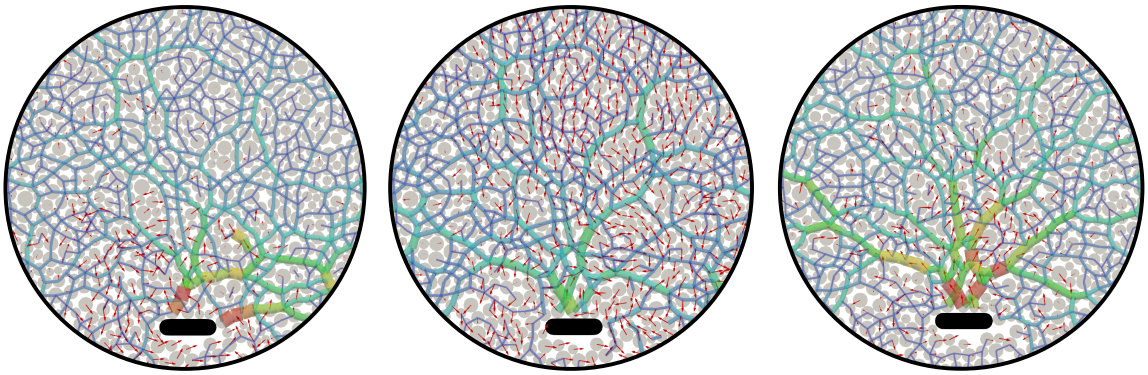
4.2.3 Réseau de forces au voisinage de l'intrus

La transmission des forces de l'intrus vers le milieu granulaire suit des chemins préférentiels. Le réseau de forces normales est représenté à la figure 4.3b pour une position de

7. On verra par la suite (section 4.3.1) que l'énergie dissipée s'infléchie pour une longueur caractéristique H_β qui dans notre cas est égale à la moitié de la taille de la cellule. 80% de l'énergie dissipée se produit pour $y < H_\beta$.

l'intrus $y = 0.034$m (proche de l'épaisseur h_c définie au chapitre précédent). On peut noter une forte localisation des grandes chaînes de forces qui s'initient au niveau de la surface supérieure de l'intrus et se déploient vers l'avant de celui-ci.

Dans la partie inférieure de la cellule ce réseau de forces est fortement perturbé périodiquement par la présence d'événements de chargement/rupture, comme en témoignent les fluctuations mesurées sur la force de trainée. La figure 4.5 montre un exemple de ces événements où l'on voit trois clichés consécutifs illustrant le rétablissement progressif de la connectivité des contacts (figures 4.5bc) après une rupture des chaines de forces (figures 4.5a).



(a) (b) (c)

FIGURE 4.5 – *Agrandissement de la zone au devant de l'intrus montrant trois clichés successifs qui illustrent un événement de chargement/rupture. Le réseau de forces est tracé avec le même gradient de couleur que la figure 4.3b. Les vecteurs vitesses sont symbolisés par des flèches rouges avec une longueur proportionnelle à* $\frac{\bar{d}}{V}$*, où* V *est la vitesse de l'intrus.*

Les fluctuations observées sur la force de trainée sont dues aux ruptures dans les chemins de forces. Il est intéressant de remarquer que la rupture des chaines de forces est localisée au voisinage de l'intrus et n'est pas due à des pertes de connectivités à longue portée. Sur la figure 4.5 on peut voir que la rupture des chaines de forces principales est initiée par le déplacement de quelques grains latéraux directement en contact avec l'intrus. Un nouveau chemin préférentiel se forme et d'autres contacts percolent de l'intrus vers les parois latérales induisant graduellement l'augmentation de l'intensité de la force de trainée. Bien que cette description des fluctuations reste valable pendant le retrait de l'intrus, leurs intensités dépendent de la distance de l'intrus à la surface libre. La figure 4.3 montre que dans la zone haute ("upper part") l'amplitude des fluctuations de la force décroît presque linéairement. Dans la couche supérieure ("top layer") ces fluctuations disparaissent avec la relaxation globale de la force de trainée jusqu'à une épaisseur de couche $\lambda_M \simeq 0.045$m (qui correspond à une hauteur de 0.105m par rapport au fond). A cette position la distance entre l'intrus et la surface libre est approximativement la même que celle entre les extrémités de l'intrus et les parois latérales. Pour les positions supérieures à λ_M, la force dépend linéairement de la profondeur et le réseau de forces devient quasi-isotrope. Il est également

intéressant de noter que dans cette zone le réseau de forces fortes ne percole plus de l'intrus vers les parois latérales (figures 4.1d et 4.1e).

4.3 Mobilité des grains

Dans cette section on s'intéresse aux champs de vitesses qui caractérisent la mobilité des grains au sein du lit granulaire. Ces vitesses sont déterminées par la simulation DEM et homogénéisées grâce à une méthode de type "coarse-graining". Un avantage est de faciliter la comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus par Particle Image Velocimetry (PIV). Enfin on aborde de façon qualitative le lien entre mobilité des particules et transmission des forces.

4.3.1 Champ de vitesse

Pour évaluer la distribution des vitesses au cours de la remontée de l'intrus on a utilisé l'approche de "coarse-graining" présentée à la section 2.4.6 du chapitre Matériels et méthodes. La figure 4.6 montre v^*, l'intensité de la vitesse "coarse-grainée" normalisée par V, pour cinq positions différentes de l'intrus pendant les phases de chargement juste avant la rupture des chaines de forces.

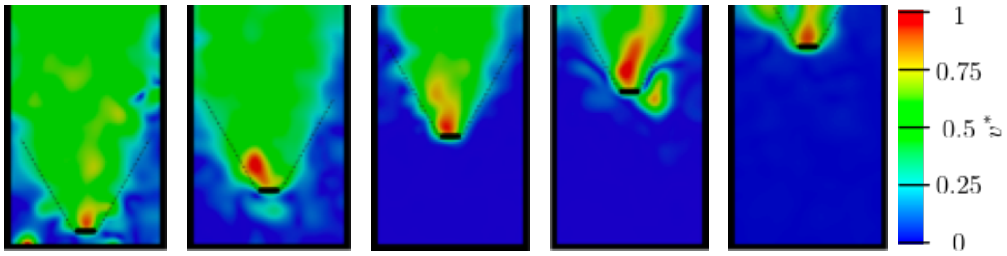


FIGURE 4.6 – *Visualisation de la zone d'influence de l'intrus sur la mobilité des grains (vitesses "coarse-grainées") pour différentes positions : – (a) partie basse ("lower part") – (b) (c) (d) partie haute ("upper part") – (e) couche supérieure ("top layer").*

Différents modes de réarrangement des grains peuvent être identifiés pendant la remontée de l'intrus. Ce déplacement induit une mobilité des grains intermittente qui va de la position de l'intrus à la surface libre. Quatre zones spécifiques peuvent être identifiées sur la figure 4.6 :

1. Dans la zone bleue ($v^* < 0.25$), les grains sont quasi-immobiles ou ont des vitesses dues à des réarrangements locaux.
2. Dans la zone rouge au-dessus de l'intrus ($v^* > 0.75$), les grains entrainés ont une vitesse proche de celui-ci $V = 1.2\text{e}^{-3}\text{m.s}^{-1}$. Pendant un événement de chargement la zone rouge se propage au devant de l'intrus le long de l'axe vertical. Quand une rupture apparait, cette zone se réduit à un cluster de grains localisé directement en contact avec l'intrus. Enfin, mis à part dans la couche supérieure proche de la surface

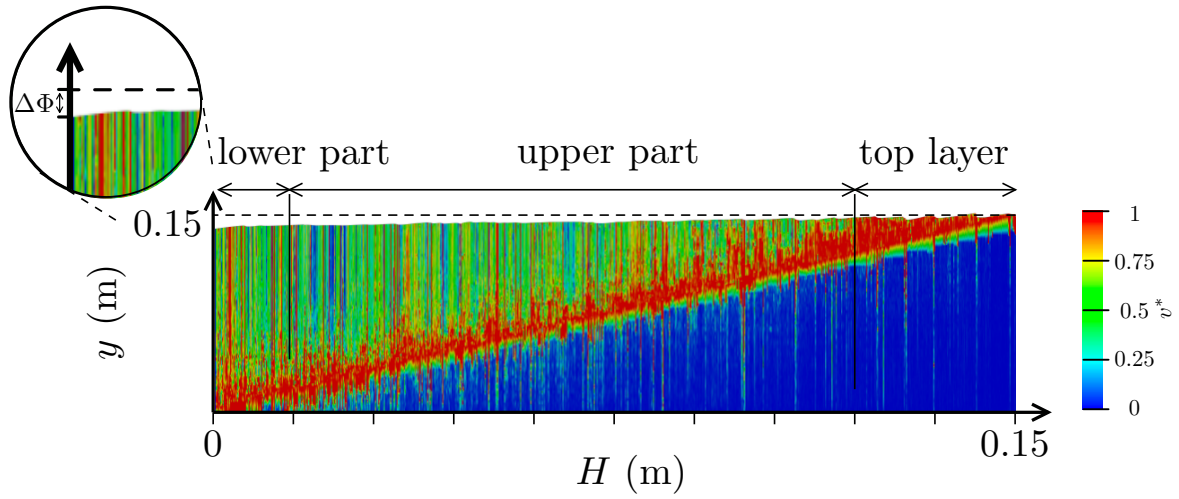


FIGURE 4.7 – *Composante verticale de la vitesse "coarse-grainée", déterminée sur une section verticale (partageant la cellule en deux) en fonction de la position H de l'intrus. Sur le coin supérieur gauche agrandissement au début de l'essai montre la dilatance $\Delta\phi$ du lit de grains.*

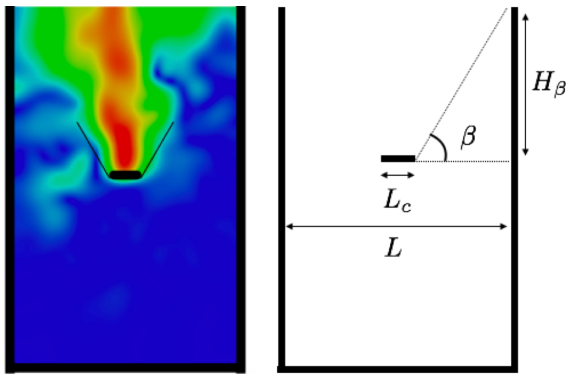


FIGURE 4.8 – *(a) Visualisation du cône de mobilité – (b) Schématisation permettant de mettre en évidence le calcul de l'angle β.*

libre, la taille de la zone rouge à tendance à augmenter avec la position verticale de l'intrus comme illustrée sur les figures 4.6 et 4.7.

3. Pendant les phases de chargement les grains sont déplacés suivant un domaine conique situé au dessus de l'intrus. Cette zone correspond à une gamme de vitesse comprise entre $0.25 < v^* < 0.75$ représentée en vert sur la figure 4.6. Pour la vitesse $V = 1.2\text{e}^{-3}\text{m.s}^{-1}$ l'angle d'ouverture du cône est presque constant avec le temps et égal à $\beta = 60°$ (figure 4.8). En raison de la présence des parois latérales, pour une position de l'intrus en dessous de $H_\beta = \frac{1}{2}(L_c - L)\tan\beta$ ce cône est tronqué (dans notre cas $H_{60} = 0.078$m figure 4.6). On peut noter sur les figures 4.6a et 4.6b que dans la zone

verte tous les grains sont déplacés incluant ceux en contact avec les parois. Quand l'intersection du cône avec les parois latérales atteint la surface libre (figure 4.6c), les particules mobiles ne percolent plus avec celles-ci.

4. Les ruptures du réseau de forces déclenchent des mouvements convectifs au voisinage des extrémités de l'intrus (figure 4.9). Les grains le contournent latéralement avant de chuter en aval dans un trou en forme de tas inversé. L'écoulement des grains se manifeste sous forme d'avalanches intermittentes de part et d'autre de l'intrus. L'occurence de la décharge des grains peut-être en phase ou alternée et conduit à des fluctuations de la taille du trou sous l'intrus. Les figures 4.9a et 4.9b montrent deux exemples de mouvement convectifs pour la PIV et la méthode "coarse-grainée" respectivement. Pour cette illustration nous avons choisi une situation où les avalanches sont des deux cotés pour la figure 4.9a et alternées pour la figure 4.9b. Ces zones de mobilité, basées sur l'analyse des champs de vitesse [8] sont résumées sur le schéma (figure 4.9c). Les vortex observés sont comparables à ceux déjà mis en évidence dans les articles traitant du phénomène dit de granulance [23, 77, 96] qui est une analogue de la turbulence pour les écoulements granulaires. Notons que ces vortex sont intermittents et ne durent pas suffisamment longtemps pour générer un flux rotatif de particules. Contrairement aux vortex observés dans les articles de Radjai et al. [96], Miller et al. [77] et Combe et al. [23] qui apparaissent aléatoirement dans des flux homogènes de cisaillement, dans notre cas l'intrus localise ces structures labiles dans son voisinage.

Sur la figure 4.10 sont reportés les profils de v^* verticaux (au centre de la cellule $x = 0$) (figure 4.10a) et horizontaux (au niveau de la position de l'intrus) (figure 4.10b) pour différentes positions y de l'intrus. Ces profils correspondent aux instants choisis sur la figure 4.6. Ces courbes mettent en évidence l'influence du mouvement de l'intrus dans les directions normale (figure 4.10a) et latérale (figure 4.10b). Sur chaque courbes de la figure 4.10a, l'augmentation rapide de la vitesse normalisée au niveau de la position de l'intrus montre la présence d'un front d'entrainement des grains à la vitesse de l'intrus. Après ce pic, la vitesse décroit jusqu'à une valeur approximativement égale à la moitié de la vitesse de l'intrus.

La figure 4.10a montre, pour la hauteur de colonne étudiée, que la taille du front est relativement identique quelle que soit la position verticale de l'intrus. Dans les positions hautes on constate que la vitesse devient nulle sous l'intrus malgré une transmission des efforts à travers le réseau de forces. La figure 4.10b montre que les profils horizontaux de v^* (dans l'axe de l'intrus) sont relativement symétriques avec une valeur maximale au niveau de l'intrus et une décroissance rapide des vitesses jusqu'au niveau des parois. Dans la partie centrale, il semble que ces profils soient plus resserrés mais des calculs complémentaires sont nécessaires pour préciser ce point.

8. Bien que l'intrus se déplace avec une vitesse constante lente, les mouvements des grains peuvent être localement rapides, notamment à l'issue des phénomènes de chargement/rupture des chaines de forces décrits plus haut. Il est par conséquent possible d'avoir des vitesses normalisées v^* qui dépassent 1 (correspondant à la vitesse de l'intrus) lors d'évènements transitoires.

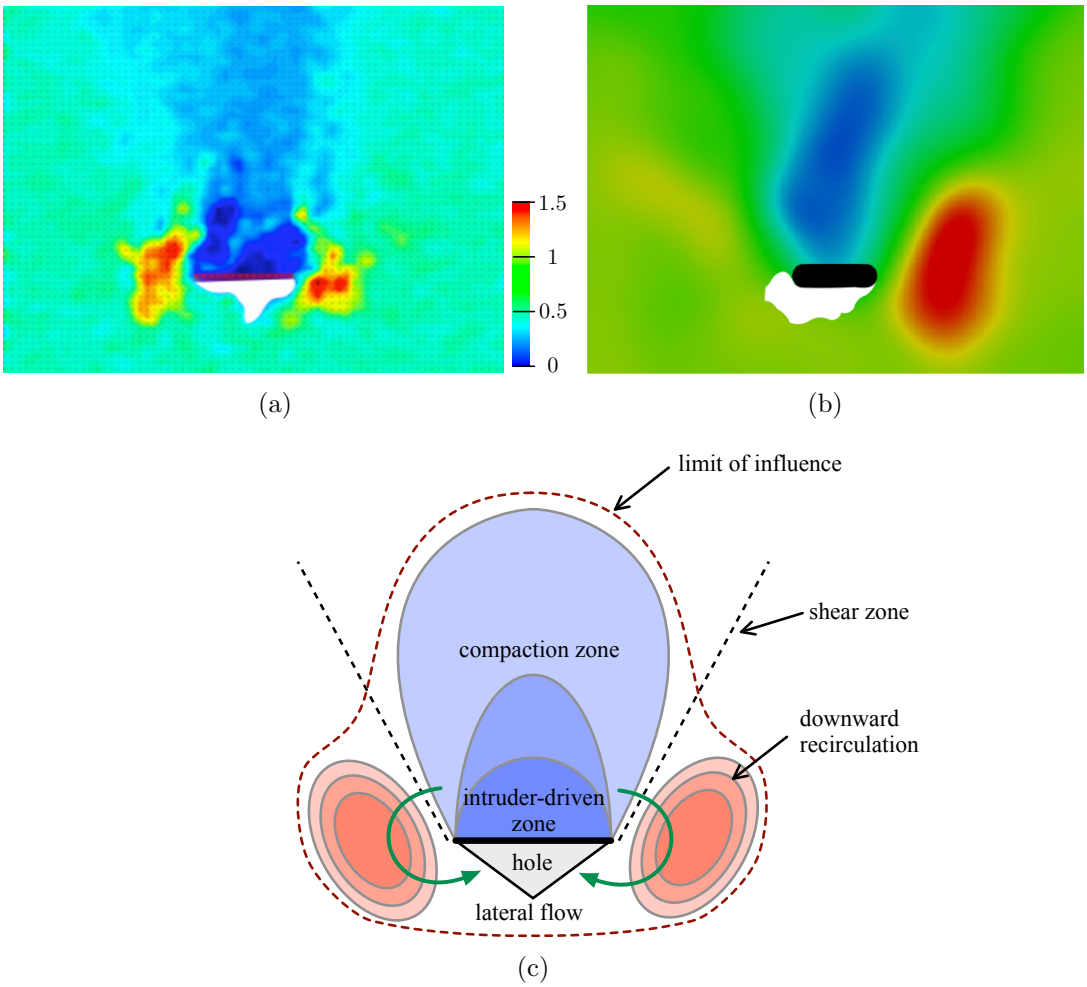
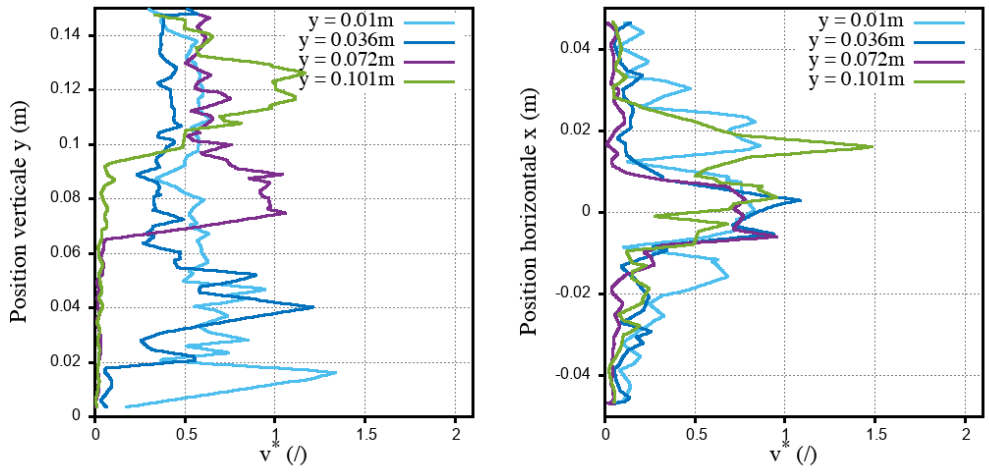


FIGURE 4.9 – *Champ de vitesse normalisé par V déterminé dans le référentiel de l'intrus pendant sa remontée verticale : – (a) méthode PIV – (b) méthode "coarse-grainée" (même gradient de couleur) – (c) Schéma illustrant la mobilité autour de l'intrus.*

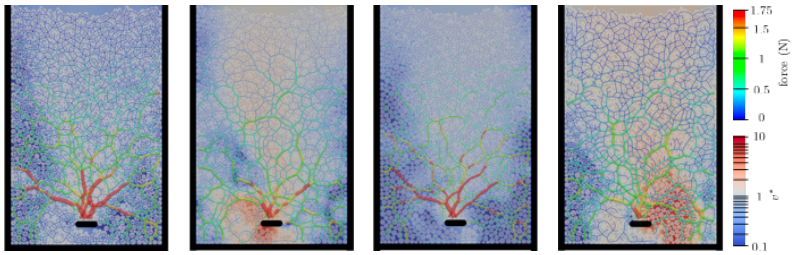
4.3.2 Lien avec la transmission des forces

On s'intéresse ici à la capacité qu'a l'intrus à transmettre une mobilité aux grains par l'intermédiaire d'un réseau de forces normales et tangentielles. La figure 4.11 montre le réseau de forces normales superposé au champ de vitesse "coarse-grainée" (avec une gamme de couleur en échelle logarithmique). Cette représentation met en évidence les corrélations spatio-temporelles entre la transmission des forces et la mobilité des grains. En effet pendant sa remontée, l'intrus transmet de l'énergie au milieu granulaire qui est stockée sous la forme d'interactions élastiques au niveau des contacts et qui est dissipée en friction, amortissement et réarrangement des grains. Pendant les phases de chargement, le réseau de forces normales est polarisé selon des chaines de forces préférentielles (figures 4.11a et 4.11c). Ces chaines sont limitées par les parois latérales créant un front ascendant



(a) (b)

FIGURE 4.10 – *(a) Profil de vitesse verticale au centre pour différentes positions verticales y de l'intrus – (b) Profil de vitesse horizontale pour différentes positions verticales y de l'intrus.*



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 4.11 – *Visualisation de deux événements successifs de chargement/rupture. Le réseau de forces est superposé au champ de vitesse "coarse-grainée". La vitesse est représentée avec un gradient de couleur en échelle logarithmique.*

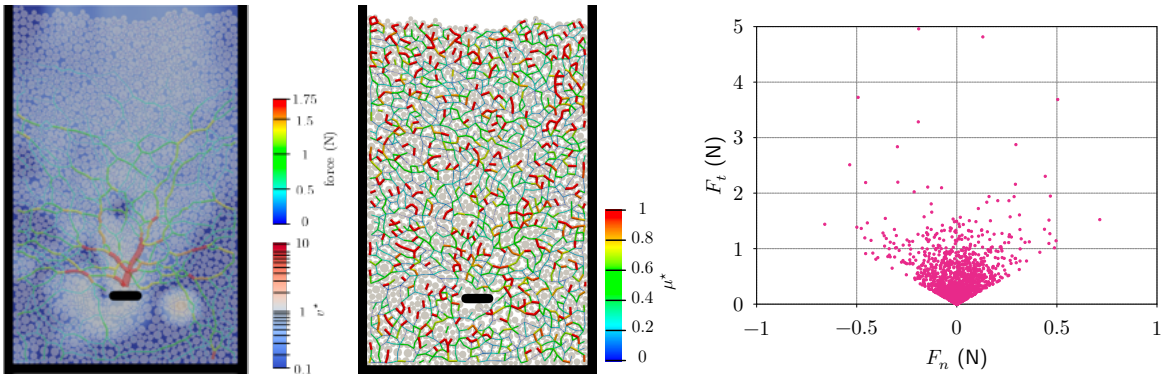
à la verticale de l'intrus, mais sont aussi à l'origine d'arches transitoires joignant les grains au contact avec l'intrus aux grains en contact avec les parois latérales. Le champ de vitesse est plus important dans les zones où les forces sont faibles à l'exception des grains localisés directement au-dessus de l'intrus (figure 4.12).

4.4 Rôle du frottement

Le ratio entre la force tangentielle et sa valeur maximum est notée $\mu^* = \frac{F_t}{F_t^{slip}}$. Cette valeur donne une mesure de la mobilisation du frottement de Coulomb [95]. Avec cette définition μ^* est égal à 1 lorsque le grain est au seuil de glissement. Dans la suite on s'intéresse à la modélisation du frottement dans le lit de grain et au niveau des parois.

4.4.1 Frottement dans le volume

La figure 4.12b montre la mobilisation du frottement au niveau des contacts entre grains dans le volume pour l'état correspondant à la figure 4.12a. Dans cet exemple le déplacement apparait même si le seuil de glissement n'est pas atteint (figure 4.12b). Ce constat est vrai pour les grains en contact au sein de l'assemblage mais également pour les grains en contact avec les parois latérales. La figure 4.12c montre les valeurs de μ^* pour l'ensemble des grains et met en évidence le cône de Coulomb et les positions stables à l'intérieur de celui-ci. Notons que le seuil de glissement est atteint pour moins de 20% de l'ensemble des contacts. Pendant cette phase de chargement transitoire certains grains concentrent les forces sur l'intrus jouant le rôle de clés de voûte entre des arches latérales qui percolent vers les bords. Un incrément de déplacement de l'intrus augmente l'intensité des forces impliquées dans ces arches et induisent le déplacement des grains.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.12 – *(a) Réseau de forces normales superposé au champ de vitesse – (b) Représentation de μ^* pour tous les contacts (même instant) – (c) Valeurs correspondantes des forces normales et tangentielles pour chaque contact laissant apparaitre le cône de Coulomb.*

La déformation est localisée dans la bande de cisaillement (figure 4.9) et le mouvement relatif des grains implique essentiellement la zone verte conique (figure 4.6). Cela mène à une augmentation du volume du trou en dessous de l'intrus où le matériau granulaire est immobile. Le phénomène de rupture apparait quand un grain en contact avec l'une des

extrémités de l'intrus tombe en dessous de celui-ci. Ce grain se trouve alors éjecté de sa position de clé de voûte entrainant un déplacement soudain d'une longueur plus grande qu'un diamètre, déconnectant les chaines de forces. Ce phénomène peut être vu comme une disjonction du réseau de forces qui apparait à une échelle plus grande. En conséquence des avalanches apparaissent dans le volume libre au-dessous de l'intrus (d'un ou des deux cotés) et entraînent une relaxation à longue portée au-dessus de l'intrus. Le réseau de contacts se reforme alors par le réarrangement des grains conduisant à un nouvel état statique et à un nouveau renforcement du réseau de forces. Cette séquence de chargement/rupture déjà mise en évidence par les fluctuations de la force de trainée (section 4.2.1) est synchronisée avec ces écoulements intermittents (section 4.3.1) qui se répètent pendant la remontée de l'intrus avec une intensité dépendant de sa position verticale.

Dans la partie basse (figure 4.3a), l'ouverture du trou en dessous de l'intrus mène à une densification du lit de grains qui résiste au mouvement de l'intrus et induit un premier événement de chargement/rupture. Cette résistance est à l'origine des chaines de forces de grandes intensités. La rupture de ces chaines est un événement critique qui préfigure les plus grands déplacements observés au cours test. La diminution de la compacité peut être attribuée à une dilatance globale (figure 4.7) [50, 78, 113]. La figure 4.13 montre $\bar{\mu}^*$ la valeur moyenne de μ^* pour tous les contacts dans le milieu granulaire (point rose) et pour les parois latérales (point vert) en fonction de la position de l'intrus. On peut noter que la valeur moyenne $\bar{\mu}^*$ est bien au dessous de 1 et que son maximum est situé dans la partie basse ("lower part"). Dans la zone haute de la cellule, tant que la position de l'intrus est

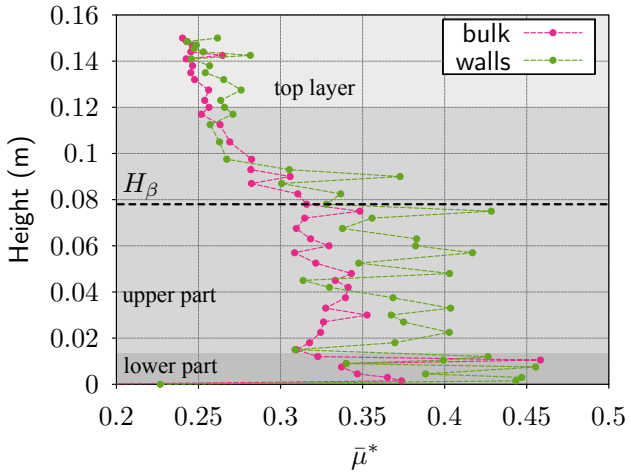


FIGURE 4.13 – *Evolution de $\bar{\mu}^*$ dans le milieu granulaire et sur les parois latérales en fonction de la position de l'intrus.*

plus petite que H_β, les grains se réarrangent de l'intrus vers les parois latérales. Dans cette zone le réseau de forces percole jusqu'aux parois pendant les phases de chargement. Dans l'assemblage de grains et aux parois $\bar{\mu}^*$ fluctue autour d'une valeur constante plus petite que 1, montrant que le mouvement des grains peut apparaitre même si tous les contacts ne sont pas au seuil de glissement [57]. En comparant les figures 4.12a et 4.12b, on peut

observer qu'au niveau des chaines de forces fortes, les valeurs de μ^* sont faibles. Sur les temps courts, ces chaines agissent comme des pointes s'enfonçant dans le milieu.

Pour les positions de l'intrus plus grandes que H_β, le réseau de forces percole toujours mais la mobilité des grains est perdue au voisinage des parois latérales. Au dessus de H_β, les deux valeurs de $\bar{\mu}^*$ pour le "packing" et les parois latérales décroissent vers $\bar{\mu}^* \simeq 0.24$ (figure 4.13). Enfin quand l'intrus atteint la zone supérieure ("top-zone") la connexité des chaines de forces est perdue et l'intensité des forces devient plus petite que la force normale moyenne dans le lit située au-dessous de l'intrus.

4.4.2 Mobilisation du frottement pendant la remontée de l'intrus

La figure 4.14 montre l'intensité de μ^* dans l'assemblage pour différentes positions verticales y de l'intrus. A l'état initial (figure 4.14a, $y = 0$) aucune particule ne se trouve au seuil de glissement, avec une valeur moyenne $\bar{\mu}^* \simeq 0.22$ et des valeurs maximales avoisinant 0.5. On peut remarquer que la distribution spatiale des valeurs de μ^* est relativement homogène et isotrope dans l'échantillon. Après un déplacement de l'intrus d'environ 1 diamètre de grain moyen, il apparait des glissements au niveau des contacts. Il est intéressant de remarquer que pour cette position les contacts glissants ne présentent pas de localisation marquée et sont répartis sur l'ensemble de la cellule, du fond à la surface libre (figure 4.14b). Immédiatement au-dessous de l'intrus, μ^* est faible car la force tangentielle au niveau des contacts est négligeable (figure 4.14c). Ceci est dû au fait que les contacts sont rompus et se réorganisent. Après le passage de l'intrus (4.14d), μ^* tend à se réuniformiser et à retrouver le niveau et la distribution spatiale initiale.

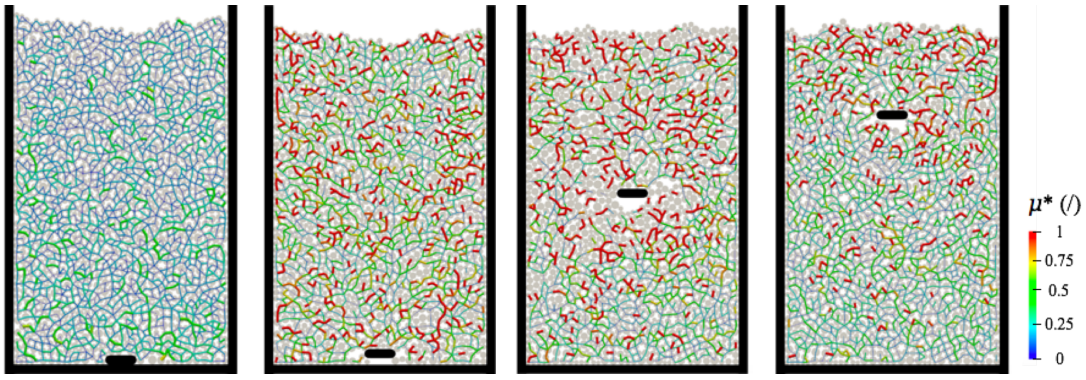


FIGURE 4.14 – *Représentation de μ^* pour tous les contacts au sein du "packing" pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a) $y = 0m$ – (b) $y = 0.003m$ – (c) $y = 0.075m$ – (d) $y = 0.11m$.*

La figure 4.15 représente le Pdf (fonction de densité de probabilité) de $\bar{\mu}^*$ pour différentes positions verticales y de l'intrus. Ces courbes montrent la façon dont les contacts se situent par rapport à leur seuil de glissement. Pour chaque courbe la valeur moyenne

$\bar{\mu}^* \simeq 0.22$ sépare deux régimes, une partie avec une pente faible que l'on peut attribuer aux contacts stables qui sont majoritaires et une partie avec une pente plus forte qui représente les contacts qui sont plus proches du seuil de glissement. On note que les distributions ne peuvent pas dépasser 1 et sont d'autant plus étalées que la position y de l'intrus est basse. Mis à part la valeur $y = 0$m qui correspond au cas de l'échantillon initial, pour les positions au-dessous de $y = 0.11$m (proche de la position correspondante à $\lambda_M = 0.045$m qui vaut $y = 0.105$m), les contacts sont tous dans le cône de Coulomb alors que pour les valeurs supérieures on constate que la grande majorité des contacts sont non-glissants.

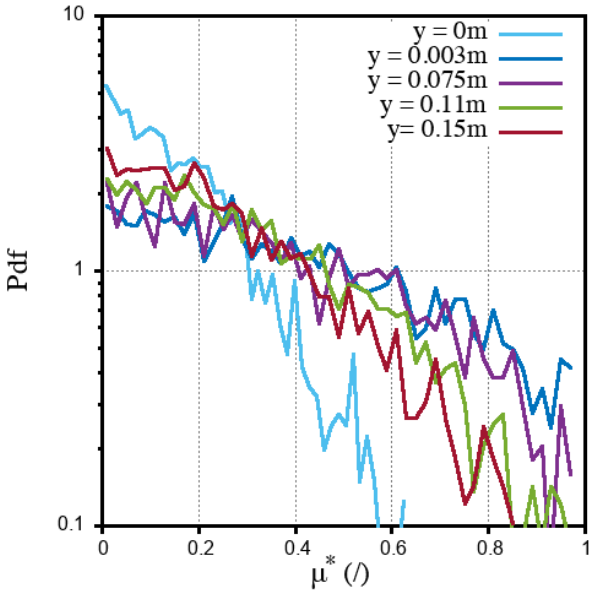
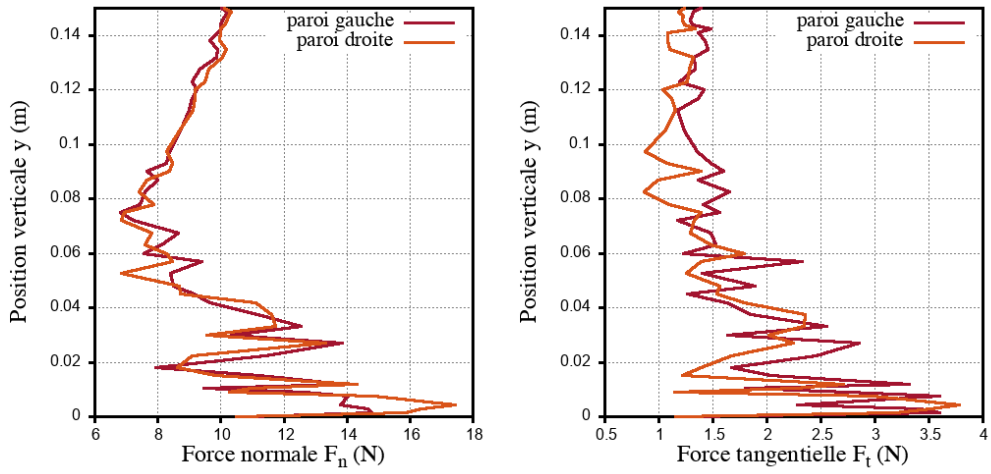


FIGURE 4.15 – *Pdf de $\bar{\mu}^*$ pour différentes positions verticales y de l'intrus.*

4.4.3 Contacts frottant au niveau des parois

Les figures 4.16a et 4.16b représentent respectivement la somme des contributions normale F_n et tangentielle F_t de l'ensemble des contacts au niveau des parois latérales gauche et droite. On peut remarquer que les deux profils sont symétriques, traduisant qu'en moyenne ces parois reçoivent la même contribution pendant la remontée de l'intrus. Ainsi pour la suite de notre étude nous travaillerons en cumulant les effets sur les deux parois.

Sur la figure 4.17 est représentée l'évolution de $\bar{\mu}^*$ au niveau des parois latérales et au sein du lit granulaire pendant la remontée de l'intrus. On peut voir dans un premier temps que les deux évolutions sont proches. On observe trois parties dans ces courbes : (i) une montée brutale du $\bar{\mu}^*$ au début de l'essai à partir d'une valeur initiale comprise entre 0.24 et 0.32 (comme pour l'analyse statique) jusqu'à une valeur proche de 0.5. (ii) A partir de cette valeur l'évolution est stable et, en moyenne les contacts restent à la moitié (0.5) du seuil de glissement. (iii) Lorsque l'intrus atteint la hauteur caractéristique $H_\beta = 0.078$m



(a) (b)

FIGURE 4.16 – *(a) Représentation de la somme des contributions de la force normale au niveau des parois latérales gauche et droite en fonction de la position verticale y de l'intrus – (b) Représentation de la somme des contributions de la force tangentielle aux parois latérales gauche et droite en fonction de la position verticale y de l'intrus.*

(mis en évidence figure 4.9c) la valeur de $\bar{\mu}^*$ décroit linéairement jusqu'à une valeur finale légèrement supérieure à la valeur initiale (≈ 0.35).

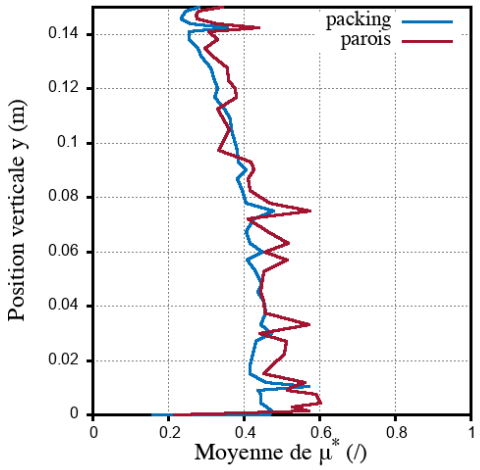


FIGURE 4.17 – *Evolution de $\bar{\mu}^*$ au sein de l'assemblage de grains et sur les parois latérales en fonction de la position verticale y de l'intrus.*

La figure 4.18 montre les valeurs moyennes des nombres de contacts au niveau des parois (N_w) et au sein du de l'assemblage (N_g). Comme décrit dans la méthodologie, les essais de ce chapitre sont tous fait avec des assemblages initiaux de $n = 1600$ grains pour se rapprocher

des conditions expérimentales. Sur la figure 4.18 on distingue les contacts glissants ou au seuil de glissement (représentés avec un accent circonflexe) : $\hat{N}_w$ et $\hat{N}_g$ respectivement les nombres de contacts glissant au niveau des murs latéraux et entre grains. On remarque sur la figure la présence de fluctuations sur ces valeurs totales des nombres de contact au cours de la remontée de la pâle. De façon presque systématique quand les valeurs du nombre de contact entre grains ou aux parois chutent, le nombre de contacts glissant entre grains et aux parois augmente.

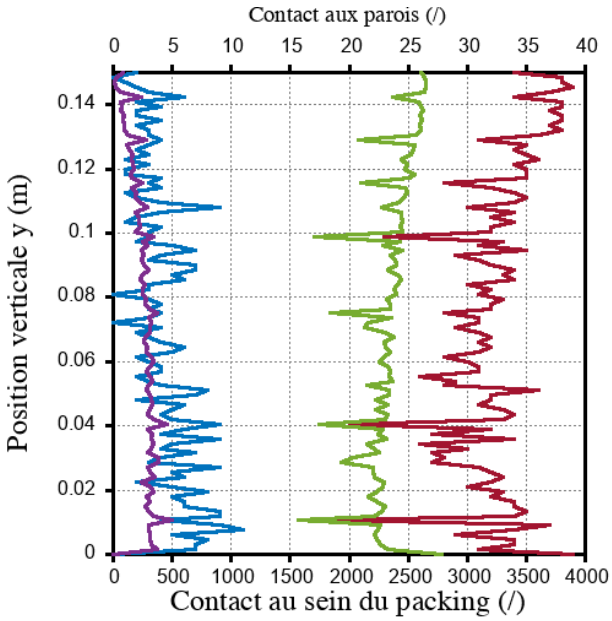


FIGURE 4.18 – *Nombre de contacts totaux et glissants au sein du "packing" et aux parois latérales en fonction de la position verticale y de l'intrus (N_w en rouge, $\hat{N}_w$ en bleu, N_g en vert et $\hat{N}_g$ en violet).*

Pour préciser la proportion de contacts glissants ou au seuil de glissement dans l'assemblage on introduit un paramètre $r_g = \frac{\hat{N}_g}{N_g}$ qui représente la part des contacts $\hat{N}_g$ qui se situent sur le cône de Coulomb rapportée au nombre total de contacts N_g. Sur la figure 4.19a est représentée le profil de la force de trainée superposé au profil de r_g. On peut observer que les pics sur le profil de r_g correspondent à des chutes de la force de trainée. Ce diagramme et la figure 4.18 montrent que l'augmentation de la force de trainée est suivie de ruptures successives qui se traduisent par un nombre important de pertes de contacts et par l'augmentation concomitante du nombre de contacts glissants.

Pour préciser l'évolution de la localisation des contacts sur le fond, on a représenté en niveau de couleurs sur la figure 4.20 le nombre de contact par unité de taille moyenne des grains $\bar{d}$. Au début de l'essai, apparait une zone bleue qui correspond à l'espace sous l'intrus qui n'est pas occupé par des grains. On remarque également que ce déficit de contact sous l'intrus ne se résorbe pas jusqu'à la remontée complète de l'intrus.

Les figures 4.21ab, montrent la localisation des contacts glissants sur le fond et les parois

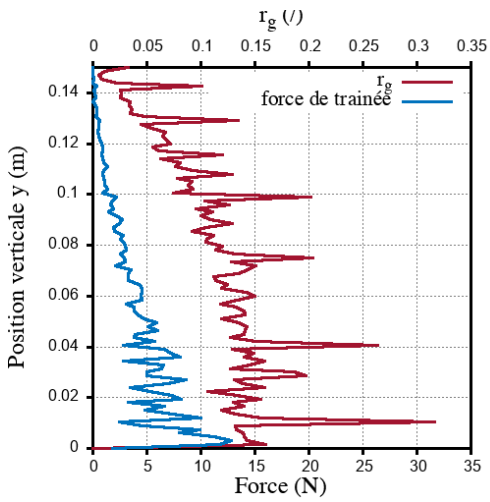


FIGURE 4.19 – *Evolution de la force de trainée superposée au profil de r_g pendant la remontée de l'intrus.*

latérales. On remarque sur la figure 4.21a que quelques contacts glissants apparaissent au début de l'essai, majoritairement au centre de la cellule lorsque les grains s'insinuent sous l'intrus. La figure 4.21b montre que les contacts glissants sont situés en amont de l'intrus (ligne diagonale) et que la plupart d'entre eux sont localisés dans la zone au dessus de H_β. On note également la présence de fluctuations que l'on peut attribuer au phénomène de chargement/rupture discuté précédemment.

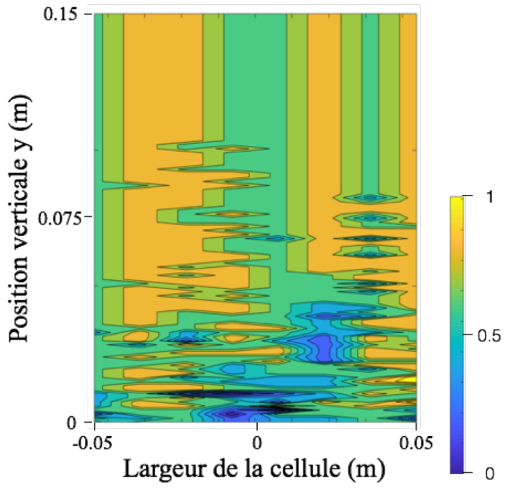
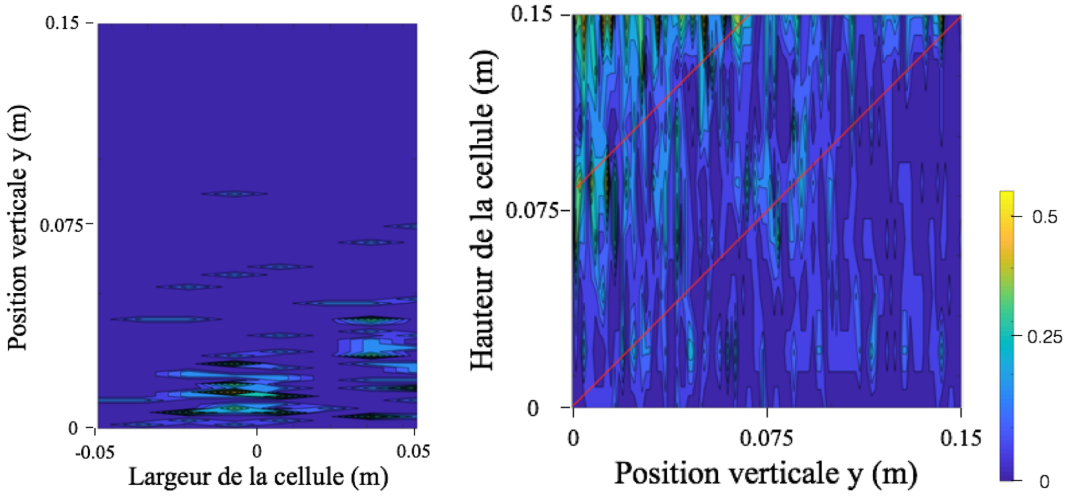


FIGURE 4.20 – *Représentation du nombre de contact sur le fond par unité de diamètre moyen des grains en fonction de la remontée de l'intrus.*



(a) (b)

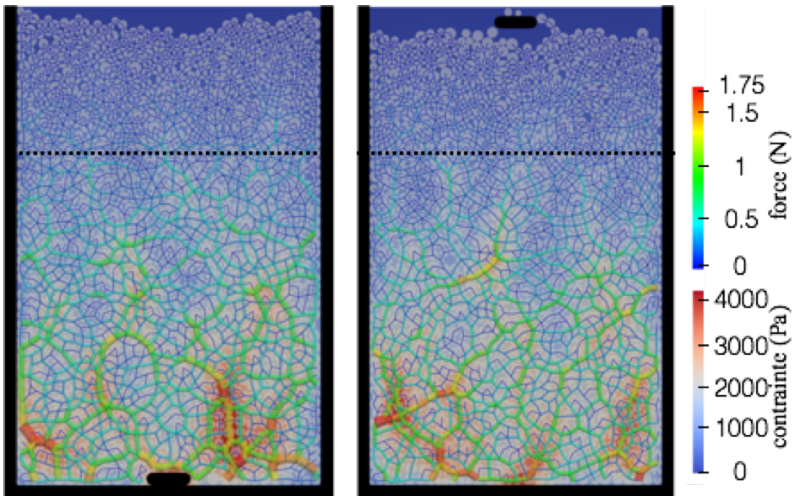
FIGURE 4.21 – *Représentation du nombre de contact au seuil de glissement par unité de diamètre moyen des grains en fonction de la remontée de l'intrus – (a) Sur le fond – (b) Sur les parois latérales.*

4.5 Champ de contraintes

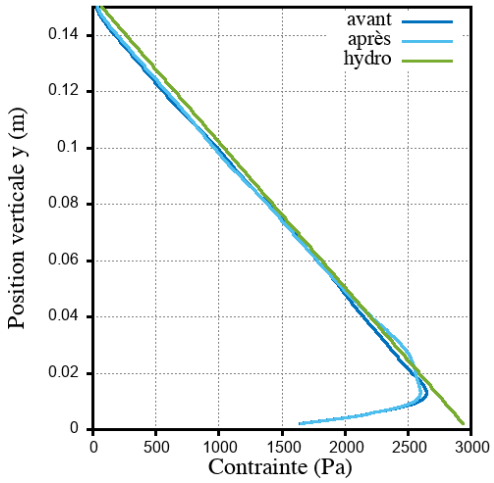
L'étude du champ de contraintes post-versement, qui correspond à l'état initial des essais présentés dans ce chapitre, a été mis en évidence au chapitre précédent 3. On s'intéresse dans cette section à la cartographie des champs de contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ avant et après perturbation par l'intrus et au cours de sa remontée.

4.5.1 Champ de contraintes avant et après perturbation

Les figures 4.22a et 4.22b montrent respectivement les cartographies des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposées au réseau de forces normales, avant et après passage de l'intrus. On remarque sur la figure 4.22b que le champ de contraintes verticales, bien que proche de celui initial, est perturbé par le passage de l'intrus. Ceci est aussi visible sur le réseau de forces qui s'est redistribué par rapport à celui initial. Dans les deux cas, en raison de la gravité, les contraintes sont maximales au fond avec une concentration légèrement plus forte sur les bords. Au niveau de la partie haute d'épaisseur λ_M (qui correspond à la ligne pointillée) on retrouve la zone "pseudo-hydrostatique" qui reste inchangée après le passage de l'intrus. La figure 4.22c montre que cette observation est confirmée par la comparaison des profils de contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ en début et fin d'essai. On remarque que ces profils se superposent avec une très bonne précision et ne semblent pas porter la signature du passage de l'intrus.



(a) (b)



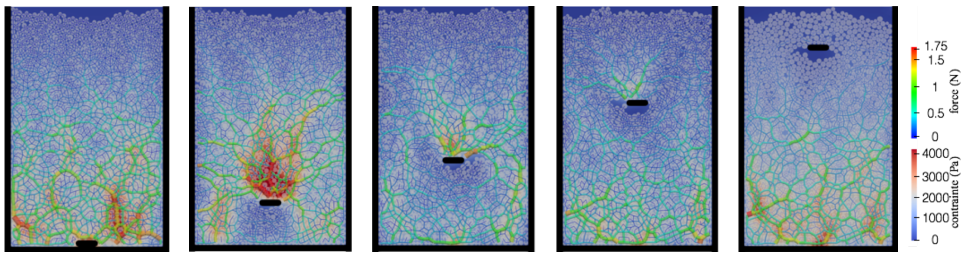
(c)

FIGURE 4.22 – *(a) Cartographie de la contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une hauteur de lit $H_b = 0.15$m post-versement – (b) Cartographie de la contrainte verticale pour une hauteur de lit $H_b = 0.15$m après remontée de l'intrus – (c) Profil de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour la hauteur de lit H_b correspondante à la cartographie de contrainte avant et après la remontée de l'intrus.*

4.5.2 Champ de contraintes au cours de la remontée de l'intrus

On s'intéresse à l'évolution de l'état des contraintes verticales lors du passage de l'intrus dans la cellule. L'état des contraintes $\sigma_{yy}(x, y)$ superposé au réseau de forces normales est représenté sur la figure 4.23 pour différentes positions y de l'intrus. En début de remontée (4.23b, $y = 0.025$m) la contrainte verticale est maximum au dessus de l'intrus et reste

importante sur les bords au niveau du fond. Au contraire à la fin de l'essai, en raison de la gravité, la contrainte maximale se retrouve au fond de la cellule. Comme on peut le voir sur la séquence d'images, il existe une position pour laquelle la contrainte est équivalente au dessus de l'intrus et au niveau du fond. Cette transition, où les contraintes dues à l'action de l'intrus sont équivalentes à celle de la gravité, apparait pour une position proche de $y = H_b$ - H_β.



(a) (b) (c) (d) (e)

FIGURE 4.23 – *Cartographie du champ de contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a) $y = 0$m – (b) $y = 0.025$m – (c) $y = 0.05$m – (d) $y = 0.1$m – (e) $y = 0.13$m.*

La figure 4.24 montre les profils de contraintes moyennes verticales $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour différentes positions y de l'intrus. On remarque en premier lieu que chaque profil est fortement perturbé pendant le passage de l'intrus et présente deux parties :

— en dessous de l'intrus, le profil est quasi-parallèle à la courbe hydrostatique (vert)

— au-dessus de l'intrus, le profil rejoint rapidement le profil hydrostatique.

Enfin, on notera que quelle que soit la position de l'intrus aucune perturbation n'est observée dans l'épaisseur $\lambda_M = 0.045$m pour $y = 0.105$m.

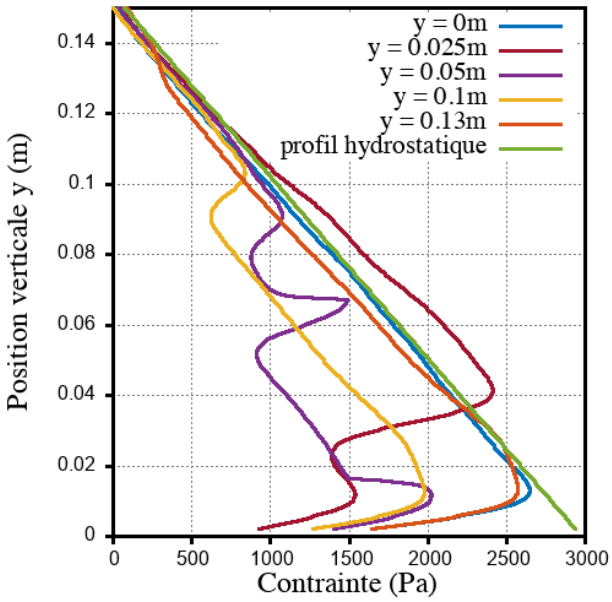


FIGURE 4.24 – *Profil de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour différentes positions verticales y de l'intrus.*

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre on s'est intéressé à la mobilité des grains et à la transmission des forces induites par la remontée d'un intrus immergé dans un lit granulaire. La méthodologie développée s'appuie sur une approche expérimentale et numérique. Deux points de comparaison ont été possibles. Le premier concerne la mesure de la force de trainée sur l'intrus et le deuxième la comparaison des champs de vitesses des grains autour de celui-ci.

On a pu constater une très bonne adéquation entre les forces de trainées déterminées expérimentalement et numériquement. Bien que les simulations soient en 2D, le champ obtenu par PIV (Particle Image Velocimetry) montre les mêmes typologies d'écoulement et niveau de vitesse moyenne que celui "coarse-grainé" dérivé de la position et des vitesses calculées à l'échelle des grains. Un avantage des simulations DEM sur l'expérimental étant de fournir une analyse détaillée à l'échelle des contacts en terme de transmission des forces et de mobilisation frictionnelle à la fois dans l'assemblage de grains et au niveau des parois.

Au cours de la remontée de la pâle des phases de chargement/rupture ont été mises en évidence. A une échelle plus grande, la rupture du réseau de forces apparait être une conséquence de l'éjection des grains directement en contact avec les extrémités de l'intrus. Cependant la dilatance observée à l'échelle globale ne semble pas être à l'origine de ce phénomène.

Le champ de vitesse et le réseau de forces sont influencés par la présence des parois latérales. Deux longueurs caractéristiques ont été mises en évidence au-dessus desquelles le champ de vitesse et le réseau de forces se decorrelent de l'influence des parois latérales. Les informations fournies par les simulations numériques appellent également de nouvelles recherches sur les corrélations spatio-temporelles dans un tel système.

Ces deux longueurs caractéristiques permettent de distinguer plusieurs zones qui peuvent être associées à des typologies de comportement spécifiques. La caractérisation détaillée de ces zones pourra être une aide importante au dimensionnement dans la conception de procédés. Par exemple, dans la zone "hydrostatique", l'inertie des particules est élevée et le réseau de forces est quasi isotrope avec une mobilisation à faible friction limitant les phénomènes d'abrasion. Il y a un avantage potentiel à maximiser cette zone lors de l'opération de mélange. Au contraire, pour le pétrissage et l'agglomération humide dans lesquels il est nécessaire de contrôler la croissance des particules, il est plus adapté de favoriser une mobilisation à friction élevée. Enfin, pour une énergie d'entrée plus élevée comme dans le broyeur à attrition, la zone en dessous de la zone "hydrostatique" doit également être privilégiée.

Chapitre 5

Caractérisation des interactions entre le lit de grains et l'intrus

Sommaire

5.1 Introduction 149
5.2 Interaction grain/intrus : mise en évidence d'une portée granulaire 149
5.3 Influence des coefficients de friction 155
5.3.1 Influence du coefficient grain/paroi à coefficient grain/grain constant 155
5.3.2 Influence du coefficient grain/grain à coefficient grain/paroi constant 160
5.4 Influence de la géométrie de l'intrus 166
5.4.1 Impact de la largeur d'un intrus rectiligne 166
5.4.2 Impact de la forme de l'intrus 172
5.5 Conclusion 197

5.1 Introduction

Il existe un grand nombre de travaux relatifs à l'étude des profils de la force de trainée perçue par un intrus. Cette force correspond à l'ensemble des contributions de forces des particules en contact avec l'intrus. Cependant, elle ne fait pas de distinction entre les contributions provenant de la partie supérieure de l'intrus et celles provenant de la partie inférieure. Dans le chapitre précédent, des mouvements convectifs autour de l'intrus semblables à des lignes de courant ont été observés et les profils de la force de trainée en fonction de la vitesse de remontée de l'intrus pour des coefficients de friction entre particules et entre la particule avec la paroi donnée ont été analysés (figure 5.1). Ces coefficients ont été choisis pour des billes de verre frottant sur des parois en verre. L'évolution de l'activation des contacts au seuil de glissement a été examinée en considérant le paramètre μ^*. Il a été observé que ce seuil d'activation a une influence sur la mobilité et la distribution des efforts interparticulaires. Il faut donc effectuer tout d'abord une analyse des particules aux contacts avec l'intrus puis une étude paramétrique sur l'influence de ces deux coefficients de frictions ($\mu_{paroi/particule}$ et $\mu_{particule/particule}$). Enfin, l'impact de la forme géométrique de l'intrus (largeur et forme) en vue d'amplifier les mouvements de recirculation autour de l'intrus sera considéré.

5.2 Interaction grain/intrus : mise en évidence d'une portée granulaire

Nous avons décrit dans le chapitre précédent, les influences de la remontée de l'intrus sur le lit de grains. La description de ces perturbations a consisté à considérer l'évolution du réseau de forces et des contraintes au sein du lit ainsi que la caractérisation de la cinématique des particules. L'interaction directe entre les particules et l'intrus a été prise en compte au niveau de la force de trainée. La figure 5.1 rappelle l'allure de l'évolution de la force de trainée représentée en fonction de la position verticale de l'intrus pour la cellule de 0.15m et $v^* = 0.7\%$.

Cette force de trainée est la résultante de l'ensemble des contributions normales et tangentielles des interactions grain/intrus, projetées sur l'axe vertical y. Ces interactions sont relatives aux particules en contact avec l'intrus quelle que soit sa position dans le lit de grains. Ce bilan des efforts que le lit de grains exerce sur l'intrus agit globalement comme une force dirigée dans le sens opposé au déplacement de l'intrus. L'analyse précise de toutes les contributions au niveau des contacts grain/intrus fait cependant apparaitre des composantes dont la projection sur l'axe vertical y est orientée dans le même sens que le déplacement de l'intrus. Nous allons analyser au cours de la remontée de l'intrus la part des contributions orientées soit dans le sens contraire, soit dans le sens de déplacement de l'intrus. Il s'agit de discriminer dans la résultante totale des efforts impliqués à l'intrus la part de ceux qui correspondent à une forte force résultante : la "drag-force", et ceux qui agissant dans le sens du déplacement apportent une poussée : la "lift-force". La configuration de sol-

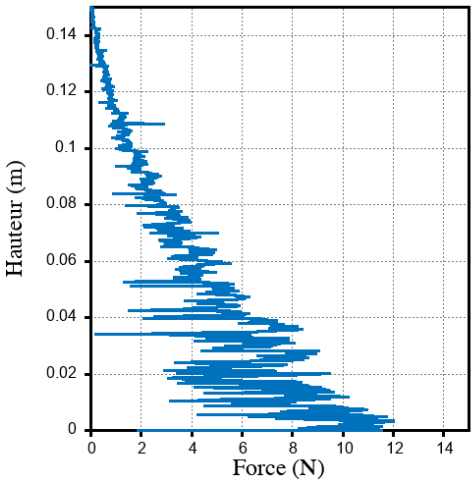
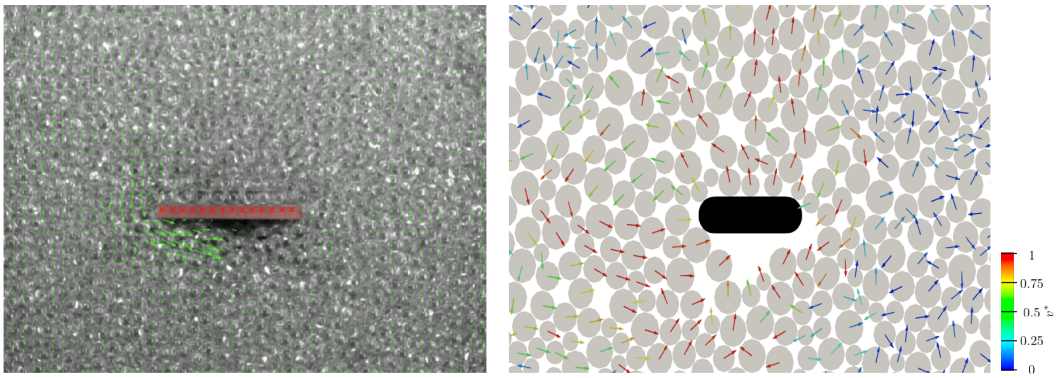


FIGURE 5.1 – *Visualisation de la force de trainée perçue par l'intrus.*

licitation d'un lit de grains par le mouvement ascensionnel d'un intrus pourrait être le siège d'une apparition d'une force de trainée ascensionnelle. Nous proposons de discuter l'émergence de ce phénomène en étudiant l'impact de certains paramètres (coefficient de friction, géométrie de l'intrus) qui pourraient en moduler l'intensité. À notre connaissance, ce type de "poussée" au sein d'un milieu granulaire n'a jamais été mis en évidence. Cependant l'apparition d'une poussée ascensionnelle lors du déplacement d'un intrus au sein d'un milieu granulaire constitue un phénomène qui se produit lors de configurations différentes de la nôtre. Les travaux de l'équipe de GeorgiaTech [68, 69] ont montré que lors du déplacement latéral d'un intrus cylindrique dans un milieu granulaire ensilé, une poussée ascendante équivalente à celle qui apparaitrait dans un fluide se manifeste. Cette équipe a notamment expliqué la capacité du reptile saharien, surnommé le "poisson des sables" (sandfish), à utiliser cette poussée pour remonter à la surface du sable dans lequel il s'est immergé pour y "nager" sur d'importantes distances. Par ailleurs, l'équipe marseillaise des physiciens de milieux granulaires a aussi mis en évidence l'apparition d'une poussée ascendante lors de la sollicitation d'un lit de particules ou de grains ensilés par un intrus cylindrique mis en rotation qui cisaille le packing [51]. Dans tous ces travaux, l'origine de la poussée correspond à un différentiel d'interaction entre les parties supérieures et inférieures de l'intrus et par analogie avec ce qui se produit au sein d'un fluide. Il est cohérent qu'un déplacement à altitude fixée (ou profondeur constante de l'intrus dans le lit) génère une contribution verticale orientée vers le haut. Dans notre cas, l'altitude varie et l'état de contrainte moyenne verticale initiale au sein du lit dépend linéairement de la profondeur. L'intrus se déplace au sein d'un champ de contrainte initiale apparenté à un état hydrostatique. Le phénomène que nous allons mettre en évidence ne s'apparente pas à une poussée de type "Archimède" mais bien à une force émergente de la dynamique du déplacement. Lors de l'écoulement des particules au voisinage de l'intrus en mouvement, une recirculation des particules aux extrémités de l'intrus est observée quelle que soit la position de l'intrus (figure 5.2). Cette



(a) (b)

FIGURE 5.2 – *Illustration du mouvement de recirculation mis en évidence – (a) Expérimentalement par caméra à image rapide et superposition de l'analyse PIV – (b) Par simulation numérique.*

recirculation des grains est un phénomène qui dépend des conditions opératoires et des propriétés frictionnelles des grains. Dans la configuration étudiée au chapitre 4, nous avons montré qu'elle est associée aux phénomènes d'avalanches qui se produisent à chaque cycle de rupture du réseau de forces normales. L'espace libre sous l'intrus fournit un volume ouvert qui permet le réarrangement des particules et plus globalement une recirculation autorisant des chocs sous l'intrus. Ces interactions de type percussions des grains sous la surface de l'intrus exposée à ce volume libre (hors bord de l'intrus) apportent une contribution verticale orientée dans le même sens que le déplacement de l'intrus. Celle-ci constitue une des composantes de la "lift-force". Une seconde composante est localisée au niveau de la géométrie des bords de l'intrus. En considérant l'axe horizontal de symétrie de l'intrus, sur cette partie inférieure du bord des efforts de deux types sont comptabilisés : chocs et contacts frictionnels, qui se subdivisent en une composante verticale orientée vers le bas (ces efforts contribuent à la "drag-force") et une composante verticale orientée vers le haut (ces efforts contribuent à la "lift-force"). La mobilité des grains au voisinage direct avec l'intrus offre une diversité de configurations qui permet une interaction duale aux "drag" et "lift" forces. Cette mobilité granulaire peut être assimilée à de la vorticité. La figure 5.3 représente le champ de vorticité obtenu à partir d'un essai expérimental à $v^* = 0.7\%$. Ce champ est obtenu par le module PIVlab à partir des films réalisés par caméra à image rapide sur le dispositif expérimental. Il met en évidence un champ de vorticité aux extrémités de l'intrus. Cette vorticité traduit un mouvement où les particules viennent rebondir sous la surface inférieure de l'intrus générant une force orientée dans le même sens de déplacement que l'intrus. Ces chocs peuvent être très intenses et leur contribution est implicitement comptabilisée dans la force de trainée mesurée au niveau de l'intrus (figure 5.1). Expérimentalement, il n'est pas possible dans l'état actuel du dispositif de distinguer les contributions "positives" ou "négatives" de ces efforts. Nous considérons par la suite une analyse à partir des résultats de la simulation numérique. La comptabilité des efforts au

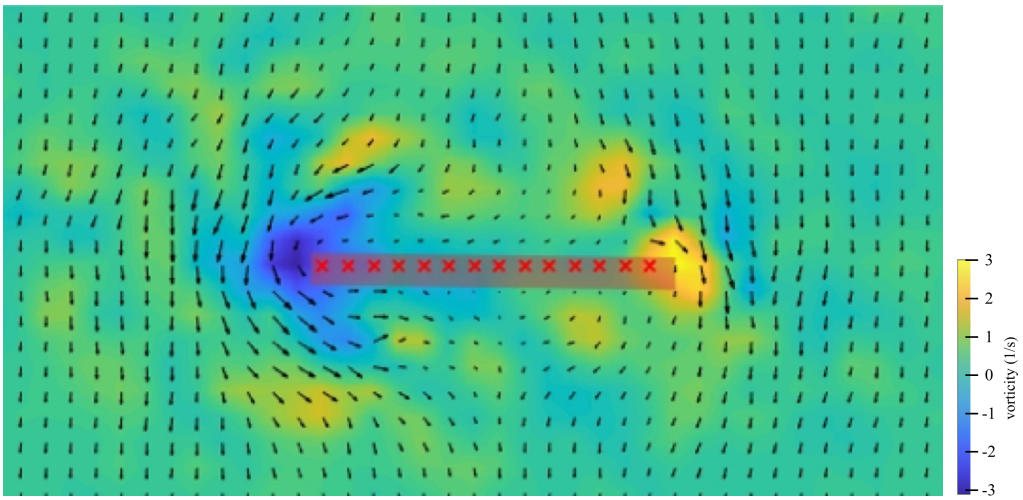


FIGURE 5.3 – *Cartographie de la convexité obtenue expérimentalement.*

contact grain/intrus nous permet de distinguer F_{lift} : la résultante des efforts orientés dans le sens de déplacement de l'intrus et F_{drag} la force opposée. Cette distinction est schématisée sur la figure 5.4a. La somme de ces deux contributions : $F_{lift}+F_{drag}$ représente la force de trainée qui a été mesurée expérimentalement par le capteur et calculée numériquement (figure 5.1).

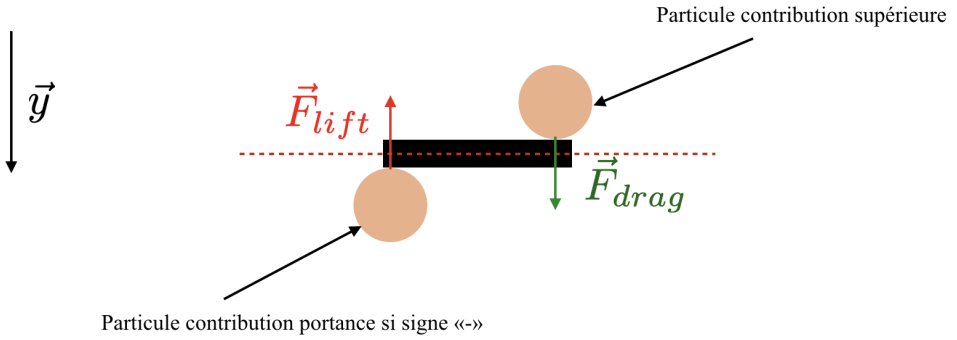
La recirculation des particules au voisinage de l'intrus conduit à une localisation des contacts grain/intrus qui selon qu'elle se situe au-dessus ou en dessous de son axe de symétrie conduit à des contributions distinctes :

— à la "drag-force" (tous les contacts situés au-dessus de l'axe de symétrie et certains contacts situés aux bords inférieurs comptabilisés positivement),

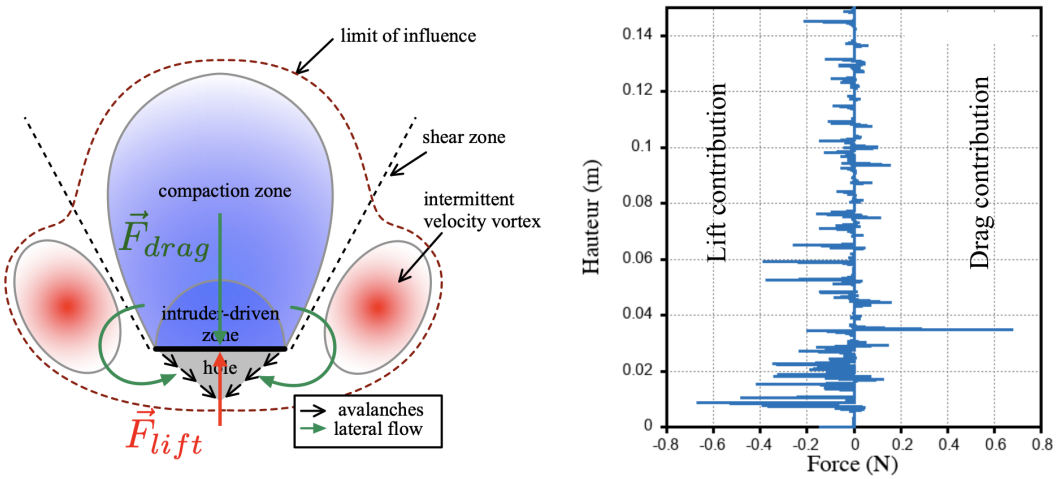
— à la "lift-force" (tous les contacts situés sous la surface de l'intrus et certains contacts exercés sur le bord inférieur (comptabilisés négativement)).

La figure 5.4b de gauche schématise ces situations. La figure 5.4b de droite montre la cinétique de tous les efforts exercés sur l'intrus par les particules au contact sous son axe de symétrie. Ces efforts se décomposent en ceux contribuant à la "lift-force" (négative) et ceux contribuant à la "drag-force" (positive). La majeure partie de ces efforts se répercutent sur la "lift-force" et de façon d'autant plus intense dans la zone basse de la colonne. La "lift-force" est fluctuante avec des à-coups qui présentent des périodicités correspondantes aux ruptures du réseau de forces normales. On retrouve que cette force s'initie avec un déphasage qui correspond au premier chargement/rupture.

La force de poussée, que nous venons de mettre en évidence et qui est ici illustrée à partir d'un essai sur une petite hauteur de lit de grains sollicités à faible vitesse, représente jusqu'à 10% de la "drag-force" quelle que soit la position de l'intrus dans le lit de particules (figure 5.5). A ce titre, ce phénomène est significatif et il apparait interessant de quantifier l'influence des propriétés des particules ainsi que des conditions opératoires et géométriques du procédé sur son intensité. Nous limiterons la suite de nos investigations à analyser



(a)



(b)

FIGURE 5.4 – *(a) Schéma mettant en évidence les deux forces F_{lift} et F_{drag} – (b) Schéma montrant les mouvements de convection autour de l'intrus : distinction entre F_{drag} et F_{lift} (figure de gauche). Évolution de la force résultante des interactions entre des particules situées sous l'axe de symétrie de l'intrus. Distinction entre les efforts contribuant à la poussée (F_{lift}) et à la trainée (F_{drag}) (figure de droite).*

l'impact des coefficients de friction d'une part et de la géométrie de l'intrus d'autre part. Du point de vue des applications à des procédés qui mettent en oeuvre le déplacement ascendant d'un intrus dans un lit de grains, l'amplification de cette poussée peut devenir un enjeu important. En effet, toute augmentation de la poussée par rapport à la "drag-force" permettrait de réaliser un gain énergétique allant dans le sens d'une amélioration du rendement du réacteur. Apporter une contribution à la sobriété énergétique des opérations de malaxage et mélange de milieux granulaires mettant en jeu un intrant mécanique peut être l'un des apports concrets bien que encore spéculatif de ce travail. La mise en évidence de ce phénomène apporte une connaissance complémentaire à la physique des milieux

granulaires et potentiellement un interêt opérationnel à l'optimisation de la conduite des procédés.

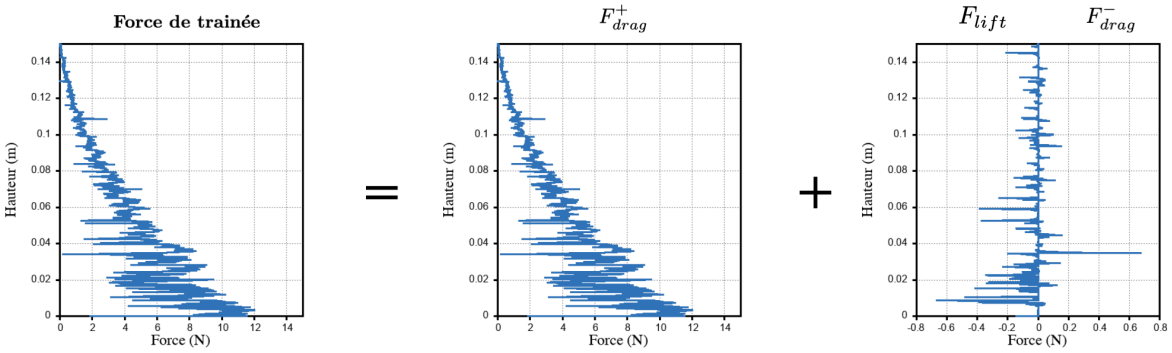


FIGURE 5.5 – *Schématisation de la résultante additive des contributions F^+_{drag} (appliquée au-dessus de l'intrus), F^-_{drag} (appliquée au-dessous de l'intrus) et F_{lift} à la force de trainée.*

5.3 Influence des coefficients de friction

La mise en évidence de la "lift-force" issue de la décomposition de la résultante verticale des efforts exercés sur l'intrus est dépendante de plusieurs facteurs dont notamment les caractéristiques frictionnelles. Le coefficient de friction grain/grain ($\mu_{g/g}$) d'une part et grain/paroi ($\mu_{g/p}$) d'autre part vont ici être consécutivement modifiés (les valeurs suivantes : $\mu_{g/g} = \mu_{g/p} = 0.5$, ayant été utilisées dans la section précédente). Il s'agit d'identifier la sensibilité de la "portance" granulaire avec ces paramètres.

5.3.1 Influence du coefficient grain/paroi à coefficient grain/grain constant

En considérant un coefficient grain/grain constant ($\mu_{g/g} = 0.5$), trois simulations ont été réalisées en faisant varier $\mu_{g/p}$: 0.05, 0.5 et 0.8. Ces valeurs sont suffisamment contrastées pour mettre en évidence le rôle du contact à la paroi dans l'intensité de la portance sur l'intrus et sur l'activation des contacts au niveau des parois latérales. On considère que les parois latérales, le fond et l'intrus ont la même valeur de $\mu_{g/p}$ au contact avec les grains. La figure 5.6 représente l'évolution de la force de trainée en fonction de la position de l'intrus pour les trois valeurs du coefficient $\mu_{g/p}$. L'analyse statistique de ces courbes fait appa-

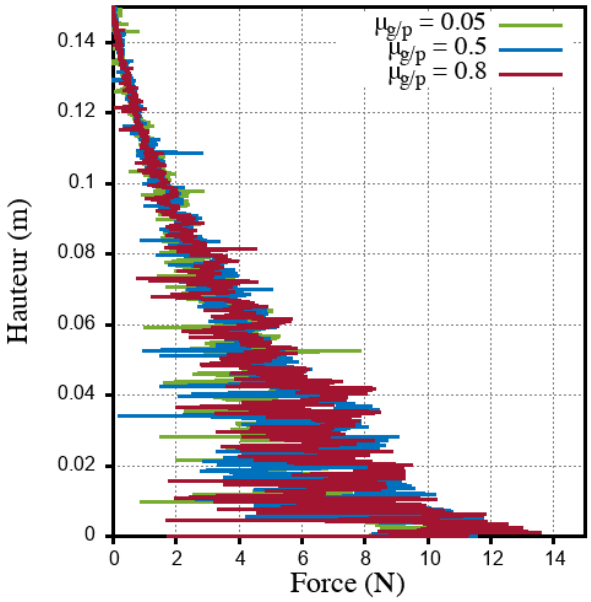
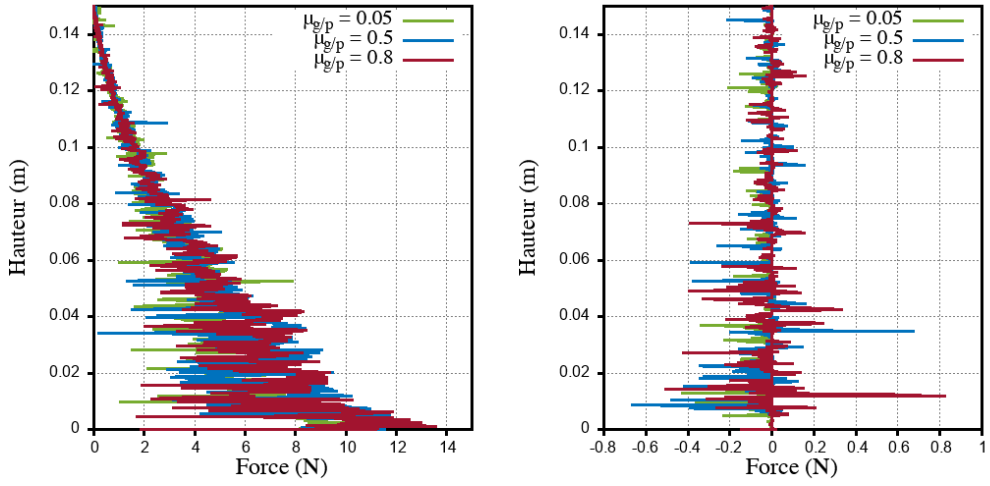


FIGURE 5.6 – *Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de* $\mu_{g/p}$.

raitre une très faible influence du coefficient $\mu_{g/p}$. Les allures générales sont identiques, les positions, amplitudes et fréquences des fluctuations sont dans le même ordre de grandeur. Lorsqu'on décompose les efforts exercés sur l'intrus on observe que la résultante de tous

ceux qui agissent au-dessus de son axe de symétrie horizontal présente des allures d'évolution similaire (figure 5.7a). La résultante des contributions aux efforts appliqués sur la partie inférieure de l'intrus (figure 5.7b) fait en revanche apparaitre pour $\mu_{g/p} = 0.05$ une résultante exclusivement orientée vers le haut. Un petit coefficient grain/paroi entraine une seule résultante pour F_{lift} (figure 5.7b). Malgré cette orientation des efforts on ne constate pas d'amplification du phénomène de portance qui est similaire dans les trois cas testés.



(a) (b)

FIGURE 5.7 – *Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/p}$ – (a) Résultante des contributions supérieures – (b) Résultante des contributions inférieures.*

Pour les petites vitesses relatives (v^*), les propriétés frictionnelles relatives de l'intrus ne semblent pas avoir d'impact sur le bilan des forces que le milieu granulaire lui impose. D'un point de vue technologique, l'état de surface de l'intrus sera peu influent sur l'énergie dépensée pour l'extraire du milieu granulaire. Ce n'est peut-être pas le cas dans des conditions de plus fortes vitesses mais ces dernières n'ont pas été étudiées ici.

On s'intéresse dorénavant à l'impact de la variation du coefficient $\mu_{g/p}$ sur l'activation des contacts aux parois latérales.

L'évolution de $\bar{\mu}^*$ au niveau des parois latérales pendant la remontée de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/p}$ est représentée figure 5.8. Le coefficient de friction $\mu_{g/p}$ a une influence directe sur la valeur de $\bar{\mu}^*$ dans le sens où plus il est élevé et moins μ^* l'est. À l'instant initial, les valeurs de $\bar{\mu}^*$ sont respectivement égales à 0.85, 0.24 et 0.14 pour $\mu_{g/p}$ respectivement égal à 0.05, 0.5 et 0.8. L'influence du coefficient grain/paroi sur l'état des contacts par rapport au seuil de glissement suit une dépendance en exponentielle décroissante. Si le nombre de contacts ayant atteint le seuil de glissement dans la configuration post-versement est nul pour $\mu_{g/p} = 0.5$ et $\mu_{g/p} = 0.8$, il est de l'ordre de 75% pour $\mu_{g/p} = 0.05$. Ce résultat indique que le rapport entre les forces tangentielles et les forces normales est

majoritairement faible aux parois donc lorsque l'on impose un seuil de glissement petit on en active une grande partie. À posteriori de cette étude, il aurait été interessant de mettre en évidence la répercussion de cet état des contacts sur l'effet Janssen mais par manque de temps nous n'avons malheureusement pas pu réaliser ce même travail pour les différentes hauteurs de colonnes requises. De l'instant initial jusqu'à ce que l'intrus atteigne la position correspondante au premier pic de la force de trainée, $\bar{\mu}^*$ augmente très significativement et d'autant plus fortement que $\mu_{g/p}$ est grand. Puis au fur et à mesure de la remontée de l'intrus, la valeur de $\bar{\mu}^*$ décroit pour chaque valeur de $\mu_{g/p}$ selon une variation quasi-linéaire aux fluctuations près avec la position de l'intrus. La valeur finale de $\bar{\mu}^*$ obtenue juste avant d'atteindre la surface libre semble indépendante de $\mu_{g/p}$ et elle est environ égale à 0.23. Après le passage de l'intrus, seuls deux à trois contacts sont encore au seuil de glissement lorsque $\mu_{g/p} = 0.05$. Cet état des contacts aux parois est indépendant de la valeur de $\mu_{g/p}$. Il correspond à une diminution de $\bar{\mu}^*$ pour $\mu_{g/p} = 0.05$ et $\mu_{g/p} = 0.5$ mais à une augmentation pour $\mu_{g/p} = 0.8$. En partant d'une configuration post-versement relativement différente en fonction des valeurs de $\mu_{g/p}$ testées, le passage de la pâle a pour ainsi dire "réinitialisé" l'état mécanique des contacts aux parois. Il sera intéressant de caractériser cet état résultant pour savoir notamment s'il correspond à un optimum.

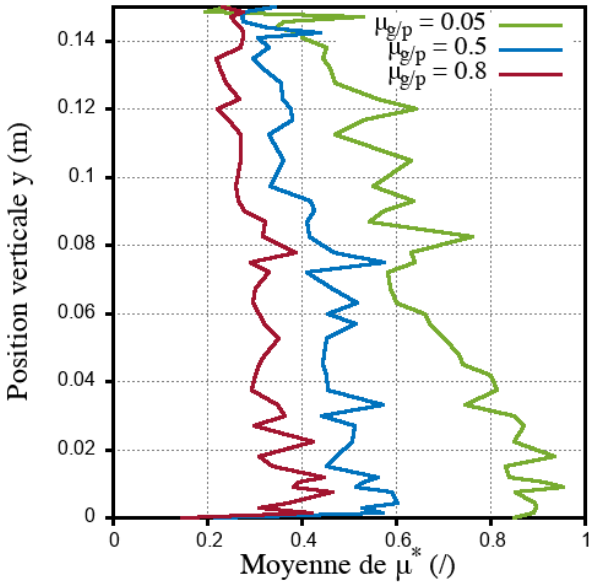


FIGURE 5.8 – *Evolution du $\bar{\mu}^*$ aux parois latérales en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/p}$.*

Nous avons présenté figure 4.6 le champ de vitesse des grains adimensionné par la vitesse de l'intrus pour un coefficient de friction $\mu_{g/p} = 0.5$. Nous avons identifié des zones d'influence de l'intrus en fonction de sa position en mettant notamment en évidence la position particulière correspondante à H_β. La figure 5.9 présente ce même champ de vitesse obtenu par "coarse-graning" pour $\mu_{g/p} = 0.05$ (figures 5.9abcd) et pour $\mu_{g/p} = 0.8$ (figures

5.9efgh).

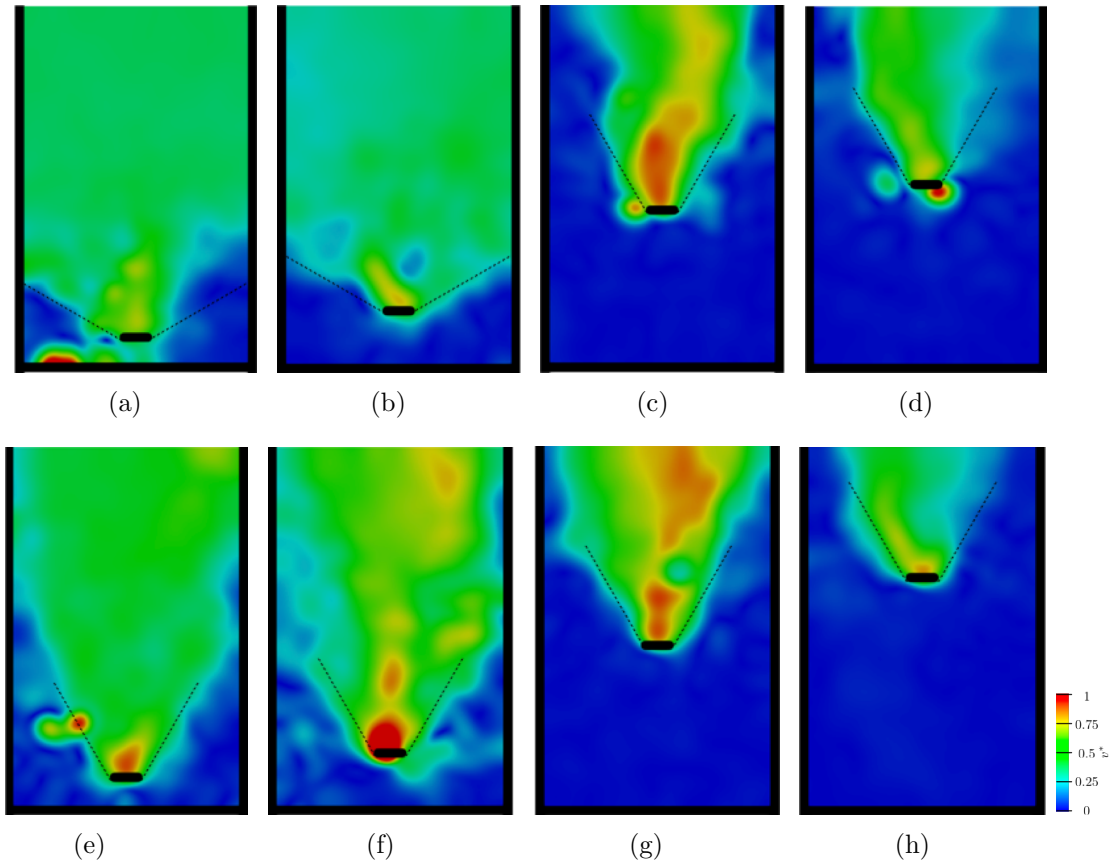


FIGURE 5.9 – *Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleurs pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction $\mu_{g/p} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction $\mu_{g/p} = 0.8$.*

L'analyse réalisée dans la section 4.3.1, reste valable. On observe un domaine conique situé au-dessus de l'intrus dans lequel la mobilité est importante. La position H_β est définie à partir de laquelle la mobilité des particules ne percole plus jusqu'à la paroi latérale. Entre H_β et la surface libre, l'angle d'ouverture du cône est indépendant de la position verticale de l'intrus et $\beta = 60°$ quelle que soit la valeur de $\mu_{g/p}$. Entre le fond et H_β cet angle est inchangé lorsque $\mu_{g/p} = 0.5$ et $\mu_{g/p} = 0.8$ et vaut 60°. En revanche lorsque $\mu_{g/p} = 0.05$, cet angle semble plus petit ce qui indique que la quantité de grains soumise à un mouvement induit par le déplacement de l'intrus est plus grande. Ce résultat provient du fait que 75% des contacts aux parois sont initialement au seuil de glissement et même si leur nombre décroit au fur et à mesure de la remontée de l'intrus, la friction aux parois n'entrave pas la mobilité des particules. Une fois que l'intrus est passé au-delà de H_β, l'influence des états de contact aux parois n'est plus impliquée dans la mobilité des grains qui constituent le packing.

En corrélant la mobilité des particules avec la distribution des efforts dans le matériau granulaire obtenu par DEM comme présenté figure 4.11 pour $\mu_{g/p} = 0.5$, il apparait très peu de différences lorsque $\mu_{g/p}$ varie. On remarque cependant qu'à la paroi des chaines de forces verticales de fortes intensités traduisent l'existence d'une interaction importante au niveau de la colonne de grains directement située au contact des parois latérales lorsque $\mu_{g/p} = 0.05$ (figure 5.10abcd). Ces chaines de forces se propagent du fond jusqu'à l'altitude à laquelle se trouve l'intrus. Cet état sthénique particulier n'est pas retrouvé pour les coefficients de friction grain/paroi plus élevés (figure 5.10efgh) .

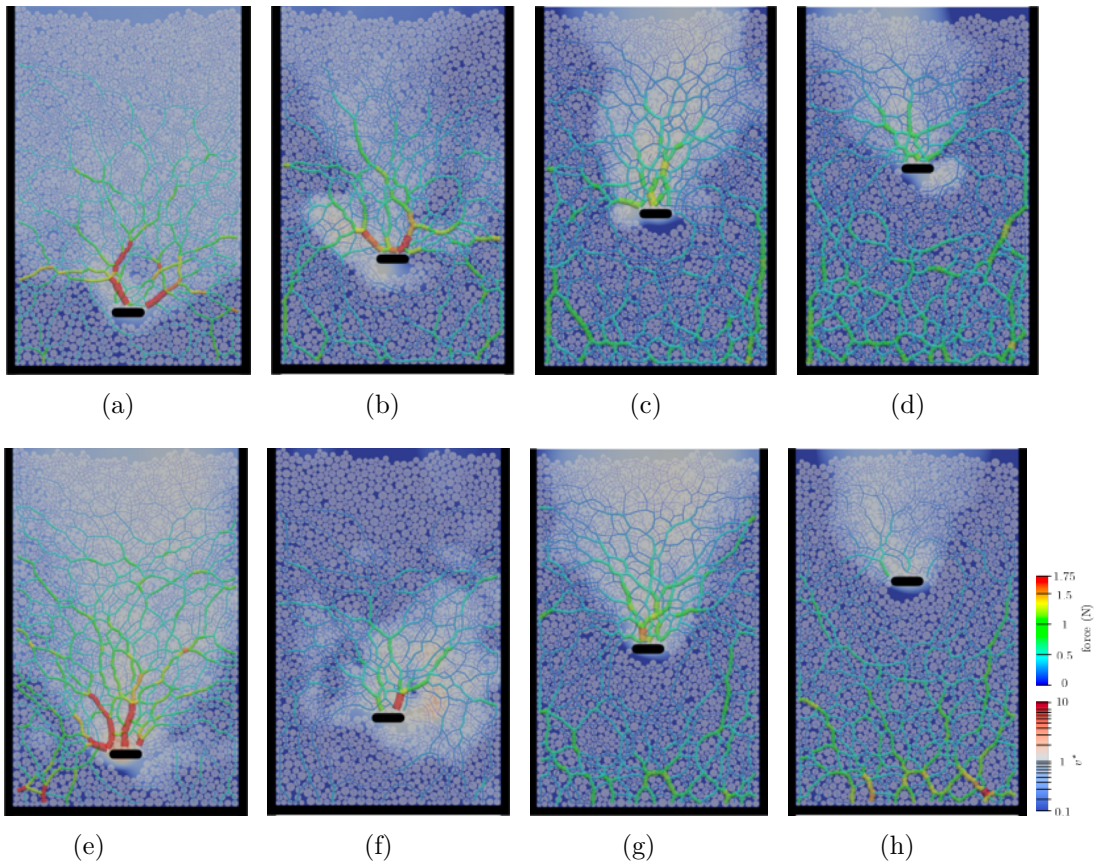


FIGURE 5.10 – *Visualisation du réseau de forces superposé au champ de vitesse coarse-grainé pendant des phases de chargements – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction paroi/particule $\mu_{g/p} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction paroi/particule $\mu_{g/p} = 0.8$. La vitesse est en échelle logarithmique.*

5.3.2 Influence du coefficient grain/grain à coefficient grain/paroi constant

En fixant la valeur du coefficient de friction $\mu_{g/p} = 0.5$, nous avons fait varier le coefficient de friction grain/grain avec les trois valeurs précédentes 0.05, 0.5 et 0.8. L'analyse de l'évolution de la force de trainée pour une remontée de l'intrus à la vitesse $v^* = 0.7\%$ permet de mettre en évidence l'influence de $\mu_{g/g}$. Pour les deux plus fortes valeurs du coefficient de friction, l'allure est conforme à celle déjà décrite. Lorsque $\mu_{g/g} = 0.8$, l'intensité de la force de trainée est la même et ce même au premier pic. En revanche, durant les phases de rupture la chute de la force de trainée est plus grande selon le cas où $\mu_{g/g} = 0.5$. L'amplitude de la force entre les phases de chargement/rupture est plus importante quand le coefficient de friction est élevé. Pour un faible coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$, le comportement est différent. ll existe toujours une succession de phase de chargement/rupture mais le premier pic est d'une intensité moins importante que dans les autres cas et lors des ruptures l'état mécanique rejoint l'état hydrostatique. Ce plus faible niveau de chargement initial est lié au fait qu'on n'observe pas de trou sous l'intrus figure 5.15 pour $\mu_{g/g} = 0.05$. Ce cas de figure, qui correspond à une très faible friction au sein du "packing" malgré une friction significative aux parois, peut être comparable à celui d'un fluide. Les efforts qui s'exercent sur l'intrus sont en moyenne deux fois supérieurs de l'état hydrostatique qui règne dans le milieu granulaire (figure 5.11b).

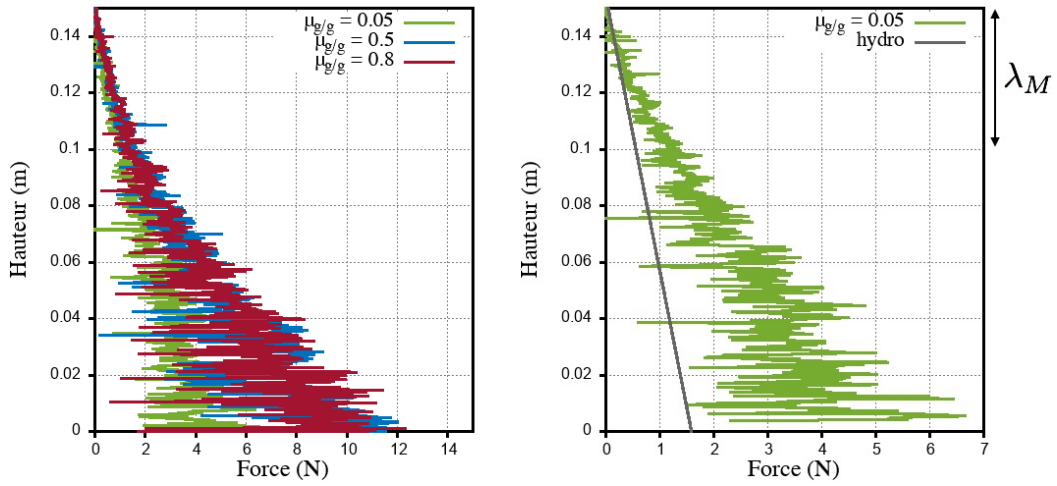
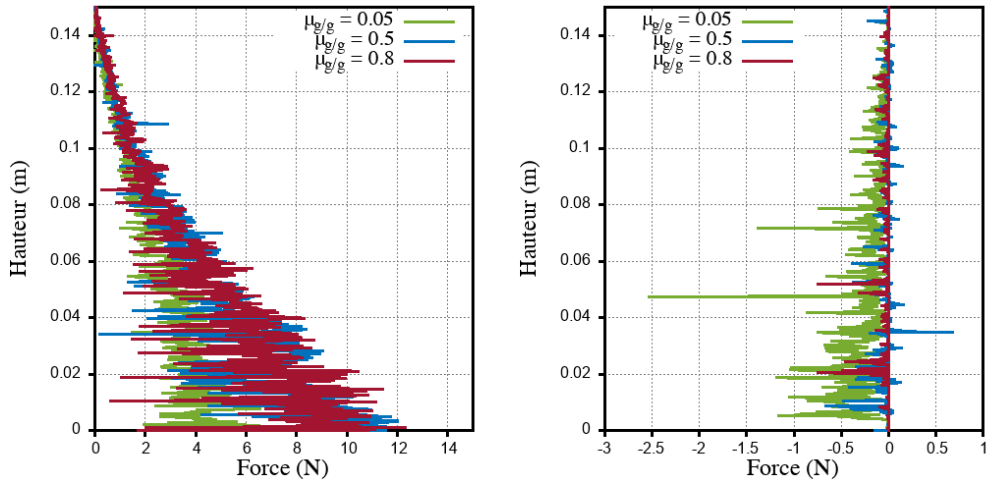


FIGURE 5.11 – *(a) Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$ – (b) Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$ superposée au profil hydrostatique.*

Les figures 5.12 représentent la résultante des contributions agissant sur la partie supérieure de l'intrus (figure 5.12a) et sur la partie inférieure (figure 5.12b). La figure 5.12b montre que F_{lift} augmente quand le coefficient de friction grain/grain diminue. Lorsque

$\mu_{g/g} = 0.8$, le phénomène de poussée est très négligeable. Dans ce cas, la forte friction granulaire au sein du "packing" joue un rôle purement résistif vis-à-vis du déplacement de l'intrus. Nous avions déjà indiqué que la contribution à la poussée lorsque $\mu_{g/g} = 0.5$ est de l'ordre de de 10% par rapport à F_{drag}, avec une manifestation non continue du phénomène. En effet, outre la fluctuation de F_{lift}, les phases de "poussée" sont entrecoupées par des petites phases purement résistives. Pour un petit coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$, le phénomène de poussée est nettement amplifié. Son intensité est de l'ordre de 30% de F_{drag} en moyenne. Par ailleurs, le phénomène est plus régulier durant la remontée de l'intrus. C'est pour ce dernier cas de figure que l'appellation "de poussée" est la plus justifiée.



(a) (b)

FIGURE 5.12 – *Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$ – (a) Résultante des contributions supérieures – (b) Résultante des contributions inférieures.*

La figure 5.13 présente l'évolution de $\bar{\mu}^*$ rapportée à la position de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$. La figure 5.13a est relative aux contacts avec les parois et la figure 5.13b aux contacts au sein du "packing". Que ce soit au sein du "packing" ou aux parois latérales, les évolutions de $\bar{\mu}^*$ pour $\mu_{g/g} = 0.5$ et $\mu_{g/g} = 0.8$ sont quasiment confondues. À partir de leurs valeurs initiales, elles augmentent jusqu'à un premier pic qui correspond au premier chargement puis reste à peu près constante jusqu'à ce que l'intrus atteigne une position définie par H_β. Durant cette phase, la valeur de $\bar{\mu}^*$ au niveau des contacts aux parois ($\simeq 0.45$) est supérieure à celle du "packing" ($\simeq 0.35$). Entre H_β et la surface, $\bar{\mu}^*$ décroit progressivement pour atteindre une valeur de 0.24 dans le "packing" et 0.27 aux parois. Pour la valeur $\mu_{g/g} = 0.05$, l'évolution de $\bar{\mu}^*$ suit la même allure que dans les deux cas précédents :

1. croissante durant la première phase de chargement/rupture,
2. constante jusqu'à ce que l'intrus atteigne la postion H_β,

3. decroissante entre H_β et la surface libre.

En revanche, son intensité diffère fortement : au sein du "packing". Durant toute la remontée de l'intrus, $\bar{\mu}^*$ est deux fois supérieur au cas où $\mu_{g/g}$ est plus élevé tandis qu'il est deux fois inférieur au niveau des parois. Ces résultats s'expliquent par une faible percolation du réseau de forces aux parois latérales et par un faible développement du réseau fort au sein du "packing". La valeur de $\mu_{g/g}$ étant très faible, l'énergie transmise par l'intrus génère beaucoup de mobilité et peu de cisaillement ce qui permet son retrait avec un minimum de résistance et de faibles fluctuations sur l'évolution de la force de trainée.

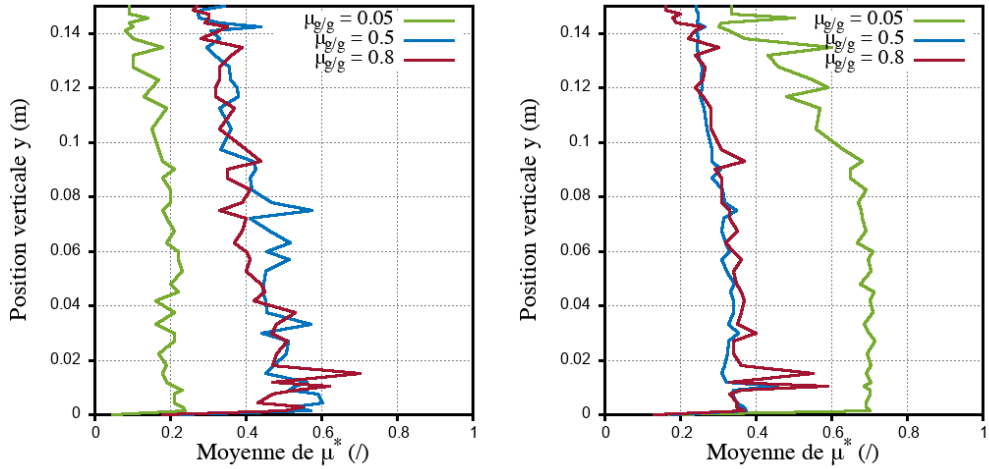


FIGURE 5.13 – *Evolution de $\bar{\mu}^*$ en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$ – (a) Au niveau des parois latérales – (b) Au sein du "packing".*

Le cas d'un petit coefficient de friction ($\mu_{g/g} = 0.05$) se distingue de ce que nous avions observé précédemment. La diminution drastique de la friction intergranulaire par la limitation de la force tangentielle permet la transmission de la mobilité intergranulaire via la force normale au niveau des contacts. Ces caractéristiques frictionnelles favorables à la mobilité induisent des mouvements de recirculation autour de l'intrus tel que l'on observe plus l'espace vide (trou sous l'intrus), qui était le réceptacle des avalanches de grains cisaillés à ses extrémités. De fait, on n'observe plus le cône de mobilité détaillé section 4.3.1. Cette recirculation transporte plus de particules sous l'intrus qui interagissent en cédant une partie de son énergie à sa surface inférieure. Ces conditions amplifient la résultante de poussée (F_{lift}). Elles assurent aussi une forte corrélation spatio-temporelle entre l'intrus et tous les grains du "packing' qui lui sont situés au-dessus (figure 5.14abcd).

Pour un coefficient de friction plus important ($\mu_{g/g} = 0.8$) (figure 5.14efgh), cette corrélation spatio-temporelle dans la zone du cône de mobilité est retrouvée. Le champ de vitesse reste néanmoins hétérogène avec une forte intensité localisée au niveau de la colonne de grains qui surmonte la face supérieure de l'intrus. Cette zone en avant de l'intrus est le siège

d'un front de compaction qui se propage vers la surface libre (zone rouge). Ce phénomène s'amplifie une fois que l'intrus a atteint la position H_β.

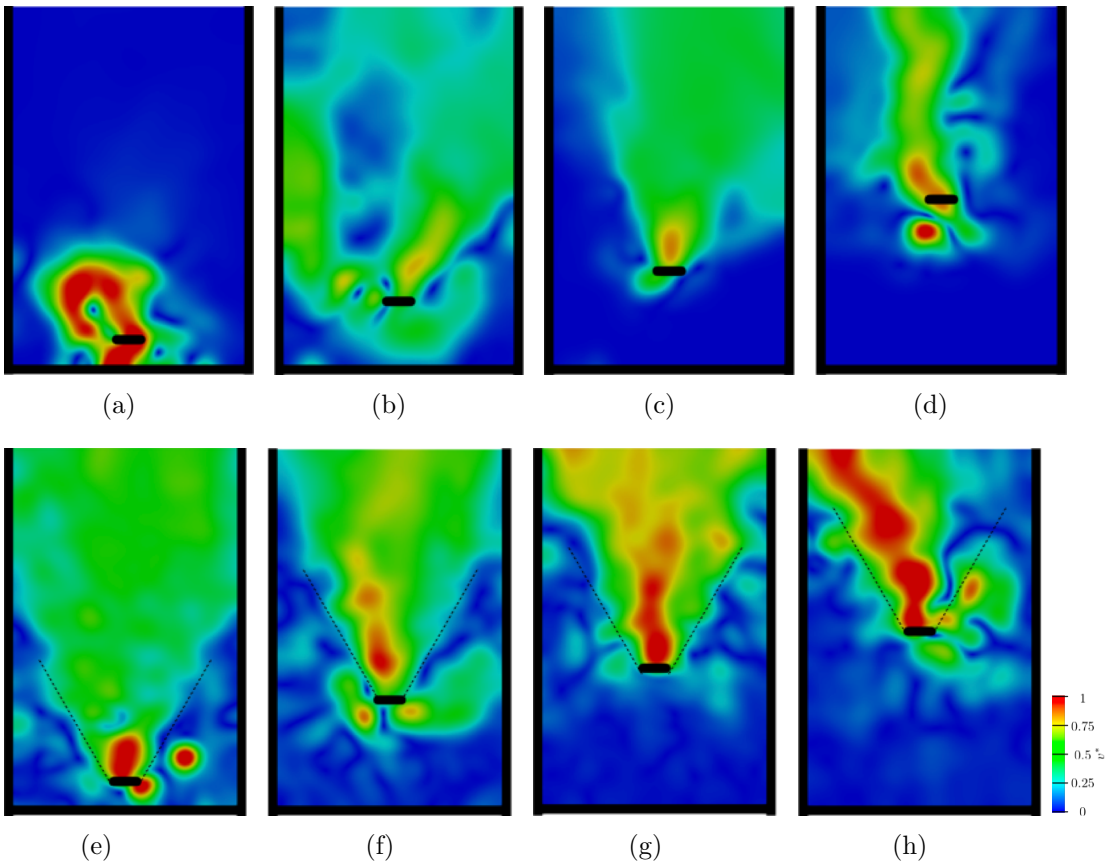


FIGURE 5.14 – *Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleurs pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.8$.*

La représentation du champ de vitesse superposée au réseau de forces normales permet de renforcer l'analyse précédente. La figure 5.15 montre cette superposition pour différentes positions de l'intrus et pour deux valeurs de coefficient $\mu_{g/g} = 0.05$ (figure 5.15 abcd) et $\mu_{g/g} = 0.8$ (figure 5.15 efgh). Pour une faible valeur de $\mu_{g/g}$, les contacts au niveau de la paroi sont très faiblement dissipatifs ($\bar{\mu}^*$ est faible). Par ailleurs l'intensité du réseau fort, qui s'étend de l'intrus jusqu'à la partie supérieure du milieu granulaire sollicité, est de faible intensité devenant plus petite que celle du réseau correspondant à l'état statique du "packing" reformé entre le fond et la partie inférieure de l'intrus. La propagation des chemins de forces préférentiels, prenant naissance à la surface supérieure de l'intrus, est de faible portée et n'arrive pas à percoler jusqu'aux parois latérales. Une des conséquences est l'absence de voûtes percolantes depuis l'intrus jusqu'aux parois. Les phases de chargement/rupture restent donc très localisées au voisinage de l'intrus et se traduisent par une

amplitude limitée de la force de trainée. Sur cette représentation on observe nettement l'absence de trou sous l'intrus liée à la forte recirculation des particules peu frictionnelles entre elles.

Lorsque le coefficient de friction est supérieur ($\mu_{g/g} = 0.8$), les chemins préférentiels de transmission depuis l'intrus se propagent plus loin et plus intensément, percolant jusqu'aux parois latérales. Le déploiement de la transmission des efforts normaux au sein du réseau de contacts est permis par les plus faibles vitesses relatives. Plus globalement, la mobilité est réduite avec l'augmentation du coefficient de friction. Les recirculations aux voisinages des bords de l'intrus sont limitées. Les particules ralenties par la dissipation liée aux forces tangentielles permettent la création d'un espace libre sous l'intrus où celles qui s'y retrouvent peuvent y chuter.

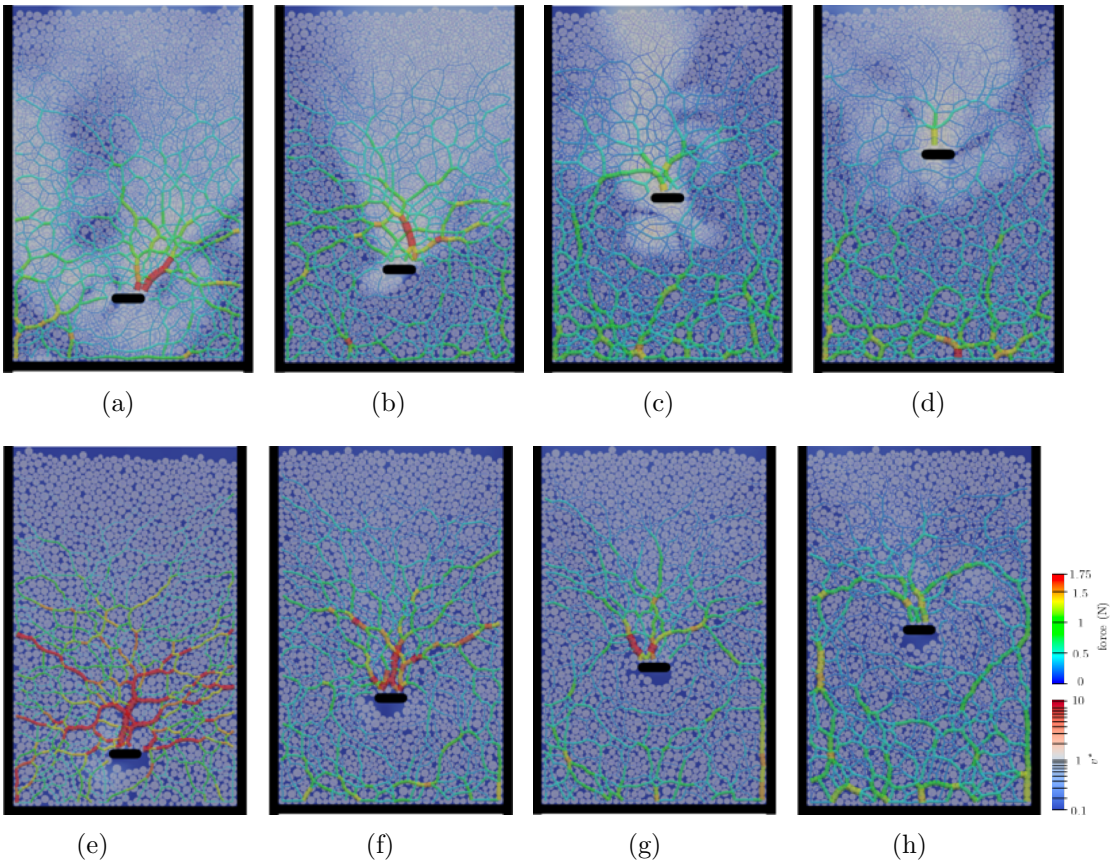


FIGURE 5.15 – *Visualisation du réseau de force superposé au champ de vitesse coarse-grainé pendant des phases de chargements – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.8$. La vitesse est en échelle logarithmique.*

Dans cette section, nous montrons que le coefficient $\mu_{g/g}$ a un fort impact sur le développement du réseau de forces normales et sur la mobilité des particules durant la remontée

de l'intrus. Le phénomène de portance granulaire est amplifié par une plus faible valeur du coefficient de friction. Dans ce cas, le réseau de forces normales au-dessus de l'intrus est atténué et les mouvements de recirculation sont favorisés. Le milieu granulaire est plus "déformable" et l'application d'une sollicitation mécanique conduit au développement d'un champ de vitesse intense et d'un réseau de forces atténué. Inversement, un fort coefficient de friction rend compte d'un milieu granulaire moins "déformable" au sein duquel les forces normales augmentent au voisinage de l'intrus consécutivement à la sollicitation mécanique qui la porte. Cependant la mobilité reste limitée.

5.4 Influence de la géométrie de l'intrus

Après avoir analysé l'influence des coefficients de friction sur la mobilité granulaire et la localisation des efforts due à la remontée de l'intrus, nous nous intéressons dans cette section à évaluer l'impact de la géométrie de l'intrus en fixant $\mu_{g/g} = \mu_{g/p} = 0.5$.

5.4.1 Impact de la largeur d'un intrus rectiligne

En considérant la forme rectiligne de l'intrus employée dans les chapitres et sections précédents, nous avons fait varier sa largeur sans changer son épaisseur et les dimensions de la cellule. La hauteur du lit est fixée à 0.15m et la vitesse relative de l'intrus à $v^* = 0.7\%$. La variation de la largeur de l'intrus L, permet de moduler la distance entre l'extrémité de l'intrus et les parois latérales. Ce gap est un paramètre important dans les systèmes de mélange et de malaxage industriel car il est implicitement considéré avec la vitesse de l'intrus, comme modulant le gradient de cisaillement appliqué au milieu granulaire. Par rapport à notre analyse, il est lié à la capacité de percolation du réseau préférentiel de forces normales, de l'intrus jusqu'aux parois latérales (voûtes). Trois largeurs d'intrus sont fixées : 0.01m, 0.02m et 0.04m. L'analyse présentée ici n'est effectuée qu'à partir des résultats par simulation numérique, les essais physiques n'ayant pas pu être réalisés en raison de la pandémie.

Les cinétiques de la force de trainée et des contraintes correspondantes sont présentées figure 5.16 en fonction de la position de l'intrus. La force résultante exercée sur l'intrus est d'autant plus importante que la largeur est grande. Cependant en se ramenant aux contraintes, l'augmentation de cette force ne compense pas l'augmentation de la largeur de l'intrus. De ce fait, les contraintes sont d'autant plus importantes que la largeur de l'intrus est petite. Une largeur plus importante de l'intrus permet de drainer plus de particules et comme la force de trainée est plus importante ces particules contribuant à propager les efforts jusqu'à l'intrus sont impliquées au moins ponctuellement dans le réseau fort. L'augmentation de la largeur de l'intrus pourrait ne pas s'accompagner d'une augmentation de la force de trainée qui lui soit proportionnelle de par la remarque sur le fait que les particules mobilisées soient en interaction plus faible (réseau faible). La largeur de l'intrus double mais n'entraine pas la même proportionnalité entre la valeur des amplitudes observées. Cependant à chaque profondeur, la force de trainée augmente linéairement avec la largeur de l'intrus. A titre d'exemple, quelques-unes de ces valeurs sont indiquées dans le tableau 5.1.

Les phases de chargement/rupture sont toujours observées et se traduisent par des fluctuations dont la fréquence et l'amplitude ne sont pas directement impactées par la variation de la largeur de l'intrus. Proche de la surface supérieure, la force de trainée se relaxe mais les trois cinétiques ne sont pas superposables car le poids final résiduel sur l'intrus est d'autant plus grand que celui-ci est large (figure 5.16a). En revanche, les cinétiques de contraintes verticales convergent toutes vers les mêmes valeurs dans la zone λ_M ("pseudo-hydrostatique") ce qui confirme que seul le poids résiduel discrimine les cinétiques de forces

Profondeur (m)	$L = 0.01$m	$L = 0.02$m	$L = 0.04$m	
0.00045	11.18	14	20.5	position du premier pic
0.04	5.93	7.6	7.53	
0.078	3.33	3.97	5.42	position H_β
0.12	0.76	1.04	1.96	

TABLE 5.1 – *Valeurs de la force de trainée (N) en différentes positions de l'intrus pour les trois différentes largeurs de l'intrus (figure 5.16).*

de trainées (figure 5.16b).

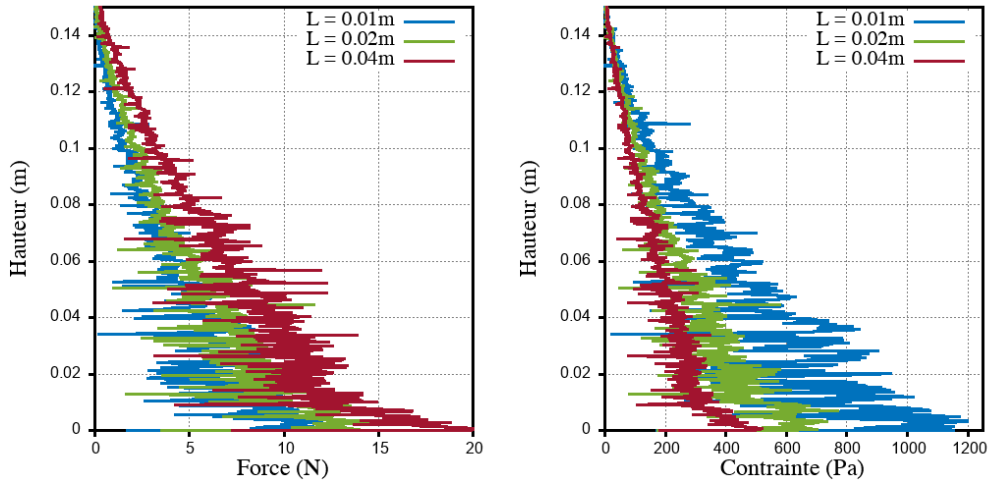


FIGURE 5.16 – *(a) Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de L – (b) Cinétique de la contrainte de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de L.*

En distinguant les contributions des efforts exercés sur la partie supérieure de l'intrus de ceux exercés sur sa partie inférieure, l'intensité de la "lift-force" F_{lift} est quasiment insensible à la largeur de l'intrus (figure 5.17b). Le pourcentage de contributions de la poussée (F_{lift}) par rapport à la F_{drag} sera donc d'autant plus petit que la largeur de l'intrus sera grande (figure 5.17a). Ce résultat est à mettre en lien avec le fait que le trou sous l'intrus est d'autant plus important avec la largeur L (figure 5.20). Il paraitrait intuitif de supposer que plus la surface exposée est grande, plus l'interaction des particules sous l'intrus est augmentée ce qui devrait conduire à une force de poussée plus importante. Pour le coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.5$, nous avons décrit l'interaction entre les particules et les extrémités de l'intrus en section 4.3 et montré que les particules qui cèdent une partie de l'énergie à l'intrus chutent ensuite dans le trou. Le fait d'augmenter l'accessibilité à la surface inférieure de l'intrus n'augmente pas en nombre la quantité de particules qui contribuent à la poussée indiquant alors que le phénomène reste localisé au voisinage des extrémités de l'intrus. Ce qui permettrait donc d'accroître la poussée avec l'augmentation

de la largeur de l'intrus tiendrait dans la possibilité que des particules accèdent à cette surface. Nous avons montré dans la section 5.3.2 que la forte diminution du coefficient grain/grain avait pour conséquence d'amplifier la mobilité granulaire allant jusqu'à refermer ce trou. Par conséquent, une configuration de grande largeur de l'intrus sollicitant un milieu granulaire de faible propriété frictionnelle devrait être le siège de la manifestation d'une forte poussée granulaire. Le phénomène de poussée granulaire mis en évidence pour ces conditions opératoires s'exercerait donc sur une zone partant des extrémités et dont la longueur d'influence serait d'autant plus importante que la friction intergranulaire sera faible. Cette remarque constitue une prédiction que nous n'avons pas encore testée.

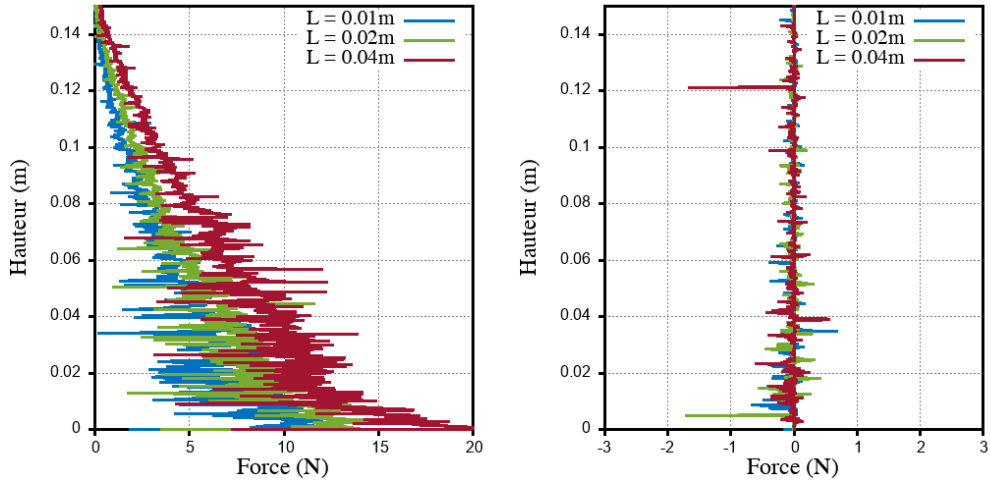
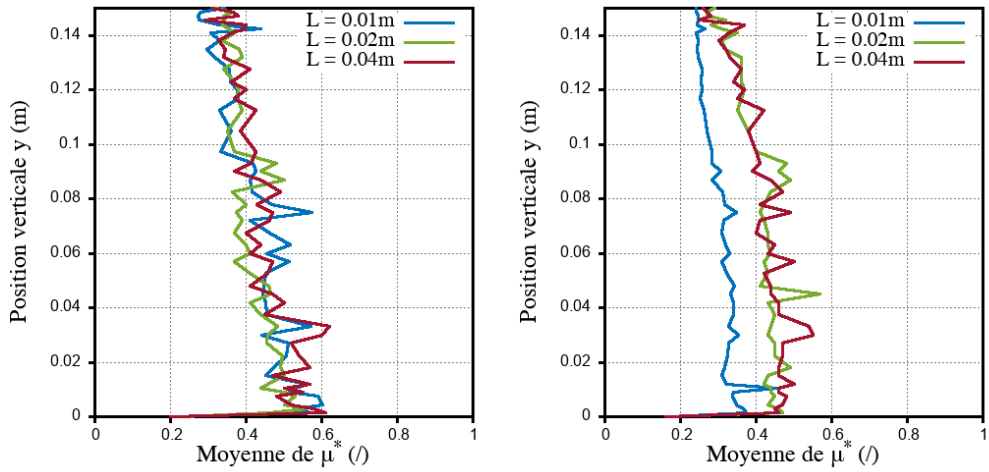


FIGURE 5.17 – *Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de L – (a) Résultante des contributions supérieures – (b) Résultante des contributions inférieures.*

La figure 5.18 représente l'évolution de $\bar{\mu}^*$ pendant la remontée de l'intrus pour les trois différentes largeurs de l'intrus L, au niveau des parois latérales (figure 5.18a) et au sein du "packing" (figure 5.18b). Ces cinétiques ont des allures comparables à celles présentées dans la section précédente 5.8 et 5.13. La largeur de l'intrus n'affecte pas l'état des contacts au niveau des parois latérales. Dans le cas où $L = 0.04$ m, la distance entre l'extrémité de l'intrus et la paroi latérale est d'environ dix diamètres de grains (0.03m). Cette configuration est probablement une limite au delà de laquelle l'influence de l'intrus devrait directement engendrer une percolation du réseau de forces jusqu'aux parois (cette assertion reste spéculative car nous n'avons pas testé de cas où la largeur L est supérieure à 0.04m). En revanche au sein du "packing", $\bar{\mu}^*$ est plus faible pour la petite largeur de l'intrus. Après le passage de l'intrus, les états moyens des contacts convergent vers une valeur proche de celle de l'état initial ($\simeq$0.3) qui est indépendente de la largeur L de l'intrus (figure 5.18b).

Pour les trois largeurs testées, la figure 5.19 montre le champ de vitesse coarse-grainé



(a) (b)

FIGURE 5.18 – *Evolution de $\bar{\mu}^*$ en fonction de la position verticale de l'intrus pour trois valeurs de L – (a) Au niveau des parois latérales – (b) Au sein du packing.*

adimensionné par la vitesse de l'intrus V, pour quatre positions verticales de l'intrus correspondant à des phases de chargement. Pour chacun des trois cas le cône de mobilité, dont l'angle ($H_\beta = 60°$) est indépendant de la largeur de l'intrus et de sa position verticale, est observé. La position du front de mobilité maximale (zone rouge où $v^* \geq 1$) est d'autant plus éloignée de l'intrus que la largeur est importante. En effet lorsque la largeur de l'intrus augmente, un plus grand nombre de particules mobilisées et une plus grande portée vers la surface libre apparaissent. Pour la largeur $L = 0.04$m, la vitesse des particules est proche de la vitesse de l'intrus jusqu'à la surface libre et ce dès le début de la remontée de l'intrus (figure 5.19).

La figure 5.20 compile le champ de vitesse coarse-grainé représenté en échelle logarithmique et le réseau de forces normales pour quatre différentes positions de l'intrus et trois largeurs de l'intrus ($L = 0.01$m, $L = 0.02$m et $L = 0.04$m). Ce dernier paramètre ne semble pas avoir d'impact ni sur le réseau de forces, ni sur la corrélation entre la mobilité et la distribution des efforts.

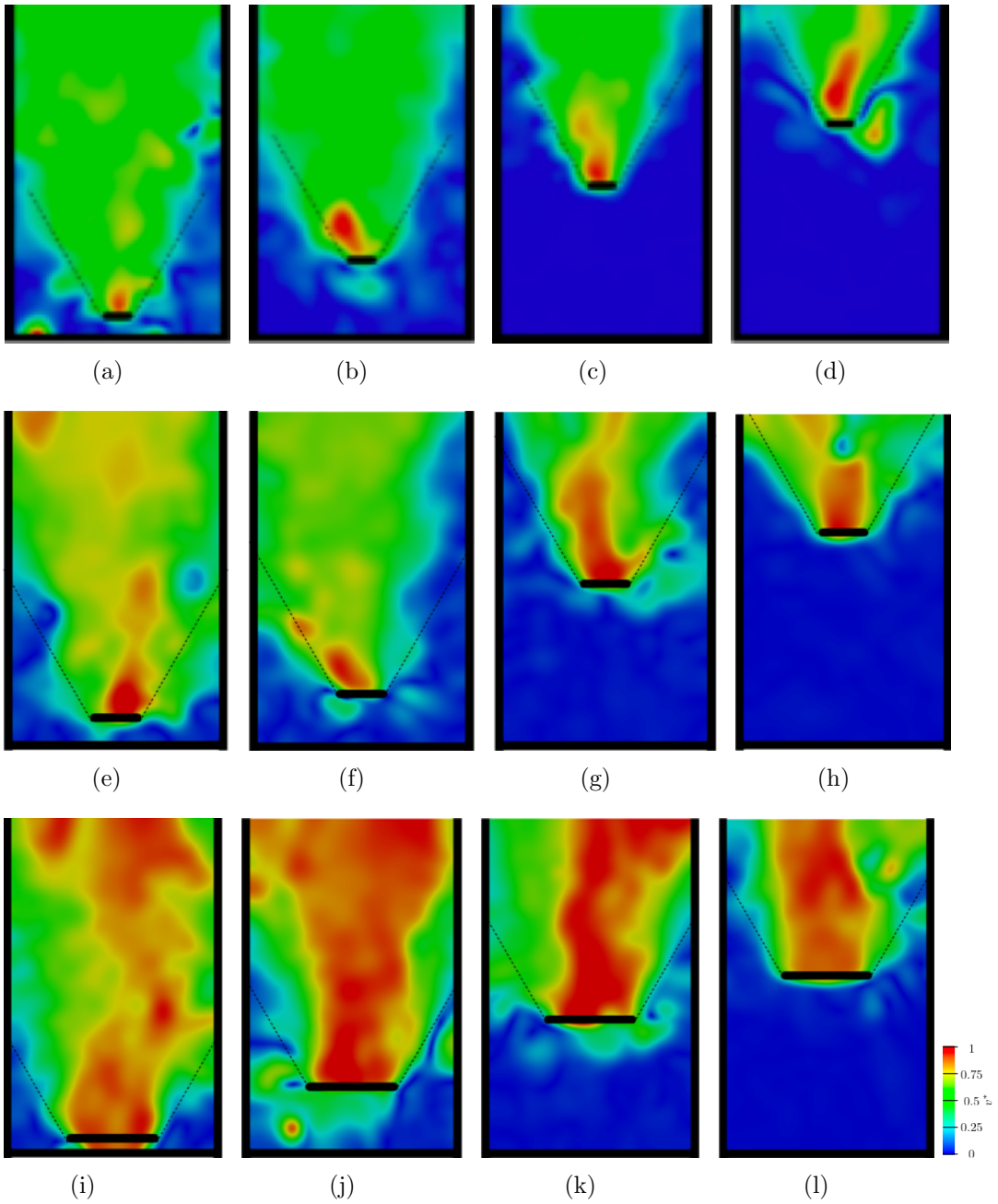


FIGURE 5.19 – *Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleurs pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a)(b)(c)(d) $L = 0.01$m – (e)(f)(g)(h) $L = 0.02$m – (i)(j)(k)(l) $L = 0.04$m.*

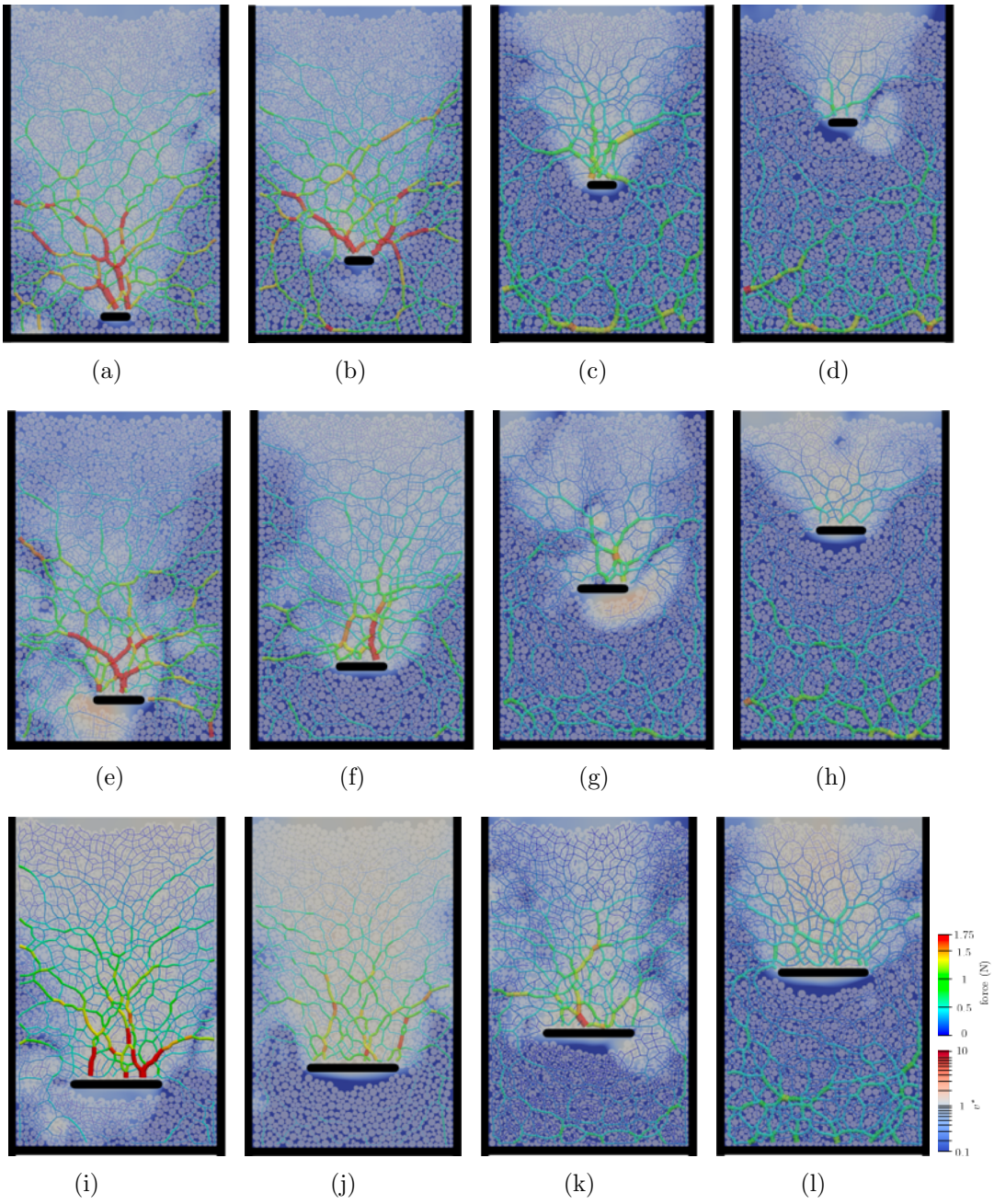


FIGURE 5.20 – *Visualisation du réseau de forces superposé au champ de vitesse coarse-grainé pendant des phases de chargements – (a)(b)(c)(d) $L = 0.01$m – (e)(f)(g)(h) $L = 0.02$m – (i)(j)(k)(l) $L = 0.04$m. La vitesse est en échelle logarithmique*

5.4.2 Impact de la forme de l'intrus

En conservant les mêmes dimensions de la cellule, la même hauteur de lit ($H_b = 0.15$m) et la même vitesse de remontée de l'intrus ($v^* = 0.7\%$), nous nous intéressons à présent à l'impact de la géométrie de l'intrus sur le comportement du lit de grains. Les coefficients de friction $\mu_{g/g}$ et $\mu_{g/p}$ de la population de particules sont égaux à 0.5. À partir des conclusions précédentes, nous avons sélectionné trois formes simples qui devraient avoir des répercussions sur le comportement du lit de grains. Afin de comparer leurs influences à celle de l'intrus rectiligne, nous avons choisi de conserver la même largeur de l'intrus soit 0.01m. La figure 5.21 illustre les formes retenues : (i) une forme triangulaire avec une pointe haute, (ii) une forme triangulaire avec une pointe basse, (iii) une forme circulaire, et (iv) une forme rectiligne. La première forme (i) est un triangle équilatéral de 0.01m de coté avec une pointe orientée dans le sens de déplacement. Les trois pointes ne sont pas saillantes mais arrondies avec un rayon de courbure correspondant au rayon médian des particules. La deuxième forme (ii) est ce même triangle équilatéral mais dont le coté supérieur est orienté perpendiculairement au sens de remontée de l'intrus. La troisième forme (iii) est un disque de diamètre 0.01m. L'intrus rectiligne, employé jusqu'ici, sert de référence pour comparer l'impact de ces différentes formes. Une particularité de ces simulations consistent dans le fait que l'intrus n'est pas initialement disposé au fond de la cellule mais situé juste en dessous de façon à ce que son contact supérieur affleure le niveau du fond. Ainsi pour chaque essai réalisé, l'état initial du "packing" est strictement identique et correspond à une même configuration post-versement, dont l'alimentation est réalisée avec la cellule vide. Les formes triangle pointe basse et forme circulaire ont été choisies en particulier pour influer sur les mouvements de recirculation au voisinage de l'intrus par la présence de matière sous les extrémités offrant la possibilité de combler le trou.

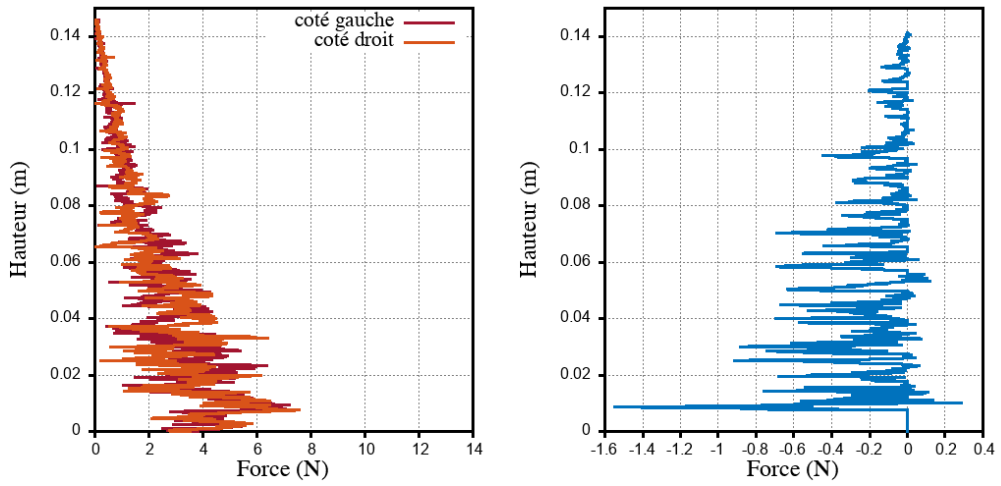


FIGURE 5.21 – *Schéma des différents intrus utilisés pour les essais dynamiques. De gauche à droite : (i) forme triangulaire pointe haute, (ii) forme triangulaire pointe basse (iii), forme circulaire, et (iv) forme rectiligne.*

Forme triangle pointe haute

La figure 5.22 représente les cinétiques des forces exercées sur chacun des trois côtés de l'intrus triangulaire pointe haute durant sa remontée. La figure 5.22a est relative aux forces exercées sur les deux cotés latéraux. Ces forces, qui composent une partie de la contribution à la "drag-force", s'exercent de manière symétrique et leurs fluctuations sont synchrones. La figure 5.22b représente la force exercée sur le coté inférieur du triangle. Elle est constituée de F_{lift} et de la part contribuant à F_{drag}. Cette dernière force est de faible

intensité et ne se manifeste que peu de fois lors de la remontée. F_{drag} est la somme de la partie exercée sur le coté inférieur et des efforts appliqués sur les deux cotés supérieurs. Dans cette configuration F_{lift} est d'une forte intensité représentant 15% de la "drag-force". L'intrus démarrant sa course à partir de la base de la colonne, on observe une phase où F_{lift} est nulle, et qui correspond à la position à partir de laquelle les particules peuvent interagir avec sa surface inférieure. On vérifie que les fluctuations de F_{lift} et de F_{drag} sont corrélées.



(a) (b)

FIGURE 5.22 – *Cinétiques des forces exercées sur l'intrus durant sa remontée de l'intrus – (a) Partie supérieure de l'intrus (pointe et cotés latéraux) – (b) Partie inférieure de l'intrus (base).*

Sur la figure 5.23 sont représentées les vecteurs vitesses de chaque particule au voisinage de l'intrus pour quatre différentes positions verticales. Au centre de chaque particule est positionnée son vecteur vitesse dont l'intensité adimensionnée par la vitesse de l'intrus V est représenté par un gradient de couleur. Ce type de représentation des distributions de vitesse en fonction du temps permet de mettre en évidence la cinématique des particules. Que ce soit en phase de chargement ou de rupture, on observe dans les zones de propagations du réseau fort une coordination entres particules relative à un même mouvement d'ensemble. Durant les chargements ces mouvements coordonnés vont dans le sens de déplacement de l'intrus suivant les lignes de forces les plus intenses (figure 5.23ac). Lors des phases de rupture (5.23bd) des mouvements préférentiels de recirculation sont observés de part et d'autre de l'intrus. On peut voir sur chaque capture de la figure 5.23 que le trou sous l'intrus est présent quelle que soit sa position et que la plus forte mobilité est localisée autour de l'intrus. Sur la figure 5.23d un mouvement convectif de particules est clairement présent suite à la rupture du réseau de forces. Les trajectoires des particules de plus forte vitesse s'apparentent alors aux lignes de courant d'un écoulement rotationnel de part et d'autre de l'intrus. Ces particules sont ramenées sous l'intrus qu'elles percutent créant les

fluctuations observées sur le profil de F_{lift} (figure 5.22b). L'ensemble des autres particules qui sont connectées par le réseau de forces faible possèdent des mobilités non corrélées. Leurs vitesses, plus faible n'ont pas d'orientations privilégiées. Leurs mouvements propre peut être assimilés à une "diffusion" dans le sens où ils représentent un fort écart par rapport au mouvement barycentrique des particules environnantes. Pour schématiser ces typologies de mobilité en les comparant à l'écoulement d'un fluide, on observerait des écoulements convectifs plutot dans les zones du réseau de forces fortes et un écoulement diffusif dans les parties du réseau de forces faibles. Durant la remontée de l'intrus les réseaux de forces que nous considérons ici pour caractériser la mobilité sont ceux des zones perturbées par l'intrus. Il va de soit qu'une fois que l'intrus a quitté sa position toutes les particules qui sont biens sous le trou ou, dans la partie basse et pour lesquelles le réseau de forces reconstitué devient fort ne sont pas impliquées dans cette description.

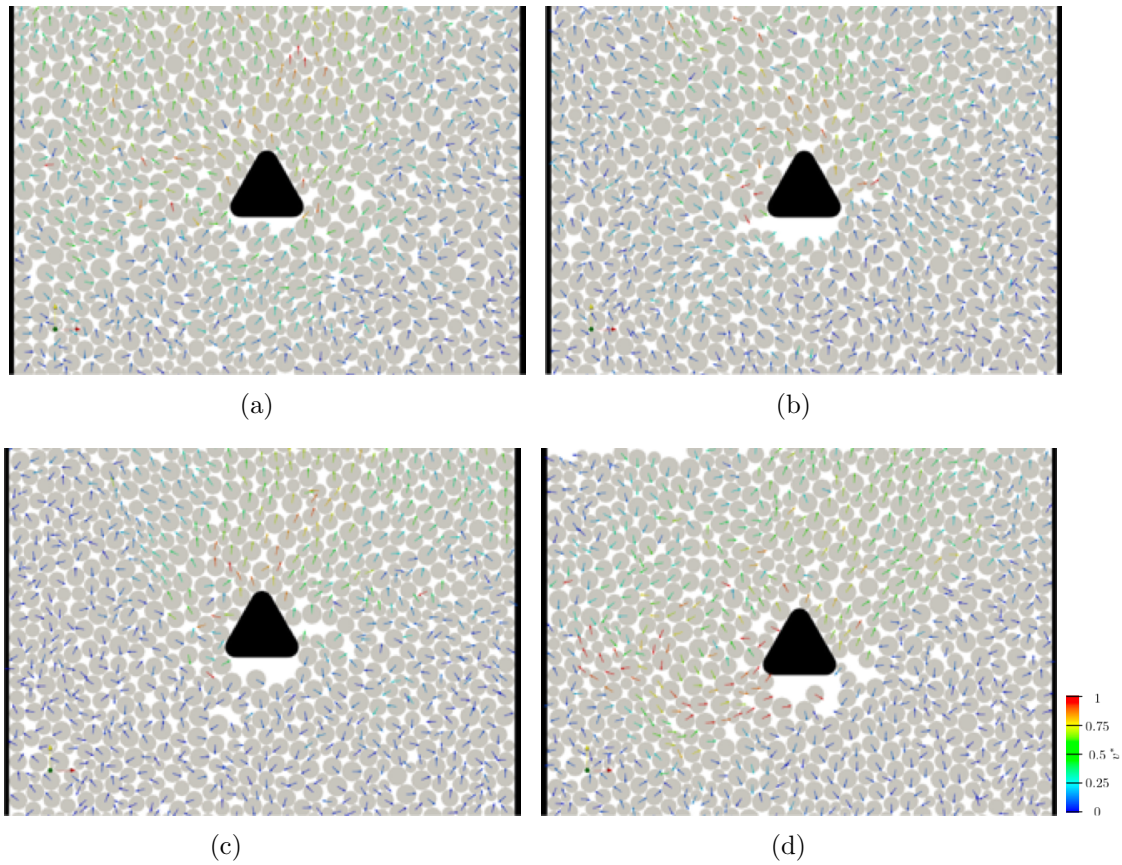


FIGURE 5.23 – *Mobilitée des particules à différentes positions verticales de l'intrus – (a) y = 0.044m – (b) y = 0.07m – (c) y = 0.083m – (d) y = 0.12m. (a)(c) correspondent à une phase de chargement et (c)(d) à une phase de rupture.*

Sur la figure 5.24 est représentée une séquence d'images du champ de vitesse coarse-grainé adimensionné par la vitesse V, et pour différentes positions verticales de l'intrus lors

de phases de chargement. On remarque que la mobilité reste maximale au-dessus de l'intrus dans un front de compaction, et dont l'intensité diminue à l'approche de la surface libre. L'angle du cône β formé par la mobilité est là encore constant et égal à $\beta = 60°$. Cette zone d'influence de l'intrus met en évidence sur ces limites un fort différentiel de mobilité apparenté à du "shear-banding". Au delà et en deça de cette frontière mobile les particules ne bougent quasiment plus en dehors de leur relaxation propre autour de leur nouvelle position d'équilibre. Au cours de la remontée de l'intrus l'évolution du $\bar{\mu}^*$ au niveau des parois latérales et au sein du "packing" sera présentée comparativement aux autres cas traités, à la fin du chapitre.

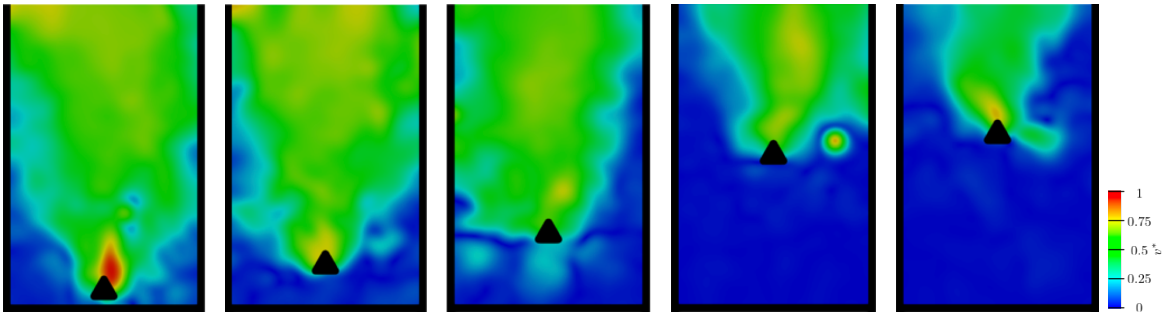


FIGURE 5.24 – *Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleur pour différentes positions verticales y de l'intrus lors des phases de chargement – (a) $y = 0.015$m – (b) $y = 0.028$m – (c) $y = 0.044$m – (d) $y = 0.083$m – (e) $y = 0.094$m.*

Les figures 5.25 représentent la cartographie des contraintes verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ et horizontale $\sigma_{xx}(x, y)$ superposées au réseau de forces normales à différentes positions verticales de l'intrus. Chaque figure est rescalée par rapport à sa contrainte maximale afin d'amplifier la distribution spatiale des contraintes au sein du "packing" et au niveau des parois latérales. Lorsque l'intrus est localisé dans la partie basse de la cellule (figure 5.25ab), le réseau de forces normales percole depuis la pointe haute de l'intrus vers la surface libre et légèrement vers les parois latérales. Les chaines de forces de fortes intensités (réseau fort) restent localisées à une distance d'une fois et demie à deux fois la largeur de l'intrus. L'ordre de grandeur de cette taille constitue la portée de l'intrus en terme de transmissions des efforts maximums. Cette portée en terme d'effort est à distinguer de la portée cinématique car la capacité de mise en mouvement de l'intrus s'exerce sur une distance bien plus grande. Lorsque l'intrus se situe dans la partie haute de la cellule (figure 5.25cd), le réseau de forces normales ainsi que la contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ deviennent maximals dans la partie basse et principalement au voisinage des parois latérales. Ces zones se trouvent ainsi decorrelées de la mobilité.

Quelle que soit la position verticale de l'intrus, la contrainte verticale reste faible dans la partie haute de la cellule comprise entre la surface libre et la couche d'épaisseur λ_M.

Sur les figures 5.25efgh qui représentent le champ de contrainte horizontale on observe des arches quelle que soit la position de l'intrus. Post-versement nous avons montré que l'état de contrainte statique du milieu granulaire contenait des voûtes percolantes d'une paroi latérale à une autre. Lorsque l'intrus se déplace, arrivé au voisinage d'une de ses voûtes il capte le réseau de forte intensité qui se connecte jusqu'à sa surface. La voûte se charge et jusqu'à ce que les particules directement situées aux extrémités de l'intrus se déconnectent du contact avec l'intrus et rompt la transmission des efforts. Le réseau de forces est instantanément déchargé permettant la mobilité des particules qui s'y trouvent le long de lignes de courant recirculant latéralement. Dès qu'une autre particule reconnecte le réseau celui-ci se charge à nouveau, et l'intrus ayant passé l'arche se reconstitue avec le même niveau d'intensité qui régnait avant le passage de l'intrus. Le passage de l'intrus ne casse pas les voûtes comme un outil endommagerait un matériau continu. Il s'agit plutôt d'une captation des efforts transmis de proche en proche jusqu'à sa surface, puis d'une disruption du réseau par la perte de contacts avec les particules directement situées à ces extrémités et qui jouent un rôle "de clé de voûte" dans le réseau ponctuellement formé. Dans les conditions que nous avons testé la perturbation de l'intrus conduit à une reformation du réseau statistiquement équivalente à celle obtenue post-versement.

Cette forme géométrique employée dans ce sens offrant les deux cotés latéraux sur la surface exposée au mouvement ascendant, permet de récolter plus d'impact de particules. La favorisation des mouvements convectifs permet d'amplifier la force F_{lift} par rapport à une géométrie rectiligne.

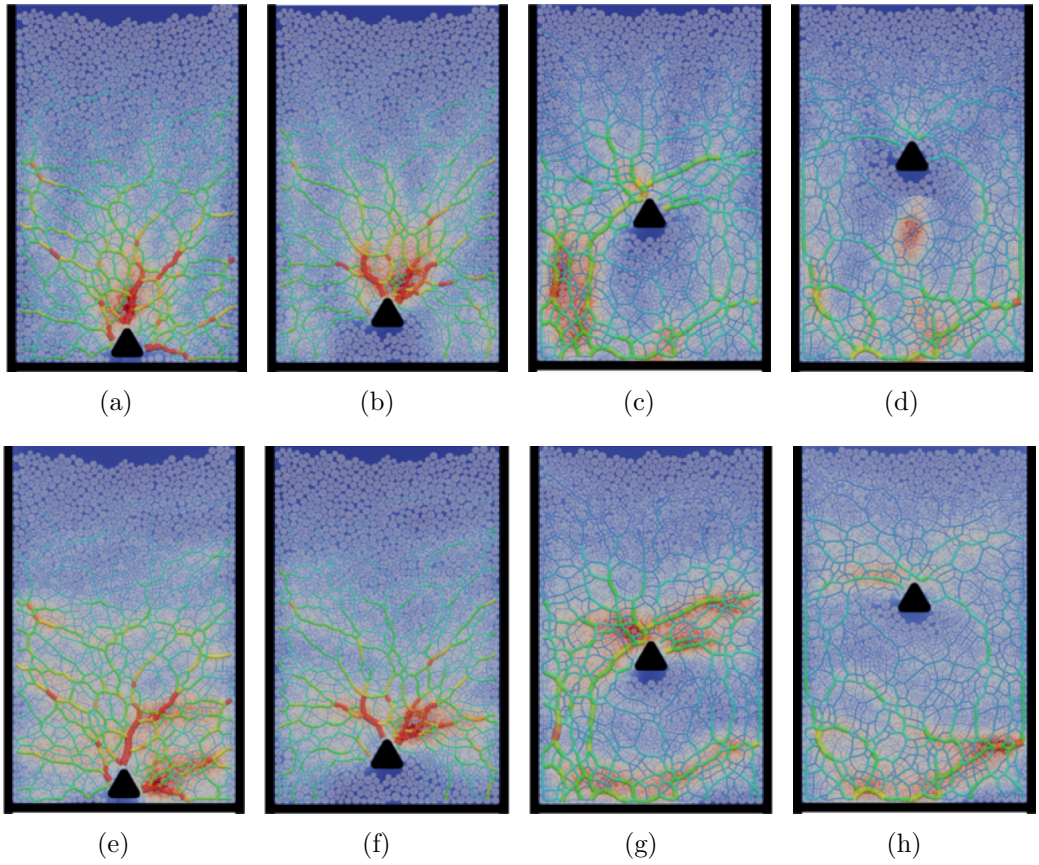


FIGURE 5.25 – *Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus lors des phases de chargement – (a) $y = 0.015$m – (b) $y = 0.028$m – (c) $y = 0.07$m – (d) $y = 0.094$m. Cartographie des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus lors des phases de chargement – (e) $y = 0.015$m – (f) $y = 0.028$m – (g) $y = 0.07$m – (h) $y = 0.094$m.*

Forme triangle pointe basse

Regardons maintenant l'influence de la même forme triangulaire mais avec la pointe dirigée vers le fond du "packing". Cette forme a été choisie afin d'évaluer sa capacité à restreindre le volume libre sous l'intrus et à augmenter la surface de contact inférieure avec les particules en recirculation dans le but d'augmenter l'intensité de F_{lift}. Notons que ces deux influences pourraient être antagonistes où la réduction du volume du trou sous l'intrus pourrait limiter le réarrangement des particules et par voie de conséquence limiter F_{lift}. Dans cette situation le milieu granulaire serait contraint, suite à une compacification locale, de trouver du volume libre local jusqu'au niveau de la surface libre. Cette transmission de volume libre depuis la surface n'était pas réalisable le niveau de contrainte pourrait augmenter très fortement et conduire soit à l'endommagement des parois, soit à l'entrainement de l'ensemble du "packing" situé sur les cotés et au-dessus de l'intrus, soit à la rupture des particules, selon les rapports de résistance mécanique de chacun des acteurs. Cette géométrie d'intrus utilisée de cette manière permet d'imaginer différents scénarios de mobilité granulaire induit par la remontée de l'intrus. Dans le cas que nous traitons les rigidités des particules et des parois étant élevées nous souhaitons nous placer dans la situation d'une augmentation de la zone d'influence de l'intrus par rapport à la configuration précédente (triangle pointe haute).

La figure 5.26 représente les cinétiques des forces exercées sur l'intrus pendant sa remontée. Inversement à la forme triangulaire pointe haute (figure 5.22), la force F_{drag} est essentiellement mesurée sur la base du triangle ainsi que marginalement sur les deux cotés latéraux. La figure 5.26a représente la contribution de la base à F_{drag}. Cette force est nettement majoritaire et l'on observe l'absence d'un premier pic isolé par rapport au chargement/rupture qui précède. Ce premier pic mis en évidence dans les configurations triangle pointe haute et intrus rectiligne est ici absent très probablement par le fait qu'il n'y pas de trou sous l'intrus (figure 5.27). La force F_{lift} est mesurée sur les deux cotés latéraux (figure 5.26b). On peut remarquer sur la figure 5.26b que les deux cotés latéraux sont soumis à des interactions en phase ce qui profite au développement de la poussée. L'intensité de cette poussée est obtenue en sommant les deux contributions sur les cotés latéraux. Cette configuration permet d'obtenir une force F_{lift} pouvant atteindre 50% de la force F_{drag} ce qui constitue un meilleur rendement énergétique que la configuration triangle pointe haute.

Concernant la mobilité à l'échelle des particules sur la figure 5.27 on visualise les vecteurs vitesses pour quatre positions différentes. Sur ces représentations on constate qu'il n'y a plus de volume libre sous l'intrus mais que malgré tout il peut se déplacer sans occasionner de dégât. On retrouve une forte mobilité granulaire avec un front de compaction au-dessus de l'intrus. Les figures 5.27a et 5.27d mettent en évidence des mouvements de recirculation au voisinage latéral de l'intrus. Les lignes de courant conduisant les particules à percuter les deux surfaces latérales. En l'absence du trou sous l'intrus les avalanches ne sont pas possible et la "lift-force" subit des fluctuations permanentes. Les figures 5.27b et 5.27c sont relatives à des phases de chargement. La vitesse maximale des particules est constatée dans la zone entre la surface supérieure de l'intrus et la surface libre. Comme

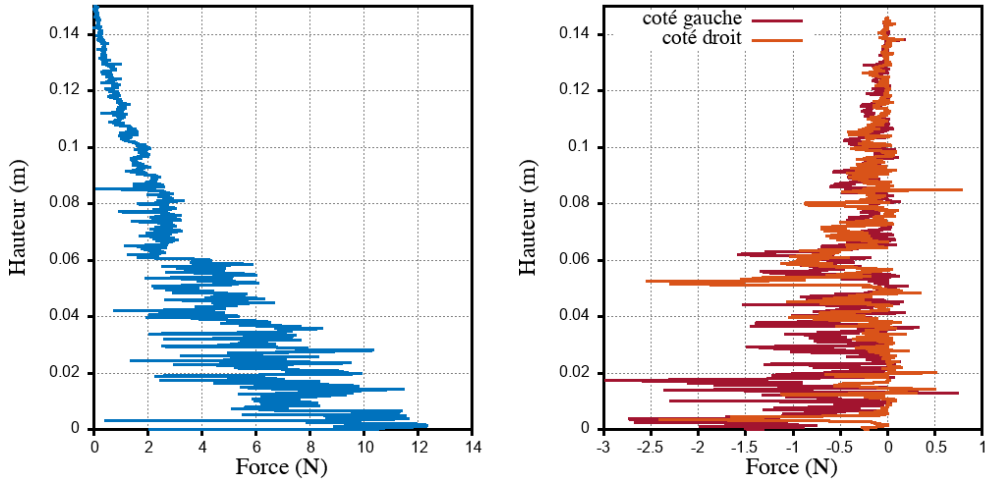


FIGURE 5.26 – *Cinétiques des forces exercées sur l'intrus durant sa remontée de l'intrus – (a) Partie supérieure de l'intrus (base) – (b) Partie inférieure de l'intrus (pointe et cotés latéraux).*

dans le cas de la forme triangle pointe haute les vecteurs de forte intensité (vecteurs rouges) sont polarisés, s'orientant suivant les directions préférentielles de transmission des efforts (figure 5.29). On retrouve que les vecteurs des plus faibles vitesses ont des orientations plus isotrope (non polarisées). L'orientation de la forme triangulaire vers le bas permet de mobiliser beaucoup plus de particules à la vitesse V autour de l'intrus, que n'en mobilisait la forme triangle pointe haute.

La figure 5.28 montre le champ de vitesses "coarse-grainées" adimensionnées par V, à différentes positions verticales y de l'intrus, lors des phases de chargement. Sur cette séquence on met en exergue le front de compaction au-dessus de l'intrus qui semble plus important que la forme triangulaire pointe haute. On retrouve que la mobilité au-dessus de l'intrus est activée dans une zone plutôt conique de même angle d'ouverture H_β. On constate cependant ici une plus forte mobilité localisée autour de l'intrus. Par exemple, sur la figure 5.28a qui représente la première phase de chargement, la mobilité reste localisée au voisinage de l'intrus sans interférer avec la surface libre.

La corrélation entre la mobilité et la transmission des efforts est représentée sur la figure 5.29 pour les contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ et horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$. Les contraintes sont rescalées pour chaque figure par rapport à la contrainte maximale. Elles sont alors superposées au réseau de forces normales pour différentes positions verticales de l'intrus. On peut remarquer qu'avec cette forme, la transmission des efforts les plus intenses est comparable à celle observée pour l'intrus de forme rectiligne. Le motif de transmission des efforts normaux les plus intenses constitue des voûtes entre la partie haute de l'intrus et les parois latérales. Ces chaines de forces percolent vers les cotés latéraux mais ne priviligient pas la direction vers la surface libre. La figure 5.29 met en évidence les nombreuses voûtes

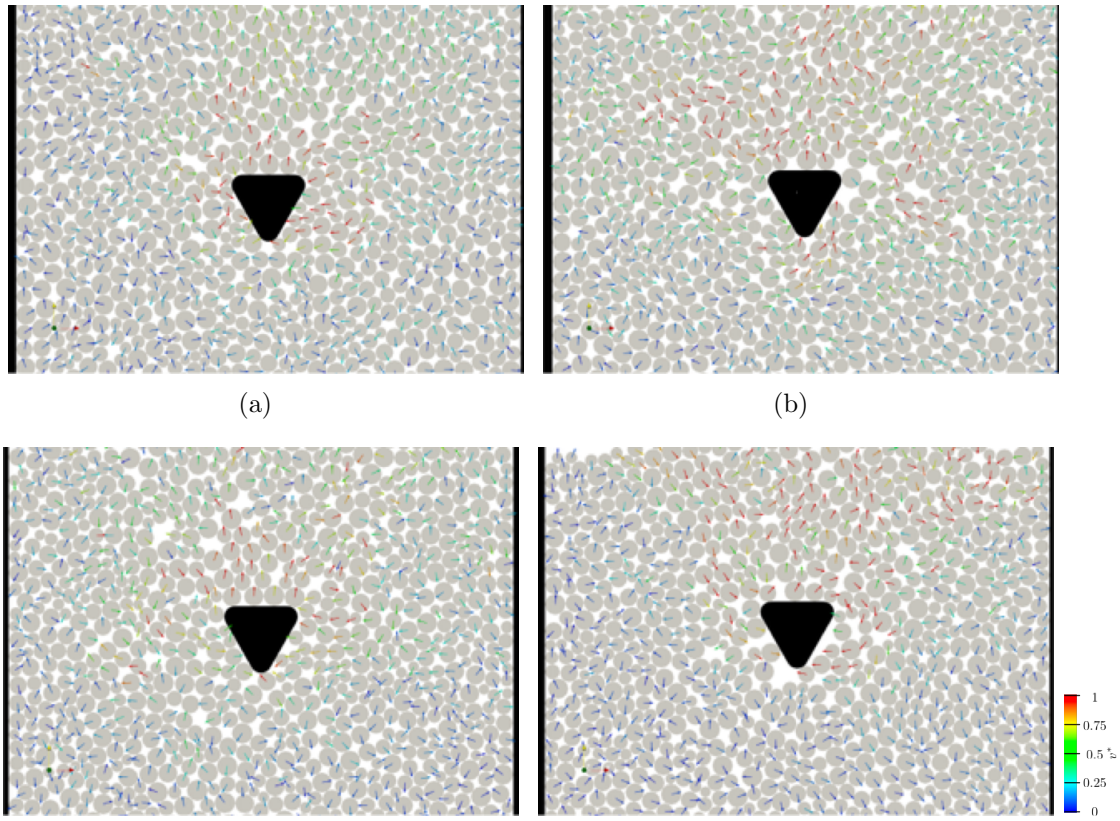


FIGURE 5.27 – *Mobilité du packing pour différentes positions verticales de l'intrus – (a) y = 0.0315m – (b) y = 0.042m – (c) y = 0.091m – (d) y = 0.12m.*

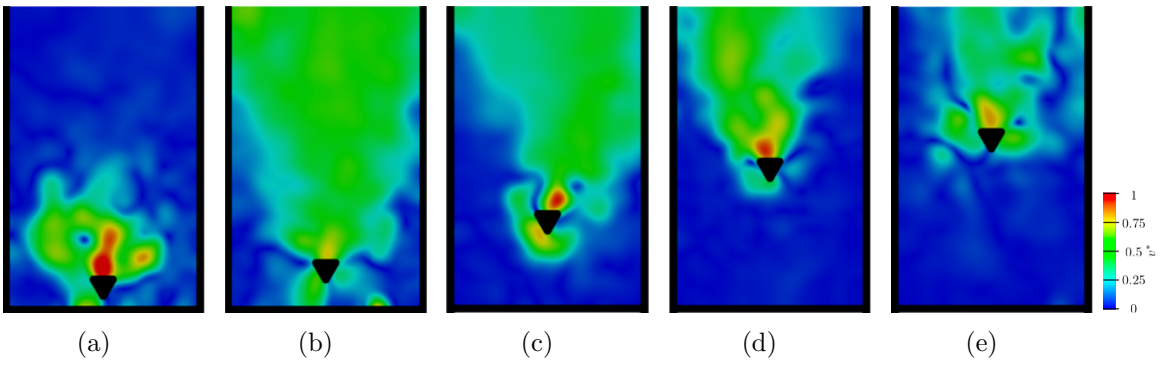


FIGURE 5.28 – *Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleur pour différentes positions verticales y de l'intrus lors des phases de chargement – (a) y = 0.016m – (b) y = 0.024m – (c) y = 0.049m – (d) y = 0.076m – (e) y = 0.091m.*

qui sont conservées après le passage de l'intrus (figures 5.29a et 5.29b). Il y a toujours des voûtes en-dessous et directement au-dessus de l'intrus. On peut remarquer également que ces voûtes sont plus nombreuses pour cette forme géométrique que pour la forme précédente en raison du manque d'espace vide autour de l'intrus.

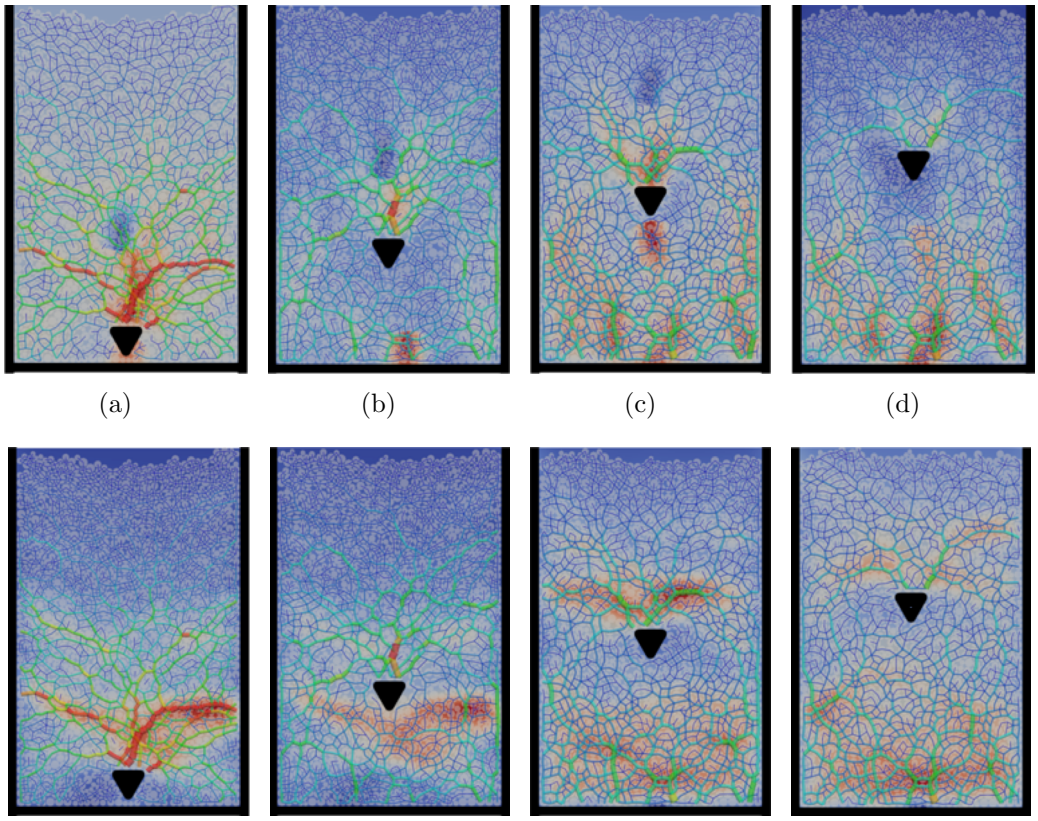
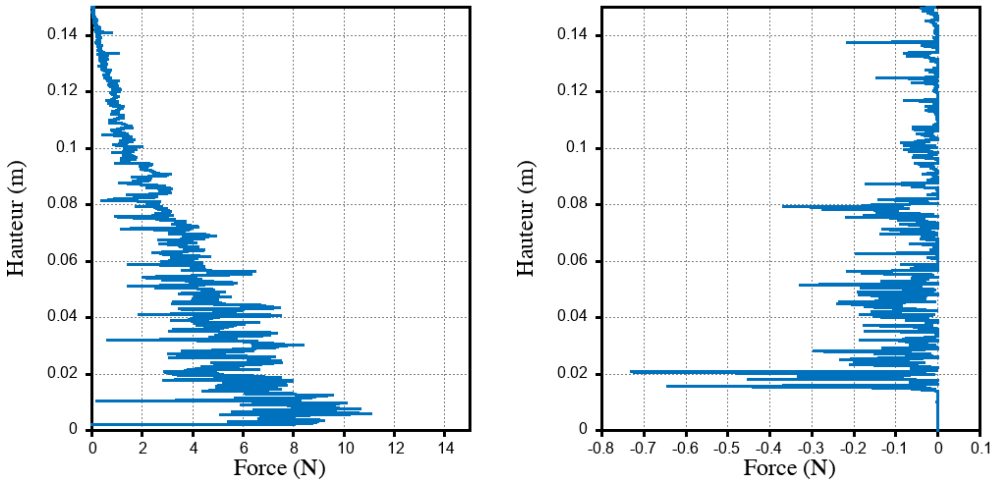


FIGURE 5.29 – *Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (a) $y = 0.016$m – (b) $y = 0.054$m – (c) $y = 0.076$m – (d) $y = 0.091$m. Cartographie des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (e) $y = 0.016$m – (f) $y = 0.054$m – (g) $y = 0.076$m – (h) $y = 0.091$m.*

Forme circulaire

La forme circulaire a été choisie dans une double approche : (i) la première consiste naïvement à bénéficier d'un coefficient de pénétration plus petit que pour la forme rectiligne et la forme de triangle équilatéral pointe bas à même surface projetée (le disque a un diamètre de 0.01m) ; (ii) la seconde consiste à exposer une surface de contact significative sous l'intrus afin de bénéficier d'une force de poussée plus importante. On commence par analyser les cinétiques des forces exercées sur la partie supérieure et inférieure de la sphère par rapport à son axe équatorial (figure 5.30). Les contributions de ces deux efforts sont présentées séparément (F^{+}_{drag} sur la figure 5.30a) et ($F_{lift} + F^{-}_{drag}$ sur la figure 5.30b). F^{-}_{drag} ne présente pas de pic isolé lors du démarrage de l'intrus. Par ailleurs on observe pas de contributions F^{-}_{drag}. Aucun des contacts grain/intrus dans la partie inférieure ne contribue à F_{drag}. F_{lift} ne s'initie que lorsque l'intrus est suffisamment élevé dans le "packing" (figure 5.30b). Si la valeur de F_{drag} est bien plus faible que dans les trois autres cas testés, en revanche F_{lift} n'excède pas 8% de F_{drag}. La surface de contact inférieure ne permet pas de bénéficier des poussées des particules. Comme pour l'intrus de référence montré dans la première partie de ce chapitre, on sépare les contributions des efforts des particules provenants de la moitié haute du disque (figure 5.30a) des contributions de la partie basse (figure 5.30b). Le profil de la force F_{drag} correspond à l'ensemble des contributions du profil 5.30a et des contributions positives du profil 5.30b. La force F_{lift} est obtenue par les contributions négatives du profil 5.30b. On peut remarquer que le profil présenté figure 5.30a est très proche du profil obtenu pour un intrus classique. En revanche le profil de F_{lift} est plus faible que les autres intrus représentant seulement 8% de la force F_{drag}.



(a) (b)

FIGURE 5.30 – *Cinétiques des forces exercées sur l'intrus durant sa remontée de l'intrus – (a) Demi-sphère supérieur – (b) Demi-sphère inférieur.*

La figure 5.31 représente la mobilité des particules pour différentes positions verticales

de l'intrus. Sur les figures 5.31a et 5.31d on observe de fort mouvements de particules tout autour de l'intrus. Les particules sont mobilisées à une vitesse voisine de celle de l'intrus et circulent dans une giration en interagissant peu avec la partie basse de l'intrus. Ces grandes recirculations pourraient provoquer la mise en rotation de l'intrus si il n'était pas bloqué suivant un axe perpendiculaire au plan. On observe la création d'importants volumes libres dans une zone hémisphérique située sous l'intrus. Cette géométrie minimise bien la pénétration dans le milieu granulaire. En revanche elle conduit à une forte mobilité granulaire sous l'intrus mais avec une zone d'exclusion au voisinage de la surface qui pourrait capter les recirculations promouvant une poussée. Ces phénomènes corroborent les précautions que nous avons indiqué quand à la prédisposition théorique de la forme circulaire à favoriser la pénétration et conjointement la poussée.

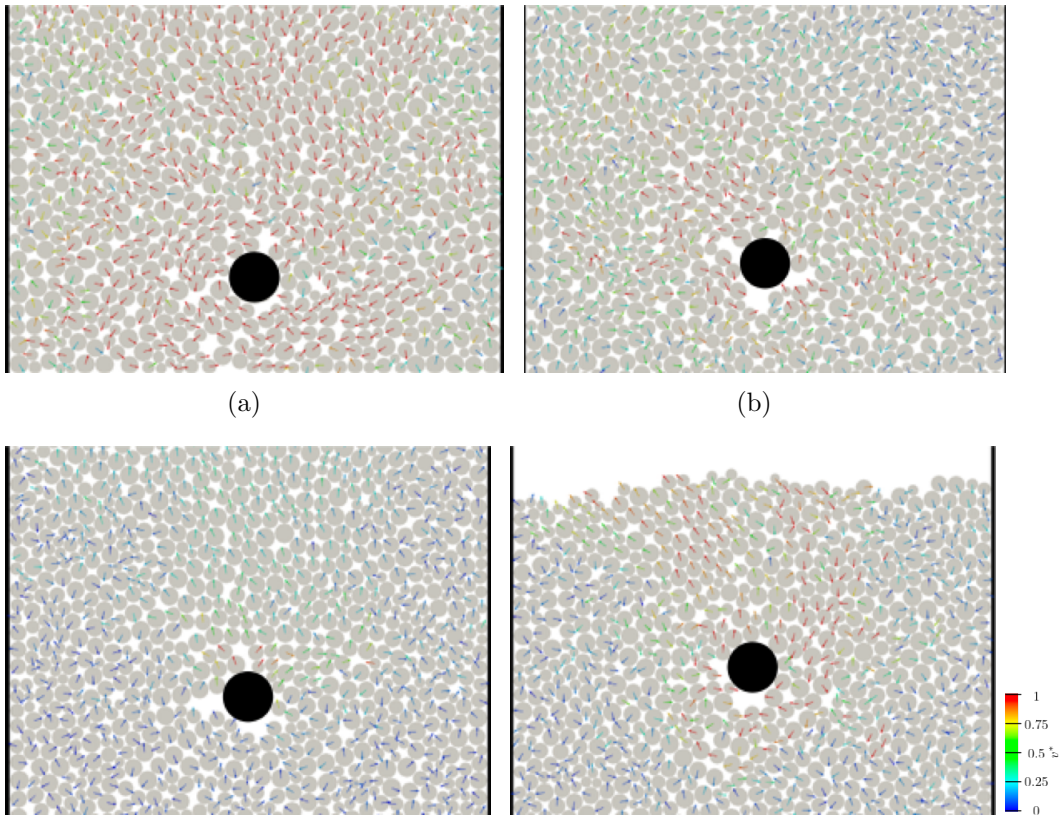
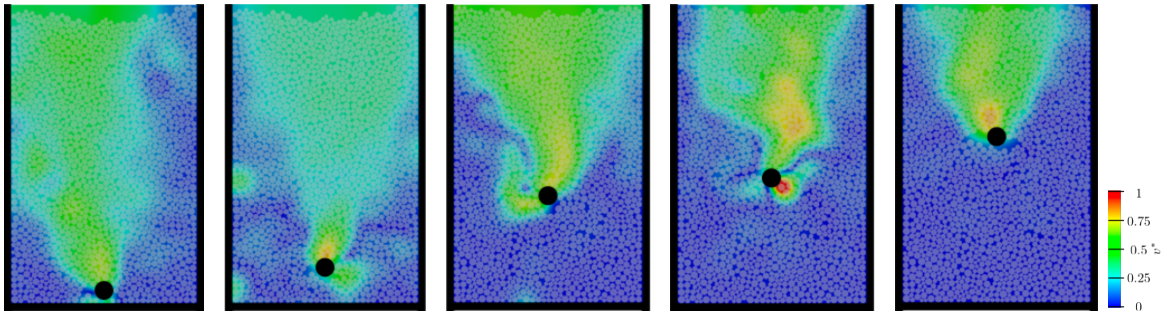


FIGURE 5.31 – *Mobilité du packing pour différentes positions verticales de l'intrus – (a) $y = 0.026m$ – (b) $y = 0.044m$ – (c) $y = 0.071m$ – (d) $y = 0.12m$.*

Le champ de vitesse coarse-grainée adimensionné par la vitesse de l'intrus à différentes positions verticales de l'intrus est représenté figure 5.32. On peut remarquer que le front de compaction au-dessus de l'intrus est faible voir quasi-inexistant. Ceci constitue une observation complémentaire au fait que la forme circulaire favorise la pénétration de l'intrus

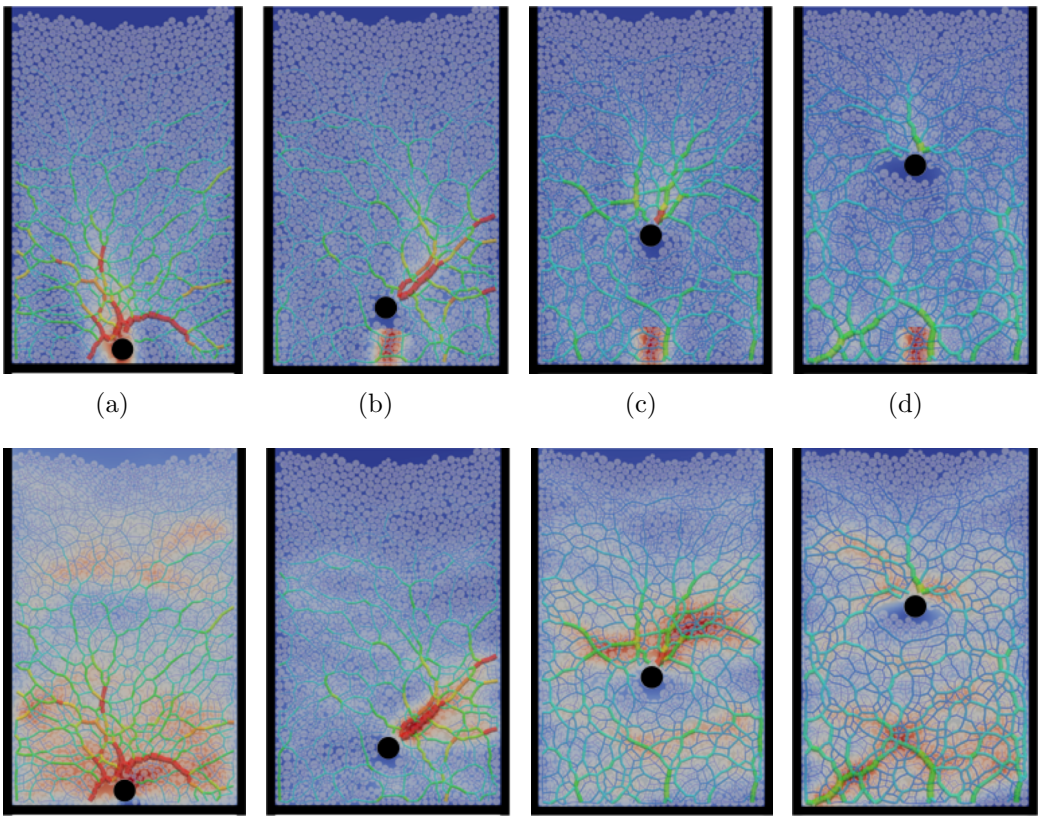
dans le milieu granulaire. La zone de particules mobilisées est toujours de forme conique dont l'angle est encore proche de 60°. La distribution des efforts normaux dans le packing



(a) (b) (c) (d) (e)

FIGURE 5.32 – *Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleur pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a) $y = 0.01$m – (b) $y = 0.026$m – (c) $y = 0.062$m – (d) $y = 0.071$m – (e) $y = 0.092$m.*

est donnée figures 5.33 avec les contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ et les contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ pour différentes positions verticales de l'intrus. Très peu de différences sont observées par rapport aux formes géométriques vues précédemment. Sur la contrainte horizontale de nombreuses voûtes sont observées et conservées après passage de l'intrus. Le réseau de forces normales percole toujours depuis la partie haute de l'intrus.



(a) (b) (c) (d)

(e) (f) (g) (h)

FIGURE 5.33 – *Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (a) $y = 0.01$m – (b) $y = 0.032$m – (c) $y = 0.062$m – (d) $y = 0.092$m. Cartographie des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (e) $y = 0.01$m – (f) $y = 0.032$m – (g) $y = 0.062$m – (h) $y = 0.092$m.*

Comparaison entre les quatre formes

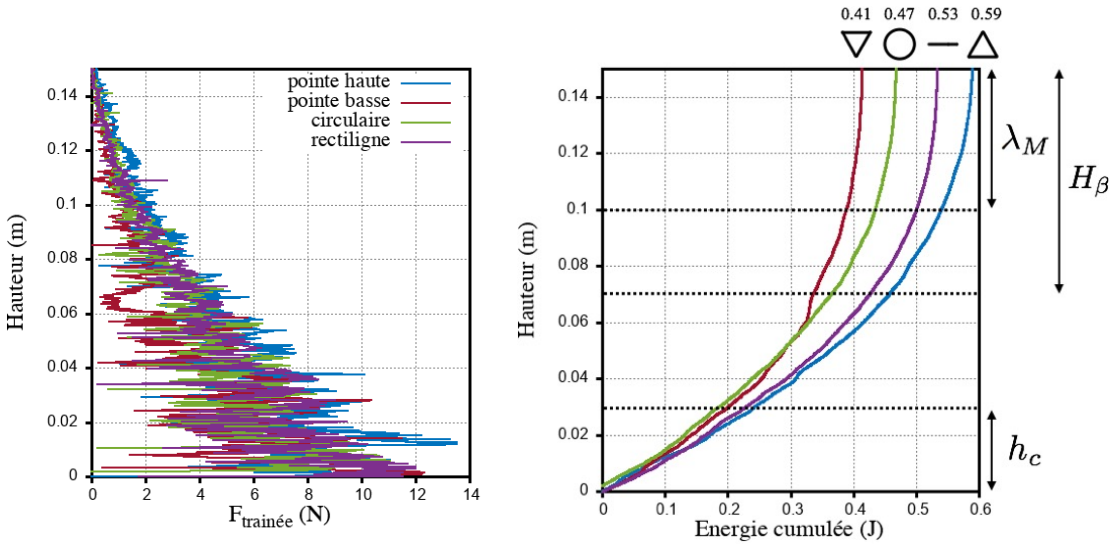
Après avoir présenté les résultats propres à chaque forme de l'intrus, nous donnons dans cette section une analyse comparée de leur influence respective sur (i) $F_{trainee}$, (ii) l'état des contacts aux parois et (iii) la cinématique des particules. Dans cette étude de sensibilité à la forme de l'intrus nous avons maintenu des paramètres constants : la distribution granulométrique des particules, la taille de la cellule, les propriétés mécaniques des matériaux et la largeur de l'intrus et par voie de conséquence la distance entre le bords de l'intrus et la paroi latérale de la cellule et enfin la vitesse ascensionnelle de remontée. De fait il s'agit de limiter l'analyse à la seule forme de l'intrus pour les conditions décrites.

Influence sur $F_{trainee}$

La figure 5.34a cumule l'ensemble des cinétiques de la force de trainée tracées en fonction de la position de l'intrus pour toutes les formes testées. La forme de l'intrus n'impacte pas l'allure générale de la cinétique de $F_{trainee}$. Après un premier pic de chargement/rupture on retrouve une relaxation de $F_{trainee}$ avec des fluctuations (amplitude et fréquence) propres au phénomène de chargement/rupture au voisinage des bords latéraux des intrus tel que décrit dans le chapitre 4.2.1. On retrouve le fait que les courbes se confondent quand l'intrus arrive dans la zone de la couche "pseudo-hydrostatique" d'épaisseur λ_M. On observe cependant que la force de trainée maximale est obtenue avec la forme triangulaire pointe haute tandis que la forme triangulaire pointe basse conduit à la force de trainée minimale.

En calculant l'énergie cumulée pour extraire l'intrus, on constate plus globalement l'influence des formes (figure 5.34b). L'énergie totale nécessaire à extraire l'intrus est la plus forte pour la forme triangulaire pointe orientée vers le haut (0.59J) puis pour la forme rectiligne (0.53J) vient ensuite la forme circulaire (0.47J) et enfin la forme triangulaire pointe orientée vers le bas (0.41J). Le différentiel énergétique observé pour la forme triangulaire est 44% plus important lorsque la pointe est orientée dans le sens de la remontée par rapport à la situation où c'est l'une des faces qui est au contact du front de particules. Ce résultat qui peut paraitre surprenant est dû à l'importance de la force de poussée lorsque l'intrus présente une surface de contact avec les particules en aval de l'écoulement (figure 5.37b).

Les cinétiques d'énergie cumulée représentées en fonction de la position de l'intrus dans le "packing" montrent qu'une distinction entre deux familles d'intrus apparait dès le déplacement dans la couche du fond d'épaisseur h_c. Du démarrage de la remontée jusqu'au premier pic de chargement/rupture, l'énergie consommée est la même quelle que soit la forme. Une fois la première rupture dépassée, les chargements qui lui succèdent consomment plus d'énergie pour les formes triangle pointe orientée vers le haut et rectiligne. Une fois la couche du fond d'épaisseur h_c franchie, les énergies consommées sont identiques pour les formes triangle pointe orientée vers le haut et rectiligne d'une part, et d'autre part identique pour les formes triangle pointe orientée vers le bas et circulaire tout en étant inférieures aux premières. Lorsque l'intrus atteint la profondeur H_b - H_β, position à partir de laquelle il y a perte de mobilité des particules au contact avec les parois latérales, chacune des formes nécessite une énergie qui lui est propre. Une fois la zone "pseudo-hydrostatique"



(a) (b)

FIGURE 5.34 – *(a) Cinétiques de la force de trainée $F_{trainee}$ et – (b) Cinétiques de l'énergie cumulée, le tout en fonction de la position de l'intrus pour les quatre formes étudiées.*

atteinte (définie par la couche de surface d'épaisseur λ_M) l'énergie mise en jeu devient très faible. Le rapport du volume de particules contenues dans la couche "pseudo-hydrostatique" est de 30% par rapport au volume total du "packing". L'énergie nécessaire pour extraire l'intrus de cette seule couche représente pour toutes les formes testées en moyenne 5.5% de l'énergie totale d'extraction. Ce résultat indique incontestablement que le champ de contrainte verticale du packing post-versement impacte fortement l'intensité de l'interaction entre l'intrus et les particules. En particulier nous avons montré que même si le profil de contrainte verticale moyenne est quasiment confondu avec le profil hydrostatique excepté dans la couche située au voisinage du fond il existe une zone proche de la surface d'épaisseur λ_M au sein de laquelle les caractéristiques de l'état mécanique sont les plus proches de celles d'un fluide à l'équilibre hydrostatique. En ce sens, nous proposons que la longueur de Mandato (λ_M) puisse constituer un critère qui, associée à la largeur de la cellule (figure 3.33) (permettant de définir l'élancement), permettrait de dimensionner le volume réactionnel du procédé pour lequel l'énergie de passage d'un intrus serait minimal quelle que soit la forme de l'outil. De façon très concrète pour une largeur de colonne ou de réacteur donnée si l'on souhaite malaxer une population de particules à moindre coût énergétique il devient intéressant de dimensionner la profondeur de la cuve en deçà de la longueur de Mandato. Si l'on souhaite que le brassage des particules soit plus fortement frictionnel, ce qui peut être le cas pour le procédé d'agglomération humide où l'on souhaite favoriser l'érosion/rupture des agglomérats afin d'essayer d'homogénéiser leur taille, alors il sera plus intéressant de considérer une profondeur de réacteur (cuve) d'une profondeur au-delà de la longueur de Mandato.

Nous proposons comme critère de dimensionnement de la profondeur d'une cuve de réacteur malaxage/mélange de milieux granulaires pulvérulents, la longueur de Mandato qui est une caractéristique du champ de contraintes verticales statique. Nous assurons que cette longueur caractéristique relative à un état statique reste pertinente pour caractériser la localisation de typologies d'écoulement dans la colonne. En effet, on observe une fois le passage de l'intrus réalisé, que le champ de contraintes verticales est quasiment analogue à celui initialement présent post-versement (figure 4.22). Ce résultat est valable pour toutes les formes d'intrus que nous avons testé (figure 5.35). Si le profil reste bien quasi-hydrostatique ou du moins linéaire de la surface jusqu'à la couche du fond puis décroît dans cette couche jusqu'au fond, les valeurs précises des profils ne sont pas exactement superposable à celle du profil initial. Cette différence est attribuable à l'état des contacts notamment grain/paroi. Ce point sera développé au niveau de la figure 5.41. À ce stade, nous pouvons considérer qu'après le passage de l'intrus le profil de contraintes verticales moyennes est reconstitué statistiquement autour du profil post-versement. Si ce résultat venait à se confirmer, nous pourrions supposer que chaque cycle de passage de l'intrus sur une zone de milieu granulaire donnée, redistribue les arrangements granulaires mais laisse derrière lui un état qui ne conserve pas la mémoire de ces sollicitations. Mandato et al. [72], ont suggéré qu'un tel critère pouvait être utilisé pour aider au dimensionnement de réacteurs de malaxage/mélange. Leur étude les a orientés vers la longueur de Janssen [58] qui selon notre propre analyse ne serait pas la plus appropriée.

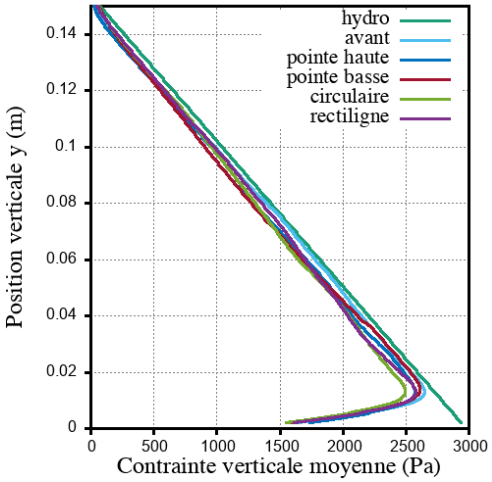


FIGURE 5.35 – *Profils de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ avant et après la remontée de l'intrus pour différentes formes géométriques.*

L'influence des formes sur l'énergie totale d'extraction peut être quantifiée en considérant le rapport entre la surface relative exposée sous l'intrus (ici en 2D le périmètre de la forme située dans la partie inférieure de l'intrus) notée S_{inf}, et la largeur de l'intrus (*ie* la surface projetée dans la direction de déplacement de l'intrus). En considérant le rapport $\frac{S_{inf}}{L}$ (tableau 5.2) on constate une corrélation qui indique que plus ce critère est grand plus

l'énergie d'extraction est faible (figure 5.36). Ce rapport géométrique pourrait devenir un critère de design de la forme et des dimensions de l'intrus. Son optimisation conduirait à la maximisation ou la minimisation de l'énergie dépensée lors du retrait de l'intrus d'un milieu granulaire. Cette dépendance est essentiellement due à la manifestation du phénomène de poussée que nous avons mis en évidence par la simulation DEM.

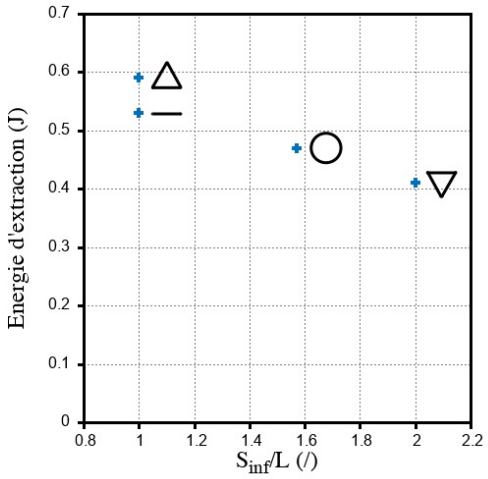
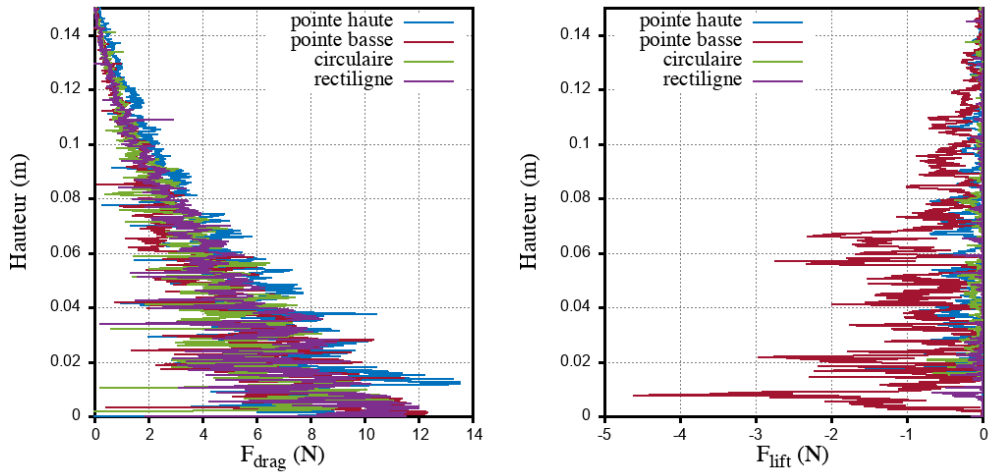


FIGURE 5.36 – *Énergie d'extraction en fonction du rapport périmètre inférieur sur la largeur L de l'intrus.*

Formes	Rectiligne	Pointe haute	Pointe basse	Circulaire
S_{inf}/L (/)	1	1	2	1.571
Énergie d'extraction (J)	0.53	0.59	0.41	0.47

TABLE 5.2 – *Valeur des paramètres géométriques et de l'énergie totale de l'extraction de l'intrus pour les quatre configurations géométriques testées.*

La figure 5.37 présente la décomposition de la force de trainée globale en la contribution résistive : F_{drag} et la résultante des poussées : F_{lift}. L'analyse de cinétiques de F_{drag} tracées en fonction de la position de l'intrus (figure 5.37a) ne permet pas de distinguer un effet significatif de la forme. On peut considérer que la surface projetée (ici, en 2D, la largeur de l'intrus L) étant identique pour chacune des formes, constitue l'élément géométrique qui conditionne la résistance au déplacement de l'intrus. La forme de l'intrus impacte fortement les cinétiques de F_{lift} (figure 5.37b). Les cinétiques de F_{lift} sont partiellement déphasées par rapport à celles de F_{drag}, F_{lift} apparaissant plutôt au cours des séquences de rupture tandis que F_{drag} apparait plutôt dans les phases de chargement. Comme il a été mis en évidence par l'analyse de l'évolution de l'énergie cumulée mis en jeu pour extraire l'intrus, la forme triangle pointe basse permet de gagner une contribution à la poussée que les particules qui interagissent avec la partie inférieure de l'intrus cèdent.



(a) (b)

FIGURE 5.37 – *(a) Cinétique de F_{drag} en fonction de la position de l'intrus – (b) Cinétique de F_{lift} en fonction de la position de l'intrus.*

On décompose la force de trainée : $F_{trainee} = F_{drag} + F_{lift}$ (F_{drag} est comptée positivement tandis que F_{lift} l'est négativement figure 5.37). Toutes les formes testées induisent une drag-force suivant la même "surface projetée" (ici en 2D il s'agit de la même "largeur projetée") notée S_p. Les essais sont réalisés à vitesse constante, cependant l'existence d'un gradient négatif de contrainte verticale (contrainte décroissante durant la remontée), ne permet pas de considérer l'essai comme étant en condition de régime permanent. En effet, la "drag-force" se relaxe et par ailleurs l'existence de fortes fluctuations ne permet pas de la considérer constante même sur un petit intervalle de temps. Cependant nous appliquerons le raisonnement qui suit, emprunté à la mécanique des fluides [90], sur chaque séquence de chargement/rupture, en considérant à cette échelle temporelle F_{drag} assimilable à l'expression suivante :

$$F_{drag} = \frac{1}{2}\phi_{sup}\rho S_p C_d V^2 \tag{5.1}$$

avec ϕ_{sup} la compacité au voisinage supérieur de l'intrus et C_d le coefficient de trainée. En supposant que F_{lift} ait la même structure que F_{drag}, on écrit :

$$F_{lift} = -\frac{1}{2}\phi_{inf}\rho S_c C_p V^2 \tag{5.2}$$

avec ϕ_{inf} la compacité au voisinage inférieur de l'intrus, S_c la surface de contact sous l'intrus (qui remplace S_p la surface projetée), et C_d un coefficient de poussée. Avec ces notations, il vient :

$$F_{traine} = \frac{1}{2}\rho(\phi_{sup}S_p C_d - \phi_{inf}S_c C_p)V^2 \tag{5.3}$$

Cette décomposition "naïve" permet de fixer le rôle des acteurs qui contribuent à la force de trainée sur un petit incrément de temps. Pour une forme donnée, des particules de

caractéristiques données et une vitesse de remontée fixée, les paramètres ρ, S_p, S_c et V sont constants. En revanche les compacités en amont et aval du voisinage de l'intrus évoluent au rythme des fluctuations locales et par ailleurs les coefficients C_d et C_p peuvent être dépendant de la vitesse relative d'écoulement des particules par rapport à l'intrus (en hydrodynamique le coefficient de trainée est dépendant du nombre de Reynolds [56]). La minimisation de la force de trainée peut être envisagée à partir notamment de la forme de l'intrus. Une géométrie qui présenterait de façon concomitante : (i) le produit d'une petite surface projetée et d'un petit coefficient de trainée et (ii) le produit d'une grande surface de contact inférieure et d'un fort coefficient de poussée, permettrait de minimiser la force de trainée et ainsi de minimiser l'énergie dépensée à l'extraction de l'intrus. Si la forme circulaire est une candidate intéressante pour tester cette description, une forme qui couple des géométries mixtes (de type losange, cône associé à un hémisphère, ...) devrait donner des résultats intéressants. Le sens d'utilisation de ces formes d'intrus est cependant à distinguer de l'emploi de tels objets avec des fluides visqueux. L'exemple donné par les deux formes triangulaires, fait justement apparaitre que c'est l'usage du triangle orienté pointe basse qui est plus favorable dans le cas d'un écoulement au sein d'un milieu granulaire alors que dans le cas d'un fluide c'est le triangle orienté pointe haute qui présente un coefficient de trainée plus petit. Dans le cas d'écoulement 2D l'aérodynamisme des quatre formes testées conduit à hiérarchiser l'importance des contributions décroissantes à la force de trainée de la forme triangle pointe basse, rectiligne, triangle pointe haute puis sphère [56].

Ces remarques préliminaires à une future étude plus poussée possèdent cependant des limitations dont nous sommes conscients :

— bien que nous ayons testé des vitesses d'intrus allant sur une gamme allant de $0.7\% \leq v_g \leq 120\%$, l'analyse que nous proposons dans cette section est réalisée à partir de la plus petite des vitesses de façon à pouvoir être comparée aux essais expérimentaux. Cette vitesse constitue un cas particulier peu représentatif des conditions d'utilisation en réacteur. La phénoménologie que nous observons est retrouvée pour des vitesses d'intrus supérieur mais nous avons cependant pas analysé l'influence de ce facteur sur leur intensité.

— Une autre de ces remarques réside dans le fait que, analogiquement à la mécanique des fluides, la "drag-force" peut dépendre de plusieurs facteurs (couche limite, forme de l'objet, vorticité, propagation d'ondes de choc - ici relative aux ruptures -). Les expressions phénoménologiques des différentes forces (5.1, 5.2 et 5.3) globalisent très probablement trop d'informations relatives aux nuances de ces mécanismes dissipatifs.

— Par ailleurs, et comme nous l'avons indiqué, la "drag-force" dépend du niveau de contrainte pré-existant dans le matériau granulaire lui-même dépendant de la profondeur. Les essais réalisés par Ding et al. [39] présente une similitude avec les nôtres excepté que l'intrus (plaque rectangulaire) se déplace transversalement à profondeur constante dans un lit de particules. Leur résultat montre que dans cette configuration la force de trainée fluctue autour d'une valeur moyenne constante [39]. Cette disposition devrait être plus favorable à une telle analyse.

— Un autre point majeur réside dans les fluctuations de compacité au-dessus et au-dessous de l'intrus, qui induisent probablement les fluctuations de ces forces. Une recherche rigoureuse de corrélation spatio-temporelle entre les arrangements du packing et les drag et lift forces devrait permettre de renseigner sur cette dépendance.

— Enfin, il est important d'indiquer que la localisation des phénomènes d'interactions entre l'intrus, le milieu granulaire et les parois rendent la problématique de définition d'une force de trainée moins intuitive que celle définie en mécanique des fluides. Si la force de trainée dépend, outre l'énergie cinétique, des propriétés locales à l'interface fluide/intrus, dans le cas du milieu granulaire la structure mésoscopique des chaînes de forces est aussi partie prenante. En plus des propriétés locales au voisinage direct avec l'intrus, la propagation des efforts et par voie de conséquence la distance aux parois latérales ainsi que la taille des particules sont aussi à considérer. Ces contributions mésoscopiques distinguent les définitions de la force de trainée entre un fluide et un milieu granulaire.

Ces remarques justifient l'emploi du qualificatif "naïve" pour désigner cette première analyse.

Influence sur le champ de vitesse

La figure 5.38 permet de comparer à deux instants de chargements différents (au début de la remontée et à la position H_b - H_β), l'état du réseau de forces normales inter-granulaire superposé au champ de contrainte verticale pour les quatre configurations testées. La propagation des efforts au sein du milieu granulaire est clairement dépendante de la forme. Pour la forme triangle orientée vers le haut et l'intrus rectiligne les efforts sont plutôt propagés dans le sens de déplacement de la pâle, pour les formes triangle orienté vers le bas et circulaire on observe de plus fortes déflexions latérales. Pour les intrus de forme triangle orienté vers le haut et rectiligne on observe la présence du trou tel que décrit chapitre 4. Pour l'intrus circulaire on observe un volume libre localisé plutôt de part et d'autre de la zone inférieure de l'intrus. La forme triangle pointe basse ne permet pas le développement d'un volume libre sous l'intrus comme nous l'avons indiqué l'interaction avec les particules dans cette zone est donc plus intense et maximise la poussée. Les capacités de réarrangement de grains sous l'intrus sont modulées par la forme "aval".

La figure 5.39 permet de comparer les champs de vitesse v^* pour les quatre formes d'intrus testées et à deux positions au cours de la remontée. Les représentations pour l'intrus de forme circulaire (figures 5.39c et 5.39g) comportent la visualisation des particules (l'intrus est un élément objet disque tandis que les autres formes sont modélisées par un assemblage d'élément objet segment). Comme observé sur la cartographie des contraintes superposée au réseau de forces normales (figure 5.38), la mobilité granulaire induite par les intrus rectiligne, triangle pointe haute et circulaire est comparable (figure 5.39acd et 5.39egh). Pour ces trois formes les capacités de réorganisation des grains dans le volume libre sous l'intrus assure la propagation de la mobilité sur une longue portée (jusqu'à la surface libre). Dans le cas de l'intrus pointe basse figures (5.39b et 5.39f), l'absence de volume libre sous l'intrus localise un peu plus les écoulements dans un voisinage plus proche. Sur la figure 5.39 l'instant retenu montre qu'alors que pour les trois autres formes

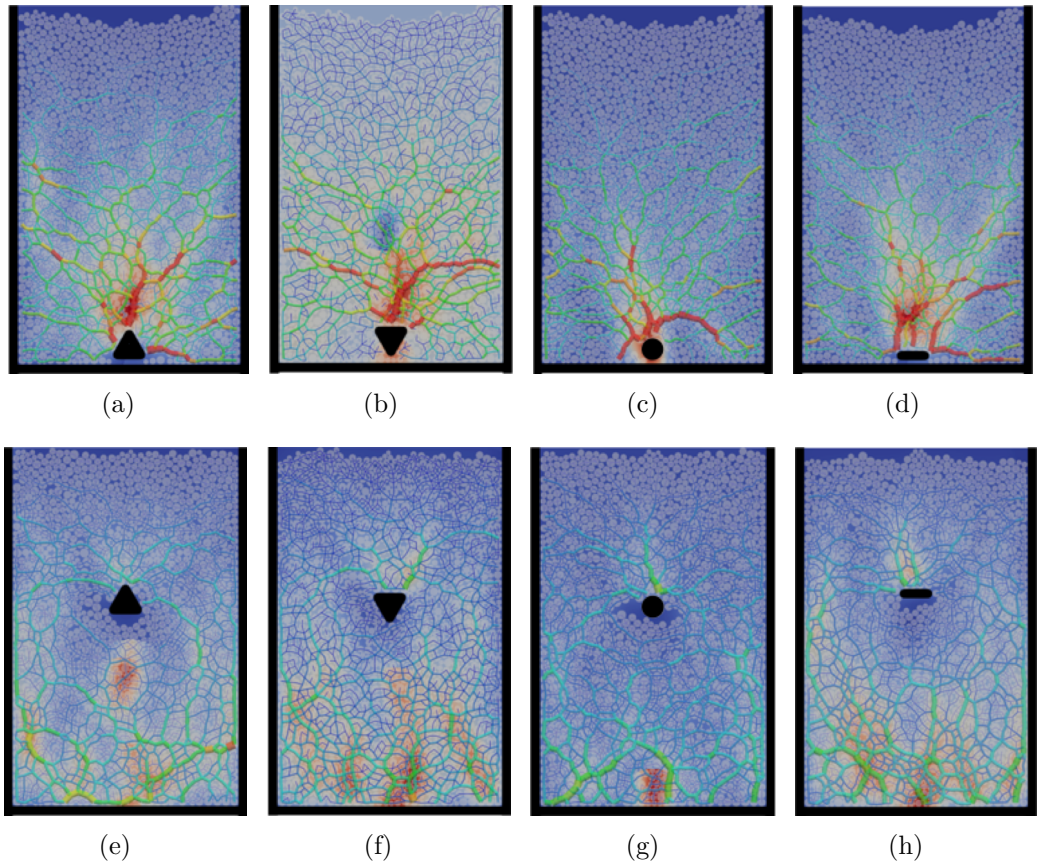


FIGURE 5.38 – *Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales pour les quatre formes d'intrus étudiées - position de l'intrus $y = 0.01m$ – (a) pointe haute – (b) pointe basse – (c) circulaire – (d) rectiligne, - position de l'intrus $y = 0.092m$ –(e) pointe haute –(f) pointe basse –(g) circulaire –(h) rectiligne.*

dès l'initiation de la remontée de l'intrus les particules de la surface libre sont mises en mouvement, ce n'est pas encore le cas pour l'intrus triangulaire pointe basse. Cependant son influence bien que sensiblement un peu plus faible reste aussi comparable aux trois autres formes. On retrouve quelle que soit la forme que l'angle β reste très voisin de 60°. Sa valeur est très probablement plus dépendante des propriétés élastiques et dimensionnelles des particules.

La figure 5.40 est constituée des coupes à trois différents instants (différentes postions de l'intrus) des champs de vitesse v^* ($\frac{v}{V}$ avec V la vitesse de l'intrus). Sous l'intrus, le gradient de vitesse s'atténue très rapidement alors que l'on observe se developper sur la zone haute du milieu granulaire. Dans tous les cas, lorsque le milieu granulaire est mis en écoulement à longue distance de l'intrus, la vitesse relative v^* est de l'ordre de 50%. Nous avons montré au chapitre 4 que la vitesse relative v^* des particules sollicitées "longue distance" de l'intrus de forme rectiligne était de l'ordre de 50% pour les petites vitesses au moins $\leq$10% alors

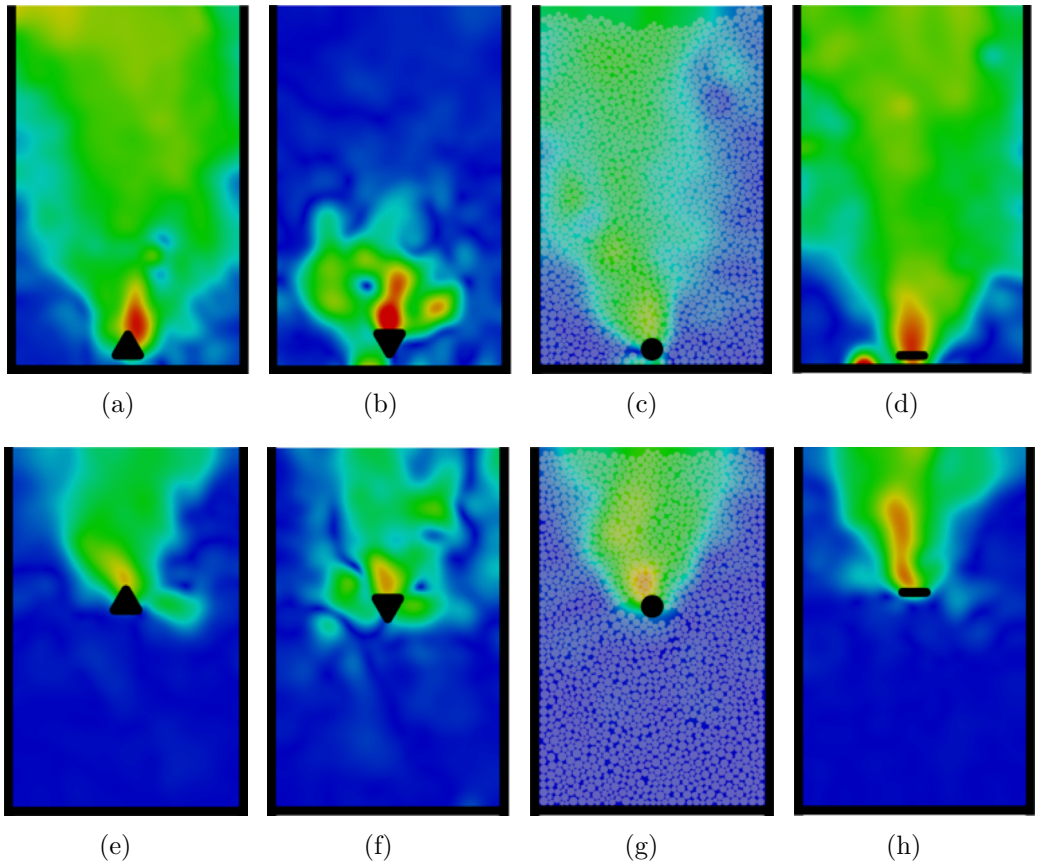
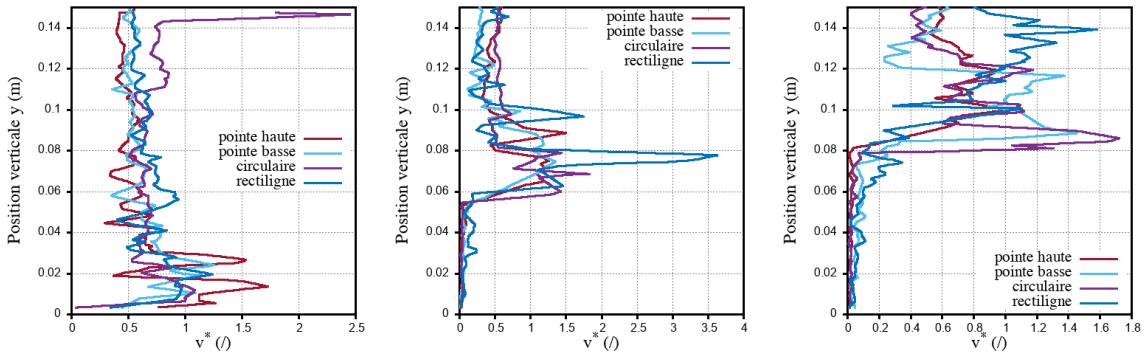


FIGURE 5.39 – *Visualisation des zones d'influence des quatre formes d'intrus étudiées sur le champ de vitesse v^* (intensité représentée par le gradient de couleur) - position de l'intrus $y = 0.01m$ – (a) pointe haute – (b) pointe basse – (c) circulaire – (d) rectiligne, - position de l'intrus $y = 0.092m$ – (e) pointe haute – (f) pointe basse – (g) circulaire – (h) rectiligne.*

qu'elle n'est plus que $\approx 20\%$ pour les vitesses $\geq 70\%$. Cette capacité à induire une mobilité d'autant plus intense que l'intrus se déplace lentement est ici généralisée aux trois autres formes testées.

Influence au niveau des contacts à la paroi et au sein du "packing"

On a pu constater que la forme de l'intrus influe principalement sur l'intensité de la force F_{lift} ainsi que sur la formation du trou en dessous de l'intrus durant sa remontée. En revanche on constate une moindre influence sur F_{drag} ainsi que sur la mobilité des particules (angle formé par le cône). Au niveau du réseau de forces inter-particulaires on observe pas d'influence fortement significative de la forme de l'intrus sur la distribution des efforts normaux dans le "packing". Tandis que les efforts se propagent jusqu'aux parois de la cellule on observe durant la remontée que l'évolution de $\bar{\mu}^*$ est très faiblement influencée par la forme de l'intrus tant au niveau des parois latérales (figure 5.41a) qu'au sein du packing (figure 5.41b). Tant au niveau des parois latérales qu'au sein du lit, après une

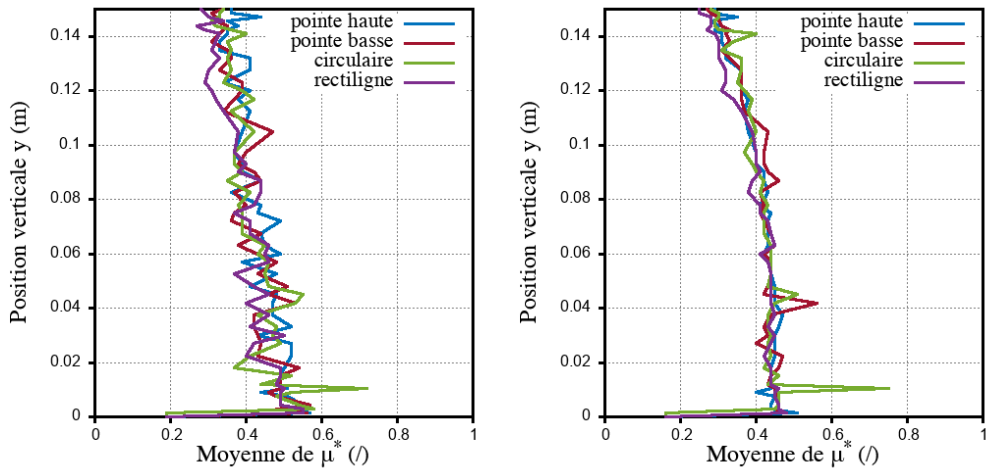


(a) (b) (c)

FIGURE 5.40 – *Profils de v^* pour les quatre formes d'intrus étudiées à différentes positions de l'intrus – (a) $y = 0.006m$ – (b) $y = 0.068m$ – (c) $y = 0.098m$.*

première augmentation de $\bar{\mu}^*$ consécutive à la première phase de chargement, $\bar{\mu}^*$ décroit sensiblement au cours de la remontée puis une fois la position H_b - H_β atteinte decroit un peu plus fortement jusqu'à atteindre une valeur une fois l'intrus retiré supérieure à celle initiale. Cette augmentation sensible de $\bar{\mu}^*$ après le passage de l'intrus est indépendante de la forme choisie. Elle conduit à moduler l'intensité des contraintes verticales et par voie de conséquence à impacter sensiblement le profil de contrainte verticale moyenne (figure 5.35).

Les formes d'intrus choisies n'arrivent pas à imposer des degrés de cisaillements moyens significativement différents. La longueur des intrus et la distance séparant leur extrémité des parois étant les mêmes, une variation de ces facteurs pourrait conduire à un impact plus significatif sur le degré de cisaillement moyen.



(a) (b)

FIGURE 5.41 – *Evolutions de $\bar{\mu}^*$ tracée en fonction de la position de l'intrus pour les quatre formes étudiées – (a) Au niveau des parois latérales – (b) Au sein du packing.*

5.5 Conclusion

Le déplacement d'un intrus au sein du matériau granulaire contenu dans une cellule à surface supérieure libre, génère un écoulement au niveau de ses extrémités. A la force de trainée qui représente la résistance du milieu granulaire à l'écoulement s'ajoute une force de "poussée" orientée dans le sens du déplacement de l'intrus, et qui en soulage le déplacement. Cette force de "poussée" est la résultante de tous les chocs et interactions des particules avec l'intrus sur sa surface opposée à celle exposée au "packing" lors du déplacement. Elle est orientée dans le sens du déplacement de l'intrus, donc en sens contraire de la force de trainée. Cette force ici mise en évidence, n'est pas la même poussée que l'on observe lorsque l'on déplace horizontalement un intrus mécanique dans un milieu granulaire [39, 51]. Si dans ce dernier cas la "poussée" observée est rapprocher de la force qui s'oppose au poids que l'on observe dans le cas des fluides, il s'agit ici d'un rendu d'énergie cinétique par les mouvements "convectif" induits sous l'intrus. L'enjeu de ce chapitre a consisté à (i) mettre en évidence cette force de "poussée", (ii) analyser les mouvements de recirculation mis en jeu sous l'intrus et (iii) étudier l'impact de différents paramètres sur son intensité.

Pour toutes les configurations étudiées, la force de "poussée" a toujours pu être observée avec cependant de très fortes variations d'intensité, si tant est qu'elle peut être tellement faible qu'elle ne se remarque pas. C'est l'étude scrupuleuse de tous les contacts grain/intrus qui en a révélé l'existence significative jusqu'à la capacité d'en optimiser la résultante. En particulier la configuration considérée dans le chapitre 4 ne permet pas le développement significatif de la force de "poussée", ainsi la force relevée au niveau de l'intrus peut être quasiment totalement assimilée à une force de trainée (sa présence ne modifie en rien l'analyse des résultats présentés).

Les interactions sous l'intrus sont dues aux mouvements de recirculation latéraux des grains. Si sur le dessus de l'intrus l'écoulement granulaire demeure dense, en revanche au niveau des extrémités, on trouve des zones d'encombrement plus lâches apparaissant lors des phases de rupture. Ces volumes libres locaux permettent une mobilité accrue et contribuent à l'apparition de turbulences qui réorientent les trajectoires des particules qui s'y trouvent, jusqu'à entrer en contact avec la surface inférieure de l'intrus. Ces recirculations sont consécutives aux phases de rupture et génèrent de façon intermittente, une force dirigée dans le sens du déplacement et dont l'alternance de l'amplitude en est synchrone.

On remarque que la distance entre la paroi latérale et l'extrémité de l'intrus influe peu (pour les gammes de dimensions étudiées). En revanche les propriétés des matériaux (parois et grains) impactent beaucoup plus fortement l'intensité de la force de "poussée". Le tableau 5.3 recense les tendances observées sur la "drag-force", la force de "poussée", la mobilité granulaire moyenne, l'état moyen de tous les contacts (μ^*) et enfin l'intensité moyenne du champs de contrainte verticale, lorsque l'on fait varier indépendamment (toute chose égale par ailleurs) : le coefficient de friction grain/paroi, le coefficient de friction grain/grain, la largeur de l'intrus et la forme géométrique de l'intrus. On notera en particulier les fortes influences du coefficient grain/grain et de la forme géométrique de l'intrus sur la modulation de la force de "poussée".

	$\mu_{g/p}$	$\mu_{g/g}$	L	forme géométrique
F_{drag}	aucune	forte	forte	très faible
F_{lift}	faible	forte	faible	forte
Mobilité granulaire	faible	forte	forte	forte
Etat des contacts (μ^*)	forte	forte	faible	très faible
Contrainte σ	faible	forte	faible	très faible

TABLE 5.3 – *Tendances générales qu'ont les influences des paramètres utilisés pour les simulations numériques sur les forces résultantes sur l'intrus, la mobilité granulaire ainsi que l'état de contrainte et l'état des contacts dans le lit.*

L'analyse de l'impact de la forme de l'intrus montre que le bilan des efforts peut être grandement modulé par cette simple considération géométrique. A l'instar des études qui portent sur la recherche des formes optimales impliquées dans les interactions solide/fluide afin de minimiser la force de trainée nous proposons ici une étude préliminaire qui vise à optimiser le différentiel force de "poussée" moins "drag-force". Nous montrons en particulier que les formes situées en avant ou en arrière du mouvement n'impactent pas la force globale perçue par l'intrus de la même manière qu'elle le ferait au sein d'un fluide. Cette différence notable permet d'envisager de futurs designs de formes "granulodynamiques" (néologisme se voulant analogue au qualificatif hydrodynamique ou encore aérodynamique), qui permettraient de limiter la puissance fournie tout en assurant la mobilité granulaire et le niveau de contrainte souhaité au sein du réacteur.

Chapitre 6

Synthèses, conclusion et perspectives

Sommaire

6.1 Synthèse de l'étude du versement et de la statique d'un lit de grains 201
6.2 Synthèse sur la dynamique d'un intrus extrait d'un lit de grains 203
6.3 Conclusion personnelle 204
6.4 Quelques perspectives 204

Ces travaux de thèse ont cherché à contribuer à une meilleure connaissance de la rhéophysique d'un milieu granulaire (population de billes de verre légèrement polydisperses et non cohésives) versé dans une cellule en verre et présentant une surface libre (milieu semi-confiné), perturbé par le retrait d'un intrus. Ils sont basés sur l'analyse de résultats issus d'expériences et de simulations numériques. Nous concluons ce manuscrit par une synthèse qui reprend chronologiquement les étapes de mise en place puis de sollicitation du milieu granulaire, suivie d'une conclusion plus personnelle et enfin de quelques perspectives.

6.1 Synthèse de l'étude du versement et de la statique d'un lit de grains

Nous avons montré au chapitre 3 que la largeur de la cellule (L_c) et les caractéristiques du versement (débit Q et hauteur de versement H_h) ont un impact sur la structuration du lit granulaire. Le versement s'initie par une couche sur le fond caractérisée par un trou central qui se referme progressivement à vitesse constante. La couche de grains, résultant de la fermeture de ce trou possède une épaisseur (h_c) et contribue à l'histoire de la mise en oeuvre en ayant des répercussions sur les futurs phénomènes induits par le retrait de l'intrus.

Nous avons également étudié les facteurs ayant une influence sur la valeur de la contrainte moyenne qui s'exerce au fond de la cellule. Cette analyse en fonction de la hauteur du lit granulaire correspond à l'étude de "l'effet Janssen". Nous avons constaté que le débit et la hauteur de versement modifient l'intensité de cette contrainte moyenne. Nous avons observé expérimentalement et par les simulations numériques que la contrainte verticale moyenne exercée sur le fond en fonction de la hauteur du lit a des valeurs similaires en cinétique de versement ou par dépôt de couches successives. La contrainte moyenne verticale à la base de la cellule est définie comme le rapport du poids apparent sur la surface du fond. La cinétique du poids apparent n'est pas égale à celle du poids réel de la colonne de grains qui lui-même est bien conforme à la loi de Beverloo. "L'effet Janssen" n'étant pas strictement du à la distribution des contraintes à l'état statique, mais selon nos résultats plutôt à la cinématique de mise en oeuvre, nous pensons qu'il traduit un écart à la loi de Beverloo. Ce constat est cependant à nuancer par le fait que la dépendance de la contrainte verticale moyenne sur le fond de la cellule en fonction de la hauteur du lit granulaire n'a pas exactement l'allure d'une exponentielle saturante comme généralement observée. L'effet de saturation de la contrainte verticale moyenne est lié à l'état des contacts grain/paroi. Post-versement aucun contact grain/paroi n'est activé au sens que le seuil de glissement n'a pas été atteint. Conformément à la littérature (Ovarlez et al. [86]) nous avons alors procédé à l'activation des contacts aux parois par la mise en mouvement du fond (abaissement ou remontée) ou des parois latérales (abaissement ou remontée) sur des déplacements de l'ordre de dix microns (soit 0.3% de la taille des grains à la vitesse de dix microns par seconde). Suite à cette très légère manipulation, on observe que seul un petit nombre de contacts localisés au voisinage du fond s'activent au seuil de glissement

et permettent la saturation de la contrainte verticale moyenne sur le fond de la cellule. Ainsi il n'est pas nécessaire que tous les contacts aux parois soient actifs pour que "l'effet Janssen" s'observe. Il s'agit d'un phénomène localisé au fond de la cellule. Avec ce point de vue, "l'effet Janssen" n'est pas strictement révélateur de l'existence de voûtes au sein du "packing", qui défléchissent latéralement les contraintes verticales. De telles structures (voûtes) sont bien mises en évidence dans le milieu granulaire à l'échelle du réseau de forces et, après "coarse-graining", avec la non-uniformité latérale de la contrainte verticale. Par conséquent "l'effet Janssen" est un phénomène plutôt assimilable à un effet de bord qui n'est pas la conséquence stricte de la déflexion des contraintes latérales. L'activation des contacts dans une zone proche du fond permet d'alléger le poids apparent qui s'exerce sur le fond et l'activation des contacts de cette zone a un effet qui provoque la perte partielle de l'histoire de la mise en oeuvre. L'analyse des contraintes dans le reste de la colonne fait apparaître une zone au voisinage de la surface libre, qualifiée de "pseudo-hydrostatique", et dont l'épaisseur est donnée par la longueur de Mandato, au sein de laquelle le milieu granulaire est dans un état mécanique très voisin de celui d'un liquide au repos.

Nous nous sommes intéressés ensuite aux hypothèses simplificatrices sur lesquelles est fondé le modèle de Janssen qui est une approche analytique permettant de calculer le profil de contrainte verticale moyenne au sein du "packing". L'hypothèse d'uniformité de la contrainte verticale n'est vraie que dans la zone "pseudo-hydrostatique". L'hypothèse d'activation des contacts n'est que très faiblement validée (quasi-exclusivement localisée dans la partie basse de la colonne). Enfin l'existence du coefficient de Janssen : K, relatif à la redirection des parois est justifié lorsque des moyennes par couche sont considérées. Outre la confrontation de ces hypothèses avec les résultats de simulations numériques, le point le plus en désaccord avec ce modèle tient dans le fait que le profil de contrainte verticale ne semble pas suivre une allure exponentielle saturante. Nous avons en effet observé un profil quasi-hydrostatique qui s'infléchit fortement en décroissant dans la couche du fond d'épaisseur h_c. Notre étude ne qualifie pas la pertinence du modèle de Janssen pour décrire le profil de contrainte verticale moyenne au sein d'un tel "packing". Nous relevons par ailleurs dans la littérature une "confusion" entre "l'effet Janssen" qui rend compte de l'écart entre le poids apparent et le poids réel du "packing", et le modèle de Janssen. Bien que le modèle de Janssen permette de retrouver en particulier la valeur de la contrainte verticale moyenne à la base de la cellule, il est cependant dédié à évaluer le profil de contrainte.

Ce chapitre permet d'émettre une analyse critique au modèle de Janssen en alimentant l'intérêt porté sur les applications industrielles relatives au dimensionnement des silos de stockage pour l'agroalimentaire en particulier. Ce résultat ne sera conforté totalement (ou invalidé) qu'après une étude paramétrique plus poussée en intégrant les variations de la largeur et de la hauteur du lit (de l'élancement du lit), et des paramètres liés au matériau employé (forme, coefficient de friction, module d'élasticité, distribution de tailles des grains d'une part et, l'élasticité et l'état de surface des parois d'autre part).

6.2 Synthèse sur la dynamique d'un intrus extrait d'un lit de grains

Dans le chapitre 4 nous nous sommes intéressés aux perturbations induites par la remontée d'un intrus dans un lit granulaire, à partir de la configuration d'équilibre précédemment établie. L'influence de plusieurs paramètres a été quantifiée : hauteur de lit, largeur de cellule, vitesse de remontée de la pâle et coefficient de friction des grains et des parois. Afin de comparer les expériences aux simulations numériques la cinématique des grains a été identifiée par une approche de type PIV (Particle Image Velocimetry). Les objectifs majeurs de cette étude sont : (i) la caractérisation de l'interaction locale entre les grains et l'intrus (ii) la définition de la portée d'un intrus mécanique au sein d'un lit granulaire et enfin (iii) l'identification des éléments pertinents qui pourraient donner lieu à de l'innovation technologique.

L'interaction entre l'intrus et le milieu granulaire a été décrite. Nous avons montré que les phénomènes d'intermittence observés dans la force de trainée sont dus à des pertes de connexité du réseau de forces suite à une disjonction en provenance des grains directement au contact des extrémités de l'intrus. Ce travail a donné lieu à une publication en revue à comité de lecture [65].

Concernant la portée de l'intrus, caractéristique de sa capacité à transmettre de la mobilité aux grains, nous avons mis en évidence une zone conique ainsi qu'une longueur caractéristique H_β déjà observée par Athani et al. [10]. Nous avons également retrouvé le rôle de la longueur de Mandato sur le développement de la force de trainée au cours de la remontée de l'intrus (λ_M) [70]. Cette longueur caractéristique pourrait par exemple constituer un critère d'aide au dimensionnement des réacteurs de mélange ou de malaxage.

Enfin, nous avons mis en exergue un mouvement de recirculation autour de l'intrus pendant sa remontée, qui engendre une force de "poussée" (F_{lift}) opposée à la force de trainée. Nous avons alors modifié par une série d'expérimentations numériques, à la fois les paramètres géométriques de l'intrus (taille et forme) ainsi que les propriétés des matériaux mis en jeu, afin de comprendre ce qui permet l'amplification de cette force. En effet, dans un contexte lié au mélange de milieux granulaires, l'intensification de cette force contribue à minimiser l'énergie dépensée pour agiter le système. Nous avons montré l'influence de différentes formes élémentaires sur la modulation de cette force de "poussée". En particulier, la forme triangulaire pointe basse est parmi les quelques formes étudiées, la candidate qui contribue à un meilleur rendement énergétique.

Il serait notamment intéressant de confronter ces résultats de simulations numériques à ceux d'un dispositif expérimental afin de conclure à l'efficacité du recours à ce phénomène pour ouvrir à de l'innovation technologique de ces procédés dans un contexte industriel.

6.3 Conclusion personnelle

Tous les outils employés ou développés dans ce travail de thèse, qu'ils soient numériques ou expérimentaux, ont permis de décrire à différentes échelles des éléments de la rhéophysique d'un milieu granulaire perturbé par un intrus mécanique. A titre personnel j'ai découvert les milieux granulaires, des systèmes très riches où il reste encore beaucoup à découvrir, et la complexité de leurs phénomènes requièrent beaucoup d'exigences pour être appréhendés. A partir des travaux antécédents issus de la bibliographie et des compétences modernes de la programmation numérique les apports majeurs de cette étude sont situés sur : (i) la prise en compte de l'histoire de la mise en oeuvre d'un "packing" dans son évolution suite à la perturbation d'un intrus, (ii) la description de l'état statique d'une colonne de grains, qui permet notamment de proposer un nouveau regard sur les résultats de Roberts et Janssen, et (iii) l'identification de la force de "poussée", opposée à la trainée, lors de la remontée de l'intrus. Ces travaux ambitionnent de pouvoir être un jour exploités pour des applications industrielles concrètes. D'ores et déjà, ils font la démonstration que la démarche conjointe de simulations numériques et d'expérimentations physiques utilisant différentes techniques (capteur, PIV, DEM, "coarse-graining") peut apporter un nouveau regard sur les phénomènes. Je souhaiterais pouvoir prolonger ces compétences en augmentant par exemple le degré de complexité des systèmes étudiés : forme des grains plus complexe, couplage entre FEM/DEM qui prend en compte la déformation des grains...

6.4 Quelques perspectives

Si toutes les problématiques abordées n'ont pas été totalement finalisées, elles ouvrent cependant à de nombreuses perspectives. En voici quelques unes :

— Il a été choisi de travailler avec une faible population de particules (pour se rapprocher du dispositif expérimental) sans répétitivité afin de "balayer" le plus largement possible les zones de recherche et définir des corrélations ou des longueurs caractéristiques. Il serait intéressant de considérer à présent différentes configurations en jouant sur le rapport hauteur du lit /largeur de cellule pour adimensionner les résultats et envisager une conception plus réaliste transposable à l'industrie. Cette étude nécessiterait l'usage d'un plus grand nombre de particules ($\approx 10^5$-10^6 particules).

— Une force de "poussée" sur l'intrus a été mise en évidence comme résultante des mouvements de recirculation des grains sous l'intrus. Cette force permet de rendre une énergie au système d'apport mécanique. Son exploitation plus approfondie peut ouvrir plusieurs voies d'applications dans le domaine du génie des procédés (agroalimentaire, génie civil, ...) qui traite des opérations de malaxage ou de mélange.

— Il est aujourd'hui important de pouvoir confronter les résultats issus de la simulation numérique à des résultats expérimentaux plus poussés. Une campagne d'essais physiques va être prochainement menée afin de valider ou invalider les principaux

résultats obtenus dans ce travail. Elle sera l'occasion d'explorer l'influence des propriétés des matériaux (particules et parois). Par ailleurs, il sera important de réaliser d'autres géométries d'intrus comme une forme en losange (pas forcément symétrique) par exemple qui combine les effets des deux triangles équilatéraux testés numériquement. Si le rendement énergétique s'avérait maximisé, la démarche de valorisation de ce résultat par une déclaration d'invention puis un dépôt de **brevet** ouvrant sur une collaboration industrielle de type recherche et développement, permettrait d'aller jusqu'au bout de la démarche de ce travail de thèse : de l'idée à la réalisation concrète.

Table des figures

1.1 Echelle présentant la dénomination des particules en fonction de leur taille. 3
1.2 Ensemble granulaire présent dans le milieu naturel – (a) Illustration d'une avalanche de neige – (b) Photo d'une dune de sable. 4
1.3 Etude du frottement pour en un disque et un plan : mis en évidence – (a) Du cône de Coulomb – (b) Du frottement roulement. 5
1.4 Etude de la cohésion par la méthode des cercles de Mohr-Coulomb. 6
1.5 Etude du milieu granulaire en voie humide – (a) Illustration d'un château de sable – (b) Représentation d'une goutte contenant des particules. 7
1.6 Mise en évidence d'une loi de comportement pour un matériau continu soumis à une sollicitation uniaxiale. 8
1.7 Visualisation de l'empilement apollonien pour un milieu granulaire polydisperse. . 9
1.8 (a)(b) Voûtes utilisées pour les constructions dans l'antiquité – (c) Mise en évidence d'une voûte expérimentalement – (d) Visualisation du réseau de forces par photoélasticité. 10
1.9 (a) Balance mesurant la masse totale versée m_v – (b) Balance mesurant la masse lue au fond de la cellule m_l – (c) Modèle de Janssen exprimé en masse – (d) Modèle de Janssen ramené en contrainte verticale σ_{yy} 11
1.10 Schema permettant de déterminer la pression dans un silo sous les hypothèses de Janssen. 12
1.11 (a) Profil de contrainte verticale au centre d'un silo simulé par le modèle OSL d'après Ovarlez et Clément [85]. Illustration de la différence entre le modèle de Janssen et le modèle OSL - dans une cellule contenant des particules cohésives de semoule d'après la thèse de Mandato [70] – (b) Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ et mise en évidence de leurs non-uniformités latérales – (c) Profils expérimentaux de la contrainte verticale au centre ($x = 0$cm) et au voisinage du bord ($x = 4$cm). 14
1.12 (a) Schématisation du montage permettant de calculer la loi de Toricelli – (b) Schématisation du montage permettant de calculer la loi de Beverloo. 15
1.13 (a) Capture d'un poisson des sables pris dans des dunes de sable – (b) Etude du mouvement du poisson des sables (illustration Daniel I Goldman Georgia Tech) – (c) Translation d'un intrus mécanique dans un milieu granulaire [39] – (d) Remontée d'un intrus mécanique dans un milieu granulaire [51]. 15
1.14 Etude des racines dans un milieu granulaire. 16

1.15 Domaine d'application des milieux granulaires – (a) Agro-alimentaire ex : le couscous – (b) Génie civil ex : le ciment – (c) Pharmaceutique ex : les comprimés – (d) Ferrovière ex : les ballasts. 17
1.16 Schéma de fabrication industrielle du couscous [13]. 18
1.17 Illustration de deux technologies de mélange Low Shear Mixer utilisées dans la fabrication du couscous – (a) Malaxeur à cuve tournante et bras fixe (configuration batch) – (b) Malaxeur à palettes et à cuve en auge (configuration continue). 19

2.1 Dispositif expérimental – (a) Face avant – (b) Face latérale – (c) Cellule expérimentale. 26
2.2 Intrus utilisés pour le dispositif expérimental – (a) Tige avec grande pâle – (b) Tige avec petite pâle – (c) Zoom grande pâle – (d) Zoom petite pâle. 27
2.3 Méthode permettant de déterminer la cartographie des contraintes verticales expérimentalement à l'intérieur de la cellule. 28
2.4 Dispositif numérique – (a) Les particules sont initialement placées en maille de treillis triangulaire et versées dans la trémie – (b) Puis versées dans la cellule – (c) Et enfin l'intrus est remonté. 31
2.5 (a) Coordonnée cinématique d'une particule i dans le référentiel global – (b) Contact entre deux particules i et j révélé par un chevauchement égal à δ_n. 32
2.6 Contact entre une particule i et un intrus k. 34
2.7 Composantes de la loi de friction régularisée – (a) Contact – (b) Glissement – (c) Roulement. 35
2.8 (a) Vitesse de la paroi supérieure en fonction du temps – (b) Indice des vides e en fonction de la contrainte imposée. 36
2.9 Résultat du cas-test permet de vérifier les frottements imposés – (a) Position horizontale x de la particule en fonction du temps – (b) Position angulaire θ de la particule en fonction du temps. 37
2.10 Liste de Verlet utilisée pour l'optimisation du code de calcul. 39
2.11 Cas-test pour vérifier les paramètres utilisés pour la méthode "coarse-grainée" ($\omega = \frac{3}{2}\bar{d}$, $\Delta x = \frac{\bar{d}}{8}$). 40
2.12 Principe de la méthode "coarse-grainée" – (a) Maillage du domaine – (b) Illustration de la fonction Gaussienne. 41
2.13 Méthode pixelisée en utilisant une double grille. 44
2.14 Comparaison des deux méthodes de compacité – (a) Coarse-grainée – (b) Double grille pixelisée. 45

3.1 Illustration de la gamme de variation de la largeur de la cellule L_c à hauteur de chute H_h et ouverture de la trémie D_h constantes. 51
3.2 "Packing" résultant du versement dans deux cellules de largeurs différentes – (a) $L_c = 0.1$m, 1600 particules employées – (b) $L_c = 0.12$m, 1900 particules employées. 52
3.3 Illustration des essais numériques avec $L_c = 200$mm et $D_h = 20$mm pour différentes hauteur de chute – (a) $H_h = 0.13$m – (b) $H_h = 0.2$m – (c) $H_h = 0.3$m – (d) $H_h = 0.4$m. 52
3.4 (a) Schématisation de l'expérience de mesure du débit d'alimentation : colonne placée sur une balance reliée à un ordinateur – (b) Illustration d'évolution du poids au cours d'un versement. 53

3.5 Tests de vérification du débit conformément à la loi de Beverloo (équation 3.1) – (a) Expérimental (3D) – (b) Numérique (2D). 54
3.6 Observation de l'évolution de la surface libre lors du versement obtenu expérimentalement (largeur de cellule $L_c = 0.1$m, diamètre d'ouverture $D_h = 0.01$m, hauteur de chute $H_h = 0.047$m) à différents instants (à partir de l'instant initial chaque cliché est décalé de 0.5s) – (a) $t = 0.5$s ...– (j) 5s. 55
3.7 Observation de l'évolution de la surface libre lors du versement à partir de la simulation (largeur de cellule $L_c = 0.1$m, diamètre d'ouverture $D_h = 0.02$m, hauteur de chute $H_h = 0.047$m) à différents instants – (a) $t = 0$s – (b) $t = 0.3$s – (c) $t = 0.5$s – (d) $t = 0.6$s – (e) $t = 0.7$s – (f) $t = 0.8$s – (g) $t = 0.9$s – (h) $t = 1.1$s – (i) $t = 1.2$s – (j) $t = 1.5$s. 55
3.8 Agrandissement de l'évolution de la surface libre à différents instants – (a) $t = 0.05$s – (b) $t = 1.5$s – (c) $t = 3$s – (d) $t = 5$s. 56
3.9 Schématisation de l'agencement des particules lors du remplissage de la cellule – (a)(b)(c)(d) Première phase de fermeture du trou central (cratère) – (e) Poursuite du remplissage avec une structure en tas. 57
3.10 Représentation de la première phase de versement – (a) Simulation numérique de la formation de la première couche ($L_c = 0.2$m, $D_h = 0.02$m, Q=36.4g.s^{-1}, $H_h = 0.047$m) – (b) Schématisation des dimensions d'une demi-couche avant obturation du trou central. 58
3.11 Evolution de la position du point A (figure 3.10b) issue de la simulation numérique ($L_c = 0.2$m, $D_h = 0.02$m, Q=36.4g.s^{-1}, $H_h = 0.047$m) – (a) Position latérale x – (b) Position verticale y. 58
3.12 Evolution des coordonnées du point A d'une demi-couche ($Q = 36.4$g.s^1 et $\frac{v_y}{v_x} \simeq 0.32$) – (a) Représentation temporelle – (b) Représentation en coordonnée carthésienne. 60
3.13 Visualisation de la surface libre du packing à l'équilibre pour différentes hauteurs initiales de chute – (a) $H_h = 0.13$m – (b) $H_h = 0.2$m – (c) $H_h = 0.3$m – (d) $H_h = 0.4$m. 61
3.14 Analyse de la surface libre du "packing" à l'équilibre (flèche f, angle θ) pour différentes hauteurs initiales de chute – (a) $H_h = 0.13$m – (b) $H_h = 0.2$m – (c) $H_h = 0.3$m – (d) $H_h = 0.4$m. 62
3.15 Capture du réseau de forces normales pendant la création de la première couche d'épaisseur h_c à différents instants : – (a) $t = 2$s – (b) $t = 2.4$s – (c) $t = 2.8$s – (d) $t = 3.2$s – (e) $t = 3.6$s – (f) $t = 4$s – (g) $t = 4.4$s. 63
3.16 Schématisation des dispositifs de mesure du poids total et du poids apparent du packing au cours d'un versement – (a) Mesure de la cinétique du poids total – (b) Mesure du poids apparent pour un versement continu – (c) Mesure du poids apparent pour un versement séquencé. 64
3.17 Cinétiques des poids total et apparent expérimentalement mesurés – (a) Evolution en fonction du temps – (b) Evolution en fonction de la hauteur de "packing" déposé. 66
3.18 Evolution du poids total et du poids apparent en fonction de la hauteur de couche imposée – (a) Résultats expérimentaux – (b) Résultats de la simulation numérique. 67
3.19 Représentation du dispositif numérique pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.095$m – (b) $H_b = 0.36$m – (c) $H_b = 0.42$m – (d) $H_b = 0.69$m. 69

3.20 Représentation isocontrainte de la cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour des billes de verre – (a) Mesure expérimentale sur une demi-cellule – (b) Résultat du "coarse-graining" de la simulation DEM. 70
3.21 Profil de la contrainte verticale à plusieurs hauteurs données : $y = 0$m, $y = 0.02$m, $y = 0.06$m, $y = 0.1$m, $y = 0.12$m – (a) Expérimental – (b) Numérique. 71
3.22 Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.095$m – (b) $H_b = 0.36$m – (c) $H_b = 0.69$m. 72
3.23 Evolution de l'épaisseur de la zone hydrostatique λ_M pour différentes hauteurs de lit H_b. 73
3.24 Agrandissement sur les 0.095m de la cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ (partie basse) pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit – (a) $H_b = 0.095$m – (b) $H_b = 0.36$m – (c) $H_b = 0.69$m. 74
3.25 Cartographies pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et une hauteur de lit $H_b = 0.15$m – (a) Contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ – (b) Contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ – (c) Contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$. 75
3.26 Cartographies pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et une hauteur de lit $H_b = 0.69$m – (a) Contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ – (b) Contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ – (c) Contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$. 75
3.27 (a) Cellule de largeur $L_c = 0.1$m après versement – (b) Champ de compacité coarse-grainée de la cellule $L_c = 0.1$m après versement. 76
3.28 Profils de contrainte verticale au centre $\sigma_{yy}(0, y)$ – (a) Mesuré expérimentalement – (b) Obtenu par simulation numérique. 77
3.29 Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ – (a) Mesuré expérimentalement – (b) Obtenu par simulation numérique. 78
3.30 (a) Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit H_b par simulation numérique – (b) Profil des écart-types de $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m et pour différentes hauteurs de lit H_b – (c) Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m et pour différentes hauteurs de lit H_b par simulation numérique – (d) Profil des écart-types de $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m et pour différentes hauteurs de lit H_b. 79
3.31 (a) Profil de contrainte moyenne de cisaillement $\bar{\sigma}_{xy}(y)$ – (b) Profil latéraux de contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ pour différentes positions verticales y. 80
3.32 Caractérisation du degré d'hydrostaticité au sein du packing. Trois conditions 1) Absence de cisaillement 2) $\vec{\nabla}\sigma_{yy}(x, y) = \rho g\vec{y}$ ce qui implique que $\frac{\partial\sigma_{yy}(x,y)}{\partial x}$ doit être égal à 0. Cette condition se traduit par $\sigma_{yy}(x, y) \equiv \sigma_{yy}(y)$, tous les points situés sur une même horizontale sont des isocontraintes figure 3.25. 81
3.33 Variation de λ_L et de λ_M avec la hauteur du lit – (a) Largeur de colonne $L_c = 0.1$m – (b) Comparatif entre deux largeurs de colonnes $L_c = 0.1$m et $L_c = 0.05$m. . 82
3.34 Cartographies des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour les mêmes hauteurs de lit que la figure 3.22 pour deux largeurs de cellule – (a)(c)(e) $L_c = 0.05$m – (b)(d)(f) $L_c = 0.1$m. 83

3.35 Zoom sur le profil de contrainte moyenne verticale dans le fond de la cellule (L_c = 0.1m) pour différentes hauteurs de lit – (a) H_b = 0.15m – (b) H_b = 0.3m – (c) H_b = 0.41m – (d) H_b = 0.69m. 84
3.36 Variation de λ_{f1} et de λ_{f2} pour différentes hauteurs de lit et largeurs de colonne. . 85
3.37 Localisation de la propagation de la force normale maximale entre grains du bord vers l'intérieur du packing. 85
3.38 Valeur de μ^* – (a) Sur la paroi latérale gauche – (b) Sur la paroi latérale droite – (c) Sur le fond. 87
3.39 Evolution du μ^* – (a) Sur la paroi latérale gauche pour L_c = 0.1m – (b) Sur le fond pour L_c = 0.1m – (c) Sur la paroi latérale gauche pour L_c = 0.05m – (d) Sur le fond pour L_c = 0.05m. 88
3.40 Valeur de la contrainte moyenne sur le fond : $\sigma_{fond}(H_b)$ en fonction de la hauteur du lit H_b – (a) Résultats expérimentaux – (b) Résultats de la simulation – (c) Comparaison expérience/simulation adimensionnée par la compacité. 90
3.41 Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne (H_b = 0.69m) – (a) L_c = 0.1m – (b) Comparaison pour les deux largeurs de cellule (L_c = 0.05m et L_c = 0.1m) adimensionnées par la hauteur de lit maximale H_b^{max}. . . . 91
3.42 Evolution de la contrainte σ_{fond} lors d'un essai expérimental à hauteur de chute constante. La hauteur de remplissage est substituée au temps. Comparaison pour deux débits différents (24g.s^{-1} et 51g.s^{-1}) à la valeur théorique du poids du "packing". 92
3.43 Variation de σ_{fond} obtenue par simulation numérique pour différentes hauteurs de lit. – (a) Variation du débit à hauteur de chute constante (H_h = 0.75m) – (b) Variation de la hauteur de chute à débit constant (Q = 30 g.s^{-1}). 93
3.44 Variation de la hauteur de lit en fonction – (a) Du diamètre d'ouverture D_p (implicitement du débit Q) – (b) De la hauteur de chute H_h. 93
3.45 (a) Profil de la force exercée sur le fond pendant la descente. Influence de la hauteur de lit H_b – (b) Valeur de $\bar{\mu}^*$ pour les particules au contact des parois latérales pendant la descente du fond (H_b = 0.69m). 95
3.46 Evolution de μ^* à la paroi latérale gauche pendant la descente du fond à différents instants – (a) t = 0s – (b) t = 0.05s – (c) t = 0.1s – (d) t = 0.25s – (e) t = 0.5s – (f) t = 1s. 96
3.47 (a) Evolution du nombre de contact grain/paroi en fonction de la hauteur du lit H_b avant et après descente du fond – (b) Interpolation du nombre de contacts glissants par un modèle exponentiel croissant saturant (équation 3.8). 97
3.48 (a) Evolution de r_w en fonction de $\bar{\mu}^*$ pour une largeur L_c = 0.1m et une hauteur de lit H_b = 0.69m – (b) Evolution de r_w en fonction de $\bar{\mu}^*$ pour une largeur L_c = 0.1m et différentes hauteurs de lit H_b. 98
3.49 (a) Evolution de $\bar{\mu}^*$ en fonction de la hauteur du lit H_b avant et après descente du fond – (b) Evolution de r_{final} en fonction de la hauteur de lit H_b – (c) Evolution de r_{final} en fonction de $\bar{\mu}^*$. 99
3.50 Evolution du réseau de forces normales dans la partie basse de la cellule (un tiers de H_b, avec H_b = 0.69m) pendant la descente du fond à différents instants – (a) t = 0s – (b) t = 0.05s – (c) t = 0.1s – (d) t = 0.25s – (e) t = 0.5s – (f) t = 1s. . . . 100

3.51 Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et trois différentes hauteurs de lit – (a)(b) $H_b = 0.095$m – (c)(d) $H_b = 0.36$m – (e)(f) $H_b = 0.69$m. (a)(c)(e) correspondent aux états post-versement, (b)(d)(f) correspondent aux états après activation des contacts. 101
3.52 Agrandissement de la partie basse (0.1m) de la cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour trois différentes hauteurs de lit – (a)(b) $H_b = 0.095$m – (c)(d) $H_b = 0.36$m – (e)(f) $H_b = 0.69$m.(a)(c)(e) correspondent aux états post-versement, (b)(d)(f) correspondent aux états après activation des contacts. 103
3.53 – (a)(b) Cartographies des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$m – (c)(d) Cartographies des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$m – (e)(f) Cartographies des contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}(x, y)$ pour une largeur $L_c = 0.1$m et pour une hauteur de lit $H_b = 0.69$m.(a)(c)(e) correspondent aux états post-versement, (b)(d)(f) correspondent aux états après activation des contacts. 104
3.54 (a) Profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m avant et après descente du fond pour différentes hauteurs de lit – (b) Profil de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}$ pendant la descente du fond à différents instants t pour $H_b = 0.69$m – (c) Différentiel de $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ entre sa valeur maximale et sa valeur sur le fond de la cellule avant et après descente du fond pour $H_b = 0.69$m. 106
3.55 (a) Évolution des valeurs de la contrainte moyenne au fond $\sigma_{fond}(H_b)$ durant la descente du fond à différents instants t – (b) Comparaison des profils de $\sigma_{fond}(H_b)$ avant et après glissement en ayant opéré une translation du profil initial le long de $\sigma_{hydro}(H_b)$. 107
3.56 Valeur de la contrainte moyenne au fond $\sigma_{fond}(H_b)$ en fonction de la hauteur de lit H_b avant et après la descente du fond – (a) Résultats expérimentaux – (b) Résultats des simulations. 108
3.57 (a) Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69$m) et pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m avant descente du fond – (b) Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69$m) et pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m après descente du fond. . . 109
3.58 Evolution du μ^* avant et après la descente du fond – (a) Sur la paroi latérale gauche pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m – (b) Sur la paroi du fond pour une largeur de cellule $L_c = 0.1$m – (c) Sur la paroi latérale gauche pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m – (d) Sur la paroi du fond pour une largeur de cellule $L_c = 0.05$m. 111
3.59 (a) Comparaison des valeurs $\sigma_{fond}(H_b)$ et $\sigma_{hydro}(H_b)$ pour différentes hauteurs de lit avec le profil de contrainte verticale moyenne $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ de la plus grande colonne ($H_b = 0.69$m) après descente du fond – (b) Comparaison pour les deux largeurs de cellule ($L_c = 0.05$m et $L_c = 0.1$m) adimensionnées par la hauteur de lit maximale H_b^{max}. 112

3.60 Variation de σ_{fond} obtenue par simulation numérique pour différentes hauteurs de lit après descente du fond. – (a) Variation du débit à hauteur de chute constante ($H_h = 0.75$m) – (b) Variation de la hauteur de chute à débit constant ($Q = 30$g.s^{-1}).112
3.61 Illustration d'une objection à la validité du modèle de Janssen. 116
3.62 Post-versement : – (a) Cartographie du champ $K(x, y)$ – (b) Profil moyen du coefficient de redirection $\bar{K}$. 117
3.63 (a) Cartographie du champ $K(x, y)$ après descente du fond – (b) Profil moyen du coefficient de redirection $\bar{K}$ avant et après descente du fond. 118

4.1 Cinq clichés représentant l'état du milieu granulaire au cours de la remontée de l'intrus. La composante normale des forces de contact entre grains est représentée sous la forme de segments dont la taille et la couleur (du bleu au rouge) sont proportionnelles à l'intensité de la force. 124
4.2 (a) Evolution de la force sur la tige superposée au profil de force pendant une remontée de l'intrus à vitesse lente – (b) Zoom de la force exercée sur la tige. . . . 125
4.3 (a) Cinétique de la force de trainée expérimentale (vert) vs DEM (bleu) – (b) Cliché de la simulation numérique montrant le réseau de forces en niveau de couleur (l'épaisseur des segments est proportionnelle à l'intensité de la force normale). Le point rouge, sur la figure (a), montre la position de l'intrus correspondante sur la cinétique. 126
4.4 A gauche cinétique de la force de trainée représentée en fonction de la position de l'intrus. Superposition des résultats dans le cas expérimental et numérique – A droite énergie dissipée en fonction de la position de l'intrus. Correspondance avec les zones définies par les longueurs caractéristiques λ_M, H_β et h_c. 127
4.5 Agrandissement de la zone au devant de l'intrus montrant trois clichés successifs qui illustrent un événement de chargement/rupture. Le réseau de forces est tracé avec le même gradient de couleur que la figure 4.3b. Les vecteurs vitesses sont symbolisés par des flèches rouges avec une longueur proportionnelle à $\frac{\bar{d}}{V}$, où V est la vitesse de l'intrus. 128
4.6 Visualisation de la zone d'influence de l'intrus sur la mobilité des grains (vitesses "coarse-grainées") pour différentes positions : – (a) partie basse ("lower part") – (b) (c) (d) partie haute ("upper part") – (e) couche supérieure ("top layer"). 130
4.7 Composante verticale de la vitesse "coarse-grainée", déterminée sur une section verticale (partageant la cellule en deux) en fonction de la position H de l'intrus. Sur le coin supérieur gauche agrandissement au début de l'essai montre la dilatance $\Delta\phi$ du lit de grains. 131
4.8 (a) Visualisation du cône de mobilité – (b) Schématisation permettant de mettre en évidence le calcul de l'angle β. 131
4.9 Champ de vitesse normalisé par V déterminé dans le référentiel de l'intrus pendant sa remontée verticale : – (a) méthode PIV – (b) méthode "coarse-grainée" (même gradient de couleur) – (c) Schéma illustrant la mobilité autour de l'intrus. 133
4.10 (a) Profil de vitesse verticale au centre pour différentes positions verticales y de l'intrus – (b) Profil de vitesse horizontale pour différentes positions verticales y de l'intrus. 134

4.11 Visualisation de deux événements successifs de chargement/rupture. Le réseau de forces est superposé au champ de vitesse "coarse-grainée". La vitesse est représentée avec un gradient de couleur en échelle logarithmique. 134
4.12 (a) Réseau de forces normales superposé au champ de vitesse – (b) Représentation de μ^* pour tous les contacts (même instant) – (c) Valeurs correspondantes des forces normales et tangentielles pour chaque contact laissant apparaitre le cône de Coulomb. 135
4.13 Evolution de $\bar{\mu}^*$ dans le milieu granulaire et sur les parois latérales en fonction de la position de l'intrus. 136
4.14 Représentation de μ^* pour tous les contacts au sein du "packing" pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a) $y = 0$m – (b) $y = 0.003$m – (c) $y = 0.075$m – (d) $y = 0.11$m. 137
4.15 Pdf de $\bar{\mu}^*$ pour différentes positions verticales y de l'intrus. 138
4.16 (a) Représentation de la somme des contributions de la force normale au niveau des parois latérales gauche et droite en fonction de la position verticale y de l'intrus – (b) Représentation de la somme des contributions de la force tangentielle aux parois latérales gauche et droite en fonction de la position verticale y de l'intrus. . 139
4.17 Evolution de $\bar{\mu}^*$ au sein de l'assemblage de grains et sur les parois latérales en fonction de la position verticale y de l'intrus. 139
4.18 Nombre de contacts totaux et glissants au sein du "packing" et aux parois latérales en fonction de la position verticale y de l'intrus (N_w en rouge, $\hat{N}_w$ en bleu, N_g en vert et $\hat{N}_g$ en violet). 140
4.19 Evolution de la force de trainée superposée au profil de r_g pendant la remontée de l'intrus. 141
4.20 Représentation du nombre de contact sur le fond par unité de diamètre moyen des grains en fonction de la remontée de l'intrus. 141
4.21 Représentation du nombre de contact au seuil de glissement par unité de diamètre moyen des grains en fonction de la remontée de l'intrus – (a) Sur le fond – (b) Sur les parois latérales. 142
4.22 (a) Cartographie de la contrainte verticale $\sigma_{yy}(x, y)$ pour une hauteur de lit H_b = 0.15m post-versement – (b) Cartographie de la contrainte verticale pour une hauteur de lit $H_b = 0.15$m après remontée de l'intrus – (c) Profil de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour la hauteur de lit H_b correspondante à la cartographie de contrainte avant et après la remontée de l'intrus. 143
4.23 Cartographie du champ de contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a) $y = 0$m – (b) $y = 0.025$m – (c) $y = 0.05$m – (d) $y = 0.1$m – (e) $y = 0.13$m. 144
4.24 Profil de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ pour différentes positions verticales y de l'intrus. 145

5.1 Visualisation de la force de trainée perçue par l'intrus. 150
5.2 Illustration du mouvement de recirculation mis en évidence – (a) Expérimentalement par caméra à image rapide et superposition de l'analyse PIV – (b) Par simulation numérique. 151
5.3 Cartographie de la convexité obtenue expérimentalement. 152

5.4 (a) Schéma mettant en évidence les deux forces F_{lift} et F_{drag} – (b) Schéma montrant les mouvements de convection autour de l'intrus : distinction entre F_{drag} et F_{lift} (figure de gauche). Évolution de la force résultante des interactions entre des particules situées sous l'axe de symétrie de l'intrus. Distinction entre les efforts contribuant à la poussée (F_{lift}) et à la trainée (F_{drag}) (figure de droite). 153
5.5 Schématisation de la résultante additive des contributions F^{+}_{drag} (appliquée au-dessus de l'intrus), F^{-}_{drag} (appliquée au-dessous de l'intrus) et F_{lift} à la force de trainée. 154
5.6 Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/p}$. 155
5.7 Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/p}$ – (a) Résultante des contributions supérieures – (b) Résultante des contributions inférieures. 156
5.8 Evolution du $\bar{\mu}^{*}$ aux parois latérales en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/p}$. 157
5.9 Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleurs pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction $\mu_{g/p} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction $\mu_{g/p} = 0.8$. 158
5.10 Visualisation du réseau de forces superposé au champ de vitesse coarse-grainé pendant des phases de chargements – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction paroi/particule $\mu_{g/p} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction paroi/particule $\mu_{g/p} = 0.8$. La vitesse est en échelle logarithmique. 159
5.11 (a) Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$ – (b) Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$ superposée au profil hydrostatique. 160
5.12 Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$ – (a) Résultante des contributions supérieures – (b) Résultante des contributions inférieures. 161
5.13 Evolution de $\bar{\mu}^{*}$ en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de $\mu_{g/g}$ – (a) Au niveau des parois latérales – (b) Au sein du "packing". 162
5.14 Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleurs pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.8$. 163
5.15 Visualisation du réseau de force superposé au champ de vitesse coarse-grainé pendant des phases de chargements – (a)(b)(c)(d) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.05$ – (e)(f)(g)(h) pour un coefficient de friction $\mu_{g/g} = 0.8$. La vitesse est en échelle logarithmique. 164
5.16 (a) Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de L – (b) Cinétique de la contrainte de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de L. 167

5.17 Cinétique de la force de trainée en fonction de la position verticale de l'intrus pour les trois valeurs de L – (a) Résultante des contributions supérieures – (b) Résultante des contributions inférieures. 168
5.18 Evolution de $\bar{\mu}^*$ en fonction de la position verticale de l'intrus pour trois valeurs de L – (a) Au niveau des parois latérales – (b) Au sein du packing. 169
5.19 Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleurs pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a)(b)(c)(d) $L = 0.01$m – (e)(f)(g)(h) $L = 0.02$m – (i)(j)(k)(l) $L = 0.04$m. 170
5.20 Visualisation du réseau de forces superposé au champ de vitesse coarse-grainé pendant des phases de chargements – (a)(b)(c)(d) $L = 0.01$m – (e)(f)(g)(h) $L = 0.02$m – (i)(j)(k)(l) $L = 0.04$m. La vitesse est en échelle logarithmique 171
5.21 Schéma des différents intrus utilisés pour les essais dynamiques. De gauche à droite : (i) forme triangulaire pointe haute, (ii) forme triangulaire pointe basse (iii), forme circulaire, et (iv) forme rectiligne. 172
5.22 Cinétiques des forces exercées sur l'intrus durant sa remontée de l'intrus – (a) Partie supérieure de l'intrus (pointe et cotés latéraux) – (b) Partie inférieure de l'intrus (base). 173
5.23 Mobilitée des particules à différentes positions verticales de l'intrus – (a) $y = 0.044$m – (b) $y = 0.07$m – (c) $y = 0.083$m – (d) $y = 0.12$m. (a)(c) correspondent à une phase de chargement et (c)(d) à une phase de rupture. 174
5.24 Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleur pour différentes positions verticales y de l'intrus lors des phases de chargement – (a) $y = 0.015$m – (b) $y = 0.028$m – (c) $y = 0.044$m – (d) $y = 0.083$m – (e) $y = 0.094$m. 175
5.25 Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus lors des phases de chargement – (a) $y = 0.015$m – (b) $y = 0.028$m – (c) $y = 0.07$m – (d) $y = 0.094$m. Cartographie des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus lors des phases de chargement – (e) $y = 0.015$m – (f) $y = 0.028$m – (g) $y = 0.07$m – (h) $y = 0.094$m. 177
5.26 Cinétiques des forces exercées sur l'intrus durant sa remontée de l'intrus – (a) Partie supérieure de l'intrus (base) – (b) Partie inférieure de l'intrus (pointe et cotés latéraux). 179
5.27 Mobilité du packing pour différentes positions verticales de l'intrus – (a) $y = 0.0315$m – (b) $y = 0.042$m – (c) $y = 0.091$m – (d) $y = 0.12$m. 180
5.28 Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleur pour différentes positions verticales y de l'intrus lors des phases de chargement – (a) $y = 0.016$m – (b) $y = 0.024$m – (c) $y = 0.049$m – (d) $y = 0.076$m – (e) $y = 0.091$m. 180
5.29 Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (a) $y = 0.016$m – (b) $y = 0.054$m – (c) $y = 0.076$m – (d) $y = 0.091$m. Cartographie des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (e) $y = 0.016$m – (f) $y = 0.054$m – (g) $y = 0.076$m – (h) $y = 0.091$m. 181

5.30 Cinétiques des forces exercées sur l'intrus durant sa remontée de l'intrus – (a) Demi-sphère supérieur – (b) Demi-sphère inférieur. 182
5.31 Mobilité du packing pour différentes positions verticales de l'intrus – (a) $y = 0.026$m – (b) $y = 0.044$m – (c) $y = 0.071$m – (d) $y = 0.12$m. 183
5.32 Visualisation des zones d'influence de l'intrus. L'intensité de la vitesse normalisée par V est montrée par gradient de couleur pour différentes positions verticales y de l'intrus – (a) $y = 0.01$m – (b) $y = 0.026$m – (c) $y = 0.062$m – (d) $y = 0.071$m – (e) $y = 0.092$m. 184
5.33 Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (a) $y = 0.01$m – (b) $y = 0.032$m – (c) $y = 0.062$m – (d) $y = 0.092$m. Cartographie des contraintes horizontales $\sigma_{xx}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales à différentes positions de l'intrus – (e) $y = 0.01$m – (f) $y = 0.032$m – (g) $y = 0.062$m – (h) $y = 0.092$m. 185
5.34 (a) Cinétiques de la force de trainée $F_{trainee}$ et – (b) Cinétiques de l'énergie cumulée, le tout en fonction de la position de l'intrus pour les quatre formes étudiées. 187
5.35 Profils de la contrainte moyenne verticale $\bar{\sigma}_{yy}(y)$ avant et après la remontée de l'intrus pour différentes formes géométriques. 188
5.36 Énergie d'extraction en fonction du rapport périmètre inférieur sur la largeur L de l'intrus. 189
5.37 (a) Cinétique de F_{drag} en fonction de la position de l'intrus – (b) Cinétique de F_{lift} en fonction de la position de l'intrus. 190
5.38 Cartographie des contraintes verticales $\sigma_{yy}(x, y)$ superposée au réseau de forces normales pour les quatre formes d'intrus étudiées - position de l'intrus $y = 0.01$m – (a) pointe haute – (b) pointe basse – (c) circulaire – (d) rectiligne, - position de l'intrus $y = 0.092$m –(e) pointe haute –(f) pointe basse –(g) circulaire –(h) rectiligne. 193
5.39 Visualisation des zones d'influence des quatre formes d'intrus étudiées sur le champ de vitesse v^* (intensité représentée par le gradient de couleur) - position de l'intrus $y = 0.01$m – (a) pointe haute – (b) pointe basse – (c) circulaire – (d) rectiligne, - position de l'intrus $y = 0.092$m – (e) pointe haute – (f) pointe basse – (g) circulaire – (h) rectiligne. 194
5.40 Profils de v^* pour les quatre formes d'intrus étudiées à différentes positions de l'intrus – (a) $y = 0.006$m – (b) $y = 0.068$m – (c) $y = 0.098$m. 195
5.41 Evolutions de $\bar{\mu}^*$ tracée en fonction de la position de l'intrus pour les quatre formes étudiées – (a) Au niveau des parois latérales – (b) Au sein du packing. 196

Liste des tableaux

3.1 Tableau récapitulant les essais réalisés lors des simulations numériques. 110

5.1 Valeurs de la force de trainée (N) en différentes positions de l'intrus pour les trois différentes largeurs de l'intrus (figure 5.16). 167
5.2 Valeur des paramètres géométriques et de l'énergie totale de l'extraction de l'intrus pour les quatre configurations géométriques testées. 189
5.3 Tendances générales qu'ont les influences des paramètres utilisés pour les simulations numériques sur les forces résultantes sur l'intrus, la mobilité granulaire ainsi que l'état de contrainte et l'état des contacts dans le lit. 198

Bibliographie

[1] D. Agnès, M. Frédéric, and R. Thierry. Impact of the heap shape formation on the local vertical force profile of ensiled granular materials. *Powder Technology*, 338 :993–1000, 2018. [Cited in page 60]

[2] M. A. Aguirre, J. G. Grande, A. Calvo, L. A. Pugnaloni, and J.-C. Géminard. Pressure independence of granular flow through an aperture. *Physical review letters*, 104(23) :238002, 2010. [Cited in pages 49 and 68]

[3] N. Algarra, P. G. Karagiannopoulos, A. Lazarus, D. Vandembroucq, and E. Kolb. Bending transition in the penetration of a flexible intruder in a two-dimensional dense granular medium. *Physical Review E*, 97(2) :022901, 2018. [Cited in pages 16 and 39]

[4] M. P. Allen and D. J. Tildesley. *Computer simulation of liquids*. Oxford university press, 2017. [Cited in page 29]

[5] C. Ammarcha, C. Gatumel, J.-L. Dirion, M. Cabassud, V. Mizonov, and H. Berthiaux. Powder flow and mixing in a continuous mixer operating in either transitory or steady-state regimes : Mesoscopic markov chain models. *Powder technology*, 346 :116–136, 2019. [Cited in page iii]

[6] C. André, J. Demeyre, C. Gatumel, H. Berthiaux, and C. Delaplace. Dimensional analysis for planetary mixer homogenizing granular materials : mixing time and froude numbers. *Chem. Eng. J*, 198 :199, 2012. [Cited in page iii]

[7] B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Granular media : between fluid and solid*. Cambridge University Press, 2013. [Cited in pages 49 and 56]

[8] R. Artoni, G. Loro, P. Richard, F. Gabrieli, and A. C. Santomaso. Drag in wet granular materials. *Powder Technology*, 356 :231–239, 2019. [Cited in page iii]

[9] R. Artoni, A. Soligo, J.-M. Paul, and P. Richard. Shear localization and wall friction in confined dense granular flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 849 :395–418, 2018. [Cited in page iii]

[10] S. Athani and P. Rognon. Inertial drag in granular media. *Physical Review Fluids*, 4(12) :124302, 2019. [Cited in pages iv, 16 and 203]

[11] A. Barkouti. *Agglomération humide de poudres à réactivité de surface-Approche mécanistique de la morphogenèse de structures alimentaires agglomérées*. PhD thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc, 2012. [Cited in page 127]

[12] D. Barling, D. A. Morton, and K. Hapgood. Pharmaceutical dry powder blending and scale-up : maintaining equivalent mixing conditions using a coloured tracer powder. *Powder technology*, 270 :461–469, 2015. [Cited in pages iii and 17]

[13] B. Bellocq. Approche multi-échelles pour la maîtrise technologique de la transformation de la semoule de blé dur en couscous. 2017. [Cited in pages 18 and 208]

[14] H. Berthiaux. *Mélange et homogénéisation des solides divisés*. Ed. Techniques Ingénieur, 2002. [Cited in page iii]

[15] H. Berthiaux, K. Marikh, and C. Gatumel. Continuous mixing of powder mixtures with pharmaceutical process constraints. *Chemical Engineering and Processing : Process Intensification*, 47(12) :2315–2322, 2008. [Cited in page iii]

[16] Y. Bertho, F. Giorgiutti-Dauphiné, and J.-P. Hulin. Dynamical janssen effect on granular packing with moving walls. *Physical review letters*, 90(14) :144301, 2003. [Cited in page 94]

[17] W. A. Beverloo, H. A. Leniger, and J. Van de Velde. The flow of granular solids through orifices. *Chemical engineering science*, 15(3-4) :260–269, 1961. [Cited in pages ii, 13, 49, 53 and 67]

[18] C. Bonnoit, T. Bertrand, E. Clément, and A. Lindner. Accelerated drop detachment in granular suspensions. *Physics of Fluids*, 24(4) :043304, 2012. [Cited in page 6]

[19] C. S. Campbell. Granular shear flows at the elastic limit. *Journal of fluid mechanics*, 465 :261–291, 2002. [Cited in page 36]

[20] B. Cazacliu and J. Legrand. Characterization of the granular-to-fluid state process during mixing by power evolution in a planetary concrete mixer. *Chemical Engineering Science*, 63(18) :4617–4630, 2008. [Cited in page iii]

[21] G. R. Chandratilleke, A. Yu, and J. Bridgwater. A dem study of the mixing of particles induced by a flat blade. *Chemical Engineering Science*, 79 :54–74, 2012. [Cited in pages ii and 17]

[22] P. Claudin. *La Physique des tas de sable (Volume 24 n° 2) : Annales de Physique (Volume 24 n° 2)*. EDP sciences, 2012. [Cited in pages 13 and 49]

[23] G. Combe, V. Richefeu, M. Stasiak, and A. P. Atman. Experimental validation of a nonextensive scaling law in confined granular media. *Physical review letters*, 115(23) :238301, 2015. [Cited in page 132]

[24] D. Costantino, T. Scheidemantel, M. B. Stone, C. Conger, K. Klein, M. Lohr, Z. Modig, and P. Schiffer. Starting to move through a granular medium. *Physical review letters*, 101(10) :108001, 2008. [Cited in page iv]

[25] P. Coussot and G. Ovarlez. Physical origin of shear-banding in jammed systems. *The European Physical Journal E*, 33(3) :183–188, 2010. [Cited in page iii]

[26] P. A. Cundall. A computer model for simulating progressive, large-scale movement in blocky rock system. In *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics, 1971*, 1971. [Cited in page ii]

[27] P. A. Cundall and O. D. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979. [Cited in pages ii, 29 and 35]

[28] B. Cuq, H. Berthiaux, and C. Gatumel. Powder mixing in the production of food powders. In *Handbook of Food Powders*, pages 200–229. Elsevier, 2013. [Cited in pages iii and 17]

[29] B. Cuq, S. Mandato, R. Jeantet, K. Saleh, and T. Ruiz. Agglomeration/granulation in food powder production. In *Handbook of Food Powders*, pages 150–177. Elsevier, 2013. [Cited in page iii]

[30] P. Dantu. Proceedings of the 4th international conference on soil mechanics and foundations engineering. 1957. [Cited in page ii]

[31] D. Daraio, J. Villoria, A. Ingram, A. Alexiadis, E. Hugh Stitt, and M. Marigo. Validation of a discrete element method (dem) model of the grinding media dynamics within an attritor mill using positron emission particle tracking (pept) measurements. *Applied Sciences*, 9(22) :4816, 2019. [Cited in page iii]

[32] P. De Gennes. Reflections on the mechanics of granular matter. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 261(3-4) :267–293, 1998. [Cited in page 13]

[33] P.-G. de Gennes. Granular matter : a tentative view. *Reviews of modern physics*, 71(2) :S374, 1999. [Cited in pages i, 9, 10, 13, 49 and 64]

[34] S. Deboeuf, O. Dauchot, L. Staron, A. Mangeney, and J.-P. Vilotte. Memory of the unjamming transition during cyclic tiltings of a granular pile. *Physical Review E*, 72(5) :051305, 2005. [Cited in page iv]

[35] R. Delannay, A. Valance, A. Mangeney, O. Roche, and P. Richard. Granular and particle-laden flows : from laboratory experiments to field observations. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 50(5) :053001, 2017. [Cited in page ii]

[36] G. Delaplace, R. K. Thakur, L. Bouvier, C. André, and C. Torrez. Dimensional analysis for planetary mixer : mixing time and reynolds numbers. *Chemical Engineering Science*, 62(5) :1442–1447, 2007. [Cited in page 124]

[37] J.-Y. Delenne. *Milieux granulaires à comportement solide. Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion, validation et applications*. PhD thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc, 2002. [Cited in page 6]

[38] R. Di Felice and C. Scapinello. On the interaction between a fixed bed of solid material and the confining column wall : the janssen approach. *Granular Matter*, 12(1) :49–55, 2010. [Cited in pages 13 and 107]

[39] Y. Ding, N. Gravish, and D. I. Goldman. Drag induced lift in granular media. *Physical review letters*, 106(2) :028001, 2011. [Cited in pages 14, 15, 191, 197 and 207]

[40] G. Dubois, J. Cesbron, H. Yin, F. Anfosso-Lédée, and D. Duhamel. Statistical estimation of low frequency tyre/road noise from numerical contact forces. *Applied Acoustics*, 74(9) :1085–1093, 2013. [Cited in page 9]

[41] S. Dumont, J. Fortin, and Y. Ouafik. Polarization of contact forces in multi-contact systems. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 19(1-3) :77–88, 2010. [Cited in page 100]

[42] M. Ebrahimi, A. Yaraghi, F. Ein-Mozaffari, and A. Lohi. The effect of impeller configurations on particle mixing in an agitated paddle mixer. *Powder technology*, 332 :158–170, 2018. [Cited in page iii]

[43] P. Evesque. Quelques aspects de la dynamique des milieux granulaires. *Poudres & grains*, 13(4) :40–73, 2002. [Cited in page iv]

[44] M. Fakih, J.-Y. Delenne, F. Radjai, and T. Fourcaud. Root growth and force chains in a granular soil. *Physical Review E*, 99(4) :042903, 2019. [Cited in pages iii, 16, 17 and 33]

[45] G. Félix, V. Falk, and U. d'Ortona. Granular flows in a rotating drum : the scaling law between velocity and thickness of the flow. *The European Physical Journal E*, 22(1) :25–31, 2007. [Cited in page ii]

[46] L. Fullard, E. Breard, C. Davies, A. Godfrey, M. Fukuoka, A. Wade, J. Dufek, and G. Lube. The dynamics of granular flow from a silo with two symmetric openings. *Proceedings of the Royal Society A*, 475(2221) :20180462, 2019. [Cited in page iv]

[47] M. Gates, J. Wittmer, J.-P. Bouchaud, and P. Claudin. Jamming and stress propagation in particulate matter. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 263(1-4) :354–361, 1999. [Cited in page 100]

[48] F. Gilabert, J.-N. Roux, and A. Castellanos. Computer simulation of model cohesive powders : influence of assembling procedure and contact laws on low consolidation states. *Physical review E*, 75(1) :011303, 2007. [Cited in pages 35 and 36]

[49] C. Goujon. *Ecoulements granulaires bidisperses sur plans inclinés rugueux*. PhD thesis, Université de Provence-Aix-Marseille I, 2004. [Cited in page 3]

[50] N. Gravish, P. B. Umbanhowar, and D. I. Goldman. Force and flow transition in plowed granular media. *Physical review letters*, 105(12) :128301, 2010. [Cited in pages 125 and 136]

[51] F. Guillard, Y. Forterre, and O. Pouliquen. Lift forces in granular media. *Physics of Fluids*, 26(4) :043301, 2014. [Cited in pages 15, 150, 197 and 207]

[52] É. Guyon, J.-Y. Delenne, and F. Radjai. *Matière en grains*. Odile Jacob, 2017. [Cited in page 40]

[53] E. Guyon, J.-Y. Delenne, F. Radjai, and E. Butler. *Built on Sand-the Science of Granular Materials*. Mit Press, 2020. [Cited in page 125]

[54] I. Hafsa. *Maîtrise de la texturation des poudres céréalières réactives : étude des mécanismes d'agglomération humide et de séchage. : Application à la semoule de blé dur*. PhD thesis, Montpellier, 2015. [Cited in page 18]

[55] C. Hanotin, S. K. De Richter, P. Marchal, L. J. Michot, and C. Baravian. Vibration-induced liquefaction of granular suspensions. *Physical Review Letters*, 108(19) :198301, 2012. [Cited in page ii]

[56] S. F. Hoerner. Fluid-dynamic drag. *Hoerner fluid dynamics*, 1965. [Cited in page 191]

[57] D. Houdoux, T. B. Nguyen, A. Amon, and J. Crassous. Plastic flow and localization in an amorphous material : experimental interpretation of the fluidity. *Physical Review E*, 98(2) :022905, 2018. [Cited in page 136]

[58] H. Janssen. Versuche uber getreidedruck in silozellen. *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, 39(35) :1045–1049, 1895. [Cited in pages i, 9, 10, 27, 49, 90 and 188]

[59] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094) :727–730, 2006. [Cited in page 5]

[60] J. M. Juez, R. Artoni, and B. Cazacliu. Monitoring of concrete mixing evolution using image analysis. *Powder technology*, 305 :477–487, 2017. [Cited in pages iii and 17]

[61] E. Kolb, V. Legué, and M.-B. Bogeat-Triboulot. Physical root–soil interactions. *Physical biology*, 14(6) :065004, 2017. [Cited in pages iii, 17 and 87]

[62] E. Kolb, T. Mazozi, E. Clément, and J. Duran. Force fluctuations in a vertically pushed granular column. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 8(3) :483–491, 1999. [Cited in pages iv, 16 and 87]

[63] M. K. Langroudi, J. Sun, S. Sundaresan, and G. Tardos. Transmission of stresses in static and sheared granular beds : The influence of particle size, shearing rate, layer thickness and sensor size. *Powder Technology*, 203(1) :23–32, 2010. [Cited in page 107]

[64] T. Le Pennec, K. J. Måløy, A. Hansen, M. Ammi, D. Bideau, and X.-l. Wu. Ticking hour glasses : experimental analysis of intermittent flow. *Physical Review E*, 53(3) :2257, 1996. [Cited in page ii]

[65] J. Lehuen, J.-Y. Delenne, A. Duri, and T. Ruiz. Forces and flow induced by a moving intruder in a granular packing : coarse-graining and dem simulations versus experiments. *Granular Matter*, 22(4) :1–12, 2020. [Cited in pages 123 and 203]

[66] B. Leveau. *Transfert de chaleur en milieu granulaire : application au dimensionnement d'un refroidisseur de poudre*. PhD thesis, Compiègne, 1990. [Cited in page 9]

[67] J. Liu, Q. Shi, X. Liang, L. Yang, and G. Sun. Size dependence of effective mass in granular columns. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 388(4) :379–384, 2009. [Cited in page 107]

[68] R. D. Maladen, Y. Ding, C. Li, and D. I. Goldman. Undulatory swimming in sand : subsurface locomotion of the sandfish lizard. *science*, 325(5938) :314–318, 2009. [Cited in pages 14 and 150]

[69] R. D. Maladen, Y. Ding, P. B. Umbanhowar, A. Kamor, and D. I. Goldman. Mechanical models of sandfish locomotion reveal principles of high performance subsurface sand-swimming. *Journal of The Royal Society Interface*, 8(62) :1332–1345, 2011. [Cited in pages 14 and 150]

[70] S. Mandato. *Génie des procédés d'agglomération de poudres alimentaires : éléments de phénoménologie des apports d'eau et d'énergie mécanique*. PhD thesis, PhD thesis. Centre 99 Advances in Food Powder Agglomeration Engineering, 2012. [Cited in pages iv, 13, 14, 18, 20, 70, 72, 120, 203 and 207]

[71] S. Mandato, B. Cuq, and T. Ruiz. Experimental study of vertical stress profiles of a confined granular bed under static and dynamic conditions. *The European Physical Journal E*, 35(7) :56, 2012. [Cited in pages 16, 120 and 125]

[72] S. Mandato, T. Ruiz, and B. Cuq. What is janssen's length doing in an agglomerator ? *Powder technology*, 238 :56–63, 2013. [Cited in pages iii, 13 and 188]

[73] P. Marchal and L. Choplin. Eléments de physique statistique appliqués à la rhéologie des milieux granulaires non-cohésifs : le modèle du château de sables mouvants. *Rhéologie*, 5 :10–26, 2004. [Cited in page iv]

[74] M. C. Marinack Jr, R. E. Musgrave, and C. F. Higgs III. Experimental investigations on the coefficient of restitution of single particles. *Tribology Transactions*, 56(4) :572–580, 2013. [Cited in page 30]

[75] A. J. Matchett and T. Yanagida. Elastic modulus of powder beds—the effects of wall friction : a model compared to experimental data. *Powder technology*, 137(3) :148–158, 2003. [Cited in page 107]

[76] N. M. Mello, H. A. Paiva, G. Combe, and A. Atman. Fingering phenomena during grain–grain displacement. *Computational Particle Mechanics*, 4(2) :153–164, 2017. [Cited in page 36]

[77] T. Miller, P. Rognon, B. Metzger, and I. Einav. Eddy viscosity in dense granular flows. *Physical review letters*, 111(5) :058002, 2013. [Cited in page 132]

[78] S. Miyai, M. Kobayakawa, T. Tsuji, and T. Tanaka. Influence of particle size on vertical plate penetration into dense cohesionless granular materials (large-scale dem simulation using real particle size). *Granular Matter*, 21(4) :105, 2019. [Cited in pages 125 and 136]

[79] J. J. Moreau. Sorne numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 13(4-suppl) :93–114, 1994. [Cited in page ii]

[80] J.-C. Motte, J.-Y. Delenne, X. Rouau, and C. Mayer-Laigle. Mineral–vegetal co-milling : An effective process to improve lignocellulosic biomass fine milling and to increase interweaving between mixed particles. *Bioresource technology*, 192 :703–710, 2015. [Cited in page iii]

[81] F. J. Muzzio, P. Robinson, C. Wightman, and D. Brone. Sampling practices in powder blending. *International journal of pharmaceutics*, 155(2) :153–178, 1997. [Cited in pages iii and 17]

[82] R. M. Nedderman. *Statics and kinematics of granular materials*. Cambridge University Press, 2005. [Cited in page i]

[83] M. Ouriemi, P. Aussillous, and E. Guazzelli. Sediment dynamics. part 2. dune formation in pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, (636) :321–336, 2009. [Cited in page ii]

[84] G. Ovarlez. *Statique et rhéologie d'un milieu granulaire confiné*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2002. [Cited in pages 13, 20, 87, 94 and 120]

[85] G. Ovarlez and E. Clément. Elastic medium confined in a column versus the janssen experiment. *The European Physical Journal E*, 16(4) :421–438, 2005. [Cited in pages 13, 14, 20, 120 and 207]

[86] G. Ovarlez, C. Fond, and E. Clément. Overshoot effect in the janssen granular column : a crucial test for granular mechanics. *Physical Review E*, 67(6) :060302, 2003. [Cited in pages 13, 25, 94, 118 and 201]

[87] G. Ovarlez, S. Rodts, X. Chateau, and P. Coussot. Phenomenology and physical origin of shear localization and shear banding in complex fluids. *Rheologica acta*, 48(8) :831–844, 2009. [Cited in page iii]

[88] M. Pailha, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Initiation of underwater granular avalanches : influence of the initial volume fraction. *Physics of fluids*, 20(11) :111701, 2008. [Cited in page ii]

[89] S. Pantaleev, S. Yordanova, A. Janda, M. Marigo, and J. Y. Ooi. An experimentally validated dem study of powder mixing in a paddle blade mixer. *Powder Technology*, 311 :287–302, 2017. [Cited in page iii]

[90] L. Petit, J.-P. Hulin, and É. Guyon. *Hydrodynamique physique 3e édition (2012)*. EDP Sciences, 2012. [Cited in pages ii, 13, 80 and 190]

[91] R. Pfeffer, R. N. Dave, D. Wei, and M. Ramlakhan. Synthesis of engineered particulates with tailored properties using dry particle coating. *Powder Technology*, 117(1-2) :40–67, 2001. [Cited in page 127]

[92] T. Pöschel and N. V. Brilliantov. *Granular gas dynamics*, volume 624. Springer Science & Business Media, 2003. [Cited in page 3]

[93] A. Qadir, H. Guo, X. Liang, Q. Shi, and G. Sun. Effect of the ratios of diameter of silo to bead on the pressure screening in granular columns. *The European Physical Journal E*, 31(3) :311–314, 2010. [Cited in pages 13 and 107]

[94] F. Radjaï and F. Dubois. *Discrete-element modeling of granular materials*. 2011. [Cited in page 29]

[95] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, and S. Roux. Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Physical review letters*, 77(2) :274, 1996. [Cited in pages ii, 99 and 135]

[96] F. Radjai and S. Roux. Turbulentlike fluctuations in quasistatic flow of granular media. *Physical review letters*, 89(6) :064302, 2002. [Cited in page 132]

[97] F. Radjai, S. Roux, and J. J. Moreau. Contact forces in a granular packing. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 9(3) :544–550, 1999. [Cited in page 99]

[98] F. Radjai, D. Wolf, S. Roux, M. Jean, and J. J. Moreau. Force networks in granular packing. In *HLRZ-Workshop on Friction, Arching, Contact Dynamics*, pages 169–179, 1997. [Cited in page ii]

[99] F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical review letters*, 80(1) :61, 1998. [Cited in page 99]

[100] S. Radl, D. Brandl, H. Heimburg, B. J. Glasser, and J. G. Khinast. Flow and mixing of granular material over a single blade. *Powder technology*, 226 :199–212, 2012. [Cited in pages ii and 17]

[101] B. Remy, J. G. Khinast, and B. J. Glasser. Wet granular flows in a bladed mixer : experiments and simulations of monodisperse spheres. *AIChE journal*, 58(11) :3354–3369, 2012. [Cited in page iii]

[102] I. Roberts. I. determination of the vertical and lateral pressures of granular substances. *Proceedings of the Royal Society of London*, 36(228-231) :225–240, 1883. [Cited in pages i and 9]

[103] P. Rognon. Ecoulements granulaires sur plan incliné : étude expérimentale de la transition vers l'arrêt. *Rapport de maîtrise, Université de Marne la Vallée*, 2002. [Cited in page 3]

[104] P. G. Rognon, J.-N. Roux, M. Naaïm, and F. Chevoir. Dense flows of bidisperse assemblies of disks down an inclined plane. *Physics of Fluids*, 19(5) :058101, 2007. [Cited in page 3]

[105] P. G. Rognon, J.-N. Roux, M. Naaim, and F. Chevoir. Dense flows of cohesive granular materials. *Journal of Fluid Mechanics*, 596 :21–47, 2008. [Cited in page 34]

[106] E. Rondet, M. Delalonde, T. Ruiz, and J. P. Desfours. Fractal formation description of agglomeration in low shear mixer. *Chemical Engineering Journal*, 164(2-3) :376–382, 2010. [Cited in page iii]

[107] T. Ruiz. Explorations d'archétypes de mélanges grains, gouttes, bulles. In *Habilitation à diriger des recherches*, volume 2. Université de Montpellier, 2012. [Cited in page 3]

[108] M. Saad. *Étude des mécanismes d'agglomération des poudres céréaliers : contribution des caractéristiques physiques et chimiques des particules sur leur réactivité. Application pour la fabrication de couscous.* PhD thesis, Montpellier, SupAgro, 2011. [Cited in page 18]

[109] K. Saleh and P. GUIGON. Mise en oeuvre des poudres granulation humide : bases et théorie. *Techniques de l'ingénieur. Génie des procédés*, (J2253), 2009. [Cited in pages iii and 18]

[110] K. Saleh and P. Guigon. Mise en oeuvre des poudres- stockage écoulement des silos. *Techniques de L'ingénieur*, 2225 :1–30, 2012. [Cited in pages i, 9 and 10]

[111] J. Scher. Rhéologie, texture et texturation des produits alimentaires. *Tech. Ing*, 2006. [Cited in page iii]

[112] A. Seguin. *De la pénétration en milieu granulaire.* PhD thesis, 2010. [Cited in page 5]

[113] A. Seguin. Experimental study of some properties of the strong and weak force networks in a jammed granular medium. *Granular Matter*, 22 :1–8, 2020. [Cited in page 136]

[114] A. Seguin, Y. Bertho, F. Martinez, J. Crassous, and P. Gondret. Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium. *Physical Review E*, 87(1) :012201, 2013. [Cited in page iv]

[115] A. Seguin, C. Coulais, F. Martinez, Y. Bertho, and P. Gondret. Local rheological measurements in the granular flow around an intruder. *Physical Review E*, 93(1) :012904, 2016. [Cited in pages iv and 16]

[116] D. Serero, I. Goldhirsch, S. Noskowicz, and M. Tan. Hydrodynamics of granular gases and granular gas mixtures. *Journal of Fluid Mechanics*, 554 :237, 2006. [Cited in page 3]

[117] P. Shenoy, E. Xanthakis, F. Innings, C. Jonsson, J. Fitzpatrick, and L. Ahrné. Dry mixing of food powders : effect of water content and composition on mixture quality of binary mixtures. *Journal of Food Engineering*, 149 :229–236, 2015. [Cited in pages iii and 17]

[118] B. Smith and D. Frenkel. Understanding molecular simulations, 1996. [Cited in page 29]

[119] M. Sperl. Experiments on corn pressure in silo cells–translation and comment of janssen's paper from 1895. *Granular Matter*, 8(2) :59–65, 2006. [Cited in pages 10, 20 and 64]

[120] L. Staron, P.-Y. Lagrée, and S. Popinet. Continuum simulation of the discharge of the granular silo. *The European Physical Journal E*, 37(1) :5, 2014. [Cited in pages 25, 49 and 54]

[121] L. Staron and F. Radjai. Friction versus texture at the approach of a granular avalanche. *Physical Review E*, 72(4) :041308, 2005. [Cited in page 3]

[122] L. Staron, F. Radjai, and J.-P. Vilotte. Granular micro-structure and avalanche precursors. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(07) :P07014, 2006. [Cited in page 3]

[123] V. Sundaram and S. Cowin. A reassessment of static bin pressure experiments. *Powder Technology*, 22(1) :23–32, 1979. [Cited in page i]

[124] A. Taboada, K.-J. Chang, F. Radjaï, and F. Bouchette. Rheology, force transmission, and shear instabilities in frictional granular media from biaxial numerical tests using the contact dynamics method. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 110(B9), 2005. [Cited in page ii]

[125] A. Taboada and N. Estrada. Rock-and-soil avalanches : Theory and simulation. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 114(F3), 2009. [Cited in page ii]

[126] P. A. Thompson and M. O. Robbins. Origin of stick-slip motion in boundary lubrication. *Science*, 250(4982) :792–794, 1990. [Cited in page ii]

[127] L. Vanel. *Etude expérimentale de l'équilibre mécanique d'un milieu granulaire : exemples du silo et du tas de sable*. PhD thesis, 1999. [Cited in pages 20 and 49]

[128] L. Vanel, P. Claudin, J.-P. Bouchaud, M. Cates, E. Clément, and J. Wittmer. Stresses in silos : comparison between theoretical models and new experiments. *Physical review letters*, 84(7) :1439, 2000. [Cited in page 49]

[129] L. Vanel and E. Clément. Pressure screening and fluctuations at the bottom of a granular column. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 11(3) :525–533, 1999. [Cited in page 20]

[130] L. Vanel, D. Howell, D. Clark, R. Behringer, and E. Clément. Memories in sand : Experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles. *Physical Review E*, 60(5) :R5040, 1999. [Cited in pages 20, 49, 66, 69 and 71]

[131] C. Voivret. *Texture et comportement des matériaux granulaires à grande polydispersité*. PhD thesis, 2008. [Cited in pages 3 and 76]

[132] C. Voivret, F. Radjai, J.-Y. Delenne, and M. S. El Youssoufi. Multiscale force networks in highly polydisperse granular media. *Physical review letters*, 102(17) :178001, 2009. [Cited in page 30]

[133] Y. Wang, Y. Lu, and J. Y. Ooi. Finite element modelling of wall pressures in a cylindrical silo with conical hopper using an arbitrary lagrangian–eulerian formulation. *Powder Technology*, 257 :181–190, 2014. [Cited in page 49]

[134] T. Weinhart, C. Labra, S. Luding, and J. Y. Ooi. Influence of coarse-graining parameters on the analysis of dem simulations of silo flow. *Powder technology*, 293 :138–148, 2016. [Cited in pages 39 and 40]

[135] J. Williams, D. Al-Salman, and A. Birks. Measurement of static stresses on the wall of a cylindrical container for particulate solids. *Powder technology*, 50(3) :163–175, 1987. [Cited in page 13]

[136] A. Yaraghi, M. Ebrahimi, F. Ein-Mozaffari, and A. Lohi. Mixing assessment of non-cohesive particles in a paddle mixer through experiments and discrete element method (dem). *Advanced Powder Technology*, 29(11) :2693–2706, 2018. [Cited in page iii]

Rhéophysique de colonnes granulaires perturbées par un intrus mécanique :
Analyses numérique et expérimentale pour des procédés de mélange/malaxage.

Résumé : Les travaux réalisés dans cette thèse explorent les réponses comportementales d'un matériau granulaire disposé dans une cellule et soumis à la perturbation mécanique d'un intrus. Ils sont présentés selon deux grandes parties où sont déclinées les approches expérimentales et numériques développées : (i) la description de l'état de mise en œuvre d'un milieu granulaire pulvérulent (versement des grains et état statique de la colonne granulaire) et (ii) la quantification des perturbations du lit de grains par l'ascension d'un intrus initialement placé au fond de la cellule. Cette configuration spécifique constitue une simplification 2D de sollicitations réelles, plus complexes, qui entrent en jeu dans les opérations unitaires de mélange ou de malaxage de matériaux granulaires, telles qu'usitées dans les secteurs industriels de l'agroalimentaire, des agrofournitures, du génie civil ou encore pharmaceutique. Ces opérations technologiques, aux efficacités et rendements énergétiques généralement étudiés empiriquement selon des plans d'expériences, sous-tendent des questions scientifiques qui ajoutent une dimension cognitive à l'intérêt déjà important que représentent leurs enjeux d'optimisation.

Pour y répondre, deux approches multi-échelles complémentaires sont conduites. La première, expérimentale se base sur un pilote spécialement développé dans le cadre de cette thèse. La seconde consiste à réaliser des simulations numériques par la Méthode des Eléments Discrets (DEM) couplée à une procédure de type "coarse-graining".
Mots-clés : Matériaux granulaires, écoulement granulaire, intrus, DEM, PIV, coarse-graining.

Rheophysics of granular columns disturbed by a mechanical intruder :
Numerical and experimental analyzes for mixing/kneading processes.

Abstract : The work carried out in this thesis explores the behavioral responses of a granular material placed in a cell and subjected to the mechanical disturbance of an intruder. It is divided in two main parts where the experimental and numerical approaches developed are declined : (i) description of the implementation status of a powdery granular medium (grain pouring and static state of the granular column) and (ii) quantification of a granular bed disturbances by the ascent of an intruder initially placed at the bottom of the cell. This specific configuration constitutes a 2D simplification of real, more complex mechanical stresses that appear in unit operations of mixing or kneading granular materials, such as those used in the industrial sectors of the food industry, agricultural supplies, civil engineering or pharmaceutical. These technological operations, with energy efficiency generally studied empirically according to experimental designs, underlie scientific questions which add a cognitive dimension to the already significant interest represented by their optimization challenges.

To answer these questions, two complementary multi-scale approaches are carried out. The first, experimental, is based on a pilot specially developed in this thesis. The second consists in perform numerical simulations by the Discrete Element Method (DEM) coupled with a procedure named coarse-graining.
Keywords : Granular materials, granular flow, intruder, DEM, PIV, coarse-graining.