Numéro National de Thèse : 2020LYSEN021

**Thèse de Doctorat de l'Université de Lyon**
opérée par
**l'École Normale Supérieure de Lyon**

École Doctorale N ° 52
Physique et Astrophysique (PHAST)

Spécialité de doctorat : Sismologie
Discipline : Sciences de la Terre

Soutenue publiquement le 26/06/2020 par :

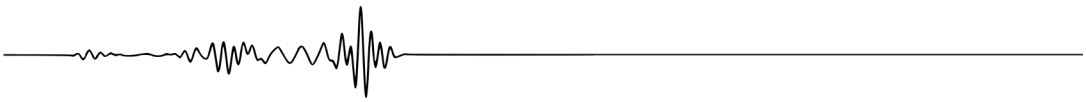
**Chloé ALDER**

# Étude de la déformation de la croûte et du manteau terrestres à partir de l'anisotropie sismique des modèles tomographiques

Devant le jury composé de

| | | | |
|---|---|---|---|
| Éric Beucler | Professeur | Université de Nantes | Rapporteur |
| Valérie Maupin | Professeure | Université d'Oslo | Rapporteure |
| Chloé Michaut | Professeure | ENS de Lyon | Examinatrice |
| Anne Paul | Directrice de recherche | Université Grenoble Alpes | Examinatrice |
| Éric Debayle | Directeur de recherche | ENS de Lyon | Directeur |
| Thomas Bodin | Chargé de recherche | ENS de Lyon | Co-encadrant |

# Remerciements



Qu'il est agréable d'écrire cette partie du manuscrit (qui sera sûrement la plus lue !) et de toucher du doigt l'aboutissement d'un projet. Le doctorat est certainement une expérience unique en son genre. On se lance enfin dans un projet de recherche sur plusieurs années au cours duquel on ne cesse de découvrir des choses et de faire des rencontres enrichissantes. Néanmoins, si une thèse vient avec son lot de réussites, elle vient également avec son lot de difficultés, et je n'y ai pas échappé. J'aimerais donc remercier ici les personnes qui m'ont soutenue et qui ont participé au bon déroulement de ma thèse.

Mes premiers remerciements vont à mes encadrants, Éric et Thomas : vous avez largement contribué à faire de ces quatre années une expérience intéressante et enrichissante. Vous avez su à la fois me conseiller et me guider tout en me laissant une grande liberté dans la définition de mon projet et je vous en suis très reconnaissante. Merci également de m'avoir donné l'opportunité de mettre un pied dans la communauté internationale de sismologues en participant à diverses conférences. Enfin, merci d'avoir été là pour me remotiver dans les moments de doutes.

Je souhaite ensuite remercier les membres de mon jury, qui ont bien voulu évaluer mon travail : Éric Beucler, Valérie Maupin, Chloé Michaut et Anne Paul.

Le travail que j'ai effectué lors de ma thèse n'aurait pas pu être réalisé sans la collaboration de Yanick Ricard à Lyon, de Yann Capdeville à Nantes et de l'équipe de sismologie de Grenoble. Merci beaucoup à Laurent et Anne pour le calcul des corrélations de bruit. Laurent, je te remercie également pour ton initiation au traitement de bruit sismique et calcul de corrélations et pour avoir pris le temps de répondre à mes questions lors de la rédaction de mon manuscrit. Merci aussi aux autres membres de l'équipe Grenobloise, Helle, Yang, Dorian et Ahmed : nos discussions m'ont permis de voir les choses un peu différemment et d'avancer dans ma réflexion.

Fabien Dubuffet a aussi largement participé au bon déroulement de mon travail. Fabien, merci pour ta disponibilité et pour ton aide lors de mes galères de code et aussi d'ordinateur.

Au cours de mes années de thèse, j'ai rencontré beaucoup de personnes sympathiques au LGL dont certaines que je souhaite remercier particulièrement. Tout d'abord, les personnes avec qui j'ai partagé un bureau : Alice, merci pour toutes ces discussions, ta gentillesse et tes petits tips de productivité ☺,

Rémi et Vicky (le bureau des + beaux ☺) avec qui franchement j'ai passé de super bons moments, et enfin, Briscard, qui a grand remplacé Rémi et apporté une touche de virilité non négligeable dans le bureau (la plupart des gens qui liront ces lignes savent très bien de quoi je parle). Outre mon bureau, j'ai passé pas mal de temps dans la salle conviviale du R6 qui n'est pas seulement un lieu où on se sustente et boit le café mais c'est aussi l'endroit où on a dû dire le plus de conneries ! Je remercie donc les personnes avec qui j'ai partagé ces moments : Maxime (merci pour ces innombrables discussions et pour m'avoir initiée à tant de vidéos débiles dont les chansons restent bien dans la tête, #PiouPiou), Cédric (le meilleur imitateur de B. Sent), Lucia (ma meilleure coloc et besta de Grisou), Robin, Mélissa, Clément, Anastasis, Selma, Matthieu, Maëlis, Manu G., Ivan, Arnauld, Navid. Merci également à ceux que je croise moins souvent mais avec qui il est toujours agréable de prendre un café : Véro, Thierry, Manu M., Renaud, Marianne, Cécile, Stéphanie, Vincent L., Vincent G. et j'en oublie ! Merci aussi à Cathy pour ses conseils et son soutien moral dans la toute dernière ligne droite.

En plus des copains du labo, j'ai pu compter aussi sur mes amis de licence pour décompresser et rigoler. Niko, Fanny, Kévin, Marine, David, Inès : un grand merci pour tous ces bons moments passés ensemble. À Lyon, Manchester, Barcelone ou Berlin, peu importe le lieu, on est toujours heureux de se retrouver. Merci aussi aux personnes que j'ai rencontrées en agrég et notamment à Nico La Poupée, Marine, Olivus et Bichir ! Un énorme merci également à mes copines de lycée. Malheureusement, la distance nous empêche de nous voir aussi souvent qu'on aimerait mais chaque fois qu'on est ensemble, je suis sûre de délirer un bon coup. Merci donc à mes Cx' (ouais je mets en abrégé, j'assume pas...) : Chrix, Tifoune, Nina, Elvis, Marie, Alex.

Je voudrais également remercier ma famille, qui me soutient depuis toujours. En premier lieu, merci à mes parents, Christophe et Valérie, qui ont su éveiller ma curiosité pour la nature et ce qui nous entoure. Un grand merci à mon frère, Hugo, avec qui les sujets de conversation ne tarissent jamais et qui sait me faire rire en toutes circonstances. Merci beaucoup également à mes grands-parents, Yvette et Michel, qui me remplument à chaque fois que je retourne à la maison !

Pour terminer, je souhaite remercier de tout mon cœur la personne qui partage mon quotidien depuis plusieurs années. Dans les moments d'enthousiasme comme dans les moments de doute, merci à toi, Sylvain, d'être toujours là pour moi (et pour Grisou ☺).

# Table des matières

Liste des figures viii

Liste des tableaux xi

Introduction générale 1

Chapitre 1

Généralités sur les données et modèles tomographiques 9

1.1 Les données sismiques . . . 9

1.1.1 Les ondes sismiques dérivant d'une source ponctuelle . . . 10

1.1.2 Le bruit sismique ambiant . . . 14

1.2 Tomographie sismique . . . 16

1.2.1 Principe général, théorie et approximations associées . . . 16

1.2.2 Des observables différents pour imager une Terre unique . . . 19

Chapitre 2

Origine de l'anisotropie sismique dans les modèles tomographiques 25

2.1 Définitions et premières observations sismologiques . . . 25

2.2 Théorie de l'élasticité et anisotropie . . . 26

2.3 Du cristal aux observations sismologiques : l'anisotropie sismique comme indicateur de la déformation des roches . . . 32

2.3.1 Anisotropie dans les roches mantelliques . . . 32

2.3.2 Anisotropie dans les roches de la croûte . . . 35

2.4 Effet des hétérogénéités de petites longueurs d'onde sur l'anisotropie des modèles tomographiques : état des lieux . . . 35

Chapitre 3

Quantification de l'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques 39

3.1 Introduction . . . 40

3.2 Heterogeneities in the Earth's mantle . . . 41

3.3 The elastic homogenization . . . 43

3.4 Extrinsic anisotropy in 1-D isotropic layered media . . . 44

3.4.1 Creating 1-D velocity models with a $1/k$ power spectrum . . . 44

3.4.2 The Backus' homogenization . . . 44
3.4.3 Quantifying the level of extrinsic anisotropy . . . 48
3.5 Extrinsic anisotropy in 2-D isotropic mixing media . . . 53
3.5.1 2-D velocity models based on geodynamics . . . 53
3.5.2 The Fast Fourier Homogenization . . . 55
3.5.3 Quantifying extrinsic anisotropy in 2D . . . 55
3.5.4 Relation between level of heterogeneities and extrinsic anisotropy . . . 56
3.6 Discussion and conclusions . . . 60

Chapitre 4

Du bruit sismique aux courbes de dispersion d'ondes de surface : introduction à l'utilisation des corrélations de bruit en tomographie **65**

4.1 Concept général : intérêt des corrélations de bruit pour la tomographie d'ondes de surface 66
4.2 Du bruit sismique à la fonction de Green du milieu . . . 69
4.2.1 Prétraitement des enregistrements . . . 69
4.2.2 Estimation de la fonction de Green par corrélation de bruit . . . 69
4.3 De la fonction de Green aux courbes de dispersion d'ondes de surface : estimation des vitesses de groupe à partir des corrélations . . . 70
4.4 Sélection des courbes de dispersion avant étude tomographique . . . 72

Chapitre 5

Régionalisation de données de vitesse de groupe d'ondes de surface **77**

5.1 Méthode de régionalisation . . . 77
5.1.1 Données . . . 78
5.1.2 Modèle et paramétrisation du modèle . . . 78
5.1.3 Problème direct . . . 78
5.1.4 Problème inverse : moindres carrés linéarisés . . . 79
5.1.5 Estimation de la qualité de l'inversion . . . 81
5.1.6 Couverture spatiale en trajets . . . 83
5.2 Tests plats . . . 83
5.3 Résultats de régionalisation en Europe : modèle isotrope de vitesses de groupe d'ondes de Rayleigh et Love . . . 88

Chapitre 6

Inversion Bayésienne de courbes de dispersion en profondeur **89**

6.1 Inversion Bayésienne transdimensionnelle et hiérarchique . . . 89
6.1.1 Méthode générale . . . 89
6.1.2 Paramétrisation du modèle . . . 90
6.1.3 Inférence Bayésienne transdimensionnelle . . . 92
6.1.4 Fonction de vraisemblance . . . 93

6.1.5 Inférence Bayésienne hiérarchique . . . 94
6.1.6 Information *a priori* . . . 96
6.1.7 Échantillonnage transdimensionnel de la distribution *a posteriori* . . . 97
6.1.8 Estimation de l'ajustement des données moyennes . . . 98
6.2 Tests synthétiques . . . 98
6.2.1 Efficacité de la méthode d'inversion pour imager l'anisotropie radiale en profondeur . . . 99
6.2.2 Intérêt de la méthode par rapport aux méthodes classiques d'inversion pour l'imagerie de l'anisotropie radiale . . . 101
6.2.3 Effet d'une erreur sur la profondeur des discontinuités dans le modèle de référence . . . 105
6.3 Résultats de l'application en Europe . . . 106
6.3.1 Modèle 3-D de vitesse d'ondes $S_V$ et d'anisotropie radiale . . . 106
6.3.2 Commentaires sur l'ajustement des données . . . 107

Chapitre 7

Modèle tomographique anisotrope 3-D de la croûte et du manteau supérieur en Europe **111**
7.1 Contexte de l'étude . . . 112
7.1.1 Contexte géologique en Europe . . . 112
7.1.2 Aperçu des études sismologiques réalisées précédemment en Europe . . . 115
7.1.3 Le réseau sismique AlpArray : intérêt pour l'étude de la déformation en Europe . . . 122
7.2 Tomographique 3-D anisotrope de la croûte et du manteau supérieur européens à partir de données de bruit sismique . . . 124
7.2.1 Introduction . . . 125
7.2.2 Ambient noise processing and determination of group velocity dispersion curves . . . 128
7.2.3 Rayleigh and Love group velocity tomography . . . 131
7.2.4 Bayesian inversion for the deep shear velocity and anisotropic structure . . . 134
7.2.5 Radially anisotropic 3-D model for the European crust and uppermost mantle . . . 141
7.2.6 Discussion . . . 144
7.2.7 Conclusion . . . 148
7.2.8 Acknowledgements . . . 149
7.2.9 Supplementary material . . . 150

Conclusions et perspectives **152**
8.1 Résumé des travaux de thèse et principales conclusions . . . 152
8.2 Discussion sur l'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques . . . 155
8.3 Perspectives . . . 156

Bibliographie **159**

# Liste des figures


**Fig.** 1 Dommages associés au séisme de l'Aquila . . . 1
**Fig.** 2 Gravures de l'édition originale du roman *Voyage au centre de la Terre* (Verne, 1864) . 2
**Fig.** 3 Sismogramme enregistré en 1882 pour un séisme ayant eu lieu à Tokyo. . . . 3
**Fig.** 4 Premier enregistrement d'un téléséisme. . . . 4
**Fig.** 5 Structure interne simplifiée de la Terre et modèle PREM . . . 5
**Fig.** 6 Principe simplifié de la tomographie de temps de trajet. . . . 7

**Fig.** 1.1 Exemple d'enregistrement sismique. . . . 11
**Fig.** 1.2 Mouvement de particules engendré par le passage d'ondes sismiques. . . . 12
**Fig.** 1.3 Courbes de dispersion calculées dans le modèle PREM isotrope de Dziewoński et Anderson (1981). . . . 13
**Fig.** 1.4 Noyaux de sensibilité 1-D à la vitesse des ondes $S$ des ondes de surface. . . . 13
**Fig.** 1.5 Spectre de bruit sismique. . . . 15
**Fig.** 1.6 Schéma illustrant le principe d'inversion. . . . 18
**Fig.** 1.7 Répartition des séismes de magnitude M $>$ 4,5 sur l'ensemble du globe entre janvier 2018 et août 2019. . . . 21

**Fig.** 2.1 Représentation schématique des observations réalisées grâce aux ondes $Pn$ et illustrant l'anisotropie azimutale du manteau supérieur . . . 27
**Fig.** 2.2 Diagramme cristallographique d'un cristal orthorhombique d'olivine. . . . 33
**Fig.** 2.3 Effet de l'anisotropie de type LPO sur la propagation des ondes. . . . 34
**Fig.** 2.4 Les différents processus à l'origine de l'anisotropie observée dans les modèles tomographiques. . . . 37

**Fig.** 3.1 Coordinate system in the 1-D layered case. . . . 45
**Fig.** 3.2 1-D layered medium and its long wavelength equivalent, level of extrinsic anisotropy and power spectrum of heterogeneities. . . . 46
**Fig.** 3.3 Relation between level of heterogeneities and level of extrinsic anisotropy in the 1-D case. 51
**Fig.** 3.4 Relation between homogenization wavelength and level of extrinsic anisotropy in the 1-D case. . . . 52
**Fig.** 3.5 Designing of the 2-D marble-cake models. . . . 53
**Fig.** 3.6 Power spectra of heterogeneities in our 2-D marble-cake patterns. . . . 54
**Fig.** 3.7 Coordinate system in the 2-D case. . . . 57
**Fig.** 3.8 Homogenization of a 2-D isotropic marble-cake medium. . . . 58

**Fig.** 3.9 Relation between level of heterogeneities and level of extrinsic anisotropy in the 2-D case. 60
**Fig.** 3.10 Relation between homogenization wavelength and level of extrinsic anisotropy in the 2-D case . . . . . 61

**Fig.** 4.1 Principe de la corrélation de bruit sismique. . . . . 67
**Fig.** 4.2 Émergence des ondes de surface dans les corrélations de bruit sismique. . . . . 68
**Fig.** 4.3 Exemples de corrélations de référence calculées entre composantes verticales. . . . . 71
**Fig.** 4.4 Courbe de dispersion de l'onde de Rayleigh calculée à partir des corrélations ZZ entre deux stations européennes. . . . . 72
**Fig.** 4.5 Proportion de données sélectionnées par rapport au jeu de données initial. . . . . 74
**Fig.** 4.6 Histogrammes des vitesses de groupe d'ondes de Rayleigh et Love à 8 s et 30 s, avant et après sélection. . . . . 75

**Fig.** 5.1 Erreur estimée sur les données de vitesse de groupe des ondes de Rayleigh et de Love en fonction de la période. . . . . 80
**Fig.** 5.2 Évolution en fonction de la période des paramètres utilisés pour estimer la qualité de la régionalisation. . . . . 82
**Fig.** 5.3 Carte de densité de rais (nombre de rais sismiques par cellule) pour les périodes 5, 20, 40 et 60 s. . . . . 84
**Fig.** 5.4 Résultats des tests plats effectués aux périodes 5, 20, 40 et 60 s. . . . . 85
**Fig.** 5.5 Identique à la Fig.5.4 mais pour les périodes 70, 80, 90 et 100 s. . . . . 86
**Fig.** 5.6 Identique à la Fig.5.4 mais pour les périodes 8, 30 et 55 s. . . . . 87

**Fig.** 6.1 Paramétrisation du modèle. . . . . 91
**Fig.** 6.2 Tests synthétiques illustrant l'effet du niveau de bruit estimé sur les données dans le cadre de l'inférence Bayésienne transdimensionnelle. . . . . 95
**Fig.** 6.3 Résultats de tests synthétiques pour lesquels a été utilisé la méthode d'inversion Bayésienne transdimensionnelle hiérarchique. . . . . 100
**Fig.** 6.4 Ajustement des données et distributions *a posteriori* sur le nombre de couches et les paramètres de bruit $\sigma_R$ et $\sigma_L$ pour le test A de la Fig. 6.3. . . . . 102
**Fig.** 6.5 Tests synthétiques illustrant l'intérêt de la méthode Bayésienne transdimensionnelle hiérarchique par rapport aux méthodes d'inversion classiques basées sur des schémas d'optimisation. 103
**Fig.** 6.6 Résultats de tests synthétiques pour lesquels le modèle vrai est totalement isotrope ou totalement anisotrope. . . . . 104
**Fig.** 6.7 Tests synthétiques illustrant l'effet d'une erreur dans la position d'une discontinuité contenue dans le modèle de référence. . . . . 106
**Fig.** 6.8 Misfit des données moyennes tel que défini par l'Éq. 6.10 aux périodes 15 et 20 s pour les ondes de Rayleigh et de Love. . . . . 107
**Fig.** 6.9 Courbes de dispersion observées et calculées aux points A et B localisés sur les cartes de misfit de la Fig. 6.8. . . . . 108
**Fig.** 6.10 Courbes de dispersion des vitesses de groupe pour le mode fondamental et les 4 harmoniques supérieurs des ondes de Rayleigh et de Love calculées en milieu continental. . . . . 108

**Fig.** 7.1 Contexte tectonique en Méditerranée. . . . . 112
**Fig.** 7.2 Représentation 3-D de la géométrie des panneaux plongeants européen et adriatique. . 113
**Fig.** 7.3 Représentation des domaines lithosphériques continentaux et océaniques entrés en subduction depuis le Crétacé dans la région Méditerranéenne. . . . . 114
**Fig.** 7.4 Résultats de tomographie de bruit ambiant réalisée dans la région alpine par Lu *et al.* (2020). . . . . 116
**Fig.** 7.5 Carte de la profondeur du Moho. . . . . 117
**Fig.** 7.6 Géométrie du panneau plongeant adriatique sous les Apennins. . . . . 118
**Fig.** 7.7 Résultats de l'étude de l'anisotropie azimutale par splitting d'ondes $SKS$ par Salimbeni *et al.* (2018). . . . . 119
**Fig.** 7.8 Estimation de l'anisotropie radiale à partir de l'inversion en profondeur de vitesses de phases d'ondes de Rayleigh et de Love. . . . . 121
**Fig.** 7.9 Carte topographique de la région alpine et localisation des stations appartenant au réseau sismologique AlpArray. . . . . 123
**Fig.** 7.10 Carte représentant la distance à la station la plus proche pour chaque capteur sismique du réseau AlpArray. . . . . 124
**Fig.** 7.11 Topographic map of the study area. . . . . 125
**Fig.** 7.12 Map of stations used in this study. . . . . 128
**Fig.** 7.13 Number of data as a function of period and ensemble of selected Rayleigh and Love dispersion measurements. . . . . 130
**Fig.** 7.14 Group velocity perturbation maps for Rayleigh and Love waves at periods 8, 30 and 55 s. 133
**Fig.** 7.15 Ray density maps at periods 8 s, 30 s and 55 s. . . . . 135
**Fig.** 7.16 Results of several synthetic tests showing the capacity of the method to resolve the shear wave velocity structure as well as the radially anisotropic structure. . . . . 140
**Fig.** 7.17 Depth slices at 8 and 32 km in our 3-D model displaying perturbations of velocity, radial anisotropy and the probability of positive and negative radial anisotropy. . . . . 142
**Fig.** 7.18 Same as Fig. 7.18 but for depths 50 and 70 km. . . . . 143
**Fig.** 7.19 2-D cross-sections along the CIFALPS profile and posterior distributions of velocity and radial anisotropy for four points along the profile. . . . . 145
**Fig.** 7.20 2-D cross-sections along four profiles in the Apennines. . . . . 146
**Fig.** 7.21 Data misfit for Rayleigh and Love waves at 10, 30 and 55 s, as defined in Eq. 7.7. . . 151

# Liste des tableaux

**Tab.** 1 Structure interne de la Terre en 7 couches concentriques telle que définie initialement par Jeffreys et Bullen (1940). . . . . 5

**Tab.** 5.1 Longueurs de corrélation horizontale utilisées dans l'inversion en fonction de la période. 80

**Tab.** 6.1 Limites de la distribution *a priori* des différents paramètres inversés du modèle. . . . . 96

**Tab.** 7.1 Selection criteria applied to group velocity measurements at each period. . . . . 130

**Tab.** 7.2 Correlation lengths used in the tomographic inversion depending on period. This parameters controls the smoothing of the final model. . . . . 132

**Tab.** 7.3 A priori information used in the Bayesian inversion. . . . . 138

# Introduction générale

Dans la nuit du 5 au 6 avril 2009, à 3h32 heure locale, la région des Abruzzes, au cœur de l'Italie, est violemment secouée par un tremblement de terre de magnitude 6,3. Ce tristement célèbre séisme de l'Aquila est l'un des événements sismiques les plus dévastateurs d'Italie avec plus de 300 morts, 1 600 blessés et quelques 10 000 bâtiments endommagés ou détruits. Dix ans après la catastrophe, les images de ces villages pittoresques italiens complètement ravagés par les secousses ainsi que de leurs habitants à la rue, sont toujours dans les esprits. Outre ces manifestations spectaculaires et ponctuelles de mouvements brusques en surface, la Terre vibre, oscille et se déforme sans discontinuer sous l'effet d'ondes élastiques qui la traversent, et ce jusqu'en son centre situé à plus de 6370 km de profondeur.

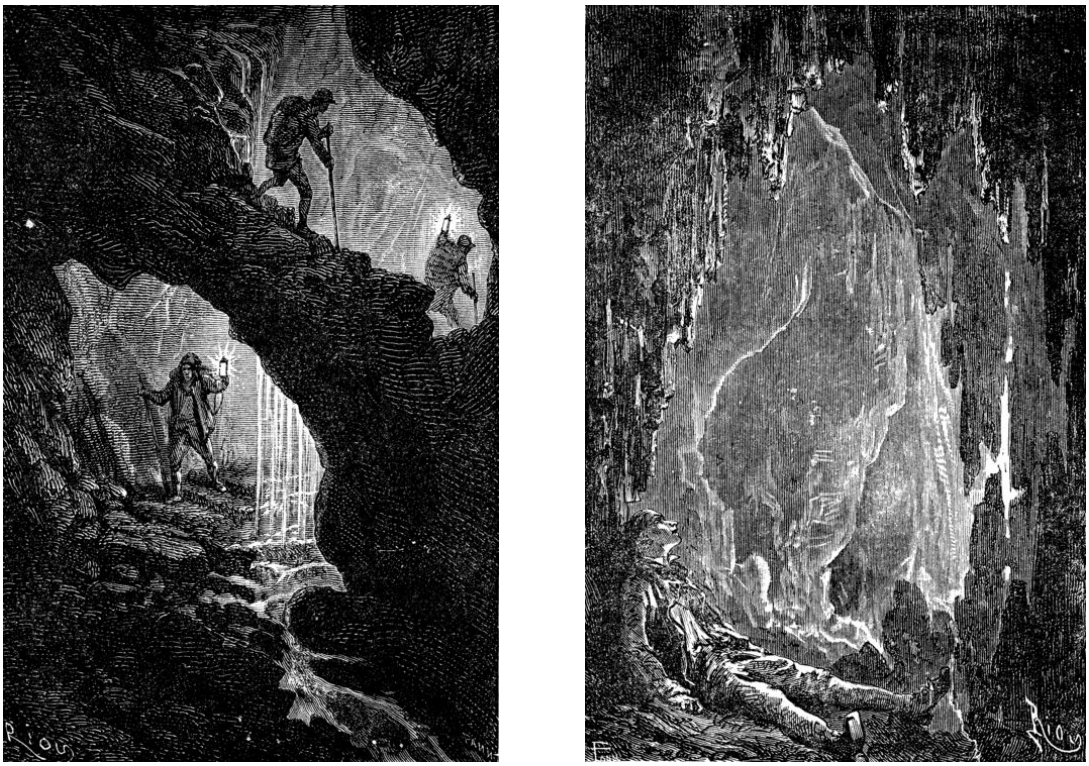


(A) (B)

**Fig. 1** – Bâtiments endommagés lors du séisme de l'Aquila, le 6 avril 2019. A) Bâtiments anciens de la commune de l'Aquila (Bartolomucci, 2017). B) Église de Paganica, commune située à quelques kilomètres à l'Est de l'Aquila (Papanikolaou *et al.*, 2010).

Les phénomènes sismiques ne représentent alors qu'une expression partielle de la déformation terrestre. Néanmoins, dès l'Antiquité, ils ont contribué à susciter l'intérêt des scientifiques pour l'intérieur de notre planète. Durant toute cette période, c'est la vision de la structure interne proposée par Aristote qui domine. Celui-ci suggère que notre planète est entièrement constituée de terre et de roches et présente des cavités et canaux dans sa partie superficielle ; le vent s'engouffrant dans ces cavités serait

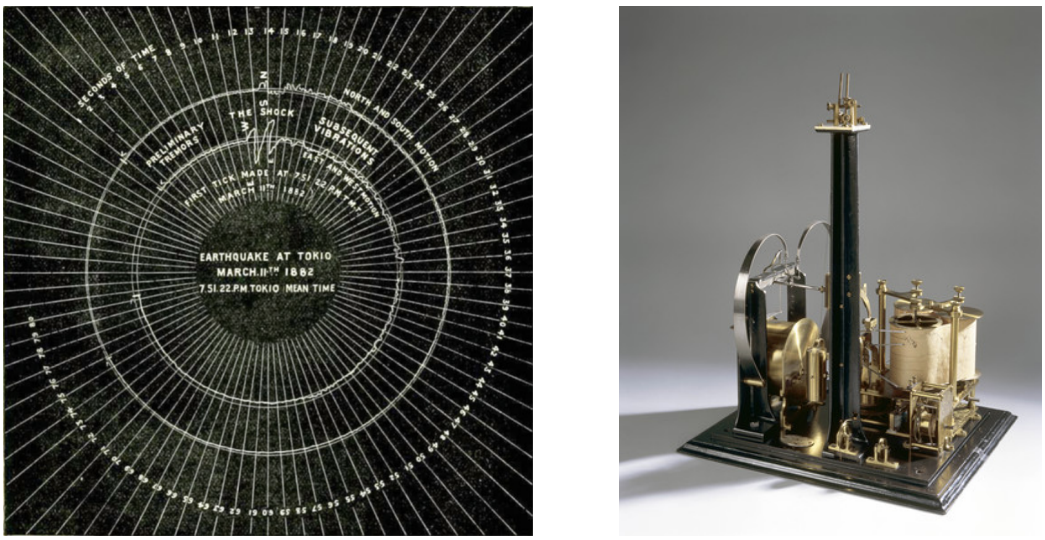
alors à l'origine des tremblements de terre. Les théories et modèles relatifs aux profondeurs du globe se sont alors multipliés au fil des siècles, alimentant parfois les fantasmes les plus fous, à l'image du roman *Voyage au centre de la Terre* de Jules Verne. Paru en 1864, cet ouvrage relate les aventures d'Axel et de son oncle, le professeur Lidenbrock, éminent géologue allemand. Dans l'espoir d'accéder au centre de la Terre, les deux personnages s'engouffrent dans la cheminée principale d'un volcan islandais, le Sneffels. Là débute leur périple dans les profondeurs terrestres où ils font une série de découvertes surréalistes : une mer souterraine, une forêt de champignons hauts de plusieurs mètres ou encore un humanoïde géant. Cependant, après ne s'être enfoncés que de quelques kilomètres sous terre, les protagonistes sont recrachés en surface par l'éruption du Stromboli, en Sicile.



(A) (B)

**Fig. 2** – Gravures d'Édouard Riou pour l'édition originale du roman *Voyage au centre de la Terre* (Verne, 1864). A) Les protagonistes s'enfoncent dans les profondeurs de la Terre en descendant une « vis tournante ». B) Le narrateur, Axel, se repose dans une gigantesque grotte souterraine.

Même si le récit de Jules Verne est tout droit sorti de son imagination, l'incapacité d'accéder aux profondeurs de la planète est un fait bien réel. De nos jours, les technologies modernes permettent de réaliser des forages dans la roche mais ceux-ci n'atteignent que les couches les plus superficielles du globe : le plus profond forage jamais réalisé n'a atteint que 12,3 km, soit à peine 0,2 % du rayon terrestre. L'étude de la structure interne du globe repose alors sur la mise en œuvre de méthodes d'investigation indirectes et complémentaires comme par exemple la géochimie, la gravimétrie ou la sismologie. Cette dernière se base sur l'enregistrement en surface de différents types d'ondes élastiques dont l'origine est




(A) (B)

**Fig. 3** – A) Sismogramme enregistré en 1882 pour un séisme ayant eu lieu à Tokyo (Musson, 2013). Cet enregistrement circulaire réalisé grâce au sismographe inventé par John Milne et son collaborateur, Thomas Gray, est typique des sismogrammes obtenus au début des années 1880 pour des séismes locaux. B) Exemple de sismographe créé par Milne et Gray. Celui-ci date de 1885 et enregistre les mouvements du sol en continu dans les trois directions de l'espace grâce à trois crayons associés à trois rouleaux de papier (Science Museum / Science & Society Picture Library, 1885).

directement liée aux séismes ou non. Ces ondes parcourent l'ensemble du volume et de la surface du globe, permettant ainsi d'imager à un instant $t$ la structure le long de leur trajet.

La sismologie s'est principalement développée à partir du XX$^{\text{ème}}$ siècle, suite à l'invention du premier sismographe par John Milne au début des années 1880. C'est néanmoins en 1889, que les scientifiques comprennent réellement qu'ils peuvent explorer l'intérieur de la Terre grâce aux ondes sismiques. En effet, cette année là, Ernest von Rebeur-Paschwitz enregistre à Potsdam un signal correspondant à des ondes sismiques émises par un tremblement de terre ayant eu lieu une heure plus tôt à des milliers de kilomètres de là, au Japon : c'est le premier enregistrement d'ondes sismiques ayant sondé les profondeurs de la Terre. Dès lors, l'utilisation systématique de sismographes a permis d'acquérir des résultats essentiels ayant conduit à l'élaboration des premiers modèles de Terre à couches concentriques. Ainsi, en 1906, l'analyse du retard d'ondes de compression (ondes P) observées à de grandes distances épicentrales conduit Richard Oldham à interpréter la réduction de vitesse de ces ondes par leur passage dans un noyau de grande taille, qui les ralentit (Oldham, 1906). Il prédit alors la présence d'une zone d'ombre associée au noyau, c.-à-d. l'existence de distances épicentrales pour lesquelles les ondes ne sont pas observées car déviées par le noyau. En 1912, Beno Gutenberg confirme l'existence de cette zone d'ombre et estime à 2900 km la profondeur de la limite manteau-noyau, qui porte désormais son nom (Gutenberg et Geiger, 1912; Gutenberg *et al.*, 1912). L'estimation actuelle de la profondeur de cette frontière est d'environ 2885 km ; une valeur très proche donc, de celle estimée il y a plus d'un siècle. C'est quelques

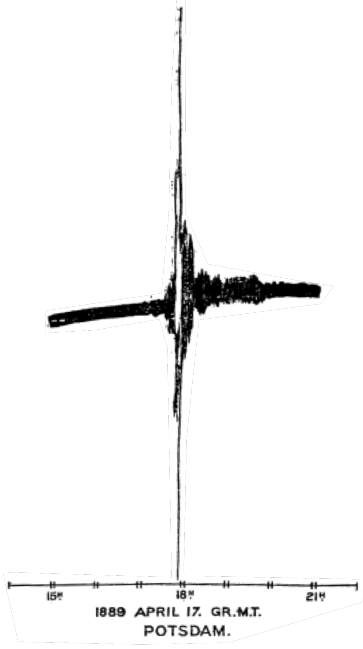



**Fig. 4** – Premier enregistrement d'un téléséisme (von Rebeur-Paschwitz, 1889). Ce sismogramme a été obtenu en avril 1889 à Potsdam, l'épicentre du séisme se situant au Japon.

années plus tôt, en 1909, qu'Andrija Mohorovičić met en évidence la discontinuité désormais nommée en son honneur : le Moho. À environ 50 km de profondeur, il observe une augmentation brusque de la vitesse des ondes $P$ qu'il interprète comme la limite entre le manteau et la croûte terrestre, l'enveloppe interne la plus superficielle (Mohorovičić, 1910a,b,c).

Bien que ces découvertes majeures aient apporté de nouvelles connaissances sur la structure interne de la Terre, la grande majorité des scientifiques du début du XX$^{\text{ème}}$ siècle considère que notre planète est entièrement solide. C'est en 1926 qu'en comparant la rigidité de la Terre déduite des marées terrestres à celle estimée à partir des vitesses de propagation des ondes de cisaillement (ondes S) Jeffreys suggère que le noyau est liquide (Jeffreys, 1926). Par ailleurs, les ondes $S$ ne se propageant pas dans les liquides et n'étant pas observées dans la zone d'ombre du noyau, c'est un argument supplémentaire en faveur de l'existence d'un noyau liquide. Par contre, en 1936, l'observation d'ondes $P$ dans cette zone d'ombre, jusqu'alors jamais détectées, conduit Inge Lehmann à proposer que le noyau terrestre serait en fait composé d'une graine entourée d'un noyau liquide (Lehmann, 1926), la graine étant composée de fer solide (Birch, 1952).

L'analyse systématique des ondes émises lors des séismes enregistrés sur l'ensemble du globe entre 1932 et 1939 a poussé Jeffreys et Bullen à la publication de tables compilant les temps de trajet des ondes de volume dans un modèle de Terre à 7 couches concentriques. Ces couches, identifiées par des lettres de A à G, sont listées dans la Table 1. Même s'il a par la suite été raffiné, notamment grâce au développement technologique et l'acquisition de nouvelles données, ce premier modèle 1D de la structure interne est très similaire dans les grandes lignes aux modèles de Terre établis depuis et dont le modèle présenté en Fig. 5 est un exemple.

| Nom | Profondeur de la base (km) | Zone interne |
|---|---|---|
| A | 33 | Croûte |
| B | 413 | Manteau supérieur |
| C | 984 | Zone de transition du manteau |
| D | 2898 | Manteau inférieur |
| E | 4982 | Noyau externe liquide |
| F | 5121 | Frontière noyau interne - graine |
| G | 6371 | Noyau interne solide |

**Tab. 1** – Structure interne de la Terre en 7 couches concentriques telle que définie initialement par Jeffreys et Bullen (1940).

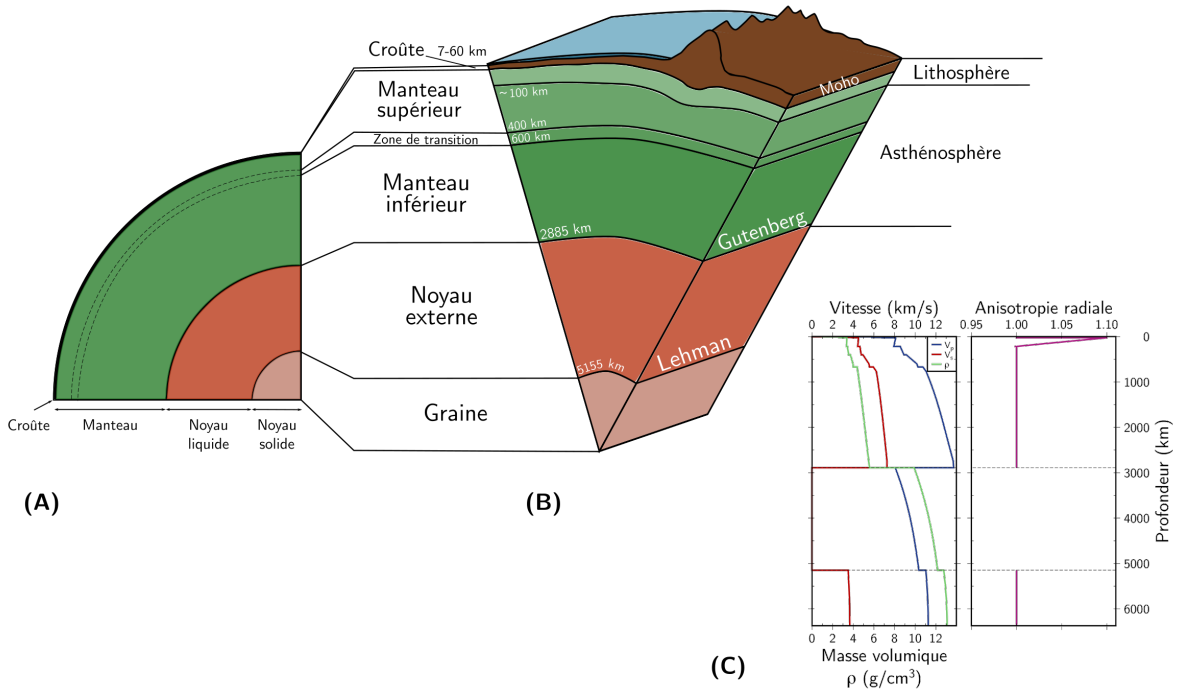



**Fig. 5** – Structure interne de la Terre et modèle radial de Terre PREM (Preliminary Reference Earth Model de Dziewoński et Anderson (1981)). A) Représentation simplifiée et à l'échelle de la structure en couches concentriques de la Terre. B) Schéma 3D d'une portion de Terre. L'épaisseur de la lithosphère y est exagérée afin de mieux représenter sa structure. C) Modèle radial PREM montrant l'évolution de la vitesse de propagation des ondes sismiques $P$ et $S$ , de la masse volumique $\rho$ et de l'anisotropie radiale en fonction de la profondeur.

Le modèle PREM (Preliminary Reference Earth Model) de Dziewoński et Anderson (1981), présenté en Figure 5, en est certainement l'exemple le plus connu. En plus de l'évolution avec la profondeur des vitesses sismiques $P$ et $S$ déterminées à partir de l'étude des ondes de volume et de surface, PREM fournit également l'évolution de la densité – contrainte grâce à l'étude des oscillations libres de la Terre. Les couches identifiées par des lettres par Jeffreys et Bullen sont alors associées dans les modèles plus récents à la croûte, le manteau supérieur, la zone de transition du manteau, le manteau inférieur, le

noyau externe liquide et enfin, la graine solide.

Cependant, même si l'utilisation de ces modèles 1D se justifie par le fait qu'au premier ordre, les variations latérales des propriétés physiques de la Terre sont en moyenne négligeables par rapport à leur évolution avec la profondeur, la complexité de la structure interne de Terre ne peut réellement s'appréhender qu'en 3D. En effet, l'avènement de la théorie de la tectonique des plaques (Le Pichon, 1968) permet de prendre la mesure de l'ampleur des mouvements de matière en profondeur et ce sur des échelles de plusieurs milliers de kilomètres. Les frontières de plaques où se concentre l'activité sismique sont les zones où se mettent en place les subductions (où une plaque tectonique s'enfonce sous une autre), les chaînes de montagne, les rifts, les dorsales océaniques etc. Ces phénomènes sont l'expression en surface de mouvements de convection mantellique en 3D qui se traduisent alors par des variations radiales de vitesses sismiques mais également par des variations latérales. L'imagerie sismique de ces structures profondes est donc d'un intérêt tout particulier car leur étude en 3D permet de mieux appréhender la géodynamique interne dans sa complexité, à la fois localement et globalement.

La tomographie sismique vise à imager les variations de vitesses des ondes à l'intérieur du globe. Son principe est relativement simple. Le temps de propagation des ondes, du séisme à la station d'enregistrement, dépend des propriétés du milieu traversé par les ondes lors de leur trajet (voir Fig. 6). Lorsque celles-ci rencontrent une région froide, leur vitesse augmente dans cette zone et le temps de trajet total est diminué. A contrario, si elles traversent une région chaude, elles sont ralenties et leur temps de trajet augmente. En combinant des milliers d'enregistrements d'ondes sismiques émises à divers endroits de la surface du globe et en utilisant une technique dite d'inversion, il est possible de localiser les zones rapides et lentes en profondeur. Les premières études tomographiques 3D ont été publiées dans les années 1970, notamment par Keiiti Aki (e.g. Aki *et al.*, 1977; Aki et Lee, 1976) et se restreignaient à des régions particulières du globe. Le développement de la sismologie large bande et les progrès à la fois théoriques, électroniques, mécaniques et informatiques ont favorisé la mise en place dans les années 1980 d'un réseau mondial de stations sismiques distribuées sur les terres émergées. L'accroissement du nombre de récepteurs sismiques a ainsi contribué à l'apparition de modèles tomographiques 3D globaux dont la résolution, horizontale mais aussi verticale, s'améliore constamment depuis (quelques milliers de kilomètres dans les années 1980 à quelques centaines de kilomètres actuellement en ce qui concerne la résolution latérale).

Même si de nombreux modèles concernent l'imagerie du manteau au niveau de zones de subduction (zones de descente de matériau froid) ou de points chauds (zone de remontée de matière chaude), la tomographie « classique », qui vise à imager les régions lentes et rapides, ne permet de déduire qu'une image grossière des courants de matière profonde. Néanmoins, dès les années 1960, plusieurs études suggèrent que le manteau est anisotrope (Anderson, 1961; Hess, 1964; Vinnik *et al.*, 1989), c'est-à-dire que ses propriétés physiques dépendent de la direction d'observation. L'olivine, le minéral le plus abondant du manteau, est fortement anisotrope et s'oriente parallèlement à la direction principale de l'écoulement de matière. En combinant les observations réalisées à partir de différents types d'ondes ou en mesurant les variations de vitesse de propagation en fonction de l'azimut, il est donc possible de cartographier en partie ces flux mantelliques. L'anisotropie avait déjà été introduite dans le manteau supérieure dans le modèle PREM en 1D (voir Fig. 5) mais une des premières tomographies anisotropes réalisées en 3D est attribuée à Nataf *et al.* (1984). En étudiant la propagation d'ondes de surface et en faisant l'hypothèse

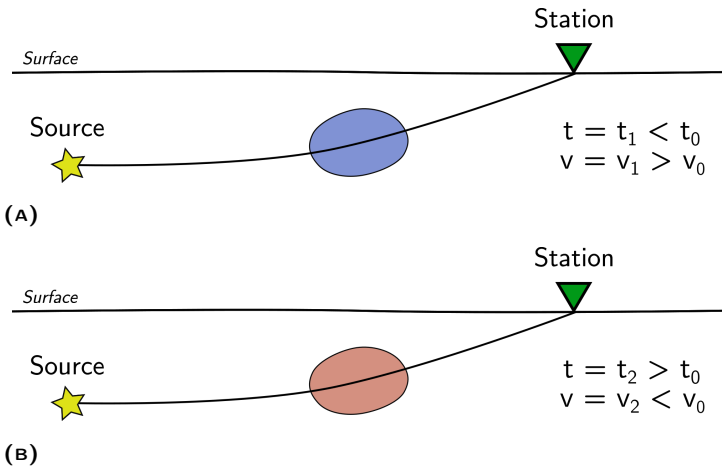



**Fig. 6** – Principe simplifié de la tomographie de temps de trajet. A) Les ondes sismiques traversent une zone de vitesse rapide : leur temps de trajet $t_1$ est inférieur à $t_0$, le temps de trajet dans un milieu homogène, et la vitesse moyenne de propagation $v_1$ est supérieure à $v_0$, la vitesse moyenne dans le milieu homogène. B) Les ondes sismiques traversent une zone de vitesse lente : leur temps de trajet $t_2$ est supérieur à $t_0$, le temps de trajet dans un milieu homogène, et la vitesse moyenne de propagation $v_2$ est inférieure à $v_0$, la vitesse moyenne dans le milieu homogène.

d'une anisotropie radiale, c'est-à-dire qu'il existe une différence de vitesse entre les ondes se propageant horizontalement et celles se propageant verticalement, les auteurs ont pu obtenir une image instantanée des flux de matière descendants dans les zones de subduction et ascendants au niveau des dorsales océaniques. Cependant, la prise en compte de l'anisotropie dans les études tomographiques reste encore aujourd'hui un défi car elle nécessite de contraindre de nombreux paramètres. Une autre difficulté réside dans le fait que des hétérogénéités pétrologiques peuvent également induire de l'anisotropie sismique (Backus, 1962). Cette anisotropie dite extrinsèque peut potentiellement se retrouver dans les modèles tomographiques (e.g. Fichtner *et al.*, 2013; Wang *et al.*, 2013) mais n'est pas directement liée aux flux de matière et doit donc s'interpréter différemment.

En plus de diversifier les paramètres physiques imagés, les sismologues développent de nouvelles techniques et théories, permettant d'exploiter des types de données jusqu'alors ignorés. Par exemple, des signaux enregistrés partout et de façon continue, considérés jusqu'à récemment comme du bruit sismique, sont désormais exploitables en tomographie (Shapiro et Campillo, 2004). Ils permettent d'imager les couches les plus superficielles de la Terre – croûte et manteau lithosphérique – tout en s'affranchissant de l'utilisation des séismes dont l'occurrence est discontinue et les sources principalement localisées aux frontières de plaques.

### Plan du manuscrit

Depuis ses débuts et encore aujourd'hui, la sismologie est une science en perpétuelle évolution. Bien qu'elle ne fournisse qu'une image instantanée de l'intérieur de notre planète, c'est une méthode capable

de sonder la Terre dans sa globalité et à diverses échelles. L'objectif général de cette thèse de sismologie était donc de tirer parti des récentes avancées techniques et théoriques réalisées en tomographie afin d'étudier la déformation de la croûte et du manteau supérieur via l'utilisation de l'anisotropie sismique.

Les deux premiers chapitres de ce manuscrit sont des chapitres introductifs. Le Chapitre 1 propose un aperçu des types de données utilisés en sismologie ainsi que leurs spécificités respectives. Ce même chapitre comprend également une réflexion sur les différentes techniques de tomographie, permettant ainsi d'évoquer leur variété d'applications en termes d'imagerie.

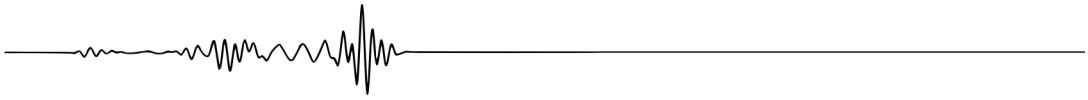
Le Chapitre 2 aborde l'anisotropie sismique, des premières observations aux débats actuels sur son origine dans les modèles tomographiques en passant par la théorie physique permettant de relier les vitesses sismiques aux propriétés élastiques d'un milieu. Ce chapitre permet alors de montrer qu'une des questions largement débattues ces dernières années est de savoir quelle est la part relative d'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques par rapport à l'anisotropie liée aux contraintes du milieu.

La première partie de ce travail de thèse a donc été consacrée à la quantification de l'anisotropie extrinsèque dans des modèles tomographiques synthétiques 1D et 2D. Nous avons ainsi montré que cette anisotropie augmente avec le carré des contrastes de vitesses sismiques et qu'elle peut atteindre 30 % de l'anisotropie observée en tomographie. Cette étude fait l'objet du Chapitre 3 de ce manuscrit, qui est constitué d'un article publié en 2017 dans *Geophysical Journal International* (Alder *et al.*, 2017).

Nous avons par la suite réalisé une étude tomographique anisotrope de la croûte et du manteau supérieur en Europe. Cette étude est principalement centrée sur les Alpes et les Apennins, où la géodynamique est complexe et associée à une importante déformation en surface. La tomographie a été réalisée à partir de données de dispersion d'ondes de surface issues de corrélations de bruit sismique. Le Chapitre 4 présente le principe des corrélations de bruit et leur intérêt en tomographie. Le jeu de données de dispersion que nous avons utilisé est unique et provient en partie du réseau AlpArray, mis en place très récemment en Europe. Il nous a été fourni par l'équipe de sismologie d'ISTerre, à Grenoble, avec qui nous avons réalisé une collaboration. À partir de ces données, le modèle tomographique 3-D est construit en deux étapes successives. Une étape d'inversion 2-D par moindres carrés linéarisés présentée au Chapitre 5 permet d'obtenir des cartes de vitesse de groupe entre 5 et 150 s de période. Puis, en chaque point géographique, une inversion en profondeur de courbes de dispersion d'ondes de Rayleigh et Love est effectuée de manière probabiliste via la technique d'inversion Bayésienne transdimensionnelle et hiérarchique présentée au Chapitre 6. Le modèle 3-D final représente la structure en vitesse d'ondes $S_V$ et l'anisotropie radiale en Europe. Il suggère que l'anisotropie radiale n'est observée que localement et permet de mettre en évidence la présence d'anisotropie radiale positive dans les Apennins, probablement en lien avec la tectonique actuelle, ainsi que de l'anisotropie radiale négative dans le corps d'Ivrée, suggérant une remontée du manteau Adriatique sous l'Europe. Cette étude fait l'objet d'un article à soumettre au journal *Geophysical Journal International*. Cet article est repris dans le Chapitre 7 après une introduction sur la géodynamique Méditerranéenne.

Enfin, le dernier chapitre de ce manuscrit reprend les principaux résultats de cette thèse. Il contient également une discussion relative à l'anisotropie dans les modèles tomographiques et aborde quelques possibilités de travaux à réaliser dans le futur.

# 1 Imager une Terre hétérogène à partir de différents observables : généralités sur les données et les modèles tomographiques



Ce premier chapitre présente des généralités relatives aux modèles tomographiques et à leur construction à partir de données sismiques. Dans un premier temps, sont abordés les différents types de données couramment utilisés en sismologie. S'en suit un résumé des principales techniques tomographiques où sont évoqués le cadre théorique et les approximations associées, les avantages et les inconvénients des différents observables en termes de couverture spatiale en données et enfin, les différents types d'anomalies qu'il est possible d'imager en fonction des données et méthodes tomographiques choisies.

## 1.1 Les données sismiques

Les enregistrements sismiques sont la base de chaque étude sismologique. Ils contiennent des informations précieuses sur la structure interne de la Terre, et ce depuis sa surface jusqu'au centre du noyau solide situé à près de 6400 km de profondeur. Un signal sismique est constitué de l'enregistrement des mouvements horizontaux et verticaux du sol résultant de l'arrivée d'une variété d'ondes sismiques en une station située en surface. Un enregistrement peut alors se décomposer en différentes parties :

- un signal continu de faible amplitude, enregistré en permanence en chaque station sismique, que l'on appelle le bruit sismique. Il est généré par différents phénomènes d'origines naturelles ou anthropiques.
- un signal transitoire de plus forte amplitude qui résulte de l'excitation de la Terre solide par une source ponctuelle, i.e. un séisme. Ce signal est composé d'ondes élastiques de natures distinctes :
  - ◇ les ondes de volume, qui arrivent les premières à la suite d'un tremblement de terre et se propagent en profondeur dans l'ensemble du globe ;
  - ◇ les ondes de surface, dérivant de l'interaction constructives des ondes de volume à la surface ;
  - ◇ les modes propres, qui correspondent à des oscillations terrestres très longues périodes (de quelques dizaines de secondes à 54 min) faisant suite à des séismes de forte magnitude affectant

l'ensemble du globe.

Différentes propriétés sismiques des ondes peuvent être déduites des enregistrements. Le temps de trajet par exemple fournit des informations sur la vitesse moyenne des ondes au cours de leur parcours alors que l'amplitude permet de contraindre l'atténuation.

Au cours de cette thèse, nous nous sommes intéressés principalement aux vitesses de propagation des ondes de surface ainsi qu'au bruit sismique. Les paragraphes qui suivent insistent donc particulièrement sur ces types de données.

### 1.1.1 Les ondes sismiques dérivant d'une source ponctuelle

Les ondes sismiques qui se propagent dans la Terre sont dites élastiques : la déformation du milieu traversé par les ondes est transitoire et de faible amplitude dès qu'on est suffisamment éloigné de la source (à plus de quelques dizaines de kilomètres en général). Selon le trajet emprunté par les ondes sismiques et leurs caractéristiques en termes de mouvements de particules engendrés, on distingue différentes catégories d'ondes.

#### Les ondes de volume

Les ondes de volume se propagent dans toutes les directions de l'espace depuis une source ponctuelle. On en distingue deux types :

- les **ondes P** ou primaires, qui sont les premières ondes que l'on enregistre à la suite d'un séisme (voir Fig. 1.1), sont des ondes de compression-dilatation polarisées parallèlement à la direction de propagation.
- les **ondes S** ou secondaires, ont une vitesse plus faible que celle des ondes $P$ et sont donc enregistrées en second (voir Fig. 1.1). Ce sont des ondes de cisaillement polarisées perpendiculairement à leur direction de propagation. Les composantes verticale et horizontale des ondes $S$ sont respectivement notées $SV$ et $SH$.

Le mouvement des particules engendré par le passage de ces ondes est représenté sur la Fig. 1.2.

Au cours de leur trajet les ondes de volume peuvent être réfléchies, réfractées ou converties aux différentes interfaces (Moho, frontière lithosphère-asthénosphère, ...) générant ainsi de nombreuses phases dont on peut extraire de l'information structurale. Par exemple, les ondes $P$ et $S$ directes renseignent sur la structure le long de leur trajet dans le manteau alors que les ondes $PcP$ ou $ScS$ qui se réfléchissent à la limite noyau-manteau fournissent des informations sur la structure jusqu'à la base du manteau.

#### Les ondes de surface

Les ondes de surface résultent de l'interaction des ondes de volume à la surface de la Terre. Elles constituent généralement les phases de plus forte amplitude sur les enregistrements sismiques (voir Fig. 1.1) et fournissent des informations sur la structure peu profonde de la Terre (lithosphère et manteau asthénosphérique supérieur). Il en existe deux types :

- les **ondes de Rayleigh** (ondes R), qui sont générées par interactions constructives d'ondes $P$ et SV. Un milieu traversé par des ondes R est affecté d'un mouvement elliptique (voir Fig. 1.2).

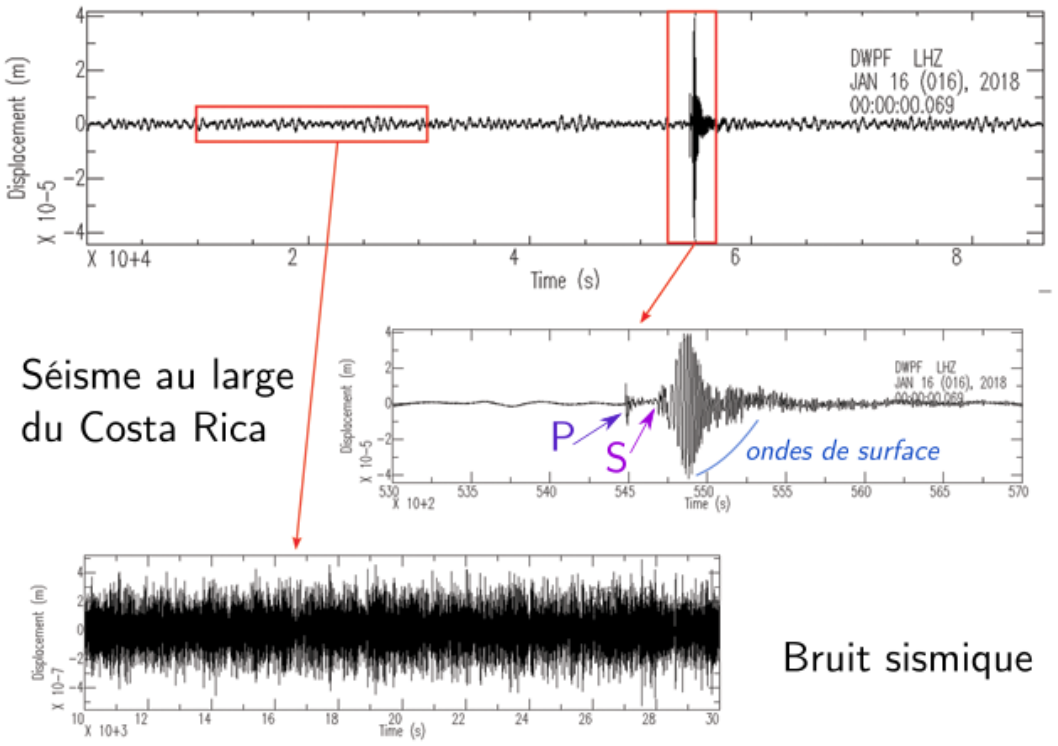



**Fig. 1.1** – Composante verticale d'un sismogramme enregistré à la station DWPF en Floride. L'encart du milieu est centré sur l'arrivée d'un séisme de magnitude 6 ayant eu lieu au large du Costa Rica. L'encart du bas représente le signal enregistré sur la majorité du sismogramme et qui correspond au bruit sismique. Figure modifiée de Lucia Gualtieri dans Parkins (2019).

— les **ondes de Love** (ondes L) sont le fruit d'interactions constructives d'ondes $SH$ qui se réfléchissent de multiples fois en sub-surface. Elles engendrent un mouvement de cisaillement transversal du milieu lors de leur passage (voir Fig. 1.2). Contrairement aux ondes R, les ondes L ont la particularité de n'exister que si le milieu présente une augmentation de vitesse avec la profondeur : les ondes L n'existent donc pas dans un demi-espace homogène.

Les ondes de surface sont des ondes dispersives : leurs propriétés (vitesse de propagation, amplitude) sont fonction de la période $T$ considérée (voir Fig. 1.3). La vitesse d'une onde de surface à une période $T$ peut ainsi être caractérisée de deux façons différentes. La *vitesse de phase*, notée $C(\omega) = \omega/k$, avec $\omega$ la pulsation égale à $2\pi/T$ et $k$ le nombre d'onde, est la vitesse de l'onde à une période donnée. Elle correspond à la vitesse de propagation de la phase de l'onde. La *vitesse de groupe*, $U(\omega) = \partial\omega/\partial k$, est la vitesse du paquet d'énergie transportée par l'onde. C'est la vitesse de l'enveloppe qui résulte des interférences entre les différents modes composant l'onde de surface. En général on observe que $U < C$.

La dispersion des ondes de surface peut s'observer directement sur un enregistrement sismique où on remarque que l'arrivée de ces ondes n'est pas ponctuelle mais constitue un long train d'ondes (voir Fig. 1.1). Ce phénomène s'explique notamment par le fait que les longues périodes présentent des vitesses de propagation plus importantes et arrivent avant les plus courtes périodes car elles échantillonnent un

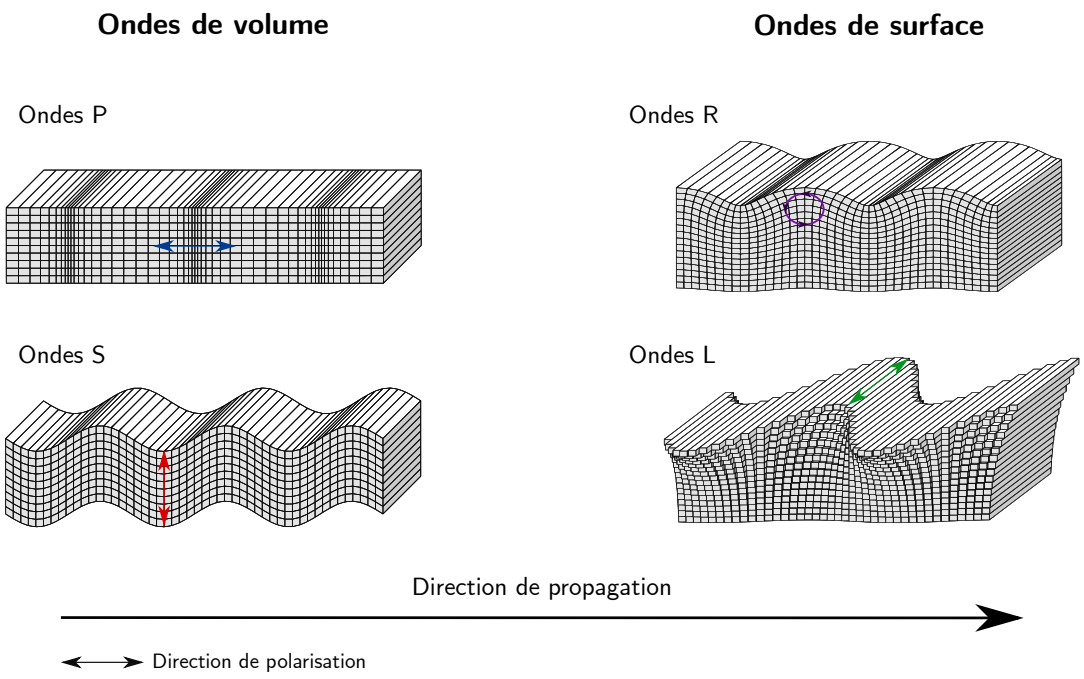



**Fig. 1.2** – Mouvement de particules engendré par le passage dans un milieu des ondes de volume $P$ et $S$ (ici SV) et des ondes de surface R et L. Figure modifiée d'après Shearer (2009).

milieu plus profond, où les vitesses sismiques sont plus élevées. En effet, la profondeur du maximum de sensibilité des ondes de surface aux vitesses sismiques augmente avec la période (voir Fig. 1.4).

Les ondes de surface sont des ondes progressives dans la direction horizontale mais stationnaires dans la direction verticale. Elles peuvent se décomposer en un mode fondamental, qui est généralement le mode le plus énergétique, et plusieurs modes harmoniques. Ces modes harmoniques sont généralement excités par les séismes profonds. Pour une période donnée, le maximum de sensibilité des ondes de surface se situe d'autant plus en profondeur qu'on considère des harmoniques de degré élevé.

Dans notre étude, nous n'avons considéré que la vitesse de groupe des modes fondamentaux des ondes de Rayleigh et de Love (voir Chapitre 4).

### Les modes propres

Lorsqu'un séisme est particulièrement violent (M > 6,5), la Terre toute entière se met à osciller et ce pendant plusieurs jours voire plusieurs semaines dans certains cas. Ces oscillations sont appelées *modes propres* ou *oscillations libres de la Terre* et sont visibles sur les enregistrements longs de signaux sismiques (plusieurs heures). Elles résultent d'interférences constructives et destructives entre les ondes de surface se propageant à la surface du globe et les ondes de volume se réfléchissant à la surface. On distingue deux types de modes propres :

— les **modes sphéroïdaux**, dérivant d'interférences constructives entre ondes de Rayleigh, possèdent des composantes verticale et tangentielle induisant des changements de forme et de volume

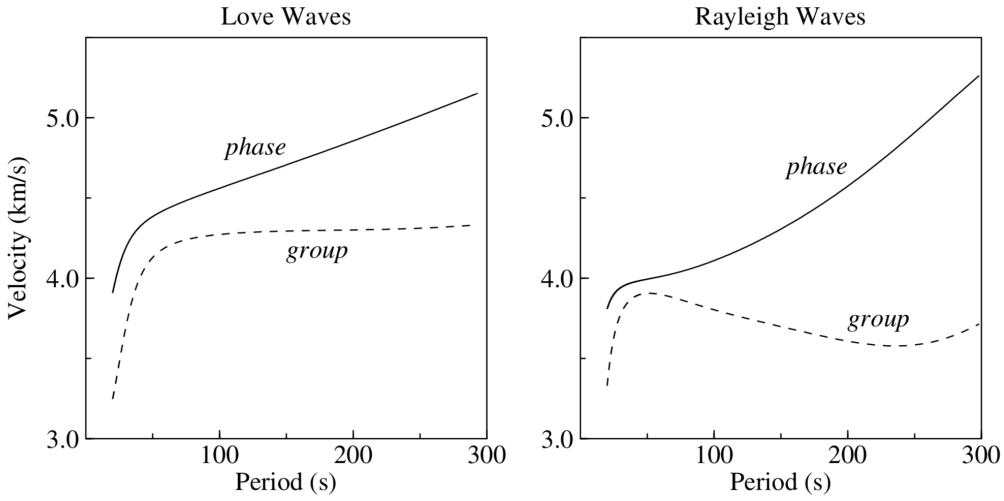



**Fig. 1.3** – Courbes de dispersion calculées dans le modèle PREM isotrope de Dziewoński et Anderson (1981) pour les vitesses de groupe et de phase du mode fondamental des ondes de Love et de Rayleigh. Figure de Shearer (2009).

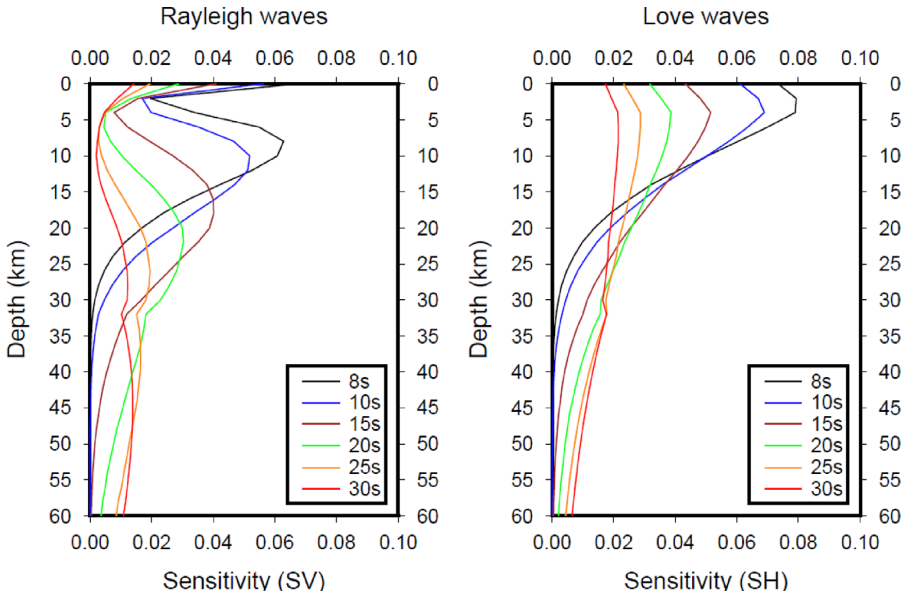



**Fig. 1.4** – Noyaux de sensibilité 1-D à la vitesse des ondes $S$ pour la vitesse de groupe du mode fondamental des ondes de surface. Figure de Luo *et al.* (2018).

à l'ensemble de la Terre.

— les **modes toroïdaux**, qui sont le fruit d'interaction entre des ondes de Love, ne possèdent que des composantes tangentielles et induisent des changement de forme, principalement dans le manteau terrestre.

Les périodes associées, qui s'étendent de quelques secondes à 54 minutes, ne dépendent pas du séisme : elles sont propres à la structure interne de la Terre et à ses propriétés physiques, d'où l'utilité des modes propres pour imager la Terre interne. Néanmoins, leur faible amplitude les rend très difficiles à observer sur les enregistrements sismiques.

### 1.1.2 Le bruit sismique ambiant

En tout point du globe et en chaque instant, il est possible d'enregistrer ce qu'on appelle le bruit sismique ambiant. Comme le montre la Fig. 1.1, ce bruit constitue la majeure partie d'un enregistrement sismique : c'est la portion du signal qui n'est pas attribuable à un séisme. La gamme de périodes associées au bruit sismique s'étend de quelques secondes à plusieurs centaines de secondes, le signal étant dominé par les ondes de surface quelle que soit la période considérée (e.g. Friedrich *et al.*, 1998) : l'origine du bruit se situe donc en surface. Par ailleurs, le bruit sismique présente une amplitude faible, qui varie selon les saisons : il n'est donc ni lié à l'activité sismique ni aux mouvements tectoniques (Tanimoto et Um, 1999).

Son origine est principalement liée aux couplages océans-atmosphère mais dépend en réalité de la gamme de périodes considérées. À très courte période ($< 1$ s), ce sont les activités anthropiques qui sont la source principale du bruit enregistré localement (Bonnefoy-Claudet *et al.*, 2006). Les phénomènes météorologiques locaux, comme la pluie ou le vent, sont responsables du bruit enregistré autour d'1 s de période.

Entre 5 s et 20 s de période, on parle de *bruit microsismique*. Ce bruit est dominé par deux pics, bien visibles par exemple sur le spectre d'un enregistrement effectué à une station dans les Pyrénées (Fig. 1.5). Le premier pic est observé à environ 14 s de période. Cette période étant similaire à celle de la houle et le bruit associé étant particulièrement fort durant les épisodes de tempête, son origine est probablement liée à l'impact direct des trains de houle sur le fond marin de la côte et du plateau continental. Lorsque différents trains de houle ayant des sens de propagation opposées interagissent en pleine mer, un nouveau signal similaire à celui d'un phénomène de clapot est produit, donnant naissance au second pic microsismique. Celui-ci est caractérisé par une fréquence double de celle de la houle (Longuet-Higgins, 1950) et donc une période de l'ordre de 7 s environ. Ce second pic est en général plus marqué que le premier car les phénomènes de clapot peuvent faire entrer la colonne d'eau en résonance si la profondeur d'eau le permet, amplifiant ainsi le signal émis dans le sol océanique. Contrairement au premier pic microsismique qui est principalement généré près des côtes, l'origine de ce second pic peut se situer aussi bien proche de la côte où la houle peut interagir avec elle-même, qu'en plein océan où les tempêtes peuvent engendrer des trains de houle dans différentes directions.

À très longue période (typiquement plusieurs centaines de secondes), le bruit sismique, que l'on appelle alors le "hum", tire son origine de phénomènes naturels d'interactions non linéaires entre l'atmosphère, l'océan et le fond marin. En effet, plusieurs études (e.g. Rhie et Romanowicz, 2004) ont montré

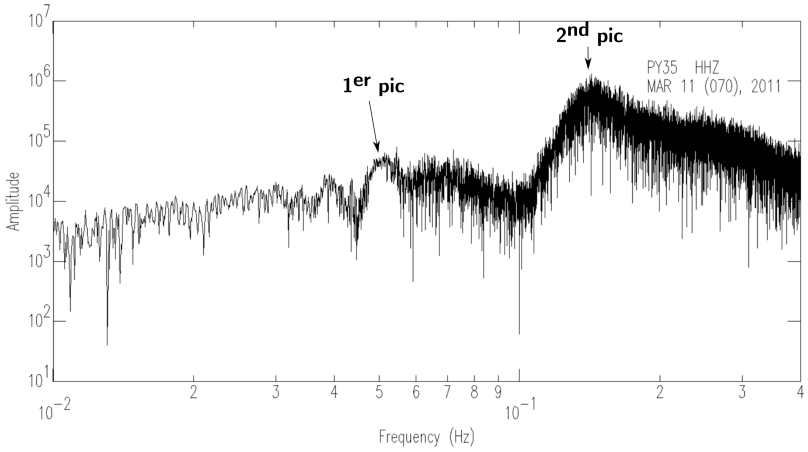



**Fig. 1.5** – Spectre du bruit sismique enregistré pendant 5h30 à la station PY35 dans les Pyrénées. Le premier pic microsismique est associé à une période d'environ 14 s alors que le second est observé autour de 7 s. Figure modifiée de Macquet (2015).

que les sources de ce hum se situent principalement dans le Pacifique Nord et l'Atlantique Nord durant l'hiver de l'hémisphère nord – avec un pic d'activité en janvier – et dans les océans du sud pendant l'hiver de l'hémisphère sud – avec un pic en juillet. La source du bruit est alors l'énergie des tempêtes se convertissant en ondes élastiques longues périodes dites ondes infra gravitaires qui interagissent avec le fond océanique.

Il y a une quinzaine d'années, Shapiro et Campillo (2004) ont démontré qu'il était possible d'approximer la fonction de Green d'un milieu situé entre deux stations sismiques à partir de cross-corrélation d'enregistrements de bruit ambiant entre ces deux récepteurs. La connaissance de cette fonction de Green, qui représente la réponse du milieu à une source impulsionnelle (Dirac), permet par la suite de calculer les courbes de dispersion de vitesse de phase ou de groupe des modes fondamentaux des ondes de Rayleigh (e.g. Bensen *et al.*, 2008; Lin *et al.*, 2008; Shapiro et Campillo, 2004) et de Love (e.g. Bensen *et al.*, 2008; Lin *et al.*, 2008), pour le milieu situé entre les deux stations. La méthode de détermination de courbes de dispersion d'ondes de surface par corrélation de bruit sismique est abordée plus en détails dans le Chapitre 4.

La sismologie moderne a donc à sa disposition une multitude d'observables afin d'imager l'intérieur de la Terre. Cependant, les techniques d'imagerie n'utilisent en général qu'une partie restreinte des enregistrements sismiques et se focalisent sur une composante particulière du signal et ce pour des raisons pratiques, théoriques ou encore de capacités de calculs numériques. Par exemple, la tomographie traditionnelle se base sur l'étude du temps de trajet des ondes mais il est également possible d'utiliser leur amplitude ou encore d'étudier les formes d'onde complètes. Cependant, en fonction du type de données et de la technique d'imagerie utilisée, le modèle tomographique final sera différent.

Dans la section suivante, nous abordons le principe général de tomographie sismique ainsi que le

cadre théorique et les implications de ces études. Nous discutons ensuite des avantages et limites des différentes techniques et observables utilisés, notamment en termes de résolution et d'unicité du modèle tomographique final (pour une revue plus complète, voir Bodin *et al.* (2015)).

## 1.2 La tomographie sismique : généralités et aperçu des différentes techniques

### 1.2.1 Principe général, théorie et approximations associées

#### La tomographie, un problème inverse

La tomographie sismique constitue un problème inverse, c'est-à-dire qu'un modèle tomographique (i.e. un modèle 3-D de la structure interne de la Terre) est élaboré dans le but de satisfaire au mieux les données sismiques observées. La relation entre modèle et observations peut s'écrire de façon formelle comme suit :

$$\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{m}) \tag{1.1}$$

où $\mathbf{d}$ représente le vecteur des données, $\mathbf{m}$ est le modèle sismique que l'on souhaite établir, i.e. un vecteur contenant les différents paramètres à modéliser (vitesses sismiques, épaisseur de couches, anisotropie, etc.), et $\mathbf{g}$ constitue la théorie associée au *problème direct*. Implicitement, cette formulation sous-entend qu'afin de contraindre à la fois horizontalement et verticalement un modèle sismique le plus détaillé possible, un nombre considérable d'observations est nécessaire, i.e. la dimension du vecteur $\mathbf{d}$ est grande. Typiquement, la tomographie globale réalisée à partir de temps de trajet d'ondes sismiques utilise de nos jours plusieurs centaines de milliers de couples séismes-stations.

Néanmoins, même si les temps de trajets ont été les premiers observables utilisés en tomographie (Aki et Lee, 1976), ce ne sont plus les seuls. L'atténuation des ondes ou depuis les années 2000, les formes d'onde, sont également exploitables et fournissent des informations complémentaires à l'étude des temps de trajet. De même, les différents types d'ondes sismiques peuvent être utilisés, de façon isolée ou conjointe. Ces ondes sont sensibles à différents paramètres physiques du globe et vont donc permettre d'imager des structures variées. En plus de cela, chaque type d'onde possède un pouvoir de résolution spatiale qui lui est propre.

Les deux sous-sections suivantes ont pour but de présenter les théories impliquées lors du problème direct ainsi que les stratégies d'inversion développées en tomographie. La section suivante permet quant à elle de discuter de l'effet de l'utilisation de ces différents observables sur les modèles tomographiques.

#### Problème direct et hypothèses associées

Le problème direct permet de calculer des données théoriques à partir d'un modèle. Ces données sont ensuite comparées aux observations afin de juger de la validité du modèle et de le raffiner si besoin.

D'un point de vue théorique, en ce qui concerne les ondes de volume, on se place en général dans le cadre de la théorie des rais en fréquence infinie. On considère alors que le mouvement associé au passage de l'onde se fait uniquement le long du rai sismique, infiniment fin. Ces rais suivent les mêmes propriétés

que les rayons lumineux en optique : lois de Snell-Descartes, principe de Huygens, principe de Fermat, etc. En pratique, les ondes de volume peuvent être déviées du rai sismique du fait des hétérogénéités 3-D et elles ont une fréquence finie si bien que le matériau traversé est affecté par les ondes sur une distance non nulle autour du rai. Si ces effets ne sont pas pris en compte dans le modèle direct, ils peuvent biaiser l'image tomographique ou limiter la résolution. De plus en plus d'études considèrent des *noyaux de sensibilité* en 3D ayant une forme de « banana doughnut » (e.g. Dahlen *et al.*, 2000). Cette forme est liée au fait qu'en réalité, exactement le long du rai, le temps de trajet des ondes de volume n'est pas affecté par les hétérogénéités. Cette découverte a ouvert la porte au développement de méthodes de tomographie en fréquence finie mais celles-ci étant plus chères en temps de calcul, beaucoup d'études se placent encore dans le cadre de la théorie des rais en fréquence infinie. C'est le cas notamment de la tomographie de formes d'ondes, dont on discutera plus en détail dans la section suivante.

Le pendant de la théorie des rais pour les ondes de surface et les modes propres est appelée « path average approximation ». Elle suppose que la sensibilité des ondes de surface est confinée le long du rai qui suit un grand cercle entre la source et le récepteur sismique et que cette sensibilité ne varie qu'en fonction de la profondeur : les noyaux de sensibilité sont alors uniquement 1D (voir Fig. 1.4). La vitesse estimée à partir des temps de trajet des ondes de surface représente donc une moyenne des propriétés sismiques le long du rai.

### Aperçu des stratégies d'inversion et de la paramétrisation associée

L'étape d'inversion permet l'ajustement des paramètres du modèle $\mathbf{m}$, celui-ci devant expliquer les données sismiques observées $\mathbf{d}_{obs}$ dans les barres d'erreur. Les principaux défis théoriques à relever lors de cette étape concernent la non-linéarité du problème et la non-unicité de la solution.

#### *Problèmes linéaires ou faiblement non-linéaires*

La tomographie basée sur les temps de parcours des ondes est non linéaire car même si le problème direct implique une relation de proportionnalité entre la lenteur (l'inverse de la vitesse d'une onde) et le temps de propagation pour un rai donné, la géométrie du rai est affectée par les variations de vitesses sismiques. Néanmoins, le problème est généralement considéré comme faiblement non linéaire : il est alors possible de linéariser la relation 1.1 qui devient

$$\mathbf{d} = \mathbf{G}\mathbf{m} \tag{1.2}$$

où $\mathbf{G}$ est une matrice contenant la distance parcourue par chaque rai dans chacune des cellules ou blocs de la grille utilisée pour paramétrer le modèle. La résolution du système d'équations associé revient plus ou moins à rétro-projeter le long du rai l'information contenue dans les données. L'inversion associée consiste à résoudre une équation du type de celle introduite par Tarantola et Valette (1982) où le modèle inversé $\mathbf{m}$ est :

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \mathbf{C}_{m0}\mathbf{G}^t \left(\mathbf{G}\mathbf{C}_{m0}\mathbf{G}^t + \mathbf{C}_{d0}\right)(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}_0) \tag{1.3}$$

Dans cette équation, $\mathbf{m}_0$ représente le modèle initial, $\mathbf{G}$ est la matrice associée à la théorie et $\mathbf{G}\mathbf{m}_0$ correspond aux données théoriques calculées dans $\mathbf{m}_0$ grâce au problème direct. $\mathbf{C}_{d0}$ est la matrice de

covariance *a priori* sur les données qui contrôle le lissage du modèle inversé $\mathbf{m}$. $\mathbf{C}_{m0}$ est la matrice de covariance *a priori* sur le modèle. Elle contrôle l'amplitude des perturbations par rapport au modèle initial qui sont autorisées par l'inversion. L'inversion peut alors se faire en quelques itérations (voir Fig. 1.6) jusqu'à satisfaire un critère de convergence sur l'écart entre les données théoriques et observées (test du $\chi^2$ par exemple).

Cette méthode est certainement la plus utilisée en tomographie car elle est robuste pour traiter des problèmes faiblement non linéaires. Si la non linéarité devient grande, ce type de méthode peut converger vers une solution erronée, i.e. un minimum secondaire de la fonction coût minimisant l'écart entre données théoriques et données observées (voir Fig. 1.6). Qui plus est, la théorie repose sur l'hypothèse que les données et les paramètres du modèle sont répartis selon une gaussienne centrée autour de la valeur vraie. Enfin, le choix des paramètres de régularisation (lissage et perturbations maximales autorisées) peut se révéler difficile car il suppose d'avoir une bonne idée de l'erreur sur les données et de l'incertitude sur les paramètres du modèle.

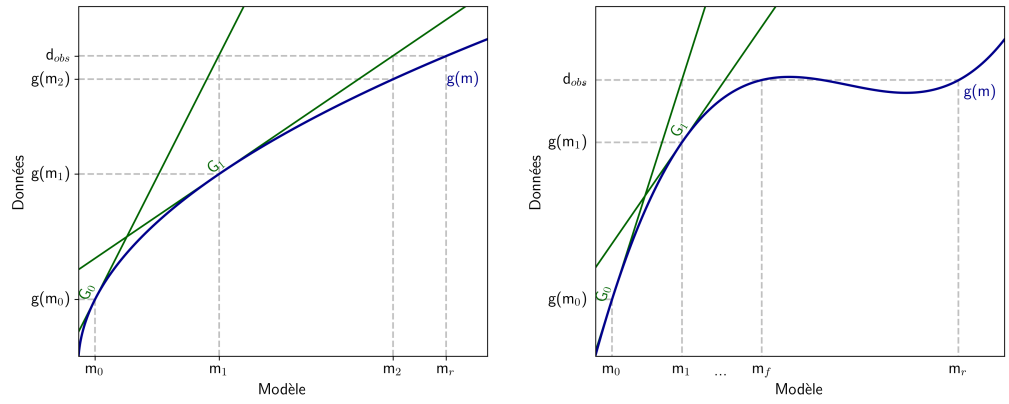



**Fig. 1.6** – Schéma illustrant le principe d'inversion. Dans chacun des cas présentés, $m_r$ est le modèle réel, $m_0$ est le modèle initial de l'inversion, $m_1$ et $m_2$ sont les modèles inversés après 1 et 2 itérations. $d_{obs}$ sont les données observés et $g(m_1)$ et $g(m_2)$ sont les données théoriques calculées respectivement dans $m_1$ et $m_2$. La théorie $g$ est linéarisée, c'est-à-dire qu'elle est approximée par sa tangente en $m$. Elle s'écrit alors $G$. A) Problème faiblement non linéaire. La minimisation de l'écart entre les données observées et théoriques se fait en quelques itérations. B) Problème fortement non linéaire. La minimisation de l'écart entre les données observées et théoriques peut mener à une solution erronée ( $m_f$ très différent de $m_r$).

***Problèmes fortement non linéaires***

Dans les situations où la relation $\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{m})$ est fortement non linéaire, il est donc nécessaire d'explorer le plus largement possible l'ensemble de l'espace des modèles. Cette exploration est généralement réalisée aléatoirement en suivant un algorithme de type Monte Carlo et le problème est traité de façon Bayésienne.

Dans une d'inversion Bayésienne, l'ensemble du problème est traité de façon probabiliste : l'informa-

tion *a priori* sur le modèle est exprimée en termes de densité de probabilité $p(\mathbf{m})$ et elle est combinée avec les contraintes apportées par les données via la fonction de vraisemblance $p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})$ afin d'estimer une densité de probabilité *a posteriori* sur le modèle $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})$. La fonction de vraisemblance représente la probabilité de reproduire les données observées étant donné le modèle $\mathbf{m}$. Mathématiquement la relation entre les différentes probabilités suit le théorème de Bayes :

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs}) \propto p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})\ p(\mathbf{m}) \tag{1.4}$$

$$\text{posterior} \propto \text{fonction de vraisemblance} \times \text{prior}$$

L'utilisation d'algorithmes de type Monte Carlo permet d'explorer la distribution *a posteriori* sur le modèle $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{\text{obs}})$ (e.g. Sambridge et Mosegaard, 2002). À chaque itération, un nouveau modèle est proposé de manière aléatoire et les données théoriques sont calculées selon le problème direct et comparées aux données réelles via le calcul de la fonction de vraisemblance. Le modèle est alors accepté où rejeté selon une certaine probabilité. La méthode d'inversion Bayésienne Monte Carlo utilisant des chaînes de Markov (McMC) est un type particulier d'algorithme Monte Carlo permettant d'échantillonner efficacement la distribution *a posteriori* (e.g. Bodin *et al.*, 2016; Malinverno, 2002; Yuan et Bodin, 2018). Dans ce cas, le modèle proposé à l'itération $n+1$ ne dépend que de l'état à l'étape $n$ et non pas des étapes précédentes et l'exploration se fait alors suivant une sorte de chaîne.

La plus grande limitation à ce type d'inversion est le temps de calcul qui augmente avec la taille de l'espace des modèles à échantillonner. C'est pourquoi des simplifications sont nécessaires pour réduire le nombre de paramètres à contraindre. Le développement de méthodes dites transdimensionnelles permet de traiter la paramétrisation comme une inconnue du problème qui est alors contrainte uniquement par les données lors de l'inversion. Si l'objectif d'une étude tomographique est par exemple de modéliser les vitesses sismiques dans un milieu à couches, le nombre de couches peut ne pas être fixé à l'avance. Le caractère Bayésien de l'inversion favorise naturellement les modèles les plus parcimonieux c'est-à-dire les modèles les plus simples permettant d'expliquer les données.

L'exploration probabiliste d'un grand nombre de modèles permet également de faire face au caractère non unique de la solution du problème inverse car la distribution *a posteriori* contient un ensemble de modèles expliquant les données. Néanmoins, la plupart des études tomographiques aboutissent à l'interprétation d'une image unique et le choix d'un modèle représentatif de l'ensemble solution reste subjectif.

### 1.2.2 Des observables différents pour imager une Terre unique

#### Une sensibilité variable des données sismiques aux propriétés physiques de la Terre

La finalité des études tomographiques est de cartographier les propriétés physiques des profondeurs de notre planète afin d'en déterminer non seulement sa structure en 3D mais également sa dynamique interne. Les ondes sismiques sont appropriées à ce genre d'étude car elles sont sensibles à de nombreux paramètres élastiques ainsi qu'à la densité. Dans le cas général, le nombre de paramètres élastiques indépendants nécessaires à la description d'un milieu est de 21 (voir Section 2.2 pour plus de détails). Néan-

moins, pour un type d'ondes donné, l'information enregistrée en surface ne permet pas de contraindre l'ensemble de ces paramètres. Ceci limite alors le niveau de résolution du modèle tomographique final à la fois au niveau spatial, c'est-à-dire la taille des plus petites hétérogènes capables d'être imagées, ainsi que le nombre de paramètres qui peuvent être résolus.

Les ondes de volume sont par exemple très sensibles aux contrastes rapides de paramètres physiques. Ce sont donc des données de choix pour identifier les interfaces sismiques. Par exemple, la technique des fonctions récepteur s'appuie largement sur cette propriété pour cartographier la profondeur des discontinuités peu profondes telles que le Moho (e.g. Spada *et al.*, 2013), où les ondes de volume peuvent être converties ou réfractées.

A contrario, les ondes de surface ont une sensibilité élevée aux variations 3-D de vitesses sismiques. Leurs vitesses de phase et de groupe estimées à partir de l'étude de séismes lointains sont généralement calculées pour des périodes de quelques dizaines à quelques centaines de secondes. La structure sismique dérivée de l'étude des ondes de surface correspond donc à des motifs à grande longueur d'onde – typiquement quelques centaines de kilomètres. La résolution spatiale du modèle s'en trouve alors réduite car les plus petites hétérogénéités ne peuvent pas être imagées, de même que les discontinuités.

L'utilisation du bruit sismique afin d'estimer les vitesses de propagation des ondes de surface permet de reconstruire les courbes de dispersion jusqu'à des périodes relativement courtes ($T \simeq 5$ s). La zone de sensibilité se concentre alors sur une bande étroite du milieu reliant la paire de stations, ce qui permet d'améliorer la résolution spatiale du modèle final. Qui plus est, comme le notent Shapiro et Campillo (2004), un des avantages de l'utilisation du bruit par rapport aux ondes de surface directes est qu'il permet de s'affranchir des effets de source ponctuelle qui complexifient les études réalisées à partir d'enregistrements directs d'ondes de volume et de surface.

Les modes propres sont quant à eux les seuls observables sensibles à la gravité terrestre et sont donc très utiles dans l'estimation de la densité en profondeur (Buland, 1981; Ishii et Tromp, 1999). Leur contenu fréquentiel étant néanmoins limité aux très basses fréquences, les anomalies observées ont une échelle spatiale de l'ordre du millier de kilomètres.

La prise en compte de l'anisotropie en tomographie est souvent nécessaire : elle permet généralement de mieux expliquer les observations qu'en considérant un modèle isotrope. À la fois les vitesses des ondes de volume et celles des ondes de surface sont affectées par un milieu anisotrope. Ces deux types d'ondes permettent alors de contraindre l'anisotropie et donc la déformation et les flux de matière dans la lithosphère (voir aussi la Section 2.1 pour des détails sur le lien entre anisotropie, vitesses sismiques, déformation et flux de matière associés). Les ondes $S$ sont particulièrement sensibles à la présence d'anisotropie car celle-ci induit un déphasage des ondes selon leur polarisation, un phénomène connu sous le nom de biréfringence des ondes $S$. La différence de temps de parcours entre les deux ondes résultantes permet alors d'estimer l'intensité de l'anisotropie sous le récepteur ainsi que l'épaisseur de la couche anisotrope. La direction de la première onde à atteindre la station renseigne quant à elle sur la direction selon laquelle la matière est déformée. Les ondes de surface sont généralement utilisées pour contraindre les directions d'anisotropie (souvent à partir des variations azimutales des vitesses de groupe ou de phase des ondes de Rayleigh) ou une autre forme d'anisotropie dite radiale, lorsque les ondes $SH$ et $SV$ se propagent à des vitesses différentes (voir Section 2.2). En effet, les ondes de Love et Rayleigh, qui dérivent d'interactions entre ondes de volume (voir Section 1.1.1) sont sensibles à la fois aux vitesses

des ondes $P$ mais également à celles des ondes $SV$ et $SH$. Les différences de temps de parcours entre les ondes de Love et Rayleigh permettent alors de cartographier l'anisotropie radiale et d'en estimer le niveau.

Néanmoins, comme évoqué précédemment, les études tomographiques réalisées à partir d'ondes de surface à longues périodes ne permettent pas de cartographier les interfaces sismiques où les propriétés physiques varient énormément sur de courtes échelles spatiales. Une des conséquences à cela est le risque d'introduction d'anisotropie « artificielle » dans les observations (e.g. Fichtner *et al.*, 2013; Wang *et al.*, 2013). En effet, les hétérogénéités de petites échelles qui ne seraient pas résolues par les ondes sismiques peuvent induire de l'anisotropie sismique (Backus, 1962). Le milieu observé par les ondes de surface est donc un milieu apparent ou « effectif » qui est lisse et potentiellement artificiellement anisotrope.

Par ailleurs, en plus de présenter des sensibilités variables aux propriétés physiques, les différentes ondes sismiques se propagent à l'intérieur du globe de façons distinctes et échantillonnent donc la Terre en surface et en profondeur de manière non uniforme et inégale.

### Un échantillonnage inégal du globe

Les séismes se produisent majoritairement aux limites de plaques (voir Figure 1.7) et les stations sismiques sont principalement situées sur les continents. Cette inégale répartition, à la fois des sources et des récepteurs, implique que la couverture spatiale en données résultant de sources ponctuelles présente des lacunes. C'est notamment le cas loin des zones actives ou dans les océans, qui couvrent pourtant plus de 70 % de la surface terrestre. La résolution des modèles tomographiques est donc généralement moindre dans les régions peu sismogéniques et les zones où les stations sismiques sont rares.

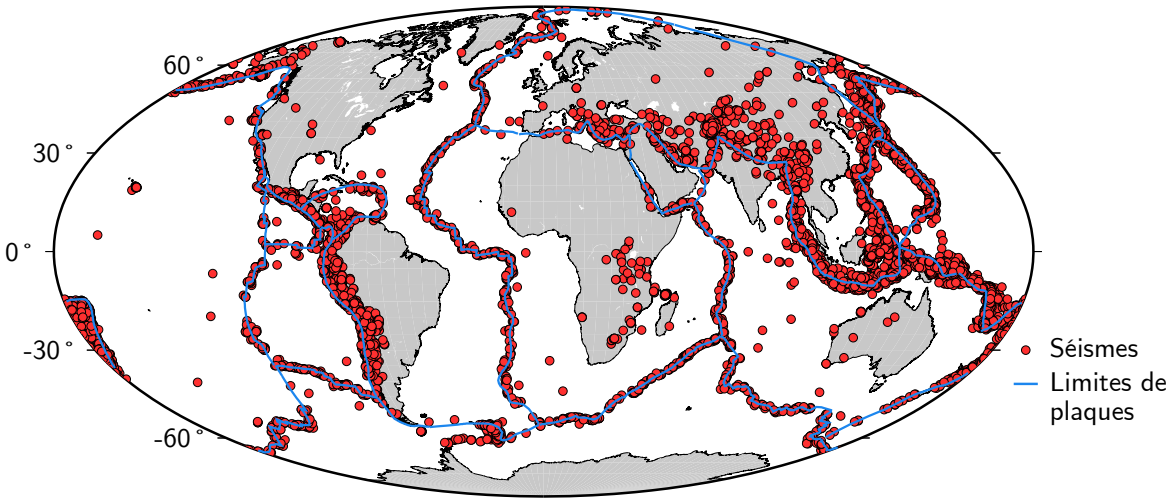



**Fig. 1.7** – Répartition des séismes de magnitude M > 4,5 sur l'ensemble du globe entre janvier 2018 et août 2019.

Ce manque de données est d'autant plus préjudiciable lorsqu'on considère les ondes de volume dans

le cadre de la théorie des rais en fréquence infinie car celle-ci impose que la couverture en données soit très dense pour obtenir une résolution spatiale du modèle satisfaisante. Or, c'est rarement le cas, notamment lorsqu'on étudie les temps de trajet des ondes de volume, en particulier dans les régions où seules les données télésismiques sont disponibles. En effet, pour des distances télésismiques, les ondes de volume atteignent la station avec une incidence quasi-verticale, impliquant alors une très faible résolution verticale des anomalies qui sont comme étirées le long du rai. L'imagerie de certaines structures verticales, comme les panaches mantelliques, est alors très délicate voire impossible et requiert une étude conjointe des ondes de volume et des ondes de surface (e.g. Cheng *et al.*, 2015). Le déploiement de réseaux sismiques denses sur les continents (i.e. USArray aux États-Unis, AlpArray en Europe, ...) ainsi que l'utilisation de phases réfléchies à la surface au niveau des océans notamment (e.g. Tauzin *et al.*, 2018) ou à la limite manteau-noyau (e.g. Durand *et al.*, 2013) ont permis d'améliorer la couverture en ondes de volume ainsi que l'étude des couches les plus profondes. De même, le développement de la tomographie en fréquence finie, qui considère une plus grande zone d'influence de l'onde autour du rai (voir Section 1.2.1), a permis également d'améliorer la couverture mais elle est impuissante dans les zones où trop peu de rais se croisent du fait de la directionnalité des sources. Malgré des améliorations techniques et théoriques, la couverture en ondes de volume est toujours inégale à l'échelle globale. À noter également que la couverture en ondes $P$ est généralement meilleure qu'en ondes $S$ pour lesquelles les temps de parcours sont plus difficiles à mesurer sur les enregistrements sismiques.

Les ondes de surface quant à elles échantillonnent les continents et les océans de manière égale, permettant alors d'améliorer la couverture spatiale par rapport aux ondes de volume. Ainsi, elles favorisent une meilleure résolution latérale des hétérogénéités de vitesse à l'échelle globale. Cependant, il est plus difficile d'imager les anomalies de vitesse dans le manteau inférieur. En effet, la sensibilité des ondes de surface décroît exponentiellement avec la profondeur (voir Figure 1.4). À titre d'exemple, pour le mode fondamental des ondes de Rayleigh, la sensibilité est suffisante sur les 300 premiers kilomètres du manteau supérieur. L'utilisation des harmoniques peut être un moyen d'échantillonner le manteau à plus grande profondeur car le maximum de sensibilité se situe de plus en plus profond à mesure qu'on considère les harmoniques supérieurs. Cependant, étant donné que leurs signaux sont relativement compliqués à séparer les uns des autres sur les enregistrements sismiques, leur mesure nécessite des techniques plus abouties. Leur utilisation est donc moins répandue que celle du mode fondamental et la couverture spatiale associée est moindre.

Un des avantages de l'utilisation du bruit sismique est qu'il peut être enregistré en permanence et partout sur Terre. Son utilisation permet ainsi d'augmenter le nombre de données disponibles et de varier les directions de propagation améliorant ainsi la couverture en ondes de surface sur la majeure partie du globe tout en s'affranchissant de l'occurrence des séismes. Néanmoins, la détermination des vitesses de propagation des ondes de surface à courtes périodes n'est possible que si on dispose de stations distantes d'au maximum quelques dizaines de kilomètres. Les études de bruit ambiant sont donc généralement réalisées dans les régions présentant d'un grand nombre de récepteurs voire mieux, des réseaux de stations. Par ailleurs, les fréquences contenues dans le bruit correspondant principalement à des courtes périodes, le bruit sismique ne permet d'imager que la croûte et le manteau supérieur.

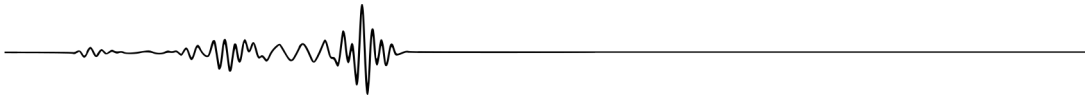
**Conséquences sur l'interprétation des modèles**

Les différents types de données sismiques sont souvent traités de manière isolée dans les inversions tomographiques. Il est donc souvent impossible d'imager à la fois au sein d'un même modèle tomographique les variations de propriétés physiques à grande longueur d'onde et les hétérogénéités de plus petite taille comme les discontinuités. Une image obtenue via l'étude d'ondes de volume contiendra des discontinuités alors qu'un modèle issu d'ondes de surface sera entièrement lisse. Outre le fait des erreurs liées aux différentes approximations théoriques et au bruit contenu dans les observations, ceci permet alors d'expliquer les différences observées entre modèles construits à partir de différents observables. Par ailleurs, cette incohérence entre modèles peut être également reliée aux différences d'échantillonnage et de couverture spatiale. Par exemple, un modèle construit à partir d'ondes de surface et un autre réalisé à partir de données d'ondes de surface obtenues par corrélation de bruit ambiant ne présentera pas la même couverture horizontale et la même résolution en profondeur : le premier présentera une bonne résolution dans le manteau lithosphérique jusqu'à la zone de transition, alors que le second sera mieux résolu dans la croûte et la partie supérieure du manteau lithosphérique.

Ces phénomènes contribuent à rendre le problème inverse fortement non linéaire ce qui implique que sa solution est hautement non unique, limitant alors les interprétations géodynamiques. Le développement récent de la tomographie de forme d'ondes permet de prendre en compte de façon conjointe des d'informations à courtes et longues périodes associées à la fois aux ondes de volume et de surface. Le principe de cette méthode est d'ajuster lors de l'étape d'inversion les formes d'onde observées plutôt qu'uniquement les temps de trajet de certaines phases. Par ailleurs, ces temps de trajet requièrent d'être repérés « à la main » sur le signal sismique, ce qui peut être parfois difficile. La forme d'onde est par contre directement enregistrée, évitant ainsi l'introduction d'erreurs de mesure. Le problème direct consiste en la résolution de l'équation d'onde complète. Cela permet de s'affranchir des approximations théoriques du type théorie des rais et de prendre directement en compte des phénomènes complexes tels que les effets de diffraction qui engendrent généralement des phases trop difficiles à séparer dans le domaine temporel. L'échantillonnage des couches profondes s'en trouve ainsi grandement amélioré par rapport aux tomographies basées sur les temps de trajet car de nombreuses phases échantillonnant des régions différentes du manteau ou du noyau peuvent alors être prises en compte. Néanmoins, le gros désavantage de la méthode est son temps de calcul numérique. Celui-ci augmentant exponentiellement avec la fréquence, les plus courtes périodes (typiquement $<$ 40-50 s) ne sont souvent pas prises en compte.

Finalement, la tomographie visant à imager les anomalies latérales de paramètres élastiques à l'échelle globale ou régionale sont construits à partir de données à relativement longues périodes : les hétérogénéités très petites devant la longueur d'onde minimale du champ d'ondes ne sont alors pas résolues, de même que les discontinuités. L'image obtenue est alors lisse et correspond à une version apparente ou effective de la Terre qui permet d'expliquer au mieux les observations (e.g. Capdeville *et al.*, 2010a,b, 2013). L'estimation de cette Terre réelle à partir de données à grande longueur d'onde est donc un problème inverse hautement non linéaire et non unique. Une conséquence de cette non unicité est l'impossibilité de distinguer l'anisotropie réelle de celle engendrée par la non résolution de petites hétérogénéités, ce qui pose problème lorsqu'on veut interpréter les modèles tomographiques en termes de géodynamique.

# 2 Origine de l'anisotropie sismique dans les modèles tomographiques



L'anisotropie sismique a été identifiée pour la première fois dans les années 1960 à partir d'observations réalisées sur les ondes de Rayleigh et de Love. Elle est observable sur Terre à toutes les échelles, des minéraux aux plus grandes longueurs d'ondes. Son origine est néanmoins variée, ce qui alimente des débats concernant les causes de l'anisotropie observée en sismologie et cartographiée dans les modèles tomographiques.

Ce chapitre présente tout d'abord les premières observations sismologiques associées à l'anisotropie et permet d'en expliciter sa signification. S'en suit une section abordant la théorie de l'élasticité et les relations entre paramètres élastiques et anisotropie. Une troisième section permet de discuter de l'utilité de l'anisotropie comme indicateur de la déformation des roches crustales et mantelliques. Enfin, la dernière partie fait l'état des lieux des connaissances relatives aux effets des hétérogénéités pétrologiques sur l'anisotropie observée en sismologie.

## 2.1 Définitions et premières observations sismologiques

De façon générale, l'anisotropie désigne le fait que les propriétés physiques d'un milieu dépendent de la direction dans lequel celui-ci est échantillonné. En sismologie, on s'intéresse particulièrement aux vitesses sismiques. Un milieu est alors qualifié d'anisotrope si la vitesse des ondes qui le traversent varie avec la direction de propagation ou de polarisation.

Les premières observations sismiques attribuables à l'anisotropie remontent aux années 60 et sont notamment à mettre en relation avec l'émergence de la théorie de la tectonique des plaques (Le Pichon, 1968). Par exemple, l'étude de la vitesse des ondes de surface a révélé une incapacité à réconcilier les ondes de Rayleigh et de Love avec un modèle isotrope de vitesse d'ondes $S$. En effet, la vitesse des ondes $S$ déduite à partir de données d'ondes de Love est généralement supérieure à celle déduite à partir des ondes de Rayleigh et ce pour des profondeurs atteignant environ 300 km sous les océans.

Cette incompatibilité entre ondes de surface, appelée *Love-Rayleigh discrepancy*, a été attribuée pour la première fois à la présence d'anisotropie dans le manteau supérieur par Anderson (1961).

Concernant les ondes de volume, Shor et Pollard (1964) ont étudié la vitesse des ondes $Pn$ dans l'archipel Hawaïen. Ces ondes sont des ondes $P$ réfractées à la base de la croûte, ici océanique, et principalement sensibles au manteau situé immédiatement sous le Moho (Storchak *et al.*, 2011). Ils observent alors que la vitesse de propagation des ondes $Pn$ varie de façon très marquée avec l'azimut considéré, i.e. l'angle entre le Nord et la direction de propagation. Alors que Shor et Pollard (1964) attribuent leurs résultats à des hétérogénéités latérales dans le manteau, Hess (1964) propose que ces observations sismologiques découlent de l'orientation préférentielle des cristaux anisotropes d'olivine constituant la péridotite du manteau, ceux-ci étant orientés par le flux mantellique perpendiculaire aux dorsales océaniques. La Fig. 2.1 représente la vitesse de propagation des ondes $Pn$ en fonction de l'angle par rapport à la direction fossile d'expansion océanique. La vitesse atteint un maximum pour un angle $\theta$ de $0 \pm 180^{\circ}$ alors qu'elle est minimale pour la direction perpendiculaire, i.e. $\theta = 90 \pm 180^{\circ}$. Cela signifie que la vitesse des ondes est maximale selon la direction d'expansion, généralement perpendiculaire à l'axe des dorsales océaniques. C'est cette observation qui est à la base de l'interprétation proposée par Hess (1964).

La présence d'anisotropie est également proposée par Vinnik *et al.* (1989) pour expliquer un autre type d'observation relative aux ondes de volume : le *splitting des ondes* $SKS$. Ces ondes $S$ se propagent en partie dans le noyau liquide (convertie en ondes $P$) et sont visibles en théorie sur les composantes verticale et radiale d'un enregistrement sismique. Dans certaines conditions, en plus de la composante verticale, ces ondes sont enregistrées à la fois sur les directions radiale et transverse avec un déphasage entre ces deux composantes. On peut alors distinguer une onde lente et une onde rapide dont les polarisations sont différentes. En étudiant la direction de polarisation de l'onde rapide en différents endroits du globe, Vinnik *et al.* (1989) proposent que ce *splitting* est dû à l'orientation des cristaux anisotropes dans le manteau supérieur, à la fois au niveau des océans et des continents.

La question qui émerge alors de ces diverses observations est comment l'anisotropie à l'échelle cristalline se transfert-elle à l'échelle des observations sismologiques ? En quoi est-elle reliée à la déformation du manteau ? Qu'en est-il de la croûte ? Avant d'aborder ces questions de façon plus précise, la section suivante présente les points principaux de la théorie de l'élasticité qui permet de relier mathématiquement les contraintes d'un milieu et les déformations associées. Cette théorie sera abordée dans le cadre de la propagation des ondes sismiques.

## 2.2 Théorie de l'élasticité et anisotropie

### Le tenseur élastique $C_{ijkl}$ en milieu anisotrope

Dans le cas de déformations élastiques faibles, comme c'est le cas lors du passage d'une onde sismique, la loi de Hooke (Éq. 2.1) permet de relier de façon linéaire le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$, au tenseur des déformations $\boldsymbol{\epsilon}$, via le tenseur élastique $\boldsymbol{C}$.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl} \tag{2.1}$$

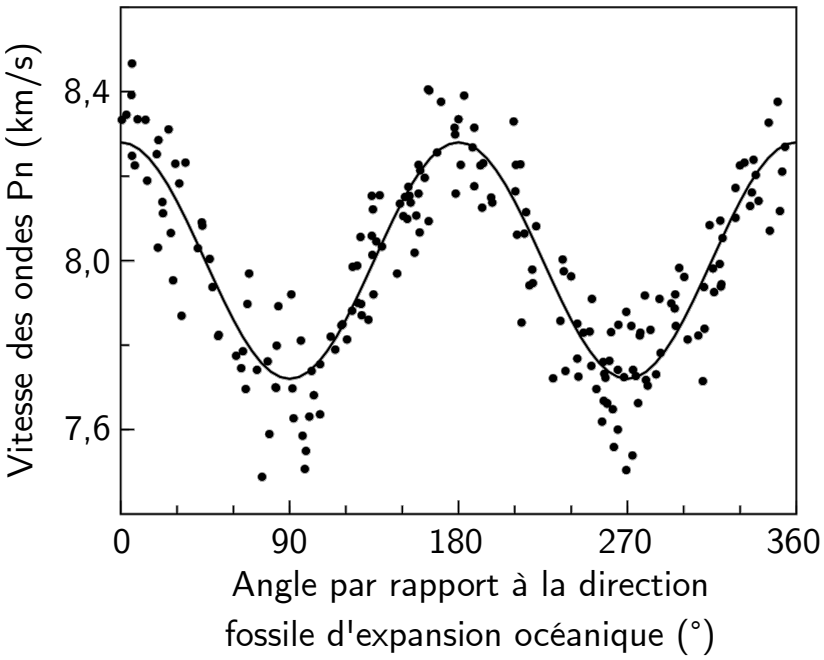



**Fig. 2.1** – Représentation schématique des observations réalisées grâce aux ondes $Pn$ et illustrant l'anisotropie azimutale du manteau supérieur. La dépendance azimutale de la vitesse de propagation des ondes varie en $\cos(2\phi)$, où $\phi$ est l'angle par rapport à la direction fossile d'expansion océanique. Modifié d'après Shearer (2009).

C'est ce tenseur $C_{ijkl}$, dont l'expression est présentée par l'Éq. 2.2, qui permet de décrire entièrement le comportement élastique d'un milieu. En se basant sur les symétries suivantes :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} = C_{klij}$$

on peut montrer que dans le cas général, ce tenseur d'ordre 4 possède uniquement 21 coefficients indépendants. Ainsi, $C_{ijkl}$ est généralement réduit à une matrice $6 \times 6$ notée $C_{mn}$ (Éq. 2.3). Cette simplification se base sur la notation de Voigt qui utilise la convention suivante : les indices 1 à 6 de $C_{mn}$ correspondent respectivement à des couples d'indices de $C_{ijkl}$ avec

$$1 : (1,1) \quad ; \quad 2 : (2,2) \quad ; \quad 3 : (3,3) \quad ;$$

$$4 : (2,3) \text{ ou } (3,2) \quad ; \quad 5 : (1,3) \text{ ou } (3,1) \quad ; \quad 6 : (1,2) \text{ ou } (2,1)$$

$$C_{ijkl} = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{4411} & C_{2322} & C_{1333} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{5511} & C_{1322} & C_{1333} & C_{1323} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{6611} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1213} & C_{1212} \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

$$C_{mn} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

Cette matrice $C_{mn}$, qui est symétrique également, permet de réaliser des opérations mathématiques sans avoir à manipuler le tenseur $C_{ijkl}$ d'ordre 4.

Les ondes sismiques sont sensibles aux 21 coefficients indépendants du tenseur élastique ainsi qu'à la densité. Même si en laboratoire il est possible d'étudier des échantillons de roches dans toutes les directions, la sismologie ne permet pas de contraindre ces 21 paramètres en chaque point de l'intérieur de la Terre. Des simplifications sont donc nécessaires. Elles impliquent en général un certain nombre d'hypothèses sur la structure terrestre et s'appuient sur les symétries du milieu afin de réduire le nombre de paramètres élastiques nécessaires.

En première approximation, la Terre est souvent considérée comme isotrope. Dans ce cas, uniquement deux coefficients élastiques permettent de caractériser le milieu : les paramètres de Lamé, $\lambda$ et $\mu$. Ces paramètres dépendent de la masse volumique $\rho$ et des vitesses sismiques $V_P$ et $V_S$ de la façon suivante :

$$\lambda = \rho.(V_P^2 - 2V_S^2) \tag{2.4}$$

$$\mu = \rho.V_S^2 \tag{2.5}$$

En chaque point du milieu, le tenseur élastique isotrope s'exprime alors ainsi :

$$C_{mn} = \begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

En sismologie, un milieu isotrope est donc caractérisé par les vitesses des ondes $P$ et $S$, que l'on peut estimer via une étude tomographique, et par la masse volumique, généralement déterminée par des études

préalables ou des relations empiriques la reliant à la vitesse des ondes (voir Éq. 3.14 par exemple).

Cependant, comme le suggèrent les observations évoquées en Section 2.1, l'intérieur de la Terre est au moins en partie anisotrope. Si on considère que les propriétés physiques terrestres varient principalement avec la profondeur et que les variations latérales sont négligeables, on peut faire l'approximation que la Terre présente une symétrie cylindrique, i.e. hexagonale. Un milieu présentant ce type de symétrie est qualifié de *transverse isotrope*, ou *TI*, étant donné que les propriétés physiques ne varient pas dans les directions transverses à l'axe de symétrie. En plus de la masse volumique, ce milieu peut être décrit par 5 coefficients élastiques indépendants qui sont les paramètres de Love, A, C, F, L et N (Love, 1927). Dans le cas où l'axe de symétrie est selon l'axe 3, le tenseur élastique correspondant s'écrit :

$$C_{mn} = \begin{pmatrix} A & A-2N & F & 0 & 0 & 0 \\ A-2N & A & F & 0 & 0 & 0 \\ F & F & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

**Ondes sismiques et anisotropie radiale**

Les ondes $P$ se propageant dans un milieu transverse isotrope sont principalement sensibles aux paramètres $A$ et $C$ alors que les ondes $S$ sont sensibles à $N$ et $L$. Dans le cas particulier de la structure terrestre, les variations de propriétés sismiques variant principalement avec la profondeur, l'axe de symétrie est souvent supposé vertical. Le milieu est alors appelé *transverse isotrope vertical* ou *VTI* selon la dénomination anglaise. Selon Anderson (1961); Babuška et Cara (1991), on a alors :

$$V_{PH} = \sqrt{A/\rho} \tag{2.8}$$

$$V_{PV} = \sqrt{C/\rho} \tag{2.9}$$

$$V_{SH} = \sqrt{N/\rho} \tag{2.10}$$

$$V_{SV} = \sqrt{L/\rho} \tag{2.11}$$

avec

- $\rho$, la masse volumique ;
- $V_{PH}$ - respectivement $V_{PV}$ - la vitesse des ondes $P$ se propageant horizontalement - respectivement verticalement ;
- $V_{SH}$ - respectivement $V_{SV}$ - la vitesse de propagation des ondes $SH$, ondes $S$ se propageant et étant polarisées horizontalement - respectivement $SV$, ondes $S$ se propageant ou étant polarisées verticalement (voir Fig. 3.1).

On peut alors définir une anisotropie dite de polarisation, ou *anisotropie radiale*, en fonction des paramètres A, C, L, N. En général, la relation

$$\phi = \left(\frac{V_{PV}}{V_{PH}}\right)^2 = \frac{C}{A} \tag{2.12}$$

désigne l'anisotropie radiale associée aux ondes $P$ alors que

$$\xi = \left(\frac{V_{SH}}{V_{SV}}\right)^2 = \frac{N}{L} \tag{2.13}$$

est celle liée aux ondes $S$. De façon générale, les ondes $SH$ se propagent plus rapidement que les ondes $SV$ dans le manteau supérieur, induisant une anisotropie radiale $\xi > 1$, dite positive. À titre d'exemple, dans le modèle PREM de Dziewoński et Anderson (1981), $\xi$ atteint près de 10 % dans le manteau supérieur (voir Fig. 5).

### Ondes de surface dans un milieu anisotrope

Dans certaines situations, il est plus réaliste de faire l'hypothèse que le milieu présente un axe de symétrie horizontal ou oblique : l'anisotropie est alors respectivement qualifiée de *horizontal transverse isotropy* ($HTI$) ou *tilted transverse isotropy* ($TTI$). Cette dernière situation représente le cas le plus général d'anisotropie, où en plus des effets d'anisotropie radiale se mêlent les effets d'anisotropie dite azimutale. Lorsque l'anisotropie globale est faible (quelques %), le tenseur élastique d'un milieu transverse isotrope quelconque peut être décomposé en deux composantes (Montagner et Nataf, 1988) :

- un tenseur transverse isotrope vertical (VTI) tel que celui de l'équation 2.7, qui correspond à la moyenne azimutale du milieu ;
- un tenseur exprimant les variations azimutales par rapport à la moyenne transverse isotrope verticale.

L'axe de symétrie du milieu est alors caractérisé par deux angles : son azimut $\theta$ et son inclinaison $\phi$ (Montagner et Nataf, 1988).

Les ondes de surface sont particulièrement sensibles à l'anisotropie et sont donc utilisées en sismologie pour contraindre différents paramètres élastiques. Dans un milieu faiblement anisotrope, Smith et Dahlen (1973) ont montré qu'au premier ordre, la vitesse de phase des ondes de surface varient en $2\theta$ et $4\theta$ selon la relation suivante :

$$\begin{aligned} C(T) = \alpha_1(T) + \alpha_2(T)\cos(2\theta) + \alpha_3(T)\sin(2\theta) \\ + \alpha_4(T)\cos(4\theta) + \alpha_4(T)\sin(4\theta) \end{aligned} \tag{2.14}$$

où $\theta$ est l'azimut de propagation, $\alpha_1$ est associé au milieu VTI et $\alpha_{2-5}$ sont les termes d'anisotropie azimutale qui dépendent de 13 paramètres élastiques $(A, C, F, L, N, B_c, B_s, E_c, E_s, G_c, G_s, H_c, H_s)$. À noter qu'une relation équivalente existe pour la vitesse de groupe (Smith et Dahlen, 1973).

Montagner et Nataf (1986) ont repris ces résultats et exprimé l'effet global de l'anisotropie sur la

propagation des ondes de surface. Les équations qui en résultent (Éq. 2.15 à 2.19) sont la base de la plupart des études tomographiques s'intéressant à l'anisotropie azimutale. Selon ce formalisme, la perturbation en vitesse de phase pour les ondes de Rayleigh s'écrit :

$$\begin{aligned}\delta C_R = &\frac{\partial C_R}{\partial A}\left[\partial A + B_c\cos(2\theta) + B_s\sin(2\theta) + E_c\cos(4\theta) + E_s\sin(4\theta)\right]\\ + &\frac{\partial C_R}{\partial C}\partial C\\ + &\frac{\partial C_R}{\partial F}\left[\partial F + H_c\cos(2\theta) + H_s\sin(2\theta)\right]\\ + &\frac{\partial C_R}{\partial L}\left[\partial L + G_c\cos(2\theta) + G_s\sin(2\theta)\right]\end{aligned} \tag{2.15}$$

alors que celle correspondant aux ondes de Love est de la forme :

$$\begin{aligned}\delta C_L = &\frac{\partial C_L}{\partial L}\left[\partial L - G_c\cos(2\theta) - G_s\sin(2\theta)\right]\\ + &\frac{\partial C_L}{\partial N}\left[\partial N - E_c\cos(4\theta) - E_s\sin(4\theta)\right]\end{aligned} \tag{2.16}$$

Les 13 paramètres indépendants $A, C, F, L, N, B_c, B_s, H_c, H_s, G_c, G_s, E_c, E_s$ sont exprimés à partir de combinaisons linéaires simples des coefficients élastiques du tenseur $C_{mn}$ comme suit :

- termes constants (pas de variation azimutale) :

$$\begin{aligned}A &= \frac{3}{8}(C_{11}+C_{22}) + \frac{1}{4}C_{12} + \frac{1}{2}C_{66} = \rho V_{PH}^2\\ C &= C_{33} = \rho V_{PV}^2\\ F &= \frac{1}{2}(C_{13}+C_{23})\\ L &= \frac{C_{44}}{C_{55}} = \rho V_{SV}^2\\ N &= \frac{1}{8}(C_{11}+C_{22}) - \frac{1}{4}C_{12} + \frac{1}{2}C_{66} = \rho V_{SH}^2\end{aligned} \tag{2.17}$$

- termes variant en $2\theta$ :

| | termes en cos | termes en sin |
|---|---|---|
| $B$ | $B_c = \frac{1}{2}(C_{11}-C_{22})$ | $B_s = C_{16}+C_{26}$ |
| $H$ | $H_c = \frac{1}{2}(C_{13}-C_{23})$ | $H_s = C_{36}$ |
| $G$ | $G_c = \frac{1}{2}(C_{55}-C_{44})$ | $G_S = C_{54}$ |

(2.18)

- termes variant en $4\theta$ :

| | terme en cos | terme en sin |
|---|---|---|
| $E$ | $E_c = \frac{1}{8}(C_{11}+C_{22}) - \frac{1}{4}C_{12} - \frac{1}{2}C_{66}$ | $E_s = \frac{1}{2}(C_{16}-C_{26})$ |

(2.19)

Les paramètres $B, H, G$ et $E$ décrivent respectivement les variations azimutales des coefficients $A, F, L$ et $N$.

Le calcul des noyaux de sensibilité des ondes de surface à différents paramètres physiques (Montagner et Nataf, 1986) a montré que, pour les modes fondamentaux et à des profondeurs correspondant au manteau supérieur, les ondes de Love sont principalement sensibles au paramètre $N$ et ses variations (paramètre E) et très peu à $L$. A contrario, les ondes de Rayleigh sont majoritairement sensibles à $L$ (et donc à G) - et dans une moindre mesure à $A$, $C$ et $F$ - mais elles sont pratiquement insensibles à $N$. L'anisotropie radiale $\xi$ impliquant à la fois les paramètres $L$ et $N$, elle peut être contrainte par l'interprétation conjointe des données d'ondes de Love et de Rayleigh. Par ailleurs, les résultats de Montagner et Nataf (1986) concernant les noyaux de sensibilité suggèrent également que la vitesse de propagation des ondes de Rayleigh varie principalement en $2\theta$ alors que celle des ondes de Love varie en $4\theta$. Des études ultérieures (e.g. Beucler et Montagner, 2006; Trampert et Woodhouse, 2003) ont cependant montré que les termes en $4\theta$ sont nécessaires au calcul de l'anisotropie azimutale des ondes de Rayleigh. Néanmoins, l'influence des termes en $2\theta$ étant prédominante et l'étude des variations en $4\theta$ nécessitant une couverture en données bien plus difficile à satisfaire que pour les variations en $2\theta$, on se contente généralement d'étudier l'anisotropie azimutale des ondes de Rayleigh plutôt que celle des ondes de Love, et on néglige les termes variant en $4\theta$ (e.g. Debayle *et al.*, 2005).

Il est donc possible d'étudier l'anisotropie d'un milieu grâce aux données sismiques. Cependant, bien que certains auteurs comme Hess (1964) proposent que l'anisotropie observée en sismologie soit entièrement liée à l'orientation préférentielle de cristaux anisotropes, les mécanismes à l'origine de l'anisotropie observée dans les modèles tomographiques font toujours débat actuellement. Les sections suivantes présentent les différents types d'anisotropies observables à l'échelle des cristaux et de la roche, ainsi que leurs relations avec la déformation macroscopique des roches et les observations sismologiques.

## 2.3 Du cristal aux observations sismologiques : l'anisotropie sismique comme indicateur de la déformation des roches

### 2.3.1 Anisotropie dans les roches mantelliques

Des études effectuées en laboratoire sur des péridotites mantelliques ont permis de déterminer les vitesses des ondes $P$ et $S$ se propageant dans un cristal d'olivine. Les valeurs correspondantes sont représentées sur la Fig. 2.2 pour des directions de propagation et de polarisation distinctes : ces vitesses étant significativement différentes, le cristal d'olivine est intrinsèquement anisotrope, l'anisotropie pouvant atteindre jusqu'à 24,6 % pour les ondes $P$ et 22,3 % pour les ondes $S$ (Kumazawa et Anderson, 1969). C'est la symétrie particulière du cristal, qualifiée d'orthorhombique, qui lui confère cette propriété. L'axe cristallographique **a**, qui est l'axe selon lequel les ondes $P$ se propagent le plus rapidement, est appelé le *grand axe* de l'olivine.

D'autres minéraux constitutifs des péridotites tels que les pyroxènes sont également fortement anisotropes (pour les ondes $P$ : $\sim$ 15% d'anisotropie pour l'orthopyroxène et 25% pour le clinopyroxène) (Mainprice *et al.*, 2000). Néanmoins, l'olivine étant le minéral le plus abondant dans le manteau (respectivement $\sim$ 60%, 80% et 100% pour des compositions pyrolitique, harzburgitique et dunitique (Stixrude

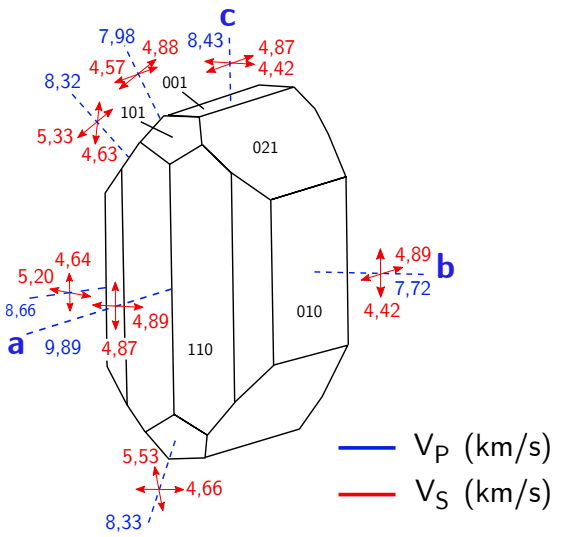



**Fig. 2.2** – Diagramme cristallographique d'un cristal orthorhombique d'olivine, modifié d'après Babuška et Cara (1991). Données originales de Kumazawa et Anderson (1969).
$a$, $b$ et $c$ sont les trois axes cristallographiques de l'olivine. L'orientation des faces du cristal par rapport à ces axes est décrite par les indices de Miller (110, 021, ...). Les lignes tiretées bleues représentent la direction des ondes de volume $P$ et $S$ au sein du cristal. Les double flèches rouges décrivent la polarisation des ondes S. Les valeurs écrites en bleu, respectivement en rouge, correspondent aux vitesses de propagation des ondes P, respectivement des ondes S. Pour chaque type d'onde, ces vitesses diffèrent selon la direction de propagation ou de polarisation, impliquant que le cristal d'olivine est intrinsèquement anisotrope. L'axe $a$ est appelé *grand axe de l'olivine*, axe selon lequel la vitesse de propagation des ondes $P$ est la plus importante. Lorsque le milieu est soumis à un cisaillement, cet axe s'oriente selon la direction des contraintes cisaillantes (Maupin et Park, 2007) donnant naissance à une structure nommée *Lattice-Preferred Orientation (LPO)*.

et Lithgow-Bertelloni, 2012)), elle est généralement considérée comme étant à l'origine de l'anisotropie observée à l'échelle macroscopique (Babuška et Cara, 1991).

En effet, des études de déformation des péridotites réalisées en laboratoire (e.g. microscopie optique, diffraction aux rayons X) ainsi que des observations d'ophiolites ont permis de montrer que sous la contrainte, les minéraux anisotropes s'orientent selon une direction préférentielle. La structure qui en résulte est appelée *Lattice-Preferred Orientation* (LPO) - ou *Crystallographic-Preferred Orientation* (CPO). L'anisotropie à l'échelle du cristal se transmet ainsi à la roche, à l'échelle macroscopique. Dans le cas d'un cisaillement simple important, le grand axe de l'olivine s'aligne avec la direction du cisaillement (Fig. 2.3) et la LPO de l'olivine est qualifiée de type A.

En supposant que les contraintes liées au développement de la LPO sont cohérentes dans le temps et à l'échelle régionale, cette structure est communément considérée comme étant à l'origine de l'anisotropie sismique du manteau supérieur. Ainsi, l'anisotropie observée à grande échelle dans le manteau supérieur est généralement utilisée comme marqueur du flux mantellique convectif, la direction de plus grande vitesse sismique soulignant directement la direction du flux.

Néanmoins, bien que cela constitue un bon point de départ, l'interprétation de l'anisotropie comme

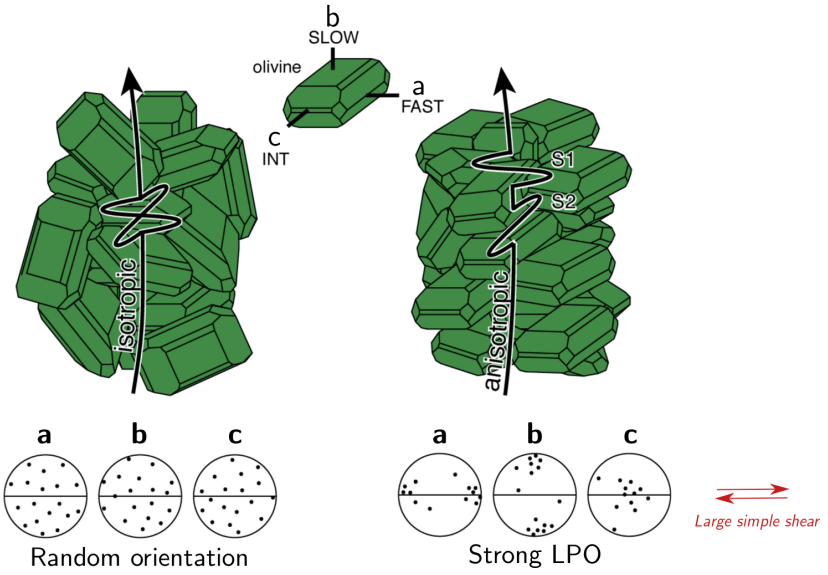



**Fig. 2.3** – Effet de l'anisotropie de type LPO sur la propagation des ondes. Gauche : une onde $S$ traversant un milieu isotrope n'est pas affectée par la traversée du milieu. Droite : une onde $S$ traversant un milieu anisotrope résultant de la LPO de l'olivine subit un déphasage donnant naissance à une onde rapide ($S1$) et une onde lente ($S2$) dont les polarisations sont différentes. Modifié d'après un dessin de Luc Mehl.

marqueur du flux convectif se base sur plusieurs hypothèses fortes et reste relativement simpliste. La relation entre la LPO et la géométrie de déformation des roches dépend en effet de nombreux paramètres tels que la pression, la température, l'ampleur et le type de déformation (e.g. aplatissement pur vs. cisaillement simple, cisaillement faible vs. fort...) ou encore la présence de poches de fusion, d'eau ou d'autres éléments volatils (Holtzman *et al.*, 2003; Jung et Karato, 2001; Kaminski, 2006; Kaminski et Ribe, 2001). Dans le cas d'un cisaillement simple faible, le grand axe de l'olivine s'oriente parallèlement à la direction de déformation maximale qui n'est pas exactement la direction de cisaillement, i.e. la direction du flux. Dans le cas d'un aplatissement pur, c'est l'axe **b** de l'olivine qui acquiert une orientation préférentielle - parallèle à la direction de compression - alors que l'axe **a** est orienté aléatoirement dans le plan perpendiculaire (Kaminski et Ribe, 2001). Les vitesses sismiques sont donc faibles parallèlement à la direction de compression et élevées dans le plan normal, sans direction préférentielle. Enfin, en présence d'eau, l'olivine peut développer une LPO de type B, où le grand axe s'oriente dans le plan de cisaillement - comme dans le cas de la LPO de type A - mais à 90°de la direction de cisaillement (Jung et Karato, 2001). Cela implique que les vitesses seront plus élevées dans des directions perpendiculaires à celles observées en conditions LPO de type A. En résumé, l'anisotropie ne permet donc pas de cartographier directement le flux mantellique dans toutes les situations mais elle permet néanmoins d'avoir une bonne idée de la déformation.

### 2.3.2 Anisotropie dans les roches de la croûte

Dans la croûte, et particulièrement la croûte continentale, il existe également des minéraux intrinsèquement anisotropes. C'est le cas des amphiboles et des phyllosilicates de type micas (en particulier la biotite et la muscovite) qui sont les minéraux anisotropes produisant les LPO les plus marquées dans les roches crustales. On leur attribue une part non négligeable de l'anisotropie sismique observée en surface. Les feldspaths et le quartz ne développent pas particulièrement de LPO mais sont très anisotropes et représentent une portion volumique importante dans les roches crustales, ce qui implique qu'ils peuvent également contribuer à l'anisotropie (voir Almqvist et Mainprice, 2017, pour une revue récente).

Concernant les micas, on peut montrer en laboratoire que les vitesses sismiques sont les plus élevées parallèlement à l'axe de foliation du minéral (Almqvist et Mainprice, 2017). L'amphibole étant orthorhombique, le type de LPO développée est plus complexe (la vitesse des ondes étant différente selon les 3 axes principaux du cristal).

Lorsque la croûte est soumise à certaines contraintes, les roches de la croûte inférieure subissent généralement de la déformation non cassante aboutissant à la mise en place d'une foliation. Le plan de foliation est souligné en particulier par les micas. C'est ce qu'on peut observer dans un gneiss par exemple. Dans ce cas, la LPO est là aussi considérée comme étant à l'origine de l'anisotropie observée à l'échelle macroscopique.

Nous avons jusqu'à présent discuté du cas de l'anisotropie intrinsèque, c'est-à-dire résultant de la LPO. Cependant, l'anisotropie observée en sismologie peut également avoir une origine extrinsèque. C'est le cas des hétérogénéités de petites tailles qui, ne pouvant pas être résolues par les ondes sismiques à longues périodes, induisent de l'anisotropie à grande échelle (voir Fig. 2.4). La section suivante est consacrée à un état des lieux des connaissances relatives aux effets de ces hétérogénéités sur l'anisotropie contenue dans les modèles tomographiques.

## 2.4 Effet des hétérogénéités de petites longueurs d'onde sur l'anisotropie des modèles tomographiques : état des lieux

Les premières descriptions du phénomène d'anisotropie extrinsèque ont été réalisées principalement dans les années 50 sur des modèles de type milieux hétérogènes finement lamellés et plus particulièrement sur un milieu particulier qualifié de *PITL* (*Periodic Isotropic Two-Layered*). Celui-ci correspond à l'alternance périodique de deux couches horizontales et isotropes, chacune possédant une épaisseur, une densité et une vitesse de propagation fixées. À cette époque, on sait déjà qu'à grande échelle, un milieu PITL est équivalent à un milieu VTI homogène. Postma (1955) montre alors qu'il est possible d'exprimer les 5 composantes indépendantes du tenseur élastique associé au milieu VTI équivalent en fonction des paramètres de Lamé et de l'épaisseur de chacune des deux couches caractéristiques du milieu PITL.

D'autres auteurs se sont penchés sur l'étude de milieux non périodiques (Anderson, 1961; Helbig, 1958; Thomson, 1950). Thomson (1950) par exemple, a analysé le cas d'un milieu composé de $n$ couches homogènes d'épaisseurs variées mais il s'est restreint au cas isotrope et à des longueurs d'ondes relative-

ment courtes par rapport à l'épaisseur des couches. Une généralisation des formules de Postma (1955) à un milieu non périodique a été proposée par Helbig (1958). Néanmoins, là encore ces relations ne sont valables que pour des couches localement isotropes. Anderson (1961) quant à lui, a étudié la propagation des ondes dans un milieu non périodique constitué d'une succession de couches potentiellement intrinsèquement anisotropes. Cependant, tout comme Thomson (1950), ses conclusions ne prenaient pas en compte le cas des très grandes longueurs d'ondes.

C'est Backus (1962) qui a généralisé l'expression des paramètres élastiques d'un milieu VTI équivalent à un milieu hétérogène composé d'un empilement non périodique de couches horizontales échantillonné par des ondes dont la longueur d'onde minimale est grande devant l'épaisseur des couches. Les paramètres élastiques effectifs s'expriment en effet comme des combinaisons algébriques simples de moyennes spatiales des paramètres élastiques du milieu lamellé initial, celui-ci pouvant être localement isotrope ou transverse isotrope (voir Chapitre 3). Cependant les relations analytiques exprimées par Backus ne sont valables qu'en 1-D.

Des études numériques ont par la suite été menées plus spécifiquement sur la problématique de la distinction entre anisotropie radiale intrinsèque et extrinsèque dans des milieux hétérogènes échantillonnés par des ondes à grandes longueurs d'ondes. Levshin et Ratnikova (1984) ont étudié la propagation des ondes de volume et de surface dans des milieux périodiques et non périodiques. Ces modèles correspondent à des milieux localement isotropes, lamellés horizontalement ou présentant des discontinuités latérales. Les auteurs ont alors montré que les formes d'ondes induites par des hétérogénéités isotropes non résolues sont indistinguables de celles produites par la présence d'anisotropie intrinsèque. Plus tard, Fichtner *et al.* (2013) soulignent que l'information actuellement exploitable à partir des observations sismiques ne permet pas d'apporter les contraintes nécessaires à la distinction entre l'anisotropie vraie et celle qualifiée d'extrinsèque : l'anisotropie apparente, i.e. observée, est donc potentiellement une combinaison des deux (voir Fig. 2.4). Ces mêmes auteurs se sont alors penchés sur la nature de l'anisotropie contenue dans les modèles tomographiques et sur la validité des interprétations géodynamiques qui en découlent. En effet, la structure imagée en tomographie d'ondes de surface ne pouvant être résolue qu'à grande longueur d'onde – plusieurs centaines de kilomètres typiquement – les modèles tomographiques sont en fait des équivalents longues périodes à la Terre réelle au sein desquels les plus petites hétérogénéités non imagées peuvent induire de l'anisotropie (voir aussi Section 1.2.2). Néanmoins, l'anisotropie observée est généralement considérée comme entièrement liée à l'orientation préférentielle de minéraux anisotropes. En analysant l'équation d'ondes générale pour des milieux isotropes à symétrie hexagonale, Fichtner *et al.* (2013) montrent que dans la majorité des cas, l'anisotropie observée peut s'expliquer dans les barres d'erreur par un modèle à couches isotropes horizontales. Wang *et al.* (2013) sont quant à eux arrivés à une conclusion un peu différente. Ils ont montré que des milieux isotropes lamellés horizontalement peuvent expliquer l'anisotropie contenue dans des modèles 1-D tels que PREM (Dziewoński et Anderson, 1981) dans sa partie lithosphérique mais qu'ils n'expliquent pas entièrement l'anisotropie asthénosphérique ou celle contenue dans des modèles comme ACY400 (Montagner et Anderson, 1989) qui incorpore des contraintes pétrologiques. Concernant la quantification de ce phénomène, Wang *et al.* (2015) ont estimé que 30 % de l'anisotropie apparente observée dans les modèles tomographiques pourraient être dus à la présence d'hétérogénéités non résolues dans le manteau supérieur. Néanmoins, une des limitations aux études de Wang *et al.* (2013) et Wang *et al.* (2015) est leur restriction à un nombre

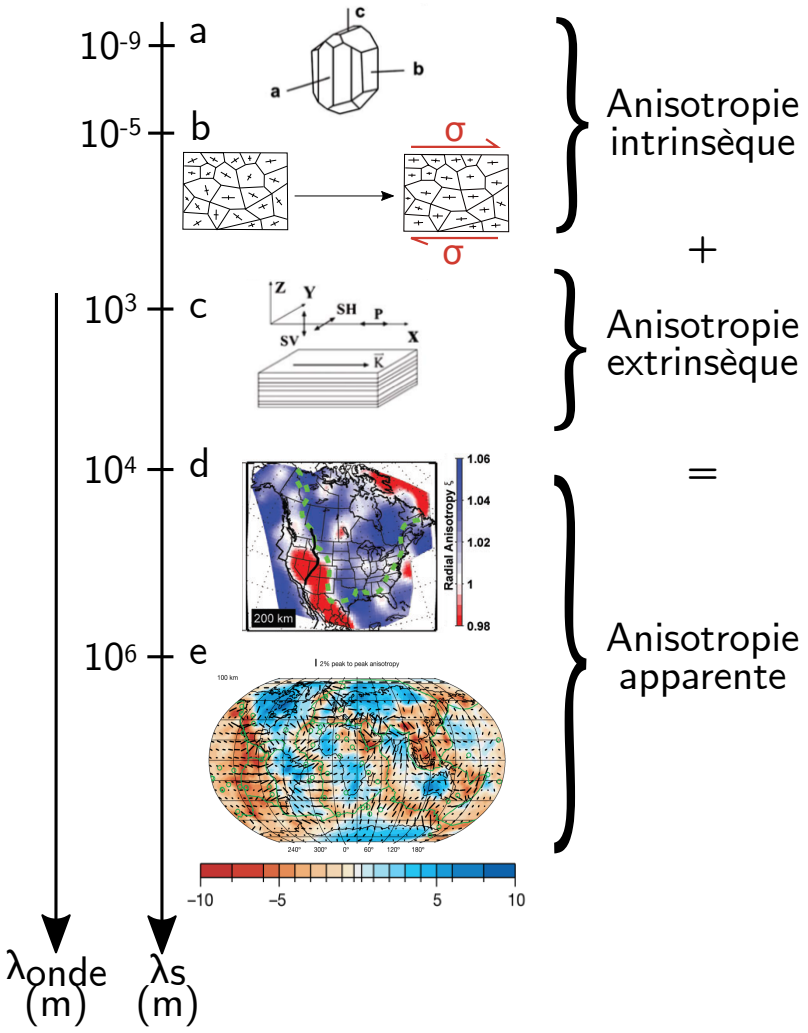



**Fig. 2.4** – L'anisotropie observée dans les modèles tomographiques résulte de différents processus (modifié d'après Wang *et al.* (2013)). (a) La symétrie du cristal d'olivine induit de l'anisotropie dite intrinsèque à l'échelle cristalline (voir aussi Figure 2.2) ; (b) Un agrégat de cristaux anisotropes, e.g. une péridotite du manteau, développe une structure de type *Lattice-Preferred Orientation (LPO)* lorsqu'il est soumis à un champ de contraintes cisaillantes $\sigma$ : sur la figure, chaque polygone représente un cristal d'olivine, la plus longue barre se référant au grand axe, la plus petite à l'axe $b$ ou $c$ ; (c) Un milieu isotrope finement lamellé induit de l'anisotropie dite extrinsèque lorsqu'il est observé par des ondes sismiques dont la plus petite longueur d'onde est plus grande que l'épaisseur caractéristique des couches du milieu ; d'autres processus tels que l'orientation de fissures (« cracks ») ou de poches de matériau en fusion peuvent donner naissance à de l'anisotropie extrinsèque, radiale ou azimutale ; la structure qui résulte de ces phénomènes est appelée *Shapped-Preferred Orientation (SPO)* ; (d) Modèle d'anisotropie radiale à l'échelle régionale, représenté à 200 km de profondeur (Yuan *et al.*, 2011) ; (e) Modèle d'anisotropie azimutale à l'échelle globale, à 100 km de profondeur (Debayle *et al.*, 2005) : la couleur représente les anomalies de vitesse d'ondes $S$ alors que les barres noires sont orientées selon la direction de vitesse maximale.

L'anisotropie, radiale ou azimutale, représentée en (d) et (e) est l'anisotropie apparente, c'est-à-dire l'anisotropie observée via des ondes sismiques à longues périodes, i.e. à grandes longueurs d'onde. Elle résulte de processus intrinsèques ou extrinsèque ou d'une combinaison de ces différents phénomènes. $\lambda_{onde}$ et $\lambda_s$ se réfèrent respectivement à la longueur d'onde sismique utilisée en tomographie et à la taille caractéristique des objets observés.

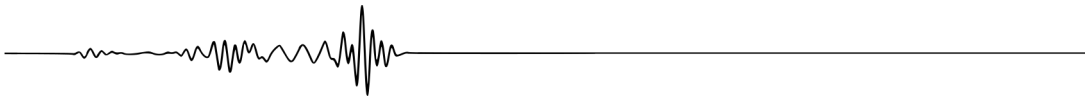
restreint de modèle 1-D de structure interne et à la recherche de milieux périodiques pour expliquer l'origine de l'anisotropie contenue dans ces modèles 1-D. Par ailleurs, aussi bien l'étude de Fichtner *et al.* (2013), que celles de Wang *et al.* (2013) et Wang *et al.* (2015) se sont concentrées sur le cas 1-D alors que les modèles tomographiques sont généralement 2-D ou 3-D.

Trois ans après le début de cette thèse, Faccenda *et al.* (2019) ont évalué la pertinence des modèles proposés par Fichtner *et al.* (2013); Wang *et al.* (2015, 2013) en termes de propriétés élastiques des roches du manteau et conclu que ces modèles n'étaient pas réalistes. Ces auteurs ont alors conduit leur propre étude visant à quantifier l'anisotropie radiale extrinsèque générée par des hétérogénéités compositionnelles à l'échelle du grain ou de la roche dans des conditions pétrologiques et selon des régimes de déformation compatibles avec ceux estimés pour la croûte et le manteau supérieur. Ils ont ainsi conclu que dans la majeure partie du manteau et de la croûte océanique, les contrastes de paramètres élastiques entre unités pétrologiques (basalte vs. harzburgite par exemple) ne sont pas suffisants pour générer plus de 1 % de l'anisotropie observée. Néanmoins, lorsqu'une certaine forme de lamellage est présente à l'échelle du grain, comme au niveau des dorsales océaniques, des régions riches en basalte de la zone de transition du manteau ou encore lorsque les roches du manteau inférieur sont foliées, l'anisotropie associée peut atteindre jusqu'à 6 % pour les ondes $S$ et 3 % pour les ondes P. Enfin, au niveau des interfaces où les contrastes de propriétés physiques sont très marqués (typiquement les discontinuités correspondant aux transitions de phases majeures), l'anisotropie peut atteindre environ 1 % avec $V_{SH} > V_{SV}$, un résultat qui avait déjà été souligné par Wang *et al.* (2015).

La contribution de l'anisotropie associée aux hétérogénéités non résolues dans les modèles tomographiques est une donc question très débattue. Récemment, des techniques dites d'homogénéisation élastique se sont beaucoup développées en 1-D, 2-D et 3-D, dans le but d'obtenir des équivalents à grande longueur d'onde de milieux présentant des petites hétérogénéités (Capdeville *et al.*, 2010a,b; Capdeville et Marigo, 2007; Cupillard *et al.*, 2014). Initialement utilisée dans le but de simplifier la paramétrisation pour accélérer les calculs de sismogrammes synthétiques nécessaires à la résolution du problème direct en tomographie, l'homogénéisation peut également être vue comme un « opérateur tomographique ». Cela signifie que lorsqu'on suppose une couverture en données parfaite, un modèle tomographique est un modèle homogénéisé, i.e. un équivalent à grande échelle de la Terre réelle (Capdeville *et al.*, 2013).

En tirant partie de cette propriété, nous avons utilisé pour la première fois des méthodes d'homogénéisation afin de quantifier l'anisotropie extrinsèque possiblement contenue dans les modèles tomographiques d'ondes de surface et ce notamment en 2-D. Un des objectifs supplémentaires de cette étude était également d'analyser la relation entre le niveau d'anisotropie extrinsèque et les contrastes de vitesses sismiques contenus dans des modèles hétérogènes simples représentant le manteau terrestre. Le chapitre suivant expose la méthode adoptée pour réaliser ce travail, les résultats associés ainsi qu'une discussion sur le sujet.

# 3 Quantification de l'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques



Ce chapitre se compose d'un article publié en 2017 dans *Geophysical Journal International* (Alder *et al.*, 2017) où est étudié le lien entre les hétérogénéités chimiques à petites échelles du manteau terrestre et l'anisotropie radiale extrinsèque qui résulte de la cartographie de ces hétérogénéités par des ondes à grandes longueurs d'onde.

Dans cette étude, on suppose que le manteau présente des hétérogénéités pétrologiques à toutes les échelles spatiales, du centimètre à la centaine de kilomètres. Le spectre d'hétérogénéités associé varie alors en $1/k$, avec $k$ le nombre d'onde des hétérogénéités. Des modèles synthétiques 1-D et 2-D de manteau présentant ce type de spectre sont alors construits numériquement. En 1-D, les modèles correspondent à un simple milieu lamellé. En 2-D, ce sont des modèles de type « gâteau marbré » où une anomalie de vitesse d'ondes S est advectée au sein de deux cellules de convection. Dans les deux cas, ces modèles sont initialement isotropes. L'équivalent à grandes longueurs d'onde de chaque modèle est ensuite généré en utilisant des techniques dites d'homogénéisation. Celles-ci permettent d'estimer les propriétés élastiques effectives d'un milieu en fonction de ses propriétés locales. Le milieu effectif - ou apparent, ou homogénéisé - correspond au milieu initial vu par des ondes à grandes longueurs d'onde, typiquement les ondes de surface. Ce milieu, qui représente donc ce qu'on pourrait observer en tomographie, possède de l'anisotrope radiale entièrement extrinsèque. Dans le cas lamellé 1-D, nous montrons analytiquement que ce niveau d'anisotropie augmente avec le carré des contrastes de vitesses sismiques dans le milieu. Cette relation est ensuite vérifiée numériquement dans les cas 1-D et 2-D. Par ailleurs, cette étude permet de montrer que 10 % d'hétérogénéités chimiques dans un modèle 2-D de type « gâteau marbré » peut induire jusqu'à 3,9 % d'anisotropie radiale extrinsèque pour les ondes S. Une part non négligeable de l'anisotropie radiale contenue dans les modèles tomographiques pourrait donc avoir pour origine les hétérogénéités chimiques du manteau qui ne sont pas résolues par les ondes de surface.

## 3.1 Introduction

For many years, seismologists have been mapping the Earth from seismic waves. For practical reasons, the first Earth-like models were isotropic and consisted of concentric homogeneous shells (see Montagner, 1998, for a review). Yet, over the past several decades, multiple studies have established that seismic anisotropy is needed to explain seismic observations, such as the Rayleigh-Love discrepancy (Anderson, 1961) ; the azimuthal dependence of body-wave velocity under the ocean (Hess, 1964) ; or the shear-wave splitting (Vinnik *et al.*, 1989).

Seismic anisotropy can be caused by many physical processes and is observed at different scales. At the crystal scale, olivine, the most abundant mineral in the upper mantle, exhibits an orthorhombic symmetry. This specific symmetry leads, for a single crystal, to seismic anisotropy with fast and slow velocities differing by more than 20% for P-waves (Mainprice *et al.*, 2000; Mao *et al.*, 2015). Other important mantle constituents such as pyroxenes are anisotropic as well : around 15 % for orthopyroxene and 25% for clinopyroxene (Mainprice *et al.*, 2000). However, as olivine is far more abundant than pyroxene in the mantle peridotite, it is thought to be a dominant element in the bulk anisotropy at large scale (Babuška et Cara, 1991). Laboratory experiments and field observations on ophiolites show that under finite strain accumulation, a preferential orientation of these minerals' crystalline lattices can arise from plastic deformation. This process is usually referred to as lattice-preferred orientation (LPO) - or crystallographic-preferred orientation (CPO). Assuming the deformation due to mantle convection is coherent over large spatial scales, LPO is considered to be at the origin of the long-wavelength anisotropy observed in the upper mantle. Therefore, anisotropy in upper mantle tomographic models is generally assumed to be primarily intrinsic (i.e. due to LPO) and is used as a powerful indicator of large-scale mantle deformation due to thermal convection and plate tectonics (Debayle et Ricard, 2013).

However, in addition to LPO, small-scale inhomogeneities that cannot be resolved by long-period seismic waves may also produce large-scale extrinsic anisotropy (Maupin et Park, 2007). For example, Backus (1962) showed that, when sampled by seismic waves with a minimum wavelength much larger than the average layer thickness, a stack of horizontal isotropic layers is equivalent to a homogeneous radially anisotropic medium. Therefore, whether a medium is heterogeneous or anisotropic is actually a matter of scale at which we analyse its properties (Maupin et Park, 2007). This has led seismologists to separately interpret different data types that sample the Earth at different scales, thus often producing incompatible models. Short-period converted and reflected body waves see sharp discontinuities interpreted in terms of chemical stratification (e.g. Hier-Majumder et Tauzin, 2017; Tauzin *et al.*, 2016) or phase changes (e.g. Tauzin et Ricard, 2014), whereas tomographic models constructed from long-period surface waves depict a smooth anisotropic upper mantle and are usually interpreted in terms of mantle flow (see Bodin *et al.*, 2015, for a review). However, sharp discontinuities that are not resolved in tomographic studies may also produce extrinsic anisotropy at large scale. In this way, the anisotropy observed in tomographic studies can be qualified as apparent anisotropy : it is thought to be a combination of both an intrinsic component due to LPO and an extrinsic part induced by small-scale isotropic heterogeneities, mainly in the form of fine layering (Backus, 1962; Fichtner *et al.*, 2013; Wang *et al.*, 2015, 2013). A challenging issue is, therefore, to separate the extrinsic and intrinsic contributions to anisotropy, as they should be interpreted in terms of different physical processes. Unfortunately, the

current state of available seismic data only provides weak constraints on these relative contributions (Fichtner *et al.*, 2013) and seismic waves sampling either a heterogeneous or an anisotropic material may induce waveforms that are indistinguishable from one another (Levshin et Ratnikova, 1984).

The relation between small-scale isotropic inhomogeneities and extrinsic anisotropy has been numerically tested in synthetic models. Maupin (2002) used a multiple-scattering scheme to model the propagation of surface waves in 3-D isotropic structures. She found that the discrepancy between Love and Rayleigh wave velocities varies linearly with the variance of small-scale velocity variations. She showed that the discrepancy obtained in this way is negligible compared to observations in some regions where it can reach up to 9 %. On the contrary, although Fichtner *et al.* (2013) and Wang *et al.* (2015, 2013) did not establish any mathematical relation between heterogeneities and anisotropy, they showed that the contribution of extrinsic anisotropy related to fine layering in the mantle may contribute in a non-negligible way to the observed anisotropy.

Our goal here is to numerically and analytically evaluate the relation between the level of heterogeneities and that of extrinsic anisotropy in simple isotropic media. This relation may be useful to better interpret anisotropy in tomographic models. We chose to limit our study to the case of S-wave radial anisotropy. In section 3.2 of this paper, we discuss the power spectrum of petrological heterogeneities in the Earth's mantle, as well as the size and amplitude of these inhomogeneities. Section 3.3 is an overview of homogenization methods that allow to compute the effective medium corresponding to an initial small-scale medium, i.e. its long-wavelength equivalent. Section 3.4 presents how we built simple 1-D isotropic layered media with a $1/k$ power spectrum, as expected for the mantle. In this section, we analytically prove that the extrinsic anisotropy in the long-wavelength equivalent medium increases as the square of heterogeneities present in the initial isotropic small-scale medium. Using explicit upscaling relations linking properties of the finely layered media to properties of their long-wavelength equivalents (Backus, 1962), we were able to numerically verify this relation. In section 3.5, we extend our study to 2-D marble-cake models, where chemical heterogeneities are stirred in a convective fluid. The long-wavelength equivalents of these 2-D models are computed using the Fast Fourier Homogenization technique (Capdeville *et al.*, 2015). Here, we also find that the level of extrinsic anisotropy varies as the square of the heterogeneities. In addition, we find that 10 % of chemical heterogeneities in the 2-D marble-cake models can induce more than 3.9 % of extrinsic radial S-wave anisotropy. These results suggest that a non-negligible part of the observed anisotropy in tomographic models may be due to unmapped heterogeneities, mainly in the form of fine layering.

## 3.2 Heterogeneities in the Earth's mantle

Heterogeneities exist at different scales in the mantle. Thermal convection is responsible for smooth lateral variations in temperature resulting in large-scale heterogeneities. Since the chemical diffusivity of mantle materials is low compared to thermal diffusivity (Farber *et al.*, 1994; Yamazaki *et al.*, 2000) small-scale inhomogeneities are on the contrary more likely to be due to chemical or petrological anomalies (Mancinelli *et al.*, 2016; Ricard *et al.*, 2014; Xu *et al.*, 2008). The most plausible origin of these chemical heterogeneities is the constant injection of oceanic lithosphere into the mantle at subduction zones (Coltice et Ricard, 1999). In the 1980s, geochemical observations of elementary fractionation between

the crust and the upper mantle, as well as structural studies of peridotitic massifs, led Allegre et Turcotte (1986) to propose a geodynamic model that would result in a marble-cake mantle structure. In this model, the subducted oceanic lithosphere is stretched and thinned by the normal and shear strains in the convecting mantle. In this process, the spatial wavelength of heterogeneities decreases progressively and the resulting strips are eventually destroyed, either by being reprocessed at oceanic ridges or by dissolution processes at decimetric scales.

Following the pioneering work of Batchelor (1959), Olson *et al.* (1984) and Antonsen et Ott (1991) showed that when heterogeneities are continuously injected into a chaotic convective fluid and multiply folded, their power spectrum should vary as $1/k$ where $k$ is the wavenumber of the heterogeneities ($k = 2\pi/\lambda$ with $\lambda$ the spatial wavelength). The mantle is therefore believed to have such a power spectrum and is said to be scale-invariant or self-similar. This type of power spectrum has been documented on different data types and at different scales. In geochemistry, Agranier *et al.* (2005) observed in isotopic variations of mid-ocean ridge basalts a clear $1/k$ spectrum along much of the Atlantic ridge. In seismology, the long-wavelength structure of tomographic models also shows a $1/k$ structure. Kennett et Furumura (2013) studied the high-frequency coda of $P$ and $S$ body waves recorded at ocean bottom seismometers. They found that these seismic records are consistent with a quasi-laminated oceanic lithosphere with heterogeneities showing much longer horizontal ($\sim$ 10 km) than vertical ($\sim$ 0.5 km) correlation lengths, which is in agreement with the laminated structure of the mantle invoked in the marble-cake model of Allegre et Turcotte (1986). Recently, Mancinelli *et al.* (2016) used observations from high-frequency scattering, long-period scattering, and tomography to constrain the spectrum of the upper mantle. They showed that a self-similar mixture of basalt and harzburgite can explain the large wavenumber content of a $1/k$ power spectrum for the mantle.

Up to now, scientists have not reached a consensus regarding the frequency band where this spectrum exists, i.e. the minimum and maximum wavelengths of petrological heterogeneities in the mantle. The thickness of oceanic slabs subducting into the mantle is about seven kilometres for the basaltic crust and a hundred kilometres for the whole lithosphere. The folding and thickening of slabs in the lower mantle (Ribe *et al.*, 2007; Ricard *et al.*, 1993) and their accumulation at the base of the mantle may contribute to produce larger scale anomalies such as the strong degrees 2 and 3 at the base of the mantle (e.g. Durand *et al.*, 2016). Regarding the highest wavenumber content of the spectrum, the mixture of basalt and harzburgite in Mancinelli *et al.* (2016) explains the observed power-spectrum for wavelengths down to 1 km. However, several studies based on field observations and mixing modelling argued that the mantle is inhomogeneous down to the centimetre scale (Farber *et al.*, 1994; Hoffman et McKenzie, 1985; Kellogg et Turcotte, 1987). Below this size of heterogeneities, chemical diffusion is expected to rapidly homogenize the material.

According to the marble-cake model of Allegre et Turcotte (1986), the oceanic lithosphere composed of a basaltic crust and harzburgitic mantle is mixed within an undifferentiated mantle. In this context, numerous geodynamical and geochemical studies suggest that the upper mantle is a mechanical mixture of two end-members, which are harzburgite and basalt, the latter becoming eclogite at high pressure (Ballmer *et al.*, 2015; Brandenburg et van Keken, 2007; Christensen et Hofmann, 1994; Hofmann, 1988; Mancinelli *et al.*, 2016; Morgan et Morgan, 1999; Nakagawa et Buffett, 2005; Nakagawa et Tackley, 2014; Xu *et al.*, 2008). Assuming the lithological integrity of these two end-members is preserved with depth

and over significant geological times, the mixture of basalt and harzburgite is responsible for large and localized seismic velocity contrasts in the mantle (Stixrude et Jeanloz, 2007; Xu *et al.*, 2008).

Based on these conclusions, in this paper we consider the mantle as a binary system in which the level of heterogeneities is controlled by the shear-wave velocity contrast between two end-members having a different composition (for example, basalt and harzburgite). This level of heterogeneities will hereafter be expressed as the amplitude of S-wave velocity variations in the mantle around a mean value, $V_0$. It will be referred to as

$$\frac{dV}{V_0} = \frac{V_{s_{max}} - V_{s_{min}}}{V_{s_{max}} + V_{s_{min}}} \tag{3.1}$$

where $\mathrm{d}V = (V_{s_{max}} - V_{s_{min}})/2$ and $V_0 = (V_{s_{max}} + V_{s_{min}})/2$, with respectively $V_{s_{max}}$ and $V_{s_{min}}$ the maximum and minimum shear-wave velocity in the binary system. Note that in the hypothetical case where the proportions of the two end-members are the same, $\mathrm{d}V/V_0$ corresponds to $\sigma_V/V_0$, the standard deviation of $V_s$ over the mean.

This contrast of velocity $\mathrm{d}V/V_0$, between basalt and harzburgite, is the strongest in the lithosphere where it can reach about 10 % (e.g. Stixrude et Jeanloz, 2007; Xu *et al.*, 2008). In the rest of the upper mantle, from the asthenospheric low-velocity zone to the 410 km discontinuity, $\mathrm{d}V/V_0$ is less important but still corresponds to about 5 % of heterogeneities. In the lower mantle, seismic velocities are less well constrained but it is assumed that several percent of heterogeneities remain down to the base of the mantle (Ricard *et al.*, 2005).

## 3.3 The elastic homogenization

Homogenization, effective media or upscaling techniques gather a wide range of methods able to compute effective properties and equations of a fine-scale problem when large scale properties are needed. In the context of wave propagation, the idea is to remove the heterogeneities of scale much smaller than the minimum wavelength of the wavefield and to replace them by effective properties. For long-period elastic waves propagating in stratified media, Backus (1962) gave explicit formulas to upscale finely layered media. For periodic media, an important class of methods, the two-scale homogenization methods, have been developed (e.g. Sanchez-Palencia, 1980). To obtain the effective media, the effective equations, and local correctors, two-scale homogenization methods require solving the so-called periodic-cell problem. This periodic-cell problem can be solved analytically only for the specific case of layered media, whereas a numerical method such as finite elements is necessary for more general media. For stochastic media, methods formally similar to the two-scale homogenization methods exist (e.g. Bensoussan *et al.*, 1978; Blanc *et al.*, 2007). Typical geological media present no spatial periodicity, no natural scale separation or any kind of spatial statistical invariance. This difficulty excludes all of the above mentioned homogenization techniques to upscale geological media. To fill this gap, the non-periodic homogenization technique (Capdeville et Cance, 2015; Capdeville *et al.*, 2010a,b; Guillot *et al.*, 2010) has recently been introduced. So far, the non-periodic scale homogenization theory is mostly used as a preprocessing step making it possible to simplify complex media, allowing then to avoid complex meshes and leading to a quicker solution to compute synthetic seismograms.

Our goal here is different. Assuming a perfect data coverage, Capdeville *et al.* (2013) showed in the

1-D case that a tomographic model is a homogenized model. The elastic homogenization can therefore be seen as a 'tomographic operator' since it provides the best image that one would get from a tomographic inversion (because data coverage is never perfect, a tomography can only be a degraded version of the homogenized image). Under this assumption, in this paper we use Backus' homogenization (Backus, 1962) to retrieve the best tomographic equivalent of layered media built in agreement with the marble-cake model of Allegre et Turcotte (1986). Assuming the 'tomographic operator' hypothesis is still valid for 2-D media, we use the Fast Fourier Homogenization developed by Capdeville *et al.* (2015) to numerically mimic how 2-D marble-cake patterns would be seen by tomography.

## 3.4 Extrinsic anisotropy in 1-D isotropic layered media

### 3.4.1 Creating 1-D velocity models with a $1/k$ power spectrum

In this section, we consider a stack of planar layers (see Fig. 3.1), where each layer is isotropic and with a velocity that can only take one of two different values (either $V_{s_{max}}$ or $V_{s_{min}}$). In addition, we impose the corresponding signal to have a $1/k$ power spectrum. To do so, we build a square signal following the alternating fractal renewable process described in Lowen et Teich (2005), where the interval between discontinuities, $\lambda$, follows a decaying power-law probability density function $p$ such as :

$$p\left(\lambda\right) = \frac{\gamma}{\lambda_{min}^{-\gamma} - \lambda_{max}^{-\gamma}} \times \begin{cases} \lambda^{-(\gamma+1)} & \text{if } \lambda_{min} < \lambda < \lambda_{max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3.2}$$

with respectively, $\lambda_{min}$ and $\lambda_{max}$ the minimum and maximum spatial wavelengths of the signal. For $\gamma = 1$ in (3.2), this produces a binary medium with a power spectrum varying as $1/k$ in the interval $[\lambda_{min}\ ,\ \lambda_{max}]$. For wavelengths larger than $\lambda_{max}$, the power spectrum is flat, i.e. it is a white spectrum, whereas it decreases as $1/k^2$ for wavelengths smaller than $\lambda_{min}$. The resulting signal and the associated power spectrum are depicted in Fig. 3.2 where we chose arbitrarily $\lambda_{max} = H$, where $H = 1000$ km, the total length of the signal, and $\lambda_{min} = \delta z$, the spatial resolution in depth, which is equal to 250 m. In the example displayed in Fig. 3.2, the medium was assigned a maximum shear-wave velocity $V_{s_{max}}$ of 4.5 km/s and exhibits 5 % of heterogeneities, i.e. $\mathrm{d}V/V_0 = 0.05$ in Eq. (3.1).

### 3.4.2 The Backus' homogenization

Our stack of layers presents a cylindrical, i.e. hexagonal, symmetry with an axis of symmetry assumed to be the vertical axis (axis $z$ or 3 in Fig. 3.1) and is usually referred to as a vertical transversely isotropic medium or VTI medium. Such a medium can be described by the 5 Love parameters : $A$, $C$, $F$, $L$, $N$ (Love, 1927), with $L = N = \mu$, the rigidity modulus in the isotropic case. When the vertical axis is along axis 3, the local elastic tensor $C_{ij}$ in Kelvin notation (Dellinger *et al.*, 1998; Helbig, 1994; Thomson, 1856, 1878) is expressed as follows :

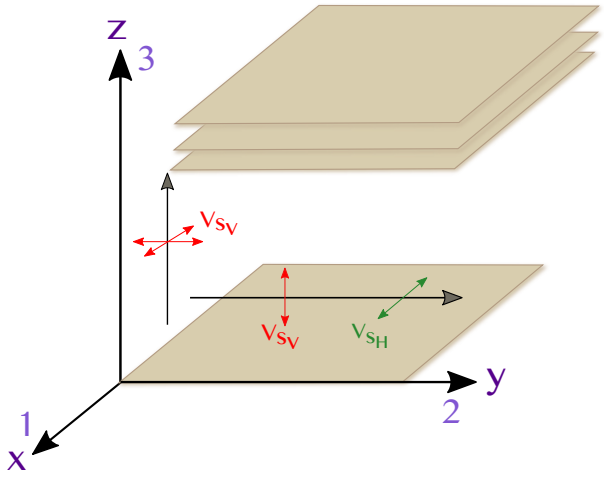



**Fig. 3.1** – Coordinate system in the 1-D layered case where black arrows are the direction of propagation whereas coloured arrows correspond to polarization directions. $V_{SH}$ is the velocity of a horizontally propagating S-wave with horizontal polarization, $V_{SV}$ corresponds either to the velocity of a horizontally propagating S-wave with vertical polarization or to a vertically propagating wave with horizontal polarization.

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} A & A-2N & F & 0 & 0 & 0 \\ A-2N & A & F & 0 & 0 & 0 \\ F & F & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2N \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

To express the fourth-order elastic tensor $C_{ijkl}$ from Hooke's law as the $C_{ij}$ 6 x 6 matrix in (3.3), Kelvin notation follows the same symmetry-based convention as the more traditional Voigt notation (e.g. Maupin et Park, 2007). However, this notation enables to express the $C_{ijkl}$ elastic tensor as $C_{ij}$ without losing the tensor property (see Dellinger *et al.*, 1998, for a review).

For weak anisotropy, shear waves are primarily sensitive to the two parameters $N$ and $L$ following the relations :

$$V_{SH} = \sqrt{N/\rho} \tag{3.4}$$

$$V_{SV} = \sqrt{L/\rho} \tag{3.5}$$

where $\rho$ is the density, and $V_{SH}$ and $V_{SV}$ are respectively the velocities for $SH$ and $SV$ waves, as described in Fig. 3.1 (Anderson, 1961; Babuška et Cara, 1991). In this case, the level of radial anisotropy is usually expressed by the $\xi$ parameter (Anderson, 1961) where :

$$/\xi = \frac{V_{SH}^2}{V_{SV}^2} = \frac{N}{L} \tag{3.6}$$

In the isotropic case, when $L = N$, we simply have $V_{SH} = V_{SV}$ and $\xi = 1$.

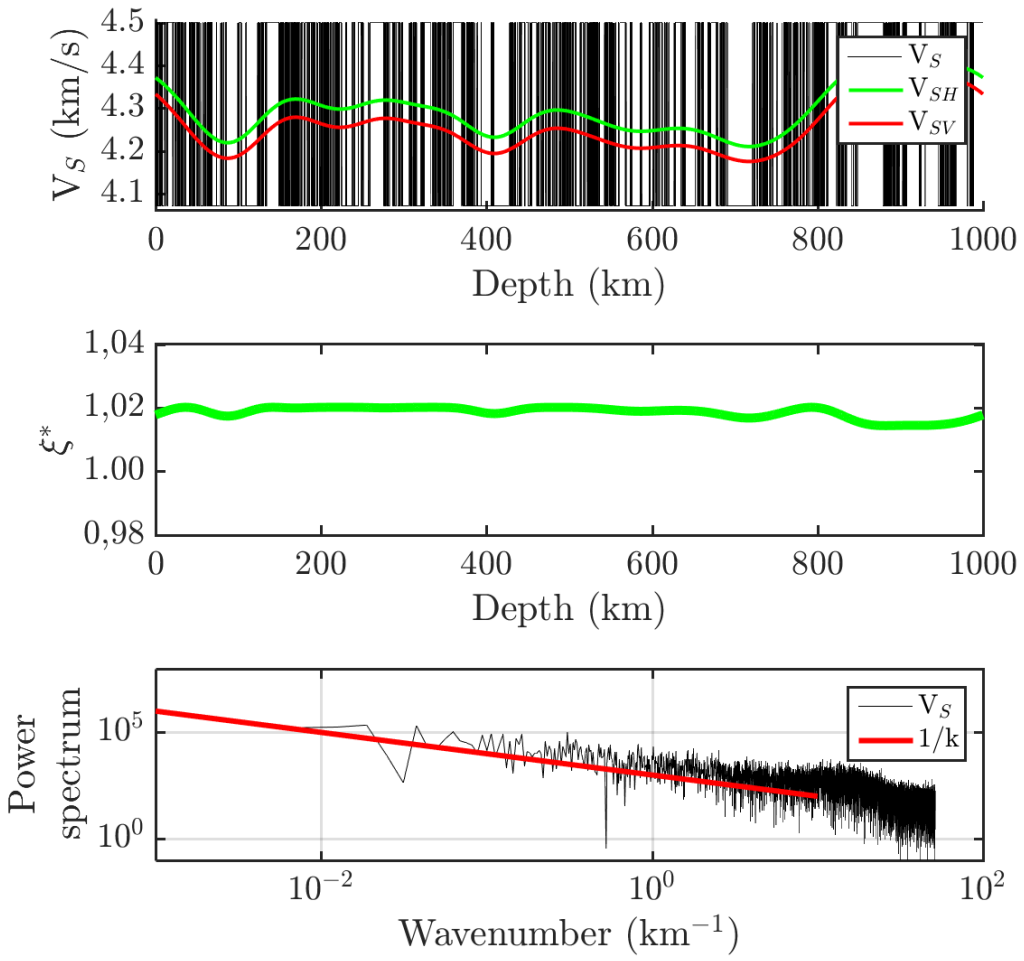



**Fig. 3.2** – Top panel : the isotropic $V_s$ signal in black, corresponding to a finely layered medium with 5 % of heterogeneities (i.e. $dV/V_0$ =0.05), is homogenized for a wavelength $\lambda_h$ = 200 km. This homogenized i.e. effective or upscaled medium is the long-wavelength equivalent of the isotropic small-scale medium. It is described by $V_{SH}$ in green and $V_{SV}$ in red (see Fig. 3.1 for the description of $SH$ and $SV$ waves) and represents what would be seen in a tomographic inversion. By comparing these two velocities with the isotropic $V_s$, one may notice that the amplitude of heterogeneities is underestimated in tomographic studies, where seismologists only have access to the homogenized medium.

Middle panel : since $V_{SH} \neq V_{SV}$, the homogenized medium displays extrinsic radial shear-wave anisotropy $\xi^* = V_{SH}^2/V_{SV}^2$, which is due to heterogeneities much smaller than $\lambda_h$, the minimum wavelength of the observed seismic wavefield.

Bottom panel : power spectrum of heterogeneities in the isotropic medium depicted in black in the top panel. This power spectrum varies as $1/k$, as what is expected for the Earth's mantle.

Following pioneering work by Thomson (1950), Postma (1955) and Anderson (1961), Backus (1962) showed that in an inhomogeneous elastic medium, seismic waves are sensitive to heterogeneities much smaller than the minimum wavelength of the observed wavefield only in an effective way. As in Capdeville *et al.* (2015) and Capdeville et Cance (2015), we define the parameter

$$\epsilon_0 = \frac{\lambda_0}{\lambda_h} \tag{3.7}$$

where $\lambda_h$ is the minimum wavelength of the observed wavefield and can be expressed as $\lambda_h = V_{s_{min}}/f_{max}$ with $f_{max}$ the cut-off frequency used to filter the seismograms. $\lambda_h$ will be hereafter referred to as the wavelength of homogenization. $\lambda_0$ is a threshold wavelength that defines the value below which all scales are considered as small scales. In this paper, we take $\epsilon_0 = 0.5$, meaning that seismic waves are sensitive to heterogeneities smaller than half the homogenization wavelength only in an effective way.

To study how much extrinsic anisotropy can be induced at large scale by the isotropic laminated structure, we use Backus' homogenization technique (Backus, 1962) to describe the effective medium i.e. the long-wavelength equivalent. In the case of an isotropic horizontally layered medium i.e. VTI medium, Backus (1962) showed that the long-wavelength equivalent is a smoothly varying medium of same nature. For parameters concerning shear-wave velocities, the smooth equivalent medium is then simply described by the arithmetic and harmonic spatial averages of elastic parameters $N$ and $L$ :

$$N^* = \langle N \rangle \tag{3.8}$$

$$L^* = \langle 1/L \rangle^{-1} \tag{3.9}$$

and the effective density $\rho^*$ is given by the arithmetic mean of the local density :

$$\rho^* = \langle \rho \rangle \tag{3.10}$$

The symbol $^*$ refers to the long-wavelength equivalent and $\langle . \rangle$ is the spatial average over $\lambda_0$, defined in Eq. (3.7) (Backus, 1962; Capdeville et Cance, 2015; Capdeville *et al.*, 2015). As an analogy, the relations (3.8) and (3.9) amount to estimating the equivalent spring constant when several springs are respectively in series or in parallel. In this way, long-period $SV$ waves would perceive a stack of fine layers as if these were 'in series' whereas long-period $SH$ waves would see them as if they were 'in parallel'.

In the homogenized medium, effective velocities are then simply given by :

$$V^*_{SH} = \sqrt{N^*/\rho^*} \tag{3.11}$$

and

$$V^*_{SV} = \sqrt{L^*/\rho^*} \tag{3.12}$$

In our case, the small-scale layered medium is isotropic i.e. $N = L$. Hence the effective anisotropy is extrinsic and simply given by the ratio of arithmetic to harmonic means of $N$ :

$$\xi^* = \frac{N^*}{L^*} = \langle N \rangle \langle 1/N \rangle \tag{3.13}$$

As the arithmetic mean is always greater than the harmonic one, this results in having apparent radial anisotropy always greater than unity in VTI media.

In practice, the 1-D Backus' homogenization can be implemented by simply applying a low-pass Gaussian filter $\mathcal{G}(k)$ to the small-scale signal described in section 3.4.1, i.e. $\mathcal{G}(k)$ cancels the components with wavelengths smaller than $\lambda_0 = \epsilon_0 \lambda_h$. The elastic parameter $N$ needed for the estimation of $\xi^*$ in Eq. (3.13) is obtained as follows. Given the isotropic $V_s$ signal and assuming a constant ratio $V_p/V_s = 1.8$, the local density $\rho$ is estimated at each point of the medium following the empirical relation given in Tkalčić *et al.* (2006) :

$$\rho = 2.35 + 0.036\,(V_p - 3)^2\,. \tag{3.14}$$

From there, $N$ is simply obtained by using the relation $N = \rho V_s^2$. The resulting signal is then filtered using a cut-off frequency given by the cut-off wavelength $\lambda_0$ (Capdeville *et al.*, 2015). Arithmetic and harmonic means are then numerically computed as follows :

$$\begin{aligned} N^*(z) &= \left\langle N(z) \right\rangle &&= \mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}\left(N(z)\right) \times \mathcal{G}(k)\right] \\ L^*(z) &= \left\langle \frac{1}{N(z)} \right\rangle^{-1} &&= \left(\mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}\left(\frac{1}{N(z)}\right) \times \mathcal{G}(k)\right]\right)^{-1} \end{aligned} \tag{3.15}$$

where $\mathcal{F}$ and $\mathcal{F}^{-1}$ are the Fourier transform and the inverse Fourier transform, respectively. Here $z$ refers to the spatial distance along the vertical axis and $k$ is the wavenumber. An example of a homogenized signal is shown in Fig. 3.2 for 5 % of heterogeneities (i.e. $\mathrm{d}V/V_0 = 0.05$) and $\lambda_h = 200$ km.

### 3.4.3 Quantifying the level of extrinsic anisotropy

#### Analytical solution

The initial medium is isotropic so we have $N = L$ and the local extrinsic anisotropy $\xi^*$ is given by Eq. (3.13) for a given homogenization wavelength $\lambda_h$. Let us write the parameter $N$ as $N = N_0 + dN$ with $\langle dN \rangle = 0$. Eq. (3.13) then becomes :

$$\xi^* = \left\langle N_0 + dN \right\rangle \left\langle \frac{1}{N_0 + dN} \right\rangle \tag{3.16}$$

For small heterogeneities $dN/N_0 \to 0$, therefore since $\langle dN \rangle = 0$, $\xi^*$ can be approximated to the second order by :

$$\begin{aligned} \xi^* &\approx 1 + \frac{\langle dN^2 \rangle}{N_0^2} \\ &\approx 1 + \frac{\sigma_{\lambda_0}^2}{N_0^2} \end{aligned} \tag{3.17}$$

where $\sigma_{\lambda_0}^2 = \langle dN^2 \rangle$ is the variance of $N$ for wavelengths smaller than $\lambda_0$, that is the variance of heterogeneities that get smoothed out by the averaging process. This is interesting as we see here how the heterogeneities that cannot be resolved by seismic waves directly map into effective anisotropy, at least here in the 1-D case. This result is general and independent of the power spectrum of the signal.

Now considering the signal $N$ constructed using (3.2) with $\gamma = 1$ and defining $k_{min} = 2\pi/\lambda_{max}$ and

$k_{max} = 2\pi/\lambda_{min}$, we can write the power spectrum of $N$ :

$$\begin{cases} s_N(k) = S_0/k_{min} & \text{for} \quad 2\pi/H < k < k_{min} \\ s_N(k) = S_0/k & \text{for} \quad k_{min} < k < k_{max} \\ s_N(k) = S_0 k_{max}/k^2 & \text{for} \quad k_{max} < k \end{cases} \tag{3.18}$$

The variance $\sigma_N^2$ of the signal $N$ can be computed using Parseval's identity :

$$\begin{aligned} \sigma_N^2 &= \int_0^{+\infty} s_N(k) dk \\ &= \int_{2\pi/H}^{k_{min}} S_0 \frac{1}{k_{min}} dk + \int_{k_{min}}^{k_{max}} S_0 \frac{1}{k} dk + \int_{k_{max}}^{+\infty} S_0 \frac{k_{max}}{k^2} dk \\ &\approx S_0 \left[ 2 - \frac{\lambda_{max}}{H} + \ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right) \right] \end{aligned} \tag{3.19}$$

In the same way, the variance $\sigma_{\lambda_0}^2$ of small-scale heterogeneities that cannot be resolved by seismic waves represents the part of the spectrum that is below $\lambda_0$ and can be expressed as :

$$\begin{cases} \sigma_{\lambda_0}^2 \approx S_0 \left[ 2 - \frac{\lambda_{max}}{\lambda_0} + \ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right) \right] & \text{if} \quad \lambda_0 > \lambda_{max} \\ \sigma_{\lambda_0}^2 \approx S_0 \left[ 1 + \ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{min}}\right) \right] & \text{if} \quad \lambda_{min} < \lambda_0 < \lambda_{max} \\ \sigma_{\lambda_0}^2 \approx S_0 \frac{\lambda_0}{\lambda_{min}} & \text{if} \quad \lambda_0 < \lambda_{min} \end{cases} \tag{3.20}$$

Considering Eq. (3.17), (3.19) and (3.20), we can eliminate $S_0$ and obtain, assuming $\lambda_{min} < \lambda_0 < \lambda_{max}$ :

$$\xi^* \approx 1 + \left(\frac{\sigma_N}{N_0}\right)^2 \frac{1 + \ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{min}}\right)}{2 - \frac{\lambda_{max}}{H} + \ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)} \tag{3.21}$$

and in the case where $\lambda_{min} \ll \lambda_0 \ll \lambda_{max}$ :

$$\xi^* \approx 1 + \left(\frac{\sigma_N}{N_0}\right)^2 \frac{\ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{min}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)} \tag{3.22}$$

Moreover, since we have $N = \rho V_s^2$, a constant ratio $V_p/V_s$ and the empirical relation between $\rho$ and $V_p$ given by Eq. (3.14), we can show that $\sigma_N/N_0$ and $\sigma_V/V_0$ are mostly proportional with $\sigma_N/N_0 \approx 2.8\, \sigma_V/V_0$. Therefore, we analytically show here that given a minimum and maximum wavelengths of heterogeneities in an isotropic layered medium, $\lambda_{min}$ and $\lambda_{max}$, the level of extrinsic anisotropy varies as the square of the heterogeneities. The extrinsic anisotropy also increases with the logarithm of $\lambda_0$, the wavelength over which heterogeneities are smoothed out, meaning that for a given $\epsilon_0$, it increases as the logarithm of the homogenization wavelength $\lambda_h = \lambda_0/\epsilon_0$, which is the minimum wavelength of the wavefield we consider.

**Numerical tests**

In our simple experiments, the spatial wavelengths $\lambda_{min}$ and $\lambda_{max}$ are fixed : $\lambda_{min} = 250$ m and $\lambda_{max} = H = 1000$ km, insuring we are in the case where $\lambda_{min} \ll \lambda_0 \ll \lambda_{max}$. In this paper, the $\epsilon_0$ parameter is fixed at 0.5. As shown in Eq. (3.22), the level of extrinsic anisotropy is then only dependent on two parameters : the level of heterogeneities and $\lambda_h = \lambda_0/\epsilon_0$, with $\lambda_0$ the wavelength over which heterogeneities are averaged.

Fig. 3.2 shows an example of how much extrinsic anisotropy can be induced by horizontal layering. The 1-D signal depicted in black in the top panel was obtained following the procedure described in the modelling section 3.4.1 for a level of heterogeneities $\mathrm{d}V/V_0 = 5$ %. It was homogenized following Backus' theory for a wavelength of homogenization $\lambda_h = 200$ km. For a shear wave propagating at $V_s = 4.5$ km/s, this corresponds to a period of 44 s. This homogenized medium represents what would be observed in a tomographic study of the original small-scale signal. At this point, one may notice that the amplitude of heterogeneities accessible by seismic analysis, either $V_{SH}$ or $V_{SV}$, is largely underestimated. Indeed, assuming $\lambda_{min} < \lambda_0 < \lambda_{max}$, heterogeneities are reduced by a factor equivalent to

$$\left(\frac{\sigma_{\lambda_0}}{\sigma_N}\right)^2 \approx \frac{1 + \ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{min}}\right)}{2 - \frac{\lambda_{max}}{H} + \ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)} \tag{3.23}$$

and in the case where $\lambda_{min} \ll \lambda_0 \ll \lambda_{max}$, heterogeneities are reduced by

$$\left(\frac{\sigma_{\lambda_0}}{\sigma_N}\right)^2 \approx \frac{\ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{min}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)} \tag{3.24}$$

Moreover, the effective medium is anisotropic with $V_{SH} \neq V_{SV}$, and the extrinsic radial anisotropy $\xi^*$ is about 2 % along the whole signal.

To better investigate the relation between the level of heterogeneities, the frequency band used to image these heterogeneities and the level of mapped artificial radial anisotropy $\xi^*$, we successively varied $\mathrm{d}V/V_0$ and $\lambda_h$ and retrieved the extrinsic anisotropy as predicted from Backus' theory. Results are shown for $\lambda_h = 200$ km on the scatter plot in Fig. 3.3, where the average level of extrinsic radial anisotropy over the entire medium is plotted against the amplitude of heterogeneities, for a range expected in the Earth's mantle (see section 3.4.1). Clearly, it confirms that the level of extrinsic anisotropy increases with the square of the level of heterogeneities, as expected from Eq. (3.22). In addition, it is noteworthy that at shallow depths, if small-scale heterogeneities reach 10 % (Stixrude et Jeanloz, 2007; Xu *et al.*, 2008), up to 8 % of extrinsic S-wave radial anisotropy is expected in this case.

Moreover, Fig. 3.4 illustrates that, as predicted by Eq. (3.22), the level of extrinsic anisotropy increases as the logarithm of the homogenization wavelength $\lambda_h$.

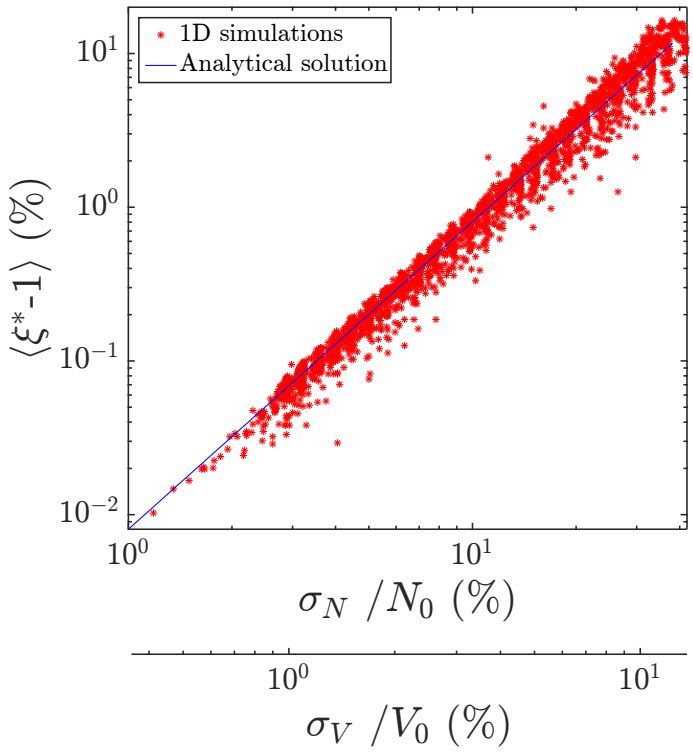



**Fig. 3.3** – The experiment showed in Fig. 3.2 is carried out for different realizations of the isotropic layered medium (red stars). For each realization, the medium is given a different level of heterogeneities $\mathrm{d}V/V_0$ corresponding to a given standard deviation in percent, in terms of the $N$ parameter or in terms of shear-wave velocity, respectively $\sigma_N/N_0$ or $\sigma_V/V_0$. The homogenization is done here for a wavelength $\lambda_h$ = 200 km. The level of extrinsic radial anisotropy is expressed in percent as the average of $\xi^*$-1 over the entire medium. The analytical relation between the level heterogeneities and that of effective anisotropy is plotted in blue.

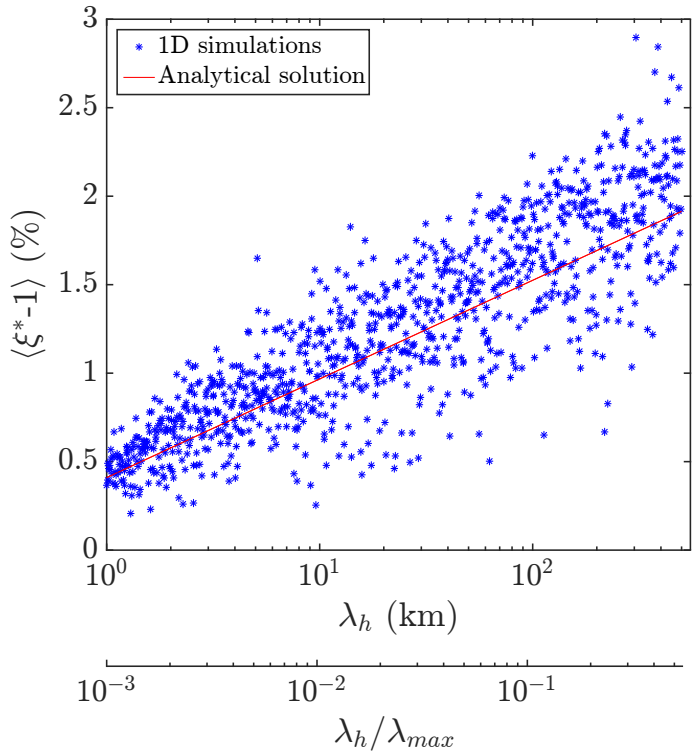



**Fig. 3.4** – The experiment showed in Fig. 3.2 is carried out for different realizations of the isotropic layered medium (blue stars). For each realization, the medium is given a level of heterogeneities of 5 % and is homogenized for a given $\lambda_h$. The level of extrinsic radial anisotropy is expressed in percent as the average of $\xi^*$-1 over the entire medium. The analytical relation between the homogenization wavelength and that of effective anisotropy is plotted in red. The ratio of the homogenization wavelength over the length of the signal, in our case, the scale order of the mantle, is also displayed in the abscissa axis.

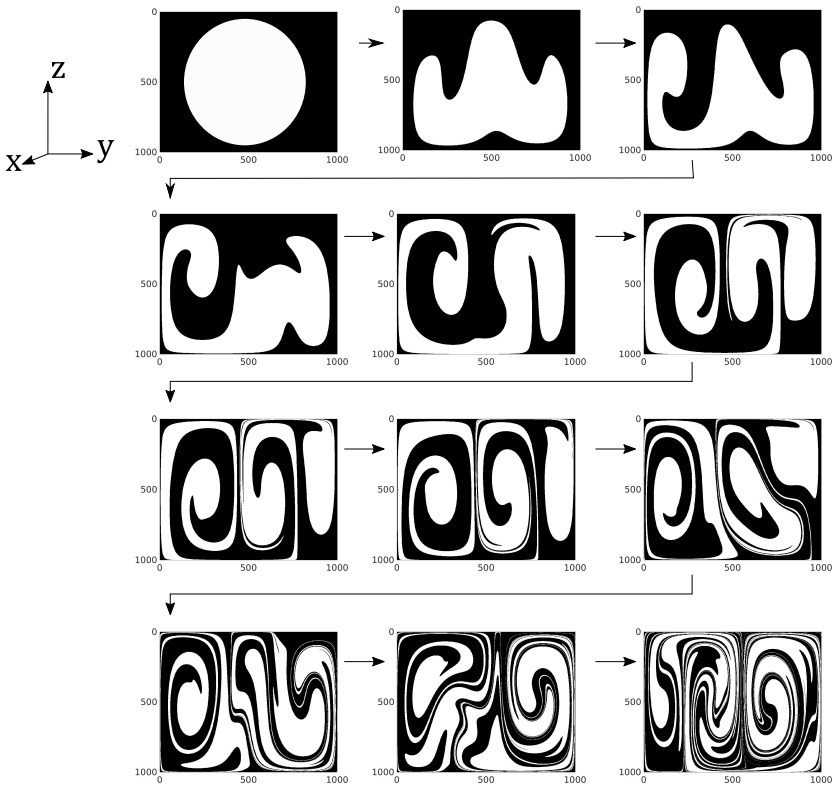



**Fig. 3.5** – The 2-D models are designed by mixing a circular anomaly by chaotic convection of an incompressible fluid in a 1000 x 1000 km$^2$ box. The final pattern is representative of a binary medium in agreement with the marble-cake model.

## 3.5 Extrinsic anisotropy in 2-D isotropic mixing media

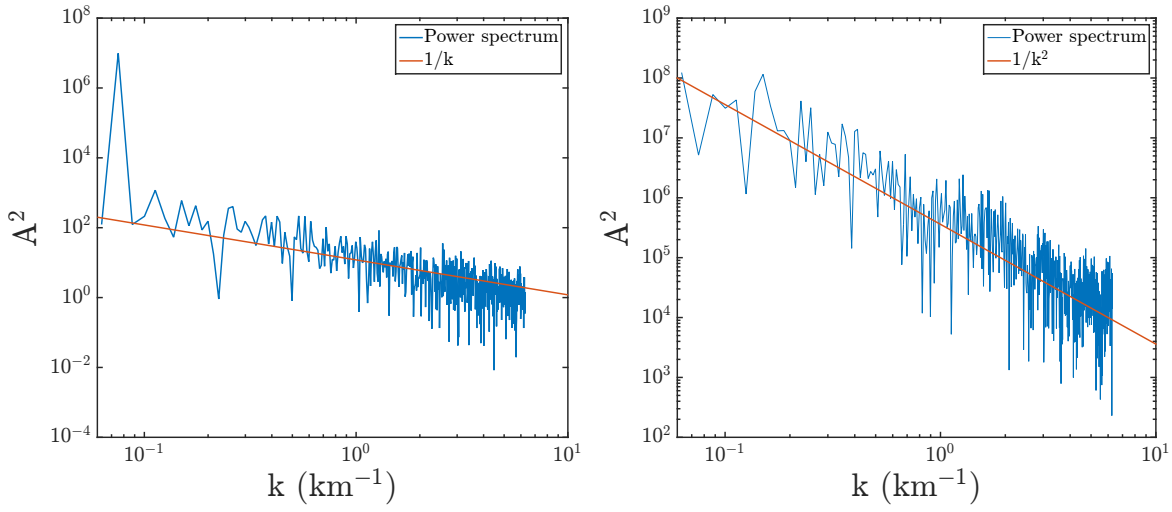
### 3.5.1 2-D velocity models based on geodynamics

In this section we extend our study to 2-D models designed from geodynamic modelling. As illustrated by Fig. 3.5, they are created by numerically deforming an initial anomaly within a convecting incompressible fluid. At the end of the simulation (last panel of Fig. 3.5), the pattern is intended to mimic a binary medium in agreement with the marble-cake model (Allegre et Turcotte, 1986).

First we define the shape and the size of the anomaly : in our case, we begin with a circular anomaly at the centre of a box. Inside the box, the incompressible flow has horizontal and vertical velocities

$$\begin{cases} v_y = & \dfrac{\partial \Psi}{\partial z} \\ v_z = - & \dfrac{\partial \Psi}{\partial y} \end{cases} \tag{3.25}$$

where $\Psi$ is a time dependent stream function. We choose arbitrarily a stream function mimicking




**(A)** Power spectrum of a 1-D profile extracted from the 2-D marble-cake pattern

**(B)** 1-D section of the 2-D power spectrum of the mixing pattern

**FIG. 3.6** – Power spectra of heterogeneities in our 2-D marble-cake patterns. A : amplitude of the spectrum ; k : wavenumber

convection with the form

$$\begin{aligned}\Psi(y,z,t) = \sin(\pi z)[\,&\sin(2\pi y)\\ &+ a(t)\sin(3\pi y)\\ &+ b(t)\sin(4\pi y)]\end{aligned} \tag{3.26}$$

which guaranties the appropriate boundary conditions,

$$\begin{cases} v_y = 0 & \text{for y} = 0 \text{ or y} = 1 \\ v_z = 0 & \text{for z} = 0 \text{ or z} = 1 \end{cases} \tag{3.27}$$

and $a(t)$ and $b(t)$ are sinusoidal functions of time allowing the convection to be chaotic.

Given this velocity field, the points defining the contour of the anomaly are advected through an iterative procedure following a Runge Kutta scheme with adjustable time stepping (Press *et al.*, 1992). To better define the contour of the anomaly, new points can be added at each iteration using a spline interpolation (Press *et al.*, 1992) where the curvature is important or the distance between points too large. Note that the length of the contour and the number of points defining this contour increase exponentially with time, and the duration time of the simulation is therefore limited. The procedure is stopped when the obtained pattern is representative of the marble-cake model as in the last panel of Fig. 3.5. Fig. 3.6 shows that a 1-D profile extracted from our 2-D patterns has approximately a $1/k$ spectrum, while a 1-D section of the 2-D power spectrum exhibits a $1/k^2$ decay. This proves that our 2-D media are scale invariant (Klimeš, 2002) as what is expected for the mantle in the marble-cake model.

The 2-D media, all derived from the marble-cake pattern shown in the last panel of Fig. 3.5, are then assigned a constant isotropic seismic velocity for each unit. Given a reference shear-wave velocity for the black unit, $V_{s_{max}} = 4.5$ km/s, the S-wave velocity in the white unit $V_{s_{min}}$ can be calculated for a chosen percentage of heterogeneities $\mathrm{d}V/V_0$ following Eq. (3.1). Similarly to the 1-D case, we assume a constant ratio $V_p/V_s = 1.8$, allowing to estimate the local density $\rho$ at each point of the medium following the empirical relation given in Eq. (3.14). In addition to the density, the elastic tensor $C_{ij}$ is needed at each point to fully describe the medium. In the isotropic case, only two parameters are required to describe the $C_{ij}$ elastic tensor : $\lambda$ and $\mu$, the Lamé's coefficients with

$$\lambda = \rho \ \left(V_p^2 - 2V_s^2\right) \tag{3.28}$$

$$\mu = \rho \ V_s^2 \tag{3.29}$$

Using Kelvin notation, the isotropic elastic tensor can therefore be expressed at each point as :

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} \lambda+2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{pmatrix}$$

### 3.5.2 The Fast Fourier Homogenization

To get the long-wavelength equivalents of the 2-D marble-cake media described in the previous section and mimic the best tomographic image that seismologists would be able to retrieve, we use the 3-D Fast Fourier Homogenization technique developed by Capdeville *et al.* (2015). Contrary to the Backus' homogenization technique used in the 1-D layered case (Backus, 1962), the Fast Fourier Homogenization does not allow to express any analytical upscaling relations in 2-D but it provides the local elastic tensor and the local density at each point of the effective medium. This medium is equivalent for the wave equation to the small-scale initial 2-D medium but it is smoothed down to the minimum wavelength of the observed wavefield. This wavelength, referred to as $\lambda_h$, the wavelength of homogenization, is the minimum wavelength of the observed wavefield and is associated to $f_{max}$, the maximum frequency of the data.

Note that to retrieve the smooth equivalents of our 2-D media we could have used two 2-D homogenization codes, one for the SH case (Guillot *et al.*, 2010) and one for the P-SV system (Capdeville *et al.*, 2010b), but that for more convenience we chose to extend our 2-D mantle-like models in the third direction and only use the 3-D Fast Fourier Homogenization, as these two methods give the same result.

### 3.5.3 Quantifying extrinsic anisotropy in 2D

In the general case, the homogenized elastic tensor is complex as it displays 21 independent coefficients. The definition of anisotropy in such a medium is not as simple as in the VTI case, where the

level of S-wave radial anisotropy can be described with a single parameter $\xi$. To quantify the level of anisotropy from a full tensor described by 21 parameters, one way would be to project this tensor onto a hexagonally symmetric one and measure the level of anisotropy in this projected tensor. This can be done following Browaeys et Chevrot (2004), who showed how the full tensor can be decomposed into a sum of orthogonal tensors belonging to the different symmetry classes (i.e. isotropic, hexagonal, orthorhombic, etc.). Another way to quantify anisotropy would be to azimuthally average the tensor, in order to produce an effective VTI model as seen by surface waves (Montagner et Nataf, 1986). However, our 2-D patterns (in $[yz]$) have been extended in the third dimension $x$ and no variation occurs along the direction $x$. In such a 2.5D medium, an azimuthal average around the vertical axis $z$ may not be meaningful. We then adopt a practical approach, and simply quantify the level of effective radial anisotropy $\xi^*$ as the ratio between 2 effective elastic coefficients :

$$\xi^* = \frac{C^*_{66}}{C^*_{55}} \tag{3.30}$$

with

$$C^*_{66} = \rho^* \; V^2_{SH'} \tag{3.31}$$

and

$$C^*_{55} = \rho^* \; V^2_{SV'} \tag{3.32}$$

Here $V_{SH'}$ refers to the velocity of an S-wave propagating horizontally and polarized horizontally *i.e.* along the $y$ axis, and $V_{SV'}$ refers to the velocity of an S-wave travelling vertically and polarized the same way (see Fig. 3.7). These two types of waves have the same direction of polarization, along the extended dimension $x$ : the only difference is their direction of propagation. In the case of a VTI medium, our measure of anisotropy yields the parameter $\xi^*$, always greater than one : the level of radial anisotropy is said to be 'positive' and $V_{SH'} > V_{SV'}$. On the contrary, in the case of an hexagonal symmetric medium with horizontal axis (HTI medium), with axis of symmetry $y$, our measure of $\xi^*$ is less than one and the level of anisotropy is 'negative', with $V_{SV'} > V_{SH'}$.

### 3.5.4 Relation between level of heterogeneities and extrinsic anisotropy

Fig. 3.8 shows the shear-wave velocity and the anisotropy for a 2-D pattern with 10 % of heterogeneities between the black and white units (i.e. $\mathrm{d}V/V_0$=0.05). The box size is 1000 × 1000 km$^2$, and the size of pixels is 2 × 2 km$^2$. Hence, the dynamic range defining the spectrum is $\lambda_{max}/\lambda_{min} = 500$. Top panels in Fig. 3.8 show the initial isotropic $V_s$ pattern before homogenization and the associated level of radial anisotropy. The middle and bottom panels show results after homogenization for 2 different wavelengths of homogenization, $\lambda_h = 200$ km and $\lambda_h = 500$ km. As expected, our anisotropic parameter $\xi^*$ is greater than 1 where the layering is horizontal and lower than 1 where it is vertical. Note also that the larger the homogenization wavelength, the smoother the long-wavelength equivalent gets.

As in the 1-D case, the relation between the level of extrinsic anisotropy and the level of heterogeneities is studied by measuring the radial anisotropy in homogenized media for different percentages $\mathrm{d}V/V_0$ of heterogeneities. However, in 2D, values of anisotropy are both above and below one so the

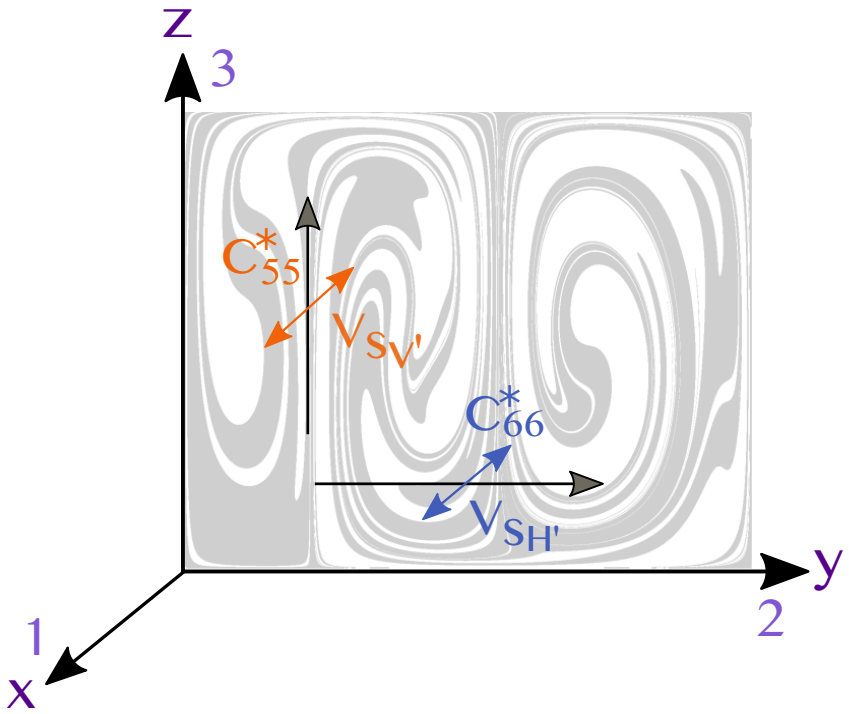



**Fig. 3.7** – Coordinate system in the 2-D case. Black arrows are the direction of propagation whereas coloured arrows correspond to polarization directions. $V_{SV'}$ is the velocity of a vertically propagating shear wave, whose polarization is along the $x$ axis i.e. the axis 1. It is associated to the $C^*_{55}$ coefficient of the elastic tensor ; $V_{SH'}$ is the velocity of a shear wave propagating horizontally along the $y$ axis, with the same polarization as $V_{SV'}$. It is associated to the $C^*_{66}$ coefficient of the elastic tensor.

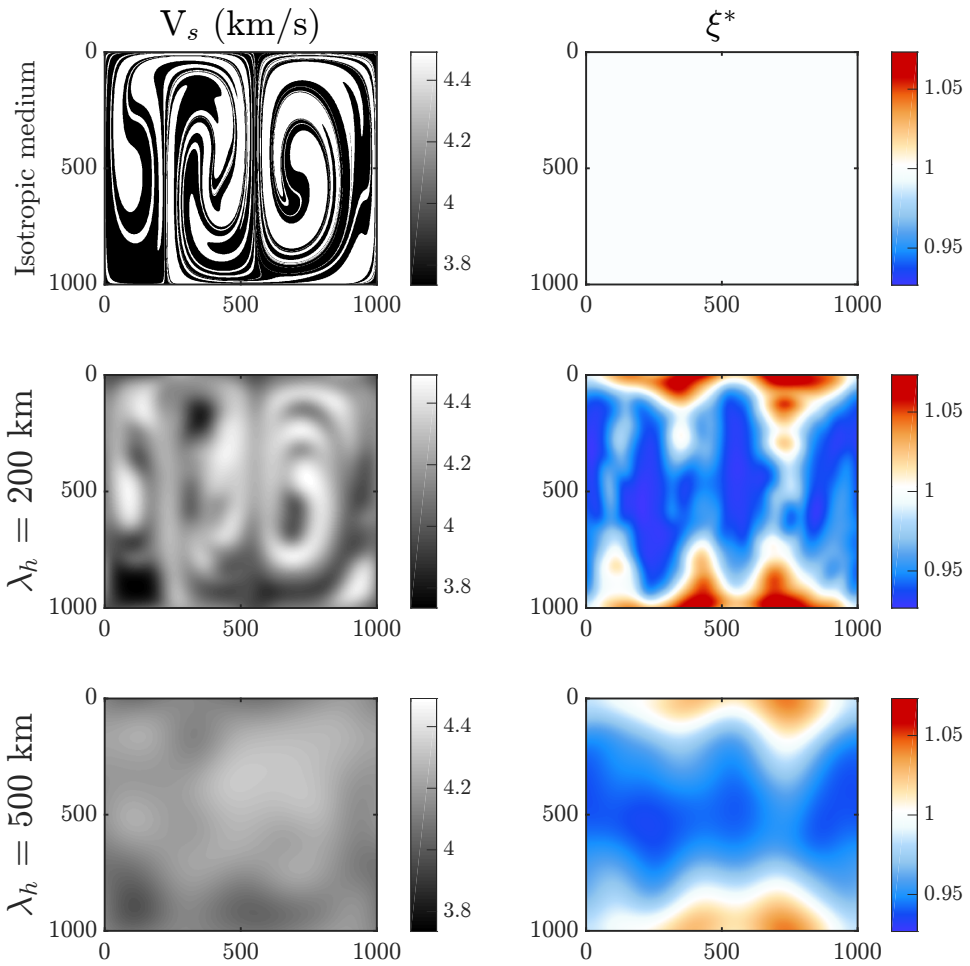



**Fig. 3.8** – Homogenization of a 2-D isotropic marble-cake medium. According to Eq. (3.1), we impose a level of heterogeneity of 10 % between the black and white units. The resulting binary medium is upscaled for two wavelengths of homogenization $\lambda_h$ = 200 and 500 km following the Fast Fourier Homogenization technique (Capdeville *et al.*, 2015). The left column displays the shear velocity and more precisely $V_{SV'}$ in the upscaled media (see Fig. 3.7). The right column displays the effective radial shear-wave anisotropy, which is equal to one in the isotropic case, first row. Note that in the homogenized media i.e. the best possible tomographic image, the level of heterogeneities is underestimated compared to the one in the initial small-scale medium. It reaches 3.5 % and 1.75 % in the medium homogenized for respectively $\lambda_h$ = 200 and 500 km

mean value of apparent anisotropy over the entire medium is very close to unity. Instead of the mean value, we choose the standard deviation of $\xi^*$ in percent over the entire 2-D image to represent the level of extrinsic anisotropy. Fig. 3.9 shows that the relation is the same as in 1D : anisotropy increases with the square of the heterogeneities. Yet, note that since the level of anisotropy is expressed in terms of a standard deviation over the 2-D model, at some locations $\xi^*$ may reach values much larger than what is shown in Fig. 3.9 and 3.10.

In addition, Fig. 3.10 shows that the dependence of $\xi^*$ on the wavelength of homogenization is more complex than in 1-D. The level of anisotropy reaches a maximum of 3.9% for $\sigma_V/V_0 = 10\%$. This maximum is obtained for $\lambda_h$ of about 100 km, that is for $\lambda_h/\lambda_{max} = 0.1$, where $\lambda_{max}$ is the size of the box and represents the scale of convection cells. For a ratio $\lambda_h/\lambda_{max}$ inferior to 0.1 i.e. for wavelengths which are much smaller than the size of the box, the level of anisotropy increases with $\lambda_h$ whereas it decreases for ratios greater than 0.1. The value of $\lambda_h/\lambda_{max}$ that maximizes the level of anisotropy does not vary with the initial level of heterogeneities. This suggests that the structure of the 2-D patterns controls the evolution of $\xi^*$ with the homogenization wavelength. Considering our models are representative of the whole mantle of 3000 km depth and given a $\lambda_h$ of 200 km, a typical wavelength used in surface waves tomography, the ratio $\lambda_h/\lambda_{max}$ is about 0.07. For 10 % of heterogeneities, this corresponds to about 2.25 % of extrinsic radial S-wave anisotropy. Therefore, in this case, the extrinsic anisotropy is non-negligible.

Contrary to the 1-D case we cannot write an analytic solution for the 2-D case. However, in the light of the numerical tests we conducted, we can easily interpret the general behaviour of extrinsic anisotropy. For small $\lambda_h/\lambda_{max}$, the wavelength of homogenization is small compared to the convection cells. Therefore, around each point of the convective cell, the pattern of heterogeneity looks locally 1D, as the folded stripes are locally parallel (see top-left corner of Fig. 3.8 for instance). This means that the anisotropy obeys, at each point, the Eq. (3.22), but with a different direction of anisotropy.

At large scales (i.e. for a large $\lambda_h/\lambda_{max}$ ratio), this direction becomes likely random and heterogeneities averaged over $\lambda_h$ have different orientations : there is no preferential direction and the averaged level of anisotropy is diminished. In this case, the level of apparent anisotropy decreases with $\lambda_h$ since the waves sample an incoherent layering.

In our 2-D marble-cake patterns, the directions of layering between two points can be different but are not independent. There is a typical correlation length of the convective flow, $\Delta$, such that points much closer than $\Delta$ have a similar direction of lamination while points more distant than $\Delta$ have uncorrelated directions of laminations. Visually from the 2-cells situation of Fig. 3.5, $\Delta$ is of order 300 km. As suggested by our numerical findings, we may assume that the auto-correlation of the laminations varies like a Gaussian function in the form $\exp\left(-\frac{d^2}{2\Delta^2}\right)$ where $d$ is the distance between two points of the convective flow. The homogenization process results in averaging the model, and thus the directions of anisotropy, for wavelengths smaller than $\lambda_0$. This implies that the standard deviation of anisotropy is averaged by a quantity of order $\exp\left(-\frac{\lambda_0^2}{2\Delta^2}\right)$ and that most probably the standard deviation of anisotropy should look like :

$$\xi^* \approx \left(\frac{\sigma_N}{N_0}\right)^2 \frac{\ln\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{min}}\right)}{\ln\left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}\right)} \exp\left(-\frac{\lambda_0^2}{2\Delta^2}\right) \tag{3.33}$$

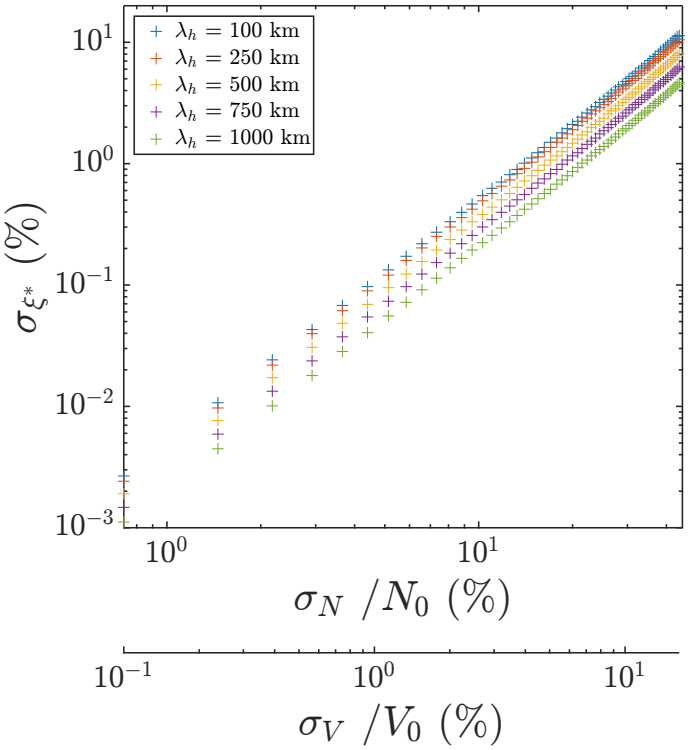



**Fig. 3.9** – For several wavelengths of homogenization $\lambda_h$, the standard deviation of the effective radial anisotropy $\sigma_{\xi^*}$ is computed for 2-D isotropic media exhibiting a various range of heterogeneities. The 2-D media are derived from the single marble-cake pattern shown in the last panel of Fig. 3.5, which has been given different levels of heterogeneities (see section 3.5.1). The heterogeneities are expressed in terms of the standard deviation in percent of the parameter $N$, $\sigma_N/N_0$, or in terms of the variations in shear waves velocities, $\sigma_V/V_0$.

which is qualitatively in agreement with our findings (see Fig. 3.9 and 3.10).

## 3.6 Discussion and conclusions

Small-scale heterogeneities in the Earth's mantle are mostly due to petrological anomalies stretched and folded during convection. This leads to a particular power spectrum of heterogeneities decreasing as $1/k$. In this study, mantle-like isotropic models depicting such a power spectrum were created. To mimic how these models would be seen by tomography, we computed their long-wavelength equivalent thanks to Backus' theory (Backus, 1962) for 1-D layered media, and the Fast Fourier Homogenization (Capdeville *et al.*, 2015) for 2-D marble-cake models. The resulting homogenized media are smooth and exhibit extrinsic radial shear-wave anisotropy.

Our work shows that the level of extrinsic anisotropy observed in homogenized media increases with the square of the level of heterogeneities, both in 1-D and 2-D models. This relation was analytically

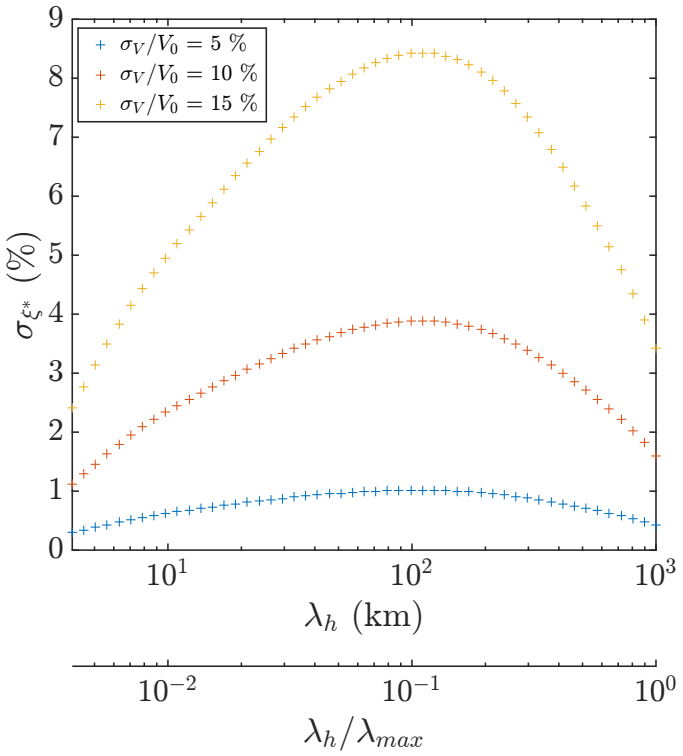



**Fig. 3.10** – Standard deviation of apparent radial anisotropy $\xi^*$ in our 2-D isotropic media, as a function of the homogenization wavelength $\lambda_h$. The ratio $\lambda_h/\lambda_{max}$ is also given as abscissa axis, where $\lambda_{max}$ is the size of the box and represents the scale of convection cells. As in Fig. 3.9, the 2-D media are derived from the single marble-cake pattern shown in the last panel of Fig. 3.5, which has been given three different levels of heterogeneities : $\sigma_V/V_0 =$ 5, 10 and 15 % corresponding to $\sigma_N/N_0 =$ 14.1, 27 and 38.5 % respectively.

proven in 1-D and verified with numerical tests in 1-D and 2-D. It is similar to that obtained by Maupin (2002) for the study of the Love-Rayleigh discrepancy. However, in her paper, Maupin (2002) also concluded that the anisotropy induced by 3-D isotropic structures is negligible compared to the observed Love-Rayleigh discrepancy. In our study, we show that extrinsic radial S-wave anisotropy can reach more than 3.9 % for heterogeneities of about 10 %, a typical value for chemical heterogeneities in the upper mantle. Several reasons may explain these different findings. Firstly, our models exhibit a more realistic power spectrum of heterogeneities with a decay in $1/k$ whereas Maupin (2002) uses smooth models with spatial correlations at distances from 20 km to 100 km. Our media exhibit smaller scales and are then more likely to produce extrinsic anisotropy. In addition, we consider the whole wave equation in the homogenization process while Maupin (2002) only uses surface waves : some effects may then have been neglected in her study. Another reason for the discrepancy between our studies may be the fact that Maupin (2002) considered 3-D structures whereas our study is based only on 1-D and 2-D media. Nevertheless, we note that our value of extrinsic anisotropy is more consistent with that estimated in PREM by Wang *et al.* (2015), who showed that extrinsic anisotropy can reach up to 3 %, corresponding to 30 % of the observed radial anisotropy. In this way, we show that extrinsic anisotropy due to fine layering may significantly contribute to the observed anisotropy in tomographic models.

In this study, we demonstrate that a strong relation exists between heterogeneities in terms of shear-wave velocity contrast and the level of extrinsic anisotropy. Hence, every factor that affects this velocity contrast may have an effect on the anisotropy. It is the case for the presence of water or partially molten zones in the mantle (e.g. Auer *et al.*, 2015; Hacker *et al.*, 2003; Kawakatsu *et al.*, 2009). For instance, the full hydration of basalt and harzburgite at shallow depths near subduction zones is thought to be responsible for an increase to 20 % and even up to 30 % of the heterogeneities (Hacker *et al.*, 2003). In this case, extrinsic anisotropy might have a very significant contribution to the observed radial S-wave anisotropy.

We shall acknowledge that even though the models used in this work are in agreement with important observations and assumptions related to the Earth's mantle, they are still quite simple. Indeed, we did not take into account the velocity dependence on temperature and pressure, and seismic velocities in our models do not depend on depth. In the mantle, the relative velocities between basalt and peridotite are expected to generally decrease with depth (e.g. Stixrude et Jeanloz, 2007; Xu *et al.*, 2008). In this way, assuming there is no water or partially molten zones in the mantle, the value of extrinsic anisotropy that we give should be seen as an upper bound. Another limitation to our work is that even though we used a 3-D numerical code for elastic homogenization, our patterns were in two dimensions and extended along the third dimension. Hence, we did not take into account any full 3-D structural effects. Note that this is one of the reasons we chose a simple formula for apparent anisotropy in 2-D that does not involve azimuthal averaging. Future work involves testing fully 3-D geodynamical models such as StagYY (Tackley, 2008).

This study is mainly a proof of concept and our main point is that a non-negligible part of the observed anisotropy in tomographic models may be extrinsic and the result of unmapped fine layering in the mantle, as previously suggested by Bodin *et al.* (2015); Fichtner *et al.* (2013); Wang *et al.* (2015, 2013). Note that similarly to this effect, unmapped velocity structure can also, at second order, be mapped as attenuation (Ricard *et al.*, 2014). In addition, since the contrast of shear-wave velocities

between basalt and harzburgite is believed to be the highest in the lithosphere (e.g. Stixrude et Jeanloz, 2007; Xu *et al.*, 2008), extrinsic anisotropy due to fine layering may particularly contribute to the observed anisotropy in the lithosphere, which is a result previously highlighted by Wang *et al.* (2013) and Kawakatsu (2016).

Hence one has to be careful when it comes to the interpretation of seismic anisotropy in terms of mantle deformation. Indeed, seismic anisotropy in tomography is usually assumed to be intrinsic i.e. resulting from LPO : assuming a preferential reorientation of olivine's crystalline lattices under finite strain accumulation, $\xi > 1$ is usually associated with horizontal shearing whereas $\xi < 1$ is assumed to indicate vertical shearing. In our 2-D models, $\xi > 1$ and $\xi < 1$ seem to be also related to horizontal and vertical shearing respectively. However, the interpretation is different since no LPO is involved. The shearing is here responsible for the orientation of layering in the small-scale models i.e. Shape Preferred Orientation (SPO).

Our work opens the door to new discussions about anisotropy. For example, the topography of the main discontinuities within the Earth's mantle cannot be resolved in tomographic studies, but they may have a significant effect on the level of observed radial anisotropy. Ferreira *et al.* (2010) have shown that lateral variations in the Moho thickness can map into radial anisotropy. Moreover, Bozdağ et Trampert (2008); Chang et Ferreira (2017) suggested that imperfect crustal corrections in surface waves tomographic studies have an important effect on the inferred radial anisotropy. The topography of other discontinuities, such as the transition zone discontinuities or heterogeneities at the core-mantle boundary, may also participate in the observed anisotropy (Ferreira *et al.*, 2010; Maupin, 2002). With the homogenization technique, these effects can be properly quantified, as one could measure how much a given discontinuity or its topography maps into long wavelength anisotropy. Note that in this paper, we focused on radial anisotropy, but apparent azimuthal anisotropy could also be investigated using the homogenization technique.

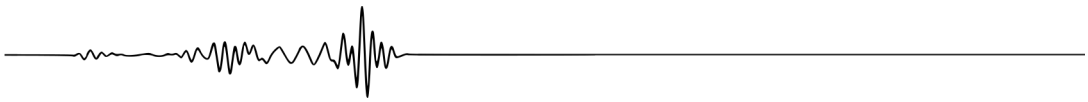
Finally, our study suggests that many tomographic images may be over-interpreted. Indeed, we have shown how heterogeneities observed in tomographic models are clearly underestimated. Since seismologists work with a limited frequency band, tomographic images only represent a smooth homogenized version of the true Earth (and even worse in the case of sparse data coverage). In this way, amplitudes of seismic velocities in tomographic images may be difficult to interpret in terms of composition. Moreover, by comparing several recent global or regional models of radial anisotropy (e.g. Auer *et al.*, 2014; Chang *et al.*, 2014, 2015; French *et al.*, 2013; Moulik et Ekström, 2014; Nettles et Dziewoński, 2006; Yuan *et al.*, 2011; Zhu *et al.*, 2017), one may notice how inconsistent these models are, which makes them difficult to interpret in terms of geodynamics. These models are not only very dissimilar but they are even anti-correlated at some places. Our study suggests that it is meaningless to compare the amplitude of anisotropy in tomographic models built with different parametrizations or regularizations. This may be due in particular to the strong trade-off which exists between the level of isotropic heterogeneities in models (i.e. the spatial roughness), and the strength of anisotropy. Indeed, for the same data set, a model constructed using a coarse grid will depict more anisotropy than a model constructed using a finer grid. In the same way, for similar parametrizations, a model obtained after inverting a long period data set will be more anisotropic than a model obtained from shorter period data. The solution to the inverse problem in tomographic studies is highly non-unique and many Earth models fit the observations.

By considering anisotropy as a free parameter in the inversion process, i.e. as an adjustment variable, seismologists are able to better fit seismic data with smoothers models and fewer spatial parameters (Trampert et Woodhouse, 2003). The only way to compare tomographic models is to look at them at the same scale, e.g. to homogenize them up to the same wavelength. To interpret long-wavelength models in terms of deformation, new constraints on the small scales are necessary. Adding higher frequency content such as converted or reflected body waves to tomographic observations would allow to retrieve the depth of seismic discontinuities and properly distinguish the different contributions to the observed anisotropy.

## Acknowledgements

We thank two anonymous reviewers for their valuable and constructive comments on the manuscript as well as the European COST action TIDES (ES1401) for discussions. This work was funded by the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme under Grant Agreement No 716542 and by the ANR project ANR-16-CE31-0022-01. Some of the computations were done on the Centre de Calcul Intensif des Pays de la Loire (CCIPL) computers.

# 4 Du bruit sismique aux courbes de dispersion d'ondes de surface : introduction à l'utilisation des corrélations de bruit en tomographie



Ce chapitre est une introduction à la corrélation de bruit sismique et à son intérêt pour la tomographie d'ondes de surface. Cette méthode est à l'origine du jeu de données d'ondes de surface utilisé dans l'étude tomographique présentée au Chapitre 7 et qui fait l'objet d'un article (Alder *et al.*, soumis à Geoph. J. Int.) à soumettre dans la revue *Geophysical Journal International*. Le modèle 3-D qui résulte de ce travail contient la structure en vitesse d'ondes $S$ ainsi que l'anisotropie radiale d'ondes $S$ de la croûte et du manteau supérieur en Europe.

La Section 4.1 de ce chapitre présente le concept général de la méthode de corrélation de bruit et les théories associées : corréler le bruit sismique permet de reconstruire la fonction de Green d'un milieu et ainsi d'accéder aux vitesses de propagation des ondes, en particulier les ondes de surface. La Section 4.2 expose comment, en pratique, il est possible d'approximer la fonction de Green complète d'un milieu en corrélant le bruit enregistré par des capteurs sismiques trois composantes. Le calcul de courbes de dispersion d'ondes de surface à partir de la corrélation approximant la fonction de Green est présenté dans la Section 4.3. Enfin, la Section 4.4 met l'accent sur les critères de sélection à appliquer aux données d'ondes de surface issues des corrélations, avant de réaliser une étude tomographique.

La méthode décrite dans ce chapitre a été appliquée à des enregistrements sismiques réalisés en Europe grâce aux différents réseaux permanents et temporaires qui y sont déployés. La mise en place du réseau AlpArray dès 2016 (Hetényi *et al.*, 2018) a notamment joué un rôle important dans l'obtention d'un très grand jeu de données de corrélations de bruit. Néanmoins, ce chapitre étant accès sur la méthodologie, le lecteur est amené à se référer au Chapitre 7 pour plus d'informations sur l'origine des données.

Les différentes étapes, du traitement des enregistrements sismiques à l'extraction des courbes de dispersion d'ondes de surface, ont été réalisées par Laurent Stehly et Anne Paul, de l'équipe de sismologie d'ISTerre, à Grenoble. La sélection des données d'ondes de surface a été réalisée par mes soins.

## 4.1 Concept général : intérêt des corrélations de bruit pour la tomographie d'ondes de surface

La fonction de Green $\mathcal{G}$ correspond à la réponse impulsionnelle d'un milieu. Autrement dit, c'est le signal qu'on enregistrerait en un point $\vec{r_r}$ du milieu si celui-ci était soumis à un temps $t'$ à une source de type Dirac $\delta(\vec{r_r} - \vec{r_s})\delta(t - t')$ située en $\vec{r_s}$. Cette fonction de Green est solution de l'équation d'onde :

$$\Delta\vec{u}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = f(\vec{r}, t) \tag{4.1}$$

où $\vec{u}(\vec{r}, t)$ est le déplacement en $\vec{r}$ à $t$, $c$ est la vitesse du milieu et $f(\vec{r}, t)$ représente le terme source, égal à $\delta(\vec{r_r} - \vec{r_s})\delta(t - t')$ dans le cas particulier où $\mathcal{G}$ est solution.

La fonction de Green dépend de l'ensemble des propriétés élastiques et non élastiques du milieu de propagation. Sa détermination a donc un intérêt particulier en sismologie car il est possible d'en extraire de nombreuses informations, notamment sur la vitesse de propagation des différentes phases sismiques et ce, à chaque période. En pratique, les signaux sismiques générés par des sources ponctuelles de type séismes sont affectés à la fois par la réponse de l'instrument – qui est généralement bien connue et dont il est facile de s'affranchir –, par les propriétés du milieu – donc par la fonction de Green – mais également par la source elle-même qui possède une signature propre. Cette signature étant souvent complexe et difficile à caractériser, isoler la fonction de Green à partir des enregistrements de séismes peut s'avérer délicat.

Une façon de contourner ce problème lié à la complexité des sources ponctuelles est d'utiliser uniquement le bruit sismique (voir aussi Chapitre 1 pour une discussion sur l'origine de ce bruit et sur l'intérêt de son utilisation en sismologie). En effet, il est possible d'estimer la fonction de Green entre deux stations en corrélant le bruit enregistré à ces stations sur une longue période de temps.

D'un point de vue historique et théorique, Claerbout (1968) est le premier à proposer que l'autocorrélation du bruit enregistré à une station unique est équivalente à l'enregistrement à cette station d'une onde réfléchie provenant d'une source virtuelle située au niveau de la station. Ce développement repose néanmoins sur plusieurs hypothèses limitantes, notamment sur le fait que le milieu doit être lamellé. D'autres études théoriques et expérimentales ont suivi ces travaux, chacune respectant un cadre particulier. L'expérience de Weaver et Lobkis (2001) sur du bruit thermique a permis de montrer que la corrélation de bruit enregistré par deux récepteurs distincts correspond à la fonction de Green. Néanmoins, ces travaux se limitent au cas d'un milieu non atténuant et supposent que le bruit excite tous les modes propres du milieu avec une énergie équivalente et une phase aléatoire (condition d'équipartition). Derode *et al.* (2003a,b) proposent une approche théorique intéressante de la reconstruction de la fonction de Green en faisant l'analogie entre la corrélation de bruit et l'expérience dite de retournement temporel illustrée par la Fig. 4.1. Cette approche sous-entend que, si des sources de bruit, indépendantes et continues, sont disposées de manière uniforme autour de deux récepteurs, corréler le bruit issu de l'ensemble de ces sources sur un temps suffisamment long revient à considérer une des stations non plus comme un récepteur mais comme une source ponctuelle de type Dirac. Ce résultat est en fait toujours valable si les sources de bruit n'entourent pas de façon uniforme les stations mais que le milieu est

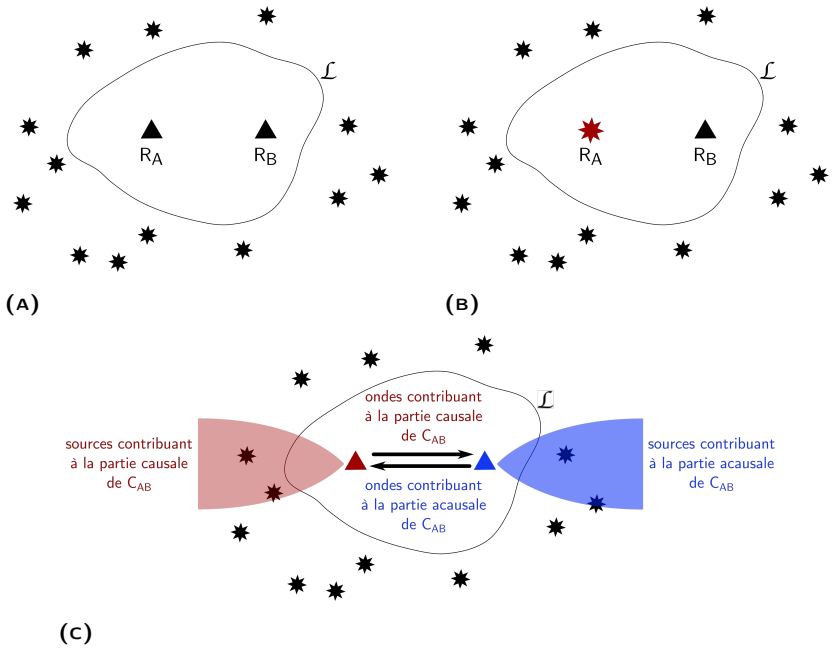



**Fig. 4.1** – A) Deux récepteurs sismiques $R_A$ et $R_B$ (triangles) sont placés dans un milieu hétérogène délimité par le contour $\mathcal{L}$. Des sources de bruit (étoiles) sont réparties en périphérie du milieu ; B) Si le milieu est suffisamment hétérogène pour diffracter le bruit issu des sources réparties de façon non uniforme, corréler le bruit enregistré par ces deux récepteurs revient à considérer l'un des deux, ici $R_A$, comme une source ponctuelle de type Dirac ; C) Les sources situées dans l'alignement des stations sont celles qui contribuent le plus à l'estimation de la corrélation $C_{AB}$. Certaines sources contribuent par ailleurs à la partie causale (temps positif) de $C_{AB}$ alors que d'autres participent à la partie acausale (temps négatif).

suffisamment hétérogène pour diffracter le bruit dans l'ensemble du milieu entre les récepteurs (Derode *et al.*, 2003a). Par ailleurs, les sources de bruit qui contribuent le plus à la corrélation sont celles situées dans l'axe des deux récepteurs (Snieder, 2004).

De façon plus générale, sans faire d'hypothèse particulière sur le milieu ou la distribution des sources mais en supposant que le bruit satisfait la condition d'équipartition, Gouédard *et al.* (2008) montrent que la fonction de Green est bien proportionnelle à la corrélation de bruit en 2-D et à la dérivée de la corrélation en 3-D. Mathématiquement, pour le cas 3-D, on peut écrire que :

$$\frac{d\mathcal{C}(\vec{r_A},\vec{r_B},t)}{dt} \propto \mathcal{G}(\vec{r_A},\vec{r_B},t) - \mathcal{G}(\vec{r_A},\vec{r_B},-t) \tag{4.2}$$

où $\mathcal{C}(\vec{r_A},\vec{r_B},t)$ est la corrélation de bruit entre deux points A et B ; $\mathcal{G}(\vec{r_A},\vec{r_B},t)$ est la portion de la fonction de Green correspondant à la propagation du bruit dans le sens direct, de A vers B par exemple, alors que $\mathcal{G}(\vec{r_A},\vec{r_B},-t)$ correspond à la propagation inverse, de B vers A. Ces deux termes sont respectivement appelés parties causale et acausale de la fonction de Green.

En sismologie, l'idée d'utiliser le bruit sismique pour l'imagerie de la subsurface remonte aux années 1950 (Aki, 1957). Néanmoins, les travaux précurseurs dans ce qu'on appelle maintenant la tomographie

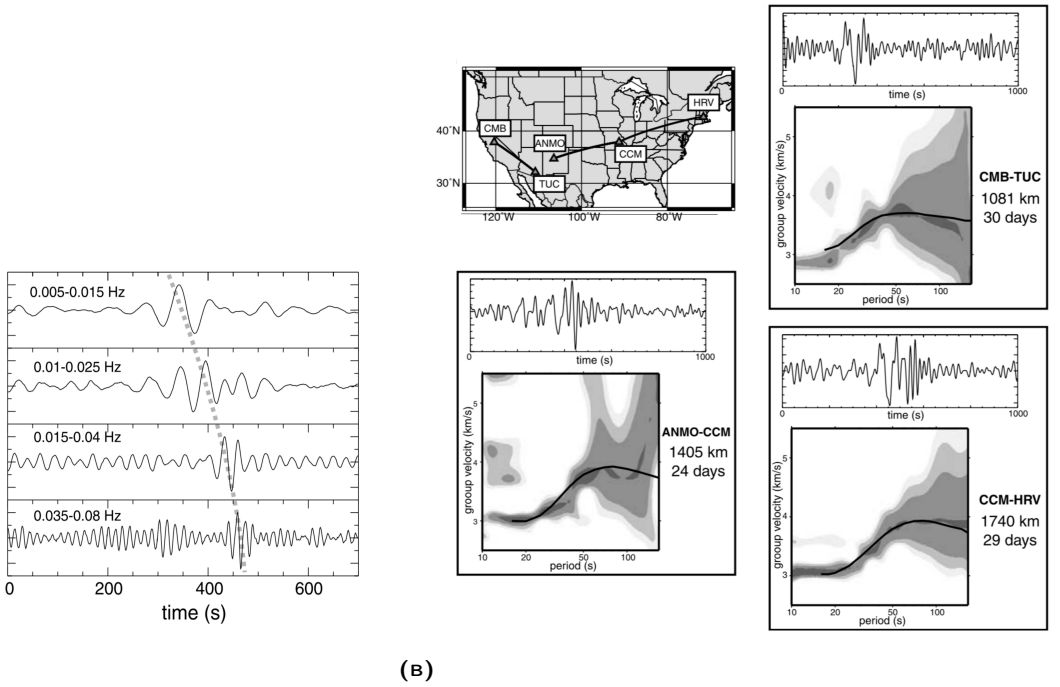



**Fig. 4.2** – A) La corrélation de bruit effectuée entre les stations ANMO et CCM aux États-Unis permet de montrer l'émergence de l'onde de Rayleigh, repérée par le trait pointillé gris. Cette corrélation est calculée ici pour différentes bandes de fréquences et seule la partie causale est représentée. B) Des courbes de dispersion d'ondes de Rayleigh (surface grisée) sont déduites des corrélations de bruit. La courbe noire représente la moyenne des mesures. La corrélation associée est également tracée dans chaque encart et sont indiqués la distance inter-stations ainsi que la durée totale de corrélation. Figure adaptée de Shapiro et Campillo (2004).

de bruit sismique sont bien plus récents. En effet, Shapiro et Campillo (2004) ont prouvé l'émergence d'ondes de surface dans des corrélations réalisées pour des distances inter-stations de la centaine au millier de kilomètres. Ils ont ainsi pu reconstruire des courbes de dispersion d'ondes de Rayleigh aux États-Unis (Fig. 4.2). Ces travaux ont ainsi ouvert la voie à de nombreuses applications en imagerie : on peut citer Shapiro *et al.* (2005) pour la tomographie de la Californie, Yang *et al.* (2010) au Tibet ou encore Stehly *et al.* (2009) et plus récemment Lu *et al.* (2020, 2018) en Europe.

En pratique, les caractéristiques du bruit sismique dépendent de la période considérée (Stehly *et al.*, 2006), en lien avec son origine diverse (voir aussi Section 1.1.2). Ceci remet alors en cause certaines hypothèses émises dans les développements théoriques. À très courtes périodes (5 - 10 s), le bruit ne satisfait généralement pas la condition d'équipartition. À plus longues périodes (10 - 40 s), il est certes plus homogène mais est affecté par la directivité des sources. Celles-ci se concentrent au niveau de l'Atlantique Nord et du Pacifique Nord pendant l'hiver boréal alors qu'elles sont situées dans l'Océan Indien et le Pacifique Sud en été (voir aussi Section 1.1.2). Néanmoins, l'effet de la directivité du bruit est fortement diminué lorsque les signaux sont corrélés sur plusieurs saisons, donc typiquement sur des durées de l'ordre d'un an. Par ailleurs, Stehly *et al.* (2007) ont montré que malgré la directivité du bruit,

il est possible d'estimer des vitesses de groupe d'ondes de surface à partir des corrélations avec une assez bonne précision, les erreurs d'estimation du temps de propagation des ondes étant de l'ordre de 0,3 %.

## 4.2 Du bruit sismique à la fonction de Green du milieu

Plusieurs méthodes de traitement de données de bruit et de corrélation existent. Nous présentons ici les différentes étapes de la méthode utilisée dans l'étude tomographique de l'Europe présentée au Chapitre 7. Les valeurs des différents paramètres données dans cette section pour les étapes de traitement et de sélection sont celles utilisées pour l'application à l'Europe.

### 4.2.1 Prétraitement des enregistrements

Avant de réaliser des corrélations sur les enregistrements de bruit, les signaux sismiques doivent subir une étape de prétraitement afin notamment de minimiser l'effet des sources ponctuelles.

Les données initiales correspondent à des enregistrements journaliers de bruit effectués sur des capteurs large bande à trois composantes. Afin de maximiser le rapport signal sur bruit des corrélations et pour s'affranchir des variations saisonnières des sources de bruit, le temps total de corrélation, et donc d'enregistrement, est généralement long (voir section précédente). Dans notre cas, nous disposions initialement d'enregistrements acquis entre 2016 et 2017 entre 5 et 100 s. Afin de maximiser nos chances d'imager le manteau supérieur, ce jeu de données a été complété par des enregistrements effectués pour des périodes plus longues et sur 6 ans, au lieu d'un an, afin d'amplifier le signal des corrélations. Nous avons donc aussi utilisé des signaux acquis entre 2010 et 2016 pour des périodes de 30 à 150 s. Les étapes de traitement sont similaires pour les deux jeux de données.

Le prétraitement des signaux journaliers est effectué en plusieurs étapes. Premièrement, les enregistrements sont déconvolués de la réponse instrumentale. Chaque signal est ensuite filtré par un filtre passe-bande et corrigé de l'effet de la moyenne et de la tendance linéaire. Afin de minimiser la dominance des sources ponctuelles dans le signal, comme les séismes ou les épisodes de tempête, et *a contrario* d'amplifier les sources de bruit moins énergétiques, un *comb filter* est appliqué à chaque enregistrement : le signal est filtré et normalisé par son enveloppe dans différentes gammes de périodes et les signaux résultants sont sommés à nouveau pour reconstruire chaque enregistrement journalier sur l'ensemble de la gamme de période.

### 4.2.2 Estimation de la fonction de Green par corrélation de bruit

Avant tout, il est nécessaire de préciser que le type d'onde de surface qui va émerger des corrélations de bruit dépend des composantes que l'on corrèle. En pratique, combiner les composantes verticale (Z), radiale (R) et transverse (T), dans les corrélations permet de reconstruire un tenseur de Green de dimension $3 \times 3$. Dans ce cas, la composante ZR par exemple, correspond à ce qu'on mesurerait sur la composante Z à la station A si on avait une source à la station B due à une force ponctuelle selon la direction R. Le tenseur étant en théorie symétrique, les différences entre composantes équivalentes (ZR et RZ par exemple) peuvent être utilisées pour quantifier une incertitude sur les corrélations.

Dans le tenseur de Green, les ondes de Rayleigh sont associées aux composantes ZZ, ZR, RZ et RR, alors que les ondes de Love émergent des corrélations TT. Dans notre étude, nous avons extrait les vitesses des ondes de Rayleigh à partir des corrélations ZZ uniquement. Ce choix se justifie par le fait que l'énergie associée à l'onde de Rayleigh se concentre sur la composante verticale. Par ailleurs, le signal enregistré sur la composante radiale peut être affecté par l'anisotropie azimutale ou des ondes de Love déviées par de fortes hétérogénéités, comme cela peut-être le cas en Europe.

Pour une paire de stations donnée, chaque enregistrement journalier est segmenté en fenêtres de 4h et les corrélations sont calculées à partir de ces segments. Les corrélations sont ensuite sommées sur la durée complète d'enregistrement afin d'obtenir la corrélation de référence du couple de stations ou fonction de Green empirique (FGE). Celle-ci est ensuite ré-échantillonnée à 1 Hz. Ces étapes sont répétées pour chacun des 9 couples de composantes possibles dans le repère (Nord, Est, Z).

En supposant que les ondes se propagent entre les stations en suivant le grand cercle, chaque corrélation de référence subit ensuite une rotation pour passer du repère (Nord, Est, Z) au repère (R, T, Z). Le tenseur de Green complet du milieu situé entre les deux stations peut ainsi être estimé à partir des 9 corrélations de référence. Nous n'utilisons cependant par la suite que les corrélations de référence ZZ, associées aux ondes de Rayleigh, et TT, associées aux ondes de Love.

La Fig. 4.3 représente l'ensemble des corrélations de référence ZZ calculées entre la station DAVOX située en Suisse et 1292 stations européennes. La partie causale ($t > 0$) représente la propagation des ondes d'Ouest en Est alors que la partie acausale ($t < 0$) correspond à la propagation d'Est en Ouest. L'émergence des ondes de Rayleigh est très nette sur les corrélations. Toutefois, on peut noter une amplitude plus importante des ondes se propageant d'Ouest en Est ($t > 0$) dans la gamme de périodes 10 - 20 s. Cette observation est cohérente avec le fait qu'en Europe, pour ces périodes, les sources de bruit sont dominées principalement par l'Atlantique Nord (e.g. Stehly *et al.*, 2006). Au contraire, entre 40 et 80 s, les parties causale et acausale apparaissent plus symétriques en termes d'amplitude, mettant ainsi en évidence une répartition plus uniforme des sources de bruit à ces périodes.

## 4.3 De la fonction de Green aux courbes de dispersion d'ondes de surface : estimation des vitesses de groupe à partir des corrélations

Pour chaque couple de stations, les courbes de dispersion des ondes de Love et Rayleigh sont respectivement extraites des corrélations de référence TT et ZZ en suivant une analyse en temps–fréquence (e.g. Herrmann, 1973; Stehly *et al.*, 2009). Un filtre gaussien est appliqué à chaque corrélation dans le domaine fréquentiel, la largeur du filtre étant adaptée à la distance inter–stations afin d'assurer un bon compromis entre la résolution en temps et celle en fréquence (Levshin *et al.*, 1989). Dans le domaine temporel, les maxima locaux de l'enveloppe du signal sont identifiés séparément dans les parties causale et acausale de la corrélation. Ces maximas permettent alors d'évaluer le temps d'arrivée du train d'onde pour la fréquence centrale du filtre utilisé, et donc la vitesse de groupe des modes fondamentaux des ondes de Love ou Rayleigh. Finalement, la vitesse de groupe estimée pour une paire de stations

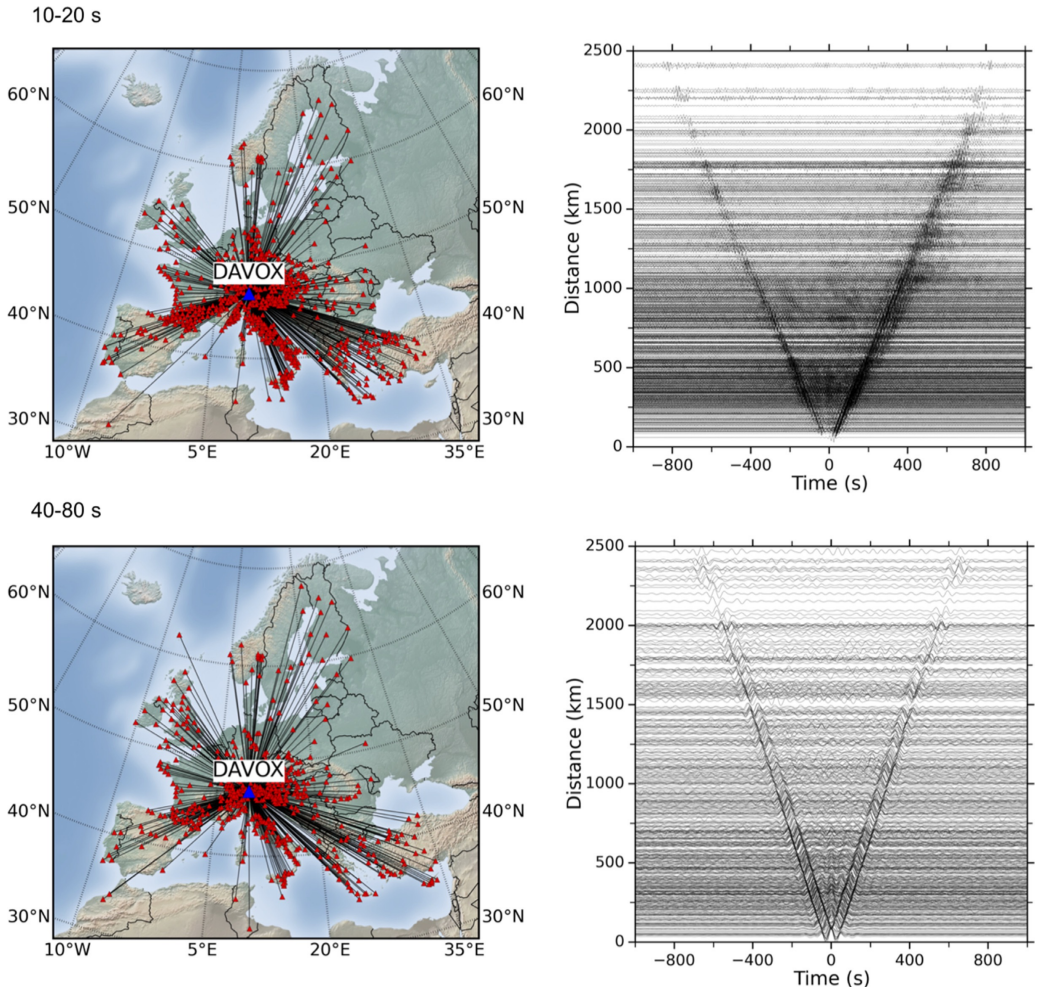



**Fig. 4.3** – Exemples de corrélations de référence (ou fonctions de Green empiriques) calculées pour les composantes ZZ entre la station DAVOX et différentes stations européennes et filtrées entre 10 et 20 s (haut) et entre 40 et 80 s (bas). Ces corrélations sont triées par distance inter-stations croissante. La partie causale de la corrélation, correspondant aux temps positifs, est associée à la propagation des ondes d'Ouest en Est alors que la partie acausale associée aux temps négatifs correspond à la propagation d'Est en Ouest. Figure de Lu *et al.* (2018).

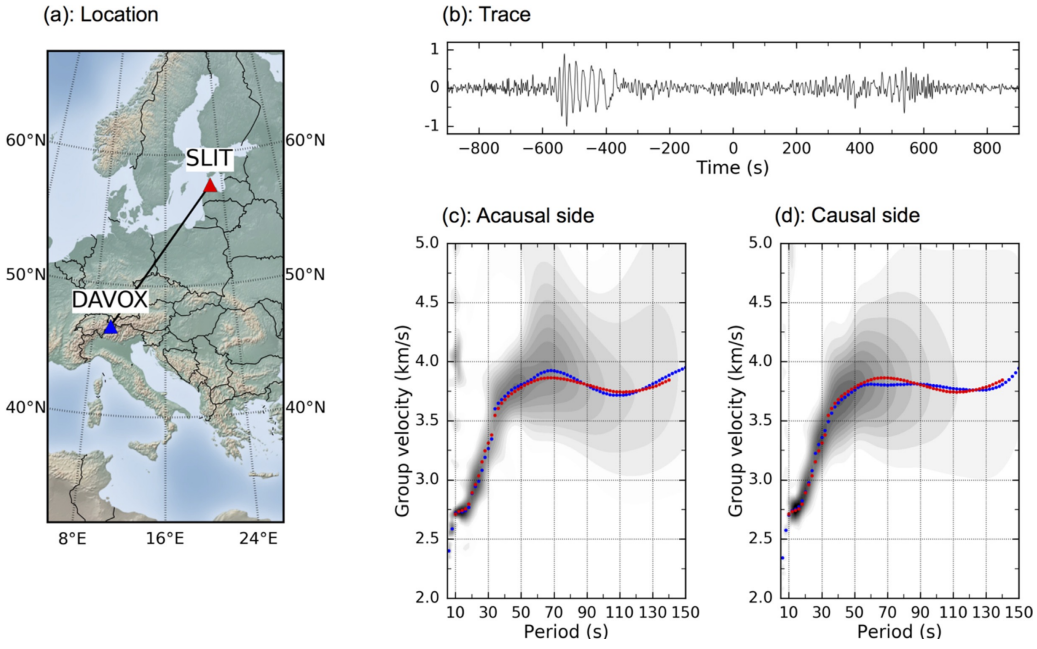



**Fig. 4.4** – Courbe de dispersion de l'onde de Rayleigh calculée à partir des corrélations ZZ entre les stations DAVOX et SLIT. a) Localisation des stations. b) Corrélation de référence pour la composante ZZ. c-d) Résultats de l'analyse en temps–fréquence pour la partie acausale (c) et la partie causale (d). La partie grisée correspond à l'amplitude du signal dans l'espace temps-fréquence. La courbe pointillée bleue indique la courbe de dispersion de vitesse de groupe calculée sur la partie causale ou la partie acausale. La courbe rouge représente la courbe de dispersion finale qui est la moyenne entre les deux courbes bleues. Figure de Lu *et al.* (2018).

correspond à la moyenne des vitesses calculées dans les parties causale et acausale. Elle est associée à la fréquence centrale du filtre gaussien appliqué à la corrélation de référence, corrigée des éventuels décalages en fréquence observés pour les périodes proches de celles associées aux pics microsismiques à 7 s et 14 s (voir Section 1.1.2 Chapitre 1).

La Fig. 4.4 représente la courbe de dispersion de l'onde de Rayleigh calculée pour le couple de stations DAVOX – SLIT. Elle a été déterminée à partir de la corrélation de référence ZZ représentée également sur la figure.

## 4.4 Sélection des courbes de dispersion avant étude tomographique

Plusieurs facteurs peuvent influencer la reconstruction des courbes de dispersion à partir des corrélations de bruit, les plus importants étant la directivité des sources de bruit, les distances inter–stations, le traitement des signaux ou la durée de corrélation. Afin de ne garder que les trajets de bonne qualité

dans le but de réaliser une étude tomographique de l'Europe, une sélection en trois phases est appliquée à l'ensemble des mesures de dispersion. Ce tri est effectué de façon indépendante pour les différents couples de stations et différentes périodes. Néanmoins, afin d'avoir la même couverture en données pour les ondes de Rayleigh et de Love, nous avons choisi de réaliser une sélection conjointe pour ces deux types d'ondes. En effet, nous souhaitons par la suite étudier l'anisotropie radiale d'ondes $S$ par une inversion conjointe de données d'ondes de Rayleigh et de Love (voir Chapitres 6 et 7). Or, une différence de résolution latérale (contrôlée en partie par la couverture en données) entre les modèles tomographiques 2-D issus de l'inversion d'ondes de Rayleigh et ceux issus de l'inversion d'ondes de Love, pourrait introduire des biais dans l'imagerie de l'anisotropie radiale.

Premièrement, les données correspondant à des erreurs d'enregistrement ou de calcul de corrélations (vitesse de groupe nulle ou aucune valeur pour le rapport signal sur bruit) ont été écartées du jeu de données.

En suivant les étapes proposées par Lu *et al.* (2018), nous avons ensuite effectué une sélection basée sur la vitesse de groupe, la distance inter–stations, le rapport signal sur bruit et la symétrie des corrélations. Ainsi, les paires de stations pour lesquelles la vitesse de groupe calculée dans la partie causale ou acausale ne correspond pas à la gamme de vitesses attendue pour des roches sédimentaires, de la croûte ou du manteau supérieur sont écartées. Dans la gamme de périodes qui nous intéresse (5 - 150 s), ces vitesses doivent être comprises entre 1 km/s et 5 km/s. Par ailleurs, seuls les trajets pour lesquels la distance inter–stations est située entre 2 et 50 fois la longueur d'onde sont considérés. Pour des distances plus courtes, le risque est que les parties causale et acausale de la corrélation interfèrent. Les mesures effectuées pour des distances inter–stations plus longues n'apportent quant à elles que peu d'informations utilisables car la longueur d'onde est largement supérieure à la taille des hétérogénéités du milieu. Le rapport signal sur bruit (ou SNR, pour *signal to noise ratio*) est également analysé. Il est défini comme le rapport entre l'amplitude maximale de l'onde de surface et l'écart-type du bruit enregistré juste après. L'amplitude maximale de l'onde correspond à l'amplitude maximale des corrélations sur une fenêtre de temps définie pour des vitesses comprises entre 1,5 et 5 km/s. L'écart–type du bruit est calculé sur une fenêtre de temps qui commence quelques périodes après l'arrivée de l'onde de surface et dure plusieurs centaines de secondes. Seuls les trajets pour lesquels le SNR est supérieur à 5, à la fois dans la partie causale et la partie acausale, sont sélectionnés. Enfin, pour minimiser l'effet de la directivité des sources de bruit, un critère de symétrie du signal est également appliqué. Seules les paires de stations pour lesquelles la différence entre les vitesses mesurées sur les parties causale et acausale est inférieure à 0,2 km/s sont sélectionnées.

À l'issue de cette première phase de sélection, des valeurs aberrantes sont encore présentes dans les données. Afin de les éliminer, ne sont sélectionnées que les mesures situées à moins de 2,64 fois l'écart-type par rapport à la moyenne des données sélectionnées en phase 1. Si on considère que les données sont réparties selon une gaussienne (voir Fig. 4.6), cette valeur de 2,64 permet de considérer 99.18% des données tout en éliminant les valeurs extrêmes (Dziewonski *et al.*, 1969).

La Fig. 4.5 permet de se rendre compte de l'effet des différentes étapes de sélection sur la quantité de données (l'étape de rejet des erreurs d'enregistrement et de corrélation n'est pas prise en compte

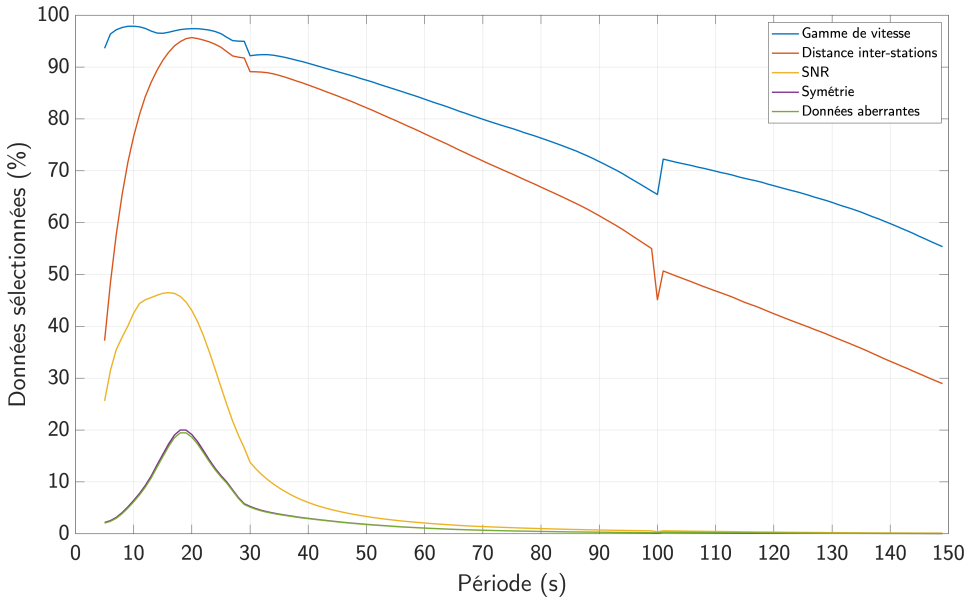



**Fig. 4.5** – Proportion de données sélectionnées par rapport au jeu de données initial. Chaque courbe représente le pourcentage de données sélectionnées après une étape de tri particulière sur : la gamme de vitesse (bleu), la distance inter–stations par rapport à la longueur d'onde (rouge), le rapport signal sur bruit (SNR) (jaune), la symétrie des parties causale et acausale de la corrélation (violet) et les données de vitesse aberrantes (vert).

dans la figure). L'étape la plus stricte est celle basée sur le SNR de la corrélation. Dans le détail, ce sont principalement les mesures associées aux ondes de Love qui sont rejetées. Cela peut s'expliquer par le fait que, puisque les composantes horizontales d'un signal sont en général plus bruitées que la composante verticale, les ondes de Love émergent plus difficilement du bruit que les ondes de Rayleigh. Le critère de symétrie entre les parties causale et acausale de la corrélation de référence (fonction de Green empirique) est également déterminant. Là encore, ce sont les ondes Love qui sont principalement écartées. La difficulté pour les identifier sur les corrélations peut induire des erreurs dans l'estimation des vitesses de groupe et donc rendre la corrélation asymétrique. On peut également voir que pour les très courtes périodes, beaucoup de paires de récepteurs sont rejetées en fonction de la distance inter–stations. Les stations que nous avons utilisées étant dispersées sur toute l'Europe, les corrélations écartées à cette étape correspondent majoritairement à celles calculées pour des distances entre récepteurs supérieures à 50 fois la longueur d'onde.

La Fig. 4.6 permet de comparer la répartition des vitesses de groupe avant et après sélection, pour les périodes 8 s et 30 s. Avant sélection, le jeu de données à 8 s présente de nombreuses mesures aberrantes. Celles-ci atteignent parfois des valeurs très élevées qui correspondent à celles attendues pour des ondes se propageant dans le manteau (8 km/s). Or à des périodes aussi courtes, les ondes de surface se propagent dans la croûte supérieure. Après sélection, ces mesures ont été écartées et la répartition des vitesses s'approchent d'une gaussienne. Les vitesses médianes après sélection sont alors bien cohérentes avec une propagation des ondes dans la croûte supérieure. Elles sont de 2,82 km/s et 3,11 km/s pour Rayleigh et Love respectivement. À 30 s, la sélection permet là aussi de se débarrasser des données aberrantes. On

remarque également que de nombreuses mesures associées à des vitesses lentes ont été rejetées. C'est le cas principalement pour les ondes de Love. Le jeu de données final est également proche d'une gaussienne et les vitesses médianes sont de 3,34 km/s pour Rayleigh et 3,54 km/s pour Love, ce qui est cohérent avec une propagation des ondes plus en profondeur à 30 s qu'à 8 s.

La Fig. 7.13 du Chapitre 7 représente le nombre de couples de stations sélectionnés à la fin de la procédure de tri ainsi que les mesures de dispersion associées. Le nombre de données est maximal autour de 25 s de période où il atteint plus de 100 000 paires de stations (19% du jeu de donnés débarrassé des erreurs d'enregistrement et de corrélation).

Les données d'ondes de Rayleigh et de Love sélectionnées ont ensuite été régionalisées aux différentes périodes pour construire des cartes de vitesse de groupe. Cette étape est le sujet du chapitre suivant.

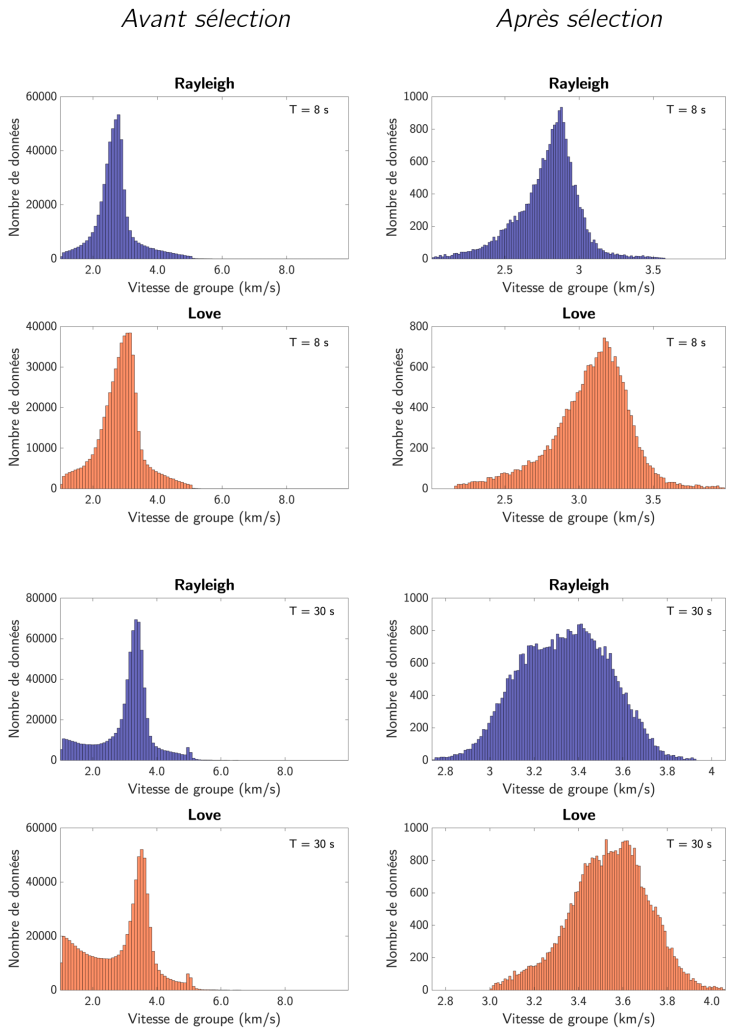
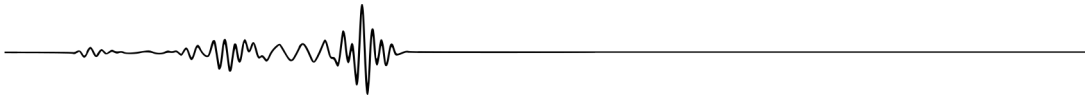



**Fig. 4.6** – Histogrammes des vitesses de groupe d'ondes de Rayleigh et Love à 8 s et 30 s, avant et après la sélection décrite dans la Section 4.4. Dans chaque cas, l'axe horizontal est ajusté aux vitesses minimales et maximales de l'ensemble des données de Love et Rayleigh.

# 5 Régionalisation de données de vitesse de groupe d'ondes de surface



Dans le Chapitre 4, nous avons vu comment estimer des courbes de dispersion d'ondes de surface à partir de corrélations de bruit sismique. Dans ce chapitre, nous présentons la méthode de régionalisation de données sismiques et son application aux mesures de dispersion récoltées en Europe et décrites au Chapitre 4. La régionalisation consiste à combiner, à chacune des périodes, les données de vitesses de groupe dans une inversion tomographique 2-D afin d'obtenir des cartes représentant les variations latérales de ces vitesses. Cette procédure constitue une des étapes utilisées dans la construction du modèle 3-D anisotrope de la croûte et du manteau supérieur européens présenté au Chapitre 7.

Nous commençons ici par décrire les principaux points méthodologiques de l'étape de régionalisation. Dans une seconde section, nous présentons des tests dans lesquels on recherche une perturbation de vitesse connue tout en gardant la couverture spatiale imposée par nos données. Ces tests nous permettent d'estimer quelles zones sont bien résolues dans notre modèle tomographique. Enfin, la dernière section de ce chapitre présente les résultats de l'application de la régionalisation aux données d'ondes de surface décrites au chapitre précédent. Les cartes de vitesse de groupe qui en résultent sont ensuite utilisées pour reconstruire des courbes de dispersion de Rayleigh et de Love en chaque point géographique. Ces courbes sont ensuite inversées en profondeur pour la vitesse d'ondes $SV$ et l'anisotropie radiale d'ondes $S$ suivant la méthode présentée au chapitre suivant.

## 5.1 Méthode de régionalisation

La méthode de régionalisation a pour objectif de combiner les informations issues d'un grand nombre de données de dispersion afin de construire des cartes de variations latérales de vitesse de groupe. Cette étape se fait via une méthode d'inversion tomographique 2-D décrite dans Debayle et Sambridge (2004). Les inversions sont réalisées indépendamment pour chaque période et pour les ondes de Rayleigh et de Love. Les principaux points méthodologiques de la régionalisation sont présentés dans cette section.

### 5.1.1 Données

Les données correspondent aux vitesses de groupe de Rayleigh et de Love mesurées en Europe par corrélation de bruit sismique à chaque période entre 5 et 150 s. Pour un type d'onde donné (Love ou Rayleigh), les données peuvent s'écrire sous la forme d'un vecteur $\mathbf{d}$ de dimension $N$, où $N$ est le nombre de paires de stations pour lesquelles ont été calculées les corrélations. À chaque période $T$, ce vecteur contient l'ensemble des valeurs de lenteur, l'inverse de la vitesse de groupe $U$. Il s'écrit :

$$\mathbf{d} = \left[ \frac{1}{U_1(T)}, ..., \frac{1}{U_N(T)} \right] \tag{5.1}$$

La Fig. 4.6 (Chapitre 4) représente l'histogramme des vitesses de groupe pour les ondes de Rayleigh et de Love à 8 et 32 s. On peut considérer qu'à chaque période, les données sont réparties selon une gaussienne.

### 5.1.2 Modèle et paramétrisation du modèle

Le modèle représente la lenteur de groupe en chaque point géographique pour une période $T$ donnée. Il est paramétré sur des cellules de 0,15° × 0,15° sur l'ensemble du globe ce qui représente une grille de $M = 360/0,15 \times 180/0,15 = 2\ 880\ 000$ points. À chaque période $T$, le modèle peut alors s'écrire sous la forme d'un vecteur $\mathbf{m}$ de dimension $M$

$$\mathbf{m} = \left[ \frac{1}{U_1(T, \mathbf{r}_1)}, ..., \frac{1}{U_M(T, \mathbf{r}_M)} \right] \tag{5.2}$$

où $U_j(T, \mathbf{r}_j)$ est la vitesse de groupe au point $j$ de coordonnées $\mathbf{r}_j$ et $M$ est le nombre de points géographiques. Une spécificité du code de Debayle et Sambridge (2004) est de n'effectuer les calculs que dans la région couverte par la « zone d'influence des rais ». La zone d'influence s'obtient en passant une gaussienne de largeur $L_{corr}$ sur chaque rai sismique (voir Section 5.1.4 pour la définition de $L_{corr}$). Précisément, elle correspond à une distance de 2,64 $L_{corr}$ autour du rai, ce qui permet de considérer 99.18% de la surface sous la gaussienne (Dziewonski *et al.*, 1969). Ainsi l'algorithme peut être utilisé aussi bien pour des tomographies globales que régionales.

Là où la couverture en données l'autorise, la paramétrisation fine du modèle permet d'imager des hétérogénéités latérales de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres, en particulier à courtes périodes, tout en gardant un temps de calcul raisonnable de quelques heures maximum par période (en fonction du nombre de données disponibles).

### 5.1.3 Problème direct

On se place dans le cadre de l'approximation *path average approximation* présentée au Chapitre 1, Section 1.2.1. On suppose donc que les ondes se propagent entre deux stations en suivant le grand cercle à la surface de la Terre. Le problème direct de Debayle et Sambridge (2004) est alors posé ainsi :

$$\frac{1}{U_i(T)} = \frac{1}{\Delta_i} \int_i \frac{1}{U(T, \mathbf{r}(s))}\, ds \tag{5.3}$$

où $\Delta_i$ est la distance selon le grand cercle reliant les deux stations et $\mathbf{r}(s)$ est la coordonnée de l'abscisse curviligne $s$ le long du trajet entre les stations. Pour une période $T$ donnée, l'Éq. 5.3 permet de relier linéairement les données (les lenteurs de groupe $1/U_i(T)$ entre deux stations), au modèle (les lenteurs de groupe $U(T, \mathbf{r}(s))$ en chaque point géographique).

Sous forme matricielle, le problème direct peut donc s'écrire comme une relation linéaire entre vecteur données $\mathbf{d}$ et vecteur modèle $\mathbf{m}$ :

$$\mathbf{d} = G\mathbf{m} \tag{5.4}$$

où G représente la théorie reliant les données et le modèle. Elle contient les dérivés partielles des paramètres du modèle, ici $\frac{\delta s}{\Delta_i}$ où $\delta s$ représente un segment le long du trajet entre deux stations.

### 5.1.4 Problème inverse : moindres carrés linéarisés

Le problème inverse est résolu par une approche en moindres carrés linéarisés décrite en premier lieu par Tarantola et Valette (1982). Dans ce cadre, le problème est linéarisé autour d'un modèle $\mathbf{m}_0$ et le modèle inversé $\hat{\mathbf{m}}$ s'écrit :

$$\hat{\mathbf{m}} = \mathbf{m}_0 + C_{m_0} G^t \left( G C_{m_0} G^t + C_{d_0} \right)^{-1} (\mathbf{d} - G\mathbf{m}_0) \tag{5.5}$$

où $C_{m_0}$ est la matrice de covariance *a priori* sur le modèles, $C_{d_0}$ est la matrice de covariance *a priori* sur les données.

Le modèle $\mathbf{m}_0$ représente l'*a priori* sur le modèle c'est-à-dire ce que l'on sait du modèle avant l'inversion. Dans notre étude, pour une période et un type d'ondes donnés, ce modèle est identique en chaque point géographique et correspond simplement à la moyenne de l'ensemble des vitesses de groupe. Là où les données ne contraignent pas la structure en vitesse, le modèle inversé $\hat{\mathbf{m}}$ reste similaire au modèle *a priori*.

#### Matrice de covariance *a priori* sur le modèle et régularisation du problème inverse

La matrice de covariance *a priori* sur le modèle $C_{m_0}$ contrôle la régularisation du modèle $\hat{\mathbf{m}}$. La matrice de covariance entre deux points situés en **r** et **r'** s'écrit

$$C_{m_0}(\mathbf{r}, \mathbf{r'}) = \sigma_m^2 \exp\left( -\frac{1}{2} \frac{\Delta^2(\mathbf{r}, \mathbf{r'})}{L_{corr}^2} \right) \tag{5.6}$$

$L_{corr}$ est la longueur de corrélation horizontale : elle définit la largeur d'une gaussienne qui agit comme un filtre spatial contrôlant le lissage latéral du modèle $\hat{\mathbf{m}}$. Le paramètre $\sigma_m$ est l'écart-type *a priori* de l'amplitude des perturbations de vitesse autour de $\mathbf{m}_0$.

Le choix des valeurs de longueurs de corrélation dépend de la couverture en données et de la longueur d'onde. Debayle *et al.* (2016) ont montré que le lissage du modèle se fait sur une distance d'au moins $3L_{corr}$. Dans notre étude, nous faisons varier la longueur de corrélation en fonction de la période selon les valeurs résumées dans le Tab. 5.1. Aux plus courtes périodes, le lissage est réalisé sur 3 $L_{corr} \sim 0.6^\circ$, une distance plus grande que le pas de la grille sur laquelle est paramétré le modèle. Ainsi, cela nous permet d'imager des hétérogénéités latérales de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres.

| **Période T (s)** | $T \leq 20$ | $20 < T \leq 50$ | $50 < T \leq 100$ | $100 < T$ |
|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{L}_{corr}$ (km) | 20 | 25 | 50 | 100 |

**Tab. 5.1** – Longueurs de corrélation horizontale utilisées dans l'inversion en fonction de la période.

La valeur choisie pour $\sigma_m$ est égale à 0,05 km/s pour toutes les périodes et pour les ondes de Rayleigh et de Love. Cette valeur, testée dans différentes études (e.g. Debayle et Ricard, 2012; Pilidou *et al.*, 2004) utilisant l'approche tomographique de Debayle et Sambridge (2004), autorise des variations de vitesse importantes (voir les cartes de perturbations de vitesse dans l'article au Chapitre 7, Fig. 7.14).

### Matrice de covariance *a priori* sur les données

La matrice de covariance *a priori* sur les données $C_{d_0}$ est une matrice diagonale pour laquelle les termes diagonaux sont $\sigma_{di}^2$, où $\sigma_{di}$ est l'erreur sur la donnée $i$. Cette erreur contrôle la contribution relative de chaque mesure dans l'inversion. Nous avons choisi d'attribuer la même erreur, et donc le même poids, à chaque couple de stations $i$. À chaque période, cette erreur est estimée par la moyenne de la différence entre la vitesse de groupe calculée à partir de la partie causale et celle calculée pour la partie acausale.

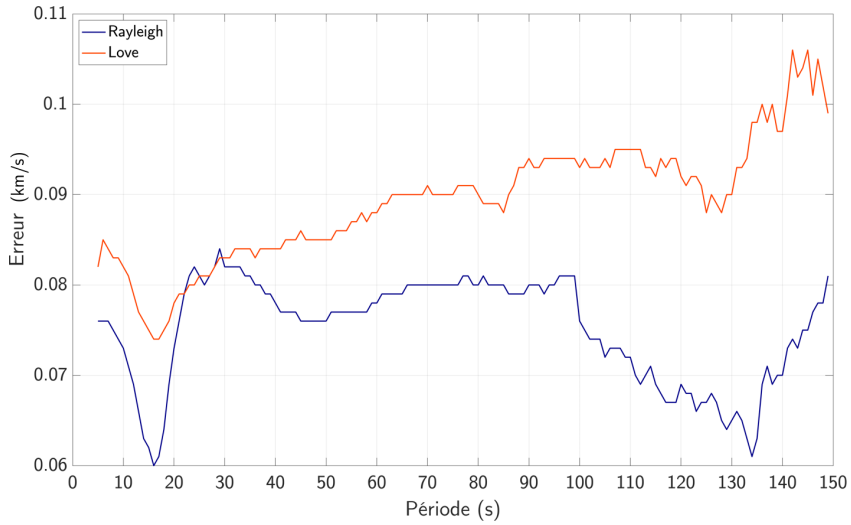



**Fig. 5.1** – Erreur estimée sur les données de vitesse de groupe des ondes de Rayleigh et de Love en fonction de la période. Elle correspond à la moyenne de l'écart entre les vitesses calculées sur les parties causale et acausale des corrélations pour l'ensemble des couples de stations.

La Fig. 5.1 illustre l'évolution de ces erreurs en fonction de la période. En général, les erreurs sont plus élevées pour les vitesses de groupe d'ondes de Love que pour les ondes de Rayleigh car les ondes de Love sont plus difficiles à repérer sur les corrélations de bruit (voir Chapitre 4). À la fois pour les ondes de Rayleigh et de Love, les erreurs les plus basses sont observées entre 10 et 20 s. De façon surprenante, les erreurs sur les mesures d'ondes de Rayleigh diminuent brusquement entre 100 et 135 s alors que celles

sur les mesures d'ondes de Love augmentent continuellement dès 15 s. Ce saut à 100 s est certainement lié au fait qu'à partir de cette période, les données de dispersion issues de corrélations de bruit proviennent uniquement des corrélations réalisées sur 6 ans et non plus d'une combinaison des corrélations réalisées sur 1 an et sur 6 ans (voir Chapitre 4). Les erreurs moyennées sur le jeu de données issu de 6 ans de corrélations semblent donc être moins importantes (corrélations plus symétriques entre les parties causale et acausale) que pour les données calculées sur 1 an de corrélations. Cela s'explique notamment par une amélioration sur rapport signal sur bruit avec l'augmentation du temps de corrélation, ce qui facilite le repérage des ondes sur les corrélations. C'est surtout le cas pour les ondes de Rayleigh, qui sont plus faciles à identifier que les ondes de Love (voir Chapitre 4).

### 5.1.5 Estimation de la qualité de l'inversion

Il est en théorie possible d'estimer les erreurs *a posteriori* sur le modèle via le calcul de la matrice de covariance *a posteriori* $C_m$. Elle est définie par Tarantola et Valette (1982) comme :

$$C_m = C_{m_0} - C_{m_0} G^t (G C_{m_0} G^t + C_{d_0})^{-1} G C_{m_0} \tag{5.7}$$

Étant donnés le nombre important de données à chaque période et la taille de grille sur laquelle est paramétré le modèle, l'estimation de $C_m$ en chaque point du modèle demande trop de ressource en temps de calcul. Nous ne calculons donc pas la covariance *a posteriori* dans cette étude.

Nous avons donc choisi d'utiliser l'ajustement des données et la réduction des résidus des données pour nous faire une idée de la qualité de l'inversion.

Le résidu est défini pour une donnée $i$ par l'écart entre la donnée observée $d_i$ et la donnée théorique $\hat{d}_i$ calculée dans le modèle $\hat{\mathbf{m}}$. Pour l'ensemble des données à une période $T$, nous calculons le résidu $R$ dans le modèle $\hat{\mathbf{m}}$ selon :

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( d_i - \hat{d}_i \right)^2 \tag{5.8}$$

ce qui correspond au carré de la norme L2 des résidus, normalisé par le nombre de données. Par analogie, on peut calculer $R_0$ dans le modèle initial $\hat{\mathbf{m}}_0$. La réduction des résidus (qui est proche d'une réduction de variance) s'exprime alors comme $\frac{R_0 - R}{R_0}$. Elle permet d'estimer à quel point l'écart entre les données observées et les données calculées s'est réduit au cours de l'inversion.

Une donnée $i$ est ajustée dans sa barre d'erreur si le résidu est inférieur à l'erreur sur cette donnée, c'est-à-dire si $\frac{|d_i - \hat{d}_i|}{\sigma_{d_i}} \leq 1$. Le calcul du $\chi^2_d$ indique si en moyenne les données sont ajustées dans leurs barres d'erreurs. Cet estimateur s'écrit :

$$\chi^2_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left( \frac{d_i - \hat{d}_i}{\sigma_{d_i}} \right)^2 \tag{5.9}$$

Afin d'améliorer le résultat de la régionalisation, l'inversion est réalisée en deux itérations. À la fin de la première itération, les données qui ne sont pas expliquées dans leurs barres d'erreur et pour lesquelles le résidu a augmenté par rapport à celui calculé dans le modèle initial, se voient assigner un poids plus faible, c'est-à-dire une erreur $\sigma_{d_i}$ plus grande. Le pourcentage de données concernées par une

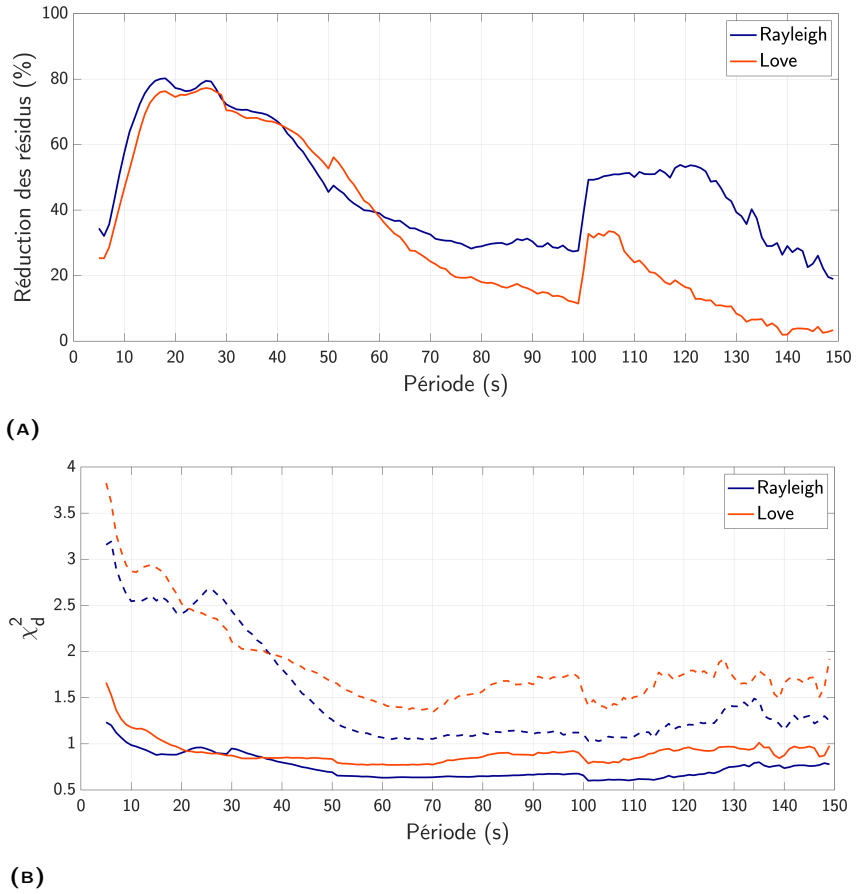



**Fig. 5.2** – Évolution en fonction de la période des paramètres utilisés pour estimer la qualité de la régionalisation. A) Réduction des résidus par rapport au modèle initial. B) $\chi^2_d$ initial (courbes tiretées) et $\chi^2_d$ à la fin de l'inversion (courbes continues).

modification de l'erreur à la fin de la première itération est de moins de 40% pour toutes les périodes et de moins de 20% pour les périodes entre 5 et 70 s.

La Fig. 5.2 représente la réduction des résidus, le $\chi^2_d$ initial et le $\chi^2_d$ après deux itérations, en fonction de la période. La réduction des résidus est élevée entre 15 et 60 s ($> 40\%$) et le $\chi^2_d$ initial est supérieur à 1. Cela signifie que le modèle initial uniforme $\mathbf{m}_0$ ne permet pas d'expliquer les données dans leurs barres d'erreur. À ces périodes, les ondes de surface sont sensibles aux hétérogénéités présentes dans la croûte inférieure et le sommet du manteau supérieur. Un modèle uniforme est donc incohérent avec les données. Le modèle final, permet quant à lui d'expliquer les données dans leurs barres d'erreur ($\chi^2_d < 1$), ce qui est cohérent avec une réduction de résidus importante.

À longue période ($T > 60\ s$), le modèle initial explique relativement bien les données, notamment pour les ondes de Rayleigh ($\chi^2_d$ proche de 1). Cela suggère que les ondes sont moins sensibles aux hétérogénéités à ces périodes. Ainsi, la réduction des résidus est moindre entre 60 et 100 s mais les données sont ajustées dans leurs barres d'erreur. Un saut marqué vers des réductions plus élevées des

résidus est observé à 100 s. À partir de cette période, les erreurs sur les données diminuent, notamment pour les ondes de Rayleigh (voir Section 5.1.4). La diminution des barres d'erreur force donc l'ajustement des données par l'algorithme, ce qui favorise la diminution des résidus et augmente l'écart entre $R$ et $R_0$. La réduction des résidus à l'issue des deux itérations s'en trouve alors plus importante qu'aux périodes entre 60 et 100 s.

À très courtes périodes ($T < 15\ s$), le $\chi^2_d$ initial est élevé ($> 2,5$) ce qui indique que le modèle $\mathbf{m}_0$ n'explique pas les données dans leurs barres d'erreur. À ces périodes, les ondes de surface sont très sensibles aux hétérogénéités peu profondes de vitesse sismique (cratons, bassins sédimentaires, ...). Un modèle uniforme n'est alors pas capable d'expliquer les données. Le modèle final $\hat{\mathbf{m}}$ permet de mieux les expliquer mais beaucoup de données ne sont pas ajustées dans leurs barres d'erreur ($\chi^2_d > 1$). Cela suggère la présence d'importantes anomalies de vitesse aux courtes périodes. Celles-ci atteignent en effet 20% sur les cartes de perturbations de vitesse de groupe à 8 s présentées sur la Fig. 7.14 du Chapitre 7.

L'analyse de l'évolution de $\chi^2_d$ et de la réduction des résidus en fonction de la période nous a poussés à n'interpréter que les cartes de vitesse de groupe obtenues entre 5 et 70 s. On estime que c'est à ces périodes que les données ont apporté des contraintes sur la structure en vitesse. Un autre argument pour cela est associé à la couverture en données et est discuté dans la Section 5.2.

### 5.1.6 Couverture spatiale en trajets

La densité de rais représente la façon dont le milieu est échantillonné par les données. Dans notre étude, elle correspond au nombre de rais dans la cellule $j$, la surface de la cellule étant normalisée en fonction de la latitude. La densité de rais est identique pour les ondes de Rayleigh et de Love étant donné que nous avons effectué une sélection conjointe sur les couples de stations (voir Chapitre 4).

Les cartes de densité de rais pour les périodes 8, 30 et 55 s sont présentées dans la Fig. 7.15 de l'article du Chapitre 7. Pour comparaison, la Fig. 5.3 correspond aux cartes de densité de rais aux périodes 5, 20, 40 et 60 s. La densité de rais est la plus élevée au niveau des Alpes, en lien notamment avec la présence d'un grand nombre de stations sismiques déployées dans cette zone (voir Chapitre 7). Elle dépend néanmoins beaucoup de la période et du nombre de couples de stations dans le jeu de données à une période $T$.

## 5.2 Tests plats

La résolution latérale du modèle est contrôlée par la couverture en données et la physique des ondes. Dans notre étude, nous considérons que toute la sensibilité des ondes de Rayleigh et de Love est concentrée le long du grand cercle, le lissage spatial des modèles étant contrôlé par une gaussienne dont la largeur $L_{corr}$, identique à chaque période pour les ondes de Love et Rayleigh. La couverture étant identique pour Love et Rayleigh, la résolution latérale sera identique également.

Afin d'évaluer cette résolution, nous avons réalisé des « tests plats ». Ces tests consistent à essayer de retrouver une perturbation de vitesse uniforme et connue du modèle. Si à une période $T$ cette perturbation est de 15%, nous calculons des données synthétiques pour tous les couples de stations

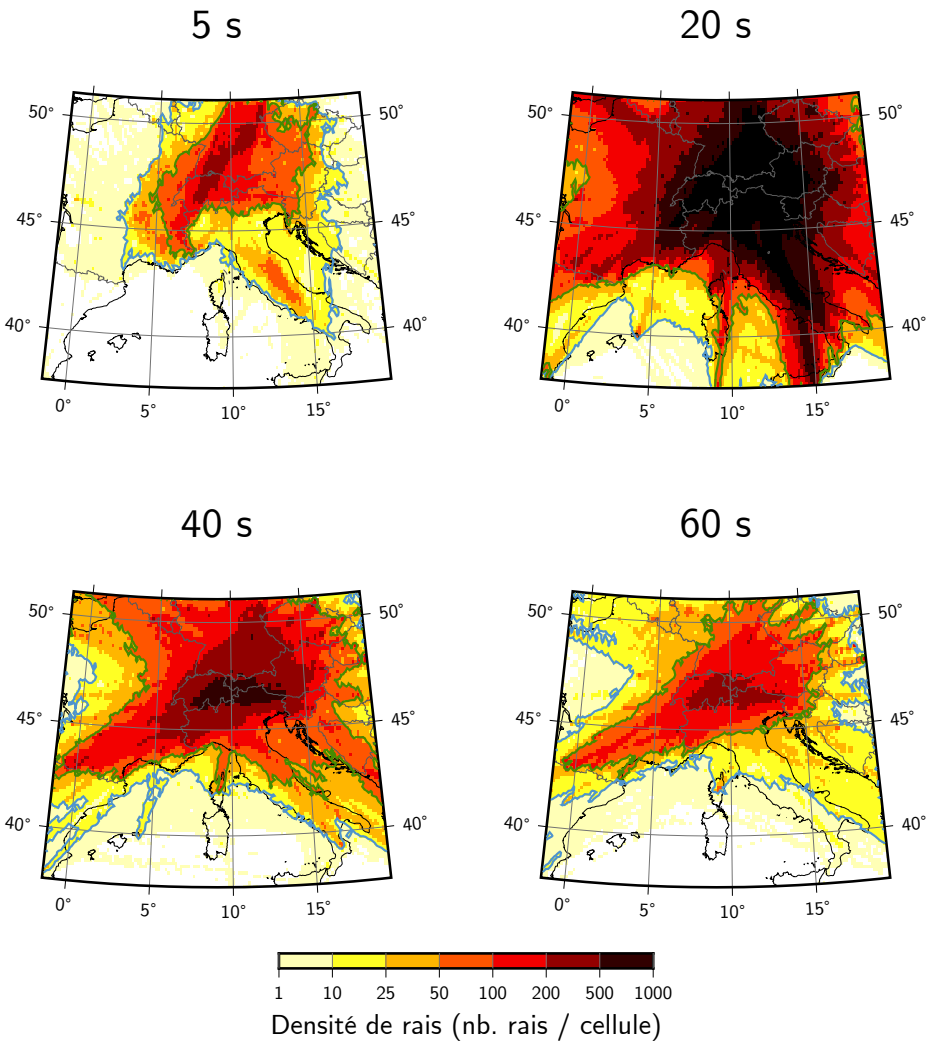



**Fig. 5.3** – Carte de densité de rais (nombre de rais sismiques par cellule) pour les périodes 5, 20, 40 et 60 s. Les lignes bleue et verte représentent respectivement 10 et 50 rais par cellule.

disponibles dans notre jeu de données, en supposant une perturbation de 15% en chaque point de chaque trajet inter-stations. La régionalisation est ensuite réalisée avec les paramètres discutés dans la section précédente. Ces tests permettent d'une part de choisir le degré de lissage horizontal du modèle (i.e. la valeur de $L_{corr}$). Si $L_{corr}$ est trop petite, le modèle va présenter des variations de petites longueurs d'ondes, oscillant entre le modèle *a priori* et une perturbation qui essaie d'ajuster les 15% imposés. Si $L_{corr}$ est suffisamment grande, on retrouve le modèle plat. On peut grossièrement estimer la résolution horizontale pour des couvertures très denses comme étant proche de $3L_{corr}$ (Debayle *et al.*, 2016). Le test plat permet également d'évaluer l'amplitude des variations de vitesse retrouvées dans le modèle final par rapport aux variations recherchées : les zones les mieux résolues sont celles où on observe une perturbation proche de celle imposée initialement.

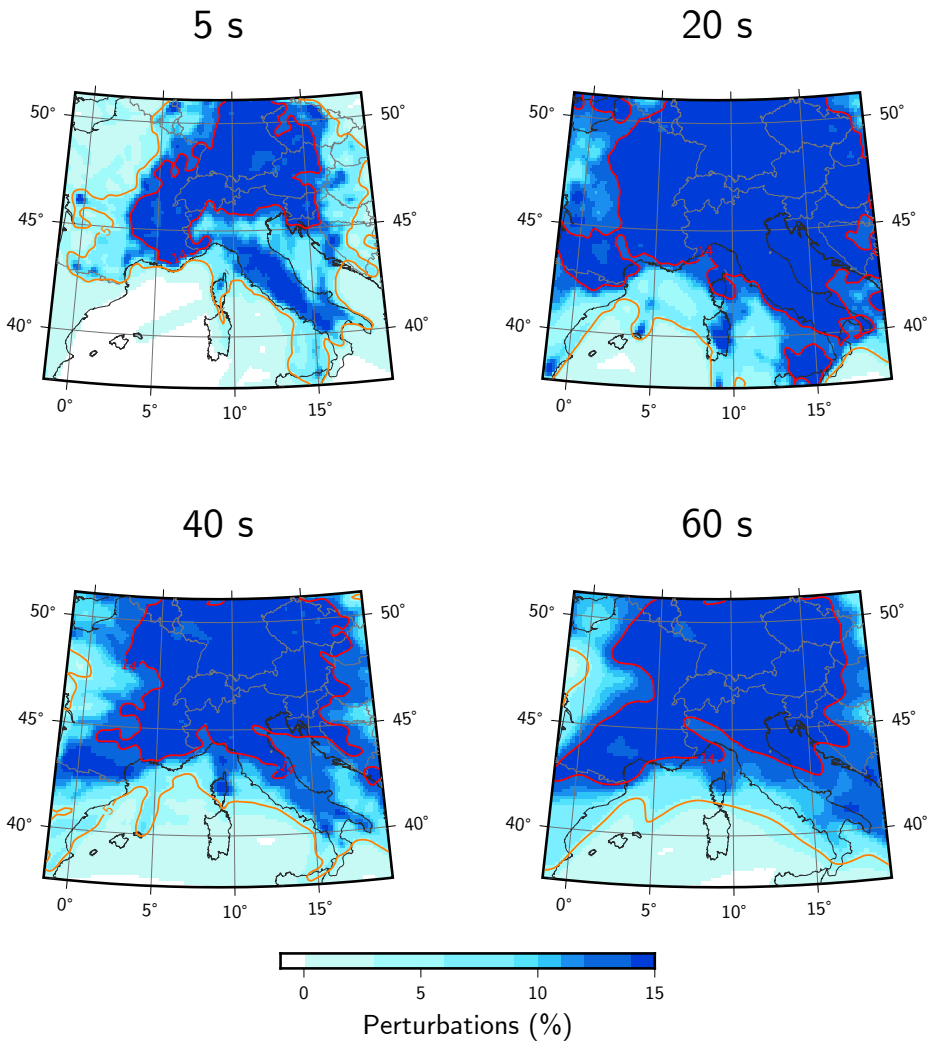



**Fig. 5.4** – Résultats des tests plats effectués aux périodes 5, 20, 40 et 60 s. La perturbation introduite dans les données est de 15%. Les lignes orange et rouge correspondent respectivement à des perturbations de 5% et 14% dans le modèle final.

Les Fig. 5.4 à 5.6 représentent les résultats des tests plats effectués pour différentes périodes, notamment les périodes 8, 30 et 55 s (Fig. 5.6), pour lesquelles les résultats de régionalisation sont discutés dans l'article du Chapitre 7. La perturbation de vitesse imposée est de 15%. Les lignes orange et rouge sur les figures délimitent les contours associés à des perturbations de 5% et 14% dans le modèle inversé, soit environ 30% et 90% respectivement de la perturbation initiale.

La perturbation est retrouvée à plus de 90% de son amplitude sur l'ensemble de la région Alpine et le Nord des Apennins jusqu'au moins 90 s. Sur l'ensemble de la zone couverte par la carte, exceptée la Méditerranée, la perturbation est retrouvée à plus de 30% pour les périodes entre 20 et 100 s. Le modèle inversé correspond bien à un modèle plat : on ne voit pas d'oscillation entre les rais entre le

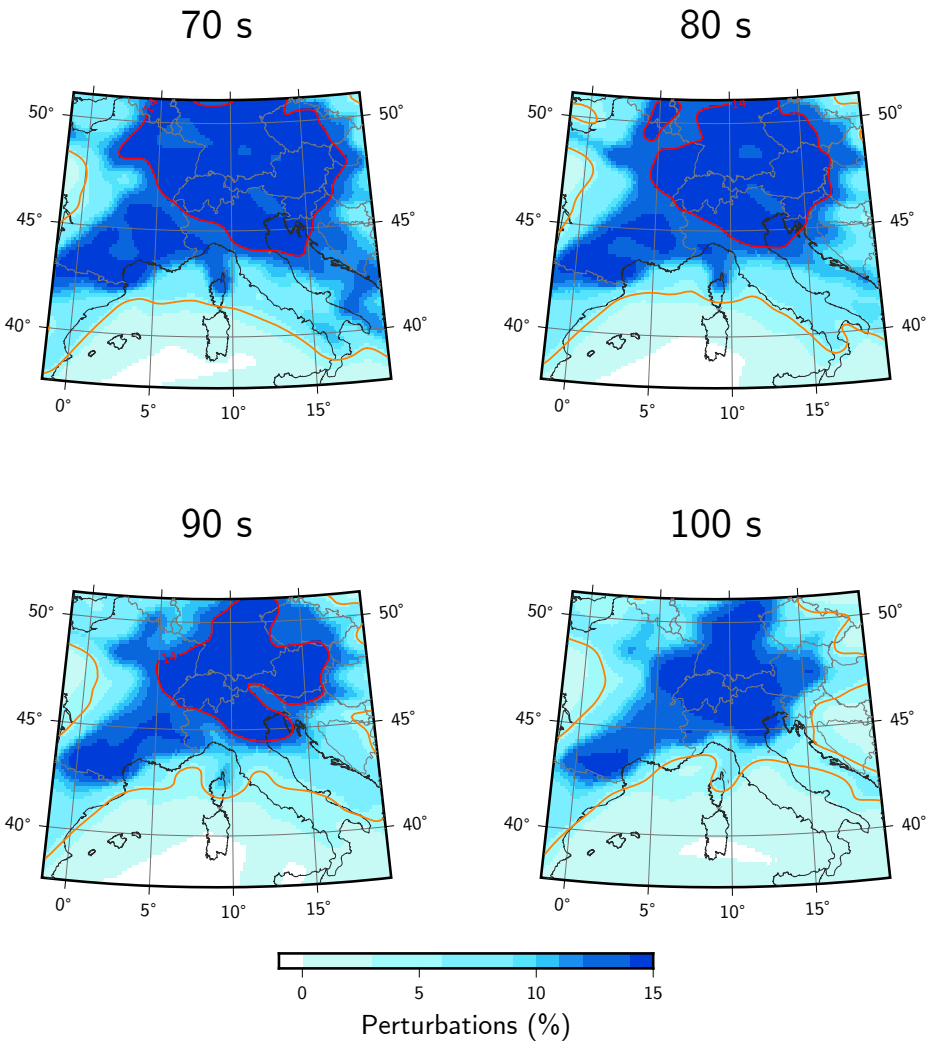



**Fig. 5.5** – Identique à la Fig.5.4 mais pour les périodes 70, 80, 90 et 100 s.

modèle *a priori* (perturbation = 0%) et une perturbation de vitesse marquée. Ces résultats montrent donc que les paramètres de lissage que nous avons choisis pour effectuer la régionalisation sont adaptés à la couverture spatiale en données à chaque période. Ces tests montrent également qu'étant données la paramétrisation et la couverture en données, il est possible d'imager de fortes hétérogénéités de vitesse sismique sur l'ensemble de la région étudiée jusqu'à près de 100 s de période. Les amplitudes sont particulièrement bien imagées dans la région alpine et le Nord des Apennins. À partir de 70 s, les perturbations de vitesse semblent néanmoins légèrement étirées dans la direction SW-NE dans le Sud de la France. Ce *smearing* est à prendre en compte dans l'interprétation des résultats de régionalisation car il peut fausser l'imagerie des vitesses dans la zone affectée. Néanmoins, aucun effet de smearing n'est observable dans la zone où on retrouve 90% de la perturbation initiale.

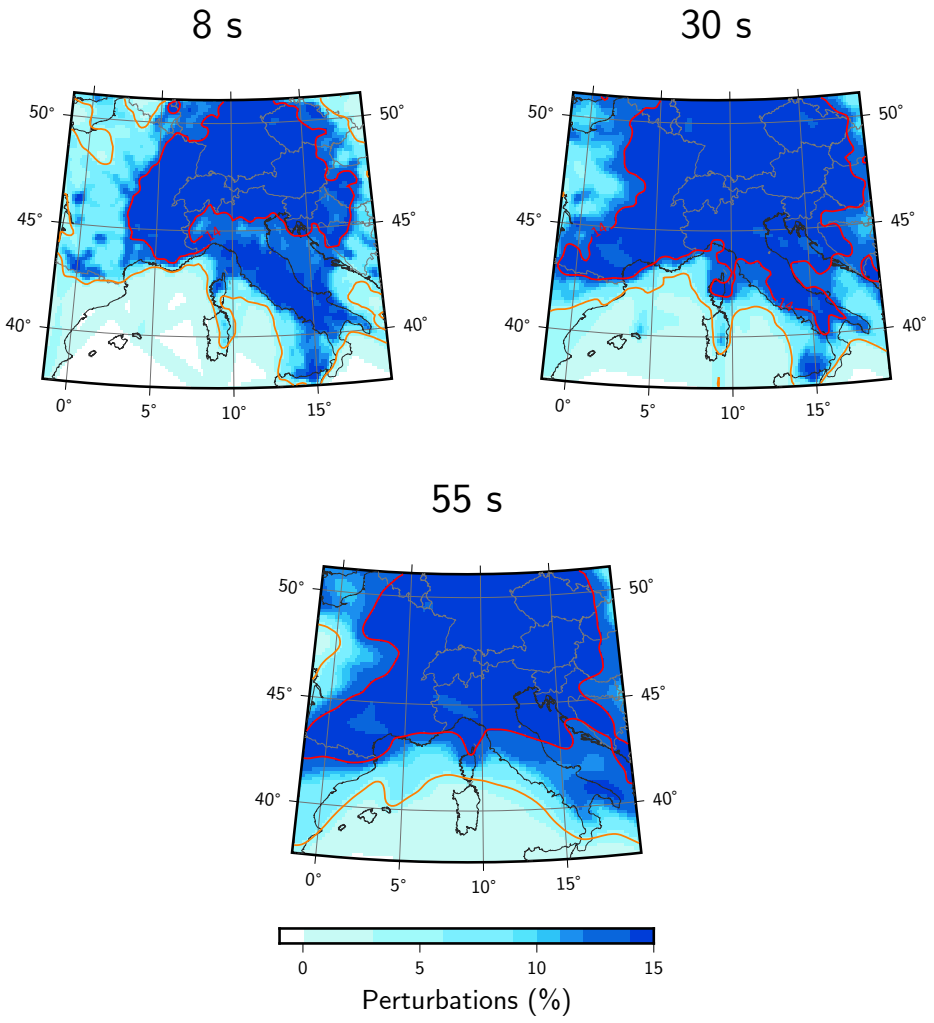



**Fig. 5.6** – Identique à la Fig.5.4 mais pour les périodes 8, 30 et 55 s.

La résolution étant contrôlée par la couverture en données, les résultats des tests plats sont à comparer avec la densité de rais représentées sur les Fig. 5.3 et 7.15. On remarque que le seuil de 10 rais par cellule délimite la zone définie par le seuil de perturbation égal à 30% de la perturbation recherchée dans les tests plats. La zone où on retrouve 90% de la perturbation recherchée est plus difficile à associer à une densité de rais précise mais elle semble associée à une densité d'environ 50 rais par cellule. Finalement, on peut considérer que le modèle issu de la régionalisation est fiable là où la densité de rais est supérieure à 10. C'est dans la région délimitée par une densité de 10 rais par cellule que nous avons interprété le modèle de tomographie 2-D présenté dans le Chapitre 7. Dans ce modèle, la zone des Alpes et du Nord des Apennins, où on retrouve au moins 90% de la perturbation recherchée dans les tests plats, est considérée comme la région la plus robuste du modèle.

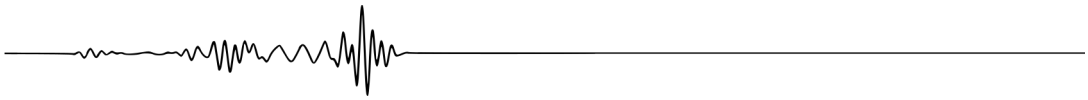
## 5.3 Résultats de régionalisation en Europe : modèle isotrope de vitesses de groupe d'ondes de Rayleigh et Love

La régionalisation a été appliquée aux données de dispersion issues de corrélation de bruit sismique et présentées au chapitre précédent. Les résultats sont présentés et interprétés dans l'article Alder *et al.* (soumis à Geoph. J. Int.) du Chapitre 7 pour des périodes pour lesquelles les ondes de surface échantillonnent la croûte supérieure (8 s), la limite croûte-manteau supérieur (30 s) et le sommet du manteau supérieur (55 s).

Les cartes de vitesse de groupe qui résultent de la régionalisation des données d'ondes de surface sont ensuite utilisées afin de construire des courbes de dispersion des ondes de Rayleigh et de Love en chaque point géographique. Ces courbes sont ensuite inversées en profondeur pour obtenir en chaque point géographique des profils 1-D de vitesse d'ondes $S_V$ et d'anisotropie radiale qui sont ensuite assemblés pour construire un modèle 3-D. Cette étape d'inversion en profondeur fait l'objet du chapitre suivant.

À noter que les courbes de dispersion ont été extraites et inversées entre 5 et 150 s de période car, même si nous n'avons réellement interprété les cartes de vitesse de groupe que jusqu'à 70 s, la réduction des résidus nous indique que les données sont expliquées dans leurs barres d'erreur jusqu'à 150 s. Notre interprétation du modèle tomographique 3-D se focalise néanmoins sur les profondeurs associées à la croûte et au sommet du manteau supérieur qui sont principalement contraintes par les données aux périodes $< 70$ s.

# 6 Inversion Bayésienne de courbes de dispersion en profondeur



Dans ce chapitre nous présentons la méthode d'inversion Bayésienne en profondeur de données d'ondes de surface. Elle consiste en l'inversion 1-D en profondeur des données de dispersion extraites des cartes de vitesse de groupe décrites au Chapitre 5. Les courbes de dispersion de Rayleigh et de Love sont inversées conjointement en chaque point géographique afin de contraindre en profondeur à la fois la structure en vitesse d'ondes $SV$ et l'anisotropie radiale des ondes $S$. L'inversion Bayésienne utilisée est transdimensionnelle, ce qui permet de prendre en compte l'ambiguïté entre lamellage du milieu et anisotropie radiale. Ainsi, en chaque point géographique, les modèles constituant l'ensemble solution du problème inverse ne contiennent de l'anisotropie que si celle-ci est requise par les données et ne peut pas s'expliquer par du lamellage. Des profils 1-D de vitesse d'ondes $SV$ et d'anisotropie radiale représentatifs de l'ensemble solution en chaque point géographique sont ensuite combinés afin de construire un modèle 3-D anisotrope de la croûte et du manteau supérieur européens présenté au Chapitre 7.

La Section 6.1 de ce chapitre présente la méthode d'inversion en profondeur. Des tests synthétiques sont ensuite présentés en Section 6.2 afin d'illustrer et de discuter de la validité de la méthode. Les résultats de l'application de cette méthode sur les données décrites au chapitre précédent sont ensuite présentés rapidement en Section 6.3.

## 6.1 Inversion Bayésienne transdimensionnelle et hiérarchique

### 6.1.1 Méthode générale

L'objectif de cette inversion en profondeur est de combiner des données d'ondes de Rayleigh et de Love afin de contraindre en profondeur la structure en vitesse d'ondes $S_V$ et l'anisotropie radiale des ondes $S$. Les modèles résultant de l'inversion sont paramétrés en termes de couches, chacune présentant des valeurs de vitesse et d'anisotropie qui lui sont propres. La méthode d'inversion en profondeur utilisée

est une méthode Bayésienne basée sur celles décrites dans Bodin *et al.* (2012a,b); Yuan et Bodin (2018). À la fin de l'inversion, une distribution probabiliste de modèles 1-D est obtenue en chaque point pour $V_{SV}$ et l'anisotropie radiale. Ainsi, il est important de noter que la solution du problème inverse n'est pas un modèle unique, mais un ensemble de modèles représentant une distribution de probabilité.

Les données correspondent aux courbes de dispersion du mode fondamental des ondes de Rayleigh et de Love extraites des cartes réalisées à l'étape de régionalisation décrite au Chapitre 5. Ces courbes sont construites en chaque point géographique pour des périodes de 5 à 150 s avec un pas de 5 s. Étant donné que les ondes de surface ne permettent pas de contraindre la profondeur des discontinuités sismiques, comme le Moho par exemple (voir aussi Section 1.2.2 du Chapitre 1), un modèle de référence est utilisé dans l'inversion Bayésienne selon la méthode décrite par Yuan et Bodin (2018). En chaque point géographique, chaque modèle de vitesse inversé est une perturbation autour du modèle de référence. Les discontinuités imposées par le modèle de référence sont alors présentes dans tous les modèles constituant la solution probabiliste. Dans cette étude nous utilisons le modèle de Lu *et al.* (2018) comme référence. Ce modèle contient des variations latérales isotropes d'ondes $S$ dans la croûte et le manteau supérieur européens ainsi que la topographie du Moho.

Au cours de la procédure d'inversion, chaque point géographique est traité indépendamment. Les ondes de Rayleigh étant principalement sensibles à $\mathrm{V}_{SV}$ (et dans une moindre mesure à $V_P$ et $V_{SH}$) et les ondes de Love étant sensibles à $V_{SH}$ (e.g. Montagner et Nataf, 1986), les vitesses d'ondes de Rayleigh et de Love sont inversées de façon conjointe en chaque point, permettant ainsi de contraindre en profondeur l'anisotropie radiale des ondes $S$.

Pour faciliter l'interprétation de la distribution de probabilité représentant la solution du problème inverse, différents types de statistiques peuvent être extraits de cette solution probabiliste. Ici, la médiane de chaque distribution est utilisée pour construire le modèle final 1-D en chaque point. Ces modèles sont ensuite assemblés pour construire un modèle de $V_{SV}$ et d'anisotropie radiale dans la croûte et le manteau supérieur en Europe.

Dans les sections suivantes, nous présentons les principaux points méthodologiques de la technique d'inversion et justifions son utilisation pour l'étude de l'anisotropie radiale en Europe.

### 6.1.2 Paramétrisation du modèle

Le modèle pour lequel nous inversons les données de dispersion est paramétré en termes de couches. Notre jeu de données étant constitué uniquement de vitesses de groupe d'ondes de surface, il ne permet de contraindre que les variations lisses de vitesses d'ondes S en profondeur. Afin d'apporter des contraintes supplémentaires sur la profondeur des discontinuités sismiques, le modèle de vitesse inversé est paramétré selon la méthode proposée par Yuan et Bodin (2018) : chaque couche correspond à une perturbation de vitesse autour d'un modèle de référence et ce sont ces perturbations pour lesquelles les données sont inversées en profondeur. Pour une couche située à la profondeur $z$ dans le modèle inversé, la valeur de vitesse associée peut ainsi s'écrire :

$$V(z) = V_0(z)(1 + dV(z)) \tag{6.1}$$

où $V_0(z)$ est la vitesse à la profondeur $z$ dans le modèle de référence et $dV(z)$ est la perturbation de vitesse, une inconnue du problème. Durant toute la procédure d'inversion, le modèle de référence reste fixe et permet d'imposer la profondeur des discontinuités sismiques majeures dans tous les modèles échantillonnés, et donc dans le modèle de vitesse médian final. Comme illustré sur la Fig. 6.1, le modèle $V(z)$ correspond alors à une combinaison du modèle de référence et du modèle de perturbations de vitesse pour lequel les données sont inversées.

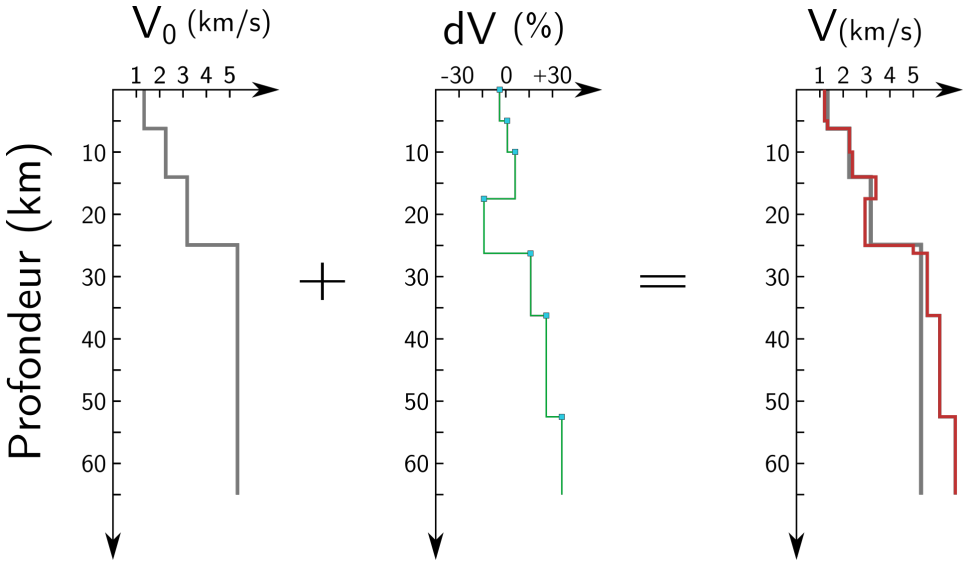



**Fig. 6.1** – Paramétrisation du modèle. Le modèle de référence, $V_0$, est représenté à gauche, en gris. C'est un modèle à couches où chacune des couches est définie par son épaisseur et une valeur absolue de vitesse d'ondes $S_V$. Le modèle inversé $dV$ est représenté en vert, au centre. C'est également un modèle à couches mais chacune des couches est définie par son sommet et une perturbation de vitesse (en %) par rapport au modèle de référence. Les carrés bleus indiquent les nœuds de paramétrisation définissant le sommet des couches. Le modèle final $V$, est illustré à droite, en rouge et le modèle de référence est rappelé en arrière-plan, en gris. C'est une combinaison des modèles de référence et de perturbation. Il représente un des modèles constitutifs de l'ensemble solution de l'inversion Bayésienne.

Le modèle de référence que nous utilisons est le modèle isotrope d'ondes $S_V$ de Lu *et al.* (2018). En chaque point géographique, Lu *et al.* (2018) réalisent une inversion Bayésienne 1-D de données d'ondes de Rayleigh issues de corrélations de bruit entre 5 et 150 s. Bien que construit uniquement à partir de données d'ondes de Rayleigh, le modèle de Lu *et al.* (2018) contient quatre couches délimitées par des discontinuités sismiques. Elles correspondent à : une couche sédimentaire, la croûte supérieure, la croûte inférieure et un demi espace infini représentant le manteau supérieur. Les profondeurs des différentes discontinuités sont contraintes dans le modèle de Lu *et al.* (2018) par des informations *a priori* issues des modèles Crust1.0 (Laske *et al.*, 2013) et EPcrust (Molinari et Morelli, 2011). Ces derniers sont établis en combinant des résultats provenant de fonctions récepteurs, de sismique active ou de tomographie de temps de trajet d'ondes de volume, des techniques permettant de contraindre la profondeur des discontinuités. À l'issue de l'inversion, une moyenne pondérée de la vitesse d'ondes $S_V$ est calculée en chaque point géographique pour représenter la solution probabiliste à chaque profondeur.

Les profils 1-D de vitesse qui résultent de cette étape constituent notre modèle de référence en chaque point géographique. Néanmoins, dans les régions où le modèle de Lu *et al.* (2018) n'est pas défini, le modèle de référence utilisé est PREM (Dziewoński et Anderson, 1981).

Dans notre étude, en plus des perturbations de vitesse d'ondes $S_V$, les données sont inversées en profondeur pour l'anisotropie radiale. Ici nous ne considérons que l'anisotropie radiale associée aux ondes $S$ et négligeons l'anisotropie radiale d'ondes $P$. Bien qu'on s'attende à observer ces deux types d'anisotropies ensemble dans les roches naturelles (e.g. Babuška et Cara, 1991), cette hypothèse permet de simplifier le problème et se justifie par le fait que les ondes de surface sont principalement sensibles à la vitesse des ondes $S$. L'anisotropie radiale des ondes $S$ est définie ici par $\gamma = \frac{V_{SH}}{V_{SV}} - 1$. Ce paramètre est souvent utilisé dans les études centrées sur l'anisotropie radiale de la croûte (e.g. Xie *et al.*, 2015), contrairement aux tomographies du manteau où l'anisotropie est moins forte et où le paramètre utilisé est $\xi = \frac{V_{SH}^2}{V_{SV}^2}$ (e.g. Chang *et al.*, 2010; Kustowski *et al.*, 2008; Zhu *et al.*, 2015). De l'anisotropie radiale positive signifie donc que $V_{SH} > V_{SV}$ alors que de l'anisotropie négative correspond à $V_{SH} < V_{SV}$.

L'épaisseur des couches et le rapport $V_P/V_{SV}$ sont aussi des inconnues déterminées au cours de l'inversion. Bien que non contraint par les données d'ondes de surface trop peu sensibles à $V_P$, le rapport $V_P/V_{SV}$ n'est pas imposé dans l'inversion au risque de le fixer à une valeur fausse et de biaiser les autres paramètres (voir aussi les tests synthétiques présentés en Section 6.2).

Finalement, chaque couche du modèle est définie par la profondeur de son sommet, une valeur de vitesse d'ondes $\mathrm{S}_V$, de rapport $V_P/V_{SV}$ et de rapport $V_{SH}/V_{SV}$. La densité est calculée dans chaque couche via la relation de mise à échelle $\rho = 2.35 + 0.036\ (V_P - 3)^2$ utilisée par Tkalćić *et al.* (2006). La dernière couche du modèle est définie comme un demi espace homogène.

Le modèle de référence de Lu *et al.* (2018) est constitué de 4 couches distinctes en chaque point géographique. Ce nombre est déterminé sur la base d'observations géologiques, en amont de l'inversion. Dans notre étude, le nombre total de couches dans un modèle inversé n'est pas défini au préalable mais est également un paramètre du modèle. La justification de ce choix de paramétrisation est abordée dans la sous-section suivante.

### 6.1.3 Inférence Bayésienne transdimensionnelle

Comme discuté plus en détails dans le Chapitre 2, Section 2.4 et dans l'article Alder *et al.* (2017) présenté au Chapitre 3, il existe une corrélation entre le niveau d'anisotropie radiale et les hétérogénéités de type lamellage qui ne sont pas résolues par les ondes sismiques à longues périodes. Les données de dispersion d'ondes de surface peuvent alors être expliquées à la fois par des modèles présentant un nombre important de couches isotropes et par des modèles à couches anisotropes mais dont le nombre total est réduit. Autrement dit, fixer au préalable le nombre de couches dans le modèle inversé a un impact sur le niveau d'anisotropie à introduire dans le modèle pour expliquer les données. Afin de s'affranchir de ce biais, le nombre total de couches dans notre modèle n'est pas fixé *a priori* mais est un paramètre déterminé par les données au cours de l'inversion. Ainsi, le nombre total de paramètres à inverser (nombre de couches, et épaisseur et présence d'anisotropie dans chaque couche) devient une inconnue du problème. En plus d'être non linéaire, le problème inverse est donc hautement non unique.

Une façon de faire face à cette non unicité est de recourir à une inversion Bayésienne qui permet de traiter l'ensemble du problème de façon probabiliste. La solution du problème inverse est représentée par la distribution de probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs})$ qui est la densité de probabilité des paramètres du modèle $\mathbf{m}$ sachant les données observées $\mathbf{d}_{obs}$. D'après le théorème de Bayes,

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs}) \propto p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})\ p(\mathbf{m}) \tag{6.2}$$

la distribution *a posteriori* de $\mathbf{m}$ dépend de :

— la fonction de vraisemblance $p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})$, qui représente la probabilité d'observer les données mesurées étant donné le modèle $\mathbf{m}$

— la densité de probabilité *a priori* de $\mathbf{m}$, $p(\mathbf{m})$ qui correspond à l'information disponible sur $\mathbf{m}$ avant de prendre en compte les données observées $\mathbf{d}_{obs}$.

Dans notre cas particulier, le nombre de couches et le nombre de paramètres par couche, i.e. la dimension du vecteur $\mathbf{m}$, est une inconnue à déterminer au cours de l'inversion Bayésienne : celle-ci est alors qualifiée de transdimensionnelle. Dans de nombreux problèmes inverses, complexifier un modèle en ajoutant des paramètres permet de mieux expliquer les données (e.g. Sambridge *et al.*, 2013). On pourrait donc penser que l'algorithme d'inversion Bayésienne transdimensionnelle favorise des modèles présentant un nombre de couches élevé ainsi que la présence d'anisotropie dans les couches. Néanmoins, comme abordé dans la sous-section 6.1.6, l'inférence Bayésienne, via la définition de la distribution *a priori* sur les paramètres du modèle, permet de favoriser les modèles les plus parcimonieux, c'est-à-dire ceux qui présentent le moins de paramètres pour un même niveau d'ajustement des donnés (e.g. Sambridge *et al.*, 2013). Ainsi dans notre étude, des modèles présentant peu de couches isotropes seront favorisés au cours de l'inversion et l'anisotropie radiale est ajoutée dans une couche uniquement si elle permet de mieux expliquer les données.

Les sous-sections suivantes permettent d'aborder le calcul de la fonction de vraisemblance et l'importance de l'estimation des erreurs sur les données ainsi que la définition de la distribution *a priori* des différents paramètres.

### 6.1.4 Fonction de vraisemblance

La fonction de vraisemblance $p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})$ est la probabilité de reproduire les données observées à partir d'un modèle $\mathbf{m}$. Dans notre problème, les données observées sont des mesures de vitesse de groupe d'ondes de Rayleigh et de Love que nous supposons indépendantes. On suppose également que les erreurs (le niveau de bruit) sur ces données sont non corrélées et qu'elles suivent une distribution gaussienne centrée en zéro et dont la variance est $\sigma_R$ pour les ondes de Rayleigh et $\sigma_L$ pour les ondes de Love. La fonction de vraisemblance s'écrit alors

$$p(\mathbf{U}_R|\mathbf{m}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_R\right)^n} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{||\mathbf{U}_R - \mathbf{u}_R(\mathbf{m})||^2}{\sigma_R^2}\right\} \tag{6.3}$$

pour les ondes de Rayleigh et

$$p(\mathbf{U}_L|\mathbf{m}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_L\right)^n} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{||\mathbf{U}_L - \mathbf{u}_L(\mathbf{m})||^2}{\sigma_L^2}\right\} \tag{6.4}$$

pour ondes de Love. Dans chaque cas, $n$ est le nombre de points dans la courbe de dispersion, ce nombre étant commun entre les données d'ondes de Rayleigh et de Love, $\mathbf{U}_X$ correspond à la courbe de dispersion observée, $X$ désignant le type d'ondes concerné (Rayleigh ou Love) et $\mathbf{u}_X(\mathbf{m})$ est la courbe théorique prédite pour le modèle $\mathbf{m}$, calculée via le problème direct défini par Saito (1988); Takeuchi et Saito (1972).

La fonction de vraisemblance globale étant définie comme le produit des fonctions de vraisemblance des données d'ondes de Rayleigh et de Love, elle s'écrit :

$$p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{2n} \times \left(\sigma_R\ \sigma_L\right)^n} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{||\mathbf{U}_R - \mathbf{u}_R(\mathbf{m})||^2}{\sigma_R^2} + \frac{||\mathbf{U}_L - \mathbf{u}_L(\mathbf{m})||^2}{\sigma_L^2}\right)\right\} \tag{6.5}$$

En permettant de réduire l'écart entre les données observées et calculées, les modèles complexes sont favorisés par l'algorithme d'inversion en augmentant la fonction de vraisemblance et donc la densité de probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs})$. L'Éq. 6.5 montre également que la fonction de vraisemblance est largement dépendante de la variance associée à l'erreur sur les données. Celle-ci contrôle le poids accordé à chaque type d'ondes de surface et conditionne le niveau d'ajustement requis entre les données théoriques et les données observées.

### 6.1.5 Inférence Bayésienne hiérarchique

L'Éq. 6.5 met en évidence l'importance de connaître le niveau de bruit sur les données. Dans le cadre de l'inférence transdimensionnelle, une sous-estimation du bruit entraîne l'introduction de structures complexes dans le modèle inversé, et ce dans le but d'ajuster les données à un niveau qui n'est finalement pas requis par la qualité des données observées (Fig. 6.2 A). A contrario, les modèles construits à partir de données pour lesquelles le bruit a été surestimé sont lisses et ne représentent pas la réalité qui elle, est plus complexe (Fig. 6.2 B) (Sambridge *et al.*, 2013).

Malheureusement, il est généralement difficile d'estimer correctement les erreurs sur les données. Dans notre problème, les courbes de dispersion d'ondes de surface sont extraites de cartes de vitesse de groupe obtenues entre 5 et 150 s de période. Chaque carte est issue d'une inversion 2-D par moindres carrés linéarisés de données de dispersion obtenues par corrélations de bruit (voir Chapitres 4 et 5). Sur les cartes, l'estimation des erreurs via le calcul de matrices de corrélation *a posteriori* est trop coûteux en temps de calcul (voir Chapitre 5). Ces erreurs sur les cartes sont par ailleurs conditionnées par le choix, subjectif, de la manière d'estimer en amont de l'inversion, les erreurs sur les données issues des corrélations de bruit. Pour ces raisons, nous nous plaçons dans le cadre de l'inférence Bayésienne hiérarchique, où les paramètres de bruit sur les données, $\sigma_R$ et $\sigma_L$, sont traités comme des paramètres à inverser. Comme illustré par la Fig. 6.2 C, ce type d'inférence permet ainsi de prendre en compte l'effet de l'erreur estimée sur les données sur la complexité du modèle inversé.

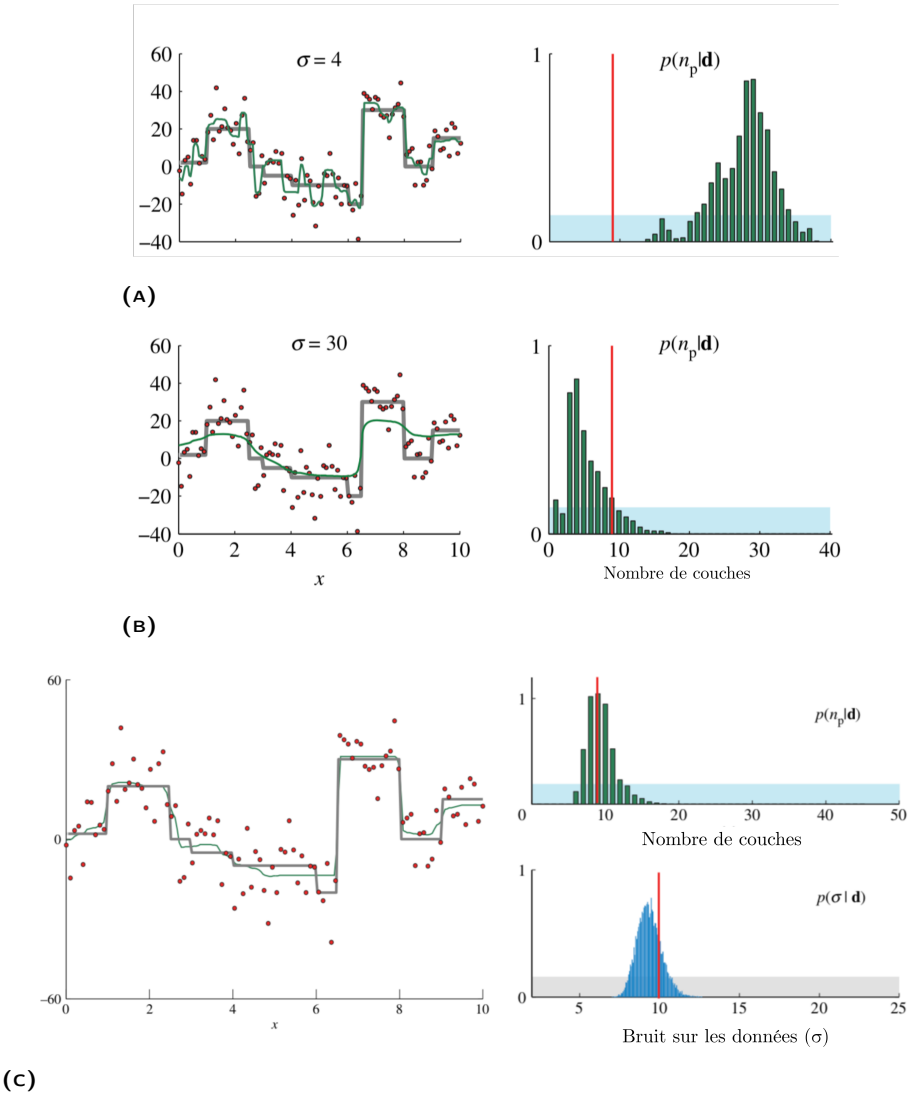



**Fig. 6.2** – Tests synthétiques illustrant l'effet du niveau de bruit estimé sur les données dans le cadre de l'inférence Bayésienne transdimensionnelle (modifié d'après Sambridge *et al.* (2013)). Dans chaque cas, le modèle réel est identique et représenté par la ligne grise dans les panneaux de gauche. Il peut être vu comme un modèle 1-D de perturbations de vitesse à 9 couches. Les données synthétiques correspondent aux points rouges. Ce sont les données calculées dans le modèle réel auxquelles on ajoute un bruit égal à $\sigma = 10$. La courbe verte représente la moyenne des modèles obtenus par l'inversion Bayésienne transdimensionnelle des données synthétiques. Les panneaux de droite représentent la distribution *a posteriori* du nombre de couches. La valeur réelle (9) est marquée par la ligne rouge. La distribution *a priori* sur le nombre de couches est uniforme et représentée en bleu clair. A) Le paramètre de bruit sur les données est sous-estimé et fixé à $\sigma = 4$. Les données sont sur-ajustées et le nombre de couches dans le modèle moyen est surestimé, ce qui introduit une complexité inutile dans la structure. B) Le paramètre de bruit sur les données est surestimé et fixé à $\sigma = 30$. Les données sont mal ajustées et le nombre de couches dans le modèle moyen est sous-estimé, ce qui ne permet pas de représenter la structure réelle. C) L'inversion Bayésienne est hiérarchique : le paramètre de bruit $\sigma$ n'est pas fixé mais déterminé au cours de l'inversion. Sa distribution *a priori* est uniforme et représentée en gris alors que sa distribution *a posteriori* est gaussienne et centrée proche de la valeur réelle (10). Le modèle moyen souligne bien la structure du modèle réel et la distribution *a posteriori* du nombre de couches est centrée sur la valeur réelle (9).

### 6.1.6 Information *a priori*

Pour chaque paramètre $m$ est associée une densité de probabilité *a priori* $p(m)$ qui représente l'état des connaissances sur $m$ avant de prendre en compte les informations apportées par les données. Dans notre étude, cette densité de probabilité est supposée uniforme pour l'ensemble des paramètres inversés. Les valeurs limites de chaque densité de probabilité sont résumées dans le Tab. 6.1

| Épaisseur de couche (km) | dV (%) | $V_{SH}/V_{SV}$ | $\frac{V_P}{V_{SV}}$ | $\sigma_R$ et $\sigma_L$ (%) | Nb. de couches |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 - $+\infty$ | $\pm$ 30 | 0.8 - 1.2 | 1.6 - 1.9 | 0.2 - 3 | 3 - 300 |

**Tab. 6.1** – Limites de la distribution *a priori* des différents paramètres inversés du modèle. Chacune de ces distributions est considérée uniforme entre les valeurs minimales et maximales résumées dans ce tableau. Les distributions *a priori* sur le nombre de couche total et sur le nombre de couches anisotropes sont les mêmes.

Pour les paramètres de vitesse, d'anisotropie et de rapport $V_P/V_{SV}$, la distribution *a priori* couvre une large gamme de valeurs reportées dans la littérature. Ces distributions sont volontairement larges afin de ne pas apporter de contraintes qui ne seraient pas contenues dans les données de dispersion. C'est le cas également pour les distributions *a priori* du nombre de couches total, du nombre de couches anisotropes et du bruit sur les données.

Au cours d'une inversion Bayésienne transdimensionnelle, la définition de la distribution *a priori* implique que les modèles présentant un grand nombre de paramètres sont pénalisés par rapport à ceux qui en présentent moins. Considérons un modèle inversé à $k$ couches et prenons l'exemple du vecteur des perturbations de vitesse $\mathbf{dV} = [dv_1, ..., dv_k]$. Aucun lissage n'est appliqué au modèle et ainsi, $dv$ est indépendant dans chaque couche du modèle. La densité de probabilité de $\mathbf{dV}$ étant donné le nombre de couches, s'écrit alors :

$$p(\mathbf{dV}|k) = \prod_{i=1}^{k} p(dv_i) \tag{6.6}$$

La distribution *a priori* de la perturbation de vitesse est uniforme entre $dV_{min}$ et $dV_{max}$ permettant alors d'écrire :

$$p(dv_i) = \frac{1}{(dV_{max} - dV_{min})} = \frac{1}{\Delta dV} \tag{6.7}$$

Pour un nombre de couches égal à $k$, la densité de probabilité *a priori* du vecteur $\mathbf{dV}$ est donc :

$$p(\mathbf{dV}|k) = \left(\frac{1}{\Delta dV}\right)^k \tag{6.8}$$

Cet exemple illustre le fait que les modèles possédant un nombre de couches élevé seront pénalisés par l'algorithme d'inversion transdimensionnelle car leur densité de probabilité, et donc leur fonction de vraisemblance, sera réduite par rapport à celle de modèles présentant moins de couches. Un équilibre a donc lieu entre la fonction de vraisemblance $p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})$, qui permet de favoriser les modèles complexes induisant un meilleur ajustement des données, et la densité de probabilité *a priori*, qui limite la complexité des modèles.

### 6.1.7 Échantillonnage transdimensionnel de la distribution *a posteriori*

Dans le cadre d'une inversion Bayésienne transdimensionnelle, la dimension de l'espace des modèles est variable. Pour faire face à ces variations de dimension, la densité de probabilité *a posteriori* du modèle est échantillonnée par un algorithme de Monte-Carlo par chaînes de Markov à sauts réversibles (rj-McMC) (Green, 1995, 2003) qui dérive de l'algorithme plus connu de Metropolis-Hastings (Hastings, 1970; Metropolis *et al.*, 1953). La procédure utilisée en pratique est celle présentée dans l'article Bodin *et al.* (2012b) pour l'inversion conjointe d'ondes de surface et d'ondes de volume. Elle a été adaptée pour l'inversion de l'anisotropie radiale des ondes $S$.

L'algorithme rj-McMC consiste en une marche aléatoire dans l'espace des modèles avec la possibilité de revenir en arrière à chaque pas. Dans notre cas, l'exploration commence à partir du modèle de référence isotrope de Lu *et al.* (2018) pour lequel une valeur de rapport $V_P/V_{SV}$ est assigné au hasard à chaque couche. À partir de ce modèle de départ, l'algorithme va proposer à chaque itération un nouveau modèle **m'** à partir de perturbations apportées de façon aléatoire au modèle courant **m**. Le mode de perturbation est choisi au hasard parmi les possibilités suivantes :

1. **Modifier la profondeur du sommet d'une couche.** Une couche est choisie de façon aléatoire et uniforme parmi l'ensemble des couches isotropes et anisotropes du modèle courant **m** et la profondeur de son sommet, et donc son épaisseur, est modifiée au hasard.
2. **Modifier la perturbation de vitesse dans une couche.** Une couche est choisie au hasard parmi l'ensemble des couches du modèle **m** et la valeur de perturbation de vitesse d'ondes $S_V$ est modifiée de façon aléatoire et uniforme.
3. **Modifier le rapport $V_P/V_{S_V}$ dans une couche.** Une couche est choisie au hasard parmi l'ensemble des couches du modèle **m** et la valeur du rapport $V_P/V_{S_V}$ est modifiée de façon aléatoire et uniforme.
4. **Ajouter une nouvelle couche isotrope.** Une nouvelle couche isotrope est créée en ajoutant à une profondeur aléatoire une discontinuité correspondant au sommet de la couche. Des valeurs de perturbation de vitesse et de rapport $V_P/V_{SV}$ sont assignées aléatoirement à cette nouvelle couche.
5. **Enlever une couche isotrope.** Une couche est sélectionnée au hasard parmi les couches isotropes du modèle courant **m**. La couche située au-dessus s'en trouve épaissie mais les valeurs de $dV$ et $V_P/V_{SV}$ qui lui sont assignées ne sont pas modifiées. La couche située en-dessous n'est pas affectée.
6. **Ajouter une couche anisotrope.** Une couche est sélectionnée au hasard parmi les couches isotropes du modèle **m** et la valeur du rapport $V_{SH}/V_{SV}$ est modifiée au hasard.
7. **Enlever une couche anisotrope.** Une couche est sélectionnée au hasard parmi les couches anisotropes du modèle **m** et la valeur du rapport $V_{SH}/V_{SV}$ est fixée à 1.
8. **Modifier la valeur d'anisotropie d'une couche anisotrope.** Une couche est sélectionnée au hasard parmi les couches anisotropes et la valeur du rapport $V_{SH}/V_{SV}$ est modifiée de façon aléatoire.
9. **Modifier les paramètres de bruit sur les données** Les paramètres de bruit sur les ondes de Rayleigh et de Love sont modifiés au hasard.

Dans chaque cas, lorsque la valeur d'un paramètre est modifiée de façon aléatoire, cette perturbation fait intervenir une distribution de proposition propre à chaque paramètre. À chaque itération, cette distribution est une gaussienne centrée sur la valeur du paramètre en question dans le modèle courant **m** alors que la variance est définie au préalable afin d'assurer la convergence de l'algorithme.

Le modèle proposé **m'** est ensuite accepté ou rejeté selon une probabilité proportionnelle au rapport des fonctions de vraisemblance du modèle **m'** et du modèle courant **m**.

Après un grand nombre d'itérations, l'ensemble des modèles acceptés permet d'approximer correctement la densité de probabilité *a posteriori*.

### 6.1.8 Estimation de l'ajustement des données moyennes

Le misfit quantifie l'inadéquation entre les données observées et les données théoriques, calculées pour un modèle donné. Dans notre étude, le misfit est calculé indépendamment pour les ondes de Rayleigh et de Love par rapport à la moyenne des vitesses théoriques calculées dans l'ensemble des modèles de l'ensemble solution. Il dépend de la période $T$ selon l'équation :

$$m_R(T) = \frac{\sqrt{\left(u_R(T,\mathbf{m}) - U_R(T)\right)^2}}{U_R(T)} \tag{6.9}$$

$$m_L(T) = \frac{\sqrt{\left(u_L(T,\mathbf{m}) - U_L(T)\right)^2}}{U_L(T)} \tag{6.10}$$

où $u_R(T,\mathbf{m})$ et $u_L(T,\mathbf{m})$ sont les moyennes des vitesses de groupe à la période $T$ des ondes de Rayleigh et de Love, estimées pour chaque modèle **m** de la distribution *a posteriori*, et $U_R(T)$ et $U_L(T)$ sont les vitesses de groupe observées à $T$, issues des cartes obtenues après l'étape de régionalisation.

Ce misfit est calculé en chaque point géographique et représente le niveau d'ajustement aux données observées de l'ensemble des modèles échantillonnés. En effet, la solution de l'inversion Bayésienne est un ensemble de plusieurs milliers de modèles. Il est donc généralement difficile de trouver un modèle représentatif de l'ensemble solution. Les tests synthétiques présentés dans la section suivante sont non seulement l'occasion de discuter de la validité de la méthode d'inversion mais ils permettent également d'évaluer quel paramètre statistique est le plus représentatif de la distribution *a posteriori* de chacun des paramètres inversés.

## 6.2 Tests synthétiques

La méthode d'inversion Bayésienne, transdimensionnelle et hiérarchique, a déjà prouvé son efficacité pour imager en profondeur la structure en vitesse d'ondes S (Bodin *et al.*, 2016; Yuan et Bodin, 2018) et l'anisotropie azimutale Bodin *et al.* (2016). Ici nous présentons plusieurs tests synthétiques réalisés afin de tester en priorité les capacités de l'algorithme d'inversion à imager l'anisotropie radiale. Certains tests sont décrits dans l'article présenté au Chapitre 7. Par souci de clarté de la discussion, ils sont également présentés ici.

Premièrement, pour chaque test, des courbes de dispersion synthétiques sont calculées pour les

ondes de Rayleigh et de Love dans un modèle à couches selon le problème direct défini par Saito (1988); Takeuchi et Saito (1972). Selon les cas, le modèle peut être entièrement isotrope, entièrement anisotrope, ou présenter à la fois des couches isotropes et des couches anisotropes. Un bruit blanc gaussien est ajouté aux données synthétiques tel que $\sigma_R = \sigma_L = 0,3$. Ces données sont ensuite inversées en profondeur selon la méthode décrite dans la section précédente. Dans certains tests, l'algorithme est légèrement modifié afin d'imposer que le modèle inversé soit entièrement isotrope ou entièrement anisotrope.

Les Fig. 6.3 à 6.7 représentent les résultats des tests synthétiques. Sur les Fig. 6.3, 6.5, 6.6 et 6.7, les différents panneaux illustrent les densités de probabilité *a posteriori* pour la vitesse des ondes $S_V$ (en rouge), le rapport $V_{SH}/V_{SV}$ caractérisant l'amplitude de l'anisotropie radiale (en bleu), et le rapport $V_P/V_{SV}$ (en vert). À chaque profondeur, la surface foncée correspond à 65% des modèles de la distribution *a posteriori* alors que la surface claire représente 95% de ces modèles. La moyenne (courbe fine tiretée) et la médiane (courbe fine continue) sont également représentées. Elles correspondent à des courbes lisses, même si aucun lissage vertical n'est appliqué aux modèles à couches durant l'inversion. Ceci est lié au fait que ces valeurs sont représentatives d'un très grand ensemble de modèles constituant la distribution *a posteriori* à chaque profondeur. Pour chaque paramètre inversé, le modèle vrai est indiqué par la courbe épaisse la plus foncée. Pour le modèle de vitesse, le modèle de référence est représenté par la courbe grise. Il est important de noter qu'à une profondeur donnée, les modèles échantillonnés peuvent être isotropes ou anisotropes. Ainsi, la distribution *a posteriori* sur $V_{SH}/V_{SV}$ comporte un grand nombre de valeurs égales à 1. Dans le cas ou plus de 50% de modèles échantillonnés sont isotropes, alors la valeur médiane est égale à 1. La Fig. 6.4 représente la distribution *a posteriori* sur le nombre de couches total et sur les paramètres de bruit pour un test illustré sur la Fig. 6.3.

### 6.2.1 Efficacité de la méthode d'inversion pour imager l'anisotropie radiale en profondeur

Sur la Fig. 6.3, les tests ont été réalisés avec la méthode Bayésienne transdimensionnelle et hiérarchique décrite dans la section précédente. Le modèle $V_{S_V}$ vrai, le modèle de référence, et le modèle $V_P/V_S$ sont identiques sur les trois tests. Seule la partie anisotrope du modèle vrai change pour chaque test. La présence, la position et le signe de l'anisotropie différent pour chaque test.

À chaque profondeur, la distribution *a posteriori* sur la vitesse d'ondes $S_V$ est resserrée autour de la moyenne et de la médiane, ce qui suggère que la vitesse est bien contrainte par les données. Le modèle vrai de vitesse est particulièrement bien imagé à la fois par la moyenne et la médiane des distributions *a posteriori*. Ces valeurs, qui sont par ailleurs quasiment confondues sur l'ensemble des profondeurs pour lesquelles les données synthétiques ont été inversées, permettent de retrouver les variations de vitesse dans leurs tendances mais également leurs valeurs absolues. Ceci est vrai même à partir de 25 km où le modèle de vrai est différent du modèle de référence de 10 à 15% de la vitesse. À faible profondeur, de la surface à 15 km, les fortes variations de vitesse ne sont par contre pas résolues en amplitude.

Le paramètre d'anisotropie, $V_{SH}/V_{SV}$ est moins bien contraint par les données que la vitesse $V_{SV}$ : sa distribution *a posteriori* est plus large. Néanmoins, dans chaque cas, plus de 65% des modèles de l'ensemble solution présentent, aux profondeurs où le modèle vrai est anisotrope, de l'anisotropie ayant le même signe que l'anisotropie du modèle vrai. La médiane et la moyenne permettent de retrouver les

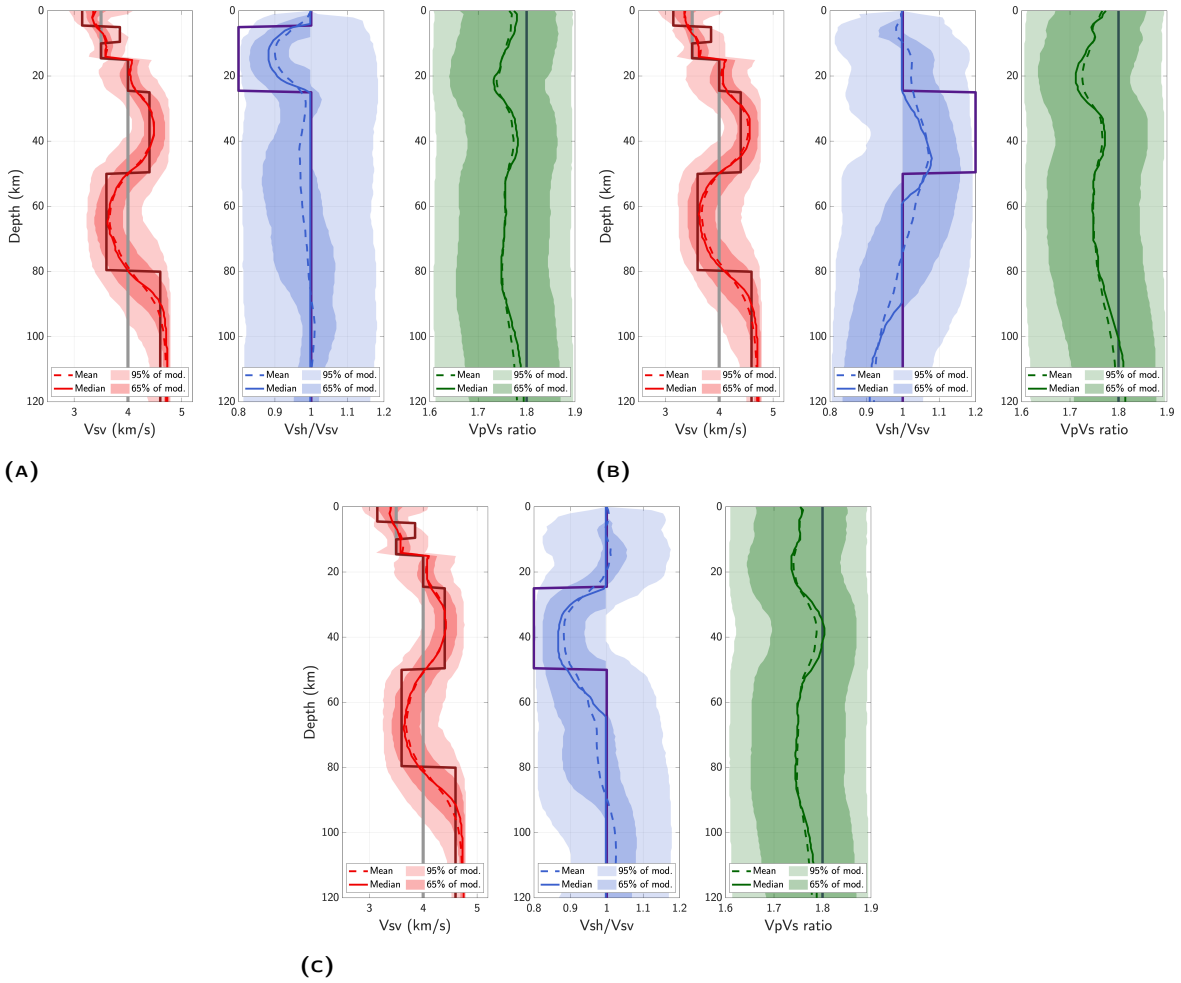



**Fig. 6.3** – Résultats de l'inversion en profondeur de données de dispersion synthétiques bruitées par la méthode d'inversion Bayésienne transdimensionnelle hiérarchique décrite dans la Section 6.1. Les panneaux illustrent les densités de probabilité *a posteriori* pour la vitesse des ondes $S_V$ (en rouge), le rapport $V_{SH}/V_{SV}$ caractérisant l'amplitude de l'anisotropie radiale (en bleu), et le rapport $V_P/V_{SV}$ (en vert). À chaque profondeur, la surface foncée correspond à 65% des modèles de la distribution *a posteriori* alors que la surface claire représente 95% de ces modèles. La moyenne (courbe fine tiretée) et la médiane (courbe fine continue) des distributions sont également représentées. Notons que pour le rapport $V_{SH}/V_{SV}$, la médiane prend une valeur strictement égale à 1 dans le cas où plus de 50% des couches échantillonnées sont isotropes. Le modèle vrai est indiqué par la courbe épaisse la plus foncée. Pour le paramètre de vitesse, le modèle de référence est représenté par la courbe grise.

variations d'anisotropie dans le modèle vrai, dans leurs tendances mais pas dans leurs valeurs absolues : l'amplitude de l'anisotropie radiale est toujours minimisée, qu'elle soit positive ou négative. Dans le cas A, une forte anisotropie négative, égale à 20%, est située à des profondeurs crustales, entre 5 et 25 km de profondeur. La médiane permet de contraindre la position de la couche anisotrope de façon remarquable, suggérant que plus de 50% des modèles de l'ensemble solution présentent de l'anisotropie négative à ces profondeurs. Aux profondeurs où le modèle vrai est isotrope, le modèle médian est isotrope

($V_{SH}/V_{SV} = 1$). Même si la moyenne permet de retrouver la couche anisotrope, sa profondeur est moins bien contrainte que par la médiane et le modèle moyen n'est pas isotrope là où le modèle vrai l'est. Dans les tests B et C, l'anisotropie radiale est située entre 25 et 50 km de profondeur. Son amplitude est de 20% mais elle est positive en B et négative en C. La médiane permet de contraindre la profondeur du sommet de la couche anisotrope mais pas sa base, dont la profondeur est systématiquement surestimée.

Le rapport $V_P/V_{SV}$ est un paramètre qui n'est pas contraint par les données d'ondes de surface : sa distribution *a posteriori* est très large. Néanmoins, on peut remarquer qu'il existe une anti-corrélation entre l'anisotropie radiale et ce rapport. Celle-ci est particulièrement visible dans le cas C, autour de 40 km de profondeur. Fixer le rapport $V_P/V_{SV}$ au cours de l'inversion représente donc un risque de biaiser l'anisotropie radiale. C'est pour cela que nous inversons ce paramètre, même si nous ne l'interprétons pas, ni dans ces tests, ni dans le modèle présenté au Chapitre 7. La distribution *a posteriori* du rapport $V_P/V_{SV}$ n'est par ailleurs pas représentée sur les Fig. 6.5 à 6.7.

La Fig. 6.4 illustre l'ajustement des données calculées aux données synthétiques ainsi que la distribution *a posteriori* sur le nombre de couches et des paramètres de bruit $\sigma_R$ et $\sigma_L$ pour le test correspondant au cas A de la Fig. 6.3. Les données théoriques sont très bien ajustées aux données synthétiques : l'écart-type sur les données calculées est très faible et les données synthétiques sont dans l'intervalle $\pm$ un écart-type par rapport à la moyenne de l'ensemble des données calculées. Même si le nombre de couches dans la majorité des modèles de l'ensemble solution est supérieur (autour de 15 en moyenne) à celui du modèle vrai (7), l'inversion transdimensionnelle est parcimonieuse : la distribution *a priori* autorise de proposer des modèles à 40 couches au cours de l'inversion, mais ceux-ci sont très peu représentés dans l'ensemble solution. Les distributions *a posteriori* sur $\sigma_R$ et $\sigma_L$ sont centrées sur la valeur réelle (0,3) et indiquent que ces paramètres sont très bien contraints par les données au cours de l'inversion Bayésienne qui est hiérarchique.

En conclusion, la méthode d'inversion que nous utilisons permet d'imager la structure en vitesse d'ondes $S_V$ à partir de données d'ondes de surface mais elle permet également d'imager les variations d'anisotropie radiale et de les localiser en profondeur. La médiane est un paramètre statistique particulièrement fiable pour contraindre la vitesse et l'anisotropie radiale du modèle vrai à partir des distributions *a posteriori*. Pour ces raisons, c'est la médiane de la distribution *a posteriori* sur $V_{SH}/V_{SV}$ et sur $V_{SV}$ que nous avons choisie pour construire les profiles 1-D d'anisotropie radiale et de vitesse représentatifs de l'ensemble solution en chaque point géographique de notre modèle 3-D présenté au Chapitre 7. Il faut néanmoins garder en tête qu'aux profondeurs correspondant au manteau supérieur, la profondeur de la base de la couche anisotrope est généralement surestimée par la médiane.

### 6.2.2 Intérêt de la méthode par rapport aux méthodes classiques d'inversion pour l'imagerie de l'anisotropie radiale

Les études tomographiques basées sur des schémas d'optimisation (comme les inversions par moindres carrés linéarisés par exemple) imposent en amont de l'inversion la présence ou l'absence d'anisotropie radiale dans un nombre donné de couches. La Fig. 6.5 permet d'illustrer l'intérêt de la méthode d'inversion transdimensionnelle (en particulier, où le nombre de couches anisotropes n'est pas fixé au préalable)

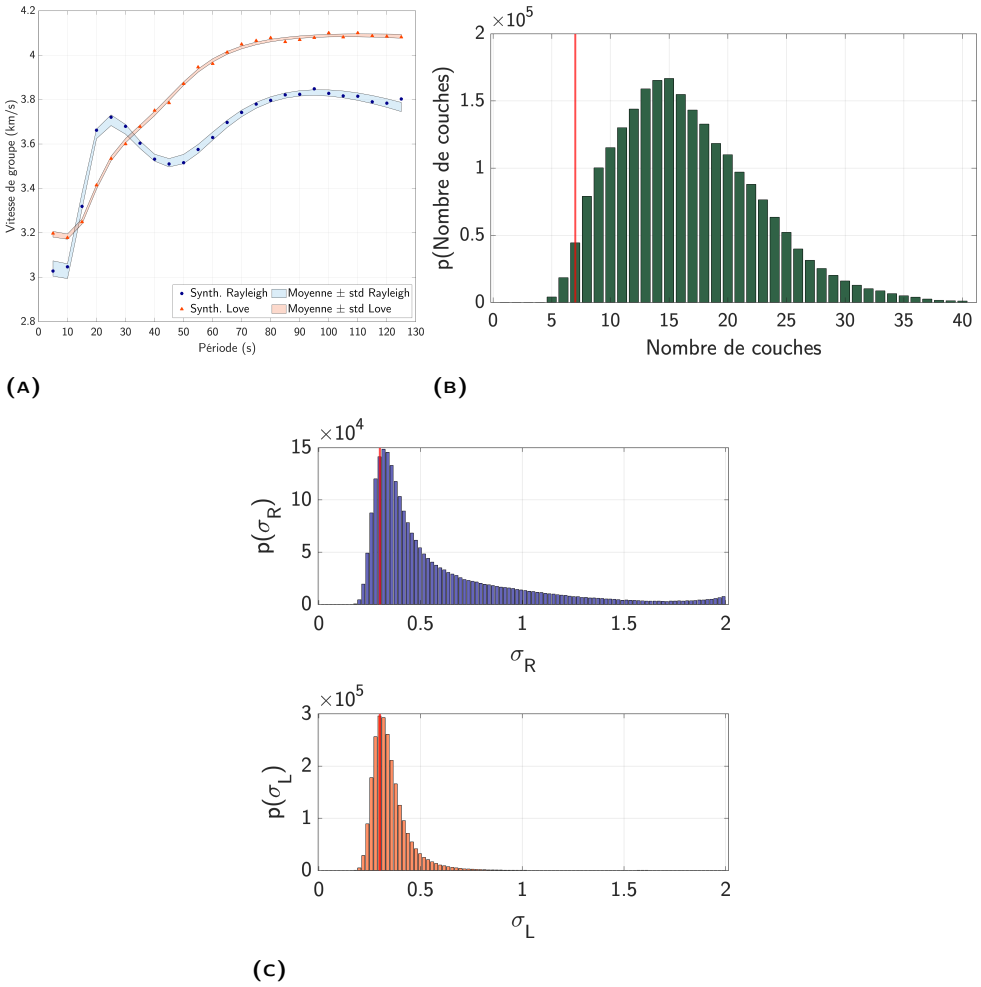



**Fig. 6.4** – Résultats du test A de la Fig. 6.3 concernant l'ajustement entre les courbes de dispersion synthétiques et théoriques (A), les distributions *a posteriori* du nombre de couches dans les modèles de l'ensemble solution (B) et des paramètres de bruit $\sigma_R$ et $\sigma_L$ (C). En A, les données synthétiques sont représentées par des points bleus pour les ondes de Rayleigh et des triangles rouges pour les ondes de Love. La surface colorée représente pour chaque type d'onde (Rayleigh ou Love) une distance à la moyenne des données théoriques équivalente à $\pm$ un écart-type. En B et C, la valeur vraie est indiquée pour chaque paramètre par la barre verticale rouge : 7 pour le nombre de couches et 0,3 pour les paramètres de bruit.

par rapport aux méthodes classiques de type moindres carrés linéarisés. Pour chacun des deux tests présentés sur la Fig. 6.5, le modèle vrai et le modèle de référence en vitesse sont identiques à ceux du cas A de la Fig. 6.3 où de l'anisotropie radiale positive est présente entre 5 et 25 km. La différence entre ces trois tests, qui sont à comparer entre eux, réside dans la méthode d'inversion utilisée. Pour le test A de la Fig. 6.5, la présence d'anisotropie est imposée à chaque profondeur au cours de l'inversion alors que pour le test B, le modèle inversé est obligatoirement isotrope. L'inversion reste néanmoins transdimensionnelle car le nombre total de couches dans le modèle final n'est pas fixé.

Le test A de la Fig. 6.5 suggère qu'imposer de l'anisotropie à chaque profondeur du modèle n'in-

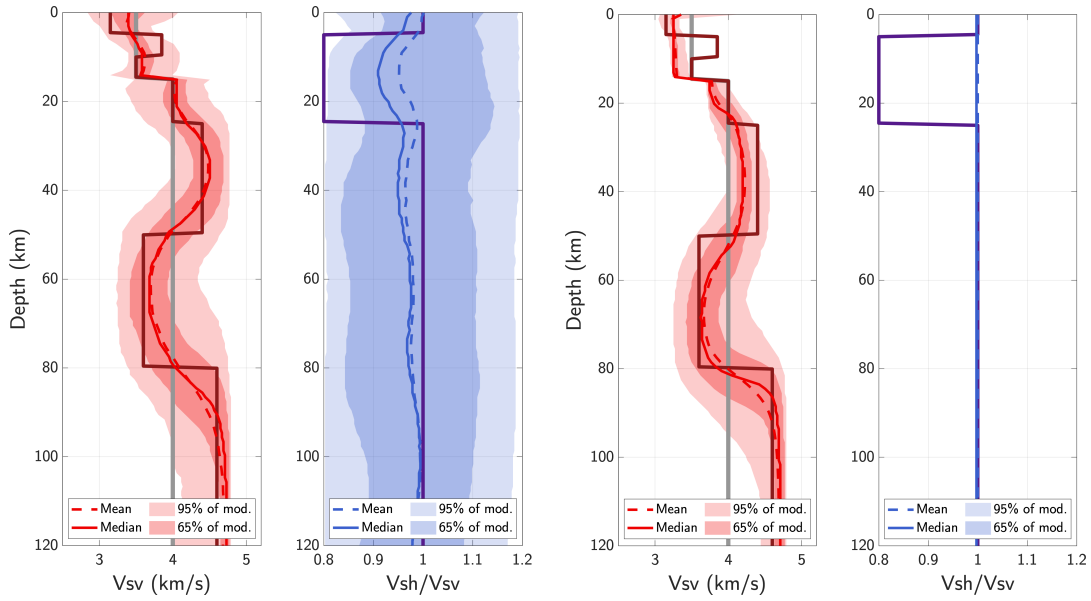



**Fig. 6.5** – Tests synthétiques illustrant l'intérêt de la méthode Bayésienne transdimensionnelle hiérarchique par rapport aux méthodes d'inversion classiques basées sur des schémas d'optimisation où la présence ou l'absence d'anisotropie est imposée au préalable. La méthode d'inversion utilisée pour ces tests est légèrement modifiée par rapport à celle décrite dans la Section 6.1 : A) l'isotropie est imposée à chaque profondeur dans l'ensemble des modèles solution ; B) tous les modèles solution sont anisotropes à toutes les profondeurs. Ces tests sont à comparer avec le test A de la Fig. 6.3. Le code couleur de cette figure est le même que celui décrit dans la légende de la Fig. 6.3.

fluence que peu la distribution *a posteriori* sur la vitesse. Par contre, la médiane de la distribution *a posteriori* sur le rapport $V_{SH}/V_{SV}$ suggèrent que plus de 50% des modèles de l'ensemble solution ont de l'anisotropie négative à toutes les profondeurs, même quand le modèle vrai est isotrope. Aux profondeurs correspondant à la couche anisotrope du modèle vrai, aucun modèle de l'ensemble solution ne semble présenter une valeur d'anisotropie égale à celle du modèle vrai. Même si la médiane de la distribution *a posteriori* souligne une augmentation de l'amplitude de l'anisotropie radiale atteignant 9% maximum, cette amplitude est plus faible que celle indiquée par la médiane dans le test A de la Fig. 6.3 où elle atteint plus de 11% sur les 20% introduits dans le modèle vrai. Par ailleurs, au moins 50% des modèles présentent une anisotropie égale à 5% entre 25 et 80 km de profondeur alors que le modèle vrai est isotrope.

A contrario, comme illustré par le cas B, imposer l'isotropie dans le modèle inversé alors que le modèle vrai est partiellement anisotrope ne permet évidemment pas de retrouver l'anisotropie radiale introduite dans le modèle vrai mais cela affecte aussi beaucoup la distribution *a posteriori* sur la vitesse, notamment aux profondeurs où le modèle vrai est anisotrope. Le modèle vrai est anisotrope entre 5 et 25 km de profondeur. Dans le cas B, jusqu'à 15 km de profondeur, la distribution *a posteriori* sur $V_{SV}$ ne couvre pas les valeurs de vitesse du modèle vrai : plus de 95% des modèles présentent une vitesse sous-estimée. Entre 15 et 25 km de profondeur, même si certains modèles présentent une vitesse

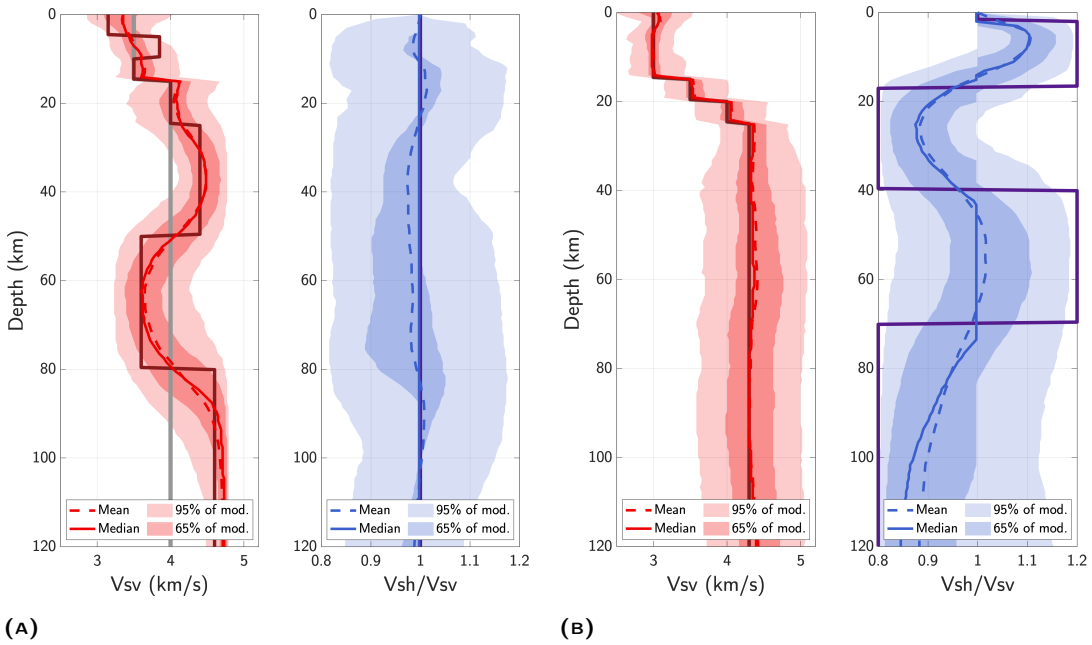



**Fig. 6.6** – Résultats de tests synthétiques pour lesquels le modèle vrai est totalement isotrope (A) ou totalement anisotrope (B). Les données synthétiques calculées dans ces différents modèles ont été inversées avec la méthode décrite dans la Section 6.1. Le code couleur de cette figure est le même que celui décrit dans la légende de la Fig. 6.3

comparable à celle du modèle vrai, elle est toujours très sous-estimée pour plus de 65% des modèles.

La Fig. 6.6 présente les résultats de tests effectués pour un modèle vrai totalement isotrope (test A) ou totalement anisotrope (test B). La méthode d'inversion n'est pas modifiée par rapport à celle décrite dans la section précédente : le nombre de couches total et le nombre de couches anisotropes ne sont pas imposés en amont de l'inversion. Le test A montre que la distribution *a posteriori* du rapport $V_{SH}/V_{SV}$ est centrée autour d'un modèle isotrope et la médiane de la distribution, que nous avons choisie de prendre comme valeur représentative de l'ensemble solution, indique bien un modèle isotrope. Ce test montre bien que dans le cas où il n'y a pas besoin d'anisotropie pour expliquer les données, notre procédure est capable de se comporter comme une inversion isotrope. Pour le test B, le modèle de référence en vitesse est identique au modèle vrai et la distribution *a posteriori* sur $V_{SV}$ est centrée autour de la valeur vraie. Le modèle vrai alterne des couches d'anisotropie positive et négative à 20% d'amplitude. Jusqu'à 40 km de profondeur, plus de 65% des modèles indiquent de l'anisotropie radiale dont le signe correspond à celui du modèle vrai. Entre 42 et 62 km, la distribution *a posteriori* sur $V_{SH}/V_{SV}$ est centrée autour de 1 (isotropie) alors que le modèle vrai présente 20% d'anisotropie positive. Ce cas illustre les limites de la méthode d'inversion pour imager des variations marquées d'anisotropie radiale en profondeur. Néanmoins, le modèle vrai est extrême et ne représente pas un cas réaliste. Ce test permet ainsi de montrer que la méthode peut imager la tendance d'anisotropie radiale au moins pour des profondeurs crustales et du sommet du manteau supérieur.

En conclusion, ces tests synthétiques montrent que la méthode d'inversion Bayésienne transdimen-

sionnelle et hiérarchique est supérieure aux méthodes d'inversion classiques basées sur des schémas d'optimisation au sens où elle permet d'imager correctement la profondeur de l'anisotropie radiale sans faire d'hypothèses préalables sur sa présence ou non dans le milieu. Cela permet d'éviter d'introduire des biais sur la structure en vitesses d'ondes $S_V$ ou sur l'anisotropie radiale contenue dans le modèle final. Dans l'étude de l'Europe présentée au Chapitre 7, sur les profiles 1-D d'anisotropie construits à partir des valeurs médianes des distributions *a posteriori* sur $V_{SH}/V_{SV}$, on s'attend donc à voir de l'anisotropie radiale uniquement là où elle est nécessaire pour expliquer les données de dispersion.

### 6.2.3 Effet d'une erreur sur la profondeur des discontinuités dans le modèle de référence

Le modèle de référence en vitesse joue un rôle important au cours de l'inversion car il permet d'imposer les discontinuités sismiques majeures dans les modèles de l'ensemble solution. Les tests présentés sur la Fig. 6.7 permettent d'illustrer l'effet sur ces modèles d'une erreur sur la position d'une discontinuité dans le modèle de référence.

Dans chaque test, le modèle vrai est le même et il possède une couche d'anisotrope positive, d'amplitude égale à 10%, entre 5 et 15 km de profondeur. Dans le test A, le Moho de référence est placé à 15 km, comme dans le modèle vrai. Les résultats du tests sont très comparables à ceux du test A présenté sur la Fig. 6.3 : la médiane des distributions de $V_{SV}$ et de $V_{SH}/V_{SV}$ permettent de bien imager le modèle vrai. Dans le test B, le Moho de référence est placé à une profondeur erronée, à 25 km. Cette erreur implique une sous-estimation systématique de la vitesse par rapport à la valeur vraie pour 95% des modèles entre 15 et 25 km de profondeur. Ceci est dû au fait qu'à ces profondeurs, le modèle de référence a une vitesse plus faible de 40% par rapport au modèle vrai, ce qui représente une perturbation trop élevée par rapport aux perturbations de vitesse autorisées dans l'inversion qui sont de 20% maximum dans ce cas. Comme l'implique la méthode d'inversion, le Moho dans les modèles de l'ensemble solution est imposé à 25 km. Jusqu'à 30 km, 95% des modèles présentent une vitesse surestimée par rapport au modèle vrai. À partir de 35 km, la distribution *a posteriori* dans le test B est similaire à celle du test A et n'est plus affectée par l'erreur de positionnement du Moho dans le modèle de référence.

Concernant l'anisotropie radiale dans le cas B, la distribution *a posteriori* du rapport $V_{SH}/V_{SV}$ est centrée autour de la valeur vraie dans la couche anisotrope mais plus de 65% des modèles présentent de l'anisotropie négative entre 35 et 75 km de profondeur alors que le modèle vrai est isotrope. Une erreur dans la position du Moho semble pouvoir affecter l'anisotropie à des profondeurs situées sous le Moho de référence.

Ces tests montrent ainsi qu'estimer correctement la profondeur des discontinuités dans le modèle de référence est très important, au risque d'introduire des biais dans la structure inversée en vitesse et en anisotropie radiale. Ceci est particulièrement vrai si l'erreur d'estimation est importante ou si les perturbations de vitesse autorisées au cours de l'inversion sont trop faibles par rapport à la différence de vitesse entre le modèle vrai et le modèle de référence induite par le mauvais positionnement en profondeur des discontinuités.

Le modèle de référence utilisé dans l'étude présentée au Chapitre 7 est celui de Lu *et al.* (2018).

Ce modèle est en bon accord avec le modèle de Spada *et al.* (2013) qui est le modèle de profondeur du Moho le plus récent construit à partir de données de sismique active et de fonctions récepteurs. Nous considérons donc que le modèle de Lu *et al.* (2018) est robuste en ce qui concerne la profondeur du Moho.

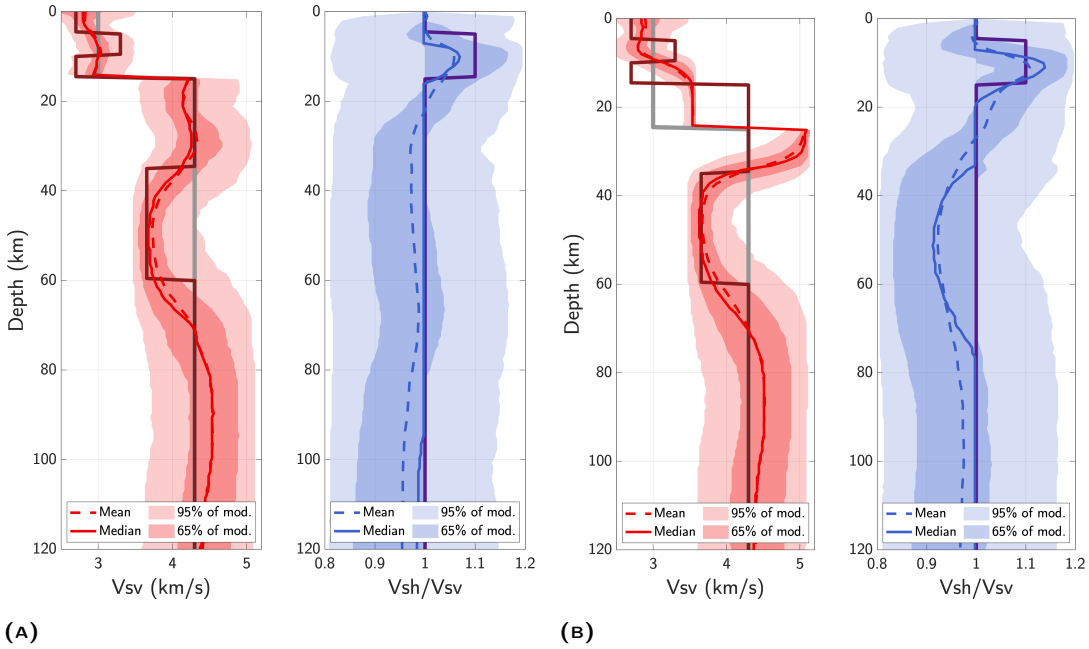



**Fig. 6.7** – Tests synthétiques illustrant l'effet d'une erreur dans la position d'une discontinuité contenue dans le modèle de référence. En A, le Moho dans le modèle de référence est fixé à la profondeur vraie de 15 km. En B, une erreur de 10 km est introduite sur la profondeur du Moho dans le modèle de référence où il est placé à 25 km. Les données synthétiques calculées dans le modèle vrai, identique dans les deux cas, ont été inversées avec la méthode décrite dans la Section 6.1. Le code couleur de cette figure est le même que celui décrit dans la légende de la Fig. 6.3

## 6.3 Résultats de l'application en Europe

### 6.3.1 Modèle 3-D de vitesse d'ondes $S_V$ et d'anisotropie radiale

La méthode discutée dans ce chapitre a été appliquée aux données de dispersion d'ondes de Rayleigh et de Love entre 5 et 150 s de période. Ces données ont été extraites en chaque point géographique des cartes de vitesse de groupe obtenues par l'inversion tomographique présentée au chapitre précédent. En chaque point, la médiane des distributions *a posteriori* de la vitesse d'ondes $S_V$ et du rapport $V_{SH}/V_{SV}$ sont calculées afin de construire des profils 1-D de la vitesse d'ondes $S_V$ et de l'anisotropie radiale. Ces profils sont ensuite assemblés afin de construire un modèle 3-D.

Des cartes à différentes profondeurs ainsi que des coupes 2-D réalisées dans le modèle 3-D sont présentées et interprétées dans l'article Alder *et al.* (soumis à Geoph. J. Int.) présenté dans le chapitre

suivant et à soumette à *Geophysical Journal International*. Les cartes de misfit sont néanmoins peu commentées dans l'article. La section suivante permet de les discuter et de proposer une origine possible aux valeurs de misfit importantes dans certaines zones de la région étudiée.

### 6.3.2 Commentaires sur l'ajustement des données

Les cartes de misfit sont présentées dans le matériel supplémentaire de l'article présenté au Chapitre 7 pour les périodes 10, 30 et 50 s. La Fig. 6.8 présente le misfit des données aux périodes 15 et 20 s.

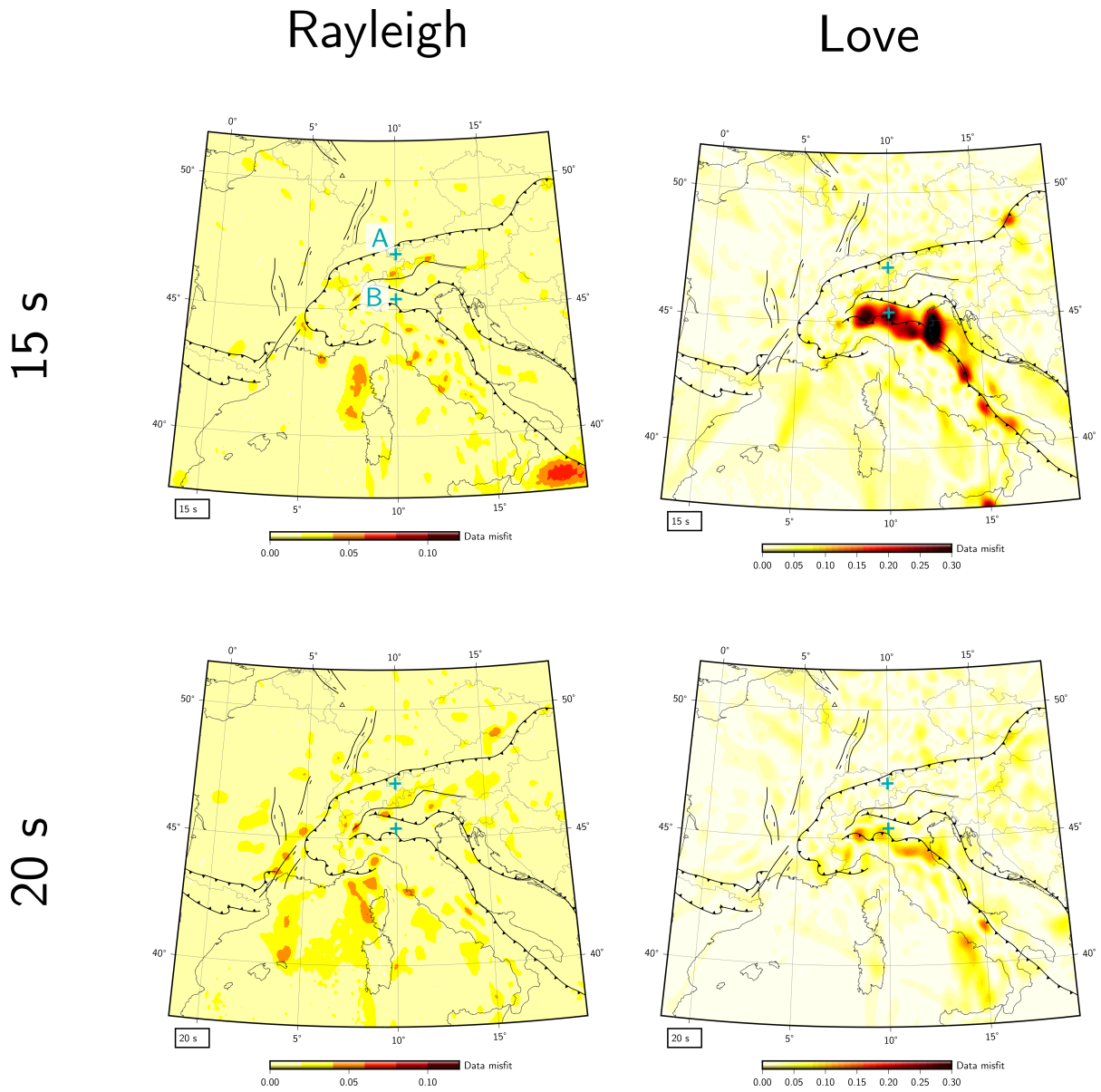



**Fig. 6.8** – Misfit des données moyennes tel que défini par l'Éq. 6.10 aux périodes 15 et 20 s pour les ondes de Rayleigh et de Love. Les courbes de dispersion observées et calculées aux points A et B sont présentées sur la Fig. 6.9.

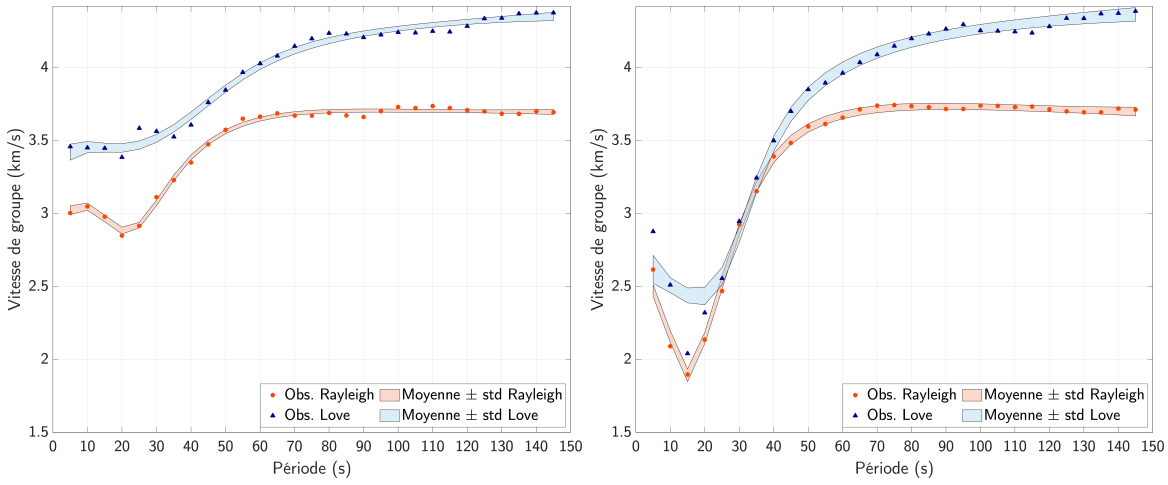



**Fig. 6.9** – Courbes de dispersion observées et calculées aux points A et B localisés sur les cartes de misfit de la Fig. 6.8. Le point A est situé en dehors d'un bassin sédimentaire alors que le point B est dans la plaine du Pô, où l'épaisseur de sédiments est importante.

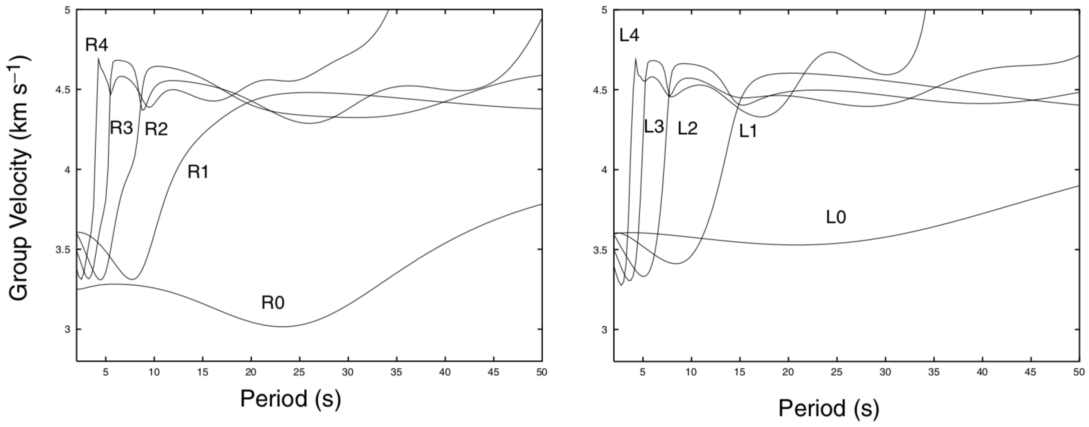
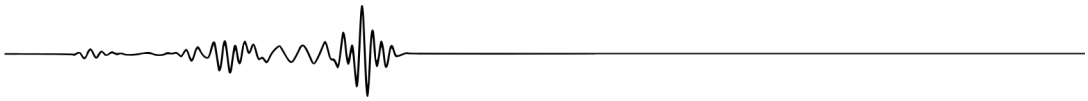



**Fig. 6.10** – Courbes de dispersion des vitesses de groupe pour le mode fondamental et les 4 harmoniques supérieurs des ondes de Rayleigh (gauche) et de Love (droite) (Levshin *et al.*, 2005). Ces courbes ont été calculées en milieu continental.

Les plus grandes valeurs de misfit sont observées dans les bassins sédimentaires et notamment dans la plaine du Pô. Par ailleurs, le misfit est généralement plus important pour les ondes de Love que pour les ondes de Rayleigh, notamment pour les périodes 5 et 15 s. Les courbes de dispersion observées dans les bassins sédimentaires montrent une très forte diminution de la vitesse des ondes de surface aux courtes périodes qu'il est difficile d'attribuer uniquement à la lithologie des bassins. Ces faibles vitesses ne sont pas particulièrement visibles dans les zones où le misfit est moins élevé (Fig. 6.9).

Une explication possible serait que dans les bassins sédimentaires, la structure est particulièrement complexe et les variations latérales de vitesses sismiques ne sont pas négligeables devant les variations verticales provoquant ainsi des effets importants de couplages, de réflexion et de conversion des ondes. Boué *et al.* (2016) ont étudié la propagation des ondes de surface dans un bassin sédimentaire au Japon à partir d'enregistrements de bruit sismique. Ils ont montré que les ondes de Love sont fortement affectées par la présence du bassin pour des périodes très courtes ($T < 3$ s) : le signal sur la composante TT des corrélations est dominé par les harmoniques de degrés 1 et 2 alors que la théorie prédit une dominance du mode fondamental. Les ondes de Rayleigh sont par contre dominées par le mode fondamental dans la même gamme de périodes. Comme illustré sur la Fig. 6.10, aux courtes périodes ($T < 10$ s), les harmoniques d'ondes de Love ont des vitesses plus faibles que le mode fondamental (Levshin *et al.*, 2005). Même si dans l'étude de Boué *et al.* (2016) la prédominance des harmoniques de degrés 1 et 2 est visible à des périodes plus courtes que celles utilisées dans notre étude, on peut imaginer que les ondes de Love puissent être affectées à des périodes plus élevées dans des bassins sédimentaires profonds comme celui de la plaine du Pô. Les vitesses très faibles observées aux courtes périodes dans les bassins sédimentaires pourraient donc être associées aux premiers harmoniques et non pas au mode fondamental. Or, le modèle direct utilisé dans le code d'inversion ne prend en compte que le mode fondamental.

# 7 Modèle tomographique anisotrope 3-D de la croûte et du manteau supérieur en Europe



Dans ce chapitre, nous présentons notre modèle tomographique de l'Europe construit à partir de données de bruit ambiant. Ce modèle 3-D contient la structure en vitesse et en anisotropie radiale des ondes $S$ de la croûte et du sommet du manteau supérieur.

La première section est une mise en contexte de notre étude. Y sont présentés le contexte géodynamique en Méditerranée et les principales questions associées ainsi qu'un état des lieux des résultats obtenus par imagerie sismique dans la région. S'en suit une présentation du réseau sismologique européen AlpArray (Hetényi *et al.*, 2018) dont le déploiement dès 2016 nous a permis de disposer d'un jeu de données massif de corrélations de bruit, avec une très bonne couverture spatiale au niveau des Alpes.

La seconde section reprend un article (Alder *et al.*, soumis à Geoph. J. Int.), à soumettre à *Geophysical Journal International* où est présenté notre modèle 3-D qui est le premier modèle d'anisotropie radiale imagée à des profondeurs aussi faibles en Europe. Les méthodes utilisées sont décrites dans les trois chapitres précédents où plus de détails sont disponibles. Lors de l'inversion en profondeur des données d'ondes de surface issues de cartes de vitesse de groupe, le nombre de couches du modèle inversé est déterminé au cours de l'inversion, de même que la présence ou l'absence d'anisotropie. L'anisotropie radiale n'est donc introduite dans le modèle que si elle est requise par les données. Cela permet de limiter l'introduction d'anisotropie extrinsèque dans le modèle, en laissant l'algorithme choisir plus objectivement entre la présence d'anisotropie radiale et celle d'hétérogénéités isotropes de petites longueurs d'ondes. Les images tomographiques présentées dans l'article révèlent que l'anisotropie radiale est observée de façon locale et non pas dans toute la croûte et le manteau supérieur comme le suggèrent les études tomographiques réalisées précédemment en Europe. Les modèles qui dérivent de ces études contiennent donc certainement une part non négligeable d'anisotropie extrinsèque. Dans notre modèle, de l'anisotropie radiale positive est principalement visible dans la croûte inférieure des Apennins et pourrait être liée à la déformation extensive actuelle de la plaque adriatique. Pour la première fois, nous imageons de l'anisotropie négative dans le corps d'Ivrée, suggérant un flux de matière vertical dans le

manteau adriatique.

## 7.1 Contexte de l'étude

Cette section permet de replacer notre étude tomographique, centrée sur les Alpes et les Apennins, dans un contexte géodynamique plus large qui est celui de la Méditerranée. Plusieurs éléments sont repris dans l'introduction de l'article Alder *et al.* (soumis à Geoph. J. Int.) présenté en Section 7.2 mais plus de détails sont abordés ici (relations entre les plaques Europe et Afrique-Adria, chronologie de leur convergence relative, résultats des études géophysiques précédentes).

### 7.1.1 Contexte géologique en Europe

La chaîne alpine, avec sa forme arquée si particulière, structure le continent européen d'Ouest en Est, où elle se propage jusqu'en Himalaya. De nombreux concepts et modèles relatifs aux processus orogéniques ont été développés dans les Alpes. Néanmoins, comprendre les phénomènes de surface actifs dans cette chaîne et faire le lien avec la dynamique du manteau sous-jacent nécessite d'avoir une vision à plus large échelle, en considérant toute la région méditerranéenne. En effet, les Alpes ne forment pas une chaîne de montagnes isolée (Fig. 7.1). Malgré son nom, la chaîne alpine ne se limite pas aux Alpes mais elle comprend également, dans sa partie européenne, le massif des Carpates, les Balkans ainsi que le Caucase. Plus au Sud, les Alpes sont également en lien avec d'autres orogènes : les Apennins et les Dinarides. De grands bassins sédimentaires sont associés à ces différentes chaînes de montagnes, les plus importants étant les bassins Liguro-Provençal, Tyrrhénien et Pannonien.

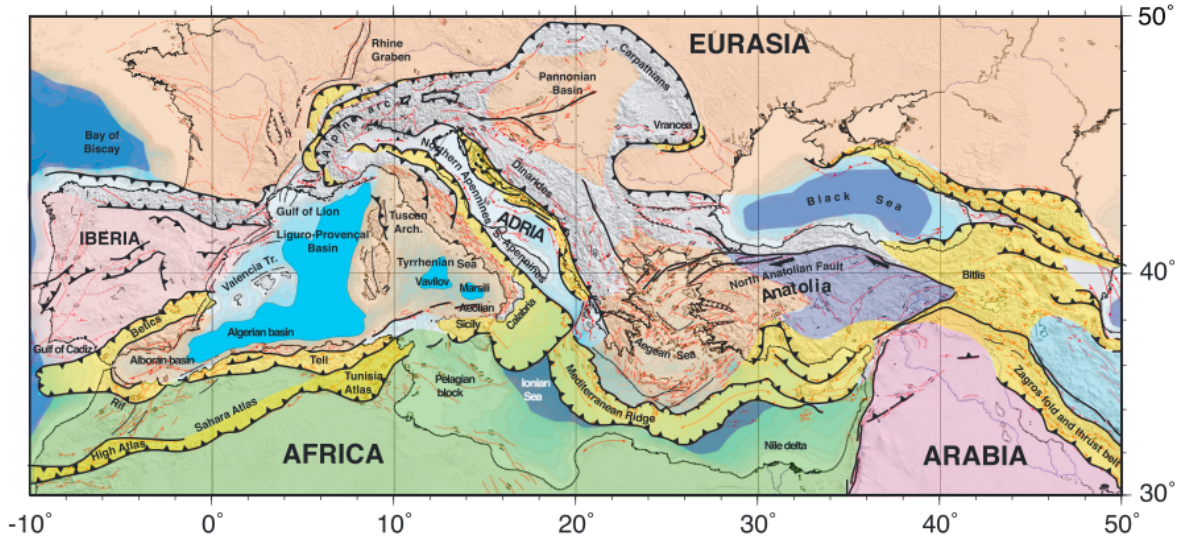



**Fig. 7.1** – Contexte tectonique en Méditerranée. Plusieurs plaques tectoniques majeures (Europe, Africa, Arabia) ainsi que diverses micro plaques (Adria, Iberia, Anatolia) sont impliquées dans des mouvements tectoniques majoritairement convergents. Figure tirée de Faccenna *et al.* (2014).

La région méditerranéenne a une histoire tectonique complexe, avec différents épisodes de rifting, d'expansion océanique, de subduction et de collision (e.g. Handy *et al.*, 2010). Deux plaques tectoniques majeures sont impliquées dans ces processus : la plaque européenne et la plaque africaine. Dans le détail, plusieurs micro plaques ont été affectées par les mouvements relatifs de convergence entre l'Europe et l'Afrique. C'est notamment le cas de la plaque adriatique (ou Adria) qui s'est détachée définitivement du continent africain au Crétacé supérieur, vers -85 Ma (Handy *et al.*, 2010). Cette micro plaque joue un rôle géodynamique particulier dans la région méditerranéenne : elle représente la plaque supérieure dans la collision Europe-Afrique à l'origine de la chaîne alpine alors qu'elle est en subduction à la fois sous les Dinarides et les Apennins (e.g. Faccenna *et al.*, 2014; Handy *et al.*, 2010). Cette double subduction de la plaque adriatique est marquée par des panneaux lithosphériques plongeant quasiment à la verticale, à la fois à l'Est et à l'Ouest (voir Fig. 7.2 de Zhao *et al.* (2016)).

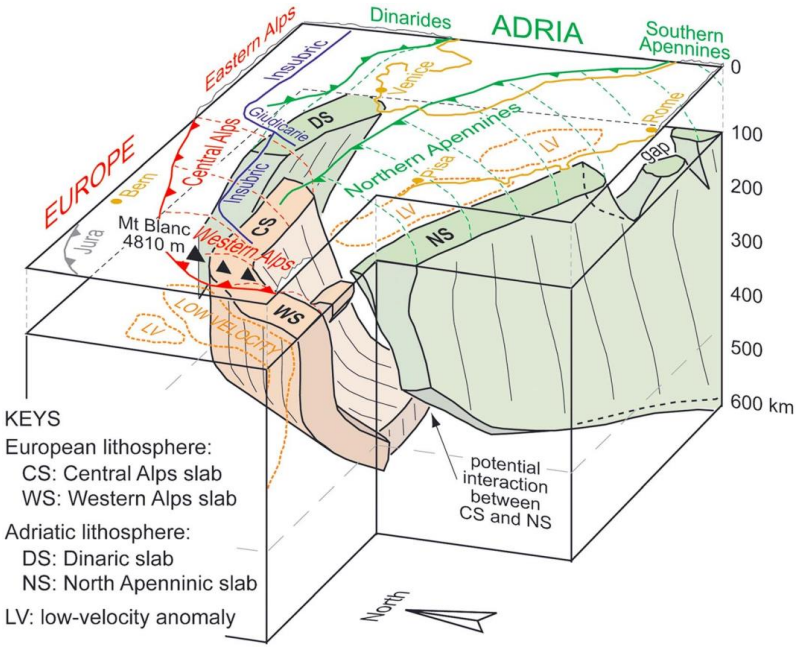



**Fig. 7.2** – Représentation 3-D de la géométrie des panneaux plongeants européen et adriatique. Cette structure dérive de du modèle tomographique d'ondes $P$ de Zhao *et al.* (2016). WS : panneau plongeant européen sous les Alpes occidentales ; CS : panneau plongeant européen sous les Alpes centrales ; NS : panneau plongeant adriatique sous le Nord des Apennins ; DS : panneau plongeant adriatique sous les Dinarides.

D'un point de vue chronologique, la convergence Europe-Afrique débute au Crétacé inférieur (e.g. Handy *et al.*, 2010). De -140 Ma à -84 Ma, une phase de subduction intracontinentale de l'Europe (micro plaque Alpacia) sous l'Afrique-Adria est à l'origine de l'orogenèse dite Eo-Alpine qui correspond aux Alpes orientales actuelles (Handy *et al.*, 2010, 2014) (voir Fig. 7.3 pour la localisation des différentes domaines). Dans le même temps, l'océan Ligure, un domaine océanique toujours en phase d'expansion entre l'Europe et l'Afrique, entre en subduction intraocéanique vers l'Est dès -131 Ma (Handy *et al.*,

2010). La plaque africaine joue alors le rôle de plaque supérieure lors de ces deux phases de convergence. À l'inverse, c'est la plaque Adria, toujours attachée à l'Afrique, qui entre en subduction vers l'Est sous les Dinarides actuelles aux alentours -92 Ma, en lien probablement avec la présence d'une faille transformante majeure d'orientation NW-SE reliant les subductions à l'Ouest et à l'Est (Handy *et al.*, 2014). La subduction des domaines océaniques entre l'Europe et l'Afrique se poursuit à partir de -84 Ma avec l'entrée en subduction vers le SE de l'océan Piémontais, puis de la partie occidentale de l'océan Ligure et enfin l'océan Valaisan (Handy *et al.*, 2010). Durant cette phase de subduction, l'orogenèse Eo-alpine est accrétée et va en partie former les Alpes orientales actuelles, plus particulièrement les nappes austro-alpines (Handy *et al.*, 2010). Plus tard, dans les Alpes centrales et occidentales, une portion de manteau adriatique est pincée entre les plaques européenne et adriatique et donnera l'actuel corps d'Ivrée (Handy *et al.*, 2010) repérée initialement par l'anomalie de Bouguer positive qui lui est associée (e.g. Kissling, 1984). Durant cette phase, la micro plaque adriatique se sépare du continent africain, probablement sous l'effet de la traction du panneau plongeant sous les Dinarides (Handy *et al.*, 2010). Cette étape est associée à une augmentation du taux de convergence entre l'Afrique et l'Europe (Nocquet et Calais, 2004), ainsi qu'à l'ouverture de la mer Ionienne jusqu'à -20 Ma (Handy *et al.*, 2010) et à la mise en place d'une rotation anti-horaire de la plaque Adria, observable dans les données GPS (Calais *et al.*, 2003; Nocquet et Calais, 2004).

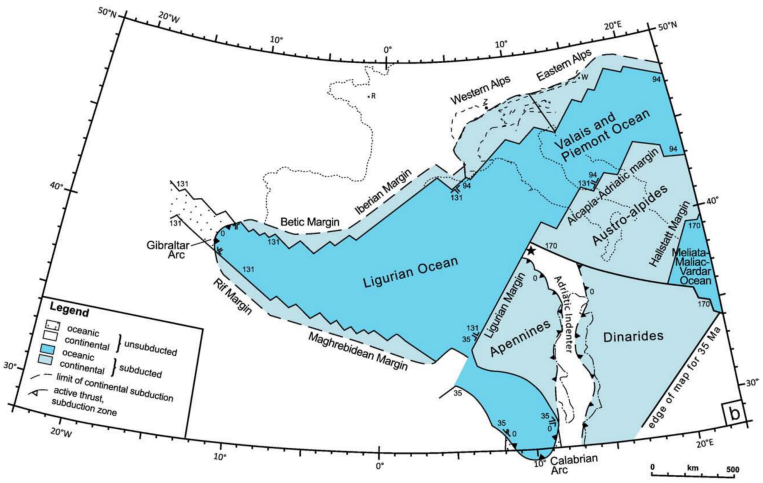



**Fig. 7.3** – Représentation des domaines lithosphériques continentaux (bleu clair) et océaniques (bleu foncé) entrés en subduction depuis le Crétacé dans la région Méditerranéenne. Les différents domaines appartenant à l'océan alpin (océans Ligure, Valaisan et Piémontais), aujourd'hui disparu en subduction, sont repérés sur la carte, de même que l'emplacement au Crétacé des orogènes actuels. (Handy *et al.*, 2010).

La collision continentale entre Adria et la marge européenne a lieu à partir de -35 Ma (Handy *et al.*, 2010). Elle est associée à une forte diminution du taux de convergence SE-NW (Savostin *et al.*, 1986) et à un changement de polarité dans la subduction (e.g. Handy *et al.*, 2014; Vignaroli *et al.*, 2008) avec le plongement vers l'Ouest, sous l'Europe de restes de l'océan Ligure. Cette inversion de polarité est associée à un recul du panneau plongeant adriatique, accompagnant la rotation anti-horaire de la plaque Adria à l'origine de l'actuelle chaîne des Apennins. C'est ce phénomène qui est également à l'origine de

l'ouverture du bassin Liguro-Provençal et de la mer Tyrrhénienne (e.g. Faccenna *et al.*, 2014). D'une façon similaire, la formation du bassin Pannonien est à mettre en relation avec le recul des panneaux européen et adriatique plongeant respectivement sous les Carpates et les Dinarides (e.g. Handy *et al.*, 2014).

La Méditerranée est donc une zone particulièrement complexe d'un point de vue géodynamique et bon nombre de questions sont encore en suspens. Entre autres, où sont les panneaux plongeants actuellement ? Comment se fait la transition entre ces panneaux au niveau des zones de changement de polarité des subductions ? Quel est le lien avec le manteau asthénosphérique sous-jacent ? Les flux de matière sont-ils observables ?

### 7.1.2 Aperçu des études sismologiques réalisées précédemment en Europe

Pour tenter de répondre aux questions géodynamiques soulevées par les relations tectoniques complexes entre les plaques européenne et adriatique, l'imagerie sismique est une technique particulièrement adaptée, certains types d'ondes permettant d'imager des variations de vitesses alors que d'autres permettent de repérer les discontinuités (voir Chapitre 1). Néanmoins, les méthodes d'imagerie qui exploitent ces différentes ondes présentent leurs propres limites, en termes de résolutions latérale et verticale notamment. Nous présentons ici un aperçu de diverses études réalisées dans la région méditerranéenne à l'échelle de la croûte et du manteau supérieur.

#### Structure de la croûte

La structure crustale a été explorée par le biais de plusieurs profils. Les profils de sismique active ECORS-CROP (The ECORS-CROP Deep Seismic Sounding *et al.*, 1989), dans les Alpes occidentales, et NFP-20 (Pfiffner *et al.*, 1997) dans les Alpes occidentales et centrales, ont permis de mettre en évidence de nombreux réflecteurs au sein de la croûte européenne, révélant ainsi la structure crustale complexe associée à la collision. Ces profils ont montré que la plaque européenne joue sans aucun doute le rôle de la plaque inférieure dans les Alpes occidentales et centrales (e.g. Schmid *et al.*, 2004). Cependant, cette observation ne fait pas consensus au niveau des Alpes orientales. La structure observée le long du profil TRANSALP (TRANSALP working group, 2002) a été interprétée à la fois comme le résultat du glissement de la plaque supérieure adriatique vers le Nord, le long d'une faille d'échelle crustale (TRANSALP working group, 2002) et comme le lieu d'un changement de polarité dans la subduction, où la plaque adriatique plongerait sous l'Europe (Schmid *et al.*, 2004).

L'organisation générale de la croûte a été imagée par tomographie. Diehl *et al.* (2009), par exemple, ont utilisé des données de séismes locaux en Europe et réalisé une tomographie 3-D en ondes $P$ de la croûte européenne. Cette étude a permis de déterminer la profondeur du Moho dans les Alpes et le Nord des Apennins, qui est en accord avec les études de sismiques actives réalisées auparavant dans la même région (Waldhauser *et al.*, 1998). Elle a également montré l'étendue du corps d'Ivrée dans la croûte européenne. Cette structure, repérée initialement par l'anomalie de Bouguer positive qui lui est associée (Closs et Labrouste, 1963), est interprétée comme une portion de manteau adriatique située à des profondeurs crustales, sous l'Europe (Kissling, 1984).

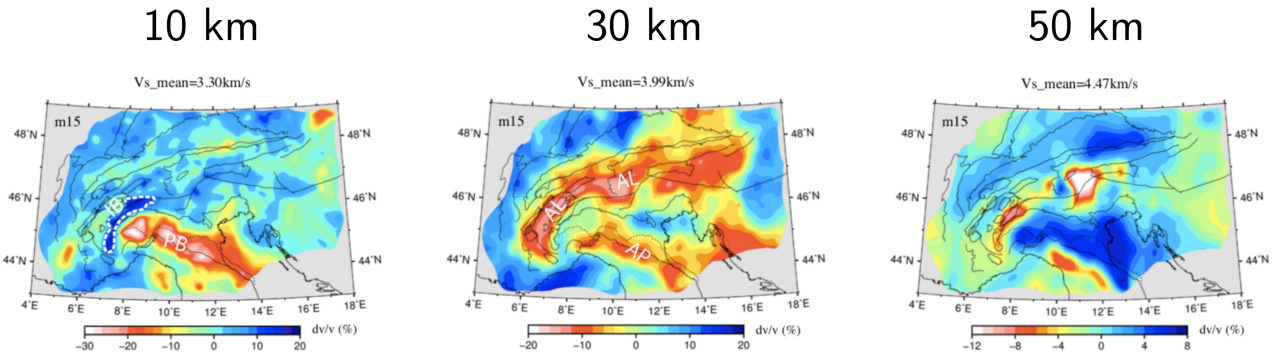



**Fig. 7.4** – Résultats de tomographie de bruit ambiant réalisée dans la région alpine par Lu *et al.* (2020). On peut repérer sur les cartes la structure correspondant au corps d'Ivrée (IB), le bassin sédimentaire de la plaine du Pô (PB), la racine crustale des Alpes (AL) et des Apennins (AP).

Grâce à l'essor récent de la tomographie de bruit ambiant (voir aussi Chapitre 4), des modèles structuraux de croûte ont récemment été construits à partir d'ondes de surface issue de corrélations de bruit. Kästle *et al.* (2018); Lu *et al.* (2020, 2018); Molinari *et al.* (2015); Verbeke *et al.* (2012) ont réalisé des cartes de vitesses de groupe (Lu *et al.*, 2018; Molinari *et al.*, 2015) et de phase (Kästle *et al.*, 2018; Molinari *et al.*, 2015) d'ondes de Rayleigh afin de reconstruire la structure 3-D en ondes $S$ dans la croûte. Ces études ont démontré que l'utilisation du bruit ambiant permet d'estimer une profondeur de Moho en accord avec les travaux réalisés notamment en fonctions récepteur et qu'il est également possible d'imager les structures principales déjà connues, comme le corps d'Ivrée, avec une très bonne résolution spatiale (Fig. 7.4).

La profondeur du Moho a été étudiée sur l'ensemble de la zone Alpes-Apennins-Dinarides en combinant notamment des données issues de fonctions récepteur et de sismique active. Spada *et al.* (2013) mettent ainsi en évidence un Moho particulièrement profond au niveau des frontières de plaques ainsi que des sauts du Moho au niveau de la frontière entre l'Europe et la plaque Adria. Comme le montre la Fig. 7.5, le Moho européen est imagé à environ 32 km de profondeur dans le bassin molassique des Alpes et s'enfonce vers le Sud-Est pour atteindre des profondeurs allant jusqu'à 50 km à l'Ouest des Alpes et 60 km au centre de la chaîne, au niveau de la frontière avec la plaque adriatique. En comparaison, le Moho adriatique est imagé à 32 km de profondeur sous la plaine du Pô et 40 km dans les Alpes centrales. Le saut de Moho correspondant, estimé à 20 km, est donc très prononcé. En Italie, la carte de profondeur de Moho de Spada *et al.* (2013) est en bon accord avec celles réalisées par Diehl *et al.* (2009) et Di Stefano *et al.* (2011) et montre un Moho profond dans le Nord des Apennins et l'arc calabrais ($\sim$50 km) alors qu'il atteint des profondeurs moindres (autour de 35 km) au centre des Apennins.

Plus récemment, à partir des résultats de fonction récepteur réalisées le long du profil CIFALPS dans les Alpes occidentales, Zhao *et al.* (2016) montrent pour la première fois que la croûte européenne est visible de façon continue jusqu'à des profondeurs atteignant 75 km sous la plaque adriatique. Ces observations réalisées à partir de tomographie d'ondes $P$ sont des arguments en faveur de l'existence d'une

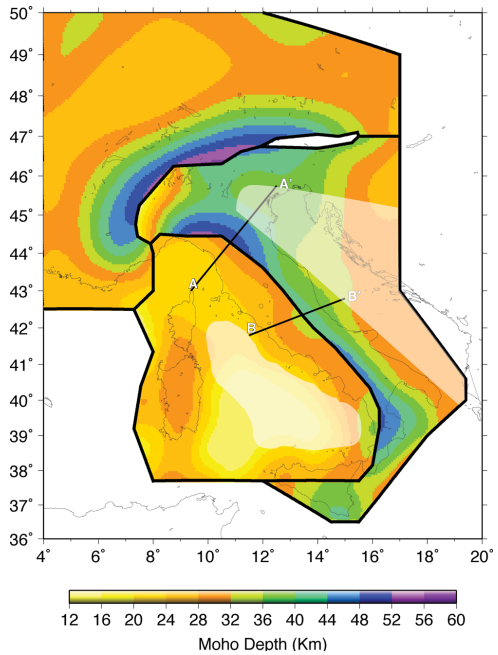



**Fig. 7.5** – Carte de la profondeur du Moho issue de la combinaison de données de sismique active et de fonctions récepteurs (Spada *et al.*, 2013).

subduction continentale de l'Europe sous la plaque adriatique dans les Alpes occidentales. Cette interprétation est néanmoins en désaccord avec l'hypothèse de détachement du panneau européen proposée notamment par Beller *et al.* (2018); Kästle *et al.* (2018); Lippitsch *et al.* (2003).

### Structure du manteau supérieur

La structure du manteau supérieur et la géométrie des panneaux en subduction a été largement étudiée par tomographie d'ondes de volume. Des modèles réalisés à l'échelle de la Méditerranée (e.g. Koulakov *et al.*, 2009; Piromallo et Morelli, 2003; Spakman et Wortel, 2004; Wortel et Spakman, 2000) mettent en évidence des vitesses rapides sous les Alpes, les Apennins et les Dinarides, principalement imagées en ondes $P$. Ces anomalies sont interprétées comme la signature des panneaux lithosphériques européen et adriatique, ce dernier étant rompu dans le centre et le sud des Apennins jusqu'à environ 200 km de profondeur, ainsi qu'au Nord des Dinarides.

Dans les Alpes, la tomographie d'ondes $P$ réalisées par Lippitsch *et al.* (2003) suggère bien la subduction de l'Europe sous la plaque Adria dans les Alpes occidentales et centrales mais les auteurs interprètent l'anomalie rapide de vitesse observée dans le manteau sous les Alpes orientales comme le plongement de la plaque adriatique sous l'Europe. Ces conclusions sont en accord avec celles de Handy *et al.* (2014); Hua *et al.* (2017); Kästle *et al.* (2018); Schmid *et al.* (2004); Zhao *et al.* (2016) mais Mit-

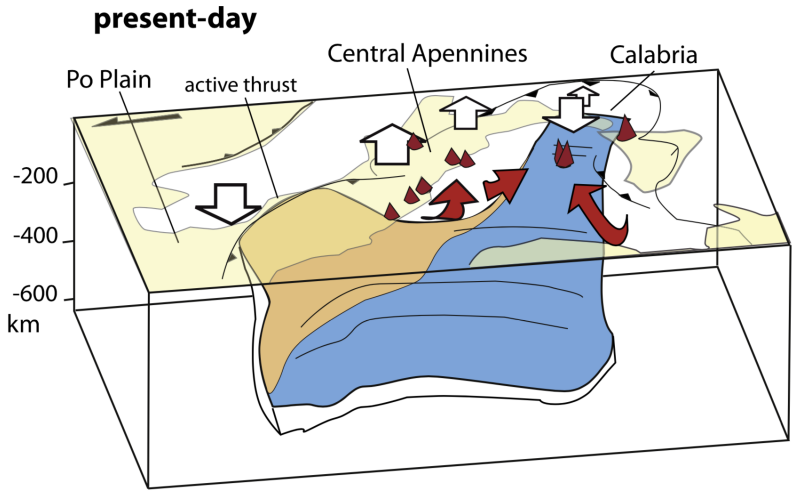



**Fig. 7.6** – Géométrie du panneau plongeant adriatique sous les Apennins. Les flèches rouges soulignent les flux mantelliques. Les flèches blanches indiquent la topographique dynamique dans les Apennins. Une fenêtre est présente dans le panneau plongeant au niveau du centre et du Sud des Apennins. (Faccenna *et al.*, 2014)

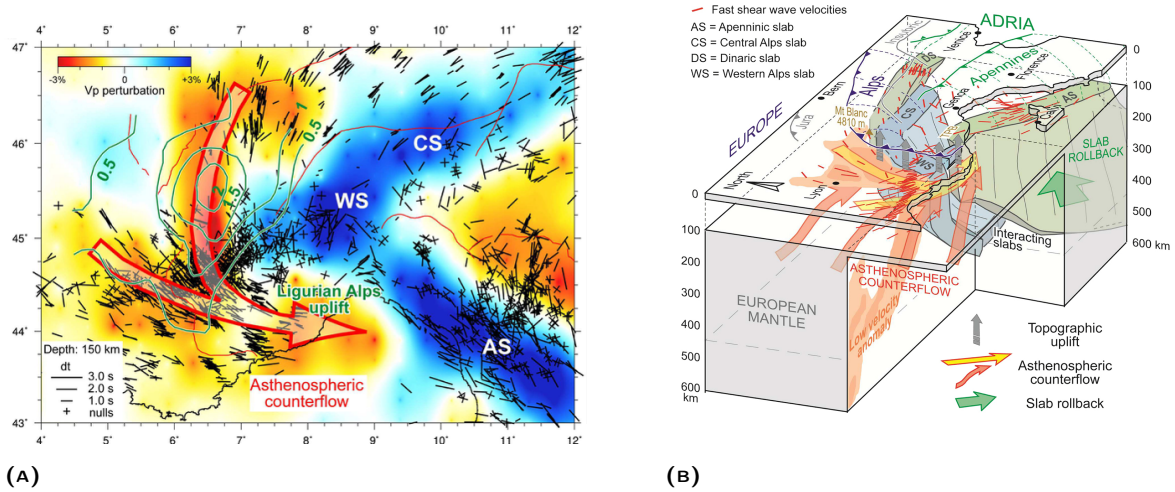
terbauer *et al.* (2011) interprètent plutôt les observations d'ondes $P$ dans les Alpes orientales comme le résultat d'une subduction verticale de l'Europe sous Adria, une hypothèse en accord avec celle proposée par Qorbani *et al.* (2015) via l'étude de l'anisotropie des ondes $P$ (voir sous-section suivante, *Anisotropie et déformation*).

Dans les Apennins, la tomographie d'ondes $Pn$ de Sun *et al.* (2019) montre des anomalies de vitesse lente segmentées le long de la chaîne à 50 km de profondeur. Les limites entre les différentes anomalies situées au Nord et au centre de la chaîne sont corrélées avec la position de failles majeures d'orientation NNE-SSW observées en surface. Au Sud, ces anomalies ne sont pas observées.

Les ondes de surface ont également été utilisées pour imager la région Méditerranéenne. En utilisant des ondes de surface à longue périodes, Lu *et al.* (2018) ont pu imager la structure en vitesse d'ondes $S$ dans le manteau supérieur en Europe. Kästle *et al.* (2018) utilisent une approche similaire mais combinent des données de bruit ambiant à celles issues de séismes lointains, permettant ainsi d'imager des structures plus profondes dans le manteau supérieur. Leurs résultats suggèrent que les panneaux plongeants des plaques européenne et adriatique présentent un angle proche de la verticale. Dans les Alpes occidentales et orientales, le panneau lithosphérique européen en subduction se serait déchiré, de même que le panneau adriatique au niveau du centre des Apennins, créant ainsi une fenêtre asthénosphérique (Fig. 7.6). Dans les Alpes occidentales, cette interprétation rejoint celle proposée par Lippitsch *et al.* (2003); Piromallo et Morelli (2003) et une étude récente réalisée par Beller *et al.* (2018) par tomographie de forme d'ondes. Les conclusions de Kästle *et al.* (2018) sont néanmoins en désaccord avec les résultats de Hua *et al.* (2017); Zhao *et al.* (2016). Dans les Apennins, la rupture observée du panneau plongeant est en bon accord avec les résultats de tomographie d'ondes de volume (e.g. Koulakov *et al.*, 2009; Piromallo et Morelli, 2003; Spakman et Wortel, 2004; Wortel et Spakman, 2000).

### Anisotropie et déformation

L'anisotropie azimutale déterminée via des données de splitting d'ondes $S$ a permis d'étudier les flux mantelliques dans la région méditerranéenne. Les études menées par Barruol *et al.* (2011, 2004) à partir de splitting d'ondes $SKS$ ont montré que les vitesses rapides sont globalement alignées selon l'axe des Alpes, dans l'Ouest de la chaîne. Ce résultat est confirmé par Salimbeni *et al.* (2018) dans les Alpes occidentales et par Bokelmann *et al.* (2013) pour l'ensemble de la chaîne. Comme illustré sur la Fig. 7.7, l'origine proposée pour cette anisotropie est asthénosphérique et serait liée à des flux parallèles à la chaîne alpine induits dans le manteau par les mouvements des panneaux en subduction et notamment par le recul du panneau adriatique vers le Sud-Est (Salimbeni *et al.*, 2018). Ces conclusions sont néanmoins nuancées par Qorbani *et al.* (2015) qui suggèrent que dans les Alpes orientales, l'anisotropie est visible dans deux couches distinctes, la moins profonde présentant une orientation de l'anisotropie NW-SE, non parallèle à la chaîne, alors que plus en profondeur, l'anisotropie a une orientation SW-NE, parallèle à l'axe des Alpes plus à l'Ouest. Qorbani *et al.* (2015) proposent alors que l'anisotropie observée en profondeur souligne une portion de panneau européen qui se serait détachée au cours de la subduction au niveau des Alpes orientales, une hypothèse supportée également par Kästle *et al.* (2018, 2020). L'anisotropie dans la couche supérieure serait liée à des flux asthénosphériques dans la fenêtre créée par le détachement du panneau européen. Dans les Apennins, une compilation de résultats d'ondes $SKS$ est proposée par Palano (2015). L'anisotropie suit globalement la chaîne de montagne, du Nord jusqu'à l'arc calabrais, même si une légère différence d'orientation est observée entre le cœur de la chaîne et la partie plus externe.




(A) (B)

**Fig. 7.7** – Résultats de l'étude de l'anisotropie azimutale par splitting d'ondes $SKS$ par Salimbeni *et al.* (2018). A) Carte des mesures de splitting d'ondes $SKS$ projetées à la profondeur de 150 km. Le modèle de vitesse est le modèle tomographique d'ondes $P$ de Zhao *et al.* (2016). WS : panneau plongeant européen dans les Alpes occidentales ; CS : panneau plongeant européen dans les Alpes centrales. AS : panneau plongeant adriatique sous les Apennins. B) Interprétation géodynamique associée.

Néanmoins, un des problèmes rencontrés avec la méthode du splitting des ondes $S$ est son incapacité à identifier facilement l'origine de l'anisotropie en profondeur. À partir de données de bruit sismique de 8 à 40 s de période, Fry *et al.* (2010) observent une direction de vitesse rapide des ondes de Rayleigh parallèle à l'axe de la chaîne alpine qu'il est possible d'associer à la déformation dans la croûte. Sous le Moho, les vitesses rapides ont par contre une orientation perpendiculaire à la chaîne. Bien que leur modèle présente une moins bonne résolution spatiale dans le bassin molassique alpin, Fry *et al.* (2010) suggèrent que, dans cette région également, l'anisotropie a une orientation parallèle à la chaîne dans la croûte. L'anisotropie azimutale des ondes $P$ étudiées par Hua *et al.* (2017) permet également de proposer que l'anisotropie azimutale parallèle à la chaîne dans les Alpes occidentales et centrales trouve son origine dans la croûte ou le manteau très superficiel, ceci étant directement relié à la déformation induite par le plongement du panneau européen. Dans les Alpes orientales et les Dinarides par contre, Hua *et al.* (2017) observent que l'orientation de l'anisotropie serait plus compatible avec la présence de flux asthénosphériques induits par la subduction vers le NE. À l'échelle locale, le bruit sismique a également permis à Schippkus *et al.* (2020) d'étudier l'anisotropie azimutale des ondes de Rayleigh dans la région du bassin de Vienne, à la frontière entre l'Autriche, la Hongrie et la Slovénie. Dans la croûte supérieure, l'anisotropie observée est d'orientation NS à NNE/SSW. Son origine est attribuée à des fractures qui se seraient développées dans les roches de la croûte sous l'effet du champ de contraintes tectoniques actuelles. À plus grande profondeur, l'anisotropie a une orientation différente (NE/SW), parallèle au système de failles ayant joué au Miocène dans la région. Schippkus *et al.* (2020) proposent alors que l'anisotropie est d'origine intrinsèque et liée à l'alignement de cristaux durant la déformation Miocène.

L'anisotropie radiale n'a que très peu été imagée dans la région méditerranéenne, surtout en ce qui concerne les profondeurs crustales. Boschi *et al.* (2009); Chang *et al.* (2010); Kustowski *et al.* (2008); Schivardi et Morelli (2011); Zhu *et al.* (2015) suggèrent la présence d'anisotropie radiale d'ondes $S$ positive dans la majeure partie de l'Europe, associée à des flux mantelliques horizontaux. Schaefer *et al.* (2011a) observent de l'anisotropie négative sous les Alpes, entre 100 et 250 km de profondeur. Néanmoins, bien que construit sur une grille adaptative, la résolution de ce modèle est insuffisante pour imager les structures dans une zone aussi hétérogène et complexe que la Méditerranée. Zhu *et al.* (2015) observent de l'anisotropie négative à 150 km de profondeur au niveau des panneaux en subduction sous les Apennins, les Dinarides et l'arc Hellénique qui serait directement associée aux panneaux plongeants mais aucune structure particulière ne se dégage au niveau des Alpes, l'anisotropie y étant positive comme dans la plupart du modèle. La majorité de ces modèles (e.g. Boschi *et al.*, 2009; Zhu *et al.*, 2015) souffrent cependant d'artéfacts liés à la différence de couverture entre données d'ondes de Love et de Rayleigh ou à la différence de poids accordés à ces deux types de données au cours des inversions. Par ailleurs, l'anisotropie dans la croûte n'est pas résolue.

À une échelle plus locale, Endrun *et al.* (2008) proposent un modèle d'anisotropie radiale à partir de mesures de vitesses de phase d'ondes de Love et Rayleigh issues de corrélations d'enregistrements de séismes dans la région Égéenne. De l'anisotropie radiale d'ondes $S$ est observée à des profondeurs correspondant à la croûte inférieure. Elle résulterait de l'orientation préférentielle des cristaux de type amphiboles et micas soumis à un flux horizontal dans la croûte inférieure ductile. Ce flux serait à mettre en relation avec les fortes contraintes extensives présentes dans la région et résultant du recul de la

subduction dans l'arc hellénique.

Hua *et al.* (2017) imagent l'anisotropie radiale d'ondes $P$ dans les Alpes et le Nord des Apennins. Elle est négative dans les panneaux européen et adriatique en subduction, ce qui est cohérent avec l'idée d'un plongement quasi vertical. Par contre, l'anisotropie est positive dans les zones de vitesses faibles, soulignant le flux horizontal en périphérie des panneaux lithosphériques plongeant dans le manteau. Néanmoins, l'anisotropie n'est pas résolue dans la croûte et la résolution latérale est limitée.

Dans la même région, Kästle (2018) interprète en termes d'anisotropie radiale d'ondes $S$ les différences de vitesses entre ondes $SV$ et $SH$, dérivées respectivement des inversions réalisées séparément sur les vitesses de phase d'ondes de Rayleigh et de Love (voir Fig. 7.8). Il propose ainsi la présence de flux mantelliques verticaux ($\xi < 1$) sous les Apennins – lié à la subduction –, le bassin Liguro-Provençal – en lien avec la remontée asthénosphérique induite par le recul du panneau plongeant adriatique– , et au niveau de la transition entre les Alpes occidentales et centrales et entre les Alpes orientales et les Dinarides. Partout ailleurs, Kästle (2018) relie les observations d'anisotropie radiale positive à l'existence de flux horizontaux liés soit à la dynamique actuelle dans l'asthénosphère, soit à l'anisotropie ancienne, figée, dans la lithosphère. Dans les Alpes, l'anisotropie observée par Kästle (2018) indique une structuration horizontale à la fois dans la lithosphère et l'asthénosphère, un résultat cohérent avec les observations de Zhu *et al.* (2015) mais incompatible avec le modèle d'anisotropie radiale de Schaefer *et al.* (2011a) dérivé d'un modèle de flux et montrant une forte anisotropie négative. Kästle (2018) avance néanmoins que cette observation pourrait s'expliquer par le fait que la subduction n'est plus active dans les Alpes, comme proposé par Vignaroli *et al.* (2008).

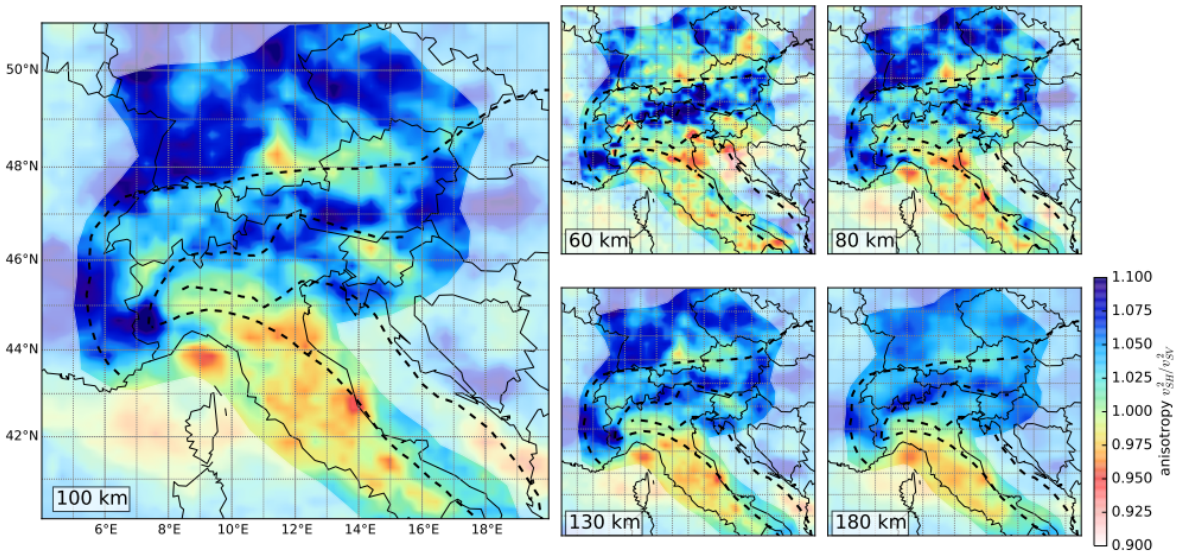



**Fig. 7.8** – Estimation de l'anisotropie radiale à partir de l'inversion en profondeur de vitesses de phases d'ondes de Rayleigh et de Love. Les inversions sont réalisées séparément pour les ondes de Rayleigh et de Love. Les lignes tiretées représentent les principales structures tectoniques (Kästle, 2018).

Dans l'étude de Kästle (2018), les ondes de Love sont utilisées pour contraindre la vitesse des ondes

$SH$ en profondeur alors que la structure en vitesse d'ondes $SV$ dérive des mesures réalisées en ondes de Rayleigh : les données d'ondes de Love et Rayleigh sont alors inversées en profondeur de manière indépendante. Néanmoins, les ondes de Rayleigh étant sensibles à la fois à la vitesse des ondes $SV$ et à celles des ondes $SH$ (et dans une moindre mesure à celle des ondes $P$), les données d'ondes de Love et Rayleigh sont à étudier de manière conjointe pour déterminer correctement la structure en vitesse d'ondes $SV$ et $SH$. Les interprétations de Kästle (2018) sont donc relativement spéculatives et une inversion conjointe des deux types d'ondes de surface s'impose afin d'obtenir une image robuste de l'anisotropie radiale en Méditerranée.

En résumé, même si la plupart des structures à grande échelle font consensus, ce court état de l'art montre que beaucoup de questions géodynamiques sont encore débattues dans la région méditerranéenne. La plupart des études évoquées plus haut se concentrent principalement sur l'étude du manteau. Néanmoins, comprendre la structure de la croûte est essentiel si l'on souhaite pouvoir faire le lien entre les processus de surface et les flux de matière dans le manteau. Ceci est d'autant plus important que, dans les modèles tomographiques, les erreurs de modélisation dans la croûte se propagent dans le manteau au cours des processus d'inversion.

Par ailleurs, la plupart des modèles tomographiques représentent la structure isotrope de la croûte et du manteau. Les travaux prenant en compte l'anisotropie étudient principalement l'anisotropie azimutale, pour laquelle l'origine en profondeur peut être difficile à estimer. Les interprétations associées se basent généralement sur l'hypothèse que l'anisotropie observée est liée aux flux dans le manteau asthénosphérique et les contributions de la croûte ou de l'anisotropie fossile du manteau lithosphérique sont souvent négligées.

En mettant à profit la densité de stations du réseau AlpArray récemment déployé, notre modèle présente la structure 3-D en ondes $S$ ainsi que l'anisotropie radiale, ce qui nous permet d'interpréter nos résultats en termes de déformation dans la croûte et le manteau supérieur en Europe.

### 7.1.3 Le réseau sismique AlpArray : intérêt pour l'étude de la déformation en Europe

Le projet AlpArray est un consortium européen mis en place pour étudier les processus orogéniques en cours dans les Alpes et les chaînes de montagnes adjacentes que sont les Apennins, les Dinarides et les Carpates (voir Fig. 7.1). Afin d'améliorer notre compréhension de la géodynamique régionale, l'objectif d'AlpArray est de relier ces processus orogéniques aux mouvements des plaques tectoniques, à la dynamique du manteau sous-jacent ou encore, à l'aléa sismique. Réunissant 36 organismes de recherche situés dans 11 pays européens, ce programme a permis de déployer plus de 600 capteurs sismiques large bande dans la région alpine et ses alentours. La localisation des récepteurs est présentée en Fig. 7.9. Leur disposition implique des distances inter–stations de 60 km maximum (voir Fig. 7.10). L'ensemble forme alors un réseau dense et régulier assurant une bonne couverture spatiale. Associé aux stations des autres réseaux temporaires et permanents mis en place en Europe, AlpArray permet de combler les trous en termes de couverture spatiale en stations offrant ainsi la possibilité d'imager les propriétés physiques de

la lithosphère et de l'asthénosphère à une résolution jusqu'alors jamais atteinte à l'échelle de l'Europe.

Cette densité de stations importante rend également possible l'utilisation du bruit ambiant à courtes périodes pour imager la croûte à haute résolution. La tomographie de bruit ambiant a déjà prouvé sa pertinence dans l'imagerie haute résolution de la croûte et du manteau supérieur en Europe (Kästle *et al.*, 2018; Lu *et al.*, 2020, 2018). Notre étude s'inscrit dans la même lignée, à la différence près que nous utilisons à la fois des données d'ondes de Rayleigh et de Love dans le but d'imager l'anisotropie radiale en profondeur. Au cours du traitement des enregistrements de bruit, du calcul des corrélations et de la sélection des courbes de dispersion, une grande partie des mesures sont rejetées (voir Chapitre 4). C'est particulièrement vrai pour les ondes de Love, qui sont plus difficiles à extraire des corrélations de bruit que les ondes de Rayleigh. Le nombre important de stations disponibles en Europe depuis le déploiement d'AlpArray nous a cependant permis de récolter une quantité massive de données de bruit ambiant permettant de calculer des corrélations pour plus de 700 000 couples de stations.

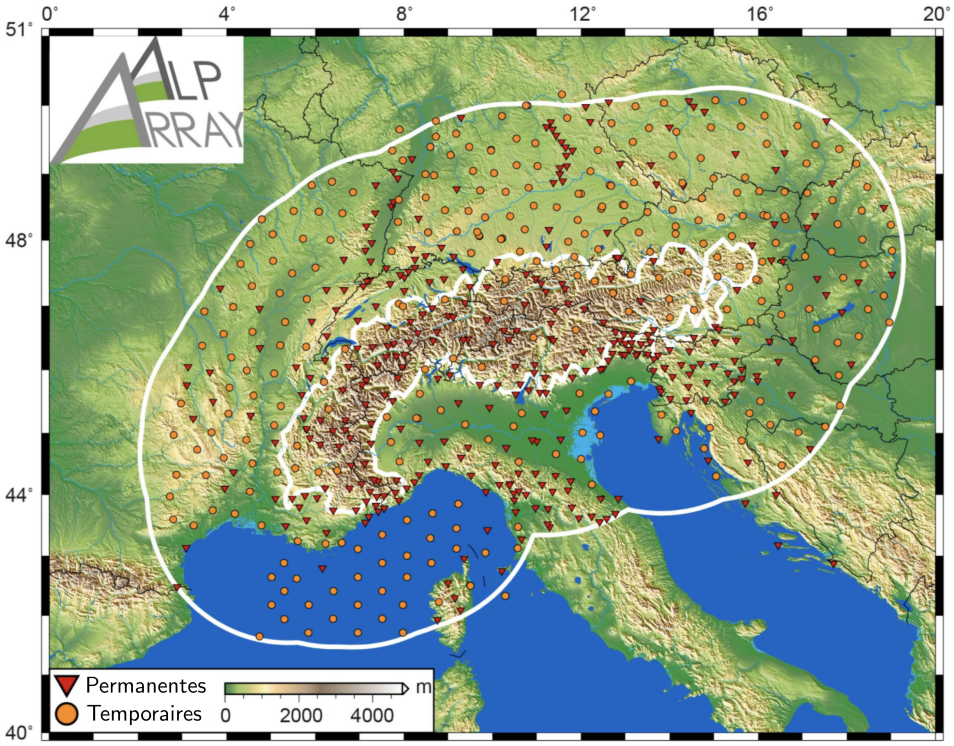



**Fig. 7.9** – Carte topographique de la région alpine et localisation des stations appartenant au réseau sismologique AlpArray. Les 628 stations permanentes (triangles rouges) et temporaires (cercle orange) représentées sont celles déployées en août 2017. La ligne blanche interne correspond à la courbe de niveau d'altitude 800 m dans les Alpes. Les stations du réseau sont localisées dans une zone située à moins de 250 km de cette limite et qui est matérialisée sur la carte par la ligne blanche externe. Modifiée d'après Hetényi *et al.* (2018).

Notre modèle est construit en deux étapes successives. Les données de dispersion d'ondes de surface sont inversées séparément pour obtenir des cartes de vitesse de groupe d'ondes de Rayleigh et de Love à différentes périodes. Par la suite, ces vitesses sont utilisées dans une inversion en profondeur, l'inversion

conjointe des données d'ondes de Rayleigh et de Love nous permettant d'estimer l'anisotropie radiale en profondeur. Notre modèle représente donc le premier modèle d'anisotropie radiale en Europe réalisé à des profondeurs associées à la croûte et au manteau supérieur.

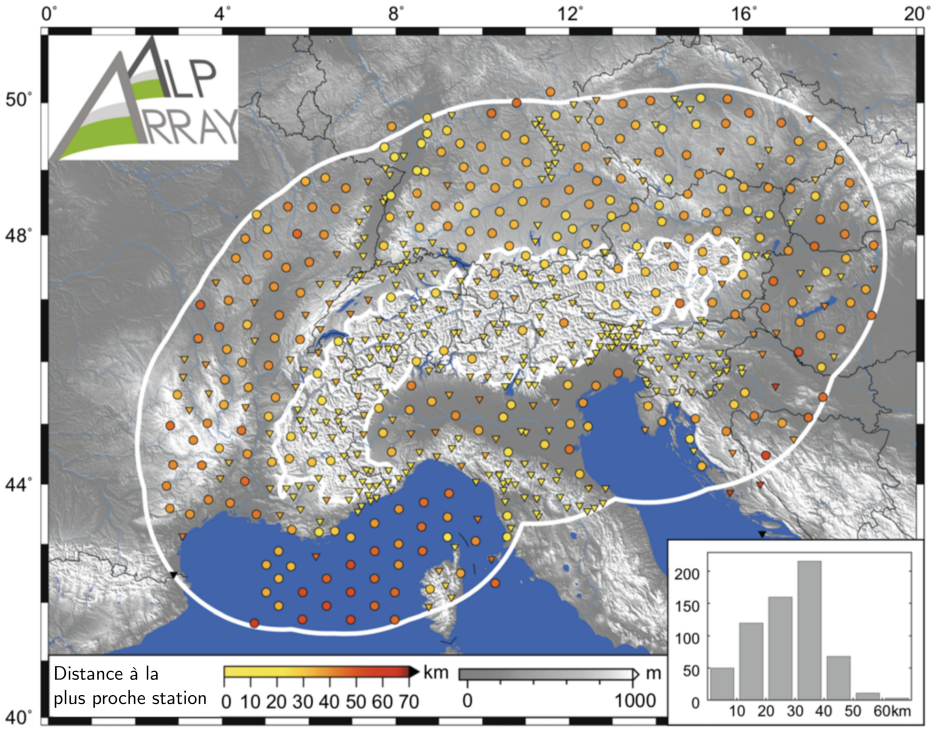



**Fig. 7.10** – Carte représentant la distance à la station la plus proche pour chaque capteur sismique du réseau AlpArray. L'encart en bas à droite correspond à l'histogramme de ces distances. Comme sur la Fig. 7.9, les triangles et les cercles représentent respectivement les stations permanentes et temporaires. Modifiée d'après Hetényi *et al.* (2018).

## 7.2 Tomographique 3-D anisotrope de la croûte et du manteau supérieur européens à partir de données de bruit sismique

Cette section reprend un article à soumettre prochainement à *Geophysical Journal International*. Cet article reprend la présentation de l'origine des données et les différentes méthodes abordées dans les Chapitres 4 à 6. Il permet de présenter notre modèle 3-D de vitesse et d'anisotropie radiale d'ondes $S$ ainsi que les interprétations associées.

### 7.2.1 Introduction

The convergence between the large Eurasian and African plates, which started in the early Cretaceous, is responsible for the creation of several orogens in the Mediterranean region such as the Alps, Carpathians, Apennines and Dinarides (Fig. 7.11) (see e.g. Handy *et al.*, 2010). During the stages of subduction and collision, several microplates were involved. The most important one is the Adriatic microplate (or Adria), initially attached to Africa (e.g. Handy *et al.*, 2010). Adria plays the role of the upper plate in the Western and Central Alps but is in subduction both under the Apennines and Dinarides (e.g. Lippitsch *et al.*, 2003; Spakman et Wortel, 2004; Wortel et Spakman, 2000). This results in a complex tectonic setting involving high deformation in the crust (e.g. Nocquet et Calais, 2004), switch in the polarity of subduction (e.g. Handy *et al.*, 2014; Vignaroli *et al.*, 2008) and interaction of slabs in the mantle (e.g. Faccenna *et al.*, 2014; Vignaroli *et al.*, 2008).

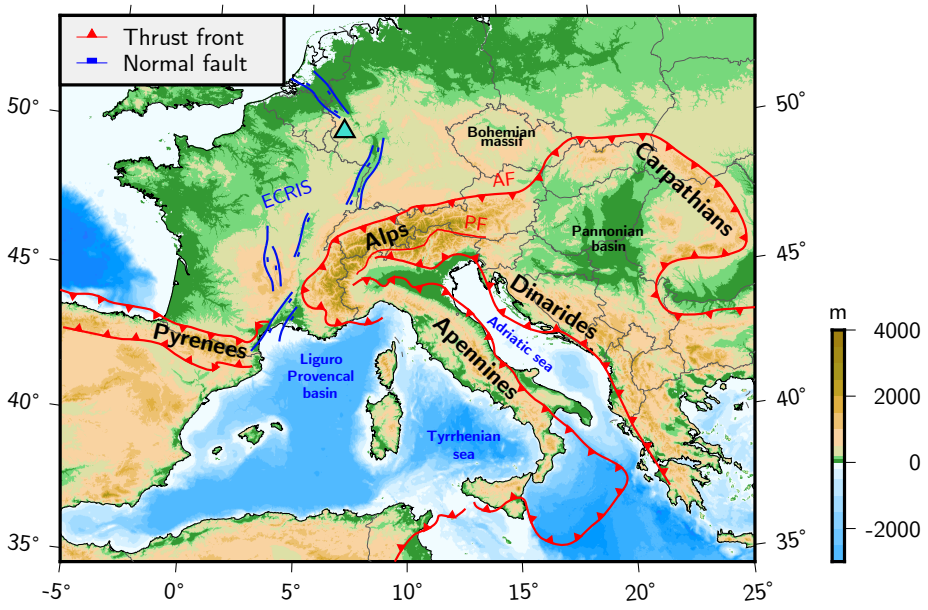



**Fig. 7.11** – Topographic map of the study area with main geological features. Blue triangle: Eifel hotspot; ECRIS: European Cenozoic Rift System; AF: Alpine front. PF: Periadriatc fault.

For those reasons, the Mediterranean region has been extensively studied through seismic imaging. High velocity anomalies observed in body waves travel time tomographic studies are associated to the European and Adriatic slabs subducting under the Alps, Apennines and Dinarides (e.g. Koulakov *et al.*, 2009; Lippitsch *et al.*, 2003; Piromallo et Morelli, 2003; Spakman et Wortel, 2004; Wortel et Spakman, 2000). Several slab gaps are also observed: the Adriatic slab seems to be broken under the Central Apennines and Northern Dinarides (Piromallo et Morelli, 2003) as well as the European slab under the Western and Eastern Alps (Lippitsch *et al.*, 2003; Piromallo et Morelli, 2003).

Seismic imaging of the crust is of great importance to understand the geodynamics of the Mediterranean region. First, a lot of the deformation ongoing in the area is accommodated in the crust (e.g.

Nocquet et Calais, 2004; The ECORS-CROP Deep Seismic Sounding *et al.*, 1989). Its structure is thus very complex and highly variable. In addition, in tomographic models, errors in the crust might propagate into the mantle during the inversion procedure and bias the results. A good model of the crust is required in mantle tomography, as details within the crust cannot be resolved by long-period seismic waves. Inaccurate crustal corrections lead to artefacts in poorly constrained parts of the mantle. In particular, there are strong trade-offs between heterogeneities in the crust and anisotropy in the mantle (Bozdağ et Trampert, 2008; Chang et Ferreira, 2017; Panning *et al.*, 2010).

Correctly mapping the crust with high resolution is then essential to link surface processes to the dynamic of the underlying mantle. In the last decades, ambient noise tomography has proven to be a reliable technique to image the crust and uppermost mantle at a higher resolution than with earthquake tomography (Kästle *et al.*, 2018, 2016; Lu *et al.*, 2020, 2018; Molinari *et al.*, 2015; Stehly *et al.*, 2009; Verbeke *et al.*, 2012). In the Alps and Apennines, Molinari *et al.* (2015) have simultaneously inverted group and phase Rayleigh wave velocities between 5 and 37 s to retrieve the 3-D shear velocity structure in the crust. By using Rayleigh group dispersion data measured on a broader period range, between 5 and 150 s, Lu *et al.* (2018) reconstruct the shear wave velocity structure in the crust and uppermost mantle in Europe. To retrieve even deeper structures, Kästle *et al.* (2018) combine both ambient noise and earthquakes data. Rayleigh and Love waves phase velocities are estimated between 4 and 75 s by ambient noise correlation and between 8 and 250 s by using the "two-Station method" for measuring surface wave phase velocity from earthquakes signals (e.g. Sato, 1955; Soomro *et al.*, 2016). The dataset is then used in an isotropic inversion to retrieve the shear wave velocity structure in the crust and upper mantle, down to 220 km. All of the ambient noise tomographic models cited above agree well on the first order structures and are in good agreement with both active and passive seismic studies. In addition, their high resolution (of a few tens of kilometres laterally and a few kilometres vertically), especially at short periods, allows to image sedimentary basins and small features in the crust such as the Ivrea body (Kästle *et al.*, 2018; Lu *et al.*, 2020, 2018).

One of the limitations encountered in these ambient noise studies in that they do not take into account seismic anisotropy. Azimuthal and radial anisotropy are used as proxies to infer the patterns of deformation in the crust and mantle rocks, and are thus of great interest in regions undergoing high strain related to the tectonic setting.

In the Alps, azimuthal anisotropy has been studied mainly from SKS splitting. It shows that fast velocity directions are globally parallel to the mountain chain in the Western and Central Alps (Barruol *et al.*, 2011, 2004; Lucente *et al.*, 2006; Salimbeni *et al.*, 2018) and the Eastern Alps (Bokelmann *et al.*, 2013). In the Eastern Alps however, Qorbani *et al.* (2015) observe two different orientations of anisotropy and interpret the results in terms of two distinct anisotropic layers. Regarding the Apennines, a compilation of SKS studies by Palano (2015) shows a relatively simple orogen parallel pattern of anisotropy.

One of the remaining challenges in SKS splitting is the difficulty to estimate the depth of the observed anisotropy. By using Rayleigh phase measurements between 8 and 40 s derived from ambient noise data, Fry *et al.* (2010) show a two-layer organisation of azimuthal anisotropy in the Central Alps. Fast velocity direction of Rayleigh waves are parallel to the alpine chain in the crust and normal to the chain below the Moho. Even though this study allows to distinguish between the crustal and mantellic contributions

of azimuthal anisotropy, it is limited to the case of the Central Alps and no similar study has been done on the whole mountain chain.

Concerning radial anisotropy, even though Kästle *et al.* (2018) use both Rayleigh and Love dispersion measurements in their study in Europe, the two wave types are inverted separately while their joint inversion would allow to image radial anisotropy at depth. By comparing tomographic models to flow models in the mantle of Europe and the Mediterranean region, Schaefer *et al.* (2011a) suggest that negative radial anisotropy ($V_{SH} < V_{SV}$) is expected under Eastern France and the Alps associated to vertical flow in the asthenospheric mantle. Positive radial anisotropy ($V_{SH} > V_{SV}$) is expected in most of Europe at depths corresponding to the lithosphere-asthenosphere boundary and at 250 km depth. The anisotropic features discussed by Schaefer *et al.* (2011a) are however not particularly observed in long period body waves (Boschi *et al.*, 2009; Kustowski *et al.*, 2008; Zhu *et al.*, 2015) or surface waves (Kustowski *et al.*, 2008; Schivardi et Morelli, 2011) tomographic studies performed in Europe which are furthermore inconsistent between each other in most of the region.

This inconsistency might arise from the presence of extrinsic anisotropy in the mentioned tomographic models (see Bodin *et al.*, 2015, for a review). Extrinsic anisotropy is expected to be the result of unresolved small-heterogeneities (Backus, 1962) and has been estimated to be non-negligible in tomographic models imaging the mantle (Alder *et al.*, 2017; Fichtner *et al.*, 2013; Wang *et al.*, 2015, 2013) reaching about 30 % of the total imaged radial anisotropy (Alder *et al.*, 2017; Wang *et al.*, 2015).

There is a trade-off between spatial roughness and anisotropy when inverting long-period seismic data. By introducing anisotropy as a free parameter in an inversion, tomographers are able to fit seismic data with smoother models and fewer spatial parameters (Montagner et Jobert, 1988; Trampert et Woodhouse, 2003). Inverting for anisotropy allows to better fit the data compared to an isotropic inversion, and as a consequence, the level of recovered anisotropy may be artificially high. For example, the model of Schaefer *et al.* (2011b) shows anisotropy equally high in the strongly deformed regions (Alps and Apennines) and in more stable regions (France and Germany). In this context, the question is whether anisotropy is really required in all parts of the model.

By taking advantage of the recent deployment of the AlpArray network (Hetényi *et al.*, 2018), we construct the first 3-D high resolution model of isotropic shear-wave velocity and radial anisotropy in the crust and uppermost mantle in Europe. This model is built from a new dataset of Rayleigh and Love group velocity in the period range 5 to 150 s. These velocities are estimated from the correlation of horizontal and vertical components of ambient noise recorded at more than 700.000 station pairs. After a careful selection of the group velocity measurements, the model is built following three steps. First, at each period, Rayleigh and Love data are inverted separately to build 2-D isotropic group velocity maps for Rayleigh and Love waves. Dispersion data extracted from the 2-D maps are then inverted at depth for shear wave velocity, radial $S$ wave anisotropy and the $V_P/V_{SV}$ ratio. To account for the trade-off between small-scale heterogeneities in the form of layering and radial anisotropy (Backus, 1962), we use the transdimensional hierarchical Bayesian inversion of Yuan et Bodin (2018) to sample the ensemble of possible anisotropic layered models. In this procedure, the number of layers, as well as the presence (or absence) of anisotropy in each layer are treated as unknown parameters. In this way, anisotropy is not imposed at the outset, but is added to a layer only if required by the data. This procedure prevents from having an anisotropic signal present in all parts of the model as seen in previous studies. All 1-D profiles

are then assembled to build a 3-D probabilistic model of shear-wave velocity and radial anisotropy in the crust and uppermost mantle in Europe. From this model, we show that radial anisotropy is not pervasive in the crust and uppermost mantle in contrast to previous studies. It is mainly located in the lower crust, especially in the Apennines, where it could be related to the present-day extensive deformation observed from GPS measurements. In the Ivrea body, the presence of negative anisotropy suggests vertical flow in the Adriatic mantle. These results suggest that a significant part of the radial anisotropy that has been observed in longer period surface waves studies has an extrinsic component.

### 7.2.2 Ambient noise processing and determination of group velocity dispersion curves

#### Data origin and pre-processing of seismic records

We use the vertical and horizontal components of continuous seismic noise recorded at broadband European stations between 2010 and 2016 and correlated in the period range 30-150 s as well as noise recorded between 2016 and 2017 and correlated in the period range 5-100 s. The 1521 receivers belong to the AlpArray temporary experiment (Hetényi *et al.*, 2018) and other European permanent and temporary networks (Fig. 7.12).

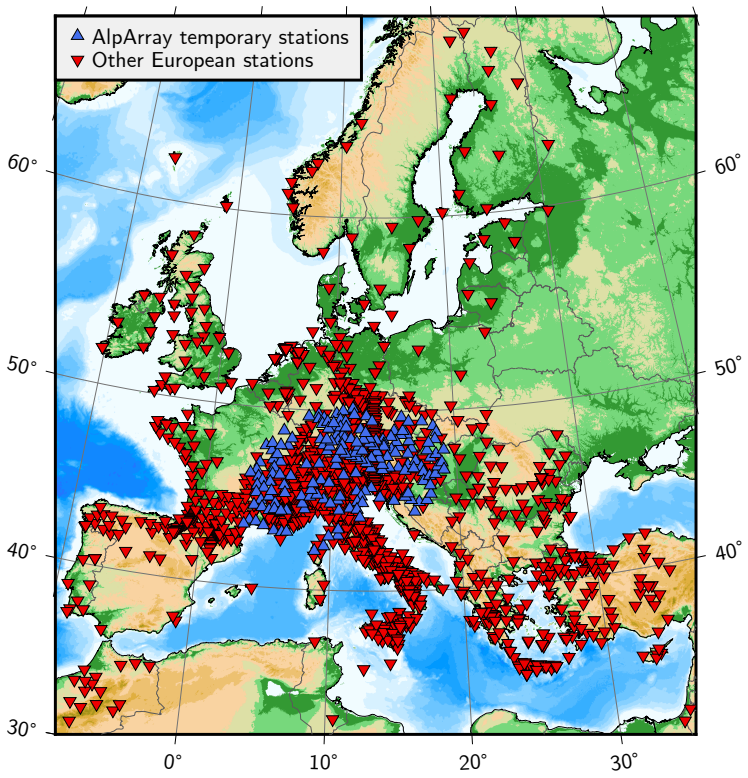



**Fig. 7.12** – Map of stations used in this study.

Each record (one per receiver and component) is pre-processed following several steps. Records are first deconvolved from the instrument response before being corrected from their mean and trend and band-pass filtered. In order to enhance the signal associated to low energy noise sources and to minimize the effect of punctual sources (e.g. earthquakes, winter storms) that would bias the results of noise correlations, we apply a comb filter: each record is filtered and normalized by its envelope in different period ranges before being summed up again on the whole period range.

**Noise correlation and estimation of group velocity dispersion curves**

Cross-correlations are computed between every component of a station pair by segments of 4 hours. The correlations calculated on the 4-hour segments are then stacked over the whole record duration. The resulting 9 cross-correlations are used to build the $3 \times 3$ Green's tensor (e.g. Campillo, 2006; Shapiro et Campillo, 2004) describing the impulse response of the medium between the two stations. This tensor is finally rotated into the radial-transverse-vertical coordinate system, the TT component being associated to Love waves whereas ZZ, ZR, RZ and RR components are related to Rayleigh waves. In this study, Love wave dispersion data are calculated from the TT correlations and Rayleigh wave dispersion curves are estimated from the ZZ correlations only since most of the Rayleigh wave energy is recorded on the vertical component.

As done in Lu *et al.* (2018); Stehly *et al.* (2009), group velocity dispersion curves for the fundamental mode of Love and Rayleigh waves are computed from the correlations using a time-frequency analysis (Dziewonski *et al.*, 1969; Herrmann, 1973). This is done in the period range 5 s to 150 s, separately on the causal (positive time) and acausal (negative time) parts of the correlation. The wave arrival is first isolated in the group velocity window 1-5 km/s. A multiple Gaussian filter is then applied in the frequency domain. At this step, the width of the filter is adapted to the inter-station distance in order to ensure a good resolution in the time-frequency domain (Levshin *et al.*, 1989). A correction is then applied to the frequency associated to each velocity measurement to account for the shift observed at periods close to 7 s and 14 s related to microseismic peaks.

**Measurements selection**

At each period between 5 and 150 s, the group velocity measurements resulting from the correlation of ambient noise are selected for Rayleigh and Love waves following three main steps. This selection is jointly conducted for Rayleigh and Love waves measurements since we do not want to introduce any bias due to a difference in lateral resolution in the 2-D tomographic maps. Indeed, the lateral resolution is controlled by data coverage. Having a different coverage between Rayleigh and Love waves would then lead to lateral discrepancies between Rayleigh and Love waves velocity maps thus introducing artificial radial anisotropy in our final 3-D model.

First, measurements associated to recording issues or errors in the correlations are removed from the dataset. Following Lu *et al.* (2018), the next step of selection is based on criteria summarised in Tab. 7.1. First, we ensure that the velocity is in the range 1 km/s - 5 km/s, the range of group velocities expected for sedimentary, crustal and uppermost mantle rocks. Then, we only keep data with a signal-to-noise ratio (SNR) greater than 5 for both the causal and acausal parts. This SNR is defined as the ratio of

| Expected group velocity (km/s) | Signal-to-noise ratio | Symmetry | Inter-station distance |
|---|---|---|---|
| [1;5] | $\geq 3$ | $\lvert u_c - u_a \rvert \leq 0.2$ km/s | [2;50] $\times\lambda$ |

**Tab. 7.1** – Selection criteria applied to group velocity measurements at each period. $u_c$, respectively $u_a$, is the group velocity of the causal part, respectively the acausal part, of the signal. $\lambda$ is the wavelength at the period we consider.

the peak amplitude of the wave to the standard deviation of noise observed after its arrival. To avoid some biased caused by a non-homogeneous distribution of noise sources (e.g. Stehly *et al.*, 2007), we also discard station pairs based on a symmetry criterion: only measurements with group velocities differing by less than 0.2 km/s for the causal and acausal parts of the correlation are selected. Finally, we only consider measurements with stations separated by 2 to 50 seismic wavelengths. Shorter wavelengths would bring interferences of surface waves between the causal and acausal parts. Inter-station distances greater than 50 wavelengths are mainly observed at periods smaller than 15 s. At these periods, very long paths ($>$ 2000 km) are likely to deviate significantly from the great circle due to strong crustal heterogeneities, and they are not likely to bring much useful information on the structure.

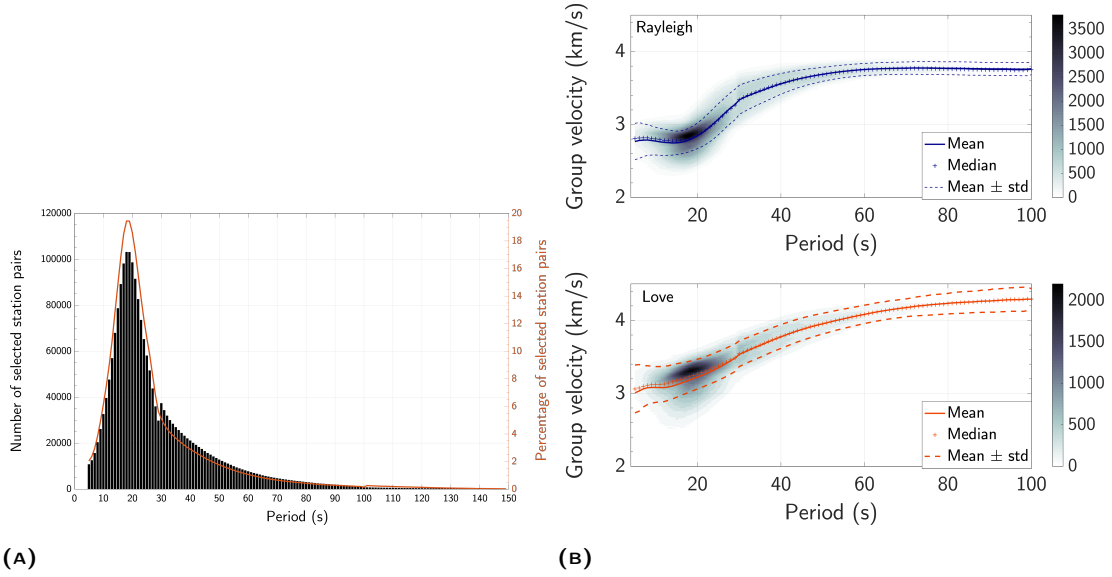



**Fig. 7.13** – A) Evolution of the number of selected station pairs according to period and corresponding proportion of the initial dataset. The two-step selection is performed jointly for both Rayleigh and Love group velocity measurements. B) Ensemble of selected Rayleigh and Love dispersion measurements. The number of data is color coded. The mean and median values are represented as well as one standard deviation from the mean.

The following step consists in removing outlier measurements. After the first steps, the distribution of measurements at each period is close to a Gaussian. At each period, we only keep station pairs with group velocity differing by less than 2.64 standard deviations from the mean. This threshold allows to keep 99.18% of the surface below the Gaussian while removing extreme values (Dziewonski *et al.*, 1969).

This step is done separately for both Rayleigh and Love waves before selecting station pairs that are common to the two sub-groups. It ensures to keep the same data coverage for both Rayleigh and Love waves.

Finally, the measurements used in the tomographic inversion (Section 7.2.3) are the average between the causal and acausal group velocities of each selected stations pairs. As shown in Fig. 7.13, their number after the selection procedure depends on the period. It corresponds to 2 % to 19 % of the initial dataset, with a maximum of 103 192 stations pairs around 25 s of period.

### 7.2.3 Rayleigh and Love group velocity tomography

#### 2-D tomographic inversion method

Our dataset corresponds to the selected Rayleigh and Love waves group velocity measurements between stations pairs in the period range 5 s to 150 s. At each period, the group velocities are combined in a tomographic inversion to build 2-D isotropic velocity maps for Rayleigh and Love waves. The procedure follows a classical linearised inversion within the framework of ray-theory, as described in Debayle et Sambridge (2004). Here, we summarize the method but the reader is referred to the original paper for more details and discussion.

The continuous regionalization approach of Debayle et Sambridge (2004) uses the least squares solution for linearised inverse problem originally described in Tarantola et Valette (1982). Within this framework, the problem is linearised around a homogeneous velocity model $\mathbf{m}_0$. The regularization of the solution model is controlled by a Gaussian a priori covariance function $\mathbf{C}_{m_0}$ :

$$\mathbf{C}_{m_0}(\mathbf{r}, \mathbf{r'}) = \sigma_m^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\Delta^2(\mathbf{r}, \mathbf{r'})}{L_{corr}^2}\right) \tag{7.1}$$

In this equation, $\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r'})$ is the great-circle distance separating two geographical points located in $\mathbf{r}$ and $\mathbf{r'}$. $L_{corr}$ is the horizontal correlation length controlling the lateral degree of smoothing in the model. The choice of $L_{corr}$ depends on the ray coverage and on the wavelength. Debayle *et al.* (2016) observed that the 3-D model is smoothed over wavelengths of at least $3L_{corr}$ (distance between two points on each side of the maximum, with amplitude approximately one third of the maximum). After several trials, and taking advantage of the extremely dense coverage available in this study (Fig. 7.15), we choose to increase $L_{corr}$ with period according to Tab. 7.2. Using larger values of $L_{corr}$ would provide smoother maps leading to a poorer fit to the data but would not change the result of this study. Finally, $\sigma_m$ in Eq.7.1 controls the maximum amplitude of velocity perturbations allowed in the final model, with respect to the a priori model $\mathbf{m}_0$. At each period, this a priori model $\mathbf{m}_0$ is the mean of the observed group velocity measurements and $\sigma_m$ is set to 0.05 km/s. This value is standard with this approach and allows to recover very large velocity variations, reaching up to 20% at 8 s period, as can be seen in Fig. 7.14.

A diagonal covariance matrix for data errors $\mathbf{C}_{d0}$ is also defined. Its diagonal terms are $\sigma_{di}^2$, with $\sigma_{di}$ the estimated data error. For each type of wave, we define this error at each period as the average of the absolute value of the velocity difference between all causal and acausal measurements. Since $\sigma_{di}$ controls the relative contribution of stations couple $i$ to the final model, all station pairs $i$ at a given

| **Period T (s)** | $T \leq 20$ | $20 < T \leq 50$ | $50 < T \leq 100$ | $100 < T$ |
|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{L}_{corr}$ **(km)** | 20 | 25 | 50 | 100 |

**Tab. 7.2** – Correlation lengths used in the tomographic inversion depending on period. This parameters controls the smoothing of the final model.

period contribute equally to the model. This is a reasonable choice, as we can't estimate robust error on the group velocity for each individual station pair.

The 2-D inverted group velocity model is discretised on a regular grid ($0.15^\circ \times 0.15^\circ$), smaller than the minimum smoothing ($3L_{corr} \sim 0.6^\circ$) of the model. This parametrization allows to retrieve lateral heterogeneities of the size of a few tens of kilometers, especially at short periods, while keeping a reasonable computational cost of few hours per period.

### Group velocity maps

Group velocity maps for Love and Raleigh are shown at 8 s, 30 s and 55 s periods in Fig. 7.14. The corresponding ray densities are depicted in Fig. 7.15.

At 8 s, both Love and Rayleigh waves are sensitive to the upper crust. In agreement with previous studies conducted from ambient noise in the area (e.g. Kästle *et al.*, 2018; Lu *et al.*, 2020, 2018; Molinari *et al.*, 2015), the low velocity zones in our model highlights the main sedimentary basins. The Alpine molasse is particularly well imaged and nicely follows the plate boundary, from the Mediterranean sea towards the Carpathians. The extent of the South-Eastern basin in France is larger when imaged from Rayleigh waves compared to Love waves. This difference could be related to the fact that at a given period, Rayleigh waves are sensitive to deeper structures compared to Love waves. The Pô plain is also well retrieved on our maps as well as the Vienna basin (approximately 48°N, 16°E), the Rhine graben or, to a lesser extent, the Aquitanian basin. High velocity anomalies are in contrast associated to mountain belts such as the Alps, the central Apennines, the Dinarides or the Pyrenees. Variscan massifs are also associated to high velocities. This is the case for the Armorican Massif, the Central Massif and especially the Bohemian Massif which is well visible of both Rayleigh and Love maps.

At 30 s, surface waves are mostly sensitive to the base of the crust and the uppermost part of the mantle. Thus, low velocity anomalies observed in the Alps, Apennines and Dinarides are associated to the crustal roots of these orogens. Interestingly, the Love wave low velocity anomaly is stronger beneath the Apennines than beneath the Alps, while these differences are not observed for Rayleigh waves. A possible explanation is that Love waves see very low crustal velocities above the shallower Moho beneath the Apennines and mid crustal velocities above the deeper Moho beneath the Alps (e.g. Spada *et al.*, 2013). Due to their slightly deeper sensitivity at the same period, Rayleigh waves would pick up the slow velocity above the Apennines Moho, but also the higher mantle velocities at greater depths, resulting to an average slow velocity anomaly similar in strength to the ones observed above the deeper Moho of the Alps. If correct, this supports the idea of very high temperatures in the lower crust of the Apennines (Chiarabba et Amato, 1996; Chiarabba *et al.*, 2009; Di Stefano *et al.*, 2009).

The pattern of velocity anomalies observed at 55 s suffers from some smearing of the high velocity

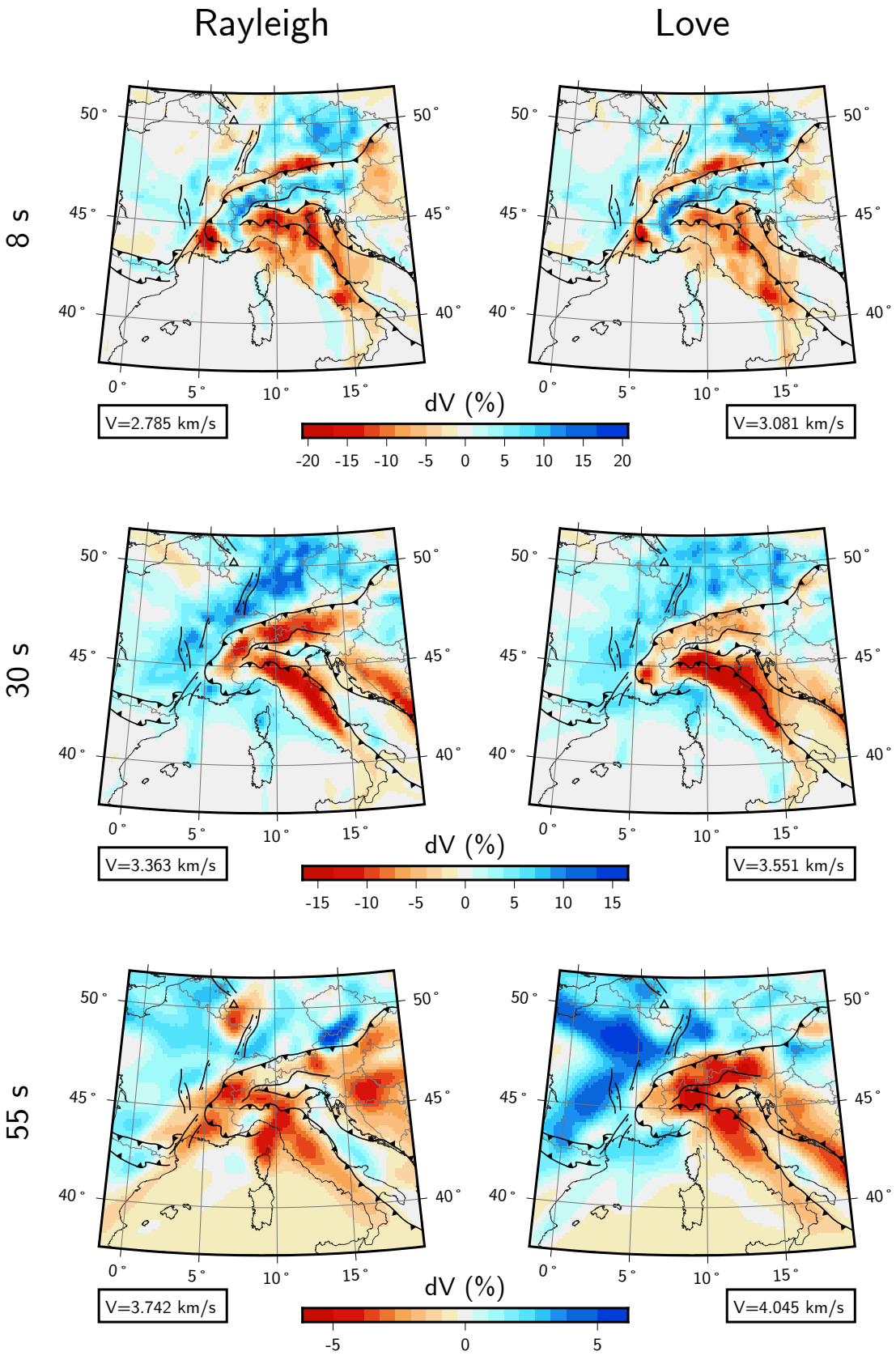



**Fig. 7.14** – Group velocity perturbation maps for Rayleigh and Love waves at periods 8, 30 and 55 s. The reference velocity is indicated below each map.

anomalies, mostly in France (see ray density maps on Fig. 7.15). Several features are nonetheless clearly observable (Fig. 7.14). The Eifel volcanic region in Western Germany is associated with a strong Rayleigh wave low velocity anomaly and a weaker low velocity anomaly for Love wave. Again, this may be due to the deeper penetration of Rayleigh waves, sampling at this period the top of the asthenosphere, while Love waves would mostly see the lithosphere. The differences between the Love and Rayleigh patterns beneath the Alps, Apennines and Dinarides clearly suggest the presence of strong heterogeneities and radial anisotropy variations in the lower crust and top of the upper mantle. We will discuss in details the origin of these variations after inverting the group velocity maps at depth for the 3-D pattern of $V_{SV}$ and radial anisotropy.

### 7.2.4 Bayesian inversion for the deep shear velocity and anisotropic structure

In this section we invert at depth the group velocity maps to obtain a 3-D model of shear wave velocity and radial anisotropy of the region. The inversion is a 1-D inversion at each geographical cell of the fundamental-mode Rayleigh and Love waves dispersion curves extracted from the group velocity maps. The dispersion data are extracted from 5 s to 150 s with a step of 5 s and are inverted at depth in a probabilistic way using a 1-D Bayesian algorithm (Bodin *et al.*, 2012a,b; Yuan et Bodin, 2018). In the procedure, each point is treated independently but each inversion is carried out jointly for Rayleigh and Love waves. Since Love waves are sensitive to $V_{SH}$ and Rayleigh waves are primarily sensitive to $V_{SV}$ (and to a lesser extent, to $V_{SH}$ and $V_P$), we invert for the $V_{SV}$ structure, the $V_P/V_{SV}$ ratio and radial anisotropy. The radial anisotropy parameter is defined in our study as $\gamma = \frac{V_{SH}}{V_{SV}} - 1$, as commonly used to describe radial anisotropy in crustal studies (e.g. Xie *et al.*, 2015).

#### Parametrization of the model

At each geographical point, the inverted model is defined as a stack of layers, with the last layer being an half space. Since surface waves do not constrain sharp discontinuities such as the Moho, we use the isotropic $V_S$ model of Lu *et al.* (2018) as a reference velocity structure. This model is defined at each point as a 4-layer structure. It depicts Moho topography as well as isotropic smooth $V_s$ variations for the crust and uppermost mantle. As described in (Yuan et Bodin, 2018), the reference model can be seen as a background model. It remains unchanged during the inversion and is therefore used to impose discontinuities in the target model, i.e. the solution model. The target model is then a combination of the reference model and the inverted model. Regarding shear wave velocity, the inverted model is parametrized as a perturbation around the isotropic reference model. For a layer at depth $z$, the velocity $V(z)$ in the target model is

$$V(z) = V_0(z)(1 + dV(z)) \tag{7.2}$$

$$\tag{7.3}$$

where $V_0$ refers to $V_{SV}$ in the isotropic reference model and $dV(z)$ is the perturbation (in percent) in terms of shear wave velocity. These perturbations are the velocity parameter we invert for. Note that

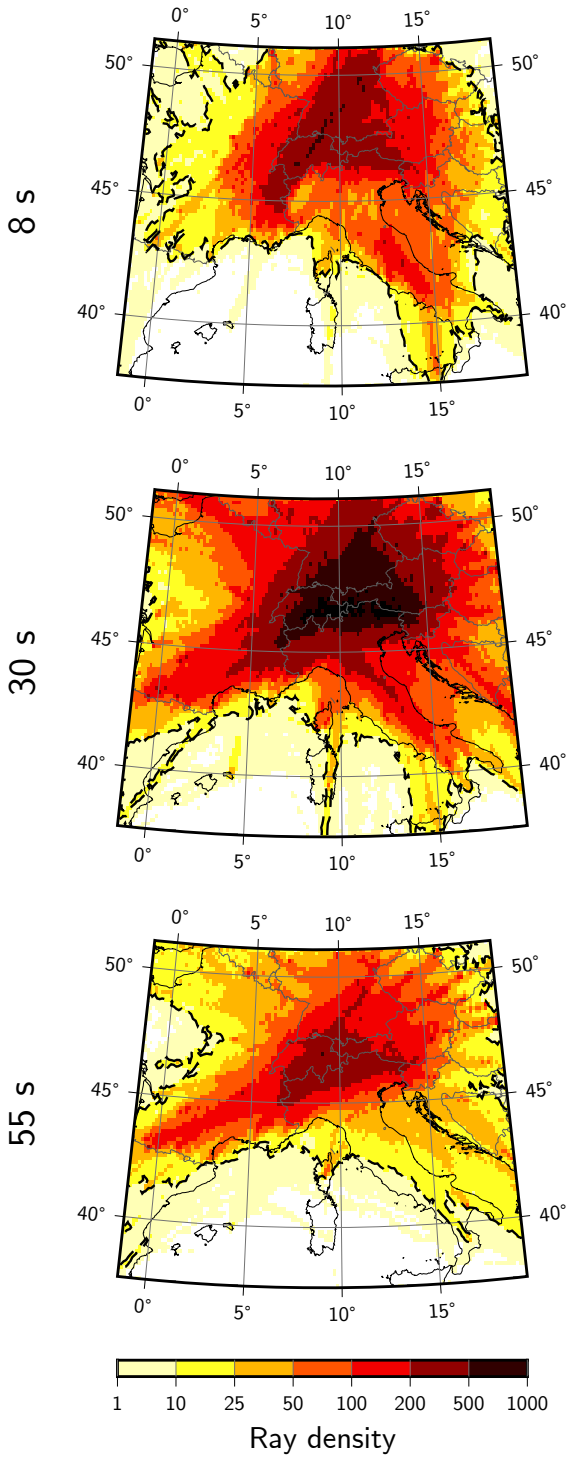



**Fig. 7.15** – Ray density maps at periods 8 s, 30 s and 55 s. It corresponds to the number of paths crossing each cell. The dashed black line delimits a surface with ray density higher than 10.

the perturbations do not need to be small, as there is no linearisation involved in the forward calculation of dispersion curves. The ratios $V_{SH}/V_{SV}$ and $V_P/V_{SV}$ in each layer of the inverted model, as well as the thickness of each layer, are also free parameters for which we invert for.

**Transdimensional Hierarchical Bayesian framework**

The inverted model is defined as a stack of layers where each of them is described by 4 unknown parameters: its thickness, $dV$, $V_P/V_{SV}$ ratio and $V_{SH}/V_{SV}$. The density $\rho$ is being scaled on $V_P$ following the empirical relation $\rho = 2.35 + 0.036\ (V_P - 3)^2$ (Tkalćić *et al.*, 2006). However, a strong trade-off exists between radial anisotropy and vertical heterogeneities (i.e. horizontal layering) (see e.g. Alder *et al.*, 2017; Backus, 1962; Bodin *et al.*, 2015). Models explaining both Love and Rayleigh dispersion curves may be isotropic with a large number of layers, or anisotropic with fewer layers. The inverse problem we are facing is then highly non-unique since a model with a lot of isotropic layers can explain the data as well as a model with fewer anisotropic layers. To address this non-uniqueness, we place ourselves in a transdimensional Bayesian framework where the number of model parameters is an unknown. Within a Bayesian framework, every information is treated in a probabilistic way. The solution of our inverse problem is an ensemble of 70,000 layered models distributed according to the posterior probability distribution $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs})$: it represents the probability density of the model $\mathbf{m}$ given the observed dispersion curves $d_{obs}$ (and given the reference model $V_0(z)$). According to Bayes' theorem,

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs}) \propto p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m}) \times p(\mathbf{m}) \tag{7.4}$$

$$\text{posterior} \propto \text{likelihood} \times \text{prior}$$

the posterior probability distribution $p(\mathbf{m}|\mathbf{d}_{obs})$ is a function of the prior $p(\mathbf{m})$ and the likelihood function $p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})$. The prior represents the state of knowledge on the model before taking into account the data whereas the likelihood function is the probability of observing the measured dispersion curves given a particular model.

The Bayesian framework we use here is transdimensional, meaning that the number of model parameters is treated as an unknown. In our case, it implies that the total number of layers, as well as the number of anisotropic layers is not fixed during the procedure but is adjusted in order to fit the data to the degree required by their estimated noise. Each layer can be either isotropic and described solely by its shear wave velocity perturbation $dV$, and $V_P/V_S$ ratio (in this case, $V_{SH}/V_{SV}$ is fixed to unity), or radially anisotropic and described by three parameters: $dV$, $V_P/V_S$, and $V_{SH}/V_{SV}$. The thickness of each layer is also variable and the last layer is a half-space.

Fortunately, like every Bayesian inversions, this procedure is naturally parsimonious, meaning that for a given level of data fit, simpler models with less parameters are preferred over complex ones (e.g. Sambridge *et al.*, 2013). Models with a few numbers of isotropic layers will then be preferred in our specific case.

The level of data noise, i.e. the error on the data, is therefore an important parameter in a Bayesian inversion as it controls the required level of fit to the observed dispersion curves. This is achieved through

the calculation of the likelihood function $p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m})$. Here, the likelihood is based on a least squares misfit function in the form

$$p(\mathbf{d}_{obs}|\mathbf{m}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\right)^{2n} \times (\sigma_R\ \sigma_L)^n} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{||\mathbf{U}_R - \mathbf{u}_R(\mathbf{m})||^2}{\sigma_R^2} + \frac{||\mathbf{U}_L - \mathbf{u}_L(\mathbf{m})||^2}{\sigma_L^2}\right)\right\} \tag{7.5}$$

where $n$ is the number of points in the dispersion curves, which is the same for Love and Rayleigh waves, $\mathbf{U}_R$ and $\mathbf{U}_L$ are the observed dispersion curves for Rayleigh and Love waves, and $\mathbf{u}_R(\mathbf{m})$ and $\mathbf{u}_L(\mathbf{m})$ are the dispersion curves calculated from the forward problem for Rayleigh and Love waves (Bodin *et al.*, 2016). $\sigma_R$ and $\sigma_L$ respectively refer to the estimated noise on Rayleigh and Love data.

The estimation of data errors is a well-known issue as both theoretical and observational errors are often hard to estimate. Moreover, underestimating noise would introduce more structure in the solution model to fit the data at a non necessary level, whereas overestimating errors would lead to smooth models that miss the true structure.

Here, the data are the group velocities at each geographical point of the tomographic maps obtained after the first inversion. The estimation of errors on these tomographic maps is computationally too expensive for a tomographic problem of this size (Debayle et Sambridge, 2004). In addition, these errors on the maps are bounded by the arbitrary choice of data errors estimated before the 2-D inversion, and may not be seen as an "objective" estimation of uncertainties (Tarantola et Valette, 1982).

To overcome this lack of knowledge on data noise, we extend the Bayesian formulation of the problem and use a Hierarchical Bayes model (Bodin *et al.*, 2012a; Malinverno et Briggs, 2004) where the data errors $\sigma_R$ and $\sigma_L$ are not fixed but have a broad prior distribution that we take as uniform. These errors are treated as unknown parameters to be inverted for. We argue that this approach, which allows to estimate in an objective way the level of data noise, is superior to the classical method, where data errors are fixed and determined from the diagonal terms of the covariance matrix resulting from the 2-D tomographic inversion.

For each of the different parameters involved in our inversion, the prior knowledge is represented by an uniform a priori distribution. The bounds of the distributions are summarized in Tab. 7.3. Concerning the total number of layers, as well as the number of anisotropic layers, which are treated as unknowns in our transdimensional inversion, their uniform distributions are taken as broad as possible, typically from 3 layers to several hundreds. Note that over-complex models with a large number of layers will be penalized in a Bayesian formalism. Our choices of the prior knowledge allow to explore a broad range of model variations, with the idea to allow large velocity amplitude variations.

#### Transdimensional sampling of the posterior distribution

To deal with the variable dimension of the model space imposed by the transdimensional framework, we sample the posterior probability distribution using a reversible jump Markov chain Monte Carlo (rj-McMC) algorithm (Green, 1995). Starting from the isotropic reference model, the method then consists in an iterative random walk in the model space. At each iteration of the chain, a specific move from the current model is uniformly randomly selected from the following possibilities: (1) changing the value of a random layer in $dV(z)$ by adding a random perturbation, (2) changing the value of

| Layer thickness (km) | dV$_{SV}$ (%) | $V_{SH}/V_{SV}$ | $\frac{V_P}{V_{SV}}$ | $\sigma_R$ and $\sigma_L$ (%) | Nb. of layers |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 - + $\infty$ | $\pm$ 30 | 0.8 - 1.2 | 1.6 - 1.9 | 0.2 - 3 | 3 - 300 |

**Tab. 7.3** – A priori information used in the Bayesian inversion.

$V_P/V_{Sv}$ ratio for a random layer, (3) changing the value of $V_{SH}/V_{SV}$ for a random anisotropic layer, (4) modifying the thickness of a random layer, (5) adding or removing a random isotropic layer, (6) adding or removing anisotropy in an existing random layer, (7) randomly modifying the level of data noise. These perturbations only affect the inverted layered model and not the reference model which remains fixed during the whole procedure (see Section 7.2.4). At each iteration, a new model is proposed and only depends on the previous one. The new model is either accepted or rejected in the ensemble solution, depending on acceptance criteria based on the comparison of the likelihoods of the current and proposed models. When the number of iterations goes to infinity, the accepted models are distributed according to the posterior distribution.

Finally, the ensemble solution at each point is a probabilistic distributions of 70,000 layered models of $V_{SV}$ (resulting from the combination of the reference model and the inverted velocity perturbation model), radial anisotropy and $V_P/V_{SV}$ ratio as a function of depth. We will see in Section 7.2.4 that although it is useful to invert for the $V_P/V_{SV}$ ratio to avoid introducing biases on the other parameters, this ratio is poorly constrained, due to the weak and null sensitivity of Rayleigh and Love waves to $V_P$ respectively. We therefore do not interpret the 3-D variations in $V_P/V_{SV}$ and focus on $V_{SV}$ and radial anisotropy. 1-D profiles of $V_{SV}$ and radial anisotropy that we consider representative of the ensemble solution are then extracted from the posteriori distributions. They are finally assembled in a single 3-D model for the crust and uppermost mantle of Europe.

**Synthetic tests**

To discuss the resolving power of our method, we carry out several tests by jointly inverting Rayleigh and Love synthetic dispersion curves for which a white Gaussian noise of 0.3 was added. For each test, the solution is an ensemble of layered models whose distribution is displayed down to 120 km (Fig. 7.16). For each parameter, the dark surface represents 65% of the models in the ensemble solution and the light area corresponds to 95% of the models. Even though no vertical smoothing is applied to the layered models, the mean (dashed line) and median (solid line) are smooth for all the inverted parameters. The true model from which the synthetic dispersion curves are computed is depicted in each panel as a thick solid line. For the $V_{SV}$ parameter, the reference model used in the Bayesian inversion is represented as a thick grey line.

All panels show that the general V$_{SV}$ structure is relatively well retrieved below Moho depth, not only in its tendency but also in its absolute value. However, the posterior mean and median V$_{SV}$ models are smooth, as surface waves alone cannot resolve sharp discontinuities. In particular, at depths shallower than 30 km, we are only able to capture a general increase of velocity instead of the sharp variations imposed in the true models. The Moho in the ensemble solution is imposed by the reference model, as

implied by our particular method.

As expected, radial anisotropy is less constrained than $V_{SV}$: its posterior distribution is quite large. In the isotropic case (case A), at each depth, more than 50% of models in the ensemble solution are isotropic, which makes the median value equal to the true value. This would not be the case if anisotropy was always imposed as an unknown parameter to be inverted for. Variations from isotropy are retrieved in their tendency (cases B to D), but the absolute level of anisotropy, both in positive (>1) and negative (<1) values, is always underestimated when looking at the mean or median of the distribution. Moreover, the depth of base of the anisotropic layer is over-estimated in the ensemble solution. This effect reaches 10 km for case B, where the anisotropic layer is thick and exhibits a strong level of anisotropy (-20%). This has to be taken into account in the interpretations of the 3-D model.

There is clearly a negative trade-off between the $V_P/V_{SV}$ ratio and radial anisotropy (i.e a perturbation in radial anisotropy is associated with a perturbation in $V_P/V_{SV}$ with the opposite sign). The $V_P/V_{SV}$ ratio is not constrained at all and we do not interpret it in our study. We checked that fixing the $V_P/V_{SV}$ in the inversion on the correct value would allow to better recover the amplitude of radial anisotropy. However, as we do not know the actual 1-D profile of $V_P/V_{SV}$, there is a risk to bias the results if we fix the $V_P/V_{SV}$ ratio to a wrong value. For this reason we prefer to invert for $V_P/V_{SV}$, although we do not interpret this parameter.

From these tests, we conclude that the best resolved parameters are $V_{SV}$ and the radial anisotropy. We cannot resolve sharp discontinuities in these parameters, but we recover well their variations although radial anisotropy amplitudes are somewhat underestimated. We also observe that the most reliable statistical value from the posterior distribution is the median, which is more stable than the mean. The velocity and anisotropy maps presented in Fig. 7.17 thus display at each pixel the median of the 70,000 layered models of the posterior distribution.

**Data misfit**

For each geographical point, the misfit between the estimated and calculated velocities for Rayleigh and Love waves is calculated depending on period following:

$$m_R(T) = \sqrt{\frac{\left(u_R(T,\mathbf{m}) - U_R(T)\right)^2}{U_R(T)}} \tag{7.6}$$

$$m_L(T) = \sqrt{\frac{\left(u_L(T,\mathbf{m}) - U_L(T)\right)^2}{U_L(T)}} \tag{7.7}$$

where $u_R(T,\mathbf{m})$ and $u_L(T,\mathbf{m})$ are the mean of the estimated group velocities at period $T$ from each model of the posterior distribution for Rayleigh and Love waves respectively and $U_R(T)$ and $U_L(T)$ are the velocities extracted at $T$ from the Rayleigh and Love 2-D velocity maps.

Misfit maps are shown in Fig. 7.21 in Supplementary, for periods 10, 30 and 55 s. The misfit is the highest at short periods (10 s on the maps), in thick sedimentary basins such as the Po plain or the Vienna basin, and could be related to the complex structure of the basins not perfectly retrieved in our models.

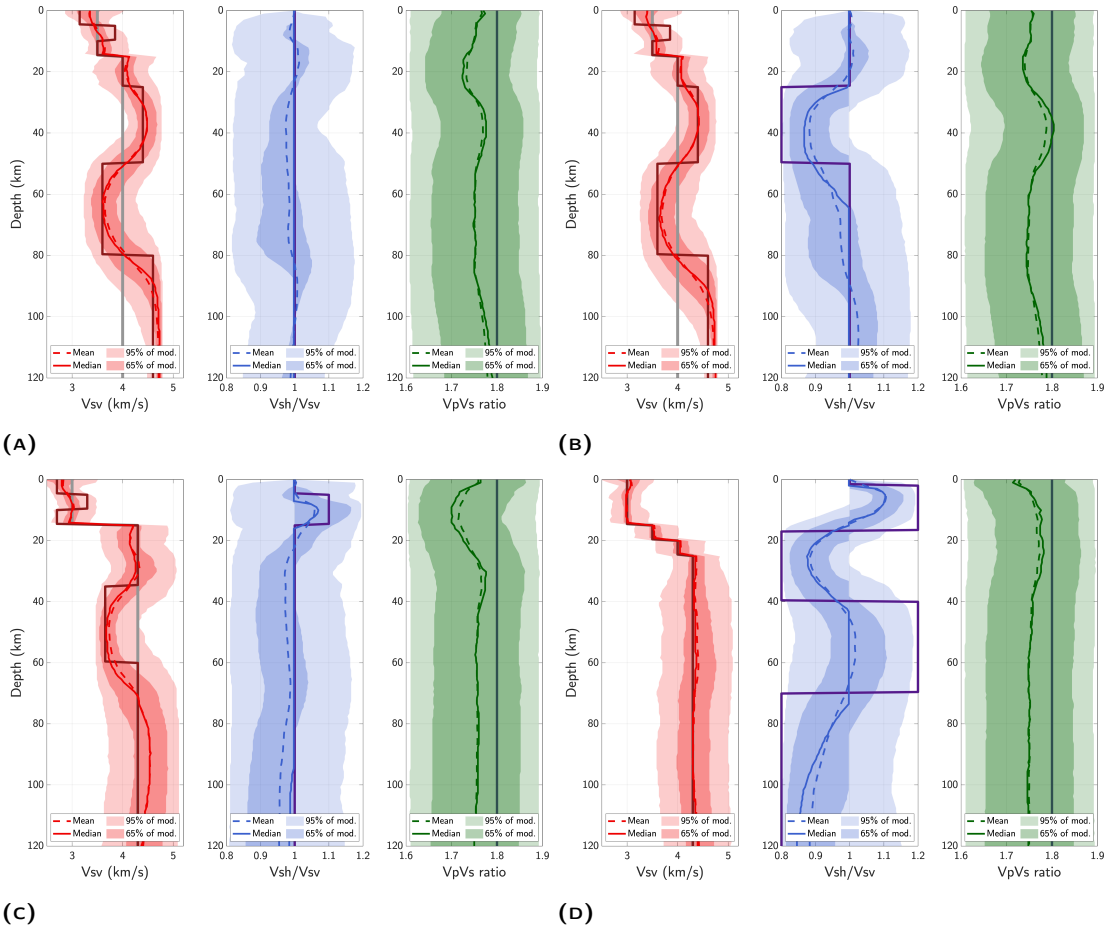



**Fig. 7.16** – Results of several synthetic tests showing the capacity of the method to resolve the shear wave velocity structure as well as the radially anisotropic structure. For each test (A to D), left (red), middle (blue), right (green) panels display the posterior probability density functions of the shear wave velocity, $V_{SH}/V_{SV}$ ratio and $V_P/V_{SV}$ ratio respectively. Dark areas represent 65% of the models in the posterior distribution and light areas corresponds to 95% of the models. The smooth mean (dashed line) and median (thin solid line) of the posterior distributions are displayed on each panel. The true models are displayed as a thick solid line for each parameter. On shear wave profiles, the model used in the Bayesian inversion as a reference for the velocity structure is represented as a thick grey line. A) The true model is isotropic ($V_{SH}/V_{SV} = 1$). B) The true model exhibits strong negative radial anisotropy with $V_{SH}/V_{SV} = 0.8$ between 25 and 50 km depth. C) The true model exhibits positive radial anisotropy $V_{SH}/V_{SV} = 1.1$ between 5 and 15 km depth. D) The true model is completely anisotropic with $V_{SH}/V_{SV}$ alternating between 0.8 and 1.2 with sharp discontinuities between the anisotropic layers.

### 7.2.5 Radially anisotropic 3-D model for the European crust and uppermost mantle

Fig. 7.17 and Fig. 7.18 present 4 depth slices at 8, 32, 50 and 70 km in our final 3-D model. We show in the upper and middle parts of each figure the $V_{SV}$ perturbations and the values of radial anisotropy as the ratio $V_{SH}/V_{SV}$. The lower panels of the figures show the probability that anisotropy takes a positive ($V_{SH} > V_{SV}$) or negative ($V_{SH} < V_{SV}$) value. This probability is the number of models with positive or negative anisotropy expressed as a percentage of the total number of anisotropic models. For instance, a probability of 55% of positive anisotropy at a given location and depth means that 55% of the models exhibiting anisotropy at this depth have $V_{SH}/V_{SV} > 1$. Fig. 7.19 and Fig. 7.20 correspond to cross-sections in our models. The location of profiles AA' to GG' are shown on the anisotropy map at 24 km depth in Fig. 7.20. AA' cross-section corresponds to the CIFALPS profile (Zhao *et al.*, 2015).

#### Velocity structure

In the upper crust (8 km maps in Fig. 7.17), the shear velocity pattern is coherent with the one observed on group velocity maps at 8 s (Fig. 7.14). Thick sedimentary basins such as the Po plain, the Adriatic basin, the Alpine foreland or the Vienna basin, are associated with the lowest velocity anomalies.

At 32 km, our maps highlight variations around Moho depth (Fig. 7.17). The slow velocity anomalies in the Alps, Apennines and Dinarides correspond to the orogens crustal roots. Slow anomalies are also visible in the Anglo-Paris basin in the Northern part of France. The slow velocity signature of the alpine crustal root is limited to the East by the Pannonian basin, where fast anomalies are observed. Stronger high velocity perturbations are associated with areas corresponding to the Cenozoic rift system, from the Rhine graben to Southeastern France, where the crust is thinner (e.g. Molinari et Morelli, 2011).

At 50 km depth, our model shows high velocity perturbations related to the Adriatic slab subducting under the Apennines (Fig. 7.17). Beneath the Alps, the deep crustal root associated with low velocities is still visible, although it is interrupted by a fast anomaly at the junction between the Western and Central Alps. This confirms that the Moho is deeper beneath the Alps than the Apennines (Spada *et al.*, 2013). The slab beneath the Apennines is delimited to the West by a sharp transition to slow anomalies associated to the shallow mantle under the Liguro-Provencal basin and the Tyrrhenian sea. A slab gap is observed in the Southern part of the chain and is confirmed by the comparison between velocity profiles BB' and CC' with profile DD' (Fig. 7.20). Profile EE' where the fast anomaly associated to the slab is less pronounced between 500 and 600 km on the horizontal scale also underlines this gap. At 50 km depth (Fig. 7.18), the slab appears to be divided in several segments, especially in the Northern Apennines. At 70 km depth, the high velocity anomaly associated with the slab shifts to the West, in agreement with a subduction of the Adriatic slab towards the West. On cross-section BB' (Fig. 7.20), high velocity anomalies are observed in the mantle below the Apenninic front, plunging towards the South-West down to 100 km depth. This is another argument for the subduction of Adria towards the West. However, the subduction polarity is lost on profiles CC' and DD'.

Finally, the slow velocity anomaly associated with the Eifel volcanic region is observed at 50 and 70 km, but not at shallower depths. This suggests the presence of a thermal anomaly that spreads at the

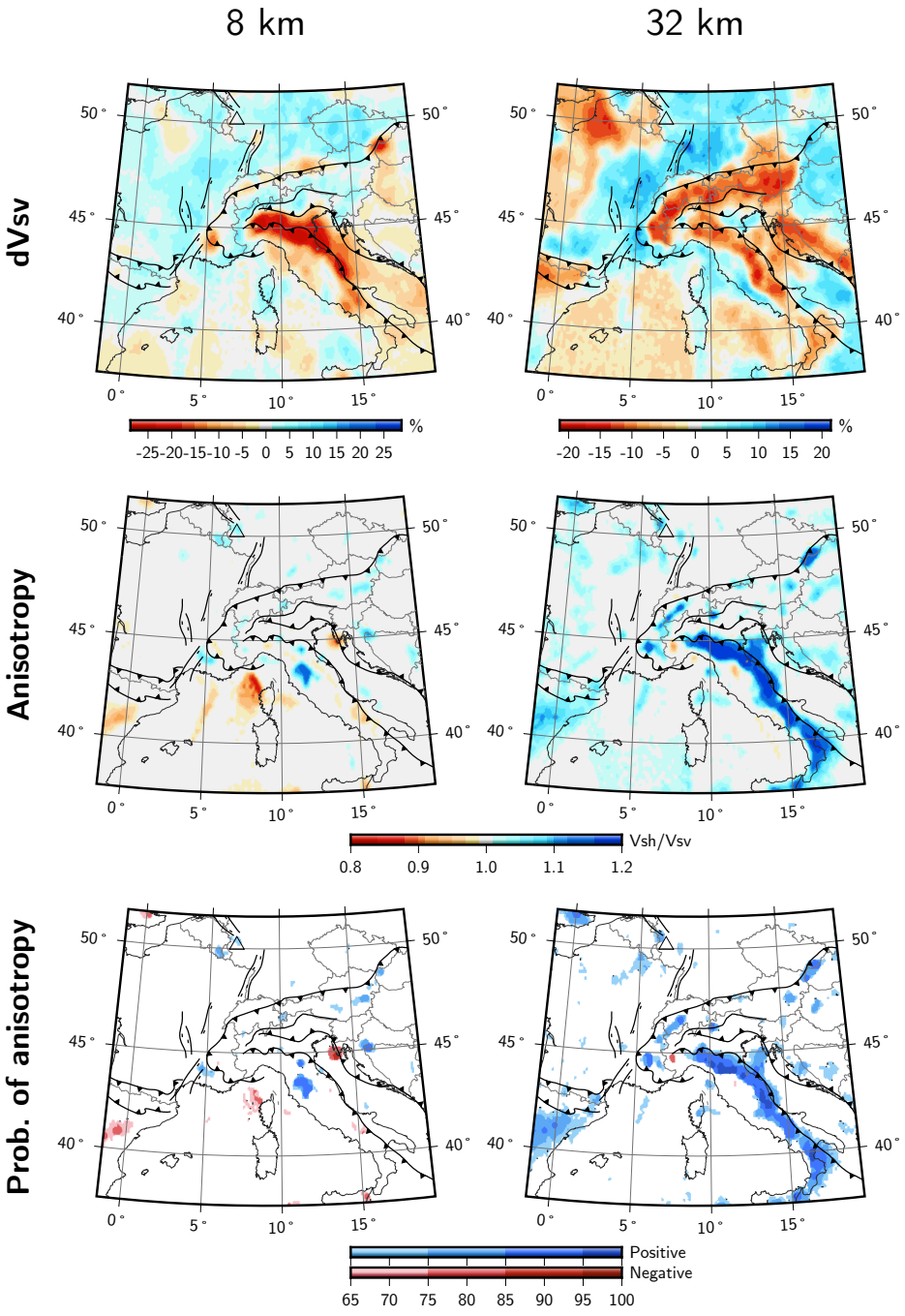



**Fig. 7.17** – Depth slices at 8 and 32 km in our 3-D model displaying perturbations of velocity $dV_{SV}$ around the average velocity of the region (top panels), radial anisotropy as the inverted parameter $V_{SH}/V_{SV}$ (middle panels) and the probability of positive (blue) and negative (red) radial anisotropy.

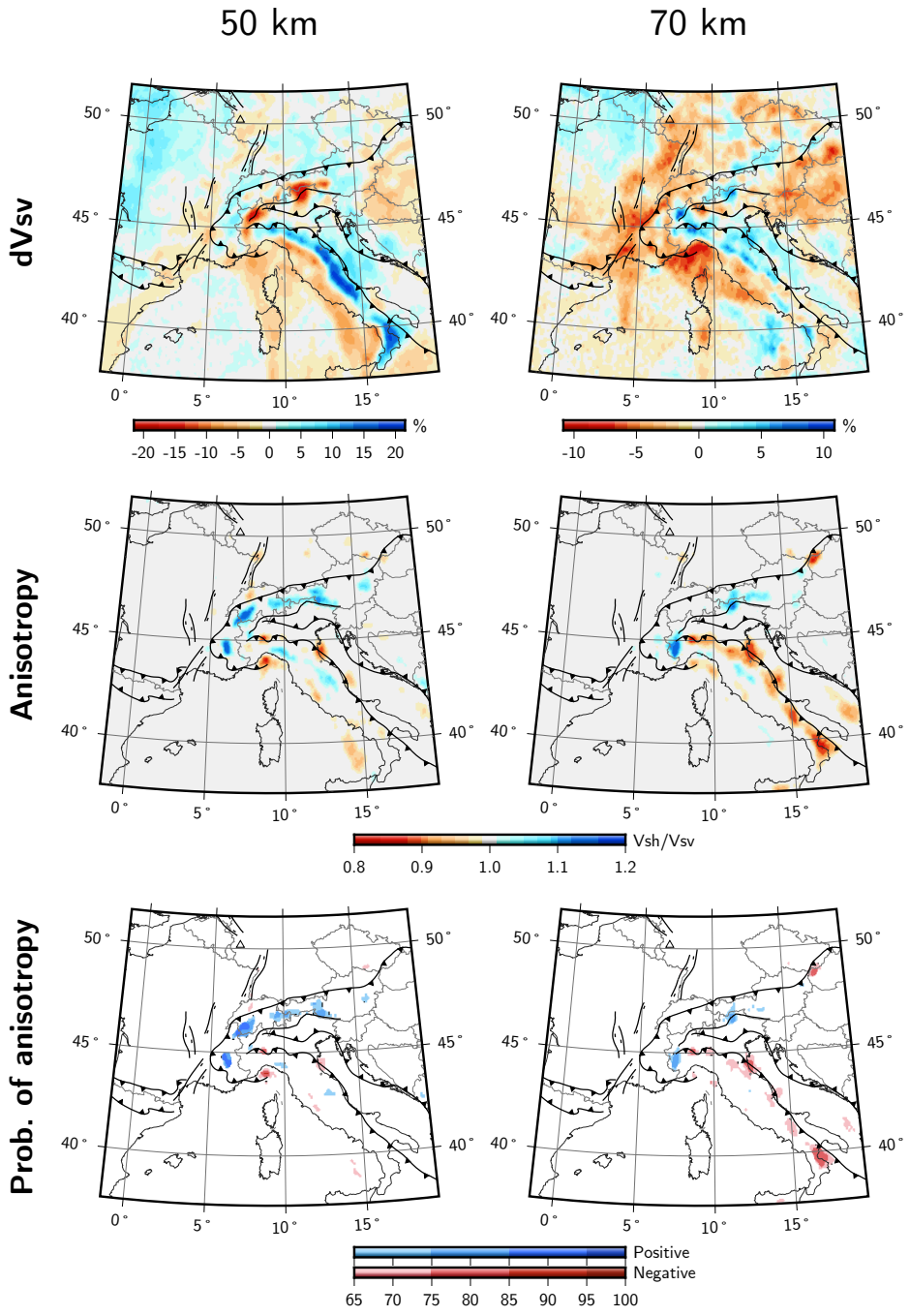



**Fig. 7.18** – Same as Fig. 7.18 but for depths 50 and 70 km.

bottom of the lithosphere (e.g. Pilidou *et al.*, 2005), in agreement with our group velocity observations at 55 s.

#### Anisotropic structure

As opposed to previous studies where anisotropy is inverted for in all parts of the model (e.g. Zhu *et al.*, 2015), here the major part of our model is isotropic as no anisotropy is required to explain the data. Our model only exhibits radial anisotropy in some localized areas of the crust and uppermost mantle.

The most striking observation of anisotropy is observed on our maps at 32 km depth all along the Apennines, from the Northern part of the chain to the Calabrian arc (Fig. 7.17). This pattern of positive radial anisotropy ($V_{SH} > V_{SV}$) is associated with a probability larger than 85 % and is therefore considered as very robust. Fig. 7.20, showing cross-sections across and along the chain, clearly suggests that this positive radial anisotropy is restricted to the lower crust. In the underlying mantle, negative ($V_{SH} < V_{SV}$) anisotropy is observed with a high probability approximately from 60 down to 120 km depth. This anomaly coincides with the high velocity perturbation interpreted as the Adriatic slab.

Another robust pattern of anisotropy, although corresponding to a much restricted area, is observed in the Ivrea body. It is seen on the 32 km depth map (Fig. 7.17) and on the CIFALPS profile, near 220 km on the horizontal axis (Fig. 7.19). A negative anisotropy is associated with the highest velocities within the Ivrea body. To our knowledge, this is the first time that a strong anisotropic signature is associated with the Ivrea body. On the CIFALPS profile, positive anisotropy is observed at Moho depth under Europe as well as below the Ivrea body, at about 75 km depth. However, even though it exhibits a high probability, the pattern of anisotropy under the Po plain is not interpreted as the data misfit is particularly high in this region, especially for Love waves (see Fig. 7.21).

Interestingly, at 32 km depth, the Vienna basin is also underlined by strong positive anisotropy as well as some localized areas in the Western and Central Alps (Fig. 7.17). Those are however hard to connect to the surface geology, even though they seem to be located below the external massifs in the Western Alps.

### 7.2.6 Discussion

#### Comparison with previous studies: effect of the method over the observed pattern of radial anisotropy

Our 3-D shear wave velocity model is in good agreement with recent high resolution ambient noise tomography studies (Kästle *et al.*, 2018; Lu *et al.*, 2020, 2018) which show similar structures in the crust and uppermost mantle. Some features are however better imaged. It is the case for example for the Eifel volcanic region or the Adriatic slab under the Apennines.

However, the most striking feature in our model is that radial anisotropy is clearly localised and not pervasive in the crust and upper mantle. This observation contrasts with previous studies such as Boschi *et al.* (2009); Kustowski *et al.* (2008); Schivardi et Morelli (2011); Zhu *et al.* (2015) where radial $S$ waves anisotropy is observed everywhere at crustal and mantellic depths in Europe. The origin of this

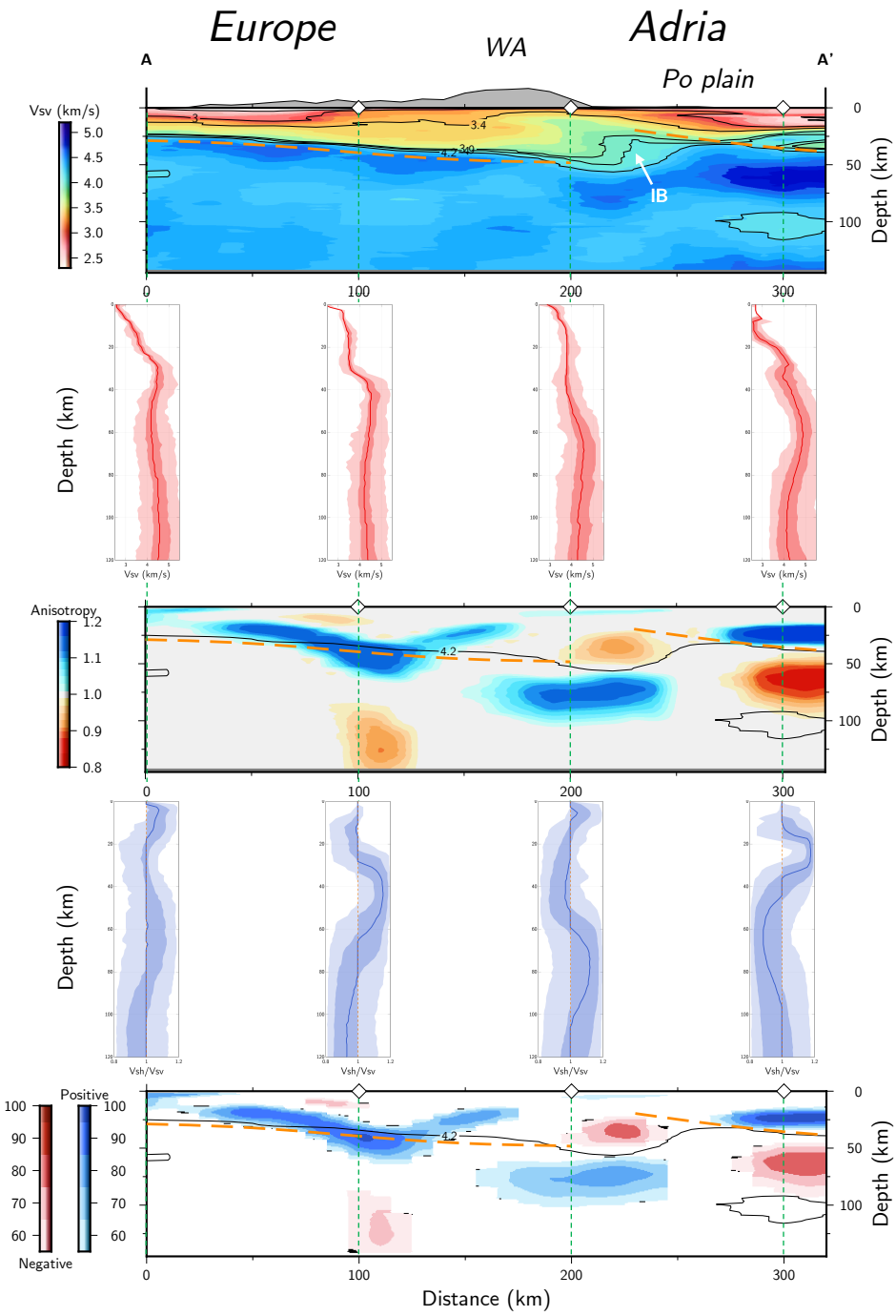



**Fig. 7.19** – 2-D cross-sections along the CIFALPS profile (AA' in Fig. 7.20 and posterior distributions of velocity (red 1-D profiles) and radial anisotropy (blue 1-D profiles) as described in Fig. 7.16 for four points along the profile. Top panel displays the absolute velocity; middle panel corresponds to the radial anisotropy as $V_{SH}/V_{SV}$; bottom panel displays the probability of positive (blue) and negative (red) radial anisotropy. The orange dashed lines corresponds to the Moho depth estimated by Spada *et al.* (2013). IB: Ivrea Body ; WA: Western Alps

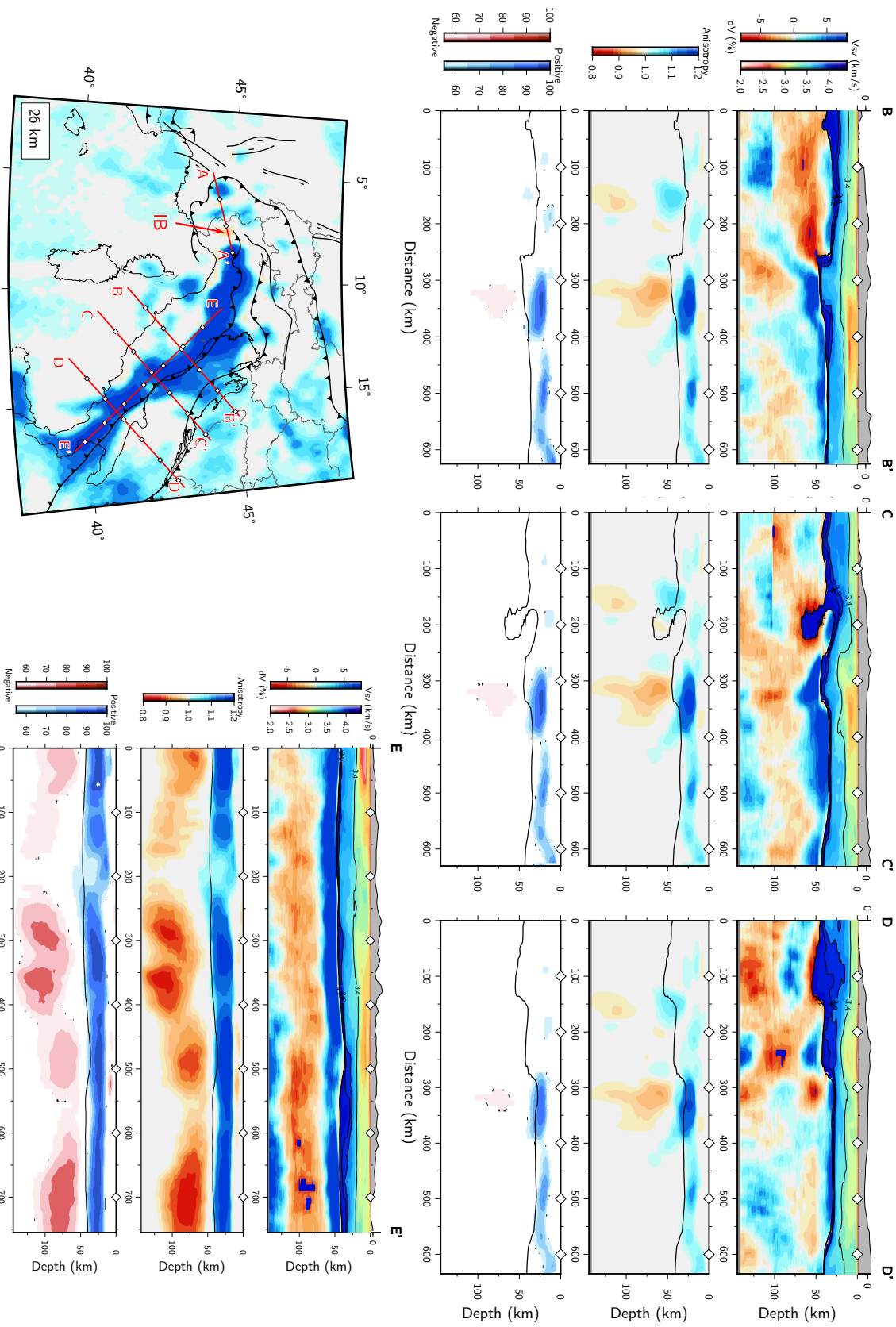



**Fig. 7.20** – 2-D cross-sections along four profiles in the Apennines. Locations of the profiles are displayed on the map of radial anisotropy at 26 km depth, in the bottom left corner of the figure. For each profile, top panel displays absolute velocities in the crust and perturbations of velocity in the mantle. The Moho depth on the profiles is defined as the iso-velocity 4.2 km/s as in PREM Dziewoński et Anderson (1981). As in Fig. 7.19 middle and bottom panels display radial anisotropy as $V_{SH}/V_{SV}$ and the probability of anisotropy respectively. IB: Ivrea body.

discrepancy surely arises from the differences in the methods used to invert the dispersion data.

In studies based on optimization schemes (e.g. linearised least squares inversion), the level of smoothness and the presence of anisotropy are fixed in advance, and the solution represents the best fitting model given the imposed parametrization. In this case, a heterogeneous isotropic medium may be imaged as a smooth anisotropic model, thus resulting in large extrinsic anisotropy. The advantage of the transdimensional scheme used here is that no scale is imposed, as neither the level of layering or the presence of anisotropy is determined in advance. Although the first step of our tomographic inversion involves a standard least square approach with a level of lateral smoothing determined by the horizontal correlation length $L_{corr}$, radial anisotropy is involved only in the second step, where we invert at depth the smooth group velocity maps for the shear wave velocity and radial anisotropy. As this stage, the transdimensional approach imposes no scale a priori, so that the inversion is free to choose between fine layering and radial anisotropy, while respecting the parsimonious condition (where simple models described by less parameters are favoured). For this reason, in our study, the existence and level of radial anisotropy is determined in an objective way by the data and not by an a priori degree of smoothing. This contrasts with previous studies, where the imposed level of smoothing generally requires radial anisotropy to explain the Love/Rayleigh discrepancy over long wavelengths.

At each geographical point in our study, the posterior distribution of layered models obtained after the 1-D transdimensional Bayesian inversion exhibits models with a lot of isotropic layers and models with fewer anisotropic layers, both families of models explaining the dispersion data with the same level of fit. Our model then suggests that the Rayleigh/Love discrepancy observed in the data, and usually related to the presence of intrinsic anisotropy, can actually be explained by small scale layering in the crust and upper mantle in most of Europe. This suggests that extrinsic anisotropy significantly contributes to the radial anisotropy mapped in previous large scale tomographic studies (Boschi *et al.*, 2009; Kustowski *et al.*, 2008; Schivardi et Morelli, 2011; Zhu *et al.*, 2015). In this work, the use of dispersion data over a wide period range (5-150 s) and the transdimensional character of the Bayesian approach used in the inversion at depth, allow us to isolate in a more objective way the intrinsic component of the radial anisotropy, and to spatially localize it.

**A focus on the Apennines structure**

The Adriatic slab is well imaged in our model under the Apennines (Fig. 7.18). Previous studies report a very steep angle of subduction towards the West in the Northern Apennines (Kästle *et al.*, 2018; Koulakov *et al.*, 2009; Zhao *et al.*, 2016). Our model rather shows a slab subducting towards the West with a moderate angle (profile DD' Fig. 7.18). The slab gap observed in the Southern Apennines is consistent with the gap previously reported by e.g. Koulakov *et al.* (2009); Piromallo et Morelli (2003) from body wave tomography and more recently by Kästle *et al.* (2018) from surface wave tomography. As suggested by Carminati et Doglioni (2012), its existence could be related to the difference of convergence rates observed between Northern and Southern Apennines.

Positive radial anisotropy is observed with a high probability in the lower crust and suggests the horizontal alignment of the fast axis of anisotropic minerals such as amphiboles and micas (see Almqvist et Mainprice, 2017, for a review on anisotropy in the continental crust). We propose that this lattice

preferred orientation of minerals is related to horizontal ductile flow in the lower crust of the Apennines in response to the present day extensional regime observed in the chain from GPS data (e.g. Métois *et al.*, 2015).

In the upper mantle, the dominant mineral is olivine and anisotropy is commonly associated with the orientation of its fast axis. A negative radial anisotropy in the upper mantle suggests vertical flow (Montagner, 1994). Negative radial anisotropy is observed at upper mantle depths beneath the Apennines, under the slab. It suggests vertical orientation of anisotropic mineral fast axis and is clearly related to the westward dipping slab.

**Structure of the Western Alps along the CIFALPS profile**

The shear wave velocity structure under the CIFALPS profile (Fig. 7.19) shows the 4.2 km/s iso-velocity European Moho dipping towards the East under the Western Alps. This feature is not imaged in the model of Lu *et al.* (2018), which displays a rather flat European Moho under the Western Alps. Although we use their 3-D model as a reference for our inversion at depth, the transdimensional character of the Bayesian inversion allows us to better resolve the Moho variations. The European Moho reaches 50 km depth under the Ivrea body, suggesting continental subduction in the Western Alps as reported for the first time by Zhao *et al.* (2015) from a receiver function study.

In the Ivrea body, we interpret the observed negative radial anisotropy in the depth range 25-50 km as vertical flow produced by the upwelling Adriatic mantle that would be underlined by lattice preferred orientation of olivine crystals. The pattern of positive radial anisotropy in the upper mantle under the Ivrea body suggests horizontal flow below the Moho and requires further investigation.

### 7.2.7 Conclusion

We present the first 3-D model of the crust and uppermost mantle of Europe displaying the isotropic shear wave velocity structure as well as radial anisotropy with a lateral resolution of few tens of kilometers. This model is derived from Rayleigh and Love group velocity measurements in the period range 5 to 150 s. The dispersion data are obtained from the correlation of ambient noise at more than 700,000 station pairs in Europe. The collection of such a large dataset, especially for Love wave data derived from ambient noise correlations, has been made possible by the recent deployment of the AlpArray network (Hetényi *et al.*, 2018).

After a careful selection of group velocity measurements based on criteria such as the inter-station distance, the SNR or the symmetry of the causal and acausal parts of the correlation, a 2-D linear least squares inversion following Debayle et Sambridge (2004) is performed at each period on Rayleigh and Love dispersion data associated with the same coverage. The resulting group velocity maps are used to derive dispersion curves for Rayleigh and Love waves between periods of 5 and 150 s, at each geographical points. Rayleigh and Love dispersion data are then jointly inverted at depth for the 1-D shear wave velocity and radial anisotropy structure. This 1-D inversion follows the transdimensional hierarchical Bayesian framework of Yuan et Bodin (2018) and provides at each geographical point a probabilistic a posteriori distribution of 70,000 layered models. The transdimensional framework allows to take into account the trade-off between layering and radial anisotropy since the number of layers in

the inverted model is determined by the data themselves and anisotropy is added in each layer only if required by the data. After the 1-D inversion step, the median of the posterior distributions of shear wave velocity and anisotropy is taken at each depth to build 1-D profiles at each geographical point. These 1-D profiles are finally assembled in a 3-D model of shear wave velocity and radial anisotropy of Europe.

The main result of our work is that even though the isotropic shear wave velocity structure is in good agreement with studies conducted in the same region (e.g. Kästle *et al.*, 2018; Lu *et al.*, 2020, 2018), the pattern of radial anisotropy in our model differs from previous tomographic models (Boschi *et al.*, 2009; Kustowski *et al.*, 2008; Schivardi et Morelli, 2011; Zhu *et al.*, 2015). These models show radial anisotropy everywhere in the crust and upper mantle whereas our model suggests the presence of radial anisotropy only in restricted areas. We attribute this difference to the presence of a non-negligible part of extrinsic radial anisotropy in the models of Boschi *et al.* (2009); Kustowski *et al.* (2008); Schivardi et Morelli (2011); Zhu *et al.* (2015) whereas our 1-D Bayesian inversion produces radial anisotropy in a more parsimonious way from our very large and broadband dataset. The transdimensional inversion favours a slightly higher degree of layering to reconcile the discrepancy between Love and Rayleigh dispersion data. This suggests that a significant part of the radial anisotropy observed in previous models of the region is extrinsic.

The most prominent and robust observation of radial anisotropy is made in the lower crust of the Apennines. We propose that it might be related to the presence of horizontal flow in the ductile lower crust in response to the present-day extension observed at the surface. At 70 km depth, the strong negative radial anisotropy in the vicinity of the Apennines slab is likely related to vertical flow associated with the westward dipping slab. Negative radial anisotropy is also observed with a high probability in the Ivrea body and indicates vertical flow in the Adriatic mantle.

### 7.2.8 Acknowledgements

The AlpArray Seismic Network Team: György HETÉNYI, Rafael ABREU, Ivo ALLEGRETTI, Maria-Theresia APOLONER, Coralie AUBERT, Simon BESANÇON, Maxime BÈS DE BERC, Götz BOKELMANN, Didier BRUNEL, Marco CAPELLO, Martina ČARMAN, Adriano CAVALIERE, Jérôme CHÈZE, Claudio CHIARABBA, John CLINTON, Glenn COUGOULAT, Wayne C. CRAWFORD, Luigia CRISTIANO, Tibor CZIFRA, Ezio D'ALEMA, Stefania DANESI, Romuald DANIEL, Anke DANNOWSKI, Iva DASOVIĆ, Anne DESCHAMPS, Jean-Xavier DESSA, Cécile DOUBRE, Sven EGDORF, ETHZ-SED Electronics Lab, Tomislav FIKET, Kasper FISCHER, Wolfgang FRIEDERICH, Florian FUCHS, Sigward FUNKE, Domenico GIARDINI, Aladino GOVONI, Zoltán GRÁCZER, Gidera GRÖSCHL, Stefan HEIMERS, Ben HEIT, Davorka HERAK, Marijan HERAK, Johann HUBER, Dejan JARIĆ, Petr JEDLIČKA, Yan JIA, Hélène JUND, Edi KISSLING, Stefan KLINGEN, Bernhard KLOTZ, Petr KOLÍNSKÝ, Heidrun KOPP, Michael KORN, Josef KOTEK, Lothar KÜHNE, Krešo KUK, Dietrich LANGE, Jürgen LOOS, Sara LOVATI, Deny MALENGROS, Lucia MARGHERITI, Christophe MARON, Xavier MARTIN, Marco MASSA, Francesco MAZZARINI, Thomas MEIER, Laurent MÉTRAL, Irene MOLINARI, Milena MORETTI, Helena MUNZAROVÁ, Anna NARDI, Jurij PAHOR, Anne PAUL, Catherine PÉQUEGNAT, Daniel PETERSEN, Damiano PESARESI, Davide PICCININI,

Claudia PIROMALLO, Thomas PLENEFISCH, Jaroslava PLOMEROVÁ, Silvia PONDRELLI, Snježan PREVOLNIK, Roman RACINE, Marc RÉGNIER, Miriam REISS, Joachim RITTER, Georg RÜMPKER, Simone SALIMBENI, Marco SANTULIN, Werner SCHERER, Sven SCHIPPKUS, Detlef SCHULTE-KORTNACK, Vesna ŠIPKA, Stefano SOLARINO, Daniele SPALLAROSSA, Kathrin SPIEKER, Josip STIPČEVIĆ, Angelo STROLLO, Bálint SÜLE, Gyöngyvér SZANYI, Eszter SZŰCS, Christine THOMAS, Martin THORWART, Frederik TILMANN, Stefan UEDING, Massimiliano VALLOCCHIA, Luděk VECSEY, René VOIGT, Joachim WASSERMANN, Zoltán WÉBER, Christian WEIDLE, Viktor WESZTERGOM, Gauthier WEYLAND, Stefan WIEMER, Felix WOLF, David WOLYNIEC, Thomas ZIEKE, Mladen ŽIVČIĆ

### 7.2.9 Supplementary material

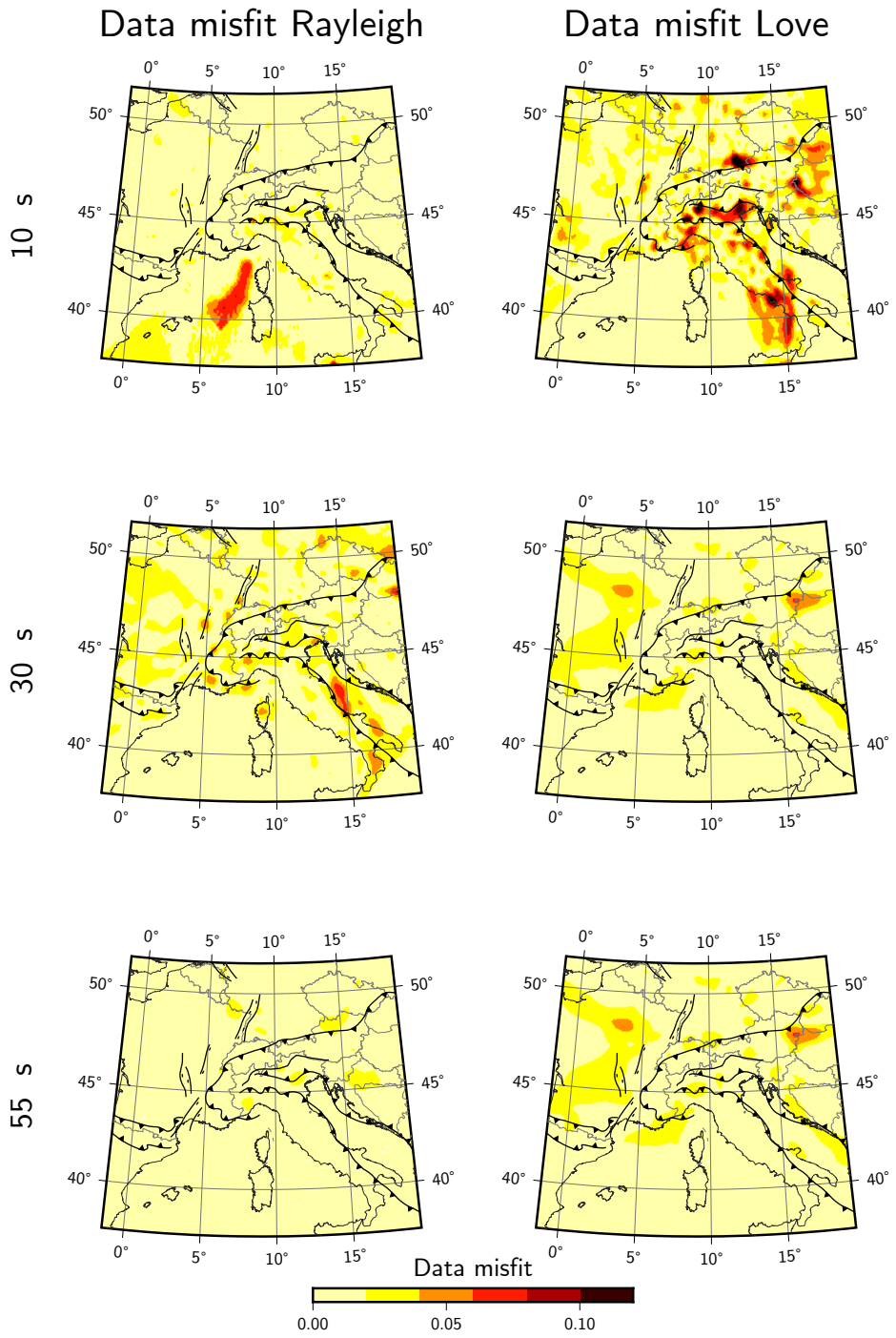
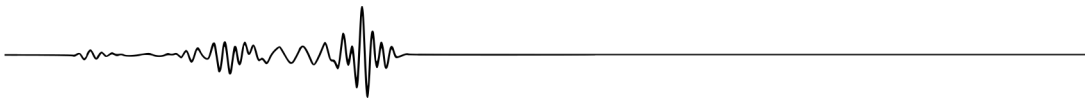



**Fig. 7.21** – Data misfit for Rayleigh and Love waves at 10, 30 and 55 s, as defined in Eq. 7.7.

# Conclusions et perspectives



Au cours de cette thèse, nous nous sommes intéressés principalement à l'anisotropie radiale des ondes $S$, à son imagerie et à son interprétation en termes de litage ou de déformation dans la croûte et le manteau terrestres. Dans ce dernier chapitre, nous résumons les travaux présentés dans ce manuscrit et rappelons les principales conclusions. S'en suit une discussion sur la présence d'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques. Enfin, un paragraphe évoquant les perspectives méthodologiques applicables à l'imagerie de l'anisotropie sismique permet de conclure ce manuscrit.

## 8.1 Résumé des travaux de thèse et principales conclusions

L'anisotropie intrinsèque se développe lorsque des minéraux anisotropes constitutifs des roches s'orientent de façon préférentielle en réponse aux contraintes appliquées sur le milieu. Lorsqu'elle est prise en compte dans les procédures d'inversion permettant l'établissement de modèles tomographiques du manteau, l'anisotropie observée est généralement considérée comme intrinsèque et interprétée par la présence de flux mantelliques passés ou actifs. Récemment, plusieurs études se sont penchées sur la question de la présence d'anisotropie dite extrinsèque dans les modèles tomographiques. Cette anisotropie résulte de l'impossibilité d'imager les hétérogénéités plus petites que les longueurs d'ondes utilisées en tomographie. Ceci induit un signal sismique comparable à celui lié à la présence d'anisotropie intrinsèque. Malheureusement, les développements théoriques et méthodologiques actuels ne permettent pas de faire la distinction entre la part du signal anisotrope qui est effectivement dû à l'anisotropie intrinsèque et la part qui est liée à la présence d'hétérogénéités non résolues.

La première partie de ce travail, qui a donné lieu à un premier article (Alder *et al.*, 2017), s'est donc focalisée sur la quantification de l'anisotropie radiale extrinsèque induite par des hétérogénéités chimiques de petites tailles dans le manteau terrestre. Ce travail théorique constitue une preuve de concept basée entièrement sur de la modélisation et des développements analytiques permettant d'estimer le niveau d'anisotropie radiale extrinsèque dans des modèles représentatifs du manteau. En partant de l'hypothèse selon laquelle le manteau présente des hétérogénéités chimiques de toutes tailles, du centimètre au millier

de kilomètres, en lien avec le brassage convectif des plaques lithosphériques entrant continuellement en subduction, nous avons construit des modèles simples de manteau, en 1-D et 2-D. En 1-D les modèles sont composés des couches d'épaisseurs variées. Grâce à un code de convection écrit en amont de cette thèse, les modèles en 2-D simulent une structure de type gâteau marbré. Ces modèles, en 1-D et 2-D, présentent le même spectre d'amplitude d'hétérogénéités que celui du manteau terrestre. Des vitesses sismiques compatibles avec la composition des roches de types basalte et harzburgite sont assignées aux deux unités constitutives du modèle de manteau. Un tenseur élastique complet est ensuite associé à chaque point du modèle qui est considéré isotrope.

L'équivalent à grande longueur d'onde de chaque modèle est ensuite calculé via des techniques dites d'homogénéisation. Celles-ci permettent de simuler le résultat d'une étude tomographique réalisée à partir d'ondes à longues périodes. Les modèles homogénéisés sont lisses et présentent de l'anisotropie extrinsèque. En 1-D, nous nous sommes basés sur les formules analytiques préexistantes. L'originalité de notre travail réside surtout dans l'utilisation d'un code d'homogénéisation basé sur le calcul de transformées de Fourier en 2-D. Cette technique nous permet de calculer le tenseur élastique complet dans le milieu homogénéisé. En 1-D, nous avons montré analytiquement que le niveau d'anisotropie extrinsèque augmente avec le carré des hétérogénéités chimiques, i.e. le contraste de vitesse entre les deux unités du modèle. Ce résultat est confirmé par les tests numériques réalisés en 1-D et en 2-D.

Dans les modèles 2-D, nous avons montré que l'anisotropie extrinsèque n'est pas négligeable car elle atteint près de 4% pour un contraste de vitesses de 10% introduit dans le modèle. Ce niveau d'anisotropie représente 30 à 40% de l'anisotropie radiale des ondes $S$ observée en tomographie. En accord avec la majorité des travaux réalisés récemment sur le sujet, cette étude nous a donc permis de conclure qu'une part non négligeable de l'anisotropie imagée en tomographie est potentiellement liée à la présence d'hétérogénéités non résolues par les ondes à longues périodes et non pas par l'orientation préférentielle de cristaux anisotropes au sein des roches.

La seconde partie de ce travail de thèse a consisté en l' élaboration d'un modèle 3-D de la structure en vitesse d'ondes $S_V$ et de l'anisotropie radiale d'ondes $S$ dans la croûte et la partie supérieure du manteau en Europe. Grâce à une collaboration réalisée avec l'équipe de sismologie du laboratoire ISTerre à Grenoble, nous avons obtenu un jeu de données original de vitesses de groupe d'ondes de Rayleigh et de Love entre 5 et 150 s. Ces données proviennent de corrélations de bruit sismique enregistré entre 2010 et 2017 par des capteurs sismiques large bande appartenant à divers réseaux permanents et temporaires européens. Une partie de notre jeu de données provient notamment d'enregistrements effectués via le réseau AlpArray, déployé dès 2016 dans la région alpine. Ce réseau a la particularité de présenter une densité de stations importante et donc des distances inter-stations courtes ($\sim$ 50 km entre stations voisines), ce qui représente un avantage pour le calcul d'un nombre important de corrélations de bruit sismique et pour leur exploitation à courtes périodes ($<$ 10 s). Notre jeu de données initial représente ainsi plus de 1,3 million de mesures de dispersion d'ondes de Rayleigh et de Love issues de corrélations de bruit sismique. Une fois les erreurs de mesure écartées, les données ont été soigneusement sélectionnées sur la base de plusieurs critères utilisés classiquement en analyse de données issues de bruit sismique. Cette sélection se fait de façon conjointe entre les données d'ondes de Rayleigh et de Love afin d'assurer la même couverture spatiale et ainsi, ne pas introduire de biais dans l'estimation de l'anisotropie radiale

qui seraient dû à des différences de résolution latérales. Les données de dispersion sélectionnées sont combinées dans une inversion tomographique en moindres carrés linéarisés. Il en résulte des cartes de vitesses de groupe à chaque période entre 5 et 150 s, pour les ondes de Rayleigh et les ondes de Love.

Des courbes de dispersion entre 5 et 150 s sont ensuite extraites de ces cartes en chaque point géographique. Ces courbes constituent un nouveau jeu de données inversées en profondeur pour la vitesse d'ondes $S_V$ et l'anisotropie radiale d'ondes $S$. Les données d'ondes de surface ne permettant pas de contraindre la profondeur des discontinuités, le modèle de vitesse inversé correspond à des perturbations autour d'un modèle de référence dans lequel la profondeur des discontinuités est fixée. L'inversion en profondeur des données d'ondes de surface est réalisée grâce à un algorithme d'inversion Bayésienne. L'originalité et l'intérêt de cet algorithme résident dans sa transdimensionnalité, c'est-à-dire que le nombre de paramètres inversés n'est pas fixé en amont de l'inversion mais déterminé par les données elles-mêmes au cours de l'inversion. Les données de dispersion sont donc inversées en profondeur pour des perturbations de vitesse d'ondes $S_V$ et pour l'anisotropie radiale d'ondes $S$ dans un modèle à couches, mais le nombre total de couches ainsi que le nombre de couches anisotropes sont contraints par les données lors de la procédure d'inversion. L'algorithme utilisé est par ailleurs hiérarchique : le bruit sur les données de dispersion est également un paramètre inversé. Dans une formulation transdimensionnelle, c'est le niveau de bruit qui conditionne le niveau d'ajustement aux données, et donc la complexité du modèle. En effet, plus le modèle inversé est complexe (i.e. représente par un grand nombre de paramètres), meilleur est l'ajustement aux données. Ainsi, considérer le bruit comme une inconnue du problème a l'avantage de ne pas introduire de biais dans le niveau de structure de la solution. L'algorithme va naturellement trouver le meilleur équilibre, entre niveau de bruit (ou ajustement des données) et simplicité du modèle.

Les tests réalisés sur des données de dispersion synthétiques ont montré que l'algorithme d'inversion Bayésienne hiérarchique et transdimensionnelle est capable de contraindre non seulement la présence mais aussi l'absence d'anisotropie radiale.

L'application de cette méthode aux courbes de dispersion issues de l'inversion tomographique 2-D a ainsi permis d'obtenir en chaque point géographique un ensemble probabiliste de modèles de vitesses d'ondes $S_V$ et d'anisotropie radiale expliquant les données. La médiane de chaque ensemble est ensuite utilisée pour construire un profil 1-D de $V_{SV}$ et d'anisotropie en chaque point. Ces profils sont enfin assemblés en un modèle 3-D de vitesse d'ondes $S_V$ et d'anisotropie radiale d'ondes $S$ de la croûte et du manteau supérieur européens.

La structure en vitesse d'ondes $S_V$ de notre modèle est en bon accord avec les travaux réalisés précédemment mais notre étude apporte un regard nouveau sur la géodynamique de l'Europe car elle fournit pour la première fois une cartographie étendue de l'anisotropie radiale aux profondeurs crustales et du manteau supérieur. La conclusion majeure de ce travail est que l'anisotropie radiale est imagée localement et non pas dans l'ensemble de la croûte et du manteau supérieur. Ce résultat s'oppose ainsi à la plupart des modèles tomographiques réalisés à l'échelle globale ou en Europe et issus d'inversions basées sur des schémas d'optimisation. Il suggère qu'une partie de l'anisotropie imagée dans ces modèles est extrinsèque. Le motif d'anisotropie le plus robuste dans notre modèle suggère la présence d'anisotropie radiale positive dans la croûte inférieure des Apennins, potentiellement liée à la dynamique d'extension en cours dans la région.

## 8.2 Discussion sur l'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques

Les deux volets de ce travail de thèse aboutissent à la même conclusion : une part significative de l'anisotropie observée dans les modèles tomographiques de la croûte et du manteau terrestres est d'origine extrinsèque. La comparaison des modèles d'anisotropie radiale en Europe met en évidence leur incohérence à la fois en termes d'amplitude mais également sur le signe de l'anisotropie observée. Cette observation est vraie également entre modèles réalisés à l'échelle globale. Il est donc parfois difficile d'interpréter les modèles d'anisotropie radiale d'un point de vue géodynamique. La première étude que nous avons menée, sur la quantification de l'anisotropie extrinsèque, suggère que les hétérogénéités chimiques non résolues par les données sont imagées sous forme d'anisotropie radiale à un niveau qui dépend à la fois du contraste de vitesse mais également de la longueur d'onde minimale contenue dans le jeu de données. Des modèles construits à partir de différents jeux de données, dans différentes bandes de périodes, ou des modèles paramétrés et régularisés différemment, contiennent donc un niveau d'anisotropie radiale extrinsèque différent. Ce niveau n'étant visiblement pas négligeable, c'est ce qui peut expliquer l'incohérence entre différents modèles d'anisotropie radiale.

Les travaux réalisés en première partie de thèse et publiés dans Alder *et al.* (2017) représentent une preuve de concept mais plusieurs interrogations restent en suspens.

L'effet de la longueur d'onde minimale contenue dans le jeu de données sur le niveau d'anisotropie radiale extrinsèque a été étudié en 1-D et 2-D. L'amplitude de l'anisotrope extrinsèque augmente avec le logarithme de cette longueur d'onde en 1-D mais la relation est plus complexe en 2-D. Qu'en-est-il donc des effets 3-D ? La théorie de l'homogénéisation élastique par transformées de Fourrier, utilisée pour notre étude en 2-D, est également applicable au cas 3-D. Néanmoins, il est difficile et très coûteux en temps de calcul de construire des modèles 3-D représentatifs du manteau terrestre, ce qui limite la possibilité d'étudier l'anisotropie extrinsèque en 3-D comme nous l'avons fait en 1-D et 2-D.

Par ailleurs, l'anisotropie extrinsèque est-elle observable partout ? Les lithologies (basalte et harzburgite) que nous avons considérées dans notre étude sont celles pour lesquelles le contraste de vitesse est le plus élevé. Les plus forts niveaux d'anisotropie extrinsèque sont donc attendus dans la lithosphère, où ces deux roches sont observées ensemble. Notre étude suggère par ailleurs que tous les facteurs qui affectent les vitesses sismiques peuvent avoir un effet sur le niveau d'anisotropie extrinsèque. Par exemple, au niveau des zones de subduction ou des dorsales, la présence de roches hydratées ou partiellement fondues augmente significativement les contrastes de vitesses entre les roches, ce qui est susceptible d'induire un niveau d'anisotropie extrinsèque élevé. A contrario, dans les zones où les contrastes de vitesse sont faibles, on s'attend à observer peu d'anisotropie extrinsèque.

Par ailleurs, afin de représenter au mieux le manteau, il faudrait prendre en compte l'évolution des vitesses sismiques entre les différentes unités en fonction de la température et de la pression. Les vitesses sismiques des roches mantelliques sont en général étudiées à température et pression ambiantes ou au mieux, à des conditions de laboratoires représentatives du manteau supérieur. Elles sont modélisées pour les températures et pressions du manteau inférieur. Il est donc compliqué de connaître avec précision les

contrastes de vitesse entre différentes unités mantelliques en profondeur.

Enfin, nous avons supposé dans cette thèse que les modèles tomographiques sont une version homogénéisée de la Terre réelle. Néanmoins, ceci n'est vrai que si la couverture en données est parfaite, ce qui est rarement le cas. On peut donc penser que le niveau d'anisotropie extrinsèque augmente lorsque la couverture en données ne permet pas d'imager certaines hétérogénéités. Dans ce cas, le niveau d'anisotropie extrinsèque dans les modèles tomographiques pourrait atteindre localement des valeurs encore plus importantes que ce que nous avons estimé.

Le travail de modélisation de l'anisotropie extrinsèque réalisé au début de cette thèse suggère également que des variations latérales de vitesse liées à la topographie des discontinuités sismiques peuvent induire de l'anisotropie radiale extrinsèque. Dans la seconde partie de cette thèse, l'inversion en profondeur des données de dispersion d'ondes de Rayleigh et de Love est réalisée autour d'un modèle de référence. Ce modèle étant utilisé pour imposer la profondeur du Moho dans notre modèle 3-D final, il est important qu'il présente peu d'erreurs, au risque d'introduire des biais dans l'estimation de l'anisotropie. C'est d'ailleurs ce que montrent les tests synthétiques présentés au Chapitre 6. Néanmoins, le modèle de référence utilisé dans notre étude est en très bon accord avec les études de sismique active et de fonctions récepteur réalisées dans la région des Alpes et des Apennins, ce qui nous permet de considérer que les éventuelles erreurs d'estimation de la profondeur du Moho sont faibles et ont peu d'impact sur l'estimation de l'anisotropie radiale dans notre modèle.

## 8.3 Perspectives

L'anisotropie extrinsèque étant liée à la non résolution des hétérogénéités à petites échelles, le moyen d'apporter des nouvelles contraintes est d'ajouter des données à plus courtes longueurs d'ondes. Une façon de faire est d'inverser conjointement des données d'ondes de surface et d'ondes de volume afin de contraindre à la fois les variations latérales sur des échelles de plusieurs centaines de kilomètres mais apporter également de la résolution au niveau des discontinuités sismiques. L'utilisation notamment des phases d'ondes de volume converties ou réfléchies aux différentes discontinuités permettraient par exemple de mieux imager les discontinuités et leur topographie et ainsi, d'éviter d'introduire des biais pouvant aboutir à l'imagerie d'anisotropie extrinsèque.

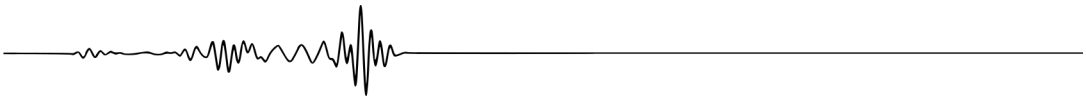
Dans une étude comme celle que nous avons réalisée en Europe, l'utilisation de ce type de phases d'ondes de volume permettrait de s'affranchir du modèle de référence utilisé pour contraindre la profondeur du Moho. Le code utilisé dans cette thèse a été écrit dans l'optique de combiner les données d'ondes de surface et celles provenant de fonctions récepteur. Il serait donc possible de combiner le jeu de données que nous avons construits à partir d'ondes de surface avec un jeu de données de fonctions récepteur en Europe.

De plus, dans les deux études que nous avons réalisées, nous avons négligé la présence d'anisotropie azimutale pour nous concentrer sur l'étude de l'anisotropie radiale. Néanmoins, les hétérogénéités latérales peuvent également induire de l'anisotropie azimutale extrinsèque. L'homogénéisation utilisée pour quantifier l'anisotropie radiale extrinsèque permet d'obtenir le tenseur élastique complet en chaque point du modèle homogénéisé. Une étude similaire à celle que nous avons menée pourrait permettre d'estimer

le niveau d'anisotropie azimutale extrinsèque dans les modèles tomographiques. Par ailleurs, même si nous avons réalisé une inversion isotrope, le code de régionalisation utilisé pour construire les cartes de vitesse de groupe d'ondes de surface en l'Europe permet de prendre en compte l'anisotropie azimutale. Il serait intéressant de réaliser une inversion anisotrope à comparer aux études réalisées précédemment à partir de bruit sismique ou d'ondes $SKS$. La version du code d'inversion Bayésienne utilisé pour l'inversion en profondeur des données de dispersion a été adaptée d'un code permettant d'inverser les données pour l'anisotropie azimutale. Il serait également intéressant d'adapter le code pour inverser les données à la fois pour l'anisotropie radiale et l'anisotropie azimutale. Étant donné que cela revient à inverser plus de paramètres, le temps de calcul, qui a déjà été de plusieurs mois pour notre étude, s'en verrait donc augmenté.

Enfin, la résolution de notre modèle 3-D est la plus élevée dans la région alpine, en lien avec la présence de nombreuses stations du réseau AlpArray dans cette région. Les institutions participant au consortium AlpArray ont pour projet le déploiement de réseaux temporaires denses, similaires à AlpArray, dans les Apennins et les Dinarides. L'application des méthodes présentées dans cette thèse aux données issues de l'exploitation future de ces réseaux pourra permettre la construction d'un modèle d'anisotropie radiale mieux résolu dans la région Méditerranéenne, ce qui permettra d'apporter de nouvelles interprétations géodynamiques dans cette zone tectoniquement complexe.

# Bibliographie




Agranier Arnaud, Blichert-Toft Janne, Graham David, Debaille Vinciane, Schiano Pierre et Albarède Francis (2005), *The spectra of isotopic heterogeneities along the Mid-Atlantic Ridge.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 238(1-2) : p. 96–109, ISSN : 0012821X, doi :https://doi.org/10.1016/j.epsl.2005.07.011.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X05004693

Aki Keiiti (1957), *Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors.* doi :http://hdl.handle.net/2261/11892.
URL http://repository.dl.itc.u-tokyo.ac.jp/dspace/handle/2261/11892

Aki Keiiti, Christoffersson Anders et Husebye Eystein S. (1977), *Determination of the three-dimensional seismic structure of the lithosphere.* J. Geophys. Res., ISSN : 0148-0227, doi :10.1029/jb082i002p00277.

Aki Keiiti et Lee William (1976), *Determination of three-dimensional velocity anomalies under a seismic array using first P arrival times from local earthquakes. - 1. A homogeneous initial model.* J. Geophys. Res., doi :10.1029/JB081i023p04381.

Alder Chloé, Bodin Thomas, Debayle Éric, Paul Anne, Stehly Laurent et Pedersen Helle (soumis à Geoph. J. Int.), *Evidence for radial anisotropy in the lower crust of the Apennines from Bayesian ambient noise tomography in Europe.*, soumis à Geoph. J. Int.

Alder Chloé, Bodin Thomas, Ricard Yannick, Capdeville Yann, Debayle Éric et Montagner Jean-Paul (2017), *Quantifying seismic anisotropy induced by small-scale chemical heterogeneities.* Geophys. J. Int., t. 211(3) : p. 1585–1600, doi :10.1093/gji/ggx389.
URL http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggx389

Allegre Claude et Turcotte Donald (1986), *Implications of a two-component marble-cake mantle.* Nature, t. 323 : p. 123–127, doi :10.1038/323123a0.

Almqvist Bjarne S.G. et Mainprice David (2017), *Seismic properties and anisotropy of the continental*

*crust : Predictions based on mineral texture and rock microstructure*. Rev. Geoph., t. 55(2) : p. 367–433, ISSN : 19449208, doi :10.1002/2016RG000552.

Anderson Don L. (1961), *Elastic wave propagation in layered anisotropic media*. J. Geophys. Res., t. 66(9) : p. 2953– 2963, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/JZ066i009p02953.
URL http://dx.doi.org/10.1029/JZ066i009p02953

Antonsen Thomas M. et Ott Edward (1991), *Multifractal power spectra of passive scalars convected by chaotic fluid flows*. Phys. Rev. A, t. 44 : p. 851–857, doi :10.1103/PhysRevA.44.851.
URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.44.851

Auer Ludwig, Becker Thorsten W., Boschi Lapo et Schmerr Nicholas (2015), *Thermal structure, radial anisotropy, and dynamics of oceanic boundary layers*. Geophys. Res. Lett., t. 42(22) : p. 9740–9749, ISSN : 1944-8007, doi :10.1002/2015GL066246.
URL http://dx.doi.org/10.1002/2015GL066246

Auer Ludwig, Boschi Lapo, Becker Thorsten W., Nissen-Meyer Tarje et Giardini Domenico (2014), *Savani : A variable resolution whole-mantle model of anisotropic shear velocity variations based on multiple data sets*. J. Geophys. Res., t. 119(4) : p. 3006–3034, ISSN : 2169-9356, doi : 10.1002/2013JB010773.
URL http://dx.doi.org/10.1002/2013JB010773

Babuška Vladislav et Cara Michel (1991), *Seismic Anisotropy in the Earth*, t. 10 de *Modern Approaches in Geophysics*. Springer Netherlands, ISBN : 978-94-010-5596-3, doi :10.1007/978-94-011-3600-6.
URL http://link.springer.com/10.1007/978-94-011-3600-6

Backus George E. (1962), *Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering*. J. Geophys. Res., t. 67(11) : p. 4427–4440, ISSN : 0016-8033, doi :10.1029/JZ067i011p04427.
URL http://dx.doi.org/10.1029/JZ067i011p04427

Ballmer Maxim D., Schmerr Nicholas C., Nakagawa Takashi et Ritsema Jeroen (2015), *Compositional mantle layering revealed by slab stagnation at 1000-km depth*. Sci. Adv., t. 1(11) : p. e1500 815–e1500 815, doi :10.1126/sciadv.1500815.
URL http://advances.sciencemag.org/content/1/11/e1500815

Barruol Guilhem, Bonnin Mickael, Pedersen Helle, Bokelmann Götz H.R. et Tiberi Christel (2011), *Belt-parallel mantle flow beneath a halted continental collision : The Western Alps*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 302(3-4) : p. 429–438, ISSN : 0012821X, doi :10.1016/j.epsl.2010.12.040.
URL http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2010.12.040

Barruol Guilhem, Deschamps Anne et Coutant Olivier (2004), *Mapping upper mantle anisotropy beneath SE France by SKS splitting indicates Neogene asthenospheric flow induced by Apenninic slab roll-back and deflected by the deep Alpine roots*. Tectonophysics, t. 394(1-2) : p. 125–138, ISSN :

00401951, doi :10.1016/j.tecto.2004.08.002.

Bartolomucci Carla (2017), *La ricerca nel restauro come risposta al disastro. Il terremoto in Abruzzo : priorità, prospettive, sfide e occasioni (sinora) mancate*, p. 705–715. Edizioni Quasar di S. Tognon srl, ISBN : 978-88-7140-764-7.

Batchelor George K. (1959), *Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. Part 1. General discussion and the case of small conductivity.* J. Fluid Mech., t. 5(1) : p. 113–133, doi :10.1017/S002211205900009X.

Beller Stephen, Monteiller Vadim, Operto Stéphane, Nolet Guust, Paul Anne et Zhao Liang (2018), *Lithospheric architecture of the South-Western Alps revealed by multiparameter teleseismic full-waveform inversion.* Geophys. J. Int., t. 212(2) : p. 1369–1388, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggx216.
URL http://academic.oup.com/gji/article/212/2/1369/4590043

Bensen Greg D., Ritzwoller Michael H. et Shapiro Nikolai M. (2008), *Broadband ambient noise surface wave tomography across the United States.* J. Geophys. Res., t. 113(B5), doi :10.1029/2007JB005248.
URL https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2007JB005248

Bensoussan Alain, Lions Jacques-Louis et Papanicolaou George (1978), *Asymptotic Analysis of Periodic Structures.* North-Holland Pub. Co., ISBN : 9780080875262.

Beucler Éric et Montagner Jean-Paul (2006), *Computation of Large Anisotropic Seismic Heterogeneities (CLASH).* Geophys. J. Int., t. 165(2) : p. 447–468, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2005.02813.x.

Birch Francis (1952), *Elasticity and constitution of the Earth's interior.* J. Geophys. Res., t. 57(2) : p. 227–286, doi :10.1029/JZ057i002p00227.
URL https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/JZ057i002p00227

Blanc Xavier, Le Bris Claude et Lions Pierre-Louis (2007), *Stochastic homogenization and random lattices.* J. Math. Pures Appl., t. 88(1) : p. 34–63, ISSN : 00217824, doi :10.1016/j.matpur.2007.04.006.
URL http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0021782407000530

Bodin Thomas, Capdeville Yann, Romanowicz Barbara et Montagner Jean-Paul (2015), *Interpreting radial anisotropy in global and regional tomographic models.* Dans A. Khan et F. Deschamps (réds.), *The Earth's Heterogeneous Mantle*, chap. 4, p. 105–144, Springer International Publishing, doi :10.1007/978-3-319-15627-9_4.
URL http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-15627-9{_}4

Bodin Thomas, Leiva Julie, Romanowicz Barbara, Maupin Valérie et Yuan Huaiyu (2016), *Imaging anisotropic layering with Bayesian inversion of multiple data types.* Geophys. J. Int., t. 206(1) : p.

605–629, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggw124.

Bodin Thomas, Sambridge Malcolm, Rawlinson Nick et Arroucau Pierre (2012a), *Transdimensional tomography with unknown data noise*. Geophys. J. Int., t. 189(3) : p. 1536–1556, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2012.05414.x.

Bodin Thomas, Sambridge Malcolm, Tkalćić Hrvoje, Arroucau Pierre, Gallagher Kerry et Rawlinson Nicholas (2012b), *Transdimensional inversion of receiver functions and surface wave dispersion*. J. Geophys. Res., t. 117(2) : p. 1–24, ISSN : 21699356, doi :10.1029/2011JB008560.

Bokelmann Götz, Qorbani Ehsan et Bianchi Irene (2013), *Seismic anisotropy and large-scale deformation of the Eastern Alps*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 383 : p. 1–6, ISSN : 0012821X, doi : 10.1016/j.epsl.2013.09.019.
URL http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2013.09.019

Bonnefoy-Claudet Sylvette, Cotton Fabrice et Bard Pierre-Yves (2006), *The nature of noise wavefield and its applications for site effects studies : A literature review*. Earth Sci. Rev., t. 79(3-4) : p. 205–227.

Boschi Lapo, Fry Bill, Ekström Göran et Giardini Domenico (2009), *The European upper mantle as seen by surface waves*. Surv. Geophys., t. 30(4-5) : p. 463–501, ISSN : 01693298, doi :10.1007/s10712-009-9066-2.

Boué Pierre, Denolle Marine, Hirata Naoshi, Nakagawa Shigeki et Beroza Gregory C. (2016), *Beyond basin resonance : Characterizing wave propagation using a dense array and the ambient seismic field*. Geophys. J. Int., t. 206(2) : p. 1261–1272, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggw205.

Bozdağ Ebru et Trampert Jeannot (2008), *On crustal corrections in surface wave tomography*. Geophys. J. Int., t. 172(3) : p. 1066–1082, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2007.03690.x.

Brandenburg John Paul et van Keken Peter E. (2007), *Deep storage of oceanic crust in a vigorously convecting mantle*. J. Geophys. Res., t. 112(6) : p. 1–15, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/2006JB004813.
URL http://dx.doi.org/10.1029/2006JB004813

Browaeys Jules Thomas et Chevrot Sébastien (2004), *Decomposition of the elastic tensor and geophysical applications*. Geophys. J. Int., t. 159(2) : p. 667–678, ISSN : 1365-246X, doi :10.1111/j.1365-246X.2004.02415.x.
URL http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.2004.02415.x

Buland Ray (1981), *Free oscillations of the Earth*. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., t. 9(1) : p. 385–413.

Calais Éric, DeMets Charles et Nocquet Jean-Mathieu (2003), *Evidence for a post-3.16- change in Nubia–Eurasia–North America plate motions ?* Earth Planet. Sci. Lett., t. 216(1-2) : p. 81–92.

Campillo Michel (2006), *Phase and correlation in 'random' seismic fields and the reconstruction of*

*the Green function.* Pure Appl. Geophys., t. 163(2-3) : p. 475–502, ISSN : 00334553, doi :10.1007/s00024-005-0032-8.

Capdeville Yann et Cance Philippe (2015), *Residual homogenization for elastic wave propagation in complex media.* Geophys. J. Int., t. 200(2) : p. 984–997, ISSN : 0956-540X, doi :10.1093/gji/ggu452.
URL https://academic.oup.com/gji/article-lookup/doi/10.1093/gji/ggu452

Capdeville Yann, Guillot Laurent et Marigo Jean-Jacques (2010a), *1-D non-periodic homogenization for the seismic wave equation.* Geophys. J. Int., t. 181(2) : p. 897–910, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2010.04529.x.

Capdeville Yann, Guillot Laurent et Marigo Jean-Jacques (2010b), *2-D non-periodic homogenization to upscale elastic media for P-SV waves.* Geophys. J. Int., t. 182(2) : p. 903–922, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2010.04636.x.

Capdeville Yann et Marigo Jean-Jacques (2007), *Second order homogenization of the elastic wave equation for non-periodic layered media.* Geophys. J. Int., t. 170(2) : p. 823–838, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2007.03462.x.

Capdeville Yann, Stutzmann Éléonore, Nian Wang et Montagner Jean-Paul (2013), *Residual homogenization for seismic forward and inverse problems in layered media.* Geophys. J. Int., t. 194(1) : p. 470–487, ISSN : 0956540X, doi :10.1093/gji/ggt102.

Capdeville Yann, Zhao Ming et Cupillard Paul (2015), *Fast Fourier homogenization for elastic wave propagation in complex media.* Wave Motion, t. 54 : p. 170–186, ISSN : 01652125, doi :10.1016/j.wavemoti.2014.12.006.

Carminati Eugenio et Doglioni Carlo (2012), *Alps vs. Apennines : the paradigm of a tectonically asymmetric Earth.* Earth Sci. Rev., t. 112(1-2) : p. 67–96.

Chang Sung-Joon et Ferreira Ana (2017), *Improving global radial anisotropy tomography : The importance of simultaneously inverting for crustal and mantle structure.* Bull. seism. Soc. Am., t. 107(2) : p. 624–638, ISSN : 1943-3573, doi :10.1785/0120160142.

Chang Sung-Joon, Ferreira Ana, Ritsema Jeroen, van Heijst Hendrik et Woodhouse John (2014), *Global radially anisotropic mantle structure from multiple datasets : A review, current challenges, and outlook.* Tectonophysics, t. 617 : p. 1–19, ISSN : 0040-1951, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.tecto.2014.01.033.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0040195114000699

Chang Sung-Joon, Ferreira Ana, Ritsema Jeroen, van Heijst Hendrik et Woodhouse John (2015), *Joint inversion for global isotropic and radially anisotropic mantle structure including crustal thickness perturbations.* J. Geophys. Res., t. 120(6) : p. 4278–4300, ISSN : 2169-9356, doi : 10.1002/2014JB011824, 2014JB011824.

URL http://dx.doi.org/10.1002/2014JB011824

Chang Sung-Joon, Van Der Lee Suzan, Matzel Éric et Bedle Heather (2010), *Radial anisotropy along the Tethyan margin.* Geophys. J. Int., t. 182(2) : p. 1013–1024.

Cheng Cheng, Allen Richard, Porritt Rob et Ballmer Maxim (2015), *Seismic Constraints on a Double-Layered Asymmetric Whole-Mantle Plume Beneath Hawai'i*, chap. 2, p. 19–34. American Geophysical Union (AGU), ISBN : 9781118872079, doi :10.1002/9781118872079.ch2.
URL https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9781118872079.ch2

Chiarabba Claudio et Amato Alessandro (1996), *Crustal velocity structure of the Apennines (Italy) from P-wave travel time tomography.* Ann. di Geofis., t. 39(6) : p. 1133–1148, ISSN : 03652556, doi : 10.4401/ag-4042.

Chiarabba Claudio, De Gori Pasquale et Speranza Fabio (2009), *Deep geometry and rheology of an orogenic wedge developing above a continental subduction zone : Seismological evidence from the northern-central Apennines (Italy).* Lithosphere, t. 1(2) : p. 95–104, ISSN : 19474253, doi :10.1130/L34.1.

Christensen Ulrich R. et Hofmann Albrecht W. (1994), *Segregation of subducted oceanic crust in the convecting mantle.* J. Geophys. Res., t. 99(B10) : p. 19 867–19 884, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/93JB03403.
URL http://dx.doi.org/10.1029/93JB03403

Claerbout Jon F. (1968), *Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response.* Geophysics, t. 33(2) : p. 264–269, ISSN : 0016-8033, doi :10.1190/1.1439927.

Closs Henri et Labrouste Yvonne (1963), *Recherches séismologiques dans les Alpes Occidentales au moyen des grandes explosions en 1956, 1958 et 1960.* Dans *Année Géophysique Internationale*, XII.

Coltice Nicolas et Ricard Yanick (1999), *Geochemical observations and one layer mantle convection.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 174(1-2) : p. 125–137, ISSN : 0012821X, doi :10.1016/S0012-821X(99)00258-7.

Cupillard Paul, Capdeville Yann et Botella Arnaud (2014), *Numerical homogenization for seismic wave propagation in 3D geological media.* Dans *AGU Fall Meeting*, San Francisco, CA, United States.

Dahlen Francis A., Hung Shu-Huei et Nolet Guust (2000), *Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes-I. Theory.* Geophys. J. Int., t. 141(1) : p. 157–174, ISSN : 0956540X, doi :10.1046/j.1365-246X.2000.00070.x.
URL http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-06540-3https://academic.oup.com/gji/article-lookup/doi/10.1046/j.1365-246X.2000.00070.x

Debayle Éric, Dubuffet Fabien et Durand Stéphanie (2016), *An automatically updated S -wave model of the upper mantle and the depth extent of azimuthal anisotropy.* Geophys. Res. Lett., t. 43(2) :

p. 674–682, ISSN : 00948276, doi :10.1002/2015GL067329.
URL http://doi.wiley.com/10.1002/2015GL067329

Debayle Éric, Kennett Brian et Priestley Keith (2005), *Global azimuthal seismic anisotropy and the unique plate-motion deformation of Australia.* Nature, t. 433(7025) : p. 509–512, ISSN : 00280836, doi :10.1038/nature03247.

Debayle Éric et Ricard Yanick (2012), *A global shear velocity model of the upper mantle from fundamental and higher rayleigh mode measurements.* J. Geophys. Res., t. 117(B10).

Debayle Éric et Ricard Yanick (2013), *Seismic observations of large-scale deformation at the bottom of fast-moving plates.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 376 : p. 165–177, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2013.06.025.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X13003415

Debayle Éric et Sambridge Malcolm (2004), *Inversion of massive surface wave data sets : Model construction and resolution assessment.* J. Geophys. Res., t. 109(B2), ISSN : 01480227, doi :10.1029/2003JB002652.
URL http://doi.wiley.com/10.1029/2003JB002652

Dellinger Joseph, Vasicek Daniel et Sondergeld Carl (1998), *Kelvin notation for stabilizing elastic-constant inversion.* Rev. Inst. Fr. Pét., t. 53(5) : p. 709–719, ISSN : 0020-2274, doi :10.2516/ogst:1998063.

Derode Arnaud, Larose Éric, Campillo Michel et Fink Mathias (2003a), *How to estimate the Green's function of a heterogeneous medium between two passive sensors ? Application to acoustic waves.* Appl. Phys. Lett., t. 83(15) : p. 3054–3056, ISSN : 00036951, doi :10.1063/1.1617373.

Derode Arnaud, Larose Éric, Tanter Mickael, de Rosny Julien, Tourin Arnaud, Campillo Michel et Fink Mathias (2003b), *Recovering the Green's function from field-field correlations in an open scattering medium (L).* J. Acoust. Soc. Am., t. 113(6) : p. 2973, ISSN : 00014966, doi :10.1121/1.1570436.

Di Stefano Raffaele, Bianchi Irene, Ciaccio Maria Grazia, Carrara Gabriela et Kissling Edi (2011), *Three-dimensional Moho topography in Italy : New constraints from receiver functions and controlled source seismology.* Geochem. Geophys. Geosyst., t. 12(9) : p. 1–15, ISSN : 15252027, doi :10.1029/2011GC003649.

Di Stefano Raffaele, Kissling Edi, Chiarabba Claudio, Amato Alessandro et Giardini Domenico (2009), *Shallow subduction beneath Italy : Three-dimensional images of the Adriatic-European-Tyrrhenian lithosphere system based on high-quality P wave arrival times.* J. Geophys. Res., t. 114(5) : p. 1–17, ISSN : 21699356, doi :10.1029/2008JB005641.

Diehl Tobias, Husen Stephan, Kissling Edi et Deichmann Nicholas (2009), *High-resolution 3-D*

*P-wave model of the Alpine crust*. Geophys. J. Int., t. 179(2) : p. 1133–1147, ISSN : 1365246X, doi : 10.1111/j.1365-246X.2009.04331.x.

Durand Stéphanie, Debayle Éric, Ricard Yanick et Lambotte Sophie (2016), *Seismic evidence for a change in the large-scale tomographic pattern across the D″ layer*. Geophys. Res. Lett., t. 43(15) : p. 7928–7936, ISSN : 1944-8007, doi :10.1002/2016GL069650, 2016GL069650.
URL http://dx.doi.org/10.1002/2016GL069650

Durand Stéphanie, Matas Jan, Ford Sean, Ricard Yanick, Romanowicz Barbara et Montagner Jean-Paul (2013), *Insights from ScS–S measurements on deep mantle attenuation.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 374 : p. 101–110.

Dziewoński Adam et Anderson Don L. (1981), *Preliminary reference Earth model*. Phys. Earth Planet. Inter., t. 25(4) : p. 297–356, ISSN : 0031-9201, doi :http://dx.doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7.

Dziewonski Adam, Bloch S et Landisman Mark (1969), *A technique for the analysis of transient seismic signals*. Bull. seism. Soc. Am., t. 59(1) : p. 427–444.

Endrun Brigitte, Meier Thomas, Lebedev Sergei, Bohnhoff Marco, Stavrakakis George et Harjes Hans Peter (2008), *S velocity structure and radial anisotropy in the Aegean region from surface wave dispersion*. Geophys. J. Int., t. 174(2) : p. 593–616, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2008.03802.x.

Faccenda Manuele, Ferreira Ana., Tisato Nicola, Lithgow-Bertelloni Carolina, Stixrude Lars et Pennacchioni Giorgio (2019), *Extrinsic Elastic Anisotropy in a Compositionally Heterogeneous Earth's Mantle*. J. Geophys. Res., t. 124(2) : p. 1671–1687, ISSN : 21699356, doi : 10.1029/2018JB016482.

Faccenna Claudio, Becker Thorsten W., Auer Ludwig, Billi Andrea, Boschi Lapo, Brun Jean Pierre, Capitanio Fabio A., Funiciello Francesca, Horvàth Ferenc, Jolivet Laurent, Piromallo Claudia, Royden Leigh, Rossetti Federico et Serpelloni Enrico (2014), *Mantle dynamics in the Mediterranean*. Rev. Geoph., t. 52(3) : p. 283–332, ISSN : 19449208, doi :10.1002/2013RG000444.

Farber Daniel L., Williams Quentin et Ryerson Frederick J. (1994), *Diffusion in $Mg_2SiO_4$ polymorphs and chemical heterogeneity in the mantle transition zone*. Nature, t. 371(6499) : p. 693–695, doi :10.1038/371693a0.
URL http://dx.doi.org/10.1038/371693a0

Ferreira Ana, Woodhouse John, Visser Karin et Trampert Jeannot (2010), *On the robustness of global radially anisotropic surface wave tomography*. J. Geophys. Res., t. 115(B4) : p. 1–16, ISSN : 21699356, doi :10.1029/2009JB006716.

Fichtner Andreas, Kennett Brian et Trampert Jeannot (2013), *Separating intrinsic and apparent anisotropy*. Phys. Earth Planet. Inter., t. 219 : p. 11–20, ISSN : 00319201, doi :10.1016/j.pepi.2013.03.006.
URL http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2013.03.006

French Scott, Lekic Vedran et Romanowicz Barbara (2013), *Waveform tomography reveals channeled flow at the base of the oceanic asthenosphere*. Science, t. 342(6155) : p. 227–230, ISSN : 1095-9203, doi :10.1126/science.1241514.
URL http://www.nature.com/doifinder/10.1038/355437a0{%}5Cnhttp://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/24009355

Friedrich A., Krüger Frank et Klinge Klaus (1998), *Ocean-generated microseismic noise located with the Gräfenberg array*. J. Seismol., t. 2(1) : p. 47–64, ISSN : 13834649, doi :10.1023/A:1009788904007.

Fry Bill, Deschamps Frédéric, Kissling Edi, Stehly Laurent et Giardini Domenico (2010), *Layered azimuthal anisotropy of Rayleigh wave phase velocities in the European Alpine lithosphere inferred from ambient noise*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 297(1-2) : p. 95–102, ISSN : 0012821X, doi :10.1016/j.epsl.2010.06.008.
URL http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2010.06.008

Gouédard Pierre, Stehly Laurent, Brenguier Florent, Campillo Michel, Colin De Verdière Yves, Larose Éric, Margerin Ludovic, Roux Philippe, Sánchez-sesma Francisco J., Shapiro Nikolai M. et Weaver Richard L. (2008), *Cross-correlation of random fields : Mathematical approach and applications*. Geophys. Prospect., t. 56(3) : p. 375–393, ISSN : 13652478, doi :10.1111/j.1365-2478.2007.00684.x.

Green Peter J (1995), *Reversible jump Markov chain Monte Carlo computation and Bayesian model determination*. Biometrika, t. 82(4) : p. 711–732.

Green Peter J. (2003), *Trans-dimensional Markov chain Monte Carlo*. Dans *Highly Structured Stochastic Systems*, Oxford Statistical Science Series, p. 179–198, Oxford Univ. Press.

Guillot Laurent, Capdeville Yann et Marigo Jean-Jacques (2010), *2-D non periodic homogenization for the SH wave equation*. Geophys. J. Int., t. 182(3) : p. 1438–1454, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2010.04688.x.

Gutenberg Beno et Geiger Ludwig (1912), *Konstitution des erdinnern, erschlossen aus der intensitat longitudinaler und transversaler erdbenwellen, und einige beobachtungen an den vorlaufer*. Nachr. Ges. Wiss. Goettingen Math. Phys, p. 623–675.

Gutenberg Beno, Zoeppritz Karl et Geiger Ludwig (1912), *Konstitution des erdinnern, erschlossen aus dem bodenverruckungsverhaltnis der einmal reflektierten zu den direkten longitudinalwellen, und einige andere beobachtungen uber erdbenwellen*. Nachr. Ges. Wiss. Goettingen Math. Phys, p. 121–206.

Hacker Bradley, Abers Geoffrey et Peacock Simon (2003), *Subduction factory 1. Theoretical mineralogy, densities, seismic wave speeds, and $H_2O$ contents.* J. Geophys. Res., t. 108(B1) : p. 1–26, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/2001JB001127, 2029.
URL http://dx.doi.org/10.1029/2001JB001127

Handy Mark R., Schmid Stefan, Bousquet Romain, Kissling Edi et Bernoulli Daniel (2010), *Reconciling plate-tectonic reconstructions of Alpine Tethys with the geological-geophysical record of spreading and subduction in the Alps.* Earth Sci. Rev., t. 102(3-4) : p. 121–158, ISSN : 00128252, doi :10.1016/j.earscirev.2010.06.002.
URL http://dx.doi.org/10.1016/j.earscirev.2010.06.002

Handy Mark R., Ustaszewski Kamil et Kissling Edi (2014), *Reconstructing the Alps–Carpathians–Dinarides as a key to understanding switches in subduction polarity, slab gaps and surface motion.* Int. J. Earth Sci., t. 104(1), ISSN : 14373262, doi :10.1007/s00531-014-1060-3.

Hastings W Keith (1970), *Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications.* Biometrika.

Helbig Klaus (1958), *Elastischen Wellen in anisotropen medien.* Gerlands Beiträge zur Geophys., t. 67 : p. 256–288.

Helbig Klaus (1994), *Foundations of anisotropy for exploration seismics.* Dans K. Helbig et S. Treitel (réds.), *Handbook of Geophysical Exploration : Seismic Exploration*, t. 22, p. 1–486, Pergamon, ISBN : 0080372244.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095014011370017X

Herrmann Robert B. (1973), *Some aspects of band-pass filtering of surface waves.* Bull. seism. Soc. Am., t. 63(2) : p. 663–671.

Hess Harry (1964), *Seismic anisotropy of the uppermost mantle under oceans.* Nature, t. 203(4945) : p. 629–631, ISSN : 0028-0836, doi :10.1038/203629a0.

Hetényi György, Molinari Irene, Clinton John, Bokelmann Götz, Bondár István, Crawford Wayne C., Dessa Jean-Xavier, Doubre Cécile, Friederich Wolfgang, Fuchs Florian, Giardini Domenico, Gráczer Zoltán, Handy Mark R., Herak Marijan, Jia Yan, Kissling Edi, Kopp Heidrun, Korn Michael, Margheriti Lucia, Meier Thomas, Mucciarelli Marco, Paul Anne, Pesaresi Damiano, Piromallo Claudia, Plenefisch Thomas, Plomerová Jaroslava, Ritter Joachim, Rümpker Georg, Šipka Vesna, Spallarossa Daniele, Thomas Christine, Tilmann Frederik, Wassermann Joachim, Weber Michael, Wéber Zoltán, Wesztergom Viktor, Živčić Mladen, AlpArray Seismic Network Team, Abreu Rafael, Allegretti Ivo, Apoloner Maria-Theresia, Aubert Coralie, Besançon Simon, Bès de Berc Maxime, Brunel Didier, Capello Marco, Čarman Martina, Cavaliere Adriano, Chèze Jérôme, Chiarabba Claudio, Cougoulat Glenn, Cristiano Luigia, Czifra Tibor, D'Alema Ezio, Danesi Stefania, Daniel Romuald, Dannowski Anke,

Dasović Iva, Deschamps Anne, Egdorf Sven, ETHZ-SED Electronics Lab, Fiket Tomislav, Fischer Kasper, Funke Sigward, Govoni Aladino, Gröschl Gidera, Heimers Stefan, Heit Ben, Herak Davorka, Huber Johann, Jarić Dejan, Jedlička Petr, Jund Hélène, Klingen Stefan, Klotz Bernhard, Kolínský Petr, Kotek Josef, Kühne Lothar, Kuk Krešo, Lange Dietrich, Loos Jürgen, Lovati Sara, Malengros Deny, Maron Christophe, Martin Xavier, Massa Marco, Mazzarini Francesco, Métral Laurent, Moretti Milena, Munzarová Helena, Nardi Anna, Pahor Jurij, Péquegnat Catherine, Petersen Florian, Piccinini Davide, Pondrelli Silvia, Prevolnik Snježan, Racine Roman, Régnier Marc, Reiss Miriam, Salimbeni Simone, Santulin Marco, Scherer Werner, Schippkus Sven, Schulte-Kortnack Detlef, Solarino Stefano, Spieker Kathrin, Stipčević Josip, Strollo Angelo, Süle Bálint, Szanyi Gyöngyvér, Szűcs Eszter, Thorwart Martin, Ueding Stefan, Vallocchia Massimiliano, Vecsey Luděk, Voigt René, Weidle Christian, Weyland Gauthier, Wiemer Stefan, Wolf Felix, Wolyniec David, Zieke Thomas, AlpArray OBS Cruise Crew et AlpArray Working Group (2018), *The AlpArray Seismic Network : A Large-Scale European Experiment to Image the Alpine Orogen*. Surv. Geophys., t. 39(5) : p. 1009–1033, ISSN : 1573-0956, doi :10.1007/s10712-018-9472-4.
URL https://doi.org/10.1007/s10712-018-9472-4

Hier-Majumder Saswata et Tauzin Benoit (2017), *Pervasive upper mantle melting beneath the western US*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 463 : p. 25–35, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2016.12.041.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X16307543

Hoffman N. R. A. et McKenzie Dan P. (1985), *The destruction of geochemical heterogeneities by differential fluid motions during mantle convection*. Geophys. J. R. Astron. Soc., t. 82(2) : p. 163–206, ISSN : 1365-246X, doi :10.1111/j.1365-246X.1985.tb05134.x.
URL http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1985.tb05134.x

Hofmann Albrecht W. (1988), *Chemical differentiation of the Earth : the relationship between mantle, continental crust, and oceanic crust*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 90(3) : p. 297–314, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/0012-821X(88)90132-X.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0012821X8890132X

Holtzman Benjamin, Kohlstedt David, Zimmerman Mark, Heidelbach Florian, Hiraga Takehiko et Hustoft Justin (2003), *Melt segregation and strain partitioning : Implications for seismic anisotropy and mantle flow*. Science, t. 301(5637) : p. 1227–1230, ISSN : 00368075, doi : 10.1126/science.1087132.

Hua Yuanyuan, Zhao Dapeng et Xu Yixian (2017), *P wave anisotropic tomography of the Alps*. J. Geophys. Res., t. 122(6) : p. 4509–4528, doi :10.1002/2016JB013831.
URL https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2016JB013831

Ishii Miaki et Tromp Jeroen (1999), *Normal-mode and free-air gravity constraints on lateral variations in velocity and density of Earth's mantle*. Science, t. 285(5431) : p. 1231–1236.

Jeffreys Harold (1926), *The Rigidity of the Earth's Central Core*. Geophys. J. Int., t. 1(3) : p. 371–383, ISSN : 1365246X, doi :10.1111/j.1365-246X.1926.tb05385.x.

Jeffreys Harold et Bullen Keith (1940), *Seismological Tables*. British Association for the Advancement of Science, London.

Jung Haemyeong et Karato Shun-Ichiro (2001), *Water-induced fabric transitions in olivine*. Science, t. 293(5534) : p. 1460–1463, ISSN : 00368075, doi :10.1126/science.1062235.

Kaminski Édouard (2006), *Interpretation of seismic anisotropy in terms of mantle flow when melt is present*. Geophys. Res. Lett., t. 33(2) : p. 1–5, ISSN : 00948276, doi :10.1029/2005GL024454.

Kaminski Édouard et Ribe Neil (2001), *A kinematic model for recrystallization and texture development in olivine polycrystals*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 189(3-4) : p. 253–267, ISSN : 0012821X, doi : 10.1016/S0012-821X(01)00356-9.

Kästle Emanuel D. (2018), *Surface-wave imaging of the crust and uppermost mantle under the Alps and surrounding regions*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie.

Kästle Emanuel D., El-Sharkawy Amir, Boschi Lapo, Meier Thomas, Rosenberg Claudio, Bellahsen Nicholas, Cristiano Luigia et Weidle Christian (2018), *Surface Wave Tomography of the Alps Using Ambient-Noise and Earthquake Phase Velocity Measurements*. J. Geophys. Res., t. 123(2) : p. 1770–1792, ISSN : 21699356, doi :10.1002/2017JB014698.

Kästle Emanuel D., Rosenberg Claudio, Boschi Lapo, Bellahsen Nicolas, Meier Thomas et El-Sharkawy Amr (2020), *Slab break-offs in the Alpine subduction zone*. Int. J. Earth Sci., t. 109(2) : p. 587–603, ISSN : 14373262, doi :10.1007/s00531-020-01821-z.
URL https://doi.org/10.1007/s00531-020-01821-z

Kästle Emanuel D., Soomro Riaz, Weemstra Cornelis, Boschi Lapo et Meier Thomas (2016), *Two-receiver measurements of phase velocity : Cross-validation of ambient-noise and earthquake-based observations*. Geophys. J. Int., t. 207(3) : p. 1493–1512, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggw341.

Kawakatsu Hitoshi (2016), *A new fifth parameter for transverse isotropy*. Geophys. J. Int., t. 206(1) : p. 360–367, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggw152.

Kawakatsu Hitoshi, Kumar Prakash, Takei Yasuko, Shinohara Masanao, Kanazawa Toshihiko, Araki Eiichiro et Suyehiro Kiyoshi (2009), *Seismic evidence for sharp lithosphere-asthenosphere boundaries of oceanic plates*. Science, t. 324 : p. 499–502, ISSN : 0036-8075, doi :https://doi.org/10.1126/science.1169499.
URL http://science.sciencemag.org/content/324/5926/499

Kellogg Louise et Turcotte Donald (1987), *Homogenization of the mantle by convective mixing and diffusion*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 81(4) : p. 371–378, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/0012-821X(87)90124-5.

URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0012821X87901245

Kennett Brian et Furumura Takashi (2013), *High-frequency Po/So guided waves in the oceanic lithosphere : I - long-distance propagation.* Geophys. J. Int., t. 195(3) : p. 1862–1877, ISSN : 0956540X, doi :10.1093/gji/ggt344.

Kissling Edi (1984), *Three-dimensional gravity model of the northern Ivrea-Verbano Zone.* Geomagnetic and Gravimetric Studies of the Ivrea Zone : Matér. Géol. Suisse. Géophys, t. 21 : p. 55–61.

Klimeš Luděk (2002), *Correlation functions of random media.* Pure Appl. Geophys., t. 159(7-8) : p. 1811–1831, ISSN : 0033-4553, doi :10.1007/s00024-002-8710-2.

Koulakov Ivan, Kaban Mikhail K., Tesauro Magdala et Cloetingh Sierd (2009), *P- and S-velocity anomalies in the upper mantle beneath Europe from tomographic inversion of ISC data.* Geophys. J. Int., t. 179(1) : p. 345–366, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2009.04279.x.

Kumazawa Mineo et Anderson Orson (1969), *Elastic moduli, pressure derivatives, and temperature derivatives of single-crystal olivine and single-crystal forsterite.* J. Geophys. Res., t. 74(25) : p. 5961–5972, ISSN : 01480227.

Kustowski Bogdan, Ekström Göran et Dziewoński Adam (2008), *The shear-wave velocity structure in the upper mantle beneath Eurasia.* Geophys. J. Int., t. 174(3) : p. 978–992, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2008.03865.x.

Laske Gabi, Masters Guy, Ma Zhitu et Pasyanos Mike (2013), *Update on CRUST1. 0—A 1-degree global model of Earth's crust.* Dans *Geophys. Res. Abstr*, t. 15, p. 2658, EGU General Assembly Vienna, Austria.

Le Pichon Xavier (1968), *Sea-floor spreading and continental drift.* J. Geophys. Res., t. 73(12) : p. 3661–3697, doi :10.1029/jb073i012p03661.

Lehmann Inge (1926), *P'.* Publ. du Bur. Cent. séismologique Int. Ser. A Trav. Sci., p. 87–115.

Levshin Anatoli et Ratnikova L. (1984), *Apparent anisotropy in homogeneous media.* Geophys. J. R. Astr. Soc., t. 76 : p. 65–69, ISSN : 0956-540X, doi :10.1111/j.1365-246X.1984.tb05022.x.

Levshin Anatoli L., Ritzwoller Michael H. et Shapiro Nikolai M. (2005), *The use of crustal higher modes to constrain crustal structure across Central Asia.* Geophys. J. Int., t. 160(3) : p. 961–972, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2005.02535.x.

Levshin Anatoli L., Yanovskaya Tatiana, Lander Alexander V., Bukchin Boris G., Barmin Misha P., Ratnikova Ludmila et Its E. N. (1989), *Seismic surface waves in a laterally inhomogeneous Earth.* February 1989, Springer, Dordrecht, ISBN : 1748-7692, doi :10.1111/mms.12040.

Lin Fan-Chi, Moschetti Morgan P. et Ritzwoller Michael H. (2008), *Surface wave tomography of*

*the western United States from ambient seismic noise : Rayleigh and Love wave phase velocity maps.* Geophys. J. Int., t. 173(1) : p. 281–298, doi :10.1111/j.1365-246X.2008.03720.x.
URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-246X.2008.03720.x

Lippitsch Regina, Kissling Edi et Ansorge Jörg (2003), *Upper mantle structure beneath the Alpine orogen from high-resolution teleseismic tomography.* J. Geophys. Res., t. 108(B8) : p. 2376, ISSN : 0148-0227, doi :10.1029/2002JB002016.
URL http://doi.wiley.com/10.1029/2002JB002016

Longuet-Higgins Michael (1950), *A Theory of the Origin of Microseisms.* Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., t. 243(857) : p. 1–35, ISSN : 1364-503X, doi :10.1098/rsta.1950.0012.
URL http://rsta.royalsocietypublishing.org/cgi/doi/10.1098/rsta.1950.0012

Love Augustus (1927), *The mathematical theory of elasticity.* Cambridge Univ. Press, ISBN : 9780486601748, doi :10.0486601749/9780486601748.

Lowen Steven et Teich Malvin (2005), *Fractal-based point processes.* Wiley series in probability and statistics, Hoboken, N.J. John Wiley, ISBN : 0-471-38376-7.
URL http://opac.inria.fr/record=b1119734

Lu Yang, Stehly Laurent, Brossier Romain et Paul Anne (2020), *Imaging Alpine crust using ambient noise wave-equation tomography.* Geophys. J. Int., p. 1–31, ISSN : 0956-540X, doi : 10.1093/gji/ggaa145.
URL https://academic.oup.com/gji/advance-article/doi/10.1093/gji/ggaa145/5811191

Lu Yang, Stehly Laurent et Paul Anne (2018), *High-resolution surface wave tomography of the European crust and uppermost mantle from ambient seismic noise.* Geophys. J. Int., t. 214(2) : p. 1136–1150, ISSN : 0956-540X, doi :10.1093/gji/ggy188.
URL https://academic.oup.com/gji/article/214/2/1136/4995199

Lucente Francesco Pio, Margheriti Lucia, Piromallo Claudia et Barruol Guilhem (2006), *Seismic anisotropy reveals the long route of the slab through the western-central Mediterranean mantle.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 241(3-4) : p. 517–529.

Luo Yinhe, Zhao Kaifeng, Tang Chi Chia et Xu Yixian (2018), *Seismic evidence for multiple-stage exhumation of high/ultrahigh pressure metamorphic rocks in the eastern Dabie orogenic belt.* Geophys. J. Int., t. 214(2) : p. 1379–1390, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/GJI/GGY208.

Macquet Marie (2015), *Tomographie crustale des Pyrénées et régions avoisinantes par corrélation de bruit.* Thèse de doctorat, Université de Grenoble.

Mainprice David, Barruol Guilhem et Ben Ismail Walid (2000), *The seismic anisotropy of the Earth's mantle ; from single crystal to polycrystal.* Geophys. Monogr., t. 117 : p. 237–264, ISSN : 0065-8448, doi :10.1029/GM117p0237.

Malinverno Alberto (2002), *Parsimonious Bayesian Markov chain Monte Carlo inversion in a nonlinear geophysical problem.* Geophys. J. Int., t. 151(3) : p. 675–688.

Malinverno Alberto et Briggs Victoria A. (2004), *Expanded uncertainty quantification in inverse problems : Hierarchical Bayes and empirical Bayes.* Geophysics, t. 69(4) : p. 1005–1016, ISSN : 00168033, doi :10.1190/1.1778243.

Mancinelli Nicholas, Shearer Peter et Liu Qinya (2016), *Constraints on the heterogeneity spectrum of Earth's upper mantle.* J. Geophys. Res., t. 121(5) : p. 3703–3721, ISSN : 2169-9356, doi :10.1002/2015JB012641.
URL http://dx.doi.org/10.1002/2015JB012641

Mao Zhu, Fan Dawei, Lin Jung-Fu, Yang Jing, Tkachev Sergey N., Zhuravlev Kirill et Prakapenka Vitali B. (2015), *Elasticity of single-crystal olivine at high pressures and temperatures.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 426 : p. 204–215, ISSN : 0012821X, doi :10.1016/j.epsl.2015.06.045.

Maupin Valérie (2002), *The amplitude of the Love-Rayleigh discrepancy created by small-scale heterogeneities.* Geophys. J. Int., t. 150(1) : p. 58–64, ISSN : 0956540X, doi :10.1046/j.1365-246X.2002.01676.x.

Maupin Valérie et Park Jeffrey (2007), *Theory and observations-wave propagation in anisotropic media.* Dans G. Schubert (réd.), *Treatise on Geophysics*, t. 1, p. 289–321, Elsevier, doi : 10.1016/B978-044452748-6.00007-9.

Métois Marianne, D'Agostino Nicola, Avallone Antonio, Chamot-Rooke Nicolas, Rabaute Alain, Duni LLambo, Kuka Neki, Koci Rexhep et Georgiev Ivan (2015), *Insights on continental collisional processes from GPS data : Dynamics of the peri-Adriatic belts.* J. Geophys. Res., t. 120(12) : p. 8701–8719, ISSN : 2169-9313, doi :10.1002/2015JB012023.
URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2015JB012023

Metropolis Nicholas, Rosenbluth Arianna W, Rosenbluth Marshall N, Teller Augusta H et Teller Edward (1953), *Equation of state calculations by fast computing machines.* J. Chem. Phys., t. 21(6) : p. 1087–1092.

Mitterbauer Ulrike, Behm Michael, Brückl Ewald, Lippitsch Regina, Guterch Alexander, Keller G. Randy, Koslovskaya Elena, Rumpfhuber Eva Maria et Sumanovac Franjo (2011), *Shape and origin of the East-Alpine slab constrained by the ALPASS teleseismic model.* Tectonophysics, t. 510(1-2) : p. 195–206, ISSN : 00401951, doi :10.1016/j.tecto.2011.07.001.

Mohorovičić Andrija (1910a), *Das beben vom 8. x. 1909.* Jahrbuch des meteorologischen Observatoriums in Zagreb (Agram) für das Jahr 1909.

Mohorovičić Andrija (1910b), *Earthquake of 8 october 1909 (translation).* Geofizika, t. 9 : p. 3–55.

Mohorovičić Andrija (1910c), *Potres od 8. x 1909.* Godišnje izvješće Zagrebačkog meteorološkog opservatorija za godinu 1909, p. 1–56.

Molinari Irene et Morelli Andrea (2011), *EPcrust : A reference crustal model for the European Plate*. Geophys. J. Int., t. 185(1) : p. 352–364, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2011.04940.x.

Molinari Irene, Verbeke Julie, Boschi Lapo, Kissling Edi et Morelli Andrea (2015), *Italian and Alpine three-dimensional crustal structure imaged by ambient-noise surface-wave dispersion*. Geochem. Geophys. Geosyst., t. 16(12) : p. 4405–4421, ISSN : 15252027, doi :10.1002/2015GC006176.

Montagner Jean-Paul (1994), *Can seismology tell us anything about convection in the mantle ?* Rev. Geoph., t. 32(2) : p. 115–137, ISSN : 8755-1209, doi :10.1029/94RG00099.

Montagner Jean-Paul (1998), *Where can seismic anisotropy be detected in the Earth's mantle ? In boundary layers...* Pure Appl. Geophys., t. 151(2) : p. 223–256, ISSN : 1420-9136, doi :10.1007/s000240050113.
URL http://dx.doi.org/10.1007/s000240050113

Montagner Jean-Paul et Anderson Don L (1989), *Petrological constraints on seismic anisotropy*. Phys. Earth Planet. Inter., t. 54(1-2) : p. 82–105.

Montagner Jean-Paul et Nataf Henri-Claude (1986), *A simple method for inverting the azimuthal anisotropy of surface waves*. J. Geophys. Res., t. 91(B1) : p. 511–520, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/JB091iB01p00511.
URL http://dx.doi.org/10.1029/JB091iB01p00511

Montagner Jean-Paul et Nataf Henri-Claude (1988), *Vectorial tomography—I. Theory*. Geophys. J. Int., t. 94(2) : p. 295–307, ISSN : 1365-246X, doi :10.1111/j.1365-246X.1988.tb05903.x.
URL http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1988.tb05903.x

Montagner Jean-Paul et Jobert Nelly (1988), *Vectorial tomography—II. Application to the Indian Ocean*. Geophys. J., t. 94(2) : p. 309–344, ISSN : 1365246X, doi :10.1111/j.1365-246X.1988.tb05904.x.

Morgan Jason Phipps et Morgan W.Jason (1999), *Two-stage melting and the geochemical evolution of the mantle : a recipe for mantle plum-pudding*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 170(3) : p. 215–239, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/S0012-821X(99)00114-4.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X99001144

Moulik Pritwiraj et Ekström Göran (2014), *An anisotropic shear velocity model of the Earth's mantle using normal modes, body waves, surface waves and long-period waveforms*. Geophys. J. Int., t. 199(3) : p. 1713, doi :10.1093/gji/ggu356.
URL +http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggu356

Musson Roger M.W. (2013), *A history of British seismology*. Bull. Earthq. Eng., t. 11(3) : p. 715–861, ISSN : 1570761X, doi :10.1007/s10518-013-9444-5.

Nakagawa Takashi et Buffett Bruce A. (2005), *Mass transport mechanism between the upper and lower mantle in numerical simulations of thermochemical mantle convection with multicomponent*

*phase changes*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 230(1–2) : p. 11–27, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2004.11.005.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X04006788

Nakagawa Takashi et Tackley Paul J. (2014), *Influence of combined primordial layering and recycled MORB on the coupled thermal evolution of Earth's mantle and core*. Geochem. Geophys. Geosyst., t. 15(3) : p. 619–633, ISSN : 1525-2027, doi :10.1002/2013GC005128.
URL http://dx.doi.org/10.1002/2013GC005128

Nataf Henri-claude, Nakanishi Ichiro et Anderson Don L. (1984), *Anisotropy and shear velocity heterogeneities in the upper mantle*. Geophys. Res. Lett., t. 11(2) : p. 109–112.

Nettles Meredith et Dziewoński Adam M. (2006), *Radially anisotropic shear velocity structure of the upper mantle globally and beneath North America*. J. Geophys. Res., t. 113(2) : p. 1–27, ISSN : 01480227, doi :10.1029/2006JB004819.

Nocquet Jean-Mathieu et Calais Éric (2004), *Geodetic measurements of crustal deformation in the Western Mediterranean and Europe*. Pure Appl. Geophys., t. 161(3) : p. 661–681, ISSN : 00334553, doi :10.1007/s00024-003-2468-z.

Oldham Richard (1906), *The Constitution of the Interior of the Earth, as Revealed by Earthquakes*. Quarterly Journal of the Geological Society, t. 62(1-4) : p. 456–475, ISSN : 0370-291X, doi :10.1144/GSL.JGS.1906.062.01-04.21.
URL https://jgs.lyellcollection.org/content/62/1-4/456

Olson Peter, Yuen David A. et Balsiger Derick (1984), *Mixing of passive heterogeneities by mantle convection*. J. Geophys. Res., t. 89(B1) : p. 425–436, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/JB089iB01p00425.
URL http://dx.doi.org/10.1029/JB089iB01p00425

Palano Mimmo (2015), *On the present-day crustal stress, strain-rate fields and mantle anisotropy pattern of Italy*. Geophys. J. Int., t. 200(8) : p. 969–985, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggu451.

Panning Mark, Lekić Vedran et Romanowicz Barbara (2010), *Importance of crustal corrections in the development of a new global model of radial anisotropy*. J. Geophys. Res., t. 115(12) : p. 1–18, ISSN : 21699356, doi :10.1029/2010JB007520.

Papanikolaou Ioannis, Lekkas Efthimios, Roberts Gerald, McGuire Bill, Fountoulis Ioannis, Parcharidis Issaak et Foumelis Michalis (2010), *The 2009 l'Aquila earthquake : findings and implications*. AON Benfield UCL Hazard Research Centre.

Parkins Nick (2019), *Sounding out Earth's hum*.
URL https://www.earthmagazine.org/article/sounding-out-earths-hum

Pfiffner Othmar-Adrian, Lehner P, Heitzmann P, Mueller St et Steck A (1997), *Deep structure of the Swiss Alps : results of NRP 20*. Birkhäuser.

Pilidou Sylvana, Priestley Keith, Debayle Éric et Gudmundsson Olafur (2005), *Rayleigh wave tomography in the North Atlantic : high resolution images of the Iceland, Azores and Eifel mantle plumes.* Lithos, t. 79(3-4) : p. 453–474.

Pilidou Sylvana, Priestley Keith, Gudmundsson Olafur et Debayle Éric (2004), *Upper mantle S-wave speed heterogeneity and anisotropy beneath the North Atlantic from regional surface wave tomography : the Iceland and Azores plumes.* Geophys. J. Int., t. 159(3) : p. 1057–1076.

Piromallo Claudia et Morelli Andrea (2003), *P wave tomography of the mantle under the Alpine-Mediterranean area.* J. Geophys. Res., t. 108(B2) : p. 1–23, ISSN : 0148-0227, doi :10.1029/2002jb001757.

Postma G. W. (1955), *Wave propagation in a stratified medium.* Geophysics, t. 20(4) : p. 780–806, ISSN : 0016-8033, doi :10.1190/1.1438187.
URL http://geophysics.geoscienceworld.org/content/20/4/780

Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. et Flannery B.P. (1992), *Numerical Recipies in Fortran 77 : The art of scientific programming.* Cambridge University Press, Cambridge, ISBN : 052143064X, second edition.

Qorbani Ehsan, Bianchi Irene et Bokelmann Götz (2015), *Slab detachment under the Eastern Alps seen by seismic anisotropy.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 409 : p. 96–108, ISSN : 0012821X, doi : 10.1016/j.epsl.2014.10.049.
URL http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2014.10.049

von Rebeur-Paschwitz Ernst (1889), *The Earthquake of Tokio, April 18, 1889.* Nature, t. Vol. 40 : p. 294 – 295.

Rhie Junkee et Romanowicz Barbara (2004), *Excitation of Earth's continuous free oscillations by atmosphere-ocean-seafloor coupling.* Nature, t. 431(7008) : p. 552–556, ISSN : 00280836, doi :10.1038/nature02942.

Ribe Neil, Stutzmann Éléonore, Ren Yong et van der Hilst Robert (2007), *Buckling instabilities of subducted lithosphere beneath the transition zone.* Earth Planet. Sci. Lett., t. 254(1–2) : p. 173–179, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2006.11.028.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X06008466

Ricard Yanick, Durand Stéphanie, Montagner Jean-Paul et Chambat Frédéric (2014), *Is there seismic attenuation in the mantle ?* Earth Planet. Sci. Lett., t. 388 : p. 257–264, ISSN : 0012821X, doi :10.1016/j.epsl.2013.12.008.

Ricard Yanick, Mattern Estelle et Matas Jan (2005), *Synthetic Tomographic Images of Slabs from Mineral Physics*, p. 283–300. American Geophysical Union, ISBN : 9781118666258, doi :10.1029/160GM17.

URL http://dx.doi.org/10.1029/160GM17

Ricard Yanick, Richards Mark, Lithgow-Bertelloni Carolina et Le Stunff Yves (1993), *A geodynamic model of mantle density heterogeneity*. J. Geophys. Res., t. 98(B12) : p. 21 895–21 909, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/93JB02216.
URL http://dx.doi.org/10.1029/93JB02216

Saito M. (1988), *Disper80 : A subroutine package for the calculation of seismic normal-mode solutions*. Seismol. Algorithms, p. 293–319.

Salimbeni Simone, Malusà Marco G, Zhao Liang, Pondrelli Silvia, Margheriti Lucia, Paul Anne, Aubert Coralie, Dumont Thierry, Schwartz Stéphane, Pondrelli Silvia, Margheriti Lucia, Paul Anne, Solarino Stefano et Aubert Coralie (2018), *Active and fossil mantle flows in the western Alpine region unravelled by seismic anisotropy analysis and high-resolution P wave tomography*. Tectonophysics, ISSN : 0040-1951, doi :10.1016/j.tecto.2018.03.002.
URL https://doi.org/10.1016/j.tecto.2018.03.002

Sambridge Malcolm, Bodin Thomas, Gallagher Kerry et Tkalćić Hrvoje (2013), *Transdimensional inference in the geosciences*. Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., t. 371(1984), ISSN : 1364503X, doi :10.1098/rsta.2011.0547.

Sambridge Malcolm et Mosegaard Klaus (2002), *Monte Carlo methods in geophysical inverse problems*. Rev. Geoph., t. 40(3) : p. 3–1–3–29, ISSN : 87551209, doi :10.1029/2000RG000089.

Sanchez-Palencia Enrique (1980), *Non-homogeneous media and vibration theory*. N° 127 dans Lecture Notes in Physics, Springer, Berlin, ISBN : 9783540100003.

Sato Yasuo (1955), *Analysis of dispersed surface waves by means of Fourier transform I*. Bull. Earthq. Res. Inst., t. 33 : p. 33–48.

Savostin Léonid A, Sibuet Jean-Claude, Zonenshain Lev, Le Pichon Xavier et Roulet Marie-Jose (1986), *Kinematic evolution of the Tethys belt from the Atlantic Ocean to the Pamirs since the Triassic*. Tectonophysics, t. 123(1-4) : p. 1–35.

Schaefer Julia F, Boschi Lapo, Becker Thorsten W. et Kissling Edi (2011a), *Radial anisotropy in the European mantle : Tomographic studies explored in terms of mantle flow*. Geophys. Res. Lett., t. 38(23), ISSN : 00948276, doi :10.1029/2011GL049687.
URL http://doi.wiley.com/10.1029/2011GL049687

Schaefer Julia F., Boschi Lapo et Kissling Edi (2011b), *Adaptively parametrized surface wave tomography : Methodology and a new model of the European upper mantle*. Geophys. J. Int., t. 186(3) : p. 1431–1453, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2011.05135.x.

Schippkus Sven, Zigone Dimitri, Bokelmann Götz et the AlpArray Working Group (2020), *Azimuthal anisotropy in the wider Vienna basin region : a proxy for the present-day stress field and*

*deformation*. Geophys. J. Int., t. 220(3) : p. 2056–2067, ISSN : 0956-540X, doi :10.1093/gji/ggz565.

Schivardi Renata et Morelli Andrea (2011), *EPmantle : A 3-D transversely isotropic model of the upper mantle under the European Plate*. Geophys. J. Int., t. 185(1) : p. 469–484, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2011.04953.x.

Schmid Stefan M., Fügenschuh Bernhard, Kissling Edi et Schuster Ralf (2004), *Tectonic map and overall architecture of the Alpine orogen*. Eclogae Geol. Helv., t. 97(1) : p. 93–117, ISSN : 00129402, doi :10.1007/s00015-004-1113-x.

Science Museum / Science & Society Picture Library (1885), *Gray-milne seismograph*.
URL https://www.ssplprints.com/image/85932/gray-milne-seismograph-1885

Shapiro Nikolai M. et Campillo Michel (2004), *Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise*. Geophys. Res. Lett., t. 31(7) : p. n/a–n/a, ISSN : 00948276, doi :10.1029/2004GL019491.
URL http://doi.wiley.com/10.1029/2004GL019491

Shapiro Nikolai M., Campillo Michel, Stehly Laurent et Ritzwoller Michael (2005), *High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise*. Science, t. 307(5715) : p. 1615–1618, ISSN : 00368075, doi :10.1126/science.1108339.

Shearer Peter (2009), *Introduction to Seismology*. Cambridge University Press, Cambridge, ISBN : 9780511841552, doi :10.1017/CBO9780511841552.
URL http://ebooks.cambridge.org/ref/id/CBO9780511841552

Shor George et Pollard Dwight (1964), *Mohole site selection studies north of Maui*. J. Geophys. Res., t. 69(8) : p. 1627–1637, doi :10.1029/jz069i008p01627.

Smith Martin et Dahlen Francis (1973), *The Azimuthal Dependence of Love and Rayleigh Wave Propagation in a Slightly Anisotropic Medium*. J. Geophys. Res., t. 78(17).

Snieder Roel (2004), *Extracting the Green's function from the correlation of coda waves : A derivation based on stationary phase*. Phys. Rev. E, t. 69(4) : p. 8, ISSN : 1063651X, doi :10.1103/PhysRevE.69.046610.

Soomro Riaz Ahmed, Weidle Christian, Cristiano Luigia, Lebedev Sergei, Meier Thomas et PASSEQ Working Group (2016), *Phase velocities of Rayleigh and Love waves in central and northern Europe from automated, broad-band, interstation measurements*. Geophys. J. Int., t. 204(1) : p. 517–534.

Spada Matteo, Bianchi Irene, Kissling Edi, Piana Agostinetti Nicola et Wiemer Stefan (2013), *Combining controlled-source seismology and receiver function information to derive 3-D Moho topography for Italy*. Geophys. J. Int., t. 194(2) : p. 1050–1068, ISSN : 0956540X, doi :10.1093/gji/ggt148.

Spakman Wim et Wortel Rinus (2004), *A Tomographic View on Western Mediterranean Geodynamics*, p. 31–52. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, ISBN : 978-3-642-18919-7, doi :10.1007/978-3-642-18919-7_2.
URL https://doi.org/10.1007/978-3-642-18919-7_2

Stehly Laurent, Campillo Michel et Shapiro Nikolai M. (2006), *A study of the seismic noise from its long-range correlation properties*. J. Geophys. Res., t. 111(10), ISSN : 21699356, doi :10.1029/2005JB004237.

Stehly Laurent, Campillo Michel et Shapiro Nikolai M. (2007), *Traveltime measurements from noise correlation : Stability and detection of instrumental time-shifts*. Geophys. J. Int., t. 171(1) : p. 223–230, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2007.03492.x.

Stehly Laurent, Fry Bill, Campillo Michel, Shapiro Nikolai M., Guilbert Jocelyn, Boschi Lapo et Giardini Domenico (2009), *Tomography of the Alpine region from observations of seismic ambient noise*. Geophys. J. Int., p. 338–350, doi :10.1111/j.1365-246X.2009.04132.x.

Stixrude Lars et Jeanloz Raymond (2007), *Constraints on seismic models from other disciplines – constraints from mineral physics on seismological models.* Dans G. Schubert (réd.), *Treatise on Geophysics*, t. 1, p. 775–803, Elsevier, doi :10.1016/B978-044452748-6/00026-2.

Stixrude Lars et Lithgow-Bertelloni Carolina (2012), *Geophysics of Chemical Heterogeneity in the Mantle*. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., t. 40(1) : p. 569–595, ISSN : 0084-6597, doi :10.1146/annurev.earth.36.031207.124244.

Storchak Dmitry, Schweitzer Johannes et Bormann Peter (2011), *Seismic phase names : IASPEI standard*. Dans *Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*, Encyclopedia of Earth Sciences Series, p. 1162 – 1173, Springer.

Sun Weijia, Zhao Liang, Malusà Marco G., Guillot Stéphane et Fu Li Yun (2019), *3-D Pn tomography reveals continental subduction at the boundaries of the Adriatic microplate in the absence of a precursor oceanic slab*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 510 : p. 131–141, ISSN : 0012821X, doi : 10.1016/j.epsl.2019.01.012.
URL https://doi.org/10.1016/j.epsl.2019.01.012

Tackley Paul J. (2008), *Modelling compressible mantle convection with large viscosity contrasts in a three-dimensional spherical shell using the yin-yang grid*. Phys. Earth Planet. Inter., t. 171(1) : p. 7 – 18, ISSN : 0031-9201, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.pepi.2008.08.005, recent Advances in Computational Geodynamics : Theory, Numerics and Applications.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031920108002276

Takeuchi H et Saito M. (1972), *Seismic surface waves*. Methods Comput. Phys., t. 11 : p. 217–295.

Tanimoto Toshiro et Um Junho (1999), *Cause of continuous oscillations of the Earth*. J. Geophys.

Res., t. 104(B12) : p. 28 723–28 739, doi :10.1029/1999jb900252.

Tarantola Albert et Valette Bernard (1982), *Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion*. Rev. Geoph., t. 20(2) : p. 219.

Tauzin Benoit, Bodin Thomas, Debayle Éric, Perrillat Jean-Philippe et Reynard Bruno (2016), *Multi-mode conversion imaging of the subducted Gorda and Juan de Fuca plates below the North American continent*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 440 : p. 135–146, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2016.01.036.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X16300115

Tauzin Benoit, Kim Seongryong et Afonso Juan Carlos (2018), *Multiple phase changes in the mantle transition zone beneath northeast Asia : Constraints from teleseismic reflected and converted body waves*. J. Geophys. Res., t. 123(8) : p. 6636–6657.

Tauzin Benoit et Ricard Yanick (2014), *Seismically deduced thermodynamics phase diagrams for the mantle transition zone*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 401 : p. 337–346, doi :10.1016/j.epsl.2014.05.039.

The ECORS-CROP Deep Seismic Sounding, Hirn Alfred, Nadir S., Thouvenot François, Nicolich Rinaldo, Pellis Giulio, Scarascia Salvatore, Tabacco Ignazio, Castellano Mario, Merlanti Fulvio *et al.* (1989), *Mapping the Moho of the Western Alps by wide-angle reflection seismics*. Tectonophysics, t. 162(3-4) : p. 193–202.

Thomson William (1856), *Elements of a mathematical theory of elasticity*. Phil. Trans. R. Soc. Lond., t. 146 : p. 481–498, ISSN : 02610523, doi :10.1098/rstl.1856.0022.
URL http://www.jstor.org/stable/108596

Thomson William (1878), *Mathematical theory of elasticity*. Dans T. S. Baynes (réd.), *Encyclopaedia Britannica*, t. 7, chap. 10, p. 819–825, A. and C. Black, Edinburgh, 9th éd.

Thomson William (1950), *Transmission of elastic waves through a stratified solid medium*. J. Appl. Phys., t. 21(2) : p. 89–93, ISSN : 00218979, doi :10.1063/1.1699629.

Tkalćić Hrvoje., Pasyanos Michel E., Rodgers Arthur J., Gök Rengin, Walter William et Al-Amri Abdullah (2006), *A multistep approach for joint modeling of surface wave dispersion and teleseismic receiver functions : Implications for lithospheric structure of the arabian peninsula*. J. Geophys. Res., t. 111(B11) : p. 1–25, ISSN : 2156-2202, doi :10.1029/2005JB004130, b11311.
URL http://dx.doi.org/10.1029/2005JB004130

Trampert Jeannot et Woodhouse John (2003), *Global anisotropic phase velocity maps for fundamental mode surface waves between 40 and 150s*. Geophys. J. Int., t. 154(1) : p. 154–165, ISSN : 0956540X, doi :10.1046/j.1365-246X.2003.01952.x.

TRANSALP working group (2002), *Publisher's correction to "First deep seismic reflection images of the Eastern Alps reveal giant crustal wedges and transcrustal ramps"*. Geophys. Res. Lett., t. 29(10),

ISSN : 0094-8276, doi :10.1029/2006gl026618.

Verbeke Julie, Boschi Lapo, Stehly Laurent, Kissling Edi et Michelini Alberto (2012), *High-resolution Rayleigh-wave velocity maps of central Europe from a dense ambient-noise data set*. Geophys. J. Int., t. 188(3) : p. 1173–1187, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2011.05308.x.

Verne Jules (1864), *Voyage au centre de la Terre*. Hetzel.

Vignaroli Gianluca, Faccenna Claudio, Jolivet Laurent, Piromallo Claudia et Rossetti Federico (2008), *Subduction polarity reversal at the junction between the Western Alps and the Northern Apennines, Italy*. Tectonophysics, t. 450(1-4) : p. 34–50, ISSN : 00401951, doi :10.1016/j.tecto.2007.12.012.

Vinnik Lev, Farra Véronique et Romanowicz Barbara (1989), *Azimuthal anisotropy in the Earth from observations of SKS at GEOSCOPE and NARS broadband stations*. Bull. seism. Soc. Am., t. 79(5) : p. 1542–1558, ISSN : 1943-3573.

Waldhauser Felix, Kissling Edi, Ansorge Joerg et Mueller Stephan (1998), *Three-dimensional interface modelling with two-dimensional seismic data : the Alpine crust-mantle boundary*. Geophys. J. Int., t. 135(1) : p. 264–278, ISSN : 0956540X, doi :10.1046/j.1365-246X.1998.00647.x.

Wang Nian, Montagner Jean-Paul, Burgos Gäel, Capdeville Yann et Yu Daxin (2015), *Intrinsic versus extrinsic seismic anisotropy : Surface wave phase velocity inversion*. C. R. Geoscience, t. 347(2) : p. 66–76, ISSN : 1631-0713, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.crte.2015.02.010.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631071315000449

Wang Nian, Montagner Jean-Paul, Fichtner Andreas et Capdeville Yann (2013), *Intrinsic versus extrinsic anisotropy : the radial anisotropy in reference Earth models*. Geophys. Res. Lett., t. 40(16) : p. 4284–4288, ISSN : 00948276, doi :10.1002/grl.50873.

Weaver Richard L. et Lobkis Oleg I. (2001), *Ultrasonics without a source : Thermal fluctuation correlations at MHz frequencies*. Phys. Rev. Lett., t. 87(13) : p. 1–4, ISSN : 10797114, doi :10.1103/PhysRevLett.87.134301.

Wortel Rinus et Spakman Wim (2000), *Subduction and Slab Detachment in the Mediterranean-Carpathian Region*. Science, t. 290(5498) : p. 1910–1917, ISSN : 00368075, doi :10.1126/science.290.5498.1910.
URL http://www.sciencemag.org/cgi/doi/10.1126/science.290.5498.1910

Xie Jiayi, Ritzwoller Michael H., Brownlee Sarah J. et Hacker Bradley R. (2015), *Inferring the oriented elastic tensor from surface wave observations : preliminary application across the western United States*. Geophys. J. Int., t. 201(2) : p. 996–1019, doi :10.1093/gji/ggv054.
URL +http://dx.doi.org/10.1093/gji/ggv054

Xu Wenbo, Lithgow-Bertelloni Carolina, Stixrude Lars et Ritsema Jeroen (2008), *The effect of bulk composition and temperature on mantle seismic structure*. Earth Planet. Sci. Lett., t. 275(1–2) :

p. 70–79, ISSN : 0012-821X, doi :http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2008.08.012.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0012821X08005281

Yamazaki Daisuke, Kato Takumi, Yurimoto Hisayoshi, Ohtani Eiji et Toriumi Mitsuhiro (2000), *Silicon self-diffusion in $MgSiO_3$ perovskite at 25 GPa*. Phys. Earth Planet. Inter., t. 119(3–4) : p. 299–309, ISSN : 0031-9201, doi :http://dx.doi.org/10.1016/S0031-9201(00)00135-7.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031920100001357

Yang Yingjie, Zheng Yong, Chen John, Zhou Shiyong, Celyan Savas, Sandvol Éric, Tilmann Frederik, Priestley Keith, Hearn Thomas M., Ni James F., Brown Larry D. et Ritzwoller Michael H. (2010), *Rayleigh wave phase velocity maps of Tibet and the surrounding regions from ambient seismic noise tomography*. Geochem. Geophys. Geosyst., t. 11(8) : p. 1–18, ISSN : 15252027, doi :10.1029/2010GC003119.

Yuan Huaiyu et Bodin Thomas (2018), *A Probabilistic Shear Wave Velocity Model of the Crust in the Central West Australian Craton Constrained by Transdimensional Inversion of Ambient Noise Dispersion*. Tectonics, t. 37(7) : p. 1994–2012, ISSN : 19449194, doi :10.1029/2017TC004834.

Yuan Huaiyu, Romanowicz Barbara, Fischer Karen et Abt David (2011), *3-D shear wave radially and azimuthally anisotropic velocity model of the North American upper mantle*. Geophys. J. Int., t. 184(3) : p. 1237–1260, ISSN : 0956540X, doi :10.1111/j.1365-246X.2010.04901.x.

Zhao Liang, Paul Anne, Guillot Stéphane, Solarino Stefano, Malusà Marco G, Zheng Tianyu, Aubert Coralie, Salimbeni Simone, Dumont Thierry, Schwartz Stéphane, Zhu Rixiang et Wang Qingchen (2015), *First seismic evidence for continental subduction beneath the Western Alps*. Geology, t. 43(9) : p. 815–818, doi :10.1130/G36833.1.

Zhao Liang, Paul Anne, Malusà Marco G., Xu Xiaobing, Zheng Tianyu, Solarino Stefano, Guillot Stéphane, Schwartz Stéphane, Dumont Thierry, Salimbeni Simone, Aubert Coralie, Pondrelli Silvia, Wang Qingchen et Zhu Rixiang (2016), *Continuity of the Alpine slab unraveled by high-resolution P wave tomography*. J. Geophys. Res., t. 121(12) : p. 8720–8737, ISSN : 21699356, doi :10.1002/2016JB013310.

Zhu Hejun, Bozdăg Ebru et Tromp Jeroen (2015), *Seismic structure of the European upper mantle based on adjoint tomography*. Geophys. J. Int., t. 201(1) : p. 18–52, ISSN : 1365246X, doi :10.1093/gji/ggu492.

Zhu Hejun, Komatitsch Dimitri et Tromp Jeroen (2017), *Radial anisotropy of the North American upper mantle based on adjoint tomography with USArray*. Geophys. J. Int., t. 211 : p. 349–377, doi : 10.1093/gji/ggx305.

## Résumé

L'anisotropie est souvent utilisée en sismologie comme proxy de la déformation des roches. Elle se développe lorsque des minéraux acquièrent une orientation préférentielle. C'est le cas de l'olivine des péridotites du manteau qui s'aligne selon la direction des flux de matière. Néanmoins, l'anisotropie observée en tomographie peut aussi provenir d'hétérogénéités chimiques non résolues par les ondes sismiques longues périodes : elle s'apparente alors à de l'anisotropie artificielle. Les théories et développements méthodologiques actuels ne permettent pas de distinguer l'anisotropie réelle de l'anisotropie artificielle dans les signaux sismiques. Dans cette thèse nous avons utilisé des modèles simples de manteau terrestre pour étudier théoriquement et numériquement le lien entre le niveau d'hétérogénéités non résolues et l'anisotropie radiale artificielle. Nous en avons conclu que l'anisotropie est proportionnelle au carré des hétérogénéités et que 10% de contraste de vitesse sismique peut engendrer plus de 3% d'anisotropie, un niveau non négligeable au regard des observations tomographiques. Une tomographie 3-D anisotrope de l'Europe, centrée sur les Alpes et les Apennins, a également été réalisée. Les données d'ondes de surface utilisées sont issues de corrélations de bruit sismique et permettent d'imager la croûte et le manteau supérieur. La structure isotrope de notre modèle illumine particulièrement bien la plaque adriatique en subduction sous les Apennins ainsi qu'une rupture de ce panneau située au sud de la chaîne. Par ailleurs, la méthode d'inversion en profondeur utilisée prend en compte le biais entre anisotropie et hétérogénéités. Nous présentons ainsi le premier modèle 3-D d'anisotropie radiale en Europe réalisé pour des profondeurs aussi faibles. Nos résultats suggèrent que la croûte inférieure est marquée par une structuration horizontale dans les Apennins, probablement en lien avec la déformation extensive actuelle observée dans la région.

**Mots-clés :** Tomographie sismique, bruit ambiant, ondes de surface, anisotropie, inversion Bayésienne.

## Abstract

Seismic anisotropy is often used as a proxy for rock deformation. It arises from the preferred orientation of anisotropic minerals. For instance, olivine in mantellic peridotites align according to mantle flow. However, anisotropy in tomographic models can be the result of small scale heterogeneities unresolved by long period seismic waves. It is thus considered as artificial. Theories and methodological developments do not allow to distinguish the relative contributions of real and artifical anisotropy in seismic signals. In this thesis, we used simple models of the Earth's mantle to analytically and numerically study the link between unresolved heterogeneities and the level of artificial radial anisotropy. We concluded that anisotropy is proportional to the square of heterogeneities and that 10% of velocity contrast can be responsible for 3% of anisotropy, which is non negligible compared to the observed anisotropy in tomography. A 3-D anisotropic model of Europe, focusing on the Alps and Apennines, was constructed from surface waves data. The dispersion measurements were made from noise correlation and allow to image the crust and uppermost mantle. The isotropic structure of the model shows particularly well the Adriatic plate subducting under the Apennines, as well as a slab break-off in the Southern part of the chain. The method used for the depth inversion takes into account the trade-off between layering and anisotropy. Our model is therefore the first 3-D model of radial anisotropy built at shallow depths in Europe. Our results suggest that the lower crust has a horizontal organisation in the Apennines, probably related to the extensive regime observed in the area.

**Keywords:** Seismic tomography, ambient noise, surface waves, anisotropy, Bayesian inversion.