Thèse de doctorat

pour obtenir le grade de docteur délivré par

Université de Paris

Laboratoire Matière et Systèmes Complexes
École doctorale n° 564 : Physique en Île-de-France

Discipline : Physique, spécialité Acoustique

Propagation acoustique dans les mousses liquides et les mousses solides membranaires

---

présentée et soutenue publiquement par

Camille Gaulon

le 30 septembre 2019

Directeur de thèse : **Valentin Leroy**
Co-encadrante de thèse : **Caroline Derec**

Jury :

Isabelle Cantat	Professeure, Université de Rennes 1	Rapportrice
Vincent Tournat	Directeur de Recherche, CNRS, Le Mans Université	Rapporteur
Pierre Leroy	Docteur, Responsable R&D acoustique, Saint-Gobain Isover	Examinateur
Agnès Maurel	Directrice de Recherche CNRS, ESPCI	Présidente du jury
Régis Wunenburger	Professeur, Sorbonne Université	Examinateur
Luc Jaouen	Docteur, Dirigeant, Matelys – Research Lab	Membre invité
Juliette Pierre	Chargée de Recherche CNRS, Sorbonne Université	Membre invitée

CC BY NC ND

À la mémoire de mon père.

Table des matières

Remerciements **9**

Résumé **13**

Abstract **15**

Introduction **17**

1 Tube d'impédance **25**
1.1 Introduction au dispositif expérimental . . . 26
1.1.1 Descriptif du tube d'impédance . . . 26
1.1.2 Gamme de fonctionnement en fréquences . . . 27
1.1.3 Calibration : propagation du son dans l'air . . . 27
1.2 Méthode à deux microphones : mesure en réflexion . . . 29
1.3 Méthode à trois microphones : mesure en réflexion et en transmission . . . 31
1.4 Méthode avec lame d'air . . . 33
1.5 Exemple de mesures employant les différentes méthodes . . . 35

2 Mousse liquide **41**
2.1 Introduction aux mousses liquides . . . 42
2.1.1 Composition et géométrie . . . 42
2.1.2 Fabrication et caractérisation . . . 48
2.2 Mesures ultrasonores et modèle pour les mousses liquides : les travaux de Pierre *et al.* . . . 49
2.2.1 Contexte et présentation de l'étude . . . 49
2.2.2 Différents régimes et propriétés surprenantes . . . 51
2.2.3 Modèle pour mousses liquides . . . 54
2.2.4 Terme de dissipation phénoménologique . . . 59
2.3 Mesures dans l'audible . . . 60
2.3.1 Matériel et méthode . . . 60
2.3.2 Résultats expérimentaux et analyse pas à pas . . . 62
2.3.3 Atténuation brute . . . 63
2.3.4 Théorie de la propagation du son dans un liquide bulleux . . . 64
2.3.5 Pertes thermiques . . . 65
2.3.6 Pertes visqueuses . . . 68
2.4 Lien entre les mesures dans l'audible et dans les ultrasons . . . 74

3 Membrane unique : film de savon et membrane élastique **77**
3.1 Membranes utilisées et caractérisation . . . 78
3.1.1 Epaisseur des membranes . . . 79
3.1.2 Dispositif de visualisation des membranes dans le tube d'impédance . . . 81
3.2 Mesures acoustiques, méthodes d'analyse et premiers résultats . . . 83

3.2.1 Admittance – Mesures brutes et méthode d'analyse . . . 84
3.2.2 Admittance – Mesure de l'épaisseur grâce à l'acoustique . . . 88
3.2.3 Admittance – Ajout d'un terme de dissipation . . . 89
3.2.4 Coefficient d'absorption – Mesure de tension . . . 90
3.3 Etudes paramétriques autour de la dissipation . . . 92
3.3.1 Effet de l'épaisseur des membranes . . . 92
3.3.2 Effet de la taille de la membrane . . . 93
3.3.3 Effet de la fréquence . . . 93
3.3.4 Effet de la taille du ménisque . . . 95
3.3.5 Effet de la nature de la membrane . . . 96
3.4 Modélisation . . . 98
3.4.1 Déplacement et contrainte dans l'air autour d'une membrane vibrante . . . 98
3.4.2 Calcul d'une puissance dissipée par une membrane finie . . . 102

4 Introduction et familiarisation avec l'acoustique des matériaux poreux 107
4.1 Les matériaux poreux acoustiques . . . 107
4.2 Les modèles de matériaux poreux acoustiques . . . 108
4.2.1 Le modèle de Johnson . . . 108
4.2.2 Le modèle de Champoux-Allard . . . 114
4.2.3 Le modèle de Lafarge . . . 116
4.2.4 Le modèle complet dit de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL) . . . 118
4.2.5 La théorie de Biot . . . 118
4.3 Matériaux "modèles" réalisés par impression 3D, avec une faible porosité . . . 120
4.3.1 L'impression 3D . . . 120
4.3.2 Les matériaux . . . 121
4.3.3 Résultats . . . 123
4.4 Matériau "modèle", avec une porosité intermédiaire . . . 127
4.5 Test sur un matériau poreux "réel", avec une porosité élevée . . . 128

5 Mousses solides partiellement fermées 131
5.1 Mousses de polyuréthane (PU) . . . 132
5.1.1 Composition chimique . . . 132
5.1.2 Fabrication . . . 133
5.1.3 Structure . . . 135
5.2 Présentation et caractérisation des échantillons fournis . . . 138
5.2.1 Taille des pores, porosité, densité et épaisseur des membranes . . . 138
5.2.2 Observations de la microstructure et taux d'ouverture des membranes . . . 141
5.3 Résultats expérimentaux . . . 147
5.3.1 Performances acoustiques en absorption et isolation phonique (*Transmission Loss*) . . . 148
5.3.2 Vitesse et atténuation du son . . . 151
5.3.3 Densité et module d'incompressibilité effectifs . . . 154
5.4 Interprétation des résultats sur les mousses fermées . . . 156
5.4.1 Membranes immobiles et propagation à travers les ouvertures des membranes . . . 158
5.4.2 Membranes déformables . . . 171
5.5 Étude exploratoire : mousses solides fermées par des membranes liquides . . . 177
5.6 Lien avec les mousses liquides et les membranes uniques . . . 182

Conclusions et perspectives 185

A Film de savon dansant 187

B Matériaux perméo-élastiques, d'après les travaux de Venegas et Boutin 209

C Modèle de Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge (JCAPL) **213**

D Articles publiés au cours de la thèse **215**

Bibliographie **245**

Remerciements

Au cinéma, les soirées de remise de prix ont désormais un temps de remerciement chronométré, afin d'éviter les cérémonies interminables. Ma carrière d'actrice se limitant toutefois actuellement à un unique rôle de figuration, je pense pouvoir m'affranchir de ces règles. Ce que je fais avec plaisir car je suis ravie de pouvoir remercier ici les personnes qui ont été à mes côtés, d'une manière ou d'une autre, durant ces trois années de thèse (ce qui n'exclut pas les oublis potentiels, dont je suis d'ores et déjà désolée).

Mes premiers remerciements vont évidemment à mes encadrants de thèse, **Valentin** et **Caroline**. J'ai eu une chance incroyable de pouvoir travailler avec des personnes aussi brillantes scientifiquement et aussi bienveillantes humainement que vous. J'ai énormément appris à vos côtés, de la rigueur expérimentale, savoir mettre un sens physique sur les phénomènes observés, ne pas craindre de plonger les mains dans la modélisation. Merci également de la confiance que vous m'avez témoignée en me donnant de nombreuses occasions de présenter mes travaux en conférence. Notre coopération s'est aussi menée dans la bonne humeur, sans rien ôter au sérieux de notre travail. Cette excellente entente a évidemment joué un rôle essentiel dans le ressenti de ces trois années.
Caroline, j'ai été très heureuse de te rendre visite au Mans, capitale de l'acoustique et des rillettes (dont on se gardera bien de dire lequel des deux je préfère). Valentin, encore une fois merci de m'avoir conviée au Japon, si cela m'a permis de sortir quelques semaines de l'audible pour m'aventurer dans l'ultrasonore, j'en garde surtout une montagne de merveilleux souvenirs de Kyoto (et merci pour le tourisme en famille).

Je tiens à remercier mes deux rapporteurs, **Isabelle Cantat** et **Vincent Tournat**, pour avoir revu avec soin mon travail. Je remercie de même l'ensemble des membres du jury pour avoir accepté d'en faire partie : **Agnès Maurel** que j'ai enfin pu rencontrer à cette occasion, **Régis Wunenburger** qui avait aussi endossé le rôle de tuteur scientifique (et de prospecteur pour mon après-thèse), et **Pierre Leroy** qui a été un formidable maître de stage de Master et aussi le premier à me faire envisager la thèse. Un grand merci pour vos retours et pour les discussions que nous avons pu partager lors de la soutenance.

Ça a été un plaisir pour moi de travailler et d'interagir avec d'autres chercheurs géniaux, avec qui les affinités ont de surcroît été excellentes. Merci **Juliette** pour ta joie communicative à faire des sciences et des manips (même quand cela va jusqu'à mettre de la Guinness dans le tube d'impédance), et merci pour toutes nos campagnes de mesures menées quand je n'étais "pas flex", ça a énormément compté pour mon moral. Merci Florence de m'avoir embarquée avec toi sur la piste de danse avec les films de savon. Merci à la dream-team de Matelys, **Luc**, **Fabien** et **FX**, votre aide est précieuse pour se frotter aux modèles de matériaux poreux ou encore tuner son tube d'impédance, et l'ambiance en conférence n'en est que meilleure avec vous.
Merci également à **Wiebke Drenckhan** qui a su m'éclairer sur la chimie des mousses, grâce à qui nous avons pu obtenir de magnifiques clichés de nos échantillons par tomographie, et qui nous a également mis en relation avec FoamPartner.
Mes remerciements vont donc bien sûr également à cette compagnie, et tout particulièrement à **Henri Mispreuve**, pour tous les échantillons de mousses solides qui nous ont été fournis. Nul doute que les résultats de ma thèse auraient été moins concluants s'il avait fallu compter sur ma propre fabrication de mousse.

En plus de ces collaborations scientifiques fructueuses, j'ai passé mes trois années de thèse dans un environnement privilégié, le laboratoire MSC étant un cadre particulièrement agréable pour travailler. Je tiens ainsi à remercier l'ensemble du laboratoire pour la bonne ambiance et la convivialité qui y règnent ! Merci **Jean-Baptiste** (qui parle avec passion de la cuisine italienne) et **Marc** (grâce à qui il y a enfin des fraisiers sur le balcon yerrois), fidèles camarades des pauses déjeuners. Merci **Cyprien** pour tous tes coups de pouce en informatique et les innombrables services rendus à la communauté. Merci **François** pour nos discussions sur la vulgarisation et pour avoir été mon parrain de thèse. **Bérengère**, merci pour ta gaîté et pour partager le même acteur fétiche. Merci **Véronique** pour tous nos bavardages, "et patati et patata".
Sans elles le laboratoire aurait bien du mal à tourner, alors merci à **Nadine**, **Carole**, **Lucie**, **Marlène** et **Maéva** : vous facilitez grandement la vie de chercheur et c'est avec votre concours que l'on peut partir en mission, commander en urgence un microphone, ou encore organiser les déjeuners des séminaires jeunes chercheurs. Merci également à **Patrick** et **Jean** pour leurs dépannages informatiques (et pour rappeler régulièrement aux imprimantes qui commande ici). Un immense merci à **Mathieu**, à la conception, ainsi qu'à **Laurent**, **Alexandre**, **Yann** et **Saysavanh** (un merci bonus pour ma tringle à rideaux !) pour la fabrication d'échantillons et de bouts de tube d'impédance. Réaliser une thèse expérimentale sans votre savoir-faire serait une vraie calamité. Merci également pour vos coups de main et services régulièrement rendus, remerciements auquel j'associe pleinement l'acolyte **Arnaud**.

L'ambiance au labo doit aussi beaucoup à sa joyeuse bande de doctorants et de post-docs, que j'ai eu grand plaisir à côtoyer ! Parmi les "petits" nouveaux, merci **Mathieu** et **Gabriel** pour votre entrain permanent et votre gaîté, **Sylvain** pour tes contacts précieux au CRI. Merci **Quentin**, camarade de mousse, pour le partage de la salle de manip pendant toute notre thèse ! Un merci spécial s'adresse évidemment aux amis de mon open-space, pour votre bonne humeur et l'ambiance studieuse et amicale qui y règne. Merci de m'avoir si souvent nourrie de viennoiseries après vos lab meetings du lundi ! Un grand merci à vous toutes et tous : **Céline** et **Victoria** pour notre amitié et nos papotages entre filles ; **Fabien** qui furfarotte toujours et m'a appris tout de ce que je sais d'Inkscape ; **Zack** avec qui j'ai (littéralement) ramé, et dont la gentillesse et le soutien immenses m'ont été précieux ; **Tom**, camarade solidaire dans la lutte contre les infiltrations d'eau et précieux correcteur d'anglais ; **Marguerite** pour le partage des adorables photos de ta puce.

En dehors du laboratoire, mes années de thèse ont également été nourries d'échanges fructueux avec des collègues acousticiens, à qui j'adresse mes remerciements. **Jean-Philippe Groby** pour son implication dans l'action COST-Denorms qui m'a permis de prendre part à de nombreuses conférences enrichissantes, où nous nous sommes donc régulièrement retrouvés. **Arnaud Duval** pour m'avoir éclairée sur les applications des mousses et pour sa touche de saxo dans les soirées. **Rodolfo Venegas** pour sa patience et toutes les précisions apportées sur son travail, lors de discussions notamment partagées avec **Camille Perrot**. **Tomasz Zielinsky** pour nos discussions générales sur l'acoustique, la chanson française et l'art, dont une bonne partie a eu lieu tout en arpentant les rues et les collines d'Athènes.

Ses récentes et passionnantes discussions autour de l'acoustique, je les dois en partie à mon attrait pour cette discipline (attrait qui m'a tout de même entraîné jusqu'à faire une thèse, c'est dire !). Et cet attrait doit beaucoup aux enseignants d'acoustique et de physique des ondes que j'ai rencontrés tout au long de ma scolarité, et qui ont toujours compté parmis les meilleurs enseignants que j'ai pu avoir. Cette série a commencé dès la Terminale avec **Virginie Bugeon** dont les TP d'acoustique ont été les premiers à m'initier à ce domaine. Après ce premier élan du cœur pour cette discipline, **Denis Grédy** est venu le transformer en coup de foudre durant la prépa. La romance avec l'acoustique a continué en Licence grâce à **Julien Derr**, à qui je dois d'ailleurs l'une des rencontres les plus importantes de ma vie : il m'a en effet présenté Valentin. A partir de là, l'histoire était définitivement sur de bons rails et a pu parfaitement continuer grâce à l'ensemble des professeurs de mon Master d'Acoustique : **Régis Marchiano**, **François Olivier**, **Quentin Grimal**, **Jacques Marchal**, **Arnaud Derode** et **Christope Barrière**, pour ne citer que les principaux intervenants. A vous tous, encore une fois, merci !

En dehors de l'acoustique, la thèse a été l'occasion d'explorer une autre passion. Mon expérience de thèse n'aurait donc absolument pas été la même sans mes trois années de mission doctorale de médiation scientifique au Palais de la Découverte. Je remercie chaleureusement **Kamil** et **Hassan**, ainsi que tous les médiateurs et médiatrices de l'unité de Physique : **Jacques**, **Manu**, **Sigfrido**, **Hervé**, **Philippe**, **Atossa**, **Marilyne** et **Elise**. C'était un plaisir d'apprendre à vos côtés à présenter des exposés pour le grand public et de partager des discussions passionnantes autour des sciences et de leurs histoires, au bureau d'élec ou au cours d'un pot.
J'ai aussi clôturé ma dernière année en thèse et au Palais au sein de l'unité 1 Chercheur 1 Manip dont je remercie tout aussi chaleureusement l'équipe, grâce à qui j'ai pu avec joie présenter au plus grand nombre mes travaux de thèse : **Romain**, **Marielle**, **Brahim** et **Bénédicte**, sans oublier **Pierre** qui a construit un magnifique tube d'impédance *made in* Palais de la Découverte. Merci également à **Tanguy**, **Yann**, **Emilien**, **Vincent**, **Noëmie** et **Manue** pour nos échanges autour des pratiques de médiation et pour votre gentillesse.
Mon passage au Palais a également été marqué par la fabuleuse Semaine des jeunes chercheurs. Un énorme merci à **Véro**, **Aurélie** et **Ludo** (qui en prime m'a fabriqué une mousse rose) pour la qualité de vos formations, ça a fait partie des journées les plus productives de ma vie tout en étant celles avec le plus de fous rires. Merci pour vos précieux conseils en médiation, pour les réunions dans l'herbe et les cookies au gingembre dont on se souviendra longtemps.
Ce n'était peut-être pas prémédité de votre part, mais votre évènement a aussi entraîné la création d'un groupe de jeunes chercheurs incroyablement soudé : le dodécacouple, plus connu aussi sous l'appellation des **Anges du Palais**. Antoine, Anyssa, Audrey, Caroline, Clémence, Grégoire, Lydie, Mehdi, Miléna, Nicolas et Oriane : un gigantesque merci à vous tous ! Je ne peux pas dire mieux que ça pour tous les moments qu'on a partagés ensemble, et que j'espère on continuera à partager, entre réveillon, vacance, escape-game, brunch, karaoké endiablé... La #TeamLove et la #TeamTrash ont encore de beaux jours devant elles (et les feuilles de menthe n'ont qu'à bien se tenir). Je ne pourrais pas rêver d'une meilleure bande d'amis que vous.

Maintenant qu'il est question d'amitié, la thèse a été l'occasion de très belles rencontres d'amis doctorants (mais pas que), au fil des congrès. **Mathieu** avec son sens de l'hospitalité et nos passions partagées pour l'acoustique, la bonne bouffe et les expériences abracadabrantes (comprendre : Museomix). La dream-team des JJCAB **Christophe**, **Sylvain** et **Philippe**, qui font vibrer des trucs et sont amateurs de raclette à leurs heures perdues (ou l'inverse). **Franck** et **Romain** pour avoir joué ensemble les touristes à Chicago jusqu'au bout (comprendre : 4h de match de football américain). Et puis aussi des amis rencontrés pas du tout dans des congrès (même si j'y étais souvent, n'exagérons pas) : **Adrien** qui est ce que je retiens de meilleur de la formation au CNAM, si adorable et cultivé ; **Elodie** pour son énergie infinie, son sourire qui illuminerait un trou noir et sa splendide jupe Pint of Science. **Sébastien**, pour nos discussions passionnées et enflammées sur la science, le cinéma, la littérature : je pourrais passer une éternité ou deux à te parler.
Nouer de nouvelles relations en thèse fait un bien fou, mais entretenir les amitiés d'avant, d'ailleurs, le fait tout autant. **Margaux**, j'espère que tu ne m'en voudras pas de t'avoir embarquée dans la folle aventure de la thèse : je te remercie infiniment pour tous les moments qu'on a passés ensemble, dans les salles de cours à Jussieu, sur une plage de Saint-Jacut ou même au Ritz (une mémorable entrée qui mérite définitivement d'aller plus loin la prochaine fois !). **Margauton**, pour notre amitié depuis déjà plus de 20 ans et qui dure au fil des incontournables soirées ciné-sushis. **Anna**, parce que je suis ravie de nos retrouvailles et de nos flâneries tantôt dans les rues de Paris et tantôt dans un écrin de nature. **Burnie** qui est la gentillesse personnifiée. **Quentin**, fidèle compagnon pour les expositions, qui m'a fait le plaisir de venir assister à une soutenance de thèse en Physique (j'ai hâte de te rendre la pareille pour le Droit !). **Anyssa** : tu es là quand ça va mais aussi quand ça ne va pas, c'est aussi simple que cela et c'est pour moi la définition même d'une solide amitié.
A vous toutes et tous, votre amitié m'est précieuse !

Je remercie enfin **ma famille**, qui m'a soutenue pendant toutes mes études et m'a permis de les suivre dans des conditions idéales. Merci pour ce soutien pendant la thèse et pendant les épreuves de la vie, les traverser est moins difficile en n'étant pas seule. Je ne te le dirai peut-être pas assez, mais merci Maman.

A vous qui lisez encore ces lignes, je vous partage ces quelques mots qui ne sont pas de moi mais de mon amour littéraire, et qui retranscrivent bien une certaine philosophie de vie que j'affectionne :

> Instinctivement, sans influence littéraire apparente, je découvris l'humour, cette façon habile et entièrement satisfaisante de désamorcer le réel au moment même où il va vous tomber dessus. L'humour a été pour moi, tout le long du chemin, un fraternel compagnonnage ; je lui dois mes seuls instants véritables de triomphe sur l'adversité. Personne n'est jamais parvenu à m'arracher cette arme, et je la retourne d'autant plus volontiers contre moi-même, qu'à travers le "je" et le "moi", c'est à notre condition profonde que j'en ai.
> L'humour est une déclaration de dignité, une affirmation de la supériorité de l'homme sur ce qui lui arrive.
>
> Romain Gary, *La promesse de l'aube*

Résumé

Propagation acoustique dans les mousses liquides et les mousses solides membranaires

La thèse se concentre sur la propagation acoustique au sein de différents types de mousse, et tout particulièrement sur l'atténuation du son par ces mousses. Les mousses liquides peuvent se rencontrer en dégustant un cappuccino, en se rasant ou encore dans certains extincteurs. De manière surprenante, elles ont aussi montré leur potentiel d'atténuation du son. Des mesures dans la gamme de l'ultrasonore ont mis en évidence cette capacité, qui s'avère être associée à un phénomène de résonance dans la mousse et qui s'accompagne aussi d'une densité effective négative. Dans la thèse, nous explorons ainsi l'origine de l'atténuation acoustique par ces milieux dans la gamme de l'audible. Les propriétés prometteuses des mousses liquides pour lutter contre le bruit sont néanmoins limitées par le caractère éphémère de ces matériaux, composés de bulles de gaz et d'un squelette liquide. On cherche donc à combiner les propriétés des mousses liquides, dans lesquelles les membranes (les films de savon) jouent un rôle important, à la stabilité des mousses solides. Des mousses solides dont les pores sont fermés par des membranes correspondent à cette description. Nous comparons ainsi les performances acoustiques en absorption et en transmission de mousses de polyuréthane avec et sans membranes, de même que leurs propriétés effectives, densité et compressibilité. On trouve que nos échantillons de mousse avec membranes sont systématiquement plus efficaces pour réduire le bruit que ceux des mousses sans membranes, et ce même si nous n'obtenons pas de phénomène de résonance similaire à celui qui survient dans les mousses liquides. Cette résonance, caractérisée par une densité effective négative de la mousse, se retrouve pour un cas intermédiaire de matériau : celui d'une mousse solide ayant des membranes liquides. Qu'elles soient liquides ou solides, les membranes apparaissent ainsi comme des éléments essentiels pour les propriétés acoustiques des différentes mousses étudiées, aussi une étude focalisée sur une membrane unique est-elle également réalisée. Cette étude sert aussi d'inspiration pour une expérience Arts et Sciences, le "film de savon dansant". Finalement, on cherche à établir des liens entre les dissipations et comportements acoustiques observés à l'échelle locale et à l'échelle macroscopique, pour les différents systèmes étudiés.

Mots-clés : absorption acoustique ; isolation phonique ; propagation des ondes sonores ; mousses de polyuréthane ; mousses liquides ; film de savon ; membrane ; matériaux poreux.

Abstract

Acoustic propagation in liquid foams and solid foams with membranes

This PhD thesis is dedicated to the acoustic propagation in different types of foams, and more precisely to the sound attenuation inside the foams. Liquid foams can be encountered while drinking a cappuccino, shaving or even in some fire extinguishers. Surprisingly, they also have shown their potential to reduce sound. Ultrasound measurements have evidenced this ability, which is linked to a resonance phenomenon in the foam and to a negative effective density. During this PhD, we thus explore the origin of acoustic attenuation in liquid foams in the audible range. The promising properties of these foams to fight against noise are nevertheless limited by the ephemeral nature of these materials, made by gas bubbles and a liquid skeleton. We then search to combine the properties of liquid foams, in which membranes (soap films) play a key role, to the stability of solid foams. Solid foams whose pores are closed by membranes match this description. We thus compare acoustic performances both in absorption and in transmission for polyurethane foams with and without membranes, as well as their effective properties, density and compressibility. We find that our foam samples with membranes are always more efficient to reduce noise that the samples of foams without membranes, even though no resonance phenomenon occurs like the one in liquid foams. This resonance, caracterized by a negative effective density of the foam, is found again for an intermediate case of material : a solid foam with liquid membranes. Either liquid or solid, membranes thus appear to be essential elements for the acoustic properties of the different studied foams, so we also perform a study focused on a single membrane. This study is also the inspiration for an Arts and Sciences experiment, the “dancing soap film”. Finally, we try to establish links between dissipation and acoustic behaviors observed at local and macroscopic scales, for the different systems we study.

Key-words : acoustic absorption ; sound insulation ; sound wave propagation ; polyurethane foam ; liquid foam ; soap film ; membrane ; porous material.

Introduction

Ma thèse s'effectuant au laboratoire Matière et Systèmes Complexes, c'est là une opportunité d'entamer cette introduction par la définition de ces systèmes, avant de présenter ceux que nous allons étudier.

Qu'est-ce qu'un système complexe ?

L'étymologie du mot "complexe" est éclairante : du latin *complexus*, elle associe le verbe *plecto* (avec son participe passé *plexus*) signifiant "tresser", "entrelacer" ou encore "tisser", au préfixe *cum* signifiant "avec" (Gaffiot, 2000). D'après son origine latine, on peut ainsi définir "complexe" comme "entrelacé avec", ou bien "tissé ensemble".
Un système complexe représente donc un ensemble d'éléments imbriqués entre eux, entrelacés, en interactions. La description globale de ce système ne peut donc reposer sur l'analyse seule de ses constituants, justement en raison de leurs interactions. En d'autres termes, la connaissance des constituants élémentaires du système et de leur comportement n'est pas suffisante pour expliquer le comportement de l'ensemble, qui bénéficie d'une richesse supplémentaire liée à la manière dont les constituants s'organisent entre eux.
Cette définition est sans doute imparfaite, mais tente de traduire au mieux les matériaux que nous allons étudier. Les systèmes complexes se retrouvent en effet dans des domaines variés, en physique mais aussi en sciences du vivant ainsi qu'en sciences sociales.
Pour une réflexion plus approfondie sur la recherche d'une définition commune (quel que soit le domaine d'étude) d'un système complexe, on peut se référer aux travaux de Ladyman *et al.* (2013), *What is a complex system ?*, parus dans la revue European Journal for Philosophy of Science. Parmi les définitions issues de la littérature, ils citent celle de Rind (1999) :

> "A complex system is literally one in which there are multiple interactions between many different components." ,

puis proposent notamment ce qu'ils qualifient de "tentative de définition", en s'appuyant sur les apports de la physique

> "A complex system is an ensemble of many elements which are interacting in a disordered way, resulting in robust organisation and memory." .

On retrouve dans cette définition les ingrédients essentiels qui sont la multiplicité des éléments et le fait qu'ils interagissent entre eux. La notion de désordre est également importante car selon eux, les systèmes complexes sont précisément ceux pour lesquels un ordre peut émerger malgré le caractère désordonné. On peut le comprendre en opposition aux milieux ordonnés, comme les cristaux, qui ne sont pas des systèmes complexes. Cet ordre traduit le fait que le milieu a le potentiel de former des motifs ou des structures. Sur une échelle de temps appropriée, cet ordre est robuste, c'est-à-dire que même si les éléments continuent d'interagir de manière désordonnée, le motif ou la structure globale demeure préservée. Enfin la notion de mémoire est liée au caractère robuste, et traduit le fait que le système complexe garde des traces de son passé.

Pour notre étude, on gardera surtout à l'esprit les notions de nombreux éléments en interactions, et comme on l'a dit précédemment, le fait qu'en raison même de ces interactions le comportement global du système est plus riche que celui de la somme de ses constituants.

Les mousses liquides : un système complexe aux propriétés acoustiques originales

Les mousses liquides, qui sont l'un des principaux objets d'étude de ma thèse, sont un très bon exemple de système complexe. Une mousse liquide est un milieu composé de bulles de gaz au contact les unes des autres, et séparées entre elles par de fines membranes liquides (les films de savon), ces membranes se rejoignant par trois pour former des arêtes liquides (les canaux liquides, appelés bords de Plateau).
Ces mousses se rencontrent très fréquemment dans la vie quotidienne ou dans des objets relativement courants : on les trouve ainsi dans l'alimentation, les produits cosmétiques et nettoyants, et même dans certains types d'extincteur.
Le caractère commun de ces matériaux que nous côtoyons donc régulièrement ne doit pas masquer leurs propriétés étonnantes. Si nous gardons l'exemple d'une mousse liquide, celle-ci est le plus souvent composée d'air et d'un liquide savonneux, dont les propriétés sont proches de celles de l'eau. Cet air et ce liquide sont bien souvent deux fluides incolores, et pourtant après le mélange de ces deux phases, le résultat obtenu est une mousse blanche et opaque. Cette seule propriété optique illustre déjà bien la notion de milieu complexe, appliquée à la mousse liquide : connaître le caractère incolore des deux fluides utilisés pour obtenir la mousse ne suffit pas pour déduire l'aspect visuel d'une mousse liquide.
De la même manière, les constituants élémentaires sont deux fluides, tandis que la mousse liquide se comporte comme un solide, pour lequel on peut former un tas... ou que l'on peut modeler en une forme plus esthétique si l'on est artiste, comme l'illustre la Figure 1. Notons que le champ de la rhéologie des mousses, qui s'attache aux déformations et aux écoulement de ces milieux, a été largement étudié (Princen, 1985; Kraynik, 1988; Höhler et Cohen-Addad, 2005; Marmottant et Graner, 2007; Dollet et Graner, 2007; Weaire, 2008; Denkov *et al.*, 2009; Cohen-Addad *et al.*, 2013; Cohen-Addad et Höhler, 2014).



Fig. 1 – Lætitia Sioen, artiste de la Compagnie L'Envers du Monde, sculpte ici une mousse liquide pour lui donner forme humaine. Mélange de deux phases fluides, la mousse liquide est quant à elle suffisamment solide pour garder cette forme quelques instants (la durée de stabilité dépendant notamment de la composition chimique de la mousse).

La stabilité de ces milieux éphémères a également fait l'objet de nombreuses études, la mousse liquide étant soumise à divers phénomènes qui réduisent sa durée de vie : le drainage (l'écoulement du liquide par gravité), le mûrissement (les petites bulles, ayant une pression plus élevée, se vident dans les bulles plus grosses) et

la coalescence (le regroupement de deux bulles lorsqu'un film de savon les séparant se rompt). Ces deux derniers mécanismes sont responsables d'une augmentation progressive de la taille des bulles dans la mousse. Nous reviendrons sur les modes d'évolution de la mousse liquide dans le Chapitre 2 qui lui sera consacré. On donne ici une liste non exhaustive de références sur ces différents modes de vieillissement, les ouvrages de Weaire et Hutzler (2001) et de Cantat *et al.* (2010) pouvant être consultés pour une bibliographie plus complète : Leonard et Lemlich (1965); Verbist *et al.* (1996); Nierstrasz et Frens (1999); Stone *et al.* (2002); Durand et Langevin (2002); Saint-Jalmes *et al.* (2004); Safouane *et al.* (2006) sur le drainage, Monnereau et Vignes-Adler (1998); Lambert *et al.* (2007); Stevenson (2010); Lambert *et al.* (2010) sur le mûrissement et la diffusion du gaz, ou encore Hutzler et Weaire (2000); Hilgenfeldt *et al.* (2001); Saint-Jalmes et Langevin (2002); Cantat et Pitois (2005); Saint-Jalmes (2006) pour retrouver plusieurs phénomènes de vieillissement à la fois.

Enfin, un dernier exemple permettant d'illustrer la mousse liquide comme milieu complexe concerne l'acoustique. En effet, la vitesse du son dans l'air est de l'ordre de 340 m/s et celle dans l'eau de 1500 m/s. Pour les mousses liquides, plusieurs études avaient reporté des vitesses du son plus faibles que celles dans chacun de ces constituants. De manière surprenante, ces vitesses n'étaient pas conciliées : 30 m/s d'une part (Wood, 1930), contre 200 m/s d'autre part (Kann, 2005).

Ces résultats étonnants concernant la propagation du son dans les mousses liquides avaient conduit l'équipe de recherche que j'ai ensuite rejoint en thèse à regarder plus en détail les propriétés acoustiques de ces milieux. L'acoustique de nombreux milieux biphasiques était bien connue, notamment celle des liquides bulleux (Caflisch *et al.*, 1985; Ye et Alvarez, 1998; Leroy *et al.*, 2008; Wilson et Roy, 2008; Leroy *et al.*, 2009; Prosperetti Andrea, 2015), des suspensions de particules (Urick, 1948; Gibson et Toksöz, 1989; Atkinson et Kytömaa, 1992; Kytömaa, 1995; Bruus, 2012; Barnkob *et al.*, 2012) et des émulsions (Allegra et Hawley, 1972; Nii *et al.*, 2009; Bendjaballah *et al.*, 2010; Krasulya *et al.*, 2016). L'acoustique des mousses liquides en revanche avait été le sujet d'études moins nombreuses, même si l'on peut citer des travaux sur la capacité de ces mousses à amortir des ondes de choc (Goldfarb *et al.*, 1997; Monloubou *et al.*, 2016).
Entre 2011 et 2015 dans le cadre du projet ANR-11-BS09-0001 SAMOUSSE (Sonde Acoustique pour les Mousses liquides), les propriétés acoustiques de ces milieux ont pu être explorées, à la fois dans le domaine ultrasonore (Pierre *et al.* (2013a), Pierre *et al.* (2014b)) et dans la gamme de l'audible (Pierre *et al.*, 2013b). Les principaux résultats de ces études seront présentés dans le Chapitre 2 de ce manuscrit dédié aux mousses liquides, mais des premiers éléments importants en sont donnés dès à présent.
Les deux vitesses du son qui avaient été obtenues dans les mousses liquides ont pu être réconciliées, grâce à l'élaboration d'un modèle permettant de prédire différents régimes de réponse de la mousse face à une sollicitation acoustique (Pierre *et al.*, 2014b). Selon la fréquence, les composants élémentaires de la mousse vibrent en effet de différentes manières : à basses fréquences, films de savon et canaux liquides bougent en bloc, tandis qu'à hautes fréquences seuls les films de savon se déplacent, les canaux demeurant immobiles en raison de leur forte inertie. Entre ces deux situations, un régime particulièrement intéressant a été mis en évidence (expérimentalement puis capturé par le modèle) : un phénomène de résonance dans la mousse se produit, lorsque les films de savon se déplacent à forte amplitude, et en opposition de phase avec les canaux liquides qui ont eux une faible amplitude de déplacement. Lors de cette résonance, la densité effective de la mousse devient négative et l'on a également un maximum de l'atténuation du son. Toutefois, la résonance prédite alors par le modèle est d'amplitude bien plus élevée que celle mesurée expérimentalement : il y a donc un mécanisme qui l'amortit, qui lui n'est pas encore identifié. La forte capacité des mousses liquides a réduire le son est prometteuse, mais son origine reste à explorer. Plusieurs travaux semblaient indiquer une atténuation d'origine thermique (Mujica et Fauve, 2002; Monloubou *et al.*, 2015), mais ce sujet restait encore largement à explorer.

Cela constitue ainsi l'une des premières motivations à mes travaux de thèse : explorer l'origine de la dissipation acoustique par des mousses liquides. Ce travail s'inscrit dans la continuité directe des précédentes études de mon équipe de recherche consacrées à ces milieux.

De l'importance de lutter contre les nuisances sonores

Une autre motivation lui est intimement liée : nous souhaitons tirer profit de l'efficacité des mousses liquides pour réduire le son afin d'étudier des matériaux permettant de lutter contre cette nuisance sonore.
Cette dernière est en effet bien loin d'être anecdotique. D'après l'Organisation Mondiale de la Santé, la pollution sonore est la deuxième en terme d'impact néfaste sur la santé humaine en Europe, après la pollution atmosphérique (OMS, 2011). En plus de la perte d'acuité auditive, elle est à l'origine d'acouphènes, de troubles du sommeil et de l'apprentissage, et elle est aussi un facteur augmentant le risque de crise cardiaque (Passchier-Vermeer et Passchier, 2000; Stansfeld et Matheson, 2003; Ising et Kruppa, 2004; Michaud *et al.*, 2005).
Face à l'importance de cette "problématique sanitaire majeure", comme il le qualifie lui-même, le Parlement Européen a mis en place une directive relative au bruit dans l'environnement, qui prévoit entre autre un rapport tous les cinq ans qui examine l'environnement sonore ainsi que les mesures mises en œuvre pour la réduction du bruit. Le rapport de la Commission Européenne de 2017 souligne les impacts des nuisances sonores sur la santé humaine précédemment mentionnés (Commission Européenne, 2017). De son côté, l'UNESCO a adopté en 2017 la résolution 39C/49 qui reconnaît "l'importance du son dans le monde actuel" et vise ainsi à "promouvoir les bonnes pratiques" (UNESCO, 2017).

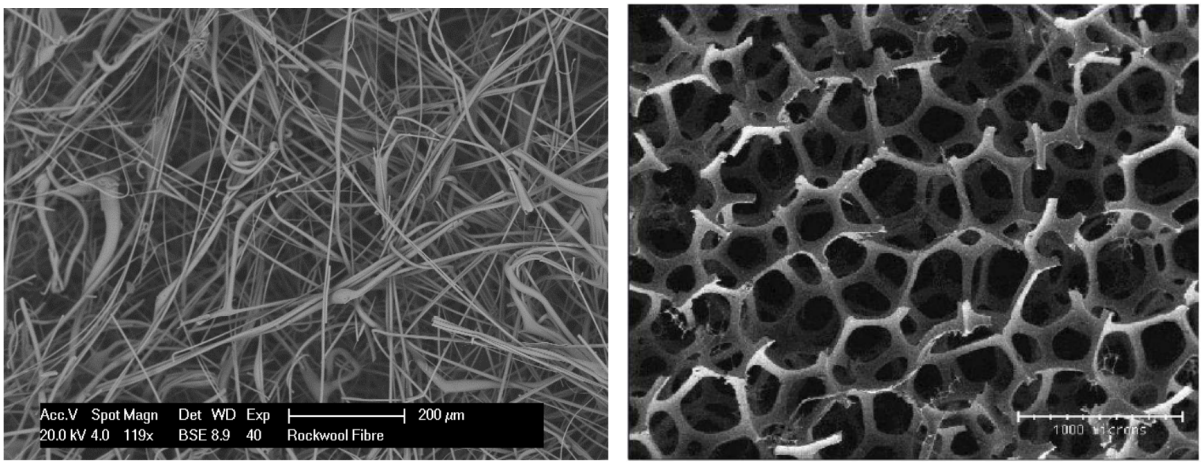
Par ailleurs, les impacts de la pollution sonore ne se limitent pas qu'à l'espèce humaine, mais affectent également la biodiversité. La hausse du niveau sonore rend en effet plus difficile la communication entre les animaux, pourtant essentielle à la survie, qu'il s'agisse de cris d'alerte prévenant d'un danger ou de chants intervenants dans la recherche d'un partenaire pour la reproduction (Barber *et al.*, 2010). Les bruits liés au trafic aérien et routier étant majoritairement des bruits basse fréquence, on observe par exemple chez certaines espèces d'oiseaux (Slabbekoorn et Peet, 2003; Halfwerk *et al.*, 2011a) et de grenouilles (Parris *et al.*, 2009) une adaptation de la fréquence de leur chant : celui-ci est devenu plus aïgu, afin de demeurer audible malgré les bruits basses fréquences liés à l'activité humaine. Chez les espèces où les mâles chantent pour attirer les femelles, et pour lesquelles le chant était initialement basse fréquence, le changement de hauteur du chant peut les rendre moins attirants. Chez les espèces d'oiseaux majoritairement monogames, la modification du chant vers les aigus peut ainsi s'accompagner d'une diminution de la fidélité du couple (Swaddle et Page, 2007), avec des changements réguliers de partenaires, ce qui a également un impact sur le taux de reproduction (Halfwerk *et al.*, 2011b).
D'autres nuisances sonores spécifiques ont également un impact sur la faune environnante : aux États-Unis par exemple, les stations de compression employées pour l'extraction du gaz naturel émettent un bruit large-bande dont une part est dans l'ultrason (vers $20 - 30\,\mathrm{kHz}$). Cette part du bruit tombe justement dans la gamme d'émission de certaines espèces de chauve-souris pour leur écholocation, qui interfère alors avec le signal de réception et avec son traitement, ce qui semble affecter la détection des proies (Bunkley *et al.*, 2015).

Les solutions et (méta-)matériaux pour réduire le bruit

La pollution sonore apparaît donc comme une problématique sociétale et environnementale majeure, et il convient de réduire les bruits liés à l'activité humaine.
Il est possible de réduire les bruits directement à la source, en abaissant le niveau d'émission sonore, par exemple au travers de moteurs et de machines moins bruyants (Tandon, 2000). Ce champ de l'ingénierie acoustique cherche ainsi à réduire notamment les bruits des moteurs à combustion (Junhong et Jun, 2006; Godbold, 2009) et à diesel (Challen et Croker, 1982), des machines asynchrones (Cassoret *et al.*, 2003) ou encore des turboréacteurs (Raffy *et al.*, 1980; Mani et Graziosi, 2009).
Une autre stratégie, dans lesquels mes travaux s'inscrivent, consiste à modifier la manière dont les bruits se propagent. En effet lorsqu'une onde sonore change de milieu de propagation, une partie de son énergie est réfléchie, tandis qu'une autre est transmise au nouveau milieu. Si l'on prend l'exemple du traitement acoustique dans l'habitat, il y a alors deux problèmes à considérer : celui de l'absorption d'une part et celui de la transmission d'autre part. L'absorption permet de réduire les réflexions des ondes sur les parois (murs, sol et plafond). Des exemples d'espaces où le niveau sonore est généralement élevé en raison des réflexions multiples qui se produisent, en l'absence de matériaux absorbants, sont les piscines et les gymnases. En

ajoutant des matériaux absorbants, on réduit les réflexions et donc le niveau sonore au sein même de la pièce. Réduire les réflexions du son est par exemple particulièrement important au sein d'espaces de travail partagés et bruyants, comme des open-spaces ou des grandes plateformes de centre d'appels (Smagowska, 2010).
L'absorption s'occupe donc des sons réfléchis, à l'inverse de l'isolation phonique dont l'objectif est de réduire les sons transmis. Il s'agit cette fois de réduire les bruits aériens internes (comme la musique ou les conversations de ses voisins) et externes (trafic routier, ferroviaire et aérien notamment), de même que les bruits d'impacts (tels les chutes d'objet et bruits de pas).
L'isolation acoustique ne s'applique évidemment pas qu'à l'habitat : pour revenir sur les bruits des moteurs, à défaut ou en complément de réduire le bruit directement à la source, il est également possible d'installer autour du moteur des matériaux réduisant la transmission acoustique (Duval *et al.*, 2013).

Des solutions et des matériaux existent déjà pour lutter contre le bruit, aussi bien en absorption qu'en transmission. Une famille de matériaux en particulier est très efficace et déjà largement employée : celle des matériaux poreux (Allard et Atalla, 2009; Arenas et Crocker, 2010). Ces milieux se caractérisent par une très forte proportion d'air (on parle de porosité), en interaction avec un squelette solide dont la forme dépend du type de matériau, fibreux ou cellulaire par exemple (voir la Figure 2). Nous reviendrons plus en détail sur l'origine de la dissipation acoustique par ces matériaux plus tard dans le manuscrit, mais très brièvement on peut dire que les vibrations de l'air entraînement des frottements et interactions avec les parois solides, à l'origine de pertes visqueuses et thermiques (Panneton et Olny, 2006; Olny et Panneton, 2008).



(a) (b)

Fig. 2 – Observations d'une laine minérale (à gauche) et d'une mousse (à droite) au microscope électronique à balayage : les appellations de matériau fibreux pour l'un et de matériau cellulaire pour l'autre se rapportent ainsi à la microstructure visible ici. Crédits photographiques : (a) tirée de Chapelle (2016) et (b) tirée de Deverge (2006).

Parmi cette vaste famille de matériaux on peut citer les mousses (de polyuréthane, de mélamine) (Gwon *et al.*, 2016; Jaouen *et al.*, 2008) ; les laines minérales (de verre, de roche), végétales (laine de chanvre, de lin ou même de bois) et même animales (laine de mouton) (Berardi et Iannace, 2015) ; les feutres (fibres textiles, éventuellement recyclées (del Rey *et al.*, 2015)) ; le liège (Trematerra *et al.*, 2017) ou encore le béton poreux (Kim et Lee, 2010).
La plupart de ces matériaux ont une porosité ouverte (Arenas et Crocker, 2010), c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'obstacle empêchant l'air de traverser le matériau de part et d'autre. Le liège est une exception puisque ses cellules sont fermées, de même qu'une mousse liquide qui peut aussi être vue comme un matériaux poreux

fermé, les cellules (les bulles) de la mousse étant closes par des membranes.

Des développements récents cherchent à proposer de nouveaux matériaux capables de réduire le bruit, comme des matériaux ayant plusieurs échelles de porosité (Olny et Boutin, 2003; Venegas *et al.*, 2017), ou même des "métamatériaux". Il s'agit de matériaux structurés, généralement ordonnés, ayant une dimension caractéristique sub-longueur d'onde et qui offrent des propriétés effectives inhabituelles. Cette appellation provient historiquement du domaine de l'électromagnétisme, pour lequel des métamatériaux ont été obtenus qui présentent un indice de réfraction négatif et donc une réfraction négative (Smith *et al.*, 2004) : l'équivalent acoustique a également pu être obtenu (Brunet *et al.*, 2015). Les métamatériaux acoustiques exhibent donc eux aussi ce genre de propriétés, avec une densité effective négative (Sheng *et al.*, 2007; Lee *et al.*, 2009a) (à ce titre on peut qualifier les mousses liquides de métamatériaux naturels), un module d'élasticité négatif (Lee *et al.*, 2009b; Fang *et al.*, 2006), ou même les deux (Li et Chan, 2004; Ding *et al.*, 2007). Ces propriétés peuvent entraîner des performances acoustiques recherchées, comme une absorption parfaite et large-bande (Jiménez *et al.*, 2016; Romero-García *et al.*, 2016).

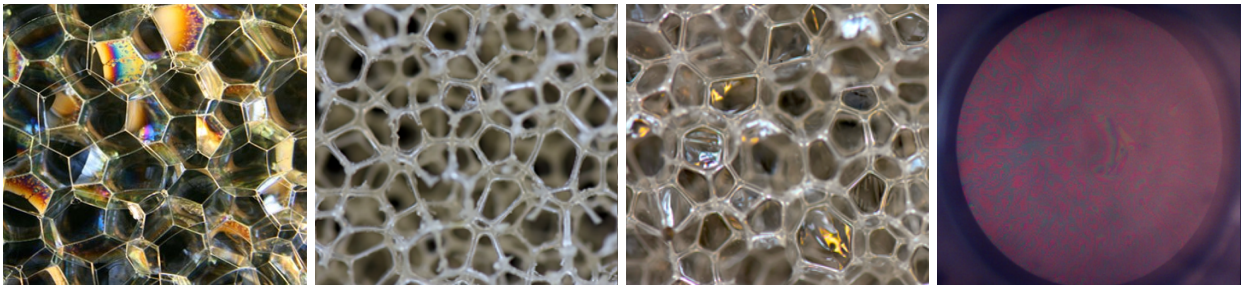
Mousse liquide et stabilité des mousses solides : vers des mousses solides membranaires

Les métamatériaux acoustiques ont généralement une microstructure complexe, avec l'inclusion de cavités résonantes (Ma et Sheng, 2016). Dans le cadre de ma thèse, nous restons sur l'étude de matériaux plus "simples", dans le sens qu'ils sont moins architecturés (et sans être nécessairement ordonnés), et qui sont par ailleurs déjà capables d'être produits à des échelles industrielles.
Inspirés des travaux sur les mousses liquides, nous souhaitons combiner les propriétés de ces milieux (avec leur forte atténuation et leur densité effective négative) à la stabilité des mousses solides. Nous étudions ainsi des mousses solides, dont les pores sont fermés par des membranes, et comparons les propriétés de ces matériaux à celles de mousses identiques mais sans membranes.
Des travaux sur des mousses partiellement fermées ont déjà émergé ces dernières années (Doutres *et al.*, 2011; Hoang et Perrot, 2012; Bolton, 2013; Doutres *et al.*, 2013; Duval *et al.*, 2013; Hoang *et al.*, 2014). Ce sujet de recherche demeure actuel et actif, notamment dans des laboratoires de l'Université de Marne-la-Vallée, dont des travaux récents ont été menés en parallèle de ma thèse (Trinh Van Hai *et al.*, 2017; Trinh *et al.*, 2019). Nous reviendrons plus en détail sur ces études dans le Chapitre 5 dédié aux mousses partiellement fermées. Notre approche est de réaliser une comparaison systématique des performances acoustiques (en absorption et en transmission) et des propriétés effectives entre mousse avec et sans membranes, sur des échantillons bien caractérisés.
Nous verrons que dans les matériaux ayant des membranes, celles-ci ne ferment pas à 100% les pores des mousses, et qu'il existe toujours au minimum quelques déchirures par lesquelles l'air peut traverser. Cela pose la question de l'interprétation quant à la manière dont l'onde se transmet à travers un tel milieu : fait-elle vibrer les membranes ou se propage-t-elle uniquement par l'air ? Nous apporterons des éléments de réponse, en nous appuyant notamment sur les précédents résultats obtenus sur les mousses liquides.

Focus sur une membrane unique

Par ailleurs, les membranes jouant un rôle essentiel pour la réponse acoustique des mousses liquides et aussi des mousses solides membranaires, une étude focalisée sur la réponse acoustique d'une membrane unique (liquide et solide) est également conduite.
Cette étude s'inscrit dans une démarche plus générale visant à se concentrer sur la vibration individuelle des "briques élémentaires" d'une mousse, et pour laquelle de précédents travaux avaient déjà été réalisés sur la vibration d'un film de savon excité par un pot vibrant (Kosgodagan Acharige *et al.*, 2014), ou encore sur la vibration d'un canal liquide à la jonction entre trois films de savon (Derec *et al.*, 2015).
Notons que les membranes se rencontrent également dans des métamatériaux dits cette fois membranaires, le plus souvent composés d'une succession de membranes séparées entre elles par des cavités résonantes (Mei *et al.*, 2012; Park *et al.*, 2013; Yang *et al.*, 2013; Ma *et al.*, 2014; Lee *et al.*, 2010). Là encore il apparaît nécessaire de mieux comprendre la contribution individuelle des membranes à la dissipation de ces métamatériaux.

Il est important de souligner que dans toutes nos études, qu'elles portent sur les membranes uniques ou sur les différents types de mousses, l'accent est particulièrement mis sur les capacités d'atténuation du son. La Figure 3 illustre les différents objets d'étude de la thèse.



(a) (b) (c) (d)

Fig. 3 – Photographies des différents milieux qui seront étudiés au cours de la thèse. De gauche à droite : une mousse liquide (Chapitre 2), une mousse solide sans puis avec membranes (Chapitre 5) et une membrane unique, ici un film de savon (Chapitre 3).

Le présent manuscrit s'organise comme suit. Le Chapitre 1 présente le dispositif acoustique expérimental qui sera utilisé tout au long de nos différentes études : le tube d'impédance. En effet, les précédents travaux sur les mousses liquides dans le domaine de l'ultrasonore ont montré la richesse des régimes que l'on peut observer. Pour explorer plus avant les phénomènes de dissipation, nous nous plaçons dans un cas plus simple et restreignons le domaine de fréquence à une gamme située dans l'audible. Ce choix a également tout son sens dans une problématique de réduction des bruits, pour lesquels ce sont contre les nuisances audibles que nous luttons.
Le Chapitre 2 est consacré à l'étude des mousses liquides. Il rappelle les principaux résultats issus des études menées avant ma thèse, puis les résultats obtenus durant celle-ci concernant l'origine de la dissipation.
Le Chapitre 3 se penche ensuite sur la dissipation par une unique membrane, qu'elle soit liquide (film de savon) ou solide.
Le Chapitre 4 propose une introduction et une familiarisation aux matériaux poreux, décrivant les phénomènes dissipatifs qui s'y produisent et les modèles qui permettent de les capturer. Les mousses solides, avec et sans membranes, qui sont au cœur du Chapitre 5 font en effet partie de cette vaste famille de matériaux.
Le Chapitre 5 montre donc les résultats expérimentaux comparant les performances acoustiques et les propriétés de mousses solides avec et sans membranes. Les interprétations possibles de ces résultats seront discutées, en se référant également aux précédentes études menées sur des mousses partiellement fermées. Un cas intermédiaire de matériaux sera également présenté, comme une phase de travail exploratoire : celui de mousses solides trempées dans une solution savonneuse afin d'obtenir des membranes liquides. Il s'agit de matériaux intermédiaires aux mousses entièrement liquides et entièrement solides, pour lesquels on a cette fois un squelette solide et des membranes liquides.
Enfin, les principaux résultats obtenus seront rappelés en Conclusion, dans laquelle on soulignera également les différents liens existant entre certains de nos résultats issus des mousses liquides, des mousses solides et des membranes uniques.

Chapitre 1

Tube d'impédance

Sommaire

1.1 Introduction au dispositif expérimental 26
1.1.1 Descriptif du tube d'impédance 26
1.1.2 Gamme de fonctionnement en fréquences 27
1.1.3 Calibration : propagation du son dans l'air 27
1.2 Méthode à deux microphones : mesure en réflexion 29
1.3 Méthode à trois microphones : mesure en réflexion et en transmission 31
1.4 Méthode avec lame d'air 33
1.5 Exemple de mesures employant les différentes méthodes 35

Notre étude des propriétés acoustiques de différentes mousses nécessite de mesurer un certain nombre de grandeurs. On peut ainsi être intéressé par les performances acoustiques des matériaux en terme de traitement acoustique : pour le traitement acoustique des réflexions on mesure le coefficient d'absorption α_{IN}, et pour l'efficacité en tant qu'isolant phonique on mesure également l'indice d'affaiblissement acoustique, le *Transmission Loss* TL. Ces deux grandeurs ne sont toutefois pas intrinsèques au matériau, puisqu'elles dépendent de l'épaisseur de l'échantillon utilisé. Nous cherchons donc à mesurer également des propriétés intrinsèques : le nombre d'onde k au sein du matériau et son impédance Z, ou encore sa densité ρ et son module d'incompressibilité K. Obtenir l'un ou l'autre de ces couples de grandeurs complexes, (k, Z) ou (ρ, K), est équivalent, chacun d'eux contenant les mêmes informations sur le matériau.
Durant cette thèse, toutes les mesures acoustiques sont réalisées à l'aide d'un tube d'impédance, aussi appelé tube de Kundt [1], fonctionnant dans la gamme de l'audible. Selon sa configuration, ce dispositif peut permettre de mesurer les performances acoustiques en réflexion (coefficient d'absorption en incidence normale) mais aussi en transmission (*Transmission Loss*) du matériau, ainsi que ses propriétés intrinsèques (vitesse et atténuation du son, densité et module d'incompressibilité du matériau). Un échantillon de taille réduite, généralement de quelques centimètres de diamètre (correspondant au diamètre du tube utilisé), est employé. Ce dispositif est ainsi pratique à l'échelle du laboratoire. Pour des recherches plus appliquées ou pour tester des matériaux en conditions réelles (notamment en incidence oblique), il peut être utilisé en complément de mesures sur des échantillons de plus grandes dimensions et donc plus représentatifs de la réalité, comme des mesures en champ libre (Ingård et Bolt, 1951; Allard et Sieben, 1985; Champoux *et al.*, 1988; Allard *et al.*, 1992; Lanoye *et al.*, 2006) et des mesures *in situ* (Garai, 1993; Takahashi *et al.*, 2005).
Le tube d'impédance étant notre outil pour toutes les mesures acoustiques, ce premier chapitre lui est dédié.

1. Selon la configuration du tube, il existe une légère différence entre ces deux appelations. Comme on le verra par la suite, avec notre tube d'impédance les microphones sont positionnés à la paroi du tube, tandis que pour le tube de Kundt un microphone est placé à l'intérieur du tube et déplacé à différentes positions (Kundt, 1868).

Le dispositif est d'abord décrit Section 1.1, ainsi que sa gamme de fonctionnement en fréquences et la procédure de calibration nécessaire avant toute mesure. Ensuite, Sections 1.2 à 1.4, différentes configurations possibles du tube, à deux ou trois microphones, sont présentées. Les calculs permettant de déduire des grandeurs d'intérêt du matériau étudié sont dérivés. Enfin, Section 1.5, des résultats expérimentaux obtenus pour une mousse fournie par le fabricant du tube sont présentés, afin d'illustrer et de comparer les différentes méthodes.

1.1 Introduction au dispositif expérimental

1.1.1 Descriptif du tube d'impédance

Le tube d'impédance est schématisé à la Figure 1.1.

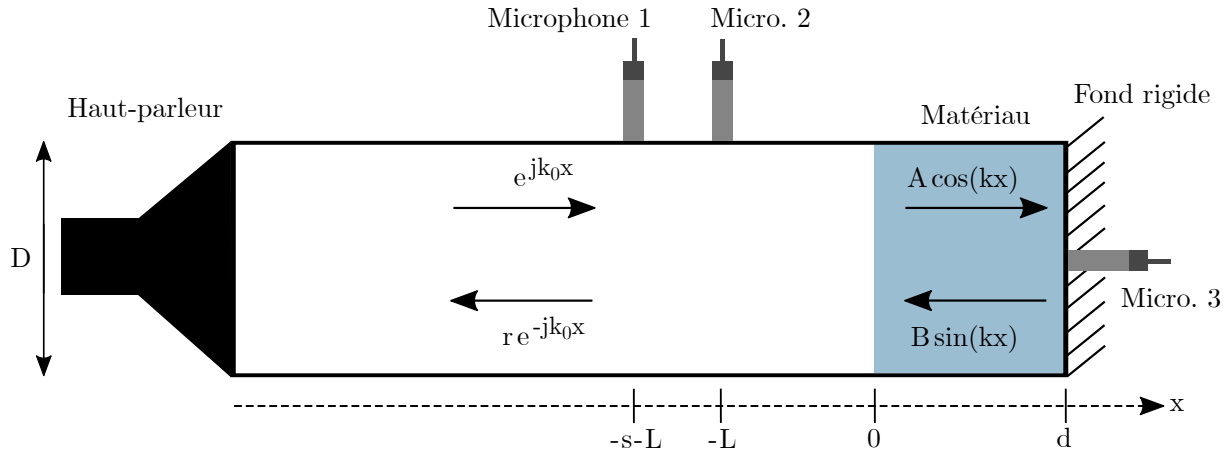


Fig. 1.1 – Schéma du tube d'impédance à trois microphones (mesures en réflexion et transmission) et introduction des notations. Le tube d'impédance à deux microphones (mesures en réflexion) est identique, à la seule différence que le troisième microphone en transmission est alors absent.

A l'une des extrémités du tube cylindrique, un haut-parleur émet un bruit blanc (caractérisé par une densité spectrale de puissance constante sur toute la gamme de fréquences), qui se propage sous forme d'ondes planes et en incidence normale dans le tube. On écrit les ondes planes sous la forme $e^{j(k_0x-\omega t)}$, la partie temporelle étant généralement omise pour alléger les notations. Le nombre d'onde k_0 est celui pour l'air, k étant celui du matériau. L'échantillon de matériau est quant à lui placé à la seconde extrémité du tube, dont le fond est rigide. Deux microphones situés en amont du matériau et affleurant à la paroi du tube permettent une mesure en réflexion, avec le coefficient de réflexion des ondes r. Cette technique est celle de la norme ISO 10534-2 (International Standard Organisation, 1998) (une norme ASTM similaire existe également (American Society for Testing and Materials, 2006)). Un troisième microphone peut aussi être placé à l'arrière du matériau, permettant également une mesure en transmission et donnant accès à davantage d'informations sur le milieu étudié. Le principe de ces mesures sera détaillé par la suite.

Le tube possède les longueurs caractéristiques suivantes : diamètre D, distance s entre les microphones 1 et 2 et distance L entre le $2^{\text{ème}}$ microphone et la surface de l'échantillon. On définit comme position de référence $x = 0$ la surface de l'échantillon, ce dernier ayant une épaisseur d.
Ces longueurs sont importantes car elles déterminent la gamme de fonctionnement en fréquences du tube.

1.1.2 Gamme de fonctionnement en fréquences

La fréquence maximale est limitée par la validité de l'hypothèse de propagation d'ondes planes. Au delà d'une fréquence dite de coupure, d'autres modes de propagation apparaissent en effet et l'hypothèse d'ondes planes n'est plus vérifiée.
Dans cette hypothèse d'ondes planes, les fluctuations acoustiques de la masse volumique du gaz, de la vitesse particulaire et de la pression sont supposées uniformes sur chaque section droite du tube. Ces conditions sont vérifiées tant que la dimension transversale du tube est petite devant la longueur d'onde acoustique. La fréquence maximale, qui correspond à cette fréquence de coupure, est donnée par Rayleigh (1877)

$$f_{max} = 0.586 \, \frac{c_0}{D} \, , \tag{1.1}$$

où c_0 est la vitesse de propagation du son dans le gaz et D le diamètre du tube.
D'après l'équation précédente, il apparaît que pour avoir la fréquence maximale la plus grande possible, il faudrait utiliser un tube de diamètre le plus petit possible. En pratique, on ne travaille pas avec un tube de diamètre trop faible pour différentes raisons. D'une part, cela nécessiterait d'utiliser des échantillons de diamètre également très petits, qui seraient alors vraiment peu représentatifs de la réalité. D'autre part, l'hypothèse de propagation d'onde plane peut perdre sa validité au niveau des parois, où des frottements sont possibles (Kirchhoff, 1868; Weston, 1953) (nous aurons l'occasion d'y revenir lors de l'étude des mousses liquides, au Chapitre 2 de ce manuscrit). Avec un tube de faible diamètre, ces possibles effets de frottement aux parois auraient en proportion plus d'importance. Pour ces différentes raisons, les tubes ont généralement un diamètre de quelques centimètres au minimum.

La limite inférieure de fonctionnement du tube est quant à elle déterminée par l'espacement entre les microphones (ainsi que par leur sensibilité). Les différences d'amplitude et de phase entre le signal mesuré par le premier microphone et celui mesuré par le deuxième doivent être détectables. La norme ISO 10534-2 recommande que l'espacement entre les deux microphones soit supérieur à 5% de la longueur d'onde associée à la fréquence minimale souhaitée, soit

$$s > \frac{5}{100} \frac{c_0}{f_{min}} \, . \tag{1.2}$$

La gamme des fréquences de fonctionnement du tube d'impédance, telles que $f_{min} < f < f_{max}$, est ainsi donnée par les relations (1.1) et (1.2). La Table 1.1 donne cette gamme pour nos deux configurations possibles de tube, étroit et large (en prenant pour c_0 la valeur de 343 m/s).

	D (mm)	s (mm)	f_{min} (Hz)	f_{max} (Hz)
Tube étroit	29	20	860	6930
Tube large	100	50	340	1990

TABLE 1.1 – Longueurs caractéristiques (diamètre D et espacement entre les deux premiers microphones s) pour les deux configurations possibles du tube et gammes de fonctionnement en fréquences $[f_{min} \, ; \, f_{max}]$ associées.

Notons que malgré les recommandations de la norme ISO 10534-2, la fréquence minimale de fonctionnement du tube est parfois donnée par les fabricants pour un espacement entre les microphones inférieur à 5% de la longueur d'onde associée à la fréquence minimale souhaitée. Pour nos tubes, le fabriquant Brüel & Kjær indique ainsi une fréquence minimale de 500 et 50Hz, respectivement pour le petit tube et le plus large. La limite inférieure de validité peut être vérifiée par la qualité des signaux mesurés.

1.1.3 Calibration : propagation du son dans l'air

Avant de pénétrer dans le matériau, les ondes acoustiques se propagent dans l'air. Avant toute mesure, il convient donc de déterminer la vitesse du son dans l'air et la densité de ce dernier, qui dépendent des condi-

tions atmosphériques (température et pression). Cette étape constitue la calibration du tube, recommandée par les normes. La vitesse du son dans l'air est donnée par (International Standard Organisation, 1998)

$$c_0 = c_{\text{ref}}\sqrt{T/T_{\text{ref}}}\,, \tag{1.3}$$

où $c_{\text{ref}} = 343\,\text{m/s}$, T est la température en Kelvin et $T_{\text{ref}} = 293\,\text{K}$.
La densité de l'air est quant à elle déterminée grâce à la relation (International Standard Organisation, 1998)

$$\rho_0 = \rho_{\text{ref}}\frac{P_{\text{atm}}}{P_{\text{ref}}}\frac{T_{\text{ref}}}{T}\,, \tag{1.4}$$

où $\rho_{\text{ref}} = 1.186\,\text{kg/m}^3$, P_{atm} est la pression atmosphérique en Pascal et $P_{\text{ref}} = 101\,325\,\text{Pa}$.
L'impédance de l'air est alors donnée par

$$Z_0 = \rho_0 c_0\,. \tag{1.5}$$

Bien que la norme ISO 10534-2 propose l'utilisation de la relation (1.3) pour déterminer la vitesse de propagation du son dans l'air, il est possible d'employer une formulation qui tienne également compte de l'humidité relative de l'air HR.
Pour un gaz parfait, la célérité du son est donnée par

$$c_0 = \sqrt{\gamma R\,T_{\text{ref}}/\bar{M}}\,, \tag{1.6}$$

où γ est le rapport des chaleurs spécifiques (sans dimension), R la constante universelle des gaz parfaits (dont la valeur est $8,31446\,\text{J mol}^{-1}\,\text{K}^{-1}$) et $\bar{M}$ la somme des contributions des masses molaires des différents constituants du gaz (en kg mol^{-1}). Avec l'humidité, γ et $\bar{M}$ sont tous deux affectés (Wong et Embleton, 1984) et la vitesse du son peut se mettre sous la forme (Wong et Embleton, 1985)

$$c_0 = c_{ref} \times [1 + HR \times (9.66 \times 10^{-4} + 7.2 \times 10^{-5}\,T + 1.8 \times 10^{-6}\,T^2 + 7.2 \times 10^{-8}\,T^3 + 6.5 \times 10^{-11}\,T^4)\,] \tag{1.7}$$

où la température T est cette fois exprimée en degrés Celsius.

Les variations de c_0 en fonction de l'humidité relative de l'air HR et pour différentes températures T sont présentées Figure 1.2. La vitesse du son dans l'air augmente lorsque l'humidité relative augmente, et ce d'autant plus que la température est élevée. Remarquons tout de même qu'entre les deux valeurs "extrêmes" de la Figure 1.2, obtenues respectivement à 0°C et 0% d'humidité relative et à 35°C et 100% d'humidité relative, la variation de c_0 est inférieure à 1%.

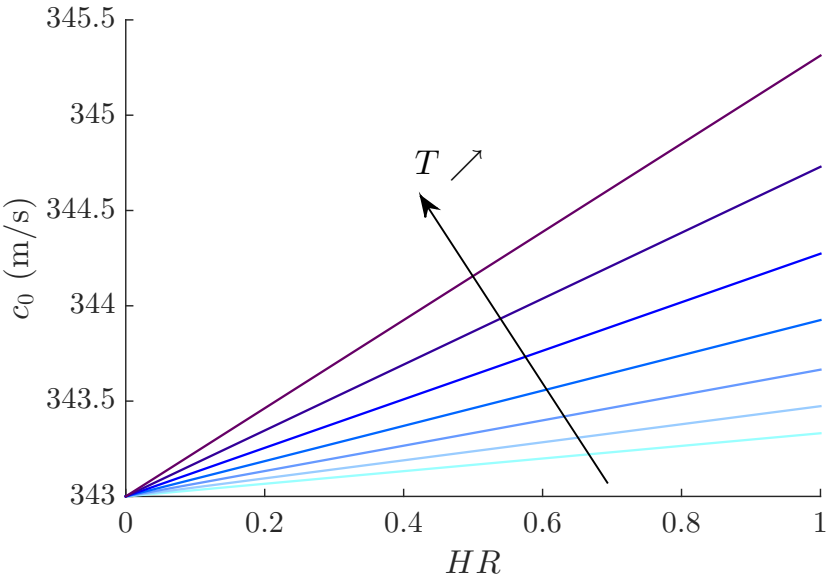


Fig. 1.2 – Valeurs de la vitesse du son dans l'air c_0 en fonction de l'humidité relative HR, pour différentes températures allant de 0 à 35 degrés Celsius par pas de 5 degrés.

1.2 Méthode à deux microphones : mesure en réflexion

Une fois la vitesse de propagation du son dans l'air connue, les mesures acoustiques sur le matériau peuvent être réalisées.
A partir des pressions mesurées par les différents microphones, plusieurs grandeurs acoustiques peuvent être déduites. Nous commençons par traiter le cas de la mesure en réflexion, grâce aux microphones 1 et 2.
La pression mesurée par le microphone i est dénotée P_i et l'on définit la fonction de transfert entre les microphones i et j par

$$\widehat{H}_{ij} = \frac{P_j}{P_i}. \tag{1.8}$$

Comme les deux microphones ne sont pas parfaitement identiques, une seconde étape de calibration préliminaire est souhaitable, en répétant la mesure avec une permutation des deux microphones. Un matériau test (généralement une mousse assez absorbante) est placé dans le tube, puis deux mesures successives sont réalisées : l'une avec le microphone 1 à la position 1 et le microphone 2 à la position 2, l'autre en interchangeant les positions des deux microphones. Ces mesures permettent d'obtenir respectivement $\widehat{H}_{12}$ et $\widehat{H}_{12}^{inv}$. La fonction de transfert de calibration est

$$H_c = \sqrt{\widehat{H}_{12} \,/\, \widehat{H}_{12}^{inv}}\,. \tag{1.9}$$

Par la suite, la fonction de transfert utilisée est la suivante :

$$H_{ij} = \frac{\widehat{H}_{ij}}{H_c}\,. \tag{1.10}$$

Si les deux microphones étaient parfaitement identiques, les fonctions de transfert $\widehat{H}_{12}$ et $\widehat{H}_{12}^{inv}$ seraient égales, conduisant à une fonction de transfert de calibration $H_c = 1$. Dans ce cas la fonction de transfert à utiliser pour les calculs, équation (1.10), serait directement égale à celle mesurée. En pratique H_c est différent de 1 et cette calibration des deux microphones est nécessaire.

Grâce à cette fonction de transfert H_{ij}, le coefficient de réflexion r peut être déduit.
Commençons par écrire les pressions au niveau des microphones 1 et 2, situés respectivement en $x = -s - L$ et en $x = -L$ (voir Figure 1.1) :

$$P_1 = e^{jk_0(s+L)} + re^{-jk_0(s+L)}\,, \tag{1.11}$$

$$P_2 = e^{jk_0 L} + re^{-jk_0 L}\,. \tag{1.12}$$

La fonction de transfert H_{12} s'écrit donc

$$H_{12} = \frac{e^{jk_0 L} + re^{-jk_0 L}}{e^{jk_0(s+L)} + re^{-jk_0(s+L)}}\,, \tag{1.13}$$

ce qui permet finalement de déduire le coefficient de réflexion r

$$r = \frac{H_{12} - e^{-jk_0 s}}{e^{jk_0 s} - H_{12}} e^{2jk_0(s+L)}\,. \tag{1.14}$$

Ce coefficient de réflexion traduit ce qui a eu lieu au sein du matériau, avec des réflexions multiples. À partir de ce dernier, il est possible de déduire le coefficient d'absorption (en incidence normale)

$$\alpha_{\text{IN}} = 1 - |r|^2\,. \tag{1.15}$$

Le coefficient d'absorption donne une bonne indication sur la capacité de matériau à réduire les réflexions, mais n'est pas une grandeur intrinsèque du matériau étudié, puisqu'elle dépend de l'épaisseur de l'échantillon.

On peut en obtenir davantage sur le matériau si en plus des pressions on écrit aussi les vitesses, qui sont reliées entre elles par l'équation d'Euler

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} \tag{1.16}$$

soit, dans notre convention en $e^{-j\omega t}$,

$$v = -\frac{j}{\omega\rho}\frac{\partial P}{\partial x}\,. \tag{1.17}$$

En $x = d$ le déplacement est nul en raison du fond rigide, ce qui impose

$$B = A\tan(kd)\,. \tag{1.18}$$

A la surface du matériau (position de référence $x = 0$) il y a continuité des pressions et des vitesses :

$$1 + r = A \tag{1.19}$$

$$\frac{1}{Z_0}(-1 + r) = j\frac{A}{Z}\tan(kd)\,. \tag{1.20}$$

Le rapport des deux équations précédentes conduit à

$$Z = -jZ_0\left(\frac{1+r}{1-r}\right)\tan(kd)\,. \tag{1.21}$$

où k est le nombre d'onde (complexe) dans le matériau et Z son impédance (elle aussi complexe). On voit ici qu'une seule mesure en réflexion n'est pas suffisante pour obtenir à la fois k et Z.
L'expression précédente permet aussi de faire apparaître une autre impédance : l'impédance d'entrée (aussi appelée impédance de surface ou impédance ramenée) Z_s, normalisée par celle de l'air

$$\frac{Z_s}{Z_0} = \frac{1+r}{1-r}\,, \tag{1.22}$$

soit d'après l'équation (1.21),

$$Z_s = j\frac{Z}{\tan(kd)}\,. \tag{1.23}$$

Z_s correspond à l'impédance qu'aurait le même matériau s'il était semi-infini.

Une autre grandeur (complexe) que l'on peut déduire à partir des équations précédentes est l'admittance $\mathcal{A}$

$$\mathcal{A} = \frac{1-r}{1+r} = \frac{Z_0}{jZ}\tan(kd)\,. \tag{1.24}$$

L'admittance peut aussi s'écrire comme le rapport entre la vitesse particulaire et la pression acoustique. Plusieurs pics sur l'admittance peuvent ainsi être observés, correspondant chacun à un maximum (un ventre) de vitesse particulaire.
La partie réelle de l'admittance atteint en effet un maximum lorsque $\tan(\Re(k)d)$ est maximum, ce qui est obtenu lorsque $\Re(k)d = (\omega/v)d = \pi/2$ (modulo π), où d est l'épaisseur de l'échantillon. Un pic a l'avantage d'être facilement analysable, et l'on peut en extraire plusieurs informations : sa fréquence f_n, son maximum M_n et sa largeur à mi-hauteur Δf_n, l'indice n dénotant le numéro du pic. Grâce à ces trois données, il est possible de déduire les caractéristiques suivantes du matériau : la vitesse v à laquelle le son s'y propage, l'atténuation du son α et la densité ρ du matériau. Elles sont obtenues grâce aux relations approchées suivantes

$$v = \frac{4df_n}{1+2(n-1)}\,, \tag{1.25}$$

$$\alpha = [1+2(n-1)]\pi\frac{\Delta f_n}{4df_n}\,, \tag{1.26}$$

$$\rho = \frac{Z_0}{\pi d\Delta f_n M_n}\,. \tag{1.27}$$

Les calculs permettant d'obtenir ces relations sont présentés dans la publication Pierre *et al.* (2013b). Dans cette analyse, la densité est supposée réelle : c'est donc une densité réelle qui est obtenue *via* l'expression (1.27). Cette méthode d'analyse sur l'admittance ne permet pas de déterminer une densité complexe, il faut une mesure supplémentaire. Par ailleurs, les trois relations précédentes ne permettent pas d'obtenir des courbes en fonction de la fréquence, mais donnent une valeur pour chaque fréquence correspondant à un pic de l'admittance.

Pour davantage d'informations sur le matériau, comme le nombre d'onde complexe k des ondes s'y propageant et son impédance Z, ou bien sa densité ρ et son module d'incompressibilité K, qui sont toutes des grandeurs complexes, il est possible d'utiliser un troisième microphone placé en transmission.

1.3 Méthode à trois microphones : mesure en réflexion et en transmission

Une première configuration du tube d'impédance à trois microphones proposée (Iwase *et al.*, 1998) nécessite de placer les deux premiers microphones, situés en amont du matériau, à l'intérieur du tube, le second microphone étant notamment positionné à la surface du matériau. Cette méthode ne permet plus de satisfaire la norme ISO 10534-2 concernant la mesure du coefficient de réflexion. Une méthode alternative a ainsi été proposée (Salissou et Panneton, 2010), qui satisfasse cette norme, et qui est celle représentée sur la Figure 1.1. Il n'existe pas à l'heure actuelle de norme ISO pour les mesures au tube d'impédance à trois microphones, mais l'on peut mentionner la norme ASTM E2611-09 (American Society for Testing and Materials, 2009), bien que la configuration du tube soit différente de celle que nous employons (dans cette norme une cavité

d'air est présente à l'arrière du matériau et deux microphones supplémentaires sont placés en transmission, à la paroi du tube).

Nous dérivons à présent les calculs pour déduire k et Z dans notre configuration à trois microphones. Pour obtenir k le nombre d'onde complexe dans le matériau, nous écrivons les pressions aux microphones 2 et 3, situés respectivement en $x = -L$ et en $x = d$ (voir Figure 1.1) :

$$P_2 = e^{jk_0L} + re^{-jk_0L} \tag{1.28}$$

$$P_3 = A\cos(kd) + A\tan(kd)\sin(kd) \Rightarrow P_3\cos(kd) = A = 1 + r\,. \tag{1.29}$$

La fonction de transfert H_{23} s'écrit alors

$$H_{23} = \frac{1+r}{\cos(kd)\left(e^{jk_0L} + re^{-jk_0L}\right)}\,. \tag{1.30}$$

Finalement, le nombre d'onde k est donné par la relation

$$k = \frac{1}{d}\cos^{-1}\left[\frac{1+r}{H_{23}\left(e^{jk_0L} + re^{-jk_0L}\right)}\right]\,. \tag{1.31}$$

Il est également possible, grâce aux données obtenues par le troisième microphone, de mesurer les performances en transmission du matériau. On peut montrer que le coefficient de transmission à travers l'échantillon, s'il y avait de l'air de part et d'autre, est donné par

$$t = \frac{2}{2\cos(kd) - j\sin(kd)(Z/Z_0 + Z_0/Z)}\,. \tag{1.32}$$

L'indice d'affaiblissement acoustique, encore appelé perte de transmission (sa désignation anglophone *Transmission Loss*, soit TL, restant très répandue), peut également être déduit :

$$TL = -10\log_{10}\left(|t|^2\right)\,. \tag{1.33}$$

La propagation du son au sein du matériau peut également être caractérisée par sa vitesse v et son atténuation α, qui interviennent toutes les deux dans le nombre d'onde

$$k = \frac{\omega}{v} + j\alpha\,, \tag{1.34}$$

ce qui permet de déduire v et α une fois k connu

$$v = \frac{\omega}{\Re(k)}, \tag{1.35}$$

$$\alpha = \Im(k)\,. \tag{1.36}$$

Enfin, le matériau peut aussi être caractérisé par sa densité ρ et son module d'incompressibilité K (*bulk modulus* en anglais), qui sont reliés à k et Z par les formules suivantes

$$\rho = \frac{Zk}{\omega} \tag{1.37}$$

$$K = \frac{\omega Z}{k}\,. \tag{1.38}$$

Notons que K correspond à l'inverse du module de compressibilité χ, avec lequel on peut être plus familier. La vitesse du son au sein d'un matériau, par exemple, est généralement écrite comme $v = 1/\sqrt{\Re(\rho)\Re(\chi)}$, ce

qui se met aussi sous la forme $v = \sqrt{\Re(K)/\Re(\rho)}$.

En pratique au laboratoire MSC, nous avons un tube d'impédance Brüel & Kjær (Type 4206) avec une carte d'acquisition pour interfacer les microphones et le logiciel pilote (Pulse) qui ne prend au plus que deux microphones en entrée. Nous travaillons donc avec deux microphones seulement. Pour réaliser les mesures en réflexion et en transmission présentées dans cette partie, nous procédons ainsi en deux temps. Pour un même échantillon, nous réalisons une première mesure avec les microphones en position 1 et 2, afin de mesurer la fonction de transfert H_{12}, puis une seconde mesure pour laquelle nous déplaçons le premier microphone en position 3 (transmission) afin d'obtenir cette fois H_{23}.
Nos collaborateurs de Matelys − Research Lab utilisent quant à eux un unique microphone. Pour les mesures que nous réalisons dans leur laboratoire, nous procédons cette fois en trois temps : une mesure pour chacune des trois positions du microphone. Les pressions P_1, P_2 et P_3 mesurées par ce microphone en chacune des trois positions nous permettent ensuite de calculer les fonctions de transfert et de dériver toutes les grandeurs qui en dépendent.

Nous avons vu dans cette partie qu'avec deux mesures, en réflexion et en transmission, il est possible de déduire davantage d'informations sur le matériau, comme k et Z ou ρ et K. Il est également possible d'obtenir ces grandeurs en réalisant deux mesures, mais sans nécessairement que la deuxième soit faite en transmission. Dans la partie suivante nous présentons ainsi une méthode alternative, pour laquelle la mesure se fait toujours en deux temps mais avec l'échantillon placé dans deux positions différentes. Un avantage de ne pas utiliser de microphone en transmission, c'est que la présence de ce dernier ne risque pas de perturber (même légèrement) le fond du tube supposé parfaitement rigide.

1.4 Méthode avec lame d'air

Il est possible d'employer une variante pour mesurer les propriétés intrinsèques du matériau sans utiliser de microphone en transmission. La configuration du tube est celle à deux microphones, mais un même échantillon est mesuré deux fois : une fois de manière classique, avec l'échantillon positionné au fond du tube, et une seconde fois avec l'échantillon plus en avant du tube, de manière à laisser une lame d'air entre l'échantillon et le fond du tube.
L'idée est de calculer les deux admittances qui correspondent à chacune de ces configurations (échantillon au fond du tube et échantillon suivi d'une lame d'air). A partir de ces deux grandeurs, il est possible de déduire du matériau les deux inconnues que sont k et Z, le nombre d'onde et l'impédance.

Pour écrire les calculs correspondant à ce cas de figure, on s'appuie sur les travaux de Brekhovskikh (1980) consacrés à la propagation d'onde dans des milieux stratifiés. On peut en effet voir notre configuration, Figure 1.3, comme un milieu stratifié : le milieu ③ correspond à l'air dans le tube, le milieu ② d'épaisseur d_2 au matériau étudié et le milieu ① d'épaisseur d_1 à la lame d'air entre l'échantillon et le fond du tube. Mais le même principe s'applique également lorsque l'échantillon de matériau correspond au milieu ①, et que le milieu ② est une lame d'air fictive (entre l'air et le matériau). En d'autres termes, les milieux ② et ① forment le système {Matériau + lame d'air}, que le matériau soit placé en ② et la lame d'air en ①, ou inversement.
De manière générale, on peut écrire l'impédance d'entrée (*input*) du milieu ⓘ vers le suivant, ⓘ-1, comme suit (Brekhovskikh, 1980) :

$$Z_i^{\text{in}} = Z_i \frac{Z_{i-1}^{\text{in}} - jZ_i \tan(k_i d_i)}{Z_i - jZ_{i-1}^{\text{in}} \tan(k_i d_i)} \,. \tag{1.39}$$

Cette impédance dépend de l'impédance d'entrée du prochain milieu traversé Z_{i-1}^{in}, de l'impédance caractéristique du milieu actuel Z_i, du nombre d'onde dans ce milieu k_i et de son épaisseur d_i. Pour le tube,

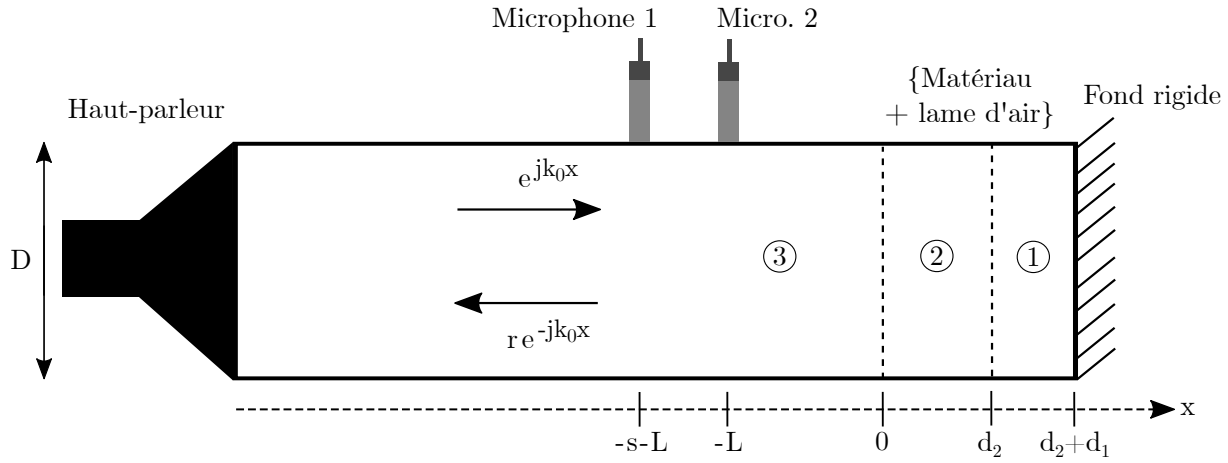


Fig. 1.3 – Schéma du tube d'impédance à deux microphones pour la méthode avec lame d'air.

on peut ainsi écrire l'impédance d'entrée du milieu ① :

$$Z_1^{\text{in}} = Z_1 \frac{Z_0^{\text{in}} - jZ_1 \tan(k_1 d_1)}{Z_1 - jZ_0^{\text{in}} \tan(k_1 d_1)}\,, \tag{1.40}$$

où Z_0^{in} est l'impédance d'entrée dans le milieu ⓪, autrement dit au niveau du fond du tube. Comme le fond est rigide, on a $Z_0^{\text{in}} \to \infty$ et l'impédance d'entrée Z_1^{in} peut se réécrire

$$Z_1^{\text{in}} = j \frac{Z_1}{\tan(k_1 d_1)}\,. \tag{1.41}$$

Notons que l'on retrouve ainsi l'équation (1.23).
On a également

$$Z_2^{\text{in}} = Z_2 \frac{Z_1^{\text{in}} - jZ_2 \tan(k_2 d_2)}{Z_2 - jZ_1^{\text{in}} \tan(k_2 d_2)}\,. \tag{1.42}$$

On distingue à présent les deux configurations. Commençons par celle où l'échantillon est au fond du tube, donc dans le milieu ① : $(k_1, d_1) = (k, d)$ le nombre d'onde dans le matériau et l'épaisseur de ce dernier, et $(k_2, d_2) = (k_0, d_0)$ le nombre d'onde dans l'air et l'épaisseur de la lame d'air (ici fictive, puisqu'elle sépare l'air et l'échantillon). On a aussi Z_1^{in} qui est donné par l'équation (1.41) avec $Z_1 = Z$ l'impédance du matériau, et $Z_2 = Z_0$ l'impédance de l'air. Dans cette configuration, l'équation (1.42) s'écrit

$$Z_2^{\text{in}} = jZ_0 \, \frac{Z - Z_0 \tan(k_0 d_0) \tan(kd)}{Z_0 \tan(kd) + Z \tan(k_0 d_0)}\,. \tag{1.43}$$

On peut ainsi calculer l'admittance $\mathcal{A}_{\text{fond}}$ correspondant à cette configuration, avec l'échantillon placé au fond du tube :

$$\mathcal{A}_{\text{fond}} = \frac{Z_0}{Z_2^{\text{in}}} = -j \frac{Z_0 \tan(kd) + Z \tan(k_0 d_0)}{Z - Z_0 \tan(k_0 d_0) \tan(kd)}\,. \tag{1.44}$$

Traitons à présent la seconde configuration, avec le matériau séparé du fond du tube par une lame d'air. Le matériau est donc dans le milieu ② : $(k_2, d_2) = (k, d)$ le nombre d'onde dans le matériau et l'épaisseur de ce dernier, et $(k_1, d_1) = (k_0, d_0)$ le nombre d'onde dans l'air et l'épaisseur de la lame d'air. On a toujours Z_1^{in} qui est donné par l'équation (1.41) avec cette fois $Z_1 = Z_0$ l'impédance de l'air, et $Z_2 = Z$ l'impédance du matériau. Dans cette configuration, l'équation (1.42) s'écrit désormais

$$Z_2^{\text{in}} = jZ \, \frac{Z_0 - Z \tan(kd) \tan(k_0 d_0)}{Z \tan(k_0 d_0) + Z_0 \tan(kd)}\,. \tag{1.45}$$

On peut alors calculer l'admittance $\mathcal{A}_{\text{lame}}$ correspondant à cette configuration, avec l'échantillon séparé du fond du tube par une lame d'air :

$$\mathcal{A}_{\text{lame}} = \frac{Z_0}{Z_2^{\text{in}}} = -j\frac{Z_0}{Z}\frac{Z\tan(k_0 d_0) + Z_0\tan(kd)}{Z_0 - Z\tan(kd)\tan(k_0 d_0)}\,. \tag{1.46}$$

Expérimentalement, des mesures dans les deux configurations sont réalisées sur un même échantillon : les admittances associées, $\mathcal{A}_{\text{fond}}$ et $\mathcal{A}_{\text{lame}}$, sont donc connues car mesurées. Le système des deux équations (1.44) et (1.46) a donc deux inconnues, k et Z, et peut être résolu. Cette résolution conduit à

$$k = \frac{1}{d}\arctan\left[\sqrt{\frac{\tan(k_0 d_0) - j\mathcal{A}_{\text{fond}}}{\tan(k_0 d_0)[1 + j\mathcal{A}_{\text{fond}}\tan(k_0 d_0)]}\left(\frac{\mathcal{A}_{\text{fond}}}{\mathcal{A}_{\text{lame}}} \times \frac{1 + [\tan(k_0 d_0)]^2}{1 + j\mathcal{A}_{\text{fond}}\tan(k_0 d_0)} - 1\right)}\right]\,, \tag{1.47}$$

$$Z = Z_0\tan(kd)\,\frac{1 + j\mathcal{A}_{\text{fond}}\tan(k_0 d_0)}{j\mathcal{A}_{\text{fond}} - \tan(k_0 d_0)}\,. \tag{1.48}$$

A nouveau, les équations (1.37) et (1.38) peuvent être utilisées pour déduire la densité et le module d'incompressibilité du matériau. Cette méthode alternative avec lame d'air permet d'obtenir les propriétés intrinsèques du matériau, sans avoir besoin d'un microphone en transmission.
Concernant l'épaisseur de la lame d'air, celle-ci doit être choisie de sorte à être inférieure à la longueur d'onde, pour éviter d'avoir des résonances dans cette cavité d'air. En pratique dans nos expériences, la lame d'air est d'un ou deux centimètres d'épaisseur.

1.5 Exemple de mesures employant les différentes méthodes

Dans les trois précédentes parties, nous avons présenté différentes méthodes qui permettent d'en savoir plus ou moins sur un matériau donné, mais qui ne peuvent pas toujours être appliquées selon les circonstances. C'est ce que nous allons pouvoir discuter dans cette dernière partie.
Pour illustrer les différentes méthodes que nous venons de décrire et donner un aperçu de leurs limites d'utilisation, nous présentons les résultats expérimentaux pour la mousse fournie par le fabricant de notre tube, Brüel & Kjær. Il s'agit d'une mousse [2], dont le rayon des pores est d'environ 0.1 mm. Son épaisseur est de 2.4 cm, et son diamètre (correspondant à celui du tube) de 29 mm. La densité de cet échantillon est d'environ $30\,\text{kg/m}^3$. Dans la suite, nous appellerons cet échantillon "mousse B&K".
En combinant les fréquences limites d'utilisation du tube d'impédance caractérisées au début de ce chapitre avec les recommandations du fabricant, et d'après la qualité des signaux obtenus (afin d'évacuer les zones trop bruitées), nous limitons nos mesures à la gamme $[0.5\,;\,5]\,\text{kHz}$.

Commençons par la méthode à deux microphones qui donne le coefficient d'absorption en incidence normale, équation (1.15), Figure 1.4. Cette grandeur réelle peut par exemple être utilisée pour comparer l'efficacité en absorption de différents échantillons, mais elle ne permet pas de tirer d'informations concernant les propriétés intrinsèques des matériaux.

La mesure à deux microphones permet également de déduire l'admittance (équation (1.24)), qui est cette fois une grandeur complexe. Comme dit précédemment, un pic sur l'admittance peut être observé lorsqu'un maximum de la vitesse particulaire est atteint. La partie réelle de l'admittance atteint en effet un maximum lorsque $\Re(k)d = (\omega/v)d = \pi/2$ (modulo π), où d est l'épaisseur de l'échantillon. Si la vitesse à laquelle le son se propage dans le matériau est suffisamment faible, il est possible d'obtenir une succession de pics sur l'admittance. Ici avec la mousse utilisée, un seul pic est présent, Figure 1.5.

2. La matière dont est faite la mousse (mélamine, polyuréthane ou autre) n'est pas précisée. Le fabricant indique seulement qu'il s'agit d'une mousse de filtrage, qui est l'une des applications possibles des mousses ouvertes (sans membranes fermant les pores).

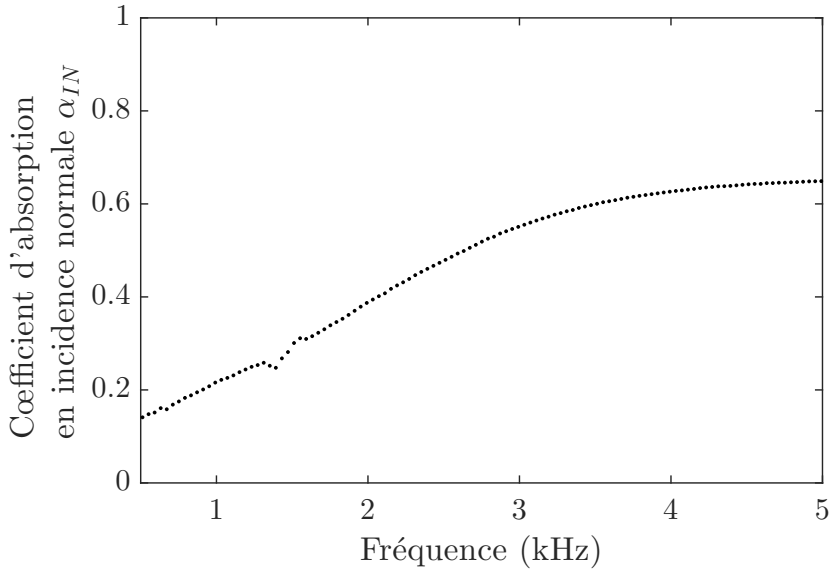


Fig. 1.4 – Coefficient d'absorption en incidence normale, mesuré expérimentalement à l'aide du tube d'impédance à deux microphones, pour une mousse d'épaisseur 2.4 cm fournie par le fabricant du tube (que nous appelons mousse B&K).

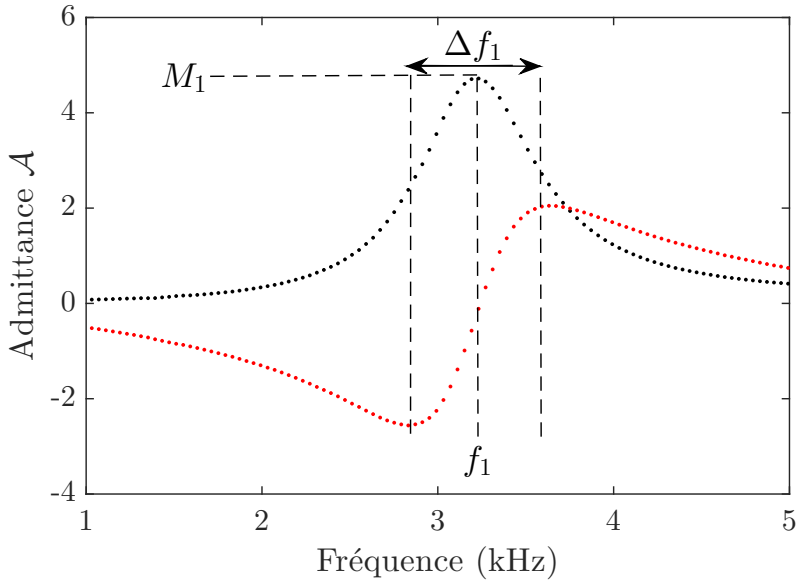


Fig. 1.5 – Parties réelle et imaginaire, respectivement en noir et rouge, de l'admittance mesurée expérimentalement à l'aide du tube d'impédance à deux microphones, pour la mousse B&K. En analysant la partie réelle du pic d'admittance, on extrait la fréquence de ce pic f_1, son amplitude M_1 et sa largeur à mi-hauteur Δf_1, l'indice 1 dénotant le numéro du pic. Ces trois valeurs permettent ensuite de déduire la vitesse v à laquelle se propage le son dans le matériau, son atténuation α et la densité ρ du matériau.

En mesurant sur ce pic sa fréquence, son amplitude et sa largeur à mi-hauteur, il est possible de déduire la vitesse v de propagation du son dans le matériau, son atténuation α et sa densité ρ grâce aux équations (1.25) à (1.27). Ici cela nous donne $v = 310\,\mathrm{m/s}$, $\alpha = 7.7\,\mathrm{m}^{-1}$ et $\rho = 1.6\,\mathrm{kg/m}^3$. Notons que la partie imaginaire de l'admittance nous donnerait ces mêmes informations, mais l'analyse est plus simple sur le pic de la partie réelle.
L'intérêt de l'analyse *via* l'admittance sur ce matériau est limité, puisqu'il n'y a qu'un seul pic dont on peut extraire des informations. Pour des matériaux où l'admittance présente une succession de pics, à défaut d'avoir des courbes en fréquence pour v, α et ρ, on a au moins des valeurs ponctuelles à différentes fréquences (celles des pics sur l'admittance). C'est le cas pour les mousses liquides, comme on le verra dans le deuxième chapitre de ce manuscrit.

En utilisant seulement les deux microphones en réflexion, on ne peut pas aller plus loin. Pour en connaître davantage sur les propriétés du matériau étudié, une mesure supplémentaire est nécessaire : soit en transmission, soit en réflexion avec le matériau dans une nouvelle configuration (l'échantillon étant suivi d'une lame d'air).
La densité ρ et le module d'incompressibilité K sont présentés dans les deux cas Figure 1.6. L'accord entre les deux méthodes est très bon. Pour la densité, nous reportons également la valeur (réelle seulement) obtenue par l'analyse de l'admittance. L'ordre de grandeur est également satisfaisant.

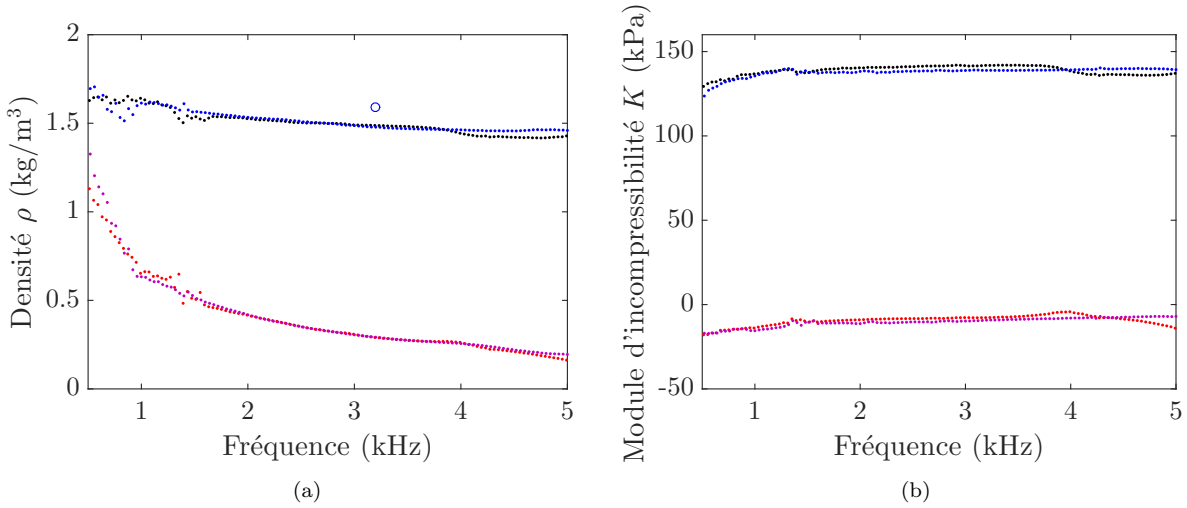


Fig. 1.6 – (a) Densité et (b) module d'incompressibilité mesurés expérimentalement pour la mousse B&K. Résultats obtenus avec la mesure à trois microphones (deux en réflexion et un transmission), avec partie réelle en noir et partie imaginaire en rouge. Les résultats obtenus en utilisant la méthode de la lame d'air, autrement dit en réalisant une mesure supplémentaire en réflexion avec cette fois l'échantillon séparé du fond du tube par une lame d'air (ici de 1 cm), sont en bleu et violet pour les parties réelle et imaginaire respectivement. Sur la densité on reporte également (cercle bleu) la valeur obtenue grâce à la mesure en réflexion et l'analyse de la courbe d'admittance (qui donne seulement une valeur réelle pour ρ).

A partir du nombre d'onde k il est également possible d'obtenir v et α (équations (1.34) à (1.36)). Les résultats sont présentés Figure 1.7, toujours pour les deux méthodes, avec la mesure en transmission et avec la méthode de la lame d'air. A nouveau, on reporte également les valeurs précédemment obtenues grâce à l'analyse de l'admittance. Les accords sont tout à fait satisfaisants entre ces différentes techniques.
Les légers écarts observés entre les valeurs issues de la mesure d'admittance, et les deux autres méthodes, peuvent s'expliquer par l'hypothèse de densité réelle employée dans l'analyse des mesures d'admittance. Seule une densité réelle est considérée dans ce cas, alors qu'on voit Figure 1.6(a) que la partie imaginaire de ρ n'est

pas négligeable face à sa partie réelle.

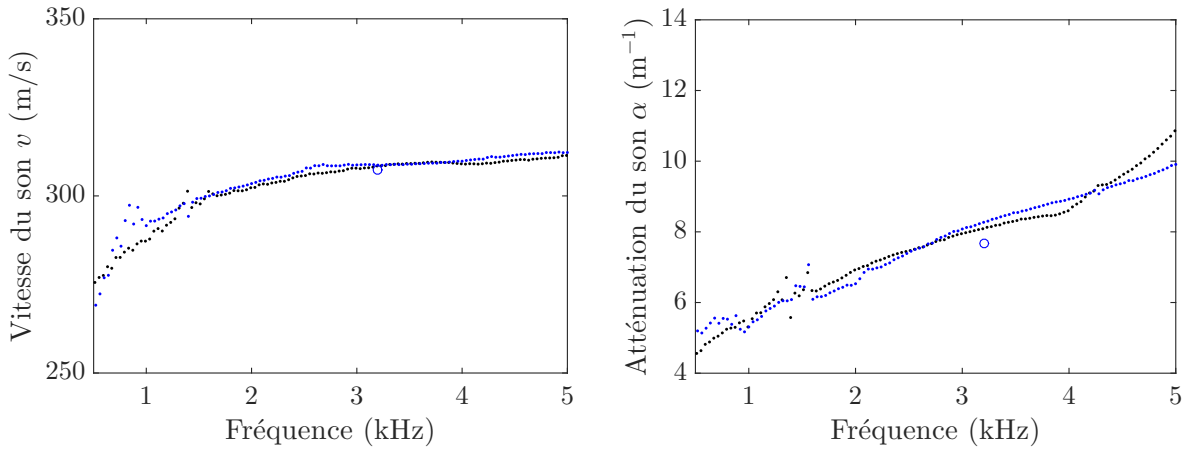


Fig. 1.7 – (a) Vitesse de propagation du son et (b) son atténuation au sein du matériau pour la mousse B&K. Résultats obtenus d'après la mesure à trois microphones en noir, et avec la méthode de la lame d'air (ici de 1 cm) en bleu. On reporte également les valeurs obtenues grâce à la mesure en réflexion et l'analyse de la courbe d'admittance (cercles bleus).

Enfin, de la même manière que le coefficient d'absorption permet d'évaluer l'efficacité du matériau pour réduire les sons réfléchis, nous avons désormais aussi accès au *Transmission Loss*, qui traduit l'efficacité pour réduire les sons transmis. Celui-ci est présenté Figure 1.8, toujours pour les deux méthodes. A nouveau, l'accord entre ces deux techniques est très bon.

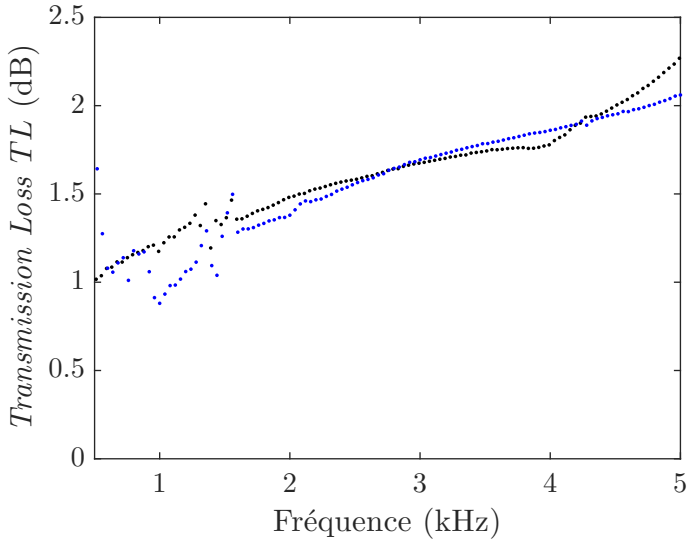


Fig. 1.8 – Indice d'affaiblissement acoustique *Transmission Loss* pour la mousse B&K. Résultats obtenus d'après la mesure à trois microphones en noir, et avec la méthode de la lame d'air (ici de 1 cm) en bleu.

Avec un matériau donné, la mousse fournie par le fabricant du tube d'impédance, nous avons ainsi pu illustrer les différentes grandeurs auxquelles donnent accès les différentes méthodes de mesures, et les comparer entre elles.
Idéalement, réaliser deux mesures est préférable pour obtenir le plus d'informations possibles sur le matériau. Il peut s'agir de réaliser une première mesure en réflexion puis une seconde mesure en transmission, ou bien d'effectuer deux mesures en réflexion mais avec l'échantillon dans deux configurations distinctes (au fond du tube, et séparé du fond par une lame d'air).
Il y a toutefois des situations pour lesquelles ces mesures ne sont pas possibles : lorsque l'échantillon, au contact du microphone en transmission, risquerait de l'endommager par exemple ; ou si l'échantillon évolue trop rapidement pour laisser le temps de réaliser deux mesures. Ce sont les difficultés rencontrées avec les mousses liquides, pour lesquelles seule la mesure en réflexion est mise en œuvre. On tire alors profit de la mesure de l'admittance pour extraire le maximum d'informations possibles sur le matériau.
Le chapitre suivant va justement présenter l'étude des propriétés acoustiques des mousses liquides, dans la gamme de l'audible et grâce à des mesures au tube d'impédance.

Chapitre 2

Mousse liquide

Sommaire

2.1 Introduction aux mousses liquides 42
2.1.1 Composition et géométrie 42
2.1.2 Fabrication et caractérisation 48
2.2 Mesures ultrasonores et modèle pour les mousses liquides : les travaux de Pierre *et al.* 49
2.2.1 Contexte et présentation de l'étude 49
2.2.2 Différents régimes et propriétés surprenantes 51
2.2.3 Modèle pour mousses liquides 54
2.2.4 Terme de dissipation phénoménologique 59
2.3 Mesures dans l'audible 60
2.3.1 Matériel et méthode 60
2.3.2 Résultats expérimentaux et analyse pas à pas 62
2.3.3 Atténuation brute 63
2.3.4 Théorie de la propagation du son dans un liquide bulleux 64
2.3.5 Pertes thermiques 65
2.3.6 Pertes visqueuses 68
2.4 Lien entre les mesures dans l'audible et dans les ultrasons 74

Dans le précédent chapitre, nous avons décrit l'outil de nos mesures acoustiques : le tube d'impédance. Les chapitres suivants sont chacun consacrés à un matériau d'étude, à commencer par celui-ci, dédié aux mousses liquides.

Nous démarrons la Section 2.1 par une introduction à ces matériaux, présents au quotidien et qui nous entourent, depuis les produits cosmétiques (shampoing, mousse à raser) jusqu'à l'alimentation (mousse de *cappuccino* ou de bière, mousse au chocolat), en passant par certains types d'extincteurs ou encore l'écume des vagues. Leur composition chimique ainsi que les lois géométriques qui gouvernent leur structure sont présentées, avant de décrire notre méthode de fabrication et de caractérisation de ces mousses. La Section 2.2 sera ensuite consacrée à une précédente étude acoustique sur ces mousses, réalisée dans le domaine de l'ultrasonore. Cette étude a été une motivation pour regarder plus en détails la dissipation acoustique dans les mousses, dans une gamme de fréquence plus restreinte qu'est l'audible. Cette précédente étude est largement décrite car elle nous sera également utile par la suite, comme comparaison avec les mousses solides et notamment celles ayant des membranes liquides (trempées dans le savon). Les mesures et les résultats obtenus dans l'audible sont présentés en Section 2.3. Enfin, la Section 2.4 fera le lien entre dissipation dans la gamme de l'audible et dissipation dans la gamme ultrasonore.

2.1 Introduction aux mousses liquides

2.1.1 Composition et géométrie

La description de la mousse à différentes échelles, macroscopique, à l'échelle d'une bulle ou encore à l'échelle des molécules, permet d'introduire les mécanismes et les grandeurs importants lorsque l'on parle de mousse liquide.
Pour plus de détails sur les notions abordées tout au long de cette section, les ouvrages suivants constituent de très complètes références : *Les Mousses : structure et dynamique* de Cantat *et al.* (2010), *The Physics of Foams* de Weaire et Hutzler (2001) et *Gouttes, bulles, perles et ondes* de de Gennes *et al.* (2005).

2.1.1.1 Description de la mousse à l'échelle de ses constituants élémentaires

Les mousses liquides sont des milieux biphasiques, composés de gaz et de liquide. La mousse résulte d'un empilement de bulles de gaz, sur lequel nous reviendrons dans la sous-partie suivante. Ces bulles de gaz sont séparées les unes des autres par de fines membranes liquides (qu'on appelle communément des films de savon [1]). Ces films se rejoignent par trois pour former des arêtes (ou canaux) liquides qui contiennent la majorité du liquide de la mousse, et sont aussi appelées bords de Plateau, d'après le physicien Joseph Plateau (Plateau, 1873). La Figure 2.1(a) permet de voir la structure d'une mousse et ses différents constituants élémentaires.

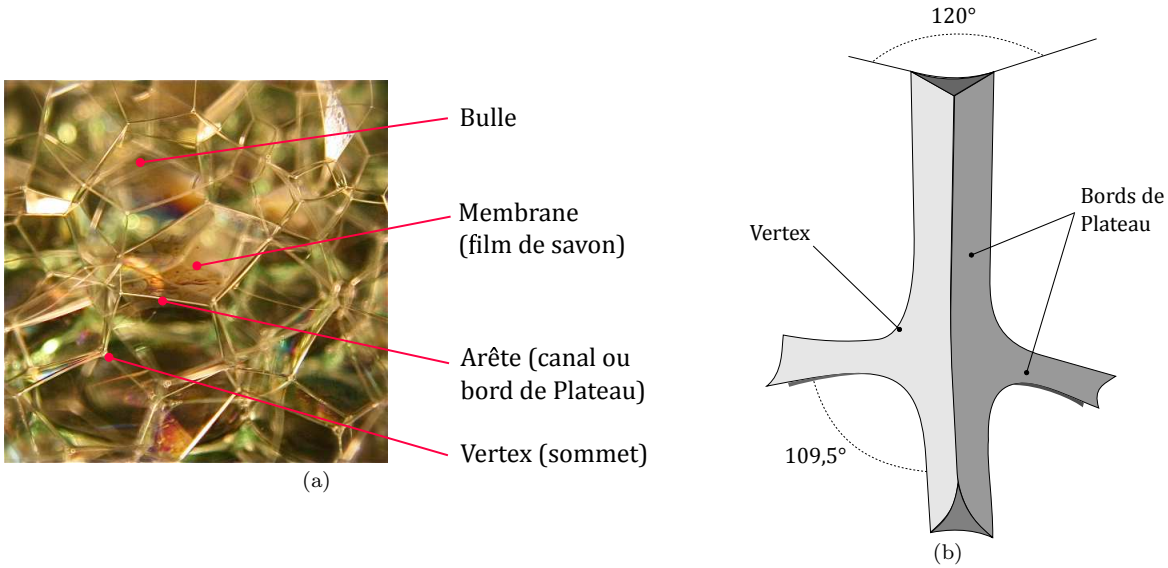


Fig. 2.1 – (a) Photographie d'une mousse liquide assez sèche, sur laquelle tous les constituants élémentaires de la mousse sont bien visibles : les bulles, les membranes (ou films de savon) qui les séparent les unes des autres, les arêtes liquides (ou canaux liquides, ou encore bords de Plateau) à la jonction entre trois films, et les vertex (ou sommets) à l'intersection de quatre arêtes. Cette dernière région est présentée plus en détails avec le schéma (b), qui est inspiré de celui présenté dans l'ouvrage Cantat *et al.* (2010). Les angles entre les films de savon et entre les bords de Plateau sont représentés : ils sont donnés par les lois de Plateau.

Les bords de Plateau ont pour section un triangle aux côtés concaves. Les lois de Plateau donnent les règles d'assemblage des constituants élémentaires de la mousse : l'angle de raccordement des trois films formant l'arête liquide est de 120°, tandis que quatre arêtes se connectent entre elles pour former un vertex (le sommet), l'angle entre les arêtes étant alors de $109,5°$ (et ce afin de conserver les angles de 120° entre les films).

1. En pratique pour réaliser une mousse liquide chez soi, ou surtout pour faire des films ou des bulles de savon, on utilise plutôt du liquide vaisselle, et non du savon à proprement parler.

La Figure 2.1(b) montre plus spécifiquement cette région de la mousse, où les bords de Plateau se rejoignent pour former un vertex.
Un raisonnement simple permet d'expliquer l'origine de l'angle de 120° entre les films, et repose sur la notion de tension de surface γ (également appelée tension superficielle).
La création de toute interface (ici entre le liquide des films et le gaz des bulles) a en effet un coût en énergie. L'augmentation de l'aire d'une interface, d'une quantité dS, a un coût en énergie libre donné par

$$dE_{\text{surf}} = \gamma dS\,, \tag{2.1}$$

où γ est la tension de surface. Elle peut donc être vue comme une énergie par unité de surface (J.m^{-2}) ou bien comme une force par unité de longueur (N.m^{-1}).
Cette équation traduit le fait qu'on tend à une minimisation de la surface : dans le cas d'un film de savon, celui-ci "tire" donc sur ses extrémités pour réduire sa surface. Il en résulte une force de tension superficielle, appliquée à la périphérie du film et qui est orientée vers l'intérieur de ce dernier.
L'arête à la jonction entre trois films est donc soumise à trois forces de tension superficielle. Leur somme vectorielle s'annule seulement si les trois angles entre les films sont tous égaux à 120°, ce qui nous donne la loi de Plateau.
Concernant la tension de surface γ nous y reviendrons plus en détail par la suite.

2.1.1.2 Fraction de liquide Φ_ℓ et limite d'empilement compact

Cette première description a permis d'introduire les constituants élémentaires de la mousse : les bulles de gaz ainsi que les films et canaux liquides. Nous allons voir à présent quelles sont les proportions respectives de gaz et de liquide.
Les mousses liquides se différencient des liquides bulleux par la quantité de bulles présentes [2]. Pour les mousses liquides on se situe en effet au-delà de la limite d'empilement compact, qui est la manière d'agencer des objets de volume identique (ici les bulles) dans un volume donné, de manière à maximiser la densité d'objets sans qu'ils se recouvrent. La quantité de bulles dans les mousses liquides est telle que les bulles sont au contact les unes des autres, et déformées, leur donnant une forme facettée (et non plus sphérique).
On peut calculer la limite d'empilement compact dans le cas d'un réseau cubique à face centrée, illustré Figure 2.2. Une face de la maille cubique est également représentée Figure 2.2, à la limite d'empilement compact. Si la maille a pour côté a, alors sa diagonale est telle que l'on a

$$a\sqrt{2} = 4R \tag{2.2}$$

où R est le rayon d'une bulle. Le volume V d'une bulle s'écrit donc

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\sqrt{2}}{24}\pi a^3\,. \tag{2.3}$$

Dans le réseau cubique à face centrée, on trouve une bulle à chacun des huit sommets ainsi qu'au centre de chacune des six faces. Une bulle située à un sommet n'a qu'un huitième de son volume compris à l'intérieur de la maille, tandis qu'une bulle située à une face a la moitié de son volume dans la maille. Le volume total de la maille occupé par les bulles, V_b, est donc

$$V_b = \left(8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2}\right) \frac{\sqrt{2}}{24}\pi a^3\,. \tag{2.4}$$

La limite d'empilement compact C, correspondant au volume de la maille occupée par les bulles, sur le volume total de la maille ($V_m = a^3$), vaut donc

$$C = \frac{V_b}{V_m} = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0.74\,. \tag{2.5}$$

2. Comme le dit le dicton, "Quand on aime, on ne compte pas".

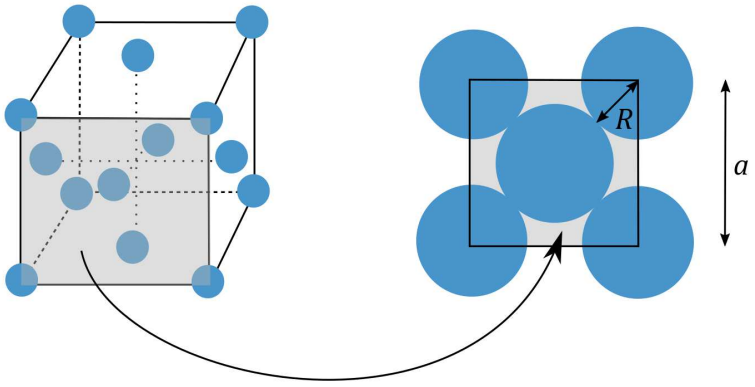


Fig. 2.2 – A gauche, schéma d'un réseau cubique à face centrée. Chaque rond bleu correspond à une bulle : la maille élémentaire de ce réseau en comporte 14 (une bulle à chaque des 8 sommets et une au centre des 6 faces). A droite, on représente une seule face dans le cas où la limite d'empilement compact est atteinte. Les bulles viennent tout juste au contact les unes des autres, mais ne se déforment pas : ce n'est pas le cas d'une mousse liquide, pour laquelle la limite d'empilement compact est justement dépassée, avec déformation des bulles.

Si les bulles ne se déforment pas, on a au maximum une fraction du volume occupé par les bulles (donc par le gaz) de $\Phi = 74\%$, soit une fraction volumique de liquide $\Phi_\ell = 1 - \Phi = 26\%$.
Dans les mousses la limite d'empilement compact est justement dépassée, ce qui signifie que l'on peut avoir une fraction volumique de gaz plus grande que 74%, et une fraction volumique de liquide en dessous de 26%. Expérimentalement, nous réaliserons des mousses entre $\Phi_\ell = 25\%$ (*mousse humide*) et $\Phi_\ell = 3\%$ (*mousse sèche*).

2.1.1.3 Surfactants et stabilité des films

Nous venons de voir que pour obtenir une mousse et non un liquide bulleux, il fallait une fraction de liquide relativement faible (inférieure à 26%). Connaître les proportions de gaz et de liquide n'est toutefois pas suffisant : faire une mousse avec de l'eau par exemple n'est pas une bonne idée. Les minces films d'eau qui séparent les bulles les unes des autres se rompent en effet très rapidement.
Il est nécessaire de stabiliser ces films, et l'on utilise pour cela des molécules tensio-actives, aussi appelées surfactants (dérivé de l'anglais *surface active agent*). Il s'agit de molécules ayant une tête hydrophile et une longue chaîne (une queue) hydrophobe, ce qui en fait des molécules amphiphiles (qui ont une double affinité, dont une avec l'eau ; on a aussi coutume de dire que ces molécules à la fois aiment et n'aiment pas l'eau). Mélangées à l'eau pour constituer la phase liquide de la mousse, ces molécules vont ainsi peupler spontanément les interfaces de la fine couche de liquide séparant les bulles, leur tête hydrophile étant dans le liquide et leur queue hydrophobe dans l'air.
La présence des surfactants abaisse la valeur de la tension de surface γ : le coût énergétique pour augmenter la taille des interfaces sera donc moindre que dans le cas d'une interface eau pure-gaz. La tension de surface diminue d'autant plus que la concentration en surfactants augmente. Sa valeur finit par se stabiliser une fois atteinte une concentration en surfactants telle que la surface en est saturée, appelée concentration micellaire critique. Au-delà de cette concentration, la tension de surface demeure inchangée et les molécules de surfactants ajoutées sont contraintes d'aller dans le liquide, et s'organisent en micelles (des structures généralement sphériques où toutes les têtes hydrophiles constituent la surface extérieure, les queues hydrophobes étant quant à elles regroupées à l'intérieur). La Figure 2.3 illustre une mince couche liquide saturée en surfactants.

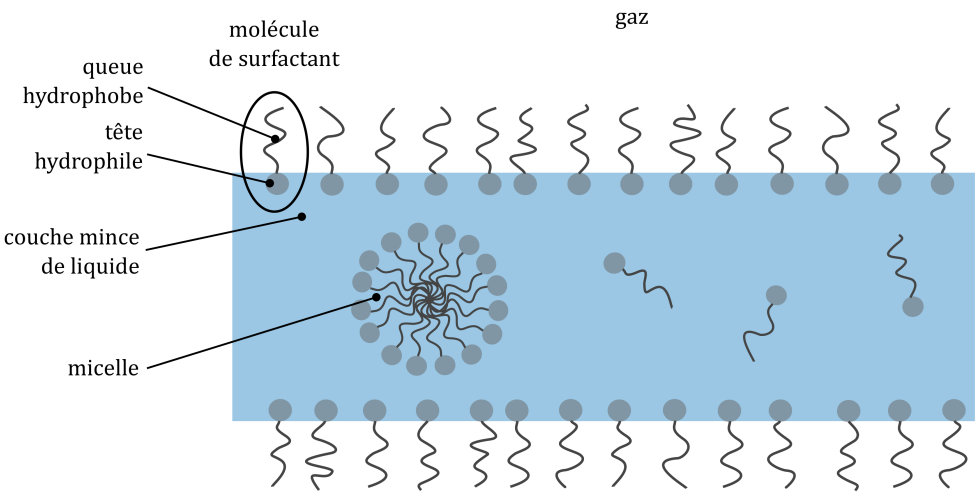


Fig. 2.3 – Schéma d'une mince couche liquide, dont chacune des deux interfaces liquide-gaz est saturée par des molécules de surfactants. La concentration micellaire critique étant dépassée, les surfactants qui ne peuvent plus peupler les interfaces s'organisent en micelles au sein du liquide, de sorte à avoir les queues hydrophobes regroupées à l'intérieur et les têtes hydrophiles à l'extérieur. Quelques surfactants isolés sont également présents en solution, c'est-à-dire dans le volume du liquide (et sans faire partie des micelles).

Les surfactants participent surtout à la stabilisation des films en ce qu'ils tendent à réparer les inhomogénéités. Si une inhomogénéité d'épaisseur apparaît dans le film (ce qui est susceptible d'entraîner sa rupture), celle-ci conduit également à un gradient de concentration en surfactants à la surface. Par effet Marangoni (Nierstrasz et Frens, 1999), un écoulement dans le liquide survient alors, depuis les zones de faibles tension de surface (concentration élevée en surfactants) vers les zones de tension de surface plus importantes (faible concentration), ce qui permet de réparer les fluctuations d'épaisseur du film et de concentration en surfactants.

La présence des surfactants contribue aussi, et surtout, à la stabilisation du film car elle permet de créer au sein du film une répulsion entre ses interfaces. L'existence de cette répulsion est primordiale pour contrebalancer les forces de Van der Waals, qui sont quant à elles responsables de l'attraction des molécules aux deux interfaces de la couche mince et qui conduisent à sa rupture.
Les molécules de surfactants utilisées peuvent être chargées électrostatiquement. Dans ce cas, elles induisent une répulsion électrostatique entre les molécules aux deux interfaces, lorsque leur distance est devenue suffisamment faible pour que cette interaction puisse avoir lieu. Même si les molécules ne sont pas chargées, une répulsion stérique est présente (Israelachvili et Wennerstroem, 1990) : les atomes des molécules occupent eux-même un certain espace, et rapprocher un atome trop près d'un autre a un coût énergétique (celui nécessaire au chevauchement des nuages électroniques).
On appelle pression de disjonction Π_d la contrainte exercée sur les interfaces, dans la direction qui leur est perpendiculaire (Ivanov, 1988; Bergeron, 1999). Son signe renseigne sur l'interaction entre les deux interfaces : il est positif lorsqu'elles se repoussent, ce qui est la condition de stabilité des films (et contribue à la stabilité des mousses). Les différents mécanismes précédemment mentionnés contribuent à la pression de disjonction : forces attractives de Van der Waals, répulsion électrostatique et répulsion stérique. Si la somme de ces contributions est positive, les interfaces se repoussent et les films peuvent donc être stables. Leur stabilité n'est cependant pas assurée pour n'importe quelle valeur de la pression de disjonction.

En effet, les films ne sont pas des éléments isolés, ils rejoignent les bords de Plateau. En raison de leur courbure, les bords de Plateau sont en dépression par rapport aux films et ont donc tendance à aspirer le liquide des films : il s'agit de succion capillaire. Ce mécanisme tend à amincir les films. La pression de

disjonction dans le film peut venir l'équilibrer de manière à stabiliser les films. C'est ce que nous allons écrire. Commençons par rappeler la loi de Laplace, qui établit le lien entre les pressions, la tension de surface et la forme d'une interface courbe. La différence de pression ΔP de part et d'autre d'une interface courbe s'écrit

$$\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) , \tag{2.6}$$

où R_1 et R_2 sont les rayons de courbure suivant les deux dimensions de l'interface. Le terme entre parenthèse de l'équation (2.6) correspond ainsi à la courbure moyenne de la surface.
Dans la géométrie particulière d'un bord de Plateau la loi de Laplace s'écrit

$$\Delta P = P - p = P_c = \gamma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) . \tag{2.7}$$

La différence de pression est celle entre la pression dans le liquide p (supposée uniforme dans tout le liquide) et celle du gaz dans les bulles P : on nomme cette différence de pression P_c, la pression capillaire. r_1 est le rayon de courbure défini dans le plan perpendiculaire à l'axe du bord de Plateau, et est de l'ordre de grandeur de la taille du bord de Plateau. r_2 est le rayon de courbure défini cette fois dans le plan parallèle à l'axe du bord de Plateau, et est de l'ordre de grandeur du rayon de courbure des bulles. On a donc $|r_1| \ll |r_2|$. On note $r = |r_1|$ ce qui permet de réécrire l'équation précédente

$$P_c \simeq \frac{\gamma}{r} . \tag{2.8}$$

Pour obtenir un film plat, capable de résister à la pression du gaz P qui s'exerce de part et d'autre, il faut que la pression dans le film soit celle du liquide p à laquelle s'ajoute une pression supplémentaire. Cette pression supplémentaire dans le film, c'est la pression de disjonction Π_d (voir Figure 2.4). À l'équilibre, pour une épaisseur e du film, la pression de disjonction est précisément égale à la pression capillaire

$$\Pi_d (e) = P_c \simeq \frac{\gamma}{r} . \tag{2.9}$$

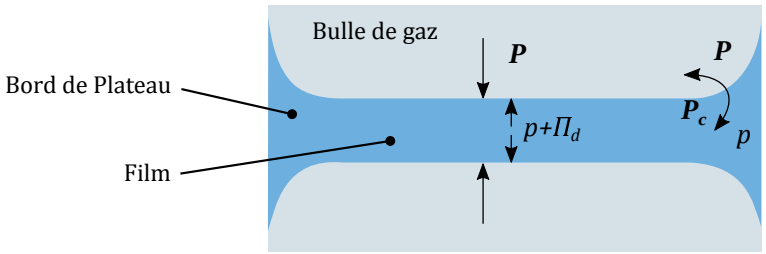


Fig. 2.4 – Schéma d'un film de savon relié aux bords de Plateau et séparant deux bulles de gaz. La pression dans le liquide est la même partout, p, et celle dans le gaz est notée P. En raison de la courbure des bords de Plateau, la différence de pression $P - p$, appelée pression capillaire P_c, est égale à la tension de surface divisée par le rayon de courbure de la bulle. Dans le film de savon, la pression est égale à la somme de la pression du liquide p et de la pression de disjonction Π_d, force répulsive entre les deux interfaces pour que le film soit stable. La pression de disjonction peut-être vue comme le saut de pression entre la pression dans le gaz et celle dans le liquide, au niveau du film de savon. La pression capillaire est quant à elle la différence de pression entre la pression dans le gaz et celle dans le liquide, au niveau du bord de Plateau. A l'équilibre, ces deux pressions sont égales et l'on peut écrire la condition de stabilité des films : $\Pi_d (e) = P_c \simeq \gamma / r$, avec e l'épaisseur du film.

Cette relation est celle à l'origine de films stables dans la mousse. On voit que la tension de surface γ y est essentielle, ce qui souligne l'importance jouée par les surfactants dans la phase liquide.

Le rayon de courbure r des bords de Plateau est un autre paramètre important, qui va dépendre de la géométrie de la mousse : pour les mousses humides avec de grosses bulles, r est assez grand et la pression capillaire P_c a des valeurs faibles (quelques Pa), tandis que pour des mousses avec des petites bulles et/ou des mousses sèches P_c devient forte (entre plusieurs centaines et plusieurs milliers de Pa).
Il existe deux épaisseurs d'équilibre stable pour les films, selon la valeur de P_c (Cantat *et al.*, 2010). Pour des valeurs basses de la pression capillaire, les films se stabilisent à une épaisseur de plusieurs dizaines de nanomètres. On les qualifie alors de films noirs communs. Pour les valeurs élevées de la pression capillaire, les films se stabilisent à une épaisseur de seulement quelques nanomètres. On les appelle alors films noirs de Newton. Dans les deux cas, l'appellation film noir vient du fait qu'à ces épaisseurs, les interférences de la lumière entre les deux interfaces des films sont purement destructives. Le film apparaît donc noir et non plus irisé comme c'est le cas à des épaisseurs plus importantes.

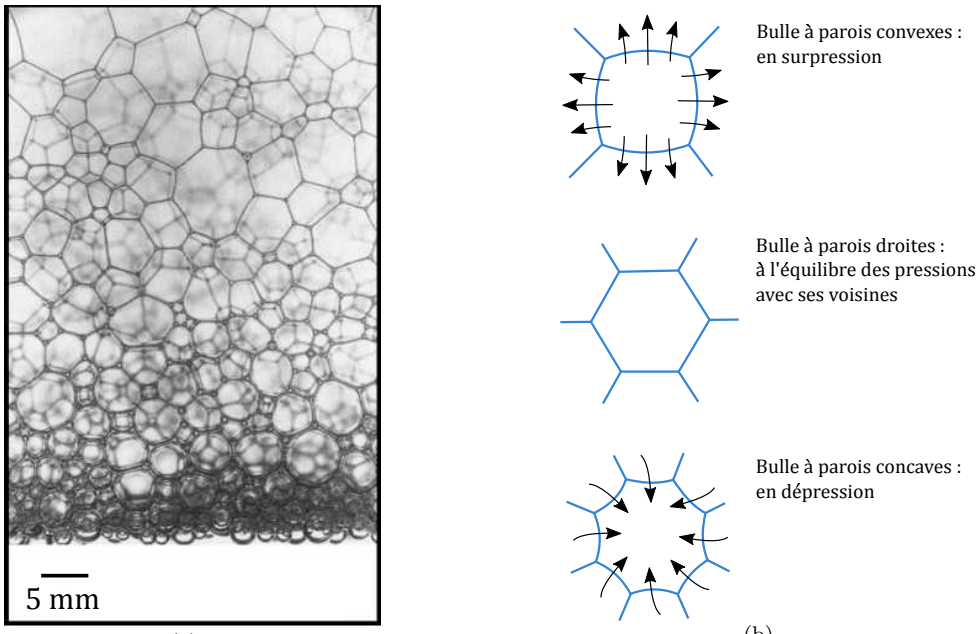
2.1.1.4 Vieillissement d'une mousse

Nous venons de voir que l'existence de films stables est possible. Pour autant la stabilité de la mousse liquide n'est que de (plus ou moins) courte durée. Même si les films ne rompent pas quasi instantanément, comme c'est le cas avec un film d'eau seule, assurant l'existence d'une mousse, celle-ci subit un certain nombre de mécanismes responsables de son évolution dans le temps : on parle du vieillissement de la mousse.

Un premier effet est le drainage. La mousse est soumise à la gravité, aussi le liquide a-t-il tendance à s'écouler vers le bas de la mousse. La mousse devient alors plus sèche en haut, et humide en bas là où les bulles sont en contact avec le réservoir de liquide, comme illustré Figure 2.5(a). Du point de vue énergétique, il est aussi plus favorable d'avoir une séparation totale des phases liquide et gazeuse, et une seule interface séparant les deux.
Un autre phénomène auquel est soumis la mousse est le mûrissement. Pour une mousse humide les bulles sont sphériques, et dans le cas d'une mousse polydisperse alors toutes les bulles ne sont pas toutes à la même pression : les petites bulles sont en surpression comparées aux bulles plus grandes. Les films liquides qui séparent les bulles ne sont par ailleurs pas entièrement étanches au gaz : celui-ci peut donc traverser les films d'une bulle à l'autre, ce qui permet d'équilibrer les pressions. On a ainsi coutume de dire que les petites bulles se vident dans les grandes. Pour les mousses plus sèches, dont les bulles sont alors polyédriques, un même phénomène se produit. Là encore toutes les bulles ne sont pas à la même pression (cette fois pas en raison d'une différence de rayon mais par rapport à la courbure de leurs parois, comme illustré Figure 2.5(b)) : en fonction de leur nombre de voisines, certaines bulles ont majoritairement des côtés convexes et sont alors en surpression. A l'inverse d'autres bulles ayant davantage de voisines ont leurs côtés plutôt concaves, elles sont donc en dépression. Les bulles en surpression se vident ainsi dans les bulles voisines, tandis que les bulles qui étaient en dépression grossissent.
Dans les deux cas que nous venons de décrire, il en résulte une diminution du nombre total de bulles dans la mousse, ainsi qu'une augmentation de la taille des bulles.

Un autre phénomène conduit à ce résultat, mais *via* un mécanisme différent : celui de la coalescence. Lorsqu'un film liquide se rompt, les deux bulles qu'il séparait se rejoignent et coalescent. Malgré la stabilité que les films peuvent atteindre, et que nous avons précédemment décrite, les films n'en demeurent pas moins des objets fragiles. Une fluctuation locale de l'épaisseur autour de sa valeur d'équilibre peut entraîner la rupture. Les films situés à la périphérie de la mousse peuvent être au contact de poussières, susceptibles de causer une rupture. Enfin, les films et plus généralement les parties liquides au contact de l'air libre subissent l'évaporation, source là encore de ruptures.

La mousse liquide est donc un matériau éphémère : selon la fraction de liquide, la taille des bulles, le surfactant utilisé ou encore la nature du gaz, sa durée de vie varie. Dans les expériences présentées, nous préciserons quelle est la durée caractéristique d'évolution de la mousse dans le temps, comparée à la durée des expériences.



(a) (b)

Fig. 2.5 – (a) Photographie d'une mousse tirée de Saint-Jalmes (2006). En raison du drainage, un réservoir de liquide s'est formé sous la mousse (zone blanche du cliché). Les bulles au contact de ce réservoir sont sphériques et la mousse est humide, tandis que la partie haute de la mousse est sèche et présente des bulles polyédriques. (b) Schémas illustrant le phénomène de mûrissement, pour une mousse dont les bulles sont polyédriques. Au centre, une bulle ayant 6 voisines a ici ses parois droites : elle est à l'équilibre des pressions avec ses voisines. En haut, une bulle a moins de voisines et donc des parois convexes : la bulle est en surpression. En bas en revanche, la bulle a davantage de voisines, des parois concaves et se trouve donc en dépression. Les échanges de gaz à travers les films entraînent une diminution du nombre total de bulles dans la mousse et une augmentation de la taille des bulles, les bulles en surpression se vidant dans celles en dépression.

2.1.2 Fabrication et caractérisation

Pour fabriquer nos mousses liquides nous employons une technique dite "double-seringue". Deux seringues sont en effet connectées entre elles par une petite constriction. Après avoir rempli la première du volume souhaité de liquide, complété par le volume de gaz, on réalise plusieurs aller-retours en poussant le contenu d'une seringue à l'autre. Le passage par la constriction permet le mélange entre les deux phases et ainsi le moussage. Un cycle de 10 aller-retours seulement assure la reproductibilité de la technique, qui permet d'obtenir un rayon moyen de bulles R de $10 - 20\,\mu$m, et ce indépendamment de la fraction de liquide Φ_ℓ (Drenckhan et Saint-Jalmes, 2015; Gaillard *et al.*, 2017). Cette méthode permet de faire varier indépendamment ces deux paramètres de la mousse.
Pour obtenir des tailles de bulles plus importantes, il suffit de laisser la mousse vieillir dans la seringue (le mûrissement assurant l'augmentation progressive de la taille des bulles). Laisser le vieillissement se faire tout en gardant la mousse dans la seringue permet d'éviter l'évaporation, et offre la possibilité de tourner la seringue pour annuler la gravité et éviter le drainage de la mousse.

Pour caractériser nos mousses, nous avons besoin de connaître la fraction de liquide et la taille des bulles. La fraction de liquide dans la mousse est identique à celle mise initialement dans la seringue au moment de la fabrication. Il s'agit d'un paramètre connu.
La taille des bulles est quant à elle obtenue par analyse d'images (Gaillard *et al.*, 2015). On procède par la

méthode du “radeau de bulles” : une petite quantité de mousse est déposée sur un bain du liquide utilisé pour faire la mousse. On obtient ainsi une assemblée de bulles faciles à imager au microscope, puis dont la taille est analysée à l'aide d'un logiciel de traitement d'images (ImageJ dans notre cas). Comme illustré dans l'exemple de la Figure 2.6, l'analyse d'images permet d'obtenir la distribution en taille des bulles. Celle-ci suit une distribution log-normale. Un rayon médian ainsi qu'une polydispersité en sont extraits. La polydispersité est déterminée par un indice PI, défini comme $\mathrm{PI} = \sqrt{\ln(1+\sigma^2)}$, où σ est la déviation standard normalisée de la distribution en taille des bulles.

Maintenant que les mousses liquides, ainsi que leur fabrication et caractérisation, ont été introduites, nous

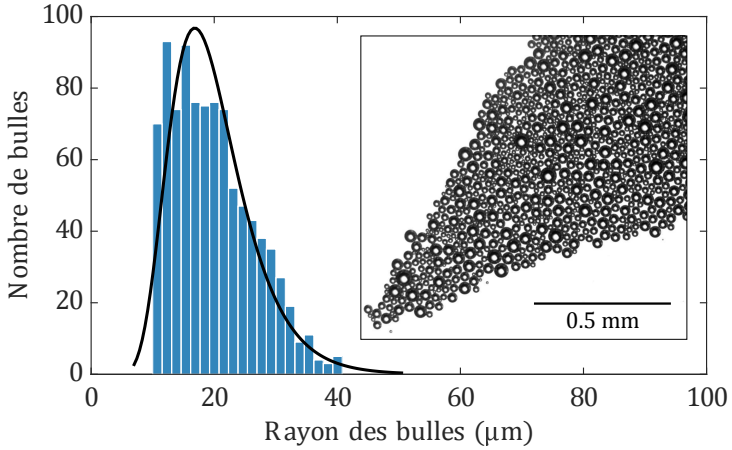


Fig. 2.6 – La photographie (en insert) d'un radeau de bulles a permis, par analyse d'image, d'obtenir l'histogramme de la distribution en rayon des bulles. Cette distribution est ajustée par une loi log-normale (en trait plein) permettant d'en extraire un rayon médian, ici $R = 19\,\mu$m et un indice de polydispersité, ici $\mathrm{PI} = 0.32$. Il s'agit d'une mousse dont la phase gazeuse est de l'air saturé en vapeur de C_6F_{14} (perfluorohexane), et avec une fraction de liquide $\Phi_\ell = 10\%$.

présentons dans les prochaines sections des études acoustiques conduites sur ces milieux.

2.2 Mesures ultrasonores et modèle pour les mousses liquides : les travaux de Pierre *et al.*

2.2.1 Contexte et présentation de l'étude

L'équipe de recherche avec laquelle j'ai réalisé ma thèse consacrait déjà une partie de ses études aux mousses liquides. En particulier, des mesures acoustiques dans l'ultrasonore avaient été réalisées (Pierre *et al.* (2013a) et Pierre *et al.* (2014b)) : les principaux résultats sont présentés dans cette partie. La vitesse du son dans les mousses liquides, son atténuation, ainsi que la densité effective des mousses ont pu être obtenues sur une large gamme de fréquences ($60 - 600\,$kHz).
Nous commençons par donner les motivations de ces études. D'une part, il s'agissait de développer des méthodes acoustiques pour caractériser les mousses liquides, et tout particulièrement leur taille des bulles, ayant l'avantage d'être non destructives. La spectroscopie optique s'avère en effet inadaptée pour les mousses liquides en raison de leur opacité. D'autre part, une étude des propriétés acoustiques des mousses liquides sur une large gamme de fréquences apparaissait nécessaire pour expliquer les différentes vitesses du son relevées dans ces milieux. Des précédentes études indiquaient ainsi une vitesse du son de l'ordre de $50\,$m/s (Wood, 1930), tandis que d'autres relevaient des vitesses proches de $220\,$m/s (Kann, 2005), selon les mousses.

Le dispositif utilisé par les auteurs est le suivant : un coefficient complexe de transmission à travers l'échantillon de mousse est obtenu à l'aide de deux transducteurs aériens. Un premier transducteur émet un pulse gaussien, reçu par le second transducteur en transmission après avoir traversé l'échantillon, comme illustré Figure 2.7. Deux pulses, respectivement centrés autour de 150 et 400 kHz permettent de couvrir la gamme de fréquences [60 ; 600] kHz.

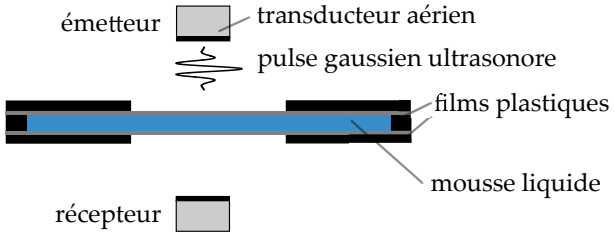


Fig. 2.7 – Schéma du dispositif expérimental pour les mesures ultrasonores. Un échantillon de mousse d'épaisseur contrôlée est fermé par deux films plastiques fins. Deux transducteurs aériens sont utilisés, l'un en émission et l'autre en réception, afin de mesurer le coefficient de transmission complexe à travers l'échantillon de mousse.

Pour que l'épaisseur de la mousse soit bien contrôlée et ne varie pas au cours du temps, l'échantillon est fermé en haut et bas par un film plastique fin (3 microns), quasiment transparent pour les ultrasons (la transmission au travers du film seul étant par ailleurs caractérisée afin de la prendre en compte). La mousse liquide se révélant être très atténuante pour les ultrasons, l'épaisseur de la mousse est fixée à 0.5 ou 1 mm, de manière à bien mesurer un signal transmis.
Le coefficient de transmission mesuré correspond à celui du système {air-film-mousse-film-air}. Les travaux de Brekhovskikh (1980) consacrés à la propagation d'onde dans des milieux stratifiés, présentés lors du premier chapitre Section 1.4, peuvent à nouveau être utilisés. La mousse étant très atténuante, cela permet de négliger les réflexions multiples. Le coefficient de transmission à travers la mousse peut ainsi être déduit, donnant accès au nombre d'onde complexe k dans la mousse. Les détails sont donnés dans la publication Pierre *et al.* (2013a). Ce nombre d'onde permet ensuite de déduire la vitesse de propagation du son v ainsi que son atténuation α dans la mousse, puisque $k = \omega/v + j\alpha$.

Le nombre d'onde est également relié aux propriétés effectives de la mousse. La notion de propriété effective se comprend de la manière suivante : plutôt que de voir la mousse comme un milieu hétérogène, composé de deux phases ayant chacune ses propriétés, la mousse peut être considérée comme un milieu homogène dit effectif, avec de nouvelles propriétés. Cette approche est possible lorsque la longueur d'onde est bien plus grande que la taille des inclusions ou des diffuseurs (ici la taille des bulles). Les propriétés effectives dépendent bien sûr des propriétés de ses constituants, mais elles peuvent en dépendre de manière plus ou moins complexe. La manière la plus simple dont une propriété effective du milieu peut dépendre de ses constituants est celle donnée par la loi de mélange : elle dépend alors des propriétés de chacun des constituants, pondérées par leur proportion respective. Dans le cas d'une mousse liquide, on peut par exemple écrire la densité effective ρ_{eff} en fonction de celle du liquide ρ_ℓ et de celle du gaz ρ_g

$$\rho_{\text{eff}} = \Phi_\ell \, \rho_\ell + (1 - \Phi_\ell) \, \rho_g \, , \tag{2.10}$$

en suivant une loi de mélange, avec Φ_ℓ la proportion de liquide dans la mousse.
De la même manière, on peut aussi écrire le module de compressibilité effectif $\chi_{\text{eff}} (= 1/K_{\text{eff}})$ en fonction de ceux du liquide et du gaz, suivant une loi de mélange :

$$\chi_{\text{eff}} = \Phi_\ell \, \chi_\ell + (1 - \Phi_\ell) \, \chi_g \, . \tag{2.11}$$

D'après les équations données Section 1.3 du premier chapitre, le nombre d'onde s'écrit en fonction de la densité effective de la mousse ρ_{eff} et de son module de compressibilité effectif χ_{eff} :

$$k = \omega\sqrt{\rho_{\text{eff}}\chi_{\text{eff}}}\,. \tag{2.12}$$

Avec seulement une mesure, donnant uniquement k, il n'est pas possible de déduire à la fois ρ_{eff} et χ_{eff} sans émettre d'hypothèse. Dans les travaux de Pierre *et al.* (2014b), l'hypothèse que χ_{eff} est connu et donné par une loi de mélange, équation (2.11), est justement formulée. Nous verrons sa justification par la suite, lorsque nous présenterons le modèle développé dans cette étude. Cela permet ainsi de déduire la densité effective de la mousse à partir du nombre d'onde. Ces résultats, en plus de la vitesse et de l'atténuation du son dans la mousse, sont présentés dans la prochaine partie, et proviennent de la publication Pierre *et al.* (2014b).

2.2.2 Différents régimes et propriétés surprenantes

Les mesures ultrasonores précédemment décrites ont été mises en œuvre par les auteurs sur les mousses liquides suivantes. Pour la phase liquide, en plus de l'eau distillée, le surfactant employé est le dodécyl sulfate de sodium (abrégé en SDS d'après son appellation anglaise), à une concentration de 10 g/L de sorte à être au-delà de la concentration micellaire critique et d'avoir ainsi une valeur constante de la tension de surface, $\gamma = 35\,\text{mN/m}$. Ce surfactant est utilisé pour sa bonne moussabilité. La phase liquide contient également 0.5 g/L de xanthane qui, en augmentant la viscosité du fluide, réduit la vitesse du drainage (Safouane *et al.*, 2006). La mince épaisseur de mousse (entre 0.5 et 1 mm) ainsi que la taille des bulles (inférieure à 50 μm) et la présence du xanthane permettent de négliger tout gradient de liquide dans la mousse lié au drainage (Maestro *et al.*, 2013). La phase gazeuse est quant à elle composée d'air saturé par de la vapeur de C_6F_{14} (perfluorohexane), un gaz très peu soluble qui ralentit donc le mûrissement de la mousse (Safouane *et al.*, 2006). L'échelle de temps à laquelle la mousse évolue (par l'augmentation de sa taille des bulles) est d'environ dix minutes pour ces mousses. La mesure acoustique est quant à elle réalisée à une échelle de temps bien plus courte, de l'ordre de la seconde, sur laquelle on peut considérer que la mousse demeure identique.
Des mesures au cours du temps (jusqu'à environ deux heures) sont réalisées, afin d'obtenir les propriétés acoustiques de la mousse en fonction de la fréquence pour différentes tailles de bulles. Celles-ci sont obtenues en laissant un excédent de mousse vieillir dans la double-seringue utilisée pour sa fabrication. A chaque mesure ultrasonore, une partie de cet excédent de mousse est prélevé et utilisé pour imager la mousse et obtenir sa taille de bulles (grâce à la technique du radeau de bulle précédemment décrite) [3].

Le nombre d'onde k issu des mesures expérimentales est présenté Figure 2.8, à différents temps, donc pour différentes tailles de bulles. On constate une variation importante du comportement acoustique de la mousse lorsque la taille des bulles change, indiquant qu'il s'agit d'un paramètre clé pour l'acoustique dans ces milieux. Ici la mousse utilisée a une fraction de liquide Φ_ℓ de 11%.
On rappelle que la partie réelle du nombre d'onde en fonction de la fréquence renseigne sur la vitesse, $\Re(k) = \omega/v$. Aux temps courts et aux petites tailles de bulles ($t = 2\,\text{min}$ et $R = 15\,\mu\text{m}$), la vitesse est indépendante de la fréquence ($\Re(k)$ en fonction de la fréquence est une droite) et proche de la vitesse prédite par la loi de mélange, dont nous allons tout de suite donner le calcul. D'après les équations (2.10) et (2.11), et puisque le gaz est beaucoup plus compressible que le liquide et beaucoup moins dense que lui ($\chi_\ell \ll \chi_g$ et $\rho_g \ll \rho_\ell$), les lois de mélange peuvent se simplifier

$$\rho_{\text{eff}} = \Phi_\ell\,\rho_\ell \tag{2.13}$$

$$\chi_{\text{eff}} = (1-\Phi_\ell)\,\chi_g. \tag{2.14}$$

Avec une compression isotherme du gaz et dans l'hypothèse d'un gaz parfait ($\chi_g = 1/P_0$, où P_0 est la pression atmosphérique) cela permet finalement d'écrire la vitesse prédite par la loi de mélange

$$v_{\,\text{Wood}} = \sqrt{\frac{1}{\rho_{\text{eff}}\,\chi_{\text{eff}}}} = \sqrt{\frac{P_0}{\rho_\ell\Phi_\ell(1-\Phi_\ell)}}\,. \tag{2.15}$$

3. On suppose alors que la mousse restée dans la seringue vieillit de la même manière que la mousse placée dans le dispositif de mesure ultrasonore.

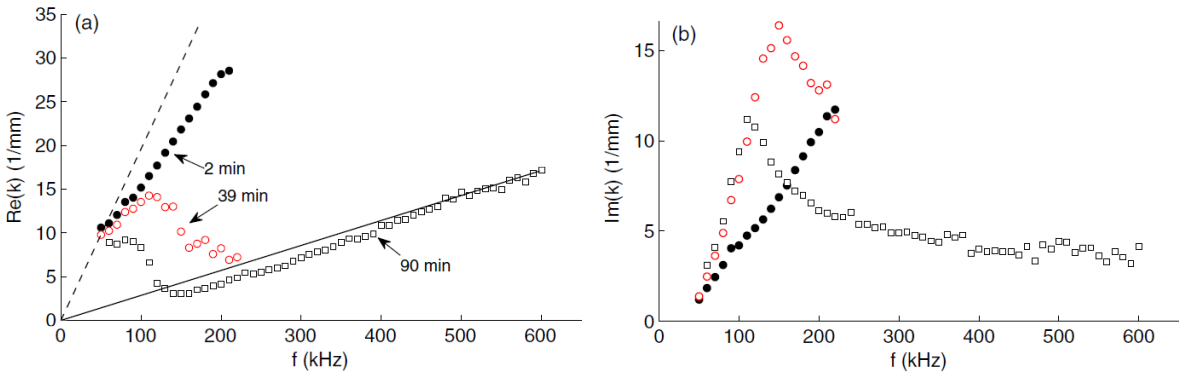


Fig. 2.8 – Données expérimentales et figures tirées de Pierre *et al.* (2014b). Parties (a) réelle et (b) imaginaire du nombre d'onde k dans la mousse. La pente de la partie réelle renseigne sur la vitesse du son dans la mousse ($\Re(k) = \omega/v$) et la partie imaginaire est directement égale à l'atténuation ($\Im(k) = \alpha$). Des mesures à différents temps sont présentées : les cercles plein noirs correspondent à $t = 2\,\text{min}$ et $R = 15\,\mu\text{m}$, les cercles vides rouges correspondent à $t = 39\,\text{min}$ et $R = 34\,\mu\text{m}$ et les carrés vides noirs correspondent à $t = 90\,\text{min}$ et $R = 45\,\mu\text{m}$. La fraction de liquide demeure inchangée au cours du temps et vaut 11%. Sur la partie réelle, la ligne pointillée représente la pente correspondant à une vitesse de 32 m/s et la ligne en trait plein à une pente correspondant cette fois à une vitesse de 220 m/s.

On l'appelle également vitesse de Wood car c'est celle du régime observé par Wood (1930).
Avec $\Phi_\ell = 11\%$, on trouve que cette vitesse vaut 32 m/s, ce qui est proche de la valeur obtenue expérimentalement pour les petites bulles. Toutefois, lorsque ces dernières grossissent, la loi de mélange et la vitesse de Wood associée ne permettent plus d'expliquer les valeurs obtenues pour la vitesse. A des tailles de bulles plus larges ($R = 34\,\mu\text{m}$) la vitesse varie notamment avec la fréquence. Pour des bulles encore plus larges ($R = 45\,\mu\text{m}$), on retrouve une vitesse constante avec la fréquence à partir de 100 kHz, la vitesse atteignant alors un plateau à environ 220 m/s.
Cette vitesse-ci peut être retrouvée en s'inspirant du modèle proposé par Kann (2005), qui tient compte de la présence des films dans la mousse. On peut prédire une vitesse donnée par l'expression

$$v_{\text{Kann}} = \sqrt{\frac{P_0}{[\rho_\ell \Phi_m / x^2 + (1-\Phi_\ell)\rho_g](1-\Phi_\ell)}}, \tag{2.16}$$

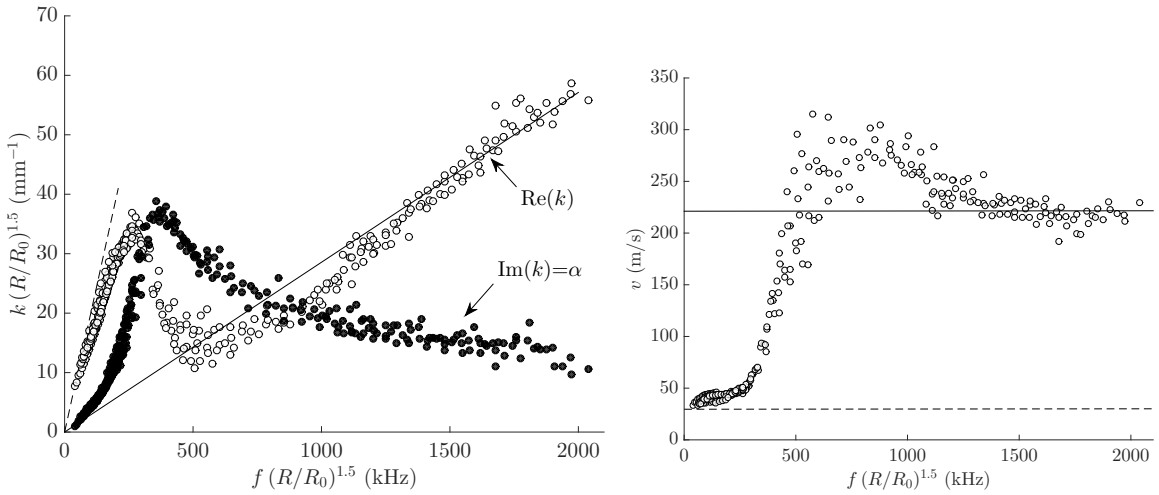
en tenant compte de x, qui est la fraction de surface couverte par les membranes et de Φ_m la fraction volumique des membranes. Le régime de Kann peut être vu comme la description d'une propagation au sein d'un gaz, ce qui explique que l'on observe une vitesse du son plus élevée (plus proche de celle dans le gaz), mais dans un gaz rendu légèrement plus lourd par la présence des films (d'où le fait que la vitesse reste inférieure à celle dans le gaz).
Princen (1985) a donné une loi empirique pour x :

$$x = 1 - 3.20[7.70 + (1-\Phi_\ell)/\Phi_\ell]^{-1/2}\,, \tag{2.17}$$

qui nous donne $x = 0.2$ pour $\Phi_\ell = 11\%$. En utilisant cette valeur de x on obtient $v_{\text{Kann}} = 220\,\text{m/s}$ en prenant la valeur $\Phi_m = 0.01\%$, qui est une valeur raisonnable compte tenu de R et Φ_ℓ considérés ici.

Après la vitesse, voyons ce qu'il en est de l'atténuation (directement égale à la partie imaginaire de k). On observe qu'elle commence par augmenter lorsque la taille des bulles augmente, avant de diminuer, passant ainsi par un maximum pour une certaine taille de bulles.
Lorsque l'atténuation est trop élevée, il n'est plus possible de mesurer un signal transmis à travers l'échantillon : c'est pour cette raison qu'il n'y a pas de points expérimentaux peu après 200 kHz sur la Figure 2.8.

Les auteurs ont montré que les courbes obtenues pour des tailles de bulles différentes peuvent toutes se ramener sur une même courbe maîtresse. Il faut alors procéder à un rescaling des données : la fréquence et le nombre d'onde sont tous deux multipliés par $(R/R_0)^{1.5}$, où R est le rayon des bulles et R_0 un rayon de référence que l'on choisit ici de l'ordre du plus petit rayon mesuré au cours du temps, soit $R_0 = 20\,\mu$m. La puissance 1.5 est celle qui permet d'obtenir le meilleur regroupement des données sur une courbe maîtresse. Les résultats ainsi obtenus sont présentés Figure 2.9(a) pour le nombre d'onde (dont la partie imaginaire donne directement l'atténuation), et Figure 2.9(b) pour la vitesse du son.



(a) (b)

Fig. 2.9 – D'après les données expérimentales de Pierre *et al.* (2014b). (a) Parties réelle et imaginaire du nombre d'onde k dans la mousse, respectivement en ronds blancs et noirs. Le nombre d'onde et la fréquence ont subi un rescaling en $(R/R_0)^{1.5}$ afin que les mesures successives à différentes tailles de bulles R se rejoignent sur une courbe maîtresse. Ici $R_0 = 20\,\mu$m. Comme sur la figure précédente, la ligne en pointillé sur la partie réelle représente la pente correspondant à une vitesse de 32 m/s (vitesse de Wood prédite par la loi de mélange) et la ligne en trait plein à une vitesse de 220 m/s (vitesse de Kann). L'atténuation α est directement égale à la partie imaginaire du nombre d'onde, et on représente ici aussi (b) la vitesse.

Sur la partie réelle du nombre d'onde on retrouve les deux régimes non-dispersifs, qui s'avèrent être également deux régimes asymptotiques à basses et hautes fréquences [4]. Sur la partie imaginaire, on observe l'évolution de l'atténuation avec la fréquence : celle-ci commence par augmenter rapidement, avant d'atteindre un maximum, puis de diminuer et tendre lentement vers un plateau. L'atténuation importante mesurée ici traduit la capacité de la mousse liquide à réduire l'amplitude des ondes sonores qui la traversent. Les tailles des bulles sont ici assez petites (de l'ordre de quelques dizaines de microns) et l'on peut s'attendre à ce que le maximum d'atténuation soit atteint pour des fréquences plus basses (éventuellement des fréquences audibles) lorsque la taille des bulles augmente.
On peut directement voir l'évolution de la vitesse Figure 2.9(b). On retrouve les deux régimes où la vitesse est constante avec la fréquence, et vaut soit un peu moins de 50 m/s (ce qui est proche de la loi de mélange qui prédit une vitesse de 32 m/s), soit une vitesse de 220 m/s, avec une transition pour passer de l'une à l'autre. Remarquons que ces vitesses sont très différentes de celles de chacun des constituants de la mousse, en l'occurrence bien plus faibles.
Enfin, si l'on suppose connu le module de compressibilité effectif de la mousse (donné par une loi de mélange),

4. La notion de basse fréquence employée ici est à replacer dans le contexte de la gamme de fréquences étudiées : ici "basses fréquences" correspond tout de même à plusieurs dizaines de kHz.

alors il est possible de déduire la densité effective de la mousse à partir du nombre d'onde. C'est ce qui est fait, et présenté Figure 2.10.
Le résultat le plus remarquable est que la partie réelle de la densité passe par des valeurs négatives, pour

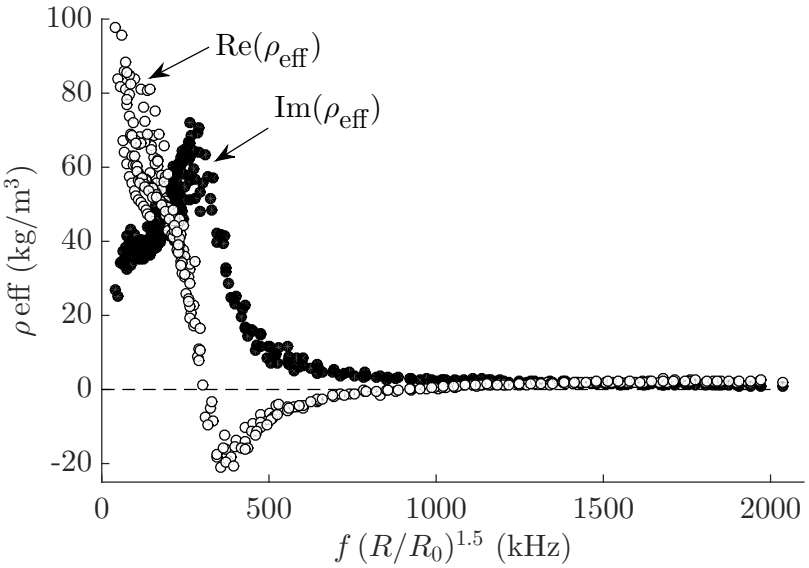


Fig. 2.10 – Parties réelle et imaginaire de la densité effective de la mousse ρ_{eff}, respectivement en ronds blancs et noirs. La partie réelle passe par des valeurs négatives tandis que la partie imaginaire passe par un maximum, traduisant un maximum de la dissipation dans la mousse.

des fréquences comprises entre 100 et 300 kHz environ. Il s'agit d'un comportement assez peu intuitif, qui traduit le fait que si l'on incite un élément de volume à se déplacer dans une direction, il répond en allant en sens inverse.
On observe également qu'à basse fréquence, la densité diminue rapidement pour atteindre les valeurs négatives. Les valeurs à basse fréquence sont proches de celles prédites par le régime de Wood (la loi de mélange) : pour $\Phi_\ell = 11\%$ et une densité de la phase liquide similaire à celle de l'eau, la loi de mélange prédit en effet (équation (2.13)) une densité effective de 110 kg/m^3. C'est vers cette valeur que tend la densité effective à basse fréquence.
Enfin à haute fréquence parties réelles et imaginaires de la densité tendent vers un plateau : la partie réelle tend vers quelques kg/m^3 tandis que la partie imaginaire tend vers zéro.
La partie imaginaire augmente quant à elle avec la fréquence, jusqu'à atteindre un maximum, associé au maximum de l'atténuation observé précédemment, avant de diminuer.
La zone fréquentielle où la partie réelle de la densité effective est négative, et sa partie imaginaire maximale, correspond à un phénomène de résonance, que nous allons voir par la suite.

En effet, les auteurs ont également proposé un modèle du comportement de la mousse, qui permet notamment de retrouver les différents régimes décrits et de mettre en évidence une résonance. Ce modèle est désormais présenté.

2.2.3 Modèle pour mousses liquides

Le modèle établi par les auteurs repose sur une vision schématique et simplifiée de ce qu'est une mousse liquide : une succession de bulles d'air, séparées entre elles par de fines membranes liquides, elles-mêmes attachées à des anneaux liquides plus massifs (les bords de Plateau). Un élément important pour la modélisation est la répartition du liquide de la mousse au sein de ces deux constituants : les films d'une part et les bords

de Plateau (qui contiennent la majorité du liquide) d'autre part. Chacun de ces deux éléments peut vibrer différemment face à une excitation acoustique. La Figure 2.11 illustre cette vision schématique et permet d'introduire les forces en jeu, à l'échelle d'une seule membrane et d'un seul anneau.

Précisons que nous présentons ici le modèle de façon simplifiée, en veillant à en donner les éléments clés mais sans nécessairement tout démontrer. Pour plus de détails et de développements sur le modèle, les références suivantes peuvent être consultées : l'article de Pierre *et al.* (2014b) ainsi que son Supplemental Material Pierre *et al.* (2014a), et l'HDR (en Français) de Leroy (2016).

Modèle "jouet" : une membrane et un anneau

On considère pour l'instant une membrane flexible (le film liquide) de rayon a, tendue sur un anneau rigide (le bord de Plateau) de rayon b. L'ensemble est placé dans un porte-échantillon cylindrique, de sorte à pouvoir supposer un glissement sans frottement à la paroi. La membrane d'épaisseur e et de densité ρ est également caractérisée par sa tension $T = 2\gamma$, puisque γ est la tension de surface du liquide et que la membrane comporte deux interfaces.
Nous allons écrire la réponse du système {membrane+anneau} lorsque ce dernier est soumis à une différence de pression ΔP, imposée par l'onde acoustique. Comme dans le premier chapitre, on omet la dépendance temporelle en $e^{-j\omega t}$ pour alléger les notations.
On note u le déplacement de la membrane et U celui de l'anneau. La tension de la membrane s'oppose à toute déformation de celle-ci et est à l'origine d'une force de rappel, correspondant à la force de tension de surface $\vec{\gamma}$.

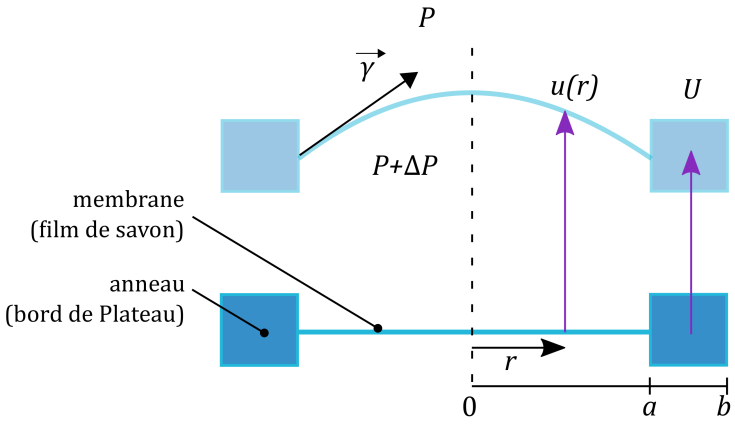


Fig. 2.11 – Schéma d'un anneau (le bord de Plateau) sur lequel est tendue une membrane (le film de savon). Il s'agit d'une représentation en coupe, le problème est à géométrie circulaire. En bas et en bleu foncé est représenté le système au repos, tandis qu'en bleu clair apparaissent les déplacements de l'anneau U et de la membrane u (flèches violettes). L'anneau rigide est translaté sous l'effet de la différence de pression ΔP, alors que la membrane flexible est à la fois translatée et déformée. L'amplitude de déformation est toutefois exagérée ici pour être bien visible. La tension de la membrane est à l'origine d'une force de rappel $\vec{\gamma}$ qui assure le couplage entre les deux éléments.

En appliquant le bilan des forces sur une portion de membrane comprise entre r et $r + dr$, on trouve la relation suivante

$$-\omega^2 \rho e\, u = \Delta P + \frac{1}{r}\, 2\gamma\, \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial u}{\partial r}\right) . \tag{2.18}$$

En introduisant un nombre d'onde q, tel que

$$q^2 = \frac{\omega^2 \rho e}{2\gamma}\,, \tag{2.19}$$

on peut mettre l'équation (2.18) sous la forme

$$q^2 u + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) = -\frac{\Delta P}{2\gamma}\,. \tag{2.20}$$

Il s'agit d'une équation différentielle de Bessel avec un terme de forçage au membre de droite. Les solutions de ce type d'équation sont connues, et s'écrivent sous la forme

$$u(r) = -\frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e} + A J_0(qr)\,, \tag{2.21}$$

J_0 étant la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et A la constante d'intégration déterminée grâce aux conditions limites. Dans notre cas, il s'agit du raccordement des déplacements en $r = a$, où le déplacement de la membrane est égal à celui de l'anneau, autrement dit $u(a) = U$. Cela permet finalement d'écrire le déplacement en tout point de la membrane

$$u(r) = -\frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e} + \frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\left[\frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e} + U\right]. \tag{2.22}$$

Le couplage entre les deux éléments apparaît, puisque le déplacement de la membrane dépend de celui du bord de Plateau.
Écrivons justement le déplacement de ce dernier. L'anneau de masse M est également soumis à la différence de pression, ainsi qu'à la force de traction exercée par la membrane. Le bilan des forces conduit à

$$-\omega^2 M U = \Delta P \pi (b^2 - a^2) - 4\pi a \gamma \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=a}\,. \tag{2.23}$$

A nouveau le couplage entre déplacement de la membrane et déplacement de l'anneau est visible.
Pour écrire finalement le déplacement moyen de la membrane $\langle u \rangle$ et le déplacement du bord de Plateau U, on tire profit des relations suivantes sur les fonctions de Bessel

$$J_0' = -J_1\,, \tag{2.24}$$

$$\int_0^a r J_0(qr)\mathrm{d}r = \frac{a}{q} J_1(qa)\,, \tag{2.25}$$

J_1 étant la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1.
Cela conduit à

$$U = -\frac{\Delta P}{\omega^2} \times \frac{\pi(b^2 - a^2) + \pi a^2 \mathcal{H}(qa)}{M + m\mathcal{H}(qa)} \tag{2.26}$$

$$\langle u \rangle = -\frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e} + \mathcal{H}(qa)\left[\frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e} + U\right], \tag{2.27}$$

avec $m = \pi a^2 \rho e$ la masse de la membrane et $\mathcal{H}(x) = 2J_1(x)/[xJ_0(x)]$. Cette fonction assure le couplage entre le déplacement de la membrane et celui de l'anneau. Elle peut être vue comme une extension à deux dimensions de $\tan(x)/x$, et elle a en particulier les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 0} \mathcal{H}(x) = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{x\to+\infty} \mathcal{H}(x) = 0\,. \tag{2.28}$$

Cela nous permet d'écrire les déplacements dans les limites basses et hautes fréquences :

$$\text{à basses fréquences} \quad U = \langle u \rangle = -\frac{\Delta P \pi b^2}{(M+m)\omega^2}\,; \tag{2.29}$$

$$\text{à hautes fréquences} \quad U = -\frac{\Delta P}{M\omega^2}\pi(b^2-a^2)\,, \tag{2.30}$$

$$\text{et} \quad \langle u \rangle = -\frac{\Delta P}{m\omega^2}\pi a^2\,. \tag{2.31}$$

On remarque ainsi qu'à basses fréquences, membrane et anneau bougent "en bloc", leur réponse étant gouvernée par la masse totale du système. A hautes fréquences en revanche, chacun se déplace en fonction de sa propre masse.

Moyenne sur l'ensemble {membrane+anneau}

Revenons maintenant à toutes les fréquences. On peut également considérer l'ensemble {membrane+anneau} comme un milieu effectif, ayant un déplacement u_{eff} et une masse M_{eff} effectifs. Cela s'écrit alors

$$u_{\text{eff}} = \frac{\pi(b^2-a^2)U + \pi a^2\langle u\rangle}{\pi b^2} = -\frac{\Delta P \pi b^2}{\omega^2 M_{\text{eff}}}\,, \tag{2.32}$$

$$\text{avec} \quad M_{\text{eff}} = \frac{M + m\mathcal{H}(qa)}{1 + (1-\mathcal{H}(qa))\left[x^2\frac{M+m}{m} - 2x\right]}\,. \tag{2.33}$$

La fraction de surface couverte par les films x, introduite pour la vitesse de Kann, intervient à nouveau ici (avec nos notations, elle s'écrit aussi $(a/b)^2$).

Les comportements asymptotiques précédemment observés se retrouvent. A basses fréquences $M_{\text{eff}} = M+m$, les deux éléments ont donc le même déplacement. A hautes fréquences on obtient $1/M_{\text{eff}} = (1-x)^2/M + x^2/m$, ce qui est équivalent à deux éléments branchés en parallèle, ayant comme poids respectifs la fraction de surface qu'ils occupent. Chaque élément a donc une dynamique propre qui dépend de sa masse (les bords de Plateau étant les plus lourds).

La résonance observée expérimentalement est également prédite. Pour la faire ressortir, on utilise le développement limité de la fonction $\mathcal{H}$: $\lim_{y\to 0}\mathcal{H}(y) \simeq 1 + y^2/8$. Cela conduit à

$$M_{\text{eff}} \simeq \frac{M+m}{1-(\omega/\omega_0)^2}\,, \tag{2.34}$$

$$\text{avec} \quad \omega_0^2 = \frac{16\pi\gamma}{x^2[M+m(1-2/x)]}\,. \tag{2.35}$$

La fréquence de résonance ω_0 correspond à celle d'un oscillateur harmonique de type masse-ressort, dont la raideur est donnée par la tension de surface γ de la membrane, et dont l'inertie est dominée par la masse M de l'anneau. Ce résultat est nettement visible si l'on se place dans la limite d'une membrane de masse négligeable ($m = 0$) tendue sur un anneau de surface négligeable ($x = 1$), puisque l'on a alors $\omega_0^2 = 16\pi\gamma/M$.

Ce "modèle jouet" que nous venons de présenter contient tous les ingrédients physiques, et permet de retrouver les comportements asymptotiques de même que la résonance.

Passage à la mousse

Pour aller plus loin et se rapprocher d'une mousse, d'autres étapes de modélisation sont nécessaires. Nous ne présentons pas le détail de celles-ci, car elles n'apportent pas de nouvel élément de compréhension des

phénomènes en jeu. Les calculs sont présentés de manière détaillée dans l'HDR de Leroy (2016). Nous donnons ici la démarche ainsi que les principaux résultats obtenus.

L'une des étapes consiste à étudier cette fois la succession de {membranes+anneaux}, séparées par des bulles d'air.
Le système {membrane+anneau} a une densité et une compressibilité ρ et χ, qui correspondent à celles du matériau dont ils sont faits (en considérant que la membrane et l'anneau sont du même matériau). Celles de l'air sont quant à elles notées ρ_0 et χ_0. La mousse peut donc être vue comme une succession de deux matériaux, ayant comme propriétés respectives (ρ_0, χ_0) et (ρ, χ). Finalement, la mousse elle-même peut être vue comme un milieu effectif, de densité et compressibilité effectives ρ_{eff} et χ_{eff}.

Pour les changements de volume on trouve qu'aucune dynamique particulière n'est attendue, et on obtient une loi de mélange classique

$$\chi_{\text{eff}} = (1 - \Phi_\ell)\chi_0 + \Phi_\ell \chi \,. \tag{2.36}$$

Rappelons que dans l'analyse des mesures, l'hypothèse d'une compressibilité effective donnée par une loi de mélange avait été faite, de manière à pouvoir déduire ρ_{eff} du nombre d'onde k mesuré. Par la modélisation on retrouve ce résultat, qui sert alors de justification à cette hypothèse.
Pour écrire la densité effective, il faut tenir compte du fait qu'une petite tranche du gaz proche de la membrane et de l'anneau est mise en mouvement par ses derniers et possède le même déplacement qu'eux, u_{eff}. Cela conduit à

$$\rho_{\text{eff}} = (1 - \Phi_\ell)\rho_0 + \Phi'_\ell \rho \,, \tag{2.37}$$

$$\text{avec} \quad \Phi'_\ell = \frac{\Phi_a + \Phi_m \mathcal{H}(qa)}{1 + (1 - \mathcal{H}(qa)) \left[x^2 \frac{\Phi_a + \Phi_m}{\Phi_m} - 2x \right]} \,. \tag{2.38}$$

Une fraction volumique de liquide Φ'_ℓ apparaît, qui dépend de la fréquence. Sa forme est très proche de celle de M_{eff}, équation (2.33), à la différence que les masses M de l'anneau et m de la membrane sont respectivement remplacées par Φ_a la fraction du volume occupé par les anneaux et Φ_m celle occupée par les membranes ($\Phi_a + \Phi_m = \Phi_\ell$).

Enfin, la description était jusqu'à présent unidimensionnelle mais dans une mousse il n'y a bien sûr pas qu'une succession d'un anneau et d'une membrane. Pour le passage à la mousse, on considère désormais une plaque rigide (et non plus seulement un anneau rigide), trouée, sur laquelle sont attachées différentes membranes. La prise en compte de la polydispersité intervient également à ce moment là, les membranes pouvant être de tailles différentes. Chaque membrane a un déplacement qui s'écrit sous une forme semblable à la précédente, équation (2.21), sauf que la constante d'intégration A est légèrement différente d'une membrane à l'autre selon sa taille. La plaque quant à elle subit la traction exercée par toutes les membranes.
Les calculs conduisent à une expression de Φ'_ℓ similaire à la précédente, équation (2.38), sauf que la fonction $\mathcal{H}(qa)$ est remplacée par la fonction $\mathcal{I}(qa)$:

$$\mathcal{I}(qa) = \frac{\int \mathcal{H}(qa) a^2 n \, \mathrm{d}a}{\int a^2 n \, \mathrm{d}a} \,, \tag{2.39}$$

où n est le nombre de membranes par unité de volume, soit finalement

$$\Phi'_\ell = \frac{\Phi_a + \Phi_m \mathcal{I}(qa)}{1 + (1 - \mathcal{I}(qa)) \left[x^2 \frac{\Phi_a + \Phi_m}{\Phi_m} - 2x \right]} \,. \tag{2.40}$$

Les équations (2.36), (2.37) et (2.40) constituent ainsi le modèle de mousse liquide proposé par les auteurs. Connaissant les propriétés effectives de la mousse, il est bien sûr possible de dériver le nombre d'onde et ainsi la vitesse et l'atténuation. Les prédictions du modèle concernant ces deux grandeurs sont justement

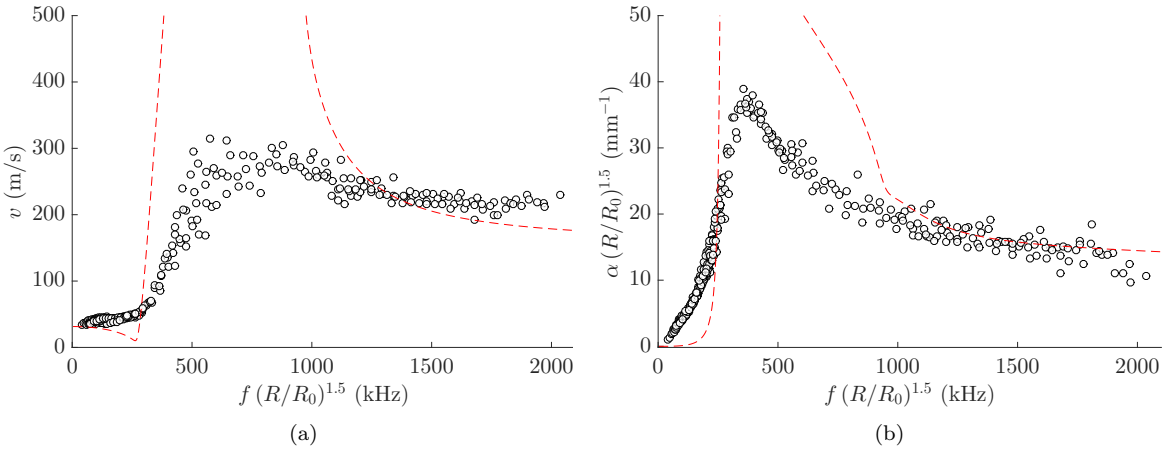


Fig. 2.12 – (a) Vitesse et (b) atténuation du son dans une mousse liquide ($\Phi_\ell = 11\%$), et comparaison avec les prédictions du modèle, en ligne pointillée rouge. Les deux régimes asymptotiques, ainsi que la résonance, sont bien capturés. L'accord quantitatif est cependant moins satisfaisant, surtout au niveau de la résonance.

présentées Figure 2.12.
Ce modèle permet de retrouver les observations expérimentales : une vitesse donnée par une loi de mélange à basse fréquence, et une propagation du son dans un air alourdi par la présence des films à haute fréquence. Dans ce second cas, on obtient bien une vitesse de propagation dans le milieu qui est plus proche de celle dans l'air, tout en restant légèrement inférieure à celle-ci. Le modèle concilie donc les régimes de Wood et de Kann. Il met également en évidence une fréquence de résonance, à laquelle on observe expérimentalement un maximum de l'atténuation Figure 2.12(b).

En complément des équations, on peut grossièrement décrire les deux régimes asymptotiques et la résonance de la manière suivante. A basses fréquences comme on l'a vu, membranes et anneaux bougent "en bloc", et la loi de mélange s'applique. A hautes fréquences en revanche, les bords de Plateau ne sont plus entraînés en raison de leur inertie importante, et seules les membranes se déforment. Entre ces deux régimes, une résonance apparaît lorsque les bords de Plateau ont un déplacement de faible amplitude tandis que les membranes ont un déplacement important, ces deux éléments se déplaçant en opposition de phase. C'est cette opposition de phase qui est à l'origine du signe négatif sur la partie réelle de la densité effective.

On observe donc un bon accord qualitatif entre les prédictions du modèle et les données expérimentales, le modèle établi capturant bien les différents régimes, y compris le phénomène de résonance. Toutefois, l'accord quantitatif n'est quant à lui pas si satisfaisant. Le modèle surestime en effet les valeurs de la vitesse et de l'atténuation, et ce tout particulièrement au niveau de la résonance. C'est le signe qu'il manque de la dissipation dans le modèle.

2.2.4 Terme de dissipation phénoménologique

Un terme de dissipation a donc été rajouté par les auteurs, dans leur modèle. Une dissipation visqueuse est ainsi introduite dans la force de rappel exercée par la tension de la membrane. Elle s'écrit désormais $4\pi r\gamma(1 - j\omega\tau)\partial u/\partial r$, le terme 2γ initial ayant été remplacé par $2\gamma(1 - j\omega\tau)$. Le terme de dissipation τ (qui s'exprime en secondes et peut donc être vu comme un temps d'amortissement) est phénoménologique. Il constitue un paramètre ajustable du modèle, la valeur retenue pour τ étant celle qui permet d'ajuster au mieux le modèle aux données.
Notons que le modèle compte un autre paramètre ajustable : l'épaisseur e des membranes. La valeur retenue

est $e = 70\,\text{nm}$, qui semble raisonnable pour un film de savon dans une mousse liquide, et qui correspond à un film noir commun (décrit Section (2.1.1.3)).

L'ajout du terme de dissipation τ se répercute sur la fraction de liquide Φ'_ℓ, équation (2.40), et l'on peut montrer qu'elle s'écrit alors

$$\Phi'_\ell = \frac{\Phi_a + \Phi_m(1 - j\omega\tau)\mathcal{I}(qa)}{1 + (1 - \mathcal{I}(qa))\left[x^2\frac{\Phi_a + \Phi_m}{\Phi_m} - 2x\right] - jx\omega\tau\mathcal{I}(qa)}\,. \tag{2.41}$$

Il s'agit de l'équation (2) de l'article Pierre *et al.* (2014b), dans laquelle il suffit de remplacer $\mathcal{H}(qa)$ par $\mathcal{I}(qa)$ comme nous l'avons vu, afin de tenir compte de la polydispersité de la mousse.

La Figure 2.13 montre les prédictions du modèle modifié sur la vitesse et l'atténuation dans la mousse, et ce pour différentes valeurs de τ. Puisque ni $\tau = 0\,\mu\text{s}$ ni $\tau = 10\,\mu\text{s}$ ne donnent de très bonnes prédictions, on en déduit que l'ordre de grandeur pour obtenir un accord satisfaisant est $\tau \approx 5\,\mu\text{s}$ [5]. L'amélioration des prédictions du modèle grâce à ce terme de dissipation est à nouveau nettement visible. Les amplitudes à la résonance sont particulièrement réduites et plus proches des valeurs mesurées. Sur l'atténuation, on constate également que l'ajout du terme de dissipation apporte une amélioration à très basses fréquences.

La question qui se pose alors est de savoir quelle est l'origine de ce terme de dissipation. Or, comme on l'a vu tout au long de cette partie, le comportement acoustique d'une mousse liquide peut être très riche et complexe. Il semble opportun d'étudier l'origine de ce terme de dissipation en se plaçant à plus basses fréquences, là où la mousse n'exhibera pas une large variété de régimes. C'est ce qui a été fait au cours de ma thèse, en réalisant des mesures sur des mousses liquides cette fois dans la gamme de l'audible. Mon équipe avait déjà travaillé sur des mousses liquides dans cette gamme de fréquences (Pierre *et al.*, 2013b), mais la dissipation avait été très peu regardée. Elle est cette fois au cœur des travaux de thèse. Il est donc d'autant plus intéressant d'étudier la dissipation à basses fréquences, puisqu'on a vu que l'ajout de dissipation du modèle améliorait aussi l'accord avec les données expérimentales sur l'atténuation, à très basses fréquences. Dans la prochaine partie nous présentons ainsi l'étude des mousses liquides dans la gamme de l'audible, réalisée au cours de cette thèse. Le lien entre la dissipation étudiée dans la gamme de l'audible et le terme de dissipation τ issu des mesures ultrasonores sera quant à lui présenté en dernière partie de ce chapitre.

2.3 Mesures dans l'audible

L'étude acoustique des mousses liquides dans la gamme de l'audible, réalisée au cours de cette thèse, est présentée dans cette partie. Elle a fait l'objet d'une publication, disponible en Annexe D : Pierre, J., Gaulon, C., Derec, C., Elias, F. et Leroy, V. (2017). Investigating the origin of acoustic attenuation in liquid foams. *The European Physical Journal E*, 40(8) :73.

2.3.1 Matériel et méthode

Les mousses liquides utilisées pour cette étude sont fabriquées avec la technique de la double-seringue, présentée Section 2.1.2. Leur taille de bulles est caractérisée grâce à la technique d'imagerie du radeau de bulle, elle aussi présentée Section 2.1.2. Pour les mesures acoustiques, on utilise le tube d'impédance à deux microphones, avec une mesure seule en réflexion et l'analyse de l'admittance. Il s'agit de la technique présentée Section 1.2 du premier chapitre. En effet, la mousse liquide ne permet pas l'emploi d'un troisième microphone en transmission, puisqu'il serait alors au contact du liquide (et donc rapidement endommagé). Par ailleurs, il n'est pas possible de réaliser deux mesures sur la même mousse, avec la méthode de la lame

5. Dans la publication Pierre *et al.* (2014b), la valeur de τ retenue était de $10\,\mu\text{s}$. Cette différence s'explique par le fait que l'analyse réalisée dans ces travaux ne tenait pas compte de la présence du perfluorohexane dans l'air, dont la présence change pourtant la densité du gaz (voir par la suite Table 2.2). Ici une densité de $3.8\,\text{kg/m}^3$ est considérée pour la phase gazeuse.

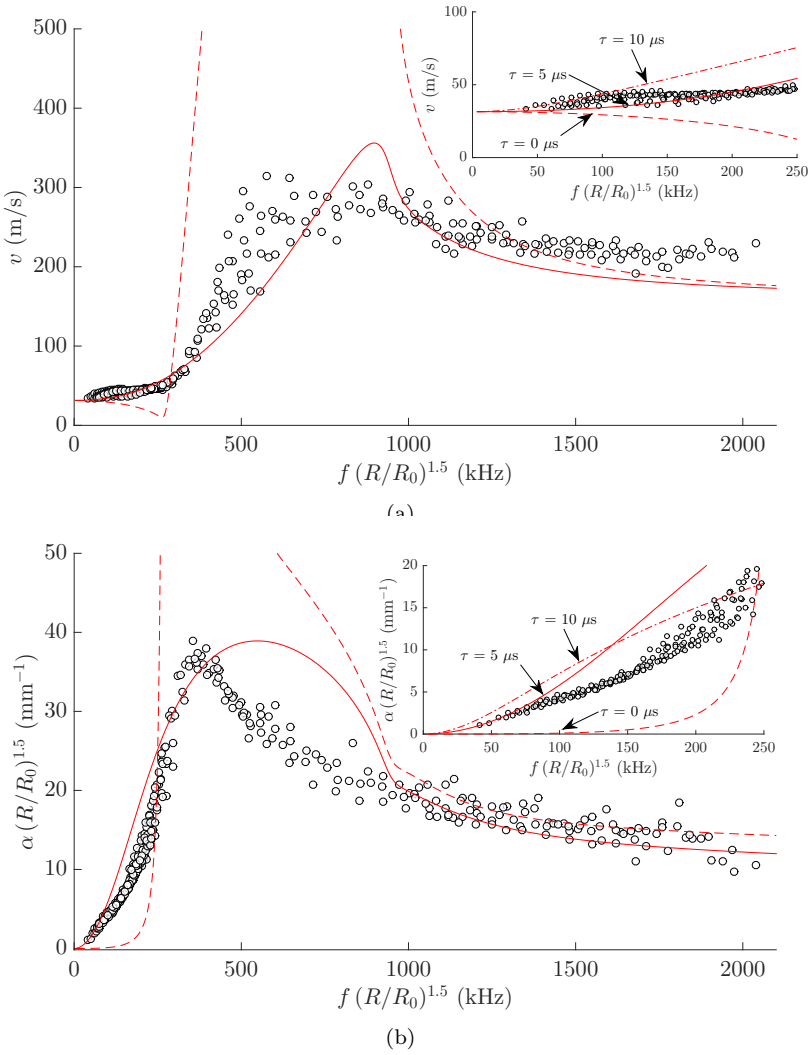


Fig. 2.13 – (a) Vitesse et (b) atténuation du son dans une mousse liquide ($\Phi_\ell = 11\%$), et comparaison avec les prédictions du modèle. Le modèle sans ajout de dissipation est en pointillé rouge, et celui en trait plein rouge correspond au modèle avec la valeur de dissipation qui permette de coller le mieux aux données, soit $\tau = 5\,\mu$s. Les inserts montrent le modèle pour différentes valeurs de τ, à basses fréquences.

d'air. Non seulement la mousse aurait le temps d'évoluer entre les deux mesures, mais le fait de déplacer la mousse d'une position à l'autre entraînerait probablement des changements dans sa structure. Nous nous limitons donc à une seule mesure en réflexion. Chaque mesure acoustique est donc réalisée le plus rapidement possible pour éviter l'évolution de la mousse (drainage et mûrissement) au cours de la mesure.
Dans la grande majorité des cas, on utilise le tube d'impédance de petit diamètre ($D = 29\,$mm), que l'on remplit d'une épaisseur $d = 2.5\,$cm de mousse.

La composition de la plupart des mousses réalisées nous permet justement de ralentir ce vieillissement. Comme pour les mesures ultrasonores, la phase gazeuse des mousses est souvent composée d'air saturé en vapeur de C_6F_{14} (perfluorohexane), qui ralentit le mûrissement. Nous avons toutefois fait des mesures en modifiant la nature du gaz : pour des mesures avec de l'air pur le vieillissement de la mousse est beaucoup plus rapide, nécessitant de réaliser aussi vite que possible la mesure une fois la mousse sortie de la seringue.

La phase liquide est quant à elle la même pour toutes les mousses : eau distillée et SDS à une concentration de 10 g/L (on rappelle ici que $\gamma = 35\,\mathrm{mN/m}$).

Pour obtenir des mousses ayant différentes tailles de bulles, on laisse le mûrissement avoir lieu dans les seringues (ce qui évite à la mousse d'être en contact avec l'air ambiant et les poussières, et qui pourrait être à l'origine de ruptures de films en surface, et ce qui évite aussi l'évaporation). Cela offre aussi la possibilité de retourner régulièrement les seringues, afin de contrer l'effet de la gravité et donc de réduire le drainage.

Pour cette étude, nous avons donc fait varier les paramètres suivants des mousses :

— Le rayon des bulles, de $R \approx 20\,\mu$m à $R \approx 80\,\mu$m (pour des bulles plus grosses l'atténuation devient trop importante et il n'y a plus assez de pics sur l'admittance à analyser) ;

— La fraction de liquide, de Φ_ℓ =3% à Φ_ℓ =25% ;

— La nature du gaz : air, hélium, air saturé en vapeur de perfluorohexane (20% de C_6F_{14} et 80% d'air), et air mélangé à une plus faible quantité de vapeur de perfluorohexane (10% de C_6F_{14} et 90% d'air). Pour alléger, ses quatre différentes natures du gaz sont appelées respectivement "air", "He", "PFH" et "mix".

2.3.2 Résultats expérimentaux et analyse pas à pas

Comme décrit Section 1.2, avec le tube d'impédance à deux microphones et la mesure du coefficient de réflexion r, la grandeur sur laquelle nous effectuons notre analyse est l'admittance $\mathcal{A} = (1-r)/(1+r)$. Un exemple de cette grandeur obtenue avec l'une de nos mesures est présentée Figure 2.14, pour une mousse dont la phase gazeuse est de l'air saturé en C_6F_{14}, avec $R = 48\,\mu$m et $\Phi_\ell = 9.5\%$.

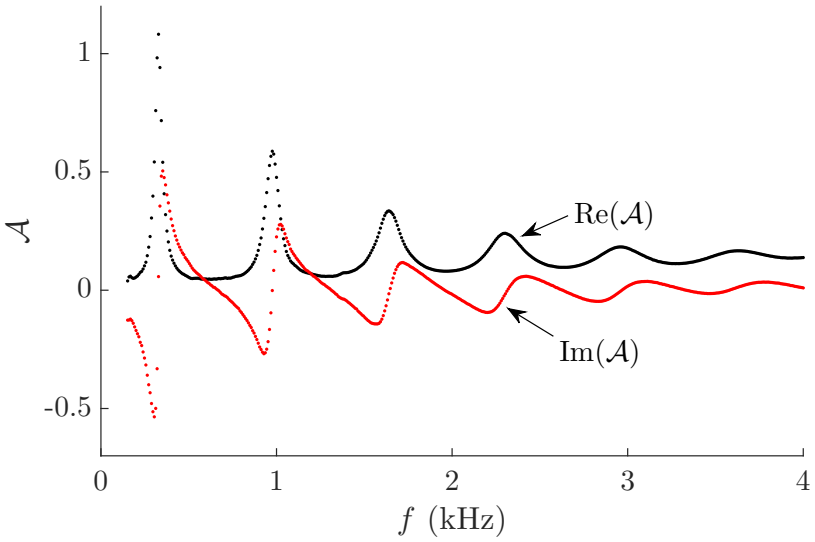


Fig. 2.14 – Parties réelle et imaginaire de l'admittance $\mathcal{A}$, respectivement en noir et rouge. La mousse liquide utilisée ici est composée d'air saturé en C_6F_{14}, avec $R = 48\,\mu$m et $\Phi_\ell = 9.5\%$. Pour chaque pic d'admittance on peut déduire la vitesse du son et son atténuation dans la mousse, ainsi que la densité de la mousse. Avoir une succession de pics sur l'admittance permet donc de déduire ces grandeurs à différentes fréquences (une pour chaque pic).

L'admittance présente une succession de pics, dont la fréquence, l'amplitude et la largeur de chacun d'eux permet de déterminer la densité, la vitesse et l'atténuation du son de la mousse (voir Section 1.2 du premier

chapitre).

Comme cela avait déjà été observé lors de précédentes mesure au tube d'impédance sur des mousses liquides (Pierre *et al.*, 2013b), la densité et la vitesse sont reliées entre elles, équation (2.15). Cette relation entre les deux dérive de la loi de mélange précédemment décrite (équation (2.10)). Dans la gamme de l'audible nous sommes ici à suffisamment basses fréquences pour être dans ce régime, comme illustré Figure 2.15.

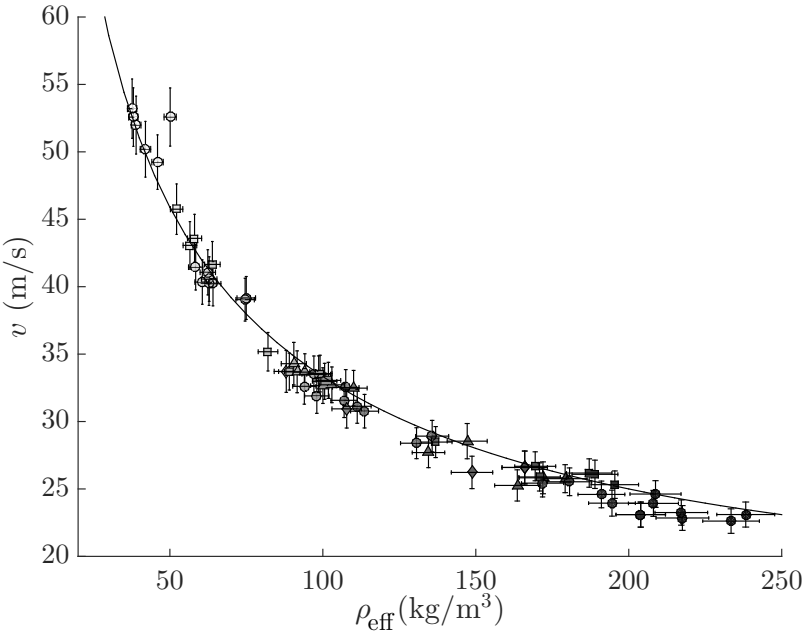


Fig. 2.15 – Vitesse du son dans la mousse en fonction de sa densité. Chaque point correspond à une mesure. Le gradient du niveau de gris traduit la fraction de liquide : plus le symbole est gris foncé, plus la mousse est humide. Les différents symboles correspondent quant à eux à des natures de gaz différentes (voir Table 2.1). La ligne représente la loi de mélange et traduit bien la relation existant entre v et ρ_{eff} mesurés, donnée par l'équation (2.15) (calculée sans paramètre ajustable et en prenant une compressibilité effective donnée par une loi de mélange et pour un gaz parfait, $\chi_{\text{eff}} = (1 - \Phi_\ell)/P_0$).

C'est l'atténuation α qui nous intéresse tout particulièrement dans cette étude et sur laquelle nous allons désormais nous focaliser.

2.3.3 Atténuation brute

Dans un premier temps nous allons présenter l'atténuation sur quatre mousses différentes. Elles nous serviront d'exemple pour illustrer l'analyse pas à pas, et identifier les différentes sources de dissipation. Les caractéristiques de ces quatre mousses sélectionnées sont présentées Table 2.1. Ces mousses ont des natures de gaz différentes mais des fractions de liquides et des tailles de bulles quasiment identiques ($\Phi_\ell \approx 10\%$ et $R \approx 50\,\mu$m). On précise également la polydispersité des bulles (PI).
L'atténuation brute, déduite de l'admittance, est présentée Figure 2.16. On constate déjà un effet de la fréquence, l'atténuation augmentant avec cette dernière. La nature du gaz joue également un rôle sur l'atténuation, puisque l'atténuation varie pour ces quatre mousses, dont la seule différence est la composition de la phase gazeuse.

Symbole	Nom	Composition du gaz	Φ_ℓ (%)	R (μm)	PI (%)
▲	air	air (100%)	11	50	36
●	PFH	C_6F_{14} (20%), air (80%)	9.5	48	23
■	mix	C_6F_{14} (10%), air (90%)	10	50	30
◆	He	hélium (75%), air (25%)	11	57	38

TABLE 2.1 – Caractéristiques des quatre mousses sélectionnées comme exemples : composition du gaz (avec pourcentage molaire des différents composants), fraction de liquide, rayon des bulles et indice de polydispersité. Ces mousses ont des natures de gaz différentes mais une structure similaire.

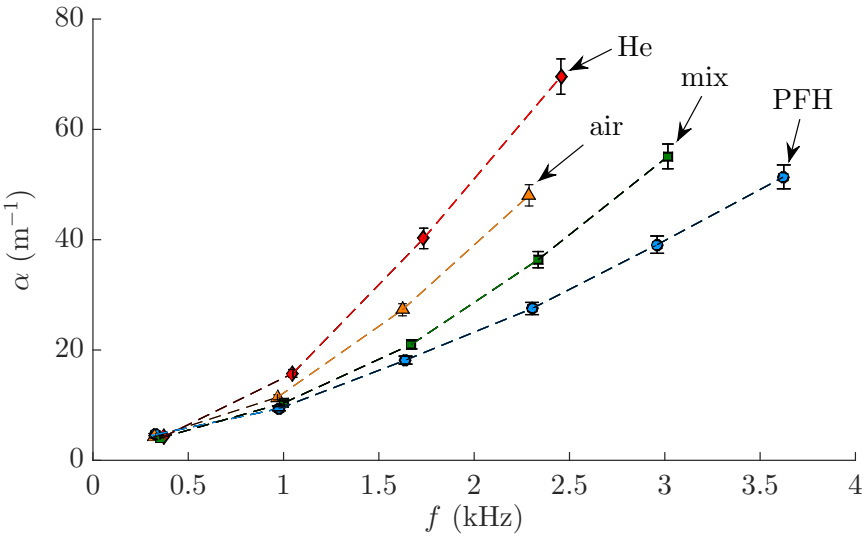


Fig. 2.16 – Atténuation du son en fonction de la fréquence pour les quatre mousses présentées en exemple. La nature du gaz apparaît comme l'un des paramètres qui jouent un rôle sur l'atténuation.

Nous cherchons ainsi à identifier les différentes sources responsables de cette atténuation. Pour cela, nous commençons par écrire la théorie de la propagation du son dans la mousse, en la considérant comme un liquide bulleux. La théorie de la propagation dans ce type de milieu est en effet mieux connue et, comme nous aurons l'occasion d'y revenir par la suite, il s'agit d'une bonne approximation pour les mousses humides que nous utilisons.

2.3.4 Théorie de la propagation du son dans un liquide bulleux

Pour écrire la propagation du son dans un liquide bulleux, on étudie l'oscillation d'une bulle de gaz entourée d'un volume infini de liquide. Le liquide bulleux est un milieu effectif, décrit par

$$(k/\omega)^2 = \rho_{\text{eff}}\,\chi_{\text{eff}} \tag{2.42}$$

avec ρ_{eff} donné par la loi de mélange simplifiée pour ne tenir compte que de la densité du liquide, qui est largement supérieure à celle du gaz (équation (2.13)). Comme nous l'avons vu avec les résultats expérimentaux Figure 2.15, nous sommes dans un régime où la loi de mélange sur la densité s'applique, de même que sur la compressibilité.
Pour cette approche liquide bulleux nous allons avoir besoin d'expliciter la compressibilité, aussi nous repartons ici de la loi de mélange donnée équation (2.11)

$$\chi_{\text{eff}} = \Phi_\ell\,\chi_\ell + (1-\Phi_\ell)\,\chi_g \simeq (1-\Phi_\ell)\,\chi_g\,, \tag{2.43}$$

en négligeant la compressibilité du liquide (très faible devant celle du gaz de la bulle).
On cherche ici à écrire la compressibilité du gaz χ_g. La définition de la compressibilité est $-(1/V)\partial V/\partial P$, où P est la pression appliquée sur le volume V. Puisque ce volume contient des bulles de rayon R ainsi qu'un volume de liquide $V_\ell = \Phi_\ell V$, l'équation précédente se réécrit

$$\chi_{\text{eff}} = -3(1-\Phi_\ell)\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial P}\,. \tag{2.44}$$

La compressibilité effective dépend donc de la dynamique de la bulle. D'après la théorie de Rayleigh-Plesset (Prosperetti, 1974), trois termes de pression impactent l'oscillation d'une bulle : l'un d'origine thermique, un autre radiatif et enfin un visqueux. Les pertes thermiques correspondent à des échanges de chaleur entre les phases gazeuses et liquides. Elles ne font toutefois intervenir que les propriétés du gaz car le liquide peut être vu comme un réservoir infini de chaleur. Les pertes radiatives proviennent de l'oscillation de la bulle qui émet alors une onde acoustique dans le liquide. Enfin les pertes visqueuses proviennent de l'écoulement généré dans le liquide par les bulles durant leurs oscillations.
On obtient finalement pour le nombre d'onde

$$(k/\omega)^2 = \frac{\rho_l \Phi_\ell(1-\Phi_\ell)}{\kappa P_0 - \dfrac{\omega^2 R_0^2 \rho_l}{3} - \dfrac{4j\omega\eta}{3}}\,, \tag{2.45}$$

où η est la viscosité du liquide et κ est l'exposant polytropique du gaz (nous reviendrons plus en détails dessus dans la partie suivante).
L'expression précédente peut se simplifier dans la mesure où le terme radiatif est négligeable dans la gamme de fréquences étudiée ici.

Dans la limite d'une atténuation faible, $\Im(k) \ll \Re(k)$, on peut écrire la vitesse du son ($v = \omega/\Re(k)$) sous la forme suivante

$$v = \sqrt{\frac{\Re(\kappa)P_0}{\rho_\ell \Phi_\ell(1-\Phi_\ell)}}\,. \tag{2.46}$$

Pour des transformations isothermes du gaz (nous vérifierons un peu plus loin que nous sommes bien dans cette situation), $\Re(\kappa) = 1$, on retrouve ainsi la vitesse de Wood (équation (2.15)) correspondant à une loi de mélange.
On peut également écrire l'atténuation réduite $\tilde{\alpha} = \Im(k)/\Re(k)$ sous la forme

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha} &= \tilde{\alpha}_{\text{th}} + \tilde{\alpha}_{\text{vi}} \\ &= \frac{-\Im(\kappa)}{2\,\Re(\kappa)} + \frac{2\eta\omega}{3\,\Re(\kappa)P_0}\,.\end{aligned} \tag{2.47}$$

Nous allons d'abord nous pencher sur la contribution thermique $\tilde{\alpha}_{\text{th}}$.

2.3.5 Pertes thermiques

La contribution thermique à la dissipation ne dépend que de l'exposant polytropique du gaz κ. Celui-ci traduit l'effet de la température sur la variation de pression lors d'une compression/dilatation. D'après la loi de Laplace (thermodynamique) et pour un gaz parfait on a en effet $PV^\kappa = $constante. κ est une grandeur complexe, dont la valeur de la partie réelle varie de 1 pour des transformations isothermes à $\bar{\gamma}$ pour des transformations adiabatiques, $\bar{\gamma}$ étant le coefficient adiabatique du gaz.

D'après les travaux de Prosperetti (1974), κ peut s'écrire en fonction de la taille des bulles et de la lon-

gueur caractéristique thermique $\ell_{\rm th} = \sqrt{2D_{\rm th}/\omega}$, $D_{\rm th}$ étant la diffusivité thermique du gaz :

$$\kappa = \frac{\bar{\gamma}}{1 + 3(\bar{\gamma}-1)\dfrac{1 - X\,\mathrm{cotan}(X)}{X^2}}\,, \tag{2.48}$$

$$\text{avec} \quad X = (1+j)R/\ell_{\rm th}\,. \tag{2.49}$$

Dans la limite basses fréquences ($\ell_{\rm th} > R$), l'équation (2.48) donne une transformation isotherme ($\Re(\kappa) = 1$) tandis que dans la limite hautes fréquences ($\ell_{\rm th} < R$) la transformation est adiabatique ($\Re(\kappa) = \bar{\gamma}$). A basses fréquences en effet il y a suffisamment de temps pour que les échanges de chaleur se fassent et s'équilibrent, mais à l'inverse à hautes fréquences les fluctuations sont trop rapides et les échanges n'ont pas le temps de se faire. Il est nécessaire de déterminer dans quel régime nous nous situons.

Pour cela, les propriétés thermiques des différentes natures de gaz employées dans nos mousses sont présentées Table 2.2. Pour la phase gazeuse ayant la plus faible diffusivité thermique (7.5 mm^2/s pour l'air saturé en

Symbole	Nom	Composition du gaz	$\bar{\gamma}$	$D_{\rm th}$ (mm^2/s)	ρ_g (kg/m^3)
△	air	air (100%)	1.4	20	1.2
○	PFH	C_6F_{14} (20%), air (80%)	1.12	7.5	3.8
□	mix	C_6F_{14} (10%), air (90%)	1.19	11.5	2.5
◇	He	hélium (75%), air (25%)	1.57	128	0.42

TABLE 2.2 – Propriétés thermiques du gaz : coefficient adiabatique $\bar{\gamma}$, diffusivité thermique $D_{\rm th}$; densité du gaz ρ_g. Le calcul pour obtenir les propriétés thermiques d'un mélange de gaz est donné dans l'Annexe A de l'article Pierre *et al.* (2017), lui-même en Annexe D de ce manuscrit.

vapeur de C_6F_{14}, et pour la fréquence maximale de l'étude (4 kHz), on trouve une longueur thermique $\ell_{\rm th}$ inférieure à 1 mm. La plus grande taille des bulles dans les mousses étudiées ici étant $R \approx 80\,\mu$m, on en déduit que l'on est dans la limite basses fréquences. On a ainsi $\Re(\kappa) = 1$, ce qui permet bien de retrouver la vitesse prédite par le régime de Wood avec l'équation (2.46).

Par ailleurs, dans la limite basses fréquences, l'équation (2.48) se simplifie et on peut écrire la partie imaginaire de κ

$$\Im(\kappa) \simeq \frac{1-\bar{\gamma}}{15\bar{\gamma}} \times \frac{\omega R^2}{D_{\rm th}}\,. \tag{2.50}$$

L'atténuation d'origine thermique est donc proportionnelle à $\omega R^2/D_{\rm th}$.
Mentionnons que dans de précédentes études sur des mousses liquides, une atténuation proportionnelle à ωR^2 avait déjà été observée et attribuée à cette contribution thermique que nous venons de voir (Mujica et Fauve, 2002; Monloubou *et al.*, 2015). Dans ces études cependant la nature du gaz n'avait pas été modifiée, de sorte que l'évolution de l'atténuation avec $D_{\rm th}$ n'avait pas pu être déterminée. Or, d'autres expériences où $D_{\rm th}$ variait ne donnaient pas la dépendance en $1/D_{\rm th}$, pourtant essentielle au terme d'atténuation thermique (Goldfarb *et al.*, 1992). Nous aurons l'occasion d'apporter un éclairage nouveau sur ce point lorsque nous identifierons les autres sources d'atténuation.

Connaissant les propriétés des gaz, et grâce à l'équation (2.48), il est donc possible de calculer l'atténuation thermique dans nos mousses, $\tilde{\alpha}_{\rm th}$. La Figure 2.17 présente d'une part l'atténuation (réduite) totale $\tilde{\alpha}$ ainsi que l'atténuation thermique $\tilde{\alpha}_{\rm th}$, et d'autre part la soustraction des deux.
On constate que l'atténuation thermique est la plus faible pour l'helium, alors qu'il s'agit de la mousse ayant l'atténuation totale la plus importante. A l'inverse, l'air a l'atténuation thermique la plus élevée mais une atténuation totale plus faible que celle de l'hélium. Les phénomènes thermiques n'apparaissent pas suffisants pour expliquer l'atténuation du son dans les mousses. Ceci est également visible lorsque l'on représente la soustraction $\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\rm th}$, où l'atténuation restante une fois la contribution thermique retirée apparaît clairement.

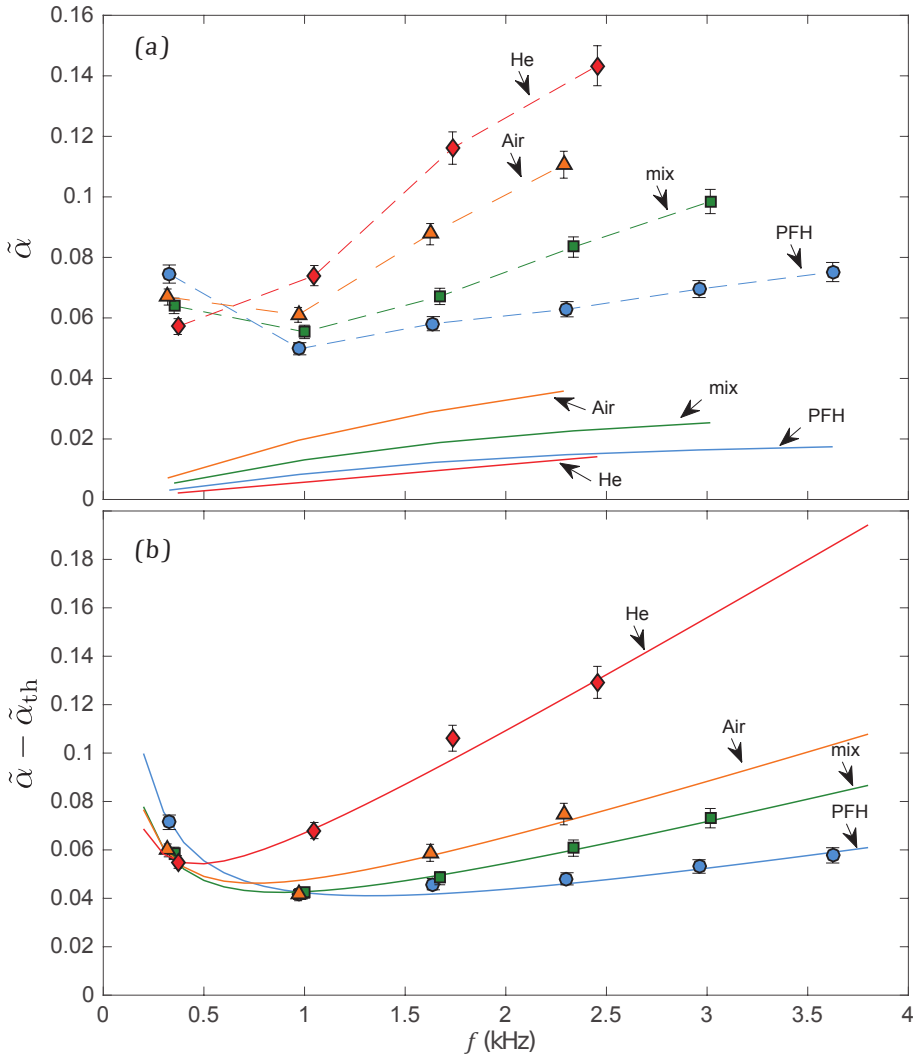


Fig. 2.17 – Figures tirées de Pierre *et al.* (2017). (a) Atténuation réduite ($\tilde{\alpha} = \Im(k)/\Re(k)$) brute, en ligne pointillée et avec les symboles. Prédiction pour l'atténuation d'origine thermique grâce à l'approche liquide bulleux, en trait plein. (b) Soustraction de l'atténuation thermique $\tilde{\alpha}_{\mathrm{th}}$ à l'atténuation brute : on observe une atténuation restante avec un comportement non monotone en fonction de la fréquence. Les traits plein correspondent à l'équation (2.53) avec deux paramètres ajustables (voir texte).

On pourrait penser que l'atténuation thermique dans la mousse ainsi calculée est sous-estimée, en raison de la théorie fondée sur l'hypothèse de liquide bulleux. On peut toutefois montrer que la prise en compte des films de savon, séparant les bulles entre elles dans les mousses et au travers desquels des échanges thermiques sont possibles, modifie de manière négligeable les résultats de l'approche "liquide bulleux". Cette démonstration est faite dans l'Annexe B de l'article Pierre *et al.* (2017), lui-même en Annexe D de ce manuscrit. Même, les modifications que cela entraîne conduisent à une atténuation d'origine thermique qui est plus faible que celle calculée dans le cas d'un liquide bulleux. Cela ne permet donc pas d'expliquer l'atténuation restante par des arguments thermiques.

Nous explorons désormais l'origine de cette atténuation restante.

2.3.6 Pertes visqueuses

D'après l'équation (2.47), la contribution d'origine visqueuse à l'atténuation, $\tilde{\alpha}_{\text{vi}}$, est proportionnelle à ω. Or, sur la Figure 2.17 (b), on observe une variation non monotone de l'atténuation restante avec la fréquence : d'abord décroissante, puis qui augmente proportionnellement à la fréquence.
Un élément important qui n'est pas pris en compte dans l'équation (2.47) (puisque la théorie de Rayleigh-Plesset considère un milieu infini) est lié à nos conditions expérimentales : dans nos mesures la mousse est placée dans un tube, ce qui peut entraîner des frictions et donc des pertes au niveau des parois, que l'on note $\tilde{\alpha}_{\text{wall}}$.
L'atténuation associée à l'existence d'une couche limite visqueuse près de la paroi d'un tube, dans lequel se propage une onde plane, est donnée par la loi de Kirchhoff (1868) (que l'on retrouve également dans la référence Weston (1953), cette fois en anglais). Cette atténuation s'écrit

$$\tilde{\alpha}_{\text{wall}} = \frac{\ell_v}{D} = \sqrt{\frac{2\eta}{\Phi\rho_\ell D^2}}\omega^{-1/2}\,, \tag{2.51}$$

où D est le diamètre du tube et ℓ_v la longueur visqueuse, qui dépend de la viscosité η du fluide dans le tube. La dépendance avec la fréquence de cette atténuation en fait un très bon candidat pour expliquer l'atténuation à basses fréquences (en dessous de 1kHz) observée Figure 2.17 (b).
L'existence d'une couche limite visqueuse près d'une paroi, lorsqu'une mousse liquide est insonifiée, avait par ailleurs déjà été relevée (Erpelding *et al.*, 2010). Dans ces travaux, un haut parleur était à l'origine d'une émission acoustique dans la gamme 400 Hz - 10 kHz, et la mousse à raser insonifiée étant quant à elle placée dans une cellule avec des parois en verre.
Notons que cette atténuation est généralement négligée lors de mesures au tube d'impédance, car pour des échantillons dont le squelette est solide la seule perte dans une couche visqueuse viendrait de l'air. Or la longueur visqueuse pour l'air à 1 kHz est $\ell_v \approx 70\,\mu$m, ce qui est très faible devant le diamètre du tube (le plus souvent 29 mm minimum). Pour la mousse liquide en revanche, cette longueur peut cesser d'être négligeable en fonction de la valeur de la viscosité η. Une question essentielle qui se pose est d'ailleurs de déterminer quelle valeur de η prendre pour une mousse liquide. D'autant plus que cette viscosité peut *a priori* varier avec la fréquence (tout comme la vitesse du son et la densité effective de la mousse sont dépendantes de la fréquence).
La même question se pose pour la viscosité à considérer dans le terme $\tilde{\alpha}_{\text{vi}}$: cette viscosité peut également dépendre de la fréquence, et il ne s'agit pas nécessairement de la même viscosité que celle intervenant dans les frottements aux parois. On distingue donc ces deux viscosités, que l'on appelle respectivement η_{wall} et η_{bub}.

Avec cette contribution supplémentaire et la distinction entre les viscosités, on peut réécrire l'équation (2.47)

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\text{th}} &= \tilde{\alpha}_{\text{wall}} + \tilde{\alpha}_{\text{vi}} \\ &= \sqrt{\frac{2\eta_{\text{wall}}(\omega)}{\Phi\rho_\ell D^2}}\omega^{-1/2} + \frac{2\eta_{\text{bub}}(\omega)}{3P_0}\omega\,.\end{aligned} \tag{2.52}$$

Il convient maintenant de déterminer les dépendances fréquentielles de ces viscosités.
La dépendance fréquentielle de η_{wall} qui permet d'ajuster au mieux la partie basses fréquences des résultats expérimentaux est trouvée en $\omega^{-1/2}$. Cela conduit à une dépendance fréquentielle de l'atténuation réduite en $\omega^{-3/4}$. On écrit ainsi cette viscosité sous la forme $\eta_{\text{wall}}(\omega) = \eta^*_{\text{wall}}\sqrt{\omega^*/\omega}$, où $\omega^* = 2\pi \times 1\,\text{kHz}$ est une fréquence de référence.
Concernant η_{bub}, le comportement en fréquence de l'atténuation $\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\text{th}}$ à plus hautes fréquences suggère une relation linéaire, et donc une viscosité η_{bub} finalement indépendante de la fréquence.
Cela permet de réécrire l'équation (2.52) sous la forme suivante

$$\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\text{th}} = \sqrt{\frac{2\eta^*_{\text{wall}}\sqrt{\omega^*}}{\Phi\rho_\ell D^2}}\omega^{-3/4} + \frac{2\eta_{\text{bub}}}{3P_0}\omega\,. \tag{2.53}$$

On utilise cette équation (2.53) pour ajuster les données expérimentales, comme celles de la Figure 2.17 (b), avec comme paramètres ajustables les deux viscosités η^*_{wall} et η_{bub}.

2.3.6.1 Friction aux parois du tube et viscosité effective de la mousse

Nous commençons par présenter les résultats de la première, associée aux pertes par frottements aux parois. La Figure 2.18 donne les valeurs de η^*_{wall} pour toutes nos mesures, et plus seulement pour les quatre mousses utilisées en exemple. Le niveau de gris des symboles représente la fraction de liquide (plus le gris est foncé, plus la mousse est humide) : ce paramètre ne semble pas avoir d'influence sur la viscosité η^*_{wall}. On observe en revanche une diminution de cette viscosité lorsque le rayon R des bulles augmente.

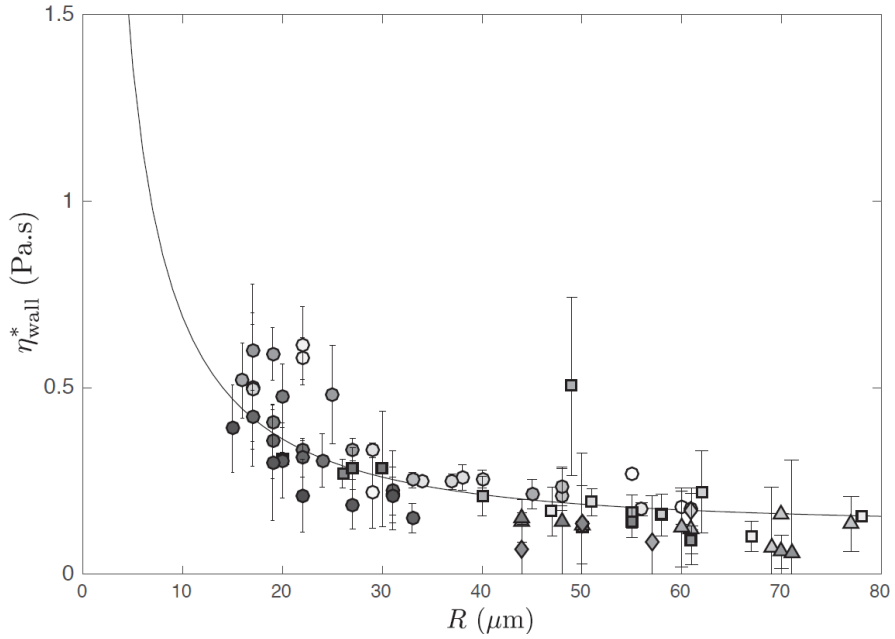


Fig. 2.18 – Figure tirée de Pierre *et al.* (2017). Viscosité associée aux pertes dues aux frottements contre les parois du tube. Chaque point correspond à une mesure sur une mousse. Le gradient du niveau de gris traduit la fraction de liquide : plus le symbole est gris foncé, plus la mousse est humide. Les différents symboles correspondent quant à eux à des natures de gaz différentes (voir Table 2.2). La ligne représente une loi phénoménologique pour la viscosité obtenue par rhéologie (équation (2.54)), sans paramètre ajustable (tracée ici à $f = 1\,\text{kHz}$).

On a également tracé sur la Figure 2.18 une loi phénoménologique donnant la viscosité d'une mousse, obtenue par mesures de rhéologie (entre 1 et 100 Hz) (Costa *et al.*, 2013) :

$$\eta_{\,\text{mousse}} = A\sqrt{1+\left(\frac{R_{\text{ref}}}{R}\right)^2}\,\omega^{-1/2}\,, \tag{2.54}$$

avec $A = 10.3\,\text{Pa.s}^{1/2}$ et $R_{\text{ref}} = 52\,\mu\text{m}$. Nous l'avons tracée Figure 2.18 à 1 kHz. Nos mesures expérimentales sont en très bon accord avec cette loi phénoménologique. Cela indique que les mesures rhéologiques demeurent valides dans la gamme du kHz, ce qui avait déjà été observé (jusqu'à 1.3 kHz) pour des mousses à raser par Wintzenrieth *et al.* (2014) (qui étudiaient la propagation d'ondes de cisaillement dans les mousses).

Pour aller un peu plus loin et s'assurer de la validité de l'équation (2.54) dans nos mesures au tube

d'impédance, nous avons également fait des expériences dans le tube de plus grand diamètre. L'idée est de comparer l'atténuation de deux mousses similaires (ayant Φ_ℓ et R quasiment identiques), mesurées dans le tube de petit diamètre ($D = 29\,\mathrm{mm}$) pour l'une et dans celui de plus grand diamètre ($D = 100\,\mathrm{mm}$) pour l'autre. Nous avons réalisé cette expérience pour deux mousses différentes. Les résultats sont présentés Table 2.3.

D (mm)	R (μm)	PI (%)	Φ_ℓ (%)	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}}$
100	32	40	10	0.22	0.13
29	33	24	10.5	0.51	0.13
100	20	35	16	0.19	0.09
29	22	35	19	0.48	0.09

TABLE 2.3 – Atténuation acoustique totale et atténuation sans la contribution thermique, pour les mousses liquides PFH, mesurées à 0.5 kHz dans les deux tubes d'impédance de diamètre différent.

On constate que l'atténuation réduite brute est plus importante dans le tube de petit diamètre. On lui soustrait l'atténuation liée aux frottements contre les parois du tube, calculée grâce aux équations (2.51) et (2.54) :

$$\tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}} = \frac{\omega^{-3/4}}{D}\sqrt{\frac{2A\sqrt{1+(R_{\mathrm{ref}}/R)^2}}{\Phi_\ell \rho_\ell}}, \tag{2.55}$$

toujours avec les valeurs $A = 10.3\,\mathrm{Pa.s}^{1/2}$ et $R_{\mathrm{ref}} = 52\,\mu\mathrm{m}$.
L'atténuation intrinsèque (puisqu'elle ne dépend plus de nos conditions expérimentales) de la mousse ainsi déduite, $\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}}$, est bien identique quel que soit le diamètre du tube utilisé.

Cela clôt notre étude des pertes liées aux frottements contre les parois du tube. Les résultats de nos mesures sont correctement prédits par la loi de Kirchhoff (équation (2.51)), en considérant une viscosité effective de la mousse donnée par une loi phénoménologique, obtenue par des mesures rhéologiques (équation (2.54)).

Il reste désormais à identifier l'autre viscosité intervenant équation (2.53) pour les pertes visqueuses intrinsèques : η_{bub}.

2.3.6.2 Pertes à l'échelle locale et loi phénoménologique

Nous rappelons que l'équation (2.53) est utilisée pour ajuster nos données expérimentales, avec comme paramètres ajustables η^*_{wall} et η_{bub} (un seul fit sur l'ensemble de la courbe permet d'extraire ces deux paramètres à la fois). Nous venons de voir les résultats pour la première viscosité, et allons désormais présenter ceux de la seconde, associée à la dissipation

$$\tilde{\alpha}_{\mathrm{vi}} = \frac{2\eta_{\mathrm{bub}}}{3P_0}\omega\,. \tag{2.56}$$

Dépendance en R
A nouveau, nous présentons les résultats pour toutes nos mesures, sur des mousses de différentes nature de gaz, rayon des bulles et fraction de liquide. Les valeurs de η_{bub} ainsi obtenues sont présentées Figure 2.19.
Commençons par noter que ces valeurs sont de l'ordre du Pa.s, soit trois ordres de grandeur plus importantes que celle de l'eau. La viscosité qui intervient ici ne peut donc pas être celle de la phase liquide de la mousse. L'influence du rayon des bulles sur cette viscosité est déjà visible Figure 2.19 : la viscosité augmente lorsque le rayon augmente. Nous y reviendrons un peu plus tard pour déterminer la bonne loi de puissance reliant η_{bub} à R.

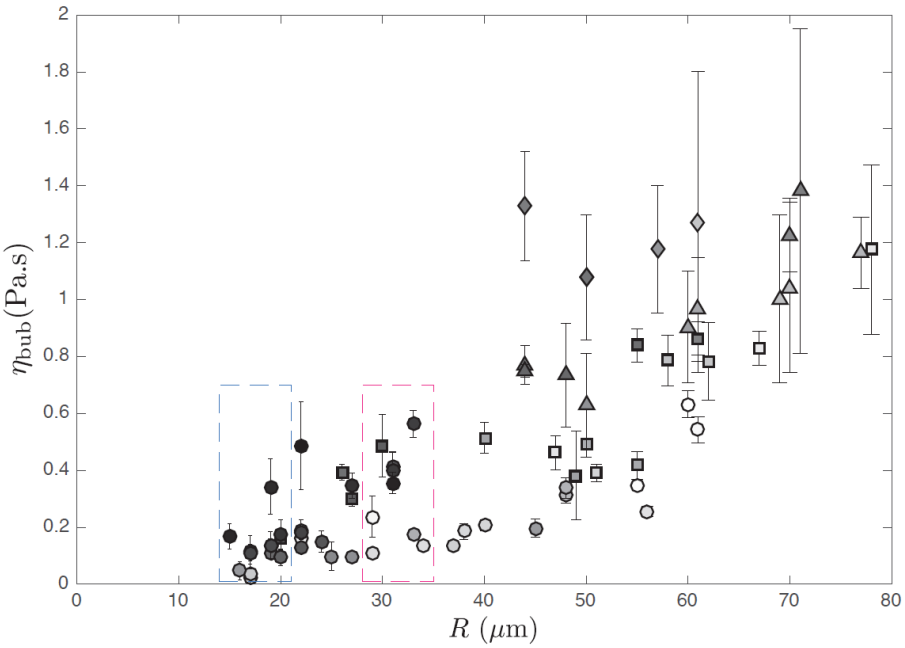


Fig. 2.19 – Figure tirée de Pierre *et al.* (2017). Viscosité liée à une atténuation visqueuse dans la mousse, introduite d'après la propagation dans un liquide bulleux. Les deux groupes de mesures encadrés en bleu et rouge correspondent à des mousses ayant même nature de gaz (on élimine juste le point ayant un symbole carré dans l'encadré rose) et même taille de bulles (respectivement environ 20 μm et 30 μm), mais des fractions de liquide différentes. Ils sont utilisés Figure 2.20 pour mieux voir l'influence de Φ_ℓ sur cette viscosité.

Dépendance en Φ_ℓ

Pour mieux voir l'influence de la fraction de liquide sur cette viscosité on isole deux groupes de mesures. Chacun correspond à des mousses ayant même nature de gaz ("PFH"), et (quasiment) même rayon de bulles : $R \approx 20\,\mu$m pour un groupe (encadré en bleu) et $R \approx 30\,\mu$m pour le second (encadré en rose). Au sein d'un même groupe, seule la fraction de liquide change. η_{bub} en fonction de Φ_ℓ est ainsi tracé pour ces deux groupes, Figure 2.20.

Il est difficile de voir une tendance claire : η_{bub} pourrait être indépendant de la fraction de liquide, ou augmenter très légèrement avec.

Dans les deux cas, cela ne correspond pas à une viscosité qui avait été proposée par Goldfarb *et al.* (1997). Dans ces travaux les auteurs considèrent que lors de l'oscillation d'une bulle au sein d'une mousse liquide, celle-ci entraîne un déplacement dans les canaux liquides. En utilisant une loi de Darcy pour décrire l'écoulement, ils obtiennent une viscosité effective de la mousse de la forme

$$\eta_{\mathrm{canal}} \simeq \eta_{\mathrm{eau}} \left(1 + \frac{71}{\Phi_\ell}\right) . \tag{2.57}$$

La dépendance en $1/\Phi_\ell$ de cette viscosité ne coïncide pas avec les valeurs que nous obtenons expérimentalement pour notre viscosité η_{bub}. L'expression (2.57) est également tracée Figure 2.20, et nos points ne suivent pas du tout la tendance qu'elle prédit.

Dépendance en nature du gaz

Pour nos quatre mousses ayant servi d'exemple tout au long de cette partie, nous traçons aussi $\tilde{\alpha}_{\mathrm{vi}} = \tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\mathrm{th}} - \tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}}$. Cela permet de mettre en évidence le rôle joué par la nature du gaz sur cette atténuation, Figure 2.21.

Comme décrit par l'expression (2.53), cette atténuation varie linéairement avec la fréquence, avec une pente

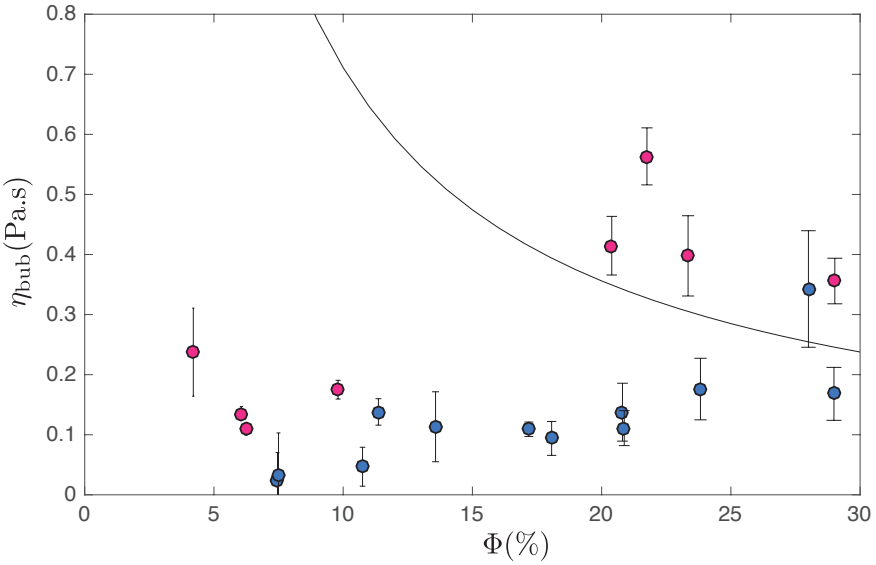


Fig. 2.20 – Figure tirée de Pierre *et al.* (2017). Viscosité liée à une atténuation visqueuse dans la mousse, introduite d'après la propagation dans un liquide bulleux, cette fois en fonction de la fraction de liquide. Les symboles bleus et roses correspondant à des mousses ayant même nature de gaz ("PFH") et même taille de bulles, respectivement $R \approx 20\,\mu$m et $R \approx 30\,\mu$m, mais des fractions de liquide différentes. La ligne correspond à la viscosité prédite par l'équation (2.57), pour laquelle une dépendance en $1/\Phi_\ell$ est attendue.

qui dépend de $\eta_{\rm bub}$. On extrait cette valeur de viscosité pour chacune des quatre mousses, et on la trace en fonction de l'inverse de la densité du gaz $1/\rho_g$ (insert de la Figure 2.21) : on trouve ainsi une dépendance en $1/\sqrt{\rho_g}$ de cette viscosité.

Bilan et loi phénoménologique

Maintenant que le rôle de la densité du gaz a été vu, on peut multiplier $\eta_{\rm bub}$ par $\sqrt{\rho_g/\rho_0}$ (avec ρ_0 la densité de l'air), afin que les résultats pour des mousses de natures de gaz différentes se rejoignent. On trace alors cette grandeur en fonction du rayon des bulles, Figure 2.22, de sorte à mieux voir l'influence de ce paramètre. Notons que puisque l'influence de la fraction de liquide n'a pas été clairement élucidée, on se limite ici à des fractions intermédiaires (entre 7 et 15%).
L'augmentation de la viscosité avec R apparaît ainsi compatible avec une loi de puissance en R^2.

Puisque cette viscosité $\eta_{\rm bub}$ dépend linéairement de la fréquence, on remarque qu'on trouve ainsi une dépendance en ωR^2. La dissipation associée à cette viscosité, $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$, a bien sûr la même dépendance. Comme nous l'évoquions dans la partie sur les pertes thermiques, une atténuation en ωR^2 avait déjà été relevée dans de précédentes études, et associée à des pertes thermiques. Nous avons montré ici que ces seules pertes thermiques ne suffisaient pas à expliquer toute l'atténuation du son par une mousse liquide. Une autre source de dissipation, dont nous venons de voir la dépendance tour à tour pour la taille des bulles, la fraction de liquide et la nature du gaz, est également à considérer (sans oublier dans le cas présent des pertes liées à notre dispositif expérimental). Il s'avère que cette atténuation montre aussi une dépendance en ωR^2.

Grâce à nos mesures expérimentales sur des mousses de composition et de structure différentes, nous avons pu extraire des valeurs de la viscosité pour différents jeux de paramètres (R, Φ_ℓ et nature du gaz) et finalement

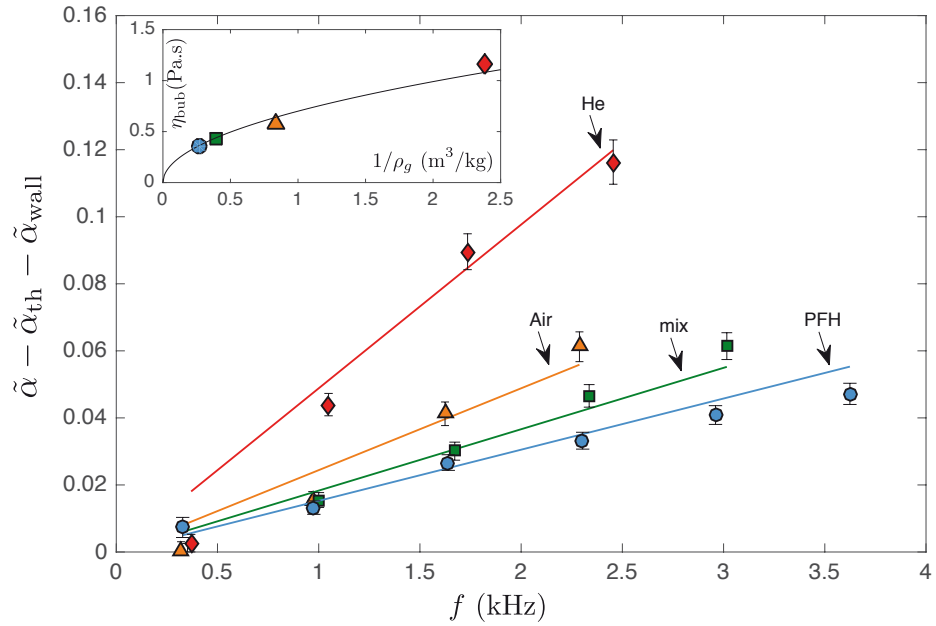


Fig. 2.21 – Figure tirée de Pierre *et al.* (2017). Atténuation réduite $\tilde{\alpha}_{\rm vi} = \tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\rm th} - \tilde{\alpha}_{\rm wall}$ en fonction de la fréquence pour les quatre mousses sélectionnées. Les trais plein correspondent à l'équation (2.53) avec comme paramètres ajustables $\eta^*_{\rm wall}$ et $\eta_{\rm bub}$. Ici la pente de $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$ avec la fréquence dépend de la valeur de la viscosité $\eta_{\rm bub}$. En insert on présente les valeurs de cette viscosité en fonction de $1/\rho_g$, ρ_g étant la densité du gaz, afin de mettre en évidence la dépendance avec la nature du gaz.

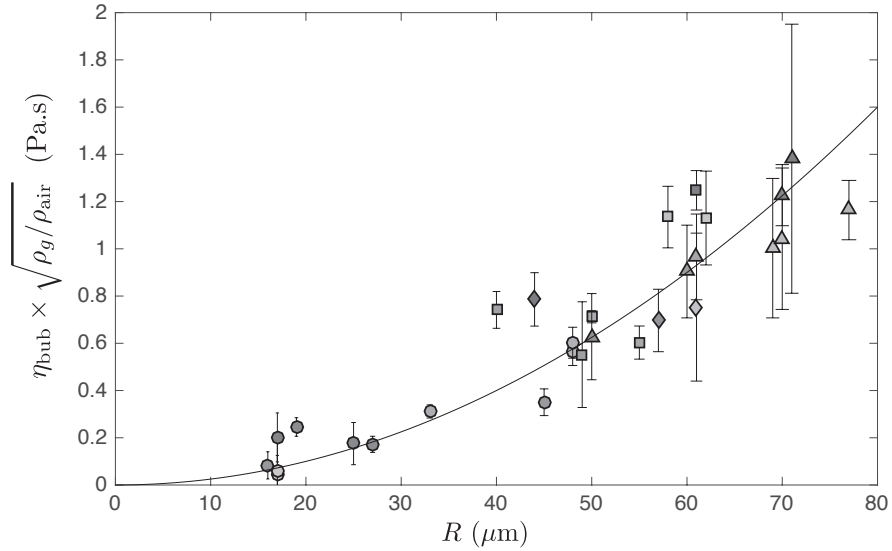


Fig. 2.22 – Figure tirée de Pierre *et al.* (2017). Viscosité en fonction du rayon des bulles : une tendance en R^2 semble se dégager, la ligne noire correspondant à $(R/50\,\mu{\rm m})^2 \times 0.6\,{\rm Pa.s}$.

obtenir une loi phénoménologique pour l'atténuation $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$:

$$\tilde{\alpha}_{\rm vi} \simeq 0.025 \frac{\omega}{\omega^*} \left(\frac{R}{R^*}\right)^2 \left(\frac{\Phi_\ell}{\Phi^*_\ell}\right)^a \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_g}}, \tag{2.58}$$

avec les valeurs $R^* = 50\,\mu$m, $\omega^* = 2\pi \times 1\,$kHz, $\Phi_\ell^* = 10\%$, et un exposant $a \geq 0$ concernant la dépendance avec la fraction de liquide (qui d'après nos expériences ne vaudrait sans doute pas plus que 1).
L'origine de cette dissipation demeure toutefois inconnue. En particulier, la dépendance de cette atténuation avec la densité du gaz laisse à penser que le mécanisme en jeu est peut-être différent de celui invoqué au départ pour introduire cette atténuation. Dans notre modélisation, elle provenait en effet de l'écoulement généré dans le liquide par les bulles durant leurs oscillations.
Une étude plus approfondie, sans doute à la fois expérimentale et théorique, serait nécessaire pour bien comprendre ce dernier terme d'atténuation dans la mousse liquide (qui s'ajoute à la contribution thermique et à celle liée au dispositif expérimental).

L'étude de l'atténuation des mousses liquides n'a toutefois pas été menée plus en profondeur au cours de ma thèse. Les capacités de ces mousses à atténuer le son nous ont en effet amené à explorer des mousses solides (donc stables), ayant toutefois de fines membranes solides (l'équivalent des films de savon), afin de combiner les propriétés des mousses liquides et solides. Cela sera l'objet du cinquième chapitre de ce manuscrit.

Une piste pour expliquer l'atténuation par une mousse liquide est cependant menée, *via* l'étude de la dissipation par une membrane unique. Cette membrane est soit un film de savon, soit une membrane plastique élastique, de sorte à étudier la dissipation par des types de membranes qui peuvent se rencontrer dans les mousses liquides et les mousses solides. Cette étude fera l'objet du prochain chapitre.

2.4 Lien entre les mesures dans l'audible et dans les ultrasons

En attendant, nous clôturons le présent chapitre en montrant le lien qui existe entre l'atténuation mesurée dans la gamme de l'audible, et le terme de dissipation issu de l'étude ultrasonore. Cette comparaison (ainsi qu'une présentation très synthétique des deux études) a fait l'objet d'une publication, disponible en Annexe D : Gaulon, C., Pierre, J., Leroy, V., Elias, F. et Derec, C. (2018). Dissipation of Ultrasonic and Audible Sound Waves in Liquid Foams. *Acta Acustica united with Acustica*, 104(2) :193-199.

Afin de pouvoir comparer la valeur de dissipation dans le domaine ultrasonore et les mesures dans l'audible, il convient de les écrire sous une forme similaire.
On commence par écrire la limite basse fréquence du nombre d'onde, d'après le modèle développé dans l'étude ultrasonore (équations (2.12), (2.36), (2.37) et (2.41)) :

$$k_{\mathrm{us}} = \frac{\omega}{v_{\,\mathrm{wood}}} \left(1 + j\frac{x\,\omega\,\tau}{2}\right) . \tag{2.59}$$

On ajoute la notation $_{\mathrm{us}}$ pour spécifier qu'il s'agit des grandeurs issues de l'étude ultrasonore, et pour ne pas confondre avec les notations précédemment employées dans la gamme de l'audible.
A partir de l'équation précédente on écrit l'atténuation réduite $\tilde{\alpha}_{\mathrm{us}}$, pour avoir la même grandeur que celle sur laquelle nous avons travaillé dans la gamme de l'audible.

$$\tilde{\alpha}_{\mathrm{us}} = \frac{\Im(k)}{\Re(k)} = \frac{x\,\omega\,\tau}{2} = x\pi\tau \times f. \tag{2.60}$$

Dans l'étude ultrasonore, l'atténuation d'origine thermique $\tilde{\alpha}_{\mathrm{th}}$ n'est pas présente car la gamme de fréquences est trop élevée (la longueur thermique ℓ_{th} étant proportionnelle à $\sqrt{1/\omega}$). Les fluctuations sont trop rapides et les échanges de chaleur n'ont pas le temps de se faire. L'atténuation $\tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}}$ n'est pas non plus présente car elle est liée au dispositif expérimental utilisé, or les mesures ultrasonores ne sont pas réalisées dans un tube. Il faut donc comparer l'atténuation des mesures ultrasonores à la seule contribution $\tilde{\alpha}_{\mathrm{vi}}$ pour les mesures dans l'audible. On écrit cette dernière sous une forme similaire à l'équation (2.60), avec $\tilde{\alpha}_{\mathrm{vi}} \propto f$, soit d'après l'équation (2.56)

$$\tilde{\alpha}_{\mathrm{vi}} = \frac{4\pi\eta_{\mathrm{bub}}}{3P_0} f = a \times f\,, \tag{2.61}$$

avec a qui s'exprime en secondes et a donc bien la même unité que $x\pi\tau$.

Pour l'étude ultrasonore on a $\Phi_\ell \approx 10\%$, ce qui conduit à une valeur de la fraction de surface occupée par les films $x = 0.2$ (le lien entre x et Φ_ℓ étant donné par l'équation (2.17)). La valeur de τ retenue qui ajuste au mieux le modèle aux données est $\tau \approx 5\,\mu$s.
On rappelle que les données sur lequel le modèle est ajusté sont les données ayant subi un rescaling en $(R/R_0)^{1.5}$, afin que toutes les données se rassemblent sur une courbe maîtresse. Le rayon de référence R_0 avait été choisi égal à $20\,\mu$m, le plus petit rayon des bulles obtenues pour les mousses de l'étude. On utilise donc cette valeur de rayon pour la comparaison avec les mesures dans l'audible.
Enfin, la nature du gaz pour les mousses fabriquées dans l'étude ultrasonore est de l'air saturé en vapeur de C_6F_{14}.
Pour la comparaison avec les mesures issues de la gamme de l'audible, on choisit donc des mousses ayant la même composition gazeuse ("PFH"), la même fraction de liquide, et différents rayons de bulles.
On extrait les valeurs de η_{bub} qui correspondent à ces mousses, et on calcule a avec l'équation (2.61). Les résultats sont reportés Figure 2.23.

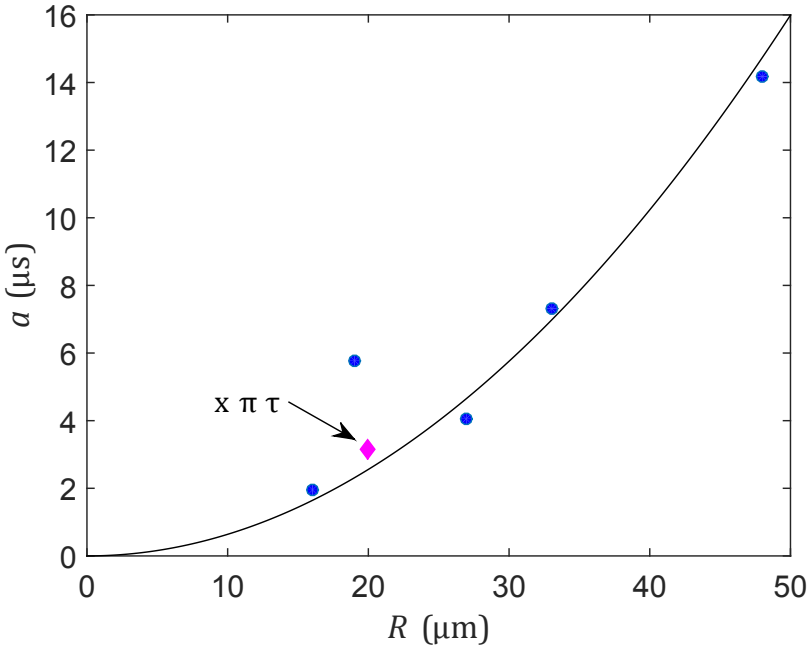


Fig. 2.23 – Figure tirée de Gaulon *et al.* (2018c). Terme d'atténuation a issu de la contribution $\tilde{\alpha}_{\text{vi}}$ (voir l'équation (2.61)), d'après les mesures dans l'audible sur des mousses liquides de nature de gaz "PFH", de fraction de liquide $\Phi_\ell \approx 10\%$ et pour quelques rayons de bulles (ronds bleus). On reporte également le terme de dissipation équivalent, $x\pi\tau$, issu quant à lui des mesures ultrasonores (sur des mousses ayant même composition et structure). La ligne noire correspond à une loi de puissance en R^2, qui est la tendance obtenue pour les mesures dans l'audible.

On constate que le point $x\pi\tau$, correspondant à la valeur issue des mesures ultrasonores, est du même ordre de grandeur que les valeurs obtenues dans la gamme de l'audible. Bien que les deux études soient dans des gammes de fréquences très différentes, il existe une atténuation dont la valeur est tout à fait comparable. Cela suggère qu'un mécanisme intrinsèque de dissipation, qu'il reste encore à identifier, joue un rôle sur l'atténuation du son par une mousse liquide sur une large gamme de fréquences (de quelques kHz jusqu'à presque 1 MHz). Comme nous le disions déjà à la fin de la partie précédente, identifier l'origine de ce terme de dissipation demeure une étape pour compléter la compréhension de la propagation du son dans une mousse

liquide.

Au prochain chapitre nous nous focalisons cette fois sur l'un des constituants élémentaires de la mousse, la membrane, et sur son rôle éventuel sur l'atténuation.

Chapitre 3

Membrane unique : film de savon et membrane élastique

Sommaire

3.1 Membranes utilisées et caractérisation 78
3.1.1 Epaisseur des membranes 79
3.1.2 Dispositif de visualisation des membranes dans le tube d'impédance 81
3.2 Mesures acoustiques, méthodes d'analyse et premiers résultats 83
3.2.1 Admittance – Mesures brutes et méthode d'analyse 84
3.2.2 Admittance – Mesure de l'épaisseur grâce à l'acoustique 88
3.2.3 Admittance – Ajout d'un terme de dissipation 89
3.2.4 Coefficient d'absorption – Mesure de tension 90
3.3 Etudes paramétriques autour de la dissipation 92
3.3.1 Effet de l'épaisseur des membranes 92
3.3.2 Effet de la taille de la membrane 93
3.3.3 Effet de la fréquence 93
3.3.4 Effet de la taille du ménisque 95
3.3.5 Effet de la nature de la membrane 96
3.4 Modélisation 98
3.4.1 Déplacement et contrainte dans l'air autour d'une membrane vibrante 98
3.4.2 Calcul d'une puissance dissipée par une membrane finie 102

Nous avons vu dans le précédent chapitre, dédié aux mousses liquides, que les membranes liquides séparant les bulles les unes des autres jouent un rôle très important dans la réponse acoustique de ce milieu. Le couplage entre le déplacement de ces membranes et celui des canaux liquides (à la jonction entre trois membranes) est notamment à l'origine d'une densité effective négative (sur la partie réelle), associée à un maximum de l'atténuation. Ce potentiel d'atténuation par les mousses liquides nous incitera à explorer des matériaux combinant les propriétés acoustiques des mousses liquides à la stabilité des mousses solides lors du Chapitre 5. Il s'agira alors notamment d'explorer des mousses solides comprenant des membranes, elles aussi solides. Nous voyons donc que les membranes sont au cœur des différents types de milieux que nous explorons.
De manière générale, comprendre la vibration individuelle des "briques élémentaires" d'une mousse est une étape nécessaire pour modéliser par la suite les couplages et la propagation globale dans la mousse.
Dans le cadre de cette approche locale, une première étude a été consacrée à la vibration d'un unique film de

savon horizontal, ce qui a également permis de déterminer la relation de dispersion complexe de l'onde transverse s'y propageant (Kosgodagan Acharige *et al.*, 2014). Pour complexifier et se rapprocher de la géométrie d'une mousse, trois films de savon couplés, formant ainsi un bord de Plateau isolé, ont permis d'étudier la vibration transverse de ce canal liquide (Derec *et al.*, 2015).
Le présent travail s'inscrit donc dans cette approche locale, en empruntant une voie différente pour se rapprocher de la situation d'une mousse insonifiée. En effet, on se focalise ici sur l'interaction entre une onde acoustique et un unique film de savon. Comme pour les mousses liquides, c'est tout particulièrement sur la dissipation que nous nous focalisons.

Pour comprendre l'origine de la dissipation par un film de savon, il est pertinent de comparer avec le cas d'un film élastique. Ce cas correspond en effet à la limite où il n'y a pas d'écoulement, et pas de ménisque. Par ailleurs, au-delà de la comparaison entre la dissipation de ces deux systèmes, l'étude des films élastiques fins sera utile pour les mousses solides ayant des membranes, en plus de s'inscrire également dans un contexte de métamatériaux membranaires.
Plusieurs exemples de métamatériaux acoustiques à base de membranes ont en effet vu le jour ces dernières années, mettant en évidence des effets de densité négative (Lee *et al.*, 2009a), de super-absorption (Mei *et al.*, 2012), ou de "transmission extraordinaire" (Park *et al.*, 2013). Parmi les métamatériaux membranaires, on peut distinguer deux classes : ceux qui utilisent des membranes relativement épaisses (Lee *et al.*, 2009a) (une centaine de microns), pour lesquels c'est le module de flexion qui compte, et ceux qui utilisent des films fins (Mei *et al.*, 2012; Park *et al.*, 2013) (de quelques microns), pour lesquels c'est la tension qui joue. Pour ce dernier cas, qui sera le nôtre, le mécanisme exact de dissipation n'est pas identifié, et les études introduisent un facteur de qualité phénoménologique. Pourtant, il semble important de mieux comprendre comment ces films parviennent à dissiper l'énergie acoustique aussi efficacement, ne serait-ce que pour des questions d'optimisation de matériaux super-absorbants.

Nous commençons par présenter, Section 3.1, les différents types de membranes que nous utilisons au cours de ce chapitre. Leur caractérisation est également donnée. La Section 3.2 présente ensuite la méthode de mesure acoustique employée ainsi que notre technique d'analyse afin d'extraire un terme de dissipation. Les valeurs de ce terme en fonction de différents paramètres expérimentaux et des caractéristiques de la membrane sont discutées Section 3.3, qui regroupe l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus. Enfin, un travail de modélisation est décrit Section 3.4.

3.1 Membranes utilisées et caractérisation

Les membranes utilisées sont de deux natures différentes : des films de savon d'une part, et des membranes élastiques d'autre part.

Les films de savon sont obtenus à partir de la solution savonneuse suivante : à de l'eau distillée on ajoute 10% du volume en eau de *Fairy Liquid*[1], un liquide vaisselle propice à l'élaboration de films stables, ainsi que 10% du volume en eau de glycerol, dont la viscosité importante ralentit l'évolution du film.
Le film est caractérisé par son épaisseur, sa densité et sa tension.
L'épaisseur, qui diminue au cours du temps, sera vue en détails dans la sous-partie suivante.
La densité de notre solution savonneuse est de $10^3\,\mathrm{kg/m^3}$, identique à celle de l'eau.
La tension de surface est quant à elle mesurée à l'aide d'un tensiomètre, avec la méthode de la lame de Wilhelmy (qui fait notamment l'objet d'une norme, l'ISO 304 (1985)). Une fine plaque de platine, dont la surface est traitée pour avoir une mouillabilité optimale, est immergée dans le liquide. La force F exercée sur la plaque par le liquide mouillant est mesurée grâce à un tensiomètre. Cette force est reliée à la tension

1. Appellation commerciale d'un produit de la compagnie Procter & Gamble, également vendu sous le nom *Dreft* selon les pays.

superficielle γ par l'équation de Wilhelmy

$$\gamma = \frac{F}{l\cos(\theta)}\,, \tag{3.1}$$

où l est le périmètre de mouillage (égal à deux fois l'épaisseur de la plaque plus deux fois sa largeur) et θ l'angle de contact entre le liquide et la plaque. En pratique cet angle n'est pas mesuré et on considère un mouillage total ($\theta = 0$).
Cette mesure nous donne une tension superficielle $\gamma = 24.5\,\mathrm{mN/m}$ ($\pm\ 0.1\,\mathrm{mN/m}$ d'après la résolution de l'appareil), la tension du film étant quant à elle de 2γ (puisque le film a deux interfaces liquide-air), soit $49\,\mathrm{mN/m}$.

Concernant les membranes élastiques, nous utilisons des films de Mylar, appellation commerciale de films de polyester (PET, poly-téréphtalate d'éthylène).
Comme pour les films de savon, leur épaisseur sera présentée dans la prochaine sous-partie. Nous avons en effet à notre disposition plusieurs épaisseurs de Mylar, mesurées de différentes manières.
On mesure la masse surfacique en pesant des membranes carrées de 20cm de côté, ce qui permet de déduire la masse volumique (en prenant les épaisseurs données par la suite). Pour les différentes membranes, on obtient $\rho = (1250 \pm 50)\,\mathrm{kg/m^3}$.
Enfin la tension des membranes de Mylar est un paramètre difficile à estimer, qui dépend des conditions d'accroche de chaque échantillon. De manière générale on veille à ce que les films soient peu tendus, afin d'éviter une résonance (un effet peau de tambour) lors de la mesure acoustique. Nous verrons qu'à partir de cette mesure, dont on déduit l'admittance, une formule théorique permet d'ajuster au mieux les données expérimentales. Dans le cas des membranes de Mylar, la tension peut être laissée comme paramètre ajustable. On constate alors que des valeurs très différentes de la tension (variant sur plusieurs ordres de grandeur) donnent un bon accord avec les données, tout en conduisant à des valeurs identiques sur les autres paramètres ajustables. Il ne nous est donc pas possible de trancher quant à la tension des membranes de Mylar.

3.1.1 Epaisseur des membranes

L'épaisseur des films de savon change et diminue au cours du temps : nous avons besoin de la mesurer pour la connaître. Pour le Mylar le fabricant indique une épaisseur mais il est préférable de la mesurer également. Nous avons donc mis en place différentes méthodes pour mesurer l'épaisseur des membranes.

L'une d'elle est optique et repose sur l'utilisation d'un spectromètre, dont le schéma est représenté Figure 3.1. Ce dispositif optique est installé en complément du tube d'impédance. Nous utilisons ainsi un porte-échantillon avec un fond en plexiglas transparent, pour que la lumière puisse le traverser, tout en respectant la condition de déplacement nul (paroi rigide) au fond du tube.
On utilise une fibre optique émettrice, source de lumière blanche parallèle. Cette lumière est réfléchie par la membrane, qui agit comme une lame mince à faces parallèles, puis est collectée par une fibre réceptrice reliée à un spectromètre (USB 2000 Ocean Optics).
Dans la membrane, qu'il s'agisse du Mylar ou d'un film de savon, des phénomènes d'interférences lumineuses se produisent. Entre le rayon incident réfléchi sur la première face de la membrane, et celui réfléchi sur la seconde, il existe ainsi une différence de marche optique $\delta = 2\,n\,e\cos(\theta)$, où n est l'indice de réfraction du film, e son épaisseur, et θ l'angle du rayon incident dans le film par rapport à sa normale [2].
Ces interférences sont constructives, menant à une intensité maximale, lorsque $\delta = p\lambda_p$, avec p un entier. Le spectromètre donnant l'intensité en fonction de la longueur d'onde optique λ, comme l'illustre la Figure 3.2, on identifie aisément les longueurs d'onde pour lesquelles l'intensité est maximale, soit $\lambda_p = 2\,n\,e\cos(\theta)/p$.
En identifiant ces λ_p, on peut finalement déduire l'épaisseur du film grâce à la relation

$$\frac{1}{\lambda_{p+1}} - \frac{1}{\lambda_p} = \frac{1}{2\,n\,e\cos(\theta)}\,, \tag{3.2}$$

2. Cet angle s'écrit $\theta = \sin^{-1}(\sin(i)/n)$ où i est l'angle entre la fibre optique et la normale au film.

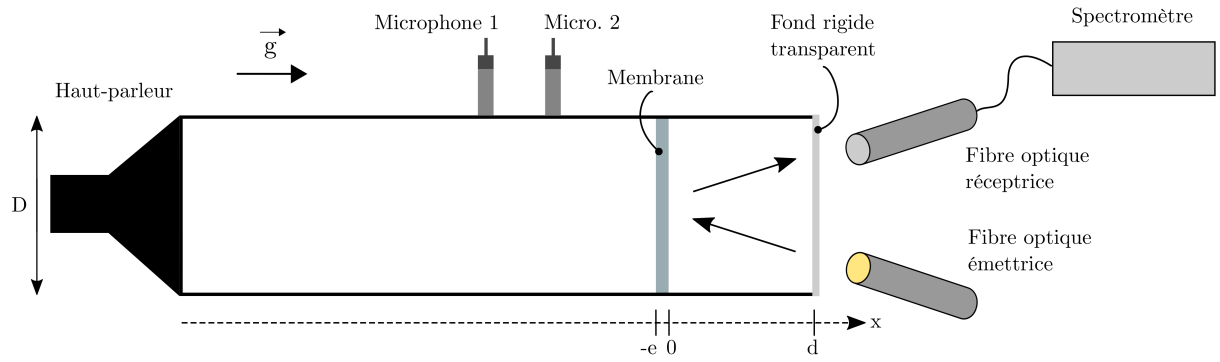


Fig. 3.1 – Schéma du tube d'impédance à deux microphones avec ajout du dispositif optique permettant la mesure d'épaisseur de la membrane, par spectrométrie. Le tube est placé à la verticale, de sorte à minimiser le gradient d'épaisseur de la membrane (lorsqu'il s'agit d'un film de savon) dans la direction perpendiculaire à celle de propagation de l'onde sonore (voir plus loin dans le texte).

connaissant n et θ.
Notons que la fibre émettrice illumine le film avec un faisceau de diamètre 8 mm, l'épaisseur déduite de cette mesure optique est donc une épaisseur moyenne sur cette surface.

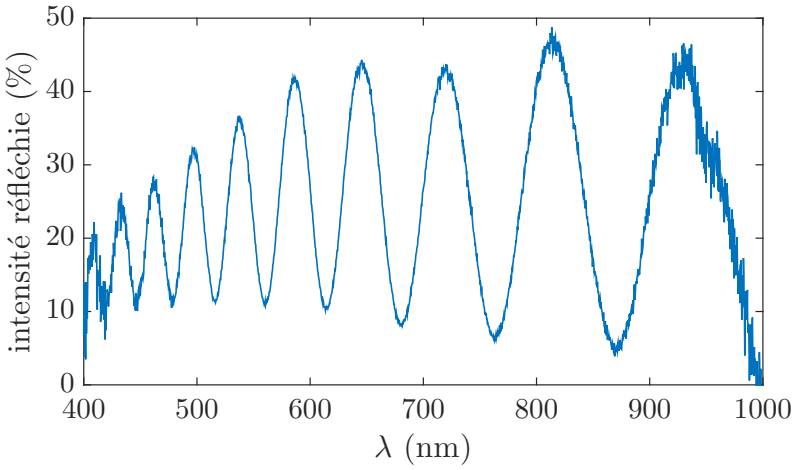


Fig. 3.2 – Exemple de signal délivré par le spectromètre, à partir duquel on déduit l'épaisseur : ici pour un film de savon (indice optique $n = 1.4$) on trouve $e = 2.37\mu m$.

Un suivi temporel de l'amincissement d'un film de savon, grâce à la mesure de l'épaisseur par spectrométrie optique, est ainsi rendu possible. Un exemple en est donné Figure 3.3.

Pour les membranes de Mylar, la spectrométrie optique précédemment décrite (indice optique du Mylar $n = 1.57$ (Weber, 2002)), peut être comparée à l'utilisation d'un profilomètre à contact. Le principe de cet instrument, utilisé en salle blanche, est fondé sur le contact physique entre une pointe en diamant et la surface de la membrane. Pour notre application, l'épaisseur est mesurée à un bord de la membrane, conduisant à une marche dans le profil.

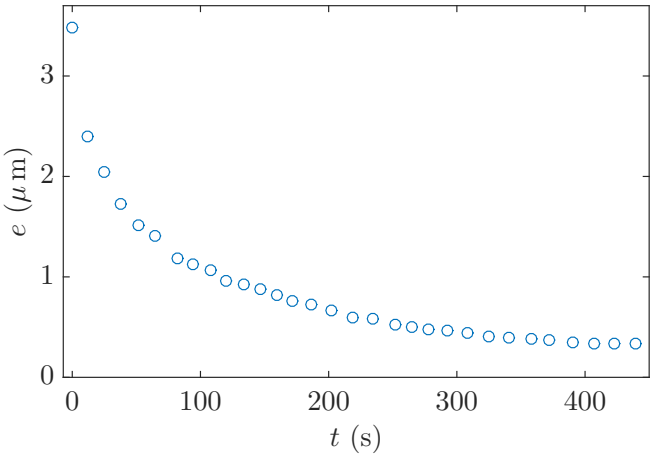


Fig. 3.3 – Amincissement d'un film de savon au cours du temps, l'épaisseur étant obtenue par spectrométrie optique. Ici pour une épaisseur initiale d'environ 3.5 μm le film s'amincit jusqu'à 1 μm en à peu près 1 min 30, avant de diminuer progressivement vers une épaisseur de quelques centaines de nanomètres.

La Table 3.1 présente les résultats de la caractérisation d'épaisseur : cinq échantillons au moins pour chacune des cinq membranes de Mylar ont été mesurés.

	Mylar $1\mu m$	Mylar $2\mu m$	Mylar $3\mu m$	Mylar $6\mu m$	Mylar $12\mu m$
épaisseur spectromètre (μm)	0.99 ± 0.04	2.07 ± 0.04	3.30 ± 0.04	6.73 ± 0.08	12.52 ± 0.46
épaisseur profilomètre (μm)	-	-	3.31 ± 0.09	6.73 ± 0.05	-

TABLE 3.1 – Mesure des épaisseurs des membranes de Mylar, par méthode optique à l'aide d'un spectromètre et grâce à un profilomètre, qui mesure la hauteur de la marche une fois arrivé à une extrémité de la membrane. Les titres de chaque colonne correspondent aux indications du fabricant.

Compte-tenu de l'excellent accord entre les deux méthodes observé pour les membranes d'épaisseurs intermédiaires, l'épaisseur des autres membranes est uniquement mesurée par spectrométrie, plus simple et rapide que l'utilisation du profilomètre en salle blanche.
On constate que l'épaisseur mesurée sur les échantillons est légèrement différente de l'épaisseur nominative prévue par le fabricant, surtout pour les membranes les plus épaisses. Pour nos analyses, on utilise l'épaisseur que nous avons mesurée (même si pour l'appellation des membranes on continue d'utiliser celle du fabricant).

Enfin nous montrerons un peu plus tard, Section 3.2.2, que notre mesure acoustique nous a également permis de développer une autre méthode pour mesurer l'épaisseur des membranes.

3.1.2 Dispositif de visualisation des membranes dans le tube d'impédance

Dans la suite de ce chapitre, nous allons chercher à mesurer et déterminer l'origine de la dissipation par une membrane unique. Dans le cas du film de savon, on peut penser que sa nature même, liquide, pourrait être la source de phénomènes dissipatifs. Il pourrait par exemple s'agir d'écoulements à l'intérieur même du film, ou dans son ménisque (la région d'épaisseur variable du film qui le raccorde aux parois). Il apparaît donc nécessaire, pour au moins une partie des mesures réalisées sur un film de savon, de visualiser ce dernier. Pour ce faire nous avons installé en complément du tube d'impédance un dispositif de visualisation, illustré Figure 3.4.

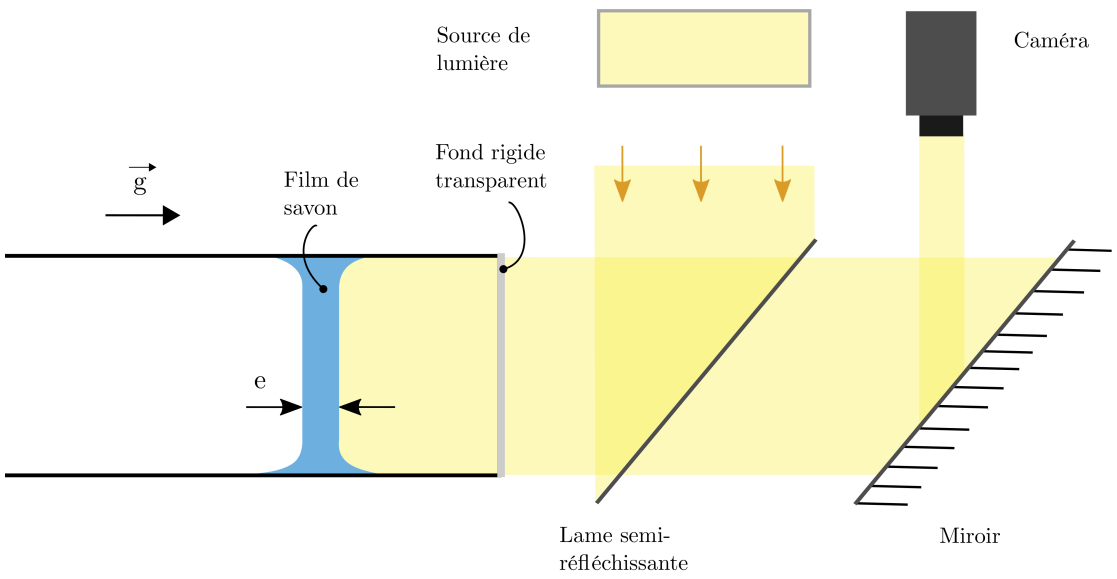


Fig. 3.4 – Schéma de l'extrémité du tube d'impédance complété par le dispositif de visualisation du film : un jeu de lame-réfléchissante et de miroir permet d'éclairer le film et de récupérer son image à l'aide d'une caméra.

Pour la visualisation, une source de lumière permet d'éclairer entièrement le film, lequel réfléchit une partie de cette lumière, reçue par une caméra grâce à un jeu de lame semi-réfléchissante et de miroir. La Figure 3.5 présente une série de photographies d'un même film de savon, prises à différents instants.
On observe bien le film sous forme d'un disque coloré. L'anneau sombre, entre ce disque et la paroi du tube, est le ménisque, qui apparaît noir en raison de sa courbure, car les rayons réfléchis n'arrivent pas sur la caméra.
La coloration apparente du film résulte des interférences des ondes lumineuses précédemment décrites. Il n'est toutefois pas possible de déduire de la teinte l'épaisseur du film, car cela nécessiterait un éclairage en lumière parallèle, qui n'est pas le cas ici. Par ailleurs, nous avons déjà vu dans la précédente partie que nous avions à notre disposition différents moyens de connaître cette épaisseur. Bien qu'on ne puisse pas associer une épaisseur à une couleur avec ce montage de visualisation, des couleurs différentes sur le film correspondent bien à des épaisseurs différentes.
On constate ainsi qu'à sa création au temps $t = 0\,\mathrm{s}$, le film est trop épais pour que l'on puisse voir des interférences, mais que les variations locales d'épaisseur se révèlent ensuite (puisqu'à un instant donné le film arbore différentes couleurs). Par ailleurs, la variation des teintes dans le temps, passant de rose/vert à $t = 1\,\mathrm{min}$ à bleu/brun à $t = 15\mathrm{min}$ par exemple, traduit l'amincissement global du film, même si les hétérogénéités locales d'épaisseur demeurent.

C'est pour illustrer cet amincissement au cours du temps qu'est reportée sur les clichés, en plus du temps, l'épaisseur du film obtenue alors par la mesure acoustique (cette méthode sera présentée Section 3.2.2). En effet, il n'est pas possible de connaître l'épaisseur grâce à la spectrométrie optique, ce dispositif ne pouvant être utilisé simultanément avec celui de visualisation.

La prochaine section est justement dédiée à la mesure acoustique, et elle nous permettra notamment de voir comment l'épaisseur se déduit de cette mesure.

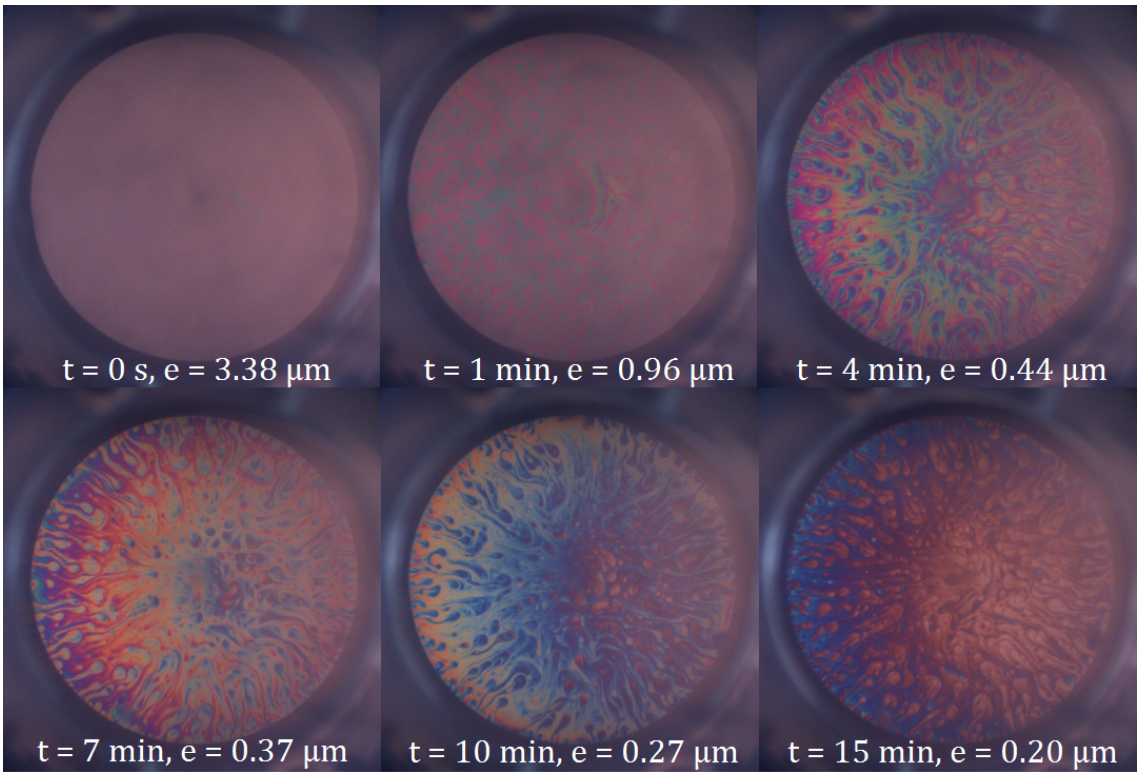


Fig. 3.5 – Photographies au cours du temps d'un film de savon, dont les couleurs sont liées à l'épaisseur, traduisant son évolution. L'anneau noir entre le disque coloré et le bord du tube correspond au ménisque, dont la courbure ne permet pas de récupérer les rayons réfléchis sur la caméra. On a reporté sur chacune des photographies l'épaisseur associée, obtenue grâce à notre méthode de mesure acoustique qui sera présentée Section 3.2.2.

3.2 Mesures acoustiques, méthodes d'analyse et premiers résultats

Pour les membranes uniques, on utilise le tube d'impédance à deux microphones de sorte à mesurer l'admittance, comme présenté Section 1.2 du premier chapitre. Une différence notable est que le tube d'impédance est cette fois positionné à la verticale. Ainsi, dans le cas d'un film de savon, celui-ci est horizontal et son amincissement progressif minimise le gradient d'épaisseur dans la direction perpendiculaire à celle de propagation de l'onde.
Nous allons montrer que la mesure de l'admittance et son analyse nous permettent d'extraire un paramètre de dissipation, que nous nous attacherons ensuite à caractériser en fonction de différents paramètres des membranes, Section 3.3.

Commençons par décrire le tube d'impédance dans sa configuration "membrane unique". Après les deux microphones en réflexion, une partie du tube est amovible : il s'agit du porte-échantillon. Ainsi pour fabriquer un film de savon dans le tube d'impédance, il suffit d'ôter le porte-échantillon, puis d'amener un récipient contenant la solution savonneuse à l'orée ouverte du tube. En y trempant le tube, un film de savon s'y forme très facilement.
Pour les membranes de Mylar, celles-ci sont fixées sur un anneau venant s'emboîter au sommet de notre porte-échantillon. Le diamètre de l'anneau est tel qu'il ne dépasse pas à l'intérieur du tube : il permet simplement de bien fixer le Mylar, puis tout le diamètre interne du tube est occupé par la membrane.
La membrane d'épaisseur e est donc séparée du fond du tube par une épaisseur d d'air, comme illustré

Figure (3.6).

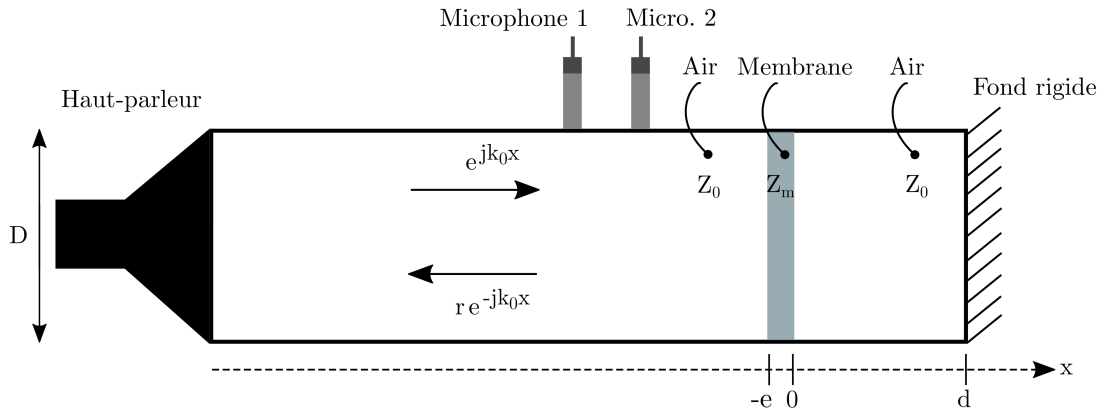


Fig. 3.6 – Schéma du tube d'impédance à deux microphones, utilisé pour les mesures acoustiques d'admittance, dans la configuration particulière où le matériau étudié est une unique membrane. La membrane d'épaisseur e et d'impédance Z_m est séparée du fond du tube par une lame d'air d'épaisseur d et d'impédance Z_0.

Avant de présenter notre méthode d'analyse, la Figure 3.7 montre des exemples de résultats bruts que l'on peut obtenir à grâce à la mesure au tube d'impédance, sur l'admittance $\mathcal{A}$ et sur le coefficient d'absorption (en incidence normale) α_{IN}. On constate pour l'admittance que, comparée à la mesure de référence dans l'air seul, la présence d'une membrane décale le pic d'admittance en fréquence et en réduit l'amplitude, en raison de la dissipation qu'elle induit. Pour le coefficient d'absorption, les valeurs sont relativement faibles (une membrane unique n'est pas un matériau très absorbant), mais néanmoins différentes de celles dans l'air seul (pour lequel on trouve une absorption globalement constante avec la fréquence et de l'ordre de 0.05).

Pour le coefficient d'absorption on montre également le résultat d'un film de savon, pour lequel la courbe obtenue présente des oscillations assez régulières (bien qu'un tel comportement ne soit pas systématique) : nous reviendrons dessus Section 3.2.4 afin de voir comment ces oscillations peuvent être reliées à la tension de la membrane.

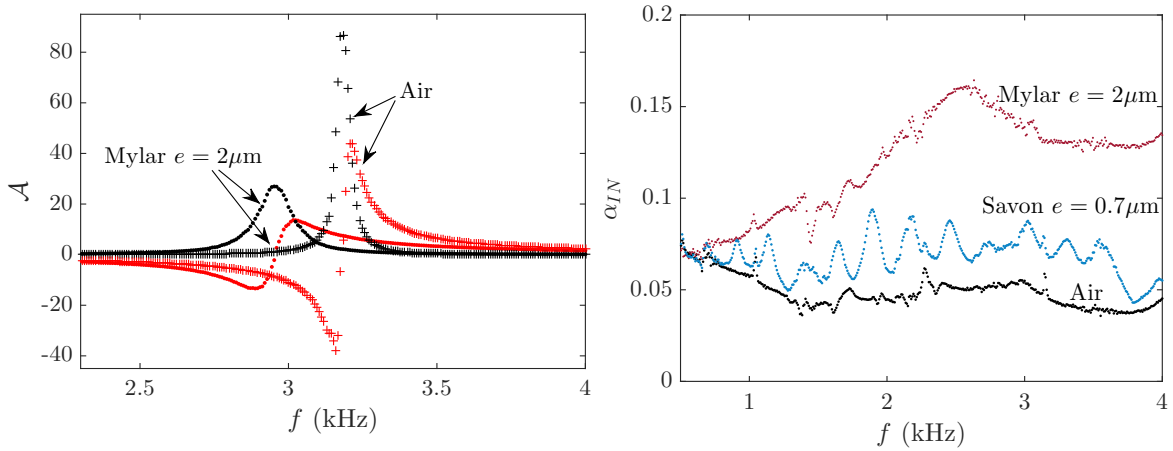
À présent nous allons aborder notre méthode d'analyse des données d'admittance : pour cela nous commençons par écrire la propagation de l'onde à travers les trois milieux air/membrane/air, avant qu'elle soit parfaitement réfléchie au fond du tube.

3.2.1 Admittance – Mesures brutes et méthode d'analyse

Ce fond rigide du tube impose une condition de déplacement nul en $x = d$. On a également les conditions de continuité de la pression et de la vitesse aux deux interfaces de la membrane situées en $x = -e$ et $x = 0$, ce qui permet finalement d'obtenir la relation exacte suivante, pour une onde plane :

$$\frac{e^{-jk_0e} - re^{\,jk_0e}}{e^{-jk_0e} + re^{\,jk_0e}} = -j\frac{Z_0}{Z_m}\,\frac{\tan(k_me) + \dfrac{Z_m}{Z_0}\,\tan(k_0d)}{1 - \dfrac{Z_m}{Z_0}\,\tan(k_0d)\,\tan(k_me)}\,. \tag{3.3}$$

Dans cette relation interviennent les impédances caractéristiques Z_0 et Z_m, respectivement de l'air et de la membrane, les nombres d'onde complexes k_0 et k_m, l'épaisseur e du film et le coefficient de réflexion r.



(a) (b)

Fig. 3.7 – (a) Parties réelles et imaginaires de l'admittance, respectivement en noir et en rouge, pour la mesure de référence dans l'air (symboles +) et pour une membrane de Mylar (symboles ·). (b) Coefficient d'absorption en incidence normale pour la mesure de référence dans l'air, pour un film de savon et pour une membrane de Mylar.

Cette expression se simplifie dans le cas où l'épaisseur de la membrane est petite devant la longueur d'onde, aussi bien dans l'air que dans la membrane. Dans nos expériences, la fréquence maximale est de 5kHz, soit des longueurs d'onde de quelques dizaines de centimètres, pour des épaisseurs de membranes inférieures à $10\,\mu$m. Nous avons donc bien $e \ll \lambda_0$ et $e \ll \lambda_m$, autrement dit $k_0 e \ll 1$ et $k_m e \ll 1$.
Dans ces conditions, l'équation (3.3) se simplifie comme suit :

$$\frac{1-r}{1+r} = \frac{\dfrac{Z_0}{jZ_m}k_m e + \dfrac{Z_0}{Z_s}}{1 + \dfrac{Z_0}{Z_s}\dfrac{Z_m k_m e}{jZ_0}}\,, \tag{3.4}$$

où l'on a introduit la définition de l'impédance d'entrée, déjà vue dans le premier chapitre (équation (1.23))

$$Z_s = jZ_0/\tan(k_0 d)\,. \tag{3.5}$$

La relation (3.4) peut encore être réduite, si on étudie l'ordre de grandeur du terme

$$\beta = \frac{Z_0 k_m e}{Z_m} = \frac{\rho_0 c_0 \omega e}{\rho_m c_m^2} \quad .$$

A 1kHz, avec $\rho_0 = 1.2$ kg/m^3, $c_0 = 343$ m/s, un film de savon caractérisé par $\rho_m = 1000$ kg/m^3, $c_m = 1500$ m/s et $e = 3\,\mu$m, l'ordre de grandeur de β est 10^{-10}. En comparaison, le terme Z_0/Z_s avec $d = 3\,$cm a comme ordre de grandeur $10^{\,1}$.
On obtient alors l'expression suivante, en négligeant le terme β,

$$\frac{1-r}{1+r} = \frac{\dfrac{Z_0}{Z_s}}{1 + \dfrac{Z_0}{Z_s}\dfrac{Z_m k_m e}{jZ_0}} \quad . \tag{3.6}$$

On reconnaît le rapport $(1-r)/(1+r)$ qui est l'admittance mesurée, désormais notée $\mathcal{A}_{\text{membrane}}$. De la même manière, Z_0/Z_s est l'admittance d'entrée adimensionnée de la tranche d'air

$$\mathcal{A}_{\text{air}} = -j\tan(k_0 d)\,. \tag{3.7}$$

Ainsi, dans notre configuration à trois milieux, nous pouvons connaître l'admittance de la membrane en fonction de celle de la tranche d'air et de la masse surfacique de la membrane ρe, grâce à la relation

$$\mathcal{A}_{\text{membrane}} = \frac{\mathcal{A}_{\text{air}}}{1 - \mathcal{A}_{\text{air}} \dfrac{j\omega\rho e}{Z_0}} \quad . \tag{3.8}$$

Comme le montre très clairement l'expression précédente, l'admittance de la membrane dépend de celle de l'air, donnée équation (3.7). Le nombre d'onde dans l'air k_0 qui y intervient est complexe, et sa partie imaginaire traduit la dissipation dans l'air. On écrit k_0 sous la forme $k_0 = \omega/c_0 + jk_0''$ où k_0'' sa partie imaginaire peut être déduite de la mesure du coefficient d'absorption dans l'air. En effet, l'admittance dans l'air est par définition égale à $(1-r)/(1+r)$ et le coefficient d'absorption vaut quant à lui $1-|r|^2$. Dans la limite où l'absorption dans l'air n'est pas trop importante ($k_0''d \ll 1$), en combinant les précédentes définitions des grandeurs en jeu et d'après l'équation (3.7), on trouve que le coefficient d'absorption dans l'air α_{IN} est relié à la partie imaginaire de k_0 par la relation $\alpha_{\text{IN}} \simeq 4k_0''d$.
Expérimentalement, le coefficient d'absorption que l'on mesure dans l'air vaut toujours environ 0.05 et est constant avec la fréquence (voir Figure 3.7(b)). L'ordre de grandeur de d, la distance entre la membrane et le fond du tube, est de 2 cm, ce qui nous donne $k_0'' \approx 0.6\,\text{m}^{-1}$.

Dans la configuration précédente avec trois milieux, air/membrane/air, la membrane était une couche mince indéformable. Une manière d'affiner le modèle est de considérer que la membrane peut se déformer, puisque l'onde acoustique se couple avec la membrane mise en vibration.

Pour écrire sa déformation, la démarche est parfaitement similaire à ce qui a été fait dans le Chapitre 2, Section (2.2.3), pour présenter le modèle jouet d'une mousse liquide et le déplacement d'une membrane flexible attachée à un anneau rigide. Ici la situation est encore plus simple, puisqu'il n'y a que la membrane et pas d'anneau. L'approche est donc identique, jusqu'à écrire la condition aux limites sur les bords du tube. Ici, le déplacement de la membrane est considéré nul aux bords.
Pour rappel, un ingrédient important est la tension de la membrane qui s'oppose à toute déformation de celle-ci. Cela permet d'écrire le déplacement u de la membrane de rayon a (correspondant au rayon du tube) en tout point, qu'on illustre Figure 3.8,

$$u(r) = \frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e}\left[1 - \frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\right], \tag{3.9}$$

puis en intégrant sur toute la surface de la membrane on trouve le déplacement moyen

$$\langle u \rangle = \frac{\Delta P}{\omega^2 \rho e}[1 - \mathcal{H}(qa)]\,. \tag{3.10}$$

On rappelle que la fonction $\mathcal{H}$ vaut $\mathcal{H}(x) = 2J_1(x)/(xJ_0(x))$, les fonctions J étant les fonctions de Bessel (d'ordre 0 et 1). q est le nombre d'onde des ondes capillaires se propageant à la surface de la membrane. Une expression simple de q a déjà été donnée équation (2.19), mais on utilise ici une expression plus complète tirée de Kosgodagan Acharige *et al.* (2014), dans laquelle q est complexe, et qui tient compte de l'inertie ainsi que de la viscosité de l'air de part et d'autre de la membrane

$$q = \frac{\omega}{\sqrt{T}}\sqrt{\rho e + \frac{2\rho_0}{q(1 - q/m_0)}}\,, \tag{3.11}$$

$$\text{avec} \quad m_0 \approx (1+j)\sqrt{\frac{\eta_0}{2\omega\rho_0}}\,, \tag{3.12}$$

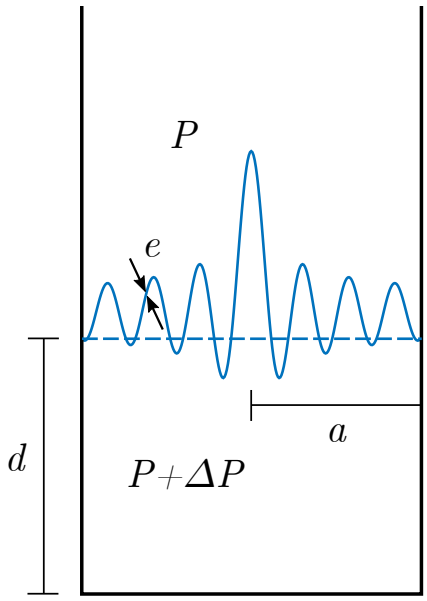


Fig. 3.8 – Schéma du fond du tube et du déplacement de la membrane dans le tube en trait plein bleu, d'après l'équation (3.9) (la ligne pointillée correspond à la position de la membrane au repos). L'amplitude des oscillations est ici grandement exagérée afin d'être bien visible. Dans nos expériences le rayon a du tube est le plus souvent de 14.5 mm, la longueur de la cavité d'air d est de l'ordre de 2 cm.

où ρ_0 est la densité de l'air et η_0 sa viscosité. L'équation précédente peut s'inverser pour avoir $q(\omega)$, mais l'expression est alors plus complexe, aussi l'écrit-on ici sous cette forme plus lisible.
On tient désormais compte du déplacement moyen de la membrane dans le problème du tube d'impédance : on réécrit la réflexion et transmission à travers les trois milieux air/membrane/air avec cette fois des conditions aux limites aux extrémités de la membrane qui tiennent compte de son déplacement. On obtient ainsi une nouvelle relation pour l'admittance

$$\mathcal{A}_{\text{membrane}} = \frac{\mathcal{A}_{\text{air}}}{1 - \mathcal{A}_{\text{air}} \dfrac{j\omega\rho e}{[1 - \mathcal{H}(qa)]Z_0}} \quad . \tag{3.13}$$

Test du modèle sur des données expérimentales

Nous pouvons dès à présent tester notre modèle, équation (3.13), sur des données expérimentales. Un exemple est montré Figure 3.9 sur une membrane de Mylar de 2 μm d'épaisseur, et de rayon $a = 14.5$ mm (on utilise le tube d'impédance de diamètre étroit). Son épaisseur exacte est connue et vaut 1.95 μm.

Comme nous le mentionnions précédemment, la caractérisation des membranes de Mylar est difficile en ce qui concerne leur tension T, qui apparaît dans le nombre d'onde q. L'équation (3.13) est donc appliquée en testant différentes valeurs pour T. On trouve toutefois que la prédiction du modèle est quasiment identique (variations inférieures à 0.5% des valeurs prédites pour l'admittance), et ce, que la valeur de T retenue soit de l'ordre de 1 mN/m, de 10 mN/m ou encore de 100 mN/m. Le fait que des valeurs si différentes de la tension n'affectent quasiment pas l'admittance pour la membrane traduit certainement le fait que dans l'expérience, et pour notre admittance mesurée, la membrane de Mylar n'est quasiment pas tendue (elle présente même plutôt un aspect légèrement froissé).
Notons que pour les films de savon, leur tension est connue et vaut 2γ, soit 49 mN/m : c'est cette valeur qui est directement injectée dans le modèle.

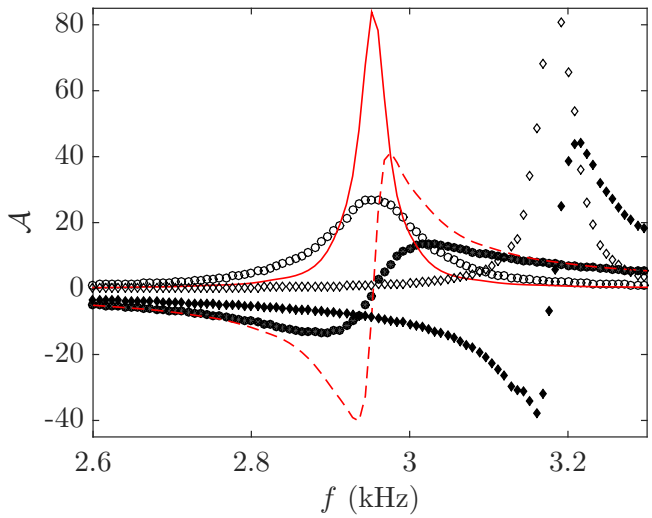


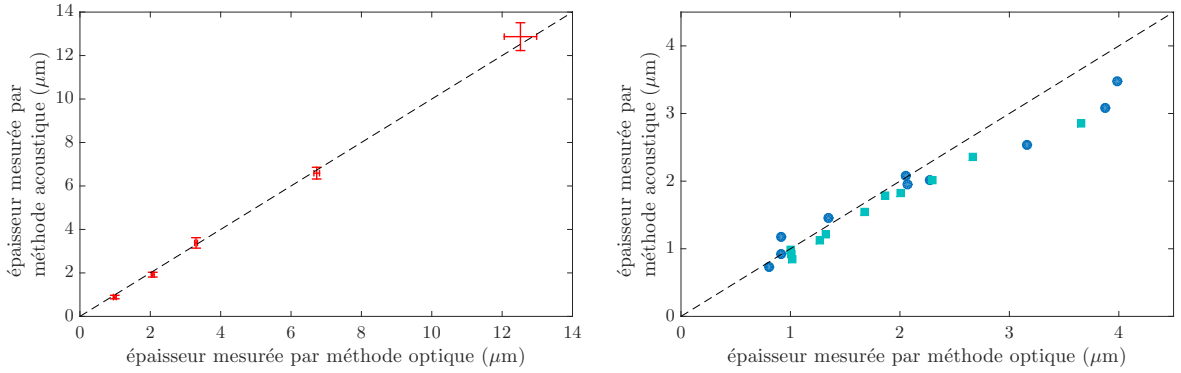
Fig. 3.9 – Admittance $\mathcal{A}$ d'une membrane de Mylar d'épaisseur mesurée 1.95 μm. Les données expérimentales correspondent aux ronds noirs vides et pleins, respectivement pour les parties réelle et imaginaire. Les courbes théoriques sont en rouges (trait plein pour la partie réelle, pointillés pour la partie imaginaire), et calculées avec une valeur de tension $T = 30\,\mathrm{mN/m}$. Les courbes avec symboles losanges montrent l'admittance dans l'air. La position du pic d'admittance pour le Mylar est bien retrouvée mais l'amplitude donnée par l'équation (3.13) surestime les valeurs expérimentales.

Avec tous ces ingrédients, et connaissant la masse surfacique ρe de la membrane, on est capable de tracer l'expression de l'admittance, équation (3.13). Comme on le voit Figure 3.9, l'admittance présente un pic (sur la partie réelle) dont la position dépend de l'épaisseur de la membrane et dont l'amplitude dépend de la dissipation. L'épaisseur de la membrane, ici connue, permet d'obtenir la bonne position du pic.
Toutefois l'amplitude prévue par la formule théorique surestime l'amplitude mesurée. Cela signifie que la membrane dissipe en réalité davantage, et qu'il manque une source de dissipation dans le modèle. La dissipation venant de l'air contenue dans $\Im(k_0)$, et celle liée aux ondes capillaires contenue dans $\Im(q)$ ne suffisent donc pas à atteindre la dissipation totale. Nous verrons un tout petit plus loin, Section 3.2.3, l'ajout nécessaire d'un terme de dissipation supplémentaire.
Avant cela, nous allons exploiter la dépendance de la position du pic d'admittance avec l'épaisseur de la membrane pour obtenir une mesure de cette dernière.

3.2.2 Admittance – Mesure de l'épaisseur grâce à l'acoustique

En effet, il est possible de laisser l'épaisseur comme paramètre ajustable dans l'expression (3.13). L'épaisseur de la membrane est ainsi déduite de la mesure acoustique. Nous pouvons la comparer à celle précédemment mesurée par spectrométrie. C'est cette comparaison qui est présentée Figure 3.10, pour les membranes de Mylar d'une part et pour deux films de savon d'autre part.

Pour les membranes de Mylar, on représente Figure 3.10(a) l'épaisseur mesurée par méthode optique (grâce au spectromètre) en abscisse et celle déduite de la mesure acoustique en ordonnée. Pour ces deux méthodes on représente les barres d'erreurs associées, correspondant à des mesures sur différents échantillons de membranes. On observe un très bon accord entre les deux méthodes de mesure, sachant que la validité de la méthode optique avait déjà été éprouvée *via* la comparaison aux mesures avec le profilomètre. Cela nous permet ici de valider également notre méthode acoustique pour mesurer l'épaisseur des membranes.



(a) (b)

Fig. 3.10 – Comparaison entre l'épaisseur mesurée grâce au spectromètre optique et celle déduite de la mesure acoustique, (a) pour les membranes de Mylar et (b) pour deux films de savon pris ici en exemple. Pour les films de savon, chaque jeu de données (ronds bleu foncés et carrés bleus clairs) correspond à l'amincissement d'un film de savon au cours du temps. Pour les membranes de Mylar, différents échantillons ont été mesurés pour chaque épaisseur. La ligne pointillée représente la première bissectrice.

C'est aussi le cas pour les films de savon, pour lesquels nous montrons deux séries de mesures sur deux films différents Figure 3.10(b). Les différentes épaisseurs mesurées correspondent à l'amincissement de ces films au cours du temps. Aux épaisseurs les plus faibles (à partir de 0.7 μm, car aucune mesure d'épaisseur par spectrométrie optique n'a pu être réalisée sur des films plus fins), et jusqu'à environ 3 μm, l'accord entre les deux épaisseurs est très bon. Il l'est légèrement moins pour les films épais, autrement dit aux premiers instants des expériences.
Ceci peut s'expliquer par le fait que le film s'amincit très vite lors des premières secondes, alors que son épaisseur diminue ensuite plus lentement (voir Figure 3.3). Or, si la mesure optique de l'épaisseur est instantanée, la mesure acoustique dure environ une dizaine de secondes. Pendant la première mesure acoustique, de $t = 0$ à 10 s, l'épaisseur du film est en train de changer de manière non négligeable. Cela conduit à mesurer une épaisseur plus faible (la mesure étant réalisée pendant que le film s'amincit), comparée à la mesure optique qui est instantanée et réalisée à l'instant $t = 0$ s (quand le film est le plus épais).
L'accord demeure quoi qu'il en soit satisfaisant entre épaisseur "optique" et épaisseur déduite de l'acoustique, nous permettant de valider notre technique de mesure d'épaisseur grâce à l'acoustique.

3.2.3 Admittance – Ajout d'un terme de dissipation

Reprenons à présent notre étude de l'admittance : nous avons vu qu'il apparaît nécessaire d'introduire un terme supplémentaire de dissipation dans notre modèle. En nous inspirant des travaux de Park *et al.* (2013), dédiés à des métamatériaux membranaires (comportant notamment une succession de membranes dans un tube), nous ajoutons un terme de dissipation visqueuse en $b\langle\dot{u}\rangle$ lorsque nous écrivons le déplacement moyen de la membrane, équation (3.10)

$$\omega^2 \rho e \langle u\rangle = \Delta P\,[1 - \mathcal{H}(qa)] - \frac{j\omega b}{\pi a^2}\langle u\rangle\,. \tag{3.14}$$

Ceci nous donne une nouvelle expression de $\langle u\rangle$, qui, une fois prise en compte dans le problème du tube d'impédance, conduit à la relation

$$\mathcal{A}_{\text{membrane}} = \frac{\mathcal{A}_{\text{air}}}{1 - \mathcal{A}_{\text{air}}\dfrac{(j\omega\rho e - \dfrac{b}{\pi a^2})}{[1-\mathcal{H}(qa)]Z_0}}\,. \tag{3.15}$$

Ceci est la formule de notre modèle complet. Nous testons à présent ce nouveau modèle, avec seulement b comme paramètre ajustable (dont l'unité est le kg/s), sur les mêmes données expérimentales que précédemment. Le résultat est présenté à la Figure 3.11 : on constate maintenant qu'à la fois la position mais aussi l'amplitude du pic d'admittance sont correctement retrouvées. L'ajustement s'effectue sur la partie réelle de l'admittance, et la partie imaginaire calculée ensuite est également en très bon accord avec la mesure.

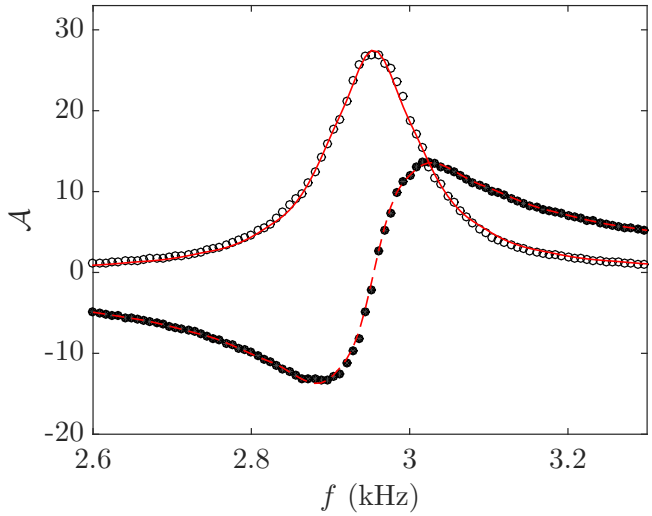


Fig. 3.11 – Admittance $\mathcal{A}$ d'un film de Mylar d'épaisseur mesurée 1.95 μm. Les données expérimentales correspondent aux ronds noirs vides et plein, respectivement pour les parties réelle et imaginaire. Les courbes théoriques sont en rouge (trait plein pour la partie réelle, pointillés pour la partie imaginaire). L'amplitude de l'admittance est désormais correcte, grâce à l'équation (3.15) avec b comme paramètre ajustable pour lequel on obtient ici la valeur $b = 6.5 \times 10^{-3}$ kg/s.

Nous avons ainsi à notre disposition une méthode d'analyse pour déduire un terme de dissipation, b, pour chacune de nos expériences. Plus la valeur de b est élevée, plus la dissipation est importante.
La Section 3.3 présentera ainsi plusieurs études paramétriques afin de déterminer quelles caractéristiques expérimentales et des membranes ont un effet sur la dissipation et de le quantifier.
Toutefois juste avant cela, nous revenons sur les courbes d'absorption qui peuvent présenter des oscillations et nous permettent de mesurer la tension de la membrane.

3.2.4 Coefficient d'absorption – Mesure de tension

Comme nous l'avons vu Figure 3.7(b), le coefficient d'absorption d'une membrane présente parfois des oscillations : si l'on mesure un Δf régulier entre ces maxima successifs cela peut traduire des passages par π du produit qa, a étant le rayon du film.
En effet, si l'on reprend le déplacement de la membrane équation (3.9), son amplitude est maximale lorsque $J_0(qa) = 0$. Cela peut donc être à l'origine des oscillations présentes dans nos mesures du coefficient d'absorption. Or la fonction de Bessel s'annule tous les $n\pi$ (même si les premiers zéros de cette fonction ne surviennent pas exactement pour ces valeurs-là, cela devient rapidement vrai).
Si on considère donc que le pic numéro n sur le coefficient d'absorption correspond à une fréquence f_n telle

que $qa = n\pi$, alors compte tenu de la relation de dispersion équation (3.11) on obtient

$$f_n = \frac{n}{2a}\sqrt{T}\sqrt{\rho e + \frac{2a\rho_0}{(n\pi)[1 - n\pi/(a\, m_0)]}}^{-1} . \tag{3.16}$$

Pour plusieurs films de savon, on extrait les fréquences f_n des pics d'absorption. On peut alors comparer avec les prédictions de l'expression (3.16), en prenant comme valeur de la tension celle que nous avons mesurée au tensiomètre, $T = 49\,\mathrm{mN/m}$. La recherche du bon numéro n à attribuer à chaque pic se fait à tâtons (comme on n'a pas accès aux premières oscillations avant 500 Hz). Comme le montre la Figure 3.12 l'accord est satisfaisant, ce qui nous indique que cette approche peut être utilisée afin de mesurer la tension d'une membrane, grâce aux oscillations du coefficient d'absorption, dans le cas où celles-ci sont présentes.

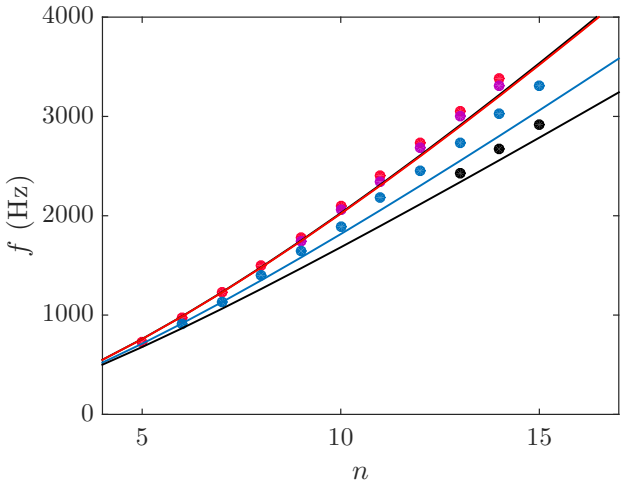


Fig. 3.12 – En mesurant sur le coefficient d'absorption les fréquences f_n auxquelles surviennent des oscillations (n étant le numéro du pic), celles-ci peuvent être reliées à la tension de la membrane. Pour plusieurs films de savon, on compare ici des données expérimentales (symboles) aux prédictions de l'équation (3.16), en prenant comme valeur de la tension $T = 49\,\mathrm{mN/m}$ et $a = 14.5\,\mathrm{mm}$ le rayon de la membrane. Les couleurs correspondent à différentes épaisseurs : $0.95\,\mu$m en noir, $0.66\,\mu$m en bleu, $0.32\,\mu$m en violet et $0.31\,\mu$m en rouge.

L'utilisation de cette technique est bien sûr conditionnée par la présence des oscillations sur la courbe d'absorption. Or, nous n'en avons observées que pour des films de savon fins (moins de $1\,\mu$m). Nous n'avons donc pas été en mesure d'utiliser cette approche afin de connaître la tension des membranes de Mylar, leurs courbes d'absorption ne présentant pas d'oscillations. Il peut s'agir d'une trace que ces membranes ne sont quasiment pas tendues, ou bien un mécanisme de dissipation effacerait-il ces oscillations ?

Comme nous l'avons vu précédemment, c'est donc la courbe d'admittance qui nous permet d'extraire des informations sur les membranes, en premier lieu leur épaisseur, et également ce qui concerne leur dissipation. Les résultats de cette dissipation en fonction de différentes caractéristiques des membranes sont à présent discutés.

3.3 Etudes paramétriques autour de la dissipation

3.3.1 Effet de l'épaisseur des membranes

Nous commençons par voir l'influence de l'épaisseur de la membrane sur la dissipation. Pour les films de savon, il est très facile d'accéder à différentes épaisseurs puisqu'il suffit de laisser chaque film drainer. Pour les films de Mylar nous avons différentes épaisseurs à notre disposition (voir Table 3.1).

La Figure 3.13(a) présente l'évolution du terme de dissipation b en fonction de l'épaisseur e pour sept films de savon, tous obtenus à partir de la même solution savonneuse décrite Section 3.1. On constate une certaine variabilité d'un film à l'autre, mais cette variabilité ne masque pas la tendance globale : la dissipation augmente avec l'épaisseur.

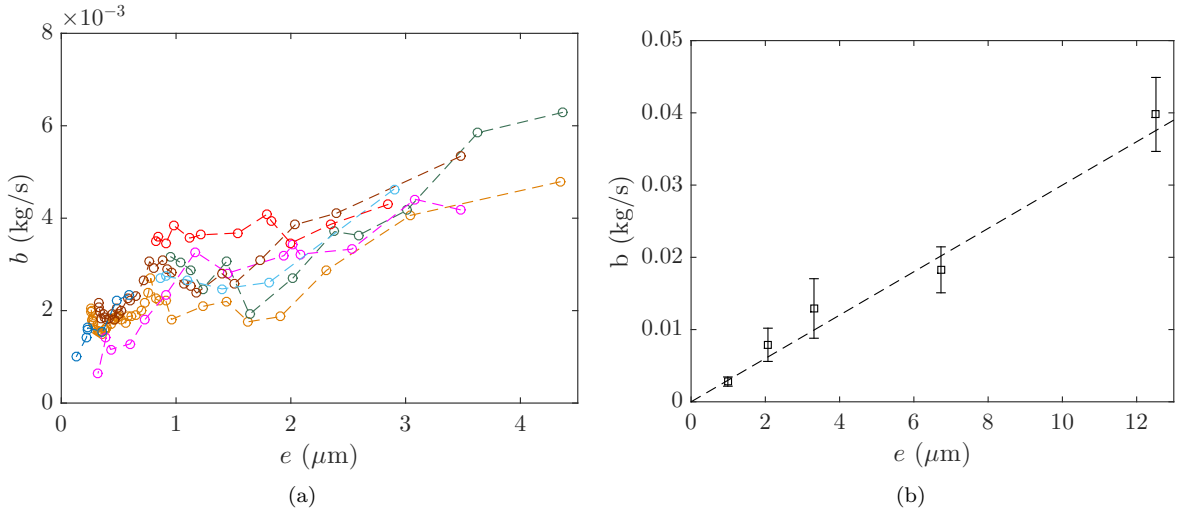


Fig. 3.13 – Dissipation b en fonction de l'épaisseur e des membranes pour les deux natures possibles de membranes. (a) Pour les films de savon : chaque couleur correspond à un film mesuré, les différentes épaisseurs correspondant à l'amincissement du film au cours du temps. (b) Pour les films de Mylar, plusieurs échantillons accrochés de différentes manières (voir dans le texte) ont été mesurés pour chacune des épaisseurs. La ligne pointillée est un guide pour l'œil, qui correspond à la droite d'équation $y = 3 \times 10^{-3}\, x$. Pour les deux types de membrane la dissipation augmente avec l'épaisseur.

La Figure 3.13(b) montre cette fois les résultats pour les membranes de Mylar. Pour chacune des épaisseurs à notre disposition, nous avons mesuré plusieurs échantillons de membranes. Nous avons également testé différentes manières d'accrocher la membrane sur son anneau : en la collant à l'aide d'une colle à UV (durcissant sous l'effet de rayonnement ultraviolet), en la collant à l'aide de scotch double-face (offrant un collage plus homogène que la colle à UV), ou encore en coinçant le film entre deux anneaux imbriqués. Ces différentes manières d'accrochage (qui satisfont toutes la condition de déplacement nul sur les bords) conduisent à des valeurs de dissipation du même ordre, et la variabilité des résultats entre un système d'accrochage et un autre ne dépasse pas la variabilité obtenue lorsqu'on utilise une même technique d'accrochage répétée sur différents échantillons. Ces différentes méthodes d'accrochage nous permettent de vérifier que la dissipation mesurée vient bien de la membrane, et non d'un effet de la colle.
Les barres d'erreurs sur la Figure 3.13(b) correspondent donc à la synthèse de toutes nos expériences, sur différents échantillons et pour plusieurs méthodes d'accrochage de la membrane.

Comme pour les films de savon, la dissipation augmente avec l'épaisseur. Ici pour les membranes de Mylar la relation apparaît clairement comme proportionnelle (ce que souligne la ligne pointillée), avec une dissipation qui tend vers zéro à épaisseur est nulle.

On aura l'occasion de revenir un peu plus tard sur l'effet de la nature de la membrane sur la dissipation, mais on voit d'ores et déjà sur la Figure 3.13 que la dissipation est globalement du même ordre de grandeur, de quelques unités à quelques dizaines de 10^{-3} kg/s.

3.3.2 Effet de la taille de la membrane

Après avoir vu l'effet de l'épaisseur de la membrane sur la dissipation, nous allons voir quel est celui de sa taille. Pour cela nous tirons profit du fait que nous avons deux diamètres du tube d'impédance à notre disposition, et utilisons donc également celui de rayon $a = 50$ mm (les expériences précédentes, et de manière générale les expériences où ce n'est pas précisé sont réalisées avec le tube de rayon étroit, $a = 14.5$ mm).

Nous pouvons utiliser la même méthode qu'avec le tube étroit pour fabriquer un film de savon dans le tube de diamètre large. Un film de savon de diamètre 10 cm est toutefois plus fragile, et il dure généralement moins longtemps (s'il ne rompt pas dès les premières secondes). Nous avons réalisé cette expérience sur trois films de savon (un quatrième n'ayant tenu que le temps d'une seule mesure).
Par ailleurs, nous n'avons pas de porte-échantillon pour le tube de grand diamètre qui nous permette d'y accrocher une membrane de Mylar. L'expérience est donc seulement réalisée pour les films de savon.

Nous observons Figure 3.14(a) une dissipation plus importante lorsque le rayon de la membrane augmente. Comme l'illustre la Figure 3.14(b), nous obtenons également un regroupement satisfaisant (pour les épaisseurs supérieures à 1 μm) des données issues des mesures sur les deux rayons lorsqu'on applique un rescaling en $b/(2\pi a)$ (alors qu'un rescaling en $b/(\pi a^2)$ donne un résultat moins probant, comme le montre l'insert de cette figure). Il semble donc que la dissipation dépende de la taille de la membrane *via* son périmètre, suggérant plutôt des effets de bords.

Pour aller dans le sens de potentiels effets de bords, on peut déjà relever que le nombre d'onde q donné par l'équation (3.11) est obtenu pour une membrane infinie. La dissipation visqueuse dans l'air, due aux frottements de la membrane lorsqu'elle vibre, est alors entièrement contenue dans la partie imaginaire de q. Compte-tenu ici de la dimension finie de la membrane, il est possible qu'une source de dissipation supplémentaire existe. Le terme de dissipation supplémentaire que nous avons dû introduire avec b pourrait, au vu de nos résultats, contenir la dissipation supplémentaire due au caractère fini de la membrane.

3.3.3 Effet de la fréquence

Comme on l'a vu Section 3.2, on extrait la dissipation en analysant pour chaque mesure expérimentale le pic d'admittance. Autrement dit, on obtient ainsi la dissipation à une fréquence : celle du pic d'admittance. Or, en modifiant la longueur d de la cavité d'air située après la membrane, on décale en fréquence le pic d'admittance. Ce faisant, on est ainsi en mesure de déduire la dissipation à des fréquences différentes.
Les résultats présentés jusqu'à présent ont été réalisés avec $d = 2.7$ cm, soit une fréquence d'analyse de 3.2 kHz environ (le pic se décalant légèrement selon l'épaisseur de la membrane). Pour les autres mesures présentées dans cette partie, nous utilisons un porte-échantillon fourni par le fabricant du tube, dont la cavité d'air est de longueur variable. La Figure 3.15 illustre nos résultats pour b en fonction de e dans le cas de films de savon, et ce pour différentes fréquences. Les cinq fréquences vont de 2.1 à 6.2 kHz (notons que cette fréquence maximale reste bien dans la gamme de fonctionnement du tube de petit diamètre, donnée dans le premier chapitre, Table 1.1).

On constate que les nouvelles expériences ont donné des films très fins (en-deçà des épaisseurs précédemment obtenues), ce qui est sans doute lié au porte-échantillon utilisé. Ce dernier a en effet un système de vissage

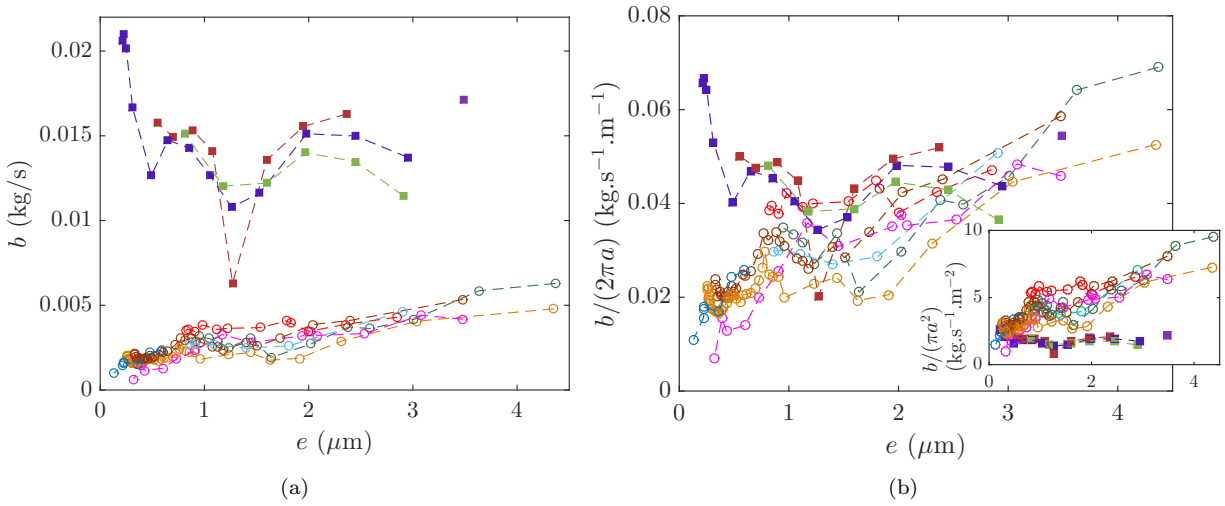


Fig. 3.14 – (a) Dissipation b en fonction de l'épaisseur pour des films de savon de différents rayons. Les symboles ronds vides correspondent aux sept films de savon montrés précédemment, fabriqués dans le tube de rayon $a = 14.5\,\text{mm}$, et les symboles carrés plein correspondent à des films de savon fabriqués dans le tube de rayon $a = 50\,\text{mm}$. (b) Dissipation b divisée par le périmètre $2\pi a$ des membranes. L'opération de rescaling par le périmètre des membranes donne un regroupement des données satisfaisant pour des épaisseurs supérieures à $1\,\mu\text{m}$. En insert, le rescaling par la surface des membranes donne un résultat moins probant.

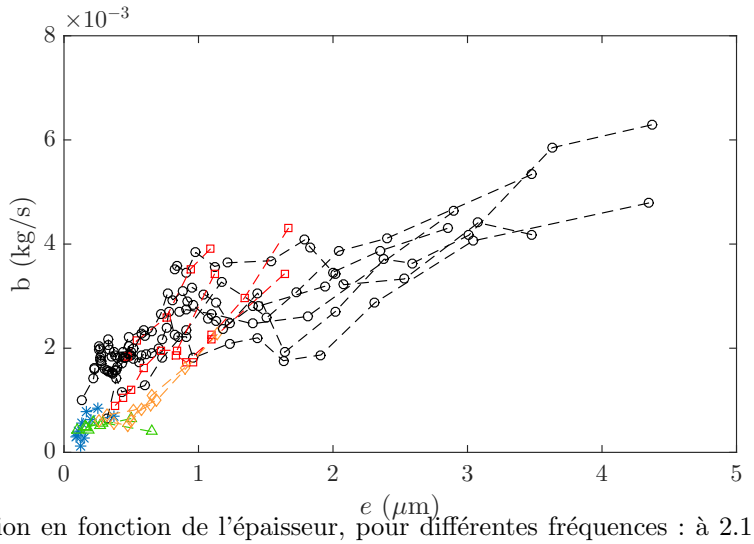


Fig. 3.15 – Dissipation en fonction de l'épaisseur, pour différentes fréquences : à 2.1 kHz pour les losanges oranges, 2.7 kHz pour les triangles verts, 3.2 kHz pour les cercles noirs (les mesures précédemment présentées), 4.2 kHz pour les étoiles bleues et enfin 6.2 kHz pour les carrés rouges.

différent de celui du porte-échantillon utilisé précédemment (avec son fond transparent pour les mesures optiques), et il semble que du liquide soit aspiré lors de cette étape, ce qui amincit le film de savon. Cela ne permet malheureusement pas d'avoir de nombreuses mesures à comparer ayant la même épaisseur.

Il semble toutefois que la fréquence ne joue pas de rôle dominant sur la dissipation, les mesures obtenues à différentes fréquences se rejoignant dans l'ensemble. En particulier les séries de mesure à 6.2 kHz, qui ont

des épaisseurs de membranes comparables à celles des mesures à 3.2 kHz, donnent une dissipation tout à fait comparable.

La comparaison est toutefois limitée dans cette étude sur les films de savon, en raison de ce problème d'épaisseurs qui ne sont pas identiques sur toutes les mesures. Nous avons donc également réalisé le même type d'expérience avec les membranes de Mylar. Cette fois nous utilisons des membranes ayant toutes la même épaisseur, 3 μm. Il est également possible d'utiliser un même échantillon de membrane pour réaliser des mesures à différentes fréquences. L'ensemble des résultats obtenus, pour des fréquences allant de 1 à 6 kHz est présenté Figure 3.16.

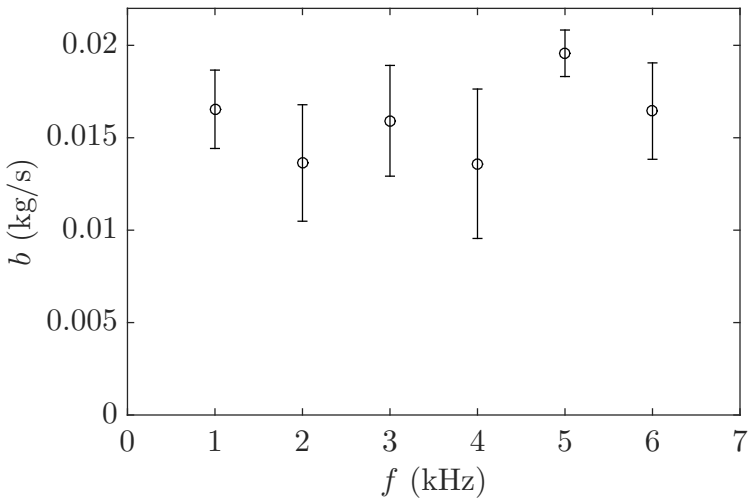


Fig. 3.16 – Dissipation en fonction de la fréquence pour des membranes de Mylar ayant toutes même épaisseur de 3 μm.

On note une variabilité assez importante dans les mesures. D'après nos mesures et les barres d'erreur associées, la dissipation ne semble pas être affectée par la fréquence.
Cela va dans le même sens que nos observations pour les films de savon, avec ici des mesures expérimentales plus facilement comparables entre elles (toutes les membranes de Mylar ayant la même épaisseur).

3.3.4 Effet de la taille du ménisque

Nous nous intéressons désormais à un paramètre qui fait la spécificité des films de savon : leur ménisque, c'est-à-dire la région située aux bords du film où l'épaisseur n'est plus constante, et qui se raccorde à la paroi du tube. La présence du ménisque pourrait en effet être à l'origine de phénomènes dissipatifs.

Nous avons pour cela cherché à obtenir des films de savon ayant des tailles de ménisques différentes. Le dispositif de visualisation du film présenté Section 3.1.2 nous permet de mesurer la largeur du ménisque (qui apparaît noir sur les images).
Lorsqu'on ne cherche pas à faire varier la taille du ménisque, mais que l'on fabrique simplement un film de savon en trempant l'extrémité du tube dans la solution savonneuse, on trouve une largeur moyenne du ménisque de 1.3 ± 0.1 mm.
Pour obtenir un ménisque plus fin, il faut pomper du liquide dans le ménisque en l'aspirant. On utilise pour cela un fin morceau de papier absorbant que l'on trempe dans le ménisque. Cette opération diminue certes la taille du ménisque mais elle amincit également le film de savon, limitant la gamme d'épaisseurs de film accessibles.
A l'inverse, pour obtenir un ménisque plus large, il faut parvenir à injecter du liquide dans le ménisque. La

taille habituelle du ménisque (à peine 1.5 mm) requiert de la précision pour injecter au bon endroit. Par ailleurs, une fois l'injection réalisée, il est très fréquent que le surplus de liquide ajouté file dans le film de savon pour y former une goutte qui tombe : le liquide injecté retombe.

Les difficultés expérimentales auxquelles nous nous sommes heurtés ont donc limité la portée de cette étude sur la taille de ménisque, dont les quelques résultats obtenus sont néanmoins présentés Figure 3.17.

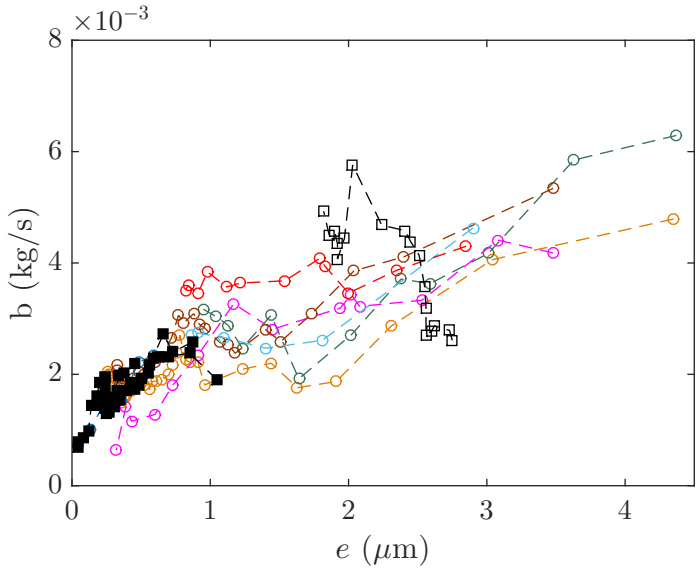


Fig. 3.17 – Dissipation en fonction de l'épaisseur pour des films de savon ayant différentes tailles de ménisques. Les cercles vides colorés correspondent aux mesures précédemment montrées, ayant toutes en moyenne une largeur de ménisque de 1.3 ± 0.1 mm. Les carrés noirs pleins correspondent à deux mesures sur les films de savon ayant un ménisque 50% plus petit, et les carrés noirs vides correspondent à une mesure sur un ménisque 85% plus large.

Pour les ménisques plus petits, nous sommes parvenus à réduire la taille de moitié. Comme décrit précédemment, les films ayant des ménisques plus petits ont aussi des épaisseurs de films plus fines, inférieures au micron. La dissipation obtenue pour ces films est du même ordre de grandeur que celle des films ayant un ménisque "normal" (autrement dit sur lequel nous ne sommes pas intervenus).

Le comportement du film avec le ménisque plus large est un peu plus surprenant, dans la mesure où son évolution de la dissipation avec l'épaisseur n'est pas semblable aux précédentes mesures. L'ordre de grandeur pour la dissipation dans ce film, ayant un ménisque presque deux fois plus larges que les autres, apparaît toutefois comme comparable.

Vu le peu de mesures expérimentales concluantes qui ont été obtenues dans cette partie, il est difficile de conclure sur l'importance jouée par le ménisque en s'appuyant sur ces mesures. La partie suivante, dans laquelle nous allons comparer la dissipation selon la nature des membranes (film de savon ou membrane élastique) va cependant nous apporter un éclairage sur ce point.

3.3.5 Effet de la nature de la membrane

Nous comparons à présent la dissipation selon la nature de la membrane. Pour les films de savon, nous moyennons les données issues des mesures précédentes (données de la Figure 3.15, c'est-à-dire pour les films

ayant tous un ménisque “normal” et un même rayon $a = 14.5\,\text{mm}$), afin d'avoir une vision plus synthétique. On représente Figure 3.18 la dissipation en fonction de l'épaisseur à la fois pour les films de savon et pour les membranes de Mylar.

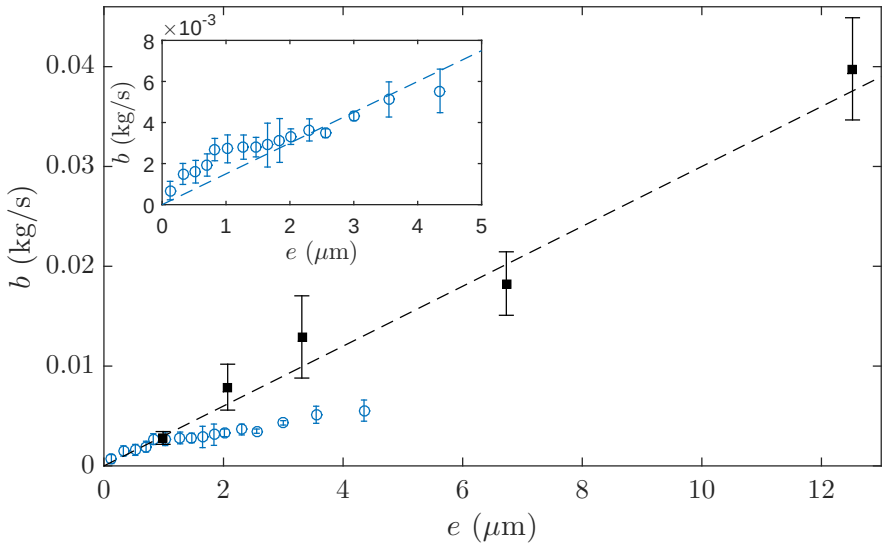


Fig. 3.18 – Dissipation en fonction de l'épaisseur pour des films de savon (ronds bleus vides) et pour des membranes de Mylar (carrés noirs pleins) : même si l'ordre de grandeur est comparable, les secondes ont une dissipation plus élevée que les premières. Sur la figure principale, la ligne pointillé noire traduit le rapport de proportionnalité entre dissipation et épaisseur pour les membranes de Mylar, avec une droite d'équation $y = 3 \times 10^{-3}\,x$; en insert, celle qui est représentée en bleu pour les films de savon est une droite d'équation $y = 1.6 \times 10^{-3}\,x$.

On constate que les membranes de Mylar dissipent davantage que les films de savon, à l'exception des membranes les plus fines ($1\,\mu$m) pour lesquelles les dissipations sont identiques. Comme on l'a vu pour ces deux natures de membranes, la dissipation augmente avec l'épaisseur, et proportionnellement (pour les films de savon, ceci se voit mieux à présent que l'on a moyenné sur plusieurs expériences).
Ceci est souligné par les deux lignes pointillées sur la Figure 3.15 : pour les membranes de Mylar, l'évolution de la dissipation avec l'épaisseur est bien décrite par une relation de proportionnalité avec un coefficient $3\,\text{g}/(\text{s}.\mu\text{m})$, tandis que pour les films de savon un coefficient de proportionnalité qui semble satisfaisant est $1.6\,\text{g}/(\text{s}.\mu\text{m})$, soit quasiment moitié moins que pour les membranes de Mylar.

Il apparaît ainsi que les membranes de Mylar ont une dissipation qui dépend de l'épaisseur avec un coefficient de proportionnalité plus élevé que celui des films de savon. On aurait pourtant pu s'attendre à ce que la nature même de ces membranes liquides soit à l'origine de phénomènes dissipatifs, absents dans le cas des membranes élastiques.
La génération d'écoulements au sein même de la membrane liquide aurait par exemple pu être source de dissipation. En pratique, avec notre dispositif de visualisation de la membrane dans le tube et pour ces expériences, nous n'avons pas observé d'écoulements de liquide générés par l'onde acoustique. Les irisations ne sont en effet pas perturbées par la présence de l'onde. L'amplitude de celle-ci est trop faible, à l'inverse d'autres expériences réalisées dans un tube d'impédance (avec toujours un haut-parleur à une extrémité et un film de savon à la seconde), où l'amplitude d'excitation acoustique est bien plus élevée et est à l'origine d'écoulements contra-rotatifs dans le film de savon. Cette expérience, qui constitue un pas de côté vers les interactions Arts et Sciences, est présentée en Annexe A de ce manuscrit avec la publication qui y est dédiée : Gaulon C., Derec C., Combriat T., Marmottant P. et Elias F. (2017). Sound and vision : visualization of music with a soap film. *European Journal of Physics*, 38(4) :045804.

Ici, pour les expériences au tube d'impédance qui ont été menées, aucun écoulement de ce type n'a été observé.
Comme on l'a vu dans la partie précédente, l'influence du ménisque sur la dissipation était par ailleurs difficile à mettre en évidence.
Or, on constate surtout qu'une membrane élastique n'ayant pas de ménisque et aucun écoulement dissipe davantage qu'une membrane liquide. Pour le dire autrement, les éléments spécifiques d'un film de savon, comme le ménisque ou de potentiels écoulements dans le liquide, qui auraient pu induire de la dissipation, ne jouent finalement pas de rôle dominant dans la dissipation.

Par ailleurs, même si les membranes de Mylar dissipent davantage, l'ordre de grandeur demeure toutefois assez comparable. Cela semble indiquer que le mécanisme de dissipation à l'œuvre serait de même nature pour les deux types de membranes.

Dans la prochaine Section nous présentons donc un premier travail de modélisation, qui tente de capturer les différentes tendances observées sur la dissipation.

3.4 Modélisation

Nous allons chercher à écrire le couplage entre une onde acoustique et une membrane, qui elle-même vibre. Nous souhaitons ainsi généraliser un calcul qui a déjà été fait (Kosgodagan Acharige *et al.*, 2014), en considérant l'air de part et d'autre de la membrane comme un gaz visqueux et compressible (ce dernier point n'étant pas traité par l'approche hydrodynamique mise en place dans la publication précédemment mentionnée).
Dans un second temps, nous verrons si le résultat ainsi obtenu nous permet d'avancer dans notre compréhension du paramètre de dissipation.

3.4.1 Déplacement et contrainte dans l'air autour d'une membrane vibrante

Ce que nous étudions ici est le champ de déplacement dans l'air, associé à la vibration d'une membrane infinie. Pour plus de généralité, on décrit d'abord le déplacement de la membrane entourée d'un milieu élastique, que l'on particularisera plus tard au cas de l'air.

Ondes en présence
On considère une membrane infinie sur laquelle se propage une onde plane d'amplitude u_0

$$u(x,t) = u_0 e^{jqx} e^{-j\omega t}\,. \tag{3.17}$$

Dans la suite on omettra l'exponentielle temporelle pour alléger les notations. Le nombre d'onde q complexe ($q = q' + jq''$), caractérisant les oscillations de la membrane, est d'abord supposé imposé. Nous regardons ce que cela implique sur le déplacement du milieu élastique environnant, caractérisé par sa masse volumique ρ_0 et sa viscosité dynamique η_0. Des ondes longitudinales et transverses peuvent ainsi être générées dans ce milieu de part et d'autre de la membrane.
La Figure 3.19 illustre le problème et permet d'introduire les notations. Les indices L et T dénotent respectivement les ondes longitudinales et transverses, tandis que les exposants ❶ et ❷ indiquent dans quel milieu se propage l'onde (le milieu ❶ étant défini par les $y < 0$ et le milieu ❷ par les $y > 0$).
Chaque onde est cherchée sous la forme

$$\vec{u} = A\vec{Q}e^{jk\vec{n}\cdot\vec{x}} \tag{3.18}$$

où A est l'amplitude (inconnue) de l'onde, k son nombre d'onde, $\vec{Q}$ son vecteur unitaire de polarisation et $\vec{n}$ sa direction de propagation faisant intervenir l'angle θ (inconnu). Pour les ondes longitudinales $\vec{Q_L}$ et $\vec{n_L}$ sont colinéaires, tandis que pour les ondes transverses $\vec{Q_T}$ et $\vec{n_T}$ sont orthogonaux.

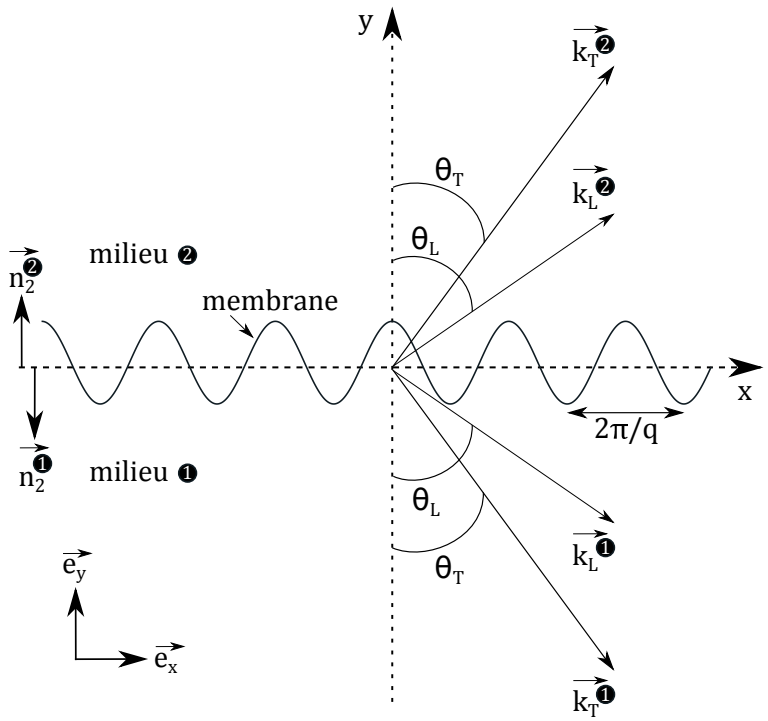


Fig. 3.19 – Schéma du problème considéré. Les oscillations d'une membrane, de longueur d'onde $2\pi/q$, génèrent des ondes longitudinales et transverses dans le milieu élastique environnant, de part et d'autre de la membrane. Ce sont les conditions aux limites entre chacun des deux milieux et la membrane qui imposent la symétrie.

Les ondes en présence dans chacun des deux milieux s'écrivent comme la superposition des ondes longitudinales et transverses dans le milieu, soit

$$\begin{aligned}\vec{u}^{❶} = &\Big(A\,\sin\theta_L e^{jk_L(\sin\theta_L x-\cos\theta_L y))} + B\cos\theta_T e^{jk_T(\sin\theta_T x-\cos\theta_T y)}\Big)\vec{e_x}\\ &+\Big(-A\,\cos\theta_L e^{jk_L(\sin\theta_L x-\cos\theta_L y))} + B\,\sin\theta_T e^{jk_T(\sin\theta_T x-\cos\theta_T y)}\Big)\vec{e_y}\end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}\vec{u}^{❷} = &\Big(C\,\sin\theta_L e^{ik_L(\sin\theta_L x+\cos\theta_L y))} - D\cos\theta_T e^{ik_T(\sin\theta_T x+\cos\theta_T y)}\Big)\vec{e_x}\\ &+\Big(C\,\cos\theta_L e^{ik_L(\sin\theta_L x+\cos\theta_L y))} + D\,\sin\theta_T e^{ik_T(\sin\theta_T x+\cos\theta_T y)}\Big)\vec{e_y}\,.\end{aligned} \tag{3.20}$$

Afin d'identifier les amplitudes et nombres d'onde inconnus, nous écrivons la continuité des déplacements tangentiels et normaux.
Entre le milieu ❶ et l'interface (en $y = 0$) :

$$0 = A\,\sin\theta_L e^{ik_L\sin\theta_L x} + B\,\cos\theta_T e^{ik_T\sin\theta_T x}\,, \tag{3.21}$$

$$u_0 e^{iqx} = -A\,\cos\theta_L e^{ik_L\sin\theta_L x} + B\,\sin\theta_T e^{ik_T\sin\theta_T x}\,. \tag{3.22}$$

Ces équations de continuité devant être vérifiées quel que soit x, il vient que les arguments des exponentiels doivent être égaux

$$q = k_L\sin\theta_L = k_T\sin\theta_T\,. \tag{3.23}$$

Notons que l'égalité précédente permet de retrouver la relation de Snell-Descartes, $\sin\theta_L/c_L = \sin\theta_T/c_T$, où c_L (resp. c_T) est la vitesse de propagation de l'onde longitudinale (resp. transverse), reliée au nombre d'onde

par $k_L = \omega/c_L$ (resp. k_T).
Grâce à la relation (3.23), l'équation (3.21) conduit à

$$B = -A\frac{\sin\theta_L}{\cos\theta_T} \quad \text{et donc} \quad A = \frac{-u_0}{\cos\theta_L + \dfrac{\sin\theta_L \sin\theta_T}{\cos\theta_T}}\,. \tag{3.24}$$

Les équations de continuité des déplacements tangentiels et normaux s'écrivent également entre le milieu ❷ et l'interface

$$0 = C\,\sin\theta_L e^{ik_L \sin\theta_L x} - D\,\cos\theta_T e^{ik_T \sin\theta_T x} \tag{3.25}$$

$$u_0 e^{iqx} = C\,\cos\theta_L e^{ik_L \sin\theta_L x} + D\,\sin\theta_T e^{ik_T \sin\theta_T x} \tag{3.26}$$

qui conduisent à

$$C = -A \quad \text{et} \quad D = B. \tag{3.27}$$

Les amplitudes et les angles étant déterminés, les ondes en présence sont bien connues. Nous pouvons donc calculer les contraintes mécaniques qui apparaissent dans chacun des deux milieux.

Contraintes
Les contraintes sont reliées au déplacement par la loi de Hooke (le milieu étant isotrope) :

$$\sigma_{ij} = \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\,\delta_{ij} + \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)\,. \tag{3.28}$$

σ_{ij} caractérise la contrainte exercée dans la direction x_i ($x_1 \equiv x$ et $x_2 \equiv y$), sur une surface dont la normale est orientée suivant x_j. δ_{ij} est le symbole de Kronecker, fonction valant 1 si $i = j$ et 0 sinon. λ est le premier cœfficient de Lamé et μ le second (également appelé module de cisaillement et parfois noté G). Ces cœfficients sont reliés à la célérité des ondes longitudinales et des ondes transverses :

$$c_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}} \quad , \quad c_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}\,. \tag{3.29}$$

Dans le cas particulier où le milieu de part et d'autre de la membrane est de l'air, pour lequel on ne considère que le comportement visqueux (et pas élastique), le module de cisaillement est purement imaginaire et donné par [3] $\mu = -j\omega\eta_0$.
Les composantes du tenseur des contraintes qui nous sont utiles sont celles s'exerçant sur la surface de normale $\vec{e_y}$, soit σ_{12} et σ_{22} pour chacun des deux milieux. Pour σ_{22} on a

$$\sigma_{22}^{❶} = \lambda j\,k_L A e^{jqx} e^{-ik_L \cos\theta_L y} + 2\mu\,j e^{jqx}\left(A\,k_L \cos^2\theta_L e^{-jk_L\cos\theta_L y} - B\,k_T \cos\theta_T \sin\theta_T e^{-jk_T\cos\theta_T y}\right) \tag{3.30}$$

$$\sigma_{22}^{❷} = -\lambda j\,k_L A e^{jqx} e^{jk_L \cos\theta_L y} + 2\mu\,j e^{jqx}\left(-A\,k_L \cos^2\theta_L e^{jk_L\cos\theta_L y} + B\,k_T \cos\theta_T \sin\theta_T e^{jk_T\cos\theta_T y}\right). \tag{3.31}$$

Pour connaître les contraintes exercées sur la membrane, en $y = 0$, il convient d'effectuer la somme vectorielle des contraintes dans les milieux ❶ et ❷ :

$$\sigma_{22}(x, y=0) = \sigma_{22}^{❶}(x, y=0)\cdot n_2^{❶} + \sigma_{22}^{❷}(x, y=0)\cdot n_2^{❷}\,, \tag{3.32}$$

soit, compte tenu de l'orientation des normales $\overrightarrow{n_2}^{❶}$ et $\overrightarrow{n_2}^{❷}$ (voir Figure 3.19),

$$\sigma_{22}(x, y=0) = -\sigma_{22}^{❶}(x, y=0) + \sigma_{22}^{❷}(x, y=0)\,, \tag{3.33}$$

$$= -2\lambda j\,k_L A e^{iqx} + 4\mu\,i e^{jqx}\left(-A\,k_L \cos^2\theta_L + B\,k_T \cos\theta_T \sin\theta_T e^{-ik_T\cos\theta_T y}\right)\,. \tag{3.34}$$

3. Le signe − vient de notre convention en e^{jkx}, qui s'écrit aussi $e^{jk'x}e^{-k''x}$ en décomposant le nombre d'onde en partie réelle k' et partie imaginaire k''. Cette dernière doit être positive, sans quoi l'amplitude de l'onde augmenterait lorsque l'atténuation augmente. On peut vérifier que $k'' > 0$ impose $\mu < 0$, d'où le signe de cette relation.

$\sigma_{22}(x, y = 0)$ est le différentiel de pression qui s'exerce sur la membrane.
Notons qu'en procédant de la même manière pour σ_{12} on arrive à $\sigma_{12}(x, y = 0) = 0$. C'est donc sur la seule contribution de σ_{22} que nous allons poursuivre nos calculs.
D'après les équations (3.24), (3.23), et (3.29) on arrive finalement à l'expression suivante

$$\sigma_{22}(x, y = 0) = \frac{2j\,\rho_0\omega^2\,u_0 e^{jqx}}{\sqrt{k_L^2 - q^2} + \dfrac{q^2}{\sqrt{k_T^2 - q^2}}}\,. \tag{3.35}$$

Il s'agit là du principal résultat de cette partie : la généralisation de l'expression du différentiel de pression exercé sur la membrane, en tenant compte de la viscosité et de la compressibilité de l'air.

Simplification dans le cas de nos conditions expérimentales
Notons qu'il est possible de la simplifier dans l'approximation où $q \ll k_T$. En effet, si l'on introduit la longueur visqueuse

$$\ell_v = \sqrt{\frac{\eta_0}{2\omega\rho_0}}\,, \tag{3.36}$$

on remarque que l'on peut réécrire le nombre d'onde k_T sous la forme suivante (compte-tenu de la relation (3.29) et de la définition de μ),

$$k_T = \frac{1}{(1-j)\ell_v}\,. \tag{3.37}$$

Dans nos conditions expérimentales, et avec pour l'air $\rho_0 \approx 1\,\mathrm{kg/m^3}$ et $\eta_0 \approx 10^{-5}\,\mathrm{Pa.s}$, on trouve à 1 kHz que l'ordre de grandeur de k_T (complexe) est ainsi de $10^5\,\mathrm{m^{-1}}$.
La relation de dispersion sur une membrane a déjà été étudiée Kosgodagan Acharige *et al.* (2014), ce qui donne à 1 kHz $\Re(q) \approx 1200\,\mathrm{m^{-1}}$ et $\Im(q) \approx 20\,\mathrm{m^{-1}}$. Nous avons donc bien $q \ll k_T$. Par ailleurs, nous avons également $k_L \ll q'$ puisqu'à 1 kHz $k_L \approx 20\,\mathrm{m^{-1}}$ (k_L étant une grandeur réelle).
En simplifiant l'équation (3.35) dans les conditions où $k_L \ll q \ll k_T$, les contraintes σ_{22} s'exerçant sur la membrane s'écrivent finalement

$$\sigma_{22}(x, y = 0) = \frac{2\,\omega^2\rho_0\,u_0 e^{jqx}}{q[1 - q\,\ell_v(1+j)]}\,. \tag{3.38}$$

Retrouver la relation de dispersion
Par ailleurs la relation précédente nous permet également d'écrire le bilan des forces (inertie, gradient de pression et force de rappel liée à la tension T de la membrane) qui s'exercent sur un petit élément de la membrane :

$$-\rho e\omega^2 u = \sigma_{22}(x, y = 0) + T\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,. \tag{3.39}$$

Cela permet finalement de trouver la relation de dispersion des ondes se propageant à la surface de la membrane

$$q^2 = \frac{\omega^2}{T}\left(\rho e + \frac{2\rho_0}{q[1 - q\,\ell_v(1+j)]}\right)\,. \tag{3.40}$$

Cette relation de dispersion est à comparer à celle déjà obtenue par une approche hydrodynamique (Kosgodagan Acharige *et al.*, 2014), et que nous avons donnée équation (3.11). D'après la définition de ℓ_v, introduite équation (3.36), celle-ci se relie à la quantité m_0 qui intervient dans la relation (3.11) par $1/m_0 = (1+j)\ell_v$. On peut donc réécrire la relation de dispersion sous la forme

$$q^2 = \frac{\omega^2}{T}\left(\rho e + \frac{2\rho_a}{q(1 - q/m_0)}\right)\,, \tag{3.41}$$

qui est bien identique à la relation de dispersion déjà obtenue, équation (3.11). Bien que l'expression dérivée de Kosgodagan Acharige *et al.* (2014) provienne d'un calcul dans lequel l'air est un fluide incompressible, notre approche acoustique permet de retrouver ce résultat.

3.4.2 Calcul d'une puissance dissipée par une membrane finie

Nous allons à présent tirer profit de notre précédent calcul pour essayer de mieux comprendre le terme de dissipation. Nous sommes en effet capables de prédire quelle est la puissance dissipée par notre système, tel que nous l'avons décrit.
Pour cela on traite désormais le cas d'une membrane finie de rayon a, à deux dimensions et en coordonnées polaires.
Avec ces coordonnées, $u(r)$ s'écrit

$$u(r,t) = u_0 J_0(qr) e^{-j\omega t} \tag{3.42}$$

et l'on peut vérifier que, de la même manière qu'en coordonnées cartésiennes, la différence de pression ΔP (donnée par l'équation (3.35), sans simplification) s'écrit alors

$$\Delta P(r,t) = 2j\rho_0\omega^2 u_0 \frac{1}{\sqrt{k_L^2 - q^2} + \dfrac{q^2}{\sqrt{k_T^2 - q^2}}} J_0(qr) e^{-j\omega t}\,. \tag{3.43}$$

Ici pour une membrane finie et afin de respecter la condition de déplacement nul aux bords de la membrane, en $r = a$, le déplacement s'écrit

$$u(r,t) = u(r) \times e^{-j\omega t} = u_0 \left[\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)} - 1\right] e^{-j\omega t}\,. \tag{3.44}$$

On peut remarquer que le terme 1 correspond à une $\exp(jqx)$ en $q = 0$.

D'après l'expression du déplacement donnée par l'équation (3.44), cela nous permet d'écrire la vitesse v de la membrane ainsi que la différence de pression ΔP

$$v(r,t) = v(r) \times e^{-j\omega t} = -j\omega u_0 \left[\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)} - 1\right] e^{-j\omega t}\,, \tag{3.45}$$

$$\Delta P(r,t) = \Delta P(r) \times e^{-j\omega t} = 2j\rho_0\omega^2 u_0 \left[\frac{1}{\sqrt{k_L^2 - q^2} + \dfrac{q^2}{\sqrt{k_T^2 - q^2}}} \frac{J_0(qr)}{J_0(qa)} - \frac{1}{k_L}\right] e^{-j\omega t}\,. \tag{3.46}$$

Dans la pression, le terme $1/k_L$ correspond au pré-facteur devant le rapport des fonctions de Bessel, exprimé dans le cas $q = 0$.

Ce que nous souhaitons est de pouvoir finalement comparer la dissipation visqueuse prédite par notre modèle à celle mesurée expérimentalement, *via* le paramètre b. Pour cela, nous calculons une puissance dissipée :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \overline{\langle\, \Re(v e^{-j\omega t})\,.\,\Re(\Delta P e^{-j\omega t})\,\rangle} \\ &= \frac{1}{2}\langle\, \Re(v)\,.\,\Re(\Delta P) + \Im(v)\,.\,\Im(\Delta P)\,\rangle\,, \end{aligned} \tag{3.47}$$

où les notations $\langle\ \rangle$ et $\bar{}$ désignent respectivement une moyenne spatiale et temporelle.
Les calculs conduisent au résultat suivant

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(\,\Re(v)\,.\,\Re(\Delta P)+\Im(v)\,.\,\Im(\Delta P)\,\right) = \rho_0 u_0^2\,\omega^3 \Bigg\{ & \Re\left[\frac{1}{\sqrt{k_L^2-q^2}+\dfrac{q^2}{\sqrt{k_T^2-q^2}}}\right]\left|\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\right|^2 \\ & -\Re\left[\frac{1}{\sqrt{k_L^2-q^2}+\dfrac{q^2}{\sqrt{k_T^2-q^2}}}\,\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\right] \\ & +\frac{c_L}{\omega}\left[1-\Re\left(\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\right)+\Im\left(\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\right)\frac{\eta_0\omega}{\rho_0 c_0^2}\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{3.48}$$

Dans l'équation précédente, le troisième et dernier terme correspond à la puissance dissipée par rayonnement dans l'air. On élimine ce terme pour la suite de notre étude, car dans notre notre calcul ici on suppose que c'est la membrane vibrante qui rayonne une onde dans l'air (initialement immobile). Or dans nos expériences c'est au contraire l'onde acoustique dans l'air qui fait vibrer la membrane. Ici seule la puissance dissipée par ailleurs nous intéresse, et l'on soustrait cette contribution du rayonnement à la puissance dissipée afin de comparer ensuite à nos mesures.

Notons qu'une fois cette contribution du rayonnement soustraite, on peut simplifier l'expression précédente qui s'écrit, à l'ordre le plus grand

$$\frac{1}{2}\left(\,\Re(v)\,.\,\Re(\Delta P)+\Im(v)\,.\,\Im(\Delta P)\,\right) = \rho_0 u_0^2\,\omega^3\sqrt{\frac{\eta_0}{2\omega\rho_0}}\left|\frac{J_0(qr)}{J_0(qa)}\right|^2 . \tag{3.49}$$

Cette écriture simplifiée permet de faire explicitement apparaître la contribution de l'air, dont la viscosité η_0 intervient. La dissipation par une membrane vibrante est donc en partie liée à des pertes visqueuses dans l'air environnant, ce qui avait déjà été observé dans une précédente étude (Kosgodagan Acharige *et al.*, 2014).

Pour obtenir la puissance dissipée on reprend l'équation (3.48), plus générale que la précédente, dans laquelle on ne garde que les deux premiers termes. Cette expression est ensuite moyennée spatialement (ce qui est fait numériquement).
Pour terminer, il faut comparer cette puissance dissipée $\mathcal{P}$ au terme de dissipation b introduit dans nos mesures.
$\mathcal{P}$ est homogène à une puissance par unité de surface. D'après la manière dont nous avons introduit le facteur b, la force surfacique qui lui est associée s'écrit

$$f_{\text{surf}} = \frac{-b}{\pi a^2}\langle v\rangle\,. \tag{3.50}$$

La puissance surfacique dissipée, associée à la force surfacique de type visqueuse que nous venons d'écrire, est donc quant à elle

$$\mathcal{P}_b = \overline{\Re(f_{\text{surf}})\,.\,\Re(v)} = \frac{-b}{2\pi a^2}\left([\Re(\langle v\rangle)]^2+[\Im(\langle v\rangle)]^2\right). \tag{3.51}$$

Si on identifie $\mathcal{P}$ à $-\mathcal{P}_b$, on peut définir par analogie avec b (issu des analyses de nos expériences) le facteur de dissipation B associé à la puissance dissipée que nous venons de calculer :

$$B = \mathcal{P}\,\frac{2\pi a^2}{\Re(\langle v\rangle)^2+\Im(\langle v\rangle)^2}\,. \tag{3.52}$$

Le calcul de la puissance dissipée nous permet ainsi d'accéder à un B associé, et de le comparer à celui issu de nos mesures, b. La Figure 3.20 présente donc les prédictions de notre modèle (en traits plein) d'après l'équation (3.48) (en ôtant le terme de rayonnement), pour des films de savon (de tension superficielle $\gamma = 24.5\,\mathrm{mN/m}$) ayant des épaisseurs et des rayons différents. Ces prédictions sont comparées aux résultats expérimentaux (en traits pointillés).

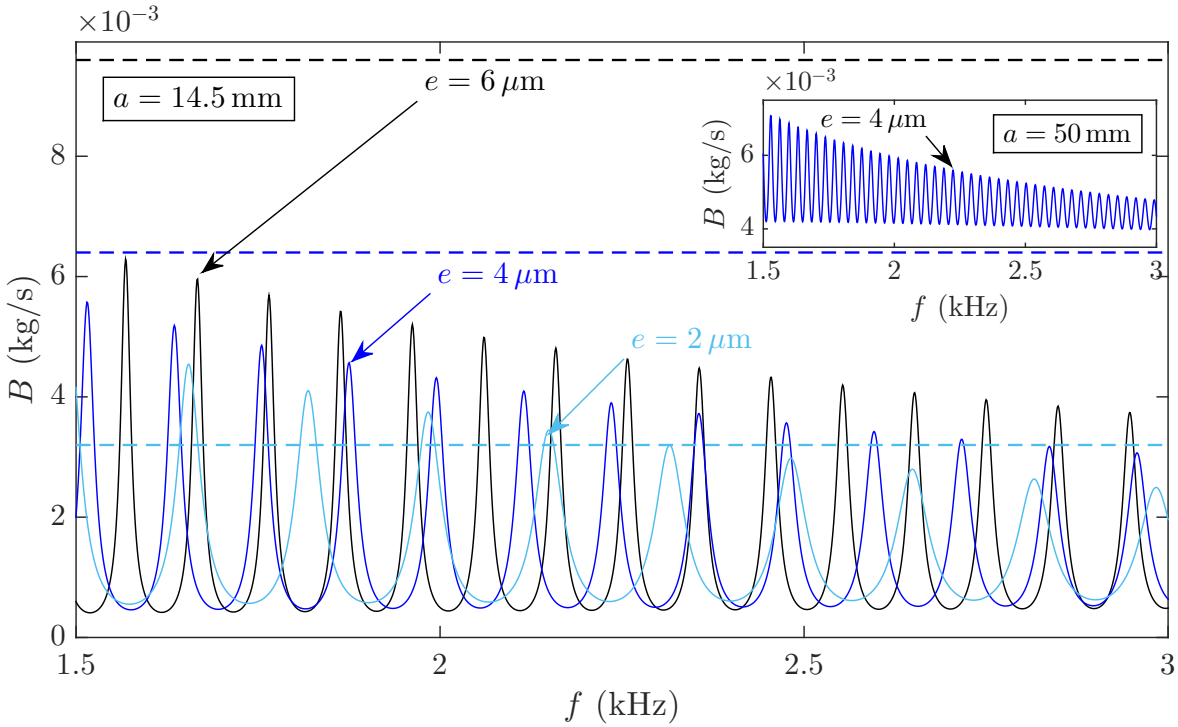


Fig. 3.20 – Dissipation prédite par le modèle d'après l'équation (3.49) (suivie de quelques étapes de calculs supplémentaires, voir le texte) pour différents films de savon (en traits pleins). Comparaison avec les valeurs obtenues expérimentalement (en traits pointillés). La comparaison est réalisée pour des films de savon ayant des épaisseurs différentes (en noir $e = 6\,\mu$m, en bleu foncé $e = 4\,\mu$m et en bleu clair $e = 2\,\mu$m) et des rayons différents ($a = 14.5\,$mm dans la figure principale et $a = 50\,$mm en insert).

La première chose que l'on constate est la présence d'oscillations sur les courbes de B prédites par notre modèle. Compte-tenu de ces oscillations, on présente les résultats sur une gamme de fréquences réduite (entre 1.5 et 3 kHz), pour plus de lisibilité.
Ces oscillations apparaissent en fait dès le calcul de la puissance dissipée, et sont liées à des résonances dues au terme en $1/J_0(qa)$.
Nous avons fait une tentative, dans le cas d'une membrane finie en 1D, pour essayer de nous débarrasser de ces oscillations. Celle-ci ne s'étant toutefois pas révélée très fructueuse, nous en donnons seulement l'idée et les grandes lignes.
Avec l'approche que nous avons eue jusqu'à présent, nous imposons un déplacement nul sur les parois du tube au niveau de la membrane, mais seulement à ce niveau-là : à d'autres hauteurs dans l'air, on n'impose pas de déplacement nul à la paroi. Une manière de l'imposer est de périodiser le signal, à savoir celui du déplacement de la membrane, de part et d'autre de cette dernière. Ainsi par symétrie le déplacement est nul sur toute la hauteur des parois du tube. Pour périodiser numériquement le signal, il convient d'utiliser une fonction porte ainsi qu'un peigne de Dirac (on rappelle que l'on est ici à 1D). L'autre avantage d'utiliser une fonction porte, et qui nous motivait tout particulièrement, est que cette fonction permet d'élargir la Transformée de Fourier et ainsi de lisser le signal. En l'occurrence, cela n'a toutefois eu que peu d'effet sur les oscillations de B.

Voyons donc, malgré ces oscillations, ce que nous pouvons tirer de B, Figure 3.20. On constate que l'on trouve un bon ordre de grandeur pour le film de savon d'épaisseur $2\,\mu$m et de rayon $a = 14.5\,$mm, comparé à la valeur obtenue expérimentalement (ligne pointillée). La tendance à l'augmentation du terme de dissipation lorsque l'épaisseur de la membrane augmente est également capturée par le modèle. Cependant, cet effet n'est pas aussi fort dans notre modèle que dans les données expérimentales, ce qui se traduit par des valeurs de B (modèle) et de b (expérience) en moins bon accord pour les membranes plus épaisses [4]. Le modèle prédit aussi une augmentation de la dissipation lorsque le rayon de la membrane augmente (voir l'insert de la Figure 3.20). Cette tendance a également été obtenue expérimentalement, mais là encore dans une plus forte mesure : pour un rayon de 50 mm, on a trouvé expérimentalement b de l'ordre de $15 \times 10^{-3}\,$kg/s, alors que le modèle donne ici plutôt $5 \times 10^{-3}\,$kg/s.
L'ordre de grandeur du terme de dissipation b est donc globalement retrouvé par le modèle, qui prédit bien une dissipation de l'ordre de quelques $10^{-3}\,$kg/s, comparable à celle présentée tout au long de la Section 3.3. Le calcul permet également de retrouver certaines des tendances observées expérimentalement, mais dans une plus faible mesure : l'augmentation de la dissipation lorsque l'épaisseur de la membrane augmente et lorsque son rayon augmente.

Notre approche semble prometteuse, mais nécessiterait encore des améliorations, notamment en ce qui concerne les oscillations présentes sur les courbes que nous obtenons, et pour obtenir des effets plus marqués de l'épaisseur et du rayon des membranes.

Il semble que l'existence du paramètre b, que nous avons dû ajouter équation (3.14), vienne du fait que dans nos calculs pour l'analyse des données expérimentales, nous avons alors considéré un différentiel de pression ΔP homogène. Or avec les calculs que nous venons d'écrire dans cette partie, et notamment dans l'expression (3.46), il apparait clairement que cette grandeur varie spatialement.
Une piste d'amélioration possible serait donc de réécrire les expressions que nous utilisons pour analyser les données expérimentales, en prenant cette fois en compte les variations spatiales de ΔP, et en considérant donc également les variations spatiales du déplacement u. En d'autres termes, nous avons réalisé notre analyse à partir de grandeurs moyennées, et il apparaît ici qu'une amélioration possible serait de considérer les variations spatiales.

Malgré les limites de notre approche et les pistes d'amélioration possibles déjà identifiées, nous pouvons néanmoins souligner que les calculs assez simplistes de cette partie nous ont permis d'aboutir à des résultats cohérents avec nos mesures. Le terme de dissipation obtenu grâce au calcul permet de retrouver l'ordre de grandeur issu des expériences, ainsi que plusieurs tendances observées. Il semble également indiquer que la dissipation en jeu a pour origine une dissipation visqueuse dans l'air.

Pour conclure ce chapitre, rappelons que cette étude d'une membrane unique nous a permis d'identifier et de quantifier l'influence des caractéristiques de la membrane, comme son épaisseur ou son rayon, sur sa dissipation. Un premier travail de modélisation a permis de retrouver ces tendances et donne accès à des ordres de grandeur satisfaisants sur la dissipation, mais il peut encore être amélioré.
Établir le lien entre la dissipation par une unique membrane, dont le rayon est centimétrique, et la contribution des membranes dans les capacités d'atténuation du son d'une mousse (où la taille des membranes est millimétrique voire micrométrique) est loin d'être une opération immédiate, qui ne faisait pas l'objet de cette thèse.

Comme nous l'avions vu au précédent chapitre, le potentiel des mousses liquides quant à l'atténuation du son s'avère être prometteur. Toutefois en raison de leur manque de stabilité elles ne peuvent pas être

4. Notons que pour la valeur la plus élevée de l'épaisseur, $e = 6\,\mu$m, nous n'avons pas eu de film de savon aussi épais sur lequel mesurer b : nous utilisons donc la relation linéaire entre b et e trouvée expérimentalement (voir Figure 3.18), $b = 1.6 \times 10^{-3}\,e$.

envisagées en tant que tel comme matériaux de traitement acoustique (pour l'absorption ou pour l'isolation phonique). Notre idée est donc d'explorer des mousses ayant également des membranes, étant donné le rôle important qu'elles jouent, mais des mousses qui soient cette fois solides. Cela fera l'objet du Chapitre 5 de ce manuscrit. Avant cela, et comme ces mousses solides font partie d'une classe bien plus large de matériaux utilisés et étudiés en acoustique, le prochain chapitre est consacré à une introduction à cette grande famille : les matériaux poreux.

Chapitre 4

Introduction et familiarisation avec l'acoustique des matériaux poreux

Sommaire

4.1 Les matériaux poreux acoustiques 107
4.2 Les modèles de matériaux poreux acoustiques 108
4.2.1 Le modèle de Johnson 108
4.2.2 Le modèle de Champoux-Allard 114
4.2.3 Le modèle de Lafarge 116
4.2.4 Le modèle complet dit de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL) 118
4.2.5 La théorie de Biot 118
4.3 Matériaux "modèles" réalisés par impression 3D, avec une faible porosité . . 120
4.3.1 L'impression 3D 120
4.3.2 Les matériaux 121
4.3.3 Résultats 123
4.4 Matériau "modèle", avec une porosité intermédiaire 127
4.5 Test sur un matériau poreux "réel", avec une porosité élevée 128

Avant d'aborder l'étude des mousses solides partiellement fermées, qui fera l'étude du Chapitre 5, le présent chapitre offre une introduction aux matériaux poreux, dont ces mousses font partie. Ces matériaux, composés en majorité d'air, sont déjà largement étudiés et utilisés pour des applications acoustiques (Allard et Atalla, 2009; Arenas et Crocker, 2010). Après les avoir décrits Section 4.1, nous présentons différents modèles permettant de prédire leur comportement acoustique, Section 4.2. Le modèle de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (connu sous l'appellation JCAL) en particulier est présenté en détail, tandis qu'une brève introduction à la théorie de Biot est donnée. Enfin, les Sections 4.3 à 4.5 illustrent la comparaison de ces modèles avec des résultats expérimentaux pour différents matériaux poreux, depuis des matériaux "modèles" à la structure simplifiée réalisés à l'impression 3D, jusqu'à un matériau "réel" : l'une de nos mousses solides.

4.1 Les matériaux poreux acoustiques

Les matériaux poreux se composent de deux phases distinctes : l'une solide qui constitue le squelette, et l'autre fluide. Une représentation schématique en est donnée Figure 4.1.
Pour les matériaux poreux employés en acoustique, la dimension caractéristique des pores est comprise entre

le micromètre et le millimètre, et le réseau de pores est saturé par une seule phase fluide, le plus souvent de l'air. Ce réseau de pores est d'ailleurs généralement connecté, c'est-à-dire qu'il existe un passage permettant à l'air de traverser le matériau de part et d'autre : on parle alors de porosité ouverte.
C'est l'une des principales différences entre les matériaux poreux classiques, usuellement utilisés en acoustique, et les mousses liquides ainsi que les mousses solides membranaires que nous étudions au cours de la thèse. Dans toute cette partie, sauf mention contraire, nous parlons des matériaux à porosité ouverte.

Notons que pour les matériaux dont le squelette est solide, on a plutôt l'habitude d'exprimer les proportions entre les volumes de gaz et de solide en donnant la fraction volumique d'air (rapport du volume de gaz sur le volume total), autrement dit la porosité Φ (à l'inverse des mousses liquides que l'on a précédemment caractérisées par leur fraction volumique de liquide Φ_ℓ).



Fig. 4.1 – Représentation schématique d'un matériau poreux : en noir la phase solide, en blanc la phase fluide, le plus souvent de l'air. Ici l'air peut traverser le matériau de part et d'autre (dans la direction qui serait celle de l'onde acoustique) sans rencontrer d'obstacle (la phase fluide est continue), on parle donc de matériau à porosité ouverte.

Les principaux types de matériaux poreux acoustiques sont les matériaux cellulaires, comme les mousses ; les fibreux telles les laines minérales ou laines de verre, et enfin les granulaires parmi lesquels on peut citer le béton poreux (Arenas et Crocker, 2010).

Ces matériaux dissipent l'énergie acoustique grâce à deux phénomènes : les effets visco-inertiels et les effets thermiques. Ils résultent tous deux des mouvements du fluide dans un milieu contenant de nombreuses parois solides. Dans la plupart des modèles de matériaux poreux, les vibrations du squelette sont négligées, ce dernier étant supposé indéformable : le matériau est alors vu comme un fluide équivalent. La réponse élastique du squelette, susceptible dans certains cas de modifier grandement les performances acoustiques du matériau, peut toutefois être décrite par la théorie de Biot. Différents modèles décrivant la réponse acoustique et/ou élastique des matériaux poreux sont présentés dans la prochaine section.

4.2 Les modèles de matériaux poreux acoustiques

4.2.1 Le modèle de Johnson

Le premier modéle que nous abordons est celui proposé par Johnson *et al.* (1987).

Le milieu considéré est composé d'un fluide visqueux newtonien, saturant les pores connectés (porosité ouverte ϕ), et de géométrie quelconque, d'une matrice solide. Ce milieu est soumis à un gradient de pression harmonique $\vec{\nabla} P e^{-j\omega t}$, et la réponse du fluide est étudiée. Les calculs sont dérivés sous l'hypothèse que le solide est indéformable, mais les auteurs montrent par la suite que la validité des résultats peut être étendue au cas d'un solide déformable.

À l'échelle du pore, le fluide de masse volumique ρ_0 et de viscosité η_0 a une vitesse microscopique $\vec{u}$ homogène (sauf dans la couche visqueuse près des parois), et est supposé incompressible. Bien que l'on soit dans le domaine de l'acoustique, cette hypothèse peut être faite dans la mesure où la longueur d'onde (dans le fluide) λ est très supérieure à la taille caractéristique des pores. Ainsi, à l'échelle de la taille des pores le fluide peut effectivement être considéré comme localement incompressible.

À l'échelle du matériau, la réponse linéaire du fluide à l'excitation acoustique est caractérisée par sa vitesse macroscopique (moyennée sur l'ensemble des pores) $\vec{v}$, définie telle que $\phi\vec{v}.\vec{n}A$ soit le débit de fluide traversant une surface d'aire A orientée suivant la normale $\vec{n}$. La pression P et la densité ρ sont homogènes à l'échelle du matériau.

De Navier-Stokes à la tortuosité dynamique
C'est la relation entre $\vec{v}$ et $\vec{\nabla}P$ qui est recherchée. Dans l'équation de Navier-Stokes linéarisée

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla}P + \eta_0 \nabla^2 \vec{v} \tag{4.1}$$

on retrouve un terme d'inertie dans le membre de gauche, un terme de forçage correspondant au gradient de pression et un terme de viscosité. Ce sont donc les effets visco-inertiels survenant dans le milieu considéré qui sont étudiés.
Pour réécrire l'équation précédente, deux approches sont possibles, selon la limite de laquelle on part ($\omega \to 0$ ou $\omega \to \infty$) avant de la généraliser à toute la gamme de fréquence.

En quasi-statique ($\omega \to 0$), il n'y a plus de terme d'inertie et les auteurs écrivent une loi de Darcy de la forme

$$\phi\, \vec{v} = -\frac{k(\omega)}{\eta_0}\vec{\nabla}P \tag{4.2}$$

en introduisant $k(\omega)$ la perméabilité dynamique (homogène à une longueur au carré).

A l'inverse à haute fréquence ($\omega \to \infty$) le terme inertiel domine et les auteurs écrivent cette fois

$$\alpha(\omega)\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla}P \tag{4.3}$$

où $\alpha(\omega)$ est la tortuosité dynamique (sans dimension). On peut déjà voir le produit $\alpha(\omega)\rho_0$ comme une densité équivalente du fluide.

$k(\omega)$ et $\alpha(\omega)$ sont des grandeurs complexes, dépendant de la fréquence, qui contiennent toutes deux des informations sur les effets visqueux et inertiels. Ces deux grandeurs ne sont donc pas indépendantes, et l'on n'a pas besoin des deux : c'est un choix d'utiliser plutôt l'une ou l'autre pour décrire le milieu. La relation entre elles est

$$\alpha(\omega) = \frac{j\eta_0\phi}{\omega k(\omega)\rho_0}\,. \tag{4.4}$$

Relation de dispersion
La relation de dispersion dans le milieu est recherchée. Pour cela, en reprenant la description avec $\alpha(\omega)$, équation (4.3), on écrit également une équation de continuité

$$\vec{\nabla}\cdot(\rho_0\phi\vec{v}) + \frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_0) = 0\,, \tag{4.5}$$

ainsi qu'une équation constitutive qui relie une variation infinitésimale de P à une variation infinitésimale de ρ

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} = \frac{\delta P}{K_0}\,, \tag{4.6}$$

avec K_0 le module d'incompressibilité (*bulk modulus* en anglais) du fluide.
En cherchant une solution de la forme $e^{-j\omega t}e^{jqx}$, où q est le nombre d'onde, on trouve

$$q(\omega) = \omega\sqrt{\frac{\alpha(\omega)\rho_0}{K_0}} = \frac{\omega}{v_0}\sqrt{\alpha(\omega)} \tag{4.7}$$

avec v_0 la vitesse de propagation du son dans le fluide "seul" (autrement dit lorsque le fluide ne sature pas la phase solide d'un matériau poreux).

Limites basse et haute fréquences de la tortuosité dynamique
Il est également possible de définir les limites, respectivement à basse et haute fréquence, de la perméabilité et de la tortuosité dynamiques.
Lorsque $\omega = 0$, on a une perméabilité statique k_0 correspondant au cas d'un écoulement stationnaire :

$$\lim_{\omega\to 0} k(\omega) = k_0\,. \tag{4.8}$$

Dans cette limite, la tortuosité vérifie l'équation (4.4) :

$$\lim_{\omega\to 0} \alpha(\omega) = \frac{j\eta_0\phi}{\omega k_0\rho_0}\,. \tag{4.9}$$

Lorsque $\omega \to \infty$, on peut cette fois définir α_∞ comme la limite haute fréquence de la tortuosité :

$$\lim_{\omega\to\infty} \alpha(\omega) = \alpha_\infty\,. \tag{4.10}$$

Notons que k_0 et α_∞ sont toutes deux réelles.
Il est possible de modifier l'équation (4.9) de sorte à expliciter la manière dont α varie avec ω pour tendre vers α_∞. Pour cela il convient d'étudier le comportement de la partie imaginaire q'' du nombre d'onde q. D'aprés Landau et Lifshitz (1987) celle-ci s'écrit

$$q'' = \frac{|\dot{E}_{\text{mech}}|}{2S_0} \tag{4.11}$$

où $\dot{E}_{\text{mech}}$ est l'énergie dissipée par unité de volume :

$$\dot{E}_{\text{mech}} = -\frac{1}{4}\,\eta_0\frac{1}{LA}\int\left|\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right|^2 dV \tag{4.12}$$

et S_0 la densité de flux d'énergie incidente, dont les auteurs donnent l'expression :

$$S_0 = \frac{v_0}{\sqrt{\alpha_\infty}} \times \frac{1}{LA}\int\frac{1}{2}\rho_0\,|\vec{u}(\vec{r})|^2 dV\,, \tag{4.13}$$

les intégrations se faisant sur l'espace des pores, d'aire A, pour un échantillon de matériau d'épaisseur L.
Ces expressions font intervenir la vitesse microscopique $\vec{u}$ dans le fluide.
Le mouvement du fluide est tel que l'on a un écoulement potentiel de vitesse $\vec{u}_p$ homogène, sauf dans la couche visqueuse proche des parois des pores, qui est la région dans laquelle la dissipation a lieu. Cette couche visqueuse a une épaisseur

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\eta_0}{\rho_0\omega}}\,. \tag{4.14}$$

Lorsque $\omega \to \infty$, la couche visqueuse peut devenir arbitrairement fine. La vitesse passe ainsi de zéro à la paroi (indice w pour *wall*, pour ne pas confondre le p de "paroi" à celui de "pore") à la valeur $\vec{u}_p$ dans le pore (hors de la couche limite). Les auteurs écrivent le raccordement sous la forme

$$\vec{u}(\vec{r}) = \vec{u}_p(\vec{r}_w)(1 - e^{-j\,[(1+j)/\delta_v]\,\beta})\,, \tag{4.15}$$

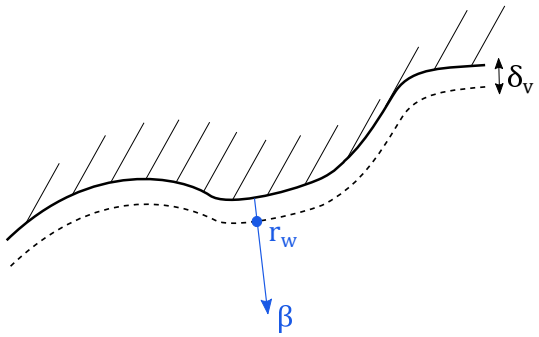


Fig. 4.2 – Représentation schématique de la paroi d'un pore, explicitant les notations de l'équation (4.15), notamment la coordonnée locale d'éloignement à la paroi β. La zone hachurée correspond à la partie solide. L'intérieur du pore est divisé en deux régions, d'abord la couche visqueuse d'épaisseur δ_v puis le reste du volume du pore.

avec β une coordonnée locale mesurant l'éloignement à la paroi (voir Figure 4.2).

L'intégration de l'énergie dissipée sur le volume des pores se réduit alors à une intégration sur la surface des pores, multipliée par l'épaisseur de la couche visqueuse δ_v, et les auteurs obtiennent

$$\dot{E}_{\text{mech}} = -\frac{1}{2LA}\sqrt{\frac{\omega\rho_0\eta_0}{2}}\int |\vec{u}_p(\vec{r}_w)|^2\, dA\,. \tag{4.16}$$

En substituant (4.16) et (4.13) dans (4.11) on obtient finalement

$$q'' = \frac{\omega\sqrt{\alpha_\infty}}{v_0}\,\text{Im}\left[\sqrt{\frac{j\eta_0}{\omega\rho_0}}\frac{2}{\Lambda}\right] \tag{4.17}$$

avec Λ une longueur caractéristique visqueuse (indépendante de ω) définie telle que

$$\frac{2}{\Lambda} = \frac{\int_A |\vec{u}_p\,(\vec{r}_w)|^2 dA}{\int_V |\vec{u}_p\,(\vec{r}\,)|^2 dV}\,. \tag{4.18}$$

Au numérateur, la vitesse microscopique du fluide à la paroi des pores est intégrée sur la surface des pores, tandis qu'au dénominateur la vitesse microscopique du fluide à l'intérieur des pores est intégrée sur le volume des pores.
Λ correspond ainsi au double du ratio volume-sur-surface des pores, chaque élément de volume ou de surface étant pondéré par la valeur locale de la vitesse microscopique.

Finalement, d'après la relation de dispersion (4.7) et l'expression de q'' (4.17), les auteurs peuvent écrire la limite haute fréquence de la tortuosité comme

$$\lim_{\omega\to\infty}\alpha(\omega) = \alpha_\infty\left[1 + \sqrt{\frac{j\eta_0}{\omega\rho_0}}\frac{2}{\Lambda}\right]\,. \tag{4.19}$$

Expression générale de la tortuosité dynamique
Maintenant que les comportements asymptotiques à basse et haute fréquences ont été étudiés, une expression générale de la tortuosité, valable pour toute la gamme de fréquence, est recherchée par les auteurs sous la forme

$$\alpha(\omega) = \alpha_\infty + \frac{j\eta_0\phi}{\omega k_0\rho_0}F(\omega)\,. \tag{4.20}$$

Ils proposent l'expression de $F(\omega)$ suivante, qu'ils jugent être la plus simple :

$$F(\omega) = \sqrt{1 - j\frac{4\alpha_\infty^2 k_0^2 \rho_0 \omega}{\eta_0 \Lambda^2 \phi^2}}\,. \tag{4.21}$$

Finalement, la tortuosité dynamique s'écrit

$$\alpha(\omega) = \alpha_\infty + \frac{j\eta_0\phi}{\omega k_0 \rho_0}\sqrt{1 - j\frac{4\alpha_\infty^2 k_0^2 \rho_0 \omega}{\eta_0 \Lambda^2 \phi^2}}\,. \tag{4.22}$$

Dans les travaux de Johnson *et al*, le milieu poreux est ainsi caractérisé par quatre paramètres : la porosité ouverte ϕ, la perméabilité statique k_0, la limite haute fréquence de la tortuosité α_∞ et la longueur caractéristique visqueuse Λ.
Mentionnons que la perméabilité statique k_0 peut être remplacée par la résistivité au passage de l'air, définie telle que $\sigma = \eta_0/k_0$. Par la suite, on préférera utiliser σ plutôt que k_0, qui est plus largement répandu dans la communauté des matériaux poreux, notamment en raison du fait qu'une mesure directe de ce paramètre peut être réalisée. Cette mesure directe, décrite dans la norme ISO 9053-1 (2018), se base sur la mesure de la différence de pression entre les deux faces de l'échantillon, soumis à un écoulement d'air laminaire et de débit constant. La résistivité est alors donnée par la relation

$$\sigma = \frac{\Delta P \times S}{q_v \times e} \tag{4.23}$$

avec ΔP la différence de pression mesurée, q_v le débit volumique d'air, S la surface de l'échantillon et e son épaisseur.
Les paramètres du modèle de Johnson sont donc alors σ, ϕ, α_∞ et Λ, et l'on peut noter que ces trois derniers paramètres ne dépendent pas des propriétés du fluide mais sont caractéristiques du milieu poreux. Pour la tortuosité α_∞, on peut la voir comme le rapport entre le chemin réellement parcouru dans l'air du matériau poreux, qui est tortueux, et la longueur du matériau.

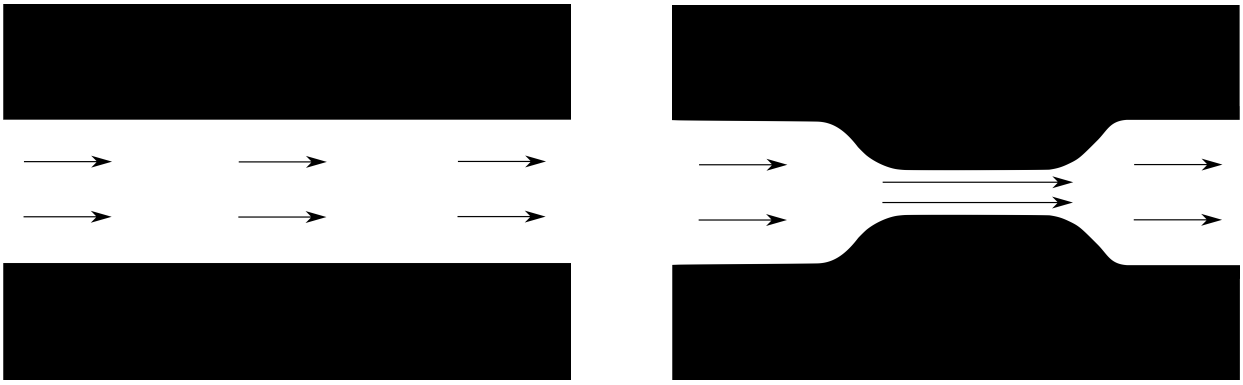
Expression des paramètres du modèle de Johnson pour une géométrie simple
Tous ces paramètres peuvent être calculés de manière exacte dans un cas simple : celui où les pores sont tous des cylindres inclinés d'un même angle θ, et tous de même rayon R. Dans cette situation, on trouve

$$\alpha_\infty = \frac{1}{\cos^2\theta}, \quad k_0 = \frac{1}{8}\phi R^2 \cos^2\theta \quad \text{et} \quad \Lambda = R\,. \tag{4.24}$$

Une relation entre ces différents paramètres émerge donc

$$\frac{8\alpha_\infty k_0}{\phi\Lambda^2} = 1. \tag{4.25}$$

En principe, ϕ, k_0, α_∞ et Λ sont indépendants les uns des autres. Toutefois ici, comme les pores sont à section constante, la vitesse est invariante dans la direction du pore (Figure 4.3(a)). La pondération par la vitesse qui intervient dans l'expression de Λ, équation (4.18), n'a donc pas lieu d'être, et on sent qu'il y a trop de paramètres. Λ notamment n'est plus justifié, et peut être calculé par la relation précédente qui le relie aux trois autres paramètres.
Ceci n'est plus le cas lorsque la section du pore varie : la vitesse augmente dans les régions les plus fines (Figure 4.3(b)). L'effet de pondération par la vitesse confère donc aux régions étroites des pores une contribution plus importante à Λ, et l'on peut ainsi voir cette longueur caractéristique comme représentative de la dimension des régions les plus fines des pores.
Les auteurs ont testé différentes configurations de milieux poreux, et obtiennent au maximum $8\alpha_\infty k_0/(\phi\Lambda^2) = 1.6$ au lieu de 1. Le lecteur pourra juger si cette déviation justifie l'indépendance et donc la nécessité des



(a) (b)

Fig. 4.3 – Représentation schématique d'un matériau poreux (phase solide en noir et fluide en blanc), afin de comparer les vitesses (représentées par des flèches) : à gauche pour des pores uniformes, à droite pour des pores dont la section varie. Dans le premier cas la vitesse est la même tout le long du pore, alors que dans la seconde situation la vitesse augmente au niveau de la constriction.

quatre paramètres [1].

Densité effective du matériau poreux

Pour terminer, nous pouvons définir une masse volumique équivalente du fluide $\rho_{eq}(\omega)$, d'après l'équation (4.3), par

$$\rho_{eq}(\omega) = \alpha(\omega)\rho_0 \,. \tag{4.26}$$

Il s'agit d'une grandeur complexe et dépendant de la fréquence.

De la même manière, on peut définir une masse volumique équivalente $\tilde{\rho}_{eq}(\omega)$ relative cette fois au matériau, et non plus au fluide, en multipliant par un facteur $1/\phi$.
En effet, le matériau peut être vu comme constitué de deux éléments branchés en parallèle, sa partie fluide et sa partie solide, avec des poids relatifs qui dépendent de la porosité

$$\frac{1}{\tilde{\rho}_{eq}} = (1-\Phi)\frac{1}{\rho_s} + \Phi\frac{1}{\rho_f} \,, \tag{4.27}$$

avec ρ_s la masse volumique de la phase solide, et ρ_f celle de la phase fluide qui est ici égale à ρ_{eq}, la masse équivalente du fluide que nous venons de calculer. Or, cette théorie de l'acoustique des matériaux poreux s'applique généralement à des milieux dont la porosité est très élevée (en pratique bien souvent supérieure à 95%). De ce fait, le premier terme de l'équation (4.27) peut être négligé, et l'on obtient simplement que

$$\tilde{\rho}_{eq} = \frac{\rho_{eq}}{\Phi} \,. \tag{4.28}$$

Compte-tenu de l'expression de la tortuosité (4.22) et de la définition de σ, cette masse volumique équivalente pour le matériau s'écrit alors

$$\tilde{\rho}_{eq}(\omega) = \frac{\alpha_\infty \rho_0}{\phi}\left[1 + j\frac{\sigma\phi}{\alpha_\infty\rho_0\omega}\sqrt{1 - j\frac{4\alpha_\infty^2\eta_0\rho_0\omega}{\phi^2\sigma^2\Lambda^2}}\right] . \tag{4.29}$$

1. "One can judge for oneself whether the glass is half full or half empty."Johnson *et al.* (1987)

4.2.2 Le modèle de Champoux-Allard

Suite aux travaux de Johnson *et al*, Champoux et Allard (1991) étudient de manière analogue les effets thermiques et la dépendance en fréquence du module d'incompressibilité du fluide.

Le milieu considéré est identique à celui de Johnson : un matériau poreux est saturé par un fluide newtonien, supposé incompressible à l'échelle locale des pores. Le squelette solide est rigide et seul le fluide est mis en mouvement.
Il est également considéré que les effets visqueux et thermiques peuvent être traités séparément.

La densité et la chaleur spécifique du squelette solide sont bien plus grandes que celles du fluide, aussi la température est-elle supposée homogène et constante dans le squelette.
De même qu'à des fréquences suffisamment élevées la couche visqueuse peut devenir arbitrairement fine, il en va de même pour la couche thermique, dont l'épaisseur est

$$\delta_t = \sqrt{\frac{2\kappa}{C_p \rho_0 \omega}}\,, \tag{4.30}$$

avec κ la conductivité thermique et C_p la chaleur spécifique du fluide à pression constante.
De manière analogue au cas de la viscosité, l'espace peut être divisé en deux régions : la couche limite thermique proche des parois, et le volume du pore. L'écart en température δT du fluide passe de zéro à la paroi à la valeur δT_p dans le pore (hors de la couche limite). La variation de température près de la paroi peut s'écrire sous la forme

$$\delta T = \delta T_p \left(1 - e^{-j\,[(1+j)/\delta_t]\,\beta}\right), \tag{4.31}$$

qui est parfaitement analogue à l'équation (4.15) et dans laquelle on retrouve la coordonnée locale d'éloignement à la paroi β.
Notons que dans l'article, les auteurs privilégient une écriture faisant intervenir le nombre de Prandtl, $\mathrm{Pr} = \eta_0 C_p/\kappa$,

$$\delta T = \delta T_p \left(1 - e^{-j\,[(1+j)/\delta_v]\sqrt{\mathrm{Pr}}\,\beta}\right), \tag{4.32}$$

qui est équivalente à la nôtre, puisque l'on a bien $\delta_v/\sqrt{\mathrm{Pr}} = \delta_t$. Il nous semble plus pertinent de faire apparaître directement la couche limite thermique dans l'expression (4.31), puisque c'est à la prise en compte des effets thermiques que l'on s'attache.

À hautes fréquences, les compressions/dilatations de l'air deviennent adiabatiques : la variation infinitésimale de température δT_p dans le volume du pore (hors de la couche thermique) ne dépend pas de la position, car elle ne dépend que de la variation infinitésimale de pression acoustique δP qui est homogène à l'échelle du pore

$$\lim_{\omega\to\infty} \delta T_p = \frac{\delta P}{\rho_0 C_p}\,. \tag{4.33}$$

Dans cette limite haute fréquence, les auteurs écrivent la variation de température, moyennée sur le volume du pore, sous la forme

$$\lim_{\omega\to\infty} \langle \delta T \rangle = \frac{\delta P}{\rho_0 C_p} \left(1 - (1+j)\frac{\delta_t}{\Lambda'}\right), \tag{4.34}$$

avec Λ' une longueur caractéristique thermique (indépendante de ω) définie telle que

$$\frac{2}{\Lambda'} = \frac{\int_A dA}{\int_V dV}\,. \tag{4.35}$$

Cette longueur caractéristique thermique est l'analogue de la longueur caractéristique visqueuse (équation (4.18)) : Λ' correspond au double du ratio volume-sur-surface des pores, mais cette fois chaque élément de volume ou de surface n'est pas pondéré par la valeur locale de la vitesse microscopique.

De par sa définition, Λ' pour un pore sphérique vaut ainsi $2 \times (3/4)R$, et de manière générale cette grandeur est proportionnelle à la taille des pores : plus ceux-ci sont larges, plus leur contribution à Λ' est importante. À l'inverse de Λ qui est représentative des régions les plus fines des pores (où il y a le plus de dissipation visqueuse), Λ' est quant à elle représentative des régions les plus larges (où il y a le plus de dissipation thermique).

L'équation d'état du fluide pour un gaz parfait (le fluide saturant le milieu poreux étant en pratique de l'air), prenant en compte les possibles échanges thermiques, et avec les grandeurs moyennées spatialement, s'écrit

$$\frac{\langle \delta\rho \rangle}{\rho_0} = \frac{\delta P}{P_0} - \frac{\langle \delta\tau \rangle}{T_0} \,. \tag{4.36}$$

On a également la relation suivante pour un gaz parfait

$$\rho_0 (C_p - C_v) = \frac{P_0}{T_0} \,, \tag{4.37}$$

soit encore

$$\frac{P_0}{T_0 \, \rho_0 \, C_p} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \,, \tag{4.38}$$

avec γ l'indice adiabatique, rapport des chaleurs spécifiques C_p/C_v.
Le module d'incompressibilité du fluide, introduit équation (4.6), s'écrit ici

$$K = \delta P \frac{\rho_0}{\langle \delta\rho \rangle} \,. \tag{4.39}$$

En combinant les équations (4.34), (4.36), (4.38) et (4.39), on obtient la limite haute fréquence du module d'incompressibilité du fluide

$$\lim_{\omega \to \infty} K(\omega) = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1)\left[1 - (1 + j)\dfrac{\delta_t}{\Lambda'}\right]} \,. \tag{4.40}$$

Tous les calculs précédents sont valides pour des pores de géométrie quelconque.

Lien avec les travaux de Johnson
Pour la suite, les auteurs souhaitent faire le lien avec les travaux de Johnson et la densité effective qui a été introduite.
Pour cela, il est d'abord nécessaire de passer à un cas plus simple et contraindre la géométrie des pores. Si l'on prend le cas plus simple de pores uniformes, c'est-à-dire dont la forme de la section et la taille ne varient pas le long du pore, et que ces pores ne s'intersectent pas, on a égalité des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique

$$\Lambda = \Lambda' = r_h \,, \tag{4.41}$$

où r_h est le rayon hydraulique, défini comme le double de l'aire de la section du pore divisée par son périmètre [2].
Pour cette géométrie de pores uniformes, Stinson (1991) a montré que le module d'incompressibilité du fluide peut s'écrire sous la forme

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) F(\mathrm{Pr}\,\omega)} \,, \tag{4.42}$$

où la fonction F est définie comme

$$F(\omega) = \frac{\alpha_\infty \rho_0}{\rho_{eq}(\omega)} \,, \tag{4.43}$$

2. Dans le cas particulier de pores cylindriques, le rayon hydraulique est simplement égal au rayon des pores.

ce qui permet d'introduire la densité effective du fluide équivalent donnée par Johnson. L'expression précédente s'écrit encore, d'après l'équation (4.26),

$$F(\omega) = \frac{\alpha_\infty}{\alpha(\omega)} \,. \tag{4.44}$$

D'après l'expression de la tortuosité donnée par Johnson, équation (4.22) (dans laquelle on remplace $k_0 = \eta_0/\sigma$), le module d'incompressibilité du fluide s'écrit finalement

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma-1)\left[1 + j\dfrac{\sigma\kappa\phi}{\alpha_\infty\eta_0\rho_0 C_p\omega}\sqrt{1 - j\dfrac{4\alpha_\infty^2\eta_0^2\rho_0 C_p\omega}{\kappa\phi^2\sigma^2\Lambda^2}}\,\right]^{-1}} \,. \tag{4.45}$$

Pour une géométrie de pores quelconque (et non plus uniforme), l'égalité $\Lambda = \Lambda'$ n'est plus vérifiée et il convient de remplacer Λ par Λ' afin de retrouver le bon comportement asymptotique (haute fréquence) donné par l'équation (4.40).
Enfin, une approximation raisonnable consiste à utiliser l'égalité de l'équation (4.25), qui relie entre eux les quatre paramètres du modèle de Johnson (Λ étant donc remplacé par Λ') : $8\,\alpha_\infty k_0/(\phi\Lambda'^2) = 1$.

Comme pour la masse volumique, on peut finalement écrire le module d'incompressibilité équivalent du matériau poreux $\tilde{K}_{eq}(\omega)$ (égal à celui du fluide divisé par ϕ) :

$$\tilde{K}_{eq}(\omega) = \frac{\gamma P_0/\phi}{\gamma - (\gamma-1)\left[1 + j\dfrac{8\kappa}{\Lambda'^2\rho_0 C_p\omega}\sqrt{1 - j\dfrac{\Lambda'^2\rho_0 C_p\omega}{16\kappa}}\,\right]^{-1}} \,. \tag{4.46}$$

Notons que cette dernière expression de $\tilde{K}_{eq}(\omega)$ n'est rigoureusement exacte que dans la limite haute fréquence. Si l'on étend son domaine de validité à toute la gamme de fréquences, elle ne prédit pas la bonne valeur à basse fréquence. Dans cette limite, le module d'incompressibilité équivalent du matériau poreux $\tilde{K}_{eq}(\omega)$ est simplement égal à P_0/Φ, ce que l'expression (4.46) ne permet pas de retrouver.

4.2.3 Le modèle de Lafarge

L'approche de Lafarge *et al.* (1997), qui s'intéressent à nouveau aux effets thermiques, permet justement d'améliorer les prédictions du module d'incompressibilité pour les basses fréquences. En plus de la longueur caractéristique thermique Λ', ils introduisent un nouveau paramètre qu'est la perméabilité dynamique thermique $k'(\omega)$.

De manière analogue à la loi de Darcy (équation (4.2) rappelée ici), introduisant la perméabilité dynamique (que l'on pourrait qualifier de "visqueuse") $k(\omega)$,

$$\phi\,\vec{v} = -\frac{k(\omega)}{\eta_0}\vec{\nabla}P \,, \tag{4.47}$$

les auteurs définissent une perméabilité dynamique thermique $k'(\omega)$ par

$$\phi\left\langle \delta T\right\rangle = \frac{k'(\omega)}{\kappa}\frac{\partial\left\langle \delta P\right\rangle}{\partial t} \,. \tag{4.48}$$

Dans la limite haute fréquence, pour laquelle les compressions/dilatations de l'air deviennent adiabatiques, nous avons déjà écrit (équation (4.34)) la variation de température $\left\langle \delta T\right\rangle$

$$\lim_{\omega\to\infty}\left\langle \delta T\right\rangle = \frac{\delta P}{\rho_0 C_p}\left(1 - (1+j)\frac{\delta_t}{\Lambda'}\right) \,. \tag{4.49}$$

Nous rappelons également que le gradient de pression harmonique auquel est soumis le milieu varie dans le temps en $e^{-j\omega t}$.
Cela permet d'expliciter la limite haute fréquence de la perméabilité dynamique thermique

$$\lim_{\omega\to\infty} k'(\omega) = \frac{j\kappa\phi}{\rho_0 C_p \omega}\left(1-(1+j)\frac{\delta_t}{\Lambda'}\right). \tag{4.50}$$

Pour obtenir l'expression de $k'(\omega)$ sur toute la gamme de fréquence, les auteurs s'inspirent de ce qu'avait obtenu Johnson pour la perméabilité dynamique ("visqueuse") $k(\omega)$.
Lorsque nous avons présenté les travaux de Johnson, nous nous sommes concentrés sur la tortuosité dynamique $\alpha(\omega)$, dont l'expression générale est donnée par l'équation (4.22). Cette dernière étant reliée à la perméabilité dynamique par la relation (4.4), nous pouvons également écrire l'expression générale (valable sur toute la gamme de fréquences) de $k(\omega)$:

$$k(\omega) = \frac{k_0}{\sqrt{1-j\dfrac{4\alpha_\infty^2 k_0^2 \rho_0 \omega}{\eta_0 \Lambda^2 \phi^2}} - \dfrac{j\alpha_\infty \omega k_0 \rho_0}{\eta_0 \phi}}. \tag{4.51}$$

Cette expression peut se mettre sous la forme

$$k(\omega) = \frac{k_0}{\sqrt{1-j\tilde{\omega}\,M/2} - j\tilde{\omega}}, \tag{4.52}$$

où $\tilde{\omega}$ est une fréquence adimensionnée

$$\tilde{\omega} = \frac{\alpha_\infty k_0 \rho_0}{\eta_0 \phi}\,\omega, \tag{4.53}$$

et M est un facteur de forme (sans dimension)

$$M = \frac{8\alpha_\infty k_0}{\phi \Lambda^2}. \tag{4.54}$$

On reconnait ici la relation existant entre les quatre paramètres du modèle de Johnson (équation (4.25)), pour laquelle Johnson trouvait la valeur $M = 1$ dans le cas de pores cylindriques (ayant tous même rayon et même angle d'inclinaison), et au maximum la valeur $M = 1.6$ pour des géométries de pores plus complexes.

C'est sur la base de ces trois dernières équations que Lafarge propose une expression générale (valable sur toute la gamme de fréquences) pour la perméabilité dynamique thermique (Lafarge, 1993) :

$$k'(\omega) = \frac{k'_0}{\sqrt{1-j\tilde{\omega}'\,M'/2} - j\tilde{\omega}'}, \tag{4.55}$$

où $\tilde{\omega}'$ est une fréquence adimensionnée

$$\tilde{\omega}' = \frac{k'_0 \rho_0 C_p}{\kappa \phi}\,\omega, \tag{4.56}$$

et M' est un facteur de forme (sans dimension)

$$M' = \frac{8k'_0}{\phi \Lambda'^2}. \tag{4.57}$$

Tous deux font intervenir la perméabilité statique thermique, définie comme $k'_0 = \lim_{\omega\to 0} k'(\omega)$.
Cette formulation générale de $k'(\omega)$ vérifie notamment bien le régime asymptotique décrit équation (4.50).

Compte-tenu de la définition de $k'(\omega)$, équation (4.48), nous pouvons la relier au module d'incompressibilité

du fluide (les calculs sont similaires à ceux décrits lors du modèle de Johnson-Champoux-Allard, équations (4.36) à (4.40)) :

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0}{\gamma + (\gamma - 1)\,\dfrac{jk'(\omega)\rho_0 C_p \omega}{\kappa \phi}}\,. \tag{4.58}$$

En combinant les équations (4.55), (4.56), (4.57) et (4.58), on obtient le module d'incompressibilité du fluide, et en divisant par la porosité ϕ, on trouve finalement celui du matériau poreux :

$$\tilde{K}_{eq}(\omega) = \frac{\gamma P_0/\phi}{\gamma - (\gamma - 1)\left[1 + j\dfrac{\kappa\phi}{k'_0\rho_0 C_p \omega}\sqrt{1 - j\dfrac{4k'^2_0\rho_0 C_p \omega}{\kappa\phi^2\Lambda'^2}}\,\right]^{-1}}\,. \tag{4.59}$$

Notons que si l'on fixe le facteur de forme M' égal à 1 (équation (4.57)) on introduit une dépendance entre les deux paramètres k'_0 et Λ', *a priori* indépendants. Cela élimine alors l'utilité du paramètre k'_0 introduit par Lafarge, et en prenant $M' = 1$ dans l'expression précédente, on retrouve celle de Champoux-Allard pour le module d'incompressibilité, équation (4.46).

L'expression (4.59) dérivée par Lafarge est privilégiée par rapport à celle de Champoux-Allard, l'introduction de la perméabilité statique thermique k'_0 (indépendante de la longueur caractéristique thermique Λ') améliorant les prédictions du module d'incompressibilité aux basses fréquences. En effet, l'expression (4.59) donne cette fois bien la limite à basse fréquence $\tilde{K}_{eq}(\omega \to 0) = P_0/\Phi$.

4.2.4 Le modèle complet dit de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL)

Pour récapituler, ce qui est communément appelé modèle de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL) permet de prédire le comportement d'un matériau poreux face à une excitation acoustique, grâce à sa masse volumique équivalente $\tilde{\rho}_{eq}(\omega)$ et son module d'incompressibilité équivalent $\tilde{K}_{eq}(\omega)$, donnés par les expressions

$$\tilde{\rho}_{eq}(\omega) = \frac{\alpha_\infty \rho_0}{\phi}\left[1 + j\frac{\sigma\phi}{\alpha_\infty\rho_0\omega}\sqrt{1 - j\frac{4\alpha^2_\infty\eta_0\rho_0\omega}{\phi^2\sigma^2\Lambda^2}}\,\right], \tag{4.60}$$

$$\tilde{K}_{eq}(\omega) = \frac{\gamma P_0/\phi}{\gamma - (\gamma - 1)\left[1 + j\dfrac{\kappa\phi}{k'_0\rho_0 C_p \omega}\sqrt{1 - j\dfrac{4k'^2_0\rho_0 C_p \omega}{\kappa\phi^2\Lambda'^2}}\,\right]^{-1}}\,. \tag{4.61}$$

Les grandeurs complexes et dépendant de la fréquence, $\tilde{\rho}_{eq}(\omega)$ et $\tilde{K}_{eq}(\omega)$, traduisent respectivement les effets visco-inertiels et les effets thermiques (leurs parties imaginaires contenant quant à elles la dissipation, due aux effets visqueux et thermiques).
Des exemples de courbes de ces propriétés effectives seront présentées dans les Sections 4.3 à 4.5.

Les six paramètres de ce modèle sont rappelés dans la Table 4.1.

4.2.5 La théorie de Biot

Nous venons de voir que le modèle de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL) permet de prendre en compte la dissipation due aux effets visco-inertiels (à travers une masse volumique équivalente) ainsi que la dissipation due aux effets thermiques (à travers un module d'incompressibilité équivalent).

ϕ	Porosité ouverte	(sans dimension)	Rapport du volume des pores (connectés) sur le volume total du matériau.
σ	Résistivité	(Pa.s.m^{-2})	Mesure la résistance du matériau au passage de l'air.
α_∞	Limite haute fréquence de la tortuosité	(sans dimension)	Peut se voir comme le rapport entre le chemin sineux réellement parcouru dans le matériau, et l'épaisseur du matériau, ou encore comme "a measure of the disorder in the system" Johnson *et al.* (1987).
Λ	Longueur caractéristique visqueuse	(m)	Généralement représentative de la dimension des régions les plus fines des pores.
Λ'	Longueur caractéristique thermique	(m)	Généralement représentative de la dimension des régions les plus larges des pores.
k'_0	Perméabilité statique thermique	(m^2)	Décrit les effets thermiques à basse fréquence.

Table 4.1 – Récapitulatif des six paramètres nécessaires au modèle JCAL.

Ce modéle, dit de fluide équivalent, est obtenu sous l'hypothèse d'un squelette rigide et indéformable du matériau poreux. Il ne peut donc pas tenir compte de la dissipation structurelle, liée à la vibration éventuelle du squelette. La théorie de Biot (1956a, 1956b, 1962) permet la prise en compte de la réponse élastique du squelette, et du couplage entre les phases solide et fluide.

Cette partie est une brève introduction à cette théorie, qui est elle aussi répandue dans l'acoustique des matériaux poreux (Allard et Atalla, 2009; Bolton et Kang, 1997; Dazel *et al.*, 2012; Bécot et Jaouen, 2013). Toutefois dans le cadre de ma thèse et pour les mousses solides que nous verrons au prochain chapitre, nous n'invoquerons pas de vibration de la phase solide. Nous nous inspirerons davantage de nos précédents travaux sur les mousses liquides, et si l'on pourra être amené à considérer que les membranes de ces mousses se déforment, nous ne considèrerons pas pour autant la vibration du reste du squelette (du moins pas au stade d'avancement actuel). Encore une fois, la présente partie sur la théorie de Biot n'en est qu'une succincte introduction.

Cette théorie décrit la réponse du squelette et la réponse de l'air, ainsi que le couplage existant entre les deux, lorsqu'un matériau poreux est soumis à une excitation acoustique. Biot introduit en effet une interaction inertielle entre le squelette et l'air, qui crée une force inertielle sur l'un de ces éléments due à l'accélération de l'autre. Dans le modèle de Biot, en plus de la dissipation qui a lieu dans le fluide (et qui est supposée indépendante de la dissipation dans le squelette), la déformation du squelette requiert la connaissance des propriétés élastiques du squelette, comme son module d'Young, son coefficient de Poisson ou encore sa densité.

L'un des principaux résultats de cette théorie est qu'elle prédit l'existence de trois ondes : deux ondes de compression et une onde de cisaillement.
Lorsque le couplage entre les deux phases (squelette et air) est fort, les deux ondes de compression ont des propriétés très différentes. L'une est qualifiée d'onde rapide : pour celle-ci le rapport entre la vitesse du déplacement de l'air et celle du squelette est proche de 1. A l'inverse, pour la seconde onde de compression qualifiée d'onde lente, ces deux vitesses sont quasiment opposées.
Dans le cas où il n'y a pas de couplage entre les deux phases, on privilégie plutôt l'appellation d'onde *air-borne* d'une part (ayant comme origine l'air), et d'onde *frame-borne* d'autre part (ayant comme origine le squelette). En effet en l'absence de couplage cette nomenclature prend tout son sens, puisque dans ce cas-là chacune des deux ondes se propage dans l'une des deux phases. Même si le couplage n'est pas inexistant, cette appellation peut rester pertinente dans la mesure où chacune des ondes de compression se propage malgré tout préférentiellement dans un des deux milieux.
Sans aller jusqu'à l'absence de couplage, un cas intermédiaire est possible, dans lequel le découplage est

partiel. On a alors une vibration du squelette qui induit des vibrations de l'air, mais les vibrations de l'air n'ont pas d'effet sur le squelette (ce dernier étant plus lourd que l'air). Cette situation survient pour des fréquences supérieures à la fréquence de découplage f_d introduite par Zwikker et Kosten (1949) :

$$f_d = \frac{1}{2\pi}\frac{\sigma\phi^2}{\rho_m} \tag{4.62}$$

où σ est la résistivité du matériau poreux, ϕ sa porosité et ρ_m sa densité.
Enfin, l'onde de cisaillement quant à elle est toujours *frame-borne*.

Mentionnons que des régimes asymptotiques existent, simplifiant le modèle de Biot. Le mouvement de corps rigide, *rigid body*, correspond par exemple au cas où le matériau bouge en bloc. Le squelette ne se déforme pas mais des effets inertiels surviennent malgré tout du fait de ce déplacement en bloc (mouvement dit de corps rigide). Cette situation se rencontre lorsque le rapport entre le module d'Young du squelette et sa densité est élevé, typiquement pour des matériaux à la fois rigides et avec une faible masse volumique.
Un autre cas limite est celui du matériau souple, *limp*. Cette situation se rencontre cette fois lorsque le rapport du module d'Young sur la densité est petit. C'est notamment le cas de matériaux fibreux très poreux et mous. Le module d'incompressibilité K et le module de cisaillement du squelette sont considérés comme nuls.
La densité effective du matériau, qui est modifiée par les effets inertiels introduits dans la théorie de Biot, est toutefois identique pour les régimes *rigid body* et *limp* dans le cas de matériaux dont la porosité est très proche de 1 (c'est d'ailleurs le modèle *limp* qui est le plus souvent retrouvé dans la littérature (Panneton, 2007), Doutres *et al.* (2007, 2009)).

La présentation rapide de la théorie de Biot, ainsi que de certains de ces régimes limites, nous a permis d'introduire les ingrédients physiques sous-jacents à cette modélisation. Cette théorie pourra être une future piste d'analyse mais nous ne l'appliquerons pas directement à nos matériaux dans cette thèse.

4.3 Matériaux "modèles" réalisés par impression 3D, avec une faible porosité

Ce que nous souhaitons à présent, c'est tester la théorie de JCAL. Les mousses étant des matériaux poreux avec une micro-structure très complexe, nous commençons par tester cette théorie, et notre dispositif expérimental, sur des matériaux poreux simplifiés. On démarre ainsi par des échantillons dont les pores sont des cylindres droits, ayant tous le même rayon. Ces échantillons sont fabriqués par impression 3D, dont le principe et les limitations techniques sont d'abord présentées. Les échantillons de poreux "modèles" sont ensuite décrits et caractérisés. Enfin, les résultats issus des mesures acoustiques sont présentés et l'accord avec le modèle de JCAL discuté.

4.3.1 L'impression 3D

4.3.1.1 Brève présentation de la technique

La technique d'impression 3D employée au laboratoire est la stéréolithographie. Le procédé repose sur la photopolymérisation de la résine dont sera fait le matériau. L'éclairage, à l'aide d'une lampe UV, de la résine (polymère) permet sa polymérisation et donc sa solidification, tandis que le reste de la résine non-éclairée demeure liquide. Pour les matériaux poreux, c'est donc via la solidification des parois que s'opère la fabrication des échantillons (et non via la perforation des pores). La résine demeurée liquide est évacuée au moment du nettoyage de l'échantillon, grâce à un solvant (souvent de l'éthanol).
La résine utilisée, Freeprint® Ortho [3], est brevetée par son fabricant, Detax, nous donnant peu d'accès à sa composition. Elle est toutefois très proche de l'ABS (Acrylonitrile Butadiène Styrène). Parmi les rares

3. Le nom du produit dérive de sa principale utilisation : les prothèses dentaires et autres appareils orthodontiques.

informations communiquées, la densité de la résine nous est connue : 1009 kg/m^3.

4.3.1.2 Limitations

Lors de l'impression, la pièce est fabriquée sur de petits supports la séparant du plateau d'impression. Ces derniers doivent être coupés une fois la pièce terminée. Cette opération est susceptible d'endommager légèrement la surface de la structure à leur niveau. Parmi les autres limitations de la technique, l'emploi de la lumière UV peut entraîner une perte de précision due à la diffraction de la lumière (la précision est moindre que celle obtenue par méthode de frittage de poudre par exemple, dans laquelle le motif est obtenu grâce à un laser). Si l'épaisseur de paroi entre deux pores est trop fine, celle-ci casse généralement (la solidification ne prenant pas bien sur toute la hauteur de l'échantillon, que nous souhaitons de 2cm) : cela limite la porosité des échantillons. Les tentatives infructueuses d'impression ont montré que la porosité la plus élevée que nous pouvons atteindre avec cette technique et ce matériel est de l'ordre de 50%. La taille des pores est également soumise à une limitation, des pores trop étroits se trouvant solidifiés et donc bouchés par endroits. Descendre jusqu'à un rayon de 1 mm est possible.

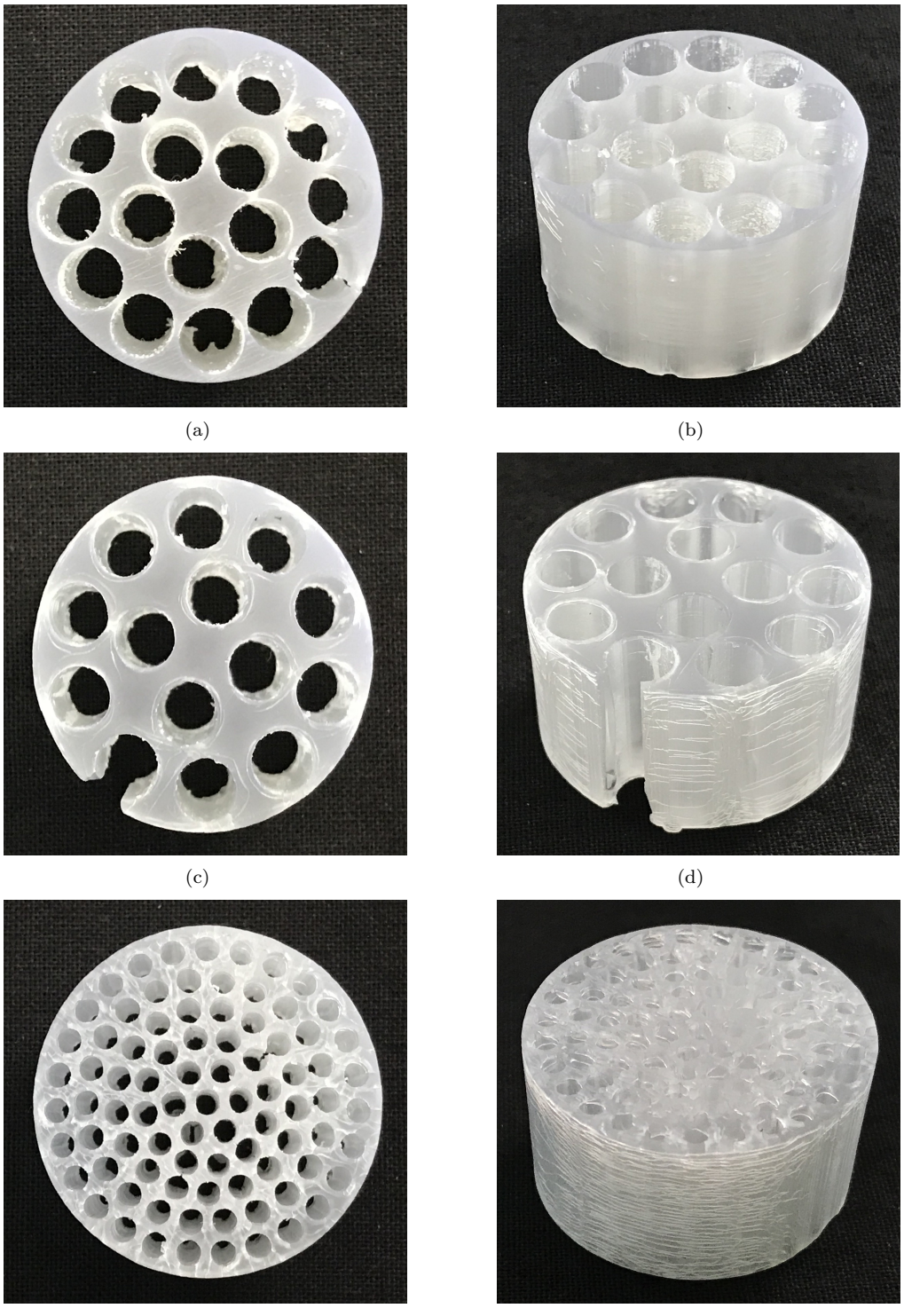
4.3.2 Les matériaux

Nous souhaitons tester indépendamment l'effet de la taille des pores R, et de la porosité Φ. Compte tenu des contraintes techniques précédemment énoncées, les matériaux cibles sont les suivants : $R = 2.5$mm $\Phi = 50\%$, $R = 2.5$mm $\Phi = 40\%$ et $R = 1$mm $\Phi = 40\%$. En pratique, c'est la taille et le nombre des pores qui est fixé, pouvant conduire à de légères déviations de la porosité par rapport à la cible. Le diamètre souhaité des échantillons est de 29mm (celui du tube d'impédance) et la hauteur de 2cm, comme pour les échantillons de mousse solide de polyuréthane qui seront présentés en détail au Chapitre 5.
Les caractéristiques des échantillons fabriqués sont données dans la Table 4.2.

Rayon des pores	Nombre de pores	Porosité cible	Diamètre de l'échantillon	Hauteur de l'échantillon	Poids	Porosité "pesée"
2.5mm	17	50%	28.6 ± 0.1mm	20.7 ± 0.2mm	6.67 ± 0.02g	55%
2.5mm	14	40%	28.7 ± 0.1mm	21.4 ± 0.2mm	8.56 ± 0.02g	44%
1mm	85	40%	28.7 ± 0.1mm	20.6 ± 0.1mm	7.88 ± 0.02g	46%

TABLE 4.2 – Caractérisation des trois échantillons de poreux "modèles".

Des observations concernant la structure et l'état de surface des échantillons viennent compléter cette description.
Pour les deux échantillons dont les pores ont un rayon de 2.5 mm, l'une des surfaces (celle sur laquelle reposaient les plots) est un peu endommagée et pas parfaitement plane (la surface est un peu bombée au centre). A l'inverse pour l'échantillon dont les pores ont un rayon de 1 mm, la surface sur laquelle reposaient les plots est creusée vers l'intérieur en certains endroits (mais globalement l'état de surface de cet échantillon est meilleur que celui des deux autres).
L'échantillon avec $R = 2.5$mm et $\Phi = 40\%$ présente un pore débouchant sur la surface latérale (la fine paroi séparant le pore de l'extérieur de l'échantillon ayant rompu).
Enfin, dans l'échantillon avec $R = 1$mm et $\Phi = 40\%$, quelques pores sont connectés deux à deux (5 paires au total), la paroi solide les séparant étant localement fissurée.
Des photographies des échantillons, vus du dessus et de côté, sont présentées Figure 4.4. Dans la Table 4.2, la valeur de porosité est calculée à partir des dimensions et du poids des échantillons, connaissant la densité de la résine. Par ailleurs, le diamètre des échantillons étant légèrement inférieur à celui du tube, l'anneau d'air ainsi présent entre le bord de l'échantillon et la paroi du tube est pris en compte dans la valeur de la porosité.



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

Fig. 4.4 – Photographies sur fond noir des échantillons de poreux “modèles”. De haut en bas : $R = 2.5$mm $\Phi = 50\%$, $R = 2.5$mm $\Phi = 40\%$ et $R = 1$mm $\Phi = 40\%$. Vues du dessus à gauche et vues de côté à droite.

4.3.3 Résultats

Nous souhaitons désormais confronter les prédictions du modèle de JCAL à des mesures sur ces matériaux "modèles". Nous réalisons donc les mesures acoustiques à l'aide du tube d'impédance à 3 microphones, afin d'en déduire ρ_{eff} et K_{eff} (cette méthode étant décrite Section 1.3 du Chapitre 1).
Les échantillons sont successivement placés dans le tube d'impédance dans les deux sens possibles : avec l'état de surface endommagé vers l'avant, ou vers l'arrière (côté fond du tube). Dans cette deuxième configuration l'échantillon ne touche pas parfaitement le fond du tube puisque la surface n'est pas plane.
Les mesures donnent des résultats moins chahutés lorsque la surface endommagée est placée à l'avant, assurant un bon contact à l'arrière entre l'échantillon et le fond du tube. Ce sont les résultats issus de ces mesures que nous présentons.

Pour les propriétés effectives des matériaux, densité ρ_{eff} et module d'incompressibilité K_{eff} (*bulk modulus*), les données expérimentales sont comparées aux prédictions du modèle de JCAL à la Figure 4.5.

Avant de les comparer aux prédictions du modèle, nous commençons par commenter les résultats expérimentaux.
Concernant les données expérimentales Figure 4.5, notons qu'elles présentent systématiquement deux pics, ou accidents de parcours plus ou moins marqués, vers 1.4 et 4 kHz. Nous avons observé ce phénomène sur des matériaux très différents : ceux ici présentés fabriqués à l'imprimante 3D, mais aussi, comme nous le verrons par la suite, un matériau fabriqué par assemblage de pailles et des mousses solides. Pour tous ces échantillons dont la phase solide, la microstructure interne (rayon des pores, porosité), de même que l'épaisseur, sont différentes, les deux pics surviennent aux mêmes fréquences. La constance de ces accidents aux mêmes fréquences est la trace qu'il ne s'agit pas d'un phénomène intrinsèque aux matériaux, mais qu'il est lié à notre dispositif expérimental. Plus précisément, ces accidents surviennent lorsqu'on utilise la méthode du tube d'impédance à trois microphones avec le matériel du laboratoire MSC (pour lequel nous avons dû concevoir un porte-échantillon spécial afin de pouvoir introduire un microphone en transmission). Dans le prochain chapitre, les résultats expérimentaux présentés pour les mousses solides seront issus de la répétition de mesures avec notre dispositif mais aussi et surtout avec le tube d'impédance à trois microphones de nos collègues de Matelys-Research Lab et avec la technique à deux microphones de la lame d'air, pour lesquelles on n'observe pas ces pics. Ces deux pics semblent donc provenir d'un artefact de mesure lié à notre dispositif expérimental, leur amplitude étant toutefois plus faible lorsque le matériau est plus atténuant (ce qui implique que moins d'énergie acoustique est transmise, et va dans le sens d'un problème lié à notre mesure de transmission).
Dans le cas présent, pour cette étude préliminaire, il faut garder à l'esprit que ces deux pics n'ont pas de sens physique, et tâcher d'en faire abstraction. Sans cela, les courbes obtenues pour ρ_{eff} et K_{eff} sont relativement plates en fonction de la fréquence.

Pour la partie réelle de la densité, on observe que l'on est un peu au dessus de la valeur de l'air, mais bien en dessous de la densité que prédirait la loi de mélange. Cette loi prédirait en effet une densité effective $\rho_{\text{eff}} = (1-\Phi)\rho_g + \Phi\rho_s$, soit pour une porosité de 50% une densité de l'ordre de 500 kg/m^3. Or ici, la densité effective du matériau poreux est très clairement plus proche de celle de l'air.
On observe également que le paramètre dominant pour la densité est la porosité : l'échantillon ayant une porosité de 55% se démarque des deux autres, avec une valeur plus faible et plus proche de celle de l'air, ce qui est cohérent avec le fait qu'il y a plus d'air dans cet échantillon.
La partie imaginaire de ρ_{eff}, qui traduit les phénomènes dissipatifs visqueux, est ici sensiblement du même ordre de grandeur pour les trois échantillons, et non nulle.

En ce qui concerne le module d'incompressibilité effectif, les valeurs obtenues pour la partie réelle sont là aussi plus proches de celle de l'air. Pour l'air et en tenant compte de la valeur de porosité, on aurait $K_{\text{eff}} = P_0/\Phi$ avec P_0 la pression atmosphérique, ce qui donnerait pour Φ de l'ordre de 50% un K_{eff} de l'ordre de 200 kPa. Avec nos deux porosités différentes, on trouve bien que l'échantillon ayant la porosité la plus

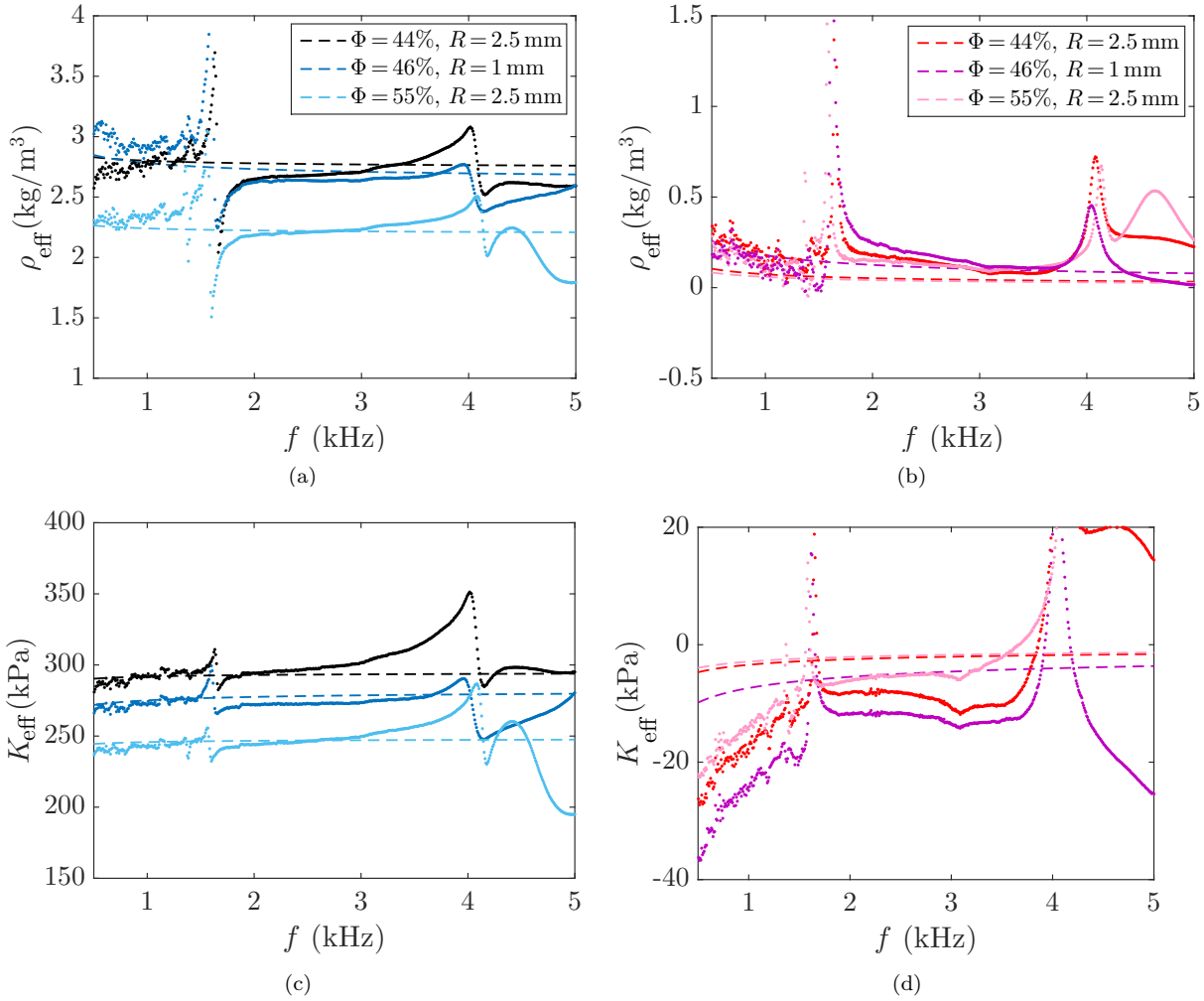


Fig. 4.5 – Densité et module d'incompressibilité effectifs, avec parties réelles (colonne de gauche) et parties imaginaires (colonne de droite), pour les trois échantillons réalisés à l'imprimante 3D : échantillon $R = 2.5\,\text{mm}$ $\Phi = 44\%$ en noir et rouge (respectivement parties réelle et imaginaire), échantillon $R = 1\,\text{mm}$ $\Phi = 46\%$ en bleu foncé et violet, et échantillon $R = 2.5\,\text{mm}$ $\Phi = 55\%$ en bleu clair et rose. Comparaison entre les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle JCAL (en traits pointillés).

élevée a son module d'incompressibilité effectif plus proche de celui de l'air.
Pour sa partie imaginaire, celle-ci est également non nulle et s'éloigne plus significativement de zéro que celle de ρ_{eff}. Cette partie imaginaire traduit les phénomènes dissipatifs thermiques dans le matériau.

Soulignons le fait que la partie imaginaire de ρ_{eff} est positive tandis que celle de K_{eff} est négative : cela permet d'assurer que la partie imaginaire du nombre d'onde $k = \omega\sqrt{\rho_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}}$ est, elle, positive [4].

A présent, discutons des prédictions du modèle de JCAL.
Tous les paramètres de ce modèle peuvent être calculés de manière exacte dans notre cas simple : celui où les pores sont tous des cylindres inclinés d'un même angle θ, et tous de même rayon R. Dans cette situation,

4. Cette condition est nécessaire avec notre convention en $e^{jkx} = e^{jk'x}e^{-jk''x}$, dans laquelle la partie imaginaire du nombre d'onde, k'', doit être positive pour que l'on ait bien une diminution de l'amplitude de l'onde lorsque l'atténuation augmente.

on trouve

$$\alpha_\infty = \frac{1}{\cos^2\theta}, \quad k_0 = \frac{1}{8}\phi R^2 \cos^2\theta, \quad k_0^{'} = \frac{1}{8}\phi \Lambda'^2 \quad \text{et} \quad \Lambda = \Lambda' = R\,. \tag{4.63}$$

On voit bien apparaître ici que plus les pores sont inclinés, plus la tortuosité α_∞ augmente. Cela rejoint la vision schématique que nous avons déjà donnée de la tortuosité : celle-ci traduit le rapport entre le chemin réellement parcouru dans le matériau et l'épaisseur de ce dernier. On peut ainsi mieux comprendre en quoi la tortuosité a un impact sur la densité effective ρ_{eff}. Cette grandeur caractérise en effet la manière dont le milieu se déplace lorsqu'on lui applique un gradient de pression. Si les pores sont inclinés, le déplacement "effectif" (dans la direction du gradient de pression) est plus faible, puisque résultant de la projection du déplacement microscopique. Cela se traduit par une inertie effective plus grande. De façon générale, un chemin "tortueux" donne lieu à un déplacement "effectif" plus faible, et donc à un ρ_{eff} plus grand.
Revenons à présent au cas que nous considérons ici, pour nos trois matériaux : l'angle est nul et les cylindres sont à la verticale (soit une tortuosité de 1, correspondant en fait à l'absence de tortuosité dans le milieu). Les paramètres de l'équation (4.63) sont donc utilisés pour calculer les propriétés du fluide équivalent, d'après le modèle de JCAL. Ensuite, pour passer aux propriétés effectives du matériau, on considère qu'il est constitué de deux éléments (ses deux phases, fluide et solide) en parallèle, avec des poids relatifs qui dépendent de la porosité

$$\frac{1}{\rho_{eq}} = (1-\Phi)\frac{1}{\rho_s} + \Phi\frac{1}{\rho_f}\,, \tag{4.64}$$

$$\frac{1}{K_{eq}} = (1-\Phi)\frac{1}{K_s} + \Phi\frac{1}{K_f}\,. \tag{4.65}$$

En pratique, cette théorie est généralement appliquée à des matériaux ayant une porosité très élevée (souvent supérieure à 95%), aussi la contribution de la phase solide est-elle négligée, et l'on passe des propriétés du fluide équivalent à celles du matériau équivalent en divisant par Φ, comme cela a été fait équations (4.60) et (4.61). Cependant pour les matériaux étudiés ici, la porosité est de l'ordre de 45 à 55%, et nous pouvons tenir compte également de la phase solide. Sa masse volumique est donnée par le fabricant de la résine, $\rho_s = 1009$ kg/m^3, et son module d'incompressibilité K_s est de l'ordre du GPa. Ici pour nos prédictions du modèle de JCAL nous prenons donc en compte la phase solide (même si l'on s'aperçoit que cette dernière ne modifie que très légèrement les propriétés effectives du matériau finalement obtenues, puisque $\rho_s \gg \rho_f$ et $K_s \gg K_f$).

Regardons les prédictions du modèle, Figure 4.5 : on constate qu'elles donnent un ordre de grandeur très satisfaisant pour les parties réelles de ρ_{eff} et K_{eff}, pour les différents échantillons. En revanche l'accord est moins bon sur les parties imaginaires, le modèle sous-estimant celles mesurées expérimentalement (en valeur absolue). Le modèle prédit en effet des parties imaginaires très proches de zéro, alors que les mesures s'en éloignent davantage.

A partir des propriétés effectives il est possible de calculer le coefficient d'absorption (en incidence normale) α_{IN}. Nous pouvons ainsi le comparer pour les trois échantillons tout en confrontant résultats expérimentaux et prédictions du modèle de JCAL. C'est ce qu'illustre la Figure 4.6.
Lorsque la taille des pores diminue (à porosité égale), l'absorption mesurée est plus élevée, ce qui est le résultat attendu (voir les lignes pointillées Figure 4.6) puisque la dissipation est d'origine visco-thermique le long des pores (plus les pores sont fins et donc nombreux, plus ces effets dissipatifs sont importants).
En ce qui concerne la porosité, on trouve expérimentalement une absorption plus élevée à $\Phi \simeq 45\%$ qu'à 55%. Ce comportement est différent de celui observé pour les matériaux habituellement utilisés en acoustique, pour lesquels plus la porosité augmente, meilleure est l'absorption (dans la mesure où il reste bien sûr une phase solide). En effet, plus la porosité est élevée, plus il y a d'air et meilleure est l'adaptation d'impédance avec l'air environnant, favorisant la pénétration de l'onde sonore dans le matériau où elle s'y atténue.
Néanmoins ces matériaux ont généralement une porosité supérieure à 95%, or ici nous sommes dans un régime de porosités bien plus faibles (45-55%) et l'effet de la porosité sur l'absorption apparaît différent.

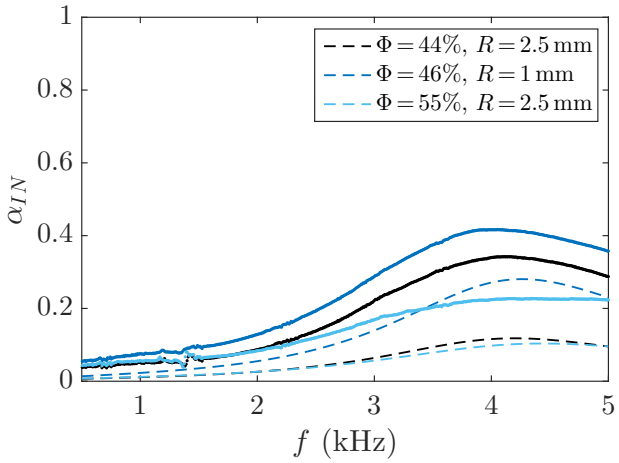


Fig. 4.6 – Comparaison de l'absorption pour les trois échantillons de matériaux poreux "modèles", avec résultats expérimentaux (en traits plein) et prédictions du modèle JCAL (en traits pointillés).

On constate également que l'accord entre les prédictions du modèle et les valeurs obtenues expérimentalement est loin d'être satisfaisant. C'est la conséquence de l'écart entre les prédictions du modèle et les données expérimentales sur les parties imaginaires des propriétés effectives, qui contiennent les effets dissipatifs, ces écarts se répercutant donc sur le coefficient d'absorption.
Même si la tendance concernant l'effet de la taille des pores est retrouvée, et si la forme des courbes avec l'évolution de la fréquence est la bonne, les valeurs ne coïncident pas : le modèle sous-estime l'absorption.

L'hypothèse qu'il s'agisse de l'absorption mesurée qui soit surestimée, en raison de l'espace d'air laissé entre l'échantillon et la paroi du tube, est éliminée par une expérience complémentaire. La mesure est en effet renouvelée en enroulant une fine couche de téflon autour de l'échantillon, de sorte que le diamètre soit bien ajusté à celui du tube. Dans ce cas, l'absorption mesurée est très légèrement plus importante que celle précédemment obtenue, ce qui ne résout donc pas l'écart avec les prédictions du modèle. Par ailleurs, nous interprétons ce résultat par le fait qu'il est maintenant préférable pour l'onde sonore de se propager via le matériau et ses pores, plutôt qu'en passant dans l'espace d'air entre l'échantillon et la paroi du tube (maintenant obstrué). L'énergie acoustique est ainsi un peu plus dissipée dans les pores.

Notre étude a pour objectif de nous familiariser avec le modèle de JCAL, dont l'usage est très répandu pour caractériser les matériaux acoustiques. Toutefois avec les échantillons "modèles" fabriqués par impression 3D nous n'obtenons pas d'accord très satisfaisant entre les prédictions de ce modèle et le résultat de nos expériences. En raison des limitations de cette technique de fabrication, nous n'avons pu atteindre des porosités que relativement faibles : de l'ordre de 45-55% environ. C'est bien moins que les porosités des échantillons usuellement utilisés pour des applications acoustiques, et pour lesquels le modèle de JCAL est employé : ces matériaux ont souvent $\Phi > 95\%$. Contrairement à ces matériaux, la quantité de solide est ici bien plus importante. Elle offre en outre une surface plus grande, ainsi susceptible d'être mise en mouvement par la vibration acoustique. Dans ce cas, le modèle de JCAL ne serait pas suffisant pour traduire le comportement de l'échantillon, ce modèle supposant la phase solide indéformable et immobile.

Par ailleurs, il est possible que la résine utilisée pour fabriquer les matériaux soit elle-même légèrement poreuse. Si tel est le cas, cela affecterait les propriétés du matériau que l'on mesure, sans être pris en compte dans le modèle. Cette raison semble invoquée par certains fabricants de matériaux d'isolation phonique, pour expliquer le fait que la technologie d'impression 3D n'est pas employée pour produire pareils matériaux

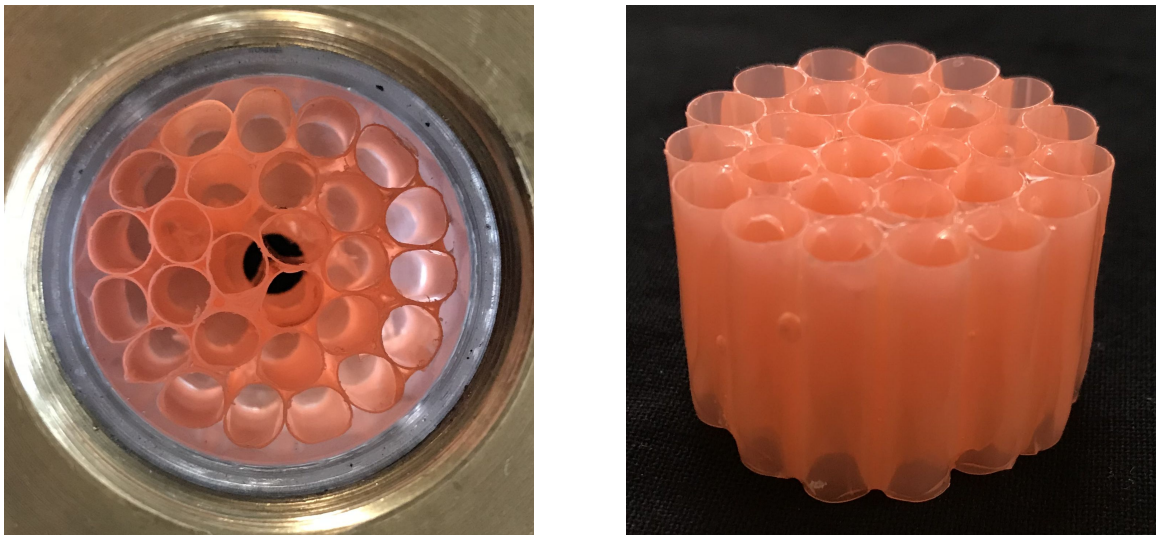
(l'idée de ces matériaux n'étant pas d'avoir un squelette lui-même poreux).

Puisque nous souhaitons tester le modèle de JCAL, nous réalisons donc un nouvel échantillon de matériau poreux "modèle", ayant cette fois une porosité plus élevée.

4.4 Matériau "modèle", avec une porosité intermédiaire

Nous avons donc également réalisé un matériau "modèle" avec une porosité la plus élevée possible. Il s'agit à nouveau d'un matériau dont les pores sont des cylindres droits ne s'intersectant pas. L'échantillon est composé de 27 pailles achetées dans le commerce, de diamètre interne 5 mm et d'épaisseur de paroi 200 μm. Les pailles sont en plastique PET (polytéréphtalate d'éthylène). Elles sont coupées sur une longueur de 2 cm afin d'obtenir un échantillon de même épaisseur que les précédents, puis assemblées à la main de manière à former un échantillon de diamètre 29 mm. L'échantillon est ainsi constitué de 27 pailles juxtaposées, il n'était pas possible d'en mettre davantage sans les déformer, notre objectif étant d'avoir des pores cylindriques.
Une tentative de collage des pailles entre elles s'est révélée peu concluante. Mettre de la colle dans les interstices entre les pailles est possible, toutefois coller entre elles les pailles à l'extérieur (de sorte à boucher l'espace entre les pailles de la périphérie et les parois du tube) a conduit à un épaississement de l'échantillon, dont le diamètre n'était alors plus ajusté à celui du tube. Comme nous tenons à avoir la porosité la plus élevée, enlever une paille (donc un pore) pour compenser l'épaississement des bords n'est pas notre stratégie. Finalement, plutôt que d'avoir des interstices collés au centre de l'échantillon mais des trous d'air sur les côtés, nous avons préféré abandonner tout collage, et n'avoir comme partie solide de l'échantillon que l'épaisseur des pailles. Cela conduit à une porosité de l'échantillon de 87%. Cette porosité est majoritairement due aux pores cylindriques, avec une partie supplémentaire venant des espaces d'air entre des pailles voisines, et entre les pailles périphériques et les bords du tube. L'échantillon formé des 27 pailles est donc mis en place directement dans le porte échantillon du tube, en veillant à déformer le moins possible les pailles pour avoir des pores autant cylindriques que possible (photographie Figure 4.7).

Pour appliquer le modèle de JCAL, on utilise à nouveau les expressions analytiques de l'équation (4.63), à une seule nuance près. La longueur caractéristique visqueuse Λ est représentative des régions les plus fines des pores. Cela correspond pour notre échantillon aux espaces d'air entre des pailles ou près des parois, dont l'ordre de grandeur des plus petits interstices est de 0.5 mm. On attribue donc cette valeur à Λ, tout en gardant $\Lambda' = R$ pour la longueur caractéristique thermique. Les prédictions du modèle et les données expérimentales pour ce matériau sont comparées Figure 4.8.
L'accord sur ρ_{eff} et K_{eff} est très satisfaisant, il est mieux que précédemment en ce qui concerne les parties imaginaires (même si le modèle continue d'en prédire un peu moins, en valeur absolue). L'accord est également assez correct sur l'absorption et meilleur que celui obtenu dans le cas des matériaux "modèles" réalisés à l'imprimante 3D.
Il semble donc que le modèle de JCAL fonctionne bien sous réserve d'avoir une porosité suffisamment élevée, et ce même dans le cas de matériaux poreux "modèles" simplifiés pour lesquels il existe des expressions analytiques. Lorsque la porosité est plus faible, la surface du squelette est plus importante et pourrait amener à des interactions entre l'onde acoustique et cette phase, ces interactions n'étant pas prises en compte dans le modèle de JCAL.



(a) (b)

Fig. 4.7 – A gauche, vue du dessus du matériau poreux “modèle” réalisé avec 27 pailles, ici dans le porte-échantillon du tube d'impédance. La porosité est de 87%, l'air étant principalement dans les pores cylindriques des pailles (diamètre 5 mm), et dans les espaces entre pailles et près des parois (dont la taille caractéristique est au minimum de 1 mm). A droite, vue de côté du matériau lors de la tentative de collage, la colle ayant finalement été enlevée avant de faire les mesures car elle augmentait le diamètre de l'échantillon. L'échantillon fait 2 cm de hauteur.

4.5 Test sur un matériau poreux “réel”, avec une porosité élevée

Avec ce que nous venons de voir, il semble que du point de vue de la théorie de JCAL, un matériau “modèle” soit davantage un matériau à forte porosité, du type de ceux sur lesquels cette théorie est généralement employée. Une mousse solide ouverte (dont les pores ne sont pas fermés par des membranes), fournie par la compagnie industrielle FoamPartner, en serait un parfait exemple. Nous allons donc tester cette théorie sur l'une de ces mousses.

Les relations de l'équation (4.63), ainsi que l'équation (4.25), s'appliquent pour des pores cylindriques ayant tous le même rayon. Néanmoins en première approche, nous pouvons tout de même partir de ces relations pour appliquer le modèle à une mousse ouverte. Nous rappelons ici ces expressions que nous gardons :

$$\Lambda = \Lambda' = R\,, \quad k_0^{'} = \frac{1}{8}\phi\Lambda'^2 \quad \text{et} \quad k_0 = \frac{\phi\Lambda^2}{8\alpha_\infty}\,. \tag{4.66}$$

En ce qui concerne la tortuosité, α_∞ vaut 1 lorsque les cylindres sont droits (il n'y a en fait pas de tortuosité), puis prend des valeurs légèrement supérieures lorsque la géométrie des pores devient plus complexe. Pour une mousse ouverte nous prenons $\alpha_\infty = 1.05$, qui est une valeur obtenue dans la littérature pour différents matériaux (mousses ouvertes et matériaux fibreux) (Doutres *et al.*, 2010).
Les valeurs des autres paramètres sont quant à elles obtenues à partir des relations de l'équation (4.66).

La Figure 4.9 présente les résultats de ce modèle pour une mousse de polyuréthane ouverte, de porosité 98% et de rayons de pores 0.3 mm, comparée aux données expérimentales sur ρ_{eff}, K_{eff} et α_{IN}.
L'accord semble tout à fait correct (quoique cette fois légèrement moins bon sur la partie réelle de K_{eff}) entre cette version simplifiée du modèle de JCAL et les données expérimentales pour une mousse ouverte. En particulier la partie imaginaire de K_{eff}, pour laquelle les prédictions du modèle rejoignaient assez peu les données expérimentales sur les précédents matériaux, est ici correctement prédite. L'accord sur la partie

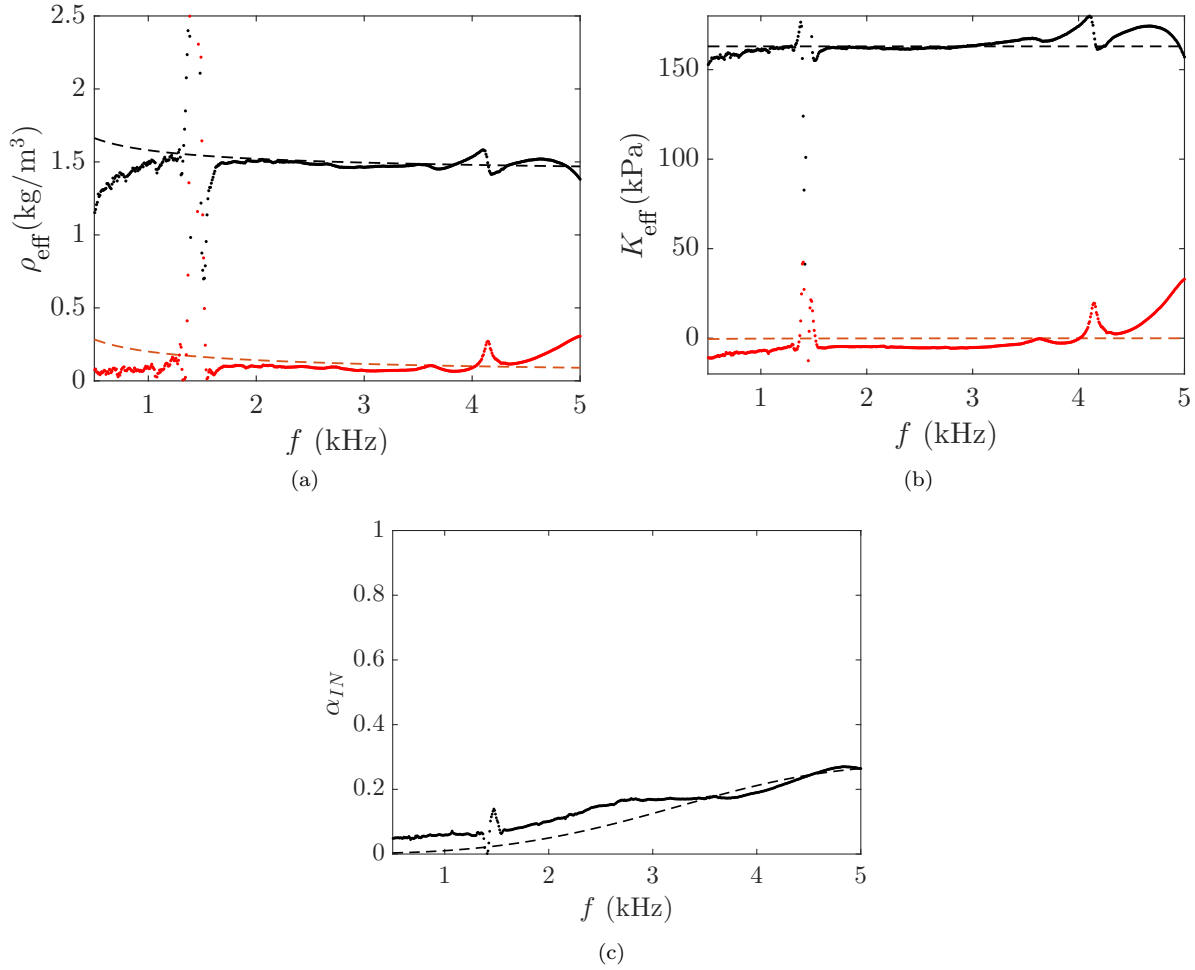


Fig. 4.8 – Résultats expérimentaux, pour la densité effective, le module d'incompressibilité effectif et l'absorption, pour un matériau poreux "modèle" composé de pailles, de porosité 87% et de diamètre des pores 5 mm. Parties réelles en noir et parties imaginaires en rouge. Les traits pointillés correspondent aux prédictions du modèle JCAL.

imaginaire de ρ_{eff} est lui aussi satisfaisant. Cela se voit d'ailleurs très bien aussi sur le coefficient d'absorption, pour lequel on obtient cette fois un excellent accord entre le modèle de JCAL et notre mesure.

Cette étude nous a ainsi permis de nous familiariser avec le modèle de JCAL, dont l'usage est très répandu pour la caractérisation des matériaux poreux. Nous avons pu identifier les cas pour lesquels ses prédictions sont en accord avec les résultats expérimentaux, tant concernant les propriétés effectives du milieu que le coefficient d'absorption. Cela nous a notamment permis de vérifier que le modèle donne de bonnes prédictions pour les mousses solides ouvertes, ayant une porosité élevée (98%), qui feront justement partie de notre étude du prochain chapitre.

Le Chapitre 5 va en effet aborder le cas de mousses solides dont les pores sont majoritairement fermés par des membranes. Les propriétés de ces mousses seront comparées à celles de mousses similaires mais ouvertes, autrement dit sans membranes.

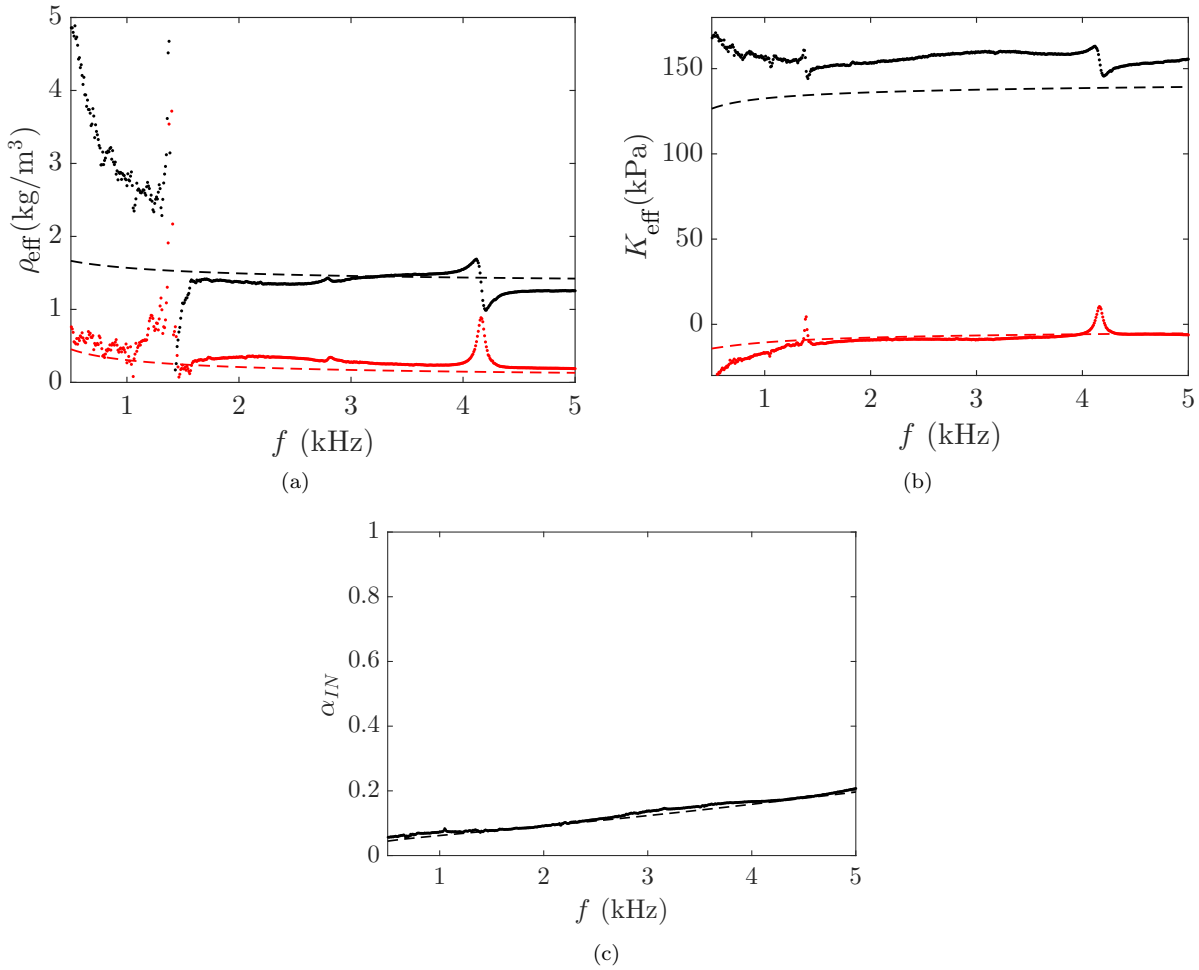


Fig. 4.9 – Résultats expérimentaux, pour la densité effective (à gauche) et le module d'incompressibilité effectif (à droite), pour une mousse de polyuréthane ouverte de porosité 98% et de rayon des pores 0.3 mm. Parties réelles en noir et parties imaginaires en rouge. Les traits pointillés correspondent aux prédictions du modèle de JCAL.

Chapitre 5

Mousses solides partiellement fermées

Sommaire

5.1 Mousses de polyuréthane (PU) 132
5.1.1 Composition chimique 132
5.1.2 Fabrication 133
5.1.3 Structure 135
5.2 Présentation et caractérisation des échantillons fournis 138
5.2.1 Taille des pores, porosité, densité et épaisseur des membranes 138
5.2.2 Observations de la microstructure et taux d'ouverture des membranes 141
5.3 Résultats expérimentaux 147
5.3.1 Performances acoustiques en absorption et isolation phonique (*Transmission Loss*) 148
5.3.2 Vitesse et atténuation du son 151
5.3.3 Densité et module d'incompressibilité effectifs 154
5.4 Interprétation des résultats sur les mousses fermées 156
5.4.1 Membranes immobiles et propagation à travers les ouvertures des membranes . . . 158
5.4.2 Membranes déformables 171
5.5 Étude exploratoire : mousses solides fermées par des membranes liquides . . 177
5.6 Lien avec les mousses liquides et les membranes uniques 182

Nous avons vu au Chapitre 2 les capacités d'atténuation du son des mousses liquides. Les films de savon, qui sont l'un des constituants élémentaires de ces mousses, sont aussi des éléments clés de leur réponse acoustique. Les mousses liquides ne peuvent toutefois pas être considérées pour des applications de lutte contre le bruit, en raison de leur manque de stabilité et donc de leur durée de vie limitée. Nous souhaitons combiner les propriétés acoustiques des mousses liquides, liées à la présence des films, et la stabilité de mousses solides. Nous explorons ainsi des mousses solides dont les pores sont (majoritairement) fermés par des membranes. Ce chapitre est dédié à l'étude de ces mousses solides fermées par des membranes, que nous comparons à des mousses solides équivalentes mais sans membranes. Les mousses solides employées au cours de cette thèse sont exclusivement des mousses de polyuréthane : la Section 5.1 est donc une introduction à ces matériaux. Les échantillons de mousses sur lesquelles nous travaillons sont présentés et caractérisés Section 5.2. Les résultats expérimentaux issus de nos mesures acoustiques sont présentés Section 5.3 avant de discuter de leur interprétation Section 5.4. Enfin, Section 5.5, une étude exploratoire est également menée sur des mousses solides ouvertes et trempées dans une solution savonneuse, de sorte à obtenir une mousse solide fermée par des membranes liquides. Il s'agit d'un cas particulièrement intéressant car intermédiaire entre des mousses totalement liquides et des mousses totalement solides. Cette dernière étude nous apportera

de nouveaux éléments permettant de comparer les propriétés des mousses solides à celles des mousses liquides et des membranes uniques vues dans les précédents chapitres, ce qui fera l'objet de la Section 5.6.

5.1 Mousses de polyuréthane (PU)

Les mousses solides que nous étudions sont toutes des mousses de polyuréthane (PU), fournies par un partenaire industriel, FoamPartner. Cette partie s'intéresse à la composition chimique de ces mousses, à leur procédé de fabrication ainsi qu'à leur structure.
En plus des informations transmises directement par FoamPartner, cette partie s'appuie principalement sur les deux références suivantes : Bikard (2009) et Berthier (2009).

5.1.1 Composition chimique

L'obtention d'une mousse de polyuréthane repose essentiellement sur deux réactions.
La première est celle qui va justement produire le polyuréthane, à partir d'isocyanate et de polyol. Le polyol possède des groupements hydroxyles (-OH) portant un hydrogène mobile, lequel va réagir avec le groupement isocyanate (-N=C=O).

$$\text{polyisocyanate} + \text{polyol} \rightarrow \text{polyuréthane} \tag{5.1}$$

Il s'agit de la réaction chimique de polymérisation. Notons qu'il s'agit d'une réaction exothermique, produisant de la chaleur.
La seconde réaction a lieu entre l'isocyanate et l'eau (naturellement présente dans le polyol mais qui peut aussi être rajoutée), produisant des liaisons urée et du dioxyde de carbone. Ce dégagement gazeux est essentiel car le dioxyde de carbone agit par la suite comme agent d'expansion et permet de faire mousser.

$$\text{polyisocyanate} + \text{eau} + \text{polyisocyanate} \rightarrow \text{polyurée} + \text{dixoyde de carbone} \tag{5.2}$$

Les trois composants nécessaires à l'obtention d'une mousse de polyuréthane sont donc l'isocyanate, le polyol (ou tout autre produit hydroxylé) et l'eau.
En plus de ces éléments, plusieurs types d'adjuvants peuvent entrer dans la formulation :

- catalyseurs : accélèrent la réaction, naturelle mais lente
- allongeurs de chaîne et réticulants : influencent les propriétés finales des polyuréthanes, par l'établissement de liaisons reliant les segments entre eux, construisant ainsi la stabilité du produit final
- surfactants : jouent le rôle de stabilisateur physico-chimique, grâce à leur action sur la tension superficielle, évitant une formation anarchique des cellules (ce qui pourrait conduire à l'effondrement de la structure)
- agents gonflants : à l'origine du gaz d'expansion, s'ils ne sont pas obtenus lors de la réaction (5.2) (voie chimique) ils peuvent être incorporés directement à la tête de mélange (voie physique)
- colorants.

Le type de polyol choisi est déterminant pour la mousse. Les deux principales familles sont les diols, qui sont à chaîne linéaire, et les triols, à chaîne ramifiée. Des polyols à chaîne encore plus ramifiée, les sucroses (comme le sorbitol) peuvent être utilisés pour obtenir des mousses rigides. En effet, le polyol détermine la nature du polymère obtenu : il joue le rôle de squelette. Avec une structure longue et linéaire on obtient un polymère souple, tandis qu'une structure ramifiée produit un polymère rigide.
Des polyols de groupes différents sont également obtenus en fonction des matériaux d'origine de fabrication. Les polyols polyéthers sont ainsi obtenus à partir des oxydes d'éthylène ou de propylène. Ils représentent 80 à 90% des polyols actuellement utilisés sur le marché, et se rencontrent dans toutes les applications du polyuréthane. Les polyols polyesters sont quant à eux obtenus à partir de l'acide adipique. Leur viscosité étant beaucoup plus élevée, leur utilisation nécessite la mise en place d'équipements de transformation à chaud. Leur prix est également plus élevé que celui des polyols polyéthers. Les mousses fournies par FoamPartner,

de leur gamme “Régi”, sont toutes à base de polyols esters.
Notons qu'il est donc possible de modifier les propriétés élastiques de la mousse par le choix du polyol, qui en constitue le squelette, en fonction du groupe du polyol (qui dépend du matériau d'origine utilisé pour sa fabrication) et du type de chaîne (linéaire ou ramifiée, plus ou moins longue).

On peut souligner le fait que connaître les deux principaux ingrédients nécessaires à la réalisation d'une mousse de PU, le polyol et l'isocyanate, et avoir une bouteille de chaque sous la main ne garantit en rien d'obtenir la mousse souhaitée. L'unité de Chimie du Palais de la Découverte possède en effet ces deux ingrédients, et montre régulièrement en exposé la réaction chimique donnant une mousse de polyuréthane. Les deux ingrédients sont alors simplement mélangés dans un gobelet en plastique (qui résiste bien à la chaleur, puisqu'on rappelle que les réactions sont exothermiques). Le mélange se met rapidement à mousser dans le gobelet jusqu'à en sortir, puis se solidifie en une forme de champignon.
Je remercie ainsi Ludovic Fournier, qui m'a aidée à réaliser une mousse de PU (rose de surcroît, Figure 5.1). Cette expérience a mis en évidence l'importance du choix de la nature du polyol et de l'isocyanate, ainsi que le choix de tous les autres ingrédients qui entrent dans la formulation, qui s'avèrent être primordiaux. Ma mousse s'est en effet révélée très hétérogène dans la taille des bulles et surtout très rigide. Cela n'en fait absolument pas un bon candidat pour des applications acoustiques. Cette fabrication au Palais de la Découverte a donc souligné la nécessité et la chance d'avoir un partenaire industriel qui puisse nous fournir des échantillons de mousses. J'adresse encore une fois mes remerciements à FoamPartner et tout particulièrement à Henri Mispreuve pour les échantillons qu'ils nous ont envoyés.



Fig. 5.1 – Photographie de la mousse de polyuréthane fabriquée au Palais de la Découverte. Contrairement aux échantillons sur lesquels nous travaillons, fournis par FoamPartner, cette mousse est très inhomogène (grande variabilité des tailles de bulles, défauts de surface) en plus d'être très rigide. Le mélange d'isocyanate et de polyol dans le gobelet en plastique a moussé puis s'est solidifié dans cette forme champignonesque (tout en restant solidement fixé au gobelet que l'on voit en bas). La formulation chimique est donc essentielle pour obtenir le type de mousse désiré.

5.1.2 Fabrication

Maintenant que l'on sait quels sont les éléments chimiques employés, voyons le procédé de fabrication à échelle industrielle.

Les réactifs sont tout d'abord réunis dans une tête de mélange, puis injectés par une tête de coulée. La "coulée souple" est un procédé qui vise à déposer en continu le mélange liquide sur une bande transporteuse. La bande de mousse avance ainsi continuellement, à une vitesse de plusieurs mètres par minute, et elle peut rapidement atteindre plusieurs mètres de hauteur.
Dès que les réactifs sont mélangés puis injectés, les réactions démarrent aussitôt ou avec un petit temps de retard (l'induction), puis le mélange commence à "s'expanser" (moussage) et à polymériser (solidification progressive). Nous allons détailler chacune de ces étapes.

L'induction correspond aux toutes premières secondes du procédé. Juste après le mélange, on obtient un liquide assez visqueux. Au tout début des réactions chimiques, des germes de bulles de gaz font leur apparition, en proportion assez faible. Chaque bulle est isolée et peut croître librement. Il faut attendre une fraction volumique de bulles de gaz plus importante pour que le mélange se fluidifie notablement.

Une fois un certain seuil atteint, le mélange est suffisamment riche en gaz (fraction volumique de gaz de l'ordre de 40-50%) pour commencer à confiner le liquide entre les bulles de gaz, qui ne sont plus isolées les unes des autres. Des interactions entre elles commencent à apparaître, et une mousse humide se forme. Il y a alors séparation entre la phase gazeuse et la phase liquide, qui constitue le squelette. La microstructure cellulaire prend forme. Une fois cette microstructure obtenue, les bulles de gaz continuent de grossir jusqu'à l'obtention d'une mousse sèche (fraction volumique de gaz supérieure à 80%), dans laquelle le liquide est confiné à l'intérieur des films minces qui séparent les bulles entre elles. L'évolution de la microstructure cellulaire ne dépend alors plus que de la différence de pression capillaire entre les bulles et de la raideur des films. Toute cette phase correspond à l'expansion de la mousse.

La réaction de polymérisation a également lieu et les chaînes macromoléculaires réticulent, c'est-à-dire qu'elles forment un réseau tridimensionnel de polymères autour des bulles de gaz (dans le squelette). À mesure que les réactifs interagissent, la taille des chaînes de polymères augmente rapidement, ce qui a pour effet d'augmenter également la viscosité, et finalement de conduire à une transition liquide-solide.
Un temps caractéristique est défini, le temps de gel, où les modules visqueux et élastiques de la mousse deviennent du même ordre de grandeur. A une température de 25°C, le temps de gel est de l'ordre de 150s (cette valeur dépend aussi du temps caractéristique de la réaction de polymérisation, qui peut être accélérée par l'ajout de catalyseurs).

Cependant, une fois le point de gel atteint, le milieu n'est pas encore solide dans son ensemble (la mousse présente encore un aspect visqueux et collant) et la réaction de polymérisation n'est pas totalement terminée. Celle-ci dure encore généralement une vingtaine d'heures, correspondant à la dernière étape du procédé dite de mûrissement.

Pour obtenir une mousse à cellules ouvertes, c'est-à-dire dont les pores ne sont pas clos par des membranes, il est nécessaire de détruire ces dernières. La technique employée par FoamPartner est la suivante : l'échantillon de mousse est placé dans une enceinte, à l'intérieur de laquelle l'air est remplacé par un mélange d'hydrogène et d'oxygène que l'on fait exploser. Cela fait fondre les membranes et permet d'obtenir des pores bien ouverts (sans résidus). Cette étape ne prend que quelques minutes.
Toutefois, il est possible d'obtenir une mousse à cellules fermées en omettant cette étape de destruction des membranes. Dans ce cas-là, d'après les statistiques de FoamPartner réalisées par analyse d'images, il ne manque en moyenne qu'une seule membrane par pore. En effet, obtenir une mousse 100% fermée, ayant toutes ses membranes, est impossible. Cela vient du fait que la réaction donnant le polyuréthane est exothermique. Le gaz pris dans la mousse est ainsi chaud au début. S'il restait piégé dans un pore totalement clos, sa pression baisserait lorsqu'il refroidirait, conduisant à un effondrement de la mousse. Il doit exister une ouverture dans les pores pour que la pression puisse s'équilibrer dans toute la mousse.
Nous verrons Section 5.2.2 la caractérisation par imagerie de la microstructure de nos échantillons de mousse, et ainsi à quel point les mousses sont fermées.

Pour une même taille de pores et une même porosité, FoamPartner peut nous fournir des échantillons de mousses à cellules ouvertes et fermées. Dans ce cas là, les deux types de mousses proviennent du même bain de production : leur formulation et fabrication sont identiques, à la seule différence que pour les mousses à cellules ouvertes, l'étape supplémentaire de destruction des membranes est réalisée. Les mousses sont donc identiques, l'unique variante étant la présence ou non des membranes.

5.1.3 Structure

5.1.3.1 Généralités sur la microstructure d'une mousse de PU

Nous nous penchons à présent sur la structure cellulaire de la mousse, qui est obtenue lors de l'étape du moussage.

La forme des cellules est celle qui réalise un pavage de l'espace (tridimensionnel) tout en minimisant la surface de la cellule (pour des cellules ayant toute le même volume, soit pour une mousse monodisperse). Lord Kelvin (1887) avait proposé comme cellule optimale un octaèdre tronqué à 14 faces (8 faces hexagonales et 6 carrées). Weaire et Phelan (1994) ont toutefois proposé un pavage plus optimal, légèrement plus compliqué que celui de Lord Kelvin dans la mesure où leur structure nécessite deux cellules différentes (mais de volume égal) : des tétradécaèdres (avec 12 faces pentagonales et 2 hexagonales) et des dodécaèdres (12 faces, toutes pentagonales).

Une étude de Kraynik (2006) sur la structure des mousses, réalisée à l'aide du logiciel Surface Evolver, a montré que le nombre de faces le plus probable pour une cellule est 14, et que le nombre de côté le plus probable pour une face est 5 (pour des mousses monodisperses). Ces valeurs sont en accord avec les différentes cellules proposées par Lord Kelvin et Weaire-Phelan.

Enfin dans Berthier (2009), l'illustration de la forme d'une cellule, reproduite ici Figure 5.2, est celle du dodécaèdre pentagonal. Cette figure présente aussi l'orientation de la cellule, légèrement étirée vers le haut, c'est-à-dire allongée dans la direction du moussage. On observe effectivement cette orientation sur les échantillons de mousses de FoamPartner (nettement visible sur les mousses aux plus gros pores).

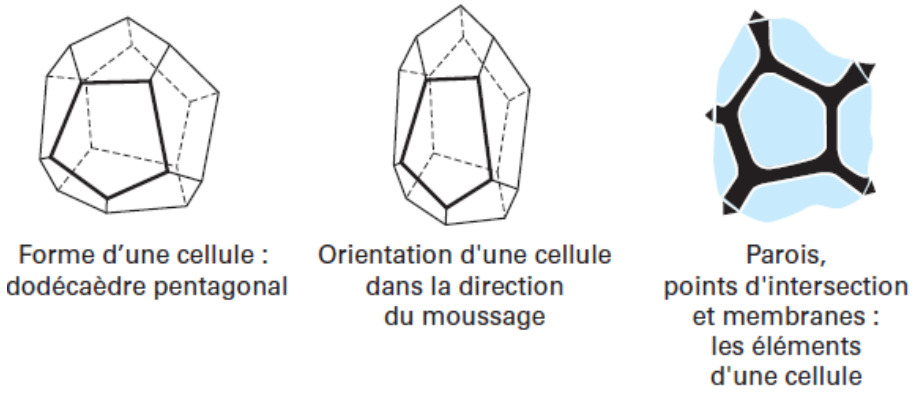


Fig. 5.2 – Schéma tiré de Berthier (2009), illustrant la microstructure de la mousse. La cellule représentée est un dodécaèdre ayant ses 12 faces pentagonales. Il s'agit de l'un des deux types de cellules qui permettent d'obtenir un pavage de l'espace optimal, d'après Weaire-Phelan. Lors de la fabrication de la mousse, celle-ci est plus ou moins étirée vers le haut dans sa direction du moussage. Sans action supplémentaire de destruction, des membranes sont présentes et ferment les pores de la mousse.

Lors des études acoustiques consacrées aux mousses solides, pour lesquelles la connaissance de la microstructure de la mousse est requise, la cellule idéalisée privilégiée est celle du tétradécaèdre de Kelvin (à 14 faces, 6 carrées et 8 hexagonales). En effet, cette cellule seule permet un pavage optimal de l'espace (contrairement à la solution proposée par Weaire-Phelan, plus complexe, qui requiert deux types différents de cellules).

5.1.3.2 Cas particulier de la microstructure d'un tétradécaèdre de Kelvin

Nous allons donc nous consacrer dans cette partie à des considérations géométriques sur la cellule tétradécaèdrique de Kelvin, également décrite dans l'ouvrage de Cantat *et al.* (2010). La Figure 5.3 présente cette cellule idéalisée et les grandeurs caractéristiques de sa microstructure.

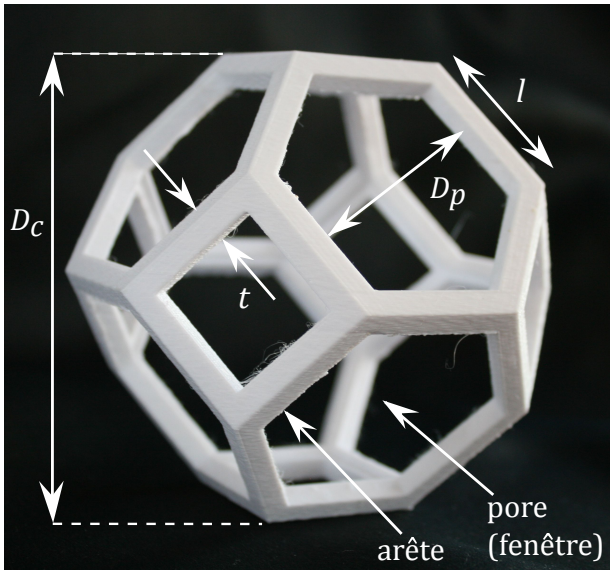


Fig. 5.3 – Réalisation au laboratoire par impression 3D d'une cellule idéalisée pour représenter la mousse : un tétradécaèdre possédant 6 faces carrées et 8 hexagonales. La taille D_c de cette cellule est à différencier de la taille D_p d'un pore (aussi appelé fenêtre). Les arêtes solides sont caractérisées par leur longueur ℓ et leur épaisseur t.

L'aire totale A_c de cette cellule (arêtes comprises) se calcule en additionnant les aires des 6 faces carrées et celles des 8 faces hexagonales, en prenant comme longueur moyenne des arêtes ℓ

$$A_c = 6\,\ell^2 + 8\frac{3\sqrt{3}}{2}\,\ell^2 = (6 + 12\sqrt{3})\,\ell^2\,. \tag{5.3}$$

Son volume V_c se calcule d'après l'octaèdre duquel il dérive : au volume total de l'octaèdre (composé de deux pyramides) on soustrait le volume des 6 petites pyramides correspondant aux parties tronquées (voir Figure 5.4). Le calcul donne

$$V_c = 8\sqrt{2}\,\ell^3\,. \tag{5.4}$$

Dans les mousses, les arêtes (les bords de Plateau) ont une section transverse dont la géométrie est un triangle équilatéral concave (Cantat *et al.*, 2010). Le côté a du triangle correspond au rayon de courbure des interfaces. Cette longueur est reliée à l'épaisseur de l'arête, définie comme la hauteur du triangle (ce qui est le plus simple à mesurer par imagerie), par la relation $t = a\sqrt{3}/2$. La section transversale S_a d'une arête et son volume V_a s'écrivent donc

$$S_a = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) a^2 = \frac{4}{3}\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) t^2 \quad \text{et} \quad V_a = \frac{4}{3}\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right) t^2 \ell\,. \tag{5.5}$$

Le tétradécaèdre de Kelvin comporte 36 arêtes, mais chacune est partagée entre trois fenêtres (les bords de Plateau se rejoignant par trois dans les mousses). L'aire totale des arêtes d'une cellule est donc de 12 fois le volume d'une seule arête, soit

$$A_a = 12 \times 2\sqrt{3}\, t\, \ell\,. \tag{5.6}$$

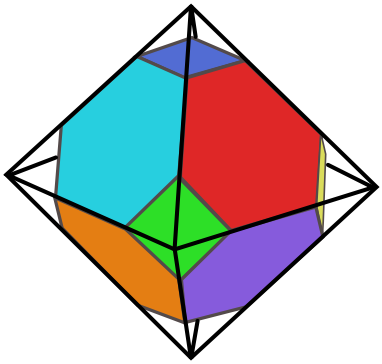


Fig. 5.4 – Schéma d'un tétradécaèdre de Kelvin, ici représenté de manière à voir le lien avec son autre appellation d'octaèdre tronqué, puisqu'il s'inscrit en effet dans un octaèdre auquel le volume de 6 petites pyramides a été soustrait.

Dans le cadre de travaux sur les propriétés acoustiques de mousses partiellement fermées par des membranes, Doutres *et al.* (2013) ont travaillé sur 15 mousses de polyuréthane, différant les unes des autres par leur taille des pores et la présence, ou l'absence, de membranes fermant les pores. Nous reviendrons Section 5.4.1.2 sur les résultats de cette étude, pour l'instant nous présentons ici les observations des auteurs sur la microstructure de ces mousses, obtenues par analyse d'images grâce à un microscope électronique à balayage (MEB). Sur l'observation des 15 mousses de leur étude, les auteurs obtiennent la relation suivante entre la taille de la cellule D_c et la longueur des arêtes ℓ :

$$\ell = \frac{D_c}{A\sqrt{2}} \quad \text{avec} \quad A = 2.33 \pm 0.36\,. \tag{5.7}$$

La valeur de A trouvée expérimentalement est très proche de la valeur théorique $A = 2$ correspondant au cas d'une cellule tétradécaèdrique de Kelvin idéale.
Toujours d'après l'observation et la caractérisation des 15 mousses de l'étude, les auteurs trouvent également un lien entre la taille de la cellule et l'épaisseur des arêtes t :

$$t = \frac{\ell}{B} = \frac{D_c}{AB\sqrt{2}} \quad \text{avec} \quad B = 3.78 \pm 0.53\,. \tag{5.8}$$

Notons qu'ils obtiennent également un lien entre la taille de la cellule D_c et la taille des pores D_p (autrement dit des fenêtres) : la taille de la cellule est entre 2 et 3 fois supérieure à celle des pores, avec en moyenne d'après l'étude des 15 mousses

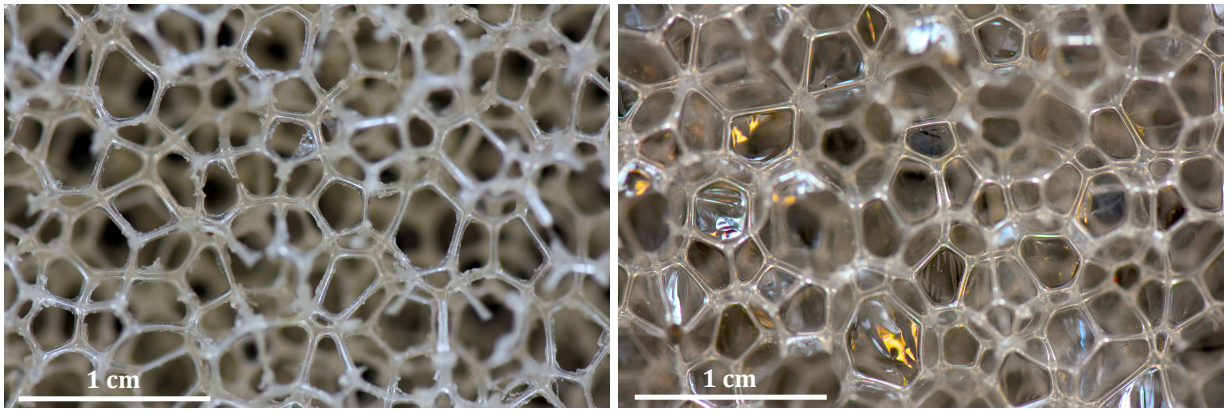
$$\frac{D_c}{D_p} = 2.88\,. \tag{5.9}$$

Les mousses que nous utilisons dans ma thèse étant *a priori* assez semblables aux mousses de Doutres *et al.* (2013), nous pourrons au moment de notre caractérisation vérifier si les relations géométriques qu'ils obtiennent s'appliquent également pour nous.

5.2 Présentation et caractérisation des échantillons fournis

Nous présentons justement dès à présent les échantillons de mousse à notre disposition, fournies par Foam-Partner, ainsi que leur caractérisation.
Cette compagnie industrielle est en effet capable de nous fournir des échantillons de mousses de structures identiques, mais avec ou sans membranes. C'est une situation idéale pour nous afin d'étudier l'influence des membranes. La Figure 5.5 illustre cette différence entre une mousse dite ouverte (sans membranes) et une mousse dite partiellement fermée (avec membranes).

Nous avons ainsi ce duo de mousses avec et sans membranes pour différentes tailles de pores. La liste des échantillons à notre disposition ainsi que leur caractérisation sont données Table 5.1.



(a) (b)

Fig. 5.5 – Photographies de deux variantes d'une même mousse, ayant une porosité $\Phi = 98\%$ et un rayon des pores $R = 1.6\,\text{mm}$, (a) pour une mousse sans membranes, dite ouverte et (b) pour une mousse avec des membranes, dite partiellement fermée. Les membranes sont clairement visibles sur le cliché et certaines apparaissent irisées.

5.2.1 Taille des pores, porosité, densité et épaisseur des membranes

Comme première étape de la caractérisation, on mesure le rayon des pores, la densité et la porosité des échantillons, ainsi que l'épaisseur des membranes pour les mousses en ayant.

La taille des pores, donnée par le fabricant via la valeur du *pores per inch* (PPI), est vérifiée par analyse d'images. Plusieurs images d'échantillons de mousses sont prises à la loupe binoculaire. Sur chaque image, plusieurs lignes sont tracées et l'on compte sur chacune d'elles le nombre de pores rencontrés. Le rayon des pores R correspond plus précisément à celui des fenêtres (les facettes de la cellule), comme illustré à la Figure 5.3.
Les diamètres des pores mesurés sont comparés à ceux donnés par le fabricant, Figure 5.6 : un bon accord est trouvé entre les données du fabricant et notre vérification expérimentale. On constate également une plus grande variabilité du diamètre des pores lorsque ceux-ci sont larges.

La densité ρ des échantillons est obtenue en pesant des plaques carrées de mousses de 10 cm de côté et d'épaisseur comprise entre 1 et 2 cm (leurs dimensions étant également mesurées), avec une incertitude d'environ $1\,\text{kg/m}^3$. En prenant pour densité du polyuréthane $1200\,\text{kg/m}^3$, cela nous permet également d'obtenir la porosité Φ (correspondant à la fraction d'air).

PPI	R(mm)	Mousses sans membranes			Mousses avec membranes				
		H(cm)	ρ (kg/m^3)	Φ(%)	H(cm)	ρ (kg/m^3)	Φ(%)	$e_\mathrm{s}(\mu\mathrm{m})$	$e_\mathrm{t}(\mu\mathrm{m})$
08	1.6 ± 0.4	1	24	98	1	25	98	5.0 ± 1.0	–
		2	24	98	2	25	98		
10	1.3 ± 0.1	1	25	98	1	26	98	4.8 ± 1.9	–
		1.5	26	98	1.5	26	98		
		2	27	98	2	26	98		
15	0.84 ± 0.09	1	29	98	1	29	98	4.3 ± 0.6	–
		2	29	98	2	30	98		
20	0.64 ± 0.04				1	32	97	3.9 ± 0.4	–
					1.5	32	97		
					2	32	97		
25	0.53 ± 0.07	1	29	98	1	28	98	2.4 ± 0.5	–
		2	31	97	2	30	98		
30	0.43 ± 0.03	1	30	98	1	31	98	2.6 ± 0.2	4.4 ± 0.9
		2	31	98	2	31	98		
45	0.29 ± 0.03	1	33	97	1	33	97	1.7 ± 0.4	–
		2	33	97	2	33	97		
60	0.20 ± 0.02	1	29	98	1	32	97	–	–
		1.5	30	98	1.5	32	97		
		2	31	98	2	33	97		
80	0.16 ± 0.02	1	30	98	1	30	98	–	2.6 ± 1.0
		1.5	31	98	1.5	31	97		
		2	31	98	2	31	97		

TABLE 5.1 – Caractéristiques des mousses solides fournies par FoamPartner : le PPI (*pores per inch*) correspond à la taille des pores donnée par le fabricant, vérifiée en mesurant R le rayon des pores, H est la hauteur de l'échantillon de mousse, ρ sa densité, Φ sa porosité et e est l'épaisseur des membranes pour les mousses qui en possèdent, mesurée au spectromètre optique (e_s) et par imagerie tomographie (e_t).

Enfin pour les mousses avec membranes, l'épaisseur de ces dernières est mesurée de deux manières : par spectrométrie optique, comme cela a été fait pour les membranes uniques (voir Section 3.1.1 du Chapitre 3), et en mesurant l'épaisseur directement sur des images obtenues par tomographie à rayons X. Ces mesures ont été réalisées par Wiebke Drenckhan et Damien Favier de l'Institut Charles Sadron. Les images sont réalisées par coupes successives dans le volume du matériau, avec une résolution de $0.9\,\mu$m et un temps d'acquisition pour chaque image de 7 heures. Un exemple d'images correspondant à des coupes 2D dans la mousse est présenté Figure 5.7.

On constate que les deux méthodes (spectrométrie et tomographie), bien qu'elles donnent un ordre de grandeur comparable de quelques microns d'épaisseur, ne sont pas en parfait accord.
D'après les mesures au spectromètre on a une diminution de l'épaisseur des membranes lorsque la taille des pores diminue. On peut expliquer cette tendance, en considérant que l'épaisseur des membranes est dominée par la pression de Laplace. Il faut garder à l'esprit que l'épaisseur des membranes n'atteint pas ici un état d'équilibre (contrairement aux mousses liquides dont l'épaisseur à l'équilibre des films de savon est de l'ordre de quelques dizaines de nanomètres), les membranes étant solidifiées dans le processus avant d'atteindre cet équilibre. Les petites bulles ont une pression de Laplace plus élevée, qui amincit donc davantage les films (par succion capillaire) ; si le temps de solidification des différentes mousses est égal, les mousses avec des petits pores ont ainsi des membranes plus fines.
On s'attendrait donc à ce que la mousse ayant les plus petits pores, 80 PPI, ait aussi une épaisseur de membranes plus fines que les autres. Les résultats issus des observations de la mousse par tomographie indiquent

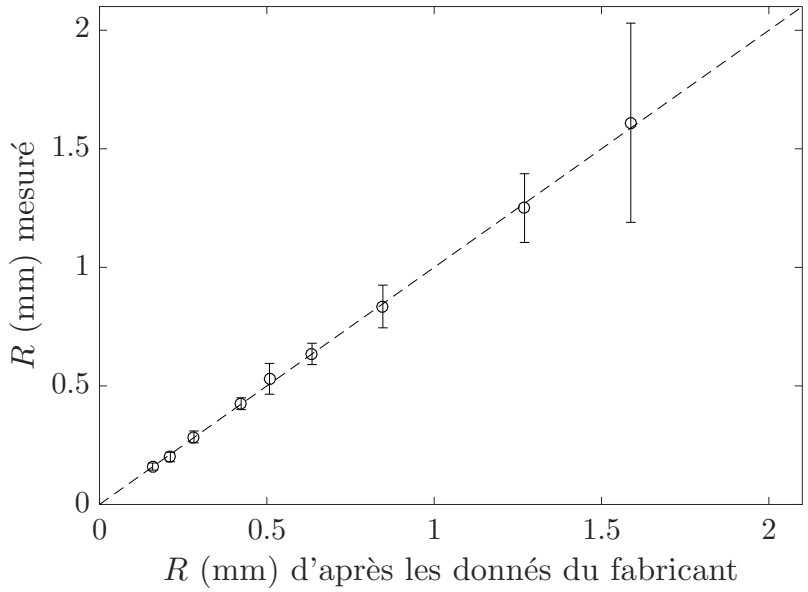


Fig. 5.6 – Comparaison entre le rayon des pores R mesuré par analyse d'images, et celui donné par le fabricant (en convertissant les *pores per inch*, PPI, en rayon des pores en mm). Les symboles correspondent aux mesures (sur plusieurs pores, permettant d'obtenir des barres d'erreur), et la ligne pointillée représente la première bissectrice. L'accord est très bon entre les données du fabricant et notre vérification expérimentale.

pourtant une épaisseur de quelques microns (ce qui reste néanmoins plus faible que la valeur mesurée au tomographe sur la mousse de 30 PPI, indiquant donc aussi une diminution de l'épaisseur des membranes lorsque le rayon des pores diminue). Il est possible que pour des pores aussi petits le mécanisme d'amincissement des membranes soit différent, ou simplement que le temps auquel a lieu la solidification de la mousse soit différent des autres (s'il est plus court les membranes peuvent alors être solidifiées plus tôt, lorsque leur épaisseur est plus élevée). L'erreur relative est aussi assez élevée sur cette mesure, car on atteint la limite de résolution du tomographe qui est de $0.9\,\mu$m. Les membranes sont donc assez pixelisées, réduisant la précision de la mesure de l'épaisseur sur les clichés. Néanmoins faute d'avoir été en mesure d'obtenir l'épaisseur des membranes de cette mousse grâce au spectromètre (la taille des pores étant trop petite), on se fiera alors à la mesure au tomographe.
On peut comparer les épaisseurs obtenues par les deux méthodes, spectromètre et tomographe, sur une seule mousse. Pour celle de 30 PPI, on trouve en effet une épaisseur des membranes de $2.6 \pm 0.2\,\mu$m, un peu plus faible que celle obtenue d'après les clichés tomographiques, de $4.4 \pm 0.9\,\mu$m.
L'ordre de grandeur demeure néanmoins comparable et nous permet avec ces deux méthodes d'avoir une caractérisation de l'épaisseur des membranes.

Notons pour terminer qu'une même mousse est fournie en plusieurs épaisseurs H : 1 cm, 2 cm et parfois aussi 1.5 cm. On a vérifié sur quelques mousses que le rayon des pores R et l'épaisseur des membranes e sont identiques dans les différents cas (la variabilité est du même ordre qu'au sein d'une même mousse, pour une épaisseur donnée).

Les caractéristiques des différentes mousses sont synthétisées dans la Table 5.1. Les cases blanches signifient que nous n'avons pas l'échantillon de mousse correspondant. Concernant les mousses avec membranes de 60 et 80 PPI, la taille des pores et donc des membranes est trop petite pour nous permettre de mesurer l'épaisseur des membranes avec le spectromètre. En revanche, la mousse de 80 PPI a été observée au tomographe et a permis cette mesure de l'épaisseur.

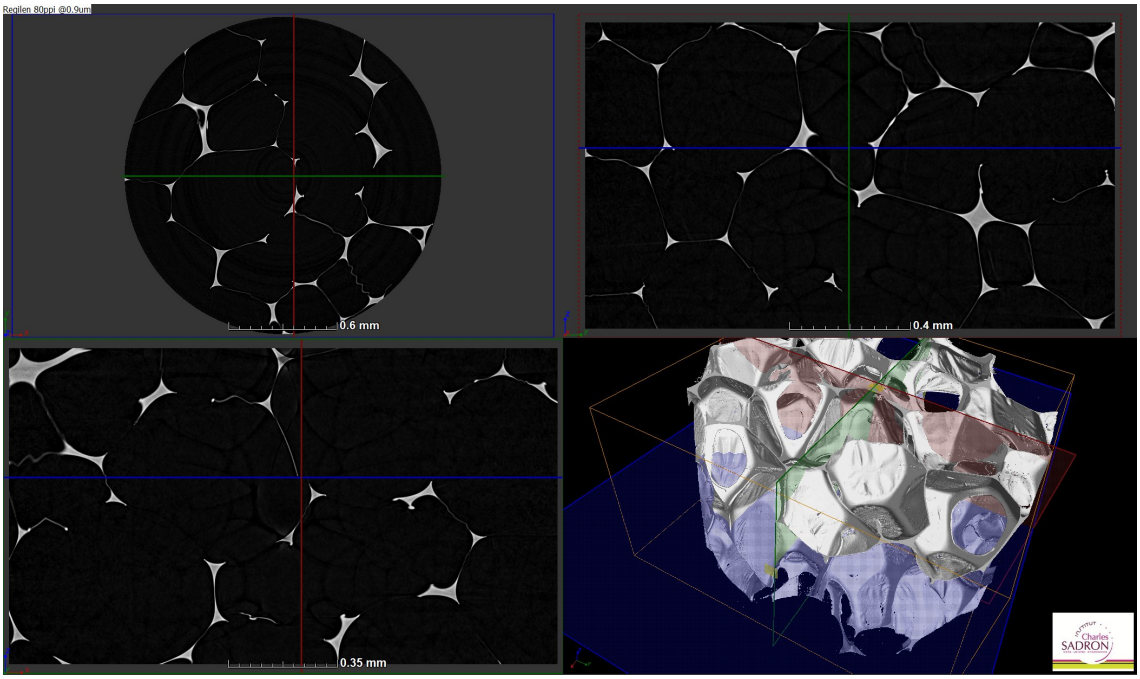


Fig. 5.7 – En bas à droite, reconstructions 3D de la microstructure d'une mousse de 30 PPI d'après les images obtenues par tomographie aux rayons X. A partir de cette image on peut réaliser des coupes 2D dans chacune des trois dimensions : on observe alors les arêtes (les bords de Plateau) avec leur section triangulaire, et les membranes qui les relient. Ces coupes permettent justement une mesure de l'épaisseur des membranes.

Comme souligné précédemment, le rayon des pores mesuré est en accord avec les données du fabricant (*via* les PPI). Comme indiqué aussi par le fabricant, les mousses fournies ont environ toutes la même porosité, de 98% ou plus rarement 97%.
Pour une même mousse mais à des épaisseurs H différentes, la densité est généralement similaire. On constate également que la densité est comparable entre les mousses à cellules ouvertes à celles à cellules fermées : cela tient au fait que les membranes sont très fines, conduisant à une masse ajoutée négligeable.

5.2.2 Observations de la microstructure et taux d'ouverture des membranes

Comme nous l'avons vu dans la description de la microstructure d'une mousse, des paramètres importants pour celles-ci sont également la longueur et l'épaisseur des arêtes. Toutes deux peuvent être mesurées par analyse d'images, et comparées aux relations obtenues par Doutres *et al.* (2013) (voir Section 5.1.3.2).

Nous avons réalisé cette caractérisation sur la mousse de 30 PPI. Comme pour la mesure de la taille des pores, on utilise des images des échantillons prises à la loupe binoculaire.
Sur une quarantaine de mesures nous avons mesuré la longueur ℓ des arêtes (en partant des centres des vertex) et leur épaisseur t, et avons obtenu

$$\ell = 0.72 \pm 0.14\,\text{mm} \quad \text{et} \quad t = 0.15 \pm 0.02\,\text{mm}\,. \tag{5.10}$$

Sur une dizaine de mesures nous avons également mesuré le diamètre des cellules D_c, nous conduisant à

$$D_c = 2.32 \pm 0.08\,\text{mm}\,. \tag{5.11}$$

Pour rappel d'après la Table 5.1 le diamètre des pores de cette mousse est $D_p = 2R = 0.86 \pm 0.06\,\text{mm}$.
Nous pouvons ainsi comparer ces résultats issus de notre analyse d'images à ce que donnent les formules

phénoménologiques de Doutres *et al.* (2013), en partant de la valeur de D_p et en utilisant les équations (5.7), (5.8) et (5.9). On obtient alors

$$D_c = 2.48 \pm 0.17\,\text{mm} \quad , \quad \ell = 0.74 \pm 0.17\,\text{mm} \quad \text{et} \quad t = 0.19 \pm 0.07\,\text{mm}\,. \tag{5.12}$$

Pour ces trois grandeurs, les formules phénoménologiques obtenues par Doutres *et al.* (2013) d'après les observations de 15 mousses de PU donnent des résultats similaires à ce que nous obtenons, pour l'observation d'une de nos mousses de PU. Les mousses de PU utilisées dans leur étude et dans la nôtre étant très probablement assez similaires, il n'est pas étonnant que leurs résultats s'appliquent aussi à nos matériaux.
Ainsi, lorsque nous aurons besoin par la suite de connaître les dimensions des arêtes d'une mousse, nous utiliserons ces formules pour les déduire de la mesure de la taille des pores.

Taux d'ouverture des membranes
Un autre aspect très important de la microstructure, spécifique aux mousses fermées, concerne justement leur "degré" de fermeture, c'est-à-dire à quel point les mousses ont des pores (les fenêtres) fermés par des membranes. Pour cette caractérisation, on introduit le taux d'ouverture $\mathcal{O}$ (aussi appelé taux de réticulation [1]) : cette grandeur représente le rapport de la surface des pores sans membranes (qu'une membrane soit totalement absente d'un pore ou qu'il existe une perforation dans la membrane), sur la surface totale des pores.
La caractérisation de cette grandeur sera importante dans la suite de notre étude, quant à l'interprétation de la manière dont l'onde acoustique se propage dans la mousse. En effet, la présence d'ouvertures au sein des membranes crée un passage pour l'air qu'il est important de quantifier.

Nous avons réalisé cette caractérisation sur trois de nos mousses, de 8, 30 et 80 PPI. Plusieurs photographies de l'échantillon ont été prises à la loupe binoculaire, afin d'identifier les régions où les membranes manquent.
Comme premier constat, la surface de l'échantillon n'apparaît pas représentative en ce qui concerne la présence des membranes. En effet, l'étape de découpe des plaques d'échantillons (pour obtenir l'épaisseur désirée) détériore un peu le matériau. Des cellules ne sont plus entières après la découpe, et l'on observe que certains pores sont éclatés : non seulement les membranes y sont généralement absentes, mais il manque également des arêtes. Cette situation n'est pas prise en compte pour caractériser le rapport des surfaces avec et sans membranes. Lorsqu'un pore éclaté est présent sur une photographie, on tire au contraire profit de cette large ouverture pour zoomer à l'intérieur de la mousse et analyser les surfaces de pores qui se trouvent en dessous.
Sur chaque photographie prise, on trace le contour des zones sans membranes et on en mesure l'aire, à l'aide du logiciel de traitement d'images ImageJ. L'analyse est faite en parallèle de l'observation en direct de l'échantillon à la binoculaire. En effet, l'éclairage peut conduire à des ambiguïtés sur ce qui est ou non une déchirure dans une membrane : déplacer légèrement l'échantillon sous la binoculaire permet alors d'observer la mousse sous un angle différent et de lever l'ambiguïté.
Pour la mousse de 30 PPI par exemple, on observe qu'aucune membrane n'est absente dans sa totalité (en dehors des pores éclatés en surface, comme précédemment mentionné). Tous les pores sont fermés par des membranes, mais il arrive qu'une déchirure soit présente dans la membrane. De manière qualitative, on observe sur les photographies assez peu de zones sans membranes. Pour une analyse quantitative, il faut également mesurer la surface totale des pores.

Pour obtenir la surface des zones sans membranes, on utilise toujours l'analyse d'images. En ce qui concerne la surface totale des pores (celle normalement couverte par des membranes), on peut là encore employer l'analyse d'image ou bien passer par un calcul.
Dans cette seconde méthode, il est en effet possible de calculer l'aire totale occupée par les pores. Pour cela on fait appel aux considérations géométriques pour un tétradécaèdre de Kelvin, présentées Section 5.1.3.2 : la surface totale d'une cellule A_c pour un tétradécaèdre de Kelvin est connue (équation (5.3)), de même que

1. La réticulation fait ici référence à l'action de destruction des membranes dans les mousses. Une mousse totalement réticulée a donc eu toutes ses membranes supprimées et possède un taux d'ouverture, autrement dit un taux de réticulation, égal à 100%.

la surface de toutes les arêtes A_a (équation (5.6)), la soustraction des deux donnant la surface des pores A_p. On utilise également la caractérisation des mousses faites par Doutres *et al.* (2011) qui donne le lien entre la taille des cellules (connue) et la taille des pores (équation (5.9)), puis le lien entre cette taille et les dimensions des arêtes (équations (5.7) et (5.8)).
Le taux de surface x occupée par les pores dans une cellule est ainsi défini comme le rapport de la surface des pores sur la surface totale de la cellule

$$x = \frac{A_p}{A_c} = 1 - \frac{A_a}{A_c}\,. \tag{5.13}$$

Grâce aux équations précédemment mentionnées et à la définition de la porosité, il est possible d'exprimer le taux de surface occupé par les pores grâce aux expressions

$$x = 1 - \frac{24\sqrt{3}}{(6+12\sqrt{3})B} = 1 - \frac{24\sqrt{3}}{(6+12\sqrt{3})}\sqrt{\frac{(1-\Phi)\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-\pi}}. \tag{5.14}$$

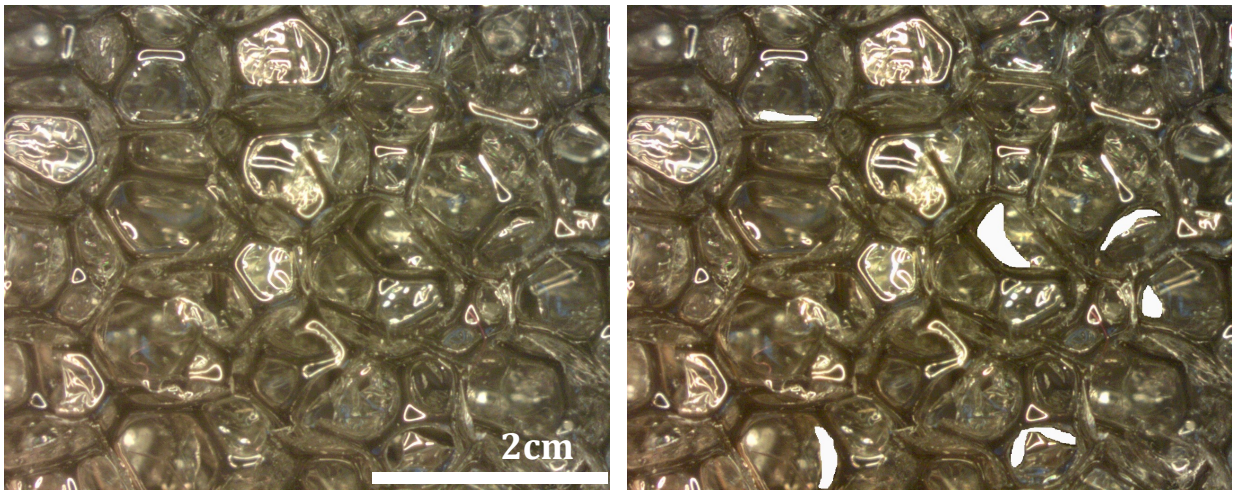
On peut noter que cette grandeur ne dépend pas de la taille des pores, mais seulement de la porosité.
Cette fraction de surface occupée par les pores peut être comparée à la formule empirique de Princen (1985) (déjà introduite au Chapitre 2 pour les mousses liquides) :

$$x' = 1 - \frac{3.2}{\sqrt{7.7 + \dfrac{\Phi}{1-\Phi}}}\,. \tag{5.15}$$

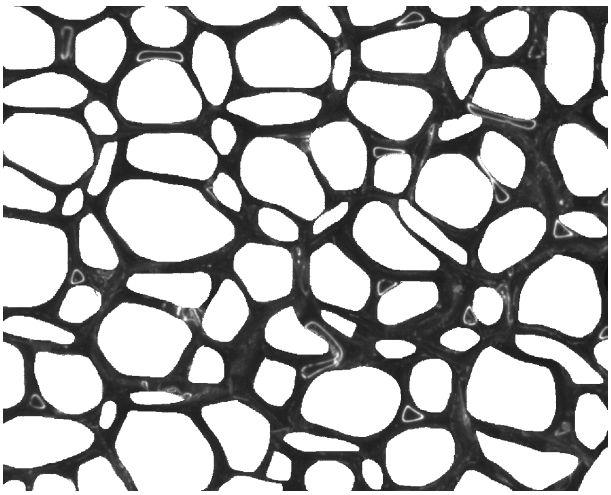
Avec $\Phi = 98\%$, qui est la porosité de quasiment toutes nos mousses, on obtient d'après (5.14) $x \approx 54\%$. Pour cette même porosité, la formule de Princen donne quant à elle $x' \approx 57\%$. Ces deux résultats sont en bon accord, ce qui nous permet d'utiliser l'expression (5.14) pour déterminer le taux de surface occupée par les pores dans nos mousses solides.
Cette fraction correspond à la surface occupée par les pores par rapport à la surface totale, pour une cellule. On considère que dans nos photographies, cette fraction est conservée : si une cellule n'apparaît pas entièrement sur l'image, la surface occupée par les pores dépend toujours de la fraction x, pondérée par la portion de la cellule qui est visible. Autrement dit, la surface totale occupée par les pores sur une image correspond au produit entre x et l'aire totale de l'image.
Nous pouvons vérifier la validité de cette supposition en comparant avec la première méthode, qui consiste à mesurer directement sur l'image la surface occupée par les pores.
Cette fois, ce sont les contours de tous les pores qui sont tracés et les aires associées qui sont mesurées (voir Figure 5.8(c)).

Récapitulons notre procédure pour obtenir le taux d'ouverture $\mathcal{O}$ des membranes. Il convient d'une part de mesurer sur les images la surface des pores sans membranes, comme illustré Figure 5.8(b). D'autre part, il faut également connaître la surface totale des pores. On peut l'obtenir soit par calcul grâce à l'équation (5.14), soit par analyse d'images (Figure 5.8(c)). Finalement, le taux d'ouverture correspond au rapport entre la surface des pores sans membranes, sur la surface totale des pores.

Pour la mousse de 30 PPI, 5 photographies différentes ont été prises (en veillant à se placer en des endroits différents), couvrant au total plus de 400 pores (visibles entièrement ou partiellement sur les images). Pour ces 5 clichés, la Table 5.2 indique le taux d'ouverture correspondant, avec les deux méthodes.
Les deux méthodes pour obtenir la surface couverte par les pores (par analyse d'images ou par calcul) conduisent à des valeurs du taux d'ouverture $\mathcal{O}$ très semblables. La différence entre les valeurs ainsi obtenues est bien plus faible que les variations d'une image à l'autre. On note donc qu'il convient d'inspecter la mousse en plusieurs positions et de conduire l'analyse sur un nombre suffisamment important de pores, pour obtenir un résultat fiable (ici se contenter d'une seule image ne serait pas assez représentatif du matériau).



(a) (b)



(c)

Fig. 5.8 – 5.8(a) Photographie brute prise à la loupe binoculaire d'une mousse partiellement fermée de 30 PPI. Les zones très brillantes correspondent à des reflets de la lumière, sur des membranes ou sur des arêtes. A partir de cette image, la surface de pores où une portion de membrane est manquante (généralement en raison d'une déchirure) est identifiée et mesurée (zones remplies en blanc), 5.8(b). Six zones ont ici été identifiées pour lesquelles une partie de membrane est manquante. Il est également possible de mesurer la surface totale occupée par les pores, 5.8(c). Ici 90 pores au total sont entièrement ou partiellement visibles sur l'image. Pour les images 5.8(b) et 5.8(c), les contours des zones d'intérêt (remplies ensuite en blanc) sont tracés à la main sous ImageJ, qui donne également les aires associées.

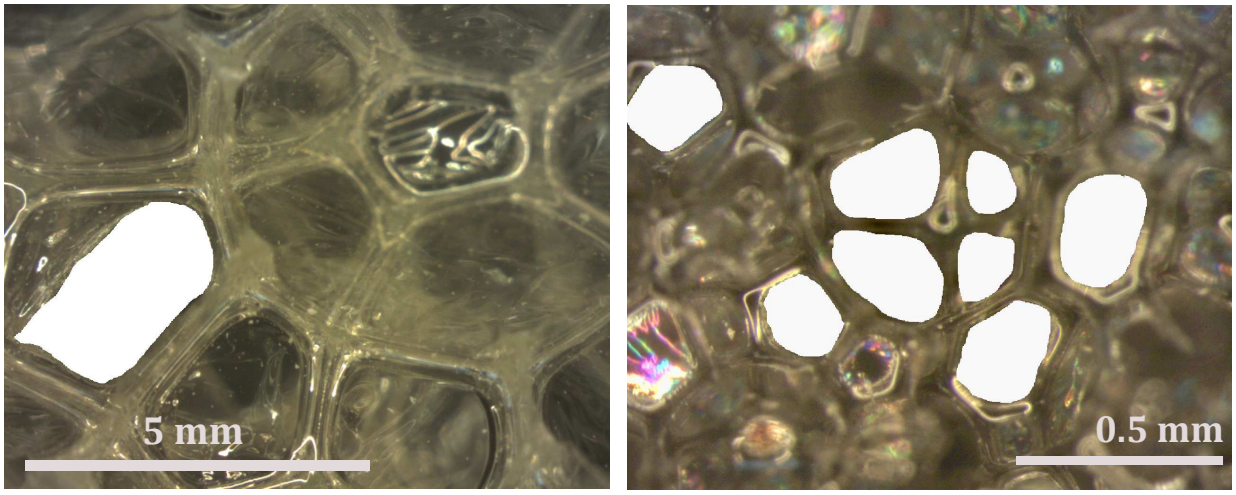
Le taux d'ouverture de la mousse caractérisée, 30 PPI, est de l'ordre de $4\pm2\%$), ce qui correspond à une forte présence des membranes. Pour cette mousse, on observe surtout des déchirures assez petites, dans certaines membranes.

La même analyse du taux d'ouverture est réalisée pour les mousses de 8 PPI et de 80 PPI, autrement dit les mousses ayant les tailles de pores extrêmes.

image n°	1	2	3	4	5
$\mathcal{O}$, avec la surface totale des pores obtenue par calcul	1.9%	5.9%	5.8%	2.6%	3.9%
$\mathcal{O}$, avec la surface totale des pores obtenue par analyse d'image	1.8%	5.7%	5.6%	2.5%	3.6%

TABLE 5.2 – Taux d'ouverture $\mathcal{O}$ d'une mousse partiellement fermée de 30 PPI, d'après les 5 photographies prises de cette mousse. Ce taux traduit le rapport entre la surface des pores sans membranes, mesurée sur les images, sur la surface totale des pores qui peut être obtenue soit par calcul soit par analyse d'images. Les deux méthode donnent des résultats semblables.

Pour la mousse de 8 PPI, 14 images sont analysées. Sur certaines d'entre elles aucune déchirure dans les membranes n'est présente. La plupart des membranes sont intactes, mais lorsqu'une déchirure est présente sur l'une d'elle, elle occupe en revanche une surface importante (plus grande que celle des petites déchirures observées pour la mousse de 30 PPI), comme le montre la Figure 5.9(a). Le taux d'ouverture obtenu pour cette mousse est $\mathcal{O} = 5 \pm 5\%$.



(a) (b)

Fig. 5.9 – Photographies prises à la loupe binoculaire de mousses partiellement fermées, sur lesquelles on a identifié et mesuré la surface de pores où une portion (voire une totalité) de membrane est manquante (zones remplies en blanc), (a) pour une mousse de 8 PPI et (b) pour une mousse de 80 PPI.

Pour la mousse de 80 PPI (dont 8 images sont analysées), on a cette fois davantage de membranes qui sont déchirées, et l'on observe même que certaines membranes sont entièrement manquantes. Lorsque cela se produit on a d'ailleurs souvent plusieurs membranes manquantes dans des pores assez proches les uns des autres, comme c'est le cas sur la Figure 5.9(b). Le taux d'ouverture est donc plus élevé pour cette mousse et vaut $\mathcal{O} = 12 \pm 7\%$.

Précisons que pour ces deux mousses, la surface totale occupée par les membranes est déduite du calcul précédemment décrit. Une validation a toutefois été effectuée sur une image de chaque mousse, sur laquelle la surface totale des membranes est directement mesurée (de la même manière que ce qui a été fait Figure 5.8(c)).

La Table 5.3 récapitule les valeurs du taux d'ouverture obtenues pour ces trois mousses.

Mousse	8 PPI	30 PPI	80 PPI
Taux d'ouverture $\mathcal{O}$	$5 \pm 5\%$	$4 \pm 2\%$	$12 \pm 7\%$

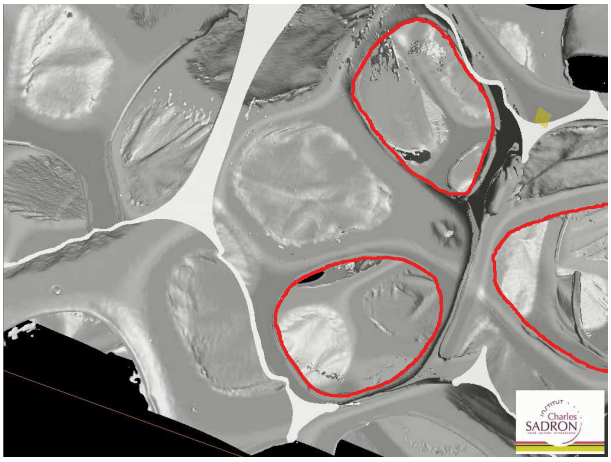
TABLE 5.3 – Taux d'ouverture $\mathcal{O}$ pour les trois mousses caractérisées : 8, 30 et 80 PPI.

Enfin, la caractérisation de la microstructure des mousses est complétée par des images obtenues par tomographie aux rayons X, déjà mentionnées et utilisées pour la mesure de l'épaisseur des membranes. Ces images permettent toutefois d'aller plus loin. En effet, à partir des images correspondant à des coupes successives dans le volume du matériau, on peut ensuite réaliser des reconstructions 3D. Les images présentées à la Figure 5.10 sont issues de ces reconstructions.

La mousse 30 PPI, dont la taille des pores est intermédiaire pour notre gamme d'échantillons, permet de voir quelques pores et arêtes sur la zone d'intérêt, Figures 5.10(a) et 5.10(b). On rejoint ainsi les observations faites à la loupe binoculaire : la plupart des membranes sont intactes, et les déchirures présentes sont de petites dimensions, et souvent localisées près des parois (les arêtes). On constate bien que les membranes ont un aspect fripé, et sont loin d'être parfaitement tendues.
La mousse de 80 PPI quant à elle permet de voir une cellule entière, 5.10(c). A nouveau les observations à la loupe binoculaire sont confortées : on observe plusieurs membranes intégralement manquantes (et au travers desquelles on peut voir les pores d'autres cellules), et les pores sans membranes sont plusieurs les uns à proximité des autres. Là encore les membranes sont fripées.



(a) (b)



(c)

Fig. 5.10 – Reconstructions 3D de la microstructure de mousses d'après les images obtenues par tomographie aux rayons X, (a,b) pour une mousse de 30 PPI et (c) pour une mousse de 80 PPI. On a souligné en rouge le contour des régions pour lesquelles une portion de membrane, ou bien la membrane tout entière, est manquante.

5.3 Résultats expérimentaux

Maintenant que les échantillons de mousse à notre disposition ont été présentés et caractérisés, cette section présente les résultats des mesures acoustiques. Nous avons utilisé le tube d'impédance à 3 microphones, au laboratoire MSC et chez nos collaborateurs de Matelys – Research Lab, ainsi que la technique de la lame d'air. Ces différentes configurations nous permettent de mesurer à la fois les performances acoustiques des matériaux (en absorption et en isolation phonique) et de déduire les propriétés effectives (vitesse et atténuation, ou densité et module d'incompressibilité effectifs). La répétition des mesures sur plusieurs échantillons, et en appliquant ces différentes méthodes de mesures, nous donnent les barres d'erreur.

Les mesures sont réalisées dans le tube d'impédance de diamètre étroit (29 mm). Pour la découpe des échantillons, une bande de mousse est trempée dans un dewar d'azote liquide, puis la mousse ainsi refroidie et cassante est découpée à l'aide d'un emporte-pièce monté sur une perceuse à colonne (pour permettre une

découpe nette et droite des parois). Nous avons vérifié que le passage dans l'azote liquide ne détruit pas les membranes de la mousse, celle-ci reprend son aspect initial après un bref instant. Cette technique est particulièrement efficace pour la découpe des échantillons, qui sans cela se déforment et se découpent mal avec l'emporte-pièce seul.

Une partie des résultats présentés dans cette Section a fait l'objet de la publication suivante, disponible en Annexe D : Gaulon, C., Pierre, J., Derec, C., Jaouen, L., Bécot, F.-X., Chevillotte, F., Elias, F., Drenckhan, W., et Leroy, V. (2018). Acoustic absorption of solid foams with thin membranes. *Applied Physics Letters*, 112(26) :261904.

5.3.1 Performances acoustiques en absorption et isolation phonique (*Transmission Loss*)

Nous commençons donc par présenter les résultats des mesures acoustiques sur le coefficient d'absorption (en incidence normale) α_{IN} et sur l'indice d'affaiblissement acoustique (le *Transmission Loss*) TL. Les expressions et les manières d'obtenir ces deux grandeurs ont été décrites Section 1.2 et Section 1.3 du Chapitre 1. La Figure 5.11 illustre les résultats pour ces deux grandeurs en fonction de la fréquence, en comparant mousses avec et sans membranes, et ce pour trois mousses ayant des tailles de pores différentes (8, 30 et 80 PPI, soit les deux tailles extrêmes et une taille intermédiaire pour notre gamme).
Si l'on regarde d'abord les mousses sans membranes (courbes bleues), on constate que les performances sont généralement assez médiocres. Ce n'est pas étonnant car les pores sont relativement larges, donc il y a peu d'interactions avec les parois solides pour générer des pertes visqueuses et thermiques. On observe justement que l'absorption s'améliore lorsque la taille des pores diminue : on passe ainsi d'une absorption comprise entre 0 et 0.1 pour la mousse de 8 PPI (pores les plus larges) à un coefficient d'absorption atteignant au maximum 0.7 pour la mousse de 80 PPI (pores les plus petits que nous ayons).
Lorsque l'on compare avec les mousses ayant des membranes, le résultat est sans ambiguïté : la présence des membranes améliore très nettement les performances en absorption. Ceci est vrai pour tous les échantillons de mousses, et d'autant plus important pour la mousse ayant les plus larges pores. Pour cet échantillon on a en effet le gain d'absorption le plus spectaculaire, puisque l'on passe d'une absorption atteignant difficilement 0.1 pour la mousse sans membrane, à une absorption proche de 1 dès 2 kHz.
Ce résultat impressionnant n'était pas forcément évident : les membranes auraient pu jouer un rôle de réflecteur acoustique, empêchant l'onde acoustique de pénétrer dans le matériau et de s'y atténuer. Or ici, ce n'est pas ce qui se produit puisque l'absorption est augmentée en présence des membranes.

L'effet est le même sur la perte de transmission TL : la présence des membranes, pour nos échantillons de mousse, améliore toujours les performances. Celles-ci sont vraiment très faibles pour les mousses ouvertes ce qui est normal, encore une fois les pores sont larges et n'empêchent en rien l'onde acoustique d'être transmise. En revanche le gain de plusieurs décibels d'affaiblissement acoustique est notable avec les membranes. Là aussi ce résultat n'était pas forcément intuitif. En isolation phonique pour prédire l'indice d'affaiblissement d'un milieu, une loi existe appelée "loi de masse" (Crocker et Price, 1969). Comme son nom l'indique, cette loi traduit notamment le fait que la perte de transmission augmente lorsque la masse surfacique de la paroi augmente. Ici nous sommes en présence d'échantillons de mousse de même épaisseur (2 cm), et dont la caractérisation nous a montré que la densité était quasiment identique, qu'il y ait ou non des membranes (voir Table 5.1). Autrement dit, la présence des membranes n'augmente pas la masse surfacique des échantillons, mais améliore néanmoins les performances en isolation phonique. L'effet des membranes est donc un mécanisme différent de celui prédit par la loi de masse.

En ce qui concerne l'interprétation de l'augmentation de ces performances grâce à la présence des membranes, nous y viendrons après avoir présenté les propriétés intrinsèques de la mousse, en particulier ρ_{eff} et K_{eff}. En effet, si α_{IN} et TL sont utiles à présenter car elles traduisent concrètement les capacités à réduire le bruit, il ne s'agit pas de grandeurs intrinsèques au matériau, elles dépendent de l'épaisseur de l'échantillon. Pour comprendre les phénomènes physiques à l'œuvre dans les mousses avec membranes, il sera plus pratique

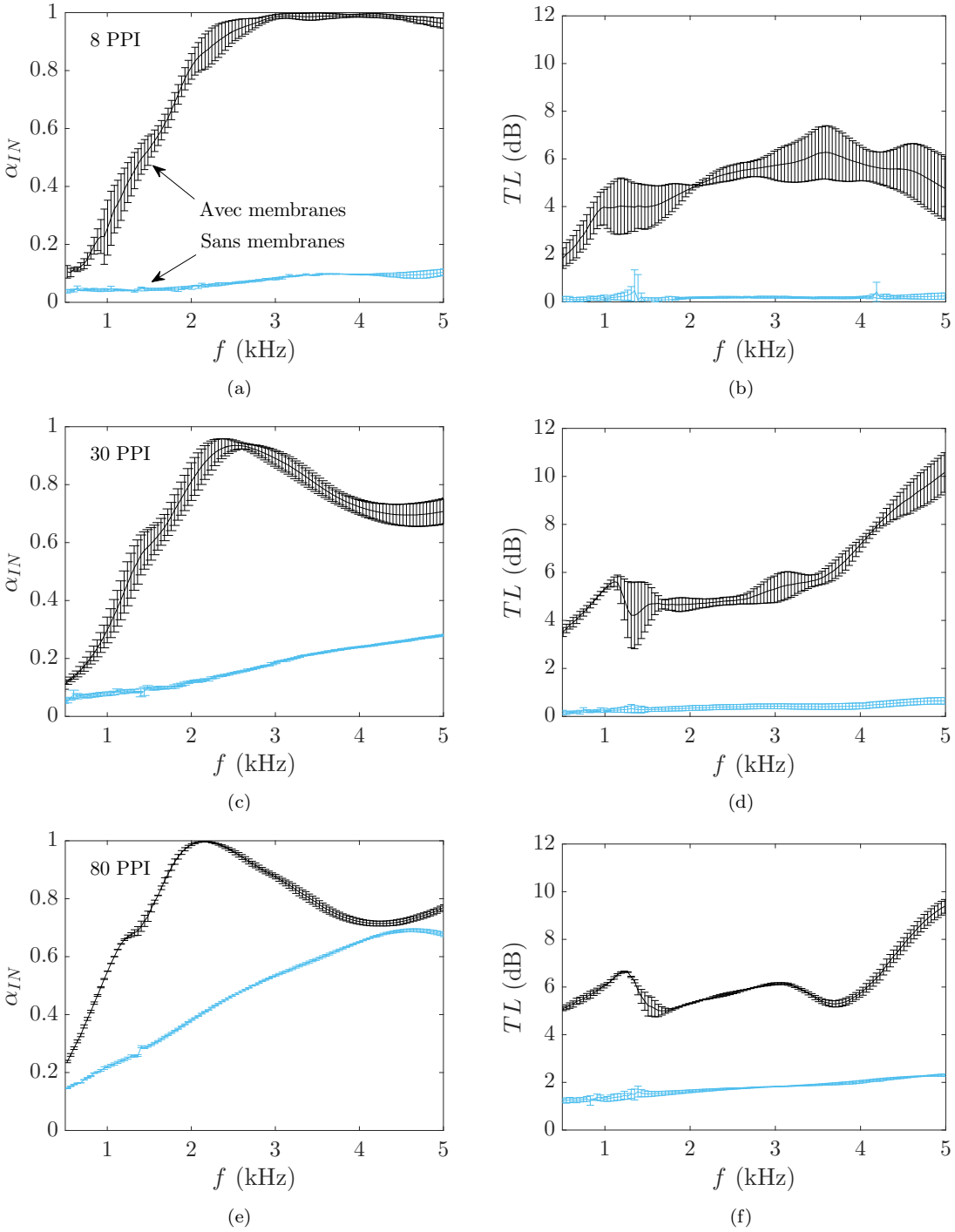


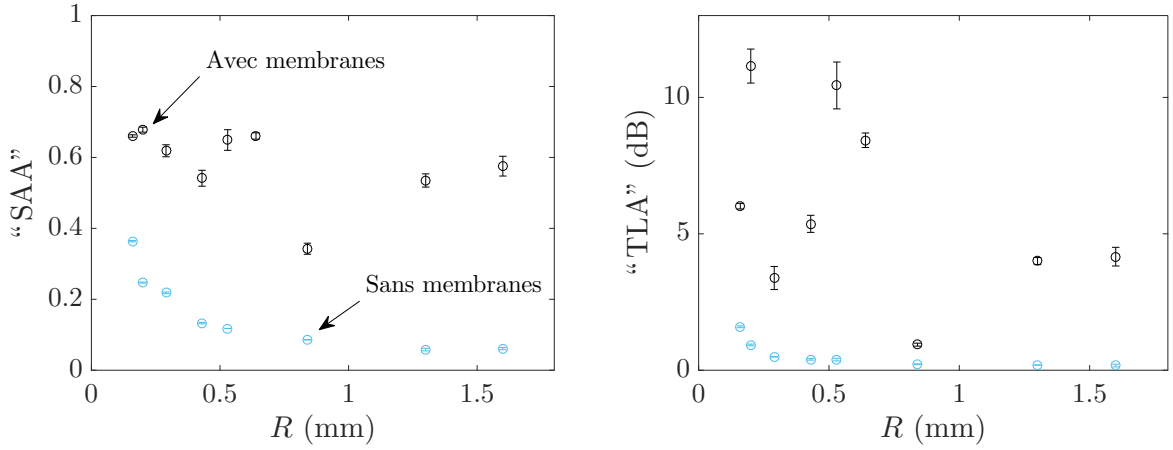
Fig. 5.11 – Comparaisons entre les performances acoustiques de mousses sans membranes (en bleu) et avec (en noir), pour le coefficient d'absorption (en incidence normale) α_{IN} (colonne de gauche) et pour l'indice d'affaiblissement acoustique TL (colonne de droite). De haut en bas, les mousses ont une taille de pores décroissante : 8, 30 et 80 PPI. Les échantillons de mousses font 2 cm d'épaisseur.

de travailler sur d'autres grandeurs, intrinsèques.

En attendant, on peut encore en montrer un petit peu plus sur α_{IN} et TL. Nous avons présenté les résultats en fonction de la fréquence pour trois mousses ayant des tailles de pores différentes. Nous avons davantage d'échantillons, et souhaitons donc en tirer profit pour voir un peu plus précisément l'absorption et la perte de transmission, en fonction du rayon R des pores. Pour cela, il est plus commode de travailler avec un indicateur global, c'est-à-dire pour chaque mousse remplacer α_{IN} en fonction de la fréquence par une unique valeur. En procédant ainsi on perd bien sûr de l'information, mais on y gagnera une lecture simplifiée de l'absorption et du TL en fonction du rayon des pores.
En ce qui concerne l'absorption, nous allons définir notre indicateur global en nous inspirant du SAA, le Sound Absorption Average (introduit dans la norme ASTM C423-17 (American Society for Testing and Materials, 2017)). Cet indicateur se calcule normalement en moyennant le coefficient d'absorption en champ diffus (avec toutes les directions d'incidence) sur les fréquences des tiers d'octaves suivantes : 200, 250, 315, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1600, 2000 et 2500 Hz (soit une moyenne sur douze fréquences). Avec nos mesures, nous n'avons cependant pas accès aux fréquences inférieures à 500 Hz : nous allons calculer un indicateur proche du SAA, que l'on notera "SAA", avec un décalage vers les hautes fréquences de celles retenues pour la moyenne (sur un total de onze fréquences). Nous le calculons ainsi de la manière suivante :

$$\text{“SAA”} = \frac{1}{11}\sum_i \alpha_{\text{IN}}(f=i) \quad \text{avec } i = 500,\ 630,\ 800,\ 1000,\ 1250,\ 1600,\ 2000,\ 2500,\ 3150,\ 4000 \text{ et } 5000\,\text{Hz}\,. \tag{5.16}$$

Notons également que, puisque nous n'avons accès qu'à un coefficient d'absorption en incidence normale, ce "SAA" est lui aussi en incidence normale et non en champ diffus.
De la même manière nous calculons un "TLA", Transmission Loss Average, en appliquant la formule précédente cette fois sur le TL.
Pour ces deux indicateurs globaux, les résultats sont présentés Figure 5.12. Sur l'absorption, l'indicateur



(a) (b)

Fig. 5.12 – Comparaisons entre les performances acoustiques de mousses sans membranes (en bleu) et avec (en noir) en fonction du rayon R des pores, pour (a) le coefficient d'absorption global "SAA" et la perte de transmission globale "TLA" (voir texte pour leurs définitions). Les échantillons des mousses font 2 cm d'épaisseur.

global permet bien de voir que celle-ci augmente à mesure que la taille des pores diminue, pour les mousses sans membranes. C'est le résultat précédemment observé et attendu. En revanche, il semble moins se dégager de tendance similaire sur l'évolution de l'absorption globale en fonction de R pour les mousses ayant des membranes. Par ailleurs, on retrouve bien que pour tous les échantillons à notre disposition, l'absorption est

plus élevée pour des mousses ayant des membranes. On peut ainsi voir une alternative : plutôt que de chercher à obtenir des mousses ouvertes aux pores de plus en plus petits, pour améliorer l'absorption, une autre stratégie pourrait consister à privilégier des mousses ayant des pores larges, mais fermés par des membranes. On rappelle d'ailleurs que la présence des membranes est naturellement obtenue lors de la fabrication de ces mousses : garder les membranes revient donc à supprimer une étape dans le procédé de production, celle de la destruction des membranes.

Notre second indicateur global qui concerne cette fois la perte de transmission confirme lui aussi que les performances des mousses avec membranes sont plus élevées que celles des mousses sans, pour notre panel d'échantillons. Les résultats sont assez dispersés, et il n'est pas systématique qu'avoir des pores plus petits augmente le "TLA" pour les mousses avec membranes.
En ce qui concerne la transmission, il convient tout de même de souligner que les performances des mousses avec membranes ne sont pas extraordinaires. En particulier, on peut les comparer aux prédictions de la loi de masse, qui donne le TL d'une paroi homogène. Comme son nom l'indique, cette loi traduit le fait que plus la masse surfacique M_s de la paroi est importante, meilleure est la perte de transmission. Elle s'écrit

$$TL = 20 \log_{10} \left(\frac{\omega M_s}{2\rho_0 c_0} \right) , \tag{5.17}$$

où ρ_0 est la densité de l'air et c_0 la vitesse de propagation du son dans l'air. En prenant une densité de $30\,\mathrm{kg/m^3}$ (ce qui est l'ordre de grandeur pour nos mousses d'après les valeurs de la Table 5.1) et pour une paroi de 2 cm d'épaisseur, la loi de masse prédit une perte de transmission de 5 dB à 500 Hz et allant jusqu'à 25 dB à 5 kHz. Ainsi, une paroi homogène dont la masse surfacique serait identique à celle de nos mousses réduirait bien plus efficacement le son transmis que ne le fait la mousse, même avec membranes (voir Figure 5.11). La présence des membranes améliore donc les performances en transmission comparativement à une mousse sans membranes, mais n'en fait pas pour autant un matériau si efficace. La mousse avec membranes apparaît donc plus utile pour des applications en absorption.

Pour conclure cette partie, nous avons pu facilement comparer les performances en absorption et en isolation phonique des mousses avec et sans membranes, et ce en fonction du rayon des pores, grâce aux indicateurs globaux. Il ne faut toutefois pas sur-interpréter les résultats de ces indicateurs, qui contiennent bien moins d'information qu'une courbe en fonction de la fréquence. Il vaut mieux se référer à celle-ci pour connaître l'efficacité d'un échantillon.

À présent, nous allons illustrer les résultats sous forme de deux autres grandeurs : vitesse et atténuation.

5.3.2 Vitesse et atténuation du son

Il s'agit en effet de grandeurs intrinsèques (qui ne dépendent pas de l'épaisseur de l'échantillon), et que nous avions utilisées pour notre étude des mousses liquides.
Ici avec nos mesures au tube d'impédance à trois microphones et avec la méthode de la lame d'air nous pouvons notamment déduire le nombre d'onde k dans la mousse, et obtenir ainsi la vitesse $v = \omega/\Re(k)$ et l'atténuation $\alpha = \Im(k)$ (à ne pas confondre avec le coefficient d'absorption α_{IN}).
Les résultats pour les trois mêmes mousses que précédemment (8, 30 et 80 PPI) sont présentés Figure 5.13.

Commençons par regarder la vitesse. Pour les mousses sans membranes (courbes bleues), on trouve une vitesse proche de celle dans l'air. On s'en éloigne légèrement, pour trouver des vitesses plus faibles que $340\,\mathrm{m/s}$ lorsque la taille des pores diminue.
La vitesse pour les mousses avec membranes (courbes noires) est quant à elle bien plus faible que celle dans l'air.
Lors de l'étude des mousses liquides, nous avions identifié Section 2.2.2 deux régimes de vitesse différents : la vitesse de Wood à basses fréquences, correspondant à une loi de mélange, et la vitesse de Kann à hautes

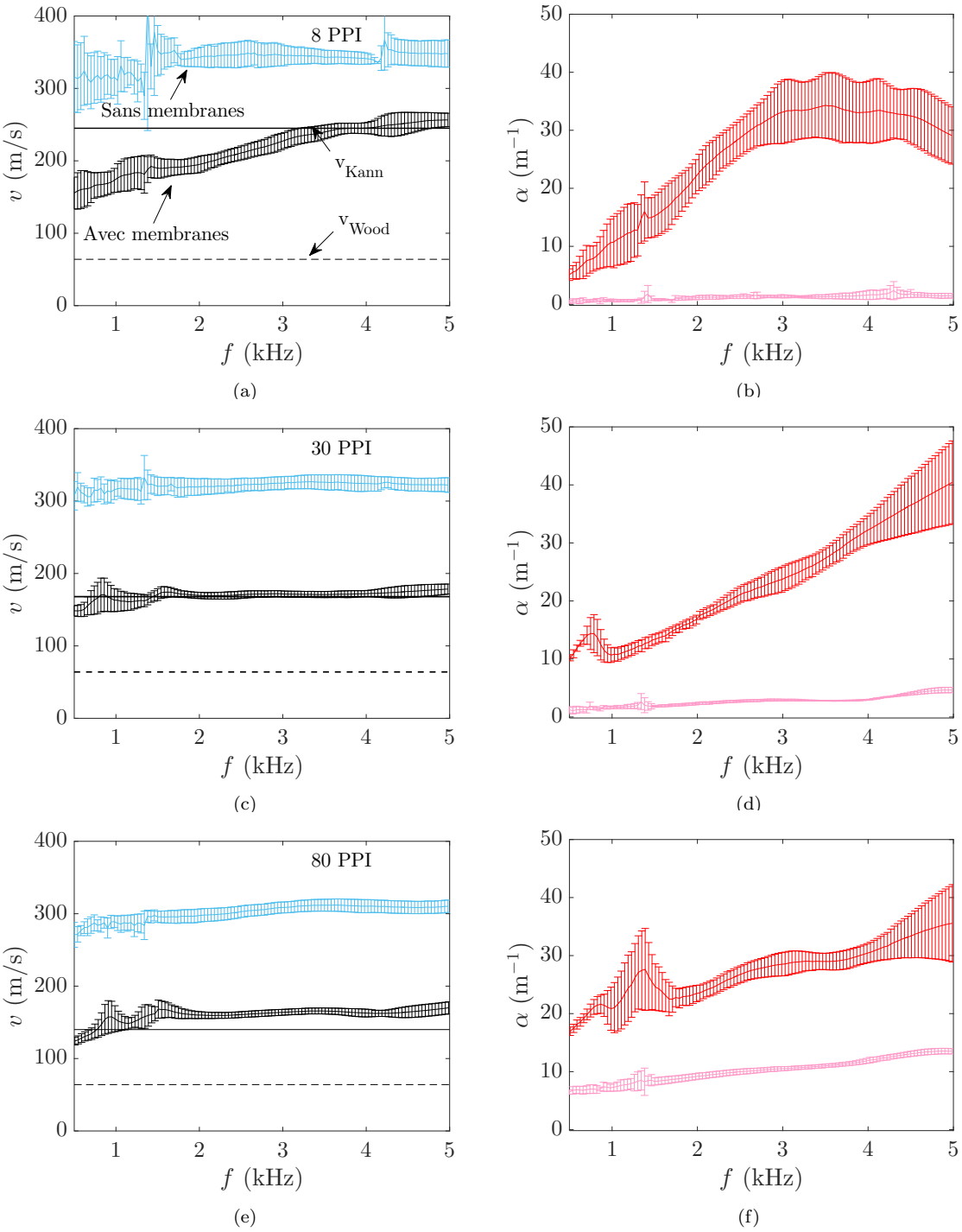


Fig. 5.13 – Vitesse (à gauche) et atténuation (à droite) pour des mousses avec membranes (resp. en noir et rouge) et sans membranes (resp. en bleu et rose). Pour les vitesses on reporte également celle prédite par le régime de Wood (ligne pointillée) et par celui de Kann (trait plein). De haut en bas, les mousses ont une taille de pores décroissantes : 8, 30 et 80 PPI.

fréquences, que l'on peut voir comme la propagation du son dans un air alourdi par la présence des membranes. Nous allons voir les prédictions de ces vitesses pour les mousses solides avec membranes.
La vitesse de Wood est associée à la loi de mélange, qui donne les densité et module d'incompressibilité effectifs suivants :

$$\rho_{\text{eff}} = (1-\Phi)\rho_s + \Phi\rho_g \,, \tag{5.18}$$

$$K_{\text{eff}} = \left((1-\Phi)\frac{1}{K_s} + \Phi\frac{1}{K_g}\right)^{-1} \tag{5.19}$$

où ρ_g et ρ_s sont respectivement la masse volumique de l'air et de la phase solide (pour le polyuréthane $\rho_s = 1200\,\text{kg/m}^3$) et K_g et K_s leur module d'incompressibilité respectif.
Pour un gaz parfait en régime adiabatique on a $K_g = \bar{\gamma}P_0$, avec $\bar{\gamma}$ l'indice adiabatique du gaz (1.4 pour l'air) et P_0 la pression atmosphérique. Pour justifier le fait que l'on soit en régime adiabatique, il convient de comparer la longueur de la couche thermique $\delta_t = \sqrt{2D_{\text{th}}/\omega}$ à la taille des pores. D_{th} est la diffusivité thermique et vaut $20\,\text{mm}^2/\text{s}$. Pour nos expériences, δ_t vaut donc entre $100\,\mu$m (à 500 Hz) et $30\,\mu$m (à 5 kHz) environ, ce qui est faible devant le diamètre des pores de nos mousses. Nous aurons par ailleurs l'occasion de vérifier à nouveau la validité du régime adiabatique à la prochaine section, lorsque nous présenterons le module d'incompressibilité mesuré K_{eff}.
Le solide étant beaucoup plus difficile à comprimer que l'air (module d'incompressibilité plus élevé), $1/K_s$ est très petit devant $1/K_g$, et qui plus est multiplié par un préfacteur $(1-\Phi)$ très petit aussi. Finalement on peut simplement réécrire le module d'incompressibilité effectif comme

$$K_{\text{eff}} \simeq \frac{\bar{\gamma}P_0}{\Phi} \,, \tag{5.20}$$

ce qui nous donne un ordre de grandeur de 140 kPa.
Nous pouvons à présent déterminer la vitesse de Wood, qui est celle prédite pour des propriétés effectives données par la loi de mélange :

$$v_{\,\text{Wood}} = \sqrt{\frac{K_{\text{eff}}}{\rho_{\text{eff}}}} \simeq \sqrt{\frac{\bar{\gamma}P_0}{\Phi\left[(1-\Phi)\rho_s + \Phi\rho_g\right]}} \,. \tag{5.21}$$

Cela nous donne $v_{\,\text{Wood}} \approx 64\,\text{m/s}$. D'après nos mesures, nous sommes au dessus de cette vitesse. Sur la mousse de 8 PPI on voit très clairement que la vitesse augmente avec la fréquence, tandis que pour les deux autres mousses il semble bien y avoir une augmentation à basses fréquences seulement. Cela traduirait le fait qu'à des fréquences plus basses que celles auxquelles nous avons accès, toutes les mousses auraient d'abord une vitesse de Wood, donnée par la loi de mélange, avant d'augmenter et de tendre vers d'autres valeurs (ce qui a été observé pour les mousses liquides).
Pour ces mousses solides avec membranes, nous ne somme donc pas dans le régime de Wood dans cette gamme de fréquences.

On donne à présent l'expression de la densité dans le régime de Kann, d'après l'expression de la vitesse équation (2.16) du Chapitre 2

$$\rho_{\,\text{Kann}} = \Phi\rho_g + \frac{\Phi_m}{x^2}\rho_s \,, \tag{5.22}$$

où x est la fraction de surface occupée par les membranes (introduite Section 5.2.2, équation (5.14), et de l'ordre de 55% pour une porosité $\Phi = 98\%$) et Φ_m la fraction volumique des membranes. On évalue cette dernière à xe/Dc, avec e l'épaisseur des membranes et D_c le diamètre de la cellule (voir équation(5.9)). Nous reviendrons sur cette expression et la justifierons un peu plus loin, à la Section 5.4.2 de ce chapitre. L'équation (5.22) représente le fait que la densité est celle du gaz à laquelle s'ajoute une contribution des membranes, ce qui traduit bien l'idée du régime de Kann dans lequel on considère une propagation dans un air alourdi par la présence des membranes.

On peut alors utiliser l'expression précédente pour calculer la vitesse de Kann, en gardant un module d'incompressibilité donné par une loi de mélange en régime adiabatique

$$v_{\text{Kann}} = \sqrt{\frac{K_{\text{eff}}}{\rho_{\text{Kann}}}} \simeq \sqrt{\frac{\bar{\gamma} P_0}{\Phi\left(\Phi\rho_g + \frac{e}{xD_c}\rho_s\right)}}. \tag{5.23}$$

D'après les caractéristiques des mousses Table 5.1, on obtient $v_{\text{Kann}} \approx 245\,\text{m/s}$ pour la mousse de 8 PPI, $v_{\text{Kann}} \approx 168\,\text{m/s}$ pour celle de 30 PPI et $v_{\text{Kann}} \approx 140\,\text{m/s}$ pour celle de 80 PPI (en prenant l'épaisseur mesurée au tomographe pour la mousse de 30 PPI, et celle au spectromètre pour les autres).
Comme l'illustre la Figure 5.13, ces prédictions de vitesse sont en très bon accord avec ce que nous mesurons pour les mousses avec membranes, lorsque la vitesse atteint son plateau à hautes fréquences. Seule la mousse de 80 PPI a une vitesse réelle que sous-estime légèrement la vitesse de Kann.
Il apparaît clairement que, dans nos expériences, on semble être dans un régime proche de celui prédit par Kann, et en aucun cas dans celui de Wood, pour lequel la densité est prédite par une loi de mélange.

Notons que pour écrire les vitesses de ces différents régimes, nous avons dû passer par les propriétés effectives ρ_{eff} et K_{eff} des matériaux. Nous aurons donc un éclairage supplémentaire à la prochaine section, dans laquelle nous présenterons les résultats expérimentaux pour la densité et le module d'incompressibilité effectifs.

Juste avant cela, regardons cette fois l'atténuation, Figure 5.13. L'atténuation est nettement supérieure pour les mousses avec membranes que pour celles sans, ce qui est tout à fait cohérent avec nos précédentes observations sur le coefficient d'absorption et le *Transmission Loss*. Pour la mousse ayant les pores les plus larges, l'atténuation augmente avec la fréquence avant d'atteindre un plateau. Pour les deux autres mousses aux pores plus petits, notre gamme de fréquences étudiées ne montre que la partie croissante de l'atténuation avec la fréquence, le plateau étant probablement décalé à des fréquences supérieures.
Pour les mousses avec membranes, il est difficile de conclure quant à l'évolution de l'atténuation en fonction de la taille des pores : l'ordre de grandeur est sensiblement le même. Encore une fois, cela rejoint nos précédentes observations sur le coefficient d'absorption et le *Transmission Loss*, les indicateurs globaux de la Figure 5.12 ne montrant pas d'effet net du rayon R des pores.
Enfin, il est à ce stade trop tôt pour tenter d'expliquer l'origine de l'atténuation. En effet cette grandeur contient à la fois les effets provenant des parties imaginaires de la densité effective et de l'incompressibilité effective.
Pour tenter de mieux comprendre la propagation du son dans ces mousses solides avec membranes, il est maintenant temps de voir les résultats pour ρ_{eff} et K_{eff}.

5.3.3 Densité et module d'incompressibilité effectifs

Nous démarrons par les courbes de ρ_{eff} et K_{eff} pour la mousse de 8 PPI, Figure 5.14.
Sur la densité effective, on constate qu'à la fois sa partie réelle et sa partie imaginaire sont augmentées en présence des membranes. Vers 1 kHz la partie réelle de la densité pour la mousse avec membranes est environ 5 fois plus grande que celle pour la mousse sans membranes (de l'ordre de 5kg/m^3 contre 1kg/m^3). On rappelle encore une fois que la densité à la pesée des échantillons s'avère être quasiment la même avec et sans membranes (Table 5.1). Si l'ajout de masse en présence des membranes est négligeable, ce n'est donc pas le cas en ce qui concerne les propriétés effectives de la mousse, qui affectent la propagation acoustique.
Pour la mousse avec membranes la partie réelle de ρ_{eff} diminue avec la fréquence, avant de tendre vers un plateau. Les résultats sur la partie imaginaire sont plus dispersés, mais il semble ici qu'elle soit relativement constante avec la fréquence. Si l'on prend sa valeur dans la région plate entre 4 et 5 kHz, on trouve $\Im(\rho_{\text{eff}}) \approx 1.5\,\text{kg/m}^3$ ce qui est environ 20 fois plus que la valeur très faible pour la mousse sans membranes, $0.07\,\text{kg/m}^3$.

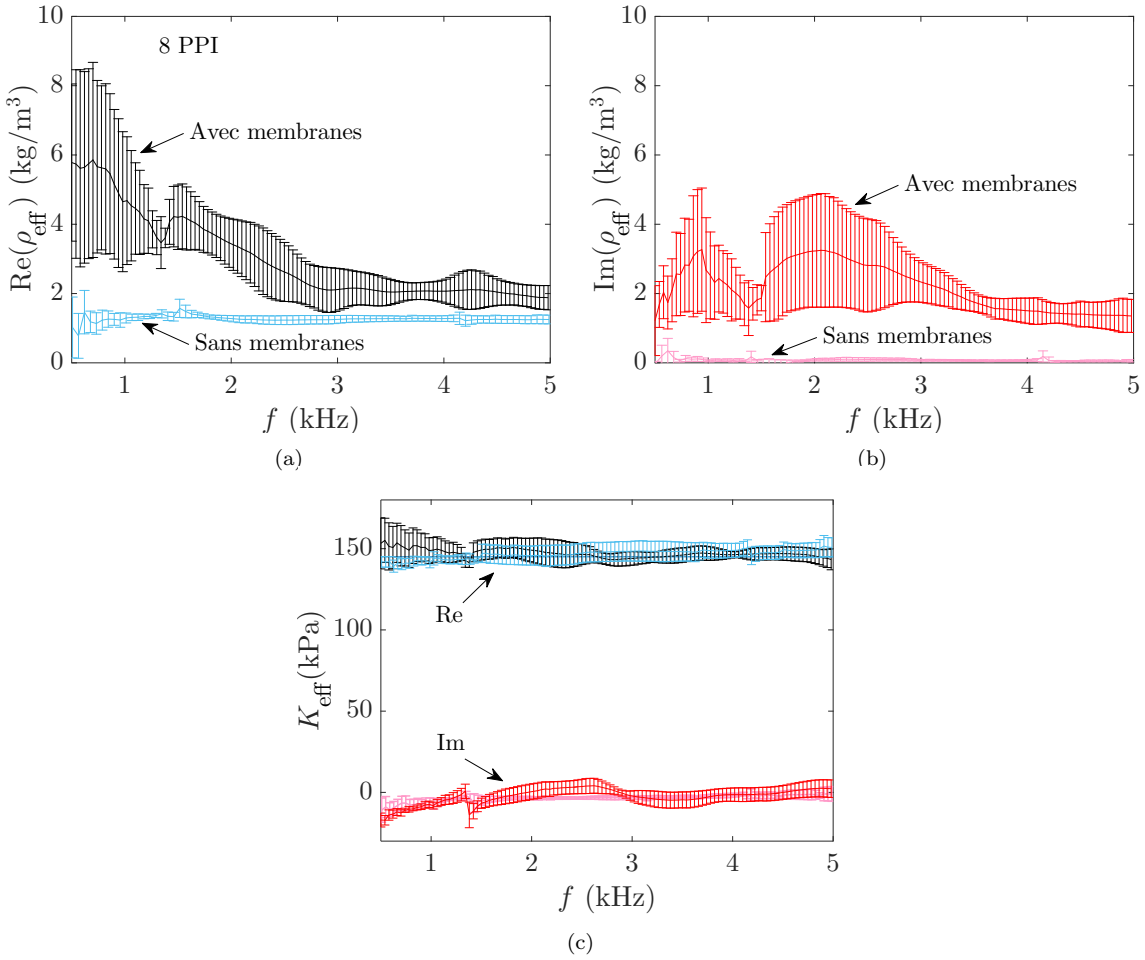


Fig. 5.14 – Parties (a) réelle et (b) imaginaire de la densité effective et (c) module d'incompressibilité effectif, pour une mousse de 8 PPI. Comparaison entre mousse sans et avec membranes (respectivement en bleu et noir pour les parties réelles, rouge et rose pour les parties imaginaires).

En revanche en ce qui concerne le module d'incompressibilité effectif on n'observe pas de différence entre les mousses avec et sans membranes. La partie réelle est d'ailleurs dans les deux cas proche de celle prédite par l'équation (5.20) qui conduit à une valeur d'environ 145 kPa, correspondant au module d'incompressibilité de l'air en régime adiabatique. Comme nous l'avons dit précédemment, nous avons ici des tailles de pores telles que la couche limite thermique est très petite devant elles.

Figure 5.15 nous présentons désormais les mêmes résultats pour les mousses de 30 et 80 PPI.
Avec ces deux autres mousses, on retrouve l'effet des membranes sur la densité effective, avec une très nette augmentation des parties réelles et imaginaires. L'évolution de la densité effective avec la fréquence se dégage également : celle-ci diminue lorsque la fréquence augmente avant de se stabiliser à un plateau, aussi bien pour la partie réelle qu'imaginaire.
Du côté du module d'incompressibilité effectif, les conclusions sont les mêmes que pour la mousse de 8 PPI : les résultats sont les mêmes avec et sans membranes. Seule la partie réelle de K_{eff} prend une valeur légèrement plus faible dans le cas de la mousse de 80 PPI avec membranes, ce qui est à l'origine de la déviation entre la vitesse de Kann (qui considère $\Re(K_{\mathrm{eff}}) \approx 145\,\mathrm{kPa}$) et la vitesse mesurée. Cette déviation n'est observée que pour l'échantillon de 80 PPI. Dans tous les autres cas, le module d'incompressibilité effectif demeure

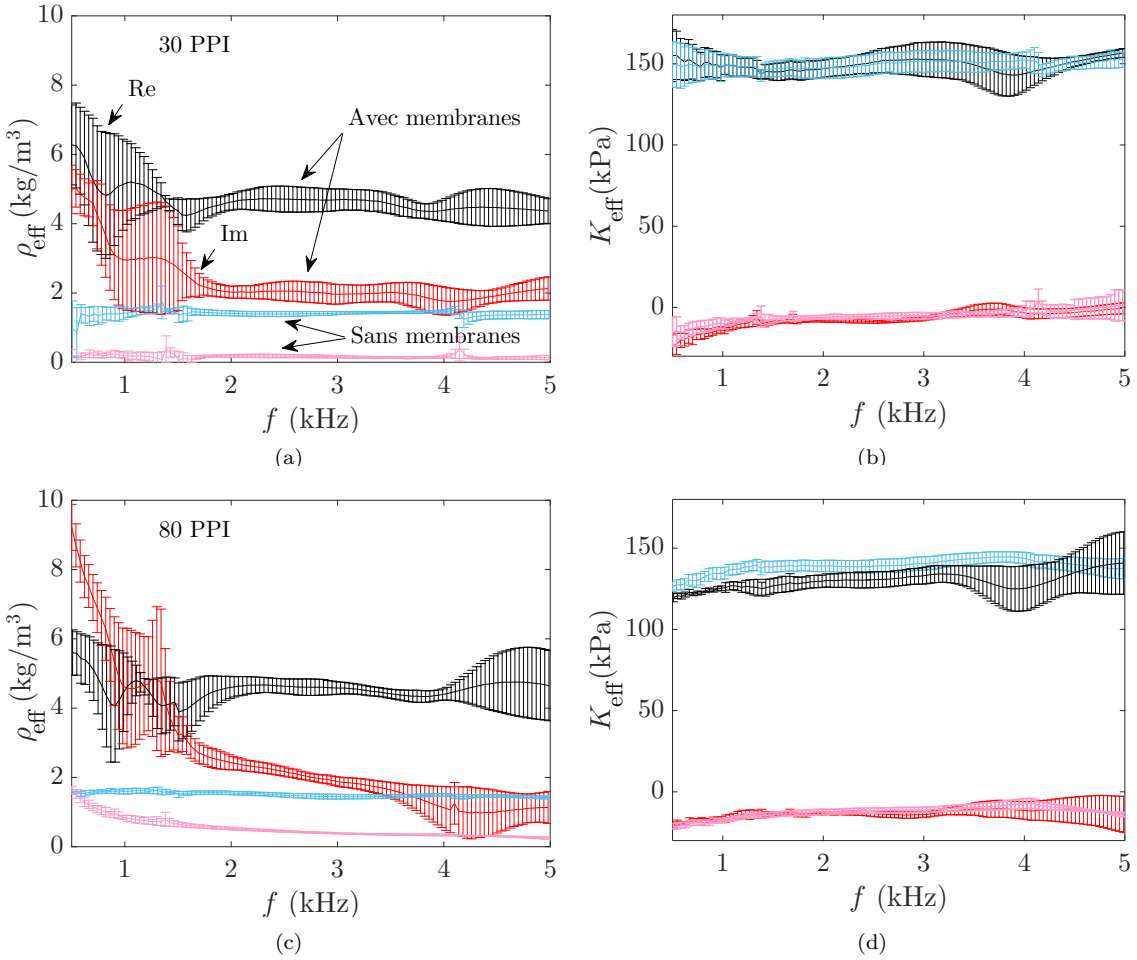


Fig. 5.15 – Densité (à gauche) et module d'incompressibilité (à droite) effectifs pour des mousses de 30 et 80 PPI avec membranes (resp. en noir et rouge) et sans membranes (resp. en bleu et rose).

inchangé entre les mousses avec et sans membranes, aussi bien sur sa partie réelle qu'imaginaire.

C'est donc l'augmentation de la partie imaginaire de ρ_{eff}, et non celle de K_{eff}, qui est à l'origine de l'augmentation de l'atténuation du son et des performances acoustiques pour les mousses avec membranes. Remarquons aussi que même si l'on observe une variation de ρ_{eff} avec la fréquence, la partie réelle de la densité effective ne passe pas par des valeurs négatives dans nos expériences, ce qui était le cas lors des phénomènes de résonance dans les mousses liquides.

La question désormais est de comprendre le rôle des membranes et leur impact sur la densité effective. La prochaine partie est ainsi consacrée à l'interprétation de nos résultats expérimentaux, en s'appuyant tout particulièrement sur la densité effective.

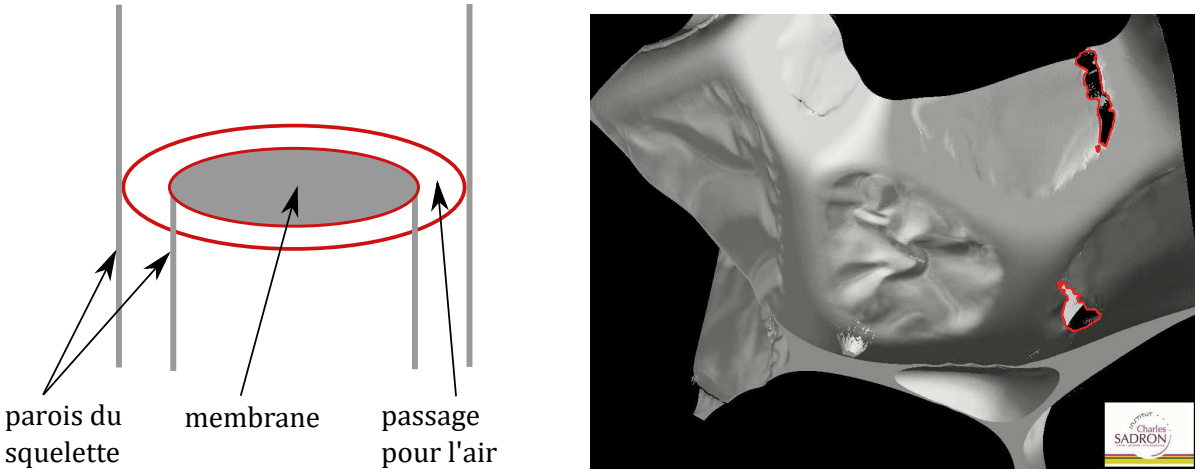
5.4 Interprétation des résultats sur les mousses fermées

Chercher à expliquer les effets des membranes sur la densité effective revient à se demander comment le son se propage dans une mousse membranaire. En particulier, on a vu en analysant la microstructure que

les membranes ne ferment pas à 100% les pores, il existe toujours tout ou partie de certaines membranes qui sont manquantes. Autrement dit il existe donc des passages dans la mousse à travers lesquels l'air peut passer, au sein de ces ouvertures. Cela pose la question de la propagation de l'onde : se fait-elle uniquement dans l'air, sans faire vibrer les membranes, ou bien se transmet-elle au travers de la vibration des membranes ?

La réponse serait vraisemblablement les deux. Des travaux récents de Venegas et Boutin (2017) ont en effet été consacrés à ce type de matériaux partiellement fermés, que les auteurs qualifient dans leur étude de perméo-élastiques. Par un développement théorique ainsi que des simulations numériques prenant le relais, et enfin grâce à une validation expérimentale, ils ont pu montrer la co-existence des deux phénomènes : l'onde acoustique passant à la fois par les membranes qu'elle fait vibrer, et par l'air qui contourne lesdites membranes. La propagation peut donc se faire à la fois dans l'air qui passe par les ouvertures, et grâce aux vibrations des membranes.
Il s'agit d'un travail complet qui combine les deux phénomènes, mais qui est aussi très complexe et ambitieux à mettre en œuvre pour ma thèse. Ici nous allons d'abord donner seulement quelques éléments principaux pour introduire le travail de Venegas et Boutin (2017). Un peu plus de détails sont donnés dans l'Annexe B. Ensuite, nous traiterons tour à tour dans les prochaines sections les deux cas limites : celui où l'on considère les membranes immobiles et où la propagation acoustique se fait exclusivement dans l'air, qui passe par les ouvertures ; puis le cas inverse où tout est transmis *via* la vibration des membranes.

Les travaux de Venegas et Boutin (2017) décrivent la propagation acoustique dans un matériau poreux dont les pores sont partiellement clos par des membranes, c'est-à-dire que la phase gazeuse reste connectée (continue). La Figure 5.16(a) illustre une configuration possible pour ce cas de figure, et elle est mise en regard d'une de nos mousses visualisée par tomographie.



(a) (b)

Fig. 5.16 – (a) Représentation schématique de la géométrie d'un matériau perméo-élastique tel que décrit par Venegas et Boutin (2017). Les pores sont partiellement clos par des membranes, elles-mêmes fixées aux parois solides. Il existe toutefois un autre chemin possible autour de la membrane par lequel l'air peut passer (la phase gazeuse demeure continue au sein du matériau). On a représenté les parties solides en gris et la zone d'ouverture par laquelle l'air peut circuler en rouge, de manière à avoir le même code couleur que sur (b) la vue au tomographe d'un de nos échantillons de mousse (30 PPI). Contrairement au schéma de gauche, l'ouverture dans la mousse prend la forme d'une déchirure au sein même de la membrane, dont les extrémités ne sont alors plus entièrement attachées aux parois solides.

Les auteurs résolvent donc la propagation acoustique dans un tel milieu en considérant les interactions fluide-structure. En effet, les membranes peuvent vibrer (ce qui n'est pas le cas du reste du squelette solide, qui lui reste supposé rigide et immobile), ce qui modifie l'écoulement dans l'air, qui lui-même peut aussi modifier

la vibration des membranes. Il s'agit d'un problème couplé, dont il n'existe pas de solution analytique. La résolution passe ainsi par une simulation numérique par méthode d'éléments finis.
Si la résolution analytique du problème est impossible, les auteurs obtiennent néanmoins des expressions de fréquences caractéristiques dans des régimes asymptotiques. Ces régimes asymptotiques sont des cas limites de déformation des membranes : elles peuvent être très flexibles ou au contraire quasi-rigides. D'après les propriétés de nos membranes, nous sommes dans un cas limite très flexible (voir l'Annexe B). Les fréquences caractéristiques permettent quant à elles de déterminer lesquels des effets élastiques, visqueux et inertiels sont dominants. L'Annexe B donne les expressions de ces fréquences et leur calcul. Dans nos expériences, nous sommes dans une situation où les fréquences de mesure ($0.5 - 5\,\mathrm{kHz}$) sont supérieures aux différentes fréquences caractéristiques. Cela correspond à un régime dans lequel le système {air+membranes} est gouverné par l'inertie de l'air et des membranes.
Cette conclusion est similaire à celle obtenue à partir du modèle des mousses liquides. En l'absence de phénomène de résonance dans nos mesures, cela signifie que nous sommes à des fréquences supérieures à celle de résonance, donc dans un régime où les membranes ont une réponse purement inertielle.
Le fait d'être en régime inertiel indique aussi que c'est la valeur de la densité effective qui est modifiée (ρ_{eff} dépend des effets visco-inertiels tandis que K_{eff} contient les effets thermiques, comme décrit au précédent Chapitre sur le modèle de JCAL), ce qui correspond bien à nos observations expérimentales. Cela nous amènera à analyser les résultats de nos mousses solides membranaires sous cet angle (réponses inertielles), Section 5.4.2.

Nous nous arrêtons ici en ce qui concerne les rapprochements entre les travaux de Venegas et Boutin (2017) et nos mousses membranaires.
Il s'agit d'un travail très prometteur pour une application plus approfondie à nos matériaux, qui permettrait certainement de mieux en comprendre la propagation acoustique. Néanmoins, cette application à nos matériaux est loin d'être immédiate et nécessiterait des changements importants dans les calculs et dans la manière de décrire le problème.
Tout d'abord, l'approche actuelle considère des membranes entières fixées au squelette solide, ce qui entraîne une condition de déplacement nul à leurs extrémités. L'air a quant à lui un passage dans une autre partie des pores (voir Figure 5.16(a)). Or, nous avons vu que pour nos mousses, l'air passe au travers de déchirures ou ouvertures au sein même des membranes. Cela nécessiterait donc l'ajout d'une condition aux limites au niveau de cette ouverture localisée dans la membrane. Cette ouverture aura évidemment un impact à la fois sur l'écoulement de l'air mais aussi sur la vibration de la membrane. Ce dernier point serait aussi à l'origine d'un changement essentiel à apporter à la description actuelle. En effet, les auteurs considèrent les membranes comme des plaques minces qui se déforment en flexion, alors que notre cas il conviendrait plutôt de considérer le rôle de la tension.

Comme nous le disions en introduction à ces travaux, nous allons donc traiter à présent successivement les deux cas limites : celui où l'on considère les membranes immobiles avec une propagation se faisant exclusivement dans l'air, puis celui où la propagation est transmise via la vibration des membranes.
Pour le premier cas limite, nous allons présenter différents modèles et tester chacun d'eux sur nos mousses afin de voir ce que cela implique comme interprétation sur la manière dont le son s'y propage.

5.4.1 Membranes immobiles et propagation à travers les ouvertures des membranes

Nous commençons donc par regarder le cas limite où l'on considère que les membranes demeurent totalement immobiles, et que la propagation de l'onde acoustique se fait uniquement dans l'air, qui peut se frayer un chemin à travers les ouvertures des membranes.
C'est cette hypothèse qui est généralement faite dans les travaux dédiés aux mousses partiellement fermées (exception faite de l'étude de Venegas et Boutin (2017) précédemment mentionnée). Nous allons présenter successivement plusieurs manières d'aborder ce problème, d'après la littérature, et nous testerons pour chacune d'elle ce que cela prédit pour nos mousses partiellement fermées. Nous ferons un petit récapitulatif à la fin de cette Section.

5.4.1.1 Modèle de JCAL

Une première manière de procéder possible, sans doute la première qui vient en tête lorsqu'on a l'habitude de caractériser les propriétés acoustiques de matériaux poreux, est d'utiliser le modèle de JCAL. Ce modèle, présenté au Chapitre 4, s'applique justement à la propagation d'une onde sonore dans un milieu poreux, en considérant le squelette solide rigide et immobile, avec un déplacement uniquement dans l'air. Il est alors possible d'appliquer ce modèle au cas de mousses partiellement fermées, puisqu'une propagation s'effectuant uniquement dans l'air demeure ici possible.

Nous rappelons brièvement que ce modèle permet de prédire les propriétés effectives du milieu, avec ρ_{eff} qui contient les effets visco-inertiels et K_{eff} les effets thermiques. Ce modèle requiert 6 paramètres, détaillés dans la Table 4.1 du Chapitre 4 et que l'on rappelle ici : la porosité Φ, la résistivité σ, la tortuosité α_∞, les longueurs caractéristiques visqueuse Λ et thermique Λ', et la perméabilité statique thermique k_0'.
En dehors de la porosité que l'on connaît, les 5 autres paramètres sont déduits des mesures par procédure d'inversion sur les parties réelles et imaginaires de ρ_{eff} et K_{eff}.
D'après les travaux de Panneton et Olny (2006), la résistivité peut être obtenue à partir de la limite basse fréquence de $\omega \times \Im(\rho_{\text{eff}})$. Une fois ce paramètre estimé, les quatre restants sont déduits des parties réelles et imaginaires de ρ_{eff} concernant α_∞ et Λ, et de celles de K_{eff} pour Λ' et k_0'. La procédure d'inversion permettant de les obtenir est réalisée en collaboration avec nos collègues de Matelys – Research Lab et tout particulièrement avec Fabien Chevillotte, à l'aide de leur logiciel RoKCell, et repose sur une minimisation par méthode des moindres carrés.

La Figure 5.17 illustre les résultats obtenus grâce au modèle de JCAL, pour la mousse de 30 PPI avec et sans membranes.
La Table 5.4 donne quant à elle les paramètres de JCAL pour des mousses avec et sans membranes de trois tailles de pores différentes : 8, 30 et 45 PPI [2].

Mousse	Φ	σ (Pa.s/m^2)	α_∞	Λ (μm)	Λ' (μm)	k_0' (μm^2)
8 PPI ouverte	0.98	1100	1.04	1062	2080	54200
8 PPI fermée	0.98	21700	1.31	64	459	5600
30 PPI ouverte	0.98	2000	1.06	449	768	25200
30 PPI fermée	0.98	7600	2.00	62	528	25200
45 PPI ouverte	0.97	2200	1.01	233	656	14200
45 PPI fermée	0.97	13600	2.42	41	484	13700

TABLE 5.4 – Valeur des paramètres du modèle de JCAL pour des mousses sans (ouvertes) et avec (fermées) membranes, pour trois tailles de pores différents.

Sur la Figure 5.17 on observe sans surprise que le modèle de JCAL prédit très bien les propriétés effectives de la mousse sans membranes (courbes bleues et roses, respectivement pour les parties réelle et imaginaire). Ce modèle est tout à fait adapté à ce type de matériaux poreux totalement ouvert (sans membranes). Les prédictions sur l'absorption et le *Transmission Loss* sont donc également très bonnes.
On constate également que le modèle permet de capturer relativement bien aussi le comportement de la mousse avec membranes (courbes noires et rouges, respectivement pour les parties réelle et imaginaire). L'évolution de la densité effective avec la fréquence en particulier est bien retranscrite, avec une décroissance suivie d'un plateau lorsque la fréquence augmente. On notera toutefois que dans nos expériences le plateau est atteint dès 2 kHz environ, alors que les valeurs du modèle semblent encore décroître progressivement à 5 kHz pour l'atteindre un peu plus tard. Les valeurs à basses fréquences sont très bien capturées par le

2. Nous n'avons pas réalisé de mesure acoustique au tube d'impédance à 3 microphones sur les mousses de plus petits pores, 60 et 80 PPI, chez Matelys – Research Lab. Or la procédure d'inversion avec leur logiciel est réalisée directement sur place, le logiciel RoKCell communiquant avec les résultats issus de leur mesure. L'obtention des paramètres de JCAL sera à compléter pour ces deux mousses.

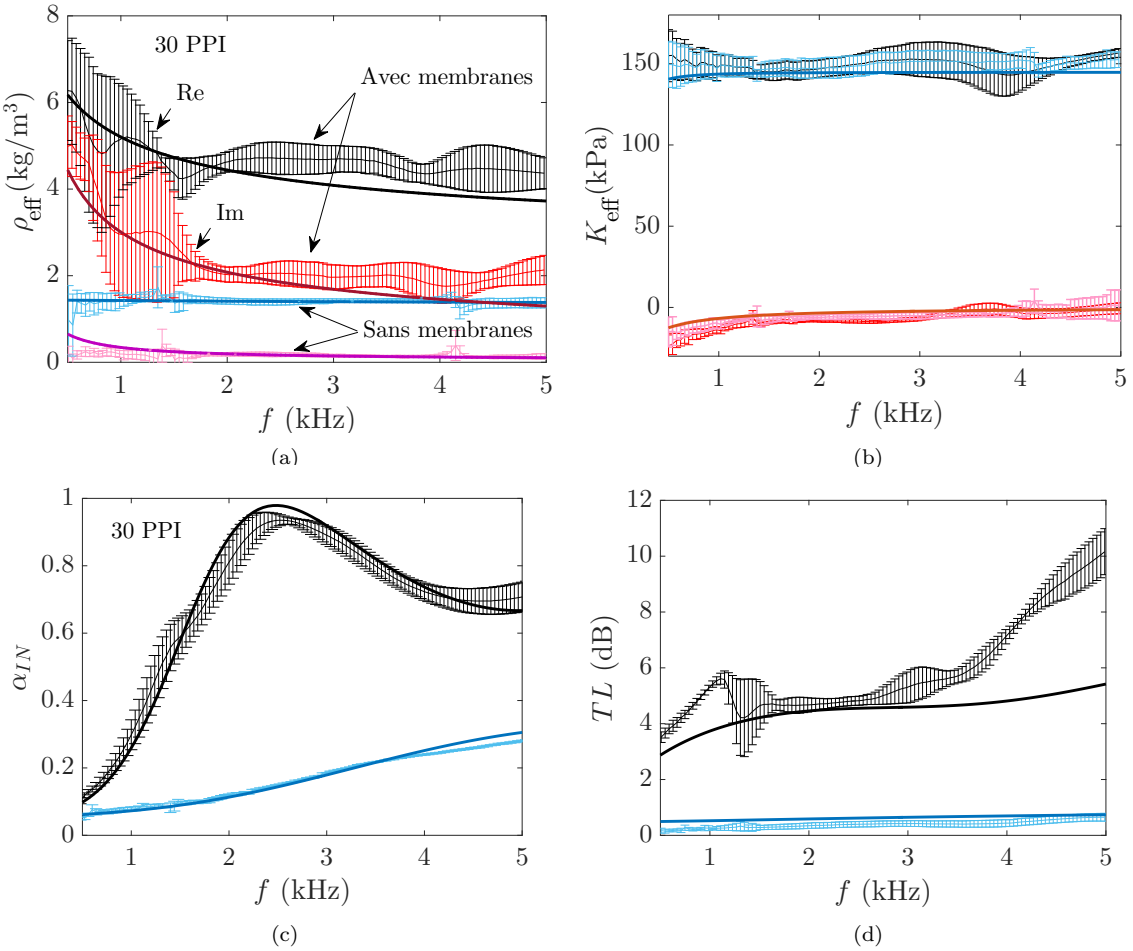


Fig. 5.17 – (a) Densité effective, (b) module d'incompressibilité effectif, (c) coefficient d'absorption et (d) *Transmission Loss* pour les mousses de 30 PPI avec et sans membranes. Les données expérimentales sont comparées aux prédictions du modèle de JCAL.

modèle, qui les sous-estime ensuite légèrement, une fois que les expériences conduisent à un plateau mais que le modèle prévoit encore une diminution de la densité, comme précédemment mentionné. Malgré cela, l'ordre de grandeur et la tendance en fréquence sont relativement bien décrites par le modèle de JCAL.
Concernant l'incompressibilité effective il n'y a cette fois rien à redire, le modèle de JCAL concordant très bien avec les résultats expérimentaux, aussi bien pour la mousse sans membranes que celle avec. Les prédictions du modèle sont d'ailleurs quasiment égales dans les deux cas, et donc indiscernables sur la Figure 5.17.
Le coefficient d'absorption est lui aussi très bien retrouvé grâce au modèle de JCAL, seule la limite haute fréquence du TL est sous-estimée par le modèle pour la mousse avec membranes, ce qui est lié au fait que le modèle sous-estime la densité effective pour ces mêmes fréquences.

Puisque le module d'incompressibilité effectif n'est pas affecté par la présence des membranes (ce qu'on observe expérimentalement et qui est bien capturé par le modèle de JCAL), et comme les performances acoustiques en absorption et isolation phonique découlent des propriétés effectives, on se concentrera désormais sur les résultats concernant la densité effective. On présente ainsi les prédictions du modèle de JCAL pour ρ_{eff} sur deux autres mousses de 8 et 45 PPI, Figure 5.18.
Sur ces autres mousses, on voit à nouveau que le modèle de JCAL est capable d'assez bien capturer le com-

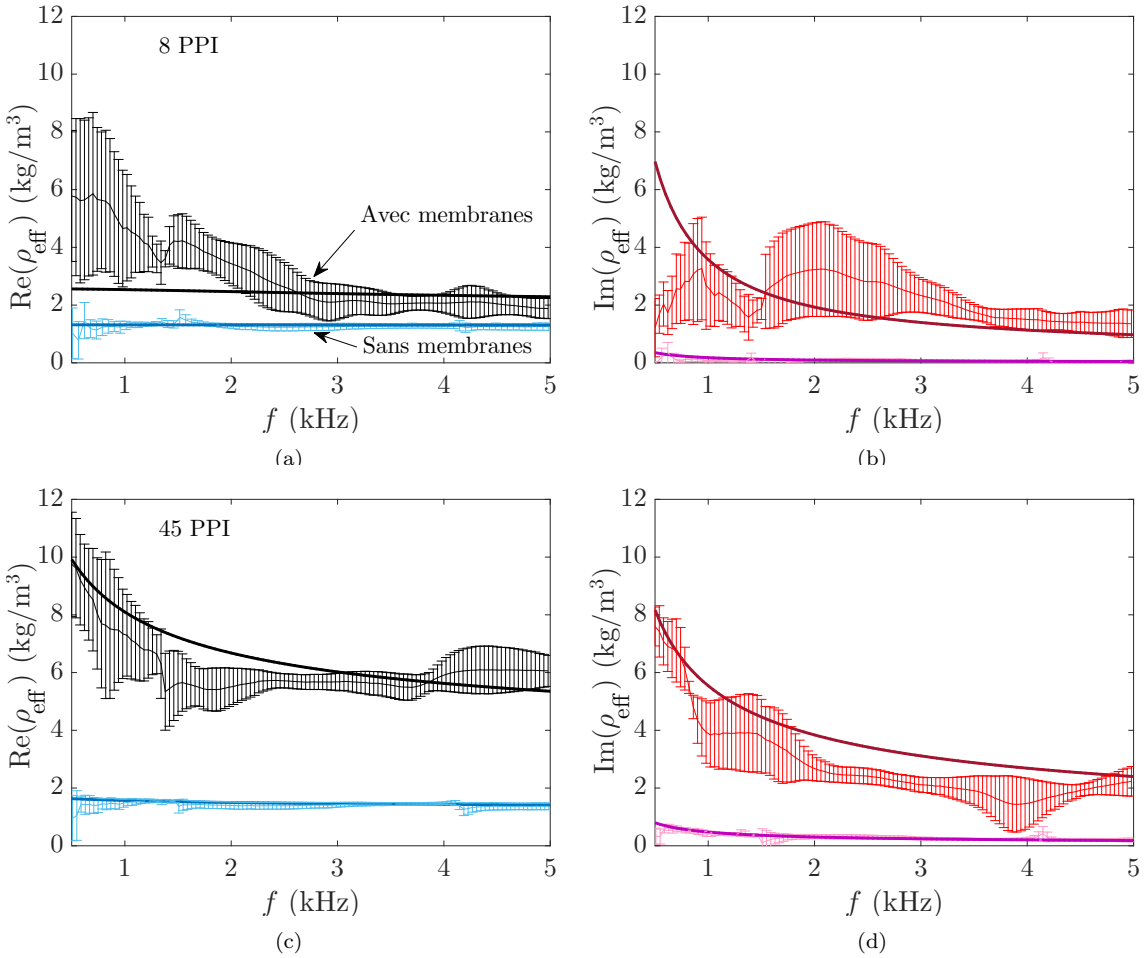


Fig. 5.18 – Parties (a,c) réelle et (b,d) imaginaire de la densité effective, pour des mousses avec et sans membranes de 8 PPI en haut et 45 PPI en bas.

portement de ρ_{eff} pour les mousses avec membranes (pour celles sans, l'accord est excellent). Si l'on regarde plus précisément chacun des résultats, on constate étonnamment que le modèle de JCAL ne capture pas la variation avec la fréquence de $\Re(\rho_{\mathrm{eff}})$ pour la mousse de 8 PPI, alors qu'il le fait bien pour celle de 30 et de 45 PPI (ainsi que pour les autres mousses dont on ne présente pas les résultats ici). Pour les autres résultats présentés l'évolution de la densité effective avec la fréquence est bien capturée. L'ordre de grandeur est également satisfaisant dans les différents cas.

Regardons à présent les valeurs des paramètres de ce modèle, et la manière dont ils sont modifiés par la présence des membranes (voir Table 5.4).
Les principaux et systématiques effets sont une augmentation importante de la résistivité σ et de la tortuosité α_∞, ainsi qu'une diminution de la longueur caractéristique visqueuse Λ.

La résistivité traduit la résistance au passage de l'air dans le matériau poreux. On conçoit ainsi qu'en présence des membranes (supposées rigides et immobiles) le milieu laisse moins facilement l'air le traverser. Pour une pression donnée qui s'exercerait sur le matériau, le débit d'air le traversant sera plus faible si la résistivité est élevée.
La résistivité est multipliée d'un facteur $4-6$ environ pour les mousses de 30 et 45 PPI, mais son augmenta-

tion est particulièrement élevée pour la mousse de 8 PPI, puisque 20 fois supérieure au cas de la mousse sans membranes. Cette mousse ayant des pores très larges, lorsque la mousse est sans membranes sa résistivité est particulièrement faible. L'ajout de membranes, qui plus est des membranes parfois assez peu ouvertes (le taux d'ouverture caractérisé est de $5 \pm 5\%$ selon les régions de la mousse) conduit donc à une augmentation drastique de la résistivité.

Un autre paramètre particulièrement affecté par la présence des membranes est la tortuosité. On peut voir ce paramètre comme le rapport entre le chemin tortueux réellement parcouru pour traverser le matériau, par rapport à l'épaisseur du matériau. Ici puisque le modèle de JCAL considère les membranes immobiles et une propagation acoustique qui s'effectue uniquement par l'air, on visualise assez bien que le chemin à parcourir dans le matériau est plus tortueux qu'auparavant, pour aller d'ouvertures en ouvertures au sein des membranes (vision très schématique des choses, mais qui aide à saisir la signification d'α_∞).

La longueur caractéristique visqueuse Λ est elle aussi modifiée par la présence des membranes : ce paramètre prend cette fois des valeurs plus faibles. Comme on l'a vu au Chapitre 4, Λ est représentatif des régions les plus étroites des pores : l'ajout des membranes avec de petites déchirures à l'intérieur crée ainsi de nouvelles régions bien plus étroites que celles existant auparavant. Λ diminue alors.

À l'inverse, Λ' et k_0' [3] qui traduisent tous deux les effets thermiques ne sont quasiment pas affectés par la présence des membranes, à l'exception étonnante de la mousse de 8 PPI. En effet on s'attend plutôt à ce que ces paramètres demeurent inchangés (ce qui est globalement le cas pour les mousses de 30, 45 PPI et les autres), puisque nous avons vu expérimentalement que K_{eff} est le même pour les mousses avec et sans membranes. Or K_{eff} contient les effets thermiques, et c'est à partir de cette grandeur complexe que sont déduits Λ' et k_0'.

Finalement, nous avons vu que le modèle de JCAL est capable de capturer de façon satisfaisante les tendances de ρ_{eff} et K_{eff} avec la fréquence ainsi que leurs ordres de grandeur. Nous venons également de voir comment interpréter, dans le cas des mousses avec membranes, les différents paramètres de ce modèle qui considère une propagation acoustique uniquement dans l'air, avec des membranes rigides et immobiles.

Il convient de nuancer légèrement le propos en rappelant que le modèle compte 6 paramètres, dont 5 qui ne sont pas connus et déduits des mesures. Il semble alors raisonnable que le modèle puisse capturer les comportements observés. C'est d'ailleurs pour éviter d'obtenir un jeu de paramètres qui coïnciderait avec les données expérimentales mais qui serait trop "extravagant" que la procédure d'inversion est réalisée avec nos collègues de Mayelys – Research Lab. Ils ont en effet l'habitude de caractériser des matériaux poreux nombreux et variés, et ont ainsi davantage en tête les ordres de grandeurs usuels de ces différents paramètres.

Enfin il est important de souligner le fait qu'avec cette approche JCAL, aucun renseignement sur les membranes n'est donné : ni leur épaisseur ni la taille des ouvertures dans les membranes n'interviennent. L'existence même des membranes n'est pas directement prise en compte dans le modèle, elles se fondent avec le reste du squelette solide considéré rigide et immobile.
Tout en restant pour le moment dans des approches qui ne considèrent pas la vibration des membranes, on pourrait affiner les méthodes pour tenir compte des propriétés des membranes. C'est ce que nous allons voir dans les deux prochaines sections, qui présentent des travaux spécialement consacrés aux mousses partiellement fermés.

5.4.1.2 Modèle semi-phénoménologique, d'après les travaux de *Doutres et al.*

Les premiers travaux que nous présentons sont ceux de Doutres *et al.* (2011).
Ils s'inscrivent dans une démarche dite "micro-macro", dont l'objectif est de relier les propriétés macrosco-

3. Mentionnons que pour k_0' une coquille s'est glissée dans l'article Gaulon *et al.* (2018b), ce sont les valeurs données ici Table 5.4 qui sont correctes ($54200\,\mu\text{m}^2$ pour la mousse sans membrane de 8 PPI et non 5.42 comme écrit dans l'article).

piques d'un milieu (ici ses propriétés acoustiques, qui permettent d'évaluer les paramètres de JCA) à sa microstructure (épaisseur et longueur des arêtes solides, ouverture des membranes).

Pour leur étude les auteurs utilisent 15 mousses de polyuréthane, différant les unes des autres par leur taille des pores et la présence, ou l'absence, de membranes fermant les pores. Sur ces 15 mousses, 9 n'ont aucune membrane et donc un taux d'ouverture de 100%, tandis que les 6 autres ont un taux d'ouverture compris entre 10 et 70%.
Pour ces différentes mousses, la microstructure est caractérisée grâce à des observations au microscope électronique à balayage (MEB) d'une part, et les propriétés acoustiques sont obtenues par des mesures au tube d'impédance à trois microphones d'autre part. À partir de ces mesures, une procédure d'inversion comme celle décrite dans la précédente partie est utilisée afin d'obtenir les paramètres du modèle de JCA, décrit Section 4.2.2 du Chapitre 4 (notons que les auteurs utilisent ce modèle et non celui de JCAL, sans le paramètre de perméabilité statique thermique k_0').

L'étude est divisée en deux parties. Dans un premier temps, des expressions analytiques ou phénoménologiques reliant les paramètres de JCA (qui sont obtenus d'après les résultats expérimentaux acoustiques) à la microstructure du matériau sont établies pour les mousses sans membranes. Dans un second temps, les mesures sont réalisées sur les mousses avec membranes, ce qui permet à nouveau d'obtenir par méthode d'inversion les paramètres de JCA. Les auteurs ont ainsi les valeurs de chacun de ces paramètres pour des mousses qui diffèrent les unes des autres par leur taux d'ouverture $\mathcal{O}$ des membranes. Cela permet de modifier, de manière phénoménologique, les expressions précédentes qui relient les paramètres de JCA à la microstructure de la mousse, en tenant désormais aussi compte du taux d'ouverture des membranes.
Notons ici que les membranes sont considérées entières : ou bien une membrane est présente et ferme totalement le pore (la fenêtre), ou bien il n'y a pas de membrane. Le taux d'ouverture correspond donc au ratio du nombre de pores ouverts (sans membranes) sur le nombre total de pores. Le cas où une membrane serait présente, tout en contenant une perforation laissant passer l'air, n'est pas traité ici (mais nous aurons l'occasion d'y revenir à la prochaine section).

Cas des mousses totalement ouvertes

Pour les mousses sans membranes la porosité Φ et la longueur caractéristique visqueuse Λ ne dépendent que de la géométrie de la microstructure et peuvent être obtenues de manière analytique, en prenant comme cellule modèle un tétradécaèdre de Kelvin (qui constitue une bonne approximation de la structure d'une mousse, d'après Cantat *et al.* (2010); Perrot *et al.* (2007)).
La porosité est définie comme le rapport du volume du fluide V_f sur le volume total V_c, ce qui peut aussi s'écrire

$$\Phi = \frac{V_f}{V_c} = 1 - \frac{V_s}{V_c}\,, \tag{5.24}$$

où V_s est le volume du solide. Le volume du solide correspond à celui des 12 arêtes, comme décrit précédemment. D'après les équations (5.4) et (5.5), le calcul de la porosité fait intervenir la longueur ℓ et l'épaisseur t des arêtes et donne

$$\Phi = 1 - \frac{2\sqrt{3} - \pi}{\sqrt{2}} \times \left(\frac{t}{\ell}\right)^2 . \tag{5.25}$$

La longueur caractéristique thermique Λ' est elle aussi obtenue à partir de considérations purement géométriques. Elle est en effet définie (Johnson *et al.*, 1987) comme le double du ratio volume-sur-surface des pores

$$\Lambda' = \frac{2V_f}{A_s} \tag{5.26}$$

avec A_s la surface des pores autrement dit l'aire des arêtes.
Nous avons tous les éléments permettant de calculer l'expression précédente. Le volume du fluide V_f se

calcule d'après la porosité, grâce aux équations (5.24) et (5.25). Pour la phase solide, A_s correspond à A_a l'aire des 12 arêtes composant une cellule, déjà écrite équation (5.6). Une fois le calcul fait, nous obtenons

$$\Lambda' = \frac{2\sqrt{6}}{9}\,\frac{\ell^2}{t} - \frac{12-2\pi\sqrt{3}}{9}\,t\,. \tag{5.27}$$

Les trois autres paramètres du modèle de JCA sont quant à eux obtenus de manière phénoménologique, d'après les mesures sur les 9 mousses sans membranes. Les auteurs trouvent ainsi les relations suivantes

$$\Lambda = \frac{\Lambda'}{1.55}\,, \quad \alpha_\infty = 1.05 \quad \text{et} \quad \sigma = 128\,\alpha_\infty\eta\left(\frac{3\pi}{8\sqrt{2}}\frac{t}{\ell^2}\right)^2\,. \tag{5.28}$$

Cas des mousses partiellement fermées

Pour les mousses partiellement fermées, à l'exception de la porosité qui demeure inchangée car le volume des membranes est négligeable, les relations entre les paramètres de JCA (qui sont toujours obtenus à partir des mesures acoustiques) et la microstructure sont modifiées.
Pour la longueur caractéristique thermique Λ' on peut à nouveau l'écrire de manière analytique en fonction de la microstructure. En effet les membranes augmentent la surface A_s de solide, et impactent donc la longueur caractéristique thermique qui peut ici s'écrire

$$\Lambda' = \frac{2V_f}{A_s} = \frac{2V_f}{A_a + (1-\mathcal{O})A_p}\,. \tag{5.29}$$

La surface de solide est divisée en deux contributions : A_a est la surface des arêtes et A_p la surface des pores (les fenêtres), pondérée par le taux de fermeture des pores $(1-\mathcal{O})$. La surface des 12 arêtes composant une cellule a été donnée (5.6). La surface des pores peut quant à elle être déduite à partir de la surface totale de la cellule A_c (donnée par l'équation (5.3)) : $A_p = A_c - A_a$. Nous avons tous les éléments pour faire le calcul, qui conduit à

$$\Lambda' = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{2}\,\ell^2 + (\pi - 2\sqrt{3})\,t^2}{(1-\mathcal{O})(1+2\sqrt{3})\,\ell/4 + \sqrt{3}\,\mathcal{O}\,t}\,. \tag{5.30}$$

Les autres paramètres sont obtenus de manière phénoménologique, d'après l'étude des 6 mousses partiellement fermées, ayant un taux d'ouverture compris entre 10 et 70%.
Les relations (5.28) deviennent alors

$$\Lambda = \frac{\Lambda'}{1.55}\mathcal{O}^{0.676}\,, \quad \alpha_\infty = 1.05\left(\frac{1}{\mathcal{O}}\right)^{0.380} \quad \text{et} \quad \sigma = 128\,\alpha_\infty\eta\left(\frac{3\pi}{8\sqrt{2}}\frac{t}{\ell^2}\right)^2\left(\frac{1}{\mathcal{O}}\right)^{1.116}\,. \tag{5.31}$$

Mentionnons qu'il est aussi possible d'utiliser les équations (5.7), (5.8) et (5.9) qui relient l'épaisseur t et la longueur ℓ des arêtes à la taille des cellules, elle-même reliée à la taille des pores. On peut ainsi obtenir les paramètres de JCA en fonction de la microstructure, caractérisée alors seulement par sa taille des pores et par le taux d'ouverture des membranes (Doutres *et al.*, 2013). L'avantage est que la caractérisation des échantillons est facilitée, puisqu'il est plus simple de mesurer la taille des cellules (ou des pores) que les dimensions des arêtes (leur épaisseur en particulier est délicate à mesurer sur les images du MEB).

Revenons à présent sur les relations (5.30) et (5.31) pour voir de quelle manière la présence des membranes impacte les paramètres du modèle de JCA. On regarde ici les valeurs obtenus par les auteurs pour leurs mousses, et nous les comparons à celles que nous avons obtenues Table 5.4 en utilisant comme eux le modèle de JCAL pour en extraire ses paramètres depuis nos données expérimentales.
Pour la longueur caractéristique thermique Λ', lorsque le taux d'ouverture diminue le premier terme au dénominateur, qui est de l'ordre de $(1-\mathcal{O})\ell$, augmente. Il est toutefois en partie compensé par le terme $\sqrt{3}\mathcal{O}t$ qui lui diminue avec la diminution du taux d'ouverture. Le premier terme reste néanmoins dominant

puisque, d'après l'équation (5.8), on a $t \approx \ell/4$. Finalement, Λ' diminue lorsque le taux d'ouverture diminue : pour les mousses de leur étude, les auteurs trouvent que ce paramètre passe ainsi de $300 - 600\,\mu$m pour les mousses totalement ouvertes à $100 - 300\,\mu$m pour celles partiellement fermées. D'après la procédure d'inversion appliquée à nos mesures expérimentales pour déduire les paramètres de JCAL, Table 5.4, nous avons aussi une diminution de Λ' (d'un facteur 5 sur la mousse aux pores les plus larges mais plutôt 1.5 fois moins pour les autres échantillons).

La longueur caractéristique visqueuse Λ diminue elle aussi lorsque le taux d'ouverture diminue. Expérimentalement, Doutres *et al.* (2011) observent une diminution de $200 - 400\,\mu$m à $25 - 75\,\mu$m lorsqu'ils passent des mousses ouvertes à des mousses fermées à plus de 70%. En utilisant JCAL pour reproduire les comportements observés expérimentalement pour nos mousses partiellement fermées, on observe aussi une importante diminution de la valeur de Λ (voir Table 5.4).
Pour la tortuosité, celle-ci augmente lorsque le taux d'ouverture diminue. Dans l'étude de Doutres *et al.* (2011) pour l'ensemble des mousses dont le taux d'ouverture est inférieur à 30%, la tortuosité prend des valeurs entre 1.8 et 2.4. Cette valeur maximale est atteinte pour la mousse ayant le plus faible taux d'ouverture de l'étude, 10%. Cette tendance et les ordres de grandeur sont semblables à ceux que nous avons obtenus, Table 5.4 (avec notamment une tortuosité maximale de 2.4).
Enfin, la résistivité augmente lorsque le taux d'ouverture diminue. Pour les mousses étudiées par les auteurs, le maximum de résistivité est atteint pour la mousse ayant un taux de fermeture des pores $(1 - \mathcal{O})$ d'environ 70%. La résistivité dans cette mousse vaut alors $41600\,\mathrm{Pa.s.m^{-2}}$, tandis que la résistivité dans les mousses ouvertes (taux de fermeture de 0%) est comprise entre 600 et $4000\,\mathrm{Pa.s.m^{-2}}$ (des valeurs assez faibles pour des matériaux absorbants acoustiques). Pour les autres mousses ayant un taux de fermeture élevé (supérieur à 70%), la résistivité vaut entre 12000 et $25000\,\mathrm{Pa.s.m^{-2}}$. Ces ordres de grandeur sont en parfait accord avec les paramètres obtenus pour nos mousses, Table 5.4.

Puisque le modèle de Doutres *et al.* (2011) est semi-phénoménologique, et qu'il repose sur l'étude de mousses de polyuréthane sans doute assez semblables aux nôtres, il n'est pas si surprenant que nous trouvions des tendances et des valeurs similaires aux leurs.

Nous pouvons enfin aller un peu plus loin, et illustrer ce que donne leur modèle semi-phénoménologique, équations (5.30) et (5.31), une fois appliqué à l'une de nos mousses partiellement fermées. Connaissant la microstructure de nos mousses, on utilise les équations précédemment mentionnées pour calculer les valeurs des paramètres de JCA, elles-mêmes utilisées ensuite pour calculer les propriétés effectives du matériau. La Figure 5.19 présente le résultat obtenu sur la densité effective pour la mousse partiellement fermée de 30 PPI.
On constate que le modèle est capable de bien capturer l'évolution de ρ_{eff} avec la fréquence, et qu'il donne des ordre de grandeur très satisfaisants. Si l'on arrive à atteindre les valeurs expérimentales pour la partie imaginaire, la partie réelle demeure légèrement surestimée par le modèle. Le meilleur accord est obtenu pour le taux d'ouverture le plus élevé (en testant des valeurs comprises dans l'intervalle du taux d'ouverture mesuré, $4 \pm 2\%$).
Dans ce cas, le modèle prévoit une résistivité de l'ordre de $17000\,\mathrm{Pa.s/m^2}$, une tortuosité de 3.06 et des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique valant respectivement 62 et $642\,\mu$m.
Comparées aux valeurs issues du modèle de JCAL (obtenues par inversion directe depuis nos mesures et données Table 5.4), on trouve une résistivité et une tortuosité plus élevées, mais un Λ et un Λ' quasiment identiques. On vient donc de voir que ce modèle semi-phénoménologique pouvait être appliqué à nos mousses. Ceci reste vrai même pour des mousses dont le taux d'ouverture est plus faible (par exemple 4%) que celui des mousses utilisées par les auteurs pour dériver leur modèle (10% minimum). Nous nous arrêtons ici pour la discussion : en effet, puisque l'approche est semi-phénoménologique, il est difficile d'en extraire davantage d'éléments de compréhension sur la propagation du son au sein d'une mousse partiellement fermée.

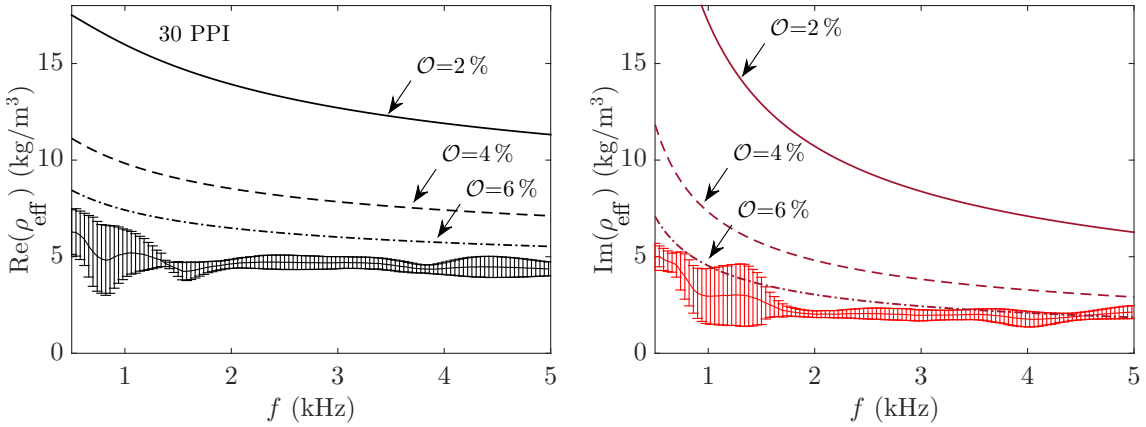


Fig. 5.19 – Parties (a) réelle et (b) imaginaire de la densité effective pour la mousse partiellement fermée de 30 PPI. Le modèle semi-phénoménologique de Doutres *et al.* (2011) est appliqué pour différents taux d'ouverture des membranes $\mathcal{O}$.

5.4.1.3 Perforation des membranes et simulations, les travaux de Hoang, Perrot *et al*

Dans les travaux précédents, les mousses partiellement fermées étudiées possédaient un certain taux de membranes, fermant chacune entièrement un pore. Le fait que les mousses ne soient pas fermées à 100% correspondait au fait que certaines fenêtres ne possédaient pas de membrane.
Or, une autre configuration possible correspondant à des mousses partiellement fermées est d'avoir une membrane sur chaque fenêtre, mais que cette membrane ne couvre pas toute la surface de la fenêtre. Par exemple, les membranes peuvent avoir une certaine déchirure (ou perforation) laissant passer l'air : c'est exactement ce que nous avons observé sur plusieurs de nos mousses, comme l'illustre l'image au tomographe Figure 5.10(b). C'est aussi le cas de figure étudié par Hoang et Perrot (2012).
Ils ont ainsi étudié plusieurs mousses de polyuréthane, pour lesquelles des membranes résiduelles ferment partiellement les fenêtres. Les mousses sont observées au microscope électronique à balayage (MEB), ce qui permet d'en caractériser la microstructure, notamment les dimensions des arêtes et la taille résiduelle des membranes (ou encore leur taux de perforation). Des mesures au tube d'impédance, avec des cavités d'air derrière l'échantillon (Utsuno *et al.*, 1989), permettent de déduire les propriétés effectives (densité et module d'incompressibilité) de la mousse. Ces mesures permettent de déduire les paramètres du modèle de JCAL, et ces valeurs sont comparées à celles obtenues par simulations numériques. Les mesures et résultats issus des simulations numériques sont également confrontés sur l'absorption (mais les courbes de propriétés effectives ne sont pas présentées).

Leur procédure numérique démarre par la définition d'une cellule idéalisée pour représenter la mousse : comme pour les précédentes études, il s'agit d'un tétradécaèdre de Kelvin. En plus des arêtes solides, des parties de membranes résiduelles sont présentes (autrement dire les pores ont des membranes avec une perforation circulaire, correspondant à une ouverture, au centre).
Les simulations numériques reposent sur une méthode par éléments finis. Elles résolvent le déplacement du fluide (l'air) de même que le champ de température au sein du matériau poreux.
Notons que cette méthode numérique avait déjà été mise en œuvre et validée pour des mousses ouvertes (Perrot *et al.*, 2012), elle est cette fois appliquée pour les mousses partiellement fermées, *via* l'ajout des membranes résiduelles. Ces dernières sont modélisées comme des films solides immobiles, et sont considérées au même titre que le reste du squelette solide, aucun effet de déformabilité n'est pris en compte.

Dans cette étude les simulations permettent d'explorer différents taux d'ouverture des membranes et d'observer l'impact sur les paramètres de JCAL. Comme dans les précédentes études, la diminution du taux d'ouverture s'accompagne d'une diminution de la longueur caractéristique visqueuse Λ et d'une augmentation de la tortuosité α_∞.
Mentionnons que le même type de simulations mené sur une cellule idéale de Kelvin a aussi permis de relier les paramètres mécaniques des mousses (module d'Young et coefficients de la matrice d'élasticité qui relie contrainte et déformation) à sa microstructure, et notamment son taux d'ouverture (Hoang *et al.*, 2014). Ce type d'études peut ainsi permettre d'explorer le potentiel de ces matériaux avec membranes pour proposer des matériaux légers mais néanmoins efficaces pour réduire les nuisances sonores, notamment pour les applications en automobile (Duval *et al.*, 2013; Park *et al.*, 2017). Les simulations sont appliquées pour trouver une optimisation de la microstructure, par rapport à une absorption ciblée par exemple. Une collaboration avec des physico-chimistes permettrait alors de fabriquer les mousses ayant la microstructure souhaitée, qui maximise par exemple l'absorption.

Sans aller pour l'instant jusqu'à ces problématiques d'optimisation et d'applications, ces études sont intéressantes pour nous car elles portent sur des mousses partiellement fermées dont la microstructure est très proche des nôtres. En effet, les mousses ont des membranes qui comportent une ouverture, comme c'est notre cas. Les simulations réalisées par les auteurs dans leurs études montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux (en tout cas sur l'absorption qui est la grandeur présentée). Or, ces simulations reposent sur l'hypothèse que les membranes sont rigides et immobiles, au même titre que le reste du squelette solide. Il est donc utile pour nous de savoir si le même type de simulation donne des résultats aussi probants lorsqu'on les applique à nos échantillons de mousse.

Dans la plupart des études précédemment mentionnées, les simulations numériques sont réalisées à l'aide du logiciel ScalingCell développé par Matelys – Research Lab.
François-Xavier Bécot, de ce laboratoire, a pu conduire dans le cadre de ma thèse des premières simulations à partir d'une cellule idéalisée construite d'après la caractérisation d'une de nos mousses (la mousse étant ensuite simulée sur un groupe d'une vingtaine de cellules). Il s'agit de la mousse de 30 PPI, qui correspond à une taille de pores intermédiaire pour notre gamme et dont la caractérisation de la microstructure est complète.
Pour construire numériquement la cellule idéalisée qui est représentée Figure 5.20, il est en effet nécessaire de connaître la longueur des arêtes, leur épaisseur, le rayon moyen des fenêtres, l'épaisseur des membranes et le rayon de l'ouverture circulaire au sein des membranes. Ce dernier se déduit à partir de notre mesure du taux d'ouverture $\mathcal{O}$, défini comme le rapport entre la surface où il manque des portions de membrane sur la surface totale normalement occupée par les membranes. En notant r_o le rayon de l'ouverture dans les membranes, R celui des pores et en considérant des géométries circulaires pour simplifier, on a la relation

$$\mathcal{O} = \frac{r_o^{\,2}}{R^2} \tag{5.32}$$

qui nous permet de déduire r_o. Pour la mousse de 30 PPI dont le rayon des pores est de 0.43 mm, le taux d'ouverture que nous avons mesuré est de $4 \pm 2\%$.
Les simulations sont réalisées pour les trois taux d'ouvertures suivants : 6, 4 et 2%, associés à des rayons d'ouverture dans les membranes respectivement de 105 μm, 86 μm et 60 μm. Pour l'épaisseur des membranes nous avons pris celle, plus fine, mesurée au spectromètre (2.6 μm) [4].

La simulation numérique résoud l'écoulement au sein de la microstructure considérée, et permet d'en déduire les paramètres du modèle de JCAPL (Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge). L'usage de ce modèle est beaucoup moins fréquent que celui de JCAL (et n'a donc pas été présenté au Chapitre 4). Il permet de prendre en compte le fait que la section des pores peut varier rapidement et de manière importante, créant des constrictions marquées. Ici avec les faibles ouvertures que nous avons dans les membranes, on peut en

4. Il serait intéressant pour les prochaines simulations de faire varier ce paramètre (en prenant notamment celle mesurée au tomographe, de l'ordre de 4 μm) pour voir la sensibilité de ce paramètre sur le résultat des simulations.

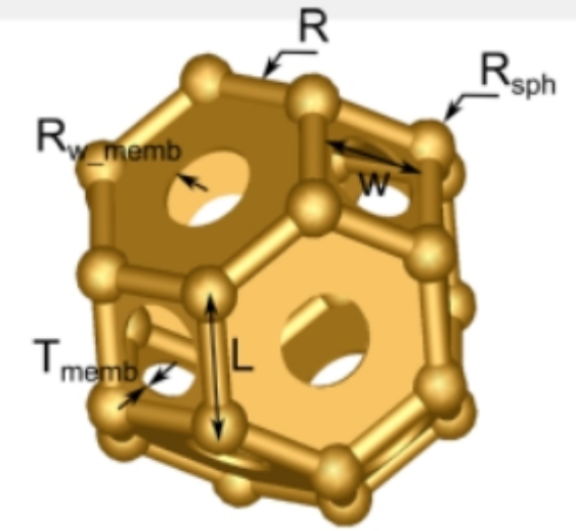
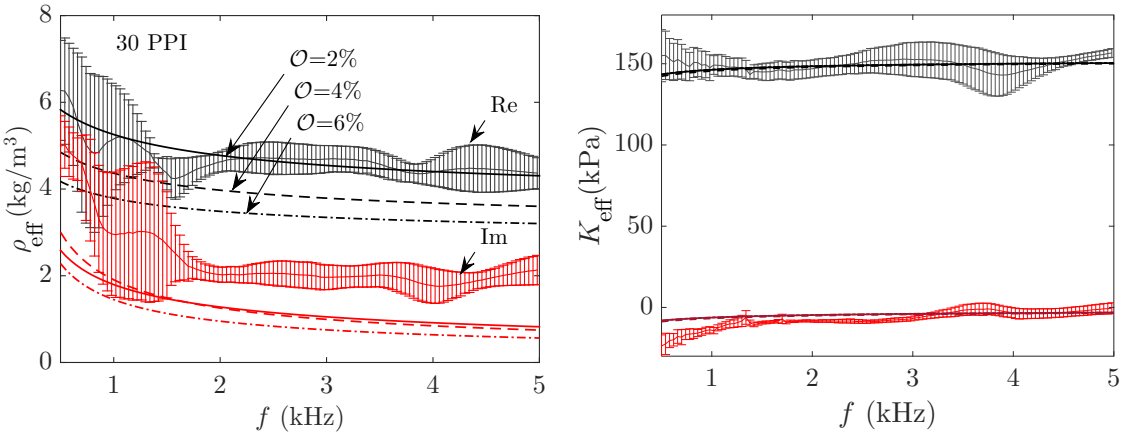


Fig. 5.20 – Image issue du logiciel ScalingCell développé par Matelys – Research Lab, permettant de définir la cellule idéalisée pour représenter la mousse. Celle-ci est ensuite utilisée pour résoudre numériquement, par méthode d'éléments finis, le déplacement du fluide et le champ de température dans le matériau poreux. La construction de cette cellule idéalisée requiert les paramètres géométriques suivants : la longueur des arêtes L (notée ℓ dans le manuscrit) et son épaisseur R (t dans le manuscrit), le rayon des sphères R_{sph} à la jonction entre plusieurs arêtes (que l'on prend égal à l'épaisseur de l'arête), la taille w des petites fenêtres carrées (qui se construit d'après les dimensions des arêtes et connaissant le rayon des pores ou de la cellule), l'épaisseur T_{memb} des membranes (e dans le manuscrit) et le rayon $R_{\text{w_memb}}$ de l'ouverture circulaire dans les membranes (r_o dans le manuscrit).

effet les voir comme des régions où les pores se resserrent de manière importante. Ce modèle modifié par la contribution de Pride *et al.* (1993) introduit deux nouveaux paramètres que sont la tortuosité visqueuse statique α_0 (le pendant basse fréquence de la tortuosité α_∞) et la tortuosité thermique statique α_0'. On ne rentrera pas dans les détails de ce modèle, dont les expressions modifiées pour les propriétés effectives ρ_{eff} et K_{eff} sont données en Annexe C. Une fois les paramètres de ce modèle obtenu, le modèle est utilisé pour calculer les propriétés effectives du milieu. Les prédictions des trois simulations (pour les trois taux d'ouverture) sur les propriétés effectives de la mousse sont présentées Figure 5.21.

On observe que l'évolution de la densité effective avec la fréquence est bien capturée par les résultats de la simulation. Un accord quantitatif tout à fait satisfaisant est également obtenu sur la partie réelle de ρ_{eff}, pour la valeur la plus faible du taux d'ouverture.
Il est intéressant de souligner que c'est l'effet inverse de celui observé lors de notre application du modèle de Doutres *et al.* (2011). Sur la Figure 5.19 nous avions en effet trouvé le meilleur accord pour la valeur la plus élevée du taux d'ouverture. Avec ce modèle, les valeurs prédites avaient tendance à surestimer nos valeurs expérimentales, et c'est en augmentant le taux d'ouverture que l'on se rapprochait des valeurs expérimentales. Rappelons que ce modèle semi-phénoménologique de Doutres *et al.* (2011) dérive de l'étude de mousses ayant un taux d'ouverture supérieur au nôtre, compris entre 10 et 70%. Il est donc possible que le meilleur accord soit obtenu lorsqu'on se rapproche des valeurs du taux d'ouverture pour lesquelles le modèle a été obtenu.
Dans tous les cas, la simulation numérique réalisée ici à partir d'une cellule idéalisée, dont la microstructure est représentative de celle de nos échantillons réels, prédit quant à elle un meilleur accord lorsque le taux d'ouverture est le plus faible, ici seulement 2%.



(a) (b)

Fig. 5.21 – Densité (à gauche) et module d'incompressibilité (à droite) effectifs pour la mousse de 30 PPI, en comparant les résultats expérimentaux à ceux issus des simulations numériques. Celles-ci ont été réalisées en prenant trois taux d'ouvertures des membranes différents.

On remarque que le changement du taux d'ouverture, alors qu'il affecte grandement la partie réelle de ρ_{eff}, ne modifie quasiment pas sa partie imaginaire. Celle-ci demeure sous-estimée par le résultat issu des simulations, ce qui peut traduire le fait que des phénomènes dissipatifs ne sont pas capturés par cette simulation.

Les valeurs des paramètres du modèle de JCAPL, pour les trois simulations, sont quant à elles données Table 5.5. On observe une évolution non monotone de la résistivité avec le taux d'ouverture, celle-ci étant

Taux d'ouverture $\mathcal{O}$	σ (Pa.s/m^2)	α_∞	Λ (μm)	Λ' (μm)	k'_0 (μm^2)	α_0	α'_0
6%	4700	2.08	160	630	60000	4.20	1.44
4%	6500	2.25	130	555	48000	4.70	1.45
2%	4900	2.65	120	610	59000	5.40	1.45

TABLE 5.5 – Valeur des paramètres du modèle de JCAPL pour une mousse de 30 PPI, d'après les simulations numériques réalisées pour différents taux d'ouvertures des membranes.

maximale pour le taux d'ouverture intermédiaire de 4%, alors qu'on pourrait s'attendre à ce que la mousse s'oppose davantage au passage de l'air lorsque le taux d'ouverture est plus faible.
Sur d'autres paramètres, on retrouve les tendances habituelles. La tortuosité augmente sensiblement lorsque le taux d'ouverture diminue (le chemin qu'il faut se frayer pour passer d'une ouverture à l'autre devenant plus long et tortueux). La diminution du taux d'ouverture s'accompagne d'une diminution de la longueur caractéristique visqueuse Λ (puisqu'elle est pondérée par la vitesse de l'écoulement, qui est plus élevée dans les régions étroites des pores, elle leur donne donc plus de poids ce qui permet de dire que Λ est représentative des régions les plus étroites des pores).
Le paramètre α_0 introduit par Pride *et al.* (1993), qui est le pendant basse fréquence de la tortuosité α_∞ augmente lui aussi lorsque le taux d'ouverture diminue.
Son équivalent thermique α'_0 n'est pas affecté par les changements du taux d'ouvertures, de même que Λ' et k'_0 qui fluctuent légèrement. On voit bien aussi Figure 5.21(b) que les prédictions sur K_{eff}, qui contient les effets thermiques, donnent quasiment le même résultat pour les différents taux d'ouvertures. Encore une fois, cela confirme que les effets de l'ouverture dans les membranes portent sur la densité effective.

À propos de cette densité effective, nous avons vu qu'avec le taux d'ouverture le plus faible la partie réelle est bien capturée, mais la partie imaginaire demeure sous-estimée, ce qui peut traduire le fait qu'une source de dissipation n'est pas prise en compte dans la simulation.
Il convient toutefois de rester prudent et ne pas tirer trop de conclusions, puisque nous n'avons pour l'instant que trois simulations, réalisées sur une même mousse. Il apparaît nécessaire de réaliser davantage de ces simulations, par exemple sur des mousses ayant différentes tailles de pores, ou en modifiant l'épaisseur des membranes. Cela permettrait de voir si l'on parvient dans certains cas à retrouver les valeurs de ρ_{eff} tant sur la partie réelle que sur la partie imaginaire, ou si l'on sous-estime systématiquement cette dernière.

En ce qui concerne le module d'incompressibilité effectif K_{eff}, dont on rappelle qu'il n'est pas affecté par la présence des membranes, les résultats issus des simulations le prédisent sans problème, quel que soit le taux d'ouverture.

Pour compléter la liste de futures simulations qu'il serait judicieux de réaliser, modifier la manière dont les ouvertures sont intégrées est une autre piste. En effet, dans la simulation actuelle chaque membrane contient une ouverture circulaire de même rayon (qui est bien sûr équivalent au taux d'ouverture que nous avons mesuré). Néanmoins dans la réalité et d'après nos observations (voir par exemple la Figure 5.8(b)) les membranes sont bien loin d'être toutes partiellement ouvertes. Le cas de figure le plus souvent rencontré dans nos mousses est d'avoir quelques membranes partiellement ouvertes (en raison de déchirures) et les autres intactes. Pour la mousse de 80 PPI (Figure 5.10(c)) on a plutôt quelques membranes entièrement manquantes, tandis que les autres sont entièrement intactes.
Pour mieux représenter cette réalité, il faudrait alors modifier la cellule idéalisée, pour fermer complètement certains pores et mettre une ouverture adéquate sur les autres. Puisque le résultat de la simulation diffèrera alors selon la position des pores ouverts et fermés (la propagation de l'onde ayant une certaine direction), cette étude nécessitera de répéter davantage les simulations pour obtenir des statistiques. C'est d'ailleurs ce qu'ont fait récemment Trinh *et al.* (2019). À nouveau, il serait donc utile de voir si ce genre de simulations donne des résultats en accord avec nos mesures, ou si, comme c'est le cas actuellement, la partie imaginaire de ρ_{eff} reste sous-estimée.
Des simulations supplémentaires sont déjà en cours à Matelys – Research Lab, et feront l'objet des perspectives concernant les suites à donner à ce travail après ma thèse.

5.4.1.4 Récapitulatif

Récapitulons ce que nous venons de voir dans cette section. Dans ces études sur la propagation acoustique au sein d'une mousse partiellement fermée par des membranes, les membranes sont considérées rigides et immobiles. On suppose alors que la propagation se fait uniquement par l'air qui passe soit par des pores où les membranes sont entièrement absentes, soit par des ouvertures au sein même des membranes. Cette vision rejoint tout à fait l'approche classique utilisée pour décrire la propagation acoustique dans les milieux poreux (usuellement sans membranes), notamment avec le modèle de JCAL.
Dans les trois précédentes parties, les approches traitées reposent d'ailleurs toutes sur JCAL (ou des modèles similaires comme JCA ou JCAPL).

- ⋆ Dans le premier cas on utilise directement le modèle de JCAL pour voir dans quelle mesure il peut reproduire les comportements observés expérimentalement, en déduisant les paramètres de JCAL de nos mesures (par procédure d'inversion et ajustement). En procédant ainsi, la présence des membranes n'est pas explicite, aucune de leur caractéristique n'est prise en compte.
- ⋆ Doutres *et al.* (2011) ont procédé de la même manière : ils ont également déduit les paramètres du modèle de JCAL de leurs mesures acoustiques. Ils sont ensuite allés une étape plus loin, en tirant profit du fait d'avoir les valeurs des paramètres pour des mousses avec différents taux d'ouverture des membranes, afin d'en extraire des lois phénoménologiques qui relient les paramètres de JCAL à la microstructure de la mousse, dont son taux d'ouverture des membranes. Connaissant la microstructure de nos mousses, on peut alors utiliser leurs relations phénoménologiques pour calculer les paramètres de JCAL dans notre cas, et en déduire les propriétés effectives de la mousse que l'on compare à nos données expérimentales

(Figure 5.19).

⋆ Enfin, les simulations de Hoang et Perrot (2012) partent cette fois d'une reconstruction numérique de la microstucture de la mousse et résolvent l'écoulement au sein de ce milieu. Pour cette résolution, les équations régissant l'écoulement sont identiques à celles introduites au Chapitre 4 pour établir le modèle de JCAL. C'est donc à partir de cette simulation que sont cette fois obtenues les valeurs des paramètres de JCAL, utilisées ensuite pour déduire les propriétés effectives de la mousse. Nous avons mis en œuvre ce type de simulation sur une microstructure représentative de nos échantillons de mousses, afin de comparer les propriétés effectives dérivées de cette simulation à celles obtenues expérimentalement.

Puisque les trois cas traités ont la même base commune, avec l'approche de JCAL, les comportements prédits auxquels elles conduisent sont semblables, comme on pouvait s'y attendre. La présence des membranes se répercute sur les valeurs de certains des paramètres du modèle de JCAL, ce qui donne des indications sur la façon dont l'onde se propage dans le milieu.

En particulier, la présence des membranes augmente fortement la tortuosité. Cela se conçoit bien en prenant une vision schématique de la situation, où le chemin parcouru par l'onde est plus tortueux pour aller d'ouvertures en ouvertures dans les membranes (au lieu de pouvoir naviguer librement à travers tous les pores ouverts). La tortuosité a un effet direct sur la densité effective de la mousse, comme on l'a décrit au Chapitre 4 (sur l'exemple des pores inclinés, équation (4.63)), et c'est bien sur cette propriété effective que la présence des membranes a un impact (le module d'incompressibilité lui est inchangé). L'augmentation de la partie réelle de la densité effective s'explique donc principalement par un effet de la tortuosité, dans ces approches où les membranes sont immobiles. La partie imaginaire de la densité est aussi augmentée lorsque la tortuosité augmente, puisque si l'on visualise toujours un chemin plus long et plus tortueux, cela génère donc davantage d'interactions avec les parois solides à l'origine de pertes visqueuses et thermiques.

Dans la section suivante, nous verrons cette fois comment interpréter l'augmentation de la densité effective lorsqu'on ne considère plus une propagation uniquement dans l'air, mais que ce sont au contraire les vibrations des membranes qui transmettent la propagation.

5.4.2 Membranes déformables

Tout au long de la Section 5.4.1, nous avons vu et testé différentes approches qui considèrent toutes les membranes immobiles, avec une propagation se faisant exclusivement dans l'air.

Nous étudions à présent l'autre cas limite pour interpréter la propagation acoustique au sein d'une mousse partiellement fermée par des membranes : celui où les membranes vibrent et transmettent ainsi la propagation.

Un premier travail d'analyse reposant sur cette approche a été présenté dans l'acte de congrès suivant (Internoise 2018), disponible en Annexe D : Gaulon, C., Derec, C., Elias, F., Leroy, V., Pierre, Chevillotte, F., Bécot, F.-X., J.,Jaouen, L. et Drenckhan, W. (2018). How to Model the Acoustic Properties of a Solid Foam with Thin Membranes ? *47th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*, Chicago, Illinois, 4759-4764.

Cette analyse a toutefois été revue et corrigée depuis, et c'est sa version modifiée qui est présentée dans cette section.

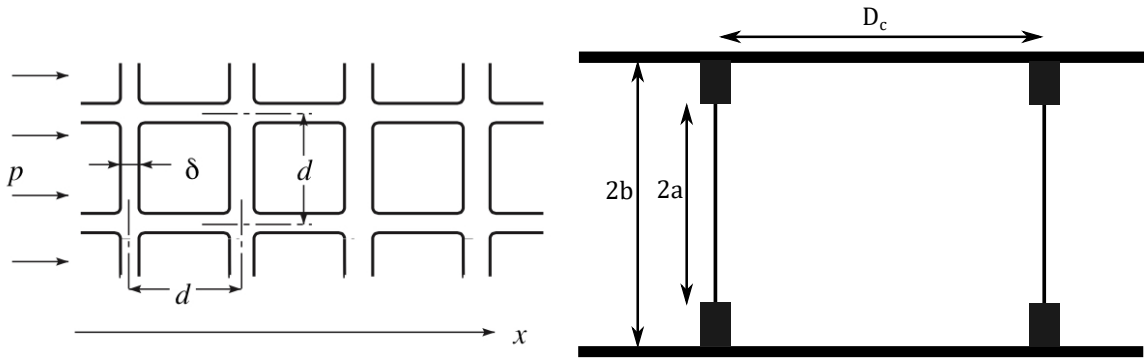
Bien sûr nous nous inspirons pour cela de nos travaux sur les mousses liquides. Lors de la présentation des résultats bruts sur la vitesse, Section 5.3.2, nous avons déjà introduit le régime de Kann. Celui-ci, déjà utilisé pour les mousses liquides, décrit la propagation acoustique dans un air alourdi par la présence des membranes. La densité effective se trouve donc modifiée par la contribution des membranes : c'est ce que nous avons déjà écrit, sans le justifier, équation (5.22). Nous allons désormais revenir plus en détails sur cette expression de la densité dans le régime de Kann.

Pour cela, on repart de la vision précédemment décrite et illustrée Figure 5.22(a) avec un schéma issu de l'article de Kann (2005). La mousse peut être vue comme une succession de poches d'air (de dimension d sur le schéma), séparées les unes des autres par les membranes (d'épaisseur δ).

Par ailleurs, on peut aller un peu plus loin que le schéma proposé par Kann, considérant que toute la surface que rencontre l'onde n'est pas occupée par des membranes, puisqu'il y a aussi des arêtes (les bords de Plateau). C'est ce que nous avons déjà décrit Section 2.2.3 du Chapitre 2, pour les mousses liquides. Ici pour les mousses solides la géométrie reste la même, et on peut modifier le schéma pour faire apparaître, Figure 5.22(b), des arêtes de rayon b sur lesquelles sont attachées les membranes de rayon a. On a aussi montré dans la Section 2.2.3 que la masse effective du système {membrane+arête}, dans la limite haute fréquence qui correspond au régime de Kann, peut s'écrire

$$\frac{1}{M_{\text{eff}}} = \frac{(1-x)^2}{M} + \frac{x^2}{m}\,, \tag{5.33}$$

avec M et m les masses respectives de l'arête et de la membrane, et x la fraction de surface occupée par la membrane (qui peut ici s'écrire $(a/b)^2$ avec les notations précédemment introduites). L'expression précédente correspond à deux éléments branchés en parallèle, ayant comme poids respectifs la fraction de surface qu'ils occupent.
La masse des arêtes étant largement supérieure à celle des membranes, on peut simplifier l'expression précédente de la masse effective du système {membrane+arête} en $M_{\text{eff}} = m/x^2$.



(a) (b)

Fig. 5.22 – (a) Schéma proposé par Kann (2005) pour représenter la propagation d'une onde acoustique dans la mousse, au travers de poches d'air de taille d séparées les unes des autres par des membranes d'épaisseur δ. (b) Nous proposons une version un peu modifiée de l'approche de Kann, qui tient compte du fait que les membranes d'épaisseur e ne font pas toute la hauteur de la poche d'air (de rayon b) mais qu'elles ont un rayon a. La différence entre les deux correspond à la présence des arêtes (les bords de Plateau) sur lesquels les membranes sont attachées. Ici on a noté D_c la distance entre deux membranes qui correspond au diamètre de la cellule : dans une vision à 1D, c'est bien cette distance qui sépare deux membranes (et non le diamètre des pores).

On peut utiliser ce résultat pour écrire à présent la densité effective, somme de celle du gaz et de celle des membranes (ρ_m, qui vaut celle du solide ρ_s) pondérées par la fraction volumique qu'elles occupent (comme deux éléments branchés en série) :

$$\rho_{\,\text{Kann}} = \Phi\rho_g + \frac{\Phi_m}{x^2}\rho_m\,. \tag{5.34}$$

On retrouve ainsi l'équation (5.22). Le gaz occupe en effet dans la mousse une fraction volumique Φ qui est la porosité, et les membranes occupent quant à elles une fraction volumique de membranes notée Φ_m. Dans une vision à 1D comme illustrée par le schéma Figure 5.22(b), les membranes successives sont séparées entre elles d'une distance D_c qui correspond au diamètre de la cellule. Celui-ci est de l'ordre de $2.9 \times 2R$ où R est le rayon des pores (équation (5.9)). Chaque membrane occupe ainsi un volume $\pi a^2 e$, comparé au volume $\pi b^2 D_c$. On estime donc la fraction volumique de membranes à $\Phi_m = xe/D_c$. C'est ce que nous avons donné précédemment Section 5.3.2 afin de calculer la vitesse dans le régime dans le Kann, qui est à présent justifié.

Finalement, cela nous permet d'écrire la densité effective dans le régime de Kann

$$\rho_{\text{eff}} = \Phi\rho_g + \frac{e}{x(2.9 \times 2R)}\,\rho_m \tag{5.35}$$

qui dépend de la densité du gaz à laquelle s'ajoute une contribution des membranes.
On peut légèrement affiner la relation précédente, en tenant compte des phénomènes de dissipation qui ont lieu dans l'air au sein du matériau poreux, en raison des interactions avec les parois solides à l'origine de pertes visqueuses et thermiques. Pour en tenir compte, on peut remplacer ρ_g par la densité effective obtenue grâce au modèle de JCAL, pour les mousses ouvertes (que l'on notera $\rho_{\text{JCAL}}^{\text{ouv}}$). On a vu que ce modèle permet de modifier légèrement les valeurs de la densité effective, comparées à la densité de l'air. Cela permet de prendre en compte la dissipation qui est déjà présente dans les mousses ouvertes. Pour leur équivalent avec membranes, c'est grâce au second terme de l'équation (5.35) que la contribution des membranes est prise en compte.
Si l'on veut utiliser l'expression précédente pour reproduire les comportements observés expérimentalement, il manque encore des ingrédients.
La densité effective varie avec la fréquence, avec une décroissance à basses fréquences (voir par exemple la Figure 5.17(a)). Or, avec l'expression actuelle, on ne pourra qu'obtenir une courbe plate en fréquence, puisqu'aucune dépendance en f n'est présente. On peut avoir un très léger effet en remplaçant ρ_g par $\rho_{\text{JCAL}}^{\text{ouv}}$, mais la densité effective pour les mousses ouvertes est quasiment constante avec la fréquence. Afin de pouvoir capturer la diminution marquée de ρ_{eff} à basses fréquences, on ajoute ainsi de manière empirique une contribution élastique des membranes en θ_m/ω^2.
Il manque aussi de la dissipation dans la relation (5.35) : la seule contribution à la partie imaginaire de ρ_{eff} est celle contenue dans $\rho_{\text{JCAL}}^{\text{ouv}}$. Or on a bien vu que la partie imaginaire de la densité effective pour les mousses ouvertes est bien plus faible que celle des mousses ayant des membranes. Si l'on veut pouvoir retrouver les valeurs expérimentales pour $\Im(\rho_{\text{eff}})$ il est là aussi nécessaire d'ajouter un terme supplémentaire lié à la contribution des membranes. On introduit donc un nouveau terme en $j\sigma_m/\omega$ pour la dissipation.
Cela nous donne la nouvelle relation

$$\rho_{\text{eff}} = \Phi\,\rho_{\text{JCAL}}^{\text{ouv}} + \frac{e}{x(2.9 \times 2R)}\left(\rho_m + j\frac{\sigma_m}{\omega} + \frac{\theta_m}{\omega^2}\right). \tag{5.36}$$

La relation précédente correspond à une version *a minima* de la densité effective pour les mousses liquides, dans laquelle on retrouve bien les ingrédients clés pour tenir compte de la vibration de la membrane. On retrouve en effet l'inertie de la membrane (avec ρ_m), une élasticité pour les effets basses fréquences (avec θ_m) et de la dissipation visqueuse (avec σ_m).

Il s'agit d'une modélisation relativement simple. Notre démarche est ensuite d'appliquer la relation suivante à nos données expérimentales, avec comme paramètres ajustables σ_m et θ_m que l'on ne connaît pas. L'épaisseur e des membranes peut aussi être laissée comme paramètre ajustable.
C'est ce que nous appliquons sur l'ensemble de nos mousses, pour différents rayons des pores. Nous tirons également profit des barres d'erreur expérimentales pour réaliser le fit sur différents jeux de données expérimentaux, afin d'obtenir des barres d'erreurs sur les paramètres ajustables du fit.

La Figure 5.23 présente des résultats de ces fits sur 4 mousses différentes : 8, 30, 45 et 80 PPI. On constate que la partie réelle est très bien capturée, aussi bien sa tendance en fréquence que ses valeurs. Sur la partie imaginaire, la tendance est bien retrouvée mais les valeurs du fit sous-estiment souvent un peu celles expérimentales : lorsque les données expérimentales arrivent à un plateau, notre expression prédit encore une décroissance. Cet écart apparaît dès 3 kHz pour les mousses de 8 et 30 PPI, et dès 4 kHz pour la mousse de 45 PPI. Pour la mousse ayant les plus petits pores, 80 PPI, on a cette fois un excellent accord sur toute la gamme de fréquences.
L'expression (5.36), avec les trois paramètres ajustables e, σ_m et θ_m est donc capable de capturer le comportement de la densité effective, qualitativement et aussi, de manière assez satisfaisante, quantitativement.

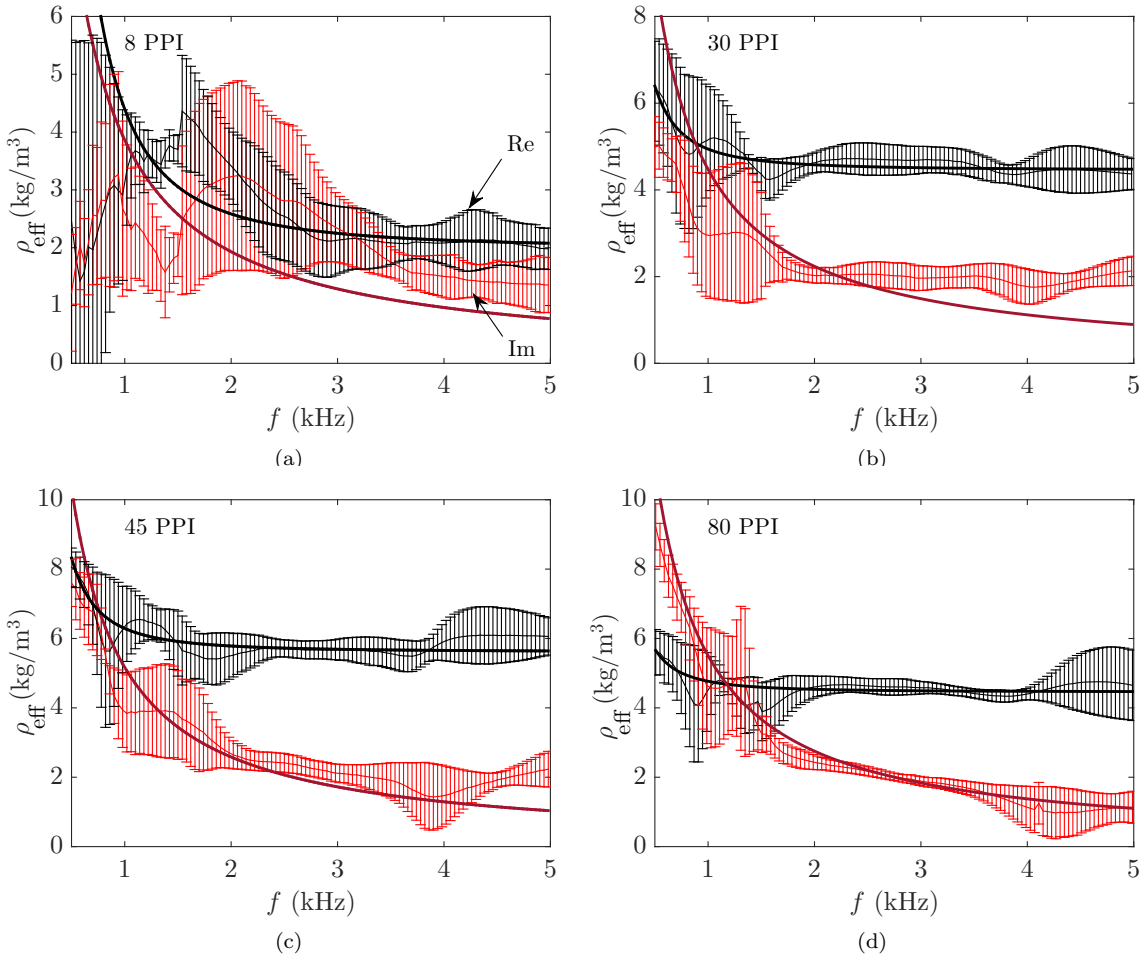


Fig. 5.23 – Parties réelles (en noir) et imaginaires (en rouge) de la densité effective pour des mousses de différents PPI. L'équation (5.36) est utilisée (traits pleins) pour ajuster les données expérimentales, avec comme paramètres ajustables e, σ_m et θ_m dont les valeurs sont :
(a) pour la mousse de 8 PPI $e = 3.2\,\mu$m, σ_m=3.3×10^7 Pa.s/m^2 et θ_m=1.5×10^{11} Pa/m^2 ;
(b) pour la mousse de 30 PPI $e = 3.4\,\mu$m, σ_m=1.0×10^7 Pa.s/m^2 et θ_m=5.6×10^9 Pa/m^2 ;
(c) pour la mousse de 45 PPI $e = 3.3\,\mu$m, σ_m=0.9×10^7 Pa.s/m^2 et θ_m=6.9×10^9 Pa/m^2 et
(d) pour la mousse de 80 PPI $e = 1.4\,\mu$m, σ_m=1.2×10^7 Pa.s/m^2 et θ_m=4.5×10^9 Pa/m^2.

Entrons à présent dans le quantitatif, avec la Figure 5.24 qui présente les valeurs de l'épaisseur des membranes issues du fit, en fonction du rayon des pores (comparées à celles issues des mesures au spectromètre et au tomographe). On n'observe pas de décroissance de l'épaisseur lorsque le rayon des pores diminue, contrairement à la tendance donnée par les mesures au spectromètre (Table 5.1). Pour la mousse de 30 PPI, pour laquelle on a à la fois une mesure de l'épaisseur au spectromètre ($2.6 \pm 0.2\,\mu$m) et une au tomographe ($4.4 \pm 0.9\,\mu$m), l'épaisseur issue du fit ($3.4 \pm 0.2\,\mu$m) tombe entre les deux valeurs. De manière générale comme l'illustre la Figure 5.24, on trouve un ordre de grandeur cohérent avec les mesures au spectromètre et au tomographe, de quelques microns.

Les deux autres paramètres ajustables du fit, σ_m et θ_m, sont quant à eux présentés 5.25 L'ordre de grandeur de σ_m est de 10^7 Pa.s/m^2, avec des valeurs qui semblent diminuer lorsque la taille des pores diminue.

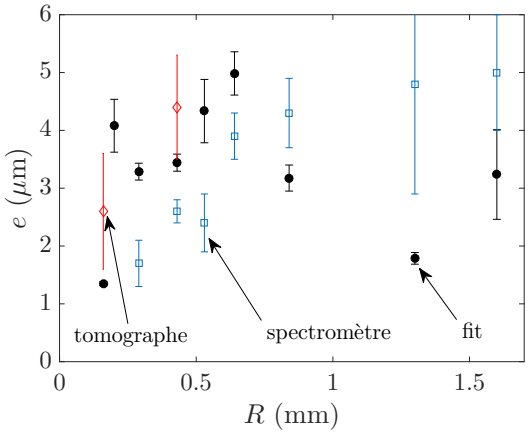


Fig. 5.24 – Épaisseur des membranes issue de l'ajustement entre l'équation (5.36) et nos données expérimentales (ronds noirs), en fonction du rayon des pores. On reporte également l'épaisseur mesurée au spectromètre (carrés bleus) et au tomographe (losanges rouges). L'ordre de grandeur est similaire dans les trois cas.

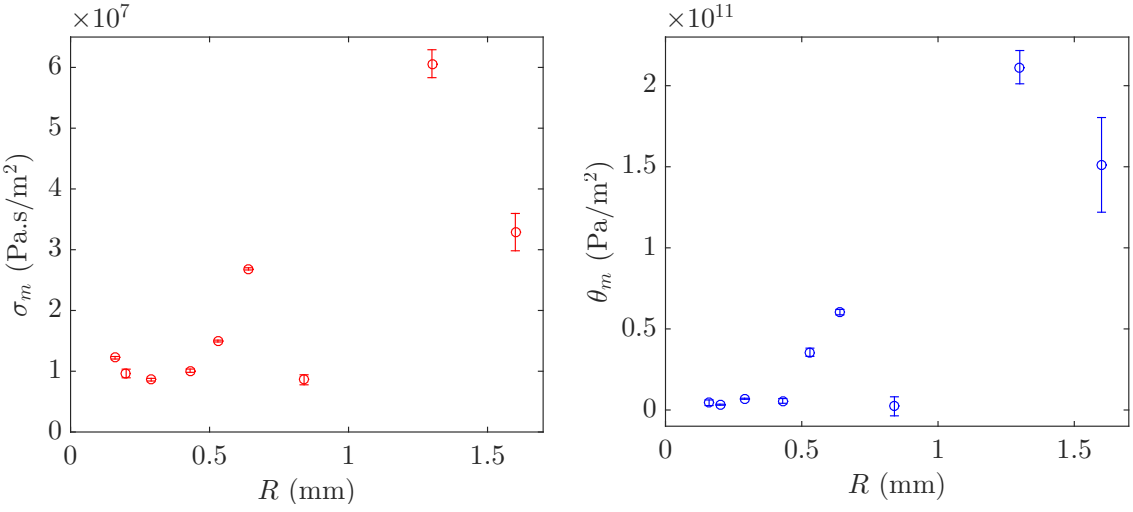


Fig. 5.25 – Termes de (a) dissipation σ_m et (b) d'élasticité θ_m des membranes, tous deux paramètres ajustables de l'équation (5.36), en fonction du rayon des pores.

La même tendance est observée pour θ_m qui est lui de l'ordre de $10^9\,\mathrm{Pa/m^2}$ pour les petits pores, et va jusqu'à des valeurs de l'ordre de $10^{11}\,\mathrm{Pa/m^2}$ pour les pores les plus larges. Nous n'avons pour l'instant pas d'interprétation à donner de ce résultat.
En ce qui concerne σ_m en revanche nous y reviendrons à la dernière section de ce chapitre, Section 5.6, qui établit des liens entre les mousses solides et les mousses liquides ainsi qu'avec les membranes uniques.

Une dernière chose que l'on regarde est une version synthétique de la densité effective (sa partie réelle) en fonction de la taille des pores. Pour cela on mesure sur chacune de nos courbes expérimentales la partie réelle de ρ_{eff} à 3.5 kHz, quand toutes les courbes ont atteint un plateau. Pour notre gamme d'études, cette

fréquence correspond à la limite haute fréquence de $\Re(\rho_{\text{eff}})$ qui d'après l'équation (5.36) s'écrit

$$\lim_{\omega\to\infty} \Re(\rho_{\text{eff}}) = \Phi\, \Re(\rho_{\text{JCAL}}^{\text{ouv}}) + \frac{e}{5.8\, x\, R}\, \rho_m\,. \tag{5.37}$$

Pour calculer l'expression précédente, on a $\Phi = 0.98$ (la porosité étant quasiment la même pour tous les échantillons de mousse), $\Re(\rho_{\text{JCAL}}^{\text{ouv}})$ que l'on peut prendre égal à la densité de l'air pour simplifier (la densité effective des mousses sans membranes étant quasiment égale à celle de l'air), x qui vaut 0.54 pour la valeur de porosité retenue, et ρ_m la densité de la membrane qui est égale à celle du solide ($1200\,\text{kg/m}^3$ pour le polyuréthane).
La Figure 5.26 présente les résultats expérimentaux ainsi que la prédiction de l'équation (5.37), en prenant pour $e/(5.8\,x)$, le préfacteur devant le terme en $1/R$, la valeur de $1.4\,\mu$m. Il s'agit de la valeur qui donne le meilleur accord avec les données expérimentales, et qui correspond à une épaisseur e des membranes de $4.4\,\mu$m. Cette épaisseur correspond d'ailleurs bien aux valeurs généralement issues du fit, Figure 5.24, et son ordre de grandeur est comparable à celui issu des mesures directes de l'épaisseur (Table 5.1). L'accord entre les données expérimentales et l'expression (5.37) est satisfaisant, confirmant le potentiel de notre modèle assez simple pour capturer le comportement de la densité effective avec la fréquence mais aussi avec le rayon des pores.

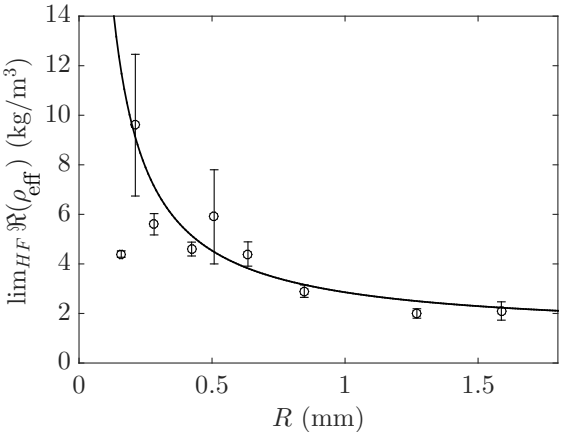


Fig. 5.26 – Limite haute fréquence de la partie réelle de la densité effective en fonction du rayon des pores. Les symboles correspondent aux données expérimentales, pour lesquelles on a mesuré $\Re(\rho_{\text{eff}})$ à 3.5 kHz pour tous nos échantillons de mousses. La ligne en trait plein correspond à l'équation (5.37) calculée pour une épaisseur de membranes de $4.4\,\mu$m.

Notre début de modélisation permet de voir qu'il est possible de décrire le comportement d'une mousse solide membranaire en s'inspirant des travaux sur les mousses liquides, et en prenant donc en compte la vibration des membranes. Notre analyse a été réalisée avec trois paramètres ajustables, dont l'épaisseur des membranes qui donne un ordre de grandeur cohérent avec celui des mesures, un terme de dissipation sur lequel nous reviendrons Section 5.6 et un dernier terme d'élasticité qui reste encore à explorer.
Notons que notre approche ne tient pas compte des déchirures présentes dans les membranes, mais considère une vibration transmise au travers des membranes entières.
Une manière de tenir compte des ouvertures est de pondérer la fraction volumique qu'occupent les membranes par un facteur $(1-\mathcal{O})$. Nous avons apporté cette modification à l'équation (5.36), mais cela n'a quasiment aucun effet sur les paramètres ajustables ni sur la courbe obtenue, ce qui se comprend bien vu les faibles valeurs de $\mathcal{O}$, la correction que cela apporte est très faible. Pour se rapprocher de la réalité, ce qu'il

faudrait serait surtout tenir compte du fait que l'air peut passer par l'ouverture dans la membrane. Cette prise en compte nous ramène aux travaux de Venegas et Boutin (2017), qui tiennent déjà compte à la fois de la vibration des membranes et de l'écoulement de l'air dans les régions ouvertes des pores. S'appuyer sur ces travaux pour améliorer la description de la propagation acoustique dans une mousse avec membranes apparaît à nouveau comme une perspective prometteuse.

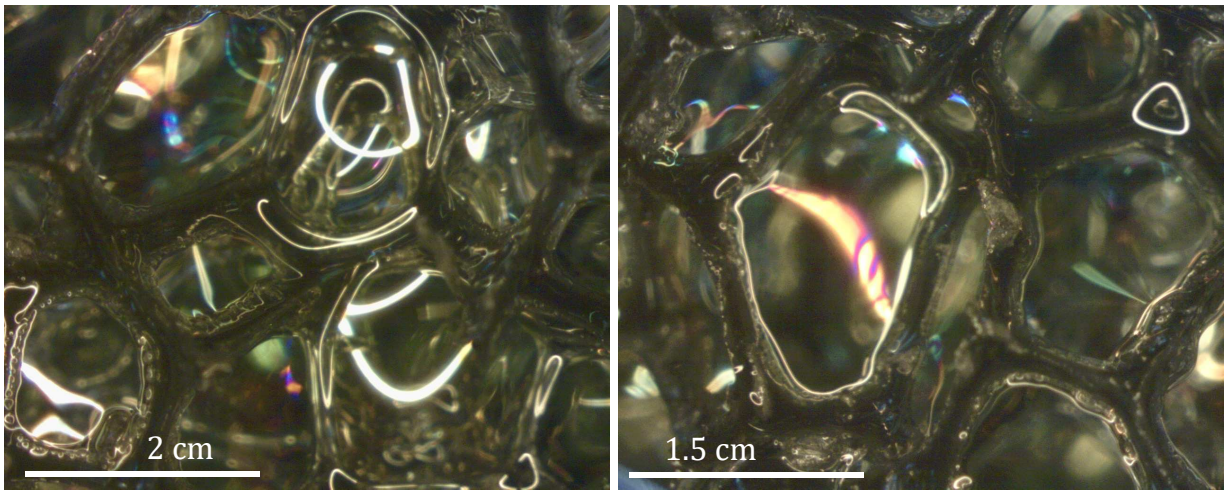
Remarquons finalement que nos résultats expérimentaux sur les mousses solides avec membranes ont montré un comportement en fréquence non monotone pour la densité effective, avec des valeurs supérieures à celles obtenues pour les mousses sans membranes, tant sur la partie réelle que sur la partie imaginaire.
Nous n'avons cependant pas observé pour le moment de phénomène de résonance, avec une partie réelle de la densité négative et un maximum d'atténuation associé. Cela constitue pourtant un comportement prometteur des mousses liquides pour lutter contre le bruit, que l'on souhaiterait retrouver avec des mousses solides membranaires. Les membranes actuelles n'ont sans doute pas encore les caractéristiques nécessaires pour parvenir à des effets résonants.
Pour tenter néanmoins de retrouver ces effets, nous présentons maintenant un travail préliminaire sur des mousses solides ayant des membranes liquides.

5.5 Étude exploratoire : mousses solides fermées par des membranes liquides

Nous qualifions ces mousses de "mousses trempées" [5] : en effet, pour obtenir une mousse solide ayant des membranes liquides, il suffit de prendre un échantillon de mousse solide sans membranes et de le tremper dans une solution savonneuse. La mousse présente alors des membranes liquides, les films de savon, pour fermer les pores. Il s'agit d'un cas intermédiaire entre les mousses entièrement liquides et celles entièrement solides que nous avons précédemment étudiées, puisque l'on a à présent une mousse solide avec des membranes liquides.

Nous commençons par décrire le protocole expérimental. La solution d'eau savonneuse utilisée est la même que celle du Chapitre 3 pour les membranes uniques : eau distillée à laquelle on ajoute 10% du volume d'eau de *Fairy Liquid* (un liquide vaisselle commercial) et 10% du volume d'eau de glycérol. Après avoir trempé un échantillon de mousse sans membranes dans cette solution, les membranes liquides sont bien visibles à l'œil. Bien voir les films est plus difficile sur des photographies, mais la Figure 5.27 montre tout de même deux clichés d'une mousse trempée.
L'opération du trempage ne crée toutefois pas seulement des membranes, il y a également ajout de liquide sur les arêtes du squelette solide. On se rend bien compte de cela en pesant les échantillons à vide (c'est-à-dire avant d'être trempés), puis immédiatement après : la masse ajoutée est trop importante pour être due uniquement à la création de fines membranes liquides. Par ailleurs, on peut suivre l'évolution de la masse d'un échantillon au cours du temps, tout en observant qualitativement la présence des membranes (qui donnent un aspect brillant à la mousse). On se rend ainsi compte qu'il ne reste plus de membranes bien avant que la masse ne soit revenue à celle initiale, ce qui signifie qu'il reste du liquide dans la mousse. La Figure 5.28 présente quelques suivis de l'évolution de cette masse. Il faut donc trouver un compromis entre patienter après avoir trempé la mousse, pour diminuer la quantité de liquide présent aux arêtes (on laisse pour cela l'échantillon sécher sur du papier absorbant, en le retournant régulièrement), mais ne pas attendre trop longtemps pour qu'il reste encore des membranes liquides. En général on laisse l'échantillon sur le papier absorbant entre 30 s et 1 min avant de réaliser la première mesure acoustique (en utilisant le tube d'impédance à trois microphones).
L'échantillon est systématiquement pesé juste avant puis juste après cette mesure. Le temps de la mesure le poids ne change quasiment pas, permettant de considérer que l'échantillon demeure le même pendant celle-ci.

5. "Mousses trempettes" pour les intimes.



(a) (b)

Fig. 5.27 – Photographies prises à la loupe binoculaire d'une mousse de 15 PPI, initialement sans membranes mais qui a été trempée dans une solution savonneuse afin d'ajouter des membranes liquides fermant les pores. Certaines membranes apparaissent irisées et l'on voit l'ajout du liquide dans la mousse, qui génère ici quelques reflets de lumière.

L'épaisseur des membranes a été mesurée au spectromètre, non sans difficultés. Il n'est pas simple d'éclairer une membrane avec le bon angle d'incidence pour récupérer le signal réfléchi sur la fibre réceptrice. Nos quelques mesures permettent d'obtenir un ordre de grandeur pour l'épaisseur des membranes, et sert davantage d'indication que de valeur infaillible. Pour les mousses trempées de 15 PPI, la mesure de l'épaisseur sur 4 membranes nous donne $e = 3.3 \pm 0.5\,\mu$m, et pour la mousse trempée de 30 PPI nous trouvons d'après 5 mesures d'épaisseur $e = 3.0 \pm 0.1\,\mu$m (ce qui est assez reproductible d'un film à l'autre). On pourra ainsi juste garder en tête que l'ordre de grandeur pour l'épaisseur des membranes liquides est de 3 microns, sachant que nous n'aurons pas besoin de cette valeur numérique pour notre étude actuelle, exploratoire et surtout qualitative.

Les échantillons utilisés pour notre étude exploratoire sont les mousses ouvertes de 15, 25, 30 et 45 PPI d'épaisseur 1 cm. Pour les mousses ayant des pores plus larges (8 et 10 PPI) les films de savon sont grands eux-aussi et se rompent plus rapidement. Pour les mousses ayant des pores plus petits, elles se gorgent de liquide dès qu'on les trempe et se mettent à mousser (de la mousse liquide) dès qu'on exerce une petite pression sur elles, telles des éponges. On est à la limite de ce problème avec la mousse de 45 PPI, qui est manipulée à l'aide d'une pince pour éviter de comprimer l'échantillon et de le faire mousser. L'emploi des échantillons de 1 cm permet aussi de diminuer la quantité de liquide dont se gorgent les échantillons.

Pour les mesures acoustiques, on a pu tester la reproductibilité en réalisant l'expérience sur plusieurs échantillons différents, tour à tour trempés : les différents trempages conduisent à des résultats acoustiques très similaires, comme l'illustrent les résultats de la Figure 5.29.
On remarque à nouveau que le module d'incompressibilité effectif de la mousse trempée est de l'ordre de 140 kPa, soit celui de l'air en régime adiabatique. La présence de membranes liquides, tout comme celle de membranes solides, n'affecte donc pas K_{eff}, pour lequel on trouve la même valeur que pour les mousses sans membranes. Dans la suite de cette étude on ne présentera donc plus les résultats pour cette grandeur (qui donne bien de l'ordre de 140 kPa pour toutes les mousses trempées), et nous nous concentrons sur la densité effective. La densité effective présentée Figure 5.29(a) montre une évolution avec la fréquence similaire à celle des mousses solides avec membranes solides. En particulier, on n'observe pas non plus de phénomène

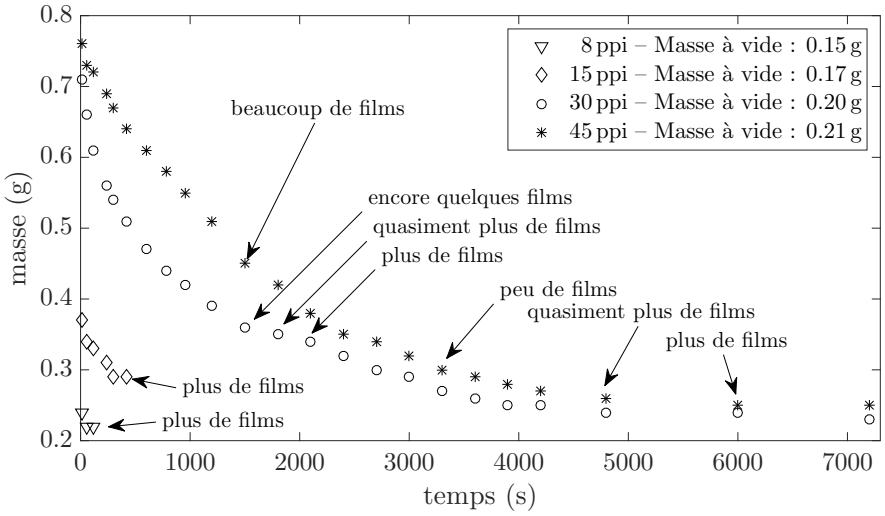
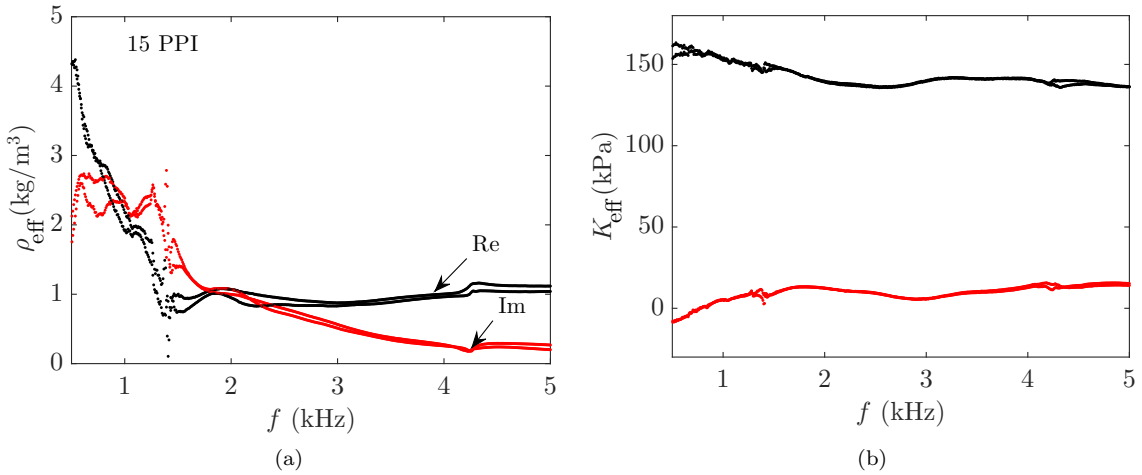


Fig. 5.28 – Évolution de la masse au cours du temps pour des échantillons de mousses solides sans membranes, trempés dans une solution savonneuse. La présence des membranes liquides, les films de savon, est suivie de manière très qualitative à l'œil en observant le degré de brillance de la mousse, que lui confère la présence des films. On constate qu'après la disparition de tous les films les échantillons demeurent plus lourd que leur poids à vide (sans tremper l'échantillon), traduisant la présence de liquide aux arêtes solides de la mousse.



(a) (b)

Fig. 5.29 – Densité (à gauche) et module d'incompressibilité (à droite) effectifs pour la mousse de 15 PPI et pour deux échantillons trempés dans la solution savonneuse (à $t = 1\,\text{min}20\,\text{s}$ après trempage pour l'un et $t = 3\,\text{min}10\,\text{s}$ pour l'autre). La reproductibilité de l'expérience est très satisfaisante.

de résonance et de densité effective négative (sur la partie réelle) pour cette mousse.

En revanche, pour les échantillons de mousses trempées ayant des pores plus petits, la densité effective passe cette fois par des valeurs négatives. Les résultats sont présentés Figure 5.30. Pour les mousses de 25 et 45 PPI on présente les résultats de deux mousses trempées pour lesquelles la partie réelle de ρ_{eff} prend des valeurs négatives (voir les figures en insert). Pour la mousse de 30 PPI on montre les résultats pour une mousse trempée sur laquelle on a fait des mesures successives au cours du temps (on laissant l'échantillon sécher sur du papier absorbant entre deux mesures acoustiques, et en pesant régulièrement l'échantillon) :

ces mesures au cours du temps se font donc à mesure que le nombre de membranes diminue. Sur ces mesures au cours du temps, $\Re(\rho_{\text{eff}})$ à basses fréquences diminue à mesure que le nombre de membranes diminue. En revanche au moment où les valeurs deviennent négatives, on a une diminution puis une augmentation de $\Re(\rho_{\text{eff}})$ au cours du temps. La partie imaginaire diminue quant à elle sur toute la gamme de fréquence lorsque le temps augmente et qu'il y a de moins en moins de membranes. L'augmentation de $\Im(\rho_{\text{eff}})$ comparé à une mousse sans membranes étant lié à un effet des membranes, il est normal que les phénomènes dissipatifs diminuent, entraînant une réduction de $\Im(\rho_{\text{eff}})$ lorsque le nombre de membranes diminue.

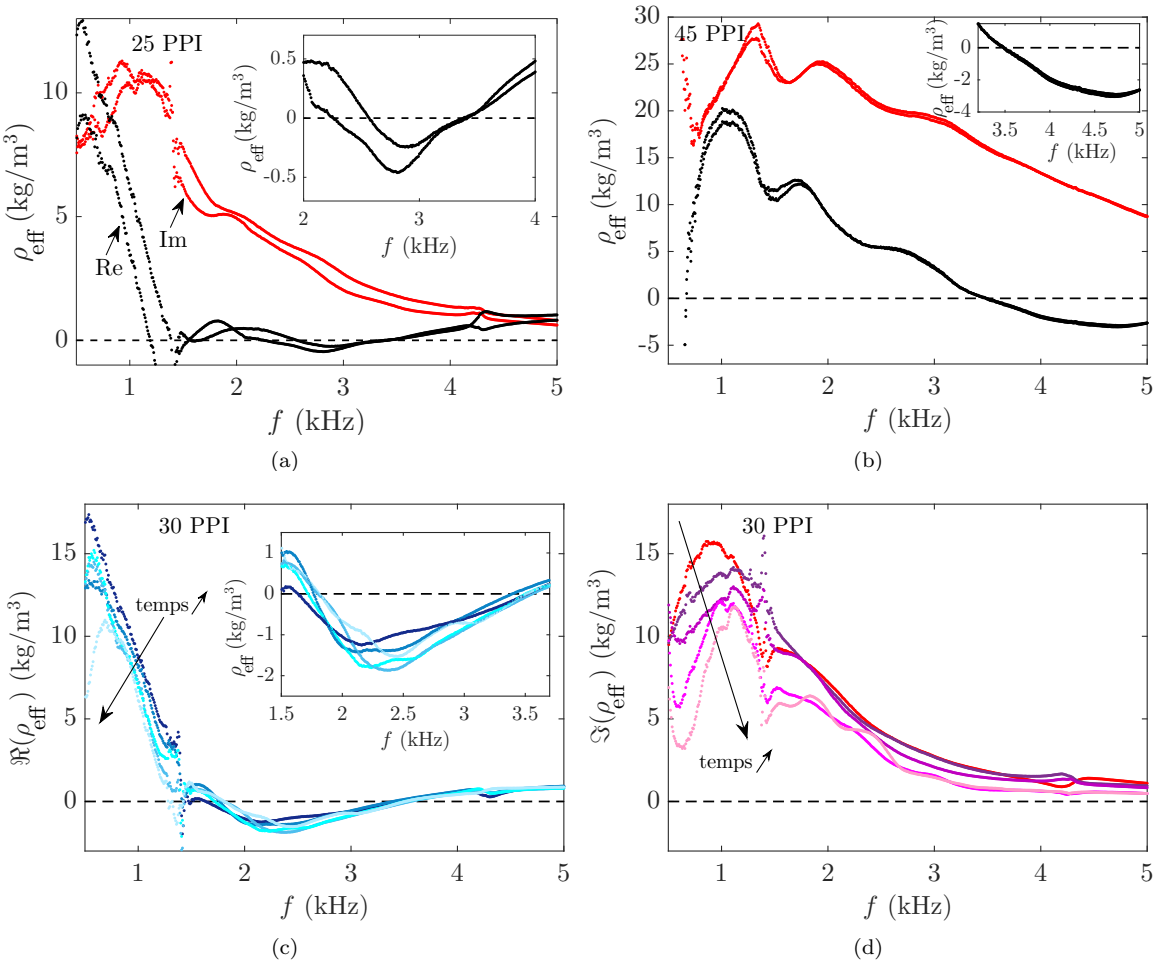


Fig. 5.30 – Densité effective de mousses trempées pour différents PPI : (a) 25 PPI (à $t = 1\,\text{min}$ et $t = 7\,\text{min}$ après trempage), (b) 45 PPI (à $t = 4\,\text{min}$ et $t = 11\,\text{min}$ après trempage) et (c,d) 30 PPI (parties réelle et imaginaire) (de $t = 1\,\text{min}$ à $t = 50\,\text{min}$ après trempage).

Si l'on regarde plus en détails la région où la partie réelle de ρ_{eff} devient négative (voir les inserts de la Figure 5.30), on constate des variations d'une mousse à l'autre. Plus les pores deviennent petits, plus les valeurs deviennent importantes dans les négatifs. Ainsi pour la mousse de 25 PPI $\Re(\rho_{\text{eff}})$ atteint à peine $-0.5\,\text{kg/m}^3$, il descend jusqu'à environ $-2\,\text{kg/m}^3$ pour la mousse de 30 PPI et jusqu'à un peu moins de $-4\,\text{kg/m}^3$ pour celle de 45 PPI. On observe également que la gamme de fréquences sur laquelle on a cette densité négative a plutôt tendance à se décaler vers les hautes fréquences lorsque la taille des pores diminue, ce qui est bien visible avec l'échantillon de 45 PPI, comparé aux deux autres (qui ont des tailles de pores assez semblables).

Enfin pour la mousse de 30 PPI trempée, sur laquelle plusieurs mesures ont été réalisées au cours du temps, une dernière étape de mesure a été réalisée. Après la dernière mesure acoustique et en observant l'échantillon, on a constaté qu'il restait encore des membranes. La mesure acoustique précédente venait donc d'être réalisée sur une mousse trempée avec membranes liquides. On a pesé l'échantillon puis on a délicatement soufflé dessus de sorte à détruire les membranes restantes, sans modifier la masse (due au liquide situé aux arêtes solides). L'échantillon a été à nouveau pesé juste après avoir soufflé, et l'on a obtenu une masse identique à celle juste avant : 0.25 g, pour un échantillon dont le poids avant trempage était de 0.20 g. Après avoir soufflé, l'échantillon correspond désormais à une mousse trempée mais sans membranes liquides (il reste seulement du liquide sur les arêtes). Nous avons fait une nouvelle mesure acoustique sur cet échantillon, dont les résultats sont présentés Figure 5.31. On reporte aussi sur ce graphique le dernier résultat de la mesure acoustique précédente, c'est-à-dire celle obtenue lorsque la mousse avait encore des membranes liquides. On ajoute également la densité effective correspondant à cet échantillon de mousse avant trempage, autrement dit pour la mousse sans membranes.

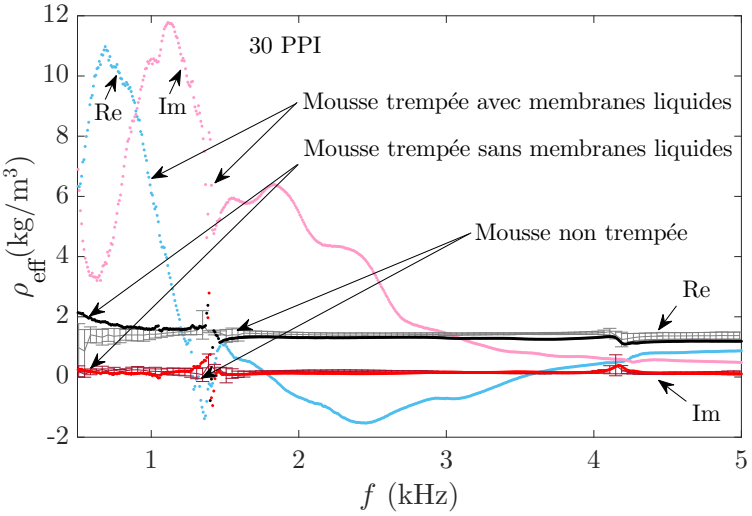


Fig. 5.31 – Densité effective pour une mousse de 30 PPI trempée dans une solution savonneuse, qui a donc des membranes liquides (courbes bleue et rose respectivement pour les parties réelle et imaginaire). On a ensuite soufflé délicatement sur l'échantillon de sorte à supprimer les membranes, sans changer la masse de l'échantillon qui est un peu augmentée par la présence de liquide sur les arêtes du squelette solide. La mesure acoustique après cette étape de destruction des membranes donne les courbes noire et rouge (resp. partie réelle et imaginaire). Ces résultats sont identiques à ceux obtenus pour l'échantillon de mousse initialement sans membrane (courbes grise et bordeaux).

On constate alors que la mesure acoustique sur la mousse sans membranes liquides, mais qui a néanmoins une masse ajoutée due à la présence de liquide sur les arêtes solides, donne un résultat identique à celui de la mousse sans membranes. Ces résultats diffèrent totalement de ceux obtenus sur le même échantillon lorsqu'il avait encore des membranes liquides : la densité effective diminue drastiquement une fois qu'on a supprimé les membranes, aussi bien sur la partie réelle qu'imaginaire, et l'on perd la densité effective négative.
Cette dernière expérience montre que l'augmentation de ρ_{eff} pour des mousses avec membranes liquides est bien un effet des membranes, et non dû au fait que l'on ajoute de la masse à l'échantillon *via* l'ajout de liquide. Il en va de même pour la densité effective que l'on parvient à atteindre pour les mousses avec membranes liquides.
Mentionnons que le même type d'expérience a été réalisé en trempant le même échantillon dans de l'eau, ce qui a pour effet d'augmenter seulement sa masse en ajoutant du liquide aux arêtes, sans créer de membranes.

Dans ce cas, on trouve un résultat identique à celui obtenu après avoir soufflé sur l'échantillon de mousse trempé dans la solution savonneuse, et à nouveau identique au cas de la mousse sans membranes.

Cette étude exploratoire nous a permis de voir que des phénomènes de densité négative sont possibles à obtenir dans des mousses ayant un squelette solide, pour l'instant grâce à des membranes liquides. Remarquons que la densité effective négative obtenue sur la partie réelle de ρ_{eff} ne s'accompagne pas ici d'un maximum de l'atténuation, aussi faut-il être prudent et ne pas parler encore de résonance. Cela nous conforte malgré tout dans la perspective d'obtenir ces mêmes effets dans des mousses entièrement solides, si l'on parvient à donner les bonnes propriétés aux membranes, en particulier qu'elles soient suffisamment souples et déformables.

5.6 Lien avec les mousses liquides et les membranes uniques

Dans la dernière section de ce chapitre, nous établissons quelques liens entre les propriétés acoustiques des mousses solides et celles des milieux étudiés lors des précédents chapitres : les mousses liquides et les membranes uniques.

Un lien entre les mousses solides et les mousses liquides a justement été mis en évidence grâce aux mesures sur les mousses solides trempées. Il s'agit d'une mousse qui est justement intermédiaire aux deux autres : entre une mousse liquide avec des membranes liquides, et une mousse solide avec des membranes solides, nous avons exploré le cas d'une mousse solide avec des membranes liquides. Cette situation intermédiaire a montré des comportements semblables à ceux des mousses liquides : l'évolution de la densité effective avec la fréquence est comparable à celle pour les mousses liquides, et l'on retrouve en particulier une partie réelle de ρ_{eff} qui devient négative.
Il s'agit d'un résultat très prometteur, qui montre que l'on peut avoir les mêmes phénomènes qu'une mousse liquide avec une mousse dont le squelette est solide, même si pour l'instant ce résultat n'a été obtenu que pour des membranes qui, elles, sont liquides.
Nous avons également vu que dans nos expériences, la propagation acoustique dans les mousses solides avec membranes pouvait être bien décrite par le régime de Kann, initialement obtenu pour les mousses liquides. On peut voir ce régime comme la propagation de l'onde dans un air alourdi par la présence des membranes, leur contribution modifiant donc la densité effective.

Enfin, nous pouvons également établir un lien entre les résultats des mousses solides avec membranes et notre étude des membranes uniques, présentée au Chapitre 3. En effet, nous revenons maintenant sur le paramètre de dissipation σ_m introduit équation (5.36) et dont on obtient les valeurs en le laissant comme paramètre ajustable de notre analyse.
Il est possible d'établir un lien entre ce terme de dissipation pour les mousses solides et le terme de dissipation b introduit pour les membranes uniques, puisque pour ces deux systèmes nous avons introduit de manière analogue des termes de dissipation visqueuse.
Nous rappelons ici ce qui a été fait dans le Chapitre 3, Section 3.2.3, lorsque nous avons ajouté un terme de dissipation visqueuse en $b\langle \dot{u} \rangle$ où u est le déplacement de la membrane. Nous avons ainsi pu écrire l'équation (3.14), que nous reprenons ici avec nos notations

$$\omega^2 \rho_m e \langle u \rangle = \Delta P \left[1 - \mathcal{H}(qR)\right] - \frac{j\omega b}{\pi R^2} \langle u \rangle \,, \tag{5.38}$$

où ρ_m est la densité de la membrane, e son épaisseur et R son rayon, la fonction $\mathcal{H}$ est un rapport de fonctions de Bessel qui traduit les ondes capillaires (de nombre d'onde q) à la surface de la membrane, et ΔP est le différentiel de pression qui excite la membrane. On peut réécrire la relation précédente sous la forme

$$\langle u \rangle \left(\rho_m + j \frac{b}{\omega \pi R^2 e} \right) e = \frac{\Delta P}{\omega^2} [1 - \mathcal{H}(qa)] \,. \tag{5.39}$$

On peut ainsi rapprocher le terme $\rho_m + jb/(\omega\pi R^2 e)$ de celui de l'équation (5.36), $\rho_m + j\sigma_m/\omega$.
Nous allons ainsi calculer un σ_b d'après la valeur de b issue des expériences sur une membrane unique, et le comparer à son équivalent σ_m issu des expériences sur les mousses solides membranaires.

Les expériences réalisés sur les membranes uniques élastiques (de Mylar) ont été faites sur des membranes de grandes dimensions, le plus souvent de rayon $R_t = 14.5\,\text{mm}$ de diamètre. Pour être en mesure de comparer avec nos expériences sur les mousses solides, où le rayon R des membranes est désormais compris entre 0.1 et 1 mm, il convient d'écrire $b(R)$, le paramètre de dissipation normalisé par la taille de la membrane

$$b(R) = \frac{b\,R}{R_t}\,, \tag{5.40}$$

cette écriture étant possible parce que nous avons trouvé expérimentalement que b est proportionnel à R.
À présent nous pouvons écrire le σ_b équivalent à b

$$\sigma_b = \frac{b(R)}{\pi R^2 e} = \frac{b}{\pi R_t R\, e}\,. \tag{5.41}$$

Si l'on effectue le calcul pour la mousse de 25 PPI, l'épaisseur des membranes est d'environ $2\,\mu$m pour cette mousse (d'après la mesure au spectromètre). À cette épaisseur là, d'après nos expériences sur les membranes de Mylar, b est de l'ordre de 6×10^{-3} kg/s. La mousse de 25 PPI a des membranes de 0.53 mm de rayon. Cela nous permet de calculer σ_b et l'on obtient 12×10^7 Pa.s/m^2. σ_m issu de notre fit pour l'analyse des mousses solides (Figure 5.25(a)) est quant à lui égal à 1.5×10^7 Pa.s/m^2 : cela représente un facteur 8 d'écart, ce qui n'est pas négligeable.
Si on calcule σ_b pour la mousse de 8 PPI, les membranes sont d'environ $4\,\mu$m d'épaisseur (d'après le spectromètre et l'épaisseur déduite du fit). Les expériences sur les membranes de Mylar donnent $b = 12\times10^{-3}$ kg/s pour cette épaisseur. Par ailleurs le rayon des membranes de cette mousse est de 1.6 mm. Le calcul donne cette fois $\sigma_b = 4.1 \times 10^7$ Pa.s/m^2, à comparer à $\sigma_m = 3.3 \times 10^7$ Pa.s/m^2. Cette fois l'ordre de grandeur est tout à fait comparable et les valeurs sont très proches.
On parvient ainsi à trouver un ordre de grandeur relativement comparable entre le terme de dissipation pour les mousses solides, et celui issu des expériences sur les membranes uniques. L'accord est plus satisfaisant pour les mousses ayant des larges pores, pour lesquelles on se rapproche un peu plus des conditions expérimentales des mesures sur les membranes uniques, où les membranes sont justement de grandes dimensions.

Cela constitue un premier élément de rapprochement entre les mesures sur les membranes uniques et les capacités d'une mousse solide membranaire à dissiper l'énergie acoustique. Il reste bien sûr encore du chemin à parcourir pour relier les phénomènes qui se produisent à l'échelle d'un constituant élémentaire de la mousse, aux propriétés macroscopiques de la mousse. Cette étude apporte sa brique de contribution.

Pour clore ce chapitre et avant d'en arriver à la Conclusion, nous proposons de revenir un bref instant sur la question de l'interprétation de la propagation acoustique au sein d'une mousse membranaire. Nous avons vu que la plupart des études consacrées à ces matériaux considèrent les membranes rigides et immobiles, tandis que nos précédentes études sur les mousses liquides nous incitent à penser que la vibration des membranes est essentielle pour décrire la réponse de ces milieux à une sollicitation acoustique. Toutefois le stade actuel de notre modélisation, avec l'approche des membranes vibrantes, ne donne pas des résultats qui soient meilleurs que ceux des approches où les membranes sont immobiles pour prédire les propriétés des mousses membranaires. Les deux visions semblent parvenir, par des approches différentes, à capturer la réponse acoustique d'une mousse solide avec des membranes.
Nous souhaitons donc terminer en soulignant les points qui tendent à indiquer que la vibration des membranes peut survenir dans ces milieux, et qu'elle est alors importante à considérer.

Nous mentionnons donc à nouveau les travaux de Venegas et Boutin (2017) sur les matériaux perméo-élastiques, dont le développement théorique et les simulations montrent que les deux phénomènes peuvent exister : propagation de l'air dans le réseau connecté, *via* les ouvertures, mais aussi vibration des membranes.

Notre approche inspirée des mousses liquides permet de capturer la réponse des mousses solides membranaires de manière satisfaisante, tout en considérant que la propagation se fait uniquement à travers elle (on ne prend pas encore en compte la présence d'ouverture dans les membranes). En particulier la densité effective de ces matériaux peut très bien s'expliquer par un régime déjà établi pour les mousses liquides, celui de Kann, que l'on peut voir comme la propagation dans un air alourdi par la présence des membranes.

Les expériences passées sur une membrane unique ont bien montré qu'une transmission à travers la membrane était possible. Dans ces expériences la membrane occupe en effet tout le diamètre du tube d'impédance, il n'y a pas de passage dans l'air possible pour la transmission de l'onde acoustique, qui se fait exclusivement au travers de la vibration de la membrane. Les membranes utilisées dans ces expériences sont par ailleurs des membranes de Mylar, un polymer PET assez proche du polyuréthane, et les épaisseurs des membranes sont comparables dans ces expériences et dans les mousses. On peut donc considérer que si l'onde acoustique est capable de faire vibrer la membrane dans le tube d'impédance, elle doit pouvoir faire de même sur les membranes similaires d'une mousse.

Les résultats de notre analyse sur le terme de dissipation peuvent conduire à un ordre de grandeur comparable à celui issu des expériences sur les membranes uniques. Si la dissipation par une membrane peut se relier à celle par une mousse solide membranaire, c'est alors que les membranes jouent le même rôle dissipatif en transmettant la vibration.

Enfin, les expériences intermédiaires sur les mousses trempées sont aussi éclairantes. Avec ces matériaux on retrouve une densité effective négative, qui ne peut s'expliquer que par la présence des membranes. Il serait impossible de prédire le comportement observé pour ce type de mousses avec les approches qui considèrent les membranes rigides et immobiles. Même si la densité effective négative n'a pas été atteinte pour les mousses entièrement solides, nous n'en sommes peut-être pas si loin et le rôle que jouent les membranes serait identique à celui dans les mousses trempées. Les membranes solides manqueraient seulement des bonnes propriétés pour aller jusqu'à atteindre un phénomène de résonance, ce que nous ne manquerons pas d'évoquer à nouveau au prochain Chapitre, dans les perspectives.

Conclusions et perspectives

Nous revenons maintenant sur les principaux résultats obtenus au cours de la thèse et sur les perspectives qui s'en dégagent.

L'étude expérimentale, dans la gamme de l'audible, des propriétés acoustiques de mousses liquides a montré leurs différents mécanismes de dissipation du son. Contrairement à ce qui avait été invoqué dans de précédentes études, nous avons mis en évidence le fait que toute la dissipation ne peut pas s'expliquer par des effets thermiques. D'autres pertes à l'échelle locale de la mousse, d'origine visqueuses, sont également à prendre en compte (en plus de celles qui peuvent être liées aux conditions expérimentales, comme des frottements aux parois). Comprendre l'origine exacte de cette source d'atténuation intrinsèque constitue l'une des perspectives de travail sur les mousses liquides.
De manière assez surprenante, ce terme de dissipation qui reste à explorer s'avère être d'un ordre de grandeur comparable à celui introduit de manière phénoménologique pour les mesures ultrasonores. Cela semble suggérer qu'un mécanisme similaire de dissipation dans les mousses liquides serait à l'œuvre sur une très large gamme de fréquences.

Notre étude s'est également portée sur un constituant élémentaire de la mousse : la membrane. Nous avons ainsi étudié à l'échelle locale la réponse acoustique d'une membrane unique, film de savon d'une part en lien avec les mousses liquides, et membrane élastique d'autre part pour le cas des mousses solides. Ces expériences ont montré qu'une seule membrane était déjà source de dissipation acoustique. Nous avons quantifié cette dernière en fonction des caractéristiques expérimentales, avec l'effet de la fréquence, et de celles de la membrane, comme son épaisseur, son rayon et sa nature même. Un premier travail de modélisation a permis de capturer certaines des tendances observées expérimentalement, et donne également des ordres de grandeur satisfaisants, mais il reste à améliorer. Une piste envisagée serait d'explorer maintenant la vibration d'une membrane dans un milieu confiné (comme un tube d'impédance) grâce à des simulations numériques.

Inspirés par les propriétés prometteuses des mousses liquides pour réduire le bruit, nous avons aussi étudié des mousses solides de polyuréthane ayant des membranes. Nous avons réalisé une comparaison systématique entre ces mousses membranaires et des mousses à la structure identique mais sans membranes. Nos résultats ont mis en évidence une amélioration des performances acoustiques des mousses, aussi bien en absorption qu'en transmission, en présence des membranes. Celles-ci ont un impact sur la densité effective de la mousse, que nous avons cherché à comprendre. Nous avons pour cela suivi deux approches différentes. D'une part, nous avons mis en œuvre des méthodes existantes qui permettent de prédire les propriétés de la mousse tout en considérant les membranes comme rigides et immobiles, avec une propagation se faisant exclusivement dans l'air, au sein des ouvertures dans les membranes. D'autre part, nous nous sommes appuyés sur nos précédents travaux sur les mousses liquides afin de proposer une approche originale dans laquelle la propagation est transmise au travers de la vibration des membranes. Cette approche permet bien de capturer le comportement effectif de la mousse, en particulier les effets sur la densité liés aux membranes, moyennant l'introduction de deux paramètres ajustables, l'un de dissipation et l'autre d'élasticité. Comprendre ces deux termes sera une étape nécessaire à l'élaboration d'un modèle moins phénoménologique.
Une description plus complète de la propagation au sein d'une mousse avec membranes serait également accomplie en combinant les deux approches précédentes, c'est-à-dire en considérant à la fois la propagation

dans l'air via les ouvertures des membranes et en tenant également compte de la vibration des membranes. Les développements théorique et numérique de Venegas et Boutin (2017) dédiés aux matériaux perméo-élastiques, bien qu'ils ne puissent pas s'appliquer de manière immédiate à nos matériaux, seraient un appui précieux.
Pour s'inscrire dans cette approche, les simulations numériques déjà menées à partir de la microstructure de la mousse, qui résolvent l'écoulement au sein du milieu, pourraient aussi être améliorées de manière à laisser les membranes libres de vibrer.

Enfin, nous avons conduit une étude exploratoire sur des mousses intermédiaires aux mousses liquides et aux mousses solides membranaires : des mousses solides aux membranes liquides. Grâce à celles-ci nous avons pu retrouver expérimentalement le phénomène de densité effective négative qui se produit dans les mousses liquides. Cela nous conforte dans la perspective d'obtenir de tels effets pour des mousses entièrement solides, pour peu que l'on soit en mesure de fabriquer des mousses dont le squelette solide et tout particulièrement les membranes aient les bonnes propriétés. Il faudrait en effet que les membranes soient suffisamment souples et déformables pour atteindre des phénomènes de résonance. Ce travail de fabrication des mousses solides mené en collaboration avec des physico-chimistes est d'ailleurs au cœur d'un projet de collaboration entre plusieurs laboratoires.
En attendant de fabriquer en laboratoire ces échantillons de mousse, il est toujours possible de compléter l'étude actuelle sur les mousses solides à notre disposition. De la même manière que les mousses liquides ont été étudiées dans la gamme de l'audible et dans le domaine ultrasonore, l'étude dédiée aux mousses solides membranaires peut aussi être complétée par des mesures ultrasonores. Ce travail a déjà débuté et se poursuivra, en collaboration avec l'Institut Jean Le Rond d'Alembert.

Pour mieux comprendre la propagation acoustique dans les mousses, les liens entre l'étude d'une membrane unique et même plus généralement les études dédiées aux constituants élémentaires, et les propriétés macroscopiques de la mousse demeurent à établir. La thèse y a apporté sa brique de contribution, mais l'édifice global en requiert encore d'autres.
Une perspective à plus long terme serait également de pouvoir établir un modèle général des mousses, capable de capturer à la fois le comportement acoustique des mousses liquides et celui des mousses solides membranaires. Une fois un modèle obtenu pour ces dernières, il s'agirait donc de l'unifier à celui des mousses liquides. L'unification des lois de la gravitation et de la physique quantique n'aurait alors pas le monopole de la "Théorie du Tout", mais partagerait la vedette avec une "Théorie de Toute Mousse". J'espère sincèrement que cette théorie verra le jour (si possible avec ce nom-là), et que j'y aurai, à mon échelle, contribué.

Annexe A

Film de savon dansant

Lors du Chapitre 3, nous avons étudié la vibration d'une membrane unique dans le tube d'impédance, soumise à une sollicitation acoustique. Ce travail a inspiré une expérience qui lui est proche, et qui constitue un pas de côté vers les interactions Arts et Sciences : le "film de savon dansant". Son principe ressemble fortement au dispositif expérimental décrit pendant la thèse, avec à l'une des extrémités d'un tube un haut parleur, et à l'autre extrémité un film de savon. Le film, vertical, arbore une succession de franges colorées dues aux interférences lumineuses et au drainage gravitaire du film qui entraîne un gradient d'épaisseur. Plutôt que d'émettre un bruit blanc, on utilise le haut-parleur comme source de musique, à des amplitudes relativement élevées. Le film de savon se met alors en vibration et danse au rythme de la musique, ses irisations allant jusqu'à se mélanger dans des vortex colorés.
Le caractère esthétique de l'œuvre en fait un bon médium pour traiter d'un sujet scientifique, à partir d'un objet qui n'est pas purement scientifique, mais ici également artistique. Cette expérience est d'une grande richesse pour présenter divers phénomènes physiques, qu'il s'agisse d'optique et d'interférences lumineuses, d'acoustique et de fréquences de résonances, ou encore de la physico-chimie d'un film de savon. En plus de ces fondamentaux, elle peut être une manière d'introduire le sujet de cette thèse et d'aborder ensuite l'acoustique des mousses.
Facile à transporter et à mettre en œuvre, l'expérience du film de savon dansant peut être utilisée comme expérience de démonstration lors d'une fête de la science, d'un enseignement, ou d'un exposé grand public dans un centre de sciences. En plus d'avoir déjà été présentée dans différents contextes (académique, artistique ou de culture scientifique), elle a fait l'objet d'une publication, que l'on reproduit ici :
Gaulon C., Derec C., Combriat T., Marmottant P. et Elias F. (2017). Sound and vision : visualization of music with a soap film. *European Journal of Physics*, 38(4) :045804

Sound and Vision: Visualization of music with a soap film

C. Gaulon[1], C. Derec[1], T. Combriat[2], P. Marmottant[2] and F. Elias[1,3]

[1] Laboratoire Matière et Systèmes Complexes UMR 7057, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, CNRS, F-75205 Paris, France
[2] Laboratoire Interdisciplinaire de Physique LIPhy, Université Grenoble Alpes and CNRS UMR 5588
[3] Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, 4 place Jussieu, 75252 PARIS cedex 05, France

E-mail: florence.elias@univ-paris-diderot.fr

Accepted for publication in European Journal of Physics

Abstract. A vertical soap film, freely suspended at the end of a tube, is vibrated by a sound wave that propagates in the tube. If the sound wave is a piece of music, the soap film 'comes alive': colours, due to the soap film iridescences, swirl, split and merge at the rate of the music (see the snapshots on Fig. 1 below). In this article, we analyse the rich physics behind those fascinating dynamical patterns: it combines the acoustic propagation in a tube, the light interferences, and the static and dynamic properties of soap films. The interaction between the acoustic wave and the liquid membrane results in capillary waves on the soap film, as well as non-linear effects leading to a non-oscillatory flow of liquid in the plane of the film, which induces several spectacular effects: vortices generation, diphasic dynamical patterns inside the film, and swelling of the soap film under certain conditions. Each of these effects is associated with a characteristic time scale, which interacts with the characteristic time of the music play. This article shows the richness of those characteristic times that lead to dynamical patterns. Through its artistic interest, the experiments presented in this article provide a tool for popularizing and demonstrating science in classroom or broader audience.

1. Introduction

For many centuries, both scientists and artists have been searching for connections between sound and vision, in other words between what we hear and what we see. Historically, these connections were first searched between music and colour. Aristotle, in his *De sensu et sensibilibus*, considered seven colours distributed from Black to White [1]. This was based on the analogy with the Pythagorean intervals in music, that define seven notes: Aristotle transferred the consonances of tonal intervals to colours. Inspired by the work of the ancient Greeks, Newton represented the decomposition

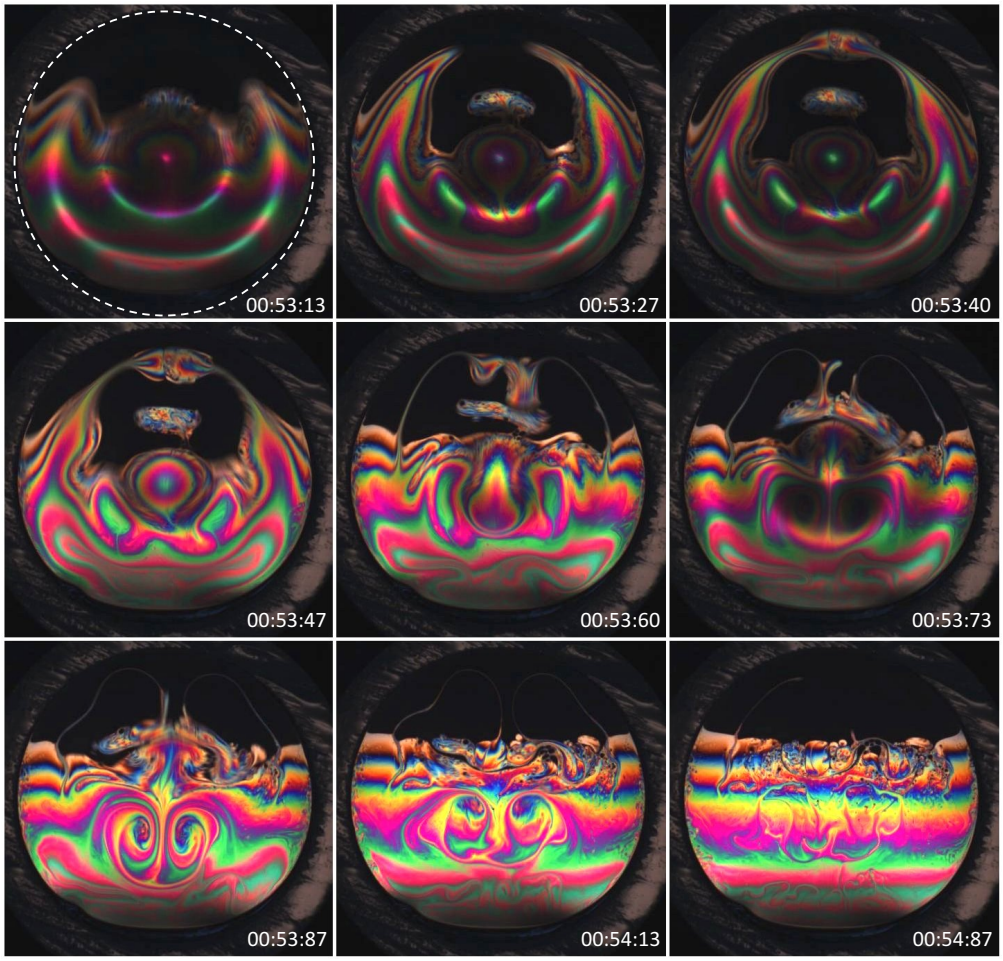
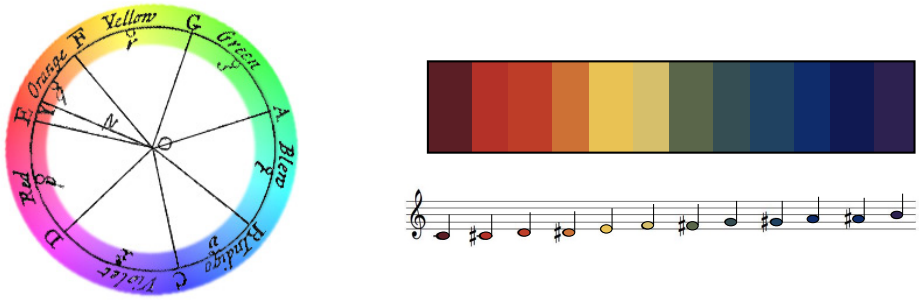


Figure 1. Snapshots of the observed dynamics in a freely suspended vertical soap film submitted to an acoustic wave and illuminated by a white light (colours onlie). The dashed white circle on the first picture shows the internal border of the tube (of diameter D =26 mm) delimiting the soap film. Piece of music: *Lucilla*, from the album 'Aeroplanando', by Choro de Rua (2013) (see the video at the following link: `https://youtu.be/ch1m9vrgAzM`). The time of each snapshot is indicated in the format minute:seconds:hundredths of second, starting from the beginning of the piece.

of white light through a prism with seven colours. In his *Opticks*, in 1704, this was illustrated with the so-called Newton's circle, that shows the colours correlated with musical notes A to G [2], as represented in Fig. 2(a). The spectral colours are divided by the musical notes, the note D being arbitrarily placed between the red and the violet: the circle thus complete a full octave. In 1893, the british painter Alexander Wallace Rimington invented an instrument, also based on the correlation between colour



(a) (b)

Figure 2. Two different ways of associating colours to musical notes (colours online). (a) Newton's circle. Colours from red to violet are divided by notes, starting arbitrarily at D with purple colour (from [2]). (b) Rimington's chromatic scale in Music and Colour, starting arbitrarily at C with dark red colour (inspired from [3]).

and music, the Colour Organ [3]. A coloured light was projected when the associated note was played. In 2015, the National Gallery in London presented the exhibition "Soundscapes", judiciously subtitled "Hear the painting. See the sound" [4]. Some musicians and sound artists were asked to choose a painting from the museum collection, and compose a new piece of music in response, in order to create an immersive and original experience. Recently, the musician Nigel Stanford published a music-clip where the music is visualized using physics experiments [5], including Faraday instabilities, the use of ferrofluids, and the sand patterns of Chladni plates.

In this article, we propose a new way to visualize music, using a soap film. Similarly to Stanford's performances, the genuine connection between sound and vision comes from the fact that what we see (the transverse vibration of the soap film, the vortices) is generated by what we hear. Videos can bee seen in the indicated links.

On top of their artistic interest, soap films are commonly used for demonstrating science in classroom or broader audience [6–9]. Soap films and bubbles consist in a thin liquid film, which are stabilized by surfactant molecules; they tend to decrease their interfacial energy by minimizing the area of their interfaces. Hence, the science of soap films is by essence at a crossroads between physics, mathematics and chemistry. Soap films and bubbles also provide analogy to other physical systems such as atmospheric phenomena (stratification and turbulence [10, 11]) and mathematics (catastroph theory and minimisation problems [8, 9]).

Vibrating soap films and the associated patterns have fascinated physicists for long times. In 1877, E. B. Tylor reported about the "singular clearness and beauty" of the patterns formed on a soap film "by talking, singing and playing a cornet in its neighborhood" [12]. One year later, S. Taylor published drawings illustrating the symmetry of the patterns obtained when a horizontal soap film was submitted to a monochromatic acoustic wave [13]. Many studies have tempted to rationalize those

phenomena [10, 14–18]. The underlying physics resides in the hydrodynamics of the liquid and the surrounding air, and the way those flows are coupled at the liquid interfaces of the thin film.

In a previous article, soap films have been used to visualize a monochromatic standing sound wave in a tube [19]. This visualization was based on the interaction between the soap films placed inside the tube, the acoustic wave and the optical wave. In the present article, only one film is formed at the end of a tube. The dynamics of the soap film is observed in response to a non-continuous acoustic forcing: a music play, applied at the other end of the tube. We analyse the physical phenomona involved in this rich and spectacular dynamics. This makes of this experiment an appropriate tool to teach the physics of light interference, acoustic resonance as well as the vibrations of membranes and the physics of thin liquid films.

The article is organized as follows. In section 2, the set-up is described and some background is exposed: acoustic resonances in the tube, colours on the film due to interferences of the light, statics and dynamics of the liquid soap film. The dynamics of the soap film due to the acoustic forcing is then described in section 3, and illustrated in Fig. 1. The acoustic forcing generates transverse *capillary standing waves* on the liquid membrane (section 3.1). At large enough forcing amplitude, local thickness variation appears within the film: this thickness modulation is known as a *self-adaptation* mechanism (section 3.2). At larger forcing amplitude, counter-rotative vortices appear within the soap film (section 3.3). The tangential flows inside the film eventually advect regions of different thicknesses, which do not mix and form two-dimensional drops in the film (section 3.4). A large recirculation of liquid inside the film has also been observed, which can lead to the *swelling* of a previously drained film (section 3.5). As a conclusion, we point out in section 4 the key elements to perform this Sound and Vision experiment in an aesthetic way.

2. Experimental set-up and scientific background

2.1. Experimental setup

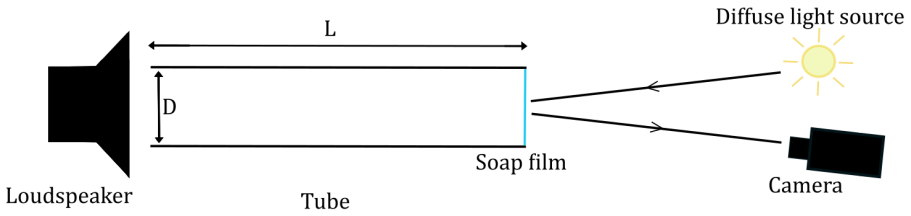


Figure 3. Sketch of the experimental set-up. The diffusive light source is obtained using a table lamp and a diffusive screen made of tracing paper between the lamp and the soap film.

An acoustic wave is generated by a loudspeaker connected to a frequency generator.

The loudspeaker is placed at one end of a horizontal cylindrical plexiglas tube, of length $L = 35.5$ cm, and internal diameter $D = 26$ mm. The tube is filled with air at ambient temperature and atmospheric pressure. At the other end of the tube, a vertical soap film is formed by placing the tube vertically and dipping its end into a soap solution, and by placing back the tube in the horizontal position. The soap solution is made of distilled water, 10% of commercial washing liquid (Fairy® liquid, Dreft® or Dawn® – which are different brands of the same product by Procter and Gamble) and 10% of glycerol (the percentages are indicated in volume). For the visualization of the soap film we use a diffuse light source, and a camera that receives the light reflected by the film (Fig. 3). The videos are recorded at a frame rate of approximately 13 frames per second. A video presenting the setup is visible at the following link: `https://youtu.be/wMFrfWZpVMM`.

2.2. Acoustic resonances in a tube

The cylindrical tube acts as a waveguide for the acoustic wave. Moreover, the acoustic pressure P in the tube is maximum for a discrete number of frequencies, the resonance frequencies, as shown in Fig. 4. In the case of an open tube of length L, the resonance frequencies are given by [20]:

$$f_m = m\frac{v}{2(L+2C)}. \tag{1}$$

where m is the resonance mode number and v the sound velocity in air. C represents the end correction (at each end), and is proportional to the diameter. The resonance frequencies f_m are measured in Fig. 4(b) for two tubes of different lengths and of same diameter, and plotted versus the resonance mode number m. The measurements are compared to Eq. (1) in Fig. 4(b), adjusting C, for each tube, to the best fit (taking $v = 343$ m/s). We obtain $C = (0.47 \pm 0.02)\, D$ for $L = 35.5$ cm and $C = (0.42 \pm 0.02)\, D$ for $L = 70$ cm: both cases are consistent with values found in the literature (see for example the theoretical model [21] where $C \simeq 0.42D$).

2.3. The physics of a soap film

2.3.1. Colours: light interferences At one end of the tube, a vertical soap film is freely suspended at the internal border of the tube. The film is illuminated with a white light source, and observed under the incidence angle using a video camera (see Fig. 3). A colourful pattern is visible on the soap film even when no acoustic forcing is imposed, as it can be seen on Fig. 5(a): horizontal iridescent fringes are observed, which slowly move downwards in time.

Those colours result from the interferences of the light reflected by both liquid-air interfaces, when the film thickness is of the order of the wavelength of light, as described in many references [8, 19]. Under a monochromatic illumination of wavelength λ, the intensity of the light reflected by the soap film would oscillate between zero and a maximum value, depending on the optical path difference δ between the light reflected by both interfaces of the film, with a periodicity of λ. The white light illumination

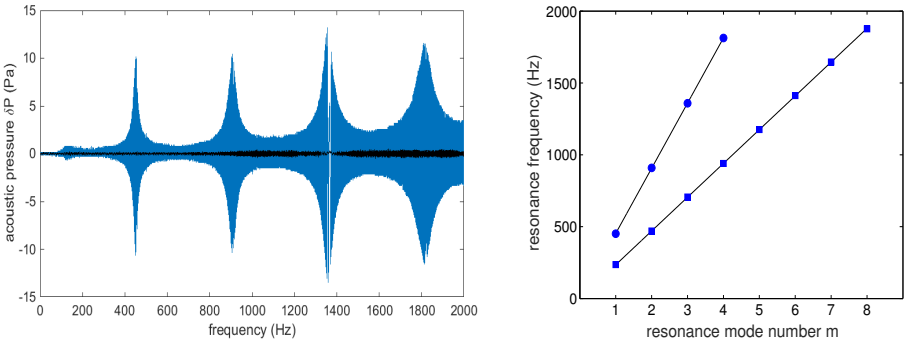


Figure 4. (a) Acoustic pressure P versus the frequency f of the forcing sound wave, measured at the end of the tube (blue curve) and at the same position without the tube (black curve). b) Resonance frequencies versus the mode number m, for two different tube lengths: $L = 35.5$ cm (circles) and $L = 70$ cm (squares), of same diameter $D = 26$ mm. The black lines correspond to the theoretical expression of the resonance frequencies, given by equation (1), and adjusting the end correction C to the best fit.

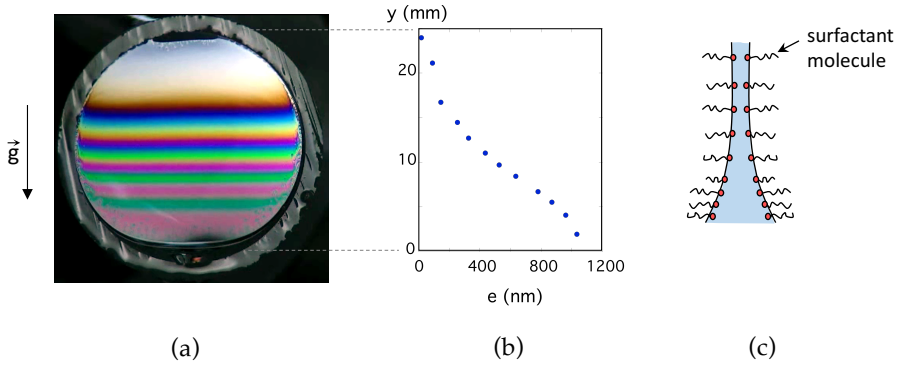


Figure 5. (a) Photograph of a soap film without any acoustic forcing (colours online): the soap film is vertical and displays a variation of colours, corresponding to a thickness gradient due to the gravitationally driven drainage. (b) Thickness of the film along the vertical direction y. The measurements are based on the colour of the film at height y. (c) Sketch of a cross-section of a vertical soap film: the thickness gradient is accompanied with a gradient of surface concentration of the surfactant molecules at the interfaces (not drawn to scale).

contains all the wavelengths in the visible spectrum. Hence, the patterns corresponding to each wavelength add up incoherently, the total reflected intensity being modulated by the optical spectrum of the light source. As a result, the soap film appears white for $\delta \simeq 400$ nm, and then successively yellow, pink, blue, etc., when δ increases, which corresponds to a destructive interference for the complementary colors. When the optical path becomes larger than the coherence length of the light source (typically

1 μm for an incandescent light bulb), the iridescent pattern completely looses contrast and becomes uniformly white. On the opposite, when δ is smaller than the visible wavelength (typically when $\delta < 200$ nm), the interferences are destructive and the soap films appears black. The colored interference fringes are referred to as Newton's shades, since Newton was the first one to describe those shades in his *Opticks* [2].

The optical path δ depends on the thickness of a soap film, which can therefore be determined using charts that have been established using white light illumination [8,22]. However, since the colors travel periodically through the entire visible spectrum when the thickness increases, the chart can be used only if the soap film thickness varies continuously and monotonously, starting from the black film, visible on the image. The soap film profile in Fig. 5 has been measured according to this method (with the area of black film visible at the top of the film).

2.3.2. Statics and dynamics of a soap film Contrary to the case of a film made of pure water, a soap film can be stable in time. This stability is due to the surfactant molecules, which adsorb at the water-air interfaces, providing a repulsive interaction between the interfaces, which couterbalances the van der Waals attraction [23]. The competition between attractive and repulsive interactions results in an equilibrium thickness, of the order of a few tens of nanometers. Equilibrium soap films are referred to as black films: they indeed appear black when illuminated, because the optical path is smaller than the wavelength of the visible light.

However, soap films do not immediately reach their equilibrium thickness. A few seconds after their formation, vertical soap films display a pattern of parallel horizontal colorful fringes as shown on Fig. 5(a). The thickness stratification suggests that a hydrostatic equilibrium has been reached at short times, as described in many publications and summarized by Couder *et.al.* [10]. We recall here the points which are specifically relevant for describing the soap film behaviour in our experiment. In a vertical soap film, the surfactant concentration is larger at the bottom than at the top of the film, as sketched on Fig. 5(c): hence, a vertical gradient of surface tension γ opposes the hydrostatic pressure exerted by the inner fluid:

$$2\frac{d\gamma}{dy} = \rho g\, e(y) \tag{2}$$

where y is the vertical coordinate, ρ the density of the liquid and g the gravity acceleration. The prefactor 2 is due to the presence of two interfaces on the soap film. In the case of an insoluble surfactant, the equilibrium profile of the soap film can be predicted [10, 24]. However, this prediction is not valid in the case of a soluble surfactant, which corresponds to the majority of the experiments, since the use of soluble surfactants at high concentrations (i.e. larger that the critical micellar concentration) considerably increases the soap film stability [25].

Considering the 2D system formed by the surfactant molecules in interaction within one interface, the Marangoni force, caused by the gradient of surface tension, can be seen as an elastic restoring force, which counterbalances the 2D compression (or dilatation)

of the surfactant molecules. Hence, the surfactant monolayer is actually provided with 2D visco-elastic properties. The surface elastic modulus of the soap film is defined as:

$$E = 2\,\frac{d\gamma}{d(\ln S)} = 2S\,\frac{d\gamma}{dS} = -2e\,\frac{d\gamma}{de} \tag{3}$$

where S is the surface of the film. The last term in Eq. (3) is obtained considering that the fluid is incompressible (constant volume $V = S \times e$).

Using Eqs. (2) and (3), the surface elasticity can be estimated from the soap film profile [10]:

$$E = -\rho g e^2\,\frac{dy}{de}. \tag{4}$$

In our experimental conditions (Fig.5), $e \sim 1\mu$m and $dy/de \sim -1,5.10^4$, which leads to $E \sim 0.15$ mN.m^{-1}.

On a timescale longer than a few seconds, the liquid flows down under its own weight and the thickness of the soap film decreases. This is revealed by the slow downwards motion of the coloured fringes. The interfaces covered with surfactant molecules are provided not only with 2D elastic properties but also with 2D viscous properties, hence the motion of the liquid inside the film is slowed down by the viscous friction against the interfaces. The velocity profile of the liquid between the interfaces is a Poiseuille profile with a non-zero velocity at the interfaces which are also set into motion (see [24, 26] for details). The drainage stops when the soap film has reached its equilibrium thickness.

3. Coupling sound and vision: "Seeing" the sound on a soap film

In this section, the elements that have been separately analyzed in the previous section are coupled, to describe the Sound and Vision experiment. Depending on the acoustic excitation, different phenomena appear. Capillary waves can be observed on the soap film even at small forcing amplitude. At larger amplitude the thickness profile is perturbed by the vibration according to a process called self-adaptation. When increasing the forcing amplitude, further non-linear effects appear. Amongst them, we describe the apparition of counter-rotative vortices.

3.1. Capillary waves

Under acoustic forcing, the vibration of the air in the tube forces the soap film to move transversally: a transverse vibration wave propagates along the liquid membrane. The wave is reflected at the boundaries of the film and at its center. Due to the axial symmetry of the problem, this leads to the apparition of a circular standing wave on the soap film. This wave is characterized by the displacement $z(r,t) = A_0 J_0(2\pi r/\lambda_f)\cos(2\pi f t)$, where $z(r,t)$ is the transverse displacement from the equilibrium position at time t and distance r from the center of the film, A_0 is the amplitude at the center, λ_f is the wavelength and J_0 the Bessel function of the first kind and zero order, whose profile is sketched in Fig. 6(a). When the soap film is illuminated

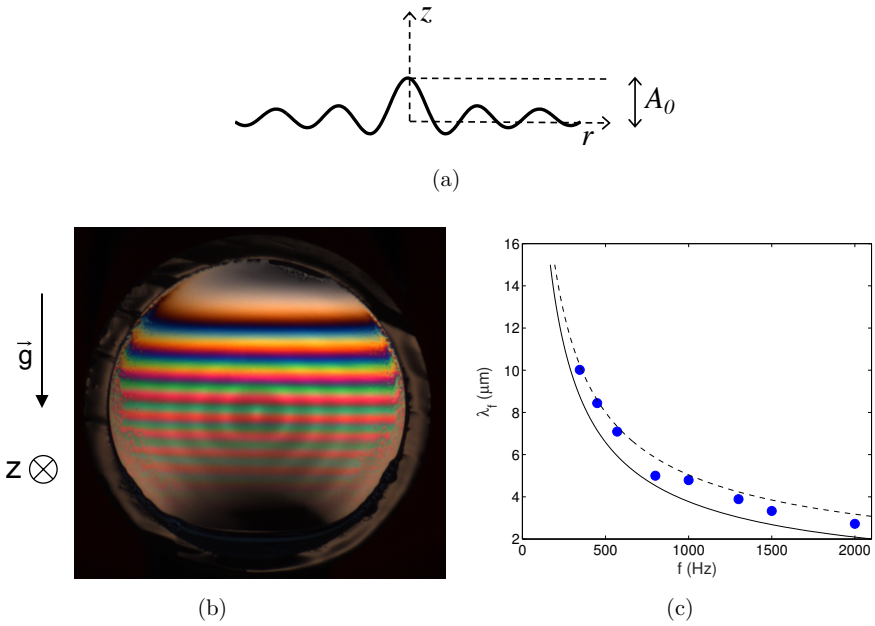


Figure 6. (a) Schematized side view of a vibrating film following a Bessel profile: $z(r) = A_0 J_0(2\pi r/\lambda_f)$. (b) Photograph (front view) of a vibrating soap film, presenting a standing capillary wave, visible *via* the bright concentric rings (colours online). The acoustic frequency is 860 Hz. (c) Wavelength λ_f of the capillary waves as a function of the frequency f. The symbols represent the experimental points, and the black curves the theoretical dispersion relation given by Eq. (5), for two values of the thickness e (full line: $e = 2$ μm, dashed line $e = 0$ μm).

and observed within a direction close to the normal incidence, the curved interface of the oscillating film acts as a curved mirror that focalizes the light reflected around the antinodes (caustics). This explains the appearance of bright rings on the soap film as shown in Fig. 6(b), whose number increases when the acoustic frequency increases.‡ This ring pattern allows the measurement, using image analysis, of the wavelength λ_f. The variation of λ_f with the acoustic frequency can then be compared with previous works ([14, 15, 18] and references therein) that predict the following dispersion relation between the wavelength and the frequency, for a horizontal infinite soap film, and in the linear limit with A_0, $e \ll \lambda_f$:

$$\lambda_f f = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e + \rho_a \lambda_f/\pi}} \tag{5}$$

where ρ and ρ_a are the densities of the soap solution and of the air. The wave propagation is characterized by the interplay between the surface tension γ as the restoring force, and the inertia of the system. Note that the inertia of the air above and below the film on a typical distance λ_f has to be taken into account, since $\rho_a \lambda_f$ and ρe are of the same

‡ Note that a parallel illuminating beam light would generate a more contrasted ring pattern [27].

order of magnitude.

Considering that in our experiments the thickness of the soap film is not homogeneous because of the gravitational drainage, we find a good agreement between the theoretical predictions and our measurements of λ_f, as shown in Fig. 6(c).

3.2. Self-adaptation of the thickness

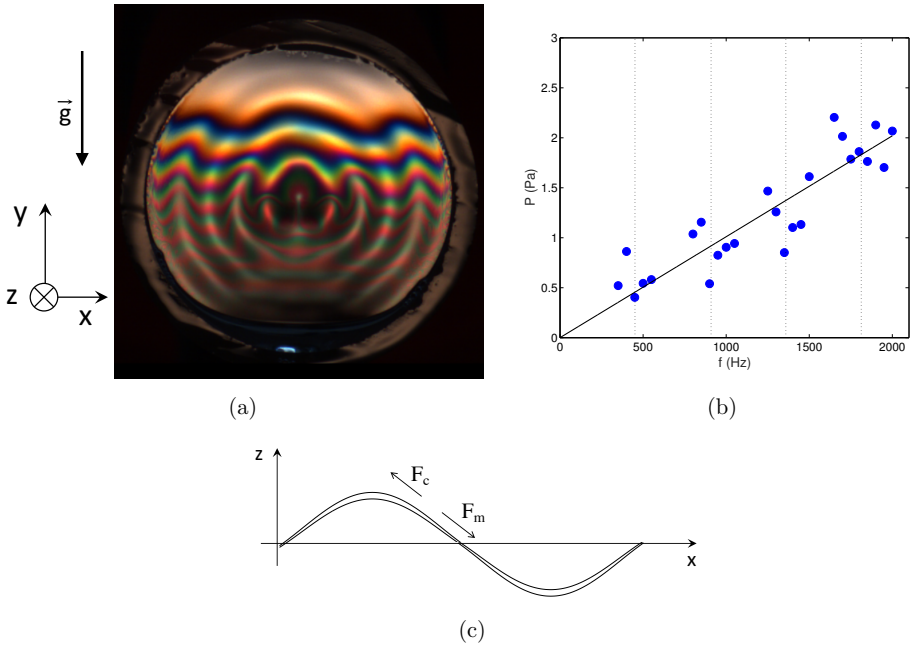


Figure 7. (a) Photograph of a soap film acoustically excited, showing self-adaptation (colours online). (b) Minimum amplitude of the pressure for the apparition of self-adaptation, as a function of the applied frequency. The measurements have been made around the resonances frequencies of the tube (indicated by the vertical dashed lines), where high enough forcing amplitudes can be obtained. The black curve is a linear fit of the experimental points: $P = 1 \times 10^{-3} \times f$. Each measurement has been performed on a different soap film, by increasing gradually the amplitude of a monochromatic forcing until self-adaptation appears. (c) Sketch of a vibrating soap film exhibiting self-adaptation. The centrifugal force F_c creates a tangential flow inside the film towards the antinodes, whereas the Marangoni force F_m tends to homogenize the thickness of the film.

When increasing the amplitude of the acoustic excitation, the interference fringes are not horizontal anymore as shown in Fig. 7(a): they undulate and exhibit peaks around the antinodes of the transverse vibration. This means that a liquid flow has occured in the plane of the film, leading to a spatial modulation of the soap film thickness: the film is thinner around the vibration nodes and thicker around the antinodes. This phenomenon, already observed in a previous work (see [17]), is referred

to as *self-adaptation*.

We have observed that the self-adaptation appears above a threshold value of the amplitude of the acoustic wave, which depends linearly on the frequency, as presented on Fig. 7(b). We develop here a simple argument to explain this effect, based on the modeling performed by Boudaoud *et.al.* [17]. We consider a two-dimensional problem in the (x, z) plane, where x is tangent to the soap film at rest and z is the normal axis (Fig. 7). z is also the transverse displacement of the film, and we call u the tangential liquid velocity inside the film (assumed to be small compared to the transverse velocity). Moreover, the gravity and the inertia of the air are neglected here (they play no role in this mechanism). The equations of motion for the liquid, projected respectively along the transverse axis z and in the plane of the soap film, are:

$$\rho e \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 2\gamma \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + P\, cos(2\pi f t) \tag{6}$$

$$\rho e \frac{\partial u}{\partial t} = F_m + F_c\,. \tag{7}$$

In Eq. (6), the first term of the right-hand side describes the interfacial force per unit area that tends to minimize the curvature of the soap film, and P is the amplitude of the acoustic pressure in the tube. To describe the dynamics of the tangential velocity u in Eq. (7), two forces are in competition, as sketched in Fig. 7(c). On the one hand, the normal acceleration of the film has a non-zero component in the plane of the soap film, which leads to the inertial centrifugal force per unit area:

$$F_c = -\rho e \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \frac{\partial z}{\partial x}. \tag{8}$$

Assuming $z = A\cos(qx)\cos(\omega t)$, with $q = 2\pi/\lambda_f$ and $\omega = 2\pi f$, the centrifugal force can be written:

$$F_c = -\rho e\, q\, \omega^2 \frac{A^2}{2} \sin(2qx)\cos^2(\omega t). \tag{9}$$

Since the time-average $\langle \cos^2(\omega t) \rangle = 1/2$ over one period, this force does not average to zero. F_c is always directed towards the antinodes: it is thus responsible for the flow of liquid inside the film from the nodes towards the antinodes, leading to the thickening (resp. thinning) of the antinodes (resp. nodes). Hence, a periodic thickness modulation builds up with a spatial period equal to $\lambda_f/2$: $e = e_0 + \delta e \cos(2qx)$. On the other hand, the Marangoni force per unit area:

$$F_m = 2\frac{\partial \gamma}{\partial x} = -\frac{E}{e}\frac{\partial e}{\partial x} = +E\frac{\delta e}{e} 2q \sin(2qx) \tag{10}$$

tends to homogenize the thickness of the soap film (the elasticity E defined by Eq. (3) is assumed to be constant).

The existence of a stationary regime implies $\langle F_c \rangle = -\langle F_m \rangle$, where $\langle F \rangle$ means that the quantity F is time-averaged over a period $1/f$. This leads to $\rho\, e\, \omega^2 q A^2/4 \sim (E/e)\, 2q\, \delta e$. From Eq. 6 we get $A \sim P/(\rho e \omega^2)$, and we finally obtain:

$$P \sim \omega \sqrt{8\rho\, E\, \delta e}\,. \tag{11}$$

Finally, to compare to our experimental measurements, we assume that the self-adaptation becomes visible when the thickness variation δe is of the order of the one corresponding to one fourth of order of interference (see Fig. 7(a)): $\delta e_{min} \sim 50$ nm. This leads to a threshold amplitude for the acoustic pressure:

$$P > 2\pi f \sqrt{8\rho E \delta e_{min}} \sim 1.4 \times 10^{-3}\,\text{Pa.s} \times \text{f} \tag{12}$$

with $E = 0.15$ mN/m (see section 2.3.2) and $\rho = 10^3$ kg/m^3. This order of magnitude is in good agreement with our experimental results presented in Fig. 7(b).

3.3. Vortices

When increasing further the amplitude of the acoustic pressure above self-adaptation threshold, the system becomes unstable and vortices appear in the soap film. A very rich and complex phenomenology appears. We describe on the photographs of Fig. 8 a scenario for the apparition and evolution of such vortices, under a continuous monochromatic acoustic forcing suddenly started at $t = 0$. Within a fraction of second, liquid is observed to accumulate around the vibration antinodes and self-adaptation appears as shown in Fig. 8(a). Then, recirculation of liquid is observed at $t \sim 1$s and vortices form in the region of thin film around the nodes and in the upper region of thin film of the soap film as shown in Fig. 8(b). The vortices always appear by pair of opposite circulation. The vortices then grow and accelerate (Fig. 8(c)), sometimes merge in pairs, and finally disappear spontaneously after a few seconds (Fig. 8(d)). After the vortices have disappeared, self-adaptation is still present, and the gradient of thickness is much smaller than in the initial condition of Fig. 8(a).

The building up of vortices is certainly the key ingredient for the beauty of the experiments, since the liquid is advected whereas the thickness gradients do not disappear: colours are therefore advected as well, producing wonderful dynamical patterns. However, the appearance of vortices invokes complex mechanisms and no simple overall picture exists yet in the literature. In the case of a horizontal soap film vibrated transversally, two main mechanisms have been identified.

Firstly, at large enough acoustic pressure, strong nonlinear effects due to the inertia of the liquid become important, besides Marangoni and centrifugal forces. This non-oscillatory volume forcing, originating inside the liquid, strongly depends on the thickness gradient [16]. In the case of our experiments, the existence of a large thickness gradient due to the gravitational drainage of the film could enhance this non-oscillatory volume forcing of the vortices. Moreover the spontaneous disappearance of the vortices after a while is concomitant with a decrease in the thickness gradient, which comforts this interpretation.

Secondly, another source of non-linearity is due to the motion of the air above and below the film. For high amplitudes in film vibration, inertial effects in the air results in steady recirculations with several cellular motions [10, 15, 16] (and see [28] about this effect called *acoustic streaming*). This effect is due to the non-linearities of the stress appearing in the Stokes layers and may result in a non negligible tangential flow of the

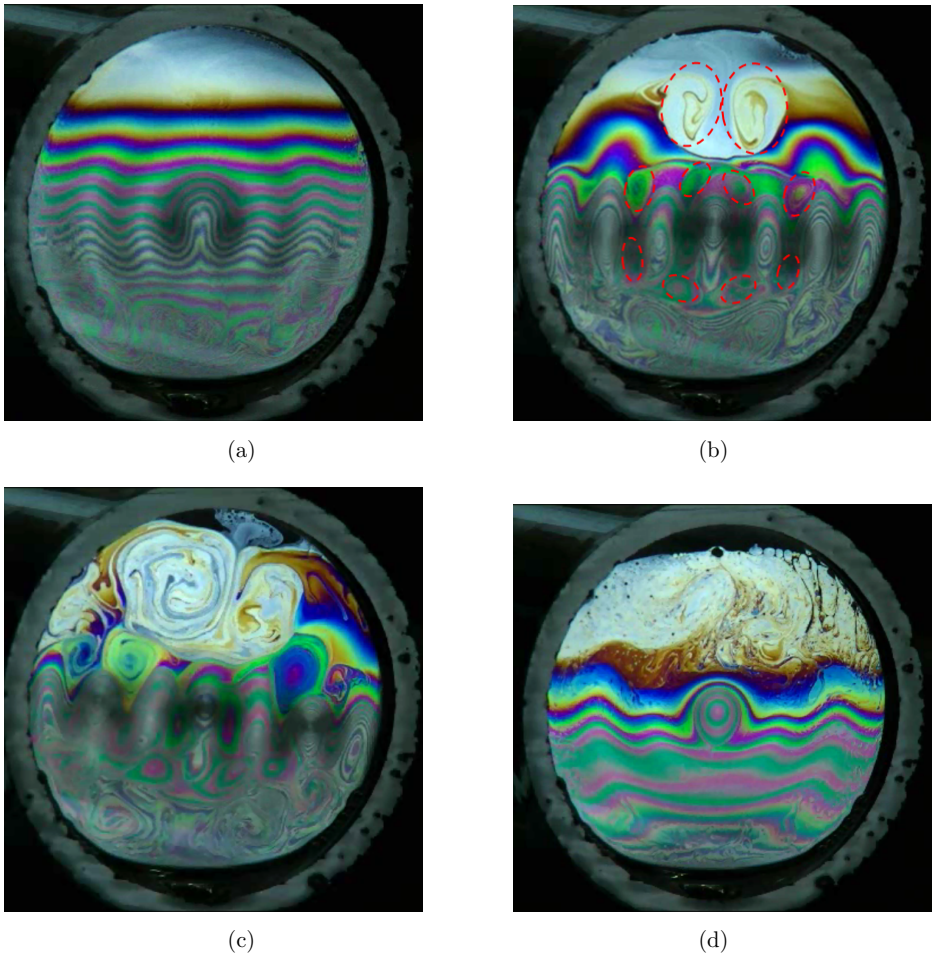


Figure 8. Time sequence of the birth and death of vortices (colours online). A monochromatic acoustic wave ($f = 450$ Hz, $P = 0.5$ Pa) is set at $t = 0$. (a) $t = 0.1$ s: just after the beginning of the acoustic emission, only self-adaptation is visible. (b) $t = 7$ s: the vortices, that appeared after $t = 1$ s, are growing. For clarity they have been highlighted on the picture by dashed red ellipses: the vortices are organised around the antinodes which are made visible by the tight interference fringes. (c) $t = 12$ s: the vortices grow and accelerate gradually. (d) $t = 17$ s: the vortices disappear although the acoustic excitation is still present.

liquid (surface forcing). This flow could lead to a gradient of thickness, and then a gradient of surface tension, reinforcing the competition between opposite forces at the origin of the vortices.

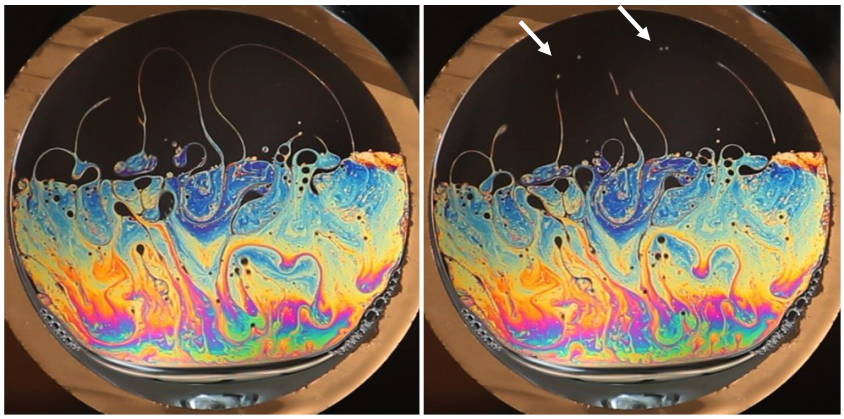


Figure 9. "Bubbles" of black film trapped inside the iridescent film, and drops and filaments of iridescent film inside the black film region (colours online). The filaments have been formed during the ascending motion of liquid advected by a vortex before the image is taken. The two images are separated by 0.3 seconds. The rising up of the 2D bubbles is visible, as well as the destabilization of the 2D coloured filaments into 2D droplets, which has been pointed by white arrows. Piece of music: *Lucilla*, from the album 'Aeroplanando', by Choro de Rua (2013).

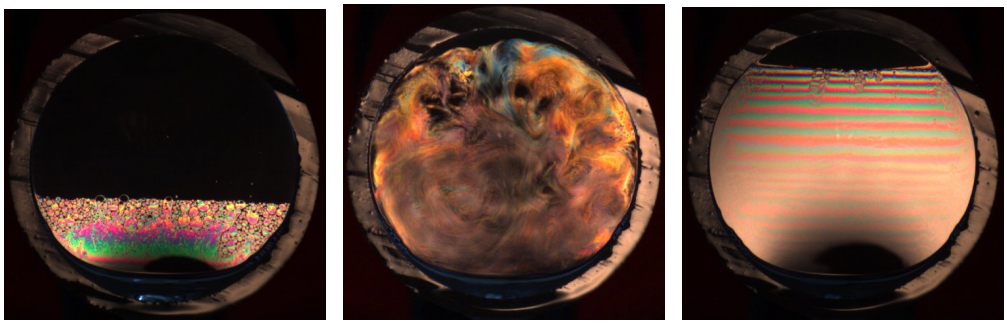
3.4. Two-dimensional rising bubbles and falling drops

The vortices drive zones of inhomogeneous thicknesses, which travel in the soap film and do not merge with the surrounding. The result is spectacular when a significant initial fraction of the soap film surface is a black film, as shown on Fig. 1 and 9. Two-dimensional (2D) "bubbles" formed of black film can be trapped inside the iridescent film, and similarly 2D drops of coloured film may be advected in the black film region during the acoustic forcing. These 2D domains behave as if the black film region and the coloured film region were two immiscible phases, separated by a 1D interface. Fig. 9 shows that the drops and bubbles are circular, suggesting that the interface tends to be minimal. Moreover coloured filaments fragment into several drops, driven by the interface minimisation. The one-dimensional interface between areas of black film and of iridescent film thus behaves like the interface between immiscible phases in 3D system driven by the surface tension: by analogy, a line tension can then be used to describe the line energy of the interface between those 2D domains.

When the acoustic forcing is removed, the bubbles rise up and burst at the 2D surface of the coloured film, mimicking the buoyancy motion of air bubbles in a liquid pool. Why do bubbles rise? As described by Eq. (2), the hydrostatic pressure inside the vertical soap film at rest equilibrates the gradient of surface tension (the Marangoni force), both depending on the local thickness of the soap film. When a region of black film is trapped inside an iridescent area of much larger thickness, the local Marangoni force is larger than its weight and the "bubble", experiencing a net upwards force, is driven up until it reaches a region matching its thickness. Everything happens as if

the black film drops, even though they have the same density as the surrounding, were lighter and thus were submitted to an Archimedes buoyancy force. Similarly, drops of large thickness which have been dragged into the black film fall down in the iridescent pool until the Marangoni force is large enough to equilibrate its weight.

3.5. Swelling the soap film



(a) (b) (c)

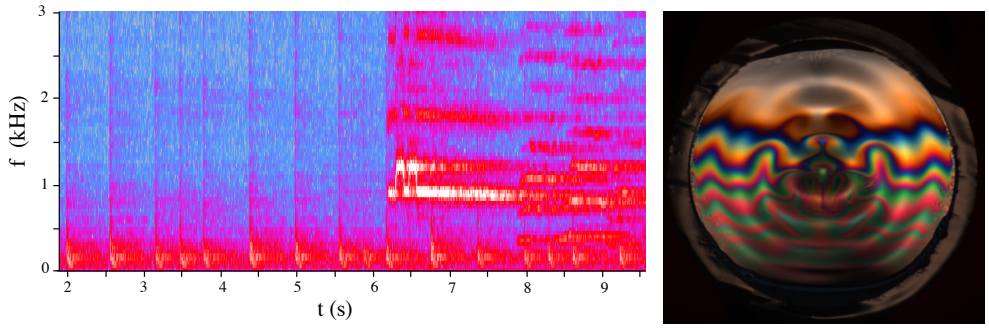
Figure 10. Acoustic swelling of a soap film. (a) In the initial state, a large surface fraction of the vertical soap film is black. (b) The amplitude of the acoustic excitation is suddenly increased: large recirculations of liquid within the whole film is observed. (c) The acoustic forcing is removed: a large surface fraction of the film is now filled with coloured fringes. The time elapsed between each image is $\sim$ 1s (colours online).

Increasing even further the amplitude of the acoustic forcing may conduct to swell the soap film previously drained, as illustrated in Fig. 10. Due to drainage, a large surface fraction of the film is black (Fig. 10(a)). The acoustic forcing is then set at a high amplitude and a large recirculation of liquid happens as shown in Fig. 10(b). At the internal bottom of the tube, liquid pool is always present, coming from liquid dragged during the soap film formation when the end of the tube is dipped in the soap solution, or from the liquid which has drained out of the film. The flow in the plane of the film advects liquid from this reservoir, which swells the soap film. When the acoustic forcing is removed, coloured fringes appear on a large surface fraction of the film in Fig. 10(c), showing that the film is thicker than initially. This swelling of a vertical soap film using an acoustic wave has to our knowledge never been previously reported in the literature; we plan to investigate this effect in detail in further studies.

4. Conclusion: the key of an aesthetic experiment

When the acoustic forcing is a music play, all the events described in the previous sections couple, synchronizing the visual events on the music. In this section, we synthesize the phenomena and we show how they combine to produce the impression that we actually "see" what we hear.

4.1. Choice of the tube



(a) (b)

Figure 11. (a) Part of the spectrogram (obtained using the free software Audacity®) from *The Good, the Bad and the Ugly main theme*, soundtrack by Enrico Morricone. The frequency content of the music played is displayed versus time. The corresponding amplitude is indicated by a color code (in arbitrary units): a continuously growing amplitude corresponds to a color successively blue, pink, red and then white. Thus, dominant frequencies appear in white, and reflect the melody of the music play (note that the harmonics, which are multiple frequencies of the fundamental frequency, are also present but at a lower amplitude). A short sequence, having a broad spectrum peaked at 200 Hz, appears regularly in time with a periodicity of ~ 1 s: this part is played by drums. Between 6 s and 8 s, the principal frequency varies from 900 Hz to 1250 Hz: this part is played by a flute. The second resonant mode of the tube, of length $L = 35.5$ cm, is at 900 Hz (see Fig. 4). Hence, flow of liquid inside the soap film is observed while the flute is playing, as shown on (b), with a photograph taken at $t = 7$s (colours online). The extract of the piece of music is visible at the following link: `https://youtu.be/YC0cZ_xNf-Y`.

The key of the synchronization between music and visualisation resides in the fact that only some frequencies are amplified: the acoustic resonance frequencies of the tube. Phenomena such as self-adaptation, vortices and two-dimensional bubble ejection are more easily obtained at frequencies close to the resonances of the tube, given by equation (1), which depend on the length and on the diameter of the tube. The frequencies of the piece of music can be analyzed using a spectrogram, that represents the frequencies over time, as shown in Fig. 11: a colour code displays the amplitude of the frequencies. The length and diameter of the tube can thus be adapted for the resonance frequencies of the tube to coincide with the dominant frequencies of the music play, which have the highest amplitude. The tube resonance frequencies can also be adapted to the tessitura of the music instrument present in the music play. For example, the fundamental frequency of the tube used in our experiments is around 450 Hz (see Fig.4), which corresponds to the frequency range covered by the flute, or the soprano voice. As for percussion instruments (drums, piano etc.), their broad acoustic frequency range makes them adapted to excite the resonance frequency of any tube. Hence the acoustically forced patterns on the soap film at the end of the tube synchronize on the rhythm given by the percussions.

4.2. The interplay of the characteristic time scales

The generation of vortices is certainly the phenomenon by which liquid is advected in the soap film, producing spectacular effects. In section 3.3, the scenario illustrated on Fig. 8 is obtained for a continuous monochromatic acoustic excitation, of constant amplitude, emitted during more than 20s. In the case of a piece of music, the situation is however different. The amplitude is not constant, and both the frequency and the amplitude can vary quickly in time. Vortices can grow and accelerate as previously discussed if the corresponding frequency is played at a large enough amplitude within a few seconds. The photograph of Fig. 12 is a representative example of counter-rotative pairs of vortices observed using a music play as an acoustic forcing. However the characteristic time for their spontaneous disappearance described in Fig. 8 is never reached. With a piece of music vortices disappear rather due to a change of frequency and/or amplitude.

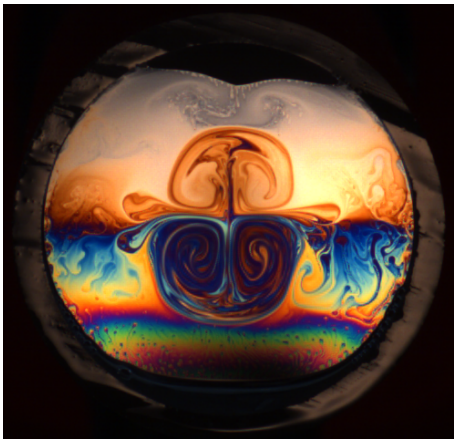


Figure 12. A representative example of counter-rotative pairs of vortices obtained with a piece of music, here *The Good, the Bad and the Ugly main theme* soundtrack by Ennio Morricone (colours online).

More generally, the observed dynamical patterns involve many characteristic times: one characteristic time for the gravity-induced drainage of liquid in the film ($\sim$ 10 s), another for the self-adaptation phenomena ($\sim$ 0.1 s), for the development of vortices ($\sim$ 1 s), and for their disappearance under forcing ($\sim$ 10 s), which reveal the richness of the physics behind those dynamical patterns. Moreover, some characteristic times are also associated to the advection of iridescent domains within the black film. All those characteristic times are involved in the dynamical response of the soap film to the acoustic forcing produced by a music play: they play a major role in the aesthetics of the experiment.

4.3. Increasing the life-time of the soap film

Due to the drainage, the soap film gets thinner over time, and thus more fragile, *i.e.* more likely to burst. To avoid soap film bursting over several minutes, the film can be swollen by increasing the amplitude of the acoustic forcing, as shown in Fig. 10. This mechanism brings furthermore iridescent soap film in the field of view, and new coloured patterns can be formed. However, one must be careful in increasing the forcing amplitude, since a very large amplitude could lead to the soap film bursting [29].

4.4. To conclude

We emphasize on the fact that, even if each phenomenon can be described separately, they generally occur simultaneously. In Fig. 13 for instance, we can see the concentric bright rings of capillary waves, the deformation of the coloured fringes due to self-adaptation, and also the beginning of vortices at the centre of the film.

To conclude, we have shown the rich and complex dynamics of a soap film in response to a non-continuous sound wave. These physical phenomena involved tackle with acoustics, optics and hydrodynamics. Hence, this experiment is a good candidate for teaching physics in a classroom or for science popularization. Furthermore, the spectacular effect produced by the synchronization of the video and the music makes of this experiment an interesting tool for art and science projects. Finally, this work has also opened a still unexplored research trail based on the acoustic swelling of the soap film.

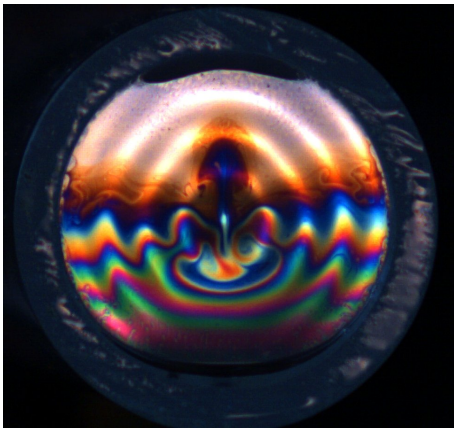


Figure 13. Photograph of a soap film presenting at the same time: capillary waves, self-adaptation and the beginning of vortices. Piece of music: *The lonely shepherd*, from the album "Kill Bill Vol. 1 Original Soundtrack", by Gheorghe Zamfir (colours online).

Acknowledgements

We warmly thank our colleagues F. Graner, L. Rose, and V. Leroy for the fruitfull and enthusiastic discussions. This work was supported by the French Agence Nationale de la Recherche (ANR) through the project SAMOUSSE (ANR-11-BS09-001).

Bibliography

[1] Aristotle, *Complete work of Aristotle, Volume 1: The revised Oxford translation (chapter Sense and Sensibilia)* (Princeton University Press, 1984).
[2] Newton I., *Opticks, or a Treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light* (London, 1704).
[3] Rimington A. W., *Colour-Music: The art of moving colour* (Hutchinson, 1912).
[4] The National Gallery (July 2015). *Soundscapes*, Retrieved 28 Nov. 2016 from `https://www.nationalgallery.org.uk/whats-on/soundscapes`.
[5] Stanford N. (Nov. 2014) *CYMATICS: Science Vs. Music*, Retrieved 4 Jan. 2017 from `https://vimeo.com/111593305`.
[6] Boys, C. V., *Soap Bubbles and the Forces which Mould Them* (SPCK, London 1890); enlarged edition *Soap Bubbles, their Colours and the Forces which Mould Them*, Dover Publications, New York, 1959.
[7] Rämme, G., *Soap Bubbles in Art and Education* (Willie Yong, Singapore, 1998) and textitExperiments with Soap Bubbles and Soap Films (C, Uppsala, Sweden, 2006).
[8] D. R. Lovett, *Demonstrating Science With Soap Films* (Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1994).
[9] Isenberg, C. *The Science of Soap Films and Soap Bubbles* (Clevedon, Avon, England: Tieto, 1987; reprinted 1992 New York, Dover).
[10] Couder Y., Chomaz J.-M. and Rabaud M., *Phys.D*, 1989, **37**, 384.
[11] Seychelles F., Amarouchene Y., Bessafi M., and Kellay H., *Phys. Rev. Lett.*, 2008, **100**, 144501.
[12] Tylor E. B., *Nature*, 1877, **16**, 12.
[13] Taylor S., *Proc. R. Soc.*, 1878, **27**, 71.
[14] Joosten J.G.H., *J. Chem. Phys.*, 1984, **80**, 2383.
[15] Afenchenko V.O., Ezersky A.B., Kiyashko S.V., Rabinovich M.I. and Weidman P.D., *Phys.Fluids*, 1998, **10**, 390.
[16] Vega J. M., Higuera F. J. and Weidman P. D., *J. Fluid Mech.*, 1998, **372**, 213-230.
[17] Boudaoud A., Couder Y. and Ben Amar M., *Phys.Rev.Lett.*, 1999, **82**, 3847.
[18] Kosgodagan Acharige S., Elias F. and Derec C., *Soft Matter*, 2014, **10**, 8341.
[19] Elias F., Hutzler S., Ferreira M. S., *Eur. J. Phys.*, 2007, **28**, 755.
[20] Rossing T. D., *Handbook of Acoustics* (Springer, 2007).
[21] Ogawa N. and Kaneko F., *Eur.J.Ph.*, 2013, **34**(5), 1159-1165.
[22] Delly, J.G. (2003): The Michel-Lévy interference color chart microscopy's magical color key: `https://www.mccrone.com/mm/the-michel-levy-interference-color-chart-microscopys-magical-color-key/`.
[23] Cantat I., Cohen-Addad S., Elias F., Graner F., Hohler R., Pitois O., Rouyer F. and Saint-Jalmes A., *Les mousses, Structure et Dynamique* (Belin, Paris, 2010). English translation: *Foams: Structure and Dynamics*, edited by S. J. Cox (Oxford University Press, 2013).
[24] Schwartz L. W. and Roy R. V., *J. of Colloid ans Interface Science*, 1999, **218**, 309.
[25] Champougny L., Roché M., Drenckhan W. and Rio E., *Soft Matter*, 2016, **12**, 5276.
[26] Elias F., Bacri J.-C., Flament C., Janiaud E., Talbot D., Drenckhan W., Hutzler S. and Weaire D., *Colloids and Surfaces A*, 2005, **263**, 65.

[27] Elias F., Kosgodagan Acharige S., Rose L., Gay C., Leroy V. and Derec C., *Colloids and Surfaces A*, 2017, in press.
[28] Nyborg W.L., *J. of Acoust. Soc. Amer*, 1958, **30**, 329.
Lighthill J., *J. of Sound and Vibr.*, 1978, **61**, 418.
[29] Drenckhan W., Dollet B., Hutzler S. and Elias F., *Phil. Mag. Lett.*, 2008, **88**, 1669.

Annexe B

Matériaux perméo-élastiques, d'après les travaux de Venegas et Boutin

Dans le Chapitre 5 dédié aux mousses solides membranaires, nous avons discuté de la façon d'interpréter la propagation acoustique au sein d'un tel milieu. Nous y avons mentionné les travaux de Venegas et Boutin (2017) dédiés aux matériaux perméo-élastiques, dont la structure est semblable aux nôtres. Dans cette étude très complète, les auteurs tiennent compte à la fois de la propagation au travers des membranes capables de vibrer (le reste du squelette solide demeurant lui rigide et immobile) et de la propagation dans l'air autour des membranes. Nous présentons ici un peu plus en détails cette étude, sans entrer pour autant dans les équations et dans le formalisme mathématique employé.

Description des matériaux et de l'interaction fluide-structure

Parmi la littérature sur les matériaux poreux à membranes, une étude approfondie (couvrant les aspects théoriques et numériques ainsi qu'une validation expérimentale) est dédiée aux matériaux perméo-élastiques [Venegas Boutin]. Ce que les auteurs appellent ainsi correspond à un milieu poreux dont les pores sont partiellement clos par des membranes. La phase fluide reste toutefois connectée, c'est-à-dire qu'il existe des chemins possibles au sein du matériau pour le traverser de part et d'autre sans rencontrer de membranes. Les membranes sont fines et flexibles, tandis que le reste de la phase solide, très rigide, demeure immobile. La taille des membranes, correspondant à la taille des pores, est très grande devant leur épaisseur. Le volume des membranes est négligé. Par ailleurs les membranes sont d'un matériau élastique isotrope. Ces deux points permettent de les modéliser comme des plaques de Love-Kirchhoff (théorie des plaques minces), d'épaisseur négligeable et dont le comportement de la surface est gouvernée par la flexion. Enfin, les membranes sont attachées aux parois solides et ont donc un déplacement nul à leurs extrémités.

Le comportement macroscopique de ce type de matériau est obtenu grâce à une méthode d'homogénéisation. Sans entrer dans les détails de cette méthode (ni de ses équations et du formalisme mathématique employé), nous pouvons mentionner que son application repose sur la séparation d'échelle entre la longueur d'onde et la taille caractéristique des pores : on identifie ainsi les effets survenant à l'échelle locale (celle des pores), et le comportement macroscopique.
Nous allons ici donner les principaux ingrédients et éléments physiques pour décrire le comportement d'un tel matériau perméo-élastique.

La pression, qui est la force permettant d'exciter le système, est une grandeur macroscopique. L'interaction fluide-structure est quant à elle localisée, à l'échelle des pores. A cette interaction ne participent que les membranes (le reste du squelette solide n'y contribue pas).
Le gradient de pression génère en effet un écoulement du fluide, qui met en vibration la membrane. Le déplacement de la membrane modifie alors à son tour l'écoulement du fluide. Les équations décrivant le

déplacement des membranes et celui du fluide à travers le matériau sont donc couplées.
Pour bien poser le problème, il convient d'écrire les équations suivantes : pour le fluide, conservation de la masse et de la quantité de mouvement (avec pour forçage le gradient de pression), ainsi que les conditions aux limites (non glissement aux parois solides, et égalité de la vitesse du fluide à celle de la membrane à l'interface). A cela s'ajoutent les équations gouvernant le déplacement des membranes (dont on rappelle qu'ils sont modélisés comme des plaques de Love-Kirchhoff) : équilibre des forces, équilibre des moments (relation entre la force et le tenseur du moment de flexion), équation constitutive pour la vibration en flexion d'une plaque, et conditions aux limites (déplacement nul aux parois solides). L'interaction fluide-structure intervient évidemment dans ces équations pour coupler les déplacements du fluide et des membranes.
En raison de la complexité du problème, il n'existe pas de solution analytique : la résolution de ce problème passe par des simulations numériques, employant la méthode des éléments finis sous COMSOL.
Il est toutefois possible d'étudier des comportements asymptotiques, dans la limite où les membranes deviennent quasi parfaitement rigides ou sont au contraire très flexibles, et de calculer des fréquences caractéristiques permettant d'identifier lesquels des effets élastiques, visqueux et inertiels sont dominants. Nous allons d'abord voir quel type de membrane correspond à celles de nos mousses.

Régimes limites des membranes : quasi-rigides ou très flexibles

Pour les matériaux perméo-élastiques, les membranes se comportent comme des plaques de Love-Kirchhoff, avec une déformation en flexion. La réponse de la plaque face à un forçage dépend de son module d'Young apparent E_p et de son moment inertiel I. E_p vaut $E/(1-\nu^2)$, avec E le module d'Young et ν le cœfficient de Poisson. Concernant le moment inertiel, $I = e^3/12$ où e est l'épaisseur des membranes. Le produit E_pI correspond donc à la rigidité en flexion.
Nous pouvons évaluer ces deux grandeurs dans le cas de nos mousses. On utilise comme valeurs $E = 2\,\mathrm{GPa}$ le module d'Young du polyuréthane et $\nu = 0.4$, son cœfficient de Poisson pour évaluer E_p. Le moment inertiel ne dépend que de l'épaisseur des membranes : l'épaisseur la plus fine des membranes que nous ayons pu mesurer (sur les mousses de 45 PPI) est de $1.7\,\mu$m. Pour les mousses ayant les plus larges pores (8 PPI), les membranes sont plus épaisses et $e = 5\,\mu$m. La rigidité en flexion, donnée par le produit E_pI, est ainsi de l'ordre de $10^{-9} - 10^{-10}\,\mathrm{Pa.m^3}$ pour les deux mousses considérées. Nous sommes dans le cas $E_pI \to 0$, correspondant à des membranes très flexibles, en opposition aux membranes quasi-rigides lorsque $E_pI \to \infty$.
La nature des membranes, ici au travers de leur élasticité, détermine les différents comportements qui peuvent être observés dans le matériau perméo-élastique, en fonction bien sûr aussi de la fréquence et des effets visqueux et inertiels.

Fréquences caractéristiques

Dans leur étude, les auteurs mettent en effet en évidence l'existence de fréquences caractéristiques (ou fréquences de transition), déterminant lesquels des effets élastiques, visqueux et inertiels sont dominants. Ce sont ces différentes fréquences de transition que nous allons maintenant présenter.

La fréquence caractéristique visco-inertielle f_v détermine ainsi la transition entre le régime visqueux ($f_v \gg f$) et le régime inertiel ($f \gg f_v$). Elle est donnée par l'expression

$$f_v = \frac{\sigma}{2\pi\,\rho_{\mathrm{eff}}\,\alpha_\infty} \tag{B.1}$$

où l'on rappelle que σ est la résistivité, rapport de la viscosité sur la perméabilité (qui donne son nom aux matériaux considérés). ρ_{eff} est la densité effective de la phase fluide, et α_∞ la tortuosité.

De la même manière, une fréquence caractéristique visco-élastique est définie par

$$f_e = \frac{1}{2\pi\sigma} E_p I \theta\,, \tag{B.2}$$

où l'on rappelle que E_p est le module d'Young apparent et I le moment inertiel.
θ est quant à lui caractéristique de la géométrie et lié à la déformation des membranes. Une bonne estimation de θ est donnée par $\Gamma_p/(\Omega_f R^4)$ où Γ_p est la surface des membranes, Ω_f le volume du fluide et R le rayon des pores. En considérant une géométrie simple de pores cubiques, on peut approximer θ par $1/(R^5)$.
La fréquence caractéristique visco-élastique se réécrit donc

$$f_e = \frac{1}{2\pi\sigma}\left(\frac{E}{(1-\nu^2)}\,\frac{e^3}{12}\,\frac{1}{R^5}\right). \tag{B.3}$$

Enfin, f_g est la fréquence caractéristique élasto-inertielle donnée par

$$f_g^2 = f_e f_v \frac{\theta_g}{\theta} \tag{B.4}$$

où θ_g est un facteur géométrique qui dépend des formes modales des membranes. En pratique, ce facteur est du même ordre de grandeur que θ, ce qui permet de réécrire simplement f_g :

$$f_g = \sqrt{f_e f_v}\,. \tag{B.5}$$

Le fait que cette dernière fréquence caractéristique f_g ne soit pas indépendante des deux précédentes est l'une des conséquences des différents couplages dus à l'interaction fluide-structure dans le matériau.

La richesse du comportement observé dans les matériaux dépend notamment des valeurs de ces différentes fréquences caractéristiques. Par exemple, si toutes les fréquences prennent des valeurs comparables, cela signifie qu'à la fois les effets élastiques, visqueux et inertiels sont importants et vont influencer la réponse du matériau. Dans leurs simulations numériques, les auteurs obtiennent ainsi des comportements non-monotones de la densité effective ρ_{eff} avec la fréquence, qui peut même parfois devenir négative.

Application au cas de nos mousses solides avec membranes

Nous avons déjà identifié que pour nos mousses solides avec membranes, celles-ci sont dans un régime très flexible (en opposition à des membranes quasi-rigides).
Nous pouvons également calculer les trois fréquences caractéristiques précédemment décrites pour le cas de nos mousses.

Prenons d'abord une mousse ayant des pores de taille intermédiaire, 0.6 mm de diamètre (45 PPI). Les membranes sont d'épaisseur 1.7 μm.
Pour calculer la fréquence caractéristique visco-inertielle f_v, il nous faut connaître la résistivité σ du matériau. Panneton et Olny [JASA 2006] ont proposé une méthode pour l'estimer, à partir du comportement asymptotique basse fréquence de la partie imaginaire de la densité effective. D'après ces travaux, la valeur estimée σ_{estim} de la résistivité est donnée par

$$\sigma_{\text{estim}} = \lim_{\omega\to 0}\left[\,\omega\,\Im(\rho_{eq})\,\right]. \tag{B.6}$$

Pour la mousse considérée, la résistivité est estimée à 13600 N.s.m^{-4}.
Sa densité effective, d'après nos résultats expérimentaux, est de l'ordre de 5 kg/m^3.
Enfin la valeur de la tortuosité est également requise. Bien que la validité du modèle de JCAL soit contestable dans le cas des mousses à cellules fermées, une méthode d'inversion reposant sur ce modèle permet toutefois d'obtenir un ordre de grandeur pour α_∞. On trouve alors une valeur de 2.4, ce qui est assez élevé. En utilisant cette valeur de α_∞, le calcul de f_v nous donne une fréquence d'environ 180 Hz. On peut également faire le calcul pour une tortuosité très faible, par exemple 1.05 (1.0 étant la limite correspondant au cas de pores cylindriques droits, autrement dit à l'absence de tortuosité dans le milieu). Dans ce cas, on trouve que

$f_v \approx 400\,\text{Hz}$. La véritable valeur de f_v se situe vraisemblablement entre ces deux fréquences, obtenues pour des valeurs de α_∞ assez extrêmes.

Pour calculer la fréquence caractéristique visco-élastique f_e, on utilise les valeurs $E = 2\,\text{GPa}$ le module d'Young du polyuréthane et $\nu = 0.4$ le cœfficient de Poisson dans les mousses. Cela nous donne $f_e \approx 150\,\text{Hz}$.

Enfin, la fréquence élasto-inertielle f_g vaut quant à elle de l'ordre de 170 Hz si l'on prend $f_v \approx 180\,\text{Hz}$, et environ 250 Hz si l'on prend $f_v \approx 400\,\text{Hz}$.

La gamme de fréquence dans nos expériences au tube d'impédance est comprise entre 0.5 et 5 kHz. Nous sommes donc à des fréquences supérieures aux trois fréquences caractéristiques (ou fréquences de transition). Cela correspond à un régime dans lequel le système {fluide+membranes} est gouverné par l'inertie du fluide et des membranes.
Cette conclusion est similaire à celle obtenue à partir du modèle des mousses liquides. En l'absence de phénomène de résonance dans nos mesures et compte tenu de l'évolution de la densité effective avec la fréquence que l'on observe, cela signifie que nous sommes à des fréquences supérieures à celle de résonance, donc dans un régime où les membranes ont une réponse purement inertielle.
Le fait d'être en régime inertiel indique aussi que c'est la valeur de la densité effective qui est modifiée (ρ_{eff} dépend des effets visco-inertiels tandis que K_{eff} contient les effets thermiques).

Nous pouvons également calculer ces fréquences caractéristiques pour la mousse ayant cette fois les plus larges pores, 3.2 mm de diamètre (8 PPI). Ses membranes sont d'épaisseur 5 μm. La résistivité estimée est de $21700\,\text{N.s.m}^{-4}$, la densité effective issue des mesures est de l'ordre de 2 kHz et la tortuosité obtenue par méthode d'inversion est $\alpha_\infty = 1.3$. Les valeurs des fréquences alors obtenues sont $f_v \approx 1300\,\text{Hz}$, $f_e \approx 0.5\,\text{Hz}$ et $f_g \approx 25\,\text{Hz}$. Cette fois-ci f_v et f sont comparables et il conviendrait de considérer un régime visco-inertiel (et plus seulement inertiel).

Enfin, soulignons que ces fréquences caractéristiques sont très utiles pour identifier les différentes phénomènes physiques à l'œuvre (selon lesquels des effets élastiques, visqueux et inertiels sont importants ou négligeables). Elles ne permettent toutefois pas de prédire un comportement quantitatif.

Pour l'obtenir, il faudrait résoudre de manière numérique (la solution analytique n'existant pas) l'ensemble du problème décrit en introduction. Le problème tel qu'il a été posé par les auteurs ne s'appliquerait par ailleurs pas directement à nos matériaux. En effet, dans ces milieux perméo-élastiques les membranes sont entières et entièrement attachées aux parois solides (la phase fluide ayant d'autres chemins, sans membranes, pour passer). Or dans nos mousses qui ne sont pas non plus fermées à 100% par des membranes, il existe des déchirures dans ces dernières par lesquelles l'air peut circuler. Cela nécessiterait donc d'ajouter une nouvelle condition aux limites sur le contour de cette déchirure, et de modifier les équations pour la vitesse d'écoulement du fluide et le déplacement de la membrane (les deux étant qui plus est couplés).

Dans le cadre de la thèse, les rapprochements avec l'étude des matériaux perméo-élastiques s'est donc limitée à l'identification du régime des membranes, très flexibles, ainsi qu'au calcul des différentes fréquences caractéristiques, indiquant que l'on se trouve généralement dans un régime où le système {fluide+membranes} est gouverné par l'inertie du fluide et des membranes. Ce résultat conforte la conclusion obtenue d'après le modèle des mousses liquides, qui prédit également que la réponse du système est inertielle.

Enfin, mentionnons que cette étude sur les matériaux perméo-élastiques met en évidence une grande richesse de comportements, allant jusqu'à une densité effective négative, puisqu'elle prend en considération la vibration des membranes. Il s'agit d'un travail très prometteur pour une étude plus approfondie de la propagation acoustique au sein d'une mousse solide membranaire.

Annexe C

Modèle de Johnson-Champoux-Allard-Pride-Lafarge (JCAPL)

Lors des simulations numériques réalisées dans le Chapitre 5, pour prédire les propriétés effectives d'une mousse solide membranaire, nous avons eu recours au modèle de JCAPL. Son usage est beaucoup moins fréquent que celui de JCAL, introduit au Chapitre 4. Il permet de tenir compte des constrictions dans les pores, en ajoutant deux nouveaux paramètres que sont la tortuosité visqueuse statique α_0 et la tortuosité thermique statique α'_0. Il repose sur les travaux de Pride *et al.* (1993).
Nous n'entrons pas dans les détails de ce modèle mais donnons juste les expressions de la densité effective ρ_{eff} et du module d'incompressibilité effective K_{eff} dans ce modèle. Pour les significations des autres paramètres, le Chapitre 4 contient toutes les informations nécessaires.

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{\rho_0 \alpha(\omega)}{\phi}, \tag{C.1}$$

$$\text{avec} \quad \alpha(\omega) = \alpha_\infty \left[1 + \frac{1}{j\bar{\omega}} F(\omega)\right], \tag{C.2}$$

$$F(\omega) = 1 - P + P\sqrt{1 + \frac{M}{2P^{\,2}} j\bar{\omega}}, \tag{C.3}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega \rho_0 k_0 \alpha_\infty}{\eta \phi}, \quad M = \frac{8 k_0 \alpha_\infty}{\phi \Lambda^2} \quad \text{et} \quad P = \frac{M}{4\left(\dfrac{\alpha_0}{\alpha_\infty} - 1\right)}. \tag{C.4}$$

$$\tag{C.5}$$

$$K_{\text{eff}} = \frac{\gamma P_0}{\phi} \frac{1}{\beta(\omega)}, \tag{C.6}$$

$$\text{avec} \quad \beta(\omega) = \bar{\gamma} - (\bar{\gamma} - 1)\left[1 + \frac{1}{j\bar{\omega}'} F'(\omega)\right]^{-1}, \tag{C.7}$$

$$F'(\omega) = 1 - P' + P'\sqrt{1 + \frac{M'}{2P'^2} j\bar{\omega}'}, \tag{C.8}$$

$$\bar{\omega}' = \frac{\omega \rho_0 C_P k'_0}{\kappa \phi}, \quad M' = \frac{8 k'_0}{\phi \Lambda'^2} \quad \text{et} \quad P' = \frac{M'}{4(\alpha'_0 - 1)}. \tag{C.9}$$

Annexe D

Articles publiés au cours de la thèse

Cette annexe regroupe (sous forme de post-prints) les articles et l'acte de congrès publiés au cours de la thèse, correspondant aux références suivantes :
Pierre, J., Gaulon, C., Derec, C., Elias, F. et Leroy, V. (2017). Investigating the origin of acoustic attenuation in liquid foams. *The European Physical Journal E*, 40(8) :73 ;

Gaulon, C., Pierre, J., Leroy, V., Elias, F. et Derec, C. (2018). Dissipation of Ultrasonic and Audible Sound Waves in Liquid Foams. *Acta Acustica united with Acustica*, 104(2) :193-199 ;

Gaulon, C., Pierre, J., Derec, C., Jaouen, L., Bécot, F.-X., Chevillotte, F., Elias, F., Drenckhan, W., et Leroy, V. (2018). Acoustic absorption of solid foams with thin membranes. *Applied Physics Letters*, 112(26) :261904 ;

Gaulon, C., Derec, C., Elias, F., Leroy, V., Pierre, Chevillotte, F., Bécot, F.-X., J.,Jaouen, L. et Drenckhan, W. (2018). How to Model the Acoustic Properties of a Solid Foam with Thin Membranes ? *47th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*, Chicago, Illinois, 4759-4764.

EPJ manuscript No.
(will be inserted by the editor)

Investigating the origin of acoustic attenuation in liquid foams

Juliette Pierre[1a], Camille Gaulon[2], Caroline Derec[2], Florence Elias[3], and Valentin Leroy[2b]

[1] Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, CNRS (UMR 7190), Institut Jean Le Rond d'Alembert, Paris, France
[2] Laboratoire Matière et Systèmes Complexes, Université Paris-Diderot, Sorbonne Paris Cité, CNRS (UMR 7057), Paris, France
[3] Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, CNRS (UMR 7057), laboratoire Matière et Systèmes Complexes, Paris, France

the date of receipt and acceptance should be inserted later

Abstract. Liquid foams are known to be highly efficient to absorb acoustic waves but the origin of the sound dissipation remains unknown. In this paper, we present low frequency (0.5-4kHz) experimental results measured with an impedance tube and we confront the recorded attenuations to a simple model that considers the foam as a concentrate bubbly liquid. In order to identified the influence of the different parameters constituting the foams we probe samples with different gases, and various liquid fractions and bubble size distributions. We demonstrate that the intrinsic acoustic attenuation in liquid foam is due to both thermal and viscous losses. The physical mechanism of the viscous term is not elucidated but the microscopic effective viscosity evidenced here can be described by a phenomenological law scaling with the bubble size and the gas density. In our experimental configuration a third dissipation term occurs. It comes from viscous friction on the wall of the impedance tube and it is well described by Kirchhoff law considering the macroscopic effective viscosity classically measured in rheology experiments.

PACS. 47.57.Bc Complex fluids and colloidal systems: Foams and emulsions – 47.35.Rs Sound waves in fluid dynamics

1 Introduction

Liquid foams are complex materials with a high fraction of gas bubbles dispersed in a liquid matrix and stabilised by surfactants. Contrary to fibrous materials and solid foams, liquid foams have received less attention for their acoustical properties. Recently, progress has been made on the understanding of how sound propagates in such media. For instance, the existence of two regimes of propagation was evidenced: so-called Wood regime at low frequencies, and so-called Kann one at higher frequencies [1]. In the Wood regime [2], the whole structure of the foam moves under the effect of the pressure wave, and the effective velocity is given by the usual mixture law, typically of the order of 30 m/s for a foam with a $\Phi = 10\%$ liquid volume fraction. In the regime proposed by Kann [3], only the films move and the effective velocity is higher, typically of the order of 200 m/s.

Most of the experimental studies on the acoustics of liquid foams also report a quite strong level of attenuation, even capable of significantly reducing the amplitude of blast waves for instance [4] . However, interestingly, the origin of this attenuation is not clear. There is still a debate on whether dissipation is mainly viscous or thermal. Some authors claim that thermal losses dominate, and can explain their observation [5, 6]. Their argument is based on a scaling law. If one notes k the complex wavenumber, it can be shown that the reduced thermal attenuation $\tilde{\alpha} = \mathrm{Im}(k)/\mathrm{Re}(k)$ is expected to scale like $\omega R^2/D_{\mathrm{th}}$, where ω is the angular frequency, D_{th} the thermal diffusivity of the gas, and R the typical radius of the bubbles in the foam. The problem is that, if the scaling law in ωR^2 was indeed observed in several experimental studies [5, 6], other authors pointed out that the order of magnitude of the thermal attenuation was not enough to explain the experimental results [7, 8]. Even more intriguing, experiments with different types of gas showed that the $\tilde{\alpha} \sim 1/D_{\mathrm{th}}$ scaling law was not respected [9].

In this article, we propose to bring fresh experimental observations to this debate on the origin of acoustic attenuation in liquid foams. Section 2 presents our experimental setup, which enabled us to measure the acoustic attenuation between 0.5 and 4 kHz for liquid foams with various bubble size distributions, liquid fractions and gas content. In section 3, we expose the acoustic attenuation predicted by a simple model that considers the foam as a concentrated bubbly liquid. The limit of this approach, which does not account for the complex structure of the foam, will be discussed. In section 4, we present our experimental results and we analyse the dependence of the attenuation with the different parameters (frequency, gas nature, liquid fraction, bubbles size). We show that two sources of attenuation are well identified: viscous losses on the walls and thermal losses in the bubbles. A third

[a] email: juliette.pierre@upmc.fr
[b] email: valentin.leroy@univ-paris-diderot.fr

contribution, whose mechanism is not clear yet, is necessary to explain the measurements. In section 5, we finally conclude by giving a phenomenological law for this contribution.

2 Materials and methods

Liquid foams of well determined structure and composition were made (section 2.1) and their acoustical properties were measured with an impedance tube (section 2.2).

2.1 Sample preparation

Foam generation. Liquid foams were generated by using the "double-syringe technique" [10], which consists in filling a syringe with the desired amount of foaming solution and gas, then connecting to another syringe and pushing back and forth the pistons to obtain an homogeneous foam. With this technique, providing that the solution has a good "foamability", a large range of liquid volume fractions (Φ) can be obtained, just by adjusting the proportion of liquid and gas in the syringe. In our case, we typically explored Φ varying from 3 to 25%.

Foaming solution. We worked with a foaming solution for which a negligible interfacial elasticity was expected: SDS (Sodium Dodecyl Sulfate) at 10 g/L in millipore water. The density was the same as that of water: $\rho_\ell = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$.

Gas composition. In order to evidence the influence of the gas properties on the sound attenuation, we used different types of gas. The easiest gas to use was air. We also used helium, from an helium balloon cylinder. We obtained another type of gas by using vapor of perfluorohexane. Perfluorohexane (C_6F_{14}) is liquid at normal conditions of temperature and pressure, but its vapor pressure is high (25 kPa at 20°C), so a significant amount of vapor is obtained at atmospheric pressure. We used a closed bottle with a small amount of liquid perfluorohexane to obtain air saturated with vapor of perfluorohexane (molar fraction of 0.2). A fourth type of thermal property was obtained by using half air from the room and half gas from the bottle to fill the syringe. Table 1 summarises the properties of the four types of gas we used. Note, that, for clarity, specific symbols are used in the whole article for each gas (see Table 1).

Bubble size measurements. The bubble size distribution was obtained by the "bubble raft" technique [11], which consists in spreading a small amount of the sample on the surface of a foaming solution bath, and then imaging the 2D structure obtained (see inset of figure 1). Size distributions were found to be well fitted by lognormal laws, with a median radius R and a polydispersity index PI[1]. Smallest bubble sizes were obtained by using the foam sample right after their production ($R \simeq 20\,\mu$m). Larger bubbles were obtained by letting the foam age in the syringe before doing the acoustic measurements. The maximum size we could explore was $R \simeq 80\,\mu$m because for samples with larger bubbles, the attenuation was found to be too high for a proper analysis of the signal. Figure 1 shows typical examples of cumulative distributions obtained for small, intermediate and large bubbles.

Table 1. Gas composition and properties: ratio of heat capacities γ, thermal diffusivity D_{th} and gas density ρ_g. For gas mixtures, molar fractions are given (figures in brackets). See Appendix A for details on how properties of gas mixture were estimated.

	name	composition	γ	D_{th} ($\mathrm{mm^2/s}$)	ρ_g ($\mathrm{kg/m^3}$)
△	air	pure air	1.4	20	1.2
◇	He	helium (0.75), air (0.25)	1.57	128	0.42
□	mix	C_6F_{14} (0.1), air (0.9)	1.19	11.5	2.5
○	PFH	C_6F_{14} (0.2), air (0.8)	1.12	7.5	3.8

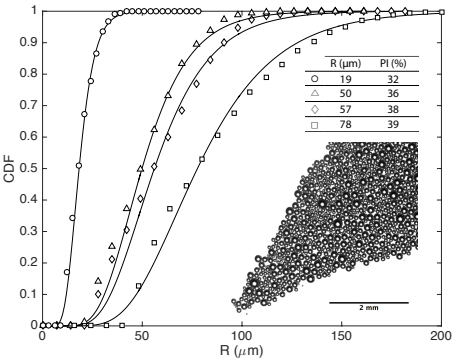


Fig. 1. Four examples of cumulative size distributions, as measured by analysis of 2D rafts, such as the one depicted in the inset (here for the distribution shown by triangles). Solid lines show the best-fitted lognormal laws, whose parameters (median radius R and polydisperse index PI) are summarised in the inset table.

Summary of the samples. Figure 2 proposes a diagram to visualise the range of structure parameters we were able to explore. Note that, as a first approximation, we

[1] PI= $\sqrt{\ln(1+\sigma^2)}$ where σ is the normalised standard deviation of the bubble size distribution

will consider that the size distribution is fully described by the median radius R, the polydispersity being similar for all the samples. The structure of the foam is thus given by Φ, whose role was investigated over the 4-20% range, and R, which varied between 15 and 80 μm. Figure 2 also distinguishes the type of gas used for producing the foam (symbols). It appears that the whole range of R is not covered by all the types of gas. This is because ageing of the foam strongly depends on the gas content. On one hand, foams with perfluorohexane (PFH and mix) will age slowly, giving us access to small bubbles: bubbles size initiates at 15 μm and reaches 60 μm in 2 hours. On the other hand, foams with air or helium contain larger bubbles: with air the initial bubble size is around 40 μm and grows to 100 μm in 5 minutes. As a consequence, investigating the role of the gas for foams of identical structure can only be done on a limited range of bubble sizes. In figure 2, we highlight 4 samples whose median radii were close to 50 μm and liquid volume fraction of the order of 10% (see Table 2). These samples will be used to explore the role of the gas on the acoustic attenuation.

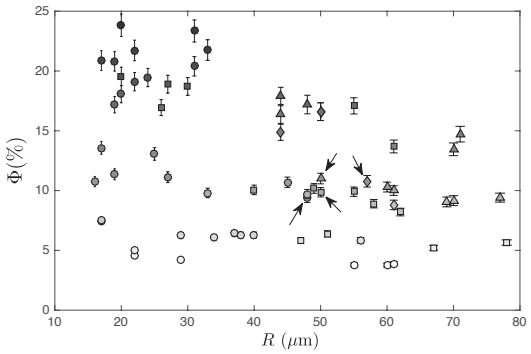


Fig. 2. Liquid volume fractions (Φ) and bubble median sizes (R) for the 71 foam samples investigated. Symbols code for the type of gas (see Table 1), the grey level of the markers correspond to liquid fraction (the darker the symbols the wetter the foams) and arrows indicate the four selected samples with similar structure and different gas content (see Table 2).

Table 2. Type of gas, liquid fraction, median bubble radius and polydispersity index for the four foam samples highlighted in Fig. 2. Gas content is different but structure similar.

	gas	Φ (%)	R (μm)	PI (%)
▲	air	11	50	36
●	PFH	9.5	48	23
■	mix	10	50	30
◆	He	11	57	38

2.2 Acoustic measurements

The acoustical properties of the foams were measured with an impedance tube (B&K, type 4206), schematised in figure 3a. The principle is to measure the reflection coefficient $\mathcal{R}$ on a sample of given thickness d. The tube is held vertically, with the foam sample at the bottom, and the measurement is performed quickly enough (a few seconds) to prevent drainage and ageing of the foam. Typical result of a measurement is shown in Fig. 3b, in which the real and imaginary parts of $(1-\mathcal{R})/(1+\mathcal{R})$ are plotted as function of the frequency. A series of peaks appear, which are related to resonances of the foam layer. Each peak can be analysed and we showed in a previous article [8] that the position of a peak depended on the sound velocity in the foam (v), its width on the attenuation (α), and its height on the density of the sample (ρ). Thus, by analysing the different peaks, we were able to determine v, α, and ρ as functions of frequency, for a frequency range of 0.4-4 kHz. Details on the analysis of the peaks can be found in Ref [8].

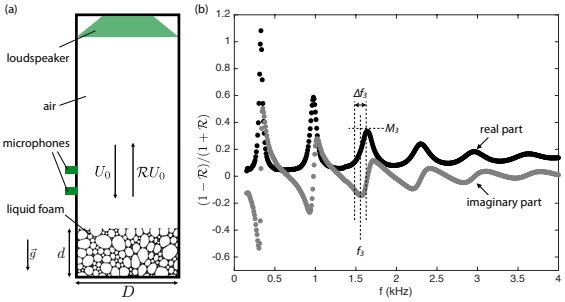


Fig. 3. Acoustic setup and typical acoustic measurement. (a) The impedance tube is held vertically and the bottom is filled with liquid foam on a thickness d. The reflection coefficient $\mathcal{R}$ of the foam sample is then determined by measuring the pressure field with two wall-mounted microphones. (b) Plotting $(1-\mathcal{R})/(1+\mathcal{R})$ as a function of frequency shows a series of peaks, whose position, width and height allow us to determine the velocity, attenuation and density of the foam. Here the example is for a foam made of air saturated with C_6F_{14}, with $\Phi \approx 10$ % and $R = 48$ μm.

To illustrate the kind of measurements we obtained, we show in figure 4 the measured density, sound velocity, and sound attenuation as functions of frequency, for the four foams selected in Table 2. Error bars come from the uncertainty on the foam thickness d ($d = 2.5 \pm 0.1$ cm). Density and velocity are found to be almost independent on both frequency and gas content. On the other hand, the attenuation has a large frequency and gas dependence. The helium foam is the most attenuating, and PFH sample the least attenuating. In order to highlight the role played by the foam structure and the gas composition in the acoustic dissipation process, we now focus on the attenuation, first theoretically, and then experimentally, studying the samples presented in Fig. 2.

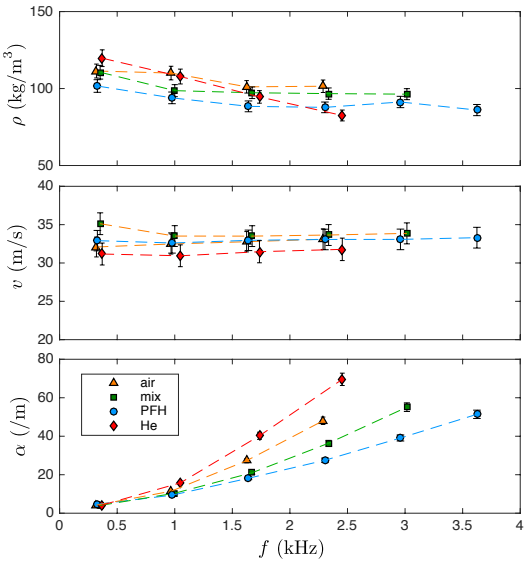


Fig. 4. From top to bottom, density ρ, velocity v and attenuation α as functions of frequency for the four selected foams of Table 2, which have similar structures but different gas contents (color online).

3 Theory

In this section, we present theoretical results for the velocity and attenuation of sound in a liquid foam. We will consider propagation at the long wavelength limit, *i.e.* when the frequency is low enough for the wavelength to be much larger than the typical size of the heterogeneities in the medium. In this article, the largest bubble median radius we consider is of the order of 0.1 mm, while the highest frequency is 4 kHz. At this frequency, the wavelength of sound is of 85 and 375 mm in air and water, respectively. Hence, we are in the proper conditions for modeling the foam as an effective medium.

We propose to first consider the liquid foam as a bubbly liquid (subsection 3.1), because the theory for acoustic propagation in those media, based on the physics of a single bubble oscillating in an infinite extent of liquid, is well developed. Note that this is also the approach chosen in most of the previous theoretical studies on the acoustics of liquid foams [5,6,12]. We will then discuss how this approach could be modified to account for the fact that, in foams, bubbles are beyond the close-packing configuration (subsection 3.2). This discussion will give us guidelines for the analysis of the experimental results.

3.1 Acoustic propagation in a bubbly liquid

We consider that the bubbly liquid has an effective density ρ_{eff} and an effective compressibility χ_{eff}, leading to an effective acoustic wavenumber k:

$$(k/\omega)^2 = \rho_{\text{eff}}\chi_{\text{eff}}, \tag{1}$$

where ω is the angular frequency.

Let us assume that the effective density is given by a simple mixture law:

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_\ell \Phi + \rho_g(1-\Phi), \tag{2a}$$
$$\simeq \rho_\ell \Phi, \quad \text{for } \Phi \gg 0.1\%, \tag{2b}$$

where ρ_ℓ and ρ_g are respectively the mass density of the liquid and the gas. Given the high density contrast between the gas and liquid, (2b) is a very good approximation for most liquid foams. Experimental evidence of large deviation from this mixture law was observed [3,5,12,13] and recently explained [1], showing the existence of a resonance that depends on the size of the bubbles. However, given the typical bubble sizes and frequency range we consider here, resonant effects are not expected to be significant: for a median radius of 0.1 mm, the resonance frequency is expected at 25 kHz, above our 4 kHz maximal frequency.

As for the effective compressibility, it is defined by $\chi_{\text{eff}} = -(1/V)\partial V/\partial P$, where P is the pressure applied to volume V. If we consider that this volume contains bubbles of radius R and a volume of liquid $V_\ell = \Phi V$, we obtain

$$\chi_{\text{eff}} = -3(1-\Phi)\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial P} + \Phi\chi_\ell, \tag{3}$$

where $\chi_\ell = -(1/V_\ell)\partial V_\ell/\partial P$ is the liquid compressibility. We see that the effective compressibility thus depends on the bubble dynamics at the considered frequency. Following Rayleigh-Plesset theory [14], we can consider three pressure terms that affect the oscillations of the bubble: a thermal term, an inertial one, and a viscous one.[2] We then obtain, neglecting the compressibility of the liquid, the following expression for the effective wavenumber:

$$\left(\frac{k}{\omega}\right)^2 = \frac{\rho_\ell\phi(1-\phi)}{\kappa P_0 - \frac{\omega^2\rho_\ell R_0^2}{3} - \frac{4\mathrm{i}\eta\omega}{3}}, \tag{4}$$

where κ is the complex polytropic exponent of the gas, P_0 the static pressure in the bubbles, and η the viscosity of the liquid. Note that k is now a complex number: the bubble's response is not necessarily in phase with the sound wave, which induces attenuation. This expression can be further simplified by noting that, for the range of sizes and frequencies investigated here, the inertial term is negligible. At the limit of low attenuation ($\text{Im}(k) \ll \text{Re}(k)$), we thus obtain the following expressions for the effective velocity ($v = \omega/\text{Re}(k)$) and reduced attenuation ($\tilde{\alpha} = \text{Im}(k)/\text{Re}(k)$):

$$v = \sqrt{\frac{\text{Re}(\kappa)P_0}{\rho_\ell\Phi(1-\Phi)}}, \tag{5}$$

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\alpha}_{\text{th}} + \tilde{\alpha}_{\text{vi}}$$
$$= \frac{-\text{Im}(\kappa)}{2\text{Re}(\kappa)} + \frac{2\eta\omega}{3\text{Re}(\kappa)P_0}. \tag{6}$$

[2] Note that we neglect surface tension and radiative effects here.

Equation (5) is usually known as Wood's law. It was checked to properly predict phase velocity in liquid foams [8], provided that the resonance could be neglected.

Equation (6) shows that the reduced attenuation is the sum of a thermal and a viscous term. For bubbly water ($\eta = 1\,\mathrm{mPa.s}$), the latter term is of the order of $7 \times 10^{-7}\omega$. Thermal loss, on the other hand, depends on the imaginary part of the complex polytropic exponent, which depends on the ratio between the thermal length $\ell_{\mathrm{th}} = \sqrt{2D_{\mathrm{th}}/\omega}$ and bubbles radius R [14]:

$$\kappa = \frac{\gamma}{1 + 3(\gamma - 1)\frac{1 - X\mathrm{cotan}(X)}{X^2}}, \tag{7}$$

where $X = (1 + \mathrm{i})R/\ell_{\mathrm{th}}$ and γ is the ratio of the specific heats. Eq. (7) predicts isothermal transformations of the gas ($\mathrm{Re}(\kappa) \simeq 1$) at low frequencies ($\ell_{\mathrm{th}} > R$), and adiabatic ones ($\mathrm{Re}(\kappa) \simeq \gamma$) at high frequencies ($\ell_{\mathrm{th}} < R$). For the low frequency regime, imaginary part of equation (7) can be approximated by

$$\mathrm{Im}(\kappa) \simeq \frac{1 - \gamma}{15\gamma} \times \frac{R^2\omega}{D_{\mathrm{th}}}, \tag{8}$$

which gives the $\omega R^2/D_{\mathrm{th}}$ scaling law discussed in the introduction. For $R = 50\,\mu$m air bubbles eq. (8) predicts a reduced attenuation of the order of $\tilde{\alpha}_{\mathrm{th}} \simeq 10^{-6}\omega$.

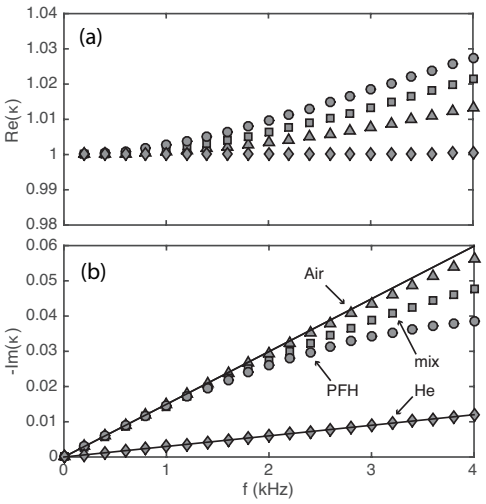


Fig. 5. Theoretical prediction of equation (7) for the real (a) and imaginary (b) part of the polytropic exponent as function of frequency, for the four types of gas considered in Table 1. The bubble size is taken at $R = 50\,\mu$m. Symbols code for the type of gas reported in Table 1. Continuous lines show the low frequency approximation given by Eq. (8), for air and helium.

Fig. 5 shows predictions of Eq. (7) for the four gases considered in Table 1, for a radius $R = 50\,\mu$m. We see that thermal behaviour is expected to be almost isothermal in our experiments, with an imaginary part of κ close to law (8) for the lowest frequencies, but with deviation at higher frequencies. We will see that this deviation is even more pronounced when polydispersity is taken into account (see Fig. 8).

3.2 From bubbly liquid to liquid foam

The structure of a liquid foam is different from that of the dilute bubbly liquid considered for obtaining equation (6): bubbles are not isolated, but in contact with each other. As a consequence, instead of being uniformly distributed around the bubbles, the liquid phase takes two forms: thin films and thicker liquid channels (see Fig. 6). Hence the question arises whether the thermal and viscous behaviours can be described by the same equations as for the dilute case.

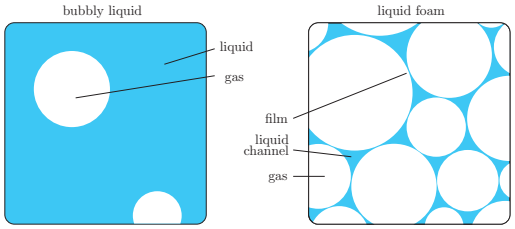


Fig. 6. In a bubbly liquid (left), gas bubbles are far from each other. In a foam (right), the structure is more complex because bubbles are in close contact: the liquid phase is distributed in channels and films. Note that bubbles are spherical in this scheme for simplicity. In reality, beyond the close packing limit ($\Phi < 36\%$) sphericity is lost.

Thermal losses. To obtain equation (7), it is assumed that the liquid around the bubble remains at the same temperature during the oscillations. In a foam, the liquid content is much less than in a dilute bubbly liquid, and this assumption is questionable. Goldbfarb et al [7] considered a bubble surrounded by a liquid shell of finite size, adapted to the liquid volume fraction of the foam, and calculated the thermal behaviour of this system. With this description, it appears that there is enough liquid to maintain the condition of constant temperature. One can argue, however, that, in a foam, bubbles are not covered by an homogeneous layer of liquid: the liquid is distributed between thick liquid channels and thin films. As films are expected to be only a few tens of nanometers thick [15], thermal exchanges between two neighbouring bubbles might be significant. We show, in appendix B, that the presence of thin films may indeed affect the validity of equation (7). However, as deviations are expected to be small for the wet foams we consider here, we shall assume in the following that thermal attenuation in a foam is the same as in a bubbly liquid.

Viscous losses. The viscosity one needs to consider in equation (6) is not clear when the oscillating bubbles is surrounded by other bubbles. Let us denote by $\eta_{\rm bub}$ this viscosity:

$$\tilde{\alpha}_{\rm vi} \simeq \frac{2\eta_{\rm bub}\omega}{3P_0} \tag{9}$$

(considering that $\mathrm{Re}(\kappa) \simeq 1$). We examine three possible choices for $\eta_{\rm bub}$ and give the resulting expected scaling law in ω, R and Φ for $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$:

- $\eta_{\rm bub} = \eta_{\rm water}$. If we assume that the viscous losses are the same as in the dilute bubbly liquid case, the viscosity is that of the foaming solution, i.e. close to the viscosity of water. In this case, we expect $\tilde{\alpha}_{\rm vi} \sim \omega^1\Phi^0R^0$ (no dependence in Φ and R)
- $\eta_{\rm bub} = \eta_{\rm foam}$. We can consider the effective viscosity of the foam itself. Rheology of liquid foams has been studied extensively. The following expression for the viscosity was shown to be in good agreement with measurements [16]:

$$\eta_{\rm foam} = A\sqrt{1+(B/R)^2}\omega^{-1/2}, \tag{10}$$

  with $A = 10.3\,\mathrm{Pa.s}^{1/2}$ and $B = 52\,\mu$m. The scaling law for the reduced viscous attenuation is then expected to be $\tilde{\alpha}_{\rm vi} \sim \omega^{1/2}\Phi^0R^{-1}$ for $R \ll 52\,\mu$m and $\tilde{\alpha}_{\rm vi} \sim \omega^{1/2}\Phi^0R^0$ for $R \gg 52\,\mu$m.
- $\eta_{\rm bub} = \eta_{\rm channel}$. Goldfarb and coworkers [7] proposed that when the bubble was oscillating, it displaced liquid in the channel network. Using a Darcy law for describing the flow, they obtained the following effective viscosity:

$$\eta_{\rm channel} \simeq \eta_{\rm water}\left(1+\frac{71}{\Phi}\right) \tag{11}$$

  which would lead to scaling law $\tilde{\alpha}_{\rm vi} \sim \omega^1\Phi^{-1}R^0$.

In the next part, we will present our experimental results and compare them to Eq. (6) prediction.

4 Experimental results

In this section, we first present measurements of the sound velocity in our foam samples, which are found to be in agreement with Wood's law (section 4.1). We then focus on the reduced attenuation $\tilde{\alpha}$ as a function of frequency for four selected foam samples and show that thermal attenuation alone cannot explain the measurements (section 4.2). We also identify a third mechanism of dissipation, due to the friction losses on the wall of the tube (section 4.3). We then present our fitting procedure for determining the values of two parameters that pilot the attenuation: $\eta_{\rm bub}$ and $\eta_{\rm wall}$ (section 4.4). "Wall viscosity" $\eta_{\rm wall}$ is found to be well described by the macroscopic viscosity of the foam ($\eta_{\rm foam}$). We finally discuss the dependence of "bubble viscosity" $\eta_{\rm bub}$ on the structure and composition of the foam (section 4.5).

4.1 Wood's law

In figure 7 we plot, for each sample, the measured sound velocity as a function of the (acoustically measured) density. As already observed in previous studies [8], we see that the measurements are well described by the isothermal Wood's law. Note that, as the bubbly liquid approach predicts such an isothermal behaviour (see Fig. 5a), this observation supports our hypothesis that thermal losses are also well described by this approach.

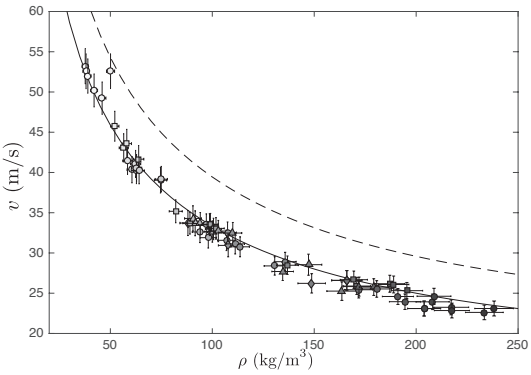


Fig. 7. Sound velocity as a function of the acoustic density at 1 kHz for the 71 samples investigated. Symbols code for the type of gas of Table 1. The grey level of the symbols correspond to liquid fraction: the darker the symbols the wetter the foams (same as fig. 2). Continuous line shows the isothermal Wood's law ($\mathrm{Re}(\kappa) = 1$), while the dashed one represents the adiabatic law for air ($\mathrm{Re}(\kappa) = 1.4$).

4.2 Examples of measured reduced attenuation

To illustrate the typical reduced attenuations measured in our experiments, we show the raw measurements obtained for the four samples selected in Table 2 (see symbols in top part of Fig. 8a). Based on the discussion in the theoretical section (see 3.2), we will assume that the thermal attenuation is well-described by the bubbly liquid approach. As a consequence, because the structure of the foams and their gas composition are known, we can fully calculate the expected behaviour of $\tilde{\alpha}_{\rm th}$ as a function of frequency. We can even take the polydispersity into account, by integrating on the whole bubble size distribution. Figure 8a shows, in solid lines, the predicted thermal reduced attenuation. In line with the simplified monodisperse cases presented in Fig. 5, we see that thermal attenuation is expected to be higher for air foams, then for "mix" and "PFH" samples, and finally for helium foams. The maximum expected reduced attenuation is of the order of 0.04, which is clearly insufficient to explain the measurements (symbols in Fig. 8a). Let us stress here that, even if deviation from the bubbly liquid approach appeared, because

of the presence of thin films, one would expect a *lower* thermal attenuation (see Appendix B). Moreover, the attenuation is found to be maximal in the helium samples, in contradiction with what is expected for thermal losses. We thus conclude from figure 8a that thermal losses alone cannot explain acoustic attenuation in liquid foams.

Another clear feature of figure 8a is the non-monotonic behaviour of $\tilde{\alpha}$, which is first decreasing with frequency, and then increasing. This behaviour is even clearer when one subtracts the theoretical thermal contribution from the measured reduced attenuation, as shown in Fig. 8b. We show in the next section that the low frequency part of the measured attenuation is due to viscous losses on the wall of the impedance tube.

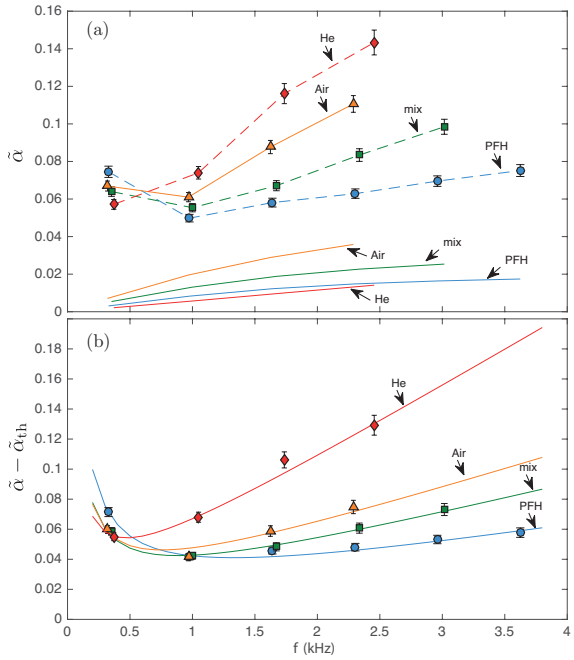


Fig. 8. (Color online) Reduced attenuation as a function of frequency for the four selected samples of Table 2. **(a)** Raw measurements (symbols) and thermal contributions predicted by the bubbly liquid approach (solid lines), taking account of the polydispersity of the foams. **(b)** When the thermal contribution is subtracted from the measurements (symbols), one can fit the data (solid lines) with Eq. (14), using two parameters: $\eta^*_{\rm wall}$ and $\eta_{\rm bub}$.

4.3 Viscous friction on the wall

When a plane wave propagates in a tube, the displacement field needs to satisfy the boundary condition on the wall of the tube, which is done on a viscous layer, over which dissipation occurs. The attenuation associated with this phenomenon is given by Kirchhoff's law [17,18]

$$\tilde{\alpha}_{\rm wall} = \frac{\ell_v}{D} = \sqrt{\frac{2\eta}{\Phi\rho_\ell D^2}}\omega^{-1/2}, \qquad (12)$$

where D is the diameter of the tube, ℓ_v the viscous length and η the viscosity of the fluid in the tube. Note that we neglect the thermal contribution in Kirchhoff's law here. As the viscous layer thickness scales like $1/\sqrt{\omega}$, the attenuation associated with this effect is larger at low frequencies, which makes it a good candidate for explaining our observations of Fig. 8. In usual conditions, this source of attenuation is negligible in impedance tubes, because they are designed with a diameter that is large enough compared to the viscous length in air ($\ell_v \simeq 70\,\mu$m for air at 1 kHz). For liquid foams, however, it appears that friction on the wall can become significant because the viscosity of the foam is high. Note that the existence of such a sheared layer close to a wall when a liquid foam is insonified was observed by Erpelding et al. [19].

We also confirmed the existence of this Kirchhoff attenuation in our samples by testing the role of tube diameter D. As shown in Appendix C, the same intrinsic attenuation was recovered for similar samples measured in two different tubes, provided that the wall attenuation was properly subtracted.

4.4 Fitting

We have identified three possible dissipation mechanisms involved in our experiment: two are intrinsic, with thermal and viscous origins, and one is caused by the experimental setup, the viscous friction on the wall. If we assume that thermal attenuation is known and given by the bubbly liquid approach, we are left with two viscous dissipation terms involving two unknown viscosities:

- viscosity $\eta_{\rm bub}$ at the bubble level (appearing in Eq. 9), *i.e.* the viscosity experienced by one bubble of the foam during its oscillations,
- viscosity $\eta_{\rm wall}$ on the wall (appearing in Eq. 12), which is the viscosity involved in the viscous layer to satisfy the boundary conditions on the tube.

Assuming that the reduced attenuation terms add up, as in Eq. (6), we thus have the following equation as a candidate for describing the experimental data of Fig. 8b:

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\rm th} &= \tilde{\alpha}_{\rm wall} + \tilde{\alpha}_{\rm vi} \\ &= \sqrt{\frac{2\eta_{\rm wall}(\omega)}{\Phi\rho_\ell D^2}}\omega^{-1/2} + \frac{2\eta_{\rm bub}(\omega)}{3P_0}\omega. \end{aligned} \qquad (13)$$

Note that the two unknown viscosities are *a priori* frequency dependent: $\eta_{\rm wall}(\omega)$ and $\eta_{\rm bub}(\omega)$. The next step is to determine this frequency dependence in order to have a fitting law for our $\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\rm th}$ vs f plots. Among the choices already discussed in section 3.2, two viscosities are frequency independent ($\eta_{\rm water}$ and $\eta_{\rm channel}$) and one scales like $\omega^{-1/2}$ ($\eta_{\rm foam}$). The high frequency behaviour

of the plots shown in Fig. 8b suggest a linear law in frequency, hence a $\eta_{\rm bub}$ that is frequency independent. On the other hand, trying to fit with a frequency-independent $\eta_{\rm wall}$ leads to a $\omega^{-1/2}$ law for $\tilde{\alpha}_{\rm wall}$, which we found not to decrease fast enough with frequency to capture the behaviour depicted in Fig. 8b. With $\eta_{\rm wall} \sim \omega^{-1/2}$, the low frequency part of the reduced attenuation scales like $\omega^{-3/4}$, which gave much better results for the fitting. It therefore suggests that $\eta_{\rm wall}$ might correspond to $\eta_{\rm foam}$. Assuming that $\eta_{\rm wall}(\omega) = \eta^*_{\rm wall}\sqrt{\omega^*/\omega}$, where $\omega^* = 2\pi \times 1\,$kHz, we thus obtain the following fitting law

$$\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\rm th} = \sqrt{\frac{2\eta^*_{\rm wall}\sqrt{\omega^*}}{\Phi\rho_\ell D^2}}\omega^{-3/4} + \frac{2\eta_{\rm bub}}{3P_0}\omega, \qquad (14)$$

with the two fitting parameters $\eta^*_{\rm wall}$ and $\eta_{\rm bub}$. Solid lines in Fig. 8b show that satisfactory fittings are obtained with this law. The best fitting parameters we obtained for all the samples are displayed in Fig. 9. Error bars come from the 95% confidence bounds on the fit parameters.

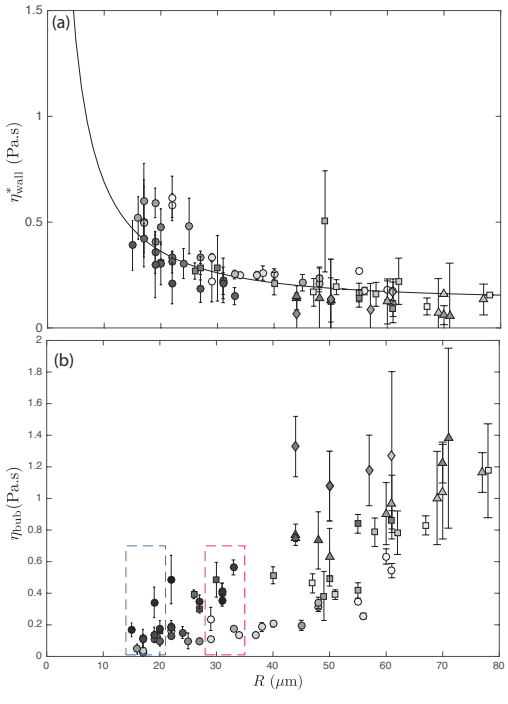


Fig. 9. Viscosities $\eta^*_{\rm wall}$ (a) and $\eta_{\rm bub}$ (b) as functions of R. Symbols code for the type of gas (see Table 1). The grey level of the symbols correspond to liquid fraction: the darker the symbols the wetter the foams (same as fig. 2). In (a) the continuous line indicates the $\eta_{\rm foam}$ viscosity expected at 1 kHz, as given by phenomenological law (10), with no fitting parameter.

Both viscosities were found to mostly depend on the median radius R. Interestingly, values of $\eta^*_{\rm wall}$ are close to prediction of Eq. (10), suggesting that the phenomenological law found by Costa et al. [16] with rheology measurements is still valid in the kHz frequency range, as already observed by Wintzenrieth *et al* for shaving foams [20].

As for $\eta_{\rm bub}$, its values are two to three orders of magnitude higher than for pure water, and it increases with R. We shall explore its dependence on R, Φ and gas nature in further details in the next section.

4.5 Gas and structure dependence of $\eta_{\rm bub}$

In addition to the clear dependence in R, a Φ-dependence seems visible in Fig. 9b: darker symbols tend to correspond to higher values of viscosity than lighter ones, which would indicate that the viscosity is larger for wetter foam. To better appreciate this effect, we isolate two groups of samples of same gas composition (PFH) and with median radius of the order of 20 (blue dashed rectangle) and 30 μm (red dashed rectangle). The corresponding data points are displayed in Fig. 10, as function of liquid volume fraction Φ. The values are scattered and no clear tendency can be extracted; $\eta_{\rm bub}$ may be independent of or slightly increasing with Φ. In any case, these measurements are not compatible with the Darcy model proposed by Goldfarb et al, which predicts a $1/\Phi$ behaviour (see Eq. (11)). At this stage, it appears that none of the three candidates presented in section 3.2 ($\eta_{\rm water}$, $\eta_{\rm channel}$ and $\eta_{\rm foam}$) are compatible with our measurements of $\eta_{\rm bub}$.

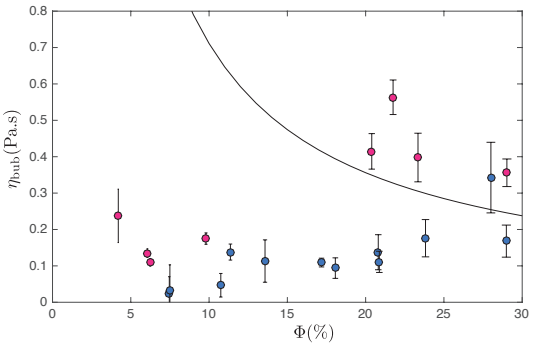


Fig. 10. Results of the fitting for $\eta_{\rm bub}$ as a function of liquid volume fraction Φ for PFH foams with median radius of the order of 20 (in blue) and 30 μm (in red). The two sets of data points correspond to the blue and red dashed rectangles shown in Fig. 9. Solid line shows $\eta_{\rm channel}$, the viscosity proposed by Goldfarb et al (see Eq. (11)).

We then turn to the effect of the nature of the gas on the acoustic attenuation. As Fig. 9a gives us confidence in identifying $\eta_{\rm wall}$ with $\eta_{\rm foam}$, we go a step further in our subtracting process and plot, in Fig. 11, $\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\rm th} - \tilde{\alpha}_{\rm wall}$ (*i.e.* what we expect to correspond to $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$), for the four samples that have similar structures and different gas contents (see Tab. 1). The linear behaviour, already visible in Fig. 8, is

even clearer. Fitting linear laws through the data points then gives access to the values of $\eta_{\rm bub}$ for the different gases. As shown in the inset of Fig. 11, the found values are compatible with a $1/\sqrt{\rho_g}$ scaling law, suggesting that the lighter the gas of the foam, the larger the attenuation.

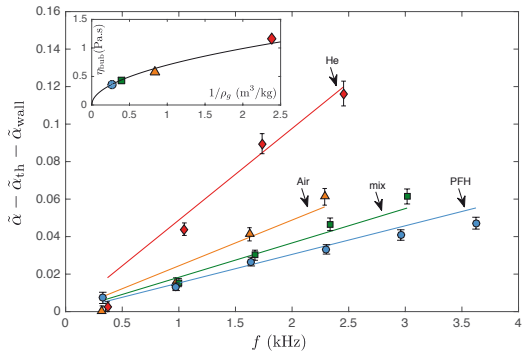


Fig. 11. Measured reduced attenuation without the thermal and the viscous friction on the wall contributions (markers) fitted by a linear law (continuous lines). Inset: $\eta_{\rm bub}$ (extracted from the linear fit and using Eq.9) as a function of $1/\rho_g$ (see Table 1).

To summarise the dependence of $\eta_{\rm bub}$ on gas and bubble size, we plot in Fig. 12 the measured viscosities rescaled by $\sqrt{\rho_g}$ as a function of median radius R. As the effect of Φ has not been clearly identified, we limit ourselves to intermediate liquid volume fractions: $7 < \Phi < 15\%$ in this figure. A reasonable collapse of the data points for different gas content is obtained, on a master curve that is compatible with a R^2 scaling.

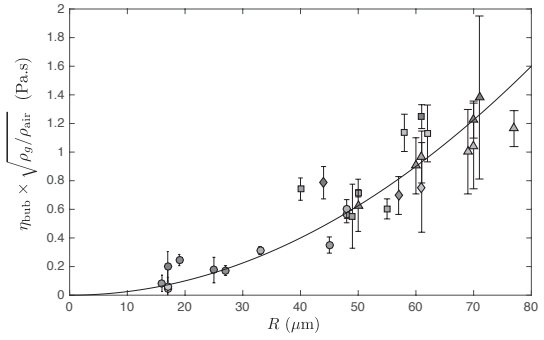


Fig. 12. Effective viscosity $\eta_{\rm bub}$ as a function of R for samples with liquid fraction between 7 and 15 %. Symbols code for the type of gas (see Table 1). Solid line corresponds to $(R/50\,\mu{\rm m})^2 \times 0.6\,{\rm Pa.s}$.

5 Conclusion

In this article, we presented experimental results on the attenuation of acoustic waves in liquid foams of well controlled structure and composition.

By systematically analysing the influence of the frequency ($0.4 < f < 4\,$kHz), the median radius of the bubbles (R), the liquid volume fraction (Φ) and the nature of the gas, we managed to identify three contributions to the attenuation.

An attenuation $\tilde{\alpha}_{\rm wall}$ that is due to our setup (an impedance tube) and is found to be well accounted by viscous friction on the wall with the macroscopic viscosity of the foam, which depends on the bubble size and follows the law established by rheology measurements at lower frequencies.

An intrinsic attenuation $\tilde{\alpha}_{\rm th}$ that is due to thermal losses during the oscillation of the bubbles when the acoustic waves propagates. We assumed that this attenuation was the same as in bubbly liquids, which is supported by (1) our measurements of sound velocities compatible with an isothermal Wood's law, (2) our calculations of the effect of thin films on the thermal behaviour of the bubbles (Appendix B).

An other intrinsic attenuation $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$ that is due, in our modelling, to the flow the bubbles generate during their oscillation. This last term is intriguing and, contrary to the two previous ones, we cannot associate it with any clear dissipation mechanism. According to our measurements, a phenomenological law for this attenuation would be

$$\tilde{\alpha}_{\rm vi} \simeq 0.025 \frac{\omega}{\omega^*} \left(\frac{R}{R^*}\right)^2 \left(\frac{\Phi}{\Phi^*}\right)^a \sqrt{\frac{\rho_{\rm air}}{\rho_g}}, \qquad (15)$$

with reference radius $R^* = 50\,\mu$m, frequency $\omega^* = 2\pi \times 1\,$kHz, and volume fraction $\Phi^* = 10\%$, and with an exponent $a \geq 0$. Interestingly, we recover the ωR^2 scaling law that had been associated with thermal losses in previous studies. However, we insist, thermal attenuation cannot alone explain our observations: (1) it predicts too small values of attenuation (see Fig. 8a) and (2) modifications of the current model would tend to lead to even lower values, not larger, (3) helium foams would be expected to attenuate the least, while we found the opposite.

As a final remark, we note that the observed dependence of $\tilde{\alpha}_{\rm vi}$ to the density of the gas suggests that its origin might actually be quite different from the mechanism we invoke for establishing it. Further experimental and theoretical works will be necessary for elucidating the origin of this acoustic attenuation.

A Thermal properties of gas mixtures

Thermal properties of a gas mixture were estimated by calculating averaged values of the thermal conductivity (λ) and the heat capacity (C_p):

$$\lambda = x\lambda_1 + (1-x)\lambda_2, \qquad (16a)$$
$$C_p = xC_{p,1} + (1-x)C_{p,2}, \qquad (16b)$$

where x is the molar fraction of gas 1 in the mixture. These linear laws are only approximations [21], but they provide good orders of magnitudes, and we checked that the final results in terms of thermal attenuation were not too sensitive to the exact values of the parameters. With equations (16), we then estimated γ and $D_{\rm th}$ with the following formulas:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_p - R}, \tag{17}$$

$$D_{\rm th} = \frac{\lambda RT}{P_0 C_p}, \tag{18}$$

where $R \simeq 8.31\,\mathrm{J/K/mol}$ and T is the temperature.

B Thermal exchanges through thin films

In this appendix, we propose to investigate the role of thin films in the thermal exchanges between gas bubbles. Indeed, the bubbly liquid approximation assumes that the temperature of the liquid around each bubble remain constant during the oscillations. This assumption is questionable when only a thin layer of liquid separates the bubbles.

Note that Goldfarb and coworkers calculated the effect of a finite amount of liquid on the thermal behavior of a bubble [12]. However, they disregarded the role of the films, because they considered a uniform layer of liquid around each bubble, which is not realistic for foams. Furthermore, their condition of zero heat flux for the outer part of the liquid layer is questionable, as it implies that no thermal exchange can exist between neighbouring bubbles. For simplicity, we consider a one-dimension problem,

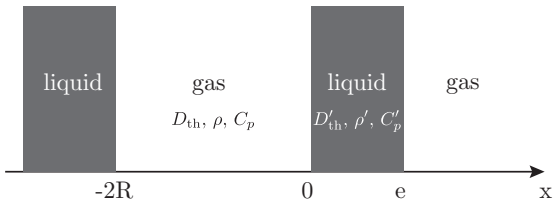


Fig. 13. One-dimension study of thermal exchange between air bubbles separated by thin films. We calculate the temperature profile and the volume variation of the gas layer when an extra pressure $p\exp[-\mathrm{i}\omega t]$ is applied.

as schematized in figure 13: gas layers of length $2R$ are separated by liquid walls of thickness e. We want to calculate the volume variation of the gas layer when a pressure variation $p\exp[-\mathrm{i}\omega t]$ is applied. The main question is to determine whether this volume variation will be isothermal or adiabatic, depending on the heat exchange between the gas and the liquid. Heat equation applies in each layer:

$$\frac{\partial}{\partial t}T(x,t) - D_{\rm th}\Delta T(x,t) = \frac{1}{\rho C_p}\frac{\partial P}{\partial t}. \tag{19}$$

We look for solutions of the form

$$T(x,t) = T_0 + T_1(x)\exp[-\mathrm{i}\omega t]$$

(T_0 being the temperature at equilibrium), with temperature profiles

$$T_1(x) = \frac{p}{\rho C_p}\left[1 + A\cos(k_{\rm th}x) + B\sin(k_{\rm th}x)\right], \tag{20}$$

for $-2R < x < 0$ and

$$T_1(x) = \frac{p}{\rho' C'_p}\left[1 + A'\cos(k'_{\rm th}x) + B'\sin(k'_{\rm th}x)\right] \tag{21}$$

for $0 < x < e$, where $k_{\rm th} = (\mathrm{i}\omega/D_{\rm th})^{1/2}$. Constants A, B, A', and B' are determined by imposing the continuity of temperature and heat flux both in $x = 0$ and between $x = -2R$ and $x = +e$ (periodic conditions). Then, knowing the profile of temperature in the gas, one can determine the small volume variation ($\mathrm{d}V$) in between x and $x + \mathrm{d}x$, and integrate to calculate the total volume variation, which in turn leads to the compressibility $\chi = 1/(\kappa P_0) = -(1/V)\partial V/\partial P$.

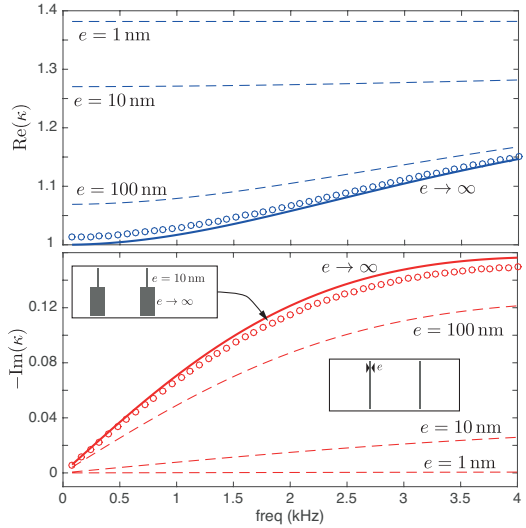


Fig. 14. Real (top) and imaginary (bottom) part of the polytropic exponent κ as functions of frequency, for the one-dimension case depicted in Fig. 13. We consider air layers of $2R = 100\,\mu\mathrm{m}$, and water walls of different thicknesses e. Thick lines show the results for an infinite amount of water ($e \to \infty$). Circles are for the case of two walls in parallel: 20% of the surface being a 10 nm film, and 80% an "infinite" wall.

Figure 14 shows results of this calculation for air layers of $2R = 100\,\mu\mathrm{m}$ separated by water films of different thicknesses e. As expected, for large thicknesses, κ tends toward the "bubbly liquid" behaviour (slightly different here because we consider a 1D problem). In particular, Re(κ) remains close to 1. On the other hand, for

films as thin as 1 nm, the adiabatic behaviour is recovered ($\mathrm{Re}(\kappa) \simeq 1.4$) and the thermal attenuation is significantly reduced. We thus obtain the intuitive result that if films are too thin, they do not thermally separate the air layers. From our simple model, "too thin" here roughly means less than 1 μm. In liquid foams, typical films thickness is of the order of tens of nanometers, which means that clear deviation from the bubbly liquid case could be expected. However, not the whole surface of bubbles is covered by films; there are also liquid channels whose thermal inertia is much higher. We propose to account for the presence of both films and channels by considering two walls in parallel, as depicted in the inset of Fig. 14, and calculate an average polytropic exponent given by $1/\kappa = x/\kappa_{\mathrm{film}} + (1-x)/\kappa_{\mathrm{channel}}$, where x is the surface ratio covered by the films around a bubble. For foams of liquid volume fraction 10%, this ratio is of the order of $x = 0.2$ [22]. As shown by the circles in Fig. 14, with this model even 10 nm films bring a negligible deviation from the pure bubbly liquid case.

C Viscous friction on the wall

The analysis of our measurements suggests that part of the losses for the acoustic waves is due to friction on the wall of the tube, with the following reduced attenuation (see section 4.4):

$$\tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}} = \frac{\omega^{-3/4}}{D}\sqrt{\frac{2A\sqrt{1+(B/R)^2}}{\Phi\rho_\ell}}, \qquad (22)$$

with $A = 10.3\,\mathrm{Pa.s}^{1/2}$ and $B = 52\,\mu$m. This relationship can be further tested by comparing measurements on similar foams in tubes of different diameters. Table 3 shows the results of two tests, comparing measurements for $D = 100$ mm and $D = 29$ mm. One can observe that measured reduced attenuations $\tilde{\alpha}$ are larger in the narrower tube. By subtracting the $\tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}}$ predicted by Eq. (22) from the measured $\tilde{\alpha}$, we recover the same intrinsic attenuations.

Table 3. Acoustic attenuation at 0.5 kHz for PFH liquid foams measured in two impedance tubes of different diameters.

D (mm)	R (μm)	PI (%)	Φ (%)	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{\alpha} - \tilde{\alpha}_{\mathrm{wall}}$
100	32	40	10	0.22	0.13
29	33	24	10.5	0.51	0.13
100	20	35	16	0.19	0.09
29	22	35	19	0.48	0.09

References

1. Juliette Pierre, Benjamin Dollet, and Valentin Leroy. Resonant acoustic propagation and negative density in liquid foams. Physical Review Letters, 112(148307), 2014.
2. Albert Beaumont Wood. A text book of sound. G. Bell and Sons, London, 1941.
3. KB Kann. Sound waves in foams. Colloids and surfaces a: physicochemical and engineering aspects, 263(1):315–319, 2005.
4. Richard Raspet and SK Griffiths. The reduction of blast noise with aqueous foam. The Journal of the Acoustical Society of America, 74(6):1757–1763, 1983.
5. Nicolás Mujica and Stéphan Fauve. Sound velocity and absorption in a coarsening foam. Physical Review E, 66(2):021404, 2002.
6. Martin Monloubou, Arnaud Saint-Jalmes, Benjamin Dollet, and Isabelle Cantat. Influence of bubble size and thermal dissipation on compressive wave attenuation in liquid foams. EPL (Europhysics Letters), 112(3):34001, 2015.
7. I Goldfarb, Z Orenbakh, I Shreiber, and F Vafina. Sound and weak shock wave propagation in gas-liquid foams. Shock Waves, 7(2):77–88, 1997.
8. Juliette Pierre, Reine-Marie Guillermic, Florence Elias, and Valentin Leroy. Acoustic characterisation of liquid foams with an impedance tube. European Physical Journal E, 36(113), 2013.
9. II Goldfarb, ZM Orenbakh, GA Shushkov, IR Shreiber, and FI Vafina. Investigation of sound waves propagation peculiarities in gas-liquid foam. Le Journal de Physique IV, 2(C1):C1–891, 1992.
10. T. Gaillard, M. Roché, C. Honorez, M. Jumeau, A. Balan, C. Jedrzejczyk, and W. Drenckhan. Controlled foam generation using cyclic diphasic flows through a constriction. International Journal of Multiphase Flow, 2017.
11. Thibaut Gaillard, Clément Honorez, Maxime Jumeau, Florence Elias, and Wiebke Drenckhan. A simple technique for the automation of bubble size measurements. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 473:68–74, 2015.
12. II Goldfarb, IR Schreiber, and FI Vafina. Heat transfer effect on sound propagation in foam. The Journal of the Acoustical Society of America, 92(5):2756–2769, 1992.
13. Imen Ben Salem, Reine-Marie Guillermic, Caitlin Sample, Valentin Leroy, Arnaud Saint-Jalmes, and Benjamin Dollet. Propagation of ultrasound in aqueous foams: bubble size dependence and resonance effects. Soft Matter, 9(4):1194–1202, 2013.
14. Andrea Prosperetti. Nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids: steady-state solutions. The Journal of the Acoustical Society of America, 56(3):878–885, 1974.
15. Isabelle Cantat, Sylvie Cohen-Addad, Florence Elias, François Graner, Reinhard Höhler, Olivier Pitois, Florence Rouyer, and Arnaud Saint-Jalmes. Foams: structure and dynamics, 2013.
16. Séverine Costa, Reinhard Höhler, and Sylvie Cohen-Addad. The coupling between foam viscoelasticity and interfacial rheology. Soft Matter, 9(4):1100–1112, 2013.
17. Gustav Kirchhoff. Ueber den einfluss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung. Annalen der Physik, 210(6):177–193, 1868.
18. DE Weston. The theory of the propagation of plane sound waves in tubes. Proceedings of the Physical Society. Section B, 66(8):695, 1953.
19. Marion Erpelding, Reine-Marie Guillermic, Benjamin Dollet, Arnaud Saint-Jalmes, and Jérôme Crassous. Investigating acoustic-induced deformations in a foam using multiple light scattering. Physical Review E, 82(2):021409, 2010.

20. Frédéric Wintzenrieth, Sylvie Cohen-Addad, Marie Le Merrer, and Reinhard Höhler. Laser-speckle-visibility acoustic spectroscopy in soft turbid media. Physical Review E, 89(1):012308, 2014.
21. Alexander L Lindsay and LeRoy A Bromley. Thermal conductivity of gas mixtures. Industrial & Engineering Chemistry, 42(8):1508–1511, 1950.
22. HM Princen. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. ii. experimental study of the yield stress and wall effects for concentrated oil-in-water emulsions. Journal of colloid and interface science, 105(1):150–171, 1985.

Dissipation of ultrasonic and audible sound waves in liquid foams

C. Gaulon[1)], J. Pierre[2)], V. Leroy[1)], F. Elias[1,3)], C. Derec[1)]
[1)] Laboratoire Matière et Systèmes Complexes UMR 7057, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, CNRS, F-75205 Paris, France
[2)] Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, CNRS, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris, France
[3)] Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, F-75005 Paris, France

Summary

Recent results have shown the rich dynamical properties of liquid foams when submitted to an acoustic wave. However the mechanisms responsible for the observed strong attenuation are still unclear. In this paper we collect and compare the main results concerning dissipation of two separate studies investigating the propagation of sound waves in liquid foams. The first one [1] developed a model to describe the different behaviours observed at ultrasonic frequency (60-600 kHz); a reasonable agreement with experiments was found by adding a phenomenological term of dissipation. In the second study [2] the measurement of a dissipative term of unknowm origin was performed in the audible range (0.2-5 kHz). By comparing these two studies, we find a similar value for both dissipation terms even if they emerge in completely different frequency ranges.

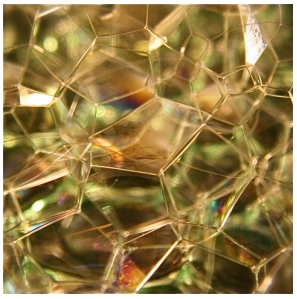


Figure 1: Photography of a liquid foam: here, the bubble size is millimetric and the volume fraction of liquid in the foam is about 1%. This foam is much dryer than those used in our experiments, but this snapshot shows key elements of the foam: the soap films and the liquid channels.

1 Introduction

Propagation of acoustic waves in complex media is an active field of research, and most of the two-phase systems that exist have been extensively studied, bubbly liquids as well as solid foams (see for instance [3, 4]). In between, studies on liquid foams remain less numerous. Yet these materials are part of our every day life (they can be found in cosmetic and cleaning devices, food and drink, fire fighting systems) and are also very interesting acoustic materials. Although materials used as acoustic dampers are commonly open-cell porous materials [5], recent studies have shown the promising acoustic properties of liquid foams [6, 1]. The liquid foam skeleton is made of thin membranes (soap films) and liquid channels at the junction between three films, these structures enclosing gas bubbles (see Fig. 1 for a photography of the foam microstructure). Liquid foams are thus constitutively closed-cell materials, but this is not a handicap for sound insulation. In fact, the strong coupling between the vibrations of the air, and the dynamics of the deformable films and liquid channels, leads to extraordinary phenomena. The effective density of the foam, which depends on the frequency and on the bubble's size, can for instance become negative [1]. Liquid foams are thus natural and 3D acoustic metamaterials.

The last years have seen many progresses in understanding the acoustic propagation in liquid foams. Different regimes of propagation are explained by modeling the mechanical coupling between the compression of the gas phase and the vibration of the liquid skeleton at the scale of the bubbles. However, the acoustic dissipation remains an unknown ingredient, although it has been phenomenologically taken into account in the model. This article focuses on the acoustic dissipation. It is based on previous results, obtained in different frequency ranges, and aims at unifying the descriptions of the acoustic dissipation given separately in those studies. In section 2, we describe the first study, based on the reference [1], where the acoustic behaviour of liquid foam is investigated over a large high-frequency range (60-600 kHz), using broadband air transducers. We recall the main results and the main steps of the model, emphasizing

the role played by the phenomenologically introduced dissipation in describing the experimental results. In section 3, we recall some pertinent results for the purpose of this paper, extracted from reference [2], where a dissipative term was measured during the acoustic propagation in a liquid foam in a much lower frequency range (0.2-5 kHz), using an impedance tube. In section 4, we show that the two dissipative terms are compatible thanks to the experimental evidence of the phenomenologically introduced term. This suggests that one source of dissipation is common for the whole frequency range.

2 Ultrasonic frequency

In this section, we describe experiments where the liquid foam is investigated over a broad range of frequencies f (60-600 kHz) [1] and we recall the main steps of the corresponding modeling, focusing on the attenuation. The liquid foams used for this study are made of a foaming solution, SDS (Sodium Dodecyl Sulfate) at 10g/L in distilled water, and a gaseous phase, air saturated in C_6F_{14} (perfluorohexane). Generated by the "double-syringe" technique [7], liquid foams have thus a controlled liquid volume fraction Φ, defined as the ratio between the liquid volume and the total volume of the foam. The median bubble radius R is also measured thanks to a bubble raft technique [8], in order to work with well characterized foams. Due to gas exchange between bubbles, R increases over time [9]. This coarsening of the foam enables us to investigate the behaviour of the foam for different radii R.

With two broadband air transducers, the first one emitting an ultrasonic gaussian pulse, we measure the transmission through a slab of foam with a well defined thickness. The foam is closed with plastic films, as thin as possible to reach an efficient transmission of ultrasounds (Fig. 2).

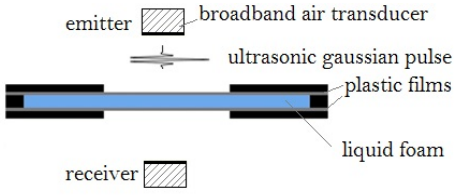


Figure 2: Scheme of the ultrasonic (60-600 kHz) setup. The complex transmission measurement is performed with a pair of broadband air transducers (see [10] for details). The distance between each transducer and the foam sample is 9 cm, and the thickness of the foam slab is 0.5 mm.

From the complex transmission measured through the multi-layered system {film-foam-film}, an inversion procedure is performed to obtain the complex wavenumber k in the foam as a function of the frequency f. Since $k = \omega/v + i\alpha$, with $\omega = 2\pi f$ the angular frequency, we can then deduce the velocity v and attenuation α. In Fig. 3, we present some experimental results obtained for the velocity v as a function of frequency, for two different bubble median radii R. For small bubbles ($R = 20\,\mu$m), the velocity is of the order of 40 m/s, and measurable only up to 200 kHz, the attenuation being too large for higher frequencies. When bubbles are larger ($R = 45\,\mu$m), we find a totally different regime: frequencies lower than 200 kHz are too attenuated, and the measurements of velocity are somehow scattered but indicate a velocity about 5 times larger than the one for small bubbles and that slightly decreases with frequency.

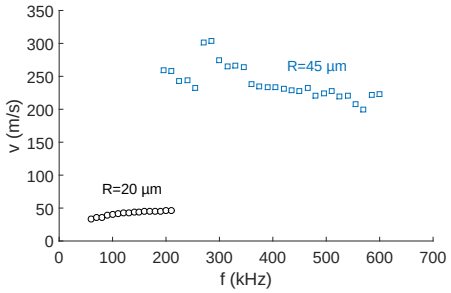


Figure 3: Experimental velocity, as a function of the frequency, for $R = 20$ μm (black circles) and $R = 45$ μm (blue squares), with Φ =11% in both cases.

Our measurements thus show that phase velocity in a liquid foam seems to depend on both frequency and bubbles radius. This behavior is not expected by the usual Wood's law [11], in which the liquid foam can be described as an effective medium, whose properties are the averages of those of the liquid and gaseous phases, in a proportion depending on the liquid volume fraction. Applied to effective compressibility χ_{eff} and effective density ρ_{eff}, this averaging process leads to

$$\chi_{\text{eff}} = (1-\Phi)\chi_g + \Phi\chi_\ell, \tag{1}$$

$$\rho_{\text{eff}} = (1-\Phi)\rho_g + \Phi\rho_\ell, \tag{2}$$

with Φ the liquid volume fraction and the subscripts $\{g,\ell\}$ denoting respectively the gaseous and liquid phase. As gases are much more compressible and much less dense than liquids ($\chi_\ell \ll \chi_g$ and $\rho_g \ll \rho_\ell$) for usual values of Φ, equations (1) and (2) simplify into

$$\chi_{\text{eff}} = (1-\Phi)\chi_g, \tag{3}$$

$$\rho_{\text{eff}} = \Phi\rho_\ell. \tag{4}$$

Assuming isothermal compressibility of the gas ($\chi_{\text{g}} = 1/P_0$, with P_0 the atmospheric pressure), we thus

obtain the following expression for the velocity in Wood's regime:

$$v_{\text{Wood}} = \sqrt{\frac{1}{\chi_{\text{eff}}\,\rho_{\text{eff}}}} = \sqrt{\frac{P_0}{\rho_\ell \Phi(1-\Phi)}}, \qquad (5)$$

which depends only on the liquid volume fraction Φ. This leads, for a liquid foam with $\Phi = 11\%$, to a velocity $v = 32\,\text{m/s}$, in reasonable agreement with our experimental measurements for small bubble radius (black circles in Fig. 3). However, it does not explain the measurements for larger bubbles.

We recently proposed a model to explain these observed deviations to Wood's law for liquid foams. Details on the model can be found in refs [1] and [13]. Here we only give the main ingredients and the relevant equations for our purpose.
The basic idea of the model is to recognize the fact that, in a foam, the liquid phase is distributed into two different elements: channels and films. This was illustrated in Fig. 1, and we propose to model this structure with the scheme depicted in Fig. 4(a): a thin film stretched over a thicker ring (representing the liquid channel). When a pressure wave impinges on such a structure, the dynamics is rich because its two elements have different properties: while the film is light and stretchable, the ring is heavy and not deformable. It follows that the total inertia of the system is found to depend on the frequency. For low frequency, the channel displacement dominates (see left side of Fig. 4(b)) and Wood's regime is recovered. But for high frequencies, channel's inertia is too large and only the films are moving (see right side of Fig. 4(b)). This second regime being similar to the model proposed by Kann [12], we note v_{Kann} the predicted high frequency limit for the velocity. It is given by

$$v_{\text{Kann}} = \sqrt{\frac{P_0}{[\rho_\ell \Phi_f / x^2 + (1-\Phi)\rho_g](1-\Phi)}}, \qquad (6)$$

where x is the film surface fraction and Φ_f the film volume fraction. In contrast with Wood's regime, now the density of the gas cannot be neglected because the amount of liquid present in the films is very small ($\Phi_f \ll \Phi$). Kann regime can be viewed as describing the propagation in a gas that is made slightly heavier by the presence of thin films, and it leads to higher values of sound velocity than in Wood regime, which is consistent with our measurements. Note that the (non trivial) x dependence in Eq. (6) is a reminiscence of the presence of liquid channels: not all the surface encountered by the acoustic wave is covered by films. An empirical law was established by Princen to relate x to the liquid volume fraction of the foam [14]. It goes from $x = 1$ for a dry foam ($\Phi \to 0$) to $x = 0$ for a wet foam with no films. For $\Phi = 11\%$, it gives $x = 0.2$.

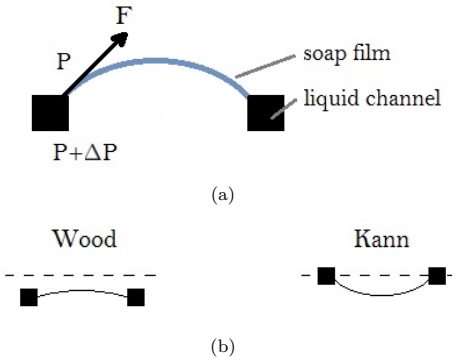


Figure 4: (a) Depiction of the liquid foam's microstructure. The liquid channels and the soap film are subjected to a difference pressure ΔP (induced by the acoustic excitation). In addition, the soap film generates a traction force F on the liquid channels. (b) Sketches of the response of the system {soap film + liquid channel} to the acoustic wave for the two regimes, the dashed line corresponding to the rest position (see text).

In our model, the transition from Wood to Kann regime is predicted to scale as $f \times R^{3/2}$. The velocity v and the attenuation α obtained for all the measurements (*i.e.* for different R) are respectively shown in Fig. 5(a) and 5(b). The rescaled frequency f^* corresponds to $f \times (R/R_0)^{3/2}$, where the reference median radius $R_0 = 20\ \mu$m corresponds to the minimum bubble size in our experiments. The symbol * denotes this rescaling operation (as for the attenuation α^* in Fig. 5(b)).

Thanks to this rescaling operation, all the results obtained for different bubble radii collapse on a master curve. The two non-dispersive regimes previously identified are clearly visible: at small radius and low frequency (Wood's regime), the velocity is almost constant with frequency and the attenuation increases with frequency; at large radius and high frequency (Kann's regime), the velocity is larger and tends towards a plateau value, and the attenuation decreases with frequency. In between appears a highly dispersive regime associated to a resonance phenomenon, with a maximum of attenuation. At the resonance, the liquid channels have a small displacement compared to the large displacement of the soap films, which move in phase opposition. The key element for coupling the dynamics of these two elements is the traction force exerted by the soap film on the liquid channels (see Fig. 4(a)). This force per unit length F, tangent to the film, is

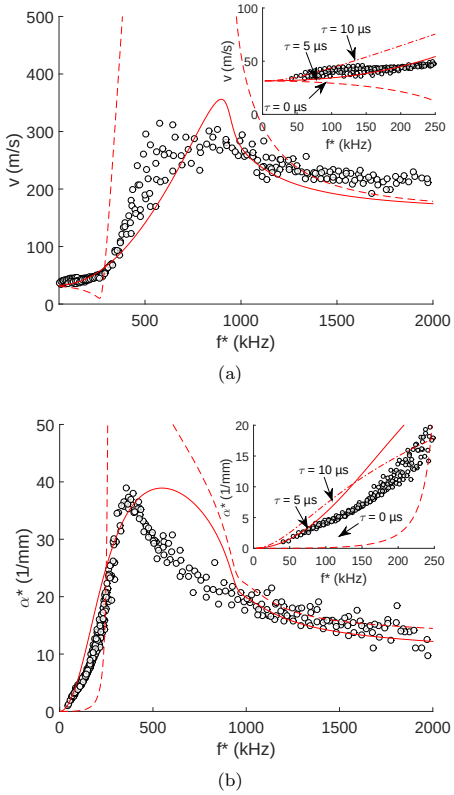


Figure 5: (a) Velocity and (b) rescaled attenuation in the liquid foam as a function of the rescaled frequency f^* (see text). Circles: experimental data (with different radii and Φ=11%). Model without (dashed line) and with (solid line) an additional dissipative term with $\tau = 5$ μs. Inserts: zoom at low frequency, that show more precisely the model for three values of τ: 0 μs, 5 μs and 10 μs. Since neither $\tau = 0$ μs nor τ =10 μs give good predictions, we conclude that a satisfactory agreement is obtained for $\tau \approx 5$ μs. Model is calculated for $\Phi_f = 0.003\%$.

$$F = 2\sigma, \tag{7}$$

with σ the surface tension (for our foaming solution, $\sigma = 35$ mN/m), which tends to minimize the surface area of the soap film.

We can see in Fig. 5 the prediction of our model, plotted in dashed line: the model catches well the two non-dispersive regimes as well as the resonance.[1] However, for both the velocity and the attenuation the amplitude predicted at the resonance is much higher than the one measured. Note that the model already takes into account the viscous dissipation in the air, which attenuates the capillary waves on the soap film [15], but this effect is not sufficient to capture the measurements around the resonance. Since this resonance is due to the different displacements of the liquid channels and of the soap films, a way to reduce its amplitude is to introduce viscous losses. The coupling between the liquid channels and the soap films being achieved by the traction force, we add to this term a phenomenological dissipation. This force per unit length F is not just equal to 2σ but is now written

$$F = 2\sigma(1 - i\omega\tau), \tag{8}$$

with τ the phenomenological term of dissipation. The model with this additional dissipative term is also plotted in Fig. 5, in solid lines, for $\tau = 5$ μs. As expected, an effect of this term is to reduce the resonance by decreasing its amplitude, for the velocity and the attenuation. Surprisingly, it also improves the agreement between the model and the experiment for the attenuation at low frequency, much before the resonance phenomenon (see the insert Fig. 5(b)). We decide to carry on in this direction and perform experiments at even lower frequency. Our aim is to investigate further the dissipation through these low frequency measurements.

3 Low frequency

The foam is now investigated at lower frequency, in the audible frequency range, using an impedance tube [2]. The liquid foam composition is the same as previously (SDS and air saturated in C_6F_{14}), with Φ and R known. To investigate different values of R, we let the foam age in the double-syringe and then pour it in the tube for a measurement.

The impedance tube device consists in a loudspeaker mounted at one end of a tube, with the sample at the other end (Fig. 6). The loudspeaker emits a plane wave (whose frequency content is a white noise from 0.2 to 5kHz), and two wall-mounted microphones measure the pressure field, allowing a measurement of the complex reflection coefficient $r = U_2/U_1$ (see Fig. 6). From this reflection coefficient, we analyse the admittance (inverse of the impedance) $(1 - r)/(1 + r)$. Knowing the thickness d of the liquid foam sample, we can deduce the velocity and the attenuation (the complete analysis method is described in [6]).
Here we focus on the attenuation measured with this set-up. Two mechanisms responsible for attenuation are already known and well identified [2]: the thermal losses in the gas, and the viscous friction against the tube's walls (known as Kirchhoff's law [16, 17]) that cannot be neglected in the case of a liquid foam (whereas it is generally possible for a porous material with solid skeleton). One may note that these contributions are due to the set-up and frequency range

[1] Note that in ref [1], the gas density was assumed to be $\rho_g = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$, as for air, despite the presence of C_6F_{14}. Here we correct this value because the heavy molecules actually change the mixture density: we take $\rho_g = 3.8\,\mathrm{kg/m^3}$ [2].

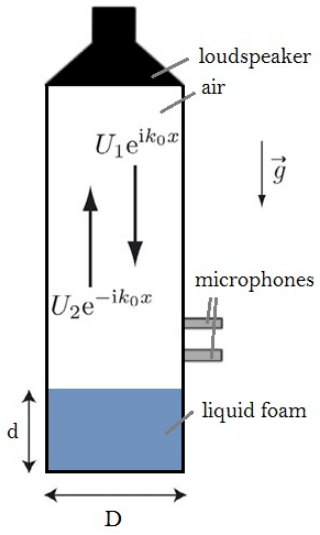


Figure 6: Scheme of the low frequency (0.2-5 kHz) set-up. The impedance tube (positioned vertically) with two microphones performs a measurement of the complex reflection coefficient (see [6] for details). The thickness of the foam sample is d =2.5cm and the diameter of the tube is D =2.9cm.

investigated here, meaning that they were not present in the ultrasonic study. When we subtract these two contributions to our experimental data, dissipation still remains. This remaining attenuation, $\alpha \times \lambda/(2\pi)$ (here adimensioned by the wavelength $\lambda = v/f$), is shown as a function of frequency in Fig. 7.

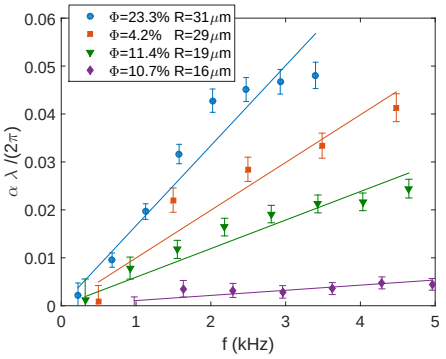
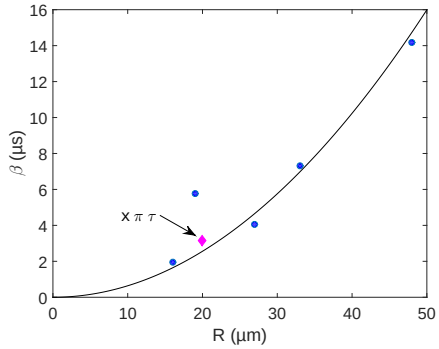
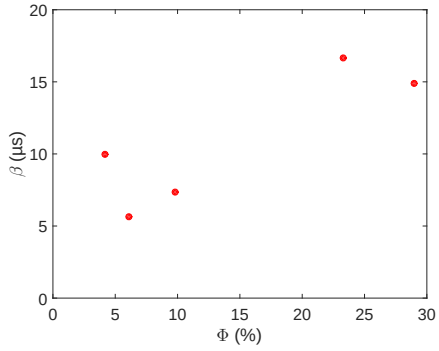


Figure 7: The remaining attenuation (once the contribution of thermal losses in the gas and friction losses against the walls are subtracted), adimensioned by the wavelength λ, as a function of frequency, for foams with different R and Φ. The experimental results (markers) are fitted by a linear law (solid lines).

This remaining attenuation exhibits an almost linear evolution with frequency. The slope depends on the values of R and Φ of the considered foam. We call β the slope, and we present it as a function of the median bubble radius, with a fixed liquid volume fraction around 10 % (Fig. 8(a)); and as a function of the liquid volume fraction, with a fixed bubble radius around 31 μm (Fig. 8(b)).



(a)



(b)

Figure 8: Dissipative term β as a function of (a) the median bubble radius R (with $\Phi = 10.5 \pm 0.9$ %) and of (b) the liquid volume fraction Φ (with $R = 31 \pm 3$ μm). Circle symbols are the experimental data, line on (a) is a eye-guide with power law in R^2.

The value of β seems to increase with R, while the dependence on Φ is not clear. In Fig. 8(a) the slope of the dissipation term β is compatible with a law in R^2, as evidenced in [2].
Thanks to this measurement of parameter β, we are now able to make a link with the phenomenological term τ from the high-frequency study.

4 Towards a common source of dissipation

To unify the two studies, we consider the prediction of the model described in Section 2 at the very

low frequency limit (inserts in Fig. 5): the complex wavenumber in the foam is written

$$k = \frac{\omega}{v_{\text{wood}}}(1 + i\frac{x\,\omega\,\tau}{2}) \tag{9}$$

where x is the surface fraction covered by films, as previously mentioned, and τ the phenomenological dissipative term, added in the force exerted by the soap films on the liquid channels (equation (8)).
The velocity (expected to be Wood's one in this limit, and given by equation (5)) and the attenuation are respectively defined as

$$v = \frac{\omega}{\Re(k)} = v_{\text{ wood}} \tag{10}$$

$$\alpha = \Im(k) \tag{11}$$

We normalize the attenuation by the wavelength, so we consider the quantity

$$\alpha\lambda/(2\pi) = \frac{\Im(k)}{\Re(k)} = \frac{x\,\omega\,\tau}{2} = x\pi\tau f. \tag{12}$$

In the analysis of the impedance tube measurements, we defined β as

$$\alpha\lambda/(2\pi) = \beta f. \tag{13}$$

By analogy between equations (12) and (13), we can compare β to $x\pi\tau$. We remind that in the ultrasonic frequency study, the phenomenological dissipative term τ is of the order of magnitude of 5 μs, for a reference median radius $R_0 = 20$ μm, $\Phi = 11\%$, and a surface fraction covered by film $x = 0.2$. This leads to $x\pi\tau \approx 3$ μs. This point $x\pi\tau$ is reported in Fig. 8(a), with the results of β coming from the impedance tube measurements. We observe a very good compatibility between the amplitude of this phenomenological term and the values measured with the impedance tube.
This is remarkable that both works reveal a remaining dissipation (after substraction of the contributions of other sources of dissipation characteristic of each set-up and each frequency range) whose amplitudes are comparable even though the investigated frequencies are very different. This suggests that an intrinsic mechanism of dissipation in the liquid foam, not yet identified, plays a role in the acoustic attenuation over a large frequency range (from a few kHz to nearly one MHz). The identification of this dissipation's origin is now a key element to complete our understanding of sound waves propagation in liquid foams.

5 Conclusion

In a first study at ultrasonic frequency (60-600kHz), a model was developed to catch and rationalize different behaviours with a strong dependence on the bubble size: two non-dispersive regimes at low and high frequency limit, and a resonance in between. A phenomenological term of dissipation had to be added to reach good agreement between the experimental data and the model at the resonance. The addition of this term also improved the prediction of the model for the attenuation at very low frequency (much before the resonance). An investigation done at lower frequency (0.2-5kHz), with a different device, enabled us to measure a remaining term of dissipation, once the already known mechanisms of attenuation were subtracted. The amplitude of this measured dissipative term is in excellent agreement with the order of magnitude of the phenomenological one, even if the frequency range is completely different. The term, and so the source, of dissipation appears to be robust since we find the same value over a very large frequency range. However the physical origin of this term still remains unknown. Our efforts now concentrate on understanding the physical origin of this internal dissipation in a foam, guided by experiments on isolated basic elements of the foam, such as liquid channels [18] and films [15].

Acknowledgement

This work was supported by the French Agence Nationale de la Recherche (ANR) through the project SAMOUSSE (ANR-11-BS09-001). C. G. acknowledges the support of COST (European Cooperation in Science and Technology) Action DENORMS - CA15125 .

References

[1] J. Pierre, B. Dollet, V. Leroy. Resonant Acoustic Propagation and Negative Density in Liquid Foams. Phys. Rev. Lett. 112, 48307 (2014)

[2] J. Pierre, C. Gaulon, C. Derec, F. Elias, and V. Leroy. Investigating the origin of acoustic attenuation in liquid foams. Submitted for publication to Eur. Phys. J. E (2017), https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01536661

[3] W. M. Carey, R. A. Roy and K. W. Commander. Sound propagation in bubbly liquids, a review and research issues. J. Acoust. Soc. Am. 104, 1821 (1998)

[4] J. E. Allard and N. Attala. Propagation of sound in porous media: modelling sound absorption materials Second edition, Wiley (2009)

[5] J. P. Arenas and M. J. Crocker. Recent Trends in Porous Sound-Absorbing Materials. Sound and Vibration 44(7):12-17 (2010)

[6] J. Pierre, R.-M. Guillermic, F. Elias, W. Drenckhan and V. Leroy. Acoustic characterisation of liquid foams with an impedance tube. Eur. Phys. J. E. 36, 113 (2013)

[7] T. Gaillard, M. Roché, C. Honorez, M. Jumeau, A. Balan, C. Jedrzejczyk, and W. Drenckhan. Controlled foam generation using cyclic diphasic flows through a constriction. International Journal of Multiphase Flow (2017)

[8] T. Gaillard, C. Honorez, M. Jumeau, F. Elias, and W. Drenckhan. A simple technique for the automation of bubble size measurements. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 473:68-74 (2015)

[9] I. Cantat, S. Cohen-Addad, F. Elias, F. Graner, R. Höhler, O. Pitois, F. Rouyer, and A. Saint-Jalmes. Foams, edited by S. J. Cox (Oxford University Press, New York, 2013)

[10] J. Pierre, F. Elias, and V. Leroy. A technique for measuring velocity and attenuation of ultrasound in liquid foams. Ultrasonics, 53, 622 (2013)

[11] A. B. Wood, A Textbook of Sound, Bell (1944)

[12] K. B. Kann, Colloids Surf. Sound waves in foams. A 263, 315 (2005)

[13] V. Leroy. Acoustique des bulles: du milieu bulleux à la mousse liquide. Accreditation to supervise research (HDR), Université Paris Diderot (2016) (in French), https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01336283

[14] H. M. Princen. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. II. experimental study of the yield stress and wall effects for concentrated oil-in-water emulsions. J. Colloid Interface Sci. 105, 150 (1985)

[15] S. Kosgodagan Acharige, F. Elias, and C. Derec. Soap film vibration : origin of the dissipation. Soft Matter, 10, 8341 (2014)

[16] G. Kirchhoff. Ueber den ein uss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung. Annalen der Physik, 210(6):177-193 (1868)

[17] D. E. Weston. The theory of the propagation of plane sound waves in tubes. Proceedings of the Physical Society, Section B, 66(8):695 (1953)

[18] F. Elias, S. Kosgodagan Acharige, L. Rose, C. Gay, V. Leroy and C. Derec. Vibration of soap films and Plateau borders, as elementary blocks of a vibrating liquid foam, Colloids Surf. A: Physicochem. Eng. Aspects (2017), http://dx.doi.org/10.1016/j.colsurfa.2017.02.091

Acoustic absorption of solid foams with thin membranes

C. Gaulon,[1] J. Pierre,[2] C. Derec,[1] L. Jaouen,[3] F.-X. Bécot,[3] F. Chevillotte,[3] F. Elias,[1,4] W. Drenckhan,[5] and V. Leroy[1, a)]

[1)] *Laboratoire Matière et Systèmes Complexes UMR 7057, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, CNRS, F-75205 Paris, France*

[2)] *Sorbonne Université, CNRS, UMR 7190, Institut Jean Le Rond ∂'Alembert, F-75005 Paris, France*

[3)] *Matelys-Research Lab, F-69120 Vaulx-en-Velin, France*

[4)] *Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, F-75005 Paris, France*

[5)] *Institut Charles Sadron, Université de Strasbourg, F-67034 Strasbourg, France*

(Dated: 15 June 2019)

We measured the acoustic absorption, on the 0.5-6 kHz frequency range, of polyurethane foams with mean pore diameters between 0.6 and 3.2 mm. Two types of foams were investigated: classical open-cells ones versus membrane foams, in which thin polyurethane membranes were preserved during solidification. Interestingly, the latter presented better absorption abilities, indicating that membranes could be an asset for sound absorption.

PACS numbers: Valid PACS appear here
Keywords: Soundproofing, solid foam, membrane

Noise pollution has become a major problem in our modern life. Industrial and academic research has continuously tried to design more efficient soundproofing materials. Recently, exotic stuctures have been considered, using the concept of double-porosity[1,2] or introducing low frequency resonators to enhance the dissipation.[3–5] Traditionally, sound absorbers have been porous media, such as mineral wools or foams. A first general rule for their efficiency is that no obstacle should prevent the sound from propagating in the medium, otherwise the acoustic energy is reflected back instead of being absorbed. For foams, for example, it means that open-cell structures are preferred. On the other hand, the physical picture is that when sound penetrates such a medium, it loses a lot of energy because of the large surface area it can interact with. As a rule of thumb, one finds that good absorption is obtained when the typical pore size corresponds to the heat and viscous diffusive length in air, which is of the order of 50 μm at 2 kHz, for example. Hence, open-cell porous materials with pores sizes of tens of micrometers are good candidates for efficient sound absorption and are therefore used extensively for sound insulation.[6,7] In this letter we show that there are exceptions to these established rules: closed-cell foams with millimeter-sized pores can actually be good sound absorbers.

The foams we studied were provided by the company Foampartner. They were made of polyurethane, with a porosity (air volume fraction) of 98%. Their most interesting feature, for us, was that most of the membranes which separate neighbouring pores (Fig. 1) were preserved during solidification.[8] As these membranes are not desired for most of the applications, the manufacturer employs a technique by which the membranes are removed through a hydrogen explosion. We thus obtained solid foam samples from the same production batch with the same chemical composition and structure, except for the presence of membranes. Figure 1 shows close-up views of one open-cell foam (top) and its closed-cell equivalent (bottom), where membranes are clearly visible. We obtained the mean pore size by im-

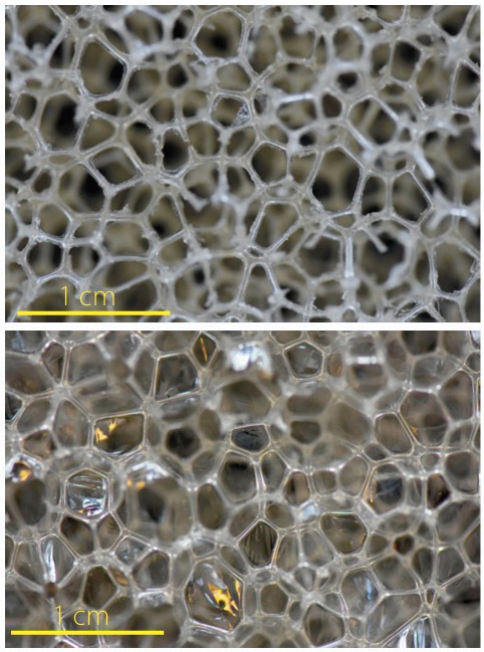


FIG. 1. Comparison of an open-cell foam (O1, top part) and a closed-cell one (C1, bottom part). Both have very similar porosity and mean pore sizes, but C1 has membranes whereas O1 has not.

[a)] Electronic mail: valentin.leroy@univ-paris-diderot.fr

Name	mean pore diameter (mm)	density (kg/m^3)	porosity Φ (%)	membrane thickness (μm)
O1	3.2	23 $\pm$ 1	98	no membrane
C1	3.2	25 $\pm$ 1	98	5 $\pm$ 0.9
O2	0.6	32 $\pm$ 1	97	no membrane
C2	0.6	32 $\pm$ 1	97	1.7 $\pm$ 0.4

TABLE I. Characteristic parameters for four foam samples. Letters O and C refer to open and closed-cell foams, respectively. Samples 1 were with large pores, whereas samples 2 had smaller pores.

age analysis, using the number of cells along a line. The foam density was obtained by weighting a well-defined foam volume, thus giving us access to the foam porosity (assuming a 1200 kg/m^3 density of polyurethane). The thickness of the membranes was measured by white light spectroscopy (Ocean Optics) at different locations of the sample taking 1.6 for the optical index of polyurethane.[9] All these characteristic parameters of the samples are summarised in Table I.

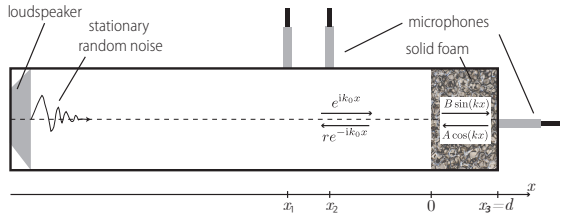


FIG. 2. Impedance tube mounted with two microphones in reflection and one in transmission. Characteristic parameters of the tube : $x_1 = -14.5$ cm, $x_2 = -12.5$ cm, $x_3 = +2$ cm (or $+1$ cm), diameter of the tube was 29 mm.

Acoustic properties were measured using an impedance tube working between 0.5 and 6 kHz and schematised in Fig. 2. We first investigated the absorption coefficient: $\alpha = 1-|r|^2$, where r is the reflection coefficient. Figure 3 shows the absorption coefficients for 2cm-thick samples of the four foams listed in Table I. For each type of foams, two samples were measured (open and solid symbols in Fig. 3) to check the reproducibility of our measurements. Quite surprisingly, the membrane foams were found to be much more attenuating than their open-cell equivalents. Foams C1, for instance, reach a quasi perfect absorption for frequencies larger than 2 kHz, while O1 samples hardly absorb 10% of the energy at 5 kHz. It means that, contrary to the rule exposed earlier, the solid membranes do not seem to act as solid obstacles in this case.

For the open-cell foams O1 and O2, the results are well described by the Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL) model (black lines in Figs. 3), which has been developed to describe the visco-inertial and thermal dissipative effects inside a porous medium with connected open cells.[10–12] This model needs six parameters: the

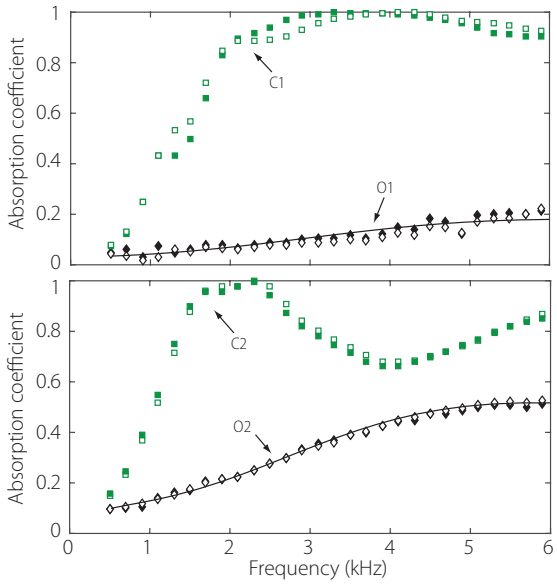


FIG. 3. Measured absorption versus frequency for open cell foams (O1 and O2, black symbols) and closed-cell foams (C1 and C2, green symbols). Samples were 2 cm thick. Reproducibility was tested by measuring 2 samples of each type (solid and open symbols). Solid black lines show JCAL model for the open-cell foams.

porosity Φ, the static air flow resistance σ, the high frequency tortuosity α_∞, the characteristic lengths of the structure regarding viscous (Λ) and thermal phenomena (Λ'), and the static thermal permeability k_0'. The porosity Φ was known (Table I), and the five remaining parameters were obtained following the method described by Panneton and Olny.[13,14] The results are shown in Table II. Similar tortuosities were found for both samples, and σ was higher for O2, the foam with smaller pores. For the membrane foams, not surprisingly, the method led to non-physical parameters, meaning that important mechanisms are not taken into account by the JCAL model.

Name	Φ	α_∞	σ (Pa.s/m^2)	Λ (mm)	Λ' (mm)	k_0' (μm^2)
O1	0.98	1.04	1100	1.06	2.08	5.42
O2	0.97	1.01	2200	0.23	0.66	1.42

TABLE II. Values of the JCAL parameters obtained for the open cell foams O1 and O2.

To gain further insight into the acoustical difference between the two types of foams, we measured their effective density and longitudinal modulus, using the 3-microphone technique[15,16] (see setup in Fig. 2). Figure 4 shows the real and imaginary parts of the effective longitudinal modulus and density mesured on O2 and C2 samples, as functions of frequency. Similar results were obtained with O1 and C1 samples. Let us first focus

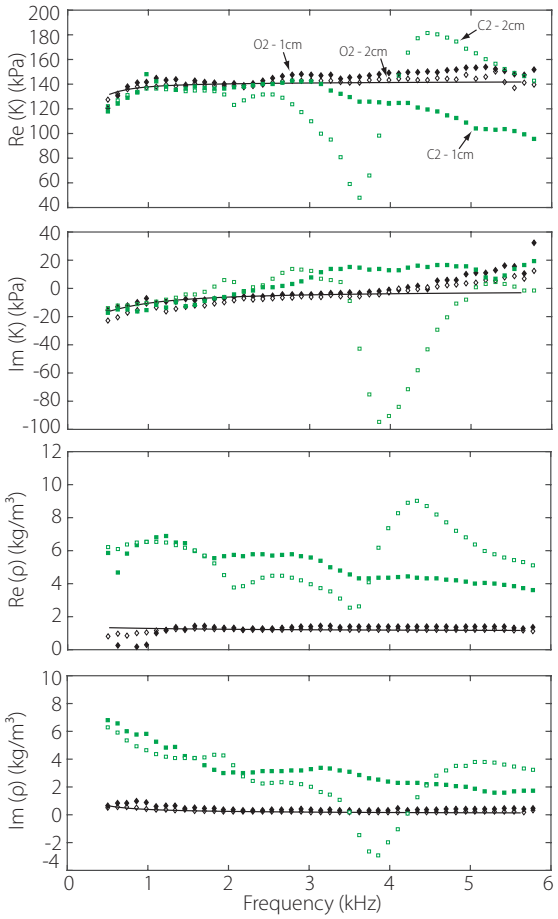


FIG. 4. Effective acoustic longitudinal modulus K and density ρ as functions of frequency for the small pores foams. Results for open-cell foams are shown in black symbols, while that for closed-cell ones are in green. Two thicknesses are shown: 2 cm (open symbols) and 1 cm (solid symbols). Solid black lines show JCAL model for the open-cell foam O2.

on the results for the open-cell foam O2 (diamonds in Fig. 4). The longitudinal modulus is found to be close to 140 kPa, the value of the adiabatic modulus for pure air. It means that sound propagation is adiabatic in this frequency range, which is consistent with the fact that pores here are much larger than the thermal diffusive length. For the same reason, the effective density is found to be close to the value in pure air ($\sim$ 1.5 kg/m^3, versus 1.2 kg/m^3 for air). If we now turn to the results for the membrane foam C2 (squares), we see that, at the low frequency limit at least, the measured effective longitudinal modulus is very similar to the open foam case. The situation is totally different for the effective density: it is of the order of 8 kg/m^3 at 1 kHz, more than 5 times higher than for the open-cell foam. This is a striking result, because membranes in C2 represent a negligible addition of matter compared to O2 (it does not change the weight of the sample). Note that the imaginary part of the effective density is also strongly increased by the presence of membranes, which explains the high level of absorption obtained with these samples.

At higher frequencies, one can remark that the measured effective longitudinal modulus and density fluctuate a lot for the 2 cm C2 sample, with marked dips around 4 kHz. We interpret this phenomenon as a sign of a resonance of the solid phase, due to a coupling between the fluid and solid displacements.[17,18] As the frequency of this resonance is expected to be inversely proportional to the thickness of the sample, we used a thinner sample of the same foam to test our interpretation. As shown by the solid squares in Fig. 4, the effective longitudinal modulus and density measured on a 1 cm-thick sample show a smoother behavior, consistent with a resonance that would have been shifted beyond 6 kHz. Note that for the O2, no difference was obtained between the 1 and the 2 cm-thick samples.

To complete our study, we also measured the acoustic properties of foams with intermediate pore sizes. Figure 5 proposes a summary of our effective density measurements for open and membrane foams with different pore sizes (0.6, 0.85, 1, 1.7 and 3.2 mm). All the samples had the same porosity and mass density. We took the average values of the real and imaginary parts of the effective density over the 2.5-3.5 kHz interval (with 1 cm-thick samples for membrane foams), and we indicate with errorbars the amount of variations on this interval. For open-cell foams, both the real and imaginary parts of the effective density decrease with the pore size. For membrane foams, the tendency is not as clear. We also investigated the role of the mean membrane thickness, but no clear tendency was apparent either. The main conclusion we draw from Fig. 5 is that both the real and imaginary parts of the effective density are always larger when foams have membranes. It suggests that the abnormally high absorption reported in Fig. 3 would come from an additional viscous dissipation mechanism brought by the membranes. Liquid foams, which are constitutively with cells closed by thin membranes, are efficient for mitigation of sound and blast waves.[19,20] In this respect, membrane foam samples share similarities with liquid foams, for which a simple model was proposed.[21] Another promising track for modelling is the recent work by Venegas and Boutin,[22] on permeo-elastic materials.

The results reported in this Letter suggest that thin-membrane foams could be valuable sound absorbers. For acoustical applications, membranes in foams have often been considered as solid and not deformable.[23] With this hypothesis, they are indeed unfavorable to sound absorption, except when pierced with small holes.[24] But when membranes are a few micrometers thick, as in our samples here, for audible frequencies they do not behave as acoustic reflectors. In the recent years, with the development of metamaterials, thin membranes have often been

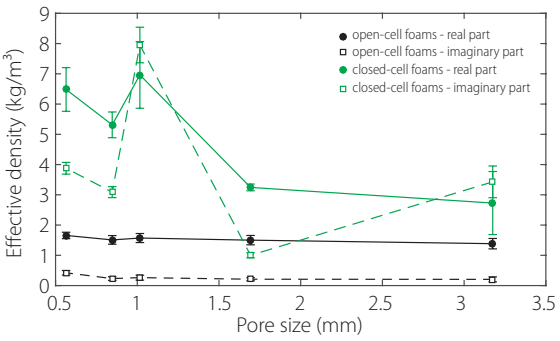


FIG. 5. Real and imaginary parts of the effective density, evaluated on the 2.5-3.5 kHz interval, for foams with different pore sizes.

used for their ability to bring an elastic response to the medium.[25–27] They also proved to be essential elements for the acoustics of liquid foams, which were found to be acoustic metamaterials with a low frequency resonance and a negative effective density.[21] It appears that membranes could also be of interest in solid foams, calling for the development of research on thin-membrane foams.

Aknowledgement. Foampartner is gratefully aknowledged for providing the foam samples.

[1]X. Olny and C. Boutin, "Acoustic wave propagation in double porosity media," The Journal of the Acoustical Society of America **114**, 73–89 (2003).
[2]S. Ren, H. Meng, F. Xin, and T. Lu, "Ultrathin multi-slit metamaterial as excellent sound absorber: Influence of microstructure," Journal of Applied Physics **119**, 014901 (2016).
[3]C. Boutin, "Acoustics of porous media with inner resonators," The Journal of the Acoustical Society of America **134**, 4717–4729 (2013).
[4]G. Ma, M. Yang, S. Xiao, Z. Yang, and P. Sheng, "Acoustic metasurface with hybrid resonances," Nature materials **13**, 873 (2014).
[5]N. Jimènez, W. Huang, V. Romero-Garcia, V. Pagneux, and J.-P. Groby, "Ultra-thin metamaterial for perfect and quasi-omnidirectional sound absorption," Applied Physics Letters **109**, 121902 (2016).
[6]G. Kirchhoff, "Ueber den einfluss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung," Annalen der Physik **210**, 177–193 (1868).
[7]J. P. Arenas and M. J. Crocker, "Recent trends in porous sound-absorbing materials," Sound & vibration **44**, 12–18 (2010).
[8]A careful study, made by the manufacturer, revealed that, statistically, each cell had one membrane that was fractured or destroyed. We nevertheless use the name "closed-cell foams" to differentiate them from the "open-cell foams", in which all the membranes had been removed.
[9]M. J. Weber, *Handbook of optical materials*, Vol. 19 (CRC press, 2002).
[10]D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media," Journal of Fluid Mechanics **176**, 379–402 (1987).
[11]Y. Champoux and J.-F. Allard, "Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media," Journal of applied physics **70**, 1975–1979 (1991).
[12]D. Lafarge, P. Lemarinier, J. F. Allard, and V. Tarnow, "Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies," The Journal of the Acoustical Society of America **102**, 1995–2006 (1997).
[13]R. Panneton and X. Olny, "Acoustical determination of the parameters governing viscous dissipation in porous media," J. Acoust. Soc. Am. **119**, 2027–2040 (2006).
[14]X. Olny and R. Panneton, "Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media," J. Acoust. Soc. Am. **123**, 814–824 (2008).
[15]T. Iwase, Y. Izumi, and R. Kawabata, "A new measuring method for sound propagation constant by using sound tube without any air spaces back of a test material," in *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, Vol. 1998 (Institute of Noise Control Engineering, 1998) pp. 1265–1268.
[16]Y. Salissou and R. Panneton, "Wideband characterization of the complex wave number and characteristic impedance of sound absorbers," The Journal of the Acoustical Society of America **128**, 2868–2876 (2010).
[17]M. A. Biot, "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range," J. Acoust. Soc. Am. **28**, 168–178 (1956).
[18]M. A. Biot, "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range," J. Acoust. Soc. Am. **28**, 179–191 (1956).
[19]M. Monloubou, M. A. Bruning, A. Saint-Jalmes, B. Dollet, and I. Cantat, "Blast wave attenuation in liquid foams: role of gas and evidence of an optimal bubble size," Soft matter **12**, 8015–8024 (2016).
[20]J. Pierre, C. Gaulon, C. Derec, F. Elias, and V. Leroy, "Investigating the origin of acoustic attenuation in liquid foams," The European Physical Journal E **40**, 73 (2017).
[21]J. Pierre, B. Dollet, and V. Leroy, "Resonant acoustic propagation and negative density in liquid foams," Physical Review Letters **112**, 148307 (2014).
[22]R. Venegas and C. Boutin, "Acoustics of permeo-elastic materials," Journal of Fluid Mechanics **828**, 135–174 (2017).
[23]With the notable exception of J. S. Bolton "The Modeling of Unconventional Sound Absorbing Materials: Microperforated Films and Closed Cell Foams" (2013). Publications of the Ray W. Herrick Laboratories. Paper 101.
[24]M. Tan Hoang and C. Perrot, "Solid films and transports in cellular foams," Journal of Applied Physics **112**, 054911 (2012).
[25]S. Varanasi, J. S. Bolton, T. H. Siegmund, and R. J. Cipra, "The low frequency performance of metamaterial barriers based on cellular structures," Applied Acoustics **74**, 485–495 (2013).
[26]S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, Z. G. Wang, and C. K. Kim, "Composite acoustic medium with simultaneously negative density and modulus," Physical Review Letters **104**, 054301 (2010).
[27]M. Yang, G. Ma, Z. Yang, and P. Sheng, "Coupled membranes with doubly negative mass density and bulk modulus," Physical Review Letters **110**, 134301 (2013).



How to model the acoustic properties of a solid foam with thin membranes?

Camille Gaulon[a)]
Caroline Derec[b)]
Florence Elias[c)]
Valentin Leroy[d)]
Laboratoire Matière et Systèmes Complexes UMR 7057, Université Paris Diderot, Sorbonne Paris Cité, CNRS
F-75205 Paris, France
Juliette Pierre[e)]
Sorbonne Université, CNRS, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert
F-75005 Paris, France

Fabien Chevillotte[f)]
François-Xavier Bécot[g)]
Luc Jaouen[h)]
Matelys-Research Lab
F-69120 Vaulx-en-Velin, France

Wiebke Drenckhan[i)]
Institut Charles Sadron, Université de Strasbourg
F-67034 Strasbourg, France

ABSTRACT

Closed-cell foams with thin membranes (a few micrometers thick) have recently been shown to have interesting acoustic absorption properties [1]. In this paper, we show that they also have good performance in terms of transmission loss. We discuss the applicability of existent models to this type of foam.

1 INTRODUCTION

Although porous materials commonly used as acoustic dampers are open-cell materials, our studies on liquid foams revealed the acoustical potential of these closed-cell materials [2]. The thin and deformable soap films, separating bubbles from each others, are key elements to describe the acoustic behavior of a liquid foam.

[a)] camille.gaulon@univ-paris-diderot.fr
[b)] caroline.derec@univ-paris-diderot.fr
[c)] florence.elias@univ-paris-diderot.fr
[d)] valentin.leroy@univ-paris-diderot.fr
[e)] juliette.pierre@upmc.fr
[f)] fabien.chevillotte@matelys.com
[g)] francois-xavier.becot@matelys.com
[h)] luc.jaouen@matelys.com
[i)] wiebke.drenckhan@ics-cnrs.unistra.fr

Inspired by this work, we also explored the acoustic properties of solid foams with thin membranes [1]. Commercially produced polyurethane foams sometimes keep their membranes during solidification. As they are undesired for most applications, these membranes are usually removed by the manufacturer during the next step of the process. We obtained, from the company FoamPartner, some samples that did not go through this process, along with others for which the membranes were removed. We hence had access to foam samples with the same structure, from the same production batch, but with or without membranes; a good situation for investigating the role of thin membranes on the acoustical properties of solid foams.

2 MATERIAL AND METHOD

Photos of the foams without and with membranes are shown in Fig. 1. The mean pore diameter was estimated at 0.6 mm, and the porosity at 97%. For the foam with membranes, the thickness of some membranes was measured by white light spectroscopy and we found a value of $1.7 \pm 0.4\,\mu$m. For the acoustic measurements, cylindrical samples were needed. Due to their softness, foams are not that easy to cut. To make them more rigid, we briefly dipped them in a dewar filled with liquid nitrogen, and then used die-cutting. The cutter was mounted on a pillar drill (not rotating but only moving down) to ensure a clean cut. We checked that membranes were not destroyed by this method (see left photo of Fig. 1). In ambient air, the liquid nitrogen quickly evaporated and the foam sample returned to its original soft state.

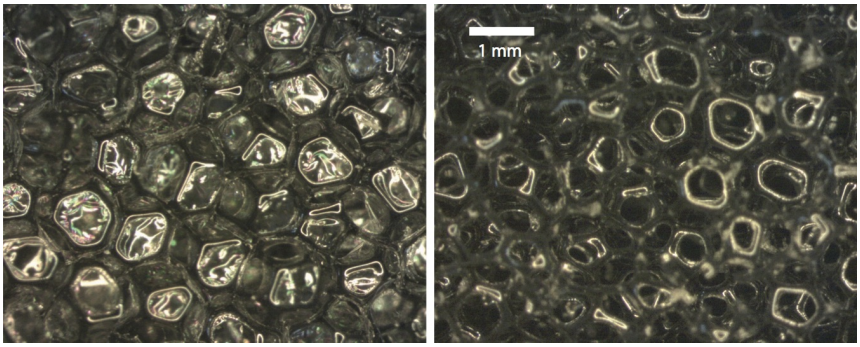


Fig. 1: Photos of the samples with (left) and without (right) membranes. Mean pore diameter is 0.6 mm.

An impedance tube with three microphone slots was used (see schematic in Fig. 2), giving access to reflection and transmission measurements. We recall here the principle of the measurement. We note $H_{ij} = P_j/P_i$ the transfer function between positions i and j, where P_i and P_j are the pressure measured at locations i and j, respectively. For each foam sample, we performed the measurements at the three locations (without removing the foam sample from the tube) and computed the transfer functions H_{12} and H_{23}.
From the first transfer function, we can already deduce the complex reflection coefficient

$$r = \frac{H_{12} - e^{-jk_0 s}}{e^{jk_0 s} - H_{12}} e^{2jk_0(s+L)}, \tag{1}$$

where k_0 is the wavenumber in air, and s, L geometrical parameters of the tube (see Fig. 2). The absorption is then given by

$$\alpha = 1 - |r|^2 . \tag{2}$$

With the second transfer function, we have access to more information on the sample, such as the complex wave number in the foam

$$k = \frac{1}{d} \cos^{-1}\left[\frac{1+r}{H_{23}\left(e^{jk_0 L} + re^{-jk_0 L}\right)}\right] \tag{3}$$

and the characteristic impedance of the foam

$$Z = -jZ_0 \left(\frac{1+r}{1-r}\right) \tan(kd), \tag{4}$$

where Z_0 is the impedance of air. We can then calculate the transmission through the sample with air on both sides:

$$t = \frac{2}{2\cos(kd) - j\sin(kd)(Z/Z_0 + Z_0/Z)}, \tag{5}$$

and deduce the transmission loss (at normal incidence)

$$TL = -10\log_{10}\left(|t|^2\right). \tag{6}$$

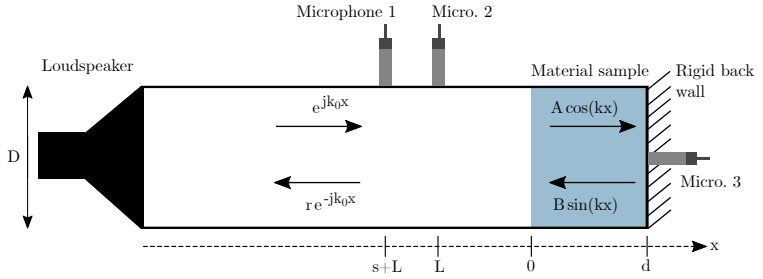


Fig. 2: Scheme of the impedance tube with three microphone slots, two for the reflection measurement and one for the transmission. The characteristic lengths of our tube are the following: a spacing between the first two microphones $s = -2\,\text{cm}$, a distance between the second microphone and the front of the foam sample $L = -12.5\,\text{cm}$, a foam thickness $d = +1\,\text{cm}$ and a diameter $D = 2.9\,\text{cm}$.

3 EXPERIMENTAL RESULTS

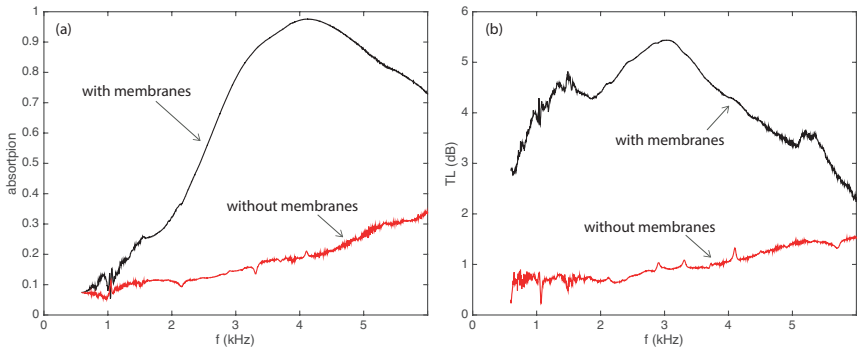


Fig. 3: Absorption coefficient (a) and transmission loss (b) for the foams with (black) and without (red) membranes. In both cases, sample thickness was 1 cm, the mean pore diameter 0.6 mm and the porosity 97%.

Figure 3 reports the absorption coefficients and transmission losses we found for both samples. The effect of the membranes is striking: in both configurations, the acoustic energy is better absorbed by the sample with membranes. Note that the pores of the samples chosen here remain large compared to the optimal size one would use for good acoustic performance of an open-cell foam. It means that we cannot conclude from Fig. 3 that membrane foams constitute a better solution for acoustic absorption and soundproofing. We only emphasize that the presence of thin membranes, which represent a negligible part of the sample in terms of weight, has a strong effect on the acoustic properties of the foam. For some applications, closed-cell foams with large pores could be an interesting alternative to open-cell foams with smaller pores.

4 MODELING

Adopting an equivalent fluid description, we can characterize the samples by their effective density ρ_{eff} and effective bulk modulus K_{eff}, which are related to Z and k by

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{Zk}{\omega}, \tag{7}$$

$$K_{\text{eff}} = \frac{\omega Z}{k}. \tag{8}$$

Figure 4 shows the measured real and imaginary parts of K_{eff} and ρ_{eff} for the two samples.[a] For the open-cell foam, the JCAL model [6, 7, 8] can be convincingly used for describing the data, as shown by the dashed grey lines in Fig. 4. The values of the model parameters are given in Table 1. Interestingly, the presence of membrane seems to affect only the effective density, the bulk modulus being similar for the two types of foams. Note that the slight deviation between the two $\text{Re}(K_{\text{eff}})$ curves above 3 kHz is interpreted as a sign of matrix resonance, the same effect appearing at lower frequencies for a thicker sample [1].

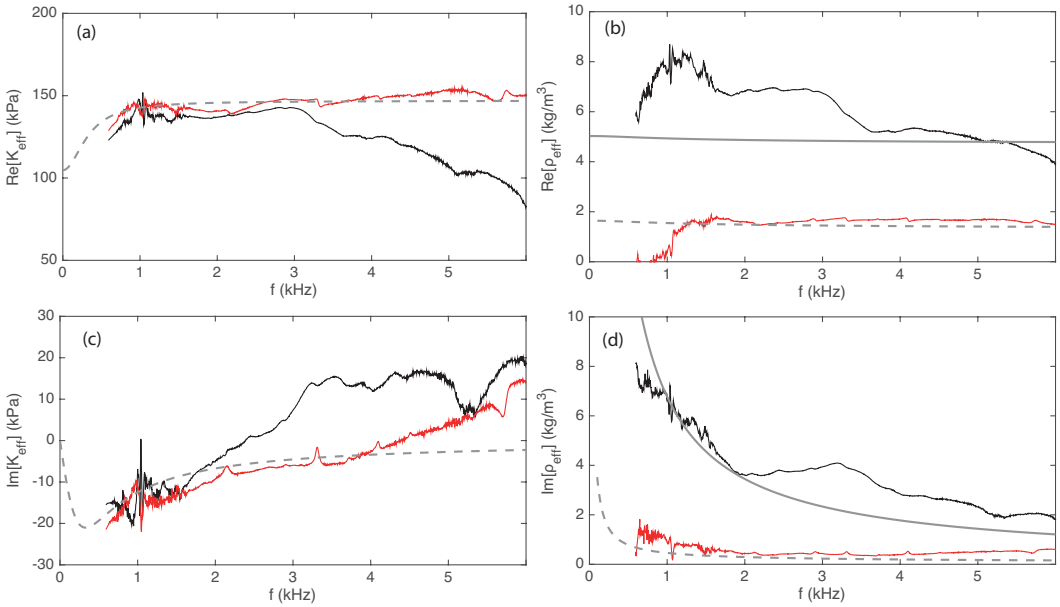


Fig. 4: Top: Real parts of the effective bulk modulus (a) and density (b). Bottom: Imaginary parts of the effective bulk modulus (c) and density (d). Data for the foam without membranes are in red, the ones for the foam with membranes are in black. JCAL model is shown in dashed grey lines. Our simple model for the effect of the membranes on the effective density is shown in solid grey lines.

Φ	α_∞	σ (Pa.s/m^2)	Λ (mm)	Λ' (mm)	k_0' (μm^2)
0.97	1.01	2200	0.23	0.66	1.42

Table 1: Values of the JCAL parameters obtained for the foam without membranes.

As can be clearly seen in Fig 4 (right part), the effective density is significantly affected by the presence of the membranes: both the real and imaginary parts are roughly multiplied by a factor 3. It means that the major effect of the membranes, responsible for the large acoustic dissipation reported in Fig. 3, is to increase the complex effective density of the sample. Several studies have reported similar effects recently.

[a] Note that due to our $\exp(-j\omega t)$ convention, the imaginary parts are positive for ρ and negative for K.

For example, thin membranes have been used to design metamaterial with negative effective density [3]. In our previous study of liquid foams, liquid films were also found to affect the effective density [2]. We found that three different regimes of propagation were possible in liquid foams, depending on the frequency and the size of the bubbles:

- at low frequency (small bubbles), the whole foam is moving when the sound propagates, leading to an effective density given by a mixture law involving both the gaseous and liquid parts of the foam (aka Wood's law) [4];
- at high frequency (large bubbles), only the films are moving, leading to an effective density in which only the films contribute, the other part of the liquid (in the channel) remaining at rest. This regime is similar to the one proposed by Kann [5];
- at intermediate frequencies, between the two previous regimes, the effective density is going through a resonance, in which the restoring force in given by the tension of the films, and the inertia by the mass of the liquid channels.

The model we proposed for liquid foams was able to capture the resonant effect. In the solid foam shown here, there is no sign of resonance, suggesting that the membranes are driven at a high enough frequency, given their size and tension, to have a purely inertial response [9].

The recent work on permeo-elastic materials by Venegas and Boutin [9] confirms that a change in effective density is expected for this type of material. They identify three regimes: visco-elastic, visco-elasto-inertial and elasto-inertial regimes. For frequencies higher than the three transition frequencies, the fluid-film system is determined by the inertia of the fluid and films. The highest transition frequency of the foam we considered here is estimated at 260 Hz. As a consequence, we propose a very crude modeling, similar to the one proposed by Bolton [10], in which the membranes behave as rigid masses (aka septum). As depicted in Fig. 5, we thus use a basic unit composed of a rigid mass, with a density ρ_m and a thickness h, surrounded by two pockets of the equivalent fluid for the open-cell foam, over a length R.

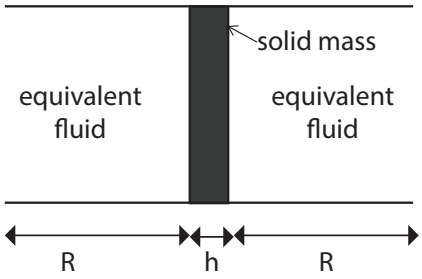


Fig. 5: Basic unit used for our simple model: the membrane is a solid mass of thickness h, sandwiched by the equivalent fluid given by JCAL model.

The transfer matrix of each fluid pocket is written

$$T_p = \begin{bmatrix} \cos(k_f R) & \mathrm{j} Z_f \sin(k_f R) \\ \dfrac{\mathrm{j}}{Z_f} \sin(k_f R) & \cos(k_f R), \end{bmatrix} \tag{9}$$

where Z_f and k_f are the complex impedance and wavenumber of the equivalent fluid given by the JCAL model, for the open-cell foam. The transfer matrix of the thin membrane has the following form:

$$T_m = \begin{bmatrix} 1 & Z_{sm} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

where Z_{sm}, the impedance of the membrane, takes the following form for a solid mass (septum):

$$Z_{sm} = -\mathrm{j}\omega\rho_m h, \tag{11}$$

or the following one for a rigid resistive screen [11]:

$$Z_{sm} = \sigma_m h. \tag{12}$$

Taking into account the mass and the resistive behavior leads to the following form:

$$Z_{sm} = \sigma_m h - \mathrm{j}\omega\rho_m h. \tag{13}$$

An equivalent condensed matrix can be computed:

$$T_{eq} = T_p \times T_m \times T_p = \begin{bmatrix} \cos\left(k_{eq}(2R+h)\right) & \mathrm{j}Z_{eq}\sin\left(k_{eq}(2R+h)\right) \\ \dfrac{\mathrm{j}}{Z_{eq}}\sin\left(k_{eq}(2R+h)\right) & \cos\left(k_{eq}(2R+h)\right) \end{bmatrix} \tag{14}$$

Then, effective properties (Z_{eq}, k_{eq}) or (ρ_{eq}, K_{eq}) can be estimated after checking the symmetry of the matrix. Taking $h = 1.7\,\mu$m (the mean membrane thickness), $R = 0.3\,$mm (the mean pore radius) and $\rho_m = 1200\,\mathrm{kg/m^3}$ (density of polyurethane), one obtains the grey solid line shown in Fig. 4b. Even if the agreement can clearly be improved, the order of magnitude is correct. For the imaginary part, by taking a value of $\sigma_m = 1.4 \times 10^7\,\mathrm{Pa.s/m^2}$, we obtain a satisfactory agreement (see Fig. 4d).

5 CONCLUSIONS

Thanks to the presence of soft membranes, the acoustic performances of the foams are increased for both the absorption and the transmission loss.
The simple model we propose predicts an increase of the foam effective density with the addition of membranes, and no change of its effective compressibility, as experimentally observed. This behavior is different from the one usually obtained with e.g. double-porosity materials or materials embedded Helmholtz resonators, for which it is a change of K_{eff} that is achieved.

6 ACKNOWLEDGEMENTS

FoamPartner is gratefully acknowledged for providing the foam samples.

References

[1] C. Gaulon et al.: Acoustic absorption of solid foams with thin membranes, to be published in Appl. Phys. Lett. (2018).

[2] J. Pierre, B. Dollet, V. Leroy: Resonant Acoustic Propagation and Negative Density in Liquid Foams, Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 148307.

[3] S. H. Lee, C. M. Park, Y. M. Seo, Z. G. Wang, and C. K. Kim: Composite acoustic medium with simultaneously negative density and modulus, Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 054301

[4] J. Pierre, R.-M. Guillermic, F. Elias, W. Drenckhan, V. Leroy: Acoustic characterisation of liquid foams with an impedance tube, Eur. Phys. J. E **36** (2013) 1-10

[5] K. Kann: Sound waves in foams, Colloids and surfaces A : physicochemical and engineering aspects **263** (2005) 315-319

[6] D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen: Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, Journal of Fluid Mechanics **176** (1987) 379-402

[7] Y. Champoux and J.-F. Allard: Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media, Journal of Applied Physics **70** (1991) 1975-1979

[8] D. Lafarge, P. Lemarinier, J. F. Allard, and V. Tarnow: Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies, J. Acoust. Soc. Am. **102** (1997) 1995-2006

[9] R. Venegas and C. Boutin: Acoustics of permeo-elastic materials, Journal of Fluid Mechanics **828** (2017) 135-174

[10] J. S. Bolton: The Modeling of Unconventional Sound Absorbing Materials: Microperforated Films and Closed Cell Foams Publications of the Ray W. Herrick Laboratories (2013). Paper 101.

[11] N. Atalla, F. Sgard: Modeling of perforated plates and screens using rigid porous models., J. Sound Vib. **303** (2007) 195–208.

Bibliographie

Allard, J. F. et Atalla, N. (2009). *Propagation of sound in porous media : modelling sound absorbing materials*. Wiley.

Allard, J.-F., Lauriks, W. et Verhaegen, C. (1992). The acoustic sound field above a porous layer and the estimation of the acoustic surface impedance from free-field measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(5):3057–3060.

Allard, J. F. et Sieben, B. (1985). Measurements of acoustic impedance in a free field with two microphones and a spectrum analyzer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(4):1617–1618.

Allegra, J. R. et Hawley, S. A. (1972). Attenuation of Sound in Suspensions and Emulsions : Theory and Experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 51(5B):1545–1564.

American Society for Testing and Materials, I. (2006). E1050-98. Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using a Tube, Two Microphones, and a Digital Frequency Analysis System.

American Society for Testing and Materials, I. (2009). E2611-09. Standard Test Method for Measurement of Normal Incidence Sound Transmission of Acoustical Materials Based on the Transfer Matrix Method.

American Society for Testing and Materials, I. (2017). C423-17. Standard Test Method for Sound Absorption and Sound Absorption Coefficients by the Reverberation Room Method.

Arenas, J. P. et Crocker, M. J. (2010). Recent trends in porous sound-absorbing materials. *Sound & vibration*, 44(7):12–18.

Atkinson, C. M. et Kytömaa, H. K. (1992). Acoustic wave speed and attenuation in suspensions. *International Journal of Multiphase Flow*, 18(4):577–592.

Barber, J. R., Crooks, K. R. et Fristrup, K. M. (2010). The costs of chronic noise exposure for terrestrial organisms. *Trends in Ecology & Evolution*, 25(3):180–189.

Barnkob, R., Augustsson, P., Laurell, T. et Bruus, H. (2012). Acoustic radiation- and streaming-induced microparticle velocities determined by microparticle image velocimetry in an ultrasound symmetry plane. *Physical Review E*, 86(5):056307.

Bécot, F.-X. et Jaouen, L. (2013). An alternative Biot's formulation for dissipative porous media with skeleton deformation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(6):4801–4807.

Bendjaballah, M., Canselier, J. P. et Oumeddour, R. (2010). Optimization of Oil-in-Water Emulsion Stability : Experimental Design, Multiple Light Scattering, and Acoustic Attenuation Spectroscopy. *Journal of Dispersion Science and Technology*, 31(9):1260–1272.

Berardi, U. et Iannace, G. (2015). Acoustic characterization of natural fibers for sound absorption applications. *Building and Environment*, 94:840–852.

Bergeron, V. (1999). Forces and structure in thin liquid soap films. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 11(19):215–238.

Berthier, J.-C. (2009). Polyuréthanes PUR. *Techniques de l'ingénieur*.

Bikard, J. (2009). Fabrication des mousses en polyuréthane. *Techniques de l'ingénieur*.

Biot, M. A. (1956a). Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2):168–178.

Biot, M. A. (1956b). Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2):179–191.

Biot, M. A. (1962). Generalized Theory of Acoustic Propagation in Porous Dissipative Media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34(9A):1254–1264.

Bolton, J. S. (2013). The Modeling of Unconventional Sound Absorbing Materials : Microperforated Films and Closed Cell Foams. *Publications of the Ray W. Herrick Laboratories, Paper 101*.

Bolton, J. S. et Kang, Y. J. (1997). Elastic Porous Materials for Sound Absorption and Transmission Control. *SAE Transactions*, 106:2576–2590.

Brekhovskikh, L. M. (1980). *Waves in Layered Media*. Academic Press, Elsevier, second edition édition.

Brunet, T., Merlin, A., Mascaro, B., Zimny, K., Leng, J., Poncelet, O., Aristégui, C. et Mondain-Monval, O. (2015). Soft 3d acoustic metamaterial with negative index. *Nature Materials*, 14(4):384–388.

Bruus, H. (2012). Acoustofluidics 7 : The acoustic radiation force on small particles. *Lab on a Chip*, 12(6):1014–1021.

Bunkley, J. P., McClure, C. J. W., Kleist, N. J., Francis, C. D. et Barber, J. R. (2015). Anthropogenic noise alters bat activity levels and echolocation calls. *Global Ecology and Conservation*, 3:62–71.

Caflisch, R. E., Miksis, M. J., Papanicolaou, G. C. et Ting, L. (1985). Effective equations for wave propagation in bubbly liquids. *Journal of Fluid Mechanics*, 153:259–273.

Cantat, I., Cohen-Addad, S., Elias, F., Graner, F., Höhler, R., Pitois, O., Rouyer, F. et Saint-Jalmes, A. (2010). *Les Mousses : structure et dynamique*. Belin.

Cantat, I. et Pitois, O. (2005). Mechanical probing of liquid foam ageing. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(45):S3455–S3461.

Cassoret, B., Corton, R., Roger, D. et Brudny, J. (2003). Magnetic noise reduction of induction machines. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(2):570–579.

Challen, B. J. et Croker, D. M. (1982). A Review of Recent Progress in Diesel Engine Noise Reduction. SAE Technical Paper 820517, SAE International, Warrendale, PA.

Champoux, Y. et Allard, J.-F. (1991). Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journal of Applied Physics*, 70(4):1975–1979.

Champoux, Y., Nicolas, J. et Allard, J. F. (1988). Measurement of acoustic impedance in a free field at low frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 125(2):313–323.

Chapelle, L. (2016). *Characterization and Modelling of the Mechanical Properties of Mineral Wool : PhD Thesis*. Thèse de doctorat, Technical University of Denmark (DTU), Denmark.

Cohen-Addad, S. et Höhler, R. (2014). Rheology of foams and highly concentrated emulsions. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 19(6):536–548.

Cohen-Addad, S., Höhler, R. et Pitois, O. (2013). Flow in Foams and Flowing Foams. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45(1):241–267.

Commission Européenne, U. (2017). Rapport de la Commission au Parlement européen et au Conseil sur la mise en oeuvre de la directive relative au bruit dans l'environnement conformément à l'article 11 de la directive 2002/49/CE.

Costa, S., Höhler, R. et Cohen-Addad, S. (2013). The coupling between foam viscoelasticity and interfacial rheology. *Soft Matter*, 9(4):1100–1112.

Crocker, M. J. et Price, A. J. (1969). Sound transmission using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 9(3):469–486.

Dazel, O., Bécot, F.-X. et Jaouen, L. (2012). Biot Effects for Sound Absorbing Double Porosity Materials. *Acta Acustica united with Acustica*, 98(4):567–576.

de Gennes, P.-G., Brochard-Wyart, F. et Quéré, D. (2005). *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin.

del Rey, R., Berto, L., Alba, J. et Arenas, J. P. (2015). Acoustic characterization of recycled textile materials used as core elements in noise barriers. *Noise Control Engineering Journal*, 63(5):439–447.

Denkov, N. D., Tcholakova, S., Golemanov, K., P. Ananthpadmanabhan, K. et Lips, A. (2009). The role of surfactant type and bubble surface mobility in foam rheology. *Soft Matter*, 5(18):3389–3408.

Derec, C., Leroy, V., Kaurin, D., Arbogast, L., Gay, C. et Elias, F. (2015). Propagation of a transverse wave on a foam microchannel. *EPL (Europhysics Letters)*, 112(3):34004.

Deverge, M. (2006). *Propriétés mécaniques et rhéologiques des mousses de polymères réticulés*. Thèse de doctorat, Université du Maine, Le Mans (France).

Ding, Y., Liu, Z., Qiu, C. et Shi, J. (2007). Metamaterial with Simultaneously Negative Bulk Modulus and Mass Density. *Physical Review Letters*, 99(9):093904.

Dollet, B. et Graner, F. (2007). Two-dimensional flow of foam around a circular obstacle : local measurements of elasticity, plasticity and flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 585:181–211.

Doutres, O., Atalla, N. et Dong, K. (2011). Effect of the microstructure closed pore content on the acoustic behavior of polyurethane foams. *Journal of Applied Physics*, 110(6):064901.

Doutres, O., Atalla, N. et Dong, K. (2013). A semi-phenomenological model to predict the acoustic behavior of fully and partially reticulated polyurethane foams. *Journal of Applied Physics*, 113(5): 054901.

Doutres, O., Dauchez, N., Génevaux, J.-M. et Dazel, O. (2007). Validity of the limp model for porous materials : A criterion based on the Biot theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(4):2038–2048.

Doutres, O., Dauchez, N., Génevaux, J.-M. et Dazel, O. (2009). A frequency independent criterion for describing sound absorbing materials by a limp frame model. *Acta Acustica united with Acustica*, 95:178–181.

Doutres, O., Salissou, Y., Atalla, N. et Panneton, R. (2010). Evaluation of the acoustic and non-acoustic properties of sound absorbing materials using a three-microphone impedance tube. *Applied Acoustics*, 71(6):506–509.

Drenckhan, W. et Saint-Jalmes, A. (2015). The science of foaming. *Advances in Colloid and Interface Science*, 222:228–259.

Durand, M. et Langevin, D. (2002). Physicochemical approach to the theory of foam drainage. *The European Physical Journal E*, 7(1):35–44.

Duval, A., Hoang, M. T., Perrot, C., Marcel, V. et Bonnet, G. (2013). Chemistry-process morphology control of porous micro-structures : a bottom-up acoustic optimization approach. Compiègne. SIA Conference "Light-Weighting and Acoustical Materials in Vehicles".

Erpelding, M., Guillermic, R. M., Dollet, B., Saint-Jalmes, A. et Crassous, J. (2010). Investigating acoustic-induced deformations in a foam using multiple light scattering. *Physical Review E*, 82(2):021409.

Fang, N., Xi, D., Xu, J., Ambati, M., Srituravanich, W., Sun, C. et Zhang, X. (2006). Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature Materials*, 5(6):452–456.

Gaffiot, F. (2000). *Dictionnaire latin-français : Le grand Gaffiot*. Hachette, Paris, nouv. éd. rev. et augm. édition.

Gaillard, T., Honorez, C., Jumeau, M., Elias, F. et Drenckhan, W. (2015). A simple technique for the automation of bubble size measurements. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 473:68–74.

Gaillard, T., Roché, M., Honorez, C., Jumeau, M., Balan, A., Jedrzejczyk, C. et Drenckhan, W. (2017). Controlled foam generation using cyclic diphasic flows through a constriction. *International Journal of Multiphase Flow*, 96:173–187.

Garai, M. (1993). Measurement of the sound-absorption coefficient in situ : The reflection method using periodic pseudo-random sequences of maximum length. *Applied Acoustics*, 39(1):119–139.

Gaulon, C., Derec, C., Combriat, T., Marmottant, P. et Elias, F. (2017). Sound and vision : visualization of music with a soap film. *European Journal of Physics*, 38(4):045804.

Gaulon, C., Derec, C., Elias, F., Leroy, V., Pierre, J., Chevillotte, F., Bécot, F.-X., Jaouen, L. et Drenckhan, W. (2018a). How to Model the Acoustic Properties of a Solid Foam with Thin Membranes ? *In 47th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*, pages 4759–4764, Chicago, Illinois. Curran Associates, Inc.

Gaulon, C., Pierre, J., Derec, C., Jaouen, L., Bécot, F.-X., Chevillotte, F., Elias, F., Drenckhan, W. et Leroy, V. (2018b). Acoustic absorption of solid foams with thin membranes. *Applied Physics Letters*, 112(26):261904.

Gaulon, C., Pierre, J., Leroy, V., Elias, F. et Derec, C. (2018c). Dissipation of Ultrasonic and Audible Sound Waves in Liquid Foams. *Acta Acustica united with Acustica*, 104(2):193–199.

Gibson, R. L. et Toksöz, M. N. (1989). Viscous attenuation of acoustic waves in suspensions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 85(5):1925–1934.

Godbold, C. V. (2009). Noise reduction for an internal combustion engine, US Patent 7,584,743.

Goldfarb, I., Orenbakh, Z., Shreiber, I. et Vafina, F. (1997). Sound and weak shock wave propagation in gas-liquid foams. *Shock Waves*, 7(2):77–88.

Goldfarb, I. I., Orenbakh, Z. M., Shushkov, G. A., Shreiber, I. R. et Vafina, F. I. (1992). Investigation of Sound Waves Propagation Peculiarities in Gas-Liquid Foam. *Le Journal de Physique IV*, 02(C1):C1–891–C1–894.

Gwon, J. G., Kim, S. K. et Kim, J. H. (2016). Sound absorption behavior of flexible polyurethane foams with distinct cellular structures. *Materials & Design*, 89:448–454.

Halfwerk, W., Bot, S., Buikx, J., Velde, M. v. d., Komdeur, J., Cate, C. t. et Slabbekoorn, H. (2011a). Low-frequency songs lose their potency in noisy urban conditions. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(35):14549–14554.

Halfwerk, W., Holleman, L. J. M., Lessells, C. M. et Slabbekoorn, H. (2011b). Negative impact of traffic noise on avian reproductive success. *Journal of Applied Ecology*, 48(1):210–219.

Hilgenfeldt, S., Koehler, S. A. et Stone, H. A. (2001). Dynamics of Coarsening Foams : Accelerated and Self-Limiting Drainage. *Physical Review Letters*, 86(20):4704–4707.

Hoang, M. T., Bonnet, G., Tuan Luu, H. et Perrot, C. (2014). Linear elastic properties derivation from microstructures representative of transport parameters. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6):3172–3185.

Hoang, M. T. et Perrot, C. (2012). Solid films and transports in cellular foams. *Journal of Applied Physics*, 112(5):054911.

Höhler, R. et Cohen-Addad, S. (2005). Rheology of liquid foam. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(41):R1041–R1069.

Hutzler, S. et Weaire, D. (2000). Foam coarsening under forced drainage. *Philosophical Magazine Letters*, 80(6):419–425.

Ingård, U. et Bolt, R. H. (1951). A Free Field Method of Measuring the Absorption Coefficient of Acoustic Materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 23(5):509–516.

International Standard Organisation, I. (1985). ISO 304. Agents de surface. Détermination de la tension superficielle par étirement de films liquides.

International Standard Organisation, I. (1998). ISO 10534-2. Acoustics. Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes, Part 2 : Transfer-function method.

International Standard Organisation, I. (2018). ISO 9053-1. Acoustique. Détermination de la résistance à l'écoulement de l'air. Partie 1 : Méthode statique.

Ising, H. et Kruppa, B. (2004). Health effects caused by noise : Evidence in the literature from the past 25 years Ising H, Kruppa B - Noise Health. *Noise Health*, 6(22):5–13.

Israelachvili, J. N. et Wennerstroem, H. (1990). Hydration or steric forces between amphiphilic surfaces ? *Langmuir*, 6(4):873–876.

Ivanov, I. (1988). *Thin Liquid Films : Fundamentals and Applications*, volume 29 de *Surfactant Sciences Series*. CRC Press.

Iwase, T., Izumi, Y. et Kawabata, R. (1998). A new mesuring method for sound propagation constant by using sound tube without any air spaces back of a test material. *Proceedings of Inter-noise 98, Christchurch, New Zealand*.

Jaouen, L., Renault, A. et Deverge, M. (2008). Elastic and damping characterizations of acoustical porous materials : Available experimental methods and applications to a melamine foam. *Applied Acoustics*, 69(12):1129–1140.

Jiménez, N., Huang, W., Romero-García, V., Pagneux, V. et Groby, J.-P. (2016). Ultra-thin metamaterial for perfect and quasi-omnidirectional sound absorption. *Applied Physics Letters*, 109(12):121902.

Johnson, D. L., Koplik, J. et Dashen, R. (1987). Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 176:379–402.

Junhong, Z. et Jun, H. (2006). CAE process to simulate and optimise engine noise and vibration. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(6):1400–1409.

Kann, K. (2005). Sound waves in foams. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, 263(1-3):315–319.

Kim, H. K. et Lee, H. K. (2010). Influence of cement flow and aggregate type on the mechanical and acoustic characteristics of porous concrete. *Applied Acoustics*, 71(7):607–615.

Kirchhoff, G. (1868). Ueber den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung. *Annalen der Physik*, 210(6):177–193.

Kosgodagan Acharige, S., Elias, F. et Derec, C. (2014). Soap film vibration : origin of the dissipation. *Soft Matter*, 10(41):8341–8348.

Krasulya, O., Bogush, V., Trishina, V., Potoroko, I., Khmelev, S., Sivashanmugam, P. et Anandan, S. (2016). Impact of acoustic cavitation on food emulsions. *Ultrasonics Sonochemistry*, 30:98–102.

Kraynik, A. M. (1988). Foam Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 20(1):325–357.

Kraynik, A. M. (2006). The Structure of Random Foam. *Advanced Engineering Materials*, 8(9):900–906.

Kundt, A. (1868). III. Acoustic experiments. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 35(234):41–48.

Kytömaa, H. K. (1995). Theory of sound propagation in suspensions : a guide to particle size and concentration characterization. *Powder Technology*, 82(1):115–121.

Ladyman, J., Lambert, J. et Wiesner, K. (2013). What is a complex system ? *European Journal for Philosophy of Science*, 3(1):33–67.

Lafarge, D. (1993). *Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique : définition de paramètres géométriques, analogie électromagnétique, temps de relaxation.* Ph.D. thesis, Université du Maine, Le Mans (France).

Lafarge, D., Lemarinier, P., Allard, J. F. et Tarnow, V. (1997). Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(4):1995–2006.

Lambert, J., Cantat, I., Delannay, R., Mokso, R., Cloetens, P., Glazier, J. A. et Graner, F. (2007). Experimental Growth Law for Bubbles in a Moderately "Wet" 3d Liquid Foam. *Physical Review Letters*, 99(5):058304.

Lambert, J., Mokso, R., Cantat, I., Cloetens, P., Glazier, J. A., Graner, F. et Delannay, R. (2010). Coarsening Foams Robustly Reach a Self-Similar Growth Regime. *Physical Review Letters*, 104(24):248304.

Landau, L. D. et Lifshitz, E. M. (1987). *Fluid Mechanics, Second Edition : Volume 6 (Course of Theoretical Physics)*. Pergamon Press.

Lanoye, R., Vermeir, G., Lauriks, W., Kruse, R. et Mellert, V. (2006). Measuring the free field acoustic impedance and absorption coefficient of sound absorbing materials with a combined particle velocity-pressure sensor. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(5):2826–2831.

Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G. et Kim, C. K. (2009a). Acoustic metamaterial with negative density. *Physics Letters A*, 373(48):4464–4469.

Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G. et Kim, C. K. (2009b). Acoustic metamaterial with negative modulus. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 21(17):175704.

Lee, S. H., Park, C. M., Seo, Y. M., Wang, Z. G. et Kim, C. K. (2010). Composite Acoustic Medium with Simultaneously Negative Density and Modulus. *Physical Review Letters*, 104(5):054301.

Leonard, R. A. et Lemlich, R. (1965). A study of interstitial liquid flow in foam. Part I. Theoretical model and application to foam fractionation. *AIChE Journal*, 11(1):18–25.

Leroy, V. (2016). *Acoustique des bulles : du milieu bulleux a la mousse liquide*. HDR, Université Paris Diderot.

Leroy, V., Bretagne, A., Fink, M., Willaime, H., Tabeling, P. et Tourin, A. (2009). Design and characterization of bubble phononic crystals. *Applied Physics Letters*, 95(17):171904.

Leroy, V., Strybulevych, A., Page, J. H. et Scanlon, M. G. (2008). Sound velocity and attenuation in bubbly gels measured by transmission experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(4):1931–1940.

Li, J. et Chan, C. T. (2004). Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E*, 70(5):055602.

Lord Kelvin, W. (1887). On the Division of Space with Minimum Partitional Area. *Philosophical Magazine*, 24(151):503.

Ma, G. et Sheng, P. (2016). Acoustic metamaterials : From local resonances to broad horizons. *Science Advances*, 2(2):e1501595–e1501595.

Ma, G., Yang, M., Xiao, S., Yang, Z. et Sheng, P. (2014). Acoustic metasurface with hybrid resonances. *Nature Materials*, 13(9):873–878.

Maestro, A., Drenckhan, W., Rio, E. et Höhler, R. (2013). Liquid dispersions under gravity : volume fraction profile and osmotic pressure. *Soft Matter*, 9(8):2531–2540.

Mani, R. et Graziosi, P. (2009). Method and system for reduction of jet engine noise, US Patent 7,631,483.

Marmottant, P. et Graner, F. (2007). An elastic, plastic, viscous model for slow shear of a liquid foam. *The European Physical Journal E*, 23(4):337–347.

Mei, J., Ma, G., Yang, M., Yang, Z., Wen, W. et Sheng, P. (2012). Dark acoustic metamaterials as super absorbers for low-frequency sound. *Nature Communications*, 3:756.

Michaud, D. S., Keith, S. E. et McMurchy, D. (2005). Noise annoyance in Canada. *Noise and Health*, 7(27):39.

Monloubou, M., A. Bruning, M., Saint-Jalmes, A., Dollet, B. et Cantat, I. (2016). Blast wave attenuation in liquid foams : role of gas and evidence of an optimal bubble size. *Soft Matter*, 12(38):8015–8024.

Monloubou, M., Saint-Jalmes, A., Dollet, B. et Cantat, I. (2015). Influence of bubble size and thermal dissipation on compressive wave attenuation in liquid foams. *EPL (Europhysics Letters)*, 112(3):34001.

Monnereau, C. et Vignes-Adler, M. (1998). Dynamics of 3d Real Foam Coarsening. *Physical Review Letters*, 80(23):5228–5231.

Mujica, N. et Fauve, S. (2002). Sound velocity and absorption in a coarsening foam. *Physical Review E*, 66(2):021404.

Nierstrasz, V. A. et Frens, G. (1999). Marginal Regeneration and the Marangoni Effect. *Journal of Colloid and Interface Science*, 215(1):28–35.

Nii, S., Kikumoto, S. et Tokuyama, H. (2009). Quantitative approach to ultrasonic emulsion separation. *Ultrasonics Sonochemistry*, 16(1):145–149.

Olny, X. et Boutin, C. (2003). Acoustic wave propagation in double porosity media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(1):73–89.

Olny, X. et Panneton, R. (2008). Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(2):814–824.

Panneton, R. (2007). Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(6):217–222.

Panneton, R. et Olny, X. (2006). Acoustical determination of the parameters governing viscous dissipation in porous media. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(4):2027–2040.

Park, J. H., Minn, K. S., Lee, H. R., Yang, S. H., Yu, C. B., Pak, S. Y., Oh, C. S., Song, Y. S., Kang, Y. J. et Youn, J. R. (2017). Cell openness manipulation of low density polyurethane foam for efficient sound absorption. *Journal of Sound and Vibration*, 406:224–236.

Park, J. J., Lee, K. J. B., Wright, O. B., Jung, M. K. et Lee, S. H. (2013). Giant Acoustic Concentration by Extraordinary Transmission in Zero-Mass Metamaterials. *Physical Review Letters*, 110(24).

Parris, K. M., Velik-Lord, M. et North, J. M. A. (2009). Frogs Call at a Higher Pitch in Traffic Noise. *Ecology and Society*, 14(1).

Passchier-Vermeer, W. et Passchier, W. F. (2000). Noise exposure and public health. *Environmental Health Perspectives*, 108(suppl 1):123–131.

Perrot, C., Chevillotte, F., Tan Hoang, M., Bonnet, G., Bécot, F.-X., Gautron, L. et Duval, A. (2012). Microstructure, transport, and acoustic properties of open-cell foam samples : Experiments and three-dimensional numerical simulations. *Journal of Applied Physics*, 111(1):014911.

Perrot, C., Panneton, R. et Olny, X. (2007). Periodic unit cell reconstruction of porous media : Application to open-cell aluminum foams. *Journal of Applied Physics*, 101(11):113538.

Pierre, J., Dollet, B. et Leroy, V. (2014a). Resonant Acoustic Propagation and Negative Density in Liquid Foams. *Physical Review Letters*, 112(14):148307.

Pierre, J., Dollet, B. et Leroy, V. (2014b). Resonant Acoustic Propagation and Negative Density in Liquid Foams, Supplemental Material. *Physical Review Letters*, 112(14):148307.

Pierre, J., Elias, F. et Leroy, V. (2013a). A technique for measuring velocity and attenuation of ultrasound in liquid foams. *Ultrasonics*, 53(2):622–629.

Pierre, J., Gaulon, C., Derec, C., Elias, F. et Leroy, V. (2017). Investigating the origin of acoustic attenuation in liquid foams. *The European Physical Journal E*, 40(8):73.

Pierre, J., Guillermic, R.-M., Elias, F., Drenckhan, W. et Leroy, V. (2013b). Acoustic characterisation of liquid foams with an impedance tube. *The European Physical Journal E*, 36(10).

Plateau, J. (1873). *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*. Gauthier-Villars.

Pride, S. R., Morgan, F. D. et Gangi, A. F. (1993). Drag forces of porous-medium acoustics. *Physical Review B*, 47(9):4964–4978.

Princen, H. M. (1985). Rheology of foams and highly concentrated emulsions. II. experimental study of the yield stress and wall effects for concentrated oil-in-water emulsions. *Journal of Colloid and Interface Science*, 105(1):150–171.

Prosperetti, A. (1974). Nonlinear oscillations of gas bubbles in liquids : steady-state solutions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 56(3):878–885.

Prosperetti Andrea (2015). The speed of sound in a gas–vapour bubbly liquid. *Interface Focus*, 5(5): 20150024.

Raffy, P. M., Andre, P. A., Girault, J.-P. Y. B., Richter, G. et Thevenin, J.-C. P. H. P. (1980). Method and device for reducing the noise of turbo-machines, US Patent 4,199,295.

Rayleigh, J. W. S. (1877). *The theory of sound. Vol. 1.* Macmillan and co. (London).

Rind, D. (1999). Complexity and Climate. *Science*, 284(5411):105–107.

Romero-García, V., Theocharis, G., Richoux, O., Merkel, A., Tournat, V. et Pagneux, V. (2016). Perfect and broadband acoustic absorption by critically coupled sub-wavelength resonators. *Scientific Reports*, 6:19519.

Safouane, M., Saint-Jalmes, A., Bergeron, V. et Langevin, D. (2006). Viscosity effects in foam drainage :Newtonian and non-newtonian foaming fluids. *The European Physical Journal E*, 19(2):195–202.

Saint-Jalmes, A. (2006). Physical chemistry in foam drainage and coarsening. *Soft Matter*, 2:836.

Saint-Jalmes, A. et Langevin, D. (2002). Time evolution of aqueous foams : drainage and coarsening. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 14(40):9397–9412.

Saint-Jalmes, A., Zhang, Y. et Langevin, D. (2004). Quantitative description of foam drainage : Transitions with surface mobility. *The European Physical Journal E*, 15(1):53–60.

Salissou, Y. et Panneton, R. (2010). Wideband characterization of the complex wave number and characteristic impedance of sound absorbers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(5):2868–2876.

Sheng, P., Mei, J., Liu, Z. et Wen, W. (2007). Dynamic mass density and acoustic metamaterials. *Physica B : Condensed Matter*, 394(2):256–261.

Slabbekoorn, H. et Peet, M. (2003). Birds sing at a higher pitch in urban noise. *Nature*, 424(6946):267.

Smagowska, B. (2010). Noise at Workplaces in the Call Center. *Archives of Acoustics*, 35(2):253–264.

Smith, D. R., Pendry, J. B. et Wiltshire, M. C. K. (2004). Metamaterials and Negative Refractive Index. *Science*, 305(5685):788–792.

Stansfeld, S. A. et Matheson, M. P. (2003). Noise pollution : non-auditory effects on health. *British Medical Bulletin*, 68(1):243–257.

Stevenson, P. (2010). Inter-bubble gas diffusion in liquid foam. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 15(5):374–381.

Stinson, M. R. (1991). The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(2):550–558.

Stone, H. A., Koehler, S. A., Hilgenfeldt, S. et Durand, M. (2002). Perspectives on foam drainage and the influence of interfacial rheology. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 15(1):S283–S290.

Swaddle, J. P. et Page, L. C. (2007). High levels of environmental noise erode pair preferences in zebra finches : implications for noise pollution. *Animal Behaviour*, 74(3):363–368.

Takahashi, Y., Otsuru, T. et Tomiku, R. (2005). In situ measurements of surface impedance and absorption coefficients of porous materials using two microphones and ambient noise. *Applied Acoustics*, 66(7):845–865.

Tandon, N. (2000). Noise-reducing designs of machines and structures. *Sadhana*, 25(3):331–339.

Trematerra, A., Lombardi, I. et D'Alesio, A. (2017). Use of cork as absorbent material. *AIP Conference Proceedings*, 1859(1):020003.

Trinh, V. H., Langlois, V., Guilleminot, J., Perrot, C., Khidas, Y. et Pitois, O. (2019). Tuning membrane content of sound absorbing cellular foams : Fabrication, experimental evidence and multiscale numerical simulations. *Materials & Design*, 162:345–361.

Trinh Van Hai, Hoang Minh Tan, Perrot Camille, Langlois Vincent, Khidas Yacine et Pitois Olivier (2017). A Systematic Link between Microstructure and Acoustic Properties of Foams : A Detailed Study on the Effect of Membranes. *The 6th Biot Conference on Poromechanics*.

UNESCO (2017). Conférence générale de l'UNESCO 39 C/49, L'importance du son dans le monde actuel : promouvoir les bonnes pratiques.

Urick, R. J. (1948). The Absorption of Sound in Suspensions of Irregular Particles. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 20(3):283–289.

Utsuno, H., Tanaka, T., Fujikawa, T. et Seybert, A. F. (1989). Transfer function method for measuring characteristic impedance and propagation constant of porous materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(2):637–643.

Venegas, R. et Boutin, C. (2017). Acoustics of permeo-elastic materials. *Journal of Fluid Mechanics*, 828:135–174.

Venegas, R., Boutin, C. et Umnova, O. (2017). Acoustics of multiscale sorptive porous materials. *Physics of Fluids*, 29(8):082006.

Verbist, G., Weaire, D. et Kraynik, A. M. (1996). The foam drainage equation. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 8(21):3715–3731.

Weaire, D. (2008). The rheology of foam. *Current Opinion in Colloid & Interface Science*, 13(3):171–176.

Weaire, D. et Phelan, R. (1994). A counter-example to Kelvin's conjecture on minimal surfaces. *Philosophical Magazine Letters*, 69(2):107–110.

Weaire, D. L. et Hutzler, S. (2001). *The Physics of Foams*. Clarendon Press, Oxford.

Weber, M. J. (2002). *Handbook of Optical Materials*. CRC Press.

Weston, D. E. (1953). The Theory of the Propagation of Plane Sound Waves in Tubes. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 66:695–709.

Wilson, P. S. et Roy, R. A. (2008). An audible demonstration of the speed of sound in bubbly liquids. *American Journal of Physics*, 76(10):975–981.

Wintzenrieth, F., Cohen-Addad, S., Le Merrer, M. et Höhler, R. (2014). Laser-speckle-visibility acoustic spectroscopy in soft turbid media. *Physical Review E*, 89(1):012308.

Wong, G. S. K. et Embleton, T. F. W. (1984). Variation of specific heats and of specific heat ratio in air with humidity. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 76(2):555–559.

Wong, G. S. K. et Embleton, T. F. W. (1985). Variation of the speed of sound in air with humidity and temperature. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(5):1710–1712.

Wood, A. B. A. B. (1930). *A textbook of sound*. New York : Macmillan.

World Health Organization, W. (2011). *Burden of disease from environmental noise : quantification of healthy life years lost in Europe*. World Health Organization, Regional Office for Europe, Copenhagen. OCLC : 779684347.

Yang, M., Ma, G., Yang, Z. et Sheng, P. (2013). Coupled Membranes with Doubly Negative Mass Density and Bulk Modulus. *Physical Review Letters*, 110(13).

Ye, Z. et Alvarez, A. (1998). Acoustic Localization in Bubbly Liquid Media. *Physical Review Letters*, 80(16):3503–3506.

Zwikker, C. et Kosten, C. W. (1949). *Sound absorbing materials*. Elsevier, New York.