

# AIX-MARSEILLE UNIVERSITÉ

## CEA Cadarache

### ED353

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille

DEN/CAD/DEC/SESC/Laboratoire d'Études de conception et d'Irradiations Multi-filières

Thèse présentée pour obtenir le grade universitaire de docteur

Discipline : Sciences pour l'ingénieur : Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique  
Spécialité : Mécanique des Solides

Thomas CATTEROU

---

Étude numérique et expérimentale du comportement dynamique non linéaire d'un réseau de tubes avec jeux - application aux faisceaux d'aiguilles combustibles RNR.

---

Soutenue le 22/10/2018 devant le jury composé de :

Cyril TOUZÉ	Professeur, ENSTA ParisTech, Paris	Rapporteur
Étienne BALMES	Professeur, ENSAM ParisTech, Paris	Rapporteur
Vincent ACARY	Directeur de Recherche, INRIA, Grenoble	Examinateur
Béatrice FAVERJON	Maître de Conférence, INSA, Lyon	Examinatrice
Victor BLANC	Ingénieur Chercheur, CEA, Cadarache	Examinateur
Bruno COCHELIN	Professeur, LMA, Marseille	Directeur de thèse
Stéphane BOURGEOIS	Maître de Conférence, LMA, Marseille	Invité
Guillaume RICCIARDI	Ingénieur Chercheur, CEA, Cadarache	Invité

Numéro national de thèse/suffixe local : \_\_\_\_\_



---

*À ma sœur Maude.*



---

# Remerciements

---

Cette thèse est le fruit d'un travail personnel mais n'aurait jamais pu voir le jour sans l'apport de toutes les personnes qui m'ont accompagné durant ces trois années.

Je tiens d'abord à remercier Cyril Touzé et Etienne Balmès pour avoir accepté d'être les rapporteurs de mon manuscrit de thèse, et pour leurs remarques pertinentes. Je remercie aussi Béatrice Faverjon et Vincent Acary d'avoir accepté d'intégrer le jury.

Une thèse ne peut être réussie sans un encadrement à la hauteur et je m'estime vraiment chanceux d'avoir pu travailler avec des personnes aussi compétentes et à l'écoute. Tout en me laissant une grande liberté d'action, ils ont su me diriger dans la bonne direction sans trop de détours malencontreux et ont créé une ambiance de travail efficace mais sereine. Merci à mon directeur, Bruno Cochelin, dont la perspicacité m'a souvent permis de résoudre mes problèmes les plus épineux. Merci à Stéphane Bourgeois, pour ses conseils, sa disponibilité et ses relectures studieuses. Merci à Guillaume Ricciardi, pour son expertise avisée sur la compréhension des phénomènes dynamiques et sur les codes numériques. Enfin un grand merci à Victor Blanc, qui a suivi mon travail de près depuis mon stage de master, qui a supporté tout ce temps mes fautes d'orthographe et mes conclusions hâtives, et avec qui j'ai partagé les joies et les déboires de la mise en place d'un banc d'essai expérimental. Je te souhaite de te plaire dans la nouvelle voie que tu t'es tracée.

J'ai aussi eu la chance de réaliser ma thèse entourée de collègues passionnés et passionnants, avec qui j'ai partagé des conversations enrichissantes et plus de gâteaux que de raison ! Merci à Gérard pour m'avoir encouragé et soutenu, à Maxime pour tous ces conseils, à Thierry Beck pour son regard sur mes travaux, à Eric pour son expertise en informatique malgré mes piques, à Bernard pour sa bonne humeur, à Thierry Lambert le secouriste de notre bureau, à François Charollais pour ces blagues... Merci à Denis, Frédéric, Matthew, Anne Lise, Quentin, Marie Christine, Jonathan et Isabelle pour avoir créé une ambiance très agréable. Je souhaite à Camille bon courage pour sa thèse, je suis sûr qu'elle parviendra à un travail admirable. Merci aux autres membres du services avec qui j'ai pu échanger, Fabienne, Jérôme, Syriac, les Isabelle, Thomas, Etienne, Daniel, tous les Bruno...

Merci à tous les membres du DTN qui ont permis au banc expérimental CARNAC de voir le jour. Ce fut long et difficile mais quelle satisfaction de voir les expériences fonctionner ! Merci à tous les initiateurs du projet qui ont aidé à la création du cahier des charges et de l'avant projet. Merci à ADF Vitrolles et à Jonathan pour leur compétence, leur sérieux et leur expertise. Merci à Fabienne, Stéphane, Serge et Valérie pour tous les coups de main apportés pendant les essais.

Merci à François et Mickaël du CEA de Marcoule d'avoir créé pour nous les premières aiguilles en géométrie ASTRID. Je crois que je n'ai jamais été ri en réunion qu'avec vous.

---

Merci aux équipes du DM2S au CEA de Saclay, particulièrement Benoît Prabel, pour leurs conseils et expertises. Merci aux équipes et doctorants du LMA.

Cette thèse a aussi l'occasion de belles rencontres parmi les doctorants et les Aixois que j'ai pu rencontrer. Merci aux "minions" avec qui j'ai partagé tant : Nicolas, Thomas, Lilian, Desislava, Coralie, Marie<sup>2</sup>, Alan, Céphise, Antoine, Elisa, Louis. Merci à l'ASTHEC pour m'avoir permis de rencontrer tous ces gens. Merci à Luc pour l'invitation au mariage, les pauses-thé et les discussions au milieu nos écrans. Merci à Jules pour les coups de raquettes et les randos. Merci à Roberto, Daria, Veronica, Louis, Julien et tous ceux dont j'ai pu croiser la route à Cadarache et avec qui j'ai apprécié passer du temps. Et enfin, merci à Joane d'être entrée dans ma vie.

Merci à Loic, Germain, Julien, Elsa, Maxime, Myriam, Antoine, Guillaume et Clémentine, pour lesquelles la distance n'estompe pas l'amitié.

Parce que tout ne peut pas être parfait, je ne remercie pas : les bouchons à l'entrée de Marseille, les chantiers en face du bureau pendant la rédaction, les caprices de Cast3m et ces moments de débogage interminable, la mononucléose, les étés un peu trop chaud pour le nantais que je suis, et les halls d'essais un peu trop froid en hiver.

Mes derniers remerciements vont à ma famille, mon père et ma mère qui ont suivi assidûment, parfois sans trop comprendre, mon travail de thèse. Merci à mon frère Axel. Merci à mes tantes, oncles, cousins, cousines, petits cousins, grands parents qui forment une si belle famille.

---

# Table des matières

---

<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>11</b>
<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>I Contexte et état de l'art</b>	<b>17</b>
I.1 Contexte industriel	17
I.1.1 Les RNR et le projet ASTRID 600	17
I.1.2 Présentation du cœur et des assemblages	19
I.1.3 Description de l'aiguille combustible	20
I.1.4 Contacts entre aiguilles dans l'assemblage	22
I.1.5 Chargements dynamiques	23
I.1.6 Problématique	23
I.2 État de l'art	24
I.3 Etat de l'art au CEA	24
I.3.1 Modèles antérieurs	24
I.3.2 Banc d'essai BELIER	29
I.3.3 Limites des outils existants	30
<b>II Caractérisation expérimentale d'une aiguille combustible sur le banc CARNAC</b>	<b>31</b>
II.1 Conception et réalisation du banc CARNAC	32
II.1.1 Objectif du banc d'essai	32
II.1.2 Conception	32
II.1.3 Description des différents composants	34
II.1.4 Intérêts et limites du banc d'essai	38
II.2 Essais de lâcher	39
II.2.1 Descriptif des essais et objectifs	39
II.2.2 Filtrage des résultats	40
II.2.3 Essais libres	41
II.2.4 Essais avec choc	49
II.2.5 Conclusion	54
II.3 Essais forcés	55
II.3.1 Descriptifs des essais et objectifs	55
II.3.2 Sinus balayé et identification modale	56
II.3.3 Résultats d'essais et problèmes rencontrés	56
II.3.4 Méthode d'analyse modale	58

II.4	Conclusion du chapitre	62
<b>III</b>	<b>Définition et validation d'une méthode numérique</b>	<b>63</b>
III.1	Introduction et méthodologie	64
III.2	Méthode numérique utilisée	64
III.2.1	Choix de la méthode et hypothèses	64
III.2.2	Choix du type d'éléments finis	65
III.2.3	Réduction sur base modale	69
III.2.4	Schéma d'intégration	71
III.2.5	Modélisation du contact	73
III.3	Analyse d'une poutre encastree-libre avec contact unique	75
III.3.1	Description du problème	75
III.3.2	Corrélation analytique-numérique	75
III.3.3	Méthodologie de choix des paramètres numériques	85
III.3.4	Comparaison numérique-expérimental	86
III.4	Conclusion du chapitre	90
<b>IV</b>	<b>Analyse de problèmes multicontact</b>	<b>91</b>
IV.1	Modélisation éléments finis d'une rangée d'aiguilles	92
IV.1.1	Description du modèle numérique	92
IV.1.2	Intérêts et limites	93
IV.1.3	Description de la sollicitation	93
IV.1.4	Analyse des résultats	94
IV.2	Modèle analytique multicontact	101
IV.2.1	Description du modèle	101
IV.2.2	Intérêts et limites	103
IV.2.3	Identification de temps caractéristiques	104
IV.2.4	Analyse de l'effet du jeu	105
IV.3	Conclusion du chapitre	114
<b>V</b>	<b>Application à la dynamique d'un faisceau d'aiguilles</b>	<b>117</b>
V.1	Création d'une loi de contact non-linéaire	118
V.1.1	Description de la géométrie	119
V.1.2	Raideur d'ovalisation de la gaine	119
V.1.3	Raideur d'écrasement du fil	124
V.1.4	Raideurs de contacts, théorie de Hertz	125
V.1.5	Création de la loi d'effort	127
V.2	Sous-structuration	128
V.2.1	Modes normaux des sous-structures	129
V.2.2	Modes contraints et relations de liaisons	130
V.2.3	Mise en œuvre de la sous structuration	131
V.3	Description du modèle d'assemblage complet	132
V.4	Validation du modèle	134
V.5	Résultats	134
V.5.1	Analyse des trajectoires	135
V.5.2	Analyse des efforts	139

V.5.3	Analyse énergétique	143
V.6	Comparaison avec les résultats BELIER	145
V.6.1	Analyse des efforts maximaux	145
V.6.2	Analyse de l'évolution temporelle des efforts	146
V.7	Comparaison entre les modèles numériques	147
V.7.1	Cinématique de l'assemblage	148
V.7.2	Force de choc	151
V.8	Conclusion du chapitre	153
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>155</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>159</b>
<b>Liste des figures</b>		<b>167</b>
<b>Liste des tableaux</b>		<b>171</b>
<b>ANNEXES</b>		<b>173</b>
A	Loi de contact de Hertz et loi de contact linéarisée	173
B	Création d'une solution de référence pour le problème du choc d'une poutre encastrée contre un ressort	177
C	Oscillateur 1DDL amorti par frottement visqueux et frottement sec	180
D	Détermination de la pulsation fondamentale d'une poutre encastré-ressort	183
<b>Résumé</b>		<b>185</b>
<b>Abstract</b>		<b>186</b>



# Nomenclature

La nomenclature suit les règles suivantes :

- Les paramètres en minuscules sont des scalaires. Exemple :  $k_c$
- Les paramètres en majuscules sont des vecteurs. Exemple :  $U$
- Les paramètres en majuscules et en gras sont des matrices. Exemple :  $M$

$\Phi$	Matrice des vecteurs propres	$C_i, C'_i$	Courbure de l'objet $i$
$\Psi$	Ensemble des modes contraints	$d_1$	Distance de lâcher
$C$	Matrice d'amortissement	$dt$	Pas de temps
$K$	Matrice de rigidité	$dt_c$	Temps de choc
$M$	Matrice de masse	$E$	Module d'Young
$\ddot{U}$	Accélération	$e$	épaisseur
$\delta$	enfoncement au point de contact	$e_c$	Energie cinétique
$\dot{U}_r$	Vitesse adimensionnée	$e_m$	Energie mécanique
$\dot{U}$	Vitesse	$e_p$	Energie potentielle
$\Gamma$	Densité spectrale de déplacement	$err$	Erreur sur la DSP du signal
$\mu$	Coefficient de frottement	$err_F$	Erreur sur la force
$\nu$	Coefficient de poisson	$f_0$	Fréquence du mode fondamental
$\omega$	Pulsation	$f_c$	Force de contact
$\omega_0$	Fréquence du mode fondamental	$f_N$	Effort normal
$\omega_0$	Pulsation du mode fondamental	$f_{cd}$	Force de contact à droite
$\rho$	Masse volumique	$f_{cg}$	Force de contact à gauche
$\theta$	Azimut	$f_{tronc}$	Fréquence de troncature
$\tilde{k}$	Raideur de Hertz	$fr_c$	Force adimensionnée
$\xi$	Coefficient d'amortissement modal	$I$	Moment quadratique
$a_n \dots f_n$	Coefficient de Fourier	$j$	Jeu
$c$	Coefficient d'amortissement physique	$jr$	Jeu adimensionné
$c_f$	Vitesse des ondes de flexion	$k_c$	Raideur de contact
		$k_f$	Raideur de flexion

$l$	Longueur	$u, v, w$	Déplacements en coordonnées cylindriques
$l_0$	Longueur libre des aiguilles des essais de lâcher CARNAC	$U_r$	Déplacement adimensionné
$l_1$	Distance entre le haut de l'aiguille et le point de choc	ASTRID	“Advanced Sodium Technological Reactor for Industrial Demonstration”
$L_{SS_i}$	Zone de liaison entre sous-structures	CARNAC	“CARactérisation dyNamique des Aiguilles Combustibles”
$m$	masse	DSP	“Densité Spectrale de Puissance”
$mf$	Moment fléchissant	PMC	“Plan Médian Cœur”
$p$	Chargement réparti	POD	“Proper Orthogonal Decomposition”
$Q$	Coefficient modal	POM	“Proper Orthogonal Modes”
$r$	rayon	RNR	“Réacteur à Neutrons Rapides”
$R_k$	Ratio des raideurs $k_c/k_f$	TH	“Tube Hexagonal”
$R_{ftronc}$	Ratio des fréquences $f/f_0$		
$U$	Déplacement		

---

# Introduction

---

“ *Un scientifique dans son laboratoire n'est pas un simple technicien : il est aussi un enfant confronté à des phénomènes naturels qui l'impressionnent comme des contes de fées.* ”

---

Marie Curie,

L'industrie nucléaire a des impératifs de sûreté très exigeants. Tout nouveau prototype de réacteur doit faire l'objet d'une analyse de risque faisant appel à des spécialistes de plusieurs disciplines. Le CEA travaille sur un démonstrateur technologique de réacteur à neutrons rapides, appelé ASTRID. Les réacteurs utilisant l'eau comme liquide caloporteur constituent la grande majorité des réacteurs du parc. Les réacteurs à neutrons rapides refroidis au sodium liquide présente des spécificités différentes en terme de sûreté : les chargements thermiques et d'irradiations sont plus importants et de ce fait, la conception du cœur est sensiblement différente. Le cœur est composé d'assemblages hexagonaux de différents types. Certains assemblages permettent de maîtriser et contenir les réactions neutroniques dans le cœur. Les autres sont les assemblages combustibles, sur lesquels ont porté le travail présenté dans ce mémoire.

Le centre de l'assemblage combustible est composé d'un tube hexagonal (TH) creux. Sur la partie inférieure, un pied permet l'entrée du sodium dans le tube et le maintien de l'assemblage. Sur la partie supérieure, une protection permet d'éviter les fuites neutroniques verticales. A l'intérieur du tube est inséré un faisceau de 217 aiguilles combustibles ordonnées en un réseau hexagonal. Elles sont maintenues sur la partie basse par une grille et laissées libres sur la partie haute, afin de ne pas contraindre les aiguilles lors de sollicitations thermiques. Les aiguilles sont des tubes clos d'environ un centimètre de diamètre contenant le combustible sous forme de pastilles. Elles disposent aussi d'un long vase d'expansion interne pour contenir les gaz de fission. Un fil enroulé en hélice autour du tube de gaine va permettre de maintenir un espacement constant entre les aiguilles et améliorer les échanges thermiques entre le cœur et le sodium.

L'absence de cerclage et de maintien du faisceau sur sa partie haute va permettre aux aiguilles d'être relativement mobile à l'intérieur du TH, notamment en début de vie lorsqu'il y a présence de jeux de montage. Lors des opérations de transport et de manutention des assemblages, avant et après leurs mises en place dans le réacteur, les aiguilles vont subir des chargements dynamiques. Ceux-ci se traduisent par des chocs localisés sur la paroi externe du tube hexagonal et conduisent à des mouvements complexes à l'intérieur du faisceau. De même, les séismes vont induire des contraintes à l'intérieur de l'assemblage.

---

L'objet de cet étude est la compréhension du comportement dynamique du faisceau d'aiguille combustible en présence ou non de jeu. Les aiguilles combustibles constituent la première barrière du confinement, et en cette qualité, leur intégrité doit être préservée. Lors d'une sollicitation dynamique, les aiguilles du faisceau vont subir un nombre conséquent de chocs (plusieurs centaines de milliers) dans un laps de temps très court. Afin de dimensionner les aiguilles, les contraintes induites par ces chargements dynamiques doivent pouvoir être évaluées.

L'objet de ce mémoire est de comprendre les phénomènes physiques se déroulant dans une structure présentant un grand nombre de contacts internes, et de définir des méthodologies pour créer des modèles numériques capables de simuler le comportement dynamique de ces structures. Les contacts en dynamique constitue une non-linéarité forte nuisant à la stabilité des méthodes numériques. De façon à s'assurer de la précision des résultats, ceux-ci seront validés par des approches analytiques et expérimentales.

Une méthodologie de résolution numérique est proposée. Différentes techniques sont employées pour permettre d'aboutir à une solution rapide et précise, comme l'utilisation de la sous-structuration et de la projection des inconnues sur base modale. Les méthodes de gestion de non-linéarités de contact sont particulièrement étudiées et une loi de contact représentative de la géométrie du problème est créée. L'étude précise des déplacements, énergies et efforts dans les aiguilles dans plusieurs situations ont permis de comprendre un certain nombre de phénomènes physiques agissant dans le faisceau et plus généralement dans des systèmes multicontact.

Le mémoire s'articule en quatre axes. Dans le premier, nous abordons d'abord la conception du banc expérimental CARNAC, banc conçu pour réaliser des essais dynamiques sur une aiguille combustible de RNR. Le banc est polyvalent et permet plusieurs types d'essais, pour plusieurs géométries ou configurations. Les premiers essais réalisés sont des essais de lâcher, l'aiguille est soumise à une flexion préalable et relâchée contre un appui. Ensuite des essais sont réalisés dans plusieurs configurations de jeux sur une aiguille sollicitée par un pot vibrant. L'objectif de ces expériences est de comprendre la réponse dynamique d'une aiguille seule et de valider les modélisations.

Dans un second axe, nous nous intéressons au choix d'une méthode numérique apte à simuler le comportement dynamique d'un faisceau complet et à valider cette méthode par différents moyens. Le problème simple d'une poutre entrant en contact avec un ressort est considéré, et résolu avec une méthode semi-analytique. La méthode numérique envisagée est comparée sur ce problème à la fois à la résolution semi-analytique et aussi aux résultats expérimentaux obtenus sur CARNAC ce qui permet d'aboutir à une méthodologie de choix des paramètres numériques.

Ensuite, une modélisation simplifiée du faisceau est étudiée afin de comprendre les phénomènes physiques agissant dans la dynamique de ce système. Ce modèle éléments finis est appuyé par un modèle analytique multicontact à une dimension afin d'interpréter les phénomènes agissant sur une durée très réduite lors des contacts successifs et l'influence du jeu dans ce type de système.

Dans le dernier axe, la méthode numérique sera appliquée sur l'assemblage complet. Une méthode par sous-structuration a dû être utilisée pour réaliser le calcul sur le maillage élé-

---

ment fini dans un délai raisonnable. De plus, la loi d'effort a été étudiée en détail pour être représentative de la géométrie des contacts. Les trajectoires, énergies et efforts dans les configurations avec ou sans jeux ont été obtenus et analysés pour être enfin comparés avec les résultats expérimentaux obtenus sur des travaux précédents au CEA.



# CONTEXTE ET ÉTAT DE L'ART

“ *Imagination is more important than knowledge. For knowledge is limited, whereas imagination embraces the entire world, stimulating progress, giving birth to evolution.* ”

Einstein, *The Saturday Evening Post*, 1929

## Sommaire

I.1	Contexte industriel	<b>17</b>
I.1.1	Les RNR et le projet ASTRID 600	17
I.1.2	Présentation du cœur et des assemblages	19
I.1.3	Description de l'aiguille combustible	20
I.1.4	Contacts entre aiguilles dans l'assemblage	22
I.1.5	Chargements dynamiques	23
I.1.6	Problématique	23
I.2	État de l'art	<b>24</b>
I.3	Etat de l'art au CEA	<b>24</b>
I.3.1	Modèles antérieurs	24
I.3.2	Banc d'essai BELIER	29
I.3.3	Limites des outils existants	30

## I.1. Contexte industriel

### I.1.1. Les RNR et le projet ASTRID 600

ASTRID est un projet de réacteur à neutrons rapide (RNR) français. Il fait suite aux RNR Phénix et Superphénix arrêtés en 2010 et 1998. Si les RNR sont actuellement peu implantés industriellement dans le parc mondial, c'est pourtant cette technologie qui a fait fonctionner les premiers réacteurs, dont EBR1 en 1951, seulement 17 ans après la découverte de la radioactivité artificielle.

Le parc actuel est majoritairement composé de réacteurs dit « à neutrons thermiques », incluant les réacteurs à eau pressurisée (REP) ou réacteurs à eau bouillante (REB). Ces types de réacteurs ne peuvent utiliser comme combustible qu'une quantité infime de l'uranium naturel, l'isotope fissile U235, disponible en quantité limitée sur la surface du globe, alors

que les RNR sont capables de faire réagir notamment de l'Uranium 238 ou du Thorium, présent en quantité beaucoup plus grande à l'état naturel, et laissant donc envisager des ressources en combustibles quasi-illimitées. Dans les RNR, le fluide caloporteur utilisé ne doit pas être un modérateur à neutrons, comme l'eau. Plusieurs solutions ont été envisagées, comme l'utilisation de plomb liquide ou de gaz. C'est le sodium qui a été retenu pour les prototypes français.

Les réacteurs « lents » ont rapidement été préférés aux RNR pour plusieurs raisons : tout d'abord, du point de vue technologique, les REP et REB étaient plus faciles à mettre en œuvre à grande échelle, principalement grâce à la possibilité d'utiliser de l'eau comme seul fluide caloporteur. Ensuite, pour des raisons stratégiques : les RNR permettent de fabriquer de grande quantité de plutonium qui pourrait être utilisé dans l'armement. La fermeture de SuperPhénix a poussé à la désaffectation de la filière en France. Cependant, cette technologie a de grandes qualités. Outre l'augmentation considérable des ressources disponibles, les RNR sont surtout capables de mieux utiliser le combustible, permettant ainsi de réduire la quantité de déchets générés. Mieux, une partie des combustibles usés de haute activité générés par les centrales classiques pourraient être utilisés pour alimenter les RNR. Dans l'optique actuelle d'une décarbonation massive de la production électrique à l'échelle mondiale pour lutter contre le réchauffement climatique, ces réacteurs, dits de 4<sup>ème</sup> génération, sont une option de choix.

Le projet ASTRID 600 a été lancé en 2008. Actuellement, il est en phase d'avant-projet détaillé. Des décisions récentes en janvier 2018 ont poussé à une réévaluation de sa puissance thermique. L'étude actuelle porte sur le prototype initial de 600MW électrique. La conception d'ASTRID profite du retour d'expérience (REX) de Phénix et Superphénix. Le fonctionnement du réacteur est présenté sur la figure I.1. Il est composé de 3 circuits entre lesquels il n'y a pas d'échange de matière mais un transfert de chaleur.

Les circuits secondaires et tertiaires permettent de récupérer la chaleur émise par le cœur à travers des échangeurs et de la convertir ensuite en électricité. Du sodium circule dans les deux premiers circuits, le liquide caloporteur privilégié pour le moment pour le circuit tertiaire est l'eau. La conception d'Astrid est de type intégré, c'est-à-dire que l'intégralité du circuit primaire est immergée dans la cuve principale. Une pompe d'alimentation fait pénétrer le sodium « froid » (400°C) venant de la base de la cuve dans le cœur où il se réchauffe jusqu'à atteindre 550°C à la sortie. La cuve est surmontée d'une dalle couvercle à travers laquelle on peut insérer les assemblages, introduire les barres de contrôle et installer des instruments de mesure.

Le cœur (voir la section I.1.2) est plongé dans un bain de sodium qui est utilisé comme fluide caloporteur. L'avantage de ce fluide est d'être liquide dans une large gamme de température (100 – 900°C) à pression ambiante, contrairement à l'eau en REP qui est pressurisée à 155 bars. Revers de la médaille, il est opaque, ce qui rend difficile l'inspection, mais surtout il a une réaction très exothermique avec l'eau. Le sodium circule à la fois autour et à l'intérieur des assemblages.

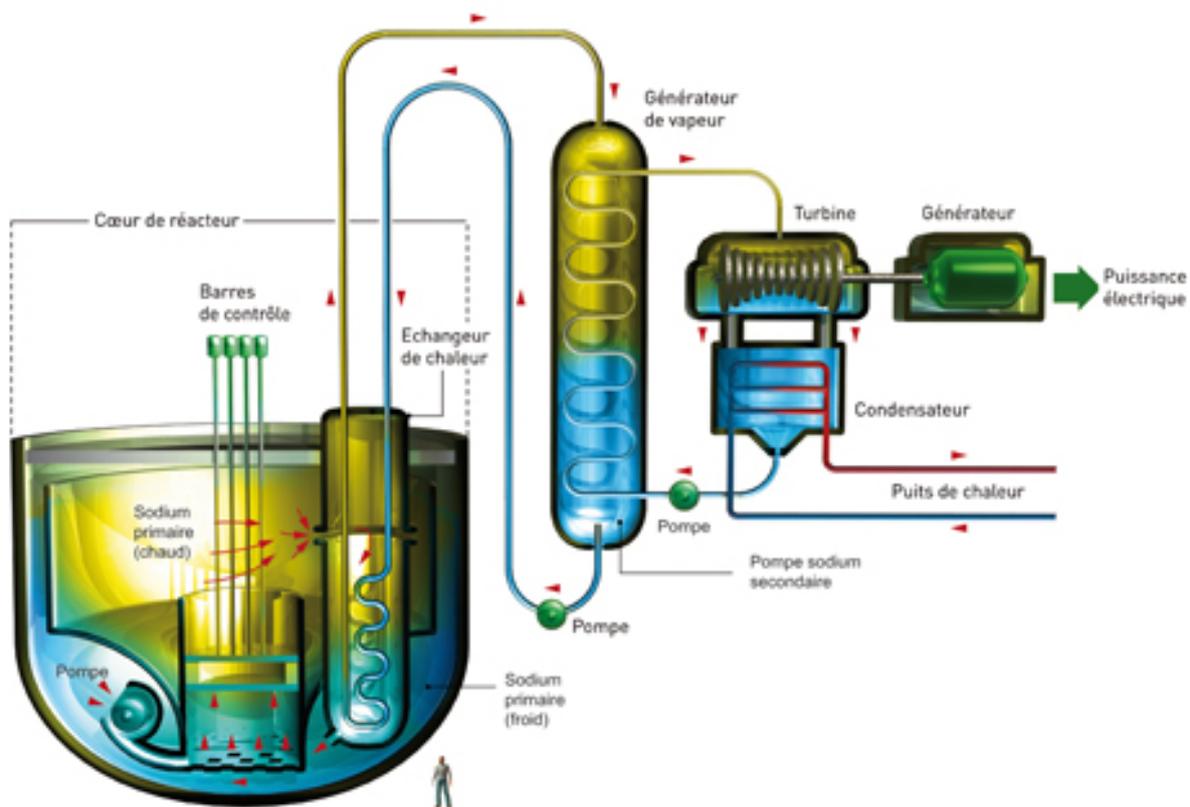


Figure I.1. – Fonctionnement d'un RNR - Na.

### I.1.2. Présentation du cœur et des assemblages

Le cœur d'Astrid 600 est composé d'un grand nombre de tubes hexagonaux, appelés assemblages d'environ 17cm de côté et 4,5m de hauteur. Plusieurs types d'assemblages coexistent.

Les assemblages combustibles, au centre du cœur en jaune et en orange sur la figure I.2, contiennent 217 aiguilles de faible diamètre contenant le combustible sous forme de pastilles. Les assemblages absorbants, sont répartis entre les assemblages combustibles et permettent de réguler la réactivité. En périphérie, les assemblages de Protection Neutronique Latérale (PNL) en gris, et les assemblages réflecteurs, en bleu entourent les assemblages combustibles et permettent de diminuer les fuites neutroniques.

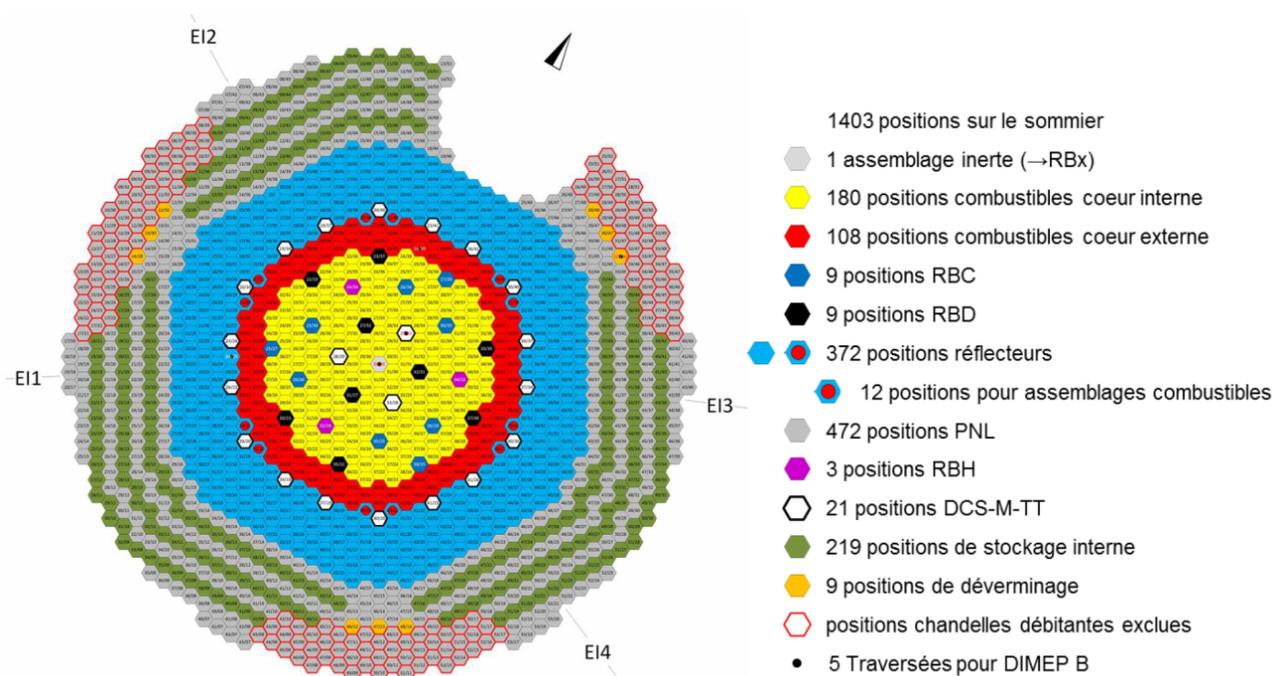


Figure I.2. – Cœur ASTRID 600 [1]

Une représentation d'un assemblage combustible est donnée figure I.3. Le pied est inséré dans un espace dans le sommier avec un système de clé permettant de ne pas intervertir les assemblages du cœur. Sur la partie supérieure du pied, un contact s'opère entre une partie sphérique du pied et une zone conique dans le sommier. Cette surface est nommée Portée Sphère Cône (PSC). Un deuxième contact a lieu sur la partie basse au niveau des labyrinthes [1]. Le reste de l'assemblage est composé d'un tube hexagonal (TH) surmonté d'une tête utilisée pour sa manutention. A l'intérieur du TH, on trouve le faisceau d'aiguilles combustibles (figure I.4) fixé à son extrémité basse par une grille encadrée avec le TH. Sur la partie supérieure du TH, des éléments massifs sont insérés pour limiter les fuites neutroniques, la protection neutronique supérieure (PNS). Au dessus du faisceau d'aiguilles sur la face externe du TH, des bossages appelés plaquettes sont réalisés (figure I.4). Les contacts entre les assemblages se font au niveau de ces plaquettes.

### I.1.3. Description de l'aiguille combustible

Le combustible nucléaire est contenu dans des éléments appelées "aiguilles", composés d'un tube fin (la gaine) et d'un fil espaceur enroulé en hélice autour de la gaine (figure I.5) qui permet au sodium de s'écouler et maximise la surface de contact sodium/gaine [1]. Il garanti la distance entre les aiguilles, afin d'obtenir un bon comportement neutronique du cœur. Le matériau de référence prévu pour ASTRID 600 est un acier austénitique composé de 15% de chrome et de 15% de nickel [2]. Deux bouchons soudés viennent clore l'aiguille à ses extrémités et maintenir le fil espaceur en position. Les pastilles combustibles sont insérées

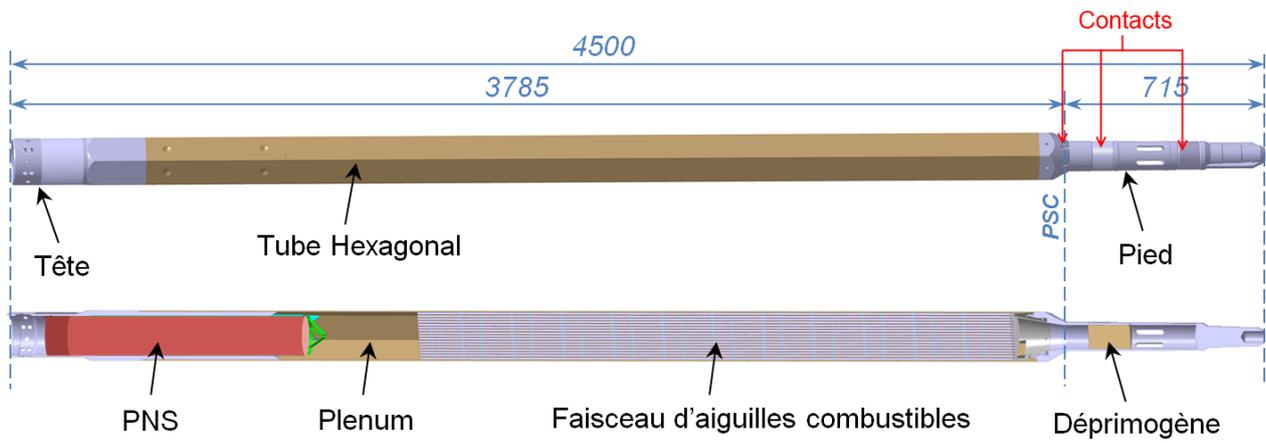


Figure I.3. – Assemblage combustible

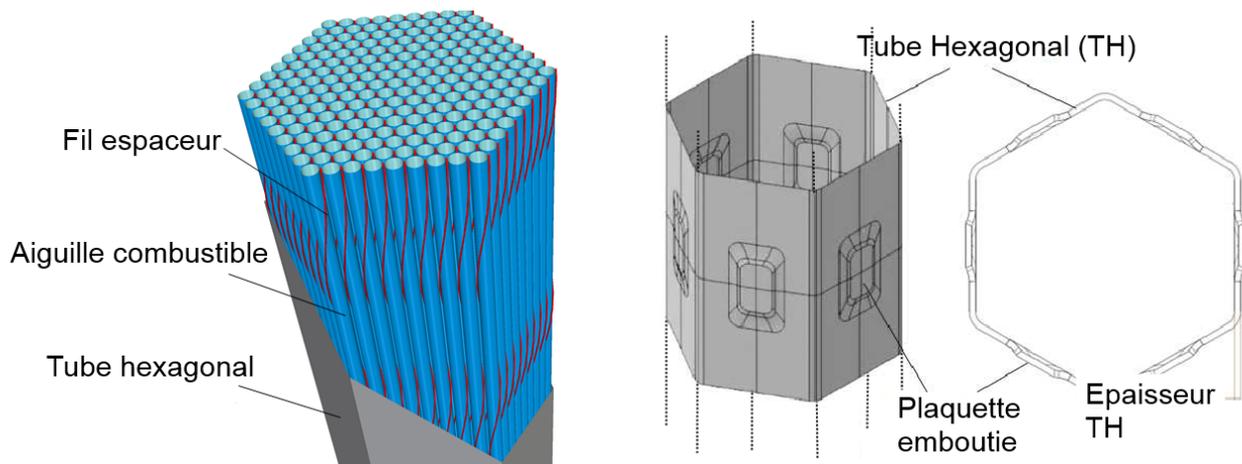


Figure I.4. – Faisceau et plaquette.

dans la gaine sur environ la moitié de la hauteur, laissant un vase d'expansion sur la partie inférieure de l'aiguille, afin de contenir les gaz relâchés par la réaction de fission. La colonne de combustible alterne entre des pastilles dites fissiles (qui subit une fission sous l'effet d'un bombardement de neutrons) et fertiles (qui peut produire des isotopes fissiles à la suite de la capture d'un neutron). Un jeu entre les pastilles et la gaine existe initialement et évolue durant la vie de l'aiguille sous l'effet de l'irradiation. La colonne combustible est maintenue par un ressort en partie haute et une entretoise sertie en partie basse.

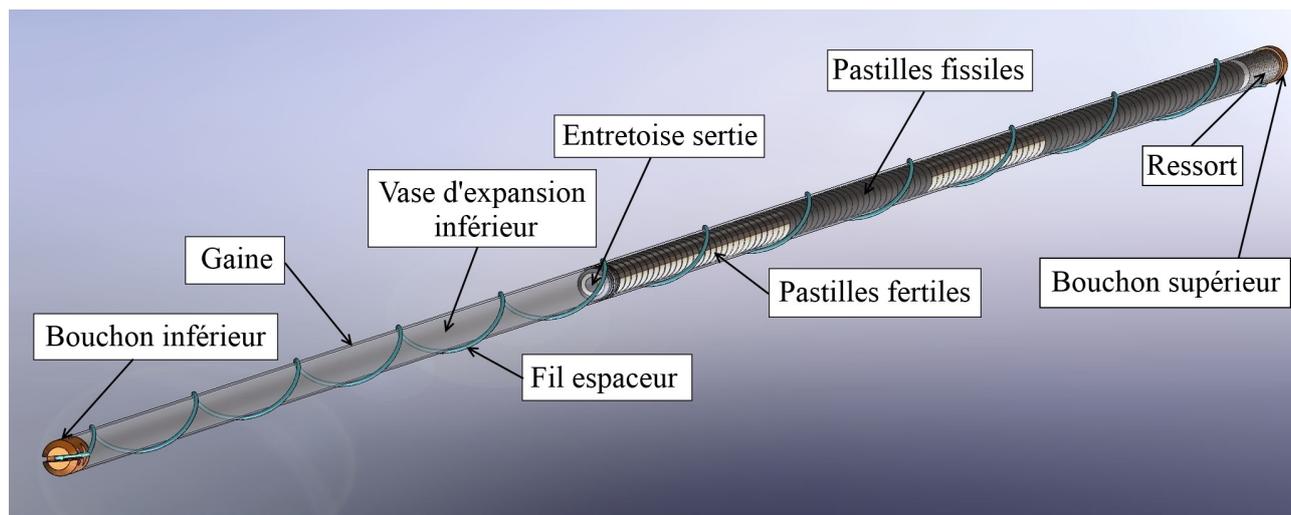


Figure I.5. – Aiguille combustible

Les pastilles combustibles sont des éléments lourds (leurs densités sont comprises entre 10 et 11). La répartition de la masse sera donc extrêmement hétérogène, 75% de la masse totale de l'aiguille est concentrée dans sa moitié supérieure. De plus, durant la vie de l'assemblage, les gaines des aiguilles vont gonfler en raison de l'irradiation. Ce gonflement est très hétérogène dans la hauteur de l'aiguille et influe sur la répartition des jeux dans le faisceau d'aiguilles présenté figure I.4.

#### I.1.4. Contacts entre aiguilles dans l'assemblage

Toutes les aiguilles dans le faisceau sont orientées dans la même direction. Tous les contacts dans le faisceau se font avec les fils espaceurs des aiguilles, à des altitudes prédéterminées par la valeur du pas d'enroulement du fil.

L'espacement entre les aiguilles elle-même ou entre les aiguilles et le tube hexagonal est minimal lorsque tous les fils espaceurs sont orientés dans la direction d'un axe qui relie les coins et les centres des faces du tube hexagonal soit tous les  $1/6$  de pas d'enroulement du fil. Lorsque les fils sont orientés dans la direction d'un axe entre coins (figure I.6-a), le jeu entre aiguilles est minimal mais le jeu aiguille TH est maximal. A l'inverse, lorsque les fils sont orientés dans la direction d'un axe entre plats (figure I.6-b), le jeu entre aiguilles est maximal, mais les aiguilles sont susceptibles de rentrer en contact avec l'une des 6 faces du tube (celle du haut à droite dans la figure I.6-b). Au total dans un assemblage de 217 aiguilles,

on peut observer alternativement tous les  $30^\circ$  de pas de fil un plan avec 200 contacts inter-aiguilles ou un plan avec 9 contacts aiguilles périphériques-tube hexagonal. C'est vers les aiguilles périphériques que vont transiter le plus d'efforts.

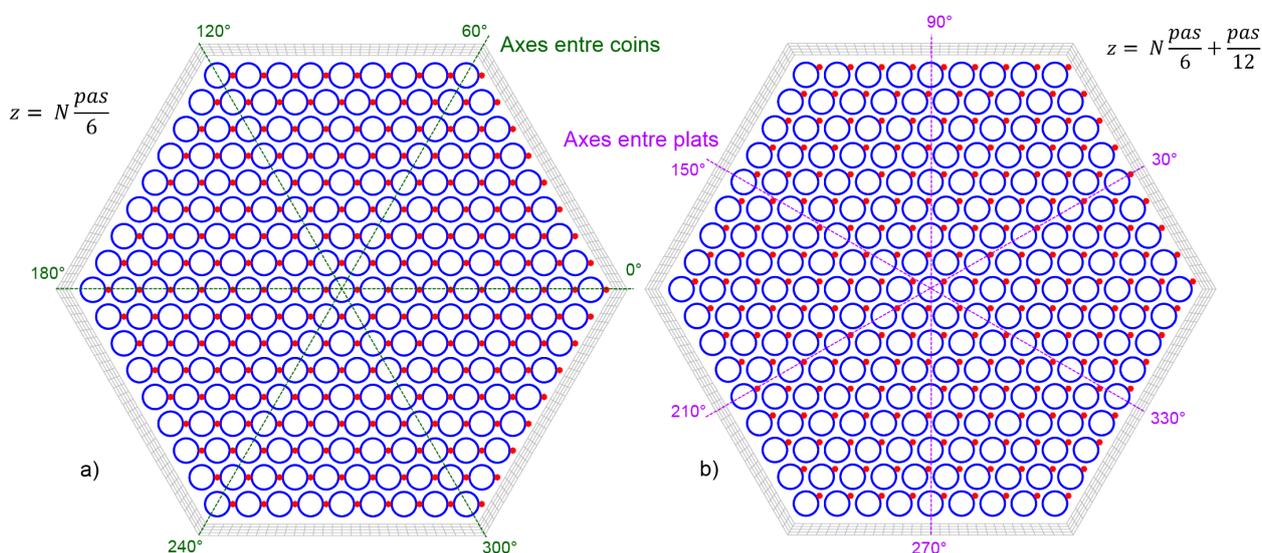


Figure I.6. – Position du fil à deux altitudes espacées d'un douzième de pas fil

Dans un assemblage de type ASTRID 600, pour un pas d'enroulement de 180 mm et une longueur d'aiguille de 2,136 m, l'assemblage contient environ 15000 zones de contacts potentiels. Pour les expériences sur assemblages tronqués BELIER présentées dans la section I.3.2, le nombre de zones de contact est d'environ 11000.

### I.1.5. Chargements dynamiques

L'assemblage, et par extension le faisceau d'aiguilles, est susceptible de subir un certain nombre de sollicitations dynamiques pendant sa durée de vie. Un séisme génère des mouvements différentiels entre les éléments pendant ou en dehors du fonctionnement du cœur. Lors des opérations de transport des assemblages vierges ou en fin de vie, le faisceau peut aussi subir des accélérations longitudinales et transversales. Enfin, les opérations de manutention dans le cœur peuvent occasionner des chocs localisés ou des chutes d'assemblages. Pour toutes ces sollicitations, de durée, d'amplitude et de fréquence très diverses, il est nécessaire de déterminer des critères à ne pas dépasser pour garantir la bonne tenue mécanique des aiguilles et éviter les ruptures de gaines.

### I.1.6. Problématique

Le faisceau d'aiguilles est une structure non symétrique qui, en présence de jeu, possède près de 15000 zones de contacts potentiels. Le problème regroupe plusieurs ordres de grandeur : le rapport entre le jeu inter-aiguilles et le diamètre d'une aiguille est de l'ordre de

1/100, tandis que l'élanement d'une aiguille est de l'ordre de 200. Les méthodes de résolution numérique les plus courantes utilisent des schémas d'intégration implicite et une résolution sur les degrés de liberté du maillage de la structure. Elles sont précises mais elles montrent des grandes difficultés à converger et nécessitent une puissance de calcul très importante. L'objectif de la thèse est de parvenir à une modélisation simplifiée du faisceau pour la dynamique en prenant en compte la présence d'un jeu qui permettra à la fois d'analyser l'influence des différents paramètres sur le comportement du système et de vérifier que les contraintes induites sur les aiguilles ne dépassent pas les limites admissibles.

## **I.2. État de l'art**

Des projets de réacteurs aux neutrons rapides sont développés en France mais aussi au Japon, en Russie, en Chine et en Inde. Tous ces projets nécessitent des études de façon à assurer la sûreté de ces installations très particulières. Beaucoup d'études se sont portées sur l'interaction fluide-structure entre les aiguilles et le liquide. Dans le travail mené par Broc [3], des méthodes d'homogénéisation sont utilisées pour représenter à la fois les aiguilles et le sodium. Daogang [4] utilise une approche théorique et expérimentale pour modéliser le comportement dynamique de deux assemblages immergés dans du sodium. D'autres écrits concernent l'étude du comportement dynamique du cœur avec différentes méthodes de réduction [5, 6]. Toutes ces études ont la particularité de simplifier la géométrie de l'assemblage pour réaliser des calculs dans un temps raisonnable. L'originalité de cette thèse est de proposer une analyse sur la géométrie complète de l'assemblage afin d'interpréter au mieux les phénomènes physiques s'y déroulant. Des études similaires ont été réalisées dans le cas des réacteurs à eau pressurisée, en utilisant de la même façon des méthodes d'homogénéisation [7, 8], ou une réduction sur base modale [9, 10]. Récemment, Fadaee [11] a proposé une méthode pour traiter le cas d'un problème avec jeux similaire à l'assemblage de RNR. Mais le nombre de zones de contact et la taille du modèle sont beaucoup plus réduits. La modélisation d'un système de cette taille avec autant de contacts potentiels reste donc un défi industriel qui justifie une analyse poussée. Dans les sections suivantes, nous nous attarderons sur les études préalables à cette thèse qui ont inspiré les méthodologies développées par la suite.

## **I.3. Etat de l'art au CEA**

### **I.3.1. Modèles antérieurs**

Le faisceau d'aiguilles est un système de grande dimension avec un grand nombre de relations de contacts, c'est pourquoi les calculs réalisés par le passé ont dû utiliser des méthodologies simplifiées pour obtenir des critères de dimensionnement, aussi bien sur la définition du maillage que sur la gestion des non-linéarités. Les travaux de deux auteurs qui ont inspiré fortement cette thèse sont présentés ici.

### I.3.1.1. Travaux de A.Ravenet

L'approche de Ravenet est de linéariser le contact et de limiter la zone d'étude afin de limiter les ressources nécessaires au calcul. Cette méthode est employée pour dimensionner les aiguilles à une sollicitation de type transport/manutention [12] et pour le séisme [13]. Le faisceau est modélisé uniquement sur un pas de fil, et une rangée de 6 aiguilles est représentée (figure I.7). Des éléments finis de type coques sont utilisés pour les gaines. La masse des autres aiguilles est appliquée sur la dernière aiguille de la rangée.

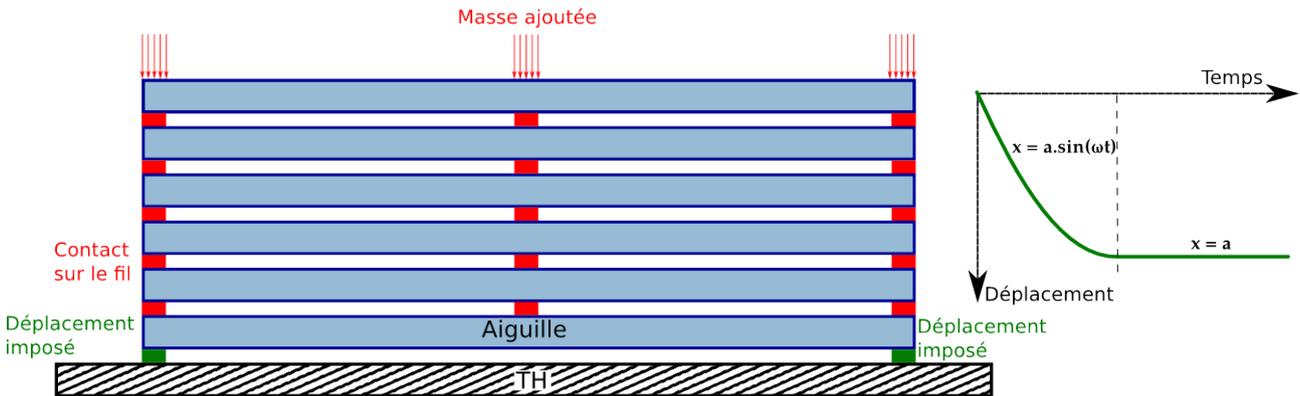


Figure I.7. – Schéma du modèle de Ravenet et allure du déplacement imposé.

Un certain nombre d'hypothèses sont utilisées pour linéariser le problème de contact. L'instant initial est choisi au tout début de la phase de choc. Toutes les aiguilles sont considérées bloquées les unes contre les autres aux points de contact avec les fils. Le chargement est imposé sur l'aiguille périphérique aux points théoriques du contact avec le tube hexagonal. Celui-ci est choisi sous la forme d'un demi-sinus à la fréquence  $\omega$  (voir graphe de la figure I.7). Un schéma d'intégration implicite sur les degrés de liberté de la structure est utilisé. L'accélération maximale est dépendante du paramètre scalaire  $a$  :

$$\ddot{U} = -a\omega^2 \quad (\text{I.1})$$

Les calculs sont effectués à accélération unitaire, c'est à dire que la constante  $a$  est choisie telle que :

$$a = -\frac{1}{\omega^2} \quad (\text{I.2})$$

Pour chaque valeur de  $\omega$  choisie, un calcul élément fini est réalisé et une valeur de contrainte maximale  $\sigma_i$  durant l'essai est calculée. On ne garde ensuite que la plus grande valeur  $\sigma_{max}$ . L'accélération admissible  $\ddot{U}_{adm}$  est définie grâce à cette valeur  $\sigma_{max}$  et une contrainte limite  $\sigma_{lim}$  imposée par le matériau des aiguilles et les autres chargements (thermique/statique) subits par l'aiguille (équation I.3). Cette relation suppose que la contrainte calculée lors de l'essai est proportionnelle à l'intensité du chargement dynamique.

$$\ddot{U}_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{\sigma_{max}} \quad (I.3)$$

Si cette méthode permet d'estimer simplement les contraintes générées par un chargement dynamique par le biais d'un problème linéaire, elle occulte un grand nombre de phénomènes dynamiques que nous aborderons dans cette thèse, telles que :

- les déformations des surfaces de contact
- les ondes générées dans le faisceau
- les problématiques de contacts multiples
- l'influence du jeu

La portion d'aiguilles étudiées est trop limitée pour appréhender les effets couplés entre la flexion des aiguilles et leur ovalisation : l'ovalisation est maximale sur la gaine des aiguilles au niveau des zones de contacts. Puisque les aiguilles sont tronquées au niveau de ces zones (voir figure I.7), l'ovalisation est mal modélisée.

### I.3.1.2. Travaux de G.Pelloux

Dans son mémoire, Pelloux [14] s'est intéressé au comportement dynamique d'une rangée d'aiguilles soumises à un séisme. Une maquette simulant une rangée de tronçons d'aiguilles a été mise en place, son schéma de fonctionnement est donné figure I.8.

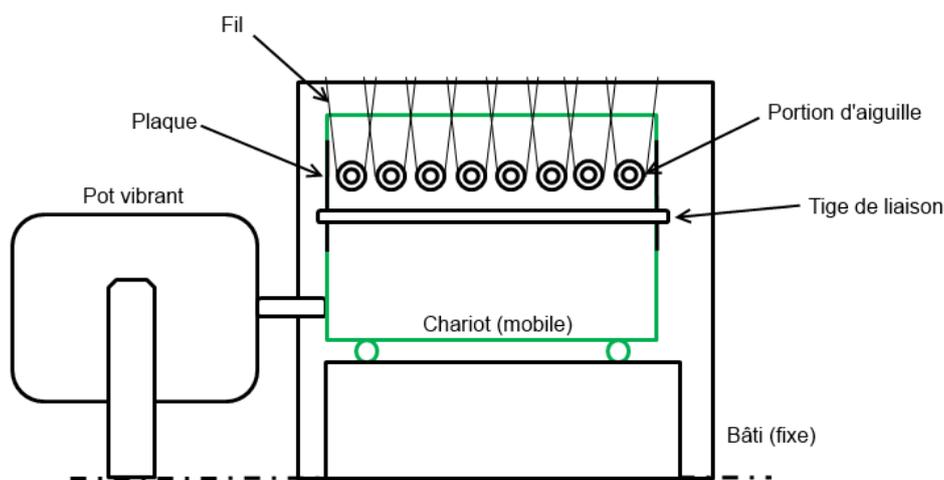


Figure I.8. – Schéma de fonctionnement de la maquette de Pelloux.

Un pot vibrant ajustable en fréquence sollicite un chariot libre de translater dans l'axe du pot. Un certain nombre d'aiguilles est lié au bâti fixe par l'intermédiaire de fil. Leur nombre et le jeu sont ajustables. Lors de l'excitation, le mouvement différentiel entre le chariot et le bâti va faire rentrer les deux plaques en contact avec les aiguilles, faisant ainsi s'entrechoquer les aiguilles à l'image d'un pendule de Newton. Eventuellement, un bac de plexiglas peut être utilisé pour faire les essais dans du fluide. Des essais de lâchers d'aiguilles contre les plaques

peuvent aussi être effectués. Du fait de l'architecture de la maquette et des techniques de mesures, les chocs inter-aiguilles sont très difficilement mesurables. L'instrumentation a donc consisté en deux accéléromètres et capteurs de force aux niveaux des plaques afin de mesurer l'excitation et les efforts entre TH et aiguilles. Les raideurs et amortisseurs de choc ont été préalablement obtenus numériquement, puis identifiés expérimentalement par des essais de lâcher d'aiguille en pendule (figure I.9), au contraire de la loi de contact non-linéaire utilisée dans cette thèse qui a été déterminée analytiquement (section V.1).

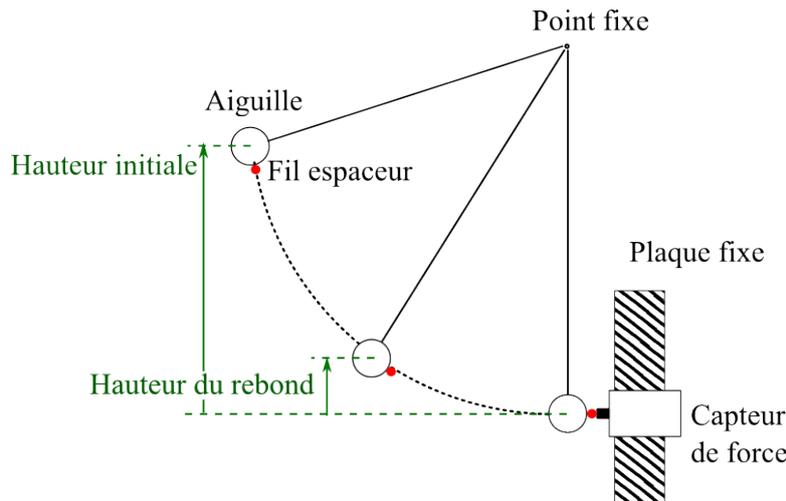


Figure I.9. – Schéma de principe du lâcher en pendule .

Les essais expérimentaux ont été comparés à des simulations numériques. Le système a été modélisé par une suite de systèmes masse-ressort amortisseur reliés par des relations de contact dépendantes du jeu (figure I.10). Chaque aiguille est modélisée par deux degrés de liberté situés au droit des plans de contact et reliée entre elles par un ressort modélisant la flexion. Le jeu entre chaque aiguille est paramétré suivant la configuration étudiée.

Cette modélisation est représentative du banc d'essai présenté figure I.8, et a l'avantage de permettre des calculs rapides, mais elle n'est pas satisfaisante pour représenter la dynamique complète de l'aiguille, comme nous le verrons à la section IV.1. D'après les essais de Pelloux, les calculs numériques sont enveloppes par rapport au cas réel. La présence d'eau diminue la vitesse de l'impact initial, la prise en compte du fluide semble donc bénéfique au dimensionnement. Cependant, l'allure des courbes expérimentales et numériques est très différente (voir figure I.11).

De même, les calculs numériques sembleraient montrer que le faible jeu entraîne une augmentation des efforts (de 10 à 25%), mais les essais expérimentaux, du fait de la faible fréquence d'acquisition et des incertitudes sur les paramètres, permettent difficilement de valider (ou de contredire) ce phénomène. De plus la maquette n'est pas représentative du système réel, des maquettes complètes ont dû être créées, tel le banc d'essai BELIER.

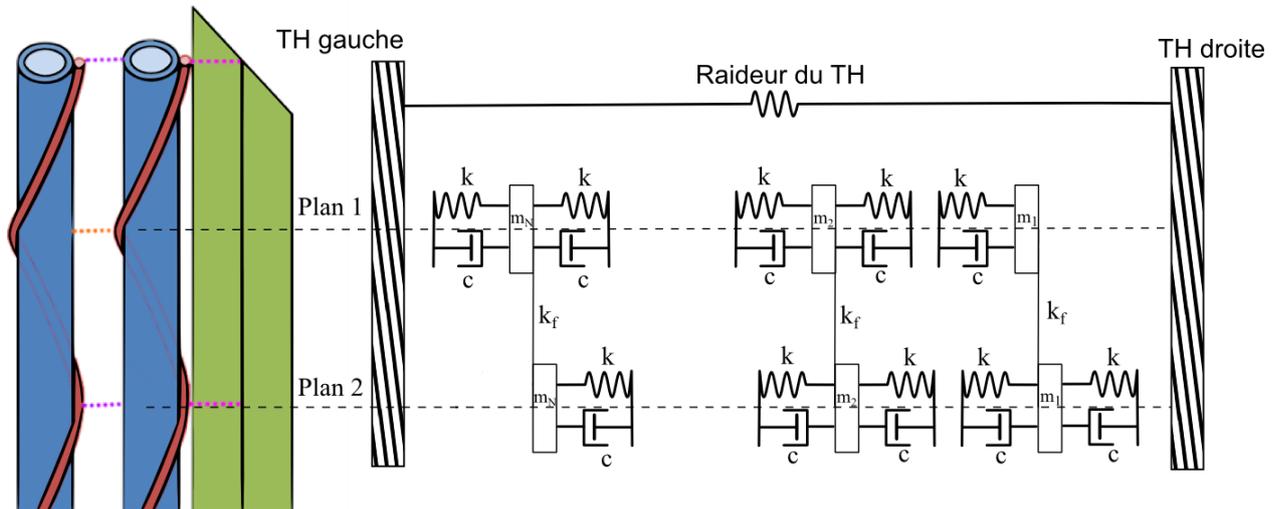
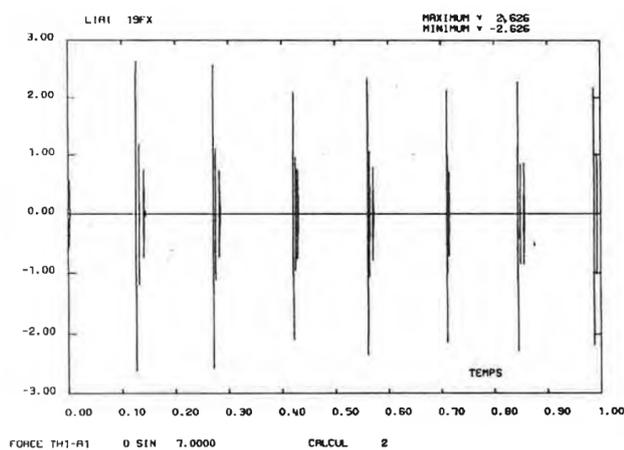
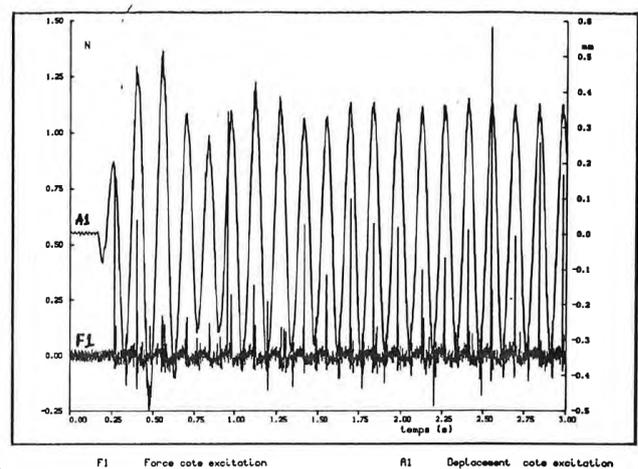


Figure I.10. – Calcul des efforts de choc pour une rangée d'aiguille en contact - code CORALIE



a)



b)

Figure I.11. – Corrélation calcul-essais sur les efforts de contact sur les aiguilles périphériques, a) résolution numériques b) valeurs expérimentales

### I.3.2. Banc d'essai BELIER

Les essais BELIER sont des essais de choc sur assemblage réalisés entre les années 89 et 95 [15, 16, 17]. Le banc Béliier permet de réaliser des essais de lâcher avec choc contre un butoir fixe. L'assemblage est un assemblage PHENIX dont la partie basse a été tronquée. La maquette est présentée figure I.12. Le pied est encastré dans un sommier (au lieu d'une liaison rotule et d'une liaison pivot glissant) et son diamètre a été ajusté pour obtenir une raideur équivalente de l'assemblage proche de la raideur de l'assemblage PHENIX au niveau du plan médian cœur. La masse du lest en plomb a été ajustée pour permettre d'approcher la fréquence du premier mode de l'assemblage réel. Un dispositif constitué d'une tige de traction et d'une gâchette de déclenchement permet d'imposer l'arcure initiale de l'assemblage et de le lâcher à partir de cette position. Un butoir fixe rigidifié en flexion et en torsion par des croisillons permet d'obtenir des chocs au plan plaquette. Le tube hexagonal est vide au niveau du plan plaquette comme sur l'assemblage ASTRID.

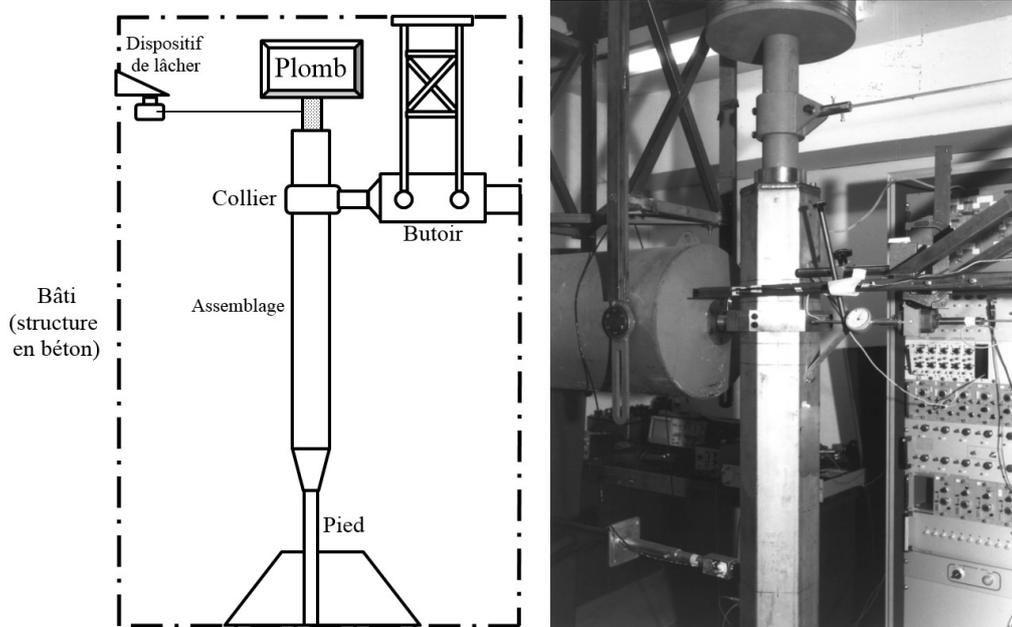


Figure I.12. – Schéma de fonctionnement du banc BELIER et photographie de l'installation

L'ensemble est instrumenté : un capteur de force et de déplacement en tête permettent de quantifier l'énergie de l'impact, des accéléromètres mesurent le déplacement du TH et des jauges de déformation sur de nombreuses aiguilles permettent d'estimer les contraintes qu'elles subissent pendant l'essai. Si cette campagne expérimentale a permis de confirmer certains résultats numériques, elle a aussi montré la sensibilité très forte du montage aux moindres défauts, notamment sur les conditions d'alignement des composants, sur les jeux de montage et les vibrations parasites, qui induisent des comportements de la maquette non représentatifs du système réel. À la seule lecture des résultats, il est difficile de conclure quelle configuration (libre ou compactée) est la plus contraignante quelle que soit la sollicitation, néanmoins ces résultats donnent une base expérimentale importante afin de valider des modèles de calcul faisceau. Ils seront utilisés comme base de validation des calculs sur faisceau

complet réalisé durant cette thèse (section V.6).

### **I.3.3. Limites des outils existants**

Aucun outil analytique ou numérique ne modélise pour l'instant l'intégralité du comportement du faisceau, que ce soit la physique réaliste du contact ou la géométrie du système. En règle générale, si les expériences ont permis de confirmer l'ordre de grandeur des résultats théoriques et numériques, elles se sont révélées imparfaites ou incomplètes sur l'instrumentation utilisée ou sur les configurations testées. Elles sont les témoins de la complexité du sujet. Dans le cadre de démarches liées aux nouvelles exigences de sûreté, les phénomènes dynamiques agissant dans l'assemblage combustible devront être mieux appréhendés par un modèle de faisceau complet. De plus un nouveau banc d'essai, baptisé CARNAC, a été développé dans le cadre de la thèse (section II.1) afin de comprendre précisément le comportement dynamique d'une aiguille isolée de son faisceau.

# CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE D'UNE AIGUILLE COMBUSTIBLE SUR LE BANC CARNAC

---

“ *The most exciting phrase to hear in science, the one that heralds new discoveries, is not 'Eureka!' but 'That's funny...'* ”

---

Isaac Asimov,

## Sommaire

---

II.1	Conception et réalisation du banc CARNAC	<b>32</b>
II.1.1	Objectif du banc d'essai	32
II.1.2	Conception	32
II.1.3	Description des différents composants	34
II.1.4	Intérêts et limites du banc d'essai	38
II.2	Essais de lâcher	<b>39</b>
II.2.1	Descriptif des essais et objectifs	39
II.2.2	Filtrage des résultats	40
II.2.3	Essais libres	41
II.2.4	Essais avec choc	49
II.2.5	Conclusion	54
II.3	Essais forcés	<b>55</b>
II.3.1	Descriptifs des essais et objectifs	55
II.3.2	Sinus balayé et identification modale	56
II.3.3	Résultats d'essais et problèmes rencontrés	56
II.3.4	Méthode d'analyse modale	58
II.4	Conclusion du chapitre	<b>62</b>

---

## II.1. Conception et réalisation du banc CARNAC

### II.1.1. Objectif du banc d'essai

Le banc d'essai CARNAC a pour objectif d'étudier le comportement d'une aiguille combustible soumise à une excitation dynamique. La maquette se veut adaptable à plusieurs géométries d'aiguilles, notamment pour les aiguilles de géométrie ASTRID ou PHENIX, et à plusieurs configurations de jeux. L'aiguille combustible testée est représentative d'une aiguille périphérique du faisceau. Le banc d'essai doit vérifier les propriétés suivantes :

- Une géométrie suffisamment grande pour contenir toute l'aiguille ;
- Une prise en compte des contacts entre le TH et l'aiguille ;
- Une prise en compte des contacts entre l'aiguille et sa voisine ;
- Un outil permettant de solliciter l'aiguille en vibration.
- Une liaison encastrement sur l'extrémité basse de l'aiguille ;
- Un comportement dynamique du bâti tel qu'il ne perturbera pas les mesures sur l'aiguille.
- Un jeu aiguille-bâti réglable

La section suivante fera un brève résumé de la conception du banc.

### II.1.2. Conception

Le banc d'essai a fait initialement l'objet d'une préconception au CEA où l'aspect général du banc et les solutions techniques principales ont été proposés. Un cahier des charges a été rédigé regroupant les détails de cet avant-projet sommaire et un ensemble de critères nécessaires au bon fonctionnement du banc. Cette première phase a duré environ 6 mois. La conception et la réalisation d'un banc d'essai dynamique est très complexe. L'instrumentation doit être bien adaptée au système et la maquette ne doit pas générer de vibration parasites susceptible de perturber les mesures. Il a été décidé de faire appel à une entreprise extérieure pour l'étude et la réalisation du banc par le biais d'un appel d'offre qui a duré 3 mois. L'équipe d'ADF Technologies à Vitrolles a été sélectionnée et a conçu le banc en échangeant régulièrement avec le CEA. La livraison du banc a été effectuée au bout de 8 mois.

L'aspect final du banc CARNAC est donné sur la figure II.1.

L'aiguille combustible considérée est placée en position verticale dans un bâti rigide. A l'extrémité inférieure, l'aiguille est bloquée par une pièce d'encastrement (section II.1.3.4). La sollicitation sera exercée à l'extrémité haute de l'aiguille à l'aide d'un pot vibrant (section II.1.3.3). Des éléments de blocage sont placés de part et d'autre de l'aiguille pour représenter les contacts TH/Aiguille et Aiguille/Aiguille présents au niveau du faisceau (section II.1.3.2). En terme d'instrumentation, on souhaite mesurer les efforts au niveau de chaque appui avec des capteurs de force et les vitesses en certains points avec des vibromètres lasers.

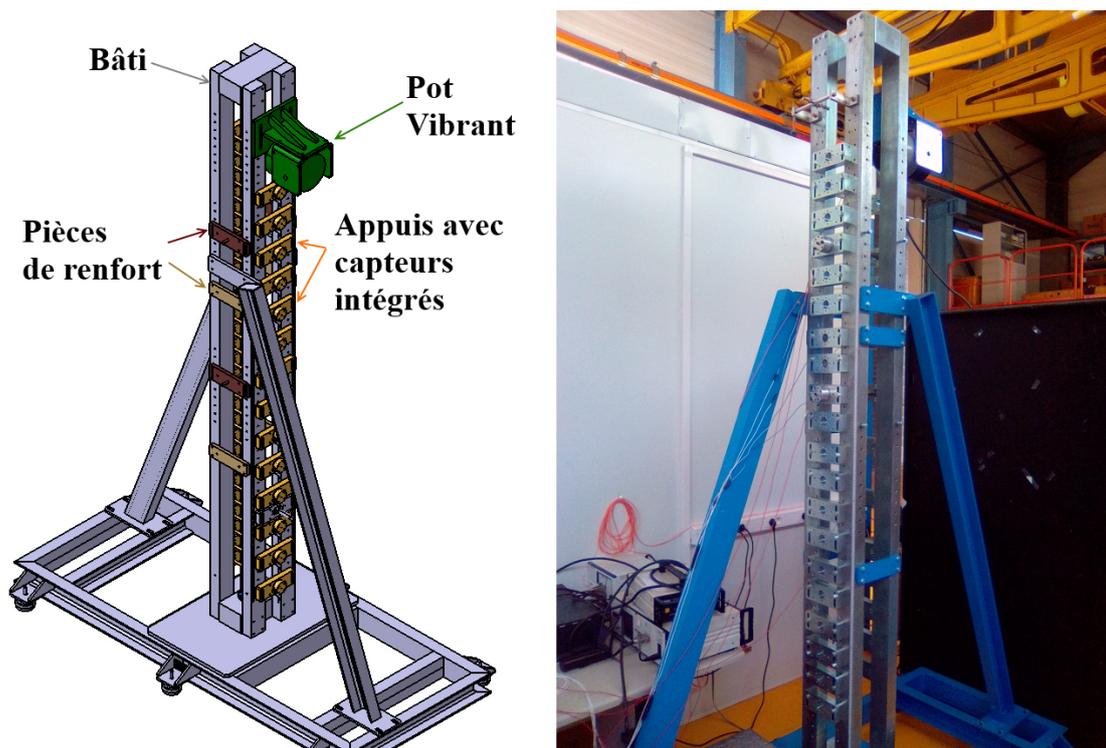


Figure II.1. – Vue générale du banc CARNAC

Pour une aiguille donnée, il est possible de distinguer quatre types de contacts :

- Entre le fil d'une aiguille et la paroi du tube hexagonal,
- Entre le fil d'une aiguille et la gaine d'une autre aiguille
- Entre la gaine d'une aiguille et celle d'une voisine
- Entre la gaine d'une aiguille et le tube hexagonal.

Compte tenu de la géométrie des objets réels, les contacts se feront d'abord avec les fils, les gaines ne pourront s'entrechoquer qu'en cas de déformation de flexion importante. En première approche, on considère que ces contacts ne seront pas activés lors des différents chargements. Les appuis seront donc placés à gauche tous les demi-pas de fil, pour représenter les contacts fil-gaine et à droite tous les pas de fil, pour représenter les contacts fil-TH (voir figure II.2).

Les contacts ont été étudiés pour être représentatifs de la structure. Les différents constituants des appuis décrits à la section II.1.3.2 ont une rigidité d'ensemble 50 fois supérieure à la rigidité transversale des aiguilles. C'est donc bien en priorité l'aiguille qui se déformera lors du chargement. Le réglage par cales permet de définir un jeu au niveau du contact. Le banc d'essai accueille de nombreuses voies de mesures sur un boîtier : jusqu'à 46 capteurs piézo-électriques et 2 de vibrométrie. La chaîne d'acquisition est prévue pour pouvoir effectuer des mesures à des très grandes fréquences d'échantillonnage ( $>6000\text{Hz}$ ), indispensable pour bien estimer les efforts de choc. Les capteurs piézoélectriques choisis sont beaucoup plus adaptés que des capteurs résistifs pour ce genre d'usage : leurs fréquences de mesures admissibles sont beaucoup plus élevées et ils présentent une rigidité importante.

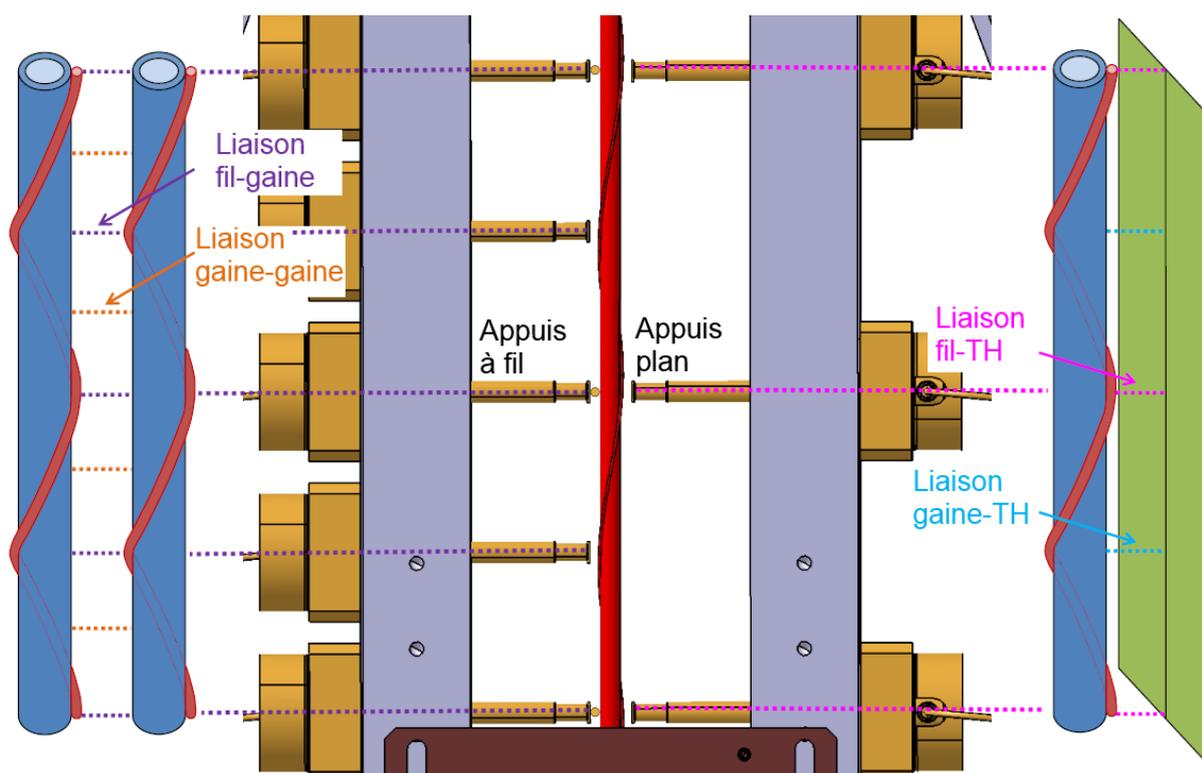


Figure II.2. – Représentation des contacts dans CARNAC

### II.1.3. Description des différents composants

#### II.1.3.1. Bâti

Le châssis est composé d'un socle, de quatre colonnes pleines liées par des éléments massifs et de deux bracons (voir schéma sur la figure II.3). Des pieds absorbants réglables permettent d'amortir les vibrations reçues par l'environnement extérieur. Les déplacements de l'aiguille sont observés dans un plan parallèle aux bracons, là où sont fixées les rangées d'appuis. Sur le plan perpendiculaire, des entretoises sont installées pour rigidifier la structure et empêcher le basculement de l'aiguille lors de son installation ou en cas de désaxement. La rigidité du châssis a été spécialement étudiée pour ne pas perturber les mesures sur les aiguilles lors d'un chargement et pour empêcher le risque de basculement de l'installation.

Deux critères ont été définis pour s'assurer que le bâti ne perturbe pas les mesures : le déplacement maximal en tous ces points doit être inférieur à  $50 \mu\text{m}$  et aucun mode d'importance ne doit se trouver dans l'intervalle de fréquence d'étude. Les deux modes principaux (le premier est illustré figure II.3) apparaissent pour des fréquences inférieures à 50 Hz et des calculs statiques équivalents sur un modèle élément fini de la maquette montre un déplacement maximal de la maquette de l'ordre de  $12 \mu\text{m}$  dans la situation la plus défavorable lors de l'utilisation du pot vibrant [18] lorsque celui ci sollicite l'aiguille en son sommet.

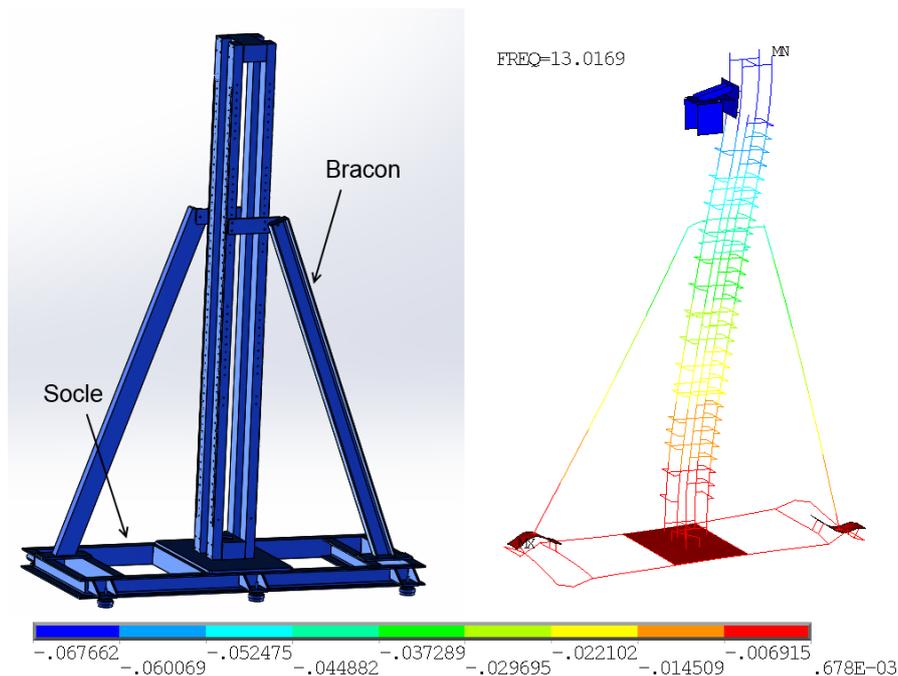


Figure II.3. – Représentation du bâti et déformée du 1er mode (MG Calculs)

### II.1.3.2. Appuis instrumentés

Ces appuis sont ajustables dans la direction verticale grâce aux trous oblongs présents dans les entretoises. Cette particularité permet de s'adapter à l'angle de rotation de l'aiguille et à différents pas de fil. Des cales de différentes épaisseurs peuvent aussi être insérées entre le capot de fixation et l'entretoise pour permettre de régler la distance entre l'aiguille et l'appui, et ainsi créer un contact avec plus ou moins de jeu. Une configuration précontrainte (c'est à dire avec un jeu négatif) est envisageable. Les appuis sont équipés d'un capteur intégré (figure II.4).

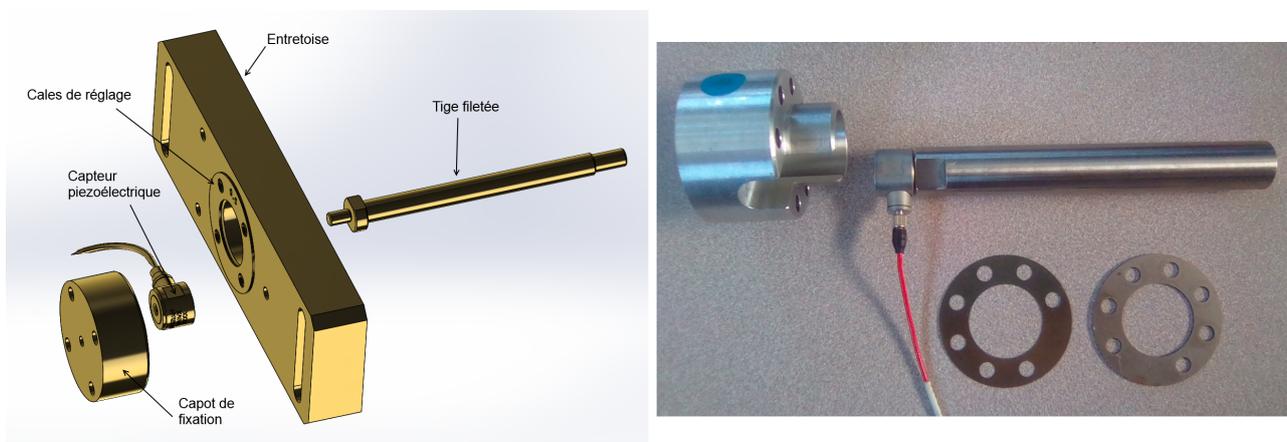


Figure II.4. – Appuis instrumentés

Ils sont constitués tout d'abord d'une tige dont l'extrémité opposée au capteur vient en contact avec l'aiguille. Certains capteurs représentatifs des contacts entre l'aiguille voisine et l'aiguille testée (figure II.2) sont munis d'une petite portion de fil espaceur incliné à  $80^\circ$  par rapport à la verticale pour assurer un respect de la géométrie de contact. La tige se visse dans le capteur piézoélectrique vers lequel elle transmet les efforts. Une entretoise permet de lier l'appui au bâti. Cette pièce est volontairement très épaisse pour assurer une bonne rigidité à l'ensemble de l'appui. Le capot de fixation permet de bloquer le capteur, de le protéger et de le lier à l'entretoise. Les cales de réglages du jeu se placent entre le capot de fixation et l'entretoise.

### II.1.3.3. Pot vibrant et liaison pot-Aiguille

Au sommet du châssis est installé un pot vibrant dont la hauteur peut être réglée manuellement suivant la longueur de l'aiguille étudiée. L'excitation est transmise à une tige, elle-même fixée à un capteur piezoélectrique et à une pièce de serrage qui permet d'effectuer la liaison avec l'aiguille II.5. Le pot est prévu pour fonctionner sur une gamme de fréquence allant de 50Hz à 6000Hz, pour des efforts allant jusqu'à 200N. Le commandement du pot est effectué en boucle ouverte, avec un réglage manuel de l'intensité, et un générateur de signaux permettant d'imposer entre autre des signaux harmoniques ou des sinus balayés dans la gamme de fréquence d'étude.

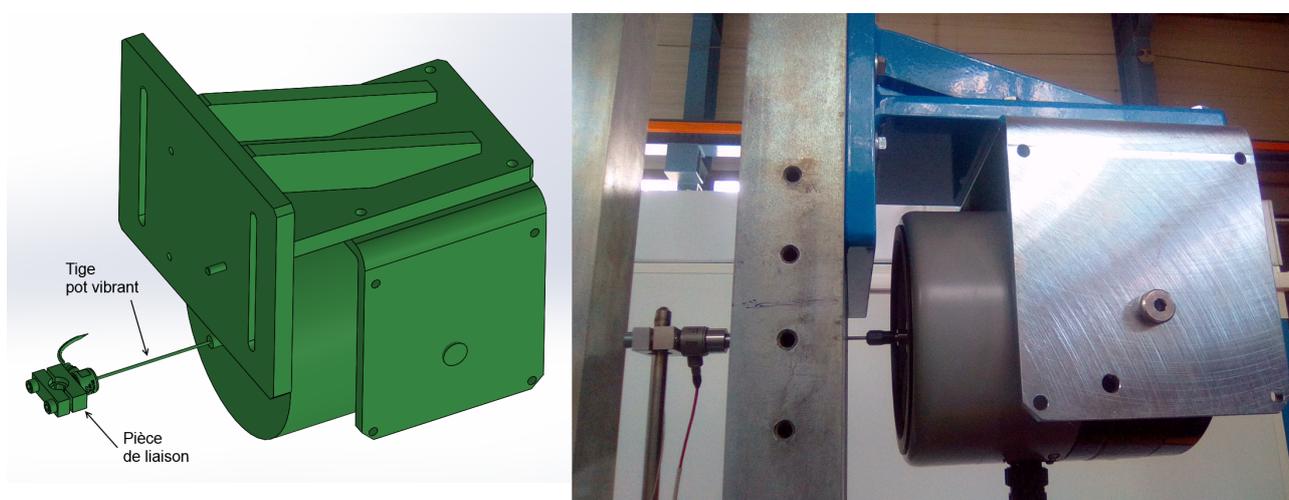


Figure II.5. – Pot vibrant et liaison tige-aiguille

### II.1.3.4. Pièce d'encastrement

La pièce d'encastrement est prévue pour s'adapter aux différentes géométries d'aiguilles. Il est aussi possible de rendre la liaison isostatique (pour simplifier la modélisation) ou d'utiliser une pièce de transition représentative du blocage de type grille du faisceau réel comme dans la figure II.6.

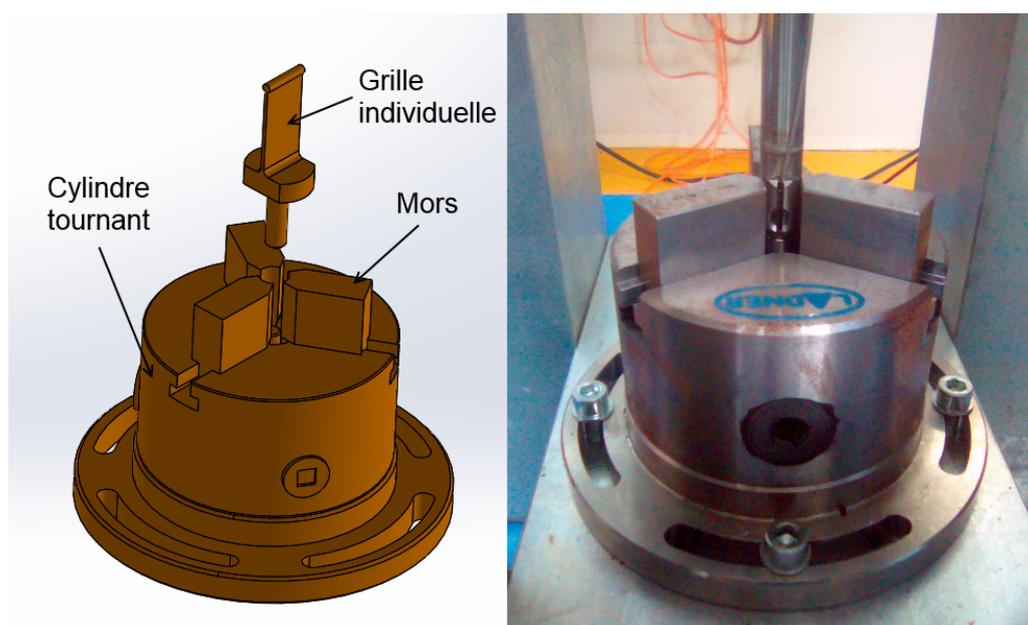


Figure II.6. – Encastrement de l'aiguille

Cette pièce est constituée d'un cylindre tournant permettant de régler la position angulaire de l'aiguille autour de l'axe vertical. Une fois la position choisie, le cylindre est bloqué par une vis serrante. Trois mors concentriques permettent ensuite de fixer l'aiguille. Un jeu de mors est prévu pour bloquer l'aiguille de façon isostatique avec deux points de contacts sur chaque mors. Un autre jeu de mors permet d'effectuer un serrage surfacique contre une grille individuelle représentative de la liaison réelle, dans laquelle le bouchon de l'aiguille étudiée peut être inséré.

### II.1.3.5. Aiguilles d'essais

Les aiguilles testées sur le banc ont les mêmes dimensions que les aiguilles prévues pour le cœur d'ASTRID présentée à la section I.1.3. Le pas du fil espaceur va avoir une influence importante sur le comportement dynamique des aiguilles, puisqu'il pilote la distance entre deux contacts dans le faisceau. Afin d'étudier cette influence expérimentalement, des aiguilles avec trois pas différents ont été créés : un pas de 150 mm représentatif des aiguilles de l'ancien réacteur expérimental Phénix, un pas de 180 mm qui est la référence actuelle pour les aiguilles ASTRID et un pas de 200 mm qui amplifiera les effets dynamiques. Tous les essais présentés dans cette section sont réalisés avec un pas de 180mm.

Des matériaux postiches ont dû être employés pour représenter les pastilles combustibles. Les matériaux réels des pastilles combustibles sont des céramiques de très haute densité (entre 10 et 11). En réacteur, un jeu entre les pastilles et la gaine existe initialement et est peu à peu comblé durant la vie du réacteur par les gonflements [19]. De plus les pastilles perdent en partie leur intégrité durant leur durée de vie (fissuration/morcellement). Le jeu pastilles-gaine est représentatifs du début de vie du réacteur. Deux matériaux ont été envisagés qui présentent des caractéristiques de densité, d'usinabilité et de coût satisfaisant : un alliage

plomb-antimoine (PbSb3) et du molybdène quasiment pur. Le choix du matériau pour les pastilles postiches a une influence sur son comportement dynamique, comme nous le verrons à la section II.2.3.3.

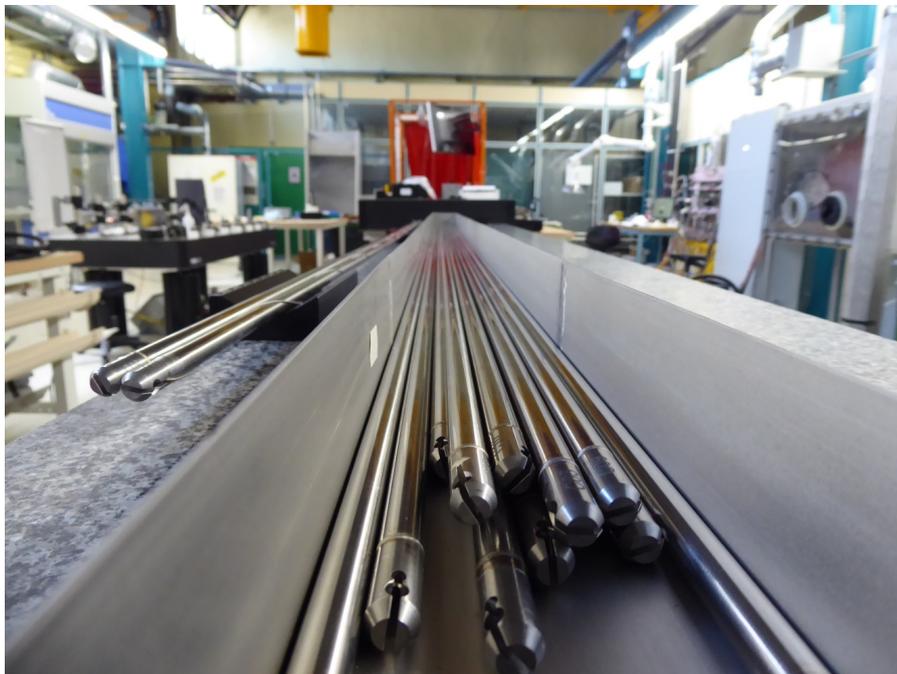


Figure II.7. – Aiguilles avec pastilles postiches utilisée sur la maquette CARNAC avant pose du fil

### II.1.4. Intérêts et limites du banc d'essai

Comparativement aux essais réalisés par le passé et présentés en section I.3, le banc d'essai CARNAC étudie le comportement dynamique d'une unique aiguille. Il n'est donc pas capable de représenter fidèlement les interactions entre aiguilles, les contacts hors-plan et l'influence du tube hexagonal. Cependant ce banc est prévu pour être complémentaire avec les essais de type BELIER : en s'intéressant à un système plus réduit, il est possible d'effectuer des mesures plus précises, plus nombreuses et d'étudier de nombreuses configurations. Les efforts sont mesurés dans toute la hauteur de l'aiguille ce qui permet d'étudier les effets de la masse hétérogène et des non-linéarités apportées par les pastilles. Les appuis ajustables permettent à la fois d'étudier différentes géométries d'aiguilles (en particulier plusieurs pas d'enroulement du fil) et d'étudier l'effet d'un jeu réparti de façon homogène ou non le long de l'aiguille. Certains essais plus académiques comme l'essai de lâcher (section II.2) peuvent aussi facilement être réalisés grâce à la versatilité de l'installation.

Cependant la maquette présente certains défauts, notamment la difficulté de positionner les appuis afin de réaliser des jeux très faibles : le jeu entre aiguilles varie entre  $-50\ \mu\text{m}$  et  $100\ \mu\text{m}$  dans le faisceau. Ici, l'incertitude sur la valeur du jeu lors de l'installation est de près de  $20\ \mu\text{m}$ . Dans les essais avec jeu, un jeu de  $500\ \mu\text{m}$  a donc été utilisé afin de limiter l'erreur

en proportion sur la valeur du jeu. Ensuite, les capteurs piézoélectriques sont très précis mais très sensibles au bruit ambiant, si bien que le rapport signal sur bruit pour de faibles amplitudes peut être mauvais. Il est donc impératif d'utiliser des filtres et des fenêtrages, nous aborderons ce problème aux sections II.2.2 et II.3.4

## II.2. Essais de lâcher

### II.2.1. Descriptif des essais et objectifs

Les premiers essais ont consisté à lâcher l'aiguille en flexion en oscillation libre ou contre un appui dans la configuration présentée figure II.8. Le pot vibrant n'a pas été utilisé pour ces essais. Seule la partie haute de l'aiguille est libre, le reste étant maintenu par 20 à 24 appuis à embouts plat ou à fil permettant un blocage des déplacements. Les longueurs libres  $l_0$  utilisées sont comprises entre 600 et 800mm. Plusieurs essais ont été réalisés pour des amplitudes de lâcher différentes (valeur  $d_1$ ) et pour plusieurs longueurs libres  $l_0$ . On mesure la vitesse de l'aiguille en un point de l'aiguille à une distance  $l_1$  de son sommet grâce au vibromètre optique. On mesure également l'effort de contact sur l'appui en ce même point.

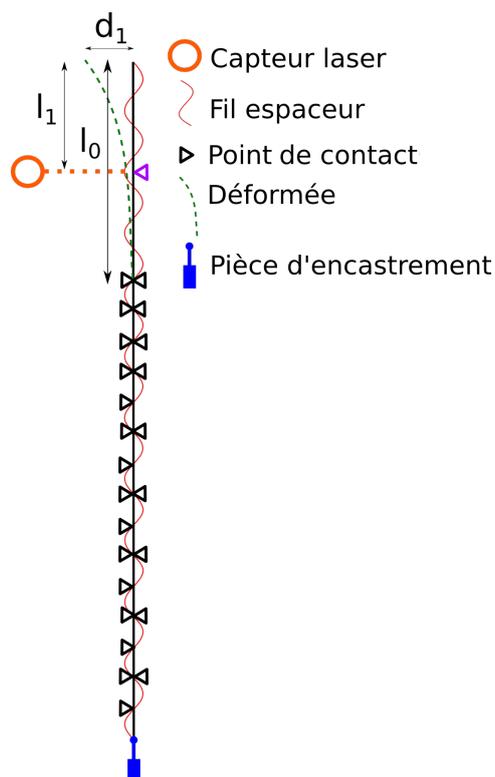


Figure II.8. – Schéma de principe des essais de flexion sur CARNAC

Les lâchers ont été d'abord effectués sans butée. Leurs objectifs est d'analyser l'amortissement de l'aiguille dans une configuration linéaire. Ensuite, un appui a été ajouté à une

distance  $l_1$  du haut de l'aiguille, l'effort et le déplacement mesuré en ce point ont été analysés. Les tableaux II.1 et II.2 présentent la matrice des essais réalisés sur les aiguilles avec pastilles plomb et pastilles molybdène. Chaque essais a été reproduit 5 fois afin d'obtenir des valeurs représentatives.

N°Campagne	$l_0(m)$	$l_1(m)$	$d_1(mm)$	Libre/Choc
<b>P1-P2</b> <sup>1</sup>	0.7	0.36	15	Choc
<b>P3</b>	0.7	0.36	15	Libre
<b>P9</b>	0.7	0.36	25	Libre
<b>P10</b>	0.7	0.3	8	Choc
<b>P11</b>	0.7	0.3	8	Libre
<b>P12</b>	0.7	0.3	4	Libre
<b>P13</b>	0.6	0.3	4	Libre
<b>P15</b>	0.8	0.3	4	Libre
<b>P16</b>	0.8	0.3	4	Choc

Table II.1. – Essais réalisés sur l'aiguille avec pastilles Plomb

N°Campagne	$l_0(m)$	$l_1(m)$	$d_1(mm)$	Libre/Choc
<b>M1</b>	0.6	0.3	2.5	Libre
<b>M2</b>	0.6	0.3	1	Libre
<b>M3</b>	0.6	0.3	2.5	Choc
<b>M4</b>	0.7	0.3	4	Libre
<b>M5</b>	0.7	0.3	10	Libre
<b>M6</b>	0.7	0.3	2	Libre
<b>M7</b>	0.7	0.3	4	Choc
<b>M8</b>	0.8	0.3	4	Libre
<b>M9</b>	0.8	0.3	2	Libre
<b>M10</b>	0.8	0.3	4	Choc
<b>M11</b>	0.6	0.3	8	Libre
<b>M12</b>	0.6	0.3	8	Choc
<b>M13</b>	0.6	0.3	2	Choc
<b>M14</b>	0.6	0.3	4	Choc

Table II.2. – Essais réalisés sur l'aiguille avec pastilles Molybdène

## II.2.2. Filtrage des résultats

Les données expérimentales de vibrometrie sont bruitées. Durant les essais, particulièrement si l'amplitude des déplacements est importante, le faisceau laser a tendance à défocaliser par moment, provoquant des pics de vitesses très rapides et non physiques. De plus, il

1. Pour ces essais, le choc a été réalisé sur l'extrémité haute de l'aiguille

a été observé des perturbations basses fréquences ( $<10\text{Hz}$ ) sur les résultats dues à des perturbations extérieures. Un filtre numérique passe-bas de type Butterworth de fréquence de coupure  $1000\text{Hz}$  a été utilisé pour atténuer les erreurs de défocalisation. Pour les erreurs basses fréquences, il n'est pas possible d'utiliser un filtre sans atténuer une partie du signal utile. La moyenne du signal a été fixée à une valeur nulle pour éviter un décalage horizontal des courbes résultats.

## II.2.3. Essais libres

### II.2.3.1. Rappel sur l'amortissement

On distingue deux types d'amortissement, que l'on peut illustrer avec un modèle simple figure II.9. Une masse  $m$  est accrochée à un ressort de raideur  $k$  et soumise à un amortissement visqueux de coefficient  $c$  et un amortissement sec. Cet amortissement sec de Coulomb est dépendant de l'effort normal  $f_N$  et d'un coefficient de frottement  $\mu$ . La masse est soumise à un déplacement initial  $d_1$  autour de sa position d'équilibre.

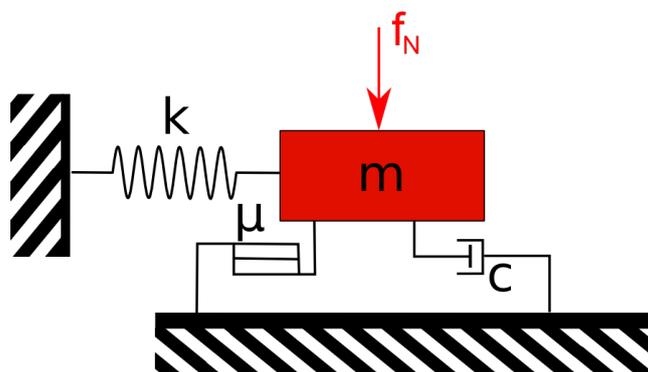


Figure II.9. – Masse soumise à un frottement visqueux ou à un frottement sec

L'amortissement utilisé le plus classiquement en mécanique est l'amortissement visqueux [20] et correspond à l'amortissement généré par une structure linéaire. En présence de frottement, on observe un amortissement "sec". L'annexe C détaille la résolution du système de la figure II.9 en présence soit d'un frottement visqueux, soit d'un frottement sec. L'analyse théorique permet d'aboutir aux considérations suivantes :

Lors d'un essai de lâcher, dans le cas d'un amortissement visqueux, le déplacement et la vitesse décroissent exponentiellement. Le logarithme de la vitesse décroît donc suivant une droite et la pente de celle-ci est proportionnelle à la valeur de l'amortissement  $c$ . Dans le cas d'un amortissement sec de Coulomb, le déplacement et la vitesse décroissent linéairement. Le logarithme de la vitesse aura donc une allure de logarithme décroissant. L'intensité de la décroissance dépend du coefficient d'amortissement  $\mu$ , de l'effort normal  $f_N$  et de la raideur  $k$ . Ces observations vont permettre d'identifier les différents amortissements sur les courbes expérimentales.

### II.2.3.2. Identification de l'amortissement non-linéaire

Les courbes de vitesse expérimentales dans toutes les figures à suivre sont données en bleu clair. Les courbes rouges correspondent au module de la transformée de Hilbert du signal qui a la propriété d'estimer l'enveloppe des courbes [21]. La transformée de Hilbert noté  $\mathcal{H}$  d'un signal s'écrit :

$$\mathcal{H}(f(\tau)) = 1/\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{(t - \tau)} dt \quad (\text{II.1})$$

Cette propriété est utilisée pour déterminer les amortissements issus des résultats expérimentaux en appliquant des régressions linéaires sur l'enveloppe des courbes. Aucun essai de lâcher n'a permis d'identifier un unique amortissement. Au contraire, les essais ont révélé deux à trois valeurs d'amortissement distinctes selon la valeur des pentes comme illustré sur la figure II.10. Ces amortissement sont de valeurs décroissantes :  $\xi_1 > \xi_2 > \xi_3$

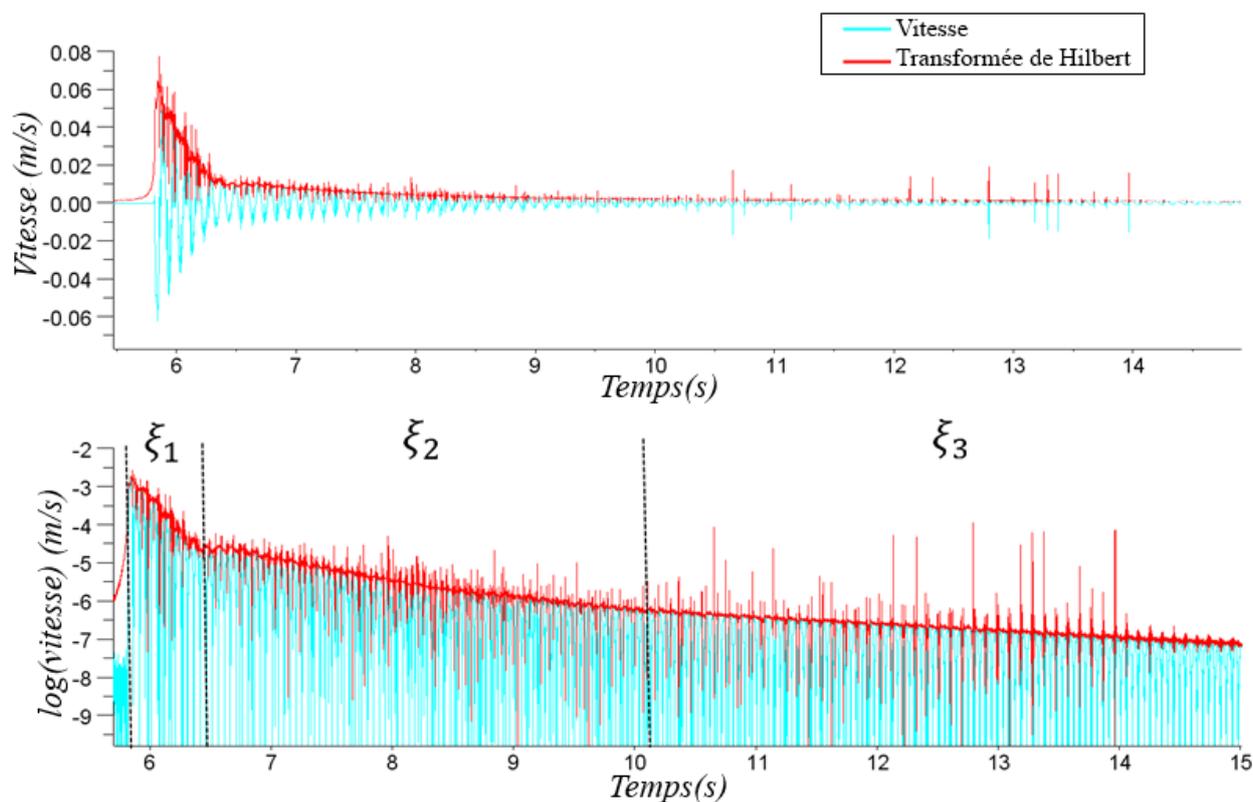


Figure II.10. – Vitesse et log de la vitesse pour l'essai P13

Le temps de passage entre  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  et  $\xi_3$  a été estimé visuellement sur les courbes.

### II.2.3.3. Analyse paramétrique

Une analyse sur l'ensemble des essais présentés dans les tableaux II.2 et II.1 a révélé plusieurs tendances :

- La longueur libre  $l_0$  et l'amplitude du lâcher  $d_1$  vont influencer sur la vitesse de l'aiguille lors du contact avec la butée. Plus la vitesse d'impact est importante, plus l'amortissement  $\xi_1$  est fort et agit sur un temps long. Les amortissements  $\xi_2$  et  $\xi_3$  sont peu sensibles à ces paramètres.
- Le choix du matériau des pastilles postiches a une influence majeure sur l'amortissement de l'aiguille, comme illustrée sur la figure II.11

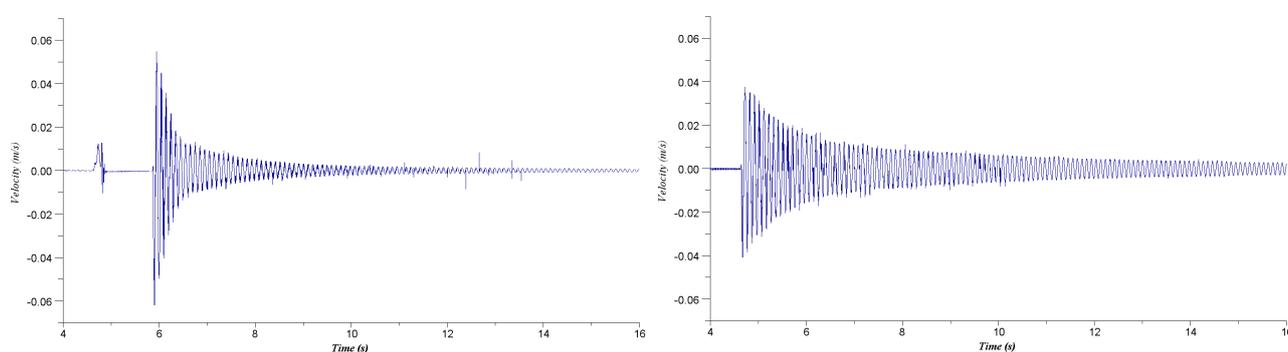


Figure II.11. – Comparaison entre les vitesses pour les essais P13 (à gauche) et M1 (à droite) - Seul le type de pastilles varie entre ces essais

La figure II.11 montre la réponse des deux aiguilles dans la même configuration. L'aiguille avec pastille molybdène est beaucoup moins amortie que l'aiguille témoin en plomb. Le choix du matériau postiche va agir sur le comportement de l'aiguille pour 3 raisons :

- Le coefficient de frottement statique entre deux pastilles plomb est estimé à  $\mu_{p-p} = 0,54$ , celui associé à deux pastilles en molybdène est de  $\mu_{m-m} = 0,37$ . L'amortissement sec associé aux deux aiguilles va donc être sensiblement différent.
- Les modules d'Young du plomb et du molybdène sont respectivement d'environ 50 GPa et 350 GPa, la rigidité du contact pastille-gaine sera très différente.
- L'amortissement visqueux de l'aiguille est lui aussi dépendant de l'amortissement visqueux propre au matériau postiche choisi.

Le tableau II.3 regroupe les valeurs d'amortissements identifiées à partir des essais. Pour chaque essai et pour les 3 amortissements  $\xi_1, \xi_2$  et  $\xi_3$ , on identifie la valeur de la pente du logarithme de la vitesse par régression linéaire, ce qui permet d'aboutir à une estimation de l'amortissement (équation C37). Un facteur de corrélation est calculé pour quantifier l'erreur commise entre la régression linéaire des résultats  $x$  et les données expérimentales  $y$  en utilisant la formule II.2.

$$f_{corr} = \frac{\Sigma(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma(x - \bar{x})^2 \Sigma(y - \bar{y})}} \quad (\text{II.2})$$

## II. Caractérisation expérimentale d'une aiguille combustible sur le banc CARNAC

La pente du logarithme de la vitesse est supposée linéaire pour chaque amortissement identifié. En réalité,  $\xi_1$  étant un amortissement sec, le logarithme de la vitesse aux premiers instants des oscillations n'est pas une droite. Elle sera néanmoins considérée comme telle pour permettre la comparaison avec les amortissements  $\xi_2$  et  $\xi_3$ . Les transitions entre les amortissements sont identifiées manuellement pour chaque courbe. Chaque relevé d'amortissement est obtenu avec la moyenne des résultats sur cinq essais pour une même campagne et est inscrite dans le tableau avec l'écart type et le coefficient de corrélation moyen :



N° Campagne	$\xi_1$	$\xi_2$	$\xi_3$	$l_0(m)$	$d_1(mm)$
<b>P3</b>	3,62 (90%/5%)	$\emptyset^1$	0,272 (96%/9%)	0,7	15
<b>P9</b>	3,68 (92%/2%)	0,99 (98%/3%)	0,300 (99%/0%)	0,7	25
<b>P11</b>	2,532 (95%/6%)	0,912 (99%/0%)	0,370 (99%/1%)	0,7	8
<b>P13</b>	6,66 (93%/10%)	1,060 (94%/5%)	0,340 (95%/1%)	0,6	4
<b>P15</b>	$\emptyset^2$	0,622 (98%/0%)	0,172 (100%/0%)	0,8	4
<b>M1</b>	$\emptyset^2$	1,22 (84%/9%)	0,281 (99%/6%)	0,6	2.5
<b>M4</b>	$\emptyset^2$	0,86 (91%/7%)	0,220 (88%/10%)	0,7	4
<b>M8</b>	$\emptyset^2$	0,72 (84%/6%)	0,196 (89%/2%)	0,8	4
<b>M11</b>	$\emptyset^2$	1,34 <sup>3</sup> (99%/2%)	0,260 (100%/3%)	0,6	8

Table II.3. – Valeur des amortissements mesurés pour différents essais

1. Signaux trop bruités pour identifier l'amortissement.
2. Absence d'amortissement sec identifié.
3. Influence à la fois de l'amortissement sec  $\xi_1$  et de l'amortissement visqueux  $\xi_2$ .

L'amortissement  $\xi_1$  est très dépendant de tous les paramètres d'essai : le matériau utilisé, la longueur libre et l'amplitude de sollicitation. Les coefficients de corrélation sont moins élevés du fait que l'allure théorique de l'enveloppe du signal n'est pas une droite. De même, la dispersion des résultats est un peu plus élevée, ce qui montre la sensibilité de ce paramètre. Les amortissements  $\xi_2$  et  $\xi_3$  sont de même ordre de grandeur quelle que soit la configuration d'essai ou le matériau postiche utilisé ( $\xi_2 \approx 1\%$ ,  $\xi_3 \approx 0,3\%$ ). On remarque néanmoins qu'ils ont tendance à diminuer avec la longueur libre. Le frottement sec dans les aiguilles ne peut être généré que par les frottements entre les pastilles tandis que les amortissements visqueux identifiés sont dus probablement à la gaine et à la colonne combustible dans son ensemble.

Un modèle théorique simplifié a été développé afin de vérifier l'origine physique de ces amortissements. Il est présenté dans le paragraphe suivant.

#### II.2.3.4. Interprétation avec un système 2DDLs

L'aiguille est modélisée par le système masse-ressort décrit par la figure II.12

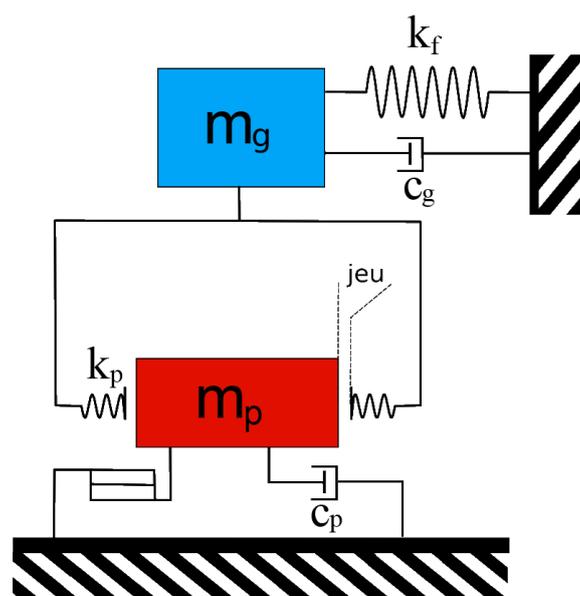


Figure II.12. – Oscillateur 2DDLs soumis à un frottement de Coulomb et un amortissement visqueux

La masse  $m_g$  représente la gaine,  $m_p$  celle d'une pastille. Le ressort  $k_f$  représente la rigidité en flexion de la gaine, les ressorts  $k_p$  celle de la liaison pastille-gaine. Chaque degré de liberté possède un amortissement visqueux propre  $c_g$  et  $c_p$ . Les pastilles sont soumises à deux efforts : une charge normale dans la direction verticale due à la raideur du ressort et au poids qui permet de maintenir la colonne, et une force d'inertie  $F_{iner}$  due à un chargement dynamique dans la direction du mouvement. On associe aussi au degré de liberté correspondant aux pastilles une liaison de frottement de Coulomb. Elle transmet aux pastilles une force opposée à la vitesse et dépendante des autres forces  $F$  suivant l'équation C38. Ce modèle n'est

pas représentatif du système complet, puisqu'une seule pastille est représentée, mais il va permettre de reproduire les phénomènes physiques jouant sur l'amortissement de l'aiguille.

Les paramètres utilisés dans le cadre de l'étude sont ceux indiqués dans le tableau II.4.

Nom	Description	Valeur
$m_g$	Masse de la gaine	67, 8 ou 79, 1 ou 90, 4 g
$m_p$	Masse de la pastille	6, 1 g
$k_f$	Raideur en flexion de l'aiguille	1668 ou 1048 ou 704 N/m
$k_p$	Raideur d'interaction pastille-gaine	$1 \cdot 10^5$ N/m
$\mu$	Coefficient de frottement des pastilles	0, 37 (Mo) ou 0, 54 (PbSb3)
$f_N$	Effort normal appliqué sur les pastilles	Variable
$c_g$	Amortissement visqueux de la gaine	Variable
$c_p$	Amortissement visqueux des pastilles	Variable
$j_p$	Jeu pastille gaine	Information DR

Table II.4. – Paramètre du modèle numérique

Les masses et raideurs dans le tableau II.4 sont indiqués pour les 3 valeurs de longueurs libres utilisées pour les essais, 600 mm, 700 mm, 800 mm. Le coefficient des pastilles plomb et molybdène ont été obtenu par un test de glissement sur un plan incliné.

Le problème a été résolu de manière discrète avec le logiciel Scilab [22]. Après avoir entré les différents paramètres du modèle, on définit ensuite un pas de temps suffisamment petit pour s'assurer de la stabilité du calcul en suivant les recommandations de [23]. La valeur de pas de temps  $dt = 2 \cdot 10^{-6} s$  a été retenue. Ensuite, pour chaque pas de temps, l'équation de la dynamique est résolue en accélération :

$$\ddot{U}(t + dt) = \mathbf{M}^{-1} \cdot (-\mathbf{C}\dot{U}(t) - \mathbf{K}U(t) + F_{choc}(U) + F_{friction}(\dot{U}, \ddot{U})), \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$$U = \begin{pmatrix} u_g \\ u_p \end{pmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_g & 0 \\ 0 & m_p \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_g & 0 \\ 0 & c_p \end{pmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_f & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{choc} = \begin{pmatrix} f_{p \rightarrow g} \\ f_{g \rightarrow p} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} F_{friction} = \begin{pmatrix} 0 \\ -m_p \ddot{U}_p \end{pmatrix} & \text{si } \dot{U} = 0, \\ F_{friction} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mu f_N \cdot \text{sign}(\dot{U}) \end{pmatrix} & \text{si } \dot{U} \neq 0 \end{cases}$$

Le déplacement et la vitesse sont intégrés avec le schéma explicite usuel des différences centrées. En fin de calcul, les déplacements, vitesses et forces de contacts sont sauvegardés. Pour permettre de comprendre l'origine des trois amortissements, plusieurs calculs ont été réalisés avec des paramètres  $f_N$ ,  $c_g$  et  $c_p$  différents. On déplace les masses  $m_g$  et  $m_p$  d'une amplitude  $d_1$  et on laisse le système osciller. Dans un premier temps, en annulant les effets

de Coulomb ( $f_N = 0$ ) et en prenant  $c_g = c_p$  (voir table II.5), on obtient les courbes de déplacements données sur les figures II.13.

Paramètres	$f_N(N)$	$l_0(m)$	$c_g$	$c_p$	$d_1(m)$	$\mu$
<b>Para1</b>	0	0,7	2%	2%	$4.10^{-3}$	0,54
<b>Para2</b>	0,3	0,7	2%	2%	$4.10^{-3}$	0,54
<b>Para3</b>	0	0,7	0.5%	10%	$4.10^{-3}$	0,54

Table II.5. – Paramètres du modèle numérique

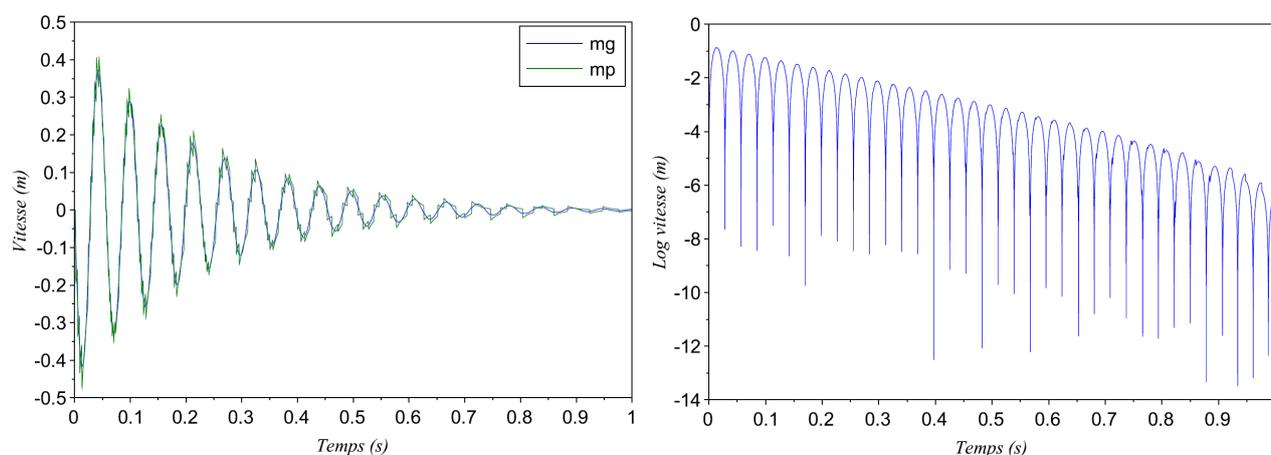


Figure II.13. – Vitesse des masses  $m_p$  et  $m_g$  et log de la vitesse de  $m_g$  pour le jeu de paramètres Para1

L'enveloppe du logarithme de la vitesse est assimilable à une droite, l'amortissement du système peut donc être considéré comme linéaire visqueux malgré la présence de non-linéarités de choc. La présence d'un jeu pastille-gaine n'explique donc pas la non-linéarité de l'amortissement de l'aiguille expérimentale.

L'effort normal subi par les pastilles est maintenant ajouté ( $f_N \neq 0$ ) pour le jeu de paramètre Para2 (tableau II.5), le système est donc susceptible de subir des frottements de type Coulomb. Compte tenu du caractère conservatif de la modélisation, l'effort normal considéré n'est que de  $f_N = 0,3N$  et le coefficient de frottement est pris égal à celui du contact Plomb/Plomb ( $\mu = 0,54$ ), ce qui suffit à amortir fortement le système.

On observe sur la figure II.14 une diminution très rapide des premières oscillations, avec une décroissance de forme logarithmique spécifique d'un frottement de type Coulomb (voir section II.2.3.1). La décroissance de la figure II.14 est ensuite linéaire à partir de  $0,2s$ . La pastille adhère donc et c'est l'amortissement visqueux des pastilles et de la gaine qui devient prédominant.

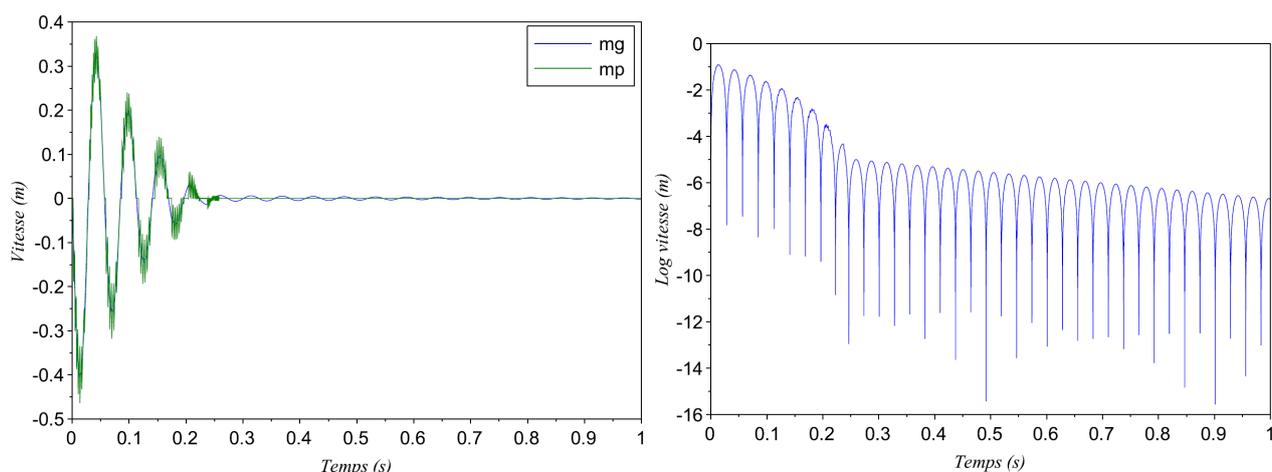


Figure II.14. – Vitesse des masses  $m_p$  et  $m_g$  et log de la vitesse de  $m_g$  pour le jeu de paramètres Para2

Deux amortissement visqueux ont été identifiés sur les courbes expérimentales, en plus de l'amortissement dû au frottement de Coulomb,  $\xi_2$  et  $\xi_3$  avec  $\xi_2 > \xi_3$ . Le changement de pente peut s'expliquer par la différence entre l'amortissement des pastilles et l'amortissement de la gaine. On considère un troisième jeu de paramètres (Para3) avec  $f_N = 0$  (pour retirer les effets du frottement de Coulomb) et  $c_g \neq c_p$ .

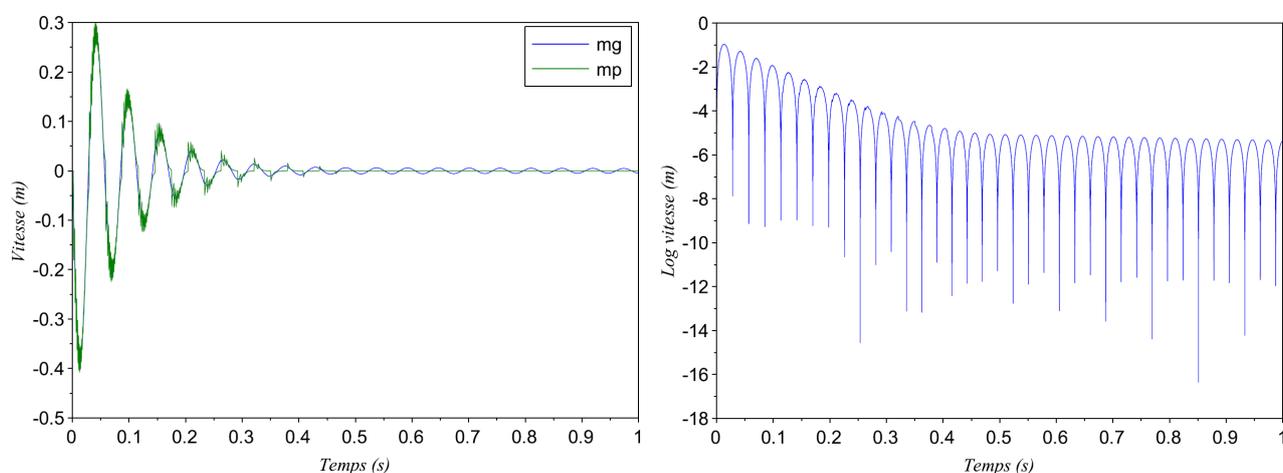


Figure II.15. – Vitesse des masses  $m_p$  et  $m_g$  et log de la vitesse de  $m_g$  pour le jeu de paramètres Para3

On choisit arbitrairement des amortissements visqueux très différents pour la masse  $m_p$  (10%) et  $m_g$  (0,5%). Sur la figure II.15, le logarithme de la vitesse décroît suivant deux pentes linéaires avec une rupture de pente nette. Par régression linéaire, on retrouve approximativement l'amortissement de la pastille entre 0 et 0,2s (9,5%) et l'amortissement de la gaine ensuite (0,61%). A noter que la transition est dépendante de la valeur du jeu pastille-gaine. Lorsque le jeu pastille-gaine est nul, on n'observe plus de rupture de pente, seul l'amortisse-

ment des pastilles va influencer.

### II.2.3.5. Conclusion sur l'amortissement non-linéaire

Les premiers essais CARNAC ont montré un comportement non linéaire des aiguilles avec pastilles combustibles postiches. Les oscillations de plus grandes amplitudes subissent un amortissement plus important et sec, tandis que les oscillations plus faibles subissent un amortissement faible et visqueux. Les résultats expérimentaux semblent indiquer la présence d'un frottement inter-pastille de type Coulomb actif uniquement lors des mouvements de fortes amplitudes. Lorsque l'amplitude des oscillations est faible, les pastilles adhèrent entre elles et il n'y a plus de dissipation d'énergie par frottement. Pour les oscillations les plus faibles, on distingue deux phases : celle où l'amortissement des pastilles est prédominant, et celle où l'amortissement de la gaine est prédominant. La transition entre ces phases est directement dépendante du jeu pastille-gaine. Tous ces phénomènes ont été expliqués sur un modèle simplifié de l'aiguille présenté section II.2.3.4. Les coefficients d'amortissement obtenus pour des oscillations faibles ( $\xi_3$ ) correspondent à ceux trouvés lors des essais CRAYON [24] sur des crayons de réacteurs à eau pressurisé munis de pastilles postiches en molybdène.

Ce comportement est plutôt complexe et difficile à modéliser numériquement. Pour définir un modèle numérique valide pour un temps long, il serait nécessaire de pouvoir créer une matrice d'amortissement non-linéaire et décrire la dépendance de ces paramètres en fonction du déplacement, de ses dérivées et de tous les paramètres du système. Néanmoins il est possible d'approximer l'amortissement à sa valeur la plus élevée pour garder une matrice d'amortissement linéaire. Le modèle sera représentatif de l'expérience pour les temps courts, pour les premiers chocs, mais la solution numérique surévaluera l'amortissement pour les temps long.

## II.2.4. Essais avec choc

La décroissance des oscillations est beaucoup plus rapide lors des essais de lâcher avec contact à cause de la sollicitation de hautes fréquences et de dissipations lors du choc. Un exemple de résultat est donné figure II.16. On observe un instant de contact pour lequel la vitesse est pratiquement nulle puis un rebond pendant lequel la vitesse est successivement positive - l'aiguille s'éloigne du point d'impact - et négative - l'aiguille revient vers le point d'impact. Un certain nombre de rebonds d'amplitudes décroissantes ont lieu avant que l'aiguille ne se stabilise.

### II.2.4.1. Comportement fréquentiel

Il est possible d'analyser les résultats expérimentaux en traçant des spectrogrammes temps-fréquences. Lors des essais libres, une seule fréquence était sollicitée, comme on le voit sur la figure II.17. Les chocs, à l'inverse, sollicitent l'aiguille sur un large spectre de fréquence, cf figure II.18.

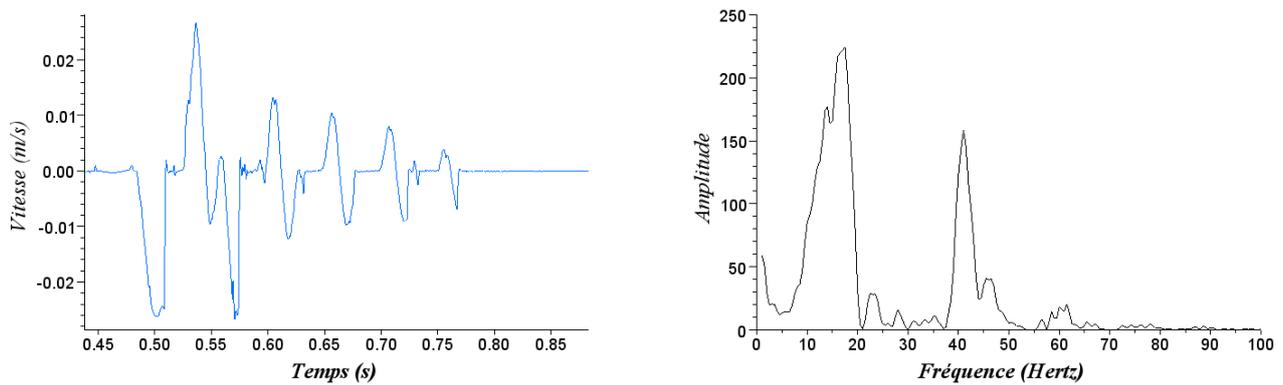


Figure II.16. – Vitesse et contenu spectral d'un essai avec choc

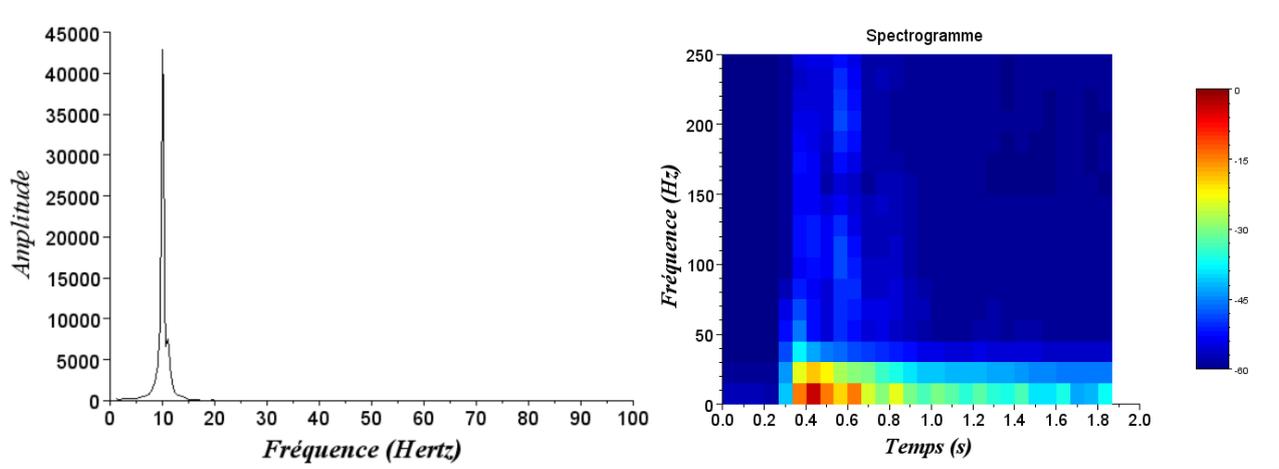


Figure II.17. – Densité spectrale et spectrogramme d'un essai de flexion sans choc

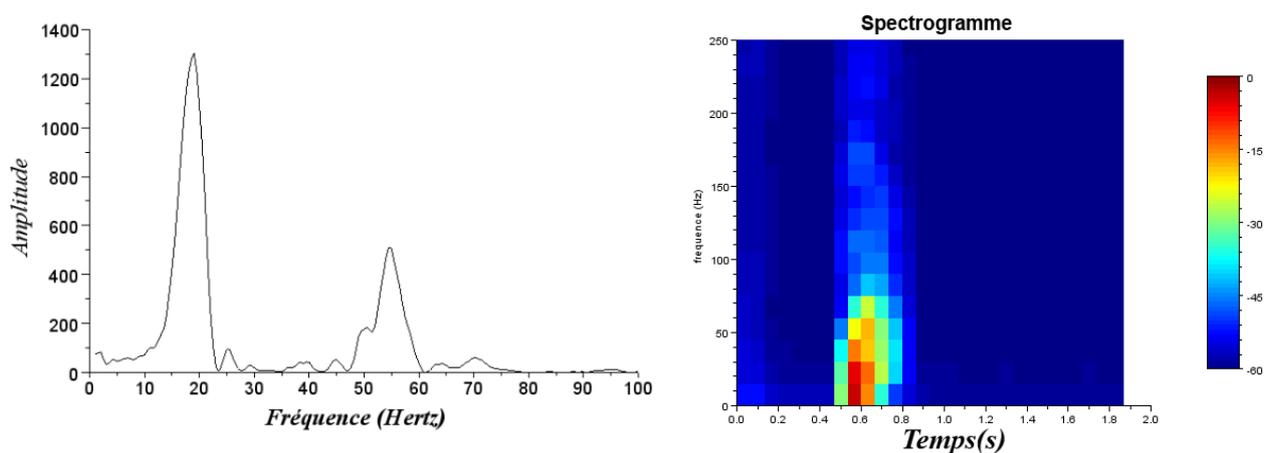


Figure II.18. – Densité spectrale et spectrogramme d'un essai de flexion avec choc

Lors des essais de lâcher libre (figure II.17), seules les basses fréquences sont sollicitées

et l'amplitude du spectrogramme diminue lentement. D'après les spectrogrammes de la figure II.18, on observe que lors du choc, des hautes fréquences sont fortement sollicitées, par contre le signal est très rapidement amorti. Les pics de la densité spectrale de puissance sont beaucoup plus larges pour les essais avec chocs que pour les essais libres : un grand éventail de fréquences est sollicité du fait de la non-linéarité.

Nous allons comparer les résultats issus de campagne sur l'aiguille avec pastille en plomb aux résultats de campagne sur une aiguille avec des pastilles en molybdène. Lors des essais de lâcher libre décrit à la section II.2, il a été montré que les aiguilles munies de pastilles en molybdène avaient un amortissement beaucoup plus faible que les aiguilles à pastilles plomb. La figure II.19 semble contredire cette observation, puisque l'amplitude de la vitesse décroît plus rapidement avec l'aiguille en molybdène pour les premiers rebonds.

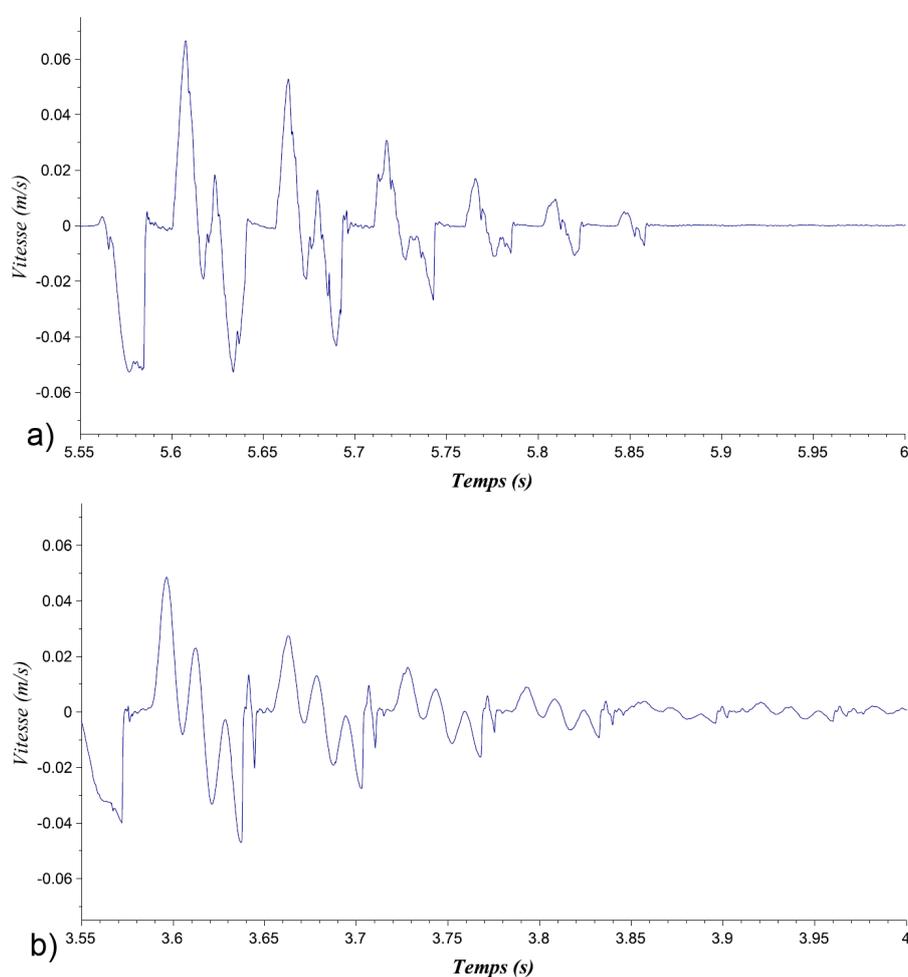


Figure II.19. – Vitesse lors d'un essai de choc - a) pour une aiguille munie de pastilles plomb b) pour une aiguille munie de pastilles en molybdène

Cependant, on observe sur la figure II.19 pour l'aiguille avec pastille molybdène un nombre important d'oscillations hautes fréquences, beaucoup plus que pour les essais sur aiguille avec pastilles plomb. Dans le cas de l'aiguille avec pastilles en molybdène, un spectre beaucoup plus large de fréquence est donc sollicité, ce qui est illustré dans le spectrogramme de la

figure II.20 et avec les DSP sur la figure II.21.

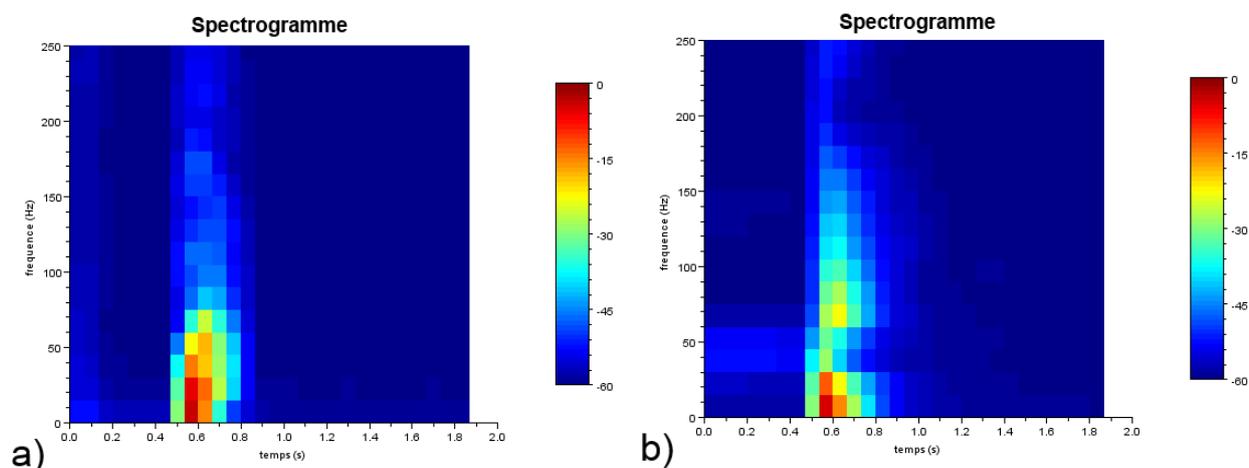


Figure II.20. – Spectrogramme des essais de choc - a) pour une aiguille munie de pastilles plomb, b) pour une aiguille munie de pastilles en molybdène

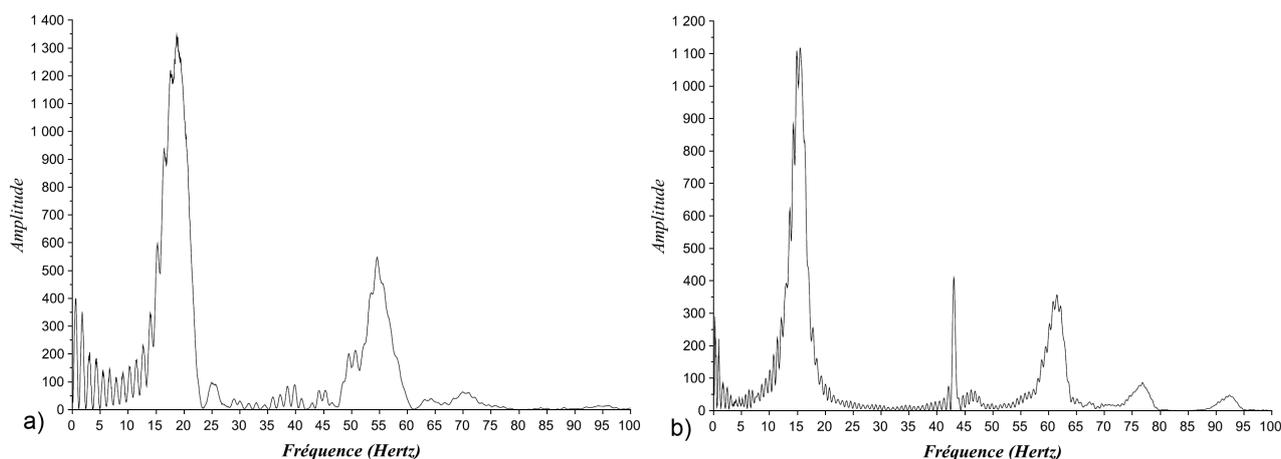


Figure II.21. – Densité spectrale des essais de choc - a) pour une aiguille munie de pastilles plomb, b) pour une aiguille munie de pastilles en molybdène

Pour l'aiguille avec pastille molybdène, le temps du 1er contact est légèrement plus court, et les fréquences les plus hautes (100-150Hz) sont beaucoup plus sollicitées (figure II.20). A énergie constante, les fréquences hautes engendrent des pics de vitesses plus faibles que les basses fréquences, l'amplitude des oscillations diminue donc très rapidement dans l'aiguille avec pastille molybdène bien que l'amortissement soit plus élevé dans l'aiguille avec pastilles plomb. Les fréquences sollicitées sont dépendantes de la rigidité du contact pastille-gaine. Plus celle-ci est importante, plus le choc va solliciter des fréquences hautes. Comme le molybdène a un module d'élasticité beaucoup plus haut (329 GPa) que l'alliage plomb-antimoine (50 GPa), l'aiguille en contenant est sollicitée sur un spectre de fréquence plus large. A noter que le module d'élasticité de l'UO<sub>2</sub> a une valeur intermédiaire (200 GPa).

### II.2.4.2. Analyse paramétrique

On s'attend à avoir un comportement différent de l'aiguille suivant l'amplitude de la sollicitation du fait de la non-linéarité du contact et de l'amortissement de l'aiguille. La figure II.22 présente le relevé des vitesses pour des lâchers de 8 mm et 2 mm.

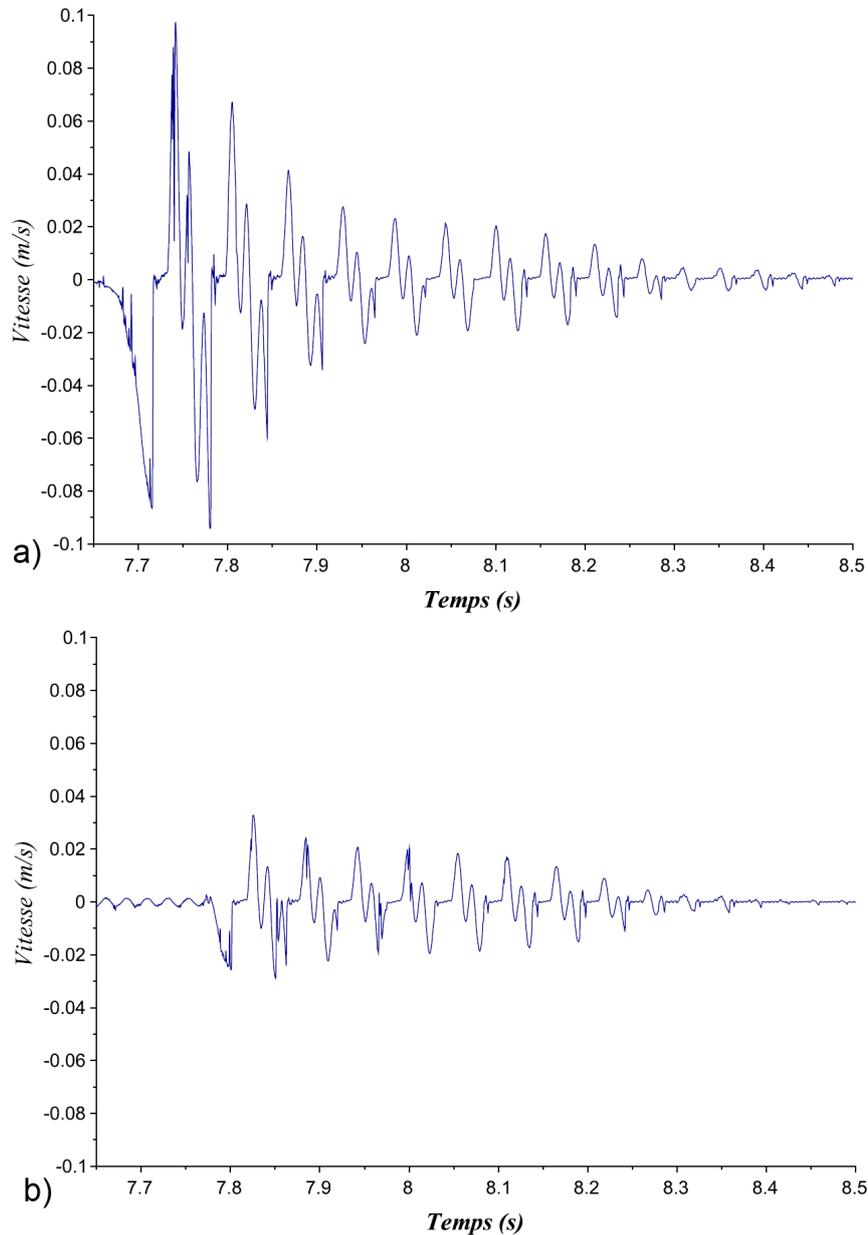


Figure II.22. – Vitesse d'une aiguille avec pastilles en molybdène a) pour un lâcher de 8mm et b) pour un lâcher de 2mm

On observe sur la figure II.22 une diminution de l'amplitude des rebonds plus rapide lorsque leur amplitude initiale est grande. Le frottement de Coulomb, qui est dépendant de la vitesse de l'aiguille (voir section II.2.3.1), pourrait expliquer la décroissance plus ra-

pide des rebonds lors d'un choc lorsque l'amplitude de la sollicitation augmente. Cependant, on observe aussi un contenu fréquentiel des signaux qui diminue suivant l'amplitude de la sollicitation (figure II.22). Cet effet est dû au contact qui peut être en partie assimilé à un contact de type Hertz (voir section V.1.4). Dans ce cas, le temps de contact est inversement lié à la vitesse d'impact [25]. Plus la vitesse d'impact est importante, plus la sollicitation est brève et plus la gamme de fréquence sollicitée est importante (cf Annexe A et [26]). A l'inverse, lorsque l'amplitude de lâcher est faible, les basses fréquences mettent plus de temps à s'amortir (voir figure II.23 et II.24)

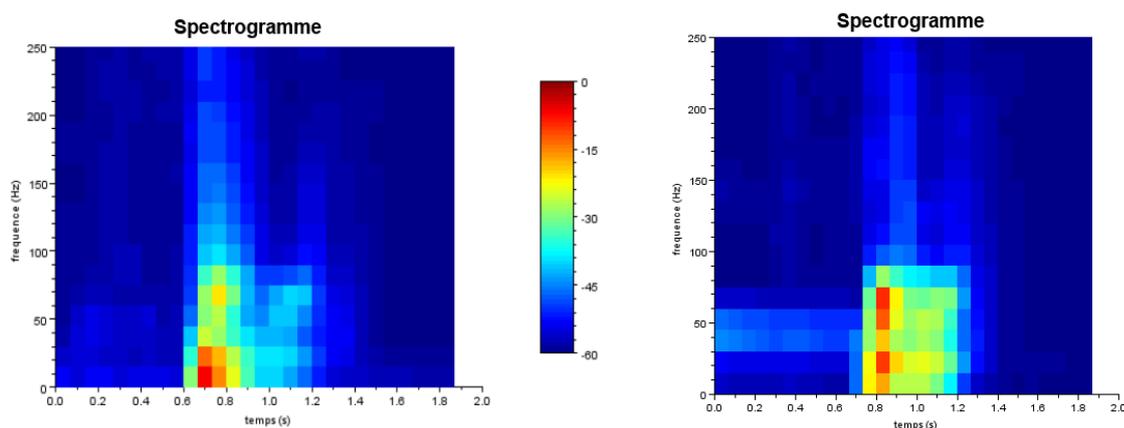


Figure II.23. – Spectrogramme d'une aiguille avec pastilles en molybdène a) pour un lâcher de 8mm et b) pour un lâcher de 2mm

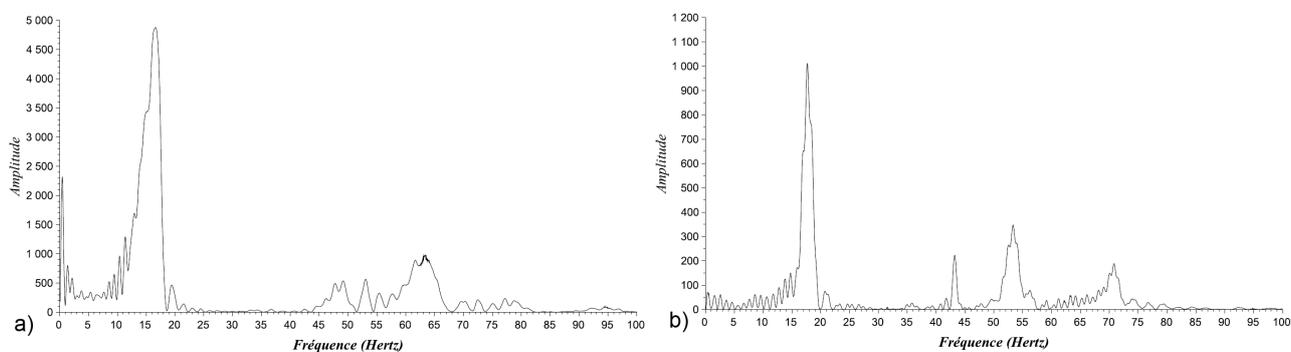


Figure II.24. – Densité spectrale d'une aiguille avec pastilles en molybdène a) pour un lâcher de 8mm et b) pour un lâcher de 2mm

Les efforts de choc seront comparés aux efforts obtenus par calculs numériques à la section III.3.4.

## II.2.5. Conclusion

L'aiguille soumise à un choc a un comportement très différent de son comportement libre. Le choc sollicite des modes de l'aiguille élevés, avec un spectre de fréquences sollicitées plus

large pour les aiguilles à pastilles molybdène que pour les aiguilles à pastilles plomb du fait d'une rigidité du contact pastille-gaine différente. De plus, pour les sollicitations à amplitude importante, le frottement de Coulomb inter-pastille va avoir tendance à amortir les rebonds. Enfin, il semble que le temps de contact diminue avec la vitesse d'impact du fait des effets de Hertz, ce qui conduit à un spectre de fréquence sollicitée plus riche.

## II.3. Essais forcés

### II.3.1. Descriptifs des essais et objectifs

Des essais forcés ont aussi été réalisés avec un pot vibrant. Le schéma des essais est donné figure II.25.

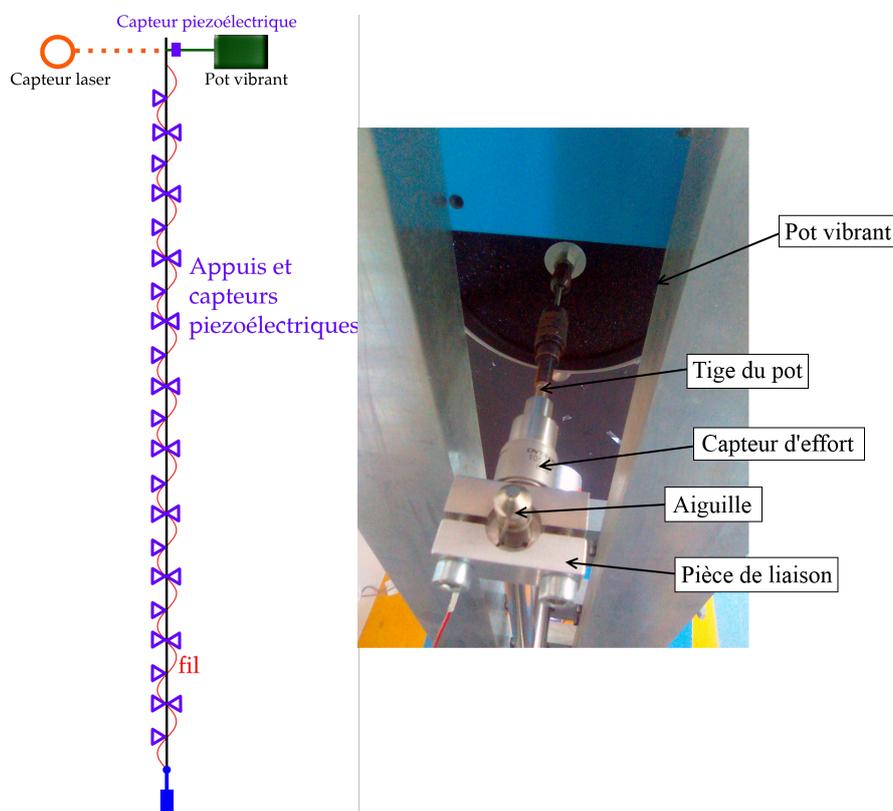


Figure II.25. – Schéma des essais CARNAC au pot vibrant

L'aiguille est placée dans une configuration équivalente à celle qu'elle aurait dans le faisceau. Dix appuis sont placés sur la partie droite de l'aiguille, représentant les contacts entre l'aiguille et le tube hexagonal (voir figure II.2). Les appuis situés à gauche représentent les contacts inter-aiguilles. La sollicitation est exercée sur la tête de l'aiguille par le pot vibrant, sous la forme d'un signal harmonique ou d'un sinus balayé. On enregistre les efforts au niveau de chaque appui sur toute la hauteur de l'aiguille et la vitesse sur le point de l'aiguille lié à la tige du pot vibrant.

### II.3.2. Sinus balayé et identification modale

Les fonctions de type sinus balayé sont très utilisées pour analyser la réponse fréquentielle d'un système [27, 28]. On utilisera plutôt la forme exponentielle pour laquelle l'impulsion s'écrit de la manière suivante :

$$f(t) = A \sin \left[ \frac{\omega_1 T}{\ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} \left( e^{\frac{t}{T} \ln(\frac{\omega_2}{\omega_1})} \right) \right] \quad (\text{II.4})$$

Avec  $A$  l'amplitude de la sollicitation,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  les pulsations minimale et maximale et  $T$  la durée totale du signal. L'intérêt de ce type de signal est d'être capable de solliciter la structure sur toute une gamme de fréquence rapidement sans avoir à tester un grand nombre d'harmoniques. Mais afin de dissocier les effets de chaque fréquence indépendamment, il est nécessaire de bien choisir la durée de la sollicitation  $T$ , qui guide la vitesse de balayage. Le balayage doit être lent pour permettre de limiter les effets des phénomènes transitoires [29] pour ne pas risquer une mauvaise estimation du comportement modal du système étudié [30]. La norme internationale ISO-7626 [31] donne une vitesse de balayage maximale  $v_{bmax}$ , qui a été revue à la hausse par Gloth [27] sous certaines conditions. Cette valeur est dépendante de la fréquence considérée  $f$  et d'un facteur d'amortissement  $Q$  dépendant du coefficient d'amortissement  $\xi$ .

$$\begin{aligned} v_{bmax} &= \frac{54f^2}{Q^2} \\ Q &= 1/2\xi \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

L'amortissement des aiguilles combustibles est très faible (voir section II.2.3.3). En considérant 1% d'amortissement, la valeur correspondante à des oscillations de moyenne amplitude, la vitesse maximale de balayage  $v_{bmax}$  pour une fréquence d'intérêt de 50 Hz est

$$v_{bmax} = 13,5 \text{ Hz}/\text{minutes} \quad (\text{II.6})$$

### II.3.3. Résultats d'essais et problèmes rencontrés

La figure II.26 représente les efforts mesurés sur le capteur piezoélectrique numéroté 15 lors des essais sur aiguille à pastilles plomb avec ou sans jeu et pour une sollicitation de type sinus balayé. Les résultats temporels et fréquentsiels sont très bruités.

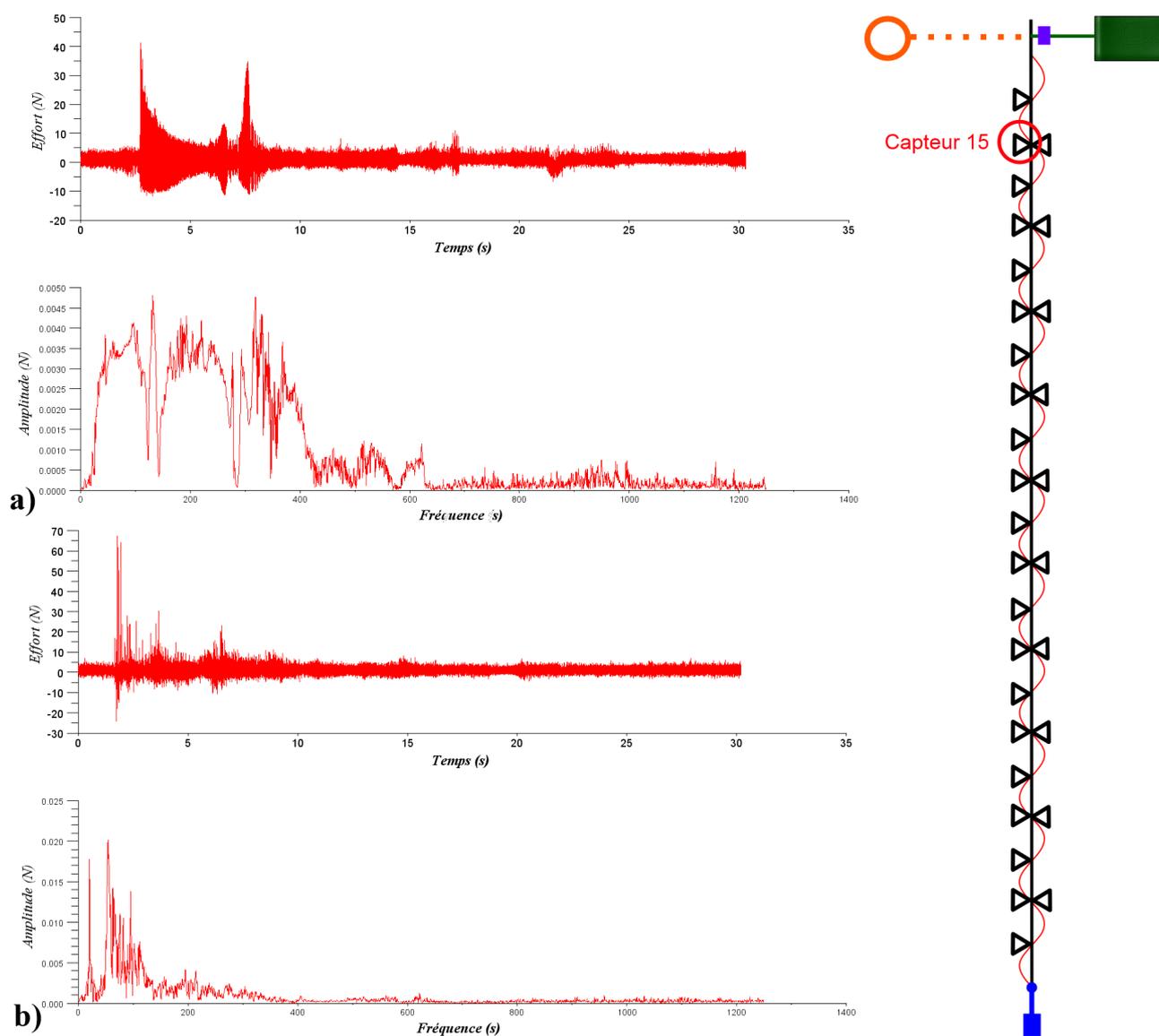


Figure II.26. – Effort et contenu fréquentiel de l'effort sur le capteur 15 pour l'aiguille à pastilles plomb pour une sollicitation sinus balayé de 50 à 600Hz a) Configuration avec jeu, b) Configuration sans jeu

Plusieurs contraintes techniques ont nuit aux résultats des essais forcés au pot vibrant et ne permettent pas une comparaison des résultats avec un modèle numérique. Tout d'abord, la disposition du système présentée figure II.25 est telle que les capteurs situés dans les abscisses hautes de l'aiguilles enregistreront des efforts importants, tandis que les efforts des appuis proches de l'encastrement seront très faibles. Or le bruit inhérent des capteurs de force piézoélectriques est relativement important (environ 1-2N). Pour les capteurs éloignés du point de sollicitation, le rapport signal mesuré sur bruit sera donc très faible rendant la lecture du signal impossible. De plus le générateur de signal utilisé ne permettait pas d'utiliser des signaux de plus de 100 s, et avec un découpage fréquentiel en 256 harmoniques, ce qui ne permet pas de vérifier la vitesse de balayage maximale  $v_{bmax}$ . Les résultats d'essais ne seront

pas exploités pour la comparaison avec les modèles numériques dans les chapitres suivants, néanmoins les méthodes de traitement du signal utiles et les références bibliographiques indispensables au traitement de données expérimentales de ce problème sont données dans la section suivante. Les résultats d'essais ont été testés avec ces méthodes, des exemples sont donnés sur les figures II.27, II.28 et II.29, mais du fait du bruit importants de mesures, les résultats ne sont pas probants.

### II.3.4. Méthode d'analyse modale

Les applications des méthodes d'analyse modale présentées dans cette section ont été réalisées en partie avec les outils du package EasyMod pour Scilab, développé par Kouroussis [32].

#### II.3.4.1. Réponse fréquentielle

Pour déterminer le contenu fréquentiel d'un signal, le plus simple est de d'utiliser l'expression de la densité spectrale de puissance noté  $\Gamma$ . Pour un signal  $U$  :

$$\Gamma = \text{fft}(U)\text{fft}(\bar{U}) \quad (\text{II.7})$$

Pour du traitement de données expérimentales, cette formulation n'est pas la plus adaptée, puisqu'elle est très sensible aux bruits de mesure. D'autres méthodes permettent de s'affranchir de ces bruits [33, 34]. Une méthode simple et robuste est celle développée par Welsh [35]. Elle consiste à découper le signal en un certain nombre de segments noté  $N$  qui peuvent éventuellement se chevaucher. Sur chaque segment de signal, on applique un fenêtrage, il a été choisi pour cette application d'utiliser une fenêtre de Hann [36]. Une transformée de Fourier est appliquée sur chacun de ces segments indépendamment. Puis la transformée du signal complète est obtenue en combinant la réponse de tous les segments.

#### II.3.4.2. Méthodes SISO

Les méthodes SISO (Single Input, Single Output) permettent de déduire d'une courbe expérimentale un mode de vibration [37]. Ces méthodes permettent d'identifier un pic de l'amplitude dans une courbe expérimentale même bruitée afin d'obtenir la fréquence de résonance et l'amortissement associé à ce mode. De nombreuses méthodes existent telle que l'analyse d'amplitude ou le "circle-fit" et sont détaillées dans l'ouvrage de Ewins [38]. Dobson [39] propose la méthode de "line-fit" qui consiste à approcher la courbe expérimentale par un pic d'amplitude idéal. Elle est illustrée sur la figure II.27.

Ces méthodes permettent d'identifier un mode précisément entre deux bornes de fréquence mais nécessite tout de même que le bruit de mesure ne soit pas trop important. A noter qu'une détermination manuelle du mode de vibration est possible si le pic d'amplitude est bien marqué. Dans ce cas, l'amortissement modal peut être déterminé avec la "half power method" [40] s'il est faible (<1%).

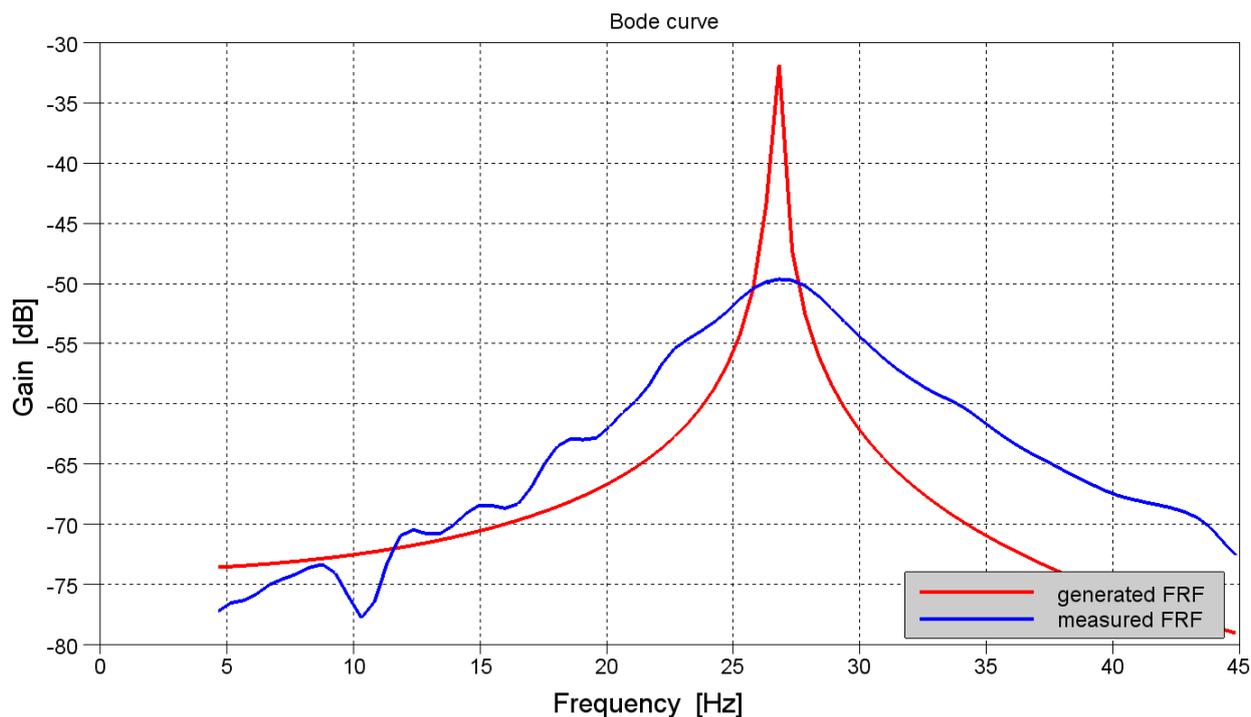


Figure II.27. – Exemple d'utilisation d'un algorithme line-fit

### II.3.4.3. Analyse POD

La POD pour Proper Orthogonal Decomposition est une méthode d'analyse de donnée adaptée à la compréhension de système avec jeux [41]. L'analyse modale "classique" ne peut pas prendre en compte les non-linéarités de jeu, à moins de considérer des modes non-linéaires [42, 43]. L'analyse POD quant à elle utilise les résultats de calcul pour déduire des directions préférentielles de déformation, que l'on appellera POM (Proper Orthogonal Modes) en raison de leur similitude avec des modes de vibrations classiques. Pour les obtenir, une matrice notée  $A$  est considérée. Elle contient l'évolution de  $N$  grandeurs pour  $Nt$  pas de temps et est donc de taille  $N * Nt$ . Cette matrice subit une décomposition en valeur singulière [44] :

$$A = USV^T \quad (\text{II.8})$$

Les matrices  $U$  et  $V$  sont des matrices carrées orthogonales de taille respective  $Nt * Nt$  et  $N * N$ . La matrice  $S$  est une matrice diagonale de taille  $N * Nt$ . La diagonale de la matrice  $S$  est composée de réels rangés en ordre décroissant [44] qui représente l'importance des POM dans le mouvement global de la structure. La matrice  $V$  quant à elle contient la forme des POM, dans leur ordre d'importance [41]. Les premiers POMs observés correspondent donc aux modes de déformations principales, en tenant compte des caractéristiques de la sollicitation et du jeu et ils constituent un outil pour comprendre l'influence du jeu dans le comportement dynamique de l'aiguille étudiée.

L'analyse POD peut être réalisée sur n'importe quelle grandeur, déplacements, vitesses, ou

dans le cas du banc CARNAC sur les efforts mesurés aux appuis. A noter que les modes obtenus par POD peuvent être utilisés pour de la réduction de modèle [45]. La figure II.28 présente les trois premiers POM associés aux efforts mesurés lors de la sollicitation de l'aiguille à pastilles postiches plomb sans jeu à un sinus balayé.

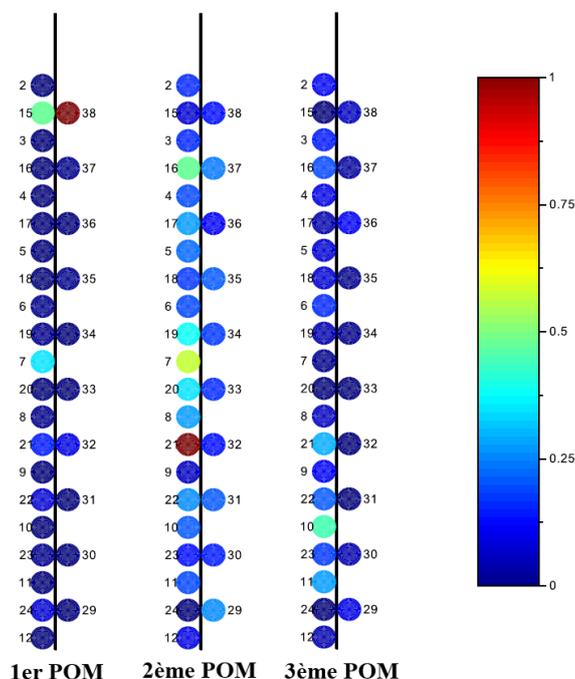


Figure II.28. – Allure des trois premiers POM de l'aiguille avec pastilles combustible plomb, sans jeu et pour un sinus balayé de 50 à 600Hz

#### II.3.4.4. Méthodes MIMO

Les méthodes MIMO (Multiple Input, Multiple Output) sont des méthodes d'identification utilisant les fonctions de transfert associées à plusieurs capteurs pour identifier les modes de la structure. Ces méthodes sont très utilisées dans le milieu industriel [46, 37, 47] même si elles sont sujettes à des erreurs d'interprétation pour un utilisateur non confirmé [48, 49]. Par exemple, la méthode "Least-Squares Complex Exponential" (LSCE) [50] permet d'obtenir par minimisation à partir des réponses fréquentielles associées à chacun des capteurs les modes de la structure. Le nombre de mode de la structure (son ordre) est supposé pour un premier calcul. Empiriquement, il est vérifié que les vrais modes de la structure sont ceux dont la fréquence n'évolue pas ou peu lorsque l'estimation des modes est réalisée en supposant un ordre supérieur [48]. Les valeurs des modes obtenus par les calculs successifs sont tracées sur un diagramme appelé "diagramme de stabilisation" sur lequel on trace aussi la fonction de transfert de l'un des capteur pour aider à la visualisation. La figure II.29 donne le diagramme de stabilisation d'une référence industrielle [37] et pour une aiguille du banc d'essai CARNAC.

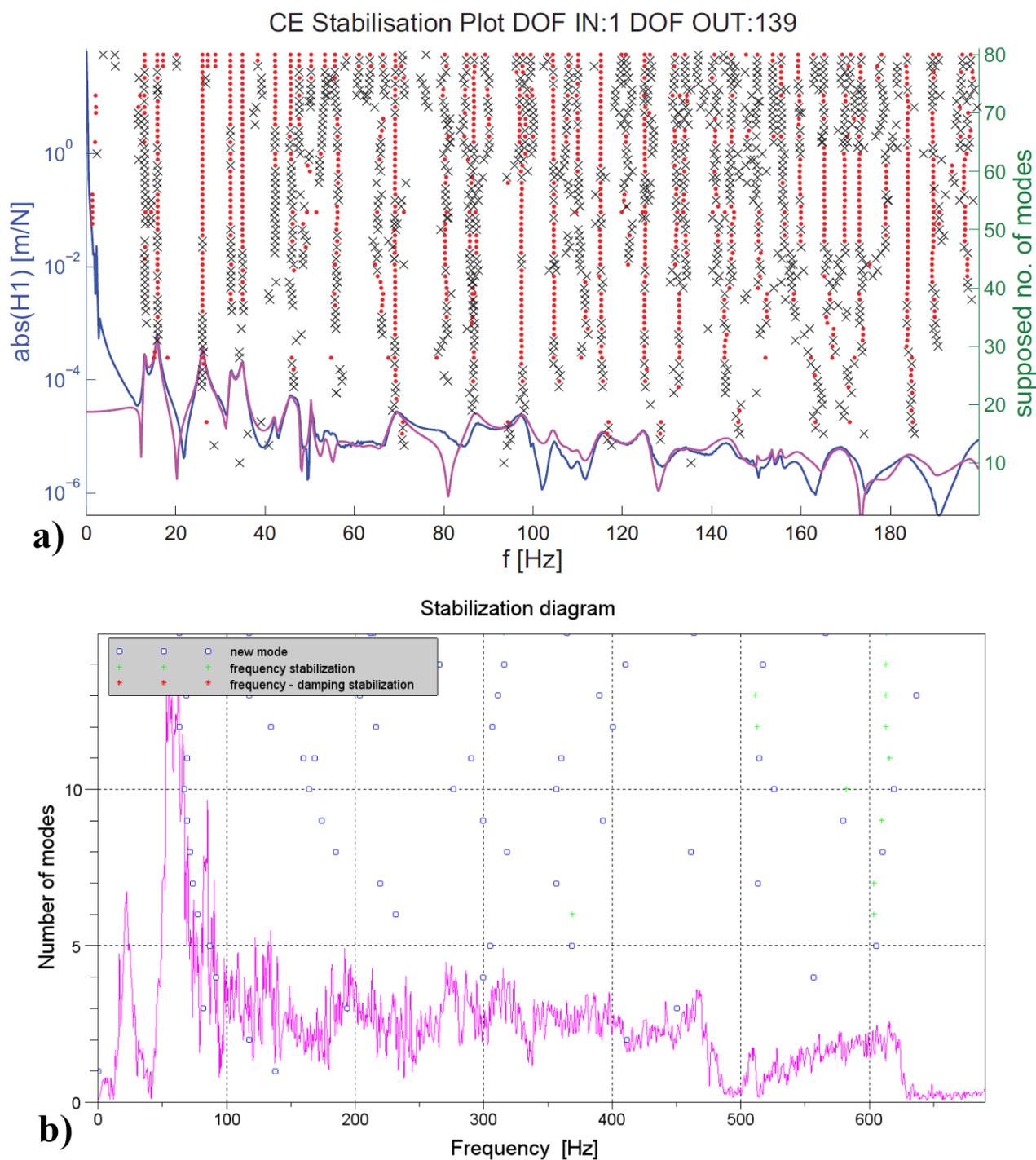


Figure II.29. – Diagramme de stabilisation a) d'une structure en forme d'entonnoir [37] b) d'une aiguille avec pastille combustible plomb sur CARNAC

Pour les essais CARNAC, les fonctions de transfert sont trop bruitées pour identifier des modes : lorsque l'on augmente l'ordre du modèle, la fréquence des modes identifiés changent grandement (figure II.29-b) alors que les modes identifiés devraient suivre une ligne quasi-

verticale (figure II.29-a).

## **II.4. Conclusion du chapitre**

Dans cette section, le comportement dynamique d'une aiguille combustible a été étudié expérimentalement avec le banc d'essai CARNAC. Des essais de lâcher en flexion libre ont permis d'identifier l'amortissement des aiguilles. Cet amortissement est fortement non linéaire et dépendant de nombreux paramètres, principalement le type de pastilles postiches, le jeu pastille-gaine et l'amplitude de la sollicitation. Puis l'aiguille a été soumise à une flexion et relâchée contre un appui. Ces essais ont permis d'identifier le temps de contact caractéristique de l'aiguille et les fréquences excitées par le choc. Là encore, le choix du matériau postiche va avoir une influence notable sur le comportement de l'aiguille, principalement à cause de la rigidité du contact pastille-gaine. Tous ces essais seront comparés à des modèles numériques dans la section suivante.

Les résultats des essais forcés réalisés sur des aiguilles en configuration faisceau sont trop bruités pour être exploitables du fait de la configuration d'essai choisie, de la sensibilité des capteurs piezoélectriques et des lacunes du générateur de signal. Néanmoins, des méthodes d'analyse modale sont proposées pour exploiter les résultats futurs sur le banc d'essai CARNAC.

# DÉFINITION ET VALIDATION D'UNE MÉTHODE NUMÉRIQUE

---

“ *Who dares to teach must never cease to learn* ”

John Cotton Dana, , 1987

## Sommaire

---

III.1	Introduction et méthodologie	<b>64</b>
III.2	Méthode numérique utilisée	<b>64</b>
III.2.1	Choix de la méthode et hypothèses	64
III.2.2	Choix du type d'éléments finis	65
III.2.3	Réduction sur base modale	69
III.2.4	Schéma d'intégration	71
III.2.5	Modélisation du contact	73
III.3	Analyse d'une poutre encastree-libre avec contact unique	<b>75</b>
III.3.1	Description du problème	75
III.3.2	Corrélation analytique-numérique	75
III.3.3	Méthodologie de choix des paramètres numériques	85
III.3.4	Comparaison numérique-expérimental	86
III.4	Conclusion du chapitre	<b>90</b>

---

## III.1. Introduction et méthodologie

Les chocs et contacts entre plusieurs corps font parties des non-linéarités les plus fortes en mécanique. La modélisation des contacts est un sujet ancien qui débute avec les travaux de Hertz en 1896 [25] sur le contact entre deux lentilles optiques. Plusieurs auteurs ont étendu par la suite cette théorie en introduisant du frottement, des forces tangentielles et des effets dynamiques [51, 52]. Mais l'implémentation numérique des contacts demeure encore très complexe même si c'est un phénomène courant dans les milieux industriels. Les chocs ici sont extrêmement rapides, impliquant de grandes forces et accélération rendant leur modélisation complexe [53]. Les méthodes numériques standards plutôt destinées à résoudre des problèmes linéaires présentent souvent des difficultés à converger ou sont instables, ce qui mène à des résultats peu précis ou très longs [54]. Une réflexion particulière doit être menée sur le choix du schéma d'intégration (voir section III.2.4) et sur la manière de modéliser le contact (voir section III.2.5).

Ce chapitre a pour objectif de définir une méthode numérique alliant précision et rapidité pour modéliser une structure possédant un grand nombre de zones de contact dont les positions sont connues tel que le faisceau d'aiguilles présenté en introduction. La définition et la validation de cette méthode a été réalisée par étapes de complexité croissante. Nous nous intéresserons tout d'abord à une simple poutre encastrée à sa base et dont l'autre extrémité entre en contact avec un ressort. Puis nous analyserons des systèmes multi-contacts pour finalement appliquer la méthode numérique sur le faisceau d'aiguilles complet dans le chapitre suivant. Tous les modèles développés seront comparés à des références analytiques ou expérimentales. Le chargement étudié, un lâcher en flexion contre un appui rigide, correspond à la modélisation de l'essai BELIER présenté à la section I.3.2.

## III.2. Méthode numérique utilisée

### III.2.1. Choix de la méthode et hypothèses

L'assemblage combustible est un système complexe de grandes dimensions, contenant 217 aiguilles très élancées. Le nombre de zones de contacts est lui aussi très important. Il convient de choisir la meilleure méthode numérique à même de résoudre ce type de problème de façon efficace et précise. Les méthodes par différences finies consistent à discrétiser spatialement le problème par un ensemble de points mobiles appelé maillage. Des relations entre les points, éventuellement non-linéaires, définissent le mouvement du système. C'est l'approche choisie par Pelloux [14] et qui est souvent utilisée entre autre dans l'étude de milieux granulaires [55, 56]. Cette approche est très efficace pour représenter des chocs successifs entre des systèmes mécaniques pouvant être considérés comme des masses ponctuelles isolées [57] en introduisant des systèmes ressort-amortisseur entre les points du maillage.

Néanmoins, les aiguilles et le tube hexagonal sont des éléments flexibles et possèdent des zones de contacts à de nombreux endroits. Pelloux introduit alors des ressorts linéaires de raideur  $k_f$  (voir section I.3.1.2 et image I.10) liant les déplacements des points d'une même

aiguille afin de représenter la flexion de ces points. Mais les ondes de flexion sont mal simulées par un ressort linéaire, ce qui génère des erreurs dans le calcul des déplacements du faisceau par rapport à des références analytiques ou numériques.

En résumé, la méthode des différences finies permet de bien simuler les contacts successifs dans le faisceau, mais peine à bien représenter la flexion des aiguilles et du reste de l'assemblage. Il sera donc préféré pour résoudre ce problème une approche éléments finis, dont nous discuterons dans le reste de cette section. Néanmoins, l'approche du calcul par différences finies sera utilisée dans la section IV.2 pour interpréter des phénomènes physiques se déroulant dans un système multi-contact.

Les calculs menés durant cette thèse se basent sur l'hypothèse des petites déformations : les déplacements sont de l'ordre du centimètre pour des structures de plusieurs mètres. De plus, on ne considère que des matériaux élastiques parfaits. Les seules non-linéarités sont apportées par les contacts dans le faisceau. Ensuite, l'étude ne porte que sur le cas de l'assemblage en air, l'influence de l'interaction fluide-structure lorsque l'assemblage est immergé dans le sodium n'est pas abordée. Enfin, les frottements sont négligés au niveau des zones de contacts. Cette hypothèse a pour but de donner un aspect conservatif aux résultats obtenus. Néanmoins, il conviendrait d'estimer expérimentalement l'influence du frottement dans le faisceau pour différentes configurations et sollicitations et si nécessaire de l'introduire dans la modélisation pour les travaux à venir.

Les calculs numériques sont réalisés avec Cast3m 2017, code de calcul éléments finis développé par le CEA [58].

#### III.2.2. Choix du type d'éléments finis

Pour représenter un objet physique en éléments finis, le choix adapté du type d'éléments est indispensable à la précision des calculs. L'objectif final est de représenter des objets du type d'une aiguille combustible ou d'un tube hexagonal (TH) représenté à la section I.1.2, c'est à dire des poutres creuses. Les éléments permettant les calculs les plus précis sont les éléments volumiques, cependant étant donné la faible épaisseur des aiguilles et du TH, les éléments volumiques devraient être extrêmement petits pour conserver un rapport de forme proche de 1 et permettre des calculs précis [59]. L'utilisation d'éléments finis de type coque serait plus adaptée, puisque l'épaisseur du TH et des aiguilles peut être considérée comme petite par rapport aux autres dimensions. De la même façon, le raffinement circonférentiel du maillage doit être important [59], surtout pour représenter des phénomènes locaux tel que des poinçonnements [60]. La dernière méthode consiste à utiliser des éléments linéiques tel que des poutres de Bernouilli et de Timoshenko, associés à des lois de contacts particulières [61].

Un premier cas test est réalisé pour un tuyau encastré-libre soumis à un chargement ponctuel à une extrémité (figure III.1).

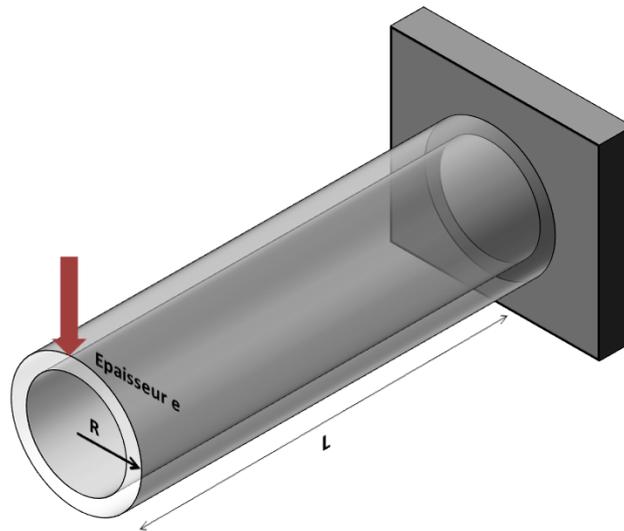


Figure III.1. – Tube encastré-libre soumis à un chargement ponctuel

La figure III.2 et le tableau III.1 représentent et décrivent les propriétés des éléments finis les plus usuels. Pour un élancement de la poutre donné (rapport  $L/r = 50$ ), le nombre d'éléments finis nécessaires pour réaliser un calcul de flexion sur un tube encastré libre est indiqué pour comparaison. La valeur affichée correspond au nombre d'élément pour atteindre la convergence des résultats de déplacement au nœud où est appliquée la force avec moins de 1% d'erreur. Afin de conserver un bon rapport de forme (rapport de dimension dans un élément fini, il est nécessaire d'utiliser beaucoup plus d'éléments volumiques qu'en prenant des éléments poutres.

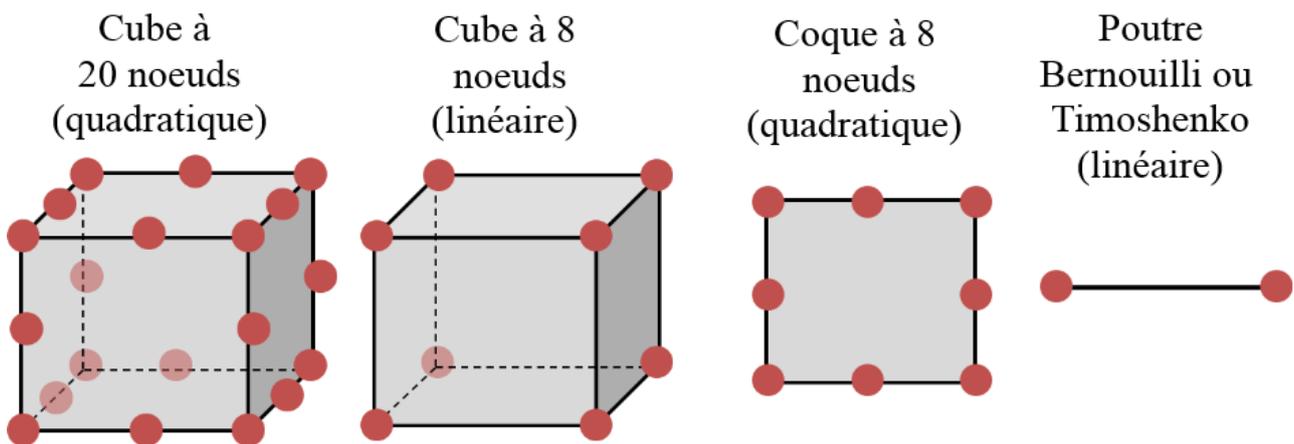


Figure III.2. – Représentation des éléments finis usuels

Les éléments finis volumiques quadratiques donnent les résultats les plus précis, mais un calcul avec ce type d'élément est extrêmement coûteux. De même, un calcul avec des éléments coques est plus de 100 fois plus coûteux qu'avec des poutres (voir la table III.1). Une

modélisation par des éléments unidimensionnels sera donc préférée. Cependant, étant donné que l'élanement des tubes entre deux contacts est très variable (entre 10 et 200) et que les tubes sont susceptibles d'ovaliser, les résultats obtenus avec des éléments poutres risquent d'être en partie erronés. Une étude comparative a été menée sur un tube d'élanement variable représenté figure III.1 avec plusieurs types d'éléments.  $L$  est la longueur du tube,  $e$  son épaisseur et  $r$  son rayon ( $e/r$  reste constant).

Nom	<i>CUB20</i>	<i>CUB8</i>	<i>COQ8</i>	<i>BERN</i>	<i>TIMO</i>
Degré	2	1	2	1 et 3	1
Nombre d'éléments nécessaire	1600	1600	400	100	100
Temps de calcul par éléments	17 ms	1,4 ms	4,1 ms	10 $\mu$ s	8 $\mu$ s

Table III.1. – Comparatif des éléments finis usuels

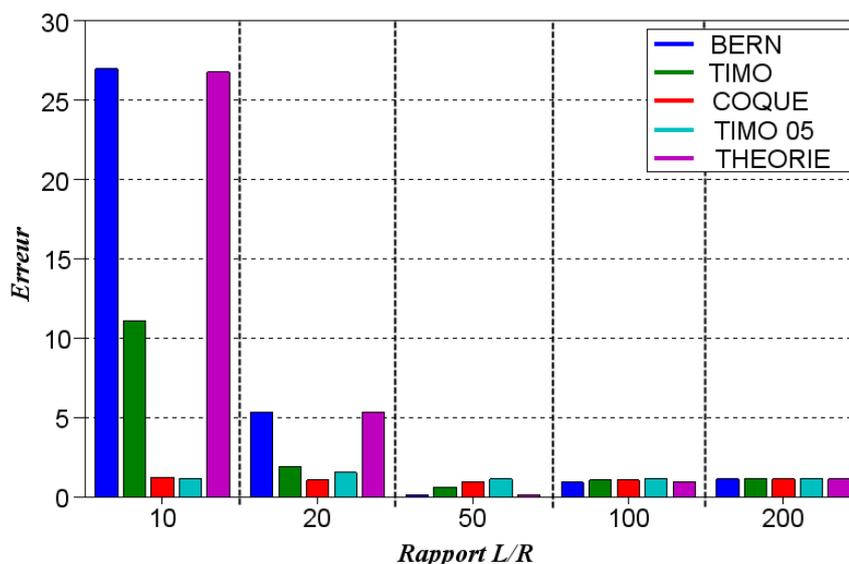


Figure III.3. – Rapport entre la flèche de bout de poutre obtenue avec différents éléments par rapport à une solution de référence 3D pour plusieurs rapport d'élanement

Soit le problème présenté figure III.1. La flèche en bout de poutre est calculé avec un maillage volumique détaillé qui fait office de référence. Suivant l'élanement de la poutre, on calcule cette même flèche en utilisant plusieurs type d'éléments finis : des poutres d'Euler-Bernoulli (BERN), des poutres de Timoshenko classiques (TIMO), des coques quadratiques (COQUES) et des poutres de Timoshenko avec un coefficient correcteur de cisaillement de 0,5 (TIMO 05).

Le coefficient de cisaillement permet de pondérer la section de la poutre pour prendre en compte la disparité de l'effort tranchant dans la section. Il n'est dépendante que de la géométrie de la section. Plusieurs méthodes sont utilisables pour la calculer. La méthode de

Cowper [62] permet d'approximer la valeur de la section réduite en résolvant le problème tridimensionnel de Saint Venant. Il en ressort une formule ne dépendant que des paramètres de la section et du coefficient de poisson  $\nu$ . Concrètement, la valeur du coefficient de cisaillement est égale au rapport entre le cisaillement moyen dans une section et son maximum :

$$\alpha_c = \frac{\bar{\sigma}_{xy}}{\max(\sigma_{xy})} \quad (\text{III.1})$$

Dans le cas d'un tube :

$$\alpha_c = 0,5 \quad (\text{III.2})$$

La solution théorique est donnée par la théorie des poutres de Bernoulli en considérant le tube comme une poutre (THEORIE). Pour un fort élancement, les modélisations de type coques et poutres convergent vers une solution de référence 3D avec un maillage fin (figure III.3). Mais pour un faible rapport d'élancement, le principe de Saint Venant n'est pas respecté et il y a donc une erreur supérieure à 10% commise sur le calcul de la flèche maximale avec la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli (THEORIE et BERN) et de Timoshenko classique (TIMO). Néanmoins, une modélisation avec des éléments de Timoshenko auquel on adjoint un coefficient correcteur de cisaillement de 0,5 (TIMO 05) permet d'obtenir une modélisation unidimensionnelle satisfaisante. Cet élément sera utilisé pour représenter les aiguilles de l'assemblage combustible.

Considérons un nouveau cas d'étude plus proche de l'aiguille combustible : un tuyau posé sur 4 appuis soumis à un chargement réparti (figure III.4). Cette fois, le tube subira une ovalisation forte au droit des appuis. Les graphes III.6 et III.5 donnent la flèche au centre du tube sur la ligne supérieure suivant le type d'éléments finis et les rapports  $r/e$  et  $L/r$ . Les aiguilles ASTRID ont un rapport  $L/r = 36$  et  $r/e = 10$ .

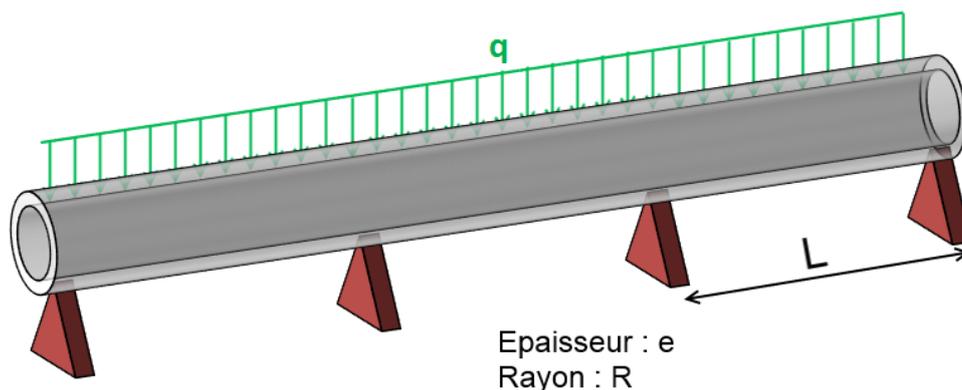


Figure III.4. – Tube à trois travées soumis à un chargement réparti

Les modélisations unidimensionnelles (BERN, TIMO, TIMO05) ne sont pas capables de représenter l'ovalisation aux appuis. Lorsque l'élancement du tube  $L/r$  est grand, la flexion prime sur l'ovalisation ce qui implique que les modélisations poutres convergent vers la so-

lution volumique ou coque. Néanmoins pour de faibles élancements, les modèles poutres sous-estiment très fortement le déplacement réel du tube. Pour les aiguilles ASTRID, l'erreur commise sur le déplacement est de l'ordre de 25%. Le rapport  $r/e$  correspond à l'hypothèse d'une coque mince ou épaisse. Lorsque  $r/e$  est faible, le tube est épais et l'ovalisation devient minoritaire vis à vis de la flexion. Lorsque  $r/e$  est grand, le tube est mince et l'ovalisation n'est plus négligeable. Les éléments volumiques et de coque sont les plus précis pour représenter un tube en éléments finis parce qu'ils permettent de modéliser l'ovalisation, mais le coût du calcul pour une représentation complète du faisceau avec ces éléments est prohibitif. Les aiguilles doivent être modélisées par des éléments unidimensionnels, et ce sont les poutres de Timoshenko avec un coefficient correcteur en cisaillement qui sont les plus adaptés. La déformation d'ovalisation non prise en compte sera intégrée à la loi de contact définie à la section V.1. Malgré le choix d'un élément simple pour modéliser le faisceau, le nombre de degrés de liberté de la structure reste important. Il sera donc intéressant de réduire le problème sur une base modale.

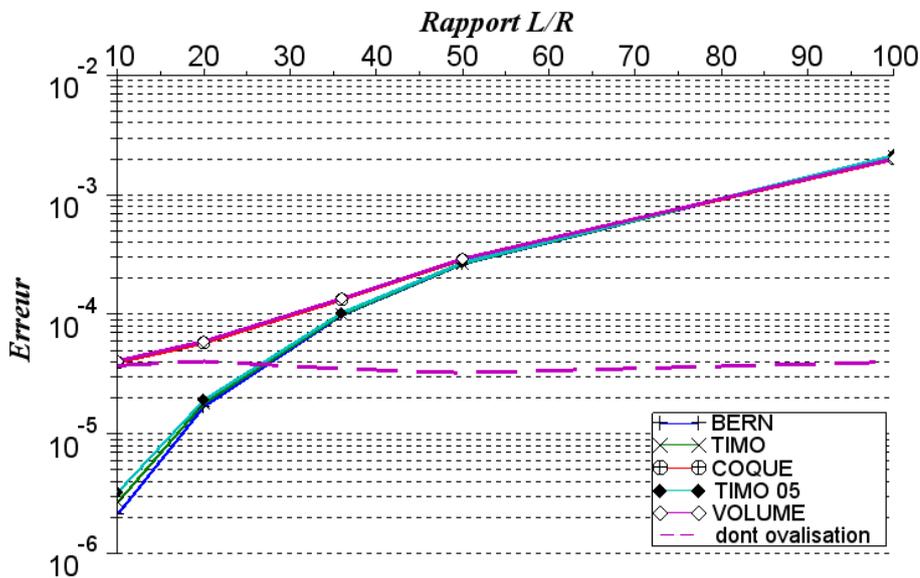


Figure III.5. – Flèche au centre suivant le rapport  $L/r$  pour un rapport  $r/e$  de 10

### III.2.3. Réduction sur base modale

L'objectif de la méthode numérique est de résoudre l'équation de la dynamique III.3 avec des forces non linéaires de choc  $F_c(U)$  avec  $M$ ,  $C$  et  $K$  respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur de la structure.  $U$  est le vecteur des degrés de liberté actifs de la structure éléments finis.

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F_c(U) \quad (\text{III.3})$$

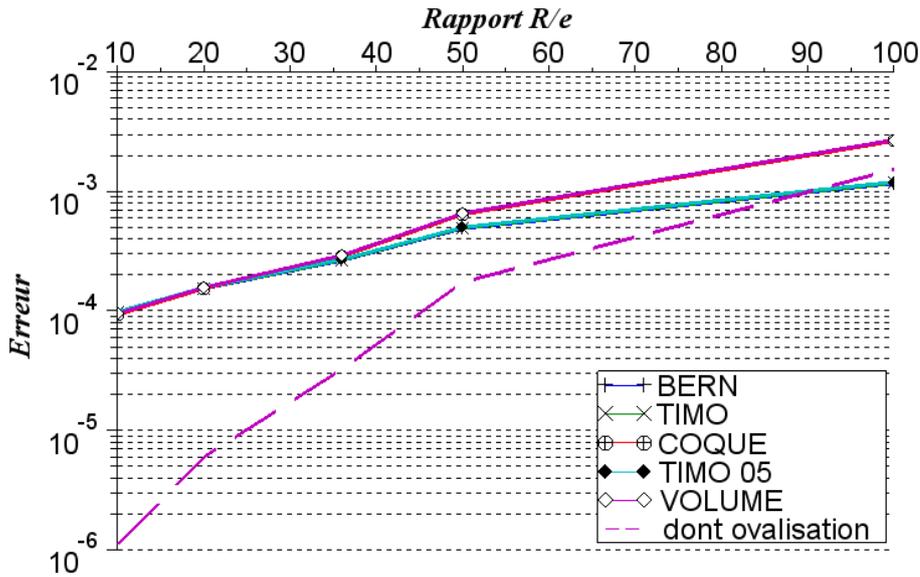


Figure III.6. – Flèche au centre suivant le rapport  $r/e$  pour un rapport  $L/r$  de 50

Le temps de calcul est directement relié à la taille des matrices  $M$ ,  $C$  et  $K$ . Une manière de réduire fortement la taille de ces matrices est de les projeter sur une base modale [63]. Les modes de la structure sont définis par une déformée modale  $\Phi_i$  et une pulsation propre  $\omega_i$ . Elles peuvent être obtenues en résolvant l'équation suivante :

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M})\Phi_i = 0 \quad (\text{III.4})$$

La méthode d'Arnoldi avec redémarrage implicite [64] est utilisé par Cast3m pour résoudre cette équation. La matrice  $\Phi$  contient l'ensemble des modes  $\Phi_i$ .

Le déplacement  $U$  de l'équation III.3 sera maintenant recherché sous la forme :

$$U(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i q_i(t) \quad (\text{III.5})$$

$q_i$  est un coefficient modal ne dépendant que du temps et représentant l'influence d'un mode à un instant donné sur la réponse globale de la structure.  $N$  est la troncature modale. Une fréquence de troncature  $f_{tronc}$  est définie comme la dernière fréquence propre prise en compte dans la décomposition modale :

$$f_{tronc} = f_N \quad (\text{III.6})$$

En utilisant la décomposition III.5, l'équation de la dynamique III.3 projetée sur les modes donne :

$$\bar{M}\ddot{q} + \bar{C}\dot{q} + \bar{K}q = \Phi^T F_c(U) \quad (\text{III.7})$$

$\bar{M}$ ,  $\bar{C}$  et  $\bar{K}$  sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité projetées sur la base modale  $\Phi$ . Par construction,  $\bar{M}$  et  $\bar{K}$  sont diagonales. L'amortissement est défini en utilisant des coefficients d'amortissement  $\xi_i$  associés à chaque mode  $i$ ,  $\bar{C}$  est alors aussi diagonale. L'inversion des matrices est donc facilitée et le calcul est accéléré. Les forces de contacts  $F_c(U)$  sont par contre dépendants des déplacements  $U$  définis sur bases physiques. Puisque les emplacements des contacts potentiels sont connus, les déplacements  $U$  et efforts  $F_c(U)$  aux points de contacts potentiels sont calculés à chaque pas de temps avec l'équation III.5. Ils sont ensuite projetés sur la base modale  $\Phi$  dans l'équation III.7 pour résoudre le problème au pas de temps suivant.

### III.2.4. Schéma d'intégration

Pour résoudre numériquement un problème de dynamique, il est nécessaire d'effectuer une discrétisation temporelle et d'écrire l'équation de la dynamique suivant une grandeur unique (déplacement, vitesse ou accélération) [54]. La vitesse et la position sont déduites de l'accélération par une approximation linéaire de la dérivée dans les cas les plus simples mais un grand nombre de formulations existent appliqués à de nombreux cas particuliers. Magnain [65] en explicite un grand nombre dans sa thèse.

On distingue deux grands types de schémas d'intégration : les schémas explicites pour lesquels la position à l'instant  $t$  est uniquement fonction des données aux instants précédents, et les schémas implicites, pour lesquels le calcul de la position à l'instant  $t$  est réalisé par itération jusqu'à atteindre un critère de convergence fixé. En général, les schémas explicites sont plus adaptés pour traiter des problèmes de contact parce qu'ils permettent des calculs plus rapides et se révèlent stables lorsque le pas de temps de calcul est petit (pour nos applications, un pas de temps inférieur à la milliseconde). Mais les schémas implicites sont parfois utilisés pour résoudre des problèmes de contacts lorsqu'il est préférable d'utiliser un pas de temps plus grand [66, 67].

Parmi les algorithmes les plus courants, citons la famille des schémas de Newmark qui se présente sous la forme suivante :

$$\begin{cases} U^{t+dt} = U^t + dt\dot{U}^t + dt^2((\frac{1}{2} - \beta)\ddot{U}^t + \beta\ddot{U}^{t+dt}) \\ \dot{U}^{t+dt} = \dot{U}^t + dt((1 - \gamma)\ddot{U}^t + \gamma\ddot{U}^{t+dt}) \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Lorsque  $\alpha = 1/2$  et  $\beta = 1/4$  on obtient le schéma implicite dit à "l'accélération moyenne". Ce schéma est le plus courant dans les codes éléments finis, puisqu'en plus d'être simple, il est inconditionnellement stable pour un problème linéaire [54], mais converge difficilement pour un problème de type choc, augmentant ainsi le coût du calcul. Si l'on prend  $\alpha = 1/2$  et  $\beta = 0$ , on obtient par contre un schéma de Newmark explicite, dit "aux différences centrées". Ce schéma est quant à lui conditionnellement stable, un pas de temps de calcul trop grand ou une non-linéarité trop forte peuvent conduire à accumuler des erreurs et faire di-

verger les résultats très rapidement. De plus, il n'assure pas intrinsèquement la conservation de l'énergie mécanique. Plusieurs schémas plus complexes spécifiques au problème de choc ont été imaginés, par découpage du pas de temps [68], en cherchant à conserver l'énergie [69, 70] ou en générant de la dissipation haute fréquence. A ce sujet citons le schéma de Tchamwa-Wielgosz [71] qui est une adaptation du schéma aux différences centrés auquel on ajoute un terme d'amortissement afin d'améliorer sa stabilité et d'éliminer des oscillations parasites [72]. Il introduit un paramètre  $\phi$ . Pour  $\Phi = 1$  le schéma est équivalent a un schéma d'Euler explicite [54], pour  $\Phi$  légèrement supérieur à un on introduit de l'amortissement numérique dans le calcul. Le schéma de Tchamwa[71] s'écrit de la façon suivante.

$$\begin{cases} U^{t+dt} = U^t + dt\dot{U}^t + \Phi dt^2\ddot{U}^t \\ \dot{U}^{t+dt} = \dot{U}^t + dt\ddot{U}^t \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

A titre d'exemple, considérons le problème à trois corps représenté figure III.7. Trois masses  $m$  sont soumises à une rigidité de raideur  $k_f$  et un amortissement  $c$ . Les masses sont susceptibles de rentrer en contact avec des ressorts de raideur  $k_c$ . La masse de gauche a une vitesse initiale  $v_0$  tandis que les autres masses ont une vitesse initiale nulle. La résolution complète de ce genre de problème sera abordé à la section IV.2. Les figures III.8 et III.9 donnent les déplacements et les énergies du problème en utilisant un schéma d'intégration de type différences centrées ou de Tchamwa, tous paramètres égaux par ailleurs.

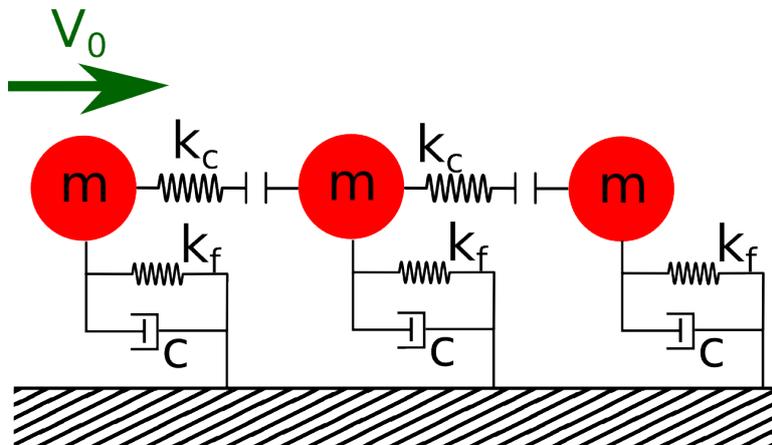


Figure III.7. – Problème à 3 masses

Le schéma de Tchamwa permet d'accroître la stabilité du calcul et donc d'utiliser éventuellement des pas de temps plus grand. Cependant, un amortissement numérique difficilement quantifiable sur un problème de contact est ajouté. Dans le but d'avoir une modélisation représentative des aiguilles combustibles, on préférera donc utiliser un schéma aux différences centrées, mais en prenant soin de vérifier la stabilité du schéma à la section III.3.3.

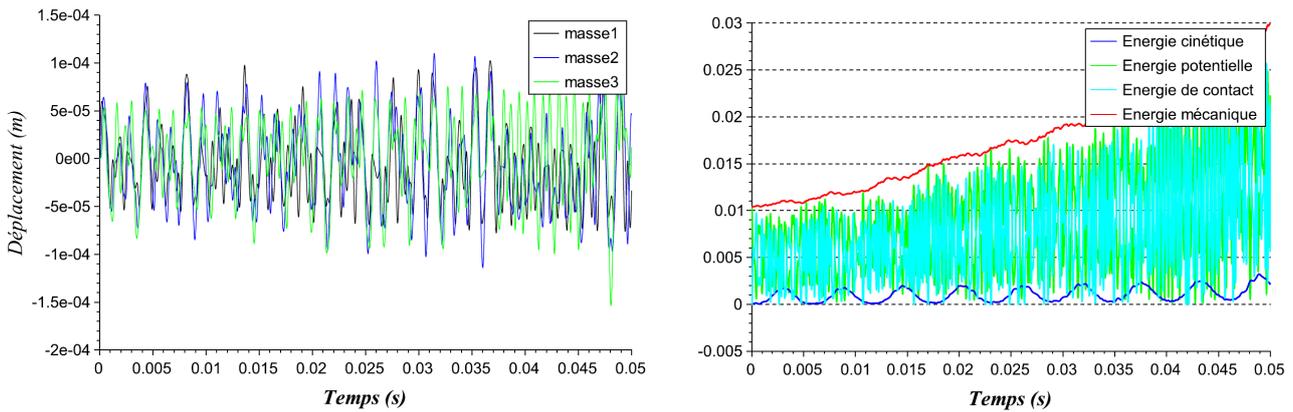
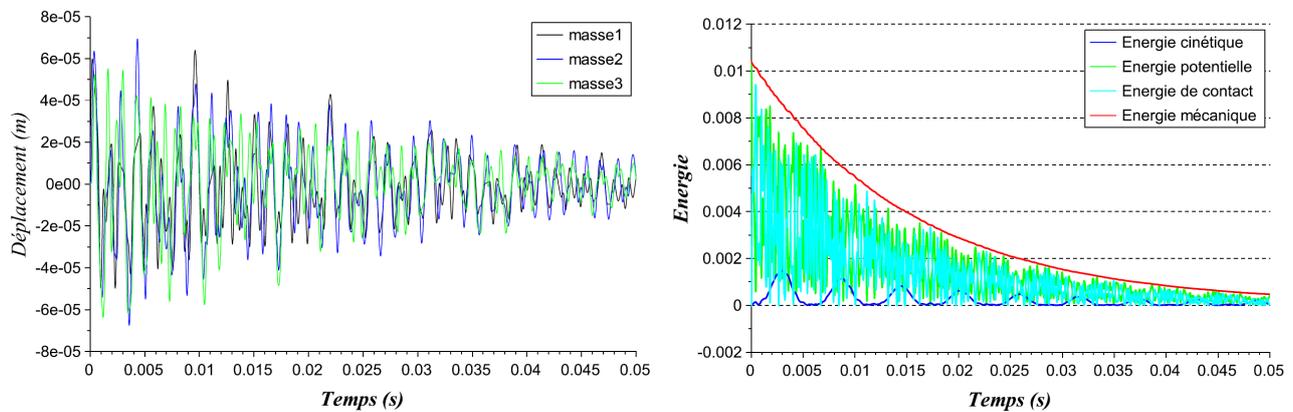


Figure III.8. – Déplacements et énergie du système en utilisant un schéma différences centrées


 Figure III.9. – Déplacements et énergie du système en utilisant un schéma de Tchamwa avec  $\phi = 1.1$ 

### III.2.5. Modélisation du contact

Le contact en dynamique peut-être modélisé de différentes manières. Stronge [52] en recense deux grandes familles :

- Les contact non réguliers (non smooth).
- Les contacts élastiques (smooth).

Nous cherchons à représenter le contact du fil d'une aiguille contre une gaine ou une face du TH. Dans le but de dimensionner les aiguilles, il faut aussi être capable de déterminer les efforts puis les contraintes transitant au niveau des contacts avec un estimateur relativement rapide ( $< 1$  jour de calcul) afin d'analyser différentes configurations et chargements. La première approche revient à considérer la phase de contact infiniment courte. On appelle cette approche la « non-smooth dynamics » [73], c'est-à-dire la dynamique non régulière. Lorsque le contact est détecté, la vitesse est inversée entre deux pas de temps de calcul. A noter que de nombreux travaux portant sur le sujet [74, 75] utilisent pour simuler l'amortissement un coefficient de restitution  $e^*$  :

$$e^* = \sqrt{\frac{E_c^+}{E_c^-}} \quad (\text{III.10})$$

Avec  $E_c^+$  énergie cinétique de la bille impactée juste après le choc et  $E_c^-$  énergie cinétique du corps impactant avant le choc. Soit un système à deux corps de masses  $m_1$  et  $m_2$  non amortis pour lesquelles on écrit l'égalité de la quantité de mouvement avant et après le choc. Les déplacements avant le choc sont notés avec l'exposant "–" et ceux après le choc avec l'exposant "+".

$$\begin{aligned} m_1 \dot{U}_1^- + m_2 \dot{U}_2^- &= m_1 \dot{U}_1^+ + m_2 \dot{U}_2^+ \\ \frac{1}{2} m_1 \dot{U}_1^{2-} + \frac{1}{2} m_2 \dot{U}_2^{2-} &= \frac{1}{2} m_1 \dot{U}_1^{2+} + \frac{1}{2} m_2 \dot{U}_2^{2+} \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

En introduisant le coefficient de restitution et dans le cas particulier où  $m_1 = m_2$  et  $\dot{U}_2^- = 0$ , on a :

$$\dot{U}_2^+ = e^* \dot{U}_1^- \quad (\text{III.12})$$

Ce qui se traduit physiquement de manière intuitive. Si le contact est parfaitement élastique ( $e^* = 1$ ), la vitesse de la masse impactée après le choc est celle de la masse impactante avant le choc. Si le choc est parfaitement mou ( $e^* = 0$ ), les vitesses des deux masses sont nuls après le choc. Cette approche s'affranchit de la description du déroulement du contact, ce qui simplifie la résolution numérique. Des schémas d'intégration particuliers sont tout de même nécessaires pour que la discontinuité de vitesse ne génère pas d'instabilités [70]. L'estimation précise des efforts de contacts est cependant complexe, rendant la méthode inadaptée à nos objectifs. Nous privilégierons donc la théorie du contact élastique ou visco-élastique. Le contact est représenté par un ressort dont la force de réaction  $f_i$  dépend de l'enfoncement  $\delta_i$  au point de contact, via des fonctions  $g(\delta_i)$  et  $h(\delta_i)$  [53].

$$\begin{cases} f_i(\delta_i) = 0 & \text{si } \delta_i > 0 \\ f_i(\delta_i) = g(\delta_i) + h(\dot{\delta}_i) & \text{si } \delta_i < 0 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Le modèle le plus simple de loi de contact est le "linear spring dashpot" (LSD) [26] pour lequel  $g(\delta_i)$  représente la raideur du ressort  $k_c \delta_i$  et  $h(\dot{\delta}_i)$  le terme d'amortissement  $\xi_c \dot{\delta}_i$ . Dans ce chapitre, nous choisirons de ne considérer qu'un ressort linéaire de raideur  $k_c$  et pour lequel  $\xi_c = 0$ . Une approche plus complète sera utilisée à la section V.1 pour assurer un contact représentatif du contact entre aiguille.

### III.3. Analyse d'une poutre encastree-libre avec contact unique

#### III.3.1. Description du problème

On s'intéresse à un problème élémentaire de contact ; une poutre encastree à une extrémité mise initialement en flexion et dont l'autre extrémité est susceptible d'impacter un ressort (figure III.10). On note  $E$  le module d'Young,  $I$  le moment quadratique et  $L$  la longueur de la poutre. Le ressort est défini par sa raideur  $k_c$ .

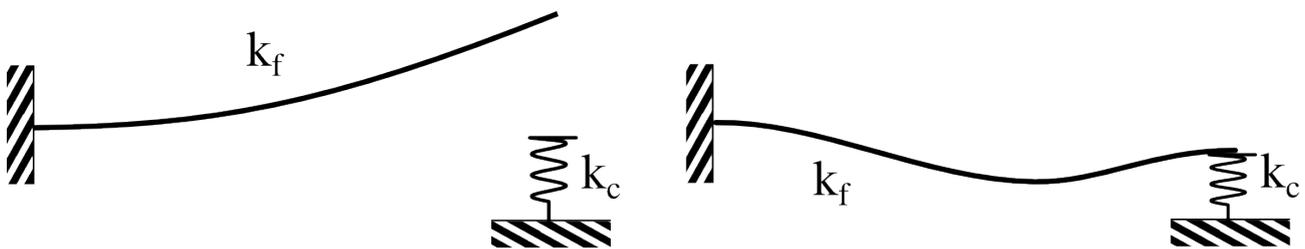


Figure III.10. – Poutre encastree de raideur  $k_f$  impactant sur un ressort. A gauche, état initial en flexion libre. A droite, en contact avec le ressort de raideur  $k_c$

La solution de ce problème est constituée de phases de vol libre et de phases de contact, chacune pouvant être modélisée par un sous-problème linéaire, celui d'une poutre encastree libre (figure III.10, à gauche) et celui d'une poutre encastree-ressort (figure III.10, à droite). La non-linéarité provient de la transition entre ces deux états, lors des phases de mise en contact et d'envol de la poutre. Le comportement dynamique de la poutre sera d'abord calculé numériquement, puis analytiquement, et enfin nous exécuterons une comparaison numérique expérimentale appliquée aux aiguilles testées sur le banc CARNAC (voir chapitre II).

#### III.3.2. Corrélation analytique-numérique

Les problèmes de contacts répétés sont difficiles à résoudre, à cause de la non-linéarité de choc. Pourtant c'est un enjeu industriel dans de nombreux secteurs, tel que la modélisation d'échangeur de chaleur [76, 10], de systèmes ferroviaires [77] ou dans la robotique [78, 79]. Pour pouvoir justifier de la validité d'une approche numérique, une méthode de résolution semi-analytique a été développée et est présentée en annexe B. La méthode est similaire à celle développée par [80], mais en considérant que le contact se fait contre un ressort non-linéaire [81] et en ajoutant un algorithme de recherche du zéro (voir section B) afin d'accélérer fortement les calculs. Elle est considérée comme une référence pour juger des solutions obtenues numériquement.

Le problème de la poutre présenté en figure III.10 est résolu avec la fois avec la méthode de référence semi-analytique et la méthode numérique défini dans la section III.2. L'objectif est d'analyser l'influence du choix des paramètres numériques sur les résultats de calcul. Dans un premier temps, l'influence du choix de la fréquence de troncature sera analysée. La troncature

doit être suffisamment grande pour représenter les hautes fréquences générées par le contact mais ne doit pas rendre le calcul instable. Ensuite nous verrons l'effet du choix du pas de temps, critère important pour s'assurer de la stabilité du schéma d'intégration. Puis nous parlerons du choix de la discrétisation spatiale.

### III.3.2.1. Paramètres d'évaluation

Le problème a été résolu numériquement par éléments finis avec un schéma d'intégration de type différences centrées et en projection sur la base modale sans le contact. Tous les résultats seront observés en fonction du paramètre adimensionnel  $R_k$ , le ratio entre la raideur de choc  $k_c$  et la raideur de flexion  $k_f$ , qui représente la "dureté" du contact.

$$R_k = \frac{k_c}{k_f} = \frac{k_c L^3}{3EI} \quad (\text{III.14})$$

La fréquence de troncature définie à la section III.2.3 a un effet important sur les résultats. Un deuxième terme adimensionnel est défini pour tenir compte du rapport entre la fréquence de troncature choisi et la fréquence du premier mode [82].

$$R_{ftronc} = \frac{f_{tronc}}{f_0} \quad (\text{III.15})$$

$$f_0 = \frac{1,76}{\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}$$

La poutre étudiée est représentative de l'assemblage complet. Sa raideur en flexion est  $k_f = 4,5 \cdot 10^5$  N/m, la masse totale est de  $m = 127$  kg. La figure III.11 montre le déplacement de la tête de la poutre obtenu par le modèle numérique et avec la méthode de référence pour deux valeurs de  $R_{ftronc}$ . Les calculs numériques sont beaucoup plus précis quand un grand nombre de modes est considéré, c'est à dire lorsque  $R_{ftronc}$  est grand (figure III.11-a).

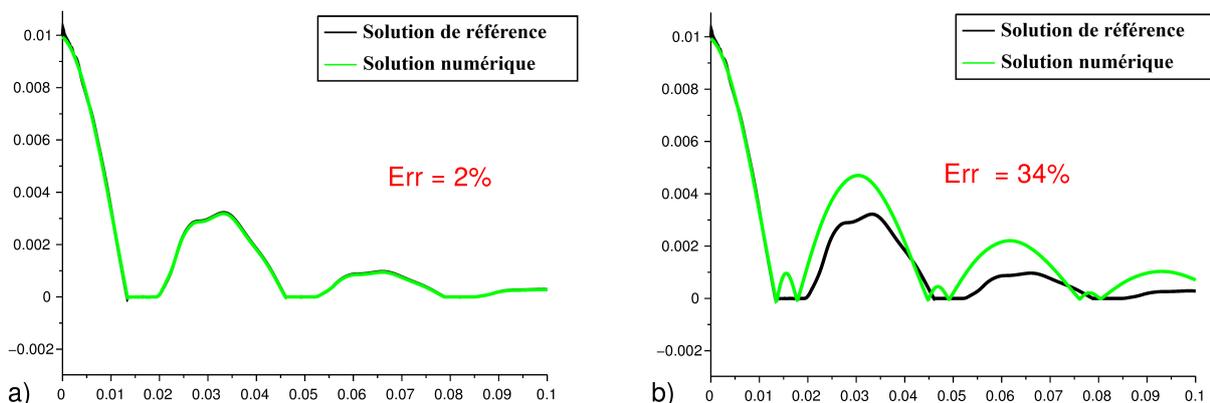


Figure III.11. – Déplacement en bout de poutre pour  $R_k = 3000$ . a)  $R_{ftronc} = 300$  b)  $R_{ftronc} = 10$

La force issue d'un contact est un phénomène extrêmement court, surtout lorsque la raideur

de choc est importante. La figure III.12 montre l'allure du premier contact calculé avec la méthode de référence et avec l'approche éléments finis pour deux valeurs de  $R_{ftronc}$ . Une grande valeur de  $R_{ftronc}$  est nécessaire pour reproduire correctement l'allure de la force de contact.

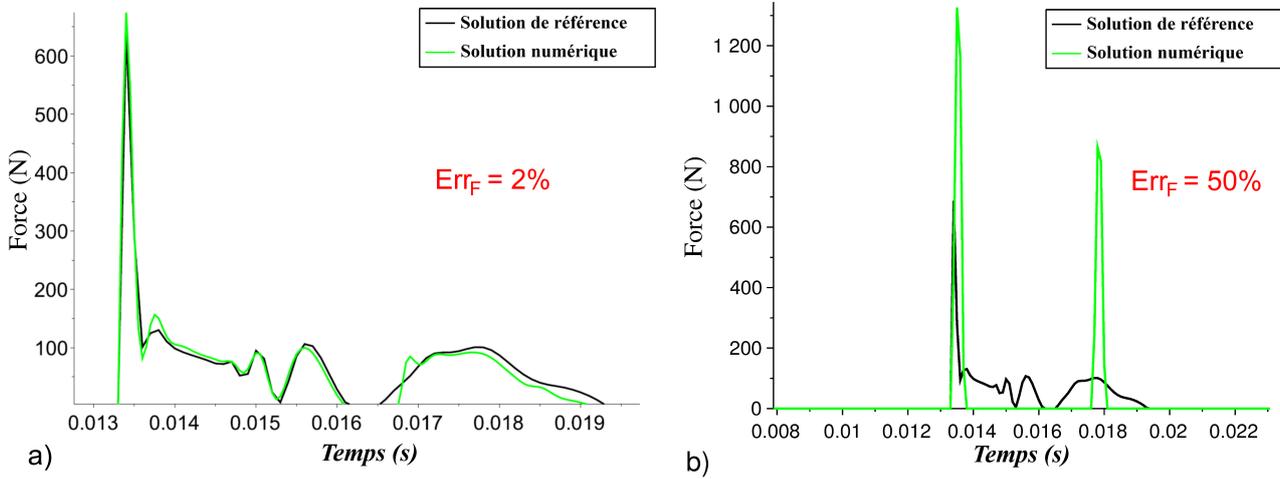


Figure III.12. – Déplacement en bout de poutre pour  $R_k = 3000$ . a)  $R_{ftronc} = 300$  b)  $R_{ftronc} = 10$

Des outils d'évaluation ont été définis pour quantifier les différences entre les résultats du modèle numériques et les résultats de référence. Un indicateur d'erreur  $Err$  est introduit pour évaluer l'erreur entre leur contenu fréquentiel. Il quantifie le rapport entre les densités spectrales de déplacement  $\Gamma_{num}$  et  $\Gamma_{ref}$  issues respectivement du déplacement calculé avec la méthode numérique  $U_{num}$  et le déplacement calculé avec la méthode de référence  $U_{ref}$ . La discrétisation temporelle est la même pour les deux méthodes pour permettre la comparaison. La valeur de  $Err$  varie entre 0% (signaux parfaitement superposés) et 100% (signaux parfaitement distincts).

$$\Gamma_{num} = fft(U_{num})fft(\bar{U}_{num}) \quad \Gamma_{ref} = fft(U_{ref})fft(\bar{U}_{ref})$$

$$Err = \frac{max(|\Gamma_{num} - \Gamma_{ref}|)}{max(|\Gamma_{num}|, |\Gamma_{ref}|)} \quad (III.16)$$

Cette fonction tient compte de la corrélation entre les courbes numériques et les courbes de référence. Par exemple,  $Err = 35\%$  pour la figure III.11-b) tandis qu'elle n'est que de 2% pour la figure III.11-a). Cet indicateur est très sensible aux erreurs d'amplitude et de déphasage, mais prend peu en compte les variations brèves de signal comme les hautes fréquences générées par le contact. C'est pourquoi il est nécessaire de définir un deuxième paramètre d'évaluation sur les forces de contact que l'on nommera  $Err_F$ . Il compare de la même manière les amplitudes maximales des forces de contact calculées numériquement  $F_{num}$  et celles calculées avec la méthode de référence  $F_{ref}$ .

$$Err_F = \frac{max(|F_{num} - F_{ref}|)}{max(|F_{num}|, |F_{ref}|)} \quad (III.17)$$

Ce paramètre est défini entre 0% (pic de force parfaitement représenté) et 100% (pic de force infiniment distinct). Par exemple, l'erreur sur les forces pour les deux cas de la figure III.12 sont respectivement de 2% et 50%. Ces paramètres d'évaluation seront utilisés pour observer l'influence de la troncature modale, du choix du pas de temps et de la discrétisation spatiale. Plusieurs critères existent déjà pour borner le choix de ces paramètres, néanmoins ils sont adaptés à des problèmes linéaires sans choc. Nous verrons par la suite que la stabilité du calcul est aussi dépendante de l'importance de l'intensité de la non-linéarité, c'est à dire du paramètre  $R_k$ . Pour rapprocher cela par un critère physique, nous proposons d'estimer la durée du choc au niveau du point de contact.

### III.3.2.2. Estimation de la durée de contact

La valeur de la rigidité de contact et de la raideur en flexion de la poutre vont jouer sur la durée du choc. Plus la valeur de  $R_k$  sera grande, plus le choc sera rapide et nécessitera une discrétisation temporelle fine et une grande fréquence de troncature. L'estimation du temps de contact pour une structure avec un grand nombre de degrés de liberté est complexe et à notre connaissance très peu étudiée [83]. Il est nécessaire de faire certaines hypothèses. Dans le cas de la poutre encasté-ressort étudiée ici, il sera d'abord supposé que seul le premier mode encasté-ressort influera sur la durée du choc. Cela revient à considérer que les modes supérieurs ne sont pas susceptibles de faire décoller la poutre. Cette hypothèse se vérifie sur des chocs relativement mous ( $R_k < 10$ ). Pour déterminer le temps de contact avec cette hypothèse, il est donc nécessaire de calculer la valeur de la première pulsation de la base modale encasté-ressort. Pour cela, la méthode de Rayleigh Ritz est utilisée [84]. A noter qu'il est aussi possible de trouver des solutions approchées des pulsations d'une poutre encasté-ressort numériquement [85], mais nous en chercherons plutôt une expression formelle. Pour un problème conservatif, le ratio entre l'énergie potentielle maximale et l'énergie cinétique maximale est égale à :

$$\frac{E_{pmaxi}}{E_{cmaxi}} = 1, \quad (\text{III.18})$$

Les énergies cinétiques et potentielles maximales peuvent être exprimées en fonction de la déformée modale  $U_i$  dans le cas de la poutre encasté ressort, avec  $S$  la section de la poutre,  $V$  son volume, et  $A$  une constante :

$$\begin{aligned} E_{pmaxi} &= A^2 \left[ \int (ES \left( \frac{\partial U_i}{\partial x} \right)^2 dV) + k_c U_i(L)^2 \right] \\ E_{cmaxi} &= \omega^2 A^2 \int \left( \frac{\rho}{2} U_i^2 dV \right) \end{aligned} \quad (\text{III.19})$$

A partir des équations III.18 et III.19, il est possible d'exprimer la pulsation  $\omega_i$ .

$$\omega_i^2 = \frac{\int (ES \left( \frac{\partial U_i}{\partial x} \right)^2 dV) + k_c U_i(L)^2}{\int \left( \frac{\rho}{2} U_i^2 dV \right)} \quad (\text{III.20})$$

La déformée modale du premier mode  $U_1$  peut être approché par la déformée statique de la poutre soumise à un chargement réparti. Le détail de l'obtention de cette déformée est donnée en annexe D. En insérant l'expression de  $U_1$  dans l'équation III.20, on obtient :

$$\omega_1^2 = \frac{1512k_f}{m} \frac{R_k^2 + 15(R_k + 1)}{19R_k^2 + 459R_k + 5436} \quad (\text{III.21})$$

Le temps de choc estimé  $dt_{c1}$  à partir du premier mode encastéré-ressort est donc égal à :

$$dt_{c1} = \pi \sqrt{\frac{m}{1512k_f} \frac{19R_k^2 + 459R_k + 5436}{R_k^2 + 15(R_k + 1)}} \quad (\text{III.22})$$

L'expression III.22 donne une bonne estimation de la durée du contact si  $R_k$  est faible. Mais lorsque la raideur  $k_c$  devient grande, l'expression de  $dt_{c1}$  devient indépendante de  $R_k$ <sup>1</sup> donc de la raideur de contact, or ce n'est pas ce que l'on observe avec les résultats du modèle semi-analytique. Une nouvelle durée de choc  $dt_{c2}$  est introduite, correspondant au temps de choc d'une masse  $m_1$  impactant un ressort de raideur  $k_c$ .

$$dt_{c2} = \pi \sqrt{\frac{m_1}{k_c}} \quad (\text{III.23})$$

Pour aboutir à ce temps de choc, on fait l'hypothèse que la poutre peut-être réduite à une masse ponctuelle et l'on néglige les effets de flexion. Dans le cas où la raideur de flexion est significative vis à vis de la raideur du ressort, cette hypothèse n'est plus valable. La masse considérée choisie  $m_1$  est égale à 3/8 de la masse totale de la poutre, ce qui correspond à la force de réaction sur le ressort pour le problème statique de la poutre soumis à un chargement réparti. Le temps de choc considéré sera le minimum des deux valeurs  $dt_{c1}$  et  $dt_{c2}$  et est représenté sur la figure III.14.

$$dt_c = \min(dt_{c1}, dt_{c2}) \quad (\text{III.24})$$

Une estimation de  $dt_{c1}$  et  $dt_{c2}$  a aussi été réalisée à l'aide de la méthode de référence décrite à l'annexe B. Deux valeurs de temps de choc  $dt_{c1_{ref}}$  et  $dt_{c2_{ref}}$  ont été relevés, correspond respectivement à la durée du 1er choc et à la durée du premier pic du choc. (voir figure III.13). A noter que durant le temps de choc de durée  $dt_{c1}$ , on peut observer de très courts décollements comme sur la figure III.13 qui sont dus aux vibrations locales de la poutre au niveau du contact, mais l'intégralité de la poutre ne rebondit qu'après le temps  $dt_{c1}$ .

Les résultats sont indiqués sur la figure III.14. Les temps mesurés avec la méthode de référence sont en adéquation avec les formulations des équations III.22 et III.23, les temps de choc sont donc bien estimés par ces formules.

---

1. lorsque  $R_k \rightarrow \infty$ ,  $dt_{c1} = \pi \sqrt{\frac{19m_1}{1512k_f}}$ .

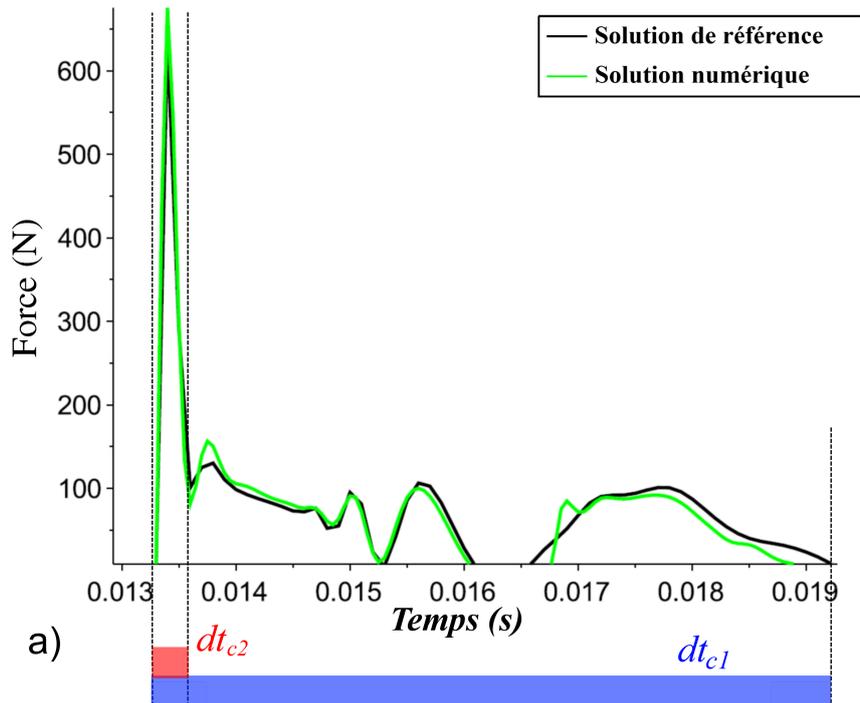


Figure III.13. – Estimation des temps  $dt_{c1}$  et  $dt_{c2}$  à l'aide des efforts de choc calculés avec la méthode de référence,  $R_k = 3000$

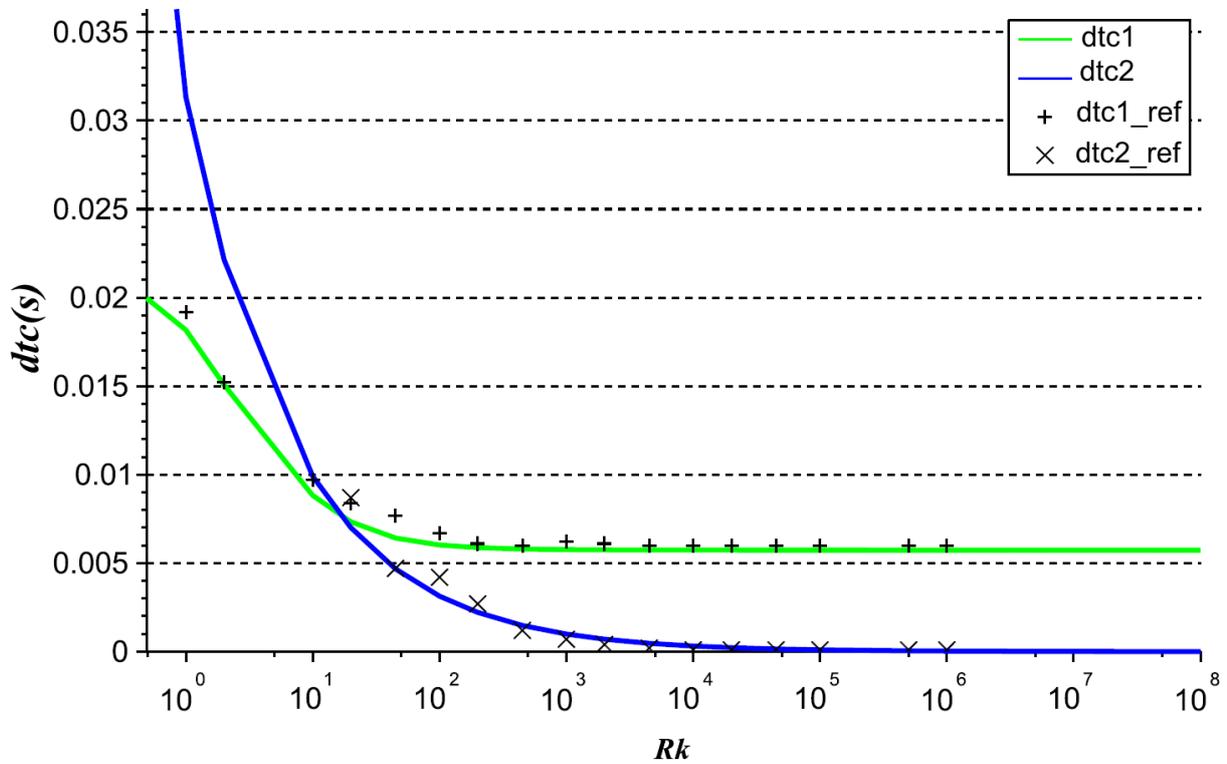


Figure III.14. – Temps de choc estimé d'une poutre encastéré impactant sur un ressort

La fréquence du choc est égale à  $1/2dt_c$ . Pour modéliser des phénomènes se déroulant dans la durée du contact, la fréquence de troncature doit être plus grande que la fréquence du choc (arbitrairement un facteur 8 est utilisé).

$$f_{tronc} > \frac{4}{dt_c} \quad (\text{III.25})$$

De plus, le schéma explicite impose un critère sur la fréquence de troncature pour éviter la divergence [54]

$$f_{tronc} < \frac{1}{4dt} \quad (\text{III.26})$$

Le pas de temps doit être choisi en fonction de la fréquence de troncature lorsque les relations III.25 et III.26 sont respectées

$$dt < \frac{dt_c}{16} \quad (\text{III.27})$$

Nous verrons dans les sections III.3.2.3 et Influence de la discrétisation temporelle si ces critères permettent bien de justifier de la stabilité et de la précision du calcul numérique.

### III.3.2.3. Influence de la fréquence de troncature

Nous allons étudier ici l'influence de la troncature modale sur la précision de la réponse du calcul numérique. La réponse du modèle éléments finis est comparé à chaque fois à la solution de référence éléments finis. Lorsque l'on augmente le nombre de modes pris en compte dans le calcul éléments finis, le calcul est plus précis mais plus long et risque d'être instable. Un schéma aux différences centrées est utilisé. Les fonctions  $Errr$  et  $Errr_F$  sont tracées sur la figure III.15 et III.16 en fonction du ratio de raideur  $R_k$  et de la troncature modale  $R_{ftronc}$ . Le pas de temps utilisé et le nombre d'éléments sont  $dt = 5.10^{-5}s$  et  $n_{elem} = 150$ .

Les lignes pointillées verticales correspondent au critère III.25 également inscrite dans le tableau. On déduit  $R_{k-maxi}$  des expressions de  $dt_{c1}$  et  $dt_{c2}$  aux équations III.22 et III.23. Pour une faible fréquence de troncature ( $R_{ftronc} = 10$ ) et un ratio  $R_k$  autour de  $10^3$ , l'indicateur  $Errr$  est d'un peu près 34%. Cet écart représente une surestimation de l'amplitude du rebond d'environ 30 et un décalage en fréquence (voir figure III.11). Avec une fréquence de troncature plus haute, les réponses de référence et issus du modèle numérique sont plus ou moins confondus puisque l'indicateur  $Errr$  est voisin de zéro. Lorsque  $R_k$  est très grand ( $R_k > 10^5$  ici, cette valeur est dépendante du pas de temps choisi), le calcul diverge à cause de l'importance de la non-linéarité de choc. Les lignes pointillées verticales représentent l'inégalité III.25 pour les différentes valeurs de  $R_{ftronc}$ . Lorsque la fréquence de troncature utilisée ne respecte pas cette équation, le modèle numérique diverge de la solution de référence. Cette équation est un bon critère pour définir la valeur minimale de la fréquence de troncature à utiliser avec une certaine marge. Les forces sont dérivées trois fois par rapport au déplacement donc on s'attend à une sensibilité très importante des efforts. Le ratio des efforts  $Errr_F$  est tracé sur la

figure III.12.

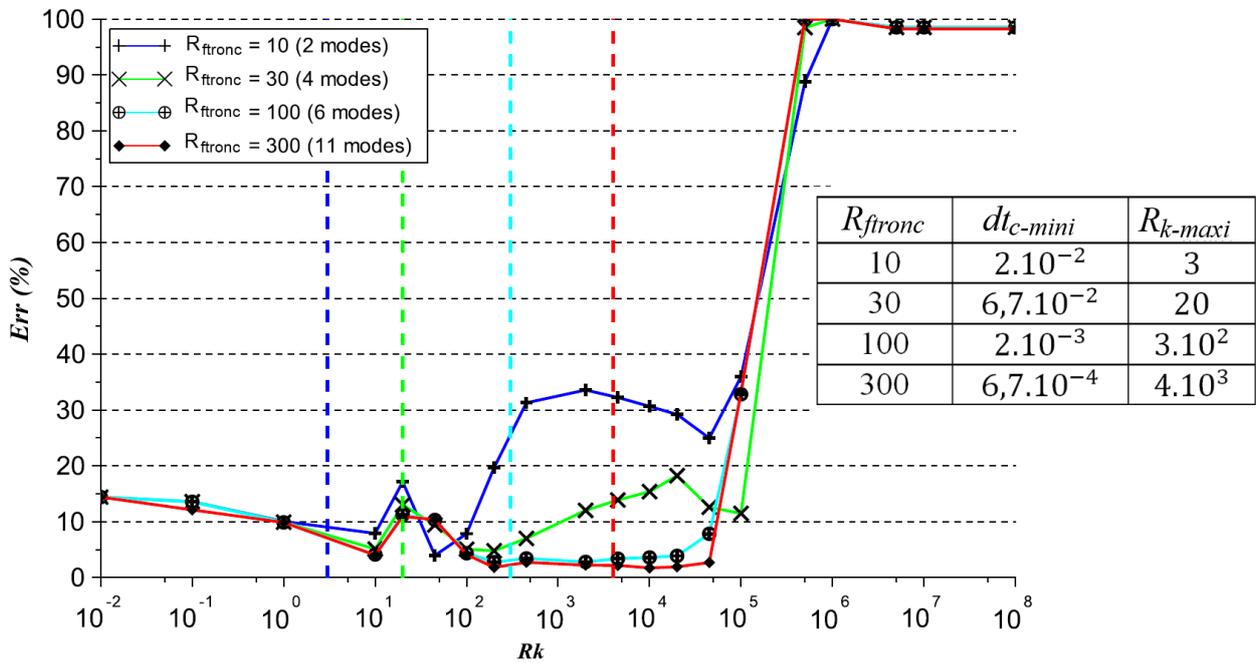


Figure III.15. –  $Err$  suivant la troncature modale

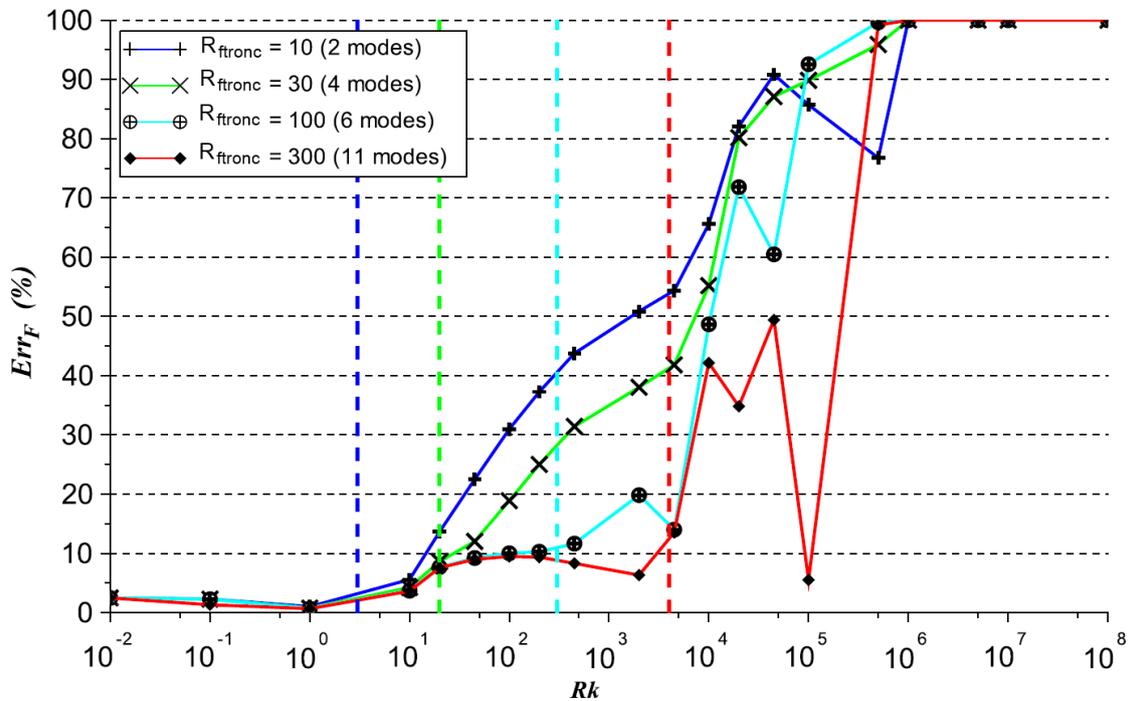


Figure III.16. –  $Err_F$  suivant la troncature modale

La force de contact est globalement bien calculée pour des  $R_k$  faibles ( $R_k < 50$ ) mais

l'indicateur  $Err_F$  devient moins bon lorsque  $R_k$  augmente. Une fréquence de troncature  $R_{fttronc} > 300$  est nécessaire pour minimiser l'erreur pour  $R_k < 3.10^3$ . Le respect du critère III.25 permet de limiter l'erreur en force à moins de 15%. Le critère est donc bien adapté pour limiter l'erreur sur l'estimation de l'effort de contact.

### III.3.2.4. Influence de la discrétisation temporelle

De la même façon, nous étudions l'influence du choix du pas de temps sur la réponse du modèle numérique. Le pas de temps "idéal" est le plus grand pas de temps assurant une stabilité inconditionnelle et la précision du calcul numérique. Une fréquence de troncature importante ( $R_{fttronc} = 300$ ) et un grand nombre d'éléments ( $n_{elem} = 150$ ) sont utilisés pour ces calculs. Le critère III.27 est donné sur le graphe pour chaque pas de temps avec des traits verticaux pointillés et dans le tableau.

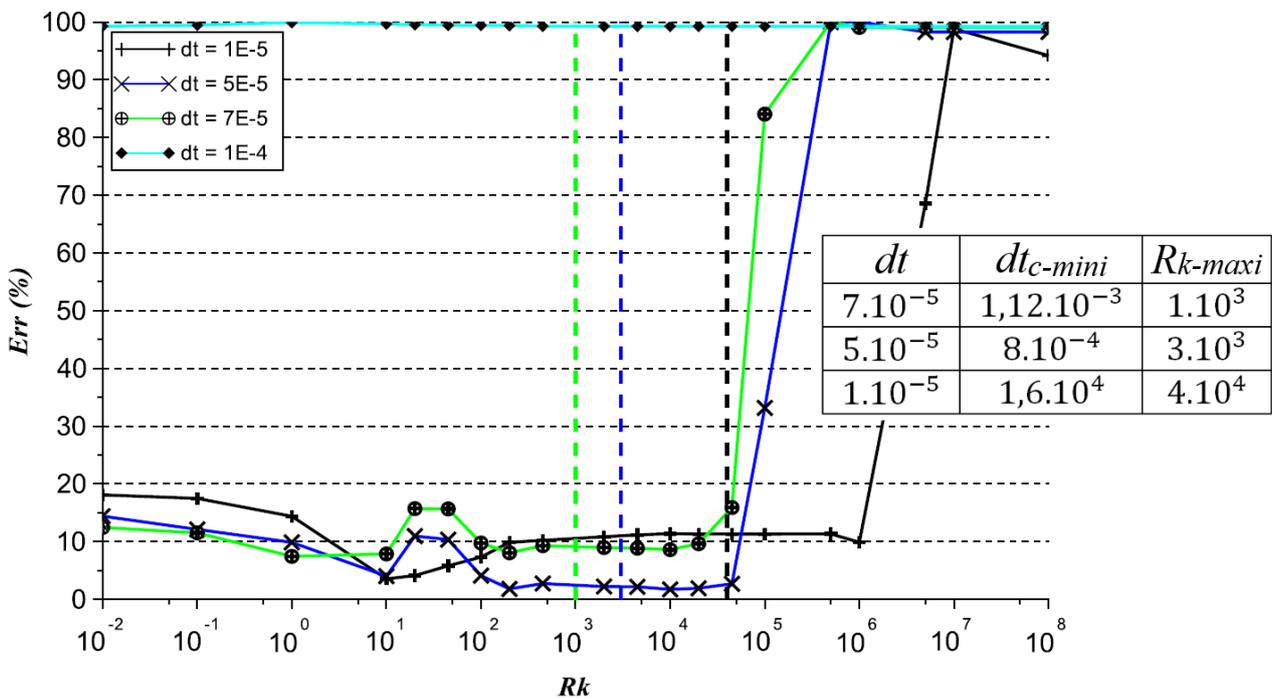


Figure III.17. –  $Err$  suivant le pas de temps

Lorsque le pas de temps  $dt$  est trop grand, le calcul diverge indépendamment de la valeur de  $R_k$ . Ceci est dû à l'instabilité du schéma aux différences centrées qui s'exprime pour le pas de temps de la même façon que pour la fréquence de troncature (equation III.26). Lorsque la structure est amortie, ce critère peut ne pas être parfaitement respecté. L'indicateur  $Err$  est tracé sur la figure III.17. Pour  $dt = 1.10^{-4}s$ , le pas de temps ne vérifie pas le critère III.26, donc le calcul diverge et l'erreur est maximale quelque soit la valeur de  $R_k$ . Pour les autres valeurs de  $dt$ , les résultats numériques sont similaires à la référence (l'indicateur  $Err$  est inférieur à 20%), mais la correspondance diverge pour des hauts  $R_k$ . Un pas de temps inférieur ou égal à  $7.10^{-5}s$  permet une bonne évaluation des déplacements pour  $R_k > 10^4$ , même si le

critère III.25 n'est pas vérifié. Mais lorsque ce critère n'est pas vérifié, les efforts de contact sont mal évalués (voir figure III.18).

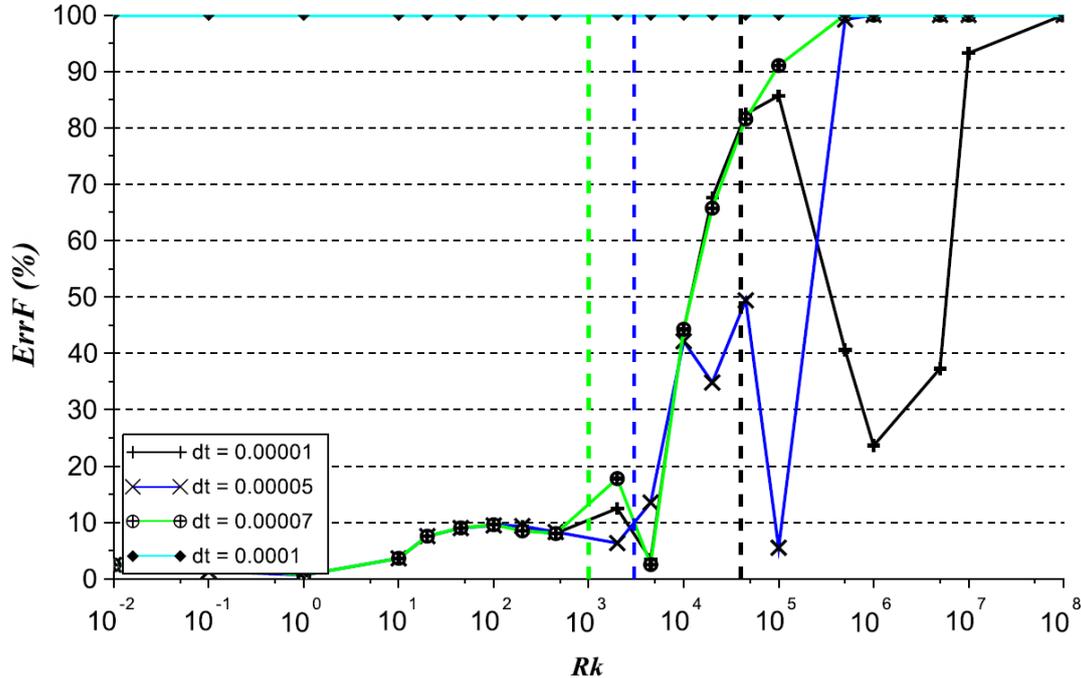


Figure III.18. –  $Err_F$  suivant le pas de temps

### III.3.2.5. Influence de la discrétisation spatiale

La modélisation éléments finis requiert une discrétisation spatiale de la géométrie en un certain nombre d'éléments. Dans la plupart des cas, un nombre d'éléments plus important augmente la précision du calcul mais aussi son coût. Cependant, des calculs réalisés pour plusieurs discrétisations ont montré que le déplacement et la force de contact sont très marginalement impactés par le choix de la taille des éléments, tant que le critère III.28 présent dans la littérature est respecté [86].  $dx$  est la taille du plus petit élément fini,  $\lambda$  la plus petite longueur d'onde susceptible de traverser la poutre, et  $c_f$  la vitesse des ondes de flexion dans la poutre. Ce critère exprime le fait que la discrétisation spatiale doit permettre de représenter la propagation d'une onde de flexion de fréquence  $f_{tronc}$  avec au moins 4 éléments.

$$dx < \frac{\lambda}{4} = \frac{c_f}{4f_{tronc}} \quad (III.28)$$

$$c_f = \sqrt{2\pi f_{tronc} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}}}$$

Les éléments doivent être suffisamment petits sinon il y a un risque d'erreur. Au delà de cette valeur, la comparaison de la solution numérique avec la solution de référence a montré

qu'il n'y avait pas d'effet de ce paramètre sur l'estimation du déplacement et de la force au point de contact.

### III.3.3. Méthodologie de choix des paramètres numériques

En résumé, pour un calcul de dynamique avec choc réduit sur base modale, le choix de la fréquence de troncature est de première importance. Lorsque la rigidité de choc est grande par rapport à la rigidité de flexion de la structure, il est nécessaire d'augmenter la fréquence de troncature pour respecter la valeur limite de ce paramètre donnée par l'équation III.25. Une fois que la fréquence de troncature a été définie, le choix du pas de temps s'en déduit directement : il doit suivre l'équation III.27. Pour observer des phénomènes très rapides, une valeur de pas de temps plus petite est utilisable sans préjudice sur la stabilité du calcul, mais les résultats ne seront pas plus précis. Enfin, la discrétisation spatiale du maillage doit être choisie en fonction de la fréquence de troncature mais a un effet mineur sur la stabilité et la précision du problème. La méthodologie de choix des paramètres numériques pour une simulation dynamique avec chocs sur base modale doit suivre les étapes indiqués dans la table III.2.

Etape	Description	Critère
1	Estimation de la durée de choc $dt_c$	
2	Choix de la troncature modale $f_{tronc}$	$f_{tronc} > 4/dt_c$
3	Choix du pas de temps $dt$	$dt < 1/16dt_c$
4	Choix de la discrétisation spatiale $dx$	$dx < c_{bend}/4f_{tronc}$

Table III.2. – Méthodologie

On peut appliquer cette méthode à des cas utilisés étudiés dans la littérature. Yin [80] étudie le cas d'un compresseur assimilable d'une poutre de longueur  $L = 10,6mm$ , de largeur  $l = 25,4mm$  et d'épaisseur  $e = 51mm$ . Son module d'Young est de  $\rho = 7500kg/m^3$  et son module d'Young  $E = 1,45.10^{11}N/m^2$ . Cette poutre de petite dimension et très rigide en flexion impacte contre une barre de rigidité  $1,08.10^6N/m$ . Le rapport  $R_k$  de ce système est  $R_k = 10,6$ . A partir du critère énoncé dans le tableau III.2, on trouve un critère sur la fréquence de troncature de  $f_{tronc} > 1,51MHz$ . Cela correspond environ au 50ème mode de la poutre, et correspond à la troncature modale pour laquelle les résultats commencent à converger en terme d'estimation des efforts de contacts (voir figure III.19).

Le critère sur la fréquence de troncature permet donc d'assurer une précision satisfaisante des résultats.

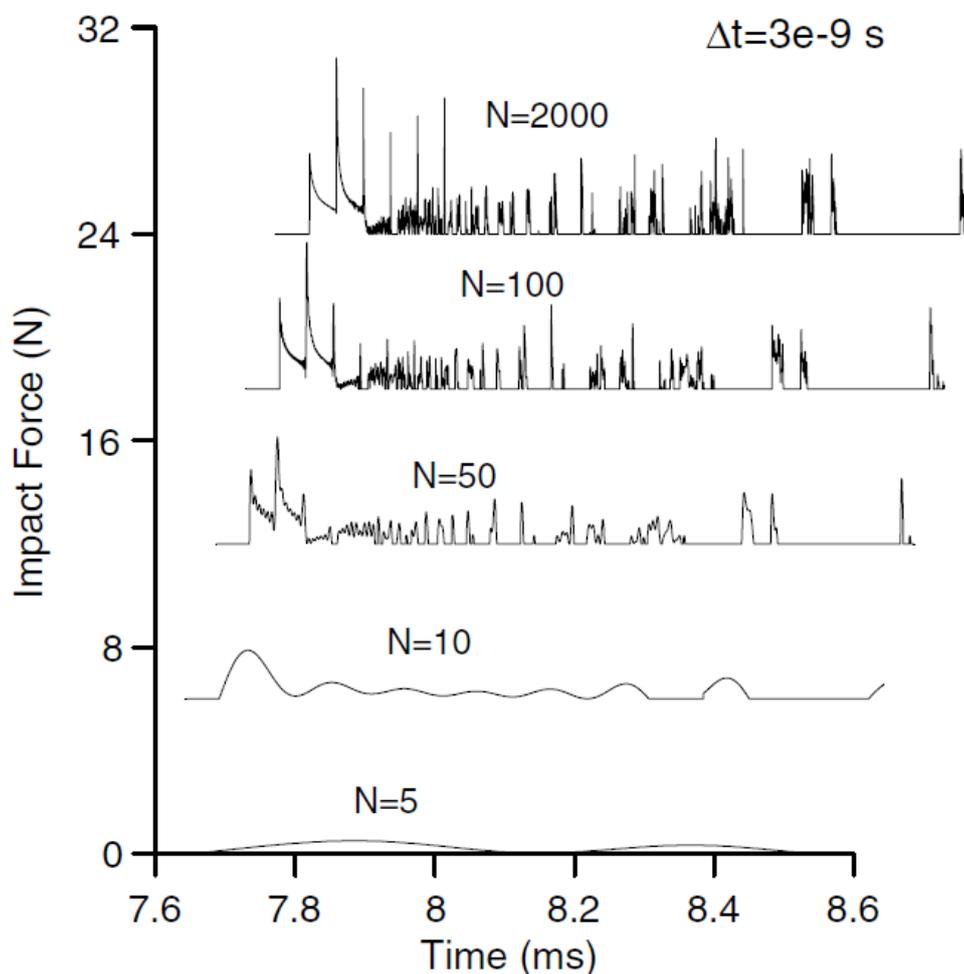


Figure III.19. – Historique des efforts de contact suivant le nombre de mode prise en compte [80]

### III.3.4. Comparaison numérique-expérimental

La méthode numérique exprimée à la section III.2 a été utilisée pour modéliser l'aiguille testée sur le banc CARNAC. Les essais de la 1<sup>ère</sup> campagne présentés à la section II.2.4 ont été reproduits avec trois longueurs libres, 600,700 et 800mm. La vitesse mesurée et la force de contact sont comparées.

L'amortissement modal choisi en numérique est un amortissement visqueux de 3% représentant au mieux les frottements de Coulomb intervenant lors du choc. Comme vu dans la section II.2.3.2, l'amortissement réel de l'aiguille diminue lorsque l'amplitude des oscillations diminue, donc l'amortissement du modèle numérique sera largement surestimé après quelques rebonds. Les éléments finis choisis sont des éléments finis de Timoshenko avec un coefficient de cisaillement de 0,5, pour les raisons exprimées à la section III.2.2. Une inertie quadratique variable représentative du fil enroulé en hélice autour de la gaine a aussi été ajoutée dans les caractéristiques des éléments. Le contact est traité par pénalisation. L'allure de

la loi a été conçue afin d'être adaptée aux formes particulières des objets en contact. Cette loi sera décrite dans la partie application à la section V.1. Enfin, les paramètres numériques ont été choisis en accord avec les critères présentés dans la table III.2. Le tableau III.3 présente la méthodologie de choix des paramètres numériques appliquée aux problèmes des aiguilles expérimentales avec les valeurs des critères pour les trois longueurs libres considérées. La fréquence de troncature est choisie très proche de son critère afin d'accélérer les calculs. Le pas de temps est choisi très inférieur à son critère pour pouvoir comparer entre les résultats numériques et expérimentaux sur des intervalles de temps courts.

Etape	Critère			Valeur choisie
	$l_0 = 600mm$	$l_0 = 700mm$	$l_0 = 800mm$	
1	$dt_c = 1,04.10^{-3}s$	$dt_c = 0,83.10^{-3}s$	$dt_c = 0,068.10^{-3}s$	
2	$f_{tronc} > 3846Hz$	$f_{tronc} > 4819Hz$	$f_{tronc} > 5882Hz$	$f_{tronc} = 6000Hz$
3	$dt < 6,5.10^{-5}s$	$dt < 5,1.10^{-5}s$	$dt < 4,2.10^{-5}s$	$dt = 1.10^{-5}s$
4		$dx < 0,3m$		$dx = 0,042m$

Table III.3. – Applications numériques de la méthodologie de choix des paramètres numériques

La figure III.20 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux sur le banc CAR-NAC et les résultats issus de la modélisation éléments finis pour les trois longueurs libres d'aiguilles, ce qui correspond à 3 valeurs de  $R_k$  pour les aiguilles avec pastilles postiches en molybdène. L'amplitude et l'allure des vitesses sont très bien représentées par la modélisation éléments finis. On observe néanmoins plus de différences à partir des 3ème et 4ème rebonds qui sont principalement dues à la modélisation approchée et surévaluée de l'amortissement.

La comparaison entre les efforts de choc est donnée figure III.21. L'estimation de la force de choc maximale est très bonne pour toutes les valeurs de  $R_k$  étudiées.

La figure III.22 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux et les calculs éléments finis pour l'intégralité des essais en utilisant les indicateurs  $Err$  et  $Err_F$  définis dans la section III.3.2.1. Avec les paramètres de référence indiqués dans le tableau III.3, les indicateurs sont extrêmement faibles (<20%). La méthode numérique est donc bien adaptée pour modéliser le comportement des aiguilles combustibles. Des calculs ont été effectués avec une fréquence de troncature plus faible qui ne vérifie pas le critère ( $f_{tronc} = 2000Hz$ ). Avec cette fréquence de troncature, le modèle numérique reproduit moins bien les résultats du modèle de référence (points verts), notamment sur l'estimation de l'effort de contact. De même, en ne tenant compte que de la partie linéaire de la loi de contact, l'estimation des efforts de choc est beaucoup moins bonne, ce qui justifie la loi complexe décrite dans la section V.1.

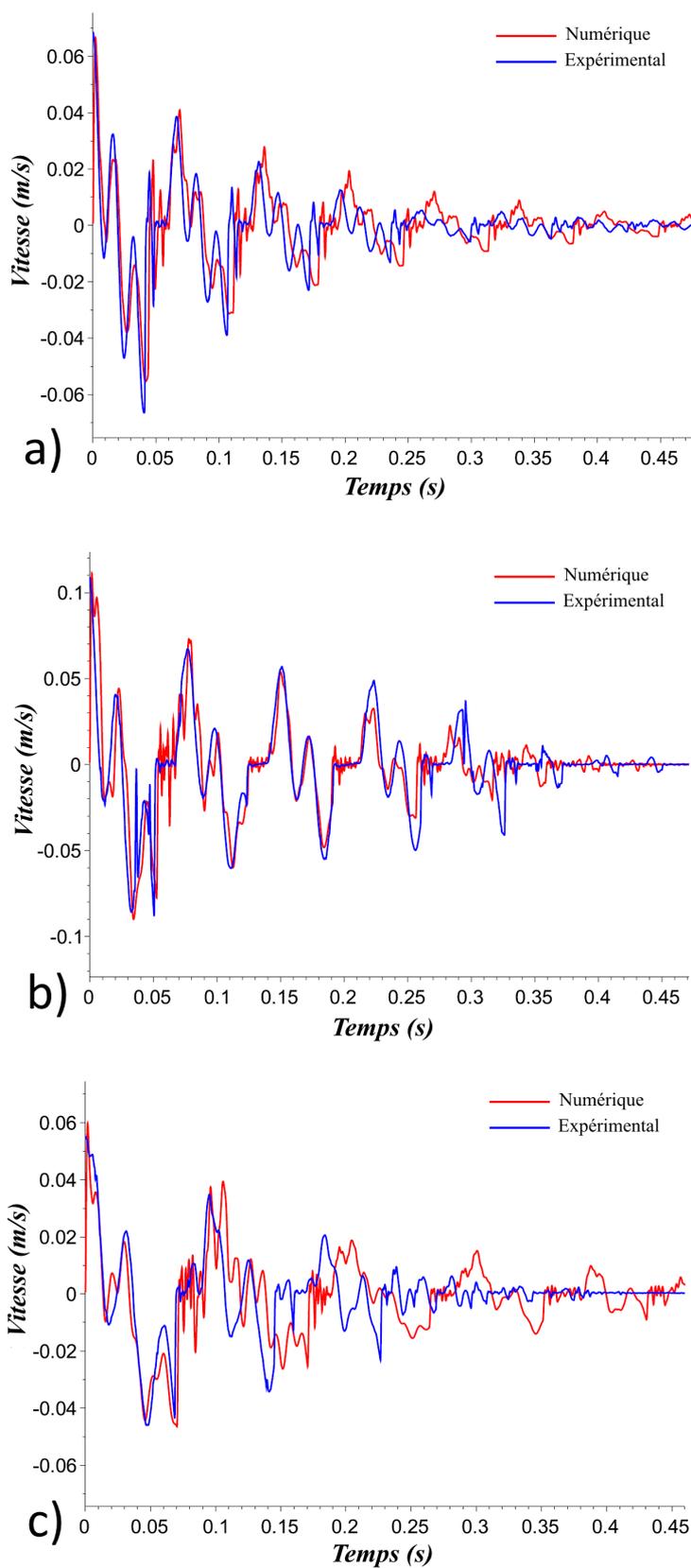


Figure III.20. – Comparaison numérique expérimentale sur les vitesses pour // a)  $R_k = 900$ , b)  $R_k = 1430$ , c)  $R_k = 2130$

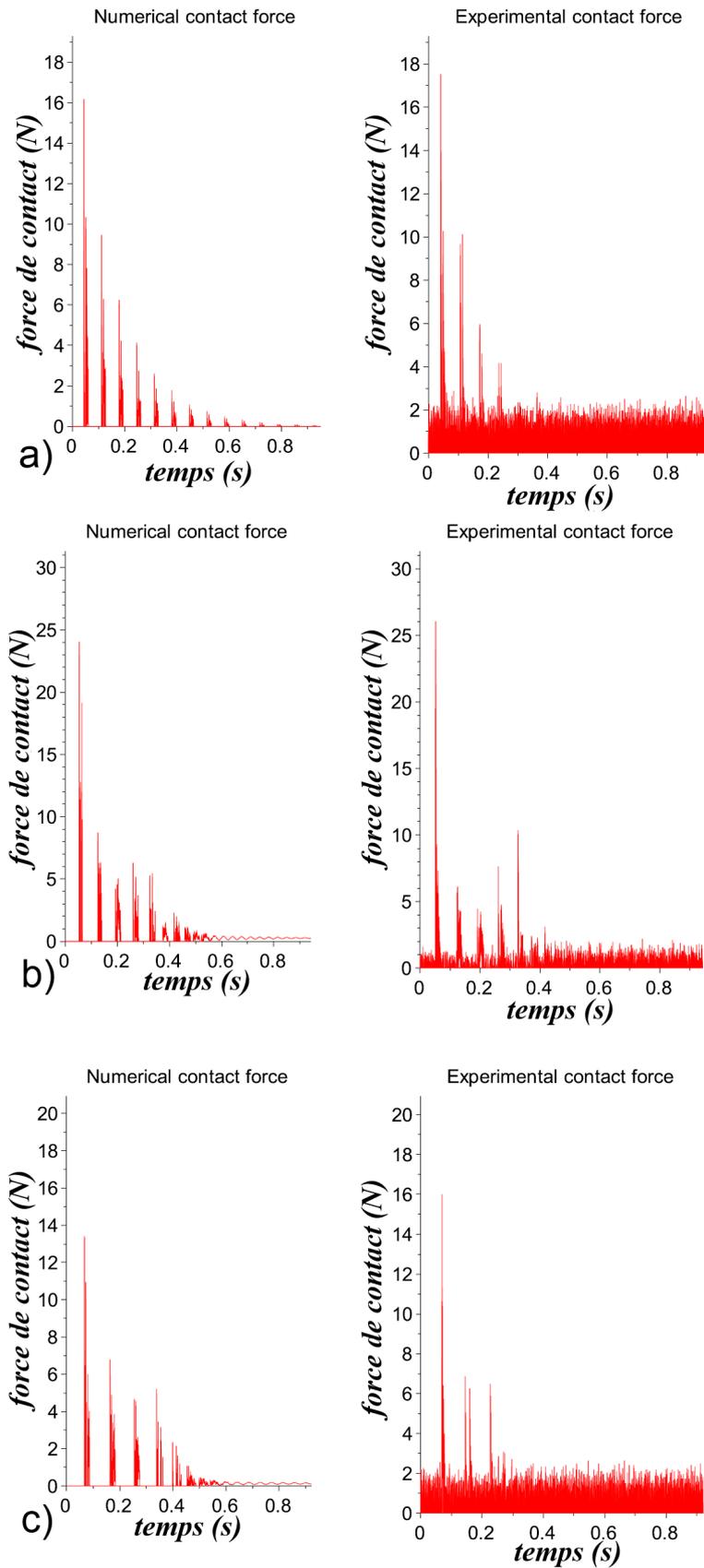


Figure III.21. – Comparaison numérique expérimentale sur les forces pour // a)  $R_k = 900$ , b)  $R_k = 1430$ , c)  $R_k = 2130$

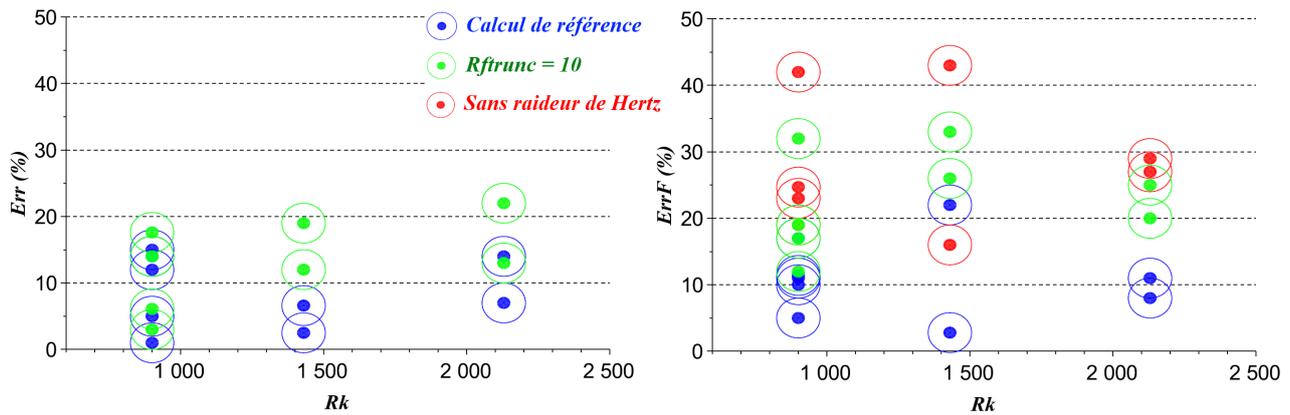


Figure III.22. – Indicateurs  $Err$  et  $Err_F$  entre les résultats expérimentaux et les calculs éléments finis. En bleu les calculs ont été réalisés avec les valeurs de références, en vert la fréquence de troncature a été abaissée de telle sorte que  $R_{ftrunc} = 100$  et en rouge la loi de contact a été linéarisée

### III.4. Conclusion du chapitre

Une méthode numérique est proposée pour modéliser un problème dynamique avec de nombreux contacts. Elle consiste en l'utilisation d'un schéma d'intégration explicite, d'une réduction sur base modale et d'une gestion des contacts par pénalisation. Une estimation analytique des temps de choc a permis de définir certains critères de choix des paramètres numériques, notamment la fréquence de troncature modale. La méthode numérique est comparée à une approche semi-analytique sur le problème d'une poutre encastree impactant sur un ressort et il a été vérifié que la méthodologie de choix des paramètres numériques était appropriée. La méthode numérique a aussi été comparée à des résultats expérimentaux pour un contact unique et donne de très bon résultats sur la vitesse de l'aiguille et l'estimation des efforts de contacts, même pour des contacts très "durs" (avec un rapport entre le raideur de choc et la raideur de flexion supérieur à 2000). On peut maintenant appliquer la méthode à des problèmes plus complexes avec plusieurs chocs.

# ANALYSE DE PROBLÈMES MULTICONTACT

---

“ Facts do not cease to exist because they are ignored. ”

Aldous Huxley, *Complete Essays*, 1926

## Sommaire

---

IV.1	Modélisation éléments finis d'une rangée d'aiguilles	<b>92</b>
IV.1.1	Description du modèle numérique	92
IV.1.2	Intérêts et limites	93
IV.1.3	Description de la sollicitation	93
IV.1.4	Analyse des résultats	94
IV.2	Modèle analytique multicontact	<b>101</b>
IV.2.1	Description du modèle	101
IV.2.2	Intérêts et limites	103
IV.2.3	Identification de temps caractéristiques	104
IV.2.4	Analyse de l'effet du jeu	105
IV.3	Conclusion du chapitre	<b>114</b>

---

## IV.1. Modélisation éléments finis d'une rangée d'aiguilles

On souhaite en premier lieu réaliser des calculs dynamiques sur un modèle simplifié mais néanmoins représentatif de l'assemblage combustible afin de tester la méthode numérique et identifier des phénomènes physiques apparaissant dans ce genre de structure.

### IV.1.1. Description du modèle numérique

Il a été choisi de ne modéliser qu'une rangée d'aiguilles dans l'assemblage pour limiter le nombre de degrés de liberté. Les aiguilles sont modélisées par des poutres de Timoshenko avec un coefficient de cisaillement de 0,5 (voir section III.2.2). Le tube hexagonal est modélisé complètement avec des éléments coques pour permettre de reproduire fidèlement sa déformée d'ovalisation. Le pied est modélisé par un simple maillage de poutre dans l'axe de l'assemblage. La grille est représentée avec des éléments coques et lie ensemble le TH, les aiguilles et le pied. Le maillage est illustré sur la figure IV.1.

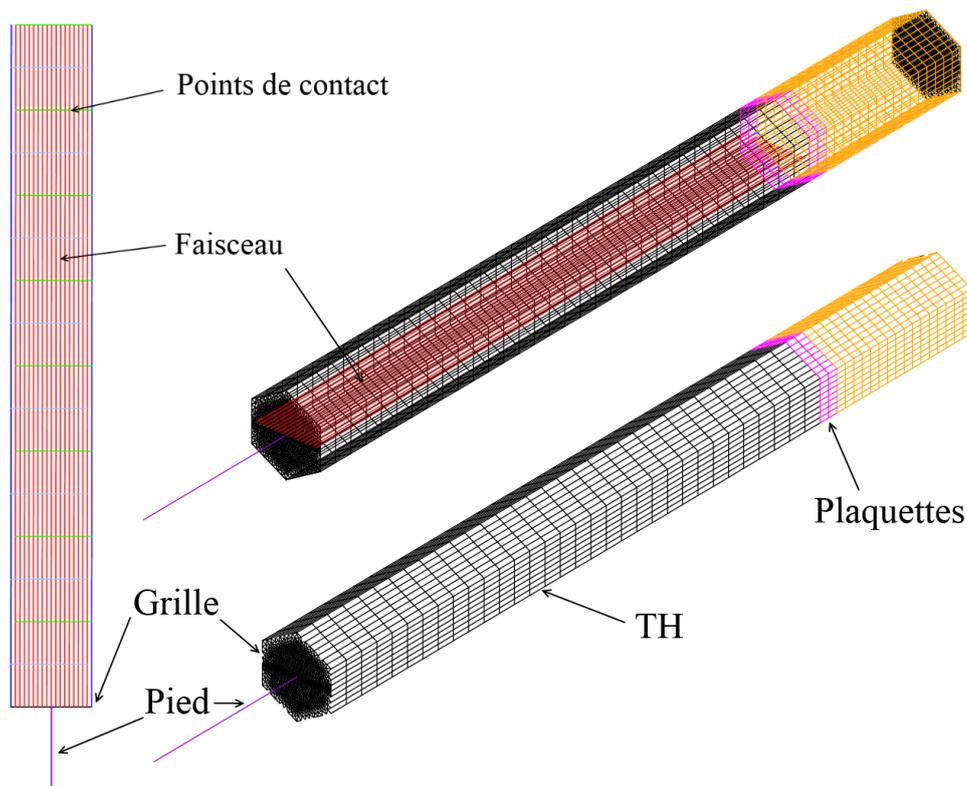


Figure IV.1. – Maillage du modèle éléments finis avec une rangée d'aiguille

Ce maillage possède un peu plus de 5000 nœuds et 250 zones de contact. La rangée d'aiguilles étudiée a été placée entre deux faces du tube hexagonal, bien que dans l'assemblage complet, la seule rangée alignées de 17 aiguilles se trouvent entre deux coins du TH. L'ovalisation du tube hexagonal va avoir un effet majeur sur les efforts de contacts dans le faisceau,

puisque la réduction de diamètre au niveau de la section ovalisée va forcer les aiguilles à entrer en contact. Le choc se fait au milieu d'une face plane du TH, le tube va donc se déformer majoritairement sur les faces planes. Il a donc été choisi de représenter plutôt une rangée fictive entre plat pour être conservatif du point de vue des efforts.

Le point inférieur du pied est bloqué. Le TH, l'extrémité supérieure du pied et les extrémités inférieures des aiguilles sont encastrés dans la grille. L'extrémité supérieure des aiguilles est libre. Une grille supérieure vient limiter l'ovalisation du haut du TH. Elle représente la rigidité transversale apporté par les parties de l'assemblage tronquée. Le calcul est exécuté avec le code éléments finis Cast3m et les paramètres du système sont représentatifs des essais BELIER présentés en introduction (section I.3.2).

### IV.1.2. Intérêts et limites

La représentativité du modèle réduit est discutable. Dans l'assemblage réel, les contacts sont beaucoup plus nombreux (de l'ordre de 15000) et sollicitent chacune des aiguilles dans les douze directions décrits dans la section I.1.4. De plus les contacts sont localisés tous les sixièmes d'un pas de fil. Les aiguilles représentées dans le modèle réduit seront donc beaucoup moins contraintes qu'en réalité. De plus, entre deux faces de l'assemblage, les aiguilles ne sont pas alignées (voir la figure I.6 dans l'introduction), la direction des contacts n'est donc pas respectée. Néanmoins, cette approche permet de réaliser des calculs rapides du fait du nombre limité de contacts et de degrés de liberté et va permettre d'étudier finement la propagation des ondes de chocs.

### IV.1.3. Description de la sollicitation

Les essais simulés sont du type de l'essai BELIER présenté à la section I.3.2. L'assemblage est initialement fléchi à une amplitude  $d_1$ . Puis l'assemblage est relâché sur une butée fixe à la hauteur des plaquettes. L'allure du déplacement et de l'effort imposés à l'ensemble de l'assemblage sont représentés figure IV.2.

La phase de flexion initiale est non-linéaire, puisque les contacts sont susceptibles de s'activer, les aiguilles ayant tendance à se rapprocher de la partie du TH du côté de la flexion. Pour simuler cette phase, le même modèle numérique dynamique a été utilisé, mais avec un amortissement conséquent ( $\xi = 80\%$ ) et une force imposée en trapèze (voir figure IV.2). L'effort  $F_{stat}$  correspond à l'effort statique nécessaire pour déplacer l'assemblage d'une distance  $d_1$  au niveau des plaquettes. Une fois la phase de flexion achevée, l'effort est relâché, l'assemblage retourne en position verticale et vient impacter contre la butée. Il effectue ensuite éventuellement plusieurs rebonds.

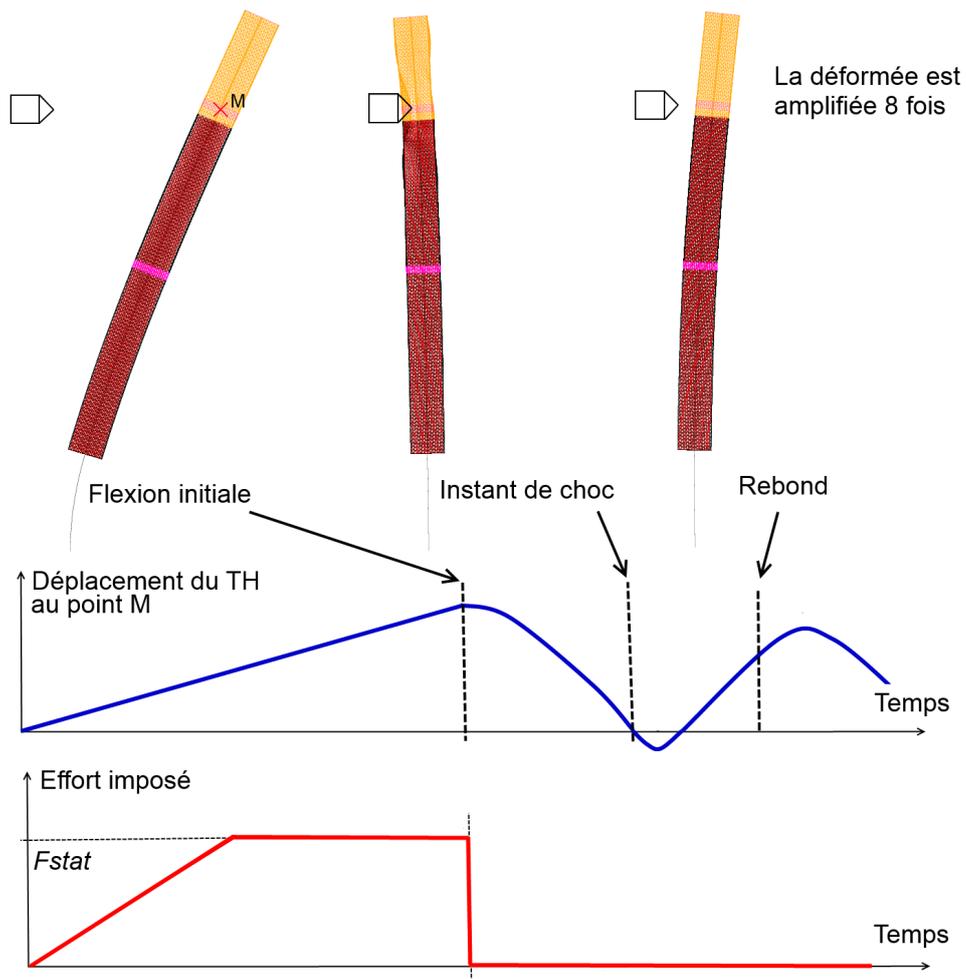


Figure IV.2. – Allure du déplacement et de l'effort imposé pour les essais de lâcher

#### IV.1.4. Analyse des résultats

Des essais ont été réalisés pour deux configurations de jeu, soit un jeu homogène dans le faisceau de 0,1 mm entre chaque aiguille, soit un jeu initial nul. A noter que les contacts entre aiguilles sont unilatéraux et ne travaillent donc qu'en compression. Même si les jeux sont nuls initialement, un espace entre aiguilles est susceptible de se former durant le calcul si le reste du faisceau est comprimé. Lorsque le jeu est positif, il existe un espace entre les aiguilles. Lorsque le jeu est négatif, le contact est activé et la valeur d'effort correspond à l'interpénétration entre les aiguilles.

##### IV.1.4.1. Analyse phénoménologique

Le jeu entre aiguilles modifie le comportement dynamique global de la structure. Plus les jeux augmentent, plus les aiguilles pourront se déplacer et osciller librement. Nous étudions

les essais de lâcher pour  $d_1 = 25\text{mm}$  pour les deux configurations de jeu.

Le déplacement du TH, l'ovalisation du TH et l'évolution de la valeur des jeux pour les essais dans la configuration avec jeu initial nul sont tracés sur la figure IV.3. On trace l'évolution des jeux en haut du faisceau sur les aiguilles périphériques et l'aiguille centrale (voir figure IV.6).

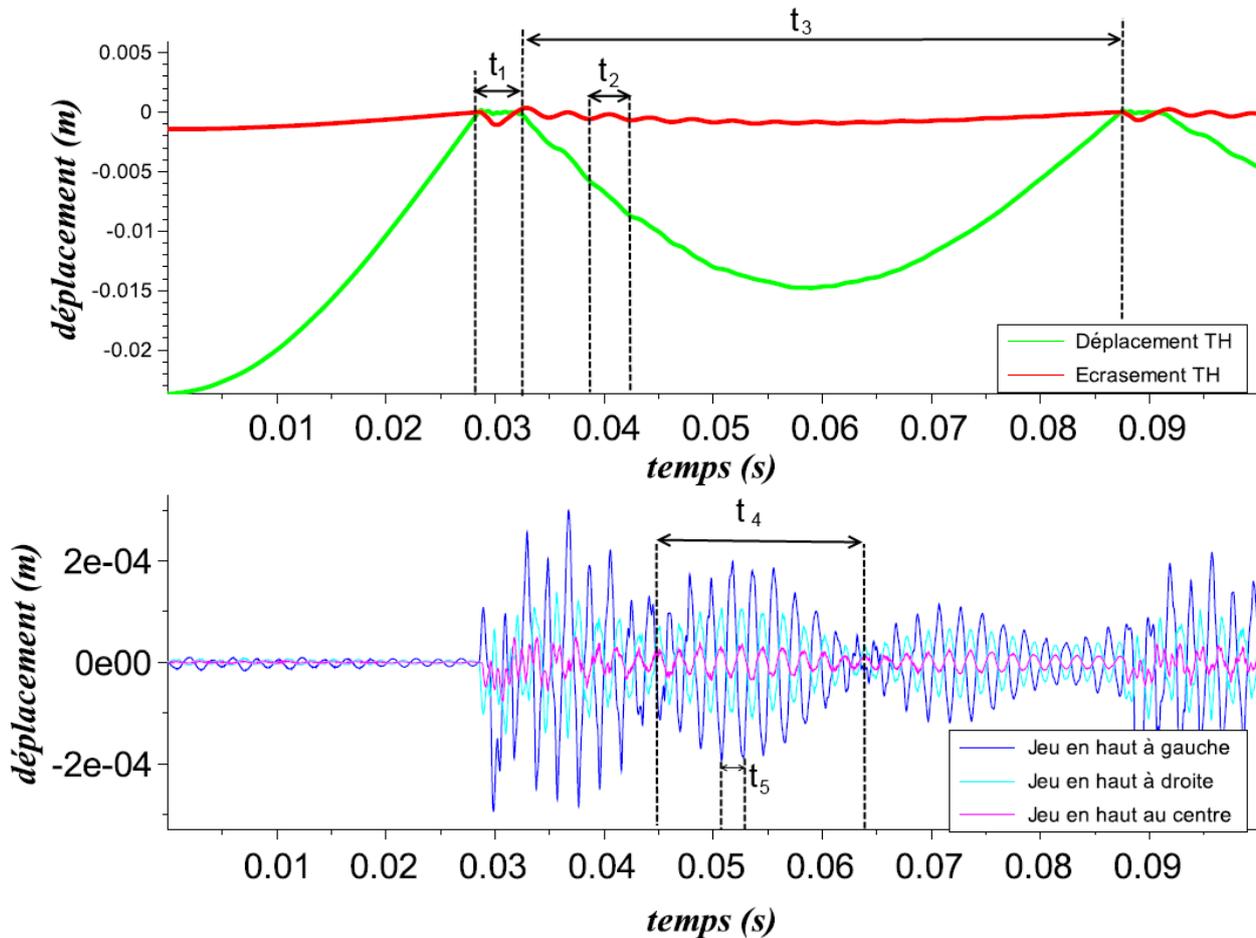


Figure IV.3. – Déplacements du TH et évolution des jeux lors du lâcher pour  $d_1 = 25\text{mm}$  et un jeu initial nul

Lorsque le TH entre en contact avec la butée, la section des plaquettes s'ovalise durant toute la durée du contact  $t_1$  et on constate un écrasement de la section. Ensuite le TH rebondit avec une amplitude moins importante que celle du lâcher en raison de l'amortissement structural et de l'énergie transmise aux aiguilles et aux modes hautes fréquences. Durant le rebond qui dure un temps  $t_3$ , on mesure encore des modes d'ovalisation (aussi appelé modes de respiration) de période  $t_2$  dont les amplitudes décroissent rapidement. A l'intérieur du faisceau, les aiguilles se déplacent très peu avant le contact. Après le contact, les aiguilles vont se déplacer fortement de gauche à droite dans le faisceau suivant plusieurs temps caractéristiques ( $t_5$  et  $t_6$  visibles sur la figure IV.4). L'allure de l'évolution des jeux dans le faisceau est très dépendante des jeux initiaux. La figure IV.4 représente l'évolution des jeux au voisinage

de l'instant de contact.

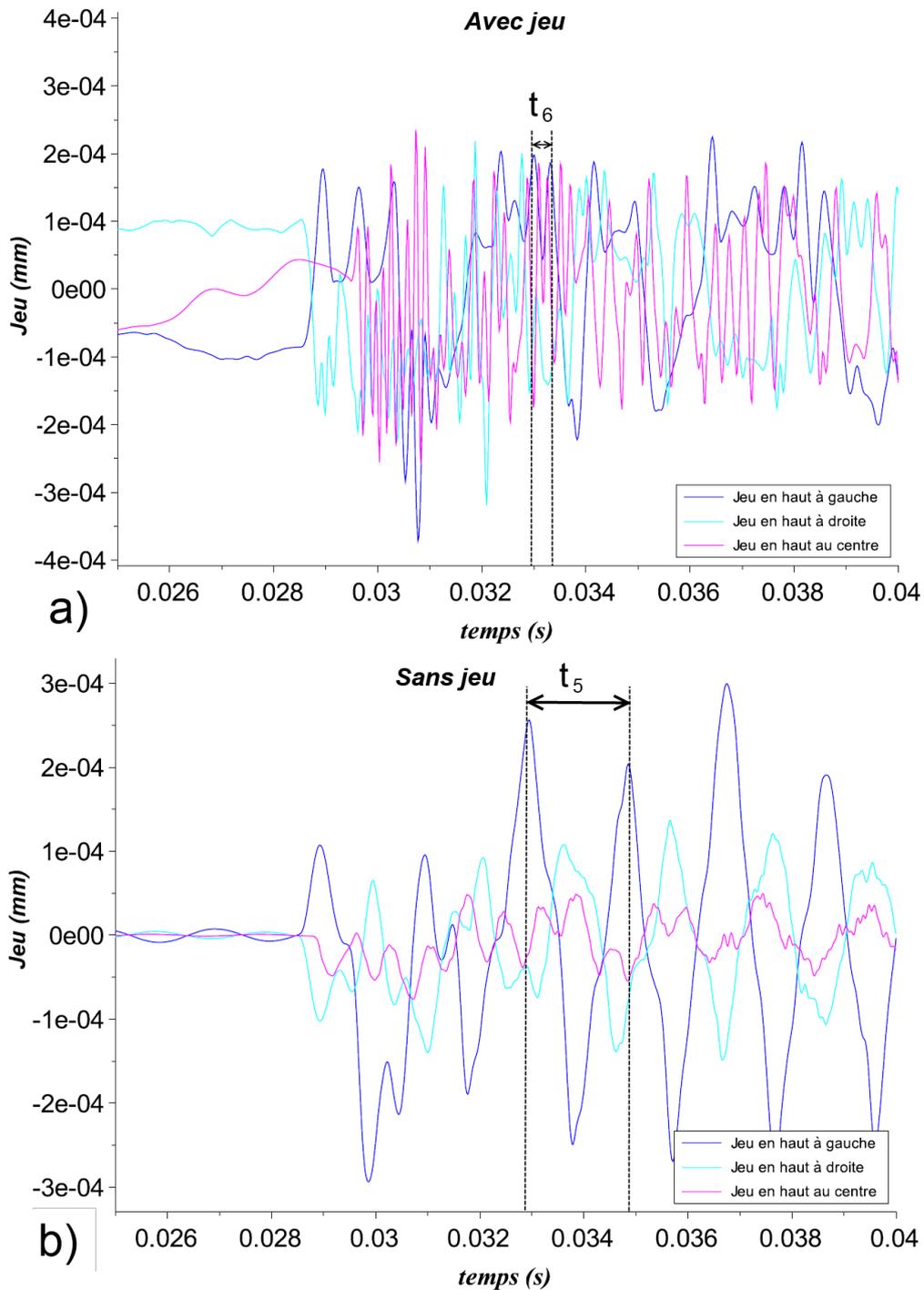


Figure IV.4. – Évolutions des jeux pour un essai de lâcher. a) Jeu homogène de  $1.10^{-4}m$ , b) Jeu initial nul,

Lorsque le jeu est initialement nul, le jeu sur les aiguilles périphériques oscille quasi-régulièrement entre des valeurs maximales et minimales en une onde de période  $t_5$ . Ce temps  $t_5$  correspond au temps que prend l'onde de choc issue du contact entre le TH et la butée pour

se propager dans la rangée d'aiguille et revenir. Le temps caractéristique plus long  $t_4$  visible sur la figure IV.3 correspond aux allers-retours des ondes de flexion générées aussi lors du choc qui se propage de haut en bas le long des aiguilles et du tube hexagonal. Lorsqu'il y a un jeu initial dans le faisceau, l'évolution des jeux est beaucoup plus chaotique même si l'on devine les ondes de période  $t_5$ . On peut néanmoins distinguer un dernier temps caractéristique  $t_6$  qui est la période entre deux oscillations courtes du jeu et correspond à un phénomène de résonance locale au niveau d'un contact. Nous reparlerons de ce phénomène à la section IV.2.

#### IV.1.4.2. Identification des temps caractéristiques

Cette étude a permis d'identifier un certain nombre de temps caractéristiques liés à des phénomènes physiques distincts par lesquels il est possible de comprendre la dynamique de l'assemblage. Ces temps et leurs plages de valeurs sont résumés dans le tableau IV.1.

Temps	Phénomène physique	Valeur numérique	Fréquence
$t_1$	Temps de contact	$\approx 4ms$	180 – 250Hz
$t_2$	Modes de respiration	$\approx 3,5ms$	180 – 250Hz
$t_3$	Rebond du tube hexagonal	$\approx 54ms$	16Hz
$t_4$	Période des ondes de flexion	$\approx 18,6ms$	$\emptyset$
$t_5$	Période des ondes de compression	$\approx 2,2ms$	450 – 550Hz
$t_6$	Oscillations locales sur un contact	$\approx 0,3 - 0,6ms$	1500 – 3500Hz

Table IV.1. – Temps caractéristiques du choc

La signification et la valeur de ces temps caractéristiques seront discutés dans la partie IV.2. Ces temps peuvent être retrouvés grâce à une analyse fréquentielle des courbes IV.3 et IV.4. Les résultats sont représentés sur les courbes IV.5

Le contenu spectral des déplacements permet de confirmer l'ordre de grandeurs des temps caractéristiques directement relevé sur les courbes de déplacements et d'identifier la disparité des résultats. En présence de jeu, le contenu spectral des jeux, notamment au centre du faisceau est extrêmement perturbé pour les fréquences hautes. Les oscillations locales agissent sur un spectre de fréquence très large.

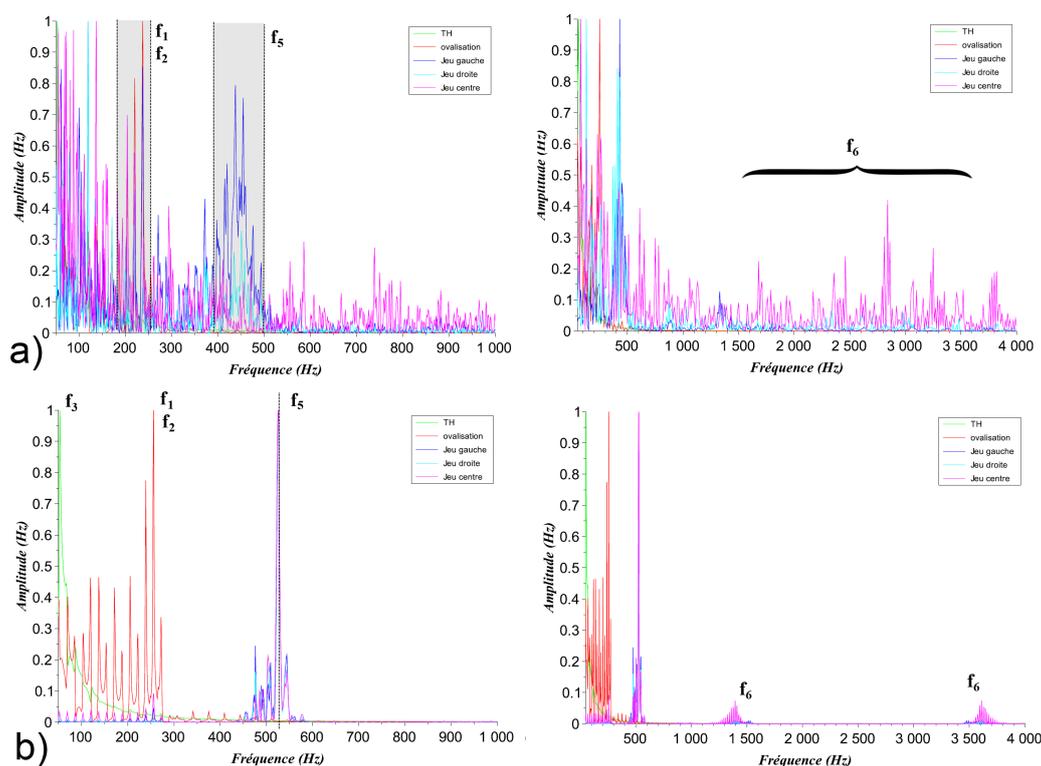


Figure IV.5. – Contenu spectral des déplacements. a) avec un jeu initial de  $1.10^{-4}$ , b) sans jeu initial

#### IV.1.4.3. Analyse des efforts

Le faisceau et les efforts maximaux relevés durant le lâcher sont représentés schématiquement sur le graphe IV.6.

Chaque cercle représente un point de contact et chaque barre verticale est une aiguille. Les barres à gauche et à droite plus épaisses sont les parois du tube hexagonal. L'effort maximal pendant toute la durée du calcul est exprimé pour chaque contact suivant un code couleur. La configuration sans jeu initial est celle qui occasionne les efforts les plus importants, avec un effort maximal 15% supérieur. La répartition des efforts est aussi très différente. Dans le cas d'un jeu initial nul, les efforts maximums sont localisés sur les contacts avec le tube hexagonal avec une diminution d'intensité graduelle et très rapide lorsque l'on se rapproche du centre du faisceau. L'effort y est environ 10 fois inférieur par rapport à celui relevé sur les contacts périphériques. Le maximum d'intensité de force est situé sur les contacts en partie haute à gauche et à droite et diminue lorsque l'on descend suivant l'altitude des aiguilles. Dans le cas des essais avec jeux initiaux homogènes de  $1.10^{-4}m$ , les efforts maximums se trouvent toujours sur les contacts avec le tube hexagonal, mais ils sont situés plus bas, environ au centre de masse de la zone combustible. A l'intérieur du faisceau les efforts sont non négligeables : les efforts maximums au centre du faisceau sont seulement deux fois inférieurs aux efforts sur les aiguilles périphériques.

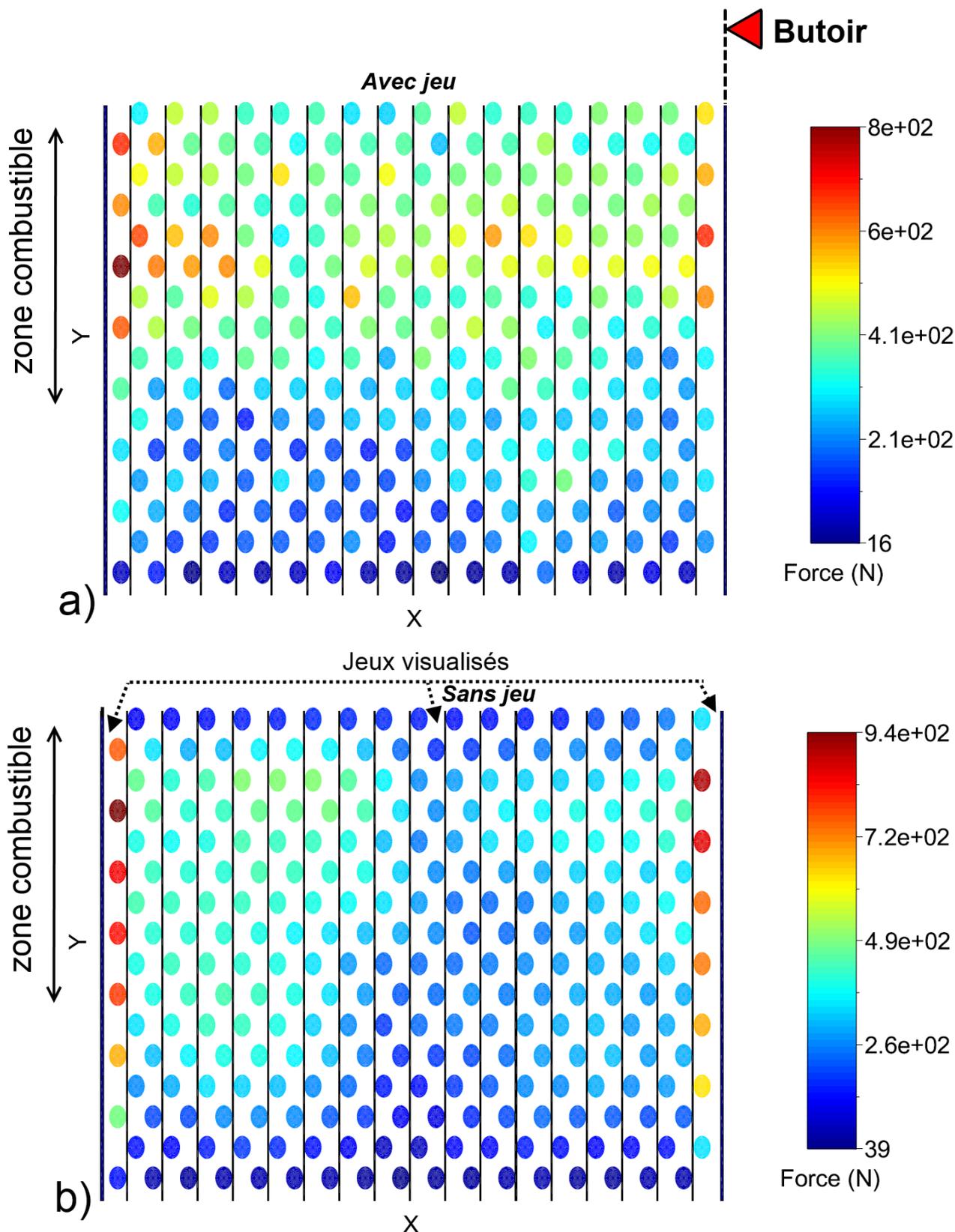


Figure IV.6. – Efforts maximaux dans le faisceau après un lâcher. a) Jeu initial nul, b) Jeu homogène de  $1.10^{-4}m$

#### IV.1.4.4. Influence du jeu et de l'amplitude de la sollicitation

Les structures avec des non-linéarités de jeu ont un comportement dynamique dépendant de l'amplitude de la sollicitation. Les figures IV.7 présentent les efforts maximums lors de lâcher pour les amplitudes  $d_1 = 50mm$  et  $d_1 = 75mm$ .

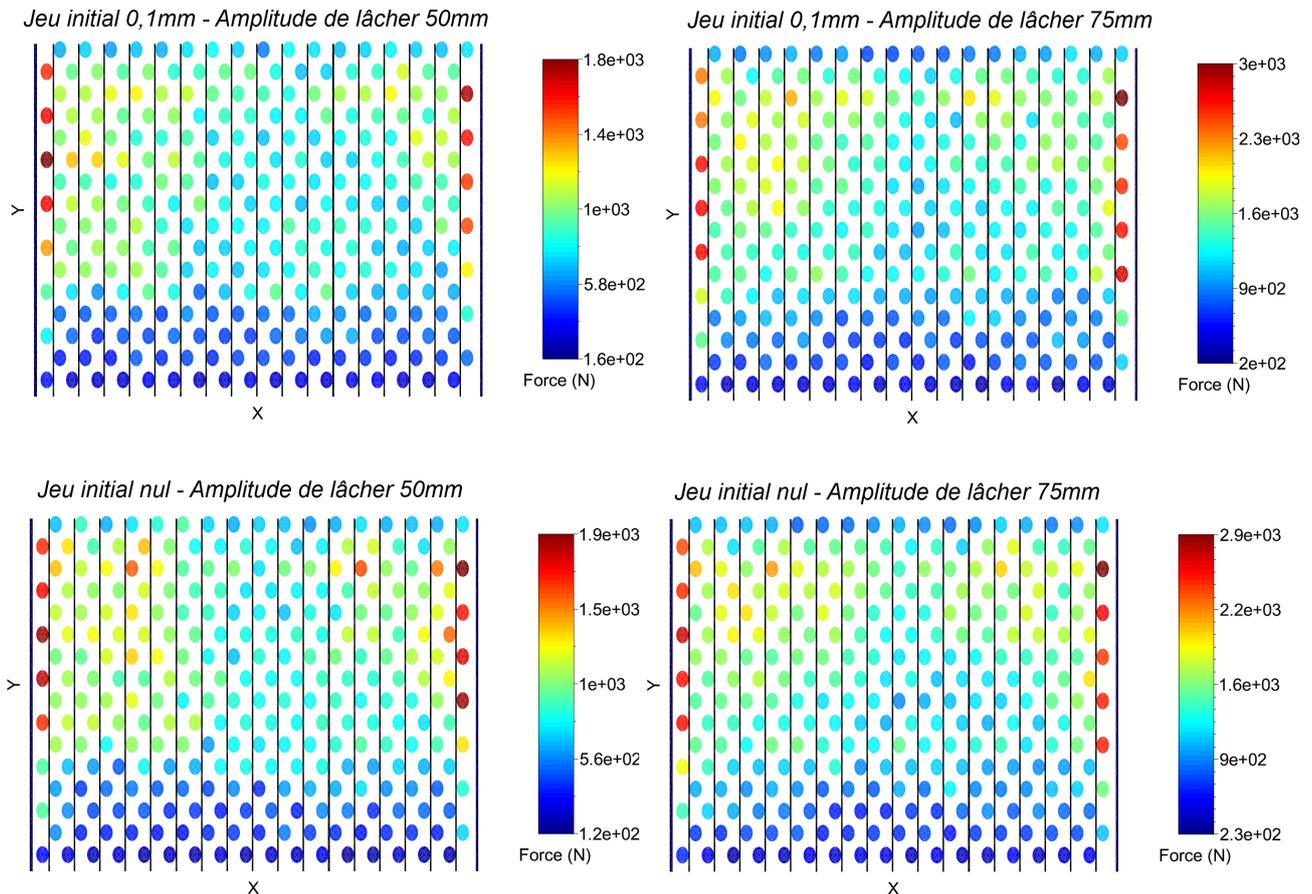


Figure IV.7. – Efforts dans le faisceau suivant l'amplitude de la sollicitation

Lorsque l'amplitude de lâcher croît, Les déplacements dans le faisceau ont tendance à devenir grands vis à vis du jeu initial et les efforts avec et sans jeux initiaux ont tendance à converger vers des valeurs semblables. On constate même que pour des grandes amplitudes, la configuration avec jeu peut être légèrement plus pénalisante. Nous tâcherons de l'expliquer dans la section IV.2.

Des essais successifs ont été menés pour des jeux compris entre une valeur nulle et la valeur de référence de  $1.10^{-4}m$ . L'effort maximal relevé dans le faisceau pour chaque valeur de jeu est donné sur la figure IV.8.

La courbe de l'effort maximal en fonction du jeu est très chaotique. Il est important de noter que les efforts ne sont pas maximaux lorsque le jeu est nul, mais lorsqu'il est très faible (de l'ordre de  $1.10^{-5}m$ ) avec un pic d'effort pouvant être 15% supérieur à sa valeur pour un

jeu nul. Cette observation est difficilement interprétable avec les informations précédentes : en présence de jeu, de l'énergie est dissipée dans le mouvement des aiguilles et dans le nombreux contacts successifs entre les aiguilles voisines. D'ailleurs, on observe une diminution globale des pics d'efforts sur la courbe IV.8 lorsque le jeu devient plus grand. La configuration où le jeu est nul dans le faisceau devrait donc être conservative. Un modèle analytique a été mis en place pour comprendre comment se déroule les contacts successifs en présence de jeu. La compréhension de ce phénomène a un intérêt important, puisque durant la vie de l'assemblage combustible, le jeu dans le faisceau évoluera potentiellement dans toute la plage de valeur en abscisse du graphe IV.8. Il s'agit donc de trouver la valeur de jeu la plus pénalisante pour le dimensionnement.

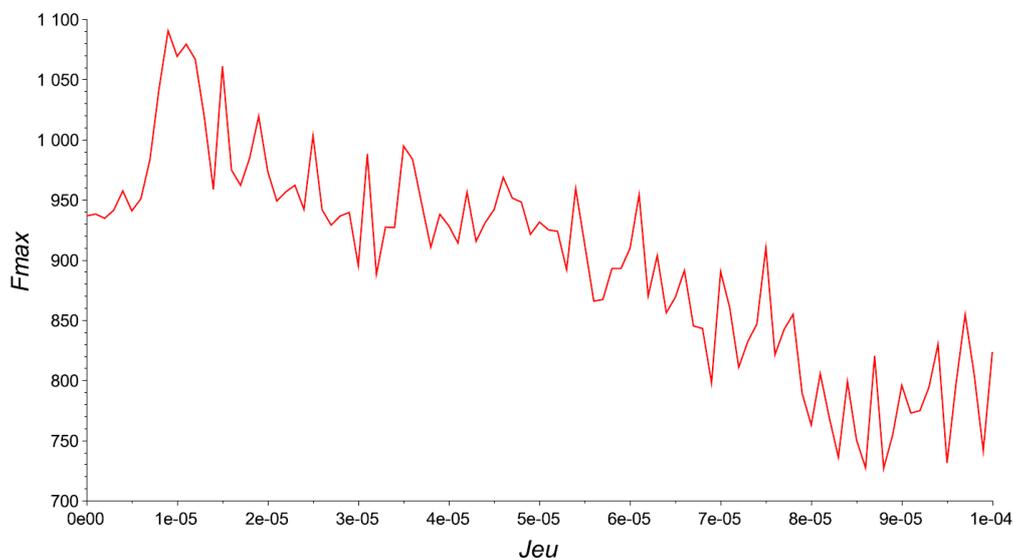


Figure IV.8. – Effort maximal lors du lâcher suivant le jeu initial dans le faisceau

## IV.2. Modèle analytique multicontact

Pour comprendre les phénomènes physiques ayant lieu dans le faisceau lors des contacts successifs, un modèle analytique a été développé similaire à celui développé par Pelloux [14].

### IV.2.1. Description du modèle

Ce modèle consiste en une représentation d'une ligne de contact dans le faisceau par une suite de masses liées par des ressorts avec jeu (figure IV.9). Ce genre de modèle est très utilisé dans l'étude dynamique de milieux granulaires [56], d'amortisseurs à billes [57, 87] ou pour l'interprétation de pendules de Newton ou de systèmes associés [26, 75, 88].

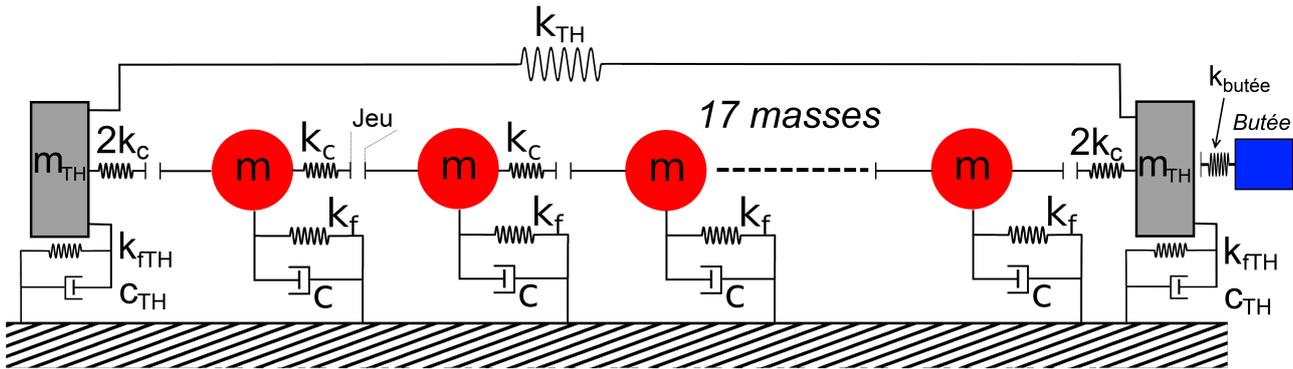


Figure IV.9. – Modèle analytique contacts multiples

Un tronçon de l'assemblage est représenté sur un demi pas de fil, soit la distance entre deux lignes de contacts dans le faisceau. Deux masses  $m_{TH}$  à gauche et à droite du modèle représentent chacune les masses de la moitié du tronçon du tube hexagonal. Un ressort de raideur  $k_{TH}$  relie ces masses et représente la rigidité d'ovalisation du tube. Un système ressort-amortisseur de raideur  $k_{fTH}$  et  $c_{TH}$  modélise la flexion et l'amortissement du TH. Une butée de raideur  $k_{butée}$  est située au bord de la partie de droite du TH. Dix-sept masses ponctuelles sont ensuite représentées. Chacune d'elles représente la masse d'un tronçon d'aiguille, liée à un référentiel fixe par un ressort  $k_f$  et un amortisseur  $c$  représentant la raideur et l'amortissement de flexion de l'aiguille. Entre chaque masse et entre les masses périphériques et le TH, un ressort de contact de raideur  $k_c$  permet des contacts avec un jeu  $j$ .

Les paramètres du modèles sont données dans le tableau IV.2. Ces paramètres calculés à partir de la géométrie et des paramètres matériaux des composants de l'assemblage.

Paramètres	Description	Valeur
$m_{TH}$	Masse d'un demi-tronçon de TH	6kg
$m$	Masse d'un tronçon d'aiguille	42g
$k_c$	Raideur de contact Aig-Aig	$3 \cdot 10^6 N/m$
$k_{TH}$	Raideur d'ovalisation du TH	4, $16 \cdot 10^7 N/m$
$k_{butée}$	Raideur de la butée	$1,5 \cdot 10^7 N/m$
$k_f$	Raideur de flexion des aiguilles	45N/m
$k_{fTH}$	Raideur de flexion du tube hexagonal	$1,57 \cdot 10^6 N/m$
$c$	Amortissement de flexion des aiguilles	5%
$c_{TH}$	Amortissement de flexion du TH	5%

Table IV.2. – Paramètres du modèle multicontact

Le problème est résolu avec le logiciel Scilab. Les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité sont assemblées. Étant donné le problème présenté figure IV.9, la matrice de masse est diagonale et s'inverse donc facilement. La matrice de rigidité est presque diagonale nonobstant deux termes hors-diagonaux associés au ressort d'ovalisation du TH  $k_{TH}$ . Les accélérations sont calculées à chaque pas de temps en résolvant l'équation de la dynamique

pour chaque masse  $i$  en fonction des efforts de contact à gauche et à droite  $F_{cg}$  et  $F_{cd}$ . Les masses sont numérotés de 1 à 19 en partant de la gauche.

— Pour une masse  $m$  ( $i \in [2, 18]$ )

$$m\ddot{U}_i + c\dot{U}_i + k_f U_i = F_{cg_i} + F_{cd_i} \quad (\text{IV.1})$$

$$\begin{cases} F_{cg_i} = k_c(U_{i-1} - U_i - j) & \text{si } U_{i-1} - U_i - j > 0 \\ F_{cg_i} = 0 & \text{si } U_{i-1} - U_i - j < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cd_i} = -k_c(U_i - U_{i+1} - j) & \text{si } U_i - U_{i+1} - j > 0 \\ F_{cd_i} = 0 & \text{si } U_i - U_{i+1} - j < 0 \end{cases}$$

— Pour la masse  $m_{TH}$  de gauche ( $i = 1$ )

$$m_{TH}\ddot{U}_1 + c_{TH}\dot{U}_1 + k_{fTH}U_1 + k_{TH}(U_1 - U_{19}) = F_{cd_1} \quad (\text{IV.2})$$

$$\begin{cases} F_{cd_1} = -k_c(U_1 - U_2 - j) & \text{si } U_1 - U_2 - j > 0 \\ F_{cd_1} = 0 & \text{si } U_1 - U_2 - j < 0 \end{cases}$$

— Pour la masse  $m_{TH}$  de droite ( $i = 19$ )

$$m_{TH}\ddot{U}_{19} + c_{TH}\dot{U}_{19} + k_{fTH}U_{19} + k_{TH}(U_{19} - U_1) = F_{cg_{19}} + F_{cd_{19}} \quad (\text{IV.3})$$

$$\begin{cases} F_{cg_{19}} = k_c(U_{18} - U_{19} - j) & \text{si } U_{18} - U_{19} - j > 0 \\ F_{cg_{19}} = 0 & \text{si } U_{18} - U_{19} - j < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cd_{19}} = -k_{butee}U_{19} & \text{si } U_{19} > 0 \\ F_{cd_{19}} = 0 & \text{si } U_{19} < 0 \end{cases}$$

Un schéma d'intégration de type différences centrées est utilisé pour résoudre le problème :

$$\begin{aligned} \dot{U}^{t+dt} &= \dot{U}^t + 0,5dt(\ddot{U}^t + \ddot{U}^{t+dt}) \\ U^{t+dt} &= U^t + dt\dot{U}^t \end{aligned} \quad (\text{IV.4})$$

## IV.2.2. Intérêts et limites

Le modèle présenté ici a l'intérêt d'être très simple, seulement quelques degrés de liberté, et de permettre des analyses paramétriques poussées. Par contre, on ne modélise qu'une rangée de contacts sur une dimension. La flexion de l'aiguille et l'ovalisation du TH sont mal reproduits du fait du faible nombre de degrés de liberté du modèle. Il permet néanmoins

d'interpréter les résultats numériques du faisceau, notamment l'impact du jeu sur le comportement dynamique des aiguilles.

### IV.2.3. Identification de temps caractéristiques

On considère le problème présenté à la figure IV.9. Une vitesse initiale d'amplitude  $\dot{U}_0 = 0,5m/s$  est imposée à chacune des masses dans la direction de la butée pour représenter l'essai de lâcher. Le jeu entre le TH et la butée est nul initialement, le TH de droite entre donc directement en contact avec la butée. La figure IV.10 représente les déplacements de chacune des masses du système. Chacune des courbes est décalée de la valeur du jeu, si bien que lorsque deux courbes voisines se croisent, un contact est activé. Les tracés sont réalisés pour un jeu entre les masses de  $1.10^{-4}m$  ou pour un jeu nul.

Au début de la sollicitation, toutes les masses se déplacent suivant la même pente puisque leurs vitesses sont identiques. Puis, du fait de la raideur du contact TH-butée et de la rigidité en flexion importante du TH, celui-ci revient rapidement à sa position initiale. Les aiguilles vont alors entrer en collision contre la partie droite du TH, et laisser un espace vide important entre la partie gauche et les aiguilles (figure IV.10-a). Ensuite les aiguilles rebondissent entre elles et reviennent vers la partie gauche du TH. Très rapidement, surtout si le jeu est très faible ou nul, les déplacements dans le faisceau deviennent chaotique. On peut néanmoins identifier certains des temps caractéristiques discutés dans la section IV.1.4.2.

Le temps de choc  $t_1$  et la période des modes de respiration  $t_2$  identifiés sur ce modèle analytique sont plus faibles que pour le modèle numérique précédent. Pour les chocs très rigides comme c'est le cas ici ( $R_k = 20$ ), la flexion allonge la durée du contact. Comme ce modèle ne prend pas en compte la propagation des ondes de flexion, il est donc cohérent de trouver des temps caractéristiques plus petits. Cependant, on retrouve les temps  $t_5$  et  $t_6$ , représentant respectivement la période d'aller-retour des ondes de compression dans le faisceau et la durée des oscillations locales entre deux aiguilles. Les valeurs des temps caractéristiques sont comparés dans le tableau IV.3.

Temps	Phénomène physique	Modèle EF faisceau	Modèle multicontact
$t_1$	Temps de contact	4,3ms	1,4ms
$t_2$	Modes de respiration	3,5ms	1,6ms
$t_5$	Période des ondes de compression	2,2ms	3ms
$t_6$	Oscillations locales sur un contact	0,3-0,4ms	0.3ms

Table IV.3. – Comparaison des temps caractéristiques entre le modèle élément finis et le modèle analytique multi-contact

Ce phénomène de rebond très court observé uniquement en présence de jeu s'explique par des chocs successifs entre plusieurs masses se déplaçant dans des directions opposées (voir zoom de la figure IV.10-a). Le jeu introduit un décalage temporel entre les moments où chaque masse va entrer en contact avec les parois du TH. La masse voisine d'un des côtés du tube va donc rebondir, inverser sa vitesse et entrer en contact avec les autres masses se

déplaçant dans l'espace laissé libre par le jeu.

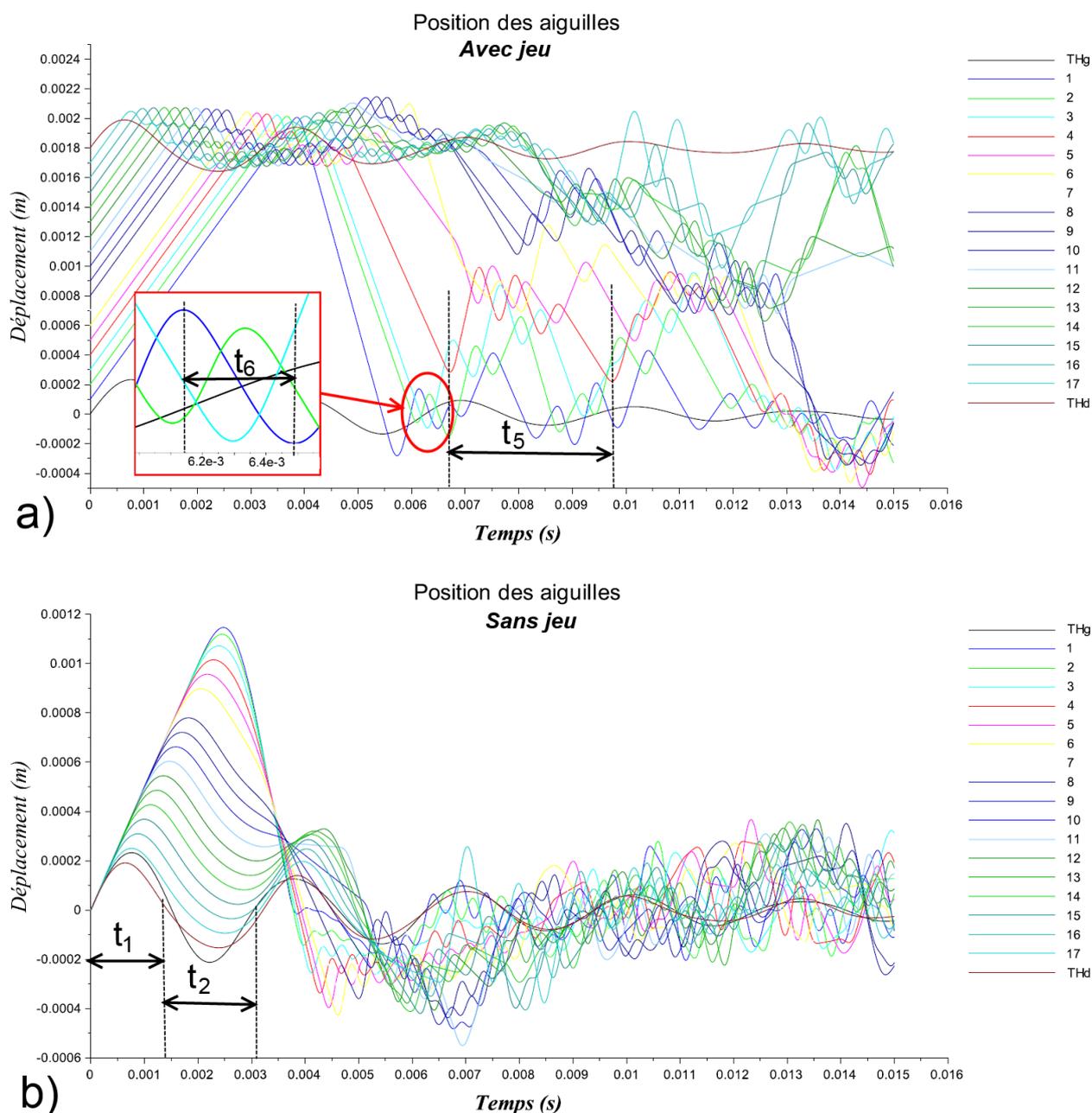


Figure IV.10. – Déplacement des masses pour une vitesse initiale  $\dot{U}_0 = 0,5 \text{ m/s}$  a) jeux initiaux  $1.10^{-4} \text{ m}$  - b) jeux initiaux nuls

#### IV.2.4. Analyse de l'effet du jeu

Le modèle analytique multi-contact permet d'effectuer un très grand nombre de simulations rapidement, ce qui permet de réaliser une étude paramétrique sur l'effet du jeu sur les

efforts vus par le faisceau.

#### IV.2.4.1. Adimensionnement

Afin d'extrapoler l'étude du système masse ressort à d'autres configurations, les équations de la section IV.2.1 sont adimensionnées. Pour cela, les paramètres adimensionnels notés dans le tableau IV.4 sont utilisés. Ils font appels aux grandeurs  $f_0$  premier mode de vibration en flexion des masses  $m$  et  $f_{0-TH}$  premier mode de vibration en flexion des masses  $m_{TH}$  et des grandeurs du tableau IV.2

Paramètres	Description
$R_k = \frac{k_c}{k_f}$	Rapport raideur de contact et de flexion des aiguilles
$R_{kTH} = \frac{k_{TH}}{k_f}$	Rapport raideur d'ovalisation du TH et de flexion des aiguilles
$\xi = \frac{c}{2\sqrt{\frac{k_f}{m}}}$	Amortissement réduit
$tr = f_0 t$	Temps réduit
$jr = \frac{2\pi f_0 j}{v_0}$	Jeu réduit
$Ur = \frac{2\pi f_0 U}{v_0}$	Déplacement réduit
$Vr = \frac{\partial Ur}{\partial tr}$	Vitesse réduite
$Fr_{cg} = \frac{F_{cg}}{mv_0 f_0 \sqrt{R_k}}$	Force réduite à gauche
$Fr_{cd} = \frac{F_{cd}}{mv_0 f_0 \sqrt{R_k}}$	Force réduite à droite
$R_{f0} = \frac{f_{0-TH}}{f_0}$	Rapport fréquences fondamentales du TH et des aiguilles
$R_{butee} = \frac{k_{butee}}{k_f}$	Rapport raideur de la butée et de flexion des aiguilles

Table IV.4. – Paramètres adimensionnés

Les équations se réécrivent en fonction des paramètres adimensionnels :

— Pour une masse  $m$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2 Ur}{\partial t_r^2} + 2\xi \frac{\partial Ur}{\partial t_r} + 2\pi Ur = \sqrt{R_k} (Fr_{cg} + Fr_{cd}) \quad (\text{IV.5})$$

$$\begin{cases} Fr_{cg} = \frac{\sqrt{R_k}}{2\pi} (Ur_{i-1} - Ur_i - jr) & \text{si } Ur_{i-1} - Ur_i - jr > 0 \\ Fr_{cg} = 0 & \text{si } Ur_{i-1} - Ur_i - jr < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Fr_{cd} = -\frac{\sqrt{R_k}}{2\pi} (Ur_i - Ur_{i+1} - jr) & \text{si } Ur_i - Ur_{i+1} - jr > 0 \\ Fr_{cd} = 0 & \text{si } Ur_i - Ur_{i+1} - jr < 0 \end{cases}$$

— Pour la masse  $m_{TH}$  de gauche ( $i = 1$ )

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t_r} + 2\xi R_{f0} \frac{\partial U_r}{\partial t_r} + 2\pi R_{f0}^2 U_r + 2\pi R_{f0}^2 R_{kTH} (U_{r1} - U_{r19}) = \sqrt{R_k} F_{r_{cd}} \quad (\text{IV.6})$$

$$\begin{cases} F_{r_{cd}} = -\frac{\sqrt{R_k}}{2\pi} (U_{r_i} - U_{r_{i+1}} - jr) & \text{si } U_{r_i} - U_{r_{i+1}} - jr > 0 \\ F_{r_{cd}} = 0 & \text{si } U_{r_i} - U_{r_{i+1}} - jr < 0 \end{cases}$$

— Pour la masse  $m_{TH}$  de droite ( $i = 19$ )

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t_r} + 2\xi R_{f0} \frac{\partial U_r}{\partial t_r} + 2\pi R_{f0}^2 U_r + 2\pi R_{f0}^2 R_{kTH} (U_{r19} - U_{r1}) = \sqrt{R_k} F_{r_{cd}} \quad (\text{IV.7})$$

$$\begin{cases} F_{r_{cg}} = \frac{\sqrt{R_k}}{2\pi} (U_{r_{i-1}} - U_{r_i} - jr) & \text{si } U_{r_{i-1}} - U_{r_i} - jr > 0 \\ F_{r_{cg}} = 0 & \text{si } U_{r_{i-1}} - U_{r_i} - jr < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{cd} = -\frac{\sqrt{R_{butee}}}{2\pi} U_{r19} & \text{si } U_{r19} > 0 \\ F_{cd} = 0 & \text{si } U_{r19} < 0 \end{cases}$$

#### IV.2.4.2. Analyse paramétrique

La figure IV.11 présente les efforts réduits par rapport au jeu réduit pour différents intervalles de jeux réduits.

Comme ce qui a été observé sur le faisceau, on observe que la situation où le jeu est nul n'est pas forcément la plus conservatrice. Pour des jeux très faibles ( $jr < 5 \cdot 10^{-3}$ ), les efforts de contacts maximum relevés dans le faisceau peuvent être plus grands (jusqu'à 30% supérieurs) que dans la situation où le jeu est nul. Trois jeux réduits particuliers,  $jr = 0$ ,  $jr = 2, 2 \cdot 10^{-3}$  et  $jr = 5 \cdot 10^{-3}$  sont étudiés afin d'interpréter ce résultat. Les déplacements et les efforts pour  $jr = 0$  sont tracés sur la figure IV.12. Un agrandissement de la visualisation des efforts de choc aux premiers temps du mouvement est donné à la figure IV.15.

Lorsque le jeu est initialement nul, les aiguilles vont out d'abord se comprimer de façon linéaire et le temps de contact de chaque aiguille est d'autant plus grand que l'aiguille est proche de la face du TH soumise au choc. Après le rebond, les efforts et déplacements deviennent chaotique. Pour un jeu faible  $jr = 2, 2 \cdot 10^{-3}$ , l'effort et le déplacement réduit sont donnés figure IV.13. Cette valeur de jeu correspond à la valeur maximale d'efforts de choc identifiés sur la figure IV.11. Comme précédemment, les courbes de déplacements sont décalés de la valeur du jeu réduit.

Dans le cas d'un petit jeu, les aiguilles ne sont pas initialement en contact. La première aiguille 17 va donc entrer en contact avec la portion de TH de droite et rebondir avant que l'aiguille 16 ne la percute. On observe alors les phénomènes d'oscillations locales identifiés dans la section IV.2.3. La présence d'un jeu très faible induit une hétérogénéité dans la répartition des efforts entre les masses lors des premiers contacts, et aléatoirement des grands efforts peuvent apparaître. A partir de  $jr = 5 \cdot 10^{-3}$ , ce phénomène a tendance à disparaître (figure IV.14).

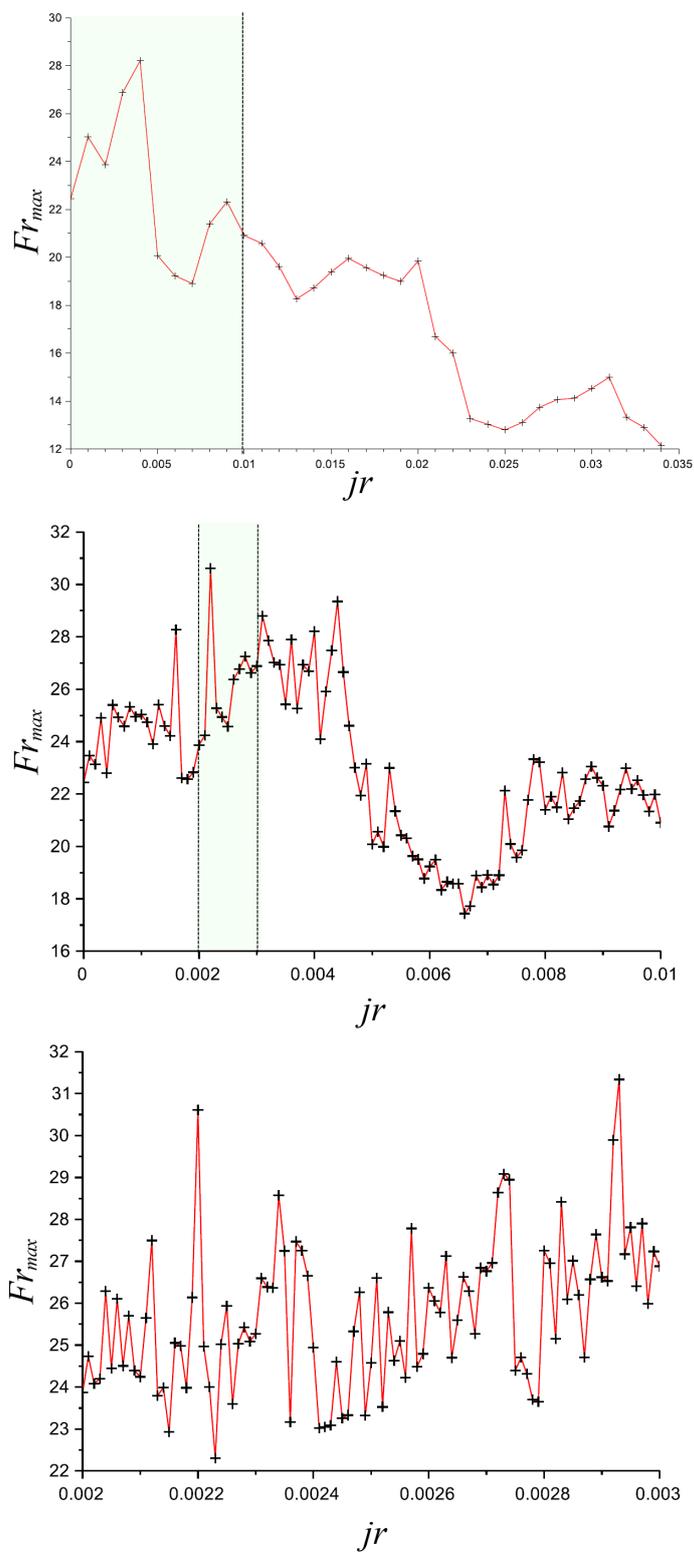


Figure IV.11. – Force réduite par rapport au jeu réduit

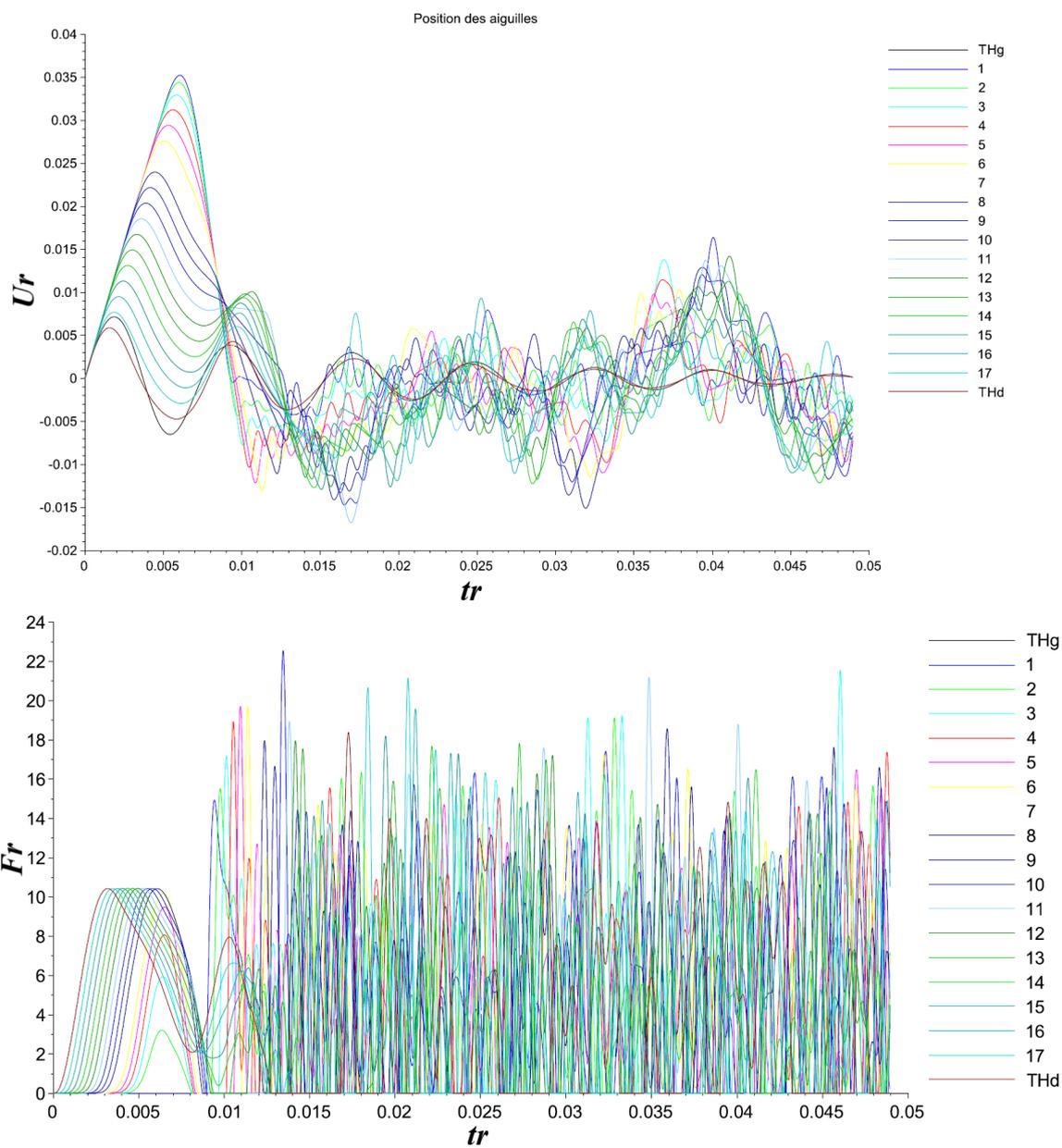


Figure IV.12. – Déplacements et efforts réduits en fonction du temps réduits pour  $j_r = 0$

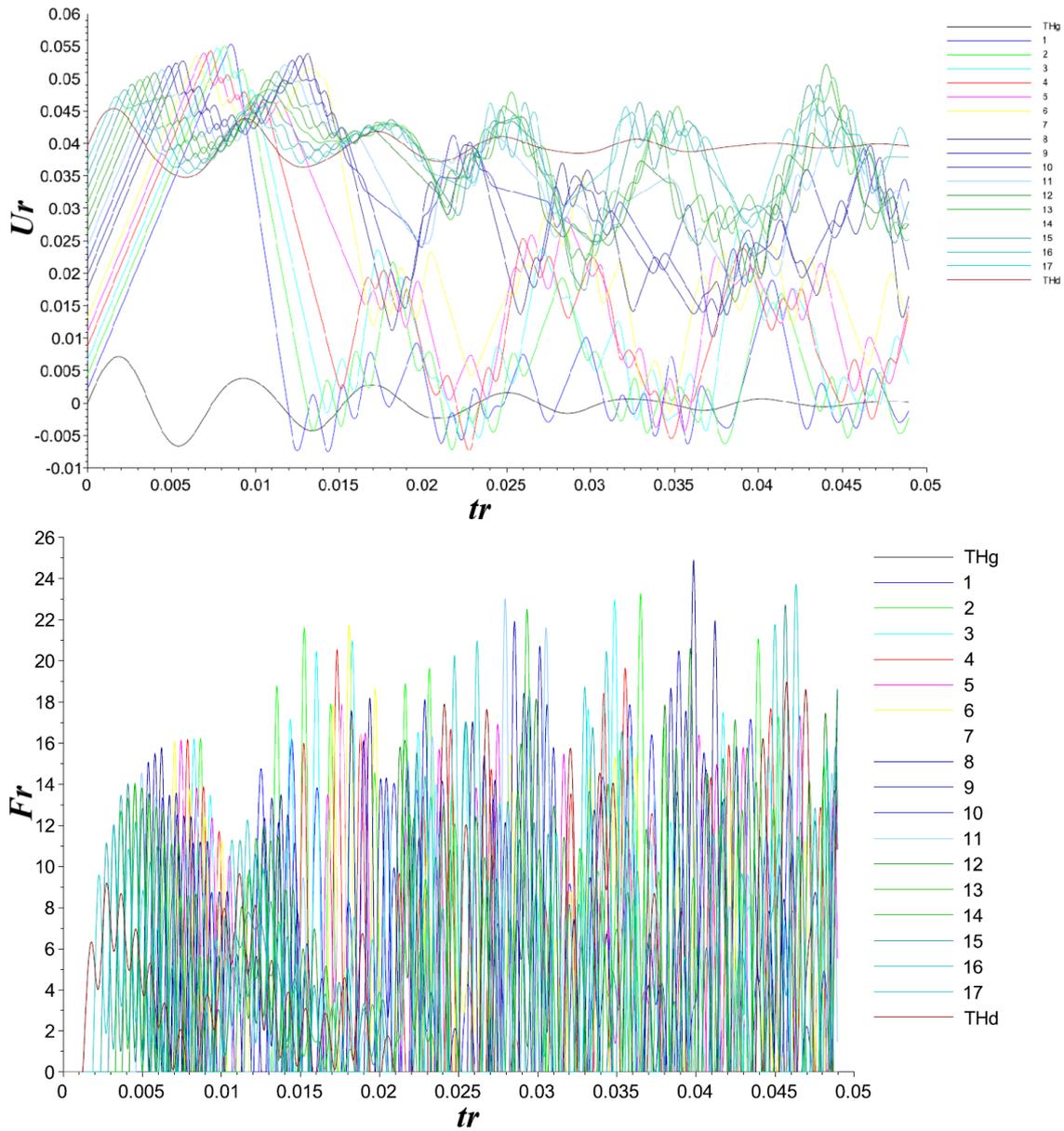


Figure IV.13. – Déplacements et efforts réduits en fonction du temps réduits pour  $jr = 2, 2 \cdot 10^{-3}$

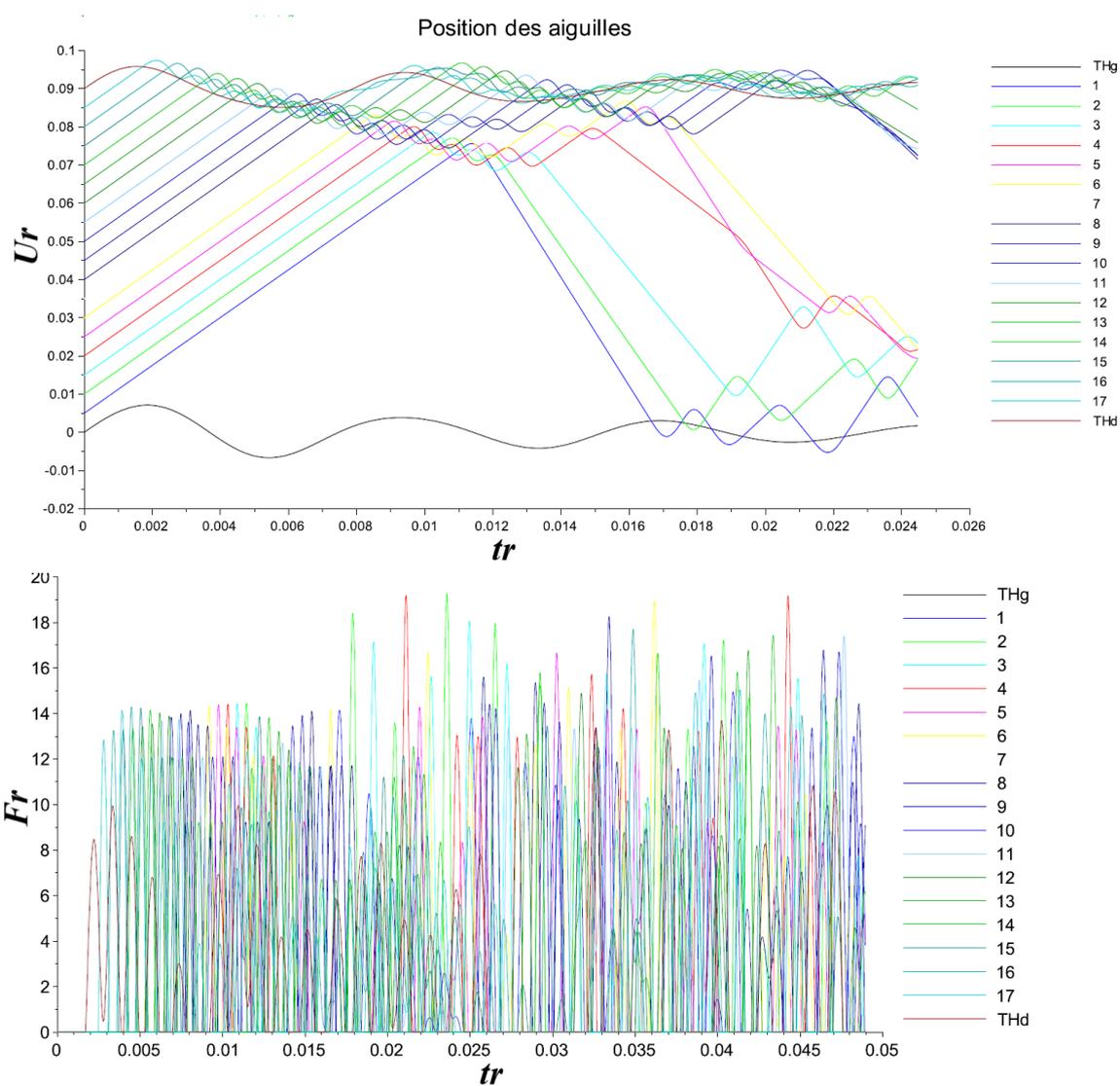


Figure IV.14. – Déplacements et efforts réduits en fonction du temps réduits pour  $j_r = 5.10^{-3}$

On observe maintenant plus précisément ce qu'il se passe aux premiers instants du choc suivant la valeur de jeu réduit dans le système sur la figure IV.15. Pour  $jr = 0$  toutes les aiguilles entrent en contact les unes avec les autres au même instant. Le mouvement est un mouvement d'ensemble, et les ressorts se compriment l'un après l'autre exactement de la même façon, si bien que l'effort maximal calculé pour cette première phase de compression est le même pour toutes les aiguilles. Pour les courbes suivantes (figure IV.15, b et c ) les efforts calculés pour les trois contacts les plus à droites ont été surlignés pour la lisibilité. La configuration où  $jr = 2, 2.10^{-3}$  correspond à une situation où le temps de choc de la première aiguille est inférieur au temps nécessaire à la deuxième aiguille pour parcourir le jeu ; si bien que la première aiguille impacte le seconde au milieu de son rebond. Le phénomène se répète avec les aiguilles suivante un grand nombre de fois sur un temps très court. Ce phénomène induit des efforts de contacts de plus en plus important au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la face de TH d'impact. Comme les efforts sont répartis de façon hétérogène à l'issue du premier contact, on introduit une composante aléatoire dans la répartition des efforts dans le faisceau, qui peut occasionner des pics d'efforts plus important que lorsque le jeu était nul.

Lorsque  $jr > 5.10^{-3}$ , le temps de rebond des masses l'une contre l'autre devient supérieur au temps nécessaire aux masses pour parcourir la distance du jeu. Tous les efforts associés au premier contact de chaque masse sont sensiblement équivalents. Puisque de l'énergie est dissipée par le mouvement des aiguilles, les efforts maximums sont plus faibles que dans le cas où le jeu est nul.

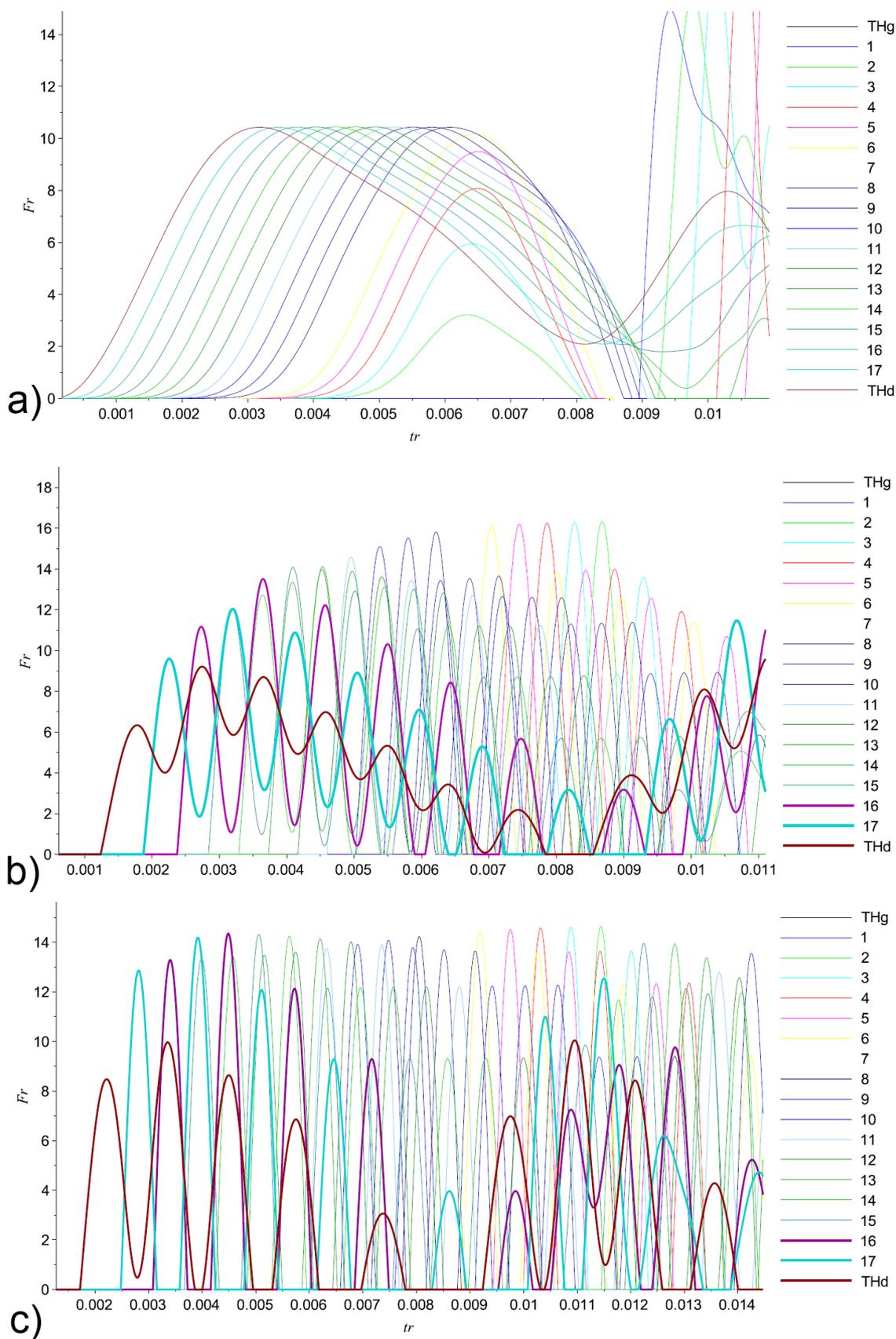


Figure IV.15. – Efforts réduits au début du choc pour a)  $jr = 0$ , b)  $jr = 2, 2 \cdot 10^{-3}$ , c)  $jr = 5 \cdot 10^{-3}$

#### IV.2.4.3. Conclusion de l'analyse du jeu

L'influence du jeu sur les efforts de contact dans un système multi-corps n'est ni linéaire ni monotone. Le jeu induit des phénomènes locaux très brefs entre des masses voisines. La non-linéarité apporté par le jeu provoque des hétérogénéités dans la répartition des efforts au moment du contact du TH, ce qui peut engendrer aléatoirement des efforts plus importants pour des jeux très réduits que lorsque le jeu est nul. Lorsque le jeu est important, ce phénomène s'atténue et l'énergie dissipée par le mouvement accentué des aiguilles induit des efforts de contact moins importants. La relation entre la force maximale et le jeu a un comportement chaotique. Ce résultat est contre intuitif puisqu'en présence de jeu, de l'énergie est dissipée par le mouvement des masses et par les résonances locales, il était donc attendu que les efforts soient toujours inférieurs dans des configurations avec jeu par rapport à un jeu nul. Néanmoins, ce phénomène est aussi observé dans le cas d'un pendule de Newton par Donahue [26]. Pour des jeux plus grands que  $5 \cdot 10^{-3}$ , les efforts maximums dans le faisceau ont tendance à décroître de façon quasi-monotone en fonction du jeu.

A noter que cette observation ne peut être extrapolée directement au faisceau d'aiguille. En présence de jeu dans le faisceau, de l'énergie sera transmise pour la flexion des aiguilles, ce qui contribuera à diminuer l'amplitude maximale des efforts de contact. De plus il a été observé que ce phénomène dépendait du temps de contact et du temps pour les masses de parcourir le jeu. Les observations faites dans cette partie sont donc dépendantes des masses, des rigidités de choc et de la vitesse d'impact. Toutes ces dépendances rendent l'estimation du surplus d'effort pour une structure avec un jeu faible très compliqué à obtenir, néanmoins, **cette étude démontre que la valeur de l'effort maximal pour un jeu nul ne peut être pris sans réserve comme une valeur parfaitement conservative en vue du dimensionnement de l'assemblage.**

### IV.3. Conclusion du chapitre

Une modélisation simplifiée du faisceau a été développée pour comprendre les phénomènes physiques agissant dans ce type de structure lors d'un lâcher contre une butée. Lors du contact entre le TH et la butée, une partie de l'énergie de choc contribue à la déformation locale du TH, mais on a aussi observé des ondes de compression se déplaçant transversalement dans le faisceau et des ondes de flexion se propageant dans la hauteur du faisceau. En présence de jeu, des phénomènes locaux très rapides associés à des contacts isolés sont aussi identifiables. Les efforts maximums sur les aiguilles évoluent non-linéairement en fonction du jeu, avec un maximum calculé pour des jeux très petits ( $2 \cdot 10^{-4}m$ ).

Un modèle analytique représentant une rangée de contacts permet d'interpréter l'effet du jeu sur le comportement d'un système multi-contact. Les phénomènes locaux identifiés sont dus aux contacts successifs entre aiguilles voisines de vitesses opposées à cause des décalages temporels générés par les jeux. Une étude paramétrique est réalisée sur ce modèle multicontact pour identifier la relation entre les jeux et l'effort maximal dans le système. Lorsque le jeu est très réduit, il induit une hétérogénéité dans la répartition des énergies dans le système et peut conduire à un effort maximal plus important. Pour des jeux plus important, le

déplacements des masses dans les espaces laissés par les jeux dissipe une énergie supérieure à celle engendrée par les chocs.



# APPLICATION À LA DYNAMIQUE D'UN FAISCEAU D'AIGUILLES

“ *If we could change ourselves, the tendencies in the world would also change. As a man changes his own nature, so does the attitude of the world change towards him. [...] We need not wait to see what others do.* ”

Mohandas Gandhi, , 1913

## Sommaire

V.1	Création d'une loi de contact non-linéaire	<b>118</b>
V.1.1	Description de la géométrie	119
V.1.2	Raideur d'ovalisation de la gaine	119
V.1.3	Raideur d'écrasement du fil	124
V.1.4	Raideurs de contacts, théorie de Hertz	125
V.1.5	Création de la loi d'effort	127
V.2	Sous-structuration	<b>128</b>
V.2.1	Modes normaux des sous-structures	129
V.2.2	Modes contraints et relations de liaisons	130
V.2.3	Mise en œuvre de la sous structuration	131
V.3	Description du modèle d'assemblage complet	<b>132</b>
V.4	Validation du modèle	<b>134</b>
V.5	Résultats	<b>134</b>
V.5.1	Analyse des trajectoires	135
V.5.2	Analyse des efforts	139
V.5.3	Analyse énergétique	143
V.6	Comparaison avec les résultats BELIER	<b>145</b>
V.6.1	Analyse des efforts maximaux	145
V.6.2	Analyse de l'évolution temporelle des efforts	146
V.7	Comparaison entre les modèles numériques	<b>147</b>
V.7.1	Cinématique de l'assemblage	148
V.7.2	Force de choc	151
V.8	Conclusion du chapitre	<b>153</b>

Ce chapitre est une application des méthodes et observations réalisées aux chapitres précédents dans le cas de l'analyse du comportement dynamique d'un assemblage combustible de RNR soumis à un choc. Dans un premier temps, nous détaillerons les étapes qui ont permis la construction d'une loi d'effort représentative des contacts inter-aiguilles et aiguilles-TH. Puis la méthode de sous-structuration, permettant de limiter la taille des calculs éléments finis, sera présenté. Enfin, nous procéderons à l'analyse des résultats et la comparaison avec les essais BELIER issus de la bibliographie.

## V.1. Création d'une loi de contact non-linéaire

Le contact entre aiguilles au sein du faisceau est complexe, puisqu'il fait intervenir le fil en hélice et la gaine des aiguilles. Les gaines des aiguilles sont des tubes qui sont susceptibles de s'ovaliser. De plus, les contacts étant presque ponctuels, les effets de déformations locales ne sont pas négligeables. La déformation complète sera donc la somme des déformations locales et globales (voir schéma V.1). Il s'agit donc de trouver une loi de contact qui prend en compte tous ces phénomènes.

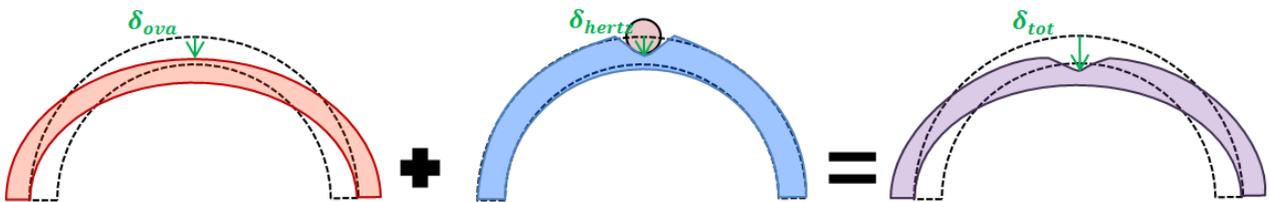


Figure V.1. – Ovalisation et déformation locale

Puisque l'on souhaite utiliser un modèle de contact élastique pour représenter l'ovalisation et l'écrasement, il est nécessaire de choisir une loi d'effort caractérisant le comportement de nos ressorts de contact. Gilardi [53] a passé en revue plusieurs lois courantes dont la forme générale peut s'écrire :

$$\begin{cases} F = \xi \delta^p \dot{\delta}^q + k \delta^n & \text{si } \delta < 0 \\ F = 0 & \text{si } \delta > 0 \end{cases} \quad (\text{V.1})$$

Les paramètres  $p, q$  et  $n$  peuvent varier suivant la formulation. Donahue [26] a testé de nombreuses lois d'effort dans le cas du problème d'un choc entre billes. En règle générale dans la littérature, on assimile le contact à un système ressort-amortisseur [78, 89].

$$\begin{cases} F = \xi_c \dot{\delta} + k_c \delta & \text{si } \delta < 0 \\ F = 0 & \text{si } \delta > 0 \end{cases} \quad (\text{V.2})$$

La linéarité (par morceau) de cette formulation rend son implémentation numérique relativement simple et permet surtout une identification expérimentale aisée. Néanmoins, elle

présente certaines faiblesses. Le terme d'amortissement apporte des comportements non-physiques : lors du contact et de l'envol on observe un saut d'effort pour  $\delta = 0$ . De plus, en l'absence d'amortissement, l'expression de la loi d'effort implique que le temps de choc soit indépendant de la vitesse d'impact [90], et suivant la géométrie des pièces en contact, ce phénomène ne se vérifie pas expérimentalement [26]. De nombreux auteurs choisissent donc des formulations plus complexes [91, 74] et particulièrement des contacts de type Hertz [92, 93]. Dans ces travaux, nous avons couplés les effets linéaires dus aux déformations du fil et de la gaine aux effets de Hertz au niveau des points de contacts. Cette formulation a donné une bonne corrélation numérique-expérimental (voir section III.3.4).

### V.1.1. Description de la géométrie

Deux types de contacts apparaissent dans le faisceau, les contacts entre aiguilles périphériques et le plan intérieur du tube hexagonal et les contacts inter-aiguilles (voir figure V.2). De plus, dans chaque cas, on retrouve à la fois un contact "externe" avec le fil de l'aiguille étudiée et un autre élément (gaine d'une autre aiguille ou plan du TH) et un contact "interne" entre le fil de l'aiguille et sa gaine.

La théorie de Hertz (voir section V.1.4) permet de connaître la forme de la surface de contact en fonction de l'effort de contact, de la géométrie des surfaces et des propriétés des matériaux. Dans tous les cas, du fait de la géométrie hélicoïdale du fil, la surface du contact sera une ellipse allongée légèrement désaxée par rapport à l'axe de l'aiguille.

Pour modéliser les différents contacts, un ensemble de ressorts linéaires et non linéaires sont associés en série comme illustré sur la figure V.3.

La suite de contacts est modélisée par deux ressorts linéaires, représentant respectivement la rigidité d'écrasement du fil et de l'ovalisation de la gaine de l'aiguille soumise à un contact ponctuel. Deux lois non-linéaires modélisent les contacts locaux entre le TH (ou l'aiguille voisine) et le fil et le contact interne entre le fil et la gaine de l'aiguille. On suppose que la superposition des effets est acceptable tant que l'on se trouve en petites déformations.

Lors du contact, une partie des efforts va donc être reprise par la flexion de la membrane de la gaine lors de l'ovalisation et le reste par l'écrasement des surfaces de contact. Johnson [51] définit un critère à partir de deux grandeurs pour caractériser le comportement d'une coque mince soumise à un contact : le grand rayon du contact  $a$  et l'épaisseur de la couche  $e$ . L'influence de la flexion sur le contact de Hertz sera respectivement négligeable et prédominante lorsque  $a/e \ll 1$  et  $a/e \gg 1$ . Dans notre cas, le rapport  $a/e$  ne permet pas de discriminer l'un des deux phénomènes, donc l'influence des rigidités de Hertz ne peut être négligée en première approximation.

### V.1.2. Raideur d'ovalisation de la gaine

La raideur d'ovalisation pour un chargement de poinçonnement est délicate à déterminer analytiquement et de nombreuses expressions de la rigidité transversale d'un tube sensiblement différentes existent dans la littérature [94, 95, 96]. Les calculs statiques réalisés numé-

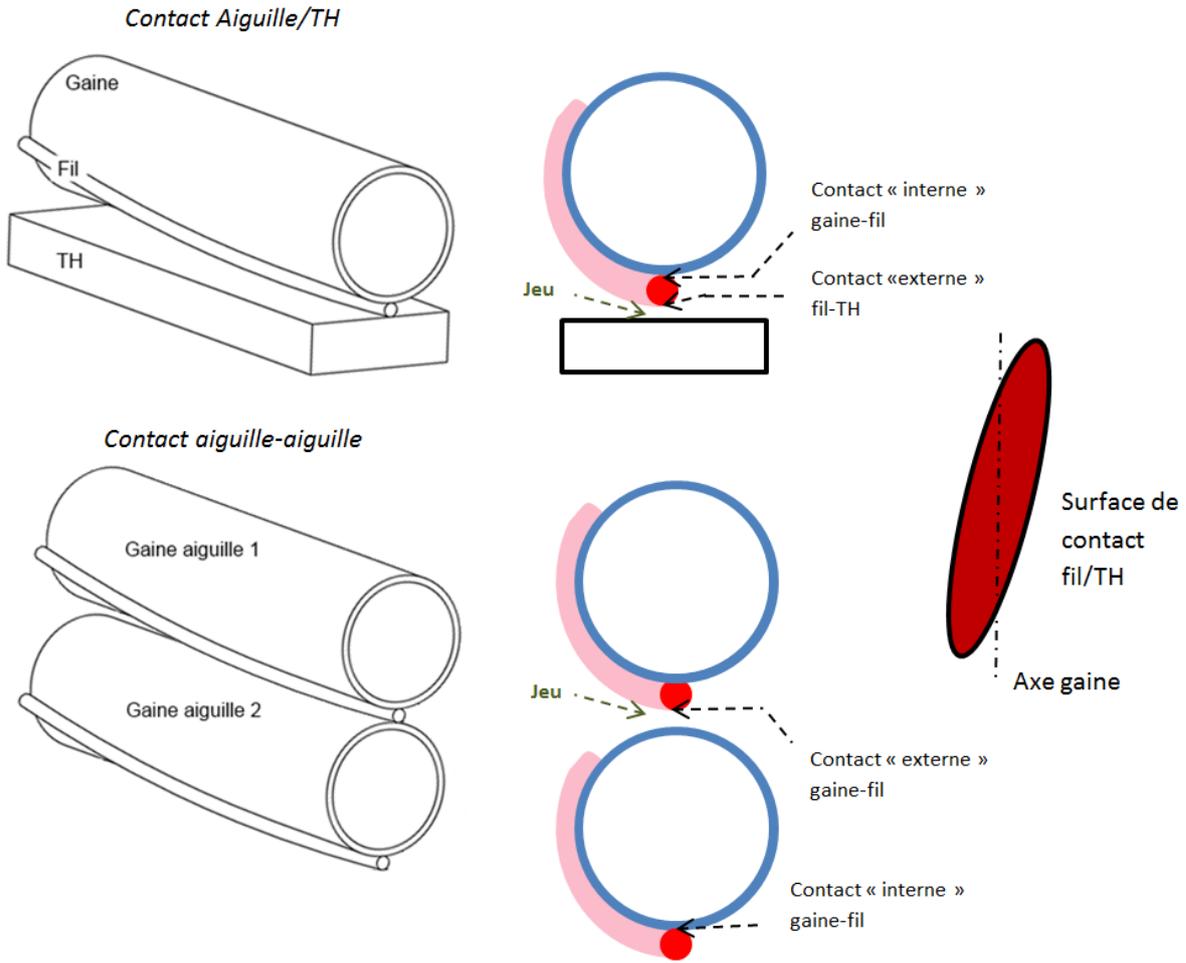


Figure V.2. – Type de contact dans le faisceau

riquement sur un modèle élément fini très détaillé ne permettent pas de valider une formulation analytique et empirique, c'est pourquoi une approche plus précise a été utilisée. L'étude des coques cylindriques fait souvent appel à la décomposition en série de Fourier afin de pouvoir étudier un tube en dissociant les déplacements de la fibre neutre des déplacements de l'enveloppe [97, 98, 99]. Soit  $\Theta$  l'azimut d'un point,  $x$  l'axe du tube et  $u(x, \Theta), v(x, \Theta), w(x, \Theta)$  les déplacements des points du tube. On écrit alors :

$$\begin{cases}
 u(x, \Theta) = u_0(x) + \sum_{n=1}^{Nu} a_n(x) \cos(n\Theta) + \sum_{n=1}^{Nu} b_n(x) \sin(n\Theta) \\
 v(x, \Theta) = v_0(x) + \sum_{n=1}^{Nv} c_n(x) \cos(n\Theta) + \sum_{n=1}^{Nv} d_n(x) \sin(n\Theta) \\
 w(x, \Theta) = w_0(x) + \sum_{n=1}^{Nw} e_n(x) \cos(n\Theta) + \sum_{n=1}^{Nw} f_n(x) \sin(n\Theta)
 \end{cases} \quad (V.3)$$

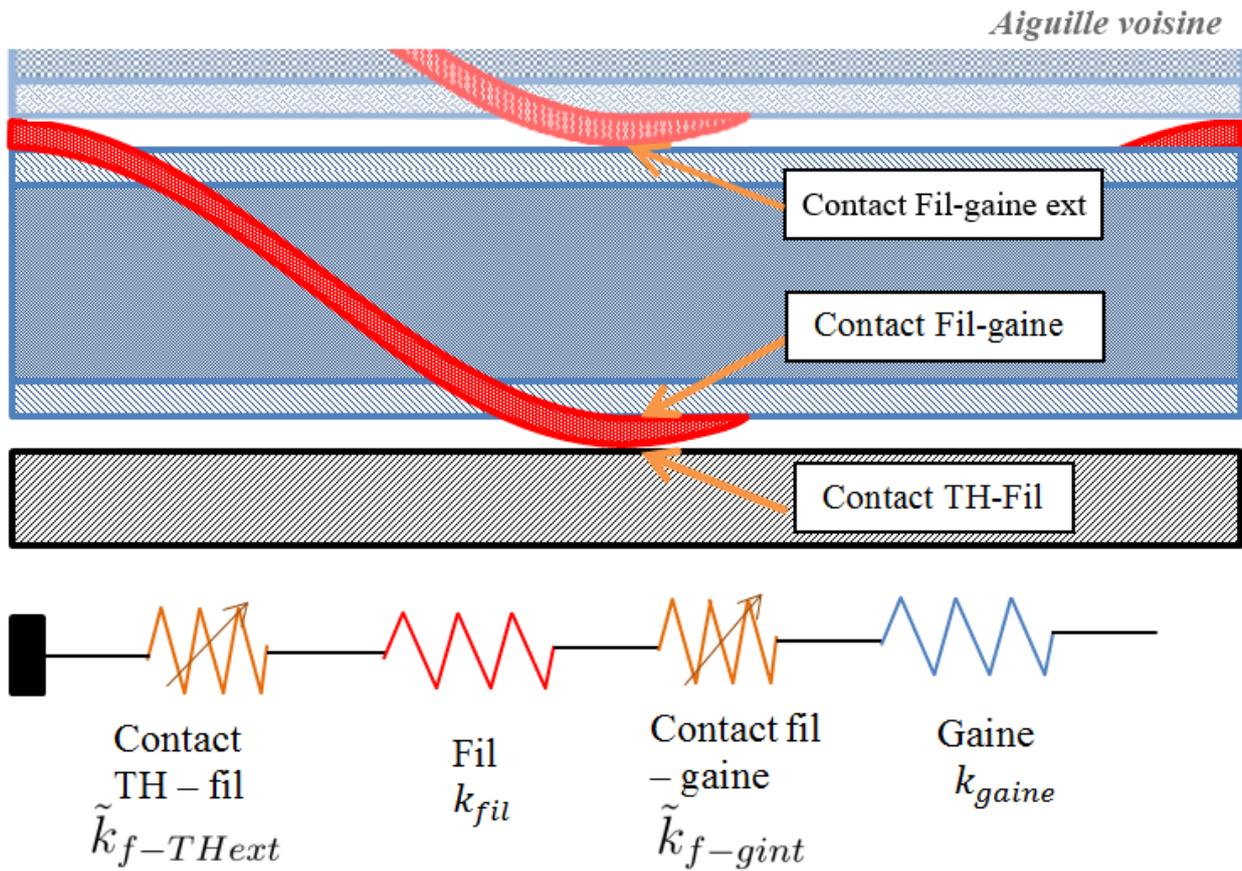


Figure V.3. – Modélisation des contacts par des ressorts

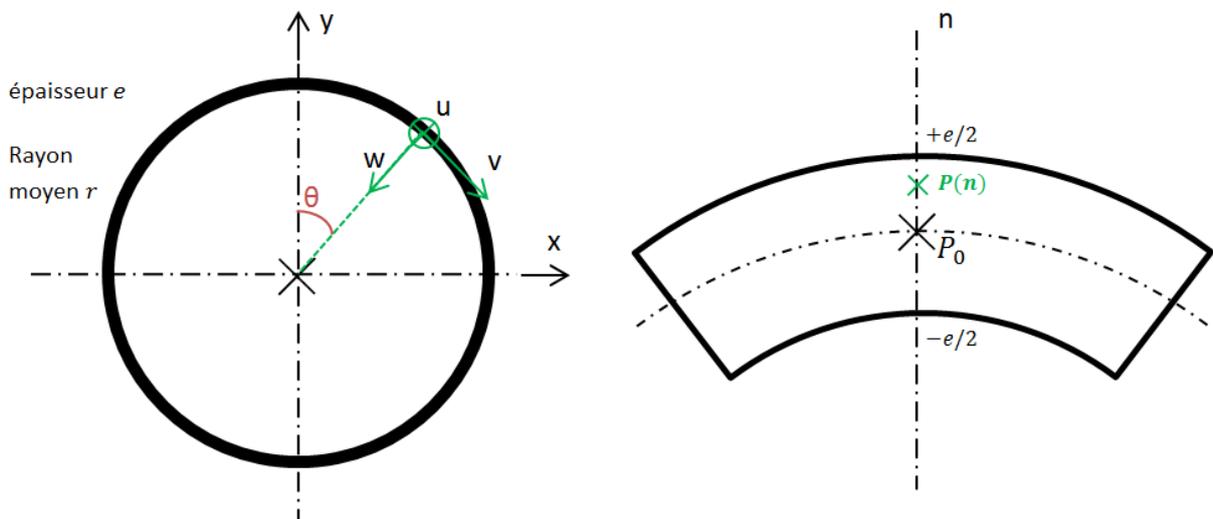


Figure V.4. – Schéma coque

$a_n, b_n, \dots, f_n$  sont les coefficients de Fourier. Le choix des paramètres  $N_u, N_v, N_w$  va influencer

la précision de l'approximation mais aussi la taille du problème matriciel à résoudre. Cette formulation permet d'intégrer des déformées d'enveloppe dans un maillage de type poutre, tout en permettant un calcul beaucoup plus rapide qu'avec des éléments coques ou volumiques [100]. De plus, les formules obtenues par Timoshenko [101] permettent de déduire facilement un état de contraintes à partir des inconnues de déplacements ajoutées. Cette décomposition sera utilisée pour estimer la déformation d'un tube bi-encasté soumis à un chargement ponctuel. Pour cela, les travaux de Madureira [102, 103, 104] basés sur l'approche de Millard [105] ont été appliqués au problème d'un tube bi-encasté représenté figure V.5. Les hypothèses sont celles de la théorie des coques auxquelles on ajoute :

- que l'épaisseur de la coque est fine par rapport au rayon du tube.
- que la coque n'est pas extensible dans la direction circonférentielle.

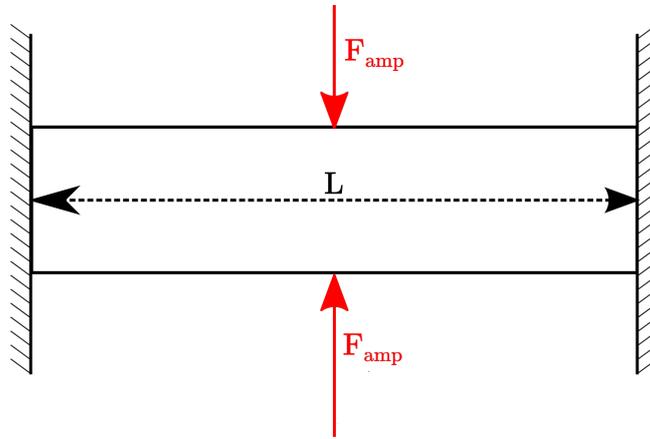


Figure V.5. – Force de poinçonnement appliqué à un tube encasté-encasté

Le chargement appliqué sera un chargement de poinçonnement sans flexion. Couplé aux hypothèses précédentes, on peut alors simplifier les équations V.3 :

$$\begin{cases} u(x, \Theta) = \sum_{n=2}^{Nu} b_n(x) \cos(n\Theta) \\ v(x, \Theta) = \sum_{n=2}^{Nv} -\frac{a_n}{n} \sin(n\Theta) \\ w(x, \Theta) = \sum_{n=1}^{Nw} a_n \cos(n\Theta) \end{cases} \quad (V.4)$$

Avec  $a_n(x)$  coefficients caractérisant l'ovalisation et  $b_n(x)$  coefficients caractérisant le gauçhissement. A noter que les déplacements  $u, v, w$  peuvent maintenant être déterminés uniquement en trouvant les coefficients  $a_n$  et  $b_n$ . La valeur de ces paramètres est déterminée en minimisant l'énergie de déformation impliquée dans la déformation du tube [104], c'est à dire en résolvant le système d'équation suivant avec la force de poinçonnement  $F$ .  $\dot{a}_n = \frac{\partial a_n}{\partial x}$

$$\begin{cases} \ddot{a}_n = -\frac{n^2}{r^4} a_n + \left(\frac{6(1-\nu)}{n^2 e^2} + \left(\frac{1}{n} - 2n\right)^2 \frac{1-\nu}{2r^2}\right) \ddot{a}_n + \frac{F}{\pi r D} \\ \ddot{b}_n = \left(\frac{n^2(1-\nu)}{2r^2}\right) b_n + \frac{1-\nu}{2r} \dot{a}_n \end{cases} \quad (V.5)$$

Il s'agit donc de résoudre un système d'équations couplées pour trouver les expressions de  $a_n(x)$  et  $b_n(x)$ . Le système peut se mettre sous la forme d'une équation matricielle avec :

$$\begin{aligned} X &= [a_2 \dots a_n \dot{a}_2 \dots \dot{a}_n \ddot{a}_2 \dots \ddot{a}_n \ddot{\ddot{a}}_2 \dots \ddot{\ddot{a}}_n b_2 \dots b_n \dot{b}_2 \dots \dot{b}_n] \\ \dot{X} &= \mathbf{P}X + X_p \end{aligned} \quad (\text{V.6})$$

Avec  $X_p$  la solution particulière de l'équation qui correspond au efforts extérieurs. On s'intéresse au cas d'un tube encastré à ses extrémités subissant un effort ponctuel d'intensité  $F_{amp}$  symétrique en son centre exprimé comme une somme de sinus [104] (voir figure V.5 et équation V.7).

$$F(x) = \sum_{n=1}^N \frac{2F_{amp}}{n\pi} (-\cos(0, 49n\pi) + \cos(0, 51n\pi)) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (\text{V.7})$$

Pour trouver la solution particulière, on supposera que les fonctions  $a_n(x)$  et  $b_n(x)$  peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} a_n(x) &= \alpha_{1n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \alpha_{2n} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\ b_n(x) &= \beta_{1n} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \beta_{2n} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \end{aligned} \quad (\text{V.8})$$

Les paramètres  $\alpha_{in}$  et  $\beta_{in}$  peuvent être directement identifiés avec l'équation V.5 et l'expression de  $F(x)$ .

La solution homogène est déterminée en diagonalisant la matrice  $P$  de l'équation V.6 et en déterminant les valeurs propres  $\lambda_i$  et les vecteurs propres  $\Phi_i$  de cette matrice. La solution homogène  $X_h$  s'écrit :

$$X_h = \sum_{n=1}^N C_i e^{\lambda_i x} \Phi_i \quad (\text{V.9})$$

La détermination des paramètres  $C_i$  est réalisée numériquement sur Scilab en fonction des conditions aux limites du problème. Dans le cas du tube encastré de longueur  $L$  :

$$a_n(0) = \dot{a}_n(0) = b_n(0) = a_n(L) = \dot{a}_n(L) = b_n(L) = 0 \quad (\text{V.10})$$

Le résultat de l'équation V.5 est donné en sommant la solution homogène  $X_p$  avec la solution particulière  $X_h$ . On peut alors déterminer la déformation due au chargement ponctuel associé à chaque mode de Fourier ou à l'ensemble des modes. La déformation transversale de l'enveloppe d'un tube aux dimensions de l'aiguille ( $L = 2, 136m$ ) est donnée à la figure V.6.

Comparativement aux autres formulations analytiques [106, 94], cette approche permet de s'affranchir de toutes hypothèses à l'exception de celle des coques minces et permet de tenir compte de configurations du tube variées, notamment sur les conditions aux limites. Elle permet aussi d'estimer la propagation de l'ovalisation dans la longueur du tube qui peut être très grande lorsque l'épaisseur de la coque est faible. Le rapport entre la force et le

déplacement au point d'application de l'effort permet de calculer une raideur d'ovalisation du tube, dans le cas de la gaine, on trouve une raideur d'ovalisation de :

$$k_{gaine} = \frac{F_{amp}}{U(L/2)} = 2,12 \cdot 10^6 N/m \quad (V.11)$$

Cette valeur est proche de celle que l'on peut trouver avec un modèle numérique ( $k_{gaine} = 3 \cdot 10^6 N/m$ ) et ou avec une formule empirique obtenue au CEA [95] ( $k_{gaine} = 2,7 \cdot 10^6 N/m$ ).

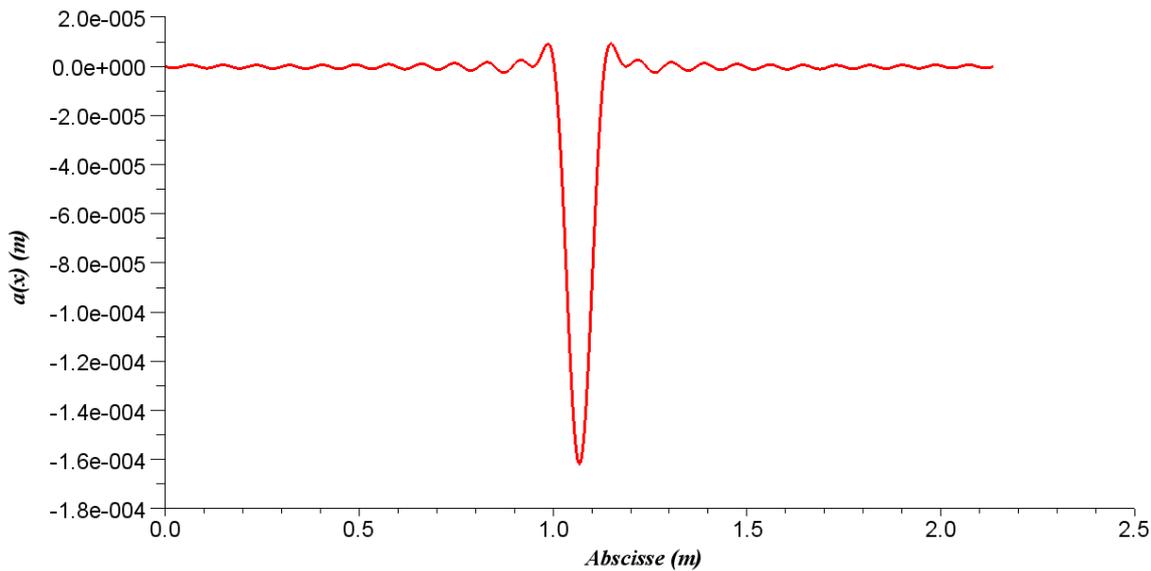


Figure V.6. – Déformée radiale de la gaine de l'aiguille

### V.1.3. Raideur d'écrasement du fil

On définit aussi une raideur associée au fil, qui quantifie la déformée d'ovalisation du fil lorsqu'il est soumis à un effort transversal. Le schéma du problème est donné à la figure V.7.

Pour cela, nous utiliserons la formule analytique donnée par Jawad et Ward [107, 108] dans le cas de fibre unique de kevlar soumis à un effort de poinçonnement transversal en faisant l'hypothèse que les dimensions de la zone de contact sont inférieures au rayon de l'aiguille, ce qui est le cas dans notre application.

$$\delta = -\frac{4F}{L_{cont}\pi} \frac{1-\nu^2}{E} (0,19 + \sinh^{-1}(r/b)) \quad (V.12)$$

$$b = \sqrt{\frac{4Fr}{\pi} \frac{1-\mu^2}{E}}$$

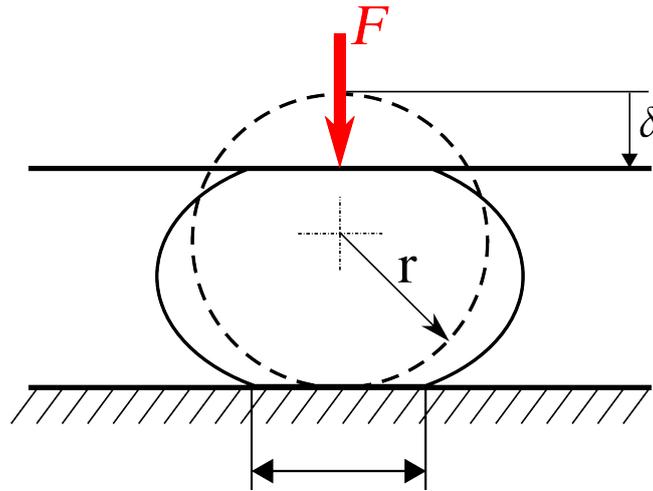


Figure V.7. – Fil soumis à un effort axial

$L_{cont}$  correspond à la longueur du contact suivant l'abscisse. On considère que le contact se fait sur une longueur de 1 mm, ce qui correspond à la valeur moyenne de la longueur du contact du fait de la géométrie en hélice de l'aiguille. A noter que des formulations plus complètes et plus précises existent dans certains ouvrages [109, 110] mais ne seront pas utilisées ici par souci de simplicité. La rigidité d'écrasement du fil s'obtient en calculant le rapport  $F/\delta$ .

$$k_{fil} = 3,11 \cdot 10^7 \text{ N/m} \quad (\text{V.13})$$

Les raideurs linéaires de la gaine et du fil ont été obtenues par des méthodes analytiques, mais les surfaces des objets en contact se déforment aussi localement. A ces déformations nous avons associé une raideur de hertz dont nous parlerons dans la partie suivante.

#### V.1.4. Raideurs de contacts, théorie de Hertz

La théorie de Hertz permet de déterminer la surface de contact entre deux objets en interaction et la pression s'y exerçant. Entre 1881 et 1895, Hertz étudie les contacts entre deux lentilles bombées et observe la variation de la diffraction des ondes selon l'effort qu'il exerce [25]. Il en déduit une théorie encore utilisée pour définir les contacts entre deux objets. Les hypothèses utilisées sont les suivantes :

- La surface de contact est très petite devant les surfaces des solides en contact.
- Les solides sont considérés semi-infinis et assimilables à des ellipsoïdes de courbure  $C_1, C'_1, C_2$  et  $C'_2$ .
- Les corps sont élastiques, homogènes et isotropes.
- La surface de contact est considérée plane.
- La force de contact est normale aux surfaces et se fait sans frottement.

Dans le cas de contacts ponctuels, la forme générale de la surface de contact est une ellipse

dont les dimensions dépendent de l'effort exercé, des propriétés matériaux (module d'Young et coefficient de Poisson) et des courbures des solides [111]. A noter que, quel que soit les surfaces en contact, la loi d'enfoncement n'est pas linéaire par rapport à la force exercée. Elle dépend de la raideur de Hertz des matériaux notée  $\tilde{k}$ .

$$F = \tilde{k}\delta^{3/2} \quad (\text{V.14})$$

De nombreuses hypothèses citées plus haut sous-tendent la théorie de Hertz ce qui la rend difficilement utilisable dans un cas général. K.L. Johnson [51] s'est efforcé dans son ouvrage d'élargir la théorie de Hertz à des cas particuliers en prenant par exemple en compte :

- La présence de matériaux non – homogènes.
- Les effets d'adhésion ou de friction interne.
- Un comportement élasto-plastique des matériaux.
- Un contact glissant avec la présence d'un chargement tangentiel.
- Le contact entre un solide plein et une coque d'épaisseur mince.
- Les effets dynamiques.

Dans le cas présent, une représentation simple des contacts est choisie, avec des contacts normaux et une absence de frottement. Le cas échéant, une modélisation plus complexe du contact devra être choisie pour être représentative du problème. Cette théorie permet de déterminer la loi d'interpénétration entre deux solides, ce qui permet d'en déduire une raideur appelée raideur de Hertz s'exprimant en  $N/m^{3/2}$  qui lie la force de contact à la déformée de la surface de contact. Si les contacts classiques entre deux sphères, une sphère et un plan ou un cylindre et un plan sont assez courants dans la littérature, notre cas de figure est un peu plus exotique. En effet nous nous intéressons au contact entre une hélice et un plan ou celui d'une hélice contre une hélice. Nous devons donc déduire les paramètres de la formulation générale entre deux solides  $S_1$  et  $S_2$ . Chaque solide est défini par deux courbures  $C_i$  et  $C'_i$  au point de contact séparées d'un angle  $\Theta$ . La formule générale de la raideur de Hertz est [51] :

$$\tilde{k} = \left(\frac{4\gamma_1}{3\gamma_2 r}\right)^{3/2} \frac{1}{k_1 + k_2} \sqrt{\frac{1}{C_1 + C'_1 + C_2 + C'_2}} \quad (\text{V.15})$$

$$k_i = \frac{1 - \nu_i^2}{\pi E_i}$$

Les paramètres  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des constantes dépendantes de la géométrie du contact [111]. Dans le cas d'un plan, les rayons de courbure sont infinis donc les courbures sont nulles. Dans le cas de l'hélice, les courbures s'écrivent en fonction du pas du fil  $p$  et du rayon de l'hélice  $r_h$  (qui est la somme des rayons extérieurs de la gaine et du fil).

$$\begin{cases} C_1 = \frac{1}{r_h(1+(\frac{p}{2\pi r_h})^2)} \\ C'_1 = \frac{1}{r_h} \end{cases} \quad (\text{V.16})$$

Les rayons de courbure de la gaine, assimilable à un cylindre, sont fonction de son rayon extérieur  $r$  :

$$\begin{cases} C_2 = 0 \\ C'_2 = \frac{1}{r} \end{cases} \quad (\text{V.17})$$

A partir de ces courbures, il est possible de calculer analytiquement la raideur associée à tous les contacts de Hertz énoncée dans la section V.1.1, la raideur associée au contact "interne" fil-gaine  $\tilde{k}_{f-gint}$ , la raideur du contact "externe" fil-gaine  $\tilde{k}_{f-gext}$  et la raideur du fil fil-plan du TH  $\tilde{k}_{f-THext}$ . Leurs valeurs sont résumées dans le tableau V.1.

Nom	Valeur
$\tilde{k}_{f-gint}$	$1,33.10^{10}$
$\tilde{k}_{f-gext}$	$5,71.10^9$
$\tilde{k}_{f-THext}$	$7,08.10^9$

Table V.1. – Raideur de Hertz

### V.1.5. Création de la loi d'effort

La loi d'effort complète nécessite d'ajouter les effets des différents ressorts présentés à la figure V.3.

$$\delta_{tot} = F\left(\frac{1}{k_{gaine}} + \frac{1}{k_{fil}}\right) + F^{2/3}\left(\frac{1}{\tilde{k}_{f-gint}^{2/3}} + \frac{1}{\tilde{k}_{f-gext}^{2/3}}\right) \quad (\text{V.18})$$

Usuellement, ce sont les déplacements qui sont calculés et qui desquels on déduit les efforts. Il est donc intéressant d'inverser l'équation V.18 en utilisant pour cela la méthode des cardans [112].

$$F = -\frac{b}{3a} + \left(-\frac{1}{2}\left(q + \sqrt{\frac{4p^3 + 27q^2}{27}}\right)\right)^{1/3} + \left(-\frac{1}{2}\left(q - \sqrt{\frac{4p^3 + 27q^2}{27}}\right)\right)^{1/3} \quad (\text{V.19})$$

avec

$$a = \frac{1}{k_{gaine}} + \frac{1}{k_{fil}} \quad b = \frac{1}{\tilde{k}_{f-gint}^{2/3}} + \frac{1}{\tilde{k}_{f-gext}^{2/3}} \quad p = \frac{b^2}{3a^2} \quad q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{\delta}{a}$$

La loi de contact aiguille-TH est représentée sur la figure V.8. L'allure de la courbe pour la loi de contact aiguille-aiguille est la même.

L'ovalisation de la gaine est prépondérante dans la loi de contact. L'aspect non-linéaire de la loi de Hertz n'apparaît que pour les chocs de faibles amplitudes (figure V.8, à droite). Pour les chocs les plus importants, la loi de contact peut être linéarisée. Cependant, même à ces amplitudes, les raideurs de Hertz contribuent à assouplir significativement le contact et ne peuvent donc pas être négligées.

Des essais ont été menés par Courtois [95] afin d'avoir une valeur expérimentale de la déformation de la gaine sur des aiguilles en géométrie Phénix. La loi d'écrasement étant très dépendante de la géométrie, de nouveaux essais seraient nécessaires en géométrie ASTRID et en prenant compte l'influence du fil (les capteurs utilisés lors des essais CARNAC ne sont pas adaptés à ce genre de mesure).

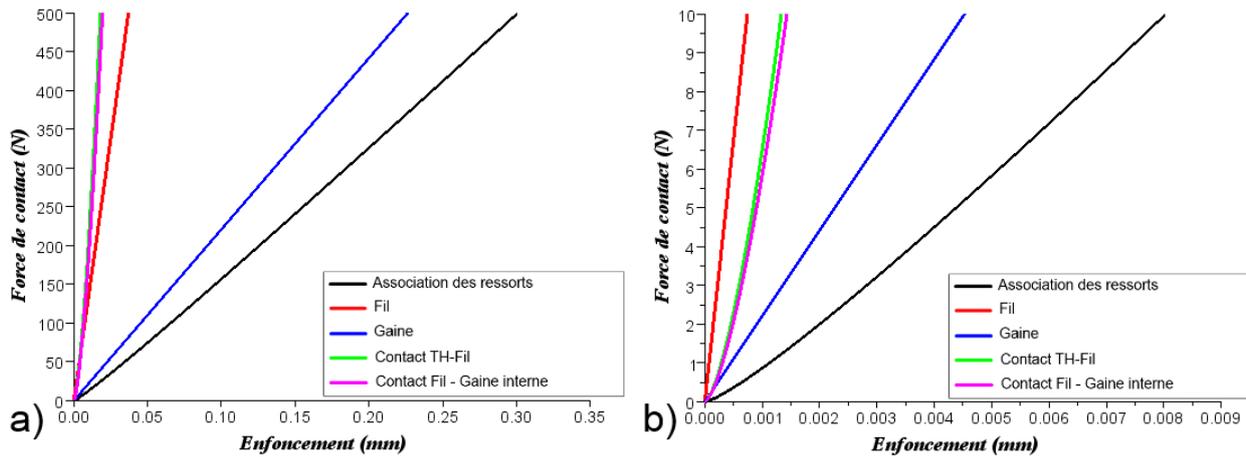


Figure V.8. – Loi de contact a) pour  $F \in [0 - 500N]$ , b) pour  $F \in [0 - 10N]$

## V.2. Sous-structuration

Afin d'étudier le comportement de l'assemblage, une méthode de sous structuration pour le calcul de la base modale a du être développée afin de mener des calculs dans des temps raisonnables. Cette section utilise de nombreuses variables résumées et décrites dans le tableau V.2.

Nom	Description
$S$	Structure complète
$SS_i$	Sous-structure $i$
$L_{SS_i}$	Zone de liaison de la sous-structure $i$
$\Phi_S$	Modes normaux de la structure complète
$\Phi_{SS}$	Modes normaux de l'ensemble des sous-structures
$\Phi_{SS_i}$	Modes normaux de la sous-structure $i$ , zones de liaison bloquées
$\Psi_{SS}$	Modes contraints de l'ensemble des sous-structures
$\Psi_{SS_i}$	Modes contraints de la sous-structure $i$
$\Psi_i$	Modes contraints associés au degré de liberté $i$
$K^*, M^*, \Phi^*$	Rigidité, masse et modes propres définis sur la base $[\Phi_{SS}, \Psi_{SS}]$

Table V.2. – Variable pour la sous-structuration

L'assemblage possède de très nombreux degrés de liberté, et la présence de nombreuses aiguilles dans le faisceau uniquement soutenues en leur pied génère un grand nombre de modes locaux. Le calcul de la base modale direct est donc couteux.

Des méthodes de synthèse modale existent afin de découpler le problème sur la structure complète notée  $S$  en l'étude de plusieurs sous-structures découplées nommées  $SS_i$ . On définit ensuite des modes contraints dans les zones de liaisons entre les sous-structures (noté  $L_{SS_i}$ ) et des relations de liaisons. L'étude de la somme de ces petits problèmes permet un gain de temps par rapport aux calculs directs de la base complète pour peu que le système puisse se découper en de nombreuses sous-structures simples avec un nombre restreint de degrés de liberté associés aux liaisons. De fait cette méthode est particulièrement adaptée à l'assemblage qui comporte 217 aiguilles identiques. Les sous-structures du problème sont :

- Chacune des 217 aiguilles
- Le tube hexagonal
- Le pied
- Les grilles inférieure et supérieure

Une étude complète des méthodes de synthèse modale a été réalisée dans [113]. Nous ne présenterons ici que la méthode de Craig et Brampton [114] résumée dans [115]. On utilise pour réaliser la synthèse modale un ensemble de modes propres et de modes statiques décrits ci-après. La présentation de la méthode sera illustré avec un exemple simple présenté figure V.9 de deux sous structures poutres  $SS1$  et  $SS2$  dans le plan ayant un faible nombre de noeuds et liées entre elles en un noeud unique.

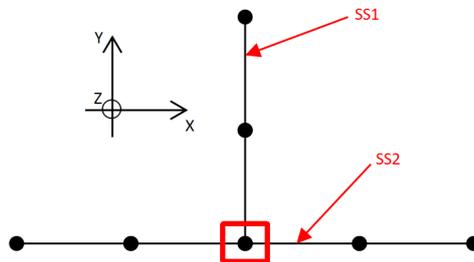


Figure V.9. – Modèle élémentaire de deux sous-structures

### V.2.1. Modes normaux des sous-structures

Les modes propres sont obtenus pour la sous structure  $SS_i$ . Les degrés de liberté situés au niveau des zones de liaison entre les sous-structures sont bloqués pour le calcul des modes propres. Un premier calcul permet d'obtenir les modes propres  $\Phi_{SS_i}$  pour chaque sous-structure, comme illustré dans la figure V.10. Dans le cas du faisceau dans l'assemblage, comme toutes les aiguilles sont identiques, un seul calcul modal est nécessaire, le résultat est ensuite transposé à toutes les aiguilles. L'ensemble des modes propres de toutes les sous-structures sera noté  $\Phi_{SS}$ .

Une fréquence de troncature est définie suivant les recommandations de l'étude réalisée à

la section III.3. Seuls sont conservés les modes normaux dont la fréquence propre est inférieure à 6000Hz. C'est à cette étape que la taille du modèle est grandement réduite.

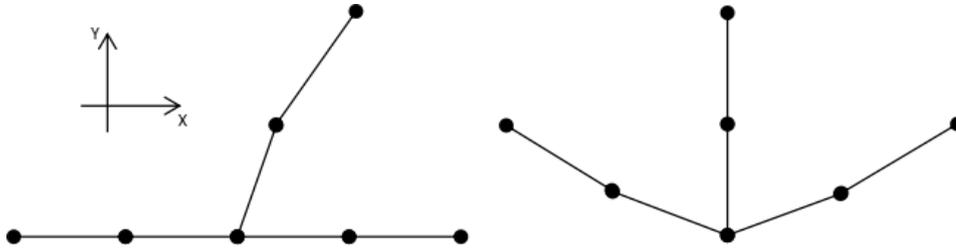


Figure V.10. – Illustration des premiers modes normaux des sous-structures  $SS_1$  et  $SS_2$

### V.2.2. Modes contraints et relations de liaisons

Les modes contraints  $\Psi_i$  sont les modes associés à un déplacement unitaire sur un DDL de  $L_{SS_i}$ . A titre d'illustration, les trois modes contraints de la sous structure  $SS_1$  sont présentés figure V.11.

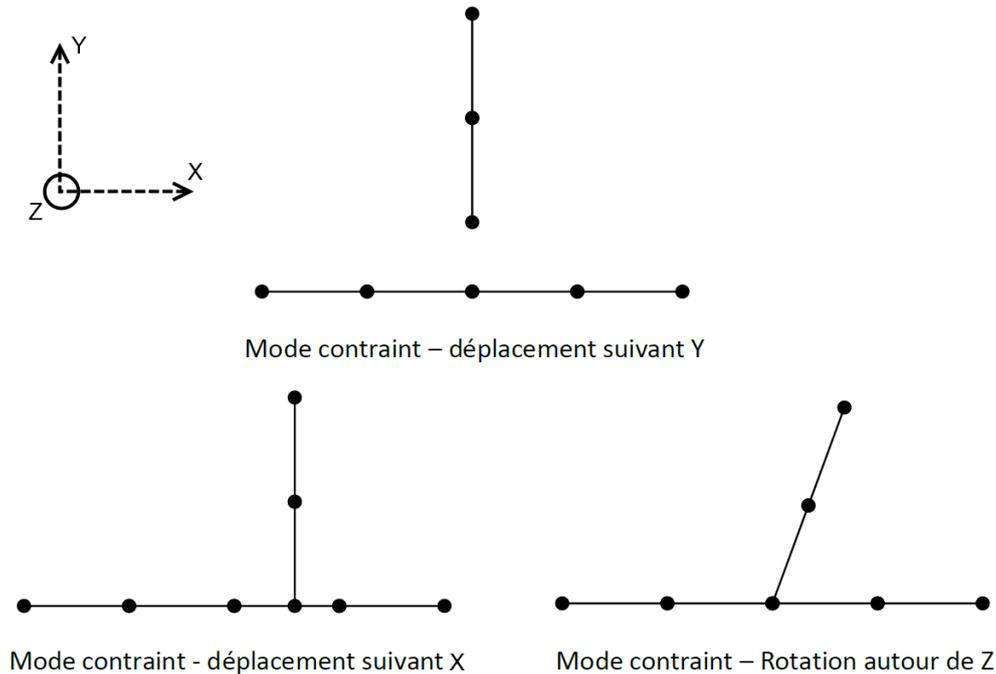


Figure V.11. – Modes contraints d'un problème élémentaire

Les modes contraints sont calculés en appliquant un déplacement ou une rotation unitaire  $U_{imp}$  sur un degré de liberté de  $L_{SS_i}$  et en résolvant le problème statique.

Il y a autant de modes contraints  $\Psi_i$  pour une sous-structure  $SS_i$  que de degré de liberté dans la zone de liaison  $L_{SS_i}$  qui lui est associée. Plus le nombre de degrés de liberté de contact

entre sous-structures est important, plus le nombre de modes  $\Psi_i$  devra être grand ce qui réduit l'intérêt de la sous-structuration pour des structures très liées. Dans le cas de l'assemblage, la plupart des liaisons sont ponctuelles (à l'exception de la liaison TH/grille qui suit une ligne), donc le nombre de modes  $\Psi_i$  nécessaire est faible. L'ensemble des modes contraints d'une sous-structure est noté  $\Psi_{SS_i}$  et l'ensemble des modes contraints de la structure complète est noté  $\Psi_{SS}$ . Ces modes permettent de représenter le couplage entre les déplacements des sous-structures.

L'ensemble des modes  $\Phi_{SS}$  et  $\Psi_{SS}$  permet de reproduire la mobilité de la structure complète. Cependant les sous-structures sont mobiles les unes par rapport aux autres puisque aucune contrainte cinématique n'a été définie. Il est donc nécessaire de créer des relations de liaison imposant l'égalité entre les déplacements et rotations au niveau des zones de liaison entre les sous-structures, par exemple pour les sous-structures  $k$  et  $j$ .

$$\forall k, j \quad U_{L_{SS_k \cap j}} = U_{L_{SS_j \cap k}} \quad (\text{V.20})$$

L'ensemble des relations de liaison est noté  $R_L$ . La base modale complète obtenue par sous-structuration devra donc à la fois contenir les mobilités des modes de  $\Phi_{SS}$  et  $\Psi_{SS}$  mais aussi vérifier les relations V.20.

### V.2.3. Mise en œuvre de la sous structuration

Une fois que les modes  $\Phi_{SS}$  et  $\Psi_{SS}$  ont été calculés, il est nécessaire de projeter les matrices de rigidité et de masse de chaque sous-structure  $SS_i$  sur leurs modes normaux  $\Phi_{SS_i}$  et leurs modes contraints  $\Psi_{SS_i}$ . L'ensemble de ces matrices est assemblé en une matrice de rigidité et une matrice de masse globale notées respectivement  $K^*$  et  $M^*$  définies sur les bases  $\Phi_{SS}$  et  $\Psi_{SS}$ . Les relations de liaison sont quant à elles projetées sur l'ensemble des modes contraints  $\Psi_{SS}$  et sont maintenant notées .

Une nouvelle base modale qui tient compte des relations de liaison est calculée en utilisant la méthode des "doubles Lagranges" [116, 117] avec le vecteur des multiplicateurs Lagrange  $\Lambda$ .

$$(\mathbf{K}^* - \omega^2 \mathbf{M}^*) \Phi_S^* + R_L^T \Lambda = 0 \quad (\text{V.21})$$

Les modes  $\Phi_S^*$  correspondent aux déformées modales de la structure complète exprimées sur les bases modales  $\Phi_{SS}$  et  $\Psi_{SS}$ . Une recombinaison modale de  $\Phi_S^*$  permet de revenir à l'ensemble des modes  $\Phi_S$  définis sur base physique.

$$\Phi_S = [\Phi_{SS}, \Psi_{SS}]^{-1} \Phi_S^* \quad (\text{V.22})$$

Les performances d'un calcul direct des modes de vibration et d'un calcul par sous-structuration ont été comparées pour un faisceau réduit (19 aiguilles) et pour un faisceau complet (217 aiguilles). Les résultats sont donnés dans le tableau V.3. Les temps de calcul correspondent à des temps réels. Les calculs sur faisceau réduit sont réalisés sur une unité de calcul à 16

coeurs.

Faisceau	Calcul direct	Calcul par sous-structuration
Réduit	80 minutes	20 minutes
Complet	>200 heures	20,3 heures

Table V.3. – Gain en temps de calcul de la sous-structuration

Le gain en performance justifie grandement l'emploi de la sous-structuration.

### V.3. Description du modèle d'assemblage complet

Le modèle numérique développé dans le cadre de la thèse a été nommé DYSCO (DYnamique des aSsemblages COmbustibles). Il a pour objectif de simuler la réponse d'un assemblage combustible pour une sollicitation de type transport, manutention ou séisme.

Le modèle éléments finis utilisé est similaire à celui présenté à la section IV.1.1, à ceci près que toutes les aiguilles sont représentées. Elles sont modélisées à l'aide d'éléments de Timoshenko avec un coefficient de cisaillement de 0,5. L'inertie variable apportée par le fil enroulé en hélice autour de la gaine est prise en compte dans les caractéristiques des éléments. Le tube hexagonal ainsi que la grille de fixation des aiguilles sont composés d'éléments coques triangulaires. Enfin, pour simplifier le calcul, le pied est modélisé de la même façon que les aiguilles avec des éléments de Timoshenko et ses caractéristiques sont choisies en fonction de la valeur moyenne des dimensions du pied sur sa hauteur. La grille a été adaptée afin que toutes les aiguilles se fixent sur un nœud du maillage. Les points de liaison de l'aiguille centrale et de la première couronne sont représentés par des cercles rouges sur la figure V.12. En plus des liaisons entre la grille et les aiguilles, le contour extérieur de la grille est aussi lié au TH et au pied au niveau du point central.

La maillage éléments finis choisi est représentatif des essais BELIER présentés à la section I.3.2. Les principales caractéristiques du modèle sont données à la figure V.13. Le tube hexagonal est tronqué au dessus des plaquettes pour limiter la taille du modèle et une grille supérieure est ajoutée pour bloquer la partie supérieure du TH en ovalisation, comme c'est le cas pour l'assemblage à cause de la présence de la protection neutronique supérieure. Une masse additionnelle est ajoutée sur cette grille supérieure pour tenir compte des éléments tronqués. Le combustible dans les aiguilles est lui-aussi pris en compte par l'ajout d'une masse additionnelle sur la hauteur du cœur mais il ne participe pas à la rigidité du faisceau. Le point inférieur du pied est bloqué en déplacement et en rotation et une butée est placée à la hauteur des plaquettes. Ce maillage comporte environ 40000 nœuds, soit 240000 degrés de liberté (DDLs).

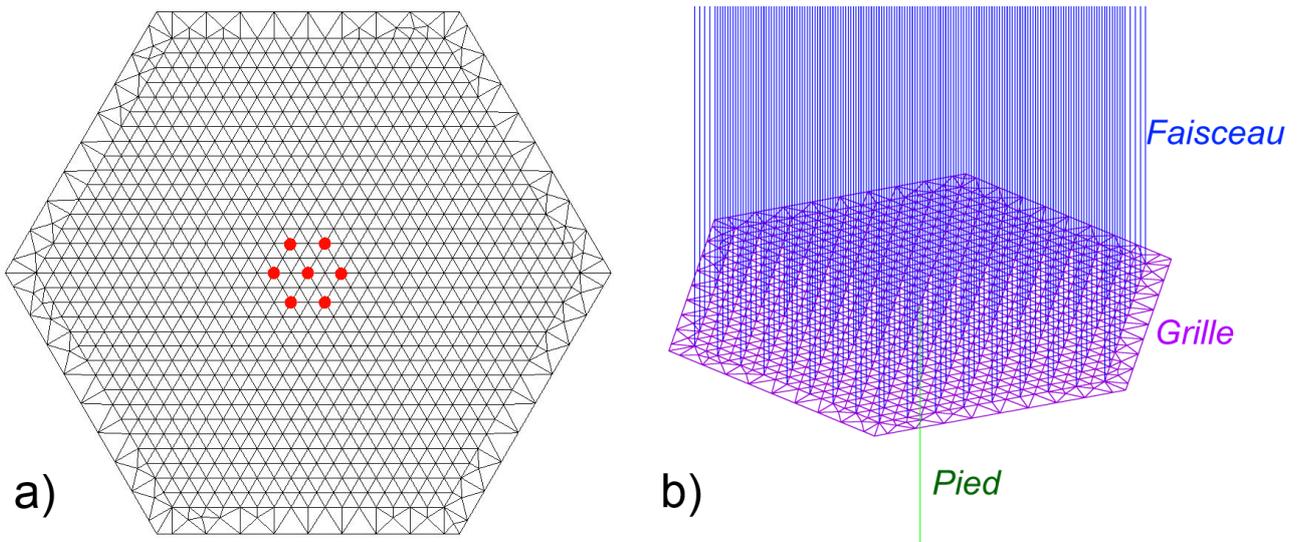


Figure V.12. – Maillage éléments finis de la grille, a) vue du dessus - b) vue isométrique avec pied et aiguilles

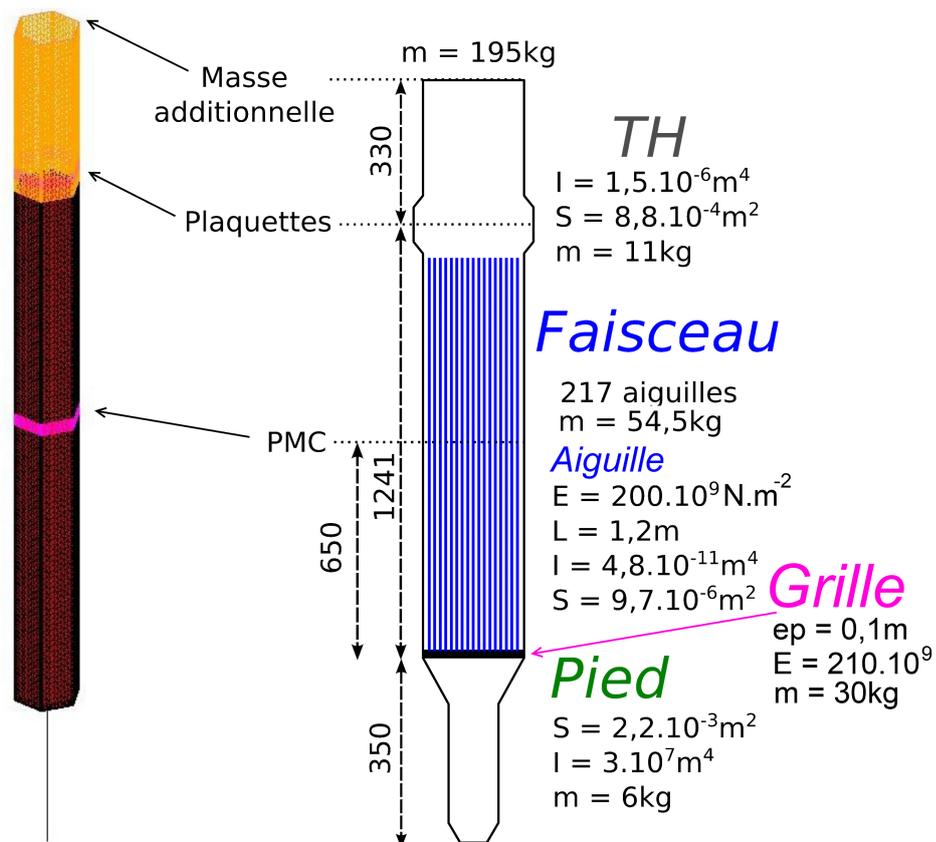


Figure V.13. – Grandeurs du modèle éléments finis relatif aux essais BELIER

## V.4. Validation du modèle

La correspondance entre le modèle et les essais BELIER est réalisée grâce à des essais statiques et à une analyse modale. Durant les essais BELIER, les rigidités en flexion de l'assemblage au niveau du plan plaquette, du plan médian cœur et de la masse additionnelle ont été mesurées à l'aide de comparateurs. Le maillage éléments finis étant tronqué au dessus des plaquettes, seules les deux premières rigidités seront comparées. Les rigidités statiques sont données dans le tableau V.4.

Rigidité	Valeur expérimentale ( $N/m$ )	Valeur modèle numérique ( $N/m$ )
Haut du TH	$3,4 \cdot 10^5$	XXX
Plaquettes	$6,7 \cdot 10^5$	$6,73 \cdot 10^5$
Plan médian coeur	$11,5 \cdot 10^5$	$12,51 \cdot 10^5$

Table V.4. – Rigidité de flexion expérimentale et numérique

La rigidité aux plaquettes est bien représentée, ce qui est important puisque le déplacement initial est calculé en ce point. Les différences entre la rigidité au PMC numérique et expérimentale sont dues à la non-prise en compte des hétérogénéités de section dans le modèle numérique. Seul le 1er mode de flexion de l'assemblage complet a été mesuré sur le banc BELIER. A noter que la valeur de la masse additionnelle avait été choisie sur le banc BELIER pour reproduire la fréquence propre de l'assemblage réel. La valeur mesurée expérimentalement (2,7Hz) est similaire à la valeur numérique (2,77Hz).

## V.5. Résultats

Les calculs de lâcher en géométrie BELIER demandent environ une semaine de calculs en comptant la recherche de la base modale et le calcul dynamique sur une unité de calcul à 16 cœurs 3,6GHz et 120Go de mémoire vives. Il n'est donc pas possible de multiplier les configurations d'essais. Deux problèmes ont été traités à l'instar de l'étude de la section IV.1.

- Un lâcher de 25mm sur un faisceau à jeux initiaux nuls.
- Un lâcher de 25mm sur un faisceau à jeux initiaux de  $1 \cdot 10^{-4}m$ .

Le chargement est appliqué de la même façon que dans la section IV.1 : on applique d'abord un chargement lent et amorti à l'assemblage pour le mettre en flexion, puis l'effort est relâché et l'assemblage vient impacter contre la butée. Seul la deuxième partie du calcul (le lâcher) est étudié par la suite. Ces essais sont représentatifs des essais BELIER en air. L'objectif est de comprendre le comportement du faisceau soumis à un choc ponctuel et la transmission des efforts et des déplacements dans le faisceau. Trois analyses ont été réalisées : Les trajectoires des aiguilles du faisceau juste après le choc sont tracées sur différents plans, les efforts dans le faisceau seront ensuite analysés enfin nous étudierons l'évolution de l'énergie dans chacune des sous-structures durant le lâcher.

### V.5.1. Analyse des trajectoires

La figure V.14 représente le déplacement moyen du TH durant le lâcher au plan haut du faisceau. Durant la première partie du lâcher, le TH retourne en position verticale. Puis, lorsque la flèche est positive, il entre en contact avec la butée durant environ 30ms. Enfin, on observe un rebond d'amplitude inférieur au lâcher initial durant lequel des ondes d'ovalisation traversent le TH.

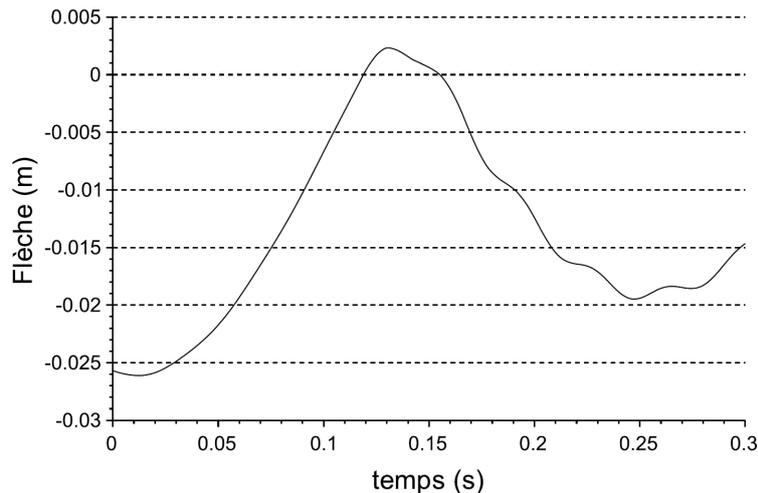


Figure V.14. – Déplacement moyen du tube hexagonal dans le plan supérieur du faisceau

Ramené à une visualisation dans le plan, la figure V.15 illustre la trajectoire des aiguilles et des centres des faces du tube hexagonal sur le plan supérieur du faisceau (en haut des aiguilles) dans une configuration avec jeux. Les croix noires correspondent aux emplacements au repos des aiguilles, les croix rouges leurs emplacements au début du lâcher. Les aiguilles suivent globalement le mouvement d'ensemble imposé par la flexion du tube hexagonal.

Les contacts entre le faisceau et le TH sont dépendants du mouvement relatif des aiguilles par rapport à celui du TH. Pour les figures à venir, afin d'étudier le mouvement différentiel du faisceau, le déplacement moyen du tube hexagonal sera retranché aux déplacements des aiguilles. Le temps initial est pris ici à l'instant où le TH rentre en contact avec la butée, et la trajectoire est tracée durant les 10ms qui suivent. La figure V.16 représente les mouvements différentiels du faisceau lors du lâcher pour une configuration avec jeu initiaux nuls ou homogène de  $1.10^{-4}m$ , au niveau du haut des aiguille, soit 41mm en dessous du plan des plaquettes où se situe le contact avec la butée.

Les déplacements ont été amplifiés par souci de lisibilité. Les déplacements des aiguilles sont beaucoup plus importants dans le cas de la configuration avec jeux, puisque les aiguilles disposent d'une mobilité plus importante. Cependant, de façon plus surprenante, les déplacements ne suivent pas la direction de la sollicitation. Lors du choc, les aiguilles vont s'écarter transversalement du centre du faisceau vers les parois du tube hexagonal, ce que l'on pourrait qualifier de "gonflement du faisceau". On observe aussi une torsion du tube dans la direction d'enroulement du fil espaceur.

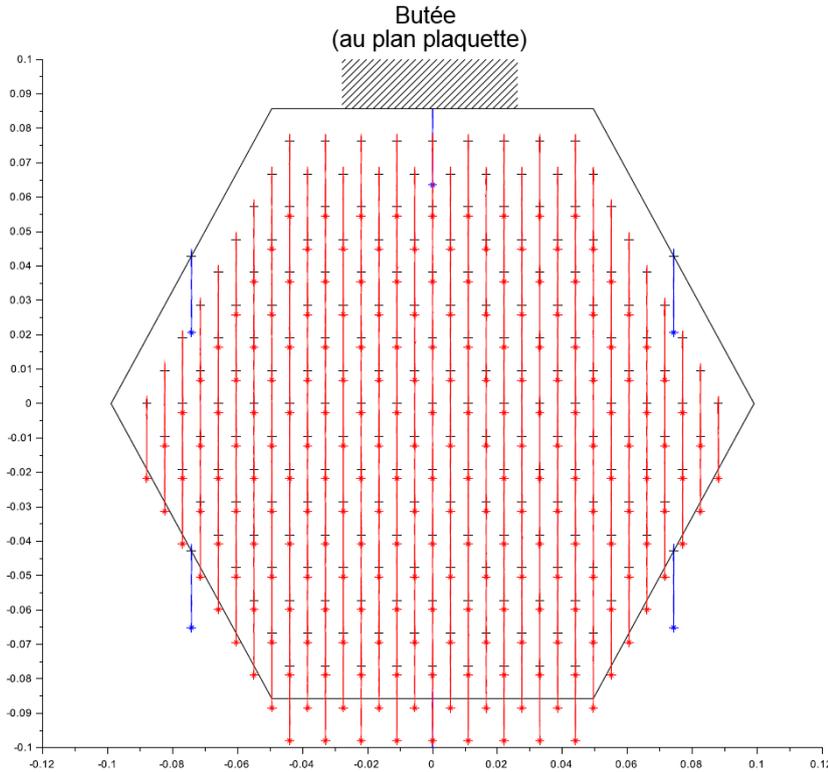


Figure V.15. – Déplacement des aiguilles et du TH dans le plan supérieur du faisceau

L'assemblage est une structure pratiquement axi-symétrique. Néanmoins la présence d'un fil enroulé en hélice autour de chaque aiguille rompt la symétrie globale. Si bien que lorsque qu'un chargement transversal est imposé au faisceau, une composante de torsion apparaît. Or le faisceau d'aiguilles possède des modes de vibrations spécifiques de torsion dus à sa géométrie particulière. Un de ces modes à la fréquence de 2,37Hz est représenté sur la figure V.18. Lors du contact entre le TH et la butée, la fréquence et l'amplitude de choc sont suffisants pour solliciter ces modes et provoquer une légère torsion de l'assemblage complet. Mais le faisceau est surtout soumis à un gonflement qui a pour conséquence de rapprocher les aiguilles des parois du tube hexagonal.

Les trajectoires au plan médian cœur (PMC) sont tracées sur la figure V.17. La trajectoire dans la configuration sans jeu a été fortement amplifiée par souci de visibilité. A ce niveau, la torsion du tube hexagonal est quasiment nul. Dans la configuration avec jeu, les aiguilles se déplacent maintenant de façon préférentielle dans la direction de la sollicitation, le "gonflement" observé au plan haut du faisceau a pratiquement disparu.

Le tracé des trajectoires donne une information partielle du comportement des aiguilles après le choc. Néanmoins, il est difficile d'observer par ce biais l'activation des contacts. Dans la prochaine partie nous nous intéresserons à la représentation des efforts de choc durant le lâcher.

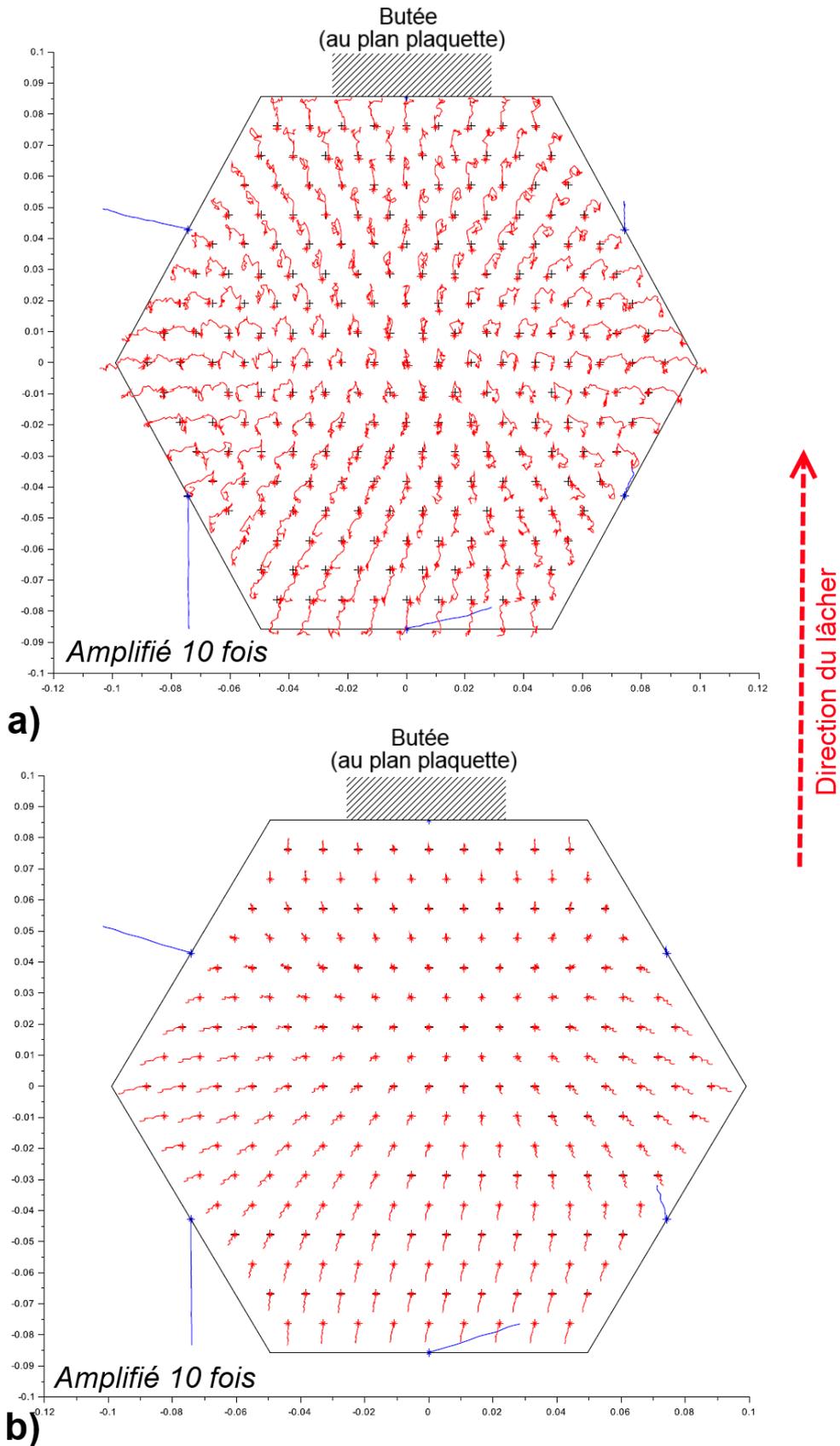


Figure V.16. – Déplacement différentiel du faisceau par rapport au TH, plan supérieur du faisceau, a) Lâcher de 25mm avec jeux initiaux de  $1.10^{-4}m$ , b) Lâcher de 25mm avec jeux initiaux nuls

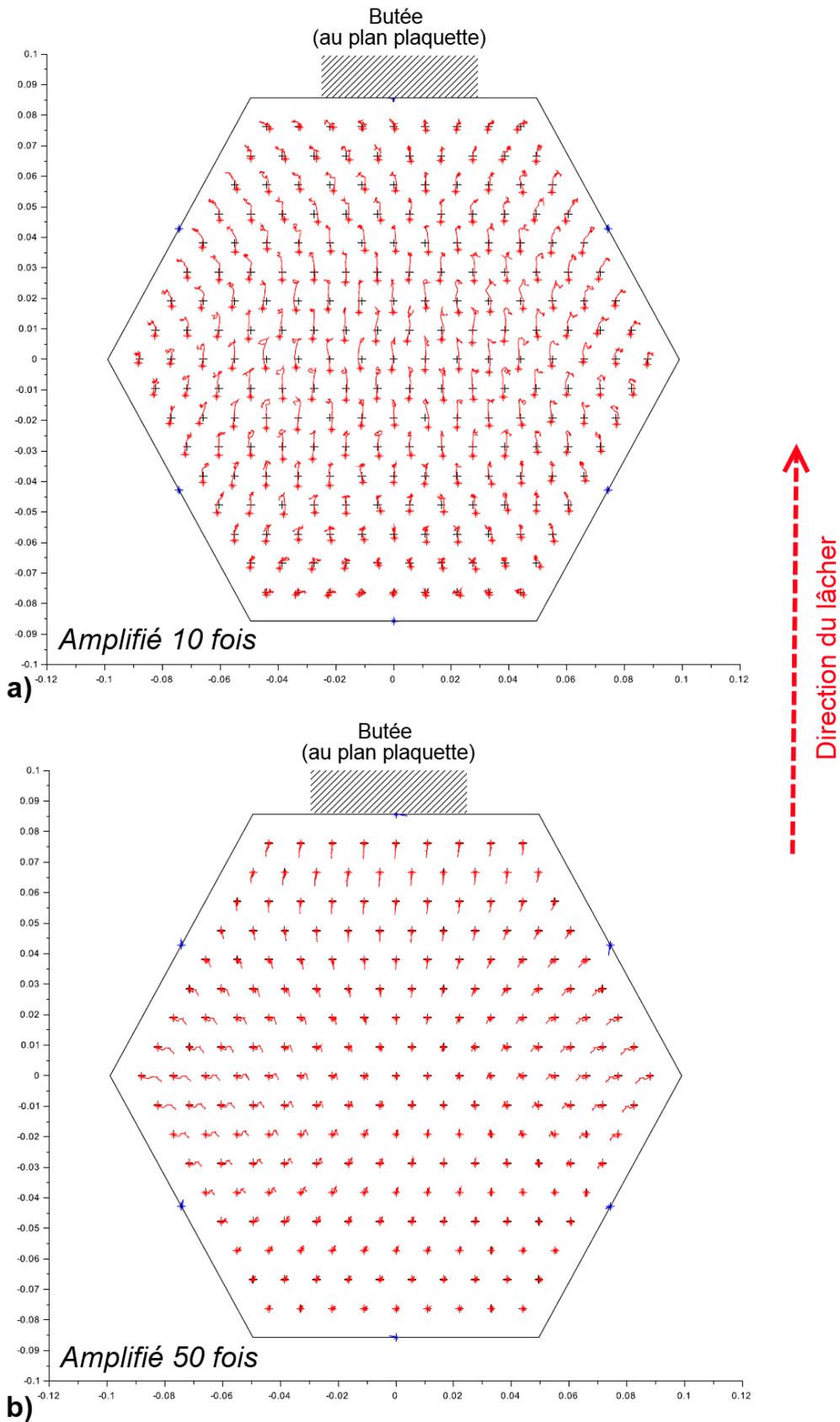


Figure V.17. – Déplacement différentiel du faisceau par rapport au TH, plan supérieur du faisceau, a) Lâcher de 25mm avec jeux initiaux de  $1.10^{-4}m$ , b) Lâcher de 25mm avec jeux initiaux nuls

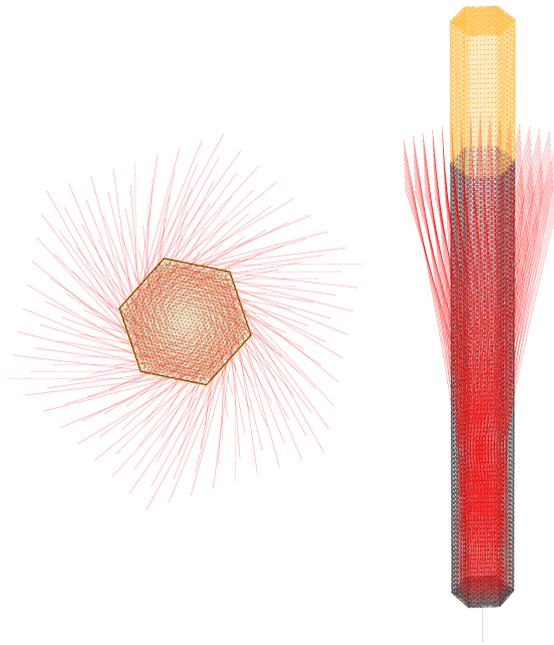


Figure V.18. – Modes de gonflement-torsion à 2,37Hz

### V.5.2. Analyse des efforts

Lors de la phase de flexion de l'assemblage, les aiguilles sont susceptibles de s'entrechoquer mais les efforts de contact restent faibles. Lors du choc, les aiguilles vont impacter fortement contre le tube hexagonal dont le déplacement est contraint par la butée. De plus, l'ovalisation du TH va engendrer une compression du faisceau qui participera à augmenter les efforts de contact entre aiguilles. Après le choc TH-butée, le faisceau va effectuer de nombreux rebonds entre les parois du TH avant que l'amplitude des oscillations ne décroisse (voir le chapitre IV). Les figures V.19 et V.20 montrent les forces maximales de contact durant le lâcher dans les plans autour du PMC. Les efforts agissant sur le fil d'une aiguille sont représentés par un cercle dont la couleur est caractéristique de l'effort maximal ayant transité par ce contact. Les cercles sans remplissage correspondent aux aiguilles qui n'entrent pas en contact sur le plan considéré. Les plans de contacts aiguilles-aiguilles et aiguilles TH sont décalés par soucis de lisibilité.

Le lâcher est réalisé dans la direction de l'axe  $y$ . La distribution des efforts dans le faisceau est très dépendante des jeux. Lorsqu'il y a présence d'un jeu initial non nul dans le faisceau, les efforts sur les plans de contacts aiguilles-aiguilles sont non-négligeables alors qu'ils sont presque nuls dans le cas d'une configuration avec jeux initiaux nuls. Par ailleurs, l'effort maximal sur l'ensemble des plans est légèrement supérieur dans le cas où le jeu initial est nul. Pour la configuration avec jeu, une partie de l'énergie du choc est dissipée par le mouvement des aiguilles et les contacts inter-aiguilles. Dans le cas de la configuration sans jeu initial, le faisceau se comporte presque comme un ensemble compact et l'énergie de choc est principalement restituée aux aiguilles périphériques se trouvant sur la face du choc. Cette observation explique pourquoi l'intensité du choc maximal est légèrement supérieure dans le

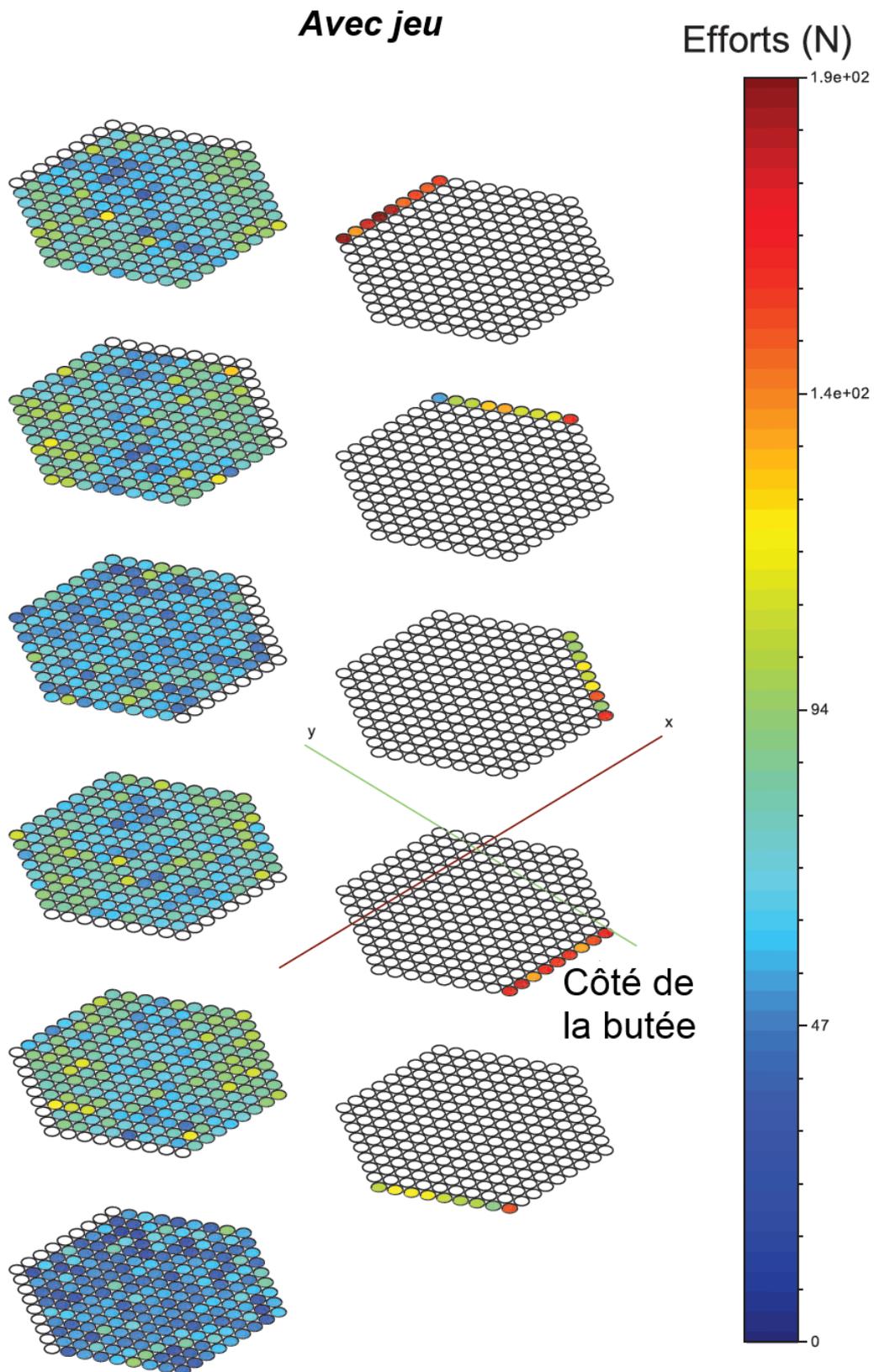


Figure V.19. – Efforts de choc maximums autour du PMC dans la configuration avec jeu initial

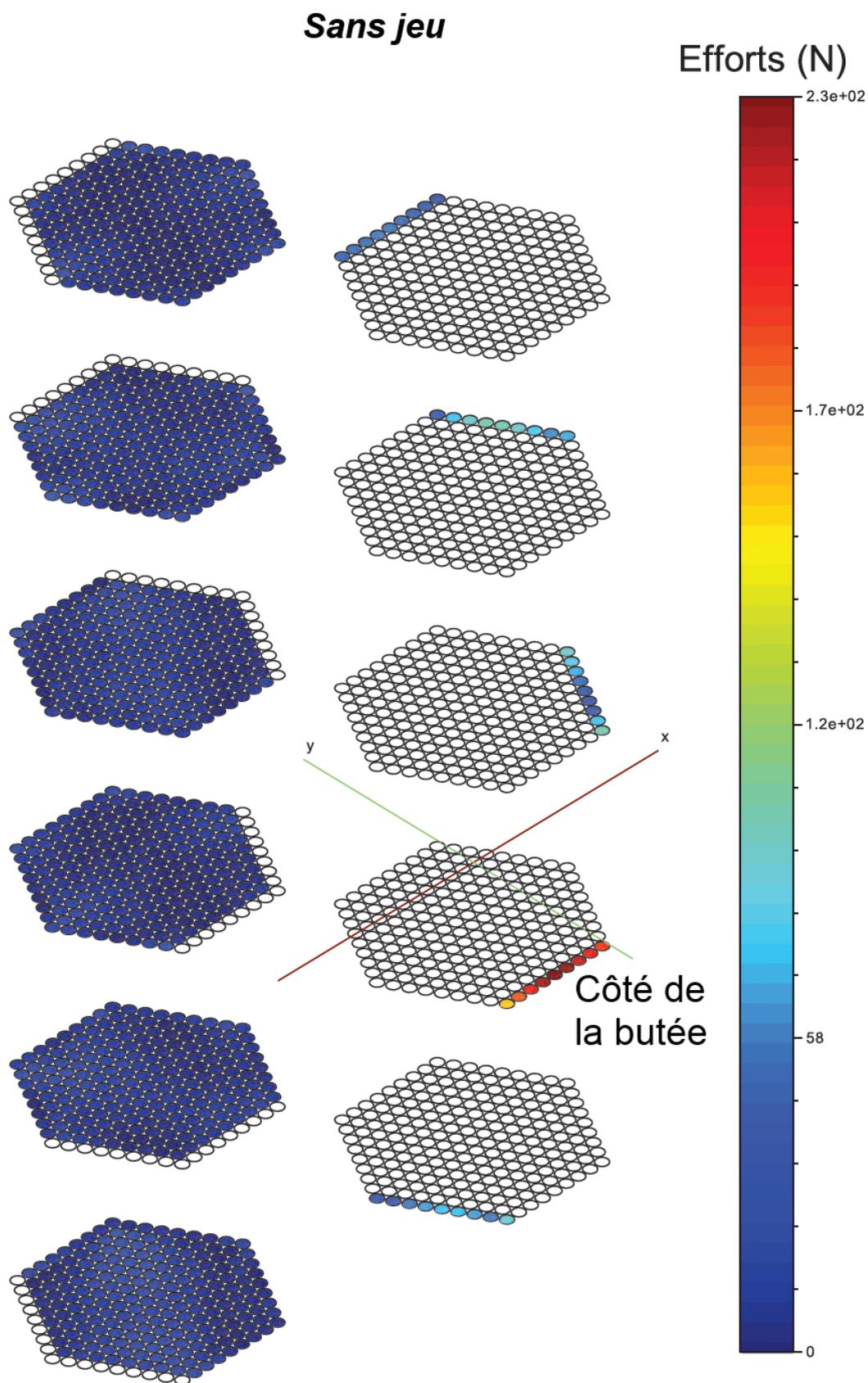
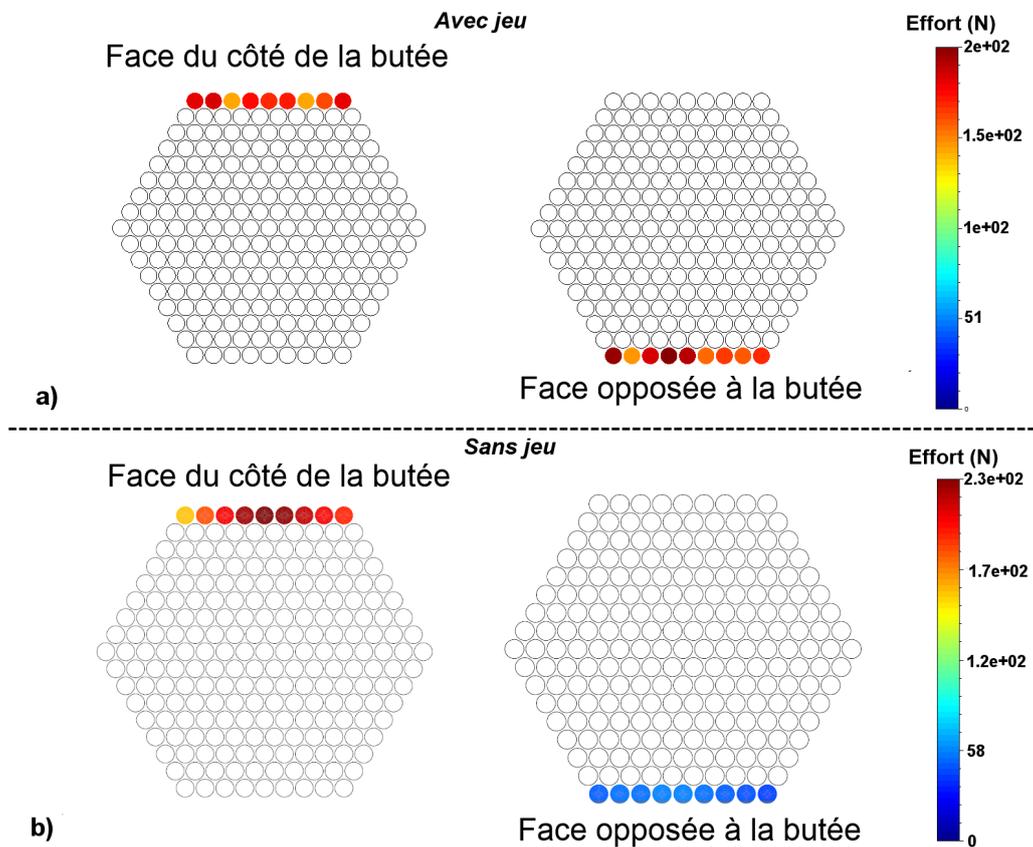


Figure V.20. – Efforts de choc maximums autour du PMC dans la configuration sans jeu initial

cas d'une configuration avec jeu initial nul. De plus, lorsqu'il y a du jeu dans le faisceau, les efforts de choc sont du même ordre de grandeur pour les aiguilles du côté du plan de choc que ceux sur la face opposée (figure V.21 - a). Lorsque le jeu est initialement nul, seules les aiguilles du côté de la butée subissent des efforts importants (figure V.21 - b). Le faisceau est fortement contraint par les déplacements du TH, comme le montre les déplacements relatifs des aiguilles très faibles à la figure V.17. Lorsqu'il y a présence d'un jeu initial, le faisceau est susceptible d'avoir un mouvement relatif important vis à vis du tube hexagonal (figure V.17). La vitesse des ondes de choc dans le faisceau étant plus rapide que le temps de choc du faisceau sur la butée (voir table IV.1), les aiguilles rebondissent contre la paroi du choc et viennent effectuer un deuxième impact sur la face opposée. A cet instant, l'ovalisation du TH étant plus avancée, les efforts de choc sont susceptibles d'être du même ordre de grandeur ou supérieurs aux efforts contre la paroi du TH du côté de la butée. A noter que ces phénomènes se retrouvent dans les résultats expérimentaux sur les essais BELIER (figure V.25) qui seront présentés dans la section V.6.



### V.5.3. Analyse énergétique

Dans l'assemblage, les différentes sous-structures décrites dans la section V.2 ont des caractéristiques en terme de rigidité et de masse extrêmement différentes. En terme d'ordre de grandeur, le faisceau d'aiguilles pèse environ 70kg, le TH 30kg et la masse additionnelle ajoutée sur le grille supérieur 180kg. Le tube hexagonal est environ 100 fois plus rigide en flexion que les aiguilles et la grille inférieure est un plan très rigide d'épaisseur 10 cm. La figure V.22 présente l'évolution de l'énergie mécanique dans l'assemblage pour chaque sous-structure.

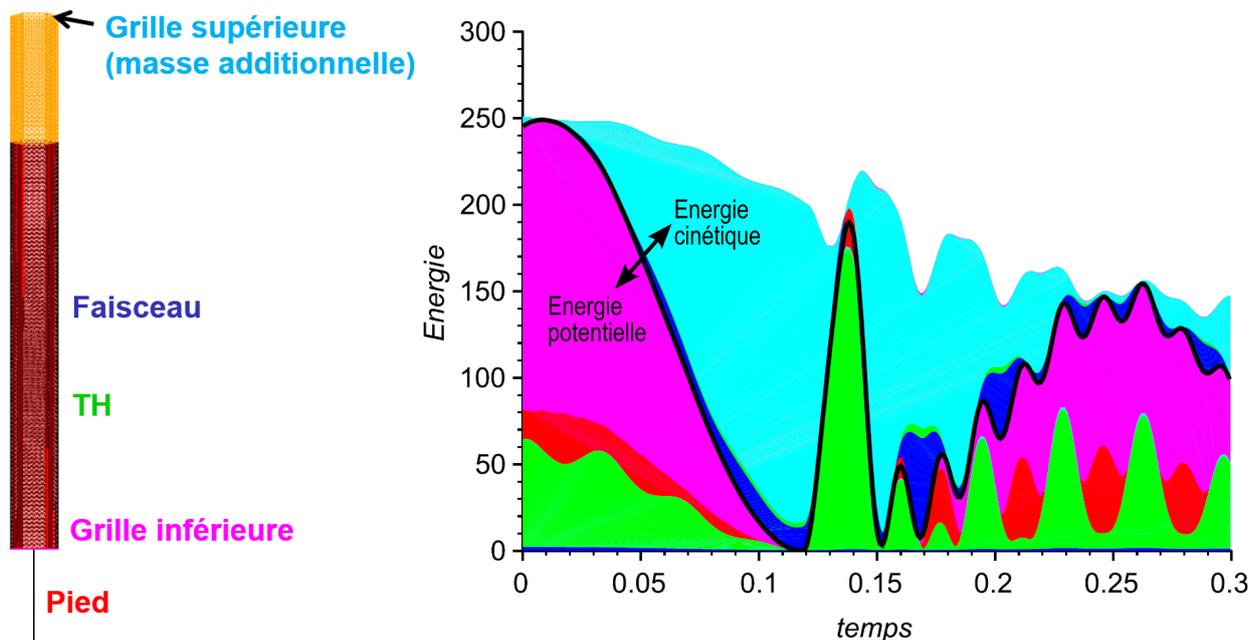


Figure V.22. – Énergie mécanique durant le lâcher pour chaque sous-structure lorsque le jeu initial est nul

A l'état initial, une grande partie de l'énergie est potentielle et stockée dans la flexion du TH et dans la grille, pièce très rigide qui fait la liaison entre le haut du pied et la base de toutes les aiguilles et du TH. Lors de la phase de lâcher, l'énergie potentielle se transforme en énergie cinétique, principalement localisée sur la grille supérieure, puisque c'est cette zone qui concentre le plus de masse et pour laquelle les vitesses sont les plus importantes, du fait de sa position haute. Entre 0,12s et 0,15s survient le choc de l'assemblage contre la butée. Pendant un bref instant, presque toute l'énergie est transmise sous la forme d'une énergie potentielle de déformation au tube hexagonal qui va à la fois continuer à fléchir et qui va s'ovaliser au voisinage du point de contact. A la suite de la phase de choc, l'énergie cinétique est restituée aux éléments les plus massifs (grille supérieure et faisceau). Durant le rebond, le TH, le pied et la grille supérieure récupèrent petit à petit de l'énergie potentielle de flexion, avec des oscillations révélatrices de la présence de modes d'ordre élevé dans le faisceau. A noter que l'amortissement du système ne suit pas une courbe exponentielle, malgré le fait qu'il ait été défini un amortissement structural visqueux constant pour toute la structure. Le schéma d'intégration aux différences centrées n'assure pas une conservation parfaite de

l'énergie, ce qui est particulièrement visible en cas de non-linéarités fortes comme ici avec les chocs.

La figure V.23 montre l'évolution de l'énergie potentielle dans les différentes sous-structures lorsque qu'il y a présence d'un jeu initial ou lorsqu'il est nul. Les allures des énergies sont les mêmes, cependant les oscillations de l'énergie potentielle sont légèrement moins fortes lorsque qu'il y a présence de jeux. Le jeu dans le faisceau apporte un effet stabilisateur qui diminue l'influence des modes d'ordres supérieurs. On peut retrouver cet effet dans les travaux de Vakakis [118].

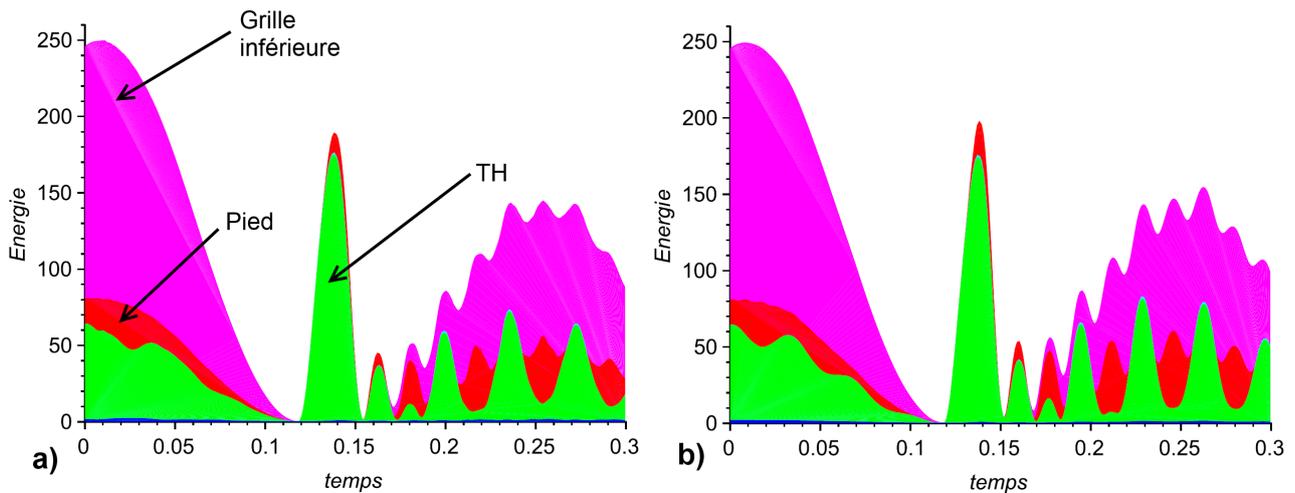


Figure V.23. – Énergie potentielle durant le lâcher pour chaque sous-structure, a) Jeu initial de  $1.10^{-4}m$ , b) Jeu initial nul

On définit une énergie associée aux chocs entre les aiguilles sous la forme de l'équation V.23. Pour simplifier, on suppose des ressorts de contacts linéaires.

$$E_{choc} = \frac{1}{2} \sum F_c \delta_c \quad (V.23)$$

Avec  $\delta_c$  l'écrasement aux points de choc. Cette énergie est tracée sur la figure V.24.

Lors du contact, pour le cas où le jeu initial est nul, on observe un pic d'énergie important. Lorsqu'il y a du jeu initialement, l'énergie de choc au moment du contact est beaucoup moins élevée, par contre les rebonds conservent beaucoup plus d'énergie. Cette observation est cohérente avec celle faite sur la figure V.21 : en l'absence de jeu, on observe une compression très forte et immédiate du faisceau du côté du plan de choc alors que dans le cas d'un faisceau avec jeu, c'est lors du rebond et du contact entre le faisceau et la face du TH opposée au choc que les efforts seront les plus importants.

L'analyse des déplacements, des efforts et de l'énergie lors du lâcher a permis de comprendre les phénomènes dynamiques entrant en jeu dans le comportement de l'assemblage. Par le biais d'une comparaison avec les résultats du banc d'essai BELIER, il est possible de vérifier que les phénomènes physiques identifiées sont bien observables expérimentalement et de juger de la précision des résultats numériques.

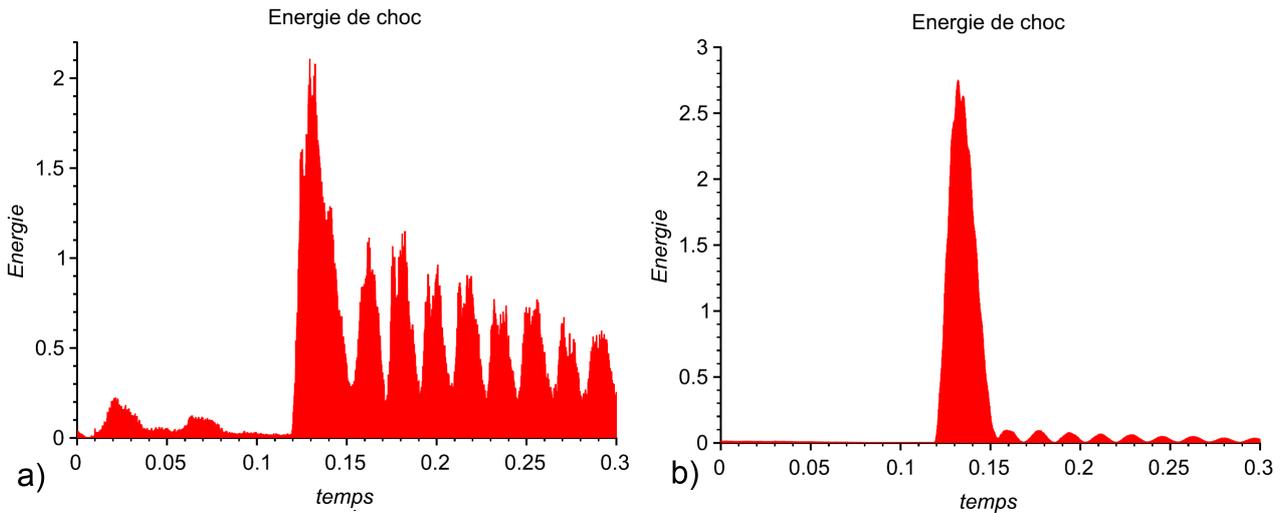


Figure V.24. – Energie de choc durant le lâcher, a) Jeu initial de  $1.10^{-4}m$ , b) Jeu initial nul

## V.6. Comparaison avec les résultats BELIER

### V.6.1. Analyse des efforts maximaux

Les essais BELIER présentés à la section I.3.2 constituent notre référence pour juger de la qualité de notre modèle numérique. Durant ces essais, diverses configurations ont été testées, avec un faisceau compacté ou non et en air ou en eau. Quelques résultats sont donnés en figure V.25, dans le tableau V.5 [17] et dans la figure V.26. Les hauteurs des cylindres de la figure V.25 sont proportionnelles aux déformations transversales des aiguilles. Seule une partie des aiguilles est instrumentée.

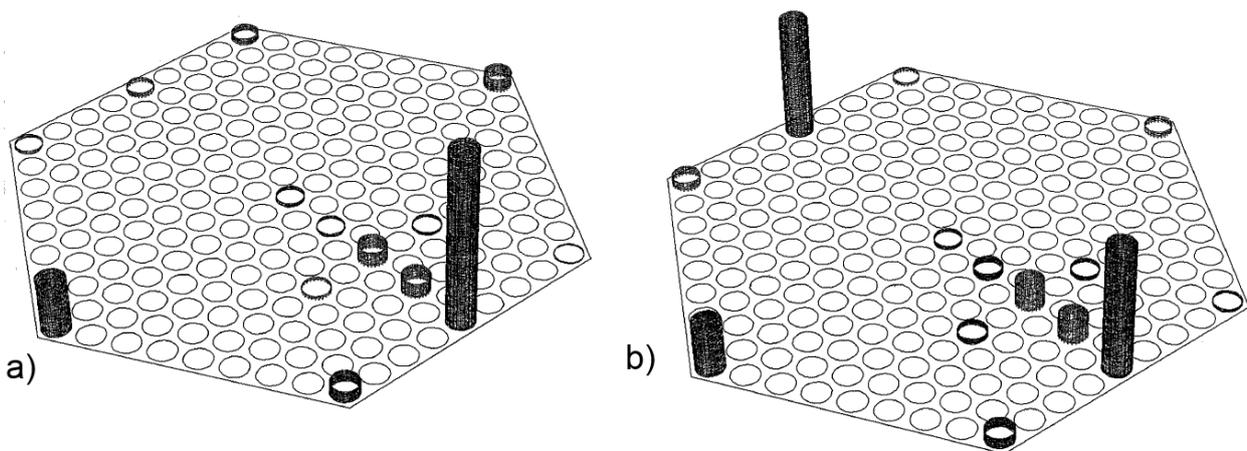


Figure V.25. – Répartition des déformation dans le faisceau lors des essais BELIER. a) Configuration sans jeu, b) Configuration avec jeu

Le tableau V.5 présente le relevé des efforts maximums au plan médian cœur lors d'une

sollicitation de flexion de 25mm en tête d'assemblage. Ramenés à une même accélération, les essais en air occasionnent des forces de contact plus importantes que ceux en eau. Cette observation s'explique par le fait que l'amortissement ajouté par la présence du liquide limite les pics d'efforts. Ensuite la configuration avec jeu occasionne des efforts de contact plus faibles mais répartis entre les aiguilles au front du choc et sur la face opposée. Ces résultats sont comparés avec les valeurs obtenues avec le modèle numérique.

Configuration d'essai	Force en face du choc (N)		Force sur la face opposée	
	Expérimental	Numérique	Expérimental	Numérique
Air-faisceau avec jeu	157	180	154	197
Air-faisceau compact	228	230	46	68
Eau-faisceau avec jeu	139	∅	36	∅
Eau-faisceau compacté	181	∅	41	∅

Table V.5. – Forces maximales relevées lors des essais BELIER et calculées pour un lâcher de 25mm

En présence de jeux, les efforts de choc sont importants à la fois sur la face de choc et sur la face opposée au choc, alors qu'ils sont concentrés sur la face du choc lorsque le jeu est initialement nul. On retrouve ce phénomène expérimentalement (figure V.25) et numériquement (figure V.21). Les valeurs numériques des maximums d'efforts correspondent relativement bien aux valeurs maximales relevées expérimentalement.

### V.6.2. Analyse de l'évolution temporelle des efforts

Afin de comparer les résultats plus en détail, les évolutions temporelles des efforts relatives à l'aiguille centrale du côté de la face de choc et l'aiguille centrale de la face opposée au choc au plan médian cœur sont tracées sur la figure V.26.

A noter que la manière de mesurer les efforts est différente entre l'expérimental et le modèle numérique. Dans les essais BELIER, les efforts sont interpolés depuis des relevés de jauges de déformation à la hauteur exacte du plan médian cœur. Pour le modèle numérique, les efforts sont calculés au niveau des points de contact sur les plans autour du PMC où les contacts sont orientés vers la face du choc ou vers la face opposée au choc. Dans le cas d'une configuration initiale sans jeu, on retrouve numériquement une très bonne estimation de l'effort maximal, cependant, le temps de choc évalué numériquement est plus élevé que le temps de choc expérimental. Dans le cas d'une configuration avec jeu, les résultats numériques sont beaucoup plus bruités que les résultats expérimentaux, puisque la fréquence d'échantillonnage des calculs numériques est 5 fois supérieures à la fréquence d'échantillonnage expérimentale. Le modèle numérique ne tient pas non plus compte des frottements dans le faisceau, ce qui peut expliquer en partie les différences. Néanmoins, les valeurs des efforts maximums sont bien reproduites.

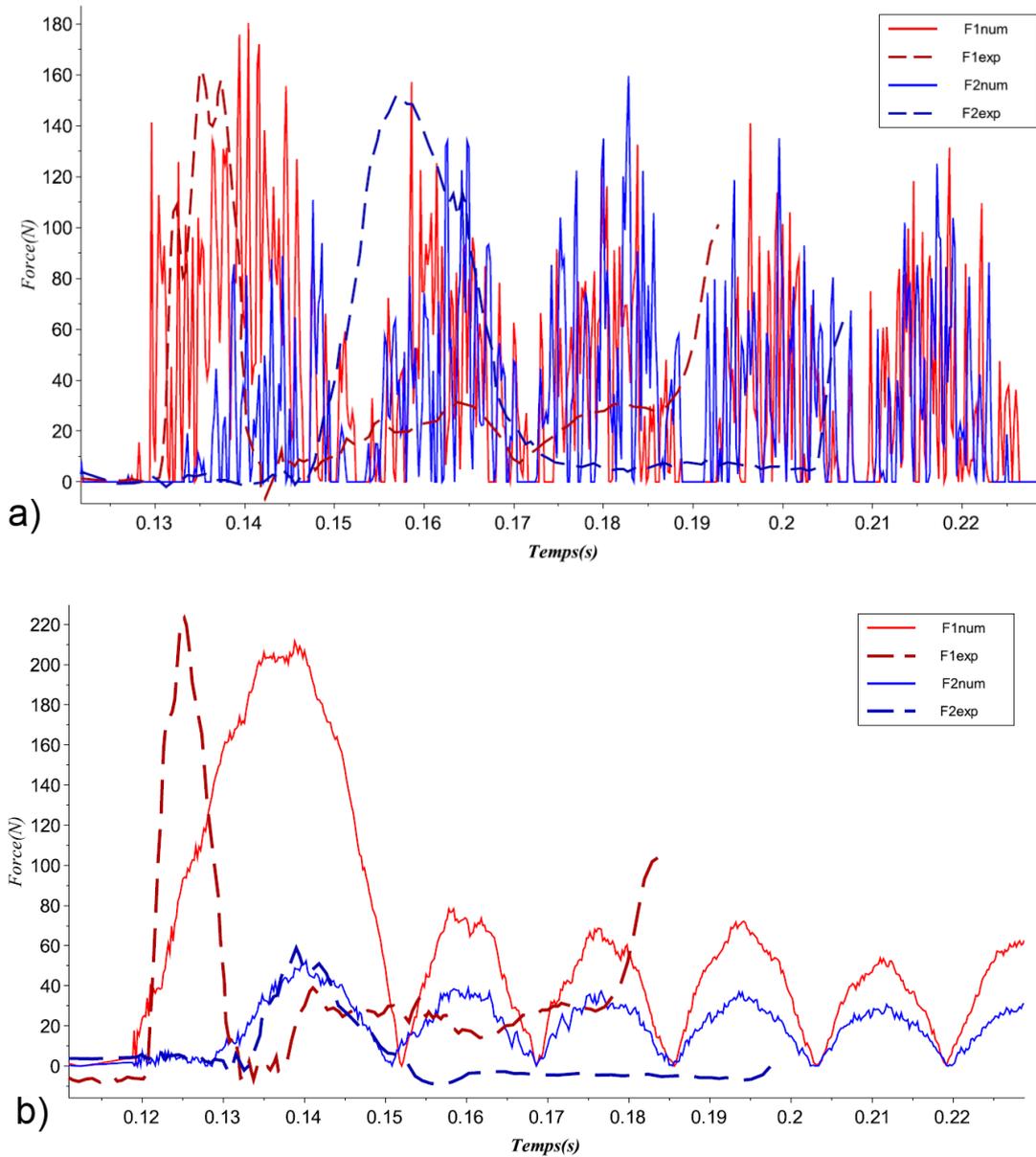


Figure V.26. – Comparaison entre les valeurs expérimentales et numériques des efforts de contact sur l'aiguille centrale face au plan de choc et l'aiguille centrale de la face opposée a) Configuration avec jeu, b) Configuration sans jeu

## V.7. Comparaison entre les modèles numériques

Plusieurs modélisations de l'assemblage combustible ont été présentées dans ce manuscrit, pour aboutir à sa modélisation complète au chapitre V. La modélisation complète représente bien la physique du problème et donne les résultats cinématiques et en terme d'effort les plus précis. Cependant le temps de calcul est important pour l'utiliser comme un estimateur rapide des efforts maximums. De la même façon, ce modèle est trop détaillé pour être utilisé dans

les calculs à des échelles supérieures, notamment sur le comportement dynamique du cœur dans son ensemble. L'objectif de cette section sera de comparer les résultats issus du modèle complet à ceux des modèles simplifiés suivants :

- Un modèle poutre similaire à celui de la section III.3 .
- Un modèle faisceau réduit (voir section IV.1).
- Un modèle multi-contact 1D comme celui de la section IV.2.

Ces trois approches ont été utilisées ou sont utilisées pour modéliser et dimensionner l'assemblage combustible. L'objectif de cette partie est d'appréhender les avantages et les limites de chacune de ces modélisations en utilisant la solution complète comme référence.

### V.7.1. Cinématique de l'assemblage

Une bonne représentation de la cinématique externe de l'assemblage est très importante pour les calculs à de plus grandes échelles, notamment sur la modélisation du comportement dynamique du cœur du réacteur.

Le modèle multi-contact 1D ne représente qu'une rangée de contact, et ne peut donc pas être utilisé pour estimer la cinématique de l'assemblage. Il est donc exclu de cette étude. Dans le modèle faisceau réduit, la masse totale de l'assemblage n'est pas respectée puisque seule une rangée d'aiguille est modélisée. Le premier mode de vibration du faisceau est donc différent de celui de l'assemblage réel, ce modèle n'est pas non plus apte à estimer la cinématique de l'assemblage.

Un modèle simple de poutre représentative de l'assemblage va être étudié (figure V.27) et comparé au modèle complet. Les paramètres sont donnés dans les tableaux V.6 et V.7.

	<b>Pied</b>	<b>Faisceau</b>	<b>TH</b>
Module De Young ( $N/m^2$ )	$2 \cdot 10^{11}$		
Inertie ( $m^4$ )	$3,7 \cdot 10^{-7}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$ ou $8,8 \cdot 10^{-9}$	$1,55 \cdot 10^{-6}$
Section ( $m^2$ )	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$6,2 \cdot 10^{-4}$
Masse volumique ( $kg/m^3$ )	7980		
Hauteur (m)	0,35	1,2	1,571

Table V.6. – Propriété des parties de l'assemblage

<b>Masse additionnelle</b> ( $kg$ )	<b>Masse combustible</b> ( $kg$ )	<b><math>k_{butee}</math></b> ( $N/m$ )	<b><math>k_{TH}</math></b> ( $N/m$ )	<b><math>h_{plaq}</math></b> ( $m$ )
195	54,5	$1,5 \cdot 10^7$	$4,16 \cdot 10^6$	1.241

Table V.7. – Autres paramètres de l'assemblage

Des hypothèses peuvent être faites quant à la rigidité apportée par le faisceau d'aiguilles. Dans le cas où l'on considère que les aiguilles sont libres de glisser les unes contre les autres, l'inertie du faisceau  $I_{fais_G}$  est la somme des inertie des aiguilles sur leurs propres axes :

$$\begin{aligned} I_{fais_G} &= I_{TH} + \Sigma I_{aig} \\ I_{fais_G} &= 8,8.10^{-9} m^4 \end{aligned} \quad (V.24)$$

Au contraire, si l'on considère les aiguilles solidaires et le faisceau bloqué, l'inertie globale du faisceau  $I_{fais_B}$  sera la somme des inerties de chaque aiguille ramenées sur l'axe central de l'assemblage, avec  $d_i$  la distance entre l'aiguille  $i$  et le centre du faisceau

$$\begin{aligned} I_{fais_B} &= I_{TH} + \Sigma(I_{aig} + S_{aig} \cdot d_i^2) \\ I_{fais_B} &= 3,4.10^{-6} m^4 \end{aligned} \quad (V.25)$$

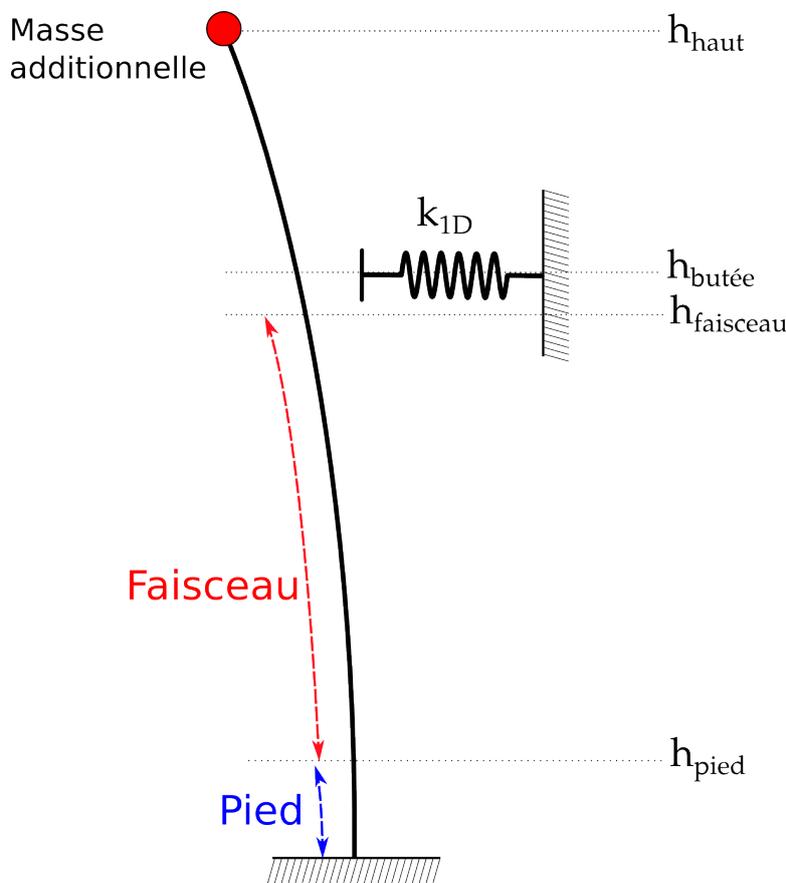


Figure V.27. – Modélisation du lâcher d'assemblage par une poutre

Ces configurations seront appelées par la suite “faisceau glissant” et faisceau bloqué”. Les aiguilles frottants les unes contre les autres, en réalité l'inertie a une valeur intermédiaire entre ces deux extremums. Dans la modélisation complète, le tube hexagonal va ovaliser sous l'effet du choc. Afin d'intégrer cette effet dans la modélisation poutre, la rigidité d'ovalisation est ajoutée en série à la rigidité de la butée, soit  $k_{1D} = 3,25.10^6 N/m$ .

Les déplacements de l'assemblage sont calculés au plan plaquette et au plan médian cœur avec le modèle poutre et le modèle d'assemblage complet. Dans ce dernier cas, la valeur retenue est la moyenne des déplacements du tube hexagonal sur le plan considéré. Les résultats

sont donnés sur les graphes V.28 et V.29.

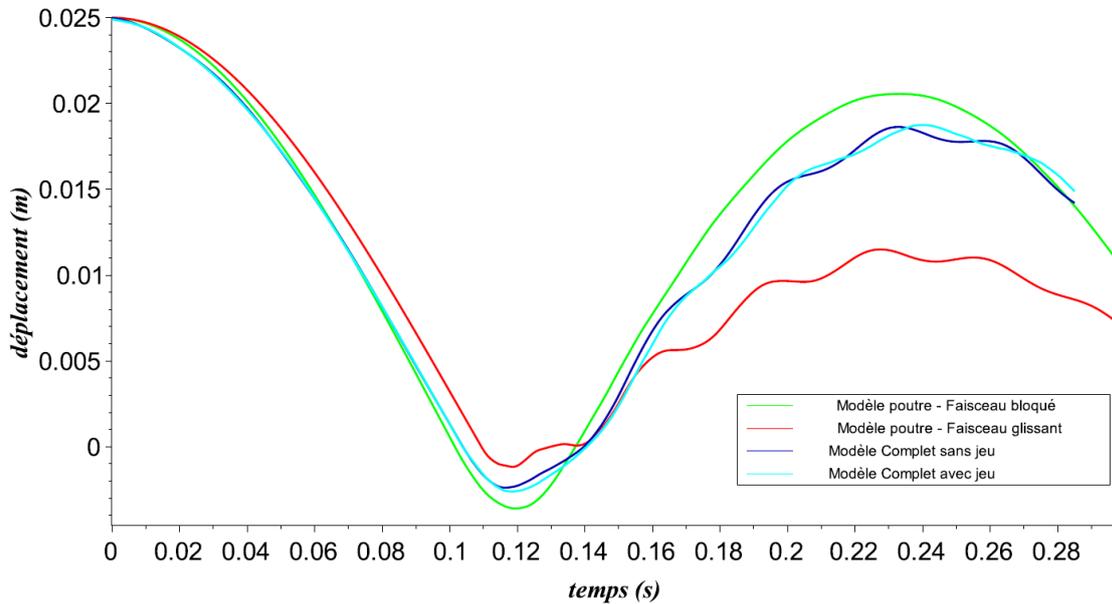


Figure V.28. – Déplacement au plan plaquette avec le modèle poutre et le modèle complet

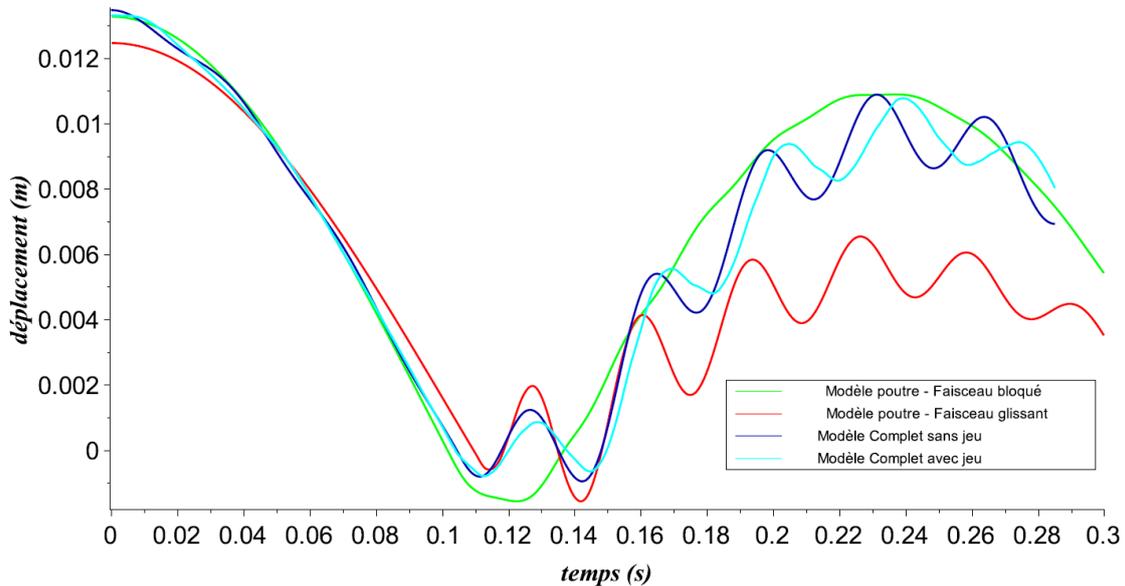


Figure V.29. – Déplacement au PMC avec le modèle poutre et le modèle complet

Sur ces figures, on observe que le jeu a peu d'impact sur le déplacement de l'assemblage avec le modèle complet. Au plan plaquette (figure V.28), le déplacement calculé avec le modèle poutre et faisceau bloqué est similaire aux résultats avec le modèle complet en terme de temps de contact et d'amplitude de rebond, même si des modes hautes fréquences ne sont pas représentés. Au plan plaquette, les ondes dues aux modes de flexion sont beaucoup plus

visibles. Le modèle poutre faisceau bloqué représente bien l'amplitude du rebond de l'assemblage mais les ondes de flexion sont très mal simulées. Le modèle poutre faisceau glissant modélise mieux les ondes de flexion, mais minimise grandement l'amplitude du rebond.

La modélisation de l'assemblage par une poutre simple est rendue délicate par la présence du faisceau d'aiguille et par les modes de tube hexagonal. La rigidité d'ovalisation au niveau des zones de contacts doit être prise en compte pour assurer une cinématique correct. De plus l'inertie apportée par le faisceau, mobile au sein de l'assemblage, est difficile à représenter avec une modélisation poutre. Les modes de flexion de l'assemblage sont donc susceptibles d'être mal représentés.

### V.7.2. Force de choc

Les modèles développés dans le chapitre IV sont susceptibles d'estimer les efforts de contacts lors d'un essai de lâcher.

Le même essai de lâcher a été effectué avec le modèle complet, le modèle faisceau réduit à une rangée d'aiguille et le modèle multi-contact 1D. Les efforts maximums durant toute la durée du lâcher ont été mesurés pour chaque aiguille. Dans les figures V.30 et V.31, la dispersion des efforts maximums calculés pour chaque couronne de l'assemblage est tracée. La 1ère couronne est l'aiguille centrale, la 9ème couronne correspond aux aiguilles de la périphérie. Dans le cas de la modélisation complète, les barres correspondent à la dispersion entre les aiguilles les moins chargées et les plus chargées de chacune des couronnes. Dans le cas des deux autres modèles réduits, puisque seule une rangée est modélisée, une couronne correspond à deux aiguilles situées à la même distance de l'aiguille centrale. Les efforts indiqués sont plus que ceux de la section V.5.2, puisque l'on regarde ici les efforts sur toute la hauteur du faisceau, et non plus seulement autour du PMC.

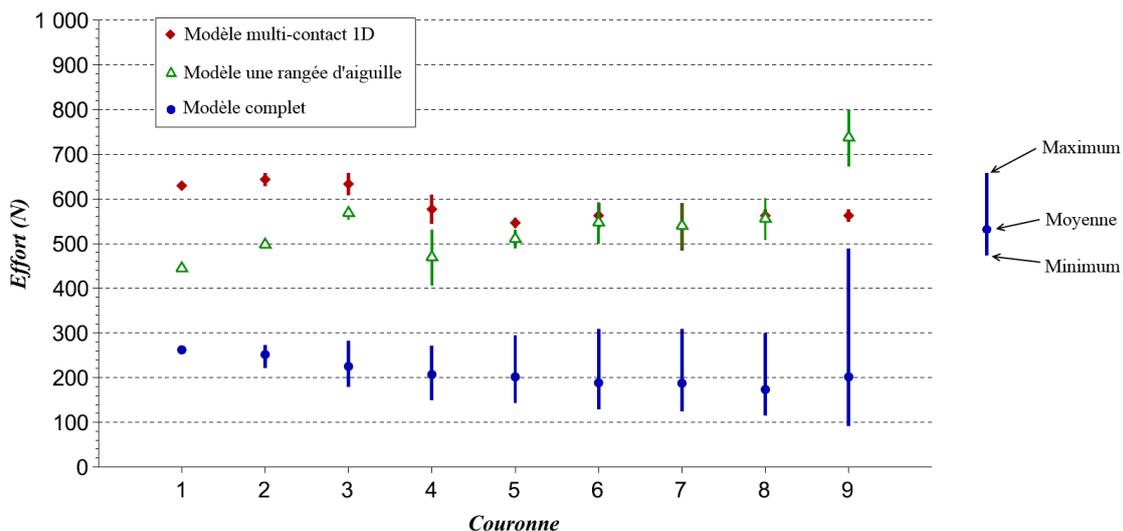


Figure V.30. – Efforts maximums ressentis sur les aiguilles de chaque couronne avec les différents modèles dans la configuration avec jeu

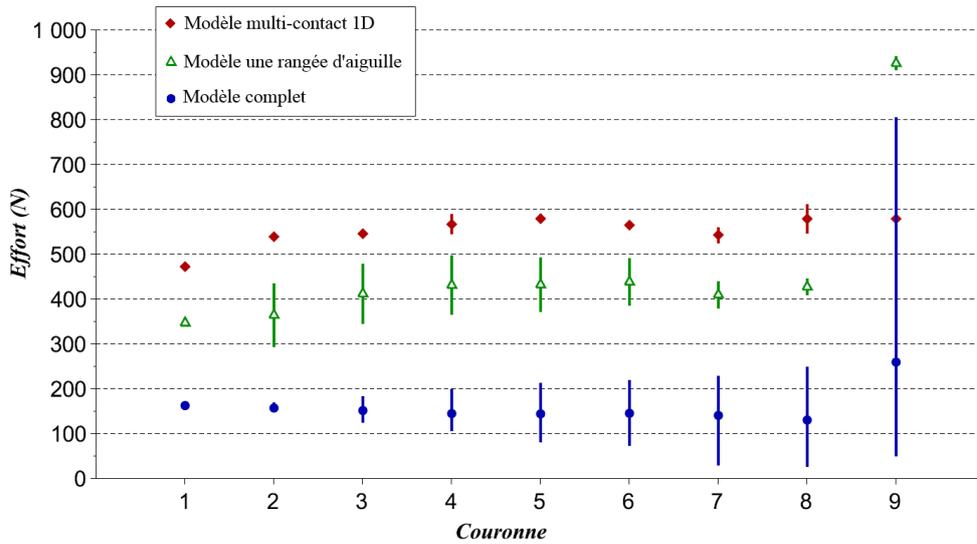


Figure V.31. – Efforts maximums ressentis sur les aiguilles de chaque couronne avec les différents modèles dans la configuration sans jeu

Le modèle multicontact 1D (voir section IV.2) ne représente qu'une rangée de contact. Afin d'être représentatif des essais de lâcher, on applique à chaque masse une vitesse initiale de  $0,37\text{m/s}$ , correspondant à la vitesse d'impact de l'assemblage pour un lâcher de  $25\text{mm}$ . Les masses entrent en contact puis ont rapidement un mouvement chaotique. Dans ce modèle, la flexion des aiguilles et du TH est représenté par des ressorts linéaires simples, ce qui conduit à des problèmes de représentativité par rapport au cas réel.

Le modèle faisceau réduit avec une unique rangée d'aiguille (voir section IV.1) est plus représentatif du cas réel. La rangée d'aiguilles modélisée a été placée entre deux plans du TH dans la direction du choc. La majorité de la masse du combustible ayant été retirée, l'assemblage heurte contre la butée avec une vitesse initiale plus importante. De plus du fait de la moindre résistance du faisceau, le tube hexagonal peut davantage ovaliser. Enfin, l'effort dynamique imposé au faisceau est réparti sur un nombre réduit d'aiguilles, augmentant ainsi les efforts pour chacune d'elles. Les efforts calculés avec ce modèle devraient donc être plus élevés qu'avec le modèle complet.

Dans le modèle complet, les plans de contact entre le tube hexagonal et les aiguilles périphériques sont distincts des plans de contacts entre aiguilles (voir section V.5.2). Les aiguilles périphériques de la couronne périphérique sont sensiblement plus chargées que celles des couronnes internes. Cette particularité est bien reproduite par le modèle à une rangée d'aiguille, mais pas du tout par le modèle multicontact 1D, du fait de la mauvaise modélisation des phénomènes de flexion. Ce modèle 1D est donc insuffisant pour être utilisé comme estimateur rapide des efforts maximums. Les efforts maximums calculés avec le modèle à une rangée d'aiguilles sont sensiblement supérieures à ceux du modèle complet, en présence ou non du jeu. Cette affirmation devra être vérifiée sur un plus grand nombre de configuration d'amplitude de lâcher et de jeu. Le modèle faisceau réduit est donc bien adapté pour avoir une estimation conservative des efforts maximums dans le faisceau.

## V.8. Conclusion du chapitre

Un modèle numérique détaillé du faisceau complet a été défini au chapitre III. Il a été utilisé pour modéliser le comportement global d'un assemblage de RNR muni de 217 aiguilles combustibles et de près de 15000 zones de contact. Une méthode de sous-structuration a été employée pour calculer la base modale de l'assemblage complet, afin de diminuer le temps de calcul nécessaire. De plus, une attention particulière a été portée sur l'élaboration de la loi de contact qui est une donnée nécessaire à la bonne estimation des efforts de choc. Le comportement dynamique de l'assemblage soumis à un lâcher a été étudié grâce à un modèle éléments finis. La trajectoire des aiguilles du faisceau est dépendante du jeu de montage, les aiguilles se déplaçant de façon importante dans différentes directions lorsque le jeu initial est non nul. En présence de jeu ou non, le tube hexagonal subit un mouvement de torsion dans le sens de l'enroulement du fil espaceur à cause de l'asymétrie apporté par le fil. Les efforts de contact montrent des différences importantes entre les configurations avec ou sans jeu. Sans jeu initial, l'effort maximal relevé dans le faisceau est légèrement plus important, mais les efforts sont concentrés sur les aiguilles adjacentes à la face du TH du côté de la butée, alors que les efforts sont plus diffus lorsqu'il y a présence d'un jeu initial et sont notamment importants sur la face opposée au choc. L'analyse énergétique dans les sous-structures lors du lâcher permet de révéler l'importance des déformations dans la grille inférieure et le pied, l'influence de la masse additionnelle en haut du TH et le rôle de l'ovalisation du tube hexagonal dans le comportement dynamique global de l'assemblage.

Le modèle numérique complet permet de donner des résultats similaires aux essais BELIER, et est donc apte à permettre le dimensionnement des structures de type assemblage combustible. Des modélisations simplifiées peuvent être envisagés pour des cas particuliers : il est possible de simuler la dynamique externe de l'assemblage par un modèle poutre simple si la flexibilité d'ovalisation est prise en compte par le contact. Les modes haute fréquence de flexion ne seront pas parfaitement représentatif de l'assemblage réel. Enfin, une modélisation avec un faisceau réduit à un rangée d'aiguille peut-être utilisé pour avoir une estimation conservative des efforts maximaux dans le faisceau pendant une sollicitation dynamique.



---

## Conclusion et perspectives

---

“ *We know very little, and yet it is astonishing that we know so much, and still more astonishing that so little knowledge can give us so much power.* ”

Russel, "Useless" knowledge, 1958

Le comportement dynamique non-linéaire d'un assemblage combustible de réacteur à neutrons rapides en présence de jeux de montage a été analysé par des approches à la fois expérimentales, analytiques et numériques.

En vue des projets de réacteurs à neutrons rapides, les contraintes induites par des sollicitations dynamiques lors des opérations de manutention et de transport et lors de séisme doivent pouvoir être estimées pour assurer la sûreté du cœur. L'assemblage étant une structure complexe avec des jeux de montages et de nombreux sous-éléments pouvant entrer en contact, il est nécessaire de développer une approche spécifique pour résoudre ce problème. Le premier chapitre a permis d'introduire le sujet et de présenter les travaux réalisés par le passé pour l'étude du comportement dynamique d'assemblage combustible. Des modélisations simplifiées ont été définies pour estimer les efforts subis lors de chargements dynamiques, mais repose sur une linéarisation des contacts et/ou sur une modélisation tronquée de l'assemblage. L'objectif du travail de cette thèse est de réussir à obtenir une modélisation complète de l'assemblage et une représentation fine de la physique des contacts.

Des installations expérimentales ont été mises au point pour appréhender la dynamique des assemblages combustibles, comme la maquette BELIER au début des années 90. Dans le cadre de cette thèse, un banc d'essai nommé CARNAC a été imaginé et fabriqué pour analyser le comportement dynamique d'aiguilles combustibles postiches et valider le modèle numérique retenu. Ce banc a la particularité d'être muni de beaucoup plus d'instruments de mesures que les expériences précédentes, permettant ainsi d'avoir une vision fine du comportement dynamique des aiguilles étudiées. Plusieurs aiguilles avec différents pas de fil et matériau de pastilles postiches ont été fabriquées spécifiquement pour le banc d'essai. Un système d'appui réglable longitudinalement et transversalement permet de s'adapter à plusieurs types d'aiguilles et à plusieurs configurations, permettant ainsi de faire varier les jeux aux contacts sur toute la hauteur de l'aiguille.

Les premiers essais ont consisté en des lâchers d'aiguilles pour une longueur libre réduite. Ces essais ont permis d'identifier l'amortissement fortement non-linéaire des aiguilles combustibles, dû à la présence des pastilles dans la gaine. Cet amortissement est fortement dépendant du matériau utilisé pour les pastilles postiches, du jeu pastilles-gaine et de l'intensité de la sollicitation. Les lâchers ont ensuite été réalisés contre un appui instrumenté ce qui a

---

permis d'identifier le comportement fréquentiel des aiguilles soumises à un choc. Là aussi, le choix du matériau utilisé pour les pastilles postiches a un effet non négligeable. Une analyse bibliographique est réalisée sur les méthodes d'analyses de données expérimentale en vue d'obtenir les caractéristiques fréquentielles des aiguilles. Du à des contraintes techniques, les résultats expérimentaux obtenus en vibrations forcées n'ont pu être exploités.

Pour pouvoir simuler le comportement dynamique de l'assemblage dans plusieurs configurations en vue de son dimensionnement, un modèle numérique est indispensable. Il a été choisi de résoudre le problème par analyse modale, de définir le contact par pénalisation et d'utiliser un schéma d'intégration explicite. Cette approche permet d'envisager un calcul sur un problème de grande taille et avec de nombreux contacts dans un délai raisonnable. Compte tenu de la grande taille du problème et de la sensibilité des méthodes numériques existantes aux non-linéarités de contact, une approche de complexité croissante a été choisie. Dans le chapitre III, nous nous sommes intéressés en premier lieu au problème d'une poutre fléchie entrant en contact avec une butée, problème classique similaire aux essais sur BELIER, à la première série d'essai sur CARNAC et à ceux existant dans la bibliographie. Les résultats issus de la méthode numérique ont été comparés à une méthode semi-analytique ce qui a permis d'appréhender l'influence des paramètres numériques sur la qualité des résultats. La méthode numérique a aussi permis de simuler précisément la première série d'essai sur le banc CARNAC, avec une bonne estimation des efforts de contact. Elle est donc adaptée à la modélisation d'un système plus complexe.

Une modélisation simplifiée de l'assemblage avec seulement une rangée d'aiguilles a été proposée au chapitre suivant, avec pour objectif de reproduire certains phénomènes physiques inhérents à un problème avec de nombreux contacts. Les essais de la maquette BELIER sont reproduits et de nombreux temps caractéristiques sont identifiés. Une analyse avec un modèle analytique multicontact permet de comprendre l'origine physique de certains de ces temps. Certains phénomènes très courts, comme la propagation des ondes de compression lors d'un choc ou les résonances locales entre deux aiguilles en présence de jeu vont avoir une grande influence sur les efforts de choc engendrés par la sollicitation dynamique.

Le dernier chapitre concerne l'application de la méthodologie numérique pour la modélisation de l'assemblage complet. Une méthode de sous-structuration est utilisée afin de permettre le calcul de la base modale complète dans un temps acceptable en utilisant le fait d'avoir un grand nombre de sous structures semblables (les aiguilles combustibles). La loi de contact utilisée dans le modèle a été particulièrement étudiée puisqu'elle va influencer fortement les efforts relevés. Cette loi prend en compte à la fois les rigidités locales de Hertz des contacts et les rigidités transversales du fil et de la gaine pour lesquelles des solutions théoriques ont été recherchées.

Sur les résultats issus du calcul sur le modèle complet, le tracé des trajectoires permet d'observer que le tube hexagonal subit un déplacement de torsion malgré la sollicitation symétrique. Ce déplacement de torsion est dû à la présence du fil enroulé en hélice autour des aiguilles. Le maximum d'effort de contact est similaire dans les configurations avec ou sans jeux, mais la répartition de ces efforts est très différente. Dans le cas où le jeu est nul, seuls les aiguilles orientés du côté de la face du TH qui subit le choc vont être très sollicités, tandis qu'en présence de jeu, pratiquement tous les contacts sont actifs avec des amplitudes non négligeables, et les aiguilles sur la face du choc et sur la face opposée subissent des efforts

---

importants du même ordre de grandeur que les aiguilles périphériques. L'analyse des énergies potentielles et cinétiques durant le lâcher permet de comprendre l'importance de chaque sous-structure dans le comportement global de l'assemblage. D'après les tracés des énergies, le jeu dans le faisceau semble avoir un léger effet stabilisateur sur les déplacements des autres constituants de l'assemblage. Enfin les résultats numériques et les résultats expérimentaux obtenus sur le banc BELIER correspondent en terme amplitude et la phénoménologie de l'essai est bien respectée par la simulation.

Cette thèse présente une problématique industrielle de dimensionnement au choc d'une structure étudiée à la fois expérimentalement, analytiquement et numériquement. Les modèles numériques développés ont été validés sur des critères théoriques et expérimentaux, et révèlent des phénomènes physiques observables propres à une structure présentant un grand nombre de contacts. Les méthodes proposées dans ce mémoire constituent une base solide et argumentée afin de créer un outil de dimensionnement de l'assemblage combustible à diverses sollicitations dynamiques. Contrairement aux études précédentes, les calculs présentés ici ont été validés expérimentalement, ils représentent l'intégralité de l'assemblage et reproduisent les phénomènes physiques liées aux chocs entre aiguilles.

Les essais forcés sur des aiguilles avec pastilles postiches n'ont pas pu être exploités au cours de cette thèse. Ils permettraient s'ils étaient menés à bien une connaissance approfondie du comportement fréquentiel des aiguilles, notamment l'influence des contacts pastilles-gaine, et d'améliorer ainsi le modèle numérique. Lors de la vie de l'assemblage, il sera amené à subir d'autres sollicitations que des chocs au niveau des plaquettes. Des calculs représentatifs des étapes de manutention et pour différents séismes doivent être menés pour dimensionner l'assemblage. Du fait des conditions aux limites et des profils de sollicitation très différents, les phénomènes physiques et les temps caractéristiques associés à ces simulations risquent d'être sensiblement différents. Pour traiter des problèmes de dynamiques durant le fonctionnement, il sera nécessaire enfin de considérer la présence du sodium traversant l'assemblage. La présence de sodium apportera un amortissement des déplacements dans le faisceau, mais générera des interactions fluides structures dont l'influence est complexe à prédire. La présence de liquide peut être modélisée par des masses ajoutées et un ajout d'amortisseurs représentatifs au maillage éléments finis mais l'interaction fluide structure et le débit de circulation du fluide sera alors négligé. L'homogénéisation du système n'est pas compatible avec l'approche sous base modale et semble complexe à implémenter du fait des non-linéarités de choc. La modélisation numérique complète du fluide est donc un axe intéressant, mais il y a un risque que la taille du calcul devienne trop conséquente. D'autres méthodes de réductions devront alors être envisagées.

Les travaux réalisés durant cette thèse regroupent de nombreux domaines scientifiques. Les essais sur le banc CARNAC ont nécessité un travail de conception du banc, une connaissance technique des capteurs et actionneurs spécifiques pour la dynamique, et l'apprentissage des méthodes d'analyse des données expérimentales. Le développement d'une méthode numérique de dynamique non-linéaire requiert des connaissances mathématiques et informatiques, notamment pour les définitions du schéma d'intégration ou de la sous-structuration, et d'un bon sens physique pour interpréter les résultats des simulations. Au delà de l'application industrielle, ce mémoire présente un ensemble de méthodologies expérimentales et numériques qui peuvent être utilisé pour l'étude de nombreux autres problèmes similaires.



---

# Bibliographie

---

- [1] Thierry BECK, Victor BLANC, Jean-Michel ESCLEINE et al. « Conceptual design of ASTRID fuel sub-assemblies ». In : *Nuclear Engineering and Design* 315 (15 avr. 2017), p. 51-60. ISSN : 0029-5493. DOI : [10.1016/j.nucengdes.2017.02.027](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2017.02.027) (cf. p. 20).
- [2] M. LE FLEM. « Status of the French R&D on ASTRID core materials. » In : ICAPP. Charlotte,USA : Proceedings of ICAPP, 2014 (cf. p. 20).
- [3] Daniel BROU, Jérôme CARDOLACCIA et Laurent MARTIN. « Physical and Numerical Methods for the Dynamic Behavior of the Fast Reactor Cores ». In : (20 juil. 2014), V004T04A076. DOI : [10.1115/PVP2014-28918](https://doi.org/10.1115/PVP2014-28918) (cf. p. 24).
- [4] Lu DAOGANG, Liu AIGUO, Shang CHAOHAO et al. « Experimental investigation on fluid-structure-coupled dynamic characteristics of the double fuel assemblies in a fast reactor ». In : *Nuclear Engineering and Design* 255 (fév. 2013). WOS :000315839700021, p. 180-184. ISSN : 0029-5493. DOI : [10.1016/j.nucengdes.2012.10.013](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2012.10.013) (cf. p. 24).
- [5] N MOUSSALLAM, B BOSCO et S BEILS. « Industrial model for the dynamic behavior of Liquid Metal Fast Breeder Reactor (LMFBR) core ». In : *Transactions of SMiRT21* (2011), p. 6-11 (cf. p. 24).
- [6] Ryuta IMAI et Masatoshi NAKAGAWA. « A Reduction Algorithm of Contact Problems for Core Seismic Analysis of Fast Breeder Reactors ». In : *Cmes-Computer Modeling in Engineering & Sciences* 84.3 (2012), p. 253-281. ISSN : 1526-1492 (cf. p. 24).
- [7] J. PLANCHARD. « Modelling the dynamical behaviour of nuclear reactor fuel assemblies ». In : *Nuclear Engineering and Design* 90.3 (2 déc. 1985), p. 331-339. ISSN : 0029-5493. DOI : [10.1016/0029-5493\(85\)90020-2](https://doi.org/10.1016/0029-5493(85)90020-2) (cf. p. 24).
- [8] Guillaume RICCIARDI. « Fluid–structure interaction modelling of a PWR fuel assembly subjected to axial flow ». In : *Journal of Fluids and Structures* 62 (1<sup>er</sup> avr. 2016), p. 156-171. ISSN : 0889-9746. DOI : [10.1016/j.jfluidstructs.2016.01.006](https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2016.01.006) (cf. p. 24).
- [9] Thibaud THENINT, Etienne BALMES et Mathieu CORUS. *Definition of a linear equivalent model for a non-linear system with impacts*. Sous la dir. de P. SAS, D. MOENS et S. JONCKHEERE. WOS :000321063901006. Heverlee : Katholieke Univ Leuven, Dept Werktuigkunde, 2012. ISBN : 978-90-73802-89-6 (cf. p. 24).
- [10] W. BENMALEK, M. COLLET, E. FOLTETE et al. *Hybrid synthesis of fluid structure interaction by non-linear feedback control strategy for characterizing steam generators tubes subjected to impacts*. Sous la dir. de P. SAS, D. MOENS et H. DENAYER. WOS :000352201004034. Heverlee : Katholieke Univ Leuven, Dept Werktuigkunde, 2014. ISBN : 978-90-73802-91-9 (cf. p. 24, 75).
- [11] Mo FADAEI et S. D. YU. « Modeling large number of rod-to-rod and rod-to-rigid surface frictional contact ». In : *Nuclear Engineering and Design* 330 (15 avr. 2018), p. 87-96. ISSN : 0029-5493. DOI : [10.1016/j.nucengdes.2017.12.001](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2017.12.001) (cf. p. 24).
- [12] A. RAVENET. *Evaluation des accélérations admissibles par les aiguilles combustibles irradiées dans PHENIX*. - Note technique CEA. 2001 (cf. p. 25).
- [13] Alain RAVENET. *Etude de la tenue mécanique, lors d'un séisme de niveau SHMV, de la gaine des aiguilles des assemblages fertiles de Phénix*. - Note technique CEA. 2004 (cf. p. 25).

- [14] Gerard PELLOUX. « Manuscrit de fin d'étude - Contribution à l'étude des conséquences d'un séisme sur les aiguilles combustible du coeur du réacteur à neutrons rapides SUPERPHENIX 1. Modélisation et calcul dynamique d'une rangée d'aiguille et mise au point d'une maquette d'essai. » CEA Cadarache, fév. 1992 (cf. p. 26, 64, 101).
- [15] G. MEYNIER, A. COURTIAL et G. SIFFRE. *Compte rendu d'essais de choc sur maquette de faisceau combustible SPX1 - Note technique CEA*. Oct. 1989 (cf. p. 29).
- [16] A ROUBAUD, P BERNARD, Y THIEBAUT et al. *Compte rendu des essais de remise en service du banc BELIER - Note technique CEA*. Oct. 1993 (cf. p. 29).
- [17] P FARDEAU. *Compte rendu d'essais de choc sur maquette de faisceau combustible PHENIX*. Oct. 1995 (cf. p. 29, 145).
- [18] Alain GIRARD. *Note de justification du banc CARNAC*. 2017 (cf. p. 34).
- [19] Bertrand LETURCQ, Jean Baptiste MINNE et Francois DI PAOLA. « A new structural behavior to perform efficient nonlinear SFR fuel bundle thermomechanical analysis ». In : Club Cast3m 2016. Nov. 2016 (cf. p. 37).
- [20] Ahmad AL MAJID. « Dissipation de l'énergie en mécanique vibratoire : opérateur d'hystérésis, phénomène métrique ». Thèse. Insa Lyon, 2002 (cf. p. 41).
- [21] Jean-Pierre DELMAS. *Eléments de théorie du signal : les signaux déterministes*. Google-Books-ID : UzXaAAAA-CAAJ. Ellipses, 1<sup>er</sup> jan. 1991. 318 p. ISBN : 978-2-7298-9142-8 (cf. p. 42).
- [22] SCILAB ENTERPRISES. *Scilab : Le logiciel open source gratuit de calcul numérique*. Orsay, France : Scilab Enterprises, 2012. URL : <http://www.scilab.org> (cf. p. 46).
- [23] T. CATTEROU, V. BLANC, G. RICCIARDI et al. « Assessment tools for numerical resolution of a contact dynamic problem with modal basis reduction. » In : *Procedia Engineering*. X International Conference on Structural Dynamics, EURO DYN 2017 199 (Supplement C 1<sup>er</sup> jan. 2017), p. 540-545. ISSN : 1877-7058. DOI : [10.1016/j.proeng.2017.09.154](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.154) (cf. p. 46).
- [24] Stéphane BANTICHE. *Synthèse des essais de mesure d'amortissement et de mesures vibratoires réalisés sur des maquettes de crayons combustibles, DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2011/25*. 2011 (cf. p. 49).
- [25] Heinrich HERTZ, Daniel Evan JONES et George Adolphus SCHOTT. *Miscellaneous papers*. Avec la coll. de CORNELL UNIVERSITY LIBRARY. London : Macmillan, New York, Macmillan et co., 1896. 384 p. (cf. p. 54, 64, 125, 173).
- [26] C. M. DONAHUE, C. M. HRENYA, A. P. ZELINSKAYA et al. « Newton's cradle undone : Experiments and collision models for the normal collision of three solid spheres ». In : *Physics of Fluids (1994-present)* 20.11 (1<sup>er</sup> nov. 2008), p. 113301. ISSN : 1070-6631, 1089-7666. DOI : [10.1063/1.3020444](https://doi.org/10.1063/1.3020444) (cf. p. 54, 74, 101, 114, 118, 119).
- [27] G. GLOTH et M. SINAPIUS. « Analysis of swept-sine runs during modal identification ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 18.6 (1<sup>er</sup> nov. 2004), p. 1421-1441. ISSN : 0888-3270. DOI : [10.1016/S0888-3270\(03\)00087-6](https://doi.org/10.1016/S0888-3270(03)00087-6) (cf. p. 56).
- [28] Angelo FARINA. « Advancements in impulse response measurements by sine sweeps ». In : *Audio Engineering Society Convention 122*. Audio Engineering Society, 2007 (cf. p. 56).
- [29] Simon CLEMENT. *Mise en oeuvre expérimentale et analyse vibratoire non-linéaire d'un dispositif à quatre maquettes d'assemblages combustibles sous écoulement axial*. Aix-Marseille, 11 déc. 2014 (cf. p. 56).
- [30] R. MARKERT et M. SEIDLER. « Analytically based estimation of the maximum amplitude during passage through resonance ». In : *International Journal of Solids and Structures* 38.10 (1<sup>er</sup> mar. 2001), p. 1975-1992. ISSN : 0020-7683. DOI : [10.1016/S0020-7683\(00\)00147-5](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00147-5) (cf. p. 56).
- [31] ISO. *Vibration and Shock - Experimental determination of mechanical mobility*. 1994 (cf. p. 56).
- [32] Georges KOUROUSSIS, Lassaad BEN FEKIH, Calogero CONTI et al. « EasyMod : du développement d'un toolbox sous MatLab vers l'enseignement des bases de l'analyse modale expérimentale ». In : *Proceedings of the 3ième Colloque "Analyse vibratoire Expérimentale"*. 2012 (cf. p. 58).

- [33] Saeed V. VASEGHI. « Power Spectrum Estimation ». In : *Advanced Signal Processing and Digital Noise Reduction*. Vieweg+Teubner Verlag, 1996, p. 214-241. ISBN : 978-3-322-92774-3 978-3-322-92773-6. DOI : [10.1007/978-3-322-92773-6\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-322-92773-6_8) (cf. p. 58).
- [34] P. MOULIN. « Wavelet thresholding techniques for power spectrum estimation ». In : *IEEE Transactions on Signal Processing* 42.11 (nov. 1994), p. 3126-3136. ISSN : 1053-587X. DOI : [10.1109/78.330372](https://doi.org/10.1109/78.330372) (cf. p. 58).
- [35] P. WELCH. « The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra : A method based on time averaging over short, modified periodograms ». In : *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* 15.2 (juin 1967), p. 70-73. ISSN : 0018-9278. DOI : [10.1109/TAU.1967.1161901](https://doi.org/10.1109/TAU.1967.1161901) (cf. p. 58).
- [36] N. GECKINLI et D. YAVUZ. « Some novel windows and a concise tutorial comparison of window families ». In : *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 26.6 (déc. 1978), p. 501-507. ISSN : 0096-3518. DOI : [10.1109/TASSP.1978.1163153](https://doi.org/10.1109/TASSP.1978.1163153) (cf. p. 58).
- [37] Tamara NESTOROVIC, Miroslav TRAJKOV et Matthias PATALONG. « Identification of modal parameters for complex structures by experimental modal analysis approach ». In : *Advances in Mechanical Engineering* 8.5 (1<sup>er</sup> mai 2016), p. 1687814016649110. ISSN : 1687-8140. DOI : [10.1177/1687814016649110](https://doi.org/10.1177/1687814016649110) (cf. p. 58, 60, 61).
- [38] David J EWINS. *Modal testing : theory and practice*. T. 15. Research studies press Letchworth, 1984 (cf. p. 58).
- [39] B. J. DOBSON. « A straight-line technique for extracting modal properties from frequency response data ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 1.1 (1<sup>er</sup> jan. 1987), p. 29-40. ISSN : 0888-3270. DOI : [10.1016/0888-3270\(87\)90081-1](https://doi.org/10.1016/0888-3270(87)90081-1) (cf. p. 58).
- [40] Baisheng WU. « A correction of the half-power bandwidth method for estimating damping ». In : *Archive of Applied Mechanics* 85.2 (1<sup>er</sup> fév. 2015), p. 315-320. ISSN : 0939-1533, 1432-0681. DOI : [10.1007/s00419-014-0908-0](https://doi.org/10.1007/s00419-014-0908-0) (cf. p. 58).
- [41] A. CHATTERJEE. « An introduction to the proper orthogonal decomposition ». In : *Current Science* 78.7 (2000), p. 808-817. ISSN : 0011-3891 (cf. p. 59).
- [42] A. F. VAKAKIS. « Non-linear normal modes (NNMs) and their applications in vibration theory : an overview ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 11.1 (1<sup>er</sup> jan. 1997), p. 3-22. ISSN : 0888-3270. DOI : [10.1006/mssp.1996.9999](https://doi.org/10.1006/mssp.1996.9999) (cf. p. 59).
- [43] L. RENSON, G. KERSCHEN et B. COCHELIN. « Numerical computation of nonlinear normal modes in mechanical engineering ». In : *Journal of Sound and Vibration* 364 (3 mar. 2016), p. 177-206. ISSN : 0022-460X. DOI : [10.1016/j.jsv.2015.09.033](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2015.09.033) (cf. p. 59).
- [44] Charles F VAN LOAN. *Matrix computations*. The Johns Hopkins University Press, 1996 (cf. p. 59).
- [45] Wilhelmus HA SCHILDERS, Henk A Van der VORST et Joost ROMMES. *Model order reduction : theory, research aspects and applications*. T. 13. Springer, 2008 (cf. p. 60).
- [46] DL BROWN et RJ ALLEMANG. « Review of Spatial Domain Modal Parameter Estimation Procedures and Testing Methods. » In : *International Modal Analysis Conference (IMAC) XXVII*. 2009, p. 23 (cf. p. 60).
- [47] Maxime PEETERS, Jean-Claude GOLINVAL et Gaetan KERSCHEN. « Theoretical and Experimental Modal Analysis of Nonlinear Aerospace Structures ». In : *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 2010. DOI : [10.2514/6.2010-7784](https://doi.org/10.2514/6.2010-7784) (cf. p. 60).
- [48] Bart PEETERS, Jenny LAU, Jeroen LANSLOT et al. « Automatic Modal Analysis-Myth or Reality? » In : *Sound and Vibration* 42.3 (2008), p. 17 (cf. p. 60).
- [49] E. REYNDERS, J. HOUBRECHTS et G. De ROECK. « Automated interpretation of stabilization diagrams ». In : *Modal Analysis Topics, Volume 3*. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. Springer, New York, NY, 2011, p. 189-201. ISBN : 978-1-4419-9298-7 978-1-4419-9299-4. DOI : [10.1007/978-1-4419-9299-4\\_16](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9299-4_16). (Visité le 06/03/2018) (cf. p. 60).
- [50] GKJC GOLINVAL. *Experimental modal analysis*. 2014 (cf. p. 60).

- [51] K.L. JOHNSON. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985 (cf. p. 64, 119, 126).
- [52] W. J. STRONGE. *Impact Mechanics*. New Ed. Cambridge England ; New York : Cambridge University Press, 25 mar. 2004. 304 p. ISBN : 978-0-521-60289-1 (cf. p. 64, 73).
- [53] G GILARDI et I SHARF. « Literature survey of contact dynamics modelling ». In : *Mechanism and machine theory* 37.10 (2002), p. 1213-1239 (cf. p. 64, 74, 118).
- [54] Klaus-Jürgen BATHE. *Finite Element Procedures*. Klaus-Jurgen Bathe, 2006. 1056 p. ISBN : 978-0-9790049-0-2 (cf. p. 64, 71, 72, 81).
- [55] Surajit SEN, Jongbae HONG, Jonghun BANG et al. « Solitary waves in the granular chain ». In : *Physics Reports* 462.2 (1<sup>er</sup> juin 2008), p. 21-66. ISSN : 0370-1573. DOI : [10.1016/j.physrep.2007.10.007](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.10.007) (cf. p. 64).
- [56] Pa CUNDALL et Odl STRACK. « Discrete Numerical-Model for Granular Assemblies ». In : *Geotechnique* 29.1 (1979). WOS :A1979GP77500003, p. 47-65. ISSN : 0016-8505 (cf. p. 64, 101).
- [57] Son Nguyen NGOC et Bernard BROGLIATO. *Multiple Impacts in Dissipative Granular Chains*. T. 72. Springer Verlag, 2013. ISBN : 978-3-642-39297-9. DOI : [10.1007/978-3-642-39298-6](https://doi.org/10.1007/978-3-642-39298-6) (cf. p. 64, 101).
- [58] Commissariat à l'énergie ATOMIQUE. *Cast3m, Finite Element Software*. URL : [www.cast3M.cea.fr](http://www.cast3M.cea.fr) (cf. p. 65).
- [59] R.H. MACNEAL. « A proposed standard set of problems to test finite element accuracy ». In : *Finite Elements in Analysis and Design* 1.1 (1<sup>er</sup> avr. 1985), p. 3-20. ISSN : 0168-874X. DOI : [10.1016/0168-874X\(85\)90003-4](https://doi.org/10.1016/0168-874X(85)90003-4) (cf. p. 65).
- [60] Kevin WEICKER, Raydin SALAHIFAR et Magdi MOHAREB. « Shell analysis of thin-walled pipes. Part II – Finite element formulation ». In : *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 87.7 (juil. 2010), p. 414-423. ISSN : 0308-0161. DOI : [10.1016/j.ijpvp.2010.03.026](https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2010.03.026) (cf. p. 65).
- [61] Jean Baptiste MINNE et Francois DI PAOLA. *Recueil des lois et modèles du code DOMAJEUR2Cast3M*. 2016 (cf. p. 65).
- [62] G. R. COWPER. « The Shear Coefficient in Timoshenko s Beam Theory ». In : *Journal of Applied Mechanics* 33.2 (1<sup>er</sup> juin 1966), p. 335-340. ISSN : 0021-8936. DOI : [10.1115/1.3625046](https://doi.org/10.1115/1.3625046) (cf. p. 68).
- [63] N. F. RIEGER. « The relationship between finite element analysis and modal analysis. » In : *Sound and vibration*, 20 (1986), p. 16 (cf. p. 70).
- [64] R. LEHOUCQ et D. SORENSEN. « Deflation Techniques for an Implicitly Restarted Arnoldi Iteration ». In : *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 17.4 (1<sup>er</sup> oct. 1996), p. 789-821. ISSN : 0895-4798. DOI : [10.1137/S0895479895281484](https://doi.org/10.1137/S0895479895281484) (cf. p. 70).
- [65] Benoit MAGNAIN. « Développement d'algorithmes et d'un code de calcul pour l'étude des problèmes de l'impact et du choc ». Thèse de doct. Université d'Evry-Val d'Essonne, 28 nov. 2006 (cf. p. 71).
- [66] H. B. KHENOUS, P. LABORDE et Y. RENARD. « Comparison of two approaches for the discretization of elastodynamic contact problems ». In : *Comptes Rendus Mathématique* 342.10 (2006), p. 791-796. ISSN : 1631-073X. DOI : [10.1016/j.crma.2006.03.011](https://doi.org/10.1016/j.crma.2006.03.011) (cf. p. 71).
- [67] Thibaud THENINT. « Etude d'un système non linéaire à chocs sous excitation large bande : application à un tube de générateur de vapeur ». Thèse de doct. Ecole Centrale Paris, 2 déc. 2011 (cf. p. 71).
- [68] Klaus-Jürgen BATHE. « Conserving energy and momentum in nonlinear dynamics : A simple implicit time integration scheme ». In : *Computers & Structures* 85.7 (avr. 2007), p. 437-445. ISSN : 0045-7949. DOI : [10.1016/j.compstruc.2006.09.004](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.09.004) (cf. p. 72).
- [69] V. CHAWLA et T. A. LAURSEN. « Energy consistent algorithms for frictional contact problems ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 42.5 (15 juil. 1998), p. 799-827. ISSN : 1097-0207. DOI : [10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19980715\)42:5<799::AID-NME385>3.0.CO;2-F](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19980715)42:5<799::AID-NME385>3.0.CO;2-F) (cf. p. 72).

- [70] Vincent ACARY. *Energy conservation and dissipation properties of time-integration methods for the non-smooth elastodynamics with contact*. report. INRIA, 22 sept. 2014, p. 29 (cf. p. 72, 74).
- [71] B TCHAMWA, T CONWAY et C WIELGOSZ. « Accurate explicit direct time integration method for computational structural dynamics ». In : *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division* (1<sup>er</sup> jan. 1999) (cf. p. 72).
- [72] Laurent MAHÉO, Vincent GROLLEAU et Gérard RIO. « Damping efficiency of the Tchamwa–Wielgosz explicit dissipative scheme under instantaneous loading conditions ». In : *Comptes Rendus Mécanique* 337.11 (nov. 2009), p. 722-732. ISSN : 1631-0721. DOI : [10.1016/j.crme.2009.10.005](https://doi.org/10.1016/j.crme.2009.10.005) (cf. p. 72).
- [73] M. JEAN. « The non-smooth contact dynamics method ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 177.3 (20 juil. 1999), p. 235-257. ISSN : 0045-7825. DOI : [10.1016/S0045-7825\(98\)00383-1](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(98)00383-1) (cf. p. 73).
- [74] C. THORNTON. « Coefficient of Restitution for Collinear Collisions of Elastic-Perfectly Plastic Spheres ». In : *Journal of Applied Mechanics* 64.2 (1997), p. 383-386. ISSN : 0021-8936. DOI : [10.1115/1.2787319](https://doi.org/10.1115/1.2787319) (cf. p. 73, 119).
- [75] Adrian RODRIGUEZ et Alan BOWLING. « Study of Newton’s cradle using a new discrete approach ». In : *Multibody System Dynamics* 33.1 (5 déc. 2013), p. 61-92. ISSN : 1384-5640, 1573-272X. DOI : [10.1007/s11044-013-9406-3](https://doi.org/10.1007/s11044-013-9406-3) (cf. p. 73, 101).
- [76] Jakob KNUDSEN et Ali R. MASSIH. « Vibro-Impact Dynamics of a Periodically Forced Beam ». In : *Journal of Pressure Vessel Technology* 122.2 (27 jan. 2000), p. 210-221. ISSN : 0094-9930. DOI : [10.1115/1.556175](https://doi.org/10.1115/1.556175) (cf. p. 75).
- [77] T. X. WU et D. J. THOMPSON. « The effects of track non-linearity on wheel/rail impact ». In : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit* 218.1 (1<sup>er</sup> jan. 2004), p. 1-15. ISSN : 0954-4097. DOI : [10.1243/095440904322804394](https://doi.org/10.1243/095440904322804394) (cf. p. 75).
- [78] Diederik VERSCHURE, Inna SHARF, Herman BRUYNINCKX et al. « Identification of Contact Parameters from Stiff Multi-point Contact Robotic Operations ». In : *The International Journal of Robotics Research* 29.4 (4 jan. 2010), p. 367-385. ISSN : 0278-3649, 1741-3176. DOI : [10.1177/0278364909336805](https://doi.org/10.1177/0278364909336805) (cf. p. 75, 118).
- [79] Anye REN, Chenkun QI, Feng GAO et al. « Contact Stiffness Identification with Delay and Structural Compensation for Hardware-in-the-Loop Contact Simulator ». In : *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 86.3 (1<sup>er</sup> juin 2017), p. 325-333. ISSN : 0921-0296, 1573-0409. DOI : [10.1007/s10846-016-0432-2](https://doi.org/10.1007/s10846-016-0432-2) (cf. p. 75).
- [80] X. C. YIN, Y. QIN et H. ZOU. « Transient responses of repeated impact of a beam against a stop ». In : *International Journal of Solids and Structures* 44.22 (1<sup>er</sup> nov. 2007), p. 7323-7339. ISSN : 0020-7683. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2007.04.009](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.04.009) (cf. p. 75, 85, 86).
- [81] P. METALLIDIS et S. NATSIAVAS. « Vibration of a continuous system with clearance and motion constraints ». In : *International Journal of Non-Linear Mechanics* 35.4 (2000), p. 675-690. ISSN : 0020-7462, 1878-5638 (cf. p. 75).
- [82] S. TIMOSHENKO. *Vibration Problems In Engineering*. Avec la coll. d’OSMANIA UNIVERSITY et DIGITAL LIBRARY OF INDIA. D.Van Nostrand Company INC., 1937. 497 p. (cf. p. 76).
- [83] K. N. SHIVAKUMAR, W. ELBER et W. ILLG. « Prediction of Impact Force and Duration Due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates ». In : *Journal of Applied Mechanics* 52.3 (1<sup>er</sup> sept. 1985), p. 674-680. ISSN : 0021-8936. DOI : [10.1115/1.3169120](https://doi.org/10.1115/1.3169120) (cf. p. 78).
- [84] John William Strutt Baron RAYLEIGH. *The theory of sound*. T. 2. Macmillan, 1896 (cf. p. 78, 183).
- [85] Carsten BEHN, Christoph WILL et Joachim STEIGENBERGER. « Unlike Behavior of Natural Frequencies in Bending Beam Vibrations with Boundary Damping in Context of Bio-inspired Sensors ». In : INTELLI 2014. 22 juin 2014, p. 75-84. ISBN : 978-1-61208-352-0 (cf. p. 78).

- [86] Steffen MARBURG. « Six boundary elements per wavelength : is that enough ? » In : *Journal of Computational Acoustics* 10.1 (1<sup>er</sup> mar. 2002), p. 25-51. ISSN : 0218-396X. DOI : [10.1142/S0218396X02001401](https://doi.org/10.1142/S0218396X02001401) (cf. p. 84).
- [87] Brian P. BERNARD, Jake E. GREENSTEIN et Brian P. MANN. « Energy Absorption in a 1D Array of Axially Aligned Pendulums With Linear Torsional Coupling ». In : (15 nov. 2013), V014T15A004. DOI : [10.1115/IMECE2013-64470](https://doi.org/10.1115/IMECE2013-64470) (cf. p. 101).
- [88] B. BIDEGARAY-FESQUET, E. DUMAS et G. JAMES. « From newton's cradle to the discrete p-schrödinger equation ». In : *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 45.6 (2013), p. 3404-3430. ISSN : 0036-1410. DOI : [10.1137/130924196](https://doi.org/10.1137/130924196) (cf. p. 101).
- [89] Chenkun QI, Xianchao ZHAO, Feng GAO et al. « Contact stiffness and damping identification for hardware-in-the-loop contact simulator with measurement delay compensation ». In : *Acta Astronautica. International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying 2015* 123 (2016), p. 171-180. ISSN : 0094-5765. DOI : [10.1016/j.actaastro.2016.03.013](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.03.013) (cf. p. 118).
- [90] Didier COMBESURE. « Eléments de dynamique des structures; Illustrations à l'aide de CAST3M ». In : *Documentation Cast3m*. 2006 (cf. p. 119, 173).
- [91] P. E. NIKRAVESH. « Newtonian-based methodologies in multi-body dynamics ». In : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K : Journal of Multi-body Dynamics* 222.4 (1<sup>er</sup> déc. 2008), p. 277-288. ISSN : 1464-4193. DOI : [10.1243/14644193JMBD152](https://doi.org/10.1243/14644193JMBD152) (cf. p. 119).
- [92] Paulo FLORES, Margarida MACHADO, Miguel T. SILVA et al. « On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics ». In : *Multibody System Dynamics* 25.3 (7 déc. 2010), p. 357-375. ISSN : 1384-5640, 1573-272X. DOI : [10.1007/s11044-010-9237-4](https://doi.org/10.1007/s11044-010-9237-4) (cf. p. 119).
- [93] Esmail SALAHSHOOR, Saeed EBRAHIMI et Mohsen MAASOOMI. « Nonlinear vibration analysis of mechanical systems with multiple joint clearances using the method of multiple scales ». In : *Mechanism and Machine Theory* 105 (nov. 2016), p. 495-509. ISSN : 0094-114X. DOI : [10.1016/j.mechmachtheory.2016.07.020](https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.07.020) (cf. p. 119).
- [94] François AXISA. *Modélisation des systèmes mécaniques. Tome 2, Systèmes continus*. 2000 (cf. p. 119, 123).
- [95] C. COURTOIS. *Ovalisation d'une gaine sous l'effet d'une force ponctuelle localisée - Note technique CEA*. Jan. 1979 (cf. p. 119, 124, 128).
- [96] RINKERPIPE, éd. *Rapport technique - Equations for pipe stiffness and related terms*. 2006 (cf. p. 119).
- [97] Kevin WEICKER, Raydin SALAHIFAR et Magdi MOHAREB. « Shell analysis of thin-walled pipes. Part I – Field equations and solution ». In : *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 87.7 (juil. 2010), p. 402-413. ISSN : 0308-0161. DOI : [10.1016/j.ijpvp.2010.03.025](https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2010.03.025) (cf. p. 120).
- [98] Kevin WEICKER. « Finite element formulation for analysis of pipes based on thin shell theory ». Thèse de doct. uOttawa, 2008 (cf. p. 120).
- [99] Syed Muhammad IBRAHIM, Badri Prasad PATEL et Yogendra NATH. « On the Nonlinear Dynamics of Oval Cylindrical Shells ». In : *Journal of Mechanics of Materials and Structures* 5.6 (juin 2010). WOS :000286013500003, p. 887-908. ISSN : 1559-3959. DOI : [10.2140/jomms.2010.5.887](https://doi.org/10.2140/jomms.2010.5.887) (cf. p. 120).
- [100] Ayaovi-Dzifa KUDAWOO. *Elements finis de tuyau droit et courbe avec ovalisation, gonflement et gauchissement en élasto-plasticité*. 2013 (cf. p. 122).
- [101] TIMOSHENKO. *Theory of plates and shells*. 2<sup>e</sup> éd. 1959 (cf. p. 122).
- [102] Luisa MADUREIRA et Francisco Q. MELO. « Stress analysis of curved pipes with a hybrid formulation ». In : *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 81.3 (mar. 2004), p. 243-249. ISSN : 0308-0161. DOI : [10.1016/j.ijpvp.2004.01.001](https://doi.org/10.1016/j.ijpvp.2004.01.001) (cf. p. 122).
- [103] Luisa R. MADUREIRA et Elza FONSECA. « The deformation of cylindrical shells subjected to radial loads. » In : *Pan-American Congress of Applied Mechanics. Foz do Iguacu, PR, Brazil : PACAM XI*, jan. 2010 (cf. p. 122).

- [104] Luisa R. MADUREIRA et Francisco Q. MELO. « Deformation of thin straight pipes under concentrated forces or prescribed edge displacements ». In : *Mechanics Research Communications* 70 (déc. 2015), p. 79-84. ISSN : 0093-6413. DOI : [10.1016/j.mechrescom.2015.09.008](https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.09.008). (Visité le 02/03/2016) (cf. p. 122, 123).
- [105] A. MILLARD et R. ROCHE. « Elementary solutions for the propagation of ovalization along straight pipes and elbows ». In : *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 16.2 (1984), p. 101-129. ISSN : 0308-0161. DOI : [10.1016/0308-0161\(84\)90061-9](https://doi.org/10.1016/0308-0161(84)90061-9) (cf. p. 122).
- [106] José ANTUNES. « Methods for the Dynamical Analysis of Nonlinear Structures ». In : IPSI, Paris, France, 1991 (cf. p. 123).
- [107] S. Abdul JAWAD et I. M. WARD. « The transverse compression of oriented nylon and polyethylene extrudates ». In : *Journal of Materials Science* 13.7 (1<sup>er</sup> juil. 1978), p. 1381-1387. ISSN : 0022-2461, 1573-4803. DOI : [10.1007/BF00553190](https://doi.org/10.1007/BF00553190) (cf. p. 124).
- [108] T. KOTANI, J. SWEENEY et I. M. WARD. « The measurement of transverse mechanical properties of polymer fibres ». In : *Journal of Materials Science* 29.21 (1<sup>er</sup> jan. 1994), p. 5551-5558. ISSN : 0022-2461, 1573-4803. DOI : [10.1007/BF00349946](https://doi.org/10.1007/BF00349946) (cf. p. 124).
- [109] Ming CHENG, Weinong CHEN et Tusit WEERASOORIYA. « Experimental investigation of the transverse mechanical properties of a single Kevlar® KM2 fiber ». In : *International Journal of Solids and Structures* 41.22 (1<sup>er</sup> nov. 2004), p. 6215-6232. ISSN : 0020-7683. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2004.05.016](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2004.05.016) (cf. p. 125).
- [110] G. E. EXADAKTYLOS et K. N. KAKLIS. « Applications of an explicit solution for the transversely isotropic circular disc compressed diametrically ». In : *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 38.2 (1<sup>er</sup> fév. 2001), p. 227-243. ISSN : 1365-1609. DOI : [10.1016/S1365-1609\(00\)00072-1](https://doi.org/10.1016/S1365-1609(00)00072-1) (cf. p. 125).
- [111] Geneviève INGLEBERT. « Théorie du contact de Hertz - Contacts ponctuels ou linéiques ». In : *Technique de l'ingénieur* (2011) (cf. p. 126).
- [112] H. WEBER. « Formule de Cardan modifiée par Cayley ». In : *Nouvelles annales de mathématiques : journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 14 (1895), p. 347-349. ISSN : 1764-7908 (cf. p. 127).
- [113] D. M. TRAN. « Réduction de modèle en dynamique des structures et des systèmes couplés aéroélastiques ». thesis. Institut national des sciences appliquées de Lyon (INSA), Université Claude Bernard Lyon, 25 nov. 2015 (cf. p. 129).
- [114] R. R. CRAIG. « A brief tutorial on substructure analysis and testing ». In : *SPIE proceedings series*. International modal analysis conference. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2000, p. 899-908. ISBN : 978-0-912053-67-7 (cf. p. 129).
- [115] Benoit PRABEL. *Intégration temporelle directe des réponses transitoires des machines tournantes dans Cast3M - Note technique CEA*. 2015 (cf. p. 129).
- [116] Th. CHARRAS, A. MILLARD et P. VERPEAUX. « Solution Of 2D And 3D Contact Problems By Means Of Lagrange Multipliers In The Castem 2000 Finite Element Program ». In : (1993) (cf. p. 131).
- [117] Jacques PELLET. *Dualisation des conditions aux limites*. 2011 (cf. p. 131).
- [118] Alexander F. VAKAKIS, Oleg V. GENDELMAN, Lawrence A. BERGMAN et al. *Nonlinear Targeted Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems*. Google-Books-ID : 33ssrEkvkj4C. Springer Science & Business Media, 24 déc. 2008. 1034 p. ISBN : 978-1-4020-9130-8 (cf. p. 144).
- [119] Biswa NATH DATTA. *Numerical methods for the root finding problem*. 2013 (cf. p. 178).
- [120] E. ROUGIER, A. MUNJIZA et N. W. M. JOHN. « Numerical comparison of some explicit time integration schemes used in DEM, FEM/DEM and molecular dynamics ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 61.6 (14 oct. 2004), p. 856-879. ISSN : 1097-0207. DOI : [10.1002/nme.1092](https://doi.org/10.1002/nme.1092) (cf. p. 178).
- [121] Thomas GMUR. *Dynamique des structures : analyse modale numérique*. PPUR presses polytechniques, 1997 (cf. p. 179).

- [122] Valentin L POPOV. *Contact mechanics and friction*. Springer, 2010 (cf. p. 181).
- [123] Igor A. KARNOVSKY et Olga LEBED. *Advanced Methods of Structural Analysis*. Google-Books-ID : jrHd-nEJ9c4IC. Springer Science & Business Media, 11 nov. 2010. 606 p. ISBN : 978-1-4419-1048-6 (cf. p. 184).

---

## Liste des figures

---

I.1	Fonctionnement d'un RNR - Na . . . . .	19
I.2	Cœur ASTRID 600 . . . . .	20
I.3	Assemblage combustible . . . . .	21
I.4	Faisceau et plaquette . . . . .	21
I.5	Aiguille combustible . . . . .	22
I.6	Position du fil à deux altitudes espacées d'un douzième de pas fil . . . . .	23
I.7	Schéma du modèle de Ravenet et allure du déplacement imposé . . . . .	25
I.8	Schéma de fonctionnement de la maquette de Pelloux . . . . .	26
I.9	Schéma de principe du lâcher en pendule . . . . .	27
I.10	Calcul des efforts de choc pour une rangée d'aiguille en contact - code CORALIE . . . . .	28
I.11	Corrélation calcul-essais sur les efforts . . . . .	28
I.12	Schéma de fonctionnement du banc BELIER et photographie de l'installation . . . . .	29
II.1	Vue générale du banc CARNAC . . . . .	33
II.2	Représentation des contacts dans CARNAC . . . . .	34
II.3	Représentation du bâti et déformée du 1er mode . . . . .	35
II.4	Appuis instrumentés . . . . .	35
II.5	Pot vibrant et liaison tige-aiguille . . . . .	36
II.6	Encastrement de l'aiguille . . . . .	37
II.7	Aiguilles avec pastilles postiches utilisée sur la maquette CARNAC . . . . .	38
II.8	Schéma de principe des essais de flexion sur CARNAC . . . . .	39
II.9	Masse soumise à un frottement visqueux ou à un frottement sec . . . . .	41
II.10	Vitesse et log de la vitesse pour l'essai P13 . . . . .	42
II.11	Comparaison entre les vitesses pour les essais P13 et M1 . . . . .	43
II.12	Oscillateur 2DDLs soumis à un frottement de Coulomb et un amortissement visqueux . . . . .	45
II.13	Vitesse des masses $m_p$ et $m_g$ et log de la vitesse de $m_g$ pour le jeu de paramètres Para1 . . . . .	47
II.14	Vitesse des masses $m_p$ et $m_g$ et log de la vitesse de $m_g$ pour le jeu de paramètres Para2 . . . . .	48
II.15	Vitesse des masses $m_p$ et $m_g$ et log de la vitesse de $m_g$ pour le jeu de paramètres Para3 . . . . .	48
II.16	Vitesse et contenu spectral d'un essai avec choc . . . . .	50
II.17	Densité spectrale et spectrogramme d'un essai de flexion sans choc . . . . .	50
II.18	Densité spectrale et spectrogramme d'un essai de flexion avec choc . . . . .	50
II.19	Vitesse lors d'un essai de choc suivant le type de pastille postiche . . . . .	51
II.20	Spectrogramme des essais de choc suivant le type de pastille postiche . . . . .	52

II.21	Densité spectrale des essais de choc suivant le type de pastille postiche . . . . .	52
II.22	Vitesse d'une aiguille avec pastilles en molybdène a) pour un lâcher de 8mm et b) pour un lâcher de 2mm . . . . .	53
II.23	Spectrogramme d'une aiguille avec pastilles en molybdène a) pour un lâcher de 8mm et b) pour un lâcher de 2mm . . . . .	54
II.24	Densité spectrale d'une aiguille avec pastilles en molybdène a) pour un lâcher de 8mm et b) pour un lâcher de 2mm . . . . .	54
II.25	Schéma des essais CARNAC au pot vibrant . . . . .	55
II.26	Effort et contenu fréquentiel de l'effort sur le capteur 15 . . . . .	57
II.27	Exemple d'utilisation d'un algorithme line-fit . . . . .	59
II.28	Allure des trois premiers POM de l'aiguille . . . . .	60
II.29	Diagramme de stabilisation . . . . .	61
III.1	Tube encastré-libre soumis à un chargement ponctuel . . . . .	66
III.2	Représentation des éléments finis usuels . . . . .	66
III.3	Rapport entre la flèche de bout de poutre obtenue avec différents éléments par rapport à une solution de référence 3D . . . . .	67
III.4	Tube à trois travées soumis à un chargement réparti . . . . .	68
III.5	Flèche au centre suivant le rapport $L/r$ . . . . .	69
III.6	Flèche au centre suivant le rapport $r/e$ . . . . .	70
III.7	Problème à 3 masses . . . . .	72
III.8	Déplacements et énergie du système en utilisant un schéma différences centrées . . . . .	73
III.9	Déplacements et énergie du système en utilisant un schéma de Tchamwa . . . . .	73
III.10	Poutre encastrée impactant sur un ressort . . . . .	75
III.11	Déplacement en bout de poutre pour $R_k = 3000$ . . . . .	76
III.12	Force en bout de poutre pour $R_k = 3000$ . . . . .	77
III.13	Estimation des temps $dt_{c1}$ et $dt_{c2}$ à l'aide des efforts de choc calculés avec la méthode de référence . . . . .	80
III.14	Temps de choc estimé d'une poutre encastré impactant sur un ressort . . . . .	80
III.15	$Err$ suivant la troncature modale . . . . .	82
III.16	$Err_F$ suivant la troncature modale . . . . .	82
III.17	$Err$ suivant le pas de temps . . . . .	83
III.18	$Err_F$ suivant le pas de temps . . . . .	84
III.19	Historique des efforts de contact suivant le nombre de mode prise en compte . . . . .	86
III.20	Comparaison numérique expérimentale sur les vitesses . . . . .	88
III.21	Comparaison numérique expérimentale sur les forces . . . . .	89
III.22	Indicateurs $Err$ et $Err_F$ entre les résultats expérimentaux et les calculs éléments finis . . . . .	90
IV.1	Maillage du modèle éléments finis avec une rangée d'aiguille . . . . .	92
IV.2	Allure du déplacement et de l'effort imposé pour les essais de lâcher . . . . .	94
IV.3	Déplacements du TH et évolution du jeu lors du lâcher . . . . .	95
IV.4	Évolutions des jeux pour un essai de lâcher . . . . .	96
IV.5	Contenu spectral des déplacements. . . . .	98
IV.6	Efforts maximaux dans le faisceau pendant tout le lâcher . . . . .	99

IV.7	Efforts dans le faisceau suivant l'amplitude de la sollicitation . . . . .	100
IV.8	Effort maximal lors du lâcher suivant le jeu initial dans le faisceau . . . . .	101
IV.9	Modèle analytique contacts multiples . . . . .	102
IV.10	Déplacement des masses pour une vitesse initial $\dot{U}_0 = 0,5m/s$ . . . . .	105
IV.11	Force réduite par rapport au jeu réduit . . . . .	108
IV.12	Déplacements et efforts réduits en fonction du temps réduits pour $j_r = 0$ . .	109
IV.13	Déplacements et efforts réduits en fonction du temps réduits pour $j_r = 2, 2.10^{-3}$ . . . . .	110
IV.14	Déplacements et efforts réduits en fonction du temps réduits pour $j_r = 5.10^{-3}$	111
IV.15	Efforts réduits au début du choc pour a) $j_r = 0$ , b) $j_r = 2, 2.10^{-3}$ , c) $j_r = 5.10^{-3}$	113
V.1	Ovalisation et déformation locale . . . . .	118
V.2	Type de contact dans le faisceau . . . . .	120
V.3	Modélisation des contacts par des ressorts . . . . .	121
V.4	Schéma coque . . . . .	121
V.5	Force de poinçonnement appliqué à un tube encastré-encastré . . . . .	122
V.6	Déformée radiale de la gaine de l'aiguille . . . . .	124
V.7	Fil soumis à un effort axial . . . . .	125
V.8	Loi de contact . . . . .	128
V.9	Modèle élémentaire de deux sous structures . . . . .	129
V.10	Illustration des premiers modes normaux des sous-structures $SS_1$ et $SS_2$ . .	130
V.11	Modes contraints d'un problème élémentaire . . . . .	130
V.12	Maillage éléments finis de la grille . . . . .	133
V.13	Grandeurs du modèle éléments finis relatif aux essais BELIER . . . . .	133
V.14	Déplacement moyen du tube hexagonal dans le plan supérieur du faisceau .	135
V.15	Déplacement des aiguilles et du TH dans le plan supérieur du faisceau, configuration avec jeu . . . . .	136
V.16	Déplacement différentiel du faisceau par rapport au TH, plan supérieur du faisceau . . . . .	137
V.17	Déplacement différentiel du faisceau par rapport au TH au PMC . . . . .	138
V.18	Modes de gonflement-torsion . . . . .	139
V.19	Efforts de choc maximums autour du PMC dans la configuration avec jeu initial	140
V.20	Efforts de choc maximums autour du PMC dans la configuration sans jeu initial	141
V.21	Efforts de choc dans les plans de contacts orientés vers le face du choc et vers la face opposée au choc autour du PMC . . . . .	142
V.22	Énergie mécanique durant le lâcher . . . . .	143
V.23	Énergie potentielle durant le lâcher . . . . .	144
V.24	Energie de choc durant le lâcher . . . . .	145
V.25	Répartition des déformation dans le faisceau . . . . .	145
V.26	Comparaison entre les valeurs expérimentales et numériques des efforts de contact sur l'aiguille centrale face au plan de choc et l'aiguille centrale de la face opposée . . . . .	147
V.27	Modélisation du lâcher d'assemblage par une poutre . . . . .	149
V.28	Déplacement au plan plaquette avec le modèle poutre et le modèle complet	150
V.29	Déplacement au PMC avec le modèle poutre et le modèle complet . . . . .	150

V.30	Efforts maximums ressentis sur les aiguilles de chaque couronne avec les différents modèles dans la configuration avec jeu . . . . .	151
V.31	Efforts maximums ressentis sur les aiguilles de chaque couronne avec les différents modèles dans la configuration sans jeu . . . . .	152
A1	Descriptif d'un choc sur un ressort . . . . .	174
A2	Temps de choc en fonction de la vitesse d'impact . . . . .	175
A3	Enfoncement en fonction de la vitesse d'impact . . . . .	175
A4	Force d'impact en fonction de la vitesse d'impact . . . . .	176
B1	Poutre encastree impactant sur un ressort . . . . .	177
C1	Masse soumise à un frottement visqueux ou à un frottement sec . . . . .	180
D1	Poutre encastree-ressort . . . . .	183
D2	Décomposition du système hyperstatique en deux sous-systèmes isostatiques équivalent . . . . .	183

---

## Liste des tableaux

---

II.1	Essais réalisés sur l'aiguille avec pastilles Plomb	40
II.2	Essais réalisés sur l'aiguille avec pastilles Molybdène	40
II.3	Valeur des amortissements mesurés pour différents essais	44
II.4	Paramètre du modèle numérique	46
II.5	Paramètres du modèle numérique	47
III.1	Comparatif des éléments finis usuels	67
III.2	Méthodologie	85
III.3	Applications numériques de la méthodologie de choix des paramètres numériques	87
IV.1	Temps caractéristiques du choc	97
IV.2	Paramètres du modèle multicontact	102
IV.3	Comparaison des temps caractéristiques entre le modèle élément finis et le modèle analytique multi-contact	104
IV.4	Paramètres adimensionnés	106
V.1	Raideur de Hertz	127
V.2	Variable pour la sous-structuration	128
V.3	Gain en temps de calcul de la sous-structuration	132
V.4	Rigidité de flexion expérimentale et numérique	134
V.5	Forces maximales relevées lors des essais BELIER et calculées pour un lâcher de 25mm	146
V.6	Propriété des parties de l'assemblage	148
V.7	Autres paramètres de l'assemblage	148



---

# Annexes

---

## A. Loi de contact de Hertz et loi de contact linéarisée

Définir une loi de contact revient à assimiler le contact à un système ressort-amortisseur. La loi du ressort est le plus souvent linéaire et donc décrite par une raideur  $k_c$ . Mais des lois plus complexes peuvent être utilisées, notamment sur la base d'une loi de contact de Hertz, pour lesquelles la force de contact est exprimée sous la forme  $F = \tilde{k}\delta^{3/2}$  [25]. Dans le cas d'un contact linéaire, on peut facilement calculer certains paramètres comme le temps de choc ou la force de choc maximale [90] :

D'après [90] et la figure A1, en considérant  $m_2$  et  $k_2$  très grands, le temps de choc, la force de contact maximale et l'écrasement maximal s'écrivent :

$$\begin{aligned}t_{choc} &= \pi \sqrt{\frac{m_1}{k_c}} \\F_{maxi} &= \sqrt{m_1 k_c} v_{imp} \\ \delta_{maxi} &= \sqrt{\frac{m_1}{k_c}} v_{imp}\end{aligned}\tag{A26}$$

Le temps de choc est alors indépendant de la vitesse d'impact tandis que la force de choc  $F_{maxi}$  et l'enfoncement  $\delta_{maxi}$  sont proportionnels. Lorsque l'on considère plutôt une loi de Hertz, l'équation de la dynamique s'écrit :

$$m_1 \frac{\partial^2 \delta_1}{\partial t^2} = -\tilde{k}_c \delta^{3/2}\tag{A27}$$

L'équation A27 est non-linéaire et ne possède pas de solution évidente. Soit une masse  $m_1 = 1$  kg impactant sur un ressort de raideur de Hertz  $\tilde{k}_c = 1.10^9$  N/m<sup>3/2</sup>. On peut créer une interpolation de la solution grâce au logiciel mathematica. Les graphes suivants donnent la dépendance des grandeurs étudiés dans le cas linéaire avec la vitesse d'impact en échelle log-log.

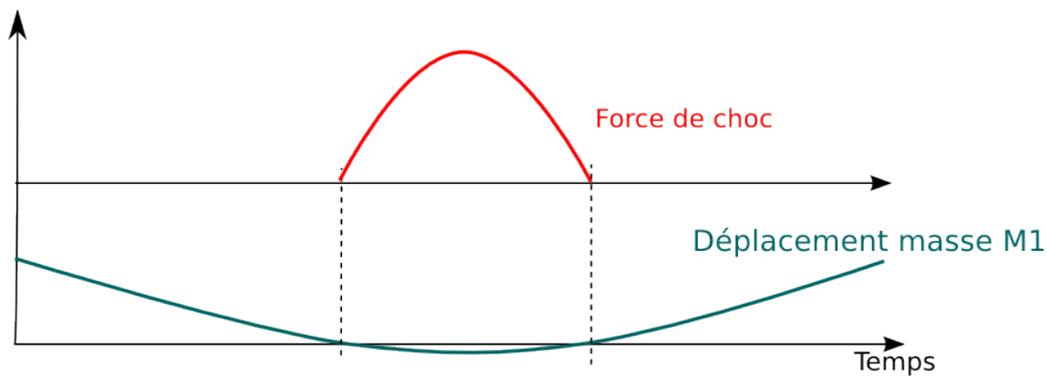
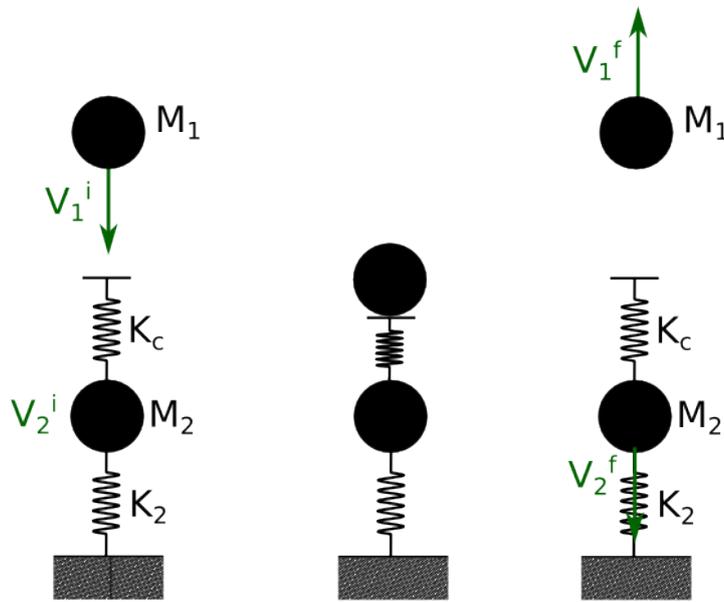


Figure A1. – Descriptif d'un choc sur un ressort

Les 3 courbes montrent des relations affines entre les grandeurs. Il y a donc une relation puissance entre les grandeurs de type  $y = x^\alpha$  avec  $\alpha$  la pente de la courbe dans le graphe log-log. En effet, si  $x$  la valeur de la grandeur en abscisse et  $y$  celle en ordonnée :

$$\log(y) = \alpha \log(x) + \beta, y = e^{\alpha \log(x) + \beta} = Cx^\alpha, \quad (\text{A28})$$

Avec  $C = e^\beta$

Soit  $V_i, t_c, \delta_m, F_m$  respectivement la vitesse d'impact, le temps de choc, l'enfoncement et la force maximale. Les relevés des pentes des courbes des figures précédentes permettent d'approximer les relations suivantes :

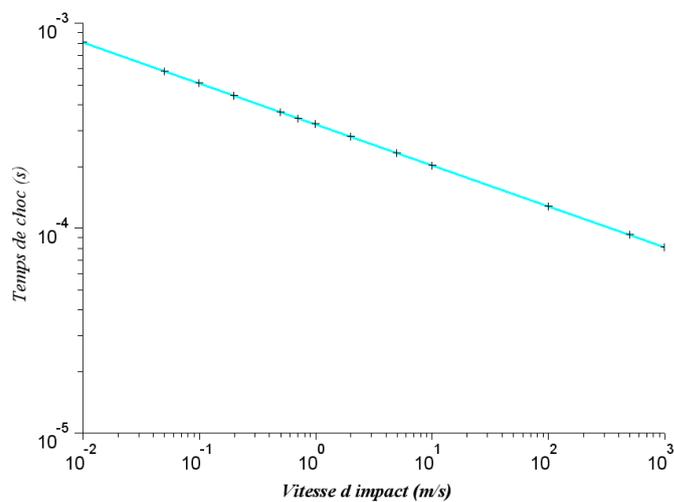


Figure A2. – Temps de choc en fonction de la vitesse d'impact

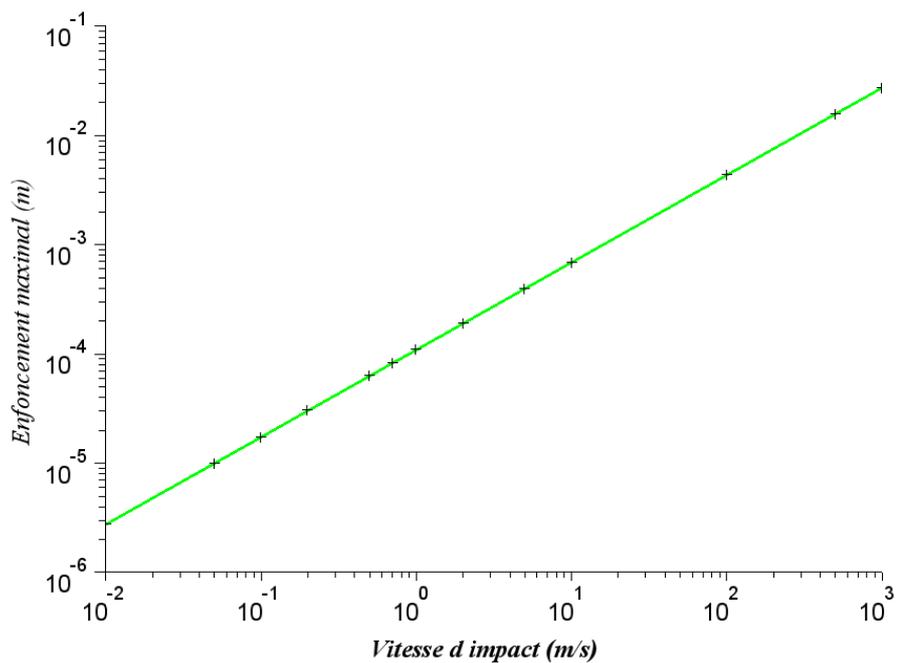


Figure A3. – Enfoncement en fonction de la vitesse d'impact

$$\begin{aligned}
 t_{choc} &= \frac{C_{tc}}{V_i^{0,2}}, \\
 \delta_{maxi} &= C_{\delta} V_i^{0,8}, \\
 F_{maxi} &= C_F V_i^{1,2}
 \end{aligned}
 \tag{A29}$$

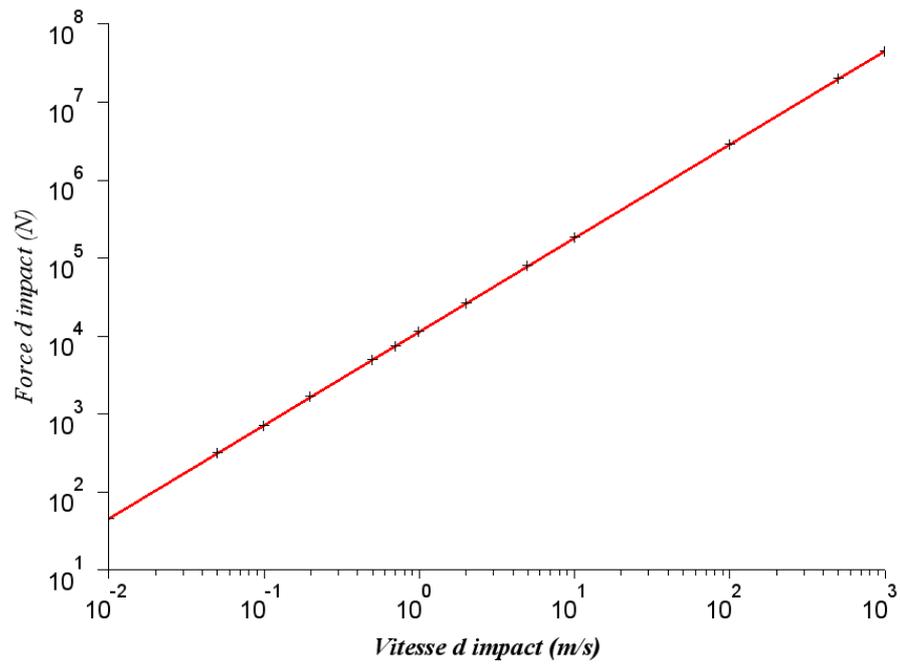


Figure A4. – Force d'impact en fonction de la vitesse d'impact

Avec  $C_{tc} = 2.10^{-3}$   $C_{\delta} = 6,9.10^{-4}$   $C_F = 1,8.10^4$

## B. Création d'une solution de référence pour le problème du choc d'une poutre encastrée contre un ressort

Le problème d'une poutre encastrée libre entrant en contact avec un ressort est résolu à l'aide d'une méthode semi-analytique.

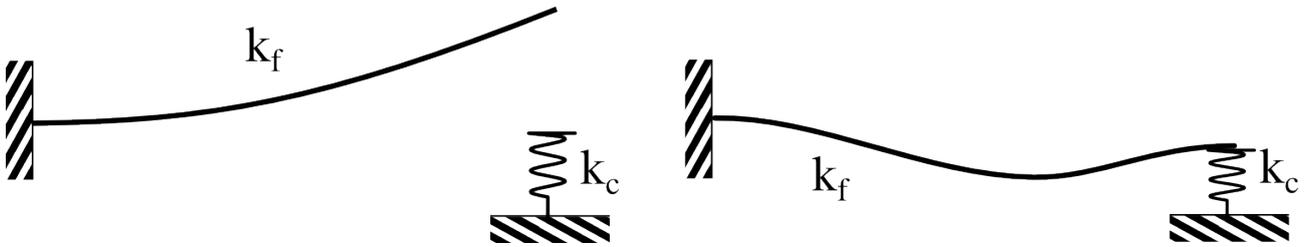


Figure B1. – Poutre encastrée de raideur  $k_f$  impactant sur un ressort. A gauche, état initial en flexion libre. A droite, en contact avec le ressort de raideur  $k_c$

### Problèmes linéaires

Le problème présenté à la figure B1 est décomposé en deux phases : celle pour laquelle l'extrémité de la poutre est libre, considérée comme encastré-libre, et celle où le contact est établi, nommée encastré-ressort. Dans chaque cas, le problème est considéré comme linéaire et résolu en projetant les équations sur des bases modales calculées numériquement. Une troncature modale est définie afin de ne conserver que les  $N$  premiers modes.  $\omega_{li}$ ,  $\xi_{li}$  et  $\Phi_{li}$  se réfèrent aux valeurs propres, aux amortissements modaux et aux déformées modales de la configuration encastré-libre.  $\omega_{ri}$ ,  $\xi_{ri}$  et  $\Phi_{ri}$  représentent les mêmes objets pour la configuration encastré-ressort. L'équation de la dynamique sur base modale sur chaque mode 'i' et pour chaque configuration s'écrit :

— Pour la configuration encastré-libre

$$\begin{aligned} \ddot{q}_i + 2\xi_{li}\omega_{li}\dot{q}_i + \omega_{li}^2 q_i &= 0 \\ q_i(t) &= e^{-\xi_{li}\omega_{li}t} (a_i \cos(\omega_{li}\sqrt{1-\xi_{li}^2}t) + b_i \sin(\omega_{li}\sqrt{1-\xi_{li}^2}t)) \\ a_i &= \frac{U_0 \cdot \Phi_{li}}{\Phi_{li} \cdot \Phi_{li}} \quad b_i = \frac{\dot{U}_0 \cdot \Phi_{li}}{\omega_{li}\Phi_{li} \cdot \Phi_{li}} + \frac{\xi_{li}}{\omega_{li}\sqrt{1-\xi_{li}^2}} \frac{U_0 \cdot \Phi_{li}}{\Phi_{li} \cdot \Phi_{li}} \end{aligned} \quad (\text{B30})$$

— Pour la configuration encastré-ressort

$$\begin{aligned} \ddot{q}_i + 2\xi_{ri}\omega_{ri}\dot{q}_i + \omega_{ri}^2 q_i &= 0 \\ q_i(t) &= e^{-\xi_{ri}\omega_{ri}t} (a_i \cos(\omega_{ri}\sqrt{1-\xi_{ri}^2}t) + b_i \sin(\omega_{ri}\sqrt{1-\xi_{ri}^2}t)) \\ a_i &= \frac{U_0 \cdot \Phi_{ri}}{\Phi_{ri} \cdot \Phi_{ri}} \quad b_i = \frac{\dot{U}_0 \cdot \Phi_{ri}}{\omega_{ri}\Phi_{ri} \cdot \Phi_{ri}} + \frac{\xi_{ri}}{\omega_{ri}\sqrt{1-\xi_{ri}^2}} \frac{U_0 \cdot \Phi_{ri}}{\Phi_{ri} \cdot \Phi_{ri}} \end{aligned} \quad (\text{B31})$$

Le déplacement complet  $U(t)$  peut être calculé en utilisant les expressions B30 et B31. Les équations sont discrétisées spatialement, du fait de l'utilisation de modes numériques, mais elles sont continues temporellement. Il reste néanmoins à définir l'instant de transition entre les configurations qui correspond aux instants précis où la poutre entre en contact ou rompt le contact avec le ressort.

## Recherche du temps de transition

Lorsque le déplacement en tête de poutre  $u_L(t)$  change de signe, la configuration (encastré-libre ou encastré-ressort) change. Un algorithme de recherche du zéro est utilisé pour trouver le premier instant de contact à partir des conditions initiales. De nombreux algorithmes existent dans la littérature [119]. Pour cette application, la méthode de la sécante sera utilisée. C'est une méthode de quasi-newton qui utilise une approximation de la dérivée de la courbe pour déterminer le zéro. Cette méthode est bien adaptée aux courbes bruitées et comportant des hautes fréquences [120]. Le temps où le déplacement  $u_L$  s'annule est calculé en suivant l'itération suivante :

$$t_{n+1} = t_n - \frac{u_L(t_n)(t_n - t_{n-1})}{u_L(t_n) - u_L(t_{n-1})} \quad (\text{B32})$$

La méthode requiert deux valeurs initiales proches du zero. Elles sont choisies analytiquement en ne considérant que le premier mode de vibration. La convergence est atteinte lorsque la valeur de  $u_L(t_n)$  atteint un critère fixé à  $1.10^{-7}$  m. Il faut moins de 10 itérations pour atteindre la convergence. Lorsque le temps pour lequel le déplacement s'annule est trouvé, la configuration change, les conditions initiales sont donc réactualisées et les équations relatives à la nouvelle configuration sont utilisées. Finalement, lorsque la durée du calcul est atteinte et que tous les temps de contact ont été trouvés, on peut reconstruire la solution globale.

## Amortissement

L'amortissement est défini pour la configuration encastré-libre en choisissant des amortissements modaux  $\xi_{li}$ . Les amortissements modaux  $\xi_{ri}$  sont calculés de façon à conserver l'amortissement entre les configurations. On projette pour cela la matrice d'amortissement  $\bar{C}_l$  définie sur la base modale encastré-libre sur la matrice d'amortissement physique  $C$  puis on peut calculer la matrice  $\bar{C}_r$  définissant l'amortissement sur la base encastré-ressort :

$$\bar{C}_l = \begin{pmatrix} 2\xi_{l1}\omega_{l1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 2\xi_{lN}\omega_{lN} \end{pmatrix} \quad (\text{B33})$$

$$C = \Phi_l \bar{C}_l \Phi_l^T$$

$$\bar{C}_r = \Phi_r^T C \Phi_r^T$$

En pratique, on fixe  $\xi_{li}$  et on calcule  $C$  puis  $\bar{C}_r$  numériquement. Ces opérations matricielles

---

induisent des termes non-diagonaux dans  $\bar{C}_r$  qui peuvent être négligés pour accélérer les calculs [121]. A noter que même si les valeurs de  $\xi_{li}$  sont choisies constantes pour tous les modes, il n'en sera pas de même pour  $\xi_{si}$  du fait des changements de bases.

## Fonctionnement du modèle de référence

Cette méthode semi-analytique permet de simuler le choc d'une poutre encastré-libre contre un ressort. C'est une approche originale qui permet de résoudre un problème linéaire avec des expressions continues en utilisant que des hypothèses issues de la théorie des poutres. Cette méthode est utilisée de la manière suivante :

- La base modale est calculée numériquement. La fréquence de troncature modale utilisée est volontairement très élevée (15000 Hz)
- la première racine est détectée à l'aide de l'algorithme de la sécante. Ensuite la solution est calculée entre l'instant initial et le temps où le déplacement s'annule pour un certain nombre de pas de temps. Puis la seconde racine est calculée et ainsi de suite.
- L'amortissement modal doit être relativement haut pour que l'algorithme de recherche des racines fonctionne quelle que soit la raideur du contact. La valeur choisie pour les applications numériques est  $\xi_{li} = 12\% \forall i$

Ce calcul est utilisé dans la section III.3.2 comme résultat de référence pour s'assurer de la stabilité et de la précision de la méthode numérique.

## C. Oscillateur 1DDL amorti par frottement visqueux et frottement sec

Soit le problème présenté à la figure C1. La masse  $m$  est déplacée à une distance  $d_1$ , puis relâchée librement.

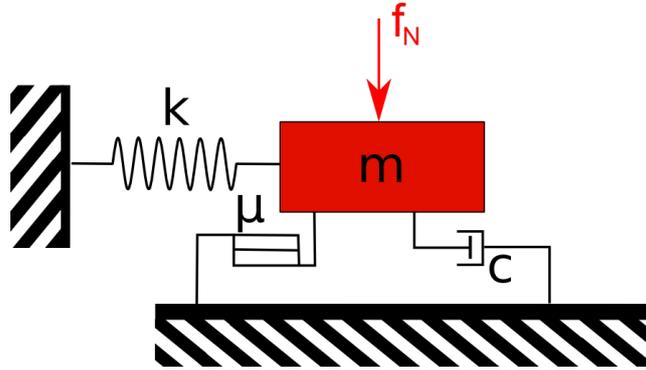


Figure C1. – Masse soumise à un frottement visqueux ou à un frottement sec

Dans un premier temps, les frottements secs seront considérés comme nuls ( $\mu = 0$ ). Le frottement visqueux intervient de façon linéaire dans l'équation de la dynamique comme une force opposée à la vitesse de la forme :

$$F_{amort} = -c\dot{U}, \quad (C34)$$

avec  $c$  coefficient d'amortissement pouvant s'exprimer comme un certain pourcentage de l'amortissement critique  $C_{crit} = 2\sqrt{km}$ . La solution classique d'un problème de dynamique des structures soumis à un amortissement visqueux est donc de la forme

$$U(t) = (A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t))e^{ct/2}, \quad (C35)$$

avec  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{c^2}{4m^2}}$  et  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ . Les conditions initiales d'un lâcher sont  $U(t_0) = d_1, \dot{x}(t_0) = 0$ . La vitesse s'écrit donc

$$\begin{aligned} A_1 &= d_1 & A_2 &= 0 \\ \dot{U}(t) &= -d_1\omega \sin(\omega t)e^{ct/2} \end{aligned} \quad (C36)$$

Si l'amortissement est visqueux, on attend donc une décroissance exponentielle des amplitudes maximales des oscillations de l'aiguille (lorsque  $\sin(\omega t) = \pm 1$ ). Le logarithme de l'enveloppe de la vitesse sera donc une droite en présence d'un amortissement visqueux. **On observe aussi que la pente de la droite est indépendante de la sollicitation.**

$$\log(\dot{U}_{pic}(t)) = \log(d_1\omega) + \frac{c}{2}t \quad (C37)$$

Un autre modèle est celui de l'amortissement sec qui caractérise l'amortissement d'un sys-

tème soumis à la friction entre deux surfaces en contact. Le système mécanique est alors soumis à une force de frottement  $F_{friction}$  s'opposant à la vitesse et qui s'exprime dans sa formulation la plus simple

$$\begin{cases} F_{friction} = -F & \text{si } \dot{U} = 0 \text{ et } |F| < |\mu f_N|, \\ F_{friction} = \mu f_N \text{sign}(\dot{U}) & \text{si } \dot{U} \neq 0, \end{cases} \quad (\text{C38})$$

avec  $F$  les autres forces transverses s'appliquant sur le système.

Dans cette étude on ne considérera qu'un seul coefficient de frottement  $\mu$  par simplicité, même si le coefficient de frottement statique (lorsqu'il y a adhérence entre les surfaces en contact) est différent du coefficient dynamique (pendant le glissement) [122].

— Lorsque  $|F| < |\mu f_N|$ , il y a **adhérence**

— Lorsque  $|F| > |\mu f_N|$ , le système **glisse** et une force constante s'oppose à la vitesse.

Si on considère que l'amortissement visqueux est nul ( $c = 0$ ) et qu'il y a présence de frottement sec ( $\mu \neq 0$ ), la solution est un peu plus complexe que dans le cas visqueux. En l'absence de sollicitation transversale sur la masse  $m$ , celle-ci est à l'équilibre pour  $U = 0$ . L'équilibre statique pour des petites variations autour de la position  $U = 0$  s'écrit :

$$F_{friction} - kU = 0 \quad (\text{C39})$$

La condition d'adhérence peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} |F_{friction}| &\leq \mu f_N, \\ \dot{U} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C40})$$

Si la position initiale de la masse lors d'un lâcher est comprise dans l'intervalle  $[-\frac{\mu f_N}{k}, \frac{\mu f_N}{k}]$  ou si la vitesse s'annule lorsque la position est comprise dans cet intervalle, il y a adhérence de la masse. Si la masse est tirée jusqu'à une position  $|d_1| > \frac{\mu f_N}{k}$ , la condition d'adhérence n'est pas respectée, la masse va commencer à glisser. A partir de l'instant initial, en considérant  $d_1 > 0$ , la vitesse va être négative, on peut alors écrire l'équation :

$$\begin{aligned} m\ddot{U} + kU &= \mu f_N \\ U(0) = d_1 \quad \dot{U}(0) &= 0, \\ U(t) &= (d_1 - \frac{\mu f_N}{k}) \cos(\omega_0 t) + \frac{\mu f_N}{k} \\ \dot{U}(t) &= \omega_0 (-d_1 + \frac{\mu f_N}{k}) \sin(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (\text{C41})$$

La vitesse s'annule lorsque  $t_1 = \frac{\pi}{\omega_0}$ . A cet instant, le déplacement est égal à :

$$\begin{aligned} \dot{U}(t_1) &= 0 \\ U(t_1) &= -d_1 + 2\frac{\mu f_N}{k}. \end{aligned} \quad (\text{C42})$$

---

En supposant que  $U(t_1) \notin [-\frac{\mu f_N}{k}, \frac{\mu f_N}{k}]$ , la masse  $m$  va continuer à glisser dans la direction inverse. La force de friction sera alors négative et la vitesse positive. Le système dynamique à partir de  $t_1$  s'écrira

$$\begin{aligned}
m\ddot{U} + kU &= -\mu f_N \\
U(t_1) &= -d_1 + 2\frac{\mu f_N}{k} \quad \dot{U}(t_1) = 0, \\
U(t) &= (d_1 - 3\frac{\mu f_N}{k}) \cos(\omega_0 t) - \frac{\mu f_N}{k} \\
\dot{U}(t) &= \omega_0(-d_1 + 3\frac{\mu f_N}{k}) \sin(\omega_0 t)
\end{aligned} \tag{C43}$$

Et ainsi de suite jusqu'à ce que la condition d'adhérence soit atteinte. Les pics de vitesse correspondent aux temps  $t = (2n + 1) * \frac{\pi}{2\omega_0}$ . La droite reliant les pics de vitesse positifs suit donc la formule

$$\dot{U}_{pic} = -2\frac{\mu f_N}{k} \frac{\omega_0}{\pi} t + d_1 \omega_0 \tag{C44}$$

Cette formule lie les pics de vitesse par une droite affine par rapport au temps. Le logarithme de l'enveloppe de la vitesse aura donc une allure de logarithme décroissant en présence d'un amortissement sec. **L'intensité du frottement est dépendante du coefficient de frottement, de l'effort normal et de la raideur en flexion.** Ces deux types d'amortissements sont identifiables dans les essais CARNAC.

## D. Détermination de la pulsation fondamentale d'une poutre encastré-ressort

Soit la poutre encastré-ressort présenté à la figure D1 définie par son module d'Young  $E$ , son inertie quadratique  $I$  et sa longueur  $L$ . La raideur du ressort est  $k_c$ . On cherche la première pulsation  $\omega_1$  de ce système.

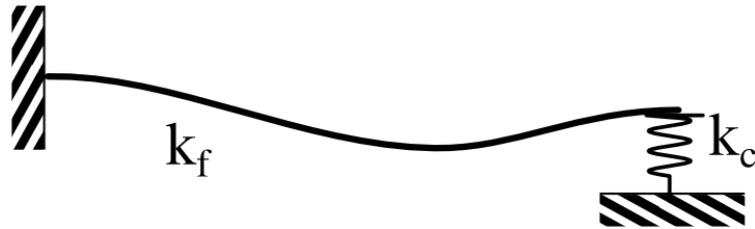


Figure D1. – Poutre encastré-ressort

Pour définir la pulsation  $\omega_1$ , il est nécessaire de connaître la déformée modale du premier mode  $U_1$ . L'approximation couramment utilisée est de considérer la déformée statique de la poutre soumise à un effort réparti [84]. Pour calculer cette déformée, nous utiliserons la méthode des forces pour déterminer la force de réaction dans le ressort en décomposant le problème en sous-systèmes isostatiques, un système isostatique associé au problème (noté SIA) et un système chargé virtuellement par un effort 1 (noté SV). La méthode des forces permet d'écrire une relation entre les moments des deux systèmes  $M_{SIA}, M_{SV}$  et la force de réaction au niveau de l'appui  $F_1$ .

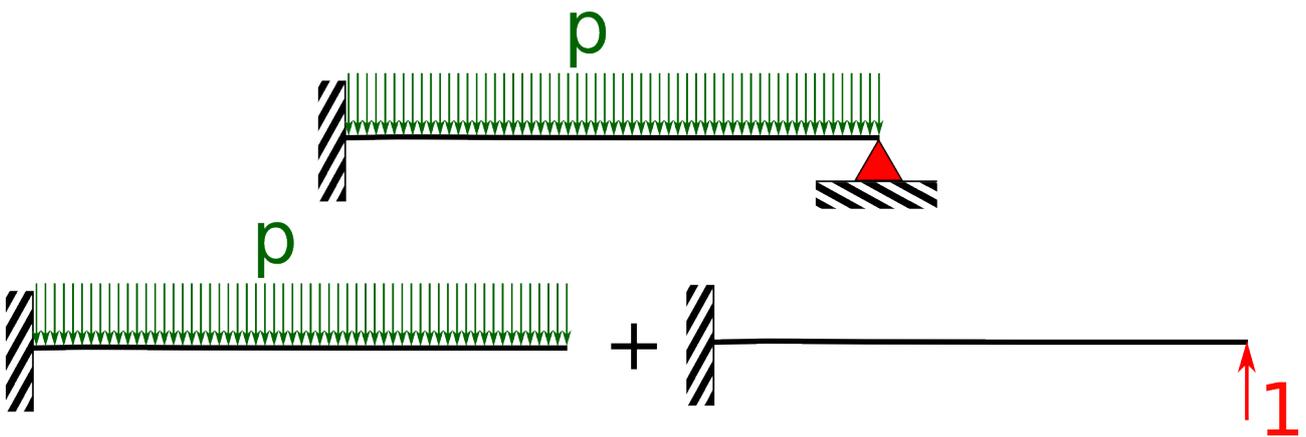


Figure D2. – Décomposition du système hyperstatique en deux sous-systèmes isostatiques équivalents

$$\int \frac{M_{SIA}M_{SV}}{EI} + F \int \frac{M_{SV}M_{SV}}{EI} = 0 \quad (D45)$$

L'expression des intégrales est donnée par les tableaux de Maxwell-Mohr [123] et permet de résoudre l'équation et de trouver la valeur de la force de réaction à l'appui.

$$F_1 = \frac{3pL}{8} \quad (D46)$$

On s'intéresse ensuite au problème de la poutre avec le ressort à la place de l'appui. Le calcul précédent permet de connaître le déplacement au niveau du point du ressort du fait du chargement réparti.

$$U(L) = -\frac{3pL}{8k_c} \quad (D47)$$

Soit  $F_2$  la force de réaction du ressort. En réutilisant la méthode des forces de la même façon que précédemment, on peut trouver l'expression de  $F_2$  :

$$F_2 = \frac{3EI p}{L^3} \left( -\frac{3L}{8k_c} + \frac{L^4}{8EI} \right) \quad (D48)$$

La déformée statique complète  $U_{stat}$  est la somme de la déformée due au chargement réparti et la force de réaction du ressort. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$U_{stat} = \frac{6EI}{L^3} \left( -\frac{3L}{8k_c} + \frac{L^4}{8EI} \right) \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) - \left( \frac{L^2x^2}{2} + \frac{x^4}{12} - \frac{Lx^3}{3} \right) \quad (D49)$$

En utilisant l'expression de  $U_{stat}$  dans l'expression III.20 :

$$\omega_1^2 = \frac{1512k_f}{m} \frac{R_k^2 + 15(R_k + 1)}{19R_k^2 + 459R_k + 5436} \quad (D50)$$

---

# Résumé

---

La compréhension des phénomènes ayant lieu dans les structures à contacts multiples est un défi technologique majeur. Les pastilles combustibles du RNR (réacteurs à neutrons rapides) ASTRID sont introduites dans de grands tubes élancés appelés aiguilles assemblées en faisceau dans un tube hexagonal. L'estimation des contraintes dans les aiguilles lors de chargements dynamiques est essentielle pour les études de sûreté du projet.

Des essais expérimentaux sur le banc CARNAC ont été conduits pour comprendre le comportement dynamique d'une aiguille avec ces pastilles. Un amortissement non-linéaire des aiguilles est expliqué par la présence de frottement entre les pastilles et une analyse des fréquences lors de chocs est menée. Puis un modèle numérique a été choisi pour simuler le lâcher d'un assemblage contre une butée avec pour objectif de prendre en compte un grand nombre de contacts internes rapidement et précisément. La méthode numérique a été validée analytiquement et expérimentalement. Cette étude a mené à une méthodologie de choix des paramètres numériques pour assurer la précision et la stabilité des calculs. Les forces de contact et les déplacements des aiguilles du banc CARNAC ont été bien prédites numériquement.

Des modèles numériques simplifiés ont été conçus pour comprendre les phénomènes physiques agissant dans les systèmes multi-contacts. Chacun de ces phénomènes dynamiques a un temps caractéristique qui lui correspond, et il est donc possible d'analyser l'influence des phénomènes prépondérants lors d'une sollicitation. Les jeux dans le faisceau génèrent des résonances courtes et locales qui peuvent augmenter les forces de contacts si le jeu est faible. Un modèle multi-contact analytique réduit a été utilisé pour interpréter ce résultat.

Pour finir, l'intégralité de l'assemblage est modélisée par éléments finis. Une méthode de sous-structuration est utilisée pour calculer sa base modale rapidement. Une loi d'effort précise permet de bien représenter les contacts aiguilles-aiguilles et aiguilles-TH. Les déplacements, l'énergie et les forces de contact sont analysés avec ou sans jeux de montage. Les résultats numériques sont comparés à des essais réalisés au CEA et montrent une bonne correspondance avec les résultats expérimentaux. Le comportement cinétique moyen de l'assemblage peut être approximé par un modèle poutre simple en considérant les aiguilles solidaires. Les efforts dans le faisceau peuvent être estimés de façon conservative grâce à un modèle de faisceau réduit proposé dans cette thèse.

Mots clés : Dynamique, Contact, Choc, Méthode numérique, Analyse modale

---

# Abstract

---

Understanding of phenomena taking place in a structure with multiple clearances is an industrial challenge. The fuel pellets in the SFR (Sodium-cooled Fast Reactor) prototype ASTRID are enclosed in small and long pins which form a bundle inside a hexagonal assembly. The assessment of stresses in the pins during dynamic loadings is essential for the safety studies of the project.

Experimental tests on the test bed CARNAC have been conducted to understand the dynamical behavior of fuel pin with their pellets. Non-linear damping of the pin due to the presence of friction between fuel pellets has been identified and a frequency analysis has been completed. Then a numerical model has been chosen to simulate the release of an assembly against a stop. The difficulty is to simulate the dynamical behavior of a structure with a huge number of internal contacts. Numerical method has been validated on a basic problem with a reference semi-analytical method. This study leads to a numerical parameters choice methodology to ensure accuracy and stability of computation. Contact forces and displacements of CARNAC test bed are well predicted by the numerical method.

Simplified models of the pin bundle are created to understand dynamical phenomena of a multicontact system. Several characteristic times are identifiable, due to the different waves and physical phenomena caused by the shock. Clearances in the bundle generates local and short resonances which can lead to increased contact forces amplitude if clearances are small. A analytical reduced multicontact model is used to interpret this result.

Then, the whole assembly is modeled. Sub-structuring to accelerate computation and a precise contact law representative of the pin to pin contacts are used. Displacements, energy and contacts force are analyzed with or without clearance. Numerical results are confronted to a previous experiment made in the CEA and provide a very good fit. The average kinetic behavior of assembly is well approximated by a beam structure, if pins are linked. Contact forces are well assess with conservatism using simplified model of a pin row.

Keywords: Dynamic, Contact, Shock, Numerical method, Modal analysis