

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

Discipline ou spécialité :

Dynamique des fluides

Présentée et soutenue par :

M. FLORIAN LE ROY DE BONNEVILLE

le mardi 22 septembre 2020

Titre :

Modélisation numérique de l'agitation et du mélange dans les écoulements à bulles. Application aux phénomènes de convection dans un bain de corium

---

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

Unité de recherche :

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT)

Directeur(s) de Thèse :

M. FREDERIC RISSO

M. RÉMI ZAMANSKY

Rapporteurs :

M. JEREMIE BEC, MINESPARISTECH

M. MICKAEL BOURGOIN, ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE LYON

Membre(s) du jury :

M. ARNAUD COCKX, INSA TOULOUSE, Président

M. FRÉDÉRIC AUGIER, IFPEN, Membre

M. FREDERIC RISSO, CNRS TOULOUSE, Membre

M. JOHN-CHRISTOS VASSILICOS, Lab. de Mécanique des Fluides de Lille, Membre

Mme ANNE BOULIN, CEA CADARACHE, Membre

M. RÉMI ZAMANSKY, TOULOUSE INP, Membre

Résumé

Les écoulements à bulles font partie de la famille des écoulements polyphasiques dans lesquels des particules, solides, liquides ou gazeuses, sont dispersées dans un fluide porteur. Ce type d'écoulements est très courant, on le retrouve dans nombreux procédés industriels (colonnes à bulles, colonnes d'extraction, lits fluidisés, décanteurs) et naturels (vagues déferlantes, panaches volcaniques). La présence des bulles joue notamment un rôle majeur dans les accidents nucléaires de fusion du cœur en influençant la dynamique du bain de corium. Cette présence dans des domaines très variés a favorisé un développement important de méthodes expérimentales et numériques pour étudier ce type d'écoulements.
Dans cette étude, nous nous intéressons à l'écoulement induit par l'ascension d'un essaim de bulles millimétriques (dont le nombre de Reynolds est de plusieurs centaines) dans un liquide. Dans cette situation, les interactions entre les sillages jouent un rôle majeur conduisant à une agitation turbulente aux caractéristiques originales. L'une des plus frappantes est l'existence d'un régime spectral singulier où l'énergie des fluctuations des vitesse du liquide évolue en puissance -3 du nombre d'onde. Fondamentalement, nous souhaitons comprendre les mécanismes de transfert turbulent inter-échelle afin de modéliser les processus de mélange et de transfert dans les applications. Pour cela nous proposons de simuler l'écoulement en couplant une description eulérienne de la phase porteuse à une méthode Lagrangienne pour le suivi des bulles. Dans notre approche numérique, l'action de chaque bulle sur le liquide est modélisée par une source volumique de quantité de mouvement répartie sur quelques éléments de maillage. Les plus petites échelles de l'écoulement (c'est-à-dire des échelles beaucoup plus petites que le diamètre des bulles) ne sont pas finement résolues. Ce choix de nous concentrer sur les grandes échelles de l'écoulement nous permet de simuler des fractions volumiques conséquentes avec un grand nombre de bulles avec une puissance de calcul raisonnable. Pour calculer la trajectoire des bulles, nous utilisons les forces hydrodynamiques que le liquide exerce sur chacune d'elles. Ceci nécessite de déterminer la perturbation qu'une bulle crée dans son voisinage afin d'annuler la force que la bulle exerce artificiellement sur elle-même. Nous avons établi un modèle pour déterminer cette perturbation nous permettant ainsi de calculer de façon précise les forces de traînée et de masse ajoutée. Grâce à cette méthode, nous avons simulé l'agitation induite par l'ascension d'un essaim de bulles homogène et obtenu des résultats en bon accord avec l'expérience. Une fois validées, ces simulations permettent d'étudier le bilan entre production, dissipation et transfert inter-échelle dans le plan spectral pour analyser les mécanismes de la turbulence induite par les bulles. Dans un but de prévention des risques, le modèle numérique est ensuite appliqué à la simulation d'un bain de corium produit lors d'un accident de fusion du cœur d'une centrale nucléaire. La dynamique d'ablation du béton est directement liée à la répartition des flux de chaleur aux parois qui mettent principalement en jeu les phénomènes de convection turbulente d'origine thermique et ceux induits pas les bulles.

Abstract

Bubbly flows belong to the family of multiphase flows in which particles, whether solid, liquid or gaseous, are dispersed in a carrier fluid. This type of flow is very common and can be found in many industrial processes (bubble columns, extraction columns, fluidized beds, decanters) and natural processes (breaking waves, volcanic plumes). In particular, the presence of bubbles plays a major role in nuclear core meltdown accidents by influencing the dynamics of the corium bath. This presence in a wide variety of fields has led to the significant development of experimental and numerical methods to study this type of flow.
In this study, we are interested in the flow induced by the rise of a swarm of millimetre-sized bubbles (with a Reynolds number of several hundred) in a liquid. In this situation, interactions between the wakes play a major role leading to turbulent agitation with original characteristics. One of the most striking is the existence of a singular spectral regime where the energy of the fluctuations in the liquid velocity evolves in power -3 of the wave number. Fundamentally, we are interested in understanding the interscale turbulent transfer mechanisms in order to model mixing and transfer processes in applications. For this purpose we propose to simulate the flow by coupling an Eulerian description of the carrier phase to a Lagrangian method for the bubbles. In our numerical approach, the action of each bubble on the liquid is modelled by a volume source of momentum distributed over a few mesh elements. The smallest scales of the flow (i.e. scales much smaller than the bubble diameter) are not finely resolved. This choice to focus on the large scales of the flow allows us to simulate large volume fractions with a large number of bubbles with reasonable computing resources. To calculate the trajectory of the bubbles, we use the hydrodynamic forces that the liquid exerts on each of them. This requires us to determine the perturbation that a bubble creates in its vicinity in order to cancel the force that the bubble artificially exerts on itself. We have developed a model to determine this perturbation allowing us to accurately calculate the drag and added-mass forces. Using this method, we simulated the agitation induced by the rise of a homogeneous swarm of bubbles and obtained results in good agreement with the experiment. Once validated, these simulations allow us to study the budget between production, dissipation and inter-scale transfer in the spectral domain to analyze the mechanisms of bubble-induced turbulence. For risk prevention purposes, the numerical model is then applied to the simulation of a corium bath produced during a core meltdown accident in a nuclear power plant. The dynamics of concrete ablation is directly related to the distribution of heat fluxes to the walls, which mainly involve turbulent convection phenomena of thermal origin and those induced by bubbles.

Remerciements

Je profite de ces quelques lignes pour exprimer ma gratitude envers les personnes qui ont suivi de près ou de loin cette aventure et sans qui cette thèse ne se serait pas aussi bien passée.

Je remercie tout d'abord mes encadrants de l'IMFT, Frédéric Risso et Rémi Zamansky sans qui ce travail aurait un tout autre visage. Merci pour votre confiance, votre aide, votre patience... J'ai beaucoup appris à vos côtés et pas uniquement sur le plan scientifique. Frédéric a su me rediriger sur le bon chemin lorsque je me perdais dans le vaste domaine des écoulements à bulles. Rémi m'a toujours aidé lorsque je cherchais les bugs et avait toujours une solution à mes problèmes numériques. Le duo que vous formez est efficace et très complémentaire et m'a guidé tout au long de cette thèse. Merci encore à vous deux.
Je remercie aussi mes encadrants du CEA de Cadarache, Anne Boulin et Jean-François Haquet qui ont une énergie et une curiosité débordantes ! Vous m'avez inculqué votre vision de la problématique et initié à la sphère du nucléaire et à toutes ses problématiques plus riches les unes que les autres. Vous étiez toujours disponibles et forts de propositions constructives dans les moments décisifs et je vous en suis très reconnaissant. Ce fut un grand plaisir pour moi d'interagir avec vous deux et de venir vous rendre visite au CEA de Cadarache.
Pour moi cette thèse est le fruit d'un travail d'équipe et je suis très content d'avoir eu cette occasion de travailler avec vous quatre.

Je remercie sincèrement Jérémie Bec et Mickaël Bourgoin d'avoir accepté de rapporter ce manuscrit et de l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail. Merci pour vos interrogations et vos remarques pertinentes. J'adresse également mes remerciements à Arnaud Cockx pour avoir accepté de tenir le rôle de président du jury et pour sa relecture. Je remercie aussi les autres membres du jury : Anne Boulin, John-Christos Vassilicos et Frédéric Augier. Malgré les conditions particulières dans lesquelles s'est déroulé la soutenance, ce fut un moment d'échange constructif et très agréable dont je vous suis très reconnaissant.

Un grand merci aussi à toi Marie-Hélène. On trouve toujours une oreille attentive dans ton bureau et tu sais toujours nous trouver une solution dans les méandres de l'administration. Ça a été un plaisir d'organiser les repas de groupe avec toi ! J'en profite également pour remercier Nadine avec qui j'ai pu interagir lorsque l'organisation du labo a changé et qui elle aussi a su me trouver des solutions.
Merci à Greg (punk à chat) pour les cafés, les discussions et les débats, notamment sur l'origine de la choucroute (Forbach... jamais !!).
Merci à Annaïg qui a guidé mes premiers pas dans le code JADIM et qui était toujours disponible lorsque j'avais besoin de son aide.

Durant ces quelques années au laboratoire j'ai rencontré de nombreuses personnes avec qui j'ai pu échanger, discuter et qui m'ont aussi aidé, forgeant ainsi des amitiés sincères. La dynamique qu'on avait créé était particulière et ce fut un grand plaisir pour moi de travailler dans ces condi-

tions.
Je remercie donc Paul que je connais depuis le stage! Tu m'as fait découvrir Toulouse (surtout les bars) et ta persévérance m'a toujours inspiré. Merci pour tous les bons délires qu'on a pu avoir dans le bureau, les séances d'esca (*allé lève ton gros c**, c'est bon ça!!*), les tripoux à ton anniv... Merci à Laure de partager Paul et d'avoir le rire facile même quand les blagues sont nulles!
Je remercie aussi Guillaume, le dernier arrivé dans le bureau et qui ne s'est jamais rebellé lorsqu'on le taquinait quand il était encore stagiaire. Merci aussi de m'avoir nourri! C'est maintenant toi le chef.
Merci à Esli et Romain. Pepita merci d'avoir essayé de m'apprendre l'espagnol, et merci de m'avoir fait découvrir ton magnifique pays qu'est le Mexique!! Romain merci d'être venu avec moi au foot du vendredi midi. Ça me permettait de me sentir un peu moins nul mais maintenant tu es devenu un as alors que moi... Merci à Sèb pour les matchs de basket sous le pont ou avec météo-france et merci pour les séances de grimpe et les bières qui allaient avec en fin de session (*siii!!* à prononcer avec l'accent mexicain). Merci à Alexis (ma grosse vache) qui nous a accueillis dans son pays, le Cantal, pour le trail annuel et les mémorables repas après les durs efforts. Merci à Cécile avec qui j'ai pu échanger quelques mots d'allemand et qui est toujours motivée pour faire une randonnée! Merci à Rafaël (JP Rouve), gros sac incontesté avec Paul, Sèb et moi. Athlète hors catégorie à la condition physique impressionnante malgré son régime alimentaire à base de sandwichs de la panetière. C'était toujours sympa d'aller rouler avec toi! Merci aussi à toi, Hacène, pour les nombreuses sorties course à pieds avec une petite préférence pour celles du dimanche après-midi sous la grosse pluie! Merci Elena pour les petites discussions sur la turbulence et les spécialités culinaires de Roumanie que tu ramenais de temps en temps aux pauses café. Merci Valentin de nous avoir amené, toi aussi, aux pauses café, des gâteaux toujours plus fous les uns que les autres et merci aussi de nous avoir initiés à de nombreux jeux de société! Merci Clémence pour toutes les discussions qu'on a pu avoir et pour tes encouragements. Merci JB pour tes petites blagues toujours bien placées au bon moment! Merci aussi à toi Emeryk. On a bien tenu la maison lorsqu'il ne restait plus que nous deux! Et merci de m'avoir accompagné dans mes petites sorties run lorsque je revenais de blessures. Merci à Kalyani pour les goûters du samedi après-midi au labo! Merci à Zhentong de m'avoir appris quelques mots en mandarin. Je remercie aussi Hanane avec qui j'ai pu partager mes galères sur JADIM. Merci aussi à Julien qui m'a montré les bons plans de Nantes et qui partage aussi ma passion du basket.

Je remercie aussi les anciens thésards que j'ai côtoyés lorsque j'étais encore stagiaire. Merci à Jérôme, Jean-Lou et Joël qui m'avaient accueilli dans leur bureau. Merci à Élise et Audrey qui m'ont appris comment exploiter un stagiaire pour qu'il fasse des gâteaux. Merci aussi à Auriane, Nicolas, Michel, Marie, Maxime, Lucia et René. C'était toujours un plaisir de partager des bières avec vous les vendredis soir au Dubliner.

Ma première expérience à l'IMFT a été mon stage. Et j'ai donc une pensée particulière envers Véronique Roig et Hervé Neau qui m'ont accueilli et m'ont fait confiance. Vous m'avez mis le pied à l'étrier et cette première aventure a marqué le point de départ de mon chapitre toulousain.

Le cadre de travail pendant ces quelques années était exceptionnel et plein de convivialité. Je tiens donc aussi à remercier les permanents avec qui j'ai eu la chance d'interagir. Merci à Wladadimir, jamais réticent à faire du vélo dans le Lauragais ou dans les Pyrénées. Merci à Thierry pour toutes ses petites anecdotes racontées à la pause café ou à midi. Merci Philippe de m'avoir donné l'opportunité de donner des cours à l'N7. Merci à Julien pour toutes les conversations qu'on a pu avoir. Merci à Dominique pour ses encouragements. Merci à Catherine pour les discussions basket et Vosges. Merci à Sébastien de nous avoir laisser carte blanche pour l'organisation des repas de groupe. Merci aussi à Patricia qui partage mon amour de l'Alsace et des tartes flambées! Merci aussi aux organisateurs des foots du vendredi, Yannick et Hervé, qui ont gentiment accepté qu'un basketteur joue avec eux.

Je tiens aussi à remercier mes amis qui m'ont encouragé de plus ou moins loin : Jérémie et Vince, mes potes d'enfance, Val, Boudier et Thomas avec qui je vais grimper ou rider dans les Vosges. Il y aussi Loic, mon roomy de Suède, et Anna, Olivier, Thomas, Charly, Julien, Ben et Gautier. Les weekends à Béthelainville ou à Estavar étaient toujours une pause bienvenue pour moi. Merci aussi à Émilien et Émilie. Merci à mes amis de l'école d'ing : Vivien, Richard et Audrey, à mes amis de prépa : Jonas et Ludo. Merci aussi à Maxime et Alex. Merci à Justine d'avoir pris soin de MJ pendant votre voyage en Amérique du Sud (t'as vu je ne t'ai pas oublié moi !).

Enfin j'adresse mes remerciements à ma famille. A mes parents qui m'ont toujours soutenu et laissé libre dans mes choix. Merci à ma sœur, à Cédric et à Pauline et Alexis (les deux petites terreurs) pour les moments passés ensemble. Merci à mamema et papepa pour continuer à m'apprendre l'Alsacien ! Merci à ma marraine, mon parrain, mes tantes, oncles, cousines et cousins pour votre soutien.
Merci aussi à Marie-Julie, ma chère et tendre, qui a accepté de me suivre à Toulouse et qui a été un soutien inestimable. Merci d'avoir pris soin de moi pendant le confinement et merci pour tous les petits plats que tu m'as cuisinés avec amour. J'ai hâte de commencer notre prochaine aventure ensemble !

Illkirch-Graffenstaden, le 21/10/2020

Table des matières

Table des matières **xi**

1 Introduction générale **1**

2 Contexte d'un accident de fusion de réacteur **5**
2.1 Introduction . . . 5
2.2 État de l'art . . . 9
2.2.1 Le programme expérimental VULCANO-ICB . . . 9
2.2.2 Le code de calcul TOLBIAC-ICB . . . 15
2.2.3 Perspectives . . . 19

3 Mécanismes mis en jeu dans un bain de corium **21**
3.1 Introduction . . . 21
3.2 Rappels sur la turbulence et l'agitation induite par les bulles . . . 22
3.2.1 Généralités sur la turbulence monophasique . . . 23
3.2.2 Le cas diphasique à bulles . . . 26
3.2.3 L'agitation induite par les bulles . . . 26
3.3 Phénomènes de convections naturelles . . . 29
3.3.1 Rappels sur les convections thermique et solutale . . . 29
3.4 Comparaison entre les convections thermique et solutale et les mouvements induits par les bulles . . . 32
3.4.1 Position du problème . . . 32
3.4.2 Estimation et comparaison des ordres de grandeur . . . 34
3.5 Conclusion . . . 36

4 Simuler un nuage de bulles **37**
4.1 L'approche de modélisation . . . 38
4.1.1 La phase continue . . . 38
4.1.2 La phase dispersée . . . 40
4.1.3 Modèle pour corriger la force auto-induite . . . 41
4.2 Détails numériques et choix des paramètres . . . 45
4.2.1 Une bulle isolée en ascension dans un milieu liquide infini au repos . . . 47
4.2.2 Force de répulsion inter-bulle . . . 53
4.2.3 L'invariance galiléenne du modèle pour la perturbation . . . 54
4.3 Simulations d'un nuage de bulles homogène et comparaison avec les expériences . . . 56
4.4 Conclusion . . . 62

5 Résultats pour un écoulement à bulles homogène statistiquement stationnaire **65**
5.1 Introduction . . . 65
5.2 Analyse de l'agitation induite par les bulles à $\alpha = 2\%$ . . . 66

5.2.1 Dynamique des bulles . . . 68
5.2.2 Dynamique du liquide . . . 69
5.3 Évolution avec α . . . 87
5.3.1 Dynamique des bulles . . . 88
5.3.2 Dynamique du liquide . . . 92
5.4 Conclusion . . . 100

6 Vers un cas plus réaliste : écoulements à bulles en présence de convection thermique 103
6.1 Introduction . . . 103
6.2 Comparaison entre FieldZ et JADIM . . . 104
6.2.1 Présentation de JADIM . . . 104
6.2.2 Comparaison de résultats pour une bulle isolée entre FieldZ et JADIM . . . 105
6.3 Équations supplémentaire pour la thermique . . . 108
6.4 Détermination des paramètres des simulations . . . 109
6.4.1 Description de l'essai VB-U7 . . . 109
6.4.2 Simulations numériques TOLBIAC et ordres de grandeur . . . 111
6.4.3 Paramètres des simulations . . . 113
6.5 Résultat des simulations numériques . . . 114
6.6 Tentative d'application au cas d'un réacteur et discussion . . . 127
6.7 Conclusion . . . 129

7 Conclusion générale et perspectives 131

Bibliographie 134

Chapitre 1

Introduction générale

C'est dans un contexte de forte demande énergétique que le nucléaire s'est développé. En 2018, il représentait environ 10% de la production mondiale d'électricité. En France, les 58 réacteurs produisent environ 71% de la production nationale d'électricité. Les principaux avantages de cette source d'énergie sont un apport important et flexible en électricité et le fait qu'elle ne rejette pas de gaz à effet de serre. Etant donné l'impact d'un accident grave sur l'environnement (humain, faune, flore, économique...), la sûreté et la sécurité des installations nucléaires constituent des enjeux cruciaux pour cette filière. L'accident grave est une situation dans laquelle le refroidissement du combustible n'est plus assuré et cela a conduit à la fusion partielle voir totale du cœur, formant ainsi ce que l'on appelle le corium (mélange polyphasique radioactif à très haute température). Plusieurs barrières de confinement existent sur le parc actuel français. Le radier en béton, placé sous la cuve contenant le réacteur, en fait partie. Lors d'un accident grave, si le corium a percé la cuve, il se déverse sur le radier qui constitue alors la dernière barrière de protection avant l'environnement. Lors de l'interaction entre le béton et le corium (ICB) la dégradation du béton du radier libère des gaz. Il est à noter que pour les futurs réacteurs (Génération 4) de type SFR (Sodium Fast Colled Reactor), il est envisagé d'avoir un récupérateur interne à la cuve en guise de barrière de confinement. Lors d'un accident grave, pour ces réacteurs, le sodium peut rentrer en ébullition, ce qui amène des configurations dans le récupérateur, proches de celle attendue lors d'une ICB (mélange de matériaux à haute température en présence de gaz). L'étude présentée dans cette thèse vise à mieux comprendre l'interaction entre le bain de corium et le radier en béton (ou récupérateur) au cours du temps. Notre intérêt se porte essentiellement sur les écoulements induits par les bulles qui, de par leur flottabilité sont des sources de quantité de mouvement qui jouent un rôle important dans la thermohydraulique du bain de corium. Il est donc essentiel d'évaluer l'effet des bulles sur la répartition des flux de chaleur aux parois donc, sur la dynamique de dégradation du radier (ou récupérateur).

Dans ce travail, nous nous concentrons sur l'écoulement induit par la montée d'un essaim de bulles de taille significative, ce qui implique que le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la bulle et sa vitesse terminale est de plusieurs centaines, de sorte que chaque bulle génère un fort sillage. Dans une telle situation, les fluctuations de vitesses du liquide induites par les bulles sont très influencées par les interactions entre les sillages [Riboux et collab., 2013, 2010] [Amoura et collab., 2017] et entraînent une instabilité collective de l'écoulement du liquide entre les bulles, ce qui donne lieu à des fluctuations turbulentes. Pour un essaim homogène de bulles en ascension, les perturbations localisées de l'écoulement autour des bulles et la turbulence induite par les bulles constituent les deux sources de fluctuations du liquide. Ces fluctuations présentent des propriétés très spécifiques qui ont été révélées par des études expérimentales (Lance et Bataille [1991], Zenit et collab. [2001], Risso et Ellingsen [2002], Garnier et collab. [2002],Rensen et collab. [2005], Martínez-Mercado et collab. [2007], Riboux et collab. [2010], Prakash et collab. [2016], Alméras et collab. [2017]) et sont résumés dans une synthèse récente Risso

[2018]. Néanmoins, la compréhension des mécanismes à l'origine de ces propriétés remarquables restent incomplètes.

Les nombreuses interfaces entre les bulles et le liquide limitent pour le moment les techniques de mesures expérimentales. On se tourne donc vers les simulations numériques pour faire progresser la compréhension des mécanismes de la turbulence générée dans les écoulements à bulles. Malgré la croissance exponentielle de la puissance des spuercalculateurs, les simulations numériques d'écoulement à bulles à grand nombre de Reynolds restent un défi. La difficulté réside dans la diversité des échelles de longueur présentes dans ce type d'écoulement, en particulier lorsque l'on souhaite décrire à la fois les fluctuations à l'échelle de la bulle et les mouvements induits par le gradient de la fraction volumique du gaz à l'échelle du contenant. Les approches de simulation numérique directe (DNS), dans lesquelles toutes les échelles de l'écoulement ainsi que la dynamique interfaciale sont correctement résolues, sont trop gourmandes en ressources numériques et sont limitées à un petit nombre de bulles et à un faible nombre de Reynolds. Une autre approche de simulation consiste à considérer séparément la phase liquide continue et la phase gazeuse dispersée, et conduit aux simulations Euler-Lagrange. Avec de telles méthodes, la résolution des détails de l'écoulement à des échelles inférieures à celle du diamètre de l'objet dispersé est remplacée par une étape de modélisation. Comme discuté ci-dessus, les interactions de sillages sont essentielles et le travail de RIBOUX et collab. [2013] dans lequel les bulles étaient considérées comme des sources fixes de quantité de mouvement a ouvert la voie à des simulations Euler-Lagrange d'un tel écoulement. Dans cette approche, les petites échelles proches du diamètre des bulles ne sont pas résolues, mais la partie aval du sillage est bien reproduite. Leurs résultats ont montré que les interactions entre les sillages des bulles peuvent être reproduites et donnent des statistiques des grandes échelles de l'écoulement en assez bon accord avec les expériences. Dans cette thèse, nous améliorons cette approche en permettant aux bulles de bouger. La description de la dynamique de la phase dispersée est un élément essentiel de la répartition spatiale des bulles et de la formation d'hétérogénéités à grande échelle.

Dans les approches d'Euler-Lagrange, le suivi de la trajectoire de chaque bulle nécessite de calculer les forces hydrodynamiques qui s'exercent sur celle-ci. Les modèles de ces forces utilisent la notion de vitesse du fluide non-perturbé à la position de la bulle. Ce concept n'est en général en fait pas rigoureusement défini, mais peut être compris comme la vitesse que le fluide aurait à la position de la bulle en l'absence de celle-ci. Il apparaît donc nécessaire d'estimer la perturbation de l'écoulement provoquée par la bulle afin de bien calculer les forces hydrodynamiques. Dans de nombreux travaux antérieurs utilisant l'approche Euler-Lagrange, cette correction a été négligée et la vitesse réelle du fluide a été utilisée à la place de la vitesse fluide non-perturbée, ce qui conduit à la production d'une force auto-induite erronée. Dans le cas des faibles nombre de Reynolds, il a été montré [BOIVIN et collab., 1998; SAFFMAN, 1973] que cet effet peut être négligé pour des objets suffisamment petits ou des mailles de calcul suffisamment grandes. Par ailleurs, des propositions ont récemment émergées pour modéliser la correction dans le cas de petites particules à faible nombre de Reynolds (ONISHI et collab. [2013], CAPECELATRO et DESJARDINS [2013], GUALTIERI et collab. [2015], HORWITZ et MANI [2016], BALACHANDAR et LAKHOTE [2019]). Dans notre cas, chaque bulle sera modélisée comme une source volumique de quantité de mouvement répartie sur plusieurs mailles. Afin de reproduire le sillage de la bulle, il sera donc obligatoire de corriger la force auto-induite erronée. Pour cela, nous proposerons un modèle intégral permettant de calculer la perturbation de l'écoulement à grand nombre de Reynolds induit par une bulle de taille plus grande que le pas de maillage. Nous soulignons que l'accent sera mis sur la reproduction des sillages lointains, dont les interactions sont responsables des grandes échelles de l'écoulement.

Dans un premier temps, ce modèle sera utilisé pour conduire l'étude d'essaims de bulles homogènes. Dans un second temps, nous essaierons de nous rapprocher d'un cas réaliste d'interac-

tions entre le corium et le béton (ICB). Parmi les phénomènes susceptibles de jouer un rôle, les principaux sont la convection thermique et les mouvements induits par les bulles. Une question se pose alors : quel est l'effet des bulles sur la répartition des flux de chaleur aux parois ? Pour y répondre, nous considérerons un domaine de calcul avec des parois et une source de chaleur volumique simulant la puissance résiduelle et utiliserons un essai expérimental mené au CEA de Cadarache pour estimer la valeur des paramètres physiques. Plusieurs simulations seront effectuées dans le but de décrire et modéliser la répartition des flux et des densités de flux chaleur aux parois.

La manuscrit de cette thèse est organisé de la manière suivante. Après cette introduction, le chapitre 2 introduit le contexte de la thèse et la problématique liée aux interactions entre le corium et le béton. Dans le chapitre 3, l'agitation induite par les bulles est abordée et ses propriétés sont comparées à celles de la turbulence monophasique. Une comparaison entre les trois mécanismes régissant les échanges de chaleur dans un bain de corium (convection thermique, convection solutale et mouvements induits par les bulles) nous conduit à conclure que le rôle des bulles est capital. Le chapitre 4 discute le problème de la force auto-induite erronée et présente un modèle pour la corriger. Une première étude sur une bulle isolée permet de valider cette correction et de déterminer les paramètres numériques nécessaires pour reproduire la bonne dynamique d'un essaim de bulles. Dans le chapitre 5, notre méthode numérique est utilisée pour conduire une analyse fine des mécanismes physiques régissant les fluctuations de vitesse au sein d'un essaim homogène de bulles en ascension. Le chapitre 6 présente des simulations numériques d'un essaim de bulles chauffé en volume et en présence de parois. Les flux thermiques pariétaux y sont analysés afin d'en tirer des enseignements sur la dynamique d'un bain de corium. Enfin le manuscrit se termine par une synthèse des conclusions et la présentation de quelques perspectives.

Chapitre 2

Contexte d'un accident de fusion de réacteur

Sommaire

2.1 Introduction 5
2.2 État de l'art 9
2.2.1 Le programme expérimental VULCANO-ICB 9
2.2.2 Le code de calcul TOLBIAC-ICB 15
2.2.3 Perspectives 19

Tout d'abord, le contexte général de cette étude est introduit puis un état de l'art est exposé tant d'un point de vue expérimental que numérique. Il s'agit de rappeler quels sont les phénomènes à prendre en compte lors d'une interaction corium béton (ICB) ainsi que les limites des codes actuellement utilisés pour la simulation de cette interaction.

2.1 Introduction

Le nucléaire se développe en France à partir de 1963. Après avoir mis en œuvre la filière graphite-gaz ($1^{ère}$ génération) en construisant neuf réacteurs de ce type, la France décide en 1968 de se tourner vers les Réacteurs à Eau sous Pression (REP, $2^{ème}$ génération), conçue et développée par les Etats- Unis.
L'impact du choc pétrolier de 1973 conduit le gouvernement français à engager un programme de construction de 16 réacteurs de 900 Mégawatts électriques (MWe), suivi à partir de 1976, de 20 réacteurs supplémentaires de 1 300 MWe. Entre 1996 et 2000, 4 autres réacteurs de 1 450 MWe ont été mis en service, portant la puissance installée du parc à 63,2 GWe. Un réacteur EPR ($3^{ème}$ génération) d'une puissance de 1650 MWe est actuellement en construction sur le site de la centrale de Flamanville. Ainsi, à ce jour, la France est dotée de 58 réacteurs nucléaires répartis sur 19 sites qui produisent 71,6% de son électricité. Les REP utilisent la chaleur dégagée par la fission des atomes pour chauffer l'eau pressurisée et faire tourner une turbine pour produire de l'électricité. Un REP est composé de trois circuits comme schématisé sur la figure 2.1.

Dans le circuit primaire, la réaction de fission des atomes produit une grande quantité d'énergie sous forme de chaleur. Cette chaleur fait augmenter la température de l'eau du circuit primaire qui circule autour du coeur à 300°C à une pression de 155 bars afin d'éviter que l'eau ne bout. Un

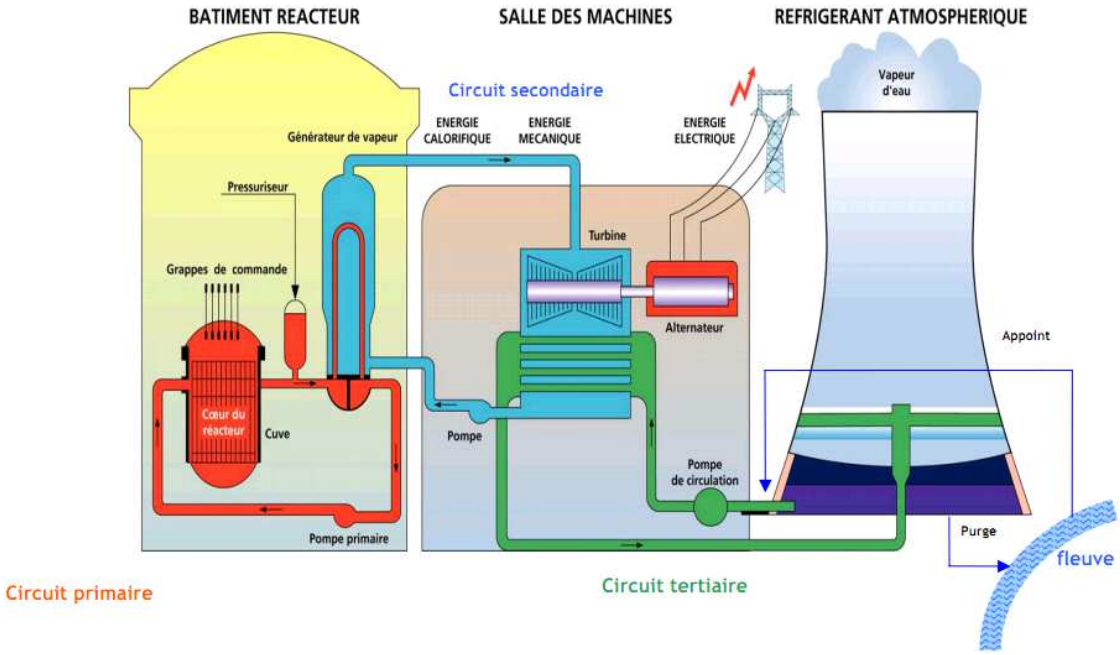


FIGURE 2.1 – Schéma de fonctionnement d'un REP

système de pompes permet à cette eau de circuler dans ce circuit.
L'eau du circuit primaire constitue le fluide chaud du générateur de vapeur. Au niveau de ce dernier, elle réchauffe et vaporise quasiment totalement l'eau du circuit secondaire. Cette vapeur fait tourner le bloc turbine qui entraine un alternateur qui produit un courant électrique alternatif. Un transformateur élève la tension du courant électrique pour qu'il soit plus facilement transporté dans les lignes à très haute tension.
Le circuit de refroidissement ou circuit tertiaire est constitué d'un condenseur permettant d'évacuer l'énergie restante vers un cours d'eau. Pour réfrigérer ce condenseur, on utilise une tour de refroidissement humide. L'eau de réfrigération, dont la circulation est assurée par une pompe, est chauffée dans le condenseur.

Pour assurer la sécurité des installations, le principe de défense en profondeur constitue le modèle de sûreté et de sécurité dans le nucléaire depuis les années 60. Ce principe est fondé sur plusieurs niveaux de protection afin de maintenir des barrières physiques entre les substances radioactives et l'environnement extérieur. Dans un REP, ce concept implique l'existence de 3 barrières de confinement visibles sur la figure 2.2. Les gaines qui entourent la pastille de combustible constituent la première barrière. En conditions normales et incidentelles, ces gaines retiennent les produits radioactifs issus de la fission de l'uranium. Le circuit primaire de refroidissement constitue la deuxième barrière de confinement. L'enceinte de confinement (bâtiment en béton qui abrite le circuit primaire) constitue la troisième barrière de confinement.
Le schéma de principe de l'enceinte de confinement d'un REP est présenté sur la figure 2.3 ci-dessous. Cette enceinte de confinement en béton abrite le puits de cuve sur lequel repose la cuve du réacteur. Ses parois reposent sur un radier lui-même en béton constituant le socle du réacteur.

Après l'accident de Tchernobyl en Ukraine en 1986, l'échelle INES (International Nuclear and radiological Event Scale), visible sur la figure 2.4, a été créée pour quantifier la gravité d'un évènement nucléaire dans le but de la communiquer le plus rapidement possible au public. Les événements sont classés sur l'échelle selon 8 niveaux (figure 4) en fonction de leur gravité et selon leur impact sur la population et l'environnement, sur les barrières et les contrôles radiologiques dans les installations et sur la défense en profondeur. Les niveaux 1 à 3 constituent des incidents alors que les niveaux 4 à 7 correspondent à des accidents.

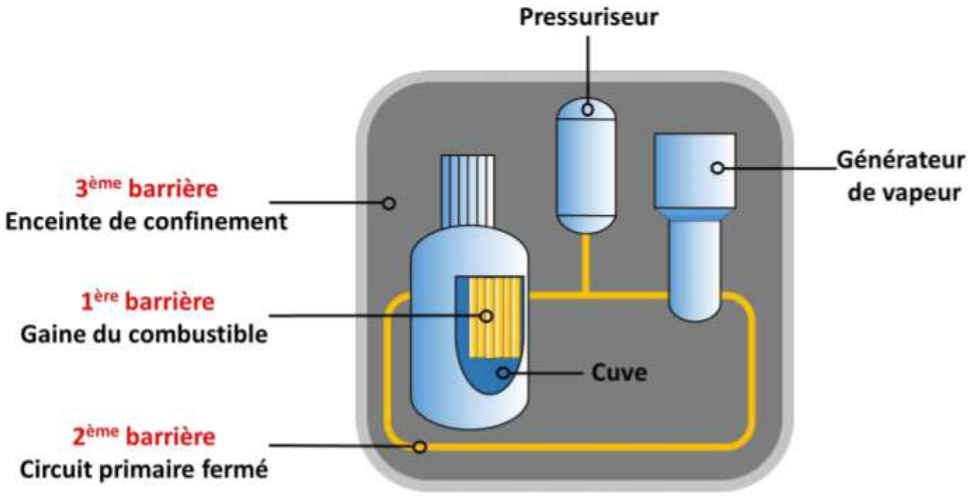


FIGURE 2.2 – Schéma des barrières de confinement

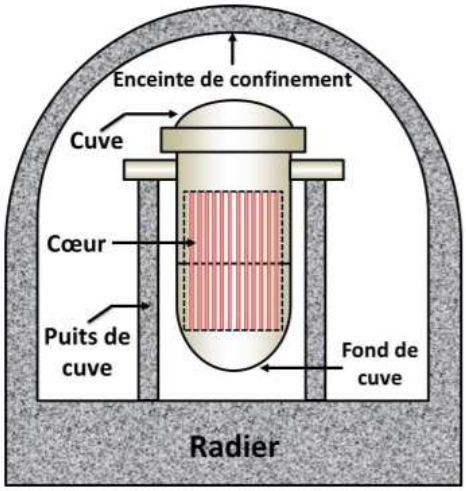


FIGURE 2.3 – Schéma des barrières de confinement

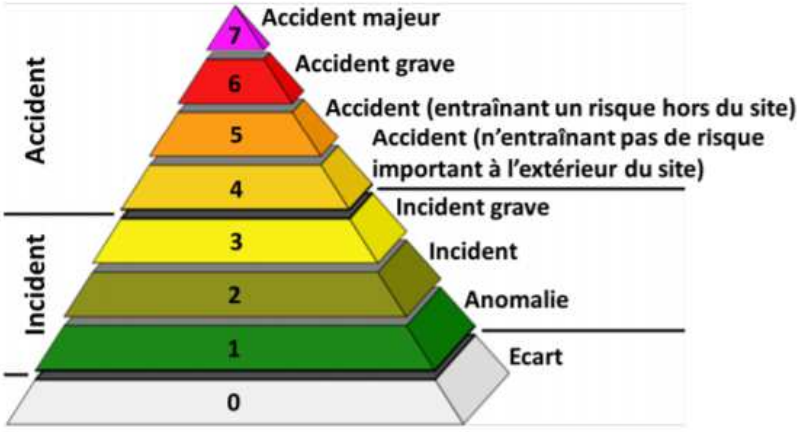


FIGURE 2.4 – Echelle internationale des évènements nucléaires (INES)

Les accidents nucléaires sont la conséquence d'une série de dysfonctionnements qui conduisent à l'endommagement du coeur. On parle d'accident grave (niveau 6) lorsque le combustible est significativement dégradé avec fusion plus ou moins étendue du coeur du réacteur le plus souvent suite à une défaillance du système de refroidissement. La conséquence est le risque de détériora-

tion de la première, deuxième et troisième barrières de confinement. Lors d'un accident grave, la température 4 du coeur du réacteur augmente à cause de l'emballement des réactions nucléaires. Même si ces réactions parviennent à être stoppées, les produits radioactifs continuent, eux, à générer de la chaleur par désintégration spontanée de radioéléments instables. Cette chaleur est connue sous le nom de puissance résiduelle. La température du coeur peut atteindre la température de fusion des gaines de l'UO2 (entre 2000 et 2500 °C). Cela entraîne alors la fusion des matériaux en contact. Un mélange très corrosif appelé corium se forme. Ce corium tout oxyde va s'accumuler dans la cuve et formé un bain fondu dont la température est maintenue élevée par la puissance résiduelle. En l'absence de moyen de refroidissement, la deuxième barrière de confinement constituée par la cuve en acier peut être percée. Un bain de corium tout oxyde ou oxyde-métal (fer, nickel, chrome issus de la cuve) s'écoule alors sur le radier en béton et provoque l'échauffement puis l'ablation du béton. Ce processus est appelé l'Interaction Corium Béton (ICB). Lors d'une ICB, la dégradation du béton provoque un dégazage plus ou moins important en fonction de la nature du béton. e déroulement d'un accident grave menant au processus d'ICB est schématisé ci-dessous. Le déroulement d'un accident grave menant au processus d'ICB est schématisé sur la figure 2.5.

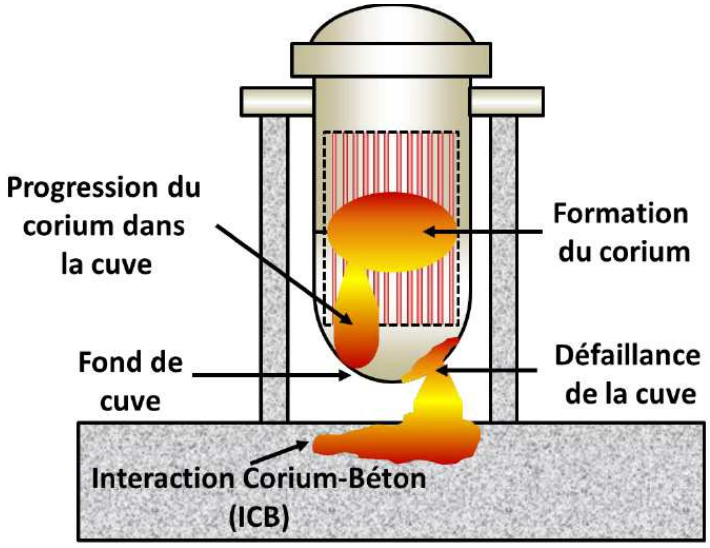


FIGURE 2.5 – Schéma du déroulement d'un accident grave menant au processus d'ICB

Les réacteurs de $2^{ème}$ génération (REP) ont été dimensionnés sans prendre en compte le risque d'accidents graves associés à la rupture de la cuve. En revanche pour l'EPR (réacteur de $3^{ème}$ génération), le risque d'accident grave et la formation d'un bain de corium a été pris en compte dès la phase de conception avec la mise en place d'un récupérateur de corium. La première pièce de ce dispositif est le fond du puits de cuve. La seconde est un bouchon fusible, la troisième un canal de déviation et la quatrième est une chambre d'étalement avec un système de refroidissement comme le montre la figure 2.6.

Pour les futurs réacteurs (Génération 4) de type SFR (Sodium Fast Colled Reactor), la possibilité d'un accident grave doit également être envisagée dès sa conception. Ainsi, dans le cadre projet du réacteur de démonstration ASTRID (Advanced Sodium Technological Reactor for Industrial Demonstration), il est envisagé de récupérer le corium en cas d'accident grave. La stratégie actuellement visée est un récupérateur interne à la cuve. Lors d'un accident grave, le sodium peut rentrer en ébullition, ce qui amène des configurations dans le récupérateur, proches de celles attendues lors d'une ICB (mélange de matériaux à haute température en présence de gaz). Le récupérateur est composé de plusieurs couches de matériaux comme illustré sur la figure 2.7.

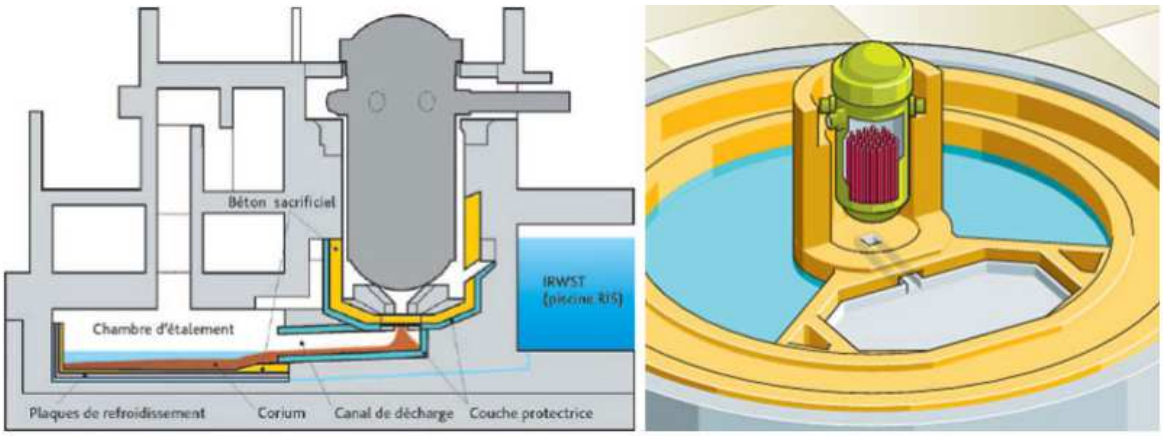


FIGURE 2.6 – Schéma du récupérateur de l'EPR. A gauche, la chambre d'étalement du corium. A droite, le système de refroidissement du corium par le réservoir d'eau interne à l'enceinte de confinement (IRWST)

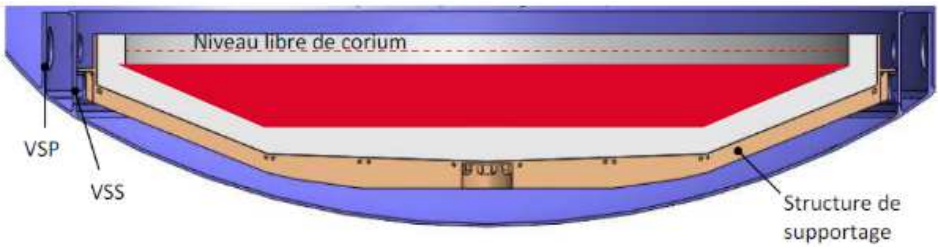


FIGURE 2.7 – Concept du récupérateur pour le réacteur de démonstration ASTRID

2.2 État de l'art

Dans ce chapitre, un état de l'art de l'ICB au CEA est présenté non seulement d'un point de vue phénoménologique (programme d'essais VULCANO-ICB) mais aussi d'un point de vue numérique (code de calcul TOLBIAC-ICB). Suite aux programmes expérimentaux réalisés par la communauté internationale jusqu'en 2002 sur l'Interaction Corium Béton, essentiellement en géométrie 1D, le programme VULCANO-ICB en géométrie 2D a démarré au CEA en 2003 avec pour objectif principal de caractériser les processus d'ablation du béton par le corium. Dès cette date, le CEA a capitalisé les connaissances acquises lors du programme VULCANO-ICB dans l'outil de calcul TOLBIAC-ICB. Depuis 2003, de nouvelles versions du code sont développées et validées au rythme de l'évolution des connaissances et des modélisations associées.

2.2.1 Le programme expérimental VULCANO-ICB

L'installation VULCANO-ICB fait partie intégrante de la plateforme expérimentale PLINIUS du Département de Technologie Nucléaire du CEA, plateforme sélectionnée par EURATOM au titre des Grandes Infrastructures de Recherche. La spécificité de cette plateforme est de conduire des programmes de recherche expérimentale en corium prototypique à très haute température (supérieure à 2500K). Les essais VULCANO-ICB mettent en jeu des corium tout oxyde (composés d'UO_2 et de ZrO_2) ou oxyde/métal (acier de la cuve) et différents bétons :

— siliceux (type Fessenheim)

— silico-calcaires (type Gravelines)

— silico-ferriques (type EPR)

La puissance résiduelle est simulée par un chauffage par induction. Au cours de ces essais réalisés à sec (aucun moyen de mitigation), il a été mis en évidence que la nature du corium (tout oxyde, oxyde/métal) et le type de béton (siliceux...) ont une incidence sur le processus d'ablation (isotrope ou anisotrope).

L'installation VULCANO-ICB

Le dispositif expérimental utilisé est composé de trois sous-ensembles (voir la figure 2.8) :

- le four à arc plasma transféré VULCANO pour la fusion des oxydes,
- les trois unités de fours à induction pour la fusion du métal,
- la veine d'essai en béton, lieu de l'interaction, dans laquelle seront transférés le mélange tout oxyde ou les deux mélanges.

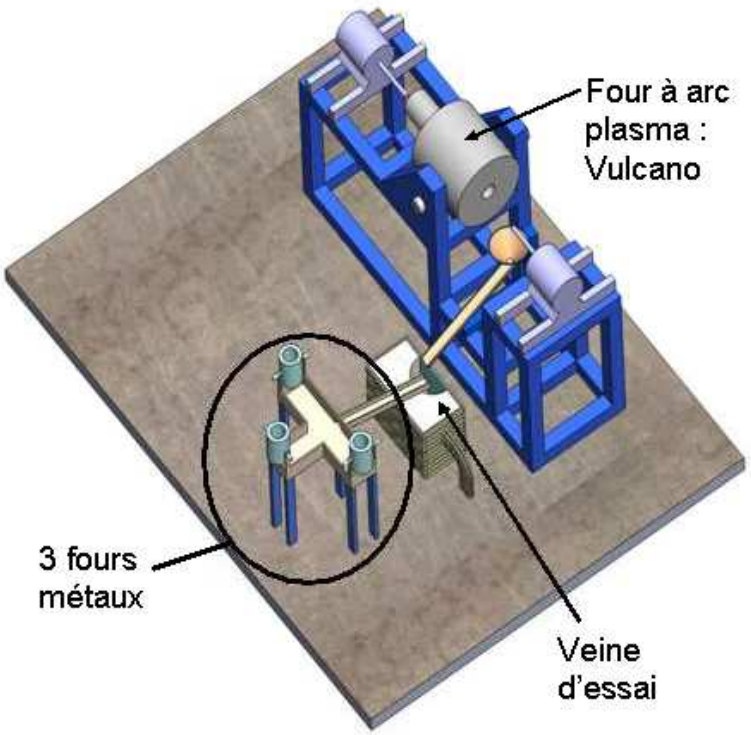


FIGURE 2.8 – Schéma de l'installation VULCANO-ICB sur la plate-forme PLINIUS

Le four VULCANO utilise la technologie à arc plasma transféré. L'arc est formé sur l'axe d'un cylindre n rotation. L'avantage principal de cette technique est la possibilité de fondre une grande gamme de compositions depuis les mélanges combustible nucléaire (UO_2) -gaine oxydée (ZrO_2) jusqu'à des mélanges contenant des produits de décomposition du béton. La masse d'oxydes transférée dans la veine de béton varie de 30 à 60 kg. La séquence complète d'une phase de fusion d'un corium oxyde dure un jour et demi.

La fusion du métal est obtenue par trois unités de chauffage haute fréquence (~ 30 kHz) de 8 kg chacune (soit environ 1 litre). Ces fours sont réalisés à l'aide de mortiers réfractaires et sont soumis à un frittage jusqu'à 1500°C. De plus, ils sont équipés de systèmes permettant de mettre en place un couvercle afin de limiter l'oxydation en surface, et de les basculer au moment de la vidange. La veine est constituée d'un bloc de béton de 600 x 300 x 400 mm dans lequel se trouve le creuset, formé d'un demi-cylindre de 300 mm de diamètre et de 250 mm de hauteur. Ce bloc est inséré dans un inducteur rectangulaire (voir la figure 2.9).

Sur la face plane du creuset une plaque de zircone de 12 mm d'épaisseur est disposée, permettant d'éviter un contact direct entre le bain et le cuivre de l'inducteur. Elle réalise donc une barrière thermique et évite ainsi la formation d'une croûte trop importante. Un générateur à haute fréquence et d'une puissance de 250 kWe permet d'induire des courants simulant la puissance résiduelle localisée dans la phase oxyde du corium (dénommée puissance utile dans ce programme).

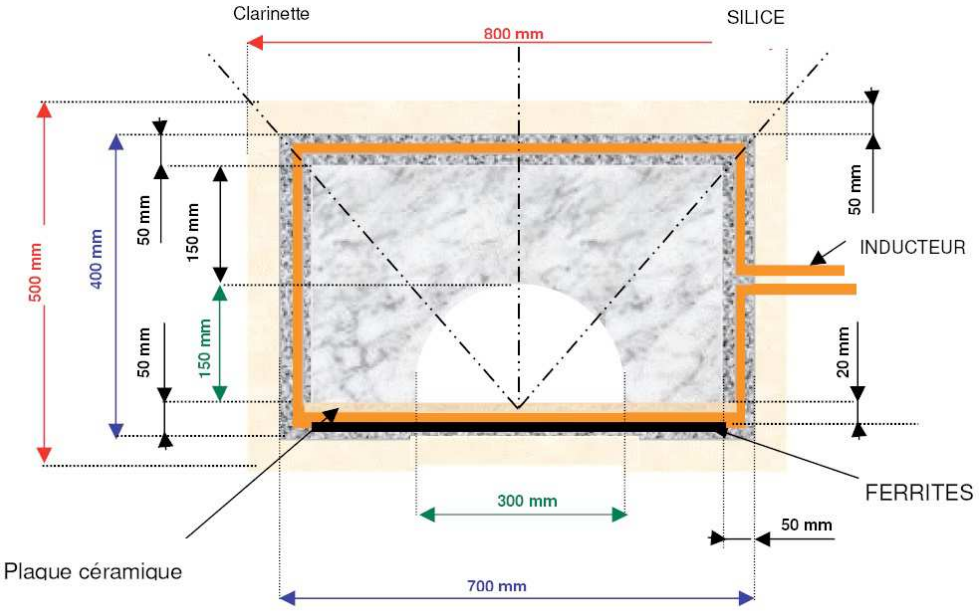


FIGURE 2.9 – VULCANO-ICB - Vue de dessus de la veine béton

Par rapport à l'échelle du réacteur, le ratio géométrique surface/volume est plus grand d'un facteur 6 à 10 pour une section d'essai en béton VULCANO-ICB en comparaison à celui d'un puits de cuve. La dilution du corium par les éléments du béton est donc plus rapide lors des essais VULCANO-CB que pour le cas réacteur; à flux de chaleur identique, une heure d'interaction corium-béton lors d'un essai VULCANO-ICB correspond à une dizaine d'heures du cas réacteur [J.M. BONNET et JEGOU, 2003].
La veine d'essai en béton est équipée de 129 thermocouples de type K et 8 thermocouples de type W. Les thermocouples de type K sont disposés dans la veine en béton suivant trois azimuts (45°,90°,135°) à différentes hauteurs et rayons et permettent de déduire la vitesse t le profil d'ablation (2.10). Les thermocouples de type W mesurent la température de bain. Pour le suivi des températures et du comportement de la surface du bain de corium, quatre pyromètres optiques bichromatiques et huit caméras filtrées sont utilisés.

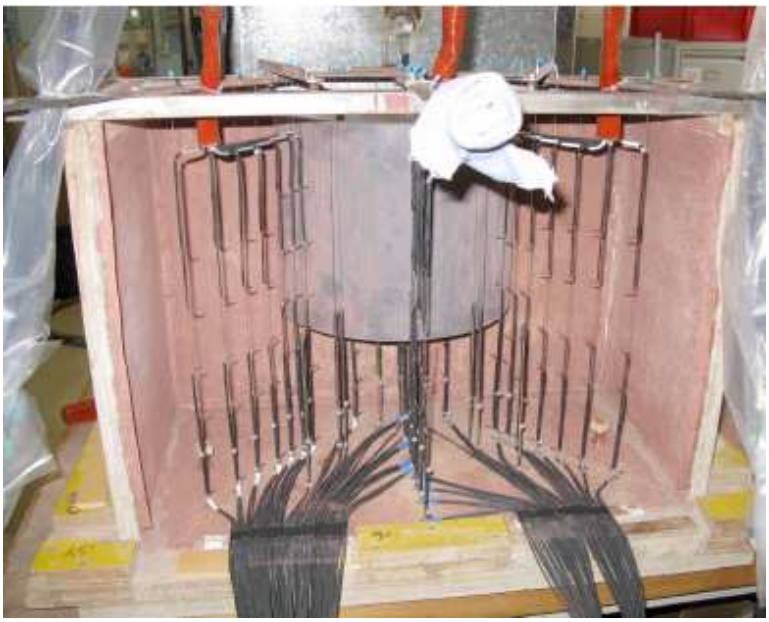


FIGURE 2.10 – VULCANO-ICB - Vue de dessus de la veine béton

Après chaque essai, le corium est enlevé de la veine d'essai afin d'une part de déterminer la forme de la cavité finale à l'aide d'un scanner laser (voir la figure 2.11) et d'autre part de prélever des échantillons de corium pour analyser sa microstructure et sa composition (microscopie à balayage électronique, sonde à dispersion d'énergie et diffraction des rayons X). Ce dernier type d'analyse permet de déterminer l'existence ou non des phénomènes de macro-ségrégation, de l'existence de croûtes et d'identifier de nouveaux phénomènes prototypiques de l'ICB.

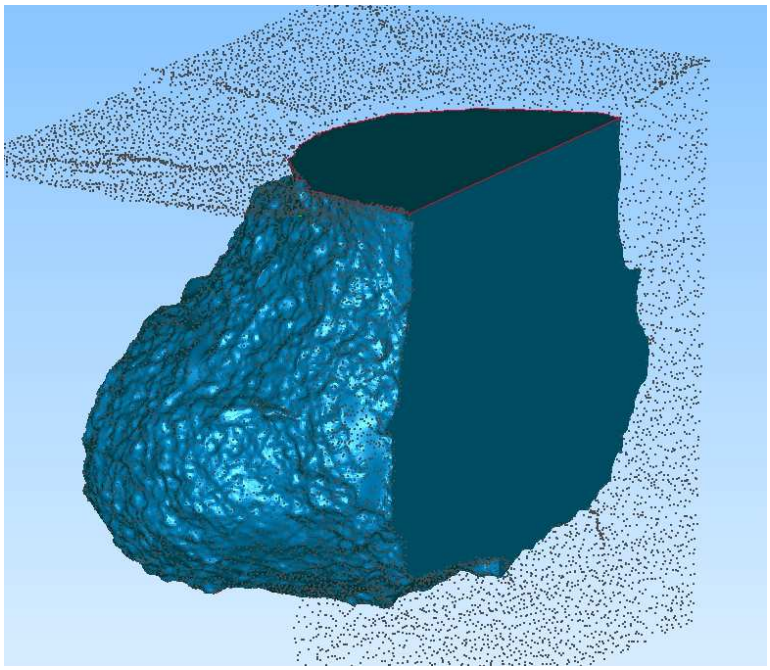


FIGURE 2.11 – VULCANO-ICB - Vue de dessus de la veine béton

Interaction Corium tout oxyde/Béton

La première grille d'essais VULCANO-VB met en œuvre les bétons représentatifs des REP français. Le tableau 2.1 présente les compositions de ces différents bétons :

Type de béton	Composant chimique						
	CaO	CO_2	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	MgO	H_20
E (EPR) VB-U7	12.7	1.4	45.5	3.3	32.9	0.3	3.7
F (Fessenheim) VB-U4, VB-U5	16	9	63	5	-	-	3
G (Gravelines) VB-U6	42	25	26	2	-	-	4

TABLEAU 2.1 – Composition chimique (en pourcentage massique) des différents bétons utilisés dans le programme expérimental VULCANO. Le béton E représente celui utilisé pour le puits de cuve de l'EPR de Olkiluoto en Finlande. Le béton F est de type siliceux représentatif de celui utilisé pour la centrale de Fessenheim. Le béton G est essentiellement composé d'aggrégats de calcaire mais aussi de silice.

Pour cette première grille d'essais, deux types de corium ont été synthétisés :

- Corium 1 fortement dilué par la silice (moyen et long termes de l'ICB)
- Corium 2 faiblement dilué par la silice (début d'ICB)

Une seconde grille d'essais dite à Effets Séparés (ES) VULCANO- BES, utilise des bétons simulant pour discriminer des caractéristiques spécifiques des bétons « siliceux » et « silico-calcaire » vis-à-vis du phénomène d'ICB :

	UO_2	ZrO_2	SiO_2	Fe_2O_3	CaO
Corium 1	45	19	20	15	-
Corium 2	69	17	6	57	1

TABLEAU 2.2 – Composition du corium (en pourcentage massique)

- Béton C, simulant à base de clinker : calcaire décarbonaté (sans CO2) dont la composition et les propriétés physiques à l'état fondu sont similaires à celles du béton G (VBES-U2)
- Béton F, simulant avec un mortier siliceux : mortier avec une composition voisine de celle du béton F, riche en silice, mais sans les granulats de grande taille (VBES-U3)

Les principaux résultats obtenus pour les essais VULCANO-VB et VULCANO-VBES sont synthétisés dans la figure 2.12

ESSAI	VB-U4	VB-U5	VB-U6	VB-U7	VBES-U2	VBES-U3
Charge	Corium 1	Corium 2	Corium 2	Corium 2	Corium 2	Corium 2
Masse initiale	45 kg	28 kg	31 kg	54 kg	45 kg	52,8 kg
Température initiale	~2200K	~2400K	~2400K	~~2500K	~2500K	~2500K
Béton	Béton F	Béton F	Béton G	Béton E	Béton C	Mortier F
Puissance utile	14 kW	12,5 kW	9 kW	22 KW	15 kW	9,4 kW
Durée d' essai	1h 40	2h 30	2h	2h 40	3h	2h 40
Volume ablaté	6,4 L	5,8 L	4 L	7,8 L	11 L	1,3 L
Profil d'ablation	anisotrope	anisotrope	~isotrope	anisotrope	anisotrope	isotrope

FIGURE 2.12 – Essais corium tout oxyde

Pour les essais VULCANO-VB, un profil d'ablation anisotrope a systématiquement été constaté sauf pour l'essai VB-U6.
Les essais globaux 2D réalisés avec des bétons riches en silice, tant à Argonne National Laboratory qu'au CEA Cadarache, ont mis en évidence une ablation anisotrope, préférentiellement latérale, entraînant une réduction de la vitesse d'ablation vers le bas, et ce, avec des compositions initiales de corium différentes. Au contraire, pour les bétons riches en calcaire, tant à Argonne National Laboratory qu'au CEA Cadarache, il a été observé une ablation isotrope (essai VB-U6). Il est à noter que ce comportement d'anisotropie de l'ablation du béton par le corium est une caractéristique phénoménologique propre au matériau dans la mesure où les expériences, réalisées à ANL ou au CEA, ont des échelles, des géométries et des modes de chauffage très différents. En complément, ce sont également des profils d'ablation anisotrope qui ont été relevés dans le seul accident réel ayant abouti à une interaction corium-béton (Tchernobyl) avec un béton basaltique riche en silice.
L'analyse de la campagne d'essais à Effets Séparés, couplés aux essais en béton prototypique, permet d'éliminer plusieurs des causes initialement envisagées pour expliquer ce processus différencié de l'ablation (isotrope, anisotrope) et de ne conserver que les suivantes :

Le tassement
Lors de la décarbonatation, le volume du calcaire est fortement réduit. De ce fait, le béton riche en calcaire de VB-U6 présente un volume disponible entre la croûte de corium et le béton plus important que les autres bétons. Ce type de comportement, appelé « tassement », pourrait induire une destruction similaire des croûtes localisées sur toutes les parois en béton du creuset, favori-

sant ainsi l'isotropie de l'ablation.

La destruction des granulats calcaires
Ils sont transformés en poudre fine lors de la décarbonatation vers 1000K. La poudre se mélange plus aisément avec le bain de corium, alors que les granulats de silice ne fondent qu'autour de 2000K et se mélangent difficilement avec le bain à cause de la forte viscosité de la silice fondue). La présence de granulats non encore fondus agissant comme une source froide dans le bain de corium augmenterait la stabilité de la croûte inférieure, les croûtes latérales restant instables du fait de leur orientation, ce qui favoriserait une ablation anisotrope.

Flux massique de gaz
Il n'est pas du même ordre de grandeur pour les bétons présentant une ablation anisotrope ou isotrope. On observe que les proportions massiques d'espèces volatiles (CO_2+H_2O) sont nettement supérieures dans le cas des bétons silico-calcaire. Le flux massique de gaz pourrait donc être un paramètre discriminant vis-à-vis du caractère isotrope ou anisotrope de l'ablation.

Essai	VB-U5	VB-U7	VBES-U2	VB-U6
Masse de gaz (%)	5	12	11	31

TABLEAU 2.3 – Pourcentage massique des espèces gazeuses dans les bétons

Interaction Corium oxyde-métal/Béton à sec

La grille d'essais VULCANO-ICB oxyde/métal, dite VULCANO-VBS, met en oeuvre les bétons représentatifs des REP français et un corium composé d' :

— une phase oxyde : corium 1 ou 2

— une phase métallique : inox 304 (74% Fe, 18% Cr, 8% Ni)

Les caractéristiques des essais VULCANO-VBS sont synthétisés dans le tableau 2.4 ci-après :

Essai	VBS-U1	VBS-U3	VBS-U4
Type de charge oxyde	Corium 2	Corium 2	Corium 1
Masse oxyde (kg)	37.1	35.4	31.4
Masse métal (kg)	13.7	15.3	21.9
Béton	béton G	béton F	béton F
Température initiale (K)	2470	2500	2150
Durée d'essai	4h	2h50	2h25
Puissance utile	17.2 kW	20 kW	12.3 kW
Volume ablaté (L)	13.3	7.4	5.6
Profil d'ablation	Isotrope	Isotrope	Isotrope

TABLEAU 2.4 – Essais corium oxyde/métal

Les deux principaux enseignements de cette campagne d'essais VULCANO –VBS se résument ainsi :

— le processus d'ablation est isotrope, contrairement aux essais VB et VB-ES, quelle que soit la nature du béton,

— la ségrégation des phases (oxyde, métal) constituant le bain de corium est hydrodynamique et non gravitaire.

Cette ségrégation hydrodynamique a été observée lors de l'analyse postmortem de l'essai VBS-U3 : présence de langues métalliques (bleu) sur les parois verticales du creuset siliceux. Une ségrégation de même nature a eu lieu lors de l'essai VBS-U1 au début de l'interaction, mais les phases

métalliques se sont ensuite rapidement oxydées (teneur en gaz de décomposition du béton plus importante), comme noté sur la figure 2.13.



FIGURE 2.13 – Topologie du bain de corium observé post-mortem pour un corium oxyde-métal et un béton silico-calcaire (à gauche) et siliceux (à droite).

2.2.2 Le code de calcul TOLBIAC-ICB

Généralités sur le code TOLBIAC-ICB

Le code TOLBIAC-ICB, développé par le CEA depuis 2003 en collaboration avec EDF, est dédié aux calculs de l'ICB en régime permanent du début de l'interaction jusqu'au percement du radier. Il capitalise les connaissances acquises sur l'ICB par le CEA. Ce code est basé sur un modèle de macro-ségrégation des espèces chimiques en régime quasi-statique et utilise un couplage entre la thermo-hydraulique et la physico-chimie [SPINDLER et collab., 2005]. Ce modèle fait l'hypothèse que les espèces les plus réfractaires du bain (celles ayant la température de liquidus la plus élevée) vont se solidifier et former sur les parois en béton une croûte constituée principalement des phases UO2 et ZrO2. Dans ces conditions, le bain de corium est totalement liquide et sa viscosité dynamique est peu élevée. La température d'interface entre le bain et la croûte est assimilée à la température de liquidus du bain et sert au calcul des flux de chaleur via le coefficient d'échange convectif. Localement et instantanément, la vitesse d'ablation du béton s'écrit :

$$V_{\text{ablation}} = \frac{\varphi_{\text{bain}\rightarrow\text{béton}}}{\rho_{\text{béton}_s}\left(\int_{T_{\text{amb}}}^{T_{\text{abl}}} c_p dT + H_{\text{décomp}} + H_{\text{lat}}\right) + \rho_{\text{béton}_l}\int_{T_{\text{abl}}}^{T_{\text{bain}}} c_p dT} \tag{2.1}$$

avec : $\varphi_{\text{bain}\rightarrow\text{béton}}$ le flux de chaleur provenant du bain, $\rho_{\text{béton}_s}$ la masse volumique du béton solide, $\rho_{\text{béton}_l}$ la masse volumique du béton liquide, T_{amb} la température ambiante, T_{abl} la température d'ablation du béton, $H_{\text{décomp}}$ l'énergie de décomposition, H_{lat} la chaleur latente de changement de phase et c_p la capacité calorifique massique.

Il faut noter que la conduction dans le béton n'est pas prise en compte dans cette formulation car elle est relativement faible à l'échelle du cas réacteur. L'épaisseur des croûtes est déterminée à partir d'un modèle de transfert de chaleur conductif en régime permanent. L'équilibre thermodynamique local est supposé atteint à l'interface du bain et des croûtes. La description des aspects physico-chimiques de l'interaction corium-béton est mise en oeuvre à l'aide du logiciel GEMINI-2 et des bases de données thermodynamique NUCLEA développés par THERMODATA [THERMODATA]. Ce logiciel réalise le calcul à l'équilibre thermodynamique des espèces chimiques présentes dans le bain à chaque pas de temps sur la base de la minimisation de l'énergie de Gibbs des réactions. En raison des difficultés rencontrées pour la mise en oeuvre, avec une discrétisation 2D du bain de corium, du couplage fort entre la thermo-hydraulique et la physico-chimie, il a été décidé de ne décrire la thermo-hydraulique du bain qu'avec une seule maille. Les coefficients d'échanges convectifs entre cette partie centrale du bain et la zone de paroi sont alors estimés à partir de corrélations issues des essais BALI (essais en eau avec bullage réalisés au CEA [BERNAZ et collab., 2001]) et ne dépendent pas de l'orientation des parois en béton (horizontale/verticale). Un bain

tout oxyde ou oxyde-métal émulsionné est constitué d'une seule couche alors qu'un bain oxyde-métal stratifié est constitué de 2 couches (la phase métallique plus lourde est sous la phase oxyde). La Figure 2.14 est une représentation schématique d'une bain de corium oxyde-métal émulsionné (phase continue oxyde en violet, gouttes métalliques en orange et bulles de gaz en blanc) avec un zoom sur l'interface.

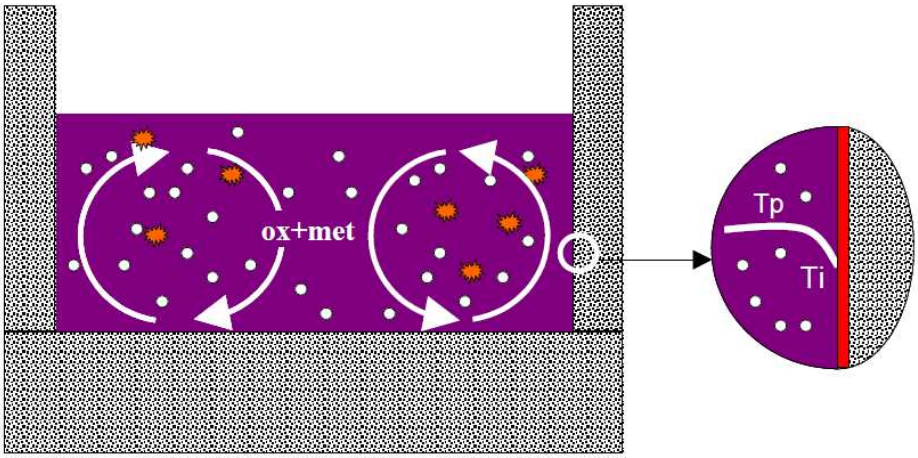


FIGURE 2.14 – Représentation schématique d'un bain de corium en configuration homogène mélangée. Les flèches représentent le brassage. Droite : zoom sur l'interface corium/béton. T_i est la température de l'interface bain/croûte, T_p est la température du bain, loin de l'interface

La stratification d'un bain oxyde-métal se produit quand la vitesse superficielle des gaz issus de la dégradation du béton est inférieure à une vitesse superficielle limite dépendant des densités des volumiques des deux phases en présence (corrélation issue du programme expérimental BALISE réalisé au CEA).

Interprétation des essais VULCANO-ICB avec le code TOLBIAC-ICB

Le processus itératif d'interprétation des essais VULCANO-ICB avec le code TOLBIAC-ICB est présenté sur la figure 2.15.

La méthode itérative appliquée a pour objectif d'ajuster les paramètres des modèles de TOLBIAC-ICB en fonction des essais étudiés. Les différentes étapes du schéma itératif sont :

- Etape 1 : Choix d'une valeur de la puissance utile expérimentale.
- Etape 2 : Détermination de la puissance utile injectée dans le creuset pour obtenir par un premier calcul TOLBIAC-ICB un accord satisfaisant expérience/calcul en termes de volume final de béton ablaté. En cas de non convergence, reprise à l'étape 1.
- Etape 3 : Amplification du coefficient d'échange convectif à l'interface bain/paroi en présence d'une anisotropie et une amplification du coefficient d'échange convectif à l'interface oxyde/métal en présence d'une stratification du bain pour accroître la puissance utile de la couche métal à partir des résultats du premier calcul.
- Etape 4 : Vérification de l'obtention d'un accord satisfaisant expérience/calcul en termes de profil final du creuset. En cas de non obtention, reprise à l'étape 3.

La comparaison entre les calculs TOLBIAC-ICB et les résultats expérimentaux est synthétisée dans les tableaux 2.5 et 2.6 :

Pour les essais tout oxyde, la puissance utile retenue est celle déterminée expérimentalement.

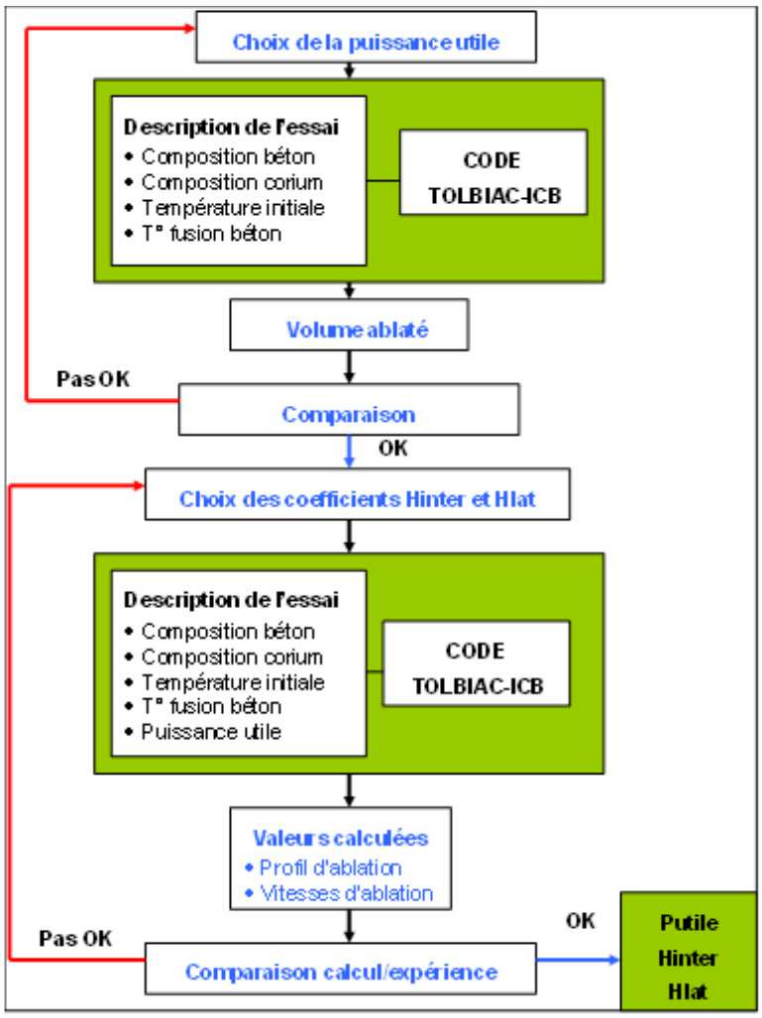


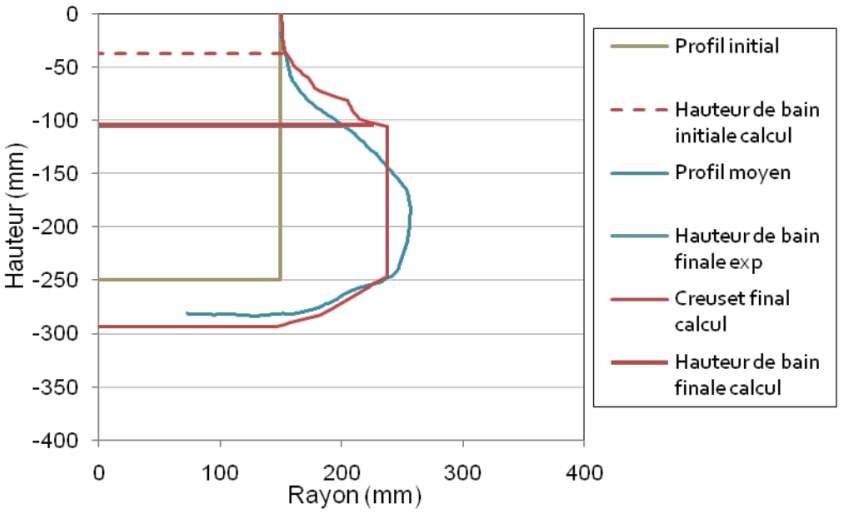
FIGURE 2.15 – Processus itératif avec TOLBIAC-ICB

Essai	Température d'ablation (K)	Coefficient d'échange entre le bain et paroi latérale	Volume expérimental ablaté (L)	Volume calculé ablaté (L)	Erreur relative
VB-U5	1573	×2	5.8	5.2	-10%
VB-U6	1700	×1	4	3.6	-10%
VB-U7	1573	×2	7.8	8.3	+6%
VBES-U2	1573	×2	11	11.8	+7%

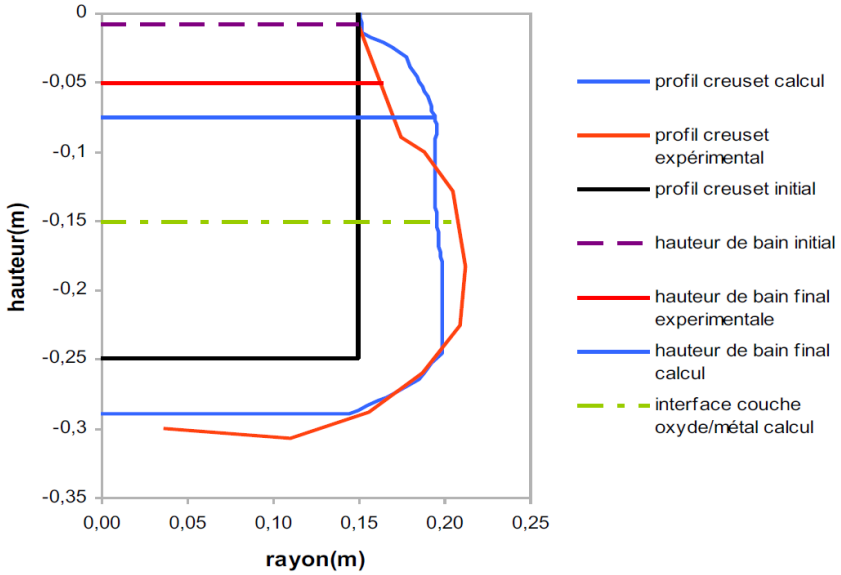
TABLEAU 2.5 – Comparaison expériences VULCANO-ICB tout oxyde et calculs TOLBIAC-ICB

Essai	Puissance utile retenue (%)	Coefficient d'échange entre bain et paroi latérale	Coefficient d'échange interface oxyde/métal	Volume expérimental ablaté (L)	Volume calculé ablaté (L)	Erreur relative
VBS-U1	65	×1	×2.8	13.3	14.7	+10%
VBS-U2	40	×1	×2.8	7.42	7.46	+1%
VBS-U3	50	×1	×2.8	5.56	5.74	+3%

TABLEAU 2.6 – Comparaison expériences VULCANO-ICB oxyde/métal et calculs TOLBIAC-ICB



(a) Profil final du creuset pour l'essai VBES-U2



(b) Profil final du creuset pour l'essai VBS-U3

FIGURE 2.16 – Comparaison des profils d'ablation expérimentaux et calculés

Le profil final du creuset, visible sur la figure 2.16, est lui aussi respecté lors des simulations.

Il est à noter que pour les essais d'interaction corium oxyde-métal/Béton, le code TOLBIAC-ICB permet de retrouver les volumes de béton ablatés et le profil d'ablation de la cavité. Cependant, le critère de ségrégation gravitaire ne permet de retrouver la topologie du bain post-mortem sur les essais oxydemétal qui rend compte d'une ségrégation hydrodynamique des phases.

Récemment [BOULIN et collab., Nov. 11-15 (2018], des calculs isothermes menés avec le code de calcul CIMAC (Code for Interfaces and Multiphasic Applications of Capillarity) développé en collaboration avec l'Université d'Aix Marseille ont permis de retrouver la ségrégation hydrodynamique des phases oxyde et métalliques observée lors des essais VULCANO-VBS.

2.2.3 Perspectives

Ce programme VULCANO-ICB est à ce jour le plus proche du cas réacteur (aux effets géométriques près) en simulant la puissance résiduelle par un chauffage direct de la phase oxyde (induction électromagnétique) et en respectant les interactions chimiques entre les constituants du bain (corium prototypique).

Ces essais ont permis de disposer d'une méthodologie d'évaluation des cinétiques d'ablation permettant l'extrapolation d'échelle aux scénarios réacteurs. Cette méthodologie, capitalisée dans le code de calcul TOLBIAC-ICB, a permis de garantir le non percement du radier des REP du parc actuel à l'échéance de 24 heures.

Dans l'exercice qui consiste à étendre la durée de vie des REP français en fonctionnement, les exigences de sûreté pour ces réacteurs devront tendre à rejoindre le standard actuellement proposé pour les EPR en l'occurrence la prise en compte des accidents graves au dimensionnement.

Ainsi, pour ce qui concerne l'ICB, cette exigence industrielle entraîne de nouveaux besoins de connaissances amont plus détaillées et plus fiables capable d'apporter une réduction sensible des incertitudes actuelles.

C'est dans ce contexte que s'inscrit cette thèse qui doit permettre de mieux comprendre les phénomènes qui gouvernent la thermo-hydraulique d'un bain de corium.

Chapitre 3

Mécanismes mis en jeu dans un bain de corium

Sommaire

3.1 Introduction 21
3.2 Rappels sur la turbulence et l'agitation induite par les bulles 22
3.2.1 Généralités sur la turbulence monophasique 23
3.2.2 Le cas diphasique à bulles 26
3.2.3 L'agitation induite par les bulles 26
3.3 Phénomènes de convections naturelles 29
3.3.1 Rappels sur les convections thermique et solutale 29
3.4 Comparaison entre les convections thermique et solutale et les mouvements induits par les bulles 32
3.4.1 Position du problème 32
3.4.2 Estimation et comparaison des ordres de grandeur 34
3.5 Conclusion 36

3.1 Introduction

Le chapitre précédent nous a montré que, lors d'un accident grave de réacteur nucléaire, la montée en température du cœur peut conduire à la fusion des matériaux qui le composent. L'ensemble des matériaux fondus forme un bain de corium (mélange magmatique) radioactif à haute température constitué d'une phase continue oxyde et d'une ou de plusieurs phases dispersées de natures différentes et de densités contrastées. L'interaction entre le bain de corium et les matériaux sacrificiels servant à l'endiguer peut entraîner la formation d'une phase gazeuse. Dans ces conditions, on s'attend à ce que le bain de corium soit le siège d'écoulements générés par les différences de densité dues aux écarts de température, de concentration et à la présence des bulles comme schématisé sur la figure 3.1. Les interactions entre ces différents forçages font que la thermohydraulique du bain de corium demeure complexe et que l'estimation des flux pariétaux comme celle de la vitesse d'ablation des matériaux sacrificiels est délicate.

Ce chapitre ne vise pas à détailler tous les mécanismes qui ont lieu dans les interactions corium/béton. Il s'agit plutôt de donner les informations nécessaires relatives aux trois principaux

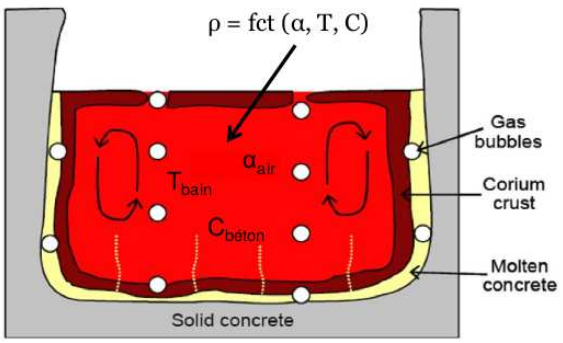


FIGURE 3.1 – Schéma des interactions entre le corium et le béton SEVÓN et collab. [2005]

mécanismes, les bulles, la convection thermique et la convection solutale pour essayer de comprendre s'il y a une hiérarchie entre eux.

Dans une première partie on va rappeler quelques éléments important concernant la turbulence monophasique et l'agitation induite par les bulles. Les gradients de vitesses générés par les mouvements de convections thermique et/ou solutale peuvent être suffisamment importants pour déclencher de la turbulence de cisaillement. Dans le cas où on ajoute des bulles, de grandes cellules de convection peuvent également se former si la distribution spatiale des bulles n'est pas homogène. Cette motivation d'en savoir davantage sur les bulles dans le corium trouve plusieurs explications. Tout d'abord leur influence sur les interactions corium/béton est encore mal comprise. Ensuite le taux de présence des bulles dans le bain, qui dépend de la nature du béton et peut dépasser les 10%, et les très efficaces propriétés de mélange et de transfert des écoulements à bulles, laisse penser que leur rôle sur la dynamiques globale, et donc sur les transferts de chaleur aux parois est important. L'agitation induite par les bulles sera abordée pour mieux comprendre les mécanismes mis en jeu dans les écoulements à bulles, notamment dans le cas homogène pour lequel les bulles sont uniformément réparties dans l'espace.

Dans une deuxième partie, on s'intéressera à la convection naturelle. A l'échelle du réacteur comme à l'échelle des essais menés par le CEA de Cadarache, les écarts de températures entre le corium et le béton encore solide sont proches du millier de Kelvin. Ces fortes différences vont générer des mouvements de convection dont l'intensité et la stabilité dépendent des propriétés physiques et géométriques du bain.
A cela s'ajoute la convection solutale. Plusieurs composants du béton changent de phase lorsqu'il est soumis à de hautes températures. Il est commun de considérer le mélange corium/béton fondu comme un pseudo-binaire, de telle sorte que lorsque le béton passe sous forme liquide, il remonte vers la surface, car il est plus léger que le corium, tout en s'y diluant.

Enfin, dans une dernière partie nous tâcherons d'estimer les ordres de grandeur des nombres adimensionnels introduits dans les sections précédentes. L'objectif est de comparer les différents mécanismes pour établir un éventuel ordre d'importance. Pour ces calculs, nous nous appuyons sur les données des expériences et des simulations TOLBIAC, qui ont été menées au CEA et dont une partie a été présentée dans le premier chapitre 2.

3.2 Rappels sur la turbulence et l'agitation induite par les bulles

Cette première partie se divise en deux sections. La première est consacrée à un bref rappel de quelques éléments de turbulence monophasiques. Plusieurs propriétés remarquables seront mentionnées, concernant notamment sa structure ou la répartition de son énergie. Dans la seconde section nous introduirons le cas diphasique à bulles et discuterons de l'agitation induite

par les bulles, que nous abrégeons aussi en BIA pour Bubble-Induced Agitation. Là aussi plusieurs caractéristiques notables seront rappelées.

3.2.1 Généralités sur la turbulence monophasique

La turbulence, en tant que discipline scientifique, est un domaine particulier de la mécanique des fluides, qui trouve son origine dans les termes non-linéaires de l'équation de Navier-Stokes. Mais la turbulence est avant tout un état, une propriété de l'écoulement qui a suscité et qui suscite toujours notre curiosité. Elle se retrouve dans de nombreux processus qu'ils soient naturels ou industriels : l'écoulement des rivières est turbulent ; la couche limite atmosphérique est turbulente ; les nébuleuses ont également un caractère turbulent ; en chimie des procédés la turbulence est utilisée pour mélanger et homogénéiser des composants fluides ou gazeux ; en combustion, elle occupe également une place majeure. La turbulence a également trouvé sa place dans le domaine de l'art, dans les peintures de Vincent Van Gogh notamment, mais aussi dans La Grande Vague de Kanagawa d'Hokusai, qui illustre plutôt bien la cascade d'énergie des grandes vers les petites échelles.
De part sa nature même il est difficile de donner une définition précise à la turbulence. TENNEKES et collab. [1972] éclairent leurs lecteurs en mentionnant l'effluve de fumée qui sort d'une cigarette. Dans cette partie nous intéressons à quelques propriétés remarquables de la turbulence monophasique, qui nous serviront par la suite de points de comparaison lorsque nous discuterons les propriétés des écoulements à bulles.



FIGURE 3.2 – A gauche : La grande Vague de Kanagawa - Hokusai. A Droite : effluve de fumée sortant d'une cigarette.

Description statistique

Les écoulements turbulents présentent des fluctuations aléatoires de la vitesse et c'est pour cela que les statistiques sont utilisées pour les décrire. On s'intéresse en particulier aux moments des fluctuations de vitesse, aux fonctions de densité de probabilité, aux corrélations entre ces fluctuations, aux densités spectrales de puissance. Les grandeurs qui permettent de décrire le fluide (la vitesse, la température, la pression) sont souvent décomposées en valeur moyenne et fluctuation autour de cette moyenne. Cette décomposition, qu'on appelle décomposition de Reynolds, appliquée par exemple à la vitesse, nous permet d'écrire :

$$\mathbf{u} = \overline{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' \quad , \tag{3.1}$$

où $\mathbf{u}$ est la vitesse totale du liquide, $\overline{\mathbf{u}}$ sa valeur moyenne et $\mathbf{u}'$ la fluctuation dont la moyenne est nulle, $\overline{\mathbf{u}'} = 0$. Il y a un fort couplage entre le champ fluctuant et le champ moyen. Lorsque le nombre de Reynolds est important, le champ fluctuant assure l'essentiel de la dissipation et des

phénomènes diffusifs. Mais celui-ci est fortement influencé par l'advection par le champ moyen ainsi que par ses gradients.

Cascade d'énergie - théorie de Kolmogorov

Une des propriétés remarquables de la turbulence est la multiplicité des échelles de tailles caractéristiques des structures tourbillonnaires et le concept de cascade d'énergie qui est le suivant. La turbulence est composée de tourbillons de tailles différentes. Les grand tourbillons, de taille caractéristique L et de vitesse caractéristique U, ont un nombre de Reynolds très grand de sorte que la viscosité n'a pas d'effet et que ces tourbillons sont incapables de dissiper leur énergie cinétique sous forme de chaleur. Cependant, ces grandes structures sont instables et donc amenées à se fragmenter en des tourbillons de plus petites tailles. Ces nouveaux tourbillons ont récupéré toute l'énergie cinétique de leur structure parent et vont se fragmenter à leur tour et ainsi de suite jusqu'à ce qu'ils soient suffisamment petits pour que les effets de la viscosité se fassent ressentir. Ils s'évanouissent alors tandis que l'énergie cinétique est dissipée en chaleur. Dans ce concept de cascade d'énergie, un fait important est que le taux de transfert d'énergie le long de cette cascade, ε, est constant.

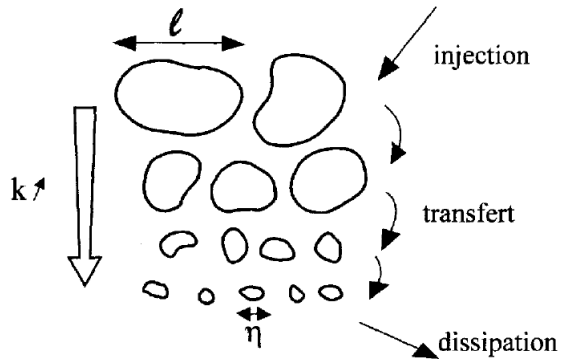


FIGURE 3.3 – Cascade d'énergie dans un écoulement turbulent homogène. Ce schéma, issu de GUYON et collab. [1991], illustre le principe de transfert d'énergie des plus grands tourbillons vers les plus petits.

Kolmogorov a publié en 1941 plusieurs articles [KOLMOGOROV, 1941a,b] qui sont à la base de la compréhension actuelle de la turbulence. La théorie de Kolmogorov se place dans un contexte de turbulence isotrope et a pour objectif notamment de mieux comprendre la distribution d'énergie entre les différentes tailles caractéristiques. Dans sa théorie, plusieurs échelles de longueur sont introduites : l_{EI}, qui marque la délimitation entre les grandes échelles anisotropes contenant l'énergie et les petites échelles isotropes, et l_{DI} qui sépare les petites échelles isotropes en deux :

- le sous-domaine inertiel, $l_{\mathrm{DI}} < l < l_{\mathrm{EI}}$ dans lequel les effets visqueux sont négligeables,
- le sous-domaine dissipatif, $\eta < l < l_{\mathrm{DI}}$, dans lequel les effets visqueux ne sont plus négligeables, où η est l'échelle dissipative de Kolmogorov qui marque l'équilibre entre les effets inertiels et visqueux.

Ces différents échelles et domaines sont illustrés sur la figure 3.4. Leur introduction sert d'appui pour les hypothèses de Kolmogorov. L'isotropie locale lui permet de déduire que pour des nombres de Reynolds suffisamment grands les statistiques des petites structures ($l << l_{\mathrm{EI}}$) ont une forme universelle et sont déterminées uniquement par la viscosité ν et la dissipation ε. Pour des nombres de Reynolds suffisamment grands, la même conclusion est valable pour des structures dont la taille l est comprise ente η et l_{EI}.
A partir de ces hypothèses, il est prédit que le spectre d'énergie évolue en puissance $-5/3$ du nombre d'onde dans le sous-domaine inertiel, visible sur la figure 3.5a. Ce qui est vérifié par de nombreuses expériences et qui est une des propriétés remarquables d'un écoulement turbulent monophasique.

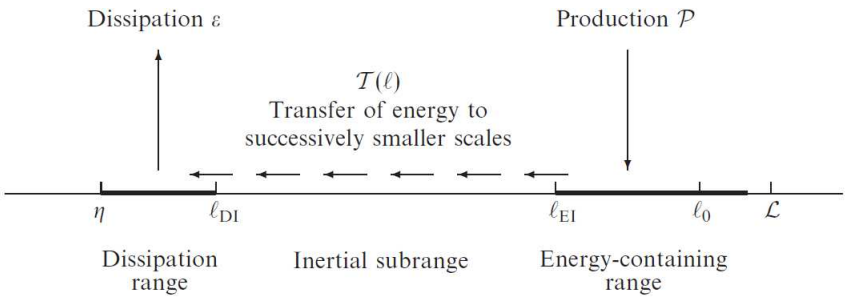
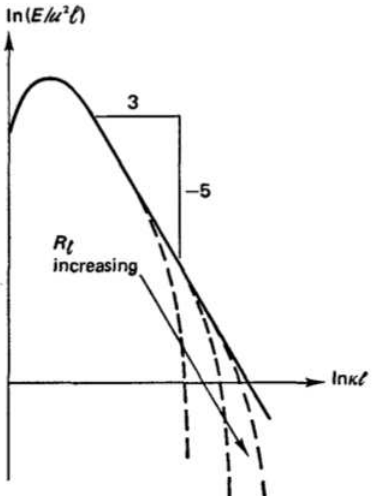
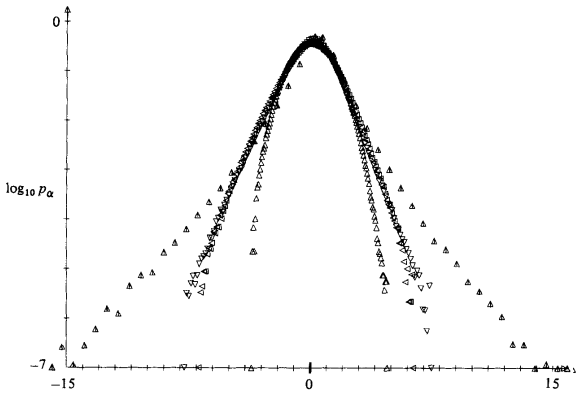


FIGURE 3.4 – Représentation schématiques des différents domaines et de la cascade d'énergie [POPE, 2001].

L'étude d'autres moments statistiques a par la suite, montré que les fonctions de densité de probabilité (PDF - Probility Density Function) des fluctuations de vitesse, présentent quant à elles une forme très proche d'une distribution gaussiennecomme le schématise la figure 3.5b.



(a) Spectre de la turbulence pour différents nombres de Reynolds [TENNEKES et collab., 1972].



(b) PDF des incréments de vitesse normalisés par leur écart type pour un Nombre de Reynolds basé sur l'échelle de Taylor de 536 pour différentes séparations : 3.5, 45 et 100 échelles de Kolmogorov [ANSELMET et collab., 1984].

FIGURE 3.5 – Statistiques pour un écoulement monophasique en turbulence homogène isotrope

Enfin, la répartition de l'énergie dans le domaine spectral présente elle aussi des propriétés intéressantes. En turbulence homogène l'équation bilan de la densité spectrale d'énergie E, s'écrit [MONIN et YAGLOM, 1981; POPE, 2001] :

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{E}(k,t) = \mathrm{P}_k(k,t) - \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{T}_k(k,t) - \underbrace{\nu k^2 \mathrm{E}(k,t)}_{\mathrm{D}(k,t)} \quad . \tag{3.2}$$

Lorsque l'état stationnaire est atteint le membre de gauche est nul de sorte que pour un nombre d'onde k donné, l'énergie est soit produite, soit dissipée soit transférée. Le premier terme du membre de droite de l'équation (3.2), $\mathrm{P}_k(k,t)$, correspond à la production. Le second terme, $\mathrm{T}_k(k,t)$, représente le transfert d'énergie entre les échelles et le dernier terme, $\mathrm{D}(k,t)$, correspond à la dissipation visqueuse. Ce bilan d'énergie à l'état stationnaire est illustré sur la figure 3.6. Il montre plusieurs propriétés :

- une séparation d'échelle nette entre la production et la dissipation,
- un taux de transfert d'énergie constant dans le régime inertiel.

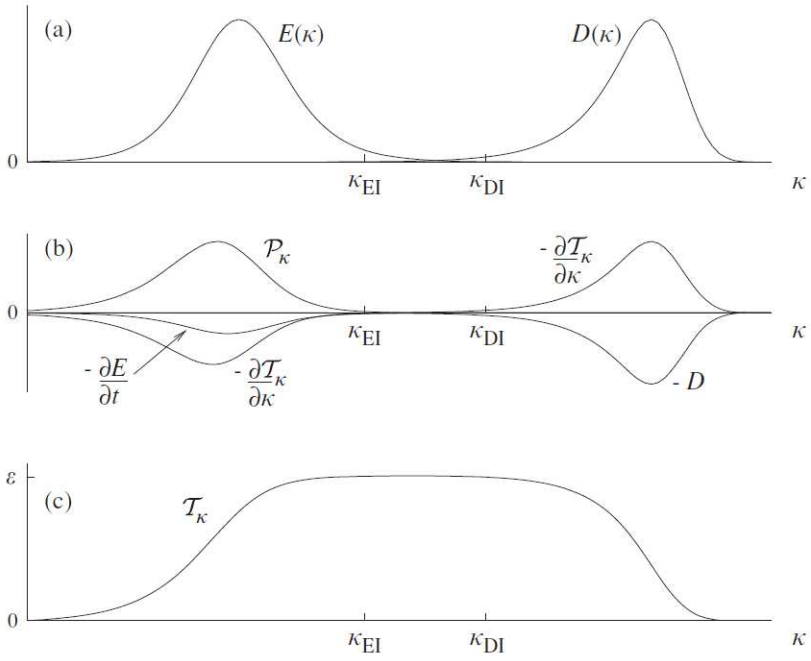


FIGURE 3.6 – Turbulence homogène à grand nombre de Reynolds. Représentation schématique du bilan d'énergie dans l'espace spectral [POPE, 2001]. (a) Spectre de l'énergie (E) et de la dissipation (D), (b) les différentes contributions du bilan d'énergie avec la production (P), le taux de transfert $\partial T/\partial k$ et la dissipation (D), (c) le transfert d'énergie (T).

3.2.2 Le cas diphasique à bulles

Les écoulements à bulles font partie de la famille des écoulements polyphasiques dans lesquels des particules, solides, liquides ou gazeuses, sont dispersées dans un fluide porteur. Ce type d'écoulements est très courant. On le retrouve dans nombreux procédés industriels (colonnes à bulles, colonnes d'extraction, lits fluidisés, décanteurs) et naturels (vagues déferlantes, panaches volcaniques). Cette présence dans des domaines très variés a favorisé un développement important de méthodes expérimentales et numériques dédiés à leur étude.
L'injection de bulles dans un liquide favorise grandement les transferts et le mélange entre les deux phases. Plusieurs facteurs vont influencer ces propriétés : le nombre de bulles, leur taille, leur vitesse, la viscosité du fluide dans lequel elles évoluent... Cette section a pour objectif d'introduire l'agitation induite par les bulles et ses propriétés. Pour une revue plus complète du sujet, le lecteur est renvoyé vers la synthèse récente de RISSO [2018].

3.2.3 L'agitation induite par les bulles

Pour comprendre l'agitation induite par les bulles on va s' intéresser, dans ce chapitre, au cas d'un essaim de bulles homogène en ascension sous l'effet de la pesanteur. Ce cas permet de se concentrer sur l'agitation induite par les bulles (BIA pour Bubble-Induced Agitation en anglais) en l'absence de toute autre cause de fluctuations. Dans les écoulement plus complexes, la BIA constitue le mécanisme fondamental régissant les échelles du même ordre de grandeur que la bulle. En présence d'hétérogénéité de la fraction volumique α, il faudra aussi considérer la convection naturelle à bulles qui est visible sur la photo de droite de la figure 3.7. Lorsque ces hétérogénéités sont modérées, la convection à bulles va engendrer des échelles plus grandes que les bulles qui vont peu interagir avec la BIA. Lorsque les hétérogénéités de α sont plus fortes, elles produisent de la turbulence de cisaillement (SIT) à des échelles de plus en plus petites et il n' y a plus de séparation d' échelles entre BIA et SIT. La connaissance de la BIA en situation homogène reste toutefois une étape indispensable à la description de l' agitation et du mélange dans les écoulements à bulles plus complexes.



FIGURE 3.7 – Écoulement homogène (à gauche) et avec recirculation (à droite) dans la colonne à bulles de ALMÉRAS et collab. [2015]

Caractéristiques générales de l'agitation dans les écoulements à bulles homogène

Pour décrire et mieux comprendre l'agitation induite par les bulles, il est nécessaire de spécifier des échelles de vitesse, de longueur et de temps caractéristiques. On s'intéresse pour cela aux fonctions de densités de probabilités (PDF) et aux spectres des fluctuations du liquide. Mais avant d'aborder ces statistiques, nous pouvons analyser l'agitation et les variances des fluctuations du liquide. MARTÍNEZ-MERCADO et collab. [2007] ont observé dans leur expérience que l'agitation du liquide augmente avec la fraction volumique du gaz, quelles que soient les valeurs du nombre de Reynolds ou du nombre de Weber. Pour Re ≥ O(100), il est observé que la variance de la vitesse du liquide normalisée par le carré de la vitesse de montée des bulles est approximativement proportionnelle à la fraction du volume de gaz : $\langle u^2\rangle/\langle V^2\rangle = k\alpha$, où le coefficient de proportionnalité k est une fonction décroissante de Re. Cette expression fait intervenir la vitesse moyenne d'ascension des bulles que nous pouvons aussi écrire en fonction de la vitesse moyenne de la bulle isolée $\langle V_0\rangle$, et de α. En accord avec les observations de RISSO et ELLINGSEN [2002], plusieurs expériences [MARTÍNEZ-MERCADO et collab., 2007; RIBOUX et collab., 2010] ont montré que l'écart-type des vitesses du liquide peut être écrit sous la forme : $\langle u_i^2\rangle^{1/2} = \gamma_i\langle V_0\rangle\alpha^{0.4}$ ou γ_i dépend de la direction. D'autre part, depuis les travaux de LANCE et BATAILLE [1991], de nombreuses études ont confirmé que la variance des fluctuations dans la direction verticale était plus importante que celles dans la direction horizontale.

On s'intéresse maintenant aux fonctions de densité de probabilité (PDF) de la BIA. Ces dernières ont été mesurées dans plusieurs travaux expérimentaux RENSEN et collab. [2005]; RISSO et ELLINGSEN [2002]; ZENIT et collab. [2001], MARTINEZ et collab. [2009]; MARTÍNEZ-MERCADO et collab. [2007],PRAKASH et collab. [2016]; RIBOUX et collab. [2010]. La figure 3.8 représente un exemple de PDF des fluctuations liquides dans la direction verticale mesurées dans un essaim de bulles homogène [RIBOUX et collab., 2010]. Les vitesses sont normalisées par l'écart-type des fluctuations afin de faciliter la comparaison entre les différentes fractions volumiques de gaz. Une échelle semi-logarithmique est utilisée de sorte qu'une évolution linéaire sur le graphique représente un comportement exponentiel.
La forme des PDF n'est clairement pas gaussienne. Elle sont fortement asymétriques, avec des grandes fluctuations positives plus probables que les grandes fluctuations négatives. D'autre part, les PDF peuvent être décrites à partir d'évolutions en exponentielle $\exp(-C|u_i|)$ avec différentes pentes C. En analysant les fluctuations positives, on peut voir que leur PDF présentent une pre-

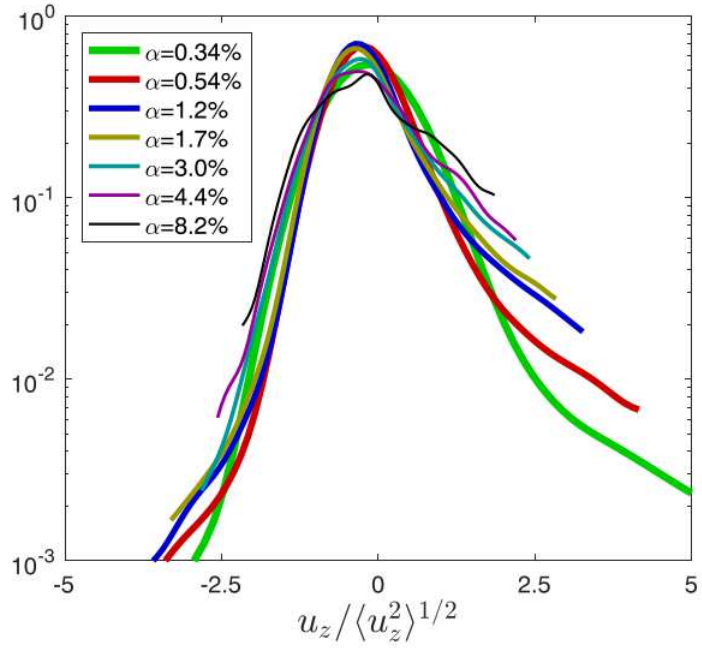


FIGURE 3.8 – Fonctions de densité de probabilité (PDF) des fluctuations liquides induites par les bulles dans la direction verticale. Données issues de RIBOUX et collab. [2010].

mière branche en exponentielle avec une forte pente, suivie d'une seconde branche exponentielle aux grandes fluctuations avec une pente plus faible. Un comportement similaire est observée pour les fluctuations négatives mais la rupture de pente ne se voit que pour les événements les plus rares.

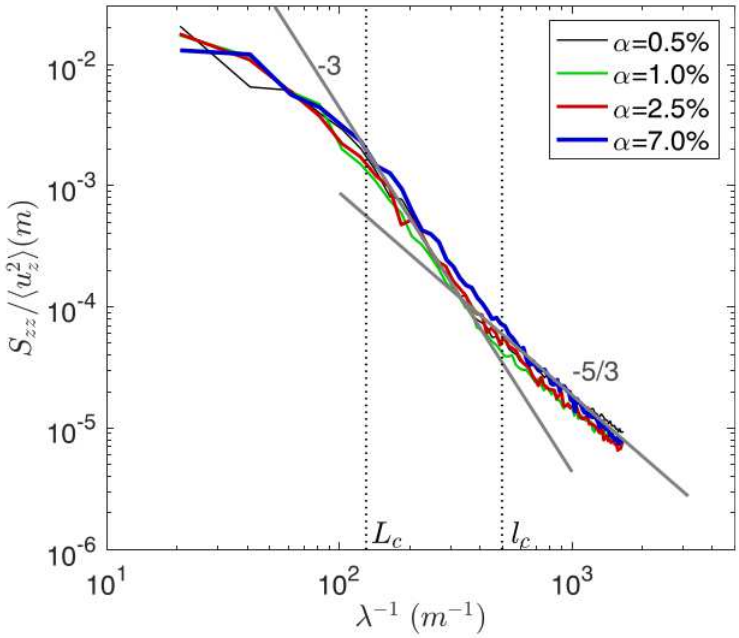


FIGURE 3.9 – Spectres des fluctuations de vitesse du liquide dans la direction verticale [RIBOUX et collab., 2010].

La figure 3.9 montre l'évolution de spectres longitudinaux normalisés des fluctuations de la vitesse verticale du liquide en fonction de l'inverse de la longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$ où k est le nombre d'onde. Ces mesures, issues des expériences de RIBOUX et collab. [2010], et ont été faites dans un essaim homogène de bulles ayant un diamètre de 2.5 mm. Tout d'abord, toutes les expé-

riences considérant des essaims de bulles homogènes observent un sous-domaine où la densité spectrale de puissance évolue comme la puissance -3 du nombre d'ondes k, pour des nombres de Reynolds de quelques dizaines à plus de 1000 et pour des nombres de Weber de l'ordre de 1 à 4. Cette caractéristique est également retrouvée par simulation numérique, par DNS ROGHAIR et collab. [2011] et par LES avec résolution des sillages RIBOUX et collab. [2013]) mais n'est pas retrouvée par les méthodes dans lesquelles les bulles sont traitées comme des particules ponctuelles sans sillage [MAZZITELLI et LOHSE, 2009]. Cela indique que ce comportement particulier est lié aux sillages des bulles.
On observe aussi que les spectres des fluctuations obtenues pour différentes fractions volumiques d'air se superposent sur toute la gamme de la longueur d'onde, montrant ainsi leur indépendance avec α. Cette caractéristique, indique que les longueurs caractéristiques de l'écoulement ne dépendent pas de α.
Quant aux échelles dissipatives qui sont attendues au-delà de la zone en k^{-3}, elles sont en général inférieures à la résolution des techniques expérimentales mises en œuvre dans les écoulements à bulles. On sait cependant que le taux de dissipation de l'énergie dans un essaim de bulles en ascension est égal à la puissance de la force de flottabilité et peut donc être déterminé à partir de la relation $\varepsilon = \alpha g \langle V \rangle$, où $\langle V \rangle$ est la vitesse moyenne des bulles. Elle a été mesurée à partir de la décroissance de l'énergie cinétique des fluctuations du liquide derrière un essaim de bulles en ascension [RIBOUX et collab., 2010].

Mécanismes physiques de la BIA

La BIA implique deux contributions différentes. La première résulte des perturbations générées au voisinage de chaque bulle. On l'appelle LBD (Localised-Bubble Disturbance) et elle peut être modélisée avec une contribution potentielle et le sillage moyen comme l'a fait RISSO [2016]. La seconde résulte de la turbulence qui se développe lorsque l'écoulement à travers l'essaim de bulles devient instable au-delà un certain nombre de Reynolds. On l'appelle BIT pour Bubble-Induced Turbulence. Ces deux contributions seront détaillées dans un prochain chapitre lorsque nous serons amenés à étudier un essaim de bulles dans lequel toutes les bulles remontent à la même vitesse et le mouvement relatif entre elles est nul.

3.3 Phénomènes de convections naturelles

Par opposition à la convection forcée où l'écoulement est créé par une force extérieure comme une différence de pression, la convection naturelle (ou libre) est due aux gradients de flottabilité induits par des gradients de masse volumique. Ces gradients de densité trouvent leur origine dans une distribution non uniforme de la température et/ou de la composition du mélange.

3.3.1 Rappels sur les convections thermique et solutale

Convection thermique

La convection thermique est un des mécanismes de transfert de chaleur avec le rayonnement et la conduction. Il désigne le transfert de chaleur au sein d'un fluide en mouvement ou entre un fluide en mouvement et une paroi solide.
On se place dans une situation classique, dans laquelle on considère une couche de fluide (de longueur caractéristique $L_0 = H$) qui est placé entre deux plaques planes horizontales portées à des températures différentes. La masse volumique du fluide diminue avec la température, de sorte que lorsque la température de la paroi inférieure est plus faible que celle de la paroi supérieure la situation est stable. Lorsque la température de la paroi inférieure est plus grande que celle de la paroi supérieure, la situation est instable. Les particules de fluide de plus faible densité sont située en-dessous de celles de plus grande densité. En conséquence le fluide le plus chaud, situé dans la

partie basse du domaine, se dilate, devient plus léger et monte sous l'effet de la gravité. En se refroidissant en haut du domaine, il redevient plus lourd et retombe, et ainsi de suite. Ce mécanisme produit des cellules de convection et est connu sous le nom d'instabilité de Rayleigh-Bénard [BÉNARD, 1901; RAYLEIGH, 1916].
On observe ce phénomène à de nombreuses échelles différentes, allant des cellules de convection à la surface du soleil, à l'échelle du laboratoire dans les essais VULCANO, en passant les cellules de recirculations dans l'atmosphère. En se plaçant dans le cas de la convection naturelle en régime de Boussinesq ($\beta\Delta T << 1$, avec β le coefficient de dilatation thermique), [GUYON et collab., 1991] expliquent le mécanisme de l'instabilité de Rayleigh-Bénard de la manière suivante. On considère une particule de fluide plus chaude que son environnement en ascension au sein d'un gradient de température uniforme $\Delta T/H$. Sous l'action de la gravité et en supposant que la particule fluide se déplace de manière uniformément accélérée, le temps caractéristique de flottabilité pour traverser le domaine est $\tau_{flot} = H/\sqrt{g\beta\Delta TH}$. Lors de son ascension, la particule échange avec son environnement via les diffusions visqueuse et thermique, qui ont pour temps caractéristiques respectifs : $\tau_\nu = H^2/\nu$ et $\tau_{th} = H^2/D_{th}$. Ces temps caractéristiques permettent de construire deux paramètres sans dimension. Il s'agit des nombres de Rayleigh Ra et de Prandtl Pr, définis comme :

$$Ra = \frac{\tau_\nu \tau_{th}}{\tau_{flot}^2} = \frac{g\beta\Delta TH^3}{\nu D_{th}} \quad , \tag{3.3}$$

$$Pr = \frac{\tau_{th}}{\tau_\nu} = \frac{\nu}{D_{th}} \quad . \tag{3.4}$$

Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse et au contraire, un nombre de Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température. La stabilité de la couche liquide est déterminée par la valeur du nombre de Rayleigh. Pour que l'instabilité se déclenche, il est nécessaire que Ra dépasse une valeur critique $Ra_c \approx 1700$.

Convection solutale

La convection solutale se met en place lorsque la distribution de concentration n'est pas homogène. La dissolution d'une espèce dans une autre peut en être l'origine. Ce phénomène est illustré par la figure 3.10. Il est notamment à l'œuvre le cas des interactions corium/béton. Lorsque le béton fond et qu'il se dissout dans le corium, des zones de densité plus faible que le reste du bain vont se former et remonter vers la surface sous l'action de la gravité engendrant ainsi des mouvements convectifs. Ce type de convection est aussi particulièrement présent dans les études qui mettent en jeu la dissolution de minéraux ou de gaz dans des fluides. L'une des premières études est celle de SCHURR [1905] qui s'est intéressé à la vitesse de dissolution des sels dans des solutions aqueuses. Ce sujet est également très étudié en géophysique. Par exemple TAIT et JAUPART [1989] et KERR [1994] se sont penchés sur les phénomènes de dissolution et de précipitation dans les chambres magmatiques.

De manière similaire à la convection thermique, on construit deux nombres sans dimension, qui sont le nombre de Schmidt Sc, et un nombre de Rayleigh solutal Ra_S. Le premier correspond au rapport entre le temps caractéristique de convection solutale et le temps caractéristique de la diffusion solutale (D_S est le coefficient de diffusion solutale) et le seconde caractérise la convection solutale. Ils sont donnés par :

$$Sc = \frac{\nu}{D_s} \quad , \tag{3.5}$$

$$Ra_s = \frac{g\beta_s\Delta CH^3}{\nu D_s} \quad . \tag{3.6}$$

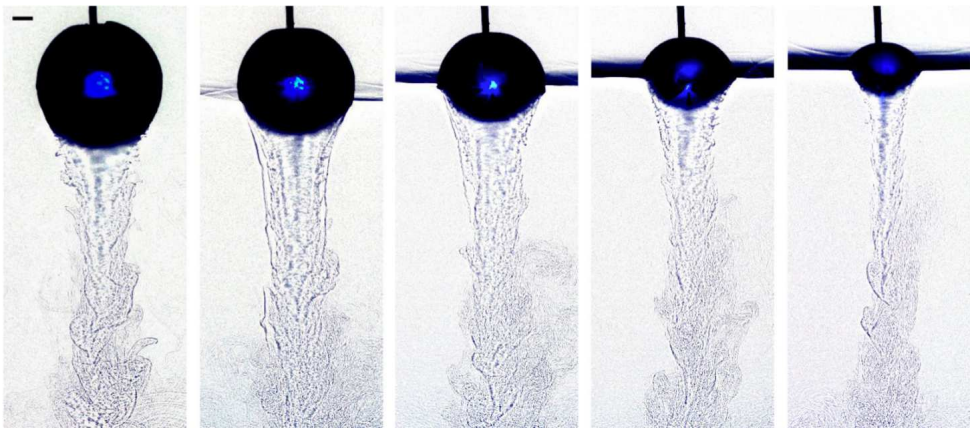


FIGURE 3.10 – Étude de la dissolution d'une sphère en sucre ayant un rayon initial de 6cm dans de l'eau au repos par [WYKES et collab., 2018]. Images par ombroscopie de la dissolution dans de l'eau à différents temps t = 0, 30, 60, 90, et 120 minutes. Les variations d'intensité sous le corps correspondent à un jet turbulent descendant de fluide chargé en soluté. La bande sombre horizontale près de la mi-hauteur du corps correspond à l'interface d'une forte stratification de densité. La barre d'échelle est de 1 cm.

Les phénomènes de convections thermique et solutale peuvent être comparés en introduisant les deux nombres adimensionnels suivant :

$$\mathrm{Le} = \frac{\mathrm{Sc}}{\mathrm{Pr}} = \frac{\mathrm{D_{th}}}{\mathrm{D_s}} \quad , \tag{3.7}$$

$$\mathrm{N} = \frac{\beta_s \Delta C}{\beta \Delta T} \quad . \tag{3.8}$$

Le premier est le nombre de Lewis qui compare la diffusivité thermique à la diffusivité solutale. Le second caractérise le rapport des forces de flottabilité de la convection thermique et de la convection solutale. Plusieurs études se sont penchées sur la convection thermosolutale en faisant varier les nombres Le et N [BENNACER et GOBIN, 1996; GOBIN et BENNACER, 1996], pour établir ensuite une carte situant quelle convection est dominante pour chaque couple de paramètres (Le,N) (voir la figure 3.11).

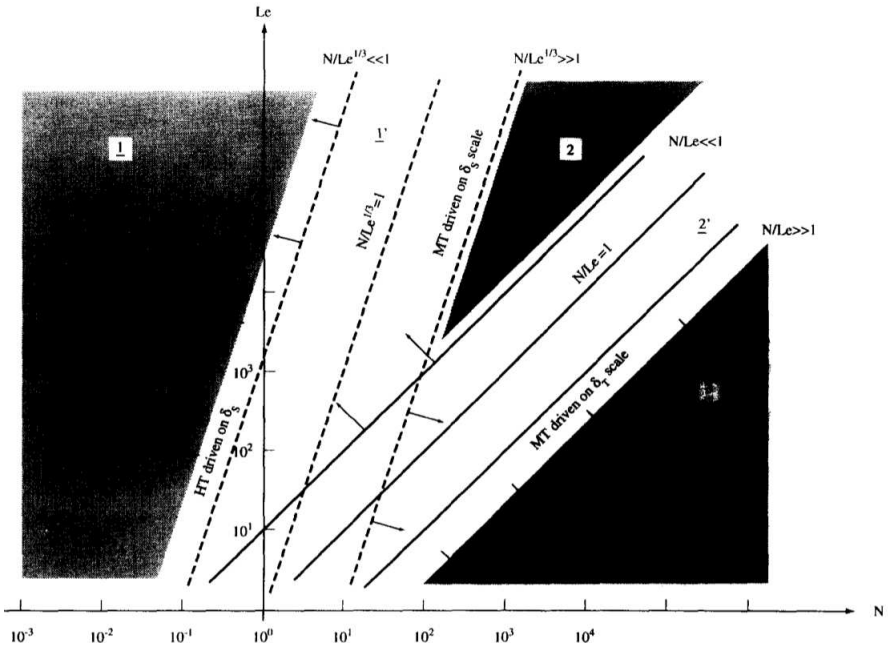


FIGURE 3.11 – Représentation schématique des différentes situations de convection thermosolutaltes dans les couches limites [BENNACER et GOBIN, 1996].

3.4 Comparaison entre les convections thermique et solutale et les mouvements induits par les bulles

3.4.1 Position du problème

D'un point de vue industriel, le problème considéré est celui des interactions entre le corium et le matériau sacrificiel. Le corium mis en jeu est un corium dit tout oxyde (qui ne contient pas de phase métallique) et le matériau sacrificiel est du béton (pour le moment on ne fait pas de distinction entre les différents types de béton décrits au chapitre 1). La configuration qui nous intéresse est celle dans laquelle le corium a déjà creusé une cavité dans le béton. La première phase dans laquelle les phénomènes de choc thermique et de spallation ont lieu n'est donc pas prise en compte, tout comme est ignoré le rayonnement en surface. La montée en température du béton entraîne :

- un phénomène de dégazage au niveau des interfaces entre le béton et le corium,
- la fusion du béton et sa dissolution dans le bain de corium,
- le refroidissement progressif du mélange corium/béton fondu.

Les trois principaux mécanismes qui mettent le mélange corium/béton fondu en mouvement sont :

- **la convection thermique**, qui résulte de la différence entre la température du bain et la température de fusion du béton ;
- **la convection solutale**, qui est causée par la différence de densité entre le corium et béton venant se mélanger au corium après fusio ;,
- **le mouvement induit par l'ascension de bulles de gaz**, qui proviennent de la dégradation du béton.

Le problème clé du CEA est ce qui se passe au niveau des parois, car cela conditionne l'ablation du béton. Les gradients de température, de concentrations et l'injection des bulles engendrent la formation de couches limites qui impactent directement les flux pariétaux dont la structure dépend de la vitesse fluide au cœur du bain. Il est donc crucial de définir les conditions aux parois

que nous allons considérer dans notre étude.
De manière similaire au code TOLBIAC, on suppose que les parois en béton sont le siège de la formation de croûtes solides constituées principalement des phases UO_2 et ZrO_2. Dans ces conditions, le bain de corium est totalement liquide et sa viscosité dynamique est peu élevée. Dans ce type de configuration, la température de l'interface entre le bain liquide et la croûte solide et assimilée à la température du liquidus du mélange corium-béton. Cette température est aussi considérée pour le calcul des flux de chaleur via le coefficient d'échange convectif. Cette configuration est représentée schématiquement sur la figure 3.12.

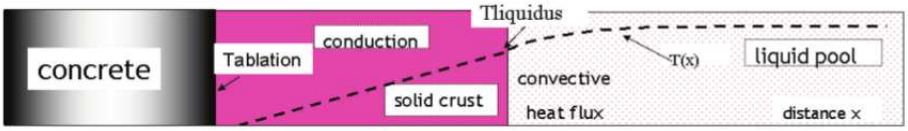


FIGURE 3.12 – Représentation schématique de l'interface entre le béton solide et le bain de corium liquide en supposant la formation d'une croûte solide.

On se place dans le cas d'un écoulement fluide de masse volumique ρ et de viscosité cinématique ν soumis aux convections thermique, solutale et à bulles. On considère que les bulles ont une masse volumique ρ_b une forme fixe et diamètre équivalent d_b. La différence de températures entre les parois du domaine et l'écoulement génère des gradients qui sont à l'origine des mouvements de convection thermique. D'autre part, l'apport et la dissolution de matériau dans l'écoulement entraîne des gradients de concentrations ayant pour effet la production de boucles de convection solutale. Les équations sont écrites sous l'hypothèse d'Oberbeck-Boussinesq (OBERBECK [1879] et BOUSSINESQ [1903]). Les variations de températures et de concentrations sont proportionnelles aux variations de masse volumique via respectivement le coefficient de dilatation thermique β_T et le coefficient de dilation solutale β_S :

$$\rho(T,C) = \rho_0\left(1-\beta_T\,(T-T_0)-\beta_S\,(C-C_0)\right) \quad , \tag{3.9}$$

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_C \quad , \tag{3.10}$$

$$\beta_S = -\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial\rho}{\partial C}\right)_T \quad , \tag{3.11}$$

où ρ_0, T_0 et C_0 sont respectivement les grandeurs de référence pour la masse volumique, la température du fluide et, la concentration d'un soluté du fluide. L'équation de continuité et de la quantité de mouvement sont alors :

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = 0 \quad , \tag{3.12}$$

$$D_t\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{u} + \underbrace{\mathbf{g}\beta_T(T-T_0)}_{\text{convection thermique}} + \underbrace{\mathbf{g}\beta_S(C-C_0)}_{\text{convection solutale}} + \underbrace{\mathbf{f}}_{\text{forçage par les bulles}} \quad , \tag{3.13}$$

où $\mathbf{u}$ est la vitesse du champ fluide, $D_t = \partial_t + \mathbf{u}\cdot\nabla$ représente la dérivée matérielle et $\mathbf{f}$ est l'échange de quantité de mouvement entre la phase dispersée et le fluide considéré. L'équation (3.13) est ré-écrite sous la forme suivante :

$$D_t\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla P + \nu\Delta\mathbf{u} + \mathbf{g}\beta_T\Delta T + \mathbf{g}\beta_S\Delta C + \mathbf{f} \quad , \tag{3.14}$$

où ΔT et ΔC sont respectivement les écarts de températures et de concentration en béton entre la paroi solide et le bain.

3.4.2 Estimation et comparaison des ordres de grandeur

Pour estimer l'importance de chaque mécanisme agitant le bain de corium, nous allons comparer plusieurs grandeurs. Cette analyse se repose sur des ordres de grandeurs de données expérimentales et numériques présentés dans le tableau 3.1.

ρ	c_p	α	C	ν	D_s	D_{th}
kg/m^3	$J/kg/K$	%	%	m^2/s	m^2/s	m^2/s
5×10^3	10^3	1-30	5-30	$10^{-5}-10^{-6}$	10^{-10}	5×10^{-7}

TABLEAU 3.1 – Ordres de grandeur de la masse volumique du bain liquide ρ, de la capacité thermique moyenne par unité de masse c_p, de la fraction volumique d'air α, de la concentration en béton C, de la viscosité cinématique moyenne du bain ν, de la diffusivité thermique D_{th} et de la diffusivité solutale D_s.

Tout d'abord, dans la configuration décrite précédemment qui présente une croûte de corium solide à la paroi, l'écart de températures entre la paroi solide et le bain liquide est défini comme $\Delta T = T_{bain} - T_{liq}$ avec T_{liq} la température du liquidus du corium. Dans les essais expérimentaux, il est rapporté que cet écart de températures évolue peu au cours du temps et est de l'ordre de 10^1. La concentration en béton dans la croûte de corium n'est pas connue, mais est a priori faible étant donné que les phases de UO_2 et ZrO_2 en sont les principaux constituants. La concentration en béton dans le bain liquide est quant à elle connue et varie au cours du temps avec une faible concentration en début et une forte concentration en fin d'essai.

On compare dans un premier temps la convection thermique à la convection solutale. On peut donc s'intéresser aux nombres de Prandtl, de Schmidt, de Lewis et au nombre adimensionnel N :

$$Pr \approx 10^1 \quad , \tag{3.15}$$

$$Sc \approx 10^4 - 10^5 \quad , \tag{3.16}$$

$$Le \approx 10^3 \quad . \tag{3.17}$$

Ces valeurs indiquent que la diffusivité de la quantité de mouvement est plus importante que la diffusivité thermique, qui est elle-même plus importante que la diffusivité solutale.
Le calcul de N nécessite de connaître les coefficients de dilation thermique β_T et de dilation solutal β_s. Ces grandeurs ne sont pas données directement par les résultats expérimentaux, mais nous pouvons les estimer. Nous connaissons les principaux constituants du bain de corium et l'évolution de leur concentration massique au cours du temps. Le dioxyde d'uranium liquide (UO_2) est le constituant principal du bain. Nous allons nous limiter à une estimation grossière et retenir la valeur de β_T de UO2 pour décrire le mélange corium/béton. D'après une corrélation issue des travaux de FINK [2000], $\beta_T = \beta_{UO2l} \approx 10^{-4} K^{-1}$. Ensuite nous estimons β_s à partir de : $\beta_s = \Delta\rho/(\rho_b + (C_{cr} - C)\rho)$, où ρ_b est la masse volumique du béton, et C_{cr} la concentration en béton dans la croûte, qu'on maximise et prend égale à 33%. On suppose également que C_{cr} est constant. Cela nous permet d'approximer $\beta_s \Delta C$, puis N (voir le tableau 3.2).

	$\lvert\beta_s\Delta C\rvert$	N	$N/Le^{1/3}$
début d'essai	10^{-1}	10^2	10^1
fin d'essai	10^{-2}	10^1	10^0

TABLEAU 3.2 – Ordres de grandeur pour la convection solutale et le rapport entre les convections thermique et solutale, représenté par le nombre adimensionnel N.

Les travaux de BENNACER et GOBIN [1996] (figure 3.11) nous permettent de conclure que, dans notre situation pour laquelle le nombre de Lewis est de l'ordre de 10^3 et $N \approx 10^1 - 10^2$, la convection thermique est dominante par rapport à la convection solutale.

Nous comparons maintenant la convection thermique aux mouvements induits par les bulles. Expérimentalement, lorsque le mélange corium/béton est refroidi puis retiré de son enclave en béton, des coupes sont réalisées. Des bulles alors piégées, laissent des cavités qui sont mesurées et dont la taille est comprise entre 5 et 7 mm dans l'essai VB-U7 par exemple. A partir de simulations TOLBIAC, l'évolution temporelle des différentes propriétés du bain sont accessibles. Ce qui permet d'estimer que le nombre Morton Mo = $g\mu^4/\rho\sigma^3$ (avec ρ, μ et σ les masse volumique, viscosité et tension de surface du mélange corium/béton) est compris entre 10^{-11} à 10^{-7}. Cette plage de valeurs pour le nombre de Morton a notamment été étudiée par MAXWORTHY et collab. [1996] qui se sont intéressés à la remontée de bulles isolées dans différents fluides. A partir du diagramme $C_D = f(Re, Mo)$ MAXWORTHY et collab. [1996] (figure 3.13), nous déduisons que le nombre de Reynolds des bulles Re_b dans le bain liquide, est compris entre 100 et 1000 et on estime que le coefficient de traînée C_D des bulles est compris entre 0.1 et 1. Ce cas correspond à un régime d'ascension inertiel dans lequel les bulles vont avoir des sillages importants et produire une forte agitation (BIA) dans le liquide.

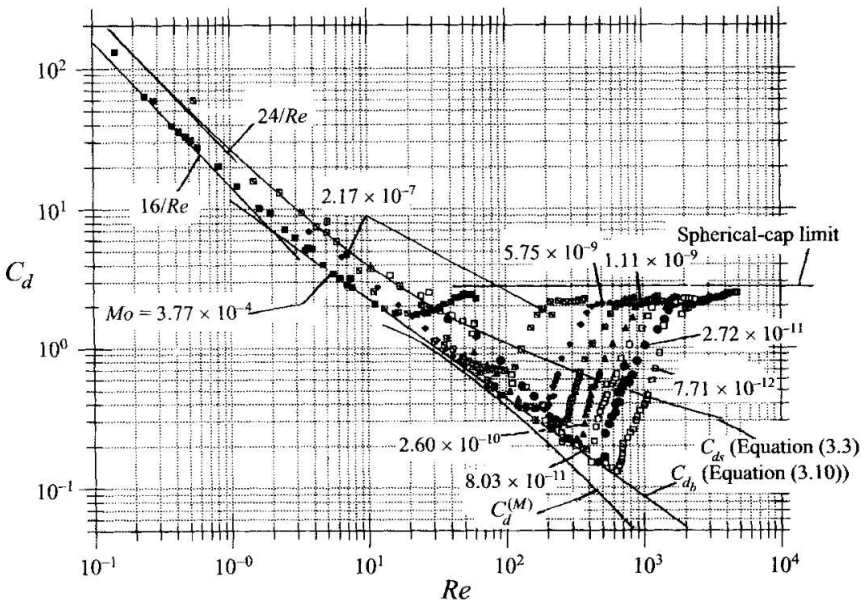


FIGURE 3.13 – Coefficient de traînée d'une bulle isolée en fonction de son nombre de Reynolds pour différents nombres de Morton [MAXWORTHY et collab., 1996].

Pour comparer la convection thermique aux mouvements induits par les bulles, on suppose que l'action des bulles sur le liquide est principalement due à la flottabilité et on considérera que les gradients de fractions volumiques sont de l'ordre de la fraction volumique moyenne :

$$\mathbf{f} = \frac{\rho - \rho_{\text{bulles}}}{\rho}\mathbf{g}\alpha \approx \alpha\mathbf{g} \quad . \tag{3.18}$$

On s'intéresse alors au rapport $\alpha g / g\beta_T \Delta T$. En début d'essai, lorsque la fraction volumique de bulles est la plus élevée, ce rapport est de l'ordre de 10^2 et en fin d'essai il est de l'ordre de 10^1. Cela suggère que les mouvements induits par les bulles sont plus importants que la convection thermique et montre qu'ils doivent absolument être pris en compte dans une étude de la dynamique du bain de corium.

3.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'introduire et d'estimer l'importance relative des différents mécanismes agitant le bain de corium liquide.
La première partie a traité de la turbulence monophasique et de l'agitation induite par les bulles, en rappelant quelques propriétés caractéristiques de turbulence de Kolmogorov, avec notamment un spectre évoluant en puissance $-5/3$ avec le nombre d'onde ou encore la séparation d'échelles entre la production et la dissipation dans le bilan spectral d'énergie. Dans les écoulements à bulles, l'agitation induite par l'ascension des bulles exhibe des propriétés fort différents. Il a notamment été mis en évidence un spectre qui évolue en puissance -3 du nombre d'onde. Les mécanismes mis en jeu ont commencé à être étudiés dans le plan spectral [PANDEY et collab., 2020], mais ils restent encore mal compris. Les bilans d'énergie spectraux constituent probablement la clé de la compréhension des mécanismes physiques mis en jeu dans l'agitation induite par les bulles.
La seconde partie du chapitre nous a permis de mettre en évidence une probable domination des mouvements induits par les bulles par rapport à ceux résultants de la convection thermique et de la convection solutale dans le cas du bain de corium. Un autre objectif de cette thèse est donc de réaliser des simulations numériques d'un bain de corium en présence de bulles. Dans un premier temps, cela va nécessiter de mettre au point un code de simulation capable de modéliser des bulles en ascension à grand nombre de Reynolds, présentant des sillages importants. la méthode numérique sera d'abord validée sur le cas d'un essaim de bulles homogène isotherme. Cette configuration permettra aussi une analyse fine des mécanismes de la BIA, notamment par l'étude des bilans d'énergie des fluctuations dans le plan spectral. Dans un second temps, des simulations d'un bain de corium chauffé en présence de bulles et de parois seront effectuées. On y vérifiera si l' effet des bulles y est bien dominant et on établira des corrélations pour le transfert de chaleur aux parois.

Chapitre 4

Simuler un nuage de bulles

Sommaire

4.1 L'approche de modélisation 38
4.1.1 La phase continue 38
4.1.2 La phase dispersée 40
4.1.3 Modèle pour corriger la force auto-induite 41
4.2 Détails numériques et choix des paramètres 45
4.2.1 Une bulle isolée en ascension dans un milieu liquide infini au repos 47
4.2.2 Force de répulsion inter-bulle 53
4.2.3 L'invariance galiléenne du modèle pour la perturbation 54
4.3 Simulations d'un nuage de bulles homogène et comparaison avec les expériences 56
4.4 Conclusion 62

L'objectif est de simuler l'écoulement liquide généré par la remontée de bulles à grand nombre de Reynolds. Dans notre approche numérique, chaque bulle est modélisée comme une source volumique de quantité de mouvement distribuée sur plusieurs éléments du maillage de telle sorte que les plus petites échelles de l'écoulement (c'est-à-dire des échelles beaucoup plus petites que les diamètres des bulles) ne sont pas finement résolues. Cela est nécessaire pour simuler une fraction volumique importante avec un grand nombre de bulles. Dans les travaux de Riboux et collab. [2013], où les bulles sont considérées comme des sources fixes de quantité de mouvement, il a été montré qu'il est possible de reproduire les interactions entre les sillages des bulles et d'obtenir les statistiques de l'écoulement en relativement bon accord avec les expériences malgré un maillage grossier. Dans notre travail, nous nous intéressons aux bulles qui peuvent avoir un mouvement relatif entre elles afin de pouvoir simuler l'évolution de la fraction volumique. Pour déterminer la trajectoire de chaque bulle, il est nécessaire de calculer les forces hydrodynamiques exercées sur elle. Pour cela, il est nécessaire de connaître la perturbation auto-induite provoquée par la bulle pour en annuler son effet. Nous proposons ici un modèle analytique pour estimer cette perturbation pour des objets à grand nombre de Reynolds et nous montrons qu'il est ainsi possible d'obtenir des simulations numériques de l'agitation induite par la montée d'un essaim de bulles en accord avec l'expérience de Riboux et collab. [2010].

Le chapitre est organisé de la manière suivante. Dans la première section, nous rappelons la formulation de l'approche Euler-Lagrange et discutons de la pertinence de cette méthode pour l'agitation induite par les bulles. Nous abordons également le problème de la force auto-induite

et présentons un modèle pour estimer la vitesse du fluide non-perturbé dans le voisinage de la bulle. La deuxième section présente les détails numériques de la mise en œuvre de l'approche numérique et est complétée par sa validation pour le cas d'une bulle isolée et pour le cas d'une paire de bulles en ascension dans un liquide au repos. Dans la quatrième, nous présentons les résultats de simulations Euler-Lagrange de nuages de bulles en ascension et montrons, par comparaison avec des résultats expérimentaux, que les grandes échelles des écoulements sont reproduites avec précision.

4.1 L'approche de modélisation

Nous présentons dans cette section l'approche de modélisation adoptée dans ce chapitre pour simuler un essaim de bulles (voir le schéma de la figure 4.1) avec l'approche Euler-Lagrange. Dans ce cadre-là, les bulles sont modélisées comme des sources volumiques de quantité de mouvement. Nous proposons un modèle pour corriger la force auto-induite afin de calculer avec précision les efforts appliqués sur chaque bulle. Ce modèle est applicable aux bulles à grand nombre de Reynolds. Comme discuté dans l'introduction, les interactions entres les sillages sont un aspect clé de l'agitation du liquide provoquée par l'ascension d'un essaim de bulles. Nous considérons qu'il n'est pas nécessaire de décrire avec précision l'écoulement au voisinage direct des bulles pour prédire de manière satisfaisante l'agitation induite par les bulles tant que la partie aval des sillages générés par chaque bulle est correctement reproduite car c'est bien cette partie qui interviendra dans les interactions entre les sillages. L'avantage d'une telle approche, qui est cohérente avec une résolution de l'ordre du diamètre d'une bulle, est de pouvoir considérer de grands domaines et ainsi pouvoir étudier des écoulements turbulents et discuter de la formation d'hétérogénéité dans la concentration de bulles. Dans notre étude, la discussion est orientée autour des écoulements à bulles mais est également applicable à d'autres objets dispersés (gouttelettes ou particules solides).

4.1.1 La phase continue

La description de la phase continue est obtenue par les équations de Navier-Stokes en supposant que le liquide est un fluide newtonien incompressible.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0 \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{u}\boldsymbol{u}) = -\frac{1}{\rho}\nabla \mathrm{P} + \nabla \cdot \left(\nu \left[\nabla \boldsymbol{u} + (\nabla \boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}\right]\right) + \boldsymbol{g} \tag{4.2}$$

où $\boldsymbol{u}$ et p sont les champs de vitesse et de pression du liquide, ρ sa masse volumique,ν sa viscosité cinématique et $\boldsymbol{g}$ l'accélération de la gravité. Néanmoins, ces équations doivent être complétées par des conditions aux limites très complexes qui évoluent au fur et à mesure que les bulles se déplacent et se déforment en réponse aux contraintes du liquide appliquées sur leur surface. Lorsque le nombre d'objets dispersés reste limité, on peut s'appuyer sur des simulations numériques directes (Direct Numerical Simulation - DNS) qui permettent de suivre les interfaces [Maxey, 2017; Tenneti et Subramaniam, 2014]. Typiquement, le nombre maximum d'objets pouvant être simulés à ce jour avec ce type de simulation est d'environ 1000 [du Cluzeau et collab., 2019, 2020; Lucci et collab., 2010; Uhlmann et Chouippe, 2017], ce qui, pour une fraction volumique donnée de la phase dispersée, limite automatiquement la taille du domaine fluide qui peut être simulé. Cependant, pour obtenir un écoulement réaliste, tout en sachant qu'il est dominé par les interactions entre les sillages des bulles, la taille du domaine et le nombre de bulles à simuler doivent être importants.
Dans l'approche des particules ponctuelles (Point Particle Method - PPM), la description du problème se fait à une échelle plus grande que celle de la taille de l'objet considéré de telle sorte que les petites échelles de l'écoulement, proches et inférieures à la taille de l'objet, ne sont pas

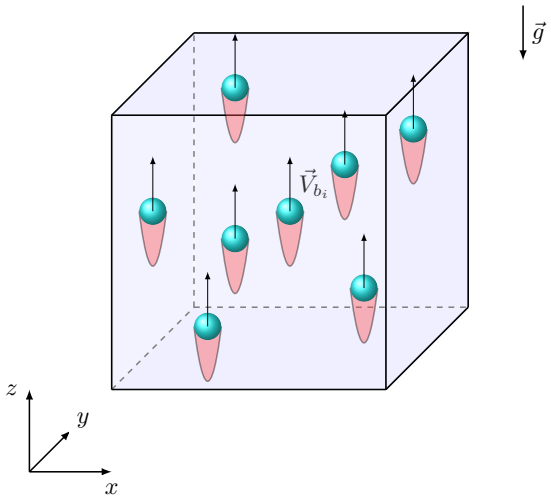


FIGURE 4.1 – Schematic view of the rising swarm of bubbles. At large bubble Reynolds number, a wake a generated behind each bubble.

résolues. Cette description grossière est communément appelé "coarse-grained description". On définit la fraction volumique locale de la phase dispersée :

$$\alpha_b(\boldsymbol{x},t) = \sum_b \mathcal{V}_b \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b(t)) \quad , \tag{4.3}$$

où G_σ est le noyau d'homogénéisation avec σ sa taille caractéristique $\left(\int \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}) dx^3 = 1\right)$, $\mathcal{V}_b$ le volume de la bulle et $\boldsymbol{x}_b$ est la position de la b$^{\text{ème}}$ bulle. Ce changement d'échelle dans la description de l'écoulement ("coarse-grained description") permet de simplifier les conditions aux limites étant donné que la phase dispersée apparaît comme une source volumique de quantité de mouvement :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u}_f = 0 \quad , \tag{4.4}$$

$$\frac{\mathrm{D}\boldsymbol{u}_f}{\mathrm{D}t} = -\frac{1}{\rho_f}\nabla p + \nu \Delta \boldsymbol{u}_f + \boldsymbol{f} \quad , \tag{4.5}$$

avec $\boldsymbol{u}_f$, la vitesse du liquide à l'échelle de description considérée et $\mathrm{D}_t = \partial_t + \boldsymbol{u}_f \cdot \nabla$ la dérivé matérielle où $\boldsymbol{u}_f$ est la vitesse d'advection. Le champ source de quantité de mouvement est exprimé de la manière suivante :

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{\rho_f} \sum_b \mathbf{F}_{b\to f}\, \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b(t)) \quad , \tag{4.6}$$

avec $\mathbf{F}_{b\to f}$ est la quantité de mouvement due à la bulle b. La pression p dans (4.5), est la fluctuation de pression autour de la pression hydrostatique P_h avec $-1/\rho_f \nabla \mathrm{P}_h = \langle \boldsymbol{f} \rangle$. Notons que dans (4.4) - (4.5), nous avons négligé les variations de la densité du mélange ainsi que les termes de flux supplémentaires dus aux échelles non résolues.

Dans cette approche, il reste un paramètre libre : la largeur du noyau. Typiquement, le noyau G peut être considéré comme un noyau gaussien [MAXEY et collab., 1997; ZAMANSKY et collab., 2016] :

$$\mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{r}^2}{2\sigma^2}\right) \quad . \tag{4.7}$$

La question est alors à quelle échelle de longueur de l'écoulement peut-on relier σ ? Il y a plusieurs possibilités. Notamment la plus petite échelle de l'écoulement liquide η (pas l'échelle de l'écoulement directement causée par la présence de la phase dispersée, comme la couche limite autour

de l'objet par exemple) et le diamètre de la bulle d_b. Cependant, pour avoir une représentation numérique du noyau G_σ, il est nécessaire que $\sigma \geq \Delta x$, où Δx est la résolution du maillage.
Lorsque la résolution est suffisamment fine $\Delta x < \eta$ et pour les petits objets dispersés, $d \ll \eta$, on choisit $\sigma \approx \eta$ et la simulation est généralement considérée comme une simulation numérique directe pour la phase porteuse. On peut également mentionner que, dans la même limite GUALTIERI et collab. [2015] ont introduit un décalage de temps $\tau_\sigma \approx \sigma^2/\nu$ pour tenir compte de la diffusion de la quantité de mouvement à partir de l'échelle de longueur d vers l'échelle de σ.
En revanche, si les bulles sont plus grandes que la taille de la grille $d_b > \Delta x$, il faut choisir

$$\sigma \approx d_b \quad . \tag{4.8}$$

Dans une telle situation, le champ de vitesse au voisinage des bulles n'est pas bien représenté, mais remarquons que l'absence de résolution du champ proche est intrinsèque à l'approche des particules ponctuelles même pour les petits objets avec $d_b \ll \eta$, en raison du changement d'échelle pour la description.

4.1.2 La phase dispersée

L'évolution de la phase dispersée peut être obtenue en calculant la trajectoire de chaque bulle individuelle avec l'équation de Newton :

$$\frac{d\boldsymbol{x}_b(t)}{dt} = \boldsymbol{v}_b \quad ; \quad m_b \frac{d\boldsymbol{v}_b(t)}{dt} = m_b \boldsymbol{a}_b = \mathbf{F}_{\text{fluid},b} + \mathbf{F}_{\text{ext},b} + \mathbf{F}_{\text{I},b} \quad , \tag{4.9}$$

avec $\boldsymbol{v}_b$ et $\boldsymbol{a}_b$ la vitesse et l'accélération de la bulle et m_b la masse de l'objet. La force appliquée sur l'objet est décomposée en la force due à l'immersion dans le fluide porteur, $\mathbf{F}_{\text{fluide},b}$ la force volumique (généralement la gravité), $\mathbf{F}_{\text{ext},b}$ et la force résultant des interactions directes entre les bulles, $\mathbf{F}_{\text{I},b}$. Le principal problème de l'approche Euler-Lagrange est de calculer les forces hydrodynamiques sur les bulles, car les contraintes du liquide à l'interface ne sont pas connues en raison du changement d'échelle (coarse-grained description). Formellement, les forces hydrodynamiques sur une bulle pourraient être exprimées comme une fonction du champ de vitesse du fluide et de la trajectoire de toutes les particules et de leurs dérivés :

$$\mathbf{F}_{\text{fluid},b} = \Phi\left[\boldsymbol{u}_f(\boldsymbol{x}, t); \boldsymbol{x}_1(t) \ldots \boldsymbol{x}_{\text{N}_b}(t)\right] \quad . \tag{4.10}$$

Φ est une fonction qui relie le champ de vitesse à la force des particules et pourrait en principe être obtenue à partir de l'équation de Navier-Stokes mais reste généralement inconnue. Par exemple, pour un objet fixe dans écoulement infini, uniforme et stationnaire, la force est décomposée en force de traînée et force de portance avec une relation empirique pour ces deux contributions. De manière générale, l'orientation et la rotation des particules doivent également être prises en compte dans (4.10) mais elles ne sont pas ici car elles n'apparaissent pas indispensables si l'on considère des bulles sphériques. Dans les écoulements non-homogènes présentant des fluctuations jusqu'à une échelle $\eta \gg d_b$ et lorsque les particules sont suffisamment petites : $\eta \gg d_b$, on suppose qu'à l'échelle intermédiaire ℓ, telle que $\eta \gg \ell \gg d_b$, l'écoulement peut être considéré comme quasi uniforme. Sur la base de cette séparation d'échelles, l'expression de la force du fluide ne devrait dépendre que de la valeur locale du champ de vitesse du fluide et de ses dérivés décrits à l'échelle ℓ. Au lieu d'introduire explicitement l'échelle ℓ, nous choisissons d'exprimer la force à partir de la valeur du champ de vitesse du fluide à la position de la bulle $\boldsymbol{u}_f(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_b(t), t)$. En effet, la vitesse du liquide $\boldsymbol{u}_f$ obtenue par l'équation (4.5) est définie de manière continue. Cependant, à la position de la bulle, la vitesse peut différer considérablement de sa valeur à une distance de l'ordre ℓ de la bulle. Par conséquent, la valeur de la vitesse (et de ses dérivés) à la position de la bulle doit être corrigée afin de calculer correctement les forces hydrodynamiques [GATIGNOL, 1983; MAXEY et RILEY, 1983; SAFFMAN, 1973]. On note $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}$ le champ de vitesse du liquide corrigé de la perturbation due à la présence de la bulle b et $\boldsymbol{u}^*_{f,b} = \boldsymbol{u}_f - \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}$ la correction. Nous discutons dans la section

suivante comment une telle correction peut être obtenue. En principe, on pourrait alors exprimer la force fluide en fonction du champ de vitesse corrigé :

$$\mathbf{F}_{\text{fluid},b} = \phi\left[\boldsymbol{v}_b(t) - \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t)}, \nabla\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}|_{\boldsymbol{x}_b}, \partial_t\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}|_{\boldsymbol{x}_b}, d_t\boldsymbol{v}_b(t)\right] \tag{4.11}$$

Il est à noter que pour préserver l'invariance galiléenne, la force du fluide ne dépend que des différences de vitesse.

En plus de la séparation des échelles, si le nombre de Reynolds des bulles est suffisamment petit, $\mathrm{Re}_b = |\boldsymbol{v}_b(t) - \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t)|d_b/\nu \ll 1$, on a la décomposition classique des forces hydrodynamiques en traînée régulière, traînée instable, force de masse ajoutée, inertie du fluide, force de flottabilité et force de portance [GATIGNOL, 1983; MAGNAUDET et EAMES, 2000; MAXEY et RILEY, 1983].

Dans notre étude, nous considérons des bulles soumises à une force de flottabilité significative induisant un glissement important avec la phase porteuse. Par conséquent, le nombre de bulles de Reynolds est grand (de l'ordre de plusieurs centaines) et la décomposition de la force hydrodynamique mentionnée ci-dessus ne peut pas être rigoureusement appliquée. Néanmoins, on supposera dans ce qui suit que la décomposition est pertinente au-delà du régime de Stokes [MERLE et collab., 2005] et l'équation de mouvement des bulles est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_b\rho_b\frac{d\boldsymbol{v}_b}{dt} = &-\frac{1}{2}\mathrm{C_D}\rho_f\mathcal{S}_b(\boldsymbol{v}_b-\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b})|\boldsymbol{v}_b-\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}| - \mathcal{V}_b\rho_f\mathrm{C_M}\left(\frac{d\boldsymbol{v}_b}{dt}-\frac{\mathrm{D}\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}}{\mathrm{D}t}\right)\\ &+\mathcal{V}_b\rho_f\frac{\mathrm{D}\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}}{\mathrm{D}t}+\mathcal{V}_b(\rho_b-\rho_f)\boldsymbol{g}+\mathbf{F}_{\mathrm{I},b}\end{aligned} \tag{4.12}$$

où ρ_b est la masse volumique du gaz, $\mathcal{V}_b$ et $\mathcal{S}_b$ sont le volume et l'aire de la section transversale d'une bulle. $\mathrm{C_D}$ et $\mathrm{C_M}$ sont respectivement le coefficient de traînée et le coefficient de masse ajoutée. La traînée, la masse ajoutée et les forces de Tchen sont exprimées en fonction de la vitesse locale du fluide non perturbé à la position de la bulle, $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} = \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t)$. Ce point est expliqué en détail dans la section suivante. Dans l'équation (4.12), le terme de Basset n'est pas pris en compte car il devrait avoir un effet négligeable pour les objets à grand nombre de Reynolds.

À partir de l'équation du mouvement de la bulle (4.12), on peut déterminer que l'échange de quantité de mouvement entre les deux phases dans (4.5) est égal à la force de traînée et à la force de masse ajoutée (les deux premiers termes à droite de (4.12)). L'effet d'autres forces hydrodynamiques (c'est-à-dire l'inertie du liquide et la force d'Archimède) est incorporé dans la pression pour être cohérent avec la divergence nulle du liquide [CHOUIPPE, 2012; CLIMENT, 1996]

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_{b\to f} &= +\frac{1}{2}\mathrm{C_D}\rho_f\mathcal{S}_b(\boldsymbol{v}_b-\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b})|\boldsymbol{v}_b-\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}| + \mathcal{V}_b\rho_f\mathrm{C_M}\left(\frac{d\boldsymbol{v}_b}{dt}-\frac{\mathrm{D}\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}}{\mathrm{D}t}\right)\\ &= \mathcal{V}_b\rho_f\left(\frac{\mathrm{D}\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}}{\mathrm{D}t}-\boldsymbol{g}\right)+\mathcal{V}_b\rho_b\left(\boldsymbol{g}-\frac{d\boldsymbol{v}_b}{dt}\right)+\mathbf{F}_{\mathrm{I},b}\end{aligned} \tag{4.13}$$

Dans le cas particulier des écoulements à bulles, où $\rho_b \ll \rho_f$, on constate que le terme de couplage entre des bulles isolées (pour lesquelles $\mathbf{F}_{\mathrm{I},b}=0$) et le fluide se réduit à $\mathbf{F}_{b\to f} = \mathcal{V}_b\rho_f\left(\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}-\boldsymbol{g}\right)$.

4.1.3 Modèle pour corriger la force auto-induite

Comme le montre l'équation (4.13), lorsqu'une bulle a une vitesse ou une accélération non nulle par rapport au liquide environnant, elle modifie le champ de vitesse du fluide. Cette perturbation conduit a priori à une modification des forces hydrodynamiques appliquées à la bulle. Cependant, en raison du maillage grossier associé à l'approche Euler-Lagrange, l'expression des forces hydrodynamiques (4.12), prend déjà en compte l'interaction de la bulle avec sa propre per-

turbation. Par conséquent, pour éviter l'introduction d'une force auto-induite erronée dans la dynamique des bulles, la vitesse du fluide qui intervient dans le calcul des forces doit être corrigée. La vitesse du fluide corrigée de l'influence de la bulle b est définie comme :

$$\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(x,t) = \boldsymbol{u}_f - \boldsymbol{u}^*_{f,b}. \tag{4.14}$$

avec $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ le champ perturbé dû à la présence de la bulle. Cela pose la question quant à sa définition. En effet, il est non trivial d'isoler l'effet d'une bulle des fluctuations de fond et de l'effet de toutes les autres bulles dans le champ de vitesse du liquide. Nous proposons de définir le champ perturbé $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ comme l'écoulement généré par une bulle isolée, dans un liquide au repos, qui aurait suivi exactement la même trajectoire et échanger autant de quantité de mouvement avec le fluide que la bulle b. Par conséquent, formellement, $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ est simplement obtenu en résolvant cette équation de Navier-Stokes :

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u}^*_{f,b} = 0 \quad , \tag{4.15}$$

$$\partial_t \boldsymbol{u}^*_{f,b} + \boldsymbol{u}^*_{f,b} \cdot \nabla \boldsymbol{u}^*_{f,b} = -\nabla p^* + \nu \Delta \boldsymbol{u}^*_{f,b} + \frac{1}{\rho_f} \mathbf{F}_{b \to f}(t) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b(t)) \quad , \tag{4.16}$$

où le terme de forçage est imposé à partir de la connaissance de la position de la bulle b et de son échange de quantité de mouvement avec le liquide.
Puisqu'il implique de résoudre une équation de Navier-Stokes supplémentaire par bulle, il n'est pas raisonnable de calculer $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ directement de (4.15)-(4.16). De plus, avec cette définition, $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ exprime uniquement la perturbation directement causée par la bulle b, mais il y a aussi des perturbations indirectes, en raison des interactions non linéaires dans le liquide et parce que la bulle b peut influencer toutes les autres bulles.

Il y a donc plusieurs définitions possibles pour $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$. Par exemple, au lieu d'isoler la trajectoire d'une seule bulle on pourrait définir directement $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}$ comme étant l'écoulement généré par toutes les bulles sauf la bulle b de telle sorte que :

$$\partial_t \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} + \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} \cdot \nabla \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} = -\nabla \widetilde{p} + \nu \Delta \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} + \frac{1}{\rho_f} \sum_{b' \neq b} \mathbf{F}_{b' \to f}(t) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{b'}(t)) \tag{4.17}$$

Dès lors que le nombre de Reynolds et que la fraction volumique sont suffisamment grands, les deux définitions de $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}$, qu'on peut visualiser sur la figure 4.2, ne sont pas équivalentes.
Jusqu'à présent, seules des corrections pour de très faibles nombre de Reynolds ont été proposées. Lorsque $\mathrm{Re}_b = 0$, les termes d'inertie dans (4.16) sont négligés ce qui permet d'obtenir, suivant Saffman [1973], le champ de perturbation à partir de la fonction de Green (Stokeslet) :

$$\boldsymbol{u}^*_{f,b} = \int_{\mathcal{V}} \mathrm{S}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}') \mathbf{F}_{b \to f}(t) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}' - \boldsymbol{x}_b(t)) d^3x' \approx \mathrm{S}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b(t)) \mathbf{F}_{b \to f}(t) \quad , \tag{4.18}$$

avec les composantes de S données par $\mathrm{S}_{ij}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{8\pi\rho_f\nu} \left(\frac{\delta_{ij}}{|\boldsymbol{r}|} + \frac{r_i r_j}{|\boldsymbol{r}^3|} \right)$. A noter que la dernière égalité de l'équation (4.18) est valable pour des bulles infiniment petites car G_σ est considéré comme une distribution de Dirac.

Cela conduit à la formulation de la méthode Force Coupling Method (FCM) [Maxey, 2017]. Par la suite, Gualtieri et collab. [2015] ont introduit un effet transitoire dans le formalisme de Stokeslet en tenant compte d'un décalage temporel dû à la diffusion. Récemment, Balachandar et Lakhote [2019] ont étendu le formalisme de Stokeslet pour des nombres de Reynolds finis en proposant une correction quasi-stationnaire et invariante-galiléenne. Alternativement, dans Capecelatro et Desjardins [2013]; Ireland et Desjardins [2017] le champ de vitesse corrigé $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(x,t)$ est obtenu à partir de la moyenne locale de $\boldsymbol{u}_f$. Cette approche est cohérente lorsque la dimension ℓ du volume de filtrage est telle que $\eta \gg \ell \gg d$ comme discuté précédemment. Hor-

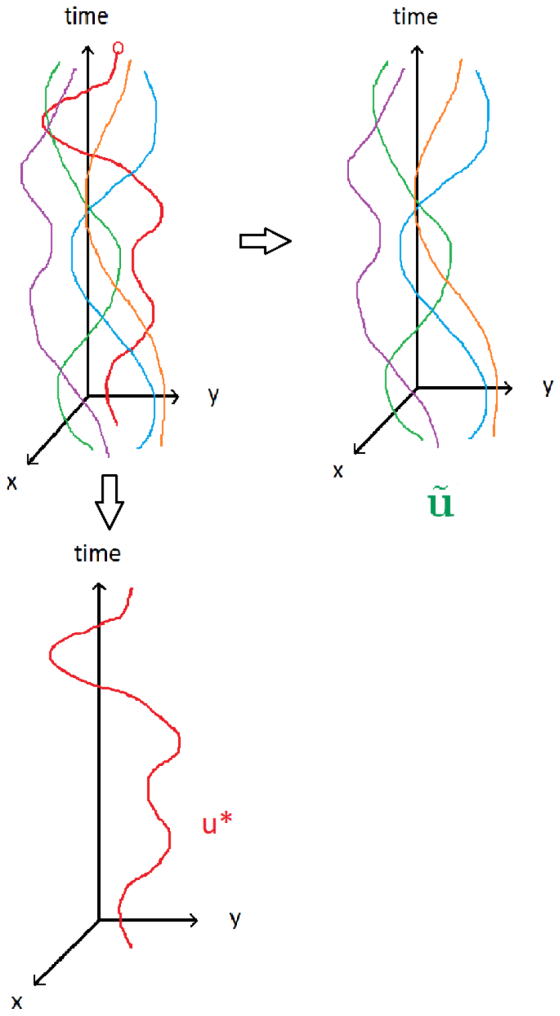


FIGURE 4.2 – Représentation schématique du champ perturbé $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ et du champ non-perturbé $\tilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}$ par la bulle b.

WITZ et MANI [2016] ont proposé une méthode numérique basée sur l'extrapolation du champ de vitesse pour la correction : $\tilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} = \boldsymbol{u}_f + \mathrm{C}\,(d/\Delta x, \boldsymbol{x}_i)\,\Delta \mathrm{x}^2 \nabla^2 \boldsymbol{u}_f$ où C dépend de la position de la particule, $\boldsymbol{x}_i$, et du rapport entre sa taille et la taille de la maille. Toutes les approches mentionnées ci-dessus ne considèrent que des objets dispersés uniquement soumis à la force de traînée visqueuse et supposent un nombre de Reynolds infiniment petit.

Notre proposition pour $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ est applicable à des objets dispersés dont la taille est grande par rapport à celle des mailles et permet de prendre en compte la force traînée mais également d'autres forces hydrodynamiques comme la masse ajoutée par exemple. Le point de départ est d'exprimer (4.16) dans un référentiel où la vitesse corrigée à la position de la bulle est nulle à chaque instant :

$$\begin{pmatrix} t \\ \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{u}^*_{f,b} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} t' = t \\ \boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{\ell}_{adv}(t') \\ \boldsymbol{u}'^*_{f,b} = \boldsymbol{u}^*_{f,b} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{f,b(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t'),t')} \end{pmatrix} \quad , \tag{4.19}$$

où

$$\boldsymbol{\ell}_{adv}(t) = \int_0^t \tilde{\boldsymbol{u}}_{f,b(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t'),t')}\, dt' \quad , \tag{4.20}$$

représente la distance parcourue par un point matériel advecté avec la vitesse corrigée $\tilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}$. De manière similaire à BALACHANDAR et LAKHOTE [2019], ce changement de référentiel est pratique pour obtenir une correction qui est invariante-galiléenne. Ainsi, dans ce nouveau référentiel (4.16)

s'écrit :

$$\partial_t \boldsymbol{u}'^*_{f,b} + \boldsymbol{u}'^*_{f,b} \cdot \nabla \boldsymbol{u}'^*_{f,b} = -\nabla p'^* + \nu \Delta \boldsymbol{u}'^*_{f,b} + \frac{1}{\rho_f} \mathbf{F}_{b\to f}(t) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}' - \boldsymbol{x}'_b(t)) + d_t \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x}'_b(t), t) \quad . \tag{4.21}$$

Pour le calcul des forces hydrodynamiques exercées sur les bulles, on ne s'intéresse qu'au champ $\boldsymbol{u}'^*_{f,b}$ au voisinage de la bulle. Nous supposons que, dans cette région le nombre de Reynolds est grand : $|\boldsymbol{u}'^*_{f,b}|\sigma/\nu \gg 1$ de telle sorte que le terme $\nu\Delta\boldsymbol{u}'^*_{f,b}$ peut être négligé dans l'équation (4.21). De plus, on fait l'hypothèse que, dans le voisinage direct de la bulle, l'écoulement est quasi parallèle car sa structure peut être assimilée à celle d'un jet ou d'un sillage axisymétrique. Cela nous permet alors de négliger le terme d'advection et les termes de gradient de pression dans l'équation (4.21) pour obtenir :

$$\partial_t \boldsymbol{u}'^*_{f,b} = \frac{1}{\rho_f} \mathbf{F}_{b\to f}(t) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}' - \boldsymbol{x}'_b(t)) + d_t \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x}'_b(t), t) \quad . \tag{4.22}$$

Cette équation peut être intégrée dans le temps pour une position $\boldsymbol{x}'$ constante :

$$\boldsymbol{u}'^*_{f,b}(\boldsymbol{x}', t) - \boldsymbol{u}'^*_{f,b}(\boldsymbol{x}', t_0) = \frac{1}{\rho_f} \int_{t_0}^{t} \mathbf{F}_{b\to f}(s) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}' - \boldsymbol{x}'_b(s)) ds + \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x}'_b(t), t) - \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}' = \boldsymbol{x}'_b(t_0), t_0) \quad . \tag{4.23}$$

Le champ perturbé est ensuite exprimé de nouveau dans le référentiel d'origine en appliquant l'inverse de la transformation (4.19) :

$$\boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x}, t) = \frac{1}{\rho_f} \int_{t_0}^{t} \mathbf{F}_{b\to f}(s) \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b(s) + \boldsymbol{\ell}_{adv}(t, s)) ds + \boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x}, t_0) \quad , \tag{4.24}$$

où $\boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s) = \int_s^t \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_b(s'), s') ds'$. Comme illustré par le schéma de la figure 4.3, à partir de (4.24), le champ perturbé de la vitesse, à une position et à un temps donnés, est obtenu à partir de la somme de toute la quantité de mouvement transférée par la bulle à ce point matériel.

Il est à noter que le champ $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ n'est pas à divergence nulle. Bien que l'effet de la pression puisse être pris en compte de manière similaire à Gualtieri et collab. [2015], la formulation proposée dans (4.24) a l'avantage d'être plus simple et nous permet de calculer analytiquement certaines intégrales dans le cas d'une bulle isolée (voir la section suivante). De plus, comme nous souhaitons uniquement exprimer la correction de vitesse à la position de la bulle pour le calcul des forces hydrodynamiques, la divergence du champ n'apparaît pas comme un problème sérieux. Enfin, on considère que le liquide ne reste pas longtemps dans la région de taille σ autour d'une bulle. Nous proposons d'évaluer simplement $\boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s)$ comme :

$$\boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s) \approx \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t) \times (t-s) \tag{4.25}$$

Dans la section 4.2, nous proposons un algorithme efficace pour calculer l'intégrale dans l'équation (4.24) à partir de l'historique du trajet des bulles. Une fois que l'on peut estimer le champ de vitesse perturbé, il est possible d'évaluer les forces fluides exercées sur la bulle dans l'équation (4.12). La vitesse du liquide vue par la particule est $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t) = \boldsymbol{u}_f(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t) - \boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t)$ tandis que, la dérivé matérielle à la position de la particule est :

$$\left.\frac{\mathrm{D}\left(\boldsymbol{u}_f - \boldsymbol{u}^*_{f,b}\right)}{\mathrm{D}t}\right|_{\boldsymbol{x}_b(t)} = \frac{\partial \boldsymbol{u}_f}{\partial t} + \boldsymbol{u}_f \cdot \nabla \boldsymbol{u}_f - \frac{\partial \boldsymbol{u}^*_{f,b}}{\partial t} - \boldsymbol{u}^*_{f,b} \cdot \nabla \boldsymbol{u}^*_{f,b}. \tag{4.26}$$

En effet, c'est la seule expression qui a laissé $\frac{\mathrm{D}\widetilde{\boldsymbol{u}}_f}{\mathrm{D}t}$ inchangé dans un changement de référentiel galiléen. Les dérivées temporelles et spatiales de $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$ peuvent être facilement calculées à partir de

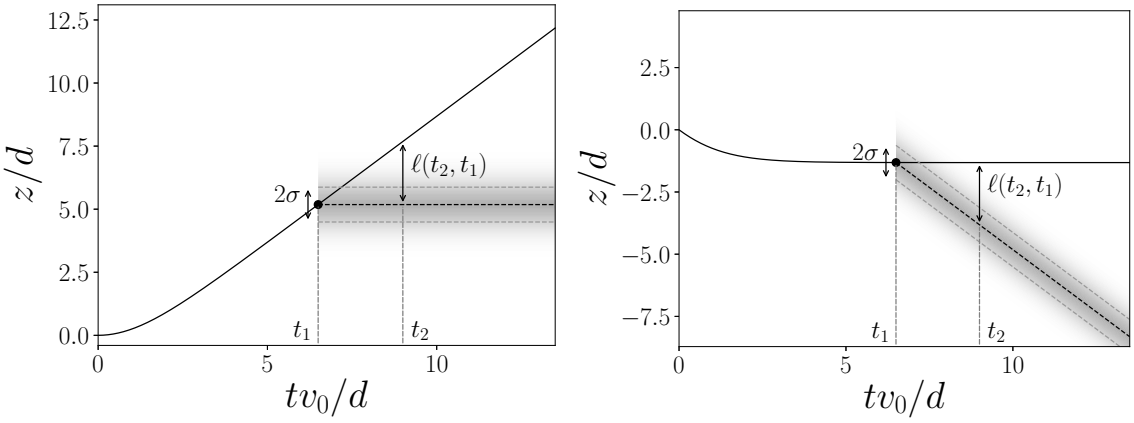


FIGURE 4.3 – Représentation, sous forme de diagramme spatio-temporel, de l'évolution de la position de la bulle (en ligne noire continue) et de l'évolution du point matériel auquel la quantité de mouvement a été déposée à $t = t_1$ (en ligne pointillée noire). Gauche : cas d'un milieu au repos $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t) = 0$. Droite : cas d'une advection uniforme par la phase continue $\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b}(\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_b(t),t) = -v_0\boldsymbol{e}_z$, avec $\boldsymbol{e}_z$ la direction verticale. L'invariance galiléenne a imposé la conservation de la longueur comme on le voit dans les deux cas avec la distance $\ell(t1,t2)$. La zone grisée représente la région de l'écoulement influencée par la quantité de mouvement déposée à $t = t_1$.

sa définition (4.24) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x},t) &= \frac{\boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x},t) - \boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x},t-\Delta t)}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{\Delta t}\frac{1}{\rho_f}\int_{t-\Delta t}^{t} \mathbf{F}_{b\to f}(s)\,\mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_b(s)+\ell_{\mathrm{adv}}(t-s))\,\mathrm{d}s \\ &= \frac{1}{\rho_f}\mathbf{F}_{b\to f}(t)\,\mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_b(t)) \end{aligned} \tag{4.27}$$

et

$$\nabla\boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x},t) = \frac{1}{\rho_f}\int_{t_0}^{t} \mathbf{F}_{b\to f}(s)\nabla\mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_b(s)+\ell_{adv}(t-s))\,\mathrm{d}s + \nabla\boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x},t_0) \tag{4.28}$$

où $\nabla\mathrm{G}_\sigma$ est le gradient du noyau d'homogénéisation, qui est connu analytiquement pour un noyau gaussien.

4.2 Détails numériques et choix des paramètres

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats numériques obtenus en intégrant l'ensemble d'équations (4.6), (4.4), (4.5), (4.12), (4.13), (4.14) et (4.24), (4.27),(4.28).
Les équations de la phase continue (4.4)-(4.5) sont résolues avec une approche pseudo-spectrale basée sur la bibliothèque P3DFFT [PEKUROVSKY, 2012] avec le dealiasing des termes non linéaires quadratiques suivant la règle des 2/3 [CANUTO et collab., 1988; ORSZAG, 1971]. L'intégration temporelle de ces équations est réalisée avec le schéma d'Adams-Bashforth d'ordre 2. L'équation différentielle pour la phase dispersée (4.12) est également résolue avec le schéma d'Adams-Bashforth avec le même pas de temps que pour le calcul de la phase continue. Les interpolations des champs liquides $\boldsymbol{u}_f$ aux positions des bulles sont obtenues avec des splines du quatrième ordre [YEUNG et POPE, 1988]. Et la projection sur le maillage eulérien des sources de quantité de mouvement de la phase dispersée de l'équation (4.6) est obtenue avec un noyau gaussien discrétisé (voir le schéma de la figure 4.4) : $\mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_b) = \mathrm{A}(\Delta x)^{-3}\exp\left((\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_b)^2/2\sigma^2\right)$, avec $\boldsymbol{x}_i$ la coordonnée du $i^{\text{ème}}$ nœud de calcul, et $\mathrm{A} = \sum_i \exp\left((\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_b)^2/2\sigma^2\right)$ une constante de normalisation. Dans la section suivante, nous discutons de la façon dont la valeur de σ est déterminée. Ce code de calcul a été utilisé par BOS et ZAMANSKY [2019]; GOROKHOVSKI et ZAMANSKY [2018]; ZAMANSKY et collab. [2016]; ZHANG

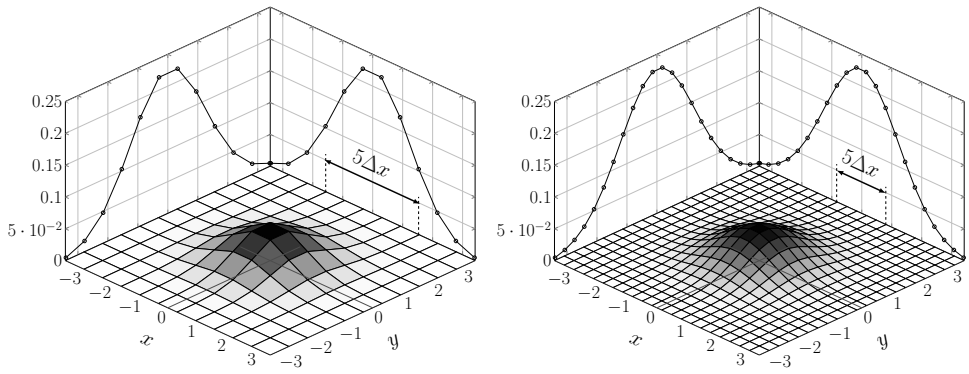


FIGURE 4.4 – Illustration du noyau gaussien utilisé pour distribuer les quantités lagrangiennes sur le maillage. (à gauche) Un maillage grossier avec $\sigma/\Delta x = 1.8$, (à droite) un maillage plus fin avec $\sigma/\Delta x = 3.7$.

et collab. [2019]

Nous présentons maintenant les détails de l'implémentation numérique du modèle proposé pour corriger la force auto-induite (4.24). Premièrement, dans la dérivé du modèle, certains termes de l'équation de Navier-Stokes (4.21) ont été négligés, et le modèle (4.24) n'est qu'approximatif. Afin d'estimer la vitesse non perturbée à la position de la bulle aussi précisément que possible, nous introduisons des paramètres de réglage dans la définition de la perturbation de la vitesse (4.24) et ses dérivés (4.28) :

$$\boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x}_b(t),t) = c_1 \frac{1}{\rho_f} \int_{t_0}^{t} \mathbf{F}_{b\to f}(s) \mathrm{G}_{\sigma^*}(\boldsymbol{x}_b(t) - \boldsymbol{x}_b(s) + \boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s)) ds \tag{4.29}$$

$$\nabla \boldsymbol{u}^*_{f,b}(\boldsymbol{x}_b(t),t) = c_2 \frac{1}{\rho_f} \int_{t_0}^{t} \mathbf{F}_{b\to f}(s) \nabla \mathrm{G}_{\sigma_*}(\boldsymbol{x}_b(t) - \boldsymbol{x}_b(s) + \ell_{adv}(t-s)) \,\mathrm{d}s \quad , \tag{4.30}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{u}^*_b(\boldsymbol{x},t) = c3 \frac{1}{\rho_f} \mathbf{F}_{b\to f}(t)\, \mathrm{G}_{\sigma_*}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b(t)) \quad . \tag{4.31}$$

Dans les équations (4.29), (4.30) et (4.31), nous remplaçons la largeur du noyau σ par $\sigma^* = c_0\sigma$ car pour ces formules, le noyau est continu, alors que le noyau de projection Lagrangien à Eulérien est discret comme discuté ci-dessus. Les quatre paramètres introduits dans (4.29), (4.30) et (4.31) dépendent a priori de la taille du noyau et de la taille des mailles ainsi que du choix de schémas numériques, $c_i = c_i(\sigma, \Delta x)$. Dans la section suivante, nous expliquons comment déterminer la valeur de ces paramètres, mais il est important de remarquer que les paramètres c_1, c_2 et c_3 peuvent être exprimés à partir de c_0. Ce dernier est alors le seul paramètre libre et reste proche de 1.

Les intégrales qui apparaissent dans le modèle pour la perturbation de vitesse (4.29) et (4.30) sont estimées avec la méthode des trapèzes. Pour les calculer, nous avons besoin de connaître, aux instants précédents, quelle quantité de mouvement a été échangé avec le liquide et la position de la bulle. A priori l'intégrande $\delta \boldsymbol{u}^*_{f,b}(t,s) = \mathbf{F}_{b\to f}(s)\mathrm{G}_{\sigma^*}(\boldsymbol{x}_b(t) - \boldsymbol{x}_b(s) + \boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s))$ est nulle pour les décalages temporels puisque la distance dans l'argument du noyau G_σ grandit : $\boldsymbol{x}_b(t) - \boldsymbol{x}_b(s) + \boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s) \gg \sigma$. Par conséquent, l'intégrale devrait converger pour $t_0 \ll t - \sigma/|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b|$ où $|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b|$ est la vitesse relative caractéristique de la bulle. Il est donc nécessaire de garder l'histoire des bulles (position et quantité de mouvement) sur les $\mathrm{N}_h = (t - t_0)/dt$ derniers pas de temps. Néanmoins, en fonction de $\sigma/\Delta x$ et du pas de temps Δt de la simulation numérique, le nombre N_h d'instants à conserver en mémoire peut être important, nécessitant donc des temps CPU et des capacités mémoires importants pour calculer les intégrales. Dans les simulations présentées ci-dessous, nous avons généralement $\mathrm{N}_h = 600$. Pour calculer efficacement ces intégrales, nous proposons de ne pas garder en mémoire tous les instants précédents entre t et t_0. Ceci est illustré par la figure 4.5 qui montre l'évolution de l'intégrande dans (4.29) avec s et la distribution inégale de l'histoire de

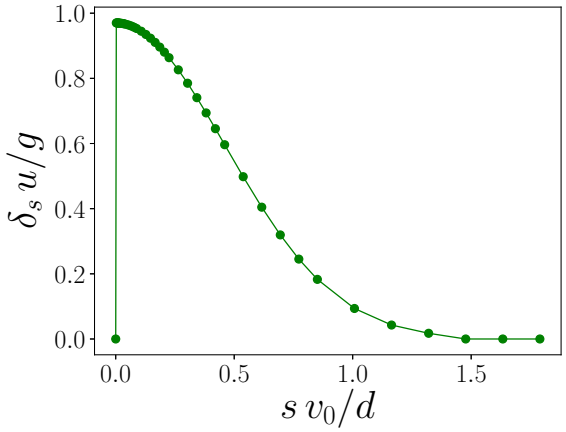


FIGURE 4.5 – Mise à jour non-uniforme de l'histoire de la bulle, illustrée par le tracé de l'évolution de l'intégrande (4.29) $\delta \boldsymbol{u}^*_{f,b}(t,s) = \mathbf{F}_{b\to f}(s)\mathrm{G}_{\sigma^*}(\boldsymbol{x}_b(t) - \boldsymbol{x}_b(s) + \boldsymbol{\ell}_{adv}(t,s))$ avec s pour un t donné pour une bulle isolée en ascension (voir la section4.2.1). Les parties les plus récentes de l'historique sont mises à jour à chaque pas de temps, tandis que les parties les plus anciennes sont mises à jour beaucoup moins fréquemment.

la bulle pour le cas d'une bulle isolée en ascension (voir la section suivante). Les premiers instants de l'histoire, pour lesquels l'intégrande change rapidement, sont mis à jour à chaque pas de temps, alors que, lorsque nous remontons dans le passé, la liste des positions et les quantités de mouvement est mise à jour moins fréquemment. L'intégrale calculée avec cet algorithme est très précise et nous permet en même temps d'économiser des ressources informatiques importantes car elle ne nécessite de stocker qu'une trentaine d'instants de l'histoire de chaque bulle.

4.2.1 Une bulle isolée en ascension dans un milieu liquide infini au repos

Afin de déterminer les paramètres de la simulation et de valider l'approche proposée, nous considérons dans cette section une bulle isolée en ascension dans un liquide au repos. Dans cette situation simple, le champ de vitesse du liquide non perturbé est nul, $\widetilde{\boldsymbol{u}}_b = 0$, car en l'absence de bulle, le liquide resterait au repos dans tout le volume. Cela nous permet d'estimer, à partir de comparaisons avec des résultats expérimentaux, le coefficient de traînée de la bulle, $\mathrm{C_D}$, et la valeur de la largeur du noyau pour obtenir des sillages réalistes. Finalement, nous présentons une première validation de l'approche en vérifiant que la vitesse et l'accélération du fluide non perturbé fournies par le modèle (4.24) restent nulles, *i. e.* $\boldsymbol{u}^*_{f,b} = \boldsymbol{u}_f$.

Puisque $\widetilde{\boldsymbol{u}}_b = 0$, l'équation (4.12) se simplifie et la vitesse verticale de la bulle évolue comme :

$$\frac{d v_{b,z}}{dt} = \frac{3}{4}\frac{\mathrm{C_D}}{\mathrm{C_M}}\frac{v_{b,z}^2}{d_b} - \frac{g}{\mathrm{C_M}} \quad , \tag{4.32}$$

avec $\boldsymbol{g} = -g\boldsymbol{e}_z$. Les valeurs des coefficients de traînée et de masse ajoutés d'une bulle dépendent a priori de sa forme et du nombre de Reynolds [ISHII et ZUBER, 1979; MAXWORTHY et collab., 1996; MOORE, 1965]. Dans notre étude, nous choisissons la valeur du coefficient de traînée pour qu'elle soit cohérente avec la vitesse d'ascension moyenne des expériences de RIBOUX et collab. [2010]. Dans leurs expériences, une bulle d'air de diamètre $d_b = 2.5$ mm monte dans l'eau à une vitesse terminale moyenne de $v_0 = 0.305$ m/s. Cela correspond à un nombre de Reynolds de la bulle $\mathrm{Re}_b = v_0 d/\nu \approx 760$, ce qui donne une valeur moyenne du coefficient de traînée de la bulle isolée :

$$\mathrm{C_D} = \frac{4}{3} g \frac{d_b}{\mathrm{V}_0^2} \approx 0.35 \tag{4.33}$$

Maillage	$\Delta x/d_b$	N_x	N_y	N_z	L_x/d_b	L_y/d_b	L_z/d_b
G0	0.547	16	16	128	8.75	8.75	70
G1	0.273	32	32	256	8.75	8.75	70
G2	0.137	64	64	512	8.75	8.75	70
G3	0.068	128	128	1024	8.75	8.75	70
G4	0.034	256	256	2048	8.75	8.75	70

TABLEAU 4.1 – Caractéristiques des différentes domaines de calcul pour le test de la bulle isolée. Pour toutes les simulations, le diamètre de la bulle, la viscosité cinématique et la gravité sont maintenus constants à respectivement $d_b = 2.5$mm, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s et $g = 9.81$ m/s^2.

Bien sûr, lorsque plusieurs bulles interagissent ensemble, le nombre de Reynolds des bulles présente des fluctuations. Par exemple, AKIKI et collab. [2017] ont proposé une méthode numérique pour prendre en considération la dépendance de C_D avec la configuration l'écoulement et la distribution des particules. En négligeant la fluctuation du nombre de Reynolds et en considérant que les détails de l'écoulement à l'échelle de la bulle ne sont pas essentiels pour reproduire le mouvement à grande échelle de l'agitation induite par le sillage, nous adoptons $C_D = 0.35$ pour nos simulations ultérieures de l'essaim de bulles en ascension. De plus, à un tel nombre de Reynolds, les bulles d'air dans l'eau ne sont pas sphériques, et on devrait considérer un tenseur de second ordre pour les coefficients de masse ajoutée et tenir compte de la rotation des bulles. Néanmoins, pour simplifier, nous préférons utiliser un modèle isotrope, et nous choisissons pour le coefficient de masse ajouté $C_M = 1/2$.

Dans les expériences de RIBOUX et collab. [2010], la vitesse du fluide dans le sillage d'une bulle isolée a également été mesurée. Cela nous permet d'estimer la valeur de la largeur du noyau σ, et sa dépendance avec la résolution du maillage, pour obtenir un champ précis de vitesse du fluide dans le sillage de la bulle. Selon (4.13), dans le cas d'une bulle isolée en ascension, le forçage de la quantité de mouvement issue de la bulle sur le fluide peut être exprimé comme :

$$\mathbf{F}_{b\to f} = -\mathcal{V}_b \rho_f \boldsymbol{g} = F_0 \boldsymbol{e_z} \quad . \tag{4.34}$$

De plus, la trajectoire de la bulle est connue analytiquement par (4.32). On peut donc intégrer l'équation de Navier-Stokes (4.4) - (4.5) afin de calculer la vitesse du fluide induite par la montée d'une seule bulle, sans considérer explicitement le couplage avec la phase dispersée. Pour cette simulation, deux paramètres numériques doivent être définis : la taille des mailles Δx (nous considérerons un maillage cubique uniforme) et la longueur caractéristique du noyau gaussien σ dans (4.7).

Plusieurs simulations ont été réalisées pour analyser l'influence de ces paramètres sur le champ de vitesse induit par le forçage de la bulle. Les domaines de calcul sont des boîtes parallélépipédiques avec des conditions aux limites périodiques dans chaque direction et des côtés égaux dans les directions horizontales.
La taille dans la direction verticale est réglée de telle sorte que la bulle atteigne sa vitesse terminale et parcourt plus de $100 d_b$ avant de rencontrer son propre sillage en raison de la périodicité du domaine. Étant donné que le sillage disparaît très lentement, il faudrait une boîte beaucoup plus longue pour que la bulle n'interagisse plus avec son propre sillage et qu'un véritable état stationnaire soit atteint. Cela nous indique que, même pour des fractions volumiques de gaz extrêmement faibles, il y aura a pirori des interactions entre les bulles.
Nous considérons 5 résolutions de maillage allant de $\Delta x/d_b = 0.55$ à 0.034 . Les détails des domaines de calcul sont donnés dans le tableau 4.1. Pour chaque domaine de calcul, nous avons testé 7 valeurs de σ allant de $0.071 d_b$ à $0.57 d_b$ ($\sigma/d_b = 0.071, 0.14, 0.21, 0.25, 0.28, 0.35, 0.57$), comme résumé dans la carte des paramètres de la figure 4.6. Pour toutes les simulations, le diamètre de la bulle, la viscosité cinématique et la gravité sont maintenus constants à respectivement $d_b = 2.5$

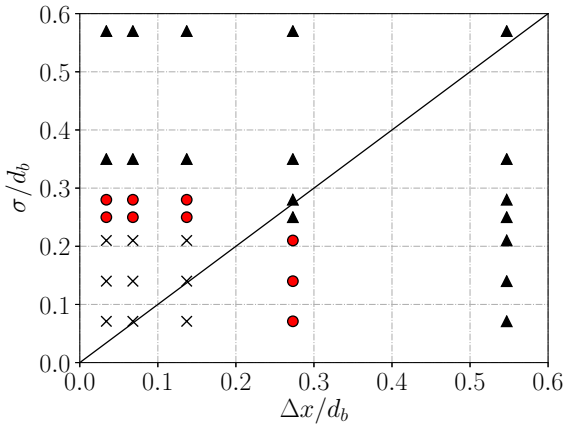


FIGURE 4.6 – Carte des paramètres $\Delta x/d_b$ et σ/d_b considérés pour les simulations de la bulle isolée en ascension. Les cercles rouges indiquent la valeur de $\Delta x/d_b$ et σ/d_b pour lesquels le sillage est bon et le modèle de perturbation donne des estimations précises, tandis que les triangles indiquent des paramètres trop grossiers pour avoir un bon sillage, et les croix, indique des simulations instables.

mm, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s et $g = 9.81$ m/s^2.

Le sillage résultant est illustré sur la figure 4.7. Pour déterminer la valeur appropriée de σ/d_b pour une valeur donnée de $\Delta x/d_b$, nous comparons la vitesse verticale du liquide le long d'un axe vertical passant par le centre de la bulle avec la mesure de RIBOUX et collab. [2010]. Cette évolution spatiale de la vitesse du fluide est représentée sur la figure 4.8 pour $\Delta x/d_b = 0.068$ (maillage G3). On voit clairement que la valeur de σ/d_b influence fortement les résultats des simulations numériques. En raison de la propriété d'auto-similarité des sillages, nous nous attendons à ce que pour des distances suffisamment éloignées de la bulle, le sillage ne dépend que du nombre de Reynolds de la bulle et n'est plus influencé par les détails de la source de quantité de mouvement. Dans la région proche de la bulle, plus la largeur du noyau est petite, meilleur est l'accord entre le modèle numérique et l'expérience. On observe en effet que, pour les grands σ, la vitesse du fluide est sous-estimée par rapport à l'expérience, car dans ce cas la source volumique de quantité de mouvement est répartie sur une trop grande région, alors qu'avec de petites valeurs de σ, le pic de vitesse au voisinage de la bulle a tendance à être bien reproduit.
Néanmoins, nous observons l'apparition d'instabilités pour $\sigma/d_b < 0.2$ comme le montre la figure 4.8, probablement causées par une densité de forçage trop élevée, conduisant à une vitesse du fluide à la position de la bulle plus grande que la vitesse de la bulle. On observe que le développement de cette instabilité ne dépend pas du maillage ou du pas de temps. Des tendances similaires sur l'influence de σ sur le sillage sont également observées pour les autres résolutions de maillage mais ne sont pas rapportées ici.
Il est à noter que, pour une valeur de σ inférieure à la taille des mailles, toute la source de quantité de mouvement est concentrée dans une cellule de calcul (de la même manière que l'approche "Particle In Cell") et qu'il n'y a donc plus d'effet de réduire davantage σ. Pour résumer, on observe le meilleur accord entre les simulations numériques et les expériences pour $\sigma/d_b \approx 0.25$ pour les maillages G2, G3 et G4, tandis que pour G1 le sillage est mieux reproduit avec $\sigma/d_b \approx 0.21$. Ces résultats sont visibles sur la figure de droite de 4.8. A partir de ces figures, nous observons également qu'il n'y a pas de différence entre les résultats obtenus avec les maillages G2 et G3, indiquant que la convergence en maillage est atteinte.

Nous nous concentrons maintenant sur la validation de notre modèle pour la vitesse du fluide perturbé. Les simulations mentionnées précédemment, pour lesquelles la trajectoire de la bulle et le forçage ont été imposés par (4.32) et (4.34), nous permet de déterminer le champ perturbé de référence. En effet, dans cette situation la vitesse du champ non perturbé est nulle de telle sorte

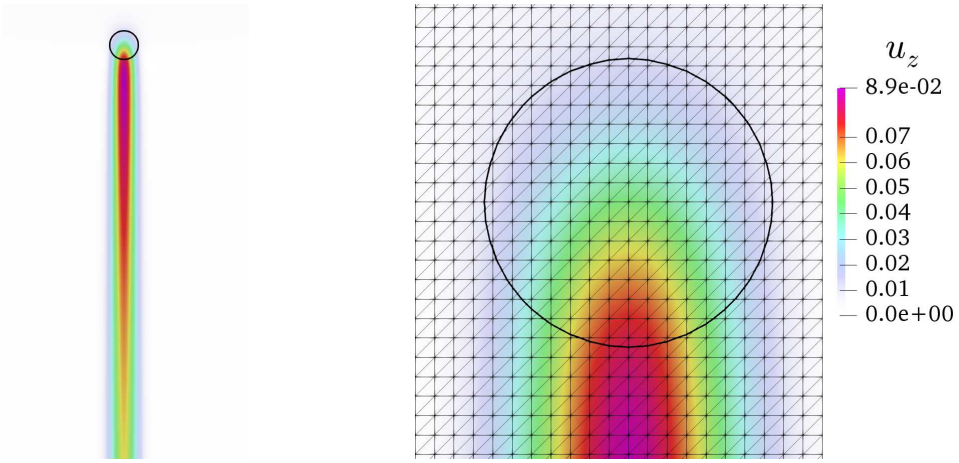


FIGURE 4.7 – Illustration du champ de vitesse verticale du fluide $\boldsymbol{u}$. La bulle est représentée par le cercle noir. Maillage G3 ($\Delta x/d_b = 0.0683$) et $\sigma/d_b = 0.28$.

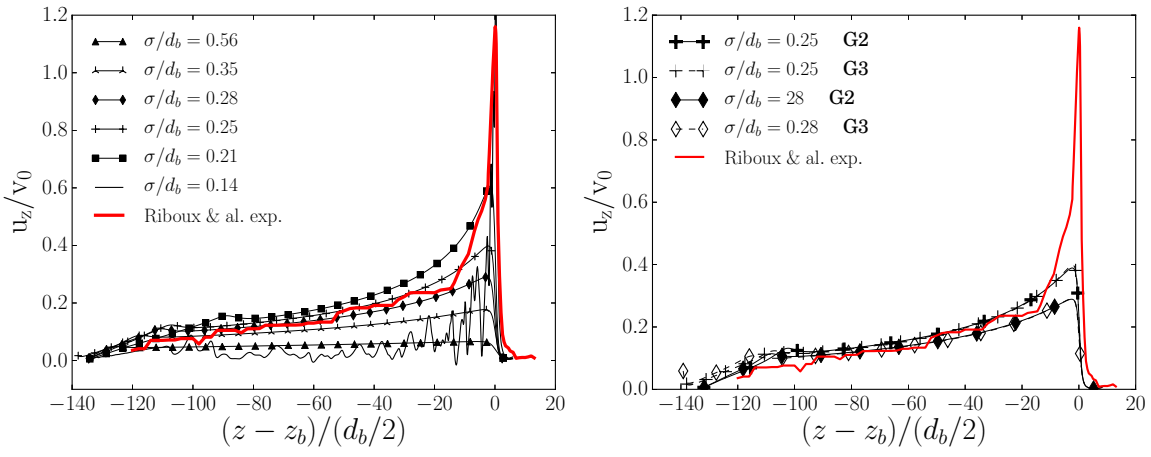


FIGURE 4.8 – Vitesse verticale du fluide dans le sillage de la bulle normalisée par la vitesse terminale de la bulle. A gauche : pour différentes valeurs de σ/d_b, pour le maillage G3. En trait plein rouge, les résultats de RIBOUX et collab. [2010], en noir les résultat de nos simulations numériques. A droite : pour les maillages G2 et G3 et pour $\sigma/d_b = 0.28$ et 0.25 .

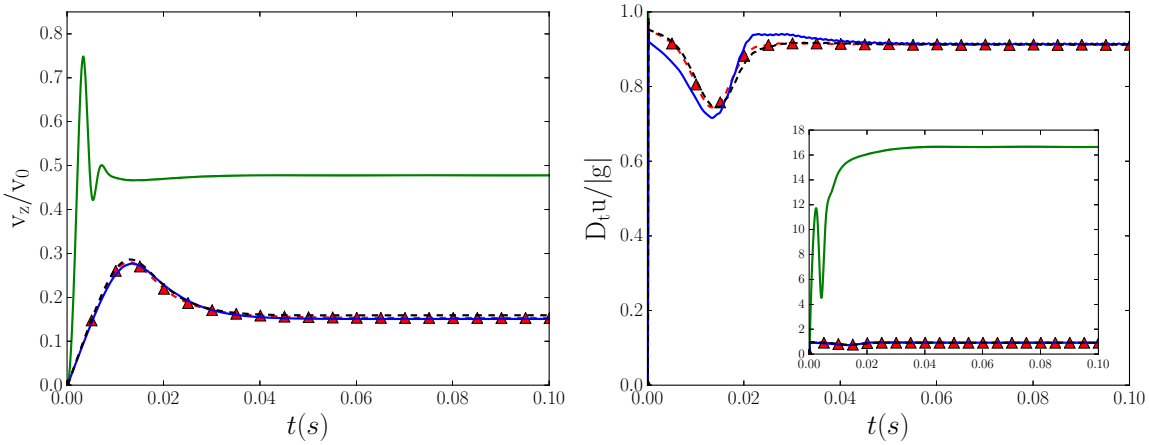


FIGURE 4.9 – Évolution temporelle de la vitesse verticale du fluide à la position de la bulle normalisée par la vitesse terminale de la bulle (à gauche) et de l'accélération verticale du fluide à la position de la bulle normalisée par la gravité (à droite). Comparaison entre la simulation de référence pour laquelle la source de quantité de mouvement est imposée (triangles rouges), la valeur réelle du fluide pour la simulation complète (ligne bleue), la valeur de la perturbation donnée par le modèle dans la simulation complète (lignes noires en pointillés) et la valeur du fluide calculé sans tenir compte de toute correction de l'effet auto-induit, $\boldsymbol{u}^*_{f,b} = 0$ (ligne verte). Pour la comparaison, nous utilisons le maillage G2 ($\Delta x/d_b = 0.14$) avec $\sigma/d_b = 0.25$. Dans l'insert de la figure de droite nous avons dézoomer pour voir les résultats de la simulation sans la correction.

que $\boldsymbol{u}_f - \boldsymbol{u}^*_{f,b} = 0$. Ce cas de référence nous permet alors de déterminer les constantes de notre modèle (4.29), (4.30) et (4.31). Une fois que la bulle a atteint le régime stationnaire, les équations (4.29) - (4.31) peuvent être évaluées analytiquement en donnant une relation entre c_1, c_2, c_3 et c_0 :

$$c_1 = u^*_{f,b,z}\frac{4\pi\sigma^2 c_0^2 \nu_0}{F_0/\rho_f}\,;\, c_2 = -\partial_z u^*_{f,b,z}\frac{(2\pi\sigma^2 c_0^2)^{3/2}\nu_0}{F_0/\rho_f}\,;\, c_3 = \partial_t u^*_{f,b,z}\frac{(2\pi\sigma^2 c_0^2)^{3/2}}{F_0/\rho_f} \quad , \tag{4.35}$$

avec $u^*_{fb,z}$, $\partial_z u^*_{f,b,z}$, $\partial_t u^*_{f,b,z}$ la perturbation de la vitesse du fluide et ses dérivées au centre de la bulle qui sont définies égales à la valeur du fluide obtenue à partir de la simulation découplée, afin d'avoir $\boldsymbol{u}_f = \boldsymbol{u}^*_{f,b}$.

Ensuite, nous évaluons les performances de notre modèle en comparant sa prédiction à la simulation de référence. Dans la figure 4.9 (à gauche), nous présentons la comparaison de la vitesse verticale du fluide à la position de la bulle pour le maillage G2 avec $\sigma/d_b = 0.25$. Nous présentons l'évolution temporelle de la vitesse réelle du fluide à la position de la bulle, ainsi que la perturbation de la vitesse calculée à partir de l'histoire de la bulle selon (4.29). On voit que les deux courbes (celle en trait plein bleu et celle en pointillés noirs) se chevauchent très bien, ce qui indique que, dans cette simulation la vitesse non perturbée est bien nulle.
De plus la comparaison avec la simulation de référence (triangles rouges) est également très satisfaisante ce qui permet une première validation du modèle de la perturbation. Dans la figure 4.9 (à droite), nous montrons une comparaison similaire pour la composante verticale de l'accélération totale du fluide. On voit également que l'accélération du fluide à la position de la bulle est presque égale à l'accélération de la perturbation et à l'accélération du fluide du cas de référence à la position de la bulle. Cela implique que l'accélération du fluide non perturbé est nulle et que l'accélération de la perturbation est calculée avec précision. Il est à noter que pour $\sigma/d_b \leq 0.21$ la vitesse et l'accélération de la perturbation présentent une certaine déviation par rapport aux références.

Ainsi, si la vitesse et l'accélération du fluide non-perturbé sont prédites avec précision, les forces hydrodynamiques sur la bulle peuvent également être calculées avec précision. Ceci est

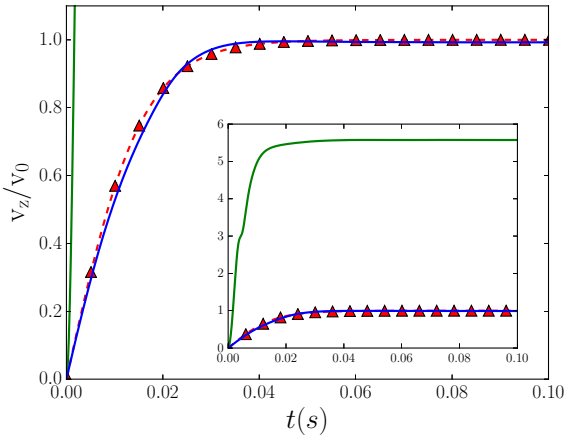


FIGURE 4.10 – Vitesse verticale de la bulle normalisée par sa vitesse terminale. En triangles rouges : pour le cas de référence ($\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} = 0$), en ligne verte : pour le cas sans correction ($\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} = \boldsymbol{u}_f$), en ligne bleue : nos résultats avec la correction ($\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} = \boldsymbol{u}_f - \boldsymbol{u}^*_{f,b}$). Dans l'insert de la figure nous avons dézoomé pour voir les résultats non corrigés.

confirmé par la figure 4.10 qui compare l'évolution analytique de la vitesse de bulle du cas de référence obtenue à partir de l'équation (4.32) avec l'évolution obtenue à partir de la simulation de l'ensemble complet des équations couplées. On voit en effet que, l'évolution de la vitesse des bulles dans les deux cas sont très proches l'une de l'autre, ce qui valide l'approche proposée pour annuler la force auto-induite erronée. Pour souligner l'importance de cette correction dans le cas d'une bulle isolée en ascension à grand nombre de Reynolds, nous présentons également sur les figures 4.9 et 4.10, les résultats obtenus en fixant $\boldsymbol{u}^*_{f,b} = 0$. On constate que, sans correction, les valeurs calculées sont largement hors des références et peuvent conduire à la divergence de la simulation numérique.

Nous pouvons estimer un critère à partir duquel il est nécessaire de prendre en considération la correction de la force auto-induite erronée. En effet, si $|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b| \gg |\boldsymbol{u}^*_{f,b}|$ la correction de la force de traînée est négligeable. De même, lorsque $|\mathrm{D}_t \widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - d_t \boldsymbol{v}_b| \gg |\mathrm{D}_t \boldsymbol{u}^*_{f,b}|$ la correction des forces inertielles est négligeable. Ces inégalités peuvent être testées a posteriori, à partir de la connaissance de la trajectoire de la bulle à l'aide du modèle proposé $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$. Et a priori, on peut estimer que pour $\mathrm{Re}_b \gg 1$ le rapport $|\boldsymbol{u}^*_{f,b}|/|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b|$ se comporte comme :

$$\frac{|\boldsymbol{u}^*_{f,b}|}{|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b|} \sim \mathrm{C_D} \frac{d_b^2}{\sigma^2} \quad . \tag{4.36}$$

Cette estimation est obtenue en considérant que l'échange de quantité de mouvement dans (4.13) est uniquement dû à la force de traînée, ce qui est le cas pour une seule bulle isolée en ascension à l'état stationnaire, et que l'intégrande dans (4.24) est non nulle que sur une durée d'ordre de grandeur $\sigma/|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b|$ (voir le schéma de la figure 4.3). A partir de l'estimation (4.36), nous concluons qu'il est essentiel de corriger la vitesse du fluide car pour les grands nombres de Reynolds $\mathrm{C_D} = \mathrm{O}(1)$ et $\sigma/d_b = \mathrm{O}(1)$. A noter que, pour les objets se déplaçant à un petit nombre de Reynolds, on peut estimer à partir de la moyenne du Stokeslet (4.18) que la correction est d'ordre $|\boldsymbol{u}^*_{f,b}|/|\widetilde{\boldsymbol{u}}_{f,b} - \boldsymbol{v}_b| = \mathrm{O}(d_b/\Delta x)$ [BOIVIN et collab., 1998; SAFFMAN, 1973], et peut donc être négligée pour des objets suffisamment petits et une description grossière du champ de vitesse.

Le couplage entre les deux phases assure la conservation de la quantité de mouvement du mélange, mais il convient de noter qu'il ne conserve pas l'énergie [SUBRAMANIAM et collab., 2014; XU et SUBRAMANIAM, 2007]. Dans notre cas où l'énergie est injectée par la phase dispersée, nous

avons a priori

$$\sum_b \mathbf{F}_{b\to f}\cdot \boldsymbol{v}_b > \int dx^3 \boldsymbol{f}\cdot \boldsymbol{u}_f \quad . \tag{4.37}$$

Il est physiquement acceptable d'avoir une dissipation d'énergie induite par le couplage entre les phases. La puissance perdue par la phase dispersée est plus grandes que la puissance reçue par le liquide, car nous considérons une description grossière de la phase continue, dans laquelle les forts gradients de vitesse des couches limites le long des bulles et des sillages en champ proche sont manquants. Par conséquent, la dissipation de l'énergie cinétique en chaleur induite par chaque bulle, qui se produit à des échelles plus petites que σ, ne peut pas être calculée à partir de $\boldsymbol{u}_f$.

Néanmoins, l'énergie dissipée dans le couplage peut être estimée à partir du modèle pour la vitesse perturbée $\boldsymbol{u}^*_{f,b}$. Par exemple, dans le cas de la bulle isolée, nous pouvons effectuer le calcul suivant. On note P_f l'énergie injectée par unité de temps $\mathrm{P}_f = \int dx^3 \boldsymbol{f}\cdot\boldsymbol{u}_f$ et considérant $\boldsymbol{u}_f = \boldsymbol{u}^*_{f,b}$ nous obtenons avec (4.6), (4.24) et (4.34)

$$\mathrm{P}_f = \frac{\mathrm{F}_0^2}{\rho_f}\int \mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_b(t))\int_{-\infty}^{t}\mathrm{G}_\sigma(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_b(s))\,ds\,dx^3 \quad . \tag{4.38}$$

En introduisant les grandeurs adimensionnelles $\chi = (x-x_b(t))/\sigma$ et $\tau = (t-s)\,v_0/\sigma$, on obtient :

$$\mathrm{P}_f = \frac{\mathrm{F}_0^2}{\rho_f \sigma^2 v_0}\underbrace{\int\int_0^\infty \mathrm{G}_1(\chi)\mathrm{G}_1(\chi+\tau)\,d\tau\,d\chi^3}_{k} \quad . \tag{4.39}$$

De plus, l'intégrale k peut être évaluée analytiquement et donne pour résultat $k = 1/8\pi$. On peut remarquer aussi que, si nous tenons compte des paramètres numériques dans le calcul de la perturbation de vitesse, nous obtenons $k = c_1/c_0^2 8\pi$. Notant $\mathrm{P}_0 = \mathrm{F}_0 v_0$ l'énergie donnée par la bulle, nous avons

$$\frac{\mathrm{P}_f}{\mathrm{P}_0} = \frac{\mathrm{C_D}}{64}\left(\frac{d}{\sigma}\right)^2 . \tag{4.40}$$

Enfin, pour $\mathrm{C_D} = 0.35$ et $\sigma/d = 0.28$, nous estimons que $\dfrac{\mathrm{P}_f}{\mathrm{P}_0} \approx 0.07$, et donc que l'essentiel de l'énergie mécanique échangée avec la bulle est dissipé dans le voisinage de la bulle.

4.2.2 Force de répulsion inter-bulle

Étant donné que les sources volumiques de quantité de mouvement des bulles s'étendent sur plusieurs mailles, il est possible que, dans une simulation comptant plusieurs bulles, plusieurs d'entre elles se chevauchent. En plus d'être non physique, cette situation peut provoquer une instabilité numérique. Pour cette raison, nous introduisons une force d'interaction entre les bulles qui empêche leur recouvrement. Dans l'équation du mouvement de la bulle (4.12), le terme $\mathbf{F}_{\mathrm{I},b}$ est exprimé comme

$$\mathbf{F}_{\mathrm{I},b} = \sum_{b'\neq b}\mathbf{F}_{r_{b',b}} \quad , \tag{4.41}$$

avec

$$\mathbf{F}_{r_{b',b}} = -\mathrm{A}\frac{\boldsymbol{x}_{b'}-\boldsymbol{x}_b}{r_{b',b}}\exp\left(-r_{b',b}^2/2r_\mathrm{I}^2\right) \quad , \tag{4.42}$$

où $r_{b',b} = |\boldsymbol{x}_{b'}-\boldsymbol{x}_b|$ est la distance entre les centres des bulles b et b'. La portée de la force est limitée en définissant $\mathbf{F}_{r_{b'\to b}} = 0$ pour $r_{b',b} > 3r_\mathrm{I}$. Le paramètre r_I est défini tel que $r_\mathrm{I} = d/2$, tandis que A, qui a une unité de force, est défini en permettant à deux bulles en ascension de diamètre d d'atteindre une distance d'équilibre de $r_{b',b} = d$. Ceci est illustré par la figure 4.12, qui montre l'évolution temporelle de la position et de la vitesse de deux bulles en ascension alignées vertica-

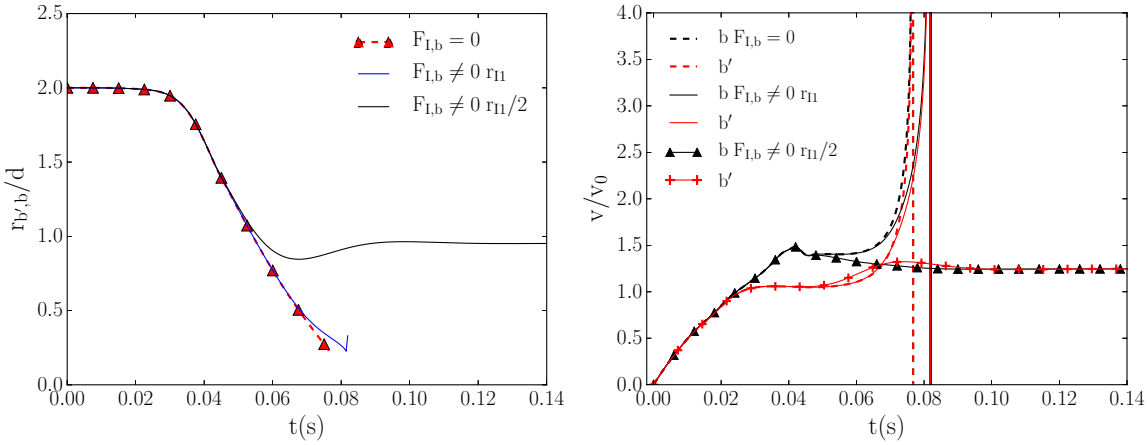


FIGURE 4.11 – À gauche : évolution temporelle de la position verticale de deux bulles en ascension alignées verticalement. À droite : évolution temporelle de la vitesse verticale de deux bulles en ascension alignées verticalement. Première bulle en rouge, deuxième bulle en noir. Comparaison de deux cas : avec ou sans force répulsive respectivement en trait plein et en pointillés.

lement. On voit que lorsque la force répulsive est ajoutée à l'équation du mouvement des bulles, la distance entre les centres des bulles atteint une valeur stationnaire $r_{b',b} = d$ et que la vitesse des bulles est environ 30% plus grande que la vitesse terminale de la bulle isolée. Bien sûr, l'évolution réelle d'une paire de bulles est beaucoup plus compliquée [WIJNGAARDEN, 1993]. Mais la principale motivation pour inclure cette force répulsive est d'assurer la stabilité numérique, en effet, on voit sur la figure 4.12 que la vitesse de la bulle diverge si aucune force n'est prise en compte.

4.2.3 L'invariance galiléenne du modèle pour la perturbation

La propriété de l'invariance galiléenne est d'une importance considérable dans notre approche. Elle permet de prendre en compte l'advection du champ perturbé via l'introduction de la longueur l_{adv}. Plusieurs configurations sont étudiées dans lesquelles une vitesse d'advection est ajoutée dans différentes directions. Nous nous intéressons ici à la situation dans laquelle la vitesse d'advection est dans le même sens que la gravité et a pour norme la moitié de la vitesse terminale de la bulle.

Sur la figure 4.13, la courbe noire avec les losanges représente la vitesse du fluide à la position des particules pour le cas de référence décrit ci-dessus. La courbe bleue est la vitesse du fluide à la position de la particule mais dans le cas où l'advection n'est pas prise en compte, ce qui signifie que $l_{adv} = 0$ dans l'expression de $\boldsymbol{u}_b^*$. Dans ce cas, la vitesse du fluide est instable et peut diverger. L'interprétation est la suivante : lorsque la vitesse du fluide à la position de la bulle, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_b(t))$, est corrigée par $\boldsymbol{u}_b^*$, la quantité de mouvement injectée dans la maille qui contient la bulle, s'accumule si elle n'est pas advectée. Cette accumulation est alors directement prise en compte dans l'équation de mouvement des bulles. En effet, cette dernière verra une force de retour de liquide plus élevée et communiquera à son tour au liquide une force encore plus importante et ainsi de suite jusqu'à l'emballement ou la divergence de la vitesse. Il est donc nécessaire de considérer l'advection de la perturbation. Ce qui se fait en introduisant l_{adv} dans le modèle pour $\boldsymbol{u}_b^*$. On voit alors, dans le cas où l'on ajoute l_{adv}, que la vitesse du fluide à la position de la bulle (en pointillés rouge) correspond bien à la vitesse du fluide du cas de référence. L'hydrodynamique est donc bien reproduite à des échelles égales et supérieures au diamètre de la bulle.

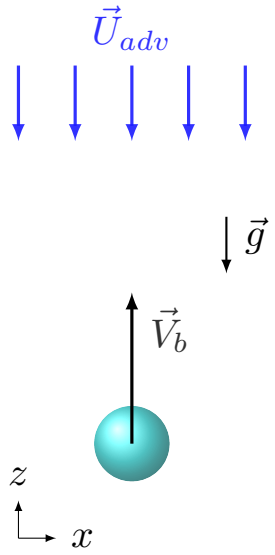


FIGURE 4.12 – Représentation schématique de la bulle isolée en ascension dans un liquide ayant une vitesse d'advection alignée avec la gravité.

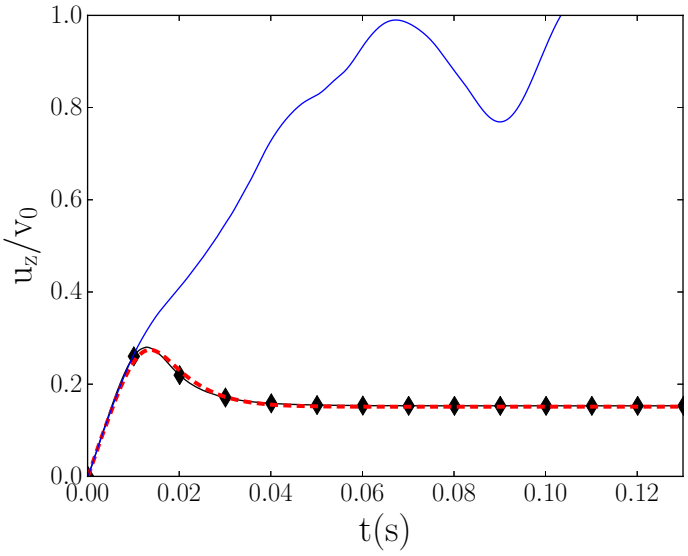


FIGURE 4.13 – Vitesse verticale du fluide ($\boldsymbol{u}_z$) normalisée par la vitesse terminale de la bulle. En noir avec des losanges : résultat pour le cas de référence, en ligne continue bleue : résultat pour le cas $\tilde{\boldsymbol{u}}_b = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_b^*$ sans tenir compte de l_{adv}, en pointillés rouges : résultat pour le cas $\tilde{\boldsymbol{u}}_b = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_b^*$ avec prise en compte de l_{adv}.

4.3 Simulations d'un nuage de bulles homogène et comparaison avec les expériences

Dans cette section, nous présentons les résultats de simulations numériques de l'approche Euler-Lagrange appliqué à un essaim de bulles en ascension. Les paramètres des simulations sont donnés dans le tableau 4.2. À noter que pour les cas G3 et G4, l'état initial est issu d'une juxtaposition et d'une interpolation des champs (voir la figure 4.14) d'un cas ayant tourné sur un domaine de calcul plus petit avec des mailles plus grandes. Le but de cette manœuvre est de faire converger plus rapidement les simulations vers un état statistiquement stationnaire.

À partir de ces simulations, nous analysons l'effet de la taille du domaine, de la résolution du maillage et de la largeur du noyau gaussien, σ. Afin d'évaluer l'approche proposée, nous présentons des comparaisons de ces résultats avec les expériences de RIBOUX et collab. [2010] pour le cas où la fraction volumique d'air est de 2.5% avec des bulles de 2.5mm de diamètre en ascension dans de l'eau. Dans ces expériences, une attention particulière a été attachée à ce que l'injection des bulles génère une distribution homogène de ces dernières. La vitesse moyenne du liquide est nulle. Les simulations numériques sont, quant à elles, initialisées avec une distribution aléatoire et sans chevauchement des bulles. Leur vitesse initiale est nulle tout comme celle du liquide.

Nous présentons sur la figure 4.15 l'évolution de l'énergie cinétique moyennée spatialement, et la dissipation visqueuse du liquide, pour le cas $G3_L$ (voir tableau 4.2). On observe qu'après une transition d'environ $t \approx 1000 d/v_0$, les deux quantités atteignent un état statistiquement stable. On note sur cette figure que, la dissipation dans l'écoulement est beaucoup plus faible que le travail de la force de flottabilité des bulles$\varepsilon/(\alpha g v_0) \approx 0.1$. Ceci est compatible avec l'estimation de la dissipation en champ proche proposée dans l'équation (4.40).

La figure 4.16 montre les champs instantanés de la vitesse verticale du liquide à deux instants différents pour le cas G3. Le premier dans le régime transitoire pour $t \approx 20 d/v_0$ montrant que chaque bulle crée un sillage conséquent et qu'en dehors de ces sillages les fluctuations de vitesse sont faibles. Le second, à un temps plus éloigné, en régime stationnaire à $t \approx 2000 d/v_0$. On peut voir qu'à la suite des interactions de sillage, le liquide présente des fluctuations de vitesse aléatoires avec des structures allongées.

De manière plus quantitative, les statistiques de la vitesse liquide sont données dans le tableau 4.3 pour les différents paramètres considérés ici ainsi que pour les expériences de RIBOUX et collab. [2010]. On voit que la taille du domaine de calcul ne semble pas influencer la valeur des variances de vitesse dans la direction verticale, mais dans la direction horizontale, la variance est plus grande pour la petite boîte, ce qui est probablement dû à un couplage horizontal excessif causé par le confinement artificiel des bulles.
En comparant les cas G3 et $G3_\sigma$, on constate que la réduction de la largeur du noyau entraîne une augmentation notable de la variance de la vitesse verticale (environ 25% d'augmentation) et a éga-

Case	$\Delta x/d_b$	σ/d_b	L_x/d_b	N_x
$G3_L$	0.068	0.28	35	512
G3	0.068	0.28	70	1024
$G3_\sigma$	0.068	0.24	70	1024
G4	0.034	0.28	70	2048

TABLEAU 4.2 – Paramètres numériques pour les simulations de nuages de bulles. Pour toutes les simulations, le diamètre des bulles, la fraction volumique de gaz, la viscosité cinématique et la gravité sont maintenus constants à respectivement $d_b = 2.5$mm, $\alpha = 2\%$, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s et $g = 9.81$ m/s^2. Les domaines de calculs et les mailles sont cubiques.

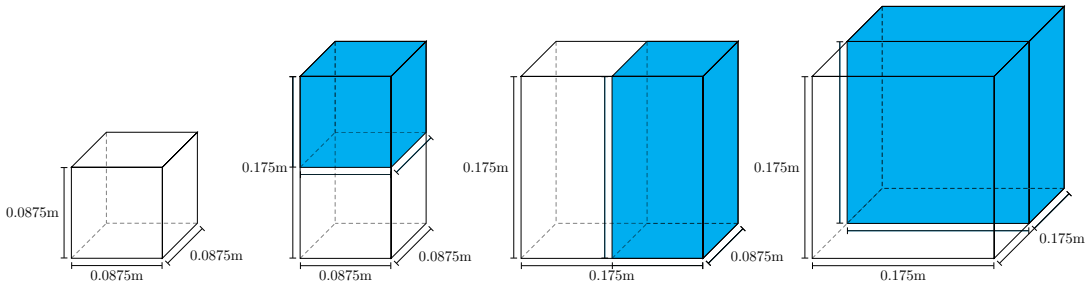


FIGURE 4.14 – Représentation schématique de la concaténation des domines de calcul faite en 3 étapes.

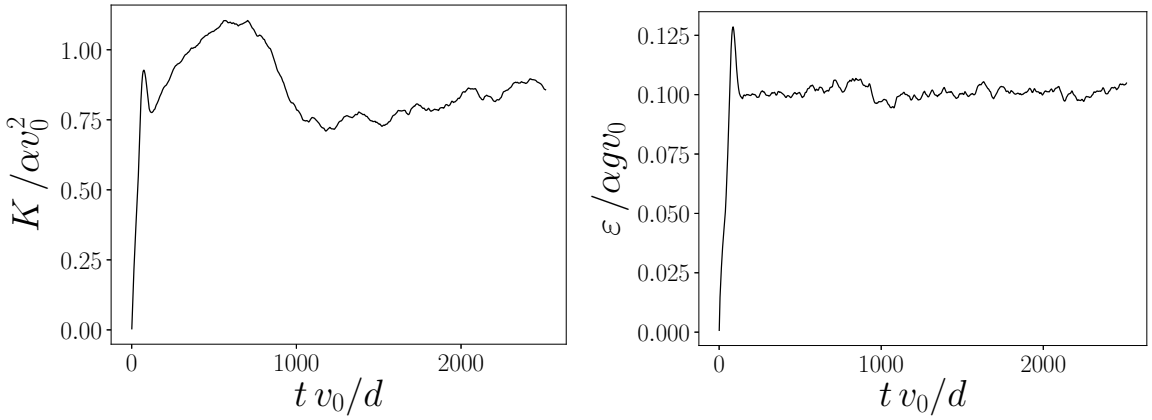


FIGURE 4.15 – Évolution temporelle de l'énergie cinétique turbulente moyennée en volume (à gauche) et de la dissipation visqueuse moyennée en volume (droite) du liquide provoqué par l'ascension des bulles pour le cas $G3_L$ (voir tableau 4.2

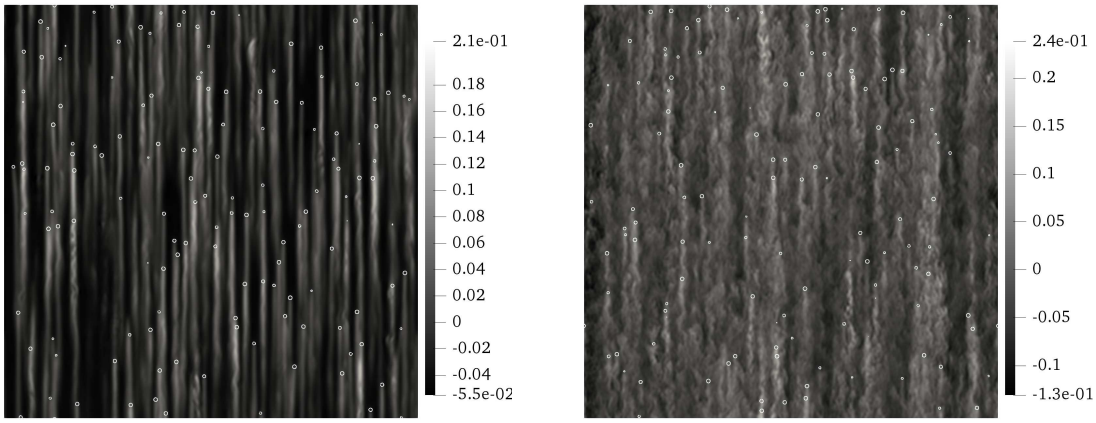


FIGURE 4.16 – Champs instantanés de la vitesse verticale du liquide (en m/s) à $t = 20d/v_0$ (à gauche) et à $t = 2000d/v_0$ (à droite) pour le cas G3 (voir le tableau 4.2). Les cercles blancs représentent les bulles.

Case	$\langle u_x^2\rangle/\langle v_z\rangle^2$	$\langle u_z^2\rangle/\langle v_z\rangle^2$	$\langle u_x^2\rangle/\langle u_z^2\rangle$	$\langle \boldsymbol{v}_z\rangle/\boldsymbol{v}_0$	$\langle \boldsymbol{v}_z^2\rangle/\langle \boldsymbol{v}_z\rangle^2$	$\langle \boldsymbol{v}_x^2\rangle/\langle \boldsymbol{v}_z'^2\rangle$
$G3_L$	0.0036	0.022	0.16	1.031	0.020	0.15
G3	0.0028	0.021	0.13	1.024	0.019	0.13
$G3_\sigma$	0.0032	0.026	0.12	1.019	0.027	0.13
G4	0.0029	0.017	0.17	1.026	0.016	0.18
Exp.	0.023	0.043	0.53	-	-	-

TABLEAU 4.3 – Statistiques pour les vitesses des bulles et du liquide des différentes simulations et pour l'expérience de RIBOUX et collab. [2010] pour $\alpha = 1.7\%$. La vitesse moyenne du liquide est nulle.

lement un effet moins prononcé sur la vitesse horizontale. L'effet de la taille des mailles peut être vérifié avec la comparaison des cas G3 et G4. On peut voir qu'il n'y a presque aucune influence sur la composante horizontale, mais la verticale est considérablement réduite lorsque la taille du maillage est réduite. La réduction est ici attribuée à un amortissement plus rapide du sillage des bulles grâce à une meilleure résolution du gradient de vitesse. Dans tous les cas, la variance de vitesse est sous-estimée par rapport aux expériences de RIBOUX et collab. [2010]. La composante verticale est réduite d'environ un facteur 2 par rapport aux expériences. Cette réduction s'explique par le filtrage du champ proche des bulles qui élimine les fortes fluctuations de la vitesse du liquide. En ce qui concerne la composante horizontale qui est sous-estimée par un facteur 10, il y a aussi le fait que la dynamique de nos bulles est trop idéalisée et que l'instabilité de sillage auto-entretenue, conduisant à de fortes oscillations horizontales, est supprimée. Par conséquent, le rapport entre la variance horizontale et la verticale est plus petit dans nos simulations numériques que dans les expériences.

Comme discuté dans RISSO [2016], les fluctuations de la vitesse du liquide sont attribuées à différents mécanismes. Le premier correspond aux perturbations locales de l'écoulement générées près des bulles. Le second correspond à de la turbulence induite par l'instabilité de l'écoulement à travers une population d'objets (ici les bulles). Ces deux sources de fluctuations conduisent à un comportement exponentiel pour la fonction de densité de probabilité (PDF) de la vitesse, mais chacun de ces mécanismes présente une échelle de vitesse caractéristique spécifique. De plus, la PDF de la composante verticale est asymétrique avec des fluctuations positives plus fortes.
La figure 4.17 présente les PDF centrées des vitesses du liquide normées par leur écart-type respectif. Nos résultats numériques sont comparés aux expériences de RIBOUX et collab. [2010]. On constate que les PDF, dans chacune des directions, ne sont pas gaussiennes et que comme prévu, dans la direction verticale la PDF est asymétrique avec des fluctuations positives plus fortes. De plus, dans la direction verticale, on observe l'évolution en exponentielle de la branche positive qui est la signature de la perturbation locale générée par la présence de la bulle. Dans la direction horizontale, la partie centrale des PDF évolue également en exponentielle qui est la marque du mécanisme de turbulence induit par l'instabilité de l'écoulement.
Il y a une bonne adéquation entre nos résultats numériques et les expériences dans la partie centrale des PDF. En revanche, nos simulations numériques ne présentent pas la deuxième décroissance exponentielle observée aux grandes fluctuations de vitesse dans les expériences. Ceci est attribué au fait que la dynamique des bulles est trop simplifiée et conduit ainsi à une sous-estimation des fluctuations au voisinage des bulles.

Les différentes résolutions et tailles de domaine pour les simulations montrent des PDF qui ont des structures très similaires. On peut noter tout de même qu'une diminution de la taille des maille permet de capturer d'avantage de fortes fluctuations dans la direction verticale. On observe également que la valeur de la largeur du noyau σ a un impact faible mais notable sur les grandes fluctuations dans les deux directions. Lorsque la valeur de σ est réduite, le sillage en champ proche est plus intense, comme on le voit dans 4.2.1, ce qui explique les branches plus étirées des PDF.

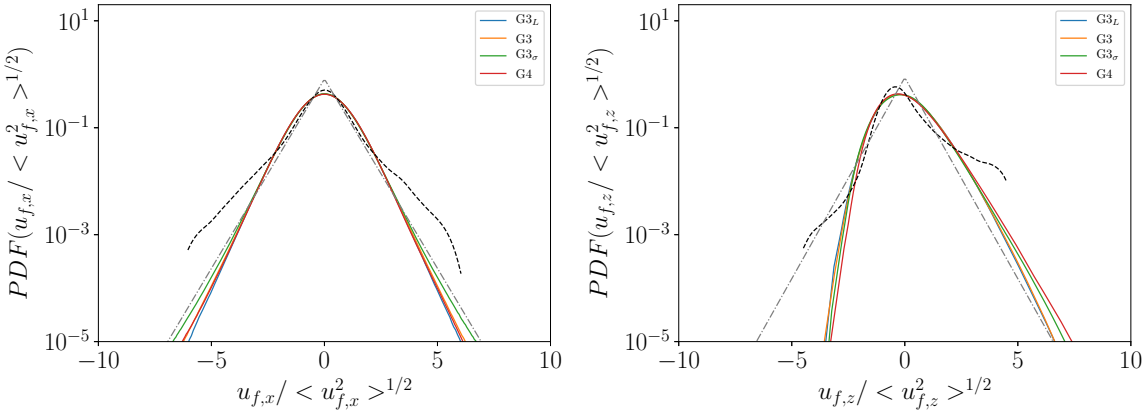


FIGURE 4.17 – PDF de la vitesse du liquide normalisées par l'écart-type pour la composante horizontale (gauche) et verticale (droite) à l'échelle semi-logarithmique, pour les différentes simulations numériques présentées dans le tableau 4.2 et comparaison avec la PDF des expériences de RIBOUX et collab. [2010] pour $\alpha = 1.7$ (courbe en tirets noirs), et avec la distribution exponentielle $P(x) = 1/\sqrt{2}\lambda \exp(-\sqrt{2}|x|/\lambda)$ avec $\lambda = 0.86$ et 0.81 pour les composantes de vitesse horizontale et verticale respectivement, de RISSO [2016]

La figure 4.18 présente l'évolution du coefficient d'auto-corrélation de la composante verticale de la vitesse du liquide : $\rho_{u_z}(\boldsymbol{r}) = \langle u_z(\boldsymbol{x})u_z(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{r})\rangle / \langle u_z^2\rangle$, dans les directions horizontale ($\boldsymbol{r} = r_x\boldsymbol{e_x}$) et verticale ($\boldsymbol{r} = r_z\boldsymbol{e_z}$). On observe que, la dé-corrélation dans le sens horizontal est similaire entre nos 4 simulations. Cependant la comparaison entres les simulations $G3_L$ et G3 révèle une différence induite par la taille du domaine. Ce qui indique un effet possible de la taille finie dans la direction horizontale.
L'évolution du coefficient d'auto-corrélation dans la direction horizontale montre que la dé-corrélation se produit bien avant la demi-longueur du domaine et ce pour toutes les simulations. Cela montre que l'épaisseur du sillage crée par la bulle est beaucoup plus petite que la taille du domaine, comme on peut le voir sur la figure 4.16. Par contre, dans la direction verticale, on observe que l'évolution de la corrélation dépend significativement des paramètres de simulation, et que dans tous les cas, la taille du domaine apparaît trop petite pour fournir une dé-corrélation complète de la vitesse verticale à travers le domaine.
La persistance de la corrélation est due aux longs sillages comme on peut l'observer, encore une fois sur la figure 4.16. On remarque également que, lorsque σ est réduit, le sillage produit par chaque bulle est plus intense et par conséquent la corrélation de vitesse à travers le domaine est plus grande. Et si la résolution de la grille est diminuée, nous observons une réduction significative de la corrélation, ce qui est probablement attribuée à l'augmentation de l'intensité des petites échelles. Il est possible que la persistance de la corrélation de vitesse affecte principalement les grandes échelles de l'écoulement et sa variance. Elle est aussi peut-être une raison supplémentaire des écarts entre la simulation numérique et les expériences décrites dans le tableau 4.3.

La structure de l'écoulement aux petites échelles et aux échelles intermédiaires est caractérisée par les spectres de vitesse. Nous considérons ici les spectres unidimensionnels qui peuvent être comparés à ceux obtenus à partir des expériences de RIBOUX et collab. [2010]. La figure 4.19, présente les spectres 1D longitudinaux dans les directions horizontale et verticale pour nos simulations numériques et pour les expériences de RIBOUX et collab. [2010]. Les spectres sont normés par leur variance respective. On constate qu'il y a une bonne adéquation à grande échelle entre l'expérience et les simulations numériques. A partir des simulations numériques, nous observons également un sous-domaine qui évolue en k^{-3} en accord avec les expériences. En ce qui concerne les spectres de la composante horizontale dans la direction horizontale, nous remarquons un petit décalage de cette zone en k^{-3} vers des nombres d'ondes plus grands. On observe un léger effet du paramètre σ. Lorsque sa valeur est réduite, la pente du sous-domaine semble être légèrement moins rigide et en meilleur accord avec les expériences. Cette différence peut s'expliquer par le fait

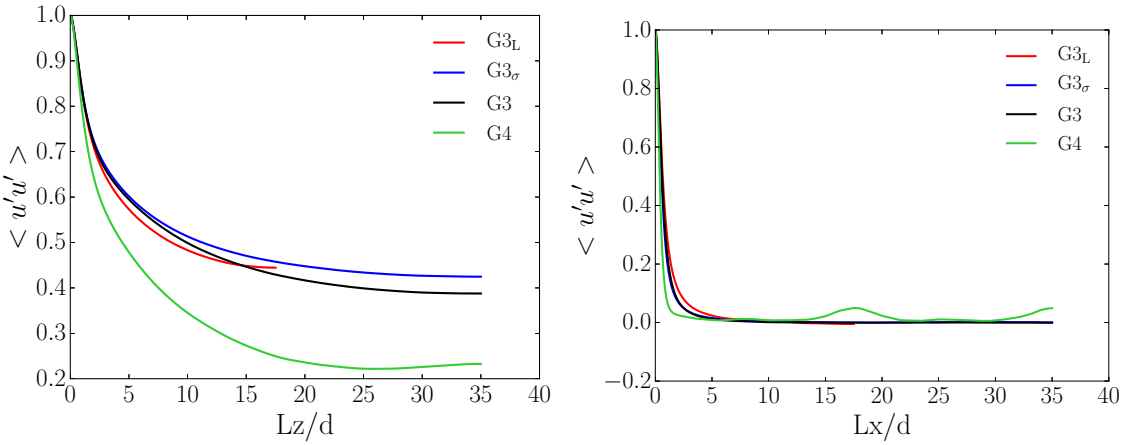


FIGURE 4.18 – Évolution du coefficient d'autocorrélation de la composante verticale des différentes simulations. Gauche : évolution dans la direction horizontale et droite : dans la direction verticale.

que le champ proche du sillage généré par les bulles est plus intense pour les petites valeurs de σ comme présenté dans la figure 4.8. D'un autre côté, la modification de la valeur de σ a un effet très limité aux petits nombres d'ondes et ce dans les deux directions. Il convient de noter qu'aucune différence significative n'est observée avec le changement de la taille ou de la résolution du domaine de calcul. Nous pouvons donc conclure que la taille et la résolution du domaine numérique sont appropriées.
Nous constatons qu'à des échelles plus petites que la taille des bulles, les spectres de chaque simulation s'écartent des spectres expérimentaux. Alors que les expériences présentent une pente en $k^{-5/3}$ pour les spectres à des nombres d'ondes supérieurs à $k_d = 2\pi/d$, la simulation numérique ne parvient pas à reproduire un tel changement de comportement. Cette mauvaise prédiction des simulations est clairement due à la description grossière de l'écoulement autour des bulles. Plus précisément, nous avons estimé dans (4.40) que, dans la simulation numérique une partie importante de l'échange d'énergie avec les bulles est directement dissipée, alors qu'en réalité cette énergie mécanique est a priori injectée aux nombres d'onde autour de $1/d$ et dissipée à des échelles plus petites, résultant en une sous-gamme qui évolue en $k^{-5/3}$ pour les spectres de vitesse en accord avec la théorie de Kolmogorov [KOLMOGOROV, 1941b; OBOUKHOV, 1941].
Néanmoins, le bon accord des spectres expérimentaux et numériques à des échelles supérieures au diamètre de la bulle indique qu'une approche d'Euler-Lagrange, dans laquelle les bulles sont traitées comme des sources volumiques de quantité de mouvement, est en effet en mesure de bien reproduire les grandes échelles de l'agitation provoquée par l'ascension d'un nuage de bulles.

L'analyse de la structure de l'écoulement est complétée par la figure 4.20 présentant les spectres tridimensionnels d'énergie cinétique. On observe, en accord avec les spectres unidimensionnels présentés précédemment, la présence d'une sous-gamme k^{-3} pour $k < k_d$, et une quasi indépendance des simulations avec la taille et la résolution du domaine de calcul et la taille du noyau gaussien σ.

Nous présentons ci-dessous quelques résultats pour les bulles. Tout d'abord, nous donnons dans le tableau 4.3 les statistiques de la vitesse des bulles. Nous observons que la vitesse d'ascension moyenne des bulles dans l'essaim est plus grande que pour une bulle isolée de typiquement 2 %, selon les simulations numériques. On remarque un léger effet des paramètres numériques sur la vitesse d'ascension. Elle est légèrement plus importante pour la simulation dans le petit domaine (G3$_L$) car les sillages sont moins masqués par les autres bulles. Et elle est légèrement plus faible pour la simulation avec le petit σ dans laquelle les sillages sont un peu plus intenses par rapport aux autres simulations générant ainsi des reflux plus importants et augmentant la vitesse de glissement des bulles. Cette augmentation de la vitesse d'ascension des bulles n'est pas en accord

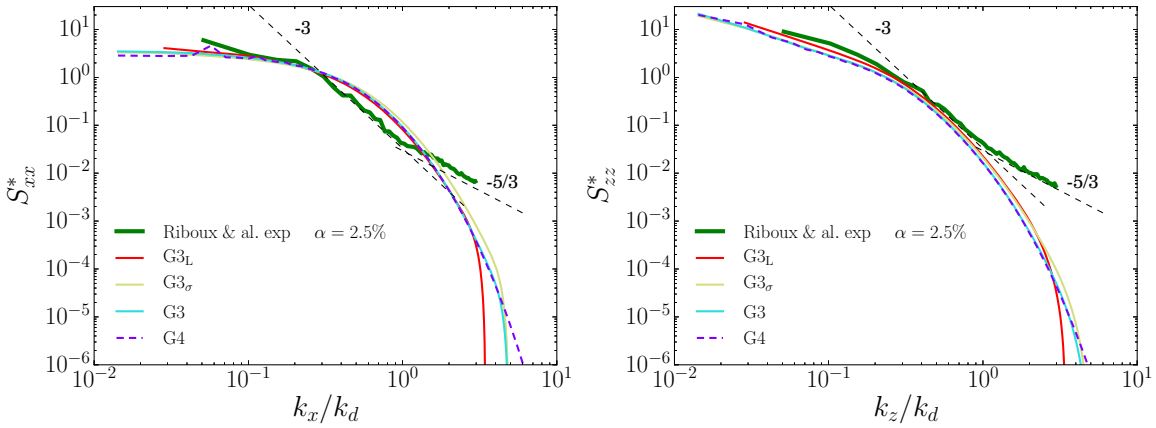


FIGURE 4.19 – Spectres monodimensionnels de la vitesse du liquide des différentes simulations numériques. Spectres dans la direction horizontale (à gauche) et dans la direction verticale (à droite). Comparaison avec les spectres monodimensionnels des expériences de RIBOUX et collab. [2010] et des lois de puissance en k^{-3} et $k^{-5/3}$. Les spectres sont normalisés par $k_d = 2\pi/d$ et la variance de la composante de vitesse respective.

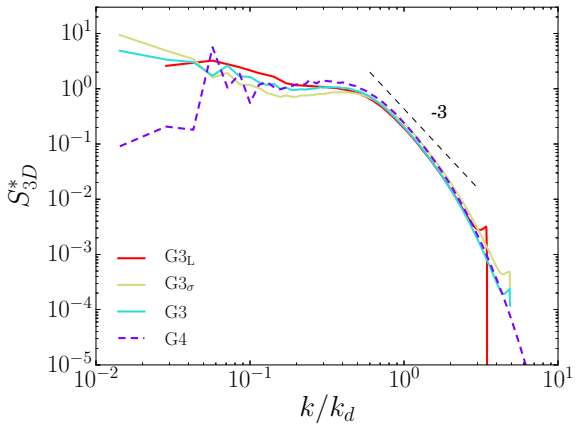


FIGURE 4.20 – Spectres 3D de la vitesse du liquide obtenus pour les différentes simulations numériques. Les spectres sont normalisés par $k_d = 2\pi/d$ et l'énergie cinétique turbulente.

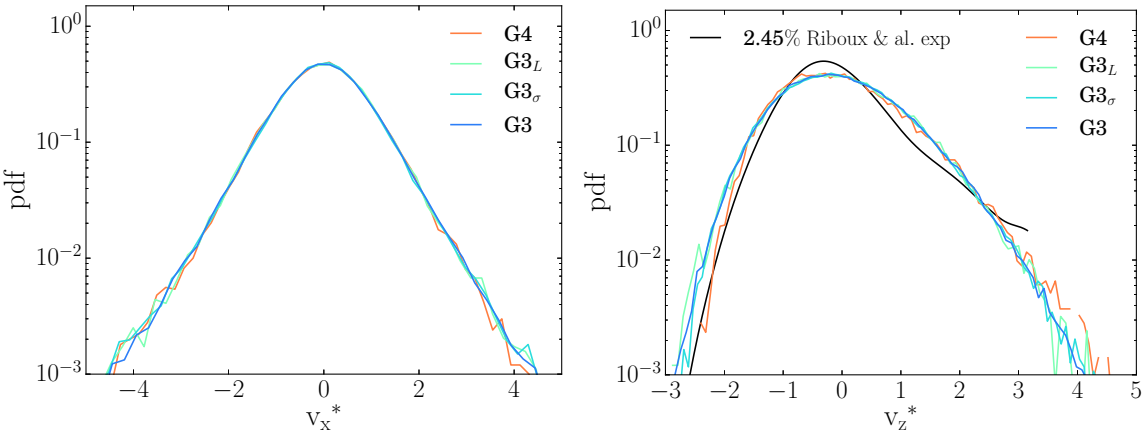


FIGURE 4.21 – PDF normalisées des fluctuations de la vitesse des bulles pour la composante horizontale (gauche) et verticale (droite) à l'échelle semi-logarithmique, pour les différentes simulations numériques.

avec l'expérience de RIBOUX et collab. [2010] dans laquelle une réduction de la vitesse de montée a été mesurée. Cette différence peut être expliquée par le modèle simple de la dynamique des bulles qui empêche leur oscillation de trajectoire.
Pour la même raison, l'écart-type de la vitesse de la bulle est plus petit dans la direction horizontale que verticale et sont tous deux beaucoup plus petits que la vitesse moyenne. La figure 4.21 présente les PDF des vitesses des bulles. On observe que la forme des PDF n'est pas influencée par le choix des paramètres numériques car les quatre simulations donnent des distributions très proches. On remarque également que la vitesse des bulles présente des fluctuations non gaussiennes, avec des formes assez proches des PDF de la vitesse du liquide présentés par la figure 4.17. En effet, dans la direction horizontale, on retrouve une évolution exponentielle des branches positives et négatives, et dans la direction verticale une évolution exponentielle pour les fluctuations positives.

4.4 Conclusion

L'écoulement induit par l'ascension d'un essaim de grosses bulles (de taille millimétrique) est essentiellement piloté par l'interaction entre les sillages des bulles LANCE et BATAILLE [1991]; PRAKASH et collab. [2016]; RIBOUX et collab. [2010] et RISSO [2018]. Pour les fractions de gaz comprises entre 0.1% et 10%, les propriétés les plus marquantes de l'agitation induite par les bulles est la sous-gamme en k^{-3} des spectres de vitesse et l'évolution exponentielle des branches des PDF des vitesses. Afin d'analyser l'écoulement induit par un essaim de bulles homogène, nous avons considéré dans ce travail, des simulations Euler-Lagrange dans lesquelles les bulles sont représentées comme des sources volumiques de quantité de mouvement distribuées sur plusieurs mailles du domaine de calcul. Avec cette méthode, les plus petites échelles de l'écoulement ne sont pas résolues. Le calcul des trajectoires des bulles, et donc des sources de quantité de mouvement, est basé sur la connaissance des forces hydrodynamiques exercées sur chaque bulle. Le calcul précis de ces forces nécessite d'estimer la perturbation auto-induite causée par une bulle afin d'annuler son effet.

Nous proposons dans ce chapitre un modèle analytique pour calculer la perturbation de la vitesse à partir de l'historique du trajet des bulles. Notre modèle, qui peut être considéré comme un modèle de premier ordre, conserve la quantité de mouvement et respecte l'invariance galiléenne. Dans le cas d'une bulle isolée en ascension à grand nombre de Reynolds, le modèle proposé fournit une très bonne estimation de la perturbation de l'écoulement à la position de la bulle, conduisant à une vitesse d'ascension précise et à un échange de quantité de mouvement avec le fluide qui n'est plus erroné. Après avoir étudié l'influence de σ sur le sillage d'une bulle isolée, nous avons

conclu qu'il valait mieux en prendre une petite valeur.
Cependant, on rencontre deux limitations lors de la réduction de σ. Premièrement, le modèle de la perturbation commence à être imprécis pour $\sigma/d_b < 0.25$, probablement à cause des termes non linéaires manquants. Et la deuxième limitation, observée pour les simulations non couplées pour lesquelles le calcul de la perturbation n'est pas nécessaire, c'est que le sillage devient instable et se traduit d'abord par des écoulements non physiques puis par la divergence des simulations pour une nouvelle réduction de σ/d_b.

Nous nous sommes ensuite intéressés à la simulation d'un essaim de bulles homogène pour une fraction volumique d'air de 2%. Nous avons alors pu observer que cette approche Euler-Lagrange est capable de reproduire les grandes échelles de l'écoulement qui résultent essentiellement de l'interaction des bulles à travers leurs sillages. Plus précisément, nous constatons que les grandes échelles des spectres, *i.e.* à des nombres d'ondes inférieurs à $1/d_b$, se comparent bien avec les expériences de RIBOUX et collab. [2010], et en particulier dans la zone évoluant en k^{-3}. De plus, les simulations permettent de reproduire les évolutions en exponentielles des distributions des fluctuations de vitesses en accord avec les expériences et qui sont caractéristiques de l'agitation induite par les bulles. Cette approche, qui résout les grandes échelles de l'écoulement, permettra d'étudier les conditions de stabilité des écoulements à bulles soumis à des conditions aux limites spécifiques ou au couplage comme par exemple la convection thermique dans les colonnes à bulles [ALMÉRAS et collab., 2017, 2016; GVOZDIĆ et collab., 2018]. D'un autre côté, l'un des défauts de cette approche grossière est de mal décrire les petites échelles de l'écoulement. Il en résulte des fluctuations de vitesse trop faibles à des échelles inférieures au diamètre de la bulle avec des PDF des fluctuations qui ne montrent pas la deuxième décroissance exponentielle et des spectres de vitesse auxquels il manque la sous-gamme $k^{-5/3}$ qui est observable dans les expériences. Néanmoins, comme les grandes échelles sont correctement résolues, on pourrait penser que les mécanismes physiques aux petites échelles sont indépendants des détails des interactions entre les sillages, ce qui ouvre la voie à une éventuelle modélisation de ces effets.

Chapitre 5

Résultats pour un écoulement à bulles homogène statistiquement stationnaire

Sommaire

5.1 Introduction 65
5.2 Analyse de l'agitation induite par les bulles à α = 2% 66
5.2.1 Dynamique des bulles 68
5.2.2 Dynamique du liquide 69
5.3 Évolution avec α 87
5.3.1 Dynamique des bulles 88
5.3.2 Dynamique du liquide 92
5.4 Conclusion 100

5.1 Introduction

Pour comprendre l'agitation induite par les bulles on va s'intéresser, dans ce chapitre, au cas d'un essaim de bulles homogène en ascension sous l'effet de la pesanteur. Ce cas permet de se concentrer sur l'agitation induite par les bulles (BIA pour Bubble-induced Agitation) en l'absence de toute autre cause de fluctuations. Dans les écoulements plus complexes, la BIA produit des fluctuations intenses aux échelles du même ordre de grandeur que la bulle. En présence d'hétérogénéité de la fraction volumique de gaz α, il faut aussi considérer la convection naturelle à bulles qui résulte des gradients de masse volumique du mélange gaz-liquide. Lorsque ces hétérogénéités sont modérées, la convection à bulles engendre des cellules de circulation du liquide bien plus grandes que les bulles. Lorsque des hétérogénéités de α sont importantes, elles produisent de la turbulence de cisaillement (SIT, pour Sheared-induced Turbulence). Plus les gradients de α sont intenses, plus la SIT peuple les petites échelles jusqu'à venir se mêler à celles de la BIA. La connaissance de la BIA en situation homogène reste toutefois une étape indispensable à la description de l'agitation et du mélange dans les écoulements à bulles complexes, dont elle constitue souvent la plus importante contribution aux échelles proches ou plus petites que les bulles.

Ce chapitre se divise en deux parties. La première est une analyse comparative de deux configurations différentes, pour une unique fraction volumique d'air de 2%. La première configuration

concerne des bulles fixes les unes par rapport aux autres et sera désignée par "cas fixe". La seconde configuration concerne des bulles mobiles les unes par rapport aux autres et sera désignée "cas mobile". Dans le cas fixe, on s'intéressera notamment à la décomposition des fluctuations de la vitesse liquide entre perturbations localisées et turbulence qui a été a été introduite par RISSO et collab. [2008]. Dans la deuxième partie, nous présenterons et analyserons les résultats des simulations numériques pour des nuages de bulles "mobiles" qui ont été menées à l'aide de la méthode présentée au chapitre précédent pour différentes fractions volumiques d'air.

5.2 Analyse de l'agitation induite par les bulles à $\alpha = 2\%$

Dans cette partie on s'intéresse aux mécanismes de production de fluctuations par les bulles $\alpha = 2\%$, qui est la fraction volumique à partir de laquelle on peut considérer, d'après les résultats expérimentaux, que la BIA est bien développée et présente des caractéristiques indépendante de α. Il faut noter néanmoins qu'avec nos simulations numériques, comme nous le verrons dans la partie suivante, ce seuil semble survenir à des fractions volumiques plus élevées, de l'ordre de 5%. De précédentes études se sont penchées sur la dynamique du liquide lorsqu'un écoulement passe au travers d'un réseau d'obstacles fixes. AMOURA et collab. [2017] ont étudié de manière expérimentale l'écoulement d'un liquide à travers un réseau aléatoire de sphères fixes alors que RIBOUX et collab. [2013] ont conduit des simulations des grandes échelles de l'écoulement aux travers d'un réseau aléatoire de bulles fixes. L'intérêt d'étudier ce type d'écoulement, dans lequel les bulles sont fixes les unes par rapport aux autres, est d'isoler les effets spécifiques des deux contributions de la BIA. Dans cette partie, nous allons comparer deux nuages de bulles qui ont la même fraction volumique d'air ($\alpha = 2\%$), mais dont les bulles sont fixes dans un cas et mobiles dans l'autre. Cette comparaison a pour objectif d'évaluer les effets de la mise en mouvement du liquide par les bulles et de déterminer les caractéristiques des différentes contributions dans le cas du nuage où les bulles sont fixes.

Rappel de la décomposition des fluctuations de vitesse du liquide pour un nuage de bulles fixes

Nous rappelons ici brièvement la méthode de décomposition du cas fixe introduite par RISSO et collab. [2008]. Peu de configurations permettent de réaliser cette décomposition. En étudiant un nuage homogène de bulles bidimensionnelles à grand nombre de Reynolds (~ 500) dans une cellule de Hele-Shaw, BOUCHE et collab. [2012, 2014] s'affranchissent de turbulence induite par les bulles BIT (pour bubble induced turbulence). En effet, BIT ne parvient pas à se développer dans ce type d'écoulement à cause du confinement entre les parois de la cellule. L'agitation induite par les bulles résulte donc uniquement de la superposition des contributions localisées des bulles (LBD pour Localized Bubble Disturbance). Cette contribution localisée comprend une perturbation d'origine potentielle causé par la présence de la bulle et des sillage générée par chaque bulle. Cependant cette configuration bidimensionnelle ne permet pas d'extrapoler les résultats à un cas réel tridimensionnel. En effet dans cette configuration la décroissance des sillage est controlée par le frottement avec les parois de la cellule. Ainsi, seul l'écoulement tridimensionnel au sein d'un essaim de bulles fixes permet d'étudier les mécanismes de la BIT et de la LBD.

On note $\boldsymbol{u}_\mathrm{B}(\boldsymbol{x}, t)$ le champ de vitesse du liquide obtenu pour une configuration donnée des positions relatives des bulles, l'indice B faisant référence à la disposition spécifique des bulles considérée pour ce champ de vitesse. On décompose ce champ de vitesse en 2 parties :

$$\boldsymbol{u}_\mathrm{B}(\boldsymbol{x}, t) = \overline{\boldsymbol{u}}_\mathrm{B} + \boldsymbol{u}'_\mathrm{B} \tag{5.1}$$

La première partie correspond à la moyenne de ce champ sur un ensemble de conditions initiales pour la vitesse du fluide en gardant toujours la même distribution relative des bulles. Formellement, cela correspond à une moyenne d'ensemble conditionné à un arrangement spécifique des

bulles. La seconde partie sera la fluctuation autour de champ moyen. En pratique, pour un régime statistiquement stationnaire, cette moyenne d'ensemble sera calculée par une moyenne temporelle :

$$\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{B}}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{\mathrm{T}} \int_{t_0}^{t_0+\mathrm{T}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{B}}(\boldsymbol{x}, t)\, dt \quad . \tag{5.2}$$

Le champ moyen $\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{B}}(\boldsymbol{x})$ représente les fluctuations spatiales qui sont directement liées à la perturbation moyenne induite par les bulles dans leur proche voisinage, la LBD. Le champ fluctuant $\boldsymbol{u}'_{\mathrm{B}}(\boldsymbol{x}, t)$ correspond à la BIT dont l'origine vient des instabilités générées par les interactions entre les sillages moyens.
On introduit maintenant une deuxième étape statistique qui consiste à faire la moyenne sur l'ensemble des configurations spatiale des bulles. Cette étape est nécessaire pour homogénéiser l'écoulement et comparer les écoulements induits par des nuages fixes ou mobiles. Ainsi la moyenne d'ensemble de la vitesse sera définie de façon formelle comme :

$$\langle \boldsymbol{u} \rangle = \int \boldsymbol{u}_{\mathrm{B}} \mathrm{P}(\mathrm{B} = b)\, db \tag{5.3}$$

où $\mathrm{P}(\mathrm{B} = b)$ désigne la probabilité d'observer une distribution spécifique de bulles. On peut noter qu'en régime stationnaire la moyenne d'ensemble de la vitesse est constante du fait de l'homogénéité. Ainsi dans le référentiel où le nuage de bulles est fixe, nous aurons $\langle \boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t) \rangle = -v_0 \boldsymbol{e}_z$, avec v_0 qui est considéré ici comme la vitesse de glissement entre les deux phases. En introduisant la décomposition (5.1) dans (5.3), on trouve que $\langle \boldsymbol{u}'_{\mathrm{B}} \rangle = 0$ et $\langle \overline{\boldsymbol{u}_{\mathrm{B}}} \rangle = \langle \boldsymbol{u} \rangle = -v_0 \boldsymbol{e}_z$ (en restant dans le référentiel où les bulles sont fixes). De plus, pour la variance nous pouvons écrire que :

$$\langle \boldsymbol{u}^2 \rangle = \langle \overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{B}}^2 \rangle + \langle \boldsymbol{u}'^2_{\mathrm{B}} \rangle \tag{5.4}$$

Il faut remarquer que puisque l'on considère des conditions homogènes et stationnaires les quantités résultantes de la moyenne sur l'ensemble des configurations des bulles ne dépendent ni de l'espace ni du temps. Ainsi nous calculerons, en pratique, ces moyennes comme une moyenne spatio-temporelle et nous ne considérerons dans la suite qu'une seule répartition de bulles fixe. Cela revient à considérer que le domaine spatial est suffisamment grand pour représenter toutes les configurations possibles de sous-groupes de bulles. Puisque nous ne considérons qu'une seule configuration des bulles nous simplifions les notations dans la suite en omettant l'indice B pour le champ de vitesse du liquide.

A partir de l'analyse des fonctions de densités de probabilités des fluctuations de vitesse du liquide, Risso [2016] construit un modèle pour la BIA à partir des contribution de la BIT et de la LBD. Cette dernière combine deux contributions : celle des sillages moyens et celle de l'écoulement potentiel dans le champ proche de la bulle. La figure 5.1 illustre cette décomposition. Les caractéristiques de la LBD et de la BIT sont détaillés par Risso [2018]. Nous en faisons un résumé dans le tableau 5.1.

LBD	BIT
Anisotrope, inhomogène	quasi isotrope et homogène
pdf non gaussienne avec ailes exponentielles	pdf non gaussienne avec ailes exponentielles
spectre en k^{-3}	spectre en k^{-3}

TABLEAU 5.1 – Caractéristiques générales de la LBD et de la BIT

La suite de cette partie est organisée de la manière suivante. On présente dans un premier temps les paramètres des simulations, puis on analyse les résultats pour les bulles et le liquide en décomposant LDB et BIT dans le cas fixe.

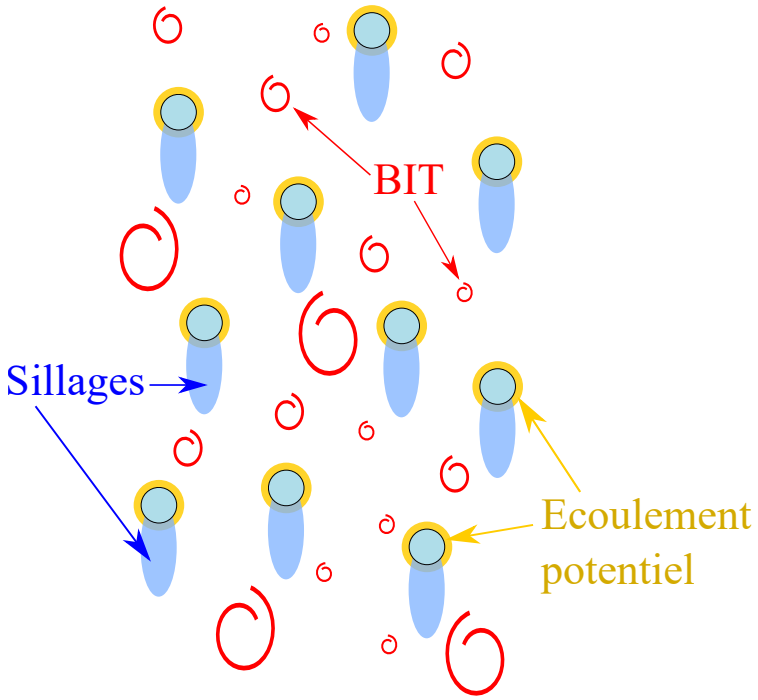


FIGURE 5.1 – Représentation schématique de l'agitation induite par les bulles dans un écoulement homogène.

Domaine de calcul et conditions aux limites

Le tableau 5.2 présente les propriétés du liquide et les paramètres numériques utilisés pour le cas fixe et pour le cas mobile. Les conditions aux limites sont périodiques et les bulles sont initialement positionnées de manière aléatoire, mais en respectant une distance minimale entre chaque bulles (de 1.5 diamètres entre leur centre) pour éviter qu'elles ne se recouvrent. Leur vitesse initiale est nulle.
À noter que pour le cas mobile, l'état initial est issu d'une juxtaposition et d'une interpolation des champs (voir la figure 4.14) d'un cas ayant tourné sur un domaine de calcul plus petit avec des mailles plus grandes. Le but de cette manœuvre est de faire converger plus rapidement les simulations vers un état statistiquement stationnaire.

α	d_b	ν (m^2/s)	N_i	L_i/d_b	σ/d_b	N_b
0.02	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	13102

TABLEAU 5.2 – Caractéristiques pour le cas mobile et le cas fixe. d_b est le diamètre des bulles, ν la viscosité cinématique du liquide, N_i est le nombre de mailles dans la direction i et L_i/d_b est le rapport entre la longueur du domaine de calcul dans la direction i et le diamètre des bulles, σ est la largeur caractéristique du noyau gaussien et N_b le nombre de bulles.

5.2.1 Dynamique des bulles

Dans le cas fixe, les bulles sont immobiles les unes par rapport aux autres. Sous l'effet de la gravité elles montent toutes à la vitesse qu'on leur a imposée. À un changement de repère galiléen près, cette configuration est équivalente à celle d'un écoulement à travers un réseau de bulles fixes. La vitesse moyenne des bulles correspond à celle de la bulle isolée v_0 et sa variance est nulle. Dans le cas mobile, les bulles, qui ont initialement une vitesse nulle, se mettent en mouvement en raison de la gravité et ne sont pas fixes les unes par rapport aux autres. La méthode présentée au chapitre 4 permet de calculer correctement les forces exercées par le liquide sur les bulles. La

moyenne de la vitesse des bulles et ses différents moments statistiques obtenus dans l'état stationnaire sont présentés dans le tableau 5.3. Ces résultats pour α = 2% fournissent des premières indications sur la simulation des mouvements des bulles. Tout d'abord, la vitesse moyenne d'ascension est légèrement plus grande que la vitesse terminale de la bulle isolée. Or, il est généralement observé le contraire dans les expériences. Nous reviendrons sur cette observation un peu plus loin lorsque nous ferons varier α. On peut également noter un coefficient de dissymétrie positif , à l'instar de ce qui est observé dans les expériences. La valeur positive de la dissymétrie verticale peut être attribuée à l'effet d'entraînement des bulles situées dans le sillage d'une bulle qui les précédent.

Cas	$\langle v_z \rangle / \boldsymbol{v}_0$	$\langle v_z^2 \rangle / \langle v_z \rangle^2$	$\langle v_x^2 \rangle / \langle v_z^2 \rangle$	skewness x	skewness z	flatness x	flatness z
mobile	1.024	0.029	0.102	0.017	0.224	5.12	2.93

TABLEAU 5.3 – Moyennes, variances, dissymétrie (skewness) et aplatissement (flatness) de fluctuations des vitesses des bulles pour le cas mobile

5.2.2 Dynamique du liquide

La visualisation des champs instantanés de la vitesse du liquide à différents instants avant la convergence vers l'état stationnaire pour le cas fixe nous permet d'observer le développement des sillages derrière les bulles et leurs interactions (voir la figure 5.2). Le temps nécessaire pour que les interactions entre les sillages se développent est d'environ 1 seconde. Si on ne s'intéresse donc qu'à l'état stationnaire, on ne remarque aucune différence significative en comparant les figures 5.2 et 5.3 entre les cas fixes et mobiles sur ces instantanés de la vitesse verticale dans un plan vertical. Pour aller plus loin dans l'analyse, nous allons décomposer les fluctuations du cas fixe en la contribution locale des bulles (LBD) et celle de la turbulence (BIT) et conduire une comparaison systématique de toutes les propriétés statistiques des fluctuations totales des cas fixes et mobiles.

Décomposition des champs instantanés du cas fixe

La figure 5.4 montre la composante verticale et une composante horizontale pour un instantané du champ total, pour le champ moyen et pour un instantané du champ fluctuant. On peut y voir, de haut en bas, le champ total $\boldsymbol{u}(x,t)$ puis le champ moyen $\overline{\boldsymbol{u}}(x)$ (LBD) et le champ fluctuant $\boldsymbol{u}'(x,t)$ (BIT). La colonne de gauche correspond à la composante verticale et la colonne de droite à une composante horizontale.
On s'intéresse dans un premier temps à la direction verticale. On voit que le champ moyen est inhomogène et fortement anisotrope avec la présence de structures allongées, qui sont la manifestation des sillages des bulles. Le champ fluctuant $u_z'(x,t)$ est quant lui bien plus isotrope. D'autre part, la longueur des sillages moyens est plus courte que le sillage de la bulle isolée. Cela est dû au mécanisme d'écrantage décrit par HUNT et EAMES [2002] qui explique que la longueur des sillages se raccourcit en raison des interactions entre sillages des bulles voisines par annihilation des vorticités de signe opposé. Dans la direction horizontale, les fluctuations sont isotropes, mais plus faibles que dans la direction verticale. Par ailleurs le champ moyen présente une intensité bien plus faible que le champ fluctuant. Le champ total, dans la direction horizontale, est donc majoritairement influencée par les fluctuations.
Ces premières observations sont cohérentes avec les propriétés mises en évidence par les travaux précédents et sont similaires aux résultats des simulations d'un nuage fixe obtenue par RIBOUX et collab. [2013] (voir la figure 5.5).

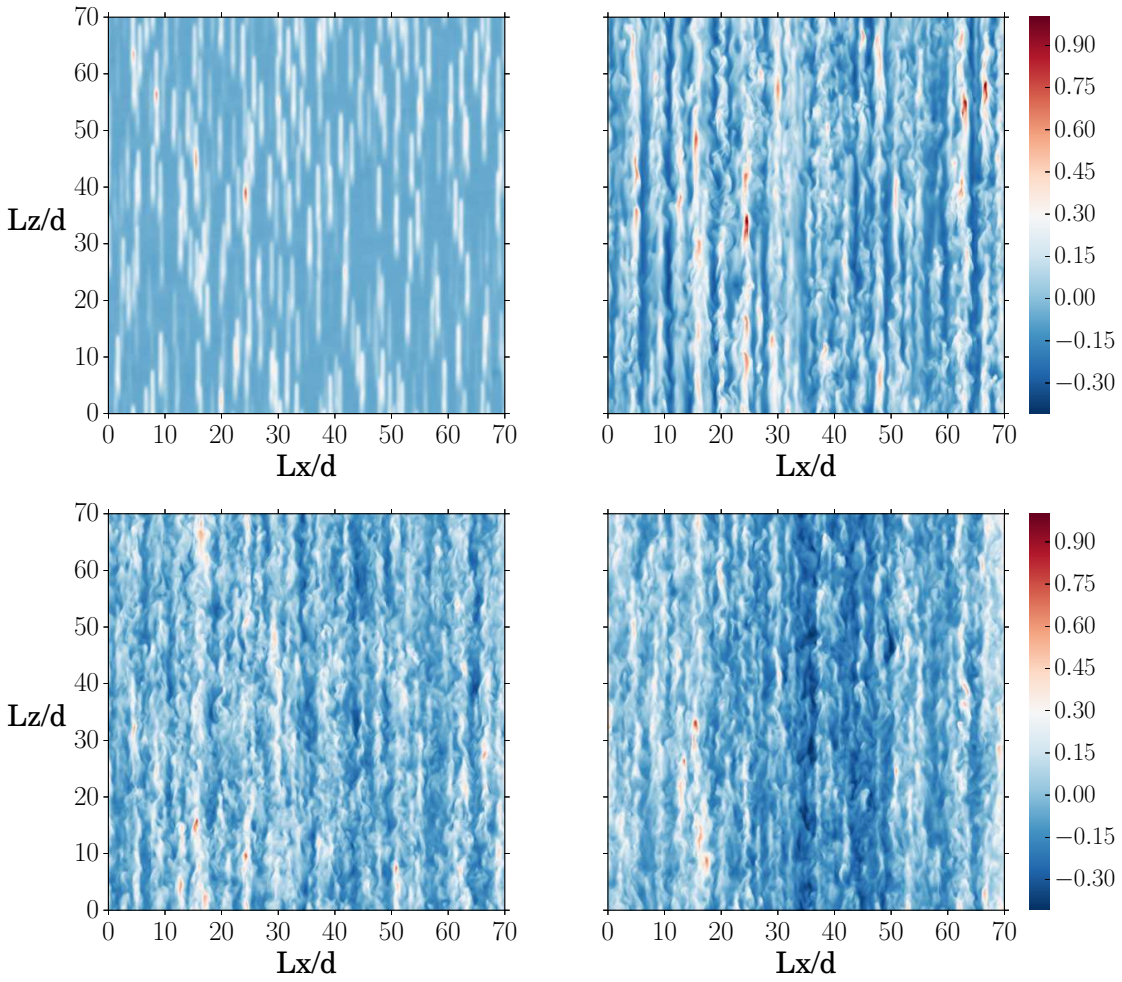


FIGURE 5.2 – Champs instantanés de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse de la bulle isolée pour la simulation du cas fixe à différents instants de la phase transitoire en haut et en bas à gauche (0.1, 0.7 et ls) et lors de l'état statistiquement stationnaire en bas à droite

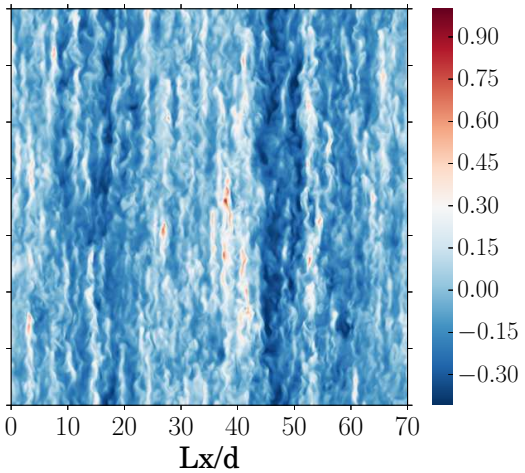


FIGURE 5.3 – Champs instantanés de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse de la bulle isolée à l'état stationnaire (bulles mobiles).

Moments et PDF du liquide

On s'intéresse maintenant aux moments et aux fonctions de densités de probabilités (pdf) du liquide pour les cas fixe et mobile.

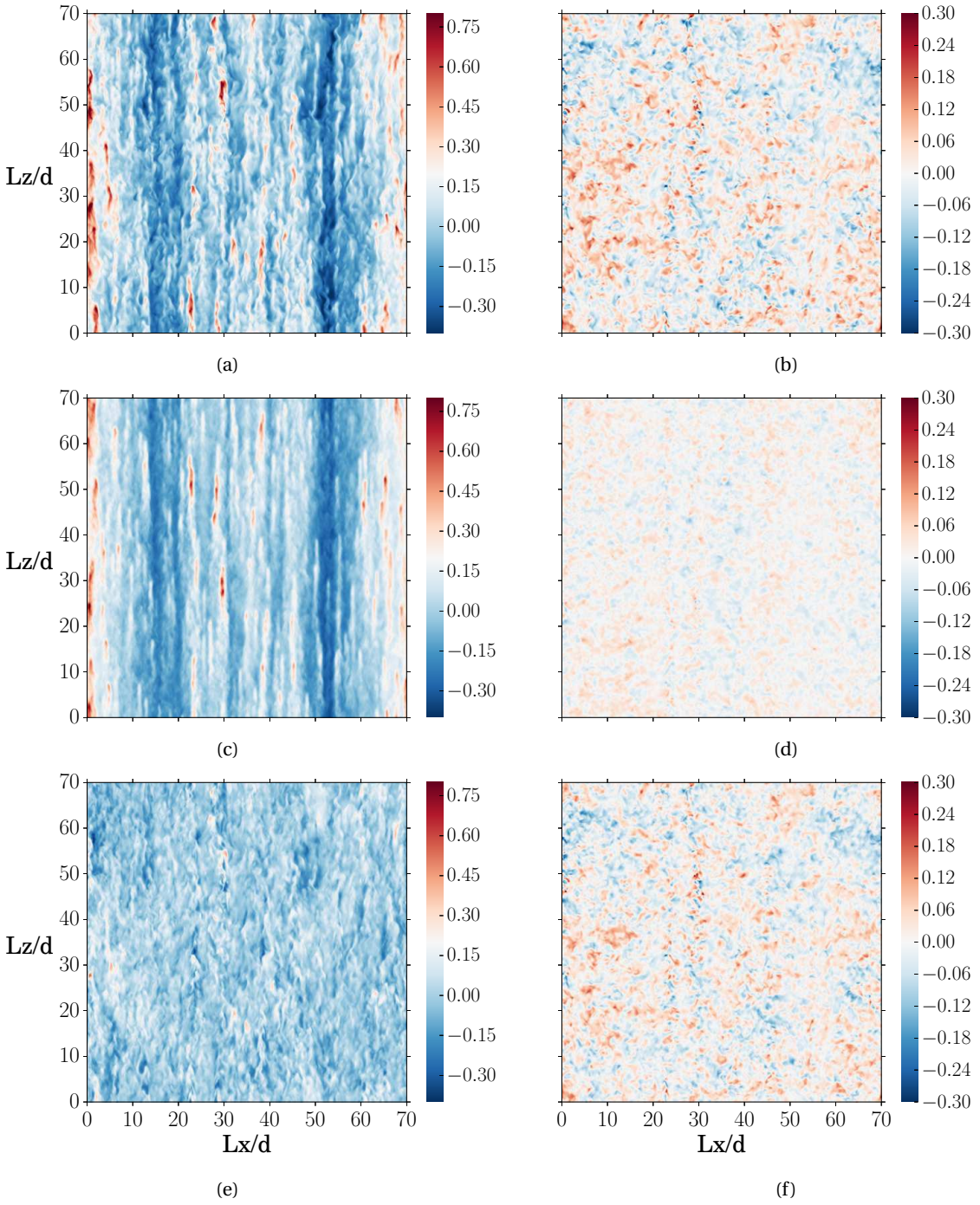


FIGURE 5.4 – Plans verticaux de la vitesse verticale (a-c-e) et horizontale (b-d-f) du liquide normée par la vitesse de la bulle isolée. Décomposition du champ de vitesse en : (a-b) fluctuation totale $\boldsymbol{u}(x,t)$, (c-d) fluctuation spatiale $\overline{\boldsymbol{u}}(x)$, (e-f) fluctuation temporelle $\boldsymbol{u}'(x,t)$.

La variance, la dissymétrie et l'aplatissement des fluctuations des vitesses du liquide sont présentés dans le tableau 5.4 et ce pour chaque contribution du cas fixe et pour le cas mobile. On observe que les moments de la fluctuation totale des cas fixe ($\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$) et mobile ont des valeurs proches. Cependant, si elles sont identiques dans la direction verticale, on note qu'il y a légèrement plus d'énergie dans le cas mobile dans la direction horizontale. Cela est probablement une conséquence directe de la mobilité des bulles dans le plan horizontal. On peut également remarquer que la somme des variances des fluctuations spatiales $\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$ et temporelles $\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x},t)$ permet de retrouver les variances des fluctuations totales $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ en accord avec l'équation (5.4).

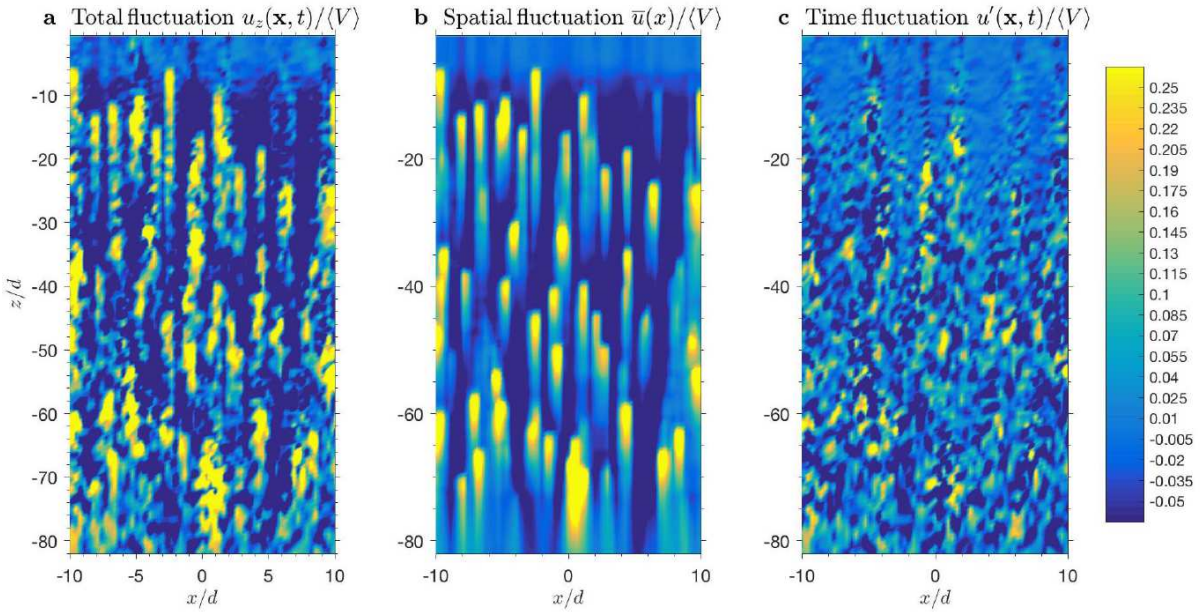


FIGURE 5.5 – Champs de la vitesse verticale dans un plan vertical simulés par [RIBOUX et collab., 2013] pour un nuage de bulle à $\alpha = 2.5\%$ et $d_b = 2.5$mm. Décomposition des fluctuations de la vitesse comme présentée par RISSO et collab. [2008] : (a) fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$, (b) fluctuation spatiale $\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$, (c) fluctuation temporelle $\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x},t)$.

Fluctuation	$\langle \bullet_x^2\rangle/\langle \boldsymbol{v}_z\rangle^2$	$\langle \bullet_z^2\rangle/\langle \boldsymbol{v}_z\rangle^2$	$\langle \bullet_x^2\rangle/\langle \bullet_z^2\rangle$	skewness x	skewness z	flatness x	flatness z
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$	0.00274	0.031	0.09	-0.0107	0.55	3.77	3.61
$\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$	0.00056	0.0252	0.022	0.0013	0.54	3.53	3.46
$\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x},t)$	0.00217	0.0057	0.38	-0.0105	0.19	3.67	3.87
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ mobile	0.0031	0.029	0.105	-0.0026	0.31	3.70	3.14

TABLEAU 5.4 – Moyennes, variances, dissymétrie et aplatissement pour les fluctuations des vitesses du liquide pour les différentes contributions du cas fixe et pour le cas mobile. Les variances sont normalisées par le carré de la vitesse moyenne des bulles dans la direction verticale.

Dans le cas fixe et dans le cas mobile la variance verticale est plus importante que la variance horizontale (respectivement d'un facteur 11 et 9), ce qui est en accord avec toutes les études expérimentales précédentes depuis [LANCE et BATAILLE, 1991]. Dans la direction verticale, le cas fixe montre que, la variance de la fluctuation spatiale est la contribution la plus importante et représente environ 80% de la variance totale. Dans la direction horizontale, c'est la contribution temporelle qui est la plus importante et représente environ 80% de la fluctuation totale. Ce qui montre qu'une grande partie de l'énergie cinétique de la BIA est contenue dans les sillages moyens et n'est donc pas de nature turbulente.

RISSO et ELLINGSEN [2002] ont proposé une corrélation pour décrire les écart-types du liquide qui dépend de la vitesse terminale de la bulle isolée (v_0) et de la fraction volumique d'air α, qui a été vérifiée par la suite dans d'autres études [MARTÍNEZ-MERCADO et collab., 2007; RIBOUX, 2007; RIBOUX et collab., 2010] :

$$\langle u_x^2\rangle^{1/2} = \gamma_x \langle v_0\rangle \alpha^{0.4} \tag{5.5}$$

$$\langle u_z^2\rangle^{1/2} = \gamma_z \langle v_0\rangle \alpha^{0.4} \tag{5.6}$$

Par exemple pour des bulles de 2.5mm de diamètre RIBOUX et collab. [2010] indiquent les valeurs

suivantes pour γ_x et γ_z : 0.13 et 0.18 avec une vitesse v_0 de 0.305 m/s. La comparaison avec nos résultats pour α = 2% est présentée dans le tableau 5.5.
On peut voir que les écart-types des expériences sont plus importants que ceux de nos simulations numériques. C'est particulièrement le cas dans la direction horizontale dans laquelle nos simulations numériques, pour la fluctuation totale, ne comptent qu'environ 30% de l'écart-type expérimental. Dans le cas fixe, les bulles n'ont aucune mobilité dans le plan horizontal, ce qui réduit l'énergie transmise au liquide dans ce plan. Dans le cas mobile, les bulles se déplacent bien les unes par rapport aux autres. Cependant, on sait que les bulles de la taille considérée présentent des oscillations de trajectoire, même lorsqu'elles sont isolées [SAFFMAN, 1956] et [AYBERS et TAPUCU, 1969; ELLINGSEN et RISSO, 2001]. Ces oscillations qui sont dues à l'instabilité de leur sillage sont en général plus intenses que celle qui résultent des interactions entre bulles. Elles sont absentes des nos simulations où le sillage de la bulle isolée reste stable en raison de la description idéalisée de la dynamique adoptée dans cette étude. Ceci explique probablement le fort déficit de fluctuations horizontales et le fait que le rapport entre les écart-types verticaux et horizontaux des fluctuations totales $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ est proche entre le cas mobile et le cas fixe mais reste 2 fois plus important par rapport aux expériences.

Fluctuation	$\langle \bullet_x^2 \rangle^{1/2}/v_0$	$\langle \bullet_z^2 \rangle^{1/2}/v_0$	$\sqrt{\langle \bullet_z^2 \rangle / \langle \bullet_x^2 \rangle}$
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ fixe	0.053	0.177	3.34
$\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$	0.024	0.159	6.63
$\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x},t)$	0.047	0.076	1.62
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ mobile	0.057	0.175	3.1
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ expériences*	0.170	0.236	1.4

TABLEAU 5.5 – Écart-types des fluctuations totales du liquide pour les cas fixe et mobile dans les directions verticale et horizontale normalisés par la vitesse verticale de la bulle isolée. Comparaison avec les valeurs issues des expériences de RIBOUX et collab. [2010].

Pour le cas fixe, il y a une grande différence entre les fluctuations spatiales et les fluctuations temporelles dont le rapport est de 6.63 et 1.62 respectivement. Cela montre à nouveau le caractère fortement anisotrope de la fluctuation spatiale qui représente les sillages moyens des bulles. La fluctuation temporelle est quant à elle bien plus isotrope que les fluctuations totales et spatiales ce qui est en accord avec les caractéristiques que nous avons listées dans le tableau 5.1.

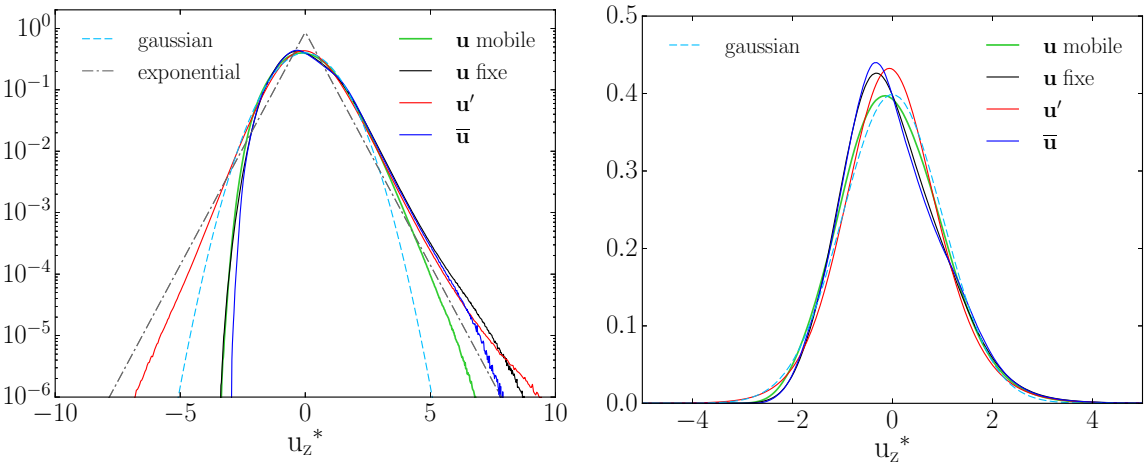
Composante	$\varepsilon/(g\langle \boldsymbol{v}_z \rangle)$	$E_f/\langle \boldsymbol{v}_z \rangle^2$	$E_f^{3/2}/(\varepsilon d)$
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ fixe	0.00156	0.0182	6.0
$\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$	0.00052	0.0132	11.0
$\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x},t)$	0.001035	0.005	1.3
$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ mobile	0.00177	0.0131	5.2

TABLEAU 5.6 – Dissipation d'énergie (ε) et énergie cinétique des fluctuations (E_f) pour les cas fixe et mobiles

Le tableau 5.6 présente la dissipation d'énergie moyenne ($\varepsilon = \frac{\nu}{2}\langle \left(\nabla \boldsymbol{u} + \nabla \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\right)^2 \rangle$) et l'énergie cinétique moyenne des fluctuations (E_f) pour le cas fixe et le cas mobile. Pour la fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$, les valeurs pour la dissipation d'énergie et l'énergie cinétique des fluctuations sont légèrement plus importante pour le cas mobile. Pour le cas fixe, on considère séparément la dissipation visqueuse des deux contributions. On définit simplement la dissipation visqueuse associée aux champ moyen comme $\varepsilon = \frac{\nu}{2}\left(\nabla \overline{\boldsymbol{u}} + \nabla \overline{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{T}}\right)^2$ et celle associée aux fluctuations spatio-temporelle comme $\varepsilon = \frac{\nu}{2}\langle \left(\nabla \boldsymbol{u}' + \nabla \boldsymbol{u}'^{\mathrm{T}}\right)^2 \rangle$. On observe que la fluctuation temporelle, c'est-à-dire la turbulence,

contribue aux deux-tiers de la dissipation totale. Ce qui indiquent que les gradients moyens sont moins intenses que leur fluctuations. Quant à l'énergie cinétique des fluctuations, elle est essentiellement due à la fluctuation spatiale (70%), ce qui est en accord avec les observations faites plus tôt sur les variances et les écart-types, et provient des sillages moyens.

Les figures 5.6 et 5.7 présentent les densités de probabilités des fluctuations de vitesse du liquide. Elles montrent respectivement les PDF centrées et normées pour la composante verticale et pour une composante horizontale. $u^* = u/\langle u^2\rangle^{1/2}$. Les PDF sont systématiquement présentées à la fois sous forme de tracés linéaires pour bien mettre en évidence les échelles de vitesse les plus probables et sous forme semi-logarithmiques pour mettre en évidence les évolutions exponentielles.



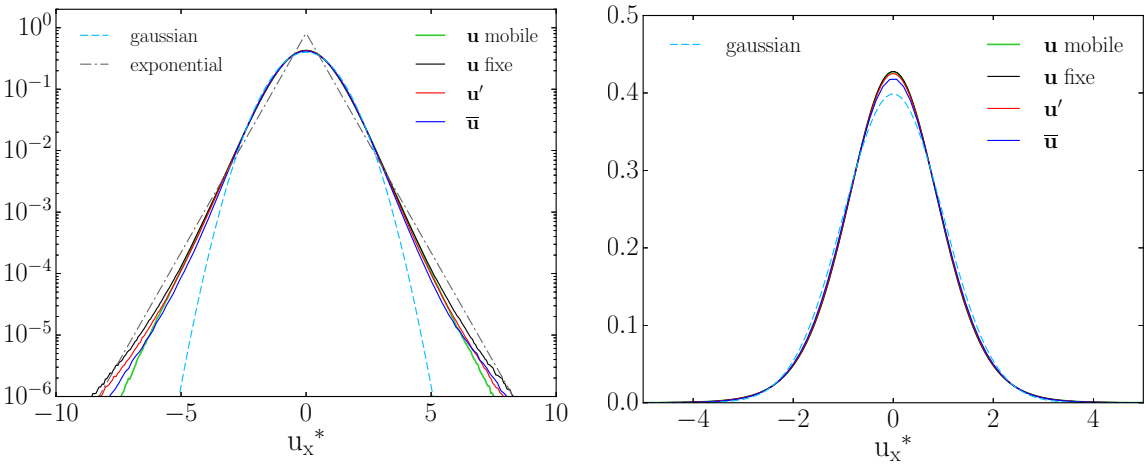
(a) Échelle semi-logarithmique

(b) Échelle linéaire

FIGURE 5.6 – PDF des fluctuations de la vitesse du liquide dans la direction verticale centrées et normées par leur écart-type respectif pour le cas fixe et le cas mobile. La courbe en pointillés bleu est une gaussienne $G(x) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma)\exp(-x^2/2\sigma^2)$ avec $\sigma = 1$, et l'exponentielle est représentée par $P(x) = 1/(\sqrt{2}\lambda)\exp(-\sqrt{2}|x|/\lambda)$ avec $\lambda = 0.81$

On s'intéresse dans un premier temps aux PDF dans la direction verticale, présentés sur la figure 5.6. On compare d'abord la fluctuation totale du cas fixe (courbe noire) et du cas mobile (courbe verte). On observe que les PDF ne sont pas gaussiennes et qu'elles se superposent remarquablement pour le événements les plus probables. Seuls les événements rares ont des densités de probabilités qui diffèrent, notamment dans la branche positive : la probabilité est plus grande de trouver de fortes fluctuations positives dans le cas fixe que dans le cas mobile. Leur allure est cependant similaire. Toutes deux sont dissymétriques avec une aile positive qui évolue exponentiellement et qui est représentative des sillages des bulles. La branche négative n'exhibe pas l'évolution en exponentielle observée dans les expériences et interprétée comme une combinaison de la BIT et de l'écoulement potentiel selon RISSO [2016].
On s'intéresse maintenant à la décomposition entre LBD et BIT faite pour le cas fixe. On peut voir que les PDF de la fluctuation totale et de la fluctuation spatiale sont assez proches. Ce qui veut également dire que la contribution de la BIT à la fluctuation totale $u_z(\boldsymbol{x}, t)$ est faible en accord avec ce que nous avons observé pour les variances. Toujours sur la figure 5.6, on voit que les PDF de la fluctuation temporelle (courbe rouge) et de la fluctuation spatiale (courbe en trait plein bleu) sont très différentes. Pour la fluctuation spatiale on retrouve les mêmes caractéristiques que la fluctuation totale : dissymétrie avec une plus grande probabilité de trouver des évènements positifs et une branche positive exponentielle qui est la signature des sillages des bulles. La PDF de la fluctuation temporelle est également dissymétrique avec des évènements positifs plus nombreux et plus fréquents. Cependant cette dissymétrie est nettement moins prononcée que pour les fluctua-

tions totale et spatiale, ce qui est accord avec les valeurs des coefficients de dissymétrie montrés au le tableau 5.4. Les branches positives et négatives de la fluctuation temporelle évoluent exponentiellement, ce qui est en accord avec la modélisation de la BIT faite par RISSO [2016].



(a) Échelle semi-logarithmique

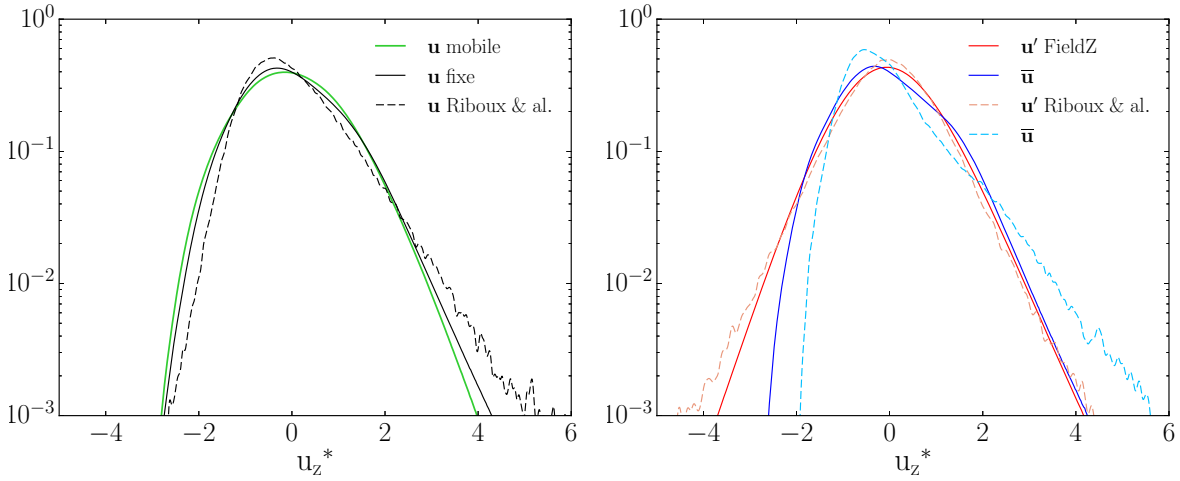
(b) Échelle linéaire

FIGURE 5.7 – PDF des fluctuations de la vitesse du liquide dans la direction horizontale (ici Ox) centrées et normées par leur écart-type respectif pour le cas fixe et le cas mobile. La courbe en pointillés bleu est une gaussienne $G(x) = 1/(\sqrt{2\pi}\sigma)\exp(-x^2/2\sigma^2)$ pour $\sigma = 1$, et l'exponentielle est représentée par $P(x) = 1/(\sqrt{2}\lambda)\exp(-\sqrt{2}|x|/\lambda)$ pour $\lambda = 0.86$

On s'intéresse maintenant aux résultats dans la direction horizontale présentés sur la figure 5.7. On compare d'abord les PDF de la fluctuation totale du cas fixe (courbe noire) avec celle du cas mobile (courbe verte). On observe que les PDF se recouvrent, leur allure est la même : symétrique avec des branches qui évoluent en exponentielle.
Si on s'intéresse maintenant qu'au cas fixe et à ses deux contributions, on peut voir que les trois PDF ont des allures similaires. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment avec l'étude des variances et l'analyse de champs de vitesses montrés sur la figure 5.4, les sillages moyens des bulles causent très peu d'agitation dans le plan horizontal. C'est donc essentiellement la turbulence (BIT), qui est à l'origine des fluctuations dans le plan horizontal.

RIBOUX et collab. [2013] ont également conduit des simulations numériques de nuages de bulles fixes dans le but de caractériser la fluctuation spatiale et la fluctuation temporelle de l'agitation induite par les bulles. Notre configuration est semblable à la leur, mais à été obtenu avec une méthode numérique et une résolution différente. La figure 5.8 compare leurs PDF aux nôtres. On peut voir que les PDF pour la fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$ sont assez similaires (figure 5.8a) avec une dissymétrie légèrement plus accentuée pour les résultats de RIBOUX et collab. [2013] et des évolutions en exponentielles des branches positives et négatives légèrement plus nettes. La décomposition de la fluctuation totale, visible sur la figure 5.8b, montre peu de différence entre nos résultats et ceux de RIBOUX et collab. [2013]. En effet, les PDF des fluctuations temporelles sont très similaires. Les différences observables entre les PDF des fluctuations totales proviennent donc des contributions spatiales. On peut observer sur la figure 5.8b que, les PDF des fluctuations spatiales ont des allures similaires mais avec une dissymétrie plus franche pour les simulations de RIBOUX et collab. [2013].

Cette première analyse des moments et des PDF des fluctuations du liquide nous a permis de retrouver plusieurs caractéristiques de l'agitation à bulles et de ses deux contributions. Ainsi, on a pu voir en observant les champs de vitesses que la LBD était anisotrope et inhomogène (au sens où l'on distingue nettement la présence du réseau de bulle) et que la BIT était quasiment isotrope



(a) fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$

(b) fluctuation spatiale $\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$ et temporelle $\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x}, t)$

FIGURE 5.8 – PDF des fluctuations de la vitesse du liquide, dans la direction verticale, centrées et normées par leur écart-type respectif, pour le cas fixe et le cas mobile. Comparaison avec les simulations LES de [RIBOUX et collab., 2013] pour $\alpha = 2.4\%$

et homogène. Ces propriétés se sont confirmées en analysant les moments et les PDF du liquide, bien que les simulations sous-estiment fortement les variances du liquide par rapport aux expériences. Pour les PDF on retrouve les propriétés notables que sont : la forme non gaussienne avec des ailes exponentielles, une contribution majeure de la LBD dans la direction verticale qui est due aux sillages moyens une contribution majeure de la BIT dans la direction horizontale.

Analyse dans le plan spectral

Nous nous intéressons maintenant aux spectres. En particulier, nous souhaitons vérifier si nos simulations nous permettent de retrouver une zone k^{-3}. De plus, nous proposerons un bilan d'énergie dans le domaine spectral afin de comprendre comment l'énergie est répartie entre les différentes échelles de longueurs. Nous rappelons ici brièvement comment sont obtenus les spectres d'énergie uni- et tridimensionnels. Pour chaque composante du champ instantané de la vitesse du liquide u_i, nous calculons la moyenne temporelle (ou d'ensemble) de la densité spectrale d'énergie obtenue par transformé de Fourier et multiplication par le complexe conjugué :

$$E_i(\boldsymbol{k}) = \langle \hat{u}_i \hat{u}_i^* \rangle \tag{5.7}$$

(remarquez que dans cette expression il n'y a pas de sommation sur les indices répétés). Le spectre 1D pour la direction j, $S_{ij}(k_j)$, est obtenu en intégrant cette densité spectrale sur les plans perpendiculaires à la direction j. Ainsi pour le spectre 1D de la composante verticale de la vitesse dans la direction verticale nous avons :

$$S_{zz}(k_z) = \iint E_z(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y \tag{5.8}$$

et pour le spectre 1D d'une composante horizontale dans la même direction verticale nous notons par exemple :

$$S_{xx}(k_x) = \iint E_x(k_x, k_y, k_z) dk_y dk_z. \tag{5.9}$$

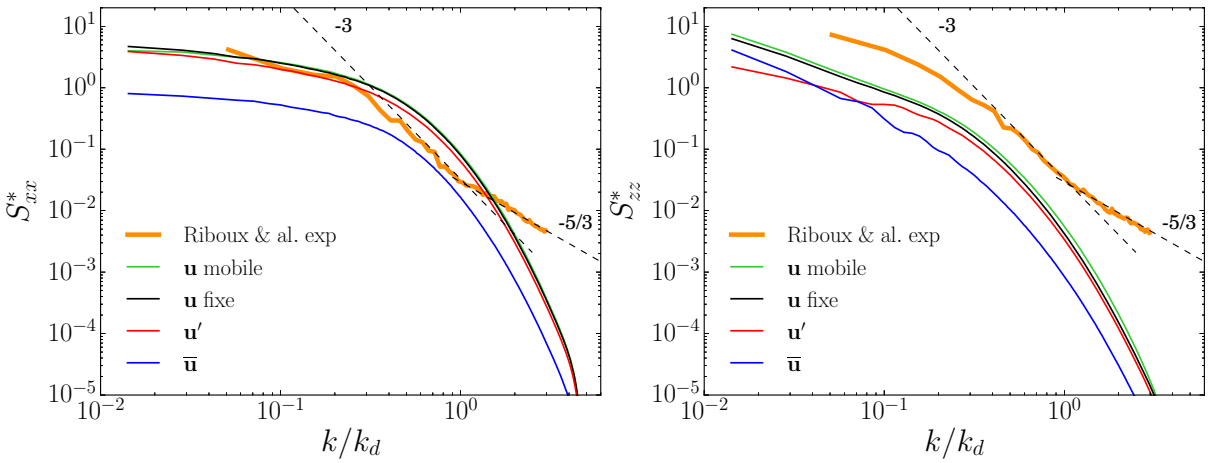
Le spectre 3D de l'énergie cinétique est obtenu en sommant les densités spectrales des trois composantes et en les intégrant sur la surface de la sphère correspondant à l'ensemble des nombres

d'onde de module k. Nous le notons S_{3D} :

$$S_{3D}(k) = \iiint \frac{1}{2} \sum_i E_i(k_x, k_y, k_z) \delta(|\boldsymbol{k}| - k) d^3k \tag{5.10}$$

avec δ la distribution de Dirac ($\int \delta(x)dx = 1$ et $\delta(x) = 0$ pour $x \neq 0$). Notez que $S_{ij}(k_j)dk$ et $S_{3D}(k)dk$ sont tout les deux homogènes au carré de la vitesse (soit une énergie cinétique par unité de masse) et que l'intégrale $\int S_{ij}(k_j)dk$ est égale à la variance de la composante i de la vitesse et que $\int S_{3D}(k)dk$ donne l'énergie cinétique du liquide (par unité de masse). Dans le cas de la simulation avec les bulles fixes, cette procédure est appliquée à la fois à $\boldsymbol{u}$, $\overline{\boldsymbol{u}}$ et $\boldsymbol{u}'$ afin d'obtenir les spectres de du champ total ainsi que du champ moyen (LBD) et du champ fluctuant (BIT).

La figure 5.9 présente les spectres monodimensionnels pour les cas fixe et mobile normalisés comme suit : $S^*_{ii} = k_d S_{ii} / \int S_{ii} \mathrm{dk}$ avec $k_d = 2\pi/d$. Notons que pour le cas fixe tous les spectres sont normalisés par la variance de la fluctuation totale.
La comparaison entre le cas fixe et le cas mobile montre que les spectres de la fluctuation totale $\boldsymbol{u}$ se superposent et ceux aussi bien pour les composantes horizontales que verticales. Dans la direction verticale (figure 5.9b) les allures des spectres de nos simulations sont proches de l'expérience sauf aux échelles plus petites que le diamètre des bulles ($k > k_d$) où les simulations ne parviennent pas à reproduire la zone en $k^{-5/3}$ en raison de notre modélisation de la dynamique comme expliqué dans le chapitre précédant. On distingue tout de même une petite zone en k^{-3} pour les nombres d'onde un peu plus petits que k_d. Dans la direction horizontale (figure 5.9a), les spectres de nos simulations sont proches des spectres expérimentaux.
Si on s'intéresse maintenant au spectre de la décomposition du cas fixe dans la direction verticale (figure 5.9b), on observe que le champ moyen domine à grandes échelles par rapport au champ fluctuant, et aux échelle plus petites le spectre du champ fluctuant est quasiment confondu avec le spectre du champ total indiquant que les fluctuations du champ moyen sont négligeables à ces échelles. Ce n'est donc qu'aux échelles les plus grandes que les sillages moyens des bulles peuvent rivaliser avec la turbulence (BIT). Dans la direction horizontale (figure 5.9a), les sillages moyens sont absents et la fluctuation temporelle domine toute la gamme des nombres d'ondes. Même si nous savons que l'énergie provenant des oscillations de trajectoires manque aux fluctuations horizontales simulées, il est toujours intéressant de noter que les spectres des deux contributions sont proches d'un comportement en k^{-3} dans la gamme attendue de nombres d'ondes.



(a) composante horizontale dans la direction horizontale

(b) composante verticale dans la direction verticale

FIGURE 5.9 – Densités spectrales de puissance pour la vitesse du liquide pour le cas mobile et le cas fixe avec ses deux contributions. Comparaison avec les expériences de [RIBOUX et collab., 2010]

Les grandes échelles sont mieux caractérisées par les spectres 3D, car les spectres 1D intègrent,

du fait de leur définition, l'effet des petites échelles. La figure 5.10 montre les spectres 3D pour le cas fixe avec ses différentes contributions et le cas mobile. On constate premièrement que le spectre pour le cas fixe et le cas mobile sont très similaires. concernant la décomposition champ moyen/champ fluctuant, on distingue plusieurs zones :

- $k/k_d < 0.1$: domination des fluctuations spatiales (LBD) grâce aux sillages moyens
- $0.1 < k/k_d < 1$: contributions comparables de la LBD et de la BIT et les deux contributions présentent un quasi-plateau
- $k/k_d > 1$: domination de la turbulence (BIT)

Une zone en k^{-3} est observable pour les deux contributions, mais elle débute à des nombres d'onde k un peu plus faibles pour la fluctuation spatiale (vers $k/k_d \approx 0.5$) que pour la fluctuation temporelle. Ce sont les sillages moyens qui sont responsables de la zone en k^{-3} aux petits nombres d'onde et la turbulence aux grands nombres d'onde.

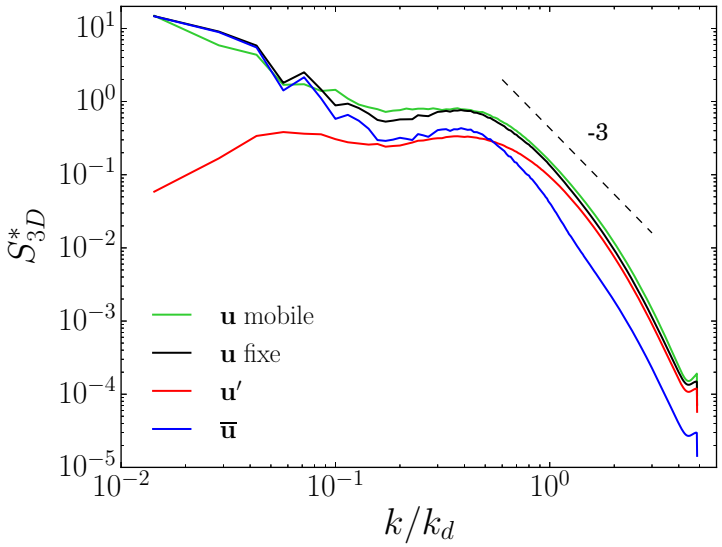


FIGURE 5.10 – Spectre 3D

Bilans d'énergie échelle par échelle

Nous allons à présent nous intéresser au bilan d'énergie dans le domaine spectral afin de décrire les mécanismes de production, de transfert et de dissipation aux différentes échelles.

Bilan spectral d'énergie pour la fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$

On étudie dans ce premier paragraphe le bilan spectral d'énergie de la fluctuation totale qui est valable à la fois pour le cas fixe et le cas mobile. Pour cela on écrit la transformée de Fourier de l'équation de Navier-Stokes à laquelle nous avons ajouté le terme de forçage dû aux bulles :

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} = -\frac{i k_i}{\rho}\hat{\mathrm{P}} - \nu k^2 \hat{u}_i + \hat{f}_i - i k_j \widehat{u_i u_j} \quad , \tag{5.11}$$

qu'on peut aussi écrire sous la forme suivante,

$$\partial_t \hat{u}_i = \mathscr{P}_{ijl}\widehat{u_l u_j} - \nu k^2 \hat{u}_i + \mathscr{P}_{il}\hat{f}_l \quad . \tag{5.12}$$

Dans l'équation (5.12) on a introduit les opérateurs de projection $\mathscr{P}_{ijl}$ et $\mathscr{P}_{il}$ afin d'intégrer le fait que le champ de vitesse est à divergence nulle. Comme décrit dans [POPE, 2001] la détermination

des projecteurs se fait en calculant la divergence de l'équation de Navier-Stokes qui s'écrit après transformée de Fourrier :

$$\frac{\hat{P}}{\rho} = -\frac{k_l k_j}{k^2}\widehat{u_l u_j} - i\frac{k_l}{k^2}\hat{f}_l \tag{5.13}$$

ce qui permet ensuite de d'identifier :

$$\mathscr{P}_{ij} = \delta_{il} - \frac{k_i k_l}{k^2} \quad , \tag{5.14}$$

$$\mathscr{P}_{ijl} = i\frac{k_i k_j k_l}{k^2} - i k_j \delta_{il} = -i k_j \mathscr{P}_{ij} \quad . \tag{5.15}$$

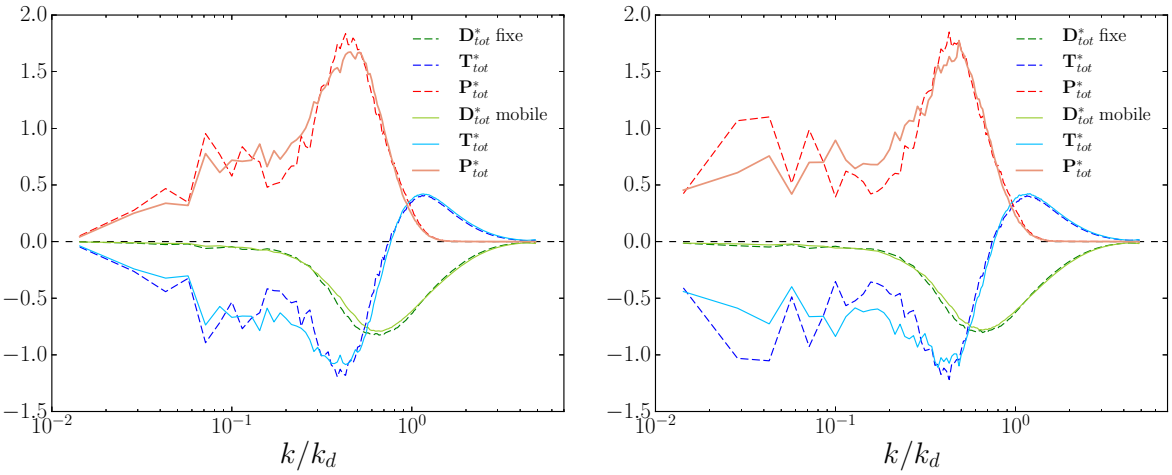
En multipliant l'équation (5.12) par le conjugué $\hat{u}_i^*$ de $\hat{u}_i$, et en prenant la moyenne d'ensemble on obtient :

$$\partial_t \langle \hat{u}_i \hat{u}_i^* \rangle = \underbrace{\mathscr{P}_{ijl}\langle \widehat{u_j u_l}\hat{u}_i^* \rangle}_{\text{Transfert}} \underbrace{-\nu k^2 \langle \hat{u}_i \hat{u}_i^* \rangle}_{\text{Dissipation}} + \underbrace{\mathscr{P}_{il}\langle \hat{f}_l \hat{u}_i^* \rangle}_{\text{Production}} \quad . \tag{5.16}$$

L'équation (5.16) représente le bilan d'énergie pour la fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$. Une fois l'état stationnaire atteint le terme de gauche est nulle. De manière générale, en stationnaire, pour un nombre d'onde k donné, l'énergie est soit produite, soit dissipée soit transférée. Le premier terme de (5.16) correspond au transfert d'énergie entre les échelles. Le second terme correspond à la dissipation visqueuse et est toujours négatif. Enfin le dernier terme représente la production d'énergie liée au terme de forçage f par les bulles. Ensuite à la manière des spectres 3D présenté à l'équation (5.10) les différents termes de l'équation (5.16) sont intégrés dans l'espace spectral sur les nombre d'onde de module donné.

Ce bilan énergétique est représenté sur la figure 5.11 à un instant avant l'état stationnaire (t=2.5s) et à l'état stationnaire (t=8s). La comparaison des deux montrent que les grandes échelles dominées par la production et le transfert mettent plus de temps à s'établir.
La comparaison entre le cas fixe (courbes en trait plein) et le cas mobile (courbes en pointillés) ne révèle que très peu de différence, que ce soit pour la dissipation, le transfert ou la production. L'analyse qui va suivre concerne donc les deux configurations. On observe d'abord que la dissipation est négligeable aux grandes échelles. Dans la zone définie par $k/k_d \lesssim 0.2$) il y a donc un équilibre entre production et transfert. L'énergie cinétique du liquide qui est produite par les bulles est a priori directement transférée vers les échelles plus petites. Ensuite dans la gamme de nombres d'onde compris entre $0.2 < k/k_d < 1$, les trois termes sont comparables. La production atteint un pic vers $k/k_d = 0.5$. La dissipation est en retard sur la production et atteint son maximum vers $k/k_d = 0.6$. Le transfert compense ce décalage en transportant l'excès d'énergie produite vers les petites échelles. Enfin, pour $k/k_d > 1$, : il n'y a plus de production. On se retrouve avec un équilibre transfert/dissipation comme dans la zone dissipative à la fin de la zone inertielle de la turbulence classique.
Comme dans la turbulence classique, le pic de production se situe à une échelle plus grande que le pic de dissipation. Cependant, l'écart entre les deux pics est petit et il n'y a donc pas de séparation d'échelles entre les deux. On a bien un transfert d'énergie des grandes vers les petites échelles, mais il n'y a pas de gamme inertielle ("inertial sub-range") car il n'y a pas de séparation entre les échelles du forcage et les échelles dissipatives.

Nous remarquons que la zone en k^{-3} observée pour le spectre d'énergie (voir figure 5.10) coïncide avec les échelles pour lesquelles le terme de production diminue (après le pic) et où le transfert devient positif. Dans les prochains paragraphes, nous nous intéressons aux bilans d'énergie pour les fluctuations spatiales et les fluctuations temporelles. La distribution d'énergie dans le domaine spectral de ces deux contributions peut nous apporter des informations importantes si on veut, notamment, construire un modèle pour l'agitation induite par les bulles.



(a) Bilan pour t ~ 2.5s

(b) Bilan pour t ~ 8s

FIGURE 5.11 – Bilan d'énergie spectral pour la fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ pour le cas fixe et le cas mobile. D*, T* et P* sont respectivement la dissipation, le transfert et la production normalisés par ε_{tot}/k_d où $\varepsilon_{tot} = \int \mathrm{D} dk$ et $k_d = 2\pi/d$.

Bilan spectral d'énergie pour $\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$

Dans ce paragraphe, on cherche à décrire comment l'énergie est répartie dans le domaine spectral pour la fluctuation spatiale. On écrit alors :

$$\partial_t(\overline{u_i}+u'_j)+\partial_j\left((\overline{u_i}+u'_j)(\overline{u_j}+u'_i)\right)=-\frac{1}{\rho}\partial_i\left(\overline{\mathrm{P}}+\mathrm{P}'\right)+\nu\partial^2_{jj}\left(\overline{u_i}+u'_i\right)+\overline{f_i}+f'_i \quad , \tag{5.17}$$

puis en prenant la moyenne temporelle de (5.17), on peut écrire l'équation pour la composante moyenne suivante :

$$\partial_t\overline{u_i}=-\frac{1}{\rho}\partial_i\overline{\mathrm{P}}+\nu\partial^2_{jj}\overline{u_i}+\overline{f_i}-\partial_j\left(\overline{u_i}\,\overline{u_j}\right)-\partial_j\left(\overline{u'_iu'_j}\right) \quad . \tag{5.18}$$

Remarquez que puisque la décomposition $u_i = \overline{u_i} + u'_j$ n'a du sens qu'en stationnaire nous ne considérons que l'état stationnaire pour lequel le terme $\partial_t\overline{u_i}$ est nul. La transformée de Fourier de l'équation (5.18) nous amène alors à :

$$0=-\frac{ik_i}{\rho}\widehat{\overline{\mathrm{P}}}-\nu k^2\widehat{\overline{u_i}}+\widehat{\overline{f_i}}-ik_j\left(\widehat{\overline{u_i}\,\overline{u_j}}+\widehat{\overline{u'_iu'_j}}\right) \quad . \tag{5.19}$$

Pour exprimer le terme de pression en fonction des autres on utilise la même méthode que pour la fluctuation totale, de telle sorte que ;

$$\frac{\widehat{\overline{\mathrm{P}}}}{\rho}=-i\frac{k_l}{k^2}\widehat{\overline{f}_l}-\frac{k_lk_j}{k^2}\left(\widehat{\overline{u_j}\,\overline{u_l}}+\widehat{\overline{u'_ju'_l}}\right) \quad , \tag{5.20}$$

ce qui nous permet d'écrire,

$$0=\mathscr{P}_{ijl}\left(\widehat{\overline{u_l}\,\overline{u_j}}+\widehat{\overline{u'_lu'_j}}\right)-\nu k^2\widehat{\overline{u_i}}+\mathscr{P}_{il}\widehat{\overline{f}_l} \quad , \tag{5.21}$$

puis en multipliant par le conjugué et en prenant la moyenne d'ensemble, on obtient :

$$0=\underbrace{\mathscr{P}_{ijl}\langle\left(\widehat{\overline{u_l}\,\overline{u_j}}\right)\widehat{\overline{u_i}}^*\rangle}_{\text{Transfert T}_s}+\underbrace{\mathscr{P}_{ijl}\langle\left(\widehat{\overline{u'_lu'_j}}\right)\widehat{\overline{u_i}}^*\rangle}_{\text{Echange E}_s}\underbrace{-\nu k^2\langle\widehat{\overline{u_i}}\widehat{\overline{u_i}}^*\rangle}_{\text{Dissipation D}_s}+\underbrace{\mathscr{P}_{il}\langle\widehat{\overline{f}_l}\,\widehat{\overline{u_i}}^*\rangle}_{\text{Production P}_s} \quad . \tag{5.22}$$

L'équation (5.22) représente le bilan d'énergie pour la fluctuation spatiale $\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$. Il implique quatre termes. Tout comme pour la fluctuation totale, le terme de production est lié au forçage moyen $\overline{f}$ par les bulles et le terme de dissipation est strictement négatif. Il reste à identifier les deux termes obtenus à partir du terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes. Le premier fait intervenir le produits des moyennes temporelles $\widehat{\overline{u_l}\,\overline{u_j}}$ par le conjugué de la fluctuation spatiale et correspond à un transfert d'énergie entre les échelles dans le champ moyen. Le second met en jeu la moyenne temporelle des fluctuations $\overline{u_l' u_j'}$ et représente un échange d'énergie entre le champ moyen et le champ fluctuant.
Ce bilan d'énergie est représenté sur la figure 5.12 à deux instants différents. Les courbes en pointillés correspondent aux résultats avant la convergence vers l'état stationnaire des grandes échelles alors que les courbes en trait pleins sont obtenues après. On peut noter qu'entre ces deux instants seuls changent de manière significative les plus petits nombres d'onde des spectres.

On remarque que pour le champ moyen les termes de transferts inter-échelles et dissipatif sont négligeables devant les termes d'échange et de production. Tout comme pour le bilan d'énergie pour la fluctuation totale, on peut distinguer plusieurs zones :

- $k/k_d < 0.2$: la dissipation D_s et le transfert d'énergie inter-échelles T_s sont négligeables devant les autres termes. Il y a donc un équilibre entre la production P_s, qui est due aux sillages moyens des bulles, et l'échange d'énergie avec la fluctuation temporelle E_s. Le fait que ce terme d'échange est négatif implique que les fluctuations spatiales cèdent de l'énergie aux fluctuations temporelles. On peut donc l'interpréter comme un terme de production turbulente.
- $0.2 < k/k_d < 2$: on reste globalement sur un équilibre entre production par les bulles et transmission à la turbulence par le terme d'échange, les deux termes atteignant leur maximum autour de $k/k_d \sim 0.4$. Cependant le terme d'échange est plus faible car une petite partie de l'énergie produite par les bulles est directement dissipée et une autre partie, encore plus faible, est transférée vers les échelles plus petites du champ moyen.
- $2 < k/k_d$: tous les termes sont quasiment nuls. La fluctuation spatiale joue un rôle négligeable à ces petites échelles.

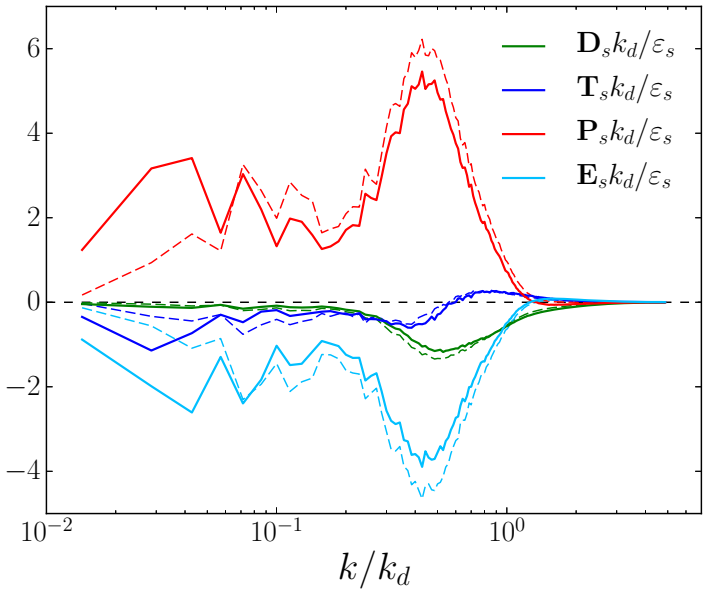


FIGURE 5.12 – Bilan d'énergie pour la fluctuation spatiale $\overline{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{x})$ pour le cas fixe. D, T, P et E sont respectivement la dissipation, le transfert, les interactions et la production normalisés par ε_s/k_d où $\varepsilon_s = \int \mathrm{D}_s dk$ et $k_d = 2\pi/d$. Les courbes en pointillés sont des résultats calculés dans le régime transitoire.

En résumé, les fluctuations spatiales LBD existent dans une gamme comprise entre la taille du domaine de calcul L ($k_\mathrm{L} = 2\pi/\mathrm{L}$) et la moitié du diamètre des bulles ($k_{max} = 2k_d$). Sur toute cette gamme, la LBD reçoit de l'énergie produite par le mouvement relatif entre le liquide et les bulles. Cette production met longtemps à peupler les grandes échelles ($k_\mathrm{L} < k < 0.2k_d$) , mais finit par devenir à peu près indépendante de k, ce qui suggère que c'est bien la taille du domaine qui détermine les plus grandes échelles. Autour de la taille des bulles ($0.2k_d < k < 2k_d$), la production par les bulles atteint un maximum centré autour de $0.5k_d$. Dans cette gamme, une toute petite partie de cette production est directement dissipée en chaleur et une partie, encore plus petite, est conservée au sein de la LBD en cascadant vers des échelles plus petites. Cependant, pour tous les nombres d'onde, la majeure partie de l'énergie injectée par les bulles est transférée à la turbulence (BIT).

Bilan spectral d'énergie pour $\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x}, t)$

L'équation du champ des fluctuations temporelles est obtenue en faisant la différence entre l'équation de Navier-Stokes du champ total et l'équation pour la fluctuation spatiale (5.18) :

$$\partial_t u_i' = -\frac{1}{\rho}\mathrm{P}' + f_i' + \nu\partial_{jj}^2 u_i' - \partial_j(u_i'u_j') + \partial_j\left(\overline{u_i'u_j'} + \overline{u_i}u_j' + \overline{u_j}u_i'\right) \quad , \tag{5.23}$$

puis en appliquant la transformé de Fourier, on obtient,

$$\partial_t \widehat{u}_i' = -\frac{ik_i}{\rho}\widehat{\mathrm{P}}' + \widehat{f}_i' - \nu k^2\widehat{u_i'} - ik_j\widehat{u_i'u_j'} + ik_j\left(\widehat{\overline{u_i'u_j'}} + \widehat{\overline{u_i}u_j'} + \widehat{\overline{u_j}u_i'}\right) \quad . \tag{5.24}$$

On peut exprimer le terme de pression de la manière suivante,

$$\frac{\widehat{\mathrm{P}}'}{\rho} = -\frac{ik_l}{k^2}\widehat{f}_l' - \frac{k_jk_l}{k^2}\widehat{u_j'u_l'} + \frac{k_jk_l}{k^2}\left(\widehat{\overline{u_j'u_l'}} + \widehat{\overline{u_j}u_l'} + \widehat{\overline{u_l}u_j'}\right) \quad , \tag{5.25}$$

qu'on remplace dans l'équation (5.24) de telle sorte que,

$$\partial_t \widehat{u}_i' = -\nu k^2\widehat{u_i'} + \left(\delta_{il} - \frac{k_ik_l}{k^2}\right)\widehat{f}_l' + \left(-ik_j\delta_{il} + i\frac{k_ik_jk_l}{k^2}\right)\widehat{u_j'u_l'} + \left(ik_j\delta_{il} - i\frac{k_ik_jk_l}{k^2}\right)\left(\widehat{\overline{u_j'u_l'}} + \widehat{\overline{u_j}u_l'} + \widehat{\overline{u_l}u_j'}\right) \quad . \tag{5.26}$$

L'équation (5.26) peut se ré-écrire de la manière suivante :

$$\partial_t \widehat{u}_i' = -\nu k^2\widehat{u_i'} + \mathscr{P}_{il}\widehat{f}_l' - ik_j\mathscr{P}_{il}\widehat{u_j'u_l'} + ik_j\mathscr{P}_{il}\widehat{\overline{u_j'u_l'}} - ik_j\mathscr{P}_{il}\left(\widehat{\overline{u_j}u_l'} + \widehat{\overline{u_l}u_j'}\right) \quad . \tag{5.27}$$

Enfin en multipliant par le conjugué et en prenant la moyenne d'ensemble, on obtient le bilan d'énergie pour le champ des fluctuations temporelles :

$$\partial_t \frac{1}{2}\langle\widehat{u}_i'\widehat{u}_i'\rangle = -\nu k^2\langle\widehat{u_i'}\widehat{u_i'}^*\rangle + \mathscr{P}_{il}\langle\widehat{f_l'}\widehat{u_i'}^*\rangle - ik_j\mathscr{P}_{il}\langle\widehat{u_j'u_l'}\widehat{u_i'}^*\rangle + ik_j\mathscr{P}_{il}\langle\widehat{\overline{u_j'u_l'}}\widehat{u_i'}^*\rangle - ik_j\mathscr{P}_{il}\langle\left(\widehat{\overline{u_j}u_l'} + \widehat{\overline{u_l}u_j'}\right)\widehat{u_i'}^*\rangle \quad . \tag{5.28}$$

Dans l'équation (5.28) plusieurs termes sont nuls. En effet le terme du membre de gauche est nulle puisque l'on considère l'état stationnaire. C'est aussi le cas de $\langle\widehat{\overline{u_j'u_l'}}\widehat{u_i'}^*\rangle$ puisque $\langle\widehat{\overline{u_j'u_l'}}\widehat{u_i'}^*\rangle = \langle\widehat{\overline{u_j'u_l'}}\rangle\langle\widehat{u_i'}^*\rangle = 0$ et de $\mathscr{P}_{il}\langle\widehat{f_l'}\widehat{u_i'}^*\rangle$ qui représente l'échange de quantité de mouvement entre le liquide et les bulles car l'échange de quantité de mouvement entre les bulles et le liquide est constant ce qui impose que $f_i' = 0$. Le bilan se réduit donc à

$$0 = \underbrace{-\nu k^2\langle\widehat{u_i'}\widehat{u_i'}^*\rangle}_{\text{Dissipation } \mathrm{D}_t} \underbrace{- ik_j\mathscr{P}_{il}\langle\widehat{u_j'u_l'}\widehat{u_i'}^*\rangle}_{\text{Transfert } \mathrm{T}_t} \underbrace{- ik_j\mathscr{P}_{il}\langle\left(\widehat{\overline{u_j}u_l'} + \widehat{\overline{u_l}u_j'}\right)\widehat{u_i'}^*\rangle}_{\text{Echange } \mathrm{E}_t} \quad . \tag{5.29}$$

On reconnaît le terme de dissipation en $-\nu k^2$, dont l'intégrale sur les nombre d'onde de module k est noté D_t. Le deuxième terme, T_t représente le transfert inter-échelles au sein du champ fluctuant. Enfin, le dernier terme, E_t représente l'énergie échangée entre le champ moyen et le champ fluctuant. Nous pouvons remarquer que l'intégrale sur tout les nombres d'ondes des termes E_t et E_s doit être identique, afin de garantir que toute l'énergie cédée par le champ moyen est récupérée par le champ fluctuant. En revanche il n'y a pas, a priori, de correspondance entre ces deux termes en terme de nombre d'onde : l'énergie peut quitter le champ moyen à une échelle donnée et être injectée dans le champ fluctuant à une autre échelle.
La figure 5.13 représente le bilan d'énergie de la fluctuation temporelle. Les deux mêmes instants que pour les bilans précédents sont présentés. on observe de nouveau un temps de peuplement beaucoup plus long pour les grandes échelles. On remarque que le terme d'échange E_t est positif sur tout le domaine spectral. C'est donc bien un terme de production turbulente qui nourrit les fluctuations par apport d'énergie du champ moyen.
Tout comme pour la fluctuation spatiale et la fluctuation totale, on retrouve 3 zones :

- $k/k_d < 0.2$: la dissipation D_t est négligeable devant les autres termes. Il y a donc un équilibre entre l'énergie reçue par l'échange avec les fluctuations spatiales et le transfert d'énergie inter-échelle. Dans cette gamme de nombres d'onde, toute l'énergie est directement transférée vers les petites échelles.
- $0.2 < k/k_d$: les trois termes participent au bilan. L'énergie reçue par échange atteint son maximum vers $k/k_d = 0.6$ et la dissipation, qui est décalée vers les plus grands nombres d'onde par rapport à l'échange, arrive à son maximum vers $k/k_d = 0.8$. De manière similaire à la fluctuation totale, c'est le transfert T_t qui va compenser ce décalage en transférant l'excès d'énergie reçue des fluctuations spatiales vers les petites échelles. Après $k/k_d = 1$ la dissipation devient le terme dominant et s'étend jusqu'aux plus petites échelles, contrairement au terme dissipatif de la fluctuation spatiale. C'est donc via les fluctuations temporelles que l'énergie de la fluctuation totale est dissipée aux petites échelles.

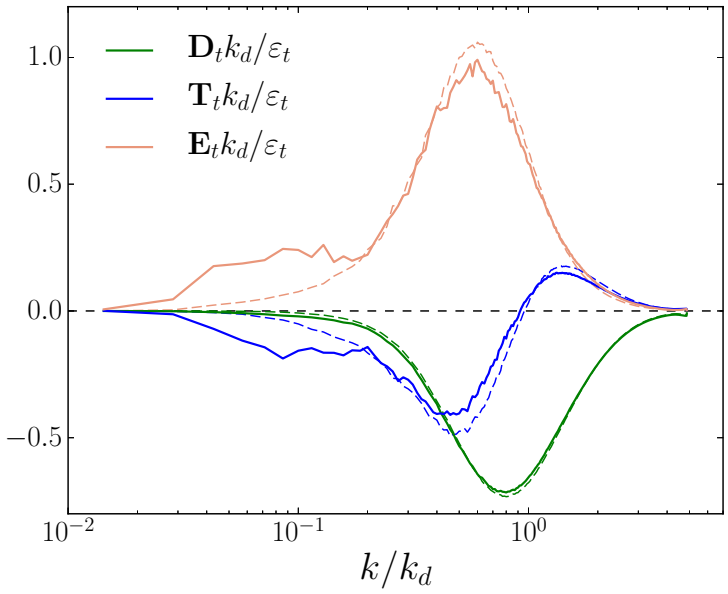


FIGURE 5.13 – Bilan d'énergie pour la fluctuation temporelle $\boldsymbol{u}'(\boldsymbol{x}, t)$ du cas fixe. D, T et E sont respectivement la dissipation, le transfert et l'échange normalisés par ε_t/k_d où $\varepsilon_t = \int D_t dk$ et $k_d = 2\pi/d$. Les courbes en pointillés sont des résultats calculés dans le régime transitoire.

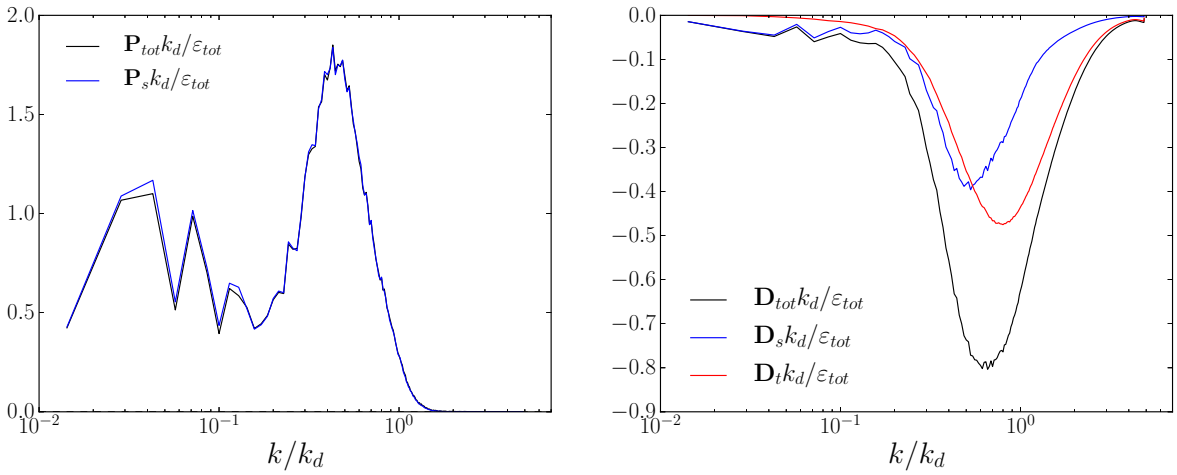
L'analyse séparée des bilans d'énergie de la fluctuation totale, spatiale et temporelle nous a éclairé sur les mécanismes dominants aux différentes échelles. Jusqu'à présent chaque bilan était normalisé par son propre taux de dissipation. Pour aller plus loin et comparer les amplitudes relatives des termes analogues des différentes fluctuations, nous allons maintenant utiliser la même

normalisation pour tous, basée sur la dissipation totale $\varepsilon_{tot} = \int D_{tot} dk$ et $k_d = 2\pi/d$.

Comparaison entre les champs moyens et fluctuants

On s'intéresse dans un premier temps aux termes de production et de dissipation. La figure 5.14 présente ces termes.
La figure 5.14 présente les termes de production par les bulles et de dissipation. Les bulles étant fixes, elles n'injectent d'énergie qu'aux fluctuations spatiales (P_t=0). La figure 5.14a montre donc que, la production des fluctuations totales P_{tot} et la production des fluctuations spatiales P_s sont égales.
Concernant la dissipation, on distingue de nouveau trois gammes de nombres d'onde :

- $k/k_d < 0.2$: la dissipation totale D_{tot}, qui est faible sur cette gamme d'échelles, est assurée par la contribution principale de la dissipation spatiale D_s.
- $0.2 < k/k_d < 2$: la dissipation totale D_{tot} met en jeu les fluctuations spatiales et temporelles et atteint son maximum vers $k/k_d = 0.6$. La dissipation spatiale atteint un maximum vers $k/k_d = 0.5$ tandis que la dissipation temporelle atteint le sien un peu plus tard, vers $k/k_d = 0.8$.
- $2 < k/k_d$: la dissipation est assurée par la contribution turbulente.



(a) Production

(b) Dissipation

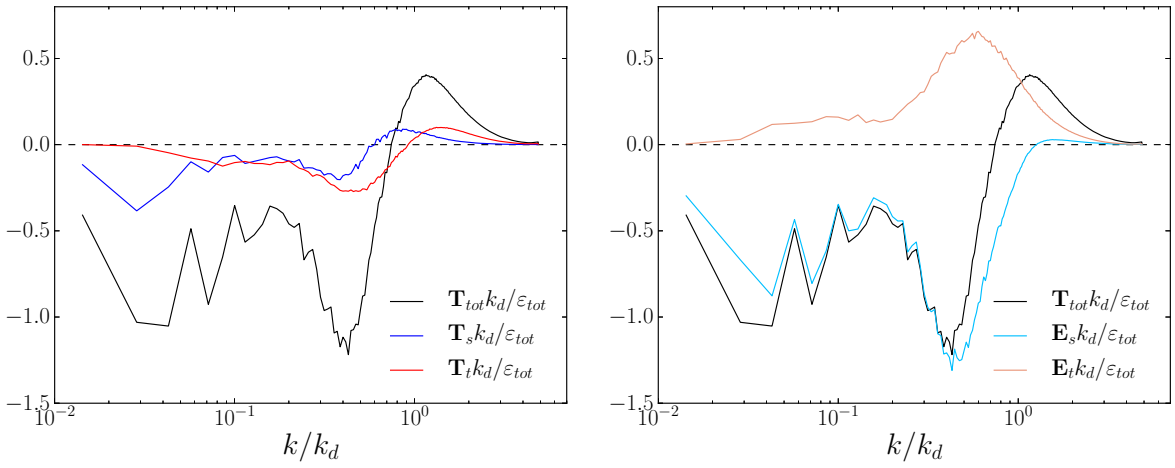
FIGURE 5.14 – Comparaison des termes de production et de dissipation normés par ε_{tot}/k_d où $k_d = 2\pi/d$.

On considère maintenant les termes de transfert entre les échelles et d'échange d'énergie entre les deux types de fluctuations. On peut montrer que le terme de transfert d'énergie de la fluctuation totale s'écrit de la manière suivante :

$$T_{tot}(k) = E_s(k) + T_s(k) + E_t(k) + T_t(k) \tag{5.30}$$

Il implique des transferts entre les échelles d'une contribution donnée (T_s, T_t) mais aussi des transferts entre les échelles d'une contribution vers des échelles a priori différentes de l'autre contribution (E_s, E_t). La figure 5.15 présente ces résultats.
La figure 5.15a présente les termes de transferts inter-échelle au sein d'une même contribution (T_s, T_t). Ces termes sont assez faibles par rapport au transfert total. Les allures de T_s et T_t sont similaires. On remarque néanmoins que le terme de transfert pour le champs fluctuant est décalé vers les plus hauts nombres d'onde par rapport au terme du champ moyen.
La figure 5.15b montre les termes d'échange entre les deux contributions. On note que E_t est toujours positif alors que E_s est négatif pour $k < k_d$. Cela signifie que les échanges entre les deux

contributions se font essentiellement du champ moyen vers le champ fluctuant. Ils constituent donc ensemble un terme de production de la turbulence (BIT) par les perturbations moyennes autour de chaque bulle (LBD). En fait, la production totale de turbulence sur l'ensemble du spectre est égale à $\int \mathrm{E}_t dk = -\int \mathrm{E}_s dk$. Cependant, la puissance $\mathrm{E}_s k$ cédée par la LBD à un nombre d'onde k donné, ne correspond pas à la puissance $\mathrm{E}_t k$ reçue par la BIT au même nombre d'onde. Il en résulte que E_s et E_t agissent, du point de vue de la fluctuation totale, comme un transfert entre les échelles. Plus précisément, aux grandes échelles, jusqu'au au pic négatif de T_{tot} aux environs de $k = 0.4k_d$, E_t est faible et donc $\mathrm{T}_{tot} \approx \mathrm{E}_s$; tandis qu'aux petites échelles $k > k_d$, c'est E_s qui est nul et $\mathrm{T}_{tot} \approx \mathrm{E}_t$.



(a) Transfert

(b) Echange

FIGURE 5.15 – Comparaison des termes de transfert et d'échange normés par ε_{tot}/k_d où $k_d = 2\pi/d$.

La figure 5.16 présente les différents termes de transfert et d'échanges. On observe qu'aux grandes échelles et même jusqu'à $k/k_d = 0.4$ on peut approximer le transfert total par l'échange d'énergie des fluctuations spatiales vers les fluctuations temporelle E_s.
Pour les petites échelles où $k/k_d < 1$, on se retrouve dans la zone dissipative dans laquelle toute l'énergie transférée est dissipée via la turbulence de telle sorte que $\mathrm{T}_{tot} \approx \mathrm{D}_t = \mathrm{E}_t + \mathrm{T}_t$. Et dans la zone intermédiaire où $0.4 < k/k_d < 1$, le transfert total T_{tot} est très proche de $\mathrm{T}_t + \mathrm{E}_t + \mathrm{E}_s$.

Synthèse des résultats des bilans d'énergie dans le domaine spectral

Les bilans d'énergie des fluctuations totales ne montrent pas de différence notable entre le cas fixe et le cas mobile. Dans les deux cas, il n'y a pas de séparation d'échelles entre la dissipation et la production, comme on peut l'observer pour la turbulence homogène isotrope. Il n'y a donc pas de gamme inertielle dans laquelle le transfert domine les autres processus. Les plus grandes échelles, pour $k/k_d < 0.2$ semblent dépendre de la taille du domaine. La dissipation est négligeable et l'énergie produite par les bulles est entièrement transmise vers les petites échelles.
la décomposition entre LBD et BIT obtenus en distinguant fluctuations spatiales et temporelles a permis de mieux comprendre les mécanismes de la BIA.
Commençons par la dissipation. Aux grandes échelles ($k/k_d < 0.2$), la dissipation est faible et entièrement assurée par les fluctuations spatiales de telle sorte que $\mathrm{D}_{tot} \approx \mathrm{D}_s$. Aux échelles intermédiaires ($0.2 < k/k_d < 2$), les contributions des fluctuations temporelles et spatiales sont proches. Enfin, aux petites échelles ($k/k_d > 2$), la dissipation est assurée par les fluctuations temporelles de telle sorte que $\mathrm{D}_{tot} \approx \mathrm{D}_t$.
Concernant le transfert entre les échelles, nous avons vu qu'il est en grande partie assuré par la production de turbulence (BIT) par les perturbations moyennes (LBD).

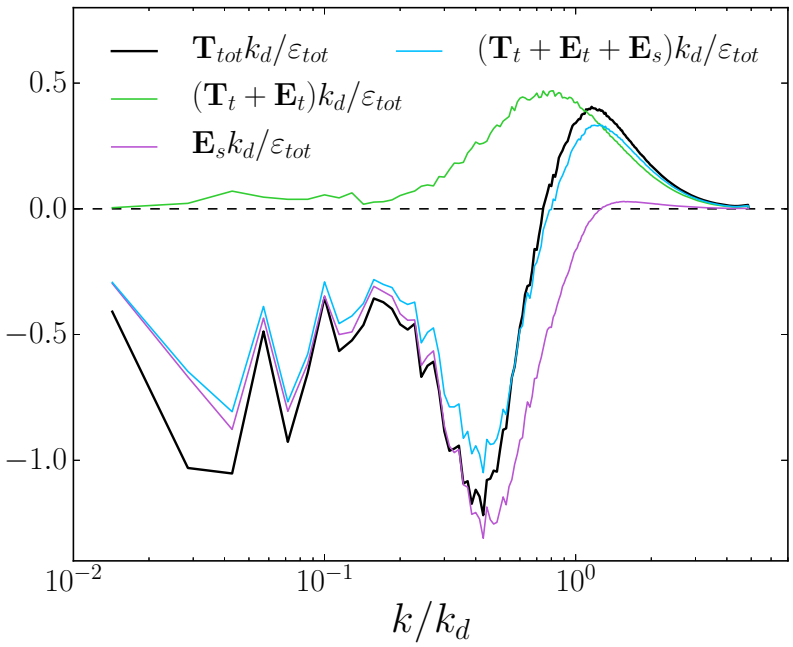


FIGURE 5.16 – Comparaison des termes de transfert et d'échange dans les différentes zones que distinguées précédemment. Normalisation par ε_{tot}/k_d où ε_{tot} est la dissipation de la fluctuation totale et $k_d = 2\pi/d$.

La figure 5.17 fait la synthèse des résultats obtenus en précisant l'origine (LBD ou BIT) de chaque termes (D_{tot}, P_{tot} et T_{tot}) du bilan spectral des fluctuations totales (BIA).
Aux grandes échelles ($k \lesssim 0.2k_d$), on a affaire à un équilibre entre production ($P_{tot} = P_s$) et transfert vers les petites échelles ($T_{tot} = E_s + T_s$) dominé par la LBD.
Aux échelles situées autour de la taille des bulles ($0.2k_d < k < 2k_d$), une partie de la production par les bulles ($P_{tot} = P_s$) est dissipée et une partie est transféré vers les petites échelles (T_{tot}). Dans cette gamme de nombres d'onde, la contribution de la turbulence à la dissipation (D_t) prend progressivement l'ascendant sur la contribution des perturbations moyennes (D_s). Quant aux transferts entre les échelles, il inclut les transferts de la LBD vers la LBD et de la BIT vers la BIT, mais surtout le transfert entre la LBD et la BIT, qui est un terme de production turbulente non-local dans le plan spectral.
Enfin, pour les petites échelles ($k/k_d > 2$), c'est une zone dissipative dans laquelle $D_{tot} \approx D_t$ et $T_{tot} \approx E_t + T_t$ de telle sorte qu'on retrouve le bilan d'énergie pour la fluctuation temporelle.

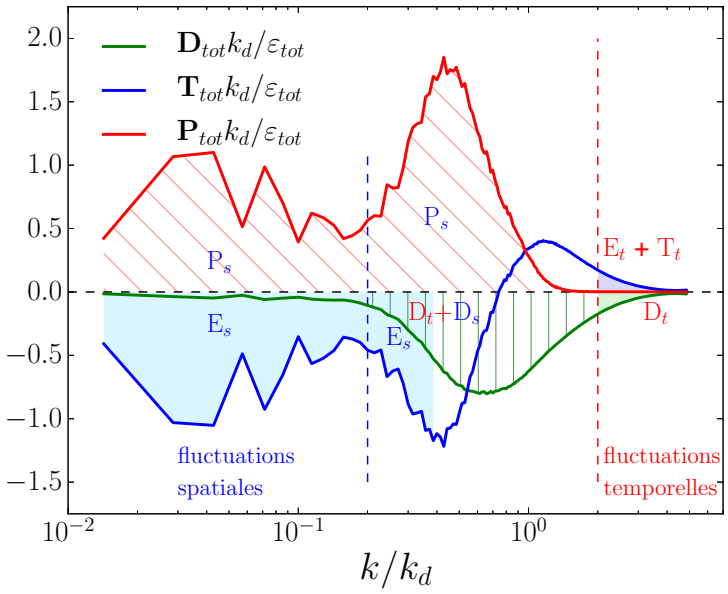


FIGURE 5.17 – Figure de synthèse pour le bilan d'énergie de la fluctuation totale $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}, t)$ pour le cas fixe et le cas mobile. D, T et P sont respectivement la dissipation, le transfert et la production normalisés par ε_{tot}/k_d où $k_d = 2\pi/d$.

5.3 Évolution avec α

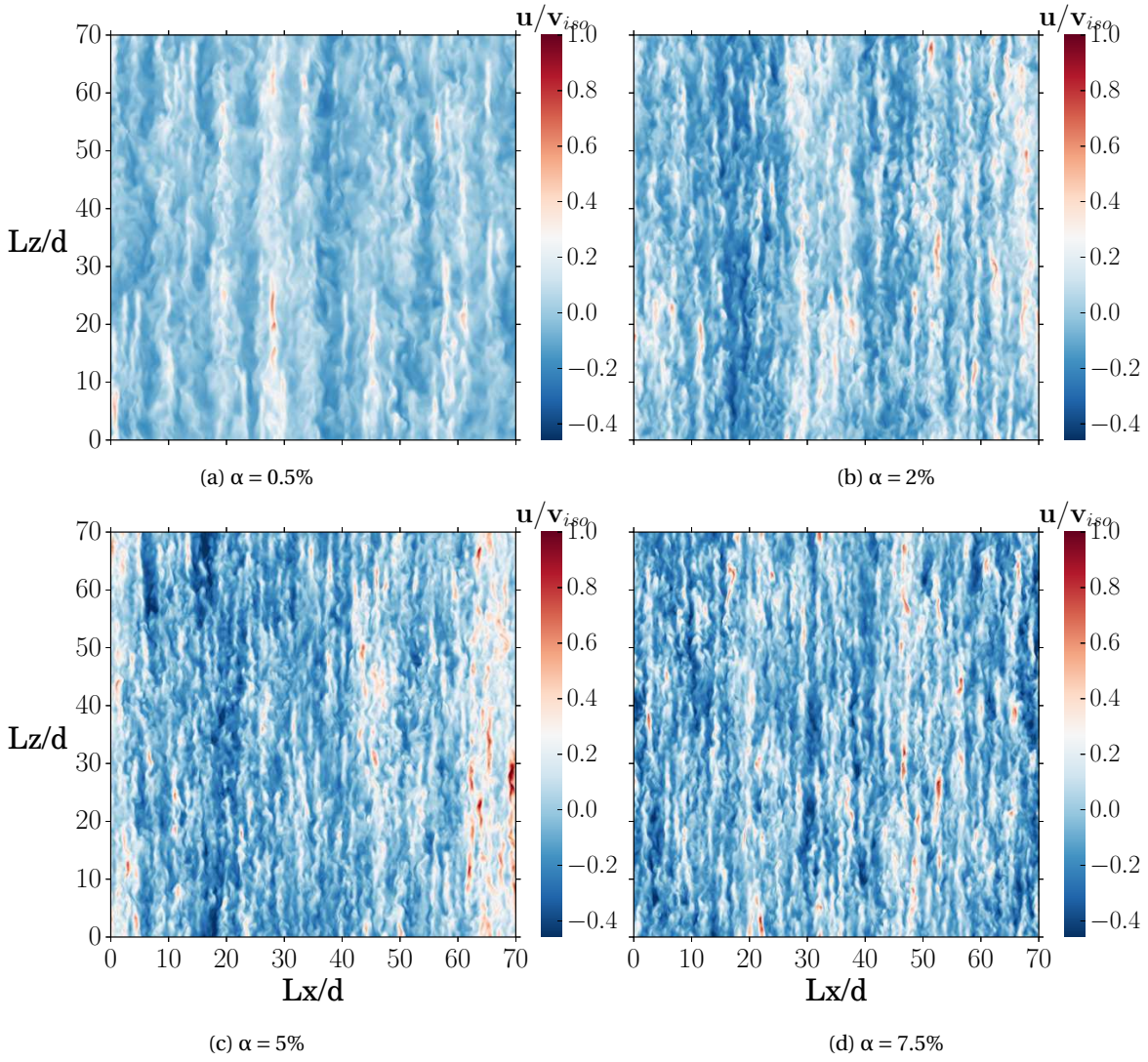
Après avoir analysé en détail le cas α = 2%, nous allons maintenant étudier comment l'agitation induite par les bulles évolue avec la fraction volumique de gaz. Nous ne considérerons ici que le cas des bulles mobiles et ne proposerons donc plus de décomposition entre LBD et BIT.
Le tableau 5.7 présente les paramètres des simulations numériques effectuées. Les conditions aux limites sont périodiques et les bulles sont initialement positionnées de manière aléatoire tout en respectant une distance minimale entre chaque bulles (de 1.5 diamètres entre leur centre) pour éviter qu'elles ne se recouvrent. Leur vitesse initiale est nulle.
Comme précédemment, l'état initial pour le fluide est obtenu à partir de simulations sur des domaines plus petits avec des maillages plus grossiers grâce à une concaténation des domaines et une interpolation des champs (voir la figure 4.14).

α	d_b	ν (m^2/s)	N_i	L_i/d_b	σ/d_b	N_b
0.005	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	3276
0.01	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	6651
0.02	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	13102
0.025	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	16378
0.05	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	32754
0.075	0.0025	1.007×10^{-6}	1024	70	0.2828	49132

TABLEAU 5.7 – Caractéristiques des différents cas. d_b est le diamètre des bulles, ν la viscosité cinématique du liquide, N_i est le nombre de mailles dans la direction i et L_i/d_b est le rapport entre la longueur dans la direction i et le diamètre des bulles, σ est la largeur caractéristique du noyau gaussien et N_b le nombre de bulles.

On peut se faire une première idée de l'influence de la fraction volumique d'air en regardant des champs instantanés de la vitesse verticale du liquide pour plusieurs valeurs de α. La figure 5.18 montre un plan vertical de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse de la bulle isolée pour α = 0.5, 2, 5 et 7.5%. On peut voir que pour alpha = 0.5%, les fluctuations de la vitesse du liquide sont nettement plus petites que dans les autres cas et les sillages des bulles sont très longs. Pour α = 2, 5 et 7.5%, le liquide est nettement plus agité et les sillages des bulles sont plus

courts.
Ces premiers aperçus indiquent que dans nos simulations numériques une fraction volumique de l'ordre de 5% est nécessaire pour que la turbulence induite par les bulles se développent pleinement.Au-delà de ce seuil, l'intensité des fluctuations augmente avec α mais sans changer apparemment sa structure profonde.



(a) α = 0.5%

(b) α = 2%

(c) α = 5%

(d) α = 7.5%

FIGURE 5.18 – Champs instantanés de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse terminale de la bulle isolée pour différentes fractions volumiques d'air.

5.3.1 Dynamique des bulles

Nous commençons par présenter les résultats concernant les bulles, dont le mouvement d'ascension est la cause des mouvements du liquide. Nos résultats seront comparés aux expériences disponibles [RIBOUX et collab., 2010; ZENIT et collab., 2001] et aux simulations numériques antérieures notamment ceux de RIBOUX et collab. [2013]. A noter que, les résultats des simulations présentés prochainement ont été calculés à un temps à peu près égal après la phase d'interpolation pour chaque simulation. Ainsi, il est probable que les plus grandes structures ne soient pas pleinement établies, en revanche il n'y a pas de doute pour les petites échelles, qui elles se sont bien développées.

α	$\langle v_z \rangle / v_0$	$\langle v_z'^2 \rangle / \langle v_z \rangle^2$	$\langle v_x'^2 \rangle / \langle v_z'^2 \rangle$	skewness x	skewness z	flatness x	flatness z
0.005	1.041	0.0105	0.093	0.0091	0.78	5.57	4.32
0.01	1.032	0.0136	0.110	0.0236	0.61	5.46	3.73
0.02	1.0241	0.0193	0.131	0.0484	0.47	5.57	3.32
0.025	1.020	0.0201	0.158	-0.0077	0.38	5.48	3.27
0.05	1	0.0251	0.195	0.0236	0.28	5.17	3.075
0.075	0.980	0.0225	0.259	-0.0014	0.33	4.89	3.27

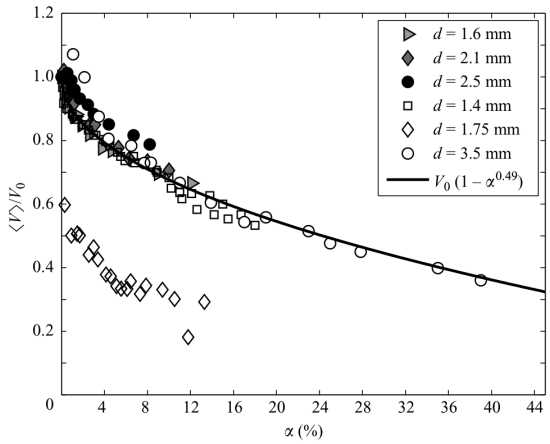
TABLEAU 5.8 – Moyennes, variances, anisotropie, dissymétrie et aplatissement de fluctuations des vitesses des bulles pour différentes fractions volumiques d'air α.

α	$\langle v \rangle / v_0$	$\langle v_z'^2 \rangle / \langle v \rangle^2$	skewness z
0.0046	1.00	0.096	1.15
0.01	0.955	0.107	1.19
0.0245	0.911	0.128	1.21
0.067	0.815	0.169	1.06

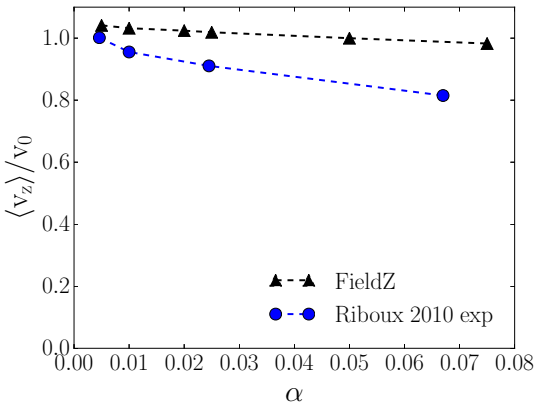
TABLEAU 5.9 – Mesures expérimentales de RIBOUX et collab. [2010]. Vitesse moyenne des bulles normalisée par la vitesse de la bulle isolée, variance dans la direction verticale normalisée par le carré de la vitesse moyenne des bulles et skewness dans la direction verticale pour différentes fractions volumiques d'air α.

Évolution de la vitesse moyenne et de la variance

De nombreuses études antérieures se sont intéressées aux écoulements à bulles et à leurs propriétés en faisant varier différents paramètres comme par exemple le diamètre des bulles ou la nature du liquide dans lequel elles évoluent. La littérature est assez abondante sur ce sujet et l'idée n'est pas d'en faire une revue exhaustive, mais plutôt de voir quelles propriétés ont été étudiés pour caractériser ces écoulements.



(a) Figure issue de RIBOUX et collab. [2010]. Vitesse moyenne des bulles normalisée par la vitesse de la bulle isolée en fonction de la fraction volumique en air α. Les symboles pleins sont les résultats issus de RIBOUX et collab. [2010], les carrés vides correspondent à ZENIT et collab. [2001], les losanges vides et les rond vides sont respectivement les résultats de LARUE DE TOURNEMINE [2001] et de GARNIER et collab. [2002].



(b) Vitesse moyenne des bulles normalisée par la vitesse de la bulle isolée. Comparaison entre les résultats numériques issus de FieldZ et les résultats expérimentaux de RIBOUX et collab. [2010] pour des bulles de diamètre 2.5mm.

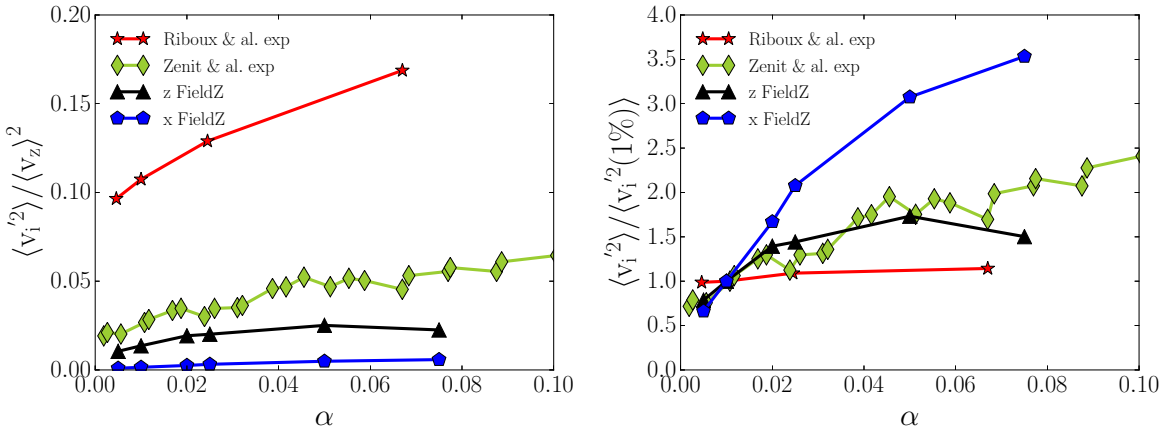
FIGURE 5.19 – Vitesse moyenne normalisée des bulles

Une des premières statistiques à laquelle on peut s'intéresser est la vitesse moyenne des bulles.

Cette grandeur a été mesurée dans plusieurs études, notamment dans celle de ZENIT et collab. [2001], qui ont considéré des écoulements de bulles monodisperses dans un canal vertical. Cette étude s'est en particulier attachée à rechercher la formation d'amas de bulles. Notons que dans cette étude, les bulles considérées sont plus petites que celles de RIBOUX et collab. [2010] qui ont servi de référence pour fixer les paramètres de nos simulations : diamètre de 1.4mm contre 2.5mm et nombre de Reynolds de 360 contre 760. D'autres travaux ont également mesuré des propriétés moyennes, notamment ceux de LARUE DE TOURNEMINE [2001] et de GARNIER et collab. [2002], ces derniers ayant étudié de fortes fractions volumiques. Notons que, dans ces études, la vitesse moyenne du fluide n'est pas nulle et donc que la vitesse moyenne des bulles est définie comme étant la vitesse moyenne des bulles moins la vitesse moyenne du liquide.
L'évolution de la vitesse moyenne des bulles avec α est représentée sur la figure 5.19a. Lorsque α augmente leur vitesse moyenne diminue. Cette tendance peut être décrite par la corrélation représentée par la ligne noire pleine : $\langle v \rangle = v_0(1-\alpha^{0.49})$, où v_0 est la vitesse de la bulle isolée. La figure 5.19b présente la vitesse moyenne des bulles (de diamètre $d_b = 2.5$mm) normalisée par la vitesse de la bulle isolée pour les simulations menées avec FieldZ qui est comparé aux expériences de RIBOUX et collab. [2010]. Dans les expériences, la vitesse moyenne des bulles diminue lorsque le nombre de bulles augmente, une caractéristique également retrouvée de manière numérique par les simulations directes de ROGHAIR et collab. [2013]. Dans un nuage de bulles, la vitesse moyenne du liquide passant à travers une section horizontale est nulle. Les bulles constituent des obstacles qui réduisent la section de passage disponible pour le liquide, qui se trouve donc accéléré, ce qui augmente la vitesse relative (ou glissement) et donc la traînée sur les bulles. La vitesse d'ascension moyenne des bulles diminue lorsque la fraction volumique augmente. Ce mécanisme est généralement appelé "hinderance effect" dans les publications en Anglais. Avec la méthode numérique utilisée dans nos simulations, les bulles ne constituent pas de réels obstacles pour le liquide. En effet, les bulles étant modélisées comme des sources volumique de quantité de mouvement, il n'y pas d'interface imperméable entre les bulles et le liquide, la zone qui est censée être occupée par la bulle étant occupée par du liquide. Ainsi lorsque le nombre de bulles augmente, le liquide peut s'écouler plus facilement parmi les bulles que dans les expériences. Ceci, explique que nos simulations sous-estiment la diminution de la vitesse moyenne des bulles lorsque la fraction volumique augmente.

La figure 5.20 présente la variance des composantes horizontales et verticales de la vitesse des bulles. Nos résultats sont comparés aux résultats expérimentaux de RIBOUX et collab. [2010] et de ZENIT et collab. [2001] qui concernent uniquement la direction verticale.

Pour la figure 5.20a, les variances normalisées par la vitesse moyenne des bulles dans la direction verticale. On remarque tout d'abord que les variances mesurées par ZENIT et collab. [2001] pour des bulles d'environ 1.6mm sont plus faibles que celles mesurés par RIBOUX et collab. [2010] pour des bulles de 2.5mm. La raison est que les plus petites bulles sont presque sphériques et présentent un sillage stable, alors que les bulles plus grosses sont sensiblement déformées et ont un sillage instable. Les fluctuations de vitesse des petites bulles résultent uniquement des interactions avec leurs voisines. Les fluctuations des grosses bulles sont au contraire dominées par les oscillations de trajectoires causées par les instabilités de sillages. Dans nos simulations, bien que nous considérions des bulles de 2.5mm, la résolution spatiale ne permet pas de décrire finement l'écoulement proche des bulles et filtre le sillage proche. Il en résulte que les instabilité de sillage sont absentes. Le filtrage spatial des simulations réduit donc l'agitation des bulles de deux façons différentes. La première est la suppression des instabilités de trajectoire. La seconde est son incapacité à décrire la perturbation causé par le sillage moyen dans le proche voisinage des bulles. Ceci explique que les variance numériques soient beaucoup plus petites que celles mesurées pour des bulles de taille similaire et présentant des instabilités de trajectoires. Cela explique aussi pourquoi elles sont plus petites, mais dans une moindre mesure, que celles mesurés pour des bulles plus petites, sans instabilités de trajectoire.



(a) Variance de la vitesse des bulles dans les directions verticales et horizontales normalisées par le carré de la vitesse moyenne des bulles dans la direction verticale.

(b) Variance de la vitesse des bulles dans les directions verticales et horizontales normalisées par leur variance à α = 1%.

FIGURE 5.20 – Variance normalisée des bulles. Comparaison entre des résultats expérimentaux et ceux de FieldZ.

La figure 5.20b présente les variances des bulles dans les directions verticales et horizontales, normalisées par leur variance respective à α = 1%. Cette représentation permet de comparer les évolutions avec α indépendamment de l'erreur systématique sur l'agitation des bulles. La variance verticale mesurée par RIBOUX et collab. [2010] ne dépend pas de α, car elle est dominée par les instabilités de trajectoires qui sont peu sensibles aux interactions entre bulles. La variance verticale de ZENIT et collab. [2001], qui résulte des interactions entre bulles, augmente quant à elle avec α. Nos simulations présentent une évolution similaire, ce qui nous incite à conclure que les interactions entre bulles sont bien décrites aux niveaux des échelles résolues. Concernant les fluctuations horizontales, les simulations les trouvent beaucoup plus faibles que les fluctuations verticales. Ceci s'explique par le fait que, en l'absence d'instabilité de sillage, les fluctuations des bulles sont directement liées à celles du liquide, qui, comme nous allons le voir, sont nettement plus intenses dans la direction verticale que dans la direction horizontale.

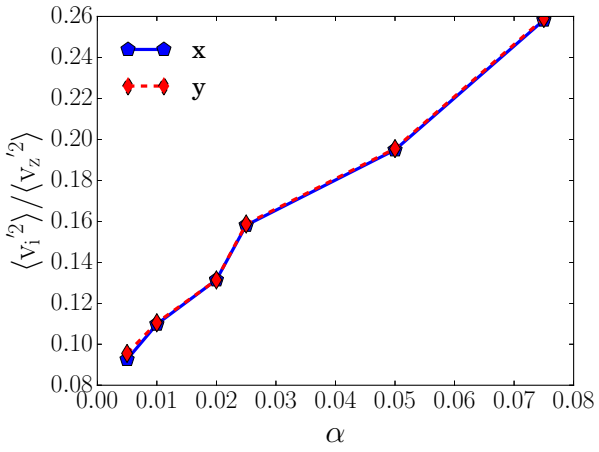


FIGURE 5.21 – Rapport d'isotropie des variances des bulles

La figure 5.21 montre les variances horizontales des simulations des bulles normalisées par leur variance verticale. Plus la fraction volumique augmente et plus le rapport entre ces variances devient important montrant ainsi une anisotropie qui diminue.

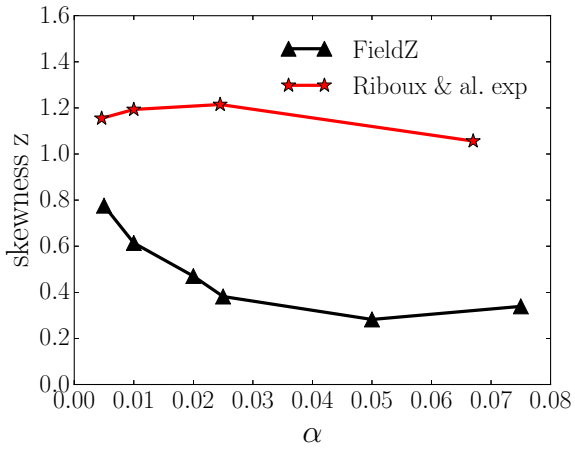


FIGURE 5.22 – Skewness de la vitesse verticale des bulles.

Le coefficient d'asymétrie (skewness) est tracé sur la figure 5.22. Dans les simulations, comme les expériences, on observe une asymétrie positive. On peut penser qu'elle est due aux fluctuations de vitesse positives subies par les bulles qui sont situées dans le sillage d'une bulle qui les précède. Dans les simulations, comme les expériences, cet effet diminue avec α. Cette diminution lorsque α augmente, s'explique à la fois par l'atténuation des sillages et l'augmentation des interactions entre les bulles qui ont pour effet de diminuer le temps de présence d'une bulle dans un sillage.

PDF des fluctuations de vitesses des bulles

De manière générale, que ce soit pour les expériences ou les simulations numériques, on peut voir que la fraction volumique d'air n'a que peu d'effet sur les PDF des vitesses des bulles. Cela vient confirmer cette observation qui a déjà été reportée par RISSO et ELLINGSEN [2002] pour des bulles d'environ 2.5 mm de diamètre et pour des fractions volumiques d'air comprises entre 0.5 et 1.05 % et aussi par MARTÍNEZ-MERCADO et collab. [2007] qui ont fait des mesures pour des écoulements de bulles d'air dans différents liquides pour faire varier le nombre de Reynolds (entre 10 et 500) et avec des fractions volumiques allant de 0.2 à 7.5%.

La figure 5.23 montre les fonctions densités de probabilités (PDF) des fluctuations des vitesses de bulles horizontales. Ici, les vitesses sont normalisées par la vitesse terminale de la bulle isolée et les résultats des simulations sont comparés aux résultats expérimentaux. Les PDF confirment les commentaires faits à partir des moments d'ordre 2 et 3 : variances et asymétries simulées sont plus faibles que les valeurs expérimentales à cause, sans doute, du filtrage des petites échelles. La figure 5.24 montre les PDF simulées des deux composantes de la vitesse des bulles centrées et normées par leur écart-type. On constate qu'une fois normées, les PDF sont indépendantes de α. Un résultat en accord les différentes expériences de MARTÍNEZ-MERCADO et collab. [2007], conduites pour des bulles dont le nombre de Reynolds étaient compris entre 10 et 500, et des fractions volumiques comprises entre 0.2 et 7.5 %.
Une autre propriété spécifique des écoulements à bulles est retrouvée par les simulations. Il s'agit du caractère non-gaussien des PDF, avec notamment des ailes exponentielles, particulièrement visibles pour la composante horizontale.

5.3.2 Dynamique du liquide

Nous abordons maintenant l'étude de l'agitation du liquide en commençant par les PDF des fluctuations avant de passer à l'analyse spectrale. A noter que, pour chaque simulation, les résultats ont été calculés à un temps à peu près égal après la phase d'interpolation. Ainsi les grandes structures ne sont sans doute pas pleinement développées. En revanche il n'y a pas de doute que

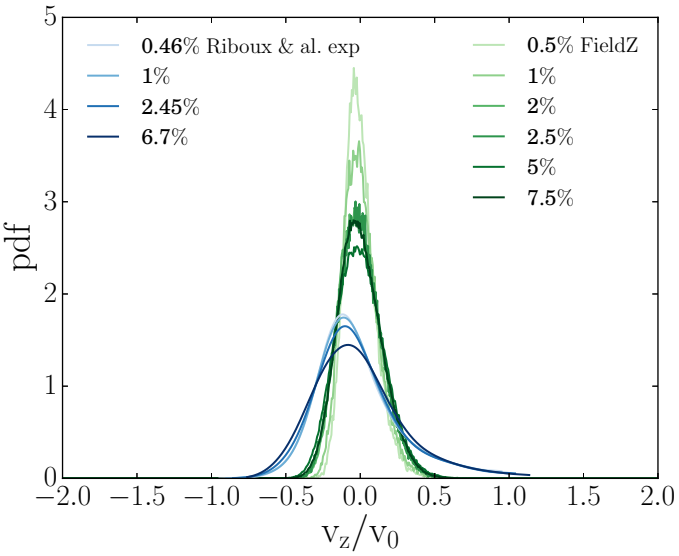
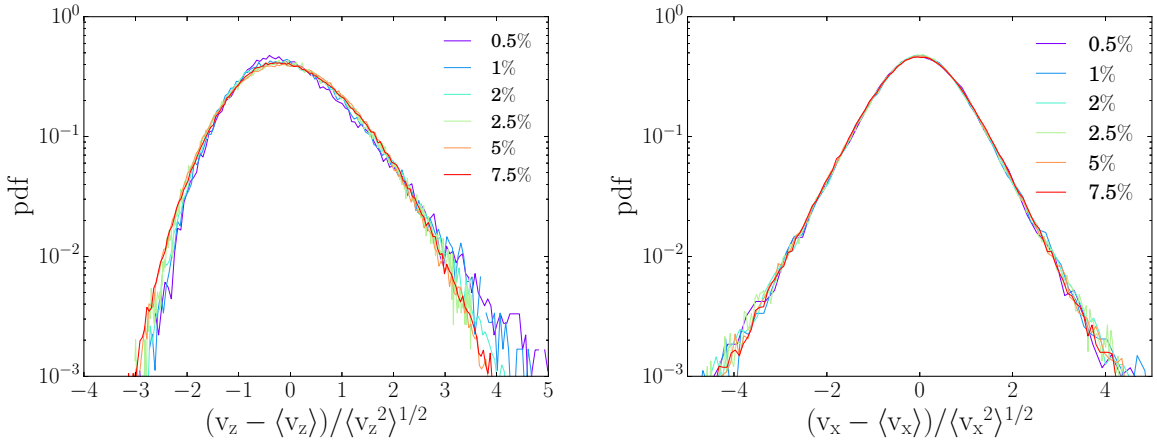


FIGURE 5.23 – PDF centrées et normées dans la direction verticale par la vitesse terminale de la bulle isolée. Comparaison entre les résultats expérimentaux de RIBOUX et collab. [2010] et nos simulations numériques. Échelle linéaire.



(a) PDF centrées des fluctuations de vitesses des bulles dans la direction verticale normées par leur écart-type. Échelle semi-logarithmique.

(b) PDF centrées des fluctuations de vitesses des bulles dans la direction horizontale (ici Ox) normées par leur écart-type. Échelle semi-logarithmique.

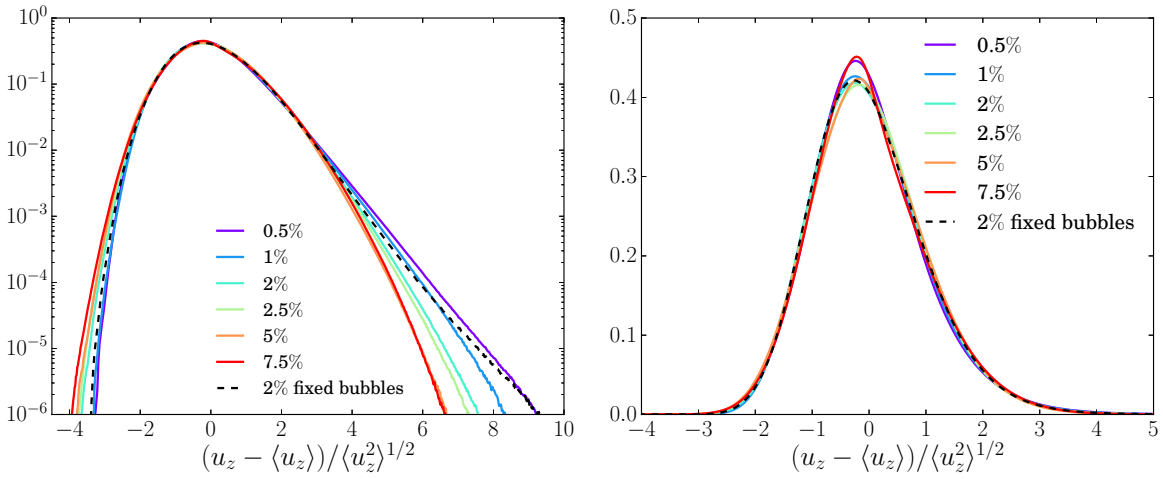
FIGURE 5.24 – PDF centrées et normées des bulles

les petites échelles sont bien développées.

PDF des fluctuations de vitesse du liquide

Les figures 5.25 et 5.26 présentent les résultats des simulations numériques menées avec FieldZ. Elles montrent respectivement les PDF centrées et normées de la composante verticale et de la composante horizontale Ox. Les PDF sont systématiquement présentées à la fois sous formes de tracés linéaires afin de bien mettre en évidence les échelles de vitesse les plus probables et sous forme semi-logarithmiques afin de mettre en évidence les évolutions exponentielles.
Dans la direction verticale comme dans la direction horizontale, on retrouve les formes caractéristiques décrites et interprétées pour le cas α = 2%. En accord avec les résultats expérimentaux, les tracés linéaires montrent des PDF auto-similaires et des branches qui évoluent exponentiellement. Les tracés semi-logarithmiques montrent que les événements rares voient leur densité de probabilité évoluer avec α. ceci est particulièrement vrai pour les grandes fluctuations positives

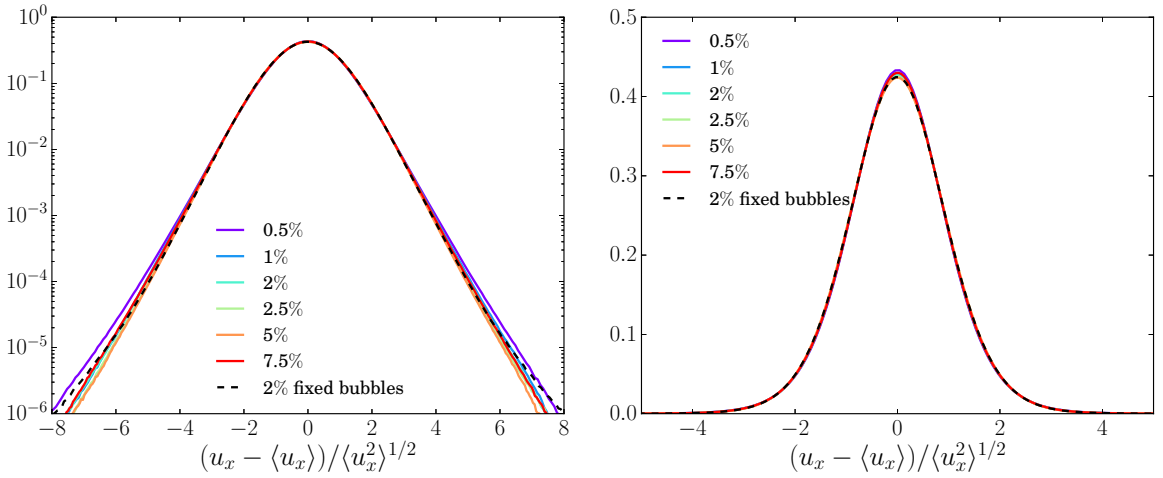
dans la direction verticale, qui correspondent aux sillages moyens des bulles.



(a) Echelle semi-logarithmique

(b) Echelle linéaire

FIGURE 5.25 – PDF centrées et normées des fluctuations de la vitesse du liquide dans la direction verticale pour différents fraction volumiques d'air.



(a) Echelle semi-logarithmique

(b) Echelle linéaire

FIGURE 5.26 – PDF centrées et normées des fluctuations de la vitesse du liquide dans la direction horizontale (Ox) pour les différentes fractions volumiques d'air

Les figures 5.27 et 5.28 proposent la comparaison avec des PDF expérimentales issues de RIBOUX et collab. [2010] dans les directions horizontale et verticale. Sur ces figures, nous avons utilisé la normalisation par l'écart-type, qui rassemble très bien les résultats des simulations numériques. La comparaison des PDF numériques et expérimentales montrent que les grandes fluctuations, qui évoluent en une seconde branche exponentielle et qui sont causées par les perturbations dans le voisinage proche des bulles, ne sont pas bien reproduites par les simulations à cause du filtrage spatial. En effet, dans nos simulations, bien que nous considérions des bulles de 2.5mm, l'écoulement proche des bulles n'est pas finement décrit et le sillage proche est filtré. Il en résulte que les instabilité de sillage sont absentes. Le filtrage spatial des simulations réduit donc l'agitation des bulles et donc du liquide de deux façons différentes. La première est la suppression des instabilités de trajectoire. La seconde est son incapacité à décrire la perturbation causé par le sillage moyen dans le proche voisinage des bulles. En revanche, on observe que la partie centrale des PDF, due aux événements les plus fréquents présente bon accord avec les expériences.

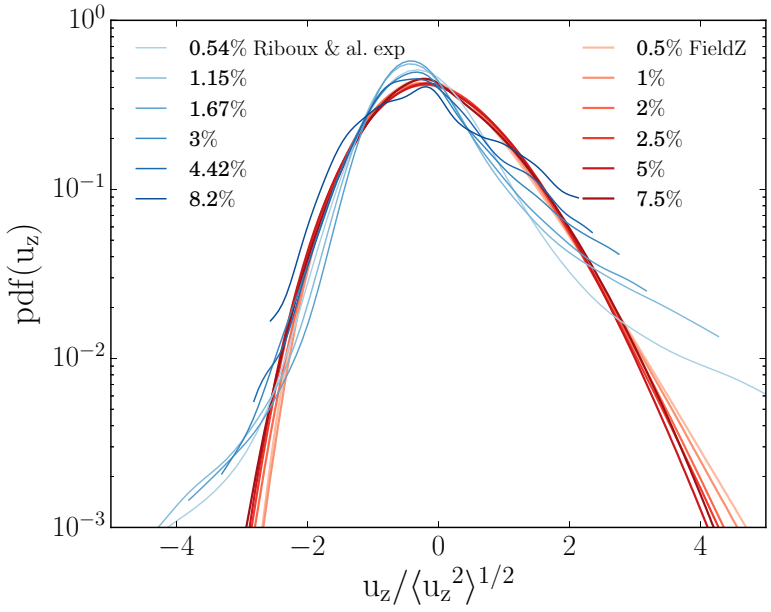


FIGURE 5.27 – PDF centrées des fluctuations de la vitesse du liquide dans la direction verticale normées par leur écart-type pour les différentes fractions volumiques d'air.

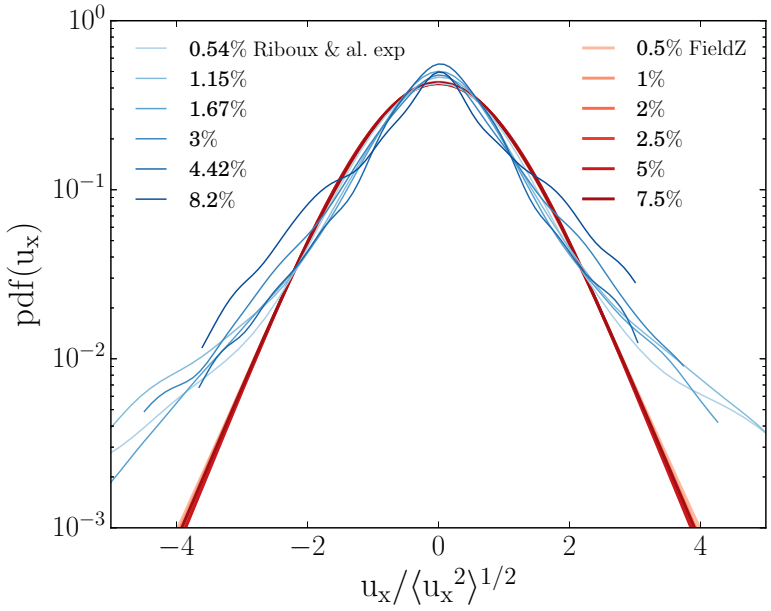


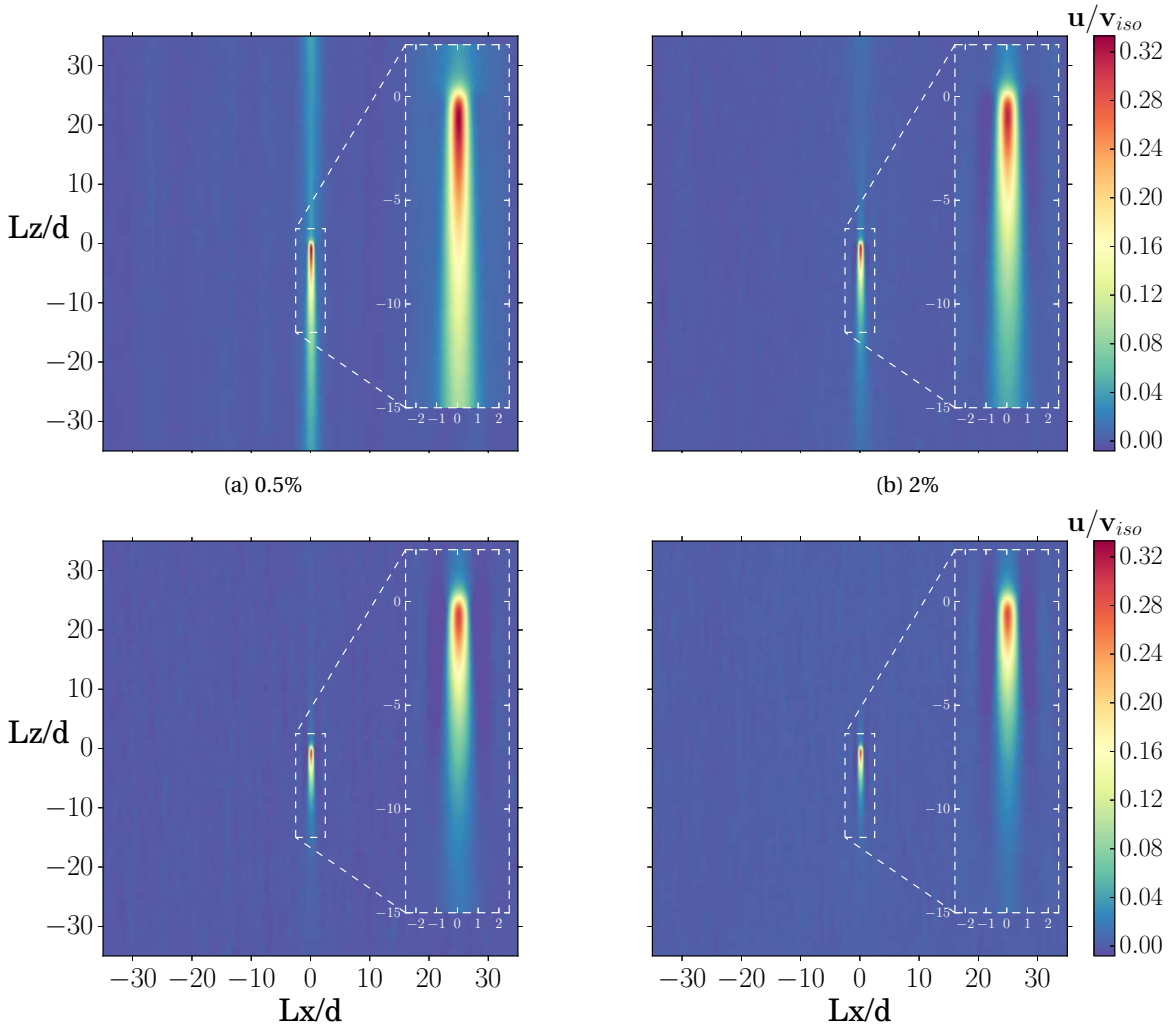
FIGURE 5.28 – PDF centrées et normées des fluctuations de la vitesse du liquide dans la direction horizontale (Ox) pour différentes fractions volumiques.

Si les sillages proches sont fortement filtrés, les sillages lointains sont bien reproduits puisque les paramètres de nos simulations ont été ajustés à cette fin à partir des résultat expérimentaux de la bulle isolée, comme discuté au chapitre précédant. La figure 5.29 montre l'écoulement moyen autour d'une bulle située au sein de l'essaim, pour diverses fractions volumiques. Cet écoulement correspond à une moyenne de phase spatiale et est obtenue de la façon suivante :

$$\langle u_i \rangle_\phi(\Delta \boldsymbol{x}) = \frac{1}{N_b} \sum_b u_i(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_b) \quad . \tag{5.31}$$

Cela revient à réaliser, pour chaque bulle, une translation spatiale afin de placer la bulle à l'origine du repère, puis de moyenner l'ensemble de ces champs translatés. On constate que la longueur

des sillages décroît avec α, ce qui traduit l'effet d'écrantage prédit par HUNT et EAMES [2002] et observé par RISSO et collab. [2008]. On voit aussi que la largeur des sillages semble indépendante de α, lorsque α est suffisamment grand, typiquement supérieur à 2%. Il ne s'agit en effet pas d'une décroissance causée par une diffusion turbulente qui transporterait la quantité de mouvement, mais d'un mécanisme d'annihilation de la vorticité par interaction avec les sillages voisins. Le mécanisme fondamental d'écrantage des sillages est donc bien reproduit par nos simulations.



(a) 0.5%

(b) 2%

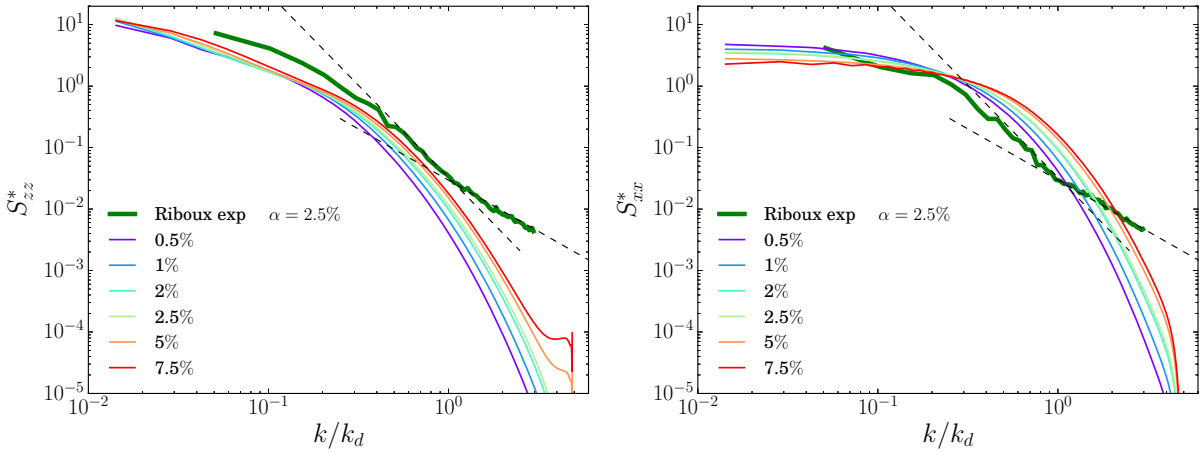
(c) 5%

(d) 7.5%

FIGURE 5.29 – Perturbation moyenne dans le voisinage des bulle normalisée par la vitesse terminale de la bulle isolée.

Analyse spectrale

Nous analysons maintenant les statistiques de fluctuations de la vitesse du liquide dans le plan spectral. Nous allons utiliser les mêmes outils que ceux introduits dans l'étude à α = 2% pour le cas mobile : spectres monodimensionnels (S_{zz} et S_{xx}), spectres tridimensionnels (S_{3D}) et les différents termes du bilan spectral, la densité de puissance spectrale produite par les bulles (P), celle transféré entres les échelles (T) et celle dissipée (D).
La figure 5.30 présente les densités spectrales de puissance normalisées. $S^*_{ii} = k_d S_{ii} / \int S_{ii} \mathrm{d}k$ avec $k_d = 2\pi/d$. La présence d'une petite région en k^{-3} est visible pour les nombres d'onde un peu plus petits que k_d. Elle devient d'autant plus nette que α augmente. La forme du spectre évolue avec α pour α entre 0.5% et 2.5% . En revanche les spectres à 5% et 7.5% sont quasiment identiques. Plus



(a) composante verticale dans la direction verticale

(b) composante horizontale dans la direction horizontale

FIGURE 5.30 – Spectres monodimensionnels de la vitesse du liquide pour différentes fractions volumiques.

α augmente, plus on retrouve les caractéristiques de la BIA expérimentale. Cela résulte probablement du fait qu'un certain niveau de fluctuations doit être atteint pour que les propriétés statistiques émergent. Un niveau qui est atteint plus rapidement dans les expériences où les sillages sont instables, les trajectoires des bulles oscillent et le champ proche des bulles n'est pas filtré. Le spectre 3D, visible sur la figure 5.31, exhibe de manière beaucoup plus claire les tendances observées sur les spectres 1D : convergence vers un spectre unique à grand α et développement de la pente en k^{-3} à grand α.

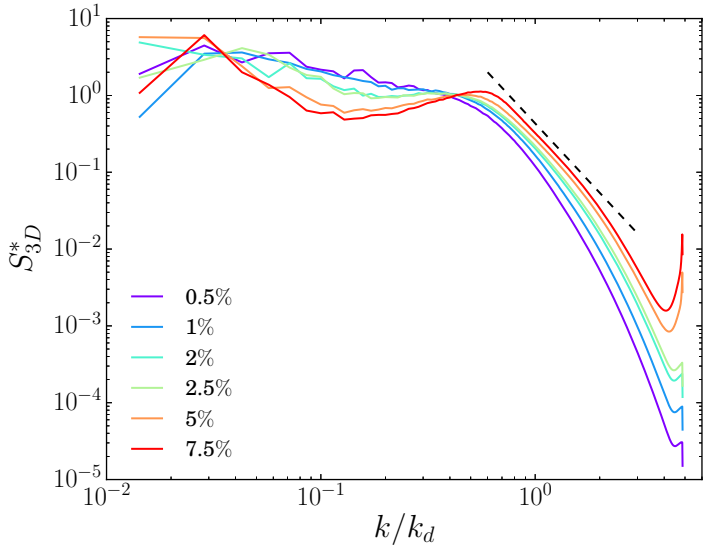


FIGURE 5.31 – Spectres tridimensionnels des fluctuations de vitesse du liquide pour les différentes fractions volumiques.

Afin de pouvoir isoler précisément les grandes échelles, nous considérons les spectres 3D. Ils sont montrés pour les différentes fractions volumiques sur la figure 5.31. On observe que les grandes échelles présente une évolution significative avec α et que pour les grandes fractions volumiques le spectre présente un aspect bimodal avec le développent d'un pic aux plus grandes échelles. L'apparition d'un tel pic et le signe qu'une instabilité émerge à grande échelle. Cette instabilité pourrait, si elle se renforçait encore davantage en augmentant α, expliquer le fait que pour des fractions volumiques importantes un essaim de bulles a tendance à évoluer vers une configuration hétérogène. Aux échelles plus petites, on observe clairement qu'une zone en k^{-3} émerge

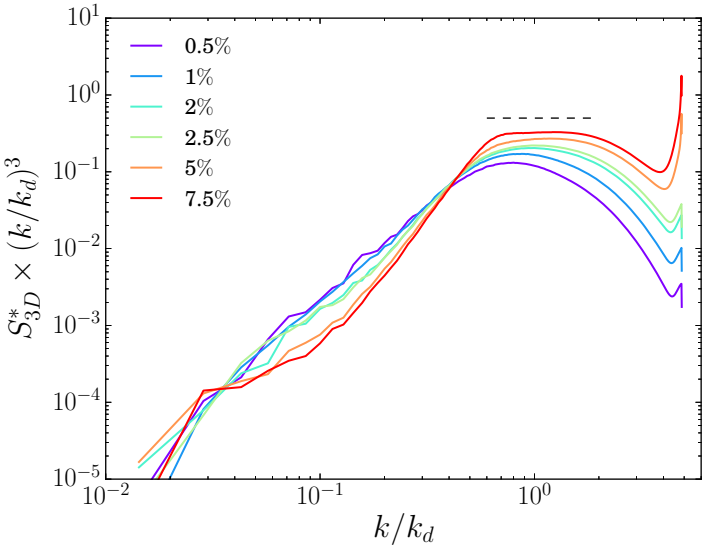


FIGURE 5.32 – Spectres tridimensionnels des fluctuations de vitesse du liquide compensé par k^3 pour les différentes fractions volumiques.

pour des fractions volumiques supérieures à 5%. Cette loi de puissance est confirmée sur la figure 5.32 qui présente les spectres compensés par k^3, puisque l'on y observe bien la présence d'un plateau compris entre $0.5 < k/k_d < 2$.

La figure 5.33 montre les bilans d'énergie dans l'espace spectral. On présente les bilans des densités spectrales de la dissipation D, de la production P et du transfert entre les échelles T. Rappelons que l'on a :

$$\mathrm{P} + \mathrm{D} + \mathrm{T} = 0 \quad . \tag{5.32}$$

On peut normaliser les densités spectrales par ε/k_d tandis que k est normalisé par $k_d = 2\pi/d$. C'est ce qui est fait dans la colonne de droite de la figure 5.33. Avec cette normalisation on observe que les spectres pour les différents α se superposent à petites échelles, $k > k_d$. On constate que le spectre de la production d'énergie cinétique est bien plus piqué à grand α mais que la position du maximum n'évolue que très peu avec α. Lorsque le spectre d'énergie présente une zone en k^{-3} alors, nécessairement, le spectre de la dissipation se comporte comme $\mathrm{D} \sim k^{-1}$. Ainsi cette zone en k^{-3} doit nécessairement survenir après le pic de dissipation. De plus, on observe que cette zone en $\sim k^{-3}$ correspond également aux nombres d'onde plus grands que le pic de production ce qui permet de penser que dans cette gamme d'échelles, le spectre de la production présente lui aussi un comportement en loi de puissance traduisant une certaine invariance d'échelle des mécanismes d'injection d'énergie autour des bulles.

On cherche maintenant les échelles caractéristiques représentatives des grandes échelles ($k \ll k_d$). Nous introduisons $\varepsilon_{\mathrm{GE}}$ comme la puissance moyenne des grandes échelles,

$$\varepsilon_{\mathrm{GE}} = \frac{\langle \boldsymbol{u}^2 \rangle}{\tau} \quad , \tag{5.33}$$

où τ est l'échelle de temps caractéristiques des grandes échelles. En prenant $\tau = d/\langle \boldsymbol{v} \rangle$ on obtient,

$$\varepsilon_{\mathrm{GE}} = \frac{\langle \boldsymbol{u}^2 \rangle \langle \boldsymbol{v} \rangle}{d} \quad . \tag{5.34}$$

On peut alors normaliser D, P et T par

$$\frac{\varepsilon_{\mathrm{GE}}}{k_d} = 2\pi \langle \boldsymbol{u}^2 \rangle \langle \boldsymbol{v} \rangle \quad . \tag{5.35}$$

Les termes ainsi normalisés sont représentés dans la colonne de gauche de la figure 5.33. Cette normalisation conduit à une superposition des différents termes du bilan spectral pour les différents α lorsque $k < 0.2k_d$.

Toutes les courbes doivent tendre vers zéro quand $k \mapsto \infty$. On voit que ce n'est pas le cas pour α = 7.5% et 5% pour lesquelles on observe un pic au plus grand nombre d'onde résolu. Ce pic trahit le fait que la résolution spatiale des simulations numérique n'est pas assez fine pour les deux plus grandes fraction volumique. En effet l'énergie injectée augmente avec α, et génère des fluctuations à des échelles bien plus petites que les bulles. Ces résultats peuvent nous guider pour introduire un modèle de sous-maille adéquat.

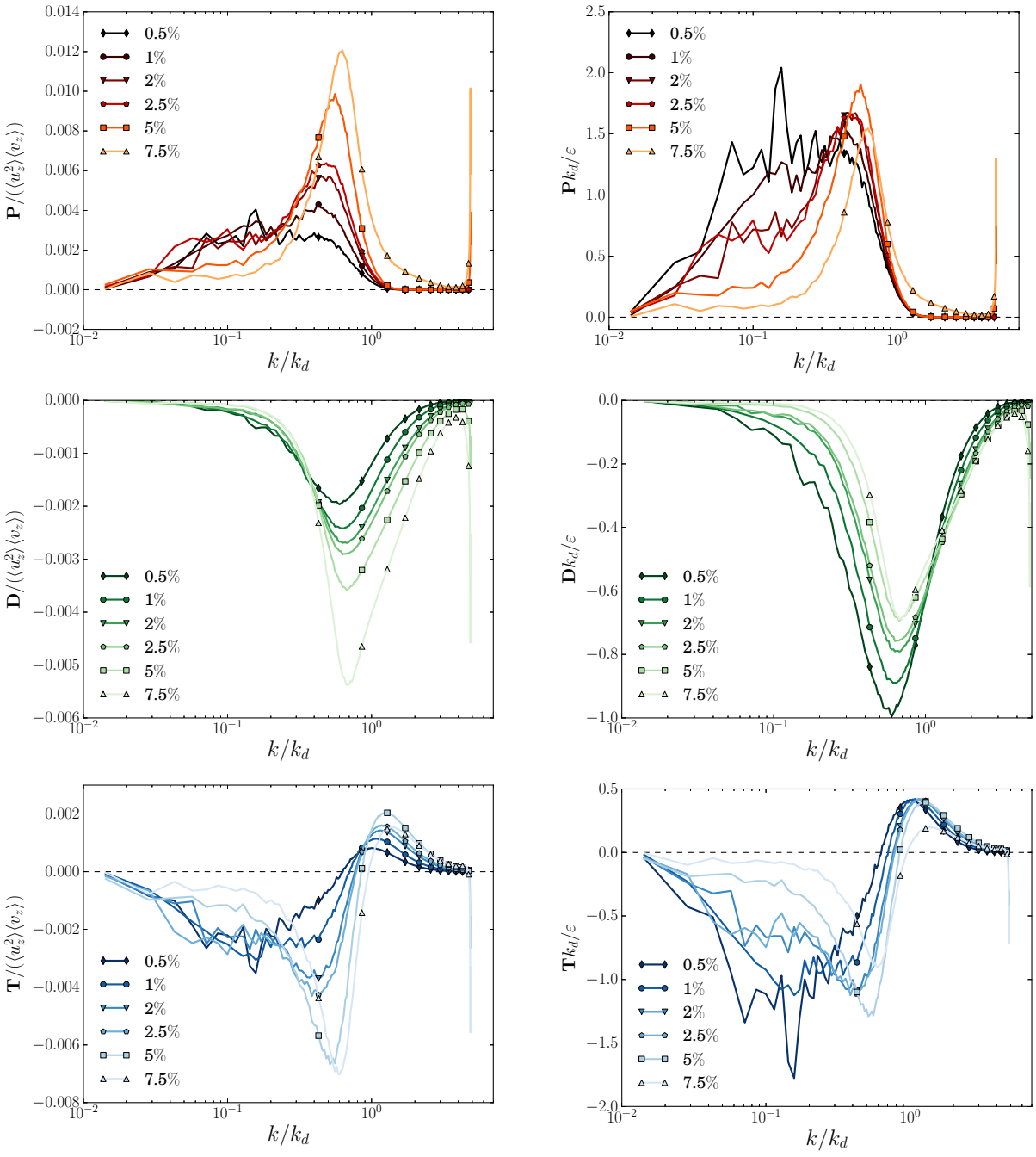


FIGURE 5.33 – De haut en bas : Production, dissipation et transfert d'énergie en fonction de α. A gauche : normalisation par le produit de la variance de la vitesse verticale du liquide et de la moyenne de la vitesse verticale des bulles. A droite : normalisation par la dissipation

Il est remarquable de constater que les gammes de nombres d'onde où dominent certains termes du bilan sont indépendantes de la fraction volumique. On retrouve donc, pour tous les α, le même découpage que celui présenté lors de l'étude du cas α = 2%.

- $k/k_d < 0.2$: Équilibre entre production et transferts vers les petites échelles
- $0.2 < k/k_d < 2$: Équilibre mettant en jeu les trois termes. La production atteint un maximum ver $k/k_d = 0.5$. La dissipation est en retard sur la production et atteint son maximum vers $k/k_d = 0.6$. Le transfert compense ce décalage en transportant l'excès d'énergie produite vers les petites échelles.
- $k/k_d > 2$: Il n'y a plus de production. On se retrouve avec un équilibre transfert/dissipation comme dans la zone dissipative à la fin de la zone inertielle dans la turbulence classique.

De manière générale, la BIA est caractérisée par une absence de séparation entre les échelles où l'énergie est injectée par les bulles et celles où elle est dissipée. En l'absence d'une zone inertielle où le transfert domine, on observe un spectre en k^{-3} au lieu d'un spectre en $k^{-5/3}$.
On vérifie encore ici cette propriété singulière de l'agitation induite par les bulles qui est que sa structure est indépendante de la fraction volumique. Toutes les conclusions tirées du cas α = 2%, notamment celles obtenues à partir du cas fixe et de la décomposition entre LBD et BIT restent donc qualitativement valables pour toutes les fractions volumiques.

5.4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était double : vérifier que notre méthode de simulations des grandes échelles appliquée à un essaim homogène de bulles en ascension nous permettait de retrouver les propriétés de la BIA et révéler ces mécanismes aux différentes échelles de longueur.
La première partie dans laquelle nous avons décomposé les fluctuations totales du cas fixe en fluctuations spatiales et temporelles nous a permis de séparer les contributions de la LBD et de la BIT. L'analyse des champs de vitesse, des PDF et des spectres ont confirmé la capacité de la méthode de modélisation à retrouver des propriétés caractéristiques de chacun de ses mécanismes, le caractère quasiment isotrope et homogène de la BIT et celui inhomogène et anisotropie de la LBD ; et des PDF non gaussiennes et fortement dissymétriques dans la direction verticale avec une branche exponentielle positive correspondant aux sillages des bulles (LBD) ; des PDF quasi-symétriques avec des branches exponentielles correspondant à la BIT dans la direction horizontale ; des spectres en k^{-3} pour les deux contributions en accord avec Amoura et collab. [2017].
Les bilans d'énergie dans le domaine spectral, pour les cas fixe et mobile ont montré que la BIA avait une distribution d'énergie bien particulière avec une séparation d'échelles qui explique l'absence d'une zone inertielle en $k^{-5/3}$ la gamme où l'énergie est injectée par les bulles. Deux caractéristiques de la turbulence monophonique sont cependant retrouvées : un transfert d'énergie des grandes échelles vers les échelles plus petites et une zone dissipative aux petites échelles. En distinguant LBD et BIT pour le cas fixe à α = 2%, nous avons constaté que les échanges d'énergie entre ces deux types de fluctuations jouaient un rôle important dans les transferts d'énergies entre les échelles de la BIA. De plus, nous avons pu établir le rôle de chacun dans le bilan global reporté sur la figure 5.17. Aux grandes échelles c'est essentiellement la LBD qui domine alors qu'aux petites échelles c'est principalement la BIT.
La seconde partie de ce chapitre était dédiée à l'étude de l'effet de la fraction volumique de gaz. Les résultats montrent que les simulations numériques reproduisent qualitativement la décroissance de la vitesse moyenne avec α et et surtout l'invariance de la structure de la BIA avec la fraction volumique, lorsque celle ci devient suffisamment importante.
Bien sûr, le filtrage spatial induit par notre absence de résolution des échelles plus petites que les bulles a des conséquences. L'énergie fluctuante produite est inférieure, pour les deux phases, à l'énergie réelle. Cependant, comme les caractéristiques des échelles résolues sont bien reproduites, nous pouvons faire confiance aux conclusions obtenues quant aux mécanismes révélés

dans le plan spectral. Nous pouvons aussi espérer pouvoir développer un modèle de sous-maille pour ajouter l'énergie manquante aux échelles non résolues. Cette perspective dépasse cependant le cadre de cette thèse, dont la suite va consister à utiliser le modèle que nous venons de valider dans le cadre d'un essaim de bulles homogène pour aborder une situation de convection à bulles plus proche de l'application au bain de corium, qui constitue la motivation pratique de ce travail.

Chapitre 6

Vers un cas plus réaliste : écoulements à bulles en présence de convection thermique

Sommaire

6.1 Introduction . . . 103
6.2 Comparaison entre FieldZ et JADIM . . . 104
6.2.1 Présentation de JADIM . . . 104
6.2.2 Comparaison de résultats pour une bulle isolée entre FieldZ et JADIM . . . 105
6.3 Équations supplémentaire pour la thermique . . . 108
6.4 Détermination des paramètres des simulations . . . 109
6.4.1 Description de l'essai VB-U7 . . . 109
6.4.2 Simulations numériques TOLBIAC et ordres de grandeur . . . 111
6.4.3 Paramètres des simulations . . . 113
6.5 Résultat des simulations numériques . . . 114
6.6 Tentative d'application au cas d'un réacteur et discussion . . . 127
6.7 Conclusion . . . 129

6.1 Introduction

L'objectif de ce dernier chapitre est de se rapprocher d'un cas réaliste d'interactions corium/-béton qui peut mettre en jeu plusieurs types de convection : thermique, solutale et à bulles. Pour cela on s'appuie sur les données expérimentales issues de l'essai VB-U7 et sur des résultats numériques obtenus avec le code TOLBIAC qui a été présenté dans le chapitre 2.
Jusqu'à présent, nous avons étudié uniquement des configurations dans lesquelles les conditions aux limites des domaines de calculs étaient périodiques. Ces situations sont représentatives, jusqu'à une certaine limite, de ce qui peut se passer au cœur du bain du corium. Or, si on souhaite étudier un cas plus réaliste d'interaction corium/béton, il est indispensable de prendre en compte les parois. Les zones pariétales sont le siège de forts gradients de températures et de concentration qui peuvent générer la formation de couches limites. Dans ce chapitre, l'approche numérique utilisée pour les simulations est la même que celle présentée précédemment 4. Par conséquent les plus petites échelles de l'écoulement ne seront pas capturées. Dans ce chapitre, nous ne visons

pas à modéliser de façon détaillée tous les phénomènes physiques qui entre en jeu à l'interface entre le béton et le corium (changement de phase, matériaux hétérogènes). Nous allons considérer que l'interface est à géométrie constante, ainsi que la température qui sera considérée égale à la température du liquidus du corium.
Notre intérêt se porte sur la comparaison entre la convection thermique et la convection à bulles, qui sont les deux principaux mécanismes d'agitation du liquide. En effet, comme nous avons pu le voir dans le chapitre 2, les flux massiques de gaz aux parois sont des paramètres qui peuvent expliquer le caractère isotrope ou anisotrope de l'ablation. La convection solutale ne sera pas prise en compte dans notre étude.

L'essai expérimental VB-U7 a été mené au CEA de Cadarache sur la plateforme VULCANO en coopération avec le VTT (Technical Research Centre of Finland). L'objectif de cet essai est d'étudier les interactions entre un corium prototypique et un béton sacrificiel qui contient des agrégats d'hématite (Fe_2O_3) et qui est utilisé notamment pour les puits de cuve de l'EPR. Cette étude répond à un manque de données sur les ICB dans ce type de configuration. L'article de SEVÓN et collab. [2013] apporte d'importantes informations sur ce test et de nombreuses données nous ont été fournies par le CEA de Cadarache.

Dans ce chapitre nous allons nous rapprocher d'un cas réaliste, celui de l'essai VB-U7, en rajoutant des parois solides et une source volumique de chaleur à nos simulations numériques. L'objectif est alors d'étudier l'influence de la présence des bulles sur la distribution des flux de chaleur au niveau des parois. Le code utilisé jusqu'à présent, FieldZ, ne permet pas une prise en considération aisée de telles conditions aux limites. Nous avons donc fait le choix de changer de code numérique. Nous avons donc intégré la méthode de couplage entre les deux phases présentée au chapitre 4 dans le code de JADIM de l'IMFT.

Premièrement, nous donnons une brève description du code JADIM et de la validation de la mise en œuvre de notre approche pour le cas d'une bulle isolée. Dans une seconde partie, nous présentons l'essai VB-U7 et quelques résultats issus de cette expérience. Les paramètres numériques seront également définis. Enfin, la dernière partie est consacrée à l'analyse des résultats des simulations numériques en vue d'extrapoler les résultats à une configuration de plus grande taille.

6.2 Comparaison entre FieldZ et JADIM

L'ajout de parois solides aux frontières domaine de calcul a nécessité un changement d'outil numérique. Le code que nous avons utilisé pour étudier l'agitation induite par les bulles, FieldZ, est un code pseudo-spectral. La prise en compte de parois avec ce type de code aurait nécessité un travail conséquent, impliquant soit la prise en compte des parois par la technique des frontières immergées, soit en utilisant des polynômes de Tchebychev à la place des séries de Fourrier. Nous avons donc fait le choix d'utiliser un autre code, qui est développé au laboratoire depuis plus d'une trentaine d'années, JADIM, qui est décrit dans le prochain paragraphe. Nous présenteront ensuite les paramètres utilisés pour les simulations.

6.2.1 Présentation de JADIM

JADIM permet la simulation numérique des équations de Navier-Stokes tridimensionnelles, incompressibles et instationnaires. C'est un code qui utilise une méthode de volumes finis en maillages structurés (orthogonaux, cartésiens ou curvilignes) d'ordre 2 en temps et en espace (schéma de Runge-Kutta d'ordre 3 pour la résolution du terme non linéaire, associé à un schéma de Crank-Nicolson pour la partie implicite). La pression est calculée par une méthode de projection. Les champs scalaires (pression, température) sont calculés au centre des mailles et les diffé-

rentes composantes du champ de vitesse sur un maillage décalé, comme le montre la figure 6.1. Ce code a été utilisé dans de nombreuses configurations, notamment pour résoudre de manière directe la dynamique d'une bulle isolée dans des écoulements instationnaires [LEGENDRE, 1996; MAGNAUDET et collab., 1995] ou encore pour s'intéresser aux grandes échelles de la turbulence [CALMET, 1995; CALMET et MAGNAUDET, 1997]. Cependant, nos configurations portent sur le suivi lagrangien de particules et le couplage inverse qui a été développé par CLIMENT [1996]; CLIMENT et MAGNAUDET [1999] puis par CHOUIPPE [2012].

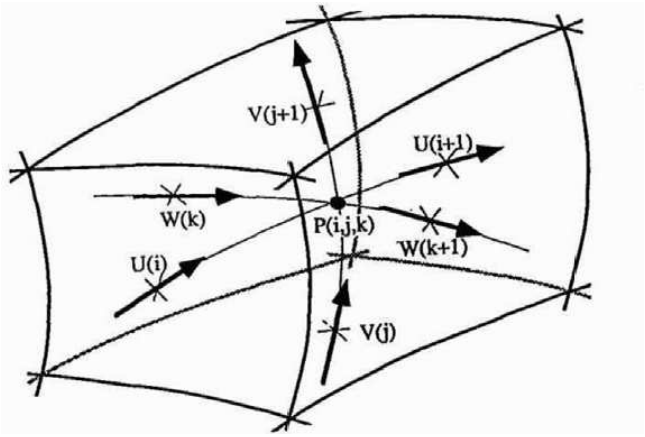


FIGURE 6.1 – Schéma du maillage décalé utilisé dans JADIM.

Ainsi, l'approche de modélisation des bulles par une source volumique de quantité de mouvement et le modèle de correction des effets auto-induits (chapitre 4) ont été introduits dans JADIM dans l'objectif de simuler des nuages de bulles à grand nombre de Reynolds dans un domaine avec des parois et une source de chaleur.

6.2.2 Comparaison de résultats pour une bulle isolée entre FieldZ et JADIM

Dans ce paragraphe nous comparons les résultats entre les simulations JADIM et FieldZ. La configuration considérée ici est celle de la bulle de gaz isolée en ascension dans un milieu infini au repos. L'objectif est de valider notre méthode avec le code JADIM. A noter que bien que les méthodes numériques diffèrent entre les codes Fieldz et JADIM, l'algorithme pour le calcul de notre modèle des champs perturbés est exactement le même. Nous l'avons juste adapté pour tenir compte de la différence de structure des données entre ces deux codes et de la différence de langages (C++ pour FieldZ Fortran pour JADIM).

La démarche adoptée pour la validation est la même que celle que nous avons adoptée précédemment avec le code FieldZ. La première étape consiste à imposer la trajectoire de la bulle et la quantité de mouvement qu'elle transmet au liquide afin de vérifier que l'on retrouve bien un sillage en accord avec les expériences de [RIBOUX et collab., 2010]. Ce cas de référence est aussi nommé cas à vitesse imposée. Pour un nombre de Reynolds fixé, les paramètres numériques ayant une influence sur le sillage simulé sont la taille des mailles, Δx, et la largeur du noyau gaussien, σ. On utilise exactement les mêmes paramètres dans JADIM et FieldZ. Les configurations utilisées sont résumées dans le tableau 6.1. Les autres paramètres, comme le diamètre de la bulle, la viscosité cinématique et la gravité sont respectivement $d_b = 2.5$mm, $\nu = 10^{-6}$ m^2/s et $g = 9.81$ m/s^2.

La figure 6.2 présente la vitesse verticale du liquide le long d'un axe vertical passant par le centre de la bulle. Les sillages calculés par JADIM et FieldZ avec vitesse imposée sont identiques et se superposent bien aux expériences dès 5 diamètres derrière la bulle. Ce qui indique que les paramètres σ et Δx utilisés dans FieldZ sont aussi valables dans JADIM.

Simulation	σ/d_b	$\Delta x/d_b$	N_x	N_y	N_z	L_x/d_b	L_y/d_b	L_z/d_b
FieldZ	0.28	0.068	128	128	1024	8.75	8.75	70
JADIM	0.28	0.068	64	64	1024	4.375	4.375	70

TABLEAU 6.1 – Configurations des simulations JADIM et FieldZ pour une bulle isolée en ascension dans un liquide infini au repos. σ est la longueur caractéristique du noyau gaussien, Δx la taille des mailles, N_i et L_i le nombre de mailles et la longueur du domaine de calcul dans la direction i.

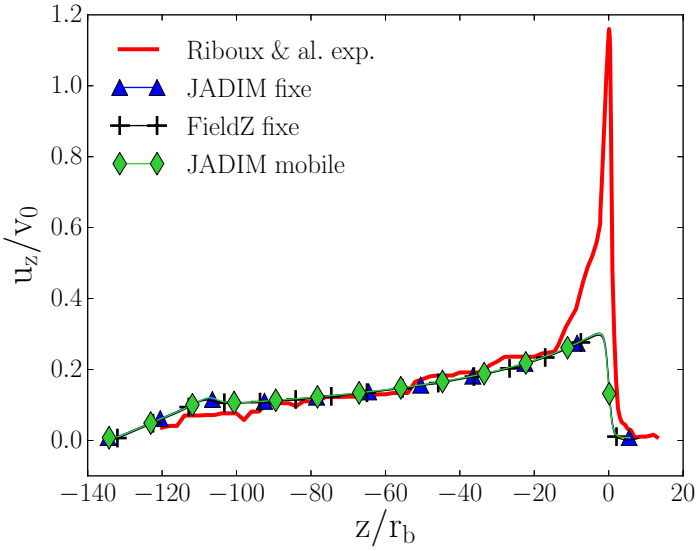


FIGURE 6.2 – Vitesse verticale du liquide dans le sillage de la bulle normalisée par la vitesse terminale de la bulle.

La seconde étape consiste à faire une simulation complète en utilisant le modèle complet afin de calculer le mouvement des bulles. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer les forces hydrodynamiques exercées sur les bulles en prenant en compte la perturbation liée à leur présence. Le modèle pour calculer cette perturbation a été décrit dans le chapitre 4 et été introduit dans JADIM. La figure 6.3 compare le mouvement de la bulle calculé avec notre modèle à celui obtenu par la simulation de référence. La figure 6.3 (à gauche) montre la vitesse verticale du fluide à la position de la bulle. On y présente l'évolution temporelle de la vitesse du fluide à la position de la bulle pour la simulation complète et pour la simulation à vitesse imposée, ainsi que la perturbation prédite à partir du modèle.
On voit que le résultat de la simulation complète (trait continu rouge) se superpose bien avec le modèle de perturbation (pointillés rouges) ce qui indique que la vitesse non perturbée est bien nulle. De plus, la comparaison avec la simulation de référence (trait plein noir) est également très satisfaisante, ce qui permet de valider l'emploi du modèle avec JADIM.

A droite de la figure 6.3, nous comparons la vitesse verticale de la bulle de la simulation complète avec la référence à vitesse imposée. On peut voir que les deux courbes se recouvrent, ce qui indique que la force exercée par le liquide sur la bulle est bien calculée par la simulation complète. Le sillage calculé par la simulation complète, aussi montré sur la figure 6.2, est également satisfaisant.

La figure 6.4 compare les résultats des simulations complètes menées avec JADIM et FieldZ. Sur la figure 6.4a, on présente les vitesses verticales de la bulle, du fluide à la position de la bulle et de la perturbation. De manière générale, les résultats de JADIM sont en bon accord avec ceux de FieldZ. La figure 6.4b montre l'accélération verticale de la bulle, celle du liquide à la position de la bulle et celle de la perturbation. L'accord entre les deux codes est ici aussi très bon. Avec JADIM, on note cependant la présence de fortes oscillations en tout début de simulation, mais celles-ci

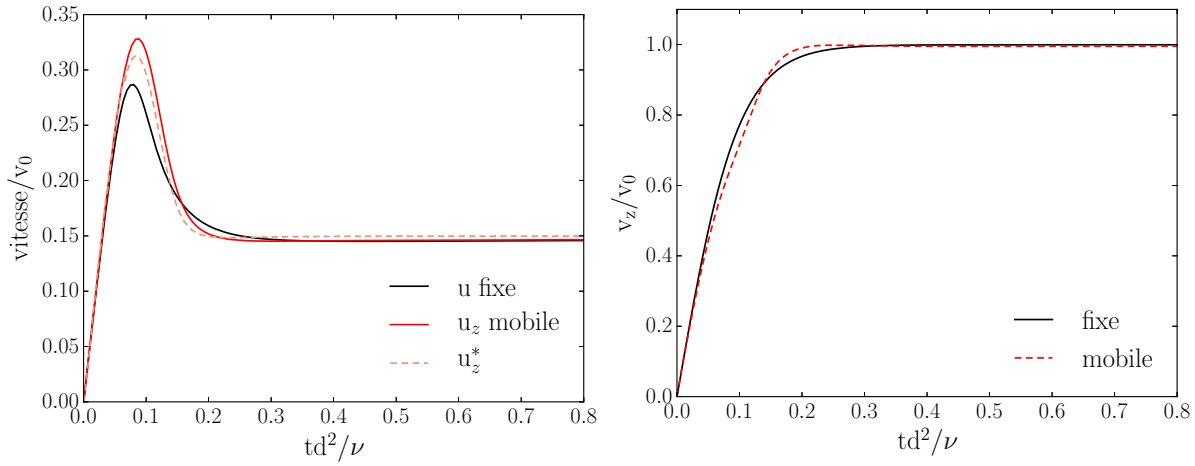
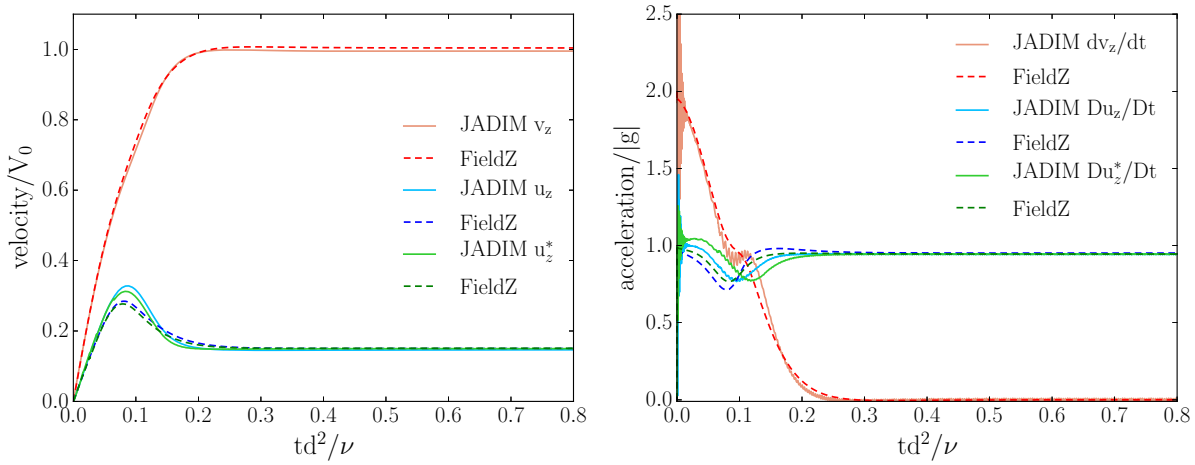


FIGURE 6.3 – A gauche : évolution temporelle de la vitesse verticale du liquide à la position de la bulle normalisées par la vitesse terminale de la bulle isolée du cas fixe. Comparaison entre la simulation de référence (cas fixe) pour laquelle la source de quantité de mouvement est imposée en trait plein noir, la valeur réelle du fluide pour la simulation complète (cas mobile) en trait plein rouge et la valeur de la perturbation donnée par le modèle dans la simulation complète (ligne en pointillés). A droite : évolution temporelle de la vitesse verticale de la bulle normalisée par la vitesse terminale de la bulle isolée dans le cas fixe. Comparaison entre la simulation de référence (cas fixe) en trait plein noir et le cas mobile avec la correction. Pour la comparaison, nous utilisons le maillage G3 ($\Delta x/d_b = 0.068$) avec $\sigma/d_b = 0.28$.

s'atténuent très rapidement sans déstabiliser le calcul. Ces oscillations sont vraisemblablement causées par la différence de schéma temporel entre les deux codes.



(a) Évolution temporelle de la vitesse verticale de la bulle v_z, du fluide à la position de la bulle u_z et de la correction u_z^* normalisées par la vitesse terminale de la bulle.

(b) Évolution temporelle de l'accélération verticale de la bulle dv_z/dt, du fluide à la position de la bulle Du_z/Dt et de la correction Du_z^*/Dt normalisées par la gravité.

FIGURE 6.4 – Comparaison entre JADIM et FieldZ des simulations "two-way coupling" pour une bulle isolée. Pour la comparaison, nous utilisons le maillage G3 ($\Delta x/d_b = 0.068$) avec $\sigma/d_b = 0.28$.

Il est utile de préciser que la procédure d'optimisation qui permet de calculer les paramètres c0, c1, c2 et c3 du modèle de la perturbation (voir chapitre 4.2.1) à partir de la simulation à vitesse de bulle imposée a été utilisée pour JADIM comme avec FieldZ. Les valeurs obtenues de ces paramètres avec les deux codes sont très proches.
La comparaison entre les deux codes que nous venons présenter a été faite pour le maillage G3 ($\Delta x/d_b = 0.068$) avec $\sigma/d_b = 0.28$. Elle a été aussi conduite pour le maillage G2 qui présente des mailles deux fois plus grandes ($\Delta x/d_b = 0.136$) avec $\sigma/d_b = 0.28$, mais n'est pas détaillée ici.

En conclusion, pour des mêmes paramètres numériques avec deux codes utilisant des schémas numériques différents, on retrouve des résultats très similaires. Cela démontre que la méthode numérique utilisée est robuste. Elle pourra donc être portée dans d'autres codes.

6.3 Équations supplémentaire pour la thermique

Notre approche de modélisation des bulles par des sources volumiques de quantité de mouvement réparties sur plusieurs mailles nous imposent la taille des mailles et la longueur caractéristique du noyau gaussien. Nous avons vu dans le paragraphe précédent qu'il était possible de simuler un nuage de bulles en ascension avec JADIM avec les mêmes paramètres de simulation qu'avec FieldZ. Cependant, la partie Lagrangienne de JADIM qui assure le mouvement les bulles n'est pas parallélisée, ce qui limite le nombre de bulles ainsi que la dimension du domaine de calcul. Ces contraintes prises en compte, nous avons décidé de conserver un diamètre de bulles de 2.5mm. Par ailleurs, la convection solutale causée par la fusion et la dissolution du béton ne sera pas prise en compte dans les simulations.

Pour simuler la puissance caloriques résiduelle du corium, qui est due à la désintégration des éléments radioactifs, on introduit une source de chaleur volumique q (W/m^3), de telle sorte que l'équation de la chaleur est donnée par :

$$\partial_t \mathrm{T} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla \mathrm{T} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\nabla^2 \mathrm{T} + \underbrace{\frac{q}{\rho c_p}}_{\Gamma} \quad , \tag{6.1}$$

où T est la température du bain, λ le coefficient de conductivité thermique (en W/m/K), c_p la capacité thermique massique (en J/kg/K) et $\mathrm{D}_{th} = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ (en m^2/s) le coefficient de diffusion thermique moléculaire. La température aux parois est fixée à une valeur constante T_p.

Ainsi les variations de masse volumique sont proportionnelles aux variations de températures via le coefficient de dilatation thermique β_T. Les équations de continuité et de quantité de mouvement et des conditions aux limites s'écrivent alors :

$$\nabla\cdot\mathbf{u} = 0 \tag{6.2}$$

$$\mathrm{D}_t\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla \mathrm{P} + \nu\Delta\mathbf{u} + \underbrace{\mathbf{g}\beta_\mathrm{T}\Delta \mathrm{T}}_{\text{convection thermique}} + \underbrace{\mathbf{f}}_{\text{convection à bulles}} \tag{6.3}$$

$$\boldsymbol{u}_{\text{paroi}} = 0 \tag{6.4}$$

où $\mathbf{u}$ est la vitesse du champ fluide, $\mathrm{D}_t = \partial_t + \mathbf{u}\cdot\nabla$ représente la dérivée matérielle, $\mathbf{f}$ l'échange de quantité de mouvement entre la phase dispersée et le liquide et ρ la masse volumique qui est constante.
La figure 6.5 décrit la configuration choisie. La température sur toutes les parois est imposée à $\mathrm{T}_p = \mathrm{T}_{\text{liq}}$, la température du liquidus du mélange corium/béton. Dans (6.4) le terme ΔT est la différence entre la température du liquide et la température de la paroi : $\Delta\mathrm{T}(t,\boldsymbol{x}) = \mathrm{T}(t,\boldsymbol{x}) - \mathrm{T}_p$.
Des bulles sont injectées par la paroi du fond et leur sortie est assurée à travers la paroi du haut. Initialement, les bulles sont positionnées de manière aléatoire en respectant une distance minimale entre leur centre de 2 diamètres pour éviter qu'elles ne se recouvrent. Leur vitesse initiale est nulle, tout comme celle du liquide. La température initiale est uniforme et égale T_i = 2600K.

Le nombre de Rayleigh, qui caractérise la convection thermique naturelle s'écrit :

$$\mathrm{Ra} = \frac{g\,\beta\,\Delta\mathrm{T}\,\mathrm{H}^3}{\nu \mathrm{D}_{th}} \quad . \tag{6.5}$$

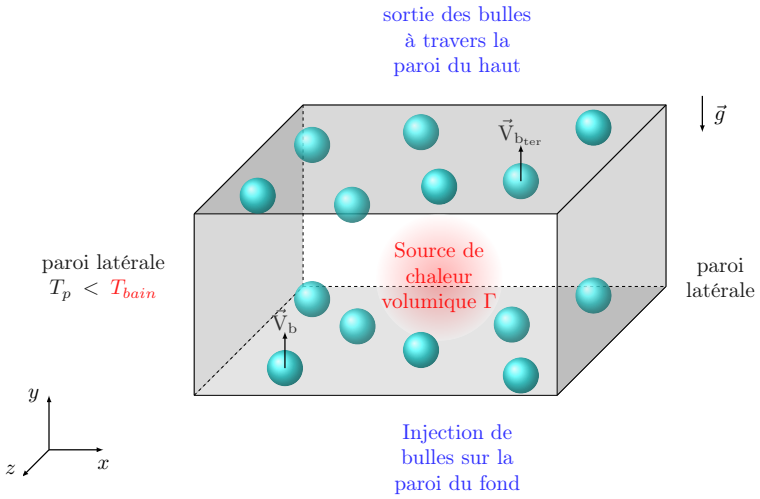


FIGURE 6.5 – Schéma du système considéré

Dans notre cas, nous imposons une source de chaleur, non pas l'écart de température. Ainsi ce nombre de Rayleigh n'est pas un paramètre opératoire. On peut ré-écrire ce nombre en fonction de Γ, mais cela nécessite de déterminer l'écart de température ΔT causé par Γ. Dans l'équation (6.1), on fait l'hypothèse que l'advection $u \cdot \nabla T$ et Γ sont du même ordre de grandeur et grands devant les autres termes, ce qui revient à considérer que le transport par advection est grand devant le transport par conduction, et que l'évolution temporelle de la température est lente. Cela permet d'écrire que :

$$u\frac{\Delta T}{H} \sim \Gamma \quad . \tag{6.6}$$

On définit u comme l'échelle de vitesse caractéristique de la convection thermique, ce qui nous conduit à : $u \sim \sqrt{g\beta\Delta T H}$, que l'on ré-introduit dans l'équation (6.6), de sorte sorte que :

$$\Delta T = (g\beta)^{-1/3} H^{1/3} \Gamma^{2/3} \quad . \tag{6.7}$$

Ainsi le nombre de Rayleigh s'écrit :

$$Ra_\Gamma = \frac{\left(g\,\beta\,\Gamma\,H^5\right)^{2/3}}{\nu D_{th}} \quad . \tag{6.8}$$

Ceci nous permettra par la suite de calculer le paramètre Γ pour un nombre de Rayleigh donné. Nous avons pu voir dans le chapitre 2 que les nombres de Rayleigh étaient élevés (au delà de 10^7). Cependant les limites numériques, dont avons parlées précédemment, ne nous permettront pas de simuler de telles valeurs.

6.4 Détermination des paramètres des simulations

Afin de déterminer les paramètres des simulations, notamment la puissance thermique à injecter et la fraction volumique de gaz, on s'intéresse aux résultats de l'essai expérimental VB-U7 et des simluations numériques TOLBIAC, tous deux menés à Cadarache.

6.4.1 Description de l'essai VB-U7

Cet essai a été mené sur la plateforme VULCANO, dont une description a été faite au chapitre 2. L'intérêt de cet essai est d'obtenir des données qualitatives et quantitatives de la dynamique d'ablation du béton lors d'un accident de fusion du cœur. Un corium prototypique, dont la composition est donnée par le tableau 6.2, est déversé dans un creuset en béton (ce béton se différencie

des bétons ordinaires par sa forte concentration massique en hématite, 32.9%,voir le tableau 6.3) qui a notamment pour effet d'augmenter sa masse volumique ~ 2600 kg/m^3. L'intérêt d'ajouter de l'hématite au béton est de profiter de sa masse molaire plus importante que les autres composants pour absorber d'avantage de rayonnements nucléaires). Le creuset est un demi-cylindre avec un diamètre intérieur 300 mm et de hauteur 250 mm, schématisé sur les figures 2.9 et 6.6.

Composant	UO_2	ZrO_2	SiO_2	FeO
% Masse	59	30	7	3

TABLEAU 6.2 – Composition initiale du corium (en pourcentage massique) juste avant son déversement dans le creuset en béton

Composant	SiO_2	Fe_2O_3	CaO	Al_2O_3	MgO	FeO	CO_2	H_2O
% Masse	45.5	32.9	12.7	3.3	0.3	0.2	1.4	3.7

TABLEAU 6.3 – Composition du béton (en pourcentage massique)

Le corium prototypique chaud est versé dans le creuset (environ de 54 kg), puis il est maintenu en température grâce au chauffage par induction pendant 1h20min avant que la source d'énergie n'ait eu une défaillance. Le chauffage s'est remis en fonction 21 minutes plus tard. Enfin, 2h38min après le début de l'essai, le creuset en béton s'est fracturé et le mélange corium/béton fondu s'est écoulé hors de la section d'essai.



FIGURE 6.6 – Gauche. Creuset en béton avant l'essai. Droite. Creuset après l'essai et après avoir extrait le mélange corium/béton fondu qui s'est refroidit puis solidifié [SEVÓN et collab., 2013]

Il a été observé que l'ablation du creuset en béton par le corium prototypique est fortement anisotrope. La paroi verticale est plus érodée que la paroi du fond, comme on peut le voir sur la photo de droite de la figure 6.6, qui montre une cavité ablatée en forme de cloche. Les graphiques de la figure 6.7, qui montrent l'évolution de l'ablation, viennent confirmer cette observation. En effet, juste avant la défaillance du chauffage par induction, l'ablation maximale de la paroi verticale est à peu près 6 fois plus importante que celle du fond, qui évolue quant à elle peu au cours du temps. SEVÓN et collab. [2013] indiquent également la formation d'une croûte durant la période où le dispositif de chauffage s'est éteint.
Une fois que le mélange corium/béton fondu s'est refroidit, il est extrait de la cavité et des échantillons sont prélevés pour analyser sa composition. Les résultats de ces analyses montrent que le mélange corium/béton fondu présente des zones riches en corium et d'autres riches en béton fondu. Les échantillons des croûtes révèlent qu'au fond de la cavité le béton fondu a traversé la croûte mais ne s'est pas étalé en raison d'une viscosité trop importante. La présence d'agrégats de

silice qui n'ont pas été fondu a aussi été observée.

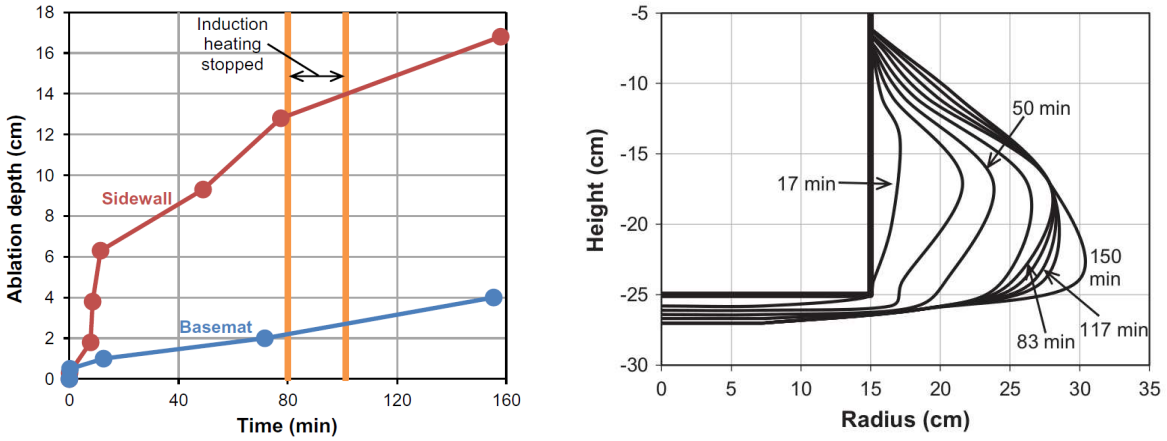


FIGURE 6.7 – Gauche : dynamique d'ablation du béton. Profondeurs d'ablation maximale du béton pour la paroi verticale et pour le fond du creuset en fonction du temps. Droite : profils d'ablation à 1000 secondes d'intervalle à une position angulaire de 135°. Ces profils sont obtenus en interpolant les données de 129 thermocouples qui sont dans le creuset. [SEVÓN et collab., 2013]

Cet essai a démontré que le type de béton utilisé pour les EPR, qui contient des agrégats d'hématite, est ablaté de manière anisotrope avec des parois latérales érodées plus rapidement que la paroi du fond. Ce comportement est très semblable à celui d'un béton de type siliceux. Des simulations numériques à l'aide du code TOLBIAC ont été faites après l'essai dans l'objectif d'adapter les modèles utilisés à la prévision de la dynamique d'ablation.

6.4.2 Simulations numériques TOLBIAC et ordres de grandeur

A la suite de l'essai expérimental, des simulations numériques ont été faites par le CEA avec le code TOLBIAC qui a été décrit au le chapitre 2. L'objectif est d'améliorer les modèles utilisés par ce code par comparaison aux résultats expérimentaux, puis de conduire des extrapolations aux cas des potentielles situations accidentelles qui impliqueraient un réacteur nucléaire réel. Quelques résultats de ces simulations sont résumés dans les tableaux 6.4 et 6.5.

t	T	T_{liq}	ρ	c_p	λ	ν	α	D_s	D_{th}
(s)	K	K	kg/m^3	J/kg/K	W/m/K	m^2/s	%	m^2/s	m^2/s
10	2618	2612	6414	710	2.36	1.42×10^{-6}	10	10^{-10}	5.2×10^{-7}
4858	2093	2075	4326	1017	2.63	2.47×10^{-5}	1.1	10^{-10}	6×10^{-7}

TABLEAU 6.4 – Résultats du code TOLBIAC pour l'essai VB-U7. Propriétés thermophysiques du mélange corium/béton à l'instant initial (t_i) et à l'instant final(t_f). Données calculées numériquement. T,T_{liq}, ρ, c_p, λ et ν, sont respectivement la température moyenne, la masse volumique moyenne, la capacité thermique moyenne par unité de masse, le coefficient de conductivité thermique moyen et la viscosité cinématique moyenne du bain de corium. α la fraction volumique de gaz dans le bain.

Pour rappel, on a pu voir précédemment que la thermohydraulique du bain de corium met en jeu trois phénomènes :

— la convection thermique, qui résulte de la différence entre la température du bain et la température de fusion des matériaux sacrificiels ;

	CaO_3Si	FeO	Fe_2O_3	SiO_2	UO_2	ZrO_2
$C_{massique}$ en % à t_i = 10s	1.6	1.1	1.3	3.6	56.3	35.8
$C_{massique}$ en % à t_f = 4858s	12.1	5.5	9.7	15.3	33.4	21.2
ρ en kg/m^3 à t_i = 10s	2900	5270	4200	2225	9340	5510
ρ en kg/m^3 à t_f = 4858s	2900	5100	4200	2225	9800	5150

TABLEAU 6.5 – Résultats du code TOLBIAC pour l'essai VB-U7. Concentration massique des différents constituants du bain de corium à l'instant initial (t_i) et à l'instant final(t_f). Données calculées numériquement. Dans les essais VBU7, le matériau sacrificiel est du béton (CaO_3Si, SiO_2, Fe_2O_3 et FeO) et le corium est initialement constitué des composants suivants : UO_2, ZrO_2 et FeO

— la convection solutale, qui est causée par la différence de densité entre le corium et le matériau sacrificiel venant se mélanger au corium après fusion ;

— l'agitation et la convection induit par l'ascension de bulles qui proviennent de la dégradation du matériau sacrificiel (ici le dégazage du béton).

A partir des résultats expérimentaux et numériques, il est possible d'estimer l'importance de ces mécanismes les uns par rapport aux autres, de la même manière que dans le chapitre 3.

On vérifie dans un premier temps la validité de l'hypothèse d'Oberbeck-Boussinesq faite précédemment. On considère que l'écart maximal de températures, ΔT_{max} , est la différence entre la température du bain T_{bain} et la température de la paroi T_p.
On considère cette dernière comme étant la température du liquidus de mélange corium/béton T_{liq}, qui correspond alors à la température d'une croûte solide s'étant formée sur les parois. Ces estimations sont présentées dans le tableau 6.6.

	début d'essai $T_{bain} \approx 2600K$	fin d'essai $T_{bain} \approx 2100K$
ΔT_{max}	$\approx 10^1$	$\approx 10^1$
$\beta_T \Delta T_{max}$	$\approx 10^{-3}$	$\approx 10^{-3}$

TABLEAU 6.6 – Estimation de ΔT_{max} aux instants initial et final au cœur du bain

Il reste à déterminer le coefficient de dilatation thermique, β, du mélange corium/béton. Cette grandeur n'est pas donnée directement par les résultats expérimentaux, mais nous pouvons l'estimer. Nous connaissons les principaux constituants du bain de corium et l'évolution au cours de l'expérience de leur concentration massique (c.f. tableau 6.5). Le dioxyde d'uranium liquide (UO2) est le constituant principal du bain. Nous allons nous limiter à une estimation grossière et retenir la valeur de β_T de UO2 pour décrire le mélange corium/béton. D'après FINK [2000] :

$$\beta_{UO2l} = \frac{0.9285}{8860 - 0.9285(T - 3120)} \quad . \tag{6.9}$$

Le tableau 6.6 montre qu'en début et fin d'essai le produit $\beta_T \Delta T_{max} \approx T_{bain} - T_{liq}$ est faible devant 1, ce qui justifie le recours à l'hypothèse d'Oberbeck-Boussinesq, qui revient à ne considérer les variations de masse volumique que dans le terme de flottabilité. De plus, nous considérons que les autres propriétés des fluides, telles que la conductivité, la viscosité ou la capacité thermique sont constantes, indépendamment de la température.

On peut également s'intéresser au nombre de Rayleigh tel que nous l'avons défini plus tôt. En effet, connaissant la puissance utile pour chauffer le mélange corium/béton fondu (Q = $q\vartheta$ 22kW avec ϑ le volume de l'expérience), ainsi que la masse initiale de corium (54 kg) et le volume de béton ablaté (7.6L) en fin d'essai, il est possible de déterminer Γ, puis Ra_Γ en début et en fin

d'essai. On prend pour H la hauteur du creuset soit 0.25m. Le nombre de Rayleigh ainsi estimé est donné par le tableau 6.7.

t (s)	ϑ (m^3)	$\Gamma = Q/(\rho\vartheta c_p)$ (K/s)	Ra_Γ
$t_i = 10$	8.4×10^{-3}	0.58	$\approx 9\times10^7$
$t_f = 4858$	1.6×10^{-2}	0.31	$\approx 3\times10^6$

TABLEAU 6.7 – Estimation du nombre de Rayleigh aux instants initial et final.

Enfin, une dernière donnée importante concerne les bulles présentes dans le bain de corium. Après que le mélange corium/béton fondu s'est refroidi et retiré du creuset en béton, les cavités laissées par les bulles ont été mesurées entre 5 et 7mm. Si on suppose que cela correspond aux diamètres des bulles on trouve un nombre de Reynolds de bulle, Re_b, compris entre 100 et 1000. Pour estimer le coefficient de traînée d'une bulle, on s'appuie sur le diagramme $C_D = f(Re, Mo)$ MAXWORTHY et collab. [1996], sachant que le nombre de Morton ($Mo = g\mu^4/\rho\sigma^3$) est compris entre 5.4×10^{-11} et 1.5×10^{-6}. Cela donne un C_d compris entre 0.1 et 1.

6.4.3 Paramètres des simulations

L'objectif étant d'étudier l'influence des bulles sur la répartition des flux thermiques aux parois, plusieurs fractions volumiques de gaz sont simulées pour un nombre de Rayleigh donné. L'estimation des ordres de grandeurs des différent nombres adimensionnels nous permet de mieux cibler la valeur des paramètres de nos simulations, afin de nous approcher davantage d'un cas réaliste. On choisit un nombre de Rayleigh, Ra_Γ, le plus proche possible de sa valeur expérimentale tout en restant dans les limites de ce que nous permet notre domaine de calcul en terme de nombre de mailles. Le tableau 6.8 permet de situer nos simulations dans l'espace des paramètres par rapport, notamment, à l'essai VB-U7. Les tableaux 6.9 et 6.10 présentent respectivement les paramètres physiques et numériques du domaine de calcul. Les fractions volumiques de gaz étudiées sont : 0% (aucune bulle), 1%, 2%, 3%, 4%, 5% et 6%.

	α	Re_b	Ra_Γ	C_d
expérience	$1-10\%$	$100-1000$	$>10^6$	0.1 - 1
JADIM	$1-6\%$	≈ 350	10^5	≈ 0.2

TABLEAU 6.8 – Comparaison des nombres adimensionnels entre l'essai VB-U7 et nos simulations JADIM

d_b	ρ	c_p	ν	λ	D_{th}
mm	kg/m^3	J/kg/K	m^2/s	W/m/K	m^2/s
2.5	6414	710	1.42×10^{-6}	2.36	5.2×10^{-7}

TABLEAU 6.9 – Paramètres physiques des simulations menées avec JADIM

σ/d_b	$\Delta x/d_b$	N_x	N_y	N_z	L_x/d_b	L_y/d_b	L_z/d_b
0.28	0.137	128	64	128	17.5	8.75	17.5

TABLEAU 6.10 – Paramètres numériques pour toutes les simulations de nuages de bulles avec JADIM.

Suite à ces paramètres de simulations, nous introduisons l'écart caractéristique de tempéra-

tures, défini à partir de la source de chaleur Γ et de l'équation (6.7)

$$\Delta T^* = \Delta T = \left(\frac{H\Gamma^2}{g\beta}\right)^{1/3} \quad . \tag{6.10}$$

On choisit pour échelle de longueur caractéristique la hauteur H :

$$L^* = H \quad . \tag{6.11}$$

La vitesse caractéristique est définie à partir des équations (6.6) et (6.10) :

$$u^* = \left(g\beta\Gamma H^2\right)^{1/3} \quad . \tag{6.12}$$

Puis à partir des équations (6.11) et (6.12) on construit un temps caractéristique qui correspond au temps nécessaire pour une particule fluide pour traverser le domaine sur sa hauteur H :

$$t^* = \left(\frac{H}{g\beta\Gamma}\right)^{1/3} \quad . \tag{6.13}$$

Enfin l'échelle caractéristique pour la densité de flux thermique est donnée par :

$$\varphi^* = \rho c_p u^* \Delta T^* = \rho c_p \Gamma H \tag{6.14}$$

Ces différentes échelles caractéristiques nous permettent par la suite d'adimensionnaliser nos résultats avec pour objectif d'écrire des corrélations et de les extrapoler à un cas plus grand.

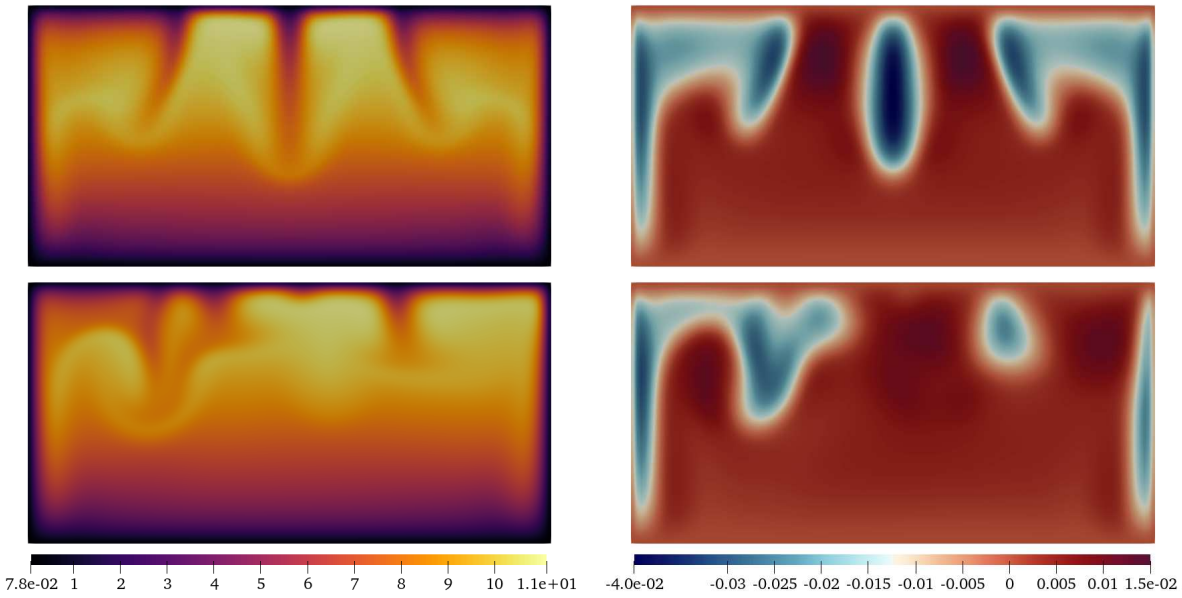
6.5 Résultat des simulations numériques

Champs de vitesse et de température

On s'intéresse d'abord aux champs de température et de vitesse dont les figures 6.8 et 6.9 montrent des instantanés dans des plans verticaux de :

- l'écart entre la température moyenne du bain (moyenne spatiale) et la température de la paroi, normé l'échelle caractéristique de température $(\overline{T} - T_p)/\Delta T^*$,
- la vitesse verticale du liquide normée par la vitesse de la bulle isolée u_y/v_0.

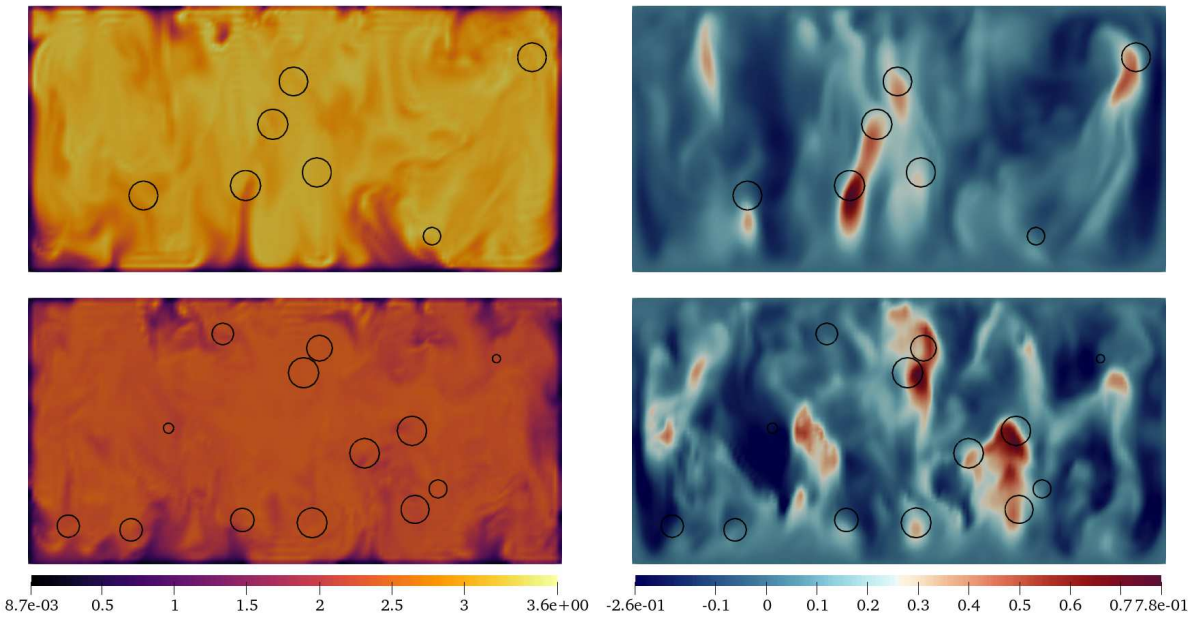
Pour le cas monophasique (correspondant donc à une convection thermique pure) montré sur la figure 6.8, deux instants sont représentés : t=30s en haut et t≈ 400s en bas. Un certain temps est nécessaire pour que l'écoulement se déstabilise et que la symétrie initiale ne disparaisse. Cependant, on note que l'essentiel du gradient de températures reste localisé près des parois, sans que son intensité soit très importante.
On compare maintenant les cas des fractions volumiques de gaz de 2% et 5% au cas monophasique. Les champs de température et de vitesse verticale correspondant sont montrés sur la figure 6.9 pour t=30s. Les champs de vitesse, qui engendrent une importante agitation du liquide, sont fortement impactés par la présence des bulles. La comparaison entre $\alpha = 5\%$ et $\alpha = 2\%$ montre que plus α est grand, plus se développent de petites structures, ce qui avait également été observé avec les simulations du cas homogène avec FieldZ. Cependant, la gamme de valeurs de la vitesse reste très similaire entre les deux fractions volumiques et supérieure d'un ordre de grandeur par rapport au cas $\alpha = 0\%$. On voit nettement l'influence des bulles sur la topologie de l'écoulement et sur le champ de température. La présence des bulles favorise le mélange. D'une part, plus α est grand, moins la température moyenne du bain est élevée. De plus, les gradients sont beaucoup plus forts à la paroi où est présente une couche limite. Cela montre que l'agitation induite par les bulles homogénéise la température du bain, augmente le transfert pariétal et accélère le refroidissement.



(a) Plans verticaux de l'écart de températures entre le bain et la paroi normalisé par l'écart caractéristique de température $(T - T_p)/\Delta T^*$.

(b) Plans verticaux de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse terminale de bulle isolée u_y/v_0.

FIGURE 6.8 – Champs de température et de vitesse verticale du liquide pour le cas monophasique ($\alpha = 0\%$) à deux instants donnés ; $t \approx 30s$ en haut et $t \approx 400s$ en bas.

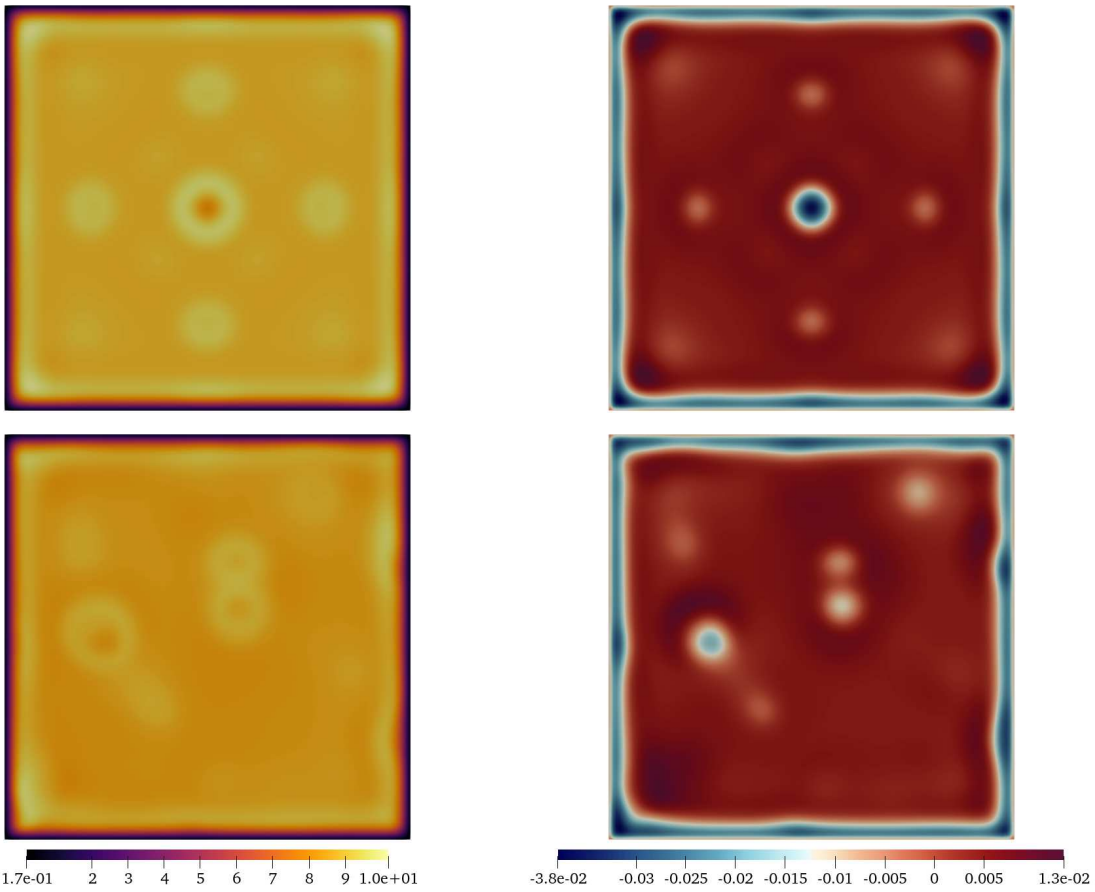


(a) Plans verticaux de l'écart de températures entre le bain et la paroi normalisé par l'écart caractéristique de température $(T - T_p)/\Delta T^*$ à un instant donné (ici $t \approx 30s$).

(b) Plans verticaux de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse terminale de bulle isolée u_y/v_0 à un instant donné (ici $t \approx 30s$).

FIGURE 6.9 – Comparaison des champs de température et de vitesse verticale du liquide entre $\alpha = 2\%$ (en haut) et $\alpha = 5\%$ (en bas). Les cercles en noir matérialisent les bulles.

Les figures 6.10 et 6.11 présentent les champs de températures et de vitesse verticale normalisés en absence de bulle et pour $\alpha = 2\%$ et 5%, mais cette fois-ci dans un plan horizontal. Là aussi l'influence des bulles est très visible. Ces figures confirment les remarques faites précédemment.



(a) Plans horizontaux de l'écart de températures entre le bain et la paroi normalisé par l'écart caractéristique de température $(T - T_p)/\Delta T^*$.

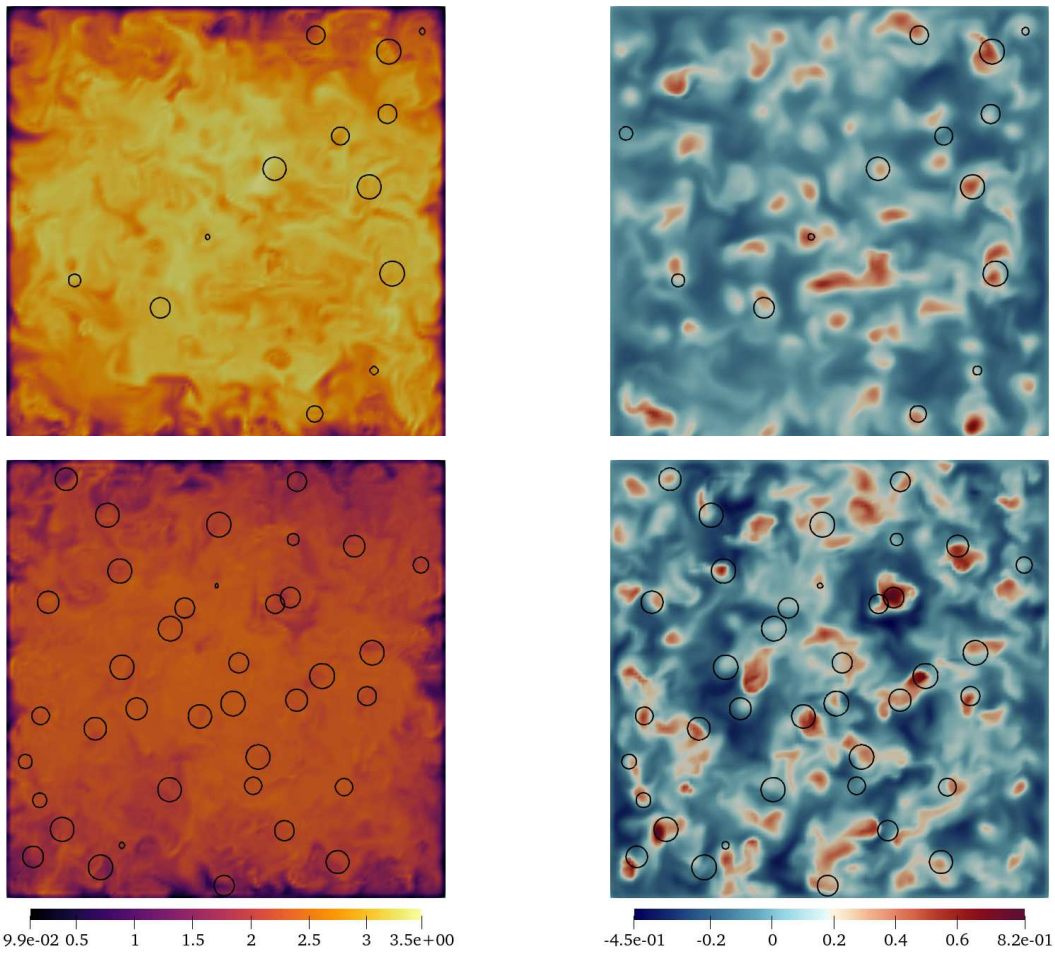
(b) Plans horizontaux de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse terminale de bulle isolée u_y/v_0.

FIGURE 6.10 – Champs de température et de vitesse verticale du liquide pour le cas monophasique à deux instants donnés ; $t \approx 30s$ en haut et $t \approx 400s$ en bas.

La figure 6.12 présente un instantané de la position des bulles à $t \approx 30s$ pour $\alpha = 2\%$ et 5%. Visuellement, la répartition spatiale de bulles est homogène. Il n'y pas de grand regroupement de bulles. Cela indique que l'on est dans un régime dans lequel c'est l'agitation induite par les bulles qui domine. En l'absence du développement de grandes cellules de convection, les résultats obtenus en situation homogène restent donc pertinents même dans la situation présente avec des parois.

Les figures 6.13 et 6.14 présentent respectivement les évolutions temporelles de la température moyenne du bain et de l'énergie cinétique.
L'évolution de la température moyenne confirme que les bulles accentuent fortement le refroidissement, ce qui se traduit par une température terminale du bain plus faible. Elle montre aussi que l'état stationnaire est atteint d'autant plus vite que α est grand. Augmenter α a donc un double effet, accélérer la convergence vers l'état stationnaire et baisser la température finale du bain. On peut décrire cette évolution en considérant une équation différentielle du 1^{er} ordre pour l'écart de température moyen du bain $\Delta T = T_{bain} - T_p$. Ce modèle est obtenu en considérant que le flux à la paroi est proportionnel à ΔT de sorte que :

$$\rho c_p \vartheta \frac{d\Delta T}{dt} = -hS\Delta T + q\vartheta \quad , \tag{6.15}$$



(a) Plans horizontaux de l'écart de températures entre le bain et la paroi normalisé par l'écart caractéristique de température $(T-T_p)/\Delta T^*$ à un instant donné (ici t ≈ 30s).

(b) Plans horizontaux de la vitesse verticale du liquide normalisée par la vitesse terminale de bulle isolée u_y/v_0 à un instant donné (ici t ≈ 30s).

FIGURE 6.11 – Comparaison des champs de température et de vitesse verticale du liquide entre α = 2% (en haut) et α = 5% (en bas). Les cercles en noir matérialisent les bulles.

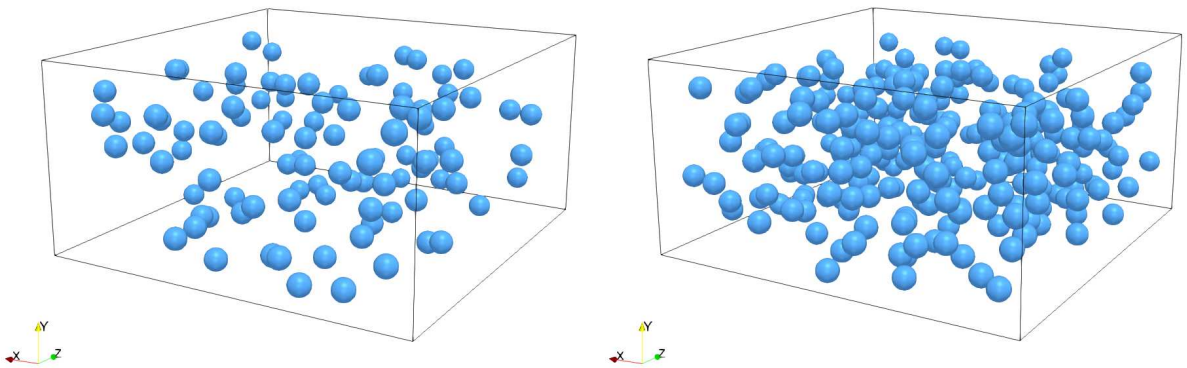


FIGURE 6.12 – Visualisation des bulles dans le domaine de calcul à t ≈ 30s. A gauche : α = 2% et à droite α = 5%.

où S est la surface de la paroi et le h le coefficient de transfert par convection (en $Wm^{-2}K^{-1}$). A l'équilibre :

$$-hS\Delta T_f = q\vartheta \tag{6.16}$$

où ΔT_f est la différence de température moyenne finale entre le bain et les parois. A l'état initial, on note $\Delta T = \Delta T_i$. L'équation (6.15) est résolue de manière classique avec une solution générale de l'équation homogène et une solution particulière de l'équation complète. Cela nous amène alors à la solution suivante :

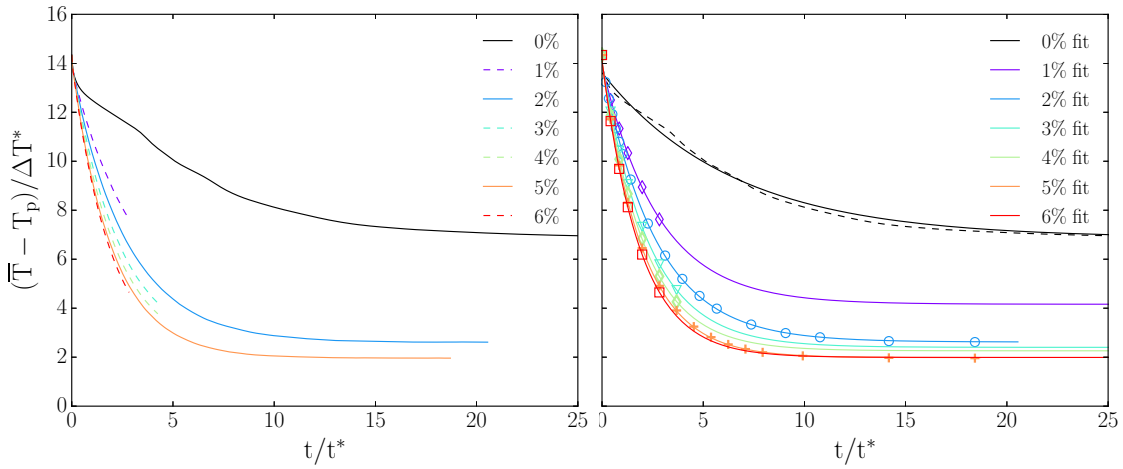
$$\frac{\Delta T}{\Delta T^*}(t) = \left(\frac{\Delta T_i}{\Delta T^*}\right) \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) + \frac{\Delta T_f}{\Delta T^*} \quad , \tag{6.17}$$

où $\tau = \frac{\rho c_p \vartheta}{hS}$. La relaxation exponentielle de la température suppose que le coefficient h de convection thermique est constant, de même que le nombre de Nusselt, qui donne le rapport entre le flux thermique convectif et le flux thermique qui résulterait uniquement de la conduction thermique (pour des écarts de température identiques) :

$$Nu = \frac{q\vartheta}{S\lambda\Delta T/L} = \frac{hL}{\lambda} \quad , \tag{6.18}$$

où S est l'aire de la surface d'échange totale. Cette hypothèse se justifie en observant, sur la figure 6.14, que l'énergie cinétique de l'écoulement atteint une valeur stationnaire bien plus rapidement que la température. Il apparait donc que nous avons une séparation d'échelles entre la la mise en mouvement du liquide dans le bain et l'évolution vers l'équilibre thermique du bain. Cela revient à considérer que lors de l'évolution thermique du système, nous pouvons considérer que l'énergie cinétique d'agitation du liquide est constante. Par ailleurs, du point de vue de la dynamique, l'évolution de la température est suffisamment lente pour être considérée comme quasi-stationnaire. Ainsi, si cette hypothèse s'avère valide, en ajustant une exponentielle sur la courbe $\Delta T(t)$, on peut déterminer τ et en déduire le nombre de Nusselt, Nu, même si la simulation n'a pas atteint l'état stationnaire.

$$Nu = \frac{\rho c_p L}{\lambda} \frac{\vartheta}{S} \frac{1}{\tau} \quad . \tag{6.19}$$



(a) Résultats des simulations numériques. Les cas α = 1%, 3%, 4% et 6% n'ont pas encore convergé.

(b) Fit des résultats numériques à l'aide de l'équation (6.17) et extrapolation. Les symboles représentent des points des résultats numériques.

FIGURE 6.13 – Évolution temporelle de l'écart entre la température moyenne du bain $\overline{T}$ (moyenne spatiale) et la température à la paroi T_p normalisé par ΔT^*.

La figure 6.13b montre que les courbes des résultats numériques peuvent être approximées par une exponentielle puis extrapolés à des temps plus longs pour les cas qui n'avaient pas encore convergé. On peut donc à partir des ces exponentielles en $-t/\tau$ déterminer τ puis le nombre de Nusselt tel qu'il a été défini à l'équation (6.19). Le tableau 6.11 présente les nombres de Nusselt ainsi calculés.

	10%	1%	2%	3%	4%	5%	6%
Nu	20.2	47.2	49.1	56.8	62.8	65.5	70

TABLEAU 6.11 – Nombre de Nusselt, Nu, calculé à partir de l'évolution temporelle de la température du bain pour différent α.

A partir de l'hypothèse de séparation des échelles thermique et dynamique, nous avons considéré que E = constante, justifiant que Nu = constante. On peut donc obtenir la relation :

$$\mathrm{Nu} = f_1(\mathrm{E}) \quad , \tag{6.20}$$

Par ailleurs, si la dynamique de l'écoulement est essentiellement influencée par l'agitation induite par les bulles, plutôt que par la dilatation thermique du liquide, nous pouvons alors écrire que :

$$\mathrm{E} = f_2(\alpha) \approx \alpha v^2 \quad , \tag{6.21}$$

où v est la vitesse caractéristique des bulles. Ainsi nous nous attendons à ce que le nombre de Nusselt soit fonction de la fraction volumique :

$$\mathrm{Nu} = \mathrm{fct}(\alpha) \tag{6.22}$$

La connaissance d'une telle relation sera essentielle afin d'être en mesure d'estimer les températures et les flux thermiques dans les configurations d'intérêt du CEA.

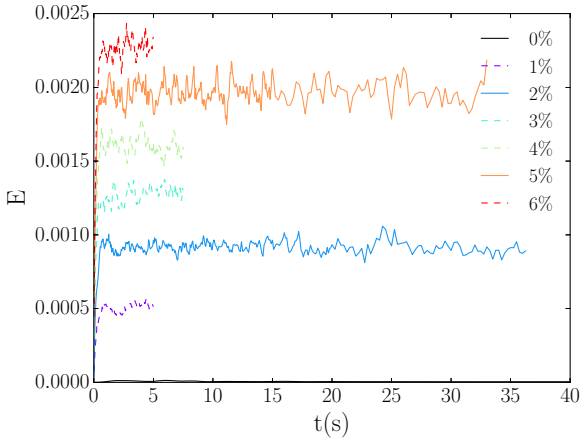


FIGURE 6.14 – Énergie cinétique du liquide en fonction du temps.

La figure 6.15 présente l'évolution de l'énergie cinétique, E, en fonction de α. Cette dernière augmente avec α sous forme d'une loi de puissance :

$$\mathrm{E} - \mathrm{E}(\alpha = 0) \propto \alpha^{0.84} \quad . \tag{6.23}$$

L'approximation de nos résultats par cette loi conduit à : $\mathrm{E} \approx 5 \times 10^{-4}\alpha^{0.84} + 6 \times 10^{-7}$.

Sur la figure 6.16 , nous présentons l'évolution du nombre de Nusselt en fonction de α. Nous constatons, comme attendu, que celui-ci augmente avec α et qu'il semble présenter un comportement en loi de puissance :

$$\mathrm{Nu} - \mathrm{Nu}(\alpha = 0) \sim \alpha^{2/5} \tag{6.24}$$

Ainsi, nous proposons la relation suivante sur la base de nos simulations :

$$\mathrm{Nu} \approx 24\alpha^{2/5} + 20.3 \tag{6.25}$$

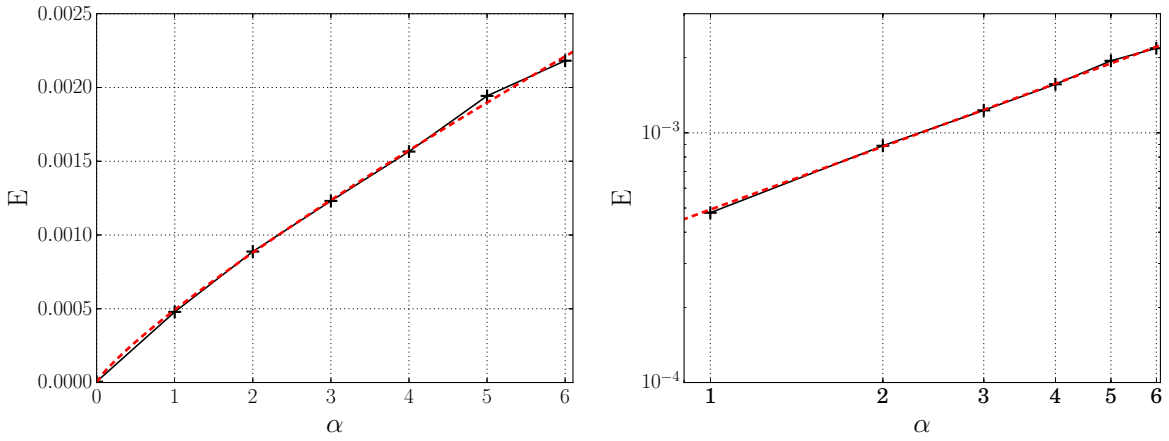


FIGURE 6.15 – Énergie cinétique du liquide en fonction de α en échelle linéaire (à gauche) et échelle logarithmique (à droite). La courbe en pointillés rouge représente un fit en loi de puissance des résultats des simulations numériques : $E_{fit} = 5 \times 10^{-4}\alpha^{0.84} + 6 \times 10^{-7}$.

Cette relation suppose, comme c'est le cas ici que les transferts de chaleur sont dominés par la présence des bulles $u_b \gg u_{\text{th}}$.

Répartition des flux et des densités de flux thermiques

Il est aussi intéressant d'examiner les flux et les densités de flux de chaleur aux différentes parois du domaine de calcul.
On définit la densité de flux thermique locale, notée φ (en W/m^2). Le flux thermique à la paroi s'écrit :

$$\varphi = -\lambda \nabla T|_{\text{paroi}} \vec{n} \quad , \tag{6.26}$$

où $\vec{n}$ est le vecteur normal à la paroi considérée et λ la conductivité thermique du mélange corium/béton fondu (en $Wm^{-1}K^{-1}$). Dans JADIM, les grandeurs scalaires sont évaluées au centre des mailles et nos mailles sont régulières de taille Δx. On estime le gradient de température par une différence finie d'ordre 1, de sorte que :

$$\varphi = \lambda \frac{T - T_p}{\Delta x/2} \quad , \tag{6.27}$$

où T est la température évaluée au centre de la maille la plus proche de la paroi et T_p est la température imposée à la paroi. Telle qu'elle est définie, la densité de flux thermique dépend de l'espace. Pour calculer le flux thermique aux parois, φ est moyennée sur la paroi considérée puis multipliée par l'aire de la paroi S. Pour la paroi correspondant au plan $z = L_z$, cela donne :

$$\overline{\varphi}(z = Lz) = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} \varphi(i, j, k = N_z) \quad , \tag{6.28}$$

où $\overline{\varphi}$ est la densité de flux thermique moyenne et i, j et k sont les indices des mailles considérées. Le flux thermique correspondant est :

$$\Phi(z = Lz) = \overline{\varphi}(z = Lz) S_z \quad . \tag{6.29}$$

Ces calculs sont effectués pour chaque paroi dans l'objectif d'étudier la répartition des flux entre chaque paroi pour différentes fractions volumiques α. Ces flux thermiques peuvent être normali-

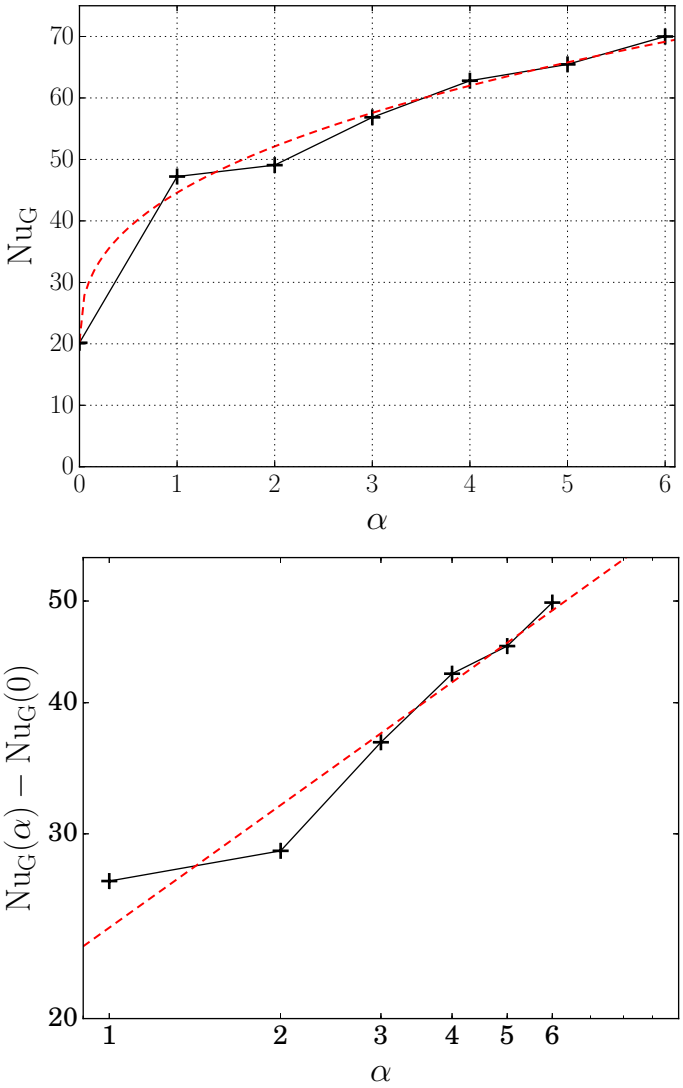


FIGURE 6.16 – En haut : Evolution du nombre de Nusselt, Nu, en fonction de α. La courbe en pointillés rouges représente un fit en loi de puissance des résultats des simulations numériques : $Nu_{fit} = 24\alpha^{0.39} + 20.3$. En bas : Evolution de $Nu - Nu(\alpha = 0)$ en fonction de α en échelle logarithmique et comparaison avec la fonction $24\alpha^{2/5}$.

sés en utilisant la source volumique de chaleur, Q_s (en W) :

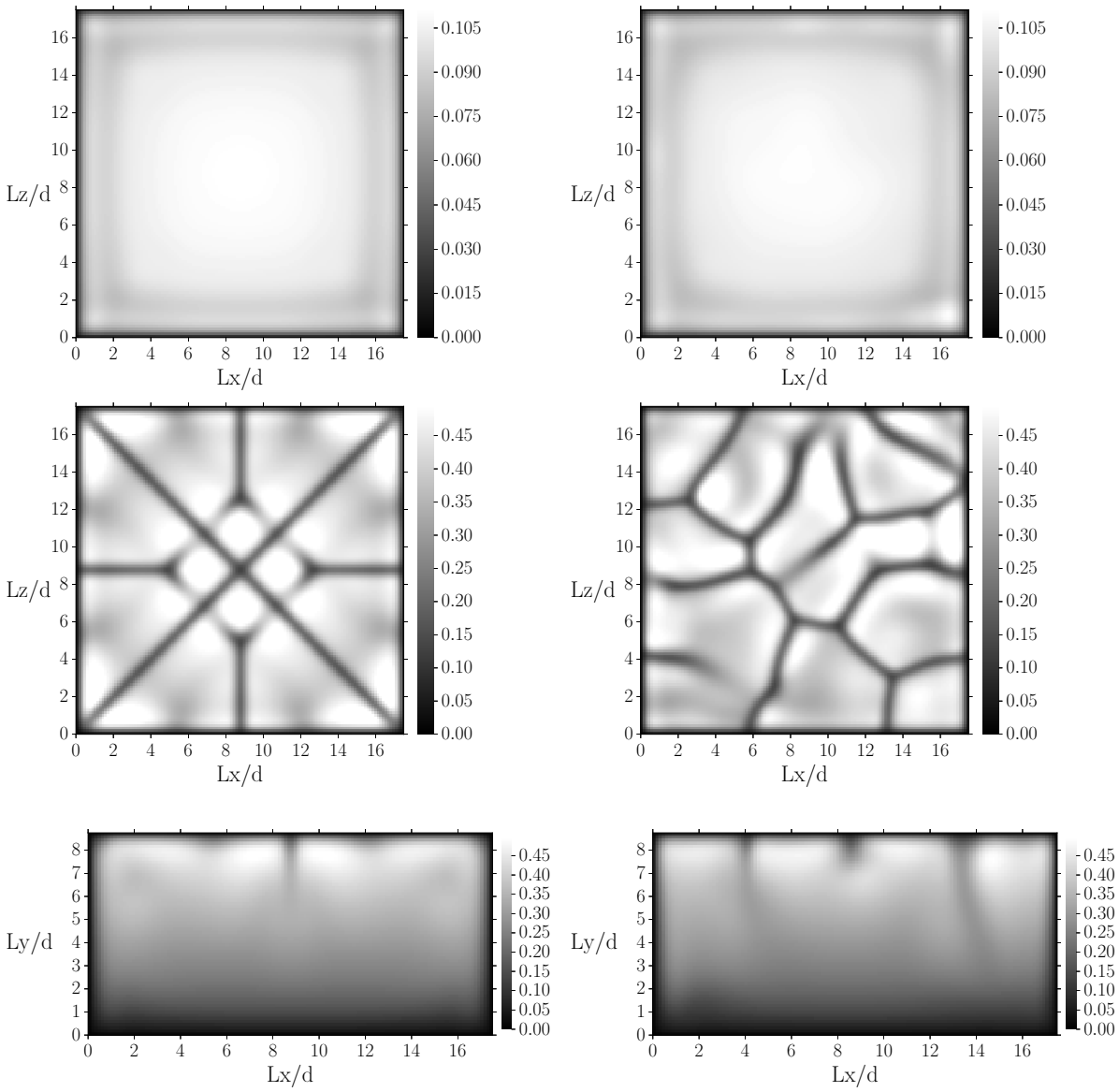
$$Q_s = q\vartheta = \rho c_p \Gamma \vartheta \quad . \tag{6.30}$$

Enfin la densité de flux thermique globale s'écrit :

$$\varphi_{tot} = \frac{1}{S}\sum \overline{\varphi}_i S_i = q\frac{\vartheta}{S} \quad , \tag{6.31}$$

où S est la surface totale d'échange définie plus haut.

Les figures 6.17 et 6.18 présentent les densités de flux thermique, normées par φ^*, sur les parois supérieure et inférieure et sur une des parois latérales (ici la paroi z = Lz) pour le cas monophasique à deux instants différents (30 et 400s) et pour α = 2 et 5% à un instant donné (30s).
Pour le cas monophasique, on observe que la densité de flux thermique sur la paroi inférieure est nettement plus faible que celle sur les parois supérieure et latérale (d'un facteur 5 environ) et n'évolue quasiment pas ou très peu, avec le temps contrairement aux densités de flux thermiques



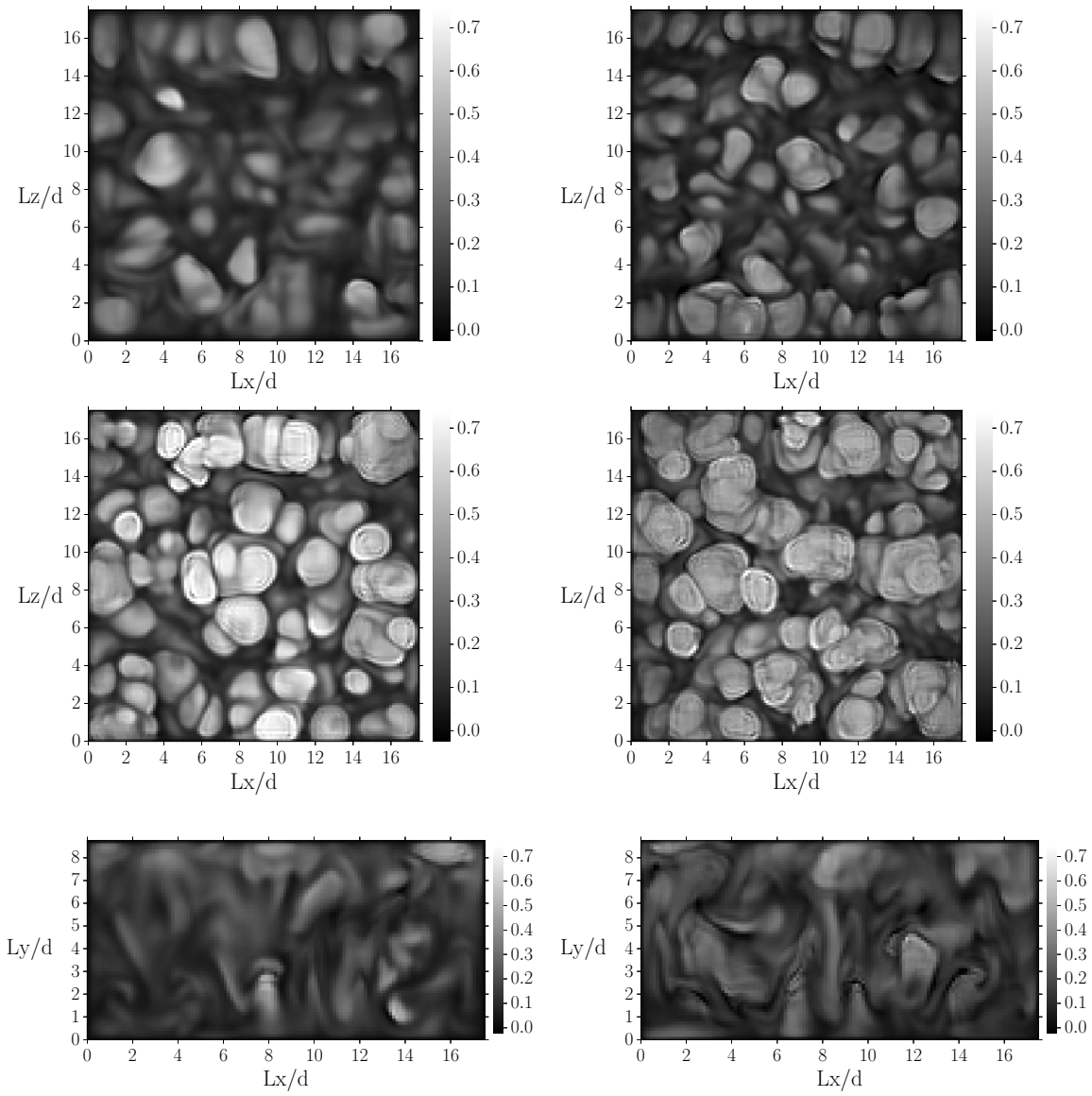
(a) t = 30s

(b) t = 400s

FIGURE 6.17 – Comparaison des densités de flux thermiques normées par φ^* à deux instants différents pour le cas monophasique, sur la face inférieure (en haut), la face supérieure (au milieu) et sur la face en Lz (en bas).

sur la face supérieure et sur la face latérale. En effet, on peut voir que l'écoulement se déstabilise et que, par conséquent, les densités de flux se redistribuent sur les faces supérieure et latérales. Cependant leur ordre de grandeur reste similaire au cours du temps et montrent ainsi que la majorité des transferts thermiques se fait à travers la face supérieure et les faces latérales.
En observant les visualisations des configurations à bulles proposées sur la figure 6.18, on constate que la densité de flux thermique sur les parois présente une distribution spatiale très différente du cas monophasique. Sur la face supérieure, on observe la présence de cellules de dimensions nettement plus petites que pour $\alpha = 0$. Et sur les faces inférieures et latérales, la densité de flux présente également des structures bien marquées, alors que pour $\alpha = 0$, la densité de flux sur ces faces était quasiment uniforme.

Les figures 6.19 et 6.20 présentent les densités de flux thermique, normées par φ^* et moyennées dans le temps, dans le régime stationnaire, sur les différentes parois pour le cas monopha-



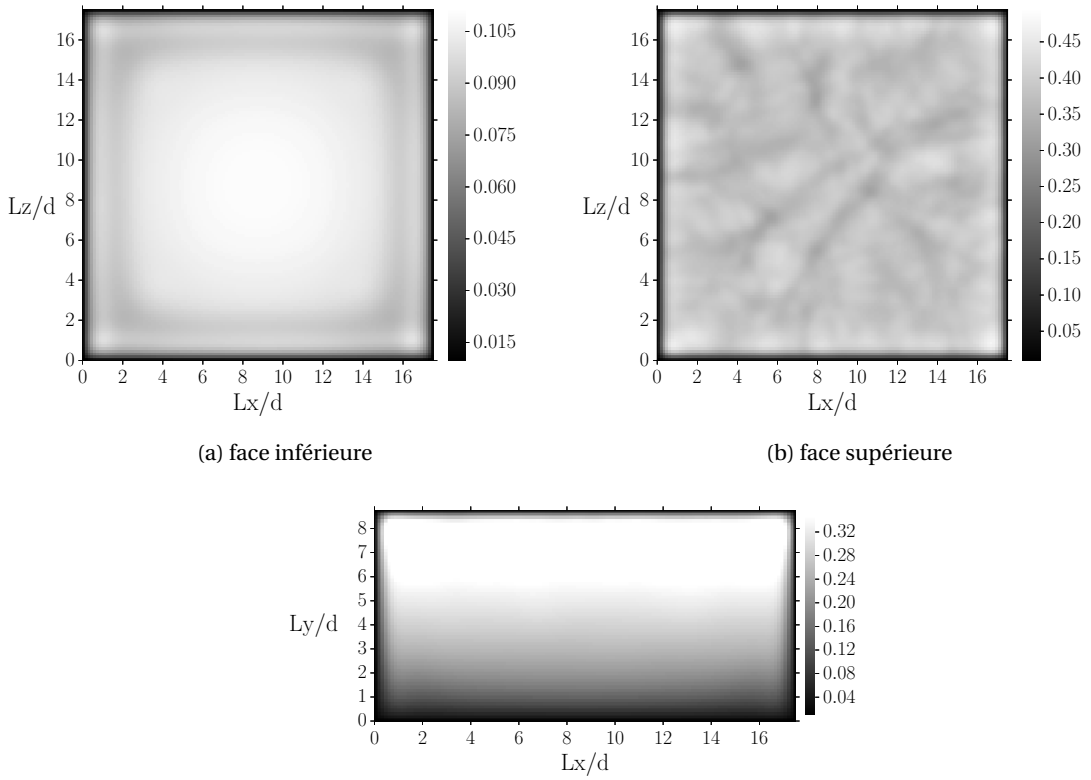
(a) α = 2%

(b) α = 5%

FIGURE 6.18 – Comparaison des densités de flux thermiques normées par φ^* à un instant donné (t=30s) sur la face inférieure (en haut), la face supérieure (au milieu) et sur une face latérale (en bas) ; à gauche pour α = 2% et à droite pour α = 5%.

sique (6.19) et les cas α = 2 et 5% (6.20). Notons que la densité de flux thermique latérale est la moyenne sur les 4 parois latérales. On remarque la présence de variations spatiales résiduelles qui sont dues à une convergence statistique qui n'est pas tout à fait atteinte. Cela n'empêche toutefois pas d'en tirer certaines conclusions pertinentes. Commençons par examiner le cas monophasique. On retrouve, sur la figure 6.19 certaines des caractéristiques observées lors de l'analyse des champs instantanés (6.17). Les transferts de chaleur se font principalement à travers les parois latérales et supérieure. Cependant, les champs moyennés au cours du temps montrent que, sur la paroi latérale, la densité de flux thermique est bien plus importante en haut de la paroi qu'en bas de celle-ci. Les transferts de chaleur sur les parois latérales sont donc majoritairement localisés sur la moitié supérieure.
Les configurations à bulles (6.20) sont très différentes. En effet, on voit que la présence des bulles a pour effet d'homogénéiser la répartition des densités de flux thermique. Cela s'observe notamment en comparant la densité de flux thermique sur la paroi inférieure. En présence de bulles, la

densité de flux thermique est nettement plus importante (d'un facteur 2-3 environ) que dans le cas monophasique. On observe aussi que, sur les parois latérales la distribution de la densité de flux est plus homogène en présence de bulles. Cependant, des zones dans lesquelles la densité de flux thermique est légèrement plus intense sont quand même visibles en haut et en bas des parois latérales. Quant à la densité de flux sur la paroi supérieure, elle atteint des valeurs similaires en présence ou non de bulles.



(a) face inférieure

(b) face supérieure

(c) face latérale

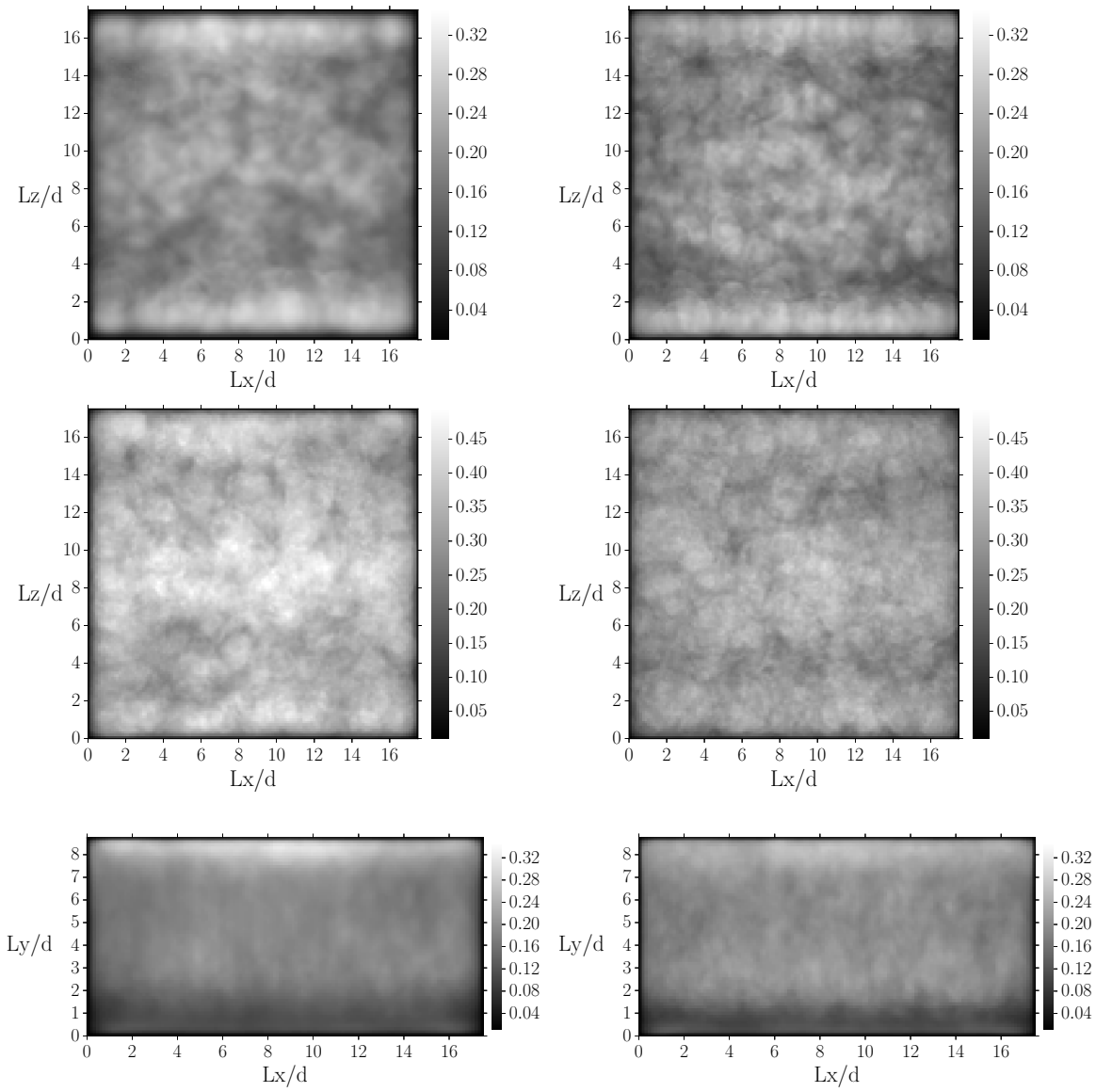
FIGURE 6.19 – Comparaison des densités de flux thermiques normées par φ^* et moyennées en temps dans le régime stationnaire, sur les différentes faces pour $\alpha = 0\%$.

Pour aller plus loin, la figure 6.21 montre les profils verticaux de la densité de flux thermique latérale des différents cas. Ces profils ont été obtenus par moyenne sur toute la longueur d'une paroi latérale. Par rapport au cas $\alpha = 0\%$, on peut nettement voir que la présence des bulles redistribue les densités de flux thermique en les homogénéisant sur la hauteur de la paroi latérale. Pour $\alpha = 2\%$ et 5%, on note aussi la présence de deux zones dans lesquelles la densité de flux thermiques est très légèrement plus importante et qui sont situées en haut (vers $-0.5\ d_b$) et en bas de la paroi latérale (vers $-6\ d_b$). Si on admet que ces résultats sont représentatifs du cas réel des interactions corium/béton, on s'attend alors que :

- les parois latérales sont ablatées de manière plus homogène,
- la paroi inférieure est également le siège de transferts thermiques plus intenses.

Ces deux effets combinés peuvent expliquer que l'ablation du béton par le corium est plus isotrope en présence de bulles.

La figure 6.22 présente l'évolution temporelle des flux thermiques aux différentes parois, normalisés par le flux thermique total, pour les différentes fractions volumiques de gaz. Le flux thermique latéral représenté ici est la moyenne des flux thermiques de toutes les parois latérales.
On observe que l'état stationnaire est atteint un peu plus rapidement en présence de bulles que



(a) α = 2% (b) α = 5%

FIGURE 6.20 – Comparaison des densités de flux thermiques normées par φ^* et moyennées en temps dans le régime stationnaire, sur la face inférieure (en haut), la face supérieure (au milieu) et sur la face en Lz (en bas) a gauche pour α = 2% et à droite pour α = 5%.

dans le cas monophasique, sauf sur la paroi inférieure. Sans bulle, les flux thermiques présentent lors du transitoire des oscillations importantes qui peuvent être liées à des grandes cellules de circulation et que le flux thermique total est essentiellement réparti entre les parois latérales et la paroi supérieure.
Les cas α = 2% et 5% montrent que les bulles ont pour effet d'intensifier le flux thermique sur la paroi inférieure et de diminuer le flux thermique sur les parois latérales. D'autre part, l'agitation induite par les bulles réduit fortement l'amplitude des oscillations des flux thermiques lors du transitoire. En présence de bulles, les flux thermiques sur chaque paroi, comme le flux total, ont une évolution en exponentielle décroissante qui indique que le coefficient d'échange thermique, comme le nombre de Nusselt correspondant, sont constants. L'évolution des flux correspond donc à l'évolution de l'écart entre la température moyenne du bain et celle des parois.

Le tableau 6.12 présente les flux et les densités de flux thermiques aux différentes parois pour

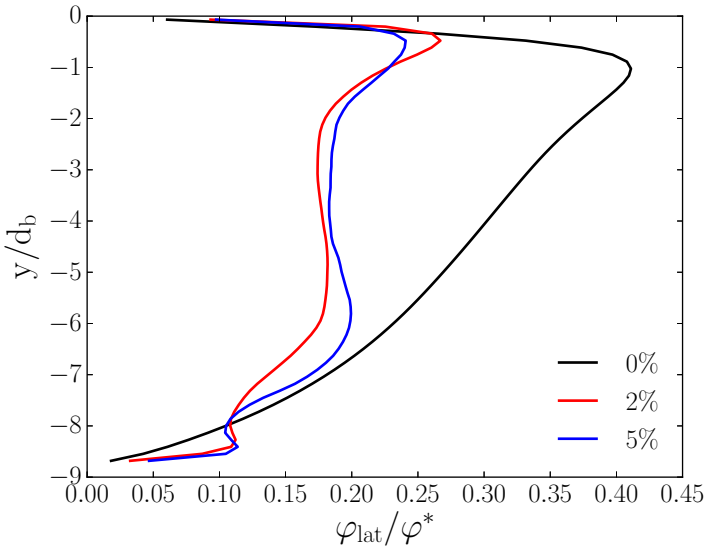
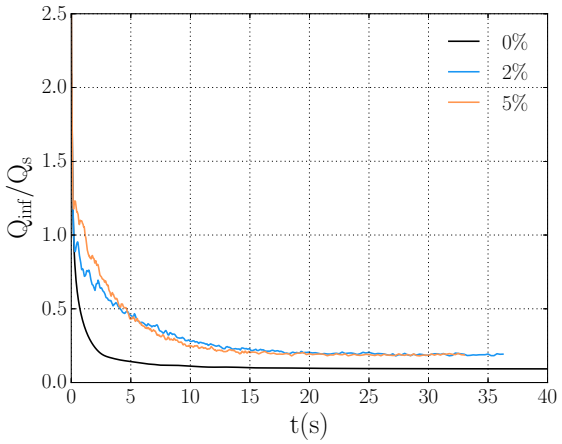
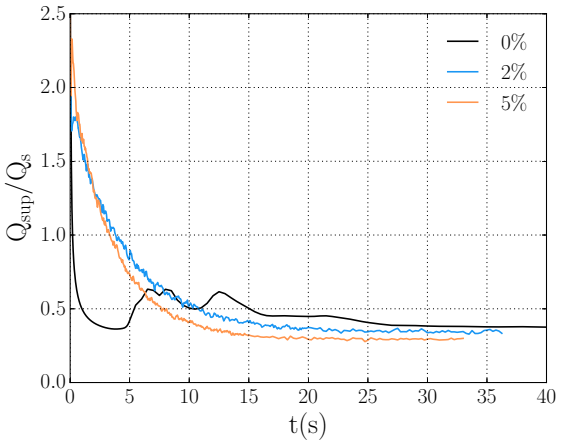


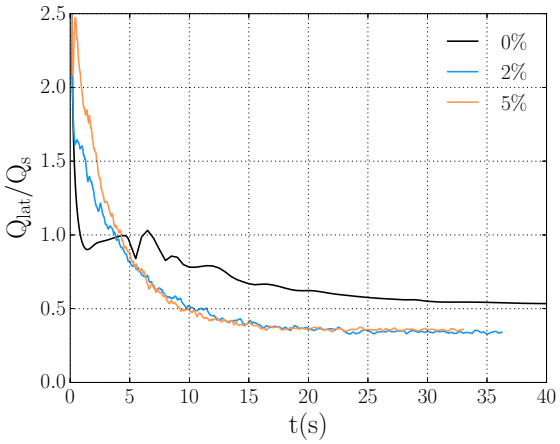
FIGURE 6.21 – Profils verticaux des densités de flux thermique normées par φ^* et moyennées dans le temps dans le régime stationnaire pour $\alpha = 0\%, 2\%$ et 5%.



(a) face inférieure



(b) face supérieure



(c) faces latérales

FIGURE 6.22 – Évolutions temporelles des flux thermiques sur les faces inférieure (a), supérieure (b) et latérales (c), normalisés par Q_s.

$\alpha = 0\%, 2\%$ et 5%, dans le régime stationnaire.
On s'intéresse d'abord aux flux thermiques. Dans le cas monophasique, on peut voir que 90% du flux thermique total est réparti entre les faces latérales et supérieure. Le transfert thermique sur la face inférieure est donc négligeable par rapport au flux thermique des faces latérales et supérieure. Dans le contexte des interactions corium/béton, la prédominance des transferts de chaleur sur les faces latérales doit conduire à une ablation plus importante dans la direction horizontale si on considère que le flux est absorbé par la chaleur latente de fusion.
Les résultats des cas $\alpha = 2\%$ et 5%, montrent que le flux thermique sur la face inférieure, est deux fois plus important que pour $\alpha = 0\%$ et que le flux thermique sur les parois latérales est plus faible, et celui sur la face supérieure plus fort. Les bulles ont donc pour effet de redistribuer les flux thermiques entre les différentes parois. On peut voir également qu'il y a peu de différence entre les cas $\alpha = 2\%$ et 5% en ce qui concerne la répartition spatiale les flux thermiques.
On considère maintenant les densités de flux thermiques normalisées par la densité de flux thermique globale, telle qu'elle a été définie par l'équation (6.31). La densité de flux thermique latérale, φ_{lat}, est la moyenne des densités de flux thermiques des 4 parois latérales.
Sans les bulles, la densité de flux thermique latérale est presque trois fois plus grande que celle de la paroi inférieure. En présence de bulles ce rapport tombe à respectivement 0.9 et 0.97 pour $\alpha = 2\%$ et $\alpha = 5\%$, confirmant ainsi que les bulles ont pour effet d'homogénéiser les transferts de chaleur.

α	Q_{inf}/Q_s	Q_{sup}/Q_s	Q_{lat}/Q_s	$\varphi_{inf}/\varphi_{tot}$	$\varphi_{sup}/\varphi_{tot}$	$\varphi_{lat}/\varphi_{tot}$	$\varphi_{lat}/\varphi_{inf}$
0%	0.1	0.365	0.535	0.4	1.46	1.07	2.68
2%	0.19	0.47	0.34	0.76	1.88	0.68	0.9
5%	0.19	0.44	0.37	0.76	1.76	0.74	0.97

TABLEAU 6.12 – Comparaison des flux et des densités de flux thermiques aux parois inférieure, supérieure et latérale en régime stationnaire.

6.6 Tentative d'application au cas d'un réacteur et discussion

La configuration que nous avons simulée est de petite dimension comparée aux essais expérimentaux conduits au CEA. Nous allons proposer une méthode pour les extrapoler à une échelle plus grande.

On suppose connue la géométrie, la puissance volumique, les caractéristiques physcico-chimiques, et le volume de gaz. Sur la base de ces grandeurs on obtient les nombres sans dimension qui caractérisent la configuration considérée, c'est-à-dire le nombre de Rayleigh Ra_Γ et la fraction volumique α. Le flux thermique est caractérisé par le nombre de Nusselt

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} \quad , \tag{6.32}$$

qu'il s'agit d'exprimer en fonction de Ra_Γ et α. A partir de la relation (6.24), nous retenons la relation suivante :

$$Nu(Ra_\Gamma, \alpha) = Nu(Ra_\Gamma, \alpha = 0) + c\alpha^{2/5} \tag{6.33}$$

On prendra $c = 24$, tout en gardant à l'esprit que la valeur de ce paramètre peut dépendre de la forme du domaine et du nombre de Reynolds des bulles. Le nombre de Nusselt du cas monophasique $Nu(Ra_\Gamma, \alpha = 0) = Nu_0(Ra)$, peut être estimé à partir de la corrélation suivante donnée par INCROPERA et collab. [2013] ;

$$Nu_0(Ra_\Gamma) \approx d\, Ra_\Gamma^{1/3} Pr^{0.074} \quad , \tag{6.34}$$

qui est valable pour une cavité parallélépipédique. Ici aussi le pré-facteur, d, dépend entre autre de la forme du domaine. A partir du nombre de Nusselt de la simulation monophasique (voir

le tableau 6.11) nous pouvons calculer ce pré-facteur; $d = \mathrm{Nu}(\alpha = 0, \mathrm{Ra}_\Gamma)/(\mathrm{Ra}_\Gamma^{1/3}\mathrm{Pr}^{0.074}) \approx 0.4$. La puissance en 1/3 caractérise quant à elle la convection thermique à grand nombre de Rayleigh. On peut alors estimer la température caractéristique du bain par :

$$\Delta \mathrm{T} = \mathrm{T}_{bain} - \mathrm{T}_{liq} = \frac{\mathrm{Q_s}}{h\mathrm{S}} \tag{6.35}$$

Nous proposons aussi d'estimer le flux pariétal sur chaque face en nous appuyant sur les répartitions des flux constatées dans nos simulations. Nous introduisons ainsi le coefficient de transfert local sur la face p :

$$\mathrm{Q}_p = h_p \mathrm{S}_p (\mathrm{T}_{bain} - \mathrm{T}_{liq}) \tag{6.36}$$

Nous supposons que le flux de chaleur moyen sur chaque face est suffisamment uniforme pour pouvoir écrire

$$\frac{h_p}{h} = \frac{\varphi_p}{\varphi_{tot}} \quad , \tag{6.37}$$

qui est le rapport entre la densité surfacique de flux sur la face p et la densité de flux globale $\varphi_{tot} = \mathrm{Q_s}/\mathrm{S} = h\Delta\mathrm{T}$. Nous considérons que le rapport $\dfrac{\varphi_p}{\varphi_{tot}}$ ne dépend que de l'orientation (c'est à dire qu'il s'agit d'une face verticale, inférieure ou supérieure) et utilisons les rapports des flux donnés dans le tableau 6.12.

On remarque que les corrélations introduites pour décrire les flux de chaleur ne font pas intervenir la dimension du domaine. Peut-on pour autant considérer que l'on peut les utiliser sans risque pour prédire les flux de chaleur dans un système de plus grande taille. La réponse à cette question dépend de si la répartition des bulles reste homogène dans l'espace ou non. Dans les simulations présentées dans ce chapitre, on ne voit pas se développer de cellules de convections de grandes échelles dues au écarts de masse volumique du mélange gaz-liquide qui existent lorsque la distribution spatiale des bulles est homogène. Ainsi, c'est l'agitation induite par les bulles en configuration homogène qui est responsable des transferts de chaleur en induisant une diffusivité thermique effective. Le transfert de chaleur est donc directement lié à l'énergie cinétique des fluctuations de vitesse du liquide. Cette agitation dépend de la fraction volumique de gaz, mais ne dépend pas des dimensions du domaine. On s'attend à ce que ces corrélations restent valables dans un domaine plus grand à condition que la distribution des bulles reste homogène. On sait cependant que la configuration homogène peut devenir instable et conduire à la apparition de grandes cellules de convection lorsqu'on augmente la taille du domaine. Malheureusement, on ignore encore les conditions précises de cette instabilité. On ignore aussi quelle est la contribution de telles cellules de convection aux transferts de chaleur.

Application à l'essai VB-U7

A l'aide des équations formulées pour l'extrapolation et à partir des données issues de l'essai VB-U7 (puissance injectée, fractions volumiques de gaz et propriété physico-chimiques du bain), nous pouvons calculer les densités de flux thermiques sur les différentes parois.
Le nombre de Rayleigh Ra_Γ avec les propriétés de l'essai VB-U7 a été donné dans le tableau 6.7). La fraction volumique de gaz étant connue, le nombre de Nusselt est déterminé grâce aux équations (6.33) et (6.34), ce qui permet d'évaluer le coefficient de transfert thermique, h. Ces résulats sont présentés dans le tableau 6.13.

On s'intéresse aux densités de flux thermique aux différentes parois. La puissance totale injectée est $\mathrm{Q}_s = 22$ kW, et on utilise les dimensions initiales du creuset en béton. On en déduit alors la densité de flux moyenne au début de l'essai : $\varphi_{\mathrm{tot}} = \mathrm{Q}_s/\mathrm{S} \approx 150$ kW/m^2. Ce qui nous permet ensuite de calculer les densités de flux thermiques aux différentes parois grâce aux rapports trouvés dans le tableau 6.12. Les valeurs ainsi calculées sont montrées dans le tableau 6.14.

t (s)	α (%)	Ra_Γ	Nu	h (W.m^{-2}.K^{-1})
$t_i = 10$	10	$\approx 9 \times 10^7$	205	≈ 1950
$t_f = 4858$	1	$\approx 3 \times 10^6$	81	≈ 850

TABLEAU 6.13 – Estimation du nombre de Nusselt et de l'écart de températures aux instants initial et final.

α (%)	2%	5%
φ_{inf}	114	114
φ_{sup}	282	264
φ_{lat}	102	111

TABLEAU 6.14 – Estimation des densités de flux thermiques (en kW/m^2) aux différentes parois pour différentes fractions volumiques de gaz.

6.7 Conclusion

L'objectif de ce dernier chapitre était de se rapprocher d'un cas réaliste d'interactions corium/-béton. Parmi les phénomènes susceptibles de jouer un rôle, les principaux sont la convection naturelle et les mouvements induits par les bulles. Nous nous sommes donc concentrés sur ceux-là. La configuration d'intérêt met en jeu des parois et une source de chaleur, ce qui nous a conduit à changer d'outil numérique pour le code JADIM dans lequel nous avons introduit la méthode présentée au chapitre 4. Nous avons pu constater que ces deux codes différents produisaient des résultats très similaires, ce qui montre que la méthode numérique proposée est robuste et peut être utilisée dans d'autres codes. Les simulations d'essaim de bulles dans un domaine avec des parois et en présence d'une source de chaleur volumique ont conduit à plusieurs résultats intéressants. Tout d'abord, la présence des bulles, même à une faible fraction volumique, a une influence importante sur la répartition des flux thermiques aux parois et sur l'évolution temporelle de la température moyenne du bain. En effet, l'agitation induite par les bulles au sein du liquide augmentent fortement le mélange et les transferts. Cela a pour effet de conduire à un refroidissement qu'en situation monophasique. Dans le contexte réel, on s'attend donc à que les bulles produites lors du dégazage du béton augmentent considérablement le refroidissement. De plus les bulles ont pour effet d'augmenter le flux de chaleur sur la face inférieure, ce qui va dans le sens d'une ablation du béton plus isotrope. La forte présence de bulles (≈ 30% voir 2.3) pourrait donc expliquer l'ablation isotrope observée dans l'essai VB-U6. Plus généralement on s'attend à ce que les bétons de type silico-calcaire, qui génèrent un flux massique de gaz important, présentent une ablation assez isotrope.
Du point de vue de la modélisation des flux de chaleur, les simulations de ce chapitre conduisent à deux conclusions importantes. Tout d'abord, l'écoulement à bulles s'établit très rapidement par rapport à l'échelle de temps nécessaire à la température pour atteindre sa valeur d' équilibre. cette séparation d'échelle de temps implique que le coefficient de transfert de chaleur pariétal, comme le nombre de Nusselt, peuvent être considérés comme constants. Ensuite, le nombre de Nusselt évolue comme une loi de puissance de la fraction volumique de gaz, ce qui nous a permis de proposer une corrélation simple. En combinant ces deux résultats, on peut estimer l' évolution de la température d' un bain de corium. La limite de validité d'une telle prédiction pour les systèmes de plus grandes tailles correspondants à la situation réelle réside essentiellement dans la répartition spatiale des bulles. Tant que cette répartition reste homogène, les corrélations obtenues dans un domaine de petite dimension devrait rester valable. La question reste ouverte dès lors que la configuration devient instable et donne naissance à des cellules de convection induisant des mouvements moyens importants.

Chapitre 7

Conclusion générale et perspectives

Ce travail de thèse porte sur la modélisation de l'effet des bulles sur l'hydrodynamique d'un bain de corium et sur la répartition des flux de chaleur aux parois. Pour cela il était d'abord nécessaire de corriger la force auto-induite erronée dans le bilan des forces s'exerçant sur les bulles pour bien reproduire la dynamique. Nous avons ensuite étudié l'agitation induite par un nuage homogène de bulles en ascension. Cela nous a permis de voir que notre modèle de correction permettait de reproduire des résultats en accord avec les expériences. Enfin nous nous sommes intéressés à des nuages de bulles en présence de convection thermique pour répondre à la problématique qui nous a été posée. Les conclusions principales de notre étude sont synthétisées ci-dessous et des perspectives sont proposées.

Le chapitre 2, avait pour but d'introduire le contexte et la problématique de notre étude. Il rappelle l'existence de deux comportements différents d'ablation du béton par le corium, selon la nature du matériau sacrificiel. Pour un béton de type siliceux, on observe une ablation anisotrope où les parois latérales sont érodées plus rapidement que le fond, alors que pour un béton de type silico-calcaire, l'ablation est isotrope. L'ablation est directement liée à la répartition des flux thermiques sur les parois et plusieurs phénomènes sont suspectés pour expliquer cette différence de comportement. Parmi ceux-ci, l'effet de la présence des bulles de gaz produite lors de la dégradation du béton est évoqué. Nous avons donc proposé un rapide rappel des propriétés de l'agitation induite par les bulles en les distinguant de celles de la turbulence monophasique. Puis nous avons comparé les ordres de grandeurs des trois phénomènes qui régissent les échanges de chaleur dans un bain de corium (convection thermique, convection solutale et mouvements induits par les bulles), ce qui nous a conduit à conclure que le rôle des bulles était capital.

Nous nous sommes alors concentrés sur la simulation numérique d'écoulements à bulles. Ce type de simulations est difficile en raison du couplage qui existe entre le liquide et les bulles. Dans les écoulements à bulles à grand nombre de Reynolds, comme ceux rencontrés dans les colonnes à bulles industrielles, les sillages de bulles jouent un rôle majeur [Risso, 2018]. Dans un travail précédent (Riboux et al. 2013), il avait été montré que la principale caractéristique des fluctuations de liquide induites par les bulles pouvait être simulée en considérant un écoulement uniforme à travers des sources de quantité de mouvement fixes ayant approximativement la même taille que les bulles. Dans le prolongement de cette idée, nous avons développé une méthode de simulation des écoulements à bulles basée sur une approche Euler-Lagrange dans laquelle chaque bulle est représentée par une source volumique de quantité de mouvement mobile. Cette source est distribuée sur quelques mailles du domaine de calcul à l'aide d'un noyau gaussien ayant pour longueur caractéristique σ. Avec cette méthode, les plus petites échelles de l'écoulement ne sont pas résolues. Le calcul des trajectoires des bulles est basé sur la connaissance de la force hydrodynamique appliquée sur chaque bulle. La détermination précise de cette force nécessite de corriger la force parasite que chaque bulle exerce sur elle-même. À cette fin, nous avons introduit un modèle ana-

lytique approximatif de la perturbation de la vitesse, qui tient compte de l'historique de la quantité de mouvement échangée entre la bulle et le liquide. Il a été validée pour une bulle isolée à grand nombre de Reynolds.
En ce qui concerne l'écoulement du liquide, le sillage simulé d'une bulle isolée a été comparé à l'expérience afin d'optimiser le choix de σ pour différentes résolution de maillage Δx. Nos simulations indiquent que la valeur optimale de σ est $\sigma/d_b = 0.25$. Pour des valeurs plus importantes, le sillage généré n'est pas assez intense, alors que pour des valeurs plus petites, la vitesse du liquide dépasse la vitesse de la bulle, ce qui est source d'instabilité dans nos simulations.

Cette méthode a été appliquée à la simulation d'un essaim de bulles homogène ayant une fraction volumique de gaz de 2% que nous avons comparé à un essaim de bulles qui n'ont pas de mouvement relatif entre elles. Cette configuration, que nous avons appelée «cas fixe», permet de décomposer les fluctuations de vitesse du liquide induites par les bulles (BIA pour Bubble-Induced Agitation) selon la décomposition introduite par Risso et collab. [2008] en une contribution correspondant aux perturbations moyennes créées autour de chaque bulle (LBD pour Localised Bubble Disturbances) et une contribution de la turbulence générée par l'instabilité de l'écoulement au milieu des bulles. L'analyse des résultats par comparaisons aux travaux expérimentaux a confirmé la capacité de la méthode de modélisation à bien décrire les propriétés caractéristiques de chacun de ses mécanismes. L'étude des bilans d'énergie dans le plan spectral, pour les cas fixe et mobile, a révélé une distribution d'énergie bien particulière pour la BIA, sans réelle séparation d'échelles entre la production et la dissipation, ce qui explique l'absence d'une zone inertielle en $k^{-5/3}$ dans la gamme des nombres d'ondes où l'énergie est injectée par les bulles. Nous retrouvons tout de même deux caractéristiques de la turbulence monophasique : un transfert d'énergie des grandes échelles vers les échelles plus petites et une zone dissipative aux petites échelles. La décomposition de la BIA en LBD et BIT a aussi montré qu'aux grandes échelles, c'est essentiellement la LBD qui domine, alors qu'aux petites échelles, c'est principalement la BIT.

Nous avons ensuite étudié l'effet de la fraction volumique de gaz. Les résultats ont montré que les simulations reproduisaient qualitativement la décroissance de la vitesse moyenne des bulles avec α. Ensuite, les comparaisons avec les expériences ont montré que les grandes échelles de l'écoulement, qui résultent essentiellement du sillage des bulles et de leurs interactions, sont bien reproduites. Les densités de probabilités (PDF) de la vitesse du liquide montrent le comportement caractéristique en exponentiel des fluctuations les plus probables. Conséquence directe de la résolution grossière adoptée, cette méthode décrit mal les petites échelles de l'écoulement, en particulier au voisinage des bulles. Ceci est responsable de l'absence d'une deuxième décroissance exponentielle dans les PDF des fluctuations horizontales et une sous-estimation de la longue queue correspondant aux sillages proches dans la PDF des fluctuations verticales. C'est est également la cause de la coupure des spectres avant la sous-gamme en $k^{-5/3}$ qui suit la sous-gamme en k^{-3} dans les expériences. Globalement, cela conduit à une sous-estimation de l'énergie totale des fluctuations. Cependant, le résultat important est que ce filtrage des petites échelles n'a pas de conséquences significatives sur les échelles résolues par la simulation. Nous pouvons donc faire confiance aux conclusions concernant les mécanismes révélés dans le plan spectral. Nous pouvons conclure que nous disposons d'une méthode fiable pour étudier les grandes échelles qui sont induites par les différences de flottabilité dans les configurations inhomogènes.

Enfin, nous nous sommes rapprochés d'une situation plus proche des interactions entre le corium et le béton (ICB) en étudiant un essaim de bulles en présence d'une source de chaleur volumique et de parois. La prise en compte des parois a nécessité de passer du code pseudo-spectral FieldZ au code JADIM, dans lequel nous avons introduit notre méthode que nous avons développée. L'étude de l'ascension d'une bulle isolée en situation isotherme a permis de valider le modèle dans JADIM. Le fait que deux codes différents donnent des résultats très similaires démontre la robustesse de la méthode numérique proposée, qui peut donc être utilisée dans d'autres codes.

Nos simulations d'un bain de corium simplifié de petite taille démontrent clairement que les bulles, même à une fraction volumique modérée ($\lesssim 5\%$), ont une influence majeure sur la dynamique du bain et les transferts de chaleur. L'agitation induite par les bulles augmentent fortement le mélange et renforce les transferts de chaleur par rapport au cas monophasique, qui est piloté par la seul convection naturelle d'origine thermique. Cela a pour première conséquence d'accélérer significativement le refroidissement du bain. De plus, cela homogénéise les transferts de chaleur dans l'ensemble du bain, entraînant une isotropisation des flux de chaleur aux parois du domaine. Ainsi, en présence de bulles, les densités de flux de chaleur aux parois inférieure et latérales deviennent similaires. Il est à noter que les codes industriels dédiés à l'ICB attribuent l'anisotropie de l'ablation à la thermohydraulique du bain (via un coefficient multiplicateur sur le coefficient d'échange convectif). Au vu de cette étude, l'anisotropie de l'ablation semble être liée à la nature de l'interface (imprégnation du corium sur les parois du radier) et non à la thermohydraulique du bain de corium. Par railleurs, nous avons constaté que la dynamique de l'écoulement s'établit beaucoup plus rapidement que l'équilibre thermique. Grâce à cette séparation d'échelles, nous avons établi une corrélation pour le nombre de Nusselt qui dépend uniquement de la fraction volumique de gaz. Cette corrélation peut sans doute s'appliquer à des configurations de plus grande taille à condition que la distribution spatiale des bulles reste similaire à celle de notre cas d'étude, c'est-à-dire à peu près homogène. Sinon l'effet supplémentaire de grandes cellules de convection devra aussi être pris en compte.

Perspectives

Diverses améliorations peuvent être proposées pour affiner la méthode numérique qui a été développée dans ce travail. En ce qui concerne les bulles, le modèle de force hydrodynamique peut être complété en considérant une force de portance et la rotation de bulles non sphériques. La prise en compte de ces mécanismes devrait augmenter le rapport entre les fluctuations horizontales et verticales, qui est jusqu'ici sous-estimée par les simulations numériques, et devrait améliorer la description de configurations non homogènes soumises à des gradients de vitesses à grande échelle. Par ailleurs, il existe des pistes pour améliorer le modèle de correction de la force hydrodynamique auto-induite erronée. Pour le cas spécifique des écoulements considérés dans cette thèse, nous avons négligé la diffusion visqueuse, car elle était de l'ordre de la racine carrée du nombre de Reynolds de la bulle, ainsi que les corrections du gradient de pression, car nous n'avions besoin que d'informations ponctuelles à la position de la bulle. Cependant, on peut envisager de prendre en compte ces effets de manière similaire au formalisme de Stokelest [Gualtieri et collab., 2015; Saffman, 1973].
En ce qui concerne la description de la phase liquide, le fait que les grandes échelles soient correctement résolues, suggère que les mécanismes physiques à petites échelles sont indépendants des détails des interactions entre les sillages. On peut donc imaginer qu'il n'est pas trop difficile d'introduire un modèle de sous-maille pour reproduire les fluctuations de petites échelles sans trop perturber la dynamique des grandes échelles.

Enfin, plusieurs pistes sont envisageables pour se rapprocher davantage d'un cas réaliste d'interactions entre le corium et le béton (ICB). Nous nous sommes pour l'instant cantonnés à simuler des domaines de taille restreinte par faute de temps pour paralléliser notre approche lagrangienne dans le code JADIM. Le développement de la parallélisation, qui ne pose pas de réelles difficultés, permettra de considérer des domaines plus grands, permettant d'étudier les écoulements avec un nombre de Rayleigh plus grand et plus en accord avec les valeurs expérimentales, ainsi que les conditions de stabilité de l'essaim de bulles. Il sera également intéressant d'étudier des fractions volumique de gaz supérieures à 10%, afin de parcourir toute la gamme des cas expérimentaux. De plus, il sera intéressant de faire varier les propriétés physiques du corium afin, d'une part, de comparer les béton de composition différentes et, d'autre part, d'examiner l'effet de leur variation au cours du temps alors que le bain refroidit et change de composition.

Bibliographie

AKIKI, G., T. L. JACKSON et S. BALACHANDAR. 2017, «Pairwise interaction extended point-particle model for a random array of monodisperse spheres», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 813, doi : 10.1017/jfm.2016.877, p. 882–928, ISSN 1469-7645. URL http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2016.877. 48

ALMÉRAS, E., V. MATHAI, D. LOHSE et C. SUN. 2017, «Experimental investigation of the turbulence induced by a bubble swarm rising within incident turbulence», *Journal of fluid mechanics*, vol. 825, p. 1091–1112. 1, 63

ALMÉRAS, E., C. PLAIS, F. EUZENAT, F. RISSO, V. ROIG et F. AUGIER. 2016, «Scalar mixing in bubbly flows : Experimental investigation and diffusivity modelling», *Chemical Engineering Science*, vol. 140, doi :https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.10.010, p. 114 – 122, ISSN 0009-2509. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250915006764. 63

ALMÉRAS, E., F. RISSO, V. ROIG, S. CAZIN, C. PLAIS et F. AUGIER. 2015, «Mixing by bubble-induced turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 776, p. 458–474. 27

AMOURA, Z., C. BESNACI, F. RISSO et V. ROIG. 2017, «Velocity fluctuations generated by the flow through a random array of spheres : a model of bubble-induced agitation», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 823, p. 592–616. 1, 66, 100

ANSELMET, F., Y. GAGNE, E. HOPFINGER et R. ANTONIA. 1984, «High-order velocity structure functions in turbulent shear flows», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 140, p. 63–89. 25

AYBERS, N. et A. TAPUCU. 1969, «The motion of gas bubbles rising through stagnant liquid», *Wärme-und Stoffübertragung*, vol. 2, n° 2, p. 118–128. 73

BALACHANDAR, K., S.LIU et M. LAKHOTE. 2019, «Self-induced velocity correction for improved drag estimation in euler–lagrange point-particle simulations», *Journal of Computational Physics*, vol. 376, doi :https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.09.033, p. 160–185. 2, 42, 43

BÉNARD, H. 1901, *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide propageant de la chaleur par convection : en régime permanent*, Gauthier-Villars. 30

BENNACER, R. et D. GOBIN. 1996, «Cooperating thermosolutal convection in enclosures—i. scale analysis and mass transfer», *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 39, n° 13, p. 2671–2681. 31, 32, 34

BERNAZ, L., J. BONNET et J. SEILER. 2001, «Investigation of natural convection heat transfer to the cooled top boundary of a heated pool», *Nuclear engineering and design*, vol. 204, n° 1-3, p. 413–427. 15

BOIVIN, M., O. SIMONIN et K. D. SQUIRES. 1998, «Direct numerical simulation of turbulence modulation by particles in isotropic turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 375, doi :http://dx.doi.org/10.1017/S0022112098002821, p. 235–263. URL http://journals.cambridge.org/article_S0022112098002821. 2, 52

BOS, W. J. T. et R. ZAMANSKY. 2019, «Power fluctuations in turbulence», *Physical Review Letters*, vol. 122, n° 12, doi :10.1103/physrevlett.122.124504, p. 124 504, ISSN 1079-7114. URL http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.124504. 45

BOUCHE, E., V. ROIG, F. RISSO et A.-M. BILLET. 2012, «Homogeneous swarm of high-reynolds-number bubbles rising within a thin gap. part 1. bubble dynamics», *Journal of fluid mechanics*, vol. 704, p. 211–231. 66

BOUCHE, E., V. ROIG, F. RISSO et A.-M. BILLET. 2014, «Homogeneous swarm of high-reynolds-number bubbles rising within a thin gap. part 2. liquid dynamics», *Journal of fluid mechanics*, vol. 758, p. 508–521. 66

BOULIN, A., J.-F. HAQUET, P. C. PILUSO, S. SEMENOV, M. C. ANTONI, T. WASHIYA, A. NAKAYOSHI et T. J. KITAGAKI. Nov. 11-15 (2018), «Hydrodynamic numerical simulations of a prototypical oxide-metal corium melt representative of fukushima 1-f1 severe accident condition», *ANS Winter Meeting and Technology Expo, Orlando, USA*. 18

BOUSSINESQ, J. 1903, *Théorie analytique de la chaleur : mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière*, vol. 2, Gauthier-Villars. 33

CALMET, I. 1995, *Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane*, thèse de doctorat, Toulouse, INPT. 105

CALMET, I. et J. MAGNAUDET. 1997, «Large-eddy simulation of high-schmidt number mass transfer in a turbulent channel flow», *Physics of Fluids*, vol. 9, nº 2, p. 438–455. 105

CANUTO, C., M. HUSSAINI, A. QUARTERONI et T. ZANG. 1988, *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, New York. 45

CAPECELATRO, J. et O. DESJARDINS. 2013, «An euler–lagrange strategy for simulating particle-laden flows», *Journal of Computational Physics*, vol. 238, p. 1–31. 2, 42

CHOUIPPE, A. 2012, *Étude numérique de la réduction de traînée par injection de bulles en écoulement de Taylor-Couette*, thèse de doctorat. 41, 105

CLIMENT, E. 1996, *Dispersion de bulles et modification du mouvement de la phase porteuse dans des écoulements tourbillonnaires*, thèse de doctorat. 41, 105

CLIMENT, E. et J. MAGNAUDET. 1999, «Large-scale simulations of bubble-induced convection in a liquid layer», *Physical review letters*, vol. 82, nº 24, p. 4827. 105

DU CLUZEAU, A., G. BOIS et A. TOUTANT. 2019, «Analysis and modelling of reynolds stresses in turbulent bubbly up-flows from direct numerical simulations», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 866, doi :10.1017/jfm.2019.100, p. 132–168, ISSN 1469-7645. URL http://dx.doi.org/10.1017/jfm.2019.100. 38

DU CLUZEAU, A., G. BOIS, A. TOUTANT et J.-M. MARTINEZ. 2020, «On bubble forces in turbulent channel flows from direct numerical simulations», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 882, doi : 10.1017/jfm.2019.807, p. A27. 38

ELLINGSEN, K. et F. RISSO. 2001, «On the rise of an ellipsoidal bubble in water : oscillatory paths and liquid-induced velocity», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 440, p. 235–268. 73

FINK, J. 2000, «Thermophysical properties of uranium dioxide», *Journal of nuclear materials*, vol. 279, nº 1, p. 1–18. 34, 112

GARNIER, C., M. LANCE et J. MARIÉ. 2002, «Measurement of local flow characteristics in buoyancy-driven bubbly flow at high void fraction», *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 26, nº 6-7, p. 811–815. 1, 89, 90

GATIGNOL, R. 1983, «The faxén formulas for a rigid particle in an unsteady non-uniform stokes-flow», *Journal de Mécanique théorique et appliquée*, vol. 2, nº 2, p. 143–160. 40, 41

GOBIN, D. et R. BENNACER. 1996, «Cooperating thermosolutal convection in enclosures—ii. heat transfer and flow structure», *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 39, nº 13, p. 2683–2697. 31

GOROKHOVSKI, M. et R. ZAMANSKY. 2018, «Modeling the effects of small turbulent scales on the drag force for particles below and above the kolmogorov scale», *Physical Review Fluids*, vol. 3, nº 3, doi :10.1103/PhysRevFluids.3.034602, p. 1–23. URL https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevFluids.3.034602. 45

GUALTIERI, P., F. PICANO, G. SARDINA et C. M. CASCIOLA. 2015, «Exact regularized point particle method for multiphase flows in the two-way coupling regime», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 773, doi :10.1017/jfm.2015.258, p. 520–561, ISSN 1469-7645. URL http://journals.cambridge.org/article_S002211201500258X. 2, 40, 42, 44, 133

GUYON, E., L. PETIT et J.-P. HULIN. 1991, *Hydrodynamique physique*, interéditions. 24, 30

GVOZDIĆ, B., E. ALMÉRAS, V. MATHAI, X. ZHU, D. P. VAN GILS, R. VERZICCO, S. G. HUISMAN, C. SUN et D. LOHSE. 2018, «Experimental investigation of heat transport in homogeneous bubbly flow», *Journal of fluid mechanics*, vol. 845, p. 226–244. 63

HORWITZ, J. et A. MANI. 2016, «Accurate calculation of stokes drag for point–particle tracking in two-way coupled flows», *Journal of Computational Physics*, vol. 318, doi :https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.04.034, p. 85 – 109, ISSN 0021-9991. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999116300808. 2, 42

HUNT, J. et I. EAMES. 2002, «The disappearance of laminar and turbulent wakes in complex flows», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 457, p. 111–132. 69, 96

INCROPERA, F. P., A. S. LAVINE, T. L. BERGMAN et D. P. DEWITT. 2013, *Principles of heat and mass transfer*, Wiley. 127

IRELAND, P. J. et O. DESJARDINS. 2017, «Improving particle drag predictions in euler–lagrange simulations with two-way coupling», *Journal of Computational Physics*, vol. 338, doi : https://doi.org/10.1016/j.jcp.2017.02.070, p. 405 – 430, ISSN 0021-9991. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999117301730. 42

ISHII, M. et N. ZUBER. 1979, «Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows», *AIChE Journal*, vol. 25, nº 5, doi :10.1002/aic.690250513, p. 843–855. URL https://aiche.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/aic.690250513. 47

J.M. BONNET, J. M., E. BOCCACCIO et C. JEGOU. 2003, «Programme vulcano-icb : spécification de la géométrie de la section d'essai vb-u1», NT DTP/STH/LMA. 11

KERR, R. C. 1994, «Dissolving driven by vigorous compositional convection», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 280, p. 287–302. 30

KOLMOGOROV, A. N. 1941a, «Dissipation of energy in locally isotropic turbulence», dans *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, vol. 32, p. 16. 24

KOLMOGOROV, A. N. 1941b, «The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers», *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 434, doi :10.1098/rspa.1991.0075, p. 9–13. Translation by V. Levin in Philosophical Transactions of The Royal Society A 1991 vol. 434 p. 9-13. 24, 60

LANCE, M. et J. BATAILLE. 1991, «Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air–water flow», *Journal of fluid mechanics*, vol. 222, p. 95–118. 1, 27, 62, 72

LEGENDRE, D. 1996, *Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse. 105

LUCCI, F., A. FERRANTE et S. ELGHOBASHI. 2010, «Modulation of isotropic turbulence by particles of taylor length-scale size», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 650, doi : 10.1017/S0022112009994022, p. 5–55. URL http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract?fromPage=online&aid=7490832&fulltextType=RA&fileId=S0022112009994022. 38

MAGNAUDET, J. et I. EAMES. 2000, «The motion of high-reynolds-number bubbles in inhomogeneous flows», *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 32, p. 659–708. 41

MAGNAUDET, J., M. RIVERO et J. FABRE. 1995, «Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part 1. steady straining flow», *Journal of fluid mechanics*, vol. 284, p. 97–135. 105

MARTINEZ, J., D. CHEHATA, D. P. M. VAN GILS, C. SUN et D. LOHSE. 2009, «On bubble clustering and energy spectra in pseudo-turbulence», *arXiv preprint arXiv :0912.1620*. 27

MARTÍNEZ-MERCADO, J., C. A. PALACIOS-MORALES et R. ZENIT. 2007, «Measurement of pseudo-turbulence intensity in monodispersed bubbly liquids for 10< re< 500», *Physics of Fluids*, vol. 19, nº 10, p. 103 302. 1, 27, 72, 92

MAXEY, M. 2017, «Simulation methods for particulate flows and concentrated suspensions», *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 49, nº 1, doi :10.1146/annurev-fluid-122414-034408, p. 171–193. URL https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122414-034408. 38, 42

MAXEY, M., B. PATEL, E. CHANG et L. WANG. 1997, «Simulations of dispersed turbulent multiphase flow», *Fluid Dynamics Research*, vol. 20, nº 143-156. 39

MAXEY, M. R. et J. J. RILEY. 1983, «Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow», *The Physics of Fluids*, vol. 26, nº 4, p. 883–889. 40, 41

MAXWORTHY, T., C. GNANN, M. KÜRTEN et F. DURST. 1996, «Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids», *Journal of fluid mechanics*, vol. 321, p. 421–441. 35, 47, 113

MAZZITELLI, I. M. et D. LOHSE. 2009, «Evolution of energy in flow driven by rising bubbles», *Physical Review E*, vol. 79, nº 6, p. 066 317. 29

MERLE, A., D. LEGENDRE et J. MAGNAUDET. 2005, «Forces on a high-reynolds-number spherical bubble in a turbulent flow», *J. Fluid Mech.*, vol. 532, doi :doi:10.1017/S0022112005004180, p. 53–62. 41

MONIN, A. S. et A. M. YAGLOM. 1981, *Statistical Fluid Mechanics : Mechanics of Turbulence*, vol. 2, MIT Press, Cambridge, MA. 25

MOORE, D. 1965, «The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 23, nº 4, p. 749–766. 47

OBERBECK, A. 1879, «Über die wärmeleitung der flüssigkeiten bei berücksichtigung der strömungen infolge von temperaturdifferenzen», *Annalen der Physik*, vol. 243, nº 6, p. 271–292. 33

OBOUKHOV, A. M. 1941, «On the distribution of energy in the spectrum of a turbulent flow», *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 32, p. 22–24. 60

ONISHI, R., K. TAKAHASHI et J. VASSILICOS. 2013, «An efficient parallel simulation of interacting inertial particles in homogeneous isotropic turbulence», *Journal of Computational Physics*, vol. 242, doi :https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.02.027, p. 809 – 827, ISSN 0021-9991. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999113001460. 2

ORSZAG, S. A. 1971, «On the elimination of aliasing in finite-difference schemes by filtering high-wavenumber components», *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 28, nº 6, doi :10.1175/1520-0469(1971)028<1074:OTEOAI>2.0.CO;2, p. 1074–1074. URL http://dx.doi.org/10.1175/1520-0469(1971)028<1074:OTEOAI>2.0.CO;2. 45

PANDEY, V., R. RAMADUGU et P. PERLEKAR. 2020, «Liquid velocity fluctuations and energy spectra in three-dimensional buoyancy-driven bubbly flows», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 884. 36

PEKUROVSKY, D. 2012, «P3dfft : a framework for parallel computations of fourier transforms in three dimensions», *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 34, nº 4, p. C192–C209. 45

POPE, S. B. 2001, «Turbulent flows», . 25, 26, 78

PRAKASH, V. N., J. M. MERCADO, L. VAN WIJNGAARDEN, E. MANCILLA, Y. TAGAWA, D. LOHSE et C. SUN. 2016, «Energy spectra in turbulent bubbly flows», *Journal of fluid mechanics*, vol. 791, p. 174–190. 1, 27, 62

RAYLEIGH, L. 1916, «Lix. on convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side», *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 32, nº 192, p. 529–546. 30

RENSEN, J., S. LUTHER et D. LOHSE. 2005, «The effect of bubbles on developed turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 538, p. 153–187. 1, 27

RIBOUX, G. 2007, *Hydrodynamique d'un essaim de bulles en ascension*, thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse. 72

RIBOUX, G., D. LEGENDRE et F. RISSO. 2013, «A model of bubble-induced turbulence based on large-scale wake interactions», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 719, p. 362–387. 1, 2, 29, 37, 66, 69, 72, 75, 76, 88

RIBOUX, G., F. RISSO et D. LEGENDRE. 2010, «Experimental characterization of the agitation generated by bubbles rising at high reynolds number», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 643, p. 509–539. 1, 27, 28, 29, 37, 47, 48, 49, 50, 56, 58, 59, 61, 62, 63, 72, 73, 77, 88, 89, 90, 91, 93, 94, 105

RISSO, F. 2016, «Physical interpretation of probability density functions of bubble-induced agitation», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 809, p. 240–263. 29, 58, 59, 67, 74, 75

RISSO, F. 2018, «Agitation, mixing, and transfers induced by bubbles», *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 50, nº 1. 1, 26, 62, 67, 131

RISSO, F. et K. ELLINGSEN. 2002, «Velocity fluctuations in a homogeneous dilute dispersion of high-reynolds-number rising bubbles», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 453, p. 395–410. 1, 27, 72, 92

RISSO, F., V. ROIG, Z. AMOURA, G. RIBOUX et A.-M. BILLET. 2008, «Wake attenuation in large reynolds number dispersed two-phase flows», *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 366, nº 1873, p. 2177–2190. 66, 72, 96, 132

ROGHAIR, I., J. M. MERCADO, M. V. S. ANNALAND, H. KUIPERS, C. SUN et D. LOHSE. 2011, «Energy spectra and bubble velocity distributions in pseudo-turbulence : Numerical simulations vs. experiments», *International journal of multiphase flow*, vol. 37, nº 9, p. 1093–1098. 29

ROGHAIR, I., M. VAN SINT ANNALAND et H. J. KUIPERS. 2013, «Drag force and clustering in bubble swarms», *AIChE Journal*, vol. 59, nº 5, p. 1791–1800. 90

SAFFMAN, P. 1956, «On the rise of small air bubbles in water», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 1, nº 3, p. 249–275. 73

SAFFMAN, P. G. 1973, «On the settling speed of free and fixed suspensions», *Studies in Applied Mathematics*, vol. 52, nº 2, doi :10.1002/sapm1973522115, p. 115–127. URL https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/sapm1973522115. 2, 40, 42, 52, 133

SCHURR, J. 1905, «Sur la vitesse de dissolution des sels dans leurs solutions aqueuses», . 30

SEVÓN, T., C. JOURNEAU et L. FERRY. 2013, «Vulcano vb-u7 experiment on interaction between oxidic corium and hematite-containing concrete», *Annals of Nuclear Energy*, vol. 59, p. 224–229. 104, 110, 111

SEVÓN, T. et collab.. 2005, «Molten core-concrete interactions in nuclear accidents», *Theory and Design of an Experimental Facility. VTT Research Notes*, vol. 2311. 22

SPINDLER, B., B. TOURNIAIRE, S. VANDROUX, J. SEILER et A. GUBAIDULIN. 2005, «Mcci analysis based on the phase segregation model with application in the tolbiac-icb code», dans *Proc. of 11 th Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermalhydraulics*, p. 2–6. 15

SUBRAMANIAM, S., M. MEHRABADI, J. HORWITZ et A. A. MANI. 2014, «Developing improved lagrangian point particle models of gas-solid flow from particle-resolved direct numerical simulation», dans *Proceedings of the summer program 2014*, Center for Turbulence Research - Stanford University. URL https://ctr.stanford.edu/proceedings-2014-summer-program-0. 52

TAIT, S. et C. JAUPART. 1989, «Compositional convection in viscous melts», *Nature*, vol. 338, nº 6216, p. 571–574. 30

TENNEKES, H., J. L. LUMLEY, J. L. LUMLEY et collab.. 1972, *A first course in turbulence*, MIT press. 23, 25

TENNETI, S. et S. SUBRAMANIAM. 2014, «Particle-resolved direct numerical simulation for gas-solid flow model development», *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 46, doi :10.1146/annurev-fluid-010313-141344, p. 199–230. 38

THERMODATA. «Nuclea : bases de donnée thermodynamiques», , nº versions 2005 à 2010. Gemini-2. 15

LARUE DE TOURNEMINE, A. 2001, *Etude expérimentale de l'effet du taux de vide en écoulements diphasiques à bulles*, thèse de doctorat, Toulouse, INPT. 89, 90

UHLMANN, M. et A. CHOUIPPE. 2017, «Clustering and preferential concentration of finite-size particles in forced homogeneous-isotropic turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 812, doi :10.1017/jfm.2016.826, p. 991–1023. 38

WIJNGAARDEN, L. V. 1993, «The mean rise velocity of pairwise-interacting bubbles in liquid», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 251, doi :10.1017/S0022112093003337, p. 55–78. 54

WYKES, M. S. D., J. MAC HUANG, G. A. HAJJAR et L. RISTROPH. 2018, «Self-sculpting of a dissolvable body due to gravitational convection», *Physical Review Fluids*, vol. 3, nº 4, p. 043 801. 31

XU, Y. et S. SUBRAMANIAM. 2007, «Consistent modeling of interphase turbulent kinetic energy transfer in particle-laden turbulent flows», *Physics of Fluids*, vol. 19, nº 8, doi :10.1063/1.2756579, p. 085 101. URL https://doi.org/10.1063/1.2756579. 52

YEUNG, P. K. et S. POPE. 1988, «An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulations of homogeneous turbulent», *Journal of computational physics*, vol. 79, p. 373–416. 45

ZAMANSKY, R., F. COLETTI, M. MASSOT et A. MANI. 2016, «Turbulent thermal convection driven by heated inertial particles», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 809, p. 390–437. 39, 45

ZENIT, R., D. L. KOCH et A. S. SANGANI. 2001, «Measurements of the average properties of a suspension of bubbles rising in a vertical channel», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 429, p. 307–342. 1, 27, 88, 89, 90, 91

ZHANG, Z., D. LEGENDRE et R. ZAMANSKY. 2019, «Model for the dynamics of micro-bubbles in high reynolds number flows», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 879, doi :10.1017/jfm.2019.662, p. 554–578. 45